

**JANAINA RODRIGUES LENZI**

**ESTRATÉGIAS PARA CORTE DE CARGA  
UTILIZANDO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO COM  
RELAXAMENTO DE RESTRIÇÕES**

Dissertação apresentada como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre, no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Paraná.

Orientadora: Dr.<sup>a</sup> Thelma Solange Piazza Fernandes.

**Curitiba**

**2007**

ESTRATÉGIAS PARA CORTE DE CARGA UTILIZANDO FLUXO DE  
 POTÊNCIA ÓTIMO COM RELAXAMENTO DE RESTRIÇÕES

JANAÍNA RODRIGUES LENZI

Disertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no  
 Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do  
 Paraná.

  
 Prof.<sup>a</sup> Thelma Solange Piazza Fernandes, Dr.<sup>a</sup>  
 Orientadora

  
 Prof. Oscar da Costa Gouveia Filho, Dr.  
 Coordenador do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora

  
 Prof.<sup>a</sup> Thelma Solange Piazza Fernandes, Dr.<sup>a</sup> (UFRP)  
 Presidente

  
 Prof.<sup>o</sup> André Luiz Costa, Dr.<sup>o</sup> (UFPR)

  
 Prof. Alexandre Rasi Arki, Dr. (LACTEC)

  
 Prof.<sup>a</sup> Eliete Maria Lourenço, Dr.<sup>a</sup> (UFPR)

## AGRADECIMENTOS

O resultado deste trabalho não se deve somente ao meu esforço e dedicação, mas também ao apoio de algumas pessoas, que devem ser citadas aqui com carinho. Assim, presto os meus sinceros agradecimentos:

À Professora Doutora Thelma Solange Piazza Fernandes pela sua orientação e dedicação, pelos seus ensinamentos, conselhos e palavras de incentivo durante todo o desenvolvimento deste trabalho;

Aos meus pais, Leonildo Lenzi e Marili Rodrigues Lenzi, pela dedicação, carinho, amor e compreensão durante todos os anos de minha vida e também durante todo este período de mestrado;

Ao meu namorado, companheiro e amigo Rafael Terplak Beê, pelo seu companheirismo e palavras de conforto nas horas difíceis, e também por toda sua contribuição para que a realização deste trabalho fosse possível;

À Deus, que meu deu forças para seguir até aqui;

Ao Instituto de Tecnologia para o Desenvolvimento (LACTEC) pelo apoio financeiro e pela infra-estrutura concedida para a realização deste trabalho;

Ao Professor Doutor Alexandre Rasi Aoki que participou da banca de qualificação e da banca da defesa final desta dissertação, contribuindo através do seu conhecimento com excelentes observações para a finalização do trabalho e também por toda sua cooperação e apoio, juntamente com o LACTEC, para a concretização deste projeto;

À Professora Doutora Andréa Lúcia Costa pelas sugestões e contribuições feitas em relação à este trabalho durante a pré-defesa e a defesa;

À Professora Doutora Elizete Maria Lourenço pela complementação dada à esta dissertação na ocasião da defesa;

E a todos os outros que não foram mencionados aqui, mas que de alguma maneira contribuíram e fizeram parte desta caminhada.

## SUMÁRIO

<b>Lista de Tabelas.....</b>	<b>VII</b>
<b>Lista de Siglas.....</b>	<b>VIII</b>
<b>Lista de Símbolos.....</b>	<b>IX</b>
<b>Resumo.....</b>	<b>XIII</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>XIV</b>
<b>CAPÍTULO I: Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1 Introdução.....	1
1.2 Objetivos.....	3
1.3 Estrutura da Dissertação.....	4
<b>CAPÍTULO II: Revisão Bibliográfica.....</b>	<b>5</b>
2.1 Introdução.....	5
2.2 Abordagens Via Fluxo de Carga.....	6
2.3 Abordagens para Fluxo de Potência Ótimo.....	7
2.3.1 O Método Proposto por Granville, Mello e Mello (1996).....	10
2.3.2 O Método Proposto por Mikilita (2005).....	11
2.4 Relaxamento de Restrições.....	18
2.4.1 O Método Proposto por Oliveira et al. (2003).....	18
2.4.1.2 Relaxamento da Capacidade de Transmissão.....	19
2.4.1.3 Relaxamento dos Limites de Tensão.....	21
2.4.2 O Método Proposto por Mikilita (2005).....	22
2.5 Métodos Via Pontos Interiores.....	24
2.6 Considerações Finais.....	28
<b>CAPÍTULO III: Formulação Matemática do Corte de Carga.....</b>	<b>30</b>
3.1 Introdução.....	30
3.2 Modelo Linear.....	30
3.2.1 Modelo Linear do Fluxo de Carga (DC).....	30
3.2.2 Formulação do Fluxo de Potência Linear com Corte de Carga.....	31
3.2.2.1 Redução da matriz B.....	33
3.2.2.2 Problema a ser resolvido.....	34

3.3 Modelo Não-Linear .....	34
3.3.1 Relaxamento de Restrições de Tensão .....	35
3.3.2 Relaxamento de Restrições de Fluxo de Potência Ativa nos Transformadores .....	36
3.4 Estágios de Corte de Carga .....	37
3.5 Considerações Finais .....	38

## **CAPÍTULO IV: Resultados**

4.1 Introdução .....	39
4.2 Especificações Técnicas .....	40
4.3 O Sistema Simulado .....	41
4.4 Verificação Preliminar de Limites de Fluxo sob Contingência.....	43
4.5 Estabelecimento de Estágios de Corte de Carga a partir de Relaxamento de Restrições de Tensão e de Fluxo de Potência Ativa .....	48
4.5.1 Simulação 1: Minimização de Corte de Carga .....	49
4.5.2 Simulação 2: Minimização de Corte de Carga e relaxamento dos limites de tensão em até 3 % do limite mínimo.....	51
4.5.3 Simulação 3: Minimização de Corte de Carga, relaxamento dos limites de tensão em até 3 % do limite mínimo e relaxamento dos limites de fluxo de potência ativa em até 20% dos limites mínimo e máximo .....	55
4.5.4 Estabelecimento de Estágios de Corte de Carga .....	58
4.6 Resultados de outras simulações .....	61
4.7 Desempenho do Preditor-Corretor .....	62
4.8 Considerações Finais.....	62

## **CAPÍTULO V: Conclusões**

5.1 Introdução .....	64
5.2 Recomendações para Trabalhos Futuros .....	65

## **Referências Bibliográficas**

## **Apêndice A: Modelagem das Equações de Balanço de Potência Ativa e Reativa e do Ângulo de Referência**

A.1 Representação das Equações de Balanço de Potência Ativa e Reativa na Forma Retangular ...	70
A.2 Representação do Ângulo de Referência na Forma Retangular .....	73

<b>Apêndice B: Formulações de FPO</b> .....	<b>74</b>
B.1 O Problema de FPO.....	74
B.2 Condições de Otimalidade.....	76
B.3 Algoritmo Primal Dual de Pontos Interiores .....	77
B.4 Obtenção dos Pontos Estacionários.....	77
B.5 Algoritmo de Solução do Problema.....	81
<b>Apêndice C: Formulação do Fluxo de Potência Linear com Corte de Carga</b> .....	<b>82</b>
C.1 Formulação baseada em variáveis de folga e barreira logarítmica.....	82
C.2 Função Lagrangeana.....	83
C.3 Condições de Otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker.....	83
C.4 Aplicação do Método de Newton às Condições de KKT .....	85
C.5 Atualização de $x^k$ e $\mu$ .....	88
C.6 Algoritmo para resolução do problema de otimização via Primal-Dual de Pontos Interiores....	89
C.7 Inicialização das Variáveis .....	90
<b>Anexo A: Dados do Sistema de 291 Barras</b> .....	<b>92</b>
A.1 Introdução.....	92
<b>Anexo B: Representação Gráfica do Sistema Utilizado</b> .....	<b>108</b>
B.1 Introdução.....	108
B.2 Sistema da Região Sul .....	108
B.3 Sistema da Copel .....	110
B.4 Sistema da Região de Curitiba.....	111

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 Limites de Tensão Fornecidos pelo ONS .....	40
Tabela 4.2 Correntes nos Enrolamentos de AT de alguns Transformadores .....	41
Tabela 4.3 Resultados para Corte de 100% em Todas as Áreas.....	43
Tabela 4.4 Circuitos cujos Limites foram Atingidos.....	44
Tabela 4.5 Resultados para Corte de Carga utilizando Modelo AC.....	45
Tabela 4.6 Limites de Tensão Violados .....	45
Tabela 4.7 Limites de Fluxos violados .....	48
Tabela 4.8 Limites de Corte de Carga .....	48
Tabela 4.9 Cortes de Carga para Simulação 1 .....	50
Tabela 4.10 Cortes de Carga para Simulação 2.....	52
Tabela 4.11 Limites de tensão Violados para Simulação 2.....	53
Tabela 4.12 Cortes de Carga para Simulação 3.....	55
Tabela 4.13 Limites de Tensão Violados para Simulação 3.....	57
Tabela 4.14 Limites de Fluxo Violados para Simulação 3.....	58
Tabela 4.15 Resultados de Corte em Estágios.....	59
Tabela 4.16 Desempenho do Preditor-Corretor X Puro .....	62
Tabela A.1 Dados das Linhas de Transmissão e Transformadores .....	92
Tabela A.2 Dados das Barras de Carga .....	101
Tabela A.3 Dados das Barras de Geração .....	107

## LISTA DE SIGLAS

ONS: Operador Nacional do Sistema

FPO: Fluxo de Potência Ótimo

FC: Fluxo de Carga

KKT: Karush Kuhn Tucker

ANEEL: Agência Nacional de Energia Elétrica.

COPEL : Companhia Paranaense de Energia

ANAREDE: Programa de Análise de Redes

AC: Fluxo de Potência Não Linear

CC: Fluxo de Potência Linear

FLUPOT: Programa de Fluxo de Potência Ótimo

CEPEL: Centro de Pesquisas de Energia Elétrica

DC: Fluxo de Carga Ótimo Linearizado

ELETROSUL: Centrais Elétricas do Sul do Brasil



## LISTA DE SÍMBOLOS

- a** relação das magnitudes das tensões dos transformadores ( $\mathbf{a} \in \mathbb{S}^{(nl \times 1)}$ )
- amin** limite mínimo de relação de magnitude de transformação ( $\mathbf{amin} \in \mathbb{S}^{(nl \times 1)}$ )
- amax** limite máximo de relação de magnitude de transformação ( $\mathbf{amax} \in \mathbb{S}^{(nl \times 1)}$ )
- A** matriz de incidência barra-linha ( $\mathbf{A} \in \mathbb{S}^{(nb \times nl)}$ )
- Ag** matriz de incidência gerador-barra ( $nb \times ng$ ).
- CC** Corte de Carga
- Af** matriz de incidência barra final-linha ( $\mathbf{Af} \in \mathbb{S}^{(nb \times nl)}$ )
- At** matriz de incidência barra final-linha ( $\mathbf{At} \in \mathbb{S}^{(nb \times nl)}$ )
- b<sup>s</sup>** capacitor shunt das linhas ( $\mathbf{b}^s \in \mathbb{S}^{(nl \times 1)}$ )
- B** parte imaginária de  $\mathbf{Y}$  que representa matriz de susceptância de barra ( $\mathbf{B} \in \mathbb{S}^{(nb \times nb)}$ )
- B** matriz de fluxo de carga DC ( $nb \times nb$ );
- D** vetor que indica a parte imaginária da tensão referente à barra de referência ( $\mathbf{d} \in \mathbb{S}^{[2nb \times 1]}$ )
- e** vetor da parte real da tensão ( $\mathbf{e} \in \mathbb{S}^{(nb \times 1)}$ )
- ec** vetor ( $nc \times 1$ ) unitário
- ep** vetor ( $ng \times 1$ ) unitário
- et** vetor ( $nl \times 1$ ) unitário
- f** vetor da parte imaginária da tensão ( $\mathbf{f} \in \mathbb{S}^{(nb \times 1)}$ )
- g<sub>km</sub>** condutância série do elemento entre as barras *k* e *m*
- G** parte real da matriz  $\mathbf{Y}$  que representa matriz de condutância de barra ( $\mathbf{G} \in \mathbb{S}^{(nb \times nb)}$ )
- H** matriz Hessiana do Lagrangeano ( $\mathbf{H} \in \mathbb{S}^{(nz \times nz)}$ )
- if** vetor com as barras iniciais das linhas do sistema de transmissão ( $\mathbf{if} \in \mathbb{S}^{(nl \times 1)}$ )
- it** vetor com as barras finais das linhas do sistema de transmissão ( $\mathbf{it} \in \mathbb{S}^{(nl \times 1)}$ )
- z** vetor das variáveis de otimização do sistema elétrico
- M<sub>i</sub>** matriz auxiliar para obtenção de soma ao quadrado das partes reais e imaginárias da tensão na barra *i* ( $\mathbf{M}_i \in \mathbb{S}^{(2nb \times 2nb)}$ )
- nc** número de barras a serem cortadas
- nb** número de barras do sistema
- nl** número de linhas do sistema
- ng** número de geradores do sistema
- N** matriz de zeros ( $\mathbf{N} \in \mathbb{S}^{(nb \times nb)}$ )

<b><i>ndes</i></b>	número de restrições de desigualdade
<b><i>nig</i></b>	número de restrições de igualdade
<b><i>nz</i></b>	número total de variáveis de otimização
<b><i>Pg</i></b>	geração de potência ativa ( $\mathbf{Pg} \in \mathbb{S}^{(nb \times 1)}$ )
<b><i>Pd</i></b>	demanda de potência ativa ( $\mathbf{Pd} \in \mathbb{S}^{(nb \times 1)}$ )
<b><i>Pd<sub>i</sub></i></b>	demanda de potência ativa na barra <i>i</i>
<b><i>Pgmin</i></b>	vetor de limites mínimos de geração potência ativa ( $\mathbf{Pgmin} \in \mathbb{S}^{(nb \times 1)}$ )
<b><i>Pgmax</i></b>	vetor de limites máximos de geração potência ativa ( $\mathbf{Pgmax} \in \mathbb{S}^{(nb \times 1)}$ )
<b><i>Qgmin</i></b>	vetor de limites mínimos de geração potência reativa ( $\mathbf{Qgmin} \in \mathbb{S}^{(nb \times 1)}$ )
<b><i>Qgmax</i></b>	vetor de limites máximos de geração potência reativa ( $\mathbf{Qgmax} \in \mathbb{S}^{(nb \times 1)}$ )
<b><i>P</i></b>	injeção de potência ativa ( $\mathbf{P} \in \mathbb{S}^{(nb \times 1)}$ )
<b><i>Pl<sub>im</sub></i></b>	fluxo de potência ativa que percorrem elementos na direção <i>i-m</i> ( $\mathbf{Pl}_{im} \in \mathbb{S}^{(nl \times 1)}$ )
<b><i>Plmin</i></b>	limite mínimo de fluxo de potência ativo ( $\mathbf{Plmin} \in \mathbb{S}^{(nl \times 1)}$ )
<b><i>Plmax</i></b>	limite máximo de fluxo de potência ativo ( $\mathbf{Plmax} \in \mathbb{S}^{(nl \times 1)}$ )
<b><i>Q</i></b>	injeção de potência reativa ( $\mathbf{Q} \in \mathbb{S}^{(nb \times 1)}$ )
<b><i>Qg</i></b>	geração de potência reativa ( $\mathbf{Qg} \in \mathbb{S}^{(nb \times 1)}$ )
<b><i>Qd</i></b>	demanda de potência reativa ( $\mathbf{Qd} \in \mathbb{S}^{(nb \times 1)}$ )
<b><i>Qd<sub>i</sub></i></b>	demanda de potência reativa respectivamente na barra <i>i</i>
<b><i>Ql<sub>im</sub></i></b>	vetor de fluxos de potência reativa que percorrem elementos na direção <i>i-m</i>
<b><i>RF</i></b>	relaxamento nos limites de fluxo
<b><i>RT</i></b>	relaxamento nos limites de tensão
<b><i>rl<sub>im</sub></i></b>	resistência série do elemento entre as barras <i>i</i> e <i>m</i>
<b><i>S<sub>im</sub></i></b>	vetor de fluxos de potência aparente que percorrem elementos na direção <i>i-m</i> ( $\mathbf{S}_{im} \in \mathbb{S}^{(nl \times 1)}$ )
<b><i>t<sub>ij</sub></i></b>	fluxo na linha entre barra <i>i</i> e <i>j</i>
<b><i>t<sub>max</sub></i></b>	vetor dimensão ( <i>nl x 1</i> ) com os limites máximas nas linhas
<b><i>u</i></b>	vetor das variáveis de otimização do sistema elétrico
<b><i>UI</i></b>	matriz diagonal com valores unitários nas posições referentes às barras que se deseja limitar os valores de tensão
<b><i>U<sub>m</sub></i></b>	matriz de incidência de dimensão ( <i>nb x nc</i> )
<b><i>U<sub>tensão</sub></i></b>	vetor unitário de dimensão ( <i>nb x 1</i> )
<b><i>U<sub>fluxo</sub></i></b>	vetor unitário de dimensão ( <i>nl x 1</i> )

$\mathbf{V}$	tensão fasorial ( $\mathbf{V} \in \mathbb{S}^{(nb \times 1)}$ )
$\underline{V}_i, \overline{V}_i$	limite inferior e superior da magnitude de tensão.
$\mathbf{ve}_i^t$	i-ésima linha da matriz $\Gamma_e$
$\mathbf{vf}_i^t$	i-ésima linha da matriz $\Gamma_f$
$v\mathbf{min}_i$	limite mínimo de tensão na barra $i$ .
$\mathbf{Vmin}$	limites de tensão mínima ao quadrado ( $\mathbf{Vmin} \in \mathbb{S}^{(nb \times 1)}$ )
$\mathbf{Vmax}$	limites de tensão máxima ao quadrado ( $\mathbf{Vmax} \in \mathbb{S}^{(nb \times 1)}$ )
$\mathbf{W}$	matriz Hessiana do Lagrangeano ( $\mathbf{W} \in \mathbb{S}^{(nz \times nz)}$ )
$w_{cc}$	índice de ponderação do corte de carga
$w_{fluxo}$	índice de ponderação para relaxamento dos fluxos
$w_{tensão}$	índice de ponderação para relaxamento das magnitudes de tensão
$\mathbf{x}$	vetor de tensão que contém as componentes real e imaginária da tensão ( $\mathbf{x} \in \mathbb{S}^{(2nb \times 1)}$ )
$xl_{im}$	reatância série do elemento entre as barras $i$ e $m$
$\mathcal{X}_{im}$	impedância série do elemento entre as barras $i$ e $m$
$\mathcal{Y}_{im}$	admitância série do elemento entre as barras $i$ e $m$
$\mathbf{Y}$	matriz de admitância de barra ( $\mathbf{Y} \in \mathbb{C}^{(nb \times nb)}$ )
$\mathbf{Z}$	matriz de impedância de barra ( $\mathbf{Z} \in \mathbb{C}^{(nb \times nb)}$ )
$\epsilon$	tolerância para o teste de convergência
$\mathbf{\alpha}^t$	vetor contendo o custo dos cortes por barras ( $\mathbf{\alpha} \in \mathbb{R}^{(nc \times 1)}$ )
$\Gamma$	matriz identidade ( $\Gamma \in \mathbb{S}^{(nb \times nb)}$ )
$\Gamma_e$	matriz composta pela justaposição da matriz identidade $\Gamma$ e a matriz de zeros $\mathbf{N}$ ( $\Gamma_e \in \mathbb{S}^{(2nb \times 2nb)}$ )
$\Gamma_f$	matriz composta pela justaposição de uma matriz de zeros $\mathbf{N}$ e da matriz identidade $\Gamma$ ( $\Gamma_f \in \mathbb{S}^{(2nb \times 2nb)}$ )
$\theta$	vetor de ângulos das barras ( $nb$ posições)
$\alpha_i$	custo de cada megawatt de carga cortada especificado para a barra $i$
$\delta$	vetor dos ângulos de fase das tensões em todas as barras do sistema elétrico
$\lambda$	multiplicadores de Lagrange associados às restrições
$\lambda F_{ij}$	multiplicadores de Lagrange associados às equações

$\varphi$  vetor de otimização que limita os valores de tensão mínimos nas barras

$\varphi_{\min}$  indica percentagem que se deseja alterar de cada  $v_{\min_i}$

$\varphi_{fluxo}$  vetor de otimização que limita os valores de fluxos mínimos e máximos dos circuitos selecionados pela matriz  $U_{fluxo}$

$\Delta Pd$  valores dos cortes de carga a serem minimizados

$\Delta Pd_{\max}$  valores dos cortes de carga a serem minimizados

$\mu$  parâmetro barreira

\* em subscrito, representa valor conjugado de um número complexo

• em subscrito, representa valor ótimo de uma função

$||$  módulo de número complexo

$|| \cdot ||_{\infty}$  norma infinita de vetor

$\text{diag}(\mathbf{I})$  matriz quadrada cuja diagonal principal é o vetor  $\mathbf{I}$  negrito variáveis em negrito indicam que se trata de um vetor ou matriz variável com ponto indica que se trata de número complexo.

## RESUMO

O principal objetivo da operação de um sistema elétrico de potência é o suprimento do seu mercado de energia atendendo requisitos de qualidade, continuidade e economia tanto para operação normal quanto para emergência. Para tanto, devem ser realizados estudos prévios que orientem o operador do sistema quanto às medidas corretivas que restabelecem os critérios operacionais exigidos pelo despachante do sistema quando ocorre algum tipo de contingência. Algumas dessas medidas se referem ao alívio de carga.

Assim, pretende-se nesse trabalho fornecer uma metodologia que otimize os cortes de carga onde o analista possa ter uma visão das áreas mais problemáticas do sistema, limitá-los conforme a importância dos mesmos e, através do relaxamento dos limites mínimos de tensão e fluxos de potência ativa nos transformadores, estabelecer diferentes estágios para os cortes de carga. Ou seja, propõe-se que, se for admitido que alguns limites sejam violados por apenas algumas horas, possa-se cortar menos carga do que seria necessário se essas violações não fossem admitidas. Se a contingência cessar dentro desse intervalo ter-se-ão se poupado cortes de carga desnecessários admitindo-se apenas pequenas violações. Essa metodologia foi testada em um sistema de 291 barras que é o equivalente em carga pesada da rede elétrica da Companhia Paranaense de Energia e que contém toda a rede de 525 kV, 230 kV, 138 kV e 69 kV, além das barras de fronteira.

**Palavras-Chave:** Corte de Carga, Fluxo de Potência Ótimo, Relaxação de Limites.

## ABSTRACT

The main objective of an electrical power system operation is the supplement of its energy market taking care quality, continuity and economy requisites as much for normal operation as for emergency. However, previous studies must be realized to guide the system operator into the corrective measures that reestablish the operational criteria demanded by the system dispatcher when occurs some kind of contingency. Some of these measures are referring to the load curtailment.

Thus, the present work presents a methodology that optimize the load shedding where the analyst can have a vision of most problematic areas of the system, can limit them as their importance and, making relaxation of the minimum voltage limits and the maximum active power flows through the transformers, can establish different stages for the load shedding. Or either, if we admit that some limits are violated by only some hours, it can be cut fewer loads than it would be necessary if these violations were not considered. If the contingency analyzed stop inside some hours, it will be avoided unnecessary load shedding, admitting only small violations.

This methodology was tested using a 291-bus system that is an equivalent of the Copel Region and that contains all network of 525 kV, 230 kV, 138 kV and 69 kV, beyond the frontier buses.

**Keywords:** Load Shedding, Optimal Power Flow, Limits Relaxation

# CAPÍTULO 1

## Introdução

### 1.1 Introdução

Um Sistema Elétrico de Potência (SEP) é operado de modo a atender às necessidades de energia elétrica dos consumidores da maneira mais econômica possível, dentro dos padrões compatíveis de qualidade, continuidade e segurança. Sendo assim, a operação do sistema deve ser realizada de maneira contínua e adequada, sempre com o menor número de interrupções e com a capacidade de manter níveis aceitáveis de tensão e frequência.

Para diversas indisponibilidades de circuitos de transmissão, transformadores ou unidades geradoras, a área de planejamento da operação de curto prazo tem, entre outras, a função de fornecer aos operadores do sistema, medidas corretivas usuais como desligamentos de circuitos, abertura de barramentos, redistribuição de cargas e re-despacho de unidades geradoras, as quais possam restabelecer os critérios operacionais pré-estabelecidos pelas Concessionárias e pelo Operador Nacional do Sistema (ONS). No entanto, quando as mesmas não são suficientes para retornar o sistema a essas condições devem-se realizar cortes de carga.

Diferentes metodologias já foram propostas para a obtenção desses cortes. Entre elas, salienta-se a de GRANVILLE, MELLO e MELLO (1996) que formularam um problema para minimização dos cortes de carga resolvido pelo Método dos Pontos Interiores.

No Brasil, os estudos de corte de carga são feitos normalmente através de simulações em programas tradicionais de fluxo de potência e a escolha das cargas a serem cortadas é feita pela experiência do analista que efetua o estudo. As cargas a serem cortadas são escolhidas de modo a levar o sistema a uma condição normal de operação e com o menor desabastecimento de consumidores possível. Esse tipo de estudo exige

tempo e está sujeito a imperfeições devido a complexidade e tamanho dos sistemas elétricos atuais.

Além dessa metodologia, existe um pacote computacional desenvolvido no Brasil cujo nome é FLUPOT (SOTO, 2000), o qual realiza esse tipo de estudo através de um Fluxo de Potência Ótimo (FPO), que minimiza o custo de corte de carga de tal forma a corrigir violações operativas como sobrecargas em circuitos e problemas de tensão. O corte de carga pode ser especificado para todas as barras ou para um subconjunto de barras da rede, e é feito de tal forma a preservar o fator de potência. No entanto, uma limitação desse algoritmo é não restringir os cortes por barramento, ou seja, o mesmo não possibilita que se estabeleçam limites máximos para os cortes nas subestações, o que pode levar a saída de operação de cargas importantes à sociedade.

MIKILITA (2005) propôs um algoritmo utilizando um FPO que corta as cargas individualmente por áreas pré-selecionadas e pré-priorizadas, dentro de limites pré-estabelecidos de corte por subestação. Estes valores máximos para corte de carga são obtidos de uma lista de prioridades que envolvem a experiência do operador e a natureza das cargas. Além disso, esse algoritmo é capaz de fazer um diagnóstico das barras problemáticas em termos de níveis mínimos de tensão violados. A função objetivo do problema é a minimização do custo do corte de carga e as restrições são os limites operacionais do sistema elétrico.

Considerando-se as limitações dos métodos disponíveis e a importância desse tipo de estudo, esse trabalho se propõe a aprimorar o algoritmo computacional para corte de carga desenvolvido por MIKILITA (2005), com a introdução de diferentes critérios de otimização concomitantes ao corte de carga tais como, o relaxamento dos limites de tensão e dos limites de carregamento de transformadores, possibilitando o estabelecimento de estágios de corte.

As metodologias já propostas na literatura prevêm que os cortes sejam realizados todos simultaneamente. No entanto, muitas contingências são restabelecidas rapidamente e os cortes de carga realizados acabam por ser muito severos se todos os requisitos operacionais forem seguidos criteriosamente. O que se propõe nesse trabalho é que, se for admitido que alguns limites de tensão sejam violados, por exemplo, em apenas 3% e que haja sobrecarga de 20% em alguns transformadores por apenas uma ou duas horas (ou como estabelecido pelos Procedimentos de Rede do ONS), pode-se cortar menos carga do



que seria necessário, se essas violações de limites não fossem consideradas. Se a contingência cessar dentro desse intervalo ter-se-ão poupados cortes de carga desnecessários admitindo-se apenas pequenas violações. Caso contrário, efetiva-se o corte de carga que teria sido proposto sem se considerar os relaxamentos. Em resumo, esse trabalho propõe o estabelecimento de vários estágios de corte de carga, sempre com o intuito de minimizá-los.

Para viabilizar esse esquema de cortes de carga por estágio, foram implementadas alterações no Fluxo de Potência Ótimo desenvolvido por MIKILITA (2005), de tal forma que, concomitantemente ao corte de carga, seja possível fazer um alívio ótimo das restrições de tensão e de fluxo nos transformadores, obtendo-se novos limites mínimos de tensão (restritos a 3% do mínimo estabelecido) e novos limites de fluxo em transformadores (restritos a 20% do máximo estabelecido) que possibilitam menos cortes de carga. Esse alívio de limites é obtido a partir da penalização quadrática de fatores que permitam a alteração dos mesmos.

Nesse trabalho, foi desenvolvido ainda um FPO baseado nas equações de balanço de potência ativa lineares, cuja função objetivo é também minimizar os cortes de carga. A implementação desse FPO teve como objetivo pré-diagnosticar as linhas e transformadores problemáticos em termos de níveis máximos de fluxo, ou seja, pré-diagnosticar linhas e transformadores congestionados que provocam cortes de carga. Como no modelo linear as tensões nas barras são consideradas como tendo 1 pu de tensão, os cortes que porventura sejam necessários são devido a apenas congestionamento nas linhas e transformadores. Outro objetivo dessa formulação de fluxo de potência linear (CC), foi obter resultados comparativos com o modelo (AC) desenvolvido por MIKILITA (2005).

## 1.2 Objetivos

Em síntese, os objetivos desse trabalho são:

- (i) minimizar os cortes de carga e aprimorar o progresso através do relaxamento de restrições;
- (ii) estabelecer estágios de corte de carga;
- (iii) formular o modelo de Fluxo de Potência Linear (CC);

- (iv) verificar o desempenho do método Preditor-Corretor.

### 1.3 Estrutura da Dissertação

A dissertação está dividida em cinco capítulos, conforme descrição abaixo.

O Capítulo 2 apresenta a base teórica do FPO, os principais métodos existentes para estudos de corte de carga e os principais métodos para estudos de relaxamento de restrições. Neste capítulo é ainda apresentada a formulação genérica da versão Preditor-Corretor do Método de Pontos Interiores versão Primal-Dual.

No capítulo 3 é apresentado o modelo do Fluxo de Potência Linear (CC) implementado no trabalho, assim como a formulação do modelo (AC) proposto por MIKILITA (2005), com a introdução de diferentes critérios de otimização; relaxamento de restrições e estabelecimentos de estágio de corte de carga.

No capítulo 4, apresentam-se os resultados das simulações aplicadas a um sistema de 291 barras.

Por último, no Capítulo 5 são apresentadas conclusões e propostas para pesquisas futuras.

No Apêndice A é descrito a representação das equações de balanço de potência ativa e reativa na forma retangular, pois a mesma é utilizada no trabalho. No Apêndice B é apresentada a formulação de um problema de otimização genérico, resolvido pelo Método de Pontos Interiores versão Primal-Dual Puro. No Apêndice C descreve-se a formulação do Fluxo de Potência Linear com Corte de Carga resolvido pelo Método dos Pontos Interiores via Primal-Dual. No Anexo A estão descritos os dados do Sistema de 291 barras e no Anexo B a representação gráfica desse sistema.

## CAPÍTULO 2

### Revisão Bibliográfica

#### 2.1 Introdução

Este capítulo tem como objetivo descrever as principais metodologias para corte de carga e relaxamento de restrições de tensão e carregamento em transformadores.

As metodologias para corte de carga estão voltadas tanto para estudos em regime permanente quanto para estudos de estabilidade (MOSTAFA et. al, 1996). Para estudos em regime permanente, existem duas abordagens: via Fluxo de Carga e via Fluxo de Potência Ótimo. Como nesse trabalho se está interessado na aplicação em regime permanente, se fará um breve histórico sobre estudos nessa linha.

A área de planejamento da operação de curto prazo tem, entre outras, a função de fornecer aos operadores e despachantes do sistema subsídios para que os mesmos possam operá-lo dentro dos limites dos equipamentos em regime normal e em emergência. Esses estudos verificam o comportamento do sistema em estado permanente e avaliam se os níveis de tensão nos barramentos do sistema e os fluxos de potência nas linhas de transmissão e transformadores para uma determinada configuração do sistema e uma determinada condição geração-carga atendem aos critérios estabelecidos pelas concessionárias e pelo Operador Nacional do Sistema (ONS).

Assim, para diversas condições de carga e diversas indisponibilidades de circuitos de transmissão, transformadores ou banco de transformadores, ou ainda, indisponibilidades de unidades geradoras, buscam-se medidas corretivas, tais como: re-despacho de unidades geradoras, remanejamento de carga, desligamentos de circuitos, abertura de barramentos, chaveamentos de capacitores e/ou reatores e controle de tensão via ajuste de *taps* dos transformadores, que levem o sistema a atender aos critérios pré-estabelecidos. Contudo, elas podem não ser suficientes para retornar o sistema a condições que satisfaçam as restrições operacionais mínimas, sendo necessário realizar cortes de carga, os quais devem ser os mínimos possíveis.

No entanto, admitindo-se pequenas violações nos níveis de tensão e nos limites de fluxo de potência ativa nas linhas e transformadores é possível se diminuir ou até mesmo zerar os cortes de carga necessários, como descrito em (OLIVEIRA et. al, 2003); e ainda diagnosticar barras problemáticas e causadores dos cortes de carga como feito em (MIKILITA, 2005). Esses trabalhos serão aqui detalhados, pois os mesmos serão utilizados posteriormente num enfoque que envolve o estabelecimento de estratégias de corte, a ser descrito no Capítulo 3.

