

EDSON APARECIDO MITISHITA

DETECÇÃO DE ERROS GROSSEIROS NAS AEROTRIANGULAÇÕES

Dissertação apresentada ao Curso de
Pós-Graduação em Ciências Geodésicas
para obtenção do Grau de Mestre em
Ciências pela Universidade Federal do
Paraná.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

1986

DETECÇÃO DE ERROS GROSSEIROS NAS
AEROTRIANGULAÇÕES

DISSERTAÇÃO

Apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas
para obtenção do Grau de Mestre em Ciências pela Universida-
de Federal do Paraná.

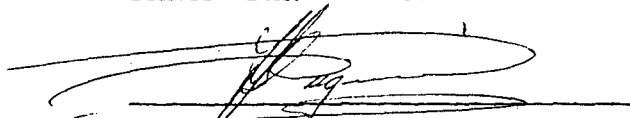
por

EDSON APARECIDO MITISHITA
Engenheiro Cartógrafo

xxxxxx

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
1986

BANCA EXAMINADORA



Dr. JOÃO BOSCO LUGNANI



DR. JOSÉ BITTENCOURT DE ANDRADE



M.Sc. ANTÔNIO JOSÉ BERUTTI VIEIRA

Aos meus pais:
João e Aracy

E meus irmãos:
Carlos e Inês

AGRADECIMENTOS

O Autor externa agradecimentos:

Ao professor Dr. João Bosco Lugnani, pela excelente orientação, críticas, sugestões, correções e incentivos constantes na elaboração do presente trabalho.

Ao professor Dr. José Bittencourt de Andrade, pelas sugestões apresentadas.

À Inês Mitishita e Irilda H. da Silva Pereira, pelas horas dedicadas à correção da redação.

À Rosângela M. Ferreira, pelo seu apoio, incentivo e compreensão.

Ao Engenheiro Cartógrafo Atahualpa de Alencar Lima, pelo apoio dado para a elaboração do trabalho.

À Rosa Maria R.B. Garcia e Ana Maria R. Manika, pelo excelente trabalho de datilografia.

Ao Antonio Batista, José Marcos Mota, Wilson B. Cordeiro Junior e Eliane Gionedis pelos trabalhos de laboratório e desenho.

À Empresa Aerodata S/A.-Engenharia de Aerolevantamentos pelo total apoio fornecido para que este trabalho fosse concluído, sem o qual seria impossível a realização do mesmo.

Ao C.N.Pq, pelo apoio financeiro no cumprimento dos créditos.

E a todos aqueles que contribuíram para a realização deste trabalho.

SINOPSE

A depuração dos erros grosseiros nas aerotriangulações em bloco, utilizando-se do próprio programa de ajustamento simultâneo, apresenta muitas dificuldades. O grande número de observações agrupadas, quando na presença de erros grosseiros, fazem com que o ajustamento simultâneo dos modelos ou fotos distribua enormemente os erros sobre as observações corretas. O trabalho de depuração torna-se difícil, complicado, oneroso em custo e tempo, comprometedor da precisão e confiabilidade dos resultados alcançados.

No presente trabalho são apresentados algoritmos de detecção e localização de erros grosseiros nas aerotriangulações analítica e semi-analítica, dentro de um processo de depuração dos erros grosseiros que convencionou-se chamar "filtragem progressiva".

O conjunto dos algoritmos concebidos gerou um sistema de programas computacionais, em linguagem Fortran, o qual permitiu a realização de um grande número de testes para verificação do desempenho do sistema.

Resultados teóricos e práticos comprovam a potencialidade dos algoritmos apresentados.

SYNOPSIS

The detection of gross errors in block aerialtriangulation, at the time of the simultaneous adjustment, presents some serious difficulties.

The great number of observations affected by gross errors, causes the simultaneous adjustment of models or photos, distributing the errors on the correct observations too. The task of detection and indentification becomes difficult, boring, time consuming and expensive and the accuracy as well as the reliability of the results are also damaged.

In this research, a set of algorithms for detection and identification of gross errors in analytical and semi-analytical aerialtriangulation is presented. It constitutes a step-by-step detection, which was named "Filtragem Progressiva".

The set of algorithms conceived was implemented in a system of computational programs, in Fortran language, which allowed a vast number of tests to prove the efficiency of the system.

The theoretical and pratical results of the tests showed the efficiency of the system.

S U M Á R I O

	Página
TÍTULO.....	ii
DEDICATÓRIA.....	iii
AGRADECIMENTOS.....	iv
SINOPSE.....	v
SYNOPSIS.....	vi
LISTA DE TABELAS.....	xix
LISTA DE FIGURAS.....	xxx

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1	DESENVOLVIMENTO DA AEROTRIANGULAÇÃO.....	2
1.2	DIFICULDADES NA DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS NAS AEROTRIANGULAÇÕES "OFF-LINE".....	3
1.3	NECESSIDADES DE ALGORITMOS MATEMÁTICOS QUE AUXILIEM E OTIMIZEM O TRABALHO DE DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS NAS AEROTRIANGULAÇÕES.....	4
1.4	OBJETIVO E MÉTODO.....	5

CAPÍTULO II

ALGORITMOS MATEMÁTICOS QUE AUXILIAM A DETECÇÃO DE ERROS GROSSEIROS NAS AEROTRIANGULAÇÕES ANALÍTICAS

	Página
2.1	INTRODUÇÃO..... 7
2.2	TIPOS DE ERROS GROSSEIROS ENCONTRADOS NAS AERO TRIANGULAÇÕES ANALÍTICAS CONVENCIONAIS "OFF-LINE" 8
2.3	CLASSIFICAÇÃO DOS ERROS GROSSEIROS..... 9
2.3.1	Erro grosseiro tipo 1 "blunders"..... 9
2.3.2	Erro grosseiro tipo 2 "blunders"..... 10
2.3.3	Erro grosseiro tipo 3 "Outliers"..... 10
2.3.4	Erro grosseiro tipo 4..... 10
2.3.5	Erro grosseiro tipo 5..... 11
2.4	PROCEDIMENTO UTILIZADO PARA A DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DOS ERROS GROSSEIROS..... 11
2.5	VERIFICAÇÃO DA PRECISÃO DAS OBSERVAÇÕES EM PONTOS DE LIGAÇÃO DE MODELOS, QUANDO SE REALI- ZAM LEITURAS ESTEREOSCÓPICAS..... 12
2.5.1	Média das Observações..... 13
2.5.2	Desvio Padrão das Observações..... 13

2.5.3	Testes Realizados.....	14
2.6	CORREÇÕES DOS ERROS SISTEMÁTICOS.....	15
2.6.1	Correção das deformações do filme.....	16
2.6.1.1	Transformação de coordenadas instrumen- tais em fiduciais.....	17
2.6.1.2	Modelo matemático da transformação.....	17
2.6.1.3	Modelo matemático de ajustamento.....	18
2.6.1.4	Transformação de coordenadas fiduciais em fotográficas.....	22
2.6.1.5	Deteção de Erros Grosseiros Relacionados com as Marcas Fiduciais da Câmera.....	23
2.6.1.5.1	Testes Realizados.....	24
2.6.2	Correção das distorções das lentes.....	26
2.6.2.1	Correção da Distorção Radial Simétrica...	26
2.6.2.2	Correção da Distorção Descentrada.....	27
2.6.3	Correção da Refração Fotogramétrica.....	28
2.7	DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS TI PO 1 "BLUNDERS".....	32
2.8	DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS TI PO 2 "BLUNDERS".....	33

2.8.1	Fundamento do Método.....	33
2.8.2	Modelo Matemático Ortogonal.....	35
2.8.2.1	Formulação Matemática do Modelo Ortogonal	35
2.8.2.2	Modelo Matemático de Ajustamento.....	37
2.8.2.3	Estabelecimento das Diferenças de Coordenadas.....	39
2.8.2.4	Testes realizadas com o Algoritmo Matemático.....	41
2.8.3	Modelo Matemático Isogonal.....	46
2.8.3.1	Formulação Matemática do Modelo Isogonal	47
2.8.3.2	Modelo Matemático de Ajustamento.....	48
2.8.3.3	Estabelecimento das Diferenças de Coordenadas.....	50
2.8.3.4	Testes Realizados com o Algoritmo Matemático.....	51
2.8.4	Conclusões da Utilização da Transformação Isogonal e Ortogonal.....	55
2.9	DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS TIPO 3 "OUTLIERS".....	56
2.9.1	Fundamento do Método	57
2.9.2	Obtenção do Modelo Matemático.....	57

2.9.3	Estabelecimento do Modelo Fotogramétrico...	62
2.9.3.1	Fundamento Matemático.....	63
2.9.3.2	Modelo Matemático de Ajustamento.....	65
2.9.3.3	Estabelecimento da Escala do Modelo.....	67
2.9.4	Formação da Faixa Analiticamente.....	68
2.9.5	Análise para a Detecção e Localização de Erros Grosseiros.....	73
2.9.5.1	Análise na Formação do Primeiro Modelo...	73
2.9.5.2	Análise nos Modelos Subseqüentes.....	74
2.9.6	Resultados Apresentados com o Método.....	76
2.10	DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS TIPO 4	81
2.10.1	Fundamento Teórico do Método.....	81
2.10.2	Modelo Matemático Utilizado na Transformação de Coordenadas.....	82
2.10.3	Modelo Matemático de Ajustamento para a Determinação dos Parâmetros de Transformação.	83
2.10.4	Introdução da Estimativa Robusta - "Danish Method" no Ajustamento, com o objetivo de detectar e localizar Erros Grosseiros.....	84
2.10.4.1	Vantagens e Desvantagens no Uso do Estimador Robusto.....	90

2.10.5	Resultados Apresentados com o Método.....	91
2.11	VERIFICAÇÃO DA NUMERAÇÃO DOS PONTOS FOTOGRAMÉTRICOS NUM BLOCO A SER AEROTRIANGULADO.....	98
2.12	DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS TIPO 5.....	101
2.12.1	Detecção e Localização de Erros Grosseiros em Pontos de Controle Planimétricos.....	102
2.12.1.1	Fundamento Teórico do Método.....	102
2.12.1.2	Modelo Matemático Utilizado na Transformação de Coordenadas.....	104
2.12.1.3	Modelo Matemático de Ajustamento.....	105
2.12.1.4	Introdução da Estimativa Robusta no Ajustamento.....	105
2.12.1.5	Cálculo das Diferenças entre Coordenadas Transformadas e as Determinadas por Processos Geodésicos.....	108
2.12.1.6	Resultados Apresentados com o Método.....	109
2.12.2	Detecção e Localização de Erros Grosseiros em Pontos de Controle Planialtimétrico.....	112
2.12.2.1	Fundamento Teórico do Método.....	113
2.12.2.2	Transformação Geométrica Utilizada na Transformação de Coordenadas.....	114
2.12.2.3	Modelo Matemático de Ajustamento.....	115

	Página
2.12.2.4	Introdução da Estimativa Robusta no Ajustamento..... 115
2.12.2.5	Resultados Apresentados com o Método..... 116
2.12.3	Detecção e Localização de Erros em Pontos de Controle Altimétrico..... 121
2.12.3.1	Fundamento Teórico do Método..... 121
2.12.3.2	Modelo Geométrico Utilizado na Transformação de coordenadas..... 123
2.12.3.3	Modelo Matemático de Ajustamento..... 124
2.12.3.4	Aplicação de Injunções no Ajustamento.... 125
2.12.3.4.1	Injunção de Posição nos Pontos de Controle Planialtimétrico..... 125
2.12.3.4.2	Injunções de Altitude nos Pontos de Controle Altimétrico..... 128
2.12.3.5	Obtenção de Valores Aproximados para os Parâmetros da Transformação..... 132
2.12.3.6	Introdução da Estimativa Robusta no Ajustamento..... 135
2.12.3.7	Resultados Apresentados com o Método..... 137
2.13	DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS NÃO LOCALIZADOS COM OS ALGORITMOS PROPOSTOS.. 143

CAPÍTULO III

ALGORITMOS MATEMÁTICOS QUE AUXILIAM A DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS NAS AEROTRIANGULAÇÕES SEMI-ANALÍTICAS

	Página
3.1	INTRODUÇÃO..... 146
3.2	TIPOS DE ERROS GROSSEIROS ENCONTRADOS NAS AERO TRIANGULAÇÕES SEMI-ANALÍTICAS CONVENCIONAIS "OFF-LINE"..... 148
3.3	CLASSIFICAÇÃO DOS ERROS GROSSEIROS..... 149
3.4	PROCEDIMENTO UTILIZADO PARA A DETECÇÃO E LOCA- LIZAÇÃO DOS ERROS GROSSEIROS..... 150
3.5	DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS NOS CENTROS PERSPECTIVOS..... 151
3.5.1	Método Proposto na Determinação dos Centros Perspectivos..... 152
3.5.2	Modelo Matemático Utilizado no Ajustamento.. 152
3.5.3	Resultados Apresentados como Método..... 155
3.6	DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS EM PONTOS DE LIGAÇÃO MODELOS..... 158
3.6.1	Fundamento Teórico do Método..... 159
3.6.2	Modelo Matemático Proposto na Transformação de Coordenadas..... 160

3.6.3	Modelo Matemático de Ajustamento para a Determinação dos Parâmetros de Transformação..	161
3.6.4	Resultados Obtidos com a Utilização do Algoritmo Proposto.....	162
3.7	DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS NOS PONTOS DE LIGAÇÃO DE FAIXAS.....	164
3.8	DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS NA NUMERAÇÃO DOS PONTOS FOTOGRAMÉTRICOS DO BLOCO.	165
3.9	DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS NOS PONTOS DE CONTROLE.....	165
3.10	DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS NÃO LOCALIZADOS COM OS ALGORITMOS PROPOSTOS.....	165

CAPÍTULO IV

EXPERIMENTOS TEÓRICOS E PRÁTICOS DE AJUSTAMENTO DE BLOCOS PELO PROCESSO ANALÍTICO E SEMI-ANALÍTICO

4.1	INTRODUÇÃO.....	168
4.2	EXPERIMENTO REALIZADO COM AEROTRIANGULAÇÃO ANALÍTICA.....	168
4.2.1	Erros Grosseiros Introduzidos no Bloco.....	169
4.2.2	Resultados Obtidos com o Programa de Ajustamentos Simultâneo sem a Depuração Prévia dos Erros Grosseiros Através dos Algoritmos propostos.....	170

4.2.3	Resultados obtidos com o Programa de Ajuste Simultâneo, com a Utilização dos Algoritmos Propostos.....	173
4.3	EXPERIMENTOS REALIZADOS COM AEROTRIANGULAÇÃO SEMI-ANALÍTICA.....	175
4.3.1	Aerotriangulação Bloco II-Ceará-Incra/85....	176
4.3.1.1	Características do Bloco.....	176
4.3.1.2	Representação do Bloco e Seus Pontos de Controle Planialtimétrico e Altimétrico...	177
4.3.1.3	Erros Grosseiros Detectados e Localizados na Depuração dos Dados.....	179
4.3.1.4	Resultados obtidos do Ajustamento do Bloco.....	180
4.3.2	Aerotriangulação Bloco I-Ceará-Incra/85.....	184
4.3.2.1	Características do Bloco.....	184
4.3.2.2	Representação do Bloco e Seus Pontos de Controle Planialtimétrico e Altimétrico..	185
4.3.2.3	Erros Grosseiros Detectados e Localizados na Depuração dos Dados.....	187
4.3.2.4	Resultados obtidos do Ajustamento do Bloco.....	188
4.3.3	Aerotriangulação Bloco I - Pernambuco - Incra/85.....	193

4.3.3.1	Características do Bloco.....	193
4.3.3.2	Representação do Bloco e seus Pontos de Controle Planialtimétrico e Altimétrico..	194
4.3.3.3	Erros Grosseiros Detectados e Localizados na Depuração dos Dados.....	196
4.3.3.4	Resultados Obtidos do Ajustamento do Blo- co.....	197
4.3.4	Aerotriangulação Bloco II - Madeira - Eletro norte.....	203
4.3.4.1	Características do Bloco.....	203
4.3.4.2	Representação do Bloco e seus Pontos de Controle Planialtimétrico e Altimétrico..	204
4.3.4.3	Erros Grosseiros Detectados e Localizados na Depuração dos Dados.....	206
4.3.4.4	Resultados obtidos do Ajustamento do Blo co.....	208

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

5.1	CONCLUSÕES.....	214
5.2	RECOMENDAÇÕES.....	215

APÊNDICE A

METODOLOGIA PARA O ESTABELECIMENTO DAS DERIVADAS NECESSÁRIAS A MONTAGEM DAS MATRIZES E COEFICIENTES DO MODELO 2.9.3.2.1.....	218
--	-----

APÊNDICE B

ESTRUTURA DAS MATRIZES DE COEFICIENTES DO MODELO 2.9.3.2.1.....	223
---	-----

APÊNDICE C

DERIVADAS NECESSÁRIAS À MONTAGEM DAS MATRIZES DE COEFICIENTES DO MODELO 2.10.3.1.....	227
---	-----

APÊNDICE D

ASPECTOS DAS PRINCIPAIS MATRIZES ENVOLVIDAS NO MODELO 2.10.3.1.....	232
---	-----

APÊNDICE E

DERIVADAS NECESSÁRIAS À MONTAGEM DAS MATRIZES DE COEFICIENTES DE MODELO 2.12.3.3.1.....	234
---	-----

APÊNDICE F

ESTRUTURA DAS MATRIZES DE COEFICIENTES DO MODELO 2.12.3.3.1.....	240
<u>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</u>	242

LISTA DE TABELAS

	Página
2.5.3.1	Observações estereoscópicas em modelos fotogramétricos, realizadas no restituidor analítico Planicomp C-100
	14
2.5.3.2	Resultados dos cálculos propostos para a verificação dos pontos de ligação de modelos.....
	15
2.6.1.5.1.1	Valores das marcas fiduciais calibradas e observadas (restituidor analítico Planicomp C-100), sem erros grosseiros
	24
2.6.1.5.1.2	Resultados provenientes do ajustamento na determinação dos parâmetros de transformação
	24
2.6.1.5.1.3	Valores das marcas fiduciais calibradas e observadas (restituidor analítico Planicomp C-100), eivadas de erros grosseiros
	25
2.6.1.5.1.4	Resultados provenientes do ajustamento na determinação dos parâmetros de transformação
	25

