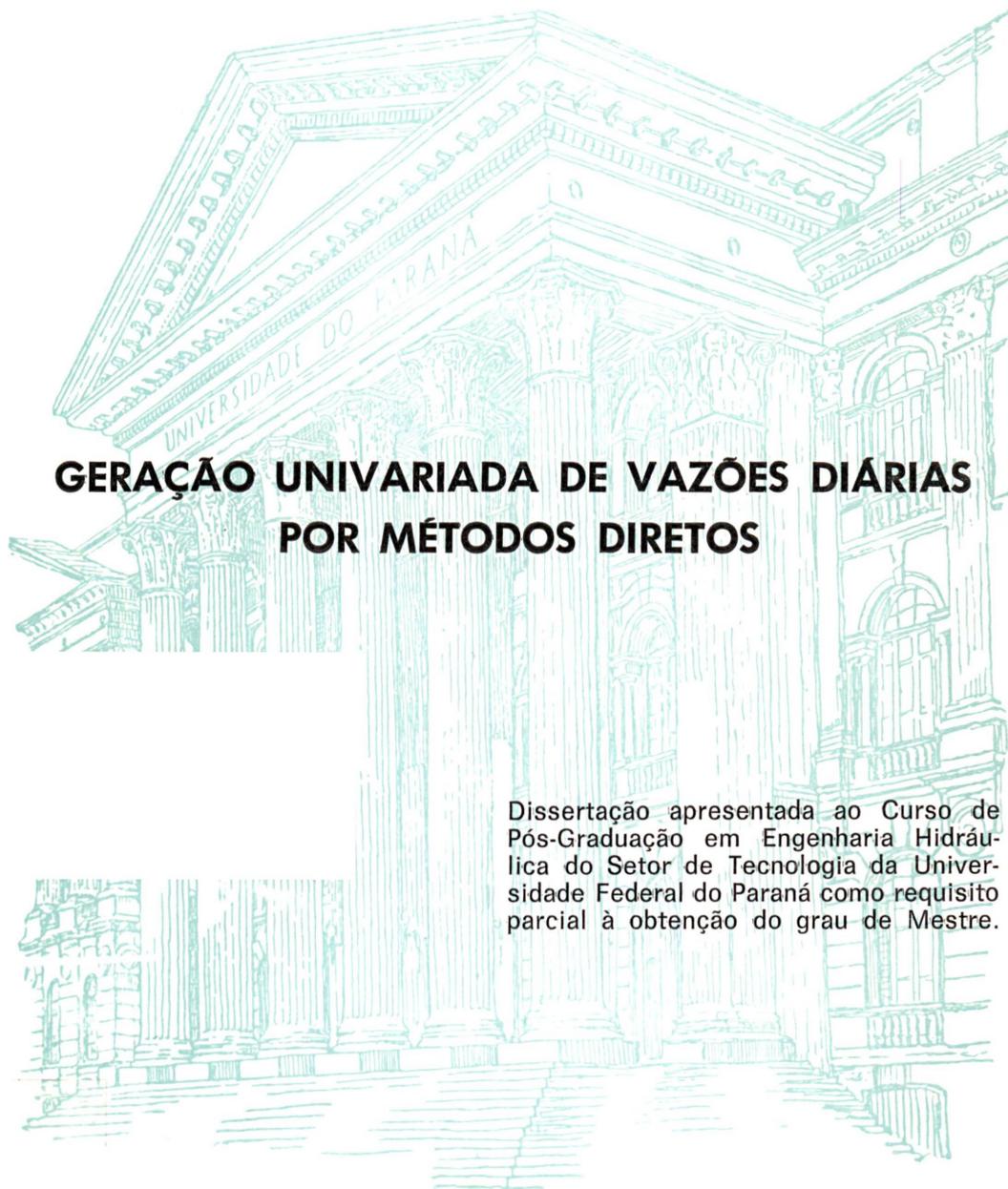


FABRICIO MÜLLER



GERAÇÃO UNIVARIADA DE VAZÕES DIÁRIAS POR MÉTODOS DIRETOS

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Hidráulica do Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre.

CURITIBA
1997

FABRICIO MÜLLER

GERAÇÃO UNIVARIADA DE VAZÕES DIÁRIAS POR MÉTODOS DIRETOS

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Hidráulica do Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre.

CURITIBA

1997

GERAÇÃO UNIVARIADA DE VAZÕES DIÁRIAS POR MÉTODOS DIRETOS

por

FABRICIO MULLER

Dissertação aprovada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Hidráulica do Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná pela comissão formada pelos professores:

ORIENTADOR:

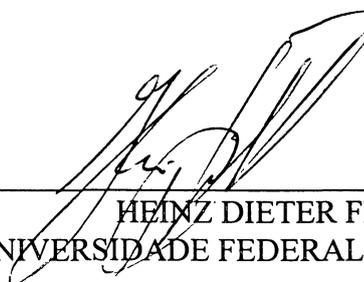


FÁBIO RAMOS
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

MEMBROS:



ROBIN THOMAS CLARKE
UNIVERSIDADE FEDERAL DO
RIO GRANDE DO SUL



HEINZ DIETER FILL
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Curitiba, 19 de agosto de 1997.

dedico este trabalho à minha mulher, Valéria, e à minha filha, Teresa .

Agradeço a todos os que, de uma maneira ou outra, colaboraram para a realização deste trabalho, e em especial:

Ao amigo Fábio Ramos, meu orientador, pôr seus conselhos e sugestões.

Ao amigo, professor e co-orientador Eloy Kaviski, por sua orientação segura e colaboradora.

À engenheira Martha Von Borstel Sugai, por sua ajuda e compreensão.

A meus pais, que me ajudaram e convenceram a entrar no ramo da engenharia.

A minha avó Thereza, *in memoriam*.

A meus sogros, Drs. Carvílio e Maria Thereza da Silveira, sem a ajuda dos quais este trabalho jamais teria sido possível.

A Chérie, minha incansável companheira em todos os muitos fins-de-semana e noites em claro diante do computador.

E finalmente, meu agradecimento mais sincero à minha mulher, Valéria, que, além do amor, afeto e compreensão com os quais me brindou desde que nos conhecemos, sempre teve a imprudência de acreditar em minhas duvidosas possibilidades, tanto pessoais quanto profissionais.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	1
1.1. OBJETIVO DO TRABALHO	2
1.2. ESTRUTURA DO TRABALHO	4
2. PESQUISA BIBLIOGRÁFICA.....	5
2.1. GERAL	5
2.2. CLASSIFICAÇÃO DOS MODELOS.....	5
2.2.1. MODELOS BASEADOS EM SIMULADORES DE VAZÕES MENSASIS	6
2.2.2. OS MODELOS DE "PULSOS"	7
2.2.3. MODELO NÃO-PARAMÉTRICO.....	9
2.2.4. MODELOS DE DESAGREGAÇÃO	10
2.3. O TRABALHO DE BARBOSA (1980).....	11
3. ESCOLHA DOS MODELOS EXISTENTES SELECIONADOS E SUA DESCRIÇÃO.....	13
3.1 ESCOLHA DOS MODELOS.....	13
3.2. MODELO DE QUIMPO	14
3.3. MODELO DE SIMULAÇÃO DE VAZÕES DIÁRIAS (PAYNE et al, 1969)	17
3.3.1. GERAL	17
3.3.2. REARRANJO DAS VAZÕES DO HISTÓRICO	18
3.3.3. ANÁLISE E MODIFICAÇÃO DA SÉRIE REARRANJADA	18
3.3.4. GERAÇÃO PROPRIAMENTE DITA.....	19
3.4. MÉTODO <i>SHOT NOISE</i>	21
3.4.1. GERAL	21

3.4.2. MODELO <i>SHOT NOISE</i> DISCRETIZADO DE PRIMEIRA	
ORDEM	22
3.4.3. PROCESSO <i>SHOT NOISE</i> MÉDIO DE PRIMEIRA ORDEM.....	23
3.4.4. GERAÇÃO DE VAZÕES DIÁRIAS PELO <i>SHOT NOISE</i>	24
3.4.5. MODELOS <i>SHOT NOISE</i> DE SEGUNDA ORDEM.....	26
3.5. MODELO DIANA.....	27
3.5.1. GERAL	27
3.5.2. GERAÇÃO PELO MODELO DIANA	28
3.6. MODELO DE SARGENT.....	33
3.6.1. GERAL	33
3.6.2. ANÁLISE DO HISTÓRICO	33
3.6.3. GERAÇÃO	37
3.6.4. ESQUEMA DE DESAGREGAÇÃO	38
3.7. MODELO MARKOVIANO NÃO-PARAMÉTRICO	39
3.7.1. GERAL	39
3.7.2. DESCRIÇÃO DO MODELO.....	40
3.7.3. EXEMPLO SIMPLIFICADO DO PROCESSO NÃO-	
PARAMÉTRICO	44
3.8. MODELO DOS FRAGMENTOS DIÁRIO	45
4. APLICAÇÃO DOS MODELOS SELECIONADOS EM RIO DOS	OS
PATOS.....	48
4.1. GERAL	48
4.2. HIDROLOGIA BÁSICA DA ESTAÇÃO ESCOLHIDA.....	48
4.3 DETALHES NA APLICAÇÃO DOS MODELOS	
SELECIONADOS EM RIO DOS PATOS.....	52
4.3.1 MODELO DE QUIMPO	52
4.3.2. MODELO DE SIMULAÇÃO DE VAZÕES DIÁRIAS (PAYNE ET	3 ET
AL, 1969)	53

4.3.3. MODELOS SHOT NOISE	56
4.3.4. MODELO DIANA	61
4.3.5. MODELO DE SARGENT.....	61
4.3.6. MODELO NÃO-PARAMÉTRICO DE YAKOWITZ.....	63
5. MODELOS PROPOSTOS.....	66
5.1. INTRODUÇÃO	66
5.2. NOTAÇÃO UTILIZADA	73
5.3. MODELO MSD (MODELO SIMPLIFICADO DE DESAGREGAÇÃO)	75
5.4. O MODELO MMD (MODELO MODIFICADO DE DESAGREGAÇÃO)	80
5.5 APLICAÇÃO DOS MODELOS PROPOSTOS PARA RIO DOS PATOS.....	83
6. ANÁLISE COMPARATIVA	89
6.1. TESTES REALIZADOS	90
6.1.1. MOMENTOS	90
6.1.2. COEFICIENTES DE CORRELAÇÃO	91
6.1.3. PARÂMETROS DA HIDRÓGRAFA	91
6.1.4. ÍNDICES COMPARANDO A SÉRIE HISTÓRICA COM A GERADA	91
6.1.5. ÍNDICE DE AVALIAÇÃO GLOBAL DESENVOLVIDO POR O'CONNELL (<i>APUD</i> BARBOSA, 1980 E KELMAN ET AL, 1983).....	93
6.1.6. ANÁLISE DE MÁXIMOS.....	96
6.2. APLICAÇÃO DOS TESTES E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	97
6.2.1. GERAL	97
6.2.2. MOMENTOS	97
6.2.3 ANÁLISE DAS CORRELAÇÕES SERIAIS	103

6.2.4. PARÂMETROS DA HIDRÓGRAFA	104
6.2.5 ÍNDICES COMPARANDO A SÉRIE HISTÓRICA COM AS SÉRIES SINTÉTICAS.....	108
6.2.6 ANÁLISE GLOBAL	108
6.2.7. ANÁLISE DE MÁXIMOS.....	109
7. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	113
ANEXO. GERAÇÃO DE SÉRIES DE VAZÕES ANUAIS E DESAGREGAÇÃO DE VAZÕES ANUAIS EM MENSAIS	116
A.1. GERAL	116
A.2. GERAÇÃO DE VAZÕES ANUAIS	116
A.3. DESAGREGAÇÃO DE VAZÕES ANUAIS EM MENSAIS ...	119
A.3.1. BREVE REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	119
A.3.2. O PROBLEMA GERAÇÃO DE VAZÕES NEGATIVAS.....	124
A.4. TESTES DOS MODELOS DE GERAÇÃO DE SÉRIES ANUAIS E MENSAIS	128
9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	138

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 3.5.1 - Coeficiente de correlação ρ' com ambas variáveis truncadas em β^2	
Tabela 4.3.1 - Valores de T2 e correspondentes valores dos coeficientes para a simulação do modelo <i>shot noise</i> de segunda ordem	60
Tabela 4.3.2 - Parâmetros para o modelo Simplificado de SARGENT, observados em Rio dos Patos	64
Tabela 4.3.3 - Resultados de 10 séries de 63 anos para os modelos não- paramétricos de ordem 2 e 3 (linhas hachuradas: modelos escolhidos)	65
Tabela 5.3.1 - Exemplo de criação das séries $q_{28}(t, \xi, \kappa)$, $\bar{q}_{28}(t, \xi, \kappa)$, $y_{28}(t, \xi)$, $q_{30}(t, \xi, \kappa)$, $\bar{q}_{30}(t, \xi, \kappa)$, $y_{30}(t, \xi)$, $q_{31}(t, \xi, \kappa)$, $\bar{q}_{31}(t, \xi, \kappa)$, $y_{31}(t, \xi)$ mais as suas correspondentes médias para os meses (ξ) de fevereiro (sem dia 29 de fevereiro) e março para o ano (t) de 1960 na estação de rio dos Patos ao lado da correspondente série histórica $q(t, \xi, \kappa)$ Erro! Indicador não definido.	
Tabela 5.4.1 - Início do histórico em rio dos Patos (de 1/1/1931 a 2/2/1931, isto é, a série $w(\tau)$, para $\tau=1, \dots, 33$), com suas correspondentes médias $v_{28}(t)$, $v_{30}(t)$ e $v_{31}(t)$, para $t=1, 2, 3$	82
Tabela 6.1.1 - Índices testados na avaliação global desenvolvida por O'CONNELL	95
Tabela 6.2.1 - Momentos da série de vazões diárias histórica e sintéticas, em Rio dos Patos (63 anos de série histórica, 22995 vazões; 16 x 63 anos de séries sintéticas, 367920 vazões)	98
Tabela 6.2.2 - Momentos da série de vazões médias mensais e anuais, histórica e sintéticas, em Rio dos Patos (63 anos de registro históricos e 16 x 63 anos de séries sintéticas)	100
Tabela 6.2.3 - Valores da somatória do erro absoluto (SEA) para a média, o desvio padrão e a correlação mensal sazonal (valores em ordem crescente)	102

Tabela 6.2.4 -Valores da erro absoluto médio (EAM) para a média e o desvio padrão diários (dias 1 a 365 do ano) (valores em ordem crescente)	103
Tabela 6.2.5 - Correlações lags 1 a 10 para as vazões médias diárias	105
Tabela 6.2.6 - SEA (somatório dos erros absolutos) para as correlações diária, mensal e anual variando o valor de k da equação (6.2.3) (valores em ordem crescente)	106
Tabela 6.2.7 - Parâmetros mensais da hidrógrafa do histórico (ver item 6.3.1)	107
Tabela 6.2.8 - SEA (*0,01) (somatório dos erros absolutos vezes 0,01, segundo a fórmula (6.2.3)) para as Porcentagens Acima, de Ascensão e de Pulso (ver item 6.3.1) para os 12 meses do ano (valores em ordem crescente)	107
Tabela 6.2.9 - Resultados dos índices de chi-quadrado e Kolmogorov-Smiernov para a série de vazões diárias (valores em ordem crescente)	109
Tabela 6.2.10 - Resultados do índice de análise global para nota Ψ (fórmula (6.1.9)) e $P[d_j > d_{hist}]$ (fórmulas (6.1.5) e (6.1.6))	110
Tabela 6.2.11 - Vazões máximas para 25, 50, 100, 500 e 1000 anos de recorrência gerados para todos os modelos e para a série histórica (extrapolada pela distribuição exponencial).	111
Tabela A.4.1 - Resultado para 5 gerações de 1008 anos pelo modelo AR(3) com e sem ajuste visando eliminar vazões negativas	129
Tabela A.4.2a - Estatísticas mensais históricas e simuladas - Rio dos Patos	134
Tabela a.4.2c - Estatísticas mensais históricas e simuladas - Rio dos Patos (3a. parte)	136
Tabela a.4.2d - Estatísticas mensais históricas e simuladas - Rio dos Patos (4a. parte)	137

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 3.6.1 - Ilustração para a determinação de uma "altura de pulso"	36
Figura 3.7.1 - Arranjo dos dados e funções de distribuição para o exemplo ilustrativo do modelo não-paramétrico	47
Figura 4.2.1 - Localização do posto e da PCH Rio dos Patos	49
Figura 4.2.2 - Fluviograma das vazões diárias em Rio dos Patos durante o ano de 1975.	50
Figura 4.2.3 - Médias, desvios padrão e coeficientes de variação das vazões médias mensais para a Estação de Rio dos Patos.	51
Figura 4.2.4 - Correlogramas diário, mensal e anual para rio dos Patos.	52
Figura 4.3.1 - Médias diárias harmônica e histórica para as vazões diárias em Rio dos Patos	53
Figura 4.3.2 - Distribuição temporal das as vazões para o rearranjo das mesmas em um período típico de 13 dias em Rio dos Patos para o modelo de PAYNE et al. (a maior no quarto dia, a segunda menor no quinto dia e assim por diante).	55
Figura 4.3.3 - Típico hidrograma histórico em Rio do Patos (linha cheia) e hidrograma rearranjado - Método de PAYNE et al. (linha tracejada).	55
Figura 4.3.4 - Valores dos coeficientes b_1 e b_2 para $T_2 = 30$ a 90 .	59
Figura 4.3.5 - Modelo Diana: $u(j) \times F_{\cup}[u(j)]$	62
Figura 5.1.1 - Seis meses de registro histórico (Rio dos Patos)	66
Figura 5.1.2 - Seis meses gerados pelo modelo QUIMPO de 1a. ordem	68
Figura 5.1.3 - Seis meses gerados pelo método de PAYNE et al. (1979)	68
Figura 5.1.4 - Seis meses gerados pelo modelo DSN (Rio dos Patos)	69
Figura 5.1.5 - Seis meses gerados pelo modelo simplificado de SARGENT	69
Figura 5.1.6 - Seis meses gerados pelo modelo Diana (Rio dos Patos)	71
Figura 5.1.7 - Seis meses gerados pelo modelo de YAKOWITZ (Rio dos Patos)	71

Figura 5.1.8 - Seis meses gerados pelo método dos fragmentos diário (Rio dos Patos)	72
Figura 5.5.1 - Séries $Q(i,j,k)$ e $Q'(i,j,k)$ para um mês gerado pelo MMD	85
Figura 5.5.2 - Seis meses de vazões diárias geradas pelo modelo MSD	87
Figura 5.5.3 - Seis meses de vazões diárias geradas pelo modelo MMD	88
Figura 6.2.1 - Vazões de 500 anos de recorrência: séries histórica (exponencial) e sintéticas	112
Figura 6.2.2 - Vazões de 1000 anos de recorrência: séries histórica (exponencial) e sintéticas	112
Figura A.3.1 - Diagrama da seqüência para simulação de séries hidrológicas pelo método dos fragmentos em Rio dos Patos: a) primeira amostragem (série média anual em forma de quadrados - valores plotados na ordenada esquerda); b) segunda amostragem (fragmentos dos hidrogramas observados em forma de linha pontilhada - valores plotados na ordenada direita); c) série hidrológica simulada (em forma de linha cheia - valores plotados na ordenada esquerda).	123
Figura A.3.2 - Série de vazões médias mensais geradas por MEJÍA e Roussele ajustadas pelo método exponencial	127
Tabela A.4.1 - Resultado para 5 gerações de 1008 anos pelo modelo AR(3) com e sem ajuste visando eliminar vazões negativas	129
Figura A.4.1 - Média das Máximas Históricas em 16 simulações: Modelo MEJÍA e ROUSSELLE (sem ajuste + 5 ajustes) e Método dos Fragmentos	133

RESUMO

Geração de séries sintéticas de vazões diárias podem ser utilizadas em hidrologia em, por exemplo, simulação de vazões máximas ou refinamento de decisões obtidas com simulação mensal.

A dissertação visa a criação de modelos de geração de séries diárias de vazões que resolvam os problemas comumente encontrados neste tipo de modelos: a não preservação, ao mesmo tempo, da forma das hidrógrafas encontradas no histórico e das estatísticas mensais.

Para comparação com os modelos propostos, geraram-se vazões pelos seguintes modelos existentes: de QUIMPO (1968), de PAYNE et al. (1969), modelos *shot noise* (WEISS, 1977), de modelo Diana (KELMAN et al., 1983), SARGENT (1979), modelo não paramétrico de YAKOWITZ (1979) e método dos fragmentos (SVANIDZE, 1980). A estação fluviométrica utilizada para a geração de séries foi a de Rio dos Patos, no Paraná, com período de dados indo de 1931 a 1993.

Os modelos propostos são basicamente dois: MSD (Modelo Simplificado de Desagregação) e MMD (Modelo Modificado de Desagregação). Eles são baseados no método dos fragmentos, e podem sofrer variações quanto à série original das vazões ou, para o modelo MMD, quanto à ordem.

Os testes realizados mostraram que os modelos não-paramétricos - Diana, de Yakowitz, dos fragmentos e os propostos - saíram-se, na maioria dos casos, melhor que os modelos paramétricos (os restantes), por preservarem com maior eficiência as características da hidrógrafa. E as estatísticas mensais foram bem preservadas pelos modelos propostos, tendo sido portanto alcançado o objetivo da dissertação.

ABSTRACT

Generation of synthetic series of daily flows can be utilized in hydrology in, among others, maximum flow simulation or decision refinement taken with monthly simulation.

The dissertation aim is the creation of daily flows generation models which resolve the common problems of these kind of models: they do not preserve, at the same time, the temporal series form of daily flows and monthly statistics.

To compare with the proposed models, daily flows series were generated by these existent models: QUIMPO (1968), PAYNE et al. (1969), *shot noise* models (WEISS, 1977), Diana model (KELMAN et al., 1983), SARGENT (1979), YAKOWITZ (1979) and fragments model (SVANIDZE, 1980). The gaging station utilized was Rio dos Patos, with data period 1931/1993.

The proposed models are basically two: DSM (Disaggregation Simplified Model) and DMM (Disaggregation Modified Model). They are based on fragments method, and can change because of the original series of flows or, for the DMM, because of the model order.

The tests made showed that the nonparametric models (Diana, YAKOWITZ and the proposed models) preserve more efficiently the temporal series form of daily flows. The monthly statistics were well preserved by the proposed models, consequently the dissertation aim was reached.

1. INTRODUÇÃO

São inúmeras as possíveis utilizações de gerações de séries hidrológicas sintéticas no planejamento de sistemas de aproveitamento de recursos hídricos. A simulação mediante modelos matemáticos permite a análise do comportamento ou respostas de diferentes configurações possíveis ante uma variedade de situações hidrológicas ou estímulos, podendo alcançar-se desta forma soluções tendentes ao ótimo dentro do planejamento, desenho e operação de sistemas para o aproveitamento dos recursos hídricos (VALENCIA et al,1991). Em boa parte dos casos, necessita-se apenas gerar séries mensais ou anuais, porém às vezes isto não é o suficiente, como pode ser visto nos casos a seguir.

"Há que se considerar as variações das afluições dentro do mês no cálculo do volume de espera a ser alocado nos reservatórios para o controle das cheias (BEARD, 1968). O'CONNELL E JONES (1978) demonstram a necessidade de séries diárias para o cálculo da confiabilidade de um reservatório de abastecimento de água na Inglaterra. KELMAN e DAMÁZIO (1983) concluíram que o uso de modelos de geração de vazões diárias pode ser uma abordagem válida na modelagem de vazões extremas e extremamente útil na análise de segurança de barragens " (KELMAN, 1983). "A otimização de um sistema envolvendo uma usina hidrelétrica *run-off-the-river* é outro exemplo. De fato, PFAEHLER (1933), referindo-se às curvas de permanência comentou: 'as curvas mensais são utilizadas como base para a obtenção da energia firme e checagem das figuras; (...) pelo uso dos registros de vazões diárias, os resultados obtidos algumas vezes diminuem em mais de 35% as desvantagens do projeto' "(*apud* KELMAN, 1977).

1.1. OBJETIVO DO TRABALHO

O objetivo deste trabalho é tentar resolver, de maneira satisfatória e ao mesmo tempo, dois aspectos muito importantes na geração de vazões diárias:

1) a dificuldade em se obter um modelo matemático que reproduza com perfeição o comportamento de séries diárias de vazões, com suas ascensões rápidas e recessões lentas;

2) a dificuldade em se obter um modelo que, ao mesmo tempo, preserve estatísticas mensais, anuais e diárias. Considera-se que um modelo "preserva" estatísticas mensais ou anuais" neste trabalho quando o mesmo utiliza estatísticas mensais ou anuais para a geração de séries, tendendo então a preservar estas estatísticas.

Estes aspectos não foram resolvidos "ao mesmo tempo" porque os modelos que resolveram 1) (como o modelo Diana (KELMAN et al., 1983) e o modelo não-paramétrico (YAKOWITZ, 1979)) não resolvem 2), e os que resolvem 2) (como os de desagregação) não resolvem plenamente 1).

Para cumprir este objetivo são cumpridas três etapas:

- gerar vazões por modelos existentes de geração de séries de vazões diárias. Foram escolhidos entre aqueles mais importantes e mais citados na literatura; outro princípio adotado na escolha dos modelos de geração foi o de eliminar modelos parecidos com modelos já gerados. Deste modo, foram geradas vazões para uma estação pelos modelos: QUIMPO (1967), PAYNE et al. (1969), *shot-noise* (WEISS, 1977); SARGENT (1979); dos fragmentos (SVANIDZE, 1980); Diana (KELMAN, 1983); não-paramétrico (YAKOWITZ, 1979).

- proposição propriamente dita modelos de desagregação de vazões geradas mensais em diárias e gerar vazões por estes modelos.

- fazer uma comparação de resultados obtidos pelos modelos existentes e propostos. Esta comparação entre diferentes modelos é baseada em método desenvolvido por BARBOSA (1981).

Todos os modelos foram testados para a estação fluviométrica de Rio dos Patos, localizado em Rio dos Patos (código do DNAEE: 64620000).

Como explicitado desde o título deste trabalho, não serão considerados casos de geração multivariada, nem casos de geração indireta, onde geram-se precipitações diárias para então transformá-las em vazões. Um exemplo de modelo de geração de vazões diárias por simulação indireta pode ser encontrado em KOTTEGODA e HORDER (1979). Em alguns modelos, será estimado o efeito da chuva na série de vazões, mas apenas através do próprio registro de vazões.

É preciso ressaltar que os modelos de geração indireta poderiam resolver alguns dos problemas encontrados em alguns modelos analisados neste trabalho (como geração de vazões negativas e a forma dos hidrogramas), mas talvez introduzissem outros (como a correta relação chuva-vazão e a conseqüente dificuldade na preservação de estatísticas mensais).

Outro interesse deste trabalho é servir como um manual para interessados em gerar séries diárias pelos modelos descritos. Para isto, os modelos serão explicados com o maior detalhamento possível, para que se possa gerar séries diárias sem precisar consultar os artigos originais. No caso dos modelos de desagregação, não serão explicados com grande detalhe os modelos de geração de séries anual e mensal utilizados, pois isto fugiria do escopo do trabalho. Entretanto, não só será citada a bibliografia, como, para quem não puder contar com a mesma ou precisar testar mais rapidamente um modelo, será descrito um modelo de geração anual ou mensal mais simples, mas nem por isto menos utilizado ou que apresente desvantagens muito significativas em relação ao escolhido.

1.2. ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho está dividido em sete capítulos, sendo esta introdução o primeiro.

O capítulo 2 é a pesquisa bibliográfica.

O capítulo 3 apresenta a escolha dos modelos selecionados para geração e sua respectiva descrição.

O capítulo 4 apresenta a aplicação dos modelos existentes selecionados em Rio dos Patos.

O capítulo 5 descreve os modelos propostos para desagregação de vazões mensais em diárias, assim como sua aplicação em Rio dos Patos.

O capítulo 6 descreve a Metodologia de Testes e relaciona os resultados obtidos.

O capítulo 7 contém as conclusões e recomendações finais.

O apêndice descreve sucintamente alguns modelos de geração anual e desagregação de vazões anuais em mensais. Estes modelos serão utilizados nos modelos de desagregação de vazões mensais em diárias. Este apêndice também contém uma breve revisão dos modelos que eliminem valores negativos de vazões geradas.

2. PESQUISA BIBLIOGRÁFICA

2.1.GERAL

Este capítulo está dividido em duas partes: o item 2.2 apresenta uma classificação dos modelos existentes de geração diária e o item 2.3 resume um trabalho que comparou diferentes modelos de geração diária.

2.2. CLASSIFICAÇÃO DOS MODELOS

Os modelos de geração diária por métodos diretos podem ser classificados em:

1. Modelos baseados unicamente em simuladores de vazões mensais;
2. Modelos de "pulsos", que se dividem em:
 - 2.1. Modelos "shot-noise";
 - 2.2. Modelos baseados na transição de probabilidades "seco-chuvoso";
 - 2.3. Modelos de pulsos empíricos;
3. Modelo não-paramétrico;
4. Modelos de desagregação.

Esta classificação é baseada naquela proposta por KELMAN (1987a) mas difere da mesma por:

- incluir alguns modelos com características semelhantes num mesmo grupo, "modelos baseados na transição de probabilidade seco-chuvoso";
- incluir os modelos do tipo "shot-noise", Diana e "seco-chuvoso" num mesmo grupo, os modelos de "pulsos".

2.2.1. MODELOS BASEADOS EM SIMULADORES DE VAZÕES MENSAIS

As primeiras tentativas de modelagem diária foram tentativas de estender ao caso diário abordagens que tinham sido empregadas no caso mensal (KELMAN, 1987a; WEISS, 1977). Alguns destes modelos são os modelos propostos por HALTER e MILLER (1967, *apud* PAYNE et al, 1969), por BEARD (1967, *apud* PAYNE et al, 1969), e os modelos auto-regressivos: o proposto por QUIMPO (1967), e o proposto por PAYNE et al (1969).

HALTER e MILLER desenvolveram um modelo de simulação utilizando regressão linear que gerava 30 vazões por mês, baseado na vazão média mensal e no desvio-padrão das vazões mensais. As hidrógrafas encontradas não eram adequadas porque a correlação serial entre vazões consecutivas não era incorporada no gerador. As vazões seguiam uma curva de recessão quando a vazão gerada era maior que um valor assumido para ser o mais alto. Um grande inconveniente deste modelo era a grande variação entre as vazões diárias geradas (*apud* PAYNE et al, 1969).

Beard propôs um modelo que gerava vazões diárias durante as estações chuvosas utilizando uma cadeia de Markov de segunda ordem e as características históricas das vazões diárias dentro do mês. As vazões do histórico eram rearranjadas.

O modelo estocástico proposto por QUIMPO (1968) é uma adaptação de modelos auto-regressivos, de ordens 1, 2 e 3 para o caso de modelagem diária. Como os modelos auto-regressivos geram séries com média nula e desvio-padrão unitário, que depois serão multiplicadas pelo desvio-padrão e somadas às médias de longo período, isto tornou inviável a pura e simples aplicação de modelos auto-regressivos para o caso diário, tendo em vista a enorme variabilidade das médias e desvios-padrões para cada dia do ano neste caso. Para sanar este problema, QUIMPO ajustou uma função suave e verossímil,

tanto para a média $\hat{\mu}_i$, quanto para o desvio-padrão $\hat{\sigma}_i$. Estas funções são as médias e desvios-padrões periódicos obtidos por séries de Fourier para séries diárias (KELMAN, 1987a; QUIMPO, 1968; YEVJEVICH, 1984). Este modelo apresenta os seguintes inconvenientes: a ascensão da hidrógrafa não apresenta uma ascensão abrupta comparada com recessão suave, como normalmente ocorre na série histórica; e não consegue reproduzir a alta assimetria e curtose das distribuições empíricas (TAO, 1973, *apud* KELMAN, 1987b).

O modelo de simulação devido a PAYNE et al. (1969) se baseia nas séries históricas *rearranjadas*, ou seja, as ascensões e recessões da série histórica são retiradas do seu lugar de origem e realocadas nos dias de maior probabilidade de ocorrência. Após este rearranjo das vazões históricas, um modelo log-Pearson tipo III é utilizado para gerar novas séries. O método foi testado originalmente no rio Calapooia, em Oregon, que apresenta uma forte sazonalidade, com a neve derretida apresentando grande influência na primavera, e com finais de verões chuvosos. A aplicação de tal modelo para a Região Sul do Brasil, com sazonalidade muito pouco definida, apresenta, como era de se esperar, grandes dificuldades.

2.2.2. OS MODELOS DE "PULSOS"

Os modelos anteriores, como se viu, não reproduzem as ascensões rápidas e recessões lentas normalmente encontradas na série histórica diária de vazões, a não ser por um artifício, como em PAYNE et al. Os modelos que estão incluídos nesta classificação geram, por um meio ou outro, "pulsos", ou seja, ascensões rápidas da hidrógrafa causadas por chuvas e estimados unicamente através do registro de vazões. Para cada um destes modelos o valor dos "pulsos" são obtidos por um método diverso. Os modelos *shot-noise* geram estes pulsos por funções exponenciais; os modelos "dia chuvoso-dia seco"

geram vazões por outras funções, exponenciais ou não; os modelos tipo "Diana" são não-paramétricos.

2.2.2.1. Modelos *Shot-Noise*

Os modelos *shot-noise* (BERNIER, 1970, *apud* KELMAN, 1987a; WEISS, 1977) se compõe de uma série de eventos, obedecendo a uma lei de Poisson, cada um produzindo um pulso de altura aleatória, superposto a uma equação exponencial ajustada às recessões. Isto constitui um processo regressivo de primeira ordem contínuo no tempo, com distribuição gama dos valores instantâneos. O modelo pode ser ajustado aos dados disponíveis de tal modo a preservar a média, o desvio-padrão e as correlações seriais da série histórica. WEISS (1977) ainda criou os modelos de segunda ordem, onde o escoamento era dividido em duas parcelas: escoamentos de base e de superfície. Estes modelos têm a grande vantagem de gerar vazões diárias com a utilização de um número mínimo de parâmetros e foram, inclusive, aplicados com sucesso na região litorânea do estado do Paraná (CEHPAR, 1990 e MINE, 1990).

2.2.2.2. Modelos baseados na transição de probabilidades "seco-chuvoso"

Os métodos baseados na transição de probabilidades *seco-chuvoso* foram iniciados pelo modelo de simulação devido a TREIBER e PLATE (*apud* SARGENT, 1979). Este modelo gera inicialmente vazões para os dias onde devam ou não ocorrer pulsos, ou seja, dias chuvosos ou não. Para cada dia chuvoso, um pulso é gerado utilizando uma distribuição exponencial modificada. O pulso é então adaptado a uma função de transferência para obter a seqüência de vazões para os dias onde não ocorrem pulsos. Esta função de transferência é calculada ajustando-se uma função polinomial às recessões, identificada na série histórica, pelo método dos mínimos quadrados. O modelo

de SARGENT (1979) utiliza a mesma abordagem básica utilizada por TREIBER e PLATE, mas utiliza métodos mais simples na obtenção das recessões das séries geradas.

O modelo de O'CONNELL e JONES (*apud* BARBOSA, 1981) também gera inicialmente dias secos e chuvosos. Nos dias chuvosos são gerados pulsos que serão somados à função auto-regressiva não-linear que caracteriza o modelo.

2.2.2.3. Modelos de pulsos empíricos

Os modelos de pulsos empíricos, "estocástico de vazões diárias" (KELMAN, 1977,1980), Diana (KELMAN et al., 1983) e Xadrez (KELMAN, 1987b) têm como gerador de pulsos em dias considerados chuvosos a distribuição empírica de $Q(t)/Q(t-1)$ ou $Q(t)-Q(t-1)$, conforme o caso. O modelo Diana é um aperfeiçoamento do modelo "empírico de vazões diárias", e as diferenças entre os dois são descritas em KELMAN (1987a,b). No modelo Xadrez os componentes elementares são os "saltos de vazão", definidos como a diferença de vazão entre dois dias consecutivos.

2.2.3. MODELO NÃO-PARAMÉTRICO

O modelo não-paramétrico proposto por YAKOWITZ (1979) é baseado na distribuição de probabilidades empírica de $q(t)$, condicionada nos valores imediatamente anteriores, $\mathbf{q}(t) = [q(t-1), q(t-2), q(t-N)]$, onde N é a memória arbitrada para o processo. Para isto, YAKOWITZ definiu um conjunto finito de vetores representativos, $\mathbf{q}(N+1), \mathbf{q}(N+2), \dots, \mathbf{q}(m)$, de tal forma que qualquer vetor composto por N vazões geradas $Q(1), Q(2), \dots, Q(m)$, pudesse ser classificado numa das m categorias de acordo com a distância entre Q a cada um dos $\mathbf{q}(i), i=N+1, \dots, m$.

2.2.4. MODELOS DE DESAGREGAÇÃO

Os modelos de desagregação geram vazões diárias a partir de séries de vazões de tempos maiores que o dia. Estas séries que serão desagregadas podem ser anuais, mensais ou de qualquer outra duração.

A partir do modelo proposto por KOTTEGODA (1972) de geração de séries de vazões médias de cinco dias, GREEN (1973) propôs um modelo que desagrega estas vazões médias em vazões diárias através de um sistema sofisticado de interpolações.

PORTELA e SANTOS (1989) propuseram um modelo de desagregação que, basicamente, é a extensão do método de SANTOS e SALAS (*apud* VALENCIA, BERDUGO e GARCIA, 1991) de desagregação de vazões anuais em mensais, para a desagregação de vazões mensais em diárias. O modelo de SANTOS e SALAS é por sua vez, é uma simplificação do modelo de MEJÍA e ROUSSELLE (1976): a adaptação feita aqui diz respeito ao conceito de aditividade ("os dias somam meses"): o modelo gera por etapas, e em cada etapa se obtém a vazão naquele dia e a soma das vazões nos dias restantes daquele mês.

SVANIDZE (1980) propôs o método dos fragmentos, que desagrega vazões anuais em mensais ou em intervalos menores, de até horas. O método se baseia na dupla amostragem: a vazão média anual $X(i)$ (primeira amostragem, para o ano i) e os fragmentos $y_{adm}(i,k)$ (segunda amostragem, para o ano i e mês k), isto é, a distribuição do escoamento com um intervalo menor que um ano que foi observado no passado, adimensionalizados. Multiplicando-se a vazão média anual $X(i)$, gerada por algum método de reconhecida eficácia, pelas ordenadas dos fragmentos $y_{adm}(i,k)$ se obtém um novo hidrograma, consistido de vazões médias de períodos menores que uma ano.

Os modelos MSD (Modelo Simplificado de Desagregação) e MMD (Modelo Modificado de Desagregação) aqui propostos são uma variação do

modelo dos fragmentos, com as seguintes diferenças básicas: a série $X(i)$ é mensal, e não anual; e um método é indicado para que não ocorram saltos do fim de um mês para o início de outro. O modelo aqui proposto gera uma maior variabilidade da série intra-ano do que no caso do método dos fragmentos original. Em casos especiais destes modelos, os fragmentos q_i (segunda amostragem) podem ter como origem a série sintética gerada por outro modelo.

2.3. O TRABALHO DE BARBOSA (1980)

O outro trabalho pesquisado aqui, que visou, como este, comparar uma série de métodos de geração diária, foi o elaborado por BARBOSA (1981).

BARBOSA gerou vazões por quatro métodos diferentes: TREIBER e PLATE, YAKOWITZ (1979), O'CONNELL e JONES, e KELMAN (1977).

O modelo devido a TREIBER e PLATE foi o primeiro a considerar a geração de dias com ou sem pulsos (ou chuvas) antes da geração propriamente dita de vazões. Modelos matemáticos, então, eram ajustados ao histórico, tanto para recessões como para ascensões da hidrógrafa e reproduzidos no modelo de geração. Este princípio - geração de dias com ou sem chuvas - foi utilizado em outros modelos, como se verá mais tarde.