As vantagens da abordagem via Fluxo de Potência Ótimo solucionado através do Método dos Pontos Interiores versão Primal-Dual levaram à utilização da mesma nesse trabalho. A fim de se aprimorar a direção de busca e acelerar a convergência do processo, existe uma versão intitulada Preditor–Corretor e modelada em (MEHROTRA, 1992), cujos resultados são bastantes satisfatórios. Esta formulação foi utilizada com sucesso em (FERNANDES, 2004) e por isso foi utilizada nesse trabalho, cabendo assim, uma breve descrição da mesma.

## 2.2 Abordagens Via Fluxo de Carga

O objetivo do cálculo de fluxo de carga é determinar o estado da rede elétrica (tensão, ângulo de todas as barras da rede e os *taps* dos transformadores), e tendo os valores de tensão e ângulo, as demais variáveis são calculadas.

O modelo do fluxo de carga é formulado através de um sistema de equações e inequações algébricas não lineares. O cálculo do fluxo de carga é, em geral, realizado utilizando métodos computacionais desenvolvidos especificamente para a resolução desses sistemas de equações algébricas que constituem o modelo da rede. Existem diferentes metodologias para a resolução de problemas de convergência de casos de fluxo de potência. Todas buscam a determinação de um ponto de operação viável para o sistema elétrico. Algumas proposições têm a finalidade de aumentar a robustez do método de Newton-Raphson para a solução do fluxo de potência convencional. Essas metodologias, baseadas em fluxo de carga com amortecimento, fornecem apenas uma solução viável para as equações do fluxo de carga, sendo que o ponto de operação obtido pode estar muito longe da especificação inicial. Dentre essas metodologias podem-se citar as propostas abordadas por SASSON et al. (1971), IWAMOTO e TAMURA (1981),

SCUDDER (1981), DEHNEL e DOMMEL (1989), CASTRO e BRAZ (1997) e DUARTE et al. (2000). Todos os algoritmos mencionados fornecem uma solução para o problema, porém os resultados obtidos são bastante distintos entre si e não são soluções operacionais.

### 2.3 Abordagens para Fluxo de Potência Ótimo

Em termos de estudos em regime permanente, dentre as muitas aplicações do FPO, destaca-se também a minimização do custo de corte de carga para eliminação de violações operativas.

O objetivo da resolução de um FPO em um sistema de potência é definir um conjunto de ações de controle que eliminem as violações operativas do sistema, tais como violações no perfil de tensão de barras do sistema, violações no carregamento dos circuitos, desbalanços entre carga e geração, dentre outras. Entre as ações de controle realizadas pelo FPO, pode-se citar a atuação sobre a injeção de potência ativa e reativa dos geradores, modificações nos taps dos transformadores e desligamentos forçados de cargas do sistema. Dessa maneira, o FPO é uma ferramenta computacional muito importante na análise de planejamento e operação de sistemas elétricos de potência.

O cálculo do fluxo de potência em uma rede de energia elétrica consiste essencialmente na determinação do estado da rede e da distribuição de seus fluxos. A função objetivo do FPO representa o aspecto que se deseja otimizar e sua formulação vai depender do objetivo de estudo, por exemplo: minimização do custo de geração de energia que reflete a operação econômica da rede; minimização de perdas ativas da transmissão; minimização do corte de carga; mínimo desvio de uma solução pré-especificada; mínima ação de controle; despacho de potência reativa; entre outros. As restrições a serem satisfeitas pelo problema de FPO podem ser restrições de igualdade ou de desigualdade.

As restrições de igualdade são representadas pelas equações não lineares do fluxo de potência correspondentes ao balanço de potência em cada nó da rede.

As restrições de desigualdade são as limitações impostas a uma variável:

- restrições físicas: limites de geração de potência ativa e reativa, limites nos valores dos *taps* dos transformadores, limites de transmissão de potência ativa e reativa nas linhas, etc.
- restrições operacionais: limites das magnitudes das tensões nas barras.

Assim, o objetivo do FPO é dar uma orientação ao operador ou analista do sistema de potência de como determinados controles devem ser ajustados de modo que os centros de geração, de consumo e os equipamentos que participam da transmissão estejam dentro de suas capacidades estabelecidas.

Diferentemente de um problema clássico de Fluxo de Potência, que necessita da especificação de algumas variáveis tais como: magnitudes de tensão e potência ativa gerada nas barras de geração (barras PV), o FPO trata estas variáveis como passíveis de ajustes. Para tanto, ele é apresentado como um problema de otimização, onde se procura maximizar ou minimizar um índice de desempenho, atendendo simultaneamente a um conjunto de restrições de igualdade e desigualdade.

Uma referência para este problema é o trabalho de CARPENTIER (1962), onde formalmente foi apresentado um problema para minimizar custo de produção de energia, considerando as equações de balanço de potência ativa e reativa como restrições de igualdade e as limitações físicas dos equipamentos como restrições de desigualdade. Esta formulação serve como um ponto de partida para os estudos posteriores, estabelecendo o FPO como um problema que envolve três elementos básicos: as variáveis, as restrições e a função objetivo.

O trabalho de HAPP (1977) apresenta uma revisão sobre o progresso inicial dado aos problemas de despacho econômico e FPO, apresentando conceitos básicos sobre a formulação dos mesmos, interpretação de custo incremental, fator de perdas e operação multi-áreas. Nesse trabalho podem-se identificar alguns artigos que foram marcos na evolução do FPO, como por exemplo: o de CARPENTIER (1962), já mencionado, e que foi o primeiro a formular o problema em termos de programação não-linear, incluindo limites de tensão, e o trabalho de DOMMEL e TINNEY (1968) que apresenta um método iterativo que se baseia na direção do vetor gradiente reduzido, ou seja, determinam-se ajustes nas variáveis de controle usando a direção definida pelo gradiente reduzido e, em seguida, as variáveis dependentes são calculadas através da solução das equações do fluxo de carga pelo Método de Newton-Raphson.

Revisões bibliográficas mais recentes também foram publicadas, tais como: VARGAS, QUINTANA e VANELLI (1993), MOMOH, EL-HAWARY e ADAPA (1999), QUINTANA, TORRES e PALOMO (2000), entre outras.

O Problema do Mínimo Corte de Carga é um caso particular de FPO, onde se calcula uma solução real para as equações de fluxo de carga, e também uma solução factível do ponto de vista operacional. Como são incluídas restrições operativas, não há violação de limites operacionais do sistema nem superação de limites de equipamentos.

Diferentes metodologias foram propostas para a solução do problema, entre elas:

- HADJU et. al (1968) desenvolveram um algoritmo para minimizar o corte de carga baseado no Método de Newton-Raphson e no Teorema de Kuhn-Tucker. Primeiramente uma política de corte é obtida definindo-se as prioridades, depois é feita a minimização do corte em cada barra.

- SUBRAMANIAN (1971) propôs uma abordagem baseada em sensibilidade para resolver problemas de corte de carga. Um critério de importância foi usado para atribuir diferentes prioridades às cargas e assim limitar o corte total. Porém o método omite os limites operacionais e dos equipamentos.

- CHAN e SCHWEPPE (1979) propuseram um método que re-despacha geradores além de cortar carga. A formulação penaliza tanto o corte de carga quanto desvios no despacho das gerações. O problema não-linear de otimização foi linearizado e resolvido usando-se um algoritmo de programação linear.

- MOSTAFA et. al (1996) formularam um FPO cujo esquema de corte de carga está baseado na minimização da diferença entre a soma das gerações e a soma das carga conectadas.

- GRANVILLE, MELLO e MELLO (1996) formularam um problema de minimização dos cortes de carga, mantendo o fator de potência constante, resolvendo-o pelo Método dos Pontos Interiores. No processo de cálculo, controles como LTC dos transformadores e re-despacho de potência ativa podem ser otimizados de forma a minimizar o corte de carga.

- BARBOZA e SALGADO (2001) propuseram um esquema de corte de carga onde a minimização desses cortes é feita através da minimização de uma variável  $\gamma$  que multiplica as direções de minimização  $\Delta P_d$  e  $\Delta Q_d$  por barra. Assim, o valor de corte de potência ativa e reativa para cada barra  $i$  vem a ser o valor  $\gamma \cdot \Delta P_{d_i}$  e  $\gamma \cdot \Delta Q_{d_i}$ . O problema de minimização também é resolvido pelo Método dos Pontos Interiores.

AFFONSO et. al (2003) utilizaram o corte de carga como última alternativa para recuperar a margem de estabilidade de tensão depois que o re-despacho de potência ativa e reativa não conseguem elevar a margem de estabilidade que basicamente estabelece o quão longe o sistema se encontra do ponto de colapso de tensão.

No Brasil, os estudos de planejamento da operação de sistemas elétricos de potência envolvendo corte de carga para situações de emergência são normalmente realizados pelas empresas concessionárias de energia de maneira manual, ou seja, utilizando-se ferramentas tradicionais de estudos de fluxos de potência e baseando-se na experiência dos analistas que realizam os estudos, através da retirada de cargas num esquema de tentativas até se obter o corte de carga ideal. Além desse mecanismo de atuação, existe um pacote computacional FLUPOT (SOTO, 2000), que realiza esse tipo de estudo utilizando um FPO para realização da minimização do custo de corte de carga. No entanto, o algoritmo não é seletivo nos cortes, pois não é possível fixar limites máximos dos mesmos nas barras candidatas a serem limitadas. Neste caso, cargas importantes podem ser cortadas além de seu limite permitido.

Muitas subestações alimentam, além de cargas residenciais e comerciais, hospitais ou cargas industriais muito importantes, cujo desabastecimento pode gerar prejuízos à população e às linhas de produção. Assim, torna-se importante que parte das cargas em uma mesma barra possam ser cortadas enquanto que em outras não. Essa questão está atendida em MIKILITA (2005).

Dentre as formulações citadas, será dada ênfase aos trabalhos propostos por GRANVILLE, MELLO e MELLO (1996) e MIKILITA (2005).

### 2.3.1 O Método Proposto por GRANVILLE, MELLO e MELLO (1996)

Este método foi implementado no programa FLUPOT do CEPEL e consiste na minimização da seguinte função objetivo, de tal forma a corrigir violações operativas:

$$\min CC = \sum_{i \in I_c} \gamma_i \cdot P_{d_i} \cdot \theta_i \quad (2.1)$$

*s.a.*

$$(1 - \theta_i)P_{d_i} - P_i(\mathbf{u}) = 0 \quad (2.2)$$



$$(1 - \theta_i)Q_{d_i} - Q_i(\mathbf{u}) = 0 \quad (2.3)$$

$$\mathbf{u}_{\min} \leq \mathbf{u} \leq \mathbf{u}^{\max} \quad (2.4)$$

onde

$I_c$  : conjunto de barras especificadas como candidatas a corte;

$\gamma_i$  : o custo de cada megawatt de carga cortada, especificado para a barra  $i$ ;

$Pd_i$  e  $Qd_i$  : demandas de potências ativa e reativa, respectivamente, na barra  $i$ ;

$P_i(\mathbf{u})$  e  $Q_i(\mathbf{u})$  : equações de balanço de potência ativa e reativa, respectivamente, na barra  $i$ ;

$\theta_i$  : fração da carga a ser cortada em cada barra  $i$ ;

$\mathbf{u}$  : vetor das variáveis de otimização do sistema elétrico  $\mathbf{u} = [Pg \ Qg \ V \ \delta \ a]^T$ ;

$V$  : vetor das magnitudes das tensões em todas as barras do sistema elétrico;

$\delta$  : vetor dos ângulos de fase das tensões em todas as barras do sistema com exceção da barra de referência angular;

$a$  : vetor dos *taps* dos transformadores com comutação sob carga.

As duas primeiras restrições (2.2) e (2.3) são as restrições de igualdade que representam as equações do balanço de potências ativa e reativa, respectivamente, na barra  $i$ . A terceira restrição (2.4) representa os limites nas variáveis, ou seja, os limites operacionais do sistema elétrico.

O conjunto de barras candidatas a corte ( $I_c$ ) pode ser especificado como um subconjunto de barras ou todas as barras da rede. O corte de carga  $\theta$  pode ser calculado para um conjunto especificado de barras ou para todas as barras da rede. O custo do corte de carga  $\gamma_i$  pode ser diferenciado por barra ou para um subconjunto de barras, porém, não estão incluídos limites de cortes por barras ou por áreas do sistema nas restrições de desigualdade.

O sistema formado pelas equações 2.1 a 2.4 é resolvido pelo Método de Pontos Interiores versão Primal-Dual.

### 2.3.2 O Método Proposto por MIKILITA (2005)

Essa metodologia foi proposta com os seguintes objetivos: (i) pré-diagnosticar um FPO divergente através da verificação de quais barras provocam a não convergência

devido a limites mínimos não atingidos; e, (ii) minimizar o corte de carga para casos de FPO divergentes onde as medidas corretivas usuais já foram implementadas sem êxito.

Basicamente, quando se tem geração de potência suficiente, os fatores que levam à divergência de um FPO são as impossibilidades de se atender níveis mínimos de tensão nas barras e níveis máximos de carregamento nas linhas de transmissão e transformadores. Para condições de emergências onde as medidas corretivas usuais já foram implementadas sem que se consiga aliviar os carregamentos nas linhas e subtensões nas barras problemáticas, é possível se fazer um pré-diagnóstico das causas de divergência referentes aos limites de tensão, antes de se executar o alívio de carga propriamente dito. Assim, a primeira função objetivo proposta por MIKILITA (2005) permite a obtenção de quais são os limites mínimos de tensão violados.

Em seguida, com a informação de quais barras são problemáticas, pode-se utilizar essa informação na seleção das áreas prioritárias cuja carga deve participar do processo de corte de carga, restringindo, assim, o universo de busca e o esforço computacional.

A formulação matemática utilizada no problema para a representação complexa das tensões nas barras é a forma retangular. Assim, a modelagem das equações de balanço de potência ativa e reativa e do ângulo de referência para esta representação retangular estão mostradas no Apêndice A.

Para que se processe o FPO cuja função objetivo é a minimização do corte de carga, é preciso considerar o seguinte critério de otimização:

$$\min CC = \alpha^t \cdot \Delta Pd \quad (2.5)$$

onde

$\alpha^t$  : vetor de dimensão  $nc$  (número de barras a serem cortadas) contendo o custo dos cortes por barras e  $\Delta Pd$  é um vetor de dimensão  $(nc \times 1)$  com os valores dos cortes a serem minimizados.

As barras a serem cortadas estão armazenadas no vetor  $\mathbf{Ic}$ , de dimensão  $(nc \times 1)$ .

Para que a variável  $\Delta Pd$  possa modificar os valores de carga, esta é introduzida nas equações de balanço de potência ativa e reativa, as quais podem ser compactamente representadas por:

$$\mathbf{Pg} - \mathbf{Pd}(\Delta Pd) = \mathbf{P}(\mathbf{x}, \mathbf{a}) \quad (2.6)$$

$$\mathbf{Qg} - \mathbf{Qd}(\Delta\mathbf{Pd}) = \mathbf{Q}(\mathbf{x}, \mathbf{a}) \quad (2.7)$$

onde

$\mathbf{x}$  : vetor de dimensão (  $2 nb \times 1$  ) que contém as componentes real e imaginária do fasor tensão na forma retangular ( Anexo A);

$\mathbf{a}$ : vetor de dimensão (  $nl \times 1$  ) com os taps dos transformadores;

$$\mathbf{Pd}(\Delta\mathbf{Pd}) = \mathbf{Pd}^0 - \mathbf{U}_m \Delta\mathbf{Pd} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{Qd}(\Delta\mathbf{Pd}) = \mathbf{Qd}^0 - \mathbf{U}_m \Delta\mathbf{Qd} \quad (2.9)$$

sendo  $\mathbf{Pd}^0$ ,  $\mathbf{Qd}^0$  os valores iniciais das cargas,  $\Delta\mathbf{Pd}$  são os cortes minimizados e  $\mathbf{U}_m$  é uma matriz de incidência de dimensão (  $nb \times nc$  ), formada do seguinte modo:

$$\mathbf{U}_m = [U_{m_{ij}}] \quad \text{onde} \quad U_{m_{ij}} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = Ic(j) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (2.10)$$

O corte de potência reativa  $\Delta\mathbf{Qd}$  é feito de tal modo a se manter o fator de potência da carga original, ou seja:

$$\Delta\mathbf{Qd} = \text{diag}\{\text{tg}[\text{arc}(\cos \mathbf{fp})]\} \cdot \Delta\mathbf{Pd} \quad (2.11)$$

onde

$\mathbf{fp}$ : vetor de dimensão (  $nc \times 1$  ) dos fatores de potência da carga original.

As barras a serem cortadas podem ser agrupadas por áreas geográficas. Além da priorização dos cortes através do vetor  $\boldsymbol{\alpha}$  (custos dos cortes por barra), pode haver uma segunda priorização das áreas que devem ser cortadas em detrimento de outras. Para se modelar essa priorização, utiliza-se a matriz identidade  $\mathbf{Uprior}$  de dimensão (  $nc \times nc$  ). Porém, nas posições referentes às barras de uma mesma área, ao invés de valores unitários, colocam-se pesos, de modo que quanto maiores os pesos relativos às barras de uma determinada área, menores as chances das barras dessa área serem cortadas e quanto menores os pesos, maiores as chances das barras dessa área serem cortadas.

Para se modelar essa segunda priorização, a função objetivo passa a ser:

$$\min CC = \boldsymbol{\alpha}^t \cdot \mathbf{Uprior} \cdot \Delta\mathbf{Pd} \quad (2.12)$$

As restrições de igualdade, para esse critério de otimização, são as equações de balanço de potência ativa e reativa descritas nas equações (A.12) e (A.13) e o ângulo de referência zero (equação (A.18)).

As restrições de desigualdade envolvem as limitações físicas e operacionais do sistema como enumeradas a seguir.

a) Limites de geração

As potências ativas e reativas geradas devem estar dentro dos limites dos geradores.

$$\mathbf{Pg} \min \leq \mathbf{Pg} \leq \mathbf{Pg} \max \quad (2.13)$$

$$\mathbf{Qg} \min \leq \mathbf{Qg} \leq \mathbf{Qg} \max \quad (2.14)$$

onde

$\mathbf{Pg} \min$  e  $\mathbf{Pg} \max$  : vetores de dimensão  $(nb \times 1)$  contendo os limites mínimos e máximos de geração de potência ativa, respectivamente;

$\mathbf{Qg} \min$  e  $\mathbf{Qg} \max$  : vetores de dimensão  $(nb \times 1)$  contendo os limites mínimos e máximos de geração de potência reativa.

b) Limites das Magnitudes de Tensão

Como não se trabalha com o fasor de tensão na forma polar, mas na retangular, é preciso que se faça uma adequada representação dos módulos de tensão ao quadrado, como se segue.

Para uma determinada barra  $i$ , o módulo ao quadrado da tensão é:

$$|v_i|^2 = (e_i)^2 + (f_i)^2 \quad (2.15)$$

Para que a equação (2.15) possa ser generalizada em função do vetor  $\mathbf{x}$ , realizam-se as seguintes operações:

$$\mathbf{ve}_i^T \cdot \mathbf{x} = e_i \quad (2.16)$$

onde

$\mathbf{ve}_i^T$  :  $i$ -ésima linha da matriz  $\mathbf{\Gamma}_e$  (equação (A.7) no Apêndice (A)).

Portanto,

$$(\mathbf{ve}_i^T \cdot \mathbf{x})^T \cdot (\mathbf{ve}_i^T \cdot \mathbf{x}) = (\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{ve}_i) \cdot (\mathbf{ve}_i^T \cdot \mathbf{x}) = (e_i)^2 \quad (2.17)$$

Além disso,

$$\mathbf{vf}_i^T \cdot \mathbf{x} = f_i \quad (2.18)$$

onde

$\mathbf{vf}_i^T$ :  $i$ -ésima linha da matriz  $\mathbf{\Gamma}_f$  (equação (A.8) no Apêndice (A)).

Portanto,

$$(\mathbf{vf}_i^T \cdot \mathbf{x})^T \cdot (\mathbf{vf}_i^T \cdot \mathbf{x}) = (\mathbf{x}^T \cdot \mathbf{vf}_i) \cdot (\mathbf{vf}_i^T \cdot \mathbf{x}) = (f_i)^2 \quad (2.19)$$

Somando as equações (2.16) e (2.17), tem-se

$$\mathbf{x}^T \cdot (\mathbf{ve}_i \cdot \mathbf{ve}_i^T + \mathbf{vf}_i \cdot \mathbf{vf}_i^T) \mathbf{x} = \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{x} \quad (2.20)$$

onde

$\mathbf{M}_i = \mathbf{ve}_i \cdot \mathbf{ve}_i^T + \mathbf{vf}_i \cdot \mathbf{vf}_i^T$ : matriz auxiliar de dimensão  $(2nb \times 2nb)$ , usada para obtenção da soma ao quadrado das partes reais e imaginárias de cada componente de tensão na barra  $i$ .

Para todas as barras tem-se, então:

$$\begin{bmatrix} |V_i| \\ \mathbf{M} \\ |V_{nb}| \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{M}_1 \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{M}_{nb} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} = \mathbf{V}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{x} \quad (2.21)$$

onde

$$\mathbf{V}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{M}_1 \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{M}_{nb} \end{bmatrix} \cdot \mathbf{x} : \text{função matricial de dimensão } (nb \times 2nb).$$

Portanto, a restrição que indica os limites na magnitude de tensão na barra  $i$  pode ser escrita como:

$$V_i \min \leq \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{x} \leq V_i \max \quad (2.22)$$

onde  $V_i \min$  e  $V_i \max$  correspondem aos valores mínimo e máximo das magnitude de tensão permitidos na barra  $i$  elevados ao quadrado. São vetores de dimensão  $(nb \times 1)$  contendo os limites de magnitudes de tensão.

c) Limites de *Taps* de Transformadores

Os limites operacionais de  $\mathbf{a}$  são:

$$\mathbf{a} \min \leq \mathbf{a} \leq \mathbf{a} \max \quad (2.23)$$

onde

$\mathbf{a} \min$  e  $\mathbf{a} \max$  : vetores de dimensão  $(nl \times 1)$  contendo os limites mínimos e máximos das relações de transformação das magnitudes das tensões, respectivamente.

A relação de transformação  $\mathbf{a}$  afeta os elementos da matriz  $\mathbf{Y}^{\&}$ , bem como todas as matrizes formadas a partir da mesma, ou seja,  $\mathbf{G}$  e  $\mathbf{B}$ . Tendo em vista que as equações de balanço e potência ativa e reativa (equações (A.12) e (A.13)), as quais estão representadas no Apêndice A, estão em função das matrizes  $\mathbf{G}$  e  $\mathbf{B}$ , pode-se então representá-las como:

$$\mathbf{P}g - \mathbf{P}d = \mathbf{P}(\mathbf{x}, \mathbf{a}) \quad (2.24)$$

$$\mathbf{Q}g - \mathbf{Q}d = \mathbf{Q}(\mathbf{x}, \mathbf{a}) \quad (2.25)$$

d) Limites de Fluxos nas Linhas

Em (FERNANDES, 2004) está apresentada a expressão matricial genérica para o vetor de fluxos de potência ativa circulando pelas linhas e transformadores:

$$PI_{im} = \text{real}\{\text{diag}(\mathbf{A}f^T \cdot \mathbf{V}^{\&})[\text{diag}(\mathbf{Y}^{\&} \cdot \mathbf{I}^*)\text{diag}(\mathbf{B})(\mathbf{A}f \cdot \text{diag}(\mathbf{E}^{\&}) - \mathbf{A}t)^T \mathbf{V}^{\&*}]\} \quad (2.26)$$

onde

$PI_{im}$  : fluxo de potência ativa na linha  $im$  e na direção de  $i$  para  $m$ .

A equação (2.26) deve ser colocada em função do vetor  $\mathbf{x}$ , assim utilizando-se das equações (A.7) e (A.8), mostradas no Apêndice (A), tem-se que:

$$\mathbf{V}^{\&} = (\Gamma_e + j \cdot \Gamma_f) \mathbf{x} = \mathbf{F}_x^{\&} \cdot \mathbf{x} \quad (2.27)$$

Substituindo a equação (2.27) em (2.26) tem-se:

$$PI_{im} = \text{real}\{\text{diag}(\mathbf{A}f^T \cdot \mathbf{F}_x^{\&} \mathbf{x})[\text{diag}(\mathbf{Y}^{\&} \cdot \mathbf{I}^*)\text{diag}(\mathbf{B})(\mathbf{A}f \cdot \text{diag}(\mathbf{E}^{\&}) - \mathbf{A}t)^T \cdot \mathbf{F}_x^{\&*}] \cdot \mathbf{x}\} \quad (2.28)$$

ou,

$$\mathbf{Pl}_{im} = \mathbf{Pl}_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{a}) \quad (2.29)$$

Os limites de fluxos de potência ativos circulantes pelas linhas de transmissão são:

$$\mathbf{Pl}_{im}(\mathbf{x}, \mathbf{a}) \leq \mathbf{Plmax} \quad (2.30)$$

onde

**Plmax** : vetor de dimensão  $(nl \times 1)$ , contendo o limite máximo de fluxo de potência ativa.

Além das restrições de desigualdades descritas nas equações (2.13), (2.14), (2.22), (2.23) e (2.30), têm-se ainda os limites dos cortes nas cargas:

$$\Delta \mathbf{Pd} \leq \Delta \mathbf{Pdmax} \quad (2.31)$$

onde

**ΔPd max** : vetor de dimensão  $(nc \times 1)$  contendo os limites máximos dos cortes por barra.

Tomando o critério de otimização e as restrições descritas anteriormente, o modelo FPO para minimização do corte de carga pode ser expresso da seguinte forma:

$$\min CC = \boldsymbol{\alpha}^T \cdot \mathbf{Uprior} \cdot \Delta \mathbf{Pd} \quad (2.32)$$

s. a

$$\mathbf{Pg} - \mathbf{Pd} = \mathbf{P}(\mathbf{x}, \mathbf{a}) \quad (2.33)$$

$$\mathbf{Qg} - \mathbf{Qd} = \mathbf{Q}(\mathbf{x}, \mathbf{a}) \quad (2.34)$$

$$\mathbf{d}^T \cdot \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (2.35)$$

$$\mathbf{Pgmin} \leq \mathbf{Pg} \leq \mathbf{Pgmax} \quad (2.36)$$

$$\mathbf{Qgmin} \leq \mathbf{Qg} \leq \mathbf{Qgmax} \quad (2.37)$$

$$V_i \min \leq \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{x} \leq V_i \max \quad i = 1, \dots, nb \quad (2.38)$$

$$\mathbf{amin} \leq \mathbf{a} \leq \mathbf{amax} \quad (2.39)$$

$$\mathbf{Plmin} \leq \mathbf{Pl} \leq \mathbf{Plmax} \quad (2.40)$$

$$\Delta \mathbf{Pd} \leq \Delta \mathbf{Pdmax} \quad (2.41)$$

## 2.4 Relaxamento de Restrições

O Fluxo de Potência Ótimo, como já foi citado, é uma ferramenta importante para analisar as condições operacionais do sistema de potência, dado uma função objetivo e um conjunto de restrições. Em algumas ocasiões o sistema não converge ou a solução tende a oscilar porque os componentes da transmissão estão com sobrecarga.

Então, para que o algoritmo retorne à solução, existe uma técnica baseada no relaxamento dos limites das restrições, ou seja, no relaxamento dos limites de fluxo de potência ativa e dos limites de tensão. Essa técnica de relaxamento baseia-se no fato de que os limites de operação do sistema de transmissão e magnitude das tensões não são estritamente rígidos e portanto, podem ser relaxados.

A vantagem desta técnica sobre a técnica tradicional de corte de carga é que o risco de operação com o mínimo percentual de limites ultrapassados, sem fazer qualquer corte de carga, pode ser avaliado.

A seguir, serão apresentadas as principais metodologias existentes para relaxamento de restrições em problemas de FPO.

### 2.4.1 O Método Proposto por OLIVEIRA et al. (2003)

Esta metodologia é utilizada para retornar o algoritmo à solução, em situações onde ocorram problemas de convergência. A técnica proposta é baseada no relaxamento dos limites de fluxo de potência ativa e dos limites de tensão. Para cada restrição ativa um custo é associado à nova variável de relaxamento, a qual é incluída na função objetivo do problema FPO. Isto significa que a convergência é alcançada através do mínimo alívio da capacidade do circuito ou do limite de tensão. Os coeficientes de Lagrange, que estão associados ao ponto de operação com carga pesada, são explorados para indicar o melhor local para reforço do sistema.

Através da técnica de corte de carga a solução do problema de FPO é encontrada movendo-se o ponto de operação do sistema para a fronteira da região viável. Nesta nova condição de operação do sistema, os multiplicadores de Lagrange não refletem a condição



de operação desejada. Adicionalmente, se o ponto de operação desejado estiver longe da fronteira da região viável, então a técnica do mínimo corte de carga poderá não convergir.

Para incorporar o modelo proposto, uma nova variável de relaxamento e uma nova equação de restrição são introduzidas no problema de FPO. Adicionalmente, um custo de relaxamento é associado a esta nova variável na função objetivo.

#### 2.4.1.2 Relaxamento da Capacidade de Transmissão

O problema de Fluxo de Potência Ótimo pode ser formulado como:

$$\text{Min } f(X) \quad (2.42)$$

*s.a.*

$$h(X) = 0 \quad (2.43)$$

$$l \leq X \leq u \quad (2.44)$$

onde

$X$  : vetor das variáveis de otimização, tais como, magnitude das tensões, ângulos de fase, despacho de potência ativa e reativa, taps de transformadores, compensação série, etc.;

$f(X)$  : função objetivo representa o mínimo corte de carga;

$h(X)$ : restrições de igualdade que incluem equações de balanço de potência ativa e reativa;

$l$  e  $u$  : limites inferiores e superiores de  $X$ .

As restrições funcionais associadas com os limites de transmissão são dadas pela inequação:

$$P_{ij} \leq \overline{P}_{ij} \quad (2.45)$$

onde

$P_{ij}$  : fluxo de potência ativa (MW) no circuito conectado entre as barras  $i$  e  $j$ , considerando positivo de  $i$  para  $j$ ;

$\overline{P}_{ij}$  : limite do fluxo de potência ativa no circuito  $i$ - $j$ .

A restrição (2.45) pode ser reescrita como:

$$Y_{ij} - P_{ij} = 0 \quad (2.46)$$

Sendo  $Y_{ij}$  uma variável de folga com limites dados por:

$$0 \leq Y_{ij} \leq \overline{P_{ij}} \quad (2.47)$$

Um novo procedimento é incorporado ao modelo acima para permitir que o algoritmo retorne à solução sempre que uma restrição de fluxo de potência estiver ativa. Neste modelo, durante o processo iterativo, se uma restrição de circuito tornar-se ativa então a capacidade do circuito correspondente pode ser relaxada através da introdução de uma nova variável  $RLX_{ij}$  na equação (2.46), como mostrado na equação (2.48):

$$Y_{ij} + RLX_{ij} - P_{ij} = 0 \quad (2.48)$$

Para evitar um excesso de relaxamento em um dado circuito, é necessário o usuário impor limites rígidos para  $RLX_{ij}$ , por exemplo:

$$0 \leq RLX_{ij} \leq 0,1 \cdot \overline{P_{ij}} \quad (2.49)$$

Para garantir que o relaxamento ocorra somente em um pequeno número de circuitos ou em nenhum deles, é necessário associar um alto custo para a variável  $RLX_{ij}$ , o qual é incorporado à função objetivo, equação (2.42), conduzindo à equação:

$$\text{Min } f(X) + C_{ij} \cdot RLX_{ij} \quad (2.50)$$

onde

$C_{ij}$  : valor do custo de relaxamento do circuito  $i-j$ , definido pelo usuário.

Então, o problema pode ser reescrito como:

$$\text{Min } f(X) + C_{ij} \cdot RLX_{ij} \quad (2.51)$$

s.a.

$$h(X) = 0 \quad (\lambda) \quad (2.52)$$

$$Y_{ij} + RLX_{ij} - P_{ij} = 0 \quad (\lambda F_{ij}) \quad (2.53)$$

$$0 \leq RLX_{ij} \leq 0,1 \cdot \overline{P_{ij}} \quad (2.54)$$

$$0 \leq Y_{ij} \leq \overline{P_{ij}} \quad (2.55)$$

$$l \leq X \leq u \quad (2.56)$$

onde

$\lambda$  : multiplicadores de Lagrange associados às restrições (2.52);

$\lambda F_{ij}$  : multiplicadores de Lagrange associados às equações (2.53).

### 2.4.1.3 Relaxamento dos Limites de Tensão

As restrições de limites de tensão podem ser expressas como:

$$\underline{V}_i \leq V_i \leq \overline{V}_i \quad (2.57)$$

onde

$V_i$  : magnitude de tensão na barra  $i$ ;

$\underline{V}_i, \overline{V}_i$  : limite inferior e superior da magnitude de tensão.

