

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

CRISTIANO OSINSKI

**METODOLOGIA BASEADA EM ALGORITMOS EVOLUTIVOS PARA OTIMIZAÇÃO DE
CONTROLADORES DE ORDEM FRACIONÁRIA**

CURITIBA PR

2023

CRISTIANO OSINSKI

METODOLOGIA BASEADA EM ALGORITMOS EVOLUTIVOS PARA OTIMIZAÇÃO DE
CONTROLADORES DE ORDEM FRACIONÁRIA

Tese apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Setor de Ciências Exatas, da Universidade Federal do Paraná.

Área de concentração: *Engenharia Elétrica*.

Orientador: Gustavo Henrique da Costa Oliveira.

Coorientador: Gideon Villar Leandro.

CURITIBA PR

2023

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SISTEMA DE BIBLIOTECAS – BIBLIOTECA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Osinski, Cristiano.

Metodologia baseada em algoritmos evolutivos para otimização de controladores de ordem fracionária. / Cristiano Osinski. – Curitiba, 2023.

1 recurso on-line : PDF.

Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Henrique da Costa Oliveira.

Coorientador: Prof. Dr. Gideon Villar Leandro.

1. Engenharia elétrica. 2. Metodologia. 3. Algoritmos. 4. Cálculos numéricos. I. Oliveira, Gustavo Henrique da Costa. II. Leandro, Gideon Villar. III. Universidade Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. IV. Título.

Bibliotecário: Nilson Carlos Vieira Júnior CRB-9/1797



TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação ENGENHARIA ELÉTRICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **CRISTIANO OSINSKI** intitulada: **METODOLOGIA BASEADA EM ALGORITMOS EVOLUTIVOS PARA OTIMIZAÇÃO DE CONTROLADORES DE ORDEM FRACIONÁRIA**, sob orientação do Prof. Dr. GUSTAVO HENRIQUE DA COSTA OLIVEIRA, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de doutor está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 06 de Dezembro de 2022.

Assinatura Eletrônica

14/12/2022 12:46:47.0

GUSTAVO HENRIQUE DA COSTA OLIVEIRA
Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica

07/12/2022 18:24:30.0

MARCELO KAMINSKI LENZI
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica

08/12/2022 08:05:55.0

ROBERTO ZANETTI FREIRE
Avaliador Externo (PONTIFICA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO
PARANÁ)

Assinatura Eletrônica

08/12/2022 13:13:28.0

EDUARDO PARENTE RIBEIRO
Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer a Deus pela proteção, paz, saúde e por todas as experiências e pessoas que conheci ao longo deste trabalho.

À minha mãe Carla e ao meu pai Valdemar por serem pais maravilhosos e por serem os meus grandes incentivadores. Pela preocupação, incentivo, pelas palavras sábias. Por serem o meu porto seguro, onde sempre encontrei apoio, respeito e crédito para conduzir o meu caminho.

À minha irmã Ana Clara pela amizade, companheirismo e incentivo. Por ter sido uma fonte constante de apoio durante todo o processo de realização deste projeto.

À Anna Luísa por ser uma fonte constante de amor, apoio e motivação. Pelos momentos de companheirismo e pela compreensão aos momentos de ausência.

À Universidade Federal do Paraná pela oportunidade de realizar este trabalho.

Ao prof. Dr. Gustavo Henrique da Costa Oliveira pela amizade, paciência, orientação e otimismo. Pela confiança depositada em meu desempenho, pela dedicação e pelo constante incentivo. Pelo exemplo de pesquisador e por todo o auxílio neste trabalho.

Ao prof. Dr. Gideon Villar Leandro pela amizade, estímulo, interesse, apoio, dedicação e por ter me dado o privilégio de compartilhar a sua sabedoria ao longo desta trajetória.

Aos meus tios e primos, pelo apoio, pela parceria de sempre, pelas palavras de incentivo e por se fazerem presentes tanto nos momentos bons quanto nos ruins. Ao meu avô Ovídeo e a minha avó Elveni, que a cada dia, com certeza, desejaram o melhor pra mim. Ao meu avô Clemente e a minha avó Geni, que mesmo não estando mais entre nós, sei que de algum lugar estão torcendo por mim. A todos os meus amigos, que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

RESUMO

Nos últimos anos, o cálculo de ordem fracionária ganhou muita atenção, especialmente no campo da teoria de sistemas dinâmicos e do projeto de sistemas de controle. Algoritmos de controle com ordem fracionária permitem expandir a quantidade de parâmetros de projeto visando melhorar o desempenho do sistema em malha fechada. No entanto, os graus de liberdade são acompanhados com uma complexidade na síntese. Dentro dessa perspectiva, encontra-se o controlador PID de ordem fracionária (FOPID), que possui as ordens integral e diferencial ajustáveis, criando a possibilidade de fornecer melhor desempenho de controle, desde que corretamente sintonizado. Da mesma forma, a sintonia do controlador CRONE e suas gerações também é um desafio, onde a escolha incorreta dos parâmetros pode comprometer o desempenho do controlador. Em vista disso, este trabalho apresenta três objetivos principais, sendo o primeiro uma nova estratégia híbrida de controle, chamada AFOPID. Nesta estratégia, os cinco parâmetros do FOPID são sintonizados online de forma que, na ocorrência de alguma perturbação, a Lógica *Fuzzy* atualiza os coeficientes k_p , k_i e k_d do FOPID para adaptar a malha fechada à nova condição de operação. Em seguida, os coeficientes fracionários λ e μ , que são as ordens integral e diferencial do controlador, são atualizados usando um algoritmo de Evolução Diferencial (DE). Para fins de validação da metodologia proposta, uma planta de uma usina hidrelétrica baseada em um sistema real é utilizada. Através dos resultados, percebeu-se que o sistema híbrido melhorou a solução geral, fornecendo melhor desempenho em malha fechada do que soluções semelhantes, o que pôde ser comprovado através da análise dos índices de desempenho ISE, ITAE e ITSE. O segundo objetivo desta tese consiste na proposta de um algoritmo de otimização multiobjetivo para os controladores CRONE gerações 1 e 2. Para tanto, utiliza-se o algoritmo NSGA-II Multiobjetivo baseado em dois objetivos principais: (i) Minimizar o sinal de controle; (ii) Reduzir o erro em regime permanente. Os resultados mostraram que além de facilitar o processo de escolha dos parâmetros, não dependendo tanto do conhecimento do projetista, o controlador otimizado conseguiu fornecer bons níveis de desempenho, ou seja, minimizou o sinal de controle e reduziu o erro em regime permanente. Por fim, como terceiro objetivo deste trabalho, tem-se o desenvolvimento de uma plataforma computacional chamada UFPR-FracControl. A plataforma contém os controladores CRONE 1 e 2, convencional e otimizado, FOPID, PID convencional e, visa a utilização desses controladores por usuários não especialistas. Os resultados demonstraram que esta nova plataforma facilitará o uso de sistemas de controle de ordem fracionária pelo fato de ser leve, não depender de instalação, não depender de licenças e pelo fato de ser de fácil implementação. Por fim, conclui-se que os três objetivos aqui propostos obtiveram sucesso em melhorar o desempenho e facilitar o uso dos controladores de ordem fracionária.

Palavras-chave: Cálculo de ordem fracionária. Controle de sistemas. CRONE. FOPID.

ABSTRACT

In recent years, fractional order calculus has gained a lot of attention, especially in the field of dynamical system theory and control system design. Control algorithms with fractional order allow expanding the number of design parameters to improve the performance of the closed-loop system. However, the degrees of freedom are accompanied by complexity in the synthesis. Within this perspective, there is the fractional order PID controller (FOPID), which has adjustable integral and differential orders, creating the possibility of providing better control performance, as long as it is correctly tuned. Likewise, the tuning of the CRONE controller and its generations is also a challenge, where the incorrect choice of parameters can compromise the performance of the controller. Given this, this work presents three main objectives, the first being a new hybrid control strategy, called AFOPID. In this strategy, the five parameters of the FOPID are tuned online so that, in the event of any disturbance, the Logic *Fuzzy* updates the coefficients k_p , k_i and k_d of the FOPID to adapt the closed loop to the new operating condition. Next, the fractional coefficients λ and μ , which are the integral and differential orders of the controller, are updated using a Differential Evolution (DE) algorithm. To validate the proposed methodology, a plant of a hydroelectric plant based on a real system is used. Through the results, it was noticed that the hybrid system improved the overall solution, providing better closed-loop performance than similar solutions, which could be proven through the analysis of the ISE, ITAE, and ITSE performance indexes. The second objective of this thesis consists in proposing a multiobjective optimization algorithm for CRONE controllers generations 1 and 2. For this purpose, the NSGA-II Multiobjective algorithm is used based on two main objectives: (i) Minimize the control signal; (ii) Reduce the steady-state error. The results showed that in addition to facilitating the process of choosing the parameters, not depending so much on the designer's knowledge, the optimized controller was able to provide good levels of performance, that is, it minimized the control signal and reduced the steady-state error. Finally, as the third objective of this work, there is the development of a computational platform called UFPR-FracControl. The platform contains CRONE 1 and 2 controllers, conventional and optimized, FOPID, and conventional PID, and aims to use these controllers by non-specialist users. The results showed that this new platform will facilitate the use of fractional order control systems because it is lightweight, does not depend on installation, does not depend on licenses, and because it is easy to implement. Finally, it is concluded that the three objectives proposed here were successful in improving performance and facilitating the use of fractional order controllers.

Keywords: Fractional order calculus. Control systems. CRONE. FOPID.

LISTA DE FIGURAS

2.1	Sistema de controle em malha fechada ideal de Bode.	33
2.2	Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada ideal de Bode para diferentes valores de n	33
2.3	Diagrama de Bode de s^n para $n > 0$ e $n < 0$	34
2.4	Diagrama de Bode de s^n para $n = 0,33, n = 0,50, n = 0,66$	35
2.5	Diagrama de Bode de s^n para $n = -0,33, n = -0,50, n = 0,-66$	35
2.6	Diagrama de Nichols de s^n para $n > 0$ e $n < 0$	36
2.7	Diagrama de Bode de s^{a+jb} para $a > 0$ e $a < 0$	37
2.8	Diagrama de Bode de s^n para $n = 0,33, n = 0,50, n = 0,66$	38
2.9	Diagrama de Bode de s^n para $n = -0,33, n = -0,50, n = -0,66$	38
2.10	Diagrama de Nichols de s^{a+jb} para $a > 0$ e $a < 0$	39
2.11	Interpretação gráfica para a estabilidade de sistemas LTI fracionários.	42
2.12	Diagrama de Bode do integrador de ordem fracionária $s^{0,5}$ onde o sinal tracejado (- -) representa uma aproximação de $N = 3$ e o sinal contínuo (-) o sinal original.	44
2.13	Diagrama de Bode do integrador de ordem fracionária $s^{0,5}$ onde o sinal tracejado (- -) representa uma aproximação de $N = 7$ e o sinal contínuo (-) o sinal original.	45
3.1	Diagrama de Bode de um compensador de avanço de fase de ordem fracionária.	48
3.2	Diagrama de Bode de um compensador de avanço de fase de ordem fracionária, Equação 3.1, para $K_c = 10, x = 0,005, \lambda = 0,6404$ e $0,3 \leq \alpha \leq 1$	48
3.3	Diagrama de Bode de um compensador de atraso de fase de ordem fracionária, Equação 3.1, para $K_c = 10, x = 0,005, \lambda = 0,6404$ e $-0,3 \leq \alpha \leq -1$	49
3.4	Diagrama de Bode de uma resposta em frequência de um controlador PID clássico com $k_p = k_i = k_d = 1$ e um controlador TID com $k_t = k_i = k_d = 1; n = 2,5$	50
3.5	Diagrama de Bode de um controlador PID paralelo.	51
3.6	Diagrama de Bode de um controlador FOPID paralelo.	51
3.7	Plano controlador FOPID.	52
3.8	Diagrama de Bode de uma resposta em frequência de um controlador PID clássico com $k_p = k_i = k_d = 1$ e um controlador PID de ordem fracionária com $k_p = k_i = k_d = 1; \lambda = \mu = 0,5$	52

3.9	Diagrama de Bode de um controlador PID paralelo com filtro. Fonte: Baseado em Oustaloup e Bansard (1993).	53
3.10	Diagrama de Bode de um controlador FOPID paralelo com filtro. Fonte: Baseado em Oustaloup e Bansard (1993).	54
3.11	Diagrama de Bode de um controlador PID série da Equação (3.13). Fonte: Baseado em (Sabatier et al., 2015)..	55
3.12	Diagrama de Bode de um controlador PID ^μ série. Fonte: Baseado em (Sabatier et al., 2015)..	56
3.13	Foto do sistema de água corrente de baixa pressão projetado em bancada e totalmente independente. Fonte: (Monje et al., 2008)..	57
3.14	Diagrama de Bode da planta a ser controlada para $2,75 \leq K \leq 3,75$ e $303,33 \leq T \leq 563,33$	58
3.15	Diagrama de Bode de malha aberta de $C(s)G(s)$ para o controlador PID ^μ série.	59
3.16	(a) Resposta ao degrau de malha fechada e (b) Sinal de controle para as variações de K e T para o controlador PID série.	60
3.17	(a) Resposta ao degrau de malha fechada e (b) Sinal de controle para as variações de K e T para o controlador PID ^μ série.	60
4.1	Comparação entre controladores convencionais e o controlador CRONE	63
4.2	Sistema de controle em malha fechada com sinais de perturbação.	64
4.3	Malha aberta com uma fase constante e um ganho variável e, portanto, com uma margem de fase constante. Fonte: Baseado em Valério e Sá da Costa (2013)..	66
4.4	Diagrama de Bode de um controlador CRONE geração 1, ideal. Fonte: Baseado em Oustaloup e Bansard (1993).	66
4.5	Diagrama de Bode de $G(s)$, onde as linhas contínuas (–) em preto, representam as variações de K , sendo $K = 10 \pm 5$, e a linha tracejada (- -) em verde representa o valor nominal de $G(s)$	70
4.6	Diagrama de Nichols de malha aberta do sistema para possibilidades de $G(s)$ dentro do intervalo $K = 10 \pm 5$ (linha contínua (–)). O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada (- -)..	73
4.7	Diagrama de Bode do controlador $C(s)$	73
4.8	Diagrama de Bode do sistema de malha aberta para possibilidades de $G(s)$ sendo $K = 10 \pm 5$	74
4.9	Resposta ao degrau de malha fechada para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$	74

4.10	Sinal de controle para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$	75
4.11	Funções de sensibilidade CRONE geração 1 para 3 possibilidades específicas de $G(s)$, sendo $K = 5$ para $G_l (-)$, $K = 10$ para $G_o (- -)$ e $K = 15$ para $G_h (-.-)$	75
4.12	Diagrama de Nichols de malha aberta do sistema para possibilidades de $G(s)$ dentro do intervalo $K = 10 \pm 5$ (linha contínua $(-)$). O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada $(- -)$	76
4.13	Resposta ao degrau do sistema para possibilidades de $G(s)$ dentro do intervalo $K = 10 \pm 5$ (linha contínua $(-)$). O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada $(- -)$	77
4.14	Padrão reto e vertical da curva de Nichols no entorno de ω_{cg} (linha sólida em negrito) garantindo a robustez da margem de fase M_ϕ e do pico ressonante M_r . Fonte: Baseado em Sabatier et al. (2015).	78
4.15	Gráfico de Nichols de malha aberta para $\omega'_l = \omega_l$, $\omega'_h = \omega_h$, $n_l = 2$ e $n_h = 3$	80
4.16	Diagrama de Bode de $G(s)$, onde as linhas contínuas $(-)$ em preto, representam as variações de K , sendo $K = 10 \pm 5$, e a linha tracejada $(- -)$ em verde representa o valor nominal de $G(s)$	82
4.17	Diagrama de Nichols de malha aberta do sistema para possibilidades de $G(s)$ dentro do intervalo $K = 10 \pm 5$ (linha contínua $(-)$). O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada $(- -)$	84
4.18	Diagrama de Bode do sistema de malha aberta $C(s)G(s)$ para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$	85
4.19	Resposta ao degrau de malha fechada para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$	86
4.20	Sinal de controle para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$	86
4.21	Funções de sensibilidade CRONE geração 2 para 3 possibilidades de $G(s)$, sendo $K = 5$ para $G_l (-)$, $K = 10$ para $G_o (- -)$ e $K = 15$ para $G_h (-.-)$	87
4.22	Diagrama de Nichols de malha aberta do sistema para possibilidades de $G(s)$ dentro do intervalo $K = 10 \pm 5$ (linha contínua $(-)$). O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada $(- -)$	87
4.23	Resposta ao degrau do sistema para possibilidades de $G(s)$ dentro do intervalo $K = 10 \pm 5$ (linha contínua $(-)$). O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada $(- -)$	88

4.24	Padrão reto e inclinado da curva de Nichols no entorno de ω_{cg} (linha sólida em negrito) garantindo a robustez da margem de fase M_ϕ e do pico ressonante M_r . Fonte: Baseado em Sabatier et al. (2015).	89
4.25	Padrão reto e inclinado da curva de Nichols limitado pela faixa de frequência $[\omega_l, \omega_h]$. Fonte: Baseado em Sabatier et al. (2015).	90
4.26	Modelagem do gráfico de Nichols de $\beta(j\omega)$ modificando seu gráfico de Nichols assintótico com os parâmetros a, b, ω_l e ω_h	92
4.27	Exemplo de 3 retas generalizadas, cada uma garantindo um dado pico ressonante do controle de malha fechada.	95
4.28	Gráfico de Nichols da reta generalizada e da reta ideal.	95
4.29	Diagrama de Bode de $G(s)$, onde as linhas contínuas (–) em preto, representam as variações de K e T , sendo $K = 10 \pm 5$ e $T = 10 \pm 5$. A linha tracejada (- -) em verde representa o valor nominal de $G(s)$	97
4.30	Diagrama de Nichols de malha aberta do sistema para possibilidades de $G(s)$ (linha contínua (–)) onde $K = 10 \pm 5$ e $T = 10 \pm 5$. O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada (- -).	100
4.31	Resposta ao degrau do sistema para possibilidades de $G(s)$ (linha contínua (–)) onde $K = 10 \pm 5$ e $T = 10 \pm 5$. O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada (- -).	101
4.32	Restrições (- -) e funções de sensibilidade de $S(j\omega)$, $TS(j\omega)$, $CS(j\omega)$ e $SG(j\omega)$. 103	
4.33	Diagrama de Nichols de malha aberta do sistema para possibilidades de $G(s)$ (linha contínua (–)) onde $K = 10 \pm 5$ e $T = 10 \pm 5$. O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada (- -).	104
4.34	Resposta ao degrau do sistema para possibilidades de $G(s)$ (linha contínua (–)) onde $K = 10 \pm 5$ e $T = 10 \pm 5$. O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada (- -).	104
4.35	Sinal de controle do sistema para possibilidades de $G(s)$ (linha contínua (–)) onde $K = 10 \pm 5$ e $T = 10 \pm 5$. O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada (- -).	105
5.1	Sistema de controle de velocidade.	108
5.2	Amplificador hidráulico.	108
5.3	Amplificador hidráulico detalhado.	109
5.4	Sistema de controle de malha fechada do controlador proposto.	110
5.5	Diagrama esquemático do sistema de potência simulado.	113

5.6	Funções de pertinência do controlador AFOPID.	115
5.7	Sinal do distribuidor - Caso I..	117
5.8	Desvio de frequência - Caso I.	117
5.9	Saída do controlador para o amplificador hidráulico - Caso I.	118
5.10	Sinal do distribuidor - Caso II.	119
5.11	Desvio de frequência - Caso II.. . . .	120
5.12	Saída do controlador para o amplificador hidráulico - Caso II.. . . .	120
5.13	Sinal do distribuidor - Caso III.. . . .	122
5.14	Desvio de frequência - Caso III.	122
5.15	Saída do controlador para o amplificador hidráulico - Caso III.	123
6.1	Exemplo de curva ótima de Pareto para um problema de minimização de duas funções-objetivo, f_1 e f_2 . Adaptado de Talbi (2009). Soluções dominadas sem preenchimento. Soluções não dominadas com preenchimento.	125
6.2	Margem de fase constante CRONE geração 1.	127
6.3	Diagrama de Nichols de malha aberta do sistema para possibilidades de $G(s)$ dentro do intervalo $K = 10 \pm 5$ (linha contínua (-)). O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada (- -).	131
6.4	Diagrama de Bode do sistema de malha aberta $C(s)G(s)$ para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$	132
6.5	Resposta ao degrau de malha fechada para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$	132
6.6	Resposta ao degrau de malha fechada com o zoom aproximado para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$	133
6.7	Sinal de controle para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$	133
6.8	Funções de sensibilidade CRONE geração 1 otimizado (-) e sintonizado pelo método tradicional (- -) para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$	134
6.9	Gráfico de Nichols de malha aberta, CRONE geração 2 para $\omega'_l = \omega_l$, $\omega_h = \omega'_h$, $n_l = 2$ e $n_h = 3$	135
6.10	Diagrama de Nichols de malha aberta do sistema para possibilidades de $G(s)$ dentro do intervalo $K = 10 \pm 5$ (linha contínua (-)). O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada (- -).	138

6.11	Diagrama de Bode do sistema de malha aberta $C(s)G(s)$ para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$	139
6.12	Resposta ao degrau de malha fechada para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$	139
6.13	Resposta ao degrau de malha fechada com o zoom aproximado para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$	140
6.14	Sinal de controle para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$	140
6.15	Funções de sensibilidade CRONE geração 2 otimizado (-) e sintonizado pelo método tradicional (- -) para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$	141
7.1	Captura de tela do Módulo 1 da plataforma.	143
7.2	Captura de tela do Módulo 3 da plataforma.	144
7.3	Resposta ao degrau de malha fechada para 3 possibilidades de $G(s)$, sendo $K = 5$ para G_l (.), $K = 10$ para G_o (-) e $K = 15$ para G_h (- -).	145
7.4	Sinal de controle de malha fechada para 3 possibilidades de $G(s)$, sendo $K = 5$ para G_l (.), $K = 10$ para G_o (-) e $K = 15$ para G_h (- -).	145
7.5	Diagrama de Bode do sistema de malha aberta $C(s)G(s)$ para 3 possibilidades de $G(s)$, sendo $K = 5$ para G_l (.), $K = 10$ para G_o (-) e $K = 15$ para G_h (- -).	149
7.6	Resposta ao degrau de malha fechada para 3 possibilidades de $G(s)$, sendo $K = 5$ para G_l (.), $K = 10$ para G_o (-) e $K = 15$ para G_h (- -).	149
7.7	Sinal de controle para 3 possibilidades de $G(s)$, sendo $K = 5$ para G_l (.), $K = 10$ para G_o (-) e $K = 15$ para G_h (- -).	150
7.8	Captura de tela do Módulo 5 da plataforma.	152
7.9	Diagrama de Bode do sistema de malha aberta $C(s)G(s)$ para 3 possibilidades de $G(s)$, sendo $K = 5$ para G_l (.), $K = 10$ para G_o (-) e $K = 15$ para G_h (- -).	153
7.10	Resposta ao degrau de malha fechada para 3 possibilidades de $G(s)$, sendo $K = 5$ para G_l (.), $K = 10$ para G_o (-) e $K = 15$ para G_h (- -).	153
7.11	Sinal de controle para 3 possibilidades de $G(s)$, sendo $K = 5$ para G_l (.), $K = 10$ para G_o (-) e $K = 15$ para G_h (- -).	154

LISTA DE TABELAS

4.1	Valores iniciais de ω_l , ω_h , ω_r e Y_r	94
4.2	Limites para ω_l , ω_h , ω_r e Y_r	94
4.3	Valores iniciais de ω_l , ω_h , ω_r e Y_r	98
4.4	Parâmetros CRONE geração 3.	100
4.5	Limites para ω_l , ω_h , ω_r e Y_r	102
4.6	Parâmetros CRONE geração 3.	102
5.1	Características da planta sob estudo.	113
5.2	Parâmetros do AFOPID.	114
5.3	Parâmetros dos controladores.	115
5.4	Regras de inferência.	115
5.5	Desempenho dos controladores.	118
5.6	Índices de desempenho dos controladores.	119
6.1	Limites para ω_l , ω_h , n_I e n_F	128
6.2	Limites para ω_l , ω_h , n_I e n_F	129
6.3	Configurações dos parâmetros do algoritmo.	129
6.4	Valores da distância euclidiana da melhor solução.	130
6.5	Valores de ω_l , ω_h , n_I e n_F	130
6.6	Limites para ω_l , ω_h , n_l e n_h	136
6.7	Limites para ω_l , ω_h , n_l e n_h	136
6.8	Configurações dos parâmetros do algoritmo.	136
6.9	Valores da distância euclidiana da melhor solução.	137
6.10	Valores de ω_l , ω_h , n_l e n_h	137
7.1	Limites para ω_l , ω_h , n_I e n_F	146
7.2	Configurações dos parâmetros do algoritmo.	147
7.3	Valores da distância euclidiana do conjunto de soluções.	147
7.4	Valores de ω_l , ω_h , n_I e n_F	147
7.5	Limites para ω_l , ω_h , n_l e n_h	150

7.6	Configurações dos parâmetros do algoritmo.	151
7.7	Valores da distância euclidiana do conjunto de soluções.	151
7.8	Valores de ω_l , ω_h , n_l e n_h	151

LISTA DE ACRÔNIMOS

PID	Proporcional Integral Derivativo
PI	Proporcional Integral
PD	Proporcional Derivativo
FOPID	Proporcional Integral Derivativo de Ordem Fracionária
FOPI	Proporcional Integral de Ordem Fracionária
FOPD	Proporcional Derivativo de Ordem Fracionária
CRONE	Controle Robusto de Ordem Não Inteira
NSGA	Algoritmo Genético de Classificação por Não Dominância
TID	Tilt-Integral-Derivative
MIMO	Múltiplas Entradas Múltiplas Saídas
SISO	Uma entrada Uma Saída
FIR	<i>Finite Impulse Response</i>
IIR	<i>Infinite Impulse Response</i>
PLC	<i>Programmable Logic Controller</i>
FPGA	<i>Field-Programmable Gate Array</i>
AFOPID	<i>Adaptive Fractional Order PID</i>
UFPR	Universidade Federal do Paraná
ML	Mittag-Leffler
LTI	Linear e Invariante no Tempo
LFC	Controladores de Frequência de Carga
DE	Evolução Diferencial
ISE	<i>Integral Square Error</i>
ITSE	<i>Integral Time Square Error</i>
ITAE	<i>Integral Time Absolute Error</i>
MSE	<i>Mean Squared Error</i>
UHE	Usina Hidrelétrica
SIN	Sistema Interligado Nacional

LISTA DE SÍMBOLOS

α	ordem fracionária do controlador de avanço/atraso
K_c	ganho do controlador de avanço/atraso
K_t	ganho do controlador TID
n	ordem fracionária dos controladores TID, CRONE 1 e CRONE 2
K_i	ganho integral dos controladores TID, PID e FOPID
τ_f	constante de tempo no termo derivativo do filtro do PID e FOPID
K_d	ganho derivativo dos controladores TID, PID e FOPID
K_p	ganho proporcional dos controladores PID e FOPID
λ	ordem do operador integrador do FOPID
μ	ordem do operador derivador do FOPID
M_ϕ	margem de fase
C_0	ganho do controlador CRONE geração 1
ω_{cg}	frequência de cruzamento de ganho
n_l	ordem do integrador do CRONE geração 2
n_h	ordem do filtro passa-baixas do CRONE geração 2
n_I	ordem do integrador do CRONE geração 1
n_F	ordem do filtro passa-baixas do CRONE geração 1
ω_A	início da faixa de frequência de atuação dos controladores CRONE
ω_B	fim da faixa de frequência de atuação dos controladores CRONE
ω_I	frequência inicial do filtro do controlador CRONE geração 1
ω_F	frequência final do filtro do controlador CRONE geração 1
ω'_l	frequência inicial do filtro do controlador CRONE geração 2
ω'_h	frequência final do filtro do controlador CRONE geração 2
ω_l	frequência inicial do filtro do controlador CRONE geração 3 e frequência inicial da faixa de aproximação do coeficiente de ordem fracionária dos controladores CRONE gerações 1, 2 e 3
ω_h	frequência final do filtro do controlador CRONE geração 3 e frequên- cia final da faixa de aproximação do coeficiente de ordem fracionária dos controladores CRONE gerações 1, 2 e 3
K	ganho do controlador CRONE geração 2
β	função de transferência dos controladores CRONE gerações 2 e 3
M_r	pico de ressonância
M_{rd}	pico de ressonância desejado

a	parte real do número complexo da ordem da função de transferência do CRONE 3
b	parte imaginária do número complexo da ordem da função de transferência do CRONE 3
ω_r	frequência de cruzamento de ganho CRONE geração 3
K_1	primeiro ganho do conjunto microprocessado
K_2	segundo ganho do conjunto microprocessado
K_3	ganho da válvula piloto
K_4	ganho da válvula distribuidora para a condição operacional de abertura
K_5	ganho da válvula distribuidora para a condição operacional de fechamento
K_6	ganho do servomotor do distribuidor para condição operacional de abertura
K_7	ganho do servomotor do distribuidor para condição operacional de fechamento
T_P	constante de tempo da válvula piloto
T_w	constante de tempo da turbina hidrelétrica
F_p	coeficiente de perda de carga
Q_{nl}	fluxo sem carga por unidade
A_t	fator de proporcionalidade
T_m	fator de proporcionalidade
D	coeficiente de amortecimento
L_1	limite inferior do controlador da válvula eletrônica
L_2	limite superior do controlador da válvula eletrônica
L_3	limite inferior da posição da válvula piloto
L_4	limite superior da posição da válvula piloto
L_5	limite de posição inferior da válvula distribuidora
L_6	limite de posição superior da válvula distribuidora
L_7	limite inferior da posição do servomotor
L_8	limite superior da posição do servomotor
L_9	limite de posição inferior do servomotor
L_{10}	limite de posição superior do servomotor
NP	tamanho da população
CR	taxa de cruzamento
B_{\min}	taxa de mutação mínima
B_{\max}	taxa máxima de mutação
M_{eval}	número máximo de iterações
\mathbb{N}	conjunto dos números naturais

\mathbb{R}	conjunto dos números reais
\mathbb{Z}	conjunto dos números inteiros
T_i	constante de tempo integral do controlador
T_d	constante de tempo derivativo do controlador
ω_k	polos do filtro de Oustaloup
ω'_k	zeros do filtro de Oustaloup
N	ordem do filtro recursivo de Oustaloup

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	21
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	21
1.2	CONTROLADORES DE ORDEM FRACIONÁRIA	22
1.3	MOTIVAÇÃO E ESTADO DA ARTE	24
1.4	OBJETIVOS	26
1.5	ESTRUTURA DO TRABALHO	26
2	CONCEITOS MATEMÁTICOS E DEFINIÇÕES DO CÁLCULO DE ORDEM FRACIONÁRIA	28
2.1	HISTÓRIA DO CÁLCULO FRACIONÁRIO	28
2.2	FUNÇÃO GAMA	28
2.3	FUNÇÃO BETA	29
2.4	FUNÇÃO MITTAG-LEFFLER	29
2.5	FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA	30
2.5.1	Definição de Riemann-Liouville	30
2.5.2	Definição de Grünwald-Letnikov	31
2.5.3	Definição de Caputo	31
2.6	TRANSFORMADA DE LAPLACE	32
2.7	INTEGRADOR-DERIVADOR DE ORDEM FRACIONÁRIA	32
2.7.1	Função de transferência ideal de Bode	32
2.7.2	Diagrama de Bode e de Nichols de s^n para ordens reais	34
2.7.3	Diagrama de Bode e de Nichols de s^n para ordens complexas	36
2.8	MODELOS DE ORDEM FRACIONÁRIA	41
2.9	ANÁLISE DE ESTABILIDADE	42
2.10	APROXIMAÇÕES DE ORDEM INTEIRA DE SISTEMAS DE ORDEM FRACIONÁRIA	43
2.10.1	Filtro de Oustaloup	43
2.11	REALIZAÇÕES	45
2.12	CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO	46

3	SISTEMAS DE CONTROLE DE ORDEM FRACIONÁRIA	47
3.1	COMPENSADOR DE AVANÇO/ATRASSO	47
3.2	CONTROLADOR TID	49
3.3	CONTROLADOR PID DE ORDEM FRACIONÁRIA	50
3.3.1	Controlador PID de ordem fracionária paralelo	50
3.3.2	Controlador PID ^μ de ordem fracionária série.	54
3.3.3	Exemplo de aplicação 1 - PID ^μ série	57
3.4	CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO.	62
4	CONTROLADORES CRONE	63
4.1	CRONE GERAÇÃO 1	65
4.1.1	Exemplo de aplicação 1 - CRONE geração 1.	69
4.1.2	Exemplo de aplicação 2 - CRONE geração 1.	76
4.2	CRONE GERAÇÃO 2	77
4.2.1	Exemplo de aplicação 1 - CRONE geração 2.	81
4.2.2	Exemplo de aplicação 2 - CRONE geração 2.	85
4.3	CRONE GERAÇÃO 3	88
4.3.1	Função de transferência de malha aberta	90
4.3.2	Parametrização da função de transferência de malha aberta	91
4.3.3	Otimização para determinação da função de transferência de malha aberta ideal	94
4.3.4	Síntese do controlador	96
4.3.5	Exemplo de aplicação 1 - CRONE geração 3.	96
4.4	CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO.	105
5	UMA NOVA ESTRATÉGIA DE CONTROLE DE ORDEM FRACIONÁRIA COMBINANDO CONJUNTOS FUZZY E EVOLUÇÃO DIFERENCIAL	106
5.1	DEFINIÇÃO DA PLANTA.	108
5.2	MÉTODO PROPOSTO.	110
5.2.1	Inicialização.	110
5.2.2	Operação online.	112
5.3	SIMULAÇÕES E RESULTADOS	112
5.3.1	Sintonia do controlador proposto	114
5.3.2	Outros controladores utilizados na validação do método.	115
5.3.3	Caso I - Degrau negativo de carga	116

5.3.4	Caso II - Degrau positivo de carga	118
5.3.5	Caso III - Degrau negativo e positivo de carga	121
5.4	CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO.	121
6	ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO PARA CONTROLADORES CRONE GERAÇÕES 1 E 2	124
6.1	OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO	124
6.1.1	Conceito de dominância e conjunto ótimo de Pareto	125
6.2	ALGORITMO GENÉTICO DE CLASSIFICAÇÃO POR NÃO DOMINÂNCIA III	126
6.3	OTIMIZAÇÃO CRONE GERAÇÃO 1	127
6.3.1	Formulação do problema	127
6.3.2	Estudo de caso 1 - CRONE geração 1 otimizado	129
6.4	OTIMIZAÇÃO CRONE GERAÇÃO 2	134
6.4.1	Formulação do problema	134
6.4.2	Estudo de caso 1 - CRONE geração 2 otimizado	136
6.5	CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO.	141
7	PLATAFORMA COMPUTACIONAL UFPR-FRACCONTROL	142
7.1	DETALHAMENTO DA PLATAFORMA	142
7.1.1	<i>Módulo 1</i> - Introdução da planta	143
7.1.2	<i>Módulo 2</i> - CRONE geração 1	143
7.1.3	<i>Módulo 3</i> - CRONE geração 2	143
7.1.4	<i>Módulo 4</i> - CRONE geração 1 otimizado.	146
7.1.5	<i>Módulo 5</i> - CRONE geração 2 otimizado.	148
7.1.6	<i>Módulo 6</i> - FOPID	154
7.1.7	<i>Módulo 7</i> - PID	154
7.2	CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO.	155
8	CONCLUSÕES	156
8.1	TRABALHOS FUTUROS	157
8.2	COMENTÁRIOS FINAIS	157
	REFERÊNCIAS	159

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O mundo industrial está atualmente experimentando um enorme desenvolvimento tecnológico, sob o efeito da concorrência e necessidades cada vez mais exigentes do ponto de vista tanto de qualidade quanto de desempenho. Esse progresso tecnológico e industrial deve-se, em grande parte, ao salto qualitativo experimentado pelas ferramentas de *software* e *hardware*, principalmente pelo surgimento de microprocessadores mais potentes, que possibilitou a aplicação de métodos e técnicas considerados, até pouco tempo atrás, de difícil implementação prática. Isso também se deve ao desenvolvimento de pesquisas básicas em vários campos, como análise numérica e teoria de sistemas. Neste contexto, destaca-se o Cálculo de Ordem Fracionária que estende a derivação e a integração tradicionais a ordens não inteiras, teoria esta que surgiu no século XVII. Atualmente, possui grande popularidade entre pesquisadores tanto das ciências básicas como das engenharias. Hoje, diversas aplicações práticas podem ser encontradas na indústria e em sistemas complexos (Fei et al., 2021; Xiong et al., 2021; Jin et al., 2021; Jahanshahi et al., 2021; Koszewnik et al., 2021).

O início do cálculo de ordem fracionária é atribuído a uma carta datada de 1695 para L'Hospital, onde Leibniz levantou a possibilidade de generalizar a operação de diferenciação para ordens não inteiras e L'Hospital, em uma carta resposta, perguntou sobre o que seria o resultado da meia diferenciação de uma variável. Leibniz então, em uma nova carta, respondeu: *"Isso leva a um paradoxo, do qual um dia serão tiradas consequências úteis"*. Porém foi apenas no início do século XIX que a generalização da diferenciação para ordens reais ou complexas foi formalizada com os trabalhos de Riemann (1876), Letnikov (1868) e Liouville (1832).

Essencialmente, a derivação e a integração de ordens fracionárias resultam da extensão do conceito clássico de derivação e integração de ordens inteiras a ordens não inteiras, onde a limitação das ordens de integração e derivação aos números inteiros é superada e se passa a trabalhar com as ordens arbitrárias (reais ou complexas) para esses operadores. Atualmente, o cálculo de ordem fracionária é especialmente útil na teoria de sistemas e no controle automático, onde equações diferenciais fracionárias são usadas para obter modelos mais exatos de sistemas dinâmicos, desenvolver novas estratégias de controle e, com isso, melhorar o desempenho global das estratégias de controle.

Antes de dar andamento ao trabalho, vale ressaltar aqui que a denominação "Cálculo Fracionário ou Cálculo de Ordem Fracionária", segundo Podlubny e El-Sayed (1996), é um exemplo de terminologia matemática inapropriada, que não traduz precisamente o significado que deveria traduzir. Podlubny e El-Sayed (1996) definem então o Cálculo de Ordem Fracionária como sendo a *"teoria de integrais e derivadas de ordem arbitrária (não necessariamente fracionária), que unifica e generaliza as noções de diferenciação de ordem inteira e integrações"*

múltiplas". Historicamente, a pergunta original que levou à denominação Cálculo de Ordem Fracionária foi: *pode o significado da derivada de ordem inteira d^{ny}/dx^n ser estendido para o caso em que n for uma fração?* Posteriormente, esta pergunta tornou-se: *pode n ser qualquer número inteiro e não inteiro como fracionário, irracional ou complexo?* Como a segunda foi respondida afirmativamente, o nome Cálculo de Ordem fracionária tornou-se inapropriado e esta teoria deveria, preferencialmente, ser denominada *integração e diferenciação de ordem não-inteira ou também integração e diferenciação de ordem não inteira de ordem arbitrária*. Porém neste trabalho, utiliza-se a nomenclatura Cálculo de Ordem Fracionária por entender que esta é a denominação consolidada.

1.2 CONTROLADORES DE ORDEM FRACIONÁRIA

Integrais e derivadas de ordem fracionária aparecem na teoria de controle de sistemas dinâmicos de três formas principais: (i) quando o sistema a ser controlado é representado por modelos de ordem fracionária e este fato é levado em consideração no projeto de um controlador de ordem inteira como pode ser visto em Zouari et al. (2021), Muñoz-Vázquez et al. (2021) e em Wang e Zhang (2018); (ii) quando o sistema de controle é descrito por equações diferenciais de ordem fracionária e o sistema a ser controlado é de ordem inteira como pode ser visto em Eltag e Zhang (2021), Çelik (2021) e em Sain e Mohan (2021); ou (iii) quando tanto o sistema de controle quanto o processo a ser controlador são descritos por modelos de ordem fracionária como pode ser visto em Li e Gao (2021), Chen et al. (2021) e em Ghorbani (2021).

Sistemas de controle de ordem fracionária são empregados com o objetivo de melhorar o comportamento dinâmico do sistema em malha fechada, tendo ele ou não um processo caracterizado por modelos de ordem fracionária. Esta melhoria tende a ser possível pois, devido a eliminação da restrição de que a ordem de diferenciação no controlador deve ser inteira, há maior liberdade de ajuste da dinâmica do controlador para que o sistema em malha fechada atenda às especificações.

Frequentemente, a implementação prática de sistemas de controle de ordem fracionária se dá através de uma aproximação com derivadas de ordem inteiras, isto é, uma sequência de filtros com zeros e polos. Em termos de realização em *hardware*, vale ressaltar aqui que os controladores de ordem fracionária podem ser tanto desenvolvidos de forma analógica quanto de forma digital. No caso da forma digital com um *software* ou *firmware* implementando funções de transferência ou filtros IIR (*Infinite Impulse Response*) (Mahata et al., 2021) ou FIR (*Finite Impulse Response*) em um computador (Nayak et al., 2021), microcontrolador, PLC (*Programmable Logic Controller*) (Możaryn et al., 2021) ou num FPGA (*Field-Programmable Gate Array*) (Mohamed et al., 2021). A realização analógica, pode ser feita da mesma maneira que a de ordem inteira, porém substituindo os capacitores do integrador e derivador por impedâncias de ordens fracionárias, sendo elas fractores ou fractâncias, da ordem pretendida (Caponetto et al., 2021; Kapoulea et al., 2021).

As primeiras propostas de se utilizar o operador de ordem fracionária para sistemas de controle automático se deram através dos trabalhos de Tustin et al. (1958), Manabe (1960), Oustaloup (1981) e Axtell e Bise (1990). Em consonância com a ideia de usar controladores de ordem fracionária para o controle de sistemas dinâmicos, Oustaloup (1991a,b) desenvolveu o chamado controlador CRONE (abreviação de *Commande Robuste d'Ordre Non Entier*).

Como um método pertencente à classe de controladores robustos, o CRONE assume a presença de incertezas no modelo do processo e o conhecimento a respeito destas incertezas é utilizado no projeto dos parâmetros do controlador. Após algumas aplicações desse controlador na literatura, como em Lanusse e Oustaloup (1992a,b); Oustaloup e Lanusse (1992), o desempenho do controlador CRONE acabou sendo aprimorado por meio de três estratégias. A primeira geração (Oustaloup e Bansard, 1993) e a segunda geração (Oustaloup et al., 1993) são baseadas em modelos para o controlador onde a ordem das equações diferenciais envolvidas são números reais. Na terceira geração (Lanusse et al., 1993), a ordem pode assumir valores complexos.

Estas três gerações e suas metodologias de projeto, diferenciam entre si em relação às hipóteses feitas para a resposta em frequência do processo e suas incertezas (Lanusse et al., 1993). Além disso, nas duas primeiras gerações, os parâmetros do processo são calculados através de um procedimento que não envolve um problema de otimização. Já, na terceira geração, parte do procedimento de projeto se dá através da resolução de um problema de otimização.

A metodologia CRONE foi desenvolvida para uma grande variedade de plantas, como lineares de fase não mínima (Osinski et al., 2020; Saxena, 2019), com atraso de tempo (Mseddi et al., 2019; Dimitrova et al., 2019), plantas instáveis ou não amortecidas (Pezol et al., 2021). Esta metodologia também foi estendida para plantas multivariáveis (Lanusse et al., 2016). Além disso, o CRONE tem muitas aplicações industriais, especialmente para veículos elétricos (Termous et al., 2018), controle de braços robóticos (Abid et al., 2019; Derbel et al., 2019) e plantas térmicas (Moreau et al., 2018, 2017). Para a sintonia de controladores CRONE, uma *Toolbox* foi desenvolvida pelo grupo de pesquisa CRONE (Oustaloup et al., 2000b). Essa *Toolbox*, chamada de *Toolbox* CRONE CSD (*Control System Design*) foi desenvolvida para ser utilizada juntamente com o MATLAB®, e tem o intuito de simplificar o projeto dos controladores CRONE.

Por outro lado, Podlubny (1994), propôs uma generalização do controlador PID, que é chamado de controlador $PI^{\lambda}D^{\mu}$ por envolver um integrador de ordem λ e um, diferenciador de ordem μ . Este trabalho foi consolidado e expandido em Podlubny et al. (1997); Podlubny (1999). Podlubny mostrou que, devido aos seus dois parâmetros extras, o controlador PID de ordem fracionária (FOPID) apresenta um desempenho superior aos controladores PID clássicos, visto que esse controlador possui mais liberdade de ajuste e, portanto, possui uma região mais ampla de parâmetros que estabilizam a planta sob controle. O controlador FOPID é muito utilizado e apresenta um bom desempenho em comparação aos controladores PID convencionais em plantas com atraso de tempo (George e Ganesan, 2021; Chen et al., 2021), plantas com não linearidades (Li et al., 2021; Mughees e Mohsin, 2020; Osinski et al., 2019a) e com plantas de alta ordem (Dewangan et al., 2021). No entanto, os graus adicionais de liberdade, ou seja, ordens variadas

de integração e diferenciação, são acompanhados com alguma complexidade na síntese, mesmo que operadores fracionários permitam uma representação compacta de tais controladores de alta ordem, o que significa que apenas alguns parâmetros precisam ser ajustados.

Além dos controladores FOPID e CRONE, também existem outras generalizações de controladores de ordem inteira, que foram desenvolvidos por operadores de ordem fracionária como a seguir: (i) controlador TID (*Tilt-Integral-Derivativo*) (Lurie, 1994); (ii) compensador de avanço/atraso de ordem fracionária (Monje et al., 2005; Xue e Chen, 2002). O controlador TID foi proposto pela primeira vez por Lurie (1994), com o objetivo de ser um controlador PID aprimorado. Basicamente, o controlador TID corresponde a um controlador PID convencional com ganho proporcional substituído por uma função de transferência caracterizada por $1/s^{(1/n)}$, onde n é um número real diferente de zero, de preferência entre 2 e 3. Ao substituir a parte proporcional do PID por um elemento $1/s$ à potência $1/n$, o projeto TID explora as possibilidades de melhoria de desempenho do sistema em malha fechada ocasionados pela mudança. O estudo dos compensadores de avanço/atraso de ordem fracionária é outra contribuição a destacar. Suas características de estrutura e frequência, bem como técnicas para seu ajuste, são descritas em Monje et al. (2004, 2005), destacando a maior robustez oferecida por esse tipo de compensadores em comparação com os de ordem inteira.

As abordagens de projeto de sistemas de controle baseadas em derivadas e integrais de ordem fracionária, são frequentemente encontradas para o controle de sistemas SISO. Mas este não é o único caso de aplicação, sendo o controle de sistemas MIMO através de técnicas baseadas em sistemas de ordem fracionária também propostas na literatura, por exemplo Almeida et al. (2020).

1.3 MOTIVAÇÃO E ESTADO DA ARTE

Algoritmos de controle com ordem fracionária permitem expandir a quantidade de parâmetros de projeto visando melhorar o desempenho do sistema em malha fechada. No entanto, os graus de liberdade são acompanhados com uma complexidade na síntese, o que faz com que muitas vezes algoritmos de otimização sejam utilizados para sintonizar tais controladores.

Dentro dessa perspectiva, encontra-se o FOPID que possui as ordens integral e diferencial ajustáveis, criando a possibilidade de fornecer melhor desempenho de controle, desde que bem sintonizado. Em vista disso, métodos de otimização heurística são utilizados para o ajuste de parâmetros do controlador FOPID, como pode ser visto nos trabalhos de Saxena et al. (2021) e Shouran e Alsseid (2021) onde um algoritmo de otimização por enxame de partículas (PSO) é utilizado, também tem-se o trabalho de Devaraj et al. (2021) onde um algoritmo genético (GA) é utilizado, ou o trabalho de Majhi et al. (2021) onde *Crow Search Algorithm* (CSA) é utilizado, por fim pode-se citar também o trabalho de Kumar e Sinha (2021) onde um algoritmo do lobo cinzento (GWO) é utilizado.

No entanto, os controladores FOPID convencionais de estrutura fixa e parâmetros constantes são geralmente ajustados para determinada condição operacional. Uma vez que essa condição sofra alteração, esses controladores podem não ser capazes de fornecer o desempenho desejado. Para contornar esta situação, várias tentativas foram apresentadas para resolver os problemas do controlador FOPID de parâmetros fixos (Vanchinathan e Selvaganesan, 2021; Sibtain et al., 2021; Li e Yu, 2021; Swethamarai e Lakshmi, 2020). Nesse aspecto, a Lógica Fuzzy pode ser considerada um dos métodos mais eficientes aplicados ao projeto de controladores FOPID na literatura (Mishra et al., 2021; Eltoum et al., 2021; Arya et al., 2021; Mahto et al., 2021).

Em vista disso, como a primeira proposta deste trabalho, propõe-se aqui uma nova estratégia híbrida de controle, chamada AFOPID. Nesta estratégia, os parâmetros do FOPID são sintonizados online de forma que, na ocorrência de alguma perturbação, a Lógica *Fuzzy* atualiza os coeficientes k_p , k_i e k_d do FOPID para adaptar a malha fechada à nova condição de operação. Em seguida, os coeficientes fracionários λ e μ são atualizados usando um algoritmo de Evolução Diferencial (DE). As principais vantagens desta proposta são: (i) o sistema híbrido melhora a solução geral, uma vez que o Sistema *Fuzzy* primeiro estabelece um bom ponto de operação e depois o DE refina as soluções atuando nas ordens fracionárias; (ii) o objetivo é mostrar que o método híbrido pode fornecer melhor desempenho em malha fechada do que soluções semelhantes ou quando cada método é usado sozinho.

Assim como o controlador FOPID, a sintonia dos controladores CRONE e suas gerações, também é um desafio. Um dos objetivos dos controladores CRONE geração 1 e 2 é reduzir as variações da margem de fase às variações de fase da planta em torno da frequência de ganho de cruzamento em malha aberta. Para que isso ocorra, são necessários encontrar oito parâmetros de uma função de transferência de malha aberta, que pode ser vista como uma resultante entre a planta e o controlador. Desses oito parâmetros, quatro são encontrados através de equações algébricas e quatro são ajustados de acordo com a necessidade do projeto, dependendo assim do prévio conhecimento do projetista sob a planta controlada. Para contornar essa situação, como a segunda proposta deste trabalho, propõe-se aqui um algoritmo de otimização multiobjetivo que encontre os melhores valores desses parâmetros baseados em dois objetivos principais: (i) Minimizar o sinal de controle; (ii) Reduzir o erro em regime permanente. Para tanto, escolheu-se minimizar a norma infinita da função de sensibilidade de controle $CS(s)$ para os três estados paramétricos da planta CS_l , CS_0 e CS_h , além de também minimizar a função de sensibilidade $S(s)$.

A realização das propostas feitas até aqui só foi possível graças ao uso de ferramentas computacionais, neste caso, ao uso do Matlab®. Além do mais, é impossível imaginar a realização de projetos de engenharia nos tempos modernos sem a existência desse tipo de ferramenta. Infelizmente, nem todas as ferramentas são acessíveis a todos. Muitas são caras, computacionalmente custosas ou de difícil utilização. Quando se trata de ferramentas de controle de ordem fracionária, a dificuldade de implementação só aumenta. Em vista disso, como sendo a

terceira contribuição deste trabalho, propõe-se aqui uma ferramenta gratuita, de fácil utilização e capaz de atender satisfatoriamente a necessidade dos usuários. A plataforma, denominada de UFPR-FracControl, foi desenvolvida com a linguagem de programação Python e inclui os algoritmos desenvolvidos ao longo deste documento. Ao contrário do MATLAB®, Python é de código aberto, portanto, sua popularidade aumenta muito. Com base nessas considerações, o autor está fortemente convencido de que ter uma ferramenta para cálculos de ordem fracionária em Python facilitará o uso de sistemas de ordem fracionária em ambientes não acadêmicos.

1.4 OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é melhorar o desempenho de sistemas de controle em malha fechada, cujas estruturas de controle sejam de ordem fracionária. Isto se dará através da aplicação de métodos e algoritmos de otimização, multiobjetivos ou não, baseados em metaheurísticas.

Os objetivos específicos são:

- Atuar no algoritmo FOPID, de forma a melhorar seu desempenho em malha fechada com seleção de parâmetros via metaheurística híbrida. Pretende-se então sintonizar os parâmetros do FOPID de forma online, para que na ocorrência de alguma perturbação, a Lógica *Fuzzy* atualize os coeficientes k_p , k_i e k_d do FOPID para adaptar a malha fechada à nova condição de operação. Em seguida, os coeficientes fracionários λ e μ serão atualizados usando um algoritmo de Evolução Diferencial (DE);
- Atuar no algoritmo de controle CRONE geração 1 e 2, de modo a encontrar os parâmetros ótimos desses controladores via algoritmo de otimização multiobjetivo;
- Desenvolver interface computacional executável, baseada em código aberto e plataforma computacional livre, visando facilitar a utilização de sistemas de controle de ordem fracionária por usuários não especialistas.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

Com a finalidade de atingir os objetivos propostos, esta tese foi dividida em oito capítulos e está organizada da seguinte forma:

- No Capítulo 1 introduz-se o projeto desenvolvido e retratado nesta tese, assim como uma contextualização do processo de controle de sistemas de ordem fracionária, necessária a um entendimento amplo do objeto deste estudo.
- O Capítulo 2 contém os fundamentos necessários para a leitura do restante da tese. Esses fundamentos são incluídos de modo a fornecer o histórico necessário para um leitor familiarizado com os sistemas de controle, mas não com esse campo específico de controle, para poder entender a tese.

- O Capítulo 3 descreve o funcionamento dos controladores TID de ordem fracionária, avanço e atraso de ordem fracionária e PID de ordem fracionária e suas derivações.
- Já no Capítulo 4, é estudado o controle robusto de ordem fracionária introduzido por Oustaloup. O objetivo é mostrar o conceito de robustez associado à ordem fracionária dos controladores. Começa-se por descrever os conceitos subjacentes à metodologia de controle CRONE, seguindo-lhe o desenvolvimento dos algoritmos de controle CRONE e suas gerações.
- No Capítulo 5, descreve-se a proposta de um algoritmo de otimização adaptativo para controladores PID de ordem fracionária, que é a primeira contribuição deste trabalho.
- O Capítulo 6 contém a proposta do algoritmo de otimização para controladores CRONE geração 1, 2 que é a segunda contribuição deste trabalho.
- No Capítulo 7, descreve-se a terceira proposta deste trabalho, que é o desenvolvimento da plataforma computacional chamada de UFPR-FracControl.
- Por fim, o Capítulo 8, destina-se às conclusões e trabalhos futuros.

2 CONCEITOS MATEMÁTICOS E DEFINIÇÕES DO CÁLCULO DE ORDEM FRACIONÁRIA

Este capítulo visa apresentar embasamento teórico sobre o cálculo de ordem fracionária para que as propostas deste trabalho possam tomar forma nos capítulos posteriores. Para atingir este objetivo é preciso antes estabelecer algumas definições e suposições sobre as quais aquelas propostas se firmarão. Assim sendo, inicia-se o capítulo com um pouco da história sobre o cálculo de ordem fracionária, logo após serão expostas as definições da função Gama e propriedades, função Beta e propriedades, função Mittag Leffler seguidas pelas definições de derivada fracionária elaboradas por Riemann-Liouville, Caputo e Grünwald-Letnikov. Por fim, serão mostrados os modelos de ordem fracionária, análise de estabilidade, aproximações e as realizações.

2.1 HISTÓRIA DO CÁLCULO FRACIONÁRIO

O cálculo de ordem fracionária é um tópico com mais de 300 anos, teve sua origem em uma carta escrita por Leibniz ao seu amigo l'Hospital em 1695. Nessa carta, o significado de uma derivada de ordem meio é proposto e discutido. Entretanto foi apenas no início do século XIX que a generalização da diferenciação para ordens reais ou complexas foi formalizada com os trabalhos de Liouville (1832), Letnikov (1868) e Riemann (1876). Até próximo ao final do século passado o desenvolvimento do cálculo fracionário deu-se estritamente no campo da matemática pura, sem grandes aplicações em outras áreas. Contudo, Caputo (1969), em seu livro *Elasticità e Dissipazione*, resolveu problemas de viscoelasticidade utilizando uma nova definição, proposta por ele, para a derivada de ordem fracionária.

2.2 FUNÇÃO GAMA

A Função Gama foi mais uma, das várias contribuições que Euler fez à matemática e desempenha um papel fundamental no cálculo de ordem fracionária, a mesma é uma generalização do fatorial, é de fundamental importância para representar várias outras funções especiais para o cálculo fracionário, dentre elas a função Beta, a de Mittag-Leffler e as definições de integral e derivada de ordem fracionária. Sua definição usual é determinada através da integral imprópria (Chen et al., 2017):

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} t^{z-1} e^{-t} dt, \quad \Re(z) > 0, \quad (2.1)$$

onde z pertence ao campo dos números complexos. De acordo com a definição da função gama (2.1), tem-se a seguinte propriedade:

$$\Gamma(z + 1) = z\Gamma(z). \quad (2.2)$$

Com base na Equação (2.2), tem-se:

$$\begin{aligned} \Gamma(2) &= 1 \cdot \Gamma(1) = 1 = 1! \\ \Gamma(3) &= 2 \cdot \Gamma(2) = 2 \cdot 1 = 2! \\ &\vdots \\ \Gamma(n + 1) &= n \cdot \Gamma(n) = n(n - 1)! = n! \end{aligned} \quad (2.3)$$

2.3 FUNÇÃO BETA

A função Beta é outro conceito muito importante para o cálculo de ordem fracionária e tem grande utilidade quando é necessário simplificar combinações de valores da função Gama que frequentemente aparecem quando são calculadas derivadas e integrais fracionárias, e ela é definida por (Chen et al., 2017):

$$B(z_1, z_2) = \int_0^1 \tau^{z_1-1} (1 - \tau)^{z_2-1} d\tau, \quad \operatorname{Re}(z_1) > 0, \quad \operatorname{Re}(z_2) > 0, \quad (2.4)$$

onde z_1 e z_2 pertencem ao campo dos números complexos. Combinando as Equações (2.1) e (2.4), a relação entre as funções Gama e Beta é dada por:

$$B(z_1, z_2) = \frac{\Gamma(z_1)\Gamma(z_2)}{\Gamma(z_1 + z_2)} = B(z_2, z_1). \quad (2.5)$$

2.4 FUNÇÃO MITTAG-LEFFLER

A função Mittag-Leffler (ML) foi uma grande descoberta para o cálculo de ordem fracionária e possui este nome em homenagem a seu criador, Magnus Gösta Mittag-Leffler; pode ser interpretada como uma possível generalização da função exponencial e surge naturalmente como solução de equações diferenciais de ordem não inteira. A função Mittag-Leffler desempenha um papel muito importante na teoria das equações diferenciais de ordem fracionária. A função ML de um parâmetro é definida como (Chen et al., 2017):

$$E_{\alpha_1}(z_3) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z_3^k}{\Gamma(k\alpha_1 + 1)}, \quad (2.6)$$

onde $\alpha_1 > 0$, z_3 pertence ao campo dos números complexos. Quando $\alpha_1 = 1$, a função ML é considerada como uma função exponencial.

2.5 FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA

De acordo com Tepljakov (2015) o cálculo de ordem fracionária é uma generalização de integração e diferenciação para operadores de ordem não inteira ${}_a\mathcal{D}_t^\alpha$, onde a e t denotam os limites da operação e α denota a ordem fracionária tal que:

$${}_a\mathcal{D}_t^\alpha = \begin{cases} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} & \Re(\alpha) > 0, \\ 1 & \Re(\alpha) = 0, \\ \int_a^t (d\tau)^{-\alpha} & \Re(\alpha) < 0, \end{cases} \quad (2.7)$$

onde geralmente assume-se que $\alpha \in \mathbb{R}$, mas também pode ser um número complexo (Chen et al., 2009b). Existem várias definições do operador fracionário, porém as consideradas de maior relevância foram desenvolvidas por Riemann-Liouville (RL), Caputo e Grünwald-Letnikov (GL), sendo estas apresentadas nas próximas subseções (Oldham e Spanier, 1974; Miller e Ross, 1993; Petráš, 2011; Podlubny, 1999). A escolha do operador fracionário usualmente depende do problema que está sendo tratado. Por exemplo, a literatura aponta que a definição de Caputo é mais conveniente quando estuda-se equações diferenciais com condições iniciais (Chen e Holm, 2003) e que a definição de Grünwald-Letnikov (Hartley e Lorenzo, 1998; Lorenzo e Hartley, 2000) é a mais conveniente quando trabalha-se com problemas numéricos.

2.5.1 Definição de Riemann-Liouville

Liouville definiu derivada de ordem fracionária como uma série infinita. A desvantagem é que a ordem deve ser limitada a apenas aqueles valores para os quais a série converge. Ele aplicou esse estudo à teoria do potencial e foi o primeiro a tentar resolver equações diferenciais por operadores fracionários. Riemann usou a generalização de uma série de Taylor para derivar uma fórmula relacionada à integração de um número fracionário. Pode-se mostrar que as abordagens propostas por Liouville e Riemann podem ser resumidas em uma única fórmula. Entretanto, a manipulação com as derivadas de ordem fracionária GL definidas como um limite de uma diferença inversa de fração de ordem não é conveniente. Assim, a definição fracionária de RL (Riemann-Liouville), trata-se de um caso particular da expressão integro-diferencial e é dada por (Pan e Das, 2012; Tepljakov, 2017):

$${}_a\mathcal{D}_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \frac{d^n}{dt^n} \int_a^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\alpha-n+1}} d\tau, \quad (2.8)$$

onde, n é um inteiro que satisfaz a condição $n-1 < \alpha < n$, α é um número real, a e t são os limites da integração. Por exemplo, se α é 1,8, então n seria dois como $1 < 1,8 < 2$. A definição de RL para a integral de ordem fracionária e derivada é apropriada para encontrar a solução analítica de funções simples como e^t , t^b , $\cos(t)$ (Loverro, 2004; Shah e Agashe, 2016).

2.5.2 Definição de Grünwald-Letnikov

De acordo com Pan e Das (2012) e Tepljakov (2017) a definição de Grünwald-Letnikov (GL) é dada por:

$${}_a\mathcal{D}_t^\alpha f(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{r=0}^{\lfloor \frac{t-a}{h} \rfloor} (-1)^r \binom{n}{r} f(t - rh), \quad (2.9)$$

onde, $\lfloor \frac{t-a}{h} \rfloor$ é parte inteira e a e t são os limites do operador. n é o valor inteiro que satisfaz a condição $n - 1 < \alpha < n$. O valor do coeficiente binomial é dado por:

$$\binom{\alpha}{r} = \frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(r+1)\Gamma(n-r+1)}. \quad (2.10)$$

A definição de Grünwald-Letnikov é usada para avaliações numéricas. Essa definição é muito benéfica na obtenção de uma solução numérica de equações diferenciais fracionárias (Petráš, 2012). Além do mais, conforme uma análise feita em de Oliveira Valério (2001), vale a pena notar que, nesta definição, fica bem claro que, para calcular o valor da derivada de ordem fracionária em um dado ponto x_0 , é levado em conta o valor da função em uma quantidade de pontos muito maior que a da respectiva derivada de ordem inteira e em consequência disso, ela é capaz de oferecer uma descrição mais fina dos fenômenos estudados.

2.5.3 Definição de Caputo

A definição de Caputo, que é amplamente usada em projetos de sistemas de controle de ordem fracionária (Monje et al., 2010; Caponetto, 2010; Das e Suganthan, 2011; Pan e Das, 2016), é dada por:

$${}_a\mathcal{D}_t^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(\alpha - n)} \int_a^t \frac{f^{(n)}(\tau)}{(t - \tau)^{\alpha - n + 1}} d\tau, \quad (2.11)$$

onde, n é um inteiro que satisfaz a condição $n - 1 < \alpha < n$, α é um número real e a e t são o limite de integração. Para o controle de ordem fracionária a abordagem de Caputo é tipicamente usada devido algumas propriedades como: a derivada de uma constante é zero; as condições iniciais têm a mesma forma que são utilizadas para equações diferenciais de ordem inteira (Caponetto, 2010), portanto elas têm interpretação física e podem ser usadas para aplicações reais (Monje et al., 2010).

As definições de Rieman-Liouville e Caputo são bem próximas. A diferença é a ordem das condições iniciais. Na definição de Caputo, essas condições são de ordem inteira, o que as torna mais fáceis de interpretar. Este não é o caso da definição RL, onde as condições iniciais são de ordem fracionária.

2.6 TRANSFORMADA DE LAPLACE

A Transformada de Laplace, sem dúvidas nenhuma, é uma ferramenta essencial na engenharia de controle e sistemas dinâmicos, devido à transformação de operações como a integração e a diferenciação (entre outras operações) em t em operações algébricas em s . Uma função $F(s)$ da variável complexa s é chamada de transformada de Laplace da função original $f(t)$ e é definida como:

$$F(s) = L[f(t)] = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt. \quad (2.12)$$

A função original $f(t)$ pode ser recuperada da transformada de Laplace $F(s)$ aplicando a transformada de Laplace inversa definida como:

$$f(t) = L^{-1}[F(s)] = \frac{1}{j2\pi} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} e^{st} F(s) ds, \quad (2.13)$$

onde c é maior que a parte real de todos os polos da função $F(s)$. Define-se agora as transformadas de Laplace para os operadores de ordem fracionária definidos na seções anteriores. Inicia-se com a transformada de Laplace do operador fracionário de Riemann-Liouville, que é dada por:

$$L[\mathcal{D}^{\alpha} f(t)] = s^{\alpha} F(s) - \sum_{k=0}^{m-1} s^k [\mathcal{D}^{\alpha-k-1} f(t)]_{t=0}, \quad (2.14)$$

onde: $(m - 1 \leq \alpha < m)$. Logo após, tem-se a transformada de Laplace do operador fracionário de Caputo, que é dada por:

$$L[\mathcal{D}^{\alpha} f(t)] = s^{\alpha} F(s) - \sum_{k=0}^{m-1} s^{\alpha-k-1} f^{(k)}(0), \quad (2.15)$$

onde: $(m - 1 \leq \alpha < m)$. Por fim, tem-se a transformada de Laplace do operador fracionário de Grünwald-Letnikov, que é dada por:

$$L[D^{\alpha} f(t)] = s^{\alpha} F(s). \quad (2.16)$$

2.7 INTEGRADOR-DERIVADOR DE ORDEM FRACIONÁRIA

2.7.1 Função de transferência ideal de Bode

As primeiras aplicações do cálculo de ordem fracionária ao controle de sistemas surgiram na década de 60. Em Manabe (1960) é feita a primeira referência a um sistema que se tornou o ponto de partida para a compreensão do comportamento dos sistemas de ordem fracionária e também a sua extensão para o controle robusto desenvolvido em Oustaloup (1991a). A função de transferência desse sistema é dada pela Equação (2.17).

$$G(s) = \frac{A}{s^n + A}, \quad 0 < n < 2. \quad (2.17)$$

A função de transferência da Equação (2.17) pode ser considerada como o resultado da conexão em malha fechada de um integrador de ordem fracionária com ganho A e ordem n , ou seja, um sistema cuja função de transferência em malha aberta é dada pela Equação (2.18).

$$F(s) = \frac{A}{s^n}, \quad 0 < n < 2. \quad (2.18)$$

Bode, em seu livro Bode et al. (1945), chamou essa função de transferência como a função de transferência de malha aberta ideal de Bode.

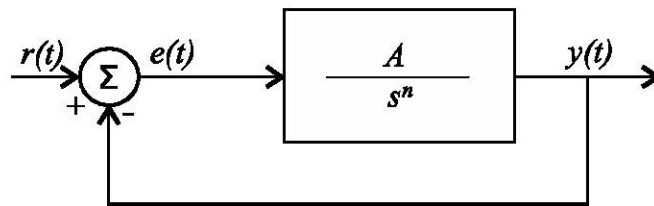


Figura 2.1: Sistema de controle em malha fechada ideal de Bode.