2.8.2.4.1	Valores de fotocoordenadas fictícias de duas aerofotos, sem a introdução de erros grosseiros.....	41
2.8.2.4.2	Resíduos provenientes do ajustamento na determinação dos parâmetros de transformação.....	41
2.8.2.4.3	Fotocoordenadas da aerofoto 1, transformadas a partir da aerofoto 2 utilizando-se dos parâmetros de transformação determinados e diferença entre coordenadas, transformadas e as reais.....	42
2.8.2.4.4	Valores de fotocoordenadas iguais às apresentadas na tabela 2.8.2.4.1, mas introduzindo erro grosseiro de 5mm nas fotocoordenadas de somente um ponto.....	43
2.8.2.4.5	Resíduos provenientes do ajustamento na determinação dos parâmetros de transformação.....	43
2.8.2.4.6	Fotocoordenadas da aerofoto 1, transformadas a partir da aerofoto 2, utilizando-se dos parâmetros de transformação determinados e diferenças entre coordenadas transformadas e as reais.....	44

2.8.2.4.7	Valores de fotocoordenadas iguais às apresentadas na tabela 2.8.2.4.1, mas introduzindo erro grosseiro na numeração dos pontos.....	45
2.8.2.4.8	Resíduos provenientes do ajustamento na determinação dos parâmetros de transformação entre duas aerofotos..	45
2.8.2.4.9	Fotocoordenadas da aerofoto 1 transformadas a partir da aerofoto 2, utilizando-se dos parâmetros de transformação determinados e diferença entre coordenadas transformadas e as reais.....	46
2.8.3.4.1	Resíduos provenientes do ajustamento, utilizando-se dos mesmos dados da tabela (2.8.2.4.1)..	51
2.8.3.4.2	Fotocoordenadas da aerofoto 1, transformadas a partir da aerofoto 2, utilizando-se dos parâmetros de transformação determinados e diferença entre coordenadas transformadas e as reais.....	52
2.8.3.4.3	Resíduos provenientes do ajustamento, utilizando-se dos mesmos dados da tabela (2.8.2.4.4)..	53

2.8.3.4.4	Fotocoordenadas da aerofoto 1, transformadas a partir da aerofoto 2, utilizando-se dos parâmetros de transformação determinados e diferença entre coordenadas transformadas e as reais	53
2.8.3.4.5	Resíduos provenientes do ajustamento utilizando-se dos mesmos dados da tabela (2.8.2.4.7)	54
2.8.3.4.6	Fotocoordenadas da aerofoto 1, transformadas a partir da aerofoto 2, utilizando-se dos parâmetros de transformação determinados e diferença entre coordenadas transformadas e as reais	55
2.9.6.1	Fotocoordenadas de um modelo fotogramétrico com nove pontos, sendo que em um ponto foi introduzido erro grosseiro de 50 micrômetros nas coordenadas x e y...	76
2.9.6.2	Mostra o resultado da aplicação do algoritmo proposto para a detecção e localização de erros grosseiros nos pontos fotogramétricos	77

2.9.6.3	Fotocoordenadas do primeiro modelo fotogramétrico, sendo que em um ponto foi introduzido erro grosseiro de 100 micrômetros na coordenada x..	78
2.9.6.4	Fotocoordenadas do 2º modelo fotogramétrico, sendo que as observações são isentas de erros grosseiros.....	79
2.9.6.5	Mostra o resultado da aplicação do algoritmo proposto para a detecção e localização de erros grosseiros na coordenada x de pontos de ligação de modelos.....	80
2.10.5.1	Coordenadas dos pontos de ligação entre a faixa esquerda e direita, formadas em sistemas independentes com o método proposto em (2.9.4), sendo que em um ponto foi introduzido erro de 1mm nas coordenadas x y e z da faixa esquerda.....	91
2.10.5.2	Resíduos das coordenadas dos pontos de ligação entre a faixa esquerda e direita, fornecidos pelo ajustamento que determina os parâmetros de transformação utilizando somente dos mínimos quadrados (M.M.Q) e da estimativa robusta.....	92

2.10.5.3	Coordenadas dos pontos de ligação entre a faixa esquerda e direita, formadas em sistemas independentes com o método proposto em (2.9.4), sendo que em dois pontos foram introduzidos erros grosseiros entre 2 a 1mm nas coordenadas X, Y e Z da faixa direita.....	94
2.10.5.4	Resíduos das coordenadas dos pontos de ligação entre faixa esquerda e direita, fornecidos pelo ajustamento que determina os parâmetros de transformação, utilizando somente dos mínimos quadrados (M.M.Q) e da estimativa robusta.....	95
2.10.5.5	Coordenadas dos pontos de ligação entre a faixa esquerda e direita, formadas em sistemas independentes com o método proposto em (2.9.4), sendo que em um ponto foi introduzido erro grosseiro de 0,1mm nas coordenadas X, Y e Z da faixa da direita.....	96
2.10.5.6	Resíduos das coordenadas dos pontos de ligação entre a faixa esquerda e direita, fornecidos pelo ajustamento que determina os parâmetros de transformação, utilizando somente dos mínimos quadrados (M.M.Q) e da estimativa robusta.....	97

2.11.1	Mostra os resultados obtidos com o algoritmo proposto para a verificação de numeração dos pontos fotogramétricos num bloco a ser aerotriangulado.....	100
2.12.1.6.1	Coordenadas dos pontos de controle de uma faixa contendo 8 fotos na escala média de 1:10.000.....	109
2.12.1.6.2	Resíduos provenientes do ajustamento na determinação dos parâmetros de transformação, utilizando-se da estimativa robusta.....	110
2.12.1.6.3	Diferença entre coordenadas transformadas e coordenadas geodésicas determinadas.....	110
2.12.1.6.4	Coordenadas dos pontos de controle de uma faixa contendo 13 modelos na escala média de 1:40.000.....	111
2.12.1.6.5	Resíduos provenientes do ajustamento, utilizando-se da estimativa robusta.....	111
2.12.1.6.6	Diferença entre coordenadas transformadas e coordenadas geodésicas determinadas.....	112

2.12.2.5.1	Coordenadas dos pontos de controle de uma faixa contendo 8 fotos na escala média de 1:10.000	117
2.12.2.5.2	Valores provenientes do ajustamento na determinação dos parâmetros de transformação, utilizando-se mínimos quadrados e estimador robusto	118
2.12.2.5.3	Coordenadas dos pontos de controle de uma faixa contendo 8 fotos na escala média de 1:10.000	119
2.12.2.5.4	Valores provenientes do ajustamento na determinação dos parâmetros de transformação, utilizando-se mínimos quadrados e estimador robusto	120
2.12.3.7.1	Coordenadas dos pontos de controle planialtimétrico e altimétrico da faixa referida na secção (2.12.3.7).	138
2.12.3.7.2	Resíduos nos pontos de controle planialtimétrico, provenientes da injunção de posição	139
2.12.3.7.3	Resíduos nos pontos de controle altimétrico, provenientes da injunção de altitude	139

2.12.3.7.4	Coordenadas dos pontos de controle planialtimétrico e altimétrico da faixa referida na secção (2.12.3.7).	141
2.12.3.7.5	Resíduos nos pontos de controle planialtimétrico, provenientes da injunção de posição	142
2.12.3.7.6	Resíduos nos pontos de controle altimétrico, provenientes da injunção de altitude.....	142
3.5.3.1	Observações realizadas em aparelho restituidor de 1ª ordem Wild A10, para o cálculo do centro perspectivo	155
3.5.3.2	Resíduos provenientes do ajustamento na determinação das coordenadas dos centros perspectivos.....	156
3.5.3.3	Coordenadas determinadas dos centros perspectivos e seus desvios padrão..	156
3.5.3.4	Observações realizadas em aparelho restituidor de 1ª ordem Wild A10 para o cálculo do centro perspectivo	157
3.5.3.5	Resíduos provenientes do ajustamento na determinação das coordenadas dos centros perspectivos.....	157

		Página
3.5.3.6	Coordenadas determinadas dos centros perspectivos e seus desvios padrão..	158
3.6.4.1	Valores das coordenadas dos pontos de ligação de modelos (pontos de passagem).....	162
3.6.4.2	Resultados provenientes do ajustamento na determinação dos parâmetros de transformação.....	162
3.6.4.3	Valores das coordenadas dos pontos de ligação de modelos (pontos de passagem).....	163
3.6.4.4	Resultados provenientes do ajustamento na determinação dos parâmetros de transformação.....	164
4.2.1.1	Valores de fotocoordenadas dos pontos, nas quais foram introduzidos erros grosseiros.....	169
4.2.1.2	Valores das coordenadas dos pontos de controle nas quais foram introduzidos erros grosseiros.....	170
4.2.2.1	Resultados da depuração conseguida com o programa de ajustamento simultâneo.....	171

4.2.2.2	Resultados obtidos do ajustamento do bloco, com a depuração dos erros grosseiros pelo próprio programa de ajustamento simultâneo.....	172
4.2.3.1	Resultados da depuração obtidos com os algoritmos propostos para a detecção e localização dos erros grosseiros.....	173
4.2.3.2	Resultados obtidos do ajustamento do bloco, com a depuração dos erros grosseiros realizada pelos algoritmos propostos.....	174

LISTA DE FIGURAS

	Página
2.5.1	Esquema de marcação de pontos fotogramétricos nas aerofotos, quando se realizam leituras estereoscópicas...
	12
2.6.1.1	Caracteriza os sistemas de coordenadas instrumental, fiducial e fotográfico...
	16
2.6.3.1	Mostra o efeito da refração fotogramétrica.....
	29
2.7.1	Dimensões de uma aerofoto convencional mostrando o sistema de coordenadas fotográfico e fiducial.....
	32
2.8.1.1	Representação de duas aerofotos, necessárias à formação do modelo fotogramétrico.....
	34
2.8.2.1.1	Esquema para a representação dos sistemas de coordenadas envolvidos na transformação.....
	35
2.8.3.1.1	Esquema para a representação dos sistemas de coordenadas envolvidas na transformação.....
	47
2.9.2.1	Esquema mostrando a condição de

	colinearidade (ponto imagem, centro perspectivo e ponto objeto contidos no raio luminoso).....	58
2.9.2.2	Esquema mostrando o sistema de coordenadas geodésico local e sistema fotográfico.....	59
2.9.3.1	Esquema de formação analítica do modelo fotogramétrico	62
2.9.4.1	Esquema mostrando os pontos de ligação de modelos.....	70
2.9.5.1.1	Esquema dos pontos fotogramétricos na formação da faixa.....	74
2.10.1.1	Distribuição recomendável para os pontos de ligação entre faixas contíguas num bloco a ser aerotriangulado	82
3.6.1.1	Esquema de marcação de pontos fotogramétricos para a realização de leituras estereoscópica	159
3.6.1.2	Esquema de marcação de pontos fotogramétricos para a realização de leituras estereoscópicas	159

		Página
B.1	Estrutura da matriz A de coeficientes.....	223
B.2	Estrutura da matriz de coeficientes das equações normais	224
F.1	Estrutura da matriz A de coeficientes.....	240
F.2	Estrutura da matriz de coeficientes das equações normais.....	241

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 DESENVOLVIMENTO DA AEROTRIANGULAÇÃO

Atualmente, a aerotriangulação pode ser considerada como o método fotogramétrico de maior importância, devido à sua grande aplicabilidade na extensão do controle, necessário à orientação absoluta dos modelos fotogramétricos na restituição estereofotogramétrica.

Desde a sua concepção, no início deste século, somente nas últimas três ou quatro décadas é que a aerotriangulação veio obter seu maior desenvolvimento.

Tendo início em 1905, com os métodos gráficos de aerotriangulação radial, que determinavam somente coordenadas planas no espaço objeto de pontos imageados nas fotografias, surgiram, logo após, as primeiras soluções numéricas. Na década de 30, os métodos gráficos foram substituídos pelos métodos analógicos mecânicos e, a aerotriangulação passou a ser executada nos instrumentos analógicos de multiprojetores (Multiplex e Balplex). Este método prevaleceu por vários anos, devido às dificuldades computacionais da época.

Com o grande desenvolvimento dos computadores, os métodos Semi-Analíticos e Analíticos conseguiram grandes avanços, permitindo que os modelos matemáticos de ajustamento simultâneo (ajustamento em bloco) pudessem ser desenvolvidos e aplicados em sistemas computacionais modernos [16]. Com esta nova técnica, a aerotriangulação tomou outras dimensões, obteve-se maior precisão, homogeneização nos resultados e redução considerável no número de pontos de controle. Surgiram os métodos de aerotriangulação com modelagem dos erros sistemáticos da imagem, aerotriangulação com auto-calibração e aerotriangulação com procedimentos de detecção e localização de erros grosseiros. Estes métodos podem ser classificados como aerotriangulação convencional "off line", quando os procedimentos na leitura de coordenadas e processamento são

tratados em duas etapas distintas de trabalho [16].

Os restituidores analíticos, "Analytical Plotters", ligados a sistemas computacionais eficientes, contribuíram grandemente para melhorar os métodos de aerotriangulação. Têm-se desenvolvido nestes aparelhos, as aerotriangulações "on line" que processam as observações à medida que as mesmas são executadas [16].

As aerotriangulações, cada vez mais, vêm experimentando novas técnicas e novos procedimentos a fim de se conseguir maior precisão e confiabilidade nos resultados, tornando-se uma opção a novos campos da engenharia.

Hoje, os modelos e métodos matemáticos de aerotriangulação estão quase que totalmente cobertos por vários estudos em todas as partes do mundo. Até 1980 a maior preocupação era com a pesquisa na modelagem de erros sistemáticos da imagem (Auto-Calibração). Recentemente, a principal preocupação é quanto aos erros grosseiros nas aerotriangulações e mecanismos que auxiliem e otimizem a sua detecção e localização.

1.2 DIFICULDADES NA DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS NAS AEROTRIANGULAÇÕES "OFF LINE"

As aerotriangulações em bloco (analítica ou semi-analítica) utilizando processamento "off line", ainda são os métodos mais utilizados em todo o mundo, para o estabelecimento da extensão do apoio suplementar. Tais métodos apresentar-se-ão dominantes por muito tempo devido: às dificuldades para se obter um aparelho analítico, possuidor de "software" desenvolvido para as aerotriangulações "on line", o grande número existente de aparelhos analógicos e o grande desenvolvimento e conhecimento dos métodos "off line".

Nos procedimentos convencionais "off line", a etapa de coleta de dados (observações dos pontos fotogramétricos) é realizada independentemente do processamento, sendo que todo o conjunto de dados é agrupado para o seu posterior processamento.

O número de observações que resultam de um bloco de

fotografias/modelos de tamanho médio (entre 200 a 300 fotos/modelos) são relativamente grandes, aumentando-se as chances de se cometer erros grosseiros no conjunto.

A grande maioria dos programas de aerotriangulação "off line", utilizam o método dos mínimos quadrados ($\sum pvv = \min$) para a estimativa dos parâmetros, que na presença de erros grosseiros apresentam uma indesejável distribuição de erros sobre todo o conjunto. Com isto, a etapa de análise para a detecção e localização de erros grosseiros, torna-se uma tarefa difícil, complicada, onerosa em tempo e custo e muitas vezes sem chances de sucesso, comprometendo significativamente a precisão e confiabilidade nos resultados alcançados.

1.3 NECESSIDADES DE ALGORITMOS MATEMÁTICOS QUE AUXILIEM E OTIMIZEM O TRABALHO DE DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS NAS AEROTRIANGULAÇÕES

As espécies variadas de erros grosseiros que ocorrem em blocos a serem aerotriangulados e a quantidade destes erros, mesmo quando realizado um acurado planejamento da aerotriangulação, acarretam problemas no ajustamento normal do bloco que dificultam a análise para a detecção e localização dos mesmos. Estas dificuldades para a detecção e localização de erros grosseiros são acrescidas nas aerotriangulações "off line", pelo fato de se processar, simultaneamente, todo o conjunto de observações do bloco a ser aerotriangulado. A magnitude e o número de erros existentes no conjunto acarretam grande distribuição dos erros sobre as observações corretas, impossibilitando a localização dos mesmos.

As aerotriangulações em tempo real "on line", permitem minimizar as dificuldades encontradas nos métodos convencionais "off line" para a detecção e localização de erros grosseiros, pois permitem que as observações sejam processadas à medida que são executadas. Com isto, a análise para a detecção e remoção dos erros é facilitada, devido ao número de observações ser reduzido em cada fase de trabalho. Os métodos de aerotriangulação convencional possuem o inconveniente de se

processar simultaneamente todas observações, após a realização completa das medições das mesmas, crescendo consideravelmente as dificuldades para a análise de detecção e localização de erros grosseiros. A fim de solucionar os problemas nesta área, diversas pesquisas estão sendo realizadas para facilitar e otimizar os processos de detecção e localização dos erros grosseiros. Alguns algoritmos de detecção são implementados em programas de aerotriangulação já existentes e outros utilizam um pré-processamento dos dados antes do ajustamento final [06], [11].

Os métodos mais utilizados para a detecção de erros em programas de aerotriangulação são. "Data Snooping" - Teste estatístico baseado na teoria de Sheffe e Barda [04] e os Estimadores Robusto "Danish Method" - Introduzido por Kendal em 1948 e Krarup em 1967. [12], [13], [14], [15].

Todos estes métodos têm mostrado vantagens na análise para a detecção e localização de erros grosseiros nas aerotriangulações.

1.4 OBJETIVO E MÉTODO

O objetivo deste trabalho é pesquisar, avaliar dificuldades e criar algoritmos que auxiliem a detecção de erros grosseiros nas aerotriangulações analíticas e semi-analíticas.

O mecanismo fundamental a ser empregado para a detecção e localização dos erros grosseiros, será o de uma filtragem progressiva (pré-processamento para a depuração dos dados) [06], [11]. Os erros grosseiros são eliminados do conjunto por um processo seletivo. Cada erro será detectado e localizado em etapas distintas, dependendo de sua magnitude.

CAPÍTULO II

ALGORITMOS MATEMÁTICOS QUE AUXILIAM A DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS NAS AEROTRIANGULAÇÕES ANALÍTICAS

2.1 INTRODUÇÃO

As aerotriangulações analíticas com ajustamento simultâneo das fotos ou de feixes de raios perspectivos (Bundle Block Adjustment) são os métodos que apresentam a mais alta precisão. A intervenção do homem e de instrumentos é reduzida, pois as operações nas leituras de coordenadas são bastante simplificadas, deixando a maior parte dos trabalhos para os sistemas computacionais.

