

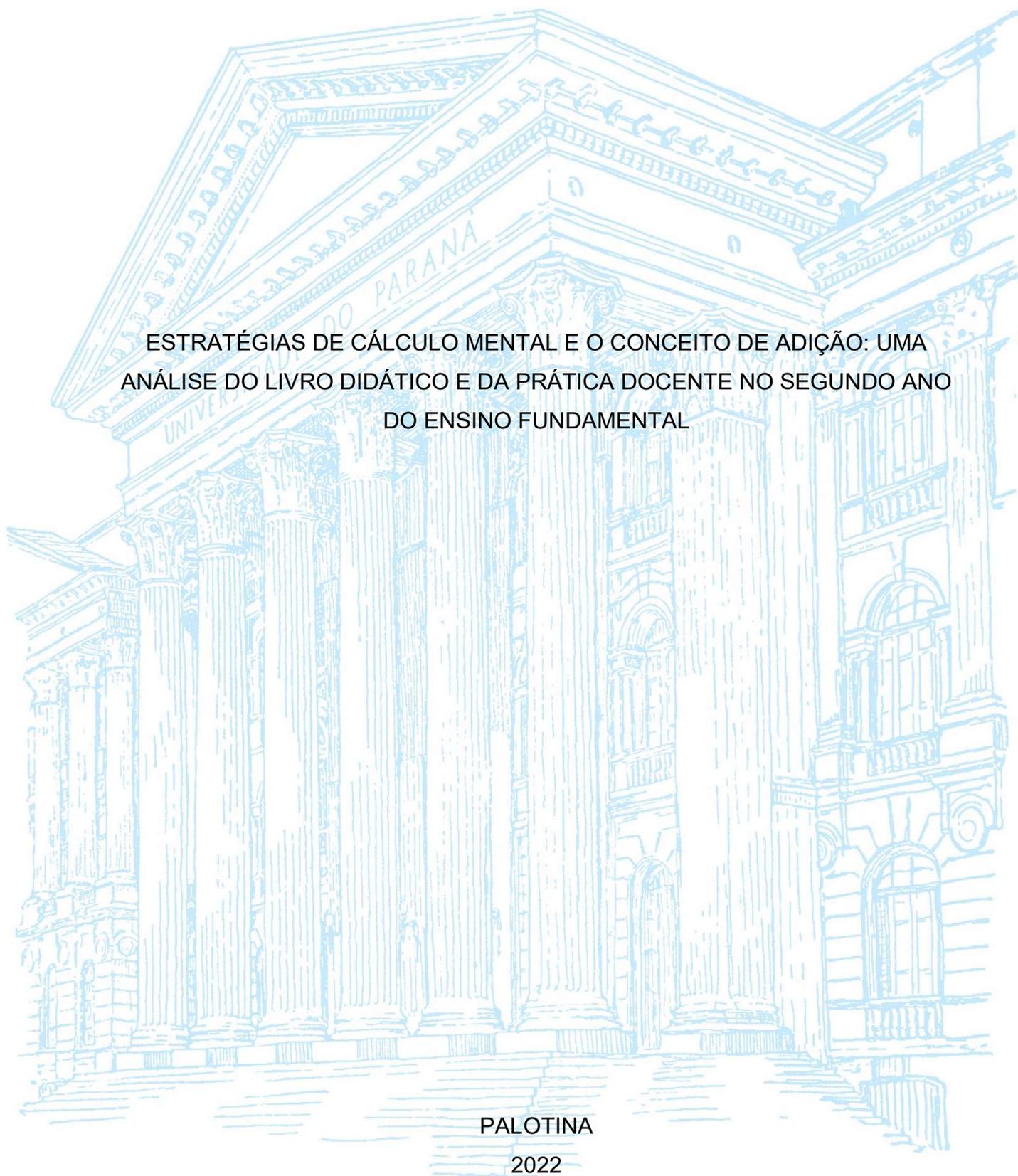
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

HELEN NATIANE DE LIMA ZEFERINO

ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL E O CONCEITO DE ADIÇÃO: UMA  
ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO E DA PRÁTICA DOCENTE NO SEGUNDO ANO  
DO ENSINO FUNDAMENTAL

PALOTINA

2022



HELEN NATIANE DE LIMA ZEFERINO

ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL E O CONCEITO DE ADIÇÃO: UMA  
ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO E DA PRÁTICA DOCENTE NO SEGUNDO ANO  
DO ENSINO FUNDAMENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Licenciatura em Ciências Exatas, Setor Palotina, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Ciências Exatas com habilitação em Matemática

Orientador: Prof. Dr. Wander Mateus Branco Meier

PALOTINA

2022

## Declaração de autoria do Trabalho

Eu, Helen Natiane de Lima Zeferino, portador(a) do RG 12.831.074-6 e CPF 068.970.711-88, regularmente matriculado(a) no Curso de Licenciatura em Ciências Exatas da UFPR, Setor Palotina, declaro que o trabalho de conclusão de curso (TCC) apresentado é de minha autoria. As partes e fragmentos de texto que não são integralmente de minha autoria foram devidamente citados e referenciados nos locais onde as informações foram apresentadas.

Palotina, 01 de setembro de 2022.

Helen Natiane de Lima Zeferino

## **TERMO DE APROVAÇÃO**

HELEN NATIANE DE LIMA ZEFERINO

O USO DO CÁLCULO MENTAL NO 2º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA  
ANÁLISE DO LIVRO DIDÁTICO E DA PRÁTICA DOCENTE

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Ciências Exatas na Universidade Federal do Paraná como requisito para a obtenção de Licenciatura em Ciências Exatas com habilitação em Matemática e aprovado pela seguinte banca avaliadora:

---

**Wander Mateus Branco Meier**  
Orientador

---

**Roberta Chiesa Bartelmebs**  
Membro da banca

---

**Luciana Del Castanhel Peron**  
Membro da banca



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIAS E EXATAS  
Rua Pioneiro, 2153, - - Bairro Jardim Dallas, Palotina/PR, CEP 85950-000  
Telefone: 3360-5000 - <http://www.ufpr.br/>

## ATA DE REUNIÃO

Às 19 horas do dia 21 de setembro de 2022, reuniu-se remotamente por meio da plataforma Jitsi, a banca examinadora infranomeada para avaliar o trabalho de conclusão de curso de licenciatura em Ciências Exatas intitulado O uso do cálculo mental no 2º ano do Ensino Fundamental: uma análise do livro didático e da prática docente da aluna Helen Natiane de Lima Zeferino, orientada pelo professor Wander Mateus Branco Meier, como um dos requisitos parciais para concluir o curso de graduação em Licenciatura em Ciências Exatas. Iniciados os trabalhos o presidente da Banca Wander Mateus Branco Meier concedeu a palavra ao aluno(a) para a exposição do seu trabalho. A seguir, foi concedida a palavra aos membros da Banca para arguição do(a) aluno(a). Após os questionamentos, a Banca reuniu-se para atribuir a nota à aluna, a qual obteve a nota final 100, sendo assim considerada aprovada. Sem nada mais a tratar, foi lavrada a presente ata que, após lida e aprovada, foi assinada pelo/a Presidente e demais membros da banca Examinadora.

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Wander Mateus Branco Meier (orientador(a)),  
Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Roberta Chiesa Bartelmebs (UFPR),  
Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Luciana Del Castanhel Peron (UNIOESTE).



Documento assinado eletronicamente por **WANDER MATEUS BRANCO MEIER, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 21/09/2022, às 20:11, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **ROBERTA CHIESA BARTELMEBS, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 28/09/2022, às 14:00, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **Luciana Del Castanhel Peron da Silva, Usuário Externo**, em 28/09/2022, às 14:38, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



A autenticidade do documento pode ser conferida [aqui](#) informando o código verificador **4910158** e o código CRC **FFE65105**.

## RESUMO

O cálculo mental é uma ferramenta pedagógica que favorece o desenvolvimento do sentido de número, a resolução de problemas, além de contribuir com o desenvolvimento do pensamento criativo. É indicado em documentos oficiais, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), como uma habilidade que deve ser desenvolvida pelos alunos no Ensino Fundamental. Diante disso, buscamos analisar as possibilidades de utilização do cálculo mental a partir das tarefas matemáticas propostas no livro didático e em aulas de Matemática do 2º ano do Ensino Fundamental. O livro foi selecionado pois faz parte do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), sendo utilizado nas escolas do município de realização da pesquisa. Foi realizada uma pesquisa de campo, onde foi feita a observação de aulas de Matemática do 2º ano do Ensino Fundamental. Como registro, foram produzidos relatórios das observações. A análise do capítulo do livro didático e dos relatórios das observações foi realizada por meio da Análise de Conteúdo. A análise mostrou que no capítulo Adição do livro didático há diversas possibilidades de abordar o cálculo mental nas tarefas matemáticas. A análise das observações evidenciou que em diversos momentos há possibilidade de desenvolver o cálculo mental em tarefas matemáticas propostas nas aulas, apontou também o papel fundamental do professor no trabalho com o cálculo mental em sala de aula ao propor tarefas que permitam o desenvolvimento de estratégias para o cálculo mental e ao estimular sua utilização em diferentes tarefas matemáticas nas quais se pretende a aprendizagem da Matemática. Esperamos que este trabalho possa contribuir com a Educação Matemática ao identificar as possibilidades de utilização do cálculo mental em tarefas matemáticas e a importância de seu desenvolvimento em aulas de Matemática.

Palavras-chave: Educação Matemática. Anos iniciais do Ensino Fundamental. Cálculo Mental. Livro didático.

## **ABSTRACT**

Mental calculus is a pedagogical tool that favors the development of number sense, problem solving, in addition to contributing to the development of creative thinking. It is indicated in official documents, such as the National Curricular Common Base (BNCC), as a skill that must be developed by students in Elementary School. Therefore, we seek to analyze the possibilities of using mental calculus from the mathematical tasks proposed in the textbook and in Mathematics classes of the 2nd year of Elementary School. The book was selected because it is part of the National Textbook Program (PNLD), being used in schools in the municipality where the research was carried out. A field research was carried out, where the observation of Mathematics classes of the 2nd year of Elementary School was carried out. As a record, observation reports were produced. The analysis of the textbook chapter and the observation reports was performed using Content Analysis. The analysis showed that in the textbook Addition chapter there are several possibilities to approach mental calculation in mathematical tasks. The analysis of the observations showed that at different times there is the possibility of developing mental calculus in mathematical tasks proposed in the classes, it also pointed out the fundamental role of the teacher in working with mental calculus in the classroom by proposing tasks that allow the development of strategies for mental calculus and encouraging its use in different mathematical tasks in which the learning of Mathematics is intended. We hope that this work can contribute to Mathematics Education by identifying the possibilities of using mental calculus in mathematical tasks and the importance of its development in Mathematics classes.

Keywords: Mathematics Education. Early years of Elementary School. Mental Calculus. Textbook.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - DIFERENTES TIPOS DE CÁLCULO .....	19
FIGURA 2 - RETA NUMÉRICA.....	22
FIGURA 3 - TAREFA A .....	33
FIGURA 4 - TAREFA B .....	34
FIGURA 5 - TAREFA C .....	34
FIGURA 6 - TAREFA D.....	36
FIGURA 7 - TAREFA E .....	37
FIGURA 8 - TAREFA F .....	38
FIGURA 9 - TAREFA G.....	38
FIGURA 10 - TAREFA 02.....	42
FIGURA 11 - TAREFA 03.....	45

## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL .....	20
QUADRO 2 - ESTRATÉGIAS DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO .....	22
QUADRO 3 - CONHECIMENTOS NECESSÁRIOS PARA ESTRATÉGIAS .....	23
QUADRO 4 - HABILIDADES BNCC.....	27
QUADRO 5 - OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM AMOP .....	28

## **LISTA DE SIGLAS**

AMOP	- Associação dos Municípios do Oeste do Paraná
BNCC	- Base Nacional Comum Curricular
PCN	- Parâmetros Curriculares Nacionais
PNLD	- Programa Nacional do Livro e do Material Didático

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>11</b>
<b>2 CÁLCULO MENTAL</b> .....	<b>14</b>
2.1 BREVE HISTÓRICO DO CÁLCULO MENTAL NA EDUCAÇÃO BRASILEIRA ..	14
2.2 CONCEPÇÕES CÁLCULO MENTAL .....	15
2.3 CÁLCULO MENTAL NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS .....	17
2.4 ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL .....	20
<b>3 CÁLCULO MENTAL EM DOCUMENTOS NORMATIVOS E CURRÍCULOS</b> .....	<b>25</b>
3.1 PCN .....	25
3.2 BNCC .....	26
3.3 PROPOSTA PEDAGÓGICA CURRICULAR DA AMOP .....	27
<b>4 METODOLOGIA</b> .....	<b>29</b>
<b>5 ANÁLISE DOS DADOS</b> .....	<b>32</b>
5.1 LIVRO DIDÁTICO .....	32
5.2 OBSERVAÇÕES DAS AULAS DE MATEMÁTICA .....	40
<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>49</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>51</b>

## 1 INTRODUÇÃO

No processo de ensino e de aprendizagem de Matemática, o cálculo mental é considerado uma ferramenta pedagógica (SOUSA; LEITE, 2020), que pode facilitar e melhorar processos de ensino e aprendizagem (BERTICELLI; ZANCAN, 2021), é também considerado como uma “ferramenta necessária para a construção do conhecimento dos números e das quatro operações básicas” (JUNGES, 2010, p. 235). Cunha (2021) considera o cálculo mental como uma “habilidade para resolver problemas matemáticos” (p. 7) a qual deve ser desenvolvida na Educação Básica.