Se em uma dada iteração o limite superior de restrição de tensão da barra  $i$  estiver ativo, então a técnica de relaxamento proposta consiste em três passos:

(i) O limite superior é estendido para um dado valor limite,  $\overline{V}'_i$ , de tal forma que a restrição de tensão permaneça inativa, como mostrado na equação (2.58).

$$V_i \leq \overline{V}'_i \quad (2.58)$$

(ii) Uma nova equação com uma variável de folga  $Yu_i$  é introduzida no problema de FPO, a fim de garantir a inviolabilidade do limite superior de tensão  $\overline{V}_i$ , equações (2.59) e (2.60).

$$Yu_i - V_i = 0 \quad (2.59)$$

$$0 \leq Yu_i \leq \overline{V}_i \quad (2.60)$$

(iii) A equação (2.59) é substituída por (2.61) de maneira similar à equação (2.58).

$$Yu_i + RLXV_i - V_i = 0 \quad (2.61)$$

Onde a variável de relaxamento de tensão,  $RLXV_i$ , deve permanecer dentro de limites restritos, como por exemplo:

$$0 \leq RLXV_i \leq 0,04 \cdot \overline{V}_i \quad (2.62)$$

E agora, o problema de FPO (2.51) pode ser reescrito como:

$$\text{Min } f(X) + C_{ij} \cdot RLX_{ij} + C_i \cdot RLXV_i \quad (2.63)$$

*s.a.*

$$h(X) = 0 \quad (\lambda) \quad (2.64)$$

$$Y_{ij} + RLX_{ij} - P_{ij} = 0 \quad (\lambda F_{ij}) \quad (2.65)$$

$$Yu_i + RLXV_i - V_i = 0 \quad (2.66)$$

$$0 \leq RLX_{ij} \leq 0,1 \cdot \overline{P_{ij}} \quad (2.67)$$

$$0 \leq RLXV_i \leq 0,04 \cdot \overline{V_i} \quad (2.68)$$

$$0 \leq Y_{ij} \leq \overline{P_{ij}} \quad (2.69)$$

$$0 \leq Yu_i \leq \overline{V_i} \quad (2.70)$$

$$l \leq X \leq u \quad (2.71)$$

onde

$C_i$  : valor do custo de relaxamento do limite de tensão na barra  $i$ , definido pelo usuário.

Os componentes de custo da função objetivo mostrados em (2.63) são definidos pelo usuário de maneira que o corte de carga seja evitado. Isto significa que  $f(X)$  deve ter o componente de mais alto custo da função objetivo (2.63). Procedimento similar é adotado para tratamento da violação do limite inferior de tensão.

A metodologia adotada aqui para a solução de (2.63) baseia-se na técnica de pontos interiores associada à teoria primal-dual para atualização do parâmetro barreira.

#### 2.4.2 O Método Proposto por MIKILITA (2005)

Semelhantemente ao que foi proposto em OLIVEIRA et al. (2003), MIKILITA (2005) propõe um relaxamento nas restrições de tensão sem o processamento do corte de carga a fim de se identificar os níveis mínimos de tensão violados os quais não permitem a convergência do FPO e requerem o corte de carga.

Assim, antes de se processar o corte de carga, primeiramente, obtêm-se quais os limites mínimos de tensão que impedem a convergência do FPO. Para tanto, faz-se uma parametrização das restrições de tensão obtendo-se novos limites mínimos que possibilitem a solução do mesmo. Essa função objetivo é modelada a partir da penalização quadrática do vetor  $\phi$  que possibilita a alteração dos limites mínimos nas barras ( $V_{min}$ ):

$$\min \mathbf{U}^t (\phi - \mathbf{U})^2 \quad (2.72)$$

$$\text{s. a} \quad 0 \leq \varphi_i \leq 1 \quad i = 1, \dots, nb \quad (2.73)$$

$$\varphi_i \cdot v\mathbf{min}_i \leq V_i^{\&} \quad i = 1, \dots, nb \quad (2.74)$$

onde

$\mathbf{U}$  é um vetor unitário de dimensão ( $nb \times 1$ );

$\varphi$  é uma variável de otimização que limita os valores de tensão mínimos nas barras selecionadas pelo vetor  $\mathbf{U}$ , que é um vetor de dimensão ( $nb \times 1$ ) com valores unitários nas posições referentes às barras que se deseja restringir os valores de tensão, sendo os demais elementos nulos.

$V_i^{\&}$ : magnitude tensão na barra  $i$ ;

$v\mathbf{min}_i$ : limite mínimo de tensão na barra  $i$ .

Cada componente do vetor  $\varphi$  está restrito aos valores de 1 a 0, ou seja, o valor máximo 1 (valor ideal) implica em não alterações dos limites de tensão e o valor mínimo 0 implica em uma restrição de não negatividade aos valores de  $v\mathbf{min}_i$ .

Para as posições  $j$  do vetor  $\varphi$  que se referem às barras cujos limites não são selecionados para a parametrização, assume-se que  $\varphi_j = 1$ .

Como se utiliza a representação retangular para o fasor tensão, os limites mínimos de tensão são representados da seguinte maneira:

$$\varphi_i \cdot V_i \min \leq \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{x} \leq V_i \max \quad (2.75)$$

Os resultados da minimização dessa função objetivo permitem que se conheça a priori, quais barras são problemáticas, ou seja, quais as barras do sistema que não suportam os limites impostos pela operação e que não permitem a convergência do FPO.

De posse dessas barras, podem-se antever quais as regiões que serão cortadas ao se minimizar a função de corte de carga (a ser formulada) e até mesmo avaliar a alternativa de se manter ou não limites mínimos rígidos em barras radiais pela contrapartida de se poder evitar cortes de carga.

As restrições de igualdade são as equações de balanço de potência ativa e reativa modeladas como nas equações (A.12) e (A.13) e compactamente representadas por:

$$\mathbf{P}_g - \mathbf{P}_d = \mathbf{P}(\mathbf{x}) \quad (2.76)$$

$$\mathbf{Q}_g - \mathbf{Q}_d = \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \quad (2.77)$$

e o ângulo de referência zero (equação (A.18)).

As restrições de desigualdades são as já descritas em (2.13), (2.14), (2.23), (2.30), (2.73) e (2.75).

Tomando o critério de otimização e as restrições descritas anteriormente, o Modelo de FPO com relaxamento das restrições de tensão é expresso da seguinte forma:

$$\min \mathbf{U}^t (\boldsymbol{\varphi} - \mathbf{U})^2 \quad (2.78)$$

s. a

$$\mathbf{P}_g - \mathbf{P}_d = \mathbf{P}(\mathbf{x}, \mathbf{a}) \quad (2.79)$$

$$\mathbf{Q}_g - \mathbf{Q}_d = \mathbf{Q}(\mathbf{x}, \mathbf{a}) \quad (2.80)$$

$$\mathbf{d}^T \cdot \mathbf{x} = 0 \quad (2.81)$$

$$\mathbf{P}_{gmin} \leq \mathbf{P}_g \leq \mathbf{P}_{gmax} \quad (2.82)$$

$$\mathbf{Q}_{gmin} \leq \mathbf{Q}_g \leq \mathbf{Q}_{gmax} \quad (2.83)$$

$$\varphi_i \cdot V_i \min \leq \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{M}_i \cdot \mathbf{x} \leq V_i \max \quad i = 1, \dots, nb \quad (2.84)$$

$$0 \leq \varphi_i \leq 1 \quad i = 1, \dots, nb \quad (2.85)$$

$$\mathbf{a}_{min} \leq \mathbf{a} \leq \mathbf{a}_{max} \quad (2.86)$$

$$\mathbf{P}_{lmin} \leq \mathbf{P}_l \leq \mathbf{P}_{lmax} \quad (2.87)$$

## 2.5 Métodos Via Pontos Interiores

Os Fluxos de Potência Ótimo descritos anteriormente foram resolvidos pelo Método dos Pontos Interiores. Inicialmente, essa classe de algoritmos foi indicada para problemas de programação linear. No entanto, devido ao seu bom desempenho, este método passou a ser aplicado também em problemas de programação quadrática, convexa e problemas gerais de otimização não-linear como os FPO.

A metodologia utilizada consiste em transformar as restrições de desigualdade de um problema de otimização, em restrições de igualdade através da introdução de variáveis de folga não-negativas. Estas, por sua vez, são incorporadas à função-objetivo por meio de uma função de penalização, denominada barreira logarítmica. A seguir, é montada a função Lagrangeana para o problema modificado, considerando-se tanto as restrições de

igualdade originais quanto as restrições de desigualdade modificadas. As condições de Karush Kuhn Tucker (KKT) ou condições necessárias de otimalidade de primeira ordem, são derivadas com base nessa função Lagrangeana e o algoritmo de otimização objetiva alcançar o ponto solução destas condições.

Portanto, pelo reconhecido alto grau de desempenho deste método e pelo fato das formulações de FPO apresentadas nesse trabalho serem resolvidas por tal método, no Apêndice B, será descrita a formulação do Método de Pontos Interiores via Primal-Dual Puro para um problema de otimização genérico.

No entanto, existe outra formulação para o Primal-Dual de Pontos Interiores apresentada em (MEHROTRA, 1992) e conhecida como Preditor-Corretor do Método Primal-Dual de Pontos Interiores. A diferença fundamental entre o Primal-Dual e o Preditor-Corretor consiste em que, quando da expansão em Série de Taylor para a resolução do sistema não-linear, as derivadas parciais em relação às variáveis de folga são tomadas até os termos de segunda ordem. Portanto, o novo sistema matricial a ser resolvido pelo método de Newton é o seguinte:

$$\mathbf{W} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda} \\ \Delta \boldsymbol{\pi}^{\min} \\ \Delta \boldsymbol{\pi}^{\max} \\ \Delta \mathbf{s}^{\min} \\ \Delta \mathbf{s}^{\max} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{u}} L \\ \nabla_{\boldsymbol{\lambda}} L \\ \nabla_{\boldsymbol{\pi}^{\min}} L \\ \nabla_{\boldsymbol{\pi}^{\max}} L \\ -\mu \mathbf{e} - \mathbf{S}^{\min} \cdot \boldsymbol{\pi}^{\min} - \Delta \mathbf{S}^{\min} \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}^{\min} \\ -\mu \mathbf{e} + \mathbf{S}^{\max} \cdot \boldsymbol{\pi}^{\max} + \Delta \mathbf{S}^{\max} \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}^{\max} \end{bmatrix} \quad (2.88)$$

No entanto, o novo sistema (2.88) não pode ser resolvido devido à presença dos termos  $\Delta \mathbf{S}^{\min} \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}^{\min}$  e  $\Delta \mathbf{S}^{\max} \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}^{\max}$  no vetor do lado direito. Portanto, para se poder estimar estes termos e o valor do parâmetro barreira  $\mu$  a cada iteração  $k$ , esta é dividida em duas etapas: (i) uma etapa de Predição e (ii) uma etapa de Correção.

Utilizando a versão do método Preditor-Corretor proposto em (GONDZIO, 1995), na etapa de Predição a partir de um ponto  $\mathbf{z} = [ \mathbf{u}^T \quad \boldsymbol{\lambda}^T \quad (\boldsymbol{\pi}^{\min})^T \quad (\boldsymbol{\pi}^{\max})^T \quad (\mathbf{s}^{\min})^T \quad (\mathbf{s}^{\max})^T ]$ , resolve-se o problema original de otimização sem se considerar a existência da função barreira logarítmica, resultando o seguinte sistema matricial:

$$\mathbf{W} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_p \\ \Delta \boldsymbol{\lambda}_p \\ \Delta \boldsymbol{\pi}_p^{\min} \\ \Delta \boldsymbol{\pi}_p^{\max} \\ \Delta \mathbf{s}_p^{\min} \\ \Delta \mathbf{s}_p^{\max} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{u}} L \\ \nabla_{\boldsymbol{\lambda}} L \\ \nabla_{\boldsymbol{\pi}^{\min}} L \\ \nabla_{\boldsymbol{\pi}^{\max}} L \\ \mathbf{S}^{\min} \cdot \boldsymbol{\pi}^{\min} \\ \mathbf{S}^{\max} \cdot \boldsymbol{\pi}^{\max} \end{bmatrix} \quad (2.89)$$

onde  $\Delta \mathbf{u}_p$ ,  $\Delta \boldsymbol{\lambda}_p$ ,  $\Delta \boldsymbol{\pi}_p^{\min}$ ,  $\Delta \boldsymbol{\pi}_p^{\max}$ ,  $\Delta \mathbf{s}_p^{\min}$ ,  $\Delta \mathbf{s}_p^{\max}$  são as direções de atualização da etapa de predição e que são utilizadas para calcular os termos de segunda ordem do lado direito da equação matricial (2.88) e, também, para estimar dinamicamente o parâmetro barreira  $\mu$ , como proposto em (MEHROTRA,1992):

$$\mu = \left( \frac{\tilde{gap}}{gap} \right)^2 \left( \frac{gap}{2n} \right) \quad (2.90)$$

onde

$\tilde{gap}$ : é o  $gap$  de dualidade considerando o ponto predito;

$gap$ : é o  $gap$  de dualidade sem atualizar as variáveis, calculado na equação (B.44).

O  $\tilde{gap}$  é calculado da seguinte forma:

$$g\tilde{a}p = (\mathbf{s}^{\max} + \tilde{\alpha}_p \cdot \Delta \mathbf{s}_p^{\max})^T \cdot (\boldsymbol{\pi}^{\max} + \tilde{\alpha}_d \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}_p^{\max}) - (\mathbf{s}^{\min} + \tilde{\alpha}_p \cdot \Delta \mathbf{s}_p^{\min})^T \cdot (\boldsymbol{\pi}^{\min} + \tilde{\alpha}_d \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}_p^{\min}) \quad (2.91)$$

onde  $\tilde{\alpha}_p$  e  $\tilde{\alpha}_d$  são expressos como:

$$\tilde{\alpha}_p = \min \left[ \min_{\Delta s_{pi}^{\max} < 0} \frac{s_{pi}^{\max}}{\Delta s_{pi}^{\max}}, \min_{\Delta s_{pi}^{\min} < 0} \frac{s_{pi}^{\min}}{\Delta s_{pi}^{\min}}, 1 \right] \quad (2.92)$$

$$\tilde{\alpha}_d = \min \left[ \min_{\Delta \pi_{pi}^{\max} < 0} \frac{-\pi_{pi}^{\max}}{\Delta \pi_{pi}^{\max}}, \min_{\Delta \pi_{pi}^{\min} > 0} \frac{-\pi_{pi}^{\min}}{\Delta \pi_{pi}^{\min}}, 1 \right] \quad (2.93)$$

Após os termos de segunda ordem e o parâmetro barreira serem obtidos, realiza-se a etapa de Correção, resolvendo-se o sistema (2.94):



$$\mathbf{W} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_c \\ \Delta \boldsymbol{\lambda}_c \\ \Delta \boldsymbol{\pi}_c^{min} \\ \Delta \boldsymbol{\pi}_c^{max} \\ \Delta \mathbf{s}_c^{min} \\ \Delta \mathbf{s}_c^{max} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ -\boldsymbol{\mu} \mathbf{e} - \mathbf{S}^{min} \cdot \boldsymbol{\pi}^{min} - \Delta \mathbf{S}_p^{min} \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}_p^{min} \\ -\boldsymbol{\mu} \mathbf{e} + \mathbf{S}^{max} \cdot \boldsymbol{\pi}^{max} + \Delta \mathbf{S}_p^{max} \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}_p^{max} \end{bmatrix} \quad (2.94)$$

A direção de atualização é então obtida pela soma dos resultados obtidos na predição (2.88) e correção (2.94):

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda} \\ \Delta \boldsymbol{\pi}^{min} \\ \Delta \boldsymbol{\pi}^{max} \\ \Delta \mathbf{s}^{min} \\ \Delta \mathbf{s}^{max} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_c \\ \Delta \boldsymbol{\lambda}_c \\ \Delta \boldsymbol{\pi}_c^{min} \\ \Delta \boldsymbol{\pi}_c^{max} \\ \Delta \mathbf{s}_c^{min} \\ \Delta \mathbf{s}_c^{max} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}_p \\ \Delta \boldsymbol{\lambda}_p \\ \Delta \boldsymbol{\pi}_p^{min} \\ \Delta \boldsymbol{\pi}_p^{max} \\ \Delta \mathbf{s}_p^{min} \\ \Delta \mathbf{s}_p^{max} \end{bmatrix} \quad (2.95)$$

Tanto na etapa de Predição quanto de Correção, a matriz  $\mathbf{W}$  se mantém constante. Após a atualização das variáveis e multiplicadores de Lagrange, o parâmetro barreira é estimado como na equação do apêndice (B.44).

Toda a seqüência do Preditor-Corretor está integrada ao algoritmo Primal-Dual de Pontos Interiores, cujo algoritmo é o seguinte:

Algoritmo de Solução de Problemas de Otimização via Preditor-Corretor:

Passo 0: Inicializar as variáveis.

Passo 1: Calcular o gradiente da função Lagrangeana.

Passo 2: Testar critérios de convergência:

- Caso os critérios estejam satisfeitos, FIM. A solução ótima foi encontrada.
- Caso contrário, prosseguir ao Passo 3.

Passo 3: Calcular e fatorar a matriz  $\mathbf{W}$ .

Passo 4: Etapa de predição:

- fazer  $\mu$  igual a zero;
- recalculer o gradiente da função Lagrangeana;
- resolver a equação matricial (2.89), obtendo  $\Delta \mathbf{z}_p$ ;

- calcular os termos de segunda ordem do vetor do lado direito de (2.88) e estimar dinamicamente o parâmetro barreira como em (2.90).

Passo 5: Etapa de correção:

- recalcular o vetor gradiente da função Lagrangeana substituindo  $\mu$  e os termos de segunda ordem;
- resolver a equação matricial (2.94), obtendo  $\Delta z_c$ .
- resolver a equação matricial (2.95), obtendo  $\Delta z = \Delta z_p + \Delta z_c$ .

Passo 6: Determinar o comprimento dos passos nos espaços primal e dual,  $\alpha_p$  e  $\alpha_d$  obtidos nas equações (B.36) e (B.37).

Passo 7: Calcular o ponto atualizado,  $z$ , usando  $\Delta z$ ,  $\alpha_p$  e  $\alpha_d$ .

Passo 8: Calcular o novo valor do parâmetro barreira através da equação (B.44) e retornar ao Passo 1.

## 2.6 Considerações Finais

Este capítulo descreveu a formulação das principais metodologias para minimização dos cortes de carga, metodologias para relaxamento de restrições e base teórica do Método de Pontos Interiores na versão Preditor-Corretor.

Como pode-se observar, tanto a metodologia proposta por Oliveira et al. (2003) quanto a metodologia proposta por este trabalho, propõe o relaxamento de restrições, juntamente com o corte de carga. Porém, existem algumas diferenças entre as duas metodologias. Em Oliveira et al.(2003) é admitido alívio de 4% nos limites de tensão em todas as barras e admitido alívio de 10% nos limites de fluxo de potência ativa de todas as linhas de transmissão e de todos os transformadores. Na metodologia proposta neste trabalho é admitido relaxamento nos limites de tensão de barras pré-selecionadas e em limites de fluxo de potência ativa apenas de transformadores pré-selecionados. Propõe-se ainda que os limites de tensão sejam violados em até 3% do limite mínimo (ou qualquer outro valor que seja mais conveniente) e que haja sobrecarga de até 20% (ou qualquer outro valor que seja mais conveniente) nos transformadores selecionados. Além disso, esses alívios de restrições estarão incorporados à proposta de MIKILITA (2005), que limita os cortes de carga.

No próximo capítulo será apresentada a formulação do modelo de Fluxo de Potência Linear (DC), assim como a formulação proposta em MIKILITA (2005), adicionada de diferentes critérios de otimização, relaxamento de restrições e estabelecimentos de estágio de corte de carga.

## CAPÍTULO 3

### Formulação Matemática do FPO

#### 3.1 Introdução

Os objetivos deste capítulo são: (i) formular matematicamente o problema de Fluxo de Potência Ótimo do Modelo Linear com o objetivo de pré-diagnosticar quais barras devem ser aliviadas devido a limites de fluxos ativos atingidos em linhas e transformadores; e, (ii) formular matematicamente o problema de Fluxo de Potência Ótimo do Modelo Não-Linear já proposto por MIKILITA (2005), agora com a introdução de diferentes critérios de otimização concomitantes ao corte de carga, como o relaxamento de limites de tensão e de limites de carregamento de transformadores, possibilitando o estabelecimento de estágios de corte, ou seja, o estabelecimento de estratégias a fim de minimizar o corte de carga.

#### 3.2 Modelo Linear

##### 3.2.1 Fluxo de Carga Ótimo Linearizado (DC)

A resolução das equações não lineares de um Fluxo de Carga é bastante complexa e custosa do ponto de vista computacional. Porém, um modelo aproximado, chamado Fluxo de Carga Ótimo Linear ou DC, permite estimar com baixo custo computacional e precisão aceitável a distribuição de fluxo de potência ativa em uma rede de transmissão. Por isso, este modelo tem sido muito aplicado na análise de sistemas elétricos de potência, tanto em planejamento como na operação de sistemas de energia elétrica.

O Fluxo de Carga Ótimo Linear apresenta resultados tanto melhores quanto mais elevados são os níveis de tensão, não sendo aplicável para sistemas de distribuição em baixa tensão, já que nestes sistemas os fluxos de potência ativa dependem de maneira significativa das quedas de tensão. Nesse modelo, não se leva em consideração as magnitudes das tensões nas barras, potências reativas e *taps* dos transformadores.

O Fluxo de Carga Ótimo Linear pode ser muito útil em etapas preliminares de estudos de planejamento da expansão de redes elétricas, como na classificação de cenários de operação com relação às violações de limites operacionais.

### 3.2.2 Formulação do Fluxo de Potência Ótimo Linear com Corte de Carga

A função objetivo do problema é uma função corte de carga CC:

$$CC = w_{cc} \alpha^t \Delta \mathbf{Pd} \quad (3.1)$$

onde

$\alpha^t$ : é um vetor de dimensão  $nc$  (número de barras a serem cortadas) contendo o custo dos cortes por barras.

$\Delta \mathbf{Pd}$ : um vetor de dimensão  $(nc \times 1)$  com os valores dos cortes a serem minimizados.

$w_{cc}$ : índice de ponderação desse critério de otimização.

As barras a serem cortadas estão armazenadas no vetor  $\mathbf{Ic}$ , de dimensão  $(nc \times 1)$ .

Para que a variável  $\Delta \mathbf{Pd}$  possa modificar os valores de carga, esta é introduzida nas equações de balanço de potência ativa linear, as quais podem ser compactamente representadas por:

$$\mathbf{Ag} \mathbf{Pg} - \mathbf{Pd}(\Delta \mathbf{Pd}) = \mathbf{B} \boldsymbol{\theta} \quad (3.2)$$

onde

$$\mathbf{Pd}(\Delta \mathbf{Pd}) = \mathbf{Pd}^0 - \mathbf{U}_m \Delta \mathbf{Pd} \quad (3.3)$$

onde

$\mathbf{Ag}$ : matriz de incidência gerador-barra  $(nb \times ng)$ ,  $\mathbf{Ag}_{i,j}=1$  se gerador  $i$  pertence a barra  $j$ ; 0, caso contrário;

$\mathbf{Pg}$ : vetor  $(ng \times 1)$  de potência geradas, sendo  $ng$  o número de barras geradoras;

$\Delta \mathbf{Pd}$ : cortes de carga a serem minimizados  $(nc \times 1)$ ;

$\mathbf{B}$ : matriz de fluxo de carga DC  $(nb \times nb)$ ;

$\boldsymbol{\theta}$ : vetor de ângulos das barras  $(nb$  posições);

$nb$ : número de barras do sistema.

$\mathbf{Pd}^0$ : demanda de potência ativa inicial de dimensão  $(nb \times 1)$

$\mathbf{U}_m$ : é uma matriz de incidência de dimensão ( $nb \times nc$ ), formada do seguinte modo:

$$\mathbf{U}_m = [Um_{ij}] \quad \text{onde} \quad Um_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = Ic(j) \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (3.4)$$

As restrições de desigualdade que quantificam as limitações dos equipamentos são:

(i) Limite de fluxo nas linhas de transmissão

O fluxo  $\mathbf{t}$  nas linhas (Modelo Linearizado) é obtido da seguinte expressão:

$$t_{ij} = (\theta_i - \theta_j) / x_{ij} \quad (3.5)$$

onde

$t_{ij}$  fluxo na linha entre barra  $i$  e  $j$

$(\theta_i - \theta_j)$ : diferença angular entre barras,

$x_{ij}$ : reatância da linha  $i$ - $j$ .

Esta expressão pode ser generalizada para todo o sistema por:

$$\mathbf{t} = \mathbf{X}^{-1} \mathbf{A}^t \boldsymbol{\theta} \quad (3.6)$$

onde

$\mathbf{t}$ : vetor de dimensão ( $nl \times 1$ ) de fluxo nas linhas;

$\mathbf{X}$ : matriz de dimensão ( $nl \times nl$ ) cuja diagonal é o vetor com reatância  $x_{ij}$ ;

$\mathbf{A}$ : matriz de incidência barra-ramo de dimensão ( $nb \times nl$ ), sendo que  $a_{ij} = -1$  se o ramo se conecta à barra  $i$  e está orientado entrando nesta barra e  $a_{ji} = 1$  se o ramo se conecta à barra  $i$  e está orientada saindo desta barra;

$\boldsymbol{\theta}$ : vetor de ângulos nas barras com dimensão ( $nb \times 1$ ).

O fluxo nas linhas está limitado do seguinte modo:

$$-\mathbf{t}_{\max} \leq \mathbf{t} \leq \mathbf{t}_{\max} \quad (3.7)$$

ou seja,

$$-\mathbf{X}^{-1} \mathbf{A}^t \boldsymbol{\theta} - \mathbf{t}_{\max} \leq 0 \quad (3.8)$$

$$\mathbf{X}^{-1} \mathbf{A}^t \boldsymbol{\theta} - \mathbf{t}_{\max} \leq 0 \quad (3.9)$$

onde

$\mathbf{t}_{\max}$ : é o vetor dimensão ( $nl \times 1$ ) com os limites máximos nas linhas.

(ii) Os limites de geração para cada barra geradora são:

$$\mathbf{Pg}_{\min} \leq \mathbf{Pg} \leq \mathbf{Pg}_{\max} \quad (3.10)$$

onde

$\mathbf{Pg}_{\min}$ : vetor dos limites mínimos de geração;

$\mathbf{Pg}_{\max}$ : vetor dos limites máximos de geração;

ou seja,

$$-\mathbf{Pg} + \mathbf{Pg}_{\min} \leq 0 \quad (3.11)$$

$$\mathbf{Pg} - \mathbf{Pg}_{\max} \leq 0 \quad (3.12)$$

(iii) Limites nos Cortes de Carga

Conforme especificações das concessionárias, existem limites máximos que as cargas podem ser submetidas, assim, os valores de  $\Delta\mathbf{Pd}$  devem ser limitados da seguinte forma:

$$\underline{0} \leq \Delta\mathbf{Pd} \leq \Delta\mathbf{Pd}_{\max} \quad (3.13)$$

onde

$\Delta\mathbf{Pd}_{\max}$ : contém os limites máximos de corte de carga.

As variações de carga são limitadas em zero para evitar que assumam valores negativos.

### 3.2.2.1 Redução da matriz $\mathbf{B}$

A matriz  $\mathbf{B}$  das restrições de igualdade (equação 3.2) é uma matriz singular. Para que se possa incluí-la nas equações de balanço do problema, escolhe-se uma barra de referência ( $ref$  = barra de referência) e faz-se que  $\theta_{ref} = 0$ . Assim, a matriz  $\mathbf{B}$  pode ser reduzida pela retirada da coluna da barra de referência, passando a ser denominada  $\mathbf{B}_{red}$  com dimensão  $(nb \times nred)$ , onde  $nred = nb - 1$ .

O novo vetor dos ângulos nas barras  $\theta'$  passa a ser representado sem a posição correspondente à barra de referência e a nova matriz de incidência  $A'$ , passa a ser representada sem a linha correspondente à barra de referência.

### 3.2.2.2 Problema a ser resolvido

Com as modificações do item anterior, o problema a ser resolvido passa a ser o seguinte:

$$\min CC = w_{cc} \alpha^t \Delta Pd \quad (3.14)$$

s.a

$$Ag \mathbf{Pg} - (\mathbf{Pd}^0 - U_m \Delta Pd) = \mathbf{B}_{red} \theta' \quad (3.15)$$

$$-\mathbf{Pg} + \mathbf{Pg}_{min} \leq 0 \quad (3.16)$$

$$\mathbf{Pg} - \mathbf{Pg}_{max} \leq 0 \quad (3.17)$$

$$-\mathbf{X}^{-1} (\mathbf{A}')^T \theta' - \mathbf{t}_{max} \leq 0 \quad (3.18)$$

$$\mathbf{X}^{-1} (\mathbf{A}')^T \theta' - \mathbf{t}_{max} \leq 0 \quad (3.19)$$

$$-\Delta Pd \leq 0 \quad (3.20)$$

$$\Delta Pd - \Delta Pd_{max} \leq 0 \quad (3.21)$$

Resolve-se o problema acima com o Método Primal-Dual via Pontos Interiores, cuja metodologia encontra-se no Apêndice C.

### 3.3 Modelo Não-Linear

Quando se tem geração de potência suficiente, os fatores que normalmente levam à divergência de um FPO são as impossibilidades de se atender níveis mínimos de tensão nas barras e níveis máximos de carregamento nas linhas de transmissão e transformadores.



Nessas situações, uma maneira de se obter convergência é a partir do alívio de carga ou relaxamento desses critérios concomitantemente ao corte de carga.

Os limites de tensão nas barras da Rede Básica do sistema são definidos pelos Procedimentos de Rede do Operador Nacional do Sistema (ONS, 2000). Mas, segundo o ONS, o nível de tensão em qualquer barra pode ser inferior aos valores indicados nesses procedimentos, desde que não sejam pontos de conexão com a rede Básica. Então, estudos prévios, realizados pelas concessionárias de energia definem os níveis mínimos de tensão nas subestações de carga, em regime normal e de emergência, de forma a atender os limites de tensão exigidos nas barras de distribuição. Na maioria dos casos, os limites de emergência são menores que os limites para condição normal de operação. No caso da COPEL, por exemplo, nas barras que atendem indústrias diretamente em alta tensão (69 kV, 138 kV e 230 kV) a tensão mínima em condições normais é 0,93 pu e a tensão mínima em condições de emergências é 0,90 pu.

Assim, a fim de se testar a metodologia, será considerado nesse trabalho que se admite um relaxamento nos níveis mínimos de tensão em até 3%, em todas as barras.

Quanto ao carregamento dos transformadores, o ONS estabelece quanto e por quanto tempo os transformadores podem ser operados em sobrecarga. Cada transformador tem características distintas, a ser ilustrado no Capítulo 4. Simplificadamente, será admitido que todos os transformadores podem assumir sobrecargas de até 20 %.

Conforme esse exposto, é admissível que alguns limites operacionais sejam infringidos durante uma emergência, e baseado nesse fato, será apresentada, a seguir, a formulação desses relaxamentos de tensão e de fluxo nos transformadores, sobre o FPO já desenvolvido por MIKILITA (2005).

### 3.3.1 Relaxamento de Restrições de Tensão

A penalização quadrática de um vetor  $\Phi_{tensão}$  possibilita a alteração dos limites mínimos nas barras (**Vmin**):

$$\min CC = w_{tensão} \cdot \mathbf{U}^t_{tensão} \cdot (\Phi_{tensão} - \mathbf{U}_{tensão})^2 \quad (3.22)$$

$$\text{s. a} \quad \varphi_{\min} \leq \varphi_{\text{tensão}_i} \leq 1 \quad i = 1, \dots, nb \quad (3.23)$$

$$\varphi_{\text{tensão}_i} \cdot v\mathbf{min}_i \leq V_i^{\&} \quad i = 1, \dots, nb \quad (3.24)$$

onde

$w_{\text{tensão}}$  : índice de ponderação para relaxamento das magnitudes de tensão;

$\mathbf{U}_{\text{tensão}}$  : vetor unitário de dimensão  $(nb \times 1)$ ;

$\varphi_{\text{tensão}}$  : variável de otimização que limita os valores de tensão mínimos nas barras selecionadas pelo vetor  $\mathbf{UI}$ , que é um vetor dimensão  $(nb \times 1)$ , com valores unitários nas posições referentes às barras que se deseja restringir os valores de tensão, sendo os demais elementos nulos;

$V_i^{\&}$ : magnitude tensão na barra  $i$ ;

$v\mathbf{min}_i$  : limite mínimo de tensão na barra  $i$ ;

$\varphi_{\min}$  : indica percentagem que se deseja alterar de cada  $v\mathbf{min}_i$ . Para se relaxar o limite de tensão mínimo até 3 %, deve-se utilizar  $\varphi_{\min} = 0,97$ .

Cada componente do vetor  $\varphi_{\text{tensão}}$  está restrito aos valores de 1 a  $\varphi_{\min}$ , ou seja, o valor máximo 1 (valor ideal) implica em não alterações dos limites de tensão e o valor mínimo  $\varphi_{\min}$  implica que uma restrição não pode variar mais que  $(1 - \varphi_{\min}) \%$ .

Para as posições  $j$  do vetor  $\varphi_{\text{tensão}}$ , que se referem às barras cujos limites não são selecionados para a parametrização, assume-se que  $\varphi_{\text{tensão}_j} = 1$ .

