



**A DETERMINAÇÃO DE FUNÇÕES DE CRESCIMENTO  
MEDIANTE ANÁLISE DO TRONCO**

TESE NÃO  
DEFENDIDA

Dissertação submetida à consideração da Comissão Examinadora, como requisito parcial na obtenção do Título de "Mestre em Ciências — M.Sc.", no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal do Setor de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Paraná.

CURITIBA  
1977

ALTAIR PEREIRA BARUSSO

# **A DETERMINAÇÃO DE FUNÇÕES DE CRESCIMENTO MEDIANTE ANÁLISE DO TRONCO**

Dissertação submetida à consideração da Comissão Examinadora, como requisito parcial na obtenção do Título de "Mestre em Ciências — M.Sc.", no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal do Setor de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Paraná.

CURITIBA

1977



ALTAIR PEREIRA BARUSSO

A DETERMINAÇÃO DE FUNÇÕES DE CRESCIMENTO MEDIANTE ANÁLISE DO  
TRONCO

Dissertação submetida à consideração da Comissão Examinadora, como requisito parcial na obtenção do Título de "Mestre em Ciências - M.Sc.", no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal do Setor de Ciências Agrárias da Universidade Federal do Paraná.

CURITIBA

1977

## HOMENAGEM PÓSTUMA

Na véspera de seu trágico falecimento em acidente de carro, Altair Pereira Barusso concluiu os programas de computação e a primeira redação de sua tese de mestrado.

Não se pode expressar em palavra o que os colegas sentiram pela perda de Altair, amigo sempre alegre e colaborador, dinâmico responsável pelo Centro de Computação que hoje leva seu nome, criterioso e dedicado jovem pesquisador.

Seu trabalho pioneiro abriu as portas a um número muito grande de pesquisas sobre o crescimento de árvores. Procurou-se levar adiante o trabalho de nosso amigo Altair, adaptando seus programas de computação e sua metodologia a novas condições.

Embora se saiba que Altair teria gostado de corrigir e complementar ainda o seu trabalho, resolveu-se publicá-lo na forma original, certos de que, mesmo inacabado, venha a servir de valiosíssima fonte para todos os pesquisadores interessados no crescimento das árvores em geral, e na análise de tronco, especificamente.

Todo dia que trabalhamos com análise de tronco, Altair está presente entre nós.

## SUMÁRIO

|   | Página |
|---|--------|
| 1. INTRODUÇÃO .....   | 1      |
| 1.1. Conceituação .....   | 1      |
| 1.2. Importância das funções de crescimento dentro do campo florestal .....         | 3      |
| 1.3. Importância da análise de tronco .....   | 4      |
| 1.4. Objetivos de trabalho .....  | 5      |
| 2. REVISÃO DA LITERATURA .....  | 7      |
| 2.1 Análise de tronco .....   | 7      |
| 2.2. Funções de crescimento .....   | 10     |
| 3. MATERIAL .....   | 23     |
| 4. MÉTODO .....   | 25     |
| 4.1. Análise de tronco .....  | 25     |
| 4.1.1. Coleta e preparação das fatias .....   | 25     |
| 4.1.1.1. Corte da árvore .....  | 25     |
| 4.1.1.2. Escolha, marcação e corte das fatias.                                      | 27     |
| 4.1.1.3. Transporte das fatias .....  | 30     |
| 4.1.1.4. Secagem e lixamento das fatias .....                                       | 31     |
| 4.1.1.5. Produtos químicos usados para melhor visualização dos anéis de crescimento | 33     |
| 4.1.2. Medição das fatias .....   | 34     |
| 4.1.3. Preparação dos dados .....   | 38     |
| 4.1.3.1. Diâmetro .....   | 38     |
| 4.1.3.2. Altura .....   | 38     |
| 4.1.3.3. Área transversal .....   | 41     |
| 4.1.3.4. Volume .....   | 42     |
| 4.1.3.5. Fator de forma .....   | 44     |

|   | Página |
|---|--------|
| 4.1.5. Arquivamento dos dados .....   | 47     |
| 4.2. Funções de crescimento .....   | 47     |
| 4.2.1. Interpretação das funções testadas .....   | 51     |
| 4.2.2. Função de Gompertz .....   | 54     |
| 4.2.3. Função de Richards .....   | 55     |
| 4.2.4. Função de Hugerhosff .....   | 57     |
| 4.2.5. Método Stevens para ajuste das equações .....                                    | 61     |
| 4.2.5.1. Estimativa dos parâmetros e suas va-<br>riâncias pelo método de Stevens .....  | 63     |
| 4.2.5.2. Estimativa preliminar do coeficiente<br><u>r</u> para equação de Stevens ..... | 67     |
| 5. RESULTADOS E DISCUSSÃO .....   | 88     |
| 6. EXEMPLO .....  | 97     |
| 7. RESUMO E CONCLUSÃO .....   | 116    |
| 8. BIBLIOGRAFIA .....   | 118    |
| APÊNDICE .....  | 122    |

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. CONCEITUAÇÃO

Muitos são os países que pesquisam sobre o crescimento de árvores, quer seja para a finalidade silvicultural, dendrocronológica, ou outra. No entanto, conforme consta em ECKSTEIN (1972), não se sabe exatamente quem reconheceu primeiro que as árvores crescem em camadas anuais. Esta forma de crescimento, típica das árvores principalmente de regiões temperadas, faz com que seu desenvolvimento passado seja conhecido.

Crescendo em camadas, as árvores formam anualmente, vistas na secção transversal do tronco, anéis que podem identificar seu crescimento. Este crescimento, pode ser conhecido por meio da análise de tronco.

Entende-se por análise de tronco, a análise de certo número de secções transversais retiradas do tronco de uma árvore, para determinar seu crescimento e qualidade, em diferentes períodos de sua vida. Esta definição abrange todas as áreas, quer tecnológicas, silviculturais, ou outra, bem como qualquer espécie florestal que possua características que permitam esta análise.

No caso deste trabalho, as árvores analisadas possuem a formação de camadas anuais nítidas e podem, portanto, ser medidos seus anéis de crescimento e analisados na secção

transversal do tronco. Nessas condições, pode-se dizer que análise de tronco é a análise de fatias transversais extraídas do tronco de uma árvore a diferentes alturas, a fim de que possa ser estudado seu desenvolvimento passado mediante os anéis de crescimento.

Por este conceito, vê-se que esta técnica de reconstrução do desenvolvimento passado de uma árvore só poderá ser aplicada em regiões que permitam a determinação do ano em que certo anel foi formado. De modo geral coníferas como Araucaria angustifolia (BERT.) O. KTZE, Pinus spp, apresentam estas características.

Esta pesquisa dos anéis pode ter significado diferente para os silvicultores e dendrocronólogos. Ambos estão interessados em características de crescimento radial da árvore, mas por razões diferentes. Segundo MCGINNIES (1963, o último está interessado na idade e largura, extensão relativa dos anéis anuais, mas não se interessa pelo crescimento total, a não ser que este possa tornar mais fácil ou mais difícil de ser observada a diferença de crescimento de um ano para outro. Segundo ainda o mesmo autor, a árvore ideal do ponto de vista de um bom manejador florestal, pode ser de pouco valor em pesquisa de anéis de árvores cujo objetivo é determinar a idade de uma estrutura ou variação no clima no passado.

Muito já se publicou sobre análise de tronco, visando principalmente o lado dendrocronológico ou arqueológico como se pode observar na revista TREE RING BULLETIN, publicado desde 1934.

O crescimento das árvores pode ser representado grã-

fica e matematicamente. A função representativa deste crescimento, via de regra, tem a forma de uma curva sigmóide ou "S", como já demonstrado por vários autores como VERHULST (1845), PEARL & REED (1920), PRESCOTT (1922) e muitos outros (ver referência bibliográfica).

## 1.2. IMPORTÂNCIA DAS FUNÇÕES DE CRESCIMENTO DENTRO DO CAMPO FLORESTAL

Segundo consta em BASTOS FILHO (1975), em 1975 o consumo industrial de madeira era de 31 milhões de  $m^3$  e a previsão para 1985 é de mais de 60 milhões de  $m^3$  para suprir as necessidades do mercado brasileiro. Conforme ainda o mesmo autor até 1966 a área florestal proveniente de reflorestamentos no Brasil era de 550.000 hectares. Porém, com os incentivos fiscais, da Lei nº 5106, de 02.09.66, Decreto-Lei nº 1134, de 16.11.70 e ainda com alterações introduzidas pelo Decreto-Lei nº 1376, de 12.12.74, em 1975 tinha-se uma área reflorestada de 1.982.000 ha.

Somente na região Sul brasileira, segundo consta em BERUTTI (1974), até 1973 tinha-se uma área de 504.971,46 ha reflorestados pelo benefício dos incentivos fiscais, sendo as percentagens: *Eucalyptus* spp 51,10%; *Pinus* spp 37,31%; *Araucaria angustifolia* 2,20% e o restante com frutíferas e outras.

No entanto, com a preocupação de plantar somente para aproveitar os incentivos governamentais, a maior parte das firmas esqueceram-se de prever, de prognosticar. Hoje seus reflorestamentos encontram-se em idades mais avançadas e começa a preocupação do que fazer com a madeira dos povoamentos.

O preço da terra é cada vez maior, a mão de obra cada vez mais escassa; já não se planta sem um objetivo claro e definido.

Fazendo-se prognoses, poder-se-á determinar a matéria prima em determinada época. Estas prognoses podem ser conseguidas desde que se conheça a função que representa o desenvolvimento do povoamento. De posse das informações provenientes de análise de tronco e a função que descreve o crescimento, pode-se prognosticar a curva de crescimento.

Conforme SMITH, HARRY, KER & HEGER (1960) pode-se usar as curvas de crescimento para a classificação do sítio e, com isto, melhor poder prognosticar o crescimento dos povoamentos.

### 1.3. IMPORTÂNCIA DA ANÁLISE DE TRONCO

Em consequência de fatores como mão de obra escassa, preço da terra alto, e outros aspectos econômicos, torna-se necessário o conhecimento do desenvolvimento passado, presente e futuro das árvores. Somente com este conhecimento do desenvolvimento das árvores do decorrer do tempo, pode-se concluir sobre o destino das mesmas.

Existem duas maneiras de se conhecer o desenvolvimento passado da árvore:

- a) por medições periódicas;
- b) por análise de tronco.

Encontrando-se os povoamentos já em idades avançadas e não se possuindo medições periódicas, tem-se que recorrer à análise de tronco.

Até a presente data não se tem no Brasil uma metodologia completa e única pois:

- a) não se preocupou até o momento com o destino das árvores;
- b) pode-se comprovar nos trabalhos de BRUCE & SCHUMACHER (1950), que, em países onde as árvores crescem lentamente, o crescimento é calculado em função do IPA (incremento periódico anual). Já no Brasil, aquele deve ser calculado em função do ICA (incremento corrente anual) visto que no Sul, coníferas como Pinus elliottii e Pinus taeda têm um crescimento bastante rápido, quando comparado aos seus países de origem.

#### 1.4. OBJETIVOS DE TRABALHO

Este trabalho tem por objetivo apresentar, de forma completa, os passos que deverá seguir o pesquisador interessado em realizar análise de tronco, para que ao final possua um quadro-resumo, bem como gráficos dos dados do desenvolvi-

mento dos povoamentos dendrométricos da árvore desde o plantio até a data de corte.

Os passos básicos para se chegar a uma análise de tronco completa, abrangem desde a escolha de árvore a ser analisada até os resultados e, pode-se assim distribuir:

- a) escolha da árvore a ser analisada;
- b) marcação da árvore;
- c) derrubada da árvore;
- d) marcação das fatias a serem extraídas do tronco;
- e) extração das fatias;
- f) transporte das fatias;
- g) secagem das fatias;
- h) marcação das fatias;
- i) medição das fatias;
- j) cálculo do DAP, área transversal, altura, volume, fator de forma. Cada item por idade. Cálculo do ICA e IMA de cada item;
- l) quadro-resumo dos resultados;
- m) gráficos dos resultados;
- n) análise dos resultados.

De posse de todas as informações sobre o desenvolvimento passado, poderá o pesquisador encontrar a função que melhor represente o crescimento.

Com a função determinada, poderá fazer prognoses e tomar decisões futuras.

Este trabalho foi desenvolvido sobre indivíduos e só poderá ser extrapolado para povoamentos desde que estes indivíduos os representem.

## 2. REVISÃO DA LITERATURA

### 2.1. ANÁLISE DE TRONCO

Muitas pessoas, após descobrirem que as árvores crescem em camadas anuais tentaram esboçar um método para o cálculo do desenvolvimento passado destas. No entanto, este estudo chamou mais a atenção dos dendrocronologistas, arqueologistas, que viram nesta característica peculiar de certas espécies florestais a abertura para o descobrimento de idade de objetos achados e que se supunha tinham muitos anos de idade. Isto levou pesquisadores de todo o mundo a estudarem esta forma de crescimento, visando o lado histórico.

Tal foi o entusiasmo nesta área que na década de 1934 alguns pesquisadores fundaram a TREE RING SOCIETY, que, nesta época, teve seu primeiro volume da revista TREE RING BULLETIN publicado. Esta mesma revista voltada para o campo principalmente da Arqueologia, publicava já em abril de 1940 uma bibliografia sobre este assunto, do autor SCHULMAN(1940) onde se encontram algumas publicações mais antigas sobre o assunto como: HARTIG (1869), HALL (1891), HENRY (1894), USDA DIVISION OF FORESTRY (1900), SALMAN (1938).

Esta revista TREE RING BULLETIN, até hoje é publicada e têm a finalidade de divulgar o que está sendo feito sobre análise de tronco de árvores ou pedaços de árvores, principalmente voltada para o campo dendrocronológico, histórico arquitetural, dendroclimatológico.

LYON (1941) apresenta as intercorrelações existentes entre as espécies Hemlock e White pine, na região de Northern New England. Conclui o autor que o crescimento diamétrico das espécies depende dos fatores dominantes de clima e especialmente do suprimento de água no sistema radicular.

Muitos autores se interessaram por este estudo sobre análise de tronco voltados para o campo da Paleontologia, como se pode comprovar no trabalho de PILCHER (1973), onde o autor apresenta uma pesquisa realizada sobre os anéis de crescimento na Irlanda para a determinação de idade de fósseis. Consiste em se determinar a idade de pedaços de tronco ou galhos de árvores encontrados perto dos fósseis, medindo-se contando-se os anéis de crescimento. AVERY (1975) apresenta um capítulo voltado para a dendroconologia e mostra a origem da análise de anéis de crescimento neste campo.

Apresenta o autor, algumas aplicações da análise dos anéis de crescimento em Arqueologia, apresentando também algumas técnicas para este uso em Dendrocronologia.

O autor basicamente em seu relato, apoia-se em dados e observações coletados do laboratório de pesquisas de anéis de crescimento em árvores, fundado por A.E. Douglas, da Universidade do Arizona, em 1938. Em suas citações, faz referências especiais à Tree Ring Society e ao Tree Ring Buletin.

Poder-se-ia aqui descrever várias outras publicações sobre o assunto de análise de tronco voltadas para os campos paleontológicos, dendrocronológicos, climatológicos ou outros que não o silvicultural. No entanto, o objetivo deste trabalho está voltado para o lado silvicultural. Se houver pesquisadores interessados neste assunto, recomenda-se pes-

quisar na revista TREE RING BULLETIN, publicada desde 1934.

A maioria das publicações que são encontradas sobre inventário florestal e dendrometria, apresentam um capítulo sobre análise de tronco, porém restringem-se os autores a apresentarem sua importância e comparar com outros métodos como o de inventário contínuo. Alguns outros autores apresentam de forma sucinta e resumida o procedimento de uma análise de tronco, como acontece com HUSH, MILLER & BEERS (1972), os quais descrevem os passos:

- a) derrubar a árvore e cortar o tronco em seções de comprimento desejado;
- b) determinar e registrar DAP, altura total para se obter as demais alturas do cepo e idade total;
- c) medir e registrar a altura de cada cepo;
- d) achar o raio médio em cada corte transversal;
- e) ao longo de cada raio médio contar os anéis do câmbio interno, marcando o início de cada 10º anel;
- f) do centro de cada corte medir para fora em direção ao câmbio ao longo do raio médio registrando a distância de cada 10º anel.

Alguns poucos autores descrevem uma metodologia mais completa, como também da citação de onde se conseguiu esta metodologia.

HERMAN, DE MARS & WOOLLARD (1975), apresentam um trabalho para determinar qualidade de sítio de espécies de coníferas crescentes na floresta de fir hem lock. O trabalho foi desenvolvido dentro do parque natural dos grandes pinheiros entre Stevens Pass em Washington e Makensie Pass em

Oregon. Os autores propõem o estudo em árvores adultas e alegam que com isto obtém-se também as informações das mais jovens. Durante o desenvolvimento dos estudos, alguns métodos de coleta de dados são derivados e aplicados. Desta experiência algumas instruções de análise de tronco são apresentadas. Apresentam os autores outros autores que mostram vantagens e desvantagens da análise de tronco, quais sejam: CURTIS (1964), SCHLICH (1895), MLODZAVKY (1898).

BRUCE & SCHUMACHER (1950), propõem que a primeira fatia não seja retirada a 0,0 m e sim a 2,5 pés e as demais a cada 16 pés. Também propõem que a contagem e medição dos anéis sejam feitas a cada 10º anel.

## 2.2. FUNÇÕES DE CRESCIMENTO

Muitos autores desde o século passado, têm se preocupado com o estudo das funções de crescimento, tentando encontrar uma forma matemática que descrevesse o crescimento. Entre os autores que se preocuparam com o crescimento de animais e plantas, pode-se citar:

VERHULST (1845), ajustou a função logística na forma

$$Y = \frac{A}{1 + e^{-(b + kt)}}$$

onde A, b e k são constantes para o estudo descritivo de populações humanas.

PEARL & REED (1920), ajustaram a função logística na forma

$$Y = \frac{A}{e^{-Bx} + C}$$

onde A, B e C são parâmetros positivos. A função foi ajustada a dados da população dos Estados Unidos de 1790 a 1910. O processo constituiu-se em se tomar três observações e a partir destas determinar-se os parâmetros.

PRESCOTT (1922), ajustou a função de Gompertz dada na forma

$$Y = e^{A - Bkt}$$

num estudo de demanda. Para este estudo, o autor argumentou que a demanda de uma indústria é reconhecida por quatro estágios distintos, quais sejam:

- a) experimentação;
- b) crescimento ascendente;
- c) crescimento descendente;
- d) estabilização.

Concluiu o autor que esta função poderia ser ajustada ao crescimento industrial pois, possuía características que se adaptavam a estes quatro estágios.

SCHULTZ (1930), usou o cálculo dos mínimos quadrados para ajustar a função logística com um erro aditivo e, segundo VIEIRA (1975) este foi o primeiro autor a realizar este estudo.

WILL (1930), desenvolveu um processo de ajustamento de funções de crescimento que o autor denominou de Método das Diferenças e, usando este método determinou os parâmetros de várias equações de crescimento, inclusive a Logística e a de Gompertz propostas em várias formas.

WINSOR (1932) apresenta algumas das propriedades da curva de Gompertz para comparar alguns extremos para a sua

utilidade e suas limitações como função de crescimento. Segundo o autor, em 1825 BENJAMIN GOMPERTZ, publicou um trabalho na PHILOSOPHICAL TRANSACTIONS OF THE ROYAL SOCIETY "Sobre a natureza da função expressiva da Lei da mortalidade humana", no qual demonstrou que a média de exaustão da força de um homem para evitar a morte era tal que ao fim de pequenos intervalos de tempo, infinitamente iguais, ele perdeu iguais porções da sua força restante para combater a destruição. Então o número de sobreviventes a qualquer idade seria dado pela equação

$$L_x = kg^c x$$

(Está claro que Gompertz se refere a proporções iguais não quantidades iguais absolutas da força para opor a destruição). Desde então a curva de Gompertz tem sido usada para descrever crescimento, tanto para fenômenos biológicos, como econômicos.

WINSOR descreve a equação de Gompertz na forma

$$y = ke^{-e^{a - bx}}$$

na qual  $k$  e  $b$  são maiores do que zero. Da equação acima é claro que a medida que  $x$  torna-se negativamente infinito,  $y$  aproxima-se de zero e quando  $x$  se torna positivamente infinito,  $y$  se aproxima de  $k$ . A inclinação é sempre positiva para os valores finitos de  $x$  e aproxima-se de zero para os valores infinitos de  $x$ . O ponto de inflexão é para  $x = a/b$  e para a ordenada  $y = k/e$ .

WINSOR apresenta ainda uma comparação da equação da equação de Gompertz com a logística e mostra que o ponto de

inflexão da equação logística é mais ou menos 50% do crescimento total e a de Gompertz 37%.

ROOS & VON SZELISKI (1939) ajustaram a função logística para crescimento de demanda de automóveis nos Estados Unidos.

WALFORD (1946) apresentou uma técnica para estimar o crescimento máximo assintótico de um organismo, baseado num método mecânico para desenhar a parte superior da curva.

STEVENS (1951), mostrando o fato de que uma regressão polinomial é muitas vezes inconveniente para representar certos modelos de equações, principalmente no caso em que a variável dependente se aproxima de um certo valor assintótico quando a variável independente tende ao infinito, sugere a forma de regressão assintótica

$$y = \alpha + \beta \rho^x$$

onde  $x = 0, 1, \dots, n$  e  $0 < \rho < 1$

O autor desenvolveu um método para a estimativa dos três coeficientes  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\rho$  e mostra que é aplicável a qualquer equação que por anamorfose recaia na forma sugerida.

NAIR (1954) apresenta a equação logística na forma

$$y = \frac{K}{1 + b e^{-at}}$$

e propõe 8 (oito) métodos para ajustar esta função. O autor apresenta um exemplo e aplica os oito métodos, quais sejam: Fischer, Hottelings, Yule, Rhodes, novo método, soma recíproca, quadrado mínimo interno.

CROXTON & COWDEN (1955) propuseram um método denominado de totais parciais para o ajustamento das curvas:

$$y = A \circ BC^x \quad \text{Exponencial modificada}$$

$$y = AB^{C^x} \quad \text{Gompertz}$$

$$y = \frac{A}{1 + 10^{B + Cx}} \quad \text{Logística}$$

PATTERSON (1956) afirma que o método de STEVENS(1951) pode ser usado seguramente para a maioria das aplicações biológicas. O autor apresenta um método para ajustar as funções do tipo  $y = \alpha - \beta^x$ . De acordo com o autor o método é mais fácil de ser aplicado que o método de STEVENS(1951), não necessitando de Computadores; no entanto, conclui que em alguns casos o método não é eficiente.

AMMER & WILLIAMS (1957) ajustaram a função de Gompertz na forma

$$y = AB^{C^t}$$

pelo método proposto por CROXTON & COWDEN (1955) aos dados de folhas de Pelargonium zonale, em diferentes condições de umidade.

BERTALANFFY (1957) desenvolveu a função de crescimento para animais determinada pela equação diferencial:

$$\frac{dw}{dt} = \eta w^n - Kw$$

onde  $\eta$  e  $K$  são constantes do metabolismo, cuja solução é:

$$w = \left\{ (\eta/K) - \left| (\eta/K) - w_0^{1-m} \right| e^{-(1-m) Kt} \right\}^{\frac{1}{1-m}}$$

onde  $w_0$  é a variável dependente  $w$  quando a variável independente  $t$  (tempo) é igual a zero.

O autor reconheceu entre os animais 3 tipos de metabolismos:  $m = 2/3$ ,  $m = 1$  e intermediário a estes extremos. Para  $m = 2/3$  a curva é sigmóide e apresenta o ponto de inflexão a  $1/3$  do crescimento total e para  $m = 1$  o crescimento é exponencial e não é limitado.

RICHARDS (1959) estendeu a função de crescimento de BERTALANFFY de modo que pudesse ser aplicada a vegetais. A equação de BERTALANFFY foi escrita na forma:

$$w = A(1 + Be^{-Kt})^{1/(1-m)}$$

onde A, B, K e m são constantes.

O próprio autor recomenda que o cálculo dos parâmetros seja feito pelo método de Stevens (1951).

PATTERSON & LIPTON (1959), estudando o método de Stevens (1951), comprovaram sua eficiência.

HARTLEY (1959), estudando trabalho escrito em 1948 pelo próprio autor, sugeriu o método que chamou de regressão interna para ajustar equações da forma sugerida por Stevens (1951) ou seja:

$$y = \alpha + \beta^x$$

O autor apresenta comparações com o método sugerido por PATTERSON (1956) e mostra as vantagens e desvantagens de seu método em relação àquele. O autor concorda com PATTERSON & LIPTON (1959) quando estes afirmaram que o método de STEVENS (1951) obtém 100% de eficiência desde que se trabalhe com computadores de alta velocidade em virtude do tempo para a execução pelo processo iterativo exigido.

NOGUEIRA (1960), estudando o problema de adubação, ajustou a equação

$$y = A - Be^{-Kt}$$

denominada de modelo BRODY, a qual é uma adaptação da equação de MITSCHERLICH, para estudo de crescimento animal.

HARTLEY (1961) ajustou a lei de MITSCHERLICH a dados de adubação, tomando para o ajuste o método modificado de GAUS-NEWTON, usado em funções não lineares.

NELDER (1961) apresentou a equação

$$y = \frac{A}{|1 + e^{-(\lambda + kt)/\phi}|^{\phi}}$$

a qual denominou de logística generalizada.

NELDER (1962), estudando crescimento de cenouras, verificou que, usando a equação sugerida pelo próprio autor em 1961, esta apresentava alguns problemas de estimativa de  $1/\phi$  sendo esta expressão ou zero ou pequenos e negativos. Sabendo-se que não podia ser negativo, propôs uma reparametrização que tornasse possível a obtenção de valores positivos e propôs a equação reparametrizada na forma:

$$y = \frac{A}{|1 + \theta e^{-(\lambda + kt)1/\theta}|}$$

onde, fazendo-se  $\theta = 1$ , obtém-se a equação logística,  $\theta = 0$  obtém-se a de Gompertz e  $\theta = -1$  obtém-se a lei de Mitscherlich.

BAIN (1962) ajustou o modelo logístico usando argumentos semelhantes aos de ROONS E VON SZELINSKI (1939) para o aumento do número de proprietários de televisão do Reino Unido. O autor considerou que os resultados não foram satisfatórios.

DAY (1963), estudando a equação de Gompertz na forma

$$y = e^{a-bc^t}$$

apresentou dois métodos alternativos para obtenção das estimativas dos parâmetros:

a) com a aplicação de logaritmos neperiano à função obtendo:

$$\hat{y} = a - bc^t$$

onde  $\hat{y} = \ln y$ , e fazendo

$$\ln(\hat{y}-a) = \ln b + t \ln c$$

obtendo-se

$$y_1 = b_1 + t c_1$$

onde  $\underline{a}$  é obtido por estimativa gráfica como recomenda o autor e  $\underline{b}$  e  $\underline{c}$  pelo método dos mínimos quadrados.

b) método quando  $t_i = m_i$  (onde  $i = 0, 1, \dots, n-1$ ).

Consiste em se aplicar logaritmo neperiano à função

$$Z_i = e^{a-bc^{m_i}}$$

onde se tem:

$$\ln Z_i = a - b c^{m_i}$$

e fazendo  $\ln Z_i = y_i$  tem-se

$$c^{m_i} = (a - y_i) / b$$

Substituindo-se  $c^{m_i}$  na equação  $Z_i = e^{a-bc^{m_i}}$ , tem-se quando a variável independente assume o valor  $t_i = m_i + m$ ,

$$Y_i + 1 = a(1 - c^m) + c^m Y_i$$

onde  $Y_i + 1 = \ln(Z_i + 1)$  e fazendo-se a regressão de  $\ln(Z_i + 1)$  contra  $\ln Z_i$ , obtem-se as estimativas de  $\underline{a}$  e  $\underline{c}$ .

TOOTIL (1963) considerou que em se tratando de estudo de crescimento as relações entre os dados não podem ser representadas por nenhum polinômio.

LAIRD (1964) propôs a equação na forma

$$y = y_0 e^{L/\alpha(1-e^{\alpha-t})}$$

que CORTARELLI (1973) ajustou a dados de crescimento de gado bovino da raça Nelore conforme consta em SILVEIRA JUNIOR (1976).

OLIVER (1964), expondo que o uso da equação logística é muito restrita devido ao seu ponto de inflexão ser a 1/2 da assíntota, sugere que esta restrição seja corrigida, usando equações mais complicadas e de propriedades mais diversas.

PIENAAR (1965) apresenta em seu trabalho sobre a teoria quantitativa do crescimento florestal, a equação de CHAPMAN- RICHARDS na forma

$$w = A(1 + be^{-Kt})^{1/(1-m)}$$

e mostra detalhadamente o significado de cada parâmetro de equação, bem como o ponto de inflexão para a abcissa e ordenada e conclui que é uma equação de crescimento generalizada e mostra que em função do valor  $m$  da equação, pode esta recair em outras já conhecidas como Gompertz, logística.

PRODAN (1968) propôs alguns modelos de equações para descrever o crescimento, e entre elas encontra-se:

$$y = \frac{x^2}{b_0 + b_1x + b_2x^2} \quad e$$

$$y = \frac{x^n}{a + bx^n}$$

Apresenta a equação geral  $y = k_1x^m e^{-kx}$ , a qual requer o uso de computadores para ajuste.

Equação de Gompertz na forma  $y = Ka^{b^x}$

Equação de Robertson  $y = \frac{Y_{ma}}{1 + Ae^{-Kt}}$ , que é conhecida como autocatalítica e que se baseia na diferencial da equação:

$$Y = \frac{dy}{dt} = Ky (y_{max} - Y)$$

Equação de Backman  $\log Y = K_0 + K_1 \log t + k_2 \log^2 t$ , onde  $\log =$  logaritmo decimal,  $t =$  tempo,  $Y =$  incremento (equação de incremento).

Equação de A.E. Mitcherlich em forma de logarítmos na base 10

$$y = A(1 - e^{-Kt})^n \quad e^{-ct} = 10^{-ct}$$

onde  $ct \log e = c_1 t$ , desde que  $\log 10 = 1$  e então:

$$y = A(1 - 10^{-c_1 t})^n$$

Equação de Hugerhoff na forma generalizada  $y = at^m e^{-kt}$ , possuindo ponto de inflexão  $t = \frac{m}{k}$ . (É uma equação de incremento e por integração pode ser obtida a equação de crescimento).

CAUSTON (1969) estudando a equação de Richards (1959), ajustou esta função em computadores com dados de crescimento coletados em um ano, sendo  $t$  (tempo) em semanas. Os dados foram da espécie Acer pseudoplatanus. O autor afirma que até o momento para a descrição do crescimento de plantas e animais é sem dúvida a equação de Richards (1959) a mais recomendada.

JENSEN & HOMEYER (1970) apresentaram a curva na forma sigmóide ou sino e apresentam um método gráfico para o ajust-

te deste tipo de equação. Os autores apresentam padrões de curvas para comparação, em função da exigência do método.

VALLENTINI (1970) ajustou a função de Gompertz ao crescimento de frangos de corte, obtendo altos valores para o coeficiente de determinação.

HOFFMANN & THAME (1970) ajustaram a equação logística a dados de crescimento em altura de Pinus caribaea e não obtiveram bons resultados.

LEAL (1972) utilizou o índice do custo de vida de janeiro a dezembro de 1971 em Curitiba - Paraná. Testou a equação logística na forma

$$Y = \frac{K}{1 + ce^{bx}}$$

com os métodos de PATERSON, STEVENS, DAVIS-NELSON, PRESCOTT e dos PONTOS SELECIONADOS, como também executou a equação de Gompertz pelo método de Stevens e concluiu que o método de DAVIS-NELSON para equação logística deu o melhor ajuste em função da variância que foi de 12,49 e o coeficiente de determinação 0,99854. Também concluiu que a equação de Gompertz obteve um resultado ainda melhor, usando o método de Stevens (1951).

MISCHAN (1972), estudando funções de crescimento para gado bovino, com os dados coletados de 76 cabeças do Posto Zootécnico Luiz de Queiroz de Piracicaba - São Paulo, abrangendo o período de 1921 a 1970, concluiu que a curva que melhor representa o crescimento é a curva do tipo sigmóide e dentre as equações testadas a equação de Gompertz foi a melhor. A equação logística não se adaptou bem.

ARRUDA, VIEIRA & HOFFMANN (1973), propõem o uso da

função  $y = A + BR^{1/x}$ , com  $B$  maior do que zero e  $R$  compreendido entre zero e um. Assinalam que esta é uma função do tipo sigmóide com assíntota horizontal de ordenada  $A+B$  e que a abcissa do ponto de inflexão é  $1/2 \ln R$ . Usam o método proposto por Stevens (1951) para o ajuste das equações. Comparam o ajuste desta equação com a equação de Gompertz, usando dados de crescimento em altura de Pinus caribaea var. hondurensis e o crescimento de uma rês. Neste trabalho usam dados citados no trabalho de HOFFMANN & THAME (1970) e concluem que para um caso do crescimento em altura de Pinus caribaea var. hondurensis esta equação se ajustou melhor do que a equação de Gompertz o que não aconteceu com os outros dados.

CORTARELLI (1973) ajustou a equação  $y=A(1 + e^{-kt})^{-m}$  a dados de crescimento ponderal de gado bovino da raça Nelore. O método utilizado para estimativa dos parâmetros foi o de Gaus-Newton modificado e proposto por HARTLEY (1960). Considerou o autor o valor de  $m$  igual a  $-3$ , ficando a equação

$$y = A(1 + e^{-kt})^3$$

RAWAT & FRANZ (1973), descreveram a função sugerida por Richards (1959) e mostraram como resolvê-la, usando o método de Stevens (1951).

PIENNAR & TURNBULL (1973) apresentam a equação generalizada de Von Bertalanffy na forma  $w = A(1-be^{-kt})^{1/1-m}$ , descrita por Richards (1959) no estudo do crescimento de plantas e por Chapmann (1961) no crescimento de peixes. A equação é denominada pelos autores de Chapmann-Richards. Os autores apresentam a interpretação de cada parâmetro desta equação e concluem que pode ser usada para descrever o crescimento individual de árvores mas também para descrever o

crescimento de maciços florestais (povoamentos).

HOFFMANN & BERGER (1973) ajustaram a função de Gompertz da forma  $y = ABC^x$  ao crescimento de Eucalyptus spp em dois espaçamentos para quatro espécies, obtendo bons resultados.

TROUSDELL, BECK & LLOYD (1974) apresentaram a equação descrita por Richards (1959) na forma  $H = (1 - e^{-Bt})^{1/1-m}$  para descrever crescimento em altura para descrição de sítio. Citam neste trabalho os autores BRICKELL (1966-1968), LUNDGREN e DOLID (1970), BECK (1971), que tem usado a equação de Richards (1959), e conclui que esta equação é uma equação de crescimento geral e a mais flexível das já testadas.

VIEIRA (1975) estudou o crescimento de gado bovino da raça Holandesa e ajustou as equações logísticas, Gompertz e log-x inversa a estes dados. Conclui que a equação de Gompertz melhor se apresentou. O ajuste destas equações foi feito pelo método de Stevens (1951).

SILVEIRA JUNIOR (1976) utilizou o método modificado de Gauss-Newton introduzido por Hartley (1959) para ajustar funções de regressão não lineares pelo quadrado mínimo. Conclui que a equação que melhor se adaptou foi o Modelo Brody na forma  $y = A - Be^{-Kt}$ , pois o teste  $f$  deu altamente significativo, coeficiente de determinação foi alto e variância dos desvios da regressão foi menor que nos demais modelos.

### 3. MATERIAL

Em se tratando de análise de tronco não interessa muito quantas árvores foram analisadas para a montagem da metodologia e sim como foram analisadas, pois, a metodologia imposta a uma árvore é a mesma para todas. Não interessa também em que parte do Brasil foram coletadas e sim como foram coletadas.

A metodologia proposta neste trabalho visa a aplicação para qualquer árvore que possua as características exigidas no trabalho, ou seja, deve ser uma árvore inteira e esta deve possuir os anéis de crescimento visíveis.

Este trabalho apoia-se em árvores de Pinus elliotii e Pinus taeda coletados no Sul do Brasil.