O cálculo mental favorece a resolução de problemas (BERTICELLI; ZANCAN, 2021; CUNHA, 2021; PARRA, 1996), melhora a relação do aluno com a Matemática, pois possibilita uma articulação do que se sabe com o que precisa aprender (PARRA, 1996). Também promove o desenvolvimento do sentido de número (CUNHA, 2021), e contribui com o desenvolvimento do pensamento criativo (BERTICELLI; ZANCAN, 2021).

O cálculo mental aparece em programas de educação desde 1883, como indica Gomes (2007), no entanto, a autora aponta que, assim como antigamente, há baixa frequência da prática desse tema no cotidiano escolar.

Cunha (2021) afirma que o cálculo mental é recente em pesquisas em Educação Matemática no Brasil. Além disso, a autora destaca que “Na Educação Básica, o discurso ainda parece ser o de ensinar algoritmos convencionais para solucionar os problemas matemáticos.” (p. 18). Embora o cálculo mental seja tratado em documentos oficiais, como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), a autora assinala que os alunos recorrem majoritariamente ao uso do algoritmo na resolução de tarefas matemáticas.

A BNCC indica que em relação aos cálculos, os alunos devem desenvolver diferentes estratégias como o cálculo mental, estimativas, algoritmos e o uso da calculadora (BRASIL, 2018).

O livro didático é o principal material didático utilizado na sala de aula, constituindo um importante recurso pedagógico (TURIBIO, 2017). Ao investigar a influência do livro didático na prática pedagógica de professores de Matemática, a autora evidencia que professores seguem a mesma sequência de conteúdos apresentados no livro didático, dessa maneira esse material exerce influência no currículo e na prática pedagógica dos professores (*Ibid*). O Programa Nacional do

Livro e do Material Didático (PNLD) realiza a distribuição de obras literárias a escolas públicas, as quais são avaliadas e distribuídas gratuitamente, de forma regular e sistemática (BRASIL, [s.d.]). No ano de 2020, o programa distribuiu mais de 172 milhões de exemplares para escolas de Educação Infantil, Ensino Fundamental e Médio (FNDE, [s.d.]).

Berticelli e Zancan (2021) apontam que a aprendizagem das estratégias de cálculo mental ocorre do simples ao complexo. Ao ser compreendida, a adição, que era um conhecimento complexo, passa a ser simples, e assim, progride-se para as demais operações básicas.

Diante disso, buscamos investigar tarefas matemáticas no capítulo adição, do livro *Ápis Matemática*, 2º ano: Ensino Fundamental, pois o livro integra o PNLD e encontra-se em circulação no município de realização da pesquisa. Essa análise levou-nos a questionar como o cálculo mental é trabalhado na sala de aula. Tendo em vista que a observação é utilizada em pesquisas relacionadas ao cálculo mental<sup>1</sup>, foram realizadas observações em aulas de Matemática do segundo ano, a fim de analisar as propostas pedagógicas em relação às possibilidades de utilização do cálculo mental nas tarefas matemáticas observadas.

Esta pesquisa tem por objetivo analisar as possibilidades de utilização do cálculo mental a partir das tarefas matemáticas propostas no livro didático e em aulas de Matemática do 2º ano do Ensino Fundamental. Para isso, definimos os objetivos específicos: a) Analisar as tarefas matemáticas presentes no capítulo “Adição” do livro didático *Ápis Matemática*, 2º ano: Ensino Fundamental, na perspectiva do cálculo mental; b) Analisar as tarefas matemáticas propostas em aulas de Matemática do 2º ano do Ensino Fundamental que envolvem o conceito de adição, na perspectiva do cálculo mental.

No Capítulo 2 abordamos os aspectos teóricos referentes ao cálculo mental, as concepções sobre o cálculo mental, a sua relação com a resolução de problemas e algumas das estratégias de cálculo mental encontradas na Literatura. Em seguida, no Capítulo 3, os aspectos relacionados ao cálculo mental presentes em documentos

---

<sup>1</sup> Cálculo mental com números racionais e desenvolvimento do sentido de número (CARVALHO; PONTE, 2019); Evolução de estratégias de cálculo mental: um estudo no 3.º ano de escolaridade (TEIXEIRA; RODRIGUES, 2015); Cálculo mental com números Racionais: Um estudo com alunos do 6.º ano de escolaridade (CARRAPIÇO, 2016); Cálculo Mental: diagnóstico de estratégias espontâneas de alunos do 6º ano (SANTOS; SANTOS-WAGNER, 2014).

oficiais. No Capítulo 4, expomos a Metodologia deste trabalho e, no Capítulo 5, apresentamos a análise do livro didático e das observações das aulas de Matemática. Por fim, sintetizamos os apontamentos realizados ao longo da análise, e as considerações finais referentes a este trabalho.

## 2 CÁLCULO MENTAL

Neste capítulo serão apresentados alguns aspectos teóricos relacionados ao cálculo mental que fundamentam essa pesquisa. Na seção 2.1 apresentamos um breve histórico do cálculo mental na Educação brasileira, na seção 2.2 algumas das concepções de autores sobre o cálculo mental, na seção 2.3 a relação do cálculo mental com a resolução de problemas matemáticos e na seção 2.4 algumas estratégias de adição e subtração de cálculo mental.

### 2.1 BREVE HISTÓRICO DO CÁLCULO MENTAL NA EDUCAÇÃO BRASILEIRA

Gomes (2007) apresenta o histórico do cálculo mental na Educação. A autora destaca que o estudo dos aspectos históricos da Matemática escolar brasileira envolve a análise das propostas do Colégio Pedro II, referência nacional na época.

Em 1881, momento em que é realizada uma reforma curricular, aparece a primeira menção ao cálculo mental, evidenciando “exercícios de cálculo mental”. Todavia, já no próximo ano, após uma nova reforma curricular, o cálculo mental não mais é mencionado, voltando a aparecer novamente no ano de 1899 (GOMES, 2007).

No programa de 1931, expedido pelo Ministério da Educação, o cálculo mental é citado logo após as finalidades do ensino da Matemática. Diante disso, a autora identifica que o cálculo mental estava diretamente ligado ao alcance dessas finalidades (*Ibid*).

Em 1942, com a Reforma Gustavo Capanema<sup>2</sup>, os programas de Matemática são reformulados, o cálculo mental mantém-se entre os temas “Aritmética Prática do primeiro ano do curso ginasial”. Em 1951, os programas são modificados e o programa de Matemática é apresentado de maneira resumida, não configurando o cálculo mental de maneira explícita (GOMES, 2007, p.8).

---

<sup>2</sup> No período de 1937 a 1946, conhecido como Estado Novo, entra em vigor a Reforma Capanema (1942 - 1946), à época denominada de Leis Orgânicas do Ensino Industrial. Ocorre então a estruturação do ensino industrial, alterações no ensino secundário e a criação do Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial – SENAI. Os currículos foram reconsiderados, deixando uma oposição entre o ensino secundário e o profissional: enquanto o ensino secundário deveria formar os dirigentes da nação, o ensino profissional foi formado para os setores de produção (agrícola, industrial, comercial e ensino normal para formação de professores) (NETA, *et al.*, 2018).

A partir de 1960, com o segundo movimento internacional de modernização da matemática, denominado Movimento da Matemática Moderna, o cálculo mental perde espaço nos livros didáticos brasileiros (GOMES, 2007). No contexto do movimento, Gomes (2007) assinala que: “É mais importante ‘saber justificar’ as operações aritméticas com base nas propriedades estruturais dos conjuntos numéricos do que ‘saber fazer’” (p. 9, grifos do autor).

Berticelli (2017) buscou investigar as finalidades do cálculo mental no período de 1950-1970, com um destaque para o Ensino Primário do estado do Paraná e evidencia a presença do cálculo mental em programas de ensino de diversos estados brasileiros, com propósito de aplicação em situações práticas.

As análises nos indicaram que dentre as finalidades do cálculo mental no Ensino Primário no período de 1950-1970, podemos afirmar que cabia: preparar as crianças para resolverem problemas da vida prática; trabalhar com a prática da flexibilidade; inserir a Matemática num contexto de significação, dar sentido à sua realidade; mostrar a socialização da Matemática; envolver práticas de motivação no ensino do cálculo mental. (BERTICELLI, 2017, p.144).

Em 1997 são divulgados os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) e em 2018, é instituída a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018), ambos os documentos apresentam considerações a respeito do Cálculo Mental na Educação, que serão aprofundadas no Capítulo 3 - Cálculo mental em documentos normativos e currículos. A seguir, apresentamos algumas concepções sobre o cálculo mental.

## 2.2 CONCEPÇÕES CÁLCULO MENTAL

O cálculo mental não possui uma única definição, diferentes autores apresentaram suas contribuições em suas obras. Embora diversas, essas definições apontam para a necessidade e a importância do trabalho com cálculo mental (BERTICELLI; ZANCAN, no prelo).

Parra (1996), define o cálculo mental da seguinte maneira:

Entendemos por cálculo mental o conjunto de procedimentos em que, uma vez analisados os dados a serem tratados, estes se articulam, sem recorrer a um algoritmo pré-estabelecido para obter resultados exatos ou aproximados. Os procedimentos de cálculo mental se apoiam nas propriedades do sistema de numeração decimal e nas propriedades das operações (p. 189).

A concepção de cálculo mental da autora não exclui o registro de cálculos intermediários, que são realizados mentalmente. Portanto, não é adequado fazer comparações entre cálculo mental e escrito, porém a distinção entre o cálculo mental e o cálculo em que utiliza-se um único algoritmo é mais acertada. No primeiro, o indivíduo seleciona um procedimento que julgar mais adequado para os números envolvidos e a operação; no segundo, utiliza um algoritmo único, para quaisquer números (*Ibid*). Nesse sentido, para que o aluno possa selecionar um procedimento, é necessário que tenha conhecimento de suas opções, isto é, que conheça as diferentes maneiras que pode operar com os números mentalmente.

O cálculo mental pode servir de suporte aos algoritmos posteriormente, por exemplo na operação  $348+274$  que pode ser realizada pelo algoritmo convencional, é preciso somar três vezes os dígitos, se cada soma representar uma tarefa muito difícil, é provável que erros sejam cometidos que comprometam o resultado final (*Ibid*).

Brocardo (2011) expressa que no cálculo mental utiliza-se valores exatos, com objetivo de obter resultados exatos. Também não exclui o uso de registros intermediários, e diferencia o cálculo mental do algoritmo por trabalhar, de maneira flexível, com os números e não com os dígitos, como acontece nos cálculos com o uso do algoritmo. Com relação aos registros intermediários, Fontes (2010) evidencia que: “Anotar um resultado parcial pode ser importante para facilitar a estratégia seguinte na busca do resultado final” (p. 32).

Zancan e Sauerwein apresentam uma caracterização para o cálculo mental:

Entendemos por cálculo mental aqueles exatos ou aproximados, que são efetuados mentalmente, ou com anotações para apoiar o raciocínio, que não dependem, exclusivamente, do uso de algoritmos e da contagem. São aqueles que utilizam estratégias, raciocínio lógico numérico, que derivam resultados de outros memorizados e tem [sic] suas ações validadas pelas propriedades numéricas e operacionais (2017, p. 311).

Os autores citados mencionam que nos anos iniciais muitas respostas às questões de aritmética são obtidas pelos alunos pela contagem. Porém, esse método não é suficiente para o desempenho em anos posteriores. Além disso, um aluno que

utiliza a contagem e que não é estimulado no desenvolvimento de outras estratégias, utiliza o resultado e esquece, e, ao depender deste método, dificilmente desenvolve o cálculo mental. Por outro lado, o aluno que desenvolve outras estratégias, além de memorizá-las por mais tempo, pode também difundi-las por outras áreas, além das escolares.

No entanto, Parra (1996) destaca a utilidade da contagem, a necessidade da precisão, por exemplo, não contar o mesmo número duas vezes e não deixar de contar algum número. E propõe o melhoramento da contagem, isto é, ao somar  $7+3$ , que inicialmente poderia ser resolvido como 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, deve-se incentivar que os alunos iniciem a contagem a partir do 7: 8, 9, 10. Além disso, algumas propriedades da soma são usadas implicitamente, por exemplo em  $3+6$ , contam 6: 7, 8, 9, note que a comutatividade foi utilizada. Na subtração, a autora recomenda buscar a substituição de fazer desenhos, apagar a quantidade que deve ser subtraída e depois contar o restante, por atividades que possam “[...] contar para trás” (p. 212).

Parra (1996) evidencia a importância do trabalho com cálculo mental na escola, destacando o desenvolvimento das relações numéricas: “As relações numéricas que os alunos são capazes de estabelecer atuam, sem dúvida, no tratamento dos dados do problema e comprometem o significado das situações” (p. 196). Além disso, o fato de os alunos raciocinarem sobre os cálculos que realizam influencia na capacidade de resolver problemas e contribui com a aprendizagem de assuntos mais avançados na Matemática (*Ibid*).

Na seção a seguir, apresentamos a relação do cálculo mental com a resolução de problemas matemáticos.