### 3.3.2 Relaxamento de Restrições de Fluxo de Potência Ativa nos Transformadores

A penalização do vetor  $\varphi_{\text{fluxo}}$  possibilita a alteração dos limites máximos de fluxos circulantes pelas linhas ( $\mathbf{Plmax}$ ):

$$\min CC = w_{fl} \cdot \mathbf{U}_{\text{fluxo}} \cdot \varphi_{\text{fluxo}} \quad (3.25)$$

$$\text{s. a} \quad 0 \leq \varphi l_i \leq \varphi l_{\max} \quad i = 1, \dots, nl \quad (3.26)$$

$$- Plmax_i - \varphi l_i \cdot Plmax_i \leq Pl_i \leq Plmax_i + \varphi l_i \cdot Plmax_i \quad i = 1, \dots, nl \quad (3.27)$$

onde

$w_{fluxo}$  : índice de ponderação para relaxamento dos fluxos;

$\Phi_{fluxo}$  : variável de otimização que limita os valores de fluxos mínimos e máximos dos circuitos selecionados pelo vetor  $\mathbf{U}_{fluxo}$ , que é um vetor de dimensão  $(nl \times 1)$ , com valores unitários nas posições referentes aos transformadores que se deseja restringir os valores de fluxo, sendo os demais elementos nulos.

$Pl_i$  : fluxo de potência ativa circulante pelo circuito  $i$ ;

$Plmax_i$  : limite máximo de fluxo de potência ativa circulante pelo circuito  $i$ ;

Cada componente do vetor  $\varphi_{fluxo}$  está restrito a valores maiores que zero. O valor ideal é 1, que implica em não alterações dos limites de fluxo. Para as posições  $j$  do vetor  $\varphi_{fluxo}$ , que se referem às linhas e aos transformadores cujos limites não são selecionados para a parametrização, assume-se que  $\varphi_{fluxoj} = 1$ .

$\varphi l_{max}$  : indica percentagem que se deseja incrementar de cada  $Plmax_i$ , utilizou-se 0,20, ou seja, não se deseja acrescentar o limite de fluxo máximo mais que 20 %.

### 3.4 Estágios de Corte de Carga

Resumidamente, os critérios de otimização que podem ser considerados são:

a) Minimização de Corte de Carga (CC)

$$f.o. = CC = w_{cc} \cdot \alpha^t \cdot \mathbf{U}_{prior} \cdot \Delta Pd \quad (3.28)$$

b) Relaxamento nos Limites de Tensão ( RT)

$$f.o = RT = w_{tensão} \cdot \mathbf{U}^t_{tensão} \cdot (\varphi_{tensão} - \mathbf{U}_{tensão})^2 \quad (3.29)$$

c) Relaxamento nos Limites de Fluxo ( RF)

$$f.o. = RF = w_{fluxo} \cdot \mathbf{U}_{fluxo} \cdot \varphi_{fluxo} \quad (3.30)$$

Levando-se em conta que o sistema possa operar com subtensões de no máximo 3% e sobrecargas nos transformadores de até 20%, é possível estabelecer estratégias para corte de carga com o objetivo de minimizar esses cortes.

Assim, num primeiro estágio de corte, a função objetivo assume os seguintes critérios de otimização:

$$f.o. = CC + RT + RF \quad (3.31)$$

ou seja, juntamente com a minimização do Corte de Carga (CC), faz-se o relaxamento dos limites de tensão ( RT) e dos limites de fluxo de potência ativa ( RF), além de se limitar os cortes máximos individuais conforme MIKILITA (2005).

Como os transformadores não podem ser sobrecarregados indefinidamente, se houver persistência da contingência, ou seja, se a mesma não for restabelecida dentro de poucas horas, deve-se retornar os limites de fluxos nos transformadores e assim completar o corte de carga que seria necessário caso se minimizasse apenas o corte de carga. Para tanto, simula-se novamente o caso utilizando-se agora:

$$f.o. = CC \quad (3.32)$$

### 3.5 Considerações Finais

Foram apresentadas duas formulações de Fluxo de Potência Ótimo, o Modelo Linear e o Modelo Não-Linear.

Pretende-se utilizar os resultados do Modelo Linear para se escolher as barras candidatas a corte de carga a serem utilizadas no Modelo Não-Linear.

No Modelo Não-Linear, a formulação proposta relaxa os limites mínimos e máximos de fluxos em transformadores e os limites mínimos de tensão em barras pré-selecionadas, além de limitar os cortes máximos individuais.

A partir desses relaxamentos, estabeleceu-se um critério para estabelecimento de estágios de corte sempre com o propósito de mitigá-los.

No próximo capítulo serão apresentados os resultados numéricos pertinentes aos FPO propostos.

## CAPÍTULO 4

### Resultados

#### 4.1 Introdução

O objetivo deste capítulo é apresentar os resultados obtidos pelas metodologias descritas no Capítulo 3 para um sistema elétrico de 291 barras. Esse sistema, basicamente atendido pela Companhia Paranaense de Energia (COPEL), é um equivalente do estado do Paraná, que contém toda a rede de 525 kV, 230 kV, 138 kV e 69 kV, além das barras de fronteiras.

As metodologias foram desenvolvidas em MATLAB<sup>®</sup> versão 7.0.1 simulado em um computador com processador AMD Sempron 2800, 2,0GHz, 512MB de memória RAM com Sistema Operacional Windows XP.

No Anexo A, apresentam-se os dados de barras e ramos, assim como o diagrama unifilar do sistema utilizado, no qual é possível visualizar sua localização dentro do Sistema Interligado Brasileiro.

O sistema foi analisado na condição de carga pesada sob contingência. A principal contingência simulada para se testar as metodologias foi a saída do transformador 525/230 kV da Subestação de Bateias. Essa contingência é bastante severa, levando o sistema a apresentar violações nos limites das linhas de transmissão e transformadores, além de tensões inadmissíveis nas barras do sistema. A fim de se contornar essas violações, foi determinado o mínimo corte de carga para restabelecer a operação dentro dos limites operativos.

A título de ilustração, ao final do capítulo, outras contingências também foram simuladas tais como: a saída de um dos transformadores de 230/69/13,8 kV de 150 MVA da Subestação do Uberaba entre as barras 820 e 2401 e a saída de um dos transformadores de 230/69 kV de 150MVA da Subestação do Pilarzinho entre as barras 819 e 2387.

## 4.2 Especificações Técnicas

Os limites de tensão nas barras da Rede Básica do sistema são definidos pelos Procedimentos de Rede do Operador Nacional do Sistema (ONS), a partir de estudos mensais, trimestrais e anuais para diversas condições de carga. Na ausência desses estudos podem ser utilizados os valores da Tabela 4.1 fornecidos pelo (ONS, 2000).

Tabela 4.1 - Limites de Tensão Fornecidos pelo ONS

Tensão Base		Tensão Mínima		Tensão Máxima	
kV	pu	kV	pu	kV	pu
69	1,0	65,6	0,95	72,5	1,05
88	1,0	83,6	0,95	92,4	1,05
138	1,0	131,0	0,95	145,0	1,05
230	1,0	218,0	0,95	242,0	1,05
345	1,0	328,0	0,95	362,0	1,05
440	1,0	418,0	0,95	460,0	1,05
500	1,0	475,0	0,95	550,0	1,10
525	1,0	500,0	0,95	550,0	1,05
765	1,0	688,0	0,90	800,0	1,046

Segundo o ONS, em qualquer condição de carga, o nível de tensão em qualquer barra pode ser inferior aos valores indicados na Tabela 4.1, desde que não sejam pontos de conexão com a rede Básica.

Estudos prévios, realizados pelas concessionárias de energia definem os níveis de tensão mínimos nas subestações de carga, em regime normal e de emergência, para todos os patamares de carga, de forma a atender os limites de tensão exigidos nas barras de distribuição, os quais são definidos pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL). Na maioria dos casos, os limites de emergência são menores que os limites para condição normal de operação.

Quanto aos limites de transformadores, cada empresa define os limites para que o ONS opere seus transformadores. A Tabela 4.2 apresenta alguns exemplos.

Tabela 4.2 - Correntes nos Enrolamento de AT de alguns Transformadores

Transformador	Operação Normal	Operação Emergência	Duração da emergência
Areia (ELETROSUL) 525/230 kV	739A	887A	30 minutos
Bateias (COPEL) 525 /230 kV	660A	836A	15 minutos
Campos Novos (ELETROSUL) 525/230 kV	370A	407A	2 horas
Cascavel Oeste (COPEL) 525/230 kV	660A	836A	15 minutos

Para os demais transformadores que atendem carga em 138, 34,5 e 13,8 kV, o carregamento é monitorado pela imagem térmica, ou seja, temperatura do enrolamento, sendo o limite de 105°C em regime normal e de 115°C em emergência. Em caso de sobrecarga que não atinja a temperatura limite, não deve ultrapassar 40% da potência nominal.

### 4.3 O Sistema Simulado

As barras do sistema da COPEL foram agrupadas nas seguintes áreas:

Área 1: barras de geração;

Área 2: barras de 230 kV e 525 kV (Rede Básica);

Área 3: barras de carga da região de Curitiba;

Área 4: barras de carga do interior do Estado do Paraná;

Área 5: barras de carga do litoral do Estado do Paraná;

Área 6: indústrias da região de Curitiba atendidas em tensão de 69 kV e acima;

No Anexo A estão representados graficamente o sistema da COPEL e também o sistema da região de Curitiba.

As barras que atendem indústrias diretamente em alta tensão (69 kV, 138 kV e 230 kV) estão agrupadas na área 6, onde não se admite corte de carga em hipótese alguma. Nessas barras os limites de tensão estipulados pela ANEEL que devem ser obedecidos são:

- tensão máxima: 1,05 p.u.

- tensão mínima em condições normais: 0,93 p.u.
- tensão mínima em condições de emergências: 0,90 p.u.

Nas barras da área 2 (Rede Básica) os limites de tensão são os estipulados pelo ONS (Procedimentos de Rede) e foram apresentados na Tabela 4.1.

As variáveis de controles do FPO são as seguintes:

- *taps* dos transformadores, que podem variar entre os limites máximos e mínimos;
- potência reativa das usinas, que podem variar entre os limites máximos e mínimos;
- potência ativa das usinas, que podem variar entre os limites máximos e mínimos.

A emergência simulada foi a saída de um transformador de 525/230 kV de 600 MVA entre as barras 814 e 895 da subestação de Bateias que resulta em sobrecargas em linhas de transmissão e transformadores das áreas 1 a 6.

Foram feitas diversas simulações a fim de se testar as metodologias propostas. O objetivo das mesmas foi encontrar uma solução que forneça um ponto de operação viável, ou seja, aquele em que sejam eliminadas as sobrecargas nos equipamentos e as subtensões nas barras através de menores níveis de cortes de carga.

A seguir, serão apresentados os resultados relacionados à verificação preliminar de limites violados sob contingências.

Inicialmente, serão apresentados os resultados obtidos para cortes de carga realizados pelo Modelo Linear e a validação desses resultados através do Modelo Não-Linear. Em seguida, serão mostrados os resultados alcançados com Estabelecimento de Estágios de Corte de Carga a partir de Relaxamento de Restrições de Tensão e de Fluxo de Potência Ativa no Modelo Não-Linear, assim como os resultados obtidos com a utilização do Método Preditor-Corretor.



#### 4.4 Verificação Preliminar de Limites de Fluxo sob Contingência

Preliminarmente, foi realizado, através do Modelo Linear apresentado no Capítulo 3, um diagnóstico das barras cujos níveis máximos de fluxo foram atingidos pela ocorrência da emergência na Subestação de Bateias. Ou seja, pretendeu-se pré-diagnosticar quais as barras devem ser aliviadas devido a limites de fluxos ativos atingidos em linhas e transformadores.

Para a realização desse estudo, foram feitas as seguintes considerações:

- (i) apenas as linhas que compõem a Rede Básica, ou seja, todas as linhas com tensão maior ou igual a 230 kV tiveram seus fluxos de potência ativa monitorados;
- (ii) não foram considerados limites nos cortes;
- (iii) as barras de todas as áreas foram candidatas à corte.

A Tabela 4.3 apresenta os cortes de carga realizados pelo Modelo Linear. Verifica-se que a convergência só foi possível com o corte de 4,7081 p.u., ou seja, 6,5% da carga original.

Tabela 4.3 - Resultados para Corte de 100% em Todas as Áreas

Barra	Carga original (p.u.)	Corte de Carga (p.u.)	Carga Resultante (p.u.)
26	0,1800	0,1800	0,0000
127	2,4200	1,7641	0,6559
140	0,2830	0,2830	0,0000
144	0,4730	0,3703	0,1027
160	0,1900	0,1900	0,0000
176	0,5780	0,5780	0,0000
183	0,0010	0,0003	0,0007
187	0,6120	0,6120	0,0000
200	0,1570	0,1570	0,0000
258	0,1150	0,1150	0,0000
261	0,2200	0,1292	0,0908
264	0,2200	0,1292	0,0908
274	0,2000	0,2000	0,0000
<b>Somatória</b>	<b>72,7326</b>	<b>4,7081</b>	<b>68,0245</b>

A Tabela 4.4 apresenta os circuitos cujos limites máximos de fluxo estão ativados mesmo após os cortes de carga. O caso convergiu com 22 iterações e o tempo da CPU foi de 9,218 segundos.

Tabela 4.4 - Circuitos cujos Limites foram Atingidos

<b>Circuitos Ativados</b>	<b>Limite (p.u.)</b>	<b>Fluxo Ativo (p.u.)</b>
8	2,5084	-2,5084
59	4,8851	-4,8851
80	0,1715	0,1715
234	4,5046	-4,5046
371	4,5269	-4,5269

A fim de se validar os resultados obtidos pelo Modelo Linear, o mesmo sistema e contingência foi simulado pelo Modelo Não-Linear descrito no Capítulo III. No Modelo Linear as magnitudes de tensão não afetam os resultados de alívio de corte pois as mesmas são supostas constantes e iguais a 1,0 pu. A fim de se incorporar essa limitação do Modelo Linear, no Modelo Não-Linear foi considerado relaxamento irrestrito dos limites de tensão, ou seja, as magnitudes de tensão foram liberadas no sentido de não interferirem no corte de carga. Admitiu-se relaxamento das restrições de fluxo ativo nos circuitos em até 50 % dos seus limites máximos, ou seja, a função objetivo utilizada foi a de minimização do corte de carga, juntamente com o relaxamento dos limites de tensão (sem limitação) e relaxamento dos limites de fluxo de potência (em até 50 %). O caso convergiu com 49 iterações e o tempo da CPU foi de 186,0938 segundos.

Tabela 4.5 - Resultados para Corte de Carga utilizando Modelo AC

Barra	Carga original (p.u.)	Corte de Carga (p.u.)	Carga Resultante (p.u.)
9	0,0023	0,0023	0,0000
140	0,2830	0,1201	0,1629
145	0,3320	0,2817	0,0503
158	0,2210	0,0701	0,1509
168	0,0960	0,0365	0,0595
169	0,2500	0,2142	0,0358
170	0,4810	0,0955	0,3855
171	0,1100	0,0541	0,0559
172	0,4420	0,0460	0,3960
177	0,2940	0,1235	0,1705
180	0,4200	0,4200	0,0000
184	0,1640	0,1640	0,0000
186	0,2840	0,1587	0,1253
188	0,1710	0,1710	0,0000
193	0,2460	0,2460	0,0000
196	0,4110	0,4110	0,0000
197	0,0970	0,0970	0,0000
210	0,5100	0,1451	0,3649
212	0,0720	0,0720	0,0000
239	0,1100	0,1100	0,0000
261	0,2200	0,0719	0,1481
264	0,2200	0,0880	0,1320
271	0,0420	0,0044	0,0376
<b>Somatória</b>	<b>72,7326</b>	<b>3,2031</b>	<b>69,5295</b>

A Tabela 4.6 apresenta os novos limites de tensão, ou seja, se os mesmos não fossem relaxados o corte de carga seria bem maior.

Tabela 4.6 - Limites de Tensão Violados

Barra	Tensão Mínima Exigida (p.u.)	Tensão Mínima Calculada (p.u.)
16	0,9500	0,9233
38	0,9500	0,8862
39	0,9500	0,8825
41	0,9500	0,8151
43	0,9500	0,9208
45	0,9500	0,8892
46	0,9500	0,9134
48	0,9500	0,9336

Tabela 4.6 - Limites de Tensão Violados

49	0,9500	0,9195
50	0,9500	0,8955
51	0,9500	0,9413
54	0,9500	0,9282
56	0,9500	0,8550
61	0,9500	0,9318
62	0,9500	0,8980
69	0,9500	0,9262
70	0,9500	0,8550
71	0,9500	0,9114
72	0,9500	0,9369
73	0,9500	0,9060
75	0,9500	0,9162
76	0,9500	0,8983
78	0,9500	0,9237
79	0,9500	0,8972
80	0,9500	0,9334
81	0,9500	0,9105
82	0,9500	0,9220
83	0,9500	0,9273
85	0,9500	0,9154
90	0,9500	0,9283
92	0,9500	0,9452
94	0,9500	0,8681
96	0,9500	0,9386
99	0,9500	0,8367
110	0,9500	0,9073
131	0,9500	0,9335
150	0,9500	0,9433
158	0,9500	0,9432
173	0,9500	0,9436
176	0,9500	0,9406
177	0,9500	0,9319
201	0,9500	0,9443
203	0,9500	0,9117
204	0,9500	0,9055
205	0,9500	0,8877
208	0,9500	0,9393
212	0,9500	0,9129
213	0,9500	0,9131
214	0,9500	0,8997
215	0,9500	0,9114
216	0,9500	0,9123
218	0,9500	0,9063
221	0,9500	0,9359
222	0,9500	0,8888
224	0,9500	0,8921
230	0,9500	0,8523
233	0,9500	0,8824

Tabela 4.6 - Limites de Tensão Violados

234	0,9500	0,9416
237	0,9500	0,9191
238	0,9500	0,9048
239	0,9500	0,9386
240	0,9500	0,9360
241	0,9500	0,8706
242	0,9500	0,9113
243	0,9500	0,9018
244	0,9500	0,9377
245	0,9500	0,8950
246	0,9500	0,9381
247	0,9500	0,9120
248	0,9500	0,8851
249	0,9500	0,9400
252	0,9500	0,9152
255	0,9500	0,8550
256	0,9500	0,8550
259	0,9500	0,9014
275	0,9500	0,9399
276	0,9500	0,8867
281	0,9500	0,9235
282	0,9500	0,9245
283	0,9500	0,9195
284	0,9500	0,9344
291	0,9500	0,9283

A Tabela 4.7 apresenta os circuitos cujos limites de fluxo de potência ativa também tiveram que ser relaxados a fim de se minimizar o corte de carga. Na verdade, esta tabela indica que os circuitos (8, 233, 234 e 371) são os mais exigidos em termos de carregamento de fluxo ativo, pois neles o modelo impôs sobrecarga de 10 a 20% além do máximo normal, a fim de se minimizar o corte de carga total, o qual foi apenas de 3,2031 p.u. Observando-se a Tabela 4.4 do Modelo Linear (que não admite relaxamento), verifica-se que os circuitos (8, 59, 80, 234 e 371) estão com seus limites ativados, ou seja, se no modelo linear se estivesse ativado o critério de relaxamento de fluxos, certamente esses circuitos seriam sobrecarregados a fim de se diminuir o corte de carga que foi de 4,7081 pu (Tabela 4.4). Como há coincidência de muitos circuitos (8, 234 e 371) nos dois casos, conclui-se que os resultados do Modelo Linear são coerentes.

No entanto, a utilização do Modelo Linear como um indicador de barras a serem cortadas (limitando o universo de busca do Modelo Não-Linear) não se mostrou eficaz, pois das 13 barras cujas cargas foram aliviadas, conforme a Tabela 4.3, apenas uma delas foi efetivamente cortada (264) pelo Modelo Não-Linear que é um modelo mais completo.

Assim, conclui-se que o Modelo Linear não é eficaz no pré-diagnóstico de barras candidatas a corte de carga. Salienta-se que para se chegar a esta conclusão, outras contingências e outros sistemas foram simulados obtendo-se resultados análogos.

Tabela 4.7 - Limites de Fluxo Violados

<b>Linhas</b>	<b>Limites de Fluxo (p.u.)</b>	<b>Fluxos Violados Calculada (p.u.)</b>	<b>% de Sobrecarga</b>
8	2,5084	2,7993	11,5949
233	4,5282	5,5175	21,8482
234	4,5046	5,5022	22,1487
371	4,5269	5,3775	18,7906

#### **4.5 Estabelecimento de Estágios de Corte de Carga a partir de Relaxamento de Restrições de Tensão e de Fluxo de Potência Ativa**

Na seqüência, serão apresentados resultados do Modelo Não-Linear considerando-se as seguintes premissas:

- limites de 45% e 50% nos cortes máximos em algumas barras, conforme Tabela 4.8. A informação sobre quanto devem ser efetivamente esses limites máximos é obtida pelo operador, que conhece a carga abastecida pelos diversos alimentadores que saem de uma subestação. O critério para estabelecimento dessas porcentagens de cortes, foi o de poupar por barra as cargas referentes a hospitais e indústrias importantes;

Tabela 4.8 Limites de Corte de Carga

<b>Barras</b>	<b>% de Corte</b>
180	45
158	45
201	50
145	45
189	50
186	50
188	50
193	50
146	45
158	45
167	45
170	45
184	50
196	50

- todas as áreas são selecionadas para corte geral, com exceção das indústrias (área 6);

- limites mínimos e máximos de tensão em todas as barras. O limite de tensão para a condição de emergência, fixado para as barras de carga e para as barras que atendem indústrias diretamente em alta tensão é de 0,90 p.u. As barras da rede básica tiveram seus limites fixos no valor mínimo de 0,95 p.u;

- limites mínimos e máximos de fluxo de potência em transformadores e linhas de transmissão da Rede Básica;

- os critérios de otimização considerados foram:

(i) **Simulação 1:** minimização de corte de carga ( $w_{cc}=1$ )

(ii) **Simulação 2:** Minimização de Corte de Carga ( $w_{cc}=1$ ) e relaxamento dos limites de tensão em até 3 % do limite mínimo ( $w_{tensão}=1$ ,  $\phi_{tensão}=0,97$ )

(iii) **Simulação 3:** Minimização de Corte de Carga ( $w_{cc}=1$ ), relaxamento dos limites de tensão em até 3 % do limite mínimo ( $w_{tensão}=1$ ,  $\phi_{tensão}=0,97$ ) e relaxamento dos limites de fluxo de potência ativa em até 20% dos limites mínimo e máximo ( $w_{fluxo}=1$ ,  $\phi_{fluxo}=0,20$ )

#### 4.5.1 Simulação 1: Minimização de Corte de Carga ( $w_{cc}=1$ )

A Tabela 4.9 apresenta os cortes de carga requeridos, quando se respeita fielmente todas as restrições operacionais do sistema. O corte total foi de 9,7759 p.u.

Tabela 4.9 – Cortes de Carga para Simulação 1 ( $w_{cc}=1$ )

Barra	Carga original (p.u.)	Corte de Carga (p.u.)	Carga Resultante (p.u.)	Corte Máximo Estipulado (%)
9	0,0023	0,0023	0,0000	100
38	0,2300	0,2300	0,0000	100
39	0,3800	0,1761	0,2039	100
41	0,2220	0,2220	0,0000	100
45	0,1030	0,0256	0,0774	100
50	0,2320	0,0035	0,2285	100
51	0,2080	0,0892	0,1188	100
56	0,4480	0,4480	0,0000	100
57	0,3530	0,0070	0,3460	100
61	0,2910	0,1547	0,1363	100
63	0,1810	0,0191	0,1619	100
67	0,4160	0,0706	0,3454	100
69	0,3790	0,3522	0,0268	100
70	0,3620	0,1169	0,2451	100
71	0,1810	0,0307	0,1503	100
73	0,3000	0,1241	0,1759	100
75	0,1480	0,0036	0,1444	100
76	0,5690	0,1680	0,4010	100
79	0,2250	0,1110	0,1140	100
83	0,3020	0,1369	0,1651	100
85	0,4550	0,0573	0,3977	100
96	0,1300	0,0804	0,0496	100
99	0,2070	0,0497	0,1573	100
136	3,8800	0,3435	3,5365	100
145	0,3320	0,1494	0,1826	45
146	0,2730	0,1228	0,1502	45
149	0,4850	0,4850	0,0000	100
150	0,3800	0,1242	0,2558	100
154	0,3370	0,3370	0,0000	100
155	0,1850	0,1850	0,0000	100
158	0,2210	0,0994	0,1216	45
169	0,2500	0,2500	0,0000	100
170	0,4810	0,1107	0,3703	45
171	0,1100	0,1100	0,0000	100
172	0,4420	0,0984	0,3436	100
173	0,1750	0,1750	0,0000	100
174	0,3960	0,3960	0,0000	100
175	0,2860	0,1287	0,1573	45
176	0,5780	0,1714	0,4066	100
177	0,2940	0,2503	0,0437	100
180	0,4200	0,1890	0,2310	45
182	0,1060	0,1060	0,0000	100
184	0,1640	0,0820	0,0820	50
185	0,4270	0,0072	0,4198	100
186	0,2840	0,1420	0,1420	50



Tabela 4.9 – Cortes de Carga para Simulação 1 ( $w_{cc}=1$ )

188	0,1710	0,0855	0,0855	100
189	0,4370	0,2185	0,2185	50
193	0,2460	0,1230	0,1230	50
195	0,0480	0,0480	0,0000	100
196	0,4110	0,1849	0,2261	45
197	0,0970	0,0970	0,0000	100
201	0,1490	0,0745	0,0745	50
204	0,2670	0,0413	0,2257	100
210	0,5100	0,2058	0,3042	100
212	0,0720	0,0720	0,0000	100
217	0,0900	0,0174	0,0726	100
218	0,1340	0,0256	0,1084	100
221	0,2120	0,2120	0,0000	100
222	0,0240	0,0240	0,0000	100
230	0,1670	0,1188	0,0482	100
237	0,0610	0,0042	0,0568	100
238	0,1090	0,0752	0,0338	100
239	0,1100	0,1100	0,0000	100
241	0,1450	0,1450	0,0000	100
245	0,2420	0,2301	0,0119	100
247	0,5140	0,1617	0,3523	100
248	0,1810	0,0296	0,1514	100
259	0,0900	0,0372	0,0528	100
261	0,2200	0,1419	0,0781	100
264	0,2200	0,1439	0,0761	100
276	0,1630	0,0694	0,0936	100
282	0,1630	0,1105	0,0525	100
283	0,2270	0,2270	0,0000	100
<b>Somatória</b>	<b>72,7326</b>	<b>9,7759</b>	<b>62,9567</b>	

#### 4.5.2 Simulação 2: Minimização de Corte de Carga ( $w_{cc}=1$ ) e relaxamento dos limites de tensão em até 3 % do limite mínimo ( $w_{tensão}=1$ , $\phi_{tensão}=0,97$ )

Introduzindo-se o relaxamento de restrições, a função objetivo passa a ser a minimização do corte de carga, juntamente com o relaxamento dos limites de tensão em até 3% do limite mínimo em regime normal.

A Tabela 4.10 apresenta os cortes de carga requeridos para essa situação. O corte total foi de 7,3104 p.u. O corte diminuiu de 9,7759 p.u. para 7,3104 p.u., ou seja, houve uma diminuição em torno de 25% do corte originalmente calculado.

Tabela 4.10 – Cortes de Carga para Simulação 2 ( $w_{cc}=1$  e  $w_{tensão}=1$ ,  $\varphi_{tensão}=0,97$ )

Barra	Carga original (p.u.)	Corte de Carga (p.u.)	Carga Resultante (p.u.)	Corte Máximo Estipulado (%)
9	0,0023	0,0023	0,0000	100
38	0,2300	0,1320	0,0980	100
39	0,3800	0,2119	0,1681	100
41	0,2220	0,2220	0,0000	100
45	0,1030	0,0067	0,0963	100
51	0,2080	0,0892	0,1188	100
56	0,4480	0,3160	0,1320	100
69	0,3790	0,0580	0,3210	100
73	0,3000	0,0746	0,2254	100
76	0,5690	0,0312	0,5378	100
79	0,2250	0,0825	0,1425	100
96	0,1300	0,0151	0,1149	100
99	0,2070	0,0236	0,1834	100
145	0,3320	0,1494	0,1826	45
146	0,2730	0,1228	0,1502	45
149	0,4850	0,4850	0,0000	100
150	0,3800	0,1276	0,2524	100
154	0,3370	0,3370	0,0000	100
155	0,1850	0,1850	0,0000	100
158	0,2210	0,0994	0,1216	45
168	0,0960	0,0095	0,0865	100
169	0,2500	0,2500	0,0000	100
170	0,4810	0,1107	0,3703	45
171	0,1100	0,1096	0,0004	100
172	0,4420	0,1671	0,3436	100
173	0,1750	0,1750	0,0000	100
174	0,3960	0,3960	0,0000	100
175	0,2860	0,1287	0,1573	45
176	0,5780	0,2127	0,4066	100
177	0,2940	0,1706	0,0437	100
180	0,4200	0,1890	0,2310	45
182	0,1060	0,1060	0,0000	100
184	0,1640	0,0820	0,0820	50
185	0,4270	0,0072	0,4198	100
186	0,2840	0,1420	0,1420	50
188	0,1710	0,0855	0,0855	100
189	0,4370	0,2185	0,2185	50
193	0,2460	0,1230	0,1230	50
195	0,0480	0,0480	0,0000	100
196	0,4110	0,1849	0,2261	45
197	0,0970	0,0970	0,0000	100

Tabela 4.10 – Cortes de Carga para Simulação 2 ( $w_{cc}=1$  e  $w_{tensão}=1$ ,  $\phi_{tensão}=0,97$ )

201	0,1490	0,0745	0,0745	50
204	0,2670	0,0364	0,2306	100
210	0,5100	0,2188	0,2912	100
212	0,0720	0,0720	0,0000	100
217	0,0900	0,0088	0,0726	100
218	0,1340	0,0217	0,1084	100
222	0,0240	0,0240	0,0000	100
230	0,1670	0,0902	0,0768	100
238	0,1090	0,0615	0,0475	100
239	0,1100	0,1100	0,0000	100
241	0,1450	0,1450	0,0000	100
245	0,2420	0,2312	0,0108	100
247	0,5140	0,0470	0,4670	100
248	0,1810	0,0197	0,1613	100
259	0,0900	0,0471	0,0429	100
261	0,2200	0,0903	0,1297	100
264	0,2200	0,1067	0,1133	100
276	0,1630	0,0557	0,1073	100
283	0,2270	0,0655	0,1615	100
<b>Somatória</b>	<b>72,7326</b>	<b>7,3104</b>	<b>65,4222</b>	

A Tabela 4.11 apresenta as barras cujos níveis de tensão mínima foram flexibilizados em até 3 % do mínimo em regime normal, ou seja, 0,95 p.u.

Tabela 4.11 - Limites de Tensão Violados para Simulação 2

<b>Barra</b>	<b>Tensão Mínima Exigida (p.u.)</b>	<b>Tensão Mínima Calculada (p.u.)</b>
16	0,9500	0,9356
24	0,9500	0,9356
38	0,9500	0,9383
39	0,9500	0,9356
43	0,9500	0,9474
45	0,9500	0,9356
46	0,9500	0,9439
49	0,9500	0,9451
50	0,9500	0,9405
56	0,9500	0,9393
61	0,9500	0,9376
69	0,9500	0,9356
0	0,9500	0,9356
71	0,9500	0,9357
73	0,9500	0,9356
75	0,9500	0,9393
76	0,9500	0,9356

Tabela 4.11 - Limites de Tensão Violados para Simulação 2

78	0,9500	0,9470
79	0,9500	0,9356
81	0,9500	0,9420
82	0,9500	0,9429
83	0,9500	0,9490
85	0,9500	0,9375
90	0,9500	0,9498
92	0,9500	0,9415
94	0,9500	0,9356
96	0,9500	0,9356
99	0,9500	0,9364
110	0,9500	0,9389
115	0,9500	0,9356
180	0,9500	0,9356
203	0,9500	0,9398
204	0,9500	0,9356
205	0,9500	0,9356
212	0,9500	0,9363
213	0,9500	0,9421
214	0,9500	0,9422
216	0,9500	0,9356
218	0,9500	0,9356
221	0,9500	0,9363
230	0,9500	0,9356
237	0,9500	0,9427
238	0,9500	0,9356
241	0,9500	0,9417
242	0,9500	0,9438
243	0,9500	0,9383
245	0,9500	0,9356
247	0,9500	0,9356
248	0,9500	0,9356
252	0,9500	0,9423
255	0,9500	0,9391
256	0,9500	0,9393
259	0,9500	0,9426
276	0,9500	0,9356
281	0,9500	0,9356
282	0,9500	0,9366
283	0,9500	0,9376
284	0,9500	0,9378
291	0,9500	0,9498

Se fosse utilizado um FPO convencional (sem corte de carga), o mesmo divergiria se o nível de tensão de 0,95 p.u. especificado anteriormente fosse mantido. As únicas

alternativas para se resolver o problema de divergência, são o corte de carga ou flexibilização dos níveis de tensão.