O tratamento matemático das observações realizadas nas fotos, poderá corrigir as coordenadas da imagem dos erros sistemáticos, adequando-as ao modelo matemático (pré-refinamento da imagem), ou adaptar o modelo matemático à realidade física (parametrização de distorções sistemáticas).
|16|

O modelo matemático fundamental utilizado nos métodos de aerotriangulação analítica, deduzido na secção (2.9.2), tem a seguinte fórmula:

$$\begin{aligned} x &= -f \frac{M_{11} (X-X_0) + M_{12} (Y-Y_0) + M_{13} (Z-Z_0)}{M_{31} (X-X_0) + M_{32} (Y-Y_0) + M_{33} (Z-Z_0)} \\ y &= -f \frac{M_{21} (X-X_0) + M_{22} (Y-Y_0) + M_{23} (Z-Z_0)}{M_{31} (X-X_0) + M_{32} (Y-Y_0) + M_{33} (Z-Z_0)} \end{aligned} \quad (2.1.1)$$

Sendo:

$|x \ y|^T$ = fotocoordenadas de pontos no espaço imagem

M_{ii} = elementos da matriz ortogonal $R(\kappa) \cdot R(\phi) \cdot R(\omega)$

$|X \ Y \ Z|^T$ = coordenadas de pontos no espaço objeto

$|X_o \ Y_o \ Z_o|^T$ = coordenadas dos centros perspectivos

f = distância focal calibrada da câmera

Mesmo com a pequena intervenção do homem no processo, nunca podemos descartar as possibilidades do aparecimento de erros grosseiros nos dados. Na presença destes tipos de erros, o mecanismo para a detecção e localização dos mesmos é fraco e freqüentemente impotente e a detecção dos erros torna-se dispendiosa em custo e tempo, sem muitas chances de sucesso, colocando em risco os resultados alcançados.

2.2 TIPOS DE ERROS GROSSEIROS ENCONTRADOS NAS AEROTRIANGULAÇÕES ANALÍTICAS CONVENCIONAIS "OFF-LINE"

Os tipos de erros grosseiros encontrados nas aerotriangulações analíticas estão, em parte, relacionados com o método utilizado na leitura de coordenadas (observações). A natureza dos erros é diferente quando realizamos observações monoscópicas (geralmente ligadas aos monocomparadores) e observações estereoscópicas (ligadas aos estereocomparadores).

Considerando os vários tipos de erros grosseiros que podem ser encontrados, podemos relacionar os seguintes:

- erros de leituras nas marcas fiduciais;
- definição imperfeita do sistema fiducial (calibração do sistema fiducial);
- erros de transferência nos pontos de ligação dos modelos (quando é utilizado este método);
- erros de transferência nos pontos de ligação de faixas;
- erros de processos de leitura de coordenadas (posicionamento em imperfeita cota ou centragem incorreta da marca índice no ponto marcado);
- erros de digitação;
- erros de numeração dos pontos;

- erros de orientação relativa das fotos quando se realizam leituras monoscopicamente;
- erros de identificação dos pontos de controle;
- erros nas coordenadas do controle;

Nas secções onde se tratam os diversos tipos de erros, mostrando os métodos e algoritmos que auxiliam a sua detecção, os mesmos serão novamente abordados e melhor discutidos.

2.3 CLASSIFICAÇÃO DOS ERROS GROSSEIROS

No método de filtragem progressiva, utilizado neste trabalho para a detecção e localização de erros grosseiros nas aerotriangulações analíticas convencionais, é conveniente classificar os erros grosseiros, de acordo com sua magnitude, para melhor compreender o mecanismo de detecção e os algoritmos apresentados.

Considerando-se que o desvio padrão das observações procedentes de monocomparadores ou estereocomparadores, seja em torno de 0,006mm (6 micrômetros), podemos dividir os erros nas seguintes classes:

2.3.1 Erro Grosseiro Tipo 1 "Blunders"

São erros grosseiros absurdos, causados principalmente por falhas de digitação ou descuidos e enganos de operadores nas leituras de coordenadas. Apresentam magnitude acima de $170 \sigma^*$.

* σ = Desvio padrão das observações

2.3.2 Erro Grosseiro Tipo 2 "Blunders"

São erros grosseiros ainda absurdos, de magnitude menor ou igual à dos erros do tipo 1, geralmente causadas pelas seguintes falhas:

- erros de digitação;
- descuidos nos processos de leitura;
- erros e enganos na numeração dos pontos;
- enganos absurdos na transferência de pontos de ligação modelos.

São erros de magnitude (aproximadamente entre 100σ a 170σ). Quando são erros causados por enganos na numeração, podem ultrapassar as dimensões do erro tipo 1.

2.3.3 Erro Grosseiro Tipo 3 "Outliers"

Os erros grosseiros do tipo 3 são menores do que o tipo 1 e tipo 2, possuindo a magnitude entre 3σ a 100σ . Estes erros ocorrem com facilidade nas aerotriangulações analíticas, geralmente associados às seguintes falhas:

- erros de transferência dos pontos de ligação de modelos;
- erros de processos de leitura de coordenadas;
- erros de orientação relativa das fotos (quando não é possível verificar orientação das fotos);
- erros de digitação.

2.3.4 Erro Grosseiro Tipo 4

Os erros grosseiros tipo 4 estão associados a erros

cometidos em pontos de ligações de faixas. Estes erros acontecem com grande frequência devido às falhas ocasionadas na transferência dos pontos no transferidor e marcador de pontos, bem como a erros na digitação dos pontos de ligação de faixa e erros de numeração destes pontos.

2.3.5 Erro Grosseiro Tipo 5

Este tipo de erro está associado aos pontos de controle utilizados na aerotriangulação. São ocasionados pelas seguintes falhas:

- dificuldades de identificação dos pontos na foto (identificação duvidosa);
- erros de levantamentos geodésicos dos pontos;
- erros de digitação;
- erros de numeração dos pontos de controle.

2.4 PROCEDIMENTO UTILIZADO PARA A DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DOS ERROS GROSSEIROS

O procedimento utilizado para a detecção e localização de erros grosseiros, que denominamos de Filtragem Progressiva "A Step-by-Step" [06], pode ser comparada a um pré-processamento dos dados que serão utilizados no ajustamento simultâneo do bloco. Neste pré-processamento é realizada a depuração dos erros grosseiros existentes no conjunto, através de algoritmos matemáticos pesquisados e implementados para este fim. A filtragem será inicializada com a eliminação dos erros grosseiros de maiores dimensões, até a retirada de pequenos erros no próprio programa de ajustamento simultâneo; visto que na presença de poucos e pequenos erros a análise nos programas de aerotriangulação em bloco poderá ser realizada com certa facilidade.

Este método tem mostrado excelentes resultados teóricos

e práticos [11]. O ganho de tempo e custo de processamento são, sem dúvida, elevados, tornando os trabalhos de aerotriangulação mais eficientes e garantindo maior confiança e acuracidade nos resultados obtidos.

2.5 VERIFICAÇÃO DA PRECISÃO DAS OBSERVAÇÕES EM PONTOS DE LIGAÇÃO DE MODELOS, QUANDO SE REALIZAM LEITURAS ESTEREOSCÓPICAS

A realização de leituras estereoscópicas nos estereocomparadores apresenta muitas vantagens nas aerotriangulações analíticas, dentre as quais podemos citar as seguintes: diminui os trabalhos de transferência de pontos, minimiza as possibilidades de erros grosseiros na transferência dos pontos de ligação de modelos e possibilita verificar o grau de precisão de leituras nestes pontos, como também verificar a qualidade da orientação das fotos e eventuais erros de numeração. Tais elementos poderão ser verificados através de um simples algoritmo matemático que possibilite o cálculo do desvio padrão das observações comum entre modelos.

Considerando o seguinte esquema:

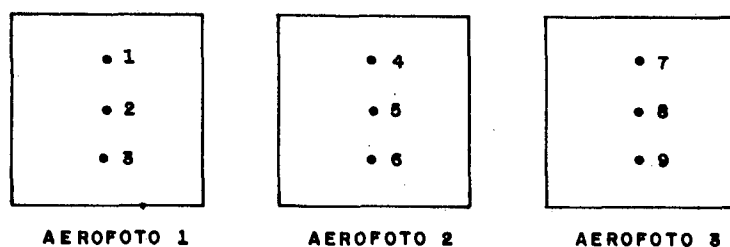


Fig. 2.5.1 - Esquema de marcação de pontos fotogramétricos nas aerofotos, quando se realizam leituras estereoscópicas.

Realizando observações estereoscópicas no modelo M12 e modelo M23 teremos coordenadas fotográficas dos pontos P_i , $i = 1, 6$, relativas à foto 1 e foto 2 e coordenadas fotográficas dos pontos P_i , $i = 4, 9$, relativas à foto 2 e foto 3.

As observações dos pontos P_i , $i = 4, 6$ (pontos de ligação de modelos) relativas à foto 2, realizadas nos modelos M12 e M23, nos fornecerão um conjunto de coordenadas que permitirão realizar as verificações propostas.

Isto poderá tornar-se efetivo através das seguintes fórmulas:

2.5.1 Média das observações

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \quad i = 1, n \quad (2.5.1.1)$$

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n} \quad i = 1, n \quad (2.5.1.2)$$

$|x \ y|^T$ = Coordenadas fotográficas dos pontos comuns

n = Geralmente igual a 2

2.5.2 Desvio padrão das observações

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2}{n-1}} \quad i = 1, n \quad (2.5.2.1)$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum (\bar{y} - y_i)^2}{n-1}} \quad i = 1, n \quad (2.5.2.2)$$

Apesar do desvio padrão calculado, na maioria das vezes, não ser estatisticamente comprovado pelo reduzido grau de liberdade que possuem as observações comuns, o algoritmo proposto poderá verificar e detectar erros grosseiros eventualmente existentes, bem como resolver, em parte, as verificações propostas.

2.5.3 Testes Realizados

Tabela 2.5.3.1. Observações estereoscópicas em modelos fotogramétricos, realizadas no restituidor analítico Planicomp C-100

Nº DO PONTO	xe (mm)	ye (mm)	xd (mm)	yd (mm)
Modelo 210/211				
11117	46,092	- 24,058	- 40,007	- 26,623
11116	96,089	101,869	5,935	98,129
30806	88,437	84,331	- 1,542	80,870
30807	89,474	57,738	0,252	54,654
30808	89,667	- 6,820	2,294	- 9,474
30809	86,323	- 58,728	0,690	- 61,534
30810	83,404	- 85,231	- 2,911	- 88,279
30801	3,777	78,906	- 83,663	75,257
30802	- 1,710	54,930	- 87,896	51,706
30803	2,817	5,479	- 83,505	2,842
30804	6,136	- 72,496	- 79,769	- 75,046
30805	- 0,342	- 88,207	- 85,943	- 90,826
Modelo 211/212				
30811	1,050	83,740	85,488	85,119
30812	1,324	55,570	85,374	56,644
30813	- 0,831	- 4,018	82,927	- 3,480
30814	- 1,347	- 65,114	82,395	- 64,973
30815	- 2,620	- 90,547	80,187	- 90,522
11116	- 78,481	96,745	5,926	98,136
30806	- 85,937	79,676	- 1,546	80,863
30807	- 83,728	53,745	0,238	54,663
30808	- 80,592	- 9,858	2,289	- 9,480
30809	- 81,182	- 61,612	0,683	- 61,547
30810	- 85,502	- 88,220	- 2,913	- 88,284

Com as coordenadas dos pontos comuns, (ligação de modelo) chega-se aos resultados mostrados na tabela 2.5.3.2.

Tabela 2.5.3.2. Resultados dos cálculos propostos para a verificação dos pontos de ligação de modelos: (1) média das observações dos pontos comuns entre modelos; (2) desvio padrão das observações.

Nº DO PONTO	(1)		(2)	
	xm (mm)	ym (mm)	σ_x (mm)	σ_y (mm)
11116	5,931	98,133	0,006	0,005
30806	- 1,544	80,867	0,003	0,005
30807	0,245	54,659	0,010	0,006
30808	2,292	- 9,477	0,004	0,004
30809	0,687	- 61,541	0,005	0,009
30810	- 2,912	- 88,282	0,001	0,004

Analisando os resultados da tabela 2.5.3.2 podemos verificar que os pontos 30807 e 30809 apresentam valores discrepantes acima da média, já que o valor do desvio padrão para leituras, neste tipo de aparelho, estaria em torno de 0,006mm. No caso de erros grosseiros nas observações, tais como descuido do operador e numeração incorreta seriam facilmente detectados.

2.6 CORREÇÕES DOS ERROS SISTEMÁTICOS

A condição de colinearidade admite que o ponto-objeto (no terreno), o centro perspectivo e o ponto-imagem (no plano do negativo) estejam alinhados. Entretanto, esta colinearidade não se mantém na prática, devido aos erros sistemáticos *.

* Deformações do filme, distorções das lentes e refração fotogramétrica

A refração fotogramétrica e as distorções das lentes alteram a direção do raio luminoso, enquanto que a deformação do filme desloca a posição do ponto na imagem.

A correção dos erros sistemáticos a priori "refinamento da imagem" torna-se fator de grande importância para a utilização do modelo matemático (equação de colinearidade sem o tratamento simultâneo de erros sistemáticos) nos algoritmos que serão apresentados para a detecção.

O refinamento da imagem dos erros sistemáticos será corrigido na ordem inversa que ocorrem |03|.

2.6.1 Correção das Deformações do Filme

Os filmes aéreos e os materiais utilizados nos diapositivos apresentam grande estabilidade dimensional, entretanto as condições de armazenamento, umidade e as variações de temperatura acarretam deformações das imagens fotográficas que se propagam aos resultados finais do trabalho.

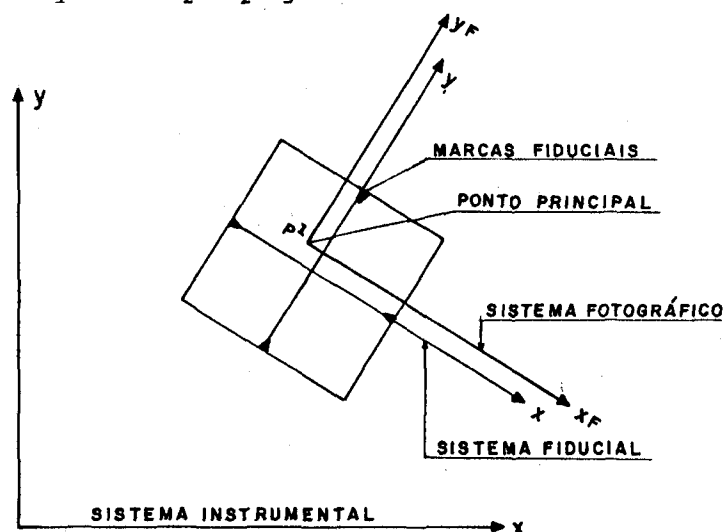


Fig. 2.6.1.1 - Caracteriza os sistemas de coordenadas instrumental, fiducial e fotográfico.

$\begin{bmatrix} X & Y \end{bmatrix}^T$ = Sistema de Coordenadas instrumentais

$\begin{bmatrix} x & y \end{bmatrix}^T$ = Sistema de coordenadas fiduciais

$\begin{bmatrix} x_f & y_f \end{bmatrix}^T$ = Sistema de coordenadas fotográficas

A modelagem matemática dos erros referentes ao trabalho do filme será realizada durante a etapa de transformação de coordenadas instrumentais para coordenadas fiduciais. Quando se realizam as observações, o sistema utilizado nos aparelhos de leitura é um sistema instrumental arbitrário. Os pontos lidos neste sistema de coordenadas instrumental serão transformados para o sistema de coordenadas fiducial e posteriormente para o sistema fotográfico, cuja origem é o ponto principal da foto.

2.6.1.1 Transformação de Coordenadas Instrumentais em Fiduciais

Vários modelos matemáticos podem ser utilizados para este fim, dependendo do número de marcos fiduciais que a câmera possua. Para as câmeras fotogramétricas convencionais (quatro marcas fiduciais), os melhores resultados são obtidos com a transformação afim geral no plano [03], que permite a modelagem de deformações lineares sofridas no filme e a correção da não-ortogonalidade dos eixos do aparelho de medida. A aplicação desta transformação será efetiva, se existir coordenadas de pontos em ambos os sistemas envolvidos (sistema arbitrário e sistema fiducial). Realizando observações das marcas fiduciais no sistema instrumental e possuindo as coordenadas das marcas fiduciais da câmera no sistema fiducial (certificado de calibração da câmera), será possível a determinação dos parâmetros de transformação requerido.

2.6.1.2 Modelo Matemático da Transformação

A transformação geométrica afim no plano mostrada em [03], é a seguinte:

$$\begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X \\ Y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_0 \\ y_0 \end{vmatrix} \quad (2.6.1.2.1)$$

$|x \ y|^T$ = Coordenadas no sistema fiducial

$|x \ y|^T$ = Coordenadas no sistema arbitrário

$|a_{11} \ a_{12} \ a_{21} \ a_{22} \ x_o \ y_o|^T$ = Parâmetros de transformação
do sistema arbitrário para o
sistema fiducial

Os seis parâmetros podem ser associados a: |03|

- dois parâmetros que se encarregam das escalas diferentes nos eixos;
- dois parâmetros de translação da origem do sistema;
- um parâmetro de mudança de ângulo entre eixos;
- um parâmetro de rotação do sistema.