Para a confecção da metodologia aqui apresentada, baseou-se em 4 (quatro) árvores de Pinus elliotii com 8 (oito) anos de idade, coletados na região de Ponta Grossa, Estado do Paraná. Foi feito um inventário-piloto que determinou a distribuição das árvores quanto ao diâmetro à altura do peito (DAP). Dentro desta distribuição, foram coletadas árvores de  $d_-$  (diâmetro de Hohenadl inferior),  $d_+$  (diâmetro de Hohenadl superior),  $d_g$  (diâmetro médio) e  $\bar{d}$  (diâmetro médio aritmético). (Figura 1)

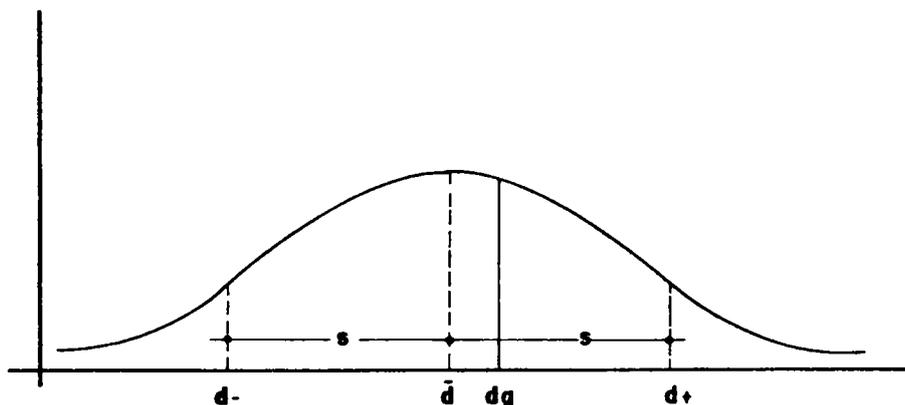


Figura 1: Distribuição dos diâmetros das árvores cortadas

Tendo-se a metodologia (Cap. 4), coletaram-se 2 (duas) árvores de Pinus taeda da região de Vila Velha nas imediações de Ponta Grossa, Paraná, porém em condições de sítios completamente diferentes das anteriores e com idades bem mais avançadas. Com estas árvores foi feita a verificação da metodologia proposta, desde a derrubada da árvore até o resultado final conforme Capítulo 4 deste trabalho.

## 4. MÉTODO

### 4.1. ANÁLISE DE TRONCO

A metodologia de trabalho para a execução completa da análise de tronco, aqui apresentada, baseou-se em análises empíricas, considerando as condições Sul brasileiras. Para esta metodologia foi usada a pesquisa bibliográfica existente e o auxílio da estatística para comprovações dos resultados obtidos.

Sendo o objetivo apresentar uma metodologia completa que poderá ser seguida na prática, ou seja, uma "receita", apresenta-se a metodologia de forma bem simples e prática.

Pode-se, de forma sucinta, assim dividir esta metodologia:

#### 4.1.1. COLETA E PREPARAÇÃO DAS FATIAS

Neste item inclui-se a metodologia a ser seguida desde a derrubada da árvore até a preparação para análise das fatias transversais extraídas do tronco desta.

O objetivo não é sugerir qual árvore deve ser cortada, mas sim apresentar o esquema a ser seguido após a escolha desta.

##### 4.1.1.1. CORTE DA ÁRVORE

Após encontrada a árvore a ser cortada, marca-se uma

posição nesta em relação à exposição dos pontos cardeais (Norte, Sul, Leste ou Oeste). Esta marcação deverá ser executada de tal maneira que ao se derrubar a árvore esta marcação fique voltada para cima (Figura 2b).

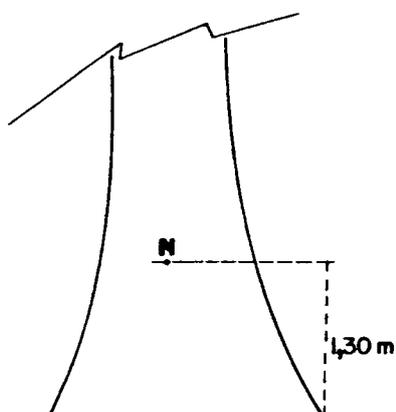


Figura 2a: Marcação da exposição

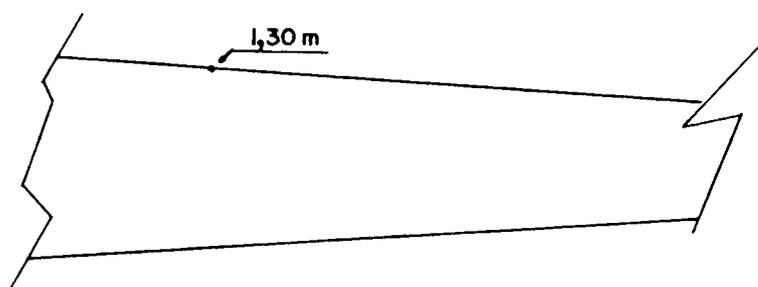


Figura 2b: Modo que deve ficar a árvore após a queda

A marcação de um dos pontos cardeais deve ser efetuada a fim de que após a derrubada se possa ter todas as fatias extraídas da mesma maneira, podendo ser a árvore novamente reconstruída. Além deste fato da reconstrução da árvore, poder-se-á analisá-la quanto à exposição solar, ventos predominantes ou outra característica que se queira ou se necessite.

Após a árvore derrubada, limpam-se os galhos na parte superior do tronco, deixando-se os "toquinhos" junto ao tronco para que possa melhor identificar os entre nós. Sobre o tronco abatido estende-se a trena de tal maneira que esta tenha seu ponto de 1,30 coincidente com a marcação realizada de 1,30 m na árvore quando esta estava em pé. Além da coincidência a 1,30 m, deverá a trena passar por outros pontos

de tal sorte que se tenham todas as fatias extraídas do mesmo modo (Figura 3), ou seja, na mesma linha da exposição (Norte, Sul, Leste ou Oeste).

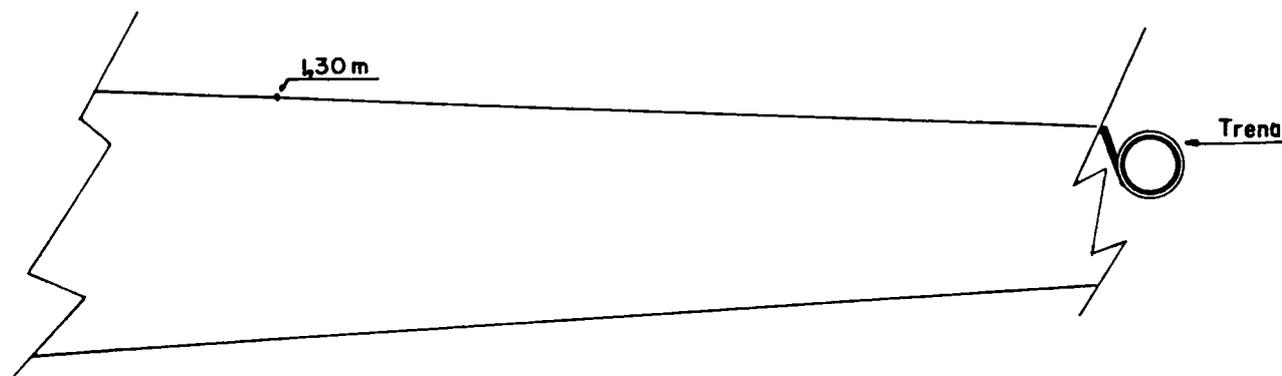


Figura 3: Maneira de se esticar a trena para marcar a retirada e altura de cada fatia

Com a trena estendida sobre a árvore abatida, torna-se fácil a marcação das fatias e conseqüente posição de corte.

#### 4.1.1.2. ESCOLHA, MARCAÇÃO E CORTE DAS FATIAS

As fatias que devem ser marcadas são as fatias 0,0 m, 0,30 m, 1,00 m, 1,30 m e as demais extraídas nos entre nós (entre verticilos).

A fatia 0,0 m deve ser extraída pois, esta representa o real diâmetro da árvore logo acima do solo; a fatia retirada a 1,30 m é universalmente conhecida como o diâmetro à altura do peito, a qual necessita-se para calcular o diâmetro representativo da árvore por idade e a área transversal

por idade, além de ser a fatia usada praa o cálculo do fator de forma comum. As fatias 0,30 m, 1,00 m devem ser retiradas para que não se percam informações no pedaço compreendido entre a fatia 0,0 m e a fatia 1,30 m. As demais fatias devem ser cortadas nos entre nós pois, neste caso não se terá interferência dos nós o que ocasionaria uma grande dificuldade e uma imprecisão nas medições dos raios nas respectivas fatias (Figura 4a e 4b).

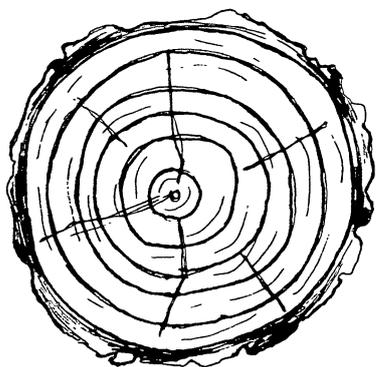


Figura 4a: Fatia sem nó

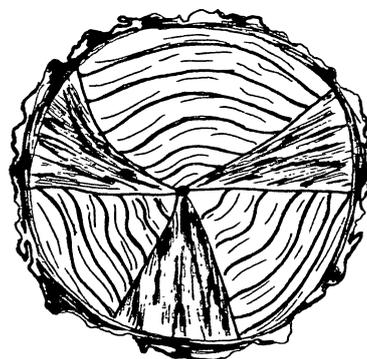


Figura 4b: Fatia com nó

A vantagem de não se medir a distâncias fixas para a maioria das fatias, é que não se terá problemas de interferência dos nós, e poder-se-á medir os raios com maior exatidão.

A desvantagem de não se medir a distâncias fixas para a retirada das fatias, é que se estará sendo sistemático e cometendo erros subtrativos quando considerados em termos de volume, pois não se considera o volume proveniente dos nós. No entanto, isto pode ser compensado pois, quando se faz medições nos entre nós, coletam-se dados reais, enquanto que no caso de distâncias fixas e consequentes medições nos nós,

o erro cometido pode refletir em um erro muito maior sem condições de ser detectado (Figura 5)

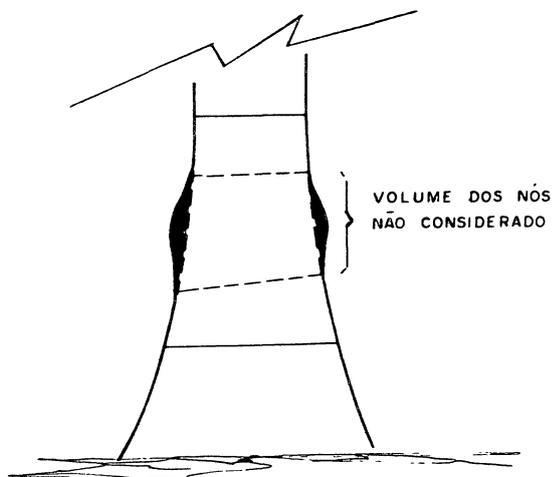


Figura 5: Volume subtrativo devido aos nós

A experiência prática sugera que as fatias sejam marcadas antes de serem cortadas, para se evitar de fatias. (Figura 6)

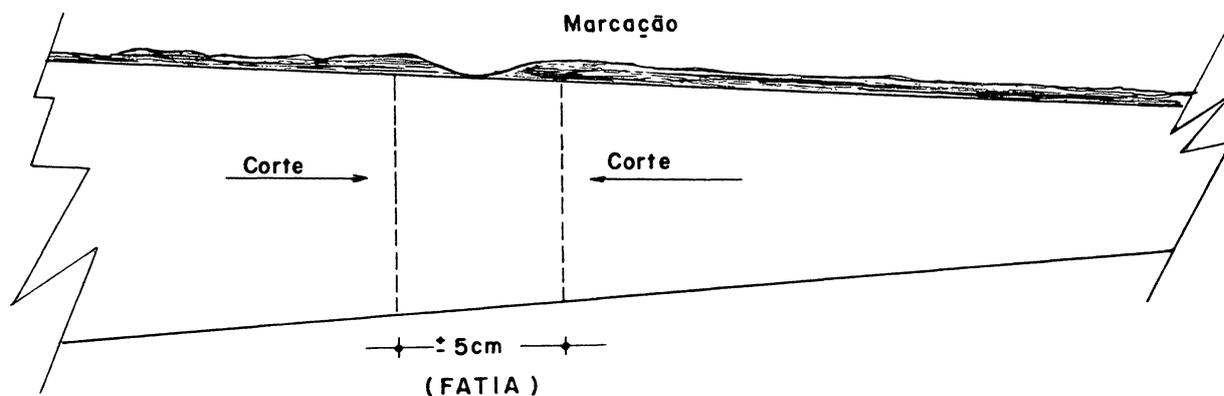


Figura 6: Marcação e corte das fatias

Após marcado o tronco, corta-se acima e abaixo da marcação de tal maneira que a fatia retirada possua aproximada-

mente 5 (cinco) centímetros. Esta largura de cinco centímetros é em função da secagem como se verá adiante. Para a marcação das fatias recomenda-se que esta seja feita com "rotex" fixado no tronco da árvore com "taxinhas ou preguinhos", de tal forma que fique bem firme e não se corra o risco de ser facilmente retirado dificultando o reconhecimento da fatia, posteriormente (Figura 7).

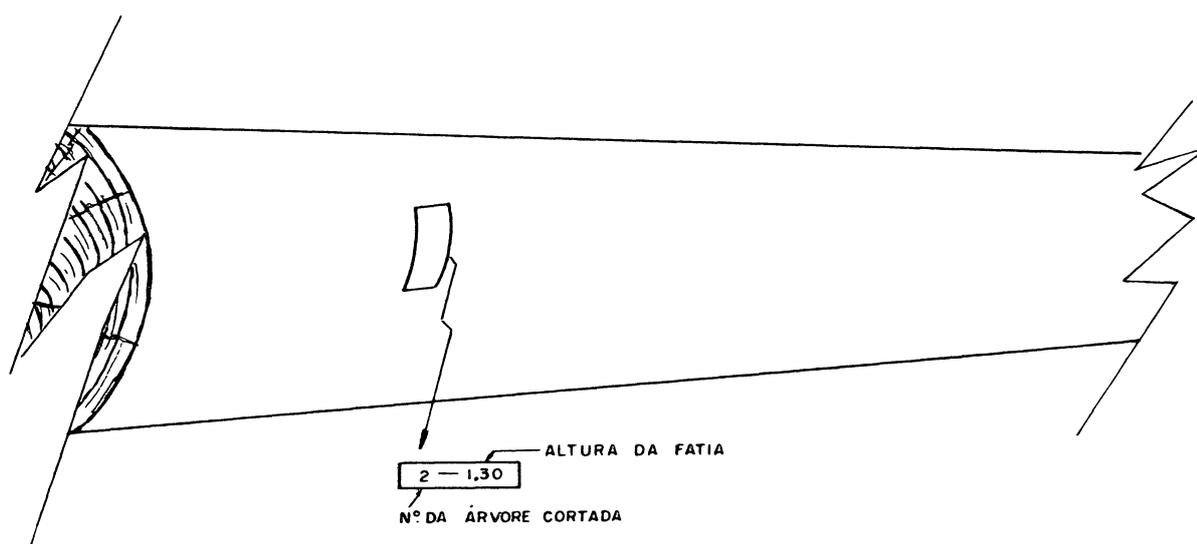


Figura 7: Marcação da fatia

#### 4.1.1.3. TRANSPORTE DAS FATIAS

Após cortadas e conferidas as fatias devem ser imediatamente transportadas em sacos de estopa ou outro recinto bem ventilado, para o local da secagem.

O atraso do transporte ou transporte em recinto fechado, pode ocasionar danos consideráveis às fatias devido ao ataque de fungos em função da grande umidade existente nas fatias, correndo-se o risco de por todo o trabalho a perder.

Se houver possibilidades no local, aconselha-se que após as fatias secas sejam transportadas não as fatias para

o laboratório, mas sim as xerox destas. O processo consiste em se marcar o cruzamento dos raios com os anéis e tirar xerox das fatias. Mesmo que as xerox não fiquem bem nítidas, pelo menos os cruzamentos dos raios com os anéis serão nítidos e é isto que realmente interessa na medição. (Figura 8).

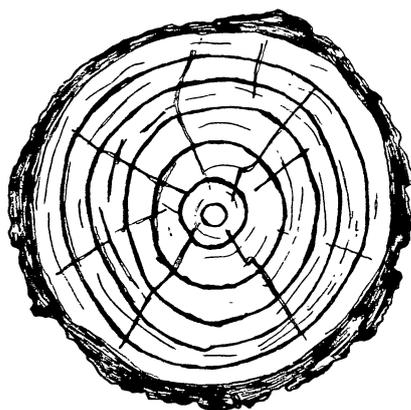


Figura 8: Marcação do cruzamento dos anéis com os raios a serem medidos

Após executada a marcação e tirada xerox das fatias, transportam-se estas e não as fatias, facilitando sensivelmente a tarefa de transporte e futuro arquivamento.

#### 4.1.1.4. SECAGEM E LIXAMENTO DAS FATIAS

O motivo de se propor que a largura das fatias sejam de aproximadamente cinco centímetros, é em função da experiência prática na secagem pois, se a fatia for muito larga demorará muito para secar, dificultando o trabalho e, se for muito estreita, rachará na secagem. Se houver rachaduras de grandes dimensões ou quantidade causará problemas consideráveis nas medições, podendo, inclusive por todo o trabalho a

perder. Para as condições Sul brasileiras, considerando Pinus elliottii e Pinus taeda a largura de fatias de mais ou menos cinco centímetros é recomendável.

Imediatamente após a chegada das fatias no laboratório, estas devem ser colocadas a secar (caso já não tenham sido secas e marcadas no campo).

A secagem das fatias deve ser feita em lugares bem arejados e à sombra e não deverá a frente e o verso da fatia estar em contato com outra superfície nem mesmo com outra fatia. Chama-se frente e verso de uma fatia as partes transversais onde se tem os anéis de crescimento visíveis. As fatias deverão ser colocadas em pé ou seja, somente a casca em contato com outra superfície (Figura 9).

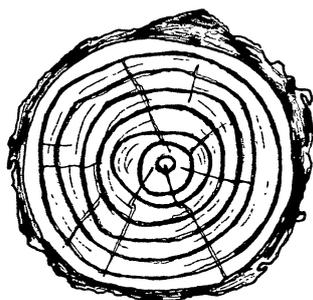


Figura 9: Fatia para secagem

As fatias deverão ser lixadas quando estiverem com uma umidade não muito excessiva pois afetaria a lixagem impregnando a lixa com o excesso de resina e nem muito seca, pois racharia quando em contato com o calor da lixadeira.

Nas condições deste trabalho foram deixadas 3 (três) dias para secar ao ar livre e à sombra em lugar arejado, obtendo-se bons resultados.

O lixamento é feito nos dois lados da fatia (frente e verso) para que o excesso de umidade seja retirado quando em contato com o calor da lixadeira, bem como facilita a medição caso seja necessária a medição no outro lado.

Recomenda-se que todas as fatias sejam medidas na parte superior como norma. No entanto, pode acontecer de se ter que medir na parte inferior.

Chamase parte superior de uma fatia a parte que fica acima da numeração (Figura 10).

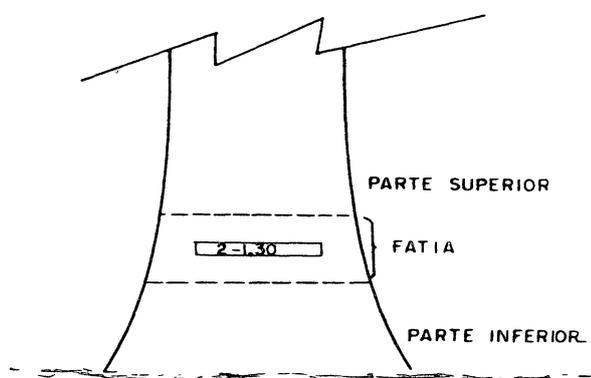


Figura 10: Definição da fatia

#### 4.1.1.5. PRODUTOS QUÍMICOS USADOS PARA MELHOR VISUALIZAÇÃO DOS ANÉIS DE CRESCIMENTO

Apesar de não ser muito comum em se tratando de Pinus elliottii e Pinus taeda no Sul do Brasil, pode acontecer que os anéis anuais não sejam muito visíveis. Neste caso apresentam-se dois produtos químicos que depois de vários testes apresentaram-se como dando bons resultados nas árvores analisadas:

- a) Fuccina 1%
- b) Um produto composto de:
  - 20% de ácido acético
  - 80% de água destilada
  - 10 gotas de safranina a 1%

#### 4.1.2. MEDIÇÃO DAS FATIAS

Após todas as fatias terem sido cortadas, secas e lixadas, procede-se a marcação dos raios que deverão ser medidos para a estimativa do crescimento anual.

Para se determinar que raios deveriam ser marcados e medidos em cada fatia, foi feito o seguinte teste:

De posse das fatias foi escolhido o maior raio de cada fatia, usando para isto um compasso (Figura 11).

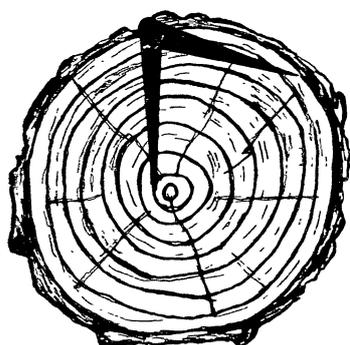


Figura 11: Escolha do maior raio

Encontrado o maior raio baseando-se no anel mais externo, considerou-se este como número 1 (um) e no sentido anti-horário marcou-se mais 7 (sete) raios de tal sorte que tivessem 45 graus entre si. No final tinha-se 8 (oito) raios numerados de 1 a 8 (Figura 12).

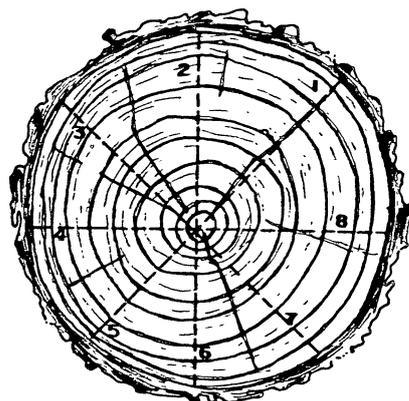


Figura 12: Marcação dos raios por fatia

Com os raios marcados, foram feitas as combinações  $C_1^1$ ,  $C_2^2$ ,  $C_3^3$ ,  $C_4^4$  (considerando-se apenas os raios que formassem diâmetros, ou seja, 180 graus), e  $C_8^8$ , a fim de que se pudesse concluir qual combinação era a melhor e dentre estas a melhor distribuição. Procurava-se com isto encontrar a combinação que representasse o valor real e que fosse a mais prática possível.

Para este teste estatístico, foi medido com planímetro a área real compreendida entre a medula e o anel em questão em cada fatia, e extraída desta o raio que se chamou de raio real. Dentro de cada fatia foram feitas individualmente as combinações  $C_1^1$ ,  $C_2^2$ ,  $C_3^3$ ,  $C_4^4$  e  $C_8^8$ , medindo-se o raio em cada uma das subcombinações dentro de cada combinação e encontrando-se o raio médio da fatia. Este raio médio foi comparado com o raio médio real obtido por planimetria e testados em experimento de blocos ao acaso, onde cada fatia representou um bloco e cada subcombinação representou um tratamento. Assim por exemplo na combinação  $C_2^2$  obteve-se 28 (vinte e oito) subcombinações possíveis, ou seja, 28 (vinte e oito) tra-

tamentos em "n" blocos tanto quanto foram as "n" fatias.

Este teste foi repetido em quatro árvores e repetido ao nível de 95% de probabilidade (ver resultados no Capítulo 5).

Sugere-se a marcação de 4 (quatro) raios em 90 graus entre si, sendo que após escolhido o maior raio a partir do anel mais externo, gire-se 45 graus no sentido anti-horário, e a partir deste marquem-se os 4 (quatro) raios que deverão formar 2 (dois) diâmetros formando 90 graus entre si (Figura 13).

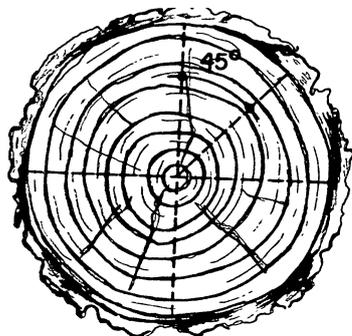


Figura 13: Raios a serem medidos

A medição dos anéis nas fatias será feita em cima destes quatro raios marcados, formando uma cruz. Colocando-se uma régua comum de boa precisão sobre cada raio, de tal forma que o zero da régua coincida com a medula da fatia, lê-se diretamente o valor do raio de cada anel (Figura 14).

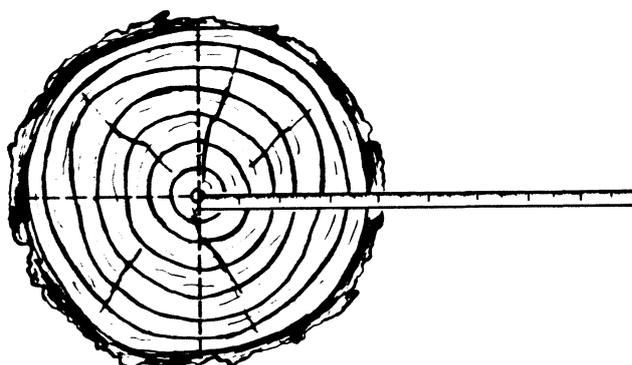


Figura 14: Medição dos raios

Desta maneira, ao final, ter-se-á em cada fatia 4 (quatro) raios, contendo "n" medidas conforme forem os "n" anéis de cada fatia. Com estes dados poder-se-á montar uma tabela (Tabela 1).

TABELA 1: Dados por fatia

| RAIOS | A N É I S |   |   |       |     |   |
|-------|-----------|---|---|-------|-----|---|
|       | 1         | 2 | 3 | . . . | ... | N |
| 1     | *         | * | * |       | ... | * |
| 2     | *         | * | * |       | ... | * |
| 3     | *         | * | * |       | ... | * |
| 4     | *         | * | * |       | ... | * |

\* Representa a medida do centro da fatia (Medula) até o anel correspondente no raio considerado.

Possuindo-se estes dados por fatia, tendo-se a altura total da árvore e as alturas das fatias, pode-se entrar no programa de análise de tronco e obter os resultados da análise (ver Capítulo 6).

### 4.1.3. PREPARAÇÃO DOS DADOS

Neste item abordar-se-á como foi montado o programa para o computador para resolver a análise de tronco completa, conhecendo-se as medições dos quatro raios por fatia, a altura das fatias e a altura final da árvore.

#### 4.1.3.1. DIÂMETRO

O diâmetro é obtido pelo dobro do raio médio aritmético encontrado, somando-se os quatro raios medidos por fatia e divididos por quatro. Com isto tem-se o diâmetro apresentado por idade ou anel. O diâmetro apresentado com a finalidade de se conhecer o crescimento é baseado na fatia 1,30 m do solo, conhecida como DAP (diâmetro à altura do peito).

Este diâmetro é obtido em centímetros.

#### 4.1.3.2. ALTURA

Para se saber qual a altura que a árvore teve em cada ano, necessita-se determinar em que altura no tronco o anel terminou (Figura 15).

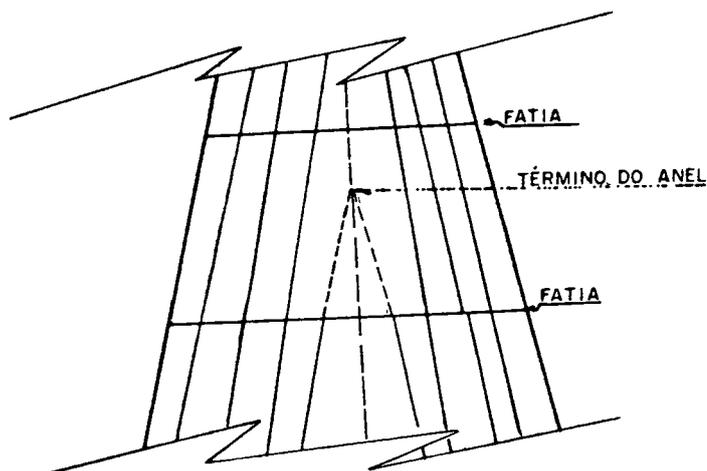


Figura 15: Término do anel

Para calcular o término do anel, foram testadas várias hipóteses para se descobrir qual era a que melhor estimava o real término do anel.

Para este teste foram usadas as 4 (quatro) árvores de *Pinus elliottii* com 8 (oito) anos e testadas as seguintes hipóteses:

- 1) supor que o ângulo do término do anel a partir da última fatia onde aparecia, era igual ao ângulo da ponta da árvore considerando o último anel (mais externo).
- 2) supor que o término do anel se dava de acordo com o ângulo de saída da última fatia onde aparecia e, era igual ao ângulo imediatamente posterior (mais externo - da medula para fora).
- 3) Suposição que o anel sairia da última fatia onde por último aparecia com um ângulo igual ao ângulo que este mesmo anel teria na fatia 1,30 m.

O teste foi feito a nível de 95% de probabilidade e comparado com a testemunha real do término do anel obtida por cortes sucessivos entre as duas fatias onde o anel terminou, até encontrar o real término. Para este encontro do término do anel utilizaram-se cortes macroscópicos e com auxílio de corantes químicos já citados no Capítulo 4.1.1.5 (ver resultados do teste no Capítulo 5).

O cálculo sugerido é feito pelo computador automaticamente e apoia-se na hipótese 2 (Figura 16a)

Caso acontecer do paralelismo fazer com que o anel ultrapasse o último imediatamente acima, o computador prevê automaticamente o término na fatia imediatamente acima de onde este anel apareceu por último (Figura 16b)

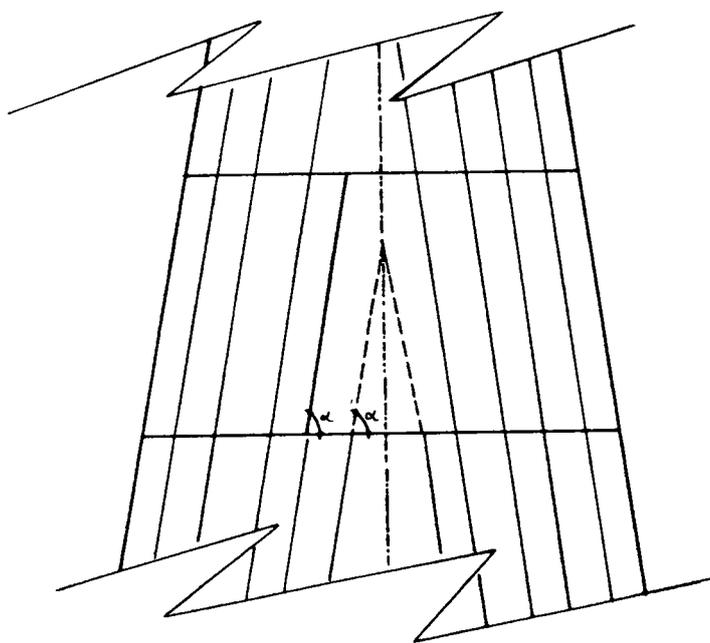


Figura 16a - Cálculo do término do anel. Hipótese do paralelismo

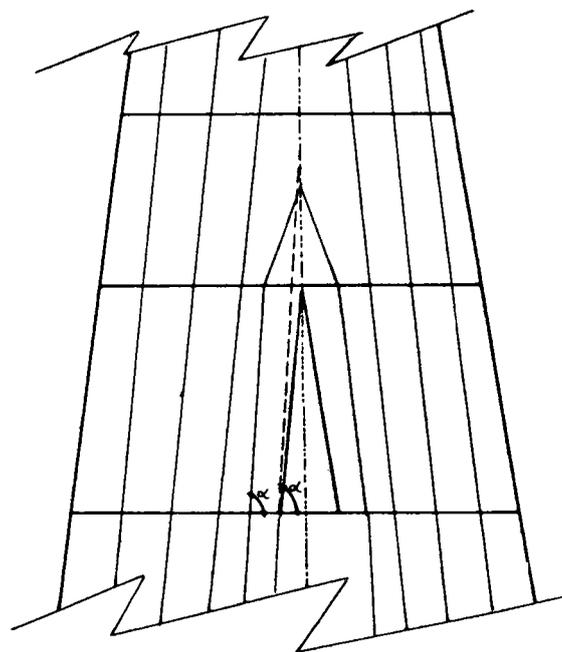


Figura 16a - Cálculo do término do anel. Exceção à regra do paralelismo

Desta maneira, tem-se ao final uma tabela contendo a altura por idade. Este cálculo da altura por anel poderá ser feito por ajuste gráfico manual, usando-se para isto um gráfico da relação altura/diâmetro, no qual se tem a altura total do último anel (mais externo), poder-se-á conseguir uma estimativa do término dos demais anéis, baseando-se no paralelismo do anel imediatamente mais externo, considerando a última fatia onde aparece visivelmente (Figura 17).

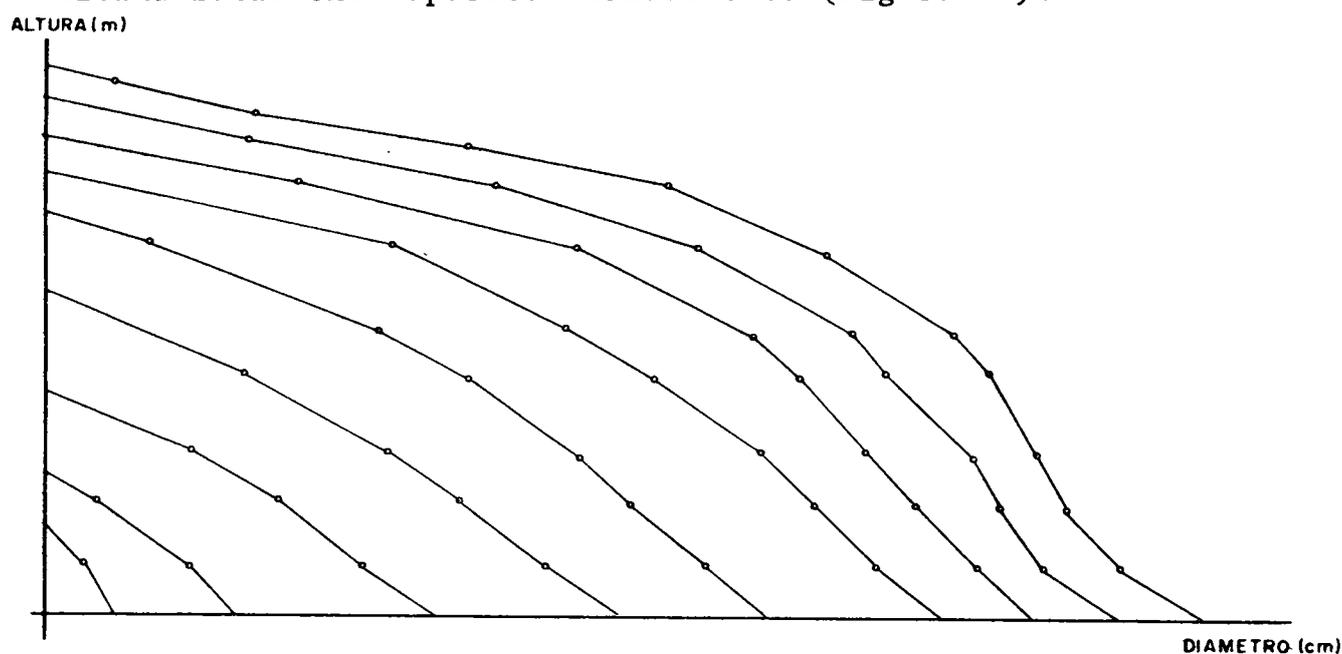


Figura 17 - Cálculo do término do anel, graficamente

#### 4.1.3.3. ÁREA TRANSVERSAL

Para o cálculo da área transversal, usou-se o diâmetro do DAP conforme calculado no item 4.1.3.1, deste trabalho.

$$g_i = \frac{DAP_i^2 \pi}{4}$$

$i = 1, 2 \dots n$  onde  
 $n =$  idade da árvore

Com isto se tem ao final uma tabela contendo as áreas transversais por idade.

#### 4.1.3.4. VOLUME

Para o cálculo do volume real da árvore em cada idade, partiu-se do princípio de que cada pedaço de tronco ou tora compreendido entre duas fatias transversais, se comporta como um tronco de cone (Figura 18a) e que a ponta final compreendida entre a última fatia que contém o anel e o término deste, se comporta como um cone (Figura 18b).

