

DANIELLE DA SILVEIRA BENTO

**ENSINAR A RESOLVER PROBLEMAS MATEMÁTICOS: UM DESAFIO PARA O
PROFESSOR DAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**

Monografia apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Especialista em Organização do Trabalho Pedagógico, Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná.

Orientadora: Prof.^a Ana Maria Liblik

CURITIBA

2008

RESUMO

Ensinar a Resolver Problemas Matemáticos: Um Desafio para o Professor das Séries Iniciais do Ensino Fundamental foi o tema do presente estudo que teve como objetivo geral buscar alternativas para superar o desafio de ensinar a resolver problemas de forma significativa. Os objetivos específicos foram: apresentar alguns autores que evidenciam a importância que a disciplina de matemática assume para a formação lógico-racional dos alunos e estudar as alternativas propostas, que possam eventualmente amenizar as dificuldades dos alunos para resolver problemas. Para atender a esses objetivos foi utilizado como método a pesquisa bibliográfica e pesquisa de campo, nesta última foi realizada uma análise de livro que é utilizado em sala de aula. Foi visto que a Educação Matemática é parcela importante na busca da escola como esfera pública democrática, por isso não pode ser considerada um apanhado de conteúdos prontos a serem consumidos. E é preciso instrumentalizar as crianças dando-lhes a oportunidade de construir ferramentas para lidar com a matemática, resolvendo problemas e descobrindo novas soluções para um mesmo problema. Os problemas e sua resolução não devem servir apenas como recurso de aplicação e avaliação. É importante propiciar aos alunos oportunidades para desenvolver o espírito crítico, a criatividade, a capacidade de análise, a interpretação, a formulação de hipóteses e a elaboração de estratégias para a resolução de problemas, a qual é fator preponderante para o desenvolvimento cultural dos alunos.

Palavras-chave: Problemas Matemáticos. Dificuldades. Resolução.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1
1.1 JUSTIFICATIVA	3
2 REFERENCIAL TEÓRICO	5
2.1 A IMPORTÂNCIA ENSINO DA MATEMÁTICA	5
2.2 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS DO ENSINO DE MATEMÁTICA NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL	7
2.3 AS DIFICULDADES NO ENSINO DA MATEMÁTICA NOS DIAS ATUAIS	11
2.4 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS	17
2.4.1 O que é um Problema?	17
2.4.2 Um pouco de História da Resolução de Problemas	18
2.4.3 Tipos de Problemas	20
2.4.4 Ensinar a Resolver Problemas Matemáticos: Um Desafio para o Professor ...	23
3 METODOLOGIA	27
3.1 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO DESENVOLVIMENTO COGNITIVO	29
3.1.1 Estágio Operações Concretas	29
3.1.2 Estágio Operações Formais	30
3.2 ANÁLISE DO LIVRO: MATEMÁTICA PARA 3ª SÉRIE COLEÇÃO COLIBRI	30
3.3 DISCUSSÃO	34
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	36
REFERÊNCIAS	38

1 INTRODUÇÃO

O ensino da resolução de problemas matemáticos é uma ação desafiadora para o professor das séries iniciais do Ensino Fundamental, uma vez que alguns alunos, senão muitos, apresentam um bloqueio nessa disciplina, a Matemática. É sobre esse importante tema que o presente estudo abordará, visando um ensino que possa suprir a necessidade que os alunos têm de uma aprendizagem que venha contribuir com sua vida fora da escola.

De todos os conteúdos que a disciplina de Matemática dispõem para as séries iniciais do Ensino Fundamental, este estudo teve tendência na Educação Matemática, mais precisamente na abordagem “Resolução de Problemas”, colocado como método obrigatório nessas séries.

A questão fundamental desta pesquisa é: de que maneira se deve, enquanto educadores, ensinar os alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental a resolver problemas matemáticos, tendo como objetivo uma real aprendizagem? Isto é, uma aprendizagem que faça compreender os cálculos utilizados para a resolução dos problemas propostos.

Relacionadas a esta questão e secundárias a ela, existem outras questões que foram averiguadas, são elas:

- a) a dificuldade de compreensão por parte dos alunos está relacionada com a metodologia que é usada pelos professores?
- b) a razão das dificuldades está relacionada com a maneira que o ensino de Matemática, de uma maneira geral, está sendo colocado de acordo com a realidade dos alunos?
- c) falta ao professor preparo para ensinar seus alunos?

São essas as dúvidas que fizeram a autora deste estudo ter interesse na busca de respostas que possam contribuir com a sua práxis e ajudar seus alunos a superarem suas dificuldades, contribuindo para que sua aprendizagem seja significativa e possam levar para a prática, para a vida, o que aprenderam em sala de aula.

Para tanto, a hipótese levantada é que a metodologia utilizada pelo professor possui importância fundamental na aprendizagem dos alunos. A metodologia deve

ser adequada à realidade dos alunos, para que estes possam tornar-se indivíduos críticos e conscientes do seu papel na sociedade, que está cheia de contradições.

A aprendizagem não se dá somente através da “transmissão” de conhecimentos teóricos, mas também nas práticas cotidianas que a escola deve proporcionar para que o aluno possa ter experiência com o conteúdo trabalhado e possa realmente aprender “significativamente”, para a vida.

Só há aprendizagem significativa se o indivíduo for levado a uma reflexão consciente, oferecendo-lhe instrumentos para que possa compreender a realidade que o circunda e agir sobre ela.

O objetivo geral dessa pesquisa é buscar alternativas para superar o desafio de ensinar a resolver problemas de forma significativa. Os objetivos específicos com base em pesquisa bibliográfica são:

- a) apresentar alguns autores que evidenciam a importância que a disciplina de matemática assume para a formação lógico-racional dos alunos;
- b) estudar as alternativas propostas, que possam eventualmente amenizar as dificuldades dos alunos para resolver problemas.

Este texto monográfico está dividido em capítulos.

O primeiro capítulo introduz o tema do trabalho, justificando o porquê da escolha desse tema e os objetivos a serem alcançados com a pesquisa.

O segundo capítulo traz algumas considerações sobre a importância do ensino da Matemática nas séries iniciais do Ensino Fundamental, apresenta os pressupostos teóricos para o ensino da Matemática nessas séries, aborda algumas dificuldades do ensino da Matemática nos dias atuais apontadas por alguns autores, apresenta o tema da resolução de problemas colocando o que é um problema, um pouco da história da resolução de problemas, os tipos de problemas e algumas sugestões dos autores para ensinar a resolver problemas de forma significativa para a vida do aluno.

O terceiro capítulo trata da metodologia utilizada para a realização da pesquisa e faz uma análise de um dos livros de matemática usado nas escolas municipais do Estado do Paraná.

O quarto e último capítulo refere-se à conclusão da pesquisa.

1.1 JUSTIFICATIVA

Desde o princípio da humanidade, houve a necessidade do conhecimento matemático. Com seu trabalho, o homem transforma a natureza para suprir suas necessidades, e precisa pensar matematicamente para realizar as mudanças necessárias à sua sobrevivência.

A Matemática é um ramo importante do conhecimento humano. Não há como pensarmos o progresso tecnológico, material e cultural da humanidade sem o recurso dela. Sendo um produto das relações sociais, opera tanto na transformação da natureza quanto no processo de humanização do homem, pois a lógica matemática é um dos fundamentos sobre o qual está estruturado o pensamento humano.

A matemática é um produto social. Todo indivíduo tem a necessidade de compreender e utilizar esse conhecimento na produção material e em todos os aspectos de sua vida.

É papel da escola, e mais precisamente do professor, mediar o conhecimento do aluno na busca do domínio dos números, dos cálculos matemáticos, do raciocínio lógico-matemático, entre outros fatores relevantes para o aprendizado e evolução educacional dos alunos. Contudo, é importante destacar que o professor deve permitir que o aluno possa, enquanto cidadão, não apenas interpretar o ensino que lhe é passado, mas interagir com ele de forma consciente, crítica e produtiva.

Uma das maiores preocupações que tenho enfrentado, na área da matemática, enquanto professora do Ensino Fundamental, é a compreensão ou, melhor dizendo, a “não compreensão”, por parte dos alunos, dos conteúdos matemáticos, pois alguns deles se mostram desinteressados, uma vez que consideram que a Matemática é uma disciplina difícil de ser compreendida, com isso acabam gerando um bloqueio, dificultando realmente o aprendizado.

Preocupo-me quando percebo que alguns alunos apresentam dificuldade na compreensão de certos conteúdos que, muitas vezes, parecem simples para o professor e para outros alunos, como por exemplo, o entendimento da tabuada, como ela funciona, como facilita a resolução de cálculos sabendo seu sistema.

Como a Matemática está presente em todas as áreas do conhecimento, observa-se a sua importância e a do seu estudo, visando o entendimento do mundo

que nos cerca e de suas relações com outros fatos e com outras áreas do conhecimento.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

A partir do momento em que nascemos, a Matemática está presente em nossa vida. Números e quantidades fazem parte do nosso cotidiano desde a infância até a vida adulta, nos mais diversos contextos: em casa, na rua, na escola, no trabalho. Estamos sempre pensando matematicamente nas mais diversas situações: somamos os preços dos produtos que compramos no supermercado, diminuimos o que gastamos da quantia que temos, calculamos os gastos mensais, observamos nossa altura, nosso peso, a quantidade de calorias contidas nos alimentos que consumimos, etc. Quando crianças: somamos a quantidade de doces ou brinquedos que recebemos, dividimos com nossos irmãos ou colegas, calculamos o tempo gasto para as brincadeiras, contamos os pontos de um jogo de vídeo-game, fazemos a contagem dos dias até a chegada do Natal, aniversário, Dia das Crianças, etc. Enfim, a Matemática está realmente presente no cotidiano das pessoas.