2.6.1.3 Modelo Matemático de Ajustamento

O modelo matemático de ajustamento será o modelo implícito ou método combinado. É o caso de ajustamento que reúne os parâmetros ajustados e os valores observados ajustados, porém ligados por uma função não explícita. |09|

$$F(L_a, X_a) = 0 \quad (2.6.1.3.1)$$

O modelo (2.6.1.3.1) após linearizado assume a seguinte forma:

$$AX + BV + W = 0 \quad (2.6.1.3.2)$$

Onde:

$$A = \frac{\partial F}{\partial X_a} \Big|_{X_0} \quad \begin{array}{l} \text{(matriz das derivadas} \\ \text{parciais em relação} \\ \text{aos parâmetros} \end{array} \quad (2.6.1.3.3)$$

$$B = \frac{\partial F}{\partial L_a} \Big|_{L_b} \quad \begin{array}{l} \text{(matriz das derivadas} \\ \text{parciais em relação} \\ \text{às observações)} \end{array} \quad (2.6.1.3.4)$$

$$W = F(L_b, X_0) \quad \text{(Erro de fechamento)} \quad (2.6.1.3.5)$$

Tendo n observações, u parâmetros, ligados por r equações de condição.

$$r^A_u u^X_1 + r^B_n n^V_1 + r^W_1 = 0 \quad (2.6.1.3.6)$$

Temos neste caso:

$$(r-u) = s \quad \text{(graus de liberdade)}$$

Os parâmetros serão calculados, através da resolução do sistema de equação, pelas seguintes fórmulas. |09|

$$X = - (A^T M^{-1} A)^{-1} A^T M^{-1} W \quad (2.6.1.3.7)$$

$$M = B P^{-1} B^T \quad (2.6.1.3.8)$$

$$K = M^{-1} (AX+W) \quad (2.6.1.3.9)$$

$$V = P^{-1} B^T K \quad (2.6.1.3.10)$$

$$X_a = X_o + X \quad (2.6.1.3.11)$$

$$L_a = L_b + V \quad (2.6.1.3.12)$$

$$V^T P V = K^T W \quad (2.6.1.3.13)$$

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{V^T P V}{s} \quad (2.6.1.3.14)$$

$$\Sigma X_a = \hat{\sigma}^2 (A^T M^{-1} A)^{-1} \quad (2.6.1.3.15)$$

s = Graus de liberdade

P = Matriz dos pesos

L_b = Valores observados

L_a = Valores observados e ajustados

X = Correções aos parâmetros

X_a = Parâmetros ajustados

X_o = Valores aproximados dos parâmetros

$\hat{\sigma}^2$ = Variância da observação de peso unitário (a posterior)

ΣX_a = Matriz variância e co-variância dos parâmetros

Como se trata de um modelo matemático não linear em que os valores aproximados X_o e L_b são aproximações para os valores ajustados X_a e L_a , e considerando ainda que pela eliminação de termos de ordem dois e superiores na linearização pela fórmula de Taylor [09], o modelo é aproximado tornam-se necessárias iterações para se chegar aos valores mais prováveis das incógnitas, conforme [17] temos:

$$F(X_a, L_a) = \frac{\partial F}{\partial X_a} \bigg|_{\substack{X_i \\ L_i}} X + \frac{\partial F}{\partial L_a} \bigg|_{\substack{X_i \\ L_i}} (L_a - L_i) + F(X_i, L_i) = 0 \quad (2.6.1.3.16)$$

Assim:

$$L_a - L_i = L_a - L_b + L_b - L_i \quad (2.6.1.3.17)$$

$$L_a - L_b = V \quad (2.6.1.3.18)$$

Substituindo (2.6.1.3.18) em (2.6.1.3.17) temos:

$$L_a - L_i = V + L_b - L_i \quad (2.6.1.3.19)$$

$$A_i X + B_i V + B_i (L_b - L_i) + F(X_i, L_i) = 0 \quad (2.6.1.3.20)$$

Resolução inicial, tem-se:

X_0 e L_b

$$AX + BV + W = 0$$

$$A = \frac{\partial F}{\partial X_a} \bigg|_{\substack{X_0 \\ L_b}} \quad B = \frac{\partial F}{\partial L_a} \bigg|_{\substack{X_0 \\ L_b}} \quad W = F(X_0, L_b)$$

1ª Iteração

$$X_1 = X_0 + X$$

$$L_1 = L_b + V$$

X e V calculados no passo anterior

$$AX + BV + W$$

$$A = \frac{\partial F}{\partial X_a} \bigg|_{\substack{X1 \\ L1}} \quad B = \frac{\partial F}{\partial L_a} \bigg|_{\substack{X1 \\ L1}} \quad W = B(Lb - L1) + F(X1, L1)$$

As iterações seguintes serão semelhantes à 1ª iteração que serão realizadas até a convergência desejada. É importante observar que o valor de X tende para zero, enquanto que o valor de V tende a se estabilizar.

O ajustamento possibilitará a determinação dos parâmetros da transformação afim geral, necessários para transformar as observações do sistema instrumental para o sistema fiducial, através das equações (2.6.1.2.1).

2.6.1.4 Transformação de Coordenadas Fiduciais em Fotográficas

A importância de se ter coordenadas dos pontos lidos no sistema instrumental arbitrário e posteriormente transformadas para o sistema de coordenadas fotográficas, está intimamente ligada com o modelo matemático da aerotriangulação analítica, que relaciona as coordenadas geodésicas de um ponto do terreno, com as coordenadas fotográficas de um ponto da foto.

Para realizar esta transformação que se resume numa simples translação* de eixos (ver figura 2.6.1.1), é fundamental que se conheçam as coordenadas do ponto principal da câmera no sistema fiducial (certificado de calibração da câmera).

* Admitem-se na prática os eixos dos sistemas de coordenadas fiducial e fotográfico paralelos.

$$\begin{vmatrix} x_F \\ y_F \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x_o \\ y_o \end{vmatrix} \quad (2.6.1.4.1)$$

Sendo:

$\begin{vmatrix} x_F & y_F \end{vmatrix}^T$ = Coordenadas no sistema fotográfico

$\begin{vmatrix} x & y \end{vmatrix}^T$ = Coordenadas no sistema fiducial

$\begin{vmatrix} x_o & y_o \end{vmatrix}^T$ = Coordenadas do ponto principal

2.6.1.5 Detecção de Erros Grosseiros Relacionados com as Marcas Fiduciais da Câmera

As principais causas dos erros vinculados às marcas fiduciais estão relacionadas ao processo de observações das mesmas, (quando se realizam as leituras de coordenadas instrumentais) e à definição acurada do sistema fiducial (calibração do sistema fiducial). A definição correta do sistema fiducial nas câmeras é fator de grande importância para a aerotriangulação analítica, pois se constitui em elemento fundamental para a precisa correção do trabalho do filme, bem como, para tornar efetiva as transformações de coordenadas mostradas nas secções (2.6.1.1 e 2.6.1.4).

O método de ajustamento proposto em (2.6.1.3) para a determinação dos parâmetros da transformação afim geral no plano, que trata como observações as coordenadas das marcas fiduciais, tanto no sistema instrumental como no sistema fiducial, possibilita verificar a qualidade das observações em ambos os sistemas envolvidos, através da análise dos resíduos fornecidos pelo ajustamento. Com este procedimento, teremos facilidades para detectar erros grosseiros envolvidos nesta etapa, tornando-se os trabalhos subseqüentes mais confiáveis e precisos.

2.6.1.5.1 Testes Realizados

Tabela 2.6.1.5.1.1. Valores das marcas fiduciais calibradas e observadas (restituidor analítico Planicom C-100), sem erros grosseiros.

VALORES DAS MARCAS FIDUCIAIS

Nº DA MARCA	CALIBRADAS		OBSERVADAS	
	X (mm)	Y (mm)	x (mm)	y (mm)
101	- 113,002	0,000	- 112,241	- 2,758
102	112,997	0,000	113,763	- 0,060
103	0,006	113,007	- 0,595	111,591
104	- 0,006	- 112,990	2,105	- 114,402

Tabela 2.6.1.5.1.2. Resultados provenientes do ajustamento na determinação dos parâmetros de transformação

VALORES DOS RESÍDUOS RESULTANTES DO AJUSTAMENTO

Nº DA MARCA	CALIBRADAS		OBSERVADAS	
	X (mm)	Y (mm)	x (mm)	y (mm)
101	0,001	0,001	- 0,003	- 0,002
102	0,001	0,001	- 0,003	- 0,002
103	- 0,001	- 0,001	0,003	0,002
104	- 0,001	- 0,001	0,003	0,002

σ^2 (a priori) = 1,0 σ^2 (a posteriori) = 0,921

Tabela 2.6.1.5.1.3. Valores das marcas fiduciais calibradas e observadas (restituidor analítico Placicomp C-10), eivadas de erros grosseiros

VALORES DAS MARCAS FIDUCIAIS

Nº DA MARCA	CALIBRADAS		OBSERVADAS	
	X (mm)	Y (mm)	x (mm)	y (mm)
101*	- 113,002	0,000	- 112,241	- 1,758
102	112,997	0,000	113,763	- 0,060
103	0,006	113,007	- 0,595	111,591
104	- 0,006	- 112,990	2,105	- 114,402

*Erro grosseiro de 1,00mm, introduzido propositadamente

Tabela 2.6.1.5.1.4. Resultados provenientes do ajustamento na determinação dos parâmetros de transformação

VALORES DOS RESÍDUOS RESULTANTES DO AJUSTAMENTO

Nº DA MARCA	CALIBRADAS		OBSERVADAS	
	X (mm)	Y (mm)	x (mm)	y (mm)
101	0,0019	0,0777	- 0,0031	- 0,1748
102	0,0019	0,0777	- 0,0031	- 0,1748
103	- 0,0019	- 0,0778	0,0031	0,1750
104	- 0,0019	- 0,0778	0,0031	0,1746

σ^2 (a priori) = 1,0 $\hat{\sigma}^2$ (a posteriori) = 2453,12

O erro grosseiro, introduzido propositadamente nas observações, é facilmente detectado no ajustamento, entretanto, o modelo matemático da transformação utilizada* e o reduzido grau de liberdade que possui o ajustamento, dificultam a localização da observação errada.

2.6.2 Correção das Distorções das Lentes

As imperfeições das imagens fotográficas causadas pelo processo de fabricação das lentes são definidas por Seidel em cinco aberrações [03]. Estas podem ser classificadas em aberrações que alteram a qualidade da imagem (aberração esférica, coma, astigmatismo e curvatura de campo) e aberrações que deslocam as imagens (distorções). Além destas, temos a aberração cromática que não depende da construção das lentes, mas está relacionada com o fato da luz branca ao atravessar uma superfície dióptrica sofrer refrações diferentes, as quais também alteram a qualidade da imagem.

As observações que alteram a qualidade da imagem, podem ser minimizadas no processo de fabricação das lentes ou sistemas de lentes [03], enquanto que, nas aerotriangulações analíticas, as distorções podem ser tratadas através de modelos matemáticos.

2.6.2.1 Correção da Distorção Radial Simétrica

A distorção radial simétrica pode ser definida como sendo a parcela não desejável da refração sofrida por um raio de luz ao atravessar um sistema de lentes. [03].

* A transformação afim geral possui facilidades em modelar certos erros pelo número de parâmetros que possui, constituindo-se numa transformação mais elástica.

O modelo matemático utilizado para modelar a distorção radial simétrica, desenvolvido por Conrady em 1929 apresentado também em [03], [21], é:

$$\begin{vmatrix} X' \\ Y' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X \\ Y \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \delta x_1 \\ \delta y_1 \end{vmatrix} \quad (2.6.2.1.1)$$

$$\delta x_1 = (K_1 r^2 + K_2 r^4 + K_3 r^6) X' \quad (2.6.2.1.2)$$

$$\delta y_1 = (K_1 r^2 + K_2 r^4 + K_3 r^6) Y' \quad (2.6.2.1.3)$$

$$r = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (2.6.2.1.4)$$

$|X' \ Y'|^T$ = Coordenadas no sistema fotográfico, corrigidas da distorção radial simétrica.

$|X \ Y|^T$ = Coordenadas no sistema fotográfico.

$|K_1 \ K_2 \ K_3|^T$ = Parâmetros de calibração da câmera, relacionados com a distorção radial simétrica.

2.6.2.2 Correção da Distorção Descentrada

A distorção descentrada está relacionada com a montagem do sistema de lentes. A impossibilidade do fabricante alinhar as lentes que compõem o sistema ótico de uma objetiva da câmera, provocam deslocamentos da imagem. Estes deslocamentos possuem componente radial (distorção radial assimétrica) e componente tangencial (distorção tangencial).

O modelo matemático mais utilizado resulta das fórmulas de Conrady e Brown (1966), as quais foram agrupadas por Brown (1966), originando o modelo mais completo para descrever a distorção descentrada. O modelo foi desenvolvido em

|03| e chegou-se nas seguintes fórmulas finais:

$$\begin{vmatrix} X'' \\ Y'' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X' \\ Y' \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \delta x_2 \\ \delta y_2 \end{vmatrix} \quad (2.6.2.2.1)$$

$$\delta x_2 = [P_1 (r^2 + 2X'^2) + 2P_2 X'Y']$$

$$\delta y_2 = [2P_1 X'Y' + P_2 (r^2 + 2Y'^2)]$$

$$r = \sqrt{X'^2 + Y'^2}$$

$|X'' \ Y''|^T$ = Coordenadas no sistema fotográfico, corrigidas da distorção radial simétrica e descentrada.

$|X' \ Y'|^T$ = Coordenadas no sistema fotográfico, corrigidas da distorção radial simétrica.

$|P_1 \ P_2|^T$ = Parâmetros de calibração da câmera, relacionados com a distorção descentrada.

2.6.3 Correção da Refração Fotogramétrica

Na tomada das fotos no recobrimento aerofotogramétrico, o raio luminoso procedente do objeto, em sua trajetória na atmosfera até à câmera, é continuamente flexionado devido às variações do índice de refração do meio. |01|

O encurvamento sofrido pelo raio acarreta deslocamento da imagem a partir do ponto principal, em direções aproximadamente radiais.

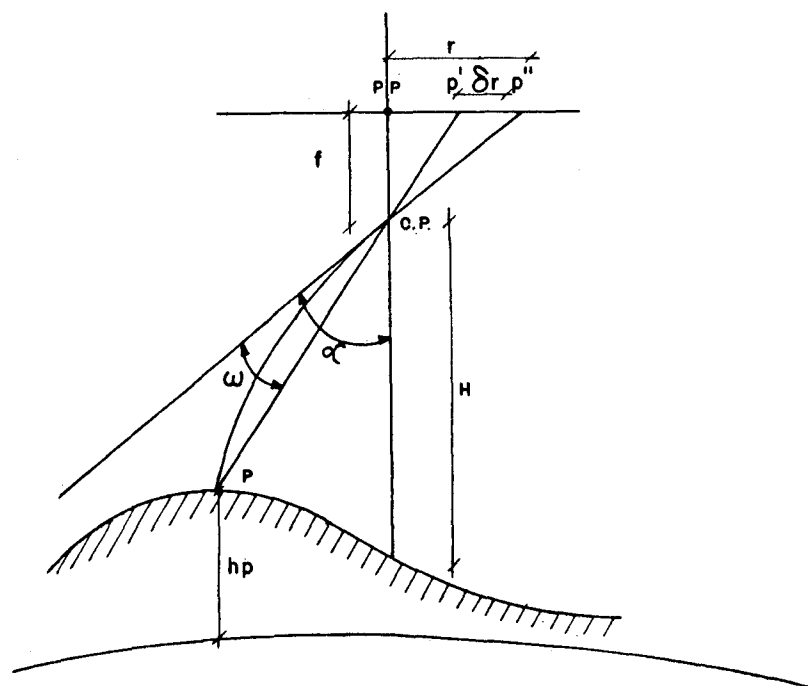


Fig. 2.6.3.1 - Mostra o efeito da refração fotogramétrica

H = Altura de Vôo

h_p = Altitude do ponto P

c_p = Centro perspectivo

f = Distância focal

r = Distância radial da imagem em relação ao ponto principal

δr = Deslocamento radial da imagem devido à refração fotogramétrica

α = Ângulo nadiral da direção câmera-ponto objeto

ϵ = Refração fotogramétrica: Ângulo entre o raio colinear e a tangente ao raio real no nodo exterior e tomado como positivo para deslocamentos radiais da imagem afastando-se do ponto nadir. |01|

O modelo matemático para corrigir convenientemente os deslocamentos nas fotocoordenadas causados pela refração é mostrado em [01], no qual se chegou às seguintes fórmulas:

$$\begin{vmatrix} X''' \\ Y''' \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X'' \\ Y'' \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \delta x_3 \\ \delta y_3 \end{vmatrix} \quad (2.6.3.1)$$

$$\delta x_3 = \epsilon_{45} \left(1 + \frac{r^2}{f^2}\right) X'' \quad (2.6.3.2)$$

$$\delta y_3 = \epsilon_{45} \left(1 + \frac{r^2}{f^2}\right) Y'' \quad (2.6.3.3)$$

$$r = \sqrt{X''^2 + Y''^2} \quad (2.6.3.4)$$

$$\epsilon_{45} = \frac{\text{tg}45^\circ}{Z_s - Z_p} \frac{E + F}{G} \ln \left| \frac{1 + 0,000226a (1-bZ_p)^c}{1 + 0,000226a (1-bZ_s)^c} \right|$$

para altitude de vôo até 11km (2.6.3.5)

$$\epsilon_{45} = \frac{\text{tg}45^\circ}{Z_s - Z_p} \frac{A + B - Z_p}{C + D} \ln \left| \frac{1 + 0,000226 a (1-bZ_p)^c}{1 + 0,000226 a' 1^{-b'} (Z_s - 11)} \right|$$

para altitude de vôo acima de 11km (2.6.3.6)

$$A = a \left| (1-11b)^c 11 + \frac{(1-11b)^{c+1}}{b(c+1)} - \frac{(1-bZ_p)^{c+1}}{b(c+1)} - (1-bZ_p)^c Z_p \right| \quad (2.6.3.7)$$

$$B = a' \left| (Z_s + \frac{1}{b'}) 1^{-b'} (Z_s - 11) - 11 - \frac{1}{b'} \right| \quad (2.6.3.8)$$

$$C = a \left| (1-11b)^C - (1-bZ_p)^C \right| \quad (2.6.3.9)$$

$$D = a' \left| e^{-b' (Z_s - 11)} - 1 \right| \quad (2.6.3.10)$$

$$E = (1 - bZ_s)^C (Z_s - Z_p) \quad (2.6.3.11)$$

$$F = \frac{1}{b(c+1)} (1-bZ_s)^{c+1} - (1-bZ_p)^{c+1} \quad (2.6.3.12)$$

$$G = (1 - bZ_s)^C - (1-bZ_p)^C \quad (2.6.3.13)$$

Onde:

$$a = 1,2256$$

$$b = 0,02257$$

$$c = 4,256$$

$$a' = 0,3638$$

$$b' = 0,1578$$

$$e = \text{Base dos logaritmos naturais}$$

$$Z_p = \text{Altitude do ponto em km}$$

$$Z_s = \text{Altitude da estação de exposição em km}$$

$$\begin{bmatrix} X''' & Y''' \end{bmatrix}^T = \text{Coordenadas no sistema fotográfico, corrigidas dos erros sistemáticos da imagem.}$$

$$\begin{bmatrix} X'' & Y'' \end{bmatrix}^T = \text{Coordenadas no sistema fotográfico, corrigidas das distorções simétrica e descentrada.}$$

2.7 DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS TIPO 1 "Blunders"

Falhas no processo de digitação* e descuidos do operador na leitura de coordenadas ocasionam erros absurdos nas fotocoordenadas, classificados como erros grosseiros Tipo 1 "blunders". A ocorrência deste tipo de erro no ajustamento simultâneo do bloco acarreta drásticos problemas nos resultados, dificultando a análise para a sua detecção e localização.