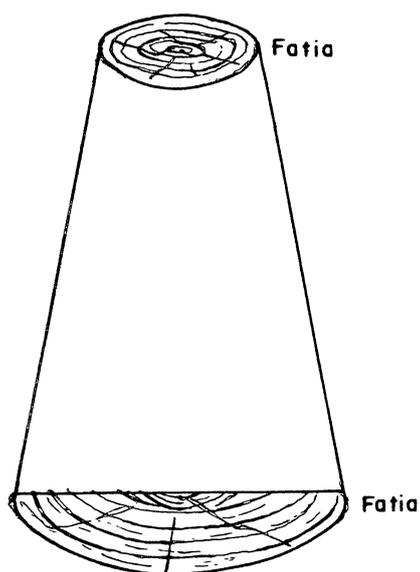


Figura 18a - Tronco de cone formado entre uma e outra fatia

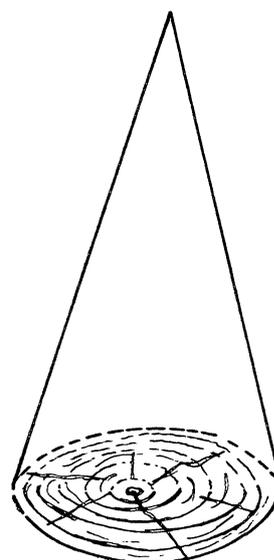


Figura 18b - Cone formado entre uma fatia e o término do anel

Partindo-se desta hipótese, o volume total por idade é dado por:

$$V = \Sigma V_t + V_c$$

Onde:

$V_t$  = volume do tronco de cone

$V_c$  = volume do cone

$V$  = volume total de camada anual

Formulário:

$$V_t = \frac{\pi H}{3} |r^2 + R^2 + rR|$$

Onde:

$V_t$  = volume do tronco de cone

$H$  = altura do tronco de cone

$r$  = raio da parte inferior do tronco de cone

$R$  = raio superior do tronco de tronco de cone (Figura 19)

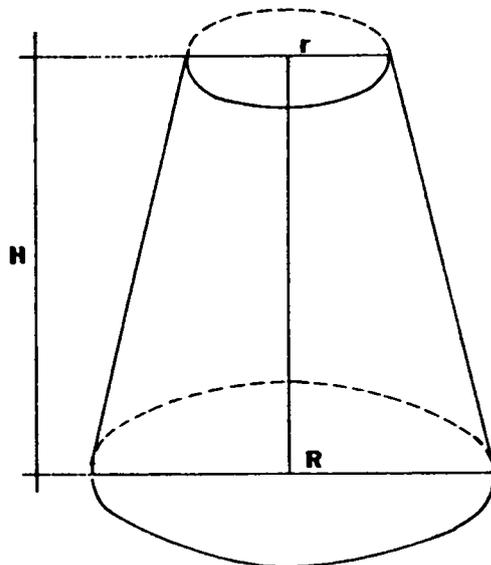


Figura 19 - Características do tronco de cone

$$V_c = \frac{\pi R^2 H}{3}$$

Onde:

$V_c$  = volume do cone

$R$  = raio da base do cone

$H$  = altura do cone (Figura 20)

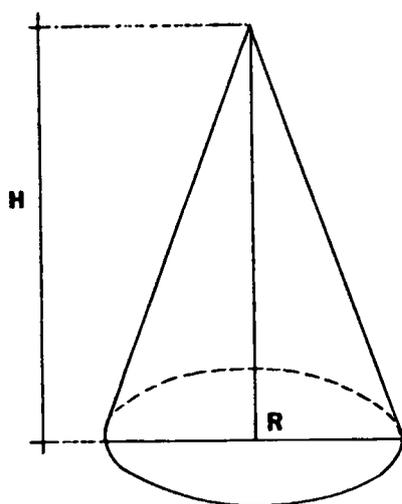


Figura 20 - Características do cone

Desta maneira, ao final ter-se-á um quadro contendo o volume total por idade.

#### 4.1.3.5. FATOR DE FORMA

A forma da árvore varia dentro da mesma espécie e ao longo da idade, quer como fenômeno evolutivo, quer como resultado das várias fases de dependência (GOMES 1957 p. 73).

Entende-se por fator de forma a relação existente entre o volume real da camada anual formada num determinado ano e o volume do cilindro baseando-se no diâmetro a uma de-

quais sejam: o fator de forma comum que se baseia no cálculo do volume do cilindro no diâmetro a 1,30 m e o fator de forma de Hohenald que se baseia no cálculo do volume do cilindro no diâmetro a 1,10 m da altura da árvore na idade considerada.

Pela definição de fator de forma comum vê-se que até determinada idade não se poderá calculá-lo, pois, pode ocorrer que em certa idade a árvore não tenha alcançado 1,30 m de altura e, neste caso, ter-se-á um fator de forma infinito devido à divisão por zero, o que não tem sentido biológico. Por exemplo, com 1 ano pode a árvore ter apenas 1,0 m de altura e, quando do cálculo do cilindro baseado a 1,30 m, este será zero. Ao se dividir o volume real pelo volume do cilindro para se obter o fator de forma, ter-se-á um valor infinito.

Por outro lado, enquanto a altura da árvore for pequena em relação a 1,30 m (acima desta), ter-se-á volume real maior do que volume do cilindro, o que ocasionaria um fator de forma maior do que um (Figura 21)

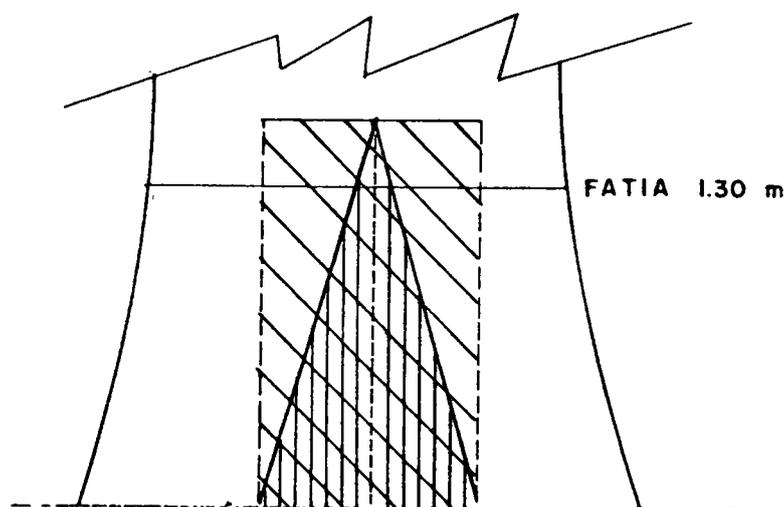


Figura 21 - Apresentação volume cilindro (1,30m) e volume real

Tem-se um fator de forma menor do que 1 (um), quando e somente quando o volume do cilindro for maior do que o volume real. Isto ocorrerá a partir de uma certa época ou idade. Em função destas observações, pode-se representar graficamente o fator de forma comum conforme Figura 22.

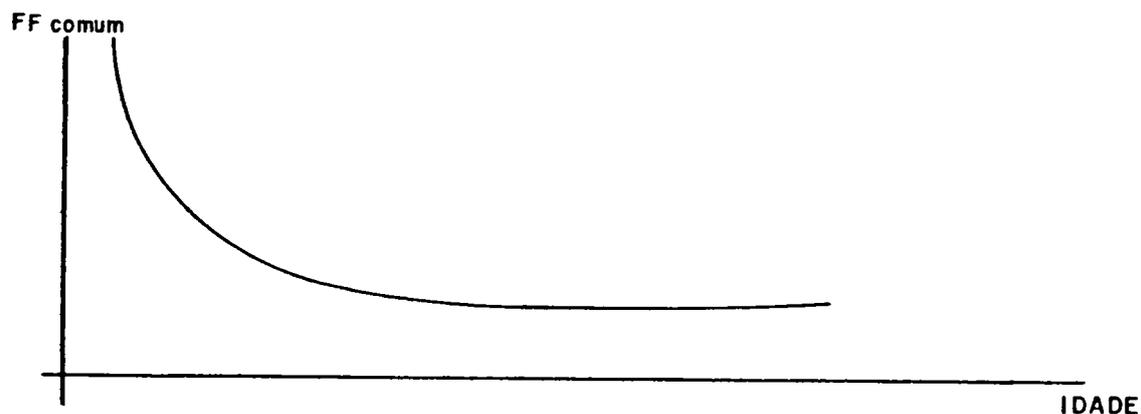


Figura 22 - Distribuição do FF comum ao longo da idade

O outro fator de forma referenciado neste trabalho, é o fator de forma de Hohenadl que é a relação entre o volume real e o volume baseado no diâmetro a 1/10 da altura na idade considerada. Vê-se então que esta altura varia conforme a idade. Pode-se representar o fator de forma de Hohenadl conforme a Figura 23.

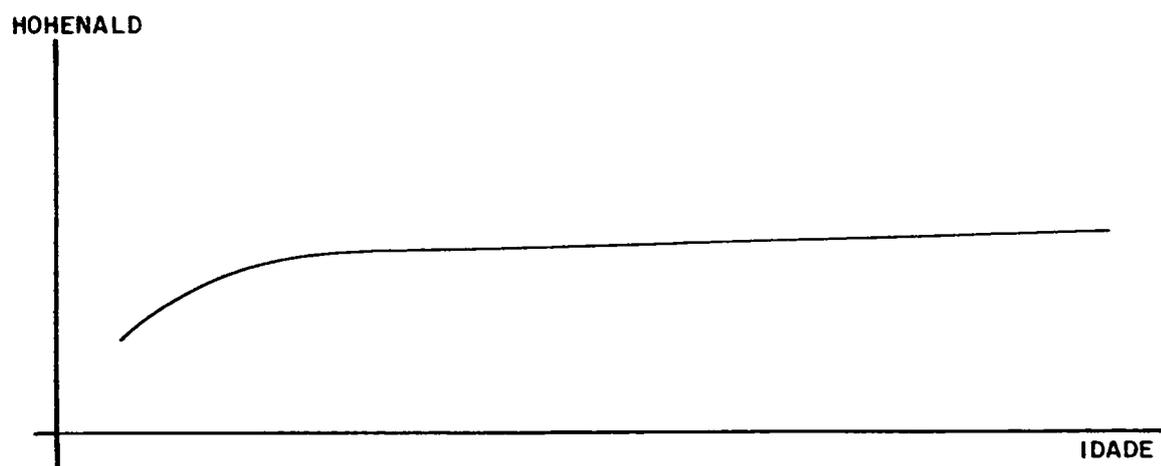


Figura 23 - Distribuição do FF Hohenadl ao longo da idade

#### 4.1.5. ARQUIVAMENTO DOS DADOS

Quase todo trabalho ao ser terminado exige que se guardem os dados originais ou as fontes de onde foram colhidos. Em se tratando de análise de tronco, a fonte dos dados são as fatias. Estas fatias devem ser arquivadas para futuras comprovações. No entanto, o trabalho que exige esta tarefa e, acima de tudo o espaço de área exigido na mesma, faz com que este trabalho seja muitas vezes esquecido.

O problema do arquivamento das fatias pode ser resolvido mediante o arquivamento de cópias xerox das fatias.

Em pequeno espaço de área, estar-se-á armazenando muitas fatias e conservando com isto, a possibilidade de futuras comprovações dos resultados hoje conseguidos.

#### 4.2. FUNÇÕES DE CRESCIMENTO

Com a análise de tronco terminada, pode-se usufruir do quadro-resumo e tentar encontrar a função de crescimento ou incremento que melhor se adapte a estes dados.

A maioria das funções descritas por diferentes autores são de origem diferencial, ou seja, provêm de uma função base estabelecida, diferenciando-a.

Existem funções que descrevem diretamente o crescimento e que por derivação fornecem a função que descreve o incremento e vice-versa, ou seja, funções que descrevem diretamente o incremento e que por integração fornecem o crescimento.

São exemplos de função de crescimento a função de Gom-

pertz e Richards e de incremento as de Hegershoff e Backman.

As curvas que descrevem o crescimento de animais e plantas têm, via de regra, a forma sigmóide. Pode acontecer, no entanto, que uma árvore por condições talvez de sítio, espaçamento, pluviosidade ou outra característica peculiar da espécie, não apresente esta forma.

A forma sigmóide tem, no início, um crescimento ascendente; muda no decorrer do tempo, passando para crescimento descendente, formando, em consequência, um ponto de inflexão e tem no seu final a tendência de ser assintótica ao eixo das abcissas, tendendo à estabilização do crescimento no curso do tempo.

Outras curvas não apresentam ponto de inflexão e seu ICA e IMA tendem à forma de uma parábola.

Conhecendo-se a característica de cada parâmetro das principais equações, pode-se ajustar graficamente por tentativa, se o cálculo pelo computador não fornecer bons resultados.

Pode-se, em alguns casos de crescimento não sigmóide, usar outras equações para descrever o crescimento. Estas equações têm a peculiaridade de não apresentarem ponto de inflexão.

PRODAN (1968) p. 350, apresenta algumas equações para descrever o crescimento quando este não apresenta ponto de inflexão, quais sejam:

$Y = x/(a+bx)$ ,  $Y = x^2 / (a+bx + cx^2)$ , onde  $x$  representa a variável independente tempo,  $Y$  a variável dependente crescimento. As letras  $a$ ,  $b$  e  $c$  são constantes paramétricas das equações.

Em muitos casos, estas equações podem ajustar-se melhor que as equações descritas por Richards, Gompertz, Huggershoff e outros, devido aos dados utilizados para o ajuste não possuir a tendência de ser sigmóide.

Apresentam-se (Gráf. 1 e 2) dados de uma árvore cortada na região de Ponta Grossa, no Estado do Paraná, da espécie Pinus elliottii com 20 anos de idade, que apresenta estas características de crescimento não sigmóide.

Também apresentam-se, para visualização, as equações de Gompertz (Gráf. 3c), Richards (Gráf. 3d) e Huggershoff (Gráf. 3e), ajustadas graficamente em função do conhecimento prévio dos parâmetros e as equações descritas por PRODAN (1968) já apresentadas (Gráf. 3a e 3b), ajustadas pelo cálculo dos mínimos quadrados.

Pode-se supor que a equação que descreve o crescimento de animais e plantas se inicie no zero, ou seja, para zero anos tem-se crescimento zero. Porém, vê-se que em certos casos isto não ocorre na prática. Por exemplo, se considerar o crescimento em peso de gado bovino, começa-se a computar seu peso quando este nasce e, nesta fase, já terá o mesmo um certo peso.

Em plantas ocorre em algumas relações de crescimento, o mesmo fenômeno, ou seja, não se inicia a curva de crescimento no zero para zero anos. Parece que as plantas crescem no início de acordo com um potencial genético inerente da semente que lhe deu origem. Este crescimento não segue leis rígidas e repercute, principalmente, no crescimento em altura.

Este crescimento inicial não seguindo leis rígidas, faz com que a descrição do crescimento comece na prática, a

partir do momento em que este cessa, ou seja, um pouco acima do ponto zero.

Quando se considera o crescimento do DAP no decorrer dos anos, verifica-se que este fenômeno não ocorre pois, começa-se a computar somente após 1,30 m de altura da árvore. Ao se considerar a área transversal também não se tem influência do fato, pois, esta depende do DAP. Ao se trabalhar com volume, o fato também não aparece devido ao fato de que o volume de uma árvore com 1 ano de idade é muito pequeno, quase insignificante.

Ao se considerar altura, este fato aparece e se vê que a tendência de crescimento sigmóide característico, começa a aparecer após cessado o crescimento inicial.

No entanto, deixa-se aqui uma lacuna com uma dúvida que, aconselha-se seja pesquisada mais profundamente para se tirar conclusões mais concretas e reais.

Na tentativa de se fazer a curva iniciar no ponto zero para idade zero, verificou-se que o ajuste não foi bom quando se considerou altura/idade, enquanto que a curva iniciando-se um pouco acima do zero mostrou um excelente ajuste.

Para maior visualização deste fato, apresenta-se o gráf. 4, contendo a equação de Richards, iniciando-se no ponto zero e, a do gráf. 5 a equação de Richards ajustada para o ponto inicial um pouco acima do zero (no ponto 0.8).

Com isto, verifica-se que o ponto inicial é muito importante para o melhor ajuste da equação aos dados de crescimento. A equação tenderá a melhor se ajustar quanto melhor for o valor inicial escolhido. Este valor inicial é, a princípio, um valor empírico que é dado pela tendência dos pon-

tos. Aconselha-se seja feito um gráfico contendo os pontos que serão usados para o cálculo das equações, para se verificar a tendência do ponto inicial. Com o ponto inicial empiricamente determinado, inicia-se o processo iterativo para o ajuste matemático das funções de crescimento.

#### 4.2.1. INTERPRETAÇÃO DAS FUNÇÕES TESTADAS

Para comparar as diferentes equações testadas em função da literatura consultada, usaram-se os dados de uma árvore de Pinus elliottii coletados na região de Ponta Grossa, no Estado do Paraná com 8 (oito) anos de idade e apresentado no Capítulo 6 deste trabalho.

Os dados utilizados foram de altura em função da idade.

Considerando que cada equação tem uma peculiar transformação para poder ser resolvida, utilizou-se do resíduo mínimo da equação na forma original para comparação. Após a transformação ou transformações sofridas em cada equação, foi feito o cálculo dos parâmetros das mesmas, utilizando-se para isto o método dos mínimos quadrados e o método de STEVENS (1951).

Tendo-se encontrado os parâmetros pelos métodos já mencionados, devolveu-se estes às equações na forma original (antes da transformação) e, fez-se com que estas gerassem valores para a variável dependente ( $y$ ) em função da variável independente ( $x$ ) de tal modo que os dados de entrada da variável independente ( $x$ ) fossem os mesmos que deram origem ao ajuste das equações. Desta maneira, teve-se dados gerados pela equação e os dados reais de medição para os mesmos va-

lores da variável independente ( $x$ ). A somatória da diferença ao quadrado dos valores gerados pela equação e os valores reais divididos pelo número de observações menos duas, é o resíduo. A equação estará tão melhor ajustada quanto menor for este resíduo. ( $r_i^2 = \Sigma(y_i - \hat{y}_i)^2 / (n-2)$ )

As equações testadas foram:

1) Logística na forma  $y = \frac{K}{1+be^{-at}}$ , apresentada por NAIR (1954), o qual sugere os métodos para ajuste:

- a) Fischer
- b) Hottelinges
- c) Yules
- d) Rhodes
- e) Método novo (proposto pelo autor)
- f) Seleção dos pontos

2) Richards na forma  $W = A(1-be^{-kt})^{1/(1-m)}$ , sugerida por RICHARDS (1959).

3) Gompertz na forma  $y = AB^C^t$ , apresentada por CROXTON & CONDEN (1955).

4) Logística na forma  $y = \frac{A}{1 + BC^t}$ , apresentada por MISCHAN (1972).

5) Prodan nas formas:

$$a) y = \frac{x^2}{b_0 + b_1x + b_2x^2}$$

$$b) y = \frac{x^3}{a + bx^3}$$

apresentadas por PRODAN (1968) p. 358.

6) Backman na forma  $y = ax^b$ , apresentada por PRODAN (1968) p. 377.

7) Hegershoff na forma  $y = at^m e^{-kt}$ , apresentada por PRODAN (1968) p. 362. Esta equação, juntamente com a de Backman são funções de incremento e para seus resíduos foram usados dados de incremento.

Para estas 7 (sete) equações apresentadas, o resíduo calculado conforme já descrito, apresentou-se conforme resultados apresentados no Capítulo 5 deste trabalho.

Para o caso da equação de Hegershoff, após calculados seus parâmetros na forma de incremento (Gráf. 6) vê-se que a mesma se ajusta relativamente bem pelo método dos mínimos quadrados, porém seguindo-se o raciocínio proposto por PRODAN (1968) (apresentado neste trabalho no Capítulo 4.2.4) encontrando a equação que descreve o crescimento, esta não se ajusta bem. Se for deslocado seu ponto inicial (translação de eixo x) e dando-se um pequeno ajuste no parâmetro  $\underline{m}$ , esta equação se ajustará bem (gráf. 7).

O ajuste gráfico apresentado para a equação de Hegershoff é sugerido quando uma determinada equação não se ajusta satisfatoriamente quando do cálculo inicial dos parâmetros. Muitas vezes é necessário fazer-se correções nos parâmetros, deslocando-os de tal sorte que a equação se ajuste

perfeitamente ou pelo menos tenha-se um resíduo mínimo desejável.

Com isto vê-se que muitas vezes o cálculo dos parâmetros fornecidos pelo computador é apenas o início do ajuste. Os parâmetros das equações calculadas podem sofrer modificações para um melhor ajuste. Por esta razão é necessário conhecer-se a tendência de cada parâmetro em cada uma das equações.

Apresentam-se, nos capítulos seguintes, as equações que foram julgadas de melhor ajuste para o caso geral de forma sigmóide. Se os pontos não apresentarem esta característica sigmóide, aconselha-se sejam usadas outras equações ou tentar o ajuste gráfico destas, até se obter o menor resíduo desejável.

#### 4.2.2. FUNÇÃO DE GOMPERTZ

$$Y = AB^C^t$$

Onde:

A, B e C são os parâmetros (constantes), sendo que

A = maior do que zero

B = maior do que zero e

C = menor do que um

Conforme MISCHAN (1972) tem-se:

$$F(t) = y = AB^C^t$$

Onde:

x = t (tempo ou idade em anos no caso deste trabalho).

$$F'(t) = A(1-B)(\ln C)B^C e^{Ct}$$

$$F'' = A(\ln B)(\ln C)^2 B^C e^{Ct} (1+C^t \ln B)$$

para que  $F'' = 0$  tem-se  $1+C^t \ln B = 0$ , de onde se conclui que o ponto de inflexão para a abcissa é:

$$t = \frac{-\ln(-\ln B)}{\ln C}$$

ou seja, o ponto de inflexão para o eixo das abcissas é função dos parâmetros B e C.

Obs.:  $\ln$  = logaritmo natural (base e).

O parâmetro A representa o ponto no eixo y, onde a curva se torna assintótica ao eixo x e os parâmetros B e C, descrevem a tendência da curva (Gráf. 8a e 8b).

Para a resolução matemática desta função, foi usado o método proposto por STEVENS (1951) e apresentado neste trabalho no Capítulo 4.2.5.

#### 4.2.3. FUNÇÃO DE RICHARDS

Esta função é definida por:

$$W = A(1 - be^{-kt})^{1/(1-m)}$$

Onde:

A, k e m são parâmetros (constantes) e conforme consta em PIENAAR (1965) p.55, tem-se:

$$W_t^{1-m} = A^{1-m}(1 - be^{-kt}) \quad \text{para } \underline{m} \text{ menor que } 1 \text{ (um)}$$

$$W_t^{1-m} = A^{1-m}(1 + be^{-kt}) \quad \text{para } \underline{m} \text{ maior que } 1 \text{ (um)}$$

Em PIENAAR (1965) p. 44, citando RICHARDS (1959), encontra-se a seguinte interpretação para o significado dos parâmetros: O parâmetro  $\underline{A}$  é a assíntota final do organismo, ou seja, quando este tende à assíntota paralela ao eixo das abscissas.

Por outro lado  $\underline{k}$  expressa a relação na qual a função  $\underline{W}$  sofre mudança e é igual a  $\ln(A-W)/W$  no modelo logístico e  $\ln(\ln(A/W))$  no modelo de Gompertz. Conforme PIENAAR (1965) isto dificulta a interpretação para diferenciar entre os valores de  $\underline{k}$  na forma da curva e as formas devidas à variação de  $\underline{m}$ .

É evidente para a relação entre razão de crescimento e  $\underline{W}$  que a altura depende de  $\underline{A}$  e  $\underline{k}$ . A área abaixo da curva de incremento é:

$$\int_0^t (kW(A/W)^{1-m} - 1) / (1-m) dW = A^2 k / (2m+2)$$

Para as curvas de mesma forma em  $\underline{m}$  a média relativa da altura será dependente somente de  $\underline{k}$  de tal maneira que a curva à qual  $\underline{k}$  é proporcional a  $\underline{m} + 1$  é idêntica como considerar o parâmetro  $\underline{k}/(2m + 2)$ .

A razão de crescimento atinge um máximo para  $\underline{W} = \underline{a}m^{1/1-m}$  todavia,  $\underline{m}^{1/1-m}$  é a proporção do tamanho final, na qual a razão máxima ocorre e a magnitude para este ponto é dada por  $\underline{k}/\underline{m}$ . O tempo no qual isto ocorre é obtido pelas equações:

$$t_m = \ln(b/(1-m) / k) \quad \text{para } \underline{m} \text{ menor que } 1 \text{ (um)}$$

$$t_m = \ln(b/(m-1) / k) \quad \text{para } \underline{m} \text{ maior que } 1 \text{ (um)}$$

O parâmetro  $\underline{b}$  tem um significado limite biológico, dependendo de quando foi a época quando  $\underline{W} = 0$  e pode ser es-

critério da seguinte maneira:

$b = e^{kt_0}$  da equação  $t_m = \ln(b/(1-m)/k)$ , onde  $t_0$  é idade para  $W = 0$ .

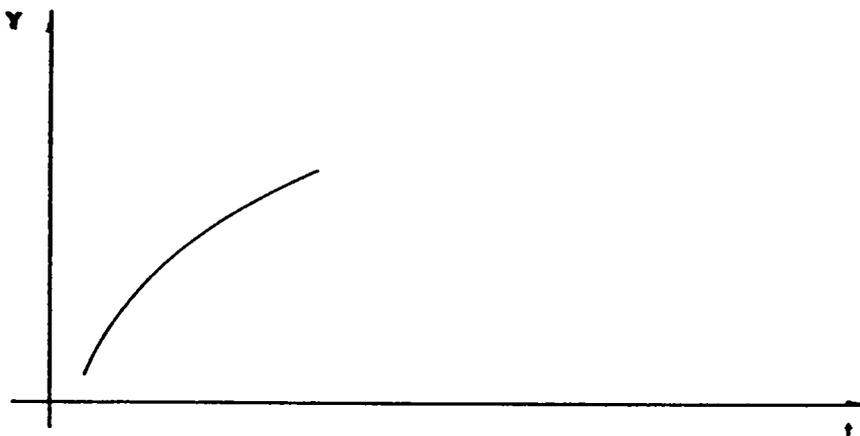
Apresenta-se (nos gráf. 10a, 10b e 10c) a tendência de cada parâmetro com o valor do parâmetro  $A$  fixo e igual a 1 (um).

Para o cálculo dos parâmetros desta função utilizou-se o método de STEVENS (1951), proposto neste trabalho (Capítulo 4.2.5).

#### 4.2.4. FUNÇÃO DE HUGERHOSFF

Apresentada por PRODAN (1968), onde na pág. 364 o autor começa mostrando que o segundo grau é suficiente para descrever o crescimento ascendente da curva de crescimento (gráf. 11).

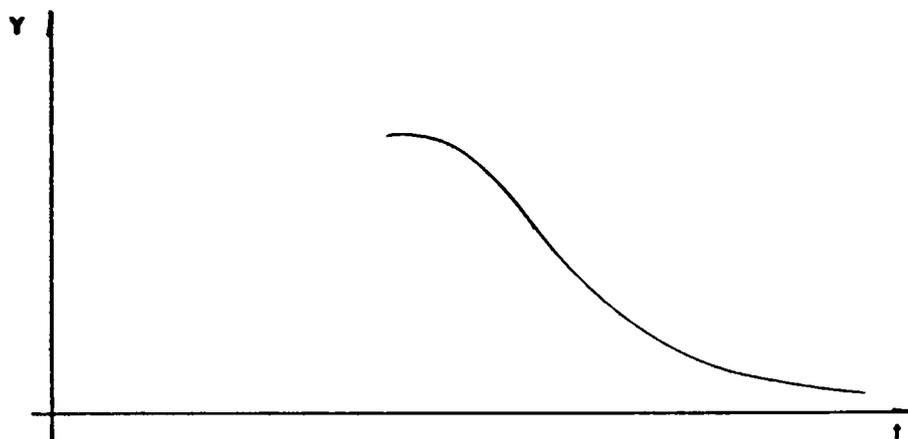
A equação apresentada pelo autor para descrever este pedaço da curva é  $y = at^2$ .



GRÁF. 11 - Parte ascendente da curva de Hugerhosff

A parte da curva que descreve o crescimento descendente pode ser representada pela equação  $y = e^{-kt}$ , a qual

descreve também a tendência à estabilização quando  $x$  tende ao infinito (gráf. 12).



GRÁF. 12 - Parte descendente da curva de HUGERSHOFF

Unindo-se as duas partes da curva, tem-se a curva que expressa o incremento no decorrer do tempo dado pela equação:

$$y = at^2 e^{-kt}$$

O mesmo autor na pág. 362 apresenta esta equação generalizada na forma  $y = at^m e^{-kt}$ , onde  $a$ ,  $m$  e  $k$  são constantes paramétricas. O parâmetro  $m$  representa o produto do ponto de culminação do ICA (ponto de inflexão da curva de crescimento) multiplicado pelo parâmetro  $k$ . O ponto de inflexão é dado por  $PI = m/k$ .

A função que descreve o crescimento é dado pela integral da equação  $y = at^m e^{-kt}$ , a qual deve ser definida no intervalo de zero até  $t$ .

Seguindo-se o raciocínio apresentado por PRODAN (1968), tem-se na pág. 365:

$$y = y_{\text{máx}} \left( 1 - e^{-2t/t_M} \left( 1 + 2t/t_m + 2t^2/t_M^2 \right) \right) \quad (1)$$

Na pág. 358, tem-se:

$$y_{\text{máx}} = \frac{e^{2t_M} y_M}{4} \quad (2)$$

Na pág. 364, tem-se:

$$t_M = m/k \quad (3)$$

$$y_M = at_M^2 e^{-m} \quad (4)$$

Substituindo-se (3) e (4) em (2) e este em (1), obtem-se:

$$y = \frac{e^{2-m} m^{m+1} a}{4^{m+1}} (1 - 2^{-2tk/m} (1 + 2tk/m + 2t^2 k^2/m^2))$$

Integrando-se a equação  $y = at^m e^{-kt}$  no intervalo de zero a  $\underline{t}$ , obtém-se:

$$\int_0^t at^m e^{-kt} dt = a \int_0^t t^m e^{-kt} dt = a \int_0^t e^{-kt} t^m dt$$

Integrando-se por partes tem-se:

$$\int_0^t u'v dt = uv \Big|_0^t - \int_0^t uv' dt$$

$$u' = e^{-kt} \quad u = \frac{-e^{-kt}}{k}$$

$$v = t^m \quad v' = m t^{m-1}$$

$$a \int_0^t e^{-kt} t^m dt = a \left| -\frac{1}{k} e^{-kt} t^m \Big|_0^t - \frac{1}{k} \int_0^t e^{-kt} m t^{m-1} dt \right|$$

$$a \int_0^t e^{-kt} t^m dt = a \left| \frac{-1}{k} e^{-kt} t^m + \frac{m}{k} \int_0^t e^{-kt} t^{m-1} dt \right|$$

Utilizando-se a fórmula de recorrência acima, reduz-se o expoente de  $t$  de  $m$  para  $m-1$ ; de  $m-1$  para  $m-2$ ; de  $m-2$  para  $m-3$  ... e para a enésima iteração de 1(um) para zero, obtendo-se:

$$\frac{m}{k} \int_0^t e^{-kt} t^{m-1} dt = \frac{m}{k} \left| -\frac{1}{k} e^{-kt} t^{m-1} + \frac{m-1}{k} \int_0^t e^{-kt} t^{m-2} dt \right|$$

$$\frac{m-1}{k} \int_0^t e^{-kt} t^{m-2} dt = \frac{m-1}{k} \left| \frac{-1}{k} e^{-kt} t^{m-2} + \frac{m-2}{k} \int_0^t e^{-kt} t^{m-3} dt \right|$$

$$\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots$$

$$\frac{m-(m-2)}{k} \int_0^t e^{-kt} t^{m(m-1)} dt = \frac{2}{k} \int_0^t e^{-kt} t' dt$$

$$\frac{2}{k} \int_0^t e^{-kt} t dt = \frac{m-(m-2)}{k} \left| \frac{-1}{k} t + \frac{m(m-1)}{k} \int_0^t e^{-kt} dt \right|$$

$$\frac{m-(m-1)}{k} \int_0^t e^{-kt} dt = \frac{m(m-1)}{k} \left| \frac{-1}{k} e^{-kt} \right|_0^t$$

$$\frac{m-(m-1)}{k} \left| \frac{-e^{-kt}}{k} + \frac{1}{k} \right|$$

Obtendo-se, portanto:

$$y = \int_0^t a t^m e^{-kt} dt = \frac{a m!}{k^{m+1}} - a \sum_{i=0}^m \frac{m!}{(m-i)!} - \frac{e^{-kt}}{k^{(i+1)}} t^{(m-i)}$$

A integral acima apresentada, bem como os passos para se chegar à mesma, foi desenvolvida no Centro de Computação da Universidade Federal do Paraná pelos professores do Departamento de Matemática.

Esta equação, no entanto, só poderá ser resolvida para valores inteiros de  $m$ .

Considerando-se na referida equação  $\underline{m} = 2$  e, substituindo-se na equação (1), obtem-se:

$$y = \frac{2a}{k^3} (1 - e^{-kt} (1 + kt + k^2 t^2 / 2))$$

apresentada por PRODAN (1968) p. 357.

Para o ajuste da equação de Hegershoff na forma de incremento, foi usado o método dos mínimos quadrados, sofrendo para isto a equação, as seguintes transformações:

Da equação original na forma  $y = at^m e^{-kt}$ , aplicando-se logaritmo natural, obtem-se:

$$\ln y = \ln a + m \ln t - kt \ln e$$

sendo  $\ln e = 1$ , tem-se:

$$\ln y = \ln a + m \ln t - kt$$

e fazendo-se:

$$\ln y = y$$

$\ln a = a$ , obtem-se:

$y = a + m \ln t - kt$ , a qual pode ser resolvida pelo método dos mínimos quadrados.

Nos gráficos 13a, 13b e 13c apresenta-se a interpretação de cada parâmetro da equação de Hegershoff, apresentada por PRODAN (1968) p.365, ou seja, apresenta-se a variação de cada parâmetro quando se fixam os demais.

#### 4.2.5. MÉTODO STEVENS PARA AJUSTE DAS EQUAÇÕES

Se bem que o estudo de funções pode, em sua maioria, ser resolvido pela fórmula de regressão polinomial ou regres-

são múltipla, é grande o número de equações que não podem ser resolvidas usando-se este método.

O problema mais frequentemente encontrado, no qual a regressão polinomial não pode ser aplicada, é quando o valor da variável  $y$  aproxima-se de um valor assintótico, quando a variável  $x$  tende ao infinito.

STEVENS (1951) propôs que equações desse tipo fossem transformadas na forma  $Y = \alpha + \beta\gamma^x$ , onde  $1 > \gamma > 0$  e igualmente propôs um método para o ajuste desta equação.

Desde que se consiga transformar a equação original na forma proposta por Stevens, pode-se resolvê-la sem grandes problemas.

Este método se ajusta às equações do tipo sigmóide como a de Gompertz e de Richards, desde que sofram algumas transformações a saber:

a) GOMPERTZ

$$Y = AB^C^x$$

Aplicando-se logaritmo neperiano, tem-se:

$$\ln Y = \ln A + \ln BC^x$$

E fazendo-se:

$$\ln Y = Y$$

$$\ln A = \alpha$$

$$\ln B = \beta$$

$$C = \gamma$$

Tem-se

$Y = \alpha + \beta\gamma^x$ , que é a forma proposta por STEVENS.

b) RICHARDS

Conforme encontramos em RAWAT e FRANZ (1973), tem-se

$$W = A(1 - be^{-kt})^{1/(1-m)}$$

$$W^{1-m} = A^{1-m} - A^{1-m} b e^{-kt}$$

Fazendo-se:

$$W^{1-m} = y$$

$$A^{1-m} = \alpha$$

$$bA^{1-m} = -\beta$$

$$e^{-kt} = \gamma^x$$

Obtem-se

$$y = \alpha + \beta\gamma^x, \text{ recaindo na forma proposta por STEVENS (1951)}$$

#### 4.2.5.1. ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS E SUAS VARIÂNCIAS PELO MÉTODO DE STEVENS

O modelo estatístico da regressão de Stevens(1951) é:

$$y_i = \alpha + \beta\gamma^x + e_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

Donde:

$$\Sigma e_i^2 = \Sigma (y_i - \alpha - \beta\gamma^x)^2$$

Onde:

$e_i$  = erro aleatório devido à regressão.

O método proposto por STEVENS(1951) consiste em se encontrar um valor preliminar de  $\gamma$  e calcular por meio dos métodos dos mínimos quadrados os outros parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  em função do valor de  $\gamma$ .