Como vemos, a Matemática é uma forma de pensar, por isso, para que a sociedade onde vivemos possa ser mais justa e humana, um dos princípios é que esse conhecimento seja disponibilizado para todos. E neste capítulo serão abordados assuntos relevantes a essa disciplina, a resolução de problemas, o desafio para o professor: ensinar a resolver problemas matemáticos, entre outros temas, os quais foram pesquisados em importantes obras de renomados autores, que são apresentados no decorrer do estudo.

2.1 A IMPORTÂNCIA ENSINO DA MATEMÁTICA

A Matemática está como disciplina obrigatória e dominante na maioria dos currículos do Ensino Fundamental e Médio dos sistemas escolares e, como todas as formas de conhecimento, está em permanente evolução. Ela é conhecida como uma ciência exata, organizada e sistematizada, sempre esteve e está presente nos acontecimentos e no desenvolvimento da humanidade, quer direta ou indiretamente.

As relações de tempo e espaço estão presentes em todas as áreas do conhecimento e evidenciam a importância do estudo da Matemática. Ela tem uma linguagem entendida pela maioria dos povos, e está sempre contribuindo para a

produção do conhecimento histórico e social. Como é abordado por Ubiratan D'Ambrósio (1996) na definição de Etnomatemática, a qual mostra que é possível realizar o ensino da Matemática por meio da relação ambiente onde o aprendiz vive e o conteúdo a ser aprendido, maiores informações sobre esse tema serão apresentados no decorrer desta pesquisa.

De acordo com Nunes (1997, p. 17), atualmente, devido às diversas transformações que ocorreram na sociedade, a matemática parece ser mais fácil ou mais acessível, tanto para as crianças como para os adultos, pois tem a modernidade e o avanço da tecnologia como aliados para facilitar o caminho percorrido pelo cálculo matemático.

O trabalho penoso que as gerações anteriores a nossa realizavam foi simplificado com o uso de calculadoras e computadores. Ao mesmo tempo habilidades matemáticas que faziam parte dos indivíduos em outros tempos, estão se perdendo justamente por causa da facilidade que encontramos a partir das novas tecnologias.

As habilidades matemáticas dos indivíduos, principalmente na fase escolar, têm sido motivo de preocupação por parte dos professores e pais de alunos. Essa preocupação está voltada para o fato de que as crianças não estão deixando a escola com o conhecimento matemático necessário para suas vidas, conforme explana Nunes (1997, p. 17):

As crianças precisam aprender sobre a matemática a fim de entender o mundo ao seu redor. A matemática é uma matéria escolar, porém, no que tange às crianças, ela é também uma parte importante de suas vidas cotidianas. Sem matemática elas ficarão desconfortáveis não apenas na escola, mas em uma grande parte de suas atividades cotidianas (...).

Cientes de que a matemática está presente em todas as áreas do conhecimento humano, sabemos que ela não é aprendida somente na escola. Assim sendo, não se pode afirmar que os indivíduos que não frequentam a escola não têm conhecimentos matemáticos, pois o conhecimento matemático pode ser apreendido fora da escola, inclusive em atividades que realizamos em nossa vida cotidiana e não definimos como matemática. Contudo, quando é repassado o conhecimento matemático na escola, esta deve realizá-lo de forma eficaz, para que o aluno consiga realmente compreender os conteúdos dados em sala, entenda a teoria para colocar em prática seus conhecimentos.

Logicamente, podemos perceber o quanto estamos cercados por um mundo de números e quantidades e para que possamos agir de maneira correta, nesse mundo é necessário que sejamos “numeralizados”, uma vez que estamos vivendo no mundo capitalista e talvez seja o principal fator preponderante para o sucesso na vida cotidiana. Também deve-se levar em conta que as pessoas necessitam ser letradas nesse mundo para conquistar seu espaço.

Segundo Spinillo (2006, p. 84), para sermos numeralizados é necessário que tenhamos a capacidade de pensar matematicamente em diferentes situações, demonstrando familiaridade com o mundo dos números e compreensão das regras que regem os conceitos matemáticos. “Ser numeralizado significa ser capaz de pensar sobre e discutir relações numéricas e espaciais utilizando as convenções da nossa própria cultura”.

Nunes (1997) também menciona o termo “numeralizado” em sua obra, colocando que nossas crianças precisam ser numeralizadas para que possam viver no mundo atual.

De acordo com a autora, no século passado, para um indivíduo ser considerado alguém com conhecimento matemático amplo, bastava dominar as operações fundamentais. Nos dias atuais, a exigência para o mesmo conceito mudou. Para que alguém seja “numeralizado” é preciso que domine mais do que, as operações, tendo que ser capaz, por exemplo, de interpretar uma tabela ou um gráfico, sendo crítico com as informações ali contidas.

Se desejamos ensinar matemática para as crianças de forma que torne todas as crianças numeralizadas no mundo de hoje, temos que saber muito mais sobre como as crianças aprendem e o que a aprendizagem da matemática pode fazer pelo pensamento delas. À medida que a sociedade muda, o conceito do que é ser numeralizado também muda. (NUNES, 1997. p. 18)

2.2 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS DO ENSINO DE MATEMÁTICA NAS SÉRIES INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

O homem é um ser histórico. Por sua ação produz todos os fenômenos sociais e econômicos, transformando-os e sendo por eles transformado. Sendo um ser histórico, ele precisa ser educado para perceber a realidade em sua totalidade.

Transmitir o conhecimento científico, a cultura acumulada através das experiências dos homens no decorrer dos tempos é papel da escola. O que torna necessária a existência da escola é a exigência da apropriação do conhecimento sistematizado por parte das novas gerações através da experiência adquirida e acumulada de gerações anteriores.

Para assumir um caráter democratizador, a escola necessita proporcionar não apenas o acesso, mas a apropriação do conhecimento e da tecnologia, colaborando para a transformação social na medida em que fomenta as capacidades intelectuais, as atitudes e o comportamento crítico em relação à sociedade em que está inserida.

A escola precisa levar os alunos a perceberem que tudo o que existe na contemporaneidade, seja no meio social ou na natureza, é resultado da ação e da experiência dos homens e assim formar o homem crítico, determinado pelo social. Para isso, é necessário que faça algo mais do que “despejar” sobre o aluno toda a imensidão de conteúdos exigidos pela estrutura acadêmica curricular dos alunos nas escolas.

O currículo é organizado de forma burocrática, trazendo a exigência de uma série de conteúdos que muitas vezes são trabalhados de maneira mecânica por alguns professores através da memorização, fazendo com que o aluno apenas repita o que o professor ensina sem atribuir significados.

A Matemática também está presente no currículo e deve ser disponibilizada para todos. A democratização do seu ensino precisa ser um dos principais objetivos do trabalho docente, já que o conhecimento matemático é uma das mais importantes ferramentas da sociedade, tanto a antiga como a moderna.

Apropriar-se dos conceitos e procedimentos matemáticos básicos contribui para a formação do futuro cidadão que se engajará no mundo do trabalho, das relações sociais, culturais e políticas.

Para que o indivíduo possa exercer sua cidadania, ele precisa saber contar, calcular, argumentar logicamente, resolver problemas, analisando e interpretando criticamente as informações que recebe diariamente.

Vivemos em uma sociedade de conhecimento e comunicação, onde é necessário que a criança vá aprendendo, desde as séries iniciais, a comunicar, a ter atitudes corretas em vários momentos da vida (bom comportamento social e familiar, divisão de um alimento, brinquedo, tempo...), a ter idéias e procedimentos

matemáticos, porque compreender e usar idéias básicas de matemática no seu dia-a-dia é um direito de todo cidadão e não apenas daqueles que são privilegiados social e intelectualmente.

Quando se fala em formação básica para a cidadania, refere-se à inserção das pessoas no mundo do trabalho, da cultura e das relações sociais. Desse modo, o currículo de matemática precisa contribuir para que o aluno possa conviver em seu meio social e se torne ativo na transformação do seu ambiente.

Os conteúdos devem ter relevância social, propiciando conhecimentos básicos essenciais para qualquer cidadão. Além disso, precisam estar articulados entre si e conectados com as outras áreas do conhecimento. “O ensino de matemática ou de qualquer outra disciplina de nossos currículos escolares, só se justifica dentro de um contexto próprio, de objetivos bem delineados dentro do quadro das prioridades nacionais” (D’AMBRÓSIO, 1996, p. 14).

Quando alunos defrontam-se com regras e sentenças matemáticas, sem conseguir dar sentido e significado a tais simbologias, então a escola continua a negar ao aluno uma das formas fundamentais de ler, ver, interpretar e explicar o mundo. O importante é que quando ao deparar com tal simbologia, o aluno compreenda sua razão de ser. Por esse motivo, é que se volta a questionar sobre a relação do ensino escolar com o conhecimento que existe fora da escola.