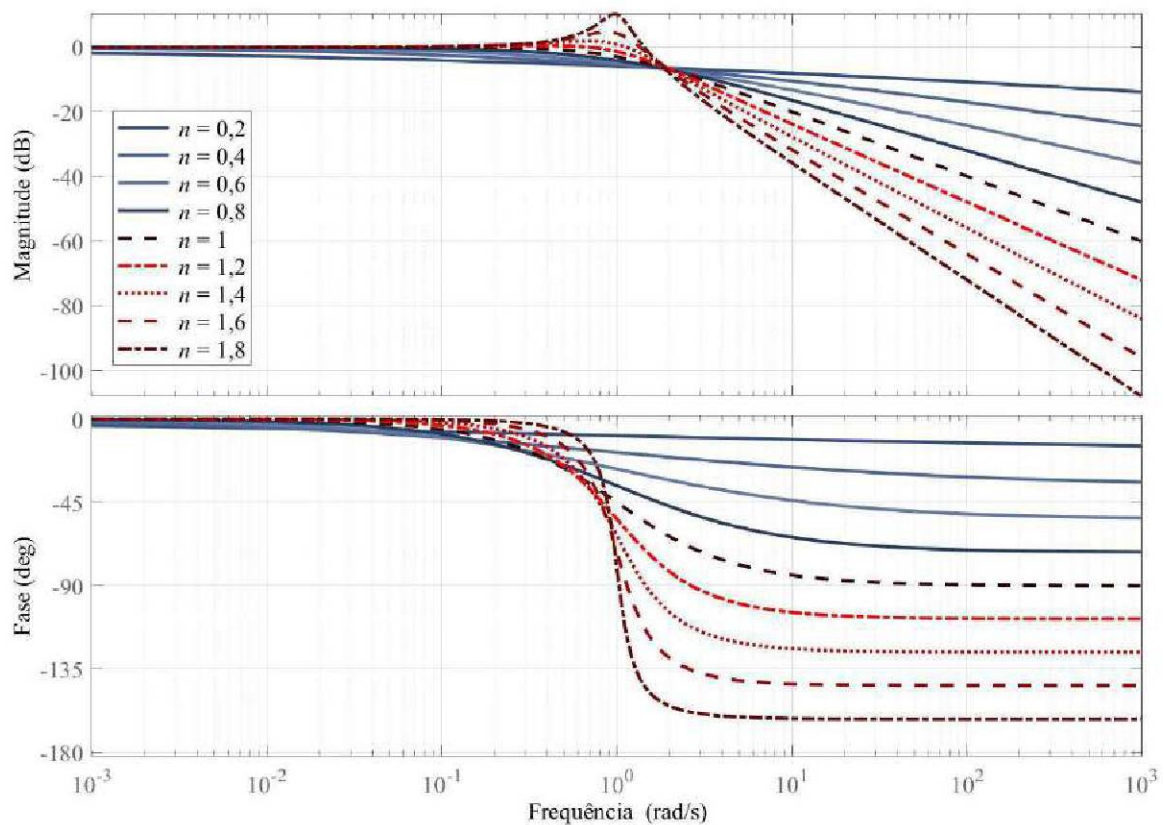


Figura 2.2: Diagrama de Bode da função de transferência de malha fechada ideal de Bode para diferentes valores de n .

Na Figura 2.2 o gráfico de Bode do sistema $G(s)$ da Equação (2.17) para $A = 1$ e diferentes valores de n é apresentado. Este gráfico mostra um pico na curva de magnitude à medida que n assume valores maiores que 1. Uma conclusão importante a retirar do gráfico anterior é a influência da ordem n na resposta em frequência. Conclui-se que: a margem de ganho é infinita independente da ordem fracionária; a margem de fase numa gama de frequências é constante e dependente da ordem fracionária.

2.7.2 Diagrama de Bode e de Nichols de s^n para ordens reais

A resposta em frequência de $F(s)$ da Equação (2.19) pode ser calculada substituindo a variável de Laplace s por $j\omega$ (de Oliveira Valério, 2005).

$$F(s) = s^n, \quad (2.19)$$

$$F(j\omega) = (j\omega)^n. \quad (2.20)$$

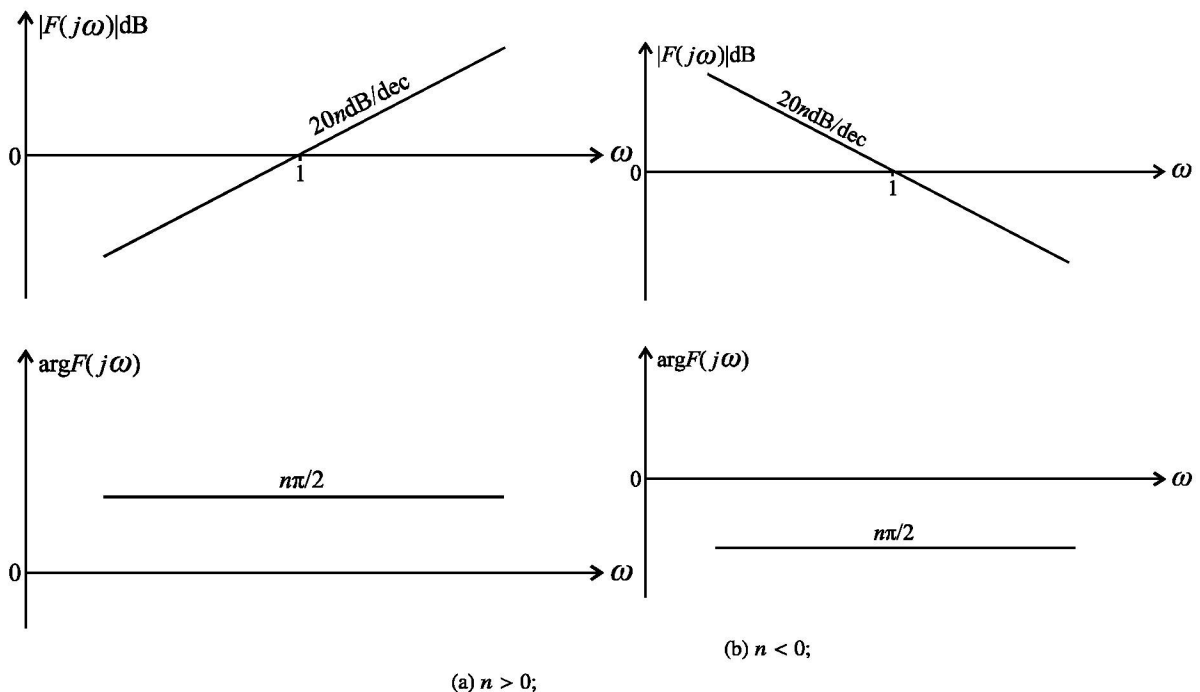


Figura 2.3: Diagrama de Bode de s^n para $n > 0$ e $n < 0$.

O módulo e a fase do integrador não inteiro são definidos por:

$$|F(j\omega)| = 20 \log_{10} \omega^n = 20n \log_{10} \omega \text{ (dB)}, \quad (2.21)$$

$$\arg[F(j\omega)] = n \frac{\pi}{2}. \quad (2.22)$$

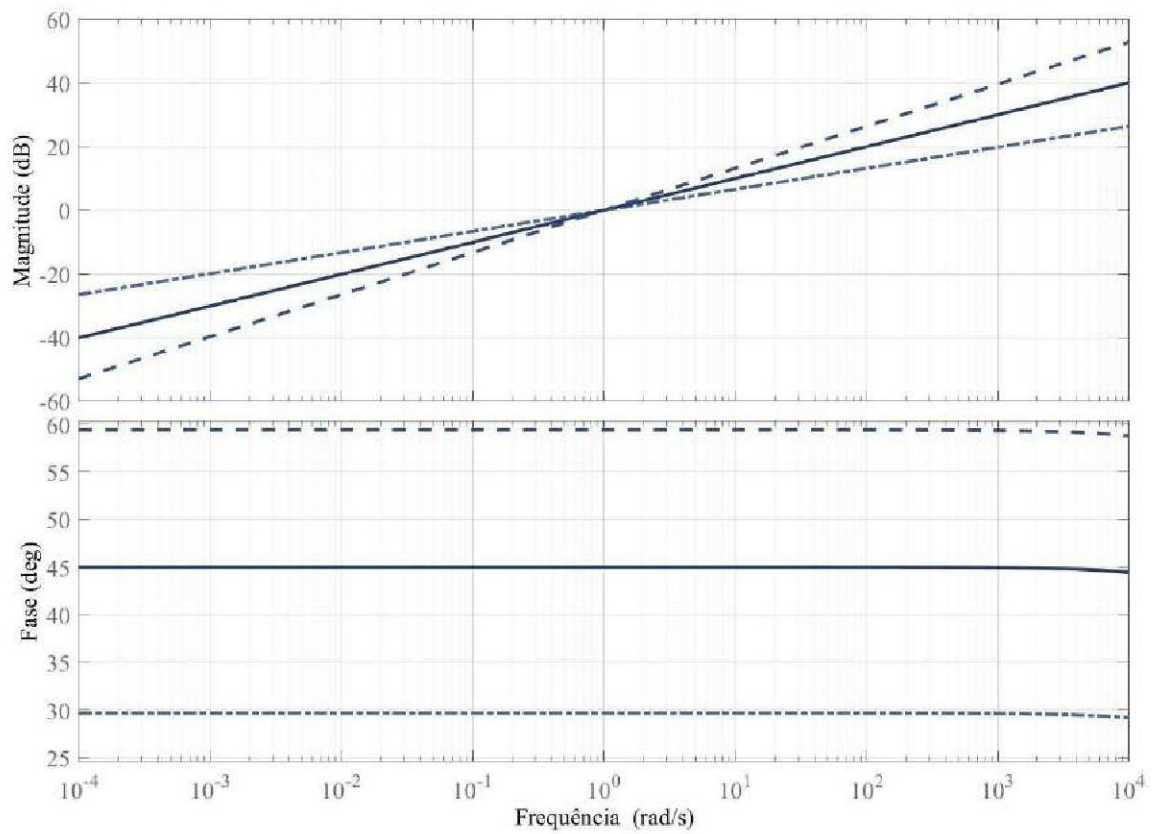


Figura 2.4: Diagrama de Bode de s^n para $n = 0,33$, $n = 0,50$, $n = 0,66$.

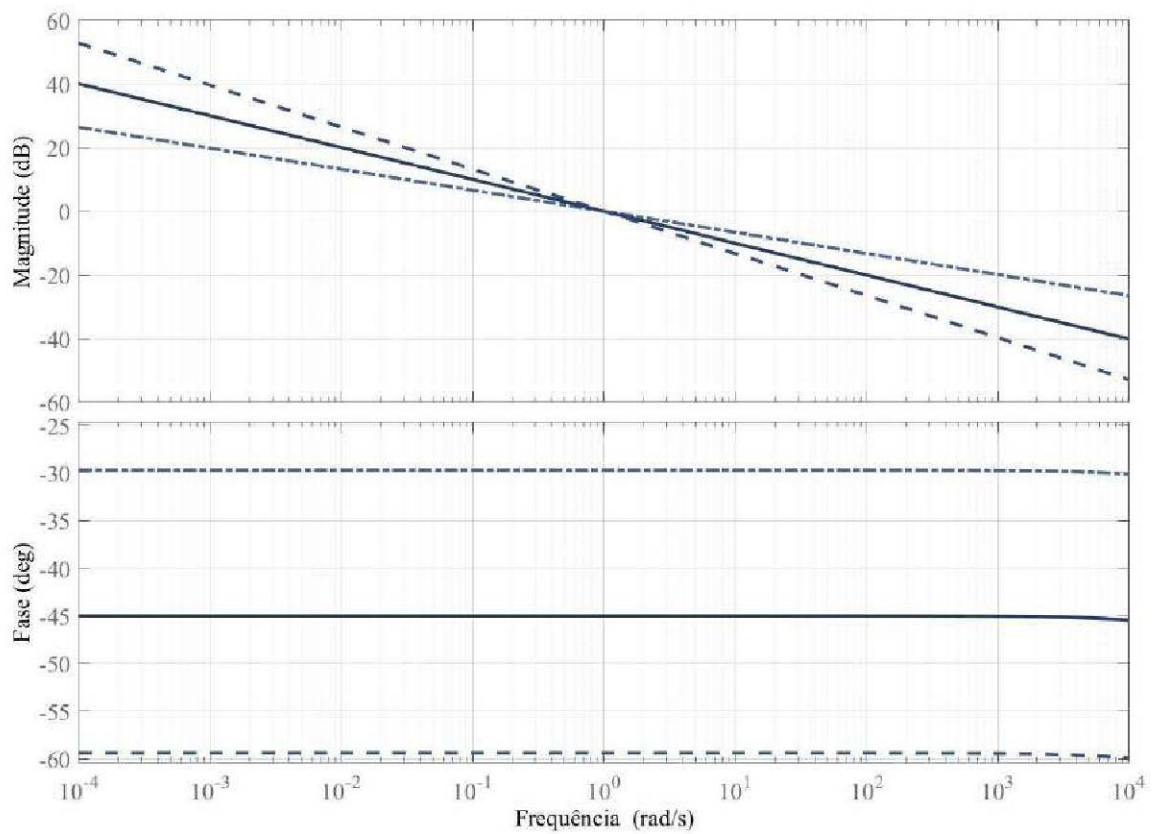


Figura 2.5: Diagrama de Bode de s^n para $n = -0,33$, $n = -0,50$, $n = -0,66$.

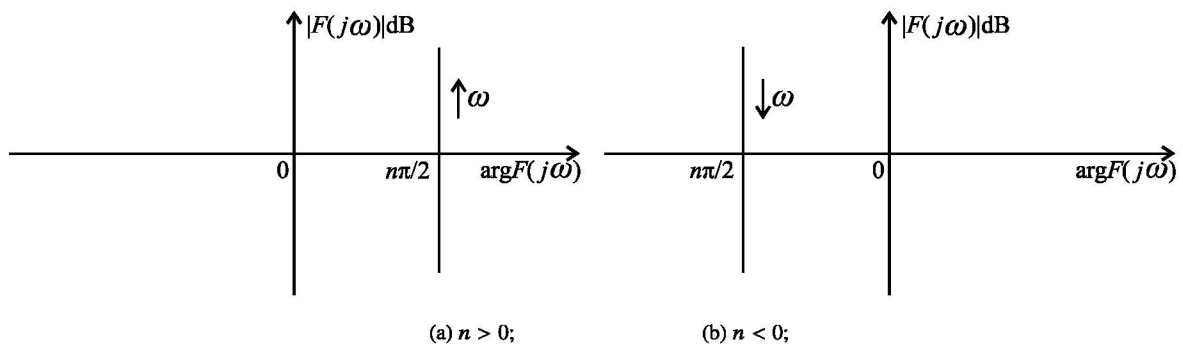


Figura 2.6: Diagrama de Nichols de s^n para $n > 0$ e $n < 0$.

A análise deste sistema de equações permite descrever a representação dos diagramas de Bode do integrador de ordem fracionária, tais como: (i) o diagrama de ganho é representado por uma linha reta oblíqua com inclinação $20ndB/década$; (ii) o diagrama de fases é representado por uma linha horizontal com ordenada $n\pi/2$. A Figura 2.3 (a) representa o diagrama de Bode de um integrador não inteiro para $n > 0$, já a Figura 2.3 (b) representa o diagrama de Bode de um integrador não inteiro para $n < 0$. Em seguida, nas Figuras 2.4 e 2.5 pode-se observar o comportamento do diagrama de Bode de um integrador de ordem não inteira para diferentes ordens. Por fim, na Figura 2.6, observa-se o comportamento do diagrama de Nichols para um integrador de ordem não inteira.

2.7.3 Diagrama de Bode e de Nichols de s^n para ordens complexas

Existem várias definições possíveis para um integrador de ordem fracionária complexo, como pode ser visto em de Oliveira Valério (2005) e Valério e Da Costa (2013), geralmente denotado por:

$$G(s) = s^{a+jb}, \quad (2.23)$$

de onde obtém-se:

$$G(s) = s^a \cos(b \log s) + js^a \sin(b \log s), \quad (2.24)$$

define-se então:

$$G_r(s) = \text{Re}[G(s)] = s^a \cos(b \log s), \quad (2.25)$$

$$G_i(s) = \text{Im}[G(s)] = s^a \sin(b \log s). \quad (2.26)$$

Para este trabalho, apenas a definição da parte real é necessária, em vista disso, os desdobramentos matemáticos da Equação (2.26) serão ignorados. Seguindo então com os desdobramentos matemáticos da Equação (2.25), tem-se:

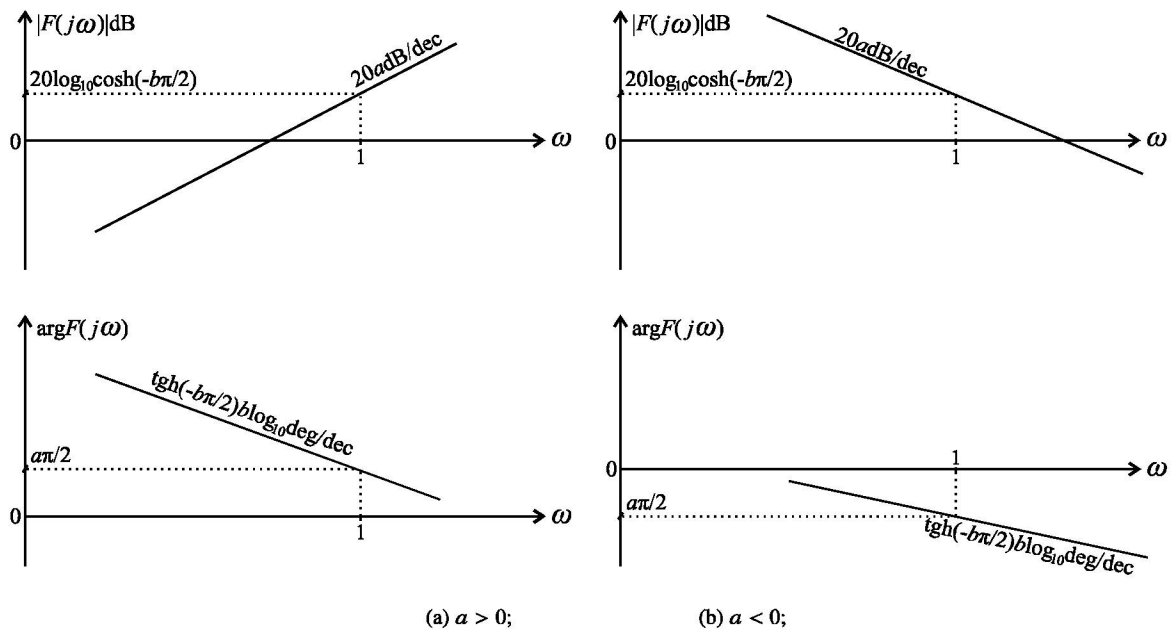


Figura 2.7: Diagrama de Bode de s^{a+jb} para $a > 0$ e $a < 0$.

$$\begin{aligned}
 G_r(j\omega) &= j^a \omega^a \cos(b \log j\omega), \\
 &= j^a \omega^a \cos(b \log j + b \log \omega), \\
 &= j^a \omega^a \cos\left(bj\frac{\pi}{2} + b \log \omega\right), \\
 &= j^a \omega^a \left[\cos\left(jb\frac{\pi}{2}\right) \cos(b \log \omega) - \sin\left(jb\frac{\pi}{2}\right) \sin(b \log \omega) \right], \\
 &= j^a \omega^a \left[\cosh\left(b\frac{\pi}{2}\right) \cos(b \log \omega) - j \sinh\left(b\frac{\pi}{2}\right) \sin(b \log \omega) \right]. \quad (2.27)
 \end{aligned}$$

Assim, o ganho será:

$$|G_r(j\omega)| = \omega^a \left[\cosh^2\left(b\frac{\pi}{2}\right) \cos^2(b \log \omega) + \sinh^2\left(b\frac{\pi}{2}\right) \sin^2(b \log \omega) \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2.28)$$

Agora é conveniente fazer as seguintes substituições:

$$\cosh^2 x = \left(\frac{e^x + e^{-x}}{2}\right)^2 = \frac{e^{2x} + 2e^0 + e^{-2x}}{4} = \frac{\cosh(2x) + 1}{2}, \quad (2.29)$$

$$\sin^2 x = \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2}\right)^2 = \frac{e^{2x} - 2e^0 + e^{-2x}}{4} = \frac{\cosh(2x) - 1}{2}. \quad (2.30)$$

Por isso:

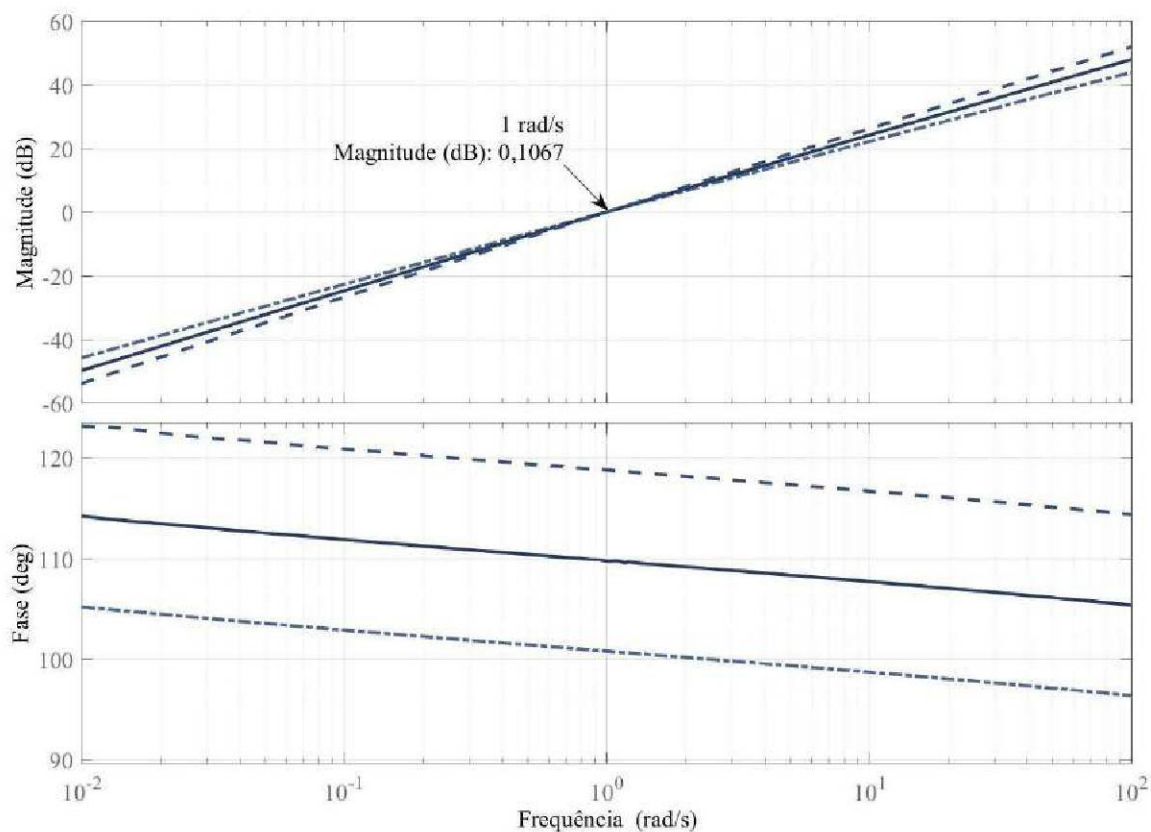


Figura 2.8: Diagrama de Bode de s^n para $n = 0,33$, $n = 0,50$, $n = 0,66$.

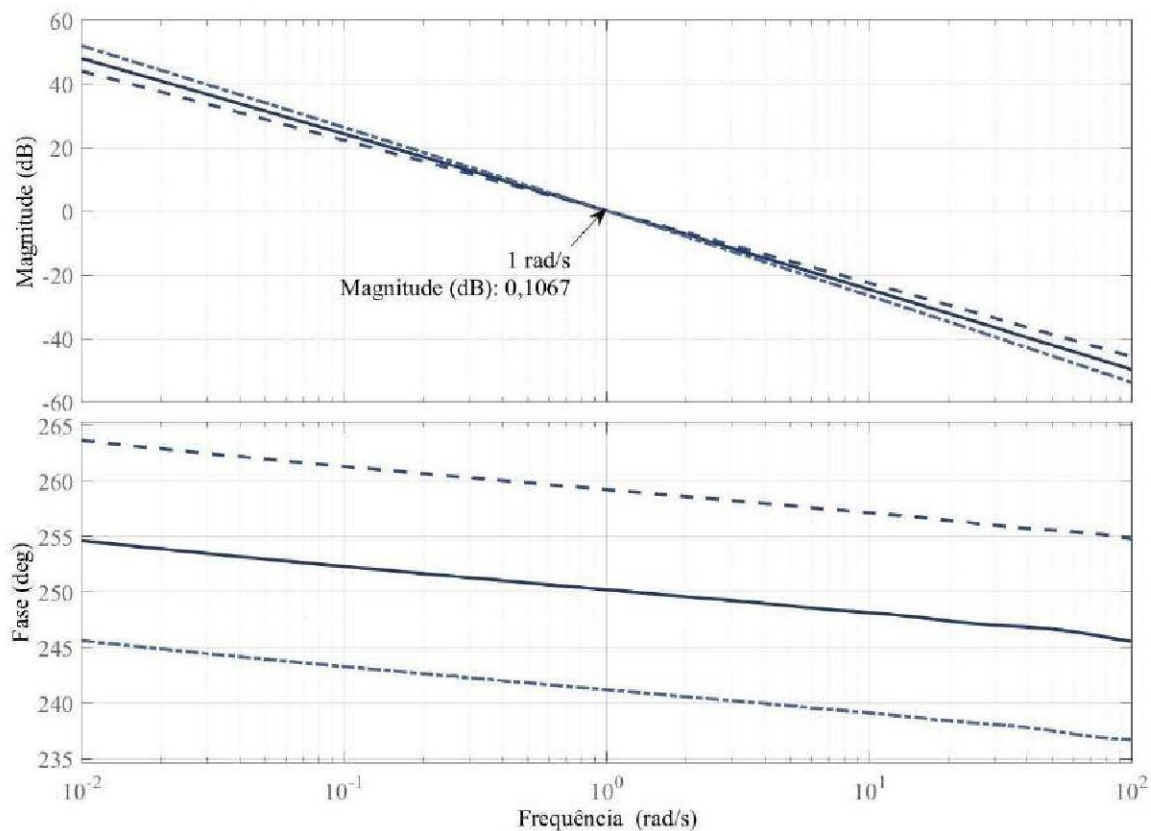


Figura 2.9: Diagrama de Bode de s^n para $n = -0,33$, $n = -0,50$, $n = -0,66$.

$$\begin{aligned}
|G_r(j\omega)| &= \omega^a \left[\frac{\cosh(b\pi) + 1}{2} \cos^2(b \log \omega) + \frac{\cosh(b\pi) - 1}{2} \sin^2(b \log \omega) \right]^{\frac{1}{2}} \\
&= \omega^a \left[\frac{\cosh(b\pi) + \cos^2(b \log \omega) - \sin^2(b \log \omega)}{2} \right]^{\frac{1}{2}} \\
&= \omega^a \left[\frac{\cosh(b\pi) + \cos(2b \log \omega)}{2} \right]^{\frac{1}{2}}.
\end{aligned} \tag{2.31}$$

A fase será:

$$\begin{aligned}
\arg [G_r(j\omega)] &= \arg(j^2 \omega^2) + \arg \left[\cosh \left(b \frac{\pi}{2} \right) \cos(b \log \omega) - j \sinh \left(b \frac{\pi}{2} \right) \sin(b \log \omega) \right] \\
&= a \frac{\pi}{2} + \arctan \frac{-\sinh \left(b \frac{\pi}{2} \right) \sin(b \log \omega)}{\cosh \left(b \frac{\pi}{2} \right) \cos(b \log \omega)} \\
&= a \frac{\pi}{2} - \arctan \left[\tanh \left(b \frac{\pi}{2} \right) \tan(b \log \omega) \right].
\end{aligned} \tag{2.32}$$

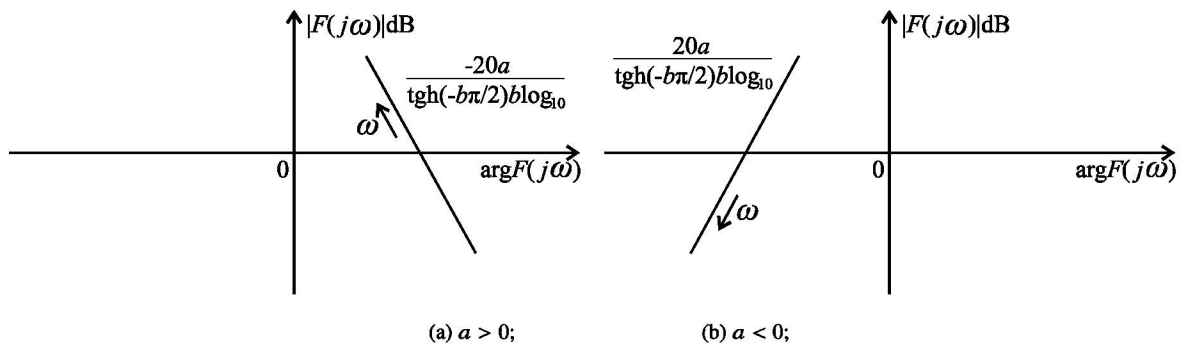


Figura 2.10: Diagrama de Nichols de s^{a+jb} para $a > 0$ e $a < 0$.

Embora nem o ganho nem a fase sejam lineares, as expressões (2.31) e (2.32) correspondem a um diagrama de Bode muito próximo da linearidade, especialmente se $|b| > 1$. Linearizando em torno de 1, tem-se:

$$|G_r(j\omega)|_{\omega=1} = \left[\frac{\cosh(b\pi) + \cos 0}{2} \right]^{\frac{1}{2}} = \left[\cosh^2 \left(b \frac{\pi}{2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} = \cosh \left(b \frac{\pi}{2} \right), \tag{2.33}$$

$$\arg [G_r(j\omega)]_{\omega=1} = a \frac{\pi}{2} - \arctan \left[\tanh \left(b \frac{\pi}{2} \right) \tan 0 \right] = a \frac{\pi}{2}. \tag{2.34}$$

No que diz respeito à inclinação do ganho, é conveniente considerar, em primeiro lugar, a seguinte derivada:

$$\begin{aligned} \frac{d |G_r(j\omega)|}{d \log \omega} &= a e^{a \log \omega} \left[\frac{\cosh(b\pi) + \cos(2b \log \omega)}{2} \right]^{\frac{1}{2}} + \\ &+ e^{a \log \omega} \frac{1}{2} \left[\frac{\cosh(b\pi) + \cos(2b \log \omega)}{2} \right]^{-\frac{1}{2}} - \frac{2b \sin(2b \log \omega)}{2}, \end{aligned} \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned} \left| \frac{d |G_r(j\omega)|}{d \log \omega} \right|_{\omega=1} &= a \left[\frac{\cosh(b\pi) + \cos 0}{2} \right]^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \left[\frac{\cosh(b\pi) + \cos 0}{2} \right]^{-\frac{1}{2}} b \sin 0 \\ &= a \left[\cosh^2 \left(b \frac{\pi}{2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \\ &= a \cos \left(b \frac{\pi}{2} \right), \end{aligned} \quad (2.36)$$

logo,

$$\log_a b = \frac{\log b}{\log a} \Rightarrow d \log_a b = \frac{d \log b}{\log a}, \quad (2.37)$$

tem-se,

$$\left| \frac{d |G_r(j\omega)|}{d \log 10\omega} \right|_{\omega=1} = \left| \frac{d |G_r(j\omega)|}{d \log \omega} \right|_{\omega=1} \log 10 = a \log 10 \cosh \left(b \frac{\pi}{2} \right). \quad (2.38)$$

Finalmente, pela regra da cadeia de derivadas,

$$\frac{d [20 \log_{10} |G_r(j\omega)|]}{d \log_{10} \omega} = \frac{20 \frac{d |G_r(j\omega)|}{d \log_{10} \omega}}{\log_{10} |G_r(j\omega)|} \quad (2.39)$$

e então,

$$\left| \frac{d [20 \log_{10} |G_r(j\omega)|]}{d \log_{10} \omega} \right|_{\omega=1} = \frac{20}{\log 10} \frac{a \log_{10} \cosh \left(b \frac{\pi}{2} \right)}{\cosh \left(b \frac{\pi}{2} \right)} = 20a. \quad (2.40)$$

No que diz respeito à inclinação da fase, é conveniente considerar, em primeiro lugar,

$$\frac{d \arg [G_r(j\omega)]}{d \log \omega} = - \frac{1}{1 + \tanh^2 \left(b \frac{\pi}{2} \right) \tan^2 (b \log \omega)} \tan \left(b \frac{\pi}{2} \right) \frac{b}{\cos^2 (b \log \omega)} \quad (2.41)$$

$$\left| \frac{d \arg [G_r(j\omega)]}{d \log \omega} \right|_{\omega=1} = - \frac{1}{1 + \tanh^2 \left(b \frac{\pi}{2} \right) \tan^2 0} \tanh \left(b \frac{\pi}{2} \right) \frac{b}{\cos^2 0} = -b \tan \left(b \frac{\pi}{2} \right). \quad (2.42)$$

Aplicando (2.37),

$$\left| \frac{d \arg [G_r(j\omega)]}{d \log_{10} \omega} \right|_{\omega=1} = -b \log 10 \tan \left(b \frac{\pi}{2} \right). \quad (2.43)$$

Os gráficos de Bode e Nichols serão como nas Figuras 2.7 (a) e 2.7 (b).

2.8 MODELOS DE ORDEM FRACIONÁRIA

Um sistema dinâmico de tempo contínuo de ordem fracionária pode ser expresso por uma equação diferencial de ordem fracionária da seguinte forma (Monje et al., 2010):

$$\begin{aligned} a_n \mathcal{D}^{\alpha_n} y(t) + a_{n-1} \mathcal{D}^{\alpha_{n-1}} y(t) + \dots + a_0 \mathcal{D}^{\alpha_0} y(t) = \\ b_m \mathcal{D}^{\beta_m} u(t) + b_{m-1} \mathcal{D}^{\beta_{m-1}} u(t) + \dots + b_0 \mathcal{D}^{\beta_0} u(t), \end{aligned} \quad (2.44)$$

onde $\mathcal{D}^\gamma \equiv {}_0\mathcal{D}_t^\gamma$ denota a derivada de ordem fracionária de Grünwald-Letnikov, Riemann-Liouville ou de Caputo (Petráš, 2011). Aplicando a Transformada de Laplace em (2.44) com condições iniciais zero, a representação de entrada-saída do sistema de ordem fracionária pode ser obtida na forma de uma função de transferência de ordens reais *incomensuráveis* da seguinte forma:

$$G(s) = \frac{b_m s^{\beta_m} + b_{m-1} s^{\beta_{m-1}} + \dots + b_0 s^{\beta_0}}{a_n s^{\alpha_n} + a_{n-1} s^{\alpha_{n-1}} + \dots + a_0 s^{\alpha_0}}, \quad (2.45)$$

onde a_k ($k = 0, \dots, n$), b_k ($k = 0, \dots, m$) são constantes e α_k ($k = 0, \dots, n$), β_k ($k = 0, \dots, m$) são números reais ou racionais arbitrários e, sem perda de generalidade, podem ser organizados como $\alpha_n > \alpha_{n-1} > \dots > \alpha_0$ e $\beta_m > \beta_{m-1} > \dots > \beta_0$ (Caponetto, 2010). O sistema de ordem *incomensurável* (2.45) também pode ser expresso na forma *comensurável* pela função de transferência abaixo:

$$H(s) = \frac{b_m s^{m/\nu} + \dots + b_1 s^{1/\nu} + b_0}{a_n s^{n/\nu} + \dots + a_1 s^{1/\nu} + a_0}, \quad \nu > 1. \quad (2.46)$$

Ver Tabatabaei (2017) e Merrikh-Bayat e Afshar (2008) para mais detalhes sobre sistemas de ordem fracionária *comensuráveis*. No caso de um sistema com ordem *comensurável* α , a função de transferência de tempo contínuo é dada por:

$$G(s) = \frac{\sum_{k=0}^m b_k (s^\alpha)^k}{\sum_{k=0}^n a_k (s^\alpha)^k}. \quad (2.47)$$

Levando em consideração $\sigma = s^\alpha$, a função (2.47) pode ser vista como uma função pseudo-racional $H(\sigma)$:

$$H(\sigma) = \frac{\sum_{k=0}^m b_k \sigma^k}{\sum_{k=0}^n a_k \sigma^k}. \quad (2.48)$$

Uma representação no espaço de estados pode ser estabelecida da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{D}^\gamma x(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) \end{aligned} \quad (2.49)$$

O modelo de espaço de estados permite a representação de sistemas de ordem fracionária de múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO). A seguinte equação pode ser usada para converter a representação do espaço de estados em uma função de transferência:

$$G(s) = C(s^\gamma I - A)^{-1}B + D, \quad (2.50)$$

onde I é uma matriz identidade.

2.9 ANÁLISE DE ESTABILIDADE

Sabe-se da teoria da estabilidade, que um sistema LTI (linear e invariante no tempo) e causal é estável se e somente se todas as raízes do polinômio característico tiverem parte real negativa. No caso de um sistema com ordem fracionária, é possível a presença de raízes no semiplano direito do plano complexo e ainda assim este ser estável (Valério e Da Costa, 2013). Em geral, a análise da localização dos polos de um sistema de ordem fracionária no plano complexo é uma tarefa difícil (Sabatier et al., 2008). Para sistemas de ordem fracionária *comensuráveis*, critérios poderosos foram propostos. O mais conhecido é o teorema da estabilidade de Matignon (Matignon, 1998), que é um dos pontos de partida de vários resultados na área. Segundo o teorema de Matignon, uma função de transferência fracionária $G(s) = Z(s)/P(s)$, é estável se e somente se, para qualquer número complexo σ , raiz do polinômio característico de $G(s)$, seja respeitada a relação (2.51):

$$|\arg(\sigma)| > n\frac{\pi}{2}, \quad \forall \sigma \in \mathbb{C}, P(\sigma) = 0, \quad (2.51)$$

onde $0 < n \leq 1$ e $\sigma = s^n$.

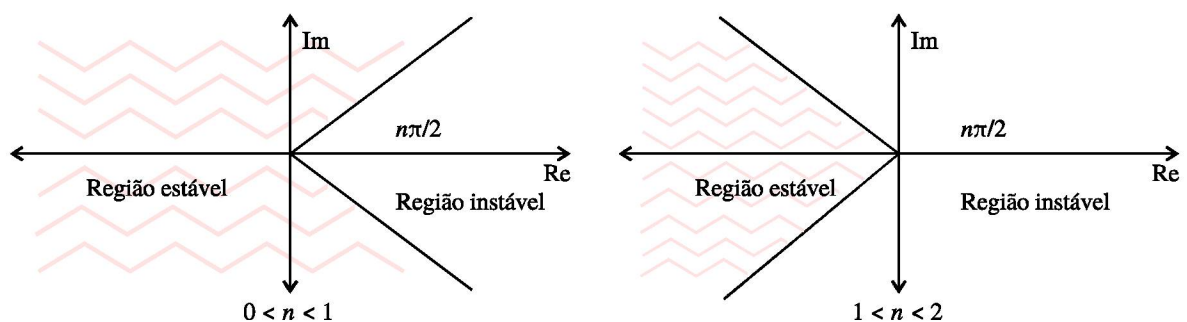


Figura 2.11: Interpretação gráfica para a estabilidade de sistemas LTI fracionários.

A Figura 2.11 representa uma interpretação gráfica dessa relação, demonstrando a região na qual as raízes do sistema LTI de ordem fracionária podem estar localizadas no plano complexo. Conforme constatado em Tepljakov (2017), para determinar se um sistema *comensurável* é estável, os seguintes passos podem ser seguidos: (i) encontrar a ordem *comensurável* n de $P(s)$, assim como encontrar a_1, a_2, \dots, a_n em (2.47); (ii) resolver para σ a Equação $\sum_{k=0}^n a_k \sigma^k = 0$;

(iii) se todas as raízes obtidas satisfizerem a condição do Teorema da Equação (2.51), o sistema é estável.

2.10 APROXIMAÇÕES DE ORDEM INTEIRA DE SISTEMAS DE ORDEM FRACIONÁRIA

A implementação computacional da solução de equações de ordem fracionária de sistemas dinâmicos para sinais de entrada quaisquer não é trivial. A consequência disso é a pouca disponibilidade de pacotes computacionais que trazem a implementação desta solução. Neste sentido, quando se procura implementar computacionalmente a resposta de sistemas de ordem fracionária, o comum é aproximar a função de transferência de ordem fracionária por uma de ordem inteira. Existem diferentes maneiras de encontrar tais aproximações (Vinagre et al., 2000). Os resultados alcançados por cada método diferenciam entre si pela sensibilidade à ordem de diferenciação do modelo fracionário, pela melhor aproximação da resposta em frequência ou da resposta no tempo do modelo fracionário, ou pelo tamanho do modelo aproximado final. Uma boa revisão dessas aproximações pode ser encontrada em Vinagre et al. (2000), Podlubny et al. (2002) e de Oliveira Valério (2005).

2.10.1 Filtro de Oustaloup

O filtro de Oustaloup (Oustaloup, 1981), fornece uma boa aproximação de operadores fracionários em uma faixa de frequência especificada. É um método bem estabelecido e é frequentemente usado para implementação prática de sistemas e controladores de ordem fracionária, ver Caponetto (2010), Xue et al. (2007) e Oustaloup et al. (2000a) para maiores detalhes. A ordem da função de transferência aproximada deverá ser escolhida de modo a se obter o menor erro pretendido, sabendo que uma aproximação perfeita iria requerer um número infinito de polos e zeros. Nesta tese, utiliza-se um caso particular do filtro de Oustaloup que pode ser encontrado em Sabatier et al. (2015).

Dada uma faixa de frequências de interesse $[\omega_l, \omega_h]$, isto é, uma faixa de frequências que englobe a frequência de operação do sistema que está sendo aproximado, pode ser obtida uma função de transferência racional de ordem finita que é uma aproximação da função de transferência inicial. N é a ordem do filtro de Oustaloup aproximado. Pequenos valores de N levam a uma aproximação simplificada com, entretanto, maior erro em relação à original. Valores elevados de N melhoram a qualidade da aproximação a um custo de maior complexidade do resultado. O filtro de Oustaloup é baseado na aproximação de uma função na forma $G(s) = s^n$, com $n \in R$ e $n \in [-1; 1]$, para uma faixa de frequência $[\omega_l, \omega_h]$ por uma função racional:

$$s^n \approx C_0 \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_l}}{1 + \frac{s}{\omega_h}} \right)^n \approx C_0 \prod_1^N \frac{1 + \frac{s}{\omega'_i}}{1 + \frac{s}{\omega_i}}, \quad (2.52)$$

onde, $\omega'_1 = \sqrt{\eta}\omega_l$, $\omega_l = \alpha\omega'_1$, $\omega'_{i+1} = \alpha\eta\omega'_i$ e $\omega_{i+1} = \alpha\eta\omega_i$ e:

$$\alpha = \left(\frac{\omega_h}{\omega_l}\right)^{\frac{n}{N}}, \quad \eta = \left(\frac{\omega_h}{\omega_l}\right)^{\frac{1-n}{N}}, \quad \omega_{cg} = (\omega_l \omega_h)^{0,5}, \quad C_0 = \left(\frac{\omega_{cg}}{\omega_h}\right)^n. \quad (2.53)$$

2.10.1.1 Exemplo de aplicação - Filtro de Oustaloup

Para ilustrar o método de Oustaloup, considera-se um sistema de ordem fracionária com propriedade de derivador conforme: $G(s) = s^{0,5}$. Assim, para fazer essa aproximação, assume-se o intervalo de $\omega_l = 10^{-3}$ rad/s e $\omega_h = 10^3$ rad/s e duas situações, $N = 3$ e $N = 7$.

$$G_{N_3}(s) = 0,0316 \left(\frac{1 + \frac{s}{0,0032}}{1 + \frac{s}{0,0316}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{0,3162}}{1 + \frac{s}{3,1623}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{31,6228}}{1 + \frac{s}{316,2278}}\right), \quad (2.54)$$

$$G_{N_7}(s) = 0,0316 \times \left(\frac{1 + \frac{s}{0,0016}}{1 + \frac{s}{0,0044}}\right) \times \left(\frac{1 + \frac{s}{0,0118}}{1 + \frac{s}{0,0316}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{0,0848}}{1 + \frac{s}{0,2276}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{0,6105}}{1 + \frac{s}{1,6379}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{4,3940}}{1 + \frac{s}{11,7877}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{31,6228}}{1 + \frac{s}{84,8343}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{227,5846}}{1 + \frac{s}{610,5402}}\right). \quad (2.55)$$

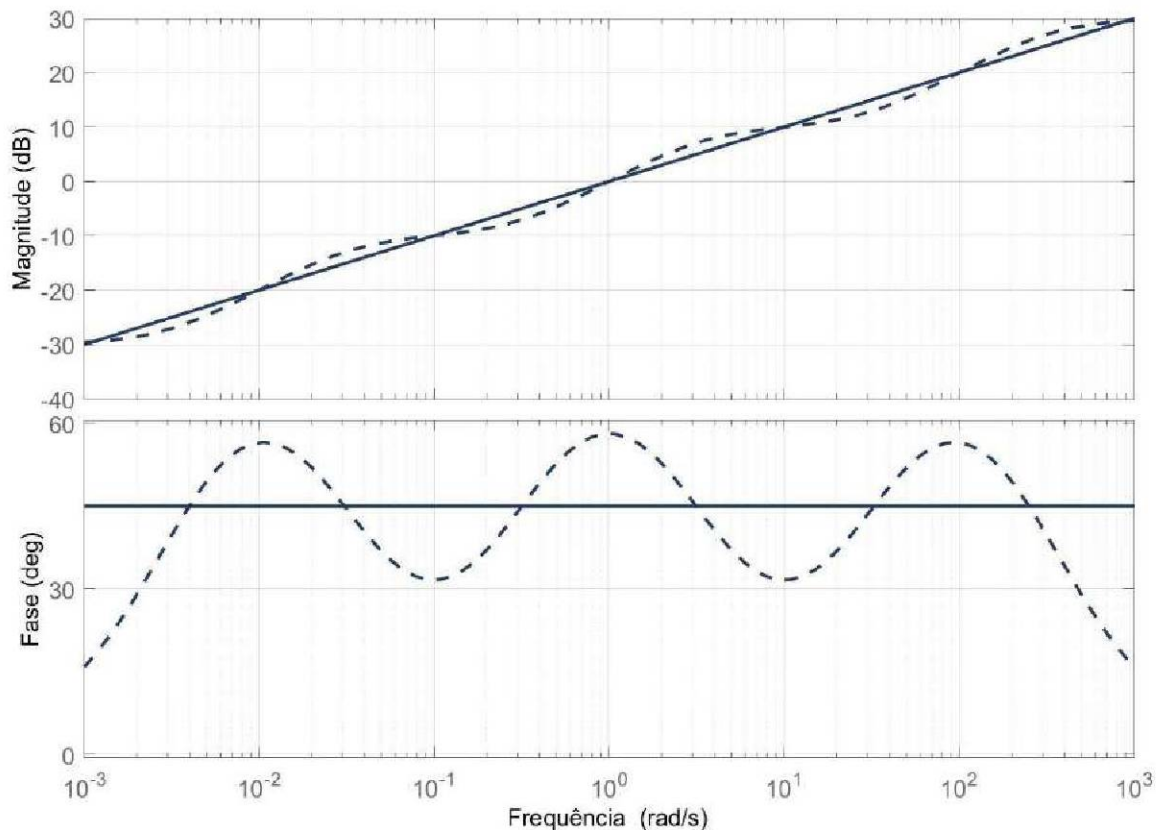


Figura 2.12: Diagrama de Bode do integrador de ordem fracionária $s^{0,5}$ onde o sinal tracejado (- -) representa uma aproximação de $N = 3$ e o sinal contínuo (-) o sinal original.

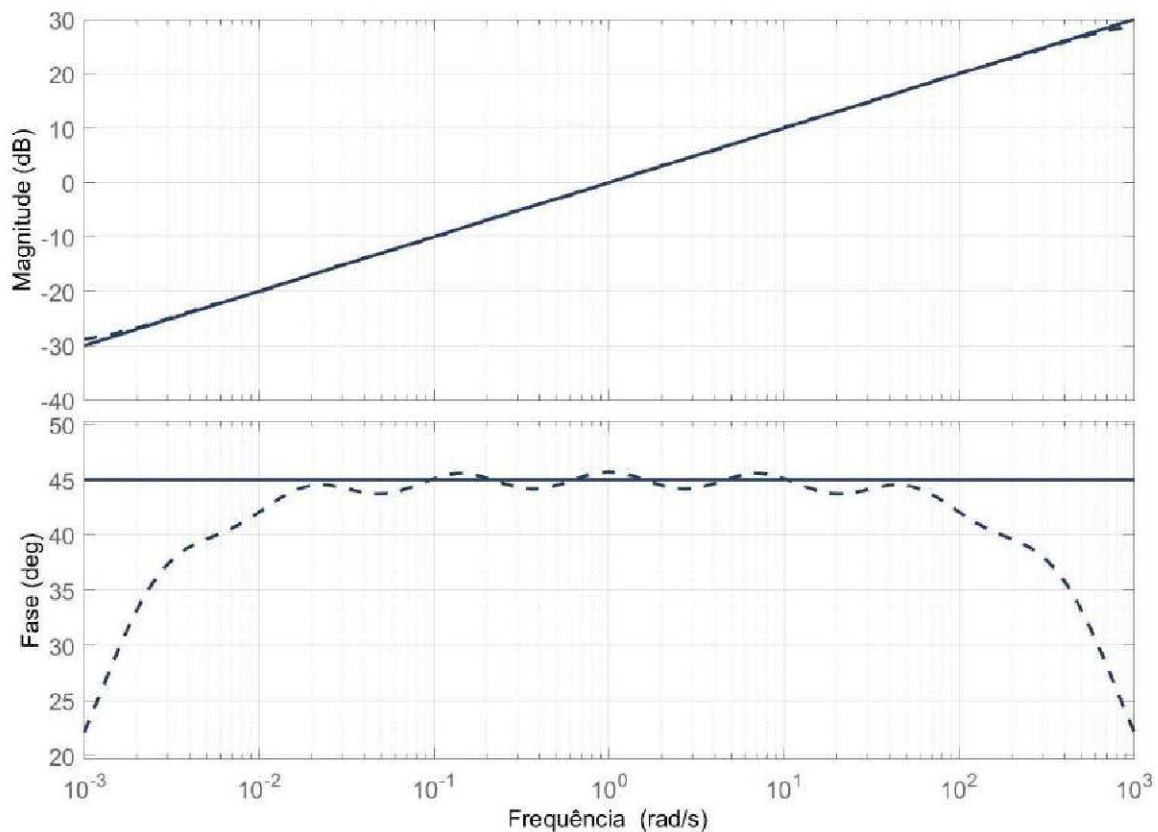


Figura 2.13: Diagrama de Bode do integrador de ordem fracionária $s^{0.5}$ onde o sinal tracejado (- -) representa uma aproximação de $N = 7$ e o sinal contínuo (-) o sinal original.

As Figuras 2.12 e 2.13 mostram o resultado da aproximação do sistema $G(s)$ usando o método de Oustaloup com duas ordens diferentes, $N = 3$ e $N = 7$, respectivamente. Observa-se que tanto a aproximação da curva de magnitude quanto a aproximação da curva de ângulo é melhor para a ordem maior. Naturalmente, a melhor aproximação da ordem 7 vem junto com a maior complexidade do modelo aproximado.

2.11 REALIZAÇÕES

Em geral, existem duas possibilidades para realizar um controlador: uma realização de hardware baseada no uso de um dispositivo físico, ou uma realização de software (ou digital) baseada em um programa, que será executado em um computador ou microprocessador. Em eletrônica, as realizações de hardware implicam no uso de dispositivos ou circuitos eletrônicos, implementando a função necessária como uma função de admitância ou impedância. Embora os controladores digitais sejam usados cada vez com mais frequência para controlar muitos tipos de processos complexos, o papel dos controladores analógicos não deve ser subestimado. Na verdade, os controladores digitais têm algumas limitações naturais, provenientes de sua natureza discreta, como a duração do período de amostragem e o tempo de cálculo, que deve ser significativamente menor do que a duração do período de amostragem. Isso às vezes torna o uso de controladores digitais praticamente impossível, especialmente no caso de processos rápidos,

como vibrações, e a abordagem alternativa para controlar processos rápidos é representada por controladores analógicos.

A implementação digital e a síntese de controladores de ordem fracionária requerem formas de tempo discreto adequadas dos operadores diferenciais de ordem fracionária. Deve-se então procurar por técnicas de discretização dinâmicas, precisas e eficientes para discretizar os operadores de ordem fracionária contínua. Métodos de realização digital são apresentados em duas abordagens diferentes para obter modelos discretos no domínio do tempo, estes métodos são chamados de métodos diretos e indiretos.

Os métodos indiretos são construídos em duas etapas. Na primeira etapa, uma aproximação de tempo finita e contínua do sistema de ordem fracionária alvo é encontrada. O método de Oustaloup descrito na Subseção 2.10.1 é um exemplo de tal aproximação. Uma vez que uma aproximação de tempo contínuo satisfatória tenha sido encontrada, a segunda etapa de cada método indireto é encontrar seu equivalente em tempo discreto. Vários métodos de discretização aplicáveis a sistemas com funções de transferência racionais têm sido propostos na literatura: aproximações de Euler, Tustin e outros. Já no método direto, discretiza-se a função de transferência no domínio z aplicando expansão de frações contínuas para o operador Tustin ou expansão de série de potência direta para o operador Euler.

Para realizações eletrônicas de hardware, o ponto de partida é a função de admitância ou impedância. Para realizar tais funções, pelo menos duas maneiras podem ser utilizadas: produzindo um dispositivo específico microeletrônico que, para construção, tem a admitância ou impedância necessária, ou realizando uma função racional aproximada usando um modelo finito rede de elementos concentrados, em topologia de escada, árvore, cascata ou rede.

2.12 CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO

Este capítulo teve como objetivo criar um embasamento teórico sobre o cálculo de ordem fracionária para que as propostas deste trabalho possam tomar forma nos capítulos posteriores. Assim, iniciou-se o capítulo com um pouco da história sobre o cálculo de ordem fracionária, logo após foram expostas as definições da função Gama, função Beta, função Mittag Leffler seguidas pelas definições de derivada de ordem fracionária elaboradas por Riemann-Liouville, Caputo e Grünwald-Letnikov. Na sequência, foram apresentados os modelos de ordem fracionária, seguidos pela análise de estabilidade dos mesmos, onde exemplos foram elaborados com o intuito de facilitar o entendimento do leitor sobre o assunto. Por fim e não menos importante, explanou-se sobre as aproximações e as realizações, onde observou-se que para poder implementar os controladores de ordem fracionária, é preciso aproximar esses controladores para funções de transferência de ordem inteira com um comportamento próximo o suficiente do desejado.

3 SISTEMAS DE CONTROLE DE ORDEM FRACIONÁRIA

Este capítulo contém uma descrição detalhada sobre três, das quatro, estruturas de controle de ordem fracionária previamente retratadas no Capítulo 1, para que assim, a primeira proposta deste trabalho possa tomar forma no próximo capítulo. Assim sendo, na Seção 3.1, apresenta-se o controlador de avanço/atraso de fase de ordem fracionária. Em seguida, na Seção 3.2, apresenta-se o controlador TID (*Tilt-Integral-Derivative*). Finalmente, na Seção 3.3 apresenta-se a estrutura e o modo de funcionamento dos controladores PID de ordem fracionária e suas derivações.

3.1 COMPENSADOR DE AVANÇO/ATRASSO

O compensador de avanço/atraso de fase de ordem fracionária é uma generalização do compensador de avanço/atraso de fase tradicional. O uso de elementos de ordem fracionária neste compensador fornece maior flexibilidade ao projetista, já que a ordem do filtro pode assumir qualquer valor real, em vez de apenas valores inteiros (Monje et al., 2004). A função de transferência de um compensador de avanço/atraso de fase de ordem fracionária é dada por:

$$C_F(s) = K_c \left(\frac{s + \frac{1}{\lambda}}{s + \frac{1}{x\lambda}} \right)^\alpha, \quad (3.1)$$

onde α é a ordem fracionária do controlador, $1/\lambda$ é a frequência do zero, x é uma constante, sendo $1/x\lambda$ a frequência do polo quando $\alpha > 0$. Como pode ser observado, essa estrutura corresponde a um compensador de avanço de ordem fracionária quando $\alpha > 0$ e $0 < x < 1$, e a um compensador de atraso de ordem fracionária quando $\alpha < 0$ e $0 < x < 1$. A condição $0 < x < 1$ é mantida em ambos os casos (Monje et al., 2010). Outra forma de representar um compensador de avanço/atraso de fase de ordem fracionária pode ser vista abaixo:

$$C_F(s) = K_c x^\alpha \left(\frac{\lambda s + 1}{x\lambda s + 1} \right)^\alpha. \quad (3.2)$$

Um levantamento dos métodos de ajuste para compensadores de avanço/atraso de ordem fracionária pode ser encontrado em Kapoulea et al. (2020) e Monje et al. (2010). Além disso, métodos adequados para implementações práticas destes são fornecidos em Petras (2011) e Chen et al. (2009b). A contribuição do parâmetro x é tal, que quanto menor o seu valor, maior a distância entre o zero e o polo e vice-versa, de modo que a contribuição da fase em uma certa frequência permanece imóvel. A Figura 3.1 faz uma ilustração do diagrama de Bode de C_F .

As Figuras 3.2 e 3.3 apresentam um diagrama de Bode de um compensador de avanço de fase de ordem fracionária e um compensador de atraso de fase de ordem fracionária, ambas com a configuração da Equação (3.1), para $K_c = 10$, $x = 0,005$, $\lambda = 0,6404$, $-0,3 \leq \alpha \leq 1$

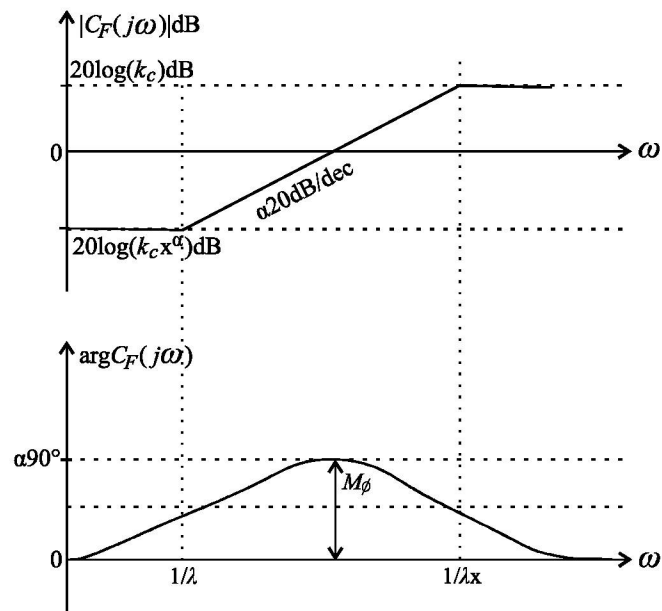


Figura 3.1: Diagrama de Bode de um compensador de avanço de fase de ordem fracionária.

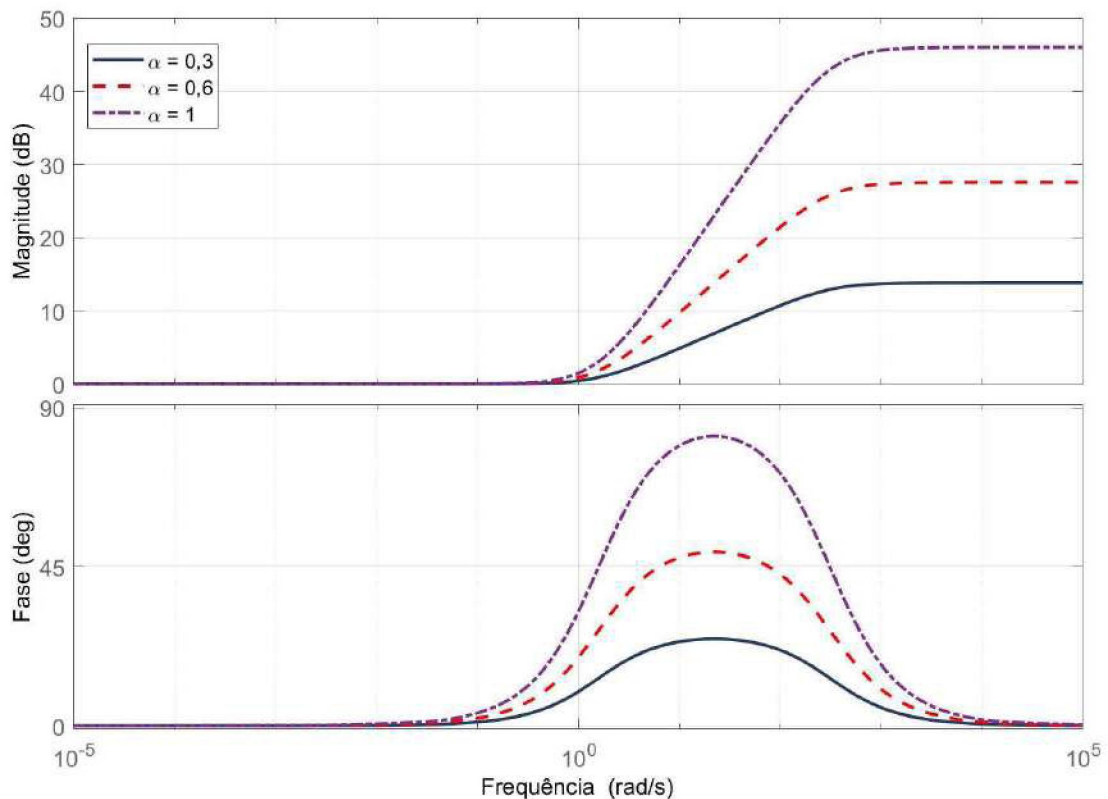


Figura 3.2: Diagrama de Bode de um compensador de avanço de fase de ordem fracionária, Equação 3.1, para $K_c = 10$, $x = 0,005$, $\lambda = 0,6404$ e $0,3 \leq \alpha \leq 1$.

e $0,3 \leq \alpha \leq -1$, respectivamente. Claramente, a contribuição de fase dessa classe de compensadores é completamente controlável por suas ordens fracionárias para um mesmo conjunto de λ e x , isto é, mesmos valores de frequência dos polos e zeros.

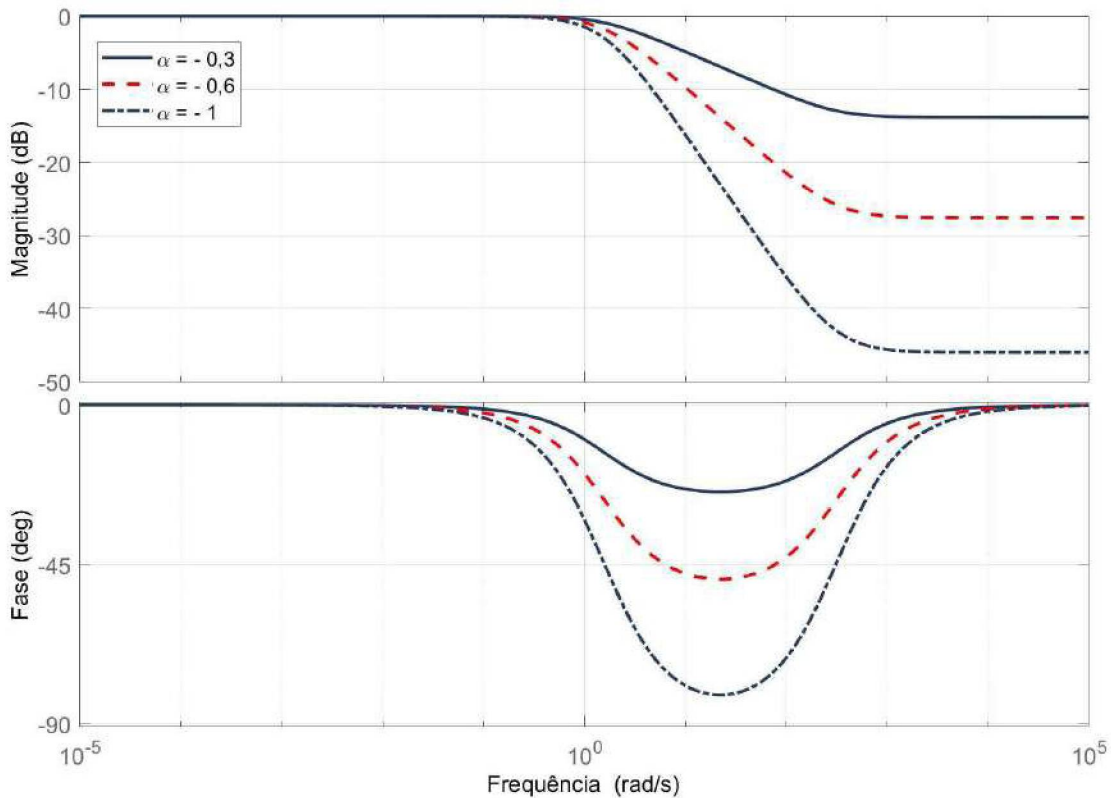


Figura 3.3: Diagrama de Bode de um compensador de atraso de fase de ordem fracionária, Equação 3.1, para $K_c = 10$, $x = 0,005$, $\lambda = 0,6404$ e $-0,3 \leq \alpha \leq -1$.

3.2 CONTROLADOR TID

O controlador TID proposto em Lurie (1994) tem a configuração mais simples entre os controladores de ordem fracionária. Assemelha-se muito ao controlador PID, exceto o bloco de controle proporcional que é substituído por um bloco de função de transferência representado como $s^{-1/n}$, em que n é um número real diferente de zero, de preferência entre 2 e 3. A função de transferência de um controlador TID é dada por:

$$C_F(s) = k_t s^{-1/n} + \frac{k_i}{s} + k_d s. \quad (3.3)$$

Em comparação com controladores PID convencionais, o controlador TID permite uma melhor taxa de rejeição de perturbação e efeitos menores das variações dos parâmetros da planta na resposta de malha fechada (Xue e Chen, 2002). A Figura 3.4 compara a resposta de frequência dos controladores TID e PID. Os métodos de ajuste para controladores PID são aplicáveis aos controladores TID, uma vez que estes são muito semelhantes entre si (Dastjerdi et al., 2019).

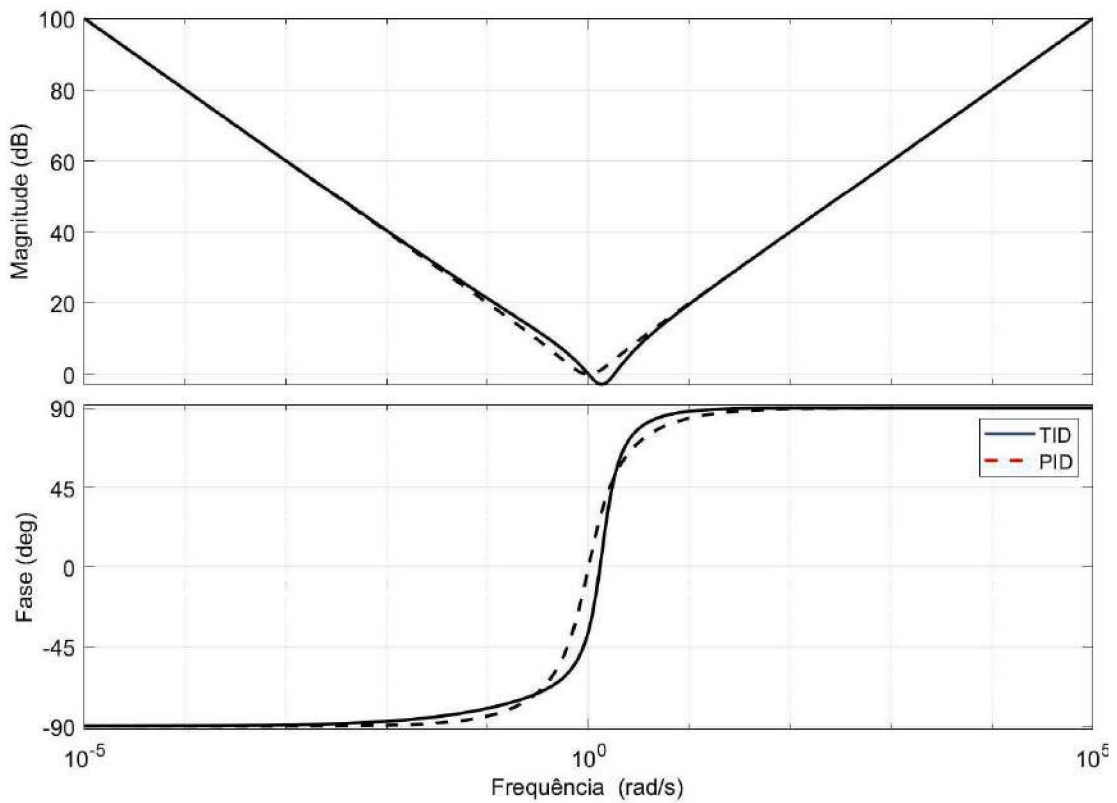


Figura 3.4: Diagrama de Bode de uma resposta em frequência de um controlador PID clássico com $k_p = k_i = k_d = 1$ e um controlador TID com $k_t = k_i = k_d = 1$; $n = 2,5$.

3.3 CONTROLADOR PID DE ORDEM FRACIONÁRIA

3.3.1 Controlador PID de ordem fracionária paralelo

O controlador PID é amplamente utilizado em aplicações industriais. Dentro da teoria de sistemas de controle, o conhecido controlador PID na sua forma paralela é definido por:

$$C_F(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s, \quad (3.4)$$

onde k_p , k_i e k_d são os ganhos proporcional, integral e derivativo, respectivamente. A Figura 3.5 ilustra o diagrama de Bode de $C_F(s)$.