BARBOSA, na geração do modelo não-paramétrico de YAKOWITZ, fez várias modificações no modelo original, de modo a permitir:

- que algumas vazões geradas fossem maiores que a máxima encontrada no histórico;
- uma maior reprodução da sazonalidade na geração, através da modificação do modelo não-paramétrico original para um modelo *sazonal* não-paramétrico.
- uma pesquisa aprofundada quanto às dimensões e o número dos vetores representativos.

O modelo de O'CONNELL e JONES é um modelo auto-regressivo não-linear, cuja vazão no dia $i+1$ depende de uma função não-linear da vazão no dia i mais um pulso (se ocorre ou não chuva - idéia derivada de TREIBER e PLATE).

O modelo de KELMAN (1977) é o que através de algumas modificações originou o modelo Diana, que será gerado neste trabalho.

Muito importante no trabalho de BARBOSA (1981) é o seu método de testes, que serve de principal referência para a aplicação dos testes neste trabalho. BARBOSA gerou 600 anos de vazões diárias para cada modelo, e considerou esta amostra gerada tanto como uma só amostra de 600 anos como várias amostras do tamanho da série histórica.

Considerando a amostra gerada como 600 anos seguidos, foram calculados vários momentos, como a média, a variância, a assimetria das vazões diárias e máximas, entre muitos outros. Também foram realizados os índices de igualdade de duas distribuições multinomiais e de Smirnov para testar se a distribuição histórica é a mesma que a gerada.

Considerando a amostra como sendo várias amostras do tamanho do histórico, foi executado o teste de avaliação global proposto por O'CONNELL, e, finalmente, a avaliação do modelo segundo a probabilidade do mesmo representar a série histórica.

O modelo que teve o melhor resultado foi o de KELMAN (1977), mas, nas palavras de BARBOSA, "este resultado pode ter sido originado no fato de que os outros três modelos sofreram adaptações e foram programados por este autor". Além disso, conclui o autor, "o que o trabalho procurou, mais do que a classificação propriamente dita, foi estruturar um metodologia de avaliação, que possa ser adotada quando for preciso escolher-se um modelo de geração de séries de vazões diárias".

3. ESCOLHA DOS MODELOS EXISTENTES SELECIONADOS E SUA DESCRIÇÃO

3.1 ESCOLHA DOS MODELOS

Para fins de aumentar a representatividade do estudo, a filosofia que norteou a escolha dos modelos existentes a serem utilizados foi a seguinte:

- escolher pelo menos um modelo para cada sub-item relacionado em 2.2;
- escolher entre os modelos mais representativos ou mais citados em cada sub-item.

Deste modo, entre os modelos do item 2.2.1, foram escolhidos os modelos de QUIMPO (1968) e PAYNE (1969), o primeiro por ser um dos mais citados em toda a literatura, com soluções até certo ponto interessantes para a geração de séries de vazões diárias e o segundo por ser a primeira tentativa de se reproduzir, nas séries sintéticas, as hidrógrafas da série histórica.

Entre os modelos do item 2.2.2.1, foram escolhidos dois modelos de *shot-noise* de primeira ordem e um modelo *shot-noise* de segunda ordem (WEISS, 1977), por estarem entre os mais difundidos.

Entre os modelos do item 2.2.2.2, foi escolhido o modelo de SARGENT (1979), uma simplificação do modelo de TREIBER e PLATE, por apresentar um solução interessante para que a série de vazões diárias preserve características mensais e anuais.

Entre os modelos do item 2.2.2.3, foi escolhido o modelo Diana, que, além de ser um aperfeiçoamento do modelo "estocástico de vazões diárias" (KELMAN, 1977,1980) é mais complexo e sofisticado que o modelo Xadrez.

Para o item 2.2.3, o modelo não-paramétrico de YAKOWITZ (1979), foi o escolhido para simulação. Além de apresentar resultados "visuais" muito

bons, isto é, a hidrógrafa gerada é muito semelhante à histórica, a distribuição empírica de YAKOWITZ foi utilizada no modelo proposto MMD (Modelo Modificado de Desagregação).

No item 2.2.4, os modelos de GREEN (1973) e de PORTELA e SANTOS (1989) não foram utilizados porque a sua complexidade não é proporcional aos resultados obtidos: em seu *paper*, GREEN reconhece que seu modelo não reproduz bem vazões máximas; e o modelo de PORTELA e SANTOS não têm outro objetivo senão passar para o caso diário o modelo SANTOS e SALAS de desagregação anual em mensal, não levando em conta as características próprias encontradas na geração de vazões diárias. O modelo existente gerado foi o de SVANIDZE (1980) que é fonte de inspiração para os modelos gerados, como será visto no capítulo 4. Os modelos propostos também se enquadram no item 2.2.4.

3.2. MODELO DE QUIMPO

QUIMPO (1968) propôs um modelo auto-regressivo para geração de vazões diárias. A forma geral de um modelo AR(p) para um ano j, isto é, de ordem p, é a seguinte:

$$\xi(j,t) = a(1)\xi(j,t-1) + a(2)\xi(j,t-2) + \dots + a(p)\xi(j,t-p) + \eta(j,t) \quad (3.2.1)$$

onde

$\xi(j,t)$ = vazões diárias geradas modificadas para um ano j e um dia t (devem ser feitas adaptações triviais em (3.2.1) na passagem de um ano para outro);

$a(i)$ = termo auto-regressivo;

$\eta(j,t)$ = termo aleatório, com média zero e variância dependendo da ordem dos parâmetros do modelo.

A série gerada $Q(j,t)$, $t=1...365$, $j=1..m$, com m igual ao número de anos gerados é obtida a partir da série $\xi(i,\tau)$, modificada da histórica, obtida da seguinte maneira: seja $q(i,\kappa)$ a série histórica de vazões diárias para o ano i e dia τ , $\tau=1..365$, $S(\tau)$ as médias periódicas e $V(\tau)$ os desvios-padrão periódicos de longo período para cada dia juliano do ano. A série $\xi(i,\tau)$ é dada por:

$$\xi(i,\kappa) = \frac{q(i,\tau) - S(\tau)}{V(\tau)} \quad (3.2.2)$$

Sejam as séries $m(\tau)$ e $s(\tau)$ as médias e desvios padrão diários para $\tau = 1.. \omega$, com $\omega=365$. As séries $S(\tau)$ e $V(\tau)$ são então obtidas pelas fórmulas (YEVJEVICH, 1984):

$$S(\tau) = \bar{m}(\tau) + \sum_{j=1}^{hm} [A(j,m) \cos \frac{2j\tau\pi}{\omega} + B(j,m) \sin \frac{2j\tau\pi}{\omega}] \quad (3.2.3)$$

$$V(\tau) = \bar{s}(\tau) + \sum_{j=1}^{hs} [A(j,s) \cos \frac{2j\tau\pi}{\omega} + B(j,s) \sin \frac{2j\tau\pi}{\omega}]$$

onde

$\bar{m}(\tau)$ = média dos valores de $m(\tau)$;

$\bar{s}(\tau)$ = média dos valores de $s(\tau)$;

hm, hs = número de harmônicos. Neste trabalho foi simplesmente adotado o mesmo valor utilizado nas simulações de YEVJEVICH (1984) para vazões diárias, ou seja, $hm = hs = 5$.

$A(j,m), A(j,s), B(j,m), B(j,s)$ = parâmetros, onde j diz respeito aos número de harmônicos selecionados, m e s à média e ao desvio padrão, respectivamente. Os parâmetros $A(j,m)$ e $B(j,m)$ são dados por:

$$A(j, m) = \frac{2}{\omega} \sum_{\tau=1}^{\omega} [m(\tau) - \bar{m}(\tau)] \cos \frac{2j\tau \pi}{\omega} \quad (3.2.4)$$

$$B(j, m) = \frac{2}{\omega} \sum_{\tau=1}^{\omega} [m(\tau) - \bar{m}(\tau)] \sin \frac{2j\tau \pi}{\omega}$$

Para $A(j, s)$ e $B(j, s)$, basta substituir $m(\tau)$ e $\bar{m}(\tau)$ por $s(\tau)$ e $\bar{s}(\tau)$, respectivamente.

A série histórica, no modelo de QUIMPO, precisa ser normalizada pelas médias e desvios periódicos pois a curva destes é muito mais suave que as médias e desvios históricos.

Os parâmetros $a(i)$ são calculados através da matriz:

$$\begin{bmatrix} 1 & \rho(1) & \rho(2)\dots & \rho(p-1) \\ \rho(1) & 1 & \rho(1)\dots & \rho(p-2) \\ & \dots & & \\ \rho(p-1) & \rho(p-2) & \rho(p-3)\dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a(1) \\ a(2) \\ \dots \\ a(p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho(1) \\ \rho(2) \\ \dots \\ \rho(p) \end{bmatrix} \quad (3.2.5)$$

onde $\rho(i)$ é o i -ésimo coeficiente de autocorrelação da série $\xi(1, \tau)$.

Obtidos os parâmetros $a(i)$, deve-se calcular a variância do ruído $\eta(\tau)$, $\tau = 1 \dots 365$. Para o modelo AR(1) tem-se que:

$$\text{var } \eta(\tau) = [1 - \rho(1)^2] \text{var } q(\tau) \quad (3.2.6)$$

e para o modelo AR(2):

$$\text{var } \eta(\tau) = \{[1+a(2)] / [1-a(2)]\} \{[1-a(2)]^2 - a(1)^2\} \text{var } q(\tau) \quad (3.2.7)$$

Expressões semelhantes são empregadas para o cálculo da variância dos ruídos para outros valores de p (SALAS et al, 1980). Para se gerar números aleatórios seguindo uma distribuição normal com média zero e variância igual a $\eta(\tau)$, basta multiplicar um número aleatório gerado com média nula e variância unitária pelo desvio de $\eta(\tau)$, ou seja, a raiz quadrada da variância de $\eta(\tau)$.

Calculados os parâmetros, vazões diárias são geradas através da fórmula (3.2.1). Arbitrando-se p valores iniciais, pode-se iniciar a simulação, e 50 a 100 valores devem então ser gerados até que a tendência causada por esta simulação inicial arbitrada seja anulada (SALAS et al, 1980). Finda a simulação, da série $\xi(j,t)$, gerada, com j igual ao ano gerado e t igual ao dia gerado, deve ser transformada na série de vazões geradas $Q(j,t)$ através de (3.2.2) - importante ressaltar que na transformação em (3.2.2), $S(\tau)=S(t)$ e $V(\tau)=V(t)$, com $t=1..365$.

3.3. MODELO DE SIMULAÇÃO DE VAZÕES DIÁRIAS (PAYNE et al, 1969)

3.3.1. GERAL

PAYNE et al. (1969) apresentaram um modelo auto-regressivo multivariado de simulação de vazões diárias. Como neste trabalho apenas serão analisados casos univariados, os termos das equações apresentadas por PAYNE et al. (1969) que levem em conta as vazões para mais de uma localidade serão aqui omitidos.

Este método tem como passo básico o rearranjo das vazões diárias, de modo que os pulsos encontrados se localizem nos mesmos dias do ano, repetindo, em cada ano gerado, uma mesma forma básica para os hidrogramas.

A seguir descreve-se os passos que devem ser seguidos para aplicação do método.

3.3.2. REARRANJO DAS VAZÕES DO HISTÓRICO

Inicialmente, analisam-se os valores de pico do histórico, mês a mês: frequência média, dias em que mais frequentemente estes picos ocorrem, distância média entre picos. Isto feito, as vazões são rearranjadas de modo que os picos sempre ocorram nos mesmos dias julianos, e os segmentos remanescentes do hidrograma devem ser rearranjados de modo a preservar uma maior porção possível do histórico. O mesmo procedimento pode ser aplicado para vazões mínimas ou tendências.

No rio Calapooia, em Oregon, EUA, testado por PAYNE et al. (1969), a sazonalidade é bem definida, e o derretimento das geleiras faz ainda com que ocorram aumentos de vazão significativos nos meses de inverno.

3.3.3. ANÁLISE E MODIFICAÇÃO DA SÉRIE REARRANJADA

Neste passo, as vazões diárias rearranjadas $qr(t, \tau)$, onde t é o ano e τ é o dia ($\tau = 1 \dots \omega$, onde ω é o número de dias do ano) é o dia são transformadas nos seus logaritmos $L(t, \tau)$. Desta série de logaritmos são estimados $\mu(\tau)$, $\sigma(\tau)$ e $\gamma(\tau)$, respectivamente a média, desvio padrão e coeficiente de assimetria para cada dia do ano.

O próximo passo é o cálculo do valor do desvio padronizado δ (considerado por PAYNE et al. como distribuído segundo uma função Pearson tipo III) para cada dia t pela subtração da média μ e da divisão pelo desvio padrão σ :

$$\delta(l,\tau) = (L(l,\tau) - \mu(\tau)) / \sigma(\tau) \quad (3.3.1)$$

O valor $\delta(l,\tau)$ é transformado numa variável normal padronizada $Z(l,\tau)$, utilizando o coeficiente de assimetria e a função Pearson tipo III pela aproximação seguinte:

$$Z(l,\tau) = \frac{6}{\gamma(\tau)} \left[\left(\frac{\gamma(\tau)}{2} \delta(l,\tau) + 1 \right)^{1/3} - 1 \right] + \frac{\gamma(\tau)}{6} \quad (3.3.2)$$

A série $Z(l,\tau)$ calculada é uma seqüência de variáveis aleatórias normais, supostas identicamente distribuídas; para esta seqüência estima-se o coeficiente de autocorrelação $\rho(\tau)$ entre os dias τ e $\tau+1$. O coeficiente de regressão $b(\tau)$ deve ser calculado de modo a se ajustar a seguinte equação:

$$Z(l,\tau) = b(\tau) Z(l,\tau-1) + \varepsilon(l,\tau) \quad (3.3.3)$$

onde $\tau = 1, \dots, \omega$ representa o dia juliano e $\varepsilon(l,\tau)$ um ruído aleatório normal com média nula e variância unitária. O coeficiente $b(\tau)$, quando o modelo é univariado de ordem 1 (como neste trabalho), é dado por $b(\tau) = \rho(\tau)$. Os coeficientes $b(\tau)$ devem ser convertidos em coeficientes $B(\tau)$, da seguinte maneira:

$$B(\tau) = b(\tau) * S(\tau-1) / S(\tau) \quad (3.3.4)$$

onde $S(\tau)$ é o desvio padrão da variável $Z(\tau)$.

3.3.4. GERAÇÃO PROPRIAMENTE DITA

A simulação é realizada através da fórmula (3.3.5), semelhante à fórmula do modelo AR(1) (ver anexo):

$$Z(j,t) = B(\tau) * Z(j,t-1) + (1 - \rho(t)^2)^{0,5} * \varepsilon(j,t) \quad (3.3.5)$$

onde t é o dia (t=1... ω) gerado (importante ressaltar que t= τ , onde τ , conforme apresentado acima, é o dia juliano da série histórica), j o ano gerado e $\varepsilon(j,t)$ um ruído aleatório normal com média nula e variância unitária. A variável Z(j,t) (normal padrão com média nula e variância unitária) deve ser transformada numa variável padronizada Pearson tipo III pela aproximação:

$$\delta(j,t) = \frac{2}{\gamma(t)} \left\{ \left[\frac{\gamma(t)}{6} (Z(j,t) - \frac{\gamma(t)}{6}) + 1 \right]^3 - 1 \right\} \quad (3.3.6)$$

A variável $\delta(t)$ deve ser transformada numa variável $\delta'(t)$ considerando-se o algoritmo:

$$\begin{array}{lll} \text{Se } \gamma(t) < 0 & \text{então : se } \delta(j,t) + 2/\gamma(t) = 0 & \text{então } \delta'(j,t) = \delta(j,t) \\ & & \text{senão } \delta'(j,t) = 2/\gamma(t) \end{array}$$

$$\text{Se } \gamma(t) = 0 \quad \text{então :} \quad \delta'(j,t) = Z(j,t)$$

$$\begin{array}{lll} \text{Se } \gamma(t) > 0 & \text{então : se } \delta(j,t) + 2/\gamma(t) < 0 & \text{então } \delta'(j,t) = 2/\gamma(t) \\ & & \text{senão } \delta'(j,t) = \delta(j,t) \end{array}$$

Este algoritmo deve ser aplicado porque a aproximação (3.3.5) não é correta sob certas circunstâncias (PAYNE et al., 1969). As vazões Q(j,t) diárias geradas são finalmente obtidas através da fórmula (3.3.7):

$$Q(j,t) = \exp [\mu(t) + \delta'(j,t) * \sigma(t) / C] \quad (3.3.7)$$

onde $\mu(t)$ e $\sigma(t)$ são, respectivamente, a média e o desvio padrão da série de logaritmos $L(j,t)$ do registro histórico rearranjado, com $t=\tau=1..\omega$. O coeficiente C é um coeficiente dependente dos dados gerados. Aplica-se este coeficiente para abater os valores máximos ou mínimos que, numa primeira geração, normalmente resultam em valores respectivamente muito maiores ou menores que o esperado na geração, em virtude do bias provocado pela transformação logarítmica das vazões rearranjadas.

3.4. MÉTODO *SHOT NOISE*

3.4.1. GERAL

Os modelos *shot noise* (Bernier, 1970, *apud* WEISS, 1977; WEISS, 1977) podem ser classificados de acordo com as seguintes categorias:

(a) quanto à ordem:

- primeira ordem : o modelo considera que existe apenas uma componente da vazão;
- segunda ordem: o modelo considera a vazão como o somatório de duas componentes: o rápido (superficial) e o lento (subterrâneo).

(b) quanto a discretização temporal:

- vazão discretizada: a vazão num tempo t é considerado como igual a um valor pontual medido no tempo t . Nos modelos *shot noise* de geração de vazões diárias, é considerado um único valor de t por dia.
- vazão média: a vazão num dia t é dado pela média dos fluxos naquele dia t .

Foram escolhidos para serem simulados neste trabalho três modelos *shot noise*, dois de primeira ordem e um de segunda ordem.

Os modelos *shot noise* são baseados no processo filtrado de Poisson, que pode ser resumido como segue:

Seja $N(t)$ um processo de Poisson, Y uma variável aleatória, e $w(t,y)$ uma função qualquer. Seja a seqüência $\dots, \zeta_{-1}, \zeta_0, \zeta_1, \dots$ os tempos do processo $N(t)$, e sejam $\dots, y_{-1}, y_0, y_1, \dots$ uma seqüência de variáveis aleatórias mutuamente independentes, ambas as seqüências distribuídas como Y e independentes de $N(t)$. Um processo filtrado de Poisson é definido como:

$$Q(t) = \sum_{m=N(-\infty)}^{N(+\infty)} w(t - \zeta_m; y_m) \quad (3.4.1)$$

Este processo filtrado de Poisson pode ter a seguinte aproximação física em termos hidrológicos: os eventos nos instantes ζ_m podem ser tomados como pontos de início de chuvas. O número aleatório y_m correspondente ao instante ζ_m corresponderia ao volume de uma chuva iniciando no tempo ζ_m . Finalmente, y_m e ζ_m produzirão uma vazão dada por $w(t - \zeta_m; y_m)$ em cada momento t .

Esta interpretação é uma grosseira aproximação da realidade. Chuvas não são instantâneas e são seqüencialmente dependentes. Além do mais, são apenas suposições que a vazão de um rio obedeça às seqüências ζ_m e y_m de uma maneira linear, ou mesmo que a função $w(t,y)$ exista.

3.4.2. MODELO *SHOT NOISE* DISCRETIZADO DE PRIMEIRA ORDEM

O processo *shot noise* pode ser definido como segue: seja $N(t)$ um processo de Poisson com razão ν . Seja Y uma variável aleatória com distribuição exponencial com média θ e função densidade de probabilidade $f(y)$

$= 1/\theta \exp(-y/\theta)$, $y > 0$. Seja $w(t,y) = y \exp(-bt)$, $t > 0$. O processo *shot noise* é definido por

$$Q(t) = \sum_{m=N(-\infty)}^{N(+\infty)} y_m \exp[-b(t - \zeta_m)] \quad (3.4.2)$$

O processo tem três parâmetros: a razão de eventos ν , a altura média de pulsos θ e a taxa de decaimento b . A função densidade de probabilidades de $Q(t) = x$ é dada por

$$f(x) = \frac{(1/\theta)^{\nu/b} x^{\nu/b-1}}{\Gamma(\nu/b)} e^{-x/\theta} \quad (3.4.3)$$

Os parâmetros θ , ν e b são obtidos através das fórmulas:

$$E[Q(t)] = \nu\theta / b$$

$$\text{Var}[Q(t)] = \nu\theta^2 / b \quad (3.4.4)$$

$$\rho[Q(t), Q(t+1)] = \exp(-b)$$

Onde $E[.]$ é o valor esperado, $\text{Var}[.]$ a variância e $\rho[.]$ o coeficiente de auto-correlação. Para estimar os valores de ν , θ e b basta substituir nas equações (3.4.4) os momentos amostrais. A realização do processo $Q(t)$ tem a forma de uma serra dentada, com pulsos verticais de magnitude y_m nos tempos ζ_m e com decréscimo exponencial entre pulsos na razão b .

3.4.3. PROCESSO *SHOT NOISE* MÉDIO DE PRIMEIRA ORDEM

O processo médio Q_t considera as vazões como a média da vazão em um dia t , ao contrário do processo $Q(t)$ descrito anteriormente, que considerava as vazões discretizadas nos instantes t . Define-se Q_j como o valor médio $Q(t)$, com início no instante $(j-1)T$ e final no instante jT :

$$Q_j = \frac{1}{T} \int_{(j-1)T}^{jT} Q(t) dt \quad (3.4.5)$$

Os momentos são, neste caso

$$\begin{aligned} E(Q_j) &= \mu = \nu \theta / b \\ \text{Var}(Q_j) &= \sigma^2 = 2[b - \{1 - \exp(-b)\}] \nu \theta^2 / b^3 \\ \rho(Q_j, Q_{j+1}) &= [1 - \exp(-b)]^2 / \{2[b - (1 - \exp(-b))]\} \end{aligned} \quad (3.4.6)$$

Como no caso discreto, basta substituir as estatísticas amostrais nas fórmulas (3.4.6) para que se obtenham os valores de ν , θ e b .

3.4.4. GERAÇÃO DE VAZÕES DIÁRIAS PELO *SHOT NOISE*

As fórmulas para a geração das vazões Q_t , médias de um dia, e $Q(t)$, discretizadas, são as seguintes:

$$Q_{t+1} = \frac{1}{b} [1 - \exp(-b)] Q(t) + \sum_{m=N(t)}^{N(t+1)} \frac{1}{b} \{1 - \exp[-b(t+1 - \zeta_m)]\} y_m \quad (3.4.7)$$

$$Q(t+1) = \exp(-b) Q(t) + \sum_{m=N(t)}^{N(t+1)} \{ \exp[-b(t+1 - \zeta_m)] \} y_m \quad (3.4.8)$$

As primeiras parcelas do lado direito de (3.4.7) e (3.4.8) são a contribuição dos eventos precedentes t e as segundas parcelas são as contribuições em $(t, t+1)$.

O algoritmo para a geração pelo modelo *shot noise* é o seguinte, :

1. Assume-se um valor inicial para Q_t e $Q(t)$;
2. Os primeiros termos do lado direito de (3.4.7) e (3.4.8) (aqueles que correspondem ao decaimento em $t+1$ se não houver pulsos) são calculados a partir de $Q(t)$ e Q_t e obtém-se um valor inicial para $Q(t+1)$ e Q_{t+1} .
3. Faça $m = 1$ e $\zeta_m = 0$;
4. O próximo evento, τ_{m+1} é gerado pela fórmula $\zeta_{m+1} = \zeta_m + E$, onde E é gerado randomicamente a partir de uma distribuição exponencial com média $1/v$. O número E é dado por (ABRAMOWITZ e STEGUN[1968], p 953):

$$E = (1/v) * (-\ln(\Xi)) \quad (3.4.9)$$

Onde Ξ é um número aleatório uniforme entre $[0,1]$ com média $1/2$ e variância $1/12$.

5. Se $\zeta_{m+1} > 1$, então não haverá pulsos no dia $t+1$, logo, os valores de Q_t e $Q(t)$ são iguais àqueles gerados em 2. Tendo terminado a geração no dia $t+1$, volte para 2.

6. Se $\zeta_{m+1} < 1$, então haverá pulsos no dia $t+1$. Estes pulsos são então adicionados àquele valor anteriormente gerado através dos passos 7., 8. e 9.;

7. Gere então um valor z_{m+1} randomicamente seguindo uma distribuição exponencial com média θ .

8. A contribuição de z_{m+1} para (3.4.7) e (3.4.8) é calculada através dos segundos termos dos lados direitos das equações, isto é, $\frac{1}{b} \{1 - \exp[-b(t+1 - \zeta_m)]\} y_{m+1}$ e $\exp[-b(t+1 - \zeta_m)] y_{m+1}$;

9. Faça $m = m+1$, e retorne ao passo 4.

3.4.5. MODELOS *SHOT NOISE* DE SEGUNDA ORDEM

Os modelos *shot noise* de segunda ordem foram formulados para eliminar algumas dificuldades de ajuste dos modelos de primeira ordem (WEISS, 1977). Ele se baseia na dupla amostragem, ou seja, na soma de dois processos, o lento - de base - e o rápido - superficial. No processo rápido deve-se obter os parâmetros b_1 , v_1 e θ_1 ; para o processo lento os parâmetros a serem calculados são b_2 , v_2 e θ_2 . O modo como estas duas amostragens e, conseqüentemente, seus parâmetros, relacionam-se entre si separa os modelos de segunda ordem em 3 tipos diferentes: SOSN - Modelo *Shot Noise* de Segunda Ordem - onde há grande dependência entre os fluxos rápido e lento; DSON - Modelo *Shot Noise* Duplo - onde os dois fluxos são completamente independentes; MSOSN - Modelo *Shot Noise* Modificado de Segunda Ordem - que é um modelo intermediário entre os dois anteriores.

Destes três modelos, foi escolhido para a simulação o segundo, o modelo DSN - Modelo *Shot Noise* Duplo. Neste modelo os processos lento e rápido são completamente independentes entre si, e podem ser gerados separadamente.

Para ajustar os parâmetros b_1 , v_1 , θ_1 , b_2 , v_2 e θ_2 , deve-se seguir os passos:

Inicialmente obtém-se os valores de b_1 e b_2 através do seguinte sistema de duas equações a duas incógnitas:

$$\rho_{T1} \sigma_{T1}^2 = \frac{\sigma_{T1}^2 d(2,2) - \sigma_{T2}^2 d(2,1)}{d(2,2)d(1,1) - d(1,2)d(2,1)} e^{(1,1)} + \frac{\sigma_{T2}^2 d(1,1) - \sigma_{T1}^2 d(1,2)}{d(2,2)d(1,1) - d(1,2)d(2,1)} e^{(2,1)} \quad (3.4.10)$$

$$\rho_{T2} \sigma_{T2}^2 = \frac{\sigma_{T1}^2 d(2,2) - \sigma_{T2}^2 d(2,1)}{d(2,2)d(1,1) - d(1,2)d(2,1)} e^{(1,2)} + \frac{\sigma_{T2}^2 d(1,1) - \sigma_{T1}^2 d(1,2)}{d(2,2)d(1,1) - d(1,2)d(2,1)} e^{(2,2)} \quad (3.4.11)$$

onde

$$\begin{aligned} d(i, j) &= d(b_i, T_j) & , (i, j = 1, 2) \\ e(i, j) &= e(b_i, T_j) & , (i, j = 1, 2) . \end{aligned}$$

sendo que $T_1 = 1$ dia e $T_2 = 1$ mês e

$$d(b, T) = \{2[bT - (1 - \exp(-bT))] / (bT)^2\} \quad (3.4.12)$$

$$e(b, T) = [(1 - \exp(-bT))^2 / (bT)^2]$$

As equações (3.4.10) e (3.4.11) devem ser resolvidas numericamente. A seção 4.3.3 descreve a resolução feita neste trabalho, assim como apresenta as equações restantes para resolver o sistema no modelo DSN, escolhido para geração de vazões diárias neste trabalho.

3.5. MODELO DIANA

3.5.1. GERAL

No modelo DIANA de geração de séries sintéticas diárias (KELMAN et al., 1983) a vazão é considerada como a soma de dois componentes:

$$Q(t) = U(t) + O(t) \quad , \quad t = 1, 2, \dots \quad (3.5.1)$$

onde $U(t)$ depende de fatores externos, tais como precipitações - podendo ser considerado um "pulso" do modelo Diana, e $O(t)$ representa o contínuo esvaziamento da água armazenada na bacia hidrográfica.

Na modelagem do processo $U(t)$, dois aspectos devem ser considerados: definir sua distribuição de probabilidade marginal e preservar a dependência

entre valores sucessivos de $U(t)$. Para resolver estes aspectos, o modelo Diana mapeia o processo $U(t)$ através de uma transformação do tipo $U(t) = [W(t)]^\alpha$. O processo $W(t)$ resulta de uma censura ao processo $Z(t)$, auto-regressivo de ordem 1 de distribuição normal. Já o processo $O(t)$, o contínuo esvaziamento da bacia hidrográfica, é igual a $Q(t-1)$ multiplicado por uma taxa de recessão. Todos estes conceitos serão melhor explicados na seção a seguir.

3.5.2. GERAÇÃO PELO MODELO DIANA

Os passos para a geração de vazões diárias pelo modelo Diana são os seguintes:

1. Seja a série histórica de vazões diárias $q(\tau)$, para $\tau=1..h$, onde h é o número de dias do histórico; necessita-se inicialmente determinar a função empírica de distribuição acumulada $F_\Delta[\delta(\tau')]$, onde

$$\delta(\tau') = q(\tau) / q(\tau-1), \quad \text{se } \delta(\tau') < 1, \quad \tau' = 1 \dots \Lambda \quad (3.5.2)$$

onde Λ = número de vezes no histórico em que $q(\tau) / q(\tau-1) < 1$.

Este passo serve para determinar uma estimativa inicial de λ , a taxa de recessão característica. No item 4.3.4 está apresentada a escolha final de λ .

2. Cálculo da distribuição empírica acumulada $F_k[k(\tau'')]$, onde

$$k(\tau'') = q(\tau) / q(\tau-1) \quad \text{se } k(\tau'') < \lambda, \quad \tau'' = 1 \dots m \quad (3.5.3)$$

onde m é o número de vezes no histórico em que $q(\tau) / q(\tau-1) < \lambda$.

Para calcular funções empíricas acumuladas nos passos 1. e 2., deve-se ordenar a amostra (de δ e de k), e então, para cada valor desta nova amostra ordenada, corresponderá um valor igual a i / N , onde i é a posição do valor na amostra ordenada, e N o tamanho da amostra.

3. Calcula-se então a distribuição empírica acumulada $F_U[u(\tau)]$, onde

$$u(\tau) = q(\tau) - \lambda q(\tau-1), \quad \text{se } q(\tau) / q(\tau-1) > \lambda$$

$$u(\tau) = 0, \quad \text{se } q(\tau) / q(\tau-1) < \lambda$$

(3.5.4)

Neste caso, a distribuição empírica acumulada é calculada através dos seguintes passos:

- ordena-se a amostra $u(\tau)$, de modo que $u(1) \leq u(2) \leq \dots \leq u(h)$, onde h é o tamanho da amostra de vazões diárias do histórico, transformando-se a amostra original $u(\tau)$ na amostra $u(j)$, ordenada;

- seja m o número de zeros na amostra $u(j)$; logo, teremos que a probabilidade que $u(j)$ seja igual a zero, ou seja, $P[u(j)=0]$, é igual a m/h .

- para cada valor $u(j) \neq 0$ da amostra ordenada corresponderá um par $[D(j), E(j)]$, onde

$$D(j) = (j-1) / h \quad j=m+1, m+2, \dots, h$$

(3.5.5)

$$E(j) = j / h, \quad j=m+1, m+2, \dots, h$$

E para cada valor $u(j) [u(j) > 0]$ corresponderá então o valor médio

$$\Psi(j) = [D(j) + E(j)] / 2$$

A distribuição empírica acumulada de $u(t)$ é dada finalmente por

$$F[u(j)] = \Psi(j)$$

(3.5.6)

4. Seja a série $z(\tau)$, onde

$$z(\tau) = \rho z(\tau-1) + \sqrt{1-\rho^2} \varepsilon(\tau) \quad (3.5.7)$$

onde $\varepsilon(\tau)$ é uma variável aleatória normal com média nula e variância unitária.

O processo $w(\tau)$ resulta em uma censura imposta ao processo $z(\tau)$, através de

$$\begin{aligned} w(\tau) &= z(\tau) && \text{se } z(\tau) > \beta \\ w(\tau) &= \beta && \text{se } z(\tau) \leq \beta \end{aligned} \quad (3.5.8)$$

$$\beta = \phi^{-1}(m/h)$$

onde $\phi(\cdot)$ é a função de distribuição normal padrão acumulada. O valor de ρ , o coeficiente de correlação da população $z(\tau)$, em (3.5.7), é calculado através da distribuição histórica de $w(\tau)$, da seguinte maneira:

Seja o processo $u(\tau)$, histórico não ordenado. A série $\Psi(\tau)$, histórica não ordenada, é obtida através de $\Psi(\tau) = F_U[u(\tau)]$, isto é, relacionando-se um valor $\Psi(\tau)$ a cada valor $u(\tau)$ do histórico. Este valor de $\Psi(\tau) = F_U[u(\tau)]$ é obtido através da relação mostrada no passo 3. Para cada valor de $u(\tau)$ igual a zero o valor correspondente de $\Psi(\tau)$ será igual a m/h . A série $w(\tau)$ é obtida pela transformação

$$w(\tau) = \phi[\Psi(\tau)] \quad (3.5.9)$$

Para $\Psi(\tau) = m/h$ (correspondente a $u(\tau)=0$), $w(\tau)=\beta$. A estimativa inicial de ρ (o coeficiente de correlação na distribuição truncada) é igual a $\hat{\rho}'$, obtido utilizando-se todos os pares contíguos ($w(\tau) > \beta$, $w(\tau+1) > \beta$) em:

$$\hat{\rho}' = \frac{\sum [w(\tau) - \bar{w}_\tau] [w(\tau+1) - \bar{w}_{\tau+1}]}{\{\sum [w(\tau) - \bar{w}_\tau]^2 \sum [w(\tau+1) - \bar{w}_{\tau+1}]^2\}^{1/2}} \quad (3.5.10)$$

$$\bar{w}_\tau = \frac{\sum w(\tau)}{n} \quad \bar{w}_{\tau+1} = \frac{\sum w(\tau+1)}{n} \quad (3.5.11)$$

onde n é o número de pares contíguos obtidos. O valor do coeficiente de correlação ρ é obtido entrando-se na tabela 3.5.1, transcrita de REIGIER e HAMDAM (1971), com $\hat{\rho}'$ e β .

5. A geração pode ser iniciada. A série gerada será aqui representada por maiúsculas $Q(t)$, com $t=1..z$, onde z é o número de vazões diárias geradas. O primeiro valor gerado, $Q(0)$, é simplesmente sorteado da distribuição empírica $q(\tau)$, $\tau = 1..h$. Um primeiro valor inicial $z(0)$ é sorteado da distribuição normal padrão $\phi(\cdot)$.

6. Faça $t=1$.

7. Sorteie $\varepsilon(t)$ da distribuição normal padrão $\phi(\cdot)$.

8. Calcule $z(\tau) = \rho z(\tau-1) + \sqrt{1-\rho^2} * \varepsilon(t)$, onde $\varepsilon(t)$ é um ruído aleatório com média nula e variância unitária. Aqui o processo $z(t)$ sofre a censura da fórmula (3.5.8): faça $w(t) = \max(\beta, z(t))$.

9. Obtenha $u(t)$ da seguinte maneira: faça $\Psi(t) = \phi^{-1} [w(t)]$. O valor de $u(t)$ é obtido através de $u(t) = F_U^{-1} [\Psi(t)]$, onde F_U é a distribuição empírica acumulada da variável $u(t)$ (ver passo 3.).

10. Se $u(t) > 0$, faça $Q(t) = u(t) + \lambda Q(t-1)$. Se $u(t) = 0$, obtenha $k(t)$ da função empírica de distribuição acumulada de $k(\tau)$, ou seja, $F_K[k(\tau)]$, através da função $k(\tau) = F_K^{-1}[\Xi]$, onde Ξ é um número aleatório uniforme entre 0 e 1 (ver passo 2.). Então faça $Q(t) = k(t) Q(t-1)$.

11. Faça $t = t + 1$ e retorne ao passo 7.

Tabela 3.5.1 - Coeficiente de correlação ρ' com ambas variáveis truncadas em β

β	ρ																		
	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
-2,50	48	96	144	192	240	289	337	386	436	485	535	585	636	687	738	790	842	890	947
-2,00	44	89	134	179	225	271	318	366	414	463	513	564	615	668	721	775	830	886	943
-1,50	39	78	118	159	201	244	287	332	379	427	476	527	580	634	690	749	809	871	935
-1,30	36	73	111	149	189	230	272	316	361	408	457	508	561	616	674	734	797	862	930
-1,10	33	68	103	139	177	215	256	298	342	388	437	487	541	597	656	718	783	852	924
-1,00	32	65	99	134	170	208	248	289	332	378	426	476	530	586	646	709	776	846	921
-0,90	30	62	94	128	164	200	239	280	322	367	415	465	518	575	635	699	768	840	918
-0,80	29	59	90	123	157	193	230	270	312	356	403	453	506	563	624	689	759	834	914
-0,70	28	56	86	118	151	185	222	260	302	345	392	441	494	552	613	679	750	827	910
-0,60	26	54	82	112	144	178	213	251	291	334	380	429	482	539	601	668	741	820	906
-0,50	25	51	78	107	138	170	205	242	281	323	368	417	470	527	589	657	731	812	902
-0,40	24	48	75	102	132	163	196	232	271	312	356	405	457	514	577	645	721	804	897
-0,30	22	46	71	97	126	156	188	223	260	301	345	392	444	501	564	633	710	796	892
-0,20	21	43	67	93	120	149	180	214	250	290	333	380	432	489	551	621	699	787	886
-0,10	20	41	64	88	114	142	172	205	241	279	322	368	419	476	538	609	688	778	881
0,00	19	39	60	84	109	136	165	196	231	269	310	356	406	463	526	596	677	769	875
0,10	18	37	57	79	103	129	157	188	222	258	299	344	394	450	512	584	665	759	869
0,20	17	35	54	75	98	123	150	180	213	248	288	332	381	437	500	571	653	749	868
0,30	16	33	51	72	93	117	143	172	204	239	277	321	369	424	486	558	641	739	858
0,40	15	31	49	68	89	112	137	165	195	229	267	309	357	412	474	545	629	729	849
0,50	14	29	46	64	84	106	131	157	187	220	257	298	345	399	461	532	617	718	842
0,60	13	28	44	61	81	101	125	150	179	211	247	288	334	387	448	520	605	707	835
0,70	12	26	41	58	76	96	119	144	172	203	238	277	323	375	435	507	592	697	827
0,80	12	25	39	55	72	92	113	137	164	194	228	267	312	363	423	494	580	686	820
0,90	11	23	37	52	69	88	108	131	157	187	220	258	301	352	411	482	568	674	812
1,00	10	22	35	49	65	83	103	125	150	179	211	248	291	340	399	469	555	663	804
1,10	9	21	33	47	62	79	98	120	144	172	203	239	280	329	387	457	543	652	795
1,30	8	18	30	42	56	71	90	110	132	158	187	222	261	308	365	433	519	629	778
1,50	8	16	28	38	50	66	81	100	121	145	173	205	244	289	343	410	495	607	761
2,00	0	0	18	33	43	45	71	82	97	118	14	171	202	246	294	356	439	551	716
2,50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	61	134	151	176	218	259	311	386	495	673

Nota: ρ' dado com três casas após a vírgula, pontos decimais omitidos

3.6. MODELO DE SARGENT

3.6.1. GERAL

O modelo de SARGENT (1979) visa preservar características importantes dos dados históricos, que são: determinação de uma seqüência de dias (cadeia markoviana) onde um crescimento na vazão deve ou não ocorrer; a distribuição das dimensões dos "pulsos"; e a inclinação da curva de recessão. O modelo de SARGENT é fundamentado no modelo de Harms e Campbell (1967) para que se preservem estatísticas não só diárias mas também anuais e mensais. A geração diária, ainda sem se preocupar com o ajuste às vazões mensais e anuais, é descrita nas seções 3.6.2 e 3.6.3. O ajuste é descrito na seção 3.6.4.