### 2.3 CÁLCULO MENTAL NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A metodologia de resolução de problemas é apontada como um caminho para que os conhecimentos matemáticos fiquem mais compreensíveis para os estudantes, na medida em que abordam ativamente o problema. A representação do problema pode dar-se por desenhos, esquemas, diagramas, etc. Esses recursos auxiliam na representação dos raciocínios empregados na resolução do problema (ROMANATTO, 2012).

Onuchic (1999) aponta que essa metodologia pode “[...] ajudar os alunos a compreender os conceitos, os processos e as técnicas operatórias necessárias dentro

do trabalho feito em cada unidade temática” (p. 208), sendo uma oportunidade de aplicar conhecimentos já estudados, como também de construção de novos conhecimentos.

Segundo a BNCC, o Ensino Fundamental tem a incumbência do desenvolvimento do letramento matemático:

[...] definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas (BRASIL, 2018, p. 266).

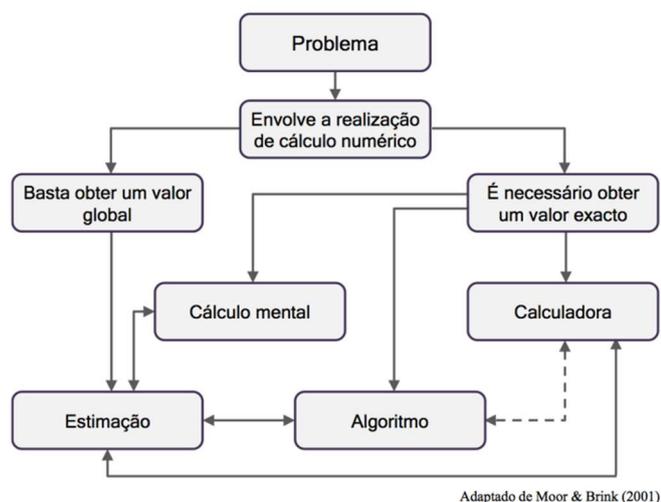
No documento ainda consta que a resolução de problemas, além da investigação, modelagem e o trabalho com projetos, são processos matemáticos privilegiados no âmbito de desenvolvimento de competências essenciais para o letramento matemático.

Parra (1996) relata que diante de uma situação-problema há dois tipos diferentes de alunos: aqueles que fazem relações com as informações, averiguam e antecipam o resultado, controlando assim o sentido do que se obteve. E também aqueles que aplicam algoritmos sem refletir sobre o que estão buscando e o onde pretendem ou precisam chegar, e ainda sem conseguir explicar o motivo de terem feito tais escolhas durante a resolução.

Diante disso, o cálculo mental exerce importância na resolução de problemas, na medida que permite uma maneira de controlar e refletir sobre decisões para a resolução. Além disso, “o enriquecimento das relações numéricas através do cálculo mental facilita para os alunos, frente a uma situação, serem capazes de moldá-la por antecipação, por reflexão” (PARRA, 1996, p. 195).

Brocardo (2011) apresenta, a partir de uma análise de Moor e Brink (2001) os diferentes tipos de cálculo que o aluno pode realizar diante de um problema:

FIGURA 1 - DIFERENTES TIPOS DE CÁLCULO



Fonte: Brocardo (2011, p. 5)

A partir do esquema, podemos perceber que, a depender do problema, diferentes cálculos podem ser utilizados, por exemplo: quando é necessário apenas um valor global, a estimacão pode ser utilizada (BROCARD, 2011).

A estimacão diferencia-se do cálculo mental pois não utiliza valores exatos, mas arredondamentos que são mais facilmente manejáveis. No esquema, ainda é possível observar que a estimacão está associada ao cálculo mental, ao algoritmo e também à calculadora, trata-se de um controle sobre os resultados e identificação de erros que podem ter sido cometidos no processo de resolução (*Ibid*).

Parra (1996), defende a estimativa<sup>3</sup> como uma função do cálculo mental e parte de seu processo. E deve ser usada simultaneamente aos procedimentos utilizados na busca da resposta, a fim de antecipar e determinar a confiabilidade do resultado encontrado.

Cunha (2021) destaca a importância da resolução de problemas matemáticos no que tange ao desenvolvimento da autonomia, raciocínio e interpretação. Além disso, considera ser

<sup>3</sup> Consideramos que a concepção de estimativa (PARRA, 1996) corrobora com o conceito de estimacão (BROCARD, 2011).

“[...] fundamental que o ensino da Matemática dê ênfase maior à resolução de problemas, por meio do fortalecimento do Cálculo mental. Assim, incentivaremos nossos alunos na busca de diferentes estratégias de cálculo” (p. 43).

Na seção a seguir, apresentamos a definição das estratégias de cálculo mental e alguns exemplos.

## 2.4 ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL

Na perspectiva de Thompson (1999), as estratégias de cálculo mental são selecionadas de acordo com os números envolvidos na operação e referem-se à:

[...] aplicação de fatos numéricos conhecidos ou rapidamente calculados em combinação com propriedades específicas do sistema numérico para encontrar a solução de um cálculo cuja resposta não é conhecida. (THOMPSON, 1999, p. 2, tradução nossa).

Threlfall (2009), considera as estratégias como “[...]maneiras diferentes de resolver mentalmente um problema aritmético” (*apud* SILVA, 2017, p.3). Essas estratégias estão relacionadas a determinados contextos, ainda que influenciadas por conhecimentos anteriores dos alunos (*Ibid*).

Tal como a definição de cálculo mental, as estratégias não são padronizadas, os autores apresentam diferentes definições como “caminhos” que o indivíduo opta ao se deparar com determinada operação. Além disso, segundo Parra (1996):

O cálculo pensado é eminentemente particularizante: cada problema é novo e a aprendizagem vai consistir em compreender que para uma mesma operação determinados cálculos são mais simples que outros, e que pode ser útil escolher um caminho aparentemente mais longo, porém menos difícil (p. 201).

Rathgeb-Schierer e Green (2019) descrevem seis estratégias de adição e subtração a partir de uma análise de Selter (2000), conforme sintetizado no Quadro 1.

QUADRO 1 - ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL

Estratégia	Descrição	Adição 56+38	Subtração 91-46
------------	-----------	--------------	-----------------

Estratégia de salto	Mantêm-se a primeira parcela, depois divide-se a segunda parcela. Então os números divididos são sucessivamente adicionados/subtraídos.	$56 + 30 \rightarrow 86 + 8$	$91 - 40 \rightarrow 51 - 6$
Estratégia de divisão	Divide-se os dois números do problema, e adicionam-se/ subtraem-se as unidades separadamente.	$50 + 30 \rightarrow 6 + 8 \rightarrow 80 + 14$	$90 - 40 \rightarrow 1 - 6$
Mescla de divisão e de salto	Combinação das duas estratégias acima.	$50 + 30 \rightarrow 86 + 8$	$90 - 40 \rightarrow 51 - 6$
Estratégia de compensação	Arredonda-se um número, tornando a operação mais fácil. Depois faz-se a compensação.	$56 + 38 \rightarrow 56 + 40 \rightarrow 96 - 2$	$91 - 50 \rightarrow 41 + 4$
Estratégia de simplificação	Na adição, alteram-se as parcelas de maneira oposta, isto é, ao passo que diminuem-se duas unidades de 56, somam-se as duas unidades em 38. Na subtração, o minuendo e o subtraendo são modificados da mesma maneira: em 91 e em 46 subtraiu-se uma unidade. É uma maneira de modificar a operação sem alterar o resultado.	$56 + 38 \rightarrow 54 + 40$	$90 - 45$
Adição indireta	Trata-se de uma estratégia de subtração, na qual soma-se “um número” ao subtraendo até alcançar o minuendo.		$46 + \underline{\quad} = 91$

FONTE: Adaptado de Rathgeb-Schierer e Green (2019, p. 4).

Sander (2018) descreve as estratégias de Buys (2008) e evidencia que o cálculo mental opera com números e não com dígitos, no qual as propriedades elementares das operações são utilizadas, articulando-se com as relações numéricas, tais como:

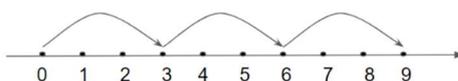
- a) propriedade comutativa ( $16 + 47 = 47 + 16$ ;  $28 \times 3 = 3 \times 28$ );
- b) propriedade distributiva ( $13 \times 6 = (10 \times 6) + (3 \times 6)$ );
- c) relações inversas ( $62 - 59 = 3$ , pois  $59 + 3 = 62$ ;  $420 \div 7 = 60$ , pois  $7 \times 60 = 420$ ).

Para Buys (2008), o cálculo mental divide-se em três formas básicas: linear, por decomposição e variada.

Na forma Linear os números são inicialmente vistos como objetos em uma linha de contagem, nas operações são realizados movimentos na linha: (+) para frente, (-) para trás, ( $\times$ ) para frente repetidamente, ( $\div$ ) para trás repetidamente. Por

exemplo, apresentamos a Figura 2, a qual pode representar as operações  $3 \times 3$  ou  $3+3+3$  (SANDER, 2018).

FIGURA 2 - RETA NUMÉRICA



FONTE: A Autora (2022)

Na forma por Decomposição os números são caracterizados por sua estrutura decimal. As operações são realizadas por meio da composição e decomposição de números. Por exemplo, na operação  $349 - 225$ , calcula-se:  $300 - 200 = 100$ ;  $40 - 20 = 20$ ;  $9 - 5 = 4$ ; e depois,  $100 + 20 + 4 = 124$  (SANDER, 2018).

A forma Variada fundamenta-se em propriedades aritméticas nas quais o número pode ser representado de diferentes maneiras, então escolhe-se a maneira mais adequada baseada nas propriedades:  $325 - 249$ ;  $325 - 200 = 125$ ;  $125 - 50 = 75$ ;  $75 + 1 = 76$  (*Ibid*).

Thompson (1999) verificou como crianças holandesas, até 11 anos de idade, resolviam operações de adição e subtração com números de intervalos até 100. Algumas das estratégias identificadas pelo autor estão descritas no Quadro 2.

QUADRO 2 - ESTRATÉGIAS DE ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Estratégia	Descrição
Fatos duplos	Operações que envolvem dobros conhecidos: $18-9 = 9$ , pois o dobro de 9 é 18.
Quase dobro	Operações com valores próximos ao dobro: $8+7= 7+7+1= 14+1=15$
Subtração como o inverso da adição	Envolve resultados memorizados da adição para resolver uma subtração: Sabendo que $3+4=7$ , então $7-3=4$ .
Usar cinco	Consiste em decompor os números utilizando o cinco: $6+7=(5+1)+(5+2)= 5+5+1+2=10+3=13$
Ponte pelo dez	Consiste em completar a dezena mais próxima: $8+6 = 8+2+4= 10+4=14$ ; $12-4=12-2-2=10-2-8$ .

Compensação	Consiste em utilizar um resultado conhecido e compensar: $9+5 = \_$ , Sabendo que $10+5=15$ , então $(10-1)+5=15-1$ . $9+5=14$
Balanceamento	Consiste em retirar de uma parcela e acrescentar à outra: $7+9 = 6+10$ . Uma unidade foi retirada de 7 e acrescentada à 9, estratégia baseada no conceito de equivalência.

FONTE: A Autora (2022).

Segundo Thompson (1999), os professores precisam conhecer essas estratégias, não para seu ensino formal, mas para capacitar alunos que estejam desenvolvendo habilidades com determinada estratégia. O autor considera que as estratégias mais importantes são: ponte pelo dez, decomposição de números de um dígito e compensação, principalmente nas adições e subtrações envolvendo o número nove.

Berticelli e Zancan (no prelo), reúnem em seu trabalho estratégias de adição e subtração, além dos conhecimentos necessários para utilizar tais estratégias. Destacamos as estratégias de Beishuizen (1993):  $1010^4$ , que consiste em somar, primeiramente, as dezenas de ambos os números e, após, as unidades. Por exemplo:  $35+23 = (30+20)+(5+3) = 50+8=58$ . E a estratégia  $N10^4$ , que consiste em conservar a primeira parcela e somar as dezenas da segunda parcela e depois as unidades:  $35+23 = (35+20) + 3 = 55+3 = 58$ .

As autoras destacam que alguns conhecimentos são necessários para acionar as estratégias, classificando-os em: Fatos básicos, decomposição, dobros e rede de relações numéricas do 10 (*Ibid*).

QUADRO 3 - CONHECIMENTOS NECESSÁRIOS PARA ESTRATÉGIAS

Conhecimento	Descrição	Exemplo
Fatos básicos	Trata-se de operações de adição e subtração que o resultado não ultrapassa a dezena mais próxima	$5+3$ , $7+2$ , $14+4$ , $21+8$ , $32+7$ .
Decomposição	É necessário ter memorizadas as decomposições possíveis, em somas, de números menores que 10	$4=1+3=2+2$ $5=1+4=2+3$ $6=1+5=2+4=3+3$
Dobros	Algumas estratégias demandam a memorização dos dobros, os mais	$7+7=14$ , então $14-7=7$

<sup>4</sup> Nomenclatura elaborada por Beishuizen (1993).

	frequentes são os dobros dos números de 1 a 20	
Rede de Relações Numéricas do 10	Trata-se de conhecimentos que envolvem o número 10, seja nas parcelas ou no resultado	$10 = 1+9 = 2+8 = 3+7 = 4+6 = 5+5$ ; $10 - 1 = 9$ ; $10 - 2 = 8$ ; ...; $10 - 9 = 1$ ; $10 + 1 = 11$ ; $10 + 2 = 12$ ; ...; $10 + 9 = 19$ ; $10 = 11 - 1 = 12 - 2 = 13 - 3 = 14 - 4$ ...; $20 + 1 = 21$ ; $20 + 2 = 22$ ; $20 + 3 = 23$ ...; $20 = 21 - 1 = 22 - 2 = 23 - 3 = 24 - 4$ ... $11 + 10 = 21$ ; $10 + 15 = 25$ ; $30 + 14 = 44$ ...; $13 - 10 = 3$ ; $25 - 10 = 15$ ...