Para D’Ambrósio (1996), a sabedoria da criança do campo, ou da favela ou de bairro rico, nunca pode ser desperdiçada. Também segundo o que pressupõem os PCN’s (Parâmetros Curriculares Nacionais, 1997) citado por Macedo (1998, p. 25), “a importância de se levar em conta o conhecimento prévio dos alunos na construção de significados geralmente é desconsiderado”. Na maioria das vezes, subestimam-se os conceitos desenvolvidos no decorrer da atividade prática, de suas interações imediatas, e parte-se para o tratamento escolar, de forma esquemática, privando os alunos da riqueza de conteúdo proveniente da experiência pessoal.

A chance de usar conceitos matemáticos no dia-a-dia, favorece o desenvolvimento da criança e de sua atitude positiva em relação à disciplina de matemática, pois a criança tende a senti-la no seu cotidiano.

Outra distorção perceptível refere-se a uma interpretação equivocada da idéia de cotidiano, ou seja, trabalha-se apenas com o que se supõe fazer parte do dia-a-dia do aluno. Desse modo, muitos conteúdos importantes são descartados ou

porque se julga, sem uma análise adequada, que não são interessantes para os alunos, ou porque não fazem parte de sua realidade, ou seja, não há uma aplicação prática imediata. Esta postura leva ao empobrecimento do trabalho, produzindo efeito contrário ao de enriquecer o processo ensino-aprendizagem.

Portanto, não se pode pensar que a matematização se dê de uma única maneira, como mostrado com D'Ambrósio (1996), na vida nos alunos. Propiciar que os indivíduos encontrem caminhos que os conduzam à solução de problemas de uma mesma e única maneira eficaz, comum ao seu modo de vida, como relatado com o citado autor.

O conhecimento matemático deve ser apresentado ao aluno como algo historicamente construído e em permanente evolução.

Conforme indicam os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) citado por Macedo (1998, p. 84), os objetivos gerais do ensino de Matemática no Ensino Fundamental devem levar o aluno a:

- a) identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo a sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;
- b) fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número possível de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático;

Partindo do que foi apresentado na citação o aluno deverá distinguir o jogo da didática de ensino de Matemática, uma vez que serão conteúdos propostos de forma descontraída para haver o aprendizado no meio pelo qual o aluno apresente interesse, pois será feito a partir de seu mundo. Ele deverá perceber que os números estão presentes na vida como um todo, os cálculos e resolução de problemas se fazem necessários para a vida em sociedade.

É importante ser apresentadas algumas outras alíneas que formam os objetivos gerais do ensino da Matemática, como os que foram coletados com Macedo (1998, p. 84):

- c) resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, intuição estimativa, utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como os instrumentos tecnológicos disponíveis;

- d) comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;
- e) sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a auto-estima e a perseverança na busca de soluções;
- f) interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Como apresentado o domínio da matemática para o aluno é relevante, uma vez que pode ser desenvolvido sua auto-estima, seu auto-conceito, a persistência na busca de soluções para os problemas e cálculos matemáticos que surgem no cotidiano do alunado.

Dar para o aluno significado àquilo que pretendemos ensinar é oferecer a ele atividades interessantes e desafiadoras, que partam da sua experiência cotidiana ou que lhe possibilitem fazer relações com o seu dia-a-dia.

2.3 AS DIFICULDADES NO ENSINO DA MATEMÁTICA NOS DIAS ATUAIS

Segundo Carvalho (1994, p. 15) no ensino de matemática dois aspectos são essenciais: a concepção de matemática que em geral norteia o ensino dessa disciplina e o desgosto por essa área do conhecimento manifestada pela maioria dos alunos.

Primeiro considera-se a matemática, de acordo com a pesquisa bibliográfica até então feita, como uma área do conhecimento pronta, acabada, perfeita, e cuja estrutura de sistematização serve de modelo para as outras ciências. A consequência dessa visão em sala de aula é a imposição autoritária do conhecimento matemático: o professor domina e o transmite a um aluno passivo, que deve se moldar a essa regra imposta e, na maioria das vezes, encontra muita dificuldade na compreensão desse conhecimento.

Alguns profissionais da área da educação consideram que o sucesso em matemática representa um critério avaliador da inteligência dos alunos, na medida em que uma tão nobre e perfeita ciência só pode ser acessível a mentes privilegiadas, pois os conteúdos matemáticos são abstratos e nem todos têm condições de entendê-los. Contudo, é relevante destacar que se alguns alunos têm

facilidades com cálculos, outros podem apresentar essa mesma facilidade para questões discursivas, para conteúdos de português. Cabe ao professor saber trabalhar eficazmente com esses tipos de facilidades dos alunos, tentando transferir estas para conteúdos que eles encontrem dificuldades.

É possível compreender o desgosto por matemática e a dificuldade, manifestada pela maioria dos alunos, em um ensino onde é necessário, submeter-se à autoridade da matemática, pois compreender matemática, torna-se privilégio de alunos mais inteligentes.

Infelizmente, porém, de acordo com Bortolotto (1998), a matemática não é a disciplina de maior popularidade entre os educadores. Os alunos argumentam que ela possui conteúdos complicados, difíceis de entender. E alguns professores que ministram essa disciplina dizem que são os alunos que não querem raciocinar.

Uma das principais causas desse desgosto por parte dos alunos é a metodologia usada pelo professor: “Uma das razões de tal deficiência parece estar relacionada ao despreparo de grande parte dos professores, no que se refere ao emprego de metodologias apropriadas” (BORTOLOTTI, 1998, p. 9).

O ensino que visa a reprodução do conhecimento, em que o professor é apenas o transmissor, sem que o aluno pense ou possa criticar, expondo suas idéias, leva pesquisadores (educadores), a repensar a prática pedagógica.

Segundo Fraga (1998, p. 50), o professor que atua nas aulas de matemática não tem o preparo necessário para atuar nessa área do conhecimento. De acordo com a autora, que fez uma rica pesquisa de campo, com observações em sala de aula, o professor de matemática sequer tem o conhecimento de como o aluno aprende, preocupando-se apenas em transmitir o conhecimento, de forma mecânica e fragmentada.

Pelo que se pôde observar em sala de aula, identificou-se então o precário conhecimento a respeito do próprio aluno, enquanto pessoa em desenvolvimento, e a fragilidade teórica de quem pretende transmitir um conteúdo matemático, além da desconsideração da relação professor-aluno no processo de aprendizagem. E isso é muito grave. (FRAGA, 1998, p. 50).

De acordo com Moysés (2000), nem sempre é mostrada para as crianças a relação entre a vida diária e a escola, principalmente na matemática, “ao que parece, não há muita interação entre o que se aprende na escola e o conhecimento

que existe fora dela. Há crescente evidência de que a escolarização está contribuindo muito pouco para o desempenho fora dela”. (p. 60)

É necessário mostrar às crianças que a Matemática está diretamente ligada à vida cotidiana e que tudo ao nosso redor, envolve atividades matemáticas. Algumas crianças conseguem relacionar brincadeiras que envolvem matemática, por exemplo, no esconde-esconde, quando têm que contar, porém contam abstratamente, sem ver o número, em outras como no jogo imobiliário, onde elas têm que contar o dinheiro para pagar. Assim, é relevante ter uma articulação entre a Matemática escolar e a Matemática do cotidiano.

Porém, existem crianças que mencionam brincadeiras onde há matemática sem estabelecer relação alguma com ela. O mesmo acontece com muitos adultos trabalhadores, que usam cálculos matemáticos todos os dias no seu trabalho e não conseguem perceber o uso formal dessa ciência, como citado anteriormente com a Etnomatemática.

A transmissão de conhecimentos matemáticos em sala de aula não está relacionado com que os alunos aprendem na sua vida diária. Carraher (1995) em suas pesquisas já mencionava essa falta de associação e relata que o ensino da Matemática é feito sem nenhuma relação com o que os alunos já têm conhecimento, subestimando o grau de ciência destes. Partindo dessas informações a autora relata que:

A Matemática que um sujeito produz não é independente de seu pensamento enquanto a produz, mas pode vir a ser cristalizada e tornar-se parte de uma ciência a Matemática, ensinada na escola e aprendida dentro e fora da escola. (CARRAHER, 1995, p. 11)

Ainda com Carraher (1995), a qual realizou um estudo sobre como as operações aritméticas são utilizadas para resolver problemas típicos de uma situação de trabalho. A autora concluiu que a aprendizagem de matemática não é facilmente relacionada com a prática, pois os trabalhadores pesquisados, apesar de receberem instrução formal sobre como calcular e resolverem problemas escolares, não conseguiam utilizar esse conhecimento para resolver um problema prático. Sobre esse aspecto a autora nos traz duas sugestões:

Uma primeira sugestão é então a de oferecer ao aluno oportunidades de resolver problemas em contextos práticos. Isso poderia contribuir para uma

melhor compreensão e para proporcionar a descoberta de estratégias novas. Uma Segunda sugestão é oferecer à criança experiência com problemas que tenham respostas não unitárias, mas que se subdividam em sub-respostas. Isso poderia ajudá-la a lidar com problemas na vida real. (CARRAHER, 1995, p. 82).

Algumas questões precisam ser revistas, para que o saber da escola e da vida, não se contrastem tanto assim, de forma que a criança não consiga estabelecer relação entre ambos. Dessa forma, esse primeiro saber não deverá andar na contramão do segundo saber, é necessário ir mais ao encontro daquilo que as crianças têm do que daquilo que lhes falta.