3.6.2. ANÁLISE DO HISTÓRICO

Seja um dia "chuvoso" aquele onde a vazão é superior àquela do dia anterior, e um dia "seco" no caso contrário. O primeiro passo a ser dado no estudo das características da série histórica é o cálculo das seguintes probabilidades de transição, mês a mês:

P_{ss} = probabilidade de que um dia "seco" seja seguido por outro dia "seco" ;

P_{sc} = probabilidade de que um dia "seco" seja seguido por outro dia "chuvoso" ;

P_{cs} = probabilidade de que um dia "chuvoso" seja seguido por outro dia "seco" ;

P_{cc} = probabilidade de que um dia "chuvoso" seja seguido por outro dia "chuvoso" ;

Estas probabilidades, mês a mês, são estimadas através das seguintes fórmulas:

$$P_{ss} = n_{ss} / (n_{ss} + n_{sc})$$

$$P_{sc} = n_{sc} / (n_{ss} + n_{sc})$$

$$P_{cs} = n_{cs} / (n_{cs} + n_{cc})$$

$$P_{cc} = n_{cc} / (n_{cs} + n_{cc})$$

onde n_{cc} , n_{cs} , n_{sc} , n_{ss} são os números de dias em cada uma das quatro categorias. O passo seguinte é a análise da curva de recessão característica. Esta curva é dividida em duas partes: recessão "alta" (*upper*) e recessão "baixa" (*lower*). A recessão "alta" é assumida como tendo a forma

$$Q(t) = Q_p T^B \tag{3.6.1}$$

onde $Q(t)$ = vazão no dia t ;
 Q_p = vazão de pico (ou pulso) precedente ;
 T = número de dias depois do pico ;
 B = um parâmetro de recessão.

A recessão "baixa" assume a forma

$$Q(t) = Q_p' e^{-(a+bT')} \tag{3.6.2}$$

onde T' = tempo contado a partir do início da recessão "baixa";
 Q_p' = vazão inicial na parte exponencial (ou seja, a parte "baixa") da recessão;
 a , b = parâmetros da recessão baixa.

O modelo simplificado proposto por SARGENT adota um procedimento arbitrário para separar as vazões pertencendo às recessões "baixa" ou "alta". A razão $Q(t)/Q(t-1)$ foi calculada para pares de dias sucessivos no início de cada recessão. Se este valor fosse maior que 0,9, então estas vazões estariam na parte "baixa" da recessão; se menor que 0,9, na parte "alta". Este procedimento mostrou-se realístico na inspeção de uma série de seqüências de recessão (SARGENT, 1979).

Neste ponto passa-se à identificação das "alturas dos pulsos". O histórico é analisado para que se obtenham os valores dos pulsos obtidos em cada mês. Cada "altura de pulso" é calculada para dias em que a vazão seja maior ou igual à vazão do dia precedente, tomando não a diferença entre os dois valores diretamente mas levando em conta o efeito da recessão de um dia anterior em que não ocorreu nenhum pulso, conforme a "altura de pulso" apresentado na figura 3.6.1.

Estas recessões são ajustadas a uma curva, baseada em Treiber e Plate (1975). Para isto o procedimento é o seguinte: a variável aleatória $\varepsilon(i)$, onde i é o dia gerado é obtida através de uma distribuição exponencial com parâmetro δ através da função

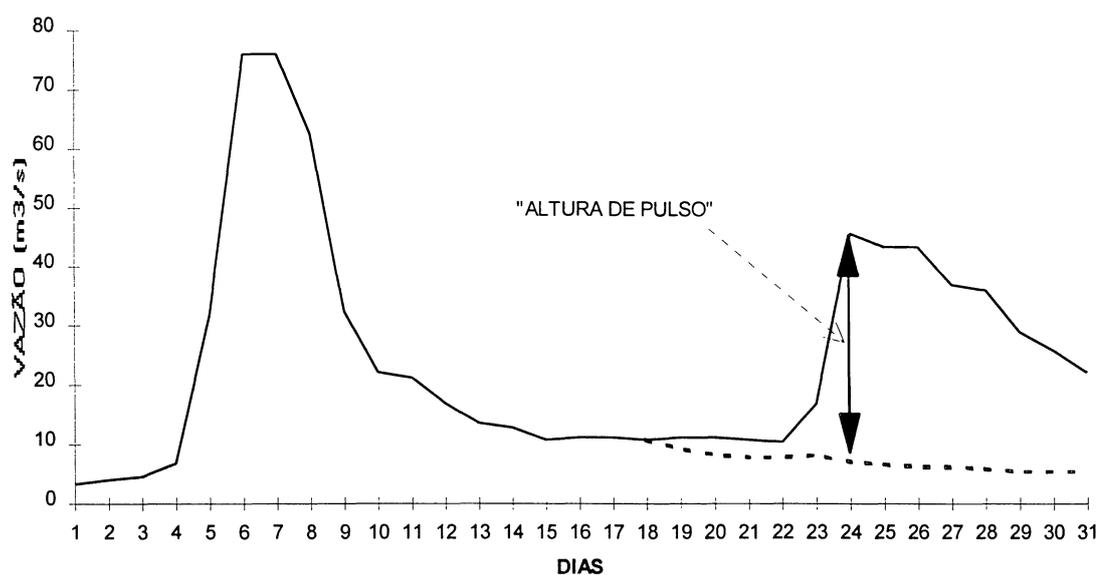
$$\varepsilon(i) = (1/\delta) * (-\ln(\Xi)) \quad (3.4.9)$$

onde Ξ é um número aleatório uniforme entre [0,1] com média 1/2 e variância 1/12. A variável aleatória $\varepsilon(i)$ é transformada em uma distribuição exponencial modificada (Weibull) por $z(i) = \varepsilon(i)^\eta$. Tomando a altura dos pulsos como $z(i)$, necessita-se estimar η e δ . η é obtido por solução numérica de

$$\frac{\sigma_z}{\mu_z} = \frac{2\Gamma(2\eta)}{\eta\Gamma^2(\eta)} - 1 \quad (3.6.3)$$

onde μ_z , σ_z são a média e o desvio padrão dos pulsos e $\Gamma(\cdot)$ é a função gama. SARGENT (1979) sugeriu, por simplificação, que η assumisse apenas valores inteiros, isto é,

Figura 3.6.1 - Ilustração para a determinação de uma "altura de pulso"



$$\Gamma(\eta) = (\eta - 1)! \quad (3.6.4)$$

O parâmetro δ da distribuição exponencial é dado por

$$\frac{1}{\delta} = \frac{\Gamma(\eta+1)^{1/\eta}}{\mu_z} \quad (3.6.5)$$

Para os pulsos, a única outra estatística a ser determinada é ρ_p , ou seja, a correlação lag 1 entre dias "chuvosos" sucessivos.

3.6.3. GERAÇÃO

Deve-se gerar uma seqüência de dias "secos" ou "chuvosos", da seguinte maneira: gera-se uma seqüência da variável aleatória $\Xi(i)$, uniformemente distribuída no intervalo (0,1), onde i é o dia gerado. A variável aleatória $\Xi(i)$ representa as possíveis transições: (a) se o dia precedente é seco, e se $\Xi(i) > P_{ss}(\tau)$, então o dia corrente é "chuvoso", mas se $\Xi(i) \leq P_{ss}(\tau)$, então o dia corrente é "seco"; (b) se o dia precedente é "chuvoso" e se $\Xi(i) > P_{cs}(\tau)$, então o dia corrente é "chuvoso", mas se $\Xi(i) \leq P_{cs}(\tau)$, então o dia corrente é "seco" (τ entre parênteses significa o mês τ gerado).

De acordo com a seqüência obtida (dias "secos" e "chuvosos"), a geração será diferente em cada um dos dois casos, conforme segue:

A) Dias "chuvosos": o valor do pulso é gerado segundo a distribuição exponencial com parâmetro δ para que se obtenha $\varepsilon(i)$, gerando-se assim as "alturas de pulso" $z(i)$ através da transformação $z(i) = \varepsilon(i)^{\delta}$ (ver seção 3.6.2). Em geral, quando ocorrem pulsos em dias sucessivos há que se levar em conta a correlação serial entre os mesmos Isto é feito através da fórmula:

$$X(i) = a(j) X(i-1-j) + z(i) \quad (3.6.6)$$

onde j = número de dias entre pulsos sucessivos;

$X(i)$ = a magnitude do pulso no dia anterior;

$z(i)$ = "alturas de pulso"

$a(j)$ = parâmetro da cadeia de Markov, onde $a(j) = \rho_p$ quando $j=0$ (onde ρ_p é a correlação serial lag 1 entre pulsos que ocorrem em dias sucessivos), e $a(j)=0$ para $j > 0$.

B) Dias secos : neste caso, deve-se antes observar se a recessão é do tipo "alta" (*upper*) ou baixa (*lower*), segundo definições na seção 3.6.2. SARGENT

(1979) observou que abaixo de um certo limiar, aproximadamente a média mensal de vazões, não ocorrem as recessões do tipo "alta". Assim, o modelo assume que dois casos podem acontecer :

B.1) Utilização do modelo $Q(t) = Q_p T^B$: para recessões acima do limiar igual a média mensal;

B.2) Utilização do modelo $Q(t) = Q_p' e^{(a+bT')}$: para recessões abaixo do limiar igual à média mensal.

3.6.4. ESQUEMA DE DESAGREGAÇÃO

O esquema de desagregação do modelo simplificado de SARGENT é baseado no modelo de HARMS e CAMPBELL (1967). Na verdade, este modelo é muito mais um ajuste para que as vazões mensais somadas resultem as anuais do que um modelo de desagregação propriamente dito, como aqueles descritos no anexo. Isto porque as vazões anuais num modelo de desagregação são necessariamente geradas primeiro, para que depois as mesmas sejam multiplicadas por coeficientes de modo a que se obtenham as vazões mensais. Nos modelos de ajuste as vazões anuais e mensais são geradas separadamente, para depois uma ser "adaptada" aos resultados da outra.

Seja $x(i)$ a vazão anual gerada por um modelo qualquer num ano i e $y(i,j)^0$ a vazão original mensal gerada por outro modelo num ano i e mês j , e seja $m(j)$ o número de dias num mês j , $j=1,\dots,12$. A vazão mensal ajustada pelo modelo de HARMS e CAMPBELL tem a forma:

$$y(i, j) = 365 \frac{y(i, j)^0 x(i)}{\sum_{i=1}^{12} m(j) y(i, j)^0} \quad (3.6.7)$$

O ajuste aplicado por SARGENT originalmente gerava vazões anuais por um modelo auto-regressivo e vazões mensais pelo modelo de Thomas e Fiering mensal. O ajuste da fórmula (3.6.7) é então aplicado.

Um ajuste semelhante é aplicado para ajustar as vazões diárias previamente geradas às mensais. Este procedimento pode distorcer a estrutura de correlações no fim de anos e meses. Um método para evitar um "salto" no meio de uma recessão no final do mês é aplicado: quando tais saltos ocorrem, as recessões previamente geradas eram ajustadas para que tivessem o mesmo ponto de término original, mantendo uma recessão suave no ponto entre o fim de um mês e início do posterior.

3.7. MODELO MARKOVIANO NÃO-PARAMÉTRICO

3.7.1. GERAL

No modelo não-paramétrico (YAKOWITZ, 1979) existe grande preocupação no sentido de fazer com que a série simulada seja a mais parecida possível com a série histórica, preocupação esta que será mais detalhada no capítulo 5 deste trabalho.

Neste modelo a vazão num dia $j+1$ é obtida das N vazões nos dias anteriores, onde N é a ordem do modelo. Por exemplo, se a ordem do modelo for igual a dois, adota-se para início da simulação duas vazões, $Q(j-1)$ e $Q(j)$ aleatoriamente. A partir destas duas vazões o modelo não-paramétrico, inicialmente procura em qual "estado representativo" previamente obtido melhor se encaixa o vetor contendo as vazões $Q(j-1)$ e $Q(j)$. A cada "estado representativo" corresponde uma função de distribuição empírica, e, a partir desta, o modelo não-paramétrico gera a vazão no próximo dia, ou seja $Q(j+1)$.

Obtidas as vazões nos dias j e $j+1$ gera-se a vazão no dia $j+2$, e assim por diante. Maiores detalhes do modelo serão descritos a seguir.

3.7.2. DESCRIÇÃO DO MODELO

No modelo não-paramétrico a maior importância está na obtenção da função empírica acumulada $F[g(Q_{j+1})|Q_j]$ onde Q_j é um vetor contendo as N vazões anteriores a Q_{j+1} , e N é a ordem do modelo. Isto é feito seguindo-se os passos:

1. Escolhe-se a ordem do modelo. Deve-se levar em conta que quanto maior a ordem do mesmo, maiores as dificuldades na execução. YAKOWITZ (1979) simulou vazões com $N=3$; BARBOSA (1981), com $N=1$.

2. Dividem-se as vazões do histórico em $h-N+1$ grupos de N valores consecutivos, os vetores $q_j, j=1..h-N+1$, onde h é o número de dias do histórico. Importante ressaltar que a cada dia i do histórico corresponde um vetor q_j , com exceção dos dias $h-N-1$ até h . Por exemplo, se a ordem do modelo for 3, o vetor q_j começando no dia 1 de janeiro conterà as vazões dos dias 1, 2 e 3 de janeiro; aquele começando no dia 2 de janeiro conterà as vazões dos dias 2, 3 e 4 de janeiro e assim por diante.

3. Determinam-se os "estados representativos" $c_v, v=1..m$ que são m vetores de dimensão N - onde m é estimado aproximadamente como a parte inteira de $h^{1/2}$ (m é uma incógnita do problema)- que representam o conjunto de vetores q_j . Logo, c_v são N -uplas tais que:

$$J(c_1, \dots, c_m) = \sum_{j=N}^h \left[\min_{1 \leq v \leq m} \|q_j - c_v\|^2 \right] \quad (3.7.1)$$

seja mínimo, isto é, cada vetor $c_v, v=1..m$ é aquele que melhor representa um grupo de vetores q_j mais próximos dele (o sinal $\| \|$ representa distância

euclidiana). Para resolver este problema de otimização, YAKOWITZ (1979) sugere o algoritmo para análise de agrupamentos *K-Means*, proposto por MacQueen (KAVISKI, 1992). O conjunto de vetores q_j representados por c_v é chamado S_v . Deste modo, ter-se-á m conjuntos S_v , cada um composto por $B(v)$ vetores q_j . O número $B(v)$, para cada conjunto S_v , é calculado pelo processo de otimização utilizado. Daqui por diante, os vetores q_j representados por c_v serão chamados $Q_{k,v}$, para $k=1,\dots,B(v)$ e $v=1,\dots,m$.

Quando N é igual a 1, uma solução alternativa, utilizada neste trabalho no modelo chamado YAK-A, pode tornar este processo de otimização muito mais simplificado, fixando o valor de $B(v)$ para cada conjunto S_v . Isto é feito do seguinte modo: a série de vetores q_j $j=1,\dots,h-N+1$ é na verdade uma série de escalares $q(j)$, $j=1,\dots,h$, ou seja, a série histórica (Lembrando que h é o número de dias do histórico). O procedimento para a obtenção da série c_v , que são neste caso ($N=1$) os escalares representativos de cada conjunto S_v composto por $B(v)$ (onde $B(1)=B(2)=\dots=B(m)$) escalares $q(j)$ é:

a) ordenar a série histórica $q(j)$, transformando-a na série $\tilde{Q}(t)$, $t=1,\dots,h$, onde $\tilde{Q}(1) \leq \tilde{Q}(2) \leq \dots \leq \tilde{Q}(h)$;

b) os m conjuntos S_v são obtidos da seguinte maneira: S_1 conterà os primeiros $B(1)$ valores da série $\tilde{Q}(t)$; S_2 os $B(2)$ valores seguintes, e assim por diante. O valor de $B(v)$ $v=1..m$ deve ser constante e igual a parte inteira de $h^{1/2}$. Deste modo, algumas vazões da série $\tilde{Q}(t)$ devem ser retiradas da análise, de tal maneira que se satisfaça a condição de que $m * \sum_{v=1}^m B(v)$ seja o mais próximo de h .

c) A obtenção dos m valores c_v , $v=1,\dots,m$ é obtida de tal maneira que o valor do somatório

$$\sum_{r=1}^m \sum_{j=[(v-1)*m+1]}^{[v*m]} [\tilde{Q}(t) - c_v]^2 \quad (3.7.2)$$

seja mínimo. No modelo YAK-A, a obtenção dos valores de c_v , $v=1, \dots, m$ pode ser feito por tentativas, tendo em vista que forçosamente c_v assumirá um valor entre $\tilde{Q}[(v-1)*m+1]$ e $\tilde{Q}[v*m]$.

4. O passo seguinte é definir os conjuntos Y_v ($v=1, \dots, m$) tais que

$$Y_v = \{ \mathbf{q}_v, j+1 : \|\mathbf{q}_j - \mathbf{c}_v\| \leq \|\mathbf{q}_j - \mathbf{c}_i\|, \text{ para todo } i \leq m \} \quad (3.7.3)$$

onde Y_v é a vazão do dia subsequente aos vetores \mathbf{q}_j mais próximos de \mathbf{c}_v . A cada vetor $\mathbf{Q}_{k,v}$, $k=1, \dots, B(v)$ que compõe um conjunto S_v corresponderá uma vazão $q(k,j+1)$ no conjunto Y_v . Foi visto acima que os vetores $\mathbf{Q}_{k,v}$, $k=1, \dots, B(v)$ que compõem um conjunto S_v são originários da série de vetores \mathbf{q}_j , $j=1, \dots, h$; para a obtenção de um valor de $q(k,j+1)$ pertencente a um conjunto Y_v é necessário que o seu correspondente valor de $\mathbf{Q}_{k,v}$ seja "igualado" ao vetor \mathbf{q}_j original - como o vetor \mathbf{q}_j tem N componentes, o valor de $q(k,j+1)$ será tomado como igual ao próximo valor $(N+1)$ encontrado na série \mathbf{q}_j histórica. Por exemplo, seja $N = 3$ e um vetor $\mathbf{Q}_{k,v}$ dentro de um conjunto S_v seja composto pelas vazões originárias \mathbf{q}_j , vetor este composto pelas vazões dos dias 1, 2 e 3 de janeiro de 1975. O correspondente valor da vazão $q(k,j+1)$ que representará o vetor $\mathbf{Q}_{k,v}$ no conjunto Y_v é a próxima vazão do calendário, ou seja, a vazão do dia 4 de janeiro de 1975.

5. Obtidos os m conjuntos Y_v , as m funções empíricas $G_v[q]$ dos conjuntos Y_v são calculadas através da técnica da posição de plotagem. As $B(v)$ vazões $q(k,j+1)$, que compõe um conjunto Y_v são ordenadas decendentemente e a cada vazão corresponderá uma probabilidade, dada por:

$$G_v(q) = \begin{cases} \frac{2i-1}{2B(v)}, & \text{se } q \leq q_{\max} \\ 1 - e^{-\lambda} & , \text{se } q > q_{\max} \end{cases} \quad (3.7.4)$$

onde

$$q = q(k, j+1)$$

q_{\max} = maior valor encontrado em cada conjunto Y_v , $v=1, \dots, m$;

i = número de ordem descendente da série $q(k, j+1)$: para $i=1$, corresponderá $q=q_{\max}$;

$$\lambda = -\frac{1}{q_{\max}} \ln \left[\frac{1}{2B(v)} \right]$$

A segunda equação em (3.7.4) foi introduzida por BARBOSA (1981) para que o modelo possibilitasse a obtenção de vazões maiores do que o histórico. A função discreta $G_v(q)$ deve ser transformada numa função $F_v(q)$, contínua através de *splines*, ou simplesmente através de interpolação linear. Como para cada função $F_v(q)$, $v=1 \dots m$ corresponde um conjunto Y_v e um vetor representativo c_v a função $F_v(q)$ pode simplesmente ser denominada $F_v(q|c_v)$

6. O próximo passo é a geração propriamente dita. As etapas para geração são as seguintes:

a) Gerar por algum método as N primeiras vazões da série simulada;

b) Através da função $F_v(q|c_v)$, gerar a próxima vazão. Isto é feito da seguinte maneira. Seja o vetor v o vetor composto pelas N vazões previamente geradas. Deve-se procurar nos m vetores representativos c_v qual destes vetores é o mais aproximado do vetor v , calculando-se para $v=1 \dots m$ qual o vetor c_v tal que $\|v - c_v\|^2$ resulte mínimo. A próxima vazão q simulada é obtida fazendo-se $F_v(q|c_v) = F_v(q|v)$: um valor aleatório uniforme U entre 0 e 1 é gerado e a próxima vazão é calculada através de $q = F_v^{-1}(U)$. Se o valor de U gerado for menor que $[1 - 1/B(v)]$, deve-se utilizar a primeira equação em (3.7.4) na simulação; caso contrário, a segunda. É bom lembrar que para cada valor U gerado corresponderá um correspondente valor de q simulado, tendo em vista

que a função discreta $G_v(q)$ em (3.7.4) foi transformada numa função contínua $F_v(q)$ através de *splines* ou através de interpolação linear.

A geração se processa da seguinte forma: seja $\mathbf{v1}=[q(3), q(2), q(1)]$, o vetor contendo as três primeiras vazões simuladas $q(3), q(2), q(1)$. A vazão $q(4)$ é simulada através de $F_v(q|\mathbf{v1})$. O valor de $\mathbf{v2}$ será então dado por $[q(4), q(3), q(2)]$. A vazão $q(5)$ é obtida através de $F_v(q|\mathbf{v2})$, e assim por diante.

O exemplo simplificado a seguir é transcrito de YAKOWITZ (1979), e ajuda na compreensão do processo utilizado pelo modelo não-paramétrico na simulação de vazões diárias.

3.7.3. EXEMPLO SIMPLIFICADO DO PROCESSO NÃO-PARAMÉTRICO

Seja a ordem do modelo $N=1$, e que a cadeia amostral é dada por

$$\begin{array}{ll} x_1=1,2 & x_5=1,6 \\ x_2=1,0 & x_6=1,4 \\ x_3=2,0 & x_7=1,8 \\ x_4=0,8 & x_8=0,6 \end{array}$$

Pela regra adotada $m = \text{parte inteira de } h^{1/2} = 2$. São escolhidos (de maneira intuitiva) $c_1=1$ e $c_2=1,5$ como sendo os estados representativos. Cada valor x_i é o "mais próximo" de algum valor representativo c_i . Os valores próximos de c_1 são aqueles menores do que 1,25, e os valores próximos de c_2 são os maiores, como mostrado na figura 3.7.1a; desta maneira os conjuntos S_1 e S_2 são formados então pelos elementos:

$$S_1 = \{x_1, x_2, x_4, x_8\}$$

$$S_2 = \{x_3, x_5, x_6, x_7\}$$

O próximo passo é calcular os conjuntos Y_i . Estes conjuntos são formados com os valores x_{i+1} dos conjuntos S_i . Assim, para o valor x_1 do conjunto S_1 corresponderá o valor x_2 no conjunto Y_1 ; para o valor x_3 , do conjunto S_2 corresponderá o valor x_4 no conjunto Y_2 , e assim por diante. Os conjuntos Y_i são formados pelos elementos:

$$Y_1 = \{x_2, x_3, x_5\}$$

$$Y_2 = \{x_4, x_6, x_7, x_8\}$$

O conjunto Y tem apenas 3 elementos porque ao valor x_8 , de S_1 , não corresponde nenhum elemento em Y_1 . As funções empíricas $G_1(x)$ e $G_2(x)$ são construídas a partir dos conjuntos Y_1 e Y_2 , respectivamente, e são mostrados na figura 3.7.1b. Se quisermos avaliar o valor de $F_g(1,0|1,7)$, por exemplo, deve-se notar inicialmente que c_2 é o estado representativo próximo de 1,7 e, pela figura 3.7.1b, $G_2(1,0)=1/2$, concluindo-se que $F_g(1|1,7)=1/2$.

3.8. MODELO DOS FRAGMENTOS DIÁRIO

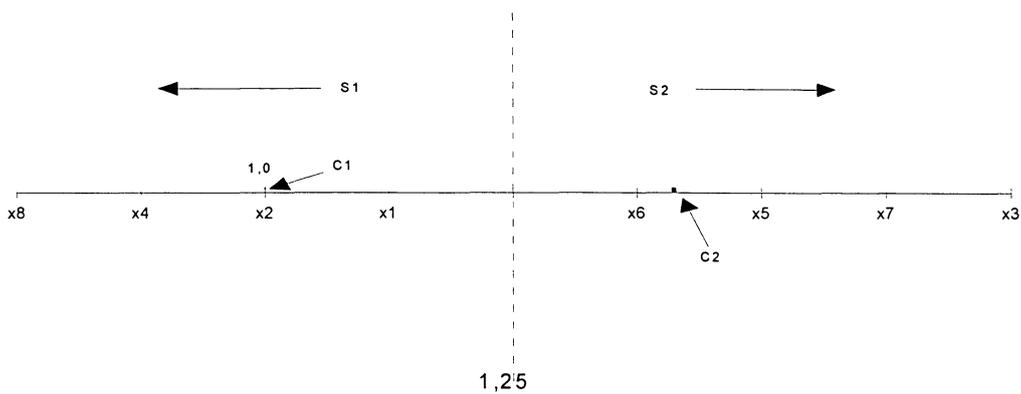
No modelo dos fragmentos diário (SVANIDZE, 1980), inicialmente são calculados os fragmentos adimensionalizadas $q_{adm}(t,\kappa)$, onde t é o ano e κ o dia da série histórica. Estes fragmentos são obtidos através da divisão da série diária histórica de vazões $q(t,\kappa)$ pela média anual $x(t)$ do ano em que estas vazões $q(t,\kappa)$ ocorreram. Deste modo, para cada ano t do histórico corresponderá um fragmento $q_{adm}(t,\kappa)$, o qual é um vetor composto por 365 valores adimensionalizados tais que:

$$q_{adm}(t,\kappa) = q(t,\kappa) / x(t) \quad (3.8.1)$$

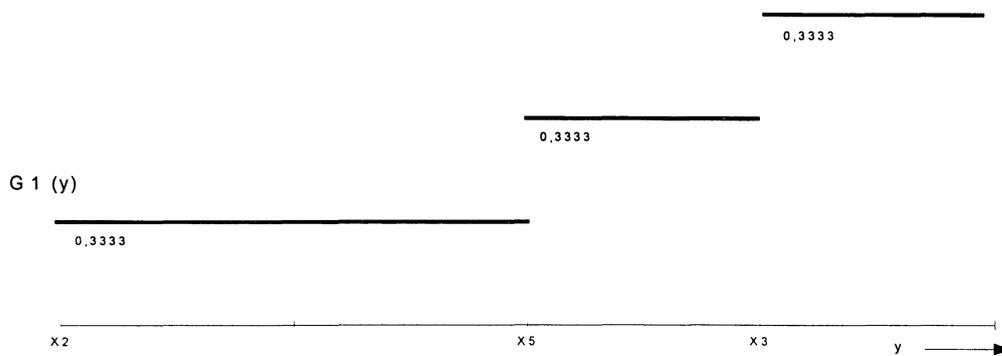
com ι variando do ano inicial até o final do histórico, e $\kappa = 1, \dots, 365$. Para se gerar a série $Q(j, \kappa)$ de vazões mensais simuladas por este método, necessita-se inicialmente gerar a série $X(j)$ de vazões médias anuais (ver apêndice), com j variando do primeiro ao último ano da geração e κ variando de 1 a 365. Então, para cada vazão $X(j)$ média anual gerada, sorteia-se um ano ι do histórico para que se obtenha o fragmento correspondente, multiplica-se os 365 valores $q_{adm}(\iota, \kappa)$ deste fragmento pela vazão anual gerada $X(j)$ obtendo-se então os 365 valores correspondentes de $Q(j, \kappa)$.

SVANIDZE (1980) recomenda o uso de séries simuladas de vazões diárias no estudo de volumes de espera para cheias; mostra a semelhança entre as hidrógrafas geradas pelo modelo dos fragmentos e as históricas, seja qual for o intervalo de discretização da hidrógrafa (mensal, diário, ou mesmo horário); e acrescenta que o problema dos saltos que ocorrem no final de cada ano gerado "não está ainda resolvido": uma solução clássica está descrita na seção A.3.1 do anexo; outra solução está mostrada no capítulo 5, na descrição dos modelos propostos.

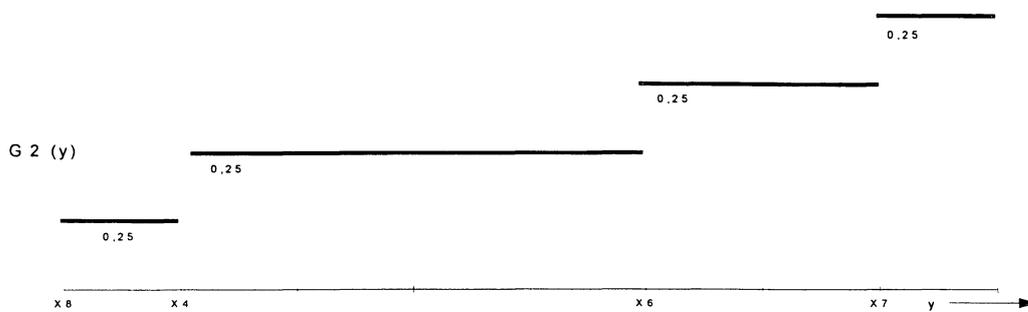
Figura 3.7.1 - Arranjo dos dados e funções de distribuição para o exemplo ilustrativo do modelo não-paramétrico



(3.7.1a)



(3.7.1b)



4. APLICAÇÃO DOS MODELOS SELECIONADOS EM RIO DOS PATOS

4.1. GERAL

Este capítulo apresenta, em 4.2, a hidrologia básica da seção escolhida, Rio dos Patos, e, no item 4.3 são apresentados alguns detalhes na aplicação dos modelos selecionados nesta estação. Por simplicidade, não foram reproduzidos todos os resultados obtidos em todos os passos da simulação, apenas os considerados de maior interesse.

4.2. HIDROLOGIA BÁSICA DA ESTAÇÃO ESCOLHIDA

A estação fluviométrica de Rio dos Patos em Rio dos Patos (código do DNAEE: 64620000), na Bacia do Rio Ivaí, Estado do Paraná, está situado a 25°12' latitude sul, 50°56' longitude leste, e tem uma área de drenagem correspondente de 1090 km². Para o período estudado, 1931-1993, a vazão média foi de 22,8 m³/s, a vazão máxima observada foi de 660,0 m³/s, em 31/5/92, e a mínima observada foi de 0,2 m³/s, em 18/8/33. A cerca de 2 km a jusante da estação, existe uma PCH (Pequena Central Hidrelétrica) também chamada de Rio dos Patos. A figura 4.2.1, retirada do relatório de GUGELMIN e SUGAI (1994) apresenta a localização da estação fluviométrica (chamada de posto, na figura) e da PCH Rio dos Patos, junto com a delimitação da área de drenagem da PCH.

A figura 4.2.2 mostra o fluviograma das vazões diárias observadas para o ano de 1975. Em todo o estudo, por simplicidade computacional, tanto na análise histórica quanto na geração, não foram considerados dias 29 de fevereiro: deste modo, à exceção do modelo de PAYNE et al. (1969), que

trabalha com anos de 364 dias, os anos serão considerados como sempre tendo 365 dias, sejam eles bissextos ou não.

Figura 4.2.1 - Localização do posto e da PCH Rio dos Patos

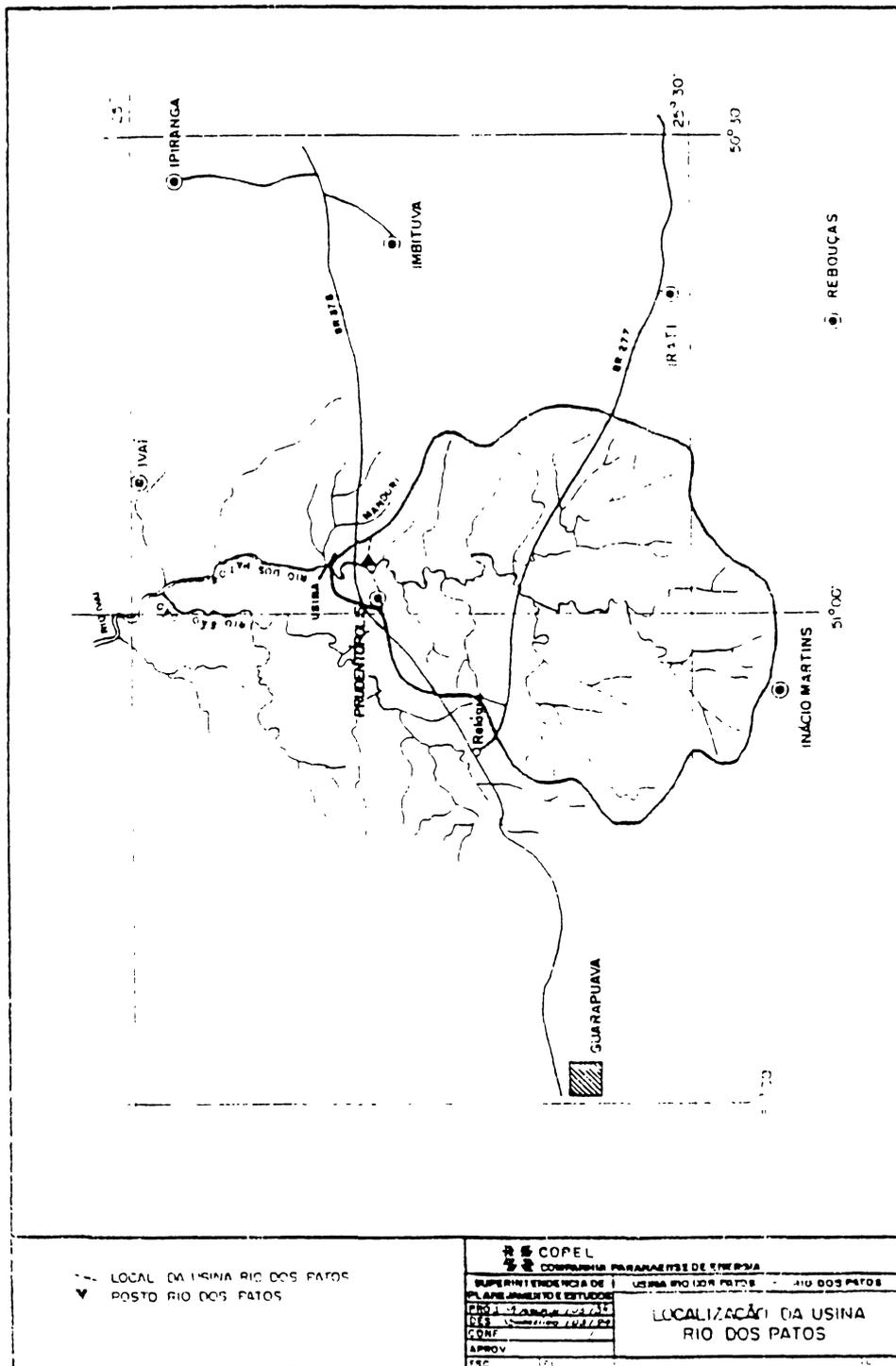
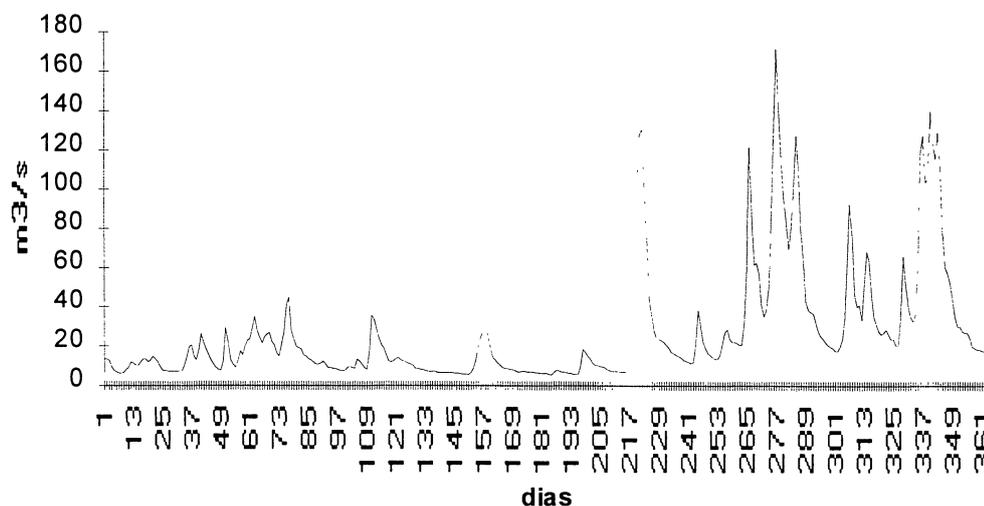


Figura 4.2.2: Fluviograma das vazões diárias em Rio dos Patos durante o ano de 1975.

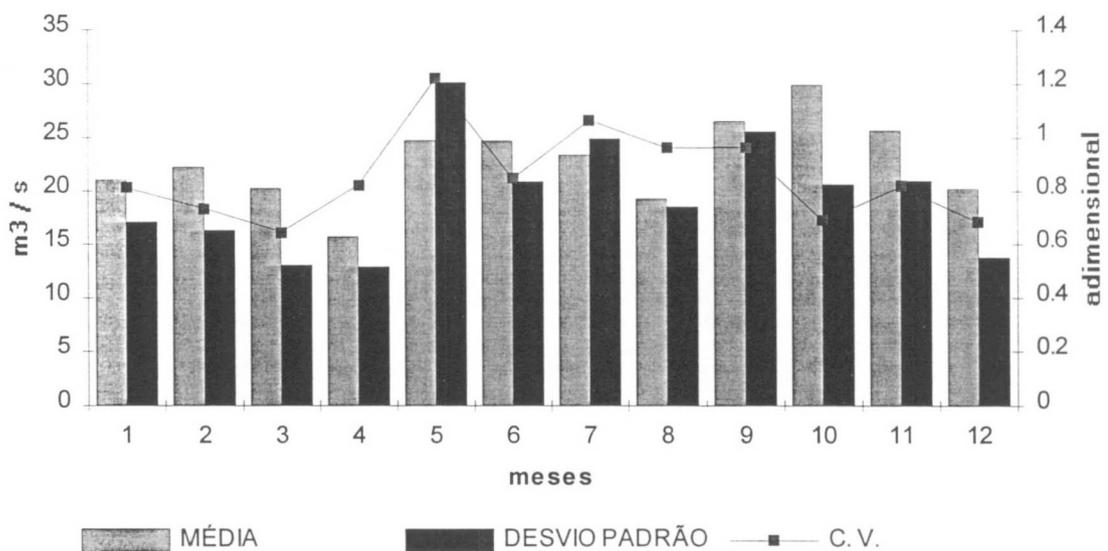


Considerando-se um dia de pico, aquele em que a vazão é simultaneamente maior que as vazões nos dias anterior e posterior, o número de dias médio entre picos é de 11,5 dias. Este dado é importante na geração de séries diárias.

Outro detalhe importante é a variação sazonal das vazões na estação. Da mesma maneira que a maior parte do Estado do Paraná, as vazões não apresentam uma sazonalidade muito definida, principalmente nos meses mais frios (de maio a outubro): estes meses podem apresentar tanto fortes cheias quanto secas duradouras. Esta variabilidade pode ser vista na figura 4.2.3, que mostra as médias, os desvios padrão e os coeficientes de variação das vazões médias mensais, mês a mês (na figura, os valores de média e desvio padrão estão plotados na ordenada esquerda, e os coeficientes de variação, na ordenada direita). O que esta figura mostra é que nos meses 5 a 9 (maio a setembro), mais frios, os coeficientes de variação e desvios padrão são muito mais

elevados que nos outros meses, demonstrando a fraca sazonalidade dos meses de inverno na Estação de Rio dos Patos.

Figura 4.2.3 : Médias, desvios padrão e coeficientes de variação das vazões médias mensais para a Estação de Rio dos Patos.