FONTE: A Autora (2022).

Diante disso, o trabalho com cálculo mental requer, além do desenvolvimento das estratégias, o estudo destes conhecimentos para que seja possível a apropriação e aplicação de suas estratégias.

No capítulo a seguir, identificamos algumas considerações referentes ao cálculo mental em documentos oficiais.

### 3 CÁLCULO MENTAL EM DOCUMENTOS NORMATIVOS E CURRÍCULOS

Neste capítulo traremos os aspectos relacionados ao cálculo mental identificados na BNCC, na proposta curricular da Associação dos Municípios do Oeste do Paraná (AMOP), e também as orientações contidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

#### 3.1 PCN

Em 1997, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) são divulgados pelo Ministério da Educação e do Desporto. Tratam-se de orientações para o cotidiano escolar, com indicações de conteúdo e orientações para a prática docente. O cálculo mental aparece na seção conteúdos conceituais e procedimentais, ligado a operações com números naturais e racionais (BRASIL, 1997).

Os PCN - Matemática constituem um conjunto de orientações que auxiliam as práticas educativas, o planejamento das aulas, desenvolvimento de projetos educativos, entre outros (BRASIL, 1997).

Em relação ao ensino e aprendizagem de Matemática, o documento evidencia que é importante ao professor ter conhecimento sobre essa ciência (método, aplicação, ramificações); conhecer as vivências dos alunos e compreender suas próprias concepções em relação à Matemática (*Ibid*).

O ensino de Matemática no primeiro ciclo<sup>5</sup> deve conduzir o aluno, dentre outros objetivos, à construção do significado do número natural, por meio da exploração de situações-problema (BRASIL,1997) além disso, o aluno deve: “Desenvolver procedimentos de cálculo — mental, escrito, exato, aproximado — pela observação de regularidades e de propriedades das operações e pela antecipação e verificação de resultados” (*Ibid*, p. 47).

O primeiro ciclo deve aproximar o aluno “das operações, dos números, das medidas, das formas e espaço e da organização de informações” (*Ibid*, p. 50). Diante disso, é essencial que nesse processo o aluno “adquirir confiança em sua própria capacidade para aprender Matemática.” (*Ibid*, p.50).

---

<sup>5</sup> 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental.

Em relação aos conteúdos de operações com Números Naturais, deve-se reconhecer que uma mesma situação pode ser resolvida por diferentes operações. A estimativa deve ser utilizada para avaliar e controlar resultados (*Ibid*), além da:

- Utilização da decomposição das escritas numéricas para a realização do cálculo mental exato e aproximado.
- Cálculos de adição e subtração, por meio de estratégias pessoais e algumas técnicas convencionais. (*Ibid*, p.51)

O documento apresenta a relação entre cálculo mental e escrito: “O cálculo escrito, para ser compreendido, apoia-se no cálculo mental e nas estimativas e aproximações. Por sua vez, as estratégias de cálculo mental, pela sua própria natureza, são limitadas.” (BRASIL, 1997, p. 75). Diante disso, recomenda-se que o estudo do cálculo seja organizado de maneira a desenvolver concomitantemente cálculos mentais e escritos, sendo estes exatos ou aproximados (*Ibid*).

O principal objetivo no ensino de cálculo é desenvolver com os alunos a capacidade de selecionar procedimentos adequados diante da situação-problema, considerando as operações e os números envolvidos (BRASIL, 1997). Nesse sentido, para que sejam capazes de realizar essas escolhas do procedimento mais adequado, é necessário que os alunos conheçam diferentes estratégias. Na seção a seguir, são expostas as considerações referentes ao cálculo mental presentes na BNCC.

### 3.2 BNCC

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), instituída em 2018, consiste em um documento normativo, que estabelece as aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver, de modo a assegurar os seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento. A BNCC auxilia na elaboração dos currículos, sendo que estes devem conter a parte comum, advinda da BNCC e uma parte variada, abrangendo características regionais (BRASIL, 2018).

O documento enuncia que no Ensino Fundamental, em relação aos cálculos, espera-se que diferentes estratégias sejam desenvolvidas pelos estudantes, como estimativas, cálculo mental, algoritmos, além da calculadora (*Ibid*).

Sobre operações, o documento afirma que o ensino não deve ficar restrito à aprendizagem do algoritmo, mas ser acrescido de habilidades de cálculo mental, além

da realização de estimativas e uso da calculadora. É importante também que o aluno seja capaz de decidir qual a melhor estratégia para realizar o cálculo (*Ibid*).

O cálculo mental está presente nas habilidades da BNCC desde o segundo ano até o sétimo ano do Ensino Fundamental. Segundo o documento, “as habilidades expressam as aprendizagens essenciais que devem ser asseguradas aos alunos nos diferentes contextos escolares” (*Ibid*, p. 29). A seguir listamos algumas das habilidades que citam o cálculo mental na BNCC:

QUADRO 4 - HABILIDADES BNCC

2º ano	“Construir fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito” (p. 283).
3º ano	“Construir e utilizar fatos básicos da adição e da multiplicação para o cálculo mental ou escrito. Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com os significados de juntar, acrescentar, separar, retirar, comparar e completar quantidades, utilizando diferentes estratégias de cálculo exato ou aproximado, incluindo cálculo mental” (p. 287).
4º ano	“Resolver e elaborar problemas com números naturais envolvendo adição e subtração, utilizando estratégias diversas, como cálculo, cálculo mental e algoritmos, além de fazer estimativas do resultado. Utilizar as propriedades das operações para desenvolver estratégias de cálculo” (p. 291).
5º ano	“Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos” (p. 295)
6º ano	“Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com base na ideia de proporcionalidade, sem fazer uso da “regra de três”, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, em contextos de educação financeira, entre outros”(p. 301).
7º ano	“Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros” (p. 307).

FONTE: A Autora (2022)

A BNCC deve servir como base para elaboração dos currículos, sendo assim, na seção a seguir, apresentamos algumas considerações sobre o cálculo mental na proposta pedagógica curricular da AMOP.

### 3.3 PROPOSTA PEDAGÓGICA CURRICULAR DA AMOP

A proposta pedagógica curricular da AMOP abrange a rede municipal dos municípios da região oeste do Paraná. Neste documento consta que o “[...] cálculo

mental, a estimativa e o cálculo aproximado são estratégias que favorecem e enriquecem a compreensão das operações e a relação entre as quantidades” (AMOP, 2020, p. 481). O cálculo mental aparece nos objetivos de aprendizagem do 2º ao 5º ano, o Quadro 5 retrata alguns desses objetivos:

QUADRO 5 - OBJETIVOS DE APRENDIZAGEM AMOP

2º ano	“Construir fatos básicos da adição e subtração e utilizá-los no cálculo mental ou escrito em diferentes contextos com o apoio de recursos manipuláveis e pictóricos” (p. 498).
3º ano	“Utilizar diferentes procedimentos de cálculo mental e escrito para resolver problemas significativos envolvendo adição e subtração com números naturais” (p. 503).
4º ano	“Resolver e elaborar problemas com números naturais envolvendo adição e subtração, utilizando estratégias diversas, como cálculo, cálculo mental e algoritmos, além de fazer estimativas do resultado” (p. 510).
5º ano	“Resolver e elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos” (p. 517).

FONTE: A Autora (2022)

Conforme o exposto, o cálculo mental é utilizado na resolução e elaboração de problemas em diferentes contextos. O segundo ano apresenta o objeto de conhecimento cálculo mental, com os seguintes objetivos de aprendizagem:

- Construir estratégias pessoais de cálculo, com registro, para resolver problemas envolvendo adição e subtração.
- Utilizar a reta numérica como suporte para desenvolver procedimentos de cálculo durante o processo de resolução de problemas, envolvendo adição e subtração.
- Resolver operações de adição com apoio de recursos manipuláveis e/ou digitais, registros pictóricos e algorítmicos (com e sem agrupamento na dezena).
- Resolver operações de subtração com apoio de recursos manipuláveis e/ou digitais, registros pictóricos e algorítmicos (com e sem desagrupamento na dezena) (AMOP, 2020, p. 499).

No capítulo a seguir descrevemos a metodologia deste trabalho.

## 4 METODOLOGIA

O presente trabalho fundamenta-se na abordagem qualitativa. De acordo com Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa envolve dados descritivos, obtidos pelo pesquisador por meio do contato direto com a situação estudada, tem como enfoque o processo e procura retratar a perspectiva dos participantes.

Inicialmente foi realizada uma revisão bibliográfica sobre o tema em teses, dissertações, artigos e documentos oficiais que permitiu a estruturação da fundamentação teórica deste trabalho.

Devido ao objetivo da pesquisa, como fonte de dados, selecionamos o capítulo de número 4, referente ao conceito de adição, do livro didático *Ápis Matemática*, 2º ano: Ensino Fundamental (DANTE, 2017), visto que o livro integra o PNLD e encontra-se em circulação nas escolas da realização da pesquisa, sendo utilizado pelo professor e pelos alunos nas aulas de Matemática. Identificamos algumas tarefas do livro como Tarefas A, B, C, D, E, F e G com o intuito de analisar as possibilidades de utilização do cálculo mental na sua resolução.

Em seguida, foi realizada uma pesquisa de campo, a qual compreendeu a observação dos fenômenos da maneira que acontecem espontaneamente e é utilizada quando se pretende obter informações a respeito do problema, o qual se procura uma resposta ou de determinada hipótese (MARCONI; LAKATOS, 2003).

Segundo Gonsalves (2001, p. 67):

A pesquisa de campo é aquela que exige do pesquisador um encontro mais direto. Nesse caso, o pesquisador precisa ir ao espaço onde o fenômeno ocorre - ou ocorreu - e reunir um conjunto de informações a serem documentadas.

Na pesquisa de campo foi realizada a observação participante, definida como o processo no qual o investigador realiza a observação de uma situação social. Ocorre a participação na vivência dos integrantes da situação observada, logo “o observador faz parte do contexto sob sua observação e, sem dúvida, modifica esse contexto, pois interfere nele, assim como é modificado pessoalmente” (MINAYO; DESLANDES; GOMES, 2007, p. 70).

De março a junho de 2022, foram realizadas observações em três escolas de um município do oeste do Paraná. Em cada escola foram observados os

procedimentos didáticos das professoras P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub> e P<sub>3</sub>. As observações ocorreram nas aulas de Matemática e o período total de observação foi de 34 horas, sendo: Escola 1: 10 horas<sup>6</sup>; Escola 2: 12 horas; Escola 3: 12 horas. Identificaremos as tarefas trabalhadas pelos professores por Tarefas 01, 02, 03 e 04, com o intuito de analisar as possibilidades de utilização do cálculo mental na resolução destas tarefas em específico.

Com relação às professoras acompanhadas, destacamos que P<sub>1</sub> atua como professora regente há 20 anos, possui graduação em Pedagogia, e está cursando Mestrado em Educação. A professora P<sub>2</sub> também possui graduação em Pedagogia, estava trabalhando em outra área, porém em 2022 começou a atuar na docência. A professora P<sub>3</sub> é licenciada em Letras e exerce a docência há 36 anos. P<sub>1</sub> e P<sub>3</sub> são professoras das turmas acompanhadas desde o início do ano letivo de 2022, já P<sub>2</sub> é professora da turma desde o mês de maio.

Para os dados oriundos tanto do livro didático quanto dos relatórios das observações foi utilizada a Análise de Conteúdo, definida por Bardin (2016) como:

Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter por procedimentos sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) dessas mensagens (p. 48)

A Análise de Conteúdo tem como propósito a inferência, ou seja, “deduzir de maneira lógica” (BARDIN, 2016, p. 45) conhecimentos relativos à mensagem. Organiza-se em três etapas: “1) pré-análise; 2) exploração do material; 3) tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação” (*Ibid*, p. 125).

A pré-análise inicia-se com a leitura flutuante, momento de estabelecer contato e conhecer os documentos, e possui três missões: “[...] a escolha dos documentos a serem submetidos à análise, a formulação das hipóteses e dos objetivos e a elaboração de indicadores que fundamentem a interpretação final.” (p.125). Esses três fatores estão estreitamente ligados, não necessariamente sucedendo-se (*Ibid*).

Inicialmente foi realizada a leitura flutuante do livro didático e, com isso, determinou-se parte do *corpus* desta pesquisa: o capítulo intitulado Adição. Da mesma

---

<sup>6</sup> Quantidade de horas diferente pois no período de observações da Escola 1 houve um feriado.

maneira, nos relatórios das observações foram selecionadas tarefas matemáticas que envolvam a operação adição para análise, complementado nosso *corpus*. As unidades de registro identificadas nas tarefas propostas no livro didático e nas tarefas propostas pelos professores registradas nos relatórios se referenciam à possibilidade do uso do cálculo mental para sua resolução. São elas: tarefas matemáticas que possibilitam o uso do cálculo mental; tarefas matemáticas que explicitam o uso do cálculo mental e tarefas matemáticas que não possibilitam o uso do cálculo mental.