#### 4.5.3 Simulação 3: Minimização de Corte de Carga ( $w_{cc}=1$ ), relaxamento dos limites de tensão em até 3 % do limite mínimo ( $w_{tensão}=1$ , $\varphi_{tensão}=0,97$ ) e relaxamento dos limites de fluxo de potência ativa em até 20% dos limites mínimo e máximo ( $w_{fluxo}=1$ , $\varphi_{fluxo}=0,20$ )

Para esta simulação, introduziu-se na função objetivo básica de minimização de corte de carga, além do relaxamento de restrições de tensão, o relaxamento dos limites de fluxo de potência ativa. São admitidas subtensões limitadas a 3% e sobrecargas nos transformadores em até 20 % do regime normal de operação.

A Tabela 4.12 apresenta os cortes realizados para essa situação. O corte total foi de 6,3927 p.u. O corte diminuiu de 7,3104 p.u. para 6,3927 p.u. Houve uma diminuição no corte de carga total em torno de 35% em relação ao corte originalmente calculado (9,7759 p.u.).

Tabela 4.12 - Cortes de Carga para Simulação 3 ( $w_{cc}=1$ ,  $w_{tensão}=1$ ,  $\varphi_{tensão}=0,97$ ,  $w_{fluxo}=1$ ,  $\varphi_{fluxo}=0,20$ )

Barra	Carga original (p.u.)	Corte de Carga (p.u.)	Carga Resultante (p.u.)	Corte Máximo Estipulado (%)
9	0,0023	0,0023	0,0000	100
38	0,2300	0,1302	0,0998	100
39	0,3800	0,2124	0,1676	100
41	0,2220	0,2220	0,0000	100
45	0,1030	0,0047	0,0983	100
56	0,4480	0,3195	0,1285	100
69	0,3790	0,0679	0,3111	100
73	0,3000	0,0713	0,2287	100
79	0,2250	0,0789	0,1461	100
99	0,2070	0,0205	0,1865	100
145	0,3320	0,1494	0,1826	45
146	0,2730	0,1228	0,1502	45
149	0,4850	0,4420	0,0430	100
154	0,3370	0,3370	0,0000	100
155	0,1850	0,1850	0,0000	100
158	0,2210	0,0994	0,1216	45

Tabela 4.12 - Cortes de Carga para Simulação 3 ( $w_{cc}=1$ ,  $w_{tensão}=1$ ,  $\phi_{tensão}=0,97$ ,  $w_{fluxo}=1$ ,  $\phi_{fluxo}=0,20$ )

168	0,0960	0,0095	0,0865	100
169	0,2500	0,2500	0,0000	100
170	0,4810	0,1107	0,3703	45
171	0,1100	0,1100	0,0000	100
173	0,1750	0,1750	0,0000	100
174	0,3960	0,3960	0,0000	100
175	0,2860	0,1287	0,1573	45
177	0,2940	0,1064	0,1876	100
180	0,4200	0,1890	0,2310	45
184	0,1640	0,0820	0,0820	50
185	0,4270	0,0072	0,4198	100
186	0,2840	0,1420	0,1420	50
188	0,1710	0,0855	0,0855	100
189	0,4370	0,2185	0,2185	50
193	0,2460	0,1230	0,1230	50
195	0,0480	0,0480	0,0000	100
196	0,4110	0,1849	0,2261	45
197	0,0970	0,0970	0,0000	100
201	0,1490	0,0745	0,0745	50
204	0,2670	0,0251	0,2419	100
210	0,5100	0,2035	0,3065	100
212	0,0720	0,0720	0,0000	100
217	0,0900	0,0065	0,0835	100
218	0,1340	0,0115	0,1225	100
222	0,0240	0,0240	0,0000	100
230	0,1670	0,0921	0,0749	100
238	0,1090	0,0540	0,0550	100
239	0,1100	0,1079	0,0021	100
241	0,1450	0,1450	0,0000	100
245	0,2420	0,2216	0,0204	100
247	0,5140	0,0355	0,4785	100
248	0,1810	0,0131	0,1679	100
259	0,0900	0,0287	0,0613	100
261	0,2200	0,0805	0,1395	100
264	0,2200	0,0967	0,1233	100
271	0,0420	0,0397	0,0023	100
276	0,1630	0,0500	0,1130	100
283	0,2270	0,0821	0,1449	100
<b>Somatória</b>	<b>72,7326</b>	<b>6,3927</b>	<b>66,3399</b>	

A Tabela 4.13, apresenta os limites de tensão relaxados para valores aquém de 0,95 p.u.

Tabela 4.13 - Limites de Tensão Violados para Simulação 3

<b>Barra</b>	<b>Tensão Mínima Exigida (p.u.)</b>	<b>Tensão Mínima Calculada (p.u.)</b>
16	0,9500	0,9356
24	0,9500	0,9356
38	0,9500	0,9377
39	0,9500	0,9356
43	0,9500	0,9486
45	0,9500	0,9356
46	0,9500	0,9445
49	0,9500	0,9450
50	0,9500	0,9399
56	0,9500	0,9393
61	0,9500	0,9375
65	0,9500	0,9496
69	0,9500	0,9356
70	0,9500	0,9356
71	0,9500	0,9375
73	0,9500	0,9356
75	0,9500	0,9393
76	0,9500	0,9358
78	0,9500	0,9465
79	0,9500	0,9356
81	0,9500	0,9429
82	0,9500	0,9448
83	0,9500	0,9485
85	0,9500	0,9385
92	0,9500	0,9424
94	0,9500	0,9356
96	0,9500	0,9357
99	0,9500	0,9361
110	0,9500	0,9398
172	0,9500	0,9406
177	0,9500	0,9356
178	0,9500	0,9433
180	0,9500	0,9356
202	0,9500	0,9392
203	0,9500	0,9403
204	0,9500	0,9356
205	0,9500	0,9356
212	0,9500	0,9363
213	0,9500	0,9441
214	0,9500	0,9408
216	0,9500	0,9356
218	0,9500	0,9356
221	0,9500	0,9356
230	0,9500	0,9356
237	0,9500	0,9413
238	0,9500	0,9356

Tabela 4.14 - Limites de Fluxo Violados para Simulação 3

241	0,9500	0,9417
242	0,9500	0,9420
243	0,9500	0,9387
245	0,9500	0,9356
247	0,9500	0,9356
248	0,9500	0,9356
252	0,9500	0,9426
255	0,9500	0,9394
256	0,9500	0,9394
259	0,9500	0,9356
276	0,9500	0,9356
281	0,9500	0,9356
282	0,9500	0,9366
283	0,9500	0,9390
284	0,9500	0,9394

A Tabela 4.14 apresenta os transformadores cujos limites máximos foram sobrepujados em torno de 12 %.

Tabela 4.14 - Limites de Fluxo Violados para Simulação 3

<b>Linhas</b>	<b>Limites de Fluxo</b>	<b>Fluxos Violados Calculada (p.u.)</b>	<b>% de Sobrecarga</b>
233	4,5282	5,0893	12,3914
234	4,5046	5,0755	12,6758

#### 4.5.4 Estabelecimento de Estágios de Corte de Carga

Pelos resultados apresentados nos itens anteriores, e supondo-se que por poucas horas seja possível o sistema operar com subtensões de até 3% e sobrecargas nos transformadores de até 20%, pode-se estabelecer estratégias para corte de carga.

Na Tabela 4.15, observa-se que o valor total de corte de carga de potência ativa necessário para se restabelecer os limites operacionais é de 9,7759 p.u. Tendo em vista esse resultado, pode-se estabelecer um 1º Estágio de corte de carga, onde além de introduzir relaxamento de restrições de tensão e dos limites de fluxo de potência ativa, são admitidas subtensões de apenas 3% abaixo do limite mínimo e sobrecarga de 20% em alguns transformadores. Com essa primeira estratégia, o resultado que se nota é o corte de 6,3927 p.u., ou seja, houve uma diminuição de 35% do corte originalmente calculado. Na persistência da contingência, ocorre um 2º Estágio de corte, onde cortam-se os restantes 3,3832 p.u. que perfazem o corte total de 9,7759 p.u.



Feito isso, pode-se concluir que se a contingência for sanada no 1º Estágio de corte, estabelece-se o ponto de operação anterior à contingência, poupando-se em torno de 35% de corte de carga.

Tabela 4.15 - Resultados de Corte em Estágios

<b>Barra</b>	<b>1º Estágio de Corte de Carga (pu) Simulação 3</b>	<b>2º Estágio de Corte de Carga (pu) Sim.1 – Sim. 3</b>	<b>Corte Total (pu) Simulação 1</b>
9	0,0023	0,0000	0,0023
38	0,1302	0,0998	0,2300
39	0,2124	0,1676	0,3800
41	0,2220	0,0000	0,2220
45	0,0047	0,0983	0,1030
56	0,2320	0,0875	0,3195
51	0,0000	0,2080	0,2080
56	0,0000	0,4480	0,4480
57	0,0000	0,3530	0,3530
61	0,0000	0,2910	0,2910
63	0,0000	0,1810	0,1810
67	0,0000	0,4160	0,4160
69	0,0679	0,3111	0,3790
70	0,0000	0,3620	0,3620
71	0,0000	0,1810	0,1810
73	0,0713	0,2287	0,3000
75	0,0000	0,1480	0,1480
76	0,0000	0,5690	0,5690
79	0,0789	0,1461	0,2250
83	0,0000	0,3020	0,3020
85	0,0000	0,4550	0,4550
96	0,0000	0,1300	0,1300
99	0,0205	0,1865	0,2070
136	0,0000	0,8800	3,8800
145	0,1494	0,1826	0,3320
146	0,1228	0,1502	0,2730
149	0,4420	0,0430	0,4850
150	0,0000	0,3800	0,3800
154	0,3370	0,0000	0,3370
155	0,1850	0,0000	0,1850
158	0,0994	0,1216	0,2210
168	0,0095	0,0000	0,0095
169	0,2500	0,0000	0,2500
170	0,1107	0,3703	0,4810
171	0,1100	0,0000	0,1100

Tabela 4.15 - Resultados de Corte em Estágios

172	0,0000	0,4420	0,4420
173	0,1750	0,0000	0,1750
174	0,3960	0,0000	0,3960
175	0,1287	0,1573	0,2860
176	0,0000	0,5780	0,5780
177	0,1064	0,1876	0,2940
180	0,1890	0,2310	0,4200
182	0,0000	0,1060	0,1060
184	0,0820	0,0820	0,1640
185	0,0072	0,4198	0,4270
186	0,1420	0,1420	0,2840
188	0,0855	0,0855	0,1710
189	0,2185	0,2185	0,4370
193	0,1230	0,1230	0,2460
195	0,0480	0,0000	0,0480
196	0,1849	0,2261	0,4110
197	0,0970	0,0000	0,0970
201	0,0745	0,0745	0,1490
204	0,0251	0,2419	0,2670
210	0,2035	0,3065	0,5100
212	0,0720	0,0000	0,0720
217	0,0065	0,0835	0,0900
218	0,0115	0,1225	0,1340
221	0,0000	0,2120	0,2120
222	0,0240	0,0000	0,0240
230	0,0921	0,0749	0,1670
237	0,0000	0,0610	0,0610
238	0,0540	0,0550	0,1090
239	0,1079	0,0021	0,1100
241	0,1450	0,0000	0,1450
245	0,2216	0,0204	0,2420
247	0,0355	0,4785	0,5140
248	0,0131	0,1679	0,1810
259	0,0287	0,0613	0,0900
261	0,0805	0,1395	0,2200
264	0,0967	0,1233	0,2200
271	0,0397	0,1233	0,1630
276	0,0500	0,1130	0,1630
283	0,0821	0,1449	0,2270
<b>Somatória</b>	<b>6,3927</b>	<b>3,3832</b>	<b>9,7759</b>

## 4.6 Resultados de outras simulações

Neste trabalho, foram realizadas também outras simulações para outras contingências com o mesmo sistema. Essas contingências foram simuladas pelo Modelo Não-Linear. Para tanto, não foram considerados limites nos cortes de carga e as barras de todas as áreas foram selecionadas para corte.

Como já mencionado anteriormente, as contingências simuladas foram a saída de um dos transformadores de 230/69/13,8 kV de 150 MVA da Subestação do Uberaba e a saída de um dos transformadores de 230/69 kV de 150MVA da Subestação do Pilarzinho.

Para a contingência na Subestação do Uberaba, adotando a função objetivo como sendo só a minimização do corte de carga, a convergência não foi possível, pois os cortes não foram suficientes para que as restrições fossem satisfeitas. Introduzindo-se o relaxamento dos limites de tensão em até 3% do limite mínimo em regime normal, o corte de carga total obtido foi de **5,8998 p.u.** Como o valor da carga original era de **72,7326 p.u.**, a carga restante passou a ser de **66,8328 p.u.** A seguir, foi introduzido à função objetivo básica de minimização de corte de carga, além do relaxamento de tensão, o relaxamento dos limites de fluxo de potência ativa. Foram admitidas agora subtensões limitadas a 3% , juntamente com sobrecargas nos transformadores em até 20% e o corte de carga total foi de **5,44569 p.u.**, ou seja, houve agora uma diminuição no corte de carga.

Para a contingência na Subestação do Pilarzinho, novamente, só com a minimização do corte de carga, não houve convergência. Com a introdução do relaxamento dos limites de tensão em até 3% do limite mínimo em regime normal, o corte de carga total obtido foi de **5,3553 p.u.** Como a carga original era de **72,7326 p.u.**, a carga restante passou a ser de **67,3773 p.u.** Na sequência, foi introduzido na função objetivo básica de minimização de corte de carga, além do relaxamento de tensão, o relaxamento dos limites de fluxo de potência ativa. Com essa nova função objetivo, o corte de carga total foi de **4,7289 p.u.**

## 4.7 Desempenho do Preditor-Corretor

A fim de se analisar os ganhos obtidos com a utilização do Método Preditor-Corretor, a Tabela 4.16 apresenta os números de iterações e tempos de CPU dispendidos pelo Método dos Pontos Interiores versão Primal-Dual Puro e versão Preditor-Corretor para a **Simulação 1**.

Tabela 4.16 - Desempenho do Preditor-Corretor X Puro

<b>Método dos Pontos Interiores</b>	<b>Iterações</b>	<b>Tempo da CPU (s)</b>
Versão Puro	65	294,3594
Versão Preditor-Corretor	22	108,75

Observa-se pela Tabela 4.16 que a versão Preditor-Corretor é bastante eficiente, diminuindo o número de iterações e o tempo da CPU no processo de convergência desta simulação.

## 4.8 Considerações Finais

A metodologia proposta foi testada a partir de um sistema elétrico real submetido a uma emergência que acarreta sobrecargas em equipamentos como linhas de transmissão e transformadores. Foram testadas as opções de corte de carga em áreas ou barras do sistema.

As simulações tiveram como objetivo a avaliação das diferentes possibilidades oferecidas pela metodologia para estudos de corte de carga.

Inicialmente foi realizada a verificação preliminar de limites de fluxo sob contingências no Modelo Linear, ou seja, verificou-se em quais barras seria necessário o corte de carga devido a limites de fluxos ativos atingidos em linhas e transformadores. Com a realização da validação do Modelo Linear através de simulações realizadas no Modelo Não-linear, pode-se concluir que o Modelo Linear não apresenta resultados satisfatórios, pois das 13 barras onde ocorreu alívio de carga, apenas uma delas (264) foi realmente cortada pelo Modelo Não-Linear.

Na seqüência, foram estabelecidos Estágios de Corte de Carga a partir de Relaxamento de Restrições de Tensão e de Fluxo de Potência Ativa, a fim de minimizar os cortes nas barras. E por fim, apresentou-se os resultados verificados para a Simulação 1 pela utilização do Método Preditor-Corretor. Esse método se mostrou bastante eficaz, diminuindo o número de iterações e o tempo da CPU no processo de convergência.

Todas as simulações foram no sentido de dar suporte ao operador na decisão sobre quais barras devem ser cortadas.

No próximo capítulo, serão apresentadas as conclusões referentes às metodologias propostas neste trabalho.

## CAPÍTULO 5

### Conclusões

#### 5.1 Introdução

Esse trabalho teve como objetivo realizar estudos de alívio ótimo de carga na fase do planejamento de curto prazo. Nessa fase dos estudos é necessário se elaborar estratégias que auxiliem o operador do sistema a recuperar os limites operacionais quando em situações de emergência.

Como no Brasil os estudos de planejamento da operação de sistemas elétricos relacionados à corte de carga em caso de contingências são normalmente realizados de maneira manual pelas empresas concessionárias de energia elétrica, vislumbrou-se a possibilidade de aperfeiçoá-los, utilizando técnicas de otimização.

A literatura apresenta várias possibilidades para esse aperfeiçoamento, dentre elas destaca-se a metodologia proposta por MIKILITA (2005), que introduz ao problema clássico do corte de carga: (i) limites aos cortes por barras, evitando que cargas que não podem ser cortadas o sejam e, (ii) estudos de pré-diagnóstico de barras com problemas de subtensão.

No entanto, mais aprimoramentos podem ser adicionados ao trabalho de MIKILITA (2005), como desenvolvido nessa dissertação, tais como: (i) adição de relaxamento das restrições de tensão e de fluxo nos transformadores, obtendo dessa maneira novos limites mínimos de tensão e novos limites de fluxo em transformadores, os quais possibilitam diminuição no corte de carga e estabelecimento de estágios para alívio de carga e, (ii) estudos de pré-diagnóstico de barras candidatas a corte utilizando modelo linear de FPO.

Em síntese, esse trabalho apresentou uma metodologia que utiliza a idéia de que se for admitido que alguns limites de tensão sejam violados somente 3% (por exemplo) e que ocorra sobrecarga de 20% em alguns transformadores por apenas uma ou duas horas (por exemplo), pode-se cortar menos carga do que seria necessário se essas violações de limites

não fossem admitidas. Se a contingência for sanada dentro desse intervalo, ter-se-ão evitados cortes de carga desnecessários admitindo-se apenas pequenas violações. Caso contrário, realiza-se o corte de carga que teria sido proposto sem se considerar os relaxamentos. De uma maneira geral, esse trabalho propõe o estabelecimento de vários estágios de corte de carga, sempre com o intuito de minimizá-los.

Os resultados apresentados por essa metodologia, através da simulação do sistema de 291 barras foram satisfatórios, validando-se a técnica proposta.

Baseando-se ainda em MIKILITA (2005), que propõe um diagnóstico das barras problemáticas em termos de níveis mínimos de tensão não atingidos, implementou-se um FPO linear que minimiza cortes de carga, cujo objetivo é o de identificar as barras problemáticas em termos de carregamentos de circuitos. No modelo linear, os cortes que por acaso sejam necessários, são devido a congestionamentos nos transformadores e nas linhas. Deste modo, as barras cortadas podem ser identificadas como candidatas a corte para o modelo não-linear, diminuindo-se o universo de busca para esse último. No entanto, esse pré-diagnóstico não se mostrou eficaz pois as barras cortadas no modelo linear não coincidem com as cortadas pelo modelo não-linear.

## **5.2 Recomendações para Trabalhos Futuros**

Nesse trabalho, foram feitas algumas considerações que devem ser objeto de estudos futuros:

- admitiu-se subtensões de até 3 % no relaxamento dos limites de tensão. As conseqüências na utilização desse valor devem ser analisadas sob o ponto de vista operacional e econômico, sendo que cada concessionária faz esses estudos e determina as subtensões admissíveis (no caso da COPEL é admitido subtensão de até 0,9 pu em algumas barras);
- admitiu-se sobrecarga de 20 % para todos os transformadores. No entanto, cada transformador tem limites de sobrecarga próprios que devem durar por tempos pré-estabelecidos ou que dependem da temperatura nos enrolamentos. Num primeiro momento, deve-se fazer um levantamento desses dados a fim de se admitir sobrecargas individualizadas por transformador; levando-se em conta os dados dos fabricantes;

- considerou-se que o intervalo entre os estágios de corte sejam de duas horas. Estudos sobre a duração dos estados de emergência devem ser realizados a fim de se estabelecer convenientemente as durações dos estágios;
- foram estabelecidos apenas 2 estágios de corte, no entanto se for admitido que as tensões sejam relaxadas por mais tempo, pode-se estudar a continuidade de um terceiro estágio de corte.

Finalmente, como as sobrecargas nos transformadores não podem durar mais que um determinado intervalo de horas ou minutos por dia sob o risco de se perder vida útil, percebeu-se que no momento de uma contingência, um determinado transformador já pode estar sobrecarregado e que esta sobrecarga já pode estar no seu limite diário. Ou ainda, que para alguns transformadores a sobrecarga que se pode infringir depende da temperatura vigente nos enrolamentos. Assim, vislumbra-se para um próximo aperfeiçoamento da questão de cortes ótimos de carga, o desenvolvimento de um FPO em tempo-real que monitore os tempos de sobrecarga e as imagens térmicas dos transformadores, para a partir desses dados, se estabelecer estágios de cortes factíveis.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AFFONSO, Carolina M; DA SILVA, L. C. P.; LIMA, F. G., SOARES, S. (2003). Optimal MW/MVAR Dispatch and Minimal Load Shedding Strategy for Improving Voltage Stability Margin. *Proceeding IEEE General Meeting*, 2003. Toronto, v.1, pp 1-6.

BARBOZA, Luciano, SALGADO, Roberto; (2001). Restoring Solutions for Unsolvable Cases via Minimum Load Shedding for a Specified Direction. *Power Industry Computer Applications (PICA) Conference*, Sidney – Australia, May, pp 373-379.

CARPENTIER, J.; (1962). *Contribution a l'Étude de Dispatching Économique*. Bulletin de la Société Française des Électriciens, Paris, Ser. 8, Vol 3, Août, p. 431-447.

CASTRO, C. A.; BRAZ, L. M. C.; (1997). Uma Nova Abordagem para a Solução do Problema de Fluxo de Carga pelo Método de Newton com Otimização de Passo. *Revista SBA Controle & Automação*, São Paulo, Vol. 8, n.º 3, Setembro/Outubro/Novembro/Dezembro, p. 121-133.

CHAN, S. M.; SCHWEPPE, F. C.; (1979). A generation Reallocation and Load Shedding Algorithm. *IEEE Transactions on Power Systems*, PAS-90, p. 26-34.

DEHNEL, M.; DOMMEL, H. W.; (1989). A Method for Identifying Weak Nodes in Non-convergent Load Flows. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, Vol. 4, n.º 2, May, p. 801-807.

DUARTE, V. S.; PEREIRA, J. L. R.; COSTA, V. M.; (2000). Uma Nova Proposta para o Cálculo de Fluxo de Potência para Sistemas Mal-Condicionados. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA (13º: Setembro 2000: Florianópolis, Brasil). *Anais*, Florianópolis, 2000. p 885-889.

DOMMEL, H. W.; TINNEY, W. F.; (1968). Optimal Power Flow Solutions. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 87, n.º 10 (Oct), p. 1866-1876.

FERNANDES, Thelma S. P.; (2004). *O Um Modelo de Despacho Ótimo de Potência para Sistemas Multi-Usuários*. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina.

- GONDZIO, J. (1995). *Multiple Centrality Corrections in a Primal-Dual Method for Linear Programming*. LOGILAB, HEC Geneva, Section of Management Studies, University of Geneva, Switzerland, Technical Report 1994.20.
- GRANVILLE, S.; MELLO, F. C.; MELLO, A. C. G.; (1996). Application of Interior Point Methods to Power Flow Unsolvability. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 11, n.º 2 (May), pp. 1096-1103.
- HADJU, L. P.; PESCHON, J.; TINNEY, W. F.; PIERCY, D. S.; (1968). Optimal Load-Shedding Policy for Power Systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, PAS-87, p. 784-795.
- HAPP, H.H.; (1977). Optimal Power Dispatch – A Comprehensive Survey. *IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-96, n.º 3 (May), p. 841-854.
- IWAMOTO, S.; TAMURA, Y.; (1981). A Load Flow Calculation Method for Ill-Conditioned Power Systems. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, New York, Vol. PAS-100, n.º 4, April, p.1736-1743.
- LUENBERGER, David; (1989). *Linear and Nonlinear Programming*. 2. ed. Stanford University: Addison-Wesley Publishing Company.
- MEHROTRA, Sanjay; (1992). On the Implementation of a Primal-Dual Interior Point Method. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, v. 2. n. 4 (Nov), p. 575-601.
- MIKILITA, Miguel Armindo Saldanha; (2005). *Um Modelo de Fluxo de Potência Ótimo para Minimização do Corte de Carga*. Mestrado em Engenharia Elétrica, UFPR.
- MOMOH, James; EL-HAWARY, M. E.; ADAPA, R.; (1999). A Review of Selected Optimal Power Flow Literature to 1993, Part I: NonLinear and Quadratic Programming Approaches. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 14, n.º 1 (Feb), p. 96-111.
- MOSTAFA, M. A.; EL-HAWARY, M. E.; MBAMALU, G. A. N.; MANSOUR, M. M.; EL-NAGAR, K. M.; EL-ARABATY, A. N. (1996). Steady-State Load Shedding Schemes: a Performance Comparison. *Electrical Power System Research* 38, p. 105-112.
- OLIVEIRA, E. J., MOREIRA, W. C., PEREIRA, J. L. and WILLER, L. (2003). Solução de Sistemas de Potência mal condicionados usando a técnica de relaxamento de restrições. *Anais do XVII SNPTEE*, Vol. I, Uberlândia, pp. 1-6.

OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA ELÉTRICO (ONS). *Procedimentos de Rede*. Submódulo 2.2. Padrões de Desempenho da Rede Básica. (2000).

QUINTANA, Victor; TORRES, Geraldo; PALOMO, José; (2000). Interior-Point Methods and Their Applications to Power Systems: A Classification of Publications and Software Codes. *IEEE Transactions on Power Systems*, v.5, n.º 1 (Feb.), p. 170-176.

SASSON, A. M.; TREVIÑO, C.; ABOYTES, F.; (1971). Improved Newton's Load Flow Through a Minimization Technique. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, New York, Vol. PAS-90, n.º 10, October, p.1974-1981.

SCUDDER, J. M.; (1981). Step Size Optimization in a Polar Newton Power Flow. *Lecture Notes, University of Wisconsin, Madison*.

SOTO, Javier Rubén Ojeda; (2000). *Programa de Fluxo de Potência Ótimo – Manual do Usuário, Versão 5.1*. CEPEL – Centro de Pesquisas de Energia Elétrica.

SUBRAMANIAN, D. K.; (1971). Optimum Load-Shedding Through Programming Techniques. *IEEE Transactions on Power Systems*, PAS-90, p. 89-95.

VARGAS, Luis; QUINTANA, Victor; VANELLI, Anthony; (1993). A Tutorial Description of an Interior Point method and Its Applications to Security-Constrained Economic Dispatch. *IEEE Transactions on Power Systems*, v. 8, n.º 3 (Aug.), p. 1315-1324.

## Apêndice A

### Modelagem das Equações de Balanço de Potência Ativa e Reativa e do Ângulo de Referência

#### A.1 Representação das Equações de Balanço de Potência Ativa e Reativa na Forma Retangular (FERNANDES, 2004)

As equações de balanço de potência ativa e reativa são modeladas utilizando-se a representação retangular dos fasores de tensão:

$$\mathbf{V}_i^{\&} = e_i + j \cdot f_i \quad i = 1, \dots, nb \quad (\text{A.1})$$

onde

$e_i$  : parte real da tensão  $\mathbf{V}_i^{\&}$ ;

$f_i$  : parte imaginária da tensão  $\mathbf{V}_i^{\&}$ .

Considerando que

$$\mathbf{P} = \mathbf{Pg} - \mathbf{Pd} = \text{real}[\text{diag}(\mathbf{V}^{\&}) \cdot (\mathbf{Y}^{\&} \cdot \mathbf{V}^{\&})^*] \quad (\text{A.2})$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{Qg} - \mathbf{Qd} = \text{imag}[\text{diag}(\mathbf{V}^{\&}) \cdot (\mathbf{Y}^{\&} \cdot \mathbf{V}^{\&})^*] \quad (\text{A.3})$$

onde

$\mathbf{V}^{\&}$ : vetor de tensão com dimensão  $(nb \times 1)$ ;

$\mathbf{Y}^{\&}$ : matriz de admitância de barra com dimensão  $(nb \times nb)$

$\mathbf{P}$  : vetor de dimensão  $(nb \times 1)$  contendo a injeção de potência ativa;

$\mathbf{Q}$ : vetor de dimensão  $(nb \times 1)$  contendo a injeção de potência reativa;

$\mathbf{Pg}$ : vetor de potência de geração ativa com dimensão  $[nb \times 1]$ ;

$\mathbf{Pd}$ : vetor de potência de carga ativa com dimensão  $[nb \times 1]$ ;

$\mathbf{Qg}$ : vetor de potência de geração reativa com dimensão  $[nb \times 1]$ ;

$\mathbf{Qd}$ : vetor de potência de carga reativa  $[nb \times 1]$ .

Substituindo-se nas equações (A.2) e (A.3) a representação na forma retangular da expressão (A.1), obtém-se:

$$\mathbf{P} = \text{diag}(\mathbf{e}) [\mathbf{G} \cdot \mathbf{e} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{f}] + \text{diag}(\mathbf{f}) \cdot [\mathbf{B} \cdot \mathbf{e} + \mathbf{G} \cdot \mathbf{f}] \quad (\text{A.4})$$

$$\mathbf{Q} = \text{diag}(\mathbf{f}) [\mathbf{G} \cdot \mathbf{e} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{f}] - \text{diag}(\mathbf{e}) \cdot [\mathbf{B} \cdot \mathbf{e} + \mathbf{G} \cdot \mathbf{f}] \quad (\text{A.5})$$

onde

$$\mathbf{e} = \begin{bmatrix} e_1 \\ \mathbf{M} \\ e_{nb} \end{bmatrix} : \text{vetor de dimensão } (nb \times 1) \text{ contendo a parte real da tensão;}$$

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ \mathbf{M} \\ f_{nb} \end{bmatrix} : \text{vetor de dimensão } (nb \times 1) \text{ contendo a parte imaginária da tensão;}$$

$\mathbf{G}$ : parte real de  $\mathbf{Y}^{\mathcal{X}}$ , ou seja, matriz de condutância de barra com dimensão  $(nb \times nb)$ ;

$\mathbf{B}$ : parte imaginária de  $\mathbf{Y}^{\mathcal{X}}$ , ou seja, matriz de susceptância de barra com dimensão  $(nb \times nb)$ ;

As equações (A.4) e (A.5) podem ser expressas, de forma compacta, em função de um vetor  $\mathbf{x}$ , cujos elementos são as componentes real e imaginária das tensões de barra:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} e_1 \\ \mathbf{M} \\ e_{nb} \\ f_1 \\ \mathbf{M} \\ f_{nb} \end{bmatrix} \quad (\text{A.6})$$

O vetor  $\mathbf{x}$  possui dimensão  $[2nb \times 1]$ .

Para a obtenção dos vetores  $\mathbf{e}$  e  $\mathbf{f}$  a partir de  $\mathbf{x}$  utilizam-se as seguintes matrizes:

$$\mathbf{\Gamma}_e = \begin{bmatrix} & \mathbf{\Gamma} & & \mathbf{N} & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \quad (\text{A.7})$$

e

$$\mathbf{\Gamma}_f = \begin{bmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

sendo

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & 0 & \\ & & & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

ou seja,

$\Gamma$  : matriz identidade de dimensão ( $nb \times nb$ );

$\mathbf{N}$  : matriz nula de dimensão ( $nb \times nb$ );

$\Gamma_e$  : matriz composta pela justaposição da matriz  $\Gamma$  e da matriz  $\mathbf{N}$  de modo que o vetor formado pelas partes reais das tensões das barras,  $\mathbf{e}$ , possa ser escrito por:

$$\mathbf{e} = \Gamma_e \cdot \mathbf{x} \quad (\text{A.10})$$

$\Gamma_f$  : matriz composta pela justaposição da matriz  $\Gamma$  e da matriz de  $\mathbf{N}$  de modo que o vetor formado pelas partes imaginárias das tensões das barras,  $\mathbf{f}$ , possa ser escrito por:

$$\mathbf{f} = \Gamma_f \cdot \mathbf{x} \quad (\text{A.11})$$

Utilizando-se as matrizes descritas anteriormente, podem-se representar as equações (A.4) e (A.5) em função das variáveis  $\mathbf{Pg}$ ,  $\mathbf{Qg}$  e  $\mathbf{x}$ :

(i) Equações de balanço de potência ativa:

$$\mathbf{Pg} - \mathbf{Pd} = \{ \text{diag}(\Gamma_e \cdot \mathbf{x}) \begin{bmatrix} \mathbf{G} & -\mathbf{B} \end{bmatrix} + \text{diag}(\Gamma_f \cdot \mathbf{x}) \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{G} \end{bmatrix} \} \cdot \mathbf{x} \quad (\text{A.12})$$

(ii) Equações de balanço de potência reativa:

$$\mathbf{Qg} - \mathbf{Qd} = \{ \text{diag}(\Gamma_f \cdot \mathbf{x}) \begin{bmatrix} \mathbf{G} & -\mathbf{B} \end{bmatrix} + \text{diag}(\Gamma_e \cdot \mathbf{x}) \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{G} \end{bmatrix} \} \cdot \mathbf{x} \quad (\text{A.13})$$

As equações (A.4) e (A.5) são equivalentes às equações (A.12) e (A.13), as quais podem ser representadas simplesmente como:

$$\mathbf{Pg} - \mathbf{Pd} = \mathbf{P}(\mathbf{x}) \quad (\text{A.14})$$

$$\mathbf{Qg} - \mathbf{Qd} = \mathbf{Q}(\mathbf{x}) \quad (\text{A.15})$$

## A.2 Representação do Ângulo de Referência na Forma Retangular (FERNANDES, 2004)

Uma barra é escolhida para ser referência angular com valor zero. Como a representação escolhida para o fasor tensão é a retangular, esta referência implica que a parte imaginária do valor de tensão na forma retangular é igual a zero.

$$f_{ref} = 0 \quad (\text{A.16})$$

Para se representar a equação (2.16) na forma vetorial, define-se o vetor  $\mathbf{d}$  do seguinte modo:

$$\mathbf{d}^T = [ 0 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad 0 \quad \dots \quad 1 \quad \dots \quad \dots \quad 0 ] \quad (\text{A.17})$$

onde

$\mathbf{d}$ : vetor de dimensão  $[2nb \times 1]$ , com os  $nb$  primeiros elementos são nulos e os subsequentes também nulos, com exceção das posições correspondentes à barra de referência que assume valor unitário.