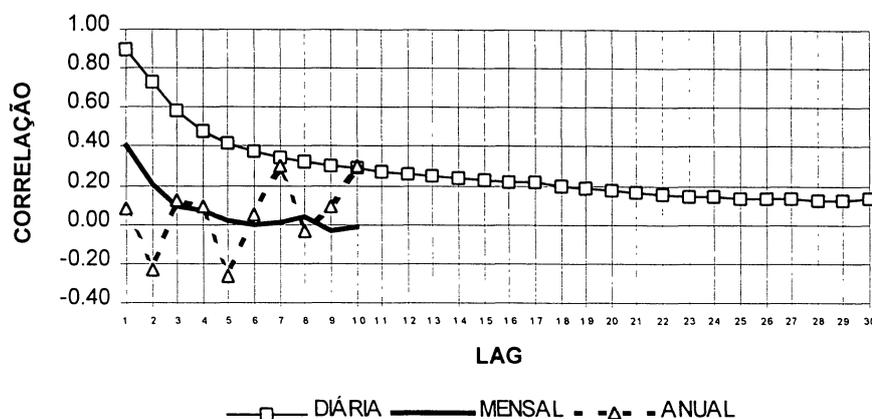


Outra característica importante da estação de Rio dos Patos é que tanto ela quanto a bacia do Ivaí como um todo podem ser consideradas sem tendência (MÜLLER e SUGAI, 1995).

A figura 4.2.4 apresenta os correlogramas diário (lags 1 a 30), mensal e anual (lags 1 a 10) para a estação de rio dos Patos. O interessante nesta figura é que não se observa um decaimento da correlação anual à medida que aumenta o lag. As correlações lags 2 e 5, por exemplo, são negativas com módulos muito altos, menores que 0,2. Isto pode ser explicado pelo fato de existirem ciclos

anuais de 2 e 5 anos, mas este fato não foi investigado tendo em vista a dificuldade em relacionar causa e efeito destes fenômenos (KELMAN, 1980).

Figura 4.2.4 : Correlogramas diário, mensal e anual para rio dos Patos.



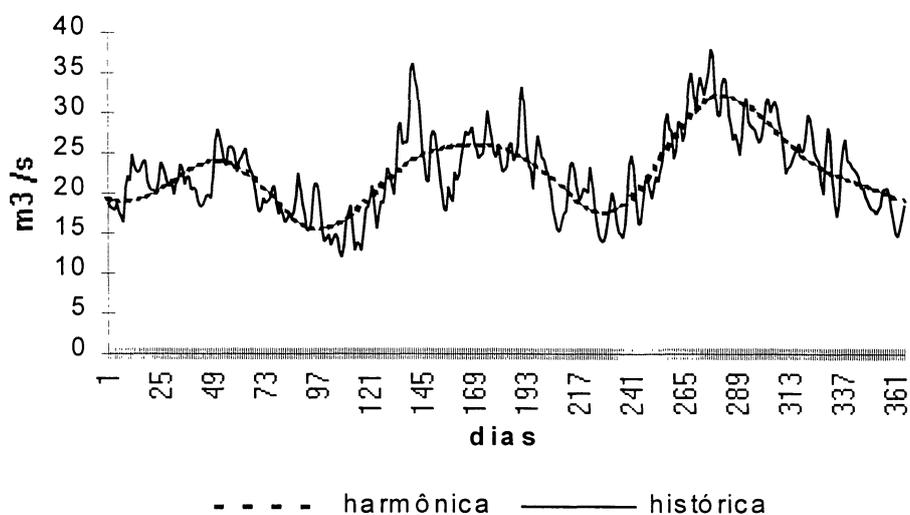
Estas informações são suficientes para um primeiro contato com a hidrologia da estação que será estudada e para auxílio quando, em alguma aplicação de métodos utilizados na simulação, for necessário saber alguma característica desta mesma estação. No capítulo 6 uma quantidade muito maior de momentos será calculada para fins de comparação com as séries sintéticas.

4.3 DETALHES NA APLICAÇÃO DOS MODELOS SELECIONADOS EM RIO DOS PATOS

4.3.1 MODELO DE QUIMPO

A figura 4.3.1, apresenta as médias diárias histórica e harmônica de longo termo (calculada pelas fórmulas (3.2.3) e (3.2.4)), de 1 de janeiro a 31 de dezembro (dias 1 a 365, sem contar 29 de fevereiro) para o período estudado na Estação de Rio dos Patos.

Figura 4.3.1 : Médias diárias harmônica e histórica para as vazões diárias em Rio dos Patos



Outro detalhe importante da aplicação em Rio dos Patos é que QUIMPO (1968) gerou vazões para os modelos AR(1), AR(2) e AR(3). Destes três modelos, o AR(3) não será empregado neste trabalho.

4.3.2. MODELO DE SIMULAÇÃO DE VAZÕES DIÁRIAS (PAYNE ET AL, 1969)

Quanto ao rearranjo das vazões do histórico (item 3.3.2), observou-se que a sazonalidade em Rio dos Patos, ao contrário do que acontecia no rio Calappooia, utilizado por PAYNE et al., é muito pouco definida. Deste modo, a ocorrência de picos pode ser freqüente em um ano e pouco freqüente em outro, para uma mesma estação do ano. Para solucionar-se o problema, analisou-se inicialmente o formato mais provável da hidrógrafa de cheia. Para isto, foi considerada a fórmula do Water Resources Council (CORREA, T.N.,1963) para a qual o tempo mínimo em dias para dois picos distintos de cheia é aproximadamente dado por:

$$T = 4 + \ln(A) \quad (4.3.1)$$

onde A = área de drenagem da bacia (em km^2). Esta expressão conduziu a 12 dias para a estação de Rio dos Patos. Deste modo, foi considerado no rearranjo das vazões do histórico um pico a cada 13 dias (com 12 dias de distância entre eles). Considerando a duração média de uma cheia igual a 13 dias, analisou-se visualmente várias hidrógrafas do histórico, e concluiu-se que o pico da cheia normalmente ocorria no quarto dia após o início da mesma, a segunda maior vazão no quinto dia, a terceira maior no sexto, e assim por diante até a menor vazão, no primeiro dia.

Isto posto, passou-se ao rearranjo das vazões: cada ano do histórico foi dividido em 28 períodos de 13 dias (os dias 31 de dezembro foram eliminados da simulação, de maneira que ω , o número de dias do ano, foi tomado igual a 364), e em cada um destes períodos, a maior vazão dentro deste período de 13 dias foi passada para o quarto dia, a segunda maior para o quinto e assim por diante. A figura 4.3.2 mostra de que maneira as vazões foram rearranjadas, isto é, em que posição foi colocada, para um período de 13 dias, a maior vazão, a menor e assim por diante. A figura 4.3.3 mostra um trecho de série histórica e a série rearranjada correspondente. Pode-se perceber que a série rearranjada mantém as características da série histórica com boa aproximação.

Figura 4.3.2 : Distribuição temporal das as vazões para o rearranjo das mesmas em um período típico de 13 dias em Rio dos Patos para o modelo de PAYNE et al. (a maior no quarto dia, a segunda menor no quinto dia e assim por diante).

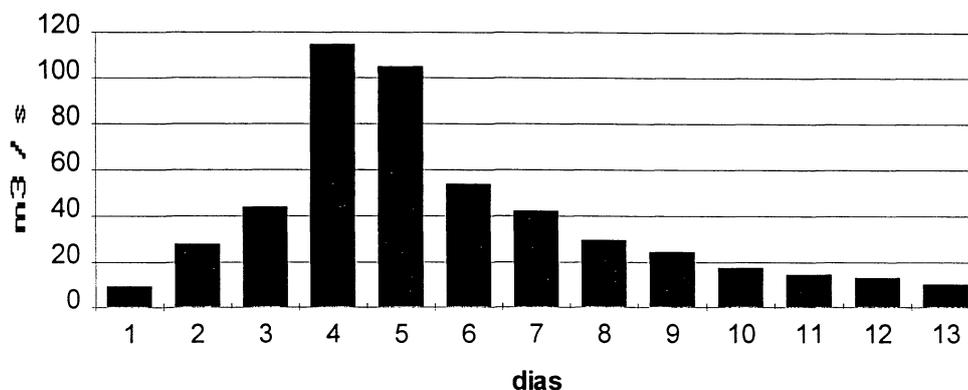
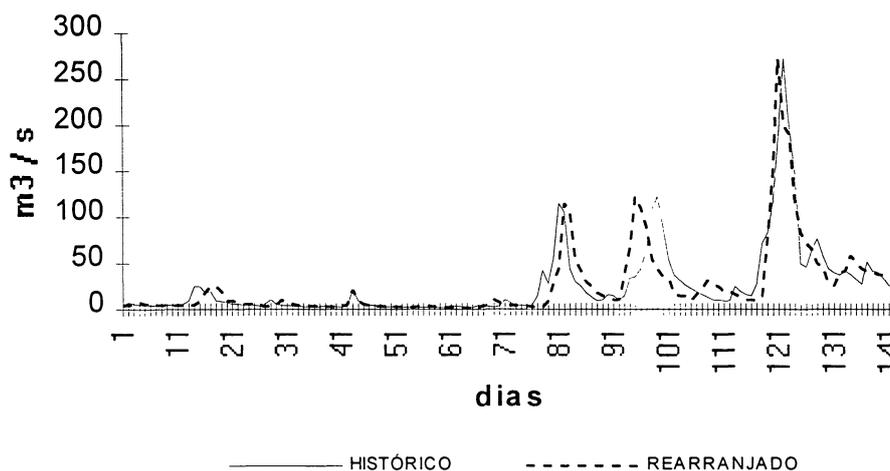


Figura 4.3.3 : Típico hidrograma histórico em Rio do Patos (linha cheia) e hidrograma rearranjado - Método de PAYNE et al. (linha tracejada).



Quanto ao coeficiente C na fórmula (3.3.7), PAYNE et al. (1969) obtiveram, numa primeira tentativa ($C=1$) a média dos valores gerados muito próxima à do histórico, precisando apenas ajustar valores de C para máximas e mínimas. Infelizmente isto não ocorreu para a aplicação realizada neste trabalho. Para $C=1$, as médias de longo período calculadas em algumas

simulações resultaram muito mais altas que as do histórico. Foram feitas extensivas simulações para obter valores de C que satisfizessem ao mesmo tempo máximas, mínimas e médias, mas o resultado não foi satisfatório. Se a média era próxima do histórico, a máxima e mínima assumiam valores absurdos; se a máximas obtidas eram satisfatórias, a mínima e média resultavam em valores muito baixos. Optou-se então por uma solução que objetivasse minimizar os erros: 2 valores de C (um para $\delta'(j,t)$ negativo e outro para $\delta'(j,t)$ positivo - como em PAYNE et al.) de modo que a média das simulações acabou resultando um pouco menor que a esperada, as máximas e mínimas pouco maiores que as esperadas. (Estes valores de C obtidos são 2,3 para $\delta'(j,t)$ positivos e 9,2 para negativos). Este mau resultado para o modelo de PAYNE et al. pode ter sido causado pelos seguintes motivos:

- as vazões diárias podem não ter se ajustado bem à distribuição Log-Pearson III, sugerida pelos autores do modelo;
- por mais que a série rearranjada não fosse muito diferente da histórica, a sazonalidade na estação de Rio dos Patos é muito pouco definida (ver seção 4.2). Logo, o coeficiente de variação de um dia do ano rearranjado é normalmente muito maior do que o seria numa estação com forte sazonalidade, o que vai contra o princípio do modelo, de uma hidrógrafa num mês, "parecida" com a hidrógrafa do mesmo mês em outro ano qualquer.

O modelo de PAYNE et al. pode ser considerado de aplicação muito específica: KOTTEGODA (1972) não recomenda este modelo para rios da Grã-Bretanha, onde "a natureza estocástica dos eventos hidrológicos é considerável".

4.3.3. MODELOS SHOT NOISE

Os dois modelos de primeira ordem foram simulados, o médio e o contínuo. Dos três modelos de segunda ordem (SOSN, DSN, MSOSN), foi

escolhido, de maneira arbitrária, o modelo DSN - Modelo *Shot Noise Duplo*. Neste modelo os processos lento e rápido são completamente independentes entre si, e podem ser gerados separadamente.

O método utilizado para a resolução das equações (3.4.10) e (3.4.11) foi o método de Newton (*apud* CLÁUDIO e MARINS, 1989) que pode ser descrito como segue: seja $f(b1,b2)$ a função da equação (3.4.10) em relação a $b1$ e $b2$, e $\partial f / \partial b1$ a derivada de f em relação a $b1$ (note-se que o cálculo da derivada de f torna-se bastante simplificado quando tomam-se separadamente as derivadas das funções $d(\cdot)$ e $e(\cdot)$), e seja $g(b1,b2)$ a função da equação (3.4.11) em relação a $b1$ e $b2$, $\partial g / \partial b2$ a derivada de g em relação a $b2$. Para cada iteração i tem-se que:

$$b1(i+1) = b1(i) - \frac{f(b1(i), b2(i))}{\frac{\partial f}{\partial b1}} \tag{4.3.2}$$

$$b2(i+1) = b2(i) - \frac{g(b1(i), b2(i))}{\frac{\partial g}{\partial b2}}$$

Obtidos em (4.3.2) os valores de $b1$ e $b2$, o próximo passo é calcular os coeficientes $v1$, $\theta1$, $v2$ e $\theta2$, inicialmente através das fórmulas:

$$ss1 = \frac{\sigma_{T1}^2 d(2,2) - \sigma_{T2}^2 d(2,1)}{d(2,2)d(1,1) - d(1,2)d(2,1)} \tag{4.3.3}$$

$$ss2 = \frac{\sigma_{T2}^2 d(1,1) - \sigma_{T1}^2 d(1,2)}{d(2,2)d(1,1) - d(1,2)d(2,1)}$$

Obtidos os valores de $ss1$ e $ss2$, deve-se então obter o valor de $v1$, a taxa de eventos, diretamente através da amostra. Os eventos são os pulsos, e no modelo *shot noise* será considerado um dia de pulso aquele em que vazão é superior simultaneamente às vazões nos dias anterior e posterior; a taxa de eventos foi calculada como o número de dias onde ocorreram pulsos dividido pelo número de dias do histórico.

As equações para obtenção dos outros três coeficientes são:

$$ss1 = v1 * \theta_1^2 / b1$$

$$ss2 = v2 * \theta_2^2 / b1 \tag{4.3.4}$$

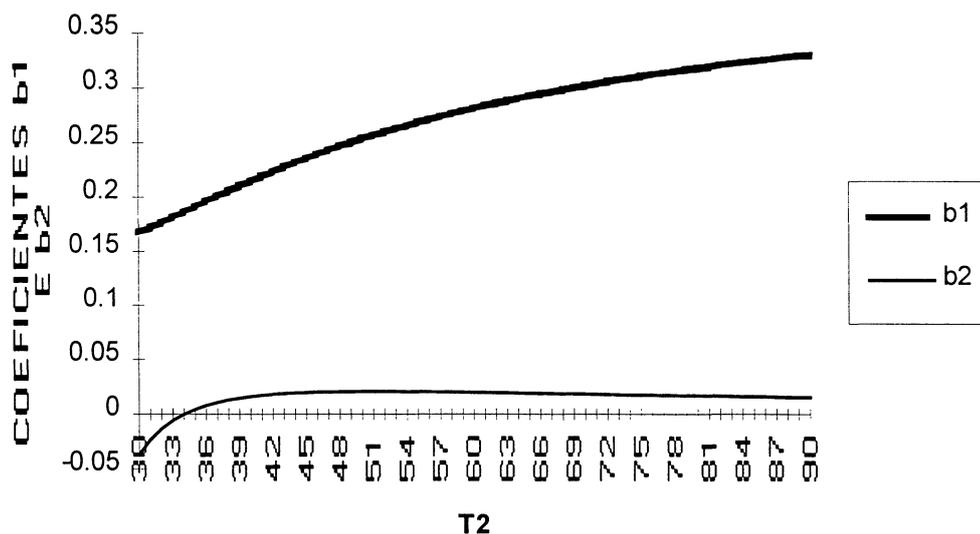
$$\mu = v1 * \theta_1 / b1 + v2 * \theta_2 / b1$$

Estas fórmulas não contém os termos onde constam o coeficiente $v12$, a taxa de eventos simultâneos dos processos rápido e lento, tendo em vista que neste trabalho apenas o modelo DSN, onde os processos rápido e lento são completamente independentes e gerados separadamente, $v12$ é igual a zero. Para gerar vazões diárias por este modelo, basta aplicar duas vezes o algoritmo constante na seção 3.4.4, uma para o processo rápido, através dos coeficientes $b1$, $v1$ e $\theta1$ obtendo-se então a série rápida, $Q1(t)$, e outra para o processo lento, através dos coeficientes $b2$, $v2$ e $\theta2$. Com as séries rápida, $Q1(t)$, e lenta, $Q2(t)$, assim obtidas, basta então gerar a série final $Q(t)$ de vazões diárias através de $Q(t) = Q1(t) + Q2(t)$. Para a geração de segunda ordem, apenas o processo discretizado, explicado na seção 3.4.2, foi utilizado.

A simulação de segunda ordem apresentou grandes dificuldades: para o valor de $T2 = 1$ mês (equações (3.4.12)) foi inicialmente adotado o valor $T2=30$. Este valor resultou para $b2$ valores negativos (como $b2$ é a taxa de recessão, $b2 < 0$ significa que, não chovendo, isto é, não ocorrendo pulsos, a

vazão subterrânea aumenta com o passar do tempo, o que é absurdo). Foram então testados novos valores para T_2 , de 15 a 90. Os valores de b_2 para $T_2=15$ a 29 também resultaram negativos, e os valores de b_1 e b_2 , para $T_2 = 30$ a 90 nas abscissas podem ser vistos na figura 4.3.4.

Figura 4.3.4 - Valores dos coeficientes b_1 e b_2 para $T_2 = 30$ a 90.



Pela figura 4.3.4 nota-se que apenas para valores de T_2 em torno de 35 o coeficiente T_2 começa a assumir valores positivos. Porém, para valores de b_2 baixos, também o coeficiente v_2 assume valores muito baixos, o que praticamente impede a ocorrência de pulsos no processo lento. Isto porque no passo 4. do algoritmo da seção 3.4.4, inicialmente um número τ_m exponencial aleatório com média $1 / v_2$ deve ser gerado, e o passo 5. diz que este número deve ser menor que 1 para que ocorra um pulso naquele dia. Para um valor de $v_2 = 0,00005$ igual àquele encontrado para T_2 igual a 35, a probabilidade de que E (ver fórmula (3.4.9)), numa dada iteração, seja menor do que 1, é de $5 * 10^{-5}$. Na tabela 4.3.1 estão relacionados os valores dos coeficientes $T_2 = 30$ (5) 90, e os correspondentes valores de b_1 , b_2 , v_2 , θ_1 e θ_2 (o valor de v_1 foi determinado como 0,0868), e mais a probabilidade de que um valor E gerado exponencialmente com média $1/v_2$ seja menor do que 1. O valor adotado para

T2, à luz da tabela 4.3.1, foi de 50 dias. Este valor foi adotado pois é um número inteiro e que resulta num valor de v_2 que se mantém dentro de uma pequena faixa de variação para T2=50 até 90.

Tabela 4.3.1 - Valores de T2 e correspondentes valores dos coeficientes para a simulação do modelo *shot noise* de segunda ordem

T2	b1	b2	v2	P (E < 1)	θ_1	θ_2
30	0,1679	-0,0372	-0,0020	-0,00196	46,7830	-26,5470
35	0,1909	0,0042	0,0001	0,00005	46,8740	115,3110
40	0,2148	0,0158	0,0008	0,00084	46,7390	73,5720
45	0,2357	0,0195	0,0017	0,00166	46,7170	65,6260
50	0,2536	0,0205	0,0022	0,00223	46,8060	62,1890
55	0,2687	0,0203	0,0026	0,00257	46,9540	60,2230
60	0,2816	0,0198	0,0028	0,00277	47,1280	58,9290
65	0,2927	0,0190	0,0029	0,00287	47,3100	58,0030
70	0,3024	0,0182	0,0029	0,00290	47,4880	57,3030
75	0,3108	0,0174	0,0029	0,00290	47,6600	56,7530
80	0,3183	0,0166	0,0029	0,00287	47,8210	56,3090
85	0,3250	0,0158	0,0028	0,00282	47,9730	55,9410
90	0,3310	0,0151	0,0028	0,00277	48,1130	55,6330

Embora possa parecer reprovável adotar um valor de T2 diferente de um mês, esta solução alternativa pareceu adequada porque:

- o que se quer aqui é dar um exemplo de simulação de um modelo de segunda ordem; a adoção de T2 = 35, que resultava num valor de P(E<1) desprezível, conduziria o modelo a ser praticamente de primeira ordem.
- a dificuldade na resolução das equações dos modelos de segunda ordem já era prevista em WEISS (1973b, *apud* WEISS, 1977): "as equações (3.4.10) e (3.4.11) têm solução apenas quando as estatísticas da amostra do histórico preenchem certas condições";

- embora em T2 não tenha se considerado um mês e sim dois, as estatísticas utilizadas nas equações de resolução dos coeficientes foram as mensais.

4.3.4. MODELO DIANA

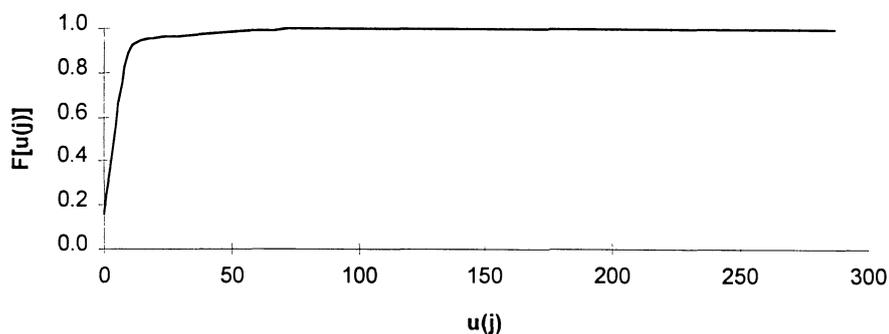
Quanto à função empírica de distribuição acumulada $F_{\Delta}[\delta(\tau')]$, item 1 da seção 4.4.2, foram adotados, para a estimativa inicial de λ (a taxa de recessão característica) 20 quantis de $F_{\Delta}[\delta(\tau')]$ o 5º, 10º, ... até o 100º, correspondendo cada um a um novo valor para λ , e conseqüentemente, uma nova geração de séries. O valor escolhido foi aquele que gerou séries com média mais próxima à histórica.

Para cada valor de λ foram realizadas 10 gerações de séries - descritas no item 4.4.2 - e o valor escolhido foi o 70º quantil de $F_{\Delta}[\delta(\tau')]$, ou seja, λ igual a 0,751.

A figura 4.3.5 mostra os valores de $u(j)$ plotados nas abcissas contra a distribuição empírica acumulada de $u(j)$, $F_U[u(j)] = \Psi(j)$, nas ordenadas para a estação de Rio dos Patos e a taxa de recessão igual à taxa escolhida, isto é, o 70º quantil da distribuição empírica acumulada $F_{\Delta}[\delta(\tau')]$. É importante ressaltar que a curva da figura 10 parece contínua devido ao grande número de pontos plotados, já que na verdade a distribuição acumulada $F_U[u(j)]$ é discreta.

4.3.5. MODELO DE SARGENT

Na aplicação do modelo em Rio dos Patos, adotou-se o mesmo procedimento adotado por SARGENT (1979) em seu trabalho: calcular mês a mês os parâmetros B (fórmula (3.6.1)); a e b (fórmula (3.6.2)); μ_z , σ_z , respectivamente a média e o desvio padrão dos pulsos; η (fórmula (3.6.3)); δ

Figura 4.3.5 - Modelo Diana: $u(j) \times F_U[u(j)]$ 

(fórmula (3.6.5)) e ρ (correlação lag 1 entre dias “chuvosos sucessivos”) para a aplicação do modelo. Estes valores estão apresentados na tabela 4.3.2. Para obtenção dos parâmetros B , a , b das equações (3.6.1) e (3.6.2) para os 12 meses do ano as equações de recessão são ajustadas mês a mês por regressão linear após terem sido feitas as necessárias transformações, isto é, ajustando $\ln(Q_t/Q_p)$ versus T e $\ln(Q_t/Q_{p'})$ versus T' respectivamente.

Para a fórmula (3.6.3), não se seguiu a recomendação simplificadora (considerar η um número inteiro) do modelo original tendo em vista que esta simplificação pode ter originado distorções no modelo original (SARGENT, 1979). A função gama foi calculada pelo método apresentado por KITE (1977). Este método pode ser resumido como segue:

Para valores de η : $1 \leq \eta \leq 2$ a função gama é calculada pela aproximação polinomial:

$$\Gamma(\eta) = 1 + a_1(\eta - 1) + a_2(\eta - 1)^2 + a_3(\eta - 1)^3 + a_4(\eta - 1)^4 + a_5(\eta - 1)^5 \quad (4.3.5)$$

onde

$$a_1 = -0.5748646$$

$$a_2 = 0.9512363$$

$$a_3 = -0.6998588$$

$$a_4 = 0.4245549$$

$$a_5 = -0.1010678$$

Para valores fora desta faixa de variação, deve-se calcular sucessivamente

$$\Gamma(\eta+1) = \eta \Gamma(\eta) \tag{4.3.6}$$

até chegar-se num valor de η tal que $1 \leq \eta \leq 2$.

A equação (3.6.3) foi resolvida numericamente método das secantes.

Quanto ao ajuste entre os três níveis (anual, mensal e diário), a diferença entre a aplicação do modelo no trabalho original e neste, está no fato de que neste trabalho foi utilizado o método dos fragmentos na geração mensal, descrito na seção 3.4.1, não necessitando portanto do ajuste da fórmula (3.6.7) para adaptação das vazões geradas mensais às anuais. Quanto ao restante do procedimento, é o mesmo, tanto para a aplicação original, quanto para aquela utilizada neste trabalho.

4.3.6. MODELO NÃO-PARAMÉTRICO DE YAKOWITZ

Quatro formas do modelo não-paramétrico foram aplicados nesta dissertação: o modelo alternativo, YAK-A, e outros três utilizando o algoritmo *K-Means* (KAVISKI, 1992), YAK1, YAK2 e YAK3, considerando $N=1,2,3$, respectivamente. Nas primeiras simulações realizadas, observou-se o mesmo que em BARBOSA (1981): quanto menor o número de vazões no conjunto de sucessores $B(v)$, maior será a probabilidade de que sejam geradas vazões maiores que a máxima destes conjuntos. O algoritmo utilizado inicialmente não fixava quanto seria $B(\min)$, o menor valor de B nos m conjuntos de sucessores. Estas primeiras simulações resultaram em médias de todo o período muito maiores que aquelas encontradas no histórico. Também observou-se a

Tabela 4.3.2 - Parâmetros para o modelo Simplificado de SARGENT, observados em Rio dos Patos

Parâmetros								
mês	B	a	b	μz	σz	ρp	η	δ
1	-0,7534	0,1509	-0,0871	40,76	43,49	0,09	1,07	39,65
2	-0,8231	0,1349	-0,0835	39,91	36,04	0,07	0,90	41,64
3	-1,1166	-0,1116	-0,0344	37,61	37,00	0,07	0,98	37,87
4	-0,9465	0,084	-0,066	38,88	49,79	0,04	1,27	34,94
5	-1,1335	0,0482	-0,0614	100,31	101,46	0,05	1,01	99,82
6	-1,1009	-0,0457	-0,0325	62,67	57,76	0,07	0,92	64,83
7	-1,0752	-0,1681	-0,0259	78,10	77,80	0,05	1,00	78,22
8	-1,0356	-0,052	-0,0329	58,42	68,63	0,07	1,17	54,52
9	-0,9814	0,0533	-0,0543	64,97	65,85	0,08	1,01	64,60
10	-1,0007	0,0277	-0,065	64,60	55,68	0,07	0,86	68,71
11	-0,9286	-0,0001	-0,0457	51,29	59,45	0,08	1,16	48,14
12	-0,7555	0,0005	-0,041	33,11	31,86	0,05	0,96	33,64

sensibilidade do modelo com relação ao número m . Deste modo, foram feitas uma série de simulações variando $B(\min)$ e m para $N=2,3$. Na primeira simulação com $N=1$, utilizando o melhor resultado encontrado para $N=2$, o resultado foi considerado satisfatório. Para cada simulação foram geradas 10 séries de 63 anos, e os resultados, para a média de todas as simulações, estão mostrados na tabela 4.3.3. Tendo em vista que a vazão média histórica de longo período foi de $22,7995 \text{ m}^3/\text{s}$, os valores de $B(\min)$ e m escolhidos foram 120 e 151 para $N=1,2$ e 120 e 120 para $N=3$, hachurados na tabela 4.3.3.

Tabela 4.3.3 - Resultados de 10 séries de 63 anos para os modelos não-paramétricos de ordem 2 e 3 (linhas hachuradas: modelos escolhidos)

Ordem do modelo	$B(\min)$	m	Média Observada (m^3/s)
2	70	28	18,71
2	70	75	19,41
2	70	151	22,29
2	120	28	18,60
2	120	75	21,30
2	120	151	22,50
2	95	28	18,34
2	95	75	20,31
2	95	151	20,72
2	140	151	21,80
3	70	40	12,29
3	100	40	14,16
3	120	40	12,37
3	140	40	12,70
3	70	90	21,93
3	100	90	18,18
3	120	90	17,98
3	140	90	18,64
3	70	120	22,28
3	100	120	23,20
3	120	120	22,38
3	140	120	18,06
3	70	150	22,30
3	100	150	21,69
3	120	150	18,79
3	140	150	18,42

5. MODELOS PROPOSTOS

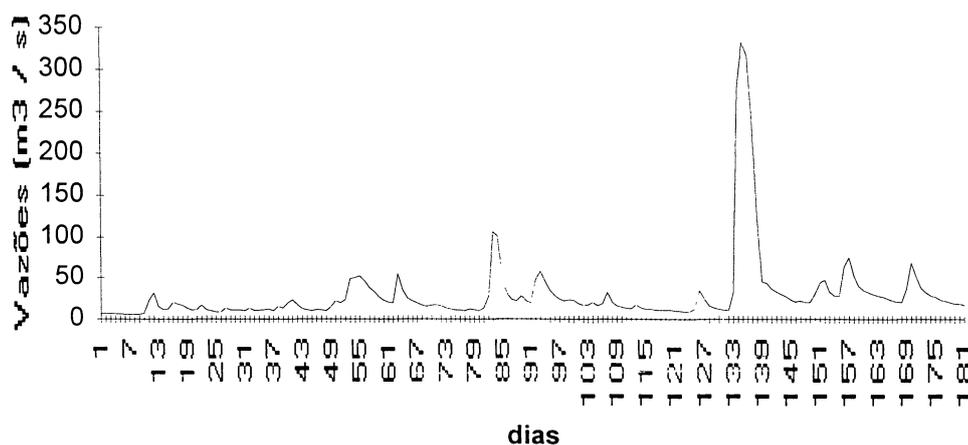
5.1. INTRODUÇÃO

Alguns problemas encontrados na simulação de vazões diárias conduziram à necessidade da proposição de novos modelos de geração de séries neste trabalho, cuja descrição está inserida neste capítulo. Os problemas encontrados estão relacionados a três fatores principais:

- a) à dificuldade em ajustar um processo $ARMA(p,q)$, comumente aplicável em séries temporais, à série histórica;
- b) à forma própria das hidrógrafas;
- c) à dificuldade em preservar ao mesmo tempo vazões diárias, mensais e anuais (ver definição de "preservação de estatísticas" no item 1.1).

Para melhor ilustrar o problema, a figura 5.1.1, abaixo, mostra seis meses típicos da série histórica de vazões diárias em Rio dos Patos.

FIGURA 5.1.1 - Seis meses de registro histórico (Rio dos Patos)



Quanto ao item a), aplicação de modelos do tipo ARMA(p,q) na modelagem de vazões diárias, a mesma não é recomendada por dois motivos:

- Tao (1973), *apud* KELMAN (1987b), tentou ajustar diversas expressões analíticas para o termo aleatório ε da fórmula da equação básica dos modelos ARMA(p,q) (ver Apêndice), não obtendo sucesso, devido aos altos coeficientes de assimetria e curtose comumente encontrados nas séries diárias de vazões.

- Nas séries diárias de vazões, as ascensões da hidrógrafa são quase sempre mais abruptas que as recessões. Processos cujas características exibam esta propriedade são chamados irreversíveis no tempo. Este fato é possivelmente argumento suficiente para desestimular o emprego de modelos Arma(p,q) para o estudo de vazões diárias (KELMAN, 1987a).

Os modelo de QUIMPO (1968) nada mais é do que uma forma especial da aplicação de modelos ARMA(p,q) para séries diárias. A forma das hidrógrafas simuladas por este modelo, como as da figura 5.1.2, geradas para Rio dos Patos conforme descrito na seção 4.3.1, são completamente diferentes das hidrógrafas do histórico: não há diferenças de forma entre ascensões e recessões; o hidrograma é muito irregular; e há geração de valores negativos. Tudo isto colabora para o desestímulo do uso de modelos ARMA(p,q) na simulação de vazões diárias.

Sendo eliminada a possibilidade de gerar séries de vazões semelhantes com as históricas por modelos do tipo ARMA(p,q), soluções matemáticas paramétricas alternativas foram tentadas, como os modelos de PAYNE et al. (1969) - seção 4.3.2 -, *shot noise* (WEISS, 1977) - seção 4.3.3, e SARGENT (1979) - seção 4.3.5. As figuras 5.1.3 a 5.1.5, seguir, mostram hidrógrafas de

Figura 5.1.2 - Seis meses gerados pelo modelo QUIMPO de 1a. ordem

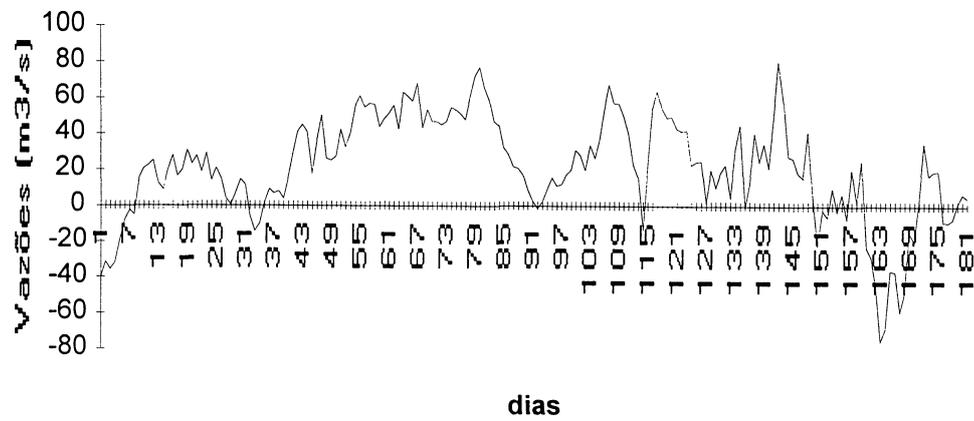
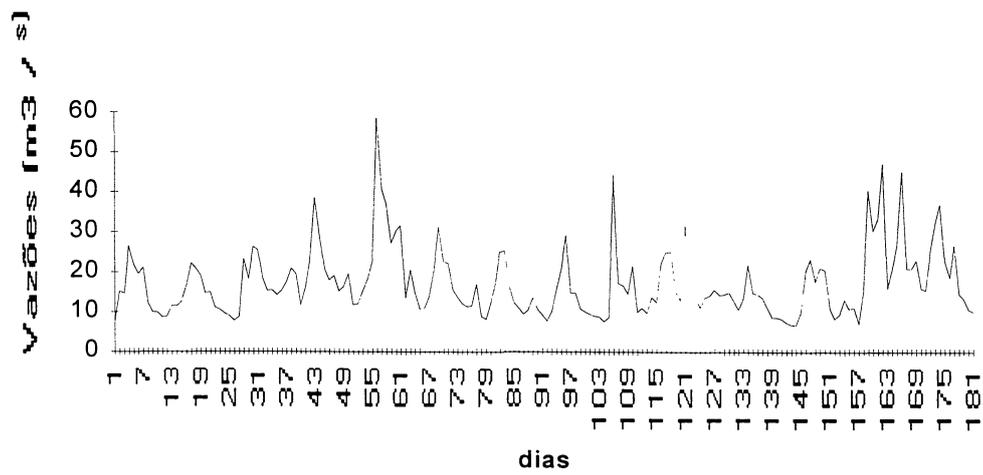


Figura 5.1.3 - Seis meses gerados pelo método de PAYNE et al. (1979)



seis meses geradas pelos métodos, respectivamente, PAYNE et al., DSN (*shot noise* de segunda ordem) e SARGENT para a estação de Rio dos Patos.

Figura 5.1.4 - Seis meses gerados pelo modelo DSN (Rio dos Patos)

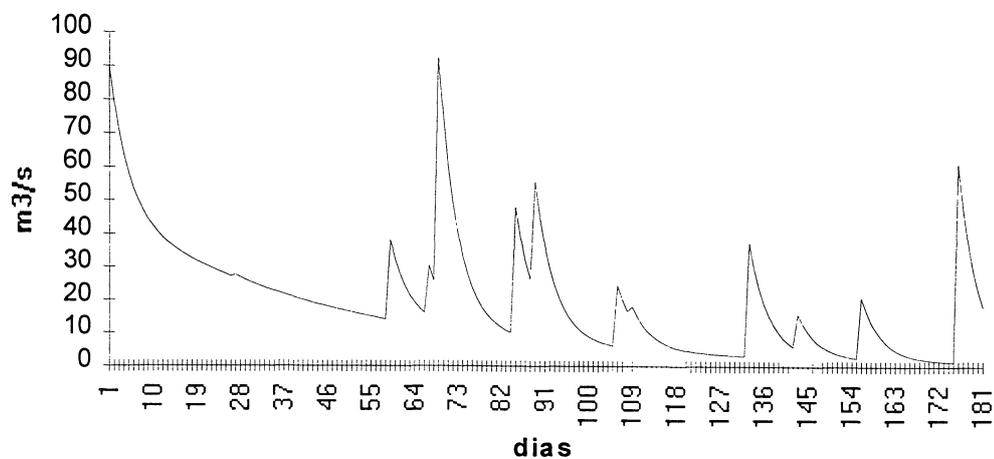
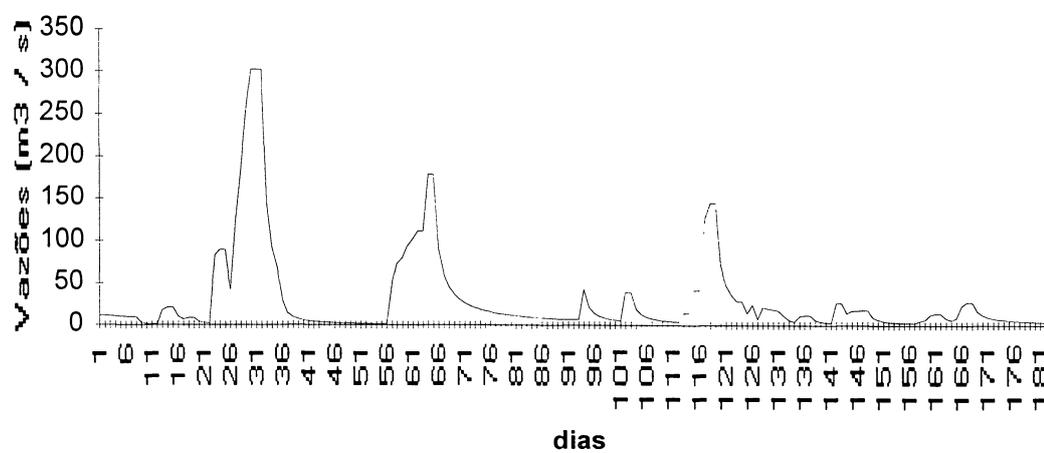


Figura 5.1.5 - Seis meses gerados pelo modelo simplificado de SARGENT



Uma análise destas figuras permite as seguintes conclusões:

- O modelo de PAYNE et al. apresenta hidrógrafas mais irregulares que as do histórico e de tamanho sempre igual, devido ao método utilizado para geração (ver seção 4.3.2.);

- A hidrógrafa do modelo *shot noise* "não se parece" com a do histórico, por ser muito regular - parecendo uma serra dentada, conforme a definição de WEISS (1977);

- A hidrógrafa do modelo SARGENT, é, comparando com as dos outros dois modelos, a mais próxima da série histórica; mesmo assim, ela é mais linear; a parte superior dos picos é muito retilínea; a recessão "baixa" sempre, arbitrariamente, começa logo abaixo das vazões iguais à média de longo período (ver seção 3.6); o modelo SARGENT reproduz melhor ascensões e recessões baixas que ascensões e recessões altas, o que contraria o objetivo mais freqüente de gerações de séries sintéticas de vazões diárias, ou seja, estudo de máximas.