Em STEVENS (1951) encontra-se a matriz formada em função do valor de  $\gamma$ . Chamando  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  por  $\underline{a}$ ,  $\underline{b}$  e  $\underline{r}$ , respectivamente, tem-se:

$$-an \quad -bS(r^2) \quad + Y = 0 \quad (1)$$

$$-aS(r^2) \quad -bS(r^{2x}) \quad + Y_1 = 0 \quad (2)$$

$$-abS(cr^{x-1}) \quad -b^2S(xr^{2x-1}) \quad + bY_2 = 0 \quad (3)$$

Onde:

$n$  = número de observações

$S(\dots)$  = Somatória dos valores de  $x$  ou  $y$  para as observações

$$Y = S(y)$$

$$Y_1 = S(r^x y)$$

$$Y_2 = S(xv^{x-1} y)$$

Diferenciando-se as equações (1), (2) e (3) em relação a  $\underline{a}$ ,  $\underline{b}$  e  $\underline{r}$ , respectivamente e trocando-se os sinais, obtém-se

$$I = \begin{matrix} n & S(r^x) & bS(xr^{x-1}) \\ S(r^x) & S(r^{2x}) & bS(xr^{2x-1}) \\ bS(xr^{x-1}) & bS(xr^{2x-1}) & b^2S(x^2r^{2x-2}) \end{matrix}$$

Invertendo-se esta matriz informação, encontra-se a matriz covariância na forma sugerida por STEVENS(1951).

$$V = \frac{1}{I} \begin{array}{ccc} Faa & Fab & Far/b \\ Fab & Fbb & Fbr/b \\ Far/b & Fbr/b & Frr/b^2 \end{array}$$

onde:

$Faa, Fab, Far, Fbr, Fbb, Frr$  = funções somente de  $\underline{r}$ , sendo de fato componentes da matrix recíproca:

$$\begin{array}{ccc} n & S(r^x) & S(xr^{x-1}) \\ S(r^x) & S(r^{2x}) & S(xr^{2x-1}) \\ S(xr^{x-1}) & S(xr^{2x-1}) & S(x^2r^{2x-2}) \end{array}$$

de onde as estimativas preliminares de  $\underline{a}$ ,  $\underline{b}$  e  $\underline{r}$  podem ser encontradas adicionando-se as estimativas preliminares dos respectivos incrementos  $\delta a$ ,  $\delta b$ ,  $\delta r$ , onde:

$$\begin{aligned} \delta a &= FaaA + FabB + FarR/b \\ \delta b &= FabA + FbbB + FbrR/b \\ b\delta r &= Far + FbrB + FrrR/b \end{aligned}$$

Em consequência da relação já mencionada, entre colunas dos blocos das equações normais e colunas da matriz informação, a expressão para os incrementos pode ser simplificada para:

$$\begin{aligned} a &= -a' + FaaY + FabY_1 + FarY_2 \\ b &= -b + FabY + FbbY_1 + FbrY_2 \\ b\delta r &= FarY + FbrY_1 + FrrY_2 \end{aligned}$$

E as estimativas são:

$$\begin{aligned} a &= a' + \delta a = FaaY + FabY_1 + FarY_2 \\ b &= b' + \delta b = FabY + FbbY_1 + FbrY_2 \\ r &= r' + \delta r \end{aligned}$$

Onde:

$$\delta r = (FarY + FbrY_1 + FrrY_2)$$

Vê-se então que  $r = r' + \delta r$ , onde  $r'$  é o valor inicial calculado para  $r$  e  $\delta r$  é o acréscimo de  $r$ . O processo é repetido até que o valor do acréscimo ( $\delta r$ ) seja considerado desprezível. No caso deste trabalho considerou-se este acréscimo desprezível, quando o mesmo se encontrava menor ou igual a 0,000001. Para cada novo processo o valor considerado como  $r'$  é igualado a  $r$ , ou seja, em cada repetição o valor de  $r$  é igual ao valor  $r'$  acrescido de  $\delta r$  até que  $\delta r$  se torne desprezível. Quando o acréscimo for desprezível, tem-se  $r = r'$  e os valores neste momento encontrados para  $a$ ,  $b$  e  $r$  são os valores reais dos parâmetros respectivos.

As variâncias dos parâmetros de  $a$ ,  $b$  e  $r$  são dadas conforme RAWAT e FRANZ (1973), que é:

$$S.E.(a)^2 = (Faas^2)$$

$$S.E.(b)^2 = (Fbbs^2)$$

$$S.E.(r)^2 = (Fers^2/b^2), \text{ ou ainda os erros-padrão da es-}$$

timativa são respectivamente:

$$S.E.(a) = \sqrt{(Faas^2)}$$

$$S.E.(b) = \sqrt{(Fbbs^2)}$$

$$S.E.(r) = \sqrt{(Frrs^2)} / b$$

e as covariâncias conforme consta em HOFFMAN e THAME (1970) são, respectivamente:

$$COV(a,b) = Fab*s^2$$

$$COV(ar) = Far*s^2/b$$

$$COV(b,r) = Fbr*s^2/b$$

Onde:

$s^2$  é a variância residual (ou quadrado médio dos resíduos) dados por:

$$s^2 = S(Y - Y_e)^2 / (n-3), \text{ conforme RAWAT e FRANZ (1973).}$$

#### 4.2.5.2. ESTIMATIVA PRELIMINAR DO COEFICIENTE $\underline{r}$ PARA EQUAÇÃO DE STEVENS

No programa de computação apresentado neste trabalho (Apêndice 2), o cálculo dos coeficientes da equação sugerida por STEVENS(1951) é baseado na estimativa preliminar de  $\underline{r}$ , apresentada por PATTERSON (1956) e que apresenta fórmulas para 4, 5, 6 e 7 observações equiespaçadas. Estas fórmulas são as seguintes:

Para 4 observações:

$$r' = \frac{4Y_3 + Y_2 - 5Y_1}{4Y_2 + Y_1 - 5Y_0}$$

Para 5 observações:

$$r' = \frac{4Y_4 + 3Y_3 - Y_2 - 6Y_1}{4Y_3 + 3Y_2 - Y_1 - 6Y_0}$$

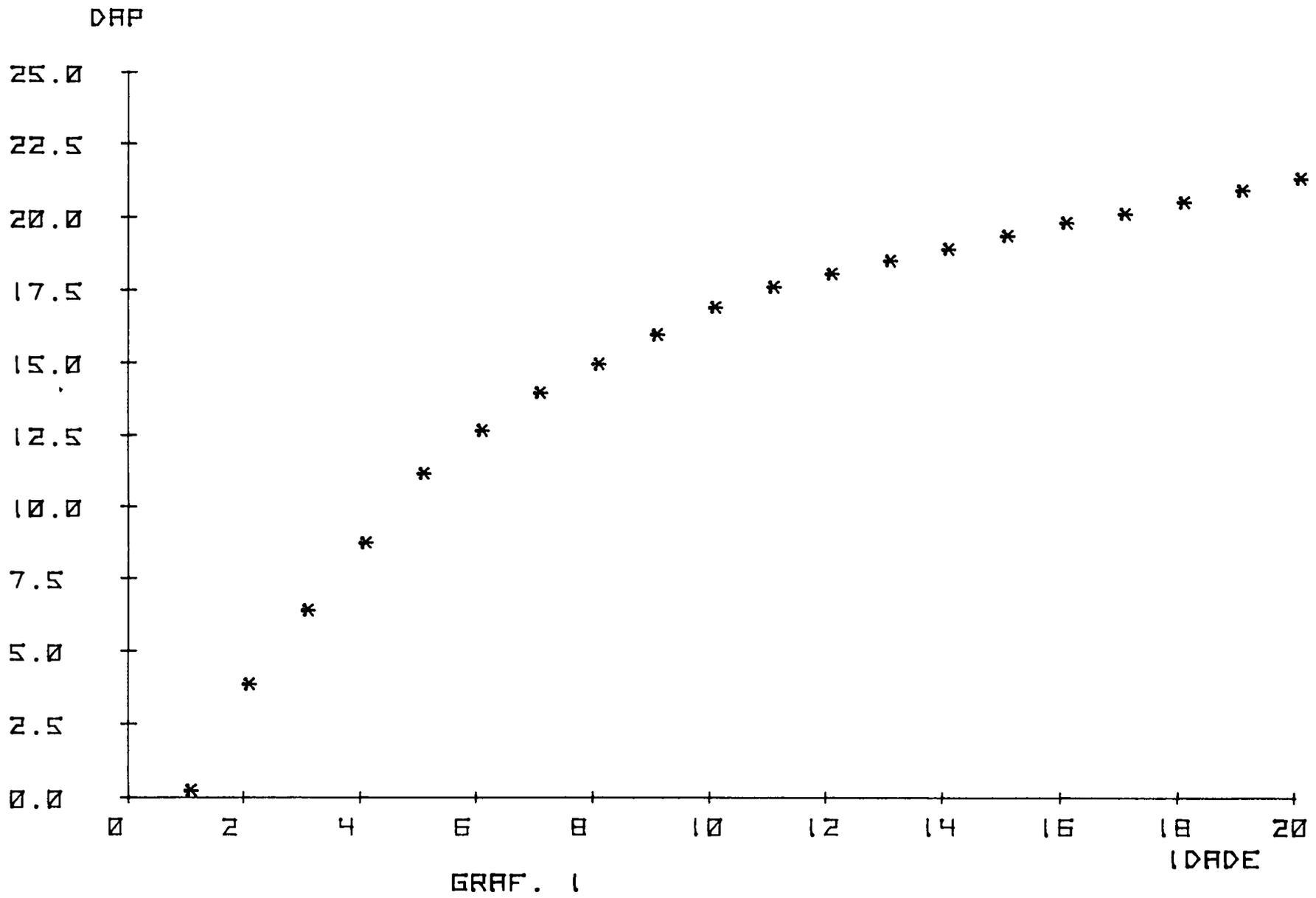
Para 6 observações:

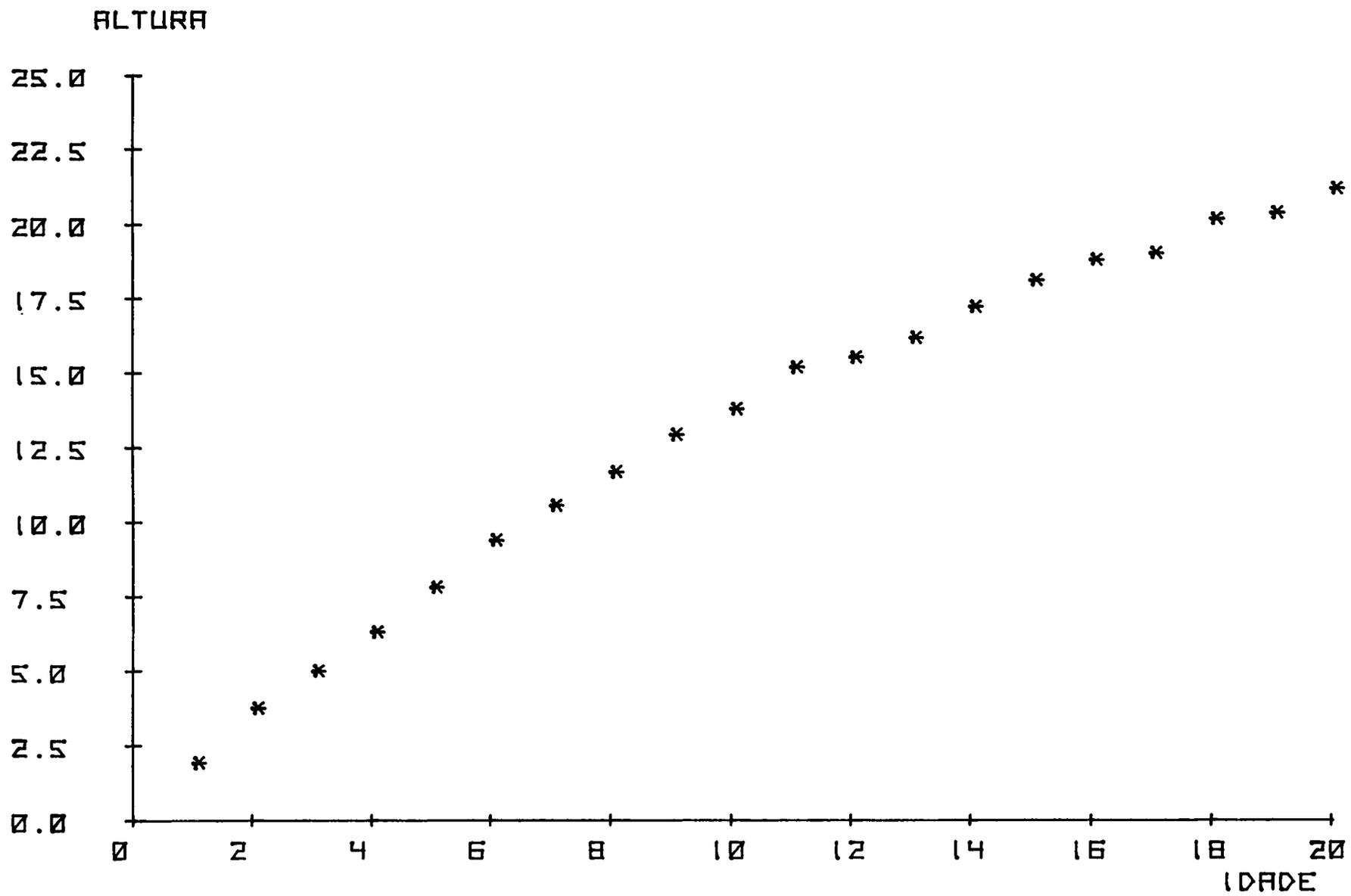
$$r' = \frac{4Y_5 + 4Y_4 + 2Y_3 - 3Y_2 - 7Y_1}{4Y_4 + 4Y_3 + 2Y_2 - 3Y_1 - 7Y_0}$$

Para 7 observações:

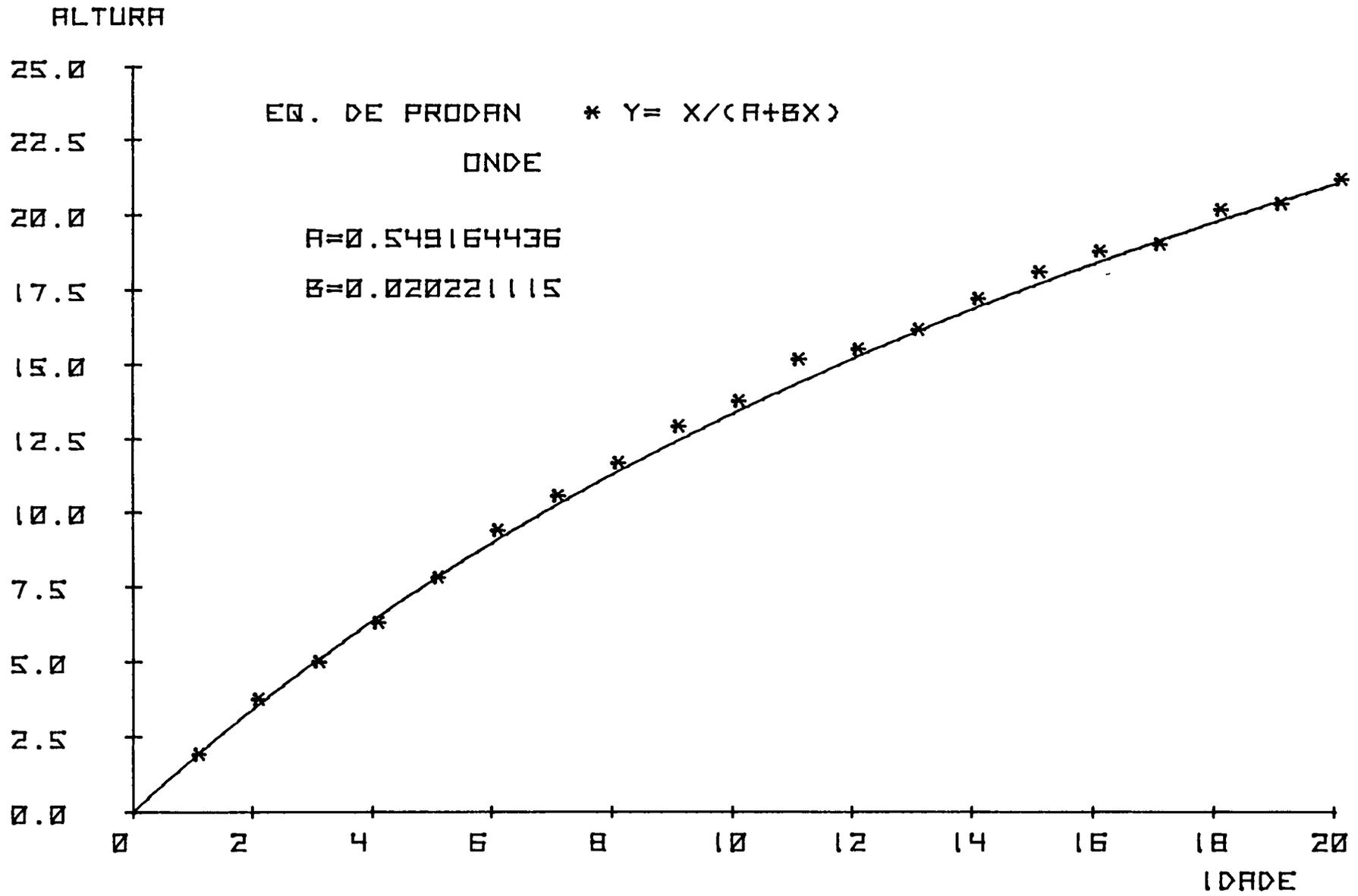
$$r' = \frac{Y_6 + Y_5 + Y_4 - Y_2 - 2Y_1}{Y_5 + Y_4 + Y_3 - Y_1 - 2Y_0}$$

Neste trabalho quando o número de observações ultrapassa 7 (sete) ou é menor do que 4 (quatro), o programa elaborado assume para o valor  $r' = 0,6$ , pois, sabe-se que  $r$  deve estar entre 0 (zero) e 1 (um). A desvantagem de se fixar o valor de  $r'$  como 0,6 ou outro valor qualquer entre 0 (zero) e 1 (um) é que se pode ter maior número de simulações até encontrar-se um acréscimo desprezível, porém em se tratando de computadores de alta velocidade, esta diferença pode ser desprezível.

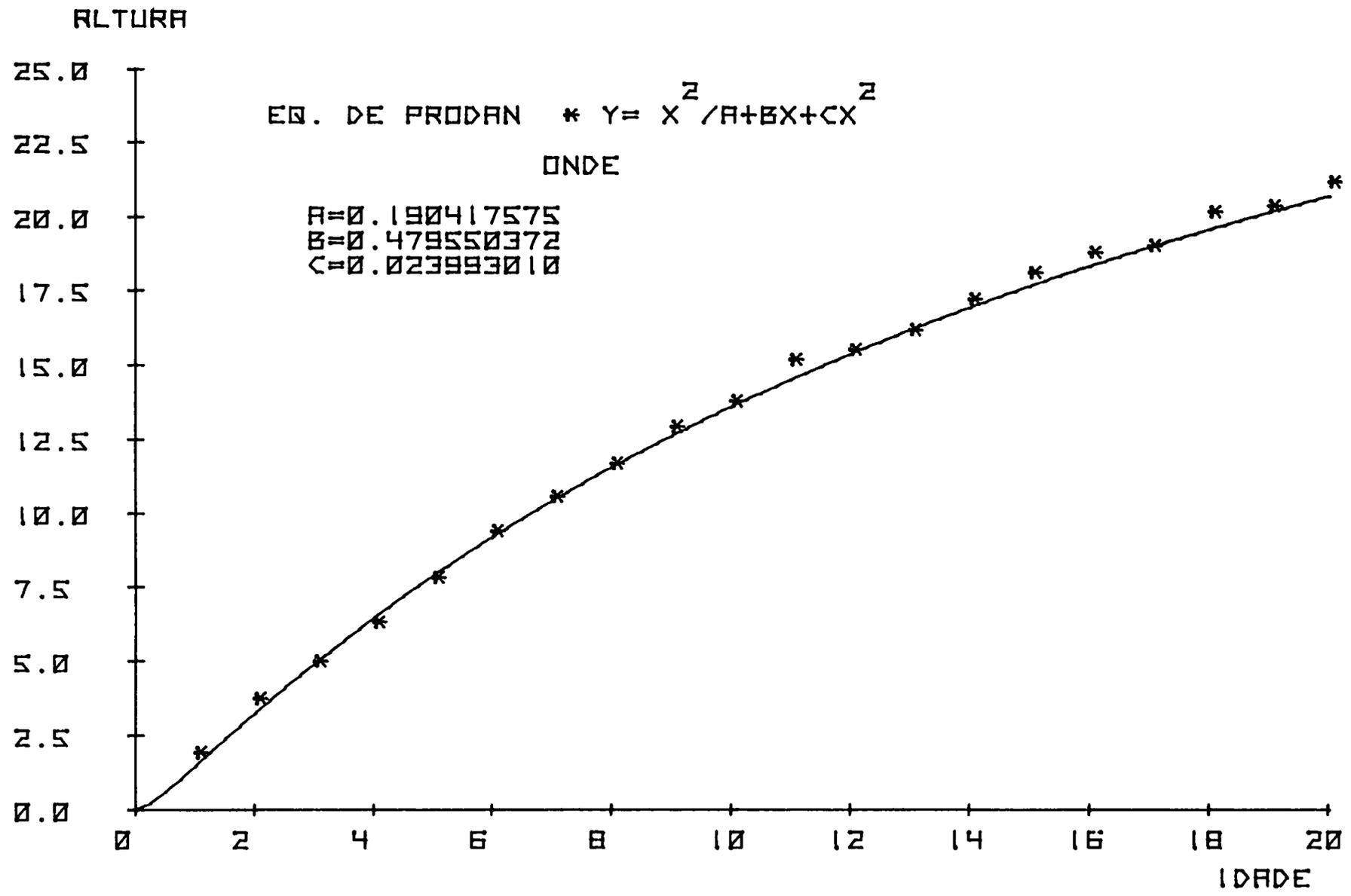




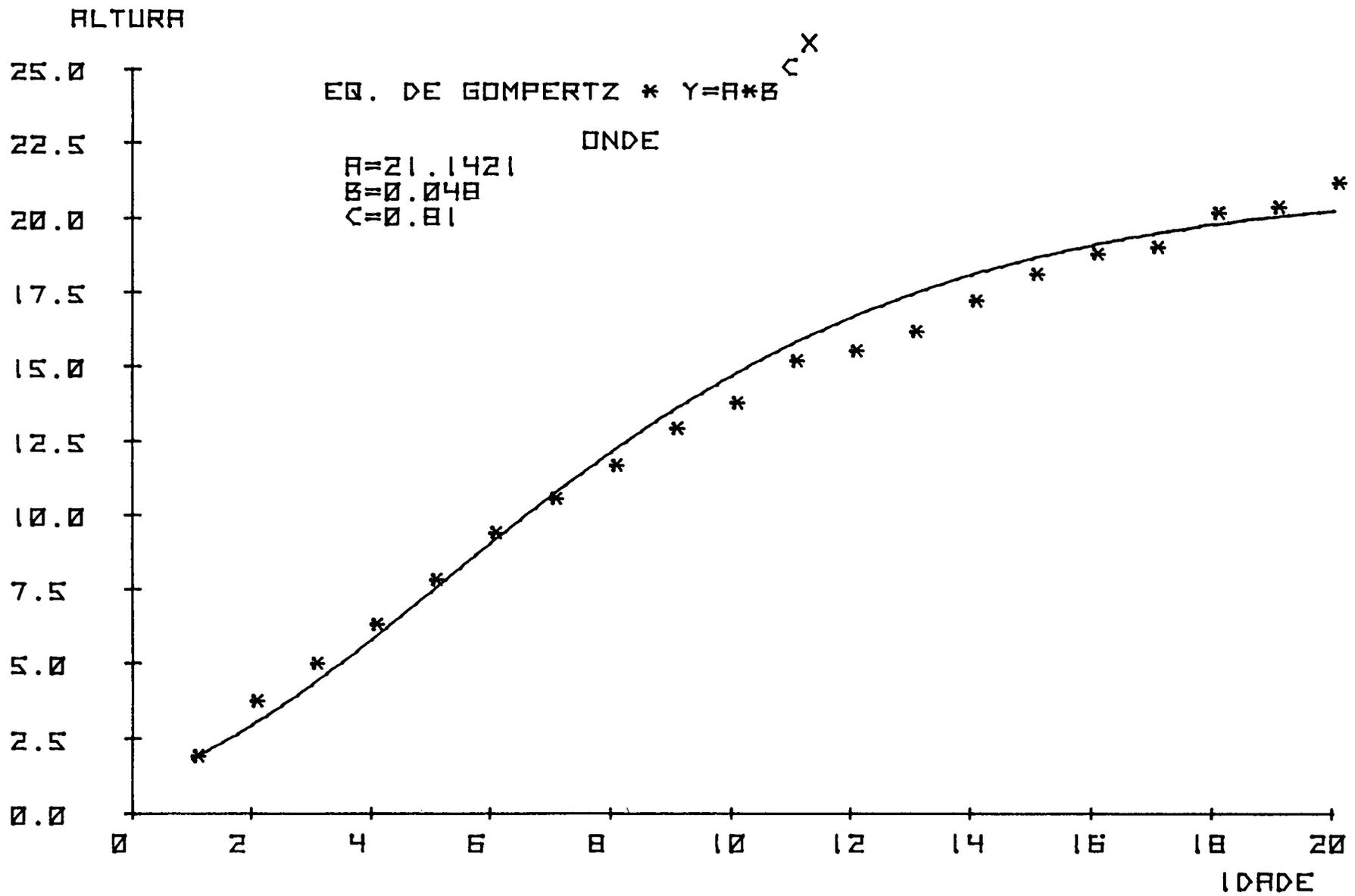
GRAF. 2



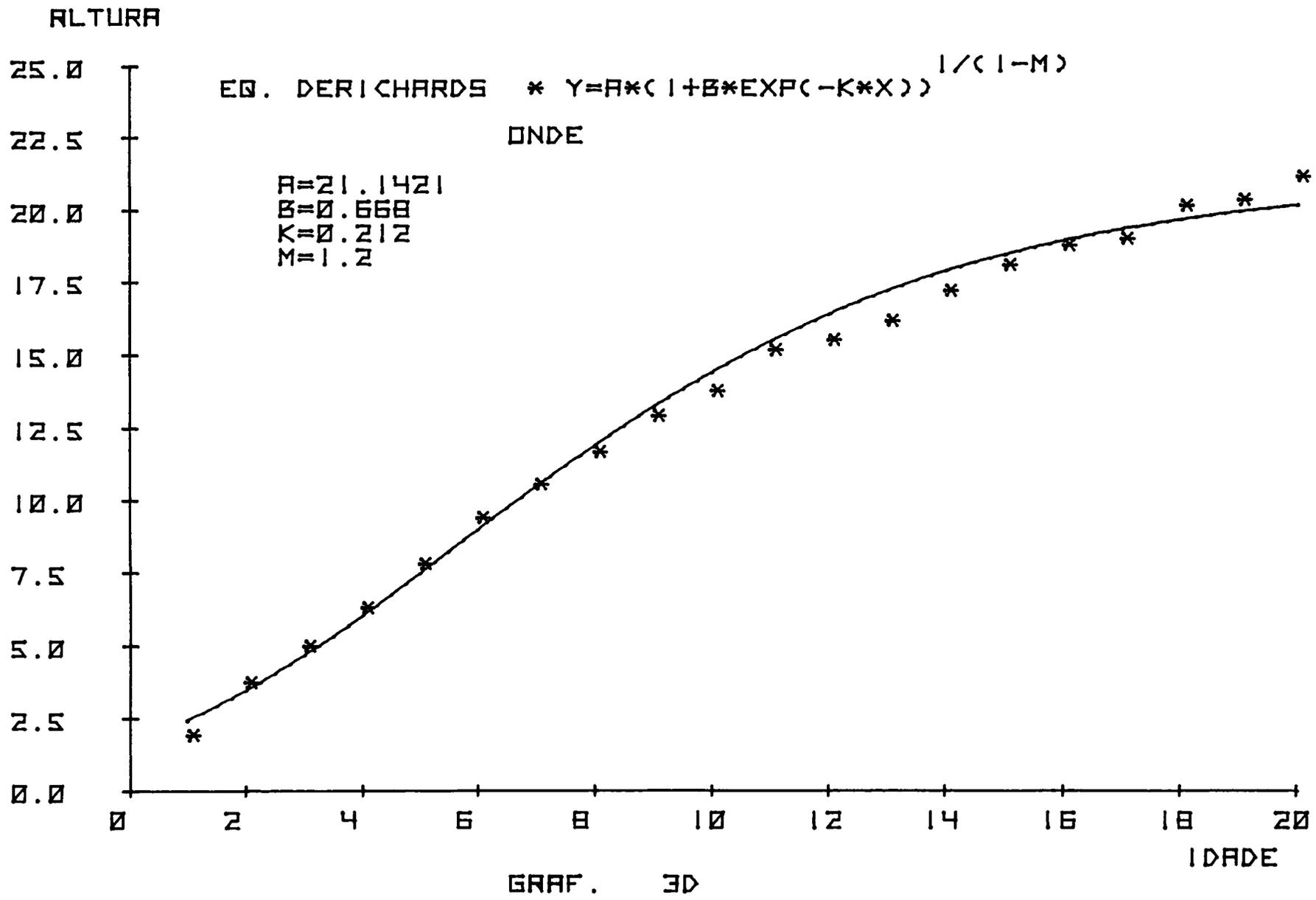
GF.F. 3A



GRAF. 38



GRAF. 3C



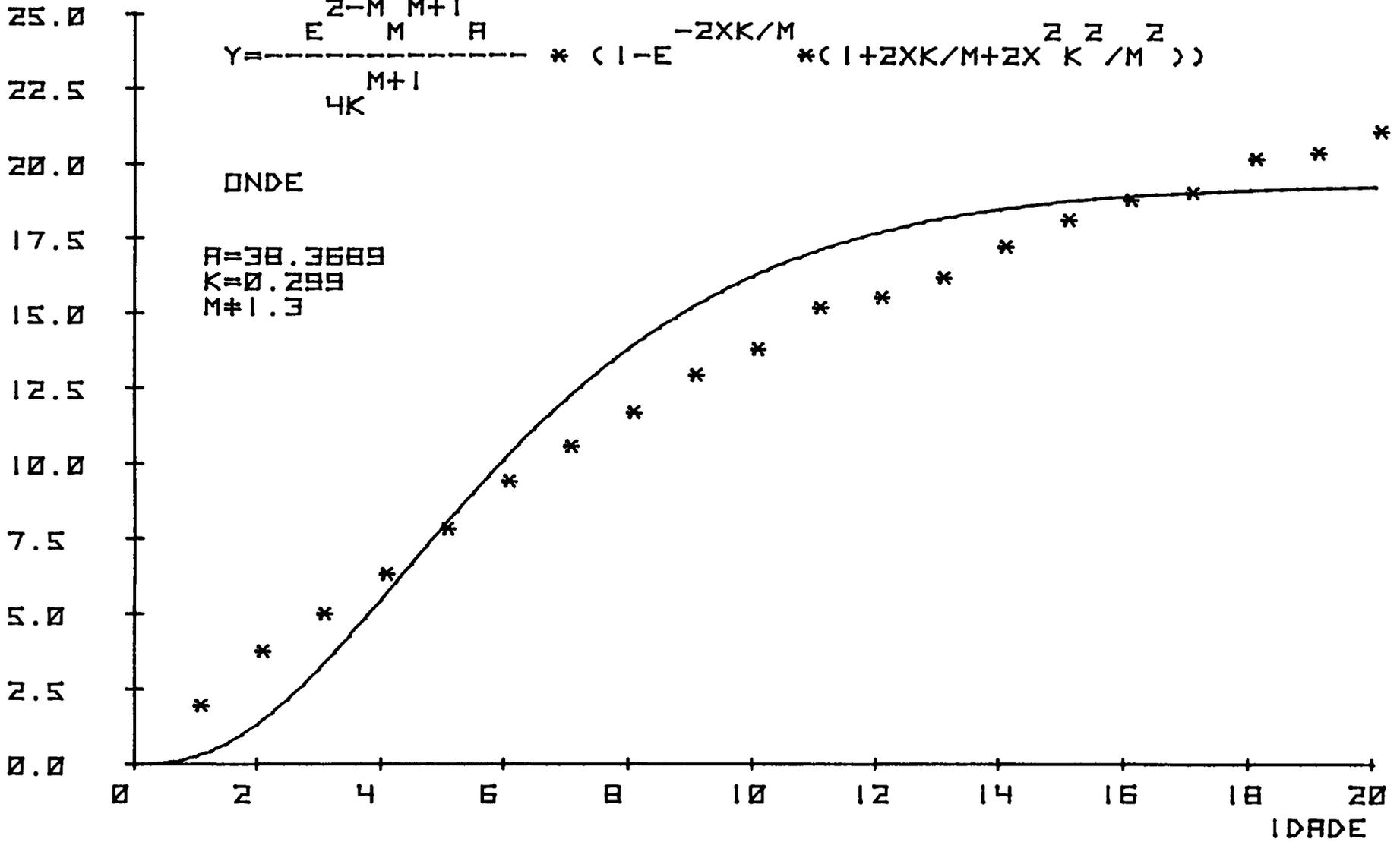
ALTURA

EQ. HUBERSHOFF

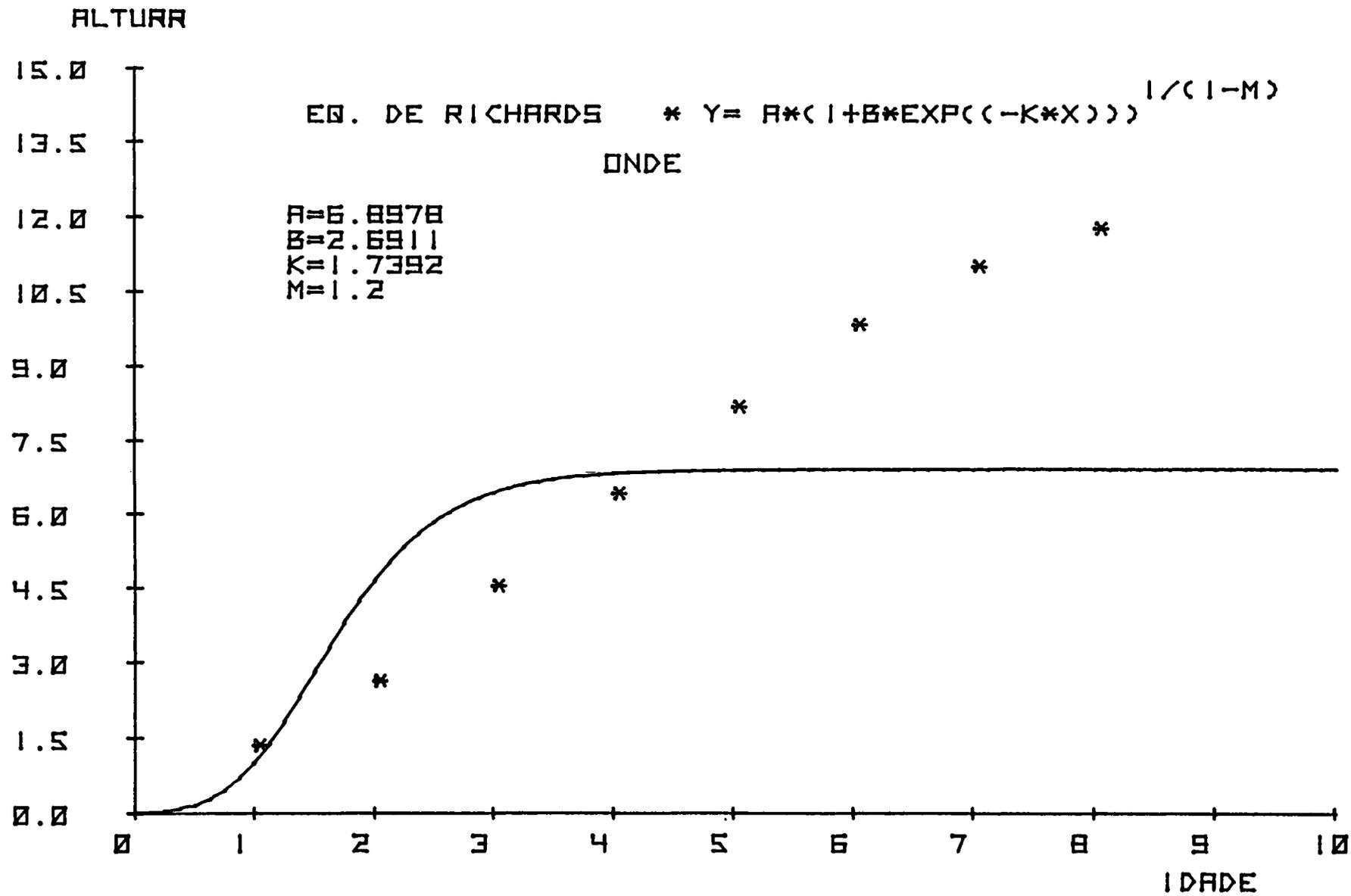
$$Y = \frac{E^{z-M} M^{M+1}}{4K} * (1 - E^{-2XK/M} * (1 + 2XK/M + 2X^2 K^2 / M^2))$$

