

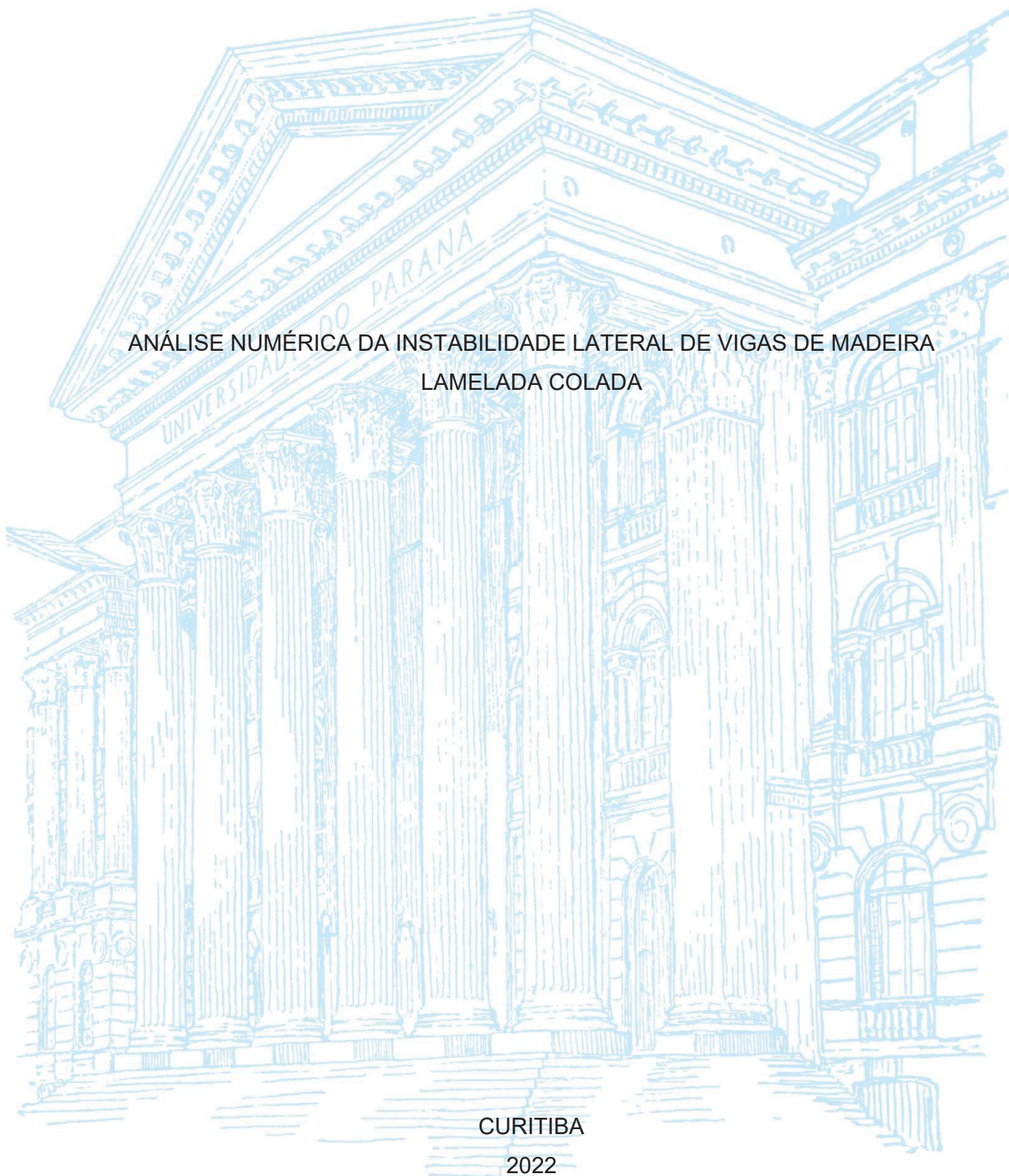
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

JOSÉ CARLOS GOMES FILHO

ANÁLISE NUMÉRICA DA INSTABILIDADE LATERAL DE VIGAS DE MADEIRA
LAMELADA COLADA

CURITIBA

2022



JOSÉ CARLOS GOMES FILHO

ANÁLISE NUMÉRICA DA INSTABILIDADE LATERAL DE VIGAS DE MADEIRA
LAMELADA COLADA

Dissertação apresentada como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de concentração de Estruturas, do programa de Pós Graduação em Engenharia Civil, Setor de Tecnologia, Campus Centro Politécnico da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Elvídio Gavassoni Neto

CURITIBA

2022

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
SISTEMA DE BIBLIOTECAS – BIBLIOTECA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Gomes Filho, José Carlos

Análise numérica da instabilidade lateral de vigas de madeira lamelada colada / José Carlos Gomes Filho. – Curitiba, 2022.

1 recurso on-line : PDF.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.

Orientador: Elvídio Gavassoni Neto

1. Vigas de madeira. 2. Flambagem. 3. Modelagem. 4. Modelagem de informação da construção. 5. Análise funcional não-linear. 6. Análise linear. I. Universidade Federal do Paraná. II. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. III. Gavassoni Neto, Elvídio. IV. Título.

Bibliotecário: Elias Barbosa da Silva CRB-9/1894

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação ENGENHARIA CIVIL da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **JOSÉ CARLOS GOMES FILHO** intitulada: **ANÁLISE NUMÉRICA DA INSTABILIDADE LATERAL DE VIGAS DE MADEIRA LAMELADA COLADA**, sob orientação do Prof. Dr. ELVIDIO GAVASSONI NETO, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 28 de Outubro de 2022.

Assinatura Eletrônica

31/10/2022 14:24:50.0

ELVIDIO GAVASSONI NETO

Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica

31/10/2022 14:33:18.0

RICARDO PIERALISI

Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica

01/11/2022 09:22:12.0

MARIANNA ANSILIERO DE OLIVEIRA COELHO

Avaliador Externo (HZ UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES)

Dedico este trabalho a minha mãe Rosângela, engenheira, professora, pesquisadora e uma eterna estrela que ilumina minha vida.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer meu orientador, Prof. Dr. Elvídio Gavassoni Neto, pela condução e direcionamento da pesquisa, pelas aulas lecionadas e por sua total disposição em construir este trabalho. Agradeço também ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil (PPGEC) pela oportunidade dada em desenvolver uma pesquisa na área de Madeira.

Agradeço minha companheira de vida Gabriela, pela força, paciência, amor e carinho despendido nas horas difíceis. Você é parte importante neste trabalho.

Agradeço meu pai José Carlos e minha irmã Heloana, que sempre me apoiaram no desenvolvimento desta pesquisa, mesmo com a perda de nossa mãe ainda no início do mestrado. Assim como um agradecimento aos outros familiares, de Curitiba, Joinville e Nova Jersey.

Agradeço ao meu amigo e sócio Cladilson, por me ajudar a trilhar esta experiência de pesquisa em plena pandemia. Agradeço também às demais amizades, que permitiram dividir parte das alegrias e dificuldades desta pesquisa

E por fim agradeço a Universidade Federal do Paraná, instituição de ensino centenária qual tive o privilégio de retornar às classes para desenvolvimento do Mestrado e poder contribuir com a ciência paranaense nestes tempos de tanta agressão à pesquisa brasileira.

RESUMO

A Madeira Lamelada Colada (MLC) é um produto engenheirado de madeira que tem sido utilizado pela sua alta resistência mecânica e características sustentáveis. Neste contexto são necessários estudos que garantam sua estabilidade lateral à flexo-torção, visto que a normativa brasileira e europeia considera uma viga em seção maciça e com características isotrópicas. Este trabalho avaliou uma viga isoestática esbelta submetida a uma flexão constante a partir da formulação analítica clássica e de modelos numéricos em elementos finitos para obtenção da carga crítica de instabilidade. Foram desenvolvidos três modelos numéricos considerando: a seção transversal maciça isotrópica, a seção transversal maciça ortotrópica e a seção transversal composta por lamelas de madeira em característica ortotrópica ligadas por adesivo com características coesivas, que a partir de uma análise com variação paramétrica da largura foi possível comparar os valores de carga crítica. Além desta análise foi realizada uma avaliação com variação das espécies de madeira, a fim de avaliar tal influência sob a carga crítica de instabilidade. Também foi avaliada as diferentes disposições de carregamento solicitantes sobre a viga e seu efeito sobre a carga crítica. Por fim foi avaliada a sensibilidade à presença de imperfeições geométricas a partir de uma análise numérica não-linear.

Palavras-chave: Madeira Lamelada Colada, MLC, flambagem lateral, instabilidade lateral por flexo-torção, análise linear, análise não-linear, modelagem numérica, imperfeições geométricas

ABSTRACT

The Glued Laminated Timber (Glulam) is an engineered wood product who was been used for your high mechanical resistance and sustainable characteristics. In this context it was necessary studies to guarantee the lateral-torsional stability, whereas the Brazilian and European standards only show expressions for a massive and isotropic beam. This research evaluates an isoestatic beam submitted by a constant bending by the analytic formulation and numerical simulations using the finite element method, to obtain the critical load of stability. It was created three numerical models: a massive-isotropic beam, a massive-ortotropic beam and a composite between ortotropic wood lamellae and cohesive adhesive, who it was possible obtain and compare the critical load for a parametric variation of the width. In addition to this analysis an evaluation with a wood species variation was realized to rate the effect of this variation on the critical load. Also was evaluated the different load positions on the beam and their effect on the critical load. Finally, it was evaluated the sensitivity to geometric imperfections on the beam from a non-linear analysis.

Keywords: Glued laminated timber, Glulam, lateral-torsional buckling, linear analysis, non-linear analysis, numerical simulations, geometric imperfections.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - DIAGRAMA DE RETRAÇÃO DA MADEIRA	24
FIGURA 2 - RELAÇÃO DO TEOR DE UMIDADE DE EQUILÍBRIO DA MADEIRA, UMIDADE RELATIVA DO AR E TEMPERATURA.....	24
FIGURA 3 - RELAÇÃO ENTRE A RESISTÊNCIA DA MADEIRA E GRAU DE UMIDADE.....	25
FIGURA 4 - DEFEITOS EVENTUAIS NA MADEIRA	26
FIGURA 5 - RELAÇÃO DA FLUÊNCIA PELO TEMPO DE APLICAÇÃO DO CARREGAMENTO	28
FIGURA 6 - COMPARAÇÃO ENTRE UMA VIGA EM MADEIRA MACIÇA E OUTRA EM MLC	29
FIGURA 7 - COBERTURA EM MLC DO COMPLEXO HARBORCENTER, EM BUFFALO, NY.....	30
FIGURA 8 - PROCESSO DE PRODUÇÃO E VIDA ÚTIL DA MLC.....	31
FIGURA 9 - LIGAÇÕES LONGITUDINAIS DO TIPO <i>FINGERJOINTS</i>	32
FIGURA 10 - EIXOS E PLANOS DE UM ELEMENTO EM MADEIRA	33
FIGURA 11 - MODELO PARA ENTENDIMENTO DO CONCEITO DE ESTABILIDADE, SENDO (A) A POSIÇÃO ESTÁVEL, (B) A POSIÇÃO INSTÁVEL E (C) A POSIÇÃO NEUTRA.....	39
FIGURA 12 - CURVAS DE ESTABILIDADE: (A) BIFURCAÇÃO SIMÉTRICA, (B) BIFURCAÇÃO SIMÉTRICA INSTÁVEL, E (C) BIFURCAÇÃO ASSIMÉTRICA INSTÁVEL.....	40
FIGURA 13 - DEFORMAÇÕES EXISTENTES DEVIDO A FLAMBAGEM LATERAL EM VIGAS.....	41
FIGURA 14 - EXEMPLOS DE FORMAS DE ELEMENTOS FINITOS.....	46
FIGURA 15 - CARGA VERTICAL X DESLOCAMENTO, EM FUNÇÃO DA EXCENTRICIDADE HORIZONTAL DA CARGA PARA O GRUPO 1 (A), GRUPO 2 (B) E GRUPO 3 (C).....	49
FIGURA 16 - FLUXOGRAMA DA METODOLOGIA	51
FIGURA 17 - GEOMETRIA DA VIGA EM MLC.....	52
FIGURA 18 - ANÁLISES A SEREM REALIZADAS	53
FIGURA 19 - IMPERFEIÇÕES CONSIDERADAS NO PONTO CENTRAL DA VIGA	53

FIGURA 20 - DESLOCAMENTOS OCORRENTES NA FLAMBAGEM LATERAL DA VIGA	55
FIGURA 21 - ETAPAS DE CÁLCULO NA ANÁLISE NUMÉRICA.....	62
FIGURA 22 - TIPO DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADO NO MODELO NUMÉRICO.....	63
FIGURA 23 – VIGA ISOESTÁTICA PARA TESTE DE CONVERGÊNCIA.....	66
FIGURA 24 – TESTE DE CONVERGÊNCIA	67
FIGURA 25 - MODELO DA VIGA UTILIZADA NA VALIDAÇÃO DA FERRAMENTA NUMÉRICA.....	68
FIGURA 26 - CARGA CRÍTICA DE FLAMBAGEM PARA O MODELO DE VALIDAÇÃO NUMÉRICA	68
FIGURA 27 - MODELO 1: VIGA MACIÇA COM PROPRIEDADES ISOTRÓPICAS.	71
FIGURA 28 - MODELO 2: VIGA MACIÇA COM PROPRIEDADES ORTOTRÓPICAS	71
FIGURA 29 - MODELO 2: VIGA COM LAMELAS EM MADEIRA DE PROPRIEDADE ORTOTRÓPICA E ADESIVO COM PROPRIEDADE COESIVA	72
FIGURA 30 - VARIAÇÃO ENTRE MCRIT OBTIDO PELA FORMULAÇÃO NUMÉRICA E ANALÍTICA	77
FIGURA 31 - VARIAÇÃO ENTRE MCRIT OBTIDO PELA FORMULAÇÃO NUMÉRICA E ANALÍTICA	79
FIGURA 32 - VARIAÇÃO ENTRE MCRIT OBTIDO PELA FORMULAÇÃO NUMÉRICA E ANALÍTICA	80
FIGURA 33 - COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS OBTIDOS PELA ANÁLISE LINEAR	81
FIGURA 34 - AVALIAÇÃO COMPARATIVA DE MCRIT COM VARIAÇÃO DE ESPÉCIE	82
FIGURA 35 – COMPORTAMENTO DA VIGA PARA DIFERENTES GRAUS DE IMPERFEIÇÃO	87

LISTA DE TABELA

TABELA 1 - VALORES DE k_{mod1} RELACIONADOS ÀS CLASSES DE CARREGAMENTO E TIPO DA MADEIRA	36
TABELA 2 - VALORES DE k_{mod2} RELACIONADOS A UMIDADE E TIPO DE MADEIRA.....	36
TABELA 3 - VALORES DE γ_m DE ACORDO COM O EUROCODE 5	37
TABELA 4 - VALORES DE k_{mod} PARA A CLASSE DE SERVIÇO E DURAÇÃO DA CARGA	38
TABELA 5 - RELAÇÃO ENTRE O COMPRIMENTO EFETIVO E O COMPRIMENTO REAL DE VIGAS PARA DIFERENTES CARREGAMENTOS.....	44
TABELA 6 – TAMANHO DA MALHA PARA TESTE DE CONVERGÊNCIA	66
TABELA 7 – PROPRIEDADES MECÂNICAS DO EUCALIPTUS GRANDIS	69
TABELA 8 – PROPRIEDADES MECÂNICAS DO ADESIVO.....	70
TABELA 9 – GEOMETRIA DA VIGA EM ANÁLISE	70
TABELA 10 - PROPRIEDADES MECÂNICAS DAS MADEIRAS.....	73
TABELA 11 – FATOR M DE CORREÇÃO DO TIPO DE CARREGAMENTO.....	74
TABELA 12 - VALORES DE M_{CRIT} PELA AVALIAÇÃO ANALÍTICA	76
TABELA 13 - VALORES DE M_{CRIT} PARA A VIGA NA CONFIGURAÇÃO MACIÇA ISOTRÓPICA (MODELO 1)	77
TABELA 14 - VALORES DE M_{CRIT} PARA A VIGA NA CONFIGURAÇÃO MACIÇA ORTOTRÓPICA (MODELO 2).....	78
TABELA 15 - VALORES DE M_{CRIT} PARA A VIGA NA CONFIGURAÇÃO COM LAMELAS DE MADEIRA LIGADAS POR ADESIVO (MODELO 3) ...	79
TABELA 16 – MOMENTO CRÍTICO CALCULADO PARA DIVERSOS TIPOS DE CARREGAMENTO	84
TABELA 17 – COMPARAÇÃO ENTRE O FATOR M CALCULADO E O APRESENTADO PELO EUROCODE 5.....	85
TABELA 18 - IMPERFEIÇÕES E FATORES DE ESCALA ATRIBUIDOS AO MODELO NA ANÁLISE NÃO-LINEAR.....	86
TABELA 19 - VALORES DE M_{CRIT} PELA FORMULAÇÃO ANALÍTICA	86

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos em grafia latina

A – Coeficiente de cálculo pelo processo de Rayleigh-Ritz

b – Largura da seção transversal da viga

B – Coeficiente de cálculo pelo processo de Rayleigh-Ritz

C_w – Coeficiente de empenamento da seção transversal

E – Módulo Longitudinal de Young

$E_{c0,ef}$ – Módulo Longitudinal de Young à compressão, no sentido longitudinal das fibras

E_L – Módulo Longitudinal de Young na direção longitudinal

E_R – Módulo Longitudinal de Young na direção radial

E_T – Módulo Longitudinal de Young na direção tangencial

$f_{c0,d}$ – Resistência de cálculo à compressão, no sentido longitudinal das fibras

$f_{m,d}$ – Resistência de cálculo à flexão na madeira

$f_{m,k}$ – Tensão característica resistente à flexão da madeira

G – Módulo Transversal de Young

G_{LR} – Módulo Transversal de Young no plano longitudinal-radial

G_{RT} – Módulo Transversal de Young no plano radial-tangencial

G_{LT} – Módulo Transversal de Young no plano longitudinal-tangencial

h – Altura da seção transversal da viga

I – Momento de inércia no eixo de menor rigidez

I_y – Momento de inércia no eixo y (eixo vertical da seção transversal)

J – Momento polar de inércia

k_{crit} – Coeficiente de relação crítica

$k_{c,z}$ – Coeficiente relacionado a curvatura de elementos comprimidos

L – Direção longitudinal em um elemento de madeira

L – Comprimento da viga

L_1 – Comprimento (distância) entre elementos que impeçam a rotação em torno do eixo longitudinal da viga

M_{crit} – Momento fletor crítico de instabilidade

M_x – Momento fletor atuante sobre o eixo x (eixo horizontal da seção transversal)

$\emptyset$ – Deslocamento angular (rotação) da seção transversal

R – Direção radial em um elemento de madeira

T - Direção tangencial em um elemento de madeira

u – Deslocamento lateral da seção transversal

Símbolos em grafia grega

β_E – Coeficiente auxiliar

β_M – Coeficiente de correção

γ_{LR} – Deformação angular no plano longitudinal-radial

γ_{LT} – Deformação angular no plano longitudinal-tangencial

γ_{RT} – Deformação angular no plano radial-tangencial

γ_f – Coeficiente de minoração da resistência da madeira

ε_L – Deformação normal na direção longitudinal

ε_R – Deformação normal na direção radial

ε_T – Deformação normal na direção tangencial

$\lambda_{rel,m}$ – Índice de esbeltez da viga

σ_L – Tensão normal na direção longitudinal

σ_R – Tensão normal na direção radial

σ_T – Tensão normal na direção tangencial

$\sigma_{c,d}$ – Tensão solicitante de cálculo de compressão na madeira

$\sigma_{c1,d}$ – Tensão de compressão solicitante de cálculo na fibra comprimida

σ_{crit} – Tensão de compressão crítica

$\sigma_{m,d}$ – Tensão solicitante de cálculo de flexão na madeira

τ_{LR} – Tensão tangencial no plano longitudinal-radial

τ_{LT} – Tensão tangencial no plano longitudinal-tangencial

τ_{RT} – Tensão tangencial no plano radial-tangencial

ν_{LR} – Coeficiente de Poisson no plano longitudinal-radial

ν_{LT} – Coeficiente de Poisson no plano longitudinal-tangencial

ν_{RT} – Coeficiente de Poisson no plano radial-tangencial

$\Delta\Pi$ – Variação da energia potencial estacionária

ΔU – Variação da energia devido a deformação da estrutura

ΔV – Variação do trabalho realizado por ações externas

ψ – Deslocamento da seção transversal

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 OBJETIVOS	17
1.1.1 Objetivo geral	17
1.1.2 Objetivos específicos.....	17
1.2 JUSTIFICATIVA	17
2 REVISÃO DA LITERATURA	21
2.1 A MADEIRA COMO MATERIAL ESTRUTURAL	21
2.2 ESTRUTURA MICROSCÓPICA E MACROSCÓPICA DA MADEIRA	22
2.3 DEFEITOS NA MADEIRA	25
2.4 FLUÊNCIA E EFEITOS DE DURAÇÃO DE CARGA	27
2.5 A MADEIRA LAMELADA COLADA – MLC	28
2.6 CARACTERÍSTICAS MECÂNICAS DA MADEIRA NO ESTADO ELÁSTICO.....	33
2.7 PROPRIEDADES DE CÁLCULO DA MADEIRA.....	35
2.8 ESTABILIDADE EM ESTRUTURAS	38
2.9 INSTABILIDADE LATERAL POR FLEXO-TORÇÃO.....	41
2.10 CONSIDERAÇÕES DA NBR7190-1 PARA A ESTABILIDADE LATERAL.....	42
2.11 CONSIDERAÇÕES DO EUROCODE 5 PARA A ESTABILIDADE LATERAL ..	43
2.12 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	45
2.13 ESTADO DA ARTE	46
3 METODOLOGIA	51
3.1 FORMULAÇÃO ANALÍTICA.....	54
3.1.1 Solução exata (problema de autovalor).....	56
3.1.2 Formulação pelo cálculo variacional	58
3.1.3 Imperfeições geométricas	59
3.2 MODELO NUMÉRICO	61
3.2.1 Definição dos elementos	62
3.2.2 Análise linear – determinação da carga crítica de instabilidade	64
3.2.3 Análise não-linear – avaliação da sensibilidade do modelo a imperfeições geométricas.....	64
3.3 TESTE DE CONVERGÊNCIA DE MALHA.....	65
3.4 VALIDAÇÃO DA FERRAMENTA NUMÉRICA	67
3.5 MODELOS CONSTITUTIVOS	69
3.5.1 Variação da espécie de madeira	72

3.5.2 Variação do tipo de carregamento solicitante.....	73
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	76
4.1 ANÁLISE LINEAR – DETERMINAÇÃO DE MCRIT	76
4.1.1 Análise Linear – Modelo 1	76
4.1.2 Análise Linear – Modelo 2	78
4.1.3 Análise Linear – Modelo 3	79
4.1.4 Avaliação comparativa entre os resultados da Análise Linear com variação paramétrica da largura	80
4.1.5 Avaliação do Momento Crítico com variação da espécie de madeira	82
4.1.6 Avaliação do tipo de carregamento solicitante	83
4.2 ANÁLISE NÃO-LINEAR – IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS	85
5 CONCLUSÃO	89
REFERÊNCIAS.....	92
ANEXO 1 – MODELAGEM DE UMA VIGA EM MLC PELO SOFTWARE ABAQUS PARA ANÁLISE LINEAR E NÃO-LINEAR DE ESTABILIDADE LATERAL	96

1 INTRODUÇÃO

A madeira é um dos elementos mais antigos utilizados pelo homem como material de construção. Se comparada a outros materiais, como o concreto e o aço, apresenta uma ótima relação entre a resistência e seu peso, além da facilidade do seu uso para manufatura de diversos elementos e bom isolamento térmico (PFEIL, 2003). O uso da madeira como elemento estrutural vem ganhando espaço cada vez maior na indústria da construção civil, impulsionado principalmente pelas suas características sustentáveis. Consequentemente a madeira lamelada colada (MLC) terá cada vez mais destaque no setor da construção, já que ela permite a execução de grandes vãos e de geometria variada, características que a madeira serrada maciça não alcança (LEITE, SANTOS E VALLE, 2017).

Tendo a madeira um histórico milenar no uso em edificações, vários sistemas estruturais em madeira podem ser observados, como treliças de cobertura, pórticos, vigamento para pisos, pontes entre outros. No caso de vigas esbeltas em madeira, pode-se ocorrer o efeito da flambagem lateral, uma forma de instabilidade envolvendo flexão e torção (PFEIL, 2003). A situação de instabilidade depende de uma série de fatores, desde as dimensões do elemento, as condições de contorno e as propriedades do material, e a determinação das tensões que limitam tal estado possuem uma certa complexidade (YOO, LEE, 2011). A norma brasileira de projetos de estrutura de madeira NBR7190 não apresenta critério para verificação da estabilidade lateral em vigas, indicando somente que deve ser realizada uma verificação por teoria comprovada experimentalmente (DIAS, CALIL, LAHR, MARTINS, 2019). A normativa brasileira apresenta uma verificação que tem como base a consideração de uma seção transversal maciça de características isotrópicas (ABNT, 2022), o que difere da composição de um elemento em MLC.

Este trabalho busca avaliar o efeito da instabilidade lateral por flexo-torção em vigas de MLC imperfeitas, ou seja, que possuam excentricidade geométrica. A pesquisa se organiza em 5 capítulos iniciais. O capítulo 1, introdutório, onde apresentam-se os objetivos da pesquisa e o capítulo 2, com a fundamentação teórica que traça as características mecânicas da MLC e a definição da instabilidade lateral e com a pesquisa do estado da arte sobre pesquisas referentes a instabilidade por flexo-torção em vigas de Madeira Lamelada Colada. No capítulo 3 apresenta-se a metodologia empregada para obtenção dos resultados, e no capítulo 4 são

apresentados e discutidos os resultados descritos no capítulo anterior. Já no capítulo 5 são expostas as principais conclusões da pesquisa.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

O objetivo deste trabalho consiste no estudo da instabilidade lateral por flexo-torção em vigas esbeltas de Madeira Lamelada Colada (MLC). Tal investigação será feita a partir de uma avaliação numérica utilizando Elementos Finitos através do *software* Abaqus, abordando a viga em uma condição de contorno biapoiada.

1.1.2 Objetivos específicos

- a) Avaliação da instabilidade lateral por flexo-torção em três modelos distintos de vigas esbeltas de MLC, considerando uma variação paramétrica da largura da viga. Os modelos correspondem a uma viga de seção maciça com características isotrópicas, a uma viga de seção maciça com características ortotrópicas e a uma viga composta por lamelas de madeira com características ortotrópicas ligadas por um adesivo.
- b) Avaliação da instabilidade lateral por flexo-torção quando variada a espécie da madeira utilizada.
- c) Avaliação de diversas disposições de carregamento sobre a viga e seu impacto sobre a instabilidade lateral por flexo-torção.
- d) Avaliação do efeito de imperfeições geométricas existentes em uma viga de MLC sobre a instabilidade lateral por flexo-torção.

1.2 JUSTIFICATIVA

O uso da madeira na construção civil está ligado diretamente à preservação do meio ambiente sob dois aspectos: a madeira como material renovável e depósito de carbono; e o desmatamento e consumo predatório de espécies nativas. A organização *Forest Stewardship Council*, ou Conselho de Manejo Florestal (FSC) é uma entidade criada após a II Conferência das Nações Unidas sobre Meio Ambiente

e Desenvolvimento com fim de promover o uso de madeira de origem legal em diversos setores, inclusive na construção civil, por meio de processos de autenticação e controle da madeira. Zerbini (2014) aponta a importância da certificação FSC não só no combate ao uso da madeira de origem ilegal, mas também certificando que todo o processo de manejo florestal e produção dos elementos de madeira some-se aos esforços para redução de dióxido de carbono (CO₂) na atmosfera.

O Brasil é um país de tradição florestal, sendo a madeira um elemento sempre presente no cotidiano humano (LAROCA, 2002). Porém, é relacionada ao processo artesanal de fabricação, dominado por uma mão de obra cada vez mais escassa, e por isto tem sido substituída por outros elementos. Para Lahr (2019) é necessário um esforço para manter o desenvolvimento das estruturas de madeira e o avanço da normalização através da pesquisa, com foco também na atualização de documentos normativos. Para o autor um dos motivos que freiam o crescimento do uso da madeira como elemento estrutural no Brasil é o reduzido número de pesquisadores. Ainda há o estigma social pelo qual, segundo Bogo (2017) há um recorte sobre o seu uso, caracterizando-a como elemento de baixa durabilidade e destinado a classes sociais inferiores.

Mesmo com seu emprego crescente, existem alguns preconceitos inerentes à madeira, relacionados à insuficiente divulgação das suas propriedades e comportamento para diferentes condições e a falta de projetos desenvolvidos por profissionais habilitados. É comum a existência de elementos em madeira que não foram concebidos por profissionais com formação qualificada ou com a utilização de equipamentos ultrapassados, reduzindo a qualidade do produto (DIAS, CALIL, LAHR, MARTINS, 2019).

O Brasil possui cerca de 9 milhões de hectares em área plantada, sendo dividido em maioria às plantações de Eucalipto, outra parcela significativa em plantações de Pinus e uma pequena faixa de outras espécies. O setor florestal brasileiro respondeu a 1,2% do Produto Interno Bruto (PIB) brasileiro em 2019, com receita bruta de R\$97,4 bilhões e investimento em Pesquisa e Desenvolvimento em cerca de R\$ 49,3 milhões (IBA, 2020). Boa parte das empresas de construção civil com foco em madeira são localizadas na região sul e sudeste, e 65% destas empresas utilizam madeira de origem de reflorestamento (SHIGUE, 2018). No mercado madeireiro há uma vasta gama de produtos oriundos do reflorestamento, em especial a Madeira Lamelada Cruzada (*crosslam* ou CLT) e a Madeira Lamelada Colada

(*glulam* ou MLC). Estes elementos são composições diretas entre lamelas de madeira serrada, a fim de minimizar imperfeições naturais características da madeira.

O relatório publicado pela Organização das Nações Unidas pela Alimentação e Agricultura (FAO) aponta que entre os anos de 1990 e 2015 a área florestal diminuiu de 31,6% para 30,6%, sendo a maior parte desta perda localizada na América Latina, África Subsaariana e sudeste da Ásia. Esta redução também é tida como a segunda principal causa das mudanças climáticas no mundo. Este mesmo relatório aponta uma forte relação entre a cobertura florestal e as altas taxas de pobreza no Brasil, já que mais de 70% das áreas de florestas fechadas apresentavam taxas de pobreza elevadas (REMADE, 2019).

O uso da Madeira Lamelada Colada no Brasil data a metade do século XX. Leite, Santos e Valle (2017) apontam que seu uso se inicia em 1934 com a produção de MLC em uma fábrica no Paraná. Diversas outras indústrias na área se estabeleceram na região sul e sudoeste desde então. Souza e Fernandes (2014) apontam que o Brasil possui condições excelentes para o reflorestamento e de manejo de espécies nativas, dadas as condições climáticas favoráveis ao plantio de algumas espécies e a presença maior floresta tropical do mundo. Calil *et al* (2016) cita como desafios atuais o aumento da produção da MLC no Brasil e a difusão do seu uso como elemento estrutural. Porém há uma resistência quanto ao seu uso, seja pela ausência de conhecimento técnico, pela falta de demanda ou pelo seu elevado custo (LEITE, SANTOS, VALLE, 2017). Mesmo assim há uma perspectiva de crescimento e de uma mais frequente adoção da MLC em estruturas no Brasil.

A emissão de dióxido de carbono na fabricação de uma viga de MLC é menor do que uma viga metálica. Se comparado as emissões provenientes da fabricação de uma viga em MLC e uma viga em aço, ambas com vão de 12 m, a viga em aço emite aproximadamente 50% mais de emissão de dióxido de carbono (CO_2). Este é um dos motivos que utilizar a MLC como alternativa de construção é uma boa alternativa em respeito ao meio ambiente. Porém tal benefício somente é válido se tais estruturas possuírem um volume de estrutura suficiente para justificar o sequestro de carbono na madeira (HASSAN, JOHANSSON, 2018). Isto também é mensurado na reciclabilidade da madeira, já que dependendo do destino da madeira após seu uso como elemento estrutural poderá existir a emissão de CO_2 na atmosfera.

Em relação às possíveis falhas que possam ocorrer em uma estrutura existem as falhas por ruptura do material, originada pela solicitação de uma tensão superior às tensões limites, e a perda de estabilidade, ocasionada quando a estrutura não mantém sua forma ou configuração inicial a partir de uma determinada tensão de compressão comumente chamada de tensão crítica. Este segundo tipo de falha é denominada falha por instabilidade ou falha por flambagem (GAMBHIR, 2004). Entre os diversos tipos de instabilidade em estruturas destacam-se a instabilidade lateral por flexo-torção, ocorrida em vigas onde o momento solicitante excede o momento crítico que define a estabilidade da estrutura.

A teoria da flambagem elástica foi pesquisada inicialmente por Leonhard Euler em 1744 ao avaliar a flambagem em colunas e por Saint-Venant em 1855 ao avaliar os efeitos da torção em vigas. As primeiras pesquisas relatando o efeito da instabilidade lateral por flexo-torção foram expostas por Michell e Prandtl em 1899, até que Timoshenko desenvolve as principais formulações referentes à estabilidade elástica devido a flexão em vigas (TRAHAIR, 1993).

A instabilidade lateral por flexo-torção (ou flambagem lateral por flexo-torção) ocorre em vigas esbeltas com carregamento normal ao eixo de maior inércia na seção transversal. O momento fletor ocasionado por tal carregamento solicita parte da seção transversal a tensões normais de compressão, o que torna a viga suscetível ao efeito da flambagem lateral (NEGRÃO, FARIA, 2009). Sistemas imperfeitos, onde há alguma irregularidade geométrica no elemento, podem apresentar instabilidade para um valor abaixo ao esforço crítico definido em um sistema perfeito (FARSHAD, 1994), sendo portanto sensíveis a imperfeições.

O que motiva este trabalho é a possibilidade de contribuição a um modelo construtivo que não impacte o meio ambiente e que, mesmo com seu uso crescente no mercado nacional, ainda não recebe a devida atenção pelas suas resistências e durabilidade. Assim como buscar um melhor entendimento da relação entre a instabilidade em vigas e eventuais imperfeições que possam existir no elemento estrutural.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo são apresentadas as principais teorias que norteiam o presente trabalho. Inicialmente é apresentada a madeira como elemento construtivo e suas características mecânicas e físicas. Em sequência aborda-se o efeito da instabilidade lateral por flexo-torção, a formulação matemática para determinação das cargas críticas e as considerações sobre este efeito postas na NBR7190:1997 e Eurocode 5. Posteriormente apresenta-se o Método dos Elementos Finitos e sua aplicação no estudo da instabilidade lateral. Por fim é apresentado o Estado da Arte, reunindo os mais recentes estudos que tratam sobre instabilidade lateral por flexo-torção em vigas de MLC.

2.1 A MADEIRA COMO MATERIAL ESTRUTURAL

A madeira, um dos mais antigos materiais de construção, sempre esteve presente nas relações humanas. Desde tempos pré-históricos há registros do seu uso em edificações neolíticas com aproximadamente 7 mil anos, passando pelo seu uso na arquitetura greco-romana, em tendas e edificações nômades na África e Indonésia, no seu uso em construções em toda a Ásia e em outros continentes e civilizações (HERGOZ ET AL, 2004). No Brasil a madeira é utilizada com frequência na construção civil, no emprego em coberturas, cimbramento e escoramentos de estruturas de concreto, pontes, viadutos e outros dispositivos de transposição, em estruturas de armazenamento, estruturas de transmissão de energia, obras portuárias e outras aplicações. Além de ser empregada na fabricação de componentes de uma edificação, tal como portas, caixilhos, forros, pisos e etc. A indústria moveleira utiliza largamente a madeira e seus produtos derivados.

A madeira estrutural é classificada, de acordo com a NBR 7190, quanto ao grupo de suas espécies: Angiospermas e Gimnospermas. Das Angiospermas distinguem-se as Dicotiledôneas (usualmente chamadas de *hardwood* em literatura internacional). São árvores frondosas, com folhas em diferentes formatos e que são a grande maioria das espécies nativas tropicais. No Brasil diversas espécies de Dicotiledôneas são utilizadas na construção civil, a exemplo da Garapa (*Apuleia leiocarpa*), Itaúba (*Mezilaurus itauba*), Cambará (*Erismia uncinatum*) e Ipê (*Tabebuia serratifolia*). Também são da espécie Dicotiledôneas o gênero *Eucalyptus*, originadas

da Austrália e introduzidas no Brasil a partir de culturas de plantação e reflorestamento com predominância das espécies *Eucalyptus grandis*, *Eucalyptus citriodora*, *Eucalyptus dunii* entre outras (DIAS *et al*, 2019).