As frequências de canto são definidas como:

$$\omega_D = \frac{k_p}{k_d + k_p} \text{ e } \omega_I = \frac{k_i}{k_p}. \quad (3.5)$$

Na Equação (3.4), substituindo s por s elevado a potências não inteiras, chega-se à generalização do controlador FOPID. Assim, o controlador PID de ordem inteira da Equação (3.4), torna-se um PID de ordem fracionária ($PI^\lambda D^\mu$) definido pela Equação (3.6):

$$C_F(s) = k_p + \frac{k_i}{s^\lambda} + k_d s^\mu, \quad (3.6)$$

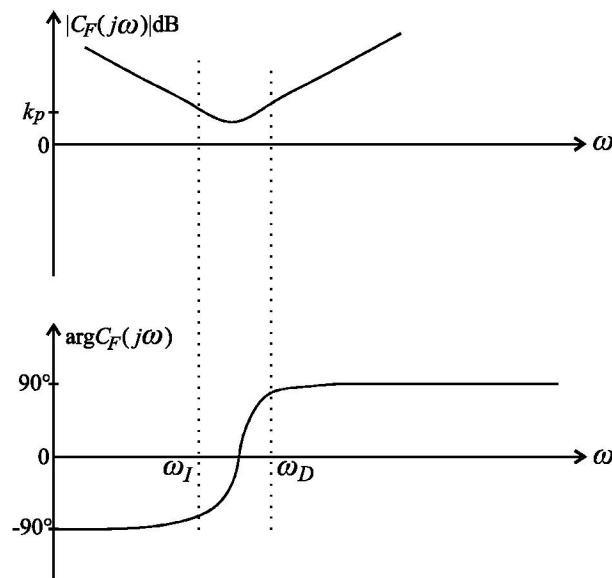


Figura 3.5: Diagrama de Bode de um controlador PID paralelo.

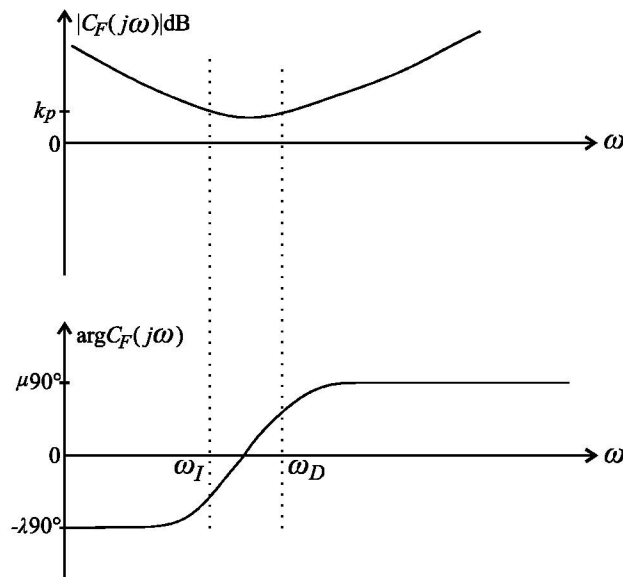


Figura 3.6: Diagrama de Bode de um controlador FOPID paralelo.

sendo λ e $\mu \in \mathbb{R}$. A Figura 3.6 apresenta o diagrama de Bode de $C_F(s)$. As frequências de canto são definidas como:

$$\omega_D = \left(\frac{k_p}{k_d + k_p} \right)^{1/\mu} \quad \text{e} \quad \omega_I = \left(\frac{k_i}{k_p} \right)^{1/\gamma}. \quad (3.7)$$

Esse controlador $PI^\lambda D^\mu$ foi proposto pela primeira vez por Podlubny (1994). O interesse deste controlador é justificado por possuir maior flexibilidade de projeto, uma vez que traz dois parâmetros adicionais em relação ao controlador PID de ordem inteira, λ e μ . O PID tradicional

é obtido quando ambos são iguais a 1. Da Figura 3.7, pode-se afirmar que todas as famílias do controlador PID clássico podem ser derivadas da Equação (3.6).

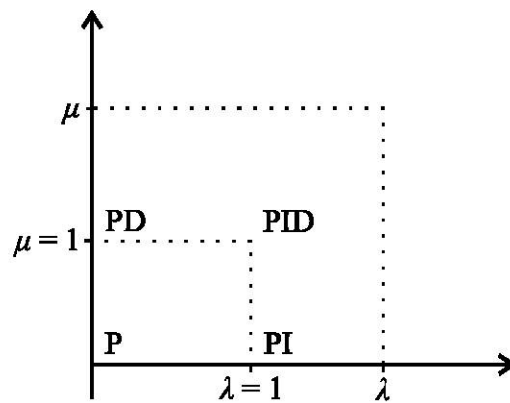


Figura 3.7: Plano controlador FOPID.

Considere uma comparação entre um PID clássico e um de ordem fracionária no domínio da frequência fornecida na Figura 3.8 por meio de um diagrama de Bode. Como pode ser observado, a introdução de ordens fracionárias para as parcelas integral e derivativa do controlador PID altera sua condição tradicional em baixa e alta frequência, que é a declividade de ± 20 dB/dec associada a um ângulo de $\pm 90^\circ$.

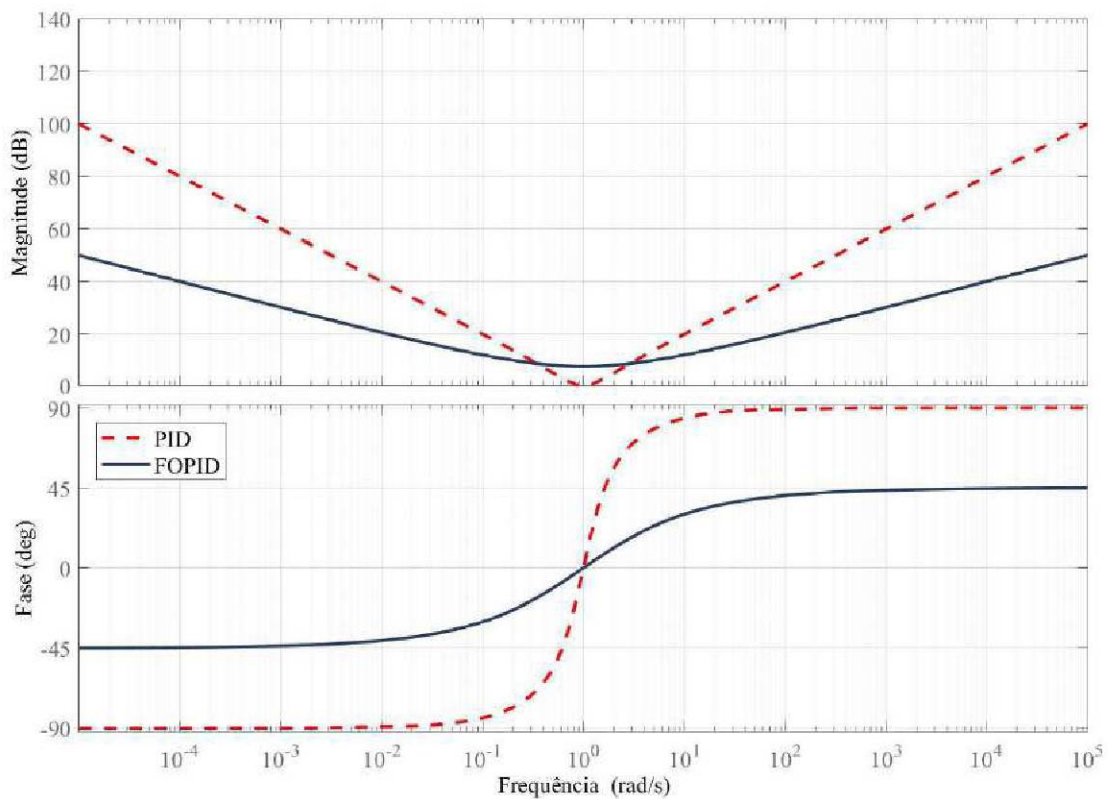


Figura 3.8: Diagrama de Bode de uma resposta em frequência de um controlador PID clássico com $k_p = k_i = k_d = 1$ e um controlador PID de ordem fracionária com $k_p = k_i = k_d = 1$; $\lambda = \mu = 0,5$.

Devido a esta flexibilidade adicional proporcionada pelos controladores PID de ordem fracionária, espera-se que estes possam substituir suas variantes clássicas de ordem inteira em aplicações de controle industrial (Chen et al., 2009a). Neste sentido, as técnicas de ajuste automático dos parâmetros do controlador desempenham um papel significativo na aceleração desse processo (Tepljakov, 2011). O uso de controladores FOPID implica que, pelo aumento do grau de liberdade dos parâmetros, um melhor desempenho tende a ser alcançado. Por outro lado, o projeto dos parâmetros do controlador tende a ser, na mesma medida, mais desafiador. Enquanto o projeto do PID convencional precisa otimizar apenas três parâmetros, o projeto do FOPID precisa otimizar cinco parâmetros. Várias estratégias de ajuste foram propostas por muitos pesquisadores contemporâneos para ajustar os parâmetros do FOPID (Monje et al., 2010; Yeroglu et al., 2009; de Oliveira Valério, 2005; Zhao et al., 2005; Xue e Chen, 2002).

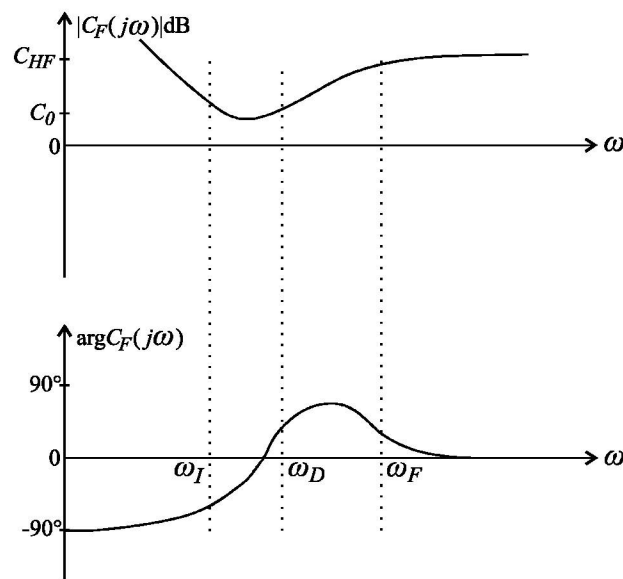


Figura 3.9: Diagrama de Bode de um controlador PID paralelo com filtro. Fonte: Baseado em Oustaloup e Bansard (1993).

É usual modificar o controlador PID de ordem inteira $C_F(s)$ da Equação (3.4), inserindo um filtro no termo derivativo com uma constante de tempo τ_f , chegando-se assim na Equação (3.8). O diagrama de Bode de um controlador PID paralelo com filtro pode ser visto na Figura 3.9.

$$C_F(s) = k_p + \frac{k_i}{s} + \frac{k_d s}{1 + \tau_F s}. \quad (3.8)$$

As frequências de canto são definidas como:

$$\omega_D = \frac{k_p}{k_d + k_p \tau_F}, \quad \omega_F = \frac{1}{\tau_F} \text{ e } \omega_I = \frac{k_i}{k_p}. \quad (3.9)$$

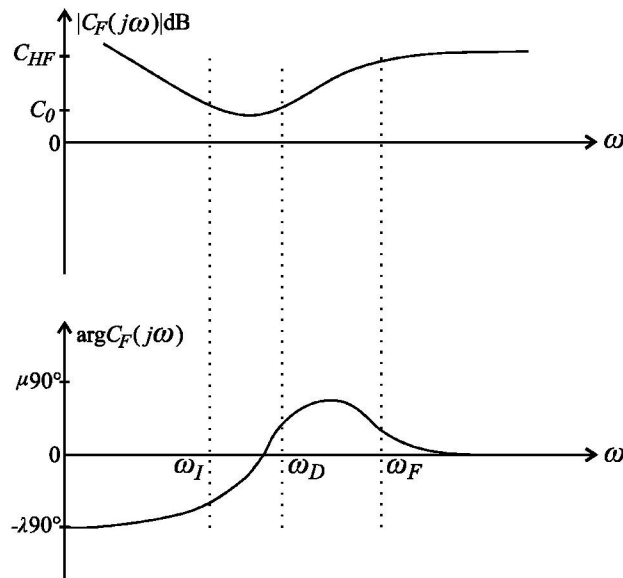


Figura 3.10: Diagrama de Bode de um controlador FOPID paralelo com filtro. Fonte: Baseado em Oustaloup e Bansard (1993).

Assim como com o controlador PID de ordem inteira, o controlador PID de ordem fracionária da Equação (3.6) pode ser modificado, chegando-se assim na Equação (3.10). O diagrama de Bode de um controlador FOPID paralelo com filtro pode ser visto na Figura 3.10.

$$C_F(s) = k_p + \frac{k_i}{s^\lambda} + \frac{k_d s^\mu}{1 + \tau_F s^\gamma}. \quad (3.10)$$

As frequências de canto são definidas como:

$$\omega_D = \left(\frac{k_p}{k_d + k_p \tau_F} \right)^{1/\mu}, \quad \omega_F = \left(\frac{1}{\tau_F} \right)^{1/\gamma} \quad \text{e} \quad \omega_I = \left(\frac{k_i}{k_p} \right)^{1/\lambda}. \quad (3.11)$$

Para a sintonia desse controlador, cinco (ou mais) requisitos diferentes podem ser levados em consideração (Sabatier et al., 2015). Eles podem ser escolhidos entre: uma dada margem de fase; uma dada margem de ganho; uma determinada frequência de cruzamento de ganho de malha aberta ω_{cg} ; uma fase plana de malha aberta em torno de ω_{cg} (para plantas com perturbação de ganho); um determinado ganho de alta frequência do controlador; nenhum erro de estado estacionário; ganhos dados em determinadas frequências das quatro funções de sensibilidade de malha fechada.

3.3.2 Controlador PID^μ de ordem fracionária série

De acordo Visioli (2006), o controlador PID série é definido pela Equação (3.12):

$$C_F(s) = K'_p \left(1 + \frac{1}{T'_i s} \right) (T'_d s + 1), \quad (3.12)$$

onde K'_p é o ganho proporcional, T'_i é a constante de tempo da integral, T'_d é a constante de tempo da derivada. De acordo com Sabatier et al. (2015) um controlador PID série também pode ser definido a partir da função de transferência da Equação (3.13):

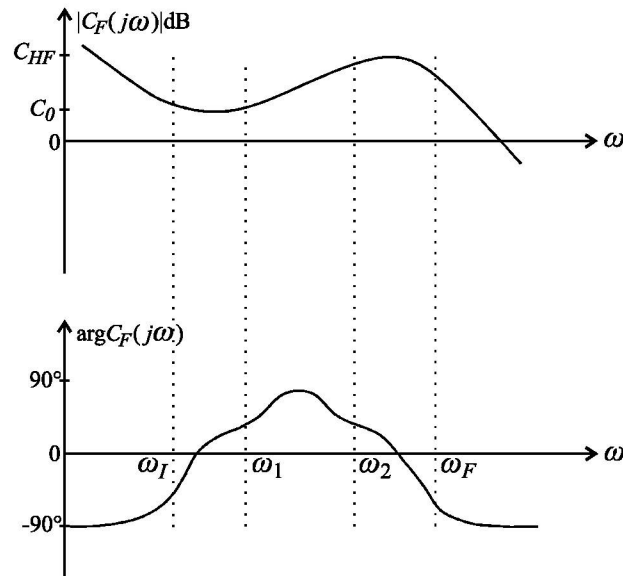


Figura 3.11: Diagrama de Bode de um controlador PID série da Equação (3.13). Fonte: Baseado em (Sabatier et al., 2015).

$$C_F(s) = C_0 \left(\frac{\omega_I}{s} + 1 \right) \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}} \right) \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{\omega_F} \right)}, \quad (3.13)$$

cada termo sendo limitado em banda e garantindo um dos comportamentos do controlador: proporcional, integral, derivativo e de filtragem. A Figura 3.11 apresenta o diagrama de Bode de $C_F(s)$ da Equação (3.13). O comportamento do controlador é o de: um integrador para $\omega \in [0, \omega_I]$; um ganho proporcional para $\omega \in [\omega_I, \omega_1]$; um diferenciador para $\omega \in [\omega_1, \omega_2]$; um amplificador para $\omega \in [\omega_2, \omega_F]$; um filtro passa-baixa para $\omega \in [\omega_F, \infty]$.

Da mesma forma, sem perda de desempenho, é possível escolher um controlador PID^μ de ordem fracionária definido dentro de uma faixa de frequência $[\omega_I, \omega_F]$ em torno da frequência desejada ω_{cg} . O controlador PID^μ série é definido a partir da função de transferência de ordem fracionária de um integro-diferenciador de ordem μ , como:

$$C_F(s) = C_0 \left(\frac{\omega_I}{s} + 1 \right)^{n_I} \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_1}}{1 + \frac{s}{\omega_2}} \right)^\mu \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{\omega_F} \right)^{n_F}}, \quad (3.14)$$

com $\omega_I \leq \omega_1 \leq \omega_2 \leq \omega_F$ e n_I e $n_F \in \mathbb{N}$ e $\mu \in \mathbb{R}$. A Figura 3.12 apresenta o diagrama de Bode de $C_F(s)$ da Equação (3.14). Se n_{pl} representa a ordem integral do comportamento assintótico da planta em baixas frequências, a ordem n_I do integrador proporcional é definida

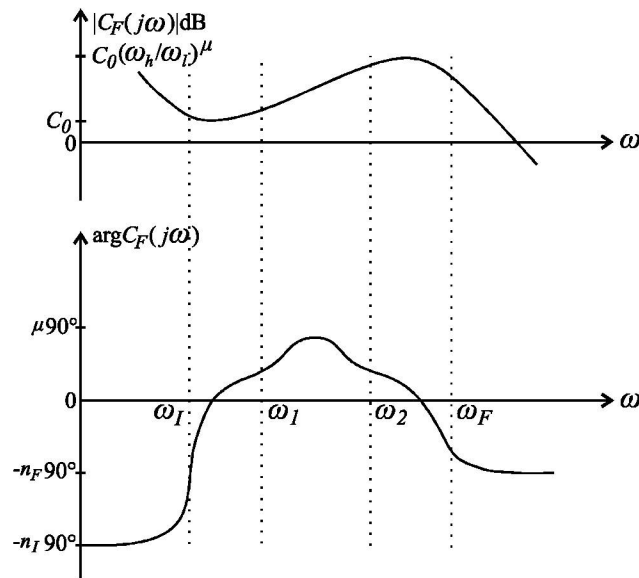


Figura 3.12: Diagrama de Bode de um controlador PID $^\mu$ série. Fonte: Baseado em (Sabatier et al., 2015).

por $n_I \leq \max(M - n_{pl}, N)$ para garantir nenhum erro em regime permanente. A ordem do filtro passa-baixa n_F é simplesmente $n_F \geq 0$.

Tanto para o projeto do controlador PID série, quanto para o controlador PID $^\mu$, considera-se como especificações, o valor nominal da frequência de cruzamento de ganho em malha aberta ω_{cg} e a margem de fase, onde para o projeto do controlador PID $^\mu$, μ pode assumir quaisquer valores entre zero e dois. Pode-se encontrar os valores das Equações 3.13 e 3.14 de forma semelhante. Logo, da relação:

$$\frac{\omega_{cg}}{\omega_I} = \frac{\omega_F}{\omega_{cg}} = \alpha, \quad (3.15)$$

escolhe-se um valor para α , assim, pode-se tirar os valores de ω_I e ω_F . Com $|G(j\omega_{cg})|$ e $\arg G(j\omega_{cg})$, pode-se agora encontrar o valor de ϕ_M , que pode ser a fase de avanço ou atraso fornecida pelo termo derivativo do controlador. Assim, para o requisito de margem de fase utiliza-se a Equação (3.16):

$$\phi_M = -\pi + M_\phi - \arg G(j\omega_{cg}) + 2 \arctan \frac{\omega_{cg}}{\omega_F}, \quad (3.16)$$

onde M_ϕ e ω_{cg} são a margem de fase e a frequência de cruzamento de ganho desejadas, respectivamente. Em seguida, tem-se a relação:

$$\frac{\omega_2}{\omega_{cg}} = \tan \frac{\phi_M + \frac{\pi}{2}}{2}, \quad (3.17)$$

onde para o controlador PID série, considera-se μ com uma ordem inteira, podendo assumir diferentes valores, sendo seu valor escolhido de tal forma a aumentar ou diminuir o efeito da

derivada do controlador. Logo, para encontrar os valores de ω_1 e ω_2 utiliza-se a relação da Equação (3.18):

$$\frac{\omega_{cg}}{\omega_1} = \frac{\omega_2}{\omega_{cg}}. \quad (3.18)$$

Finalmente, a frequência de cruzamento de ganho pode ser garantida por:

$$C_0 = \frac{1}{\left(\frac{\omega_2}{\omega_{cg}}\right)^\mu |G(j\omega_{cg})|}. \quad (3.19)$$

3.3.3 Exemplo de aplicação 1 - PID $^\mu$ série

Para exemplificar o comportamento e a sintonia dos controladores PID série e PID $^\mu$ série, utiliza-se aqui um sistema de água corrente de baixa pressão projetado em bancada e totalmente independente (Figura 3.13), modelado por um sistema de primeira ordem com um atraso de tempo.



Figura 3.13: Foto do sistema de água corrente de baixa pressão projetado em bancada e totalmente independente. Fonte: (Monje et al., 2008).

Esse sistema foi utilizado para testar um controlador de ordem fracionária projetado pelo método de otimização proposto no trabalho de Monje et al. (2008). A função de transferência que representa esse sistema encontra-se na Equação (3.20):

$$G(s) = \frac{K}{Ts + 1} e^{-Ls} = \frac{3,13}{433,33s + 1} e^{-50s}, \quad (3.20)$$

onde T é a constante de tempo, L é o atraso de tempo e K é o ganho variável da planta, podendo assumir valores entre 2,75 a 3,75. Recentemente, no trabalho de Li e Gao (2021), os autores utilizaram essa mesma planta para testar um controlador de ordem fracionária robusto. Na oportunidade, diferentemente de Monje et al. (2008), os autores variaram a constante T e

mantiveram K fixo no valor nominal de 3,13. A variação de T para este caso então, foi de $T = 303,33$ a $T = 563,33$.

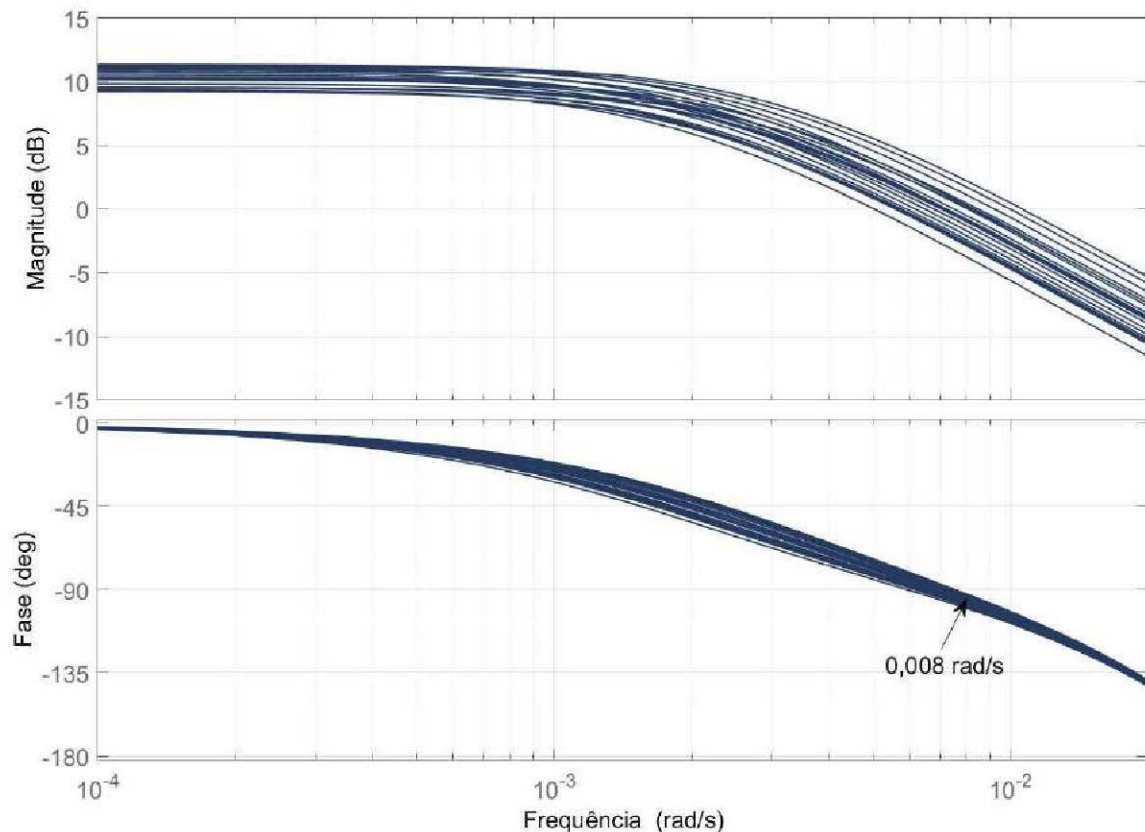


Figura 3.14: Diagrama de Bode da planta a ser controlada para $2,75 \leq K \leq 3,75$ e $303,33 \leq T \leq 563,33$.

Aqui, neste trabalho, considera-se tanto a variação do ganho quanto a variação da constante de tempo. Ambas definidas dentro das faixas estipuladas em Monje et al. (2008) e Li e Gao (2021), respectivamente. Projeta-se então um controlador com as mesmas especificações de desempenho propostas em Monje et al. (2008) e Li e Gao (2021). Assim, busca-se:

- frequência de ganho de cruzamento $\omega_{cg} = 0,008$ rad/s;
- margem de fase $M_\phi = 60^\circ$.

A Figura 3.14 apresenta o diagrama de Bode de $G(s)$ para as três variações de K e T . Em torno de 0,008 rad/s, a incerteza na magnitude pode ser calculada extraindo os valores da magnitude de $G_l(s)$ e $G_h(s)$, que representam, respectivamente, a planta com o valor mínimo e máximo da magnitude na frequência 0,008 rad/s.

Primeiro, projeta-se aqui um controlador PID na forma serial, dado pela Equação (3.13). Da relação da Equação (3.15), escolhendo $\alpha = 3$, pode-se tirar que $\omega_I = 0,0027$ e $\omega_F = 0,0240$. Como $|G(j0,008)| = 0,9008$ e $\arg G(j0,008) = -1,6900$, pode-se agora encontrar o valor de ϕ_M . Assim, para o requisito de margem de fase:

$$\phi_M = -\pi + 1,047 - \arg G(j0,008) + 2 \arctan \frac{0,008}{0,0240} = 0,2391 \text{ rad/s}, \quad (3.21)$$

logo, tem-se:

$$\frac{\omega_2}{\omega_{cg}} = \tan \frac{\frac{0,2391}{1} + \frac{\pi}{2}}{2} = 1,2730, \quad (3.22)$$

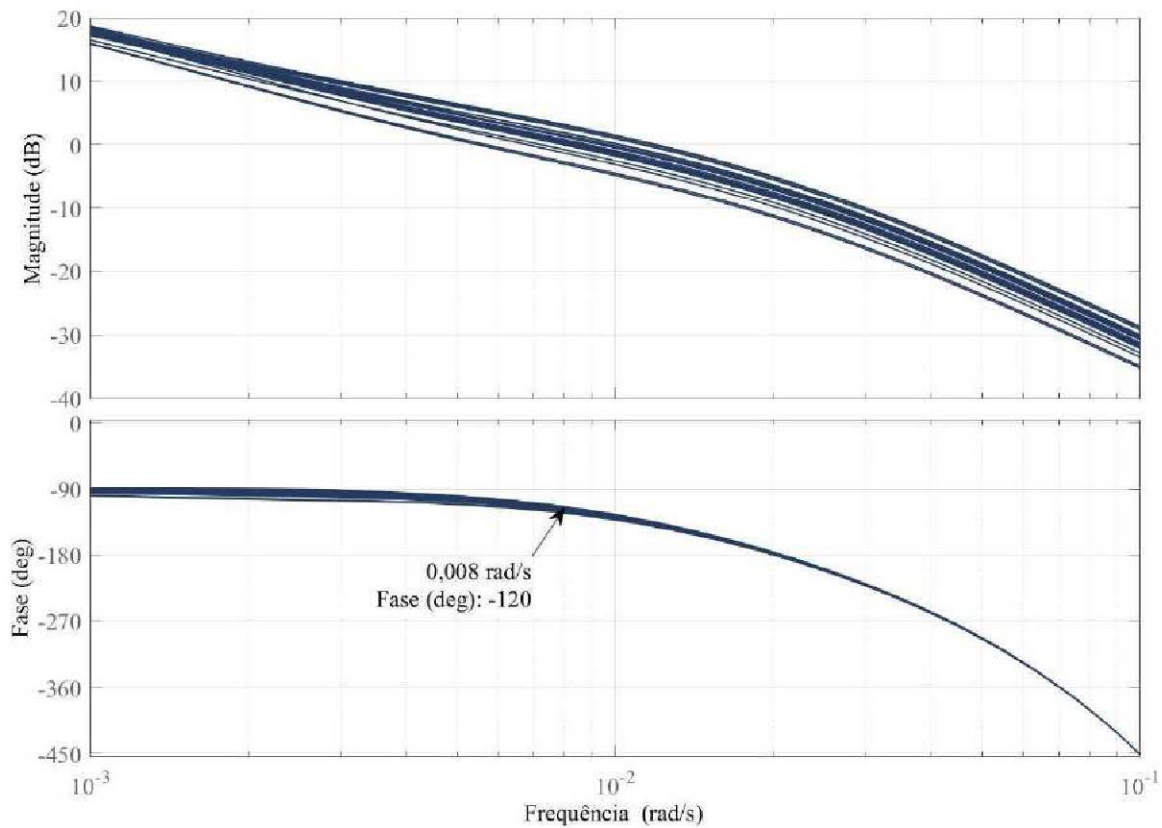


Figura 3.15: Diagrama de Bode de malha aberta de $C(s)G(s)$ para o controlador PID^μ série.

$$C_0 = \frac{1}{(1,2730)^1 |G(j0,008)|} = 0,8721. \quad (3.23)$$

Assim, pode-se finalmente encontrar os valores de $\omega_2 = 0,0102$ e $\omega_1 = 0,0063$. Logo, chega-se à Equação abaixo:

$$C(s) = 0,8721 \left(\frac{0,0027}{s} + 1 \right) \left(\frac{1 + \frac{s}{0,0063}}{1 + \frac{s}{0,0102}} \right)^1 \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{0,024} \right)}. \quad (3.24)$$

Agora, projeta-se aqui um controlador PID^μ na forma série, dado pela Equação (3.14). Para o projeto deste controlador, consideram-se as mesmas especificações utilizadas no projeto do controlador PID série, ou seja, valor nominal da frequência de cruzamento de ganho em malha aberta (ω_{cg}) igual a 0,008 rad/s com uma margem de fase de 60°. Da relação da Equação (3.15),

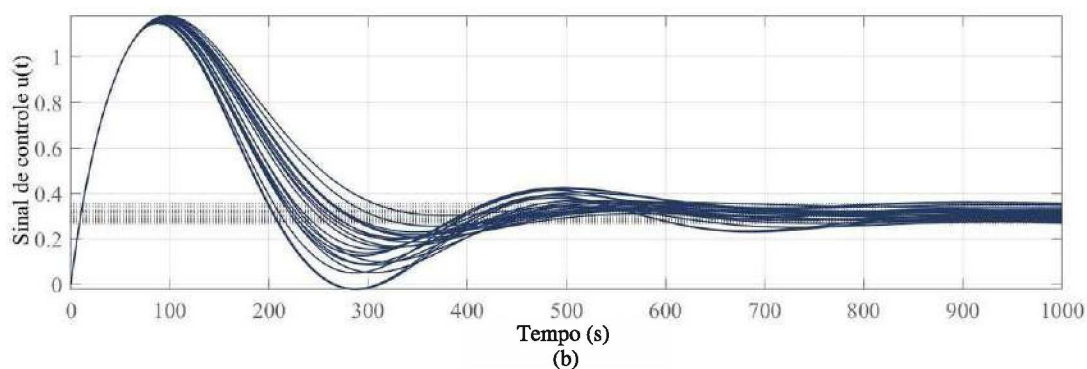
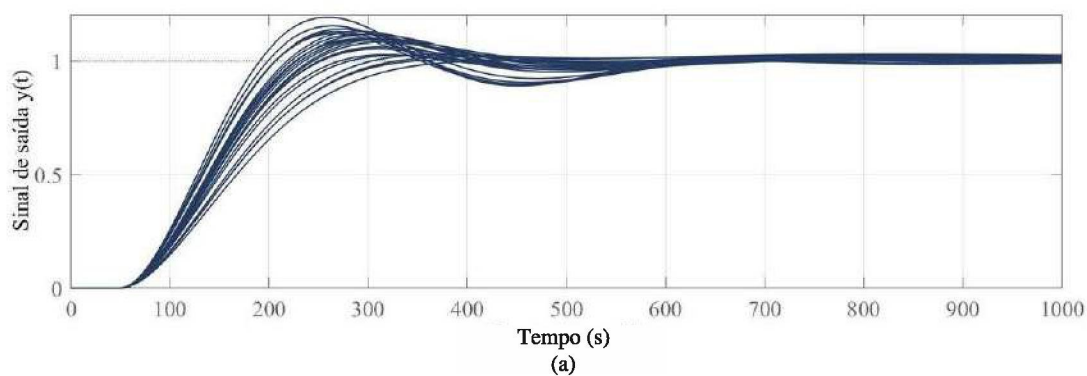


Figura 3.16: (a) Resposta ao degrau de malha fechada e (b) Sinal de controle para as variações de K e T para o controlador PID série.

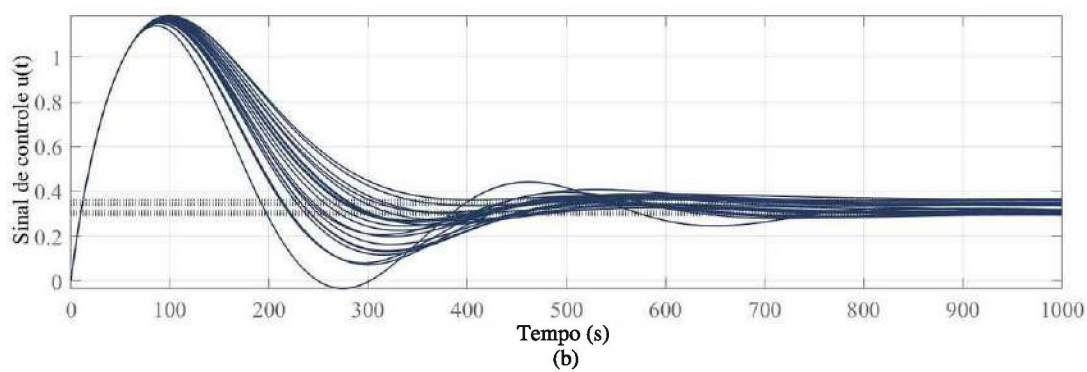
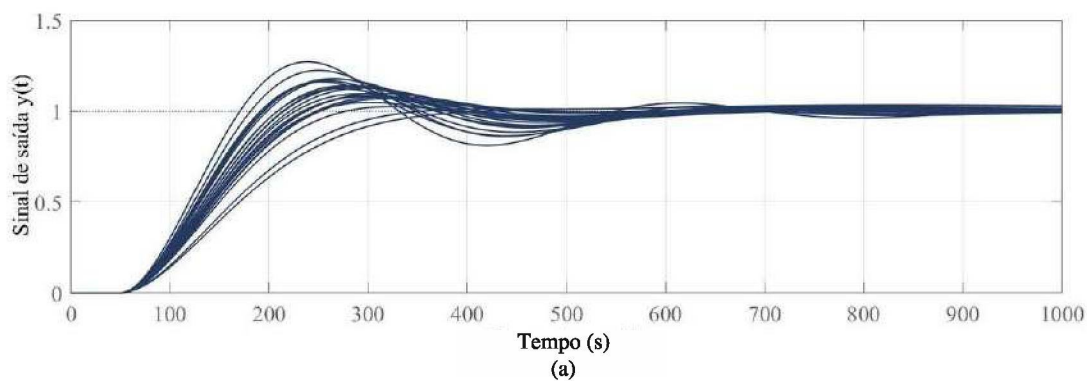


Figura 3.17: (a) Resposta ao degrau de malha fechada e (b) Sinal de controle para as variações de K e T para o controlador PID ^{μ} série.

escolhendo $\alpha = 3$, pode-se tirar que $\omega_I = 0,0027$ e $\omega_F = 0,0240$. Como $|G(j0,008)| = 0,9008$ e $\arg G(j0,008) = -1,69$, pode-se agora encontrar o valor de ϕ_M . Assim, para o requisito de margem de fase:

$$\phi_M = -\pi + 1,047 - \arg G(j0,008) + 2 \arctan \frac{0,008}{0,0240} = 0,2391 \text{ rad/s}, \quad (3.25)$$

logo, tem-se:

$$\frac{\omega_2}{\omega_{cg}} = \tan \frac{\frac{0,2391}{0,88} + \frac{\pi}{2}}{2} = 1,3166, \quad (3.26)$$

$$C_0 = \frac{1}{(1,3166)^{0,88} |G(j0,008)|} = 0,8715. \quad (3.27)$$

Assim, pode-se finalmente encontrar os valores de $\omega_1 = 0,0061$ e $\omega_2 = 0,0105$. Logo, chega-se à Equação abaixo:

$$C(s) = 0,8715 \left(\frac{0,0027}{s} + 1 \right) \left(\frac{1 + \frac{s}{0,0061}}{1 + \frac{s}{0,0105}} \right)^{0,88} \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{0,0240} \right)}. \quad (3.28)$$

Para que seja possível a implementação do controlador PID^μ série, dado pela Equação (3.28), faz-se necessária a aproximação da ordem 0,88 para uma ordem racional. Para tanto, utiliza-se o método de aproximação de Oustaloup. Como a faixa de frequência $[\omega_l, \omega_h]$ cobre duas décadas, $N = 3$ é suficiente para aproximar a ordem fracionária que aparece na Equação (3.28). Assim, o controlador PID^μ na forma série racional, encontra-se na Equação (3.29).

$$C_R(s) = 0,8715 \left(\frac{0,0027}{s} + 1 \right) \times \left(\frac{1 + \frac{s}{0,0061}}{1 + \frac{s}{0,0072}} \right) \left(\frac{1 + \frac{s}{0,0074}}{1 + \frac{s}{0,0087}} \right) \left(\frac{1 + \frac{s}{0,0089}}{1 + \frac{s}{0,0104}} \right) \left(\frac{1}{1 + \frac{s}{0,0240}} \right). \quad (3.29)$$

Através do gráfico da Figura 3.15, pode-se observar que o controlador PID^μ forneceu uma margem de fase de 60 graus em $\omega_{cg} = 0,008$ rad/s. Através das Figuras 3.16 e 3.17 percebe-se que o sinal de saída de ambos os controladores estabilizou em torno de 600 segundos. Assim como o máximo *overshoot* de ambos ficou em cerca de 1,25. Observa-se também que o sinal de controle de ambos os controladores ficou em torno de 1,2. Embora ambos os controladores garantam as mesmas especificações de desempenho, o controlador de ordem fracionária, por ter um parâmetro a mais, pode ter um ajuste mais fino.

3.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO

Este capítulo apresentou uma descrição detalhada sobre as estruturas de controle FOPID, controlador de avanço e atraso de ordem fracionária e controlador TID. Percebeu-se então o potencial dos controladores de ordem fracionária, no que diz respeito aos aspectos de desempenho e robustez. No entanto, o método de projeto de alguns deles, principalmente o FOPID envolve equações complexas relacionando as especificações de projeto e, às vezes, pode ser difícil encontrar uma solução para o problema. Por este motivo, o objetivo agora é desenvolver um algoritmo de otimização para este tipo de controlador.

4 CONTROLADORES CRONE

Este Capítulo dedica-se a explicar as três gerações do controlador CRONE. Logo na Seção 4.1, é apresentada a estrutura do controlador CRONE geração 1. Por fim, nas Seções 4.2 e 4.3, as configurações do CRONE geração 2 e 3 são discutidas. Assim como os controladores citados no Capítulo 3, o controlador CRONE também é uma estrutura de controle de ordem fracionária aplicada tanto em plantas de ordem fracionária como em plantas de ordem inteira. O CRONE é uma metodologia de projeto de controle robusto no domínio da frequência. O objetivo é basicamente encontrar um controlador para sistemas incertos que seja capaz de garantir: estabilidade robusta e desempenho definido em termos de margem de fase garantida para uma faixa de frequência de cruzamento de ganho.

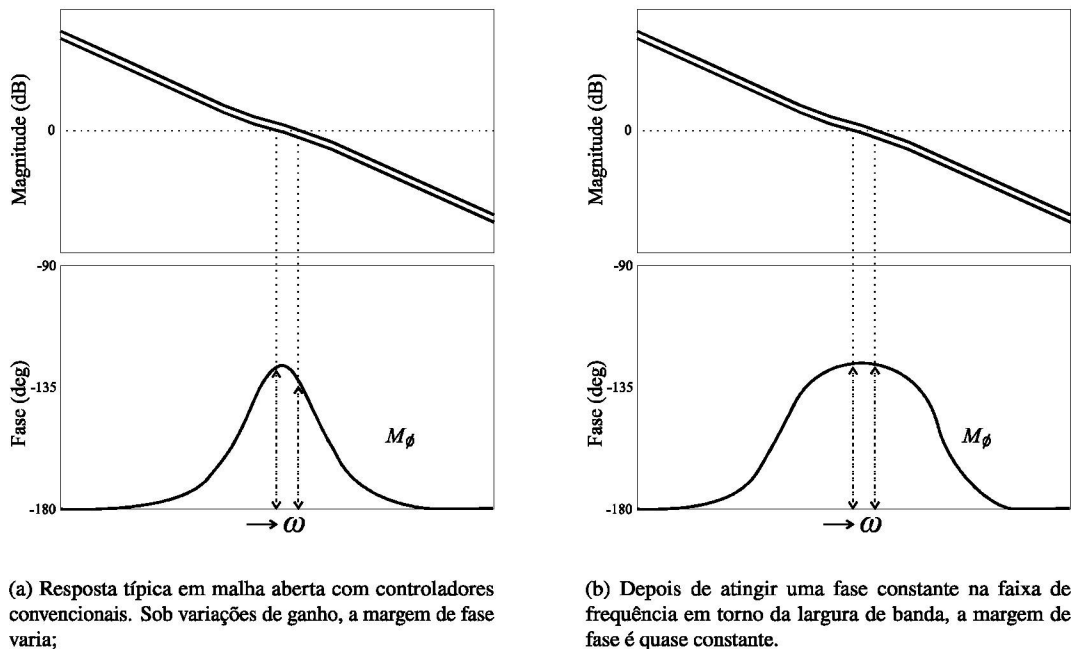


Figura 4.1: Comparação entre controladores convencionais e o controlador CRONE

Esse sistema de controle será robusto se permanecer estável e atingir certos critérios de desempenho como frequência de ganho de cruzamento (ω_{cg}) e margem de fase (M_ϕ) na presença de possíveis incertezas no modelo do processo. Essa robustez é alcançada pela criação de fase constante em torno da incerteza na frequência de cruzamento do modelo em malha aberta. Isso pode ser visto na Figura 4.1. Para a apresentação da metodologia de projeto do CRONE, apresenta-se aqui a configuração clássica de sistemas de controle com 1 grau de liberdade, apresentada na Figura 4.2.

Na Figura 4.2, $G(s)$ é a função de transferência de um modelo linear do processo, $u(t)$ é o sinal de controle, $y(t)$ a saída a ser controlada e $y_m(t)$ sua medida; $C(s)$ é o controlador linear

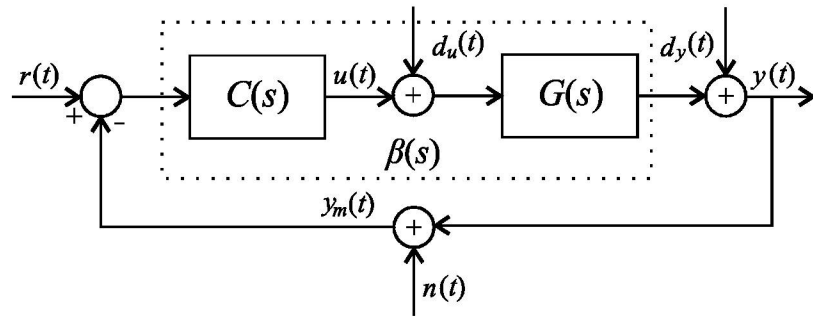


Figura 4.2: Sistema de controle em malha fechada com sinais de perturbação.

que fornece o esforço de controle $u(t)$; $r(t)$ é o valor de referência (desejado) da saída $y(t)$; $\beta(s)$ é a função de transferência de malha aberta, isto é $C(s)G(s)$; $d_u(t)$ é um distúrbio na entrada da planta; $d_y(t)$ é um distúrbio na saída da planta; $n(t)$ é um ruído de medição, normalmente, um sinal de alta frequência. A partir da Figura 4.2, pode-se escrever as equações que regem o sistema em malha fechada como:

$$y(t) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}r(t) + \frac{G(s)}{1 + C(s)G(s)}d_u(t) + \frac{1}{1 + C(s)G(s)}d_y(t) - \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}n(t), \quad (4.1)$$

$$e(t) = \frac{1}{1 + C(s)G(s)}r(t) + \frac{G(s)}{1 + C(s)G(s)}d_u(t) - \frac{1}{1 + C(s)G(s)}d_y(t) - \frac{1}{1 + C(s)G(s)}n(t), \quad (4.2)$$

$$u(t) = \frac{C(s)}{1 + C(s)G(s)}r(t) - \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)}d_u(t) - \frac{C(s)}{1 + C(s)G(s)}d_y(t) - \frac{C(s)}{1 + C(s)G(s)}n(t). \quad (4.3)$$

Nota-se que as relações entre os sinais de entrada e saída se dão através de apenas alguns operadores de transferência distintos. Estes operadores são as funções de sensibilidade do sistema em malha fechada e, por conta disso, recebem o nome de *função de sensibilidade*, *função de sensibilidade complementar*, *função de sensibilidade de entrada* e *função de sensibilidade de controle*, elas podem ser vistas abaixo:

$$S(s) = \frac{1}{1 + C(s)G(s)} = \frac{1}{1 + \beta(s)}, \quad (4.4)$$

$$T(s) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{\beta(s)}{1 + \beta(s)}, \quad (4.5)$$

$$SG(s) = \frac{G(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{G(s)}{1 + \beta(s)}, \quad (4.6)$$

$$CS(s) = \frac{C(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{C(s)}{1 + \beta(s)}. \quad (4.7)$$

Para o projeto do controlador CRONE, utiliza-se a resposta em frequência do sistema dinâmico que deseja-se controlar, representada por três funções de transferência que descrevem a incerteza relacionada com este sistema. Seja $G'(s)$ o sistema com incertezas não estruturadas com $G(s)$ o modelo nominal e $\Delta G(s)$ o modelo da incerteza,

$$G'(s) = G(s) + \Delta G(s). \quad (4.8)$$

Para $G'(s)$, ω'_{cg} é frequência de cruzamento de ganho incerta,

$$\omega'_{cg} = \omega_{cg} + \Delta\omega_{cg}, \quad (4.9)$$

ω_{cg} a frequência de cruzamento do modelo nominal e $\Delta\omega_{cg}$ a representação da incerteza associada com a frequência de cruzamento. A margem de fase do sistema nominal é dada pela seguinte equação:

$$\phi_m = \arg(C(j\omega_{cg})) + \arg(G(j\omega_{cg})) + \pi. \quad (4.10)$$

Então:

$$\phi'_m = \arg(C(j\omega'_{cg})) + \arg(G(j\omega'_{cg})) + \pi, \quad (4.11)$$

é a nova margem de fase para o sistema com incertezas. Através da Equação (4.11) percebe-se que a margem de fase depende da variação da fase do sistema e do controlador, em função do impacto na frequência de cruzamento devido à incerteza do sistema.

Em vista disso, com o intuito de reduzir a variação da margem de fase do sistema, pode-se levar a zero as variações de fase do controlador e desprezar as variações do sistema, ou atuar diretamente na margem de fase do conjunto: sistema mais controlador. Como foi descrito no Capítulo 1, existem três gerações de controladores CRONE onde cada geração tem seu método de ajuste e é aplicada para uma classe específica de sistema e domínio de incerteza. Logo, o comportamento do sistema em malha aberta, em torno da frequência ω_{cg} , é decisivo quanto à escolha da geração do controlador CRONE no projeto.

4.1 CRONE GERAÇÃO 1

O CRONE geração 1, é definido para processos $G(s)$ conforme Equação (4.8) cujo ângulo da resposta em frequência é constante no entorno de ω_{cg} . Assume-se também que a incerteza no $\angle G(j\omega)$ no entorno de ω_{cg} é nula, isto é, o processo $G(s)$ possui somente incertezas de $|G(j\omega)|$ nesta região. Em outras palavras, esta estratégia deve ser usada quando a frequência ω_{cg} está dentro de uma faixa de frequências onde a fase da planta é constante (com relação

à frequência). Nesta faixa, a resposta em frequência da planta é assintótica, as variações da planta são apenas de ganho, como pode ser visto na Figura 4.3. Nesta Figura, ilustra-se um sistema incerto de modo que entre ω_A e ω_B , a incerteza se manifesta na seguinte forma: A fase da resposta em frequência é constante e o ganho é incerto porém de forma que a frequência de cruzamento está entre ω_A e ω_B , sendo $\omega_{cg} \in [\omega_A, \omega_B]$. O parâmetro p representa a declividade, em relação a 20dB/dec do ganho da resposta em frequência do sistema incerto.

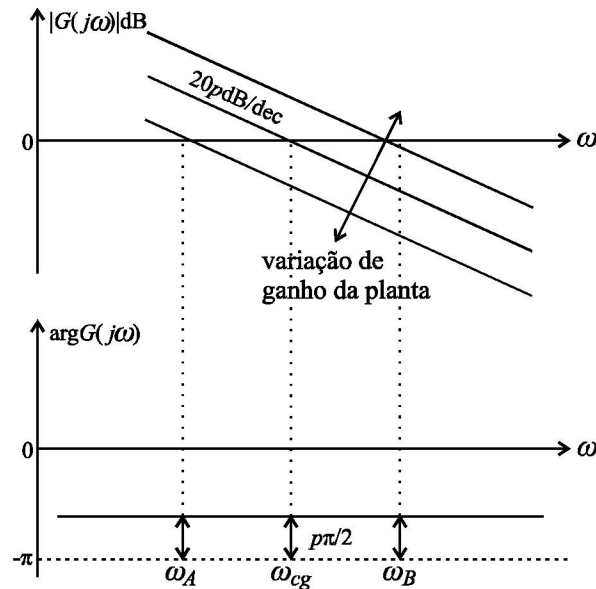


Figura 4.3: Malha aberta com uma fase constante e um ganho variável e, portanto, com uma margem de fase constante. Fonte: Baseado em Valério e Sá da Costa (2013).

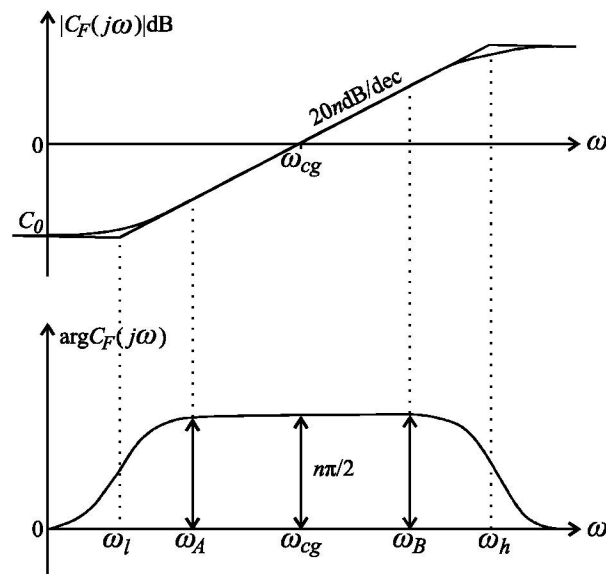


Figura 4.4: Diagrama de Bode de um controlador CRONE geração 1, ideal. Fonte: Baseado em Oustaloup e Bansard (1993).

Dentro de uma faixa de frequência $[\omega_A, \omega_B]$ em torno da frequência desejada ω_{cg} , o controlador CRONE é definido a partir da função de transferência de ordem fracionária de um integro-diferenciador de ordem n , como:

$$C_F(s) = C_0 \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_l}}{1 + \frac{s}{\omega_h}} \right)^n, \quad (4.12)$$

com n, ω_l, ω_h , e $C_0 \in \mathbb{R}$. A fase constante $n\pi/2$ caracteriza este controlador em torno da frequência ω_{cg} , conforme ilustrado na Figura 4.4. Quando o ganho da planta varia, o controlador de fase constante $C_F(s)$ não modifica a margem de fase. Assim, a faixa de frequência $[\omega_A, \omega_B]$ deve ser igual à faixa onde a frequência ω_{cg} possa variar. Logo, como especificações de desempenho para o sistema controlado em malha fechada, escolhe-se: (a) o valor nominal desejado da frequência de cruzamento de ganho em malha aberta (ω_{cg}) e, (b) a margem de fase. Conforme já comentado, o CRONE geração 1, é definido para plantas que em torno de ω_{cg} a fase seja constante, enquanto sua magnitude é incerta. Essa incerteza na magnitude pode ser calculada extraindo, no instante ω_{cg} , os valores mínimos e máximos de $G(j\omega)$, respectivamente G_l e G_h para $\omega = \omega_{cg}$. Com base nas Figuras 4.3 e 4.4, se o comportamento assintótico da planta é dado pelo parâmetro p , e o controlador é de ordem n , então tem-se que a margem de fase é:

$$M_\phi = (n + p + 2) \frac{\pi}{2}, \quad (4.13)$$

logo, tem-se que:

$$n + p = \frac{M_\phi}{90} - 2. \quad (4.14)$$

A partir da taxa de diminuição no ganho de magnitude em malha aberta e da incerteza de magnitude da planta, a fim de garantir a robustez da margem de fase, pode-se encontrar a faixa de frequência (em décadas) que $[\omega_A, \omega_B]$ precisa cobrir:

$$\log_{10} \frac{\omega_B}{\omega_A} = \left| \frac{|G_h(j\omega)|_{\omega=\omega_{cg}} - |G_l(j\omega)|_{\omega=\omega_{cg}}}{20(n + p)} \right|. \quad (4.15)$$

Definindo

$$\frac{\omega_B}{\omega_A} = 10^{\log_{10} \frac{\omega_B}{\omega_A}} = \omega_{AB}, \quad (4.16)$$

pode-se chegar ao valores de ω_A e ω_B , usando:

$$\omega_A = \frac{\omega_{cg}}{\sqrt{\omega_{AB}}}, \quad (4.17)$$

e,

$$\omega_B = \omega_{cg} \sqrt{\omega_{AB}}. \quad (4.18)$$

Levando em consideração a margem de fase necessária, a frequência de cruzamento de ganho em malha aberta pode variar de ω_A a ω_B . O intervalo $[\omega_l, \omega_h]$ deve ser selecionado de forma a conter $[\omega_A, \omega_B]$, e de tal forma a garantir fase constante em $[\omega_A, \omega_B]$ (ver Figura 4.4). Esta seleção é comumente proposta uma década maior que $[\omega_A, \omega_B]$ nos dois sentidos, isto é, conforme a seguir:

$$\omega_l = \frac{\omega_A}{10}, \quad (4.19)$$

e,

$$\omega_h = 10\omega_B. \quad (4.20)$$

Para limitar o erro em regime permanente e o nível de sensibilidade de controle, o $C_F(s)$ deve incluir um integrador de faixa limitada de ordem n_I e um filtro passa-baixa de ordem n_F :

$$C_F(s) = C_0 \left(\frac{\omega_I}{s} + 1 \right)^{n_I} \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_l}}{1 + \frac{s}{\omega_h}} \right)^n \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{\omega_F} \right)^{n_F}}, \quad (4.21)$$

onde n_I e n_F são, respectivamente, ordens inteiras positivas do integrador e do filtro passa-baixas definidos, respectivamente; n é um número real positivo, representando a ordem fracionária do controlador e C_0 é uma constante. Observa-se que o controlador CRONE geração 1, é próximo do controlador PID^μ definido pela Equação (3.14) e n_I e n_F são definidos da mesma maneira. A principal diferença é que ω_I , ω_l , ω_h e ω_F devem ser tais que uma fase constante seja alcançada em uma faixa de frequência $[\omega_A, \omega_B]$ que cobre a faixa de frequência onde ω_{cg} pode variar. As frequências ω_I e ω_F podem ser definidas como:

$$\omega_I = \frac{\omega_l}{2}, \quad (4.22)$$

e,

$$\omega_F = 2\omega_h. \quad (4.23)$$

Neste sentido, os valores de n e C_0 que garantem a margem de fase M_ϕ necessária, na frequência de cruzamento ω_{cg} , para todas as plantas no intervalo de incerteza considerado é (Sabatier et al., 2015):

$$n = \frac{-\pi + M_\phi - \arg G(j\omega_{cg}) + n_F \tan^{-1} \left(\frac{\omega_{cg}}{\omega_F} \right) + n_I \left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{\omega_{cg}}{\omega_I} \right) \right)}{\tan^{-1} \left(\frac{\omega_{cg}}{\omega_l} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{\omega_{cg}}{\omega_h} \right)}, \quad (4.24)$$

$$C_0 = \frac{\left(1 + \frac{\omega_{cg}^2}{\omega_F^2}\right)^{0,5n_F}}{|G(j\omega_{cg})| \left(\frac{\omega_h}{\omega_l}\right)^{0,5n} \left(1 + \frac{\omega_l^2}{\omega_{cg}^2}\right)^{0,5n_l}}. \quad (4.25)$$

Normalmente, o CRONE é implementado na forma de uma função de transferência racional de polinômios na variável s . Para tanto, a parte de ordem fracionária da Equação (4.21) é substituída por uma função racional, procedimento este que pode ser realizado através do método de aproximação de Oustaloup, apresentado na Subseção 2.10.1.

Caso o sistema não tenha resposta em frequência com as condições necessárias para a implementação do controlador CRONE geração 1, a geração 2 poderá ser utilizada.

4.1.1 Exemplo de aplicação 1 - CRONE geração 1

Para exemplificar o comportamento e a sintonia do controlador CRONE geração 1, faz-se o uso aqui, de um sistema de segunda ordem, representado pela Equação (4.26). Assume-se que esse sistema possua incertezas estruturadas apenas no ganho K .

$$G(s) = \frac{K}{s(s+T)}, \quad (4.26)$$

sendo $G(s)$ um sistema aleatório amostrado uniformemente nos intervalos $K = 10 \pm 5$, onde T permanece igual a 1 em todos os intervalos. O diagrama de Bode da planta a ser controlada é mostrado na Figura 4.5.

As especificações de desempenho para o sistema controlado em malha fechada são: (a) valor nominal da frequência de cruzamento de ganho em malha aberta (ω_{cg}) igual a 100 rad/s com uma margem de fase de 50° . Em torno de 100 rad/s, a fase da planta é constante, enquanto sua magnitude é incerta. Essa incerteza na magnitude pode ser calculada extraindo, no instante 100 rad/s, os valores mínimos e máximos de $G(j\omega)$, respectivamente G_l e G_h para $\omega = \omega_{cg}$.

Antes de dar andamento ao projeto do controlador, é necessário saber qual a faixa de frequência $[\omega_A, \omega_B]$ onde ω_{cg} possa variar. Assim, tem-se que a incerteza na magnitude da planta é de $-56,5 \text{ dB} - (-66,04 \text{ dB}) = 9,54 \text{ dB}$. Para este caso, não há variação de fase. Da Equação (4.13), tem-se:

$$n + p = \frac{50}{90} - 2 = -1,4444. \quad (4.27)$$

A partir da taxa de diminuição no ganho de magnitude em malha aberta e da incerteza de magnitude da planta, a fim de garantir a robustez da margem de fase, a faixa de frequência $[\omega_A, \omega_B]$ precisa cobrir 0,3303 década:

$$\log_{10} \frac{\omega_B}{\omega_A} = \left| \frac{9,54}{20(n+p)} \right| = 0,3303, \quad (4.28)$$

logo,

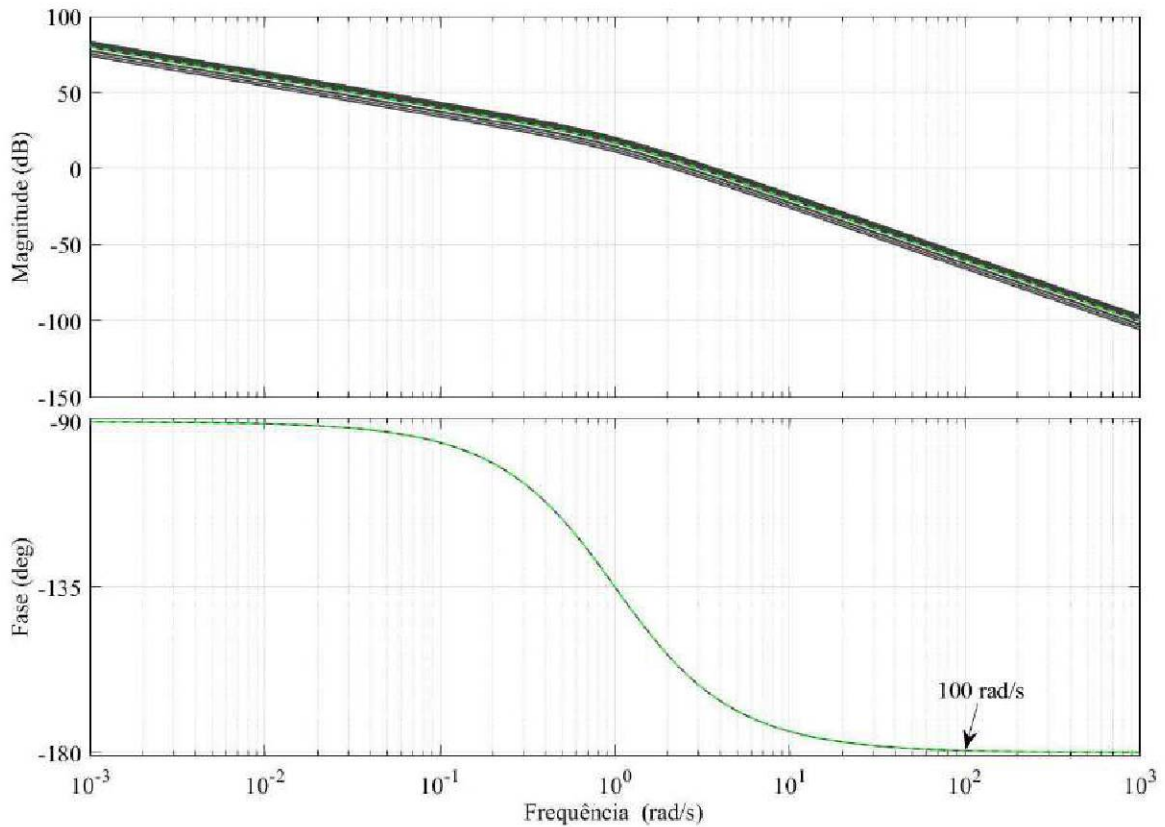


Figura 4.5: Diagrama de Bode de $G(s)$, onde as linhas contínuas (–) em preto, representam as variações de K , sendo $K = 10 \pm 5$, e a linha tracejada (- -) em verde representa o valor nominal de $G(s)$.

$$\frac{\omega_B}{\omega_A} = 10^{0,3303} = 2,1395. \quad (4.29)$$

Como a planta nominal leva à magnitude média da resposta da frequência de malha aberta em torno de 100 rad/s, chega-se aos valores de ω_A e ω_B :

$$\omega_A = \frac{\omega_{cg}}{\sqrt{2,1395}} = 68,3664 \text{ rad/s}, \quad (4.30)$$

e,

$$\omega_B = \omega_{cg} \sqrt{2,1395} = 146,2707 \text{ rad/s}. \quad (4.31)$$

Levando em consideração a margem de fase necessária, a frequência de cruzamento de ganho em malha aberta pode variar de cerca de 68,3664 a 146,2707 rad/s. De acordo com a Equação (4.19) e (4.20), ω_l e ω_h são dados por:

$$\omega_l = \frac{\omega_A}{10} = 6,8366 \text{ rad/s}, \quad (4.32)$$

e,

$$\omega_h = 10\omega_B = 1462,7 \text{ rad/s}. \quad (4.33)$$

Neste exemplo n_I e n_F são escolhidos como 1. De acordo com a Equação (4.22) e (4.23), ω_I e ω_F são dados por:

$$\omega_I = \frac{\omega_l}{2} = 3,4183 \text{ rad/s}, \quad (4.34)$$

e,

$$\omega_F = 2\omega_h = 2925,4 \text{ rad/s}. \quad (4.35)$$

Como $|G(j100)| = 9,9995 \times 10^{-4}$ e $\arg G(j100) = -180^\circ$, usando as Equações (4.24) e (4.25), a margem de fase nominal e a frequência de cruzamento de ganho em malha aberta são garantidas com $n = 0,6491$ e $C_0 = 175,2689$:

$$n = \frac{-\pi + 0,87 - \arg G(j100) + \tan^{-1}\left(\frac{100}{2925,4}\right) + \left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1}\left(\frac{100}{3,4183}\right)\right)}{\tan^{-1}\left(\frac{100}{68366}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{100}{1462,7}\right)} = 0,6491, \quad (4.36)$$

$$C_0 = \frac{\left(1 + \frac{100^2}{2925,4^2}\right)^{0,5}}{|G(j100)| \left(\frac{1462,7}{68366}\right)^{0,5 \times 0,6491} \left(1 + \frac{3,4183^2}{100^2}\right)^{0,5}} = 175,2689. \quad (4.37)$$

Portanto, substituindo esses valores na Equação (4.21) chega-se ao controlador CRONE geração 1:

$$C_F(s) = 175,2689 \left(\frac{3,4183}{s} + 1\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{68366}}{1 + \frac{s}{1462,7}}\right)^{0,6491} \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{2925,4}\right)}. \quad (4.38)$$

Para que seja possível a implementação do controlador CRONE geração 1, faz-se necessária a aproximação da ordem 0,6491 para uma ordem racional. Para tanto, utiliza-se o método de aproximação de Oustaloup. Como a faixa de frequência $[\omega_l, \omega_h]$ cobre quatro décadas, $N = 5$ é suficiente para aproximar a ordem fracionária que aparece na Equação (4.38). As taxas recursivas são definidas por: $\alpha = 2,0069$ e $\eta = 1,4573$. Assim, o controlador CRONE geração 1, racional encontra-se na Equação (4.39).

$$C_R(s) = 175,2689 \left(\frac{3,4183}{s} + 1\right) \times \left(\frac{1 + \frac{s}{82530}}{1 + \frac{s}{165629}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{241365}}{1 + \frac{s}{484396}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{705889}}{1 + \frac{s}{1416653}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{2064427}}{1 + \frac{s}{4143108}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{6037575}}{1 + \frac{s}{12111,7}}\right) \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{2925,4}\right)}. \quad (4.39)$$

Com o intuito de comparar o controlador CRONE geração 1, com um controlador PID de ordem inteira. Projeta-se aqui um controlador PID na forma serial, dado pela Equação (3.13). Para o projeto deste controlador, considera-se as mesmas especificações utilizadas no projeto do CRONE geração 1, ou seja, valor nominal da frequência de cruzamento de ganho em malha aberta (ω_{cg}) igual a 100 rad/s com uma margem de fase de 50° ou 0,87 rad/s. Da relação da Equação (3.15), escolhe-se $\alpha = 5$ pode-se tirar que $\omega_I = 20$ e $\omega_F = 500$. Como $|G(j100)| = 9,9995 \times 10^{-4}$ e $\arg G(j100) = -3,1316$, pode-se agora encontrar o valor de ϕ_M , que pode ser a fase de avanço ou atraso fornecida pelo termo derivativo do controlador. Assim, para o requisito de margem de fase:

$$\phi_M = -\pi + 0,87 - \arg G(j100) + 2 \tan^{-1} \left(\frac{100}{500} \right) = 1,2575 \text{ rad/s.} \quad (4.40)$$

Assim, tem-se:

$$\frac{\omega_2}{\omega_{cg}} = \tan \left(\frac{1,2575 + \frac{\pi}{2}}{2} \right) = 6,3305. \quad (4.41)$$

$$C_0 = \frac{1}{(6,3305)|G(j100)|} = 157,9726. \quad (4.42)$$

Agora, pode-se finalmente encontrar os valores de $\omega_2 = 633,0529$ e $\omega_1 = 15,7965$. Logo, chega-se à Equação abaixo:

$$C(s) = 157,9726 \left(\frac{20}{s} + 1 \right) \left(\frac{1 + \frac{s}{15,7965}}{1 + \frac{s}{633,0529}} \right) \frac{1}{(1 + \frac{s}{500})}. \quad (4.43)$$

Quanto aos resultados, pode-se observar pela Figura 4.6 que o controlador CRONE geração 1 garantiu que todos os modelos dentro da região de incerteza tangenciassem o mesmo contorno, o que pode refletir a robustez do controlador. Também pode-se observar através dos gráficos das Figuras 4.7 e 4.8 que ambos os controladores forneceram uma margem de fase de 50 graus em ω_{cg} , porém o CRONE garantiu margem de fase especificada para todos os modelos dentro da região de incerteza. Através da Figura 4.9 percebe-se que como o controlador CRONE teve uma margem de fase constante para todos os modelos dentro de uma faixa especificada, a sobre-elevação do sinal de saída no tempo do controlador CRONE também manteve-se constante, diferente do controlador PID série. Essa sobre-elevação do sinal de saída chegou a 1,25 do CRONE contra 1,39 do PID. O tempo de acomodação dos controladores foi semelhante, ambos estabilizaram no instante 0,2 segundos. Da Figura 4.10, observa-se que o esforço de controle do controlador CRONE foi superior ao do PID, chegando a 3400 contra 2150 do PID. Por fim, na Figura 4.11 tem-se as funções de sensibilidade do controlador CRONE geração 1 para os três modelos de planta G_l , G_0 e G_h .