O algoritmo implementado para localizar este tipo de erro é simples e eficaz, pois parte do princípio que as fotocoordenadas transformadas das observações instrumentais, nunca devem exceder certos limites definidos a partir das dimensões de uma aerofoto.

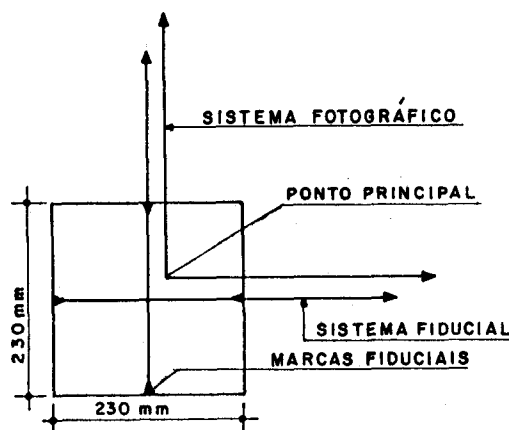


Fig. 2.7.1 - Dimensões de uma aerofoto convencional, mostrando o sistema de coordenadas fotográfico e fiducial.

* Método obsoleto de transferência de dados dos aparelhos de leitura de coordenadas para os computadores, mas eventualmente utilizado.

Considerando-se os limites de uma fotografia convencional, o sistema fotográfico (mostrado na Fig. 2.7.1) não deverá apresentar fotocoordenadas com valores superiores a 115 milímetros, em módulo, tendo em vista que pontos posicionados acima deste limite, extrapolam as dimensões de uma aerofoto, estando assim, suas coordenadas passíveis de erros grosseiros.

O algoritmo programado para verificar este tipo de erro realiza um teste no conjunto de fotocoordenadas do bloco, comparando-as com os limites definidos.

2.8 DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS TIPO 2 "BLUNDERS"

Os erros grosseiros absurdos não detectados com o algoritmo apresentado no item 2.7, geralmente ocasionados por falhas na digitação, erros de numeração serão tratados nesta etapa de trabalho. Estes erros, quase sempre de dimensões menores que o erro tipo 1, passarão por uma filtragem mais aprimorada, a qual permitirá a sua detecção e localização.

A eliminação deste tipo de erro nesta fase de trabalho é fator de grande importância, pois a sua permanência nos dados implicará em sérios problemas à análise para a detecção e localização dos erros de dimensões menores que serão abordados nos algoritmos subseqüentes.

2.8.1 Fundamento do Método

Considerando duas aerofotos, como mostrado na figura 2.8.1.1.

Os pontos fotogramétricos (P_i , $i = 1,6$) aparecem sempre em pelo menos duas aerofotos subseqüentes. A fim de verificar os eventuais erros grosseiros nestes pontos, realizar-se-á uma transformação de coordenadas entre os dois sistemas fotográficos existentes em cada aerofoto, de tal maneira que as

coordenadas dos pontos do sistema da aerofoto 2 venham coincidir com as coordenadas dos pontos do sistema da aerofoto 1. Após esta transformação matemática, os pontos fotogramétricos estarão em sistemas equivalentes, permitindo verificar as diferenças apresentadas entre suas coordenadas, bem como analisar os resíduos dos pontos que foram utilizados como controle para a determinação dos parâmetros de transformação.

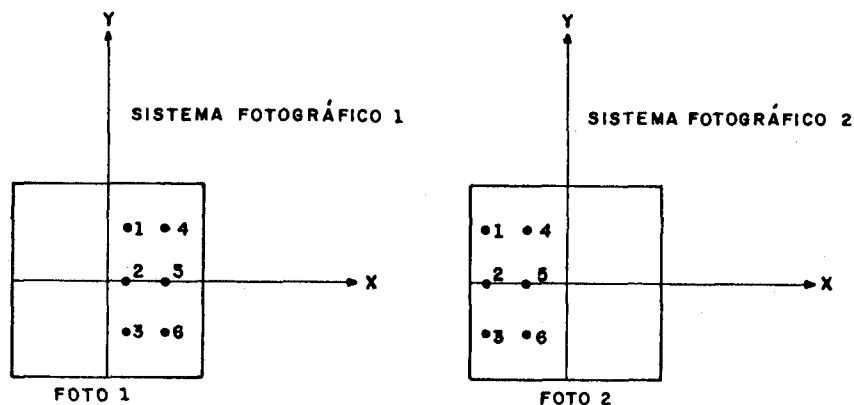


Fig. 2.8.1.1 - Representação de duas aerofotos, necessárias à formação do modelo fotogramétrico.

O método proposto possui aplicabilidade para as observações efetuadas em monocomparadores, pois nestes aparelhos, as leituras nos pontos realizadas em fotos independentes e monoscopicamente, possibilitam a ocorrência de erros grosseiros que o método pode detectar, tais como: erros na transferência de pontos, na numeração e falhas nas leituras.

A ocorrência da paralaxe horizontal em função da diferença de altura entre os pontos no terreno altera os valores das fotocoordenadas no sentido do eixo x (direção de voo), prejudicando o rigor do teste. Devido a estes deslocamentos da imagem, inerentes à aerofotogrametria, o teste poderá ser aplicado somente para a detecção e localização de erros grosseiros absurdos "blunders".

Para a realização da transformação de coordenadas, mostrada no método, propomos dois algoritmos matemáticos (modelo ortogonal e o isogonal), os quais serão abordados nos tópicos seguintes.

2.8.2 Modelo Matemático Ortogonal

Ao empregar o modelo matemático ortogonal na transformação de coordenadas de um sistema para outro, devemos considerar que as discrepâncias existentes entre os dois sistemas estejam relacionadas somente com translações e rotações (no caso de uma transformação ortogonal no plano, teremos uma rotação e duas translações). Trata-se de uma transformação de corpo rígido que mantém a forma e a escala do objeto transformado.

A adoção deste modelo matemático na transformação de coordenadas de pontos de fotos diferentes acarreta uma imperfeita modelagem geométrica das deformações sofridas.

A escala de uma fotografia aérea não é um fator constante, devido à mesma sofrer influência direta da variação da altitude do terreno. Assim, pode-se considerar que a escala de uma aerofoto é variável para cada ponto nela imageado. Portanto, como não se tem um modelo ideal e ainda, tratando-se de um método utilizado para a detecção e localização de erros grosseiros absurdos, não será necessário rigor na transformação de coordenadas.

2.8.2.1 Formulação Matemática do Modelo Ortogonal

Considerando-se a figura 2.8.2.1.1 no plano, tem-se:

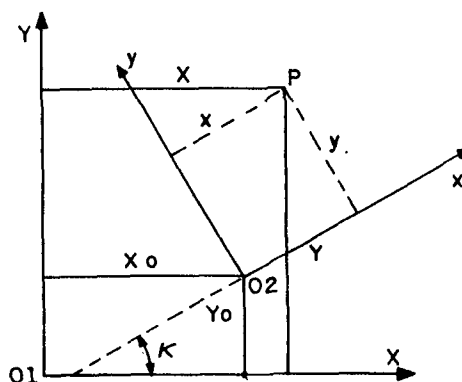


Fig. 2.8.2.1.1 - Esquema para a representação dos sistemas de coordenadas envolvidos na transformação.

$|X \ Y|^T$ = Coordenadas do ponto P no sistema 1

$|x \ y|^T$ = Coordenadas do ponto P no sistema 2

$|X_o \ Y_o|^T$ = Coordenadas da origem do sistema 2, referidas ao sistema 1

$|K|$ = Ângulo de rotação entre os dois sistemas

$$\begin{vmatrix} X \\ Y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos K & \sin K \\ -\sin K & \cos K \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} X_o \\ Y_o \end{vmatrix} \quad (2.8.2.1.1)$$

Fazendo-se:

$$\cos K = a$$

$$\sin K = b$$

Temos:

$$X = ax + by + X_o$$

$$Y = -bx + ay + Y_o \quad (2.8.2.1.2)$$

Sendo: $a^2 + b^2 = 1$

Os pontos comuns entre fotos adjacentes (P_i , $i = 1, 6$ - Fig. 2.8.1.1) possuem foto-coordenadas nos dois sistemas fotográficos (PX_i , PY_i , Px_i , Py_i , $i = 1, 6$), os quais possibilitam a aplicação de um ajustamento necessário à determinação dos parâmetros de transformação (K , X_o , Y_o).

O ajustamento mostrará melhores resultados em regiões que não apresentam diferenças de altitudes acentuadas, pois nestas regiões os efeitos da paralaxe horizontal são reduzidos, tornando-se o modelo matemático mais adequado à realização da transformação.

2.8.2.2 Modelo Matemático de Ajustamento

Considerando as fotocoordenadas dos pontos em ambos os sistemas (sistema da aerofoto 1 e sistema da aerofoto 2) como observações, torna-se obrigatória a adoção do método combinado de ajustamento.

A partir de 2.8.2.1.1, temos:

$$\begin{aligned} X - \cos K x - \sin K y - X_o &= 0 \\ Y + \sin K x - \cos K y - Y_o &= 0 \end{aligned} \quad (2.8.2.2.1)$$

O modelo implícito ou método combinado, que reúne os parâmetros ajustados e os valores observados ajustados a uma função implícita [09], será o método de ajustamento utilizado para a determinação dos parâmetros. Assim:

$$F(L_a, X_a) = 0 \quad (2.8.2.2.2)$$

Que após linearizado assume a seguinte forma:

$$AX + BV + W = 0 \quad (2.8.2.2.3)$$

Onde:

$$A = \frac{\partial F}{\partial X_a} \Big|_{X_o} \quad (\text{Matriz das derivadas parciais em relação aos parâmetros})$$

Tendo n observações, u parâmetros, ligados por r equações de condição, temos:

$$r^A_u u^X_1 + r^B_n n^V_1 + r^W_1 = 0 \quad (2.8.2.2.4)$$

Os parâmetros serão calculados através das seguintes fórmulas, deduzidas em [09].

$$X = -(A^T M^{-1} A)^{-1} A^T M^{-1} W \quad (2.8.2.2.5)$$

$$M = B P^{-1} B^T \quad (2.8.2.2.6)$$

$$X_a = X_o + X \quad (2.8.2.2.7)$$

$$V = P^{-1} B^T (-M^{-1} (AX + W))$$

X_a = Parâmetros ajustados

X = Correção aos parâmetros

V = Resíduos

O desenvolvimento do ajustamento é apresentado na secção (2.6.1.3).

2.8.2.3 Estabelecimento das Diferenças de Coordenadas

A definição dos parâmetros da transformação ortogonal (K, X_o, Y_o) através do ajustamento realizado em (2.8.2.2), permitirá a realização da transformação de coordenadas do sistema fotográfico da foto 2 para o sistema fotográfico da foto 1.

Da fórmula 2.8.2.2.1, tem-se:

$$X_T = \cos K x + \sin K y + X_0 \quad (2.8.2.3.1)$$

$$Y_T = -\sin K x + \cos K y + Y_0$$

A fórmula (2.8.2.3.1) permite a transformação de coordenadas, necessária à coincidência dos sistemas fotográficos.

Transformando-se as coordenadas dos pontos da foto 2 para o sistema da foto 1, poder-se-á calcular as diferenças de coordenadas existentes entre os dois sistemas, através da seguinte fórmula:

$$\begin{vmatrix} X_D \\ Y_D \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X \\ Y \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} X_T \\ Y_T \end{vmatrix} \quad (2.8.2.3.2)$$

$$\begin{vmatrix} X_D & Y_D \end{vmatrix}^T = \text{Diferença de coordenadas entre o sistema da aerofoto 1 e sistema transformado.}$$

$$\begin{vmatrix} X & Y \end{vmatrix}^T = \text{Coordenadas no sistema da aerofoto 1.}$$

$$\begin{vmatrix} X_T & Y_T \end{vmatrix}^T = \text{Coordenadas no sistema transformado.}$$

As diferenças existentes entre os dois sistemas de coordenadas, bem como os resíduos resultantes do ajustamento poderão indicar a presença de erros grosseiros. É importante afirmar novamente que somente erros realmente muito grandes poderão ser detectados nesta etapa do trabalho.

2.8.2.4 Testes Realizados com o Algoritmo Matemático

Tabela 2.8.2.4.1. Valores de fotocoordenadas fictícias de duas aerofotos, sem a introdução de erros grosseiros.

Nº DO PONTO	AEROFOTO 1		AEROFOTO 2		ALTITUDE (m)
	X (mm)	Y (mm)	x (mm)	y (mm)	
104	2,419	85,493	- 80,739	84,135	900
105	86,752	82,223	4,133	81,421	860
112	47,477	44,287	- 41,893	43,877	992
119	0,901 -	0,656 -	- 81,687 -	0,763	877
120	90,520 -	2,239	2,660 -	2,279	955
127	41,499 -	42,702 -	- 39,281 -	42,745	824
134	- 0,643 -	88,717 -	- 86,664 -	88,485	930
135	83,259 -	85,966	1,178 -	86,381	844
170	38,094 -	78,410 -	- 37,256 -	78,671	700

Tabela 2.8.2.4.2. Resíduos provenientes do ajustamento na determinação dos parâmetros de transformação.

Nº DO PONTO	AEROFOTO 1		AEROFOTO 2	
	X (mm)	Y (mm)	x (mm)	y (mm)
104	0,827	- 0,184	- 0,829	0,170
105	1,069	- 0,578	- 1,078	0,561
112	- 2,601	- 0,015	2,600	0,562
119	0,439	0,455	- 0,431	- 0,462
120	- 2,214	- 0,180	2,211	0,215
127	1,007	0,153	- 1,005	- 0,169
134	- 1,973	0,669	1,983	0,638
135	0,008	- 0,351	- 0,014	0,350
170	3,437	0,030	- 3,436	- 0,085

Tabela 2.8.2.4.3. Fotocoordenadas da aerofoto 1, transformadas a partir da aerofoto 2, utilizando-se dos parâmetros de transformação determinados e diferença entre coordenadas transformadas e as reais.

COORDENADAS TRANSFORMADAS DIFERENÇA ENTRE AS COORDENADAS

Nº DO PONTO	XT (mm)	YT (mm)	XD (mm)	YD (mm)
104	4,073	85,126	- 1,654	0,367
105	88,891	81,066	- 2,139	1,156
112	42,275	44,257	5,201	0,030
119	1,779	0,254	- 0,877	- 0,909
120	86,091 -	2,599	4,429	0,361
127	43,514 -	42,395	- 2,014	- 0,306
134	- 4,589 -	87,378	3,946	- 1,338
135	83,276 -	86,667	- 0,017	0,701
170	44,969 -	78,349	- 6,874	- 0,061

Apesar dos efeitos da paralaxe horizontal nas coordenadas do eixo X, no terreno, como mostrado no exemplo da tabela 2.8.2.4.1, que apresentam variações significantes na altitude dos pontos, as diferenças entre as coordenadas são relativamente pequenas. As discrepâncias nas coordenadas do eixo Y, mesmo em terrenos fortemente ondulados, serão sempre pequenas. Os erros grosseiros afetando estas coordenadas, poderão facilmente ser detectados e localizados, como veremos no exemplo seguinte; entretanto torna-se quase impossível a detecção de erro grosseiro de mesma grandeza que ocorre somente na coordenada x, pois não saberemos se a diferença encontrada é devido à variação de altitude do ponto ou ao erro. Erros grandes em X é possível a detecção.

Tabela 2.8.2.4.4. Valores de fotocoordenadas iguais às apresentadas na tabela 2.8.2.4.1, mas introduzindo erro grosseiro de 5mm nas fotocoordenadas de somente um ponto.

Nº DO PONTO	AEROFOTO 1		AEROFOTO 2		
	X (mm)	Y (mm)	X (mm)	Y (mm)	ALTITUDE (m)
104	2,419	85,493	-80,739	84,135	900
105*	86,752	82,223	9,133	86,421	860
112	47,477	44,287	-41,893	43,877	992
119	0,901	- 0,656	-81,687	- 0,763	877
120	90,520	- 2,239	2,660	- 2,279	955
127	41,499	-42,702	-39,281	-42,745	824
134	- 0,643	-88,717	-86,664	-88,485	930
135	83,259	-85,966	1,178	-86,381	844
170	38,094	-78,410	-37,256	-78,671	700

* Ponto no qual foi introduzido erro grosseiro de 5mm nas coordenadas

Tabela 2.8.2.4.5. Resíduos provenientes do ajustamento na determinação dos parâmetros de transformação.

Nº DO PONTO	AEROFOTO 1		AEROFOTO 2	
	X (mm)	Y (mm)	X (mm)	Y (mm)
104	0,306	- 0,558	- 0,312	0,555
105	3,085	1,735	- 3,067	- 1,768
112	- 3,018	- 0,293	3,145	0,325
119	0,133	0,075	- 0,132	- 0,076
120	- 2,513	- 0,347	2,509	0,374
127	0,809	- 0,121	- 0,811	0,112
134	- 2,056	0,273	2,059	- 0,251
135	- 0,077	- 0,524	0,072	6,525
170	3,331	- 0,239	- 3,333	0,204

Tabela 2.8.2.4.6. Fotocoordenadas da aerofoto 1, transformadas a partir da aerofoto 2, utilizando-se dos parâmetros de transformação determinados e diferenças entre coordenadas transformadas e as reais.

COORDENADAS TRANSFORMADAS DIFERENÇA ENTRE COORDENADAS

Nº DO PONTO	XT (mm)	YT (mm)	XD (mm)	YD (mm)
104	3,031	84,376	- 0,612	1,117
105	92,923	85,692	- 6,171	- 3,469
112	41,441	43,701	6,036	0,586
119	1,167	- 0,507	- 0,266	- 0,149
120	85,493	- 2,933	5,027	0,694
127	43,118	- 42,944	- 1,619	0,242
134	- 4,755	- 88,170	4,113	- 0,547
135	83,104	- 87,014	0,155	1,047
170	44,755	- 78,889	- 6,661	0,479

O erro grosseiro introduzido propositalmente nos dados, com o objetivo de verificar a capacidade do algoritmo em detectá-lo e localizá-lo, é mostrado nos resultados apresentados na tabela 2.8.2.4.6 (diferença entre coordenadas). Somente as diferenças entre coordenadas do eixo Y poderá servir como indicador da existência de erros grosseiros, visto que nas coordenadas X existirá o efeito da paralaxe horizontal que dificulta a análise dos resultados.