As crianças usam Matemática no seu dia-a-dia, e nem sempre se dão conta, quando contam o dinheiro do cofrinho, quando contam figurinhas ou vão até a panificadora. Elas só não conseguem relacionar a matemática de seu cotidiano com a matemática escolar. As crianças precisam saber para que serve o que se ensina na escola.

Moysés (2000), inspirado em Vygotsky – para quem a aprendizagem dos conceitos deveria ter suas origens nas práticas sociais – relata que “a aprendizagem escolar insere-se num processo amplo, o ensino deve levar em conta a natureza do processo de aprendizagem. Buscar um ensino que parta do mundo observável, para conduzir pouco a pouco às construções abstratas” (p. 61).

O autor acredita que a aprendizagem da matemática requer participação mental e autônoma da criança. É importante incentivar as crianças a raciocinarem matematicamente nas atividades diárias, mas a capacidade de pensar numericamente (matematicamente) não se desenvolve a partir daí.

Ela está inserida na capacidade geral de pensar da criança, isto quer dizer que é importante incentivá-las a pensarem em todas as situações, situações essa da sua contextualização, do seu convívio sócio-cultural.

À visão da matemática tradicional, que vê a disciplina como uma ciência cristalizada e imóvel, se contrapõe àquela que considera o conhecimento em constante construção e os indivíduos no processo de interação social com o mundo. A sala de aula não é o ponto de encontro de alunos totalmente ignorantes com o professor totalmente sábio, e sim um local onde interagem alunos com conhecimento comum (sem uma estrutura aceita cientificamente), que almejam a aquisição de conhecimentos sistematizados, e um professor cuja competência está em mediar o acesso do aluno a eles.

Não há dúvida de que a matemática é uma disciplina de extrema importância para o desenvolvimento do aluno não só na sua vida acadêmica, mas para o seu convívio social.

Há muito que se fazer no sentido de transformar a matemática da escola em matemática da vida, desde cedo relacionando os conteúdos da sala de aula à situações da vida, levando o aluno a ser um indivíduo reflexivo, independente e confiante em seus conhecimentos a resolver inteligentemente seus problemas.

A matemática é viva à nossa volta e assim deve-se continuar. Só se aprende realmente a pensar quando se tem em que pensar e para que pensar. Desta forma, estará se atingindo um dos objetivos da educação que é formar um ser racional, criativo e preparado para a vida (DOMINGUES, 1985, p. 21).

É preciso que o professor faça um esforço para que as crianças descubram desde o início de seus estudos que a Matemática tem muita utilidade além dos muros da escola. As crianças têm múltiplas experiências relacionadas com o conhecimento matemático e estas experiências deveriam constituir-se em objetivo de análise do marco escolar. São muitas as atividades significativas que podem ser desenvolvidas, levando em conta as aplicações da matemática em diversas atividades e profissões, como por exemplo, no jogo de dominó, na brincadeira de amarelinha, na profissão de engenharia civil e de padeiro, até mesmo comprar cinco balas é preciso usar a Matemática. Também são muitos os projetos de integração que se poderiam desenvolver ao levar em conta a vinculação da Matemática com outras áreas do conhecimento. Se o trabalho matemático que se realiza nas escolas tivesse maior relação com a vida das crianças e dos adultos fora dela, seria possível que as crianças se interessassem mais por ela e conseqüentemente não tivessem receio.

De acordo com Domingues (1985) o professor na sua prática, precisa ultrapassar os muros da escola, transmitir ao aluno uma visão conjunta do mundo, em que tudo está interligado, formando um todo. Na escola, não existe ciência que não dependa da outra, teoria e prática estão em constante complementaridade.

Para Moysés (2000) é necessário que os professores pensem em inovações para a prática pedagógica, que levem o aluno a descobrir diversas maneiras de aprender, buscar novos caminhos, deixar no passado a prática de que o aluno era

submetido ao pensamento do professor, sem poder expressar idéias e pensamentos, era só memorização.

Na Educação, o professor é instigado a buscar uma prática pedagógica, que supere a fragmentação e o mero repasso de conhecimento. Para a produção do conhecimento, a escola propõe enfaticamente o envolvimento do aluno no processo educativo. Sendo assim, o professor deve valorizar a reflexão, o questionamento, a curiosidade, o espírito crítico, a incerteza de seus alunos para que seja reconstruída a prática de ensino do docente em sala de aula.

A ação pedagógica precisa estimular a análise, a capacidade de compor e recompor dados, informações e argumentos, buscando a formação de um sujeito crítico, acrescida da valorização e da ação reflexiva, capaz de sistematizar o conhecimento e reconhecer o que está acontecendo ao seu redor, na sua realidade.

Vale a pena pensar em um professor com práticas pedagógicas dinâmicas, desafiando os alunos nas suas interpretações e resoluções de problemas, com leituras que despertem o gosto para ler e viajar num mundo de imaginação, vencendo obstáculos.

Estas ações por parte do professor podem ajudar a evidenciar situações em que seja possível perceber porque os alunos apresentavam dificuldades na compreensão das atividades relacionadas com a Matemática.

O professor deve ultrapassar a visão de que o aluno é um simples receptor de informações, aprendiz e torná-lo um sujeito produtor de seu próprio conhecimento, com maior aproveitamento e sucesso em sua prática pedagógica.

No ensino de Matemática o professor, como em qualquer outra disciplina, deve estar atento a todos os quesitos, ter uma ampla visão, de maneira integrada, não somente em campos especializados, que levam o educando ao pensamento pronto e acabado, até mesmo nos seus valores e sentimentos.

Como visto até então, o professor necessita do envolvimento do aluno com o ensino, pois argumentações, pesquisas e questionamentos são características necessárias para que este possa ter a visão da totalidade e o desafio de buscar a superação do repasso para a produção do conhecimento.

Hoje com tanta tecnologia, uso de máquina de calcular, computador, etc., as crianças precisam compreender o sentido do uso da Matemática, não somente resolver operações com lápis e papel, mas entender realmente seu processo de

resolução, sabendo raciocinar, compreendendo os processos utilizados para se obter o resultado, pois precisam saber inventar, efetuar cálculos mentais, fazer estimativas. Assim, usar a matemática da escola para que possa auxiliar a resolver problemas da vida real, do seu dia-a-dia e a desenvolver maneiras de ver a realidade.

2.4 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

2.4.1 O que é um Problema?

Ramos (2001) em sua obra traz algumas definições de problema, segundo alguns autores relacionados por ele:

um problema matemático é toda situação requerendo a descoberta de informações matemáticas desconhecidas para a pessoa que tenta resolvê-lo e/ou a invenção de uma demonstração de um resultado matemático dado. (SILVEIRA, 1983 apud RAMOS, 2001, p. 4)

Em Ramos (2001) encontra-se outra definição: “um problema é uma situação na qual um indivíduo deseja fazer algo, porém desconhece o caminho das ações necessárias para concretizar a sua ação” (NEWELL; SIMON, 1972 apud RAMOS, 2001, p. 4).

Na mesma obra pode-se encontrar a definição de problema segundo Chi e Glaser (1983):

o problema é uma situação na qual um indivíduo atua com o propósito de alcançar uma meta utilizando para tal uma estratégia em particular. A partir dessas concepções de problemas, entendemos que existe um problema quando há um objetivo a ser alcançado e não sabemos como atingir esse objetivo. Existe um problema quando há um resultado, conhecido ou não, a ser demonstrado usando a teoria matemática. (CHI; GLASER, 1983 apud RAMOS, 2001, p. 4)

Os autores colocam que um problema é mais valioso à medida que aquele que está se propondo a resolver o problema tenha que inventar estratégias e criar idéias para resolvê-lo. Quem resolve pode até saber o objetivo a ser atingido, mas ainda estará enfrentando um problema se não dispõe dos meios para atingir tal objetivo.

Vila e Callejo (2006) relatam que a resolução de problemas acontecem de melhor forma em um ambiente educacional que privilegie a formação da autonomia e da crítica dos alunos, que conduza o sujeito a estabelecer relações nas quais ele seja capaz de questionar os fatos e interpretações e, também, de operar segundo seus próprios critérios, estando, contudo, abertos aos argumentos de outras pessoas.

2.4.2 Um pouco de História da Resolução de Problemas

Em sua obra Ramos (2001) nos traz um pouco de história: os primeiros passos para uma heurística¹ de resolução de problemas. De acordo com o autor, para podermos estudar a resolução de problemas é necessário que alternos atrás no tempo para compreender o que pensavam sobre o assunto os primeiros pensadores.

Diversos pensadores e pesquisadores estudaram a respeito da atividade de resolver problemas.

Inicialmente, a atividade de resolver problemas recai na questão filosófica de 'pensar sobre o pensamento', nesse sentido, os filósofos gregos, como Sócrates, trazem algumas contribuições. Para Sócrates, o indivíduo já detém o conhecimento a ser usado para resolver o problema e, portanto, a atividade de resolver problemas não passa de mera recordação. (RAMOS, 2001, p. 8)

Ainda de acordo com Ramos (2001, p.10), as primeiras idéias um pouco mais positivas no sentido da heurística da resolução de problemas vêm com o matemático e filósofo francês Descartes (1596-1650), que viu o processo de resolução de problemas em três fases: 1. reduzir todo problema algébrico a um problema contendo apenas equação; 2. reduzir todo problema matemático a um problema algébrico e 3. reduzir qualquer problema a um problema matemático.

Descartes (1983) apresenta algumas idéias de valor e relevância relacionadas ao ensino que podem ser aplicadas à Resolução de Problemas, como é exemplificado na seqüência.