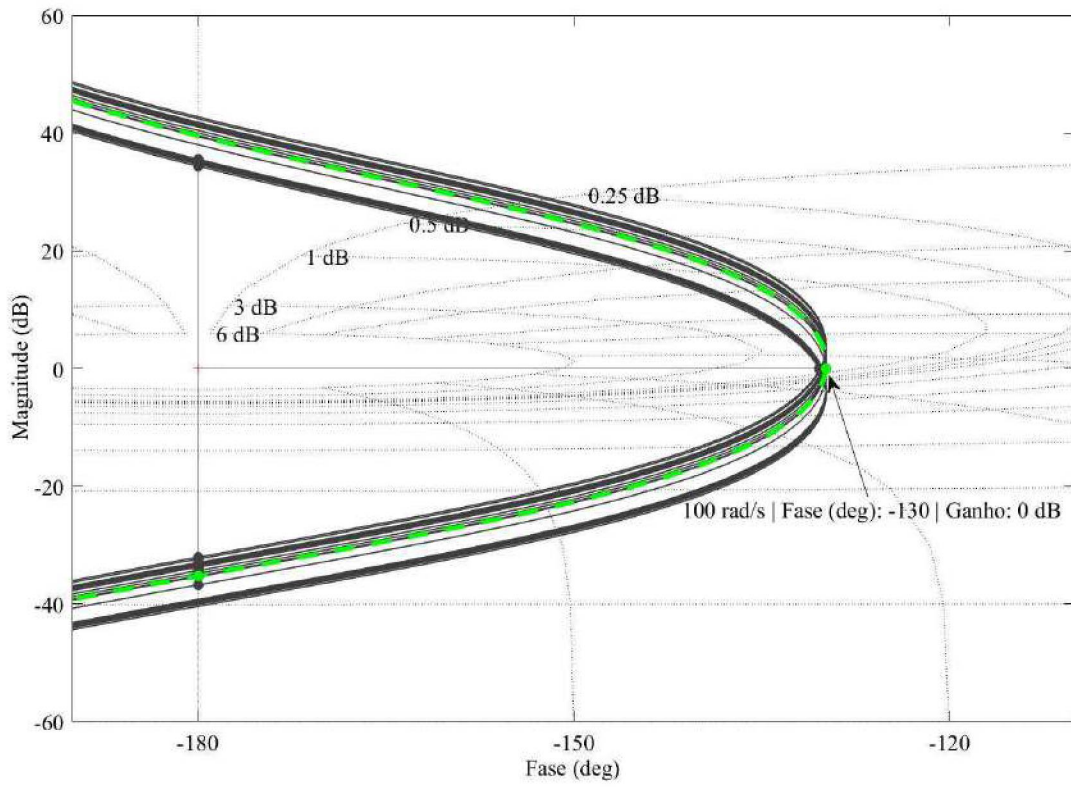


Figura 4.6: Diagrama de Nichols de malha aberta do sistema para possibilidades de $G(s)$ dentro do intervalo $K = 10 \pm 5$ (linha contínua (-)). O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada (- -).

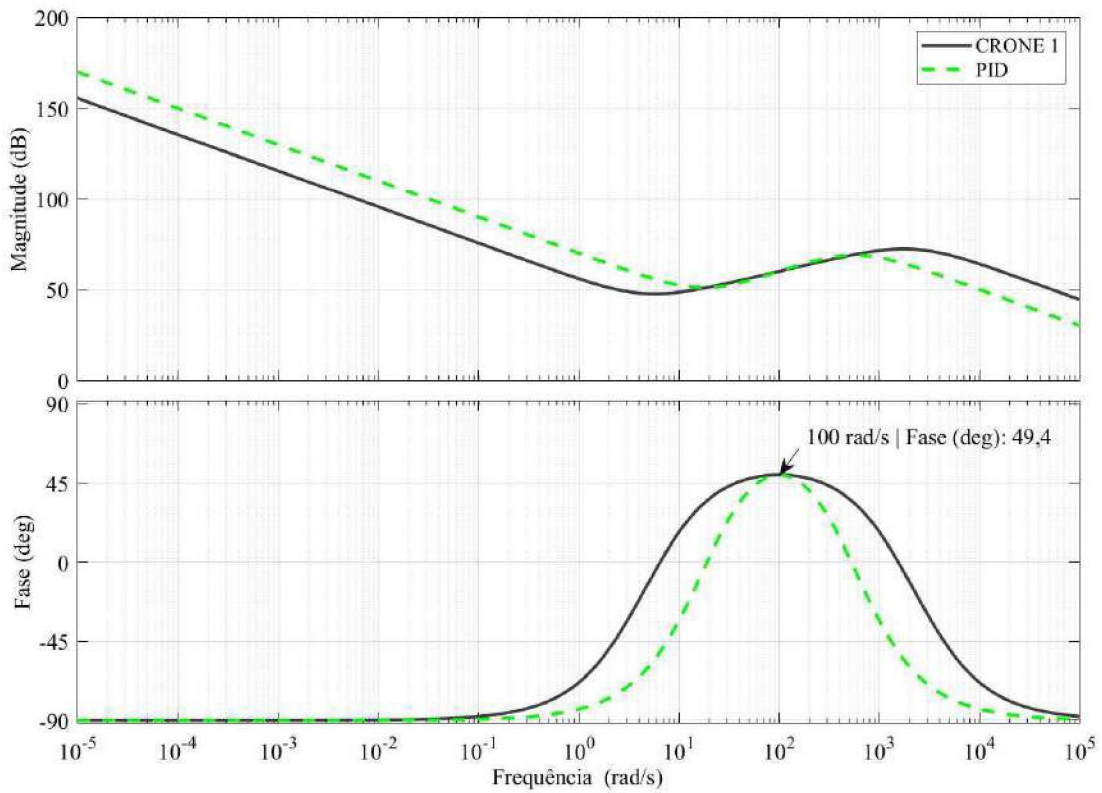


Figura 4.7: Diagrama de Bode do controlador $C(s)$.

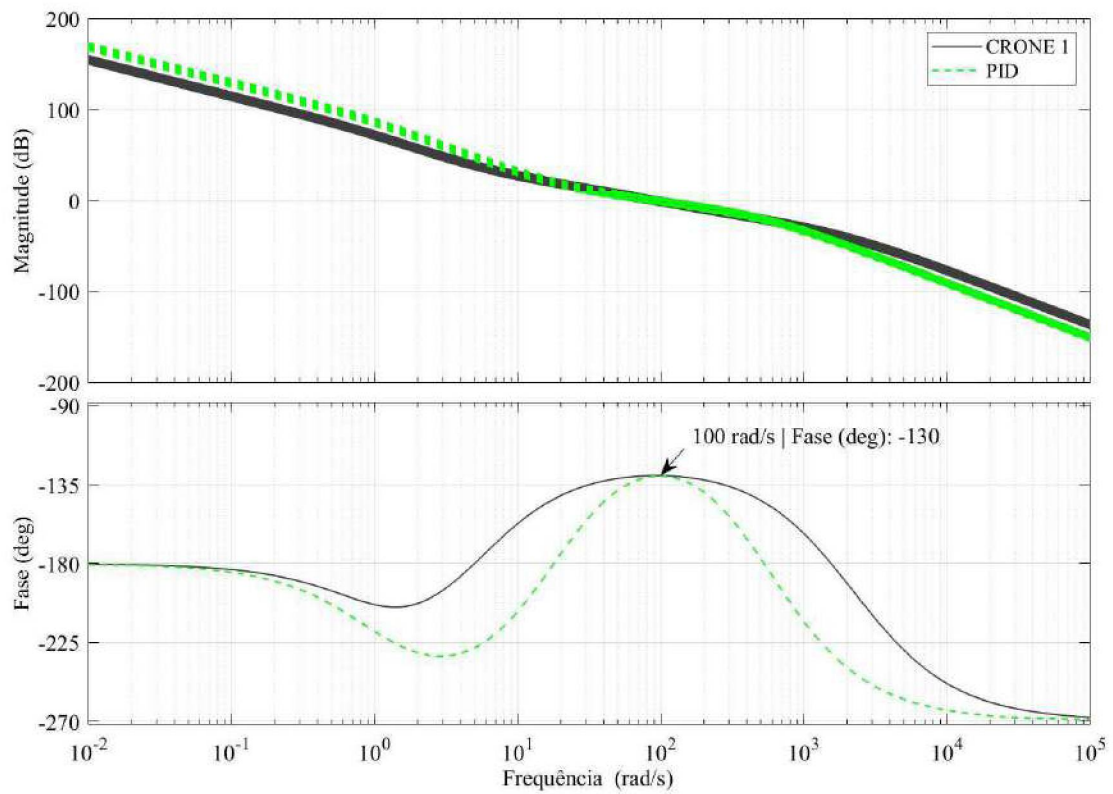


Figura 4.8: Diagrama de Bode do sistema de malha aberta para possibilidades de $G(s)$ sendo $K = 10 \pm 5$.

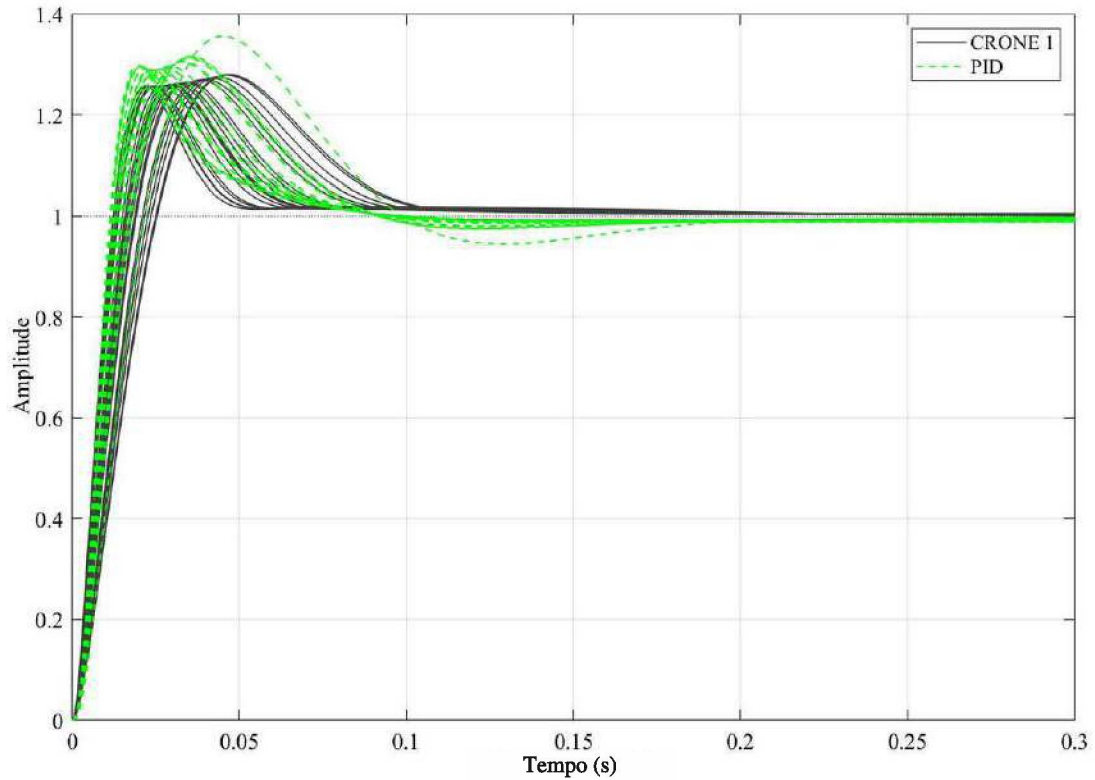


Figura 4.9: Resposta ao degrau de malha fechada para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$.

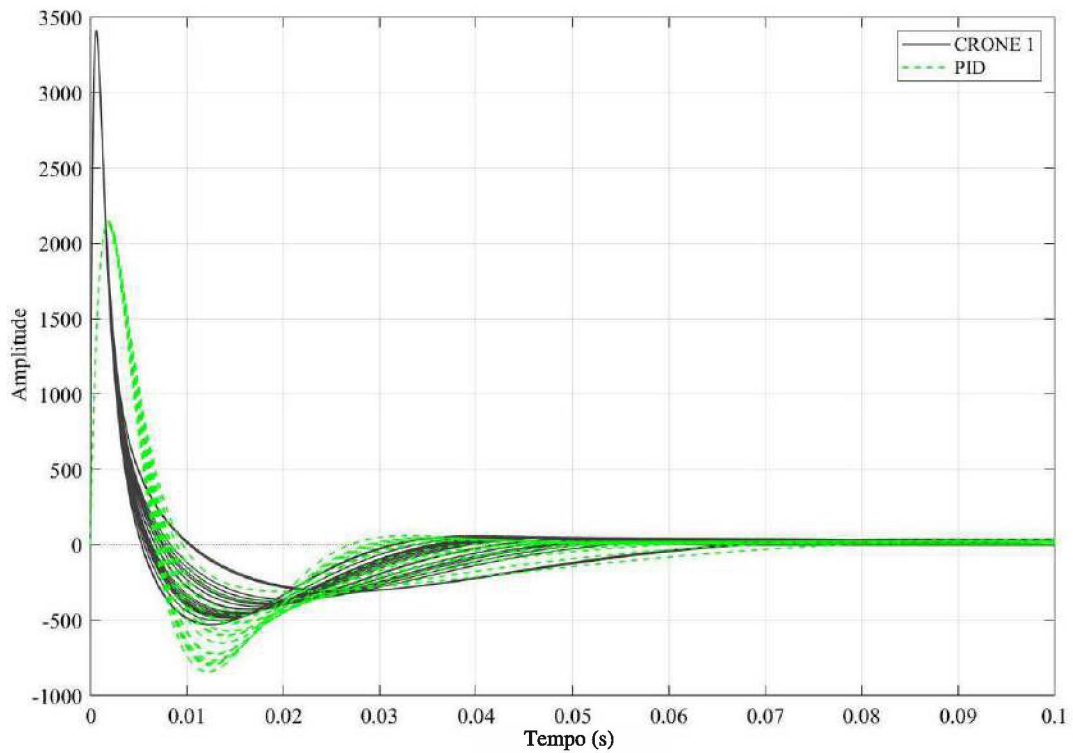


Figura 4.10: Sinal de controle para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$.

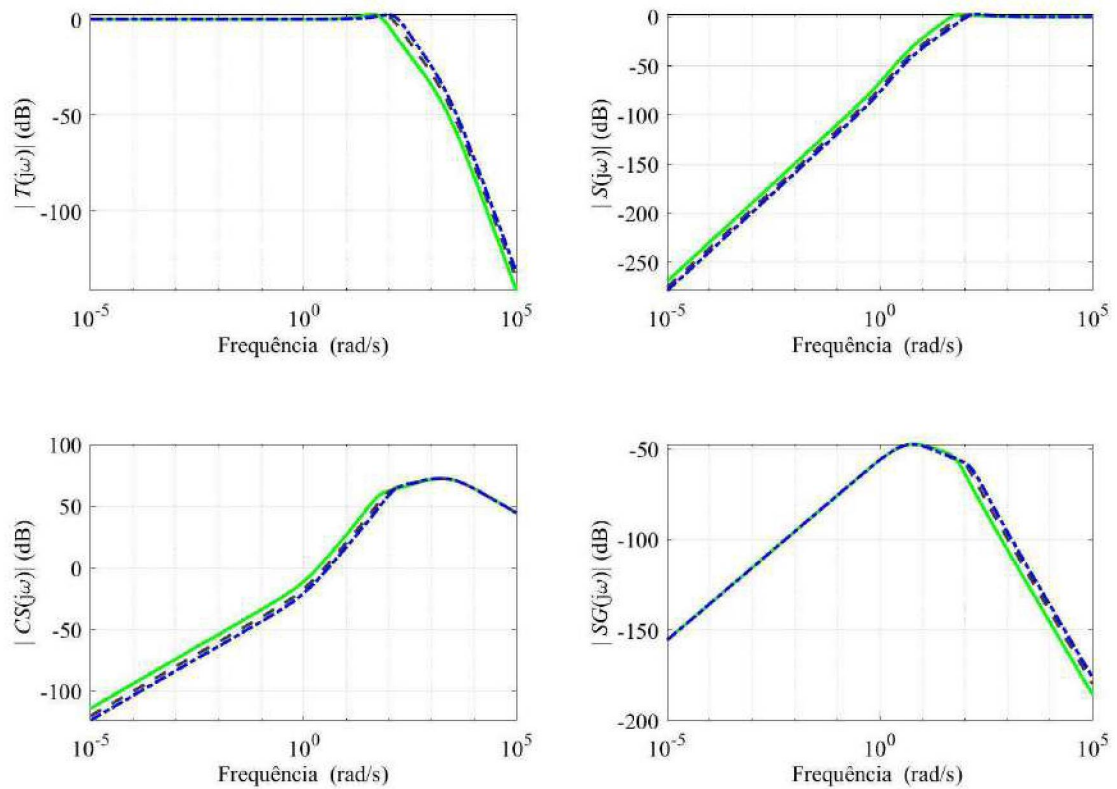


Figura 4.11: Funções de sensibilidade CRONE geração 1 para 3 possibilidades específicas de $G(s)$, sendo $K = 5$ para G_l (-), $K = 10$ para G_o (- -) e $K = 15$ para G_h (-.-).

4.1.2 Exemplo de aplicação 2 - CRONE geração 1

Para exemplificar o comportamento e a sintonia do controlador CRONE geração 1 para um ω_{cg} fora da região de comportamento assintótico da planta em alta frequência, faz-se o uso aqui, do sistema de segunda ordem, utilizado no exemplo da Subseção 4.1.1 representado pela Equação (4.26).

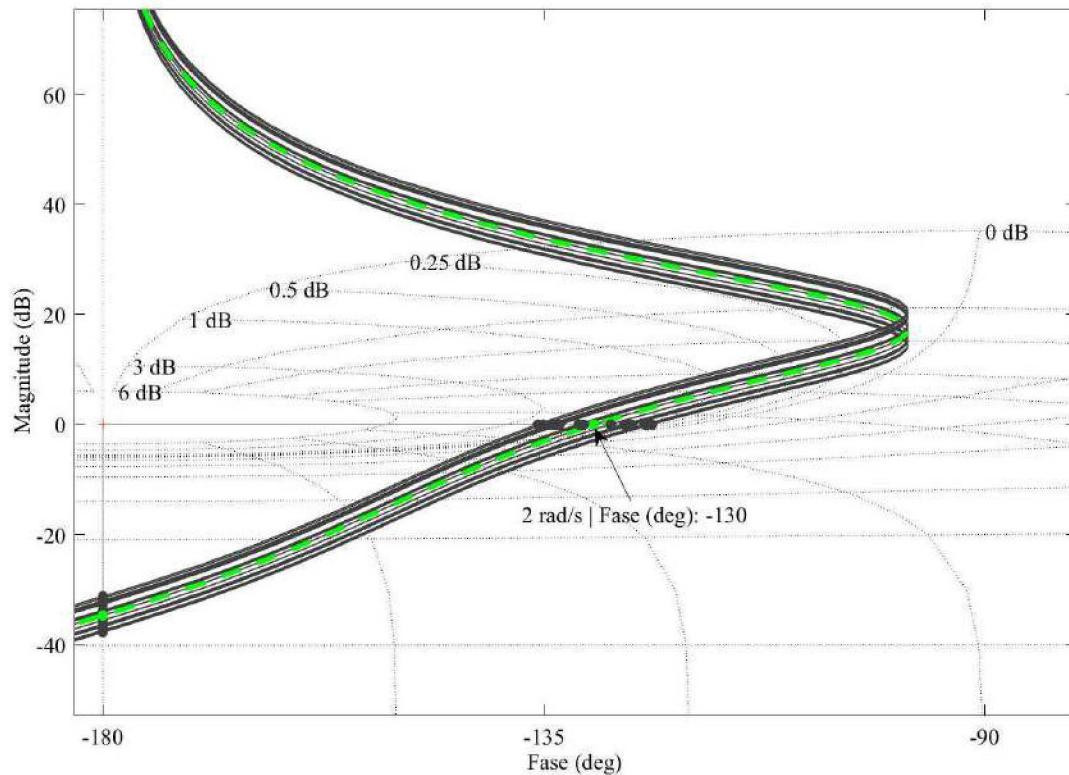


Figura 4.12: Diagrama de Nichols de malha aberta do sistema para possibilidades de $G(s)$ dentro do intervalo $K = 10 \pm 5$ (linha contínua (-)). O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada (- -).

Escolhe-se agora um $\omega_{cg} = 2 \text{ rad/s}$ e uma margem de fase $M_\phi = 50^\circ$. O método de sintonia utilizado neste caso é o mesmo utilizado no exemplo da Subseção 4.1.1. Para verificar o comportamento do controlador, plotou-se aqui apenas o Diagrama de Nichols e o sinal de saída, suficientes para o entendimento sobre o funcionamento do controlador.

Através do gráfico de Nichols da Figura 4.12 percebe-se que as funções de transferência não tangenciam o mesmo contorno no ponto especificado (0 dB , 2 rad/s , -130°). Quanto as respostas ao degrau em malha fechada (Figura 4.13), pode-se observar que os *overshoots* não são constantes. Assim, pode-se confirmar que o controlador CRONE geração 1 não apresenta características de robustez para uma região fora do comportamento assintótico. Logo, o CRONE geração 2 deve ser utilizado.

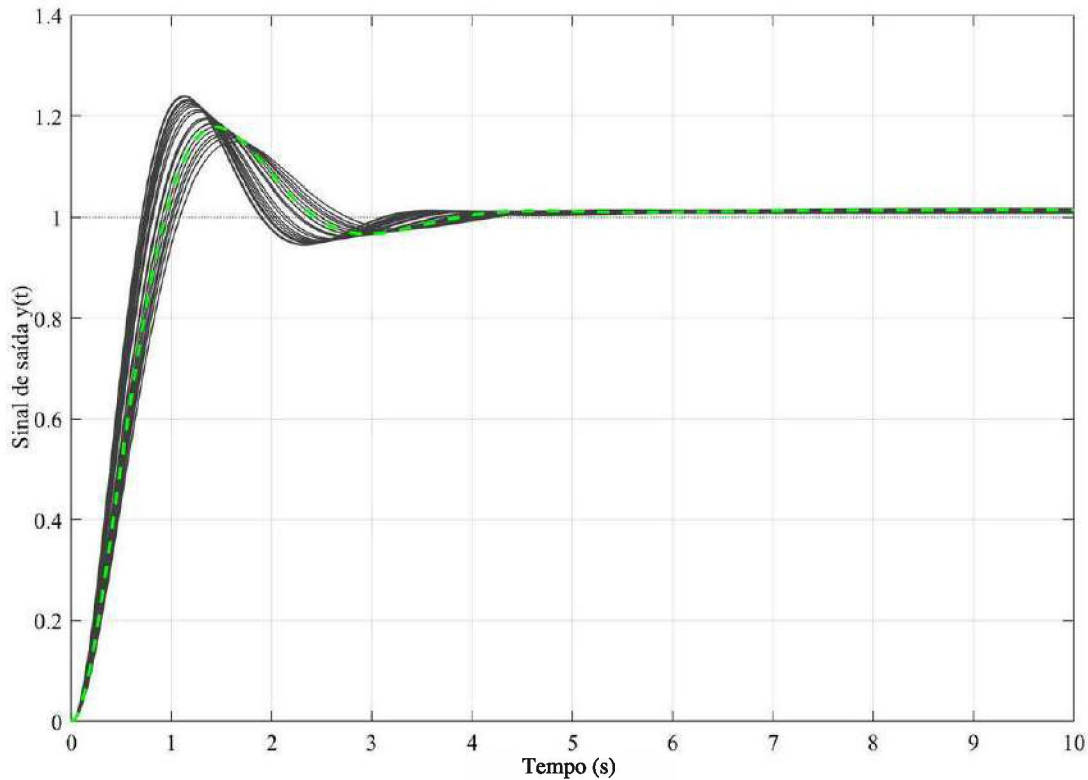


Figura 4.13: Resposta ao degrau do sistema para possibilidades de $G(s)$ dentro do intervalo $K = 10 \pm 5$ (linha contínua (-)). O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada (- -).

4.2 CRONE GERAÇÃO 2

O controlador CRONE geração 2, também baseia-se na hipótese de que o modelo incerto $G(s)$ do processo é definido conforme Equação (4.8). Os parâmetros de desempenho desejados também são especificados conforme o CRONE geração 1, isto é, frequência de cruzamento de ganho ω_{cg} e margem de fase M_ϕ do sistema em malha fechada. Ao contrário do CRONE geração 1, o CRONE geração 2 não requer que $\angle G(s)$ seja constante no entorno de ω_{cg} . Entretanto, como no CRONE geração 1, assume-se que a incerteza no $\angle G(j\omega)$ no entorno de ω_{cg} é nula, isto é, o processo $G(s)$ possui somente incertezas de $|G(j\omega)|$. Neste caso, o projeto CRONE geração 2, garante estabilidade para a frequência de cruzamento e margem de fase especificadas. Se o CRONE geração 1, é baseado em um controlador de fase constante em torno de ω_{cg} , o CRONE geração 2, baseia-se na fase constante de $C(s)G(s)$ em torno de ω_{cg} . O CRONE geração 2, então, consiste em cancelar diretamente as variações da margem de fase.

A robustez do controlador CRONE geração 2, é ilustrada por uma reta vertical na curva de Nichols do sistema em malha fechada. A Figura 4.14 mostra que o comportamento assintótico de ordem n definido pela reta vertical entre ω_A e ω_B (paralela ao eixo das ordenadas) pode ser descrito por uma função de transferência, de ordem não inteira, em torno de ω_{cg} :

$$\beta(s) = \left(\frac{\omega_{cg}}{s}\right)^n, \quad (4.44)$$

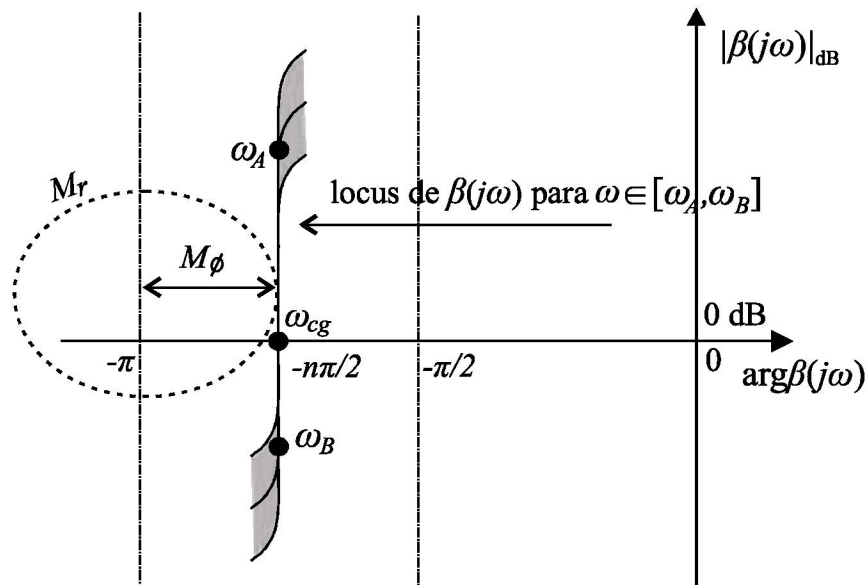


Figura 4.14: Padrão reto e vertical da curva de Nichols no entorno de ω_{cg} (linha sólida em negrito) garantindo a robustez da margem de fase M_ϕ e do pico ressonante M_r . Fonte: Baseado em Sabatier et al. (2015).

com $\omega \in \mathbb{R}$ e $n \in [1, 2]$, uma vez que sua fase está em conformidade com a posição angular da reta, ou seja,

$$\arg \beta(j\omega) = -n\frac{\pi}{2}. \quad (4.45)$$

A função de sensibilidade complementar $T(s)$ e a função de sensibilidade $S(s)$ são então expressas na forma:

$$T(s) = \frac{\beta(s)}{1 + \beta(s)} = \frac{1}{1 + \left(\frac{s}{\omega_{cg}}\right)^n}, \quad (4.46)$$

e,

$$S(s) = \frac{1}{1 + \beta(s)} = \frac{\left(\frac{s}{\omega_{cg}}\right)^n}{1 + \left(\frac{s}{\omega_{cg}}\right)^n}. \quad (4.47)$$

Em torno de ω_{cg} , o gráfico de Nichols de $\beta(s)$ é uma linha reta vertical cuja localização da fase (no eixo das abscisas) é determinada apenas pela ordem n (Figura 4.14). Sendo esta linha, a forma desejada do gráfico de Nichols da resposta da frequência em malha aberta, aqui, define-se ela como uma reta de frequência ou simplesmente reta. A reta vertical é formada pela variação da frequência e, independente de ω_{cg} dentro da faixa formada pela incerteza paramétrica, mantém a distância para $-\pi$ constante. Isso garante a robustez de Margem de Fase.

A área cinza da Figura 4.14 representa a incerteza (ou perturbação) da resposta da frequência de malha aberta. Este deslocamento vertical do modelo garante que: (i) a margem de fase robusta M_ϕ seja igual a:

$$M_\phi = (2 - n)\pi/2, \quad (4.48)$$

onde n pode ser encontrado por:

$$n = (180^\circ - M_\phi)/90^\circ; \quad (4.49)$$

(ii) um pico de ressonância robusto M_r expresso por:

$$M_r = \frac{\sup_{\omega} |T(j\omega)|}{|T(j0)|} = \frac{1}{\sin(n\pi/2)}; \quad (4.50)$$

(iii) uma margem de ganho robusta M_m expressa por:

$$M_m = \inf_{\omega} |\beta(j\omega) + 1| = \left(\sup_{\omega} |S(j\omega)| \right)^{-1} = \sin(n\pi/2), \quad (4.51)$$

(iv) uma razão de amortecimento robusta diretamente deduzida do meio-ângulo central formado pelos dois polos complexos conjugados de malha fechada de $T(s)$ e de $S(s)$:

$$\zeta = \cos \theta = \cos \left(\pi - \frac{\pi}{n} \right) = -\cos(\pi/n), \quad (4.52)$$

introduzindo assim a noção de modo oscilatório robusto. Para gerenciar o nível de esforço de controle e os erros em regime permanente fornecidos pelo controlador CRONE, a função de transferência de malha aberta de ordem fracionária (4.44) deve ser limitada em banda e incluir efeitos integrais e passa-baixas. A função de transferência de ordem fracionária nominal em malha aberta é definida por:

$$\beta(s) = K \left(\frac{\omega'_l}{s} + 1 \right)^{n_l} \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_h}}{1 + \frac{s}{\omega'_l}} \right)^n \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{\omega'_h} \right)^{n_h}}, \quad (4.53)$$

com $\omega'_l, \omega_l, \omega_h, \omega'_h$ e $K \in \mathbb{R}^+$ e n_l e $n_h \in \mathbb{N}^+$. A Figura 4.15 apresenta a forma da resposta em frequência de malha aberta $\beta(s)$ definida a partir de seu valor nominal (4.53) com valores dados de $\omega'_l, \omega_l, \omega_h, \omega'_h, n_l$ e n_h .

Os parâmetros n_l e n_h são encontrados a partir dos valores de n_{pl} e n_{ph} , que representam a ordem do comportamento assintótico da magnitude da planta (declive de -20 dB/dec) em baixa frequência ($\omega < \omega'_l$) e em alta frequência ($\omega > \omega'_h$). Logo, as ordens n_l e n_h são dados por $n_l \geq n_{pl}$ e $n_h \geq n_{ph}$. Assim, as ordens inteiras n_l e n_h são definidas levando-se em consideração a especificação de desempenho e o comportamento assintótico da magnitude da planta em baixas e altas frequências.

A fim de garantir a robustez da margem de fase, pode-se encontrar a faixa de frequência (em décadas) que $[\omega_A, \omega_B]$ precisa cobrir:

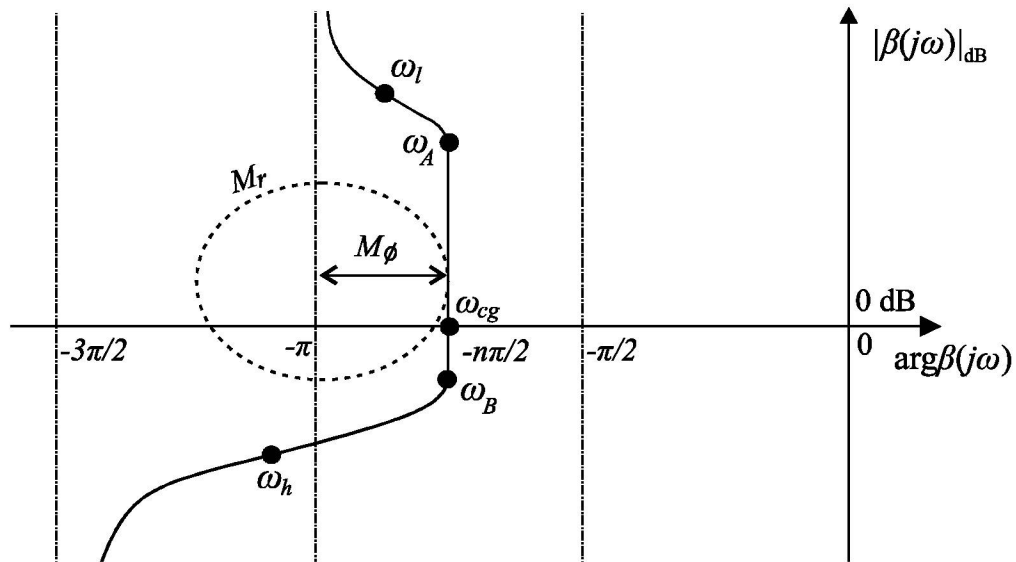


Figura 4.15: Gráfico de Nichols de malha aberta para $\omega'_l = \omega_l$, $\omega'_h = \omega_h$, $n_l = 2$ e $n_h = 3$.

Fonte: Baseado em Sabatier et al. (2015).

$$\log_{10} \frac{\omega_B}{\omega_A} = \left| \frac{|G_h(j\omega)|_{\omega=\omega_{cg}} - |G_l(j\omega)|_{\omega=\omega_{cg}}}{20(n+p)} \right|. \quad (4.54)$$

Definindo

$$\frac{\omega_B}{\omega_A} = 10^{\log_{10} \frac{\omega_B}{\omega_A}} = \omega_{AB}, \quad (4.55)$$

pode-se chegar aos valores de ω_A e ω_B , usando:

$$\omega_A = \frac{\omega_{cg}}{\sqrt{\omega_{AB}}}, \quad (4.56)$$

e,

$$\omega_B = \omega_{cg} \sqrt{\omega_{AB}}. \quad (4.57)$$

Levando em consideração a margem de fase necessária, a frequência de cruzamento de ganho em malha aberta pode variar de ω_A a ω_B . O intervalo $[\omega_l, \omega_h]$ deve ser selecionado de forma a conter $[\omega_A, \omega_B]$, e de tal forma a garantir fase constante em $[\omega_A, \omega_B]$. Esta seleção é comumente proposta uma década maior que $[\omega_A, \omega_B]$ nos dois sentidos, isto é, conforme a seguir:

$$\omega_l = \frac{\omega_A}{20}, \quad (4.58)$$

e,

$$\omega_h = 20\omega_B. \quad (4.59)$$

A ordem fracionária n e o ganho K devem garantir a margem de fase nominal M_ϕ necessária e a frequência de cruzamento de ganho de malha aberta ω_{cg} (Sabatier et al., 2015; Moreau et al., 2018):

$$n = \frac{-\pi + M_\phi + n_h \tan^{-1} \left(\frac{\omega_{cg}}{\omega'_h} \right) + n_l \left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{\omega_{cg}}{\omega'_l} \right) \right)}{\tan^{-1} \left(\frac{\omega_{cg}}{\omega_h} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{\omega_{cg}}{\omega_l} \right)}, \quad (4.60)$$

$$K = \left(\frac{\omega_{cg}}{\omega_l} \right)^{n_l} \left(1 + \left(\frac{\omega_{cg}}{\omega_l} \right)^2 \right)^{(n-n_l)/2} \left(1 + \left(\frac{\omega_{cg}}{\omega_h} \right)^2 \right)^{(n_h-n)/2}. \quad (4.61)$$

Para poder ser implementado na forma de uma função de transferência racional de polinômios na variável s , a parte de ordem fracionária da Equação (4.53) é substituída por uma função racional. Pode-se fazer isso utilizando o método de aproximação de Oustaloup. Na sequência, assumindo β_R como sendo a função de transferência racional em malha aberta, tem-se que, o controlador racional $C_R(s)$ a ser implementado é:

$$C_R(s) = G_0^{-1}(s)\beta_R(s). \quad (4.62)$$

4.2.1 Exemplo de aplicação 1 - CRONE geração 2

Para exemplificar o comportamento e a sintonia do controlador CRONE geração 2, faz-se o uso aqui, do sistema de segunda ordem, utilizado nos exemplos das Subseções 4.1.1 e 4.1.2 representado pela Equação (4.26). As especificações para o sistema controlado são as seguintes: valor nominal da frequência de cruzamento de ganho em malha aberta (ω_{cg}) igual a 2 rad/s com uma margem de fase de 50° .

O diagrama de Bode da planta a ser controlada para as variações de K é mostrado na Figura 4.16. Percebe-se através do gráfico que a planta possui variações apenas de ganho. Observa-se também que na frequência de cruzamento especificada, a margem de fase não é constante, logo, o CRONE geração 1, não deve ser utilizado, assim como foi demonstrado no exemplo da Subseção 4.1.2. A incerteza na magnitude pode ser calculada extraindo, no instante 2 rad/s, os valores da magnitude de $G_l(s)$ e $G_h(s)$. Assim, tem-se que a incerteza na magnitude da planta é de $-56,5 \text{ dB} - (-66,04 \text{ dB}) = 9,54 \text{ dB}$. A partir da margem de fase necessária (Equação (4.49)) e sua relação com a ordem fracionária de malha aberta, resulta que:

$$n = (180^\circ - 50^\circ)/90^\circ = 1,4444. \quad (4.63)$$

A partir da taxa de diminuição do ganho de magnitude em malha aberta e da incerteza de magnitude da planta, a fim de garantir a robustez da margem de fase, a faixa de frequência $[\omega_A, \omega_B]$ precisa cobrir a década de 0,3303:

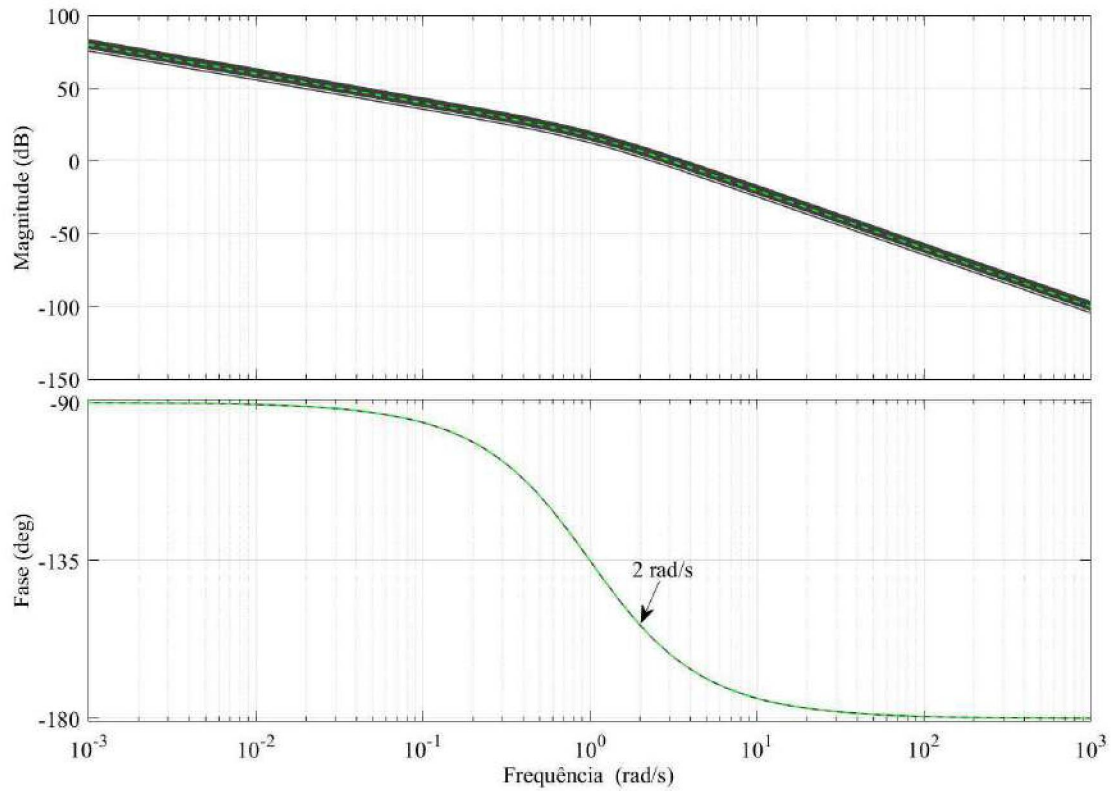


Figura 4.16: Diagrama de Bode de $G(s)$, onde as linhas contínuas (–) em preto, representam as variações de K , sendo $K = 10 \pm 5$, e a linha tracejada (- -) em verde representa o valor nominal de $G(s)$.

$$\log_{10} \frac{\omega_B}{\omega_A} = \left| \frac{9,54}{20(n)} \right| = 0,3303, \quad (4.64)$$

logo,

$$\frac{\omega_B}{\omega_A} = 10^{0,3303} = 2,1395. \quad (4.65)$$

À medida que a planta nominal leva à magnitude média da resposta de frequência de malha aberta em torno de 2 rad/s, então:

$$\omega_A = \omega_{cg} / \sqrt{2,1395} = 1,3673 \text{ rad/s}, \quad (4.66)$$

e,

$$\omega_B = \omega_{cg} \sqrt{2,1395} = 2,9254 \text{ rad/s}. \quad (4.67)$$

Para simplificar o projeto, ω_l e ω_h são, respectivamente, iguais ω'_l e ω'_h . A ordem de baixa frequência ($\omega \ll \omega_A$) da planta é $n_{pl} = 1$, porém para corrigir o erro em regime permanente do sinal de saída do gráfico da Figura 4.19, n_l é definido como 3. Como a ordem de alta frequência ($\omega \gg \omega_B$) da planta é $n_{ph} = 2$, n_h é definido como 3. Em seguida, pode-se encontrar as frequências ω_l e ω_h :

$$\omega_l = \omega_A/20 = 0,0684 \text{ rad/s}, \quad (4.68)$$

e,

$$\omega_h = 20\omega_B = 58,5083 \text{ rad/s}. \quad (4.69)$$

Usando as Equações (4.60) e (4.61), a margem de fase nominal e a frequência de cruzamento de ganho de malha aberta são garantidos com $n = 1,37$ e $K = 103,2966$:

$$n = \frac{-\pi + 0,87 + n_h \tan^{-1} \left(\frac{2}{\omega_h} \right) + n_l \left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{2}{\omega_l} \right) \right)}{\tan^{-1} \left(\frac{2}{\omega_h} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{2}{\omega_l} \right)} = 1,37, \quad (4.70)$$

$$K = \left(\frac{2}{0,0684} \right)^3 \left(1 + \left(\frac{2}{0,0684} \right)^2 \right)^{(1,37-3)/2} \left(1 + \left(\frac{2}{58,5083} \right)^2 \right)^{(3-1,37)/2} = 103,2966. \quad (4.71)$$

Assim, a função de transferência de malha aberta de ordem fracionária nominal é:

$$\beta(s) = 103,29 \left(1 + \frac{0,0684}{s} \right)^3 \left(\frac{1 + \frac{s}{58,5083}}{1 + \frac{s}{0,0684}} \right)^{1,37} \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{58,5083} \right)^3}. \quad (4.72)$$

A fim de implementar o controlador de ordem fracionária, o método de aproximação de Oustaloup é usado para substituir sua parte de ordem 0,37 por uma parte racional. Como a faixa de frequência $[\omega_l, \omega_h]$ cobre quatro décadas, $N = 5$ é suficiente para aproximar a parte da ordem fracionária que aparece na Equação (4.72). As taxas recursivas são definidas por: $\alpha = 1,6564$ e $\eta = 2,3298$. Assim, a função de transferência de malha aberta racional é:

$$C_R(s) = 103,29 \left(1 + \frac{0,0684}{s} \right)^3 \left(\frac{1 + \frac{s}{58,5083}}{1 + \frac{s}{0,0684}} \right) \times \left(\frac{1 + \frac{s}{0,1728}}{1 + \frac{s}{0,1044}} \right) \left(\frac{1 + \frac{s}{0,6670}}{1 + \frac{s}{0,4027}} \right) \left(\frac{1 + \frac{s}{2,5740}}{1 + \frac{s}{1,5540}} \right) \left(\frac{1 + \frac{s}{9,9331}}{1 + \frac{s}{5,9969}} \right) \left(\frac{1 + \frac{s}{38,3318}}{1 + \frac{s}{23,1420}} \right) \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{58,5083} \right)^3}. \quad (4.73)$$

Com o intuito de comparar o controlador CRONE geração 2, com um controlador PID de ordem inteira. Projeta-se aqui um controlador PID na forma serial, dado pela Equação (3.13). Para o projeto deste controlador, considera-se as mesmas especificações utilizadas no projeto do CRONE geração 2, ou seja, valor nominal da frequência de cruzamento de ganho em malha aberta (ω_{cg}) igual a 2 rad/s com uma margem de fase de 50° ou 0,87 rad/s. Da relação da Equação (3.15), escolhe-se $\alpha = 5$ pode-se tirar que $\omega_l = 0,4$ e $\omega_F = 10$. Como $|G(j2)| = 2,2361$ e $\arg G(j2) = -2,6779$, pode-se agora encontrar o valor de ϕ_M , que pode ser a fase de avanço ou

atraso fornecida pelo termo derivativo do controlador. Assim, para o requisito de margem de fase:

$$\phi_M = -\pi + 0,87 - \arg G(j2) + 2 \tan^{-1} \left(\frac{2}{10} \right) = 0,8038 \text{ rad/s.} \quad (4.74)$$

Para a relação da Equação (3.18), tem-se:

$$\frac{\omega_2}{\omega_{cg}} = \tan \frac{0,8038 + \frac{\pi}{2}}{2} = 2,4785, \quad (4.75)$$

$$C_0 = \frac{1}{(2,4785)|G(j2)|} = 0,1804. \quad (4.76)$$

Agora, pode-se finalmente encontrar os valores de $\omega_2 = 4,9570$ e $\omega_1 = 0,8069$ (via Equação (3.18)). Assim, chega-se à Equação abaixo:

$$C(s) = 0,1804 \left(\frac{0,4}{s} + 1 \right) \left(\frac{1 + \frac{s}{0,8069}}{1 + \frac{s}{4,9570}} \right) \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{10} \right)}. \quad (4.77)$$

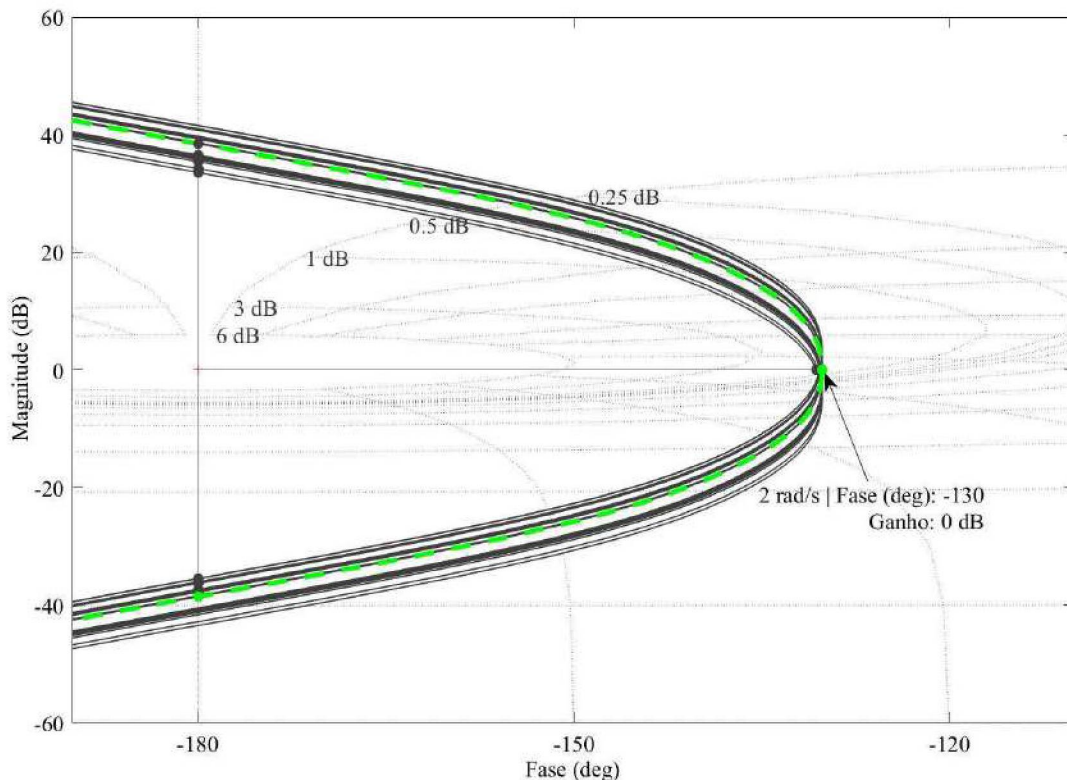


Figura 4.17: Diagrama de Nichols de malha aberta do sistema para possibilidades de $G(s)$ dentro do intervalo $K = 10 \pm 5$ (linha contínua (-)). O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada (- -).

Observa-se pela Figura 4.17 que o controlador CRONE geração 2 garantiu que todos os modelos dentro da região de incerteza tangenciassem o mesmo contorno em 0 dB, o que pode refletir a robustez do controlador. Pode-se observar através do gráfico da Figura 4.18 que o controlador PID não forneceu uma margem de fase de 50 graus em ω_{cg} , já o CRONE geração

2, além de garantir uma margem de fase no ponto especificado, também manteve uma faixa constante de 50 graus para toda a região de incerteza definida no exemplo.

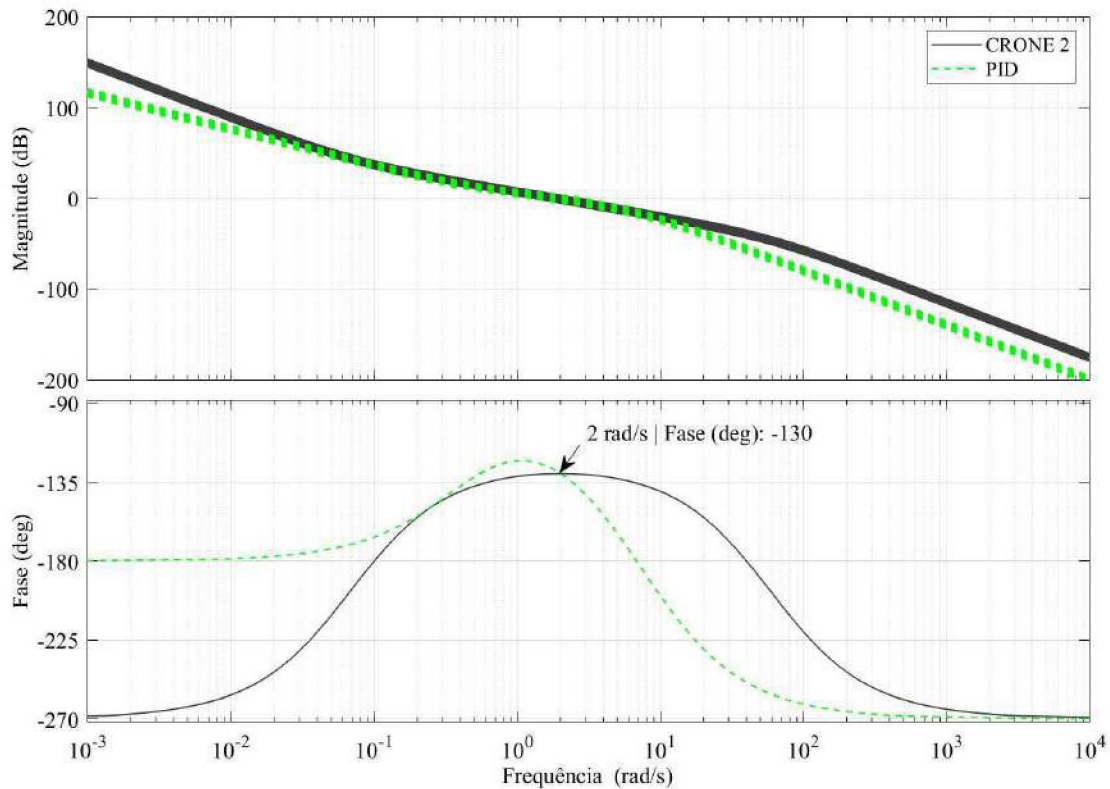


Figura 4.18: Diagrama de Bode do sistema de malha aberta $C(s)G(s)$ para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$.

Através da Figura 4.19 pode-se observar que ambos os controladores estabilizaram em torno de 8 segundos. Já o sobre-sinal do controlador PID foi levemente superior, chegando a 1,35 contra 1,25 do CRONE. Porém, nesse caso, como pode-se observar pela Figura 4.20, o controlador CRONE apresentou um maior esforço de controle, chegando a 1,59 enquanto o controlador PID chegou a 0,62. Por fim, na Figura 4.21 tem-se as funções de sensibilidade do controlador CRONE geração 2 para os três modelos de planta G_l , G_0 e G_h .

4.2.2 Exemplo de aplicação 2 - CRONE geração 2

Para exemplificar o comportamento e a sintonia do controlador CRONE geração 2, faz-se o uso aqui, do sistema de segunda ordem, utilizado nos exemplos das Subseções 4.1.1, 4.1.2 e 4.2.1 representado pela Equação (4.26).

Porém agora, para testar o comportamento do controlador CRONE geração 2 para plantas que possuem perturbações mais gerais, adicionou-se a essa planta incertezas estruturadas no T , sendo T nominal igual a $T_n = 10$ e $5 \leq T \leq 15$, K nominal igual a $K_n = 10$ e $5 \leq K \leq 15$. As especificações de desempenho para o sistema controlado em malha fechada agora são: $\omega_{cg} = 30$ rad/s e $M_\phi = 50^\circ$.

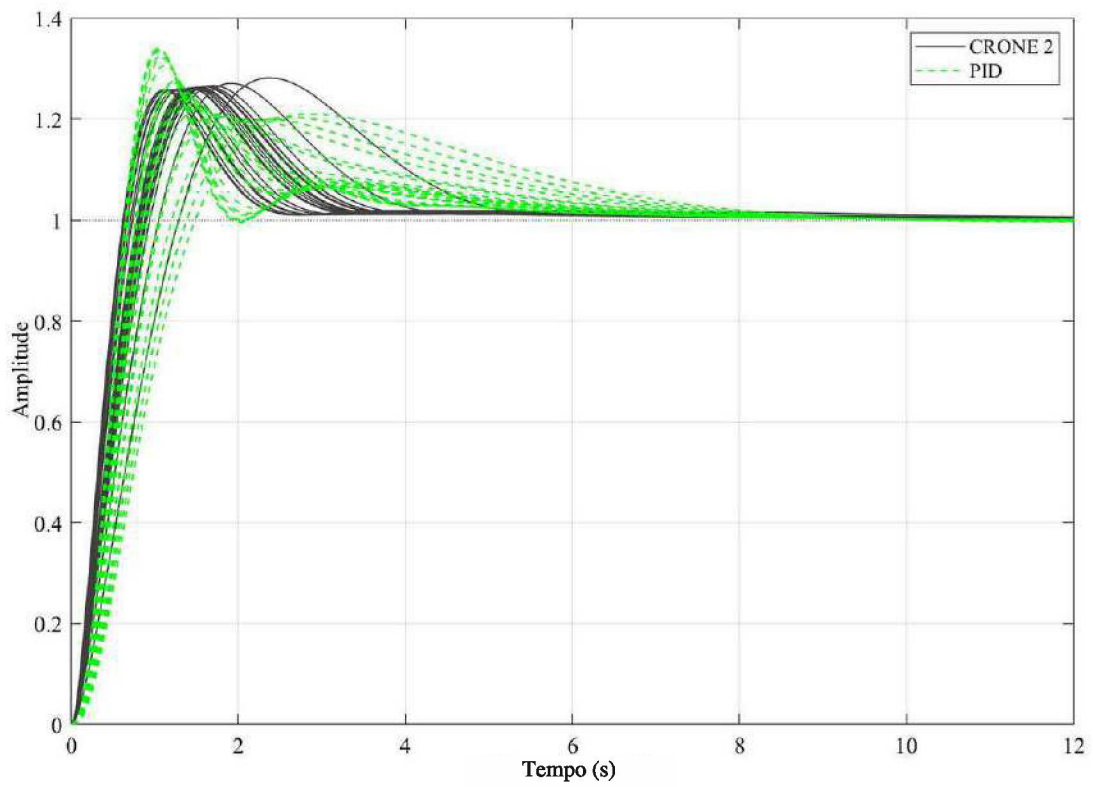


Figura 4.19: Resposta ao degrau de malha fechada para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$.

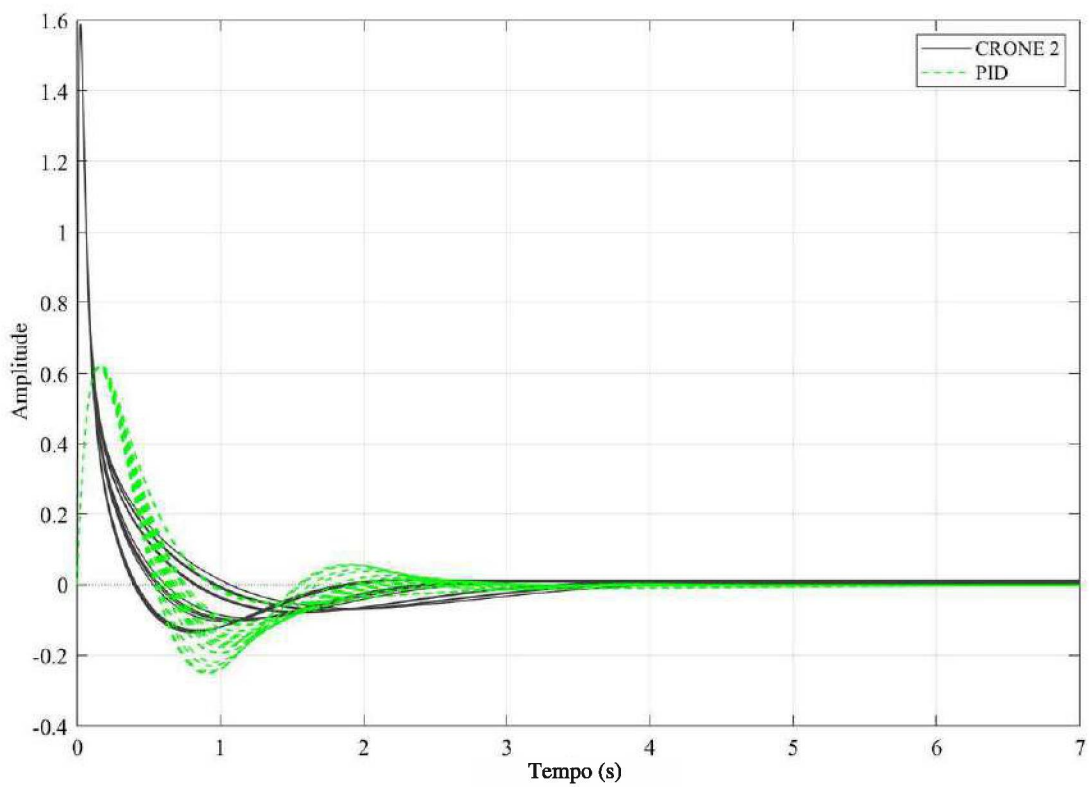


Figura 4.20: Sinal de controle para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$.

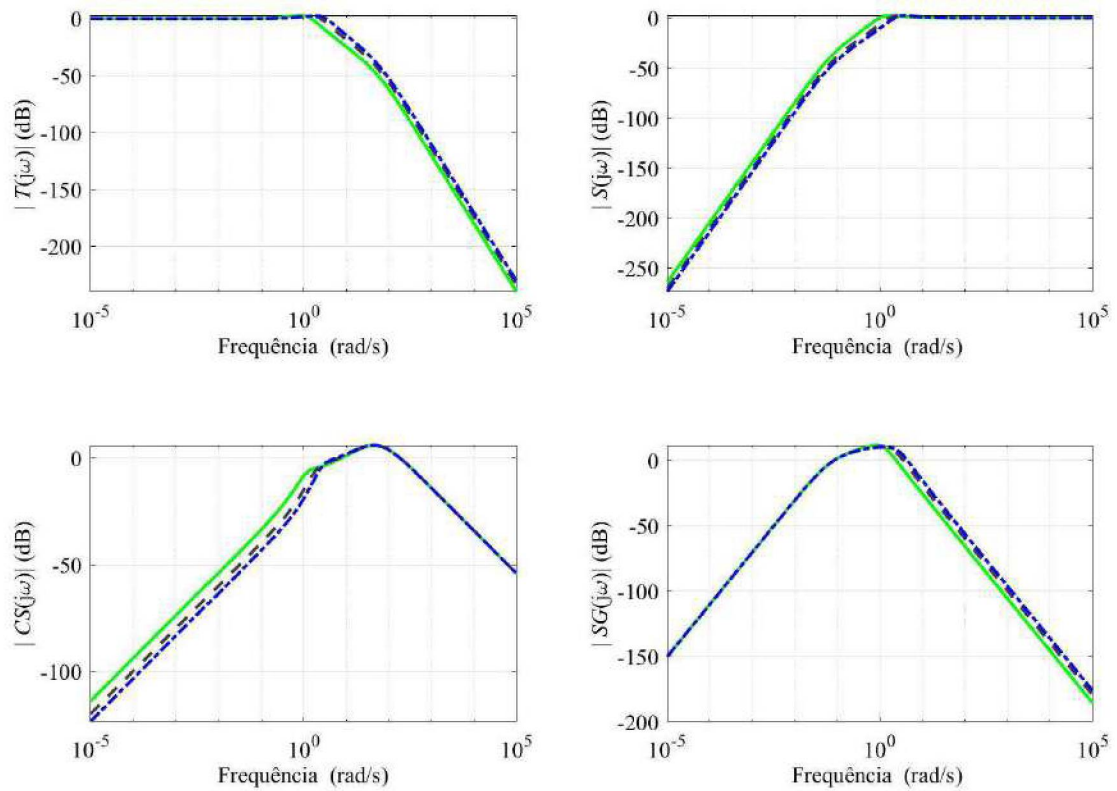


Figura 4.21: Funções de sensibilidade CRONE geração 2 para 3 possibilidades de $G(s)$, sendo $K = 5$ para G_l (—), $K = 10$ para G_o (- -) e $K = 15$ para G_h (-.-).

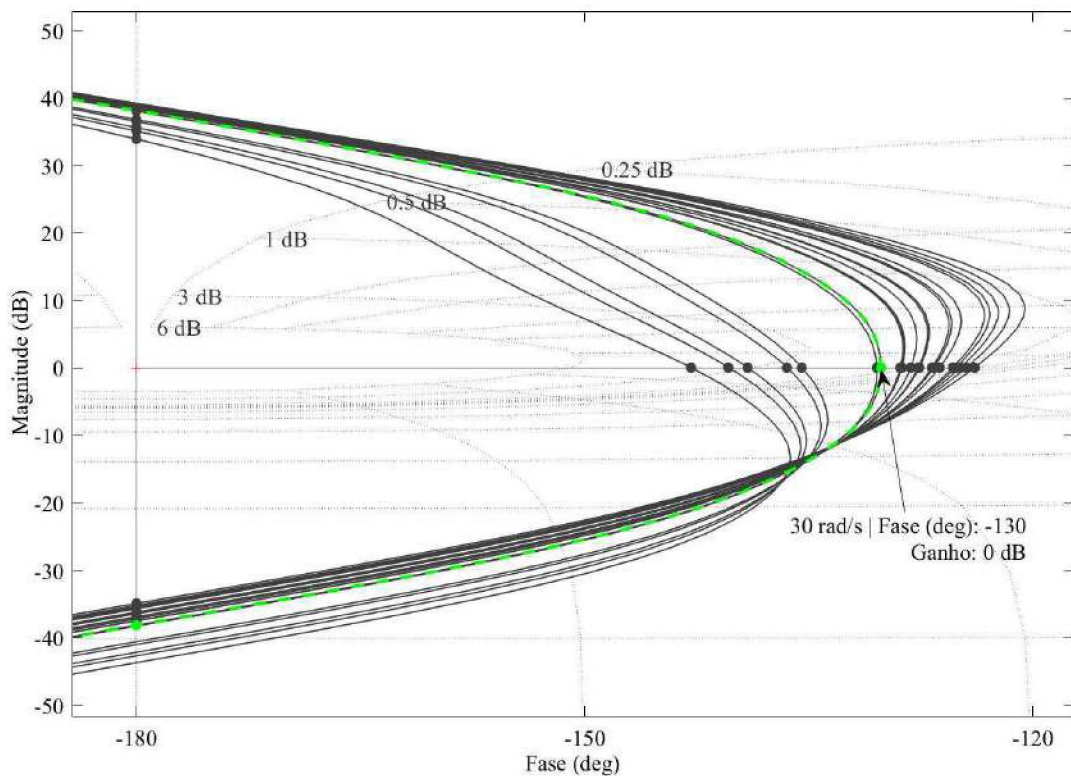


Figura 4.22: Diagrama de Nichols de malha aberta do sistema para possibilidades de $G(s)$ dentro do intervalo $K = 10 \pm 5$ (linha contínua (—)). O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada (- -).

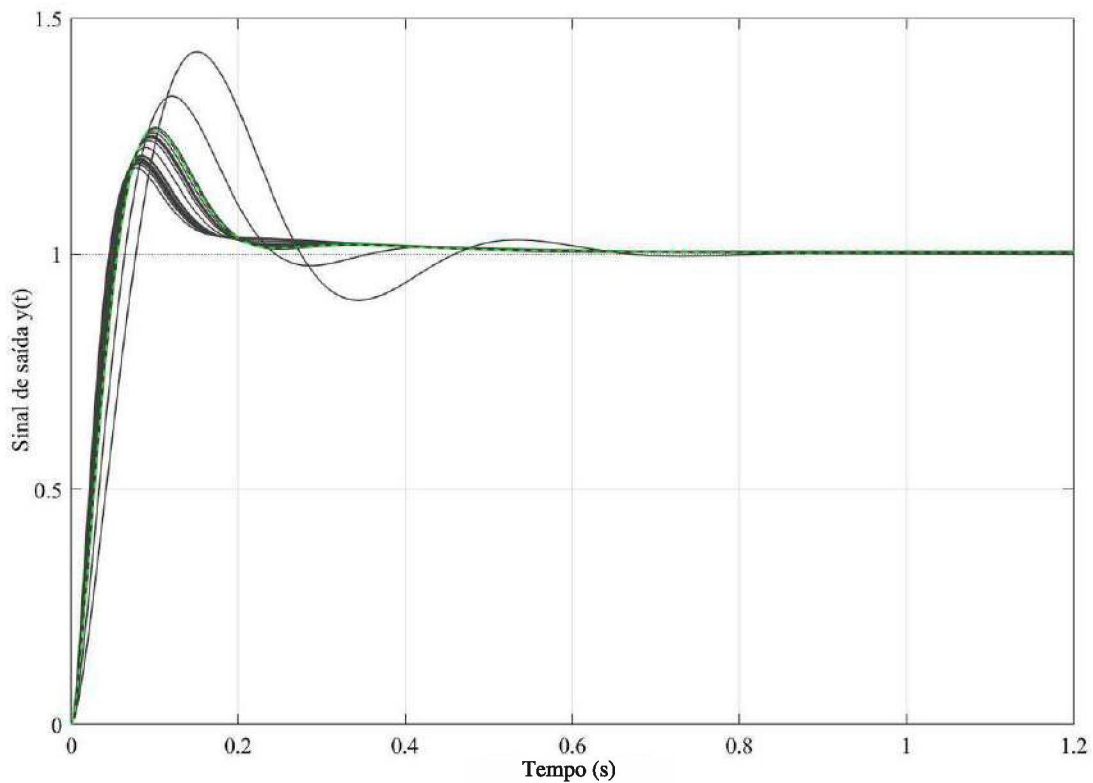


Figura 4.23: Resposta ao degrau do sistema para possibilidades de $G(s)$ dentro do intervalo $K = 10 \pm 5$ (linha contínua (-)). O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada (- -).

Através do gráfico de Nichols da Figura 4.22 percebe-se que as funções de transferência não tangenciam ao mesmo contorno. Quanto as respostas ao degrau em malha fechada (Figura 4.23), pode-se observar que o *overshoot* para os sinais também não é constante. Assim, pode-se confirmar que o controlador CRONE geração 2 não apresenta características de robustez quando a planta apresentar perturbações mais gerais. Logo, o CRONE geração 3 deve ser utilizado.