Tudo isto vem de encontro às objeções de YAKOWITZ (1979) quanto à parametrização de simuladores de vazões diárias e estas podem ser resumidas nestes dois pontos, já mencionados:

- as séries simuladas por modelos paramétricos "não se parecem com as séries históricas";

- estas séries têm dificuldade em reproduzir ascensões e recessões da hidrógrafa.

A conclusão de YAKOWITZ é de suma importância: "ainda não há uma família paramétrica de séries temporais rica o suficiente para modelar de maneira segura e perfeita séries de vazões diárias. Na ausência, até agora, do descobrimento de classes paramétricas mais robustas, devemos então, ou recorrer a séries temporais não paramétricas ou nos contentarmos com alguns tipos de famílias paramétricas que não conterão a lei à qual a série diária obedece".

Este trabalho simulou vazões por outros três modelos já existentes e que podem ser considerados não-paramétricos: o modelo Diana, o modelo de YAKOWITZ (1979) ou não-paramétrico propriamente dito, e o dos fragmentos diário. Hidrogramas de seis meses para estes três modelos estão representados, respectivamente, nas figuras 5.1.6, 5.1.7 e 5.1.8.

Figura 5.1.6 - Seis meses gerados pelo modelo Diana (Rio dos Patos)

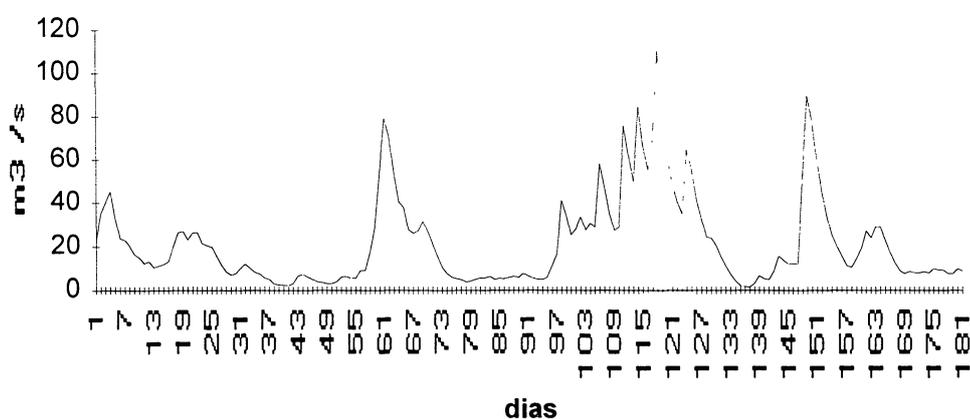


Figura 5.1.7 - Seis meses gerados pelo modelo de YAKOWITZ (Rio dos Patos)

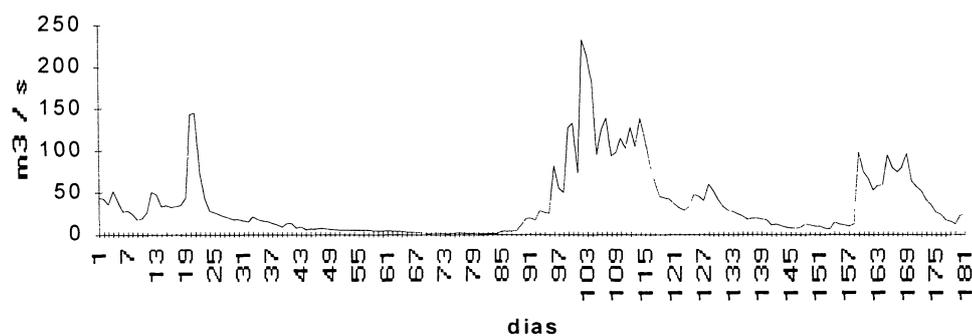
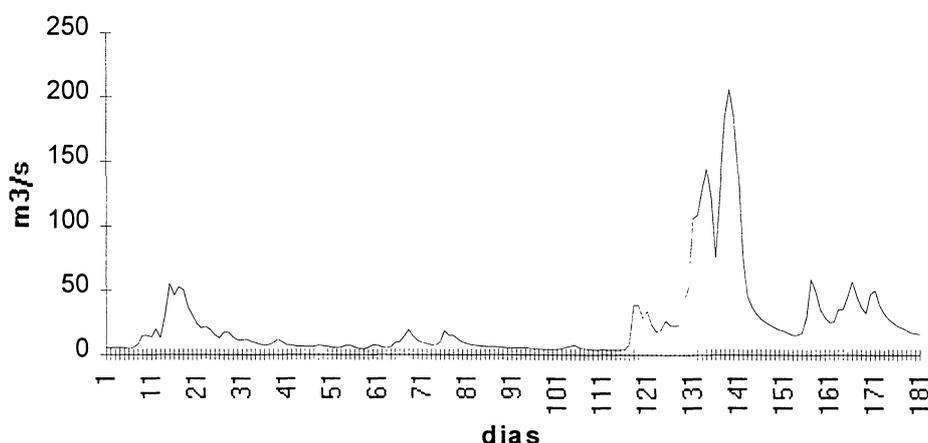


Figura 5.1.8 - Seis meses gerados pelo método dos fragmentos diário (Rio dos Patos)



As figuras 5.1.6, 5.1.7 e 5.1.8 mostram uma concordância muito maior com os hidrogramas históricos do que as três figuras anteriores. O problema dos dois primeiros modelos não-paramétricos estudados, YAKOWITZ e Diana, é que não preservam estatísticas mensais e anuais, como visto na descrição dos mesmos.

O modelo dos fragmentos diário apresenta excelentes resultados no que diz respeito à preservação das estatísticas anuais e mensais. Os modelos propostos podem ser considerados aperfeiçoamentos do modelo dos fragmentos original, e sua criação se justifica tendo em vista que:

- visam resolver o problema dos saltos intra-aneais;
- como partem de uma série anual para uma mensal e só então para uma diária, permitem uma maior variabilidade das séries de vazões, isto é, séries "mais diferentes" da original, mesmo preservando suas estatísticas;
- permitem um melhor planejamento estratégico, levando em conta as palavras de KELMAN (1987): "a vantagem desta abordagem (de desagregações sucessivas) é que torna compatível os estudos estratégicos e táticos relativos à operação do sistema hidrelétrico, quando feitos a partir de simulações com séries sintéticas. No planejamento estratégico o horizonte considerado pode ser

de alguns anos e o intervalo de discretização do tempo não é usualmente inferior a um mês. No planejamento tático é preciso refinar as decisões da fase estratégica, levando em consideração as restrições à operação com curto prazo de duração, como são as relacionadas ao controle de cheias".

- permitem que a geração sintética por qualquer modelo de geração de séries diárias que não preserve estatísticas mensais venha a fazê-lo, como se verá na descrição do modelos estendidos de desagregação.

5.2. NOTAÇÃO UTILIZADA

A notação para os modelos propostos deve ser acompanhada com atenção para evitar mal-entendidos. Isto porque, para os modelos MSD (Modelo Simplificado de Desagregação) e MMD (Modelo Modificado de Desagregação), existem três séries de igual importância, todas com seus respectivos anos, meses e dias: a série original (que pode ser a série histórica ou uma série diária gerada por outro modelo), a série adimensional e a série gerada.

A descrição das séries do modelo MSD é a seguinte:

- série original: as vazões aqui são representadas por letras minúsculas e seu contadores por gregas minúsculas. As vazões médias anuais são representadas $x(t)$ para um ano t qualquer, com $t=anoi, \dots, anof$ (onde $anoi$ é o primeiro ano da série original e $anof$ o último). Já as séries mensais e diárias podem ser tomadas de "meses" de 28, 30 ou 31 dias (é importante ressaltar que existem "meses" de janeiro com 28, 30 e 31 dias, assim como fevereiro, março, etc. para aumentar o número de fragmentos na série histórica). As correspondentes vazões médias mensais são $y_{28}(t, \xi)$, $y_{30}(t, \xi)$ e $y_{31}(t, \xi)$ conforme sejam de "meses" com 28, 30 ou 31 dias, para o ano t e mês ξ

$=1, \dots, 12$. As vazões diárias a estas relacionadas são representadas por $q_{28}(\iota, \xi, \kappa)$, $q_{30}(\iota, \xi, \kappa)$ e $q_{31}(\iota, \xi, \kappa)$ para um ano ι um mês ξ e um dia κ , $\kappa=1, \dots, \text{num}(\xi)$ (onde $\text{num}(\xi)=28, 30$ ou 31 , conforme o caso). Já as vazões da série original são notadas por $q(\iota, \xi, \kappa)$, para um ano ι , um mês ξ e um dia κ , $\kappa=1, \dots, \text{numdias}(\xi)$ (onde $\text{numdias}(1)=31$, $\text{numdias}(2)=28$ e assim por diante - ou seja, é o número de dias de mês, conforme visto no calendário).

- série diária adimensionalizada: existem também séries diárias adimensionalizadas com "meses" de 28, 30 e 31 dias. Estas séries são chamadas, respectivamente, de $\check{q}_{28}(\iota, \xi, \kappa)$, $\check{q}_{30}(\iota, \xi, \kappa)$ ou $\check{q}_{31}(\iota, \xi, \kappa)$ conforme tenham 28, 30 ou 31 dias, para $\iota=\text{anoi}, \dots, \text{anof}$, para $\xi =1, \dots, 12$ e para $\kappa=1, \dots, \text{num}(\xi)$.

- série gerada: as vazões são representadas por letras maiúsculas e os contadores por romanas minúsculas. A vazão média anual para um ano i é representada por $X(i)$, com $i=\text{anoig}, \dots, \text{anofg}$ (onde anoig é o primeiro ano gerado e anofg o último). A vazão média mensal é representada por $Y(i, j)$ para um ano i e um mês j . Finalmente, a vazão diária gerada é notada como $Q(i, j, k)$ para um dia k , com $k=1, \dots, \text{numdias}(j)$.

Já para o modelo MMD, a série original de vazões diárias é simplesmente ser simplesmente chamada $w(t)$, com $t=1, \dots, h$, onde h é o número de dias da série original. Como para o modelo MSD, também existem vazões mensais para "meses" de 28, 30 e 31 dias (como se verá mais adiante), aqui chamados de $v_{28}(t)$, $v_{30}(t)$ e $v_{31}(t)$, com $t=1, \dots, h-n$, onde $n=28, 30$ ou 31 conforme o caso. Este procedimento aumenta o número de fragmentos no modelo MMD, o que é importante em sua implementação, como se verá adiante.

5.3. MODELO MSD (MODELO SIMPLIFICADO DE DESAGREGAÇÃO)

O modelo MSD (Modelo Simplificado de Desagregação) é uma extensão do modelo dos fragmentos na desagregação de vazões mensais em diárias. A diferença entre ambos está em dois itens:

- na passagem da vazão gerada do final de um mês para o início do outro: no modelo dos fragmentos, esta passagem não estava bem resolvida (SVANIDZE, 1980); no modelo MSD, esta passagem é feita por tentativas até que se atinja uma mínima distância, conforme se verá a seguir.

- na chamada "série original": para o modelo MSD, esta série original tanto pode ser a histórica como uma série preparada pelo modelador, podendo contar com qualquer número de anos de vazões diárias gerados por outros modelos, que, a princípio, não preservem estatísticas mensais e anuais, de modo que venham a fazê-lo. A partir daqui, a "série original" será aquela a que este estudo irá se referir, não importando se esta série é a histórica ou a modelada.

A geração de séries por este modelo segue o princípio básico seguinte: dadas as vazões diárias geradas de um mês j , calcula-se por tentativas, qual fragmento adimensionalizado, que, multiplicado pela vazão média mensal do mês $j+1$, resultar na menor distância entre o último dia do mês j e o primeiro dia do mês $j+1$. Esta geração envolve os seguintes passos:

1. Geração da série de vazões mensais $Y(i,j)$ pelo método proposto no anexo.

2. Preparação dos registros históricos com meses de 28, 30 e 31 dias, ou seja, das séries $q_{28}(t,\xi,\kappa)$, $q_{30}(t,\xi,\kappa)$ e $q_{31}(t,\xi,\kappa)$, dada a série $q(t,\xi,\kappa)$, chamada série original, conforme notação em 5.2. Como dito anteriormente, existem "meses" de janeiro com 28, 30 e 31 dias, assim como fevereiro, março, etc. para aumentar o número de fragmentos na série histórica. Deste modo, ter-se-á três novos registros com dimensões aproximadamente iguais às do histórico (maiores que o histórico no caso de registro com meses de 31 dias

e menores que o histórico nos outros casos). Para a criação destes registros adota-se o seguinte procedimento:

- a vazão no primeiro dia dos "meses" de n (28, 30 e 31) dias é a mesma do primeiro dia do mês original;
- quando o número de dias do mês da série original for maior que o número de dias do "mês" de n dias (por exemplo, meses originais de fevereiro nos arquivos com meses de 31 dias), basta tomar os dias que faltam para completar o novo "mês" no mês original imediatamente subsequente;
- no outro caso (por exemplo, meses de janeiro nos arquivos com meses de 30 dias), basta tomar os dias do mês original necessários para completar a soma do número de dias do novo arquivo com "meses" de n dias. Obviamente, nos casos em que o número de dias do mês original for igual ao número de dias do "mês" de n dias, todas as vazões do mês original serão iguais às do novo "mês".

3. O próximo passo é a adimensionalização dos "meses" de n dias. Isto é feito simplesmente dividindo cada vazão diária dos "meses" de n dias pela vazão média mensal de seu próprio "mês". Sejam por exemplo, "meses" de 30 dias. A vazão média mensal $y_{30}(t, \xi)$ para $t = \text{ano}i, \dots, \text{ano}f$ e cada "mês" ξ , $\xi = 1, \dots, 12$ é dada por

$$y_{30}(t, \xi) = \frac{1}{30} \sum_{\kappa=1}^{30} q_{30}(t, \xi, \kappa) \quad (5.3.1)$$

A série adimensionalizada para "meses" de 30 dias é então dada por

$$\tilde{q}_{30}(t, \xi, \kappa) = \frac{q_{30}(t, \xi, \kappa)}{y_{30}(t, \xi)} \quad (5.3.2)$$

com $\iota = \text{anoi}, \dots, \text{anof}$, $\xi = 1, \dots, 12$, $\kappa = 1, \dots, 30$. Raciocínio semelhante é empregado para os "meses" de 28 e 31 dias.

Como exemplo da criação destas séries com meses de n dias, para facilitar a compreensão apresenta-se na tabela 5.3.1 a série de vazões em fevereiro (sem dia 29 de fevereiro, conforme explicado em 4.2) e março de 1960 para rio dos Patos ao lado das correspondentes vazões dos "meses" de n (28, 30 e 31) dias, adimensionais ou não, mais as suas correspondentes médias.

4. Quando forem gerados meses de janeiro, buscam-se os "meses" adimensionais com 31 dias; quando forem gerados fevereiro, buscam-se "meses" adimensionais de 28 dias e assim por diante. O princípio da geração é multiplicar o valor da vazão mensal $Y(i,j)$ obtido no primeiro passo pelas vazões adimensionais obtidas no terceiro passo para a obtenção de vazões diárias.

Para o primeiro mês gerado, basta multiplicar o valor de $Y(i,j)$ obtido para $i = \text{anoig}$ e $j = 1$ pelas vazões de uma série $\check{q}_{31}(\iota, \xi, \kappa)$, $\kappa = 1, \dots, 31$ com ι e ξ quaisquer para a obtenção do primeiro mês com vazões diárias geradas $Q(\text{anoi}, 1, k)$, $k = 1, \dots, 31$.

O próximo mês ($j+1$) gerado (fevereiro neste caso) é obtido respeitando-se a condição

$$\min \left| Y(i, j+1) * q_{28}(\iota, \xi, 1) - Q(i, j, 31) \right|, \quad \iota = \text{anoi}, \dots, \text{anof}, \xi = 1, \dots, 12 \quad (5.3.3)$$

Esta condição foi imposta de modo que a distância entre o último dia de um mês e o primeiro dia do próximo seja a menor possível. Raciocínio semelhante é empregado na obtenção do mês de março subsequente: como março (o mês $j+1$) tem 31 dias e fevereiro (o mês j) tem 28 dias a condição da fórmula (5.3.3) passa a ser:

$$\min \left| Y(i, j+1) * q_{31}(\iota, \xi, 1) - Q(i, j, 28) \right|, \quad \iota = \text{ano } i, \dots, \text{ano } f \text{ e } \xi = 1, \dots, 12$$

(5.3.4)

Aplicando o mesmo raciocínio, são gerados os valores dos meses seguintes (obviamente, na passagem de um ano para outro tem-se $j=12$ e $j+1=1$, variando o valor de i , o ano gerado).

O fato da diferença $\left| Y(i, j+1) * q_{31}(\iota, \xi, 1) - Q(i, j, 28) \right|$, das equações (5.3.3), (5.3.4) ou similares entre a vazão no último dia de um mês e o início do outro ser tomada simplesmente como a mínima para a toda a gama de variação de ι e ξ pode ser justificada pelos seguintes motivos:

- as vazões diárias normalmente tem alta correlação lag 1;
- os valores desta diferença não são sempre pequenos, o que assemelha o caso simulado com o gerado;
- o fato de não se estar respeitando com tanta fidelidade a correlação entre a última vazão de um mês e a primeira do próximo é compensada pela facilidade de programação - além disso, o modelo MMD, mais complexo, se propõe a resolver este problema.

As séries adimensionais $\check{q}_{28}(\iota, \xi, \kappa)$, $\check{q}_{30}(\iota, \xi, \kappa)$ ou $\check{q}_{31}(\iota, \xi, \kappa)$ a ser multiplicada por $Y(i, j)$ pode ou não ser empregada obedecendo restrições de ordem sazonal ou diversa. O item 5.5 mostra as restrições que foram empregadas na geração de vazões diárias em Rio dos Patos.

Tabela 5.3.1 - Exemplo de criação das séries $q_{28}(t, \xi, \kappa)$, $\bar{q}_{28}(t, \xi, \kappa)$, $y_{28}(t, \xi)$, $q_{30}(t, \xi, \kappa)$, $\bar{q}_{30}(t, \xi, \kappa)$, $y_{30}(t, \xi)$, $q_{31}(t, \xi, \kappa)$, $\bar{q}_{31}(t, \xi, \kappa)$, $y_{31}(t, \xi)$ mais as suas correspondentes médias para os meses (ξ) de fevereiro (sem dia 29 de fevereiro) e março para o ano (t) de 1960 na estação de rio dos Patos ao lado da correspondente série histórica $q(t, \xi, \kappa)$

t	ξ	κ	$q(t, \xi, \kappa)$	κ	$q_{28}(t, \xi, \kappa)$	$\bar{q}_{28}(t, \xi, \kappa)$	κ	$q_{30}(t, \xi, \kappa)$	$\bar{q}_{30}(t, \xi, \kappa)$	κ	$q_{31}(t, \xi, \kappa)$	$\bar{q}_{31}(t, \xi, \kappa)$	
			(m^3/s)		(m^3/s)	(adimens)		(m^3/s)	(adimens)		(m^3/s)	(adimens)	
1960	2	1	5,6	1	5,6	0,351	1	5,6	0,359	1	5,6	0,363	
1960	2	2	4,9	2	4,9	0,307	2	4,9	0,314	2	4,9	0,318	
1960	2	3	3,9	3	3,9	0,244	3	3,9	0,250	3	3,9	0,253	
1960	2	4	11,7	4	11,7	0,733	4	11,7	0,751	4	11,7	0,759	
1960	2	5	11,7	5	11,7	0,733	5	11,7	0,751	5	11,7	0,759	
1960	2	6	7,9	6	7,9	0,495	6	7,9	0,507	6	7,9	0,513	
1960	2	7	6,1	7	6,1	0,382	7	6,1	0,391	7	6,1	0,396	
1960	2	8	4,6	8	4,6	0,288	8	4,6	0,295	8	4,6	0,298	
1960	2	9	4,2	9	4,2	0,263	9	4,2	0,270	9	4,2	0,272	
1960	2	10	6,1	10	6,1	0,382	10	6,1	0,391	10	6,1	0,396	
1960	2	11	7,9	11	7,9	0,495	11	7,9	0,507	11	7,9	0,513	
1960	2	12	9,8	12	9,8	0,614	12	9,8	0,629	12	9,8	0,636	
1960	2	13	8,4	13	8,4	0,526	13	8,4	0,539	13	8,4	0,545	
1960	2	14	11	14	11	0,689	14	11	0,706	14	11	0,714	
1960	2	15	14,6	15	14,6	0,915	15	14,6	0,937	15	14,6	0,947	
1960	2	16	21,8	16	21,8	1,366	16	21,8	1,399	16	21,8	1,414	
1960	2	17	19,2	17	19,2	1,203	17	19,2	1,232	17	19,2	1,246	
1960	2	18	16,8	18	16,8	1,053	18	16,8	1,078	18	16,8	1,090	
1960	2	19	16,1	19	16,1	1,009	19	16,1	1,033	19	16,1	1,045	
1960	2	20	32,4	20	32,4	2,030	20	32,4	2,079	20	32,4	2,102	
1960	2	21	59,4	21	59,4	3,722	21	59,4	3,812	21	59,4	3,854	
1960	2	22	44	22	44	2,757	22	44	2,824	22	44	2,855	
1960	2	23	37,7	23	37,7	2,362	23	37,7	2,419	23	37,7	2,446	
1960	2	24	28,8	24	28,8	1,804	24	28,8	1,848	24	28,8	1,869	
1960	2	25	20,1	25	20,1	1,259	25	20,1	1,290	25	20,1	1,304	
1960	2	26	12,5	26	12,5	0,783	26	12,5	0,802	26	12,5	0,811	
1960	2	27	10,3	27	10,3	0,645	27	10,3	0,661	27	10,3	0,668	
1960	2	28	9,4	28	9,4	0,589	28	9,4	0,603	28	9,4	0,610	
1960	2			29	10,3		29	10,3	0,661	29	10,3	0,668	
1960	2			30	10,3		30	10,3	0,661	30	10,3	0,668	
1960	2									31	10,3	0,668	
			$y_{28}(t, \xi) =$		15,96		$y_{30}(t, \xi) =$		15,58		$y_{31}(t, \xi) =$		15,41
			média =		1,000		média =		1,000		média =		1,000
1960	3	1	10,3	1	10,3	1,431	1	10,3	1,507	1	10,3	1,547	
1960	3	2	10,3	2	10,3	1,431	2	10,3	1,507	2	10,3	1,547	
1960	3	3	10,3	3	10,3	1,431	3	10,3	1,507	3	10,3	1,547	
1960	3	4	9,8	4	9,8	1,361	4	9,8	1,434	4	9,8	1,472	
1960	3	5	9,4	5	9,4	1,306	5	9,4	1,376	5	9,4	1,412	
1960	3	6	9,4	6	9,4	1,306	6	9,4	1,376	6	9,4	1,412	
1960	3	7	8,9	7	8,9	1,236	7	8,9	1,302	7	8,9	1,337	
1960	3	8	8,4	8	8,4	1,167	8	8,4	1,229	8	8,4	1,262	
1960	3	9	8,4	9	8,4	1,167	9	8,4	1,229	9	8,4	1,262	
1960	3	10	7,9	10	7,9	1,097	10	7,9	1,156	10	7,9	1,187	
1960	3	11	8,9	11	8,9	1,236	11	8,9	1,302	11	8,9	1,337	
1960	3	12	11	12	11	1,528	12	11	1,610	12	11	1,652	
1960	3	13	10,3	13	10,3	1,431	13	10,3	1,507	13	10,3	1,547	
1960	3	14	9,8	14	9,8	1,361	14	9,8	1,434	14	9,8	1,472	
1960	3	15	9,4	15	9,4	1,306	15	9,4	1,376	15	9,4	1,412	
1960	3	16	7,5	16	7,5	1,042	16	7,5	1,098	16	7,5	1,126	
1960	3	17	6,5	17	6,5	0,903	17	6,5	0,951	17	6,5	0,976	
1960	3	18	6,1	18	6,1	0,847	18	6,1	0,893	18	6,1	0,916	
1960	3	19	5,6	19	5,6	0,778	19	5,6	0,820	19	5,6	0,841	
1960	3	20	5,6	20	5,6	0,778	20	5,6	0,820	20	5,6	0,841	
1960	3	21	5,3	21	5,3	0,736	21	5,3	0,776	21	5,3	0,796	
1960	3	22	5,3	22	5,3	0,736	22	5,3	0,776	22	5,3	0,796	
1960	3	23	4,9	23	4,9	0,681	23	4,9	0,717	23	4,9	0,736	
1960	3	24	4,2	24	4,2	0,583	24	4,2	0,615	24	4,2	0,631	
1960	3	25	2,5	25	2,5	0,347	25	2,5	0,366	25	2,5	0,375	
1960	3	26	2	26	2	0,278	26	2	0,293	26	2	0,300	
1960	3	27	1,8	27	1,8	0,250	27	1,8	0,263	27	1,8	0,270	
1960	3	28	1,8	28	1,8	0,250	28	1,8	0,263	28	1,8	0,270	
1960	3	29	1,8	29	1,8	0,250	29	1,8	0,263	29	1,8	0,270	
1960	3	30	1,6	30	1,6	0,234	30	1,6	0,234	30	1,6	0,240	
1960	3	31	1,4							31	1,4	0,210	
			$y_{28}(t, \xi) =$		7,20		$y_{30}(t, \xi) =$		6,83		$y_{31}(t, \xi) =$		6,66
			média =		1,000		média =		1,000		média =		1,000

5.4. O MODELO MMD (MODELO MODIFICADO DE DESAGREGAÇÃO)

O modelo MMD é uma extensão do modelo MSD. A diferença entre os dois está na passagem da vazão gerada de um mês para o seu subsequente: no modelo MSD, é escolhida a primeira vazão do próximo mês pela menor diferença entre esta vazão e a anterior; no modelo MMD, impõe-se a vazão do primeiro dia do próximo mês pelo método não-paramétrico de YAKOWITZ. Como para o modelo MSD, chamar-se-á "série original" a série utilizada como base para modelação, não importando se esta série é a histórica ou não.

O princípio deste modelo é o seguinte: dados os últimos N dias do mês j, obtém-se, pelo modelo não-paramétrico de YAKOWITZ (ver seção 3.7), a vazão do dia seguinte, isto é, a vazão do primeiro dia do mês j+1, onde N é a ordem do modelo não-paramétrico. Por sucessivas tentativas, obtém-se um fragmento que, multiplicado por $Y(i,j+1)$ mais aproxime a vazão do primeiro dia com aquela calculada pelo modelo de YAKOWITZ.

Os seguintes passos são necessários para a simulação:

1. Dada a série histórica de vazões diárias $w(t)$, $t=1,\dots,h$, criar a série de vazões "mensais" de 28, 30 e 31 dias, respectivamente $v_{28}(t)$, $v_{30}(t)$ e $v_{31}(t)$, $t=1,\dots,h-n$ que nada mais são que a média de 28, 30 ou 31 dias das vazões iniciando no dia t. Para meses de 30 dias, ter-se-á

$$v_{30}(t) = \frac{1}{30} \sum_{\tau=t}^{t+29} w(\tau) \quad t=1,\dots,h-30 \quad (5.4.1)$$

Fórmulas semelhantes são empregadas para os "meses" de 28 e 31 dias. A tabela 5.4.1 apresenta, para facilitar a compreensão, o início do histórico em rio dos Patos (de 1/1/1931 a 2/2/1931), ou seja, a série $w(\tau)$, para $\tau=1,\dots,33$, com suas correspondentes médias $v_{28}(t)$, $v_{30}(t)$ e $v_{31}(t)$, para $t=1,2,3$.

2. Para gerar o primeiro mês de janeiro, basta selecionar uma série cuja média seja $v_{31}(\tau)$, τ =qualquer e empregar a fórmula:

$$Q(1,1,k) = Y(1,1) * w(\tau + k - 1) / v_{31}(\tau), \quad k=1, \dots, 31 \quad (5.4.2)$$

A fração $w(\cdot)/v_{31}(\cdot)$ constante no segundo termo da fórmula (5.4.2) é a adimensionalização das vazões diárias $w(t^*)$, $t^*=\tau, \dots, \tau+31-1$, pois as mesmas são divididas por sua média mensal $v_{31}(\tau)$. No modelos MMD preferiu-se pela não formação de arquivos adimensionalizados tendo em vista as enormes dimensões que os mesmos teriam nestes modelos.

3. Como dito acima, dados os últimos N dias do mês j, obtém-se, pelo modelo não-paramétrico de YAKOWITZ (ver seção 3.7), a vazão do dia seguinte, isto é, a vazão do primeiro dia do mês j+1, onde N é a ordem do modelo não-paramétrico. Esta vazão obtida por YAKOWITZ será a partir de agora chamada de $W(i,j+1,1)$, maiúsculo, onde i é o ano, j é o mês, e 1 representa o primeiro dia. Então se calcula, por tentativas, qual fragmento adimensionalizado $w(\cdot)/v_{28}, v_{30}, v_{31}$, cujo primeiro dia multiplicado por $Y(i,j)$, dê a menor distância com relação a $W(i,j+1,1)$.

Deste modo, tendo sido gerado o primeiro mês de janeiro $Q(\text{ano}i,1,k)$, $k=1, \dots, 31$, com as últimas N vazões de janeiro obtém-se $W(\text{ano}i,2,1)$, ou seja, a primeira estimativa da vazão no primeiro dia de fevereiro gerado. Será então escolhido um fragmento $w(\tau)$ $\tau=t, \dots, t+28-1$, tal que

$$\min | Y(\text{ano}i,2) * w(\tau) / v_{28}(\tau) - W(i,2,1) |, \quad \tau=1, \dots, h-28+1 \quad (5.4.3)$$

Tabela 5.4.1 - Início do histórico em rio dos Patos (de 1/1/1931 a 2/2/1931, isto é, a série $w(\tau)$, para $\tau=1,\dots,33$), com suas correspondentes médias $v_{28}(t)$, $v_{30}(t)$ e $v_{31}(t)$, para $t=1,2,3$

Data	τ	Vazão observada (série $w(\tau)$) (m ³ /s)	t=1 séries com			t=2 séries com			t=3 séries com		
			28 dias	30 dias	31 dias	28 dias	30 dias	31 dias	28 dias	30 dias	31 dias
01/01/31	1	5,6	5,6	5,6	5,6						
02/01/31	2	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5			
03/01/31	3	16,1	16,1	16,1	16,1	16,1	16,1	16,1	16,1	16,1	16,1
04/01/31	4	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3
05/01/31	5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5
06/01/31	6	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5
07/01/31	7	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5
08/01/31	8	5,6	5,6	5,6	5,6	5,6	5,6	5,6	5,6	5,6	5,6
09/01/31	9	5,6	5,6	5,6	5,6	5,6	5,6	5,6	5,6	5,6	5,6
10/01/31	10	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3
11/01/31	11	11,7	11,7	11,7	11,7	11,7	11,7	11,7	11,7	11,7	11,7
12/01/31	12	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5	7,5
13/01/31	13	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3
14/01/31	14	59,4	59,4	59,4	59,4	59,4	59,4	59,4	59,4	59,4	59,4
15/01/31	15	59,4	59,4	59,4	59,4	59,4	59,4	59,4	59,4	59,4	59,4
16/01/31	16	73,2	73,2	73,2	73,2	73,2	73,2	73,2	73,2	73,2	73,2
17/01/31	17	50,6	50,6	50,6	50,6	50,6	50,6	50,6	50,6	50,6	50,6
18/01/31	18	31,5	31,5	31,5	31,5	31,5	31,5	31,5	31,5	31,5	31,5
19/01/31	19	24,5	24,5	24,5	24,5	24,5	24,5	24,5	24,5	24,5	24,5
20/01/31	20	38,6	38,6	38,6	38,6	38,6	38,6	38,6	38,6	38,6	38,6
21/01/31	21	36,8	36,8	36,8	36,8	36,8	36,8	36,8	36,8	36,8	36,8
22/01/31	22	26,2	26,2	26,2	26,2	26,2	26,2	26,2	26,2	26,2	26,2
23/01/31	23	22,7	22,7	22,7	22,7	22,7	22,7	22,7	22,7	22,7	22,7
24/01/31	24	16,1	16,1	16,1	16,1	16,1	16,1	16,1	16,1	16,1	16,1
25/01/31	25	14,6	14,6	14,6	14,6	14,6	14,6	14,6	14,6	14,6	14,6
26/01/31	26	13,2	13,2	13,2	13,2	13,2	13,2	13,2	13,2	13,2	13,2
27/01/31	27	13,2	13,2	13,2	13,2	13,2	13,2	13,2	13,2	13,2	13,2
28/01/31	28	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3	10,3
29/01/31	29	9,4		9,4		9,4		9,4		9,4	
30/01/31	30	8,4		8,4			8,4		8,4		8,4
31/01/31	31	7,5			7,5		7,5			7,5	
01/02/31	32	6,5						6,5			6,5
02/02/31	33	6,5									6,5
MÉDIAS =			v28(1)= 21,5	v30(1)= 20,6	v31(1)= 20,2	v28(2)= 21,6	v30(2)= 20,7	v31(2)= 20,2	v28(3)= 21,6	v30(3)= 21,2	v31(3)= 20,2

É preciso lembrar que $v_{28}(\tau)$ é a vazão mensal de 28 dias começando em τ , e $w(\tau)$ é o primeiro dia do "mês" de 28 dias começando em τ e que anoig é o primeiro ano gerado - ver item 5.2. Escolhido o valor de τ que resulte mínimo para a equação(5.4.3), as 28 vazões de fevereiro são então dadas por

$$Q(\text{anoig},2,k) = Y(\text{anoig},2)*w(\tau+k-1)/v_{28}(\tau), \quad k=1,\dots,28 \quad (5.4.4)$$

As vazões nos meses seguintes devem ser obtidas utilizando raciocínio semelhante.

5.5 APLICAÇÃO DOS MODELOS PROPOSTOS PARA RIO DOS PATOS

Dois problemas surgiram da simulação do modelo MMD como foi mostrada na seção 5.4: o problema do número de tentativas e o da distância, que serão comentados a seguir.

O número de tentativas para a obtenção do valor τ que corresponda à condição de mínimo da equação (5.4.3) pode ser muito alto, dependendo de h , o tamanho da série original, o que pode aumentar muito o tempo empregado na simulação. Isto pode ser evitado mudando a condição desta equação para $\min |Y(\text{anoig},2)*w(\tau)/v_{28}(\tau) - W(i,2,1)| \leq \epsilon$, diminuindo ou não o número de tentativas: para Rio dos Patos, nas simulações feitas neste trabalho, mudou-se o intervalo de $\tau=1,\dots,h-28+1$ para $\tau=q,\dots,q+5000$, onde q era um número inteiro randômico tal que $0 < q < h-5000-28$.

O segundo problema a ser analisado aqui é o da diferença entre $W(i,j,1)$ e $Q(i,j,1)=Y(i,j)*w(\tau)/v_{28,30,31}(\tau)$, dado um ano i e um mês j gerados quaisquer. Como $W(i,j,1)$ é o próximo valor da vazão, obtida pelo modelo não-paramétrico, se houver muitos meses em que $|Q(i,j,1)-W(i,j,1)|$ tenha um

valor grande, o resultado apresentará perturbação, alterando a correlação entre as vazões do último dia simulado de um mês e a primeira do próximo - por isto a criação da série $w(t)$, para aumentar o número de fragmentos e, assim, diminuir a probabilidade de que $|Q(i,j,1)-W(i,j,1)|$ seja grande. Para minimizar ainda mais este efeito, pensou-se num método simplificado de alteração da série $Q(i,j,k)$, $k=1,\dots,n$, onde n pode ser 28, 30 ou 31, de acordo com o número de dias do mês (ver 5.2). O princípio deste método é o seguinte: seja $Q'(i,j,k)$, $k=1,\dots,n$ a nova série alterada. O primeiro valor de $Q'(i,j,k)$, isto é, para $k=1$, é simplesmente igual a $W(i,j,1)$. Para que esta diferença entre $Q'(i,j,k)$ e $Q(i,j,k)$, $k=1,\dots,n$ seja compensada de modo que a média do mês formado pelas vazões $Q(\cdot)$ e $Q'(\cdot)$ seja a mesma, basta aplicar a fórmula:

$$Q'(i, j, k) = [Q(i, j, k) + \Delta] - \frac{n-k}{n-1} \cdot 2\Delta \quad k=1,\dots,n \quad (5.5.1)$$

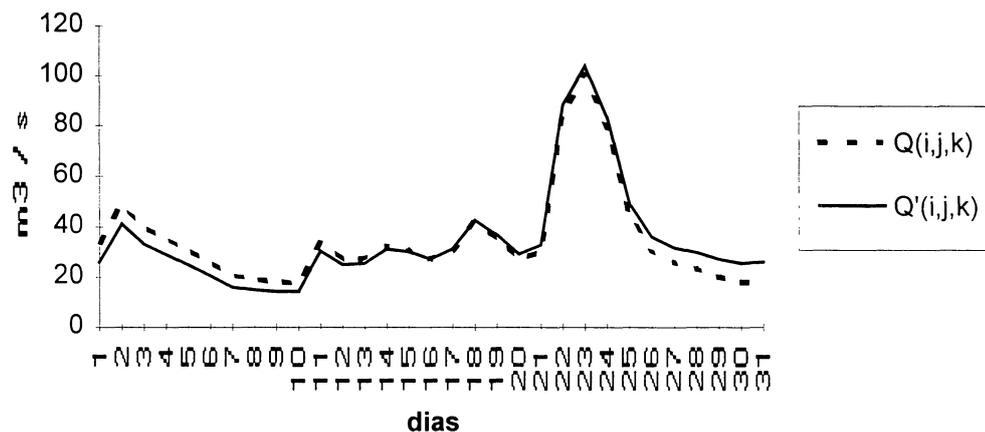
onde $\Delta = Q(i,j,1)-Q'(i,j,1)$. Esta fórmula provoca uma "inclinação" do hidrograma no sentido anti-horário quando Δ é positivo e no sentido horário quando Δ é negativo. Isto pode ser visto na figura 5.5.1, abaixo, que mostra um mês simulado pelo modelo MMD modificado por um valor de Δ igual a 8.

O valor $\Delta=8 \text{ m}^3/\text{s}$ é muito alto, com probabilidade muito pequena de ocorrência em Rio dos Patos, onde a média de longo período é de $22,8 \text{ m}^3/\text{s}$; mesmo assim, nota-se que a forma do hidrograma não se alterou substancialmente. Isto justifica o uso da equação (5.5.1).

A série de vazões diárias será então a série $Q'(i,j,k)$, $i=\text{anoig},\dots,\text{anofg}$. Para cada mês gerado por uma fórmula do tipo da (5.5.1), se o valor de Δ resultar maior que um certo limite ϵ , deve-se mudar a série $Q(i,j,k)$, $k=1,\dots,n$ para uma série Q' pela fórmula (5.5.1). Esta série $Q'(i,j,k)$, $k=1,\dots,n$ então será a série devazões diárias definitiva para o mês i . Com os últimos N valores de vazão

para este mês i será então obtido o valor de $W(i,j+1,1)$, e o processo segue conforme explicado anteriormente.