¹ O termo Heurística segundo o Dicionário Aurélio (2004) é um conjunto de regras e métodos que conduzem à descoberta, à invenção e à resolução de problemas. Também é considerado um procedimento pedagógico pelo qual se leva o aluno a descobrir por si mesmo a verdade que lhe querem inculcar.

- a) é necessário método para descobrir as leis da natureza;
- b) as únicas coisas que devemos aceitar são aquelas que podemos ver com clareza ou podemos deduzir com certeza;
- c) se chegarmos a um ponto onde não conseguimos entender o que está acontecendo, devemos fazer uma pausa e não prosseguir em um trabalho inútil. (DESCARTES, 1983, p. 40-43)

Com essas idéias, o autor ressalta a importância da sistematização, da argumentação, ao invés do uso da autoridade e mostra que é importante mantermos o controle sobre o que estamos fazendo.

Contudo é relevante manter regras que nortearam as ações perante uma questão a ser resolvida, unindo a isso os conhecimentos prévios de uma criança, como apresenta o apontamento a seguir:

Uma criança que saiba aritmética, tendo executado uma soma de acordo com os preceitos, pode certificar-se de ter encontrado, no tocante à questão que tinha sob o exame, tudo que a mente humana poderia encontrar. É que o método que ensina a seguir a ordem real e a enumerar com exatidão todas as circunstâncias daquilo que se busca contém tudo quanto dá certeza às regras de aritmética (DESCARTES, 1983, p. 43).

Uns dos matemáticos que estudou a heurística de resolução de problemas específicos para a Matemática foi George Polya (1897-1985), que também apresentou uma didática para isso e um apêndice sobre heurística. Algumas das sugestões de Descartes para o ensino e a resolução de problemas antecipam suas idéias.

Segundo Polya (1995, p. 3), resolver problemas é uma habilidade prática, como nadar, esqui ou tocar piano. Qualquer habilitação é por nós aprendida por meio da imitação e da prática:

O professor que deseja desenvolver nos estudantes a capacidade de resolver problemas deve inculcar em suas mentes algum interesse por problemas e proporcionar-lhes muitas oportunidades de imitar e praticar. Quando o professor tenciona desenvolver nos seus alunos as operações mentais correspondentes à resolução de problemas, ele as apresenta tantas vezes quanto puder fazer com naturalidade (POLYA, 1995, p. 3).

Para organizar o processo de resolução de problemas, Polya resolveu dividi-lo em quatro etapas, sem pretender que essas etapas correspondessem a uma seqüência a ser percorrida sem nunca voltar ou que se tratasse de uma 'poção mágica' para resolver problemas.

As quatro etapas de resolução de problemas segundo Polya (1995, p. 5) são:

- a) compreensão do problema: o primeiro passo é entender o problema e, sempre que possível, procurar separar as condições em partes;
- b) construção de uma estratégia de resolução: encontrar conexões entre os dados e a incógnita. Talvez seja conveniente considerar problemas auxiliares ou particulares caso uma conexão não seja encontrada em tempo razoável;
- c) execução da estratégia verificando cada passo para conferir se cada um deles está correto;
- d) revisar a solução, verificando os resultados e argumentos utilizados.

Polya representa uma referência no assunto, pois suas idéias são inovadoras e, muitas delas, são razoáveis até os dias atuais, servindo de alicerce para trabalhos de pesquisadores contemporâneos como Luiz Roberto Dante, por exemplo.

2.4.3 Tipos de Problemas

São vários os tipos existentes de problemas matemáticos. Para esta pesquisa foram estudados e relacionados os tipos apresentados na obra de Lester e D'Ambrósio (1988), que mostram que comumente estes são enquadrados nas atividades na sala de aula, tendo sempre o objetivo de buscar relacioná-los com a prática dos alunos de melhor maneira, ou seja, a que mais se aproxime das suas tarefas e experiências cotidianas.

Segundo os autores apresentados logo acima os tipos de problemas são:

- a) problemas simples ou de tradução simples – são os que fazem a tradução da linguagem usual para uma expressão matemática;
- b) problemas tipo exercícios ou de treinamento – são os que reforçam o que já foi aprendido;
- c) (...) problemas-processos – são os que usam estratégias para se chegar à solução: usa-se o raciocínio sem utilizar algoritmo;
- d) problemas tipo composto ou de tradução complexa – são os que requerem mais de uma operação matemática para solucioná-los
- e) problemas de quebra-cabeça – são os problemas colocados em recreações que podem ser resolvidos pela Matemática;
- f) problemas de aplicação – são problemas tirados do cotidiano do aluno (LESTER; D'AMBRÓSIO, 1988, p. 33-40).

Os problemas relacionados acima serão detalhados e exemplificados na seqüência para facilitar a compreensão. Assim sendo, o primeiro tipo de problema apresentado por Lester e D'Ambrósio (1988), o problema simples ou de tradução simples é o que utiliza uma das quatro operações fundamentais da Matemática

(adição, subtração, divisão e multiplicação), e que normalmente é feita no dia-a-dia da criança, como por exemplo: quantas balas tenho, quanto falta de tempo para almoçar, quantas bolinhas de gude cada um vai receber...

Um exemplo que pode ser dado desse tipo de problema é: Num balde há 8 maçãs e 4 laranjas. Quantas frutas há neste balde? Ou uma bicicleta tem 2 rodas. Quantas rodas terão 115 bicicletas?

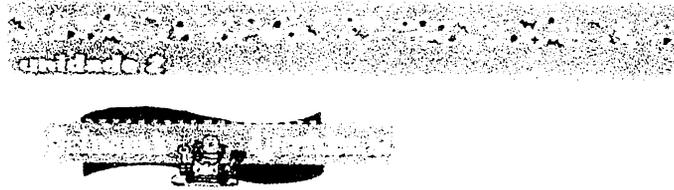
O segundo tipo de problema (problema tipo exercícios ou de treinamento) refere-se à prática do que já foi aprendido na escola, funciona como fixação do conteúdo aprendido. São problemas que necessitam de mais atenção, pois são um pouco mais complexo de serem resolvidos. Um exemplo que pode ser dado é: Maria, Karina, Pedro e João têm juntos 260 palitos de sorvete. Karina tem sozinha 92 palitos e os outros amigos possuem quantidades iguais, determine o número de palitos de cada um. (GONTIJO, 2008)

Já o terceiro problema (problemas-processos) possuem soluções que envolvem operações que não estão contidas no enunciado. Em geral, não podem ser traduzidos diretamente para a linguagem matemática, nem resolvidos pela aplicação automática de algoritmos, pois exigem do aluno um tempo para pensar e arquitetar um plano de ação, uma estratégia que poderá levá-lo à solução. Como por exemplo: Numa casa há 10 pessoas, se cada uma trocar um aperto de mão entre todas, quantos apertos de mão teremos ao todo?

O quarto tipo de problema, os problemas compostos ou de tradução complexa, são aqueles que necessitam de mais de uma operação para solucioná-los, como citado anteriormente. Operações como adição, subtração, divisão e multiplicação. Um exemplo desse tipo de problema é: Rafael ganhou de seu irmão R\$15,00. Juntando com o dinheiro que já tinha R\$ 8,00 e pagando o que devia a seu amigo Mateus R\$ 5,00, ficou com dinheiro para comprar quantas barras de chocolate? Sabendo que estas custam na panificadora R\$ 3,00 cada?

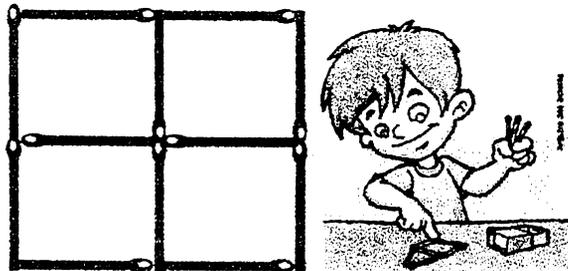
O quinto tipo de problema é o de quebra-cabeça, o qual tem como intuito unir a recreação com a Matemática, ou seja, resolver um problema matemático num momento descontraído de brincadeira. Geralmente constituem a chamada matemática recreativa, e sua solução depende, quase sempre, de um golpe de sorte ou da facilidade em perceber algum truque. Um exemplo pode ser visualizado na figura 1.

FIGURA 1 – PROBLEMA TIPO QUEBRA-CABEÇA



Existem quebra-cabeças bastante curiosos em que se usam apenas palitos de fósforos. Para realizar as atividades abaixo, você necessita de uma caixa de fósforos queimados.

- Usando 12 palitos, forme a figura abaixo.



A figura que você montou servirá de base para todas as atividades que seguem.

Não vale quebrar os palitos.

É preciso observar o que se pede para fazer em cada situação: retirar, mudar de lugar ou acrescentar palitos.

Em seguida, desenhe em seu caderno como ficou cada uma das figuras que você irá montar abaixo.

- Forme apenas 2 quadrados, retirando somente 2 palitos.
- Forme 2 quadrados, mudando de lugar apenas 4 palitos.
- Forme 3 quadrados, retirando 2 palitos.
- Forme agora 3 quadrados, mexendo apenas 3 palitos.

FONTE: IMENES, 1992, p. 16.