Tabela 2.8.2.4.7 Valores de fotocoordenadas iguais às apresentadas na tabela 2.8.2.4.1, mas introduzindo erro grosseiro na numeração dos pontos.

AEROFOTO 1			AEROFOTO 2		
Nº DO PONTO	X (mm)	Y (mm)	X (mm)	Y (mm)	ALTITUDE (m)
104	2,419	85,493	- 80,739	84,135	900
105*	86,752	82,223	2,660	- 2,279	860
112	47,477	44,287	- 41,893	43,877	992
119	0,901	- 0,656	- 81,687	- 0,763	877
120	90,520	- 2,239	2,660	- 2,279	955
127	41,499	- 42,702	- 39,281	- 42,745	824
134	- 0,643	- 88,717	- 86,664	- 88,485	930
135	83,259	- 85,966	1,178	- 86,381	844
170	38,094	- 78,410	- 37,256	- 78,671	700

* Ponto com numeração errada na aerofoto 2.

Tabela 2.8.2.4.8 Resíduos provenientes do ajustamento na determinação dos parâmetros de transformação entre as duas aerofotos.

AEROFOTO 1			AEROFOTO 2	
Nº DO PONTO	X (mm)	Y (mm)	X (mm)	Y (mm)
104	- 2,984	2,800	2,806	- 2,979
105	- 0,871	- 36,123	3,093	36,000
112	- 4,888	4,508	4,602	- 4,800
119	- 0,086	3,477	- 0,128	- 3,476
120	- 2,755	6,108	2,374	- 6,266
127	2,070	4,854	- 2,365	- 4,717
134	0,902	3,577	- 1,121	- 3,514
135	2,724	5,955	- 3,086	- 5,776
170	5,889	4,842	- 6,176	- 4,470

Tabela 2.8.2.4.9 Fotocoordenadas da aerofoto 1, transformadas a partir da aerofoto 2, utilizando-se dos parâmetros de transformação determinados e diferença entre coordenadas transformadas e as reais.

COORDENADAS TRANSFORMADAS DIFERENÇA ENTRE COORDENADAS

Nº DO PONTO	XT (mm)	YT (mm)	XD (mm)	YD (mm)
104	- 3,551	91,094	5,969	- 5,601
105	85,010	9,978	1,742	72,245
112	37,699	53,304	9,777	- 9,017
119	0,729	6,299	0,172	- 6,955
120	85,010	9,978	5,510	- 12,217
127	45,639	- 32,993	- 4,140	- 9,709
134	1,162	- 81,563	- 1,805	- 7,154
135	88,707	- 74,056	- 5,448	- 11,910
170	49,872	- 68,726	- 11,777	- 9,683

Analisando as diferenças entre coordenadas no eixo Y, na tabela 2.8.4.2.9, percebe-se com grande ênfase a existência de erros grosseiros nos dados, bem como a localização do ponto numerado errado.

2.8.3 Modelo Matemático Isogonal

A transformação geométrica isogonal, também conhecida por similaridade, conforme e de Helmert, [16] apresenta as

características de preservar a forma e variar as dimensões de um objeto, quando o mesmo é transformado de um espaço para outro (translações e rotações). Assim, uma transformação isogonal no plano possui um parâmetro para a mudança de escala, um para a rotação e dois para as translações.

A utilização deste modelo matemático no método proposto para detectar e localizar erros grosseiros, não apresenta bons resultados, pois como visto anteriormente, o efeito da paralaxe horizontal faz com que a escala da aerofoto seja modificada de ponto em ponto e a transformação admite que exista uma variação de escala média entre os pontos. Portanto, os efeitos da paralaxe horizontal continuarão afetando a aplicação do método.

2.8.3.1 Formulação Matemática do Modelo Isogonal

Considerando-se a figura (2.8.3.1.1) no plano, tem-se:

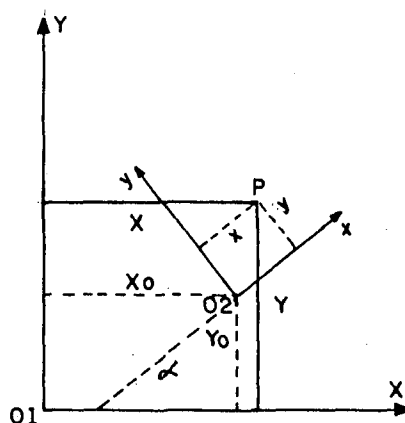


Fig. 2.8.3.1.1 - Esquema para a representação dos sistemas de coordenadas envolvidas na transformação

$|x \ y|_T$ = coordenadas do ponto no sistema 1

$|x \ y|^T$ = coordenadas do ponto no sistema 2

$|x_o \ y_o|^T$ = coordenadas da origem do sistema 2,
referidos ao sistema 1

α = ângulo de rotação entre os dois sistemas

λ = fator de escala entre o sistema 1 e sistema 2

$$\begin{vmatrix} X \\ Y \end{vmatrix} = \lambda \begin{vmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} X_o \\ Y_o \end{vmatrix} \quad (2.8.3.1.1)$$

ou fazendo $a = \lambda \cos \alpha$

$b = \lambda \sin \alpha$

Temos: $X = ax + by + X_o$

(2.8.3.1.2)

$Y = -bx + ay + Y_o$

Os pontos comuns no sistema fotográfico da aerofoto 1 e no sistema fotográfico da aerofoto 2 possibilitam a determinação dos parâmetros de transformação (λ , α , X_o , Y_o), através de um ajustamento.

2.8.3.2 Modelo Matemático de Ajustamento

A partir de 2.8.3.1.2, chega-se

$$X - ax - by - X_o = 0$$

(2.8.3.2.1)

$$Y + bx - ay - Y_o = 0$$

Tratando-se como observações as fotocoordenadas dos sistemas de ambas as fotos, e utilizando o modelo implícito de ajustamento (método combinado), que reúne os parâmetros ajustados e os valores observados ajustados a uma função implícita [09], temos:

$$F(L_a, X_a) = 0 \quad (2.8.3.2.2)$$

Que após linearizado, assume a seguinte forma:

$$AX + BV + W = 0 \quad (2.8.3.2.3)$$

sendo:

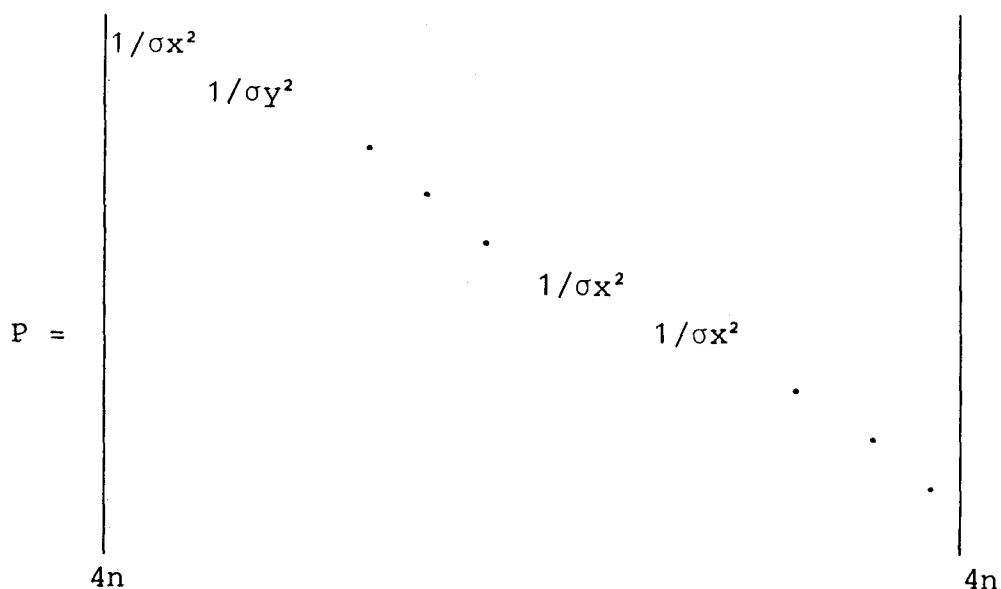
$$A = \frac{\partial F}{\partial X_a} \Big|_{X_0} \text{ (matriz das derivadas parciais em relação aos parâmetros).}$$

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} -x & -y & -1 & 0 \\ -y & x & 0 & -1 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2n \\ 4 \end{matrix} & \end{matrix}$$

n = número de pontos

$$B = \frac{\partial F}{\partial L_a} \Big|_{L_b} \text{ (matriz das derivadas parciais em relação às observações)}$$

$$B = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & -a & -b & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & b & -a & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2n \\ 4n \end{matrix} & \end{matrix}$$



P = matriz dos pesos

$\sigma_x^2 = \sigma_y^2$ = variância das observações na aerofoto 1

$\sigma_x^2 = \sigma_y^2$ = variância das observações na aerofoto 2

$W = F(Lb, X_0)$ (erro de fechamento)

Tendo n observações, u parâmetros, ligados por r equações de condição, temos:

$$\begin{matrix} A & X & + & B & V & + & W & = & 0 \\ r & u & u & 1 & r & n & n & 1 & r & 1 \end{matrix}$$

Os parâmetros e os resíduos serão calculados através das fórmulas referidas na secção (2.6.1.3).

2.8.3.3 Estabelecimento das Diferenças de Coordenadas

Conforme apresentado na secção (2.8.2.3), as coordenadas transformadas e as diferenças de coordenadas podem ser calculadas através das seguintes fórmulas:

Da fórmula (2.8.3.2.1), tem-se

$$X_T = ax + by + X_O \quad (2.8.3.3.1)$$

$$Y_T = -bx + ay + Y_O$$

A fórmula (2.8.3.3.1), tendo os parâmetros de transformação determinados pelo ajustamento, permite a transformação de coordenadas requeridas à aplicação do método.

O cálculo das diferenças de coordenadas entre os dois sistemas será realizado pela fórmula (2.8.2.3.2), mostrada na secção (2.8.2.3).

2.8.3.4 Testes realizados com o Algoritmo Matemático

Os mesmos exemplos mostrados com a transformação ortogonal serão novamente abordados, a fim de avaliar as diferenças encontradas entre os dois modelos.

Tabela 2.8.3.4.1 Resíduos provenientes do ajustamento, utilizando-se dos mesmos dados da tabela (2.8.2.4.1).

VALORES DOS RESÍDUOS

AEROFOTO 1			AEROFOTO 2	
Nº DO PONTO	X (mm)	Y (mm)	x (mm)	y (mm)
104	0,752	0,056	- 0,728	- 0,068
105	1,180	- 0,348	- 1,191	0,331
112	- 2,589	0,121	2,604	- 0,080
119	0,332	0,479	- 0,326	- 0,486
120	- 2,096	- 0,162	2,103	0,196
127	1,002	0,070	- 1,006	- 0,086
134	- 2,085	0,470	2,102	0,439
135	0,108	- 0,543	- 0,117	0,544
170	3,423	- 0,143	- 3,442	0,089

Tabela 2.8.3.4.2 Fotocoordenadas da aerofoto 1, transformadas a partir da aerofoto 2, utilizando-se dos parâmetros de transformação determinados e diferença entre coordenadas transformadas e as reais.

COORDENADAS TRANSFORMADAS DIFERENÇA ENTRE COORDENADAS

Nº DO PONTO	XT (mm)	YT (mm)	XD (mm)	YD (mm)
104	3,877	85,607	- 1,458	- 0,114
105	89,124	81,524	- 2,372	0,699
112	42,272	44,530	5,205	- 0,243
119	1,568	0,305	- 0,667	- 0,961
120	86,307	- 2,565	4,213	0,326
127	43,513	- 42,561	- 2,014	- 0,141
134	- 4,834	- 87,770	4,191	- 0,947
135	83,475	- 87,059	- 0,216	1,093
170	44,975	- 78,697	- 6,881	0,287

Comparando os resultados mostrados da transformação ortogonal e os valores encontrados neste exemplo (transformação isogonal), percebe-se que as diferenças encontradas não são significativas.

Entretanto, com os exemplos em que foram introduzidos erros grosseiros, verifica-se uma pequena vantagem na utilização da transformação ortogonal para a localização do erro.

Tabela 2.8.3.4.3 Resíduos provenientes do ajustamento, utilizando-se dos mesmos dados da tabela (2.8.2.4.4).

AEROFOTO 1			AEROFOTO 2	
Nº DO PONTO	X (mm)	Y (mm)	x (mm)	y (mm)
104	0,493	- 0,989	- 0,499	0,975
105*	2,890	1,317	- 2,849	- 1,336
112	- 3,036	- 0,537	3,003	0,565
119	0,326	0,035	- 0,322	- 0,038
120	- 2,727	- 0,381	2,698	0,407
127	0,817	0,029	- 0,810	- 0,037
134	- 1,858	0,633	1,848	- 0,607
135	- 0,259	- 0,178	0,255	0,179
170	3,353	0,072	- 3,322	- 0,107

* Ponto com erro grosseiro nas coordenadas

Tabela 2.8.3.4.4 Fotocoordenadas da aerofoto 1, transformadas a partir da aerofoto 2, utilizando-se dos parâmetros de transformação determinados e diferença entre coordenadas transformadas e as reais.

COORDENADAS TRANSFORMADAS		DIFERENÇA ENTRE COORDENADAS		
Nº DO PONTO	XT (mm)	YT (mm)	XD (mm)	YD (mm)
104	3,397	83,533	- 0,978	1,960
105	92,481	84,834	- 5,729	- 2,611
112	41,459	43,222	6,017	1,064
119	1,547	- 0,587	- 0,646	- 0,069
120	85,115	- 2,994	5,405	0,755
127	43,119	- 42,644	- 1,620	- 0,057
134	- 4,326	- 87,462	3,683	- 1,254
135	82,744	- 86,320	0,515	0,354
170	44,741	- 78,267	- 6,646	- 0,143

Comparando os resultados das duas transformações (ortogonal e isogonal), verifica-se que a transformação ortogonal apresenta maior facilidade em mostrar o erro, visto que a análise para a detecção e localização do erro é sempre realizada nas diferenças de coordenadas Y, e a transformação isogonal tende a distribuir melhor os erros sobre estas coordenadas.

Tabela 2.8.3.4.5 Resíduos provenientes do
ajustamento, utilizando-se dos
mesmos dados da tabela
(2.8.2.4.7).

VALORES DOS RESÍDUOS

AEROFOTO 1			AEROFOTO 2	
Nº DO PONTO	X (mm)	Y (mm)	x (mm)	y (mm)
104	- 5,379	7,882	5,452	- 9,230
105*	1,465	- 30,796	0,614	34,627
112	- 4,745	7,407	4,776	- 8,650
119	- 2,429	3,866	2,439	- 4,511
120	- 0,201	6,546	- 0,254	- 7,352
127	1,996	3,023	- 2,459	- 3,242
134	- 1,373	- 0,835	1,599	0,836
135	4,998	1,835	- 5,737	- 1,691
170	5,669	1,071	- 6,433	- 0,785

* Ponto trocado na aerofoto 2

Tabela 2.8.3.4.6 Fotocoordenadas da aerofoto 1, transformadas a partir da aerofoto 2, utilizando-se dos parâmetros de transformação determinados e diferença entre coordenadas transformadas e as reais.

COORDENADAS TRANSFORMADAS DIFERENÇA ENTRE COORDENADAS

Nº DO PONTO	XT (mm)	YT (mm)	XD (mm)	YD (mm)
104	- 9,749	103,322	12,168	- 17,830
105	90,065	12,567	- 3,312	69,656
112	36,743	61,041	10,733	- 16,754
119	- 4,593	8,088	5,495	- 8,744
120	90,965	12,567	0,455	- 14,806
127	46,015	- 35,865	- 4,516	- 6,837
134	- 3,747	- 90,607	3,105	1,889
135	94,563	- 81,815	- 11,304	- 4,151
170	50,917	- 75,987	- 12,823	- 2,422

O erro grosseiro introduzido nos dados (erro na numeração) foi mostrado com facilidade, porém percebe-se um pequeno ganho com a transformação ortogonal em detectar e localizar o erro.

2.8.4 Conclusões da Utilização da Transformação Isogonal e Ortogonal

O modelo isogonal possuindo o parâmetro relativo à escala é o que melhor se adapta à transformação de coordenadas proposta no método (transformação de coordenadas de pontos

entre fotos). Entretanto, visando analisar a presença de erros grosseiros nestes pontos (verificação das diferenças de coordenadas no eixo Y), mostrou-se que a transformação ortogonal é a que melhor revela o erro, pois nos experimentos realizados a transformação isogonal apresentou uma maior facilidade em distribuir o erro existente sobre as outras coordenadas do eixo Y, dificultando a análise para a localização do erro.

2.9 DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS TIPO 3 "OUTLIERS"

Os erros grosseiros nos pontos de formação e ligação de modelos fotogramétricos, causados por falhas na transferência*, erros nas leituras, digitação e orientação relativa das fotos, geralmente de pequenas dimensões (entre três e cem desvios padrões) que não puderam ser detectados e localizados nas etapas anteriores, poderão ser nesta etapa verificados.

Um tratamento matemático acurado será realizado nesta fase, o qual permitirá que uma grande parcela de erros existentes nas fotocoordenadas ("observações") possa ser detectada e localizada, bem como possibilitará a formação de elementos essenciais à aplicação dos algoritmos subsequentes.

*.Quando são realizadas observações monoscópicas

2.9.1 Fundamento do Método

O método proposto para a realização de uma filtragem mais acurada dos dados, consiste na formação analítica do modelo fotogramétrico (orientação relativa), utilizando-se da Equação de Colinearidade no ajustamento dos feixes de raios "BUNDLE METHOD". [16] Definido um sistema de coordenadas na formação do primeiro modelo, os outros subsequentes serão concebidos sempre neste sistema já estabelecido. Assim, a faixa será formada através de um processo analítico semelhante ao método analógico de aeropoligonação.

O estabelecimento dos modelos fotogramétricos consecutivos e dependentes através de métodos analíticos produz a formação da faixa e possibilita a análise dos resíduos provenientes do ajustamento, de maneira mais eficaz, visto que a unidade ajustada (modelo) envolve uma quantidade pequena de observações e torna a distribuição de erros sobre as observações corretas menos significativa.

2.9.2 Obtenção do Modelo Matemático

O modelo matemático da fotogrametria analítica se fundamenta na condição de colinearidade. Admitindo-se que o raio luminoso se propaga em linha reta e que o ponto-imagem (no plano do negativo), o centro perspectivo e o ponto-objeto estão contidos neste raio luminoso, podemos matematicamente expressar a condição de colinearidade.