Deste modo,

$$\mathbf{d}^T \cdot \mathbf{x} = 0 \quad (\text{A.18})$$

## Apêndice B

### Formulações de FPO

#### B.1 O Problema de FPO

O problema de Fluxo de Potência Ótimo pode ser representado de forma genérica como:

$$\min f(\mathbf{u}) \quad (\text{B.1})$$

s. a

$$\mathbf{g}(\mathbf{u}) = 0 \quad (\text{B.2})$$

$$\mathbf{h}^{\min} \leq \mathbf{h}(\mathbf{u}) \leq \mathbf{h}^{\max} \quad (\text{B.3})$$

onde

$\mathbf{u}$ : vetor de variáveis de otimização composto pela geração de potência ativa e reativa, tensões nas barras, *taps* de transformadores e outros.

$f(\mathbf{u})$ : função objetivo a ser otimizada;

$\mathbf{g}(\mathbf{u})$ : vetor de restrições de igualdade que representam as equações de balanço de potência ativa e reativa descritas;

$\mathbf{h}(\mathbf{u})$ : vetor de restrições de desigualdade, composto pelos limites físicos e operacionais.

Para utilizar os métodos de Pontos Interiores aplicam-se ao problema (B.1)-(B.3) os procedimentos descritos anteriormente.

a) Transformação das restrições de desigualdade em restrições de igualdade pela introdução de variáveis de folga.

As restrições passam a ser representadas da seguinte maneira:

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\min} - \mathbf{s}^{\min} = 0 \quad (\text{B.4})$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\max} + \mathbf{s}^{\max} = 0 \quad (\text{B.5})$$

Sendo que  $\mathbf{s}^{\min}$  e  $\mathbf{s}^{\max}$  são vetores de variáveis de folga estritamente positivas.



b) A fim de se representar as restrições de não negatividade das variáveis de folga, o problema é modificado com a introdução da função barreira logarítmica na sua função objetivo. A função barreira penaliza as estimativas de solução que se encontram próximas aos limites das desigualdades, ou ainda, associadas às variáveis de folga próximas de zero.

O problema modificado passa a ser assim representado:

$$\min \mathbf{f}(\mathbf{u}) - \mu \sum_i^{ndes} [\ln(s_i^{\min}) + \ln(s_i^{\max})] \quad (\text{B.6})$$

sujeito a

$$\mathbf{g}(\mathbf{u}) = 0 \quad (\text{B.7})$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\min} - \mathbf{s}^{\min} = 0 \quad (\text{B.8})$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\max} + \mathbf{s}^{\max} = 0 \quad (\text{B.9})$$

onde

$ndes$ : número de restrições de desigualdade

$\mu$ : parâmetro barreira ( $\mu \geq 0$ ).

1.1.1 A função Lagrangeana associada a este problema é:

$$\begin{aligned} L(\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\pi}^{\min}, \boldsymbol{\pi}^{\max}, \mathbf{s}^{\min}, \mathbf{s}^{\max}) = & f(\mathbf{u}) - \mu \sum_i^{ndes} [\ln(s_i^{\min}) + \ln(s_i^{\max})] + \boldsymbol{\lambda}^T \cdot \mathbf{g}(\mathbf{u}) + \\ & + (\boldsymbol{\pi}^{\min})^T [\mathbf{h}(\mathbf{u}) + \mathbf{h}^{\min} - \mathbf{s}^{\min}] + (\boldsymbol{\pi}^{\max})^T [\mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\max} + \mathbf{s}^{\max}] \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

onde

$\boldsymbol{\lambda}$ : vetor de dimensão ( $nig \times 1$ ) composto pelos multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade;

$\boldsymbol{\pi}^{\min}$ : vetor de dimensão ( $ndes \times 1$ ) composto pelos multiplicadores de Lagrange associados aos limites mínimos;

$\boldsymbol{\pi}^{\max}$ : vetor de dimensão ( $ndes \times 1$ ) composto pelos multiplicadores de Lagrange associados aos limites máximos;

$nig$ : número de restrições de igualdade.

O novo problema de otimização passa a ser:

$$\min L(\mathbf{u}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\pi}^{\min}, \boldsymbol{\pi}^{\max}, \mathbf{s}^{\min}, \mathbf{s}^{\max}) \quad (\text{B.11})$$

sujeito a

$$\mathbf{s}^{\min} \geq 0, \mathbf{s}^{\max} \geq 0 \quad (\text{B.12})$$

$$\boldsymbol{\pi}^{\max} \geq 0, \boldsymbol{\pi}^{\min} \leq 0 \quad (\text{B.13})$$

sendo as restrições (B.12) e (B.13) impostas para que a equivalência com o problema (B.1)-(B.3) seja mantida.

## B.2 Condições de Otimalidade

Um ponto  $\mathbf{z} = [\mathbf{u}^T \ \boldsymbol{\lambda}^T \ (\boldsymbol{\pi}^{\min})^T \ (\boldsymbol{\pi}^{\max})^T \ (\mathbf{s}^{\min})^T \ (\mathbf{s}^{\max})^T]$  é solução do problema (B.11)-(B.13) somente se (LUENBERGER,1988):

a) Satisfaz as condições necessárias de otimalidade de primeira ordem, ou condições de KKT (para que as expressões matemáticas presentes nas condições de KKT e nos algoritmos descritos sejam compactas, neste capítulo, foi usado o operador  $\nabla$  para representar derivadas parciais de funções):

$$\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{z} = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \nabla_{\mathbf{u}} f(\mathbf{u}) + [\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{g}(\mathbf{u})]^T \cdot \boldsymbol{\lambda} + [\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{h}(\mathbf{u})]^T \cdot (\boldsymbol{\pi}^{\min} + \boldsymbol{\pi}^{\max}) = \mathbf{0} \quad (\text{B.14})$$

$$\nabla_{\mathbf{u}} L(\mathbf{z}) = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{g}(\mathbf{u}) = \mathbf{0} \quad (\text{B.15})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\pi}^{\min}} L(\mathbf{z}) = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\min} - \mathbf{s}^{\min} = \mathbf{0} \quad (\text{B.16})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\pi}^{\max}} L(\mathbf{z}) = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\max} - \mathbf{s}^{\max} = \mathbf{0} \quad (\text{B.17})$$

$$\nabla_{\mathbf{s}^{\min}} L(\mathbf{z}) = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{e} - \mathbf{S}^{\min} \cdot \boldsymbol{\pi}^{\min} = \mathbf{0} \quad (\text{B.18})$$

$$\nabla_{\mathbf{s}^{\max}} L(\mathbf{z}) = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{e} - \mathbf{S}^{\max} \cdot \boldsymbol{\pi}^{\max} = \mathbf{0} \quad (\text{B.19})$$

$$\mathbf{s}^{\min} \geq \mathbf{0} \quad , \mathbf{s}^{\max} \geq \mathbf{0} \quad (\text{B.20})$$

$$\boldsymbol{\pi}^{\min} \leq \mathbf{0} \quad , \boldsymbol{\pi}^{\max} \geq \mathbf{0} \quad (\text{B.21})$$

sendo

$\mathbf{e} = [1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$ , com dimensão ( $n_{des} \times 1$ );

$\mathbf{S}^{\min}$  e  $\mathbf{S}^{\max}$ : matrizes diagonais compostas pelos elementos de  $\mathbf{s}^{\min}$  e  $\mathbf{s}^{\max}$ , respectivamente.

b) Se a Hessiana do Lagrangeano  $L'$

$$L'(u, \lambda, \pi^{min}, \pi^{max}) = f(u) + \lambda^T \cdot g(u) + \pi_A^T h_A(u) \quad (B.22)$$

onde  $h_A(u)$  é o vetor das restrições de desigualdades ativas e  $\pi_A^T$  é o vetor formado pelos multiplicadores de Lagrange associados a essas restrições, é definida positiva no espaço nulo do Jacobiano formado pelas restrições de igualdade e restrições de desigualdades ativas associadas a multiplicadores de Lagrange estritamente positivos.

O Método de Pontos Interiores se concentra em obter um ponto estacionário, isto é, que satisfaça as condições necessárias de otimalidade do item (a). Para se garantir que o ponto obtido seja um mínimo de global de (B.1)-(B.3) as condições suficientes do item (b) devem ser testadas após a convergência do método.

No procedimento usado, entretanto, considera-se como ótimo o ponto solução das condições de KKT.

### B.3 Algoritmo Primal Dual de Pontos Interiores

Após a transformação das restrições de desigualdade em igualdades, por meio da introdução de variáveis de folga e adição da função barreira logarítmica à função objetivo como forma de garantir a não negatividade dessas variáveis, os passos seguintes consistem em se obter os pontos estacionários da função Lagrangeana, utilizando-se o Método de Newton, e estabelecer critérios para atualização do parâmetro barreira, para inicialização das variáveis e teste de convergência.

### B.4 Obtenção dos Pontos Estacionários

O primeiro passo na obtenção dos pontos que satisfazem a função Lagrangeana consiste em se fazer uma estimativa desta solução pela linearização das equações (B.14)-(B.19) utilizando-se o Método de Newton. Os incrementos obtidos em cada iteração deste método não podem ser usados diretamente no vetor  $z$ , pois os mesmos podem violar as restrições de desigualdade. Assim, esses incrementos devem ser testados e, se necessário, modificados a fim de sempre se manter o vetor  $z$  dentro da região de factibilidade do problema.

As etapas que devem ser seguidas a fim de se obter os pontos estacionários são as seguintes:

a) Inicialização das Variáveis

A fim de se começar o processo de otimização, é necessário a obtenção de uma estimativa inicial para as variáveis do problema. A escolha é feita de tal modo que as variáveis sejam estritamente internas aos limites impostos pelas restrições de desigualdade do problema. Para tanto, as variáveis  $u$  são inicializadas pela metade da soma de seus valores máximos e mínimos; posteriormente, as variáveis de folga são calculadas a partir das equações (B.16) e (B.17) e, arbitrando um valor inicial para o parâmetro barreira  $\mu$ , os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de desigualdade são calculados a partir de (B.18) e (B.19). Para os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de igualdade estimam-se valores quaisquer, como por exemplo, o vetor unitário.

b) Método de Newton

O sistema de equações (B.14) a (B.19) pode ser representado de forma compacta como:

$$\rho(\mathbf{z}) = 0 \quad (\text{B.23})$$

Tomando uma aproximação linear do sistema (2.35) no ponto  $\mathbf{z}^\circ$  tem-se:

$$\rho(\mathbf{z}^\circ + \Delta\mathbf{z}) = \rho(\mathbf{z}^\circ) + \nabla_{\mathbf{z}}\rho(\mathbf{z}) \Big|_{\mathbf{z}^\circ} \Delta\mathbf{z} \quad (\text{B.24})$$

como  $\Delta\mathbf{z}$  deve ser tal que  $\rho(\mathbf{z}^\circ + \Delta\mathbf{z}) = 0$ , da expressão anterior tem-se que:

$$\nabla_{\mathbf{z}}\rho(\mathbf{z}) \Big|_{\mathbf{z}^\circ} \Delta\mathbf{z} = -\rho(\mathbf{z}^\circ) \quad (\text{B.25})$$

Em termos das variáveis do problema,  $u$ ,  $\lambda$ ,  $\pi^{min}$ ,  $\pi^{max}$ ,  $s^{min}$ ,  $s^{max}$ , a equação (B.25) pode ser escrita como:

$$\mathbf{W} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda} \\ \Delta \boldsymbol{\pi}^{\min} \\ \Delta \boldsymbol{\pi}^{\max} \\ \Delta \mathbf{S}^{\min} \\ \Delta \mathbf{S}^{\max} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{u}} f(\mathbf{u}) + [\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{g}(\mathbf{u})]^T \cdot \boldsymbol{\lambda} + [\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{h}(\mathbf{u})]^T \cdot (\boldsymbol{\pi}^{\min} + \boldsymbol{\pi}^{\max}) \\ \mathbf{g}(\mathbf{u}) \\ \mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\min} - \mathbf{S}^{\min} \\ \mathbf{h}(\mathbf{u}) - \mathbf{h}^{\max} - \mathbf{S}^{\max} \\ -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{e} - \mathbf{S}^{\min} \cdot \boldsymbol{\pi}^{\min} \\ -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{e} - \mathbf{S}^{\max} \cdot \boldsymbol{\pi}^{\max} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{u}} L \\ \nabla_{\boldsymbol{\lambda}} L \\ \nabla_{\boldsymbol{\pi}^{\min}} L \\ \nabla_{\boldsymbol{\pi}^{\max}} L \\ \nabla_{\mathbf{S}^{\min}} L \\ \nabla_{\mathbf{S}^{\max}} L \end{bmatrix} \quad (\text{B.26})$$

onde  $\mathbf{W}$  é a matriz Hessiana de dimensão  $(nz \times nz)$ , sendo que  $nz$  o número total de variáveis em  $\mathbf{z}$ , cuja expressão é:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} L_{\mathbf{u}\mathbf{u}} & L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\lambda}} & L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\pi}^{\min}} & L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\pi}^{\max}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ [L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\lambda}}]^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ [L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\pi}^{\min}}]^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{I} & \mathbf{0} \\ [L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\pi}^{\max}}]^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & -\mathbf{S}^{\min} & \mathbf{0} & -\boldsymbol{\Pi}^{\min} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{S}^{\max} & \mathbf{0} & \boldsymbol{\Pi}^{\max} \end{bmatrix} \quad (\text{B.27})$$

com:

$$L_{\mathbf{u}\mathbf{u}} = \nabla_{\mathbf{u}\mathbf{u}}^2 L = \nabla_{\mathbf{u}\mathbf{u}}^2 f(\mathbf{u}) + \sum_{i=1}^{nig} \lambda_i \cdot \nabla_{\mathbf{u}\mathbf{u}}^2 g_i(\mathbf{u}) + \sum_{j=1}^{ndes} (\boldsymbol{\pi}_j^{\max} + \boldsymbol{\pi}_j^{\min}) \cdot \nabla_{\mathbf{u}\mathbf{u}}^2 h_j(\mathbf{u}) \quad (\text{B.28})$$

$$L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\lambda}} = [L_{\boldsymbol{\lambda}\mathbf{u}}]^T = \nabla_{\boldsymbol{\lambda}\mathbf{u}}^2 L = [\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{g}(\mathbf{u})]^T \quad (\text{B.29})$$

$$L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\pi}^{\min}} = [L_{\boldsymbol{\pi}^{\min}\mathbf{u}}]^T = \nabla_{\mathbf{u}\boldsymbol{\pi}^{\min}}^2 L = [\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{h}(\mathbf{u})]^T \quad (\text{B.30})$$

$$L_{\mathbf{u}\boldsymbol{\pi}^{\max}} = [L_{\boldsymbol{\pi}^{\max}\mathbf{u}}]^T = \nabla_{\mathbf{u}\boldsymbol{\pi}^{\max}}^2 L = [\nabla_{\mathbf{u}} \mathbf{h}(\mathbf{u})]^T \quad (\text{B.31})$$

$$L_{\mathbf{S}^{\min}\boldsymbol{\pi}^{\min}} = \nabla_{\mathbf{S}^{\min}\boldsymbol{\pi}^{\min}}^2 L = -\mathbf{S}^{\min} \quad (\text{B.32})$$

$$L_{\mathbf{S}^{\max}\boldsymbol{\pi}^{\max}} = \nabla_{\mathbf{S}^{\max}\boldsymbol{\pi}^{\max}}^2 L = \mathbf{S}^{\max} \quad (\text{B.33})$$

$$L_{\mathbf{S}^{\min}\mathbf{S}^{\min}} = \nabla_{\mathbf{S}^{\min}\mathbf{S}^{\min}}^2 L = -\boldsymbol{\Pi}^{\min} \quad (\text{B.34})$$

$$L_{\mathbf{S}^{\max}\mathbf{S}^{\max}} = \nabla_{\mathbf{S}^{\max}\mathbf{S}^{\max}}^2 L = \boldsymbol{\Pi}^{\max} \quad (\text{B.35})$$

sendo

$\boldsymbol{\Pi}^{\min}$ : matriz diagonal composta pelos elementos de  $\boldsymbol{\pi}^{\min}$

$\boldsymbol{\Pi}^{\max}$ : matriz diagonal composta pelos elementos de  $\boldsymbol{\pi}^{\max}$

$\mathbf{I}$ : matriz identidade

### c) Atualização das Variáveis Primais e Duais

A determinação do ponto ótimo se faz através de um processo iterativo. A cada iteração, o sistema linear representado em (B.26) é resolvido, e, logo após, é determinado o comprimento do passo nos espaços primal ( $\alpha_p$ ) e dual ( $\alpha_d$ ), de modo que:

- as variáveis de folga sejam todas positivas;
- os multiplicadores de Lagrange sejam tais que:  $\pi^{min} \leq 0$ ,  $\pi^{max} \geq 0$ .

Desta forma,  $\alpha_p$  e  $\alpha_d$  são expressos como:

$$\alpha_p = \min\left[ \min_{\Delta s_i^{max} < 0} \frac{-s_i^{max}}{\Delta s_i^{max}}, \min_{\Delta s_i^{min} < 0} \frac{-s_i^{min}}{\Delta s_i^{min}}, 1 \right] \quad (B.36)$$

$$\alpha_d = \min\left[ \min_{\Delta \pi_i^{max} < 0} \frac{-\pi_i^{max}}{\Delta \pi_i^{max}}, \min_{\Delta \pi_i^{min} > 0} \frac{-\pi_i^{min}}{\Delta \pi_i^{min}}, 1 \right] \quad (B.37)$$

Após o cálculo dos passos primal e dual, a nova aproximação para a solução ótima pode ser obtida pela seguinte atualização:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u} + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta \mathbf{u} \quad (B.38)$$

$$\mathbf{s}^{min} = \mathbf{s}^{min} + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta \mathbf{s}^{min} \quad (B.39)$$

$$\mathbf{s}^{max} = \mathbf{s}^{max} + \sigma \cdot \alpha_p \cdot \Delta \mathbf{s}^{max} \quad (B.40)$$

$$\boldsymbol{\lambda} = \boldsymbol{\lambda} + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \boldsymbol{\lambda} \quad (B.41)$$

$$\boldsymbol{\pi}^{max} = \boldsymbol{\pi}^{max} + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}^{max} \quad (B.42)$$

$$\boldsymbol{\pi}^{min} = \boldsymbol{\pi}^{min} + \sigma \cdot \alpha_d \cdot \Delta \boldsymbol{\pi}^{min} \quad (B.43)$$

onde  $\sigma$  é uma constante que tem por finalidade garantir a interioridade da nova estimativa de solução, sendo fixada em 0,9995.

### d) Atualização do Parâmetro Barreira

O último passo dentro de cada iteração é recalculer o valor do parâmetro barreira  $\mu$ . Com os valores de  $\boldsymbol{\pi}^{min}$ ,  $\boldsymbol{\pi}^{max}$ ,  $\mathbf{s}^{min}$ ,  $\mathbf{s}^{max}$ , o cálculo do parâmetro  $\mu$  é baseado no decréscimo do *gap* de dualidade:

$$\mu = \frac{(\mathbf{s}^{max})^T \cdot \boldsymbol{\pi}^{max} - (\mathbf{s}^{min})^T \cdot \boldsymbol{\pi}^{min}}{2 \cdot n \cdot \beta} \quad (B.44)$$

onde

$n$ : número total de variáveis primais e duais

$\beta$ : fator de aceleração ( $\geq 1$ ).

#### e) Critérios de Convergência

A solução do problema é encontrada quando as equações que representam as condições de otimalidade (B.14) a (B.19) são satisfeitas e o *gap* de dualidade ou parâmetro de barreira é nulo. Portanto, os critérios de convergência são:

$$\mu \leq \varepsilon_\mu \quad (\text{B.45})$$

$$\max \|\nabla L\|_\infty \leq \varepsilon_L \quad (\text{B.46})$$

onde

$\|\nabla L\|_\infty$ : representa a norma infinita do gradiente da função Lagrangeana

$\varepsilon_L$  e  $\varepsilon_\mu$ : tolerâncias para o teste de convergência do método iterativo.

### B.5 Algoritmo de Solução do Problema

A seguir é descrito o algoritmo para a solução do problema de otimização via Método Primal-Dual de Pontos Interiores:

**Passo 0**: Inicializar as variáveis.

**Passo 1**: Calcular o gradiente da função Lagrangeana através das equações (B.14)-(B.19).

**Passo 2**: Testar critérios de convergência:

- Caso os critérios estejam satisfeitos, FIM. A solução ótima foi encontrada.
- Caso contrário, prosseguir ao **Passo 3**.

**Passo 3**: Resolver a equação matricial (B.26).

**Passo 4**: Determinar o comprimento dos passos nos espaço primal e dual,  $\alpha_p$  e  $\alpha_d$ , usando as equações (B.36) e (B.37).

**Passo 5**: Atualizar todas as variáveis de acordo com equações (B.38) a (B.43).

**Passo 6**: Atualizar o parâmetro barreira  $\mu$  de acordo com (B.44) e retornar ao **Passo 1**.

## Apêndice C

### Formulação do Fluxo de Potência Linear com Corte de Carga Resolução pelo Método Primal-Dual via Pontos Interiores

#### C.1 Formulação baseada em variáveis de folga e barreira logarítmica

O Método dos Pontos Interiores versão Primal-Dual requer a transformação das restrições de desigualdade em restrições de igualdade, introduzindo-se variáveis de folga.

As restrições do problema formulado na seção 3.2.2.2 do Capítulo III passam a ser representadas da seguinte maneira:

$$-\mathbf{Pg} + \mathbf{Pg}_{\min} + \mathbf{sp}_{\min} = 0 \quad (\text{C.1})$$

$$\mathbf{Pg} - \mathbf{Pg}_{\max} + \mathbf{sp}_{\max} = 0 \quad (\text{C.2})$$

$$-\mathbf{X}^{-1} (\mathbf{A}')^T \boldsymbol{\theta}' - \mathbf{t}_{\max} + \mathbf{st}_{\min} = 0 \quad (\text{C.3})$$

$$\mathbf{X}^{-1} (\mathbf{A}')^T \boldsymbol{\theta}' - \mathbf{t}_{\max} + \mathbf{st}_{\max} = 0 \quad (\text{C.4})$$

$$-\Delta\mathbf{Pd} + \mathbf{spd}_{\min} = 0 \quad (\text{C.5})$$

$$\Delta\mathbf{Pd} - \Delta\mathbf{Pd}_{\max} + \mathbf{spd}_{\max} = 0 \quad (\text{C.6})$$

As variáveis de folga  $\mathbf{st}_{\min}$ ,  $\mathbf{st}_{\max}$ ,  $\mathbf{sp}_{\min}$ ,  $\mathbf{sp}_{\max}$ ,  $\mathbf{spd}_{\min}$ ,  $\mathbf{spd}_{\max}$  devem ser todas  $\geq 0$ .

A fim de se representar as restrições de não negatividade das variáveis de folga, o problema é modificado com a introdução da barreira logarítmica na função objetivo do problema. O objetivo da barreira é penalizar a função objetivo quando as variáveis de folga se aproximam da barreira.

O problema modificado passa a ser assim representado:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & w_{cc} \alpha^t \Delta\mathbf{Pd} \\ & - \boldsymbol{\mu} \sum_{i=1,ng} (\ln \mathbf{sp}_{\min} + \ln \mathbf{sp}_{\max}) - \boldsymbol{\mu} \sum_{i=1,nl} (\ln \mathbf{st}_{\min} + \ln \mathbf{st}_{\max}) \\ & - \boldsymbol{\mu} \sum_{i=1,nl} (\ln \mathbf{spd}_{\min} + \ln \mathbf{spd}_{\max}) \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$



s.a

$$1.1.2 \quad \mathbf{A} \mathbf{g} \mathbf{P} \mathbf{g} - (\mathbf{P} \mathbf{d}^0 - \mathbf{U}_m \Delta \mathbf{P} \mathbf{d}) = \mathbf{B}_{\text{red}} \boldsymbol{\theta}' \quad (\text{C.8})$$

$$-\mathbf{P} \mathbf{g} + \mathbf{P} \mathbf{g}_{\min} + \mathbf{s} \mathbf{p}_{\min} = 0 \quad (\text{C.9})$$

$$\mathbf{P} \mathbf{g} - \mathbf{P} \mathbf{g}_{\max} + \mathbf{s} \mathbf{p}_{\max} = 0 \quad (\text{C.10})$$

$$-\mathbf{X}^{-1} (\mathbf{A}')^T \boldsymbol{\theta}' - \mathbf{t}_{\max} + \mathbf{s} \mathbf{t}_{\min} = 0 \quad (\text{C.11})$$

$$\mathbf{X}^{-1} (\mathbf{A}')^T \boldsymbol{\theta}' - \mathbf{t}_{\max} + \mathbf{s} \mathbf{t}_{\max} = 0 \quad (\text{C.12})$$

$$-\Delta \mathbf{P} \mathbf{d} + \mathbf{s} \mathbf{p} \mathbf{d}_{\min} = 0 \quad (\text{C.13})$$

$$\Delta \mathbf{P} \mathbf{d} - \Delta \mathbf{P} \mathbf{d}_{\max} + \mathbf{s} \mathbf{p} \mathbf{d}_{\max} = 0 \quad (\text{C.14})$$

### 1.1.3 C.2 Função Lagrangeana

A função Lagrangeana associada a este problema é:

$$\begin{aligned} L(\mathbf{P} \mathbf{g}, \boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\pi}) = & w_{cc} \alpha^t \Delta \mathbf{P} \mathbf{d} \\ & - \boldsymbol{\mu} \sum_{i=1, \text{ng}} (\ln \mathbf{s} \mathbf{p}_{\min} + \ln \mathbf{s} \mathbf{p}_{\max}) \\ & - \boldsymbol{\mu} \sum_{i=1, \text{nl}} (\ln \mathbf{s} \mathbf{t}_{\min} + \ln \mathbf{s} \mathbf{t}_{\max}) - \boldsymbol{\mu} \sum_{i=1, \text{nl}} (\ln \mathbf{s} \mathbf{p} \mathbf{d}_{\min} + \ln \mathbf{s} \mathbf{p} \mathbf{d}_{\max}) \\ & + \boldsymbol{\lambda}^t (-\mathbf{A} \mathbf{g} \mathbf{P} \mathbf{g} + \mathbf{P} \mathbf{d}^0 - \mathbf{U}_m \Delta \mathbf{P} \mathbf{d} + \mathbf{B}_{\text{red}} \boldsymbol{\theta}') \\ & + \boldsymbol{\pi} \mathbf{p}_{\min}^t (-\mathbf{P} \mathbf{g} + \mathbf{P} \mathbf{g}_{\min} + \mathbf{s} \mathbf{p}_{\min}) + \boldsymbol{\pi} \mathbf{p}_{\max}^t (\mathbf{P} \mathbf{g} - \mathbf{P} \mathbf{g}_{\max} + \mathbf{s} \mathbf{p}_{\max}) \\ & + \boldsymbol{\pi} \mathbf{t}_{\min}^t (-\mathbf{X}^{-1} (\mathbf{A}')^T \boldsymbol{\theta}' - \mathbf{t}_{\max} + \mathbf{s} \mathbf{t}_{\min}) + \boldsymbol{\pi} \mathbf{t}_{\max}^t (\mathbf{X}^{-1} (\mathbf{A}')^T \boldsymbol{\theta}' - \mathbf{t}_{\max} + \mathbf{s} \mathbf{t}_{\max}) \\ & + \boldsymbol{\pi} \mathbf{p} \mathbf{d}_{\min}^t (-\Delta \mathbf{P} \mathbf{d} + \mathbf{s} \mathbf{p} \mathbf{d}_{\min}) + \boldsymbol{\pi} \mathbf{p} \mathbf{d}_{\max}^t (\Delta \mathbf{P} \mathbf{d} - \Delta \mathbf{P} \mathbf{d}_{\max} + \mathbf{s} \mathbf{p} \mathbf{d}_{\max}) \end{aligned} \quad (\text{C.15})$$

As variáveis do problema primal são:  $\boldsymbol{\theta}$ ,  $\mathbf{P} \mathbf{g}$ ,  $\mathbf{s} \mathbf{t}_{\min}$ ,  $\mathbf{s} \mathbf{t}_{\max}$ ,  $\mathbf{s} \mathbf{p}_{\min}$ ,  $\mathbf{s} \mathbf{p}_{\max}$ ,  $\mathbf{s} \mathbf{p} \mathbf{d}_{\min}$ ,  $\mathbf{s} \mathbf{p} \mathbf{d}_{\max}$ .

As variáveis duais são os multiplicadores de Lagrange associados às restrições:  $\boldsymbol{\lambda}$ ,  $\boldsymbol{\pi} \mathbf{t}_{\min}$ ,  $\boldsymbol{\pi} \mathbf{t}_{\max}$ ,  $\boldsymbol{\pi} \mathbf{p}_{\min}$ ,  $\boldsymbol{\pi} \mathbf{p}_{\max}$ ,  $\boldsymbol{\pi} \mathbf{p} \mathbf{d}_{\min}$ ,  $\boldsymbol{\pi} \mathbf{p} \mathbf{d}_{\max}$ .

### C.3 Condições de Otimalidade de Karush-Kuhn-Tucker

As condições necessárias de otimalidade de primeira ordem para este novo problema de otimização são:

$$\nabla_{\mathbf{P}g} L = -\mathbf{A}g^t \boldsymbol{\lambda} - \boldsymbol{\pi}p_{\min} + \boldsymbol{\pi}p_{\max} = 0 \quad (\text{C.16})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\theta}} L = (\mathbf{B}')^t \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{A}' \mathbf{X}^{-1} \boldsymbol{\pi}t_{\min} + \mathbf{A}' \mathbf{X}^{-1} \boldsymbol{\pi}t_{\max} = 0 \quad (\text{C.17})$$

$$\nabla_{\Delta \mathbf{P}d} L = w_{cc} \boldsymbol{\alpha} - \mathbf{U}m^t \cdot \boldsymbol{\lambda} + \boldsymbol{\pi}pd_{\max} - \boldsymbol{\pi}pd_{\min} = 0 \quad (\text{C.18})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\lambda}} L = -\mathbf{A}g \mathbf{P}g + \mathbf{P}d^0 - \mathbf{U}_m \Delta \mathbf{P}d + \mathbf{B}red \boldsymbol{\theta}' = 0 \quad (\text{C.19})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\pi}p_{\max}} L = \mathbf{P}g - \mathbf{P}g_{\max} + \mathbf{s}p_{\max} = 0 \quad (\text{C.20})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\pi}p_{\min}} L = -\mathbf{P}g + \mathbf{P}g_{\min} + \mathbf{s}p_{\min} = 0 \quad (\text{C.21})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\pi}t_{\max}} L = \mathbf{X}^{-1} (\mathbf{A}')^t \boldsymbol{\theta}' - \mathbf{t}_{\max} + \mathbf{s}t_{\max} = 0 \quad (\text{C.22})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\pi}t_{\min}} L = -\mathbf{X}^{-1} (\mathbf{A}')^t \boldsymbol{\theta}' - \mathbf{t}_{\max} + \mathbf{s}t_{\min} = 0 \quad (\text{C.23})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\pi}pd_{\max}} L = \Delta \mathbf{P}d - \Delta \mathbf{P}d_{\max} + \mathbf{s}pd_{\max} = 0 \quad (\text{C.24})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\pi}pd_{\min}} L = -\Delta \mathbf{P}d + \mathbf{s}pd_{\min} = 0 \quad (\text{C.25})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\mu}} L = -\boldsymbol{\mu} + \mathbf{s}p_{\max} \boldsymbol{\pi}p_{\max} = 0 \quad (\text{C.26})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\mu}} L = -\boldsymbol{\mu} + \mathbf{s}p_{\min} \boldsymbol{\pi}p_{\min} = 0 \quad (\text{C.27})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\mu}} L = -\boldsymbol{\mu} + \mathbf{s}t_{\max} \boldsymbol{\pi}t_{\max} = 0 \quad (\text{C.28})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\mu}} L = -\boldsymbol{\mu} + \mathbf{s}t_{\min} \boldsymbol{\pi}t_{\min} = 0 \quad (\text{C.29})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\mu}} L = -\boldsymbol{\mu} + \mathbf{s}pd_{\max} \boldsymbol{\pi}pd_{\max} = 0 \quad (\text{C.30})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\mu}} L = -\boldsymbol{\mu} + \mathbf{s}pd_{\min} \boldsymbol{\pi}pd_{\min} = 0 \quad (\text{C.31})$$

As equações (C.26) a (C.31) podem ser reescritas:

$$\nabla_{\boldsymbol{\mu}} L = -\boldsymbol{\mu} \mathbf{e}p + \mathbf{S}p_{\max} \boldsymbol{\pi}p_{\max} = 0 \quad (\text{C.32})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\mu}} L = -\boldsymbol{\mu} \mathbf{e}p + \mathbf{S}p_{\min} \boldsymbol{\pi}p_{\min} = 0 \quad (\text{C.33})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\mu}} L = -\boldsymbol{\mu} \mathbf{e}t + \mathbf{S}t_{\max} \boldsymbol{\pi}t_{\max} = 0 \quad (\text{C.34})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\mu}} L = -\boldsymbol{\mu} \mathbf{e}t + \mathbf{S}t_{\min} \boldsymbol{\pi}t_{\min} = 0 \quad (\text{C.35})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\mu}} L = -\boldsymbol{\mu} \mathbf{e}c + \mathbf{S}pd_{\max} \boldsymbol{\pi}pd_{\max} = 0 \quad (\text{C.36})$$

$$\nabla_{\boldsymbol{\mu}} L = -\boldsymbol{\mu} \mathbf{e}c + \mathbf{S}pd_{\min} \boldsymbol{\pi}pd_{\min} = 0 \quad (\text{C.37})$$

onde

$\mathbf{e}p$  : vetor ( $ng \times 1$ ) unitário;

$\mathbf{e}t$  : vetor ( $nl \times 1$ ) unitário;

$\mathbf{e}c$  : vetor ( $nc \times 1$ ) unitário;

$\mathbf{Sp}_{\min}$ : matriz diagonal das variáveis  $\mathbf{sp}_{\min}$ ;

$\mathbf{Sp}_{\max}$ : matriz diagonal das variáveis  $\mathbf{sp}_{\max}$ ;

$\mathbf{St}_{\min}$ : matriz diagonal das variáveis  $\mathbf{st}_{\min}$ ;

$\mathbf{St}_{\max}$ : matriz diagonal das variáveis  $\mathbf{st}_{\max}$ .