O sexto e último tipo de problema apresentado por Lester e D'Ambrósio (1988), problema de aplicação, são aqueles que retratam situações reais do dia-a-dia e que exigem o uso da matemática para serem resolvidos. São também chamados de situações-problema. Através de conceitos, técnicas e procedimentos matemáticos procura-se matematizar uma situação real, organizando os dados em tabelas, traçando gráficos, fazendo operações, etc. Exemplo: Para fazer seu relatório, um diretor de escola precisa saber qual e o gasto mensal, por aluno, que ele tem com a merenda escolar. Assim, pode-se levantar as seguintes questões:

- a) Quantos alunos comem a merenda por dia? E por mês?
- b) Quantos quilos de arroz, macarrão, tomate, cebola, sal, etc. a escola recebe por mês?
- c) Qual o preço atual, por quilo, de cada um desses alimentos?

d) Qual o salário mensal da merendeira?

2.4.4 Ensinar a Resolver Problemas Matemáticos: Um Desafio para o Professor

Para Lester e D'Ambrósio (1988) a resolução de problemas é fator preponderante para o desenvolvimento do raciocínio lógico. Para Polya (1995), a resolução de problemas é uma arte prática que todos podem aprender, é a arte de fazer Matemática: "significa ter a capacidade para resolver problemas não apenas rotineiros, mas problemas que requerem algum grau de originalidade e criatividade". (p. 32)

Os problemas aplicados pelos professores buscam desenvolver o raciocínio, a interpretação e a estratégia nos alunos para resolver e chegar a soluções de acordo com a pergunta formulada.

Quando se fala em resolução de problemas na área do conhecimento de matemática, fala-se em situações que envolvem números e operações, raciocínio lógico e análise dos dados, desafios, seqüências e cálculos. Resolver um problema não se resume em compreender o que foi proposto e em dar respostas aplicando procedimentos adequados. Aprender a dar uma resposta certa, que tenha sentido pode ser suficiente para que ela seja aceita e até conveniente, mas não é garantia de apropriação do conhecimento envolvido.

É necessário desenvolver habilidades que permitam pôr à prova os resultados, testar seus efeitos, comparar diferentes caminhos para obter a solução. Nessa maneira de trabalhar, o valor da resposta correta cede lugar ao valor do processo da resolução. O fato de o aluno ser estimulado a refletir sobre por qual caminho chegou até a resposta, ou como questionou o problema, evidencia uma boa didática de ensino-aprendizagem, não somente para a reprodução do conhecimento, mas pela reflexão que constrói o conhecimento.

Os avanços dos alunos em relação ao conhecimento dos conceitos matemáticos se dão como seqüência de um processo que podem expor para depois trocar idéias com outras pessoas, organizar o conhecimento e fazer registros. Acredita-se, pois, que a metodologia da resolução de problemas pode auxiliar neste processo, desde que não tenha o enfoque que tradicionalmente recebe na escola.

A prática tradicional consiste em ensinar conceitos e técnicas a serem aplicadas em um problema, quer dizer, um ensino fragmentado, onde o aluno perde o significado da aprendizagem, pois lhe é imposto um problema, para avaliar se é capaz de empregar o que foi ensinado.

Com isso, o saber matemático pode não se apresentar como um sistema de conceito, que permite resolver um conjunto de problemas, mas como um interminável discurso simbólico, abstrato e incompreensível.

Os problemas propostos aos alunos geralmente podem ser resolvidos pela aplicação direta de um ou mais algoritmos, a tarefa básica na sua resolução é identificar que operações são apropriadas para se chegar até a solução e transformar as informações do problema em linguagem matemática. A solução correta é ponto fundamental sempre existe e é única. O trabalho se resume em propor e resolver questões, a análise, os acertos e erros são deixados de lado.

Quando adota-se esse modo de ensino, como única maneira para o trabalho de resolução de situações-problema, podemos levar o aluno a postura de fragilidade e incompetência, perante situações que exijam um desafio maior. Ao se deparar com um problema de enunciado diferente dos habituais, onde o aluno não identifica o modelo a ser seguido, se decepciona, não tenta, se sente incapaz e espera a resposta pronta do professor ou do colega; ele não raciocina, não usa seus conhecimentos. Ou ainda pode somente resolver o problema mecanicamente, sem saber se a solução encontrada está adequada ao problema. (IMENES, 1992)

Na resolução de problemas, o que se defende é uma proposta que poderia ter os seguintes princípios propostos pelos PCN's (1997):

- a) O ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. No processo de ensino e aprendizagem os alunos precisam desenvolver algum tipo de estratégia para resolver e explorar os problemas, dentro de conceito e idéias matemáticas;
- b) O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só é problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e estruturar esta situação;
- c) Aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema. O aluno utiliza outra estratégia, outros conceitos para resolver o problema;
- d) O aluno não constrói um conceito em resposta a um problema, mas constrói um campo de conceitos que tornam sentido num campo de problemas. Um conceito matemático se constrói articulando com outros conceitos;
- e) A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação

para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode aprender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Considerando esses princípios, convém precisar algumas características das situações que podem ser entendidas como problemas:

Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma seqüência de ações ou operações para obter alguns resultados (IMENES, 1992, p. 44). Ou seja, a solução não é disponível de início, mas, é possível construí-la. Em muitos casos, os problemas que são apresentados aos alunos não constituem verdadeiros problemas, porque via de regra, não existe um real desafio. Não colocam o aluno em uma situação que o fascine.

Dentro da perspectiva metodológica da resolução de problemas, pode-se melhorar a auto-estima e a confiança da criança em si mesma, em aprender matemática, propor a não se limitar nas questões, mas, também a questionar as respostas obtidas e a questão original. Isto é, resolver situações-problemas não significa apenas a compreensão da questão proposta, a aplicação das técnicas ou fórmulas e a obtenção da resposta correta, mas sim, uma atitude investigativa em relação aquilo que está sendo estudado, e se, principalmente, esta questão faz parte do contexto da criança.

Neste processo, a resposta é tão importante, quanto à forma de procedimento, os caminhos que o aluno fez na forma de resolução, permitindo o aparecimento de diferentes soluções e a comparação entre elas. Essa postura provoca uma análise mais qualitativa do problema, permitindo discutir o problema proposto, os dados e sua solução, desenvolvendo o senso crítico e a criatividade que são tão importantes para aprendizagem e para melhor compreensão da realidade.

Deve ficar claro que, trabalhar na perspectiva da resolução de situações-problemas requer, como no processo de ensino-aprendizagem como um todo, paciência, orientação aos alunos, intervir junto a eles, porém sem atropelar o processo. Cada nova colocação sobre o problema ou cada novo problema surgido de uma situação, necessita de tempo para que os alunos compreendam. Por isso, é que se vê a importância de se trabalhar com a contextualidade da criança aplicada ao problema proposto, ou vice-versa. Assim, o único problema ou atividade

problematizadora, pode ocupar várias aulas seguidas ou não, sendo necessário priorizar a qualidade da atividade desenvolvida e não a quantidade.

Quando este processo de resolução de situações-problemas acontece em um ambiente que a criança conhece, isto é, seu contexto significativo a encoraja a propor soluções, explorar possibilidades, levantar hipóteses, discutir, justificar o raciocínio e validar suas conclusões.

Na mudança rápida dos dias atuais, devemos auxiliar a criança para lidar com situações novas, quaisquer que sejam elas. É de extrema importância, desenvolver a iniciativa, o espírito explorador, a criatividade e a independência.

3 METODOLOGIA

Este texto monográfico foi implementado no âmbito de pesquisa bibliográfica. Através dessa pesquisa busquei alternativas que possam contribuir com minha prática em sala de aula.

Comecei buscando referências na Biblioteca da UFPR, Setor de Educação, na Secretaria Municipal de Educação do Município de São José dos Pinhais, onde leciono e na internet. Dentre essas referências procurei livros e artigos acadêmicos absorviam o tema “Dificuldades de Aprendizagem em Matemática”, publicados de 1995 a 2006, foram várias obras encontradas, não podendo ser relacionadas cada uma aqui, uma vez que algumas não foram referenciadas neste estudo. Já as que foram citadas se encontram relacionadas ao final deste.

Após uma leitura crítica, selecionei os materiais que discutiam o tema proposto (resolução de problemas matemáticos) e que cabiam ao Ensino Fundamental, séries iniciais, para promover um diálogo entre os autores que trazem considerações sobre o tema escolhido.

Em seguida, analisei um livro utilizado por mim e outros professores do Município de São José dos Pinhais, verificando se está de acordo com a proposta colocada pelos PCNs para as séries iniciais do Ensino Fundamental e defendida por alguns dos autores citados. Segue a análise do livro:

O livro (figura 2) analisado se chama “Matemática: para 3ª série”, Coleção Colibri², foi escolhido pelos próprios professores e cedido pelo governo, através do FNDE. Foi impresso e publicado pelo IBEP (Instituto Brasileiro de Edições Pedagógicas Ltda.).