As tarefas do livro didático propostas pelas professoras no período observado, pertencem ao Capítulo 1: Números até 100, mesmo assim, envolvem o trabalho com a operação adição. Neste período, as professoras não concluíram o trabalho pedagógico com a operação de adição, visto que ainda não estavam a abordar o capítulo do livro didático intitulado 'Adição', assim, os registros analisados não compreendem todo o trabalho das professoras referente ao conceito de adição durante o 2º ano do Ensino Fundamental.

A seguir, apresentamos as análises e discussões referentes aos dados descritos. Iniciamos com a análise dos dados oriundos do livro didático, e em seguida, dos dados presentes nos registros das observações das aulas de Matemática.

## 5 ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo serão apresentadas as análises e discussões referentes aos dados oriundos do livro didático e, em seguida, das observações realizadas em sala de aula.

A partir das unidades de registro que emergiram durante a análise dos dados provenientes do capítulo Adição do livro *Ápis Matemática, 2º ano: Ensino Fundamental* e dos registros das observações realizadas em sala de aula, identificamos que as tarefas matemáticas se dividem em três possibilidades quanto ao procedimento de resolução:

a) tarefas em que há possibilidade de resolução por meio do cálculo mental, as quais embora não esteja explícito que se deve utilizar o cálculo mental na resolução, há a possibilidade de resolução por meio de alguma das estratégias para o cálculo mental;

b) tarefas que explicitam o cálculo mental, cujo enunciado evidencia o uso do cálculo mental para a resolução; e

c) tarefas que não possibilitam o uso do cálculo mental, nessas tarefas as estratégias de cálculo mental não são possíveis de serem desenvolvidas, uma vez que o enunciado direciona a resolução para o algoritmo convencional ou para o uso da calculadora. Ainda há aquelas em que essa classificação não se aplica, ou seja, tarefas que propõem a elaboração de situações-problema, respostas pessoais, entre outros.

### 5.1 LIVRO DIDÁTICO

A categorização das tarefas referentes ao capítulo Adição do livro *Ápis Matemática, 2º ano: Ensino Fundamental* forneceu os seguintes resultados quantitativos: das 57 tarefas matemáticas, 63,16% possibilitam o cálculo mental, 8,77% não possibilitam, 5,26% explicitam o cálculo mental e em 22,8% das tarefas, esta classificação não se aplica. Nesse sentido, a maioria das tarefas possibilitam o cálculo mental, isso mostra que são diversas as possibilidades do trabalho com o cálculo mental na sala de aula, pois as tarefas do livro abordam diferentes situações e contextos.

Como exemplo de tarefa matemática que possibilita o cálculo mental, a Tarefa A, Figura 3, apresenta a ideia de acrescentar uma quantidade à outra. Para sua resolução, a orientação no manual do professor é que os alunos utilizem diferentes estratégias para a resolução e compartilhem com os colegas.

FIGURA 3 - TAREFA A

**2 ACRESCENTAR UMA QUANTIDADE A OUTRA**

Calcule e complete.  
 Dona Alzira tem 18 laranjas.  
 Se ela comprar mais meia dúzia de laranjas,  
 então ficará com   24   laranjas.

Exemplos de resolução:  
 Falo 18 e depois conto 19, 20, 21, 22, 23, 24.  
 ou

$$\begin{array}{r} 18 + 6 \\ 18 + 2 + 4 \\ \hline 20 + 4 = 24 \end{array}$$


Pacote com meia dúzia de laranjas.

FONTE: Dante (2017)

São apresentados dois exemplos de resolução, o primeiro utiliza a contagem para obter o resultado. No segundo podemos observar a utilização de estratégia ponte pelo dez, envolvendo a decomposição do número 6 em 2+4, para assim completar 18 até a próxima dezena e realizar a adição de 20+4 (THOMPSON, 1999). Um exemplo de resolução está presente no Manual do Professor e, assim, a escolha pela estratégia didática do professor pode ser influenciada por esta descrição.

Segundo orientação do Manual do professor, os alunos devem compartilhar as estratégias utilizadas com os colegas. Parra (1996) destaca a importância de os alunos compartilharem as estratégias de resolução para que haja um reconhecimento da eficiência de cada procedimento de resolução.

A Tarefa B (Figura 4) aborda a adição de 3 parcelas. Apresentam-se exemplos de três diferentes maneiras de realizar a soma. O aluno deve encontrar o resultado por meio dessas três maneiras. Em seguida, na Tarefa C (Figura 5) é apresentada uma situação de compra de itens e o aluno deve descobrir o valor total.

FIGURA 4 - TAREFA B

#### 4 ADIÇÃO DE 3 NÚMEROS

A professora pediu aos alunos que calculassem o valor de  $16 + 40 + 32$ . Eliana fez de um jeito, Cátia fez de outro e Celso fez de outro jeito ainda.

<i>Eliana</i> $\begin{array}{r} 16 \\ + 40 \\ \hline 56 \end{array}$ $\begin{array}{r} 56 \\ + 32 \\ \hline 88 \end{array}$	<i>Cátia</i> $\begin{array}{r} 16 \\ + 40 \\ \hline 56 \end{array}$ $\begin{array}{r} 56 \\ + 32 \\ \hline 88 \end{array}$	<i>Celso</i> $10 + 40 + 30 = 80$ $6 + 0 + 2 = 8$ $80 + 8 = 88$
--	---	---

Agora é com você! Encontre o resultado dessas 3 maneiras diferentes.

a)  $11 + 42 + 25 = \underline{78}$

11	53
+ 42	+ 25
53	78

ou

11	42
+ 25	
78	

ou

10 + 40 + 20 = 70
1 + 2 + 5 = 8
70 + 8 = 78

b)  $35 + 33 + 31 = \underline{99}$

35	68
+ 33	+ 31
68	99

ou

35	33
+ 31	
99	

ou

30 + 30 + 30 = 90
5 + 3 + 1 = 9
90 + 9 = 99

FONTE: Dante (2017)

FIGURA 5 - TAREFA C

5 Volte às páginas de abertura desta Unidade (páginas 90 e 91) e calcule quanto um cliente vai gastar nestas compras. Exemplos de resolução:

a) 1 camiseta, 1 bermuda e 1 boné.      a)  $\begin{array}{r} 35 \\ 21 \\ + 10 \\ \hline 66 \end{array}$       b)  $\begin{array}{r} 21 \\ 21 \\ + 12 \\ \hline 54 \end{array}$

66 reais ou R\$ 66,00.

b) 2 bermudas e 1 par de meias.

54 reais ou R\$ 54,00.

FONTE: Dante (2017)

Na Tarefa B, o aluno tem contato com três diferentes maneiras de calcular, duas delas utilizam o algoritmo habitual da soma. Já na terceira, primeiramente realiza-se a soma das dezenas e depois das unidades, como na estratégia “1010” de cálculo mental na qual deve-se adicionar as dezenas de ambos os números e depois as unidades (BEISHUIZEN, 1993 *apud* BERTICELLI; ZANCAN, no prelo).

Após o aluno ter contato com as três diferentes maneiras de resolução na Tarefa B, a orientação do livro ao professor é que o aluno deve escolher qual estratégia é mais adequada para resolver cada situação de compra proposta na Tarefa C. Pires e Rodrigues (2014) afirmam que ao resolver problemas por meio de

seus próprios procedimentos, os alunos demonstram criatividade e autonomia, ao invés da tentativa de memorização de regras. Além disso, a capacidade de selecionar a melhor estratégia em relação a uma situação-problema é defendida nos PCN como o principal objetivo no ensino de cálculo (BRASIL, 1997).

De acordo com as orientações do livro ao professor, em seguida os alunos devem compartilhar as suas estratégias e justificar sua escolha. Pires e Rodrigues (2014) destacam que essa comparação permite o estabelecimento de novas relações numéricas, além da reflexão sobre os procedimentos utilizados:

Quando as crianças comparam suas escritas numéricas, estabelecem relações novas, refletem sobre as respostas possíveis e os procedimentos utilizados, validando ou não determinadas escritas (p. 300).

A partir do que foi exposto, as Tarefas A, B e C apresentadas, são exemplos que possibilitam o cálculo mental. Nessas tarefas o aluno pode selecionar estratégias para obter o resultado, ou seja, se for incentivado pelo professor, desejar e/ou tiver os conhecimentos necessários, é possível realizar as tarefas por meio do cálculo mental. Além disso, algumas estratégias de cálculo mental aparecem nos exemplos de resolução do Manual do Professor: na Tarefa A, por exemplo, há a utilização da ponte pelo dez, que consiste em completar a dezena mais próxima ao decompor uma das parcelas, e então efetuar a operação (THOMPSON, 1999). Na Tarefa 4, a estratégia 1010 é utilizada ao somar primeiramente as dezenas e então as unidades das parcelas (BEISHUIZEN *apud* BERTICELLI; ZANCAN, no prelo).

No capítulo analisado, ainda há outras tarefas semelhantes nas quais é possível identificar e desenvolver estratégias de cálculo mental.

Na Tarefa D (Figura 6) é apresentado um problema envolvendo a ideia de acrescentar uma quantidade à outra.

FIGURA 6 - TAREFA D

- 2 Marcos tinha 21 latinhas decoradas em sua coleção. Agora ele conseguiu outras 35. Com quantas latinhas decoradas ele ficou?

### Compreender

O que você já sabe: Marcos tinha 21 latinhas e conseguiu mais 35.

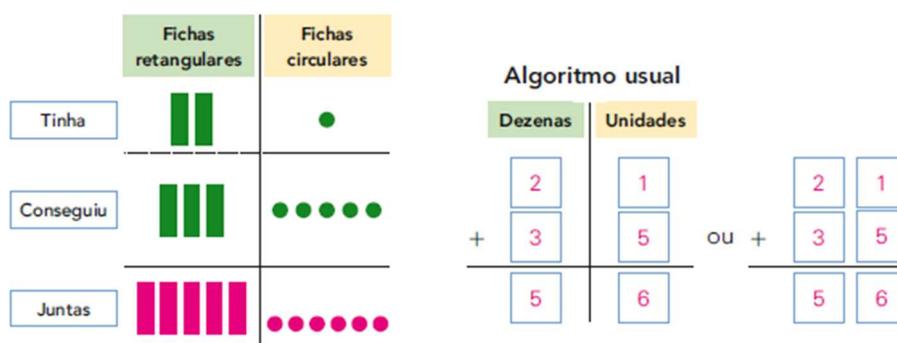
O que você quer saber: com quantas latinhas ele ficou.

### Planejar

Para saber com quantas latinhas ele ficou, você deve acrescentar 35 a 21, ou seja, fazer a **adição**  $21 + 35$ .

### Executar

Complete a adição efetuada com fichas e com o algoritmo usual.



FONTE: Dante (2017)

Sendo o cálculo mental particularizante, ou seja, diante de determinada operação, estratégias são selecionadas para obter os resultados (PARRA, 1996), essa tarefa não permite a escolha e nem o desenvolvimento de estratégias, pois conduz diretamente ao algoritmo usual.

Buys (2008 *apud* Sander, 2018) apresenta as diferenças em relação ao algoritmo e o cálculo mental: ao passo que o algoritmo é um procedimento padrão, em que se trabalha com dígitos ao invés de valores numéricos; o cálculo mental opera com números e não com dígitos

Parra (1996) afirma que diante de uma situação problema muitos alunos aplicam algoritmos sem refletir sobre o que precisam saber para a resolução, porém a tarefa apresentada divide o processo de resolução em: compreender (o que sei e o que preciso saber); planejar (qual operação realizar) e executar (realização da operação), ou seja, mesmo com o uso do algoritmo, o processo de resolução é baseado no planejamento e reflexão da situação-problema.

Na Tarefa E (Figura 7), são apresentadas algumas operações de soma, de modo que a orientação é que sejam realizadas mentalmente.

FIGURA 7 - TAREFA E

**➤ Mais atividades e problemas**

**1 CÁLCULO MENTAL: SOMAR 9**



Para somar 9, posso somar 10 e tirar 1.

$$37 + 9 = ?$$

$$37 + 10 = 47 \text{ e } 47 - 1 = 46$$

Logo,  $37 + 9 = 46$ .

$$9 + 76 = ?$$

$$10 + 76 = 86 \text{ e } 86 - 1 = 85$$

Logo,  $9 + 76 = 85$ .

Agora é sua vez! Efetue mentalmente e complete.