Das Gimnospermas distinguem-se as Coníferas (usualmente chamadas de *softwoods* em literatura internacional), árvores de folhas perenes em formato de escamas ou agulhas, típicas de climas frios e temperados. Na América do Sul encontra-se uma espécie típica de Conífera, o Pinho do Paraná (*Araucária angustifolia*). No Brasil sua zona de crescimento engloba os estados do Paraná, Santa Catarina e Rio Grande do Sul, porém o consumo desenfreado levou a uma grave redução das suas reservas. Do mesmo grupo de espécie encontra-se o gênero *Pinus*, introduzido no Brasil em culturas de plantação e reflorestamento a partir das espécies *Pinus taeda*, *Pinus elliottii*, *Pinus oocarpa* e *Pinus caribaea* (DIAS *et al*, 2019).

A madeira utilizada nas construções pode ser classificada como maciça, à exemplo da madeira bruta ou roliça, falquejada ou serrada, e industrializada, como as compensadas, as recompostas e as lameladas coladas. O processo de serragem da madeira é conhecido como desdobro, quando as árvores são abatidas em idade madura, postas à secagem para diminuição da sua umidade interna, desgalhada e descascada para que seja serrado somente sua parte interna (PFEIL, PFEIL, 2003).

2.2 ESTRUTURA MICROSCÓPICA E MACROSCÓPICA DA MADEIRA

A madeira é um produto direto das árvores, elemento de origem vegetal que possui complexidade única e é diretamente relacionado ao seu crescimento. O tronco da árvore se desenvolve de maneira vertical a partir da medula. A partir dela surgem camadas de crescimento ao seu redor, podendo ser divididas entre alburno, as camadas mais externas e jovens, responsáveis pela condução da seiva ao topo da árvore, e o cerne, as camadas mais antigas que tendem a armazenar resinas, taninos e outras substâncias, sendo mais escuras e com maior resistência. Revestindo este conjunto encontra-se a casca, um aglomerado de células mortas que tem como função proteger o interior do tronco (DIAS, CALIL, LAHR, MARTINS, 2019).

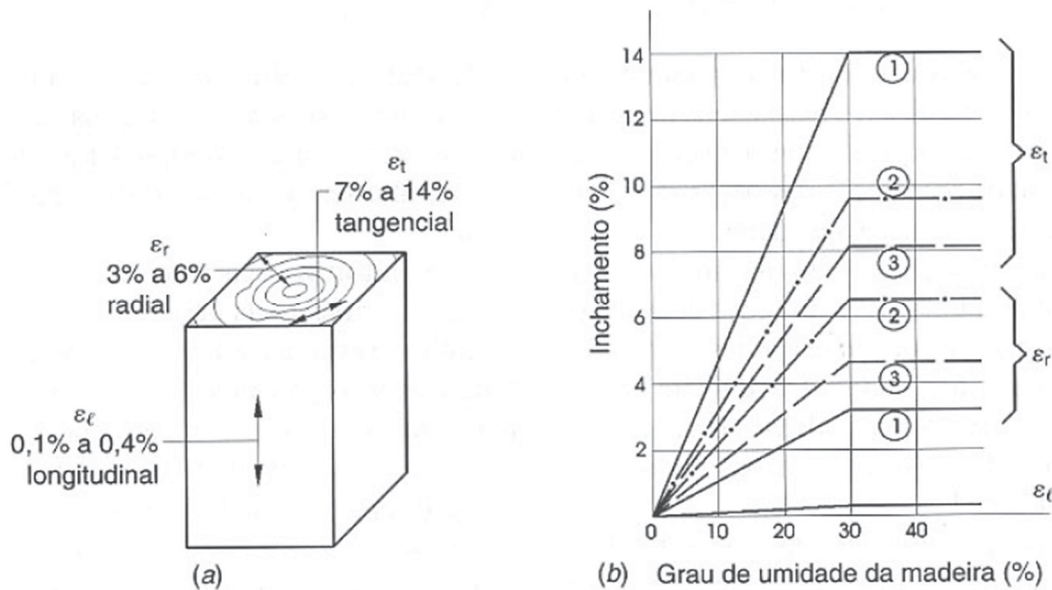
As células das madeiras apresentam arranjos diferentes entre Coníferas e Dicotiledôneas. Nas Coníferas observa-se dois elementos principais: os traqueídes, células alongadas de até 5 mm de comprimento e 60 µm de diâmetro responsáveis por conduzir a seiva bruta no alburno ou depósito de substâncias polimerizadas no

cerne, além de garantir a resistência mecânica do material; e os raios medulares, com função de conduzir a seiva os extremos do tronco em direção à medula. As traqueídes podem corresponder a até 95% do cerne das Coníferas. Já nas Dicotiledôneas são observados três elementos principais: os vasos, células alongadas com até 1 mm de comprimento e 300 μm de diâmetro, com função semelhante aos traqueídes; as fibras, elementos fechados sem comunicação através das suas extremidades, correspondendo a até 50% do cerne de Dicotiledôneas e responsável pela sua resistência mecânica; e os raios medulares, com função similar do ocorrente nas Coníferas (DIAS *et al*, 2019).

Pelo fato de que o tronco se desenvolve inicialmente em sentido único, com crescimento de suas outras parcelas a partir da sua medula, é conveniente referenciar a madeira a partir de três eixos de direção: o longitudinal, direcionado no sentido do crescimento do tronco; o radial, orientado a partir do eixo longitudinal e que é relacionado aos anéis de crescimento da madeira; e o tangencial, perpendicular ao sentido radial da madeira (DIAS *et al*, 2019).

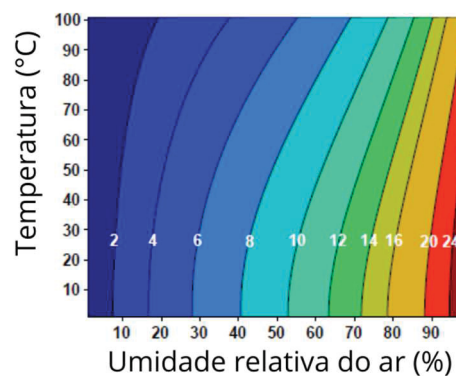
A sua estrutura micro e macroscópica faz com que a madeira tenha um comportamento único quanto a variação da umidade. Sendo a madeira um material hidróscópico, ela sofre com o efeito de retração ou inchamento das suas células, sendo a sensibilidade a esta variação de umidade diferente entre direções longitudinais, radiais e tangenciais. Na direção longitudinal a retração possui incidência de aproximadamente 0,1% a 0,4% da dimensão real. Já nas dimensões radiais e tangenciais nota-se uma maior retração, com uma incidência de aproximadamente 3 a 6% e de 7 a 14% respectivamente, conforme FIGURA 1. Tal propriedade da madeira faz com que ela seja susceptível a imperfeições geométricas, como o abaulamento ou curvatura da peça de madeira em uma direção (PFEIL, PFEIL, 2003).

FIGURA 1 - DIAGRAMA DE RETRAÇÃO DA MADEIRA

FONTE: Pfeil *et al* (2003)

Portanto a mudança de umidade da madeira ocasiona uma variação volumétrica do material, que pela sua característica anisotrópica faz com que ele apresente deformações volumétricas distintas para cada direção. Define-se, então, o teor de umidade de equilíbrio da madeira como o teor de umidade qual o elemento não apresenta perdas ou ganhos de umidade. A relação entre o teor de umidade de equilíbrio, temperatura e umidade relativa do ar é exposto na FIGURA 2, onde observa-se que o teor de umidade de equilíbrio aumenta conforme o aumento da umidade relativa do ar (USDA, 2010).

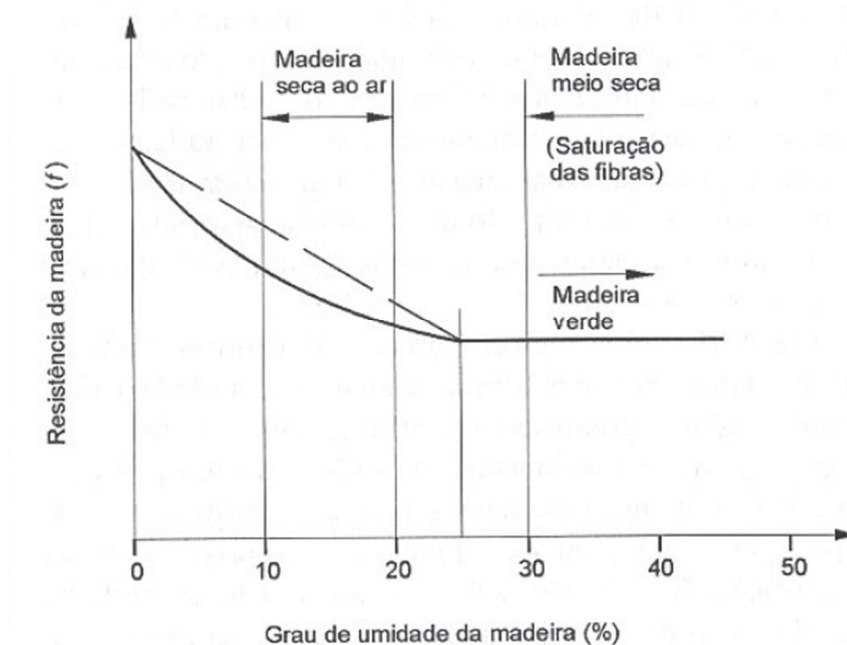
FIGURA 2 - RELAÇÃO DO TEOR DE UMIDADE DE EQUILÍBRIO DA MADEIRA, UMIDADE RELATIVA DO AR E TEMPERATURA



FONTE: Adaptado de USDA (2010)

Com o aumento da umidade a resistência diminui gradativamente até que a umidade de equilíbrio da madeira atinja o ponto de saturação das fibras, conforme FIGURA 3. Acima do ponto de saturação das fibras, a variação da umidade não influencia o volume e a massa específica da madeira, implicando em uma resistência praticamente constante. Quando a umidade fica abaixo do ponto de saturação das fibras, há o ganho de resistência com a redução da umidade da madeira (PFEIL *et al*, 2003)

FIGURA 3 - RELAÇÃO ENTRE A RESISTÊNCIA DA MADEIRA E GRAU DE UMIDADE



FONTE: Pfeil *et al* (2003)

2.3 DEFEITOS NA MADEIRA

Devido à sua origem natural, às suas propriedades anisotrópicas ou ao seu processamento inadequado os elementos em madeira podem apresentar uma série de defeitos como (PFEIL, PFEIL, 2013):

- a) Nós: imperfeições na madeira em pontos de confluência de troncos com galhos (FIGURA 4 a), podendo originar, dependendo da situação de vida do galho, nós firmes ou nós soltos. Os nós soltos são oriundos de galhos mortos, assim como os nós firmes originam-se de galhos

vivos. Além da possibilidade de queda ou desprendimento dos nós na madeira, eles apresentam um desvio nas fibras da madeira, resultando na redução de sua resistência;

- b) Fendas: trincas e aberturas originadas nas extremidades das peças (FIGURA 4 b), devido à secagem rápida da superfície. São localizadas geralmente em planos longitudinais-radiais, podendo ser evitados por processo de secagem lenta;
- c) Gretas ou ventas: separação entre os anéis de crescimento (FIGURA 4 c), devido à tensões internas provocadas pelo crescimento lateral da árvore ou ações externas como o vento;
- d) Abaulamento: curvatura na direção da largura do elemento (FIGURA 4 d), devido a retração da madeira;
- e) Arqueamento: curvatura na direção longitudinal do elemento (FIGURA 4 e), devido a retração da madeira;
- f) Empenamento: curvatura na direção radial do elemento (FIGURA 4 c), devido a retração da madeira
- g) Esmoada: canto arredondado (FIGURA 4 e), formado pela curvatura natural do tronco.

FIGURA 4 - DEFEITOS EVENTUAIS NA MADEIRA



FONTE: Adaptado de Pfeil *et al* (2003)

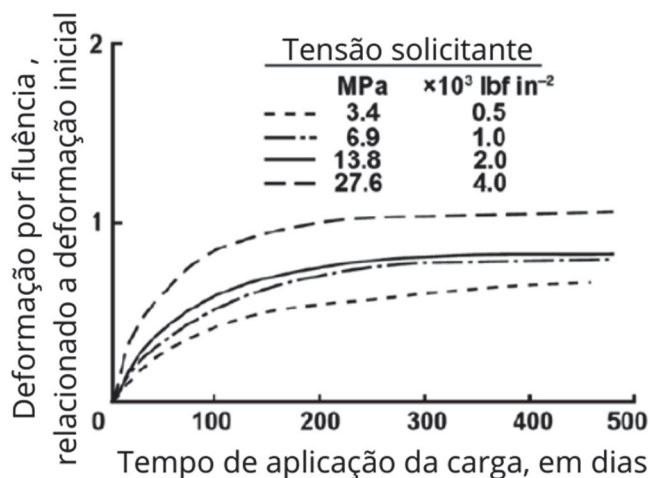
Os defeitos de textura possuem uma grande influência na nas estruturas de madeira, fazendo com que estes possuam valores significativamente menores do que quando avaliada uma situação sem defeitos. Os nós reduzem as resistências a tração da madeira de forma predominante, tendo também, em escala menor, impacto na resistência a compressão e ao cisalhamento. Já a presença de fibras reversas (orientação das fibras em sentido diferente ao longitudinal) também reduz a resistência das madeiras na parte tracionada, já que a tração tende a separar as fibras, provocando o surgimento de fendas e ventas (PFEIL *et al*, 2003).

2.4 FLUÊNCIA E EFEITOS DE DURAÇÃO DE CARGA

A madeira é tida como um material viscoelástico, ou seja, suas deformações sob esforços são diretamente dependentes do histórico dos carregamentos que a solicitam (PFEIL *et al*, 2003). Quanto maior o tempo de aplicação do carregamento a madeira apresenta uma deformação elástica (recuperável) e um acréscimo de deformação com o tempo. Esta deformação lenta é denominada fluência, e quando removido este carregamento, um resíduo desta deformação é mantido no elemento. A relação entre a fluência e o tempo de duração da carga é mostrada na FIGURA 5.

Variação climáticas de temperatura e umidade potencializam o efeito da fluência. Um aumento de cerca de 28°C na temperatura pode aumentar o efeito da fluência em cerca de duas a três vezes o seu valor medido em situações normais. Madeiras verdes, com alto teor de umidade, apresentam cerca de quatro a seis vezes maior deformação inicial, já que tendem a secar durante a duração do carregamento (USDA, 2010).

FIGURA 5 - RELAÇÃO DA FLUÊNCIA PELO TEMPO DE APLICAÇÃO DO CARREGAMENTO



FONTE: Adaptado de USDA (2010)

2.5 A MADEIRA LAMELADA COLADA – MLC

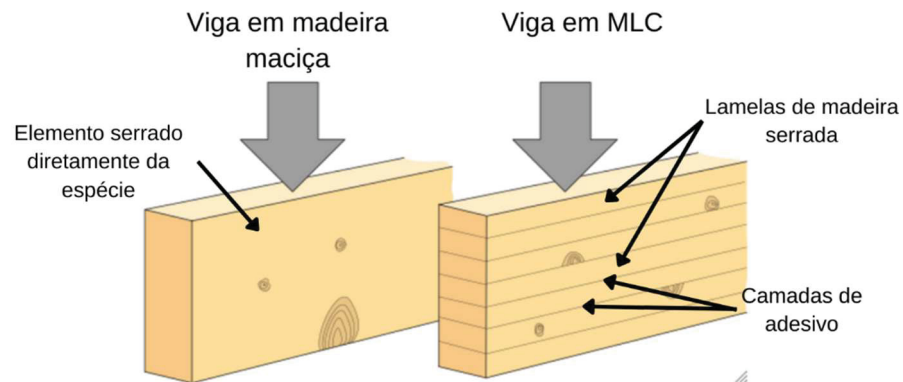
Um dos principais limitantes do uso da madeira como elemento estrutural se dá na dificuldade em se obter elementos em madeira maciça de grandes volumes geométricos (NEGRÃO, FARIA, 2009). A Madeira Lamelada Colada (MLC, ou *glulam*) é um produto engenheirado da madeira que consiste na colagem de duas ou mais lâminas de madeira serrada, com a orientação das fibras dispostas na longitudinal (USDA, 2010), que permite contornar tais dificuldades por conta do seu processo de fabricação. As lâminas dos elementos em MLC são selecionadas e posicionadas segundo suas características de desempenho. Os adesivos utilizados na colagem devem ser resistentes à umidade (APA, 2010).

Entre as vantagens do uso da MLC está a capacidade de elaboração de peças de grandes comprimentos, a possibilidade de execução de elementos curvos, maior homogeneidade, possibilidade de variação da seção transversal ao longo da peça e a possibilidade de utilização de madeiras com diferentes resistências em camadas mais ou menos solicitadas por tensões no elemento (USDA, 2010).

A fabricação dos elementos em MLC permite reduzir os eventuais defeitos de nós e fendas e outras imperfeições nas peças conforme FIGURA 6, resultando em elementos mais homogêneos e, conseqüentemente, mais resistentes do que aqueles em madeira maciça serrada. Seu histórico data de 1893, ano em que foi patenteada pelo sueco Otto Hetzer. Seu emprego potencializou-se no período da 2ª Guerra

Mundial, visto a escassez de madeira serrada e a necessidade de elementos de grande porte para construção de galpões e hangares (NEGRÃO, AMORIM, 2009).

FIGURA 6 - COMPARAÇÃO ENTRE UMA VIGA EM MADEIRA MACIÇA E OUTRA EM MLC



FONTE: *Skogsindustrierna* (2013) adaptado pelo Autor.

A Madeira Lamelada Colada possui características físicas semelhantes à um elemento de madeira maciça. Há de se garantir algumas premissas conforme Dias et al. (2019) apontam, como:

- a) O não uso de espécies diferentes na sua composição ou com diferentes características de retração. Caso seja utilizada madeiras com estas características deverão ser comprovados a eficiência do comportamento mecânico e a ausência da delaminação ao longo do tempo;
- b) O uso de madeira leve, com densidade aparente entre 0,40 g/cm³ e 0,75 g/cm³;
- c) O tratamento preservativo nas tábuas que compõe o elemento, garantindo assim durabilidade e proteção contra agentes biológicos, sem revés à aderência da cola;
- d) A homogeneização do teor de umidade do lote das tábuas utilizadas na sua confecção. No momento da colagem as lamelas de madeira devem estar secas e com no máximo 18% de teor de umidade, não sendo permitida a saturação superior a 5% entre lamelas adjacentes;
- e) A utilização de tábuas com comprimento superior a 100 cm e espessura final acabada maior que 5cm. Cada lâmina não pode possuir área de seção transversal acima de 60 cm² em madeiras de massa específica

menor ou igual a $0,50 \text{ g/cm}^3$, ou 40 cm^2 para madeiras com massa específica maior que $0,50 \text{ g/cm}^3$, evitando-se largura maior que 20 cm em ambos os casos;

- f) Que o lote de madeira possua tanto classificação que enquadre nas classes de resistências que a enquadrem na NBR7190 quanto uma classificação visual, para identificar nós e grãos, deformações na madeira e número mínimo de 3 anéis de crescimento em 2,5 cm, e classificação pelo módulo de elasticidade;

Um bom exemplo da versatilidade da MLC em estruturas é o seu emprego na estrutura de cobertura do complexo HarborCenter, em Buffalo, Nova York (FIGURA 7). O sistema misto foi projetado por Schaefer & Associados, e é caracterizado por uma viga vagonada onde o cordão superior é composto por arcos em MLC e o inferior por um perfil laminado metálico, com vão total de aproximadamente 42 metros. (APA, 2016).

FIGURA 7 - COBERTURA EM MLC DO COMPLEXO HARBORCENTER, EM BUFFALO, NY

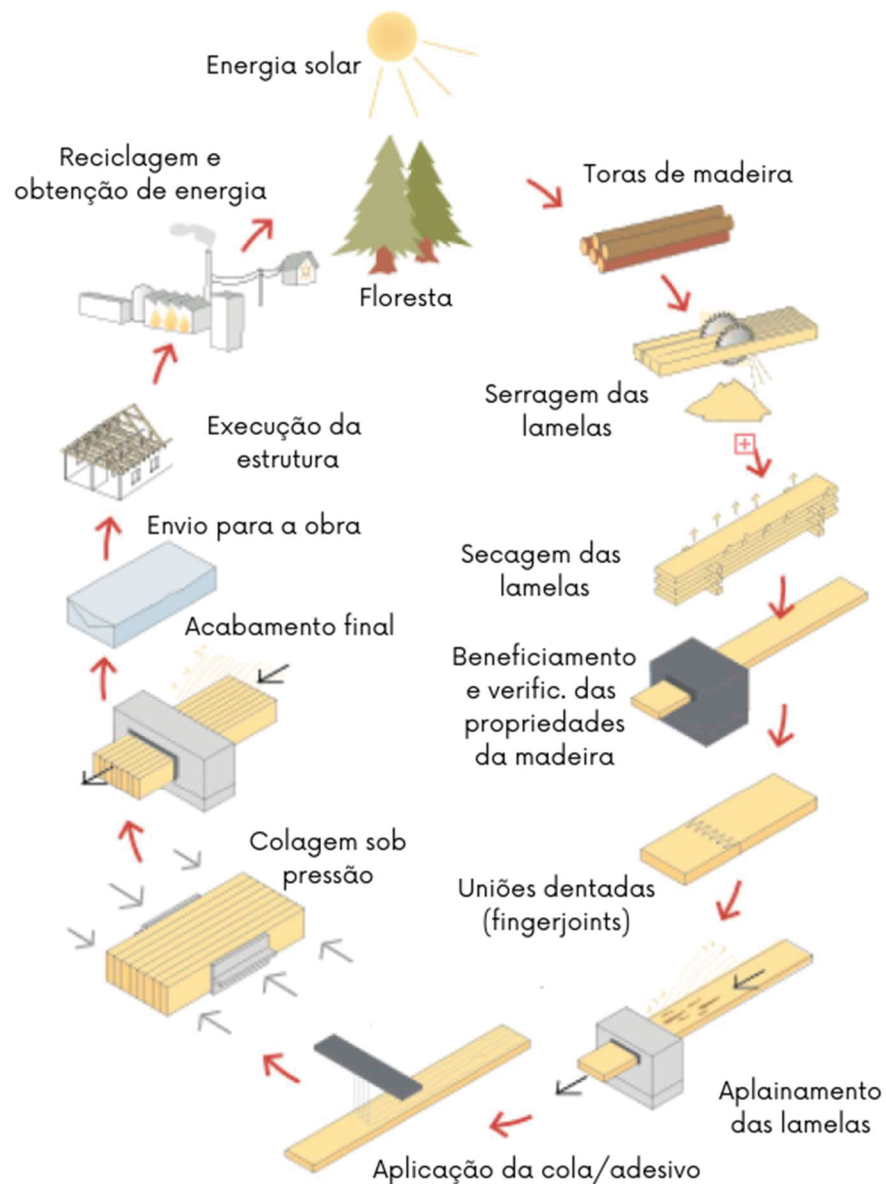


FONTE: Nordic Structures (2016)

A fabricação de elementos em MLC pode ser exposto em cinco fases principais: a secagem das lamelas, o preparo das ligações de extremidade, a colagem das lamelas, a preparação das formas das peças e o acabamento final (NEGRÃO, AMORIM, 2009). A secagem das lamelas é o processo em que busca-se reduzir e homogeneizar o teor de umidade dos lotes de madeira à um valor máximo de 18%, não sendo permitida saturação superior a 5% entre lamelas adjacentes (DIAS ET AL,

2019). A FIGURA 8 ilustra não só este processo, mas também todas as etapas de vida útil da MLC.

FIGURA 8 - PROCESSO DE PRODUÇÃO E VIDA ÚTIL DA MLC

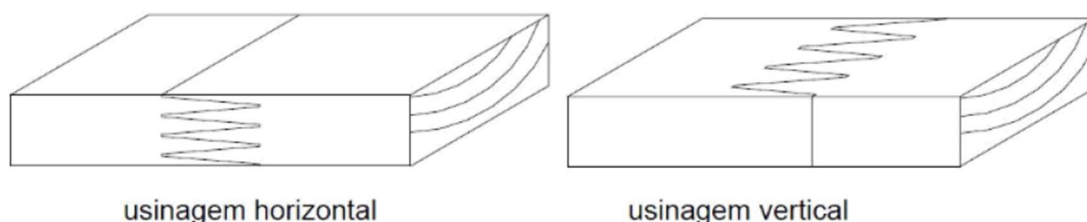


FONTE: Adaptado de *Skogsindustrierna* (2013)

As ligações longitudinais entre lamelas são executadas a partir de usinagem própria para a confecção de união dentadas nomeadas *fingerjoints* (FIGURA 9), que permitem a continuidade entre lamelas de madeira (NEGRÃO, AMORIM, 2009). A NBR7190 (ABNT, 1997) indica que caso seja adotada as propriedades mecânicas da madeira utilizada na confecção da MLC deve ser realizado ensaios de tração paralela

às fibras da MLC, determinado a partir da razão entre a máxima força de tração aplicada no corpo de prova e a área do trecho de emenda.

FIGURA 9 - LIGAÇÕES LONGITUDINAIS DO TIPO *FINGERJOINTS*



FONTE: Calil Neto *et al* (2016)

No processo de colagem das lamelas os adesivos utilizados na confecção de vigas em MLC devem ser estruturais e apresentar propriedades condizentes com as condições ambientais às que o elemento estará sujeito durante sua vida útil. Deve ser seguido também as orientações dos fabricantes destes adesivos, com comprovação experimental se possível. (DIAS ET AL, 2019). Os adesivos deverão garantir a formação de uma película que possa ser distribuída em todas as direções da superfície da madeira, a penetração nas duas lamelas a serem unidas e adesão adequada na madeira. Por mais que se tenha uma variada gama de adesivos disponíveis no mercado, as opções mais frequentes são baseadas na Caseína, o Resorcinol, o Resorcinol-Fenol, a Melalina, a Melamina-Ureia, as emulsões de polímeros isocianatos, os poliuretanos e a Ureia-Formol. (NEGRÃO, AMORIM, 2009).

A prensagem deve seguir as informações do fabricante do adesivo. Na ausência dessas recomendações, deve-se observar uma pressão mínima de 0,7 MPa em madeiras com densidade inferior ou igual a 0,5 g/cm³ e de 1,2 MPa em madeiras com densidade superior a 0,5 g/cm³, devendo ser mantida por um período mínimo de 6 h (quando não houver recomendações do fabricante), com base em um ambiente com temperatura de 20°C e umidade relativa do ar de 65%. No caso de prensagem a quente, por resistência elétrica ou processos similares, o tempo de prensagem deverá ser atestado por vias experimentais. Após esse processo, a retirada da pressão deverá ser gradativa e de forma alternada ao longo da peça. A colagem das emendas de extremidade entre lamelas é em função dos dentes e da densidade da madeira, evitando que a pressão empregada nesse processo não exceda o limite que provoque

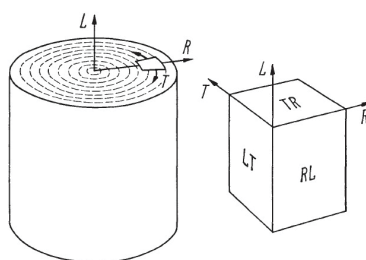
fissuração longitudinal superior a 5 mm. O tempo de prensagem deverá ser de no mínimo 2 s (DIAS ET AL, 2019).

O preparo das formas destina-se a aplicar às peças sua forma final, com base em técnicas correntes da carpintaria. Eventuais recortes e curvaturas deverão ser moderados, a fim de evitar o desprendimento entre lamelas e permitir um comportamento homogêneo da estrutura. Finalizado este processo rumo-se ao acabamento final, onde os elementos são devidamente aplainados, a fim de eliminar eventuais imperfeições laterais das lamelas e acúmulo de adesivo que possam escorrer no processo de colagem. Nessa última etapa também são executados eventuais furos na madeira, colocação de conectores e elementos de ligação e

2.6 CARACTERÍSTICAS MECÂNICAS DA MADEIRA NO ESTADO ELÁSTICO

A madeira é um material anisotrópico, ou seja, suas características mecânicas variam entre diferentes direções. Devida às características de crescimento da árvore, o tronco possui simetria ao redor do seu eixo longitudinal, caracterizado por também ser o eixo de crescimento da madeira. A partir do eixo longitudinal o tronco possui células cilíndricas concêntricas, que garantem certa simetria cilíndrica em relação ao seu eixo longitudinal (COTE, 1968). Ao analisar um elemento retangular do tronco da madeira a uma certa distância do seu eixo longitudinal observa-se três eixos ortonormais conforme FIGURA 10, sendo estes no sentido longitudinal (L), radial (R) e tangencial (T), considerando como base o eixo de simetria longitudinal. Vale frisar que o sistema ortonormal neste caso é aproximado, já que o sentido radial da madeira (R) não é ortogonal ao plano formado pelos eixos longitudinal (L) e tangencial (T), e sim divergente ao plano. Porém assume-se como perpendiculares entre si em análises numéricas (COTE, 1968).

FIGURA 10 - EIXOS E PLANOS DE UM ELEMENTO EM MADEIRA



FONTE: Cote (1968)

O tensor deformação de um elemento prismático possui três componentes lineares de deformação: ε_x , ε_y e ε_z , partindo de uma orientação cartesiana (x, y e z). Há também as deformações angulares, expressas como γ_{xy} , γ_{yz} e γ_{xz} . Assim como o tensor de tensões, com as componentes normais σ_x , σ_y e σ_z e as cisalhantes τ_{xy} , τ_{yz} e τ_{xz} , os parâmetros elásticos como os Módulos Longitudinais de Young nas direções principais com E_x , E_y e E_z e o Módulo Transversal de Young com G_{xy} , G_{yz} e G_{xz} . Orientando tais componentes a partir dos eixos longitudinal (L), radial (R) e tangencial (T) podemos definir as deformações, tensões e parâmetros elásticos longitudinais e transversais como ε_L , ε_R , ε_T , γ_{LR} , γ_{RT} , γ_{LT} , σ_L , σ_R , σ_T , τ_{LR} , τ_{RT} , τ_{LT} , E_L , E_R , E_T , G_{LR} , G_{RT} e G_{LT} .

Aplicando-se a lei de Hooke generalizada em materiais elasto-lineares com comportamento ortotrópico em um estado triplo de tensões temos a equação $\{\varepsilon\} = [\mathbf{D}]\{\sigma\}$ onde $\{\varepsilon\}$ é o vetor deformação, $\{\sigma\}$ o vetor de tensões e $[\mathbf{D}]$ o tensor que relaciona os módulos de elasticidade e coeficientes de Poisson (FUSCO, 1989).

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_R \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LR} \\ \gamma_{RT} \\ \gamma_{LT} \end{Bmatrix}$$

Eq. 1

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_R \\ \sigma_T \\ \tau_{LR} \\ \tau_{RT} \\ \tau_{LT} \end{Bmatrix}$$

Eq. 2

$$D = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & -\frac{\nu_{LR}}{E_R} & -\frac{\nu_{LT}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{RL}}{E_L} & \frac{1}{E_R} & -\frac{\nu_{RT}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\nu_{TL}}{E_L} & -\frac{\nu_{TR}}{E_R} & \frac{1}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RT}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LT}} \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 3}$$

Sendo ν_{LR} , ν_{RL} , ν_{RT} , ν_{TR} , ν_{LT} e ν_{TL} os coeficientes de Poisson nos planos formados entre os eixos LR, RT e LT respectivamente, podendo-se considerar $\nu_{ij} = \nu_{ji}$.

2.7 PROPRIEDADES DE CÁLCULO DA MADEIRA

A NBR 7190-1 (ABNT, 2022) indica que resistência de cálculo da madeira pode ser obtida por ensaios laboratoriais ou por adoção de classes de resistência. A resistência de cálculo é tomada a partir de uma classe de resistência, indicada para Coníferas e Folhosas, e tomada como (ABNT, 2022):

$$X_d = \frac{k_{mod} X_k}{\gamma_m} \quad \text{Eq. 4}$$

Sendo X_k a resistência característica da madeira e γ_m o coeficiente de ponderação da madeira, tomado como 1,4 para situações decorrentes de esforços normais e 1,8 para situações decorrentes de esforços de cisalhamento. Já k_{mod} é o coeficiente de modificação da madeira, índice que corrige a resistência da madeira para os efeitos de umidade, fluência e duração da carga e defeitos na madeira, sendo obtido através de:

$$k_{mod} = k_{mod1} k_{mod2} \quad \text{Eq. 5}$$

Os efeitos de duração de carga e da fluência da madeira são relacionados ao parâmetro k_{mod1} , obtido através da TABELA 1.

TABELA 1 - VALORES DE k_{mod1} RELACIONADOS ÀS CLASSES DE CARREGAMENTO E TIPO DA MADEIRA

Classes de carregamento	Tipos de madeira	
	Madeira serrada; Madeira roliça; Madeira Lamelada Colada (MLC); Madeira Lamelada Colada Cruzada (MLCC); Madeira Laminada Colada (LVL)	Madeira recomposta
Permanente (mais de 10 anos)	0,60	0,30
Longa duração (6 meses a 10 anos)	0,70	0,45
Média duração (1 semana a 6 meses)	0,80	0,65
Curta duração (menos de 1 semana)	0,90	0,90
Instantânea (muito curta)	1,10	1,10

FONTE: ABNT (1997)

Já o coeficiente k_{mod} relaciona-se ao teor de umidade de equilíbrio da madeira, obtido através da TABELA 2.

TABELA 2 - VALORES DE k_{mod} RELACIONADOS A UMIDADE E TIPO DE MADEIRA

Umidade relativa do ar	Umidade de equilíbrio (U%)	Tipos de madeira	
		Madeira serrada; Madeira roliça; Madeira Lamelada Colada (MLC); Madeira Lamelada Colada Cruzada (MLCC); Madeira Laminada Colada (LVL)	Madeira recomposta
$\leq 65\%$	12%	1,0	1,0
$65\% < U_{amb} \leq 75\%$	15%	0,9	0,95
$75\% < U_{amb} \leq 85\%$	18%	0,8	0,93
$85\% > U_{amb}$ por longos períodos	+25%	0,7	0,90

FONTE: ABNT (1997)

O Módulo Longitudinal de Young e o Módulo Transversal de Young podem ser tomados como (ABNT, 2022):

$$E_{c0,ef} = k_{mod} E_{c0,m} \quad \text{Eq. 6}$$

$$G_{0,ef} = \frac{E_{c0,ef}}{16} \quad \text{Eq. 7}$$

A NBR7190-1 (ABNT, 2022) ainda indica correção da umidade dos parâmetros físicos da madeira, já que o padrão de referência é dado pelo teor de umidade de equilíbrio da madeira em 12%. Tomando o teor de umidade de equilíbrio da madeira pela TABELA 2, a resistência da madeira e seu módulo de elasticidade podem ser tomados como:

$$f_{12} = f_{U\%} \left[1 + \frac{3(U\% - 12)}{100} \right] \quad \text{Eq. 8}$$

$$E_{12} = E_{U\%} \left[1 + \frac{2(U\% - 12)}{100} \right] \quad \text{Eq. 9}$$

O Eurocode 5 (CEN, 2004) indica uma metodologia semelhante a NBR7190-1 (ABNT, 1997) para o cálculo dos parâmetros mecânicos da madeira. A resistência mecânica da madeira assume o mesmo valor demonstrado na Eq. 4, e apresenta divergências nos valores do Módulo de Elasticidade, γ_m e k_{mod} . Os valores de γ_m são apresentados na TABELA 3.

TABELA 3 - VALORES DE γ_m DE ACORDO COM O EUROCODE 5

Madeira sólida	1,3
Madeira Lamelada Colada	1,25
LVL, OSB e	1,2
Madeira recomposta	1,3

FONTE: CEN (2004)

Já os valores de k_{mod} são expostos na TABELA 4. A classe de serviço 1 corresponde ao teor de umidade de equilíbrio para uma temperatura de 20°C e

umidade do ar superando o valor de 65% em poucas semanas no ano. A classe de serviço 2 corresponde ao teor de umidade de equilíbrio para uma temperatura de 20°C e umidade do ar superando o valor de 85% em poucas semanas no ano. Já a classe de serviço 3 corresponde a condições climáticas que extrapolem a classe de serviço 2 (CEN, 2004).