A “Coleção Colibri” foi escolhida pela maioria dos professores da escola onde leciono (Município de São José dos Pinhais). O motivo da escolha está relacionado com as atividades propostas na coleção, que foram elaboradas respeitando a fase

² As autoras da obra são dessa obra são: **Áurea Darin**: Licenciada em Pedagogia pela Universidade Federal do Paraná. Pós-graduada em magistério Superior, em Interdisciplinaridade e em Psicopedagogia. Atuou nas séries iniciais do Ensino fundamental nas redes municipais e particular de ensino no Paraná e em Santa Catarina. É sócia fundadora do centro de atendimento Psicológico e Psicopedagógico (CAPP), que atende a alunos do Ensino fundamental com dificuldades na aprendizagem. **Ieda Medeiros**: Formada em Psicologia pela Universidade Metodista de São Paulo. Licenciada em Pedagogia pela Universidade Tuiuti do Paraná. Pós-graduada em Magistério Superior, em Interdisciplinaridade e em Psicopedagogia. Professora no curso de magistério e do Ensino Fundamental em São Paulo e no Paraná. Coordenadora e Supervisora Pedagógica de Educação Infantil. Sócia fundadora do CAPP.

de escolarização a que se propõem e estão de acordo com a maturidade dos alunos, respeitando as estruturas cognitivas estudadas por PIAGET, (PIAGET apud GOULART, 1983, p. 21) que, a partir de seus estudos, concluiu que, ao longo do processo de desenvolvimento, as pessoas apresentam estruturas cognitivas qualitativamente diferentes. Cada uma dessas estruturas representa um estágio do desenvolvimento cognitivo.

FIGURA 2 – CAPA DO LIVRO ANALISADO



FONTE: DARIN; MEDEIROS, 2005.

Este desenvolvimento é seqüencial e caminha de estruturas mais simples para estruturas mais complexas, apresenta alguns traços do estágio que o procedeu e prepara o indivíduo para o estágio seguinte.

A criança passa por períodos sensíveis, durante os quais a estimulação adequada a leva a progredir, a aprender conceitos mais complexos. De nada adianta ensiná-la, ou tentar ensinar, antes ou muito depois desses estágios. Por isso, é muito importante que as tarefas de aprendizagem correspondam ao nível do desenvolvimento que está a criança ou adolescente. Isso auxilia em definir o tipo de

ensino, como escolher para a criança, e identificar também quando ela está pronta para aprender as várias tarefas intelectuais. Os estágios são: Estágio sensório-motor (18 a 24 meses); Estágio pré-operacional (2 a 7 anos); Estágio operações concretas (7 a 11 anos) e Estágio operações formais (14 a 15 anos). Estes dois últimos serão explanados aqui, pois são os que interessam a esse estudo, é o período de desenvolvimento da criança que ocorrerá a Resolução de Problemas Matemáticos.

3.1 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO DESENVOLVIMENTO COGNITIVO

3.1.1 Estágio Operações Concretas

Nesse período, que se estende dos sete aos onze anos, as operações mentais da criança, ocorrem em resposta a objetos e situações reais. Operações concretas evidenciam características próprias desta fase. A criança usa lógica e raciocínio de modo elementar, mas somente os aplica na manipulação de objetos concretos.

As operações consistem em operações reversíveis e tal reversibilidade pode consistir em inversões ou reciprocidade.

O estágio das operações concretas constitui uma fase de transição entre a ação e as estruturas lógicas mais gerais que implicam uma combinatória de uma estrutura de grupo. Essas operações nascentes se consideram em estrutura de conjunto mais elementares que Piaget denomina agrupamento.

Segundo Piaget apud Goulart (1983), são de duas ordens as operações que se apresentam nesse período: as operações lógicas matemáticas e as operações infralógicas.

As operações concretas de carácter lógico matemático visam sobre semelhanças, diferenças, ou ambas ao mesmo tempo (número) entre objetos discretos, reunidos em conjuntos descontínuos e independentes de sua configuração espaço-temporal.

As operações concretas de carácter-infralógico são formadoras da noção do objeto como tal, por oposição ao conjunto de objetos. Sendo construtivas do objeto, dizem respeito às conservações físicas e a constituição do espaço.

Nesse estágio de operações concretas, a criança começa a compreender termos de relação. No entanto, a criança não pensa em termos abstratos, nem raciocina em termos de preposições verbais ou hipóteses. Assim, experimenta dificuldades com os problemas verbais.

3.1.2 Estágio Operações Formais

Nesta fase, que ocorre de 14 à 15 anos, apresenta como característica fundamental a distinção entre o real e o possível, já não dependem da percepção ou da manipulação de objetos concretos. As operações lógicas serão realizadas entre idéias, expressas numa linguagem qualquer (palavra ou símbolo), sem necessidade da preocupação e da manipulação da realidade.

O pensamento formal é, portanto hipotético-dedutivo, isto é, capaz de deduzir as conclusões de puras hipóteses e não somente através de observação real. No pensamento no caso dos adolescentes, pode-se considerar hipóteses que talvez sejam ou não verdadeiras e examinar o que resultará se essas hipóteses forem verdadeiras. O adolescente pode acompanhar a forma de um argumento, embora ignore seu conteúdo concreto.

3.2 ANÁLISE DO LIVRO: MATEMÁTICA PARA 3ª SÉRIE COLEÇÃO COLIBRI

Os livros da Coleção Colibri trazem muitos exemplos concretos para os alunos, respeitando o estágio em que se encontram (operações concretas). Um ponto alto da coleção, no que se refere à sua qualidade gráfica, são as fotografias que enriquecem o material e favorecem a compreensão das atividades e apreensão dos conceitos.

A linguagem matemática adotada na coleção procura contemplar atividades voltadas para a retenção de conteúdos básicos, que servem de instrumento para a construção de novos conhecimentos.

Observei que o encaminhamento metodológico da coleção apropria-se de diferentes estratégias, procurando partir de situações em que o aluno pode se identificar e visando a ampliação do conhecimento.

Há uma integração entre os blocos de conteúdos em todos os volumes da obra, tratando os conteúdos de uma maneira não compartimentada. Cada bloco de conteúdos não aparece separado dos demais, estando presente ao longo dos quatro volumes, em todas as unidades. Essa organização permite a nós, professores, retomar os conceitos já abordados, favorecendo o processo de aprendizagem e garantindo a compreensão de conceitos que passaram despercebidos por alguns alunos.

Os conteúdos foram abordados utilizando estratégias que podem desenvolver competências básicas para a utilização de idéias matemáticas pelos alunos.

As abordagens interdisciplinares permitem perceber a utilidade da Matemática nas demais ciências e no cotidiano, levando o aluno à compreensão de seus significados.

O recurso de jogos e brincadeiras são alguns dos aspectos positivos da coleção, pois quando os alunos jogam realizam cálculos mentais, formulam hipóteses, criam e elaboram estratégias para a resolução dos problemas, que não são aleatórios nem desvinculados de um contexto maior.

Outro ponto importante é o trabalho com o cálculo mental. Considerando que se calcula mentalmente quando se procuram alternativas para resolver um problema, torna-se imprescindível privilegiar atividades envolvendo cálculo mental, como as que estão presentes em toda a coleção.

A resolução de problemas foi bastante explorada na obra, com atividades que dão aos alunos a oportunidade de desenvolverem algum tipo de estratégia para resolvê-las, como exemplifica a figura 3, na próxima página.

Existem na coleção duas seções nas quais são contempladas abordagens problematizadoras, chamadas *Resolvendo Charadas e Desafios*, conforme mostra a figura 4.

As charadas possibilitam trazer à sala de aula um aspecto lúdico que é muito estimado pelos alunos. Além disso, a resolução de charadas é uma ótima oportunidade para mostrar aos alunos os mais diversos aspectos e pontos de vista que uma mesma situação pode sugerir, o que, sem dúvida, desenvolve o espírito crítico e a criatividade. Há também a seção *Brincando e aprendendo* (figura 5), onde são apresentadas atividades interessantes de aspecto lúdico, que objetivam

propiciar momentos de descontração, mas não perdem de vista a aprendizagem. É nesta seção que se encontram os jogos.

FIGURA 3 – EXEMPLO DE ATIVIDADE COM QUESTÕES



Registrando

1. Agora leia as situações abaixo e em seguida resolva-as em seu caderno.

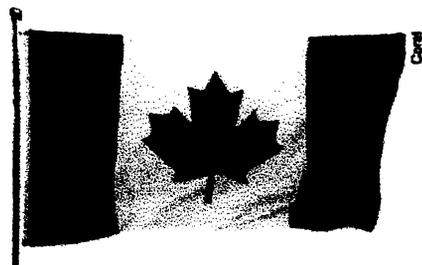
Guilherme faz coleção de selos. Para guardá-los ele utiliza envelopes. Observe os envelopes que ele possui.



- Quantos selos brasileiros Guilherme tem em sua coleção?
 - Em qual dos envelopes há a menor quantidade de selos?
 - Se ele resolvesse colocar seus selos em cartelas onde cabem 8 selos cada uma, de quantas cartelas ele necessitará?
 - Sobrarão selos fora das cartelas? Quantos?
 - Quantos selos ele necessitará para completar mais uma cartela?
 - Quantos selos Guilherme possui ao todo em sua coleção?
2. Gabriel ganhou 6 selos para sua coleção, porém está com dificuldades para separá-los de acordo com o país de origem deles. Com o auxílio de um atlas você poderá ajudá-lo.

Observe as dicas abaixo e, em seu caderno, escreva qual é o país de origem dos selos.

- O selo com a figura de um trem é de um país, cuja bandeira nacional de igual a que aparece ao lado.
- O selo com a figura de um traje típico é de um país da Europa, cujo mapa lembra o formato de uma bota.



Nesta atividade mostrada são abordadas questões fáceis de serem respondidas e de interesse dos alunos. As ilustrações ajudam a despertar uma maior atenção às questões formuladas, facilitando a resolução da atividade.