4.3 CRONE GERAÇÃO 3

Assim como o controlador CRONE geração 2, permite a escolha da frequência de cruzamento de ganho ω_{cg} fora de uma banda de comportamento assintótico da planta e amplia o domínio de aplicação da geração 1, do controlador CRONE, a geração três amplia a segunda, permitindo o tratamento de incertezas mais gerais do que apenas perturbações do tipo ganho. Esta característica o torna o mais poderoso dos três métodos CRONE (Lanusse et al., 1993).

Além do mais, enquanto os dois primeiros métodos são projetados para sistemas onde apenas o ganho é incerto na região da frequência de cruzamento e conduzem diretamente aos parâmetros dos controladores robustos, o terceiro método é baseado em um processo de otimização que tenta adaptar o controlador às incertezas no sistema a ser controlado enquanto garante o desempenho desejado. O método CRONE geração 3, representa um avanço em relação às abordagens anteriores ao garantir robustez de desempenho mesmo na presença de incertezas de módulo e ângulo no entorno da frequência ω_{cg} .

Em suma, o controlador CRONE geração 3, representa uma generalização para plantas que possuem múltiplas características de perturbação. Esse controlador é um exemplo de controlador de ordem fracionária que expande o domínio das ordens dos integradores e derivadores para o domínio dos números complexos (Oustaloup e Melchior, 1993; Lanusse et al., 2013). Enquanto o controlador CRONE geração 2 é baseado na função de transferência de ordem fracionária real (4.44), o CRONE geração 3 é baseado na parte real (em relação a um número de unidade imaginário denotado “i”) da integração fracionária complexa (Sabatier et al., 2015):

$$\beta(s) = \left(\frac{\omega_{cg}}{s}\right)^a \left(\cosh\left(b\frac{\pi}{2}\right)\right)^{\text{sign}(b)} \left(\text{Re}/i\left(\left(\frac{\omega_{cg}}{s}\right)^{ib}\right)\right)^{-\text{sign}(b)}, \quad (4.78)$$

que pode ser expandida como:

$$\beta(s) = \left(\frac{\omega_{cg}}{s}\right)^a \left(\cosh\left(b\frac{\pi}{2}\right)\right)^{\text{sign}(b)} \left(\cos\left(b \ln\left(\frac{s}{\omega_{cg}}\right)\right)\right)^{-\text{sign}(b)}. \quad (4.79)$$

Para tanto, o parâmetro n da Equação (4.44) é substituído por uma ordem complexa ($a + ib$). Assim, da Equação (4.79), o parâmetro a determina o posicionamento em fase da reta e o parâmetro b determina a sua inclinação (Figura 4.24).

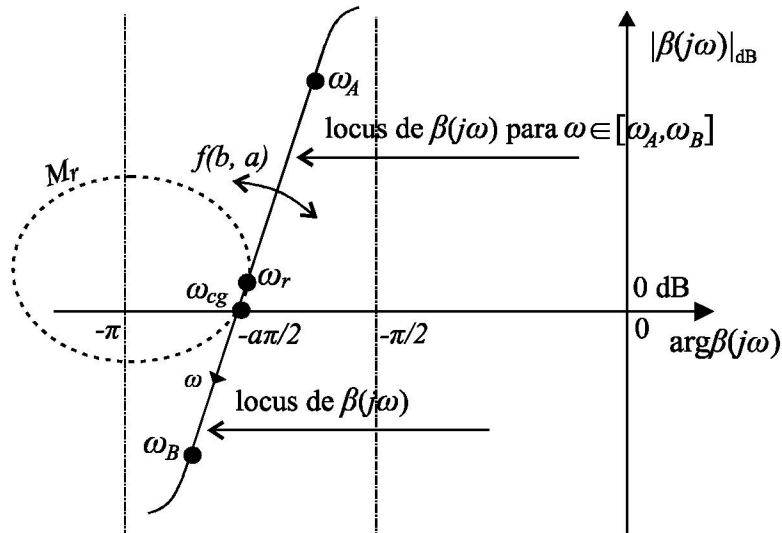


Figura 4.24: Padrão reto e inclinado da curva de Nichols no entorno de ω_{cg} (linha sólida em negrito) garantindo a robustez da margem de fase M_ϕ e do pico ressonante M_r . Fonte: Baseado em Sabatier et al. (2015).

Conforme demonstrado na Seção 4.2, pelo fato do controlador CRONE geração 2 ser baseado em uma função de transferência de ordem fracionária real, sua reta, no gráfico de Nichols, não poderá ser inclinada, sendo somente na vertical. Por sua vez, o controlador CRONE geração 3, permite que a reta incline. Ou seja, a parte real a determina a localização da fase da reta generalizada na frequência ω_{cg} , ou seja $-a/2$, já a parte imaginária b , determina seu ângulo com a vertical. Para melhorar o comportamento dinâmico do sistema em malha fechada, a parte imaginária do integrador é limitada em banda, portanto, a Equação (4.78) é substituída por uma expressão mais geral (Sabatier et al., 2015):

$$\beta(s) = K \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_h}}{1 + \frac{s}{\omega_l}} \right)^a \left(\text{Re}/i \left[\left(\alpha_0 \frac{1 + \frac{s}{\omega_h}}{1 + \frac{s}{\omega_l}} \right)^{ib_q} \right] \right)^{-q \text{sign}(b_q)}, \quad (4.80)$$

onde K garante que $|\beta(j\omega_{cg})| = 1$ e α_0 é definido por:

$$\alpha_0 = \sqrt{\frac{1 + \left(\frac{\omega_r}{\omega_l}\right)^2}{1 + \left(\frac{\omega_r}{\omega_h}\right)^2}}, \quad (4.81)$$

onde $\omega_r \approx \omega_{cg}$ e $q \in \mathbb{N}^+$ é uma potência utilizada para aumentar o efeito de ordem imaginária. A Figura 4.25 mostra como a limitação de banda modifica o gráfico de Nichols de $\beta(s)$, ou seja, pode-se observar através dela que a resposta em frequência de malha aberta com o integrador de banda limitada se assemelha à resposta em frequência de malha aberta inicial em uma faixa de frequência $[\omega_A, \omega_B]$ menor que a faixa de frequência $[\omega_l, \omega_h]$.

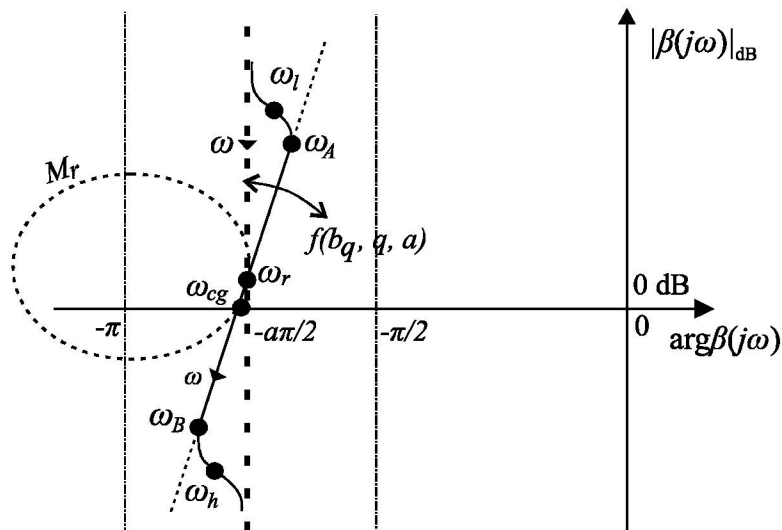


Figura 4.25: Padrão reto e inclinado da curva de Nichols limitado pela faixa de frequência $[\omega_l, \omega_h]$. Fonte: Baseado em Sabatier et al. (2015).

4.3.1 Função de transferência de malha aberta

Para que o controlador CRONE geração 3 gere o nível de esforço de controle e os erros de regime permanente, as funções de transferência $\beta_l(s)$ e $\beta_h(s)$ são usadas para definir completamente a função de transferência nominal de malha aberta. Logo, a função de transferência definida pela Equação (4.80), passa a ser definida pela Equação (4.82).

$$\beta(s) = \beta_l(s)\beta(s)\beta_h(s), \quad (4.82)$$

onde $\beta_l(s)$ é a função de transferência de um integrador de ordem inteira n_l , definido por:

$$\beta_l(s) = \left(\frac{\omega_l}{s} + 1\right)^{n_l}, \quad (4.83)$$

com $n_l \in \mathbb{N}^+$. Como n_{pl} representa a ordem (integral) do comportamento assintótico da magnitude da planta em baixa frequência, a ordem n_l deve ser definida como maior que n_{pl} quando a precisão ou os requisitos de rejeição de perturbação precisam ser levados em consideração. A função de transferência $\beta_h(s)$ é a de um filtro passa-baixa de ordem inteira n_h , definido por:

$$\beta_h(s) = \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{\omega_h}\right)^{n_h}}, \quad (4.84)$$

com $n_h \in \mathbb{N}^+$. Como n_{ph} representa a ordem (passa-baixa) do comportamento assintótico da magnitude da planta em alta frequência, $n_h = n_{ph}$ garante a constância da função de sensibilidade ao esforço de controle e $n_h > n_{ph}$ garante sua diminuição. Assim, a função de transferência nominal do controlador CRONE geração 3 pode ser escrita como:

$$\beta(s) = K \left(\frac{\omega_l}{s} + 1\right)^{n_l} \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_h}}{1 + \frac{s}{\omega_l}}\right)^a \left(\operatorname{Re}/i \left[\left(\alpha_0 \frac{1 + \frac{s}{\omega_h}}{1 + \frac{s}{\omega_l}}\right)^{ib_q} \right]\right)^{-q \operatorname{sign}(b_q)} \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{\omega_h}\right)^{n_h}}, \quad (4.85)$$

onde K é usado para garantir o ganho unitário em malha aberta na frequência ω_{cg} , n_l é escolhido de modo a eliminar o erro em regime permanente e n_h torna possível atender às especificações de alta frequência.

4.3.2 Parametrização da função de transferência de malha aberta

Conforme observado nas Equações (4.81) e (4.85), n_l , n_h , a , q , b_q , ω_l , ω_h , ω_r e K são os parâmetros da função de transferência de malha aberta $\beta(s)$. Destes, n_l e n_h são definidos pelo projetista através dos mesmos critérios de escolha utilizados no CRONE geração 2. Os parâmetros b_q e q são encontrados a partir de b , que assim como o parâmetro a , é dependente.

Como uma condição de tangência M_{rd} é necessária, pode-se fazer inicialmente $Y_r = M_{rd}$, onde Y_r , conforme pode ser visto pela Figura 4.26, é um ponto no eixo vertical do gráfico de Nichols, assim, junto com o parâmetro ω_r , que é um ponto no eixo horizontal do gráfico de Nichols, e com os parâmetros ω_l e ω_h irão moldar a resposta em frequência de malha aberta da Equação (4.85). Essa condição de tangência é definida pelo usuário, sendo M_{rd} o pico de ressonância desejado. Além do valor de M_{rd} , o usuário também pode entrar como especificação de projeto com o tempo de acomodação desejado, de onde pode-se tirar um ω_{cg} aproximado, que pode ser utilizado como parâmetro inicial de ω_r . Inicialmente então, assume-se $\omega_l = \omega_{cg}/5$, $\omega_h = 5\omega_{cg}$ e $\omega_r = \omega_{cg}$. Em seguida, através de uma série de equações, pode-se chegar aos parâmetros do controlador CRONE geração 3. Estas equações, que serão apresentadas a seguir, estão presentes e foram obtidas da *Toolbox* CRONE (Oustaloup et al., 2000b). Dando sequência

aos cálculos, visando chegar no parâmetro a da Equação (4.85), pode-se definir ν e X_0 conforme a seguir.

$$\nu = -Y_r \frac{\ln 10}{10}, \quad (4.86)$$

$$X_0 = -\frac{180}{\pi} \cos^{-1} \left(\frac{\frac{1}{(10^{(M_{rd}/20)})^2} - 1 - e^\nu}{2e^{\nu/2}} \right). \quad (4.87)$$

Estas equações são utilizadas para o cálculo do valor de a através da Equação (4.88), sendo a responsável por determinar o posicionamento em fase da reta da Equação (4.85).

$$a = \frac{\frac{\pi}{180} X_0 + n_h \tan^{-1} \left(\frac{\omega_r}{\omega_h} \right) + n_l \left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{\omega_r}{\omega_l} \right) \right)}{\tan^{-1} \left(\frac{\omega_r}{\omega_h} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{\omega_r}{\omega_l} \right)}. \quad (4.88)$$

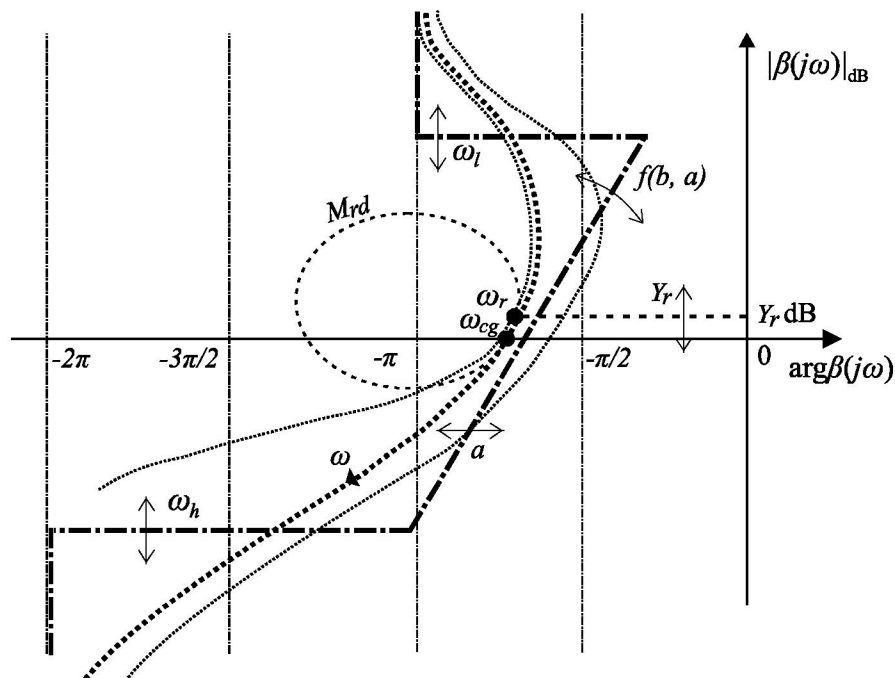


Figura 4.26: Modelagem do gráfico de Nichols de $\beta(j\omega)$ modificando seu gráfico de Nichols assintótico com os parâmetros a , b , ω_l e ω_h .

Em seguida, para encontrar o valor de b , precisa-se desenvolver alguns equacionamentos como pode ser visto a seguir:

$$\rho = -20n_l + \frac{20n_l\omega_r^2}{\omega_r^2 + \omega_l^2} + 20a\omega_r^2 \left(\frac{1}{\omega_r^2 + \omega_h^2} - \frac{1}{\omega_r^2 + \omega_l^2} \right) - 20n_h \frac{\omega_r^2}{\omega_r^2 + \omega_h^2}, \quad (4.89)$$

em seguida, calcula-se φ :

$$\varphi = \frac{180}{\pi} \ln 10 \left(n_l \omega_r \frac{\omega_l}{\omega_l^2 + \omega_r^2} + a \omega_r \left(\frac{\omega_h}{\omega_h^2 + \omega_r^2} - \frac{\omega_l}{\omega_l^2 + \omega_r^2} \right) - n_h \omega_r \left(\frac{\omega_h}{\omega_h^2 + \omega_r^2} \right) - \omega_r 0,001 \right), \quad (4.90)$$

e então R e γ :

$$R = \frac{-\pi}{9 \ln 10} \operatorname{sen} \left(\frac{X_0 \pi / 180}{\cos(X_0 \pi / 180) + 10^{-Y_r / 20}} \right), \quad (4.91)$$

$$\gamma = \frac{R \varphi - \rho}{-20 \omega_r \left(\frac{\omega_h}{\omega_r^2 + \omega_h^2} - \frac{\omega_l}{\omega_r^2 + \omega_l^2} \right) - R 180 / \pi \ln 10 \omega_r^2 \left(\frac{1}{\omega_r^2 + \omega_h^2} - \frac{1}{\omega_r^2 + \omega_l^2} \right)}. \quad (4.92)$$

Agora, pode-se fazer uso de alguma ferramenta matemática para encontrar o valor de b , que é raiz da Equação (4.93).

$$b = 100000 \left[x \tanh \left(\left(\operatorname{atan} \left(\frac{\omega_r}{\omega_h} \right) - \operatorname{atan} \left(\frac{\omega_r}{\omega_l} \right) \right) x \right) - \gamma \right]. \quad (4.93)$$

Em seguida, calcula-se os valores de b_q e q . De acordo com Sabatier et al. (2015), da Figura 4.25, quando ω tende a 0 ou $+\infty$, a fase de $\beta(j\omega)$ tende a $-\pi/2$ se e somente se:

$$|b_q| < \min \left(\frac{\pi}{2 \ln(\alpha_0)}, \frac{\pi}{2 \left| \ln \left(\alpha_0 \frac{\omega_l}{\omega_h} \right) \right|} \right), \quad (4.94)$$

onde q é definido como o menor número inteiro que leva a um valor de b_q que atende (4.94) e é a solução da Equação (4.95):

$$q \operatorname{sign}(b_q) b_q \tanh \left(b_q \left(\tan^{-1} \left(\frac{\omega_{cg}}{\omega_h} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{\omega_{cg}}{\omega_l} \right) \right) \right) = \operatorname{sign}(b) b \tanh \left(b \left(\tan^{-1} \left(\frac{\omega_{cg}}{\omega_h} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{\omega_{cg}}{\omega_l} \right) \right) \right). \quad (4.95)$$

Por fim, para encontrar o parâmetro K da Equação (4.85), precisa-se desenvolver alguns equacionamentos como pode ser visto a seguir:

$$\vartheta = \sqrt{\frac{\left(\frac{\omega_r}{\omega_h} \right)^2 + 1}{\left(\frac{\omega_r}{\omega_l} \right)^2 + 1}}, \quad (4.96)$$

$$\phi = \operatorname{atan} \left(\frac{\omega_r}{\omega_h} \right) - \operatorname{atan} \left(\frac{\omega_r}{\omega_l} \right), \quad (4.97)$$

$$K = \frac{10^{(Y_r/20)} \left(\left(\frac{\omega_r}{\omega_h} \right)^2 + 1 \right)^{\frac{n_h}{2}}}{\left(\left(\frac{\omega_l}{\omega_r} \right)^2 + 1 \right)^{\frac{n_l}{2}} \vartheta^a \left(\cos(b_q \ln(\alpha_0 \vartheta))^2 + \sinh(b_q \phi)^2 \right)^{(-q \text{sign}(b_q)/2)}}. \quad (4.98)$$

4.3.3 Otimização para determinação da função de transferência de malha aberta ideal

Caso a resposta de $\beta(s)$ não for satisfatória para esses parâmetros iniciais, pode-se otimizar os parâmetros ω_l , ω_h , ω_r e Y_r utilizando alguma técnica de otimização. O objetivo dessa otimização será modelar a curva da Figura 4.26 de tal forma a mover os domínios de incerteza de frequência para longe do ponto crítico $(-\pi, 0 \text{ dB})$. Portanto, a otimização da reta generalizada da Figura 4.26 consiste em determinar os valores ótimos de ω_l , ω_h , ω_r e Y_r . Para este trabalho, a otimização é alcançada utilizando-se a função *fmincon* do Matlab©. Os valores iniciais das quatro variáveis a serem otimizadas podem ser vistos na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Valores iniciais de ω_l , ω_h , ω_r e Y_r .

Parâmetro	Valor inicial
ω_l	$\omega_{cg}/5$
ω_h	$5\omega_{cg}$
ω_r	ω_{cg}
Y_r	M_{rd}

Os limites dos parâmetros do controlador CRONE geração 3 que serão otimizados podem ser visto na Tabela 4.2.

Tabela 4.2: Limites para ω_l , ω_h , ω_r e Y_r .

Parâmetro	Min	Max
ω_l	$\omega_{cg}/20$	ω_{cg}
ω_h	ω_{cg}	$20\omega_{cg}$
ω_r	$\omega_{cg}/10$	$10\omega_{cg}$
Y_r	$-M_{rd}$	$3M_{rd}$

Assim, os parâmetros são minimizados com base na variação do pico ressonante usando a função *fmincon* do Matlab©. A reta ótima é obtida pela minimização das variações de M_r calculadas por uma função custo definida por:

$$J = \left(\sup_{\omega \in \mathbb{R}, G \in \{G_l, G_o, G_h\}} |T(j\omega, G)| \right) - M_{rd}, \quad (4.99)$$

onde M_{rd} é o pico de ressonância nominal desejado. Minimizar essa função custo permite que a reta ótima posicione os domínios de incerteza de modo que eles se sobreponham às áreas

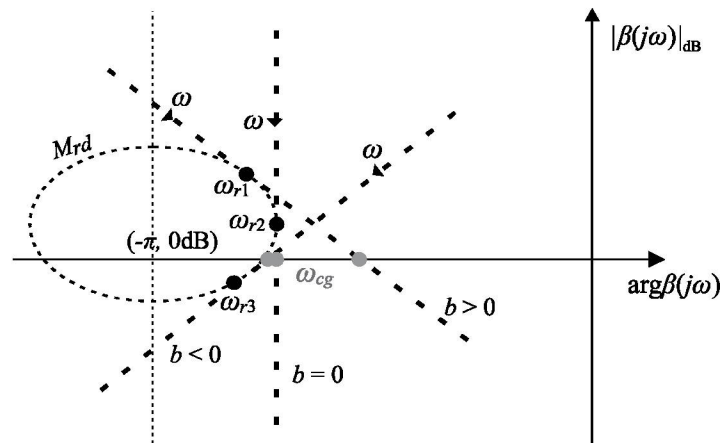


Figura 4.27: Exemplo de 3 retas generalizadas, cada uma garantindo um dado pico ressonante do controle de malha fechada.

de margem de baixa estabilidade do gráfico de Nichols o menos possível (Figuras 4.27 e 4.28) (Sabatier et al., 2015).

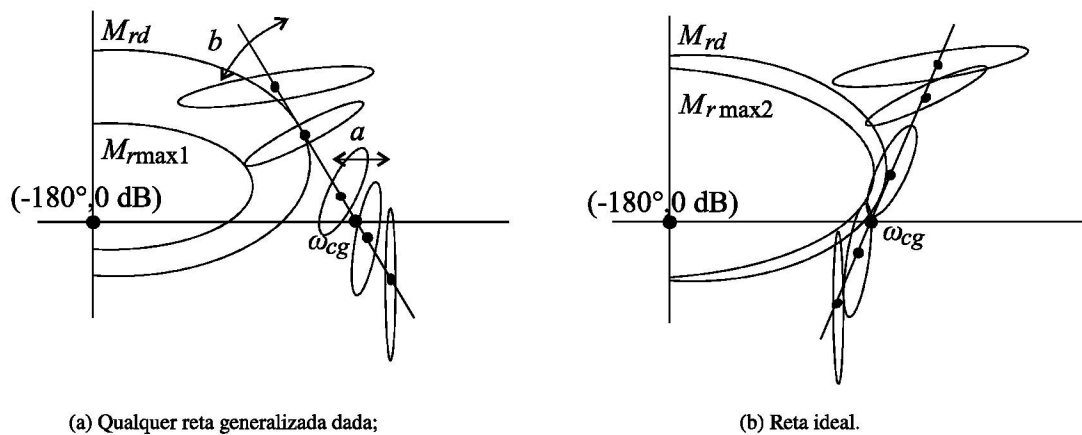


Figura 4.28: Gráfico de Nichols da reta generalizada e da reta ideal.

A robustez do grau de estabilidade pode ser assegurada minimizando a variação na margem de fase M_ϕ , ou, no pico ressonante M_r (Sabatier et al., 2015). Para se chegar nos valores desejados de M_ϕ , M_r e ω_{cg} , pode-se determinar como parâmetro de projeto as características no domínio do tempo (*overshoot* e/ou razão de amortecimento).

A função custo é minimizada sujeita a cinco restrições no domínio da frequência. Essas restrições são dadas pelas Equações (4.100), (4.101), (4.102), (4.103) e (4.104). Primeiramente, utiliza-se as restrições $T_l(j\omega)$ e $T_u(j\omega)$ com o intuito de manter a função de sensibilidade $T(j\omega)$ dentro de uma faixa pré-estabelecida, assim pode-se evitar a lentidão da resposta $y(t)$ a uma variação ao degrau do sinal $y_{ref}(t)$ e também limitar o valor do pico ressonante M_r (e, portanto, do primeiro *overshoot* da resposta ao degrau). Já a restrição $S_u(\omega)$ permite a limitação do efeito de $d_y(t)$. Então, S_u limita o pico ressonante de $|S(j\omega)|$. Em seguida, a restrição CS_u pode ser usada para limitar o esforço de controle $u(t)$. A largura de banda em malha fechada geralmente é

limitada levando-se em conta essa restrição. Por fim, a função de sensibilidade $SG(j\omega)$ garante a precisão da malha de controle.

$$\inf_{G \in \{G_l, G_o, G_h\}} |T(j\omega)| \geq T_l(\omega), \quad (4.100)$$

$$\sup_{G \in \{G_l, G_o, G_h\}} |T(j\omega)| \leq T_u(\omega), \quad (4.101)$$

$$\sup_{G \in \{G_l, G_o, G_h\}} |S(j\omega)| \leq S_u(\omega), \quad (4.102)$$

$$\sup_{G \in \{G_l, G_o, G_h\}} |CS(j\omega)| \leq CS_u(\omega), \quad (4.103)$$

$$\sup_{G \in \{G_l, G_o, G_h\}} |SG(j\omega)| \leq SG_u(\omega). \quad (4.104)$$

A verificação do desempenho pode ser comprovada pela observação da robustez do grau de estabilidade (geralmente um pequeno valor da função custo) e pelas funções de sensibilidade que deverão estar muito próximas das restrições de desempenho no domínio da frequência.

4.3.4 Síntese do controlador

Uma vez que a função de transferência de malha aberta nominal ótima é determinada, o controlador fracionário $C_F(s)$ é definido por sua resposta de frequência:

$$C_F(j\omega) = \frac{\beta(j\omega)}{G_0(j\omega)}, \quad (4.105)$$

onde $G_0(j\omega)$ é a resposta em frequência nominal da planta. A síntese do controlador racional $C_R(s)$ é então alcançada através da utilização de um procedimento de identificação no domínio da frequência tendo como ponto de partida os dados $C_F(j\omega)$ calculados através da Equação (4.105).

4.3.5 Exemplo de aplicação 1 - CRONE geração 3

Para exemplificar o comportamento e a sintonia do controlador CRONE geração 3, faz-se o uso aqui, do sistema de segunda ordem, utilizado no exemplo da Subseção 4.1.1 representado pela Equação (4.26). Esse sistema possui incertezas estruturadas tanto no ganho K quanto no T , sendo T nominal igual a $T_n = 10$ e $5 \leq T \leq 15$, K nominal igual a $K_n = 10$ e $5 \leq K \leq 15$. O diagrama de Bode da planta a ser controlada é mostrado na Figura 4.29. As especificações de desempenho para o sistema controlado em malha fechada são: Tempo de acomodação $T_s = 0,1$ segundos, o que resulta em uma frequência de ganho de cruzamento de aproximadamente

$\omega_{cg} = 30 \text{ rad/s}$; Pico ressonante desejado $M_{rd} = 2 \text{ dB}$, o que resulta em uma margem de fase de aproximadamente 50° e um *overshoot* de 20%.

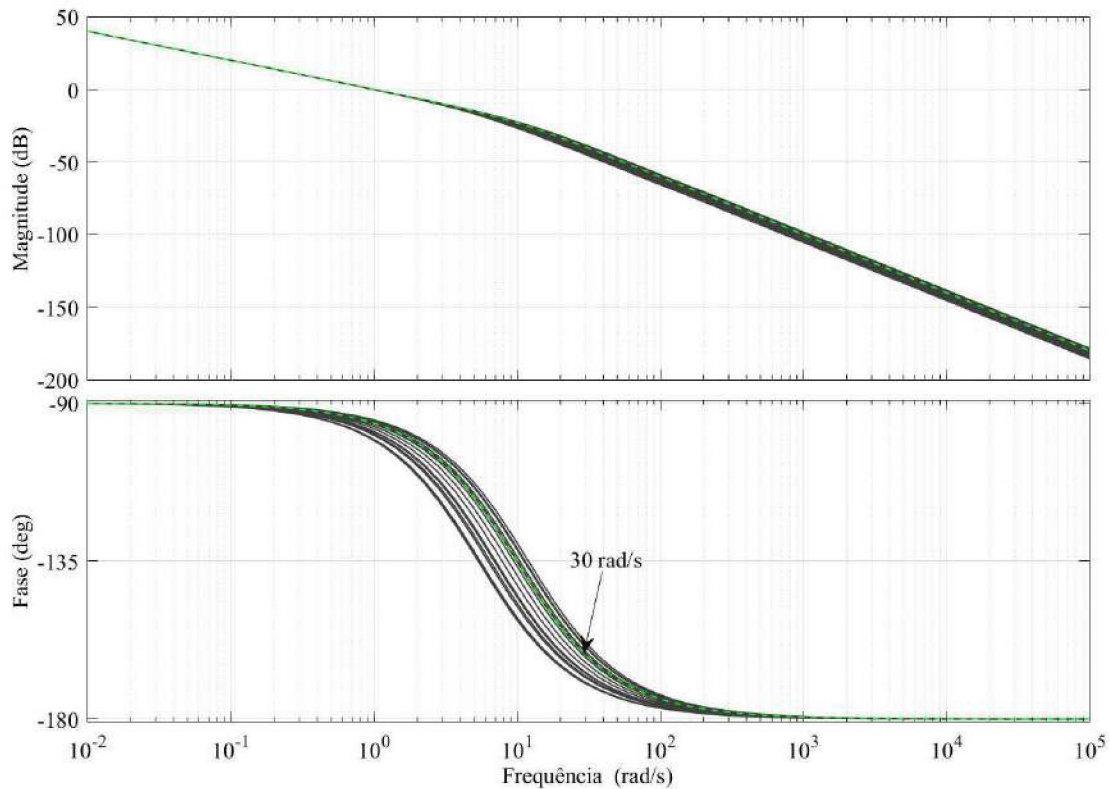


Figura 4.29: Diagrama de Bode de $G(s)$, onde as linhas contínuas (–) em preto, representam as variações de K e T , sendo $K = 10 \pm 5$ e $T = 10 \pm 5$. A linha tracejada (- -) em verde representa o valor nominal de $G(s)$.

A Figura 4.29 apresenta o diagrama de Bode de $G(s)$ para as variações de K e T . A magnitude e a fase da planta são ambas incertas. Em torno de 30 rad/s, a incerteza na magnitude pode ser calculada extraindo os valores da magnitude de $G_l(s)$ e $G_h(s)$, que representam, respectivamente, a planta com o valor mínimo e máximo da magnitude na frequência 30 rad/s. Assim, tem-se que a incerteza na magnitude da planta é de $36,5 \text{ dB} - (-45,2 \text{ dB}) = 8,7 \text{ dB}$. A incerteza da fase também pode ser calculada, sendo $-153^\circ - (-171^\circ) = 18^\circ$.

Da teoria do controlador CRONE geração 1, sabe-se que o mesmo só é capaz de controlar plantas cujo comportamento em torno da frequência de cruzamento seja assintótico. Além de aceitar apenas variações do tipo ganho. Portanto, para este caso, o controlador CRONE geração 1, pode ser descartado. Sabe-se também, que o controlador CRONE geração 2, também só aceita variações do tipo ganho, pode-se inferir que o mesmo não é capaz de garantir estabilidade para a frequência de cruzamento especificada, fato que foi demonstrado no exemplo da Subseção 4.2.2. Como as gerações 1 e 2 do CRONE são incapazes de fornecer um controlador robusto para a frequência de cruzamento especificada, a geração 3 deve ser usada.

Do gráfico de Bode da Figura 4.29, verifica-se que a ordem de baixa frequência da planta é $n_{pl} = 1$, logo n_l é definido como 2 para garantir que o controlador tenha uma ação integral.

Como a ordem de alta frequência da planta é $n_{ph} = 2$, n_h é definido como 3. Inicialmente, pode-se assumir $\omega_l = \omega_{cg}/5$, $\omega_h = 5\omega_{cg}$, $\omega_r = \omega_{cg}$ e $Y_r = M_{rd}$ conforme visto na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Valores iniciais de ω_l , ω_h , ω_r e Y_r .

Parâmetro	Valor inicial
ω_l	6
ω_h	150
ω_r	30
Y_r	2

Dando sequência aos cálculos, visando chegar no parâmetro a da Equação (4.85), pode-se definir ν e X_0 conforme a seguir.

$$\nu = -2 \frac{\ln 10}{10} = -0,4605, \quad (4.106)$$

$$X_0 = -\frac{180}{\pi} \cos^{-1} \left(\frac{\frac{1}{(10^{(2/20)})^2} - 1 - e^{-0,4605}}{2e^{-0,4605/2}} \right) = -129,0105, \quad (4.107)$$

onde M_{rd} é o pico de ressonância nominal desejado. Estas equações são utilizadas para o cálculo do valor de a através da Equação (4.108).

$$a = \frac{\frac{\pi}{180} - 129,0105 + 3 \tan^{-1} \left(\frac{30}{150} \right) + 2 \left(\frac{\pi}{2} - \tan^{-1} \left(\frac{30}{6} \right) \right)}{\tan^{-1} \left(\frac{30}{150} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{30}{6} \right)} = 1,0754. \quad (4.108)$$

Em seguida, para encontrar o valor de b , precisa-se desenvolver alguns equacionamentos como pode ser visto a seguir:

$$\rho = -20 \times 2 + \frac{20 \times 2 \times 30^2}{30^2 + 6^2} + 20 \times 1,0754 \times 30^2 \left(\frac{1}{30^2 + 150^2} - \frac{1}{30^2 + 6^2} \right) - 20 \times 3 \frac{30^2}{30^2 + 150^2} = -23,6998, \quad (4.109)$$

em seguida, calcula-se φ :

$$\varphi = \frac{180}{\pi} \ln 10 \left(2 \times 30 \frac{6}{6^2 + 30^2} + 1,0754 \times 30 \left(\frac{150}{150^2 + 30^2} - \frac{6}{6^2 + 30^2} \right) - 3 \times 30 \left(\frac{150}{150^2 + 30^2} \right) - 30 \times 0,001 \right) = -29,3287, \quad (4.110)$$

e então R e γ :

$$R = \frac{-\pi}{9\ln 10} \operatorname{sen} \left(\frac{-129,0105\pi/180}{\cos(-129,0105\pi/180) + 10^{-2/20}} \right) = 0,7145, \quad (4.111)$$

$$\gamma = \frac{0,7145(-29,3287) - 23,6998}{-20 \times 30 \left(\frac{150}{30^2+150^2} - \frac{6}{30^2+6^2} \right) - 0,7145 \times 180/\pi \ln 10 \times 30^2 \left(\frac{1}{30^2+150^2} - \frac{1}{30^2+6^2} \right)} = 0,0315. \quad (4.112)$$

Agora, pode-se fazer uso de alguma ferramenta matemática para encontrar o valor de b , que é raiz da Equação (4.113).

$$b = 100000 \left[x \tanh \left(\left(\operatorname{atan} \left(\frac{30}{150} \right) - \operatorname{atan} \left(\frac{30}{6} \right) \right) x \right) - 0,0315 \right] = -0,1648. \quad (4.113)$$

Em seguida, calcula-se os valores de b_q e q através das relações das Equações 4.94 e 4.95. Assim, chega-se a $b_q = -0,1648$ e $q = 1$. Pode-se então calcular o valor de α_0 através da Equação (4.114).

$$\alpha_0 = \sqrt{\frac{\left(1 + \left(\frac{30}{6}\right)^2\right)}{\left(1 + \left(\frac{30}{150}\right)^2\right)}} = 5. \quad (4.114)$$

Por fim, para encontrar o parâmetro K da Equação (4.85), precisa-se desenvolver alguns equacionamentos como pode ser visto a seguir:

$$\vartheta = \sqrt{\frac{\left(\frac{30}{150}\right)^2 + 1}{\left(\frac{30}{6}\right)^2 + 1}} = 0,2, \quad (4.115)$$

$$\phi = \operatorname{atan} \left(\frac{30}{150} \right) - \operatorname{atan} \left(\frac{30}{6} \right) = -1,1760, \quad (4.116)$$

$$K = \frac{10^{(2/20)} \left(\left(\frac{30}{150} \right)^2 + 1 \right)^{\frac{3}{2}}}{\left(\left(\frac{6}{30} \right)^2 + 1 \right)^{\frac{2}{2}} 0,2^{1,07} \left(\cos(-0,164 \ln(5 \times 0,2))^2 + \operatorname{senh}(-0,164 - 1,17)^2 \right)^{(-1 \operatorname{sign}(-0,164)/2)}} = 7,113. \quad (4.117)$$

Assim, os parâmetros podem ser encontrados na Tabela 4.4 e substituídos na Equação 4.118. Então, o controlador pode ser obtido, conforme Equação (4.105), e então sintetizado através de uma técnica de identificação.

Tabela 4.4: Parâmetros CRONE geração 3.

Parâmetro	Valor
ω_r	30 rad/s
Y_r	2
ω_l	6 rad/s
ω_h	150 rad/s
a_0	1,0754
b	-0,1648
b_q	-0,1648
q	1
K	7,1136
α_0	5

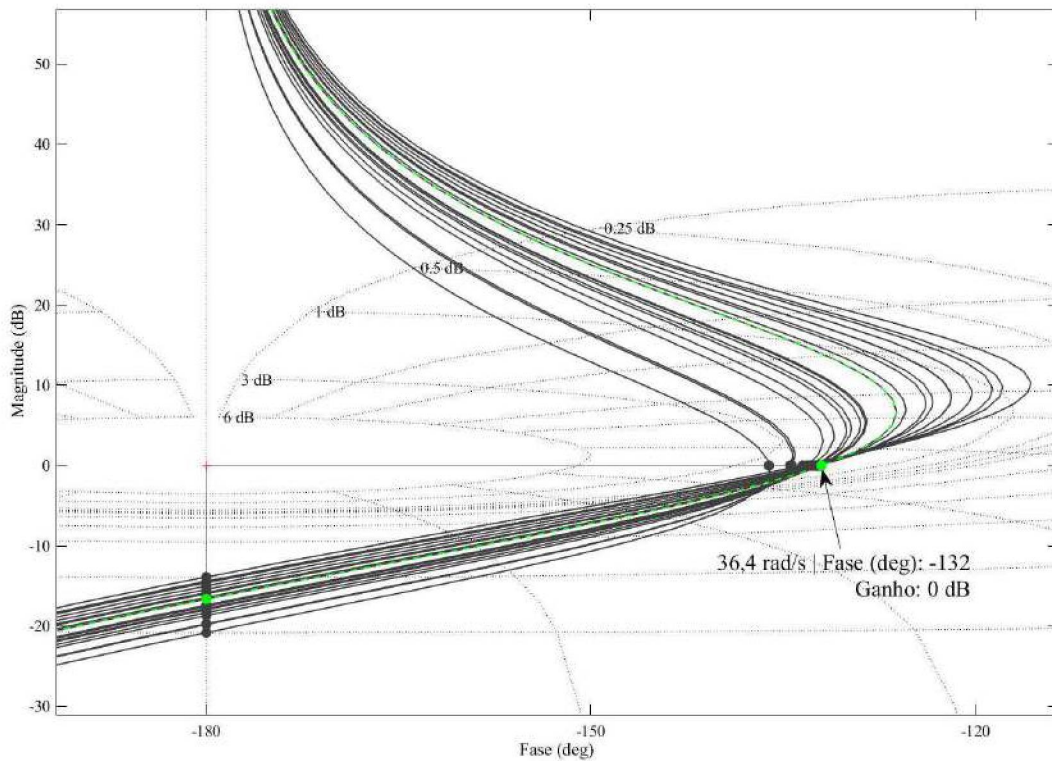


Figura 4.30: Diagrama de Nichols de malha aberta do sistema para possibilidades de $G(s)$ (linha contínua (-)) onde $K = 10 \pm 5$ e $T = 10 \pm 5$. O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada (- -).

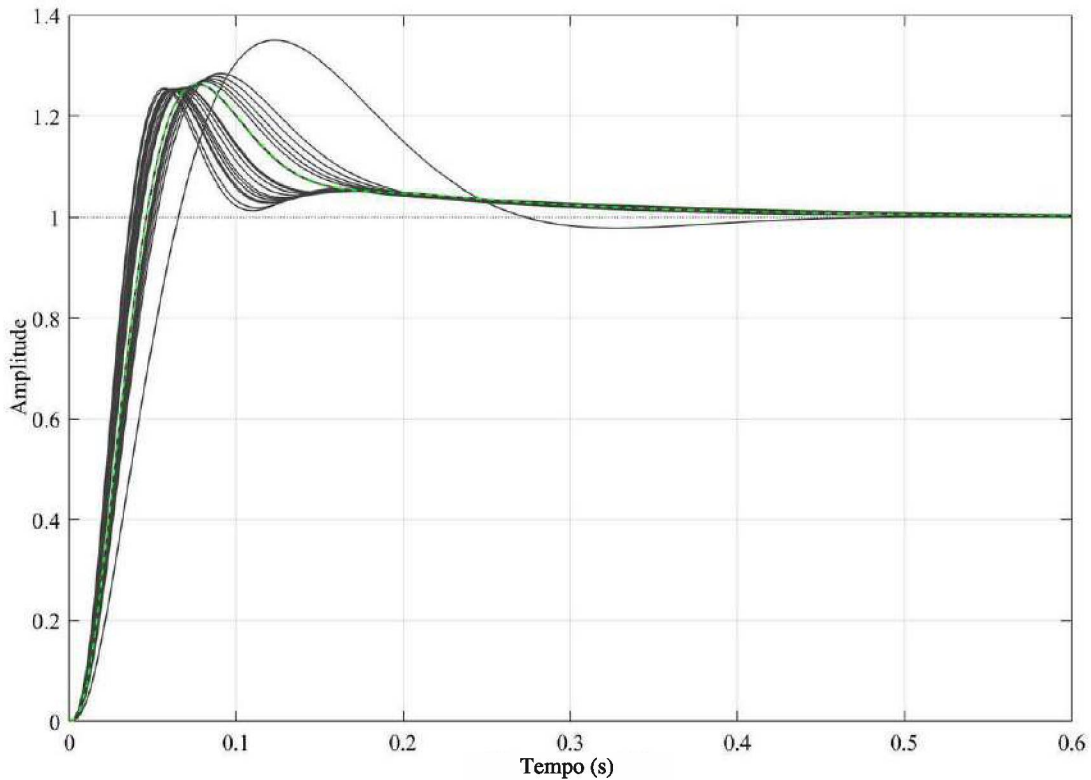


Figura 4.31: Resposta ao degrau do sistema para possibilidades de $G(s)$ (linha contínua (-)) onde $K = 10 \pm 5$ e $T = 10 \pm 5$. O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada (- -).

$$\beta_0(s) = 7,1136 \left(\frac{6}{s} + 1 \right)^2 \left(\frac{1 + \frac{s}{150}}{1 + \frac{s}{6}} \right)^{10754} \times \left(\operatorname{Re}/i \left[\left(5 \frac{1 + \frac{s}{150}}{1 + \frac{s}{6}} \right)^{-0,1648i} \right] \right)^{-\operatorname{sign}(-0,1648)} \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{150} \right)^3}. \quad (4.118)$$

Através do gráfico de Nichols da Figura 4.30 percebe-se que as funções de transferência não tangenciam ao mesmo contorno. Quanto a resposta ao degrau em malha fechada (Figura 4.31), pode-se observar que o *overshoot* não é constante, logo, um algoritmo de otimização pode ser utilizado para atender à todos os requisitos impostos.

4.3.5.1 Otimização

Durante a otimização dos parâmetros da função de transferência de malha aberta (nominal), a planta perturbada $G(s)$ é definida por sua resposta em frequência nominal e os domínios de frequência de incerteza calculados para um conjunto de frequências bem escolhidas. Assim, da Equação (4.85), quatro parâmetros são otimizados: as frequências ω_l e ω_h ; a frequência de ressonância nominal ω_r ; e, a ordenada Y_r do ponto de tangência para um contorno-M desejado de 2 dB (M_{rd}). Para cada conjunto desses 4 parâmetros, a , b_q , q e K são calculados de forma

que o $\beta(j\omega)$ nominal tangencie o contorno $M_{r,d}$ na ordenada Y_r e frequência ω_r . A otimização é alcançada utilizando-se a função *fmincon* do Matlab©. Os valores iniciais de ω_l , ω_h , ω_r e Y_r podem ser vistos na Tabela 4.3. O espaço de busca dos parâmetros do controlador CRONE geração 3 pode ser visto na Tabela 4.5.

Tabela 4.5: Limites para ω_l , ω_h , ω_r e Y_r .

Parâmetro	Min	Max
ω_l	1,5	30
ω_h	30	600
ω_r	3	300
Y_r	-2	6

Para evitar a lentidão da resposta $y(t)$ a uma variação em degrau do sinal $y_{ref}(t)$ ou $d_y(t)$, define-se limites em baixa frequência de $T_l(\omega)$ e $T_u(\omega)$ (muito próximos de 0 dB), conforme pode ser visto na Figura 4.32 (linha tracejada). Assim como também são utilizados para limitar o valor mais baixo da frequência de corte (e, portanto, o valor mais alto do tempo de acomodação) e o valor mais alto do pico ressonante M_r (e, portanto, do primeiro *overshoot* da resposta ao degrau). Com o intuito de limitar o pico ressonante de $|S(j\omega)|$, define-se um limite máximo para $|S(j\omega)|_{\max}$, conforme pode ser visto na Figura 4.32 (linha tracejada). Para garantir uma maior precisão da malha de controle, limita-se também a função de sensibilidade $|SG(j\omega)|_{\max}$, conforme Figura 4.32 (linha tracejada). Já para limitar o esforço de controle $u(t)$ em relação ao ruído de medição $n(t)$ e à perturbação $d_y(t)$, define-se um limite máximo para $|CS(j\omega)|_{\max}$, conforme pode ser visto na Figura 4.32 (linha tracejada).

Assim, os parâmetros otimizados podem ser encontrados na Tabela 4.6 e substituídos na Equação 4.119. Então, o controlador pode ser obtido, conforme Equação (4.105), e então sintetizado através de uma técnica de identificação.

Tabela 4.6: Parâmetros CRONE geração 3.

Parâmetro	Valor
ω_r	29,6343 rad/s
Y_r	0,3276
ω_l	2,1107 rad/s
ω_h	345,18 rad/s
a	1,34
b	-0,603
b_q	-0,41
q	2
K	26,45
α_0	14,02

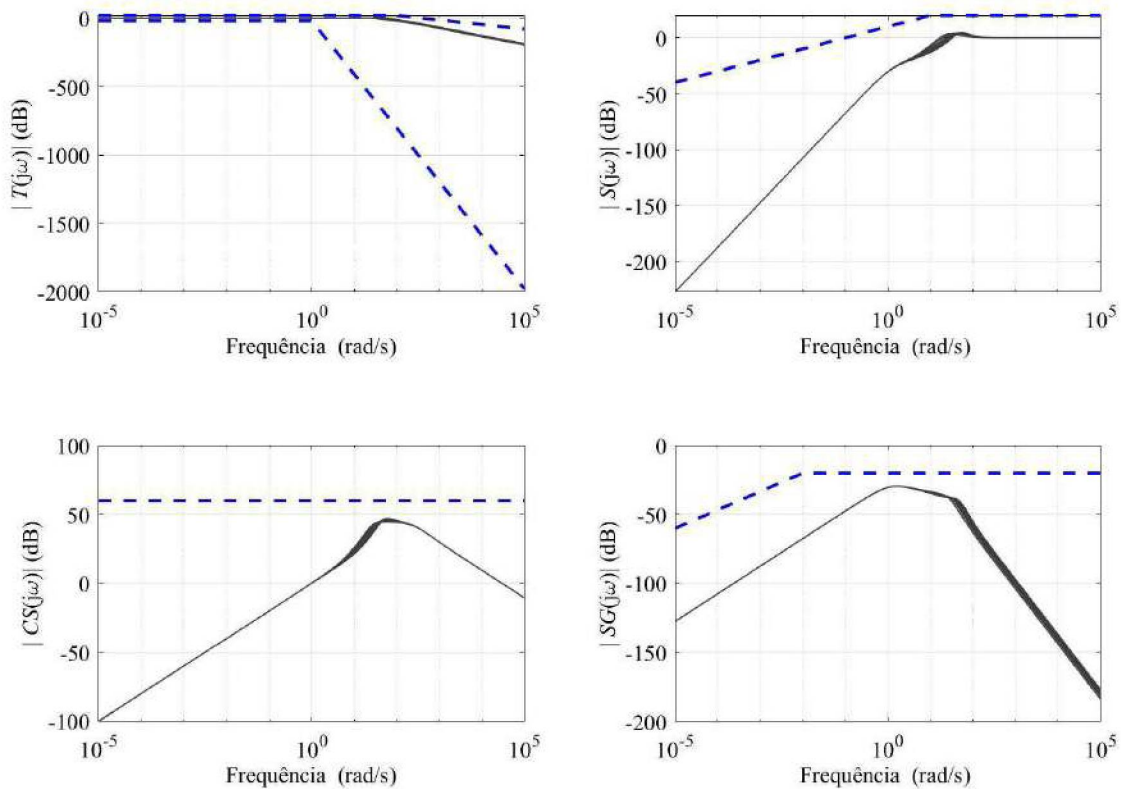


Figura 4.32: Restrições (- -) e funções de sensibilidade de $S(j\omega)$, $TS(j\omega)$, $CS(j\omega)$ e $SG(j\omega)$.

$$\beta_0(s) = 26,45 \left(\frac{2,1107}{s} + 1 \right)^2 \left(\frac{1 + \frac{s}{345,18}}{1 + \frac{s}{2,1107}} \right)^{1,34} \times \left(Re/i \left[\left(14,02 \frac{1 + \frac{s}{345,18}}{1 + \frac{s}{2,1107}} \right)^{-0,41i} \right] \right)^{-2 \text{ sign}(-0,41)} \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{345,18} \right)^3}. \quad (4.119)$$

Observa-se pela Figura 4.33 que o controlador CRONE geração 3 garantiu que todos os modelos dentro da região de incerteza tangenciassem o mesmo contorno em 0 dB, o que pode refletir a robustez do controlador. Percebe-se através do gráfico da Figura 4.33 que o controlador CRONE geração 3, além de garantir uma margem de fase no ponto especificado, também manteve uma faixa constante de 46,9 graus para toda a região de incerteza definida no exemplo. Através da Figura 4.34 observa-se também que o controlador estabilizou dentro do tempo especificado, assim como apresentou um *overshoot* de 1,2, ficando assim dentro da porcentagem especificada que foi de 20%. O esforço de controle neste caso, como pode ser visto na Figura 4.35, chegou a 125. As magnitudes das funções $S(s)$, $T(s)$, $CS(s)$ e $SG(s)$ para a planta nominal são mostradas na Figura 4.32, atendendo às especificações.

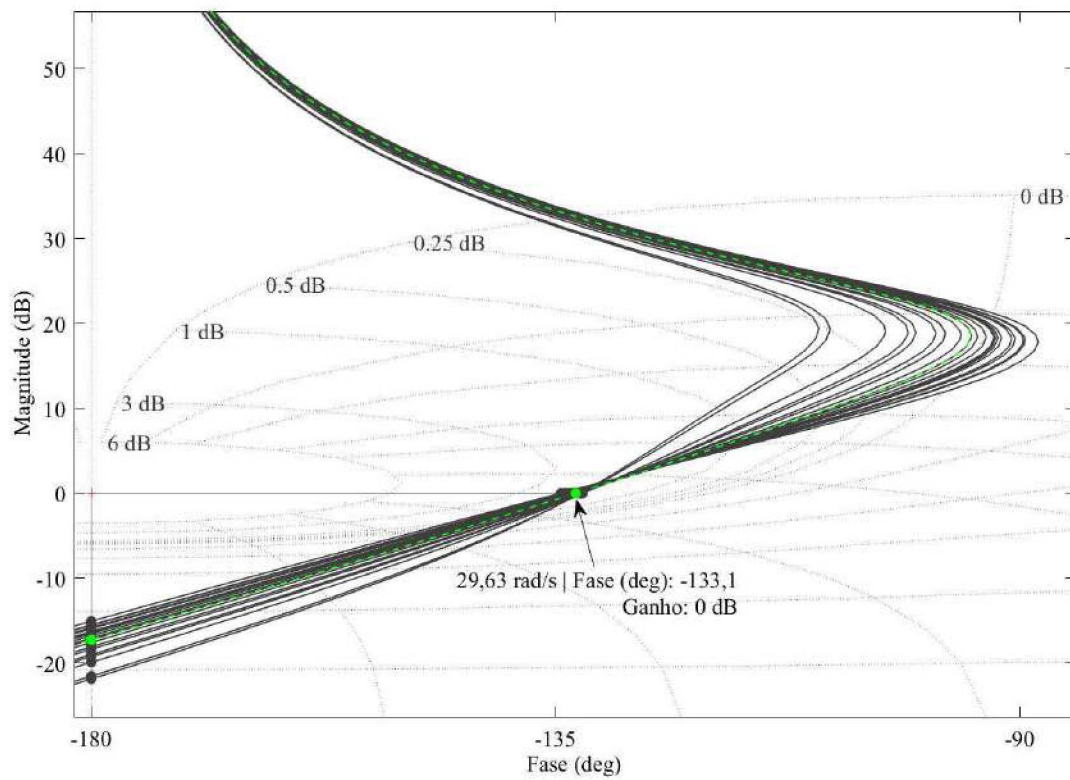


Figura 4.33: Diagrama de Nichols de malha aberta do sistema para possibilidades de $G(s)$ (linha contínua (-)) onde $K = 10 \pm 5$ e $T = 10 \pm 5$. O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada (- -).

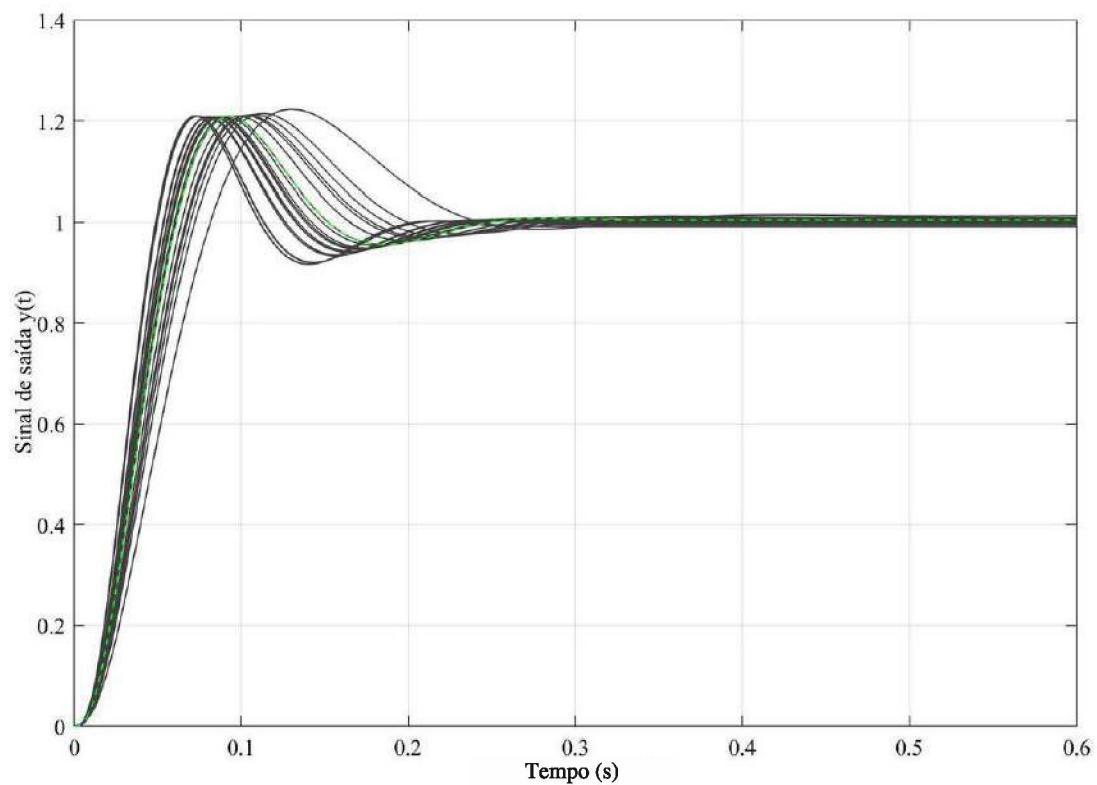


Figura 4.34: Resposta ao degrau do sistema para possibilidades de $G(s)$ (linha contínua (-)) onde $K = 10 \pm 5$ e $T = 10 \pm 5$. O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada (- -).

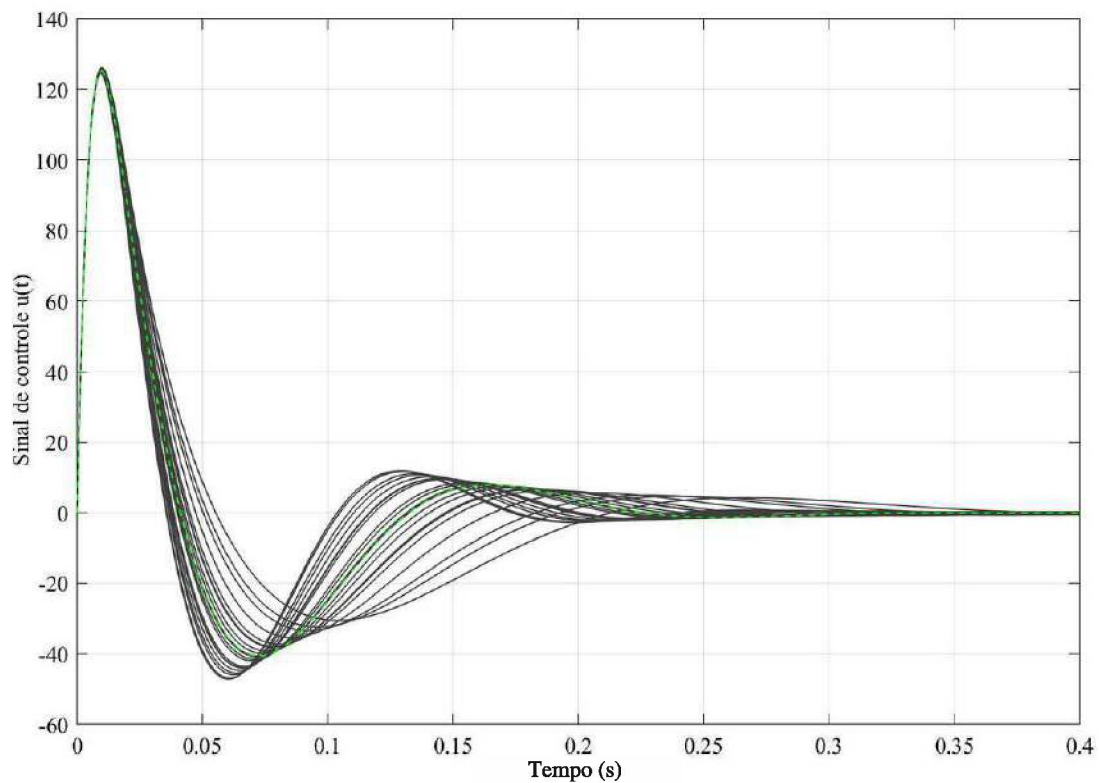


Figura 4.35: Sinal de controle do sistema para possibilidades de $G(s)$ (linha contínua (-)) onde $K = 10 \pm 5$ e $T = 10 \pm 5$. O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada (- -).

4.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO

Este capítulo apresentou uma descrição detalhada sobre as três gerações do controlador CRONE. Percebeu-se então o potencial desse tipo de controlador no que diz respeito aos aspectos de desempenho e robustez. No entanto, o método de projeto destes envolve equações complexas relacionando as especificações de projeto e, às vezes, pode ser difícil encontrar uma solução para o problema. Por este motivo, o objetivo agora é simplificar o método de projeto dos controladores CRONE gerações 1 e 2 através de algoritmos de otimização, além de melhorar o desempenho destas estruturas de controle, preservando as características de robustez quanto ao desempenho, variações de ganho e ruído.

5 UMA NOVA ESTRATÉGIA DE CONTROLE DE ORDEM FRACIONÁRIA COMBINANDO CONJUNTOS FUZZY E EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

Este capítulo apresenta uma nova estratégia híbrida de controle de ordem fracionária combinando conjuntos Fuzzy e Evolução Diferencial (DE) para o Controle de Carga e Frequência (LFC - do inglês *Load Frequency Control*) de um Sistema Elétrico de Potência (SEP), chamada AFOPID (do inglês *Adaptive Fractional-Order PID*). Esta é a primeira contribuição desta tese e foi recentemente publicada em Osinski et al. (2021).

Um SEP consiste em muitos elementos individuais conectados para formar um sistema grande, complexo e dinâmico capaz de gerar, transmitir e distribuir energia elétrica em uma grande área geográfica (Machowski et al., 2008). O SEP deve funcionar corretamente mesmo na presença de variações de carga e outros distúrbios. Um dos conceitos que definem esta condição é a estabilidade de frequência (Kundur et al., 2004). Tal estabilidade refere-se à capacidade de um sistema de potência de manter a frequência estável após a ocorrência de uma perturbação, resultando em um equilíbrio entre geração e carga. O controle de carga e frequência de um sistema de potência interconectado desempenha um papel importante no ajuste das saídas do gerador de acordo com as mudanças de carga. Assim, a ação de controle é indispensável para manter a frequência do sistema em seus valores especificados. Logo, para um bom desempenho, é necessária uma boa estratégia de controle.

Controladores Proporcionais Integrais Derivativos (PID) são amplamente utilizados devido à sua simplicidade de projeto (Hote e Jain, 2018; Oozeer e Ramjug-Ballgobin, 2018). Em termos de métodos de seleção de ganhos PID, esse tipo de controlador pode ser dividido em duas categorias principais: controladores adaptativos e não adaptativos (Mahmoodabadi e Safi Jahanshahi, 2021).

Em controladores não adaptativos, os ganhos PID permanecem fixos durante a operação e podem ser ajustados off-line usando técnicas de otimização. Vários métodos de otimização publicados na área de LFC podem ser usados neste contexto (Ramjug-Ballgobin e Ramlukon, 2021; Gorbunova e Anisimov, 2020; Kapeller et al., 2021; Tahiri et al., 2021), como a Otimização de Lobo Cinzento (GWO - do inglês *Gray Wolf Optimization*) vista em Yammani e Maheswarapu (2019), Pesquisa Gravitacional Híbrida com Algoritmo Firefly (HGFA - do inglês *Hybrid Gravitational search with Firefly Algorithm*) vista em Gupta et al. (2021), o Algoritmo PSO visto em Jha et al. (2019), o Algoritmo do Leão com atualização de Levy visto em (Sharma e Yadav, 2019), o Algoritmo Genético visto em Rajamand (2021), o Algoritmo Salp Swarm visto em Kumari e Shankar (2018), a Otimização de Pastoreio de Elefantes (EHO - *Elephant Herding Optimization*) vista em Sambariya e Fagna (2017), o algoritmo de otimização das Baleias visto em Hasanien (2018) e a Otimização de Colônia de Formigas Aprimorada (IACO - do inglês *Improved Ant Colony Optimization*) vista em Chen et al. (2019).

No entanto, controladores PID convencionais de estrutura fixa e parâmetros constantes geralmente são ajustados para uma condição de operação. Porém como as características dos elementos do sistema de potência são não-lineares, várias tentativas foram apresentadas para resolver os problemas do controlador PID de parâmetros fixos (Dahab et al., 2020). Nesse aspecto, a Lógica Fuzzy pode ser considerada como um dos métodos mais eficientes aplicados ao projeto de controladores PID na literatura (Mohanty et al., 2021; Osinski et al., 2019b; Ghafouri et al., 2017; Yakout et al., 2021).

Recentemente, o controlador PID de Ordem Fracionária (FOPID) foi visto como uma ferramenta para melhorar o projeto LFC e resultados favoráveis foram obtidos (Khosravi et al., 2020; Tzounas et al., 2020; Ahmed et al., 2021; Guha et al., 2021; Çelik, 2021; Osinski et al., 2019a; Sahin, 2020; Asgari et al., 2021). Esse tipo de controlador tem potencial para oferecer desempenho superior em relação aos controladores PID convencionais (Tepljakov, 2017), além de dar robustez a ruídos de alta frequência e melhor desempenho em regime permanente (Sondhi e Hote, 2016). O cálculo de ordem fracionária quando incorporado a Lógica Fuzzy mostrou resultados superiores (Nithilaravanan et al., 2019). Um controlador PID Fuzzy de Ordem Fracionária (FOFPID) foi aplicado com sucesso em uma usina termelétrica interconectada como pode ser visto em Arya et al. (2021). Em Mahto et al. (2021), um controlador FOFPID é apresentado para controle de frequência de fornecimento de energia híbrida como vento, sol e fotovoltaica.

Neste capítulo, um novo esquema adaptativo para controladores FOPID é proposto. Chamado de FOPID Adaptativo ou AFOPID, ele foi testado para problemas de LFC. Os novos parâmetros do FOPID são sintonizados online de tal forma que, na ocorrência de uma perturbação de carga, a Lógica Fuzzy atualiza os coeficientes k_p , k_i e k_d do FOPID para adaptar a malha fechada à nova condição de operação. Em seguida, os coeficientes fracionários λ e μ são atualizados usando uma estratégia DE. A estratégia foi comparada com outros algoritmos semelhantes na mesma situação apresentando melhor desempenho.

O sistema híbrido melhora a solução geral, uma vez que o sistema Fuzzy primeiro define um bom ponto de operação e, em seguida, o Algoritmo de Evolução Diferencial (DE) refina as soluções agindo nas ordens fracionárias. O controlador e o método de sintonia propostos são validados em um modelo matemático de uma usina hidrelétrica pertencente ao Sistema Interligado Nacional (SIN). A estratégia foi comparada com outros algoritmos semelhantes na mesma situação, apresentando melhor desempenho em malha fechada. Para avaliação dos controladores, foram utilizados alguns índices de desempenho, como a análise de *overshoots/undershoots*, tempos de acomodação, *Integral Square Error (ISE)*, *Integral Time Square Error (ITSE)* e *Integral Time Absolute Error (ITAE)*. Os resultados mostraram que o método híbrido provou fornecer melhor desempenho em malha fechada do que soluções semelhantes ou quando cada método é usado sozinho.

5.1 DEFINIÇÃO DA PLANTA

A modelagem matemática precisa dos componentes que compõem o sistema de controle de velocidade de turbinas hidrelétricas é de fundamental importância para a análise do sistema em malha fechada e o correto ajuste dos parâmetros do controlador. De acordo com 1207-2011 (2011) e Donaisky et al. (2016), o sistema de controle de velocidade é representado pelo controlador, amplificador hidráulico, conduto forçado, turbina, gerador e carga, conforme pode ser visto na Figura 5.1.

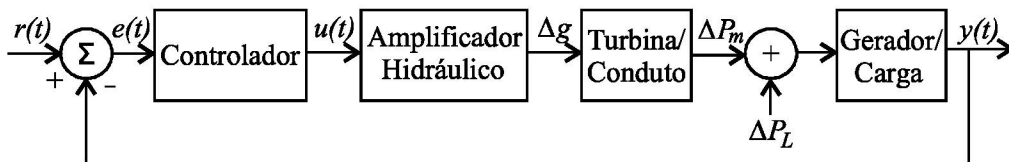


Figura 5.1: Sistema de controle de velocidade.

Da Figura 5.1, $r(t)$ é o sinal de referência e $y(t)$ é a variação da frequência. A função do controlador é manter a frequência em valores nominais mesmo na presença de perturbações ΔP_L (variação da potência da carga em relação à potência nominal). O amplificador hidráulico é responsável por transformar o sinal elétrico recebido do controlador em um sinal de potência mecânica capaz de mover os componentes da turbina de um ponto de operação para outro, mesmo na presença de fortes pressões causadas pelo fluido hidráulico no distribuidor. Modelos simplificados de amplificadores hidráulicos podem ser vistos em 1207-2011 (2011), Pourbeik et al. (2013), Kundur (1994) e Munoz-Hernandez et al. (2012). Neste trabalho, o amplificador hidráulico foi adaptado de Donaisky et al. (2016) e é modelado como uma configuração de duas válvulas em série com um servomotor, como pode ser visto na Figura 5.2.

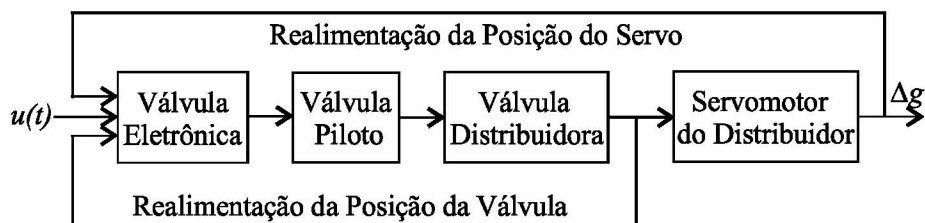


Figura 5.2: Amplificador hidráulico.

As válvulas e sistemas envolvidos no atuador hidráulico possuem dinâmica não linear e, conseqüentemente, tornam o projeto dos sistemas de controle envolvidos um desafio (Donaisky et al., 2016). Essas não-linearidades são devidas a fatores como a compressibilidade dos fluidos hidráulicos, o fluxo complexo de óleo através das válvulas, a influência da temperatura na dinâmica dos fluidos, o atrito do cilindro hidráulico durante os movimentos, o desgaste mecânico e os limites físicos impostos pelos intervalos de valores.