<p>a) <math>34 + 9 = \frac{43}{34 + 10 = 44 \text{ e } 44 - 1 = 43}</math></p> <p>b) <math>9 + 15 = \frac{24}{10 + 15 = 25 \text{ e } 25 - 1 = 24}</math></p> <p>c) <math>9 + 51 = \frac{60}{10 + 51 = 61 \text{ e } 61 - 1 = 60}</math></p>	<p>d) <math>86 + 9 = \frac{95}{86 + 10 = 96 \text{ e } 96 - 1 = 95}</math></p> <p>e) <math>68 + 9 = \frac{77}{68 + 10 = 78 \text{ e } 78 - 1 = 77}</math></p> <p>f) <math>9 + 43 = \frac{52}{10 + 43 = 53 \text{ e } 53 - 1 = 52}</math></p>
--	--

FONTE: Dante (2017)

A tarefa acima é uma das três tarefas matemáticas identificadas que explicitam o cálculo mental. A estratégia de compensação é utilizada, na qual adiciona-se uma unidade a 9 e então é feita a compensação, subtraindo uma unidade do resultado obtido (THOMPSON, 1999). Considerada uma das mais importantes pelo autor, a estratégia de compensação é útil principalmente ao somar ou subtrair o número 9 (*Ibid*).

Para compreender essa estratégia é necessário o conhecimento da “rede de relação do 10”, ou seja, os cálculos que envolvem 10 nas parcelas ou no resultado, pois  $10 = 9 + 1$  e  $10 - 1 = 9$  (BERTICELLI; ZANCAN, no prelo). Nas orientações do livro ao professor, também é apresentado que para somar 8 mentalmente, pode-se somar 10 e subtrair 2, procedimento no qual, novamente, as relações envolvendo 10 são utilizadas.

Segundo as orientações, em cada item, o professor deve escolher um aluno para explicar como resolveu mentalmente a adição. Para todos os alunos participarem, sugere-se que o professor proponha novas adições e assim todos possam compartilhar com os demais como realizaram as adições. Uma das razões para discutir estratégias de cálculo mental na sala de aula é conduzir os alunos a

conhecer os métodos uns dos outros e legitimar suas próprias estratégias (THOMPSON, 1999).

Na sequência a essa tarefa, mais duas tarefas explicitam o cálculo mental, sendo que a Tarefa F (Figura 8) propõe que os alunos inventem situações que possam ser resolvidas por meio da adição:  $49+9$ . A atividade deve ser feita em dupla, onde um aluno resolve o problema que o outro inventou.

FIGURA 8 - TAREFA F

**2 ATIVIDADE EM DUPLA**

a) Invente uma situação que seja resolvida por meio da adição  $49 + 9$  e peça ao colega que resolva mentalmente. Você resolve mentalmente a situação que ele inventou.

Exemplo de resposta: Rafael tinha 49 reais e ganhou 9 reais do tio dele. Quanto ele tem agora? 58 reais.  $49 + 10 = 59$  e  $59 - 1 = 58$

b) Conversem, efetuem mentalmente mais estas adições e registrem o resultado, cada um em seu livro. Exemplos de resolução:

$37 + 8 = \underline{45}$	$72 + 20 = 92$ e $92 - 1 = 91$	$16 + 49 = \underline{65}$
$37 + 10 = 47$ e $47 - 2 = 45$	$72 + 19 = \underline{91}$	$16 + 50 = 66$ e $66 - 1 = 65$

FONTE: Dante (2017)

A terceira tarefa que explicita o cálculo mental (Figura 9) apresenta problemas que devem ser resolvidos por meio do cálculo mental.

FIGURA 9 - TAREFA G

**3 PROBLEMAS E CÁLCULO MENTAL**

Calcule mentalmente e responda. Exemplos de resolução:

a) Há 43 figurinhas coladas em um álbum. Serão coladas 9 figurinhas.  
Quantas figurinhas ficarão no álbum? Ficarão no álbum 52 figurinhas.  
 $43 + 10 = 53$  e  $53 - 1 = 52$

b) Um time de basquete fez 38 pontos no primeiro tempo. No segundo tempo fez 45 pontos.  
Quantos pontos esse time fez nos 2 tempos? O time fez 83 pontos.  
 $40 + 45 = 85$  e  $85 - 2 = 83$

FONTE: Dante (2017)

Em todas as tarefas que explicitam o uso do cálculo mental, a orientação é a de que o professor pergunte aos alunos como resolveram. Também deve-se propor que resolvam as situações por meio do algoritmo usual e discutam sobre qual

processo é mais vantajoso. Cunha (2021), destaca que um dos motivos que o professor deve discutir estratégias mentais em sala de aula é que isso possibilita aos alunos conhecer as ideias uns dos outros e avaliar a viabilidade de estratégias pessoais.

Nesse sentido, a discussão referente às resoluções dos colegas possibilita o contato dos alunos com diferentes estratégias e não somente com a apresentada pelo professor. Além disso, permite ao aluno analisar, segundo seus próprios critérios, quais estratégias são mais eficientes para resolução de determinado problema através da troca de informações e justificativas apresentadas pelos colegas.

Destacamos a relação que o cálculo mental estabelece com a troca de informações entre os alunos, nas orientações de todas as tarefas que explicitam o cálculo mental sugere-se que o professor pergunte aos alunos como resolveram. Mesmo sendo apresentada uma estratégia no início, o compartilhamento de informações é solicitado, possivelmente porque algum aluno ainda pode realizar as adições por meio de outro procedimento, conforme destaca Parra (1996), a construção do cálculo mental requer: “um trabalho coletivo, lento e detalhado, de aprendizagem do cálculo mental pensado, que se apoia na comparação de diversos procedimentos utilizados por diferentes alunos para tratar o mesmo problema” (p. 216).

Ao propor a resolução também por meio do algoritmo, desenvolve-se a “confiança na própria capacidade para elaborar estratégias pessoais diante de situações-problema” (BRASIL, 1997, p. 52). Além disso, “Quando o aluno conhece diferentes caminhos, ele é capaz de buscar padrões e relações e pensar em conexões na Matemática e em outras áreas.” (BERTICELLI; ZANCAN, 2021, p.4).

Conforme apresentado anteriormente, a maioria das tarefas analisadas possibilitam o uso do cálculo mental, através do enunciado que não condiciona o aluno a determinado procedimento, então se o aluno possuir conhecimentos referentes ao cálculo mental, pode utilizá-los na resolução de exercícios, além de apresentar sugestões do uso de estratégias pessoais pelos alunos.

Além disso, os exemplos de resolução de algumas tarefas no Manual do professor utilizam estratégias de cálculo mental, mesmo sem explicitar o seu uso. Nas atividades que explicitam o uso do cálculo mental, são apresentadas estratégias aos alunos e há valorização na troca de informações sobre os procedimentos utilizados, o

que contribui para o conhecimento de novas estratégias e validação de estratégias utilizadas (THOMPSON, 1999).

Identifica-se que, na maior parte das tarefas matemáticas presentes no capítulo do livro analisado, existe a possibilidade do trabalho com o cálculo mental, sendo que, em algumas destas, é apresentada uma estratégia mental para somar o número nove (Figura 7). No entanto, as tarefas que não possibilitam o desenvolvimento de estratégias para o cálculo mental podem servir como apoio para o aluno desenvolver exclusivamente o conhecimento relativo à operacionalização do algoritmo.

A seguir, apresentamos a análise dos dados provenientes das observações das aulas de Matemática.

## 5.2 OBSERVAÇÕES DAS AULAS DE MATEMÁTICA

Os enunciados das tarefas matemáticas registradas nos relatórios oriundos das observações das aulas dos professores nos revelaram que elas se dividem em duas das unidades de registro identificadas: aquelas que possibilitam o uso do cálculo mental na resolução e aquelas que explicitam o cálculo mental.

Das 19 tarefas selecionadas, 17 possibilitam o cálculo mental, duas explicitam o cálculo mental em seu enunciado, nenhuma das tarefas inviabiliza o cálculo mental. As tarefas foram propostas pelo professor ou realizadas a partir do livro didático, sendo que, das tarefas elaboradas pelo professor, 12 possibilitam o cálculo mental e uma explicita o cálculo mental; nas tarefas realizadas a partir do livro didático: cinco possibilitam e uma explicita o uso do cálculo mental. Das tarefas propostas por P<sub>1</sub>: uma tarefa explicita e quatro possibilitam o uso do cálculo mental; P<sub>2</sub>: uma tarefa explicita e nove possibilitam o cálculo mental, e P<sub>3</sub> quatro tarefas possibilitam o cálculo mental.

A Tarefa 01 a seguir, elaborada por P<sub>1</sub>, explicita o uso do cálculo mental em seu enunciado. A tarefa consiste em decompor os números em dezenas e unidades, e foi proposta ao final da aula de Matemática da turma.

Registro no quadro:	Calculando com a mente.
Professora:	Depois que vocês copiarem, vamos brincar um pouquinho e ao mesmo tempo aprender. Vou escrever um número, e vocês devem escrever no caderno de forma desmontada, como um quebra-cabeça.

Registro no quadro: 19 =  
 Professora: Que número mais outra forma o dezenove?

Registro no quadro:  $19 = 10 + 9$   
 Professora: Dez mais nove é igual a dezenove. Se colocar o dez na frente fica mais fácil de contar.

Registro no quadro:  $17 = 10 + 7$  (dezesete)  
 13 =

Aluno 01: Treze é igual a dez mais três.

Registro no quadro:  $13 = 10 + 3$

Aluno 02: Que legal!

Professora: Que número é esse daqui?

Alunos: Treze.

Professora: Agora vou escrever mais três números e vocês devem tentar sozinhos.

Registro no quadro: 11 =  
 15 =  
 18 =

Após um tempo fornecido para os alunos tentarem sozinhos, vários demonstram querer participar. Em seguida, P<sub>1</sub> pediu para três alunos dizerem como representaram cada número.

Aluno 03: Onze é igual a dez mais um.  
 Aluno 04: Quinze é dez mais cinco.  
 Aluno 05: Dezoito eu fiz dez mais oito.  
 Registro no quadro:  $11 = 10 + 1$   
 $15 = 10 + 5$   
 $18 = 10 + 8$

Aluno 06: Eu fiz de um jeito diferente.  
 Professora: Há diversas maneiras de se calcular e chegar a um mesmo número.

Nesta tarefa, os alunos são direcionados a utilizar o cálculo mental na resolução. A atividade consiste na decomposição dos números, descrita por Buys (2008 *apud* SANDER, 2018) como uma das formas básicas do cálculo mental. Essa tarefa desenvolve conhecimentos relacionados ao cálculo mental, como os fatos básicos, ou seja, operações de adição e subtração que o resultado não ultrapassa a dezena mais próxima; a rede de relações numéricas do 10, que se trata de conhecimentos que envolvem o número 10, seja nas parcelas ou no resultado (BERTICELLI; ZANCAN, no prelo).

Esses conhecimentos são necessários ao acionar estratégias de cálculo mental, a estratégia de salto, em que mantêm-se a primeira parcela, depois divide-se a segunda parcela, e adiciona-se/subtrai-se as dezenas, seguidas das unidades ( $56 + 38 = 56 + 30 = 86 + 8$ ); e a estratégia de divisão, que consiste em dividir os dois números do problema e adicionar/subtrair as dezenas e depois as unidades:  $50 + 30$

→  $6 + 8$  →  $80 + 14$  (SELTER, 2000 *apud* RATHGEB-SCHIERER; GREEN, 2019), são exemplos de estratégias que utilizam a decomposição em seu desenvolvimento.

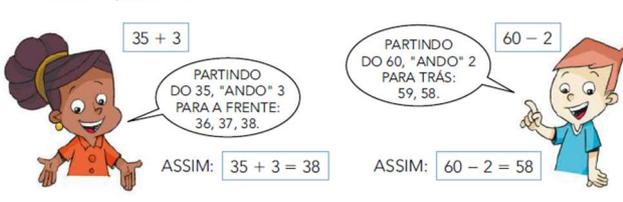
A tarefa é organizada de modo que, após os alunos tentarem sozinhos, três estudantes são selecionados pela professora para explicar como fizeram cada alternativa. Parra (1996) considera que um recurso considerado como central do cálculo mental é a organização da aula: combinar alunos em pequenos grupos, em trabalhos coletivos, trabalho individual ou ainda a combinação de trabalhos individuais e coletivos.

Essa organização permite que os alunos apliquem suas estratégias pessoais e conheçam novas estratégias no trabalho coletivo (PARRA, 1996). Na proposta em questão, os três alunos selecionados operaram com as mesmas estratégias. Apesar de alguns alunos relatarem ter realizado de maneira diferente, não foi possível que apresentassem sua forma de resolução, devido à iminência do término da aula.

A Tarefa 02, a seguir, foi realizada pela professora P<sub>2</sub> a partir da atividade do livro *Ápis Matemática* - Figura 10.

FIGURA 10 - TAREFA 02

**9 CÁLCULO MENTAL**  
 "ANDANDO" NO QUADRO DA ATIVIDADE 3 (PÁGINA 31), PARA A FRENTE E PARA TRÁS, PODEMOS EFETUAR MENTALMENTE ALGUMAS ADIÇÕES E SUBTRAÇÕES. VEJA.



PARTINDO DO 35, "ANDO" 3 PARA A FRENTE: 36, 37, 38.  
 ASSIM:  $35 + 3 = 38$

PARTINDO DO 60, "ANDO" 2 PARA TRÁS: 59, 58.  
 ASSIM:  $60 - 2 = 58$

PENSE NA SEQUÊNCIA DOS NÚMEROS, CALCULE MENTALMENTE E ESCREVA O RESULTADO.