As alterações do raio luminoso e fatores que deslocam o ponto imagem determinam que a condição de colinearidade não ocorra na realidade; entretanto com a possibilidade de matematicamente minimizar estes efeitos nas imagens dos pontos (correção dos erros sistemáticos, item 2.6), possibilita-se impor a condição de colinearidade que relaciona as coordenadas de um ponto do espaço-objeto, com as coordenadas de seu homólogo no espaço-imagem.

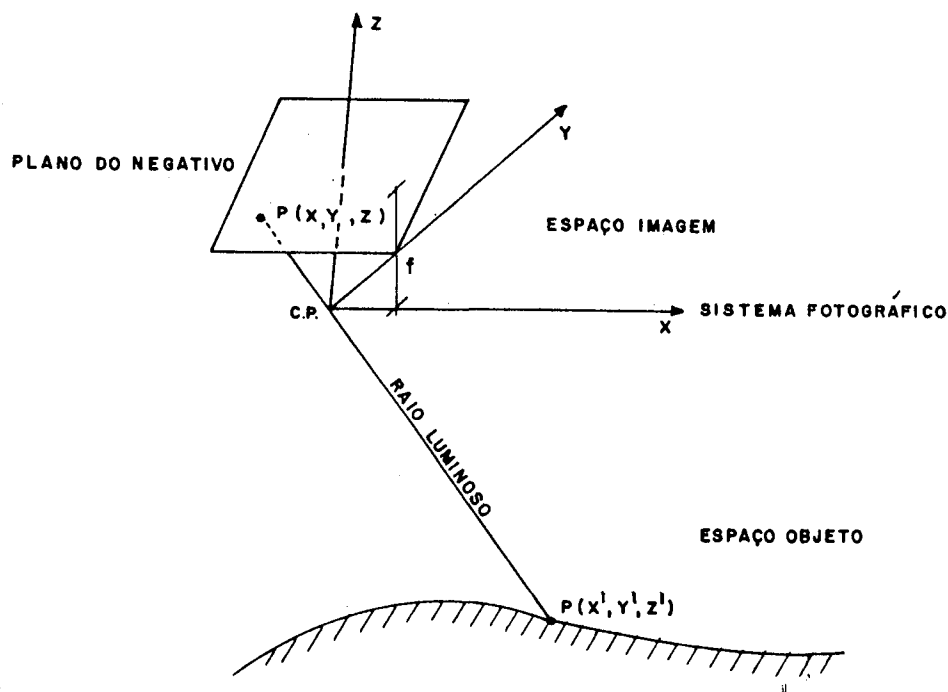


Fig. 2.9.2.1 - Esquema mostrando a condição de colinearidade (ponto imagem, centro perspectivo e ponto objeto contidos no raio luminoso).

Considerando-se o sistema de coordenadas fotográfico tridimensional com a origem no centro perspectivo (C.P.), o qual permite relacionar o ponto P nos dois espaços envolvidos, temos:

$P(X', Y', Z')$ são as coordenadas fotográficas do ponto P no espaço-objeto, e $p(x, y, z)$ são as coordenadas de seu homólogo no espaço-imagem.

Impondo a condição de colinearidade entre o ponto no espaço-objeto, centro perspectivo e o ponto no espaço-imagem, podemos escrever a equação da reta que liga os três pontos.

$$\frac{x}{x'} = \frac{y}{y'} = \frac{z}{z'} \quad (2.9.2.1)$$

Da equação (2.9.2.1) temos um conjunto de equações linearmente independente:

$$\frac{x}{x'} = \frac{z}{z'} \quad x = z \frac{x'}{z'} \quad (2.9.2.2)$$

$$\frac{y}{y'} = \frac{z}{z'} \quad y = z \frac{y'}{z'} \quad (2.9.2.3)$$

Da figura (2.9.2.1) verifica-se que qualquer ponto imageado no negativo sempre possuirá a mesma cota z (nas câmeras aerofotogramétrica $z = f = \text{distância focal}$), então:

$$x = f \frac{x'}{z'} \quad (2.9.2.4)$$

$$y = f \frac{y'}{z'} \quad (2.9.2.5)$$

As coordenadas fotográficas do ponto $P(X', Y', Z')$ no espaço objeto têm o inconveniente de não estarem vinculadas a um referencial ligado ao terreno, com isto, para cada fotografia teremos um novo sistema fotográfico. A fim de que o ponto no espaço objeto sempre esteja num único sistema ligado ao terreno, devemos transformar as coordenadas $P(X', Y', Z')$ para um sistema geodésico (geralmente é transformado para o sistema geodésico local que reduz o número de dígitos nas coordenadas).

Considerando a Fig. 2.9.2.1 e introduzindo o sistema geodésico local, temos:

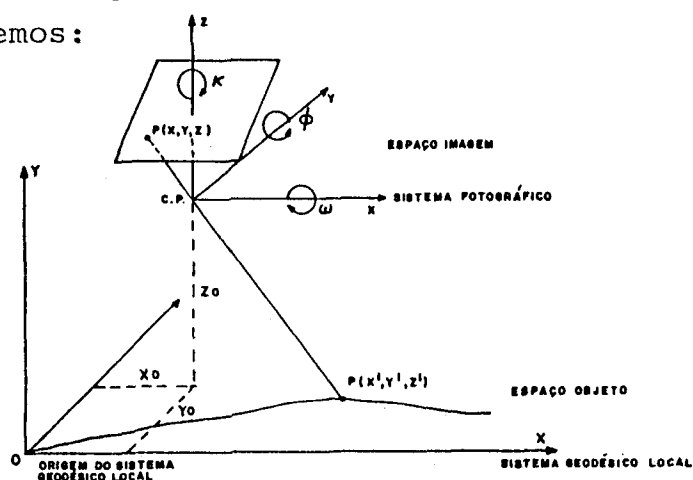


Fig. 2.9.2.2 - Esquema mostrando o sistema de coordenadas geodésico local e sistema fotográfico.

Três rotações, um fator de escala e mais três translações possibilitam a coincidência dos sistemas de coordenadas apresentados na Fig. (2.9.2.2).

Utilizando-se da transformação isogonal, temos:

$$\begin{vmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{vmatrix} = \lambda \begin{vmatrix} R(\kappa) & R(\phi) & R(\omega) \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{vmatrix} \quad (2.9.2.6)$$

λ = fator de escala

$R(\kappa) \ R(\phi) \ R(\omega)$ = são as matrizes de rotação relativas aos três eixos, necessárias a tornar os dois sistemas paralelos.

$|X_0, Y_0, Z_0|^T$ = são as translações necessárias à coincidência dos sistemas

$|X, Y, Z|^T$ = são coordenadas do ponto P no sistema geodésico local.

$|X' \ Y' \ Z'|^T$ = São as coordenadas fotográficas do ponto P no espaço-objeto.

Fazendo $M = R(\kappa) \ R(\phi) \ R(\omega)$ igual o produto das matrizes de rotação, temos:

$$M = \begin{vmatrix} \cos \kappa & \sin \kappa & 0 \\ -\sin \kappa & \cos \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega & \sin \omega \\ 0 & -\sin \omega & \cos \omega \end{vmatrix}$$

$$M = \begin{vmatrix} \cos \phi \cos \kappa & \cos \omega \sin \kappa + \sin \omega \sin \phi \cos \kappa & \sin \omega \sin \kappa - \cos \omega \sin \phi \cos \kappa \\ -\cos \phi \sin \kappa & \cos \omega \cos \kappa - \sin \omega \sin \phi \sin \kappa & \sin \omega \cos \kappa + \cos \omega \sin \phi \sin \kappa \\ \sin \phi & -\sin \omega \cos \phi & \cos \omega \cos \phi \end{vmatrix}$$

Podemos, também, escrever para simplificar:

$$M = \begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{vmatrix} \quad (2.9.2.7)$$

Substituindo (2.9.2.7) em (2.9.2.6), temos:

$$\begin{vmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{vmatrix} = \lambda \begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{vmatrix} \quad (2.9.2.8)$$

e substituindo (2.9.2.8) em (2.9.2.4) e (2.9.2.5), tem-se:

$$x = f \frac{m_{11}(X-X_0) + m_{12}(Y-Y_0) + m_{13}(Z-Z_0)}{m_{31}(X-X_0) + m_{32}(Y-Y_0) + m_{33}(Z-Z_0)} \quad (2.9.2.9)$$

$$y = f \frac{m_{21}(X-X_0) + m_{22}(Y-Y_0) + m_{23}(Z-Z_0)}{m_{31}(X-X_0) + m_{32}(Y-Y_0) + m_{33}(Z-Z_0)}$$

As equações (2.9.2.9) relacionam as coordenadas fotográficas do ponto P do espaço-imagem com as coordenadas geodésicas locais do mesmo ponto no espaço-objeto.

2.9.3 Estabelecimento do Modelo Fotogramétrico

A formação analítica de modelos fotogramétricos, utilizando as equações de colinearidade (2.9.2.9) se fundamenta na orientação exterior de duas câmeras (projetores), a qual envolve doze parâmetros de orientação das câmeras e mais três parâmetros para cada ponto determinado no espaço objeto [16]. Os parâmetros de orientação são: $\omega_1, \phi_1, \kappa_1, x_1^C, y_1^C, z_1^C$ da câmera da esquerda e $\omega_2, \phi_2, \kappa_2, x_2^C, y_2^C, z_2^C$ da câmera da direita, e os parâmetros que determinam as posições dos pontos no espaço objeto (coordenadas X, Y, Z de cada ponto).

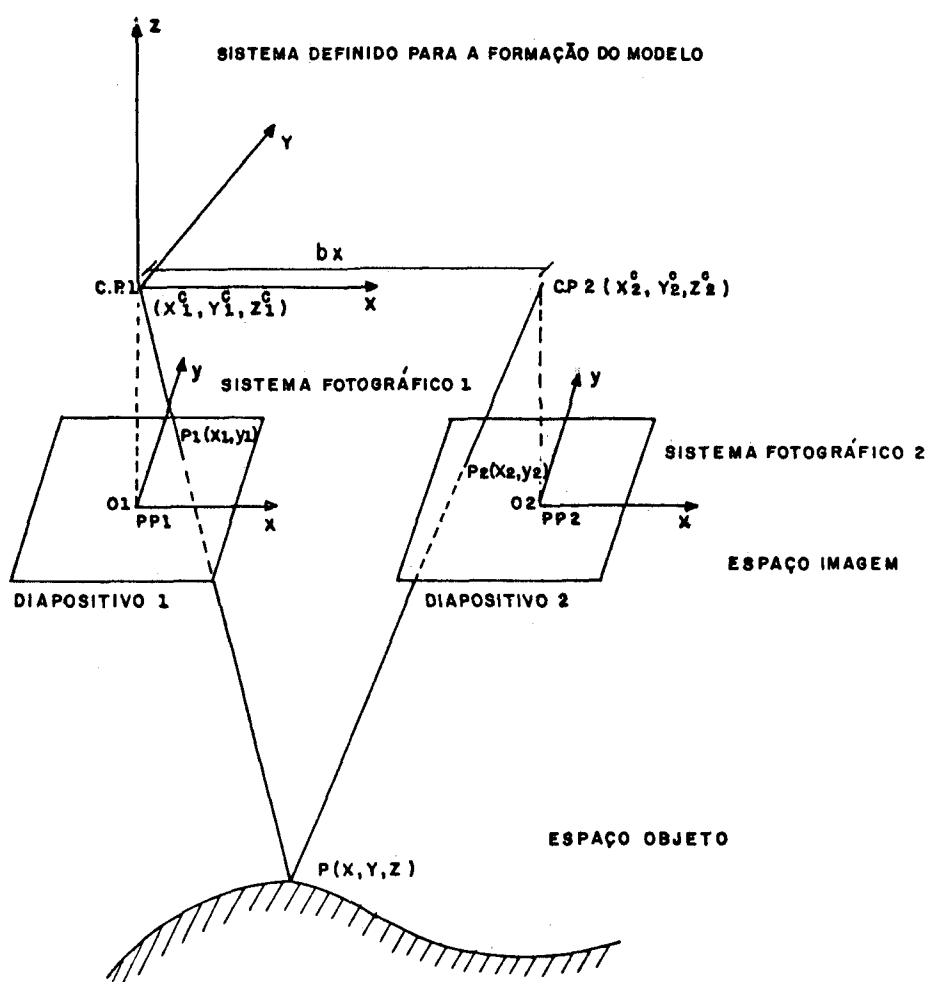


Fig. 2.9.3.1 - Esquema de formação analítica do modelo fotogramétrico.

O método de orientação das câmeras (orientação relativa), utilizado para a determinação do modelo, será o de orientar somente uma câmera em relação a outra que é mantida fixa (orientação relativa dependente).

A definição do sistema de coordenadas que formará o modelo fotogramétrico, bem como de sua escala, assume fator de grande importância à solução do problema. A origem do sistema será no centro perspectivo da foto esquerda, com isto, x_1^C , y_1^C e z_1^C serão iguais a zero e sua orientação será estabelecida com ω_1 , ϕ_1 e κ_1 também iguais a zero. Assim, os elementos de orientação da câmera esquerda estarão definidos e a escala será determinada com a fixação de uma distância* entre os projetos ($x_2^C = 92\text{mm}$).

2.9.3.1 Fundamento Matemático

A orientação relativa (dependente) necessária ao estabelecimento do modelo fotogramétrico, através das equações de colinearidade (apresentadas em 2.9.2), determina que cada ponto do espaço objeto $P(X,Y,Z)$ dê origem a duas equações relacionadas com a foto esquerda e mais duas com a foto da direita. Como visto em (2.9.3) os parâmetros de orientação da aerofoto da esquerda são previamente fixados (ω_1 , ϕ_1 , κ_1 , x_1^C , y_1^C e z_1^C iguais a zero), definindo o sistema de coordenadas necessário à formação do modelo fotogramétrico, como também x_2^C igual a 92mm para o estabelecimento da escala. Assim as equações (2.9.2.9), quando aplicadas a pontos da foto da esquerda, apresentam as seguintes particularidades:

*'Quando o modelo fotogramétrico é formado na própria escala do diapositivo e o vôo apresenta 60% de recobrimento longitudinal, adota-se uma base igual a 92mm. A formação do modelo nesta escala possibilita com grande facilidade a obtenção de valores aproximados para os parâmetros.

$$x_i = fx_i(X_i, Y_i, Z_i) \quad (2.9.3.1.1)$$

$$y_i = fy_i(X_i, Y_i, Z_i)$$

$$i = 1, n$$

E quando aplicadas a pontos da foto da direita, temos:

$$x_i = fx_i(Y_2^C, Z_2^C, \omega_2, \phi_2, \kappa_2, X_i, Y_i, Z_i) \quad (2.9.3.1.2)$$

$$y_i = fy_i(Y_2^C, Z_2^C, \omega_2, \phi_2, \kappa_2, X_i, Y_i, Z_i)$$

$$i = 1, n$$

n = número de pontos no modelo

Considerando um modelo fotogramétrico contendo 6 pontos, para cada ponto se obtêm 4 equações que se somam a um total de 24.

As incógnitas a serem determinadas são $\omega_2, \phi_2, \kappa_2, Y_2^C, Z_2^C$ e mais três coordenadas para cada ponto $(X_i, Y_i, Z_i, i=1,6)$ totalizando 23 incógnitas. Este exemplo caracteriza-se por apresentar um número mínimo de pontos para que o modelo matemático apresente solução, pelo M.M.Q.

2.9.3.2 Modelo Matemático de Ajustamento

Partindo-se das equações (2.9.2.9), tem-se:

$$x = -f \frac{m_{11}(X-X_0) + m_{12}(Y-Y_0) + m_{13}(Z-Z_0)}{m_{31}(X-X_0) + m_{32}(Y-Y_0) + m_{33}(Z-Z_0)} \quad (2.9.3.2.1)$$

$$y = -f \frac{m_{21}(X-X_0) + m_{22}(Y-Y_0) + m_{23}(Z-Z_0)}{m_{31}(X-X_0) + m_{32}(Y-Y_0) + m_{33}(Z-Z_0)}$$

O valor $-f$ é por se tratar de observações no diapositivo.

As equações (2.9.3.2.1) apresentam no primeiro membro observações e no segundo uma função de parâmetros. Neste caso os valores observados ajustados podem ser expressos explicitamente como uma função dos parâmetros ajustados [09], ou seja:

$$L_a = F(X_a) \quad (2.9.3.2.2)$$

A (2.9.3.2.2) linearizada tem-se:

$$AX + L = V \quad (2.9.3.2.3)$$

$$L = L_o - L_b \quad (2.9.3.2.4)$$

$$L_a = L_b + V \quad (2.9.3.2.5)$$

$$L_o = F(X_o) \quad (2.9.3.2.6)$$

Onde:

V = Vetor dos resíduos,

L_b = Vetor de valores observados

X_o = Vetor dos parâmetros observados

X = Vetor das correções

X_a = Vetor dos parâmetros ajustados

L_o = Função dos parâmetros, aproximados

Sendo:

$A = \frac{\partial F}{\partial X_a} \Big|_{X_o}$ (matriz das derivadas parciais da função em relação aos parâmetros)

$$N = A^T P A \quad (2.9.3.2.7)$$

$$U = A^T P L \quad (2.9.3.2.8)$$

P = Matriz dos pesos das observações, considerando as observações instrumentais com precisões iguais e não correlacionadas, portanto, a matriz P será diagonal, possuindo somente variâncias

N = É a matriz dos coeficientes das equações normais

A resolução do sistema das equações normais é dada por:

$$X = -N^{-1} U \quad (2.9.3.2.9)$$

$$X_a = X_o + X \quad (2.9.3.2.10)$$

A linearização do modelo matemático não linear segundo séries de Taylor, na qual desprezamos os termos de

segunda ordem e superiores, como também a adoção de valores aproximados para os parâmetros, determina que, para se chegar a valores mais prováveis das incógnitas, seja necessária a utilização de um processo iterativo no ajustamento. A equação (2.9.3.2.10) permite o cálculo do primeiro valor ajustado, que deverá ser usado como valor aproximado na próxima iteração ($X_0 = X_a$), o processo deverá ser interrompido quando as correções aos valores aproximados forem não significativas.