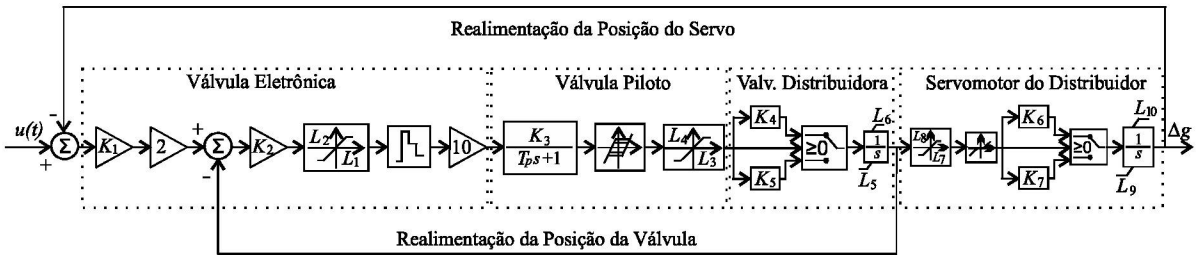


Figura 5.3: Amplificador hidráulico detalhado.

A Figura 5.3 é uma versão detalhada da Figura 5.2. Na Figura 5.3, as entradas da válvula eletrônica correspondem à realimentação da posição da válvula distribuidora, sinal de controle e realimentação do servomotor do distribuidor. Os ganhos K_1 e K_2 são ajustáveis para certos pontos operacionais. O bloco de saturação (L_1, L_2), usado para limitar o sinal de saída, o segurador de ordem zero e o ganho 10 são usados para a reconstrução analógica.

A válvula piloto é modelada como uma configuração em série de um sistema de primeira ordem e blocos de saturação. A entrada deste sistema é a saída (em Volts) da válvula eletrônica. O sistema de primeira ordem representa a dinâmica da válvula e os blocos na sequência representam a histerese e a limitação do curso da válvula. A saída representa o deslocamento da válvula em milímetros. Na válvula piloto, K_3 e T_p são o ganho e a constante de tempo da válvula piloto. Os parâmetros L_3 e L_4 são, respectivamente, os limites inferior e superior da posição da válvula piloto.

A válvula distribuidora é composta por um ganho variável e um bloco integral com não-linearidade do tipo saturação, conforme pode ser visto na Figura 5.3. O sinal da válvula piloto define a abertura ou fechamento da válvula distribuidora, sendo obtidos dois ganhos, cada um correspondendo ao sentido de movimento do deslocamento da válvula. Enquanto, K_4 e K_5 são os ganhos da válvula distribuidora para cada condição operacional (abertura ou fechamento) e L_5 e L_6 são, respectivamente, os limites de posição inferior e superior da válvula distribuidora.

O servomotor do distribuidor é modelado como uma configuração em série que consiste em um bloco de saturação (L_7, L_8), um bloco não-linear do tipo zona morta, um ganho variável e um bloco integral com não-linearidade do tipo saturação.

Após a não-linearidade do tipo zona morta, o sinal de saída define a abertura ou fechamento do distribuidor, assim existem dois ganhos, cada um correspondendo ao sentido do movimento do deslocamento. Os parâmetros K_6 e K_7 são os ganhos do servomotor do distribuidor para cada condição operacional (abertura ou fechamento) e L_9 e L_{10} são os limites de posição inferior e superior do servo motor, respectivamente.

O modelo da comporta e turbina foi baseado nos estudos da referência Mover e Supply (1992). Nesta etapa, o fluxo de água regulado pelo distribuidor que percorre o conduto através da turbina transforma a energia hidráulica em mecânica. Finalmente, por meio de um gerador

síncrono, a energia mecânica é transformada em energia elétrica alternada. O modelo do gerador/carga pode ser encontrado em Kundur (1994) e Munoz-Hernandez et al. (2012).

5.2 MÉTODO PROPOSTO

Controladores PID Fuzzy de Ordem Fracionária foram propostos em Mudi e Pal (1999), Das et al. (2012), Liu et al. (2015), Arya et al. (2021), Mahto et al. (2021) e outros. Com o objetivo de melhorar o desempenho dos controladores propostos até o momento e reduzir o número de regras Fuzzy, neste trabalho propõe-se separar o problema de atualização de parâmetros online em duas partes. Ou seja, atualiza-se os parâmetros k_p , k_i e k_d através de um Sistema Fuzzy. Já os operadores λ e μ , são atualizados usando um algoritmo de evolução diferencial. O uso do algoritmo DE permite reduzir o número de regras Fuzzy quando comparado com Liu et al. (2015), uma vez que apenas três variáveis são levadas em consideração. A estrutura do controlador proposto aplicado a um sistema de controle de velocidade pode ser visualizada na Figura 5.4.

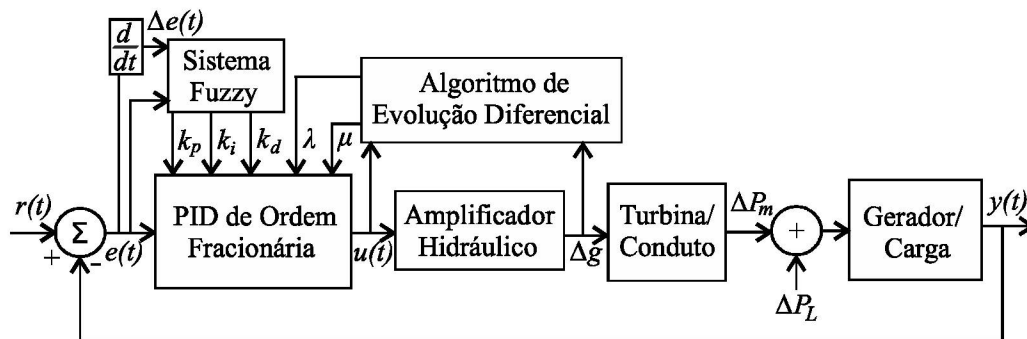


Figura 5.4: Sistema de controle de malha fechada do controlador proposto.

Para realizar o ajuste online dos parâmetros FOPID com sucesso, uma etapa de inicialização deve ser realizada. Basicamente: a) o universo de discurso das variáveis de entrada e saída do Sistema Fuzzy, b) a função de pertinência das variáveis de entrada e saída do Sistema Fuzzy e c) são definidas as faixas de operação das variáveis do algoritmo de evolução diferencial. Esta etapa é descrita na Subseção 5.2.1.

Uma vez que todos os sistemas Fuzzy e os parâmetros do algoritmo DE são inicializados, o procedimento de ajuste online para os parâmetros do FOPID é realizado. Esta etapa é descrita na Subseção 5.2.2.

5.2.1 Inicialização

Conforme mencionado anteriormente, para realizar o ajuste online dos parâmetros do FOPID, é necessário configurar: a) o Sistema Fuzzy e b) a otimização DE. Isso é feito definindo n pontos de operação que a Usina Hidrelétrica (UHE) pode assumir. Esses pontos operacionais são baseados em valores de carga do sistema. Então, para cada ponto de operação, o algoritmo de

evolução diferencial é executado para encontrar os melhores parâmetros do FOPID para aquela situação particular. Uma vez que os valores ótimos dos parâmetros FOPID para cada ponto operacional da planta são obtidos, pode-se definir os valores mínimo e máximo que k_p , k_i , k_d , λ e μ podem assumir quando estão sendo executados online. A função objetivo para obter os parâmetros ideais do controlador FOPID para cada ponto de operação é a seguinte:

$$J = \sum_{k=0}^N (y(k\Delta t) - \hat{y}(k\Delta t))^2, \quad (5.1)$$

onde $y(k\Delta t)$ e $\hat{y}(k\Delta t)$, para $k = 1, \dots, N$ são amostras da saída e amostras da saída simulada, respectivamente, e Δt é o tempo de amostragem. Para obter o conjunto ideal de valores $\{k_p^j, k_i^j, k_d^j, \lambda^j$ e $\mu^j\}$ para cada ponto de operação, o DE começa com $k_p = 1$, $k_i = 1$, $k_d = 1$, $\lambda = 1$ e $\mu = 1$. Em suma, após executar o algoritmo para todos os pontos de operação possíveis, utiliza-se os valores resultantes de execuções específicas e as Equações (5.2), (5.3), (5.4), (5.5), (5.6) para definir quais valores possíveis os parâmetros do FOPID podem assumir quando rodando online. Lembrando que quem determinará os parâmetros k_p , k_i e k_d em tempo real será o Sistema Fuzzy, e quem determinará em tempo real os parâmetros λ e μ será o algoritmo de evolução diferencial.

$$k_p \in \left[0,8 \left(\min_{j=1,\dots,n} (k_p^j) \right) \quad 1,2 \left(\max_{j=1,\dots,n} (k_p^j) \right) \right], \quad (5.2)$$

$$k_i \in \left[0,8 \left(\min_{j=1,\dots,n} (k_i^j) \right) \quad 1,2 \left(\max_{j=1,\dots,n} (k_i^j) \right) \right], \quad (5.3)$$

$$k_d \in \left[0,8 \left(\min_{j=1,\dots,n} (k_d^j) \right) \quad 1,2 \left(\max_{j=1,\dots,n} (k_d^j) \right) \right], \quad (5.4)$$

$$\lambda \in \left[0,8 \left(\min_{j=1,\dots,n} (\lambda^j) \right) \quad 1,2 \left(\max_{j=1,\dots,n} (\lambda^j) \right) \right], \quad (5.5)$$

$$\mu \in \left[0,8 \left(\min_{j=1,\dots,n} (\mu^j) \right) \quad 1,2 \left(\max_{j=1,\dots,n} (\mu^j) \right) \right]. \quad (5.6)$$

5.2.1.1 Configuração do sistema Fuzzy

Uma vez definidos os valores mínimos e máximos que os parâmetros podem assumir durante a operação da planta em tempo real, esta informação pode agora ser utilizada para configurar o universo de discurso das variáveis de saída do Sistema Fuzzy (k_p , k_i , k_d). Com essa técnica, reduz-se a necessidade de um especialista em sistemas de controle de velocidade para turbinas hidráulicas, o que determinaria esse universo de discurso, fazendo com que a metodologia proposta neste trabalho seja menos suscetível a erros humanos.

Feito isso, é necessário definir as funções de pertinência e escolher as regras que definirão o comportamento do sistema. Resumidamente, existem os seguintes passos para definir

o Sistema Fuzzy que irá ajustar os ganhos do controlador k_p , k_i e k_d em tempo real: (i) seguir as etapas da Seção 5.2.1; (ii) com base nas Equações (5.2), (5.3) e (5.4), definir o universo de discurso das variáveis de saída do Sistema Fuzzy; (iii) definir as funções de pertinência das entradas e saídas do Sistema Fuzzy; (iv) definir as regras de inferência para o Sistema Fuzzy.

5.2.1.2 Configuração do algoritmo de evolução diferencial

Enquanto o Sistema Fuzzy é responsável por atualizar os ganhos k_p , k_i e k_d , o algoritmo DE é responsável pelos expoentes λ e μ . A faixa de valores que λ e μ podem assumir na execução online são configurados usando as Equações (5.5) e (5.6).

5.2.2 Operação online

Na Figura 5.4, o erro $e(t)$ está relacionado aos desvios na velocidade da turbina, que depende da variação na demanda de carga. Com isso, o Sistema Fuzzy detecta o erro e atualiza os valores k_p , k_i e k_d do controlador FOPID. Ao mesmo tempo, o algoritmo DE atualiza os expoentes λ e μ com base na função objetivo da Equação (5.7), que tem como proposta a minimização do erro entre o sinal de controle e o sinal do servomotor do distribuidor que faz parte do conjunto do amplificador hidráulico (ver Figuras 5.3 e 5.4).

$$\min_{\text{MSE}} = \min(u(t) - \Delta g(t - 1))^2. \quad (5.7)$$

Com base no sistema da Figura 5.4, quando em operação, o Sistema Fuzzy e o algoritmo DE tornam o k_p , k_i , k_d , λ e μ adaptativos, e com isso, escolhe o melhor valor para uma determinada condição de carga. Desta forma, o controlador apresentado tende a ter um desempenho ótimo, mesmo na presença de distúrbios.

5.3 SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Esta seção apresenta os resultados da aplicação do controlador proposto no controle de velocidade de uma UHE localizada na região sudeste do Brasil. Essa UHE gera energia elétrica por meio de três máquinas síncronas, cada uma com potência de 133 MW, totalizando uma geração de 399 MW, com turbinas do tipo Francis. O diagrama unifilar do sistema de potência, ao qual pertence a usina em estudo, encontra-se na Figura 5.5. Os valores dos parâmetros mostrados neste diagrama são de um caso genérico. Cada caso estudado neste trabalho tem seus próprios parâmetros.

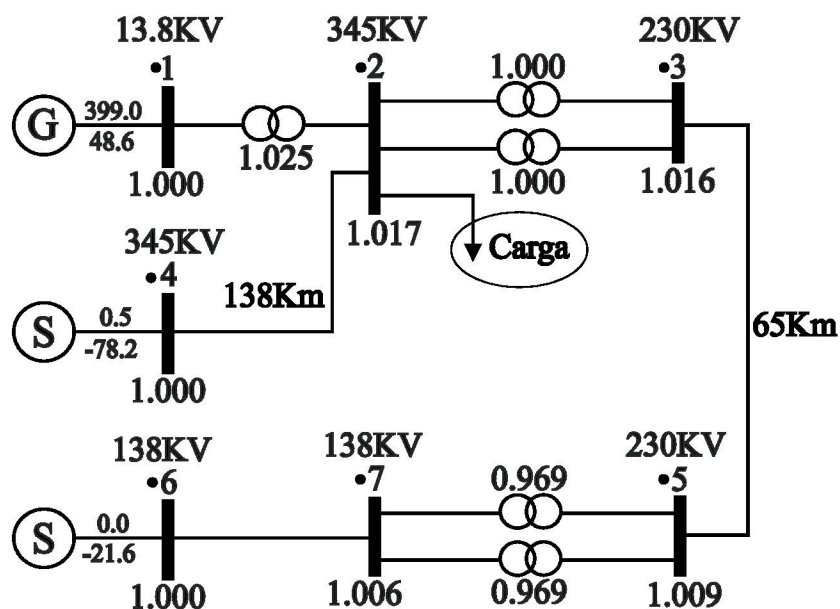


Figura 5.5: Diagrama esquemático do sistema de potência simulado.

Tabela 5.1: Características da planta sob estudo.

Parâmetro da planta	Valor
Primeiro ganho do conjunto microprocessado (K_1)	4
Segundo ganho do conjunto microprocessado (K_2)	1,55
Limite inferior do controlador da válvula eletrônica (L_1)	-1
Limite superior do controlador da válvula eletrônica (L_2)	1
Ganho da válvula piloto (K_3)	0,96
Constante de tempo da válvula piloto (T_P)	0,019
Limite inferior da posição da válvula piloto (L_3)	-5
Limite superior da posição da válvula piloto (L_4)	5
Ganho da válvula distribuidora (abertura) (K_4)	4,55
Ganho da válvula distribuidora (fechamento) (K_5)	3,8
Limite inferior da posição da válvula distribuidora (L_5)	-8
Limite superior da posição da válvula distribuidora (L_6)	8
Ganho do servomotor do distribuidor (abertura) (K_6)	4,01
Ganho do servomotor do distribuidor (fechamento) (K_7)	20,73
Limite inferior da posição do servomotor (L_7)	0
Limite superior da posição do servomotor (L_8)	275
Constante de tempo da turbina hidrelétrica (T_w)	2,71
Coefficiente de perda de carga (F_p)	0
Fluxo sem carga por unidade (Q_{ni})	0,12
Fator de proporcionalidade (A_t)	1,14
Fator de proporcionalidade (T_m)	7,14
Coefficiente de amortecimento (D)	0,5

O modelo matemático desta UHE foi definido na Seção 5.1, e os valores dos componentes podem ser vistos na Tabela 5.1. Três casos são apresentados nesta seção. Todos eles têm como sinal de saída o comportamento da frequência do sinal elétrico gerado nas máquinas da usina hidrelétrica em condições de transitórios eletromecânicos, gerados pela passagem do modo interligado para o modo ilhado. Nestes casos simulados, logo após o ilhamento, a planta possui uma demanda de energia diferente daquela que está sendo fornecida. Isso causa um transiente de frequência até a retomada do estado estacionário.

Para fins de simulação, a potência elétrica transitória da carga foi calculada por meio do software ANATEM[®]. O programa ANATEM[®] é um aplicativo para simulações dinâmicas no domínio do tempo, visando a análise não-linear de transitórios eletromecânicos de sistemas de potência de grande porte, compreendendo os períodos de estabilidade transitória e dinâmica (Rangel et al., 2005). Neste trabalho, em todas as simulações, a carga está localizada na barra 2, e o ilhamento ocorre desconectando as linhas entre as barras 2 e 4 e as barras 6 e 7 (ver Figura 5.5).

5.3.1 Sintonia do controlador proposto

Para inicializar o controlador AFOPID usando o algoritmo DE, optou-se por um número máximo de iterações (M_{eval}) = 500. O tamanho da população foi decidido a partir da estratégia de adotar 10 vezes o número de variáveis estimadas, como o número de variáveis estimadas (D) = 5, escolheu-se o tamanho da população (NP) = 50. Decidiu-se por uma taxa de cruzamento (CR) = 0,7, esse valor foi escolhido com o intuito de não haver perda de estruturas de alta aptidão, assim como não deixar o algoritmo muito lento. Em relação a probabilidade de mutação, uma baixa taxa de mutação previne que uma dada posição fique estagnada em um valor, já com uma taxa muito alta a busca se torna essencialmente aleatória, para tanto, decidiu-se por uma taxa de mutação mínima (B_{min}) = 0,2 e uma taxa máxima de mutação (B_{max}) = 0,8. Para o critério de parada, optou-se por executar o algoritmo até que atinja um (MSE) = 0,001.

Os pontos de operação 10%, 30%, 50%, 70% e 90% da potência nominal da planta foram usados. Para cada ponto operacional da UHE, o algoritmo DE foi executado 100 vezes, utilizando a Equação (5.1). Destes 100 parâmetros (k_p , k_i , k_d , λ e μ) de cada ponto operacional, apenas um conjunto de parâmetros foi escolhido. Assim, escolheu-se parâmetros que resultaram em um menor tempo de acomodação (baseado no critério de 2%) juntamente com picos menores do sinal de controle. Assim, os parâmetros da Tabela 5.2 são encontrados.

Tabela 5.2: Parâmetros do AFOPID.

Parâmetro	10%	30%	50%	70%	90%
k_p	1,3	1,42	1,5	1,56	1,6
k_i	0,04	0,04	0,04	0,08	0,07
k_d	0,35	0,34	0,31	0,35	0,35
λ	1,21	1,23	1,19	1,11	1,14
μ	0,51	0,94	0,73	0,77	0,99

Com base na Tabela 5.2 e Equações (5.2) para (5.6), os parâmetros AFOPID podem ser calculados, então as variáveis do controlador são definidas na Tabela 5.3 (Caso AFOPID). Foram escolhidas cinco funções de pertinência (MF) para as entradas $e(t)$ e $\Delta e(t)$ e cinco funções de pertinência para as saídas k_p , k_i e k_d . As funções de pertinência utilizadas no projeto do Sistema Fuzzy são apresentadas na Figura 5.6.

Tabela 5.3: Parâmetros dos controladores.

Controlador	k_p	k_i	k_d	λ	μ
PID-UHE	1,25	0,0625	0,15	-	-
PID-DE	1,2849	0,1236	0,4	-	-
FOPID	1,4249	0,1236	0,5	1,13	0,4074
PID-Fuzzy	[0,9;2]	[0,05;0,3]	[0,2;0,9]	-	-
AFOPID	[1,04;1,92]	[0,03;0,1]	[0,25;0,42]	[0,8;1,5]	[0,4;1,2]

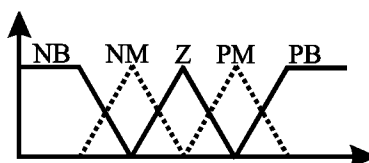


Figura 5.6: Funções de pertinência do controlador AFOPID.

As entradas e saídas são designadas com as variáveis linguísticas NB (negativo grande), NM (meio negativo), Z (zero), PM (meio positivo), PB (grande positivo). As regras do Sistema Fuzzy são fornecidas na Tabela 5.4. O ajuste correto dessas regras são de fundamental importância para o correto funcionamento do controlador.

Tabela 5.4: Regras de inferência.

	$\Delta e(t)$											
	k_p				k_i				k_d			
	NM	Z	PM		NM	Z	PM		NM	Z	PM	
$e(t)$	NB	Z	Z	Z	NB	NM	NM	NM	NB	Z	Z	Z
	NM	PM	PM	PM	NM	Z	Z	Z	NM	Z	Z	Z
	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	Z	PM	PM	PM	PM
	PM	NM	NM	NM	PM	Z	Z	Z	PM	PM	PM	PM
	PB	NM	NM	NM	PB	PM	PM	PM	PB	PB	PB	PB

5.3.2 Outros controladores utilizados na validação do método

A estratégia de controle proposta neste trabalho será comparada com outras quatro estratégias de controle. O primeiro controlador (PID-UHE) é um PID normalmente usado na hidrelétrica em estudo. Seus parâmetros (ver Tabela 5.3) são ajustados em campo na fase de comissionamento, seguindo a recomendação da concessionária, utilizando o critério de rede isolada com estatismo transiente e tempo de amortecimento. O segundo controlador (PID-DE)

é um controlador PID sintonizado por um algoritmo de evolução diferencial, seus parâmetros podem ser vistos na Tabela 5.3. O terceiro controlador (FOPID) (Osinski et al., 2019a) é um controlador FOPID, seus parâmetros (ver Tabela 5.3) foram ajustados por um algoritmo de evolução diferencial. O último controlador usado na comparação (PID-Fuzzy) (Osinski et al., 2019b) usa cinco funções de pertinência para as entradas e cinco funções de pertinência para as saídas. As entradas são designadas com variáveis linguísticas N (negativo), Z (zero), P (positivo); as saídas são designadas com variáveis linguísticas NB (negativo grande), NM (meio negativo), Z (zero), PM (meio positivo), PB (positivo grande). As entradas $e(t)$ e $\Delta e(t)$ são normalizadas dentro do intervalo de $[-0,5; 0,5]$ e $[-0,5; 0,5]$, respectivamente.

5.3.3 Caso I - Degrau negativo de carga

A primeira condição de operação analisada simula uma condição de ilhamento da usina com diminuição da carga, ou seja, a potência a ser fornecida pelos geradores após o ilhamento é menor do que a fornecida antes do ilhamento.

Nesse caso, o estado estacionário do sistema elétrico interligado começa com uma usina gerando 359 MW, ou 128% da carga total de 279,3 MW incluída na área. Em um dado instante de tempo (20 segundos), ocorre a abertura das linhas (ver Figura 5.5) entre os barramentos 2 e 4 e entre os barramentos 6 e 7, assim o sistema fica isolado. A carga restante do sistema isolado é menor do que a geração em estado estacionário anterior. Esta variação de carga afeta todo o funcionamento da planta, portanto o sistema de controle deve compensá-la de forma que o sistema chegue imediatamente a um novo ponto de operação. O comportamento do distribuidor na Figura 5.7 representa essa nova situação.

A frequência tende a aumentar logo após a situação de ilhamento, como pode ser observado na Figura 5.8. Um grande desvio inicial da frequência é observado em todos os controladores, devido à redução da demanda de potência aplicada à unidade geradora. Percebe-se também que o novo valor do regime permanente para o sinal de frequência é da ordem de 60,5 Hz, o que ocorre devido ao estatismo permanente presente nesta malha de controle.

Através da Figura 5.8, pode-se verificar que o controlador AFOPID apresenta um melhor desempenho, em termos de menor tempo de acomodação (baseado no critério de 2%) e pico de *overshoot*. A Tabela 5.5 (Caso I) resume esses resultados. Os dois controladores tipo FOPID são os que apresentam melhor comportamento de *overshoot*, sendo que o proposto tem o melhor resultado estando entre os que apresentam melhor tempo de acomodação.

Os sinais de controle são a entrada do amplificador hidráulico que, ao final, movimentará todo o conjunto do mecanismo hidráulico do sistema gerador. Seus valores para cada lei de controle estão representados na Figura 5.9. Observa-se que a amplitude do sinal de controle do AFOPID é menor do que a de todos os outros controladores, além de não apresentar oscilações, destaca-se então a vantagem no uso deste controlador, uma vez que pequenos movimentos em todo o mecanismo mecânico significam uma menor tendência a exigir trabalhos de manutenção. Uma análise quantitativa do desempenho do sistema em malha fechada, em termos dos critérios

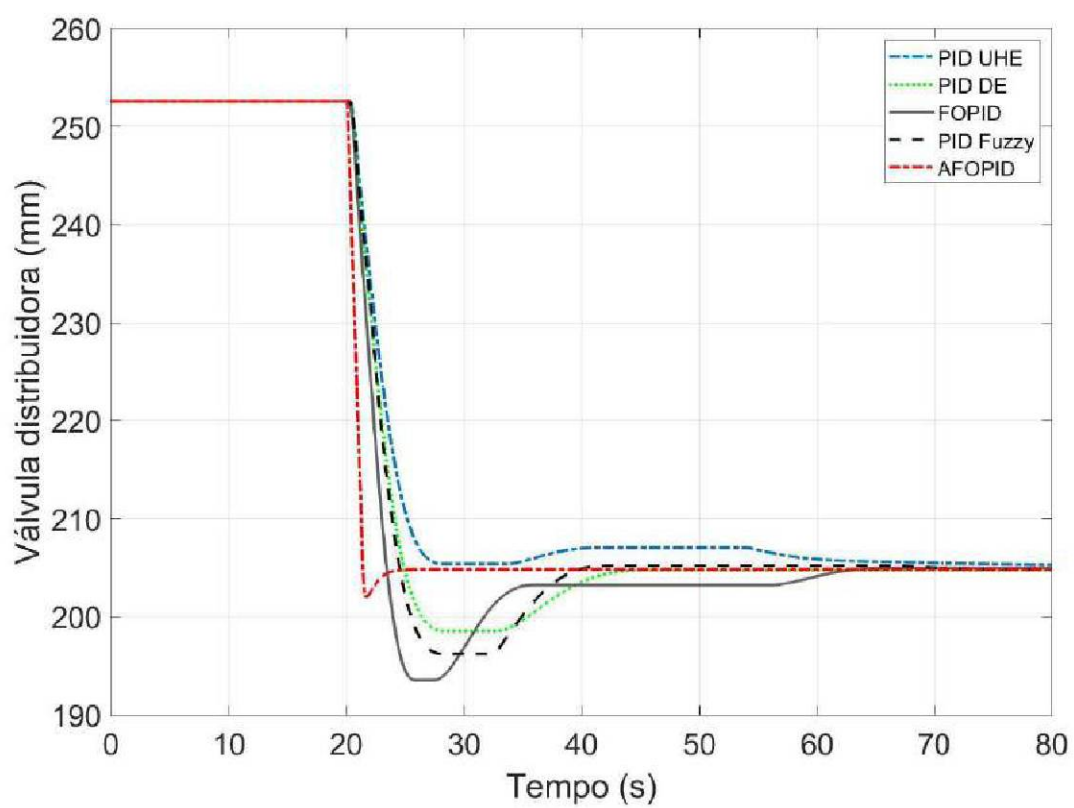


Figura 5.7: Sinal do distribuidor - Caso I.

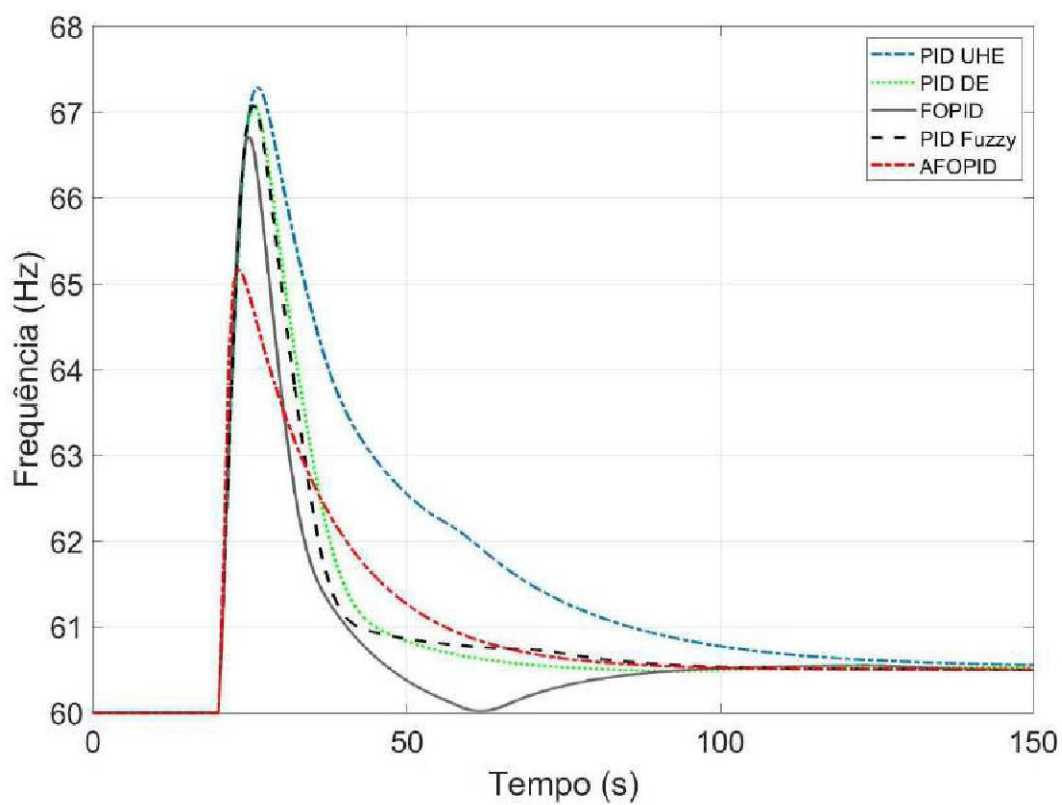


Figura 5.8: Desvio de frequência - Caso I.

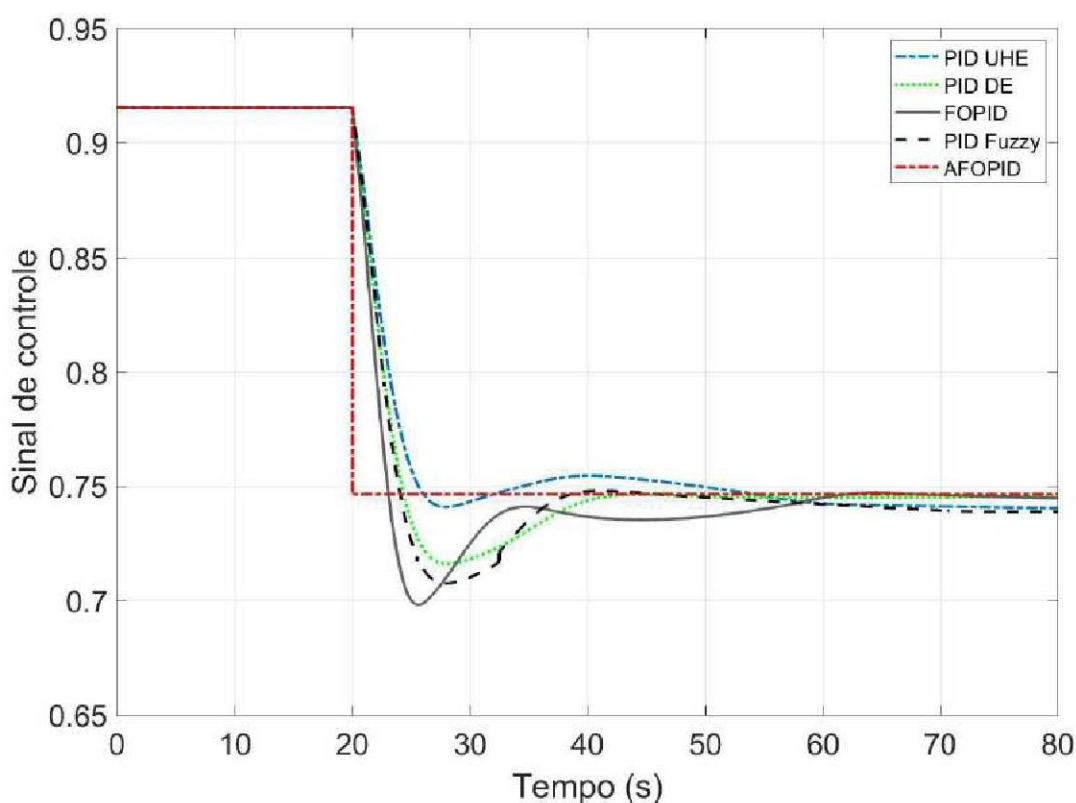


Figura 5.9: Saída do controlador para o amplificador hidráulico - Caso I.

ISE, ITSE e ITAE, é apresentada na Tabela 5.6. A partir desta tabela, o AFOPID atinge os melhores valores para todos os parâmetros. Assim, o novo esquema adaptativo para controladores FOPID provou ser capaz de lidar com este caso de variação de carga.

Tabela 5.5: Desempenho dos controladores.

Contr.	Caso I		Caso II		Caso III			
	Overs.	T. ac.	Unders.	T. ac.	Overs.	Unders.	T. ac.1	T. ac.2
PID-UHE	67,3Hz	98s	53,3Hz	99s	72,1Hz	55,0Hz	120s	230s
PID-DE	67,1Hz	65s	53,6Hz	51s	71,6Hz	54,7Hz	78s	170s
FOPID	66,6Hz	95s	53,6Hz	50s	71,0Hz	54,7Hz	98s	200s
PID-Fuzzy	67,1Hz	66s	53,3Hz	67s	71,5Hz	54,7Hz	78s	170s
AFOPID	65,1Hz	66s	54,0Hz	76s	69,5Hz	56,0Hz	80s	200s

5.3.4 Caso II - Degrau positivo de carga

Nesse caso, o regime permanente do sistema elétrico interligado começa com uma usina gerando 179 MW, ou 71,2% da carga total de 251,37 MW incluída na área. A geração do restante do sistema interligado supre a demanda necessária. Em um determinado instante de tempo (20 segundos), ocorre uma condição de ilhamento (abertura das linhas entre as barras 2 e 4 e entre as barras 6 e 7) e o sistema é isolado. A carga remanescente na área é maior do que o *set-point* da geração anterior, então um novo ponto de operação deve ser alcançado. O

Tabela 5.6: Índices de desempenho dos controladores.

Caso	Controlador	ISE $\times 10^{-5}$	ITAE $\times 10^3$	ITSE
Caso I	PID-UHE	3,35	5,3	0,78
	PID-DE	3,72	5,2	0,85
	FOPID	3,94	5,3	0,90
	PID-Fuzzy	3,87	5,2	0,89
	AFOPID	3,32	3,76	0,76
Caso II	PID-UHE	2,4	4,9	0,57
	PID-DE	2,9	4,9	0,67
	FOPID	3,4	5,2	0,78
	PID-Fuzzy	3,1	4,9	0,72
	AFOPID	2,1	4,3	0,50
Caso III	PID-UHE	11,6	17,3	3,49
	PID-DE	12,5	16,5	3,77
	FOPID	13,2	16,8	3,98
	PID-Fuzzy	13,0	16,4	3,91
	AFOPID	11,1	13,9	3,34

comportamento dos sinais do distribuidor e da frequência estão representados nas Figuras 5.10 e 5.11, respectivamente.

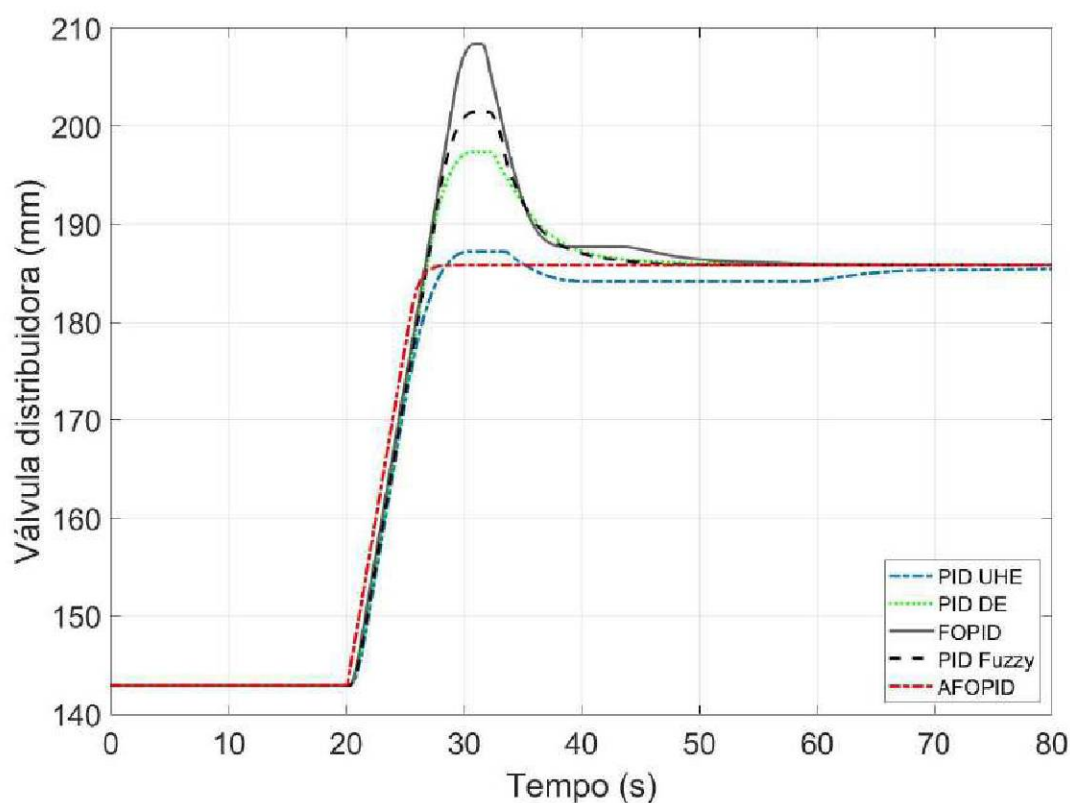


Figura 5.10: Sinal do distribuidor - Caso II.

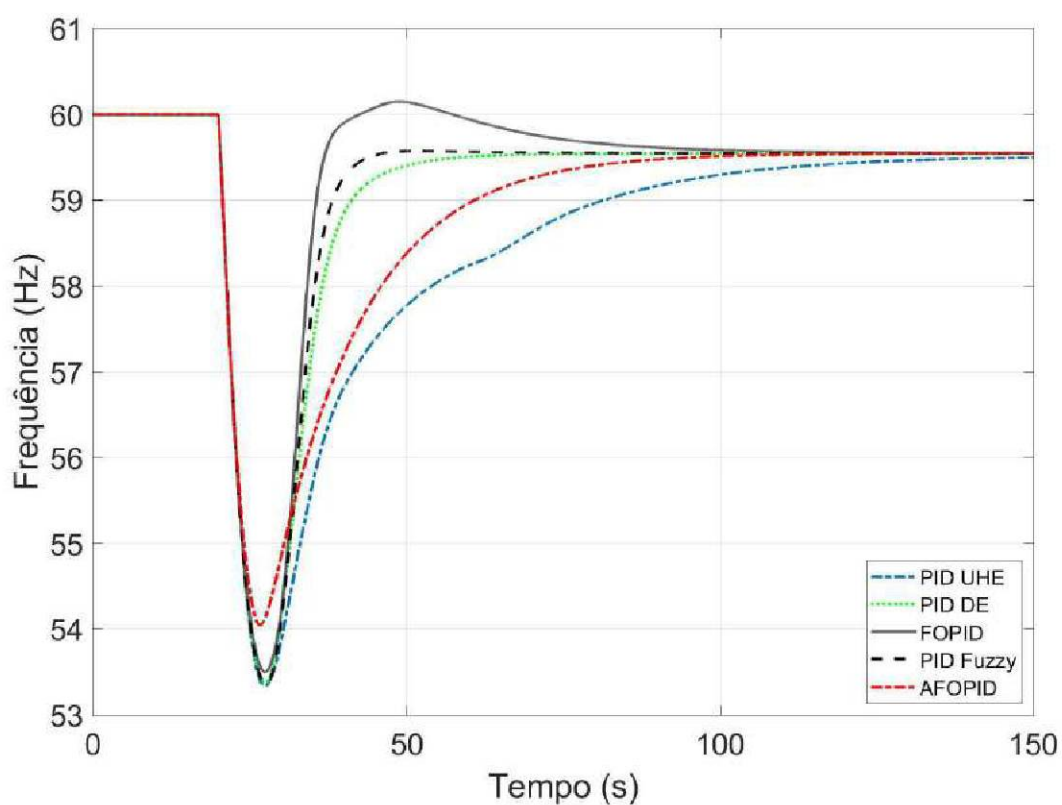


Figura 5.11: Desvio de frequência - Caso II.

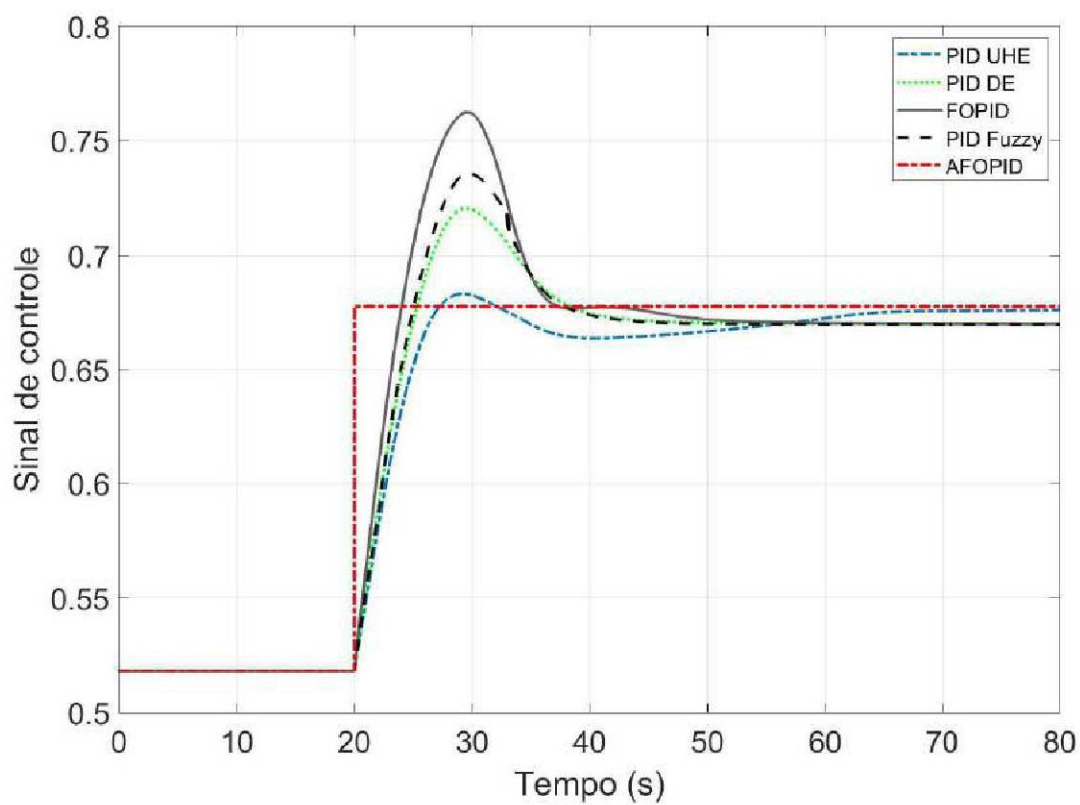


Figura 5.12: Saída do controlador para o amplificador hidráulico - Caso II.

Um grande desvio de frequência é observado para todos os controladores, uma vez que o ponto de ajuste da geração de energia aumentou repentinamente. O novo valor do regime permanente para o sinal de frequência é de cerca de 59,5 Hz.

Pela Figura 5.11, pode-se perceber que o controlador AFOPID apresenta um desempenho competitivo, em termos de um pico de *undershoot* menor com um custo de um maior tempo de acomodação (baseado no critério de 2%). A tabela 5.5 (Caso II) resume esses resultados. Neste caso, os dois controladores tipo FOPID não apresentam comportamento semelhante, e o desempenho geral do AFOPID é comparável ao PID-DE ou PID-Fuzzy.

Os sinais de controle para cada lei de controle estão representados na Figura 5.12. O sinal de controle do AFOPID apresenta comportamento semelhante em comparação ao Caso I. Uma segunda análise do desempenho em malha fechada, em termos dos critérios ISE, ITSE e ITAE, é apresentada na Tabela 5.6. O controlador proposto possui os melhores índices.

5.3.5 Caso III - Degrau negativo e positivo de carga

Nesse caso, o regime permanente do sistema elétrico interligado começa com uma usina gerando 359,1 MW, ou 200% da carga total de 179,55 MW incluídos na área. Em um determinado instante de tempo (20 segundos), ocorre uma condição de ilhamento (abertura das linhas entre as barras 2 e 4 e entre as barras 6 e 7) e o sistema é isolado. A carga restante do sistema isolado é menor do que a geração em regime permanente anterior, portanto, um novo ponto operacional deve ser alcançado.

No momento (150 segundos), a carga da área passa de 179,55 MW para 279,3 MW, o que significa que um novo ponto de operação deverá ser alcançado. O comportamento dos sinais do distribuidor e da frequência estão representados nas Figuras 5.13 e 5.14, respectivamente.

Pela Figura 5.14, pode-se verificar que o controlador AFOPID apresenta um desempenho competitivo, em termos de um pico de *over* e *undershoot* menor, mas com um tempo de acomodação (baseado no critério de 2%) ligeiramente superior em comparação com um PID-DE e PID-Fuzzy. A Tabela 5.5 (Caso III) resume esses resultados.

Uma segunda análise do desempenho em malha fechada, em termos dos critérios ISE, ITSE e ITAE, é apresentada na Tabela 5.6. A comparação do desempenho do controlador proposto em relação aos demais controladores indica que a resposta do sistema com o controlador proposto possui os melhores índices, validando assim a eficácia do controlador AFOPID.

5.4 CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO

O Capítulo 5 apresentou a primeira proposta desta tese. A metodologia proposta aqui, foi recentemente publicada em Osinski et al. (2021). O método proposto foi testado em um modelo matemático de uma unidade geradora interconectada com outras unidades geradoras através do SIN. A estratégia foi comparada com outros algoritmos semelhantes na mesma situação, apresentando melhor desempenho em malha fechada. No que diz respeito aos movimentos

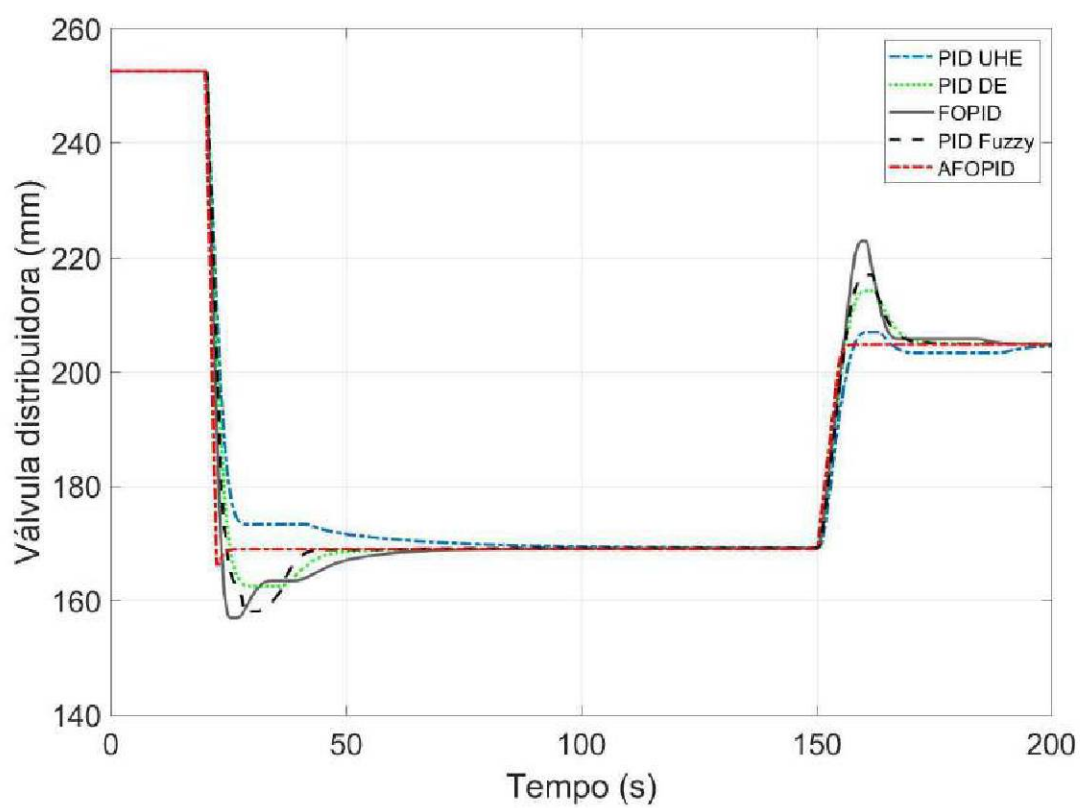


Figura 5.13: Sinal do distribuidor - Caso III.

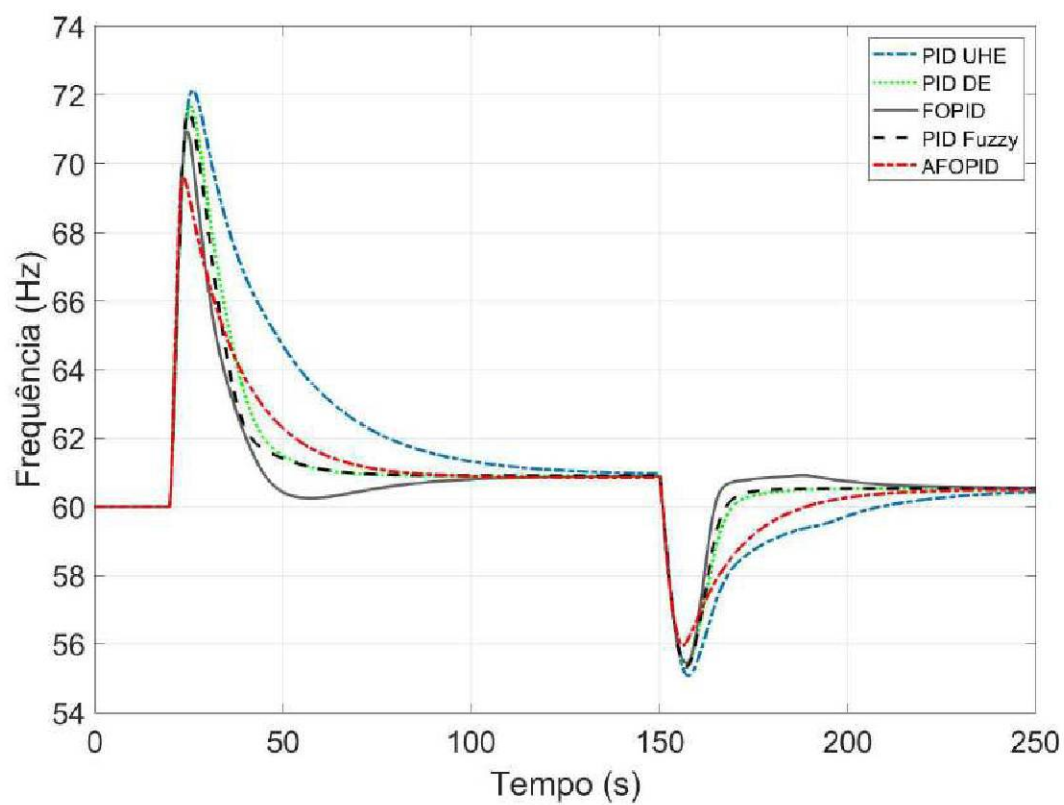


Figura 5.14: Desvio de frequência - Caso III.

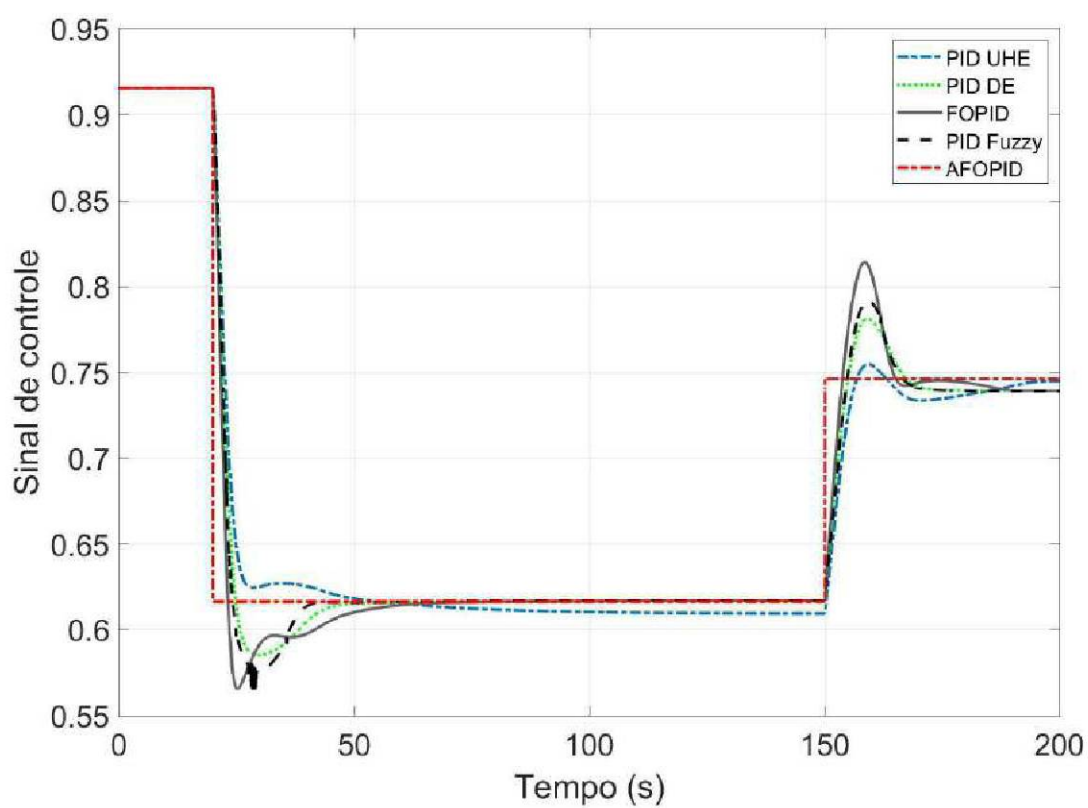


Figura 5.15: Saída do controlador para o amplificador hidráulico - Caso III.

da válvula e sinal de controle, suas oscilações foram reduzidas usando o método de controle proposto. Isto pode tornar-se vantajoso através da diminuição do desgaste mecânico e aumento da sua vida útil, com impacto nos custos de manutenção.

6 ALGORITMO DE OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO PARA CONTROLADORES CRONE GERAÇÕES 1 E 2

Este capítulo apresenta a segunda proposta desta tese, que baseia-se na técnica de otimização multiobjetivo a fim de melhorar o desempenho das gerações 1 e 2 dos controladores CRONE. Para tanto, na Seção 6.1, apresenta-se uma breve teoria acerca dos algoritmos de otimização multiobjetivo. Em seguida, na Seção 6.2, apresenta-se o Algoritmo Genético de Classificação por Não Dominância II (do inglês *Nondominated Sorting Genetic Algorithm NSGA-II*), que será o algoritmo utilizado na otimização dos controladores CRONE gerações 1 e 2. Na Seção 6.3, apresenta-se a formulação do problema relacionado ao CRONE geração 1, assim como um estudo de caso referente à aplicação do algoritmo de otimização multiobjetivo na sintonia de um controlador CRONE geração 1. Já na Seção 6.4, formula-se o problema relacionado ao CRONE geração 2, em seguida, apresenta-se um estudo de caso referente à aplicação do algoritmo de otimização multiobjetivo na sintonia de um controlador CRONE geração 2.

6.1 OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO

Enquanto a otimização mono-objetivo trabalha com apenas uma função objetivo (como é o caso abordado nos estudos de caso do Capítulo 5), a otimização multiobjetivo consiste na resolução de um problema que envolva mais de uma função objetivo, geralmente conflitantes entre si, a serem otimizadas simultaneamente.

Da mesma forma que na otimização mono-objetivo, o problema pode estar sujeito a um conjunto de restrições, ao qual todas as soluções devem satisfazer. A forma geral de um problema de otimização multiobjetivo é dada pela Equação (6.1):

$$\begin{aligned}
 \text{Min/Max } \vec{J}(X) &= (J_1(X), J_2(X), \dots, J_{nJ}(X)), \\
 \text{sujeito a } \quad g_m(X) &\leq 0, m = 1, 2, \dots, n_g, \\
 \quad \quad \quad h_m(X) &= 0, m = n_g + 1, \dots, n_g + n_h, \\
 \quad \quad \quad X &\in [X_{min}, X_{max}]^{n_x},
 \end{aligned}
 \tag{6.1}$$

onde \vec{J} é o vetor de objetivos, que representa as funções-objetivo a serem otimizadas. O vetor de decisão $X = (x_1, x_2, \dots, x_{n_x}) \in S$ representa as variáveis de decisão do problema, sendo $S \subseteq \mathbb{R}^{n_x}$ o conjunto de soluções viáveis, g_m e h_m são, respectivamente, as restrições de desigualdade

e igualdade do problema e $X \in [X_{min}, X_{max}]$ representa as restrições de limites das variáveis (Collette e Siarry, 2004).

6.1.1 Conceito de dominância e conjunto ótimo de Pareto

Para um problema de otimização mono-objetivo, o objetivo é buscar a melhor solução possível disponível, ou o ótimo global. No entanto, para otimização multiobjetivo, desde que as funções objetivos sejam conflitantes, não existe apenas uma única solução ótima, mas um conjunto de soluções ótimas. Para obter o conjunto de soluções ótimas, são adotados os conceitos de dominância de Pareto e otimalidade de Pareto.

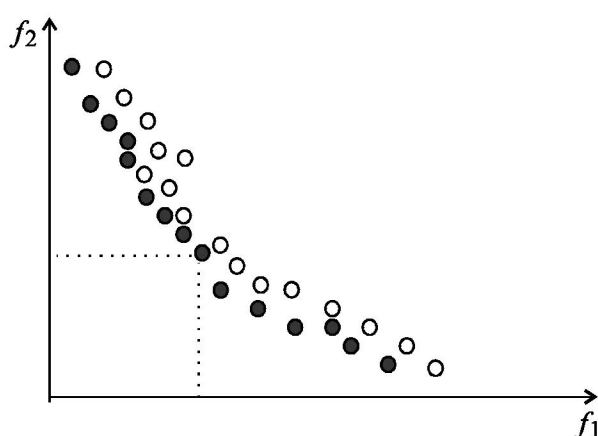


Figura 6.1: Exemplo de curva ótima de Pareto para um problema de minimização de duas funções-objetivo, f_1 e f_2 . Adaptado de Talbi (2009). Soluções dominadas sem preenchimento. Soluções não dominadas com preenchimento.

A dominância de Pareto é um conceito implementado em práticas de otimização para determinar se uma determinada condição ou conjunto de condições pode ser concluído de forma mais desejável do que as iterações anteriores. Se o conjunto atual de condições não piorar nenhum dos resultados e também melhorar pelo menos um dos resultados, diz-se que ele tem domínio sobre as condições anteriores. Esse mesmo processo leva à criação de uma fronteira de Pareto, um conjunto de soluções para um problema de otimização em que nenhuma solução individual é inteiramente melhor do que qualquer outra das soluções do conjunto, conforme pode ser visto na Figura 6.1.

As soluções ótimas da fronteira de Pareto são assim definidas, pois nenhuma outra solução é superior a elas e nenhuma delas pode ser considerada melhor que as outras que compõem a própria fronteira de Pareto. O resultado final da otimização multiobjetivo não é uma única melhor solução, mas um conjunto de alternativas que representem o melhor compromisso entre os objetivos do problema.

6.2 ALGORITMO GENÉTICO DE CLASSIFICAÇÃO POR NÃO DOMINÂNCIA II

O Algoritmo Genético de Classificação por Não Dominância II (NSGA-II), foi proposto por Deb et al. (2002), é uma versão melhorada do Algoritmo Genético de Classificação por Não Dominância (NSGA) proposto por Srinivas e Deb (1994). A principal diferença do NSGA-II e um AG simples é a forma como o operador de seleção é aplicado, sendo este operador subdividido em dois processos: Classificação Rápida por Não Dominância (*Fast Non-dominated Sorting*) e a Distância de Agrupamento (*Crowding Distance*). Os demais operadores são aplicados de maneira tradicional (Deb et al., 2002). O pseudocódigo do NSGA-II é mostrado no Algoritmo 1.

Algoritmo 1 Pseudocódigo

- 1: Inicializar População.
 - 2: Gerar N soluções aleatórias e inserir em População
 - 3: **para** i de 1 **até** número máximo de gerações **faça**
 - 4: Gerar População Prole de tamanho N.
 - 5: Selecionar os Pais de População
 - 6: Criar a Prole de Pais
 - 7: Aplicar mutação em Prole
 - 8: Combinar População e População Prole em População Atual
 - 9: **para todos** indivíduos em População Atual **faça**
 - 10: Atribuir rank baseado no Pareto do FastNonDominatedSort
 - 11: **fim para**
 - 12: Gerar conjunto das soluções não-dominadas no Pareto
 - 13: Calcule o CrowdingDistance
 - 14: Selecione as N melhores soluções começando no melhor front
 - 15: **fim para**
 - 16: Retorne os resultados
-

A característica do NSGA-II de manter os melhores indivíduos em cada função objetivo e o cálculo da distância *crowding* utilizado na seleção de indivíduos contribuem para que o cruzamento destes indivíduos gerem outros que estarão distribuídos pela frente ótima, havendo mais opções de escolha de soluções. Esta característica é interessante visto manter a frente mais ampla possível. Assim, devido a estas características do NSGA-II, este foi escolhido como o algoritmo a ser adotado neste capítulo. Primeiro, o NSGA-II usa a dominância de Pareto para classificar os indivíduos da população dos pais de acordo com seu nível de não dominação. Em seguida, o NSGA-II aplica operadores evolutivos (seleção, cruzamento e mutação) para criar uma população descendente com o mesmo tamanho da população parental. A população combinada de pais e descendentes é então dividida em frentes seguindo as posições de dominância dos indivíduos. Por fim, a população para a próxima geração é selecionada da população combinada considerando as frentes classificadas e a distância de aglomeração. A distância de aglomeração

usada no operador de seleção do NSGA-II é projetada para manter a diversidade dentro da população. Para a implementação do algoritmo, dentre os parâmetros a serem escolhidos tem-se: probabilidade de cruzamento; probabilidade de mutação; tamanho da população; número de iterações; número de objetivos e número de variáveis a serem otimizadas.

6.3 OTIMIZAÇÃO CRONE GERAÇÃO 1

6.3.1 Formulação do problema

Conforme visto no Capítulo 4, o controlador CRONE geração 1, consiste em reduzir as variações da margem de fase às variações de fase da planta em torno da frequência de cruzamento de ganho em malha aberta. Para tanto, oito parâmetros de uma função de transferência de malha aberta devem estar devidamente sintonizados (Equação 4.21). Desses oito parâmetros, C_0 e n são encontrados através de equações específicas, n_I e n_F são ajustados de acordo com as ordens da planta em baixa e alta frequência, podendo ser alterados caso necessite-se diminuir o erro em regime permanente. Da mesma forma, ω_I , ω_F , ω_l e ω_h também são ajustados de acordo com a necessidade do projeto, dependendo assim do prévio conhecimento do projetista sob a planta controlada. Logo, a escolha incorreta de ω_I , ω_F , ω_l , ω_h , n_I e n_F pode comprometer o desempenho do controlador. No entanto, depois de ter encontrado os valores de ω_l e ω_h , pode-se utilizar das relações das Equações (4.22) e (4.23) para encontrar valores adequados para ω_I , ω_F . Sendo assim, propõe-se aqui um algoritmo multiobjetivo que otimize o processo de escolha dos parâmetros ω_l , ω_h , n_I e n_F do controlador CRONE geração 1.

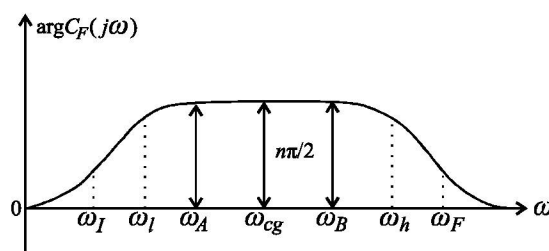


Figura 6.2: Margem de fase constante CRONE geração 1.

Como pode-se observar através da Figura 6.2, os parâmetros ω_A e ω_B , que são utilizados como base para encontrar os valores de ω_I , ω_F , ω_l e ω_h , garantem uma faixa constante em torno da frequência de cruzamento de ganho. Dependendo dos valores escolhidos para ω_I , ω_F , ω_l e ω_h , essa largura de banda pode ser aumentada. Porém, conforme comentado na Subseção 4.3.3, existe uma relação entre essa largura de banda e o esforço de controle. Essa largura de banda em malha fechada pode ser limitada levando-se em conta a função de sensibilidade de controle $CS(s)$ que pode ser usada para limitar o esforço de controle $u(t)$. Tendo isso em vista, o primeiro objetivo do algoritmo de otimização multiobjetivo proposto é:

- (i) Minimizar o sinal de controle. Para tanto, minimiza-se a norma infinita da função de sensibilidade de controle $CS(s)$ para os três estados paramétricos da planta: CS_l , CS_0 e CS_h :

$$J_1 = \|CS_l(\omega)\|_\infty + \|CS_0(\omega)\|_\infty + \|CS_h(\omega)\|_\infty. \quad (6.2)$$

A escolha incorreta dos parâmetros n_I e n_F também pode comprometer o desempenho do controlador. Em vista disso, o segundo objetivo do algoritmo de otimização multiobjetivo proposto neste trabalho é:

- (ii) Reduzir o erro em regime permanente. Para tanto, minimiza-se a função de sensibilidade $S(s)$:

$$J_2 = 20\ln\left(S_l(\omega)|_{\omega=\omega_{cg}/100}\right) + 20\ln\left(S_0(\omega)|_{\omega=\omega_{cg}/100}\right) + 20\ln\left(S_h(\omega)|_{\omega=\omega_{cg}/100}\right). \quad (6.3)$$

Um dos aspectos levados em consideração aqui para a limitação da máxima faixa de margem de fase constante é a determinação da ordem de aproximação do sistema de controle. Por exemplo, quando escolhe-se uma ordem N de aproximação igual a 5, isso quer dizer que o controlador será aproximado e apresentará um comportamento adequado numa faixa de até quatro décadas do diagrama de Bode. No entanto, quando aumenta-se essa faixa constante, por vezes, extrapola-se a ordem de aproximação N , precisando então aumentar essa ordem, trazendo uma maior complexidade ao sistema. Em vista disso, o algoritmo proposto aqui visa escolher os parâmetros ω_l e ω_h de maneira automática, de forma a aumentar a faixa constante em torno de ω_{cg} , sem prejudicar a ordem de aproximação N e mantendo o sinal de controle em níveis adequados. Os limites de ω_l , ω_h , n_I e n_F podem ser visto na Tabela 6.1.

Tabela 6.1: Limites para ω_l , ω_h , n_I e n_F .

Parâmetro	Min	Max
ω_l	$\omega_{cg}/(10^{N/2-1})$	$\omega_A/(10^{0,5})$
ω_h	$\omega_B(10^{0,5})$	$\omega_{cg}(10^{N/2-1})$
n_I	1	5
n_F	1	5

A otimização levará a um conjunto de parâmetros, correspondente ao tamanho da população. Desse conjunto de parâmetros, precisa-se escolher a solução que melhor consegue se aproximar do valor ótimo de todos os objetivos. Neste trabalho, utilizou-se o critério da menor distância euclidiana entre dois pontos para selecionar as melhores soluções.

6.3.2 Estudo de caso 1 - CRONE geração 1 otimizado

Para exemplificar o comportamento e a sintonia do controlador CRONE geração 1, faz-se o uso aqui, do sistema utilizado no Exemplo de aplicação 1, da Subseção 4.1.1. Trata-se de um sistema de segunda ordem, representado pela Equação (4.26). Esse sistema possui incertezas estruturadas apenas no ganho K . As especificações de desempenho para o sistema controlado em malha fechada são: (a) valor nominal da frequência de cruzamento de ganho em malha aberta (ω_{cg}) igual a 100 rad/s com uma margem de fase de 50° . Da mesma forma que no Exemplo de aplicação 1, da Subseção 4.1.1, os valores encontrados de ω_A e ω_B são 68,3664 e 146,2707 rad/s, respectivamente. Agora, utiliza-se o algoritmo de otimização para encontrar os melhores valores de ω_I , ω_h , n_I e n_F . O espaço de busca destes parâmetros pode ser visto na Tabela 6.2.

Tabela 6.2: Limites para ω_I , ω_h , n_I e n_F .