TABELA 4 - VALORES DE k_{mod} PARA A CLASSE DE SERVIÇO E DURAÇÃO DA CARGA

Material	Classe de serviço	Permanente	Longa duração	Média duração	Curta duração	Instantânea
Madeira sólida	1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
	2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
	3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90
MLC	1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
	2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
	3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90
LVL	1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
	2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
	3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90
Madeira compensada	1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
	2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
	3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90
OSB	1	0,30	0,45	0,65	0,85	1,10
	1	0,40	0,50	0,70	0,90	1,10
	2	0,30	0,55	0,55	0,70	0,90

FONTE: CEN (2004)

Os valores referentes ao Módulo Longitudinal de Young e Módulo Transversal de Young são obtidos por (CEN, 2004):

$$E_d = E_m / \gamma_m \quad \text{Eq. 10}$$

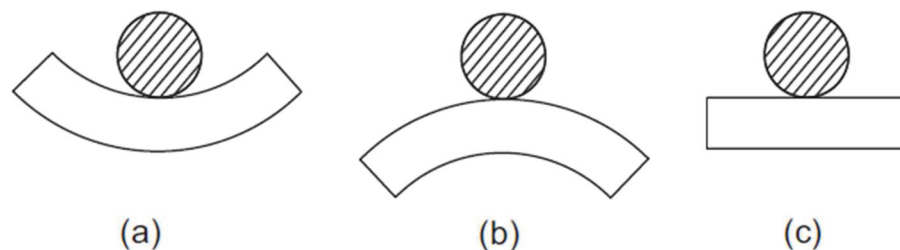
$$G_d = G_m / \gamma_m \quad \text{Eq. 11}$$

2.8 ESTABILIDADE EM ESTRUTURAS

O conceito de estabilidade pode ser abordado a partir do equilíbrio de uma esfera sobre um plano curvo, conforme FIGURA 11. Quando a esfera se encontra

sobre a situação (a), qualquer perturbação sobre o corpo fará com que ele retorne à sua configuração inicial até voltar a situação de equilíbrio. Essa configuração é definida como a configuração de equilíbrio estável, já o corpo sempre tenderá a retornar a sua situação inicial. Já na situação (b), qualquer perturbação sobre o corpo fará com que ele se desloque e não mais retorne a sua posição de equilíbrio, sendo definida como uma configuração de equilíbrio instável. Já na situação (c) o corpo não retorna à sua situação original nem se desloca continuamente, sendo esta a situação de equilíbrio neutro (YOO, LEE, 2011).

FIGURA 11 - MODELO PARA ENTENDIMENTO DO CONCEITO DE ESTABILIDADE, SENDO (A) A POSIÇÃO ESTÁVEL, (B) A POSIÇÃO INSTÁVEL E (C) A POSIÇÃO NEUTRA

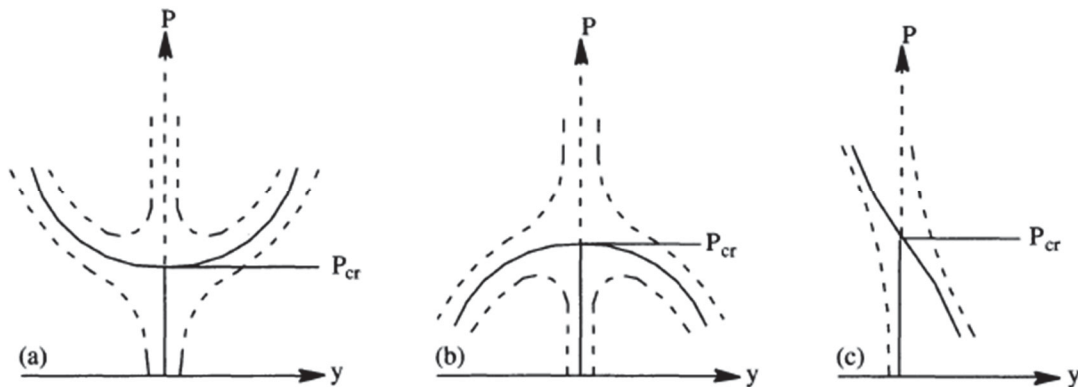


Em muitos casos a situação (c) existe entre a transição da configuração estável (a) para a configuração instável (b). A solicitação correspondente à tal transição, é nesses casos, chamada de carga crítica. A sua determinação pode ser realizada a partir do princípio do valor estacionário da energia potencial total, ou seja, a determinação dos valores de carga crítica referentes à variação nula da energia potencial (YOO, LEE, 2011).

A instabilidade pode assumir diferentes configurações a depender das propriedades do material, configuração estrutural e condições de carregamento (GAMBHIR, 2004). A perda de estabilidade pode ser expressa por uma relação entre carregamento P e a deformação y denominado caminho de equilíbrio, que pode apresentar um ponto de bifurcação no valor da carga crítica P_{cr} . O caminho de equilíbrio que parte da origem é denominado caminho fundamental, já quando a solicitação atinge o ponto de bifurcação o caminho é definido como caminho pós-crítico.

Os caminhos de equilíbrio podem ser classificados, em sistemas contínuos definidos na fase elástica, em três tipos de bifurcações com diferentes comportamentos após a flambagem (GHAMBIR, 2004), conforme FIGURA 12:

FIGURA 12 - CURVAS DE ESTABILIDADE: (A) BIFURCAÇÃO SIMÉTRICA, (B) BIFURCAÇÃO SIMÉTRICA INSTÁVEL, E (C) BIFURCAÇÃO ASSIMÉTRICA INSTÁVEL



FONTE: Gambhir (2004)

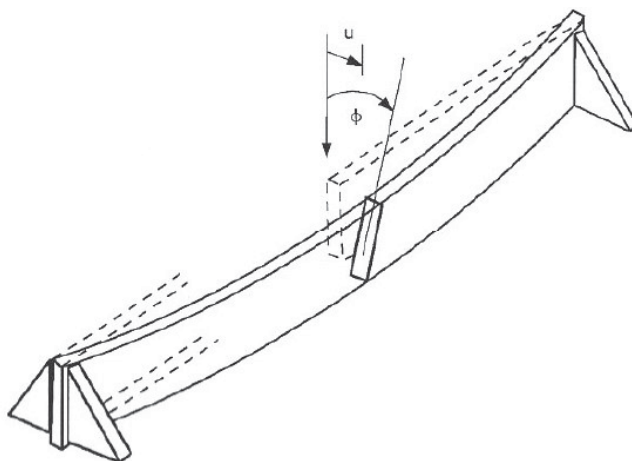
- a) Bifurcação simétrica após a flambagem (FIGURA 12-A), estável e com baixa sensibilidade a imperfeições. A configuração estável se dá pelo fato de que quando a solicitação atinge um valor acima da carga crítica P_{cr} os deslocamentos aumentarão com o aumento da solicitação;
- b) Bifurcação simétrica após a flambagem, instável e sensível a imperfeições (FIGURA 12-B). A configuração instável se dá pelo fato de que assim que a solicitação atinge a carga crítica P_{cr} há o aumento do deslocamento, sem que haja aumento da solicitação a partir deste ponto;
- c) Bifurcação assimétrica, instável e bastante sensível a imperfeições (FIGURA 12-C). Mesmo que o sistema apresente situação instável para deflexões em um sentido (no caso do exemplo, à esquerda) e estável para o sentido oposto (no caso do exemplo, à direita). Como o deslocamento pode ocorrer para qualquer direção, a curva é considerada como instável;

2.9 INSTABILIDADE LATERAL POR FLEXO-TORÇÃO

As vigas em madeira são sujeitas a dois tipos de instabilidade: a flambagem lateral por torção e a deflexão progressiva devido ao acúmulo ou empoçamento d'água (USDA, 2010). Define-se como instabilidade lateral por flexo-torção a deformação lateral devido a flambagem originada pelas tensões normais negativas de flexão em vigas de vão único ou contínuo. A ocorrência da instabilidade lateral é um fator significativo em vigas sem travamento lateral, em situações de grande esbeltez, onde a rigidez à flexão em relação ao eixo de maior inércia é significativamente maior do que a rigidez no seu eixo perpendicular, e a flexão se dá sobre o eixo de maior inércia (TIMOSHENKO, GERE, 1963). Neste caso a instabilidade dá-se a partir de uma solicitação crítica, que por vezes atende a um valor menor do que o relacionado à ruptura por flexão, o que reduz a capacidade resistente da viga (PFEIL, PFEIL, 2003).

Enquanto a solicitação sobre a viga não ultrapassar o limite do seu valor crítico, a viga mantém-se estável. Nessa situação a viga apresenta uma deformação lateral u e uma rotação ϕ , conforme FIGURA 13. Tal deformação é recuperada, com a viga retornando à sua situação inicial assim que cessada a solicitação, mantendo a viga em configuração estável. Já na situação em que a solicitação é superior ao valor da carga crítica, a configuração inicial se torna instável e as deformações se tornam permanentes (YOO, LEE, 2011).

FIGURA 13 - DEFORMAÇÕES EXISTENTES DEVIDO A FLAMBAGEM LATERAL EM VIGAS



FONTE: Pfeil e Pfeil (2003)

2.10 CONSIDERAÇÕES DA NBR7190-1 PARA A ESTABILIDADE LATERAL

A NBR 7190-1 (ABNT, 2020) apresenta os seguintes critérios de dispensa da verificação da estabilidade lateral em relação ao Estado Limite Último:

- Quando os apoios restringem à rotação em torno do eixo longitudinal da viga;
- Quando há um conjunto de elementos distribuídos ao longo do comprimento da viga que possam impedir a rotação em torno do eixo longitudinal da viga. Estes elementos podem impedir a rotação de forma isolada ou restringir tal movimento de forma contínua, como no caso de lajes ou outras placas vinculadas às fibras superiores da viga;

Com isto a norma fornece uma verificação à dispensa da análise da estabilidade lateral das vigas em seção retangular, com largura b e altura h , conforme a seguinte equação:

$$\frac{L_1}{b} \leq \frac{E_{c0,ef}}{\beta_M f_{c0,d}}; \quad \text{Eq. 12}$$

sendo L_1 a distância entre elementos que impeçam a rotação em torno do eixo longitudinal da viga, $E_{c0,ef}$ o módulo de elasticidade longitudinal efetivo, $f_{c0,d}$ a resistência de cálculo à compressão paralela das fibras e β_M um coeficiente de correção, dado por:

$$\beta_M = \frac{1}{0,26\pi} \frac{\beta_E}{\gamma_f} \frac{\sqrt[3]{\left(\frac{h}{b}\right)^2}}{\sqrt{\frac{h}{b} - 0,63}}; \quad \text{Eq. 13}$$

onde γ_f pode ser tomado como 1,40 e β_E como 4.

No caso de não atendimento à verificação, a norma ainda permite a dispensa desde que satisfeita a seguinte exigência:

$$\sigma_{c1,d} \leq \frac{E_{c0,ef}}{\frac{L_1}{b} \beta_M}; \quad \text{Eq. 14}$$

sendo $\sigma_{c1,d}$ a tensão de compressão de cálculo na fibra comprimida.

Caso ainda não seja atendido o critério para dispensa da verificação à estabilidade lateral, a NBR7190-1 indica que a estabilidade deve ser realizada por teoria cuja validade seja comprovada experimentalmente, não apresentando uma verificação direta ao efeito da instabilidade lateral (DIAS ET AL, 2019).

2.11 CONSIDERAÇÕES DO EUROCODE 5 PARA A ESTABILIDADE LATERAL

O Eurocode 5 (CEN, 2004) indica que a verificação da estabilidade lateral deverá ser realizada em situação em que há somente flexão simples ou flexão composta. Ao contrário da NBR7190, o Eurocode indica que tensão de compressão crítica (σ_{crit}) é determinada como:

$$\sigma_{crit} = \frac{\pi \sqrt{EIGJ}}{L_{ef}W}; \quad \text{Eq. 15}$$

sendo L_{ef} o comprimento efetivo da viga, em função das condições de contorno e do tipo de carregamento, e W o módulo de resistência da viga em relação ao eixo de maior inércia da seção transversal.

A partir de σ_{crit} é possível determinar o índice de flambagem ($\lambda_{rel,m}$), como:

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{crit}}}; \quad \text{Eq. 16}$$

sendo $f_{m,k}$ a tensão resistente característica à flexão da viga. A verificação preconizada pelo EC5-1-1 (CEN, 2004) busca limitar a tensão atuante na madeira a partir de σ_{crit} corrigida por um coeficiente k_{crit} . Portanto tal tensão atuante deve atender a seguinte expressão:

$$\sigma_{m,d} \leq k_{crit}\sigma_{crit} \quad \text{Eq. 17}$$

Onde o coeficiente k_{crit} é determinado pelas expressões:

$$k_{crit} = \begin{cases} \lambda_{rel,m} \leq 0,75 \rightarrow 1 \\ 0,75 < \lambda_{rel,m} \leq 1,4 \rightarrow 1,56 - 0,75\lambda_{rel,m} \\ 1,4 < \lambda_{rel,m} \rightarrow \frac{1}{\lambda_{rel,m}^2} \end{cases} \quad \text{Eq. 18}$$

No caso da flexão não uniforme, existirão regiões da viga sujeitas a um regime de tensões inferiores ao máximo. Isto é levado em consideração a partir de uma relação entre o comprimento efetivo e o comprimento real da viga. O comprimento efetivo da viga depende diretamente das condições de apoio qual ela se encontra, podendo ser tomado como exposto na TABELA 5, relacionando o tipo de carregamento e arranjo estrutural com a razão entre o comprimento efetivo L_{ef} e o comprimento real L .

Em caso de excentricidade do carregamento aplicado, onde surgirá um efeito de flexão da seção transversal, o comprimento efetivo L_{ef} deverá ser aumentado em $2h$ para situações em que a carga é aplicada no extradorso da viga (o que tende a agravar o efeito da instabilidade lateral) e reduzido em $0,5h$ para situações onde a carga é aplicada no intradorso face inferior da viga (o que tende a reduzir o efeito da instabilidade lateral).

TABELA 5 - RELAÇÃO ENTRE O COMPRIMENTO EFETIVO E O COMPRIMENTO REAL DE VIGAS PARA DIFERENTES CARREGAMENTOS

Tipo de viga	Tipo de carregamento	L_{ef}/L
Vão simples	Momento constante	1,0
	Carregamento distribuído uniformemente	0,9
	Carga concentrada aplicada no meio do vão	0,8
	Carregamento distribuído uniformemente	0,5
Viga em balanço (cantiléver)	Carga concentrada aplicada na extremidade	0,8

FONTE: CEN (2004)

Em situações de flexão composta, onde há a presença de um momento solicitante M_y e um esforço normal N_c as tensões solicitantes deverão ser tal que satisfaça a seguinte equação:

$$\left(\frac{\sigma_{m,d}}{k_{crit} f_{m,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{c,d}}{k_{c,z} f_{c,0d}} \leq 1; \quad \text{Eq. 19}$$

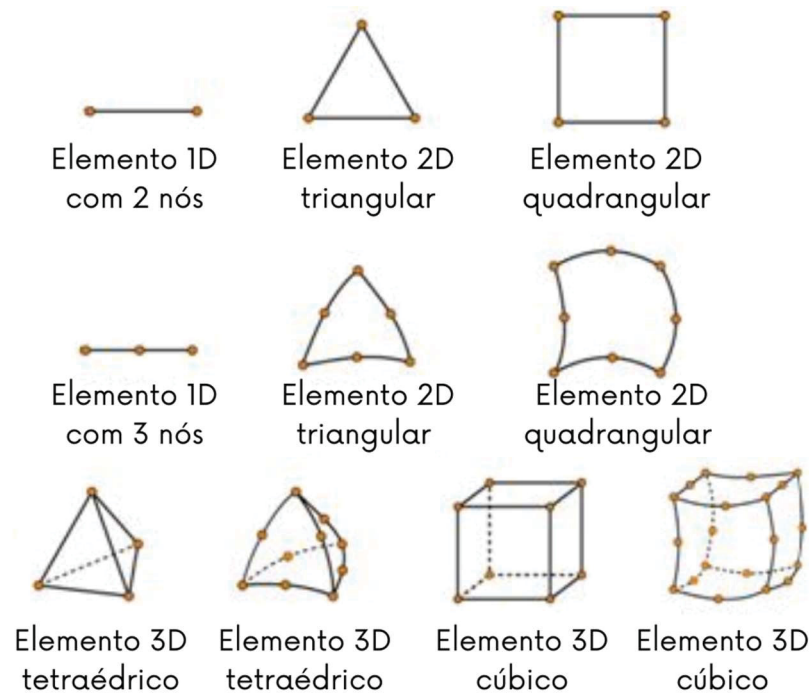
sendo $\sigma_{m,d}$ a tensão devido a flexão e $\sigma_{c,d}$ a tensão de compressão devido ao esforço normal. O coeficiente $k_{c,z}$ relaciona-se à curvatura referente a análise de elementos comprimidos.

2.12 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é um método de simulação numérica onde busca-se uma solução aproximada a partir de subdomínios ou de pontos de domínio e de contorno, visto que em grande parte dos modelos matemáticos contínuos a solução exata costuma apresentar dificuldades ou até solução impossível. O MEF parte da adoção de funções do tipo polinomiais para a descrição das variáveis dependentes primárias em subdomínios denominados elementos finitos, de maneira a garantir a continuidade nas interfaces dos elementos. Tais elementos são conectados entre si através de pontos nodais em seus contornos, e como a solução é definida em função dos parâmetros nodais, os infinitos pontos de um sistema contínuo são substituídos por um número finito de pontos através do processo de discretização do modelo matemático (SORIANO, 2009).

Os elementos podem assumir valores a depender das dimensões de análise, podendo ser uni, bi ou tridimensionais conforme FIGURA 14, sendo estes elementos escolhidos de acordo com o modelo a ser discretizado. Além da discretização do modelo, também são discretizadas as condições geométricas e mecânicas do contorno. Para que estes elementos interajam entre si, o MEF parte da definição de leis para as variáveis primárias nos subdomínios, com o objetivo de interpolar os parâmetros nodais das variáveis primárias e, em alguns casos, de algumas de suas derivadas. As funções de interpolação desempenham papel importante no MEF, e sua escolha está relacionada com os parâmetros nodais, com a forma do elemento e com os critérios de convergência (SORIANO, 2009).

FIGURA 14 - EXEMPLOS DE FORMAS DE ELEMENTOS FINITOS



FONTE: Adaptado de *University of Cambridge* (2020)

2.13 ESTADO DA ARTE

A pesquisa teórica entorno do efeito da instabilidade lateral iniciou-se por Euler (1759) com estudos sobre o efeito da flambagem em colunas e por Saint-Venant (1885) com o estudo da torsão uniforme. Ambas as pesquisas avançaram na descrição da resposta de elementos instáveis que apresentam torsão de sua seção transversal. Michell e Prandtl (1899) avançaram no entendimento da instabilidade lateral em vigas de seção retangular, com extensão dos trabalhos de Timoshenko (1905), responsável por incluir os efeitos do empenamento em seções transversais do tipo I. Wagner (1929) e outros trabalhos posteriores traçaram a teoria geral da instabilidade lateral por flexo-torção, com contribuições diretas de Timoshenko (1953) e Vlasov (1961). Com o advento da matemática computacional, houve um aumento das pesquisas relacionadas, com foco em elementos compostos como pórticos, treliças e vigas, com distintas vinculações de apoio e carregamento, a exemplo de Barsoum e Gallagher (1970), que avaliaram diversos problemas de instabilidade lateral. Já as avaliações recentes sobre a instabilidade lateral devido à flexo-torção em vigas de madeira ou vigas de Madeira Lamelada Colada foram desenvolvidas por

Abrantes (2012), Xiao, Doudak e Mohareb (2017), Hu, Doudak e Mohareb (2017), Pappalardo, Abrantes, Garcia, Pauletti e Franco (2018), Pelletier e Doudak (2019), Bresser, Ravenshorst e Hoogenboom (2020) e Du, Doudak e Mohareb (2020).

A instabilidade lateral de uma viga é diretamente relacionada às características mecânica do material e à geometria da sua seção transversal (onde a combinação entre o Módulo de Elasticidade e o Momento de Inércia comumente é posta na literatura como rigidez), o seu comprimento da viga e suas condições de contorno. Tratando diretamente destas condições de contorno, Pelletier e Doudak (2019) investigaram numérica e experimentalmente o efeito da instabilidade devido à flexo-torção com variação do tipo de apoio nos nós de extremidade de vigas de seção I com flange em madeira serrada e alma em chapa de OSB, sujeita a imperfeições. Nota-se, a partir de Pelletier e Doudak (2019) que as diferentes condições de apoio nas extremidades da viga (especificamente vinculadas à flange) influenciam diretamente no valor da carga crítica. Observou-se também que as imperfeições laterais, na ordem da razão de 1/600 a 1/60 do comprimento, reduzem o valor da carga crítica de 50% a 10% em relação à carga crítica determinada sem tais imperfeições. Além disto o estudo conclui que a análise pelo Método dos Elementos Finitos resulta em valores próximos aos avaliados de forma experimental.

Já em estudo comparativo entre modelos experimental e numérico de uma viga retangular em madeira de tipo Abeto-Pinheiro, Xiao, Doudak e Mohareb (2017) demonstraram que a variação entre os resultados obtidos é pequena, concluindo que o modelo numérico, desenvolvido também com auxílio do Método dos Elementos Finitos, consegue prever com segurança o desempenho à instabilidade lateral. A variação entre os resultados obtidos, com razão média de 1,02 e desvio padrão de 0,13 em tal estudo, deve-se a presença de imperfeições na madeira.

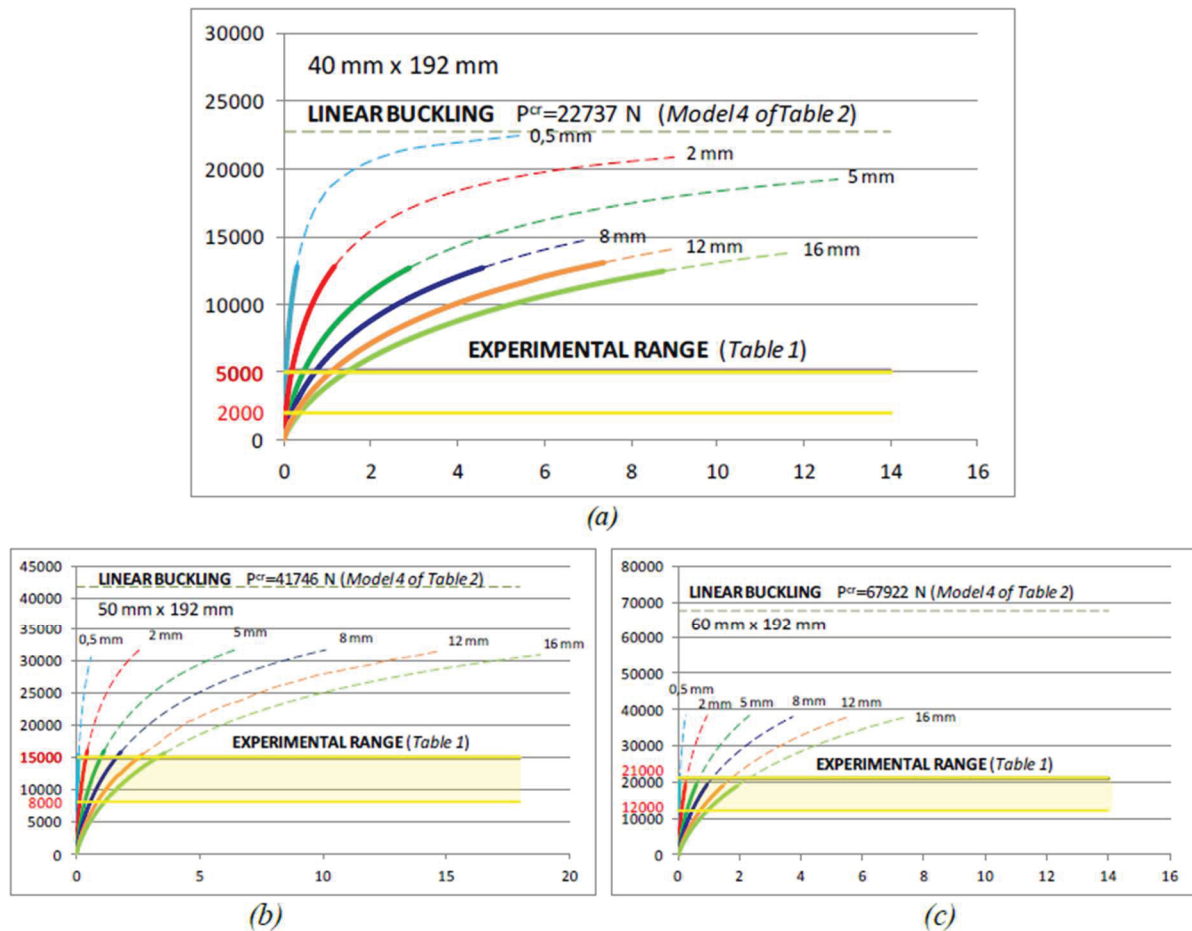
Em estudo sobre a distribuição do momento fletor e a sua relação com a instabilidade lateral, Bresser et Al (2020) concluíram que a distribuição do carregamento sobre a viga também impacta no valor final do momento crítico de instabilidade. O Eurocode 5 (CEN, 2004) considera na formulação do momento crítico uma correção do valor devido à distribuição dos esforços solicitantes. Bresser et Al (2020) concluem que pelo fato de ser uma expressão simplificada ela tem uma baixa precisão, se comparado com valores obtidos de uma análise completa.

Em estudo numérico e experimental em vigas de MLC, Pappalardo, Abrantes, Garcia, Pauletti e Franco (2012) avaliaram a instabilidade lateral ocasionada por uma

carga pontual centrada no meio do vão de uma viga de 3 m de comprimento, a partir de um grupo de vigas com seção transversal retangular de 19,2 cm de altura e 4 cm, 5 cm e 6 cm de largura. O estudo numérico deu-se a partir de uma análise linear e não-linear da instabilidade lateral a partir de 4 modelos distintos: um modelo unidimensional isotrópico em madeira maciça, um modelo tridimensional isotrópico em madeira maciça, um modelo tridimensional ortotrópico em madeira maciça e um modelo tridimensional ortotrópico em madeira laminada. Além disto foi considerada uma excentricidade na aplicação da carga, assumindo valores de 0,5 mm, 2,0 mm, 5,0 mm, 8,0 mm, 12,0 mm e 16,0 mm. Os resultados obtidos mostraram uma discrepância entre os modelos de análise numérica e experimental, como demonstrado na FIGURA 15. Os autores concluíram que uma análise geométrica não-linear assimila as imperfeições físicas e geométricas para a excentricidade da aplicação da carga, com resultados próximos aos obtidos na avaliação experimental. Porém estes resultados ainda estão distantes dos obtidos na análise empírica.

Outro ponto a ser notado no mesmo estudo foi a diferença entre os resultados obtidos entre os modelos tridimensionais ortotrópicos em madeira maciça e em madeira laminada. Para a largura de 4 cm, os valores entre os modelos foram de 26.322 N e 22.737 N, respectivamente. Para a largura de 5 cm, os valores entre os modelos foram de 49.882 N e 41.746 N, respectivamente. Já para a largura de 6 cm os valores entre modelos foram de 83.328 N e 67.992 N, respectivamente.

FIGURA 15 - CARGA VERTICAL X DESLOCAMENTO, EM FUNÇÃO DA EXCENRICIDADE HORIZONTAL DA CARGA PARA O GRUPO 1 (A), GRUPO 2 (B) E GRUPO 3 (C)



FONTE: Pappalardo *et al* (2012)

Sobre os travamentos laterais em vigas esbeltas, Du, Doudak e Mohareb (2020) investigaram numericamente o efeito da instabilidade lateral por flexo-torção em um sistema de duas vigas maciças retangulares de madeira conectadas a um painel maciço de madeira. Concluíram que o conjunto formado por duas vigas e um painel faz com que haja uma rigidez maior se comparado com vigas isoladas, aumentando assim a estabilidade por flexo-torção. A posição do carregamento também influencia na sua capacidade portante, com cerca de 10% a 23% quando a carga se distancia do centro de cisalhamento. Em estudo semelhante Du, Doudak e Mohareb (2020) investigaram a relação do tipo de conectores entre o painel e as vigas e a instabilidade por flexo-torção. Os resultados obtidos evidenciam um aumento da carga crítica relacionados ao tipo de conector utilizado na ligação entre o painel e as vigas, tendo um aumento de cerca de 150% em conexões de baixa rigidez e cerca de 280% em conectores de alta rigidez. Ainda sobre os travamentos laterais, Hu, Doudak

e Mohareb (2017) avaliaram a presença de um travamento lateral no meio do vão a uma determinada altura do centro de gravidade da seção transversal com dois possíveis modos de flambagem: simétrico e assimétrico. Concluíram que: para um carregamento distribuído o momento crítico é governado pelo modo assimétrico; que para dois carregamentos simultâneos, um pontual e outro distribuído, o momento crítico devido ao modo simétrico diminui quando aumentado o carregamento distribuído; e que para um carregamento pontual o momento crítico, baseado no modo assimétrico, independe da intensidade da carga.

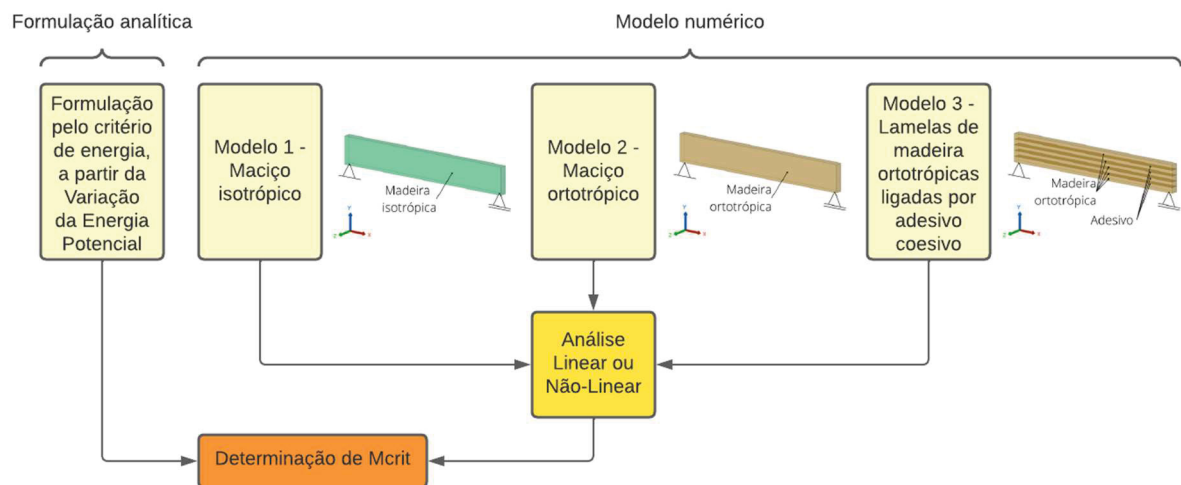
A respeito da avaliação do efeito da flambagem lateral em vigas de Madeira Lamelada Colada, Abrantes (2012) concluiu que é indiferente a adoção da madeira como elemento ortotrópico ou isotrópico em Elementos Finitos, assim como a presença de emendas longitudinais entre lamelas. Também fora avaliada a resistência ao cisalhamento do adesivo entre lamelas de madeira, onde pode-se considerar a Madeira Lamelada Colada como madeira maciça em termos de resistência. Abrantes (2012) concluiu também que o modelo de cálculo desenvolvido por Timoshenko e Gere (1963) para a determinação da carga crítica de flambagem foi rejeitado por dois testes estatísticos, dado que os valores analíticos foram maiores que os medidos experimentalmente.

Ainda na avaliação do efeito da instabilidade lateral em vigas de MLC, Scapinello (2021) experimentou, num conjunto de 9 vigas de Madeira Lamelada Colada, o seu desempenho à instabilidade lateral. Neste estudo Scapinello (2021) determinou as características mecânicas da madeira do gênero *Pinus*, assim como a resistência do adesivo entre lâminas, e comparou os valores com as formulações de Timoshenko e Gere (1963), além do texto base para verificação da estabilidade em vigas, parte da revisão da norma NBR7190 (ABNT, 1997). O autor concluiu que houve uma convergência entre os valores medidos experimentalmente e a verificação posta pelo texto base da revisão da NBR7190 (1997), e discrepância entre valores obtidos em análise numérica e experimental. Scapinello (2021) creditou tal discrepância pelo fato de que a formulação de Timoshenko e Gere (1963) foi desenvolvida para um material isotrópico.

3 METODOLOGIA

O desenvolvimento central da pesquisa se estrutura em dois eixos distintos: a formulação analítica para determinação do Momento Crítico M_{crit} que leva à instabilidade lateral por flexo-torção; e o modelo numérico desenvolvido através do método dos elementos finitos para análise da instabilidade lateral por flexo-torção, como demonstrado na FIGURA 16. O critério para a formulação analítica é o energético, partindo da variação da energia potencial estacionária sobre a viga solicitada por um momento fletor constante em duas situações: sem imperfeições geométricas e com imperfeições geométricas. As imperfeições são definidas como uma excentricidade geométrica localizada no meio do vão.

FIGURA 16 - FLUXOGRAMA DA METODOLOGIA



FONTE: Do Autor (2022)

Com a expressão definida, são atribuídas as características físicas do MLC e geométricas da viga para definição do Momento Crítico M_{crit} . Já o modelo numérico será desenvolvido a partir do *software* Abaqus, partindo de três situações distintas:

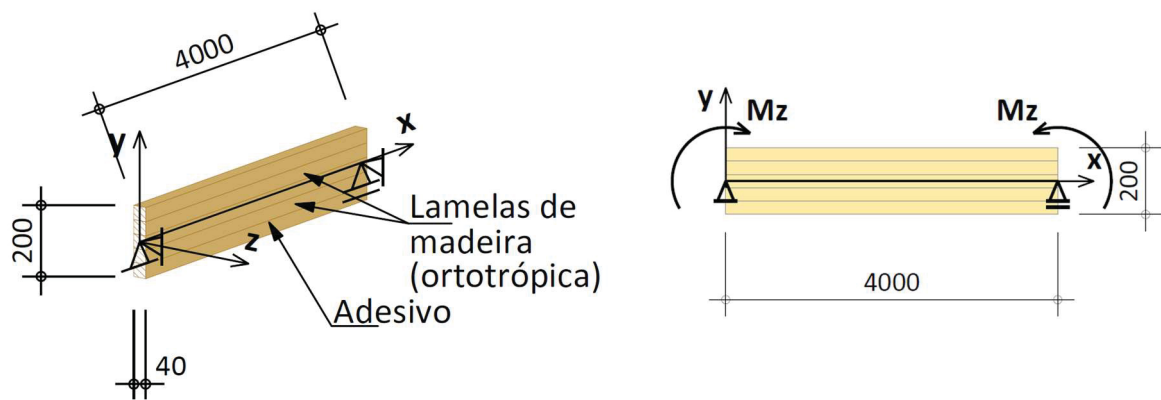
Modelo 1: composto por uma viga em elementos tridimensionais com seção maciça e material isotrópico;

Modelo 2: composto por uma viga em elementos tridimensionais com seção maciça e material ortotrópico;

Modelo 3: composto por uma viga em elementos tridimensionais formada por lamelas em material ortotrópico e unidas por adesivo modelado como material coesivo

Com isto traça-se como objetivo a análise entre resultados para os três diferentes modelos constitutivos para a uma viga que possui seção transversal retangular constante, com altura h de 20 cm, largura b de 4 cm e vão L de 400 cm, conforme FIGURA 17 possuindo configuração biapoada com um apoio de primeira ordem (impedimento ao deslocamento vertical) e de segunda ordem (impedimento aos deslocamentos vertical e horizontal). A FIGURA 17 mostra a viga sob flexão pura, simples, positiva e constante no eixo X em função da ação do momento M_z .

FIGURA 17 - GEOMETRIA DA VIGA EM MLC



FONTE: Do autor (2022)

As análises realizadas são tanto lineares (determinação de M_{crit}) quanto não-lineares (estudo dos caminhos de equilíbrio na presença de imperfeições geométricas) conforme exposto na FIGURA 18. Os modelos são utilizados para a realização de quatro estudos paramétricos: variação da largura da seção transversal (b) da viga, imperfeições laterais (δ_0) geométricas na viga, variação na espécie da madeira e variação do tipo de carregamento solicitante.

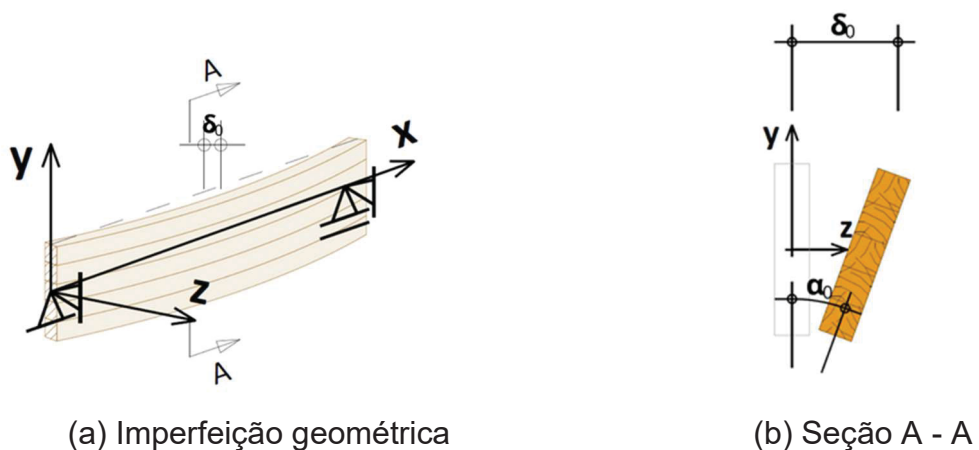
FIGURA 18 - ANÁLISES A SEREM REALIZADAS

	Modelo 1 - Maciço isotrópico	Modelo 2 - Maciço ortotrópico	Modelo 3 - Lamelas de madeira ortotrópicas ligadas por adesivo coesivo
Análise linear para determinação de M_{crit} Variação da largura	✗	✗	✗
Análise não-linear para estudo dos caminhos de estabilidade			✗
Análise linear para determinação de M_{crit} Variação de espécie	✗	✗	✗
Análise linear para determinação de M_{crit} Variação do tipo de carregamento			✗

FONTE: Do autor (2022)

As possíveis imperfeições geométricas caracterizam-se por um desvio lateral imposto no centro da viga de valor δ_0 , e uma deformação angular no centro da viga de valor α_0 , conforme FIGURA 19.