$\mathbf{Spd}_{\min}$ : matriz diagonal das variáveis  $\mathbf{spd}_{\min}$ ;

$\mathbf{Spd}_{\max}$ : matriz diagonal das variáveis  $\mathbf{spd}_{\max}$ .

Devido ao fato do multiplicador de Lagrange  $\lambda$  estar associado a uma restrição de igualdade o mesmo não possui restrição de sinal, ou seja,  $\lambda$  pode assumir qualquer valor. Já as outras restrições implicam nas seguintes restrições de sinal:  $\pi t_{\min} \geq 0$ ,  $\pi t_{\max} \geq 0$ ,  $\pi p_{\min} \geq 0$ ,  $\pi p_{\max} \geq 0$ ,  $\pi pd_{\min} \geq 0$ ,  $\pi pd_{\max} \geq 0$ .

#### C.4 Aplicação do Método de Newton às Condições de KKT

Aplicando o Método de Newton às condições de KKT para resolução do sistema por método iterativo, obtém-se o seguinte sistema de equações linearizadas:

$$\mathbf{H} \Delta \mathbf{x} = - \nabla_{\mathbf{x}} L \quad (\text{C.38})$$

A matriz  $\mathbf{H}$  apresenta a estrutura a seguir:

11310	0	0	$-\mathbf{A}g^t$	$\mathbf{I}p$	$-\mathbf{I}p$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0		$\mathbf{B}_{red}^t$	0	0	$(\mathbf{A}')^t \mathbf{X}^{-1}$	$-(\mathbf{A}')^t \mathbf{X}^{-1}$	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	$\mathbf{0}$	$-\mathbf{U}m^t$	0	0	0	0	$\mathbf{I}c$	$-\mathbf{I}c$	0	0	0	0	0	0
$-\mathbf{A}g$	$\mathbf{B}_{red}$	$-\mathbf{U}m$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\mathbf{I}p$	0	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{I}p$	0	0	0	0	0
$-\mathbf{I}p$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{I}p$	0	0	0	0
0	$\mathbf{X}^{-1}(\mathbf{A}')^t$		0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{I}t$	0	0	0
0	$-\mathbf{X}^{-1}(\mathbf{A}')^t$		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{I}t$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$
0	0	$\mathbf{I}c$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{0}$	$\mathbf{I}c$	$\mathbf{0}$
0	0	$-\mathbf{I}c$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{I}c$
0	0	0	0	$\mathbf{S}p_{max}$	0	0	0	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{\Pi}p_{max}$	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	$\mathbf{S}p_{min}$	0	0	0	0	0	$\mathbf{\Pi}p_{min}$	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	$\mathbf{S}t_{max}$	0	0	0	0	0	$\mathbf{\Pi}t_{max}$	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{S}t_{min}$	0	0	0	0	0	$\mathbf{\Pi}t_{min}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$
0	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{0}$	$\mathbf{S}p_{d_{max}}$	0	0	0	0	$\mathbf{0}$	$\mathbf{\Pi}p_{d_{max}}$	$\mathbf{0}$
0	0	0	0	0	0	0	$\mathbf{0}$	0	$\mathbf{S}p_{d_{min}}$	0	0	0	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{\Pi}p_{d_{min}}$

(C.39)

onde

$\mathbf{I}p$ : matriz diagonal do vetor  $\mathbf{e}p$ ;

$\mathbf{I}t$ : matriz diagonal do vetor  $\mathbf{e}t$ ;

$\mathbf{I}c$ : matriz diagonal do vetor  $\mathbf{e}c$ .

Os vetores  $\Delta \mathbf{x}$  e  $\nabla_{\mathbf{x}} L$  são os seguintes:

$$\Delta \mathbf{x} = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_g \\ \Delta \theta \\ \Delta \Delta \mathbf{P}_d \\ \Delta \lambda \\ \Delta \pi_{\max} \\ \Delta \pi_{\min} \\ \Delta \pi_{\max}^t \\ \Delta \pi_{\min}^t \\ \Delta \pi_{\max}^{pd} \\ \Delta \pi_{\min}^{pd} \\ \Delta \mathbf{sp}_{\max} \\ \Delta \mathbf{sp}_{\min} \\ \Delta \mathbf{st}_{\max} \\ \Delta \mathbf{st}_{\min} \\ \Delta \mathbf{spd}_{\max} \\ \Delta \mathbf{spd}_{\min} \end{bmatrix} \quad (\text{C.40})$$

$$\nabla_{\mathbf{x}} L = \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{P}_g} L \\ \nabla_{\theta} L \\ \nabla_{\Delta \mathbf{P}_d} L \\ \nabla_{\lambda} L \\ \nabla_{\pi_{\max}} L \\ \nabla_{\pi_{\min}} L \\ \nabla_{\pi_{\max}^t} L \\ \nabla_{\pi_{\min}^t} L \\ \nabla_{\pi_{\max}^{pd}} L \\ \nabla_{\pi_{\min}^{pd}} L \\ \nabla_{\mathbf{sp}_{\max}} L \\ \nabla_{\mathbf{sp}_{\min}} L \\ \nabla_{\mathbf{st}_{\max}} L \\ \nabla_{\mathbf{st}_{\min}} L \\ \nabla_{\mathbf{spd}_{\max}} L \\ \nabla_{\mathbf{spd}_{\min}} L \end{bmatrix} \quad (\text{C.41})$$

### C.5 Atualização de $x^k$ e $\mu$

A cada iteração, o sistema linear do item anterior é resolvido, sendo a próxima etapa a determinação do comprimento do passo nos espaços primal e dual, de modo que:

- as variáveis de folga  $st_{\min}$ ,  $st_{\max}$ ,  $sp_{\min}$ ,  $sp_{\max}$ ,  $spd_{\max}$ ,  $spd_{\min}$  sejam todas  $\geq 0$ .

- os multiplicadores de Lagrange sejam:  $\pi_{t_{\min}} \geq 0$ ,  $\pi_{t_{\max}} \geq 0$ ,  $\pi_{p_{\min}} \geq 0$ ,  $\pi_{p_{\max}} \geq 0$ ,  $\pi_{pd_{\min}} \geq 0$ ,  $\pi_{pd_{\max}} \geq 0$ ,

$$\alpha_p = \min \{ \min_{\Delta s_i < 0} (-s_i / \Delta s_i), 1 \} \quad (C.42)$$

onde  $s$  corresponde ao vetor formado por  $sp_{\min}$ ,  $sp_{\max}$ ,  $sf_{\min}$ ,  $sf_{\max}$ .

$$\alpha_d = \min \{ \min_{\Delta \pi_i < 0} (-\pi_i / \Delta \pi_i), 1 \} \quad (C.43)$$

onde  $\pi$  corresponde ao vetor formado pelo multiplicadores  $\pi_{p_{\min}}$  e  $\pi_{f_{\min}}$ ,  $\pi_{p_{\max}}$  e  $\pi_{f_{\max}}$ .

A nova aproximação para a solução ótima é feita por:

$$x_p^{k+1} = x_p^k + \sigma \alpha_p \cdot \Delta x_p^k \quad (C.44)$$

$$x_d^{k+1} = x_d^k + \sigma \alpha_d \cdot \Delta x_d^k \quad (C.45)$$

onde  $\alpha_p$  e  $\alpha_d$  garantem que as restrições de desigualdades não seja violadas e  $\sigma$  é uma constante que tem por finalidade garantir a interioridade da nova aproximação, sendo utilizado o valor 0,9995.

$$\Delta \mathbf{x}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{Pg} \\ \theta \\ \Delta \mathbf{Pd} \\ \mathbf{sp}_{\max} \\ \mathbf{sp}_{\min} \\ \mathbf{st}_{\max} \\ \mathbf{st}_{\min} \\ \mathbf{spd}_{\max} \\ \mathbf{spd}_{\min} \end{bmatrix} \quad (\text{C.46})$$

$$\Delta \mathbf{x}_d = \begin{bmatrix} \lambda \\ \pi p_{\max} \\ \pi p_{\min} \\ \pi t_{\max} \\ \pi t_{\min} \\ \pi pd_{\max} \\ \pi pd_{\min} \end{bmatrix} \quad (\text{C.47})$$

O último passo dentro de cada iteração é recalculer o valor do parâmetro barreira  $\mu$ . O cálculo do parâmetro é baseado no decréscimo no gap de dualidade :

$$\mu = (s^t \pi) / 2 \text{ nt } \beta \quad (\text{C.48})$$

onde

nt: número de variáveis primais mais duais,

$\beta$ : fator de aceleração ( $\geq 1$ )

### C.6 Algoritmo para resolução do problema de otimização via Primal-Dual de Pontos Interiores.

Passo 0 : Escolha  $\mu^0$ , valores iniciais para variáveis primais e duais. Faça  $k=0$ .

Passo 1: Calcule o valor das condições de otimalidade ( cálculo de  $\nabla L$  ).

Passo 2: Se norma infinita de  $\nabla L < \text{tol} = 10^{-6}$  e  $\mu < \text{tol}$ , FIM, a solução é  $x^k$ . Caso contrário, faça  $k= k+1$  e vá ao Passo 3.

Passo 3: Resolução do Sistema Linear:

$$H^k \Delta x^k = - \nabla L^k \quad (C.49)$$

Passo 4: Determine o comprimento do passo nos espaço prima e dual ( $\alpha_p$  e  $\alpha_d$ ).

Passo 5 : Atualize todas as variáveis.

Passo 6: Atualize o parâmetro barreira  $\mu$ .

Retorne ao Passo 1

### C.7 Inicialização das Variáveis

A fim de se iniciar o processo de otimização, é necessário a obtenção de uma estimativa inicial para as variáveis do problema. A escolha é feita de tal modo as variáveis satisfaçam as restrições do problema, ou seja, estejam dentro da região viável do problema, para tanto:

$$Pg^0 = (Pg_{\max} + Pg_{\min}) / 2 \quad (C.50)$$

$$\Delta Pd^0 = \Delta Pd_{\max} / 2 \quad (C.51)$$

$$\theta^0 = 0 \quad (C.52)$$

$$\mu^0 = 0,1 \quad (C.53)$$

$$sp_{\min}^0 = Pg^0 - Pg_{\min} \quad (C.54)$$

$$sp_{\max}^0 = Pg_{\max} - Pg^0 \quad (C.55)$$

$$st_{\min}^0 = t_{\max} \quad (C.56)$$

$$st_{\max}^0 = t_{\max} \quad (C.57)$$

$$spd_{\min}^0 = \Delta Pd_{\max} / 2 \quad (C.58)$$

$$spd_{\max}^0 = -\Delta Pd_{\max} / 2 + \Delta Pd_{\max} \quad (C.59)$$

$$\lambda^0 = \text{vetor unitário} \quad (C.60)$$

$$\pi p_{\min}^0 = \mu^0 (Sp_{\min}^0)^{-1} \text{ ep} \quad (C.61)$$

$$\pi p_{\max}^0 = \mu^0 (Sp_{\max}^0)^{-1} \text{ ep} \quad (C.62)$$

$$\pi t_{\min}^0 = \mu^0 (St_{\min}^0)^{-1} \text{ et} \quad (C.63)$$



$$\pi t_{\max}^0 = \mu^0 (St_{\max}^0)^{-1} \text{ et} \quad (\text{C.64})$$

$$\pi p d_{\min}^0 = \mu^0 (Spd_{\min}^0)^{-1} \text{ ec} \quad (\text{C.65})$$

$$\pi p d_{\max}^0 = \mu^0 (Spd_{\max}^0)^{-1} \text{ ec} \quad (\text{C.66})$$

## Anexo A

### Dados do Sistema de 291 Barras

#### A.1 Introdução

Este apêndice apresenta os dados de ramos e barras do sistema de 291 barras.

Todos os valores estão em p.u. na base 100 MVA.

Tabela A.1 - Dados das Linhas de Transmissão e Transformadores

De	Para	r(%)	x(%)	b <sup>s</sup> (%)	a mín	a máx	Limite (MW)
546	511		3,270		1,025	1,025	355,43
549	507		2,162		1,000	1,000	694,91
549	552	0,140	1,820	102,200			1518,97
550	549		10,780		0,850	1,187	139,20
551	553		0,010				633,18
551	611	0,630	3,610	11,750			317,94
551	1029	1,430	8,220	26,750			406,32
553	552	0,070	7,237		0,900	1,100	313,56
553	1031	3,772	19,340	333,000	0,904	0,904	292,55
611	612	0,130	0,720	2,360			108,28
611	615	0,430	2,480	8,070			308,17
613	512		6,740				97,26
613	612		23,430		0,857	1,048	14,54
615	514		2,8250		1,050	1,050	453,74
615	884	2,010	10,290	17,820			232,79
813	802		6,823		1,000	1,000	410,00
813	803		6,823		1,000	1,000	205,00
813	822	0,070	0,390	0,783			426,67
814	816	0,270	1,610	3,187			316,75
814	827	2,080	12,580	24,698			279,89
814	831	1,600	8,070	14,211			105,56
814	895	0,032	1,1460		0,945	1,155	550,80
814	2359		6,500		0,869	1,043	145,72
814	2359		6,500		0,869	1,043	145,72
814	9814		0,010				348,44
815	813	0,190	1,130	2,258			424,80
815	2368		17,850		0,8695	1,043	149,10
815	2368		17,600		0,8695	1,043	149,10
815	9342		40,830		0,8695	1,043	43,94
815	9342		40,510		0,8695	1,043	43,94
816	815	0,260	1,260	2,4310			415,27
816	819	0,340	1,640	3,160			271,75
816	821	0,510	2,620	4,540			148,43
816	822	0,300	1,820	3,624			186,61
816	2363		18,030		1,000	1,000	107,47
816	2363		18,320		1,000	1,000	107,47

Tabela A.1 - Dados das Linhas de Transmissão e Transformadores

De	Para	r(%)	x(%)	b <sup>s</sup> (%)	a mín	a máx	Limite (MW)
816	9321		41,270		0,869	1,043	47,48
816	9321		41,470		0,869	1,043	47,48
816	9816		0,010				347,57
817	804		4,840		1,043	1,043	251,07
817	805		19,360		1,043	1,043	251,07
817	819	1,270	6,380	11,175			173,67
817	820	1,480	7,560	13,268			154,77
817	2373		6,490		0,869	1,043	146,15
817	9337		5,910		0,869	1,043	146,13
818	820	0,230	1,100	2,127			182,23
818	2353	0,350	1,680	3,236			201,09
818	9322		42,760		0,869	1,043	47,86
818	9322		42,760		0,869	1,043	47,86
819	2377	0,410	2,050	3,729			100,46
819	2387		18,840		0,869	1,043	124,83
819	2387		19,030		0,869	1,043	124,83
820	822	0,700	3,380	6,526			213,84
820	2401		19,110		0,869	1,043	123,58
820	2401		18,810		0,869	1,043	123,58
821	822		0,010				368,63
821	960		0,010	0,033			547,38
821	2399	0,240	1,420	2,840			113,44
821	2402		18,860		0,869	1,043	119,00
822	960		0,010	0,033			542,79
822	2353	0,380	1,880	3,629			230,86
822	2406		18,360		0,869	1,043	118,94
823	835	8,180	16,510	4,285			107,16
823	836	5,540	22,610	6,215			135,34
823	2454	5,010	14,180	3,916			11,22
824	800		0,840		1,024	1,024	1673,49
824	801		3,360		1,024	1,024	56,17
824	933	0,010	0,124	15,204			2178,73
824	933	0,010	0,126	15,428			2178,73
825	826	10,560	21,620	5,340			62,95
825	837	2,170	5,950	1,505			101,61
825	2420		35,970		0,826	1,000	16,89
826	832	3,550	7,250	1,796			100,86
826	833	8,180	16,750	4,146			37,58
827	884	0,590	8,090	14,140			280,42
827	2423		6,390		0,869	1,043	145,55
827	2423		6,360		0,869	1,043	145,55
828	888	5,670	16,480	4,4760			87,10
829	830		10,910		0,869	1,043	66,48
829	830		11,090		0,869	1,043	66,48
829	831	0,420	2,120	3,820			19,06
829	884	2,630	13,520	22,765			157,87
830	833	1,150	2,380	0,586			78,84
830	2417	0,820	3,310	1,139			137,40

Tabela A.1 - Dados das Linhas de Transmissão e Transformadores

De	Para	r(%)	x(%)	b <sup>s</sup> (%)	a mín	a máx	Limite (MW)
830	2439	1,160	3,540	0,871			107,07
832	836	5,540	22,610	6,215			98,99
834	934	2,444	12,650	221,71			353,97
834	943	0,977	4,708	8,077			309,63
834	2424	0,010	0,040	0,066			106,78
834	9330		54,080		0,950	1,043	28,95
834	9331		99,360		0,950	1,043	28,76
835	837	4,700	11,050	82,820			101,95
838	851	3,150	9,640	2,370			6,11
838	874	7,130	21,720	5,383			71,54
838	2463	3,850	11,630	2,933			154,14
839	840		6,640		0,869	1,043	142,67
839	840		6,290		0,869	1,043	142,67
839	840		6,700		0,869	1,043	142,67
839	898	1,130	6,990	12,620			176,11
839	1047	1,220	7,690	13,810			137,37
839	2458	0,220	1,090	1,860			386,53
839	2458	0,170	1,030	2,054			328,52
840	841	4,100	12,550	3,133			135,46
840	850	3,250	20,190	4,731			158,59
840	854	1,690	5,090	1,297			159,80
840	2457	1,910	5,970	1,580			136,77
840	2463	5,280	15,570	4,014			140,75
841	850	2,560	7,780	1,930			93,87
842	845	3,090	9,110	2,401			159,47
842	848	2,230	6,640	1,726			158,21
844	850	2,470	15,310	3,589			162,10
844	858	0,790	3,130	0,926			140,81
844	2498	0,610	1,860	0,460			111,00
845	853	3,640	11,130	2,742			160,77
845	855	4,720	13,730	3,727			147,27
846	847		6,360		0,869	1,043	125,60
846	978		0,010				125,60
847	849	4,780	14,600	3,600			90,08
847	851	3,970	12,140	2,990			108,14
847	1091	0,900	4,360	1,095			22,85
848	854	6,540	19,300	5,083			158,93
848	855	4,660	14,240	3,518			156,36
848	873		18,480		0,826	1,000	40,69
849	857	4,640	9,500	2,350			50,96
850	858	4,940	15,860	4,088			93,91
852	853		20,530		0,869	1,043	55,01
852	853		20,330		0,869	1,043	55,01
852	1069	1,510	7,732	13,568			357,38
853	2442	3,400	10,380	2,558			45,97
853	9339		25,260		0,850	1,050	39,29
854	2451		36,00		0,826	1,000	26,27
854	2453	4,800	9,820	2,431			125,5

Tabela A.1 - Dados das Linhas de Transmissão e Transformadores

De	Para	r(%)	x(%)	b <sup>s</sup> (%)	a mín	a máx	Limite (MW)
854	2457	0,840	2,710	0,740			139,66
856	810		1,400		1,024	1,024	1252,31
856	811		4,200		1,024	1,024	1252,31
856	933	0,052	0,654	80,493			2267,54
856	1060	0,056	0,697	85,746			2176,55
857	2453	0,230	0,470	0,117			125,86
859	869	6,710	14,180	3,300			86,62
859	870	2,870	6,070	1,410			96,31
860	866	2,580	7,530	2,029			131,57
860	871	0,860	1,770	0,435			108,03
860	2467		35,760		0,826	1,000	21,00
860	9860	0,290	0,840	0,229			164,97
860	9860	0,290	0,840	0,229			164,97
861	869	8,840	18,760	4,324			31,55
861	871	5,670	11,990	2,780			86,64
861	874	9,140	19,400	4,470			103,29
862	865	4,720	13,730	3,727			156,06
862	874	4,740	13,820	3,739			143,10
863	866	4,710	13,690	3,713			11,30
863	874	4,450	13,590	3,350			123,04
864	2470	0,690	1,450	0,345			117,88
864	2473	0,770	1,790	0,466			113,08
864	2493	1,230	2,830	0,692			122,98
865	546	1,890	5,490	6,008			321,81
865	870	6,290	19,190	4,720			159,62
866	2469		35,930		0,826	1,000	13,01
867	2473	3,550	7,640	1,821			60,57
867	2491	3,980	9,370	2,288			107,94
868	869		6,510		0,869	1,043	125,83
868	869		6,650		0,869	1,043	125,83
868	878	1,100	5,680	9,790			85,98
868	1031		0,010				121,92
869	899	0,290	1,270	0,484			175,18
869	2470	0,740	2,140	0,585			111,71
869	2493	0,110	0,240	0,054			165,51
873	2452	7,620	20,230	0,346			52,73
874	2465	6,260	18,220	4,940			47,89
875	877	0,010	0,010				25,45
875	2489	2,680	8,180	2,018			48,94
876	613	8,580	17,420	0,730			53,78
876	613	8,580	17,420	0,730			53,78
876	875		38,670		1,045	1,045	23,90
876	875		37,870		1,045	1,045	23,90
877	880	2,260	4,840	1,232			20,75
877	882	5,910	12,260	3,103			34,53
878	879		6,370		0,869	1,043	131,87
878	879		6,380		0,869	1,043	131,87
878	884	2,180	11,350	19,050			286,70

Tabela A.1 - Dados das Linhas de Transmissão e Transformadores

De	Para	r(%)	x(%)	b <sup>s</sup> (%)	a mín	a máx	Limite (MW)
878	954	2,170	11,220	919,330			289,24
878	1028	0,575	3,3610	10,560			352,21
879	883	4,980	15,210	3,754			93,17
879	2483	1,200	3,400	0,860			128,71
879	2491	1,660	4,540	1,139			113,71
879	9879		0,010				104,08
880	887	10,480	21,480	5,413			82,45
881	885	2,720	8,150	2,099			96,72
881	890	3,700	11,140	2,834			94,55
882	887	6,270	12,930	3,254			94,26
883	888	3,880	11,810	2,915			102,37
884	2485		6,720		0,869	1,043	142,35
884	9333		7,400		0,869	1,043	147,15
886	887		5,880		0,869	1,043	147,29
886	887		6,330		0,869	1,043	147,29
886	1028	0,310	1,820	3,725			304,39
887	892	0,980	2,150	0,542			122,35
887	894	1,330	3,680	1,122			119,56
889	890		6,710		0,869	1,043	142,65
889	890		6,630		0,869	1,043	142,65
889	1029		0,010				303,37
890	892	1,400	4,040	1,130			159,34
890	894	0,730	2,670	0,843			133,80
890	2486	0,330	1,320	0,712			45,82
890	2492	0,670	2,060	0,542			96,37
891	892	0,300	0,610	0,160			94,85
891	893		0,010				94,85
892	9879	7,860	12,610	2,550			104,55
893	2492	1,110	3,090	0,566			121,63
896	897	0,050	0,730	78,060			2110,00
897	808		1,020	1,024			1543,85
897	809		4,080	1,024			1478,00
897	1060	0,076	1,171	124,580			94,74
898	848		6,360		0,869	1,043	1607,37
898	1047	0,150	0,890	1,631			144,75
933	895	0,200	2,550	312,720			323,29
933	955	0,162	2,048	250,170			2104,72
933	959	0,200	2,690	336,400			2470,33
933	999	0,159	2,012	245,770			2176,55
934	823		6,470		0,869	1,043	2133,44
934	829	3,460	18,070	30,150			145,48
934	933		0,031	1,207	0,922	1,127	318,55
934	1047	3,045	15,730	827,120			672,00
934	1047	3,041	15,710	827,090			306,88
934	9335		5,880		0,869	1,043	306,81
938	959	0,127	1,603	195,890			145,51
954	860		6,590		0,869	1,043	1163,45
954	1031	1,514	7,836	13,486			121,92

Tabela A.1 - Dados das Linhas de Transmissão e Transformadores

De	Para	r(%)	x(%)	b <sup>s</sup> (%)	a mín	a máx	Limite (MW)
954	1047	5,051	17,770	730,600			316,74
954	1047	4,668	17,780	30,609			342,16
955	938	0,255	2,922	360,400			340,76
959	895	0,050	0,440	47,580			2429,06
960	834	2,210	11,470	519,690			308,57
960	959		0,032	1,163	0,945	1,155	566,03
960	959		0,031	1,166	0,945	1,155	563,07
960	1015	1,892	9,776	16,845			318,78
960	1015	1,895	9,704	17,029			318,81
978	1086	2,510	19,000	644,270			249,62
978	2458	0,590	7,630	33,406			306,99
999	66	0,001	0,010	1,135			2273,00
999	66	0,001	0,010	1,135			2273,00
999	66	0,001	0,010	1,135			2273,00
999	1027	0,110	1,394	170,280			2233,68
999	1060	0,154	1,940	236,970			1950,46
1028	1027		0,039	1,272	0,900	1,100	636,59
1028	1027		0,020	1,219	0,900	1,100	587,19
1029	1028	0,425	2,5030	7,770			283,37
1047	852	1,629	8,344	14,643			356,92
1047	919		0,024	2,269			786,27
1047	920		6,809				12,29
1047	921	0,108	3,391				391,62
1047	922		6,782				6,13
1047	1048	1,381	47,870		0,872	1,064	32,78
1047	1069	3,074	15,880	527,370			411,05
1048	2455	1,320	3,100	0,055			48,00
1060	925		0,008	1,136			1379,43
1060	926		0,034	4,545			28,09
2351	2354	1,010	3,030	0,770			145,13
2353	2354		10,400		0,869	1,043	63,34
2353	2354		10,870		0,869	1,043	63,34
2353	9332		40,210		0,869	1,043	45,28
2353	9332		40,180		0,869	1,043	45,28
2355	2395	1,360	2,600	0,046			11,02
2355	2402	1,800	7,940	0,155			118,29
2355	2404	2,110	4,040	0,070			36,64
2355	2462	0,950	4,160	0,084			82,84
2356	2387	2,840	8,770	0,134			79,40
2356	2387	2,840	8,770	0,134			79,40
2356	2392	4,110	11,900	0,231			75,87
2356	2400	2,030	5,900	0,101			65,63
2356	2405	2,030	5,900	0,101			63,82
2356	2414	2,290	4,610	0,075			47,58
2357	2387	1,740	4,970	0,102			69,11
2357	2387	1,830	4,960	0,113			69,43
2357	2408	0,660	3,250	0,080			127,80
2358	2363	2,030	6,260	0,095			82,06

Tabela A.1 - Dados das Linhas de Transmissão e Transformadores

De	Para	r(%)	x(%)	b <sup>s</sup> (%)	a mín	a máx	Limite (MW)
2358	2368	1,830	5,640	0,085			91,78
2358	2368	1,830	5,640	0,085			86,79
2358	2397	0,670	3,890	0,062			83,43
2358	2397	0,670	3,890	0,062			89,25
2358	2404	4,080	8,210	0,151			3,31
2358	2422	1,460	4,230	0,072			87,31
2359	2364	0,390	1,160	0,330			66,52
2359	2375	1,070	2,450	0,699			49,85
2359	2378	3,640	10,760	2,858			80,35
2359	2391	0,620	1,910	0,546			66,23
2360	2365	0,570	2,740	0,068			91,24
2360	2397	0,650	3,170	0,078			130,63
2361	2401	1,950	5,690	0,095			55,97
2361	2412	3,750	11,110	0,194			89,25
2362	2368	0,340	0,990	0,016			77,89
2362	2370	1,250	3,990	0,066			78,61
2362	2406	3,210	9,360	0,154			14,33
2363	2366	3,640	12,280	0,235			83,81
2363	2381	3,240	11,110	0,212			86,73
2363	2393	15,300	35,640	0,595			59,00
2363	2396	14,030	28,720	0,444			52,92
2363	2422	0,580	1,670	0,028			86,92
2364	2391	0,410	1,300	0,378			64,73
2365	2401	2,090	6,980	0,130			80,24
2365	2401	2,090	6,980	0,130			80,24
2365	2408	0,440	2,130	0,053			9,96
2366	2387	2,010	6,670	0,141			54,87
2367	2350	43,500	1,072				1,67
2367	2374	6,480	13,430	0,204			2,34
2368	2411	0,270	0,830	0,013			68,86
2369	2396	7,790	15,650	0,248			56,88
2369	2414	5,680	11,450	0,184			48,48
2371	2402	2,620	5,350	0,081			57,73
2371	2406	2,400	5,310	0,083			58,19
2372	2386	0,630	2,770	0,065			89,42
2372	2397	0,580	2,920	0,066			115,02
2373	2384	5,150	14,970	4,074			161,62
2373	2410	7,690	23,180	6,187			158,98
2374	2352		16,660		1,097	1,097	39,99
2374	2376	11,010	22,030	0,36			26,92
2374	2397	31,030	54,940	0,854			36,66
2374	2397	31,030	54,940	0,854			36,66
2378	2389	4,650	14,210	3,497			159,44
2379	2390	4,410	12,920	3,567			126,07
2379	2410	0,810	2,900	0,938			195,80
2380	2382	14,430	42,420	0,800			22,51
2380	2401	1,170	5,510	0,089			51,76
2381	2387	1,790	6,410	0,143			37,42



Tabela A.1 - Dados das Linhas de Transmissão e Transformadores

De	Para	r(%)	x(%)	b <sup>s</sup> (%)	a mín	a máx	Limite (MW)
2384	2390	2,470	7,190	1,969			57,58
2384	2416	0,190	0,830	0,317			90,78
2385	2407	1,070	2,800	0,070			76,87
2386	2394	0,310	1,400	0,039			88,62
2388	2401	3,830	11,130	0,190			56,05
2388	2402	2,400	6,990	0,111			88,86
2394	2401	0,660	3,020	0,084			120,41
2398	2401	3,560	10,700	0,170			80,33
2398	2401	3,560	10,700	0,170			80,33
2398	2409	7,120	6,390	0,088			63,89
2400	2401	1,900	5,510	0,094			46,78
2401	2407	1,700	4,920	0,079			71,02
2402	2403	2,870	8,370	0,134			23,59
2402	2406		0,100				181,66
2402	2412	1,800	5,410	0,099			75,37
2403	2411	0,410	1,190	0,019			24,05
2405	2407	0,200	0,590	0,009			65,92
2406	2462	0,870	3,870	0,071			117,90
2417	9437	0,860	2,720	0,755			108,52
2417	9437	0,860	2,720	0,755			108,52
2418	2439	1,490	4,550	1,119			48,86
2420	2446	6,890	13,200	0,234			50,44
2421	2423	1,760	5,130	1,395			157,71
2423	2426	0,090	0,280	0,069			168,19
2423	2435		84,800		0,826	1,000	9,46
2423	2440	0,570	1,750	0,437			168,85
2423	9323		82,960		0,850	1,050	17,52
2425	2432	0,820	3,890	0,064			89,14
2428	2434	39,480	32,740	0,426			14,86
2429	2485	5,220	15,990	3,910			44,31
2431	2432		50,320		0,826	1,000	51,95
2431	2432		47,520		0,826	1,000	48,95
2431	2432		48,120		0,826	1,000	51,95
2431	2485	7,780	16,450	3,821			94,88
2431	2485	5,240	15,230	4,136			163,89
2434	2435		45,400		1,000	1,000	10,64
2436	9437	2,560	7,470	2,021			105,42
2436	9437	2,560	7,470	2,021			105,42
2446	2449	5,880	11,270	0,200			54,79
2448	2449	37,700	72,240	1,280			54,82
2448	9800		0,400				54,82
2451	2456	75,370	76,950	1,040			38,30
2452	2455	13,480	24,730	0,385			35,00
2452	9800	19,820	60,560	0,031			55,99
2454	9800	18,520	53,920	0,915			41,13
2455	1061	17,970	42,210	0,760			11,77
2456	2469	64,380	65,730	0,890			26,78
2458	896		1,270		0,900	1,100	565,86