ONDE

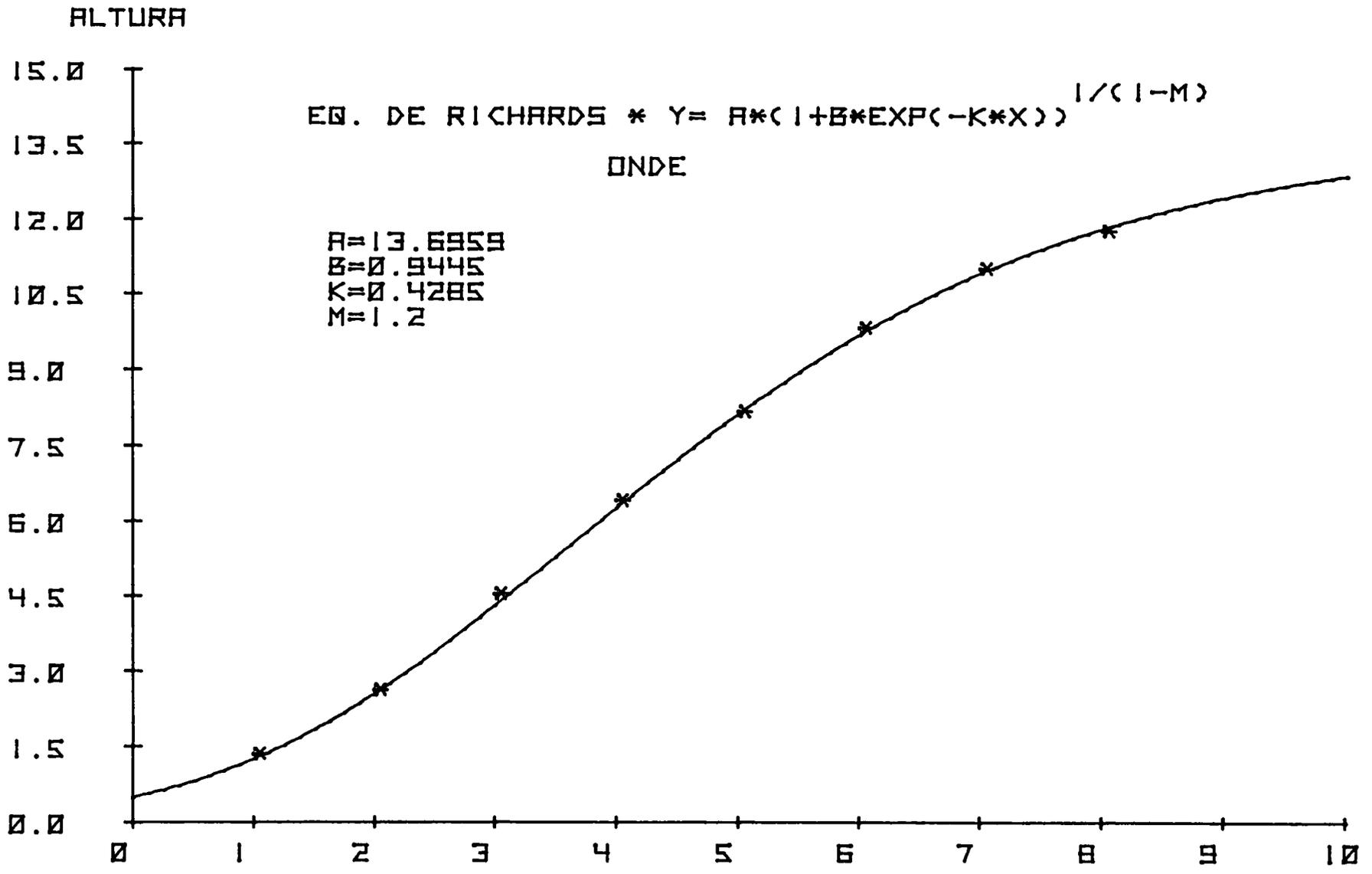
A=38.3689  
 K=0.299  
 M=1.3



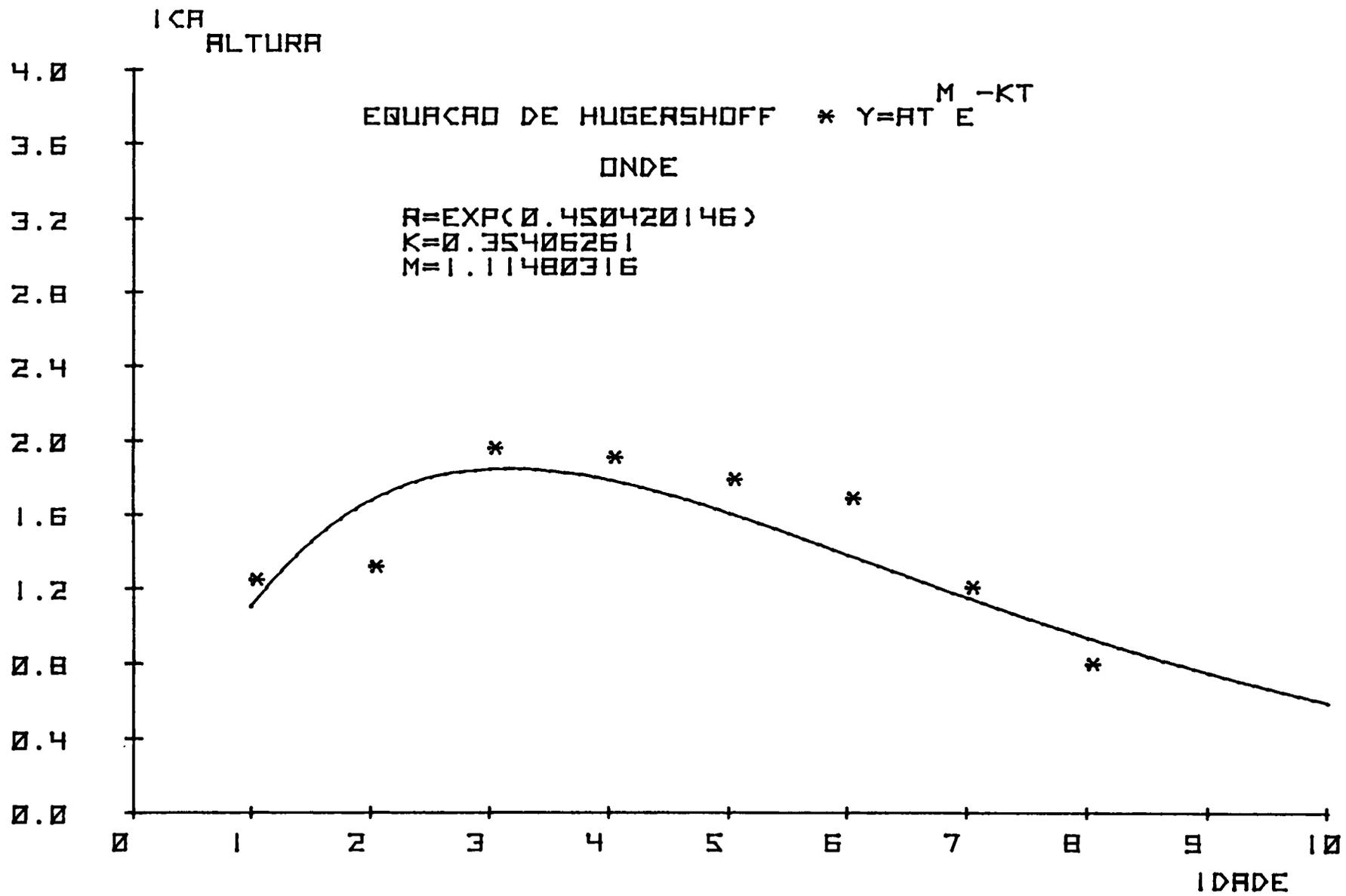
GRAF. 3 E



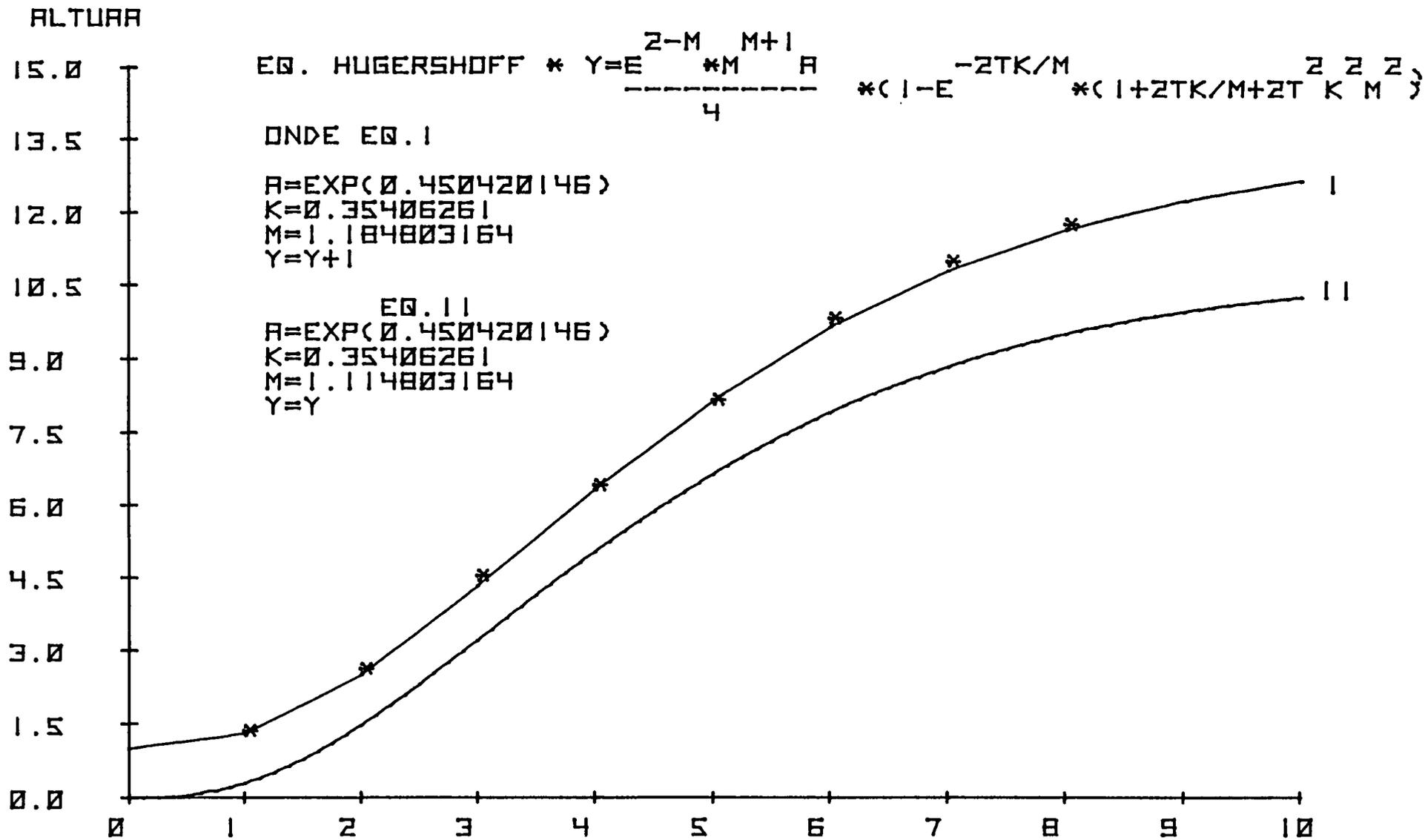
GRAF. 4



GRAF. 5

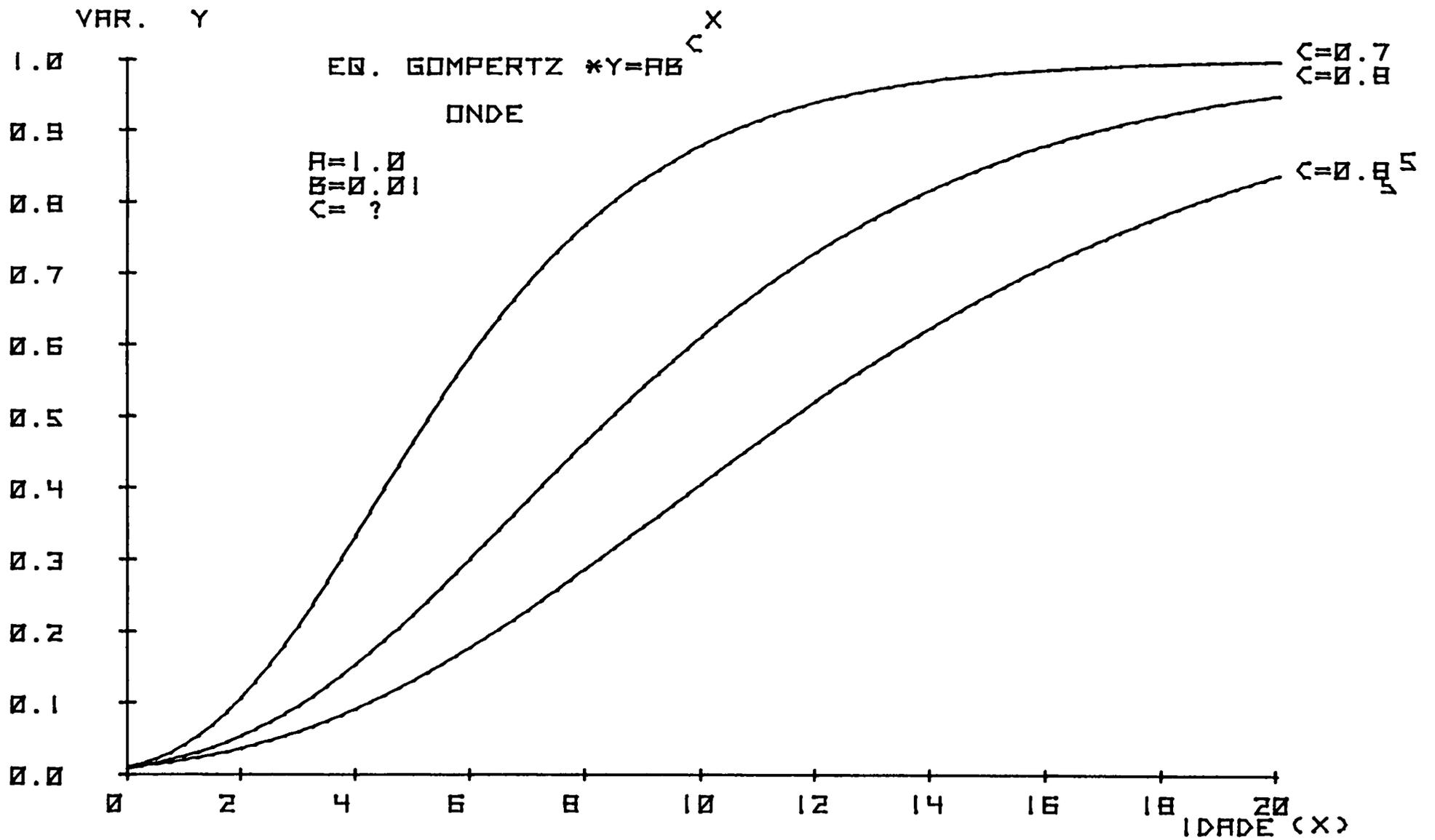


GRAF. 6

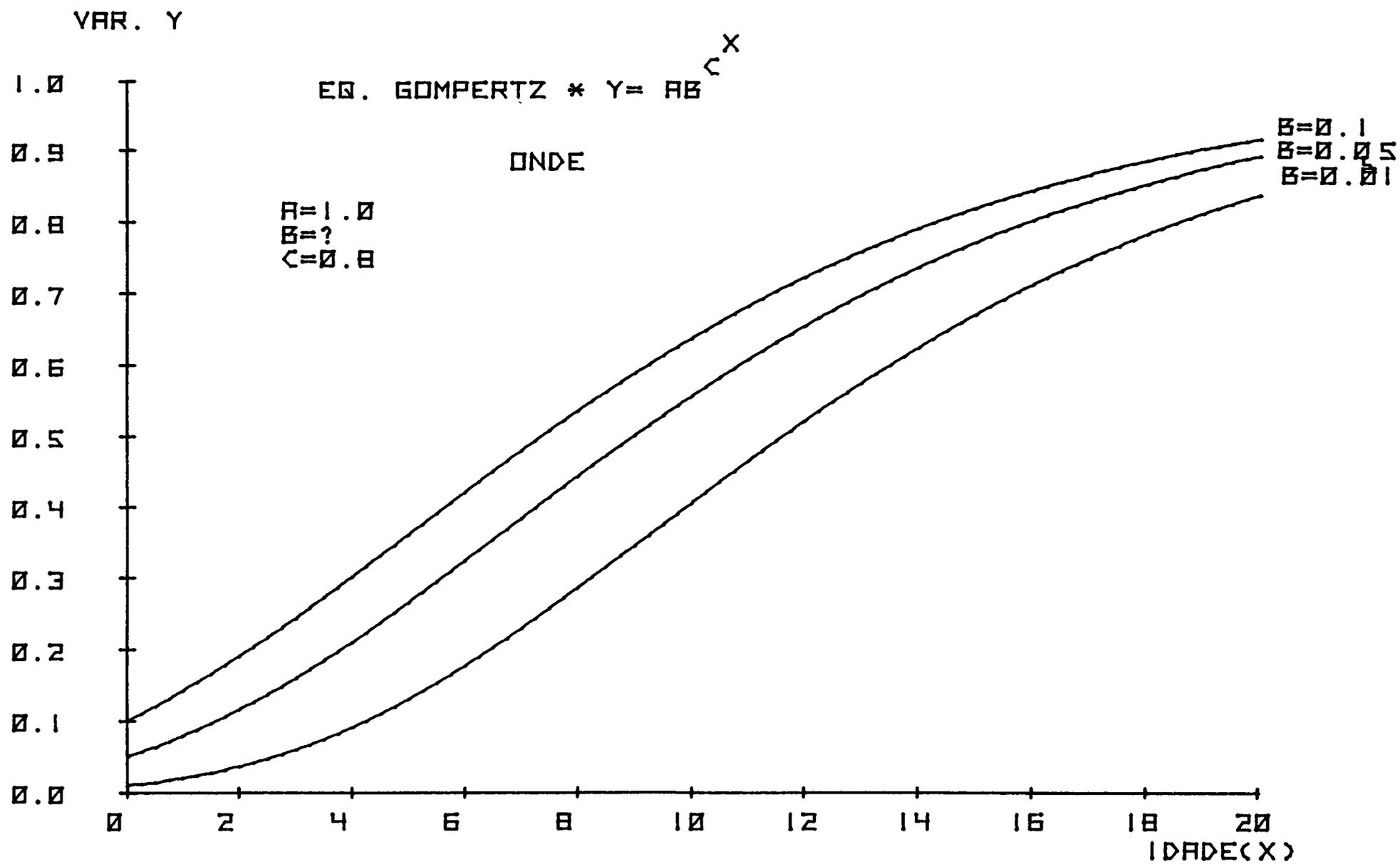


GRAF. 7

IDADE

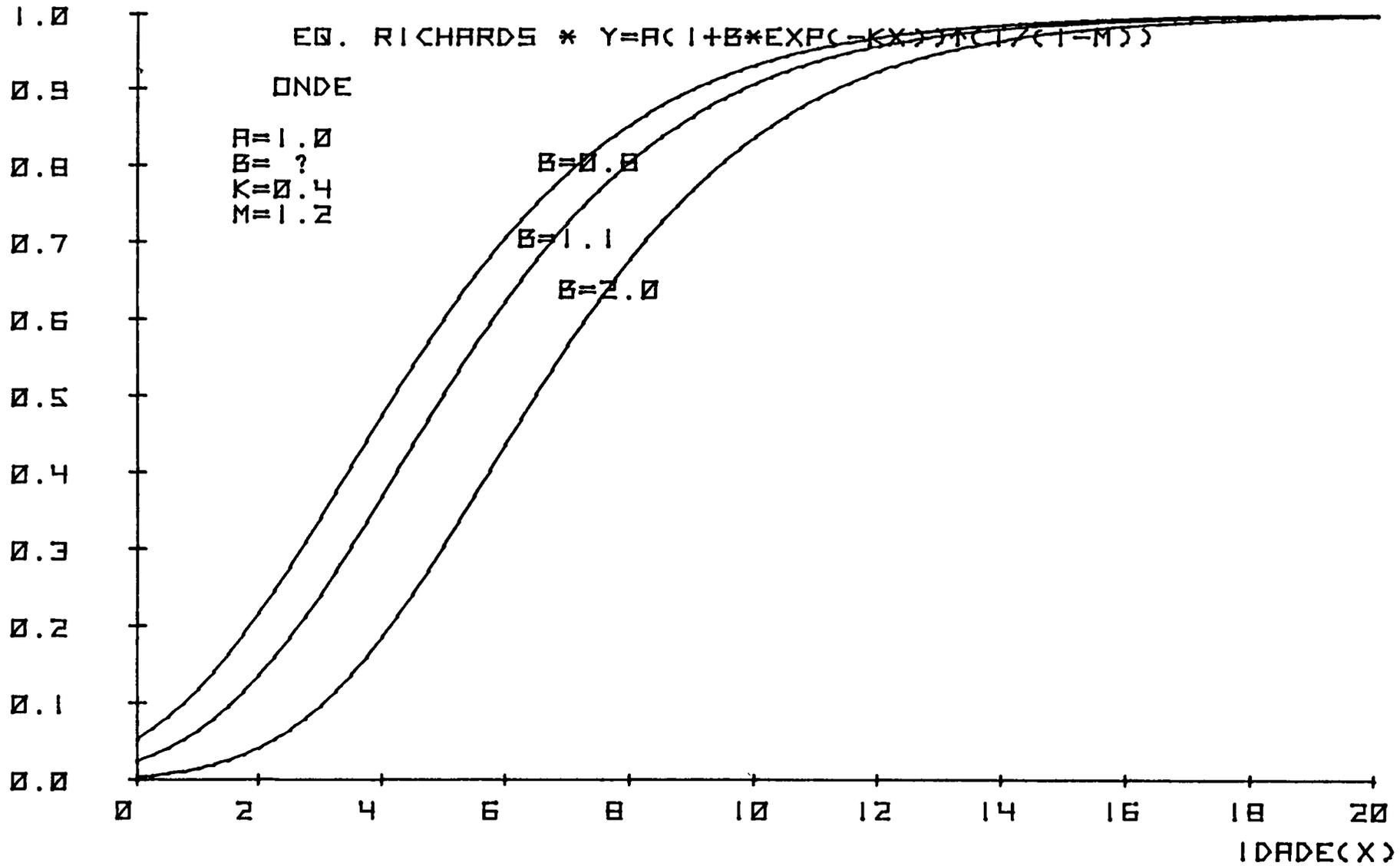


GRAF. 8  
A) VARIAÇÃO PARÂMETRO "C"



GRAF B  
B) VARIAÇÃO PARAMETRO "B"

VAR. Y



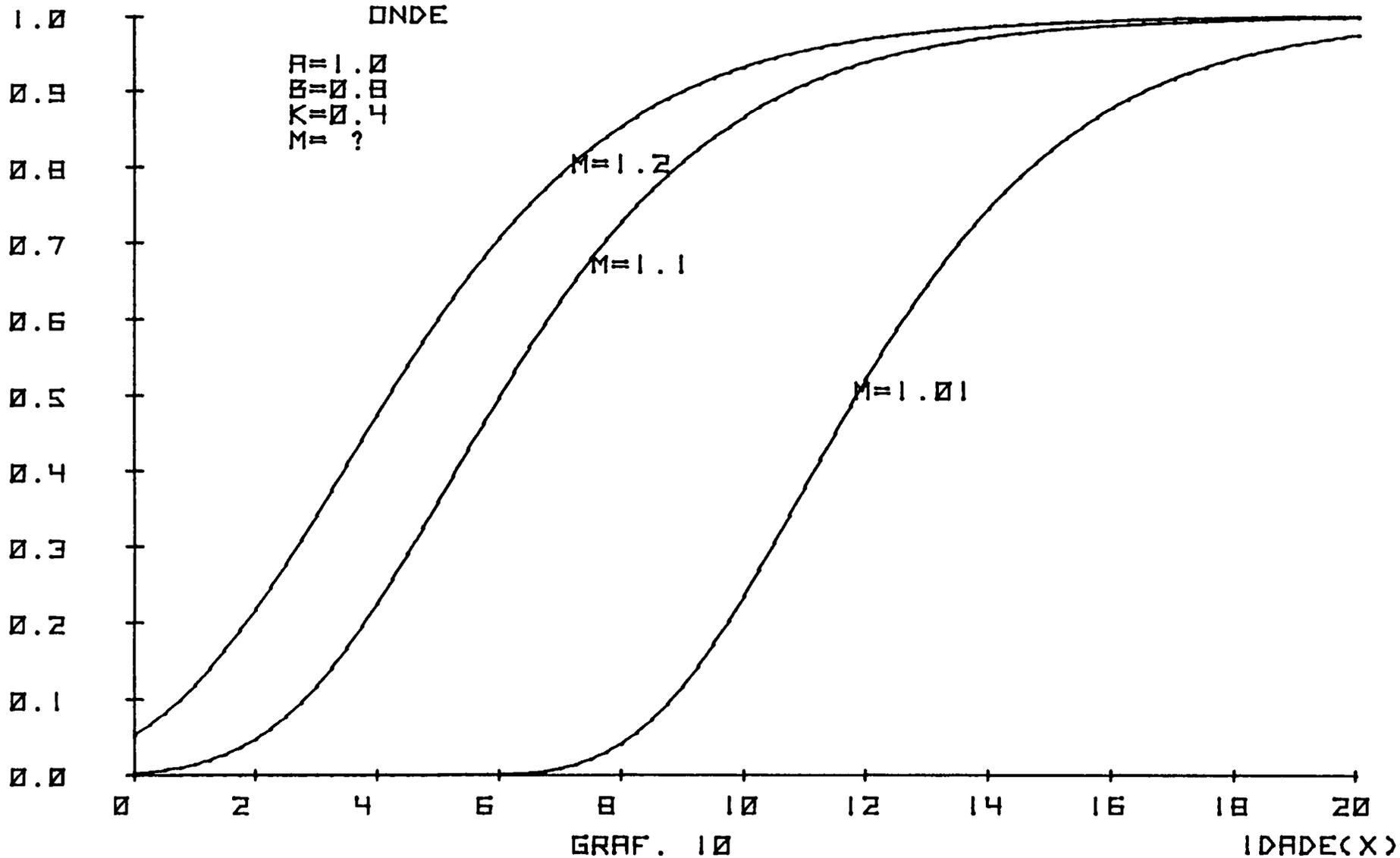
GRAF. 10  
A) VARIAÇÃO PARAMETRO "B"

VAR. Y

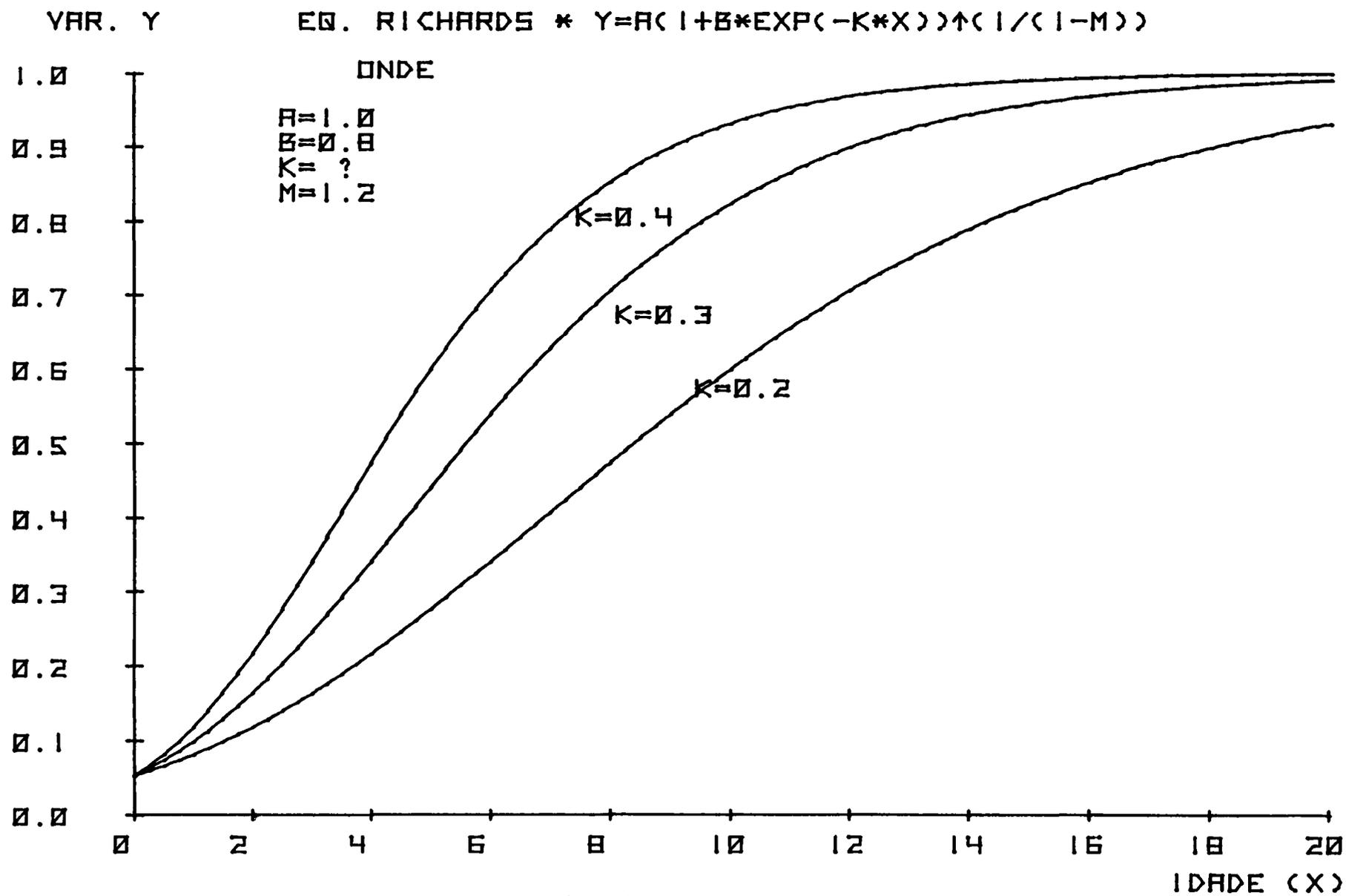
EQ. RICHARDS \*  $Y=A(1+B*EXP(-K*X))^{1/(1-M)}$

ONDE

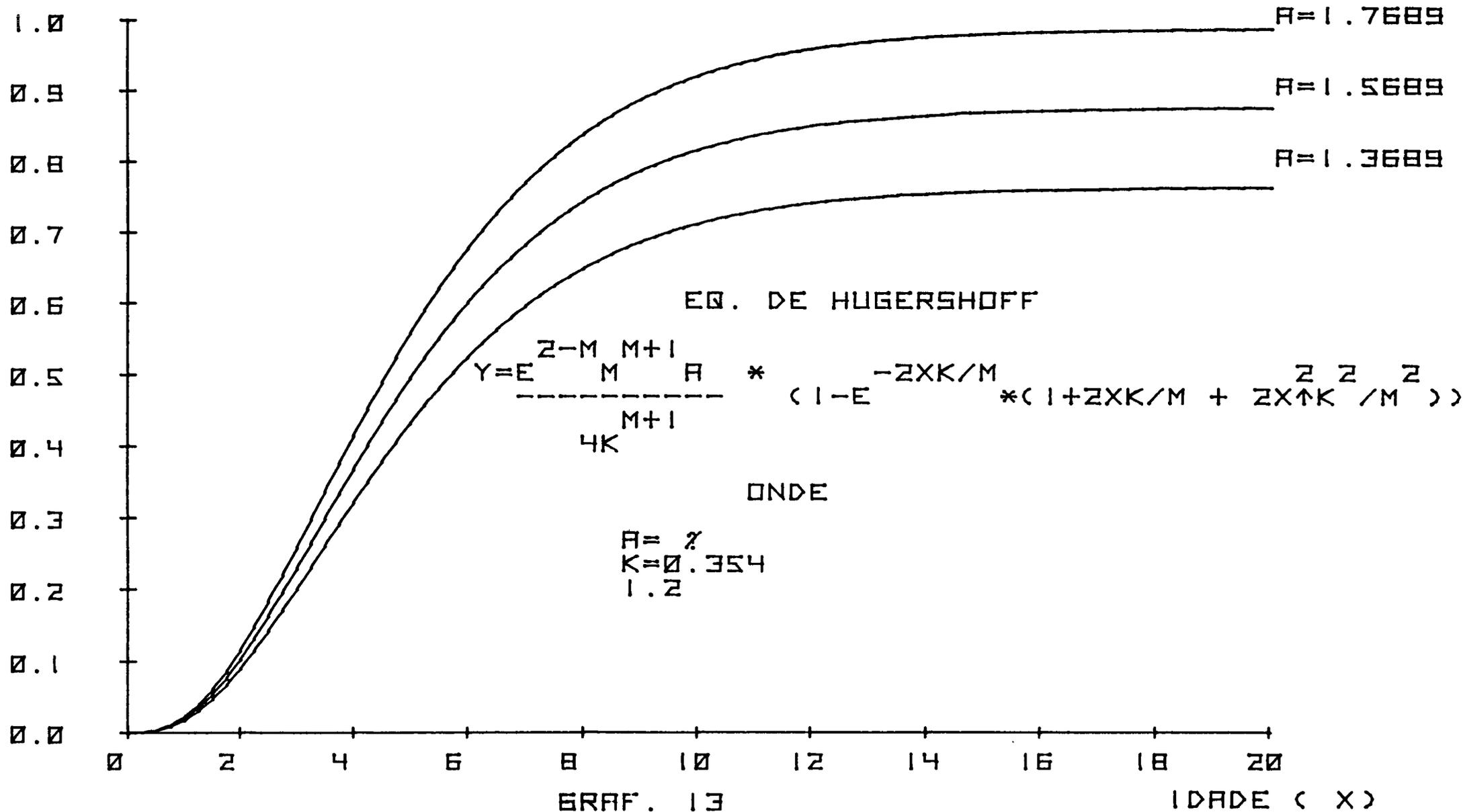
A=1.0  
B=0.8  
K=0.4  
M=?