FIGURA 19 - IMPERFEIÇÕES CONSIDERADAS NO PONTO CENTRAL DA VIGA



FONTE: Do autor (2022)

3.1 FORMULAÇÃO ANALÍTICA

O critério para a formulação analítica é o energético. A partir do princípio de conservação de energia:

$$\Delta E = \Delta \Pi + \Delta K; \quad \text{Eq. 20}$$

onde $\Delta \Pi$ é a variação da energia potencial e ΔK a variação da energia cinética, tal critério permite a análise de estabilidade a partir da resposta dinâmica a um devido distúrbio.

Considerando o acréscimo de carga de forma lenta, a energia cinética, ΔK , pode ser desprezada. Sendo assim a estabilidade da viga pode avaliada através da variação da energia potencial estacionária, $\Delta \Pi$. Partindo da variação da energia potencial estacionária sobre a viga solicitada por um momento fletor constante em duas situações:

$$\Delta \Pi = \Delta U(u, \phi) + \Delta V(u, \phi); \quad \text{Eq. 21}$$

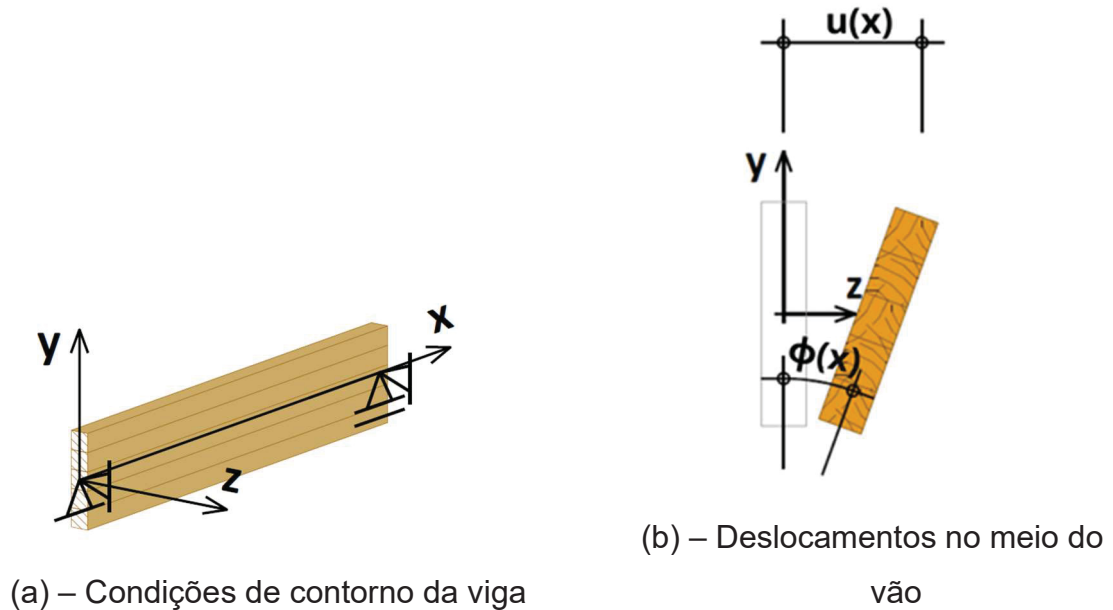
sendo ΔU a variação da energia potencial de deformação e ΔV o potencial realizado por ações externas.

As deformações consideradas são devidas à flexão simples e à torção, sendo as demais deformações consideradas negligíveis, valendo-se da hipótese da inextensibilidade da viga. A deflexão lateral na direção z é descrita por $u(x)$, sendo x a coordenada no sentido do eixo viga. O deslocamento angular de torção é descrito por $\phi(x)$, conforme FIGURA 20. A parcela da energia de deformação devido à deformação por flexão simples na ausência de imperfeições iniciais, então, é dada por (TIMOSHENKO, GERE, 1963):

$$\Delta U = \frac{EI_y}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2}{dx^2} u \right)^2 dx + \frac{GJ}{2} \int_0^L \left(\frac{d}{dx} \phi \right)^2 dx + \frac{EC_w}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2}{dx^2} \phi \right)^2 dx \quad \text{Eq. 22}$$

sendo E o módulo de elasticidade normal do material, I_y o momento de inércia em relação ao eixo y , G o módulo de elasticidade transversal do material, J o momento de inércia polar da seção transversal e C_w o coeficiente de empenamento da seção transversal.

FIGURA 20 - DESLOCAMENTOS OCORRENTES NA FLAMBAGEM LATERAL DA VIGA



FONTE: Do autor (2022)

O segundo e o terceiro termos da Eq. 22 correspondem à energia de deformação devido à torção. Especificamente, o segundo termo representa a parcela devido a torção de Saint Venant enquanto o terceiro indica o empenamento da seção transversal. Pelo fato do objeto do estudo ser uma seção transversal retangular, pode ser desprezada a parcela devido à torção por empenamento (TIMOSHENKO, GERE, 1963). Portanto a Eq. 22 pode ser simplificada como:

$$\Delta U = \frac{EI_y}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2}{dx^2} u \right)^2 dx + \frac{GJ}{2} \int_0^L \left(\frac{d}{dx} \phi \right)^2 dx \quad \text{Eq. 23}$$

O trabalho devido a ações externas é dado pelo produto das ações externas e o deslocamento ocorrente no ponto de aplicação da carga. Neste estudo são consideradas duas ações externas aplicadas nas extremidades da viga, no caso M_z .

O deslocamento pode ser representado pela equação que define a linha elástica deformada da viga (ψ), expressa por:

$$\psi = \frac{1}{2} \int_0^L \left(\frac{d}{dx} u \right) \left(\frac{d}{dx} \phi \right) dx \quad \text{Eq. 24}$$

Portanto, o potencial das cargas externas, definido como o negativo do trabalho realizado pelas forças externas é expresso por:

$$\Delta V = -M_z \psi - M_z \psi = -2M_z \psi \quad \text{Eq. 25}$$

Desta forma a equação Eq. 21, que descreve a variação da energia potencial em estruturas, é descrita por:

$$\Delta \Pi = \frac{EI_y}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2}{dx^2} u \right)^2 dx + \frac{GJ}{2} \int_0^L \left(\frac{d}{dx} \phi \right)^2 dx - M_z \int_0^L \left(\frac{d}{dx} u \right) \left(\frac{d}{dx} \phi \right) dx \quad \text{Eq. 26}$$

3.1.1 Solução exata (problema de autovalor)

Devido as condições de contorno na viga, o deslocamento $u(x)$ e rotação lateral $\phi(x)$ são nulos nas extremidades, ou seja:

$$u(0) = 0 \quad u(L) = 0 \quad \phi(0) = 0 \quad \phi(L) = 0 \quad \text{Eq. 27}$$

Considerando tais condições de contorno o método de Rayleigh-Ritz (BAZANT, CEDOLIN, 2010) é utilizado na análise da estabilidade lateral da viga. O método consiste na substituição de funções de forma utilizada como aproximação direta na expressão da energia potencial total. Como primeira aproximação são utilizadas uma função para o deslocamento devido à flexão $u(x)$ e outra função para o deslocamento angular devido a torção $\phi(x)$. As funções de forma devem satisfazer as condições de contorno. As funções de forma utilizadas são:

$$u \cong A \sin \frac{\pi x}{L}; \quad \text{Eq. 28}$$

$$\phi \cong B \sin \frac{\pi x}{L}; \quad \text{Eq. 29}$$

onde A e B são constantes a serem determinadas.

Substituindo tais funções na Eq. 26 e operando as integrais:

$$\Delta \Pi = \frac{\pi^2 B^2 GJ}{4L} + \frac{\pi^4 A^2 EI_y}{4L^3} - M_z \frac{\pi^4 AB}{2L} \quad \text{Eq. 30}$$

O momento fletor crítico, valor referente ao esforço de flexão máximo para que o sistema apresente estabilidade, é obtido através da derivada da equação da energia potencial igualada a zero, em relação às constantes de A e B de tal forma que o erro da aproximação dado pelas Eq. 28 e Eq. 29 sejam mínimos. Um sistema algébrico homogêneo de duas equações é obtido:

$$\frac{\partial}{\partial A} \Delta \Pi = \frac{\pi^4 AEI_y}{2L^3} - M_z \frac{\pi^4 B}{2L} = 0 \quad \text{Eq. 31}$$

$$\frac{\partial}{\partial B} \Delta \Pi = \frac{\pi^4 BGJ}{2L} - M_z \frac{\pi^4 A}{2L} = 0 \quad \text{Eq. 32}$$

O sistema de equações (Eq. 31) e (Eq. 32) trata de um problema de autovalores. Reescrevendo o sistema de equações em sua forma matricial, tem-se que:

$$\begin{bmatrix} \frac{\pi^4 EI_y}{2L^3} & -M_z \frac{\pi^4}{2L} \\ -M_z \frac{\pi^4}{2L} & \frac{\pi^4 GJ}{2L} \end{bmatrix} \times \begin{Bmatrix} A \\ B \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{Eq. 33}$$

Os autovalores (momentos críticos, $M_{crit1,2}$) são determinados a partir da resolução da equação característica, obtida pelo determinante da matriz de fatores:

$$\frac{\pi^4 AB (EI_y GJ \pi^2 - M_z^2 L^2)}{4L^4} = 0 \quad \text{Eq. 34}$$

Os valores do Momento Crítico são, portanto, os valores de M_z que satisfaçam a Eq. 34:

$$M_{crit1,2} = \pm \frac{\pi\sqrt{EI_y GJ}}{L} \quad \text{Eq. 35}$$

Correspondendo aos valores obtidos exatos pela Eq. 35, já que as Eq. 28 e Eq. 29 são as autofunções do problema.

3.1.2 Formulação pelo cálculo variacional

A equação da variação da energia potencial total (Eq. 26) consiste de um funcional, F , de segunda ordem, de uma variável independente z e das variáveis dependentes u_x , u_{xx} e ϕ_x , logo:

$$\Delta\Pi = \int F(x, u_x, u_{xx}, \phi_x) dx \quad \text{Eq. 36}$$

A equação de Euler-Lagrange apropriada é obtida utilizando a fórmula-geral (WEINSTOCK, 1974):

$$\frac{\partial F}{\partial f} + \sum_{k=1}^n (-1)^k \frac{d^k}{dx^k} \left(\frac{\partial F}{\partial f_k} \right) = 0; \quad \text{Eq. 37}$$

Onde f são as variáveis dependentes.

Das duas variáveis dependentes a função do deslocamento horizontal u possui derivada de segunda ordem, portanto a seguinte equação de Euler-Lagrange é obtida:

$$\frac{\partial \Delta\Pi}{\partial u} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial \Delta\Pi}{\partial u_x} \right) + \frac{d^2}{dx^2} \left(\frac{\partial \Delta\Pi}{\partial u_{xx}} \right) = M_z \phi_{xx} + EI_y u_{xxxx} = 0 \quad \text{Eq. 38}$$

A Eq. 38 pode ser determinada após integração e aplicação da condição de contorno natural, rotação nula nos apoios, e reescrita em função de u_{zz} como:

$$u_{xx} = -\frac{M_z \phi_x}{EI_y} \quad \text{Eq. 39}$$

A segunda equação de Euler-Lagrange resultante:

$$\frac{\partial \Delta \Pi}{\partial \phi} - \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial \Delta \Pi}{\partial \phi_x} \right) = -GJ\phi_{xx} + M_z u_{xx} = 0 \quad \text{Eq. 40}$$

Substituindo a Eq. 39 na Eq. 40:

$$-GJ\phi_{xx} + M_z \left(-\frac{M_z \phi}{EI_y} \right) = 0 \quad \text{Eq. 41}$$

Integrando a Eq. 41 em x :

$$\int_0^L \left[-GJ\phi_{xx} + M_z \left(-\frac{M_z \phi}{EI_y} \right) \right] dx = \frac{2(EI_y GJ \pi^2 - L^2 M_z)}{EI_y \pi L} = 0 \quad \text{Eq. 42}$$

Resolvendo a Eq. 42 para M_z temos a expressão que determina o momento crítico:

$$M_{crit,1,2} = \pm \frac{\pi \sqrt{EI_y GJ}}{L} \quad \text{Eq. 43}$$

3.1.3 Imperfeições geométricas

Considere agora uma viga com imperfeições geométricas iniciais variando de zero a valores centrais de δ_0 e α_0 , sendo δ_0 a imperfeição lateral e α_0 a imperfeição torsional. As funções que expressam tais deformações podem ser tomadas como:

$$u_0 = \delta_0 \sin \frac{\pi x}{L} \quad \text{Eq. 44}$$

$$\phi_0 = \alpha_0 \sin \frac{\pi x}{L} \quad \text{Eq. 45}$$

Posto isto a equação da variação da energia potencial estacionária (Eq. 21), considerando as imperfeições geométricas, pode ser redigida da seguinte maneira:

$$\Delta\Pi = \Delta\Pi(u - u_0, \phi - \phi_0) - \Delta\Pi(u_0, \phi_0) \quad \text{Eq. 46}$$

Tendo u_0 e ϕ_0 como as funções que expressam as imperfeições ao longo do comprimento da viga. Sendo assim temos o desenvolvimento da Eq. 46 como:

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{EI_y}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2}{dx^2} (u - u_0) \right)^2 dx + \frac{GJ}{2} \int_0^L \left(\frac{d}{dx} (\phi - \phi_0) \right)^2 dx \\ & - M_z \int_0^L \left(\frac{d}{dx} (u - u_0) \right) \left(\frac{d}{dx} (\phi - \phi_0) \right) dx \\ & - \frac{EI_y}{2} \int_0^L \left(\frac{d^2}{dx^2} (u_0) \right)^2 dx - \frac{GJ}{2} \int_0^L \left(\frac{d}{dx} (\phi_0) \right)^2 dx \\ & + M_z \int_0^L \left(\frac{d}{dx} (u_0) \right) \left(\frac{d}{dx} (\phi_0) \right) dx \end{aligned} \quad \text{Eq. 47}$$

Tomando a Eq. 47 como funcional e aplicando a equação de Euler-Lagrange teremos para as variáveis u e ϕ :

$$M_z(\phi - \phi_0)_{xx} + EI_y(u - u_0)_{xxxx} = 0 \quad \text{Eq. 48}$$

$$-GJ(\phi - \phi_0)_{xx} + M_z(u - u_0)_{xx} = 0 \quad \text{Eq. 49}$$

Considerando o impedimento à rotação torcional nos apoios, reescrevendo a Eq. 48 em função de u_{xx} e substituindo na Eq. 49:

$$GJ(\phi - \phi_0)_{xx} - M_z \left(u_0 - \frac{M_z(\phi - \phi_0)}{EI_y} \right) + M_z u_0 = 0 \quad \text{Eq. 50}$$

Integrando a Eq. 50 no domínio de 0 a L :

$$-\frac{2(EI_y GJ \pi^2 + L^2 M_z^2 \alpha_0 - L^2 M_z^2)}{LEI_y \pi} = 0 \quad \text{Eq. 51}$$

Resolvendo a Eq. 51 em termos de M_z é definida a expressão que possibilita a determinação aproximada do momento crítico considerando as imperfeições geométricas:

$$M_{crit,1,2} = \frac{\pm \pi \sqrt{(1 - \alpha_0) EI_y GJ}}{(\alpha_0 - 1)L} \quad \text{Eq. 52}$$

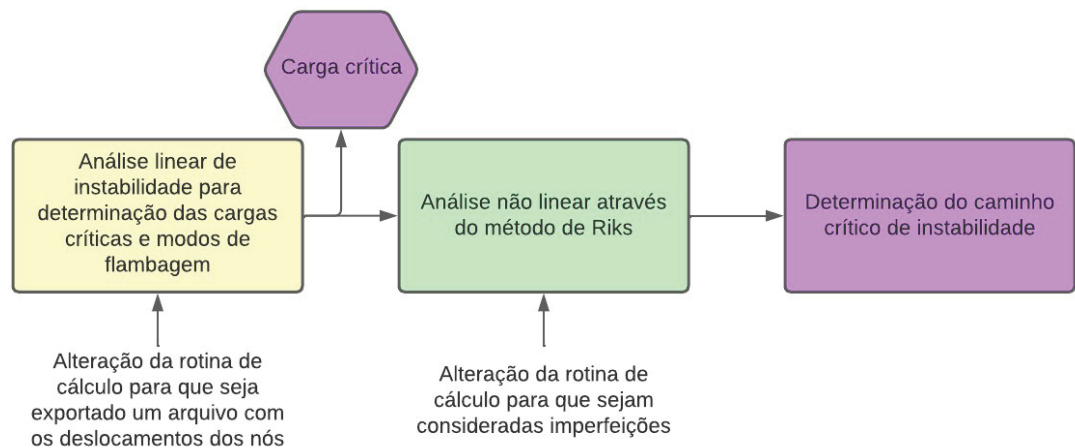
A Eq. 52 possui em seus termos o valor da imperfeição medida através do deslocamento angular α_0 , e não mais da excentricidade geométrica u_0 . Se comparado com as expressões obtidas pelas Eq. 35 e Eq. 43 o valor de M_{crit} será menor do que o considerado para uma situação sem imperfeições.

3.2 MODELO NUMÉRICO

O modelo numérico é desenvolvido utilizando-se o *software* Abaqus, ferramenta de Elementos Finitos para análise mecânica. O software possibilita a modelagem de elementos diversos, sob diferentes solicitações e distintas composições de materiais (DASSAULT SYSTEMES, 2011).

A análise realizada pelo *software* Abaqus será realizada em duas etapas distintas, conforme FIGURA 21. A primeira será realizada uma análise linear, a fim de determinar a carga crítica de instabilidade relacionada ao modelo constitutivo em análise. Já na segunda etapa será realizada uma análise não-linear, a fim de avaliar o comportamento da viga para imperfeições presentes na viga.

FIGURA 21 - ETAPAS DE CÁLCULO NA ANÁLISE NUMÉRICA



FONTE: Do Autor (2022)

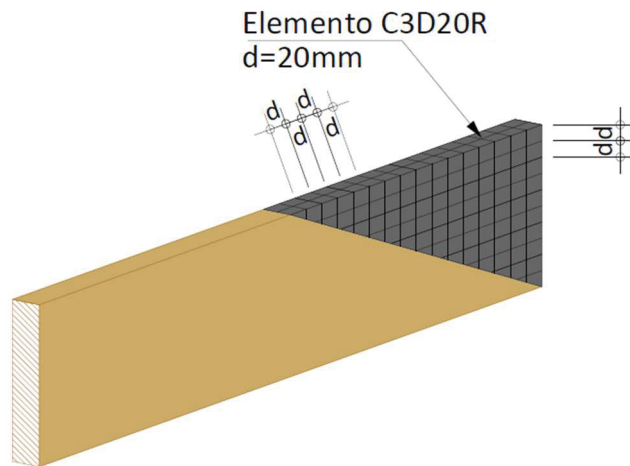
3.2.1 Definição dos elementos

Os modelos são constituídos de elementos tridimensionais expostos na FIGURA 22, sendo utilizado para a madeira elementos quadráticos com 20 nós e integração reduzida do tipo C3D20R (c), indicado para análises elásticas. Já as camadas de adesivo serão constituídas por elementos coesivos com 8 nós do tipo COH3D8 (d). (DASSAULT SYSTÈMES, 2011)

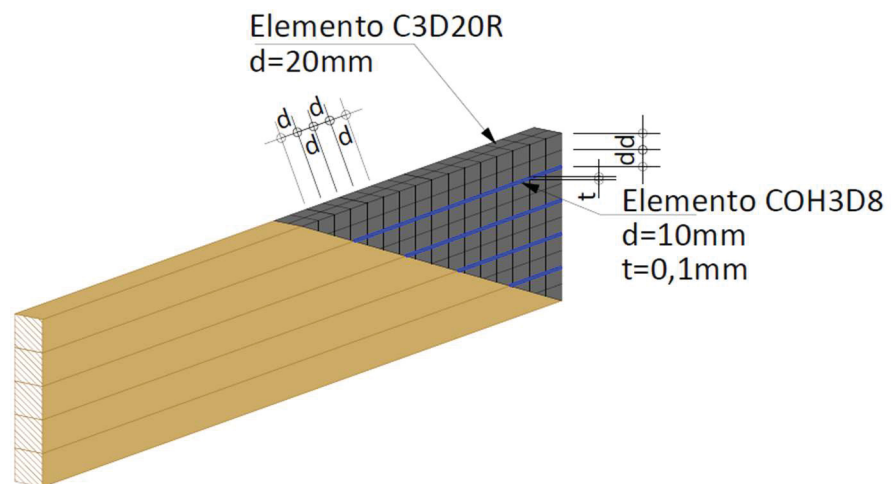
As vigas em seção maciça (Modelos 1 e 2) serão integralmente modeladas a partir de elementos C3D20R (a), com espaçamento de malha de 10mm, totalizando 16.000 elementos. Já as vigas em seção composta (Modelo 3) terão as lamelas de madeira modeladas em C3D20R com espaçamento de malha de 10mm e o adesivo através de elementos COH3D8 (b), com espaçamento de 5mm e espessura de 0,1mm, totalizando 19.200 elementos.

FIGURA 22 - TIPO DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADO NO MODELO NUMÉRICO

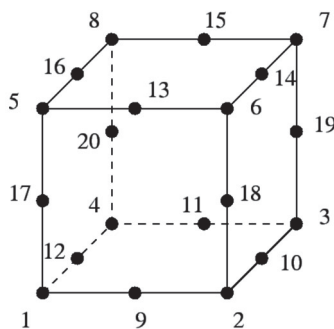
(a) Modelos 1 e 2



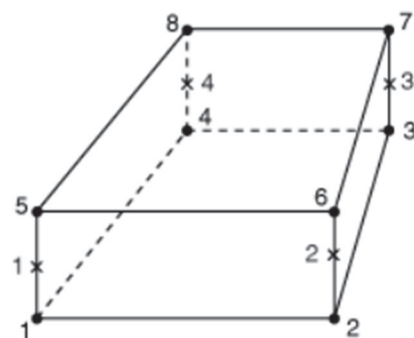
(b) Modelo 3



(c) - Elemento do tipo C3D20R



(d) - Elemento do tipo COH3D8



FONTE: Do Autor (2022)

3.2.2 Análise linear – determinação da carga crítica de instabilidade

A análise de autovalores de instabilidade é utilizada para estimar a carga crítica de estruturas esbeltas a partir do procedimento de perturbação linear da estrutura (DASSAULT SYSTÈMES, 2011). No geral problemas de autovalores envolvendo instabilidade podem ser resolvidos através da seguinte expressão:

$$(K_0^{NM} + \lambda_i K_{\Delta}^{NM})v_i^M = 0$$

Eq. 53

Onde K_0^{NM} é a matriz de rigidez da viga na sua configuração inicial, K_{Δ}^{NM} é a matriz de rigidez com os carregamentos e tensões considerados, λ_i as cargas críticas de instabilidade (autovalores) e v_i^M os modos de instabilidade (autovetores). Os índices N e M referem-se aos graus de liberdade do modelo e i ao modo de instabilidade.

A análise é realizada pelo método de iteração dos subespaços, que permite a determinação tanto dos autovalores quanto os autovetores do modelo (DASSAULT SYSTÈMES, 2011). O carregamento crítico é agrupado a cada dois valores, um positivo e outro negativo, para cada modo de flambagem real. Isto se dá devido a orientação do carregamento solicitante, onde o *software* avalia também a mudança de direção da solicitação. Portanto a análise linear busca determinar os 8 primeiros autovalores, referentes aos 4 autovalores reais e seus respectivos autovetores.

O modelo então é desenvolvido para duas etapas de análise: a configuração inicial da viga (estado base) e a etapa de análise de instabilidade, onde a solicitação tem valor unitário de forma a resultar em um autovalor igual a carga crítica.

3.2.3 Análise não-linear – avaliação da sensibilidade do modelo a imperfeições geométricas

A partir dos resultados obtidos na análise linear será determinado o caminho crítico de instabilidade considerando eventuais imperfeições geométricas na viga. Tal avaliação será realizada pelo método de Riks Modificado, método associado ao método do comprimento de arco de Newton-Raphson para resolução de problemas

de instabilidade (DASSAULT SYSTÈMES, 2011). O método consiste na determinação do caminho de equilíbrio da estrutura considerando a seguinte magnitude de carga:

$$P_{total} = P_0 + \lambda(P_{ref} - P_0);$$

Eq. 54

sendo P_{total} a carga de análise, P_0 o passo de carga já existente (*dead load*), P_{ref} a carga de referência e λ o fator de proporcionalidade de carga.

O fator de proporcionalidade de carga refere-se à proporção da carga solicitante que levará a um determinado deslocamento da estrutura. Para definição do valor da carga crítica limite para a situação com imperfeições será considerado o ponto de tangente nula da curva carregamento x deslocamento.

A consideração da imperfeição geométrica é definida através da superposição linear dos autovetores de instabilidade, partindo dos deslocamentos definidos na etapa linear. Portanto a imperfeição assume a forma de (DASSAULT SYSTÈMES, 2011):

$$\Delta x_i = \sum_{i=1}^M w_i \phi_i;$$

Eq. 55

onde ϕ_i é o modo de flambagem de ordem i e w_i é o fator de escala associado, atribuído a escala do modelo.

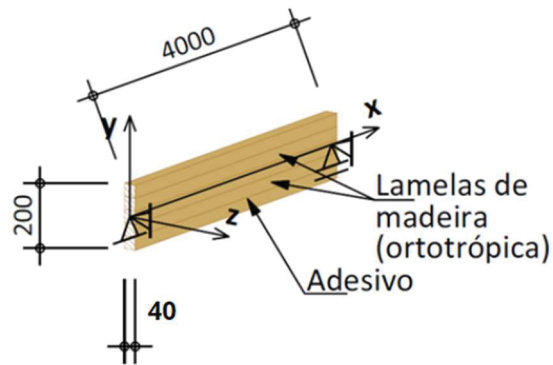
Como o modelo foi desenvolvido em milímetros, o fator de escala atribuído a análise corresponde a porcentagem relativa a 1 mm. A análise tem como limite quando o ponto central da viga atingir uma translação horizontal de 100mm.

3.3 TESTE DE CONVERGÊNCIA DE MALHA

O estudo de convergência de malha foi realizado para um modelo de viga em Madeira Lamelada Colada de configuração isoestática com comprimento de 4.000 mm, seção transversal retangular com 40mm de largura e 200mm de altura, composta por 5 lamelas de Eucalipto (*Eucalyptus Grandis*) com seção transversal quadrada de 40mm de largura e coladas entre si no sentido vertical conforme e com propriedades mecânicas dispostas por Abrantes (2012) e Azinovic et al (2019). As análises foram

realizadas no *software* de análise em Elementos Finitos Abaqus 2019, operado em sistema Dell G15 5511, processador Intel Core i5 11400H com 8 GB de memória RAM.

FIGURA 23 – VIGA ISOESTÁTICA PARA TESTE DE CONVERGÊNCIA



FONTE: Do autor (2022)

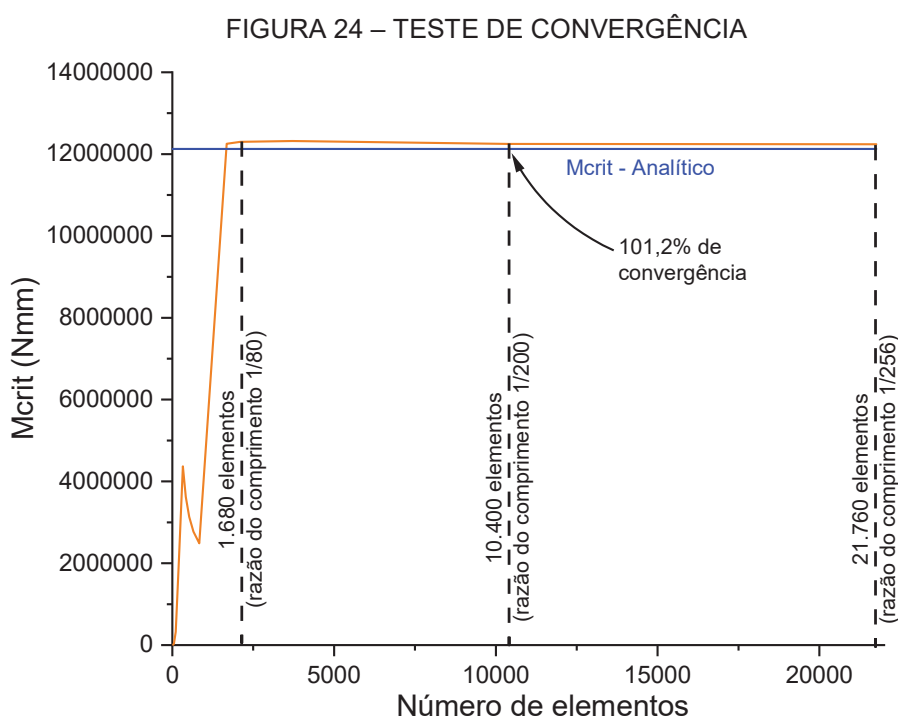
Foram desenvolvidos 15 modelos de teste, considerando como comprimento médio da malha o valor de $L/2^i$, onde L é o comprimento da viga e i é o índice relacionado com cada teste, conforme TABELA 6.

TABELA 6 – TAMANHO DA MALHA PARA TESTE DE CONVERGÊNCIA

i	2^i	Comprimento médio da malha – madeira (mm)	Comprimento médio da malha – adesivo (mm)	Total de elementos
1	2	2000	1000	26
2	4	1000	500	52
3	8	500	250	104
4	16	250	125	208
4,32	20	200	100	325
4,64	25	160	80	325
5	32	125	62,5	416
5,32	40	100	50	520
5,64	50	80	40	650
6	64	62,5	31,25	832
6,32	80	50	25	1680
6,64	100	40	20	2100
7	128	31,25	15,625	3712
8	200	20	10	10400
9	256	15,625	7,8125	21760

FONTE: Do autor (2022)

Com os modelos de teste definidos, determinou-se o valor de M_{crit} através da análise linear definida anteriormente. Tais resultados foram comparados com o valor de M_{crit} definido pela formulação analítica e apresentados na FIGURA 24. O Momento Crítico determinado em modelos com i maiores ou iguais a 5,64 apresentam proximidade com o resultado obtido por processo analítico. Com isto definiu-se o número de 10.400 para as análises sequentes, com comprimento médio de 20 mm para a madeira e 10 mm para o adesivo.

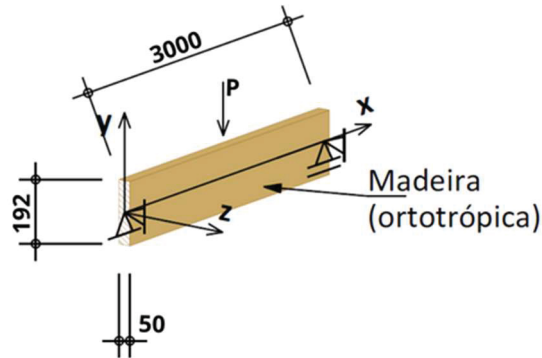


FONTE: Do autor (2022)

3.4 VALIDAÇÃO DA FERRAMENTA NUMÉRICA

Para a validação da ferramenta numérica é considerado o modelo constitutivo utilizado por Abrantes (2012) para avaliação numérica da instabilidade lateral em vigas de MLC solicitadas por uma carga pontual aplicada no meio do vão, conforme FIGURA 25. A viga possui 3.000 mm de vão, com seção retangular constante de 50 mm de largura e 192 mm de altura, modelada como elemento maciço ortotrópico com propriedades mecânicas apresentadas na TABELA 7. Abrantes (2012) obteve o valor de 51.504 N para a carga crítica em estudo numérico.

FIGURA 25 - MODELO DA VIGA UTILIZADA NA VALIDAÇÃO DA FERRAMENTA NUMÉRICA



FONTE: Abrantes (2012), adaptado pelo Autor

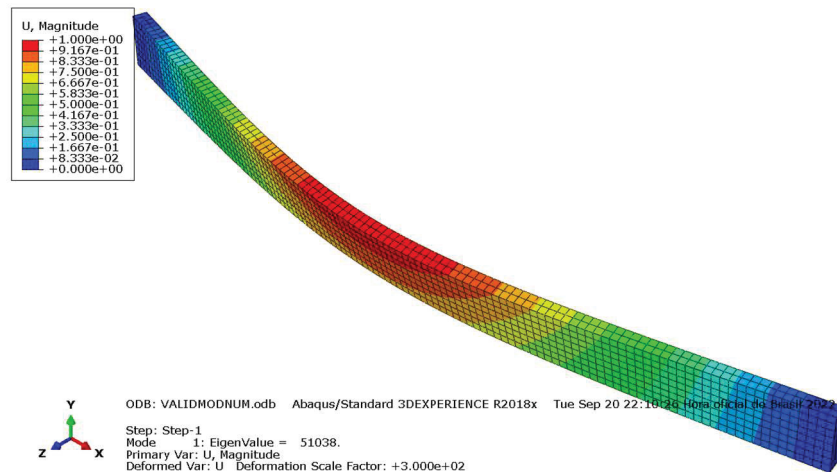
Para obtenção da carga crítica em uma viga isoestática solicitada por uma carga pontual aplicada no meio do vão, Timoshenko (1963) apresenta a formulação clássica:

$$P_{crit} = \frac{16,93\sqrt{EI_y GJ}}{L^2} \left(1 - \frac{3,48a}{L} \sqrt{\frac{EI_y}{GJ}} \right) \quad \text{Eq. 56}$$

onde P_{crit} é o valor da carga crítica pontual, E o módulo de elasticidade normal do material, I_y o momento de inércia em relação ao eixo y , G o módulo de elasticidade transversal do material, J o momento de inércia polar da seção transversal, L o comprimento da viga e a a distância entre a centroide da seção transversal e o ponto de aplicação da carga. Substituindo as características mecânicas e de rigidez da viga na Eq. 56 determinamos o valor de P_{crit} como 47.884,39 N.

O modelo numérico de validação seguiu as condições constitutivas apresentadas por Abrantes (2012), com o uso de elementos C3D20R e espaçamento médio da malha de 25mm. A carga crítica obtida (autovalor) para o primeiro modo de flambagem (autovetor) é de 51.038 N, conforme FIGURA 26. Os resultados obtidos apresentam aproximação de 106,59% aos determinados através da formulação clássica de Timoshenko e 99,10% de aproximação com os resultados obtidos por Abrantes (2012).

FIGURA 26 - CARGA CRÍTICA DE FLAMBAGEM PARA O MODELO DE VALIDAÇÃO NUMÉRICA



FONTE: Do Autor (2022)

3.5 MODELOS CONSTITUTIVOS

A madeira a ser considerada é o Eucalipto (*Eucalyptus Grandis*), com propriedades consultadas em Abrantes (2012) e expostas na TABELA 7. Para o modelo isotrópico, serão considerados o Módulo de Elasticidade no sentido longitudinal e o Coeficiente de Poisson na direção longitudinal – radial.

TABELA 7 – PROPRIEDADES MECÂNICAS DO EUCALIPTUS GRANDIS

	$E_{ll} = 12.813 \text{ MPa}$
	$E_{rr} = 1.524 \text{ MPa}$
	$E_{tt} = 769 \text{ MPa}$
	$\nu_{lr} = 0,370 \quad \nu_{rl} = 0,044$
	$\nu_{rt} = 0,550 \quad \nu_{tr} = 0,330$
	$\nu_{lt} = 0,450 \quad \nu_{tl} = 0,027$
	$G_{lr} = 4.676 \text{ MPa}$
	$G_{rt} = 4.133 \text{ MPa}$
	$G_{lt} = 4.418 \text{ MPa}$

FONTE: Adaptado de Abrantes (2012)

Já o elemento coesivo foi modelado com elementos do tipo COH3D8 com 0,1 mm de espessura, caracterizados a partir de quatro propriedades distintas: a rigidez normal e ao cisalhamento do adesivo; a máxima tensão limite resistente do adesivo; o comportamento da delaminação do adesivo, caracterizado como dano por tensões

de tração e com deslocamento limite; e o coeficiente de estabilização de dano em elementos coesivos. Estes valores estão dispostos na TABELA 8.