A)  $63 + 4 =$  67      C)  $58 + 2 =$  60      E)  $33 - 4 =$  29  
 B)  $22 + 5 =$  27      D)  $71 - 3 =$  68      F)  $16 + 2 =$  18

FONTE: Dante (2017)

O enunciado da Tarefa 02 cita o cálculo mental, apresentando exemplos de como operar mentalmente com os números. Após P<sub>2</sub> fazer a leitura do enunciado e mostrar em um cartaz, que expõe a sequência numérica de 1 a 100, as operações dos exemplos, inicia a explicação das operações propostas. Nas contagens realizadas nos itens *a*, *d* e *f*, P<sub>2</sub> utiliza as mãos como apoio.

Registro no quadro: a)  $63 + 4 =$   
 Professora 64, 65, 66, 67. Vamos pensar com a cabeça!  
 Registro no quadro: b)  $22 + 5 =$   
 Aluna 01: 27.  
 Professora: Por que é 27?

Utilizando as mãos na contagem, a aluna responde:

Aluna 01: 22, 23, 24, 25, 26, 27.  
 Registro no quadro: c)  $58 + 2 =$

P<sub>2</sub> pede que um aluno se aproxime do cartaz e mostre o 58, e “ande” duas casas para frente, a professora o auxilia:

Professora: Cinquenta e nove, sessenta. Então  $58 + 2$  é igual a sessenta.  
 Registro no quadro: d)  $71 - 3 =$

P<sub>2</sub> pergunta qual é o resultado da alternativa d), muitos alunos respondem errado, fazendo a soma. Então, P<sub>2</sub> solicita a um aluno que mostre no cartaz o número 71 e “ande” três casas para trás. O aluno localiza o 71, porém aponta para o 72. Outro aluno oferece ajuda e realiza corretamente o que foi pedido.

Professora: 70, 69, 68. Então voltando três casinhas temos...  
 Alunos: 68.  
 Registro no quadro: e)  $33 - 4 =$   
                                   32  
                                   31  
                                   30  
                                   29  
 Professora: 33 menos quatro é igual a 29. Porque voltando quatro casinhas de 33 a gente chega em 29.  
 Registro no quadro: f)  $16 + 2 =$   
 Professora: Depois de 16, temos 17, 18. Então 16 mais dois é igual a 18.

O enunciado solicita que os alunos pensem na sequência numérica e então calculem mentalmente as operações. Nos exemplos apresentados, por meio da sequência numérica, deve-se “andar” unidades para frente ou para trás, a depender da operação. Buys (2008 *apud* Sander 2018) considera esse procedimento como uma das formas básicas do cálculo mental, denominando-o de linear, onde os números são inicialmente vistos como objetos em uma linha de contagem, nas operações são realizados movimentos na linha: (+) para frente, (-) para trás.

Durante a realização da tarefa, a resolução das operações centrou-se na contagem com o apoio das mãos. Zancan e Sauerwein (2017) afirmam que o cálculo mental não se utiliza da contagem. Destacam que um aluno que utiliza a contagem e que não é estimulado no desenvolvimento de outras estratégias, encontra o resultado e o esquece após utilizá-lo, e dificilmente desenvolve o cálculo mental, ficando dependente da contagem.

Parra (1996) apresenta algumas vantagens da contagem, como a ideia de ordem, não contar o mesmo número duas vezes e a aplicação da comutatividade. Embora existam diferentes visões a respeito desse procedimento, o enunciado da tarefa solicita que as operações sejam calculadas mentalmente, o que não foi devidamente estimulado. Supomos que a decisão de P<sub>2</sub> por não estimular o cálculo mental pode ter decorrido de seu desconhecimento a respeito das suas possibilidades didáticas.

A respeito disso, Berticelli e Zancan (2021) destacam:

Em relação ao cálculo mental, percebemos que o professor precisa conhecer e utilizar as estratégias de cálculo mental para poder estimular os alunos a construírem este conhecimento, caso contrário, primará pelo uso da contagem e dos algoritmos (p. 18).

Na concepção das autoras, é necessário ao professor conhecer e utilizar as estratégias de cálculo mental para que possa estimular o seu uso pelos alunos. No mesmo sentido, Thompson (1999) afirma que os professores precisam conhecer estratégias de cálculo mental para capacitar alunos que estejam desenvolvendo habilidades com determinada estratégia.

Berticelli e Zancan (2021) apresentam os resultados de um curso de cálculo mental para professores promovido pelas autoras. Elucidam que os professores participantes relataram que não ensinavam ou estimulavam o cálculo mental na sala de aula antes do curso por não terem conhecimento a respeito, e concluíram que para incentivar o cálculo mental, o professor precisa primeiramente saber realizar cálculo mental, pois “ninguém é capaz de ensinar aquilo que não sabe” (p. 2).

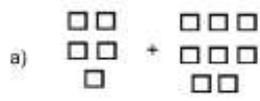
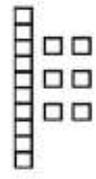
As autoras apontam a deficiência de cursos de graduação referente aos conteúdos a serem ensinados, com pouco espaço nas grades curriculares, sendo abordados de maneira superficial. O que é confirmado pelo relato de um participante

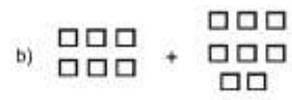
do curso que afirma que o período de graduação não é suficiente, e após o curso realizado sente-se preparado para “dar aula” (BERTICELLI; ZANCAN, 2021).

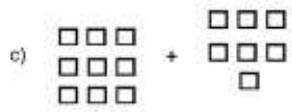
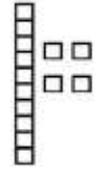
A seguir, P<sub>3</sub> propõe a Tarefa 03 (Figura 11). A tarefa é entregue aos alunos e representada no quadro por P<sub>3</sub>. Na explicação, ao contar as unidades da primeira coluna, P<sub>3</sub> anota o valor abaixo do desenho correspondente.

FIGURA 11 - TAREFA 03

Calcule e ligue o resultado.

a)  

b)  

c)  

FONTE: A Autora (2022).

Professora: Na letra a) temos um, dois, três, quatro, cinco quadradinhos.  
Depois, um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito. Juntos são: cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze, treze.

P<sub>3</sub> pede a um aluno que mostre a quantidade que representa treze na segunda coluna da atividade.

Professora: Vamos contar. Já sei que aqui tem dez, continuando onze, doze, treze. Anotem em sua atividade.  
Na letra b) temos um, dois, três, quatro, cinco, seis unidades. Depois, um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito. Somando temos: seis...sete, oito, nove, dez, onze, doze, treze, quatorze.

P<sub>3</sub> solicita a outro aluno que mostre a quantidade que representa o número quatorze na segunda coluna.

Professora: Esse é o 14? Vamos contar. Aqui tem dez, então onze, doze, treze, quatorze. Anotem em sua atividade.  
Agora na letra c) temos um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove unidades. Vamos juntar, nove já sei que tenho aqui, vamos juntar com os outros quadradinhos: 10,11, 12, 13,14,15,16.  
Agora só sobrou um pra gente ligar. Depois da dezena contamos: 11, 12, 13, 14, 15, 16.

A Tarefa 03 possibilita o uso do cálculo mental em sua resolução. Além disso, nesta tarefa um mesmo número é representado de diferentes maneiras, na letra a) o número 13 é representado pela soma  $5+8$ , e também por  $10+3$ , dessa maneira o conhecimento referente a decomposição de números pode ser desenvolvido. A rede de relações do 10, que consiste em operações envolvendo 10 nas parcelas ou no resultado (BERTICELLI; ZANCAN, no prelo) também pode ser desenvolvida.

A seguir, P<sub>2</sub> propõe a Tarefa 04:

Registro no quadro: Adição.  
Professora: Vocês sabem o que é adição? Adição, soma, juntar, acrescentar são a mesma coisa. Por exemplo, em uma receita de bolo, se a receita diz duas xícaras de açúcar e já coloquei uma xícara preciso adicionar mais uma xícara.

Registro no quadro:  $3 + 5 =$   
Professora: Tenho três dedos mais cinco dedos, então vejam, um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito.

Registro no quadro:   
(Desenho registrado por P<sub>2</sub>).

Professora: Tenho três quadradinhos e vou somar cinco quadradinhos: um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito.  
Ao lado da soma  $3+5$ , escrevam o resultado 8. Podem desenhar também oito corações.

Registro no quadro:  $3 + 5 = 8$

Registro no quadro:  $7 + 2 =$

Alunos: Nove.

Professora: Vamos contar: Sete, oito, nove. Desenhem nove flores ao lado do resultado que encontramos

Registro no quadro:  $7 + 2 = 9$

Registro no quadro:  $4 + 1 =$

Alunos: Cinco.

Professora: E por que é cinco?

Um dos alunos que responderam levanta quatro dedos de uma mão e um dedo da outra mão, então conta todos os dedos levantados:

Aluno 01

Um, dois, três, quatro, cinco.

Professora: Muito bem. Agora desenhem cinco lápis ao lado do resultado.  
 Registro no quadro:  $4 + 1 = 5$   
 Registro no quadro:  $1 + 6 =$   
 Aluno 02: Seis.  
 Registro no quadro:   
   
  
  
  
  
  
 (Desenho registrado por P<sub>2</sub>)

P<sub>2</sub> então pede ao Aluno 02 para contar os quadradinhos desenhados no quadro. O aluno faz a contagem e responde corretamente. P<sub>2</sub> anota o resultado da operação:  $6 + 1 = 7$  e pede para os alunos desenharem sete borrachas ao lado.

Na Tarefa 04, é solicitado que o aluno faça adições, sem especificar como devem ser realizadas. Desta maneira, há possibilidade do uso do cálculo mental. As adições da tarefa promovem a construção de fatos básicos, ou seja, operações de adição ou subtração que não ultrapassam a dezena mais próxima, conhecimento necessário para o desenvolvimento de estratégias de cálculo mental (BERTICELLI; ZANCAN, no prelo).

A explicação das operações nas Tarefas 03 e 04 centrou-se na contagem com o apoio das mãos ou desenhos. A sobrecontagem: iniciar de um dos números envolvidos e acrescentar a outra quantidade contando (PARRA, 1996), foi realizada por P<sub>3</sub> na Tarefa 03, na Tarefa 04 ocorreu somente na soma  $7 + 2$ , nas demais a operação foi representada com as mãos ou com desenhos e todos os elementos foram contados.

De acordo com Müller (2012), o uso de procedimentos imaturos (contar todos) de contagem e a lentidão para recuperação dos fatos aditivos básicos da memória são “habilidades pouco desenvolvidas nas crianças com dificuldades na matemática” (p. 6). As descobertas da autora apontaram que o aumento da recuperação de fatos aditivos básicos proporcionou uma melhora na aprendizagem da matemática dos alunos.

Na Tarefa 04, o Aluno 01 reproduz o procedimento de contagem utilizado por P<sub>2</sub> de contar todos. Diante disso percebemos a influência que o procedimento adotado pelo professor exerce nos alunos.

Oliveira, *et al.* (2020), destacam que práticas pedagógicas centradas no professor, nas quais os estudantes têm a função de “ver, ouvir, copiar e reproduzir” (p. 172) os conteúdos matemáticos que nem sempre são compreendidos, conduzem

o aluno a aplicar certas técnicas a problemas padronizados que são apresentados na sala de aula. Logo, não há generalização para os diversos problemas que os alunos podem deparar-se no cotidiano. Nesse sentido, o trabalho pedagógico deve proporcionar aos estudantes oportunidades de construção e reconstrução de conceitos matemáticos (OLIVEIRA, *et al.*, 2020).

Fontes (2010) evidencia que ao utilizar o cálculo mental, o indivíduo possui o controle no processo de resolução, o que lhe propicia maior autonomia. Oliveira (2015) afirma que os procedimentos de cálculo mental “devem levar o aluno a uma participação ativa e criativa no processo de escolha para resolver determinado cálculo ou problema” (p. 23). Diante disso, destacamos que o desenvolvimento do cálculo mental proporciona maior autonomia aos alunos e a participação ativa e criativa na escolha do procedimento adequado para resolução de determinado problema ou operação. Nesse sentido, retomamos a Tarefa 01, na qual após um aluno dizer a  $P_1$  que havia realizado a tarefa de maneira diferente,  $P_1$  diz: “Há diversas maneiras de se calcular e chegar a um mesmo número”, ou seja não foi imposto a todos que repetissem o mesmo procedimento apresentado pelo professor.

A análise das tarefas que permitem o uso do cálculo mental mostrou que em diversos momentos há possibilidade de desenvolver o cálculo mental na sala de aula, além disso, diversas tarefas apresentam os conhecimentos relacionados ao cálculo mental, como a rede de relações do 10 e fatos básicos (BERTICELLI; ZANCAN, no prelo). Conforme explicitado, o que é desenvolvido principalmente nestas tarefas é a contagem, a sua utilização, embora apresente vantagens (PARRA, 1996), o aluno que utiliza a contagem e que não é estimulado no desenvolvimento de outras estratégias, utiliza o resultado e o esquece, e dificilmente realiza o cálculo mental, ficando dependente da contagem (ZANCAN; SAUERWEIN, 2017).