B) VARIAÇÃO DO PARAMETRO "M"



GRAF. 10  
 ( ) VARIAÇÃO DO PARÂMETRO "K"



A) VARIAÇÃO PARAMETRO "A"

VAR. Y

EQ. HUGERSHOFF

$$Y = \frac{E^{z-M} M^{M+1} A}{4K^{M+1}} * (1 - E^{-2XK/M}) * (1 + 2XK/M + 2X^2 K^2 / M^2)$$

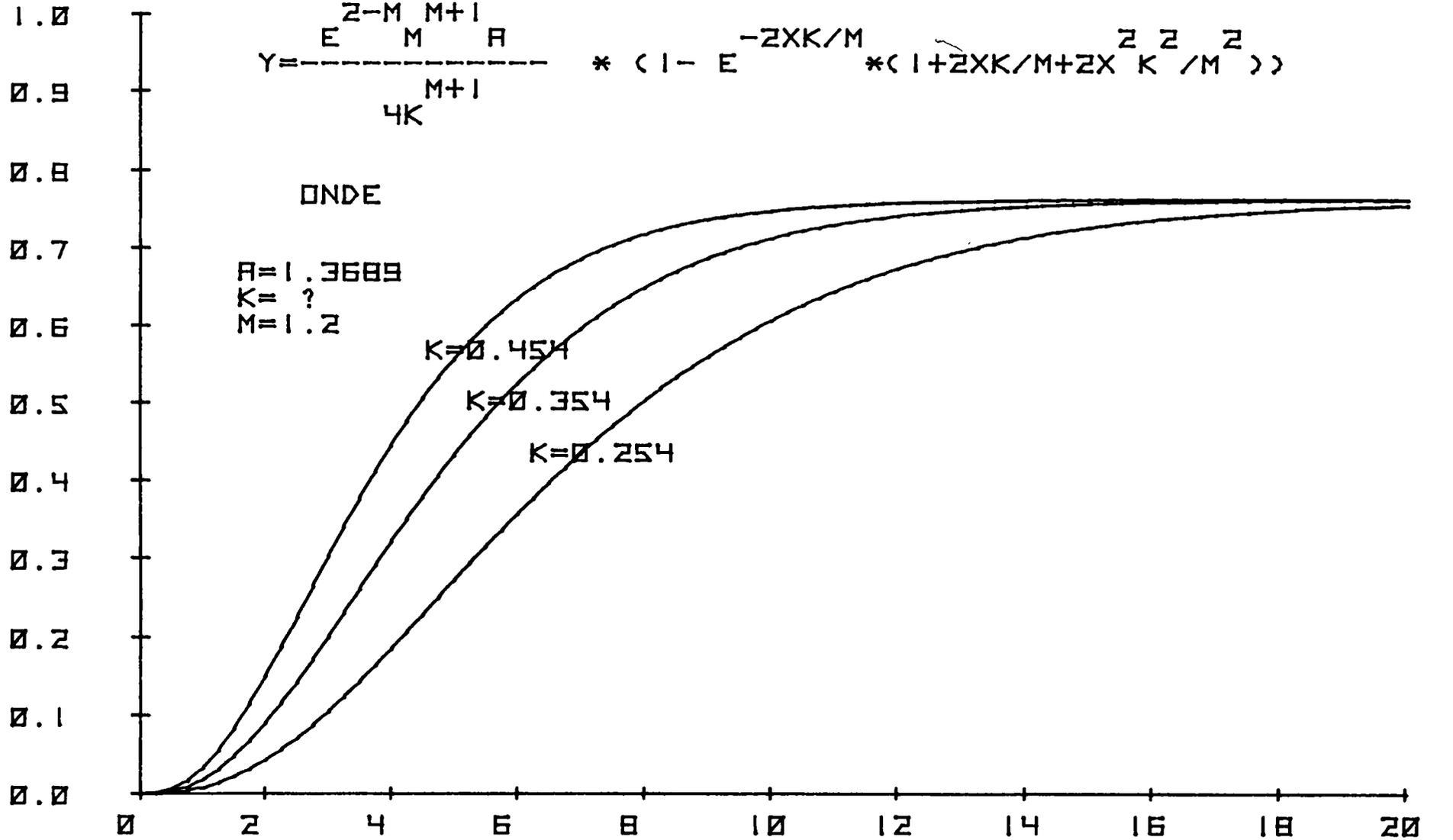
ONDE

A = 1.3689  
 K = ?  
 M = 1.2

K = 0.454

K = 0.354

K = 0.254



GRAF. 13

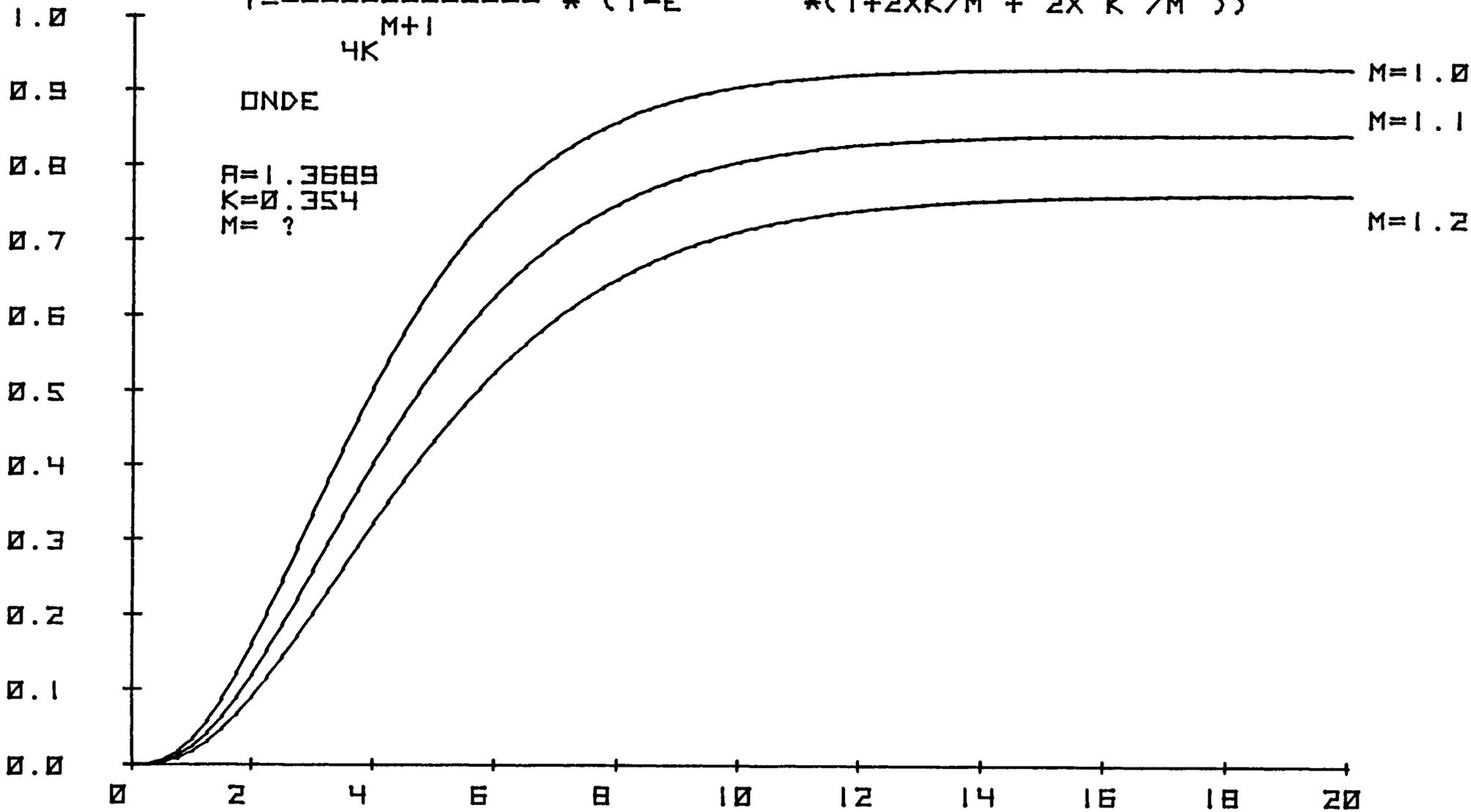
IDADE (X)

B) VARIACAO PARAMETRO "K"

EQ. HUGERSHOFF

VAR. Y

$$Y = \frac{A \cdot e^{-\frac{2XK}{M}}}{4K} * (1 - e^{-\frac{2XK}{M}} * (1 + \frac{2XK}{M} + \frac{2X^2 K^2}{M^2}))$$



GRAF. 13

< > VARIAÇÃO PARAMETRO "M"

## 5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Para se poder analisar os resultados obtidos com a análise de tronco exposta neste trabalho, apresenta-se um quadro, mostrando o resumo da metodologia aplicada.

A discussão de cada item apresentado neste resumo da metodologia consta no capítulo 4.

Apresentar-se-á, nas próximas linhas, a discussão dos principais passos para se realizar uma análise de tronco

1) Coleta e preparação das fatias: este item se refere à marcação da árvore em pé, a marcação das fatias, transporte, secagem, lixagem e arquivamento das fatias.

1.1) Corte da árvore: a árvore deverá ser marcada antes de ser derrubada na altura de 1,30 m e 0,0 m a partir do solo, sobre uma linha, cuja posição deverá ser definida como um dos quatro pontos cardeais (Norte, Sul, Leste, Oeste). Estas marcas deverão ficar voltadas para cima do tronco derrubado.

As fatias que forem extraídas do tronco abatido, deverão ser criteriosamente marcadas de tal maneira que se possa recompor a árvore posteriormente. As marcas deverão incidir numa mesma linha (Norte, Sul, Leste ou Oeste) sobre o tronco abatido.

Ao se derrubar a árvore, deve-se levar em consideração que ficam  $\pm$  20 cm de toco no solo, o qual também será marcado na mesma linha das demais (Norte, Sul, Leste ou Oeste).



1.2) Escolha, marcação e corte das fatias: com a treina estendida sobre o tronco da árvore abatida, na posição da linha (Norte, Sul, Leste ou Oeste) escolhida, retiram-se as fatias 0,30 m, 1,0 m, 1,30 m e as demais extraídas entre os verticilos (entre-nós).

A fatia 0,0 m deverá ser extraída do toco que ficou no solo. A altura da fatia deverá ser enumerada. Esta marca é fixa na árvore (tronco) e contém 2 (dois) números. O primeiro número da marcação indica o número da árvore que está sendo abatida e o outro a altura da fatia que está sendo marcada.

O corte das fatias, deverá ser feito antes e depois da marca de tal modo que a fatia tenha  $\pm 5$  cm.

1.3) Transporte das fatias: o transporte das fatias até o local da secagem deverá ser realizado imediatamente após o corte das mesmas. Este transporte deve ser realizado em recinto ventilado. Aconselha-se transportar em "saco de estopa", sendo 1 (um) saco para cada árvore, se possível, ou mais de 1 (um) por árvore, mas nunca mais de 1 (uma) árvore-or saco.

1.4) Secagem e lixamento das fatias: após a chegada das fatias no local da secagem, estas deverão ser expostas para secar de tal forma que fiquem somente com suas cascas em contato com qualquer superfície (em pé).

Depois de  $\pm 48$  horas, as fatias devem ser lixadas nos dois lados da fatia.

Após o lixamento deve-se marcar os raios que serão posteriormente medidos. Os raios deverão formar 90 graus entre si e o primeiro deverá ser no sentido anti-horário apar-

tirar do maior raio da fatia considerando o anel mais externo desta.

Para se chegar a este resultado foi realizado um teste estatístico em blocos ao acaso, sendo as  $n$  fatias os  $n$  blocos e as subcombinações dentro de cada combinação, os tratamentos. Por exemplo na combinação  $C_2^2$ , obtem-se 28 (vinte e oito) subcombinações que compuseram os 28 (vinte e oito) tratamentos nos  $n$  blocos, quanto foram as  $n$  fatias da árvore.

Depois do teste realizado a nível de 95% de probabilidade, chegou-se ao resultado mais satisfatório para as combinações  $C_4^4$  e  $C_8^8$ . Dentro da combinação  $C_4^4$  apenas considerando os raios que formarem diâmetros, ou seja, 90 graus entre si.

Medindo-se 4 (quatro) raios, formando 90 graus entre si e também os 8 (oito) raios, obteve-se o mesmo resultado. Desta forma, optou-se pelo mais prático, ou seja, medindo apenas aqueles que formaram 90 graus entre si. Ainda chegou-se ao melhor resultado com raios que formassem 90 graus entre si, sendo que o primeiro fosse 5 graus a partir do maior raio da fatia.

1.5) Arquivamento: Para não ocupar espaço demais, aconselha-se sejam retiradas cópias xerox das fatias marcando os encontros dos raios com os anéis, por fatia.

Deve-se observar que toda xerox deverá ter a identificação da fatia (Figura 24).

2) Medição das fatias: para se medir os raios de cada e cada anel em cada fatia basta que se coloque uma régua comum de boa precisão sobre cada 1 (um) dos 4 (quatro) raios escolhi-

dos de tal forma que o zero da régua coincida com a medula da fatia, lendo-se diretamente o valor de cada raio para cada anel.

### 3) Computação

3.1) Quadro-resumo: com os dados das fatias medidas nos quatro raios por anel, entra-se no programa de computação, o qual ainda necessita conhecer a altura das fatias e a altura total da árvore para ser conforme como no resultado do quadro-resumo.

O quadro-resumo da análise de tronco permite ao pesquisador verificar o desenvolvimento passado da árvore, desde o plantio até a data do corte.

O programa elaborado para esta análise calcula o DAP (diâmetro à altura do peito, sendo este formado pelo dobro do raio médio aritmético dos quatro raios medidos no anel), a área transversal (sendo esta dada pela fórmula  $g = \text{DAP}^2 \pi / 4$ ), a altura e o volume (que se baseia na somatória do volume de pequenos troncos - pedaço compreendido entre duas fatias) e o cone final (pedaço compreendido entre a última fatia e o término do anel) calculado através da fórmula geral:

$$V = \sum V_t + V_c.$$

Para o cálculo do término do anel por idade, isto é, para determinar a altura de cada anel, foi realizado um teste estatístico de análise de variância (fuste "F"), que se baseia comparando-se o término do anel real encontrado por cortes macroscópicos sucessivos, procurando observar a fatia em que o anel por último apareceu .

Chegou-se ao resultado que a hipótese baseada no paralelismo ao anel imediatamente exterior, foi a melhor.

Este resultado consiste em se considerar que o anel sai da fatia onde por último foi visível, com o mesmo ângulo que o do anel imediatamente mais externo a este. Este teste foi realizado a nível de 95% de probabilidade nas quatro árvores analisadas.

Se houver o caso em que o paralelismo do anel considerado mais externo ultrapasse o segundo, o computador está programado para fazer com que o término deste anel ocorra na fatia imediatamente superior, onde, por último foi visível. Este erro, caso ocorra, é estatisticamente insignificante, podendo ser desprezível.

Além do quadro-resumo, o pesquisador poderá obter os dados originais, bastando para isto comprimir o comando correspondente à pergunta formulada.

3.2) Gráficos: de posse do quadro-resumo, calculado pelo computador, pode o pesquisador ainda no mesmo programa, escolher quais destes resultados quer traçar, podendo, eventualmente, executar a todos.

Para traçar os pontos, basta que se responda à pergunta do computador, qual a coluna do quadro-resumo que quer solicitar. Com a coluna e os limites desejados definidos que são perguntados pelo computador, o mesmo executa, marcando os pontos da coluna do quadro-resumo escolhida em relação à idade que é sempre o eixo das abcissas.

Poder-se-á ainda ter o gráfico do diâmetro/altura, bastando para isto responder afirmativamente quando o computador indagar sobre o assunto.

4) Função de crescimento e incremento: com a análise de tronco completa ou parcialmente conforme o pesquisador assim o deseje, o computador pergunta se se quer as funções de crescimento e, se a resposta for afirmativa, a sub-rotina correspondente a este assunto é executada.

Quando se inicia o cálculo pela sub-rotina de funções de crescimento, o computador pergunta qual a equação que foi eleita (Gompertz, Richards, Hegershoff ou Prodan). Em função desta resposta ele trará a sub-rotina do método dos mínimos quadrados (para equação de Hegershoff e as sugeridas por Prodan (1968) ou a sub-rotina para o cálculo pelo método de STEVENS (1951) (para as equações de Richards e Gompertz).

Após a execução por um ou outro método (conforme exemplo em anexo a este capítulo) o pesquisador poderá ou não ajustar esta função calculada aos dados graficamente, bastando para isto responder às perguntas formuladas pelo computador.

Para se decidir qual ou quais equações são aconselháveis para ajustar dados de crescimento de árvores de Pinus elliottii e Pinus taeda mediante análise de tronco, foi feito um teste com as equações escolhidas na literatura pesquisada.

Encontradas as equações julgadas pela literatura como melhores, foi realizado o teste do resíduo mínimo. Este teste se baseia na fórmula

$$r = \sqrt{(y - \hat{y})^2 / (n-2)}$$

Onde:

r = resíduo

y = valor real

$\hat{y}$  = valor gerado pela equação na forma original

$n$  = número de observações

Para o cálculo dos parâmetros de cada equação necessitam-se transformações específicas em função de sua forma e do método a ser empregado na regressão. Após calculados os parâmetros, devolve-se a forma original da equação (antes da transformação) e sobre esta calcula-se o resíduo. Desta maneira, estar-se-á trabalhando com todas as equações no mesmo plano, podendo ser comparadas.

A equação será melhor ajustada quanto menor for este resíduo.

Apresentam-se abaixo as equações testadas com seus respectivos resíduos. Os dados para esta comparação foram os mesmos usados no Capítulo 6 deste trabalho, considerando altura em função da idade de Pinus elliottii com 8 anos de idade.

| <u>EQUAÇÃO</u>                                       | <u>RESÍDUO</u> |
|--|----------------|
| LOGÍSTICA Met. Sel. pontos                           | 3.635991565    |
| LOGÍSTICA met. Fischer                               | 1.411860339    |
| LOGÍSTICA met. Hottelings                            | 1.445532696    |
| LOGÍSTICA met. Yules                                 | 1.398297530    |
| LOGÍSTICA met. Rhodes                                | 1.378431710    |
| LOGÍSTICA met. Nair                                  | 1.364677518    |
| RICHARDS   | 7.63411E-03    |
| GOMPERTZ   | 4.59536E-03    |
| LOGÍSTICA (Mischan)                                  | 0.428278019    |
| PRODAN ( $y = x^2/a + bx$ )                          | 0.052296980    |
| PRODAN ( $y = x^3/(a + bx^3)$ )                      | 0.657053009    |
| HUGERSHOFF (incremento)                              | 0.042299312    |
| HUGERSHOFF (crescimento depois do<br>ajuste gráfico) | 8.11928E-03    |
| BACHMAN  | 1.088345837    |

Comprovou-se, conforme a literatura consultada, a afirmação de que as equações de Gompertz, Richards e Gompertz seriam as melhores. Os resultados mostraram realmente, as que

consideraram a forma sigmóide típica de crescimento de animais e plantas. No entanto, pode-se sugerir as equações apresentadas por PRODAN (1968) para representar o crescimento quando este não possui ponto de inflexão.

Derivando-se as funções de crescimento, obtem-se as funções de incremento e, estas por sua vez, podem dar origem àquelas, pela integral.

Sendo as equações de Richards, Gompertz e a de PRODAN (1968) de crescimento deve-se usar dados de crescimento para ajustá-las, assim como devem ser usados dados de incremento para resolver as equações de Hegershoff.

Todos os programas em anexo ao trabalho para resolver a análise de tronco completa e ajuste das funções de crescimento, foram desenvolvidos no Centro de Computação do Curso de Engenharia Florestal com um computador HP 9830 A de linguagem BASIC com 8 K Words.

Com exceção do programa para o cálculo do método dos mínimos quadrados que é uma adaptação do programa REG do pacote de programas da IBM para o computador IBM 1130 em linguagem FORTRAN, todos os demais inclusive os usados para testes estatísticos apresentados neste trabalho, foram desenvolvidos pelo autor.

## 6. EXEMPLO

Neste capítulo apresenta-se um exemplo completo da metodologia usada neste trabalho, com os resultados alcançados.

Foi considerada para este exemplo uma árvore de Pinus elliottii com 8 (oito) anos de idade, coletada na região de Ponta Grossa, Estado do Paraná.

A árvore foi derrubada seguindo-se a metodologia apresentada no Capítulo 4.1, deste trabalho, as fatias <sup>R</sup>contadas foram secadas, lixadas e marcadas, conforme critérios metodológicos deste trabalho.

Com os quatro raios medidos por fatia, entrou-se no programa de computação da análise de tronco, obtendo-se como resultado um quadro (Quadro 02), considerando o raio médio por fatia, por anel.

Com estes dados, foi calculado pelo computador, usando-se o mesmo programa, o quadro-resumo da análise de tronco (Quadro 03).

Utilizando-se destes dados-resumos, ainda no mesmo programa, usando as sub-rotinas de traçados gráficos, os seguintes gráficos foram traçados:

- 1) Altura/idade
- 2) Diâmetro/idade
- 3) Área transversal/idade
- 4) Volume/idade

- 5) Fator de forma comum/idade
- 6) ICA/idade (DAP)
- 7) IMA/idade (DAP)
- 8) ICA/idade (altura)
- 9) IMA/idade (altura)
- 10) ICA/idade (área transversal)
- 11) IMA/idade (área transversal)
- 12) ICA/idade (volume)
- 13) IMA/idade (volume)
- 14) Diâmetro/altura

A apresentação destes gráficos encontra-se em anexo deste capítulo.

Este é o resultado completo da análise de tronco realizada pelo computador, porém pode o pesquisador escolher quais gráficos quer traçar, bem como se quer ou não o quadro dos dados originais.

Após a execução de toda a análise de tronco, o programa chama uma sub-rotina que calcula os parâmetros das equações de Richards ou Gompertz se assim o pesquisador o desejar. Se caso queira somente a análise de tronco, o programa pode parar após a execução desta.

O método utilizado para o ajuste das equações de Richards e Gompertz é o método proposto por STEVENS (1951), conforme já mencionado em páginas anteriores deste trabalho.

Os gráficos com as equações devidamente ajustadas, não serão apresentados neste capítulo pois, já o foi no Capítulo 4.2.1, onde foram usados os mesmos dados para a comparação das equações.

Também, usando esta sub-rotina do programa de computação, pode o pesquisador escolher se quer executar, além das equações de Richards e Gompertz, as equações de Hegershoff e as sugeridas por PRODAN (1968), usando para isto os mesmos dados e podendo constatar qual a melhor para os mesmos.

Para o caso pelo método dos mínimos quadrados, o computador fornece, além dos resultados dos parâmetros, coeficiente de correlação, a análise de variância com o teste "f" e o teste "t".

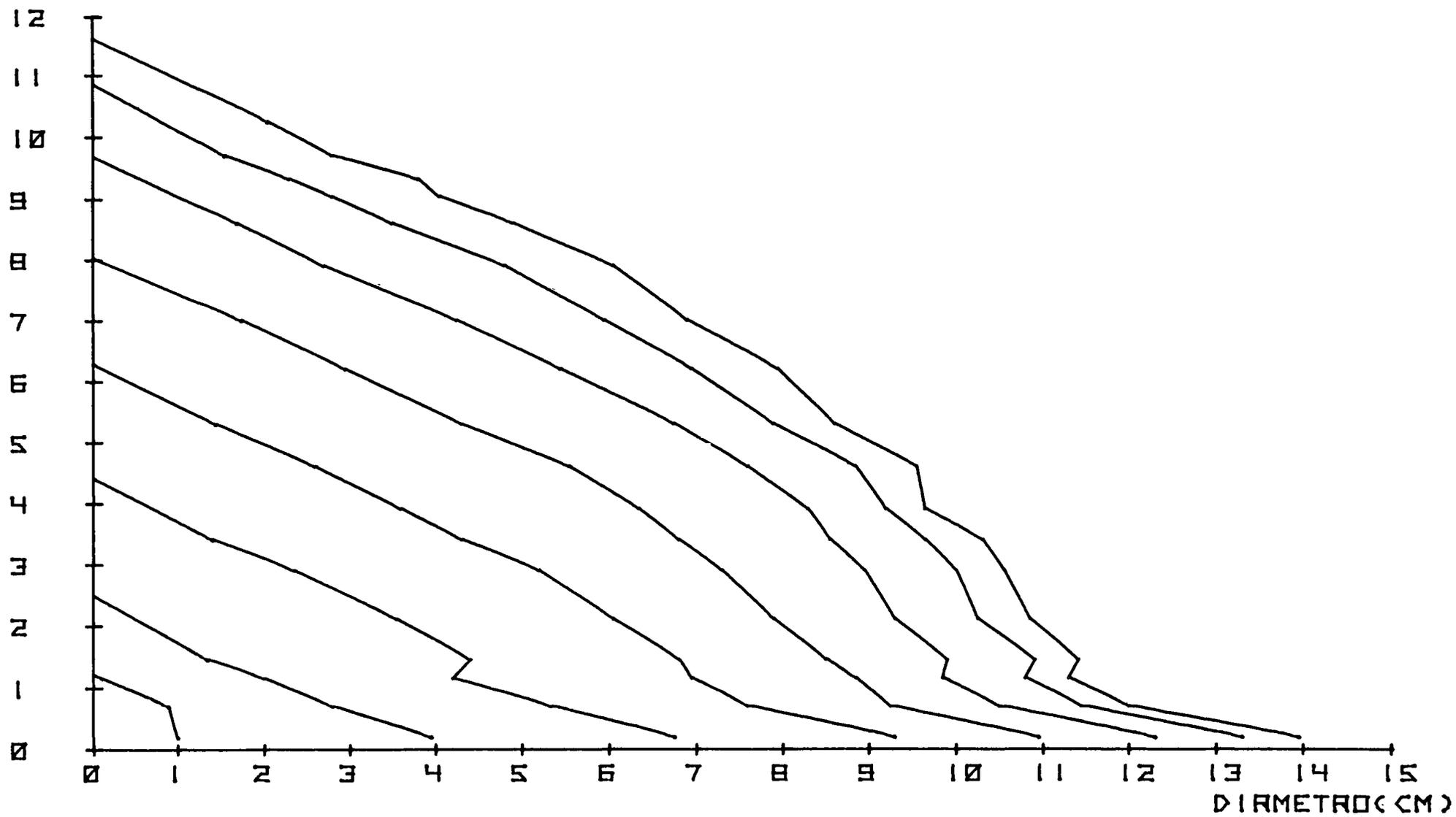
Para o caso de se querer o cálculo pelo método de Stevens (1951), o computador fornece:

- a) Parâmetros ou coeficientes da equação de Stevens.
- b) Parâmetros da equação de Richards ou Gompertz conforme escolhida.
- c) Variâncias e covariâncias de cada parâmetro da equação de Stevens.
- d) Coeficiente de correlação, variação.
- e) Variância residual e erro-padrão de estimativa.
- f) Dados originais que deram origem à equação.

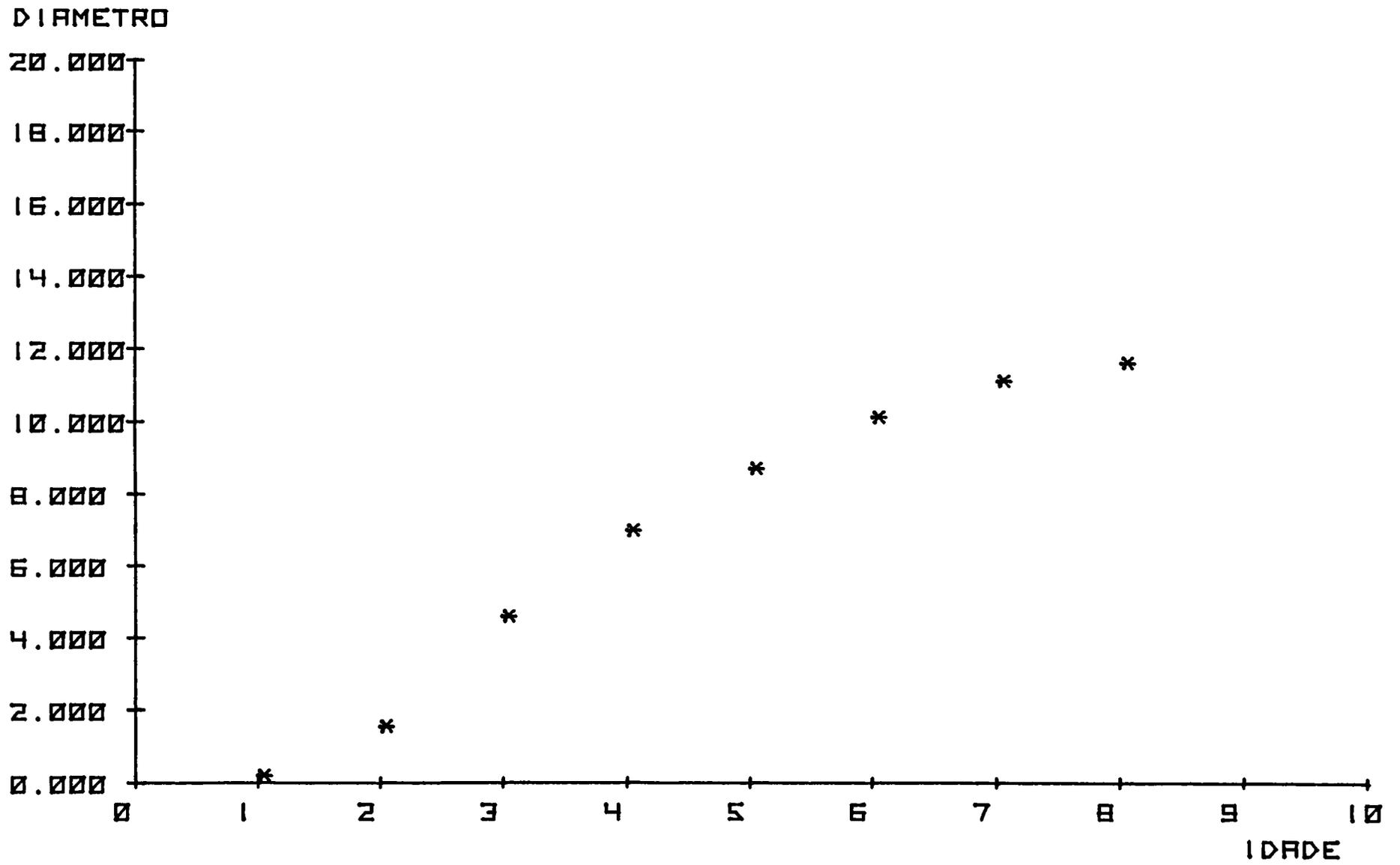
Para visualização é apresentado no anexo deste capítulo, um exemplo com os resultados fornecidos pelo método de STEVENS e pelo método dos mínimos quadrados. Estes resultados são os que o pesquisador terá acesso se executar as regressões por um ou outro método.



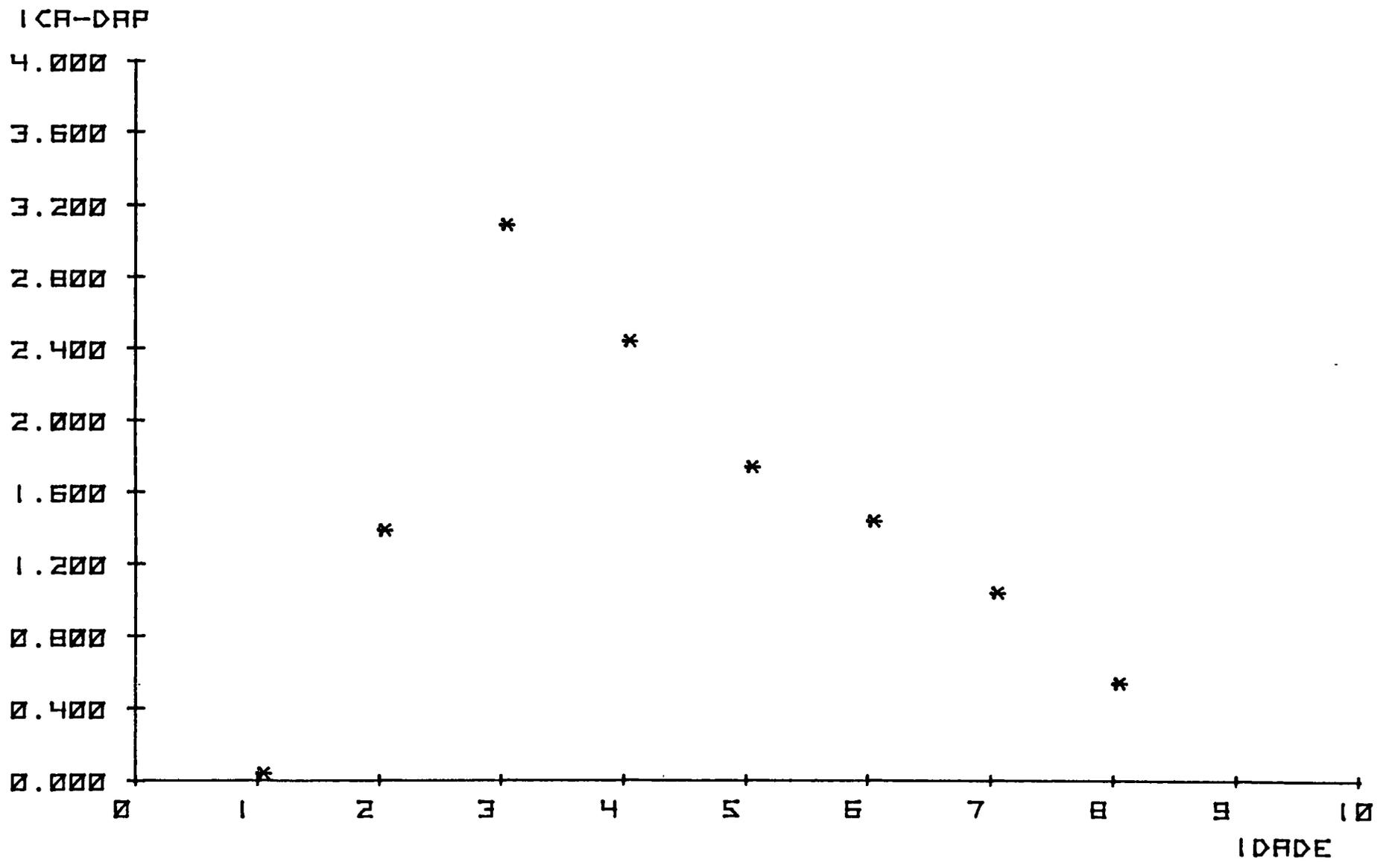
ALTURA (M)