TABELA 8 – PROPRIEDADES MECÂNICAS DO ADESIVO

Tensão normal limite do adesivo	$\sigma = 5,00 \text{ MPa}$
Tensão de cisalhamento limite do adesivo	$\tau_1 = \tau_2 = 1,50 \text{ MPa}$
Rigidez normal e transversal do adesivo	$K_{nn} = K_{tt,1} = K_{tt,2} = 500 \text{ N/mm}^3$
Deslocamento limite a tração do adesivo	$\delta_f = 1,5 \text{ mm}$
Coeficiente de estabilização	$\eta = 0,005$

FONTE: Do Autor (2022)

O objeto de análise deste estudo é uma viga com seção transversal retangular, possuindo 400 centímetros de comprimento, 20 centímetros de altura e largura variável e relacionada através do índice de esbeltez b/L . A partir da definição do índice de esbeltez são definidas as larguras, conforme TABELA 9.

TABELA 9 – GEOMETRIA DA VIGA EM ANÁLISE

Comprimento (L)	Altura (h)	Largura	Índice de esbeltez (b/L)
400,00 cm	20,00 cm	4,00 cm	5,0
		5,00 cm	5,0
		6,66 cm	6,0

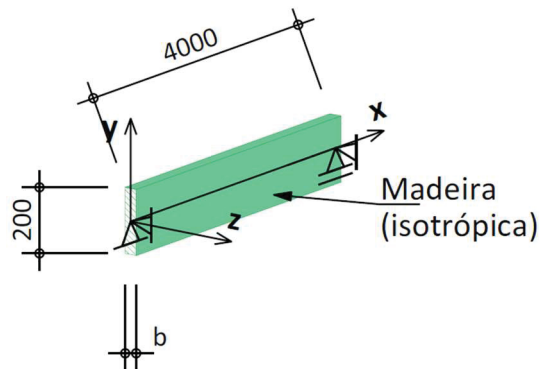
FONTE: Do autor (2022)

Os modelos devem possuir características similares a uma viga isoestática em plano bidimensional. Portanto em uma das extremidades da viga foi considerado o impedimento à translação no sentido longitudinal (x) e vertical (y). Já na outra extremidade foi considerado o impedimento à translação no sentido vertical (y). Para garantir a similaridade do modelo tridimensional a uma viga analisada no plano bidimensional foram também considerados os impedimentos, em cada extremidade, à translação no sentido transversal (z). As vigas serão solicitadas por um momento fletor constante em toda sua extensão.

O primeiro modelo de análise consiste em uma viga homogênea de madeira com material de características isotrópicas, constituída de elementos do tipo C3D20R

(FIGURA 27). Este modelo é proposto para a validação direta entre a formulação analítica e o modelo numérico proposto.

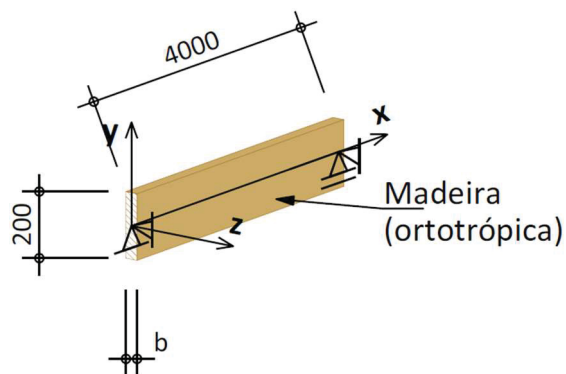
FIGURA 27 - MODELO 1: VIGA MACIÇA COM PROPRIEDADES ISOTRÓPICAS



FONTE: Do autor (2022)

O segundo modelo de análise consiste em uma viga homogênea de madeira com material de características ortotrópicas, constituída de elementos do tipo C3D20R (FIGURA 28). Este modelo é proposto para a avaliação da diferença entre a definição do material como isotrópico e ortotrópico.

FIGURA 28 - MODELO 2: VIGA MACIÇA COM PROPRIEDADES ORTOTRÓPICAS

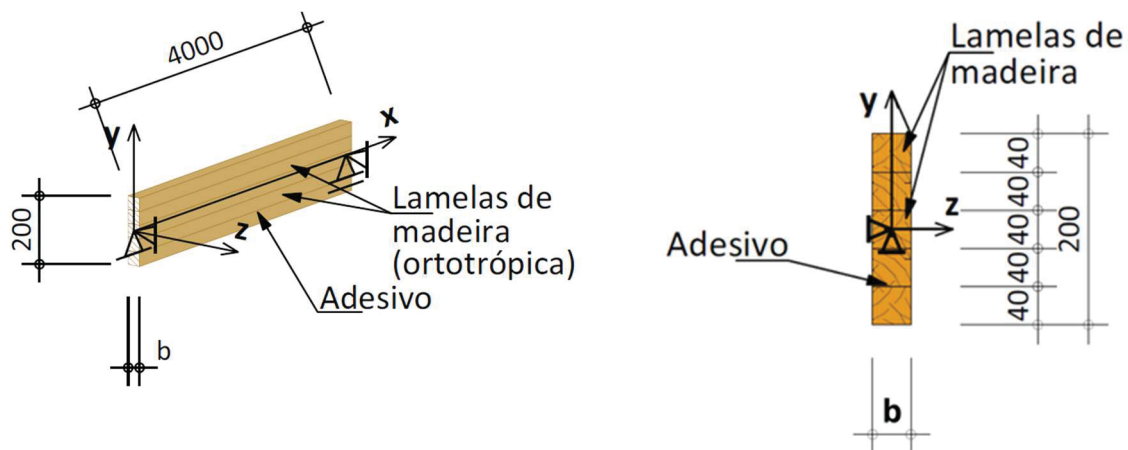


FONTE: Do autor (2022)

O modelo 3 consiste em um material compósito. A modelagem do elemento coesivo buscou caracterizar os dois elementos constituintes da viga de forma distinta, proposta similar às características de uma viga de Madeira Lamelada Colada. As lamelas de madeira foram caracterizadas como elemento elástico com características ortotrópicas e constituídas de elementos do tipo C3D20R ligadas entre si através de

uma camada de adesivo com 0,1mm de espessura. As lamelas de madeira possuem 4 cm de espessura, totalizando 5 lamelas de madeira coladas através de 4 camadas de adesivo (FIGURA 29).

FIGURA 29 - MODELO 2: VIGA COM LAMELAS EM MADEIRA DE PROPRIEDADE ORTOTRÓPICA E ADESIVO COM PROPRIEDADE COESIVA



FONTE: Do autor (2022)

3.5.1 Variação da espécie de madeira

Os modelos 1, 2 e 3 também servirão como base para a análise de instabilidade com a variação de espécies de madeira, com o intuito de avaliar ao impacto da homogeneidade das propriedades mecânicas entre os modelos maciço isotrópicos, maciço ortotrópico e com lamelas de madeira maciça ortotrópica ligadas por um adesivo com características coesivas. Para isto serão considerados os mesmos três modelos constitutivos dispostos para a análise linear, a fim de determinar os valores de M_{crit} e os respectivos modos de flambagem.

As espécies consideradas são o Eucalipto (*Eucalyptus Grandis*), o Pinus (*Pinus elliottii*), o Abeto-de-Douglas (*Pseudotsuga menziensis*) e o Cedrinho (*Erismia uncinatum Warm*). A primeira segue a mesma considerada na análise de variação paramétrica da geometria, e as três últimas com propriedades consultadas em USDA (2010) As propriedades mecânicas de cada espécie estão apresentadas na TABELA 10.

TABELA 10 - PROPRIEDADES MECÂNICAS DAS MADEIRAS

	Eucalipto (<i>Eucalyptus</i> <i>Grandis</i>)	Pinus (<i>Pinus elliottii</i>)	Abeto de Douglas (<i>Pseudotsuga</i> <i>menziensis</i>)	Cedrinho (<i>Erisma</i> <i>uncinatum Warm</i>)
E_{ll}	12.813 MPa	13.700 MPa	12.600 MPa	7.700 MPa
E_{rr}	769 MPa	1.013,8 MPa	856,8 MPa	423,5 MPa
E_{tt}	1.524 MPa	616,5 MPa	630 MPa	623,7 MPa
ν_{lr}	0,370	0,392	0,292	0,337
ν_{rt}	0,550	0,447	0,390	0,340
ν_{lt}	0,450	0,444	0,449	0,458
G_{lr}	4.676 MPa	4.921 MPa	4.876 MPa	2.880 MPa
G_{rt}	4.133 MPa	4.744 MPa	4.348 MPa	2.873 MPa
G_{lt}	4.418 MPa	4.734 MPa	4.532 MPa	2.641 MPa

FONTE: Adaptado de USDA (2010) e Abrantes (2012)

Das espécies selecionadas duas são Folhosas (*hardwood*), sendo o Eucalipto espécie exótica cultivada em áreas de reflorestamento no Brasil e o Cedrinho espécie nativa da Amazônia brasileira. As duas outras, Pinus e Abeto-de-Douglas, são espécies de Coníferas (*softwood*) exóticas. O Abeto-de-Douglas é nativo da América do Norte, já o Pinus cultivado em reflorestamento (IBA, 2020). As quatro espécies foram selecionadas pelo seu uso na confecção de MLC, já que são macias, com menor densidade de massa (cerca de 550 kg/m³ a 15% de umidade de equilíbrio da madeira) e de fácil impregnação de preservantes.

3.5.2 Variação do tipo de carregamento solicitante

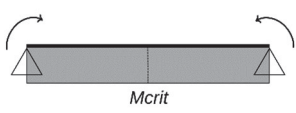
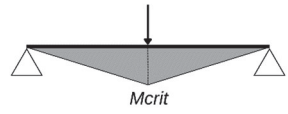
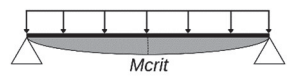
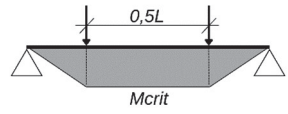
O Modelo 3 servirá como base para uma análise linear com diversas disposições de carregamento, visto que as análises anteriores apenas descrevem um momento fletor constante em toda a extensão da viga. O Eurocode 5 (CEN, 2004) define na Eq. 15 o cálculo da tensão normal crítica que leva à instabilidade lateral da viga. Sabendo que M_{crit} é igual ao produto da tensão crítica σ_{crit} pelo módulo de resistência W , temos como expressão de M_{crit} de acordo com o Eurocode 5 (CEN, 2004) como:

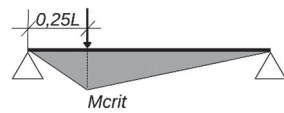
$$M_{crit} = \frac{\pi\sqrt{EIGJ}}{L_{ef}};$$

Eq. 57

O comprimento efetivo L_{ef} , como descrito em 2.11, depende diretamente das condições de contorno e de carregamentos solicitantes. Definindo o índice m de correção desta distorção entre tipo de carregamento como a razão entre o comprimento efetivo e o comprimento real da viga, Negrão e Faria (2009) indica que o fator $1/m$ pode ser definido como a razão entre M_{crit} de uma viga com um determinado tipo de carregamento e de uma viga sob flexão constante. A partir disto temos na TABELA 11 os valores de m .

TABELA 11 – FATOR M DE CORREÇÃO DO TIPO DE CARREGAMENTO

Tipo de carregamento		m
	Momento constante em todo o vão	1,0
	Momento máximo em um dos apoios	0,57
	Momento máximo em sentidos contrários, em cada apoio	0,43
	Carga pontual aplicada no centro do vão	0,74
	Carga uniforme distribuído ao longo do vão	0,88
	Duas cargas pontuais simétricas distantes em 0,5L	0,96



Uma carga pontual
aplicada a $0,25L$ do apoio 0,69

FONTE: Negrão e Faria (2009) adaptado pelo Autor.

Com base nisso realiza-se uma análise considerando os tipos de carregamento expostos na TABELA 11 a fim determinar o fator m e compará-lo com o exposto por Negrão e Faria (2009) e às proposições do Eurocode 5 (CEN, 2004) dispostas no item 2.11.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 ANÁLISE LINEAR – DETERMINAÇÃO DE MCRIT

A avaliação do Momento Crítico (M_{crit}) considerando a variação paramétrica da geometria, considera a variação da largura da viga entre 40 mm, 50 mm e 66,67 mm, respectivamente índices de esbeltez lateral L/b de 5, 4 e 3.

As propriedades do *Eucalyptus Grandis*, serão aplicadas em um modelo maciço isotrópico, em um modelo maciço ortotrópico e em um modelo com lamelas maciças ortotrópicas ligadas por um adesivo coesivo, além de servir como base para a determinação de M_{crit} pelo processo analítico. A partir da Eq. 43 temos o valor de M_{crit} para as três geometrias de viga, como exposto na TABELA 12.

TABELA 12 - VALORES DE MCRIT PELA AVALIAÇÃO ANALÍTICA

Viga	L/b	I_y	J	M_{crit}
$L = 4.000 \text{ mm}$				
$h = 200 \text{ mm}$	5,0	$1.066.666,67 \text{ mm}^4$	$3.729.138,35 \text{ mm}^4$	$12.124.704,29 \text{ Nmm}$
$b = 40 \text{ mm}$				
$L = 4.000 \text{ mm}$				
$h = 200 \text{ mm}$	4,0	$2.083.333,33 \text{ mm}^4$	$7.021.260,58 \text{ mm}^4$	$23.250.884,17 \text{ Nmm}$
$b = 50 \text{ mm}$				
$L = 4.000 \text{ mm}$				
$h = 200 \text{ mm}$	3,0	$4.938.271,60 \text{ mm}^4$	$15.609.205,91 \text{ mm}^4$	$53.374.084,23 \text{ Nmm}$
$b = 66,67 \text{ mm}$				

FONTE: Do Autor (2022)

4.1.1 Análise Linear – Modelo 1

Para o Modelo 1, com características isotrópicas em seção maciça, foram determinados os 10 primeiros autovetores (modos de flambagem) e seus respectivos autovalores (carga crítica), expostos na TABELA 13. Os autovalores são simétricos a cada par de autovetores devido a configuração natural do problema. Portanto serão considerados como carga crítica o primeiro autovalor positivo determinado nas análises, em $M_{crit} = 12.416.160 \text{ Nmm}$ para largura de 40 mm, $M_{crit} = 23.769.370 \text{ Nmm}$ para largura de 50 mm e $M_{crit} = 54.383.830 \text{ Nmm}$ para largura de 66,67 mm.

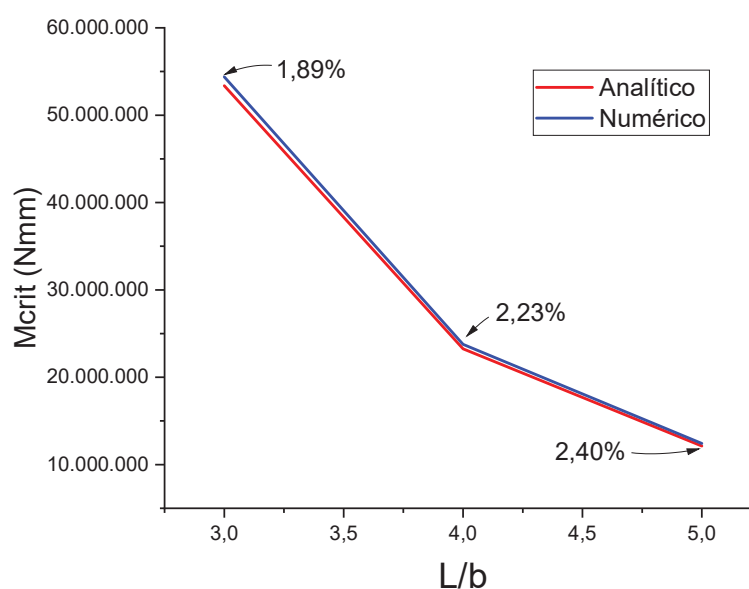
TABELA 13 - VALORES DE MCRIT PARA A VIGA NA CONFIGURAÇÃO MACIÇA ISOTRÓPICA (MODELO 1)

Modo de flambagem	M_{crit} $L/b = 5,0$	M_{crit} $L/b = 4,0$	M_{crit} $L/b = 3,0$
1	12.416.160,00 Nmm	-23.769.370,00 Nmm	-54.383.830,00 Nmm
2	-12.416.160,00 Nmm	23.769.370,00 Nmm	54.383.830,00 Nmm
3	24.867.360,00 Nmm	-47.590.040,00 Nmm	-108.815.800,00 Nmm
4	-24.867.360,00 Nmm	47.590.040,00 Nmm	108.815.800,00 Nmm
5	37.387.990,00 Nmm	71.513.480,00 Nmm	163.341.130,00 Nmm
6	-37.387.990,00 Nmm	-71.513.480,00 Nmm	-163.341.130,00 Nmm
7	-50.011.080,00 Nmm	95.586.410,00 Nmm	218.001.600,00 Nmm
8	50.011.080,00 Nmm	-95.586.410,00 Nmm	-218.001.600,00 Nmm
9	-62.767.740,00 Nmm	119.853.400,00 Nmm	272.854.000,00 Nmm
10	62.767.750,00 Nmm	-119.853.400,00 Nmm	-272.854.000,00 Nmm

FONTE: Do Autor (2022)

Por considerar somente a característica isotrópica do material, tanto a expressão analítica quanto o modelo numérico possuem valores próximos, com convergência de 97,87% conforme FIGURA 30. Nota-se uma maior convergência ao aumentar a largura da viga, devido ao maior número de elementos que constituem o modelo numérico.

FIGURA 30 - VARIAÇÃO ENTRE MCRIT OBTIDO PELA FORMULAÇÃO NUMÉRICA E ANALÍTICA



FONTE: Do Autor (2022)

4.1.2 Análise Linear – Modelo 2

Para o Modelo 2, com características ortotrópicas em seção maciça, foram determinados os 10 primeiros autovetores (modos de flambagem) e seus respectivos autovalores (carga crítica), expostos na TABELA 14. Os autovalores são simétricos a cada par de autovetores devido a configuração natural do problema. Portanto serão considerados como carga crítica o primeiro autovalor positivo determinado nas análises, em $M_{crit} = 12.366.970 \text{ Nmm}$ para largura de 40 mm, $M_{crit} = 23.662.390 \text{ Nmm}$ para largura de 50 mm e $M_{crit} = 54.082.400 \text{ Nmm}$ para largura de 66,67 mm.

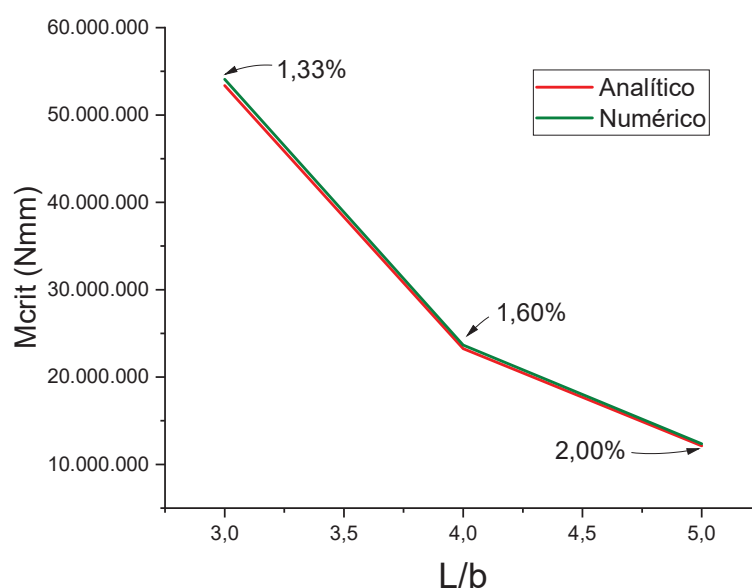
TABELA 14 - VALORES DE MCRIT PARA A VIGA NA CONFIGURAÇÃO MACIÇA ORTOTRÓPICA (MODELO 2)

Modo de flambagem	M_{crit} $L/b = 5,0$	M_{crit} $L/b = 4,0$	M_{crit} $L/b = 3,0$
1	-12.366.970,00 Nmm	23.662.390,00 Nmm	-54.082.400,00 Nmm
2	12.366.970,00 Nmm	-23.662.390,00 Nmm	54.082.400,00 Nmm
3	-24.755.020,00 Nmm	47.355.890,00 Nmm	-108.177.400,00 Nmm
4	24.755.020,00 Nmm	-47.355.890,00 Nmm	108.177.400,00 Nmm
5	-37.186.140,00 Nmm	71.112.100,00 Nmm	-162.295.800,00 Nmm
6	37.186.140,00 Nmm	-71.112.100,00 Nmm	162.295.800,00 Nmm
7	-49.683.760,00 Nmm	94.963.540,00 Nmm	-216.446.000,00 Nmm
8	49.683.760,00 Nmm	-94.963.540,00 Nmm	216.446.000,00 Nmm
9	-62.273.830,00 Nmm	118.943.700,00 Nmm	-270.634.200,00 Nmm
10	62.273.830,00 Nmm	-118.943.700,00 Nmm	270.634.200,00 Nmm

FONTE: Do Autor (2022)

Nota-se que mesmo considerando o material com características ortotrópicas, o modelo numérico apresenta valores próximos aos determinados via formulação analítica conforme FIGURA 31, com aproximação média de 98,33%. Assim como no modelo numérico isotrópico há uma maior convergência com o aumento da largura da viga, devido ao maior número de elementos que constituem o modelo numérico.

FIGURA 31 - VARIAÇÃO ENTRE MCRIT OBTIDO PELA FORMULAÇÃO NUMÉRICA E ANALÍTICA



FONTE: Do Autor (2022)

4.1.3 Análise Linear – Modelo 3

Para o Modelo 3, com lamelas maciças em material ortotrópico e coladas por adesivo com propriedades coesivas, foram determinados os 10 primeiros autovetores (modos de flambagem) e seus respectivos autovalores (carga crítica), expostos na TABELA 15. Os autovalores são simétricos a cada par de autovetores devido a configuração natural do problema. Portanto serão considerados como carga crítica o primeiro autovalor positivo determinado nas análises, em $M_{crit} = 12.366.970 \text{ Nmm}$ para largura de 40 mm, $M_{crit} = 23.662.390 \text{ Nmm}$ para largura de 50 mm e $M_{crit} = 54.082.400 \text{ Nmm}$ para largura de 66,67 mm.

TABELA 15 - VALORES DE MCRIT PARA A VIGA NA CONFIGURAÇÃO COM LAMELAS DE MADEIRA LIGADAS POR ADESIVO (MODELO 3)

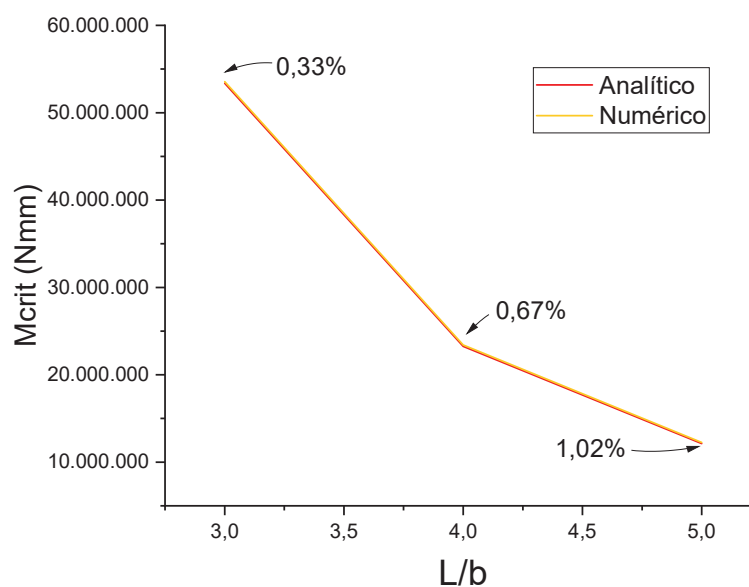
Modo de flambagem	M_{crit} $L/b = 5,0$	M_{crit} $L/b = 4,0$	M_{crit} $L/b = 3,0$
1	-12.366.970,00 Nmm	23.662.390,00 Nmm	-54.082.400,00 Nmm
2	12.366.970,00 Nmm	-23.662.390,00 Nmm	54.082.400,00 Nmm
3	-24.755.020,00 Nmm	47.355.890,00 Nmm	-108.177.400,00 Nmm
4	24.755.020,00 Nmm	-47.355.890,00 Nmm	108.177.400,00 Nmm

5	-37.186.140,00 Nmm	71.112.100,00 Nmm	-162.295.800,00 Nmm
6	37.186.140,00 Nmm	-71.112.100,00 Nmm	162.295.800,00 Nmm
7	-49.683.760,00 Nmm	94.963.540,00 Nmm	-216.446.000,00 Nmm
8	49.683.760,00 Nmm	-94.963.540,00 Nmm	216.446.000,00 Nmm
9	-62.273.830,00 Nmm	118.943.700,00 Nmm	270.634.200,00 Nmm
10	62.273.830,00 Nmm	-118.943.700,00 Nmm	-270.634.200,00 Nmm

FONTE: Do Autor (2022)

Há uma significativa aproximação entre o modelo numérico e a formulação analítica, mesmo que o modelo numérico possua características distintas ao aplicado na avaliação analítica. O Modelo 3 possui uma rigidez menor que o avaliado nos Modelos 1 e 2 pelo fato de considerar também as propriedades do adesivo entre lamelas, porém ainda assim ligeiramente maior que os resultados analíticos conforme FIGURA 32, com uma aproximação média de 99,33%.

FIGURA 32 - VARIAÇÃO ENTRE MCrit OBTIDO PELA FORMULAÇÃO NUMÉRICA E ANALÍTICA

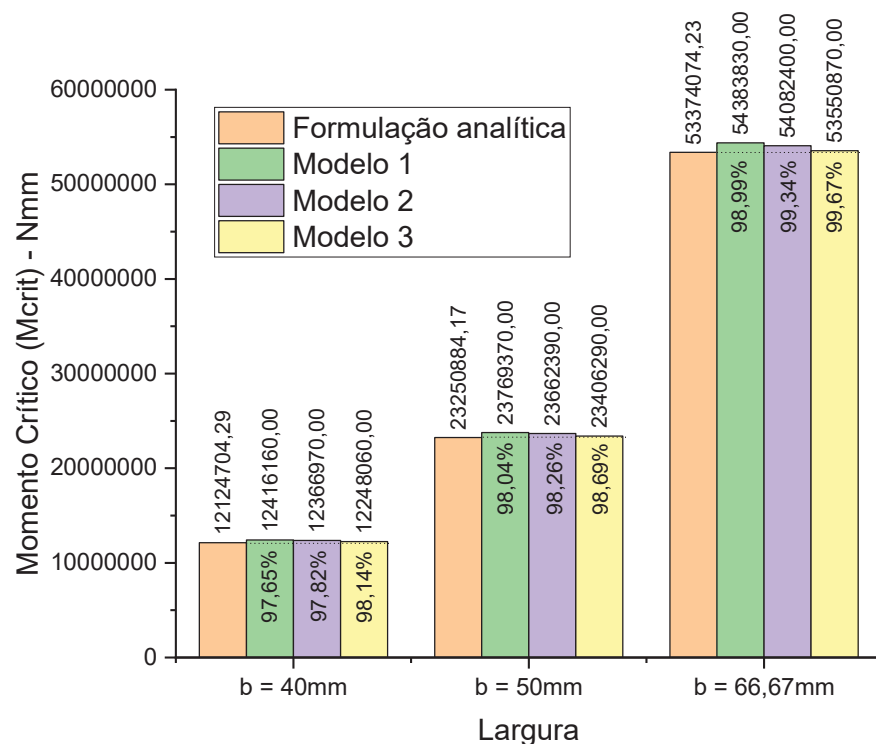


FONTE: Do Autor (2022)

4.1.4 Avaliação comparativa entre os resultados da Análise Linear com variação paramétrica da largura

Os resultados obtidos nas análises lineares considerando a variação paramétrica da largura permitem concluir que a formulação analítica para determinação de M_{crit} é assertiva, já que a variação entre os valores obtidos pela formulação e os modelos numéricos possuem uma aproximação acima de 98%, conforme exposto na FIGURA 33. A diferença entre valores dar-se-á pela simplificação realizada através do Método dos Elementos Finitos. A alta convergência é devido ao tamanho da malha, qual possui dimensão média aproximada de $b/4$ (10mm a 16,67mm).

FIGURA 33 - COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS OBTIDOS PELA ANÁLISE LINEAR



FONTE: Do Autor (2022)

Os resultados obtidos no Modelo 1 são maiores que os observados nos Modelos 2 e 3, já que a configuração isotrópica apresenta maior rigidez que as ortotrópicas. O Modelo 3, que possui uma maior fidelidade às características da Madeira Lamelada Colada, apresenta os menores valores entre os três modelos devido tanto pela ortotropia do material quanto a consideração da rigidez do adesivo.

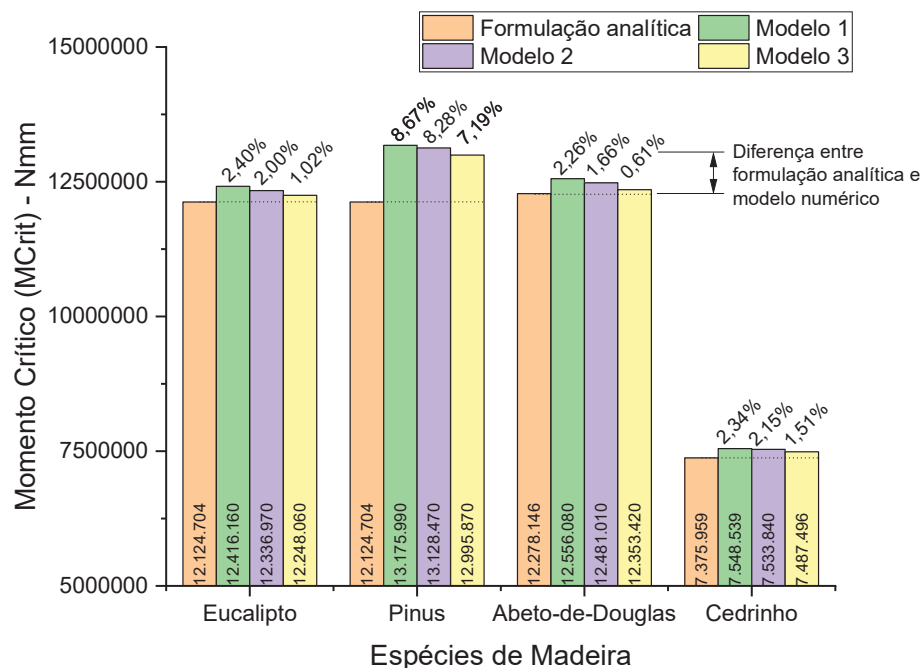
Portanto é possível concluir que para as vigas em *Eucalyptus Grandis* e as demais considerações dispostas na caracterização do modelo constitutivo, o uso da

formulação analítica para determinação de M_{crit} é produz resultados equivalentes aos obtidos pela análise numérica, independentemente da caracterização ortotrópica maciça ou com lamelas de madeira ortotrópicas ligadas por adesivo.

4.1.5 Avaliação do Momento Crítico com variação da espécie de madeira

A avaliação do Momento Crítico (M_{crit}) considerando a variação de espécies exposto em 3.5.1 tem como fim discutir a homogeneidade entre as propriedades elásticas para as três direções principais (longitudinal, radial e transversal). Os autovetores e autovalores foram determinados para os modelos 1, 2 e 3 (maciço isotrópico, maciço ortotrópico e lamelas em madeira ligadas por adesivo, respectivamente) considerando as 4 espécies definidas anteriormente. A partir da Eq. 43 temos o valor de M_{crit} pela formulação analítica e os valores de M_{crit} determinados através de análise numérica, como exposto na FIGURA 34.

FIGURA 34 - AVALIAÇÃO COMPARATIVA DE MCRIT COM VARIAÇÃO DE ESPÉCIE



FONTE: Do Autor (2022)

Os resultados obtidos possuem diferentes graus de assertividade. Para o Eucalipto as análises apresentaram 98,23% de convergência, assim como 92,55%

para o Pinus, 98,52% para o Abeto-de-Douglas e 98,13% para o Cedrinho, conforme FIGURA 34. A diferença entre valores se dá tanto pela simplificação realizada através do Método dos Elementos Finitos quanto pela não homogeneidade entre as características mecânicas de cada espécie. O Modelo 1 apresenta uma maior rigidez se comparado aos Modelos 2 e 3, devido sua característica maciça isotrópica. O Modelo 3 apresenta uma menor rigidez se comparado com o Modelo 2 pela consideração do adesivo entre lamelas de madeira (situação próxima à Madeira Lamelada Colada). Esta diferença entre valores obtidos pela análise numérica e formulação analítica é menor em madeiras de espécies mais homogêneas, como o Eucalipto, Abeto-de-Douglas e o Cedrinho, e maior em madeiras menos homogêneas, como o Pinus. Com isto é possível concluir que a formulação analítica possui uma boa assertividade, porém com resultados ligeiramente conservadores se comparados com os modelos numéricos.

4.1.6 Avaliação do tipo de carregamento solicitante

A avaliação do tipo de carregamento solicitante, disposto em 3.5.2, visa comparar a razão entre o Momento Crítico determinado através das análises realizadas em 4.1 para o Modelo 3, e avaliar os resultados obtidos com os fatores apresentados por Negrão e Faria (2009) e Eurocode 5 (CEN, 2004).

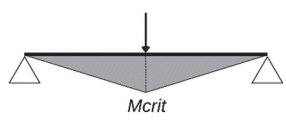
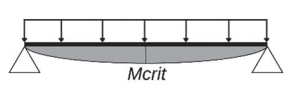
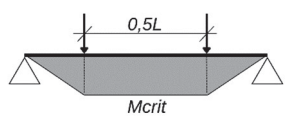
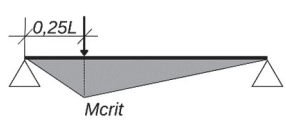
Foram determinados o primeiro autovalor (Momento Crítico) para 18 modelos numéricos, com variação sobre o carregamento solicitante e variação paramétrica da largura da viga conforme TABELA 16. A partir do M_{crit} foi determinado o fator de correção m , e comparado com os valores expostos por Negrão e Faria (2009).

O resultado obtido para a viga (a) coincide com o valor referencial exposto, com o fator m médio de 0,57. Já para as vigas (b), (c), (e) e (f) o resultado obtido é próximo ao valor referencial. O fator m médio calculado para a viga (b) é de 0,39, 10,26% menor que o valor de referência. O fator m médio calculado para a viga (c) é de 0,79, 6,76% maior que o valor de referência. O fator m médio calculado para a viga (e) é de 1,00, 5,21% maior que o valor de referência. Assim como o fator m médio calculado para a viga (f) é de 0,73, 5,80% maior que o valor de referência.

Já para a viga (d) o fator m médio calculado é de 0,68, 77,27% do valor do fator m de referência, que é 0,88. Para a viga (d) nota-se uma variação significativa

entre os fatores m para cada variação de largura da viga, onde o fator m aumenta ao passo da diminuição da esbeltez da viga.

TABELA 16 – MOMENTO CRÍTICO CALCULADO PARA DIVERSOS TIPOS DE CARREGAMENTO

Carregamento	M_{crit} (m)			m Médio	m Ref.
	$L/b = 5,0$	$L/b = 4,0$	$L/b = 3,0$		
(a)					
	21.778.510,00 Nmm (0,57)	23.622.390,00 Nmm (0,57)	54.082.400,00 Nmm (0,57)	0,57	0,57
(b)					
	32.012.230,00 Nmm (0,39)	41.603.950,00 Nmm (0,39)	95.114.890,00 Nmm (0,39)	0,39	0,43
(c)					
	15.718.840,00 Nmm (0,79)	61.063.200,00 Nmm (0,79)	139.181.100,0 Nmm (0,79)	0,79	0,74
(d)					
	23.825.368,00 Nmm (0,52)	30.014.380,00 Nmm (0,65)	68.594.920,00 Nmm (0,87)	0,68	0,88
(e)					
	12.317.530,00 Nmm (1,00)	36.396.272,00 Nmm (1,00)	62.470.280,00 Nmm (1,01)	1,00	0,96
(f)					
	16.914.735,00 Nmm (0,73)	23.524.520,00 Nmm (0,73)	53.778.130,00 Nmm (0,73)	0,73	0,69

FONTE: Do Autor (2022)

Comparando estes resultados às disposições do Eurocode 5 (CEN, 2004) expostas na TABELA 17 podemos concluir que a o modelo numérico apresentou resultados assertivos para a viga solicitada à uma carga concentrada aplicada no meio do vão, com fator m calculado em 0,79, 1,27% menor que o valor de referência de 0,80.