A seguir, retomamos nossos objetivos e sintetizamos os apontamentos realizados ao longo da análise, para apresentarmos as considerações finais referentes a este trabalho.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho objetivamos analisar as possibilidades de utilização do cálculo mental a partir das tarefas matemáticas propostas no livro didático e em aulas de Matemática do 2º ano do Ensino Fundamental. Na análise do capítulo 'Adição' do livro didático identificamos tarefas que explicitam o uso do cálculo mental, além de diversas tarefas que possibilitam o uso do cálculo mental em sua resolução, algumas das quais ainda trazem exemplos de resolução utilizando estratégias no Manual do professor, fato que pode influenciar na escolha da proposta pedagógica do professor. A partir da análise propiciada pela técnica da Análise de Conteúdo, verificou-se que o livro didático possibilita diversas situações para o trabalho com o cálculo mental em sala de aula.

Além disso, identificamos que as tarefas que explicitam o cálculo mental no livro analisado permitem que o aluno conheça o cálculo mental, porém o seu efetivo desenvolvimento em sala de aula depende do professor. A exemplo disso, na Tarefa 02 proposta por P<sub>2</sub>, a contagem teve o papel principal no processo de resolução, sendo que o enunciado presente no livro explicita o uso do cálculo mental na resolução. Identificamos, assim, que, mesmo com o enunciado direcionando para o uso do cálculo mental, as resoluções centraram-se na estratégia da contagem.

Por meio da análise das tarefas das observações das aulas de Matemática, constatamos que em diversos momentos há a possibilidade de se desenvolver estratégias de cálculo mental, porém o que é desenvolvido principalmente é a contagem.

Nesse sentido, o efetivo desenvolvimento de tarefas que envolvam o cálculo mental depende do professor, pois ele é quem vai conduzir as explicações das atividades do livro, principalmente nesta etapa do Ensino Fundamental em que as crianças ainda estão em fase de alfabetização. Na Tarefa 01, proposta por P<sub>1</sub>, os alunos são estimulados a calcular mentalmente, diante disso, evidenciamos o papel fundamental do professor no trabalho com o cálculo mental em sala de aula ao propor tarefas que permitem o desenvolvimento de estratégias e ao estimular o uso do cálculo mental em diferentes situações em que se pretende a aprendizagem da Matemática.

Conforme explicitado, a falta de estímulo do desenvolvimento de cálculo mental em sala de aula pode ser consequência do desconhecimento de professores a respeito de suas possibilidades didáticas. Sendo assim, destacamos a importância

da presença desse tema em cursos de licenciatura em Pedagogia e cursos de formação de docentes.

Em relação às observações, estas poderiam ter ocorrido em um período posterior para que as mesmas tarefas analisadas no capítulo Adição fossem acompanhadas na sala de aula.

Diante das diversas contribuições do trabalho com o cálculo mental descritas neste trabalho, como o desenvolvimento das relações numéricas, resolução de problemas, a melhora da relação do aluno com a Matemática, é de suma importância que este tema seja trabalhado na escola desde cedo. Além do fato de que, na BNCC, o cálculo mental aparece nas habilidades desde o segundo ano do Ensino Fundamental, logo é necessário proporcionar oportunidades para que os alunos possam desenvolver essa aprendizagem essencial.

Os objetivos estabelecidos foram alcançados, foi possível identificar as possibilidades de utilização do cálculo mental nas tarefas matemáticas do livro didático analisado e nas tarefas matemáticas propostas em aulas de Matemática. A análise apontou as diversas possibilidades de desenvolvimento do cálculo mental nas tarefas matemáticas propostas no livro didático e nas aulas de matemática observadas.

O livro didático mostra-se como um material que deve ser continuamente analisado, visto que os livros do PNLD são renovados a cada quatro anos, como é um material de suma importância no processo de ensino-aprendizagem, este deve abordar o tema cálculo mental. Futuras pesquisas podem investigar a relação do conhecimento dos professores a respeito do cálculo mental e o seu desenvolvimento na sala de aula, quais conhecimentos são necessários ao professor para desenvolver as tarefas de cálculo mental propostas no livro didático? Como o cálculo mental é abordado em cursos de licenciatura? são questões que podem ser exploradas em futuras pesquisas.

Esperamos que este trabalho possa contribuir com a Educação Matemática ao identificar as possibilidades de utilização do cálculo mental em tarefas matemáticas e a importância de seu desenvolvimento em aulas de Matemática.

## REFERÊNCIAS

AMOP. **Proposta pedagógica curricular: Ensino Fundamental (anos Iniciais)**. Rede Pública municipal: região da AMOP. Cascavel: Ed. do autor, 2020.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. Tradução: Luis Antero Reto, Augusto Pinheiro. São Paulo: Edições 70, 2016.

BERTICELLI, D. G. D. **Cálculo mental no ensino primário (1950-1970)** – um olhar particular para o Paraná. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de pós-graduação em Educação, Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Curitiba, 2017. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/180391>>. Acesso em 04 jan. 2022.

BERTICELLI, D. G. D.; ZANCAN S. Calme Pro - Cálculo mental para professores. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática (REnCiMa)**, São Paulo, v.12, n.4, p. 1-21, jul./set. 2021. Disponível em: <<https://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/download/2982/1620/>>. Acesso em: 12 fev. 2022.

BERTICELLI, D. G. D.; ZANCAN S. **Conhecimentos e atividades para potencializar o cálculo mental**. No prelo.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Portugal: Porto Editora, 1994.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 12 abr 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **PNLD**. [s.d.]. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/component/content/article?id=12391:pnld>>. Acesso em: 09 jun 2022.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental**, Brasília: MEC/SEF, 1997.

BROCARD, J. Uma linha de desenvolvimento do cálculo mental: começando no 1º ano e continuando até ao 12º ano. In: **Actas do PROFMAT**, 2011. Lisboa: APM, 2011.

CARRAPIÇO, R. A, C. **Cálculo mental com números Racionais: Um estudo com alunos do 6.º ano de escolaridade**. 530 f. Tese (Doutorado em Educação) - Instituto de Educação, Universidade de Lisboa, Lisboa, 2016. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/23646>. Acesso em: 15 ago. 2022

CARVALHO, R.; PONTE, J. P. Cálculo mental com números racionais e desenvolvimento do sentido de número. **Quadrante**, Portugal, v. 28, n. 2, p. 53-71, 2019. Disponível em: <<https://quadrante.apm.pt/article/view/23017>>. Acesso em: 15 ago. 2022.

CUNHA, L. A. **O Cálculo Mental na perspectiva do Sentido de número**: uma proposta didática para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. 158 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Ciências, Bauru - SP, 2021. Disponível em: <<https://repositorio.unesp.br/handle/11449/204563>>. Acesso em: 17 jun. 2022

DANTE, L. R. **Ápis Matemática, 2º ano**: ensino fundamental, anos iniciais. 3. ed. São Paulo: Ática, 2017.

FONTES, C. G. **O valor e o papel do cálculo mental nas séries iniciais**. 2010. 220 f. Dissertação (Mestre em Educação) - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 2010. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-11112010-162005/pt-br.php>>. Acesso em: 03 jul. 2022.

FUNDO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO (FNDE). Programas do Livro. Dados estatísticos. [s.d.]. Disponível em: <<https://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/dados-estatisticos>>. Acesso em: 09 jun. 2022.

GOMES, M. L. M. O cálculo mental na história da matemática escolar brasileira, 2007. In: IX ENEM- Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte - MG. **Anais...** Disponível em: [http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/ix\\_enem/Html/comunicacaoCientifica.html](http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/ix_enem/Html/comunicacaoCientifica.html). Acesso em: 15 fev. 2022.

GONSALVES, E. P. Escolhendo o percurso metodológico. In: GONSALVES, E. P. **Conversas sobre Iniciação à Pesquisa Científica**. Campinas, SP: Editora Alínea, 2001. p. 61-73.

JUNGES, D. L. V. O cálculo mental no contexto escolar: uma proposta de atividade. In: Encontro Regional dos Estudantes de Matemática da Região Sul, 16, 2010, Porto Alegre. **Anais...** Porto Alegre: PUCRS, 2010. p. 234-245. Disponível em: <<https://editora.pucrs.br/edipucrs/acessolivre/anais/erematsul/comunicacoes/9DeBORADELIMAVELHOJUNGES.pdf>>. Acesso em: 10 ago. 2022.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

MINAYO, M. C. S.; DESLANDES, S. F.; GOMES, R. **Pesquisa social**: teoria, método e criatividade. 26 ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 2007.

MÜLLER, G. C. **Dificuldades de aprendizagem na Matemática**: um estudo de intervenção pedagógica com alunos do 4º ano do Ensino Fundamental. 186f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Educação, Porto Alegre, 2012. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/40482>>. Acesso em: 10 ago. 2022.

NETA O. M. M., *et al.* Organização e estrutura da educação profissional no Brasil: da Reforma Capanema às Leis de Equivalência. **HOLOS**, ano 34, vol. 04, p. 223–235, 2018. Disponível em: <<https://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/view/6981>>. Acesso em: 11 jan. 2022. <https://doi.org/10.15628/holos.2018.6981>

OLIVEIRA, G. S. *et al.* Algumas reflexões sobre o ensino e a aprendizagem dos saberes matemáticos. **Cadernos da FUCAMP**, v. 19, n. 40, p.170-183, 2020. Disponível em: <https://revistas.fucamp.edu.br/index.php/cadernos/article/view/2207>. Acesso em: 15 ago. 2022.

OLIVEIRA, V. **Cálculo mental e a produção do conhecimento matemático**. 75 f. Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática – Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015.

ONUICHIC, L. de L. R. Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas**. São Paulo: Unesp, 1999. p. 199-218.

PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. In: PARRA, C.; SAIZ, I. **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996, p. 186-235.

PIRES, C. M. C.; RODRIGUES, I. C. **Nosso livro de Matemática: alfabetização matemática, 2º ano: ensino fundamental: anos iniciais**. 2. ed. São Paulo: Zé-Zapt Editora, 2014.

RATHGEB-SCHNIERER, E.; GREEN, M. G. Desenvolvendo flexibilidade no cálculo mental. **Educ. Real**. v. 44, n. 2, Porto Alegre, Epub Abr 11, 2019. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/2175-623687078>. Acesso em: 13 abr. 2022

ROMANATTO, Mauro Carlos. Resolução de problemas nas aulas de Matemática. **Revista Eletrônica de Educação**. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, n. 1, p.299-311, mai. 2012. Disponível em: <<http://www.reveduc.ufscar.br>>. Acesso em: 20 abr 2022.

SANDER, G. P. **Um estudo sobre a relação entre a crença de autoeficácia na resolução de tarefas numéricas e o sentido de número de alunos do Ciclo de Alfabetização**. 2018. Tese (Doutorado em Educação para a Ciências) – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2018. Disponível em: [https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/154814/sander\\_gp\\_dr\\_bauru.pdf?sequence=3](https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/154814/sander_gp_dr_bauru.pdf?sequence=3). Acesso em: 06 abr 2022.

SANTOS, D. M.; SANTOS-WAGNER, V. M. P. Cálculo Mental: diagnóstico de estratégias espontâneas de alunos do 6º ano. **REVEMAT**. Florianópolis - SC, v. 9, n. 1, p. 210-223, 2014. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2014v9n1p210>>. Acesso em: 04 jun. 2022.

SILVA, C. C. R. Estratégias de cálculo mental nas operações de multiplicação e divisão. In: VII Encontro Brasiliense de Educação Matemática, 7, 2017, Brasília.

**Anais...** Brasília: SBEM - DF, v.1, 2017, p. 207-216. Disponível em: <<https://www.sbemdf.com.br/eventos/ebrem/edicoes-anteriores>>. Acesso em: 07 jun. 2022.

SOUSA, J. J. N.; LEITE, L.S. Técnicas de cálculo mental matemático no Ensino Fundamental. In: VII Congresso Nacional de Educação - CONEDU, 7, 2020. Edição Online. **Anais...** Campina Grande: Realize Editora, 2020. Disponível em: <<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/69573>>. Acesso em: 10 ago. 2022.

TEIXEIRA, R.; RODRIGUES, M. Evolução de estratégias de cálculo mental: Um estudo no 3.º ano de escolaridade. In: 3º Seminário de Investigação “Entre a Teoria, os Dados e o Conhecimento (III): Investigar as Práticas em Contexto. 3. Setúbal. **Anais...** Setúbal: Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal 2015. p. 249-267. Disponível em: <<http://repositorio.ipl.pt/bitstream/10400.21/5278/1/Evolu%C3%A7%C3%A3o%20de%20estrat%C3%A9gias%20de%20c%C3%A1lculo%20mental.pdf>>. Acesso em: 15 ago. 2022;

THOMPSON, I. **Mental Calculation Strategies for Addition and Subtraction. Mathematics in School**, vol.28, n.5, 1999

TURIBIO, S. R. T. A influência do livro didático na prática pedagógica do professor que ensina matemática. **Revista Prática Docente**. Instituto Federal de Mato Grosso - Campus Confresa v. 2, n. 2, p. 158-178, jul/dez. 2017. Disponível em: <<https://periodicos.cfs.ifmt.edu.br/periodicos/index.php/rpd/article/view/73/30>>. Acesso em: 15 ago. 2022.

ZANCAN, S.; SAUERWEIN, R. A. Método Líquen: Aritmética para os anos iniciais. **Vivências**, Erechim, v. 13, n. 24, p. 310-321, maio, 2017. Disponível em: [http://www2.reitoria.uri.br/~vivencias/Numero\\_024/artigos/pdf/Artigo\\_29.pdf](http://www2.reitoria.uri.br/~vivencias/Numero_024/artigos/pdf/Artigo_29.pdf). Acesso em 10 maio. 2022.