Parâmetro	Min	Max
ω_I	3,1623	21,6194
ω_h	462,5486	3162,3
n_I	1	5
n_F	1	5

As configurações dos parâmetros do algoritmo estão resumidas na Tabela 6.3. O tamanho da população é definido como $N_P = 100$ indivíduos e é gerado aleatoriamente. Ao considerar uma população maior, por um lado, aumentaria o tempo necessário para avaliar as funções objetivo de toda a população, enquanto, por outro, permitiria descrever a frente de Pareto numérica com mais soluções, aumentando assim a precisão dos resultados. Em relação a probabilidade de cruzamento, quanto maior for esta taxa, mais rapidamente novas estruturas serão introduzidas na população. Mas se esta for muito alta, pode ocorrer perda de estruturas de alta aptidão. Com um valor baixo, o algoritmo pode tornar-se muito lento. Em relação a probabilidade de mutação, uma baixa taxa de mutação previne que uma dada posição fique estagnada em um valor, além de possibilitar que se chegue em qualquer ponto do espaço de busca. Com uma taxa muito alta a busca se torna essencialmente aleatória.

Tabela 6.3: Configurações dos parâmetros do algoritmo.

Nome	Valor
Tamanho da população	100
Número de gerações	100
Probabilidade de cruzamento	90%
Probabilidade de mutação	50%
Número de objetivos	2
Número de variáveis	4

Com o intuito de verificar e validar o processo de otimização de escolha dos parâmetros, o algoritmo foi rodado 50 vezes, a cada rodada, as melhores soluções eram escolhidas. Utilizou-se o critério da menor distância euclidiana entre dois pontos para selecionar as melhores soluções.

A Tabela 6.4 mostra o valor mínimo, o médio e o máximo das 100 soluções resultantes. Optou-se então pela solução correspondente ao valor mínimo da tabela.

Tabela 6.4: Valores da distância euclidiana da melhor solução.

Nome	Valor
Valor mínimo	12330,31
Valor médio	13977,14
Valor máximo	15903,22

Logo, os parâmetros ω_l , ω_h , n_I e n_F otimizados pelo algoritmo podem ser encontrados na Tabela 6.5, onde também pode-se observar os valores dos parâmetros encontrados pelo método tradicional.

Tabela 6.5: Valores de ω_l , ω_h , n_I e n_F .

Parâmetro	Tradicional	Otimizado
ω_l	6,8366 rad/s	6,7752 rad/s
ω_h	1462,7 rad/s	1746,4 rad/s
n_I	1	2
n_F	1	3

Encontra-se agora os parâmetros ω_I e ω_F :

$$\omega_I = \frac{\omega_l}{2} = 3,3876 \quad (6.4)$$

e,

$$\omega_F = 2\omega_h = 3492,8. \quad (6.5)$$

Como $|G(j100)| = 2 \cdot 10^{-4}$ e $\arg G(j100) = -180^\circ$, usando as Equações (4.24) e (4.25), a margem de fase nominal e a frequência de cruzamento de ganho em malha aberta são garantidas com $n = 0,7028$ e $C_0 = 142,1402$:

$$n = \frac{-\pi + 0,87 - \arg G(j100) + 3 \arctan \frac{100}{3492,8} + 2 \left(\frac{\pi}{2} - \arctan \left(\frac{100}{3,3876} \right) \right)}{\arctan \left(\frac{100}{6,7752} \right) - \arctan \left(\frac{100}{1746,4} \right)} = 0,7028, \quad (6.6)$$

$$C_0 = \frac{\left(1 + \frac{100^2}{3492,8^2} \right)^{0,5 \times 3}}{|G(j100)| \left(\frac{1746,4}{6,7752} \right)^{0,5 \times 0,7028} \left(1 + \frac{33876^2}{100^2} \right)^{0,5 \times 2}} = 142,1402. \quad (6.7)$$

Portanto, substituindo esses valores na Equação (4.21) chega-se ao controlador CRONE geração 1 otimizado:

$$C_F(s) = 142,1402 \left(\frac{3,3876}{s} + 1 \right)^2 \left(\frac{1 + \frac{s}{6,7752}}{1 + \frac{s}{1746,4}} \right)^{0,7028} \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{3492,8} \right)^3}. \quad (6.8)$$

Para que seja possível a implementação do controlador CRONE geração 1 otimizado, da Equação (6.8), faz-se necessária a aproximação da ordem 0,7028 para uma ordem racional. Para tanto, utiliza-se o método de aproximação de Oustaloup. Como a faixa de frequência $[\omega_l, \omega_h]$ cobre quatro décadas, $N = 5$ é suficiente para aproximar a ordem fracionária que aparece na Equação (6.8). As taxas recursivas são definidas por: $\alpha = 2,1824$ e $\eta = 1,3909$. Assim, o controlador CRONE geração 1 otimizado, racional encontra-se na Equação (6.9).

$$C_R(s) = 142,1402 \left(\frac{3,3876}{s} + 1 \right)^2 \times \left(\frac{1 + \frac{s}{79906}}{1 + \frac{s}{174}} \right) \left(\frac{1 + \frac{s}{242562}}{1 + \frac{s}{529}} \right) \left(\frac{1 + \frac{s}{736319}}{1 + \frac{s}{1607}} \right) \left(\frac{1 + \frac{s}{2235163}}{1 + \frac{s}{4878}} \right) \left(\frac{1 + \frac{s}{6785045}}{1 + \frac{s}{14808}} \right) \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{3492,8} \right)^3}. \quad (6.9)$$

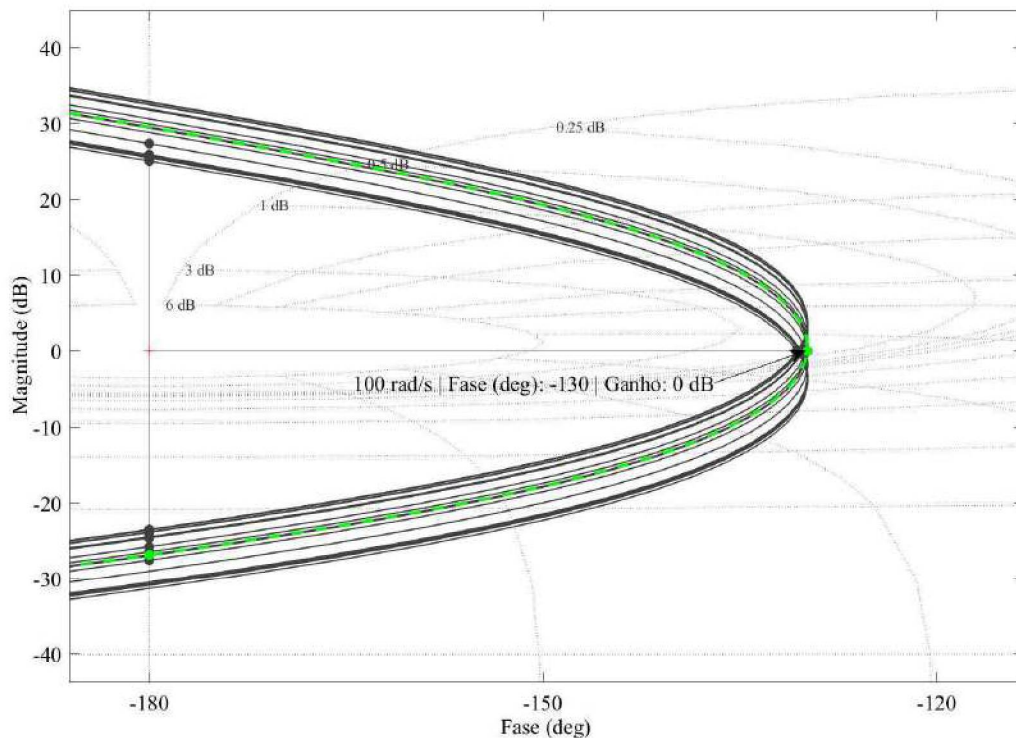


Figura 6.3: Diagrama de Nichols de malha aberta do sistema para possibilidades de $G(s)$ dentro do intervalo $K = 10 \pm 5$ (linha contínua (-)). O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada (- -).

Conforme pode ser observado nas Figuras 6.3 e 6.4, o controlador CRONE geração 1 sintonizado através do algoritmo de otimização garantiu uma margem de fase de 50 graus na frequência de cruzamento de ganho.

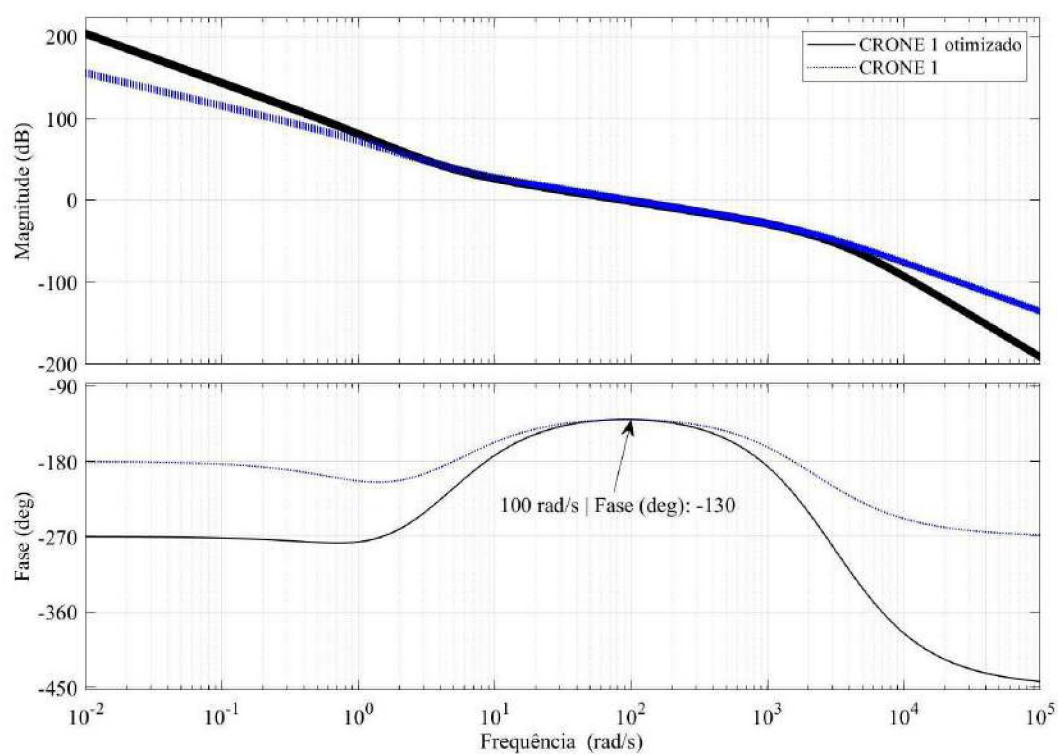


Figura 6.4: Diagrama de Bode do sistema de malha aberta $C(s)G(s)$ para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$.

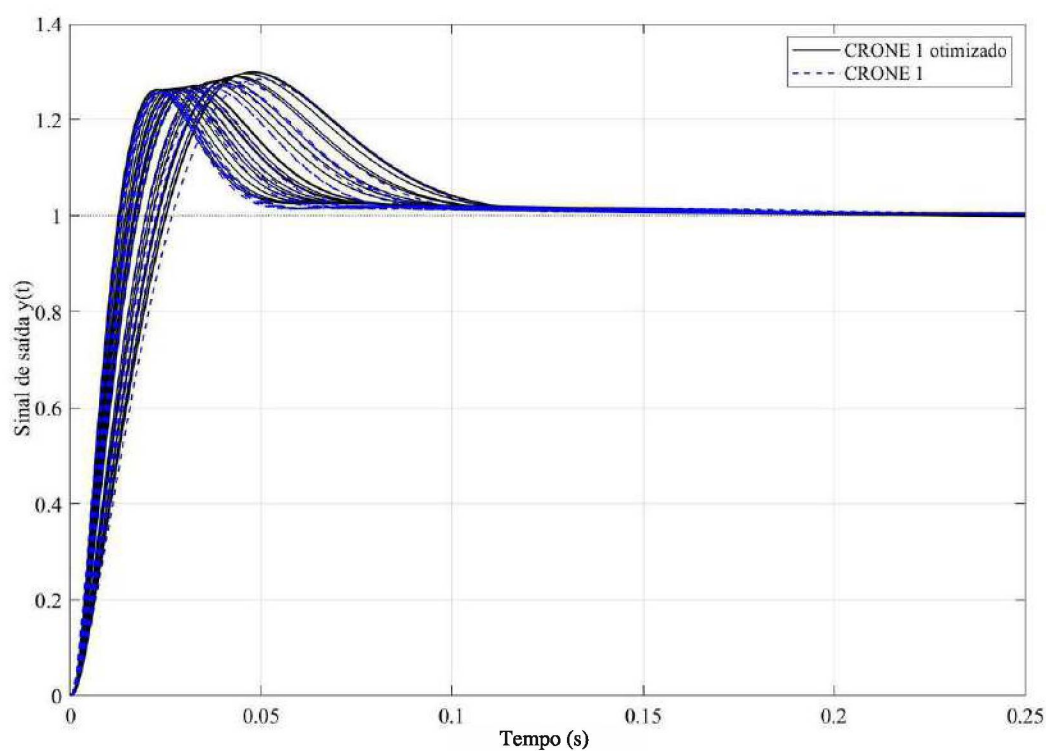


Figura 6.5: Resposta ao degrau de malha fechada para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$.

Através das Figuras 6.5, 6.6 e 6.8 observa-se que o algoritmo de otimização funcionou conforme o esperado, uma vez que o controlador CRONE geração 1 sintonizado através do

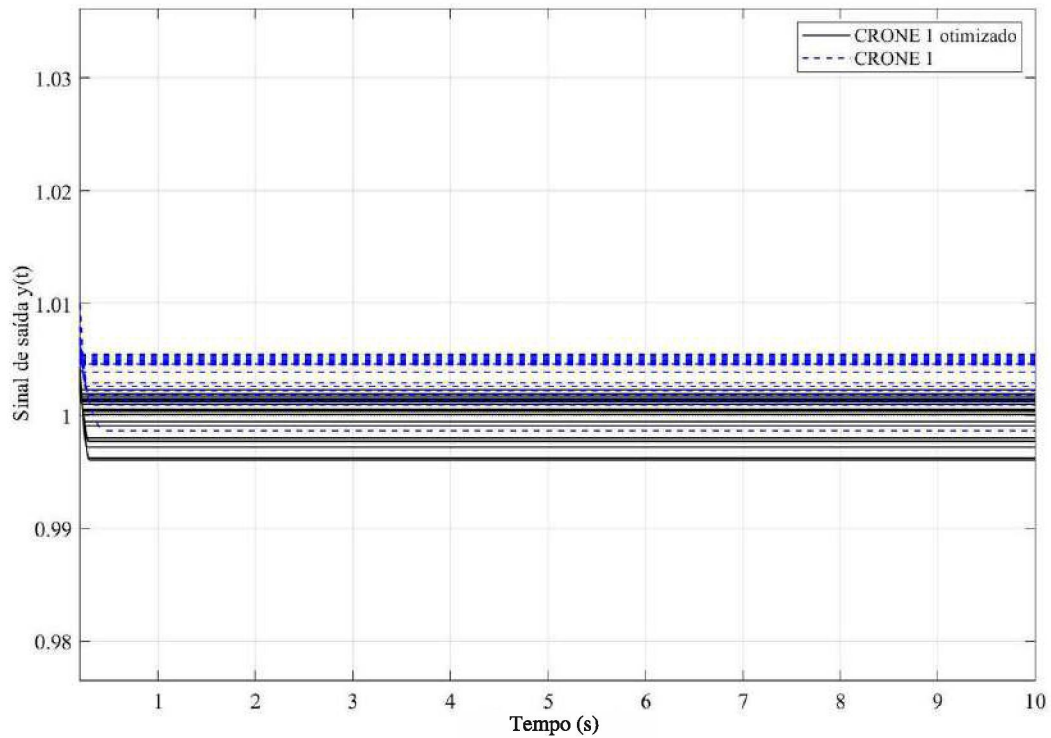


Figura 6.6: Resposta ao degrau de malha fechada com o zoom aproximado para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$.

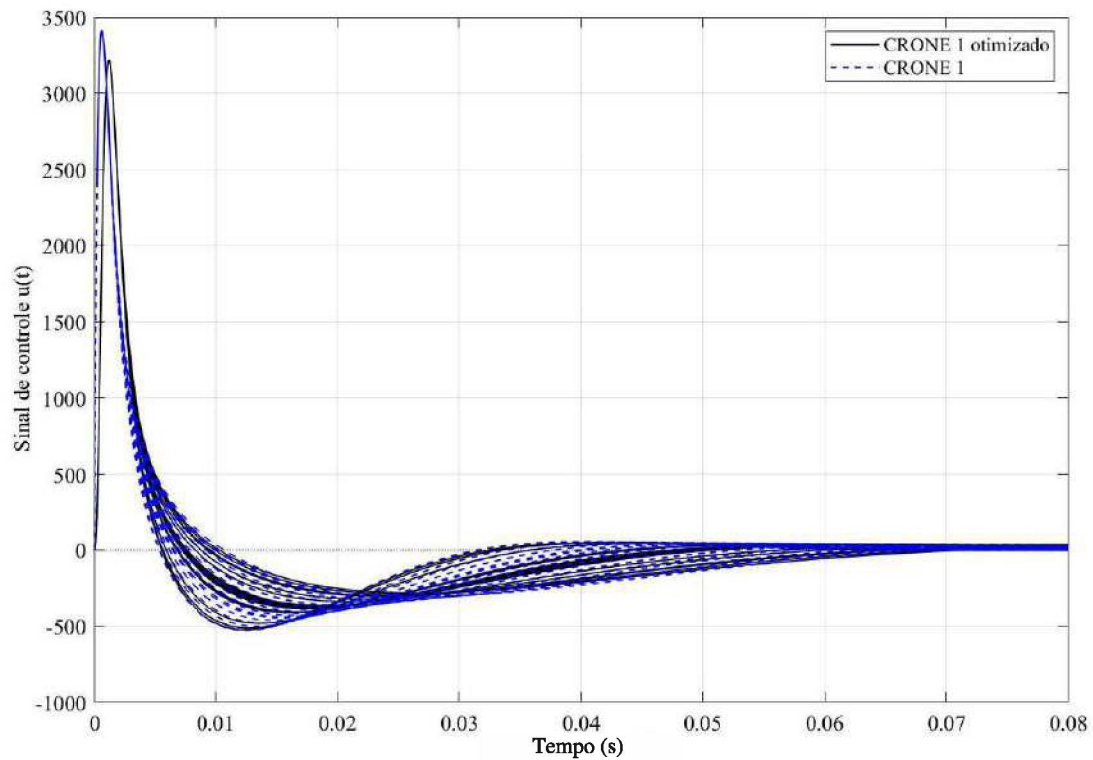


Figura 6.7: Sinal de controle para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$.

algoritmo de otimização apresentou um menor erro em regime permanente, minimizando também a função de sensibilidade $S(s)$. Por fim, ao observar as Figuras 6.7 e 6.8 observa-se que o sinal de

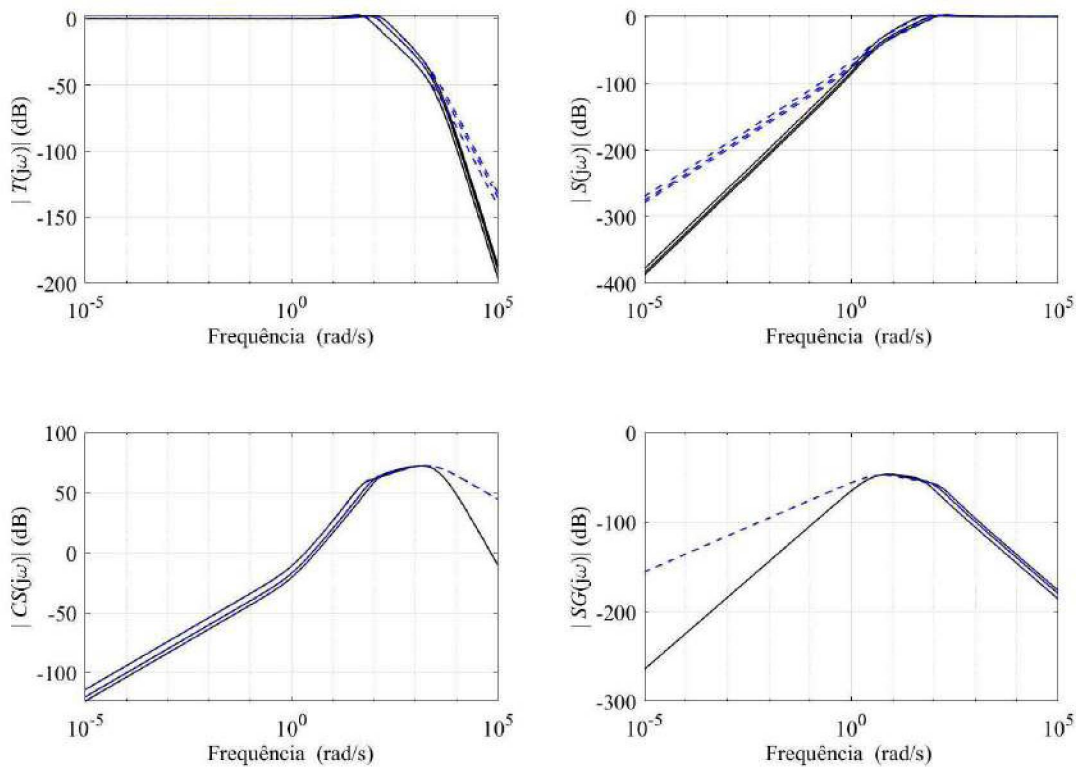


Figura 6.8: Funções de sensibilidade CRONE geração 1 otimizado (—) e sintonizado pelo método tradicional (- -) para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$.

controle do controlador CRONE geração 1 sintonizado através do algoritmo de otimização ficou menor, ou seja, o algoritmo funcionou corretamente, minimizando a função de sensibilidade $CS(s)$. Assim conclui-se que além de facilitar o processo de escolha dos parâmetros, não dependendo tanto do conhecimento do projetista, o controlador CRONE geração 1 sintonizado através do algoritmo de otimização conseguiu fornecer bons níveis de desempenho.

6.4 OTIMIZAÇÃO CRONE GERAÇÃO 2

6.4.1 Formulação do problema

De forma semelhante ao controlador CRONE geração 1, o CRONE geração 2 consiste em reduzir as variações da margem de fase às variações de fase da planta em torno da frequência de ganho de cruzamento em malha aberta, onde os parâmetros ω_l , ω_h , ω'_l , ω'_h , n_l e n_h são ajustados de acordo com a necessidade do projeto, dependendo assim do prévio conhecimento do projetista sob a planta controlada. Embora os controladores CRONE gerações 1 e 2 sejam semelhantes, usa-se ferramentas diferentes para fazer a escolha dos parâmetros.

Como pode-se observar através da Figura 6.9 os parâmetros ω_A e ω_B , que são utilizados como base para encontrar os parâmetros ω_l , ω_h , ω'_l e ω'_h , garantem uma faixa constante em torno da frequência de cruzamento de ganho. Em determinadas situações é vantajoso que essa faixa constante seja maior, para tanto, pode-se manipular os parâmetros ω_l , ω_h , ω'_l e ω'_h para garantir que isso ocorra. Em contrapartida, quanto maior essa faixa, maior tende a ser o esforço de

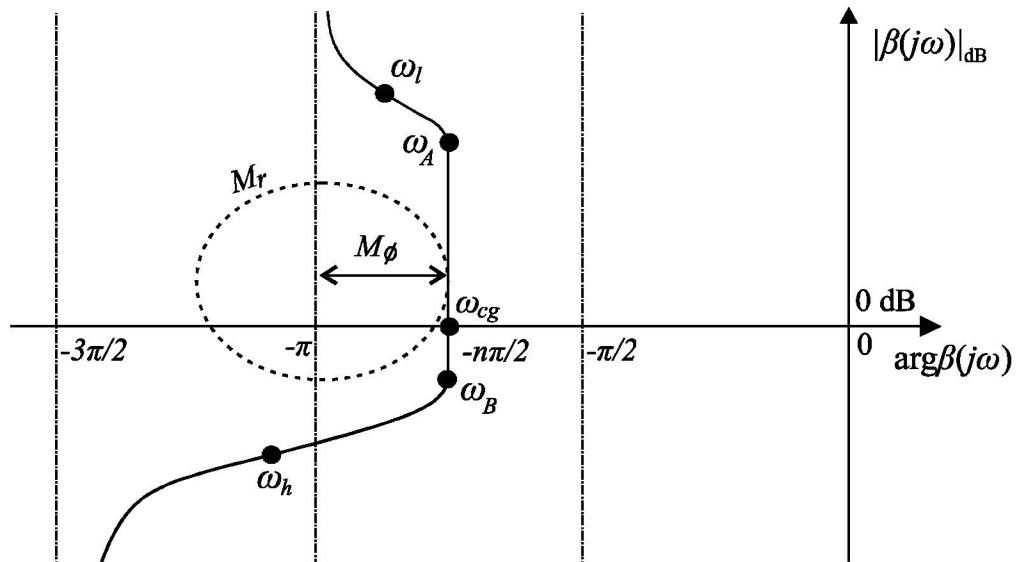


Figura 6.9: Gráfico de Nichols de malha aberta, CRONE geração 2 para $\omega'_l = \omega_l$, $\omega_h = \omega'_h$, $n_l = 2$ e $n_h = 3$.

controle. Já os parâmetros n_l e n_h são ajustados de acordo com as ordens da planta em baixa e alta frequência, podendo ser alterados caso necessite-se diminuir o erro em regime permanente. De forma semelhante ao proposto na subseção anterior, propõe-se aqui um algoritmo de otimização multiobjetivo que encontre os melhores valores dos parâmetros ω_l , ω_h , n_l e n_h baseados em dois objetivos principais:

- (i) Minimizar o sinal de controle. Para tanto, minimiza-se a norma infinita da função de sensibilidade de controle $CS(s)$ para os três estados paramétricos da planta: CS_l , CS_0 e CS_h :

$$J_1 = \|CS_l(\omega)\|_\infty + \|CS_0(\omega)\|_\infty + \|CS_h(\omega)\|_\infty; \quad (6.10)$$

- (ii) Reduzir o erro em regime permanente. Para tanto, minimiza-se a função de sensibilidade $S(s)$:

$$J_2 = 20 \ln \left(S_l(\omega)|_{\omega=\omega_{cg}/100} \right) + 20 \ln \left(S_0(\omega)|_{\omega=\omega_{cg}/100} \right) + 20 \ln \left(S_h(\omega)|_{\omega=\omega_{cg}/100} \right). \quad (6.11)$$

Em suma, o algoritmo proposto aqui visa escolher os parâmetros ω_l , ω_h de forma a escolher uma faixa constante adequada em torno de ω_{cg} , sem prejudicar a ordem de aproximação N e mantendo o sinal de controle em níveis adequados. Além de escolher também as ordens n_l e n_h . Os limites de ω_l , ω_h , n_l e n_h estão definidos na Tabela 6.6.

A otimização levará a um conjunto de parâmetros, correspondente ao tamanho da população. Desse conjunto de parâmetros, precisa-se escolher a solução que melhor consegue se

Tabela 6.6: Limites para ω_l , ω_h , n_l e n_h .

Parâmetro	Min	Max
ω_l	$\omega_{cg}/(10^{N/2-1})$	$\omega_A/(10^{0,5})$
ω_h	$\omega_B(10^{0,5})$	$\omega_{cg}(10^{N/2-1})$
n_l	1	5
n_h	1	5

aproximar do valor ótimo de todos os objetivos. Neste trabalho, utilizou-se o critério da menor distância euclidiana entre dois pontos para selecionar as melhores soluções.

6.4.2 Estudo de caso 1 - CRONE geração 2 otimizado

Para exemplificar o comportamento e a sintonia do controlador CRONE geração 2, utiliza-se a planta da Equação (4.1.1), que foi utilizada no Exemplo de aplicação 1 - CRONE geração 2 da Subseção 4.2.1. As especificações para o sistema controlado são: valor nominal da frequência de cruzamento de ganho em malha aberta (ω_{cg}) igual a 2 rad/s com uma margem de fase de 50°. Da mesma forma que no Exemplo de aplicação 1, da Subseção 4.2.1, os valores encontrados de ω_A e ω_B são 1,3673 e 2,9254 rad/s, respectivamente.

Agora, aplica-se o algoritmo de otimização para encontrar os valores de ω_l , ω_h , n_l e n_h . O espaço de busca dos parâmetros do controlador CRONE geração 2 pode ser visto na Tabela 6.7. Os parâmetros de sintonia escolhidos para o algoritmo podem ser vistos na Tabela 6.8.

Tabela 6.7: Limites para ω_l , ω_h , n_l e n_h .

Parâmetro	Min	Max
ω_l	0,0632	0,4324
ω_h	9,2510	63,2456
n_l	1	5
n_h	1	5

Tabela 6.8: Configurações dos parâmetros do algoritmo.

Nome	Valor
Tamanho da população	100
Número de gerações	100
Probabilidade de cruzamento	90%
Probabilidade de mutação	50%
Número de objetivos	2
Número de variáveis	4

Com o intuito de verificar e validar o processo de otimização de escolha dos parâmetros, o algoritmo foi rodado 50 vezes, a cada rodada, as melhores soluções eram escolhidas. Utilizou-se o critério da menor distância euclidiana entre dois pontos para selecionar as melhores soluções. A Tabela 6.9 mostra o valor mínimo, o médio e o máximo das 100 soluções resultantes. Optou-se então pela solução correspondente ao valor mínimo da tabela.

Tabela 6.9: Valores da distância euclidiana da melhor solução.

Nome	Valor
Valor mínimo	122,68
Valor médio	244,21
Valor máximo	391,33

Conforme já comentado, diferente dos algoritmos mono-objetivos, os algoritmos de otimização multiobjetivos possuem como resposta um conjunto de soluções ótimas. Logo, apesar de se ter soluções com melhores resultados para cada objetivo separadamente, para este estudo de caso, a solução que melhor consegue se aproximar do valor ótimo de todos os objetivos é a que apresenta a menor distância euclidiana entre dois pontos. Logo, os parâmetros ω_l , ω_h , n_l e n_h encontradas pelo algoritmo podem ser vistos na Tabela 6.10, onde pode-se observar também os valores dos parâmetros encontrados pelo método tradicional. Agora, pode-se encontrar os parâmetros ω'_l e ω'_h :

Tabela 6.10: Valores de ω_l , ω_h , n_l e n_h .

Parâmetro	Tradicional	Otimizado
ω_l	0,0684 rad/s	0,0703 rad/s
ω_h	58,5083 rad/s	29,9510 rad/s
n_l	3	5
n_h	3	3

$$\omega'_l = \omega_l = 0,0703 \text{ rad/s}, \quad (6.12)$$

e,

$$\omega'_h = \omega_h = 29,9510 \text{ rad/s}. \quad (6.13)$$

Como $|G(j100)| = 2 \cdot 10^{-4}$ e $\arg G(j100) = -180^\circ$, usando as Equações (4.24) e (4.25), a margem de fase nominal e a frequência de cruzamento de ganho em malha aberta são garantidas com $n = 1,2887$ e $K = 74,8663$:

$$n = \frac{-\pi + 0,87 + 3 \arctan \frac{2}{299510} + 5 \left(\frac{\pi}{2} - \arctan \frac{2}{00703} \right)}{\arctan \frac{2}{299510} - \arctan \frac{2}{00703}} = 1,2887, \quad (6.14)$$

$$K = \left(\frac{2}{0,0703} \right)^5 \left(1 + \left(\frac{2}{0,0703} \right)^2 \right)^{(1,2887-5)/2} \left(1 + \left(\frac{2}{29,9510} \right)^2 \right)^{(3-1,2887)/2} = 74,8663. \quad (6.15)$$

Assim, a função de transferência de malha aberta de ordem fracionária nominal é:

$$\beta_0(s) = 74,8663 \left(1 + \frac{0,0703}{s}\right)^5 \left(\frac{1 + \frac{s}{299510}}{1 + \frac{s}{0,0703}}\right)^{1,2887} \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{299510}\right)^3}. \quad (6.16)$$

A fim de implementar o controlador de ordem fracionária, o método de aproximação de Oustaloup é usado para substituir sua parte de ordem 0,2887 por uma parte racional. Como a faixa de frequência $[\omega_l, \omega_h]$ cobre quatro décadas, $N = 5$ é suficiente para aproximar a parte da ordem fracionária que aparece na Equação (6.16). As taxas recursivas são definidas por: $\alpha = 1,4185$ e $\eta = 2,3660$. Assim, a função de transferência de malha aberta racional é:

$$C_R(s) = 74,8663 \left(1 + \frac{0,0703}{s}\right)^5 \left(\frac{1 + \frac{s}{299510}}{1 + \frac{s}{0,0703}}\right) \times \left(\frac{1 + \frac{s}{0,1535}}{1 + \frac{s}{0,1082}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{0,5151}}{1 + \frac{s}{0,3631}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{1,7287}}{1 + \frac{s}{1,2187}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{5,8018}}{1 + \frac{s}{4,0900}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{19,4719}}{1 + \frac{s}{13,7269}}\right) \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{299510}\right)^3}. \quad (6.17)$$

Conforme pode ser observado nas Figuras 6.10 e 6.11, o controlador CRONE geração 2 sintonizado através do algoritmo de otimização garantiu uma margem de fase de 50 graus na frequência de cruzamento de ganho.

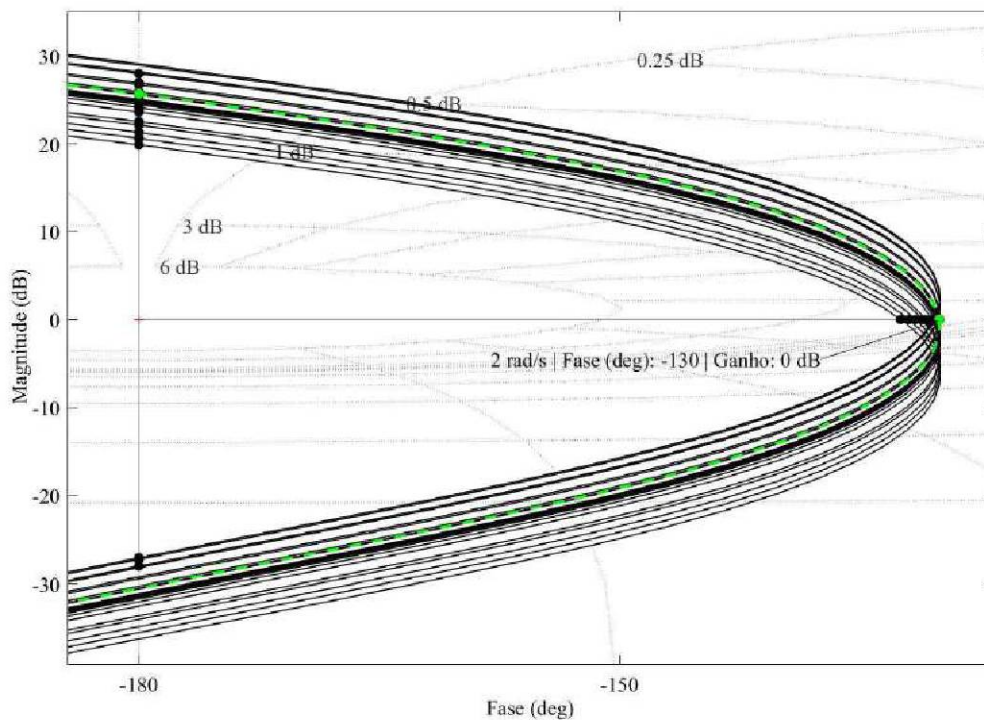


Figura 6.10: Diagrama de Nichols de malha aberta do sistema para possibilidades de $G(s)$ dentro do intervalo $K = 10 \pm 5$ (linha contínua (-)). O diagrama para o valor nominal de $G(s)$ é representado pela linha tracejada (- -).

Através das Figuras 6.12, 6.13 e 6.15 observa-se que o algoritmo de otimização funcionou conforme o esperado, uma vez que o controlador CRONE geração 2 sintonizado através do

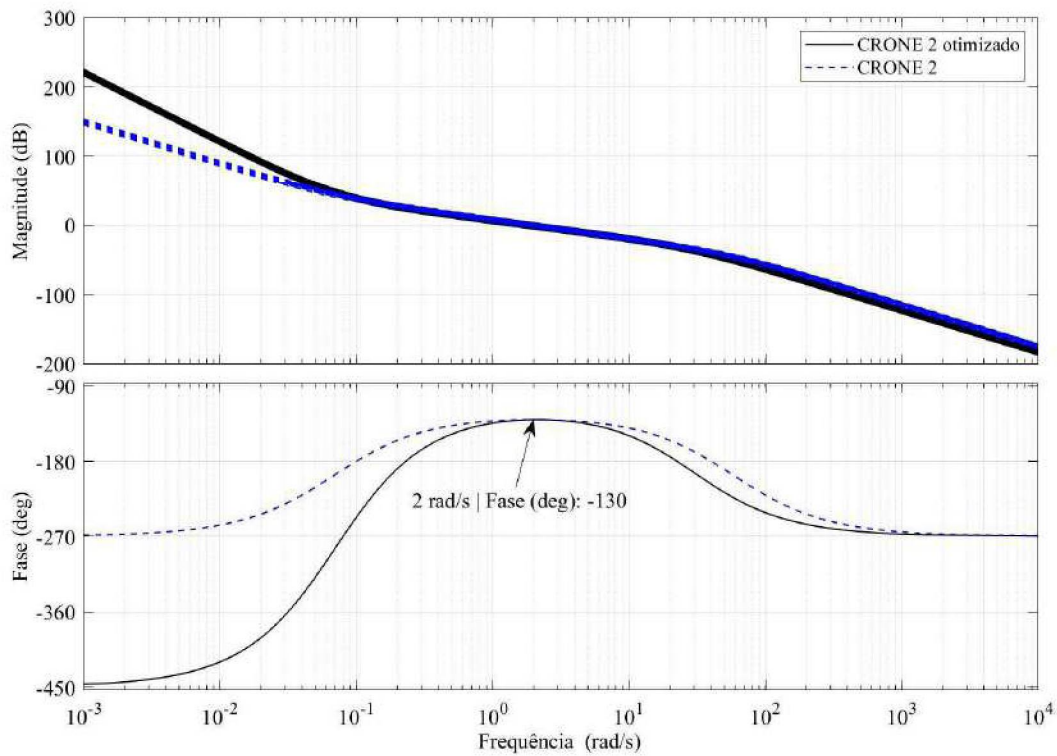


Figura 6.11: Diagrama de Bode do sistema de malha aberta $C(s)G(s)$ para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$.

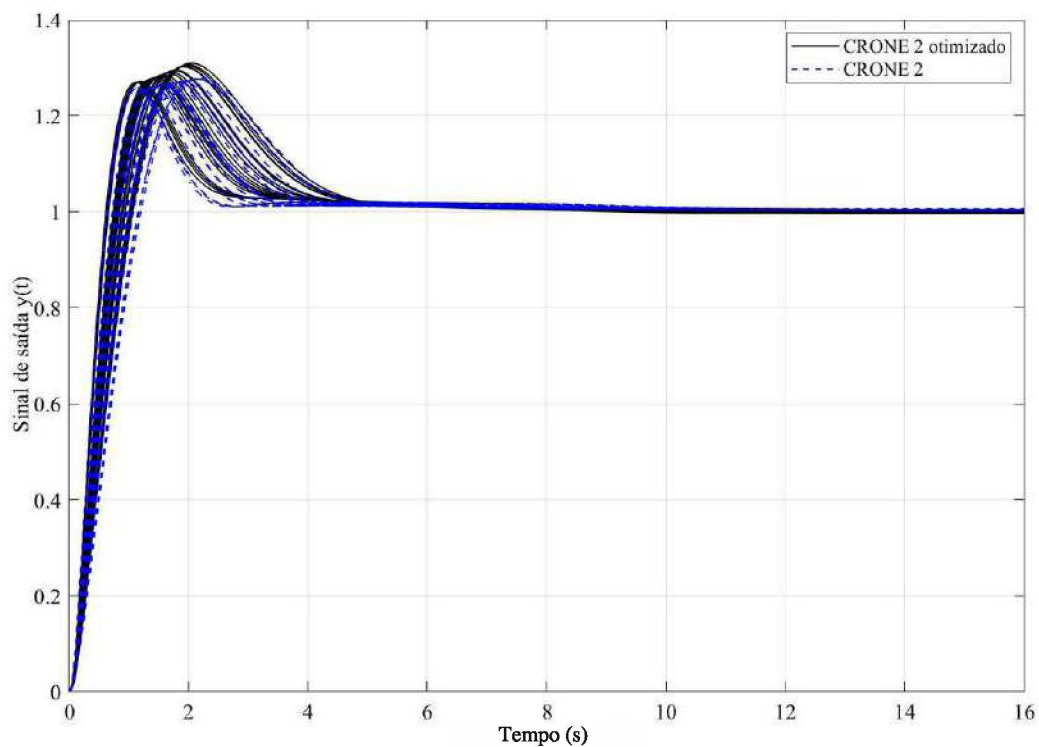


Figura 6.12: Resposta ao degrau de malha fechada para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$.

algoritmo de otimização apresentou um menor erro em regime permanente, minimizando também a função de sensibilidade $S(s)$.

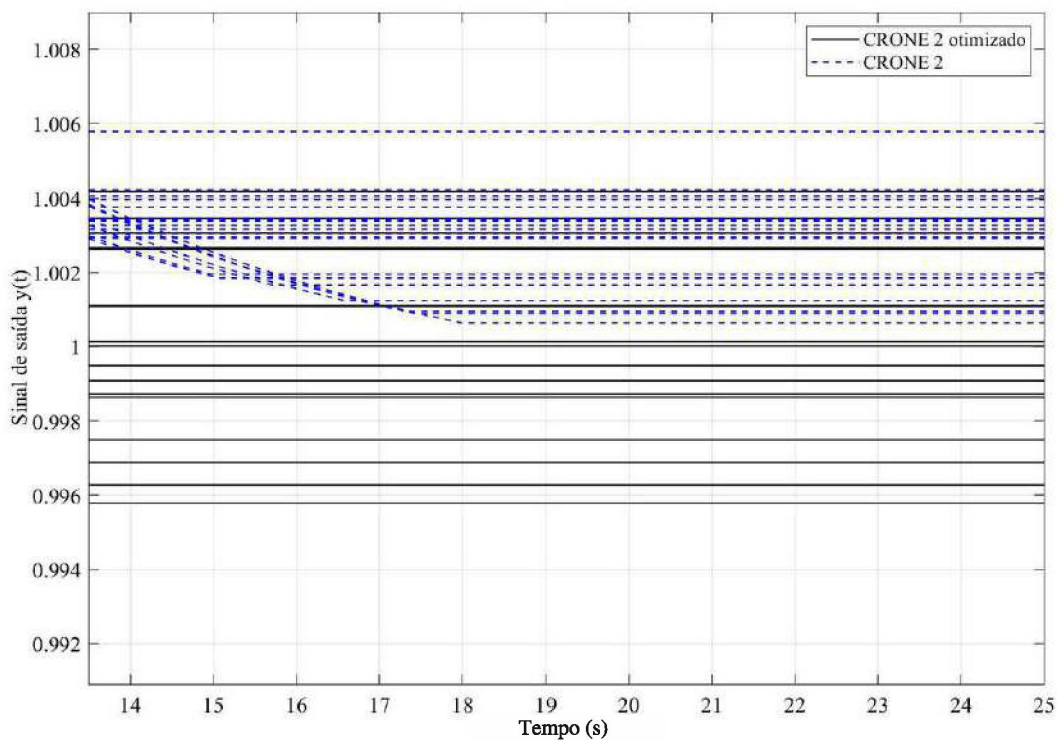


Figura 6.13: Resposta ao degrau de malha fechada com o zoom aproximado para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$.

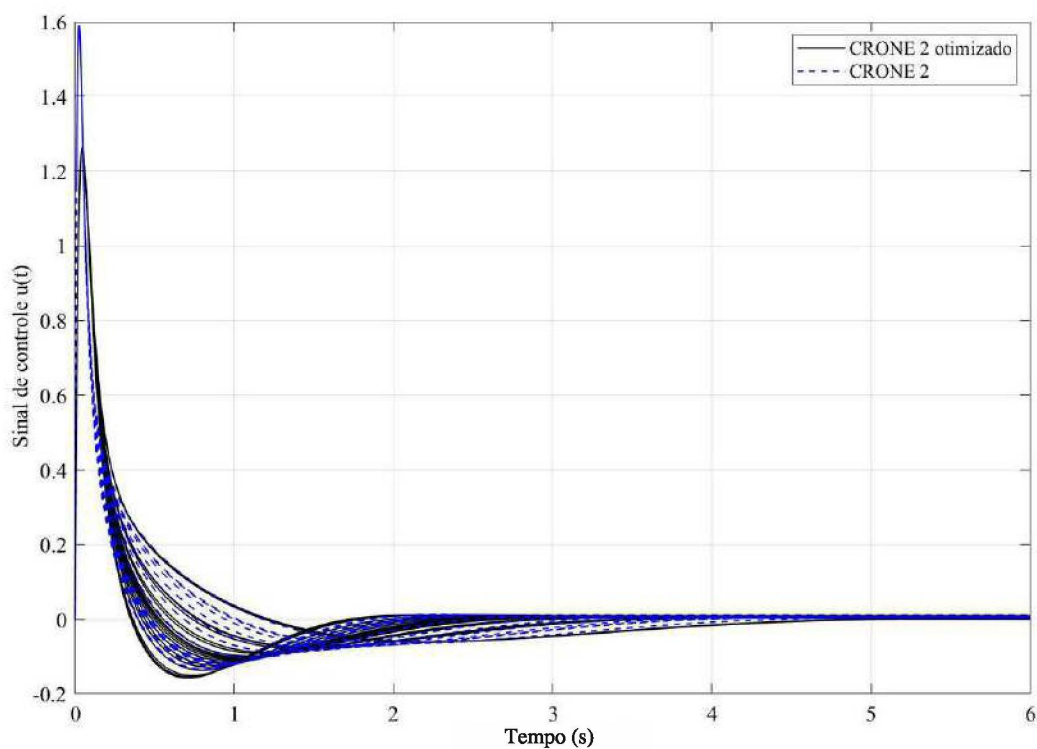


Figura 6.14: Sinal de controle para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$.

Por fim, ao observar as Figuras 6.14 e 6.15 observa-se que o sinal de controle do controlador CRONE geração 2 sintonizado através do algoritmo de otimização ficou menor, ou

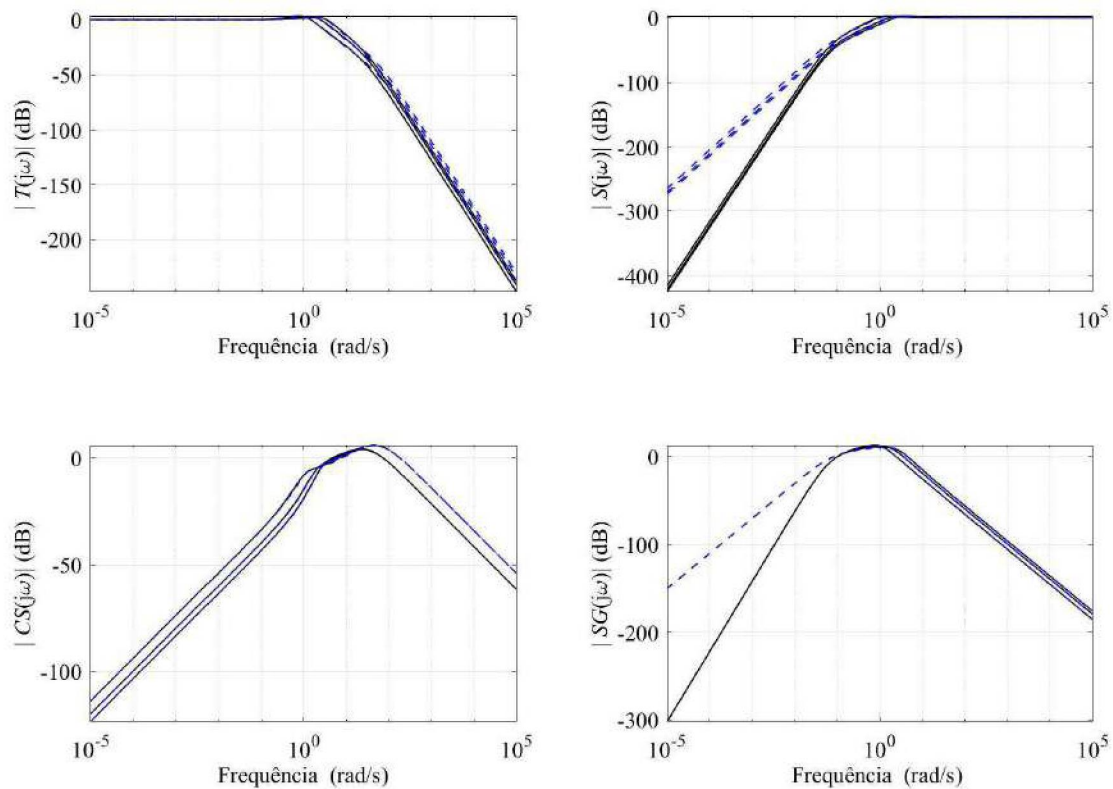


Figura 6.15: Funções de sensibilidade CRONE geração 2 otimizado (—) e sintonizado pelo método tradicional (- -) para possibilidades de $G(s)$ dentro da faixa de variação de $K = 10 \pm 5$.

seja, o algoritmo funcionou corretamente, minimizando a função de sensibilidade $CS(s)$. Assim conclui-se que além de facilitar o processo de escolha dos parâmetros, não dependendo tanto do conhecimento do projetista, o controlador CRONE geração 2 sintonizado através do algoritmo de otimização conseguiu fornecer bons níveis de desempenho.

6.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO

Este capítulo dedicou-se a apresentar a segunda proposta desta tese, que resume-se ao desenvolvimento de algoritmos de otimização a fim de melhorar o desempenho da estrutura de controle CRONE gerações 1 e 2. Para tanto, utilizou-se um Algoritmo Genético de Classificação por Não Dominância II (do inglês *Nondominated Sorting Genetic Algorithm* NSGA-II). Observou-se através dos resultados obtidos que o algoritmo de otimização comportou-se conforme o esperado, minimizando as funções de sensibilidade $CS(s)$ e $S(s)$, minimizando assim o sinal de controle e o erro em regime permanente, além de facilitar o processo de escolha dos parâmetros.

7 PLATAFORMA COMPUTACIONAL UFPR-FRACCONTROL

Este capítulo dedica-se a apresentar a terceira proposta desta tese, que resume-se ao desenvolvimento de uma plataforma computacional, chamada UFPR-FracControl (disponível em <http://www.eletrica.ufpr.br/lasico/ufpr-frac-control>), a fim de facilitar e incentivar o uso de controladores de ordem fracionária, em especial os controladores CRONE. Além do mais, este capítulo também apresenta o desenvolvimento de algoritmos de otimização, propostos no capítulo anterior, agora implementados na linguagem de programação Python, a fim de melhorar o desempenho das gerações dos controladores CRONE. Para tanto, na Seção 7.1, apresenta-se a plataforma aqui desenvolvida, assim como o princípio de funcionamento de cada módulo separadamente.

7.1 DETALHAMENTO DA PLATAFORMA

Conforme comentado anteriormente, a plataforma desenvolvida neste trabalho foi implementada em linguagem Python. Assim, esta plataforma independe de licenças para funcionar, logo, qualquer pessoa pode fazer o uso da mesma para a implementação de controladores de ordem fracionária. A plataforma possui uma interface amigável, onde de maneira simples, o usuário consegue entrar com os parâmetros de projeto, e ao clicar em um botão, o resultado final é apresentado em forma de relatório, assim como os gráficos são apresentados na mesma tela, bastando o usuário clicar no botão de escolher o gráfico que deseja visualizar. Através dessa plataforma, é possível realizar cálculos referentes aos controladores CRONE gerações 1 e 2 na sua forma convencional e na sua forma otimizada. Para a otimização dos controladores CRONE 1 e 2 utilizou-se a estratégia definida no capítulo anterior. Além também de ser possível a implementação dos controladores PID de ordem fracionária e PID de ordem convencional. Para o desenvolvimento da plataforma, foram utilizadas as seguintes bibliotecas: *Numpy*, *Matplotlib*, *Pymoo*, *Tkinter*, *Control*, *Math*, *PIL*, *Sympy* e *Scipy*. A plataforma conta com sete módulos, que serão apresentados nas próximas Subseções. Como opções de gráfico, os usuários tem: (i) Diagrama de Bode do controlador; (ii) Diagrama de Bode da planta×controlador; (iii) Sinal de saída em malha fechada; (iv) Sinal de controle em malha fechada; (v) Diagrama de Nichols em malha aberta; (vi) Função de sensibilidade complementar $T(s)$; (vii) Função de sensibilidade $S(s)$; (viii) Função de sensibilidade de controle $CS(s)$; (ix) Função de sensibilidade de entrada $SG(s)$.

7.1.1 Módulo 1 - Introdução da planta

No primeiro módulo da plataforma, os parâmetros da planta são escolhidos. Logo, o usuário deverá entrar com os parâmetros nominais, assim como, também deverá entrar com os parâmetros mínimos e máximos da planta.

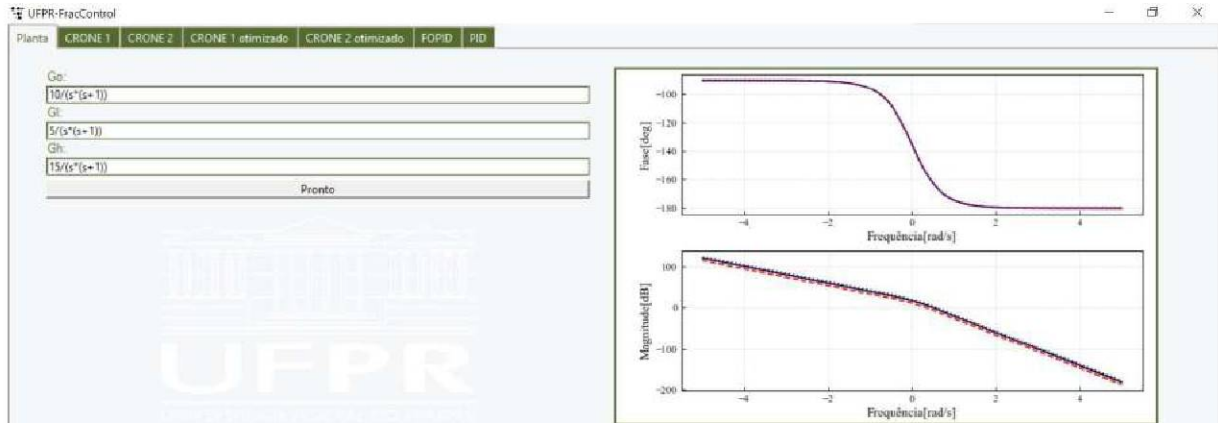


Figura 7.1: Captura de tela do Módulo 1 da plataforma.

7.1.2 Módulo 2 - CRONE geração 1

Este módulo é dedicado ao projeto de um controlador CRONE geração 1. Para tanto, após a inserção dos parâmetros da planta (módulo 1), o usuário deverá entrar com os parâmetros de projeto: n_l , n_h , N , ω_{cg} e M_ϕ . As equações utilizadas para a resolução deste problema são as mesmas utilizadas na Subseção 4.1. Para aproximar a ordem n do controlador, faz-se uso do método de aproximação de Oustaloup definido no Capítulo 2.

7.1.2.1 Estudo de caso 1 - CRONE geração 1

Este módulo é dedicado ao projeto de um controlador CRONE geração 1. Para tanto, após a inserção dos parâmetros da planta (módulo 1), o usuário deverá entrar com os parâmetros de projeto: n_I , n_F , N , ω_{cg} e M_ϕ . As equações utilizadas para a resolução deste problema são as mesmas utilizadas na Subseção 4.2. Para aproximar a ordem n do controlador, faz-se uso do método de aproximação de Oustaloup definido no Capítulo 2.

7.1.3 Módulo 3 - CRONE geração 2

Para exemplificar o comportamento e a sintonia do controlador CRONE geração 2 utilizando a plataforma UFPR-FracControl, faz-se o uso aqui, do sistema de segunda ordem, utilizado nos exemplos das Subseções 4.1.1 e 4.1.2 representado pela Equação (4.26).

As especificações para o sistema controlado são as seguintes: valor nominal da frequência de cruzamento de ganho em malha aberta (ω_{cg}) igual a 2 rad/s com uma margem de fase de 50°. Assim, a função de transferência de malha aberta de ordem fracionária nominal é:

$$\beta_0(s) = 103,29 \left(1 + \frac{0,0684}{s}\right)^3 \left(\frac{1 + \frac{s}{58,5083}}{1 + \frac{s}{0,0684}}\right)^{1,37} \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{58,5083}\right)^3}. \quad (7.1)$$

Para que seja possível a implementação do controlador CRONE geração 2, faz-se necessária a aproximação da ordem 0,37 para uma ordem racional. Para tanto, utiliza-se o método de aproximação de Oustaloup. A ordem de aproximação escolhida para este caso foi $N = 5$. As taxas recursivas são definidas por: $\alpha = 1,6564$ e $\eta = 2,3298$. Assim, chega-se ao controlador CRONE geração 2 racional:

$$C_R(s) = 103,29 \left(1 + \frac{0,0684}{s}\right)^3 \left(\frac{1 + \frac{s}{58,5083}}{1 + \frac{s}{0,0684}}\right) \times \left(\frac{1 + \frac{s}{0,1728}}{1 + \frac{s}{0,1044}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{0,6670}}{1 + \frac{s}{0,4027}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{2,5740}}{1 + \frac{s}{1,5540}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{9,9331}}{1 + \frac{s}{5,9969}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{38,3318}}{1 + \frac{s}{23,1420}}\right) \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{58,5083}\right)^3}. \quad (7.2)$$

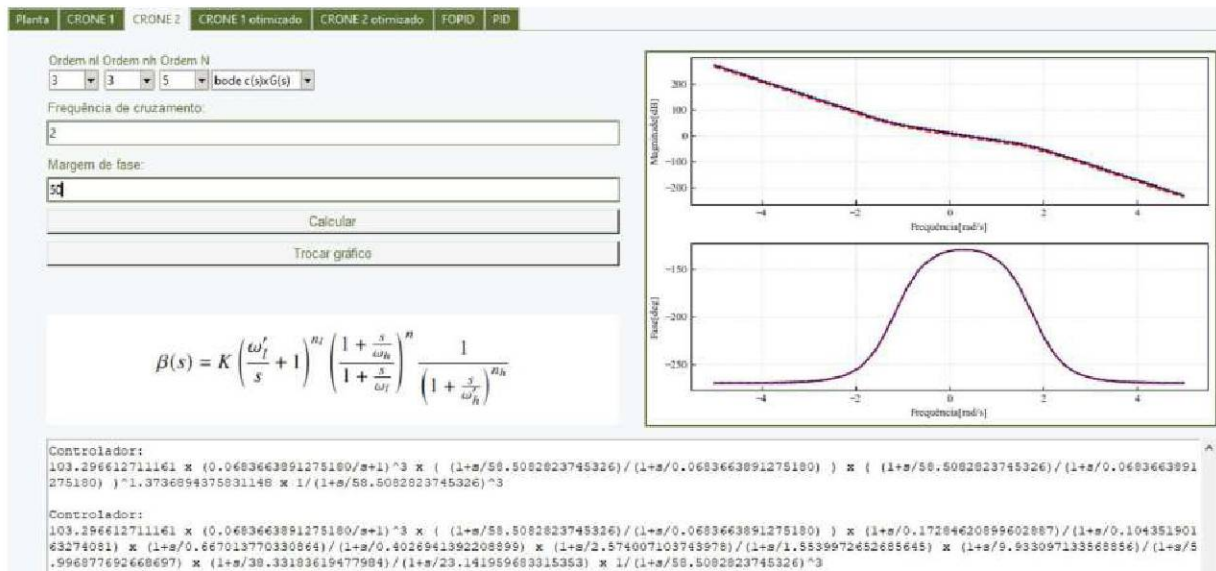


Figura 7.2: Captura de tela do Módulo 3 da plataforma.

Quanto aos resultados, pode-se observar através do gráfico da Figura 7.2 que o controlador forneceu uma margem de fase de 50 graus para todos os modelos dentro da região de incerteza em ω_{cg} , assim como o controlador sintonizado através do Matlab©.

Através da Figura 7.3 percebe-se que como o controlador CRONE teve uma margem de fase constante para todos os modelos dentro de uma faixa especificada, a sobre-elevação do sinal de saída no tempo do controlador CRONE também manteve-se constante. Em relação a sobre-elevação do sinal de saída e o tempo de acomodação, ambos foram semelhantes ao obtido com o Matlab©. Da Figura 7.4, observa-se que o esforço de controle do controlador CRONE,

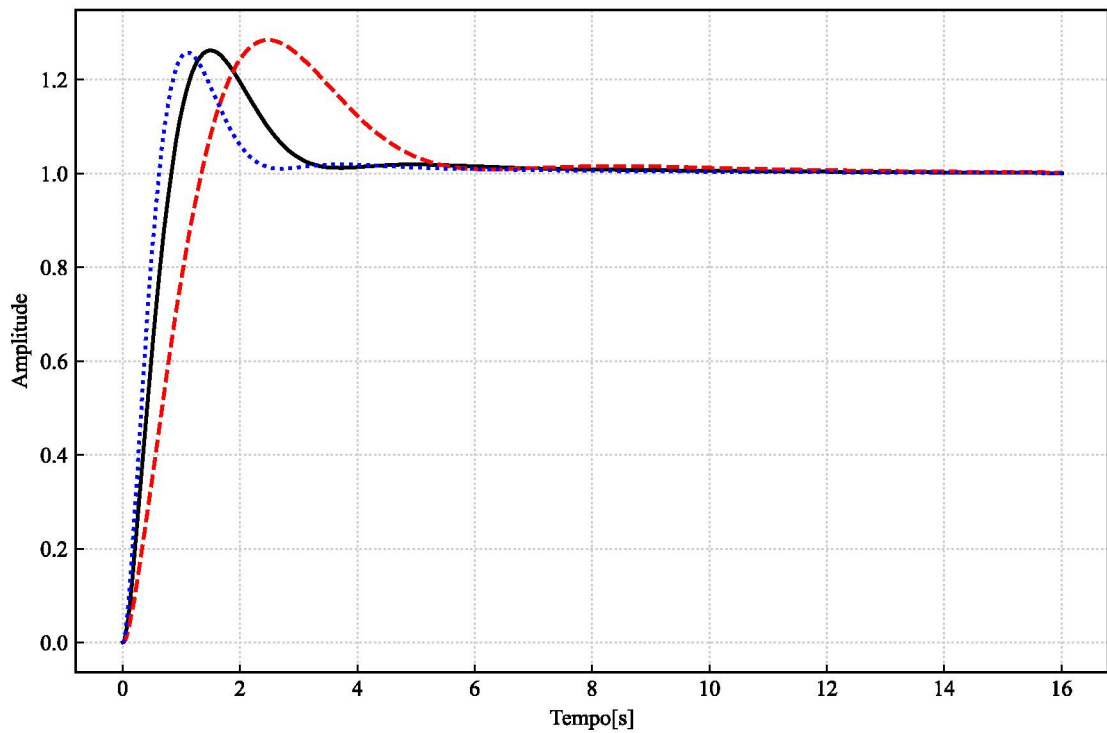


Figura 7.3: Resposta ao degrau de malha fechada para 3 possibilidades de $G(s)$, sendo $K = 5$ para G_l (.), $K = 10$ para G_o (-) e $K = 15$ para G_h (- -).

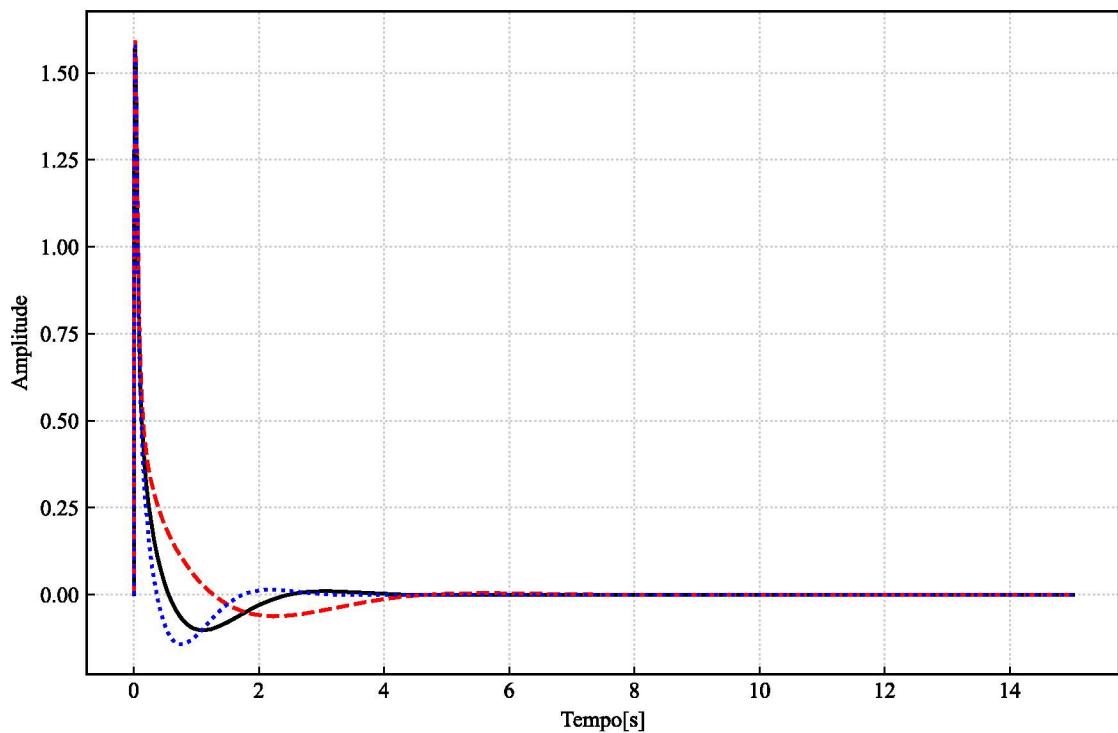


Figura 7.4: Sinal de controle de malha fechada para 3 possibilidades de $G(s)$, sendo $K = 5$ para G_l (.), $K = 10$ para G_o (-) e $K = 15$ para G_h (- -).

que foi de 1,55, também foi o mesmo que o obtido com o Matlab©. Logo, observa-se que os resultados obtidos com a nova plataforma foram muito semelhantes aos obtidos com o Matlab©.

Concluindo assim, que a plataforma UFPR-FracControl pode ser uma alternativa viável para a sintonia desse tipo de controlador.

7.1.4 Módulo 4 - CRONE geração 1 otimizado

Este módulo é dedicado ao projeto de um controlador CRONE geração 1 otimizado, ou seja, utiliza-se a estratégia definida na Subseção 6.3 para encontrar os valores ótimos desse controlador através de duas funções objetivo. Para tanto, após a inserção dos parâmetros da planta (módulo 1), o usuário deverá entrar com os parâmetros de projeto: N ; ω_{cg} ; M_ϕ ; Tamanho da população; Número máximo de iterações. Após a otimização, as equações utilizadas para o restante do problema são as mesmas utilizadas na Subseção 4.1. Para aproximar a ordem n do controlador, faz-se uso do método de aproximação de Oustaloup definido no Capítulo 2.

O algoritmo de otimização multiobjetivo NSGA-II utilizado neste capítulo foi implementado em linguagem Python. Dentre as bibliotecas disponíveis para tal implementação, escolheu-se a biblioteca Pymoo, que disponibiliza algoritmos de otimização mono-objetivo e multi-objetivo. Essa biblioteca foi proposta em Blank e Deb (2020). Deb é também o principal desenvolvedor do algoritmo NSGA-II (Deb et al., 2002). Além do algoritmo NSGA-II, a biblioteca de otimização *Pymoo* também oferece outros algoritmos como: Algoritmo de Evolução Diferencial; Algoritmo Genético; Algoritmo de Otimização por Enxame de Partículas; entre outros.

7.1.4.1 Estudo de caso I - CRONE geração 1 otimizado

Para exemplificar o comportamento e a sintonia do controlador CRONE geração 1 otimizado utilizando a plataforma UFPR-FracControl, faz-se o uso aqui, do sistema utilizado no Exemplo de aplicação 1, da Subseção 4.1.1, representado pela Equação (4.26). Esse sistema possui incertezas estruturadas apenas no ganho K . As especificações de desempenho são: (a) frequência de cruzamento de ganho em malha aberta ω_{cg} igual a 100 rad/s com uma margem de fase de 50° . Chega-se então a um $\omega_A = 68,3664$ rad/s e um $\omega_B = 146,2707$ rad/s. Utiliza-se então o algoritmo de otimização para encontrar os melhores valores de ω_l , ω_h , n_I e n_F . O espaço de busca dos parâmetros ω_l , ω_h , n_I e n_F do controlador CRONE geração 1 pode ser visto na Tabela 7.1.

Tabela 7.1: Limites para ω_l , ω_h , n_I e n_F .

Parâmetro	Min	Max
ω_l	3,1623	21,6194
ω_h	462,5486	3162,3
n_I	1	5
n_F	1	5

As configurações dos parâmetros do algoritmo estão resumidas na Tabela 7.2. Utilizou-se o critério da menor distância euclidiana entre dois pontos para selecionar a melhor solução. A Tabela 7.3 mostra o valor mínimo, o médio e o máximo das 100 soluções resultantes. Optou-se

Tabela 7.2: Configurações dos parâmetros do algoritmo.