Figura 5.5.1 - Séries $Q(i,j,k)$ e $Q'(i,j,k)$ para um mês gerado pelo MMD



Para aplicação do modelo MMD nesta dissertação, escolheu-se para a passagem de um mês para outro, $N=1$ (modelo YAK-A, por sua facilidade de programação) e $N=2$ (modelo YAK2, o que apresentou melhores resultados entre os modelos de YAKOWITZ simulados - ver resultados). Estes modelos são chamados, respectivamente, MMD e MMD2.

Quanto às séries simuladas, tanto o modelo MSD quanto o modelo MMD podem ter como série original tanto a série histórica quanto uma série composta por outro modelo, para que esta série venha a preservar estatísticas mensais. Foram feitas algumas simulações com cada série original sempre tendo o tamanho da série histórica, ou seja, 63 anos, o que não impede que se venham simular vazões com séries de tamanhos diferentes, maiores ou mesmo menores.

A escolha dos modelos para criação de séries originais recaiu sobre os modelos não-paramétricos, de conformidade com o exposto em 5.1. Foram escolhidos:

- o modelo Diana;
- o modelo YAK-A;
- o modelo YAK2.

Deste modo, para o modelo MSD, foram gerados os seguintes modelos, conforme a série original: MSD (histórica), MSD-D (Diana), MSD-Y (YAK-A), MSD-Y2 (YAK2). Já para o modelo MMD, o valor de N para a passagem de um mês para outro pode ser tanto 1 (modelo MMD) quanto 2 (modelo MMD2). Deste modo, para o modelo MMD, conforme a série original, teremos: MMD (série histórica), MMD-D (Diana), MMD-Y (YAK-A) e MMD-Y2 (YAK2). Já para o modelo MMD2 foram simulados: MMD2 (histórica), MMD2-D (Diana), MMD2-Y (YAK-A) e MMD2-Y2 (YAK2).

Tanto para os modelos MSD quanto para os modelos MMD, tendo em vista que os meses mais secos "se parecem" bastante entre si, por causa da maior frequência de recessões baixas, do mesmo modo que existe semelhança entre os meses mais chuvosos, adotou-se o seguinte procedimento: quando a vazão média mensal gerada para certo mês, q_{men} , fosse maior do que a média de longo período, q_{med} ($=22,8 \text{ m}^3/\text{s}$), o fragmento mensal adimensionalizado que seria multiplicado por q_{men} deveria ter origem em uma série que, antes da adimensionalização, tivesse média maior do que q_{med} . Quando q_{men} fosse menor que a média de longo período, então o fragmento seria buscado em uma série que originalmente fosse maior que q_{med} . É possível que em estações com maiores áreas de drenagem e/ou sazonalidade bem pronunciada os modelos propostos, com série original obtida do histórico, não tenham bom desempenho. Isto devido ao fato de que o fragmentos obtidos em um mês não possam ser transferidos para outro, por causa da forma do hidrograma típico

existente em cada mês, o que não aconteceu neste estudo. Neste caso uma análise mais aprofundada é necessária, e as seguintes soluções são possíveis:

- fragmentos obtidos da série histórica em janeiro só poderiam gerar vazões em janeiro, e assim por diante;
- geram-se vazões diárias por algum outro modelo (como o Diana ou o não-paramétrico de YAKOWITZ) e posteriormente aplicam-se os modelos propostos. Neste caso podem-se gerar, inclusive novas séries diárias por Diana ou YAKOWITZ em janeiro tomando como série histórica apenas meses de janeiro, e assim por diante.

A figura 5.5.2 apresenta seis meses de simulação diária pelo modelo MSD, e a figura 5.5.3 faz o mesmo para o modelo MMD. Por estas figuras percebe-se que estes modelos propostos geram séries bastante parecidas com a do histórico.

Figura 5.5.2 - Seis meses de vazões diárias geradas pelo modelo MSD

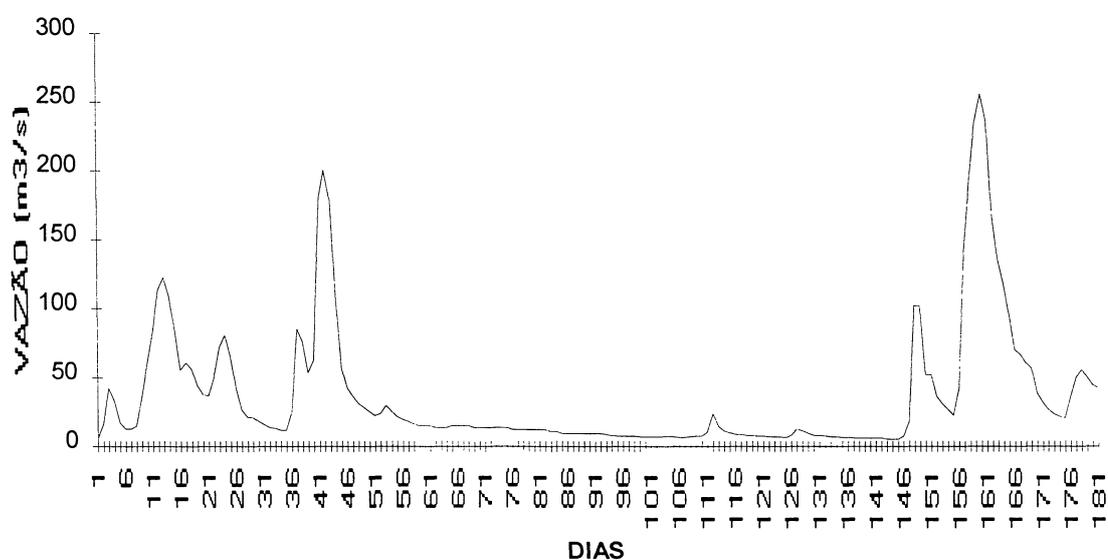
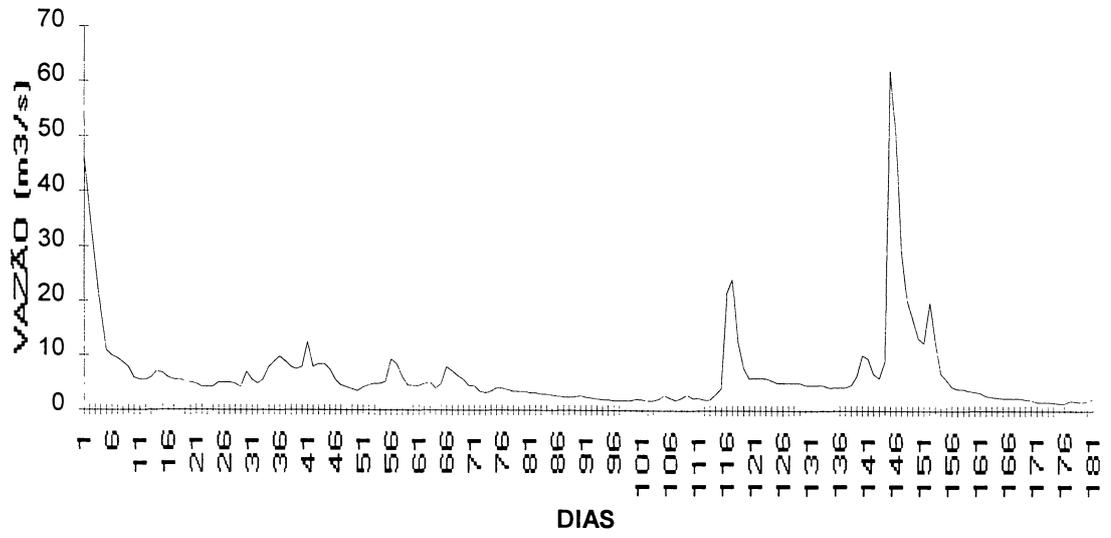


Figura 5.5.3 - Seis meses de vazões diárias geradas pelo modelo MMD



6. ANÁLISE COMPARATIVA

Para cada modelo de simulação diária explicado nos capítulos 4 e 5, foram simuladas 16 séries de 63 anos (o tamanho da série histórica), ou seja, 1008 anos de valores de vazões diárias, num total de 367920 valores de vazão por modelo. Os últimos valores de uma série são utilizados para gerar os primeiros da próxima, o que permite que esta série de 1008 anos seja tomada tanto como uma única série de 1008 anos como 16 séries de 63 anos.

Por simplicidade, cada modelo simulado será a partir de agora chamado por uma sigla, mostrada abaixo:

QUI1, QUI2 : modelos de QUIMPO de primeira e segunda ordem, respectivamente (ver 4.3.1);

PAY : modelo proposto por PAYNE et al. (ver 4.3.2);

SHC : modelo shot noise contínuo (ver 4.3.3);

SHM : modelo *shot noise* médio (ver 4.3.3);

DSN : modelo *shot noise* de segunda ordem do tipo DSN (ver 4.3.3);

DIAN : modelo Diana (ver 4.3.4);

SAR : modelo simplificado de SARGENT (ver 4.3.5);

YAK, YAK-A, YAK1, YAK2, YAK3 : modelos não-paramétricos de YAKOWITZ (ver 4.3.6);

FRAG : modelo dos fragmentos diário;

MSD, MSD-D, MSD-Y, MSD-Y2, MMD, MMD-D, MMD-Y, MMD-2, MMD2 , MMD2-D, MMD2-Y, MMD2-Y2 : modelos propostos (ver capítulo 5).

O conjunto de testes empregado neste trabalho é inspirado no trabalho de BARBOSA (1981), embora novos testes tenham sido propostos e outros eliminados.

A explicação detalhada dos testes está listada na seção 6.1, e seus resultados na seção 6.2.

6.1. TESTES REALIZADOS

6.1.1. MOMENTOS

Os momentos foram calculados para a amostra tomada como uma única série de 1008 anos de vazões diárias. Cada momento listado abaixo já vem acompanhado de seu símbolo, pelo o qual o mesmo será chamado normalmente daqui por diante. Os momentos calculados foram:

- média de longo termo (μ);
- desvio padrão das vazões anuais (σ_a), mensais (σ_m) e diárias (σ_d);
- coeficiente de assimetria das vazões anuais (γ_a), mensais (γ_m) e diárias (γ_d);
- coeficiente de curtose das vazões anuais (κ_a), mensais (κ_m) e diárias (κ_d);
- média diária para os dias 1 a 365 do ano (μ_{d1} a μ_{d365});
- desvio padrão diário para os dias 1 a 365 do ano (σ_{d1} a σ_{d365});
- média mensal para os meses de janeiro (1) a dezembro (12) (μ_{m1} a μ_{m12});
- desvio padrão mensal para os meses de janeiro (1) a dezembro (12) (σ_{m1} a σ_{m12});
- máxima vazão diária (\max_d);
- mínima vazão diária (\min_d);
- máxima vazão diária para os meses de janeiro (1) a dezembro (12) (\max_{d1} a \max_{d12});
- mínima vazão diária para os meses de janeiro (1) a dezembro (12) (\min_{d1} a \min_{d12});
- máxima vazão mensal para os meses de janeiro (1) a dezembro (12) (\max_{m1} a \max_{m12});

- mínima vazão mensal para os meses de janeiro (1) a dezembro (12) (\min_{m1} a \min_{m12});

6.1.2. COEFICIENTES DE CORRELAÇÃO

As correlações calculadas para as simulações foram as seguintes:

- correlação anual lags 1 a 10 (ρ_{a1} a ρ_{a10});
- correlação mensal lags 1 a 10 (ρ_{m1} a ρ_{m10});
- correlação diária lags 1 a 30 (ρ_{d1} a ρ_{d30});
- correlação mensal entre meses subsequentes (ρ_{m1-2} para correlação entre janeiro e fevereiro, ρ_{m2-3} para correlação entre fevereiro e março, e assim por diante).

6.1.3. PARÂMETROS DA HIDRÓGRAFA

- porcentagem de dias em que a vazão foi maior que a média mensal (que será chamado daqui por diante PORCENTAGEM ACIMA);
- porcentagem de dias em que a hidrógrafa subiu (PORCENTAGEM DE ASCENÇÃO);
- porcentagem de dias em que ocorreram pulsos, isto é, onde $Q(i-1) < Q(i) > Q(i+1)$, onde $Q(i)$ é a vazão para um dia i (PORCENTAGEM DE PULSOS);

6.1.4. ÍNDICES COMPARANDO A SÉRIE HISTÓRICA COM A GERADA

Dois índices de ajuste estatístico comparando a distribuição das vazões diárias históricas com as geradas foram aplicados: o índice de igualdade de duas distribuições multinomiais e o índice de Smirnov para duas amostras.

Estes índices, que servirão apenas como comparação entre os modelos, tendo em vista que não existem valores críticos para amostras correlacionadas, como são as vazões diárias, estão descritos a seguir (BARBOSA, 1981).

a) Índice de Igualdade de Duas Distribuições Multinomiais: uma vez escolhida a característica do processo, pode-se conhecer $n(1)$ observações da variável aleatória X obtidas a partir da série histórica e $n(2)$ observações da variável aleatória Y obtidas da série gerada. Pretende-se então estimar a proximidade das distribuições X e Y .

O índice se baseia na divisão do espaço amostral em $k+1$ subconjuntos e a hipótese nula estabelece que: $P(1,j)=P(2,j)$, $j=1,\dots,k+1$, onde

$P(1,j)$: probabilidade de que uma observação da primeira população pertença ao j -ésimo conjunto;

$P(2,j)$: probabilidade de que uma observação da segunda população pertença ao j -ésimo conjunto.

Pode ser demonstrado que:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^{k+1} \frac{\{N(i,j) - n(i)[N(1,j) + N(2,j)]/[n(1) + n(2)]\}^2}{n(i)[N(1,j) + N(2,j)]/[n(1) + n(2)]} \quad (6.1.1)$$

tem assintoticamente distribuição chi-quadrado com k graus de liberdade, onde

$N(1,j)$ e $N(2,j)$: número de observações da j -ésima classe, para, respectivamente, a primeira e a segunda populações.

b) Índice de Smirnov para duas amostras: é realizado comparando-se a distribuição de alguma série sintética com a distribuição observada para o correspondente dado histórico. É baseado na estatística de Kolmogorov-Smirnov, a qual permite tal comparação, mesmo que a verdadeira distribuição não seja conhecida. Em outras palavras, a hipótese é simplesmente de que os dados são da mesma (mas desconhecida) distribuição. Sob a hipótese nula de igualdade de duas distribuições, a variável aleatória

$$w = \max_x [S_1(x) - S_2(x)] \quad (6.1.2)$$

tem distribuição conhecida, onde $S_1(x)$ e $S_2(x)$ são, respectivamente, as distribuições de probabilidades acumuladas amostrais, relativas, respectivamente, à primeira (série histórica) e a segunda (série gerada) populações.

6.1.5. ÍNDICE DE AVALIAÇÃO GLOBAL DESENVOLVIDO POR O'CONNELL (APUD BARBOSA, 1980 E KELMAN ET AL, 1983)

Este índice, cuja descrição aqui está transcrita do artigo de KELMAN et al. (1983), consiste em calcular para a série histórica e para diversas séries sintéticas com o mesmo comprimento do histórico, estatísticas específicas ou índices. Resultando uma distribuição de probabilidades para os índices e a coerência entre as séries sintéticas pelo modelo e a série histórica pode ser medida pela posição do índice histórico nesta distribuição. Um índice I qualquer é definido como uma função de uma série de vazões, $I=f[Q(1),Q(2),\dots,Q(h)]$. Por exemplo, $I=\max[Q(1),\dots,Q(h)]$. Aplicando-se a função à série de vazões históricas obtém-se o índice histórico $i(\text{hist})$. Com n séries geradas com o mesmo comprimento do histórico obtém-se n índices gerados $i(j)$, $j=1,\dots,n$. O desempenho do modelo é então medido pela proporção de índices gerados maiores do que o histórico, $P[i(j)>i(\text{hist})]$. Se esta proporção for muito pequena ou muito grande, isto é uma indicação de que a observação histórica é atípica para o modelo. Em geral, deseja-se testar m índices, $I(i)$, $i=1,\dots,m$, arranjados no vetor

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} I(1) \\ I(2) \\ \dots \\ I(m) \end{bmatrix} \quad (6.1.3)$$

$$I(i) = f_i [Q(1), \dots, Q(h)] \quad (6.1.4)$$

O vetor obtido com o histórico é denotado \mathbf{r}_{hist} e existem n vetores \mathbf{r}_j , $j=1, \dots, n$, cada um obtido com uma série gerada. Define-se portanto uma distribuição de probabilidades multivariada. Para cada vetor \mathbf{r}_{hist} e para \mathbf{r}_j , define-se a distância ao centro da distribuição pelo escalar positivo:

$$d_j = (\mathbf{r}_j - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{r}_j - \boldsymbol{\mu}) \quad (6.1.5)$$

$$d_{\text{hist}} = (\mathbf{r}_{\text{hist}} - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{r}_{\text{hist}} - \boldsymbol{\mu}) \quad (6.1.6)$$

onde

$$\boldsymbol{\mu} = \sum_{j=1}^n \mathbf{r}_j \quad (6.1.7)$$

$$\boldsymbol{\Sigma} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (\mathbf{r}_j - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{r}_j - \boldsymbol{\mu})^T \quad (6.1.8)$$

Nas fórmulas acima, os símbolos em negrito significam notação matricial. A variável d_{hist} é então comparada com as distâncias d_j através de duas medidas de desempenho: a proporção de distâncias geradas maiores que a distância histórica, $P[d_j > d_{\text{hist}}]$, e a distância padronizada (nota - Ψ) definida por:

$$\psi = \frac{d_{\text{hist}} - m}{s} \quad (6.1.9)$$

onde m é a média dos valores de d_j , $j=1, \dots, n$ e s é definido como

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (d_j - m)^2} \quad (6.1.10)$$

Quanto mais $P[d_j > d_{\text{hist}}]$ se aproximar de 0,5 e quanto menor o valor absoluto de ψ , melhor o desempenho do modelo.

Os índices escolhidos para índice, $m=10$ no total, foram os mesmos, à exceção do de número 10, volume de espera para enchentes (excluído pelo fato de que o tempo de computação empregado ter sido considerado excessivo, tendo em vista o grande número de modelos gerados - substituído então pela correlação lag 1 'das vazões diárias), foram os mesmos escolhidos por KELMAN et al. (1983) para a análise do modelo Diana. Os mesmos estão relacionados na tabela 6.1.1. Para que os modelos de desagregação mensal ou anual em diária competissem em igualdade de condições com os outros, foram comparadas suas características diárias e de máximas, não testando portanto estatísticas médias mensais ou anuais.

Tabela 6.1.1 - Índices testados na avaliação global desenvolvida por O'CONNELL

1	Média da vazão diária
2	Desvio-padrão da vazão diária
3	Assimetria da vazão diária
4	Curtose da vazão diária
5	Média da vazão máxima anual
6	Desvio-padrão da vazão máxima anual
7	Assimetria da vazão máxima anual
8	Curtose da vazão máxima anual
9	Vazão máxima de todo o período
10	Correlação lag 1 da vazão média diária

6.1.6. ANÁLISE DE MÁXIMOS

Além dos momentos de máximos descritos em 6.1.1 a serem comparados para as simulações, será feita uma comparação entre os máximos anuais simulados para cada modelo com os valores de máximos para diferentes tempos de recorrência obtidos através do histórico.

Seja $\Lambda(i)$, $i=1,\dots,1000$ a série ordenada de máximos anuais obtida dos primeiros 1000 anos da série de 1008 anos simulados para cada modelo, $\Lambda(1)<\Lambda(2)<\dots<\Lambda(1000)$. Para a obtenção do quantil empírico para um tempo de recorrência TR (anos) utilizou-se uma posição de plotagem simplificada, onde a probabilidade de não excedência de uma dada vazão $\Lambda(i)$ seja igual a $i/1000=1/TR$. Assim, a vazão máxima para 25 anos de recorrência será $\Lambda(40)$, para 50 anos será $\Lambda(20)$, e assim por diante.

Este valor de $\Lambda(i)$ será então comparado com o valor da vazão máxima $\theta(TR)$ com TR anos de recorrência a partir do método usual de se aplicar uma distribuição sobre os dados históricos. A distribuição aplicada neste trabalho é a exponencial (KELMAN, 1987a) com parâmetros obtidos pelo método da máxima verossimilhança, seguindo recomendações da ELETROBRÁS (1987) e de FERNANDES (1990). Segundo estas, se o valor do coeficiente de assimetria das vazões máximas for maior que 1,5, a distribuição exponencial deve ser empregada - como é o caso de Rio dos Patos; em caso contrário, a distribuição de Gumbel deveria ser a escolhida.

6.2. APLICAÇÃO DOS TESTES E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

6.2.1. GERAL

Para cada modelo foram simuladas 16 séries do tamanho da histórica, perfazendo 1008 anos de série gerada para cada modelo. Com exceção do índice da Avaliação Global desenvolvido por O'CONNELL, as séries foram consideradas como um único período de 1008 anos de comprimento.

6.2.2. MOMENTOS

A tabela 6.2.1 mostra resultados dos 23 modelos gerados para a média, o desvio-padrão e os coeficientes de assimetria e de curtose para as vazões médias diárias, comparados com os resultados do histórico. Por esta tabela percebe-se:

a) quanto a média: os modelos PAY, SHM, SHC, YAK-A, YAK3 apresentaram as médias mais baixas: o modelo PAY mostrou dificuldade em toda a sua aplicação, como apresentado no item 4.3.2; a média dos três modelo *shot-noise* mostrou a ocorrência de tendenciosidade, o que também ocorreu com o modelo YAK-A, pelo mesmo não sofrer processo de otimização pelo algoritmo de K-Means, sendo uma alternativa aos outros; quanto a média obtida pelo modelo YAK3, ver seção 4.3.6. Todos os demais modelos apresentaram bons resultados.

b) quanto ao desvio-padrão: todos os modelos paramétricos (QUI1, QUI2, PAY, SHM, SHC, DSN e SARG) apresentaram desvio-padrão diários menores que o do histórico; destes, o de melhores resultados foi DSN e o pior o modelo SARG. Os modelos não-paramétricos DIAN, FRAG, YAK1, YAK2,

Tabela 6.2.1 -Momentos da série de vazões diárias histórica e sintéticas, em Rio dos Patos (63 anos de série histórica, 22995 vazões; 16 x 63 anos de séries sintéticas, 367920 vazões)

MODELO	MÉDIA (m ³ /s)	DESVIO- PADRÃO (m ³ /s)	COEF. DE ASSIMETRIA	COEF. DE CURTOSE
HIST	22,79	33,29	4,83	40,64
QUI1	22,52	31,98	0,12	3,69
QUI2	22,44	24,33	0,14	3,67
PAY	19,49	28,28	12,02	207,44
SHM	20,88	25,47	2,69	14,14
SHC	21,53	31,51	2,89	15,29
DSN	21,59	32,48	3,11	18,20
SARG	22,34	25,79	4,29	44,94
DIAN	22,64	33,20	4,40	31,36
FRAG	22,62	33,74	5,37	51,19
YAK-A	21,05	29,78	4,31	32,41
YAK1	22,72	32,40	4,66	39,41
YAK2	22,35	33,07	4,57	38,76
YAK3	18,36	32,44	5,34	47,46
MSD	22,52	34,67	5,28	50,26
MSD-D	22,84	35,43	5,40	50,70
MSD-Y	22,44	34,49	5,35	52,26
MMD	22,94	34,79	5,06	44,69
MMD-D	22,85	37,65	5,20	51,68
MMD-Y	22,89	31,54	5,11	64,06
MMD2	22,88	34,72	5,24	51,88
MMD2-D	22,89	36,82	5,08	46,30
MMD2-Y	23,05	31,47	4,46	40,11

YAK3 foram os que melhor se comportaram. Já o modelo YAK-A apresentou desvio-padrão um pouco menor que o histórico. Os modelos propostos, com exceção daqueles baseados numa série original YAK2, apresentaram valores um pouco mais altos que aqueles apresentados pelo histórico.

c) quanto à assimetria das vazões diárias: os modelos paramétricos, exceto o modelo SARG, resultam em valores de coeficiente de assimetria bastante diferentes do histórico (maior para PAY, menor para os outros). Os quatro modelos YAK dão excelentes resultados, e o modelo DIAN resultou em assimetria um pouco menor que a esperada. Os modelos baseados em

fragmentos (FRAG mais os modelos propostos) tendem a resultar em valores pouco mais altos que os do histórico.

d) quanto ao coeficiente de curtose: os modelos paramétricos, exceto o modelo SARG, resultam em valores de coeficiente de curtose bastante diferentes do histórico (como no caso da assimetria). Os quatro modelos YAK1 e YAK2 dão excelentes resultados, mas o modelo YAK-A subestima e o modelo YAK3 superestima o coeficiente de curtose. O modelo DIAN resultou em curtose um pouco menor que a esperada. Como no caso da assimetria, os modelos baseados em fragmentos (FRAG mais os modelos propostos) tendem a resultar em valores pouco mais altos que os do histórico. Entretanto os modelos MMD2-D, MMD e MMD2-Y resultaram em valores pouco menores que os esperados.

A tabela 6.2.2 mostra os resultados dos 23 modelos gerados para a média, o desvio-padrão e os coeficientes de assimetria e de curtose para as vazões mensais e anuais, comparados com os resultados do histórico. Por esta tabela conclui-se:

a) quanto aos momentos obtidos das médias mensais: por partirem de um processo de desagregação, os modelos propostos mais o modelo FRAG revelaram-se superiores aos demais, principalmente quanto à assimetria e ao coeficiente de curtose. Apesar de também partir de um processo desagregativo, o modelo SARG não se apresentou tão bem aqui, possivelmente devido às perturbações na passagem de um mês ao outro. Quanto ao desvio-padrão, apenas os modelos PAY e QUI2 não apresentaram valores razoáveis. Dos quatro modelos YAK, o de piores resultados foi o YAK3, tendo tido um bom desempenho os modelos YAK-A e YAK1, o que mostra que para valores de N menores (iguais a 1) o modelo YAK tende a reproduzir melhor estatísticas mensais.

Tabela 6.2.2 -Momentos da série de vazões médias mensais e anuais, histórica e sintéticas, em Rio dos Patos (63 anos de registro históricos e 16 x 63 anos de séries sintéticas)

	MENSAL			ANUAL		
	DESVIO-PADRÃO (m ³ /s)	COEF. DE ASSIMET.	COEF. DE CURTOSE	DESVIO-PADRÃO (m ³ /s)	COEF. DE ASSIMET.	COEF. DE CURTOSE
HIST	20,41	2,15	9,83	9,49	0,85	4,87
QUI1	21,35	0,17	3,60	7,12	0,01	3,09
QUI2	14,26	0,19	3,52	4,29	-0,03	2,83
PAY	10,75	2,98	15,94	3,78	0,51	2,70
SHM	18,22	1,68	7,21	6,36	0,63	3,97
SHC	20,79	1,62	6,54	7,01	0,50	3,34
DSN	21,88	3,31	24,50	10,62	1,97	8,61
SARG	19,46	2,45	14,47	8,86	0,20	2,89
DIAN	17,80	2,32	11,03	5,43	0,70	3,86
FRAG	20,87	2,20	10,42	9,46	0,10	2,67
YAK-A	20,25	2,10	9,22	7,92	0,47	2,94
YAK1	21,83	2,32	10,66	8,48	0,69	3,82
YAK2	24,13	2,90	15,32	9,79	0,87	3,77
YAK3	24,66	4,05	26,44	10,67	1,53	6,34
MSD	20,26	2,14	10,32	9,13	0,05	2,71
MSD-D	20,61	2,23	10,76	9,18	0,18	2,74
MSD-Y	20,47	2,22	11,13	9,25	0,18	2,81
MMD	20,68	2,19	10,32	9,22	0,12	2,64
MMD-D	20,61	2,23	10,76	9,18	0,18	2,74
MMD-Y	20,41	2,18	10,62	8,74	0,07	2,78
MMD2	20,59	2,11	9,81	9,40	0,06	2,61
MMD2-D	20,41	2,18	10,62	8,74	0,07	2,78
MMD2-Y	20,70	2,21	11,08	9,28	0,08	2,72

b) quanto aos momentos obtidos das médias mensais: para o desvio-padrão, os melhores resultados novamente ficaram com os modelos propostos mais o FRAG. Quanto à assimetria e ao coeficiente de curtose, os melhores modelos foram os não-paramétricos não-desagregativos: os modelos YAK mais o modelo DIAN; isto porque o modelo AR(3) utilizado na geração de séries anuais, para os modelos utilizando desagregação, não previa a preservação de assimetria ou curtose. Os demais modelos também não apresentaram bons resultados.

A próxima análise diz respeito ao modo como os modelos se comportam quanto à sazonalidade. Seja $M(i)$ o valor que assume uma grandeza mensal (média, desvio, etc.) para o mês i gerada por um modelo de simulação diária e $H(i)$ o valor desta mesma grandeza para o período histórico. O valor da somatória do erro absoluto (SEA) é então dado por:

$$SEA = \sum_{i=1}^{12} |M(i) - H(i)| \quad (6.2.1)$$

Foram realizadas três simulações para as grandezas $M(i)$: na primeira $M(i)$ representou a média mensal para o mês i ; na segunda o desvio-padrão mensal para o mês i ; e na última, a correlação entre os meses i e $i+1$. A tabela 6.2.3 apresenta os valores da SEA para estas três simulações, para todos os modelos simulados, por ordem crescente de valor.

Pela tabela 6.2.3 nota-se uma nítida superioridade dos modelos QUI1, FRAG e o dos modelos propostos sobre todos os demais. Os modelos QUI1 e QUI2, entretanto, não apresentaram bons resultados para a correlação mensal. Dos modelos baseados em desagregação, o modelo SARG, devido às perturbações causadas na passagem de um ano para outro, teve os piores resultados. Por esta tabela, não há nítida preferência entre os resultados do modelo FRAG contra os modelos propostos.

Para análise das médias e desvios-padrão diários para cada um dos 365 dias do ano, mostrada na tabela 6.2.4, utilizou-se a estatística EAM (erro absoluto médio), dada por:

$$EAM = \frac{\sum_{j=1}^{365} |m(j) - h(j)|}{365} \quad (6.2.2)$$

Tabela 6.2.3 -Valores da somatória do erro absoluto (SEA) para a média, o desvio padrão e a correlação mensal sazonal (valores em ordem crescente)

MÉDIA		DESVIO- PADRÃO		CORR.	
VALOR	MODELO	VALOR	MODELO	VALOR	MODELO
10,82	QUI1	29,37	QUI1	0,90	MMD2-Y
11,16	QUI2	34,35	FRAG	1,03	MMD
13,84	MMD	36,14	MMD2-Y	1,03	MMD2-D
14,17	MMD2-Y	38,86	MMD-Y	1,03	MMD-Y
15,07	MSD-Y	38,87	MMD2-D	1,03	FRAG
15,29	MMD2-D	39,73	MSD-Y	1,06	SARG
15,30	MMD-Y	40,29	MMD2	1,12	MMD2
15,39	FRAG	40,89	MMD-D	1,16	MSD-Y
15,88	MMD2	40,90	MSD-D	1,22	MMD-D
19,00	MMD-D	43,23	MMD	1,22	MSD-D
19,01	MSD-D	43,83	MSD	1,28	MSD
21,27	MSD	43,94	SARG	1,62	YAK3
25,26	SARG	49,44	YAK-A	1,67	YAK-A
36,20	YAK2	51,28	SHM	1,77	PAY
36,39	DIAN	52,57	SHC	1,81	YAK1
36,43	DSN	52,61	DIAN	1,85	YAK2
36,43	YAK-A	54,71	DSN	1,97	SHM
36,89	YAK1	62,67	YAK1	2,26	DSN
37,35	SHM	70,68	YAK2	2,43	QUI1
38,74	SHC	73,57	QUI2	2,67	SHC
49,73	PAY	77,15	YAK3	3,31	QUI2
57,39	YAK3	136,29	PAY	3,86	DIAN

onde $m(j)$, para a primeira simulação são as médias diárias geradas para cada um dos $j=1, \dots, 365$ dias do ano e $h(j)$ os seus correspondentes valores para o período histórico. Na segunda simulação são testados os valores dos desvios-padrão diários, ao invés das médias.

Para o valor do EAM das médias diárias, conclui-se que os modelos que se comportaram melhor foram os modelos FRAG, QUI e os propostos. Os modelos FRAG e QUI se baseiam na distribuição de vazões diárias; dos

modelos desagregativos, novamente o modelo SARG foi aquele que teve pior desempenho.

Quanto aos desvios-padrão das vazões diárias, embora se possa concluir que os modelos propostos foram aqueles que obtiveram melhor desempenho, a verdade é que todos os modelos simulados obtiveram quase o mesmo resultado.

Tabela 6.2.4 -Valores da erro absoluto médio (EAM) para a média e o desvio padrão diários (dias 1 a 365 do ano) (valores em ordem crescente)

MÉDIA		DESVIO- PADRÃO	
VALOR	MODELO	VALOR	MODELO
1,62	FRAG	25,68	MMD2-Y
2,59	QUI1	25,69	MMD
2,60	QUI2	25,69	MMD2-D
3,02	MSD-Y	25,69	MMD-Y
3,09	MMD2-D	25,69	MMD2
3,17	MMD2-Y	25,69	YAK1
3,19	MMD2	25,70	MSD-D
3,21	MSD-D	25,70	MMD-D
3,21	MMD	25,70	DIAN
3,22	MMD-Y	25,73	QUI1
3,28	MMD-D	25,73	FRAG
3,44	MSD	25,73	YAK2
3,69	SARG	25,73	MSD
4,11	YAK-A	25,74	QUI2
4,16	DSN	25,74	MSD-Y
4,20	YAK2	25,75	SARG
4,25	SHM	25,81	DSN
4,29	DIAN	25,82	SHC
4,35	SHC	25,87	YAK-A
4,50	YAK1	25,89	SHM
5,30	YAK3	26,18	YAK3
9,34	PAY	26,21	PAY

6.2.3 ANÁLISE DAS CORRELAÇÕES SERIAIS

A Tabela 6.2.5 mostra as correlações lags 1 a 10 para as vazões médias diárias do registro histórico.

Para a análise das correlações seriais foi utilizada a estatística SEA (somatório dos erros absolutos), como anteriormente, desta vez sob a forma:

$$SEA = \sum_{i=1}^k |M(i) - H(i)| \quad (6.2.3)$$

onde $M(i)$ é a correlação lag i obtida com o modelo as séries sintéticas e $H(i)$ é a correlação lag i correspondente do registro histórico. Foram feitas seis simulações variando o significado de $M(i)$ e o valor de k da fórmula (6.2.3).

Estas simulações são:

- a) $M(i)$ = correlação diária e $k=30$;
- b) $M(i)$ = correlação diária e $k=10$;
- c) $M(i)$ = correlação mensal e $k=10$;
- d) $M(i)$ = correlação mensal e $k=3$;
- e) $M(i)$ = correlação diária e $k=10$;
- f) $M(i)$ = correlação diária e $k=3$.

Os resultados destas simulações estão na tabela 6.2.6.

Pelos resultados da tabela 6.2.6, conclui-se que os melhores modelos foram:

- a) para as correlações diárias: FRAG e modelos propostos;
- b) para as correlações mensais: os modelos YAK, SARG, os propostos e FRAG;
- c) para as correlações anuais: os modelos propostos e PAY.

6.2.4. PARÂMETROS DA HIDRÓGRAFA

As porcentagens mensais da série histórica para os parâmetros da hidrógrafa (descritos em 6.1.3) Porcentagens Acima, de Ascensão e de Pulso estão mostrados na Tabela 6.2.7. A Tabela 6.2.8 apresenta os valores da SEA / 100 segundo a fórmula (6.2.3) para estas estatísticas, onde as grandezas $M(i)$ são, respectivamente, estas três porcentagens para os 12 meses do ano.

Nestes parâmetros da hidrógrafa, os melhores modelos foram, nesta ordem, o FRAG, os propostos e o modelo SARG. Embora sejam obtidos a partir de fragmentos do histórico, o FRAG leva vantagem sobre os modelos propostos baseados na série observada porque cada fragmento obtido em janeiro irá gerar uma série em janeiro, e assim por diante.

Tabela 6.2.5 - Correlações lags 1 a 10 para as vazões médias diárias

lag	correlação
1	0,900
2	0,727
3	0,579
4	0,478
5	0,414
6	0,371
7	0,342
8	0,322
9	0,304
10	0,287

Tabela 6.2.6 - SEA (somatório dos erros absolutos) para as correlações diária, mensal e anual variando o valor de k da equação (6.2.3)

(valores em ordem crescente)

CORREL. DIÁRIA				CORREL. MENSAL				CORREL. ANUAL			
k= 30		k= 10		k= 10		k= 3		k= 10		k= 3	
VALOR	MODELO	VALOR	MODELO	VALOR	MODELO	VALOR	MODELO	VALOR	MODELO	VALOR	MODELO
0,194	FRAG	0,080	FRAG	0,270	YAK2	0,084	FRAG	0,748	PAY	0,033	MMD2
0,883	MSD-Y	0,244	MMD	0,303	YAK3	0,100	SARG	0,891	MMD2	0,061	MMD
0,888	MMD	0,252	MSD-Y	0,332	SARG	0,108	MMD2-Y	1,093	MMD2-Y	0,081	MMD2-Y
1,261	MSD	0,348	MSD-D	0,333	MSD-D	0,118	MMD2	1,097	MSD-D	0,091	MSD-D
1,301	MSD-D	0,353	MSD	0,333	MMD-D	0,120	MSD-Y	1,097	MMD-D	0,091	MMD-D
1,373	MMD-Y	0,400	QUI2	0,338	MMD2	0,123	MMD	1,098	MMD	0,126	MSD-Y
1,401	MMD2	0,459	MMD2	0,350	MSD-Y	0,124	YAK3	1,130	MSD-Y	0,128	MSD
1,466	MMD2-Y	0,585	MMD2-D	0,352	FRAG	0,131	MSD-D	1,187	MMD-Y	0,135	MMD-Y
1,526	YAK1	0,634	MMD-D	0,363	MMD2-Y	0,131	MMD-D	1,188	MMD2-D	0,136	MMD2-D
1,903	YAK-A	0,752	DSN	0,379	YAK-A	0,137	MSD	1,208	SARG	0,178	SARG
2,192	QUI1	0,835	DIAN	0,385	MMD2-D	0,144	YAK2	1,253	FRAG	0,179	FRAG
2,212	SHC	0,996	MMD-Y	0,386	MMD	0,152	MMD-Y	1,347	MSD	0,213	PAY
2,409	MMD2-D	1,001	YAK1	0,386	MMD-Y	0,152	MMD2-D	1,478	YAK-A	0,362	DIAN
2,489	DSN	1,043	YAK-A	0,422	DSN	0,192	YAK-A	1,541	YAK2	0,364	QUI2
2,551	MMD-D	1,110	SHC	0,431	MSD	0,231	DSN	1,548	QUI2	0,384	YAK3
2,692	QUI2	1,156	MMD2-Y	0,434	YAK1	0,267	YAK1	1,550	YAK3	0,390	YAK1
2,802	SHM	1,219	QUI1	0,556	SHM	0,275	PAY	1,562	DIAN	0,394	YAK2
3,876	YAK2	1,717	SARG	0,650	SIIC	0,379	SHM	1,568	QUI1	0,403	DSN
4,044	DIAN	1,880	SHM	0,674	QUI1	0,510	SHC	1,569	YAK1	0,417	YAK-A
4,154	SARG	1,881	YAK2	0,679	PAY	0,511	QUI1	1,611	DSN	0,438	QUI1
5,596	PAY	2,246	YAK3	0,819	DIAN	0,601	QUI2	1,633	SHM	0,476	SHM
5,801	YAK3	3,213	PAY	0,838	QUI2	0,627	DIAN	1,683	SHC	0,482	SHC

Tabela 6.2.7 - Parâmetros mensais da hidrógrafa do histórico (ver item 6.3.1)

PORCENTAGENS		
ACIMA	PULSO	ASCENÇÃO
29,0	10,5	28,4
31,4	11,4	29,8
31,0	9,0	24,4
26,0	8,1	19,4
21,8	7,1	19,1
28,3	7,7	20,6
25,5	5,7	15,8
25,8	5,8	17,6
26,6	8,3	24,8
30,3	9,9	25,2
30,2	9,4	23,1
31,3	11,3	27,2

Tabela 6.2.8 - SEA (*0,01) (somatório dos erros absolutos vezes 0,01, segundo a fórmula (6.2.3)) para as Porcentagens Acima, de Ascensão e de Pulso (ver item 6.3.1) para os 12 meses do ano (valores em ordem crescente)

PORCENTAGENS					
ACIMA		PULSO		ASCENÇÃO	
0,09	FRAG	0,02	FRAG	0,02	FRAG
0,18	MMD-Y	0,18	MSD	0,35	SARG
0,20	MSD-Y	0,19	MSD-D	0,38	MSD
0,21	MSD-D	0,19	MMD	0,41	MMD
0,21	MMD2-Y	0,19	MSD-Y	0,41	MMD2
0,21	MSD	0,20	MMD2	0,42	MSD-Y
0,22	MMD	0,22	SARG	0,42	MSD-D
0,23	MMD2	0,23	DSN	0,48	YAK1
0,24	MMD2-D	0,35	SHM	0,65	YAK-A
0,26	MMD-D	0,52	SHC	1,81	MMD-Y
0,30	YAK2	0,86	YAK1	1,84	DSN
0,31	YAK-A	0,88	DIAN	1,86	MMD-D
0,33	DSN	0,90	MMD-D	1,86	YAK2
0,34	YAK1	0,95	MMD2-D	1,86	MMD2-D
0,36	DIAN	1,11	YAK-A	1,86	DIAN
0,38	SHC	1,58	PAY	1,89	MMD2-Y
0,50	YAK3	2,06	QUI1	2,05	SHM
0,60	SARG	2,09	QUI2	2,22	SHC
0,63	SHM	2,40	MMD-Y	2,29	PAY
0,84	PAY	2,44	YAK3	2,31	YAK3
2,61	QUI2	2,49	MMD2-Y	3,24	QUI2
2,61	QUI1	2,51	YAK2	3,25	QUI1

6.2.5 ÍNDICES COMPARANDO A SÉRIE HISTÓRICA COM AS SÉRIES SINTÉTICAS

A Tabela 6.2.9 mostra os resultados dos índices, sobre a série de vazões diárias (ver seção 6.1.4) de chi-quadrado e Kolmogorov-Smirnov para todos os modelos testados.