TABELA 17 – COMPARAÇÃO ENTRE O FATOR M CALCULADO E O APRESENTADO PELO EUROCODE 5

Tipo de viga	Tipo de carregamento	L_{ef}/L	m médio
		Eurocode 5	Calculado
Vão simples	Momento constante	1,00	1,00
	Carregamento distribuído uniformemente	0,90	0,68
	Carga concentrada aplicada no meio do vão	0,80	0,79

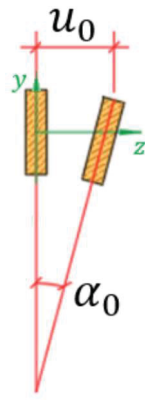
FONTE: Do Autor (2022)

Já para a viga solicitada a um carregamento uniforme distribuído o valor normativo de referência é significativamente superior, com o fator m médio calculado em 0,58, 73,08% do valor de referência de 0,90. Porém observa-se que com o aumento da largura da viga o fator m aumenta sensivelmente, aproximando-se do fator m indicado em norma. Ou seja, a viga em situação mais esbelta ($L/b = 5,0$) mostrou-se mais sensível à instabilidade do que a viga em situação menos esbelta ($L/b = 3,0$).

4.2 ANÁLISE NÃO-LINEAR – IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS

A análise não-linear foi realizada para a viga com largura de 40 mm, aplicada sobre o Modelo 3 (lamelas maciças em material ortotrópico e coladas por adesivo com propriedades coesivas). Como imperfeição geométrica foram utilizados valores de expostos na TABELA 18.

TABELA 18 - IMPERFEIÇÕES E FATORES DE ESCALA ATRIBUIDOS AO MODELO NA ANÁLISE NÃO-LINEAR



Imperfeição	Fator de escala	u_0/b	Ângulo	
u_0			α_0	
1 mm	1,0	0,025	0,001 rad	0,29°
2 mm	2,0	0,05	0,01 rad	0,57°
4 mm	4,0	0,10	0,02 rad	1,15°
6 mm	6,0	0,15	0,03 rad	1,72°
8 mm	8,0	0,20	0,04 rad	2,29°
10 mm	10,0	0,25	0,05 rad	2,86°
12 mm	12,0	0,30	0,06 rad	3,43°
14 mm	14,0	0,35	0,07 rad	4,00°
16 mm	16,0	0,40	0,08 rad	4,57°

FONTE: Do Autor (2022)

Com estes dados é possível determinar o valor de M_{crit} a partir da formulação analítica aproximada definida pela Eq. 52 e apresentados na TABELA 19. Os valores obtidos são maiores que 96% do valor de M_{crit} calculado no estado sem imperfeições, o que demonstra uma baixa sensibilidade à imperfeições.

TABELA 19 - VALORES DE MCRIT PELA FORMULAÇÃO ANALÍTICA

Imperfeição		M_{crit}	%
u_0	u_0/b		
Sem imperfeições	0,00	12.124.704,29 Nmm	--
1mm	0,025	12.094.505,97 Nmm	99,75%
2mm	0,05	12.064.533,68 Nmm	99,50%
4mm	0,10	12.005.261,85 Nmm	99,01%
6mm	0,15	11.946.878,29 Nmm	98,53%
8mm	0,20	11.889.372,55 Nmm	98,06%
10mm	0,25	11.832.734,22 Nmm	97,59%
12mm	0,30	11.776.952,98 Nmm	97,13%
14mm	0,35	11.722.018,50 Nmm	96,68%
16mm	0,40	11.667.920,56 Nmm	96,23%

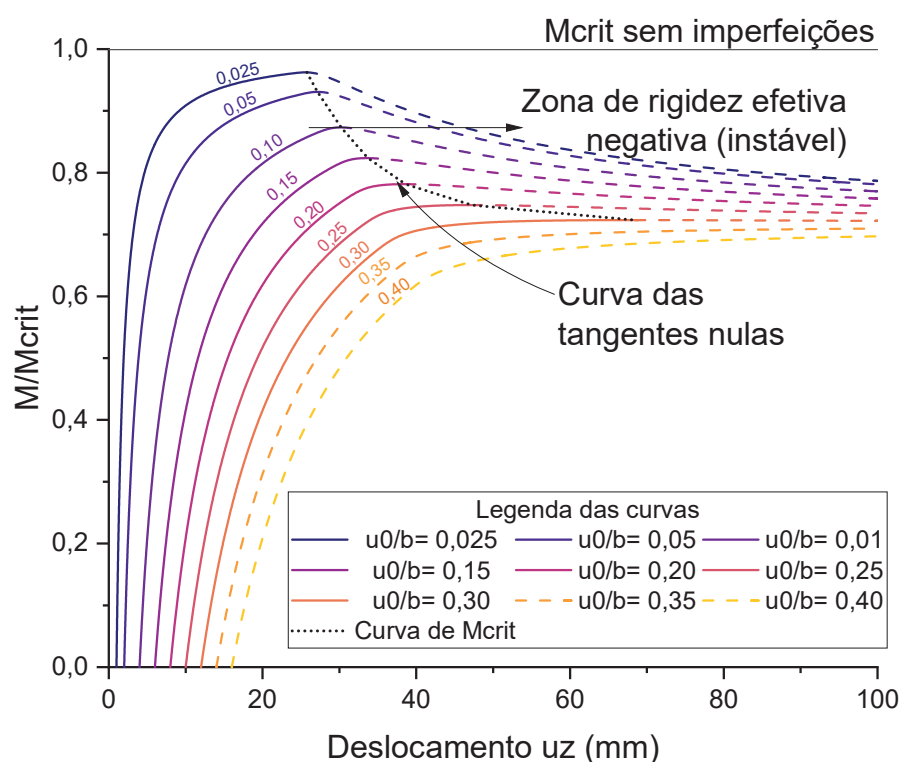
FONTE: Do Autor (2022)

Já os resultados obtidos pela análise numérica não linear, apresentados no diagrama de momento solicitante M pelo deslocamento u_z (FIGURA 35), apresentam

a sensibilidade da viga às imperfeições geométricas. Nesta análise o valor de M_{crit} deixa de ser um ponto de bifurcação para ser um ponto limite de rigidez efetiva nula, determinado pelo ponto de derivada nula da curva $M/M_{crit} \times u_z$.

Independente da imperfeição considerada observa-se que o deslocamento horizontal da viga u_z tende ao infinito para M próximo a M_{crit} . Com isto permite-se concluir que a viga irá apresentar instabilidade já no primeiro modo de flambagem. Para pequenos graus de imperfeição nota-se que o valor de M_{crit} é próximo ao valor na situação perfeita, aumentando a diferença ao passo do aumento do grau de imperfeição u_0/b . O menor valor de M_{crit} obtido situa-se a aproximadamente 70% do valor do Momento Crítico na situação sem imperfeições, presentes para os maiores graus de imperfeição considerados (0,40 e 0,35), correspondente a uma imperfeição de 30% da largura da viga ou 0,3% do vão.

FIGURA 35 – COMPORTAMENTO DA VIGA PARA DIFERENTES GRAUS DE IMPERFEIÇÃO



FONTE: Do Autor (2022)

Em situações reais é comum a existência de pequenas imperfeições ao longo da peça, levando a uma configuração onde o valor de M_{crit} real é menor do que o calculado para uma viga perfeita. A análise não-linear permite concluir que há

sensibilidade a imperfeições na viga, onde o valor real de M_{crit} diminui significativamente ao aumento do grau de imperfeição considerado.

5 CONCLUSÃO

A madeira, como elemento construtivo, possui uma maior característica sustentável se comparada com os outros materiais usuais, como o concreto e o aço, já que ambos não possuem origem renovável. Devido a isto, e aliado com a sua elevada resistência, tem sido crescente o emprego da madeira na construção civil. Porém sua limitação geométrica e a incidência de defeitos e imperfeições naturais ainda são fatores limitantes do seu uso de forma mais generalizada. Uma das formas de contornar isto é o emprego de elementos engenheirados em madeira.

A Madeira Lamelada Colada (MLC) surgiu com o intuito de reduzir eventuais defeitos e possibilitar a variação geométrica da estrutura e o seu uso em grandes vãos. No seu uso como vigas a sua capacidade portante deverá ser verificada tanto à resistência admissível à ruptura quanto a efeitos de instabilidade lateral por flexo-torsão. Este efeito pode ser mensurado através da solução analítica para determinação do Momento Crítico (M_{crit}) pela solução das equações diferenciais obtidas pela variação da energia potencial estacionária. Porém considerando as características constitutivas da MLC, como a anisotropia das suas propriedades mecânicas e sua produção obtida pela colagem de lamelas de madeira, é importante avaliar o impacto destas características sobre a estabilidade lateral das vigas. Tanto a NBR 7190-1 (ABNT, 2022) quanto o Eurocode 5 (CEN, 2004) apresentam como base para a verificação da instabilidade lateral considerações com a seção transversal maciça e material com características isotrópicas. Para isto este trabalho avaliou numericamente uma viga isoestática em MLC submetida a flexão constante.

A avaliação numérica foi realizada a partir do *software* de Elementos Finitos *Abaqus* considerando duas análises distintas. A primeira referente a uma análise linear à instabilidade lateral para determinação dos autovalores e autovetores de flambagem (Momento Crítico de instabilidade e modo de flambagem, respectivamente) em uma viga de 400 cm de comprimento e seção transversal retangular com 4 cm de largura e 20 cm de altura em Eucalipto (*Eucalyptus Grandis*), considerando três modelos constitutivos de vigas: uma viga em seção transversal maciça em característica isotrópica (Modelo 1), uma viga em seção transversal maciça em característica ortotrópica (Modelo 2) e uma viga em seção transversal composta por lamelas de madeira com característica ortotrópica ligadas por um adesivo de propriedades coesivas (Modelo 3). Foi realizada uma variação paramétrica da largura

das vigas para melhor compreensão da instabilidade, com uma aproximação acima de 98% entre os resultados obtidos pela análise numérica e a formulação analítica, concluindo que há assertividade no uso da formulação analítica para a determinação de M_{crit} .

Ainda na mesma avaliação foi proposta a variação entre espécies de madeira. Foram consideradas as espécies de Eucalipto (*Eucalyptus Grandis*), Pinus (*Pinus elliottii*), Abeto-de-Douglas (*Pseudotsuga menziensis*) e Cedrinho (*Erismia uncinatum Warm*). Foram observadas diferentes aproximações entre valores, com diferença de até 8,67% maiores do que a formulação analítica. A maior diferença ocorre para o Pinus, já que suas propriedades mecânicas ortotrópicas possuem uma maior discrepância entre direções longitudinais, radiais e tangenciais do que observado nas outras espécies. Foi possível concluir que a formulação analítica possui um resultado ligeiramente menor do que o estudo numérico, e o impacto da não homogeneidade das propriedades mecânicas é significativo.

A análise linear encerra-se com a avaliação da variação do tipo de carregamento solicitante, a partir de uma análise sob a variação paramétrica da largura para obtenção de M_{crit} considerando o Modelo 3 (lamelas de madeira em característica ortotrópicas ligadas por adesivo), a fim de obter o fator m de correção do tipo de carregamento. Os valores de m determinados neste estudo possuem divergência em relação aos valores indicados por Negrão e Faria (2009), com variação de até 10% na maioria dos casos, com exceção da viga solicitada por um carregamento distribuído uniforme, onde a diferença é de aproximadamente 70% ao valor de referência. No caso do carregamento uniformemente distribuído nota-se que o valor de M_{crit} é menor para um maior índice de esbeltez, e tal valor aumenta ao passo que se diminui a esbeltez da seção transversal. Quando comparado aos valores apresentados pelo Eurocode 5 (CEN, 2004) podemos concluir que há uma maior aproximação para a situação com carga pontual aplicada no meio do vão (valor calculado 1,27% menor que o valor de referência), em contraste com a situação com carregamento distribuído uniforme (valor calculado corresponde a 75,56 % do valor de referência).

A segunda avaliação refere-se à análise não-linear do Modelo 3 considerando imperfeições geométricas no centro do vão na ordem de 1 mm, 2 mm, 4mm, 6mm, 8mm, 10mm, 12mm, 14mm e 16mm. Foi possível observar que o valor de M_{crit} não é mais determinado a partir do ponto de bifurcação, mas sim pelo ponto de derivada

nula da curva $M/M_{crit} \times u_z$. A viga apresenta instabilidade já no primeiro modo de flambagem e sensibilidade à imperfeições geométricas, com o deslocamento horizontal da viga tendendo ao infinito com o passo do aumento de M até valores próximos a M_{crit} . A diferença entre o valor de M_{crit} para a situação imperfeita para a situação perfeita aumenta significativamente com maiores graus de imperfeições considerados, com o menor valor de M_{crit} em cerca de 70% do valor perfeito, observado para imperfeições próximas a 30% da largura da viga ou 0,3% do vão.

Com isto conclui-se que a análise à instabilidade lateral por flexo-torção do modelo numérico de uma viga em MLC com as disposições constitutivas tomadas por este estudo é assertivo, se comparado com as expressões clássicas para determinação de M_{crit} . A anisotropia da madeira e a característica compósita da Madeira Lamelada Colada podem ser desconsideradas no uso da formulação analítica e na modelagem numérica de vigas isoestáticas sujeitas a instabilidade à flexo-torsão. A análise também resultou em uma significativa sensibilidade da viga a imperfeições laterais, com valores de M_{crit} menores do que os determinados em situações sem imperfeição. O uso de espécies de madeira com propriedades mecânicas menos homogêneas entre suas direções também impacta no valor de M_{crit} , porém para as espécies consideradas neste estudo o resultado analítico mostrou-se mais conservador do que a análise numérica. Por fim as diferentes disposições de carregamento devem ser consideradas também para o cálculo de M_{crit} .

Como sugestão à trabalhos futuros, indica-se: uma melhor caracterização mecânica dos adesivos como elementos coesivos, a fim de se buscar uma modelagem fiel à superfície de contato entre lamelas de madeira; avaliações numéricas para instabilidade lateral relacionando diferentes condições de contorno e ligações semirrígidas, simulando conexões usuais entre vigas e pilares, elementos de contraventamento; a análise numérica não-linear para instabilidade lateral, considerando o efeito da fluência e variação da umidade relativa da madeira; a análise numérica linear e não linear para instabilidade lateral considerando o comportamento elasto-plástico da madeira; e a avaliação empírica dos objetos de pesquisa deste trabalho.

REFERÊNCIAS

- ABRANTES, Celso A. **Determinação da carga crítica de instabilidade lateral no regime linear elástico, em vigas de madeira laminada colada (MLC)**. 2012. 220 f. Tese (Doutorado em Recursos Florestais) – Escola Superior de Agricultura “Luiz de Queiroz”, Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2012. Disponível em <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/11/11150/tde-21122012-085935/pt-br.php>. Acesso em 21 de set. 2021.
- APA - THE WOOD ENGINEERED ASSOCIATION (org.). **Hybrid glulam trusses offer warmth atop six-story ice hockey center**. Tacoma: Apa, 2016. Disponível em <https://www.apawood.org/resource-library>. Acesso em 21 de set. 2021.
- APA - THE WOOD ENGINEERED ASSOCIATION (org.). **A Guide to Engineered Wood Products**. Tacoma: Apa, 2010. Disponível em <https://s30140.pcdn.co/wp-content/uploads/2019/04/APACCSTRUC1ETC.pdf>. Acesso em 21 de set. 2021.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 7190: Projetos de estruturas de madeira**. Rio de Janeiro, 1997
- AZINOVIC, B; DANIELSSON, H; SERRANO, E; KRAMAR, M. Glued-in rods in cross laminated timber – Numerical simulations and parametric studies. **Construction and Building Materials**, vol 2012. <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2019.03.331>. 2019.
- BAZANT, Zdenek. CEDOLIN, Luigi. **Stability of structures: elastic, inelastic, fracture and damage theories**. 1ª edição. Singapura. Ed. World Scientific, 2010.
- BOGO, Amilcar J. **Arquitetura em madeira em Santa Catarina: Patrimônio histórico e tipologia habitacional atual**. 2017. Disponível em: <https://www.vitruvius.com.br/revistas/read/arquitextos/18.208/6717>. Acesso em 21 de set. 2021.
- BRESSER, D.; RAVENSHORST, G.J.P.; HOOGENBOOM, P.C.J. General formulation of equivalent moment factor for elastic lateral torsional buckling of slender rectangular sections and I-sections. **Engineering Structures**, vol 207. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110230>. 2020.
- CALIL NETO, Carlito; FUJII, Rogério; TAKATA, Alexander. **Madeira Laminada Colada no Brasil: situação atual e perspectivas.: situação atual e perspectivas**. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 15., 2016, Curitiba. EBRAMEM. Curitiba: Ebramem, 2016. p. 1-10.
- COTE, Franz F.P. Kollman. **Principles of wood science and technology**. Vol. 1: solid wood. 1ª edição. Berlim. Ed. Springer-Verlag, 1968.
- DIAS, Antônio A.; CALIL, Carlito J.; LAHR, Francisco A.; MARTINS, Gisele C.A.; **Estruturas de Madeira: projetos, dimensionamento e exemplos de cálculo**. 1ª edição. Rio de Janeiro. Ed. Eselvier, 2019.

DASSAULT SYSTÈMES SIMULIA CORP. **Abaqus 6.11 Theory Manual**. 2011. Providence, EUA. 2011.

DU, Yang; DOUDAK, Ghasan; MOHAREB, Magdi. Effect of beam-deck connection flexibility on lateral torsional buckling strength of wooden twin-beams. **Engineering Structures**, vol 207. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.110226>. 2020.

DU, Yang; DOUDAK, Ghasan; MOHAREB, Magdi. Sway model for the lateral torsional buckling analysis of wooden twin-beam-deck systems. **Structures**, vol 19. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2018.11.012>. 2019.

EUROPEAN COMITEE FOR STANDARDIZATION (CEN). **Eurocode 5: Design of timber structures** – Part 1-1: General – Common rules and rules for building. Bruxelas, 2004.

EGGEN, Trond Even. **Buckling and geometrical nonlinear beam-type analyses of timber structures**. 200. 206 f. Tese de Doutorado. Departament of Structural Engineering – Norwegian University of Science and Technology. Disponível em https://ntnuopen.ntnu.no/ntnu-xmlui/bitstream/handle/11250/2480139/Dr_avhandling_TE_Eggen.pdf?sequence=. Acesso em 16 de ago. 222.

FARSHAD, Mehdi. **Stability of structures**. 1ª edição. Amsterdam. Ed. Elsevier, 1994.

FUSCO, Pérciles B. Caracterização da deformabilidade na elasticidade linear (conceitos básicos para a definição das propriedades elásticas da madeira). **Anais do III Encontro Brasileiro em Madeiras e Estruturas de Madeira (III EBRAMEM)**, vol 5. 1989.

GAMBHIR, Murari L. **Stability analysis and design of structures**. 1ª edição. Patiala. Ed. Springer, 2004.

HASSAN, Osama A.B.; JOHANSSON, Christopher. Glued laminated timber and steel beams: a comparative study of structural design, economic and environmental consequences. **Journal of Engineering, Design and Technology**, vol 16. <https://doi.org/10.1108/JEDT-12-2017-0130>. 2018.

HERZOG, Thomas; NATTERER, Julius. VOLZ, Michael; WINTER, Wolfgang. **Timber construction manual**. 4ª edição. Munique. Ed. Birkhauser, 2004.

HU, Ye; MOHAREB, Magdi; DOUDAK, Ghasan. Effect of eccentric lateral bracing stiffness on lateral torsional buckling resistance of wooden beams. **International Journal of Structural Stability and Dynamics**, vol 18. <https://doi.org/10.1142/S021945541850027X>. 2018.

HU, Ye; MOHAREB, Magdi; DOUDAK, Ghasan. Lateral torsional buckling of wooden beams with midspan lateral bracing offset from section midheight. **Journal of Engineering Mechanics**, vol 143. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)EM.1943-7889.0001359](https://doi.org/10.1061/(ASCE)EM.1943-7889.0001359). 2017.

IBÁ - INDÚSTRIA BRASILEIRA DE ÁRVORES (Brasil). **Relatório 2020**. São Paulo, 2019. 66 p. Disponível em <https://iba.org/publicacoes>. Acesso em 21 de set. 2021.

LAROCA, Christine. **Habitação Social em Madeira: Uma Alternativa Viável**. 88 f. (Dissertação Mestrado) - Curso de Engenharia Florestal, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2002. Disponível em <https://acervodigital.ufpr.br/handle/1884/3461>. Acesso em 21 de set. 2021.

LEITE, Thaisa M.; SANTOS, Pedro A F M.; VALLE, Ivan M.R. do. **O uso da Madeira Laminada Colada no Brasil: panorama e desafios**. In: CONGRESSO LATINOAMERICANO DE ESTRUTURAS DE MADEIRA, 2., 2017, Junin. Anais [...] . Junin: Clem, 2017. v. 1, p. 1-12.

NEGRÃO, João.; FARIA, Amorim. **Projecto de estruturas de madeira**. 1ª edição. Porto. Ed. Publindústria, 2009.

NORDIC STRUCTURES. **HarborCenter, in Buffalo, NY**. Disponível em <https://www.nordic.ca/en/projects/structures/harborcenter>. Acesso em 21 de set. 2021.

PAPPALARDO, Alfonso, Jr.; ABRANTES, Celso A.; GARCIA, José N.; PAULETTI, Ruy M.O.; FRANCO, Nilson. Numerical and experimental study of the lateral-torsional buckling of glued-laminated wood beams. **Proceedings of Safety, Health and Environment World Congress**, vol 12. Disponível em: <https://proceedings.copec.eu/index.php/shewc/article/view/273>. Acesso em 21 de set. 2021. 2012

PELLETIER, Benoît. DOUDAK, Ghasan. Investigation of the lateral-torsional buckling behavior of engineered wood I-joists with varying end conditions. **Engineering Structures**, vol 187. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.03.003>. 2019.

PFEIL, Walter. PFEIL, Michèle. **Estruturas de madeira: dimensionamento segundo a Norma Brasileira NBR 7190/97 e critérios das Normas Norte-americana NDS e Européia EUROCODE 5**. 6ª edição. Rio de Janeiro. Ed. LTC, 2003.

REDAÇÃO AECWEB. **Estrutura de madeira tem vantagens, mas falta mão de obra especializada**. Disponível em: <https://www.aecweb.com.br/cont/m/rev/estrutura-de-madeira-tem-vantagens-mas-falta-mao-de-obra-especializada-8594-10-0>. Acesso em 21 de set. 2021.

REHM, Gerhard. **Lateral-torsional buckling in timber construction: examples 1**. Dlubal Software GmbH. Disponível em: <https://www.dlubal.com/en/support-and-learning/support/knowledge-base/001647>. Acesso em 21 de set. 2021.

SAHRAEI, Arash; PEZESHKY, Payam; MOHAREB, Magdi; DOUDAK, Ghasan. Simplified expressions for elastic lateral torsional buckling of wooden beams. **Engineering Structures**, vol 174. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.07.042>. 2018.

SHIGUE, Erich K. **Panorama do uso da madeira na construção civil no Brasil: empresas e produtos**. In: ENCONTRO BRASILEIRO EM MADEIRAS E EM ESTRUTURAS DE MADEIRA, 16., 2018, São Carlos. EBRAMEM. São Carlos: Ebramem, 2018. p. 1-22.

SORIANO, Humberto L. **Elementos finitos: formulação e aplicação na estática e dinâmica das estruturas**. 1ª edição. Rio de Janeiro. Ed. Ciência Moderna, 2009.

SOUZA, Hélio O.; FERNANDES, Daniel S. **Wooden structures in Brazil: present situation and perspectives: Present situation and perspectives**. In: WORLD CONFERENCE ON TIMBER ENGINEERING, 2014., 2014, Quebec. Anais [...] . Quebec: Wcte, 2014. p. 1-9.

TIMOSHENKO, Stephen P.; GERE, James M. **Theory of elastic stability**. 2ª edição. Nova York. Ed. McGraw-Hill, 1963.

THE SWEDISH FOREST INDUSTRIES FEDERATION (SKOGSINDUSTRIERNA). **Glulam handbook**. Vol 1. Estocolmo, 2013.

TRAHAIR, Nicholas S. **Flexural-torsional buckling of structures**. 1ª edição. Boca Raton. Ed. Chapman & Hall, 1993.

UNITED STATES DEPARTMENT OF AGRICULTURE (USDA). **Wood Handbook: Wood as an Engineering Material**. Madison, 2010.

UNIVERSITY OF CAMBRIDGE. **Dissemination of IT for the promotion of material science (DoITPoMS): nodes, elements, degrees of freedom and boundary conditions**. Disponível em <https://www.doitpoms.ac.uk/tlplib/fem/node.php?printable=1>. Acesso em 21 de set. 2021

WEINSTOCK, Robert. **Calculus of variations: with applications to physics and engineering**. 1ª edição. Nova York. Ed. Dover Publications, 1974.

XIAO, Qiuwu.; DOUDAK, Ghasan.; MOHAREB, Magdi. Lateral torsional buckling of wood beams: fea-modelling and sensitivity analysis. **WCTE 2014 – World Conference on Timber Engineering, Proceedings**. 2014.

XIAO, Qiuwu.; DOUDAK, Ghasan.; MOHAREB, Magdi. Numerical and experimental investigation of lateral torsional buckling of wood beams. **Engineering Structures, vol 151**. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2017.08.020>. 2017.

YOO, Chai H.; LEE, Sung C. **Stability of structures: principles and applications**. 1ª edição. Burlington. Ed. Butterworth-Heinemman, 2001.

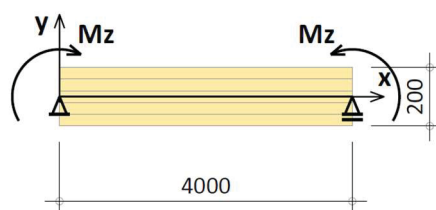
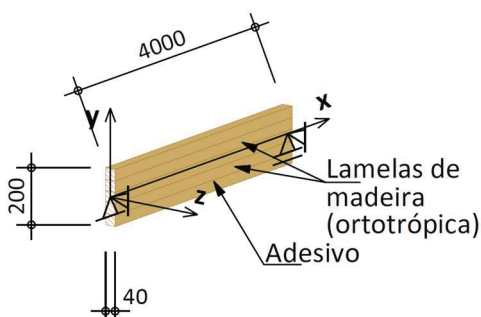
ZERBINI, Fabíola. **Cenário da Madeira FSC no Brasil 2012 - 2013**. São Paulo: Fsc Brasil, 2014.

ANEXO 1 – MODELAGEM DE UMA VIGA EM MLC PELO SOFTWARE ABAQUS PARA ANÁLISE LINEAR E NÃO-LINEAR DE ESTABILIDADE LATERAL

Neste anexo são apresentadas as principais caracterizações da modelagem de uma viga em Madeira Lamelada Colada (MLC) em situação isoestática e submetida a flexão constante, para análise linear e não-linear da estabilidade lateral por flexo-torsão através do *software* Abaqus/CAE. A modelagem foi realizada através da interface CAE (*Computer-Aided Engineering*, ou Engenharia Assistida por Computador) do Abaqus, ferramenta proposta para facilitar a modelagem em Elementos Finitos para análise mecânica de estruturas. A modelagem via Abaqus/CAE é separada em módulos, onde cada um define um aspecto do processo de modelagem. Tais módulos são divididos em *part*, *property*, *assembly*, *step*, *load*, *mesh*, *job* e *visualization*. Após a caracterização da viga em cada um dos módulos serão realizadas iterações visando a análise linear e não-linear.

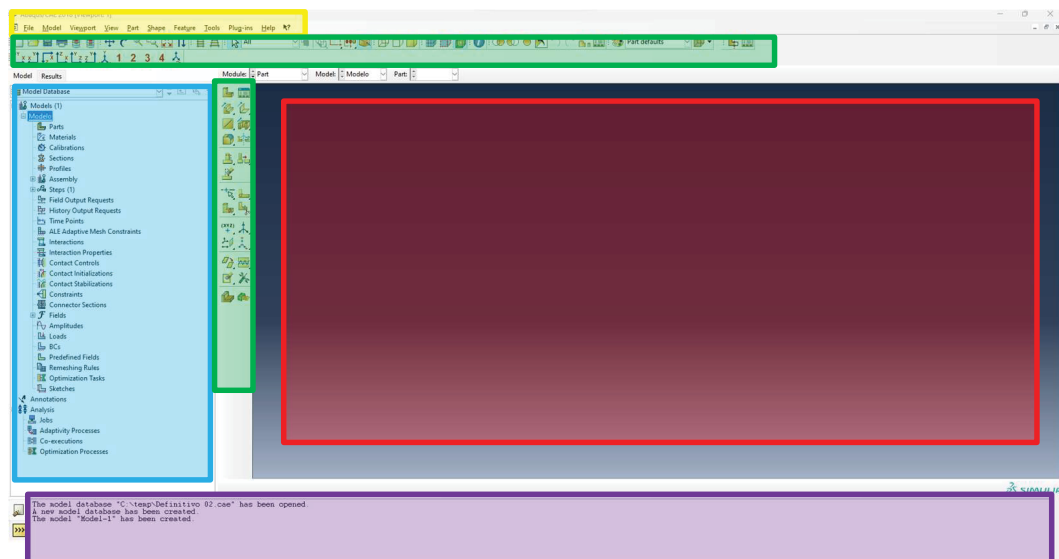
1) Definição do modelo constitutivo

A primeira etapa de modelagem consiste na definição completa do modelo constitutivo. Como esta análise busca avaliar a instabilidade lateral de viga em MLC na condição elástica, é necessário caracterizar o modelo quanto suas disposições geométricas, carregamento solicitante e propriedades elásticas dos materiais. A viga possui configuração isoestática, submetida a uma flexão constante e com comprimento de 4.000 mm, seção transversal retangular com 40mm de largura e 200mm de altura, composta por 5 lamelas de Eucalipto (*Eucalyptus Grandis*) com seção transversal quadrada de 40mm de largura e coladas entre si no sentido vertical conforme e com propriedades mecânicas dispostas por Abrantes (2012) e Azinovic et al (2019).



2) Início da modelagem e apresentação da interface Abaqus/CAE

A interface do *software* Abaqus/CAE possui disposição simples das abas de comando, para fácil entendimento das etapas de modelagem. As abas de comando superior (amarelo) possuem como finalidade apresentar os principais comandos relacionados à modelagem numérica. Tais comandos são apresentados também nos botões de comando (verde), onde na parte superior são relacionados a operação do modelo e na parte vertical central relacionados com as definições dos módulos de modelagem. A árvore de propriedades na lateral esquerda (azul) é relacionada a operação dos módulos de modelagem. Já a janela central (vermelho) é relacionada à visualização do modelo numérico, e a aba inferior (roxo) ao *prompt* de comando do *software*.

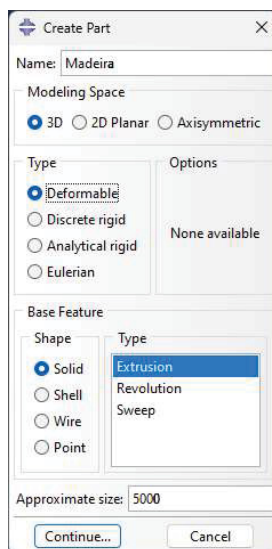


3) Definição da geometria e características mecânicas do modelo (*parts* e *properties*)

A definição da geometria do modelo é realizada a partir do módulo *parts*. Para isto deve-se clicar na aba *parts*, onde se abrirá uma nova janela para preenchimento das características gerais do elemento. No caso de uma viga em MLC serão criados dois elementos distintos: um referente às lamelas de madeira e outro referente aos adesivos.

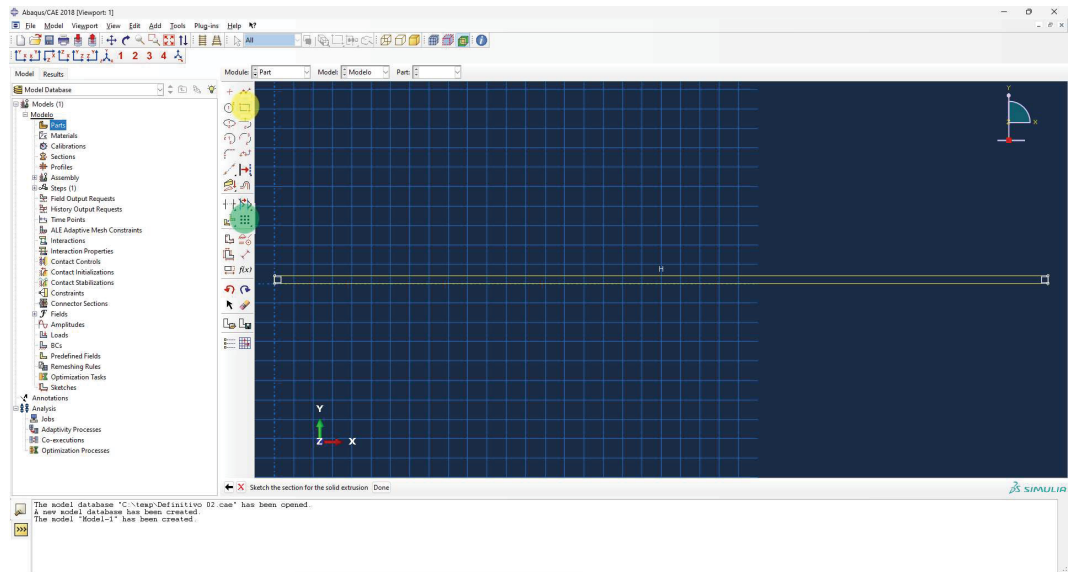
A janela solicita seis informações distintas: o nome do elemento, a disposição espacial da modelagem (duas dimensões, três dimensões ou simetria axial), o tipo de modelo (deformável, discreto rígido, analítico rígido ou euleriano), o tipo de geometria

(sólido, casca, barras ou pontos), o tipo de criação da geometria (extrusão, revolução ou por varredura) e o tamanho aproximado da geometria. No caso das lamelas de madeira será definido o nome “Madeira” para uma modelagem 3D de um elemento sólido deformável com aproximadamente 5000 e definido através de extrusão.

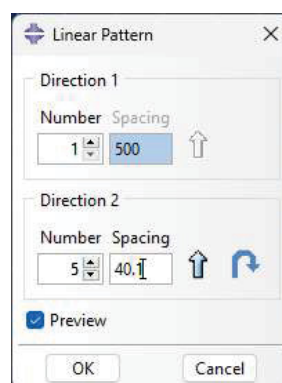


Vale lembrar que o *software* Abaqus/CAE possui adimensionalidade das propriedades atribuídas ao modelo. Ou seja, não é realizada a definição das unidades de medida de geometria, carregamento, esforços, tensões etc. via *software*. É necessário que o usuário defina previamente as unidades a serem utilizadas. Para isto foram convencionados milímetros para as unidades geométricas, N para as unidades de força e MPa para as unidades de tensão.

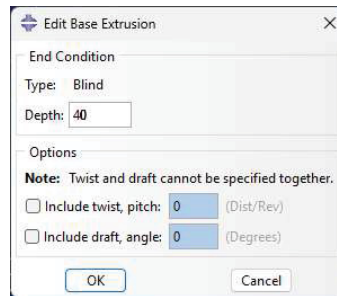
Dando sequência à modelagem numérica é apresentada a janela de edição do módulo *part*. Para definição da geometria das lamelas clica-se no segundo botão à direita, de cima para baixo do menu vertical à direita da árvore de propriedades (criação de uma geometria retangular a partir de dois pontos, em amarelo). A partir deste comando serão necessários definir o vértice de início da lamela e o vértice oposto da lamela. Serão assim atribuídos o primeiro vértice como (0,0) e o segundo vértice como (4000,40). Após isto clica-se no botão **X** abaixo da janela de visualização para finalizar a definição da geometria.