Nome	Valor
Tamanho da população	100
Número de gerações	100
Probabilidade de cruzamento	90%
Probabilidade de mutação	50%
Número de objetivos	2
Número de variáveis	4

então pela solução correspondente ao valor mínimo da tabela. Assim, os parâmetros ω_l , ω_h , n_I e n_F otimizados pelo algoritmo podem ser encontrados na Tabela 7.4, onde também pode-se observar os valores dos parâmetros encontrados pelo método tradicional.

Tabela 7.3: Valores da distância euclidiana do conjunto de soluções.

Nome	Valor
Valor mínimo	13320,45
Valor médio	14628,92
Valor máximo	15870,76

Tabela 7.4: Valores de ω_l , ω_h , n_I e n_F .

Parâmetro	Tradicional	Otimizado
ω_l	6,8366 rad/s	5,5608 rad/s
ω_h	1462,7 rad/s	2237,72 rad/s
n_I	1	2
n_F	1	3

Após encontrar os valores dos parâmetros ω_l e ω_h , encontra-se agora os parâmetros ω_I e ω_F :

$$\omega_I = \frac{\omega_l}{2} = 2,7804 \quad (7.3)$$

e,

$$\omega_F = 2\omega_h = 4475,45. \quad (7.4)$$

Como $|G(j100)| = 2 \cdot 10^{-4}$ e $\arg G(j100) = -180^\circ$, usando as Equações (4.24) e (4.25), a margem de fase nominal e a frequência de cruzamento de ganho em malha aberta são garantidas com $n = 0,6699$ e $C_0 = 134,1094$:

$$n = \frac{-\pi + 0,87 - \arg G(j100) + 3 \arctan \frac{100}{4475,45} + 2 \left(\frac{\pi}{2} - \arctan \left(\frac{100}{2,7804} \right) \right)}{\arctan \left(\frac{100}{5,5608} \right) - \arctan \left(\frac{100}{2237,72} \right)} = 0,6699, \quad (7.5)$$

$$C_0 = \frac{\left(1 + \frac{100^2}{4475,45^2}\right)^{0,5 \times 3}}{|G(j100)| \left(\frac{2237,72}{5,5608}\right)^{0,5 \times 0,6699} \left(1 + \frac{2,7804^2}{100^2}\right)^{0,5 \times 2}} = 134,1094. \quad (7.6)$$

Portanto, substituindo esses valores na Equação (4.21) chega-se ao controlador CRONE geração 1 otimizado:

$$C_F(s) = 134,1094 \left(\frac{2,7804}{s} + 1\right)^2 \left(\frac{1 + \frac{s}{5,5608}}{1 + \frac{s}{2237,72}}\right)^{0,6699} \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{4475,45}\right)^3}. \quad (7.7)$$

Para que seja possível a implementação do controlador CRONE geração 1 otimizado, da Equação (7.7), faz-se necessária a aproximação da ordem 0,6699 para uma ordem racional. Para tanto, utiliza-se o método de aproximação de Oustaloup, onde escolhe-se $N = 5$. As taxas recursivas são definidas por: $\alpha = 2,2336$ e $\eta = 1,4856$. Assim, o controlador CRONE geração 1 otimizado, racional encontra-se na Equação (7.8).

$$C_R(s) = 134,1094 \left(\frac{2,7804}{s} + 1\right)^2 \times \left(\frac{1 + \frac{s}{6,7779}}{1 + \frac{s}{15,1397}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{22,4921}}{1 + \frac{s}{50,2401}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{74,6385}}{1 + \frac{s}{166,7186}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{247,6831}}{1 + \frac{s}{553,2447}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{821,9203}}{1 + \frac{s}{1835,9062}}\right) \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{4475,45}\right)^3}. \quad (7.8)$$

Podemos observar através do gráfico da Figura 7.5 que o controlador forneceu uma margem de fase de 50 graus em ω_{cg} , percebe-se também através deste gráfico e através da Tabela 7.4 que o algoritmo de otimização encontrou valores de ω_l e ω_h que fizeram com que a faixa constante fosse aumentada, o que acabou resultando em um pequeno aumento do sinal de controle, como pode ser visto na Figura 7.7. Através da Figura 7.6 pode-se perceber que a escolha do algoritmo pelo valor $n_l = 2$ fez com que o erro em regime permanente deste sinal fosse reduzido, assim como no caso simulado no capítulo anterior.

Além de facilitar o processo de escolha dos parâmetros, não dependendo tanto do conhecimento do projetista, observa-se que os resultados obtidos com a plataforma UFPR-FracControl foram semelhantes aos obtidos com o Matlab©. Concluindo assim, que a nova plataforma pode ser uma alternativa viável para a otimização desse tipo de controlador.

7.1.5 Módulo 5 - CRONE geração 2 otimizado

Este módulo é dedicado ao projeto de um controlador CRONE geração 2 otimizado, ou seja, utiliza-se o algoritmo de otimização multiobjetivo para resolver o problema definido na Subseção 6.4. Para tanto, após a inserção dos parâmetros da planta (módulo 1), o usuário deverá

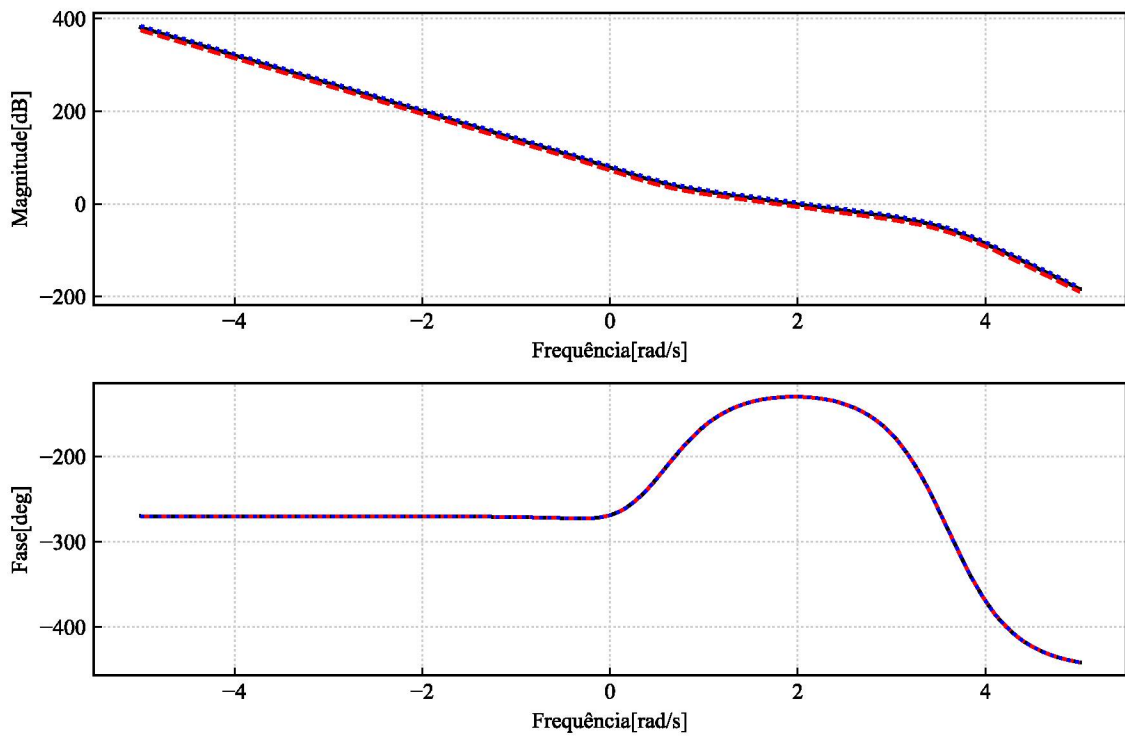


Figura 7.5: Diagrama de Bode do sistema de malha aberta $C(s)G(s)$ para 3 possibilidades de $G(s)$, sendo $K = 5$ para G_l (.), $K = 10$ para G_o (-) e $K = 15$ para G_h (- -).

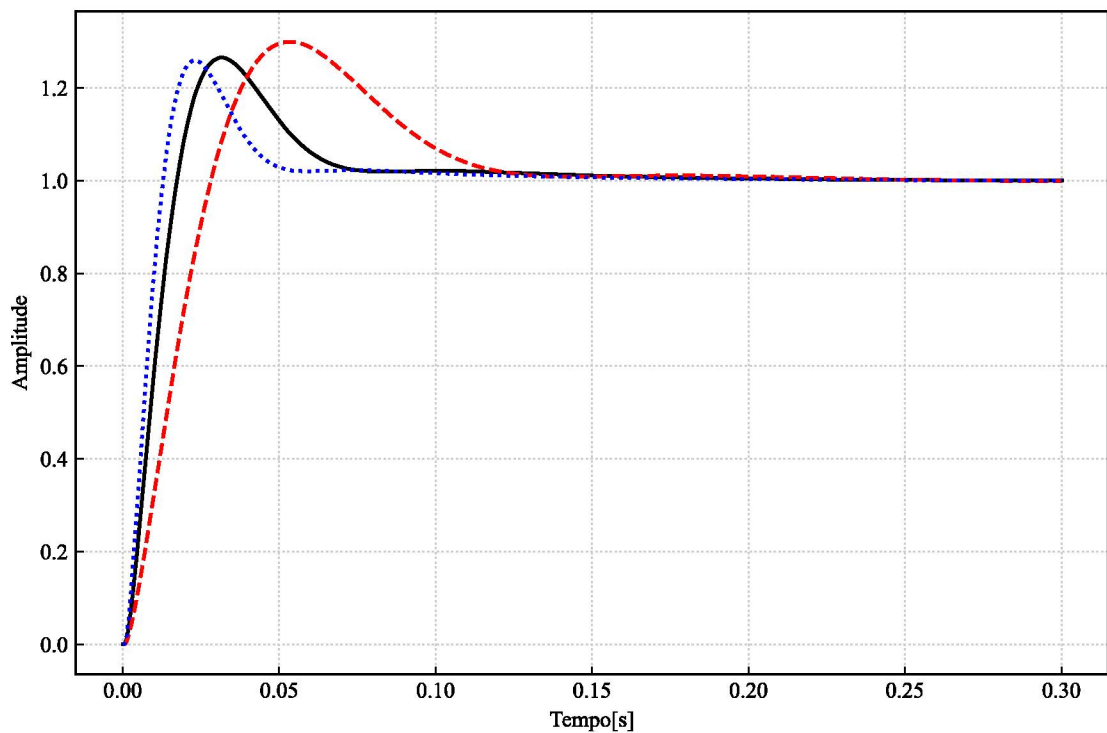


Figura 7.6: Resposta ao degrau de malha fechada para 3 possibilidades de $G(s)$, sendo $K = 5$ para G_l (.), $K = 10$ para G_o (-) e $K = 15$ para G_h (- -).

entrar com os parâmetros de projeto: N ; ω_{cg} ; M_ϕ ; Tamanho da população; Número máximo de iterações. As equações utilizadas para a resolução deste problema são as mesmas utilizadas na

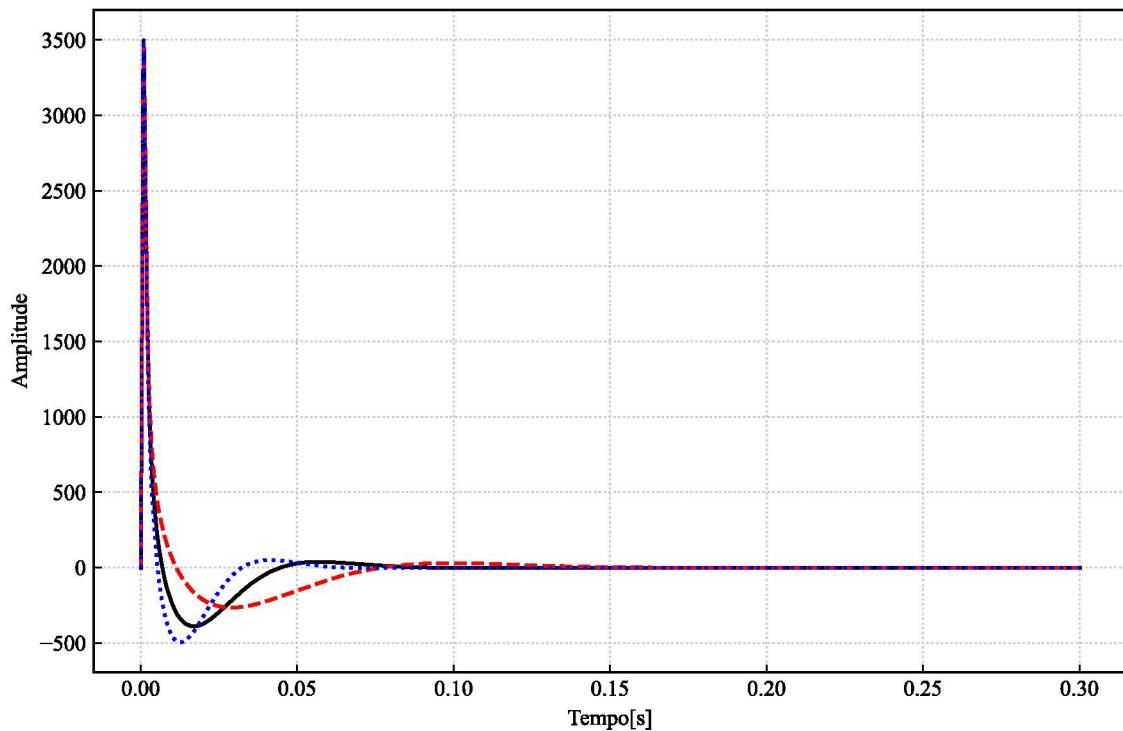


Figura 7.7: Sinal de controle para 3 possibilidades de $G(s)$, sendo $K = 5$ para G_l (..), $K = 10$ para G_o (-) e $K = 15$ para G_h (- -).

Subseção 4.2. Para aproximar a ordem n do controlador, faz-se uso do método de aproximação de Oustaloup definido no Capítulo 2.

7.1.5.1 Estudo de caso I - CRONE geração 2 otimizado

Para exemplificar o comportamento e a sintonia do controlador CRONE geração 2, utiliza-se a planta da Equação (4.1.1), que foi utilizada no Exemplo de aplicação 1 - CRONE geração 2 da Subseção 4.2.1. As especificações para o sistema controlado são: valor nominal da frequência de cruzamento de ganho em malha aberta ω_{cg} igual a 2 rad/s com uma margem de fase de 50° . Da mesma forma que no Exemplo de aplicação 1, da Subseção 4.2.1, os valores encontrados de ω_A e ω_B são 1,3673 e 2,9254 rad/s, respectivamente.

Agora, aplica-se o algoritmo de otimização para encontrar os valores de ω_l , ω_h , n_l e n_h . O espaço de busca dos parâmetros do controlador CRONE geração 2 pode ser visto na Tabela 7.5.

Tabela 7.5: Limites para ω_l , ω_h , n_l e n_h .

Parâmetro	Min	Max
ω_l	0,0632	0,4324
ω_h	9,2510	63,2456
n_l	1	5
n_h	1	5

As configurações dos parâmetros do algoritmo estão resumidas na Tabela 7.6.

Tabela 7.6: Configurações dos parâmetros do algoritmo.

Nome	Valor
Tamanho da população	100
Número de gerações	100
Probabilidade de cruzamento	90%
Probabilidade de mutação	50%
Número de objetivos	2
Número de variáveis	4

Utilizou-se o critério da menor distância euclidiana entre dois pontos para selecionar as melhores soluções. A Tabela 7.7 mostra o valor mínimo, o médio e o máximo das 100 soluções resultantes. Optou-se então pela solução correspondente ao valor mínimo da tabela. Assim, os parâmetros otimizados pelo algoritmo podem ser encontrados na Tabela 7.8, onde também pode-se observar os valores dos parâmetros encontrados pelo método tradicional.

Tabela 7.7: Valores da distância euclidiana do conjunto de soluções.

Nome	Valor
Valor mínimo	183,54
Valor médio	225,66
Valor máximo	376,87

Tabela 7.8: Valores de ω_l , ω_h , n_l e n_h .

Parâmetro	Tradicional	Otimizado
ω_l	0,0684 rad/s	0,0709 rad/s
ω_h	58,5083 rad/s	56,4263 rad/s
n_l	2	2
n_h	2	4

Após encontrar os valores dos parâmetros ω_l e ω_h , encontra-se agora os parâmetros ω'_l e ω'_h :

$$\omega'_l = \omega_l = 0,0709 \quad (7.9)$$

e,

$$\omega'_h = \omega_h = 56,4263. \quad (7.10)$$

Como $|G(j100)| = 2 \cdot 10^{-4}$ e $\arg G(j100) = -180^\circ$, usando as Equações (4.24) e (4.25), a margem de fase nominal e a frequência de cruzamento de ganho em malha aberta são garantidas com $n = 1,3709$ e $K = 97,3355$:

$$n = \frac{-\pi + 0,87 + 4 \arctan \frac{2}{56,4263} + 2 \left(\frac{\pi}{2} - \arctan \frac{2}{0,0709} \right)}{\arctan \frac{2}{56,4263} - \arctan \frac{2}{0,0709}} = 1,3709, \quad (7.11)$$

$$K = \left(\frac{2}{0,0709}\right)^2 \left(1 + \left(\frac{2}{0,0709}\right)^2\right)^{(1,3709-2)/2} \left(1 + \left(\frac{2}{56,4263}\right)^2\right)^{(4-1,3709)/2} = 97,3355. \quad (7.12)$$

Assim, a função de transferência de malha aberta de ordem fracionária nominal é:

$$\beta_0(s) = 97,3355 \left(1 + \frac{0,0709}{s}\right)^2 \left(\frac{1 + \frac{s}{56,4263}}{1 + \frac{s}{0,0709}}\right)^{1,3709} \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{56,4263}\right)^4}. \quad (7.13)$$

A fim de implementar o controlador de ordem fracionária, o método de aproximação de Oustaloup é usado para substituir sua parte de ordem 0,3709 por uma parte racional. Como a faixa de frequência $[\omega_l, \omega_h]$ cobre quatro décadas, $N = 5$ é suficiente para aproximar a parte da ordem fracionária que aparece na Equação (7.13). As taxas recursivas são definidas por: $\alpha = 1,6412$ e $\eta = 2,3168$. Assim, a função de transferência de malha aberta racional é:

$$C_R(s) = 97,3355 \left(1 + \frac{0,0709}{s}\right)^2 \left(\frac{1 + \frac{s}{56,4263}}{1 + \frac{s}{0,0709}}\right)^2 \times \left(\frac{1 + \frac{s}{0,1773}}{1 + \frac{s}{0,1080}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{0,6742}}{1 + \frac{s}{0,4108}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{2,5638}}{1 + \frac{s}{1,5621}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{9,7490}}{1 + \frac{s}{5,9400}}\right) \left(\frac{1 + \frac{s}{37,0708}}{1 + \frac{s}{22,5871}}\right) \left(\frac{1}{1 + \frac{s}{56,4263}}\right)^4. \quad (7.14)$$

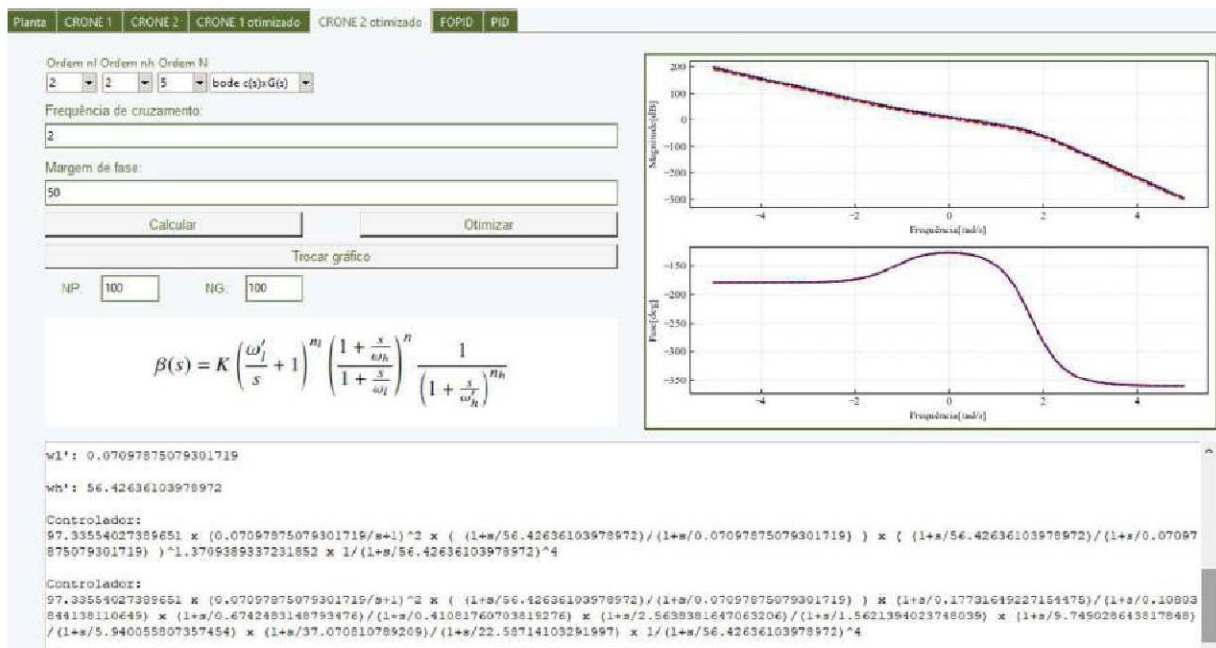


Figura 7.8: Captura de tela do Módulo 5 da plataforma.

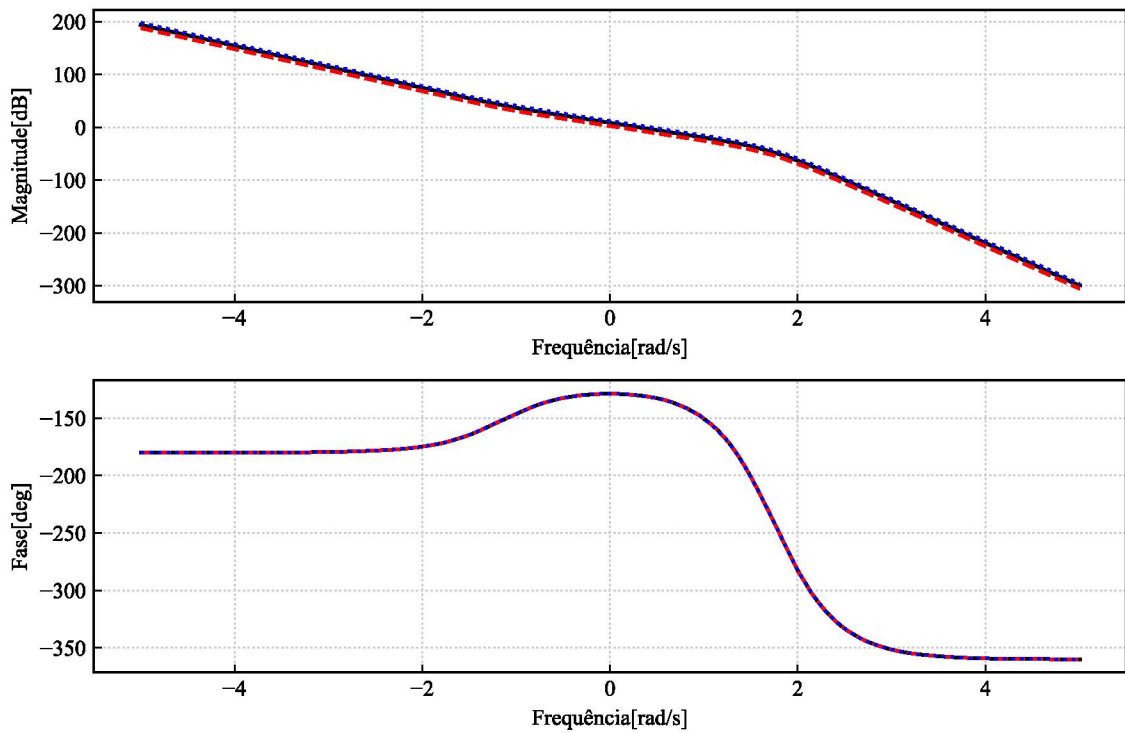


Figura 7.9: Diagrama de Bode do sistema de malha aberta $C(s)G(s)$ para 3 possibilidades de $G(s)$, sendo $K = 5$ para G_l (.), $K = 10$ para G_o (-) e $K = 15$ para G_h (- -).

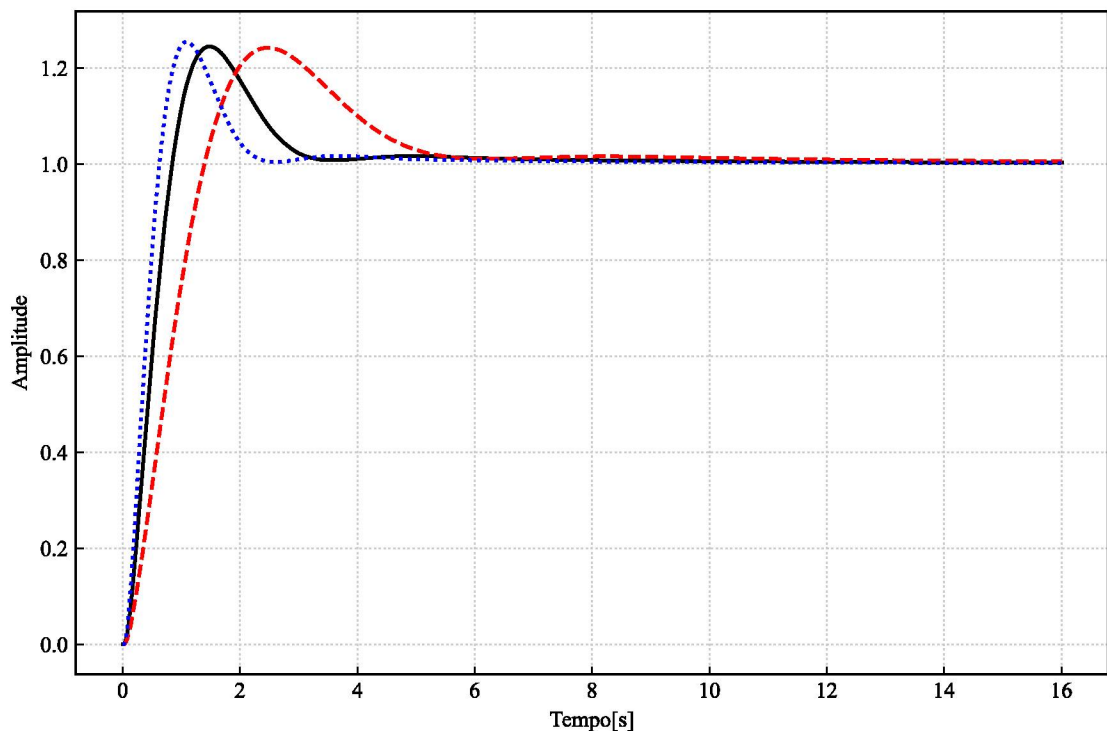


Figura 7.10: Resposta ao degrau de malha fechada para 3 possibilidades de $G(s)$, sendo $K = 5$ para G_l (.), $K = 10$ para G_o (-) e $K = 15$ para G_h (- -).

Podemos observar através do gráfico da Figura 7.9 que o controlador forneceu uma margem de fase de 50 graus em ω_{cg} . Através das Figuras 7.10 e 7.11 percebe-se também que o controlador

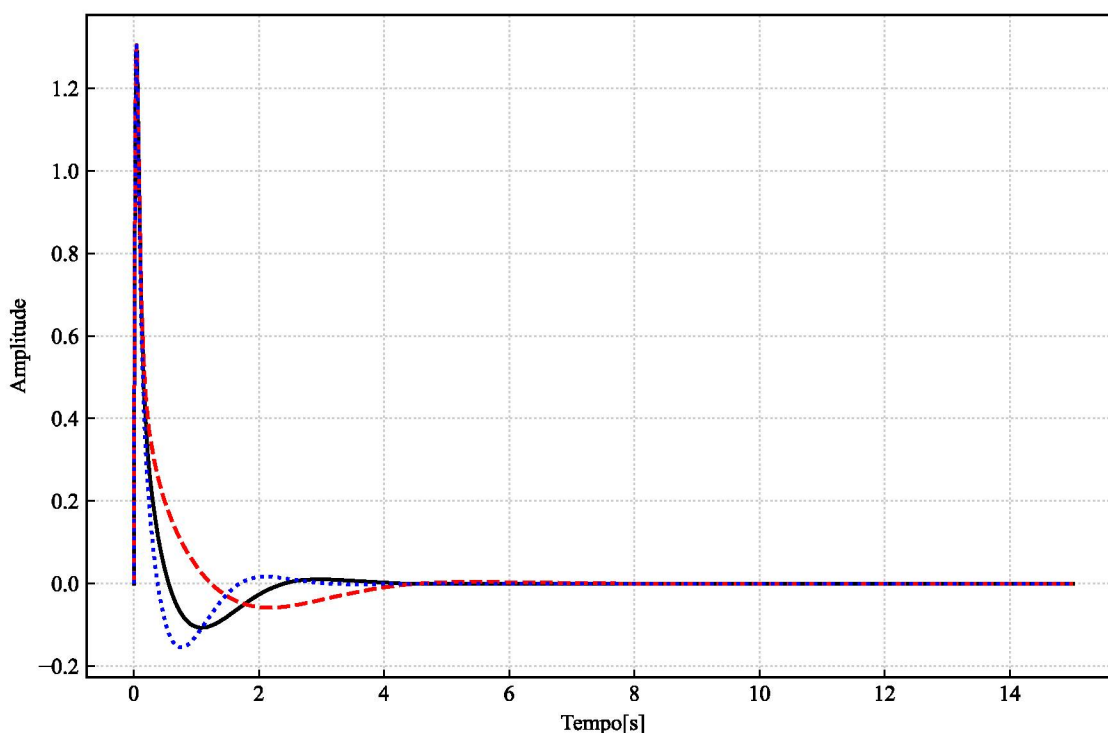


Figura 7.11: Sinal de controle para 3 possibilidades de $G(s)$, sendo $K = 5$ para G_I (.), $K = 10$ para G_o (-) e $K = 15$ para G_h (- -).

apresentou um tempo de acomodação de 5 segundos, com um esforço de controle de 1,8. Ou seja, pode-se concluir, que além de facilitar o processo de escolha dos parâmetros, não dependendo tanto do conhecimento do projetista, o controlador otimizado conseguiu fornecer bons níveis de desempenho sem prejudicar o sinal de controle. Observa-se que os resultados obtidos com a plataforma UFPR-FracControl foram muito semelhantes aos obtidos com o Matlab©. Concluindo assim, que a nova plataforma pode ser uma alternativa viável para a otimização desse tipo de controlador.

7.1.6 Módulo 6 - FOPID

Este módulo é dedicado ao projeto de um controlador FOPID série. Para tanto, após a inserção dos parâmetros da planta (módulo 1), o usuário deverá entrar com os parâmetros de projeto: n_I , n_F , N , μ , ω_{cg} e M_ϕ . As equações utilizadas para a resolução deste problema são as mesmas utilizadas na Subseção 3.14. Para aproximar a ordem μ do controlador, faz-se uso do método de aproximação de Oustaloup definido no Capítulo 2.

7.1.7 Módulo 7 - PID

Este módulo é dedicado ao projeto de um controlador PID série. Para tanto, após a inserção dos parâmetros da planta (módulo 1), o usuário deverá entrar com os parâmetros de projeto: n_I , n_F , N , ω_{cg} e M_ϕ . As equações utilizadas para a resolução deste problema são as mesmas utilizadas na Subseção 3.3.1.

7.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O CAPÍTULO

Este capítulo dedicou-se a apresentar a terceira proposta desta tese, que resume-se ao desenvolvimento de uma plataforma computacional cujo objetivo é facilitar e expandir o uso de controladores de ordem fracionária em ambientes não acadêmicos. Conforme observado através dos casos simulados, percebe-se que a mesma atendeu à proposta inicial. Além da interface amigável, a plataforma mostrou-se confiável em relação aos resultados, pois os controladores tiveram desempenhos semelhantes aos sintonizados e simulados no Matlab®.

8 CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho foi melhorar o desempenho de sistemas de controle em malha fechada, cujas estruturas de controle fossem de ordem fracionária. Isto se deu através da aplicação de métodos e algoritmos de otimização, multiobjetivos ou não, baseados em metaheurísticas.

A primeira contribuição do trabalho foi a proposta de uma nova estratégia híbrida de controle, chamada AFOPID. Nesta estratégia, os parâmetros do FOPID foram sintonizados online de forma que, na ocorrência de alguma perturbação, a Lógica *Fuzzy* atualizava os coeficientes k_p , k_i e k_d do FOPID para adaptar a malha fechada à nova condição de operação. Em seguida, os coeficientes fracionários λ e μ foram atualizados usando um algoritmo de Evolução Diferencial (DE). Através dos resultados, percebeu-se que o sistema híbrido melhorou a solução geral, uma vez que o Sistema *Fuzzy* primeiro estabeleceu um bom ponto de operação e depois o DE refinou as soluções atuando nas ordens fracionárias. Percebeu-se também que o método híbrido forneceu melhor desempenho em malha fechada do que soluções semelhantes. No que diz respeito aos movimentos da válvula e sinal de controle, suas oscilações foram reduzidas usando o método de controle proposto. Isto pode tornar-se vantajoso através da diminuição do desgaste mecânico e aumento da sua vida útil, com impacto nos custos de manutenção.

Como segunda contribuição deste trabalho, foi proposto o desenvolvimento de algoritmos de otimização a fim de melhorar o desempenho da estrutura de controle CRONE gerações 1 e 2. Para tanto, utilizou-se um Algoritmo Genético de Classificação por Não Dominância II Multiobjetivo baseado em dois objetivos principais: (i) Minimizar o sinal de controle; (ii) Reduzir o erro em regime permanente. Para tanto, escolheu-se minimizar a norma infinita da função de sensibilidade $CS(s)$ para os três estados paramétricos da planta CS_l , CS_0 e CS_h , além de também minimizar a função de sensibilidade $S(s)$. Em suma, o algoritmo proposto aqui visou escolher os parâmetros ω_l , ω_h de forma a escolher uma faixa constante adequada em torno de ω_{cg} , sem prejudicar a ordem de aproximação N e mantendo o sinal de controle em níveis adequados. Além de escolher também as ordens n_l e n_h . Pode-se concluir então que além de facilitar o processo de escolha dos parâmetros, não dependendo tanto do conhecimento do projetista, o controlador otimizado conseguiu fornecer bons níveis de desempenho sem prejudicar o sinal de controle.

Como terceiro objetivo deste trabalho, desenvolveu-se uma plataforma computacional chamada UFPR-FracControl, baseada em código aberto e plataforma computacional livre, visando facilitar a utilização de sistemas de controle de ordem fracionária por usuários não especialistas. Através dessa plataforma, é possível realizar cálculos referentes aos controladores CRONE gerações 1 e 2 na sua forma convencional e na sua forma otimizada, para tanto, utiliza-se o método proposto no segundo objetivo desta tese. Além também de ser possível a implementação dos controladores PID de ordem fracionária e PID de ordem convencional. A plataforma conta com sete módulos. Como opções de gráfico tem-se: (i) Diagrama de Bode

do controlador; (ii) Diagrama de Bode da planta×controlador; (iii) Sinal de saída em malha fechada; (iv) Sinal de controle em malha fechada; (v) Diagrama de Nichols em malha aberta; (vi) Função de sensibilidade complementar $T(s)$; (vii) Função de sensibilidade $S(s)$; (viii) Função de sensibilidade de controle $CS(s)$; (ix) Função de sensibilidade de entrada $SG(s)$. Os resultados demonstraram que esta nova plataforma facilitará o uso de sistemas de controle de ordem fracionária pelo fato de ser leve, não depender de instalação, não depender de licenças e pelo fato de ser de fácil implementação.

Por fim, conclui-se que os três objetivos aqui propostos obtiveram sucesso em melhorar o desempenho e facilitar o uso dos controladores de ordem fracionária.

8.1 TRABALHOS FUTUROS

Todos os resultados apresentados neste trabalho foram obtidos em ambiente de simulação, logo, pode-se considerar para continuação do trabalho a implementação dos controladores em um sistema físico real. Para tanto, é necessária a aproximação e então discretização dos controladores, o que pode tornar o processo complexo devido a ordem destes controladores, conforme visto ao longo do texto. Pode-se ainda, considerar para continuação do trabalho os seguintes tópicos:

- Estender as técnicas propostas nos Capítulos 5 e 6 para o caso de sistemas MIMO;
- Estender as técnicas propostas no Capítulo 6 para controladores CRONE geração 3;
- Aplicar as técnicas propostas no Capítulo 6 a outros casos para avaliar o desempenho da abordagem.

Outras direções de pesquisa, envolvendo o desenvolvimento da plataforma computacional UFPR-FracControl, podem ser delineadas:

- Desenvolvimento de uma nova aplicação para a plataforma com o objetivo de acompanhar em tempo real (através de uma conexão microcontrolador/computador) o comportamento dos controladores, de ordem fracionária ou não, aplicados em uma planta real;
- Além do algoritmo NSGA-II, esta plataforma pode ser útil para testar outros métodos de sintonia para os controladores CRONE gerações 1 e 2;
- Por fim, pode-se estender as aplicações da plataforma para sistemas MIMO.

8.2 COMENTÁRIOS FINAIS

Esta tese ilustrou o uso do cálculo de ordem fracionária no controle de sistemas dinâmicos. Os benefícios decorrentes da aplicação do cálculo de ordem fracionária aos problemas de controle foram evidenciados. Pode-se concluir que o cálculo de ordem fracionária é uma generalização necessária. Embora as ferramentas matemáticas atuais neste campo sejam um pouco limitadas, e

mesmo obter uma solução numérica para as derivadas de ordem fracionária possa ser trabalhoso, espera-se que este tópico ganhe mais atenção nos próximos anos, métodos computacionais e analíticos eficientes sejam desenvolvidos e o uso do cálculo de ordem fracionária se torne uma prática padrão.

REFERÊNCIAS

- 1207-2011, I. S. (2011). IEEE guide for the application of turbine governing systems for hydroelectric generating units. *IEEE Std 1207-2011 (Revision to IEEE Std 1207-2004)*, páginas 1–131.
- Abid, A., Jallouli-Khlif, R., Derbel, N. e Melchior, P. (2019). Crone controller design for a robot arm. Em *New Developments and Advances in Robot Control*, páginas 187–200. Springer.
- Ahmed, E. M., Mohamed, E. A., Elmelegi, A., Aly, M. e Elbaksawi, O. (2021). Optimum modified fractional order controller for future electric vehicles and renewable energy-based interconnected power systems. *IEEE Access*, 9:29993–30010.
- Almeida, A. M. d., Lenzi, M. K. e Lenzi, E. K. (2020). A survey of fractional order calculus applications of multiple-input, multiple-output (mimo) process control. *Fractal and Fractional*, 4(2):22.
- Arya, Y., Dahiya, P., Çelik, E., Sharma, G., Gözde, H. e Nasiruddin, I. (2021). Agc performance amelioration in multi-area interconnected thermal and thermal-hydro-gas power systems using a novel controller. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, 24(2):384–396.
- Asgari, S., Suratgar, A. A. e Kazemi, M. (2021). Feedforward fractional order PID load frequency control of microgrid using harmony search algorithm. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Electrical Engineering*, páginas 1–13.
- Axtell, M. e Bise, M. E. (1990). Fractional calculus application in control systems. Em *IEEE Conference on Aerospace and Electronics*, páginas 563–566. IEEE.
- Blank, J. e Deb, K. (2020). pymoo: Multi-objective optimization in python. *IEEE Access*, 8:89497–89509.
- Bode, H. W. et al. (1945). Network analysis and feedback amplifier design.
- Caponetto, R. (2010). *Fractional order systems: modeling and control applications*, volume 72. World Scientific.
- Caponetto, R., Graziani, S. e Murgano, E. (2021). Realization of a fractional-order rlc circuit via constant phase element. *International Journal of Dynamics and Control*, páginas 1–11.
- Caputo, M. (1969). Elasticità e dissipazione (elasticity and anelastic dissipation). *Zanichelli, Bologna*.

- Çelik, E. (2021). Design of new fractional order PI–fractional order PD cascade controller through dragonfly search algorithm for advanced load frequency control of power systems. *Soft Computing*, 25(2):1193–1217.
- Chen, G., Li, Z., Zhang, Z. e Li, S. (2019). An improved ACO algorithm optimized fuzzy PID controller for load frequency control in multi area interconnected power systems. *IEEE Access*, 8:6429–6447.
- Chen, M., Shi, P. e Shao, S. (2017). *Robust adaptive control for fractional-order systems with disturbance and saturation*. John Wiley & Sons.
- Chen, P., Luo, Y., Peng, Y. e Chen, Y. (2021). Optimal robust fractional order pi λ d controller synthesis for first order plus time delay systems. *ISA transactions*.
- Chen, W. e Holm, S. (2003). Modified szabo’s wave equation models for lossy media obeying frequency power law. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 114(5):2570–2574.
- Chen, Y., Petras, I. e Xue, D. (2009a). Fractional order control - a tutorial. Em *2009 American Control Conference*, páginas 1397–1411.
- Chen, Y., Petras, I. e Xue, D. (2009b). Fractional order control-a tutorial. Em *American Control Conference, 2009. ACC’09.*, páginas 1397–1411. IEEE.
- Collette, Y. e Siarry, P. (2004). *Multiobjective optimization: principles and case studies*. Springer Science & Business Media.
- Dahab, Y. A., Abubakr, H. e Mohamed, T. H. (2020). Adaptive load frequency control of power systems using electro-search optimization supported by the balloon effect. *IEEE access*, 8:7408–7422.
- Das, S., Pan, I., Das, S. e Gupta, A. (2012). A novel fractional order fuzzy pid controller and its optimal time domain tuning based on integral performance indices. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 25(2):430–442.
- Das, S. e Suganthan, P. N. (2011). Differential evolution: A survey of the state-of-the-art. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 15(1):4–31.
- Dastjerdi, A. A., Vinagre, B. M., Chen, Y. e HosseinNia, S. H. (2019). Linear fractional order controllers; a survey in the frequency domain. *Annual Reviews in Control*.
- de Oliveira Valério, D. P. M. (2001). *Controlo robusto de ordem não inteira: síntese em frequência*. Tese de doutorado, INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO.
- de Oliveira Valério, D. P. M. (2005). Fractional robust system control. *Universidade Técnica de Lisboa*.

- Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S. e Meyarivan, T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. *IEEE transactions on evolutionary computation*, 6(2):182–197.
- Derbel, N., Ghommam, J. e Zhu, Q. (2019). *New Developments and Advances in Robot Control*, volume 175. Springer.
- Devaraj, S. V., Gunasekaran, M., Sundaram, E., Venugopal, M., Chenniappan, S., Almakhlis, D. J., Subramaniam, U. e Bhaskar, M. S. (2021). Robust queen bee assisted genetic algorithm (qbgga) optimized fractional order pid (fopid) controller for not necessarily minimum phase power converters. *IEEE Access*, 9:93331–93337.
- Dewangan, P., Singh, V. e Sinha, S. (2021). Design of fopid controller for higher order continuous interval system using improved approximation ensuring stability. *SN Applied Sciences*, 3(4):1–9.
- Dimitrova, Z., Tari, M., Lanusse, P., Aioun, F. e Moreau, X. (2019). Development and control of a camless engine valvetrain. *IFAC-PapersOnLine*, 52(5):399–404.
- Donaisky, E., Oliveira, G. H., Santos, E. A., Leandro, G. V., Pena, A. M. e Souza, J. A. (2016). Semi-physical piecewise affine representation for governors in hydropower system generation. *Electric Power Systems Research*, 136:181 – 188.
- Eltag, K. e Zhang, B. (2021). Design robust self-tuning fpidf controller for avr system. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 19(2):910–920.
- Eltoum, M. M., Hussein, A. e Abido, M. (2021). Hybrid fuzzy fractional-order pid-based speed control for brushless dc motor. *Arabian Journal for Science and Engineering*, páginas 1–13.
- Fei, J., Wang, H. e Fang, Y. (2021). Novel neural network fractional-order sliding-mode control with application to active power filter. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*.
- George, T. e Ganesan, V. (2021). Design of fractional order pid controller for higher order time delay system using noarbfm technique. *Energy Systems*, páginas 1–32.
- Ghafouri, A., Milimonfared, J. e Gharehpetian, G. B. (2017). Fuzzy-adaptive frequency control of power system including microgrids, wind farms, and conventional power plants. *IEEE Systems Journal*, 12(3):2772–2781.
- Ghorbani, M. (2021). Robust stability analysis of interval fractional-order plants by fractional-order controllers: an approach to reduce additional calculation. *International Journal of General Systems*, 50(1):1–25.
- Gorbunova, A. e Anisimov, I. (2020). Assessment of the use of renewable energy sources for the charging infrastructure of electric vehicles. *Emerging Science Journal*, 4(6):539–550.

- Guha, D., Roy, P. K. e Banerjee, S. (2021). Equilibrium optimizer-tuned cascade fractional-order 3DOF-PID controller in load frequency control of power system having renewable energy resource integrated. *International Transactions on Electrical Energy Systems*, 31(1):e12702.
- Gupta, D. K., Soni, A. K., Jha, A. V., Mishra, S. K., Appasani, B., Srinivasulu, A., Bizon, N. e Thounthong, P. (2021). Hybrid gravitational–firefly algorithm-based load frequency control for hydrothermal two-area system. *Mathematics*, 9(7):712.
- Hartley, T. e Lorenzo, C. (1998). Initialization, conceptualization, and application in the generalized fractional calculus. *National Aeronautics and Space Administration*.
- Hasanien, H. M. (2018). Whale optimisation algorithm for automatic generation control of interconnected modern power systems including renewable energy sources. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 12(3):607–614.
- Hote, Y. V. e Jain, S. (2018). Pid controller design for load frequency control: Past, present and future challenges. *IFAC-PapersOnLine*, 51(4):604–609.
- Jahanshahi, H., Munoz-Pacheco, J. M., Bekiros, S. e Alotaibi, N. D. (2021). A fractional-order sird model with time-dependent memory indexes for encompassing the multi-fractional characteristics of the covid-19. *Chaos, Solitons & Fractals*, 143:110632.
- Jha, A. V., Gupta, D. K. e Appasani, B. (2019). The PI controllers and its optimal tuning for load frequency control (LFC) of hybrid hydro-thermal power systems. Em *2019 International Conference on Communication and Electronics Systems (ICCES)*, páginas 1866–1870. IEEE.
- Jin, T., Xia, H., Deng, W., Li, Y. e Chen, H. (2021). Uncertain fractional-order multi-objective optimization based on reliability analysis and application to fractional-order circuit with caputo type. *Circuits, Systems, and Signal Processing*, páginas 1–28.
- Kapeller, H., Dvorak, D. e Šimić, D. (2021). Improvement and investigation of the requirements for electric vehicles by the use of hvac modeling. *HighTech and Innovation Journal*, 2(1):67–76.
- Kapoulea, S., Psychalinos, C. e Elwakil, A. S. (2021). Power law filters: A new class of fractional-order filters without a fractional-order laplacian operator. *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, 129:153537.
- Kapoulea, S., Tsirimokou, G., Psychalinos, C. e Elwakil, A. S. (2020). Employment of the padé approximation for implementing fractional-order lead/lag compensators. *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, 120:153203.
- Khosravi, S., Beheshti, M. T. H. e Rastegar, H. (2020). Robust control of islanded microgrid frequency using fractional-order PID. *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Electrical Engineering*, 44(3):1207–1220.

- Koszewnik, A., Pawłuszewicz, E. e Ostaszewski, M. (2021). Experimental studies of the fractional pid and tid controllers for industrial process. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 19(5):1847–1862.
- Kumar, R. e Sinha, N. (2021). Voltage stability of solar dish-stirling based autonomous dc microgrid using grey wolf optimised fopid-controller. *International Journal of Sustainable Energy*, 40(5):412–429.
- Kumari, S. e Shankar, G. (2018). A novel application of salp swarm algorithm in load frequency control of multi-area power system. Em *2018 IEEE International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems (PEDES)*, páginas 1–5. IEEE.
- Kundur, P. (1994). *Power system stability and control*, volume 7. McGraw-hill New York.
- Kundur, P., Paserba, J., Ajarapu, V., Andersson, G., Bose, A., Canizares, C., Hatziargyriou, N., Hill, D., Stankovic, A., Taylor, C., Cutsem, T. V. e Vittal, V. (2004). Definition and classification of power system stability ieeecigre joint task force on stability terms and definitions. *IEEE Transactions on Power Systems*, 19(3):1387–1401.
- Lanusse, P., Gruel, D. N., Lamara, A., Lesobre, A., Wang, X., Chamailard, Y. e Oustaloup, A. (2016). Development of a fractional order based mimo controller for high dynamic engine testbeds. *Control Engineering Practice*, 56:174–189.
- Lanusse, P., Malti, R. e Melchior, P. (2013). Crone control system design toolbox for the control engineering community: tutorial and case study. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 371(1990):20120149.
- Lanusse, P. e Oustaloup, A. (1992a). Commande crone optimale d'un moteur à courant continu. *7 ième Colloque sur les Moteurs Pas à Pas, Nancy*.
- Lanusse, P. e Oustaloup, A. (1992b). Synthèse d'un régulateur crone optimal fondés sur les fonctions symétriques élémentaires des racines de viète. *Réunion du GT1 et GT2 du pôle SARTA-G.R. Automatique CNRS, Grenoble*.
- Lanusse, P., Oustaloup, A. e Mathieu, B. (1993). Third generation crone control. Em *Proceedings of IEEE Systems Man and Cybernetics Conference-SMC*, volume 2, páginas 149–155. IEEE.
- Letnikov, A. (1868). *Theory of differentiation of arbitrary order*. *Mat Sb* 3:1–68.
- Li, J. e Yu, T. (2021). Optimal adaptive control for solid oxide fuel cell with operating constraints via large-scale deep reinforcement learning. *Control Engineering Practice*, 117:104951.
- Li, X. e Gao, L. (2021). Robust fractional-order pid tuning method for a plant with an uncertain parameter. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 19(3):1302–1310.

- Li, Z., Ding, J., Wu, M. e Lin, J. (2021). Discrete fractional order pid controller design for nonlinear systems. *International Journal of Systems Science*, páginas 1–8.
- Liouville, J. (1832). Sur le calcul des differentielles á indices quelconques (in french), j. *Ecole Polytechnique*13, 71.
- Liu, L., Pan, F. e Xue, D. (2015). Variable-order fuzzy fractional PID controller. *ISA transactions*, 55:227–233.
- Lorenzo, C. F. e Hartley, T. T. (2000). Initialized fractional calculus.
- Loverro, A. (2004). Fractional calculus: history, definitions and applications for the engineer. *Rapport technique, Univeristy of Notre Dame: Department of Aerospace and Mechanical Engineering*, páginas 1–28.
- Lurie, B. J. (1994). Three-parameter tunable tilt-integral-derivative (tid) controller.
- Machowski, J., Bialek, J. W. e Bumby, J. R. (2008). *Power system dynamics : stability and control*. John Wiley, Oxford.
- Mahata, S., Kar, R. e Mandal, D. (2021). Direct digital fractional-order butterworth filter design using constrained optimization. *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, 128:153511.
- Mahmoodabadi, M. e Safi Jahanshahi, S. (2021). Optimal design of an adaptive robust proportional-integral-derivative controller based upon sliding surfaces for under-actuated dynamical systems. *Cogent Engineering*, 8(1):1886738.
- Mahto, T., Malik, H., Mukherjee, V., Alotaibi, M. A., Almutairi, A. et al. (2021). Renewable generation based hybrid power system control using fractional order-fuzzy controller. *Energy Reports*, 7:641–653.
- Majhi, S. K., Sahoo, M. e Pradhan, R. (2021). Oppositional crow search algorithm with mutation operator for global optimization and application in designing fopid controller. *Evolving Systems*, 12(2):463–488.
- Manabe, S. (1960). The non-integer integral and its application to control systems. *Journal of Institute of Electrical Engineers of Japan*, 80(860):589–597.
- Matignon, D. (1998). Generalized fractional differential and difference equations: stability properties and modelling issues. Em *Mathematical Theory of Networks and Systems symposium*, páginas 503–506.
- Merrikh-Bayat, F. e Afshar, M. (2008). Extending the root-locus method to fractional-order systems. *Journal of Applied Mathematics*, 2008.

- Miller, K. S. e Ross, B. (1993). An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations.
- Mishra, D., Sahu, P. C., Prusty, R. C. e Panda, S. (2021). A fuzzy adaptive fractional order-pid controller for frequency control of an islanded microgrid under stochastic wind/solar uncertainties. *International Journal of Ambient Energy*, páginas 1–10.
- Mohamed, S. M., Sayed, W. S., Said, L. A. e Radwan, A. G. (2021). Reconfigurable fpga realization of fractional-order chaotic systems. *IEEE Access*, 9:89376–89389.
- Mohanty, P., Sahu, R. K., Sahoo, D. K. e Panda, S. (2021). Adaptive differential evolution and pattern search tuned fractional order fuzzy PID for frequency control of power systems. *International Journal of Modelling and Simulation*, páginas 1–15.
- Monje, C., Vinagre, B., Chen, Y., Feliu, V., Lanusse, P. e Sabatier, J. (2004). Proposals for fractional $pi\lambda d\mu$ tuning. Em *The First IFAC Symposium on Fractional Differentiation and its Applications*, volume 38, páginas 369–381.
- Monje, C. A., Chen, Y., Vinagre, B. M., Xue, D. e Feliu-Batlle, V. (2010). *Fractional-order systems and controls: fundamentals and applications*. Springer Science & Business Media.
- Monje, C. A., Vinagre, B. M., Calderon, A. J., Feliu, V. e Chen, Y. (2005). Auto-tuning of fractional lead-lag compensators. *IFAC Proceedings Volumes*, 38(1):319–324.
- Monje, C. A., Vinagre, B. M., Feliu, V. e Chen, Y. (2008). Tuning and auto-tuning of fractional order controllers for industry applications. *Control engineering practice*, 16(7):798–812.
- Moreau, X., Abi Zeid Daou, R. e Christophy, F. (2018). Comparison between the second and third generations of the crone controller: Application to a thermal diffusive interface medium. *Fractal and fractional*, 2(1):5.
- Moreau, X., Daou, R. A. Z. e Christophy, F. (2017). Control of the temperature of a finite diffusive interface medium using the crone controller. Em *Fractional Order Control and Synchronization of Chaotic Systems*, páginas 29–56. Springer.
- Mover, W. G. P. e Supply, E. (1992). Hydraulic turbine and turbine control models for system dynamic studies. *IEEE Transactions on Power Systems*, 7(1):167–179.
- Możaryn, J., Petryszyn, J. e Ozana, S. (2021). Plc based fractional-order pid temperature control in pipeline: design procedure and experimental evaluation. *Meccanica*, 56(4):855–871.
- Mseddi, A., Le Ballois, S., Aloui, H. e Vido, L. (2019). Robust control of a wind conversion system based on a hybrid excitation synchronous generator: A comparison between h and crone controllers. *Mathematics and Computers in Simulation*, 158:453–476.

- Mudi, R. K. e Pal, N. R. (1999). A robust self-tuning scheme for PI-and PD-type fuzzy controllers. *IEEE Transactions on fuzzy systems*, 7(1):2–16.
- Mughees, A. e Mohsin, S. A. (2020). Design and control of magnetic levitation system by optimizing fractional order pid controller using ant colony optimization algorithm. *IEEE Access*, 8:116704–116723.
- Munoz-Hernandez, G. A., Jones, D. I. et al. (2012). *Modelling and controlling hydropower plants*. Springer Science & Business Media.
- Muñoz-Vázquez, A. J., Sánchez-Torres, J. D., Defoort, M. e Boulaaras, S. (2021). Predefined-time convergence in fractional-order systems. *Chaos, Solitons & Fractals*, 143:110571.
- Nayak, C., Saha, S. K., Kar, R. e Mandal, D. (2021). Optimal design of zero-phase digital riesz fir fractional-order differentiator. *Soft Computing*, 25(6):4261–4282.
- Nithilaravanan, K., Thakwani, N., Mishra, P., Kumar, V. e Rana, K. (2019). Efficient control of integrated power system using self-tuned fractional-order fuzzy PID controller. *Neural Computing and Applications*, 31(8):4137–4155.
- Oldham, K. e Spanier, J. (1974). *The fractional calculus theory and applications of differentiation and integration to arbitrary order*, volume 111. Elsevier.
- Oozeer, M. Y. e Ramjug-Ballgobin, R. (2018). Optimization of load frequency control for non-linear system. Em *International Conference on Emerging Trends in Electrical, Electronic and Communications Engineering*, páginas 34–44. Springer.
- Osinski, C., Ferrari, A., da Silva, C. G., Leandro, G. V. e Oliveira, G. H. (2020). Controladores de ordem fracionária: Análise comparativa entre os controladores crone de primeira geração e pid de ordem fracionária. Em *Congresso Brasileiro de Automática-CBA*, volume 2, Porto Alegre, Brasil.
- Osinski, C., Leandro, G. V. e da Costa Oliveira, G. H. (2019a). Controlador PID fracionário aplicado ao problema de carga e frequência em usinas hidrelétricas. Em *Congresso Brasileiro de Automática-CBA*, volume 1, João Pessoa, Brasil.
- Osinski, C., Leandro, G. V. e da Costa Oliveira, G. H. (2019b). Fuzzy PID controller design for LFC in electric power systems. *IEEE Latin America Transactions*, 17(01):147–154.
- Osinski, C., Leandro, G. V. e da Costa Oliveira, G. H. (2021). A new hybrid load frequency control strategy combining fuzzy sets and differential evolution. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, 32(6):1627–1638.
- Oustaloup, A. (1981). Linear feedback control systems of fractional order between 1 and 2. Em *Proc. of the IEEE Symposium on Circuit and Systems*, volume 4.

- Oustaloup, A. (1991a). *Commande crone* (editions hermes, paris).
- Oustaloup, A. (1991b). The crone control. ecc'91.
- Oustaloup, A. e Bansard, M. (1993). First generation crone control. Em *Proceedings of IEEE Systems Man and Cybernetics Conference-SMC*, volume 2, páginas 130–135. IEEE.
- Oustaloup, A. e Lanusse, P. (1992). *Commande crone optimale. Réunion du GT1 et GT2 du pôle SARTA-G.R. Automatique CNRS, Grenoble.*
- Oustaloup, A., Levron, F., Mathieu, B. e Nanot, F. M. (2000a). Frequency-band complex noninteger differentiator: characterization and synthesis. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 47(1):25–39.
- Oustaloup, A., Mathieu, B. e Lanusse, P. (1993). Second generation crone control. Em *Proceedings of IEEE Systems Man and Cybernetics Conference-SMC*, volume 2, páginas 136–142. IEEE.
- Oustaloup, A. e Melchior, P. (1993). The great principles of the crone control. Em *Proceedings of IEEE Systems Man and Cybernetics Conference-SMC*, volume 2, páginas 118–129. IEEE.
- Oustaloup, A., Melchior, P., Lanusse, P., Cois, O. e Dancla, F. (2000b). The crone toolbox for matlab. Em *CACSD. Conference Proceedings. IEEE International Symposium on Computer-Aided Control System Design (Cat. No. 00TH8537)*, páginas 190–195. IEEE.
- Pan, I. e Das, S. (2012). *Intelligent fractional order systems and control: an introduction*, volume 438. Springer.
- Pan, I. e Das, S. (2016). Fractional order fuzzy control of hybrid power system with renewable generation using chaotic pso. *ISA transactions*, 62:19–29.
- Petráš, I. (2011). *Fractional-order nonlinear systems: modeling, analysis and simulation*. Springer Science & Business Media.
- Petras, I. (2011). Practical aspects of tuning and implementation of fractional-order controllers. Em *ASME 2011 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, páginas 75–84. American Society of Mechanical Engineers.
- Petráš, I. (2012). Tuning and implementation methods for fractional-order controllers. *Fractional Calculus and Applied Analysis*, 15(2):282–303.
- Pezol, N. S., Rahiman, M. H. F., Adnan, R. e Tajjudin, M. (2021). Comparison of the crone-1 and fopid controllers for steam temperature control of the essential oil extraction process. Em *2021 IEEE International Conference on Automatic Control & Intelligent Systems (I2CACIS)*, páginas 253–258. IEEE.

- Podlubny, I. (1994). Fractional-order systems and fractional-order controllers. *Institute of Experimental Physics, Slovak Academy of Sciences, Kosice*, 12(3):1–18.
- Podlubny, I. (1999). Fractional-order systems and $\pi/\sup/spl \lambda/d/\sup/spl \mu//$ -controllers. *IEEE Transactions on automatic control*, 44(1):208–214.
- Podlubny, I., Dorcak, L. e Kostial, I. (1997). On fractional derivatives, fractional-order dynamic systems and $\pi/\sup/spl \lambda/d/\sup/spl \mu//$ -controllers. Em *Proceedings of the 36th IEEE Conference on Decision and Control*, volume 5, páginas 4985–4990. IEEE.
- Podlubny, I. e El-Sayed, A. M. (1996). On two definitions of fractional calculus. *preprint UEF*, páginas 03–96.
- Podlubny, I., Petráš, I., Vinagre, B. M., O’leary, P. e Dorčák, L. (2002). Analogue realizations of fractional-order controllers. *Nonlinear dynamics*, 29(1-4):281–296.
- Pourbeik, P. et al. (2013). Dynamic models for turbine-governors in power system studies. *IEEE Task Force on Turbine-Governor Modeling*, 1.
- Rajamand, S. (2021). Effective control of voltage and frequency in microgrid using adjustment of PID coefficients by metaheuristic algorithms. *IETE Journal of Research*, páginas 1–14.
- Ramjug-Ballgobin, R. e Ramlukon, C. (2021). A hybrid metaheuristic optimisation technique for load frequency control. *SN Applied Sciences*, 3(5):1–14.
- Rangel, R. D., Gomes Jr, S. e Ferraz, J. C. R. (2005). Programa de análise de transitórios eletromecânicos–anatem–manual do usuário–v09-08/04. *Relatório Técnico CEPEL, No. DP-DSE, 46023(04)*.
- Riemann, B. (1876). *Gesammelte mathematische Werke und wissenschaftlicher Nachlass, chapter XIX – Versuch einer allgemeinen Auffassung der Integration und Differentiation*. Druck und Verlag von B.G. Teubner, Leipzig, pp 331–344.
- Sabatier, J., Lanusse, P., Melchior, P. e Oustaloup, A. (2015). Fractional order differentiation and robust control design. *Intelligent systems, control and automation: science and engineering*, 77:13–18.
- Sabatier, J., Moze, M. e Farges, C. (2008). On stability of fractional order systems. Em *Third IFAC workshop on fractional differentiation and its applications FDA’08*, página xxx.
- Sahin, E. (2020). Design of an optimized fractional high order differential feedback controller for load frequency control of a multi-area multi-source power system with nonlinearity. *IEEE Access*, 8:12327–12342.

- Sain, D. e Mohan, B. (2021). A simple approach to mathematical modelling of integer order and fractional order fuzzy pid controllers using one-dimensional input space and their experimental realization. *Journal of the Franklin Institute*, 358(7):3726–3756.
- Sambariya, D. e Fagna, R. (2017). A novel elephant herding optimization based pid controller design for load frequency control in power system. Em *2017 International Conference on Computer, Communications and Electronics (Comptelix)*, páginas 595–600. IEEE.
- Saxena, A., Dubey, Y., Kumar, M. e Saxena, A. (2021). Performance comparison of anfis, fopid-pso and fopid-fuzzy tuning methodology for optimizing response of high-performance drilling machine. *IETE Journal of Research*, páginas 1–14.
- Saxena, S. (2019). Load frequency control strategy via fractional-order controller and reduced-order modeling. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 104:603–614.
- Shah, P. e Agashe, S. (2016). Review of fractional pid controller. *Mechatronics*, 38:29–41.
- Sharma, D. e Yadav, N. K. (2019). Lion algorithm with levy update: Load frequency controlling scheme for two-area interconnected multi-source power system. *Transactions of the Institute of Measurement and Control*, 41(14):4084–4099.
- Shouran, M. e Alsseid, A. M. (2021). Cascade of fractional order pid based pso algorithm for lfc in two-area power system. Em *2021 3rd International Conference on Electronics Representation and Algorithm (ICERA)*, páginas 1–6. IEEE.
- Sibtain, D., Murtaza, A. F., Ahmed, N., Sher, H. A. e Gulzar, M. M. (2021). Multi control adaptive fractional order pid control approach for pv/wind connected grid system. *International Transactions on Electrical Energy Systems*, 31(4):e12809.
- Sondhi, S. e Hote, Y. V. (2016). Fractional order pid controller for perturbed load frequency control using kharitonovs theorem. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 78:884 – 896.
- Srinivas, N. e Deb, K. (1994). Multiobjective optimization using nondominated sorting in genetic algorithms. *Evolutionary computation*, 2(3):221–248.
- Swethamarai, P. e Lakshmi, P. (2020). Adaptive-fuzzy fractional order pid controller-based active suspension for vibration control. *IETE Journal of Research*, páginas 1–16.
- Tabatabaei, M. (2017). Cra based control of incommensurate fractional order systems. Em *2017 18th International Carpathian Control Conference (ICCC)*, páginas 129–133. IEEE.
- Tahiri, F., Chikh, K. e Khafallah, M. (2021). Optimal management energy system and control strategies for isolated hybrid solar-wind-battery-diesel power system. *Emerging Science Journal*, 5(2):111–124.

- Talbi, E.-G. (2009). *Metaheuristics: from design to implementation*, volume 74. John Wiley & Sons.
- Tepljakov, A. (2011). Fractional-order calculus based identification and control of linear dynamic systems. *Tallinn University of Technology*.
- Tepljakov, A. (2015). *Fractional-order modeling and control of dynamic systems*. Springer.
- Tepljakov, A. (2017). *Fractional-order modeling and control of dynamic systems*. Springer.
- Termous, H., Moreau, X., Francis, C. e Shraim, H. (2018). From the standard pid to the crone first generation controller: Application to an anti-roll system for electric vehicles. *IFAC-PapersOnLine*, 51(4):733–738.
- Tustin, A., Allanson, J., Layton, J. e Jakeways, R. (1958). The design of systems for automatic control of the position of massive objects. *Proceedings of the IEE-Part C: Monographs*, 105(1S):1–57.
- Tzounas, G., Dassios, I., Murad, M. A. A. e Milano, F. (2020). Theory and implementation of fractional order controllers for power system applications. *IEEE Transactions on Power Systems*, 35(6):4622–4631.
- Valério, D. e Da Costa, J. S. (2013). *An introduction to fractional control*, volume 91. IET.
- Valério, D. e Sá da Costa, J. (2013). Variable order fractional controllers. *Asian Journal of Control*, 15(3):648–657.
- Vanchinathan, K. e Selvaganesan, N. (2021). Adaptive fractional order pid controller tuning for brushless dc motor using artificial bee colony algorithm. *Results in Control and Optimization*, 4:100032.
- Vinagre, B., Podlubny, I., Hernandez, A. e Feliu, V. (2000). Some approximations of fractional order operators used in control theory and applications. *Fractional calculus and applied analysis*, 3(3):231–248.
- Visioli, A. (2006). *Practical PID control*. Springer Science & Business Media.
- Wang, D. e Zhang, R. (2018). Design of distributed pid-type dynamic matrix controller for fractional-order systems. *International Journal of Systems Science*, 49(2):435–448.
- Xiong, P.-Y., Jahanshahi, H., Alcaraz, R., Chu, Y.-M., Gómez-Aguilar, J. e Alsaadi, F. E. (2021). Spectral entropy analysis and synchronization of a multi-stable fractional-order chaotic system using a novel neural network-based chattering-free sliding mode technique. *Chaos, Solitons & Fractals*, 144:110576.

- Xue, D. e Chen, Y. (2002). A comparative introduction of four fractional order controllers. Em *Proceedings of the 4th World Congress on Intelligent Control and Automation (Cat. No. 02EX527)*, volume 4, páginas 3228–3235. IEEE.
- Xue, D., Chen, Y. e Atherton, D. P. (2007). *Linear feedback control: analysis and design with MATLAB*, volume 14. Siam.
- Yakout, A. H., Kotb, H., Hasanien, H. M. e AboRas, K. M. (2021). Optimal fuzzy PIDF load frequency controller for hybrid microgrid system using marine predator algorithm. *IEEE Access*.
- Yammani, C. e Maheswarapu, S. (2019). Load frequency control of multi-microgrid system considering renewable energy sources using grey wolf optimization. *Smart Sci*, 7(3):198–217.
- Yeroglu, C., Onat, C. e Tan, N. (2009). A new tuning method for $\pi \lambda d \mu$ controller. Em *2009 International Conference on Electrical and Electronics Engineering-ELECO 2009*, páginas II–312. IEEE.
- Zhao, C., Xue, D. e Chen, Y. (2005). A fractional order pid tuning algorithm for a class of fractional order plants. Em *IEEE International Conference Mechatronics and Automation, 2005*, volume 1, páginas 216–221. IEEE.
- Zouari, F., Ibeas, A., Boulkroune, A., Jinde, C. e Arefi, M. M. (2021). Neural network controller design for fractional-order systems with input nonlinearities and asymmetric time-varying pseudo-state constraints. *Chaos, Solitons & Fractals*, 144:110742.