Pelos resultados desta tabela, vê-se que para estes testes os melhores modelos são os modelos do tipo YAK, o modelo FRAG, seguidos pelos modelos propostos e o modelo DIAN.

6.2.6 ANÁLISE GLOBAL

Os resultados do índice de análise global estão apresentados na Tabela 6.2.10, para nota Ψ (fórmula (6.1.9)) e $P[d_j > d_{\text{hist}}]$ (fórmulas (6.1.5) e (6.1.6)). O critério adotado para avaliação é o seguinte: quanto melhor o modelo, menor o valor absoluto da nota. A terceira coluna desta tabela mostra estes valores em ordem crescente.

Pelos resultados desta tabela vê-se que os modelos propostos MSD-D, MMD2, MMD-Y e MMD2-Y foram os que melhor se comportaram com respeito ao critério adotado, e que os outros modelos propostos também se comportaram bem de modo geral, todos eles melhores que o melhor dos modelos paramétricos, o modelo SARG. Isto, somando ao fato de que este índice não inclui estatísticas mensais (ver item 6.1.5), no que os modelos propostos também se destacam, justifica e recomenda plenamente a utilização destes modelos em simulações na prática.

Tabela 6.2.9 - Resultados dos índices de chi-quadrado e Kolmogorov-Smiernov para a série de vazões diárias (valores em ordem crescente)

CHI-QUADRADO		KOLMOGOROV - SMIRNOV	
14,7	YAK1	0,010	YAK1
22,2	YAK2	0,025	DIAN
60,7	FRAG	0,041	FRAG
76,8	MMD	0,047	YAK2
79,2	YAK-A	0,050	MSD-D
89,4	MSD-Y	0,053	MMD
90,9	MSD-D	0,057	MMD-Y
100,6	MSD	0,057	MMD2
102,0	MMD2	0,057	MMD2-Y
155,1	MMD2-D	0,058	MSD
163,8	DIAN	0,061	YAK-A
189,6	MMD-Y	0,062	MSD-Y
191,6	MMD2-Y	0,078	SARG
192,2	MMD-D	0,098	MMD2-D
847,7	SARG	0,110	MMD-D
916,5	DSN	0,140	SHM
1025,5	SHC	0,180	YAK3
1104,3	YAK3	0,207	SHC
1275,6	SHM	0,214	DSN
2773,8	PAY	0,244	PAY
18569,0	QUI2	0,329	QUI2
20310,0	QUI1	0,366	QUI1

6.2.7. ANÁLISE DE MÁXIMOS

Conforme metodologia exposta em 6.1.6., a Tabela 6.2.11 apresenta os quantis de 25, 50, 100, 500 e 1000 anos de recorrência determinados pelas séries sintéticas gerados pelos modelos e para a série histórica (extrapolada pela distribuição exponencial, método da máxima verossimilhança).

Tabela 6.2.10 - Resultados do índice de análise global para nota Ψ (fórmula (6.1.9)) e $P[d_j > d_{hist}]$ (fórmulas (6.1.5) e (6.1.6))

MODELO	ABS(ψ)	Ψ	$P[d_j > d_{hist}]$
MSD-D	0,058	0,058	0,250
MMD2	0,387	-0,387	0,500
MMD-Y	0,388	-0,388	0,688
MMD2-Y	0,520	0,520	0,438
FRAG	0,523	0,523	0,250
YAK2	0,530	-0,530	0,813
MSD	0,537	-0,537	0,750
MSD-Y	0,616	-0,616	0,813
YAK-A	0,637	0,637	0,125
YAK3	0,695	-0,695	0,813
MMD	0,770	0,770	0,063
MMD-D	0,835	-0,835	0,875
YAK1	0,963	-0,963	1,000
MMD2-D	0,968	-0,968	0,938
SARG	0,990	0,990	0,125
DIAN	4,341	4,341	0,000
DSN	10,259	-10,259	1,000
SHM	53,685	-53,685	1,000
SHC	65,713	65,713	0,000
QUI1	316,029	-316,029	1,000
QUI2	994,119	-994,119	1,000
PAY	1001,989	-1001,989	0,000

Pela Tabela 6.2.11, conclui-se que os modelos propostos, de maneira geral, foram aqueles cujos quantis de cheia mais se aproximaram daqueles teóricos, obtidos pela distribuição exponencial.

O modelo PAY teve bons resultados para os quantis mais baixos, mas teve a desvantagem de apresentar o mesmo valor para os quantis de 100, 500 e 1000 anos de recorrência.

Os modelos YAK, notadamente o modelo YAK2, também obtiveram bons resultados, o que valida a modificação proposta por BARBOSA (1981). Já aos modelos propostos, apesar de baseados no modelo FRAG, são mais eficientes para reproduzir vazões máximas porque são mais adaptáveis que este para geração de séries sintéticas de vazões diferentes das do histórico.

Tabela 6.2.11 - Vazões máximas para 25, 50, 100, 500 e 1000 anos de recorrência gerados para todos os modelos e para a série histórica (extrapolada pela distribuição exponencial).

	VAZÕES (m ³ /s)				
	25	50	100	500	1000
HIST	560,2	668,8	777,3	1029,4	1138,0
QUI1	158,6	167,7	175,2	198,3	204,4
QUI2	126,4	134,3	143,5	155,1	156,3
PAY	699,1	710,6	784,5	784,5	784,5
SHM	237,6	267,5	295,6	361,1	385,0
SHC	308,6	341,5	387,5	429,6	478,0
DSN	309,2	335,2	389,4	480,8	569,9
SARG	308,5	399,2	512,5	690,4	803,2
DIAN	406,3	447,0	474,0	529,4	544,6
FRAG	497,3	567,5	631,2	742,7	810,4
YAK-A	419,4	458,5	512,6	526,7	788,4
YAK1	466,7	536,4	623,1	775,1	810,0
YAK2	473,5	533,9	619,5	989,1	1076,5
YAK3	508,3	545,5	650,7	763,3	876,3
MSD	494,9	537,9	635,7	846,9	1004,7
MSD-D	533,8	592,5	662,1	787,9	849,1
MSD-Y	494,4	579,9	700,2	839,3	942,1
MMD	507,3	567,6	611,6	715,8	726,3
MMD-D	535,3	613,7	748,0	1036,0	1103,7
MMD-Y	475,5	597,2	680,7	1069,4	1557,2
MMD2	499,0	570,3	698,9	831,7	1038,3
MMD2-D	525,7	604,2	694,7	913,2	947,8
MMD2-Y	407,0	486,3	587,0	813,8	907,0

As figuras 6.2.1 e 6.2.2 mostram, respectivamente para os quantis de 500 e 1000 anos de recorrência, os diferentes modelos comparados com o histórico, e mostram mais claramente as conclusões apresentadas acima.

Figura 6.2.1 - Vazões de 500 anos de recorrência: séries histórica (exponencial) e sintéticas

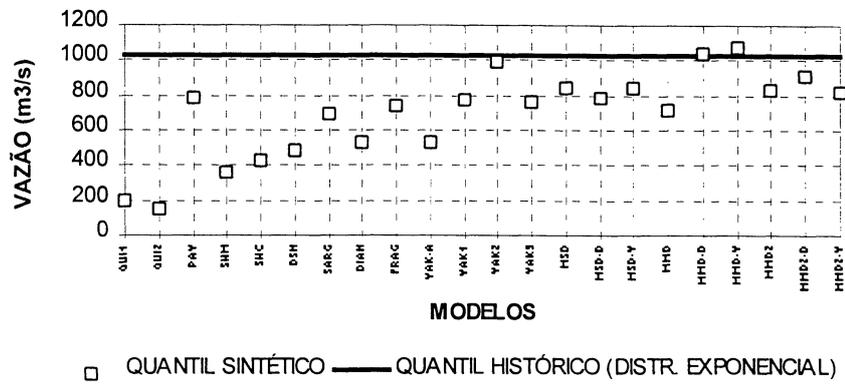
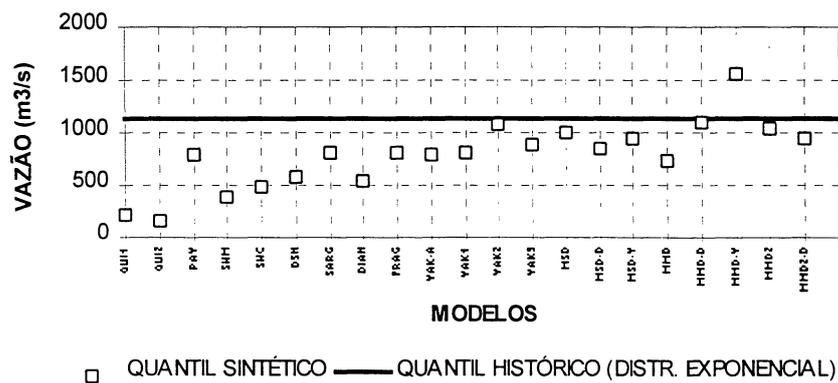


Figura 6.2.2 - Vazões de 1000 anos de recorrência: séries histórica (exponencial) e sintéticas



7. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Os modelos propostos (capítulo 4) e a posterior análise comparativa entre vários modelos apresentada no capítulo 5 mostram que o objetivo do trabalho pode ser considerado alcançado, pois:

- a forma da hidrógrafa dos modelos propostos é bastante parecida com a dos dados históricos;
- em grande parte dos testes realizados os modelos propostos estiveram entre aqueles que apresentaram os melhores resultados. Deste modo, a conclusão do autor é pela utilização dos modelos propostos, muito embora o grande número de testes efetuados, muitas vezes com resultados discrepantes entre si, não permita afirmar com segurança qual dos modelos foi “o melhor de todos”. As conclusões, abaixo relacionadas, são então uma orientação ao hidrólogo dos problemas e vantagens dos modelos empregados neste trabalho:

1) quanto aos modelos existentes:

- os modelos não-paramétricos tiveram melhores resultados que os modelos paramétricos para quase todos os testes;
- o modelo de YAKOWITZ "alternativo", YAK-A, mostrou-se competitivo com aqueles utilizando o algoritmo K-Means e $N=1,2,3$. Pela dificuldade na simulação dos modelos YAK1, YAK2 e YAK3, para otimizar o tamanho de seus conjuntos de entrada, a facilidade de simulação do modelo YAK-A torna-o bastante atraente;
- para os testes de chi-quadrado e Kolmogorov-Smirnov para duas amostras, os melhores modelos são os do tipo YAK, o modelo FRAG, os propostos e o DIAN ;
- o modelo PAY e o modelo DSN, conforme explicado na apresentação destes modelos, tiveram grande dificuldade de serem empregados na prática;
- nos testes de parâmetros da hidrógrafa, os melhores modelos foram, nesta ordem, o FRAG, os modelos propostos e o modelo SARG. Embora sejam

obtidos a partir de fragmentos do histórico, o FRAG leva vantagem sobre os modelos propostos baseados na série observada porque cada fragmento obtido em janeiro irá gerar uma série em janeiro, e assim por diante;

- nos testes de estatísticas mensais, os modelos propostos saíram-se melhor que o modelo SARG, embora este seja originado de uma desagregação mensal para diária. Isto se deve às perturbações inseridas no modelo na passagem de um modelo para outro;
- apesar do teste de avaliação global envolver apenas estatísticas não-mensais, para que pudessem se equivaler aos modelos que não partiam de uma desagregação mensal, os modelos propostos tiveram os melhores resultados;
- o modelo FRAG saiu-se muito bem em grande parte dos testes.

2) quanto aos modelos propostos:

Todos os modelos propostos apresentaram praticamente resultados semelhantes, o que torna difícil dizer qual deles é o melhor. Principalmente pela facilidade computacional da aplicação dos modelos baseados no modelo MSD, é recomendada a sua utilização, em uma primeira tentativa de simular vazões diárias.

Os modelos propostos foram baseados no modelo FRAG, que teve excelente desempenho em grande parte dos testes efetuados. Entre algumas das vantagens dos modelos propostos sobre o FRAG estão:

- na facilidade prática em desagregar uma série mensal previamente gerada em apenas alguns pontos críticos (por exemplo, seca ou cheia) onde se necessita aumentar a precisão e confiabilidade da simulação. Simulando vazões diárias desta maneira apenas nestes pontos críticos, há um considerável ganho de tempo computacional;
- os modelos propostos simularam melhor todos os quantis de cheia;
- podem, por sua flexibilidade e variabilidade de modelos, gerar séries "mais diferentes" da série original que o FRAG.

A utilização dos modelos propostos pode ser recomendada na prática devido a suas principais características, que, somadas, parecem mostrar a vantagem deles sobre os demais modelos simulados neste trabalho:

- 1) reproduzem com grande aproximação os quantis de cheia teóricos;
- 2) têm todas as vantagens dos modelos não-paramétricos (se "parecem" mais com a série histórica que os paramétricos; reproduzem melhor as ascensões rápidas e recessões lentas características das séries históricas);
- 3) conseguem simular vazões diárias a partir de simulações mensais, preservando assim características anuais, mensais e diárias ao mesmo tempo;
- 4) simulam vazões diárias por modelos não-paramétricos que não preservavam, originalmente, estatísticas mensais.

É possível que em estações com maiores áreas de drenagem e/ou sazonalidade bem pronunciada os modelos propostos, com série original obtida do histórico, não tenham bom desempenho. Isto devido ao fato de que os fragmentos obtidos em um mês não possam ser transferidos para outro, por causa da forma do hidrograma típico existente em cada mês, o que não aconteceu neste estudo. Neste caso uma análise mais aprofundada é necessária, e algumas soluções possíveis são apresentadas no item 5.5.

Uma hipótese possível é simular os modelos propostos para locais com registros horários, ou simplesmente com períodos de observação menores que o dia. Também pode-se testar os modelos propostos em locais com poucos anos de observação. Deste modo testar-se-á a flexibilidade dos modelos propostos para situações diferentes das que foram encontradas neste trabalho.

Este trabalho não visa esgotar o assunto: além do aperfeiçoamento dos modelos existentes e criação de novos, um importante campo de estudo, sugerido por YAKOWITZ (1979), é o da criação de modelos paramétricos matematicamente mais complexos que os existentes, que reproduzam bem a forma dos hidrogramas diários.

ANEXO. GERAÇÃO DE SÉRIES DE VAZÕES ANUAIS E DESAGREGAÇÃO DE VAZÕES ANUAIS EM MENSAIS

A.1. GERAL

Nes anexo é apresentado um breve resumo de alguns modelos existentes, o método de escolha para o modelo adotado e uma pequena revisão bibliográfica das técnicas que visam eliminar vazões geradas negativas. Todos os modelos de desagregação em séries diárias simulados neste trabalho tiveram suas séries anuais e mensais geradas pelos mesmos métodos escolhidos, os quais estão citados nos próximos itens deste anexo.

A.2. GERAÇÃO DE VAZÕES ANUAIS

Os modelos mais utilizados na geração anual de vazões são os modelos ARMA(p,q) (auto-regressivos médias-móveis), propostos por BOX e JENKINS (1970). Estes modelos são classificados de acordo com o número de parâmetros p e q, onde p é o número de parâmetros da parte AR, auto-regressiva, e q é número de parâmetros da parte de médias-móveis. Desta forma, um modelo ARMA com $p \neq 0$ e $q=0$, ou seja, um modelo ARMA (p,0) pode também ser denominado de AR(p), e a regra também vale quando $q \neq 0$ e $p=0$, ou seja, os modelos MA(q).

Se as séries não têm média fixa mas suas mudanças sucessivas ou diferenças são estacionárias, então é possível estender os modelos ARMA trabalhando com suas diferenças não-periódicas. Pode-se tomar a primeira, segunda, ou, em geral, a d-ésima diferença, que leva aos modelo não-periódico ARIMA(p,d,q). Também é possível tomar as diferenças periódicas ou sazonais

no lag ω , tais como a 12^a diferença em séries mensais, que levam ao modelo ARIMA(P,D,Q) _{ω} (SALAS et al.,1980). Por sua complexidade e por fugirem do escopo deste trabalho, os modelos ARIMA não serão levados em conta neste trabalho.

Seja a série $z(t) = x(t) - \mu$, ou $z(t) = (x(t)-\mu) / \sigma$, onde $x(t)$ é a vazão da série histórica anual no tempo t , com t variando do ano inicial até o ano final, μ a média de longo termo e σ e desvio padrão das vazões anuais (na verdade, podem ser utilizados para geração as duas formas de $z(t)$ vistas acima). O modelo ARMA(p,q) tem a forma:

$$z(t) = \sum_{j=1}^p \phi_j z(t-j) + \varepsilon_j + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} \quad (\text{A.2.1})$$

onde

θ = parâmetros da parte de médias moveis;

ϕ = parâmetros da parte auto-regressiva;

ε = ruídos aleatórios normais com média igual a zero e variância igual a σ_{ε}^2 .

Para a estação de Rio dos Patos, foram testados valores de p e q variando de 1 a 5, com parâmetros calculados pelo método dos momentos. O melhor modelo, a partir do critério de Akaike, foi o ARMA(3,0), ou seja, o AR(3), e a partir deste modelo foram geradas vazões anuais para serem posteriormente desagregadas. Foge do escopo deste trabalho a explicação da ajustagem destes parâmetros, e da escolha do melhor modelo. Esta explicação pode ser obtida, por exemplo, em SALAS et al. (1980) ou BRAS e RODRÍGUEZ-ITURBE (1984).

Para muitos estudos de hidrologia, a vantagem em se escolher o melhor modelo anual para ser desagregado em vazões mensais nem sempre é evidente. Muitas vezes, a escolha recai sobre o modelo AR(1), principalmente para os logaritmos das vazões, sem necessidade de testes para outros valores de p e q .

Exemplos deste procedimento são numerosos na literatura. SVANIDZE (1980) adotou um AR(1) para ser desagregado pelo método dos fragmentos; Valencia, Berdugo e Garcia (1991) propuseram um modelo de desagregação anual em mensal por etapas que necessita obrigatoriamente de um gerador AR(1) para gerar vazões anuais. Deste modo, não há maiores inconvenientes em se gerar vazões anuais pelo modelo AR(1), que tem a forma:

$$x(t) = \mu + \rho [x(t-1) - \mu] + \sigma (1-\rho^2)^{1/2} \varepsilon(t) \quad (\text{A.2.2})$$

onde ρ = autocorrelação das vazões médias anuais lag 1;
 $\varepsilon(t)$ = ruído normal com média igual a zero e variância unitária;

Para gerar vazões sintéticas anuais, basta adotar um valor inicial para $x(t)$ e ir aplicando sucessivamente a fórmula (A.2.2).

Tanto para o modelo escolhido (ou seja, o AR(3)) quanto para o modelo AR(1), podem ser geradas vazões negativas, por causa do ruído $\varepsilon(t)$, que pode tanto assumir valores negativos como positivos. Os valores negativos devem ser eliminados das séries diárias (obtidas posteriormente por desagregação) porque, além do fato óbvio de que estas vazões negativas são fisicamente impossíveis de acontecer, estas séries diárias, comumente empregadas nas simulações envolvendo cheias e vazões máximas, podem também ser empregadas em simulações de vazões mínimas. Por isto o grande interesse neste trabalho em eliminá-las.

Uma maneira de se eliminar vazões negativas seria simplesmente gerar vazões anuais log-normais (Loucks et al, 1981). Este método não foi empregado por dois motivos:

- este modelo gera vazões anuais auto-regressivas de ordem 1, assumindo um decaimento exponencial para os lags maiores, o que implicaria

em grandes erros na simulação, tendo em vista que, em Rio dos Patos, as correlações lags 2 e 3 têm módulo maior que a correlação lag1;

- este modelo gera melhor vazões baixas do que vazões altas (Loucks et al, 1981): apesar disto ser útil em uma simulação energética, deve ser evitado numa simulação que vise ser desagregada em vazões diárias, tendo em vista que vazões diárias normalmente são geradas em estudos de máximas.

O esquema de simulação então adotado neste trabalho foi o seguinte:

Após gerar vazões anuais por um modelo AR(3), conforme mostrado, os valores negativos foram eliminados da seguinte maneira: inicialmente, foram geradas vazões sem se preocupar com o seu módulo e calculada \bar{x}_1 , a vazão média de longo período. O passo seguinte foi o de procurar na geração valores negativos, e gerá-los novamente até que se tornassem positivos. Para esta série modificada, calculou-se a média de longo termo, \bar{x}_2 . Para que a nova série ajustada, além da ausência de valores negativos, apresentasse a média inicial, todas as vazões foram multiplicadas por um fator igual a \bar{x}_1 / \bar{x}_2 . O item A.4.1 apresenta os resultados destas simulações.

A.3. DESAGREGAÇÃO DE VAZÕES ANUAIS EM MENSAIS

A.3.1. BREVE REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O objetivo básico de qualquer modelo de desagregação de vazões anuais em mensais é a preservação de propriedades estatísticas nos dois níveis. Nestes modelos de desagregação, são geradas vazões anuais e estas vazões geradas são desagregadas para que se obtenham as vazões intra-anuais.

Aquele que é considerado o primeiro modelo de desagregação é o proposto por HARMS e CAMPBELL (1967): eram geradas vazões mensais pelo modelo Thomas e Fiering, ou seja, auto-regressivo de ordem 1 mensal, e

vazões anuais pelo modelo AR(1), visto em A.2. O modelo de HARMS e CAMPBELL simplesmente fazia com que as vazões mensais fossem multiplicados por um fator de escala para que a soma de doze meses gerados pelo modelo Thomas e Fiering somasse a vazão AR(1) anteriormente gerada. Como visto em 3.6.4, este modelo é muito mais uma "agregação" que uma "desgregação". Desta forma, aquele que é o primeiro modelo de desagregação unanimemente aceito como tal é o modelo de Valencia e Schaake (1973, *apud* SALAS et al., 1980). A forma geral do modelo é a seguinte:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\boldsymbol{\varepsilon} \quad (\text{A.3.1})$$

onde as letras em negrito significam notação matricial, e

\mathbf{A} , \mathbf{B} = matrizes de parâmetros;

\mathbf{X} = vazão anual gerada com média nula;

\mathbf{Y} = vetor com as vazões mensais desagregadas com média nula das vazões \mathbf{X} previamente geradas;

$\boldsymbol{\varepsilon}$ = vetor com variáveis aleatórias supostamente normais com média zero e variância unitária.

Seja S_{UV} a matriz de covariância entre as variáveis u e v , e sejam as variáveis \mathbf{X} , as vazões anuais com média nula, e as variáveis \mathbf{Y} as vazões mensais com média nula, os estimadores $\hat{\mathbf{A}}$ e $\hat{\mathbf{B}}$ para as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} são os seguintes:

$$\hat{\mathbf{A}} = \mathbf{S}_{\mathbf{Y}\mathbf{X}} (\mathbf{S}_{\mathbf{X}\mathbf{X}})^{-1} \quad (\text{A.3.2})$$

$$\hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{B}}^T = \mathbf{S}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}} - \mathbf{S}_{\mathbf{Y}\mathbf{X}} (\mathbf{S}_{\mathbf{X}\mathbf{X}})^{-1} \mathbf{S}_{\mathbf{X}\mathbf{Y}}$$

Um modelo dos mais utilizados em hidrologia é o de MEJÍA e ROUSSELLE (1976), uma extensão do modelo de Valencia e Schaake. Um

termo adicional é incluído no modelo de Valencia e Schaake para preservar as covariâncias sazonais entre meses de um ano e meses do ano anterior (SALAS et al, 1980). A forma geral do modelo é a seguinte:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\varepsilon + \mathbf{C}\mathbf{Z} \quad (\text{A.3.3})$$

onde \mathbf{Z} é uma matriz coluna contendo tantos valores mensais com média nula do ano anterior quanto requerido (um valor mensal neste trabalho) e \mathbf{C} é uma matriz adicional de parâmetros. Os estimadores das matrizes de parâmetros são:

$$\hat{\mathbf{A}} = (\mathbf{S}_{\mathbf{YX}} - \mathbf{S}_{\mathbf{YZ}}\mathbf{S}_{\mathbf{ZZ}}^{-1}\mathbf{S}_{\mathbf{ZX}})(\mathbf{S}_{\mathbf{XX}} - \mathbf{S}_{\mathbf{XZ}}\mathbf{S}_{\mathbf{ZZ}}\mathbf{S}_{\mathbf{ZX}})^{-1}$$

$$\hat{\mathbf{C}} = (\mathbf{S}_{\mathbf{YZ}} - \hat{\mathbf{A}}\mathbf{S}_{\mathbf{XZ}})\mathbf{S}_{\mathbf{ZZ}}^{-1} \quad (\text{A.3.4})$$

$$\hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{B}}^T = \mathbf{S}_{\mathbf{YY}} - \hat{\mathbf{A}}\mathbf{S}_{\mathbf{XY}} - \hat{\mathbf{C}}\mathbf{S}_{\mathbf{ZY}}$$

A matriz $\hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{B}}^T$ pode ser decomposta por dois métodos: assumindo que $\hat{\mathbf{B}}$ é uma matriz triangular inferior (ver SALAS et al, 1980, pags. 86-87; ou BRAS e RODRÍGUEZ-ITURBE, 1984, pags. 97-98) ou através dos auto-valores e auto-vetores de $\hat{\mathbf{B}}\hat{\mathbf{B}}^T$ (ver BRAS e RODRÍGUEZ-ITURBE, 1984, pags. 96-97).

O modelo dos fragmentos mensal (SVANIDZE, 1980) é basicamente o mesmo que o modelo dos fragmentos diário (ver seção 4.7): a diferença é que a cada ano corresponderá um fragmento $y_{adm}(t, \kappa)$, que, neste caso, é um vetor composto por 12 valores adimensionalizados:

$$y_{adm}(t, \kappa) = y(t, \kappa) / \bar{x}(t)$$

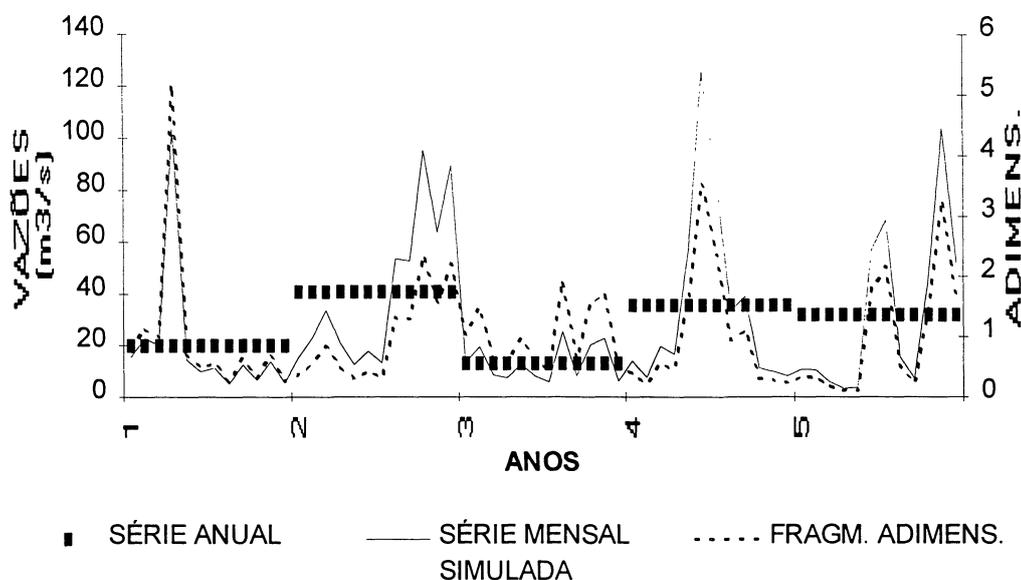
com ι variando do ano inicial até o final do histórico, e $\kappa = 1, \dots, 12$ meses. A simulação se faz da mesma maneira que na geração de séries diárias pelo modelo dos fragmentos, com a diferença de que a série gerada $Y(j, k)$ será a série mensal de vazões, com $k=1, \dots, 12$ e j igual ao ano gerado. A figura A.3.1 é um esquema diagramático da modelagem de séries hidrológicas pelo método dos fragmentos, conforme simulado em Rio dos Patos. A vazão gerada média anual e a série mensal simulada estão plotados na ordenada esquerda, e os fragmentos adimensionalizados estão plotados na ordenada direita. Pela figura é fácil perceber que os fragmentos multiplicados pela vazão anual gerada resultam na série mensal simulada. O método assegura que uma grande variação de hidrogramas é obtido mesmo levando em conta que na simulação não se deve exceder os limites das flutuações históricas.

Sendo construídas séries de tamanho n , misturando-se m hidrogramas, aplicando-se o método dos fragmentos a probabilidade de repetição de hidrogramas idênticos é extremamente pequena, $1/mn$. Por exemplo, para uma série de 1000 anos e composta de 50 fragmentos, a probabilidade de repetição de hidrogramas idênticos é igual a $1/50000$. SVANIDZE (1980) fez extensivos testes para o método dos fragmentos, obtendo excelentes resultados. Outra vantagem do método dos fragmentos é que o mesmo não gera vazões negativas.

O problema apresentado pelo modelo de SVANIDZE é que ele não preserva a estrutura de correlação entre dezembro de um ano e janeiro do ano seguinte, tendo em vista que ocorrem "saltos" entre o fim de um fragmento e o início de outro. A solução, paliativa, proposta por SVANIDZE foi a de situar os saltos entre os dois meses que apresentassem menor correlação serial. Isto foi feito neste trecho do trabalho: na série histórica, a menor correlação encontrada entre dois meses consecutivos foi aquela entre dezembro e janeiro, e foi entre estes que se situou a "quebra" do modelo dos fragmentos. Métodos alternativos

de resolução dos "saltos" entre um fragmento e outro são descritos no capítulo 5.

Figura A.3.1 - Diagrama da seqüência para simulação de séries hidrológicas pelo método dos fragmentos em Rio dos Patos: a) primeira amostragem (série média anual em forma de quadrados - valores plotados na ordenada esquerda); b) segunda amostragem (fragmentos dos hidrogramas observados em forma de linha pontilhada - valores plotados na ordenada direita); c) série hidrológica simulada (em forma de linha cheia - valores plotados na ordenada esquerda).



Alguns outros exemplos de modelos de desagregação de séries anuais em mensais citados na literatura são: modelo HOSHI e BURGESS (1979), modelo condensado (Lane, 1979, *apud* SALAS et al, 1980), modelo STEDINGER e VOGEL (1984), modelo VALENCIA, BERDUGO e GARCIA (1991). Alguns pesquisadores brasileiros têm desenvolvido modelos baseados em cenários hidrológicos, modelos estes voltados para a simulação energética e que, como o método dos fragmentos, não geram vazões negativas. Pode-se citar: GOMIDE

(1986) e GOMIDE e CUNHA (1981), PINHEIRO MACHADO (1992), e o modelo FK (FILL e KAVISKI, 1986).

A.3.2. O PROBLEMA GERAÇÃO DE VAZÕES NEGATIVAS

Dois dos modelos acima foram escolhidos para comparação para fins de escolha nas simulações necessárias neste trabalho, o de MEJÍA e ROUSSELLE, possivelmente o mais utilizado em hidrologia, e o dos fragmentos. Foram ainda geradas vazões por cinco métodos de ajuste visando eliminar vazões negativas da geração por MEJÍA e ROUSSELLE e compatibilizar a geração anual com a posterior desagregação mensal: o exponencial, o exponencial modificado, o proporcional modificado e dois modelos exponenciais propostos. Esta comparação está apresentada no item A.4.2. Por sua complexidade e por fugirem do escopo deste trabalho, não foram levados em consideração métodos de eliminação de vazões negativas utilizando métodos de otimização, como o apresentado por Pereira et al. (1984, *apud* GRYGIER e STEDINGER, 1988).

O motivo de existirem vazões geradas com sinal negativo em desagregação anual em mensal é o mesmo que o citado anteriormente para geração anual, e que neste caso é o vetor ε (fórmulas (A.3.1) e (A.3.3)), contendo variáveis aleatórias supostamente normais com média zero e variância unitária. Abaixo relacionados estão alguns métodos para eliminar a simulação de valores negativos, um resumo dos testes feitos por este autor e o método escolhido de eliminação destes valores.

GRYGIER e STEDINGER (1988) revisam alguns modelos de ajuste das vazões mensais desagregadas às vazões anuais geradas. Quatro destes modelos, dois de ajuste exponencial, o de Pereira et al. (1984) e o de ajuste proporcional também visam eliminar vazões negativas.

O modelo de ajuste exponencial (STEDINGER e Vogel, 1984) foi o primeiro testado neste trabalho na tentativa de eliminar vazões negativas. Este

modelo foi concebido para séries mensais com distribuição lognormal. Deste modo, foi necessário testar se a amostra das vazões mensais do histórico em Rio dos Patos era lognormalmente distribuída. A amostra foi então submetida a um teste de chi-quadrado a 95% de significância e não foi possível rejeitar a hipótese H_0 de que a mesma obedecia uma distribuição lognormal a três parâmetros. (Apenas a série das vazões médias mensais do histórico foi submetida ao teste: as séries de vazões geradas não o foram por ter-se considerado que estas, implicitamente, também obedeceriam uma distribuição lognormal.) Os parâmetros foram estimados pelo método proposto por STEDINGER (1980), onde ξ , o parâmetro de locação, é calculado por uma fórmula envolvendo quantis e os outros dois parâmetros, μ_y e σ_y , pela máxima verossimilhança.

Sejam $X(j)$ as vazões anuais geradas no ano j , $Y(j,k)$ as vazões mensais desagregadas de $X(j)$ no mês k e no ano j , $Y^*(j,k)$ as novas vazões mensais geradas ajustadas, $Z(j,k)$ os logaritmos neperianos das vazões $Y(j,k)$ (no início da simulação, os valores negativos de $Y(j,k)$ foram transformados em zero para que pudesse ocorrer a transformação de $Y(j,k)$ em $Z(j,k)$, considerando que quando $Y(j,k)=0$, $Z(j,k)=0$) e $Z^*(j,k)$ os logaritmos neperianos de $Y^*(j,k)$. Em particular, se $Z(j,k)$ forem ajustados proporcionalmente aos seus desvios-padrão $\sigma(k)$ tem-se que

$$Z^*(j,k) = Z(j,k) + \sigma(k)d(j) \quad (\text{A.3.6})$$

para algum valor de $d(j)$, onde $\sigma(k)$ é o desvio padrão do mês k . Os valores ajustados das vazões são dados por

$$Y^*(j,k) = \xi(k) + [1 + \sigma(k)d(j)] \exp[Z(j,k)] \quad (\text{A.3.7})$$

onde $\xi(k)$ o parâmetro (mensal neste caso) de limite inferior ou de locação da distribuição lognormal a três parâmetros (HOSHI et al, 1984). Implicitamente tem-se que

$$X^*(j) = \sum Y^*(j,k) \quad (\text{A.3.8})$$

O valor de $d(j)$ em (A.3.6) e (A.3.7) é dado por

$$d(j) = \left\{ X^*(t) - \sum_{y=1}^{12} \xi(k) - \sum_{y=1}^{12} \exp[Z(j,k)] \right\} \left\{ \sum_{y=1}^{12} \sigma(k) \exp[Z(j,k)] \right\}^{-1} \quad (\text{A.3.9})$$

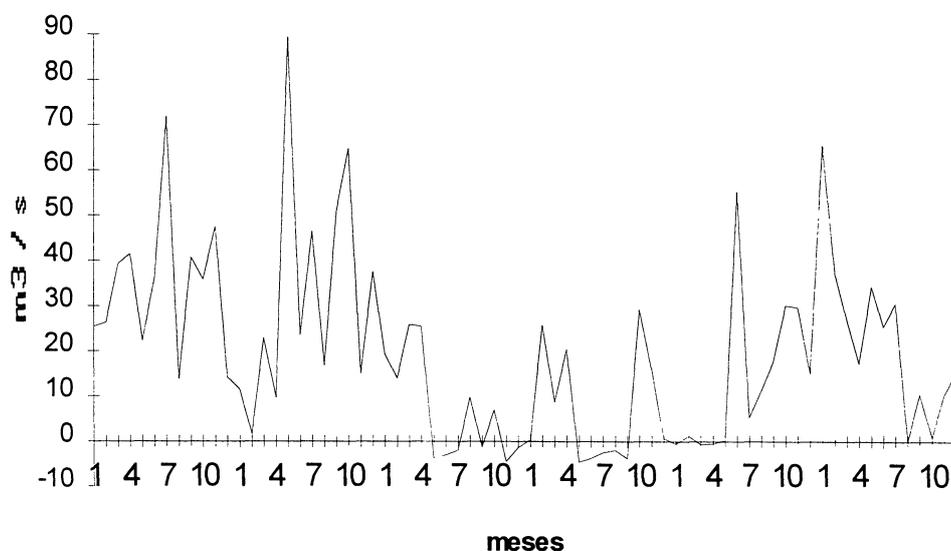
Para cada série gerada foram calculados, para Rio dos Patos, pelo método dos quantis os parâmetros $d(j)$ ano a ano, $\sigma(k)$, $\xi(k)$, $k = 1 \dots 12$ meses. Esta simulação infelizmente não gerou a eliminação de vazões negativas, fato aliás previsto por GRYGIER e STEDINGER (1988): quando o limite inferior mensal $\xi(k)$ ou $d(j)$ eram negativos causavam muitas vezes valores de $Y^*(j,k)$ também negativos, embora com módulo menor do que antes. A figura A.3.2 mostra um trecho de uma série de vazões mensais geradas por MEJÍA e ROUSSELLE para a estação Rio dos Patos ajustadas por este modelo, com vazões negativas de pequeno módulo geradas.

Para o caso em que $\xi(k)$ fosse negativo, GRYGIER e STEDINGER sugeriram que se trocasse (A.3.7) por

$$Y^*(j,k) = \exp [\sigma(k) d(j)] Y(k,j) \quad (\text{A.3.10})$$

O método utilizando a fórmula (A.3.10) será aqui chamado de exponencial modificado. Para esta fórmula (A.3.3), também foram calculados os parâmetros $d(j)$, $\sigma(k)$, $\xi(k)$ como anteriormente.