GRAF. 14

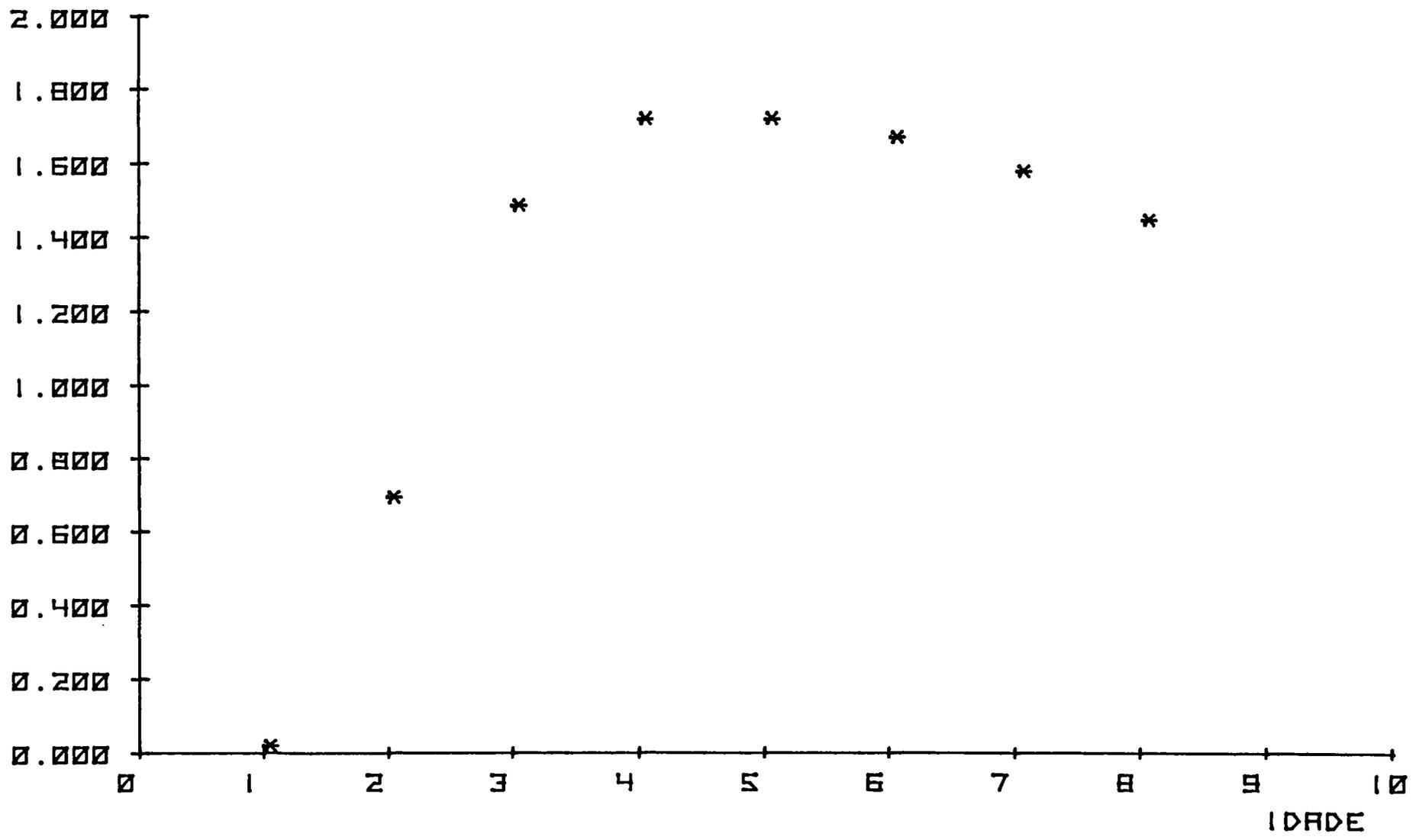


GRAF. 15

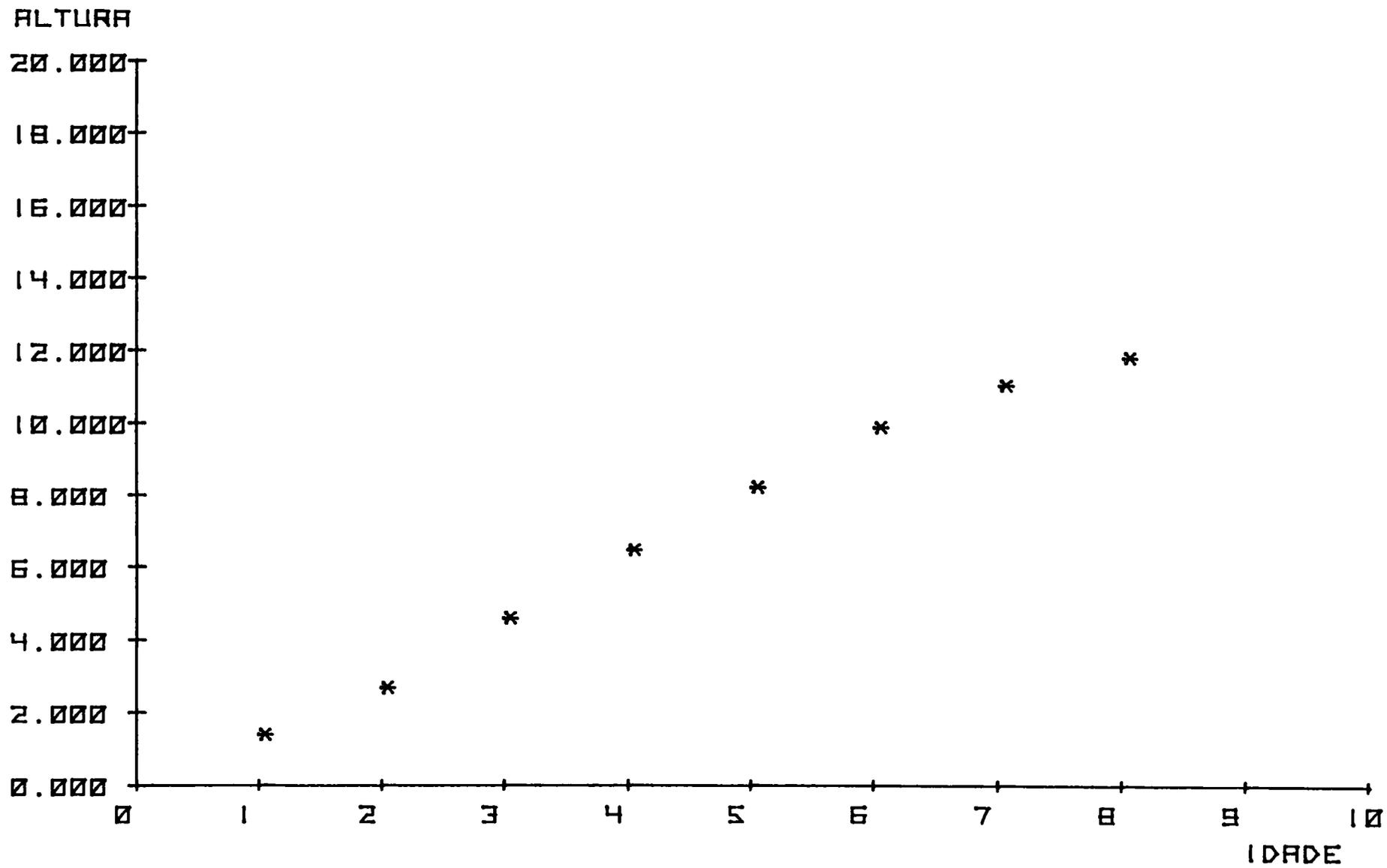


GRAF. 16

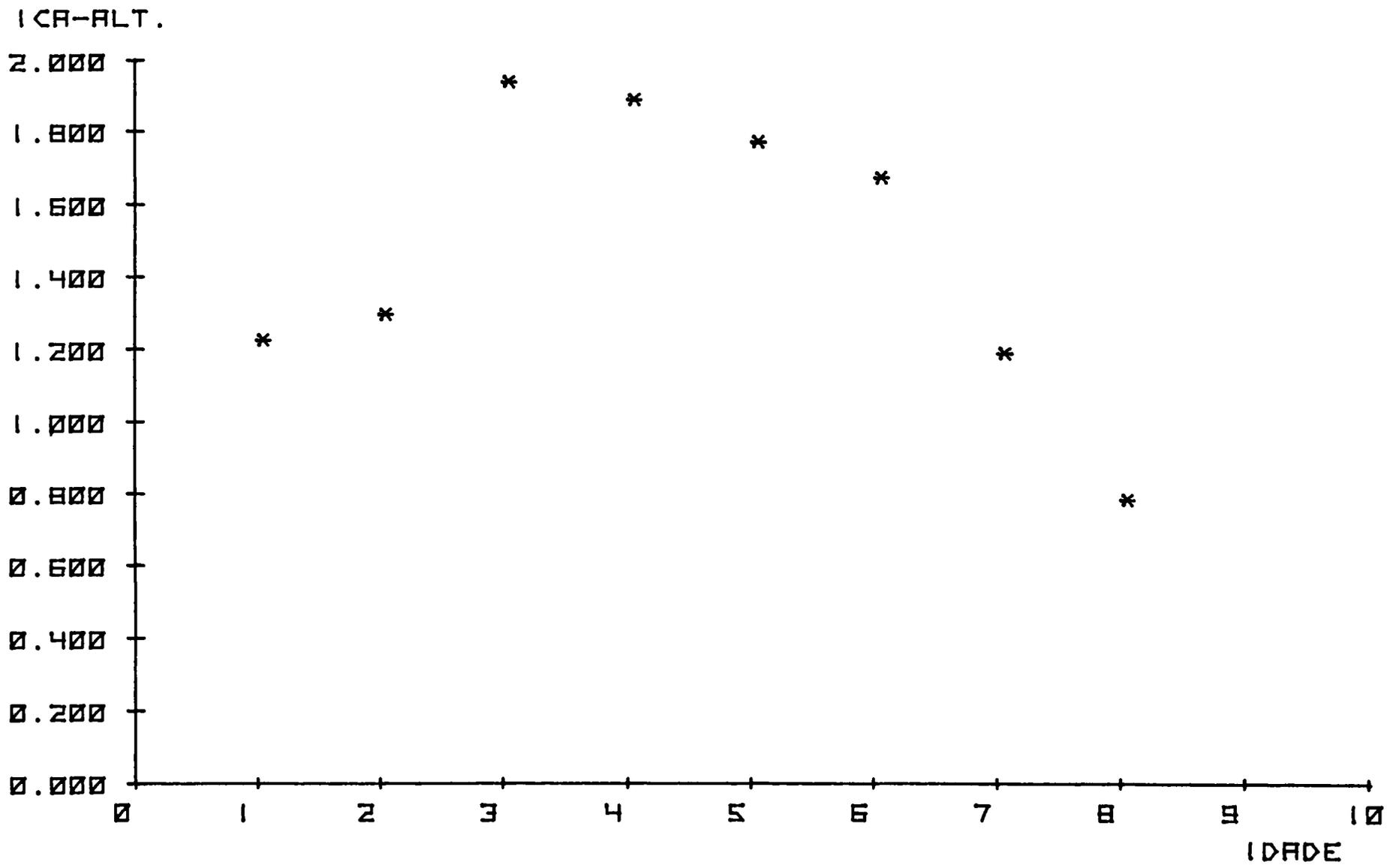
IMA-DAP



GRAF. 17

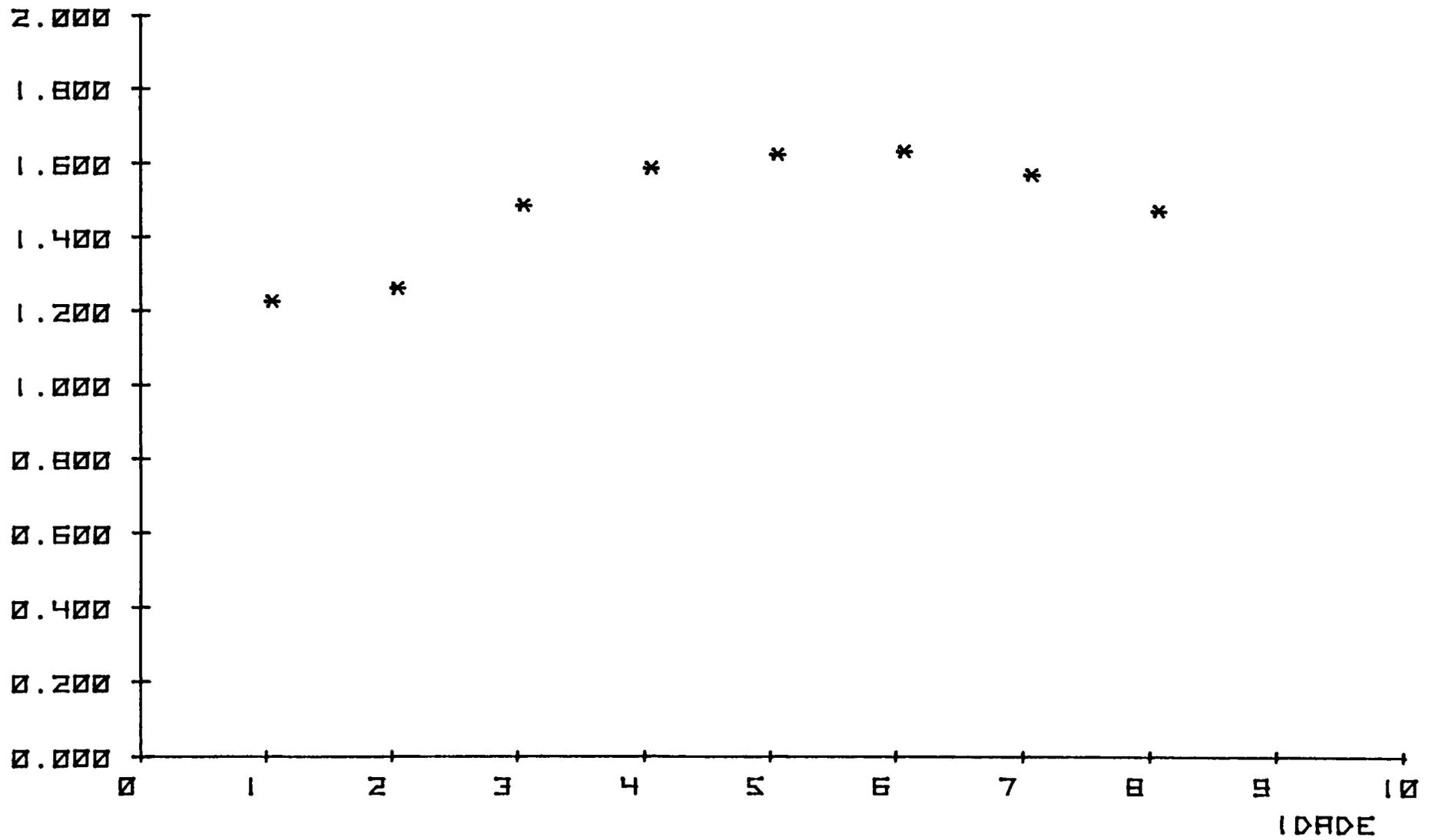


GRAF. 18



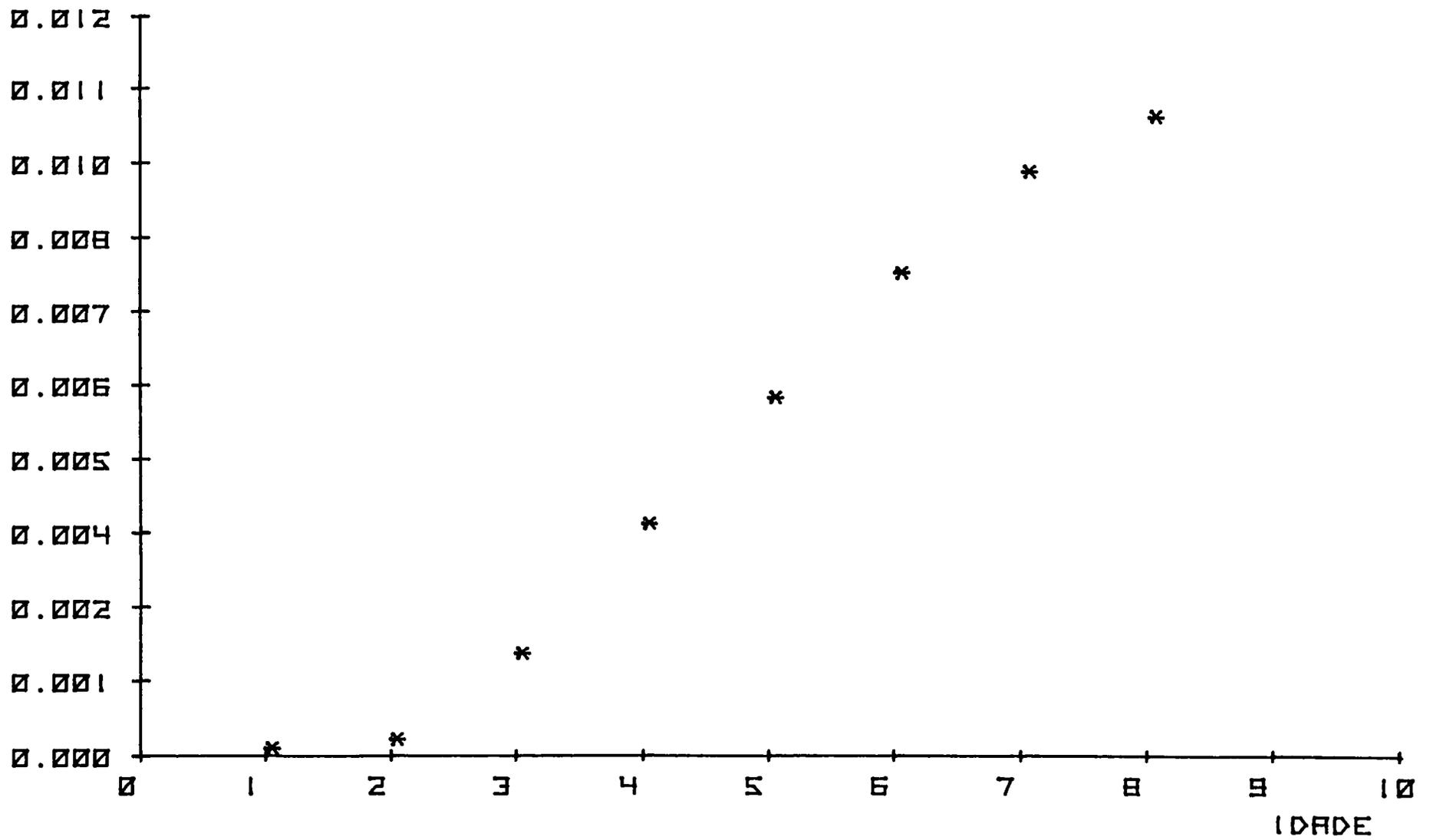
GRAF. 19

IMA-ALT.



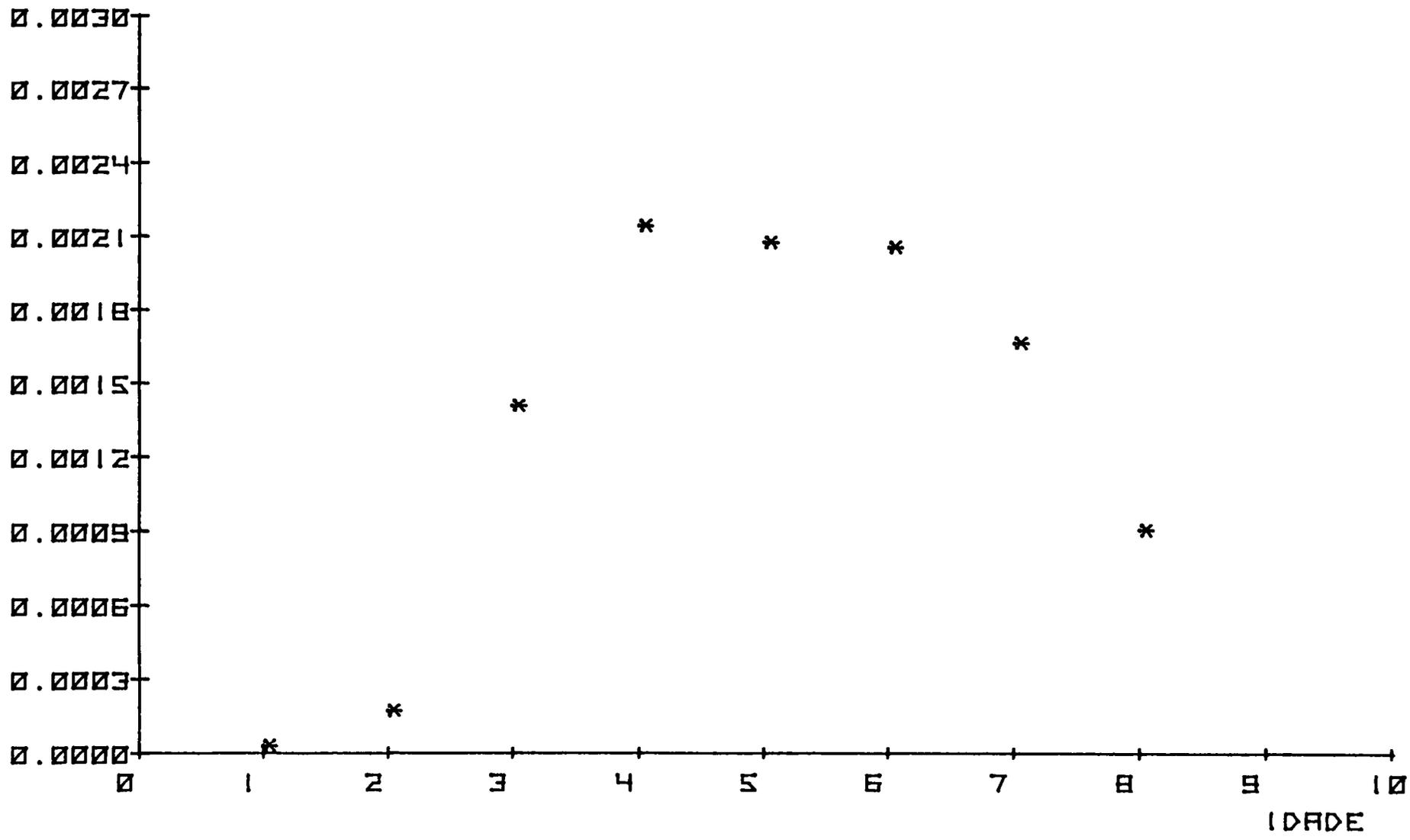
GRAF. 20

R. TRANSV.



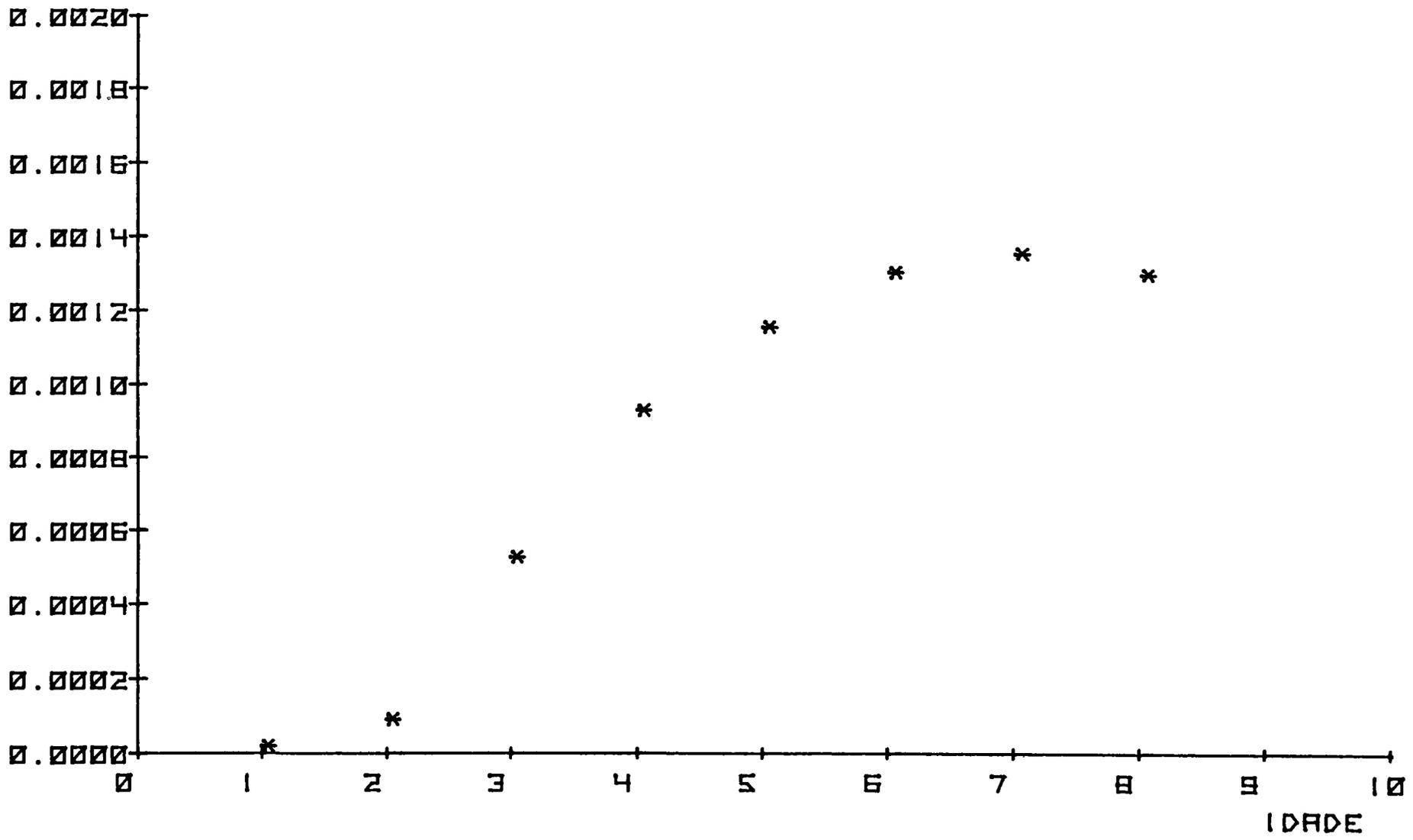
GRAF. 21

ICR-R.T.



GRAF. 22

IMR-R.T.



GRAF. 23

VOLUME

0.0800  
0.0720  
0.0640  
0.0560  
0.0480  
0.0400  
0.0320  
0.0240  
0.0160  
0.0080  
0.0000

0

1

2

3

4

5

6

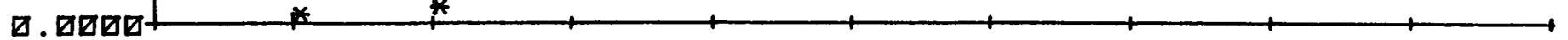
7

8

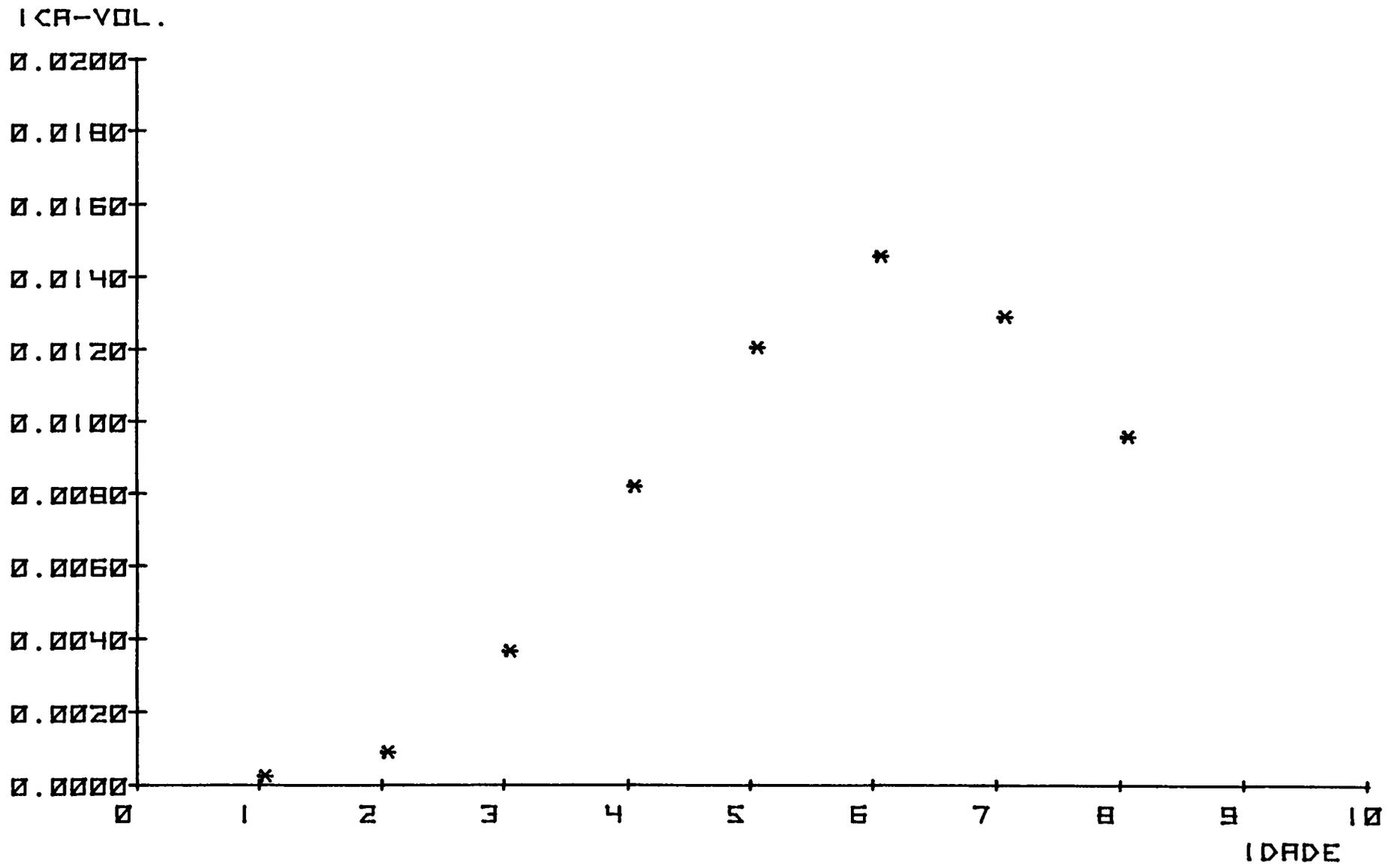
9

10

IDADE

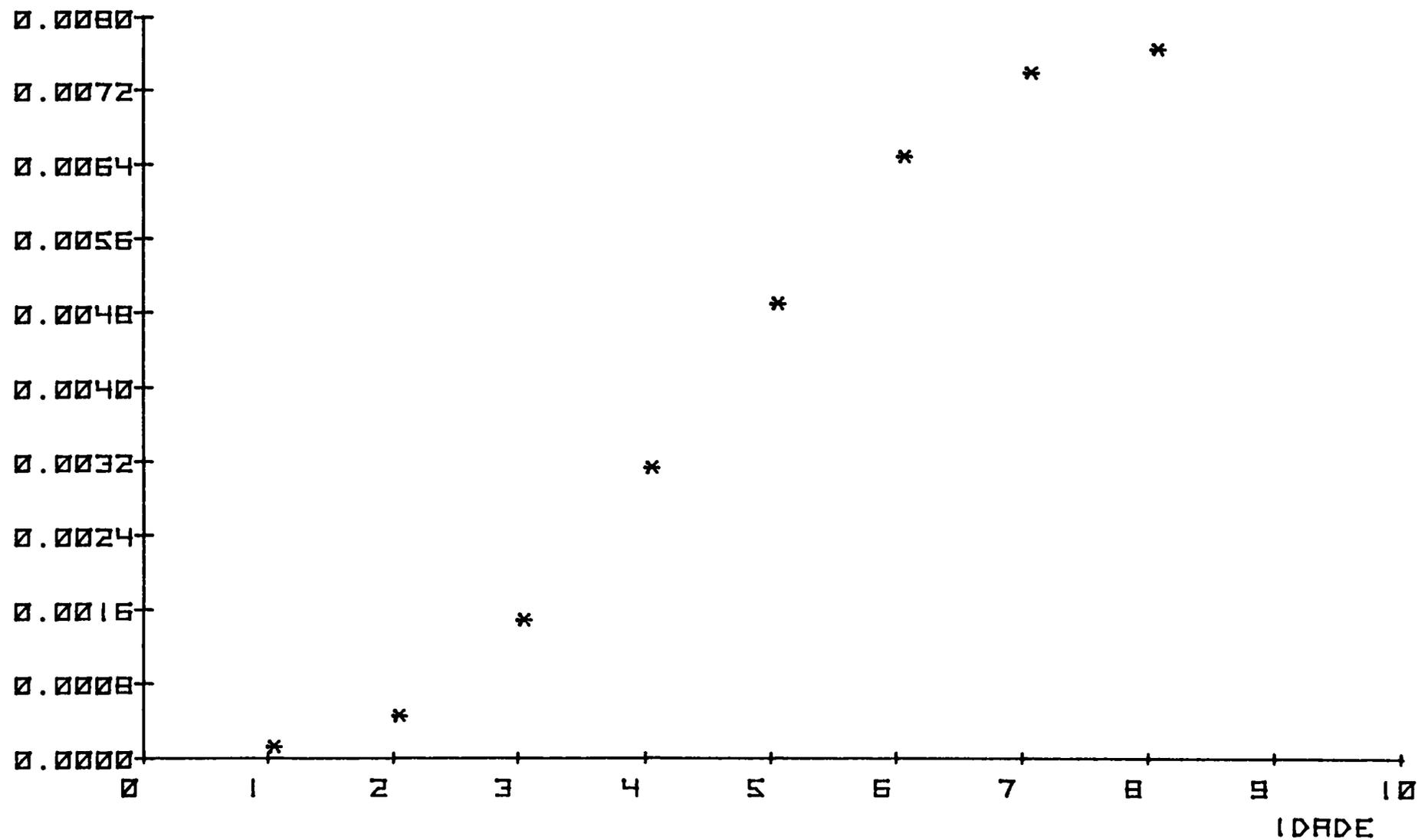


GRAF. 24



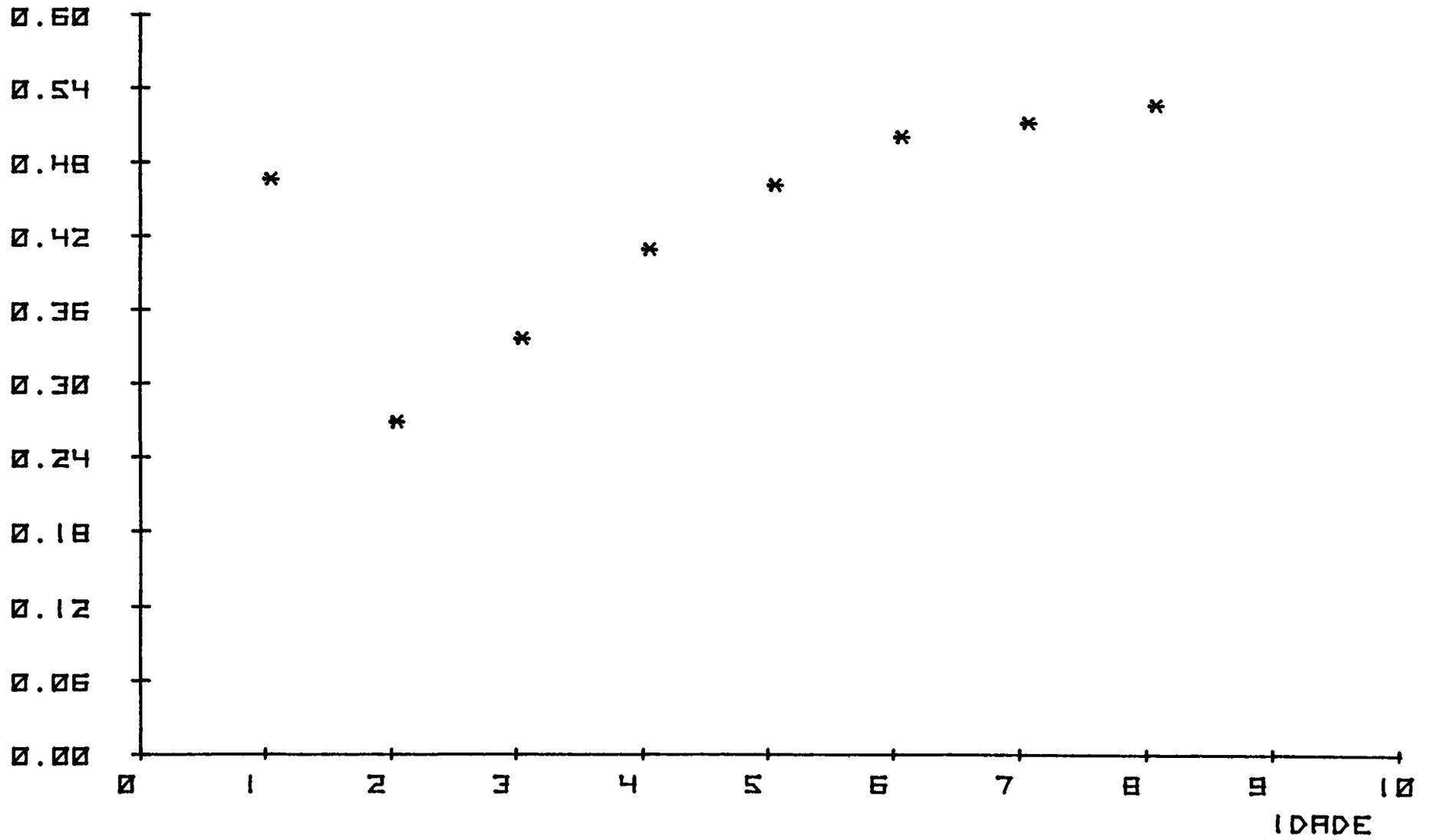
GRAF. 25

IMR-VOL.



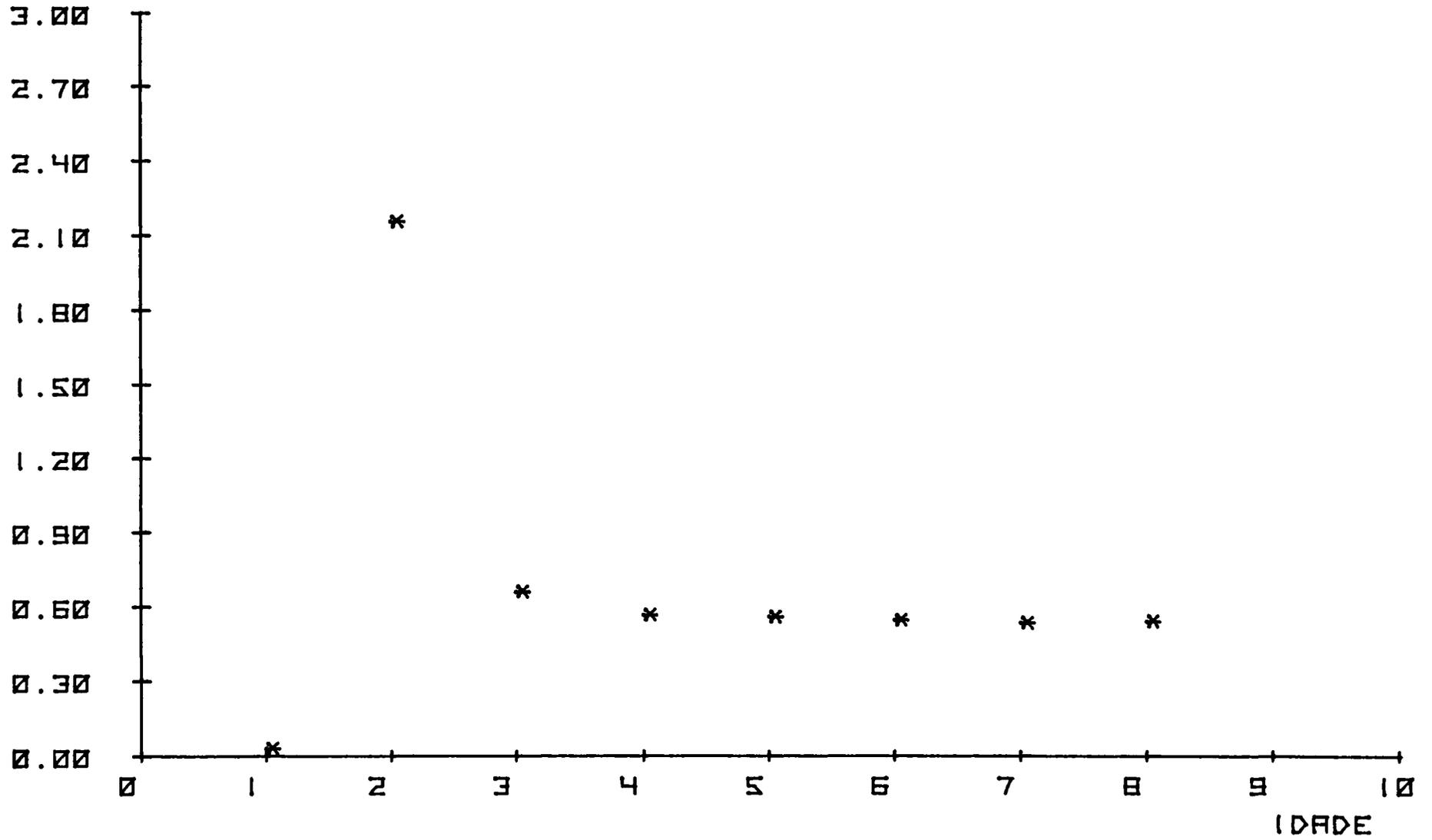
GRAF. 26

FF-HOH.