Tabela A.1 - Dados das Linhas de Transmissão e Transformadores

De	Para	r(%)	x(%)	b <sup>s</sup> (%)	a mín	a máx	Limite (MW)
2460	2468	3,850	11,190	3,039			107,43
2460	2484	1,090	3,170	0,862			98,38
2461	2471	2,650	5,640	0,081			64,00
2466	2471	37,740	39,930	0,500			22,16
2467	2471	3,170	6,430	0,101			5,08
2469	2471	37,040	37,820	0,510			12,30
2470	2484	2,703	8,340	2,055			155,33
2471	2464		94,670		1,000	1,000	3,58
2485	2481	70,240	1,055				48,94
2498	2499		13,670		0,805	1,123	53,02
9333	2485		-0,820		1,000	1,000	49,41
9333	9334		42,610		1,000	1,000	49,98
9335	823		0,670		1,000	1,000	50,00
9335	9336		38,100		1,000	1,000	49,22
9337	2373		0,560		1,000	1,000	49,99
9337	9338		38,340		1,000	1,000	50,00
9339	9340		-1,500		1,000	1,000	49,99
9339	9341		16,180		1,000	1,000	49,81
9814	9816	0,270	1,610	3,187			50,00
9816	9815	0,340	1,710	3,003			49,9
831	9324		97,820		1,043		49,03
9324	9325		-8,450		1,000	1,000	39,81
9324	9326		39,120		1,000	1,000	149,94
831	9424		98,020		1,043		48,07
9424	9425		-8,780		1,000	1,000	143,03
9424	9426		39,620		1,000	1,000	57,76
829	9327		99,030		1,043		147,36
9327	9328		-7,630		1,000	1,000	57,40
9327	9329		37,600		1,000	1,000	33,06
829	9427		97,980		1,043		40,98
9427	9428		-8,550		1,000	1,000	40,98
9427	9429		38,920		1,000	1,000	40,98

Tabela A.2 - Dados das Barras de Carga

Barra	Nome	Vmin (pu)	Vmáx (pu)	Pd (MW)	Qd (Mvar)	Shunt (Mvar)	Área
66	IVAIPORA-525	0,95	1,05	-924,3	296,0	0	2
546	ROSANA---138	0,90	1,05	153,0	8,8	0	2
549	CAPIVARA-440	0,95	1,05	-572,7	-29,3	0	2
550	CAPIVARA-138	0,90	1,05	109,0	31,2	0	2
551	ASSIS--B-230	0,95	1,05	0,233	46,8	0	2
552	ASSIS----440	0,95	1,05	749,0	-203,5	-90,0	2
553	ASSIS-A--230	0,95	1,05	0	0	0	2
611	SALTGRD-Y230	0,95	1,05	0	0	0	2
612	SALTOGRDE230	0,95	1,05	0	0	0	2
613	SALTOGRDE-88	0,90	1,05	16,9	6,9	0	2
615	CHAVANTE-230	0,95	1,05	390,0	-32,7	0	2
813	GralhAzu-230	0,95	1,05	18,0	6,6	0	2
814	Bateias--230	0,95	1,05	0	0	0	2
815	CIndustr-230	0,95	1,05	0	0	0	2
816	CComprid-230	0,95	1,05	0	0	0	2
817	GPSouza--230	0,95	1,05	0	0	13,5	2
818	DISJoseP-230	0,95	1,05	0	0	0	2
819	Pilarzin-230	0,95	1,05	0	0	0	2
820	Uberaba--230	0,95	1,05	0	0	0	2
821	Umbara-2-230	0,95	1,05	0	0	0	2
822	Umbara-1-230	0,95	1,05	0	0	0	2
823	Areia----138	0,90	1,05	0	0	0	4
824	GBMunhoz-525	0,95	1,05	0	0	0	2
825	Guarapua-138	0,90	1,05	23,0	11,9	4,8	4
826	Irati----138	0,90	1,05	38,0	15,5	4,8	4
827	Jaguaria-230	0,95	1,05	0	0	0	2
828	Pitanga--138	0,90	1,05	22,2	11,3	2,4	4
829	PGrossaN-230	0,95	1,05	0	0	0	2
830	PGrossaN-138	0,90	1,05	0	0	0	4
831	PGrossaS-230	0,95	1,05	0	0	0	2
832	RioAzul--138	0,90	1,05	10,3	8,8	1,2	4
833	Sabara---138	0,90	1,05	18,0	8,8	4,8	4
834	SMateus--230	0,95	1,05	0	0	0	2
835	Socorro--138	0,90	1,05	10,9	3,2	0	4
836	UVitoria-138	0,90	1,05	40,5	25,0	9,6	4
837	VilaCarl-138	0,90	1,05	23,2	7,8	4,8	4
838	AChateau-138	0,90	1,05	20,8	9,7	2,4	4
839	Cascavel-230	0,95	1,05	0	0	0	2
840	Cascavel-138	0,90	1,05	30,5	9,3	2,4	4
841	CeuAzul--138	0,90	1,05	9,5	5,3	2,4	4
842	Vizinho--138	0,90	1,05	31,1	15,6	7,2	4
844	Figuacu--138	0,90	1,05	44,8	25,9	12	4
845	FBeltrao-138	0,90	1,05	35,3	13,6	4,8	4
846	Guaira---230	0,95	1,05	0	0	0	2
847	Guaira---138	0,90	1,05	14,6	6,7	2,4	4
848	FChopim--138	0,90	1,05	0	0	0	4

Tabela A.2 - Dados das Barras de Carga

Barra	Nome	Vmin (pu)	Vmáx (pu)	Pd (MW)	Qd (Mvar)	Shunt (Mvar)	Área
849	MCRondon-138	0,90	1,05	29,1	18,0	4,8	4
850	Medianeir-138	0,90	1,05	40,3	18,4	7,2	4
851	Palotina-138	0,90	1,05	18,1	10,5	3,6	4
852	PBranco--230	0,95	1,05	0	0	0	2
853	PBranco--138	0,90	1,05	0	0	0	4
854	Pinheiro-138	0,90	1,05	44,4	16,0	7,2	4
855	Realeza--138	0,90	1,05	41,6	15,5	7,2	4
856	Segredo--525	0,95	1,05	0	0	0	2
857	Toledo---138	0,90	1,05	37,9	19,2	10,8	4
858	VYolanda-138	0,90	1,05	36,2	17,2	7,2	4
859	AlParana-138	0,90	1,05	18,1	10,4	2,4	4
860	CMourao--138	0,90	1,05	0	0	0	4
861	Cianorte-138	0,90	1,05	30,0	15,7	3,6	4
862	CGaucha--138	0,90	1,05	8,4	3,3	0	4
863	Goioere--138	0,90	1,05	14,8	6,3	4,8	4
864	JAlvorad-138	0,90	1,05	56,9	25,6	14,4	4
865	Loanda---138	0,90	1,05	19,6	9,8	0	4
866	Mambore--138	0,90	1,05	14,9	7,4	2,4	4
867	Mandagua-138	0,90	1,05	22,5	10,3	4,8	4
868	Maringa--230	0,95	1,05	0	0	0	2
869	Maringa--138	0,90	1,05	32,6	12,9	10,8	4
870	Paranava-138	0,90	1,05	33,4	12,7	7,2	4
871	SDumont--138	0,90	1,05	30,2	21,2	2,4	4
873	FChopim---69	0,90	1,05	0	0	0	4
874	Umuarama-138	0,90	1,05	45,5	21,0	7,2	4
875	Andira-B-138	0,90	1,05	18,8	13,0	4,8	4
876	Andira---88	0,90	1,05	0	0	0	4
877	Andira-A-138	0,90	1,05	0	0	0	4
878	Apucarana-230	0,95	1,05	0	0	0	2
879	Apucarana-138	0,90	1,05	29,2	18,4	7,2	4
880	Bandeira-138	0,90	1,05	16,1	8,4	2,4	4
881	BVParais-138	0,90	1,05	15,9	8,3	2,4	4
882	CProcopi-138	0,90	1,05	30,4	12,3	9,6	4
883	Faxinal--138	0,90	1,05	17,1	6,3	0	4
884	Figueira-230	0,95	1,05	0	0	0	2
885	Floresto-138	0,90	1,05	13,0	4,2	0	4
886	Ibipora--230	0,90	1,05	0	0	0	2
887	Ibipora--138	0,90	1,05	35,3	10,6	7,2	4
888	Ivaipora-138	0,90	1,05	20,7	8,3	2,4	4
889	LondrinaC-230	0,95	1,05	0	0	0	2
890	Londrina-138	0,90	1,05	63,0	37,5	14,4	4
891	RDavidsB-138	0,90	1,05	19,3	10,2	0	4
892	VeraCruz-138	0,90	1,05	30	20,6	19,2	4
893	RDavidsA-138	0,90	1,05	21,7	11,7	12	4
894	Palermo--138	0,90	1,05	27,7	13,5	4,8	4
895	Bateias--525	0,95	1,05	-436,2	-205,0	0	2
896	CascavOe-525	0,95	1,05	0	0	0	2

Tabela A.2 - Dados das Barras de Carga

Barra	Nome	Vmin (pu)	Vmáx (pu)	Pd (MW)	Qd (Mvar)	Shunt (Mvar)	Área
897	SCaxias--525	0,95	1,05	0	0	0	2
898	FChopim--230	0,95	1,05	0	0	0	2
899	Horizont-138	0,90	1,05	37,6	14,3	0	4
933	Areia----525	0,95	1,05	5,3	0	0	2
934	Areia----230	0,90	1,05	0	0	0	2
938	Blumenau-525	0,95	1,05	937,0	-64,6	0	2
943	Canoinha-230	0,95	1,05	120,0	-9,3	0	2
954	CMourao--230	0,95	1,05	0	0	0	2
955	CNovos---525	0,95	1,05	815,0	-72,0	-100,0	2
959	Curitiba-525	0,95	1,05	4,4	0	0	2
960	Curitiba-230	0,95	1,05	0	0	0	2
978	Guaira-F-230	0,95	1,05	0	0	0	2
999	IvaiporE-525	0,95	1,05	3,1	0	0	2
1015	Joinvill-230	0,95	1,05	242,0	17,9	0	2
1027	Londrina-525	0,95	1,05	0	0	0	2
1028	LondrinE-230	0,95	1,05	0	0	0	2
1029	LondrinF-230	0,95	1,05	0	0	0	2
1031	MaringaF-230	0,95	1,05	0	0	0	2
1047	SOsorio--230	0,95	1,05	1,3	0	0	2
1048	SOsorio---69	0,90	1,05	1,3	0,8	0	2
1060	SSantiago-525	0,95	1,05	1539,0	8,2	0	2
1061	SSantiago-69	0,90	1,05	0,2	0	0	2
1069	Xanxere--230	0,95	1,05	388,0	-64,8	0	2
1086	Dourados-230	0,95	1,05	89,8	-22,3	27,0	2
1091	EldoradF-138	0,90	1,05	17,2	3,0	0	2
2351	Fazlguac-138	0,90	1,05	28,3	18,0	0	3
2353	CAssobio-230	0,95	1,05	0	0	0	2
2354	CAssobio-138	0,90	1,05	0	0	0	3
2355	Araucaria-69	0,90	1,05	47,3	23,4	4,8	3
2356	Atuba----69	0,90	1,05	33,2	18,1	7,2	3
2357	Bacacheri-69	0,90	1,05	27,3	9,7	4,8	3
2358	Barigui---69	0,90	1,05	38,1	11,4	9,6	3
2359	Bateias--138	0,90	1,05	0	0	0	3
2360	Batel----69	0,90	1,05	48,5	17,7	0	3
2361	Boqueirao-69	0,90	1,05	38,0	8,1	0	3
2362	BOSCH----69	0,90	1,05	13,5	4,0	0	6
2363	CComprido-69	0,90	1,05	0	0	0	3
2364	CLargo---138	0,90	1,05	18,0	9,7	7,2	3
2365	Capanema--69	0,90	1,05	33,7	12,5	19,2	3
2366	CentroCur-69	0,90	1,05	18,5	14,9	9,6	3
2367	Chamine---69	0,90	1,05	0	0	0	3
2368	CIndustri-69	0,90	1,05	0	0	30	3
2369	Colombo---69	0,90	1,05	22,1	5,7	4,8	3
2370	COCELPA---69	0,90	1,05	9,0	2,7	0	6
2371	ULTRAFERT-69	0,90	1,05	19,0	7,2	0	6
2372	GERDAU----69	0,90	1,05	0,6	0	0	6

Tabela A.2 - Dados das Barras de Carga

Barra	Nome	Vmin (pu)	Vmáx (pu)	Pd (MW)	Qd (Mvar)	Shunt (Mvar)	Área
2373	GPSouza--138	0,90	1,05	0	0	0	3
2374	Guaricana-69	0,90	1,05	0	0	0	3
2375	ITAMBE---138	0,90	1,05	4,6	0,4	0	6
2376	PIRIZAL---69	0,90	1,05	3,5	1,3	0	6
2377	CCPRB----230	0,90	1,05	16,1	0,1	0	6
2378	Lapa-----138	0,90	1,05	19,7	7,1	2,4	3
2379	Matinhos-138	0,90	1,05	9,6	7,4	12	5
2380	Guatupe---69	0,90	1,05	25,0	13,3	0	3
2381	Merces---69	0,90	1,05	48,1	33,0	9,6	3
2382	Morretes--69	0,90	1,05	11,0	3,9	2,4	3
2384	Paranagu-138	0,90	1,05	44,2	22,0	13,2	5
2385	Pinhais---69	0,90	1,05	17,5	6,5	0	3
2386	Parolin---69	0,90	1,05	39,6	14,4	4,8	3
2387	Pilarzinh-69	0,90	1,05	28,6	11,2	7,2	3
2388	PinheiriA-69	0,90	1,05	57,8	23,1	7,2	3
2389	TAF+Pien-138	0,90	1,05	29,4	13,1	0	3
2390	PLeste---138	0,90	1,05	11,8	5,1	2,4	5
2391	DICLargo-138	0,90	1,05	21,9	7,5	2,4	3
2392	4Barras---69	0,90	1,05	42,0	27,8	2,4	3
2393	CORN-PROD-69	0,90	1,05	7,0	0,3	0	6
2394	PLC+REF+D-69	0,90	1,05	10,6	3,6	0	6
2395	REPAR-----69	0,90	1,05	0,1	0	0	6
2396	RBranco---69	0,90	1,05	16,4	8,6	2,4	3
2397	SQuiteria-69	0,90	1,05	42,7	13,9	12	3
2398	SJPinhais-69	0,90	1,05	28,4	13,3	4,8	3
2399	SIGHURPOX230	0,90	1,05	61,2	22	0	6
2400	Taruma-L1-69	0,90	1,05	17,1	11,4	0	3
2401	Uberaba---69	0,90	1,05	43,7	16,2	16,8	3
2402	Umbara-A--69	0,90	1,05	0	0	0	3
2403	WMARTINS--69	0,90	1,05	0	0	0	6
2404	BERNECK---69	0,90	1,05	6,5	2,4	0	6
2405	Taruma-L2-69	0,90	1,05	24,6	16,9	4,8	3
2406	Umbara-B--69	0,90	1,05	0	0	0	3
2407	HUHTAMAKI-69	0,90	1,05	4,8	1,8	0	6
2408	AltGloria-69	0,90	1,05	41,1	24,2	0	3
2409	PROVIDENC-69	0,90	1,05	9,7	5,4	0	6
2410	Guaratub-138	0,90	1,05	22,4	13,7	4,8	5
2411	KRAF+NEWH-69	0,90	1,05	11,4	4,3	0	6
2412	Tatu+Furu-69	0,90	1,05	15,7	6,6	4,8	3
2414	Guaraitub-69	0,90	1,05	14,9	5,3	0	3
2416	Porto----138	0,90	1,05	25,2	10,5	0	6
2417	Belem----138	0,90	1,05	15,2	7,3	0	4
2418	Castro---138	0,90	1,05	26,7	10,4	4,8	4
2420	Guarapuav-69	0,90	1,05	0	0	0	4
2421	INPACEL--138	0,90	1,05	32,8	7,7	0	4
2422	VOLVO-----69	0,90	1,05	4,0	1,2	0	6
2423	Jaguaria-138	0,90	1,05	0	0	0	4

Tabela A.2 - Dados das Barras de Carga

Barra	Nome	Vmin (pu)	Vmáx (pu)	Pd (MW)	Qd (Mvar)	Shunt (Mvar)	Área
2424	XISTO----230	0,90	1,05	14,0	4,5	0	4
2425	KLABIN---69	0,90	1,05	51,0	18,8	0	4
2426	PISA-----138	0,90	1,05	78,3	7,6	0	4
2428	Senges---69	0,90	1,05	7,2	4,0	0	4
2429	SiCampos-138	0,90	1,05	20,6	12,0	2,4	4
2431	TelBorba-138	0,90	1,05	30,5	8,4	0	4
2432	TelBorba--69	0,90	1,05	28,6	8,3	40	4
2434	Jaguariai-69	0,90	1,05	0	0	0	4
2435	Jaguariai-34	0,90	1,05	9,0	3,4	0	4
2436	Palmeira-138	0,90	1,05	13,4	6,3	2,4	4
2439	BATAVIA--138	0,90	1,05	6,1	2,2	0	4
2440	PLACA-JGI138	0,90	1,05	10,8	0,9	0	4
2442	Cleveland-138	0,90	1,05	21,2	11,3	2,4	4
2446	CER+FOC---69	0,90	1,05	2,4	0,9	0	4
2448	Laranjei--69	0,90	1,05	17,4	8,0	2,4	4
2449	MSMARIA---69	0,90	1,05	13,8	1,0	0	4
2451	Pinheiros-69	0,90	1,05	0	0	0	4
2452	Qlguacu---69	0,90	1,05	12,8	4,0	2,4	4
2453	SADIA----138	0,90	1,05	17,9	6,5	0	4
2454	CSEGREDO--69	0,90	1,05	12,3	3,2	2,4	4
2455	SOsorio-Y-69	0,90	1,05	0	0	0	4
2456	Ubirata---69	0,90	1,05	16,7	6,6	3,6	4
2457	Olimpico-138	0,90	1,05	33,4	14,9	0	4
2458	CascavOe-230	0,95	1,05	0	0	0	2
2460	AALEGRE--138	0,90	1,05	4	1,6	0	4
2461	SaltNatal-69	0,90	1,05	0	0	0	4
2462	PCONDGAS--69	0,90	1,05	0	0	0	3
2463	COPACOL--138	0,90	1,05	6,3	2,2	0	4
2464	Mourao----2	0,90	1,05	6,1	1,8	0	4
2465	Altonia--138	0,90	1,05	10,9	3,4	0	4
2466	BarFerraz-69	0,90	1,05	11,0	8,5	0	4
2467	CMourao---69	0,90	1,05	0	0	0	4
2468	Colorado-138	0,90	1,05	14,5	7,0	2,4	4
2469	Mambore---69	0,90	1,05	0	0	0	4
2470	Maringa3-138	0,90	1,05	0	0	0	4
2471	Mourao----69	0,90	1,05	0	0	0	4
2473	JTropica-138	0,90	1,05	24,2	9,7	0	4
2481	Figueira---6	0,90	1,05	0	0	0	4
2483	Araponga-138	0,90	1,05	51,4	29,6	4,8	4
2484	Astorga--138	0,90	1,05	18,1	7,3	2,4	4
2485	Figueira-138	0,90	1,05	0	0	0	4
2486	JBandeir-138	0,90	1,05	31,2	17,7	4,8	4
2489	SAPlatin-138	0,90	1,05	17,1	5,9	4,8	4
2491	CristoRei138	0,90	1,05	16,5	5,1	0	4
2492	DXT+ATLAS138	0,90	1,05	7,1	2,9	0	4
2493	COCAMAR--138	0,90	1,05	12,4	4,3	0	9
2498	AcarayCF-138	0,90	1,05	0	0	0	4



Tabela A.2 - Dados das Barras de Carga

Barra	Nome	Vmin (pu)	Vmáx (pu)	Pd (MW)	Qd (Mvar)	Shunt (Mvar)	Área
2499	Acaray-CF-11	0,90	1,05	0	0	0	4
9321	CComprido-13	0,90	1,05	31,3	11,0	2,4	3
9322	DIND-SJP--13	0,90	1,05	11,5	3,2	0	3
9323	Jaguariai-13	0,9	1,05	9,0	3,8	0	4
9324	pgs-----T1	0,9	1,05	0	0	0	4
9325	pgs----34T1	0,9	1,05	22,0	10,0	9,6	4
9326	pgs----13T1	0,90	1,05	0	0	0	4
9424	pgs-----T2	0,90	1,05	0	0	0	4
9425	pgs----34T2	0,90	1,05	22,0	10,0	9,6	4
9426	pgs----13T1	0,90	1,05	0	0	0	4
9327	pgn-----T1	0,90	1,05	0	0	0	4
9328	pgn----34T1	0,90	1,05	7,0	2,0	2,4	4
9329	pgn----13T1	0,90	1,05	0	0	0	4
9427	pgn-----T2	0,90	1,05	0	0	0	4
9428	pgn----34T2	0,90	1,05	30,0	5,0	9,6	4
9429	pgn----13T2	0,90	1,05	4,2	2,0	4,8	4
9330	SaoMateus-34	0,90	1,05	7,3	2,5	0	4
9331	SaoMateus-13	0,90	1,05	4,8	1,7	0	4
9332	CASSOBIO--13	0,90	1,05	20,0	8,5	0	3
9333	Figueira-FIC	0,90	1,05	0	0	0	4
9334	Figueira--13	0,90	1,05	16,3	10,4	0	4
9335	Areia----FIC	0,90	1,05	0	0	0	4
9336	Areia-----13	0,90	1,05	2,2	0,6	0	4
9337	GPSouza--FIC	0,90	1,05	0	0	0	5
9338	GPSouza---13	0,90	1,05	3,8	1,1	0	5
9339	PBranco--FIC	0,90	1,05	0	0	0	4
9340	PBranco---34	0,90	1,05	16,3	6,2	0	4
9341	PBranco---13	0,90	1,05	22,7	9,9	9,6	4
9342	CIndustri-13	0,90	1,05	45,8	28,0	7,2	3
9437	MASISA---138	0,90	1,05	17,5	6,3	0	4
9800	LARANJ-Y--69	0,90	1,05	0	0	0	4
9814	BateiasF-230	0,95	1,05	0	0	0	2
9815	BateiasT-230	0,95	1,05	0	0	0	2
9816	CCompriF-230	0,95	1,05	0	0	0	2
9860	COAMO----138	0,90	1,05	8,0	0,6	0	4
9879	ApucaraF-138	0,90	1,05	0	0	0	4



Tabela A.3 - Dados das Barras de Geração

Barra	Nome	Vmin (pu)	Vmáx (pu)	Pgmáx (MW)	Qgmín (Mvar)	Qgmáx (Mvar)	Área
507	CAPIVARA-4GR	0,95	1,05	580,0	-308,0	308,0	1
511	ROSANA---4GR	0,95	1,05	372,0	-144,0	144,0	1
512	S.GRANDE- 4GR	0,95	1,05	70,0	-32,0	42,6	1
514	Chavante-4GR	0,95	1,05	400,0	-200,0	200,0	1
800	GBMunhoz-4GR	0,95	1,05	1500,0	-800,0	800,0	1
801	GBMunhoz-0CS	0,95	1,05	0	0	0	1
804	GPSouza—4GR	0,95	1,05	260,0	-120,0	138,0	1
805	GPSouza—0CS	0,95	1,05	0	0	0	1
802	AraucarG-0GR	0,95	1,05	0	0	0	1
803	AraucarV-0GR	0,95	1,05	0	0	0	1
808	SCaxias--4GR	0,95	1,05	1210,0	-600,0	600,0	1
809	SCaxias--0CS	0,95	1,05	0	0	0	1
810	GNBraga--3GR	0,95	1,05	940,0	-300,0	399,0	1
811	GNBraga--0CS	0,95	1,05	0	0	0	1
919	SOsor1a4-3GR	0,95	1,05	540,0	-111,0	165,0	1
920	SOsor1a4-1CS	0,95	1,05	0	0	0	1
921	SOsor5e6-2GR	0,95	1,05	340,0	-168,0	168,0	1
922	SOsor5e6-0CS	0,95	1,05	0	0	0	1
925	SSantiag-4GR	0,95	1,05	1200,0	-440,0	420,0	1
926	SSantiag-0CS	0,95	1,05	0	0	0	1
2350	Chamine----6	0,90	1,05	11,6	-3,6	3,6	3
2352	Guaricana--6	0,90	1,05	13,6	-14	14	3

## **Anexo B**

### **Representação Gráfica do Sistema Utilizado**

#### **B.1 Introdução**

Este apêndice apresenta graficamente o sistema interligado da Região Sul, o sistema da COPEL e o sistema da região de Curitiba.

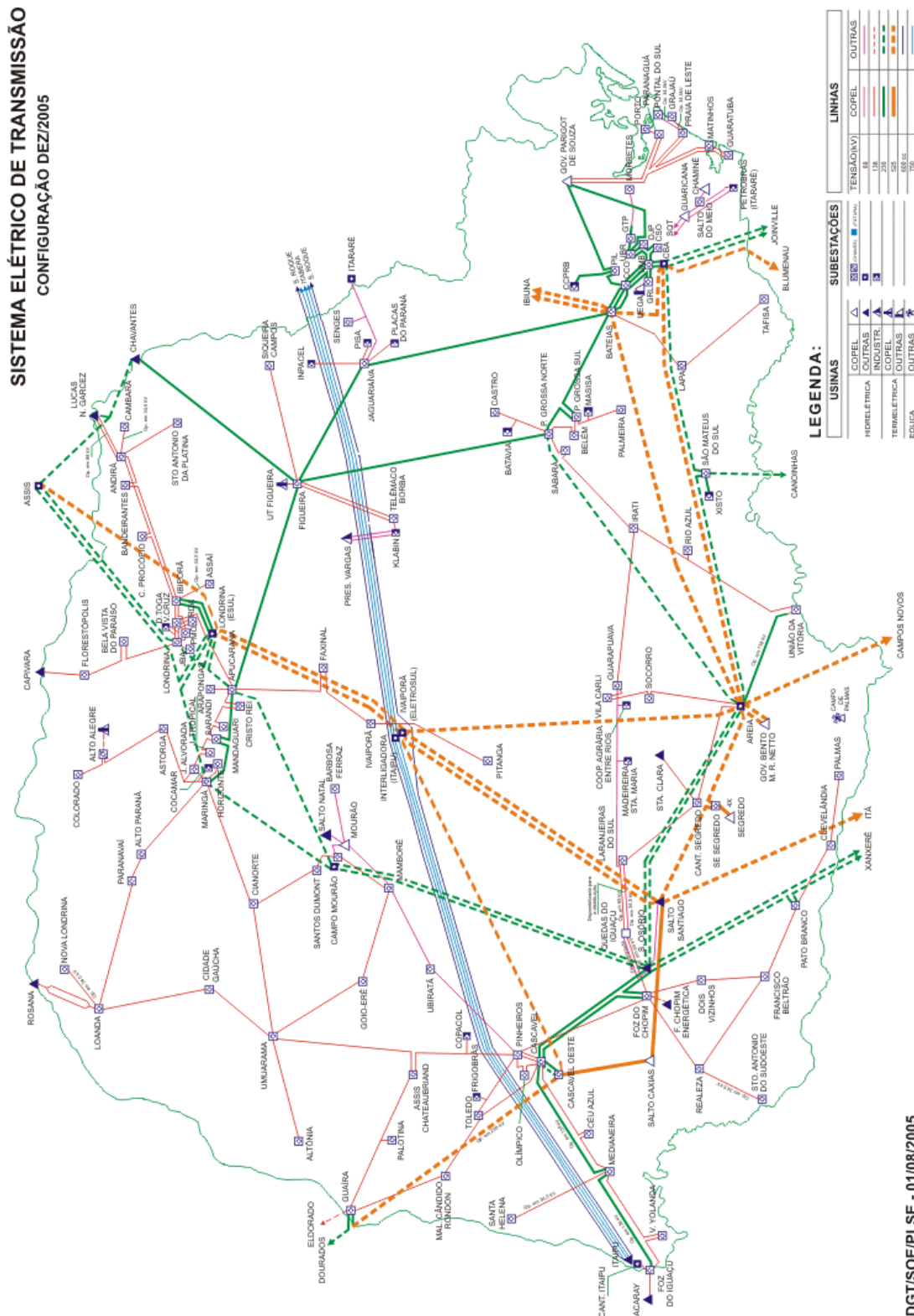
#### **B.2 Sistema da Região Sul**

Neste mapa está representada a Rede Básica da Região Sul e suas interligações com as outras regiões do Brasil.



B.3 Sistema da COPEL

Neste mapa está representado o sistema elétrico dentro do Estado do Paraná.



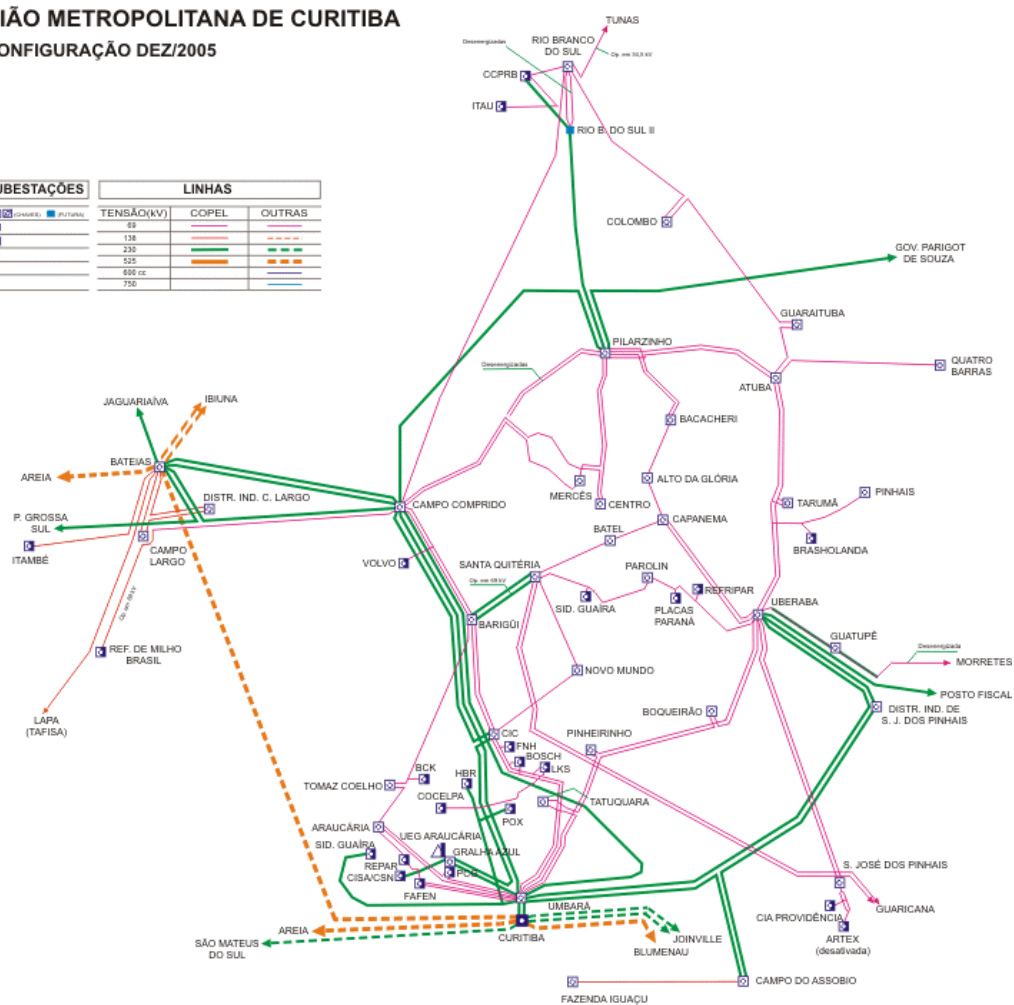
## B.4 Sistema da Região de Curitiba

Neste mapa está representado o sistema elétrico da COPEL na região de Curitiba. As áreas 3 e 6 estão situadas nesta região.

### DETALHE DA REGIÃO METROPOLITANA DE CURITIBA CONFIGURAÇÃO DEZ/2005

#### LEGENDA:

USINAS		SUBESTAÇÕES		LINHAS	
HIDRELÉTRICA	COPEL	OPERAÇÃO	FUTURA	TENSÃO(KV)	COPEL
OUTRAS	INDUSTRIAL			69	
TERMELÉTRICA	COPEL			138	
OUTRAS	INDUSTRIAL			230	
EÓLICA	OUTRAS			525	
				690 KV	
				750	



DGT/SOE/PLSE - 01/08/2005