Figura A.3.2 - Série de vazões médias mensais geradas por MEJÍA e Roussele ajustadas pelo método exponencial



Nos modelos exponenciais citados anteriormente, a série mensal gerada $Y(j,k)$ tinha seu valores negativos igualados a zero. Outro procedimento possível neste ponto é, quando da geração de um valor negativo, continuar a geração até que o valor de $Y(j,k)$ tenha um valor positivo. A série então seria transformada na série $Y^*(j,k)$, da mesma maneira que anteriormente. Este procedimento também foi utilizado nas simulações, e o método de ajuste para este caso utilizando a fórmula (A.3.7) será chamado de exponencial proposto, e aquele utilizando a fórmula (A.3.11) será chamado de exponencial proposto modificado.

Outro modelo de eliminação de vazões negativas é o modelo proporcional, amplamente utilizado em hidrologia (GRYGIER e STEDINGER, 1984). Neste modelo tanto as vazões anuais podem ser ajustadas às mensais, como as vazões mensais podem ser ajustadas às anuais. Para o segundo caso, temos que

$$Y^*(j,k) = Y(j,k) X(j) / X^*(j) \quad (\text{A.3.11})$$

onde $X^*(j) = \Sigma Y^*(j,k) / 12$

GRYGIER e STEDINGER (1984) modelam o primeiro caso (vazões anuais são ajustadas às mensais) e igualam a zero os valores de $Y(j,k)$ negativos para então transformá-los na série $Y^*(j,k)$. Estas vazões $Y(j,k)$ iguais a zero continuam iguais a zero quando da transformação em $Y^*(j,k)$, o que eliminou este modelo na geração, apresentada no item A.4.2.

Neste trabalho foi utilizado um modelo semelhante ao proporcional, chamado aqui de proporcional modificado: as vazões negativas geradas em (A.3.3) foram submetidas novamente à geração até que se tornassem maiores do que zero. O fato de não se considerar os ruídos em (A.3.3) que causavam vazões negativas fez com que a média de longo termo da amostra tivesse sempre valores pouco maiores do que a média histórica. Deste modo foi necessário que esta nova amostra, sem valores negativos, fosse submetida à transformação em (A.3.11) para que fossem mantidos valores de médias geradas semelhantes às históricas. O item A.4.2 mostra os resultados dos testes envolvendo os modelos descritos e apresenta o modelo escolhido para as simulações posteriores.

A.4. TESTES DOS MODELOS DE GERAÇÃO DE SÉRIES ANUAIS E MENSAIS

A.4.1. SÉRIES DE VAZÕES ANUAIS

A tabela A.4.1 mostra os resultados para 5 séries de 1008 (foram utilizados 1008 anos simplesmente porque correspondem a 15 séries do tamanho da do histórico) gerados para Rio dos Patos para a média, desvio padrão e auto-correlações 1 a 3 obtidos com:

1. Modelo AR(3) sem ajuste;
2. Modelo AR(3) com ajuste visando eliminar vazões negativas.

Na primeira coluna da tabela estão relacionados os correspondentes valores do histórico (duas vezes para facilitar a análise).

Tabela A.4.1 - Resultado para 5 gerações de 1008 anos pelo modelo AR(3) com e sem ajuste visando eliminar vazões negativas

	GERAÇÃO No.					MAXIMO	MÉDIA	MINIMO	
	1	2	3	4	5				
	HIST.	MODELO AR(3) SEM AJUSTE							
μ	22,80	22,75	22,92	23,06	22,86	23,33	23,33	23,04	22,75
σ	9,49	9,47	9,79	9,54	9,71	9,54	9,79	9,64	9,47
ρ_1	0,076	0,080	0,067	0,092	0,082	0,047	0,092	0,077	0,047
ρ_2	-0,231	-0,225	-0,313	-0,240	-0,209	-0,210	-0,209	-0,234	-0,313
ρ_3	0,123	0,098	0,117	0,135	0,142	0,104	0,142	0,123	0,098
	HIST.	MODELO AR(3) COM AJUSTE							
μ	22,80	22,75	22,92	23,06	22,86	23,33	23,33	23,04	22,75
σ	9,49	9,13	9,54	9,29	9,52	9,34	9,54	9,39	9,13
ρ_1	0,076	0,012	0,060	0,096	0,087	0,064	0,096	0,069	0,012
ρ_2	-0,231	-0,195	-0,280	-0,238	-0,168	-0,179	-0,168	-0,205	-0,280
ρ_3	0,123	0,085	0,111	0,136	0,125	0,114	0,136	0,118	0,085

Pelos resultados mostrados na tabela vê-se que o ajuste proposto aumenta a variabilidade das estatísticas estudadas, diminuindo os valores do desvio-padrão e dos coeficientes de correlação gerados anteriormente. Mas esta alteração não será considerada significativa, tendo em vista que o desvio padrão obtido na geração com ajuste é ainda mais próximo do desvio histórico que aquele dado pela geração com ajuste, e que os coeficientes de correlação máximo e mínimo obtidos na geração com ajuste resultam, respectivamente, maior e menor que aqueles dados pela série histórica. Deste modo concluiu-se que o ajuste adotado é válido, tendo em vista a vantagem em se obter séries de vazões anuais sem vazões negativas.

A.4.2. SÉRIES DE VAZÕES MENSAIS E ESCOLHA DO MODELO ADOTADO

Foram geradas, para cada modelo escolhido, 16 séries do tamanho do histórico (63 anos). As Tabelas A.4.2a, A.4.2b, A.4.2c e A.4.2d mostram uma série de estatísticas mensais para a série histórica e o máximo valor encontrado, a média e o mínimo valor encontrado para cada uma destas estatísticas para a simulação empreendida:

- método de MEJÍA e ROUSSELLE sem nenhum ajuste;
- método de MEJÍA e ROUSSELLE ajustado:
 - a) pelo método proporcional modificado;
 - b) pelo método exponencial;
 - c) pelo método exponencial modificado;
 - d) pelo método exponencial proposto;
 - e) pelo método exponencial proposto modificado;
- método dos fragmentos.

Nestas tabelas, μ significa média, σ desvio padrão, γ coeficiente de assimetria, κ o coeficiente de curtose e ρ o coeficiente de correlação: ρ lag i significa autocorrelação com defasagem (lag) i , e ρ acompanhado pela abreviação dois meses (por exemplo jan e fev) significa a correlação do primeiro mês citado com relação ao outro.

Uma análise das Tabelas A.4.2a, A.4.2b, A.4.2c e A.4.2d permite concluir que:

- todos os métodos, com exceção do método dos fragmentos, resultam em valores mínimos em média muito mais baixos que o histórico. Os métodos proporcional modificado e o exponencial proposto não dão valores iguais a

zero, porém seus valores também são baixos com relação ao histórico. O método dos fragmentos parece o mais indicado em uma simulação de mínimos.

- todos os ajustes processados sobre o modelo de MEJÍA e ROUSSELLE original diminuem o desvio-padrão da série mensal, e os três modelos propostos diminuem mais os desvios padrão que os originais. Tudo isto se deve ao fato de que nem todos os ruídos gerados são aproveitados, diminuindo assim a gama de variação da variável aleatória vazão mensal gerada;

- de todos os modelos, apenas o dos fragmentos reproduz bem os coeficientes de assimetria e de curtose;

- todos os modelos resultam nas mesmas médias de longo período, pois foi utilizada a mesma série gerada anual para ser desagregada por todos os métodos;

- o método dos fragmentos não reproduz bem o coeficiente de correlação entre dezembro e janeiro, o que era de se esperar, tendo em vista que ocorre uma quebra: após dezembro um novo fragmento é escolhido para geração. Entretanto, na simulação respeitou-se a sugestão de SVANIDZE (1980), que propôs que a "quebra" do modelo dos fragmentos se situasse entre os dois meses consecutivos de menor correlação - o que é verdadeiro para a correlação entre os meses de dezembro e janeiro;

- os modelos originais ajustados a partir de MEJÍA e ROUSSELLE tendem a resultar em auto-correlações mensais maiores que as observadas na série histórica. Já os modelos de ajuste proposto, embora na maior parte das vezes também resultem um pouco mais altos que o histórico, aproximam mais as correlações mensais que os modelos originais.

Como os modelos, de forma geral, tenham dado bons resultados, foi decidido que a escolha recairia sobre aquele modelo que reproduzisse melhor as estatísticas de máximos, porque a maior utilidade das séries geradas diárias - que serão obtidas posteriormente por desagregação - são normalmente os

estudos de cheias. Por este critério, o método escolhido foi o dos fragmentos. Pela Tabela 2, vê-se que os resultados de máximos mensais pelo método dos fragmentos são muito mais coerentes que os dos outros dois métodos que apresentaram bons resultados: as médias entre as 16 séries geradas são próximas às do histórico, e os maiores valores obtidos na geração consistentemente maiores que os valores máximos do histórico.

A figura A.4.1 mostra as médias mensais das máximas, mês a mês, entre as 16 séries de 63 anos geradas por cada ajuste e as máximas mensais encontradas no histórico. As máximas para os 6 modelos MEJÍA e ROUSSELLE (sem ajuste + 5 ajustes) resultaram muito próximas, sempre abaixo do histórico e dos resultados obtidos pelo método dos fragmentos. Possivelmente a causa disto esteja no fato de que o método dos fragmentos, baseado no histórico, seja mais "rápido" para reproduzir vazões de cheia semelhantes às que aconteceram no passado. Além disto, o método dos fragmentos não gera vazões negativas - coerentemente com os objetivos buscados por este trabalho - e também reproduz muito melhor as vazões mínimas mensais do histórico do que os modelos de MEJÍA e ROUSSELLE, mesmo aqueles que não geram vazões negativas. Mesmo para uma simulação energética, inclusive, GROSZEWICZ et al. (1991) concluíram que modelos não-paramétricos (como o dos fragmentos) têm bons resultados comparados com o de MEJÍA E ROUSSELLE, e são muito mais simples de serem programados. Por tudo isto, em todas as desagregações de vazões anuais em mensais feitas neste trabalho, o método dos fragmentos foi o utilizado.

Figura A.4.1 - Média das Máximas Históricas em 16 simulações: Modelo MEJÍA e ROUSSELLE (sem ajuste + 5 ajustes) e Método dos Fragmentos

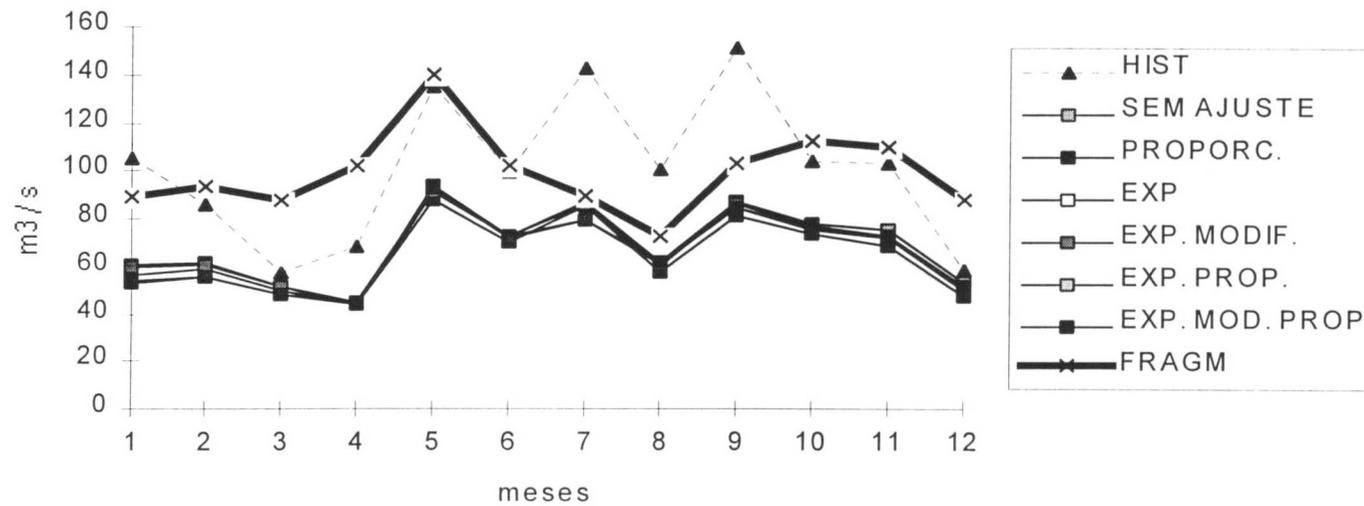


Tabela A.4.2a - Estatísticas mensais históricas e simuladas - Rio dos Patos

ESTAT.	HISTOR.	16 SÉRIES SIMULADAS											
		GERAÇÃO POR MEJIA E ROUSSELLE (SEM AJUSTE + 3AJUSTES SIMULADOS)											
		SEM AJUSTE			PROPORCIONAL MODIFICADO			EXPONENCIAL MODIFICADO			EXPONENCIAL		
		minimo	média	máximo	minimo	média	máximo	minimo	média	máximo	minimo	média	máximo
μ	22,7995	20,494	22,625	25,787	20,495	22,626	25,788	20,495	22,626	25,788	20,495	22,626	25,788
σ	20,4113	19,515	20,531	21,506	14,745	16,377	17,408	17,357	18,488	19,352	16,896	18,109	18,947
γ	2,1520	-0,080	0,192	0,499	0,871	1,024	1,197	0,601	0,737	0,861	0,680	0,822	0,924
κ	-0,00042	3,172	3,626	4,239	3,532	4,188	4,940	2,932	3,468	4,223	3,003	3,579	4,316
ρ lag 1	0,4068	0,372	0,402	0,449	0,357	0,412	0,480	0,390	0,421	0,482	0,390	0,425	0,483
ρ lag 2	0,2025	0,160	0,212	0,264	0,217	0,289	0,388	0,186	0,247	0,333	0,188	0,253	0,347
ρ lag 3	0,0861	0,018	0,082	0,145	0,083	0,183	0,247	0,043	0,127	0,176	0,047	0,135	0,191
ρ lag 4	0,0655	-0,009	0,053	0,105	0,087	0,192	0,292	0,027	0,110	0,171	0,044	0,122	0,187
ρ lag 5	0,0160	-0,078	0,007	0,088	0,042	0,117	0,201	-0,035	0,048	0,136	-0,020	0,057	0,144
μ jan	21,0469	18,724	21,368	26,032	18,109	20,766	25,649	18,547	20,939	25,725	18,196	20,791	25,943
μ fev	22,2298	19,613	21,569	24,571	17,693	20,262	22,255	19,201	21,051	23,286	18,562	21,034	24,358
μ mar	20,2224	17,261	20,169	23,315	17,489	18,700	21,666	16,855	19,486	21,958	16,643	19,522	22,163
μ abr	15,7143	12,692	15,349	19,044	13,259	14,993	17,570	13,202	15,078	18,658	12,725	14,822	18,668
μ mai	24,7381	18,549	25,019	30,986	24,701	29,354	33,965	21,568	26,789	31,151	21,859	26,790	31,675
μ jun	24,6858	16,355	24,456	29,648	18,002	24,670	30,318	17,061	24,481	29,235	17,221	24,638	29,715
μ jul	23,3703	15,812	22,864	27,189	20,120	24,983	28,742	18,355	24,182	27,670	18,555	24,270	27,839
μ ago	19,2796	14,666	18,252	22,656	17,200	19,481	22,066	15,397	18,772	22,376	15,505	18,872	22,433
μ set	26,5230	21,915	26,447	31,696	22,879	27,283	30,805	22,653	26,995	31,993	21,969	27,224	33,055
μ out	29,9045	27,929	29,630	32,512	24,750	27,141	29,579	26,813	28,623	30,958	26,317	28,715	31,181
μ nov	25,6605	19,589	25,924	30,867	19,858	25,195	30,453	18,951	25,380	30,609	17,712	25,219	30,662
μ dez	20,2080	18,108	20,454	23,690	16,209	18,682	23,130	17,343	19,737	23,143	17,046	19,615	22,987
σ jan	17,0841	15,329	17,338	19,518	12,055	13,893	15,099	14,123	15,949	17,610	14,540	15,629	17,207
σ fev	16,3198	14,801	16,378	17,992	11,892	13,393	15,016	14,320	15,208	16,935	13,737	14,817	16,454
σ mar	13,0691	12,152	13,268	14,290	9,474	11,290	13,032	10,842	12,656	14,149	10,605	12,378	13,900
σ abr	12,9112	10,118	12,701	14,381	8,589	10,134	12,227	10,083	11,445	13,460	9,663	11,209	13,266
σ mai	30,1385	23,940	29,769	34,459	16,707	21,835	26,624	20,451	25,192	29,237	19,662	24,565	28,945
σ jun	20,8788	18,683	20,945	23,507	14,475	16,469	18,916	16,855	18,995	21,037	16,407	18,472	20,438
σ jul	24,8895	23,150	25,397	28,318	17,483	20,065	23,840	19,785	22,235	25,446	19,323	21,780	25,034
σ ago	18,5422	15,898	18,439	21,625	12,524	13,783	15,302	14,876	16,186	18,208	14,325	15,724	17,555
σ set	25,5713	23,136	25,623	28,729	17,205	19,630	21,681	19,794	22,742	24,759	19,277	22,075	24,232
σ out	20,6159	17,672	19,592	23,873	14,539	16,883	20,989	17,370	18,931	22,600	16,752	18,548	22,106
σ nov	20,9519	16,861	20,899	24,457	13,459	16,412	18,514	15,189	18,895	21,594	14,739	18,473	20,987
σ dez	13,7894	11,835	13,803	16,749	8,548	11,197	13,728	10,941	12,831	15,540	10,642	12,672	15,029
ρ jan/ fev	0,2671	0,094	0,283	0,435	0,111	0,349	0,515	0,169	0,320	0,448	0,192	0,337	0,461
ρ fev/ mar	0,3840	0,268	0,385	0,553	0,284	0,444	0,652	0,297	0,417	0,594	0,310	0,429	0,605
ρ mar/ abr	0,3236	0,121	0,333	0,524	0,182	0,403	0,591	0,146	0,372	0,615	0,166	0,395	0,645
ρ abr/ mai	0,2072	-0,081	0,149	0,290	0,028	0,219	0,342	-0,046	0,186	0,326	-0,005	0,207	0,353
ρ mai/ jun	0,5468	0,449	0,569	0,660	0,445	0,557	0,668	0,489	0,598	0,715	0,501	0,599	0,738
ρ jun/ jul	0,6078	0,520	0,608	0,682	0,523	0,642	0,755	0,560	0,636	0,732	0,540	0,638	0,735
ρ jul/ ago	0,3818	0,253	0,369	0,519	0,259	0,418	0,611	0,280	0,402	0,621	0,288	0,406	0,633
ρ ago/ set	0,7335	0,670	0,735	0,801	0,556	0,672	0,759	0,646	0,734	0,798	0,649	0,734	0,807
ρ set/ out	0,4564	0,313	0,457	0,599	0,353	0,503	0,648	0,324	0,484	0,611	0,328	0,486	0,613
ρ out/ nov	0,2545	0,076	0,247	0,408	0,122	0,339	0,536	0,131	0,268	0,462	0,148	0,283	0,506
ρ nov/ dez	0,4651	0,283	0,468	0,636	0,317	0,469	0,607	0,348	0,492	0,663	0,350	0,504	0,668
ρ dez/ jan	0,1279	-0,081	0,126	0,251	-0,210	0,078	0,237	-0,168	0,114	0,242	-0,206	0,111	0,268

Tabela a.4.2b - Estatísticas mensais históricas e simuladas - Rio dos Patos (2a. parte)

ESTAT.	HISTOR.	16 SÉRIES SIMULADAS												
		GERAÇÃO POR MEJIA E ROUSSELLE (SEM AJUSTE + 3AJUSTES SIMULADOS)												
		SEM AJUSTE			PROPORCIONAL MODIFICADO			EXPONENCIAL MODIFICADO			EXPONENCIAL			
		mínimo	média	máximo	mínimo	média	máximo	mínimo	média	máximo	mínimo	média	máximo	
max	jan	105,673	45,268	60,552	75,248	45,269	56,766	68,249	45,269	59,869	73,038	45,268	59,687	72,094
max	fev	86,281	50,206	61,646	75,941	47,668	59,238	75,943	50,206	60,972	75,942	50,206	60,868	75,943
max	mar	56,853	43,716	51,575	61,407	41,098	49,532	61,408	43,540	50,950	61,408	43,577	50,951	61,408
max	abr	68,382	36,662	44,913	55,849	32,994	43,442	55,850	35,618	44,039	55,850	35,453	43,983	55,851
max	mai	134,599	62,521	92,588	119,676	62,522	87,707	119,678	62,522	91,458	119,679	62,522	91,145	119,680
max	jun	99,709	60,836	72,563	89,500	54,018	70,087	89,502	59,881	72,247	89,502	60,110	72,160	89,502
max	jul	142,494	75,754	86,444	106,632	74,842	85,035	106,634	75,756	85,958	106,634	75,756	85,816	106,634
max	ago	100,238	46,327	61,233	83,145	42,233	57,579	74,339	45,518	60,443	81,667	45,126	60,186	81,104
max	set	151,026	72,225	86,707	105,917	67,674	80,739	102,798	71,699	85,953	105,726	71,699	85,873	105,618
max	out	103,679	64,943	77,144	99,530	55,541	72,960	99,532	63,784	76,586	99,531	63,306	76,589	99,532
max	nov	102,628	67,296	75,338	84,512	58,704	68,176	77,341	63,788	72,603	81,589	63,579	72,073	80,260
max	dez	58,321	43,219	52,719	65,414	35,932	47,260	65,416	41,987	51,397	65,415	41,986	51,296	65,416
min	jan	3,694	-28,547	-17,705	-4,464	0,012	0,793	2,545	-9,563	-3,912	-0,064	0,000	0,000	0,000
min	fev	3,086	-27,659	-16,467	-6,868	0,057	0,610	2,523	-9,282	-3,948	-0,653	0,000	0,000	0,000
min	mar	2,721	-31,061	-10,809	-1,684	0,031	0,708	1,634	-4,971	-2,146	-0,437	0,000	0,000	0,000
min	abr	3,242	-37,371	-15,178	-2,875	0,022	0,271	0,859	-4,828	-2,009	-0,054	0,000	0,000	0,000
min	mai	2,062	-84,380	-43,966	-24,048	0,070	0,646	2,107	-10,276	-4,933	-2,318	0,000	0,000	0,000
min	jun	1,348	-51,895	-27,673	-17,758	0,006	0,916	4,992	-8,429	-4,954	-2,449	0,000	0,000	0,000
min	jul	1,502	-69,821	-32,950	-13,978	0,101	0,385	0,918	-6,636	-3,793	-1,893	0,000	0,000	0,000
min	ago	0,927	-37,349	-25,327	-15,283	0,009	0,547	1,695	-7,973	-3,826	-1,456	0,000	0,000	0,000
min	set	1,610	-54,178	-35,122	-18,180	0,036	0,383	1,127	-12,294	-5,888	-3,584	0,000	0,000	0,000
min	out	3,998	-31,197	-16,423	-6,293	0,022	0,616	1,686	-10,050	-4,382	-0,071	0,000	0,000	0,000
min	nov	2,715	-38,948	-22,819	-6,666	0,035	0,885	2,135	-4,996	-3,046	-1,581	0,000	0,000	0,000
min	dez	3,416	-20,454	-12,751	-3,566	0,044	1,256	2,957	-6,798	-2,760	-0,028	0,000	0,000	0,000

Tabela a.4.2c - Estatísticas mensais históricas e simuladas - Rio dos Patos (3a. parte)

ESTAT.	HISTÓR.	16 SERIES SIMULADAS								
		GERAÇÃO POR MEJIA E ROUSSELLE (2 AJUSTES SIMULADOS)						MET. DOS FRAGM.		
		EXP. PROPOSTO			EXP. PROP. MODIFIC.			mínimo	média	máximo
		mínimo	média	máximo	mínimo	média	máximo			
μ	22,7995	20,495	22,626	25,788	20,495	22,626	25,788	20,495	22,626	25,788
σ	20,4113	15,731	16,917	18,118	15,040	16,311	17,516	17,726	20,598	22,093
γ	2,1520	0,710	0,866	1,170	0,818	0,997	1,304	1,702	2,136	2,894
κ	-0,00041	3,545	4,048	5,340	3,589	4,241	5,620	6,705	9,857	16,366
ρ lag 1	0,4068	0,314	0,398	0,456	0,349	0,420	0,471	0,323	0,396	0,446
ρ lag 2	0,2025	0,200	0,274	0,354	0,210	0,297	0,375	0,052	0,144	0,272
ρ lag 3	0,0861	0,132	0,177	0,258	0,149	0,197	0,293	-0,025	0,051	0,125
ρ lag 4	0,0655	0,104	0,174	0,249	0,111	0,192	0,267	-0,035	0,030	0,103
ρ lag 5	0,0160	0,037	0,103	0,147	0,053	0,120	0,164	-0,076	0,000	0,080
μ jan	21,0469	17,390	20,584	24,398	17,181	20,835	24,680	18,181	21,893	27,315
μ fev	22,2298	18,704	21,009	22,591	18,696	20,987	23,313	19,790	22,987	26,401
μ mar	20,2224	16,789	18,606	20,768	16,125	19,237	22,077	18,604	20,827	23,960
μ abr	15,7143	12,834	15,515	18,701	12,669	15,302	19,068	13,845	16,376	18,337
μ mai	24,7381	23,461	28,190	35,219	22,161	27,178	36,375	18,152	23,304	28,520
μ jun	24,6858	20,843	24,362	30,311	19,592	24,740	32,053	20,445	24,976	31,073
μ jul	23,3703	19,606	23,820	27,296	20,224	23,589	26,909	18,163	21,152	28,141
μ ago	19,2796	14,890	20,308	24,518	14,574	20,158	25,624	12,531	18,077	24,393
μ set	26,5230	22,413	27,319	30,833	22,922	27,164	31,990	20,505	24,740	31,480
μ out	29,9045	24,275	27,375	31,332	22,605	27,671	33,529	23,974	29,077	33,403
μ nov	25,6605	21,574	25,352	29,735	21,287	25,308	30,374	20,567	26,288	32,237
μ dez	20,2080	17,087	19,072	20,841	16,728	19,342	22,628	18,385	21,814	27,836
σ jan	17,0841	12,253	13,806	16,222	11,750	13,109	15,690	15,183	18,750	23,768
σ fev	16,3198	11,817	13,262	14,756	10,976	12,720	14,176	16,252	19,718	23,754
σ mar	13,0691	10,670	11,628	12,529	10,046	11,010	12,404	13,610	17,479	22,029
σ abr	12,9112	8,447	10,588	12,059	8,209	10,084	11,486	10,148	16,639	25,625
σ mai	30,1385	18,124	22,154	28,208	17,822	21,486	27,306	15,332	27,019	38,078
σ jun	20,8788	15,130	17,592	19,974	13,955	16,779	19,297	15,761	21,593	29,161
σ jul	24,8895	16,319	19,600	23,702	15,335	18,882	23,632	14,005	18,861	22,663
σ ago	18,5422	12,685	15,084	16,936	11,512	14,451	16,530	11,088	15,507	20,464
σ set	25,5713	16,454	20,767	22,521	15,536	19,893	21,660	17,637	21,640	28,955
σ out	20,6159	16,177	18,687	21,292	15,644	17,924	20,130	16,245	21,474	24,874
σ nov	20,9519	15,272	17,480	19,792	15,283	16,754	19,596	16,372	22,474	27,822
σ dez	13,7894	10,484	12,028	14,687	10,031	11,476	13,706	13,169	17,432	22,641
ρ jan/ fev,	0,2671	-0,007	0,229	0,511	-0,039	0,269	0,595	0,281	0,527	0,709
ρ fev/ mar,	0,3840	0,102	0,359	0,564	0,108	0,379	0,586	0,292	0,565	0,752
ρ mar/ abr,	0,3236	0,133	0,321	0,480	0,182	0,353	0,486	0,240	0,335	0,578
ρ abr/ mai,	0,2072	0,065	0,268	0,510	0,144	0,318	0,531	-0,062	0,213	0,468
ρ mai/ jun,	0,5468	0,327	0,506	0,673	0,369	0,545	0,695	0,323	0,467	0,639
ρ jun/ jul,	0,6078	0,382	0,572	0,694	0,304	0,591	0,724	0,253	0,520	0,642
ρ jul/ ago	0,3818	0,357	0,441	0,559	0,371	0,467	0,619	0,180	0,348	0,499
ρ ago/ set.,	0,7335	0,518	0,682	0,789	0,552	0,708	0,836	0,373	0,598	0,769
ρ set/ out,	0,4564	0,327	0,475	0,644	0,234	0,488	0,694	0,331	0,441	0,680
ρ out/ nov,	0,2545	0,029	0,340	0,501	0,104	0,367	0,532	0,124	0,414	0,670
ρ nov/ des,	0,4651	0,198	0,399	0,615	0,199	0,426	0,653	0,410	0,533	0,717
ρ dez/ jan,	0,1279	-0,144	0,020	0,204	-0,150	0,027	0,190	-0,147	-0,027	0,136

Tabela a.4.2d - Estatísticas mensais históricas e simuladas - Rio dos Patos (4a. parte)

ESTAT.	HISTOR.	16 SÉRIES SIMULADAS									
		GERAÇÃO POR MEJIA E ROUSSELLE (2 AJUSTES SIMULADOS)						MET. DOS FRAGM.			
		EXP. PROPOSTO			EXP. PROP. MODIFIC.			mínimo	média	máximo	
		mínimo	média	máximo	mínimo	média	máximo				
max	jan	105,673	43,472	53,550	62,517	43,834	53,381	62,518	65,706	89,650	118,746
max	fev	86,281	46,489	55,949	65,960	46,490	55,389	65,960	70,331	93,690	129,433
max	mar	56,853	38,264	48,037	61,365	40,158	48,172	59,737	64,116	87,764	128,594
max	abr	68,382	34,621	44,070	48,976	34,621	43,908	48,977	45,254	101,716	201,056
max	mai	134,599	78,409	93,678	117,686	78,410	92,765	117,687	55,308	139,542	208,451
max	jun	99,709	61,340	72,222	91,460	61,340	71,737	91,460	72,265	102,097	132,910
max	jul	142,494	52,193	79,442	108,477	52,193	78,963	108,478	53,565	89,425	137,456
max	ago	100,238	49,351	61,272	78,464	47,235	60,933	78,465	57,107	72,715	99,592
max	set	151,026	64,511	84,319	102,382	64,511	83,962	102,383	76,547	103,018	150,052
max	out	103,679	64,632	75,741	97,381	65,158	75,353	97,381	71,609	112,275	144,767
max	nov	102,628	61,344	72,143	110,099	61,344	71,995	110,099	74,562	109,474	144,420
max	dez	58,321	42,046	50,367	59,928	40,444	50,030	59,928	52,790	87,299	138,841
min	jan	3,694	-8,427	-3,986	1,149	0,065	0,684	2,459	0,331	1,767	4,495
min	fev	3,086	-7,776	-3,066	0,402	0,020	0,616	1,916	0,497	1,367	2,862
min	mar	2,721	-11,387	-3,721	1,417	0,034	1,056	4,702	0,413	1,588	3,176
min	abr	3,242	-9,544	-2,854	1,150	0,004	0,472	1,058	0,253	1,206	2,710
min	mai	2,062	-14,910	-5,396	1,064	0,004	0,196	0,513	0,263	1,055	2,520
min	jun	1,348	-15,283	-5,510	-0,628	0,030	0,396	1,202	0,385	1,606	3,005
min	jul	1,502	-8,478	-5,010	-0,633	0,000	0,095	0,406	0,244	1,461	3,339
min	ago	0,927	-7,275	-4,155	0,290	0,006	0,332	1,415	0,462	1,284	3,787
min	set	1,610	-11,489	-6,227	0,996	0,031	0,393	1,674	0,444	1,568	4,395
min	out	3,998	-15,583	-5,255	0,148	0,000	0,693	2,601	1,030	2,164	4,574
min	nov	2,715	-8,446	-3,441	0,184	0,013	0,620	1,837	0,676	1,674	3,381
min	dez	3,416	-9,332	-2,748	0,944	0,041	0,808	2,413	0,559	1,553	2,623

9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- 1 ABRAMOWITZ, M., STEGUN, I. A. **Handbook of mathematical functions**. New York: Dover, 1968. p.953.
- 2 BARBOSA, P. R. D. J. **Modelagem estocástica de vazões diárias**. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1981. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- 3 BOX, G.E.P., JENKINS. **Time series analysis: Forecasting and control**. São Francisco: Holden-Day, 1970.
- 4 BRAS, R.L., RODRÍGUEZ-ITURBE, I. **Random functions and hydrology**. Reading: Addison-Wesley Publishing Company, 1984
- 5 CLÁUDIO, D. M., MARINS, J. M. **Cálculo numérico computacional**. São Paulo: Atlas, 1988. 464p.
- 6 CORREA, T.N. **Métodos de análise de caudais de cheia**. Lisboa: LNEC, maio de 1963.
- 7 ELETROBRÁS. **Guia de cálculo para cheia de projeto de vertedores**. Rio de Janeiro, 1987.
- 8 FERNANDES, C. **Avaliação da robustez de algumas distribuições de extremos aplicadas a séries de observações fluviométricas e pluviométricas**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 1990. Dissertação (Mestrado em Engenharia Hidráulica). Universidade Federal do Paraná.
- 9 FILL, H., KAVISKI, E. Um modelo alternativo de geração de séries e simulação bivariada. **In: Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica**, 8, São Paulo, 1986. **Anais**. São Paulo, 1986. v.8, 19p. (Snptee 8)
- 10 GOMIDE, F. L. S. **Teoria estocástica dos reservatórios aplicada ao planejamento de sistemas hidrelétricos**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 1986. Tese (Professor Titular). Departamento de Hidráulica e Saneamento, Universidade Federal do Paraná.
- 11 GOMIDE, F. L. S., CUNHA, L. M. Dimensionamento de reservatórios para regularização de vazões. **In: Simpósio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos**, 1981, Fortaleza. **Anais**. São Paulo: Associação Brasileira de Recursos Hídricos, 1981. v. 4, p.308-319.

- 12 GREEN, N. M. D. A synthetic model for daily streamflow. **J. of Hydrology**, v.20, 1973. p.351-364.
- 13 GROSZEWICZ, R.C., KAVISKI, E., ILLICH, I. E PINHEIRO MACHADO, J.F. Avaliação de três métodos de desagregação de afluências. **In: IX Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos e V Simpósio Luso-Brasileiro de Hidráulica e Recursos Hídricos**, ABRH, Rio de Janeiro, 1991, **Anais**. Rio de Janeiro: ABRH.
- 14 GRYGIER, J. C., STEDINGER, J.R. Condensed procedures and conservation corrections for stochastic hydrology. **Water Resources Res.**, v.24, n.10, Oct. 1988. p.1547-1584.
- 15 GUGELMIN, J., SUGAI, M. **Estudo hidrológico de PCHs: Usina Rio dos Patos**. Curitiba: COPEL (DPHE/VHID - 5/94), 1994.
- 16 KAVISKI, E.. **Métodos de regionalização de eventos e parâmetros hidrológicos**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 1992. Dissertação (Mestrado em Engenharia Hidráulica). Universidade Federal do Paraná.
- 17 KELMAN, J. A stochastic model for daily streamflow. **J. of Hydrology**, v.47, 1980. p. 235-249.
- 18 KELMAN, J. DAMÁZIO, J.M. e COSTA, J.P. Geração de séries sintéticas de vazões diárias - modelo Diana. **Revista Brasileira de Eng.**, v.1, n.2, 1983. p.5-22.
- 19 KELMAN, J. Stochastic modeling on hydrologic, intermittent daily processes. **Hydrology Papers**. Fort Collins: Colorado State University, n.89, Feb. 1977.
- 20 KELMAN, J. Modelos estocásticos para gerenciamento de recursos hídricos. **In: Modelos para gerenciamento de recursos hídricos**. São Paulo: Nobel/ABRH, 1987a. cap.4.
- 21 KELMAN, J. **Controle de cheias e aproveitamentos hidrelétricos**. Rio de Janeiro: ABRH, 1987b. 175p.
- 22 KITE, G. W. **Frequency and risk analysis in hydrology**. Water Resources Publ., 1978. 224p.
- 23 HARMS, A. A., CAMPBELL, T. H. An extension to the Thomas-Fiering model for the sequential generation of streamflow. **Water Resources Res.**, v.3, n.3, Th. Quart., 1967. p.653-661.

- 24 HOSHI, K. Disaggregation of streamflow volumes. **J. of Hydraulics Div.**, HY1, Jan. 1979. p.27-41.
- 25 HOSHI, K. et al. Estimation of log-normal quantiles: Monte Carlo results and first order approximations. **J. of Hydrology**, v.71, 1984. p.1-30
- 26 KOTTEGODA, N. T. Stochastic five daily stream flow model. **J. of Hydraulics Div.**, HY9, Sep. 1972. p.1469-1485.
- 27 KOTTEGODA, N. T., HORDER, M. A. Daily flow model based on rainfall occurrences using pulses and a transfer function. **J. of Hydrology**, v.47, 1980. p.215-234.
- 28 MACHADO, J. F. P. **Operação complementar de usinas termoeletricas no contexto da teoria estocástica dos reservatórios**. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, 1992. Dissertação (Mestrado em Engenharia Hidráulica). Universidade Federal do Paraná.
- 29 MEJÍA, J. M., ROUSSELLE, J. Disaggregation models in hydrology revisited. **Water Resources Res.**, v.12, n.2, Apr. 1976. p.185-186.
- 30 MINE, M.R.M. **Geração de vazões médias diárias pelo SOSN**. **Revista Brasileira de Eng.**, v.8, n.1, 1990. p.51-64.
- 31 PAYNE, K. et al. Daily streamflow simulation. **J. of Hydraulics Div.**, HY4, Jul. 1969. p.1163-1179.
- 32 PORTELA, M. M., SANTOS, E. G. Geração de séries sintéticas de caudais diários. In: IV Simpósio Luso-Brasileiro. Lisboa, 1989.
- 33 QUIMPO, R.G. Stochastic model of daily flow sequences. **Hydrology Papers**. Fort Collins: Colorado State University, n.18, Feb. 1967.
- 34 QUIMPO, R. G. Stochastic analysis of daily river flows. **J. of Hydraulics Div.**, HY1, Jan. 1968. p.43-57.
- 35 REIGIER, M. H., HAMDAM, M. A. Correlation in bivariate normal distribution with truncation in both variables. **Austral. J. of Statist.**, v.13, n.2, 1971. p.77-82.
- 36 SALAS et al. **Applied modeling of hydrologic time series**. Colorado: Water Resources Publ., 1980. 484p.
- 37 SARGENT, D. M. A simplified model for the generation of daily streamflows. **Hydrological Sciences - Bulletin - des Sciences Hydrologiques**, v.24, n.4, Dec. 1979. p.509-527.

- 38 STEDINGER, J. R. Fitting log normal distributions to hydrologic data. **Water Resources Res.**, v.16, n.3, Jun. 1980. p.481-490.
- 39 STEDINGER, J. R., VOGEL, R. M. Disaggregation procedures for generating serially correlated flow vectors. **Water Resources Res.**, v.20, n.1, Jan. 1984. p.47-56.
- 40 SUGAI, M. R., MÜLLER, F. A vazão de sete dias de duração e dez anos de recorrência no Estado do Paraná. In: XI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos e II Simpósio de Hidráulica dos Países de Língua Oficial Portuguesa, ABRH, Recife, Nov. 1995, **Anais**. Recife: ABRH, p. 99-104.
- 41 SVANIDZE, G. G. **Mathematical modeling of hydrologic series: for hydroelectric and water resources computations**. Fort Collins, Colorado: Water Resources Publ., 1980. 314p.
- 42 VALENCIA, D. et al. Evaluación crítica de los modelos de desagregación en hidrología. **Avances en Rec. Hidr.**, n.0, dec. 1991. p.63-73.
- 43 WEISS, G. Shot noise models for the generation of synthetic streamflow data. **Water Resources Res.**, v.13, n.1, Feb. 1977. p.101-108.
- 44 YAKOWITZ, S. J. A nonparametric Markov model for daily river flow. **Water Resources Res.**, v.15, n.5, Oct. 1979. p.1035-1043.
- 45 YEVJEVICH, V. **Structure of daily hydrologic series**. Littleton, Colorado: Water Resources Publ., 1984. 252p.