FIGURA 4 – EXEMPLO DE ATIVIDADE NO FORMATO DE CHARADA

unidade 2

Resolvendo Charadas

Um carneiro preto e um carneiro branco; um carneiro com chifres e um sem; um carneiro de cauda comprida e um carneiro de cauda curta. Quantos carneiros são?



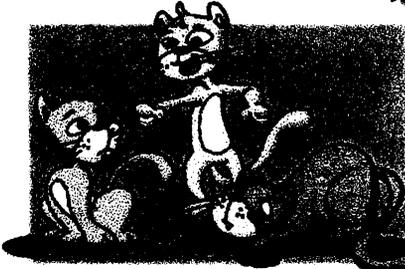
Dois pais e dois filhos saíram para caçar patos. Cada um deles acertou um pato e nenhum atirou no mesmo. Entretanto, somente três patos foram abatidos. Como foi isto?



Vai um homem com 50 bois pelo caminho para vender. Adiante vende 15. Quantos ficaram?



Uma casa de quatro cantos, cada canto tem seu gato, cada gato vê três gatos, quantos gatos têm na casa?



Que tal você procurar outras charadas e trocar com seus colegas para eles resolverem.

FONTE: DARIN; MEDEIROS, 2005.

As ilustrações são bem coloridas o que faz despertar a atenção e o interesse dos alunos. O conteúdo das charadas é interessante e com linguagem simplificada. Assim os alunos ficam presos ao texto e as imagens até o momento de resolver as charadas propostas.

FIGURA 5 – EXEMPLO DE ATIVIDADE LÚDICA

unidade 2

Brincando e Aprendendo

Jogo da estimativa

NÚMERO DE PARTICIPANTES

- 2

MATERIAL NECESSÁRIO:

- alguns produtos com preços.
Exemplos:



R\$ 6,99



R\$ 12,32

- marcações (objeto escolar pequeno, feijão, bolinhas de papel amassado);
- tabela de números

COMO JOGAR:

- escolher 2 produtos por vez;
- não pode repetir os produtos;
- utilizar a calculadora apenas para conferir os resultados;
- disputar no par-ou-ímpar o direito de iniciar o jogo;
- cada jogador, na sua vez, escolhe dois produtos e arredonda os seus preços para estimar o custo total;
- após estimar o custo, fala para os outros jogadores o valor estimado;
- com o auxílio da calculadora, o jogador deve conferir o custo real;
- se o valor estimado corresponder a algum número da tabela abaixo, o jogador deve marcá-lo;
- vence o jogo, aquele que conseguir três marcações corretas na mesma linha, coluna ou na diagonal.

FONTE: DARIN; MEDEIROS, 2005.

A figura mostra um jogo interessante para ser jogado em dupla e necessita de alguns materiais que tornam a atividade descontraída. Os alunos brincam e acabam aprendendo, sendo dessa forma uma aprendizagem prazerosa e com ótimo resultado.

3.3 DISCUSSÃO

A obra escolhida pelos professores está de acordo com os PCN's e é um ótimo material de apoio para que as aulas de Matemática possam trazer aos alunos uma aprendizagem para a vida.

O material é rico, com ótimo conteúdo, com ilustrações coloridas que chamam a atenção dos alunos. Desta forma, facilita o trabalho do professor com seus alunos, pois o ele se sente mais tranquilo em relação à qualidade do material utilizado, fazendo apenas pequenas interseções durante a realização das atividades, respondendo dúvidas formuladas pelos alunos no que se refere ao modo de execução das atividades. Porém, estas são em pequena quantidade senão, raras.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As grandes mudanças culturais da atualidade, originadas no desenvolvimento tecnológico, nos indicam a necessidade de transformações no papel da escola. O avanço da ciência traz novos rumos para a educação e a necessidade de se colocar em questão se a formação que os alunos recebem na escola permite que eles possam construir sua cidadania, sendo agentes políticos na sociedade e resgatando o significado de noções como igualdade e justiça social.

A Educação Matemática é parcela importante na busca da escola como esfera pública democrática, por isso não pode ser considerada um apanhado de conteúdos prontos a serem consumidos.

É necessário que cada professor possa mostrar aos alunos a Matemática como ciência em construção constante, que se desenvolve e fica plena de significado no instante mesmo em que é manipulada, no processo de investigação e resolução de problemas.

Trata-se de instrumentalizar as crianças dando-lhes a oportunidade de construir ferramentas para lidar com a matemática, resolvendo problemas e descobrindo novas soluções para um mesmo problema.

Os problemas e sua resolução não devem servir apenas como recurso de aplicação e avaliação. Uma lista de exercícios mecânicos e repetitivos não pode ser considerada como problema.

Nenhum aluno chega à escola desprovido de alguma noção matemática, ou seja, eles têm um conhecimento básico em relação aos numerais, a contagem, até mesmo adição e subtração. Certamente as crianças absorvem do seu cotidiano, das relações familiares ou dos meios de comunicação, idéias básicas que lhes permitem resolver problemas simples do seu dia-a-dia. Isto precisa ser aproveitado como ferramenta para produzir novos conhecimentos.

É papel do professor partir do que já é conhecido e propor situações problema que permitam construir novas ferramentas, ou seja, que avancem em relação ao conhecimento anterior.

É importante propiciar aos alunos oportunidades para desenvolver o espírito crítico, a criatividade, a capacidade de análise, a interpretação, a formulação de hipóteses e a elaboração de estratégias para a resolução de problemas, inclusive,

quando possível, utilizando analogias estabelecidas com outros problemas já resolvidos. Propor problemas que promovam interações da matemática com o cotidiano, de forma que o aluno não tenha de se limitar ao conhecimento formal, permitindo que o conhecimento tenha sentido, em questões que ele pode resolver, como foi apresentado com os PCN's.

Um problema bem planejado deve constituir um desafio para os alunos, que irão se empenhar em resolvê-la. Para isso, eles deverão lançar mão dos conceitos e procedimentos que já dominam e que sejam adequados à situação proposta. À medida que verificarem que seus conhecimentos não são necessários para encontrar uma solução esses alunos serão motivados a encontrar uma solução através da pesquisa e elaboração de um novo conceito, com a orientação do professor. Cabe então ao professor, encaminhar o raciocínio deles com gestões pertinentes, oferecer informações necessárias e trazer materiais didáticos que facilitem seus estudos. Assim, o professor deve receber uma preparação contínua, para sempre poder executar sua função de melhor forma, com qualidade.

Para que o recurso à resolução de problemas produza bons resultados, é necessário que o professor crie um ambiente em que os alunos não tenham medo do erro, sejam criativos para desenvolver estratégias, discutam suas idéias, comparando-as com as de seus colegas e aceitem mudar sua forma e raciocínio quando se defrontam com uma solução melhor que a sua. O ambiente pode ser criado por meio das atividades encontradas no livro analisado. Um local rico em material lúdico, com charadas, questões a serem discutidas entre todos, análise de pequenos textos que contenham cálculos a serem feitos ao final, sempre levando em conta o estágio de desenvolvimento cognitivo do aluno, o qual foi apresentado com Piaget. E deve ser usado outros recursos interessantes que ajudem a desenvolver o interesse dos alunos pela Matemática.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. São Paulo, 1997.

BORTOLOTTO, A. G. **Matemática de 1ª a 4ª séries: uma abordagem metodológica**. Caxias do Sul: EDUCS, 1998.

CARRAHER, T. **Crianças fazendo matemática**. Porto alegre: Artes médicas, 1995.

CARVALHO, D. L. **Metodologia do ensino de Matemática**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1994.

D'AMBRÓSIO, U. **Da Realidade à ação, reflexões sobre educação e Matemática**. 2. ed. São Paulo: Unicamp, 1996.

DESCARTES, R. **Discurso do método**. São Paulo: Abril, 1983.

DARIN, Á.; MEDEIROS, I. **Matemática para 3ª série**. São Paulo: IBEP, 2005. (Coleção Colibri).

DOMINGUES, A. M. S. **Metodologia do ensino da matemática para séries iniciais do 1 grau**. Campo Grande: Imprensa Universitária, 1985.

FRAGA, M. L. **A Matemática na escola primária: uma observação do cotidiano**. São Paulo: EPU, 1998.

GONTIJO, C. H. Estratégias para o desenvolvimento da criatividade em Matemática. **Revista da Faculdade de Educação**. Disponível em: <http://www.fe.unb.br/linhascriticas/n23/estrategia_para.html> Acesso em: 21. mar. 2008.

GOULART, I. B. **Piaget: experiências básicas para a utilização pelo professor**. Petrópolis, RJ: Cortez, 1983.

IMENES, L. M. **Problemas curiosos**. São Paulo: Scipione, 1992, p. 16. (Vivendo a matemática).

LESTER, F. K.; D'AMBRÓSIO, B. S. **Tipos de problemas para a instrução matemática no 1º grau**. Rio Claro, v. 4, p. 33-40, 1988. (Boletim de Educação Matemática)

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**. São Paulo: Papyrus, 2. ed. 2000.

POLYA, G. **A Arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

RAMOS, Â. P. **Problemas matemáticos: caracterização, importância e estratégias de resolução**. São Paulo: IME-USP, 2001.

SPINILLO, A. G. O sentido do número e sua importância na educação matemática. In: BRITO, M. F. (org). **Solução de problemas e a matemática escolar**. Campinas, SP: Alínea, 2006.