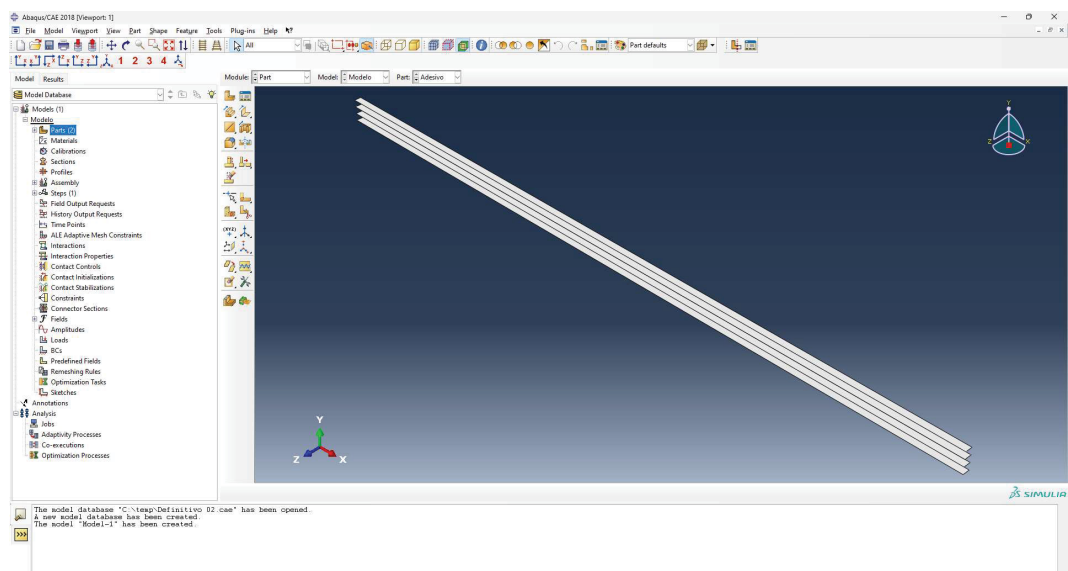
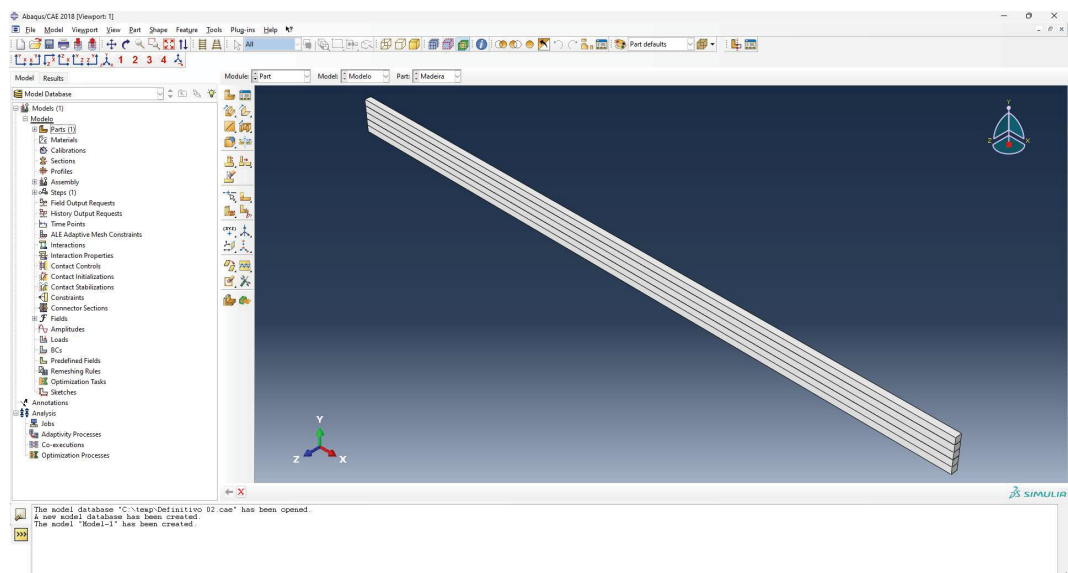
Como a viga é disposta por 5 lamelas de madeira dispostas na vertical e unidas através de adesivo é necessário criar outras lamelas, espaçadas a 40 mm mais a espessura do adesivo (adotada como 0,1 mm). Para isto clica-se no nono botão à direita, de cima para baixo no menu à direita da árvore de propriedades (definir padrão linear). Após isto será necessário selecionar a geometria que será alvo de cópia e clicar no botão *done* na parte inferior da janela de visualização do modelo. Feito isto será apresentada uma janela para atribuir a quantidade de elementos e seu espaçamento, tanto na vertical quanto na horizontal. Atribui-se a quantidade de 1 elemento na direção 1 (horizontal) e 5 elementos espaçados a 40,1 na direção 2 (vertical).



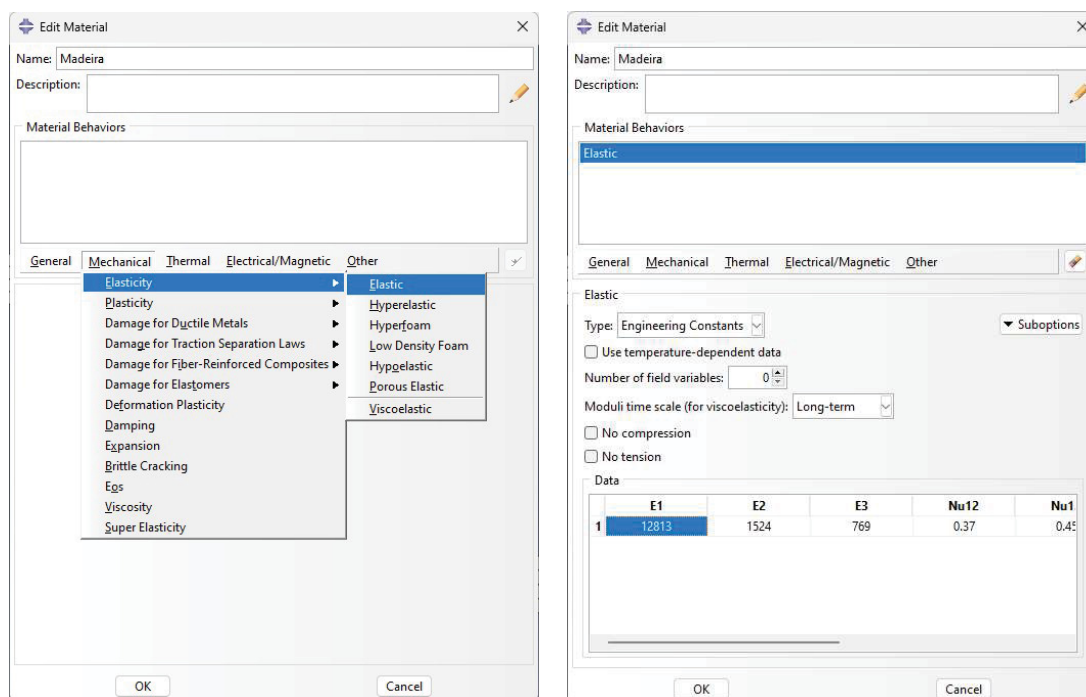
Feito isso clica-se em *done*. Uma janela será aberta para definir as bases da extrusão (tipo de modelagem geométrica definida anteriormente), solicitando a profundidade da extrusão, definida como 40 (largura da viga).



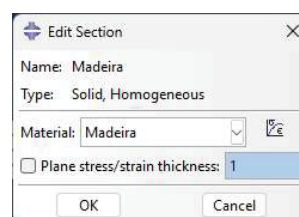
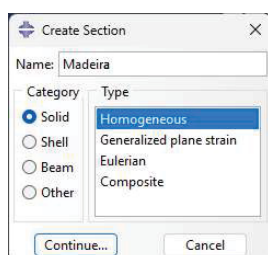
Após este processo é apresentada a geometria tridimensional das lamelas definidas. É necessário, então, definir a geometria relacionada aos adesivos. Para isto repete-se o processo anterior para uma geometria sólida tridimensional definida como “Adesivo”, de características deformáveis e por extrusão. Leva-se em consideração que serão 4 camadas de adesivo, cada um com 0,1 mm de espessura.



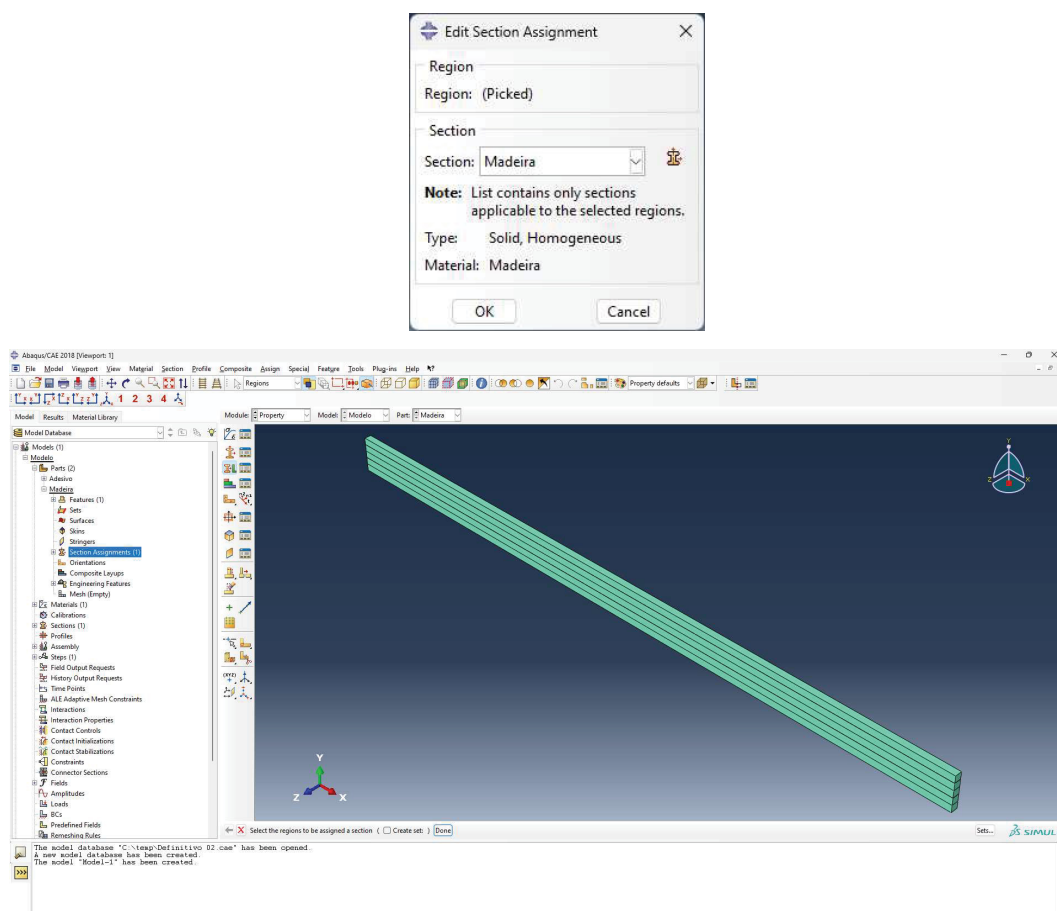
Feito isto são definidas as propriedades mecânicas do material. Para isto clica-se em *Materials* na árvore de propriedades à esquerda. as lamelas de madeira. Nomearemos o material como Madeira, e definiremos o material como elástico, através da aba *Mechanical, Elasticity* e *Elastic*. Definido o material com características elásticas escolheremos o tipo de caracterização mecânica como *Engineering Constants*, definição ortotrópica do material a partir dos módulos de elasticidade longitudinal, coeficiente de Poisson e módulo de elasticidade transversal.



Feito isto é definida a seção para qual o material definido será atribuído, a partir do item *Sections* da árvore de propriedades à esquerda. Uma nova janela se abrirá, solicitando a categoria do modelo (sólido, casca, viga ou outros) e o tipo do modelo. Para a madeira consideraremos um elemento sólido homogêneo de nome “Madeira”. Feito isto uma nova janela aparecerá para atribuir à seção um material. Atribuiremos, assim, o material “Madeira” a nova seção.

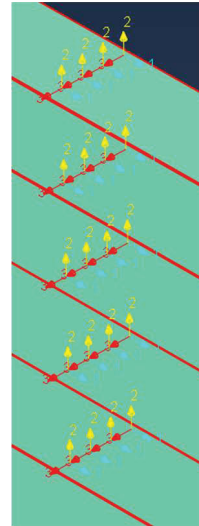
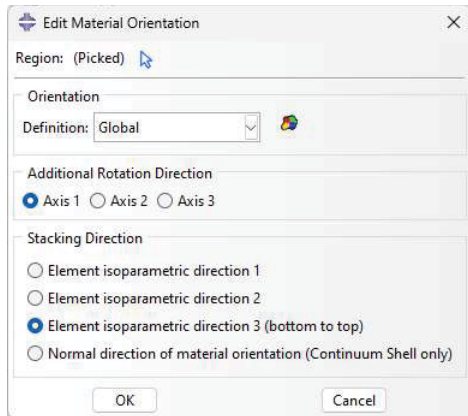


Após isto é necessário atribuir a seção transversal ao modelo definido. Para isto é necessário expandir a árvore de propriedades em *Parts* > Madeira e clicar em *Sections Assignments*. O *software* solicitará a seleção dos elementos que terão a seção transversal atribuída neste processo. Feito isto uma janela será aberta, onde é necessário escolher a seção a ser atribuída (no caso a seção Madeira). Feito isto o modelo terá cor esverdeada, definição do *software* para modelos com material definido.

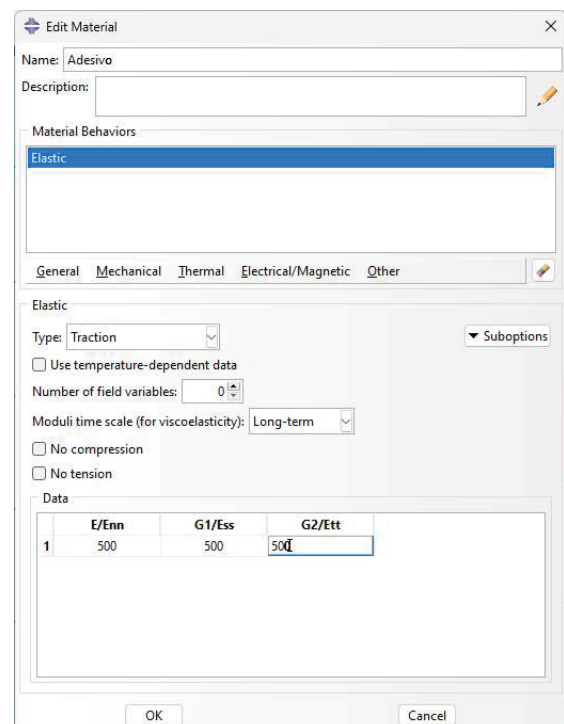
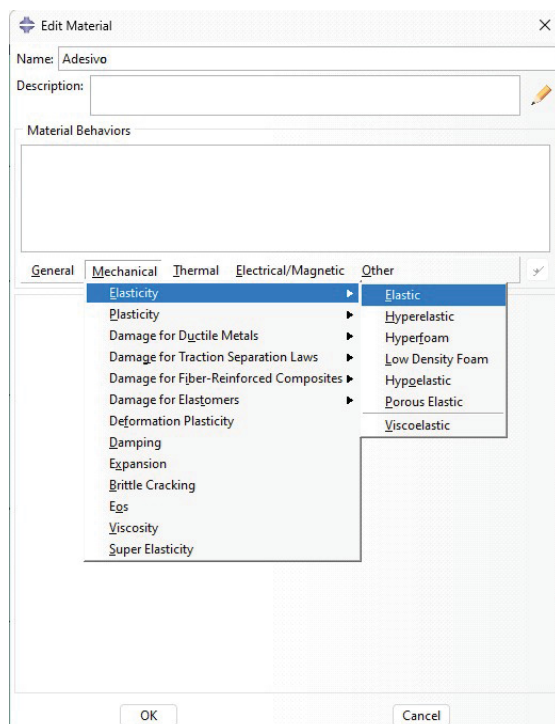


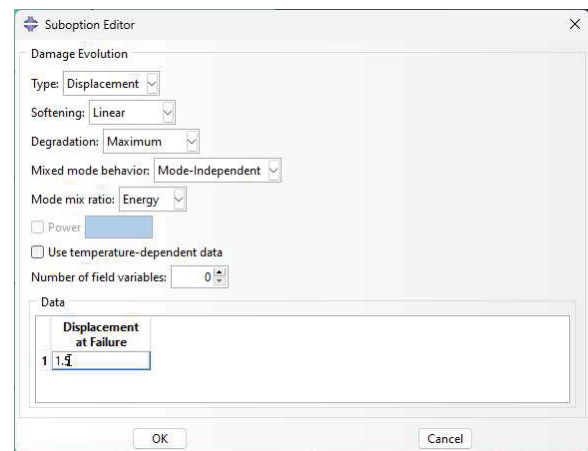
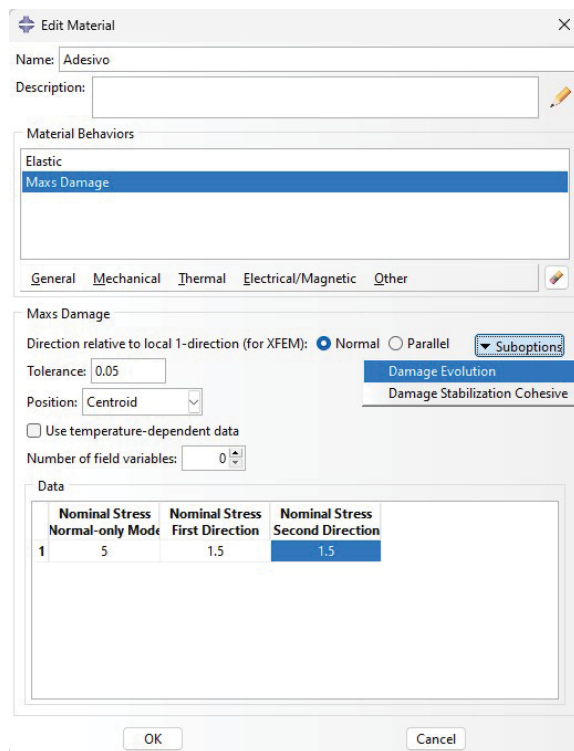
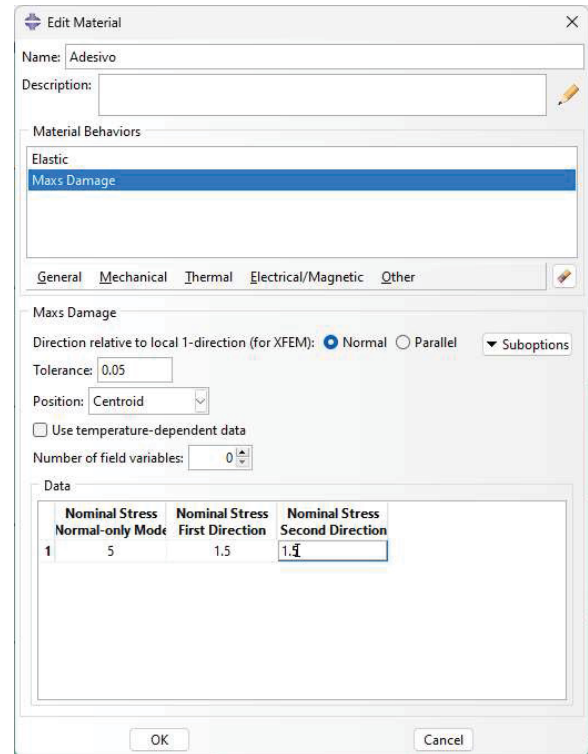
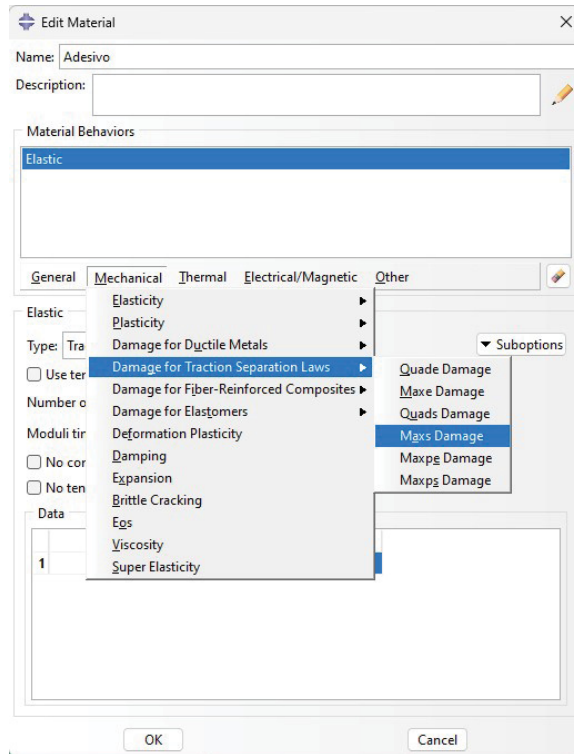
Como última etapa de definição das características mecânicas das lamelas é necessário definir a orientação do material das lamelas, devido suas propriedades ortotrópicas. Para isto expande-se a árvore de propriedades à esquerda em *Parts* > Madeira e clica-se em *Orientations*. O *software* solicitará a seleção dos elementos a terem a sua orientação interna definida. Definiremos a orientação como “definido pelo usuário” (na parte inferior do visualizador do modelo aparecerá um botão de comando “*use default orientation or other method*”). Definiremos como orientação global, com rotação ao redor do eixo 1 e direção isoparamétrica 3. A fim de garantir a atribuição

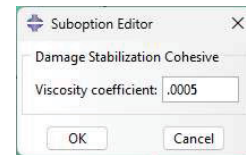
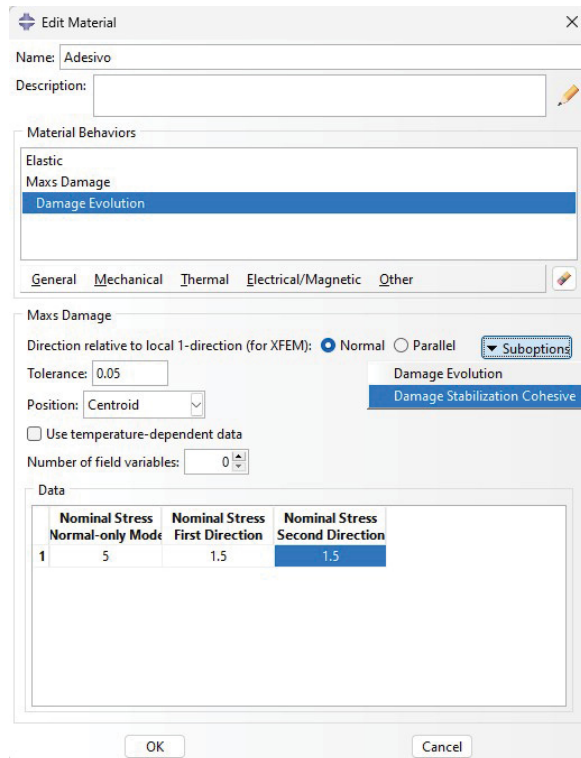
das direções adotadas é indicado aproximar a visualização do modelo para confirmar tal definição.



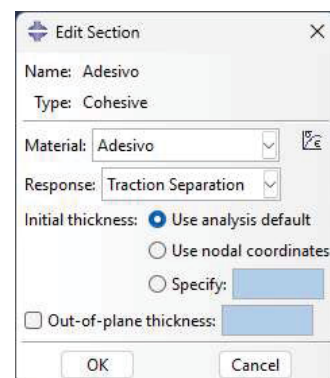
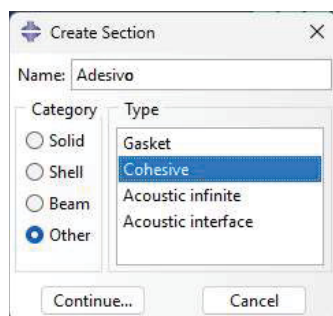
Definiremos agora as características do adesivo. Para isto repete-se parte dos procedimentos relacionados à caracterização da madeira, a iniciar pela definição do material. Para o adesivo iremos caracterizá-lo como elemento elástico com propriedades a tração e propriedades de dano por leis de separação por tração, conforme imagens abaixo.



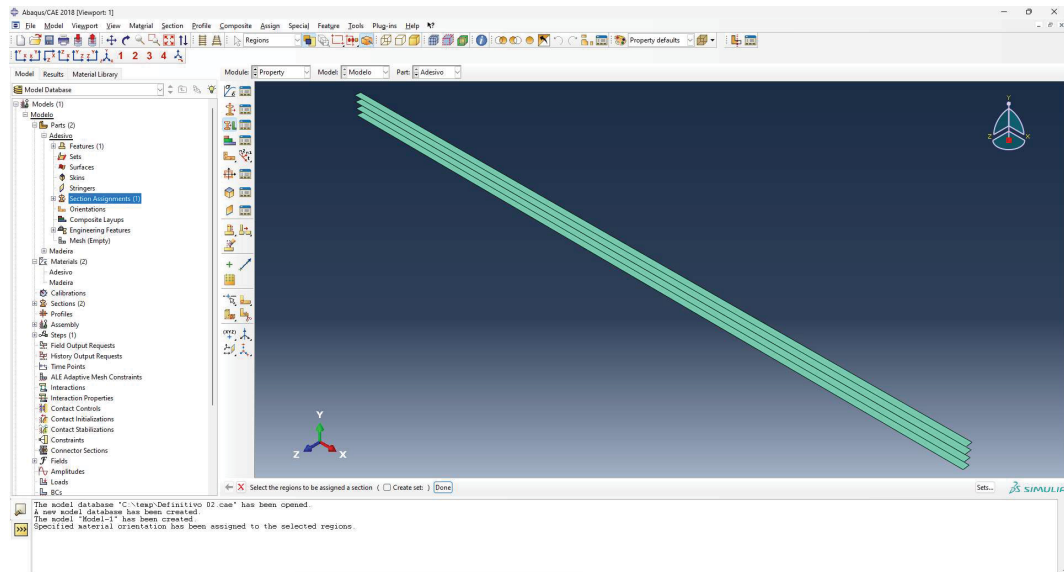




Feito isso é caracterizada a seção do Adesivo. Para isto o material é definido como elemento coesivo, através da categoria *Other > Cohesive*. Definimos, assim, a seção como o material “Adesivo” com resposta à separação por tração.

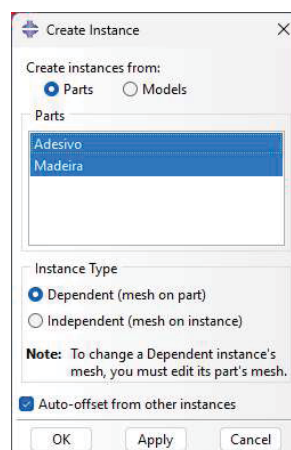


No caso do adesivo não é necessário atribuir a direção do material, somente atribuir a seção transversal à geometria. Para isto, na árvore de propriedades à esquerda, expande-se o menu em *Parts > Adesivo* e clica-se em *Sections Assignments*. Selecione a seção “Adesivo” e assim concluímos a caracterização mecânica do modelo.

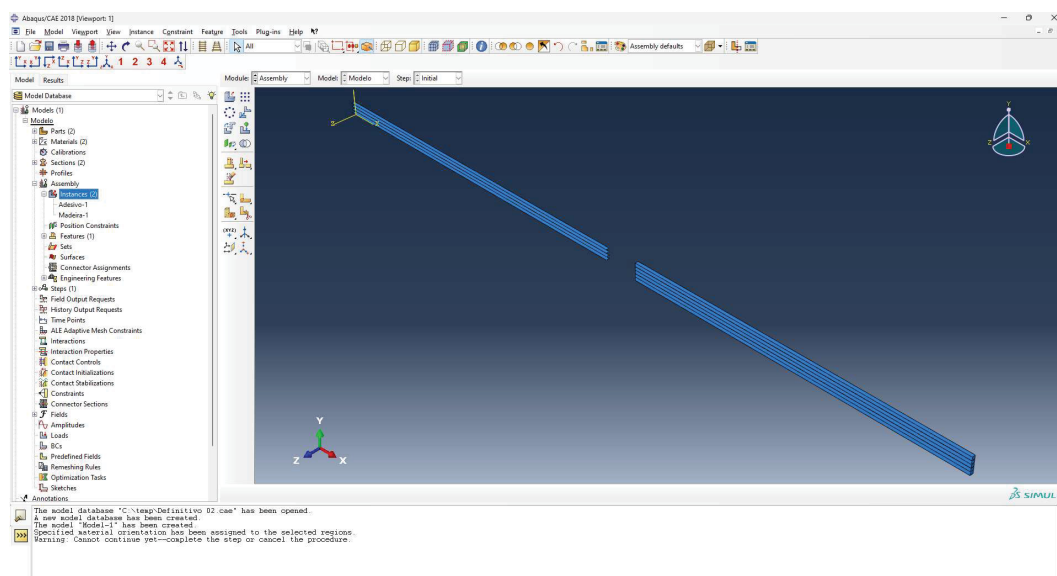


4) Acoplagem do modelo (*assembly*)

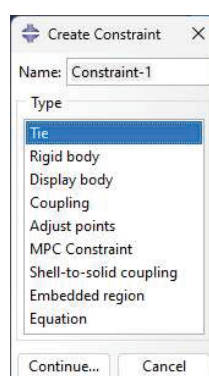
A acoplagem do modelo é necessária para vincular os elementos modelados entre si, já que a viga em estudo possui características compósitas. De início expande-se a árvore de propriedades em *Assembly* e clica-se em *Instances*. Uma nova janela será aberta com as pastes já definidas. Para isto é necessário selecionar a Madeira e o Adesivo, e clicar em *Apply*. Sugere-se habilitar a opção de offset entre elementos, para facilitar a vinculação entre superfícies.



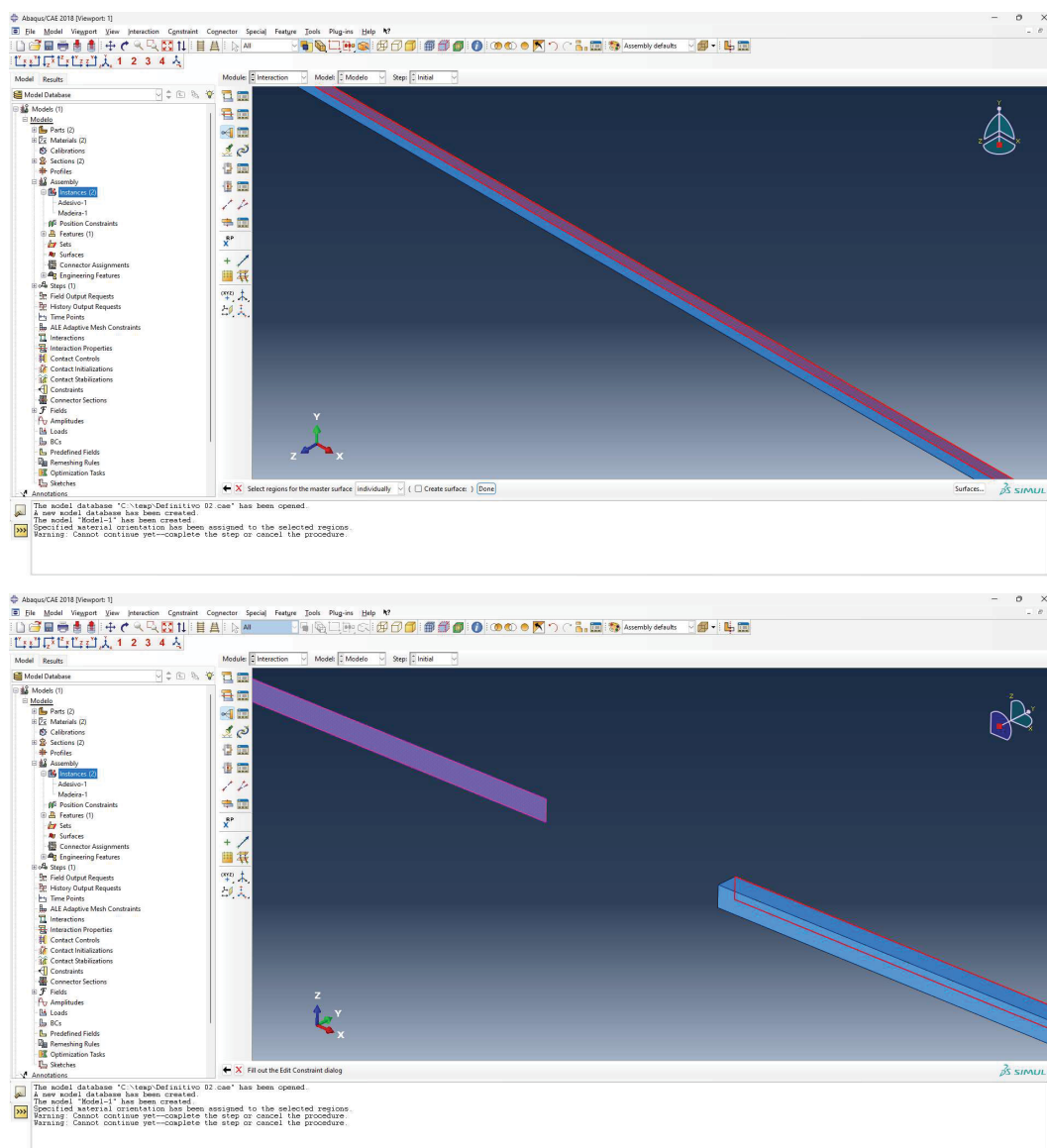
O visualizador apresentará um modelo acoplado entre as lamelas e o adesivo, na cor azul. Neste processo será realizada a conexão entre interfaces de adesivo e lamelas, assim como a definição do ponto de aplicação do carregamento.



A vinculação entre superfícies de contato será realizada através de *tie constraints* entre elas. Para esta definição selecione o módulo *Interaction* entre o menu superior e a janela de visualização, e clique no terceiro botão à esquerda de cima para baixo (*create constraint*). Uma nova janela será aberta, onde será necessário selecionar o tipo de vínculo como *tie* e dar continuidade na modelagem.

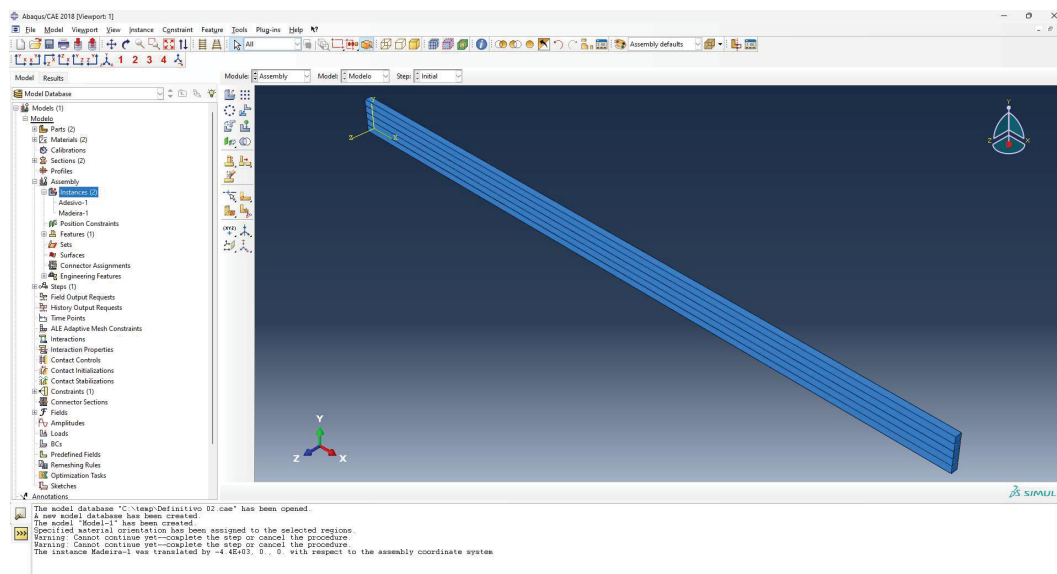


De início é necessário definir a superfície principal mestre e superfície submissa. É importante, neste processo, manipular a visualização do modelo para facilitar a vinculação entre superfícies. A superfície mestre será sempre atribuída a superfície da madeira, e a superfície submissa ao adesivo. Abaixo do visualizador do modelo haverá uma caixa de diálogo para seleção da superfície mestre por superfície ou por região de nós. Selecione a caixa referente a superfície (*surface*) e selecione a superfície da madeira.

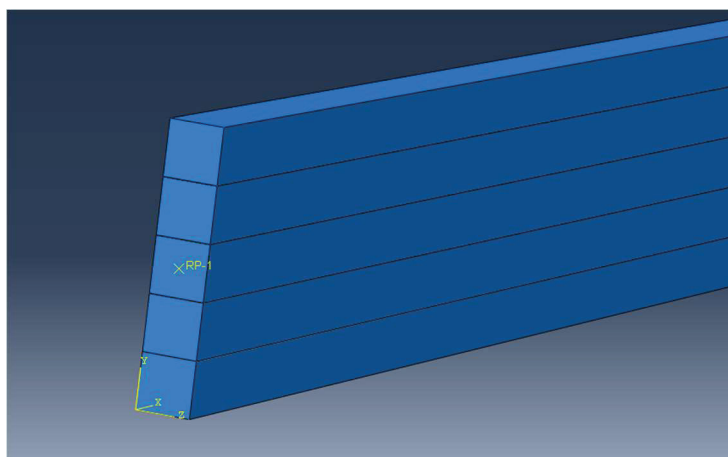


Uma nova janela se abrirá, com as configurações entre vinculação de superfícies. É possível seguir com a configuração padrão apresentada pelo software. Após dada sequência é necessário realizar esta vinculação entre as demais superfícies de lamela e adesivo, lembrando que para cada vinculação lamela – adesivo – lamela serão dois vínculos discretizados.

Após isto é necessário juntar as lamelas com os adesivos. Para isto retorne ao módulo *Assembly* e clique do segundo botão à direita de cima para baixo (*translation instance*). Selecione os elementos que serão transladados, escolha um nó de início e um nó final para a movimentação. Assim teremos o modelo definitivamente acoplado.