GRAF. 27

FF-COMUM



GRAF. 28

## 7. RESUMO E CONCLUSÃO

O presente trabalho é um estudo completo de todos os passos utilizados na análise de tronco de uma árvore, desde a marcação desta até os resultados obtidos, bem como a partir destes resultados, encontrar a equação que melhor se adapte a estes dados.

Apresenta-se a metodologia passo por passo para realizar a análise de uma árvore considerando árvores de Pinus elliottii e Pinus taeda, no Sul do Brasil.

A análise consiste em se medir quatro raios em cada fatia para cada anel, a altura das fatias e a altura total da árvore e, a partir destes dados, entrar no programa de análise de tronco, obtendo-se os resultados que esta pode oferecer. A partir destes dados de análise de tronco poder-se-á obter as funções de crescimento que melhor se adaptam a estes dados considerando as equações de Richards, Gompertz, Hegershoff e as equações apresentadas por PRODAN (1968).

Com os dados do crescimento passado da árvore desde seu plantio até a data de corte, obtido pela análise de tronco, poderá em função das equações de crescimento, conhecer-se o futuro desenvolvimento da árvore, supondo que esta terá um desenvolvimento baseado no crescimento passado e apoiado na função que o descreve.

Considerando o estágio atual dos povoamentos de Pinus elliottii e Pinus taeda no Sul do Brasil e não se tendo dados do crescimento passado dos mesmos, necessário se torna

recorrer à análise de tronco para se conhecer este crescimento.

Desde que as árvores escolhidas para a análise representem o maciço florestal no qual estavam contidas, poder-se-á concluir para o futuro destes maciços, ou seja, poder-se-á realizar a prognose dos maciços.

Acredita-se que este trabalho forneça subsídios necessários à prognose de povoamentos necessitando-se para isto, que as árvores escolhidas para análise representem o povoamento, e é neste ponto que se deixa uma lacuna para que no futuro, estudos de quais árvores representam o povoamento sejam realizados para que este trabalho tenha uma validade ainda maior.

## 8. BIBLIOGRAFIA

1. AMER, F.A. & WILLIAMS, W.T. Leaf area growth in Pearlargonium zonale. Ann. Bot., London, 21:339-42, 1957.
2. AVERY, T.E. Dendrochronology. In: Natural Resources Measurements. 2a. ed. Texas, McGraw-Hill Book Company, 1975, Cap. 15, p. 302-317.
3. ARRUDA, H.V.; VIEIRA, S.; HOFFMANN, R. Análise de uma função sigmóide. Arq. Inst. Biol., São Paulo, 40: 143-8, 1973.
4. BAIN, A.D. The growth of television ownership in the United Kingdom. Int. Econ. Rev., Pennsylvania, Pa, 3:145-67, 1962, Apud J. Royal Stat. Soc., A, London, 126: 285-99, 1963.
5. BASTOS FILHO, A.G. Reflorestamento no Brasil. Brasil Florestal, Rio de Janeiro, 6 (24):44-49, 1975.
6. BERTALANFFY, L. Von Quantitative laws in metabolism and growth. Q. Rev. Biol., Baltimore, 32:217-31, 1957.
7. BERUTTI, P.A. O Reflorestamento e a pesquisa florestal no IBDF. Brasil florestal, Rio de Janeiro, 5 (19):3-13, 1974.
8. BRUCE, D.; SCHUMACHER, F. Growth of the tree. In \_\_\_\_\_ & \_\_\_\_\_. Forest Mensuration. 3. ed. London, Pergamon Press, 1950, p. 374-385.
9. CAUSTON, D.R. A computer program for fitting the Richards function. Biometrics, Washington, 25:401-9, 1969.
10. CORTARELLI, A. Estudo da curva de crescimento de machos da raça Nelore, através de quatro modelos estocásticos. Jaboticabal, SP, 1973, 179 p. Tese (Doutoramento) FMVAJ.
11. CROXTON, F.E. & COWDEN, D.J. Analysis of time series. In: \_\_\_\_\_. Applied general statistics. 2a. ed. New York, Prentice - Hall (1955), cp. 13, p. 297-319.
12. DAY, R.H. Simple methods of estimating certain non-linear functions. Agriculture Handbook, Washington, 256:1-27, 1963.

13. ECKSTEIN, D. Tree-ring research in Europ. Tree-Ring Bul., 32:1-18, 1972.
14. GOMES, A.M.A. Forma da árvore. In: \_\_\_\_\_, Medição de arvoredos, Livraria Sã da Costa, 1957. Cap. 4, p. 73-85.
15. HARTLEY, H.O. The efficiency of internal repression for the fitting of the exponential regression. Biometrika-London, XLVI:293-5, 1959.
16. HARTLEY, H.O. The modified Gauss-Newton method for the fitting of nonlinear repression functions by least square. Technometrics, 3:269-80, 1961.
17. HERMAN, F.R.; DeMARS, D.J.; WOOLLARD, R.F. Field and Computer techniques for stem analysis of coniferous forest trees. USDA Forest Service Research Paper PNW - 194, 1975.
18. HOFFMANN, R. & BERGER, R. Determinação da idade ótima de corte em povoamentos de Eucalyptus. IPEF, Piracicaba, 7:49-69, 1973.
19. HOFFMANN, R. & THAME, A.M. Determinação da idade ótima para primeiro desbaste em povoamentos de Pinus caribaea. Agro-Economico, Brasília, 2:9-37, 1970.
20. HUSCH, B.; MILLER, C.I.,; BEER, T.W. Growth of tree. In \_\_\_\_\_, Forest mensuration. 2a. ed. New York, The Ronald Press Company, 1972, cap. 15, p. 292-307.
21. JENSEN, C.E. and HOMEYER, J.W. Matchacurve-1 for algebraic transforms to describes sigmoid - or bell-shaped curves. USDA Forest Service, Utah, 1970.
22. LAIRD, A.K. Dynamics of tumor growth. BR. J. Cancer, 18: 490-502, 1964.
23. LEAL, J. Comparação de métodos para ajuste da curva logística, com emprego do computador. Curitiba, 1972. 54 p. (mimeografado).
24. LYON, C.J. Inter-correlations between growth rates of conifers in Northern New England. Tree-Ring Bul. 3(7): 24-26, 1941.
25. McGNNIES, W.G. Dendrochronology. Jornal of Forestry, 61 (1):5-11, 1963.
26. MISCHAN, M.M. Análise econométrica de crescimento de gado bovino, Botucatu, 1972, 121 p. Tese (doutoramento) FCMBB.
27. NAIR, K.R. The fitting of growth curves. In: \_\_\_\_\_. Statistics and Mathematics in Biology. Iowa, The Iowa State College, 1954.

28. NELDER, J.A. The fitting of a generalization of the logistic curve. Biometrics. Washington, 17:89-110, 1961.
29. \_\_\_\_\_. An alternative form of a generalized logistic equation. Biometrics, Washington, 18:614-6, 1962.
30. NOGUEIRA, I.R. Pesquisa sobre o planejamento experimental de ensaios de adubação. Piracicaba, Sao Paulo, 1960. 44 p. Tese (livre docência) ESALQ.
31. OLIVER, F.R. Methods of estimating the logistic growth function. Appl. Statist., Londo, 13: 57-66, 1964.
32. PATTERSON, H.D. A simple method for fitting an asymptotic regression curve. Biometrics. Washington, 12: 323-9, 1956.
33. PATTERSON, H.D. and LIPTON, S. An investigation of Hartley's methods for fitting on exponential curve. Biometrika. London, XLVI(46): 281-292, 1959
34. PEARL, R. & REED, L.J. On the rate of growth the population of the United State since 1790 and its mathematical representation. Proc. Natn. Acad. Sci. USA. Washington, 6: 275-88, 1920.
35. PIENAAR, L-V. Quantitative theory of forest growth. Washington 1965. 167 p. Tesis (Doctor of Philosophy).
36. PIENAAR, L.V. & TURNBALL, K.J. The Chapman- Richards generalization of von Bertalanffy's growth model for basal area growth and yield in even-aged stands. Forest Science, 1(19): 2-22, 1973.
37. PILCHER, J.R. Tree Ring research in Ireland. Tree Ring Bul. 33:1-5, 1973.
38. PRESCOTT, R.D. Law of growth in forescanting demand. J. Am. Statistics. Ass., 18: 471-9, 1922.
39. PRODAN, M. Growth functions. In: \_\_\_\_\_. Forest Biometrics. London, 1968. cap. 22 p. 341-394.
40. RAWAT, A. S.; FRANZ, F. Detailed non linear asymptotic regression studies on tree and stand growth with particular reference to forest yield research in Bavaria (Federal Republic of Germany) and India. In: IUFRO conference. Subject group S4.01 meeting. Forest resources Inventory, Nancy 1973. Procedigs. "s.1." University of Missori. School of Forestry Fisheris and wildlife, 1973. p. 180-221.
41. RICHARDS, F.J. A flexible growth function for impirical use. J. exp. Bot., Oxford, 10:290-300, 1959.

42. ROOS, C.F. & VON SZELISKI, V. Factors governing changes in domestic automobile demand. In:     . The Dynamics of Automobile Demand, New York, General Motors Corporation, 1930.
43. SCHULMAN, E.A. Bibliography of tree-ring analysis. Tree Ring Bul., 4(6):27-39, 1940.
44. SCHULTZ, H. The standart error of a forescast from a curve. J. Amn. Statistic. Ass., Boston, 25:139-85, 1930.
45. SILVEIRA JUNIOR, P. Estudo de alguns modelos exponenciais no crescimento de bovino da raça Bage. Piracicaba, SP, 1976. 174 p. Tese (mestrado) ESALQ.
46. SMITH, J. & HARRY, G. & KER, H.W. & HEGER, L. Natural and conventional height-age curves for Douglas fir and some limits to their refinement. World Forestry Congress, 5, Seattle, 1960. p. 546-551.
47. STEVENS, W.L. Asymptotic regression. Biometrics Washington, 7:247-67, 1951.
48. TOOTILL, J.P.R. Routine least squares estimation from models containing a simple non-linearity, Biometrics. Washington, 19:118-43, 1963.
49. TROUSDELL, K.B.; BECK, D.E. & LLOYD, F.T. Site index for Loblolly pine in the Atlantic Coastal Plain of the Carolina and Virginia. North Cent. For. Exp. Str., USDA For Serv. Res. Pap. SE -115, 11p.1974.
50. VALENTINI, R. Análise econômica do arraçoamento de frangos de corte. Piracicaba, SP, 1970. 230 p. Tese (doutoramento) ESALQ.
51. VERHULST, P.E. Recherches mathematiques sur la loi d'accroissement de la population. Académie de Bruxelles. Bruxelles, 18: 1-38, 1845.
52. VIEIRA, S. Estudo de funções assintótico-sigmóides. Piracicaba, SP, 1975, 105 p. Tese (livre docencia) UNICAMP.
53. WALFORD, L. A new graphic method of discribing the growth of animals. Biol. Bul., 90: 141-7, 1946. Apud Biometrics, 22: 162-78, 1966.
54. WILL, H.S. On fitting curves to observational series by the methods of differences. Ann. Math. Statistic Hayward, 1: 159-90, 1930.
55. WINSOR, C.P. The Gompertz curve as a growth curve. Proc. Nat. Quad. Sci. USA, 18: 1-8, 1932.

APÉNDICE

```

0 REM.....PROGRAMA QUE CALCULA UMA ANALISE DE TRONCO COMPLETA=====
0 REM.....ENTRADA COM DIAMETRO(CM) POR FATIA, ALTURA DAS FATIAS=====
0 REM.....E ALTURA TOTAL DA ARVORE=====
0 REM.....DADOS POR ENTRADA DIRETA OU GRAVADOS EM FITA K-7 E SE ASSIM FOR
0 REM.....DEVEM TER SIDO GRAVADOS COM A MATRIZ ES(30,4)=====
0 REM.....O PROGRAMA PREVE UM MAXIMO DE 40 FATIAS COM 30 ANEIS, PODENDO SEI
0 REM.....ALTERADO E PARA ISTO BASTA AUMENTAR O DIM DO PROGRAMA ATE A====
0 REM.....CAPACIDADE MAXIMA DO COMPUTADOR =====
0 DIM GS[40,20],DS[30,15],HS[40],VS[40],AS[10],ES[30,4]
00 REM.....ZERACAO DAS MATRIZES=====
10 MAT G=ZER
20 MAT D=ZER
30 S=S1=S2=0
40 REM.....ENTRADA DE DADOS=====
50 DISP "IDENTIFIQUE A ARVORE";
60 INPUT A$[1,10]
70 DISP "ENTRADA DIRETA(1) OU FITA(0)";
80 INPUT T8
90 IF T8=0 THEN 360
00 DISP "NUM. FATIAS, IDADE DA ARV.";
10 INPUT N,N3
20 FOR I=1 TO N
30 DISP "NUM.ANEIS DA FATIA "I;
40 INPUT NO
50 FOR J=1 TO NO
60 FOR K=1 TO 4
70 DISP "FATIA" I "ANEL" J "RAIO" K;
80 INPUT E[J,K]
90 S=S+E[J,K]
00 NEXT K
10 G[I,J]=S/4
15 S=0
20 NEXT J
30 S=0
40 NEXT I
50 GOTO 460
60 DISP "NUM.ARQUIVOS, IDADE DA ARV.";
70 INPUT N,N3
80 FOR I=1 TO N
90 DISP "ARQUIVO E NUM.ANEIS,FATIA" I;
00 INPUT N1,N2
10 LOAD DATA #5,N1,E
20 FOR J=1 TO N3
30 G[I,J]=(E[J,1]+E[J,2]+E[J,3]+E[J,4])/4
40 NEXT J
50 NEXT I
60 DISP "ALTURA TOTAL DA ARVORE";
70 INPUT H
80 FOR I=1 TO N
90 DISP "ALTURA FATIA" I;
00 INPUT H[I]

```

```

10 NEXT I
20 DEG
30 REM.....CALCULO DO VOLUME E DO TERMINO DO ANEL(ALTURA)=====
40 D[1,4]=H
50 FOR J=1 TO N3
60 S=0
70 FOR I=1 TO N-1
80 IF G[I+1,J]=0 THEN 610
90 S=S+(((PI*(H[I+1]-H[I]))/3)*(G[I,J]^2+G[I+1,J]^2+G[I,J]*G[I+1,J])/10000
00 GOTO 730
10 IF G[I,J]=0 THEN 750
20 C=(G[I,J-1]-G[I+1,J-1])
30 C1=G[I,J]
40 H1=(H[I+1]-H[I])
50 B=ATN(H1/C)
60 H2=C1*TAN(B)
70 D[J,4]=H2+H[I]
80 IF D[J,4]<D[J-1,4] THEN 700
90 D[J,4]=H[I+1]
00 S=S+(((PI*(G[I,J]^2)*H1)/3)/10000)
10 D[J,10]=S
20 GOTO 750
30 IF G[I+1,J]#G[N,J] THEN 750
40 D[J,10]=S+(((PI*(G[I+1,J]^2)*(H-H[I+1]))/3)/10000)
50- NEXT I
60 NEXT J
70 REM.....CALCULO DO DAP E AREA TRANSV.=====
80 IF T8=0 THEN 850
90 DISP "NUM.ANEIS E NUM.DA FATIA 1.3";
00 INPUT N5,N6
10 FOR J=1 TO N5
20 D[J,1]=2*G[N6,J]
30 D[J,7]=((G[N6,J]/100)^2)*PI/4
40 NEXT J
45 GOTO 920
50 DISP "ARQUIVO E NUM.ANEIS DA FATIA 1.3M";
60 INPUT N5,N6
70 LOAD DATA #5,N5,E
80 FOR J=1 TO N6
90 D[J,1]=2*(E[J,1]+E[J,2]+E[J,3]+E[J,4])/4
00 D[J,7]=((D[J,1])/100)^2*PI/4
10 NEXT J
20 REM.....CALCULO DO DIAM. DE HOHENALD=====
30 FOR J=1 TO N3
40 H9=D[J,4]/10
50 FOR I=2 TO N
60 IF H9>H[I] THEN 1040
70 IF H9=H[I] THEN 1030
80 D9=(G[I,J]-G[I-1,J])*2
90 H8=H[I]-H[I-1]
000 H7=H9-H[I-1]

```

```

010 D[J,15]=(D9*H7)/H8+(G[I-1,J]*2)
020 GOTO 1050
030 D[J,15]=G[I,J]*2
040 NEXT I
050 NEXT J
060 REM.....CALCULO DO ICA E IMA=====
070 D[N3,2]=D[N3,1]
080 D[N3,3]=D[N3,1]
090 D[N3,5]=D[N3,4]
100 D[N3,6]=D[N3,4]
110 D[N3,8]=D[N3,7]
120 D[N3,9]=D[N3,7]
130 D[N3,11]=D[N3,10]
140 D[N3,12]=D[N3,10]
150 K8=0
160 FOR I=2 TO N3
170 D[I-1,2]=ABS(D[I,1]-D[I-1,1])
180 D[I-1,3]=D[I-1,1]/(N3-K8)
190 D[I-1,5]=ABS(D[I,4]-D[I-1,4])
200 D[I-1,6]=D[I-1,4]/(N3-K8)
210 D[I-1,8]=ABS(D[I,7]-D[I-1,7])
220 D[I-1,9]=D[I-1,7]/(N3-K8)
230 D[I-1,11]=ABS(D[I,10]-D[I-1,10])
240 D[I-1,12]=D[I-1,10]/(N3-K8)
250 K8=K8+1
260 NEXT I
270 FOR I=1 TO N3
280 REM.....CALCULO DO VOLUME DO CILINDRO P/1.3=====
290 FOR I=1 TO N3
300 V[I]=(PI*((D[I,1])/100)^2*D[I,4])/4
310 NEXT I
320 REM.....CALCULO DO FATOR DE FORMA COMUI=====
330 FOR I=1 TO N3
340 IF V[I]=0 THEN 1380
350 IF D[I,10]=0 THEN 1380
360 D[I,14]=D[I,10]/V[I]
370 GOTO 1390
380 D[I,14]=0
390 NEXT I
400 REM.....CALCULO DO VOLUME DO CILINDRO P/0.9=====
410 FOR I=1 TO N3
420 V[I]=(PI*((D[I,15]/100))^2*D[I,4])/4
430 NEXT I
440 REM.....CALCULO DO FATOR DE FORMA DE HOHENALD=====
450 FOR I=1 TO N3
460 IF D[I,10]=0 THEN 1500
470 IF V[I]=0 THEN 1500
480 D[I,13]=(D[I,10]/V[I])
490 GOTO 1510
500 D[I,13]=0

```

```

510 NEXT I
520 REM.....IMPRESSAO DO CABECALHO=====
530 WRITE (15,1540)A$
540 FORMAT 15X
550 PRINT
560 PRINT
570 PRINT
580 WRITE (15,1610)"IDADE DIAMETRO      ICA      IMA      ALTURA      ICA";
590 WRITE (15,1610)"      IMA      A.TRANSV.  ICA      IMA      VOLUME";
600 WRITE (15,1610)"      ICA      IMA      FFHOH.  FFCEMUM"
610 FORMAT 15B
620 WRITE (15,1650)"      DAP(CM)      CM      CM      M      M";
630 WRITE (15,1650)"      M      M2(DAP)      M2      M2      M3";
640 WRITE (15,1650)"      M3      M3"
650 FORMAT 15B
670 WRITE (15,1680)
680 FORMAT 132"- "
690 C=0
700 REM.....IMPRESSAO DOS RESULTADOS=====
710 FOR I=1 TO N3
720 PRINT N3-C;
730 FOR J=1 TO 14
740 WRITE (15,1750)D[I,J];
750 FORMAT F9.5
760 NEXT J
770 PRINT
780 C=C+1
790 NEXT I
800 WRITE (15,1810)
810 FORMAT 132"- "
820 DISP "QUER A MATRIZ DADOS ORIGINAIS SIM=1 OU NAO=0";
830 INPUT MO
840 IF MO=0 THEN 1950
850 PRINT "FATIAS"
860 WRITE (15,1870)
870 FORMAT 80"- "
880 FOR I=1 TO N
885 WRITE (15,1886)H[I];
886 FORMAT F6.2
890 FOR J=1 TO N3
895 IF G[I,J]=0 THEN 1920
900 WRITE (15,1910)G[I,J];
910 FORMAT F9.3
920 NEXT J
930 PRINT
940 NEXT I
945 WRITE (15,1870)
946 PRINT "ALTURA TOTAL DA ARVORE="H"M"
950 REM.....TRACADO DOS GRAFICOS DE Y FUNCAO DA IDADE=====
960 DISP "QUER TRACAR GRAF.SIM(1),NAO(0)";
961 INPUT E8
962 IF E8=0 THEN 2610
970 DISP "QUAL COLUNA COM A IDADE QUER TRACAR";
990 INPUT T

```

```

2010 DISP "NOME DA COLUNA";
2020 INPUT A$
2030 DISP "XMIN,XMAX,YMIN,YMAX";
2040 INPUT Z1,Z2,W1,W2
2050 DISP "DIVISAO DE X E Y ";
2060 INPUT Z9,Z8
2070 ZO=(Z2-Z1)/Z9
2080 WO=(W2-W1)/Z8
2090 W5=W1-2*WO
2100 W6=W2+WO
2110 SCALE Z1-2*ZO,Z2+ZO,W5,W6
2120 XAXIS W1,ZO,Z1,Z2
2130 YAXIS Z1,WO,W1,W2
2140 FOR I=Z1 TO Z2 STEP ZO
2150 PLOT I-ZO/3,W1-WO/2,-1
2160 LABEL (*)I
2170 NEXT I
2180 FOR J=W1 TO W2 STEP WO
2190 PLOT Z1-1.2*ZO,J-WO/8,-1
2200 LABEL (*)J
2210 NEXT J
2220 DISP "GRAF.DIAM/ALT SIM(1),NAO(0)";
2230 INPUT T9
2240 IF T9=1 THEN 2450
2250 KO=0
2260 FOR I=1 TO N3
2270 PLOT (N3-KO),D[I,T],1
2280 LABEL (*)"*"
2290 KO=KO+1
2300 NEXT I
2310 PLOT Z2-1,W1-WO,-1
2320 LABEL (*)"IDADE"
2330 PLOT Z1-ZO,W2+WO/2,-1
2340 LABEL (*)AÇ
2350 DISP "QUER OUTRO GRAFICO SIM(1) NAO(0)";
2360 INPUT T1
2370 IF T1=0 THEN 2390
2380 DISP "ARRUME OUTRA FL.E FACA CONT.1970";
2390 REM.....TRACADO DO GRAFICO ALTURA/DIAMETRO=====
2400 DISP "QUER DIAM/ALT SIM(1) NAO(0)";
2410 INPUT T2
2420 IF T2=0 THEN 2610
2430 DISP "ARRUME FOLHA DO PLOTTER FACA CONT.2030";
2440 STOP
2450 L=1
2460 FOR P=1 TO N3
2470 IF G[L,P]=0 THEN 2520
2480 PLOT G[L,P]*2,H[L]
2490 IF L=N THEN 2520
2500 L=L+1

```

```
2510 GOTO 2470
2520 PEN
2530 PLOT 0,D[P,4],2
2540 PEN
2550 L=1
2560 NEXT F
2570 PLOT Z2-2,W1-W0,-1
2580 LABEL (*)"DIAMETRO(CM)"
2590 PLOT Z1-Z0,W2+W0/2,-1
2600 LABEL (*)"ALTURA(H)"
2610 DISP "CALC.FUNCOES CRESC.SIM(1),NAO(0)";
2620 INPUT T4
2630 IF T4=0 THEN 2640
2640 DISP "QUAL ARQ. ESTA PROG.DE FUNCOES";
2650 INPUT U8
2660 LINK U8
2670 END
```

```

10 REM....PROGRAMA P/CALCULO DA FUNCAO DE CRESCIMENTO DE RICHARDS=====
20 REM....E GOMPERTZ * CALCULO PELO METODO PROPOSTO POR STEVENS 1951 ====
30 DIM U[3,3],B[3],C[3,3],Z[3],F[10],T[10],K[10,3],LS[30]
40 REM ... ENTRADA DE DADOS=====
50 DISP "QUAL COLUNA P/ EXEC.";
60 INPUT A1
70 N=N3
80 DISP "VALOR INICIAL YO,XO";
90 INPUT L[1],K[1,2]
100 K[1,1]=L[1]
110 A2=0
120 FOR I=2 TO N+1
130 P=N3-A2
140 L[I]=D[P,A1]
150 A2=A2+1
160 NEXT I
170 FOR I=2 TO N+1
180 K[I,1]=L[I]
190 K[I,2]=I-1
200 NEXT I
210 DISP "QUAL FUNCAO RICHARD(1),GOMPERTZ(2)";
220 INPUT F
230 IF F=2 THEN 260
240 DISP "VALOR DE M DA FUNCAO DE RICHARDS";
250 INPUT M
260 FOR I=1 TO N+1
270 K[I,3]=K[I,1]
280 IF F=1 THEN 310
290 K[I,1]=LOG(K[I,1])
300 GOTO 320
310 K[I,1]=(K[I,1]^(1-M))
320 NEXT I
330 C=1
340 REM .... CALCULO DA ESTIMATIVA PRELEMINAR DE RO =====
350 IF N=4 THEN 400
360 IF N=5 THEN 420
370 IF N=6 THEN 440
380 IF N=7 THEN 480
390 IF N>7 OR N<4 THEN 520
400 RO=(4*K[4,1]+K[3,1]-5*K[2,1])/(4*K[3,1]+K[2,1]-5*K[1,1])
410 GOTO 530
420 RO=(4*K[5,1]+3*K[4,1]-K[3,1]-6*K[2,1])/(4*K[4,1]+3*K[3,1]-K[2,1]-6*K[1,1])
430 GOTO 530
440 A=4*K[6,1]+4*K[5,1]+2*K[4,1]-3*K[3,1]-7*K[2,1]
450 B=4*K[5,1]+4*K[4,1]+2*K[3,1]-K[2,1]-7*K[1,1]
460 RO=A/B
470 GOTO 530
480 U1=(K[7,1]+K[6,1]+K[5,1]-K[3,1]-2*K[2,1])
490 U2=K[6,1]+K[5,1]+K[4,1]-K[2,1]-2*K[1,1]
500 RO=U1/U2

```

```

10 GOTO 530
20 RO=0.6
30 S=S1=S2=S3=S4=S5=S6=S7=S8=S9=P1=P2=P3=S0=P4=0
40 REM ... SOMATORIOS PARA MONTAGEM DA MATRIZ "A" E A MATRIZ =====
50 REM ... DOS COEFICIENTES=====
60 FOR I=1 TO N
70 S=S+(RO^K[I,2])
80 S1=S1+(RO^(2*K[I,2]))
90 S2=S2+(K[I,2]*(RO^(K[I,2]-1)))
10 S3=S3+(K[I,2]*(RO^(2*K[I,2]-1)))
20 S4=S4+(K[I,2]^2*(RO^(2*K[I,2]-2)))
30 S6=S6+K[I,1]
40 S7=S7+(K[I,1]*RO^(K[I,2]))
50 S8=S8+((K[I,2]*K[I,1])*(RO^(K[I,2]-1)))
60 NEXT I
70 U[1,1]=N
80 U[1,2]=S
90 U[1,3]=S2
10 U[2,1]=S
20 U[2,2]=S1
30 U[2,3]=S3
40 U[3,1]=S2
50 U[3,2]=S3
60 U[3,3]=S4
70 B[1]=S6
80 B[2]=S7
90 B[3]=S8
10 REM ... INVERSAO DA MATRIZ "A"=====
20 MAT C=INV(U)
30 REM ... MULTIPLICACAO DA MATRIZ DOS COEFICIENTES PELA INVERSA DE "A"===
40 MAT Z=C*B
50 REM ...OBTENCAO DA NOVA ESTIMATIVA DE R =====
60 R=Z[3]/Z[2]
70 R4=RO+R
80 REM ... COMPARACAO DO NOVO VALOR DE R PARA VERIFICACAO DO ERRO=====
90 IF ABS(R) <= 0.000001 THEN 920
10 RO=R4
20 C=C+1
30 GOTO 530
40 REM ... CALCULO DO ERRO PADRAO DA ESTIMATIVA, VARIANCIA DE CADA =====
50 REM ...COEFICIENTE E CALCULO DA COVARIANCIA DE CADA COEFICIENTE =====
60 FOR I=0 TO N-1
70 F[I+1]=Z[1]+Z[2]*(R4^I)
80 T[I+1]=(F[I+1]-K[I+1,1])^2
90 S9=S9+T[I+1]
10 NEXT I
20 V=S9/(N-3)
30 V1=C[1,1]*V
40 V2=C[2,2]*V
500 V3=(C[3,3]/(Z[2]^2))*V

```

```

010 V4=C[1,2]*V
020 V5=(C[1,3]/Z[2])*V
030 V6=(C[2,3]/Z[2])*V
040 REM ... CALCULO DO COEFICIENTE DE VARIACAO E DE CORRELACAO =====
050 C9=(SQR(V)/(S6/N))*100
060 FOR I=1 TO N
070 P4=P4+(R4^K[I,2])
080 NEXT I
090 M1=S6/N
100 M2=P4/N
110 FOR I=1 TO N
120 P1=P1+((R4^K[I,2]-M2)^2)
130 P2=P2+((K[I,1]-M1)^2)
140 P3=P3+((K[I,1]-M1)*(R4^K[I,2]-M2))
150 NEXT I
160 R9=P3/(SQR(P1*P2))
170 REM ... IMPRESSAO DOS RESULTADOS =====
180 PRINT " COEFICIENTES DA EQUACAO DE STEVENS"
190 PRINT "A="Z[1]
200 PRINT "B="Z[2]
210 PRINT "R="R4
220 PRINT "NUMERO DE SIMULACOES ="C
230 PRINT " COEFICIENTES DA EQUACAO"
240 IF F=1 THEN 1300
250 PRINT "A="EXP(Z[1])
260 PRINT "B="EXP(Z[2])
270 PRINT "C="R4
280 PRINT "PONTO DE INFLEXAO P/X=" -LOG(-LOG(EXP(Z[2]))) / LOG(R4)
290 GOTO 1360
300 PRINT "A="Z[1]^(1/(1-M))
310 PRINT "B="Z[2]/Z[1]
320 PRINT "K=" -LOG(R4)
330 PRINT "M="M
340 A=Z[1]^(1/(1-M))
350 PRINT "PONTO DE INFLEXAO P/Y="A*M^(1/(1-M))
360 PRINT
370 PRINT "VARIANCIA DE A="C9
380 PRINT "VARIANCIA DE B="V2
390 PRINT "VARIANCIA DE R="V3
400 PRINT
410 PRINT "COVARIANCIA DE A="V4
420 PRINT "COVARIANCIA DE B="V5
430 PRINT "COVARIANCIA DE R="V6
440 PRINT
450 PRINT "ESTIMATIVA DA VARIANCIA RESIDUAL="V
460 PRINT "ERRO PADRAO DA ESTIMATIVA="SQR(V)
470 PRINT
480 PRINT "COEFICIENTE DE VARIACAO="C9"%3"
490 PRINT
500 PRINT "COEFICIENTE DE CORRELACAO="R9

```

```

510 REM ... IMPRESSAO DOS DADOS ORIGINAIS PARA O CALC.DA FUNCAO=====
520 PRINT "DADOS EXTRAIDOS DA COLUNA"A1"DA MATRIZ ORIGINAL ACRESCENTANDO-S
530 PRINT "O VALOR INICIAL YO,XO"
540 PRINT
550 PRINT "      Y      X"
560 FOR I=1 TO N+1
570 WRITE (15,1580)K[I,3],K[I,2]
580 FORMAT 2F8.3
590 NEXT I
600 REM.... TRACADO DOS GRAFICOS DA FUNCAO =====
610 REM .... AJUSTADA E OS PONTOS ORIGINAIS=====
620 DISP "QUER GRAF.C/EQ.E PTOS.SIM(1),NAO(0)";
630 INPUT G8
640 IF G8=0 THEN 2260
650 DISP "XMIN,XMAX,YMIN,YMAX";
660 INPUT X1,X2,Y1,Y2
670 XO=(X2-X1)/10
680 YO=(Y2-Y1)/10
690 Y5=Y1-2*YO
700 Y6=Y2+YO
710 SCALE X1-2*XO,X2+XO,Y5,Y6
720 REM .... TRACADO DOS EIXOS X E Y=====
730 XAXIS Y1,XO,X1,X2
740 YAXIS X1,YO,Y1,Y2
750 REM....REM MARCACAO DO EIXO X =====
760 FOR I=X1 TO X2 STEP XO
770 PLOT I-XO/3,Y1-YO/2,-1
780 LABEL (*)I
790 NEXT I
800 REM .... MARCACAO DO EIXO Y=====
810 FOR J=Y1 TO Y2 STEP YO
820 PLOT X1-1.2*XO,J-YO/8,-1
830 LABEL (*)J
840 NEXT J
850 REM .... MARCACAO DOS PONTOS=====
860 FOR I=1 TO N
870 PLOT K[I,2],K[I,3],1
880 LABEL (*)"*"
890 NEXT I
900 REM.... TRACADO DA CURVA DE GOMPERTZ=====
910 IF F=1 THEN 2070
920 FOR X=X1 TO X2 STEP XO/8
930 PLOT X,EXP(Z[1])*EXP(Z[2])^(R4^X)
940 NEXT X
950 PLOT X2-XO,Y1-YO,1
960 LABEL (*)"VAR. X"
970 PLOT X1-XO,Y2+YO/2,1
980 LABEL (*)"VAR. Y"
990 PLOT X1+XO,Y2-YO,1
000 REM ....ESCREVE EQUACAO DE GOMPERTZ=====

```

```

010 LABEL (*)"EQUACAO DE GOMPERTZ"
020 PLOT X1+X0/2,Y2-2*Y0,1
030 FIXED 4
040 LABEL (*)"Y=";EXP(Z[1]);"*";EXP(Z[2]);"^(";R4;"^X)"
050 STANDARD
060 GOTO 2260
070 A=Z[1]^(1/(1-M))
080 B=Z[2]/Z[1]
090 K=-LOG(R4)
100 REM.... TRACADO DA EQUACAO DE RICHARDS=====
110 FOR X=X1 TO X2 STEP X0/8
120 PLOT X,A*(1+B*EXP(-K*X))^(1/(1-M))
130 NEXT X
140 REM.... ESCREVE NOS EIXOS X E Y=====
150 PLOT X2-X0,Y1-Y0,1
160 LABEL (*)"VAR. X"
170 PLOT X1-X0,Y2+Y0/2,1
180 LABEL (*)"VAR. Y"
190 REM ....EXCREVE A EQUACAO RICHARDS=====
200 PLOT X1+X0,Y2-Y0,1
210 LABEL (*)"EQUACAO RICHARDS"
220 PLOT X1+X0/4,Y2-2*Y0,1
230 FIXED 4
240 LABEL (*)"Y="A*(1+"B"*EXP(-"K"X)^(1/(1-"M")))"
250 STANDARD
260 DISP "QUER OUTRA EQUACAOSIM(1),NAO(0)";
270 INPUT Z
280 IF Z=1 THEN 40
290 END

```