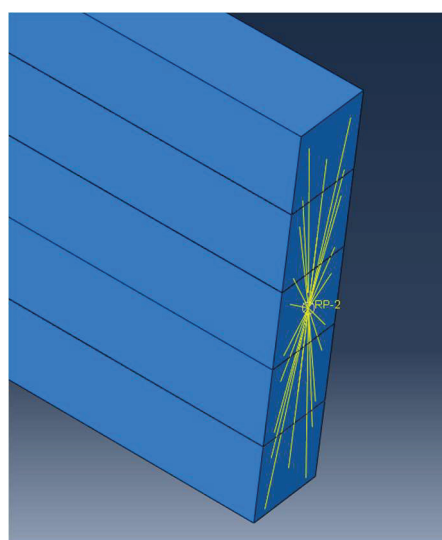
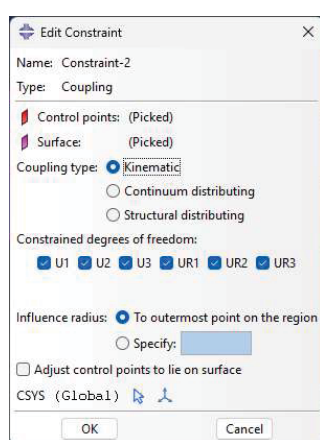


Após este processo é necessário definir o ponto de aplicação das cargas e das condições de contorno. Isto será realizado a partir de um nó de referência (nó fictício criado para definir as condições de contorno e o ponto de aplicação da carga) vinculado ao modelo. Para isto vá no menu superior e expanda a caixa *Tools* e clique em *Reference Points*. O sistema solicitará as coordenadas de um ponto de referência. Utilizaremos, então, um ponto centrado na seção transversal das extremidades. Com isto o primeiro nó de referência estará localizado nas coordenadas (0,100.2,20) e o segundo nas coordenadas (4000,100.2,20). A representação do nó de referência é dada como na imagem abaixo.



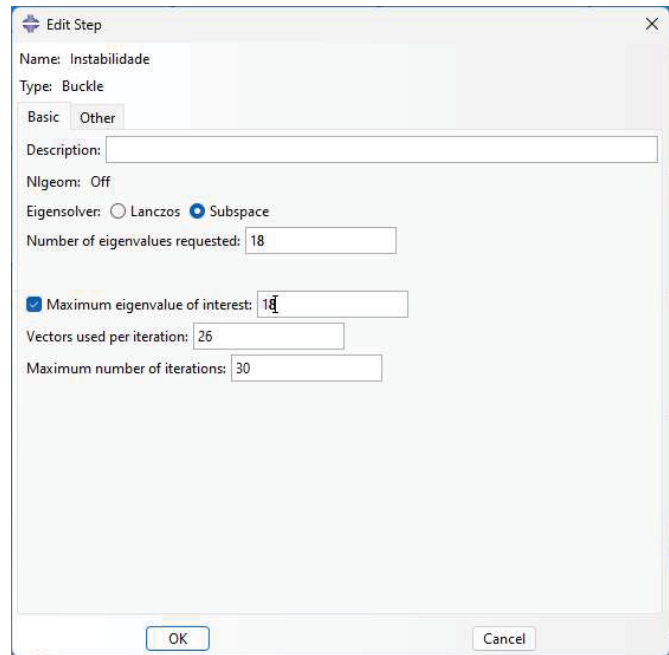
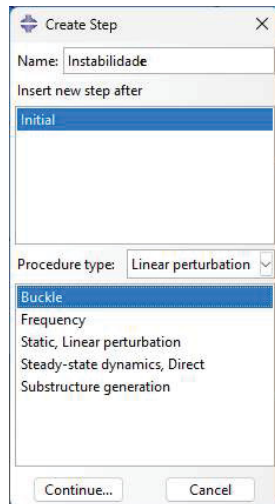
Após isto será definido o vínculo entre o nó de referência e o modelo numérico. Para isto volte ao menu *Interaction* e selecione novamente o botão *Create Constraints*.

Para este vínculo será selecionado o tipo *Coupling*. Selecione o ponto de referência e na sequência as superfícies de contato (no caso as superfícies extremas próximas ao nó de referência, que para o conjunto de 5 lamelas são as suas respectivas 5 superfícies). Uma nova janela será apresentada, com os graus de liberdade relacionados a vinculação do nó e as superfícies. Mantenha todos os graus de liberdade selecionados, e a opção de tipo de acoplamento em cinemático. Por fim o vínculo entre o nó de referência e o modelo deverá ser representado como na imagem abaixo.



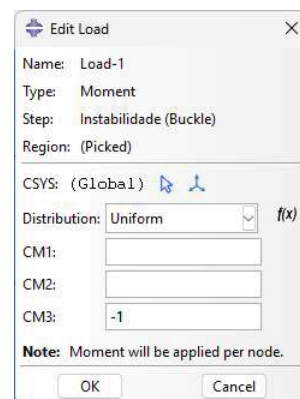
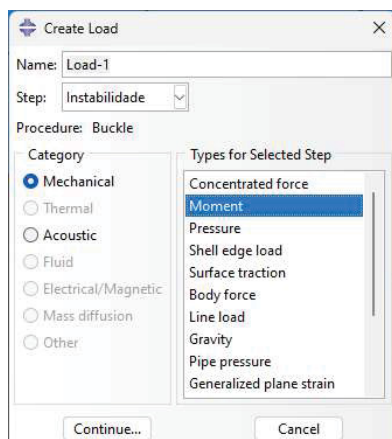
5) Etapas/passos de carregamento (*step*)

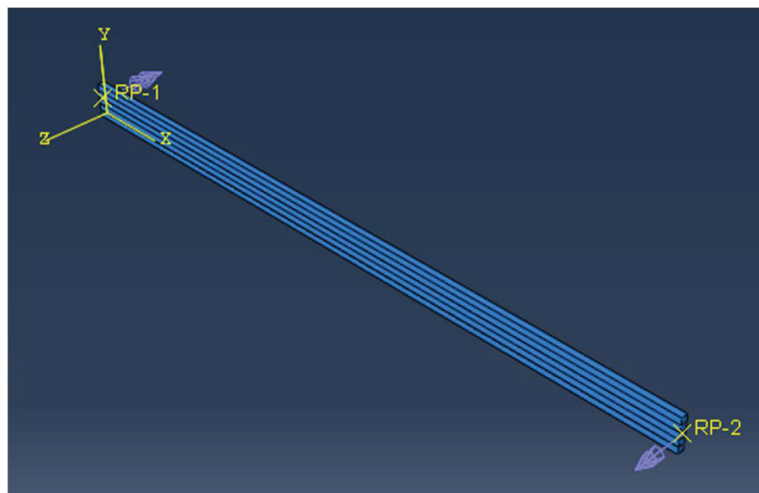
Nesta etapa será definida as etapas (ou passos) de carregamento. Para isto clique em *Steps* na árvore de propriedades, e irá abrir uma nova janela. É importante frisar que naturalmente o software apresenta uma etapa de carregamento inicial, onde nela serão atribuídas as condições de contorno do modelo. Para a análise de estabilidade deverá ser selecionado, como tipo de procedimento, perturbações lineares (*linear perturbation*) e na sequência a flambagem (*buckle*). Uma nova janela será aberta, onde será necessário escolher o método de solução do problema de autovalores (subespaço ou Lanczos), o número de autovalores requisitado, o máximo de autovalores de interesse, os vetores utilizados por iteração e o número máximo de iterações.



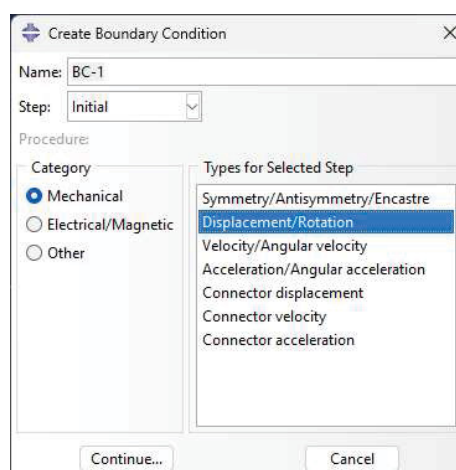
6) Definição do carregamento e condições de contorno (*load e BCs*)

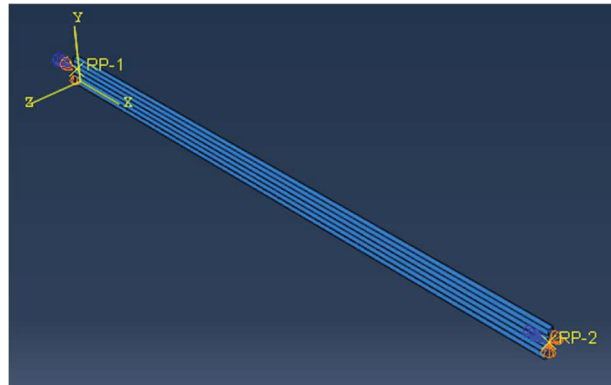
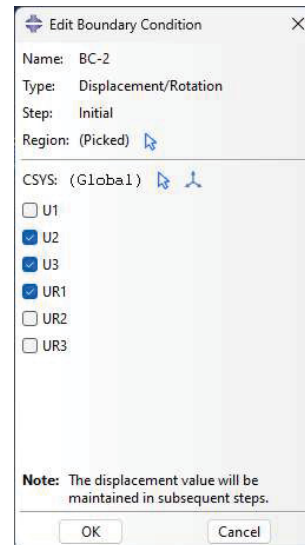
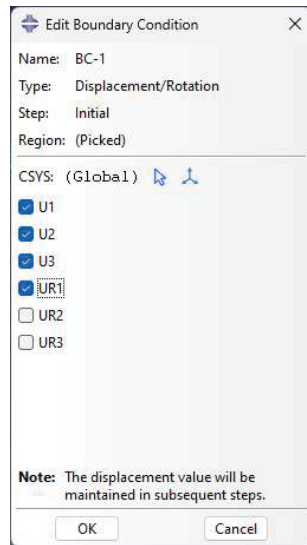
Nesta etapa serão definidos os carregamentos e as condições de contorno, partindo de uma diretriz similar às duas (aplicação sobre o nó de referência, definido anteriormente). Para isto selecione o item *Loads* na árvore de propriedades. É importante garantir que a etapa de carregamento solicitada é a criada anteriormente, e o tipo de carregamento aplicado é o momento. Selecione o nó de referência e dê continuidade. Uma nova janela será apresentada, onde é necessário atribuir a intensidade do momento aplicado e o sentido do carregamento (no caso será atribuído a rotação sobre o eixo 3). O sentido do carregamento deve ser o mesmo de uma flexão constante positiva sobre a viga. Isto deve ser realizado nos dois nós de referência criados e atribuídos ao modelo





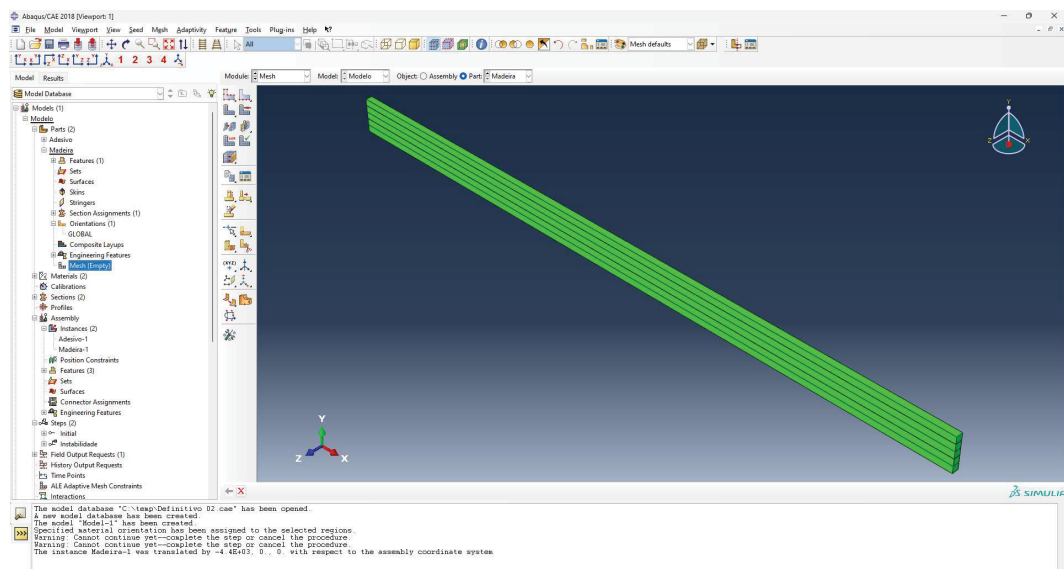
Para definir as condições do contorno selecione o item *BCs* na árvore de propriedades. É importante garantir que a etapa de carregamento selecionada é a inicial, e o tipo de condição de contorno é a restrição a deslocamento e rotação (*displacement/rotation*). Selecione o nó de referência, e a partir disto uma nova janela será apresentada. Como a viga possui condição isoestática o modelo tridimensional deverá apresentar, em um dos apoios, restrição ao deslocamento nas três direções e a rotação na direção longitudinal, e no outro apoio restrição ao deslocamento vertical e transversal e a rotação na direção longitudinal.



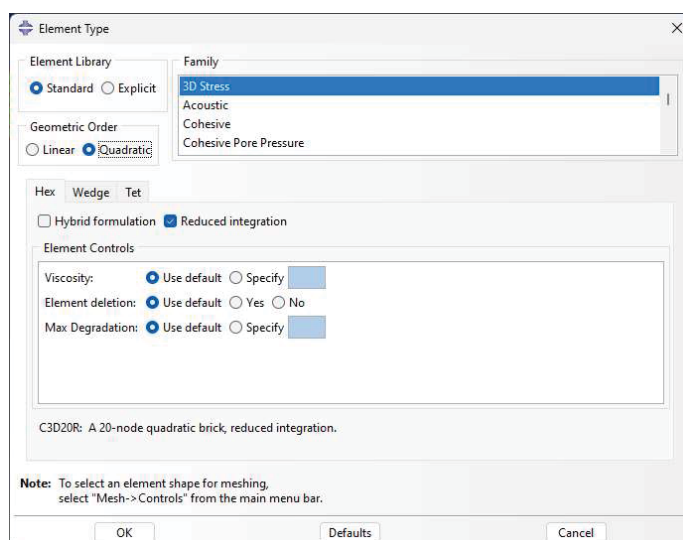
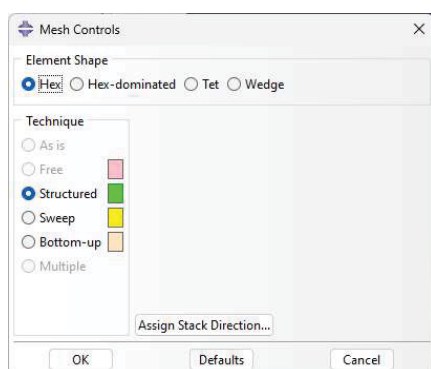


7) Definição da malha (mesh)

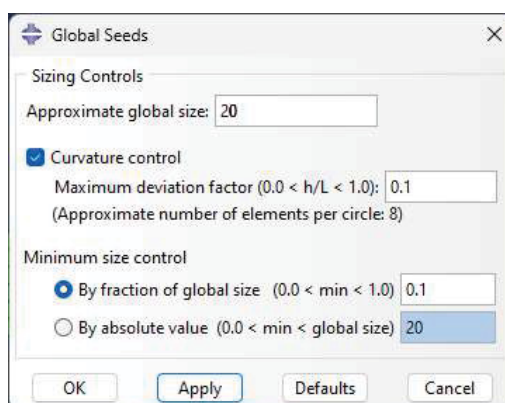
Para a definição da malha é necessário expandir a árvore de propriedades em *Parts* > *Madeira* e clicar em *Mesh (Empty)*. A aba de visualização apresentará o modelo em cor verde clara, caracterizado pela falta de atribuição da malha.

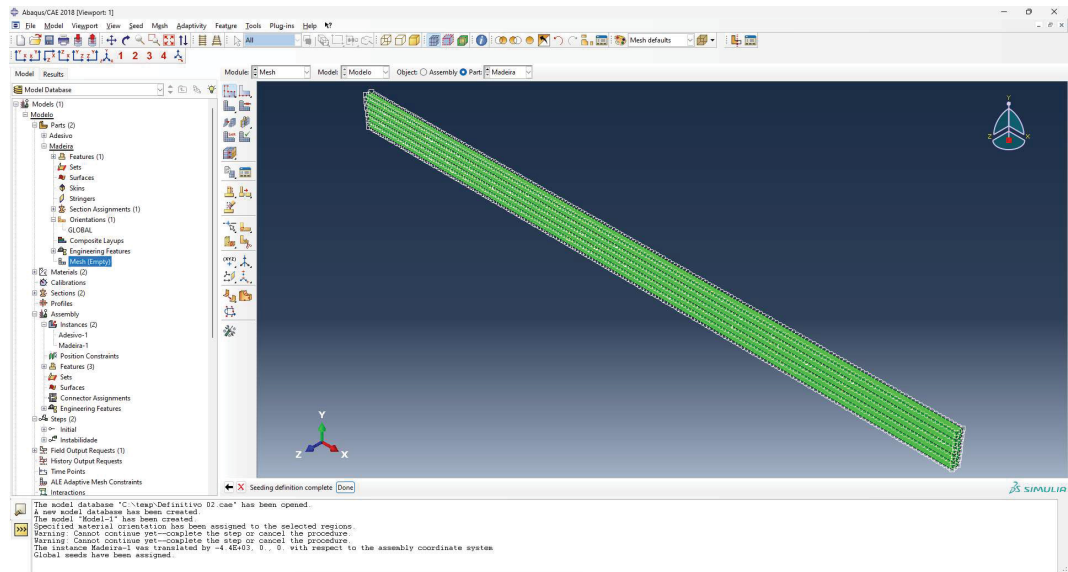


No menu superior selecione *Mesh* e *Mesh Controls*. Nesta aba atribua a técnica estruturada (*structured*) para o modelo, e dado sequência selecione no menu superior *Mesh* e *Element Type*. O *software* solicitará para que selecione os elementos que terão atribuição da malha. Selecionado os elementos uma nova janela será aberta, para definição do tipo de malha. Selecione uma família de tensões tridimensionais (*3D stress*), com ordem quadrática (*quadratic*), referente ao tipo de elemento C3D20R.

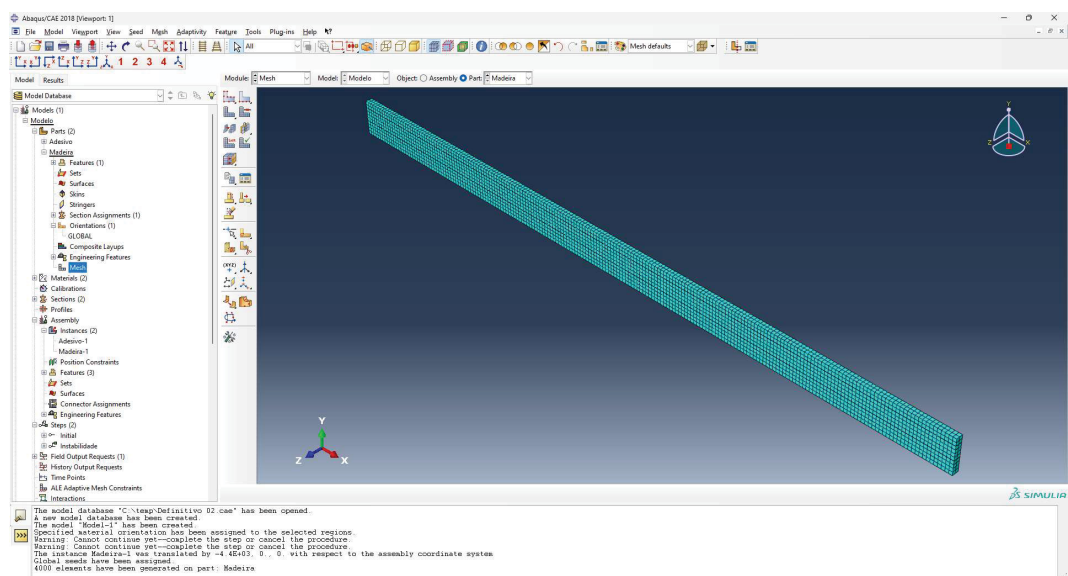


Após isto clique em *seed, parts*. Uma nova janela será apresentada para definição do tamanho médio do elemento. Atribua ao tamanho aproximado da malha o comprimento de 20 mm. Uma imagem com o modelo verde-claro com circunferências dispostas é apresentada, com a definição prévia da posição dos elementos.

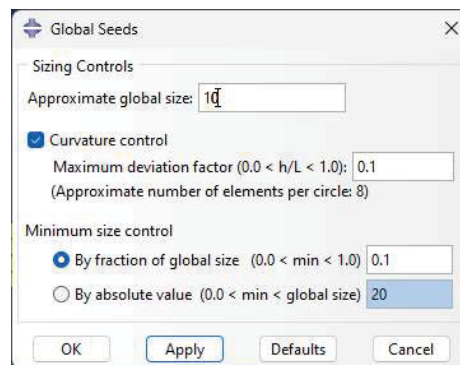
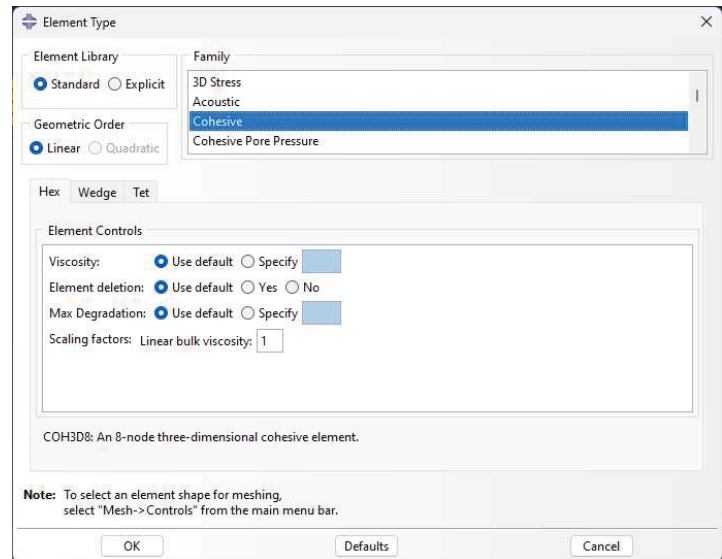
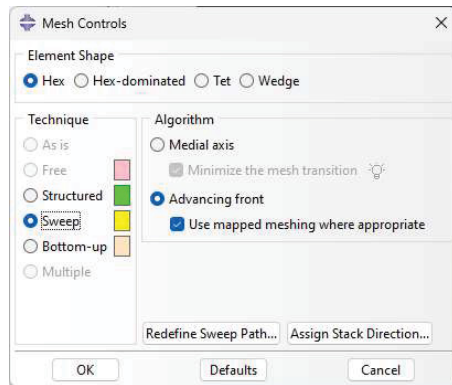




Por fim clique em *mesh*, *part* para definição final da malha, A malha assim será gerada, com os elementos apresentados em azul claro.

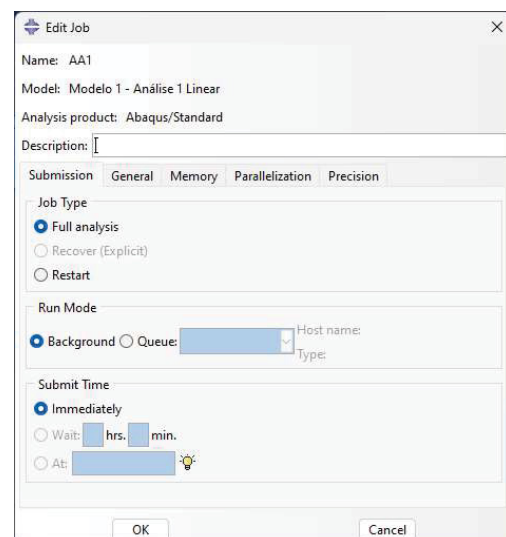
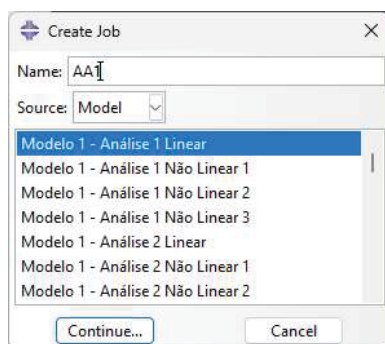


É necessário realizar este mesmo processo para o adesivo. A diferença é que para o adesivo será definido, na aba *Mesh Controls*, a técnica por varredura (*sweep*) e utilizado um elemento do tipo coesivo, que definirá um elemento do tipo COH3D8. O tamanho da malha atribuída deve ser de 10mm, para que os nós intermediários do elemento de madeira sejam relacionados aos nós de vértices do adesivo.

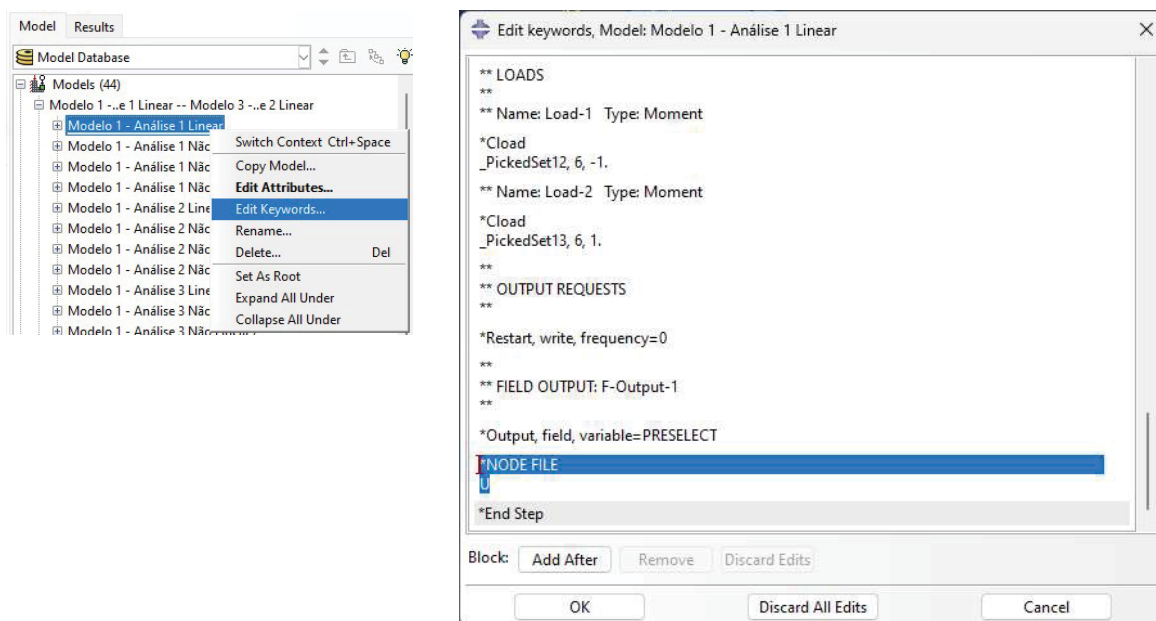


8) Análise linear (job)

Para definição da análise linear é necessário clicar em Jobs na árvore de propriedades. Uma janela será aberta, onde será necessário nomear o processo de análise e selecionar o modelo de análise desenvolvido.



Antes de iniciar a análise numérica é necessário atribuir à programação de análise uma rotina para exportar os deslocamentos dos nós, visando a sequente análise não-linear do modelo. Para isto clique com o botão direito sobre o modelo, na árvore de propriedades, e selecione a opção Edit Keywords.... Adicione, então, o comando *NODE FILE U, conforme exposto em imagem, antes do comando *End Step.



Feito isto clique com o botão direito sobre a análise criada em *Jobs*, e selecione *Submit*. O Abaqus/CAE dará início a análise numérica, e quando concluída será apresentado o termo *Completed* ao lado da análise criada.

9) Resultados da análise não-linear (*visualization*)

Os resultados podem ser avaliados de duas maneiras, através do relatório de cálculo e do visualizador de resultados. O relatório de cálculo poderá ser acessado a partir do botão direito sobre a análise criada e a seleção do item Monitor. Será aberta uma janela onde estão resumidas as características da análise realizada. Clique na aba *Message File* e ali estarão apresentados os resultados obtidos para a análise linear de estabilidade por iteração realizada.

The screenshot displays the Abaqus/Standard 3DEXPERIENCE R2018x software interface. The main window shows a 3D visualization of a curved beam model. The beam is color-coded by U Magnitude, with a legend on the left ranging from 0.000e+00 (blue) to 1.000e+00 (red). The beam is fixed at one end and free at the other. The interface includes a top menu bar, a left sidebar with a tree view, and a bottom status bar.

Top Menu Bar: File, Model, Viewport, View, Mesh, Plot, Generate, Report, Options, Tools, Plug-ins, Help

Left Sidebar (Tree View):

- Model Results
 - Session Data
 - Output Databases (1)
 - Model Database (44)
 - Spectrums (7)
 - History
 - XYData
 - Paths
 - Display Groups (1)
 - Free Body Cuts
 - Streams
 - Movies
 - Images

Top Bar: Visualization defaults, Visualization, U, Magnitude

Model: C:\temp\MTA1L odb

Visualization: U Magnitude

Legend: U Magnitude

- +1.000e+00
- +9.167e-01
- +8.334e-01
- +7.500e-01
- +6.667e-01
- +5.834e-01
- +5.000e-01
- +4.167e-01
- +3.333e-01
- +2.500e-01
- +1.667e-01
- +8.334e-02
- +0.000e+00

Model: M1A1L.odb Abaqus/Standard 3DEXPERIENCE R2018x Thu Aug 04 10:08:01 Hora oficial do Brasil 2022

Step: Instabilidade

Node: 1: EignValue = 1.24162E+07

Primary Var: U, Magnitude

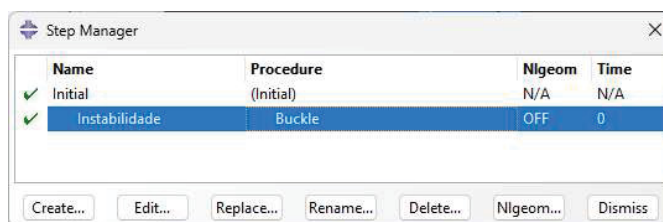
Deformed Var: U, Deformation Scale Factor: +4.000e+02

Bottom Status Bar:

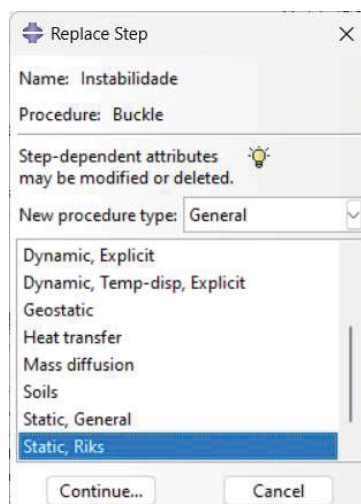
The model database "C:\temp\Definitivo 02 cas" has been opened.
 A new model database has been created.
 The model "Model-1" has been created.
 Specified material orientation has been assigned to the selected regions.
 Warning: Cannot continue yet--complete the step or cancel the procedure.
 Warning: Cannot continue yet--complete the step or cancel the procedure.
 The database Material1 was translated by +1.6547, 0, 0 with respect to the assembly coordinate system.
 Global seeds have been assigned.
 4200 elements have been generated on part: Madeira

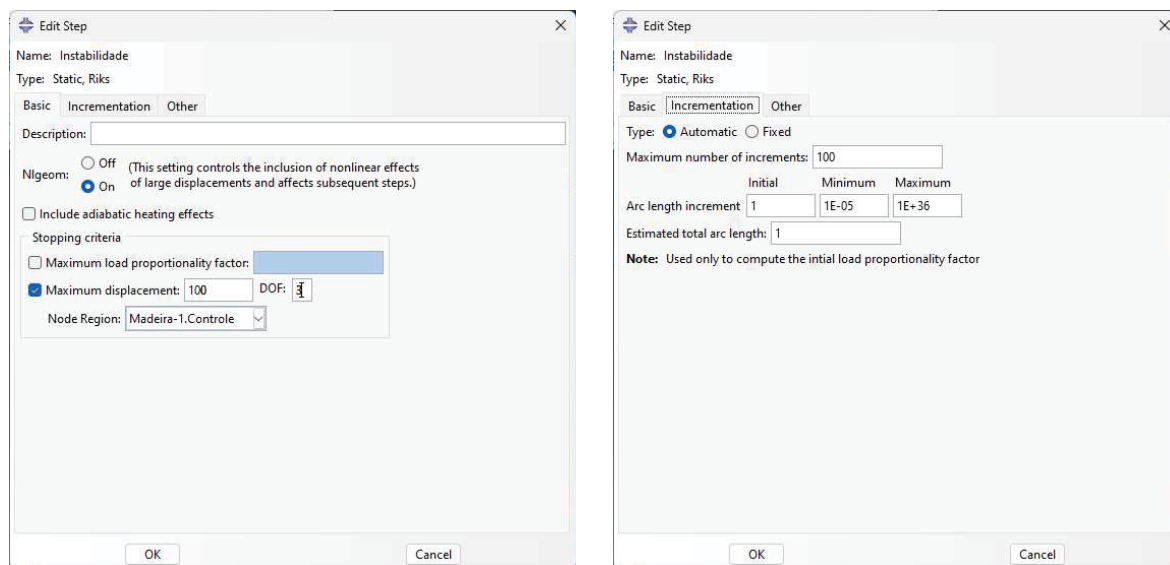
10) Análise não-linear e resultados

Para a realização da análise não-linear é necessário duplicar o modelo criado. De início altera-se o tipo de etapa de carregamento, selecionando o módulo Step e clicando no primeiro botão à direita de cima para baixo. Uma nova janela será aberta, com as etapas de carregamento atribuídas anteriormente.

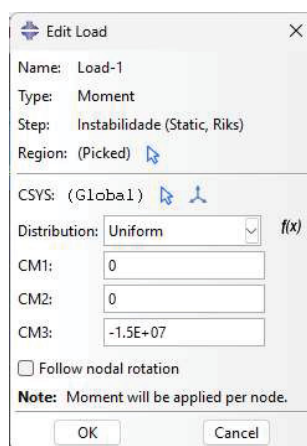


Selecione a opção *Replace...* e uma janela para substituição do tipo de etapa de carregamento será aberta. Altere o tipo de procedimento para geral (*general*) e selecione a análise do tipo *Static, Riks*. Uma nova janela será aberta, com as características da análise pelo método de Riks a serem dispostas. Habilite a seleção de não-linearidade geométrica, e na aba de incrementos (*incrementation*) defina os tamanhos iniciais, mínimos e máximos do comprimento do arco utilizado no método. É possível também atribuir critérios de parada do modelo, como deslocamento máximo para um determinado grau de liberdade definido.



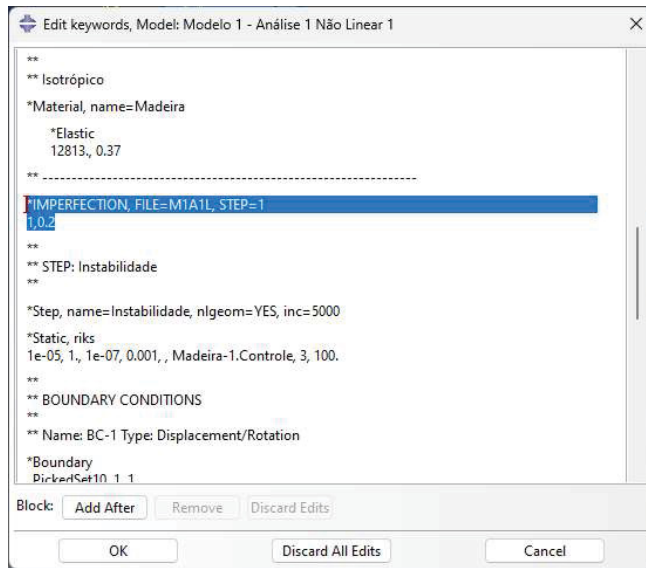


Após esta caracterização é necessário alterar a intensidade da carga aplicada, para que ela seja levemente superior à carga crítica determinada na etapa linear.



Antes de finalizar a análise é necessário novamente editar o campo de programação da análise, excluindo o campo referente aos deslocamentos dos nós (atribuído na etapa anterior) e adicionando, antes da linha referente a etapa (*step*) o comando:

```
*IMPERFECTION, FILE=M1A1L, STEP=1
1,0.2
```



O comando *Imperfection* é necessário para a análise geométrica, conforme indicado pelo manual do Abaqus/CAE. O campo *file* deve indicar o arquivo de análise da etapa linear, e campo *step* como a etapa de carregamento a ser considerado. Os valores abaixo desta linha de comando apresentam o modo de flambagem a ser considerado (geralmente o crítico, ou seja, o primeiro que leva a instabilidade) e a deformação geométrica a ser considerada.

A sequência da análise e obtenção dos resultados é realizada seguindo o apresentado para a etapa linear. Os resultados podem ser consultados a partir do diagrama entre o *Load Proportionality Factor* (fator de proporcionalidade de carga) e deslocamento medido.