Após o ajustamento que determina os valores mais prováveis dos parâmetros (incógnitas), será necessário avaliar a precisão destes valores ajustados, o que poderá ser realizado através do cálculo da matriz variância-covariância dos parâmetros ajustados. [09].

$$\Sigma X_a = \hat{\sigma}_0^2 (A^T P A)^{-1}$$

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{n-u}$$

$\hat{\sigma}_0^2$ = variância da observação do peso unitário, a posteriori

$n-u$ = graus de liberdade (número de equações-número de incógnitas)

ΣX_a = MV-C dos parâmetros ajustados

Uma metodologia para o estabelecimento das matrizes de coeficientes para o modelo 2.9.3.2.1 é apresentada no apêndice A e B.

2.9.3.3 Estabelecimento da Escala do Modelo

Analisando o padrão da matriz N (matriz dos

coeficientes das equações normais), verifica-se a existência da coluna referente à derivada parcial de x_{o2}^C , a qual está relacionada com a variação da distância entre os dois projetores (ou fotos). A variação deste parâmetro no ajustamento, torna a matriz N singular, pois fica indefinida a escala do modelo fotogramétrico. Vimos em (2.9.3) que a definição da escala será através da fixação de uma distância entre os projetores, geralmente igual a 92,00mm. Para a fixação do parâmetro relacionado com esta distância ($x_{o2}^C = 92,00\text{mm}$), acrescentaremos equações de injunções posicionais ao conjunto de equações de observações estabelecidas [22], que removem a singularidade da matriz N e fixam a escala do modelo.

Assim:

$$x_{o2}^C = x_{ob2}^C \quad (2.9.3.3.1)$$

x_{o2}^C = É o valor calculado no ajustamento

x_{ob2}^C = É o valor observado ajustado

$$N^C = C^T P^C C \quad (2.9.3.3.2)$$

$$U^C = C^T P^C \varepsilon \quad (2.9.3.3.3)$$

$$C = \frac{\partial G}{\partial X_a} \bigg|_{X_a = X_o}$$

$$\varepsilon = x_{o2}^C - x_{ob2}^C$$

G = É a função de injunção

P = É a matriz do peso da injunção tomada como sendo diagonal

$\epsilon = \tilde{E}$ o vetor "erro de fechamento" para as equações de injunção.

Adotando-se injunções absolutas no ajustamento ou seja, utilizando-se peso elevado na matriz de peso de injunção (P^C), o modelo fixar-se-á rigidamente sem permitir variações no valor pré-estabelecido.

Tendo:

$$C = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & . & . & . & 0 \\ 1 & & & & & & & 6+3n \end{vmatrix} \quad P = \begin{vmatrix} 1.0 & E+10 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

O cálculo das correções aos parâmetros, com a introdução das injunções absolutas, assume a seguinte forma:

$$X = -(N + N^C)^{-1} (U + U^C) \quad (2.9.3.3.4)$$

E através da (2.9.3.2.10), calcula-se os valores ajustados dos parâmetros.

$$X_a = X_o + X$$

2.9.4 Formação da Faixa Analiticamente

O processo de formação da faixa é semelhante ao método de aeropoligonação utilizado nos aparelhos analógicos de multi-projetores ou de base inversível, porém, adotando-se procedimentos puramente analíticos.

O primeiro modelo é formado como visto em (2.9.3), e

fornece os parâmetros de orientação da foto 2 (κ_2 , ϕ_2 , ω_2 , x_2^C , y_2^C , z_2^C). No ajustamento para restabelecer o 2º modelo, a foto 2 é fixada com os parâmetros calculados anteriormente (κ_2 , ϕ_2 , ω_2 , x_2^C , y_2^C e z_2^C , definindo o sistema de coordenada utilizado na formação do modelo (sistema de coordenada do 1º modelo). Realizado o ajustamento obtém-se os elementos de orientação da foto 3 (κ_3 , ϕ_3 , ω_3 , x_3^C , y_3^C e z_3^C), bem como as coordenadas X, Y, e Z dos pontos que formam o modelo fotogramétrico. Os modelos seguintes serão formados semelhantemente. Utilizando este mecanismo, toda a faixa estará formada num único sistema de coordenadas (sistema de coordenadas do 1º modelo).

A adoção de uma distância fixa entre os projetores (fotos) para o restabelecimento da escala, nos modelos subsequentes ao primeiro, acarretaria deformações na formação da faixa. A fim de remover a singularidade da matriz N (matriz dos coeficientes das equações normais) e fixar a escala de maneira conveniente, utilizou-se injunções posicionais entre os pontos de ligação de modelos (pontos comuns entre dois modelos).

Considerando a figura 2.9.4.1

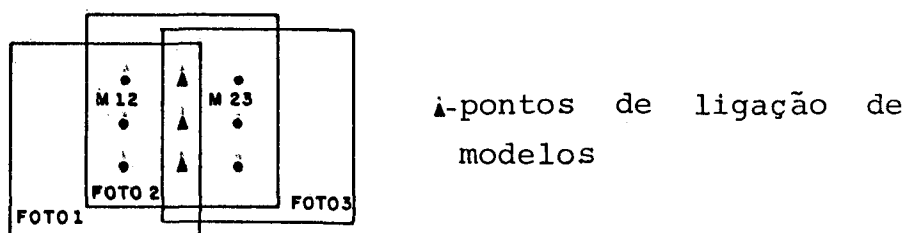


Fig. 2.9.4.1 - Esquema mostrando os pontos de ligação de modelos

As coordenadas X, Y e Z dos pontos de ligação de modelos (referidos ao sistema de coordenadas do 1º modelo) sempre são

conhecidas, o que permite aplicar as seguintes injunções ao conjunto das equações de observação.

$$\begin{vmatrix} x_i^C \\ y_i^C \\ z_i^C \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_i^b \\ y_i^b \\ z_i^b \end{vmatrix} \quad (2.9.4.1)$$

$i = 1, n$

Sendo:

$|x_i^C \ y_i^C \ z_i^C|^T$: são coordenadas dos pontos de ligação de modelos, calculadas no ajustamento (ajustadas).

$|x_i^b \ y_i^b \ z_i^b|^T$: são coordenadas dos pontos de ligação de modelos "observadas" ajustadas.

n = número de pontos de ligação de modelos

Assim:

$$N^C = C^T P^C C \quad (2.9.4.2)$$

$$U^C = C^T P^C \epsilon \quad (2.9.4.3)$$

$$C = \frac{\partial G}{\partial X_a} \Big|_{X_a = X_o}$$

$$\epsilon = \begin{vmatrix} x_i^C \\ y_i^C \\ z_i^C \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x_i^b \\ y_i^b \\ z_i^b \end{vmatrix} \quad (2.9.4.4)$$

Na realidade, as operações para a introdução destas matrizes na matriz dos coeficientes das equações, são simplificadas, Assim:

$$X = - (N+N^C)^{-1} (U+U^C) \quad (2.9.4.5)$$

E da equação (2.9.3.2.10), tem-se

$$X_a = X_o + X$$

Que permite calcular os parâmetros de formação do modelo fotogramétrico a partir do primeiro modelo já formado.

2.9.5 Análise para a Detecção e Localização de Erros Grosseiros

A restauração da faixa com o método de aeropoligonação analítica se caracteriza pela formação progressiva e dependente de cada modelo fotogramétrico. A análise para a detecção e localização de erros grosseiros, através dos resultados provenientes do ajustamento que restabelece o modelo, é mais simples, pois o pequeno número de observações existentes para a formação do modelo, proporciona uma menor distribuição de erros sobre as observações corretas.

2.9.5.1 Análise na Formação do Primeiro Modelo

O ajustamento para a formação do primeiro modelo da faixa, fornece resíduos nas observações (fotocoordenadas dos pontos fotogramétricos em ambas as fotos) que permitem avaliar a qualidade destas.

Os pontos eivados de erros grosseiros nas fotocoordenadas podem ser detectados e localizados com grande

facilidade, se existirem erros relacionados com a coordenada y . Os resíduos nas fotocoordenadas y de ambas as fotos apresentam grandezas iguais, porém de sinais contrários. A fim de facilitar a localização do erro, será mais conveniente analisar a diferença dos resíduos a qual permitirá uma melhor visualização.

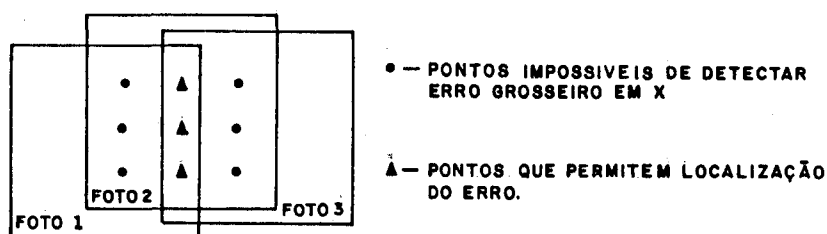


Fig. 2.9.5.1.1 - Esquema dos pontos fotogramétricos na formação da faixa.

Os pontos que possuem erros grosseiros somente nas coordenadas x , apresentam dificuldades para a sua detecção e localização no método proposto, pois devido à ocorrência da paralaxe horizontal, o erro é absorvido em altura na formação do modelo. Entretanto se o ponto for de ligação de modelo, o erro poderá ser localizado na formação do modelo seguinte, quando o mesmo participa das injunções posicionais para a fixação da escala.

2.9.5.2 Análise nos Modelos Subseqüentes

A análise para a detecção e localização de erros grosseiros nas observações é semelhante à utilizada no primeiro modelo, com algumas particularidades que devem ser consideradas.

Os resíduos provenientes do ajustamento na formação dos modelos subseqüentes apresentam características diferentes

dos apresentados na formação do primeiro modelo, devido à introdução das injunções de posição nos pontos de ligação de modelos. Entretanto, erros grosseiros que afetam as fotocoordenadas y , são aqui, também, facilmente localizados. Os erros grosseiros em pontos de ligação com o modelo seguinte que atinjam somente as coordenadas x , serão tratados como mostrado no primeiro modelo. Caso os erros sejam em pontos de ligação com o modelo anterior (pontos que sofreram as injunções posicionais) o ajustamento possibilitará a sua detecção e localização. Assim, ao analisar os pontos que possuam injunções, três fatores podem ocasionar a elevação do seus resíduos:

- erro grosseiro na fotocoordenada x do ponto do modelo anterior;
- erro grosseiro nas fotocoordenadas x e y do ponto do modelo em questão;
- erro grosseiro na fotocoordenada y de algum ponto que venha deformar todo o modelo.

A verificação destes pontos para a localização de erros grosseiros é bastante crítica, devido a não se ter parâmetros confiáveis para eliminar o ponto errado; por outro lado, são pontos indicadores de presença de erros grosseiros, pois qualquer erro na formação do modelo provoca elevação nos seus resíduos. Uma vez que, são pontos que sofreram injunções absolutas e as suas coordenadas calculadas no modelo anterior, não podem sofrer variações, e na presença de qualquer deformação do modelo, o erro é transmitido para as suas observações.

A análise das matrizes variância-covariância dos pontos determinados no espaço-objeto, permite reconhecer os pontos que sofreram as injunções (apresentam variância próximas de zero), bem como avaliar o grau de precisão das coordenadas calculadas.

2.9.6 Resultados Apresentados com o Método

Tabela 2.9.6.1. Fotocoordenadas de um modelo fotogramétrico com nove pontos, sendo que em um ponto foi introduzido erro grosseiro de 50 micrômetros nas coordenadas x e y.

FOTO 1			FOTO 2	
Nº DO PONTO	x (mm)	y (mm)	x (mm)	y (mm)
101	1,935	88,238	- 88,731	91,047
102	92,671	86,897	2,347	90,556
109	47,237	42,510	- 43,670	45,446
117	88,166	- 3,821	1,800	- 0,568
124	46,660	- 49,692	- 44,293	- 46,124
131	- 0,009	- 77,276	- 72,068	- 73,541
132	67,628	- 71,160	1,407	- 67,409
167*	47,556	87,806	- 43,355	91,096
169	41,511	- 85,590	- 39,252	- 81,466

* Ponto no qual foi introduzido erro grosseiro, nas fotocoordenadas da foto 1.

Tabela 2.9.6.2. Mostra o resultado da aplicação do algoritmo proposto para a detecção e localização de erros grosseiros nos pontos fotogramétricos.

RESULTADOS DO AJUSTAMENTO

RESÍDUOS FOTO 1 RESÍDUOS FOTO 2 ≠ DOS RESÍDUOS

Nº DO PONTO	x (mm)	y (mm)	x (mm)	y (mm)	Y (mm)
101	0,000	- 0,009	0,000	0,008	- 0,017
102	0,000	- 0,008	0,000	0,008	- 0,016
109	0,000	- 0,001	0,000	0,000	- 0,001
117	0,000	- 0,002	0,000	- 0,002	- 0,004
124	0,000	0,002	0,000	- 0,003	0,005
131	0,000	- 0,001	0,000	0,000	- 0,001
132	0,000	0,001	0,000	0,000	0,001
167*	0,000	0,017	0,000	0,017	0,034
169	0,000	- 0,001	0,000	0,001	- 0,002

$$\sigma^2 \text{ (a priori)} = 1,0$$

$$\hat{\sigma}^2 = \text{(a posteriori)} = 25,209$$

* Ponto no qual foi introduzido erro grosseiro, nas fotocoordenadas na foto 1.

Analisando os resultados apresentados pelo ajustamento, percebe-se facilmente a existência de erros grosseiros nas observações (variância a posteriori). O erro grosseiro em y é claramente visualizado nos resíduos das observações, entretanto como era esperado, não se localiza o erro grosseiro introduzido na fotocoordenada x do ponto, pelo fato do mesmo ser absorvido na altura do ponto (paralaxe horizontal).

Tabela 2.9.6.3 Fotocoordenadas do primeiro modelo fotogramétrico, sendo que em um ponto do modelo foi introduzido erro grosseiro de 100 micrômetros na coordenada x.

Vimos na explanação teórica do método que os erros grosseiros em pontos de ligação de modelos só poderão ser detectados na formação do modelo seguinte, pois neste modelo estes pontos sofrem injunções posicionais, possibilitando a sua detecção e localização.

FOTOCOORDENADAS DO 1º MODELO

FOTO 1			FOTO 2	
Nº DO PONTO	x (mm)	y (mm)	x (mm)	y (mm)
101	1,935	88,238	- 88,731	91,047
102	92,671	86,897	2,347	90,556
109	47,237	42,510	- 43,670	45,446
117*	88,066	- 3,821	1,800	- 0,568
124	46,660	- 49,692	- 44,293	- 46,124
131	- 0,009	- 77,276	- 72,068	- 73,541
132	67,628	- 71,160	1,407	- 67,409
167	47,506	87,856	- 43,355	91,096
169	41,511	- 85,590	- 39,252	- 81,466

* Ponto de ligação com o modelo seguinte, no qual foi introduzido o erro grosseiro na fotocoordenada x. Como se verifica, na formação deste modelo, não é possível localização do erro, pois o mesmo é absorvido em altura. A sua detecção e localização serão realizadas no modelo seguinte.

Tabela 2.9.6.4. Fotocoordenadas do 2º modelo fotogramétrico, sendo que as observações estão isentas de erros grosseiros.

FOTOCOORDENADAS DO 2º MODELO

FOTO 1			FOTO 2	
Nº DO PONTO	x (mm)	y (mm)	x (mm)	y (mm)
102	2,347	90,556	- 86,613	88,489
103	96,368	91,861	4,011	89,253
110	44,693	41,814	- 39,805	40,339
111	112,863	35,731	39,116	33,706
117	1,800 -	0,568	- 84,369	- 1,183
118	90,800 -	1,101	2,665	- 2,488
125	39,682 -	38,884	- 36,686	- 39,843
132	1,407 -	67,409	- 65,790	- 68,168
133	90,431 -	89,288	1,358	- 90,749

Tabela 2.9.6.5. Mostra o resultado da aplicação do algoritmo proposto para a detecção e localização de erros grosseiros na coordenada x de pontos de ligação de modelos.

RESULTADOS DO AJUSTAMENTO DO 2º MODELO

RESÍDUOS FOTO 1 RESÍDUOS FOTO 2 ≠ DOS RESÍDUOS

Nº DO PONTO	x (mm)	y (mm)	x (mm)	y (mm)	x (mm)	y (mm)
102	0,000	0,000	- 0,023	-0,009	0,023	0,009
103	0,000	-0,003	0,000	0,004	0,000	-0,007
110	0,000	-0,003	0,000	0,003	0,000	-0,006
111	0,000	-0,000	0,000	0,003	0,000	0,000
117*	0,000	0,002	0,043	0,011	-0,043	-0,009
118	0,000	0,002	-0,000	-0,002	0,000	0,003
125	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
132	0,000	-0,002	-0,024	0,002	0,024	-0,004
133	0,000	0,008	-0,000	-0,008	0,000	0,017

σ_0^2 (a priori) = 1,0

$\hat{\sigma}_0^2$ (a posteriori) = 32,177

* Ponto de ligação onde se evidencia a presença de erros grosseiros.

O exemplo mostrado nas tabelas 2.9.6.3, 2.9.6.4 e 2.9.6.5 mostra a dificuldade para se localizar um erro grosseiro desta natureza com o algoritmo proposto, visto que os seus efeitos são absorvidos na altura do ponto (paralaxe horizontal), quando na formação do modelo fotogramétrico. Entretanto, quando o erro grosseiro encontra-se em pontos de ligação de modelos, a aplicação das injunções posicionais permite a localização do erro. Na tabela 2.9.6.5 mostra os

resultados provenientes do ajustamento da formação do 2º modelo. Neste caso o erro grosseiro foi distribuído pelos pontos que sofreram injunções, mas o maior resíduo está associado ao ponto realmente incorreto.

Os erros grosseiros deste tipo em pontos de ligação de faixas serão detectados e localizados no algoritmo proposto na secção 2.10.

2.10 DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS TIPO 4

A transferência de pontos de ligação de faixas é uma fase de trabalho indispensável às aerotriangulações analíticas e semi-analíticas em bloco, pois pontos comuns entre faixas são fundamentais para garantir homogeneidade ao conjunto aerotriangulado. Os erros grosseiros ocorrem com grande facilidade na transferência dos pontos e geralmente estão associados à dificuldade de estereoscopia entre faixas, pontos situados em locais de difícil transferência (mata densa e encostas), falta de superposição entre faixas e baixa qualidade das aerofotos. Os erros grosseiros tipo 4 estão associados com os pontos comuns entre faixas e são devidos a fatores como: erro na leitura e transferência destes pontos e na sua digitação. Mesmo quando realizado um planeamento acurado, a frequência destes erros é significativa (ver exemplos no capítulo 4). Verificando-se a presença destes erros no ajustamento simultâneo, os seus efeitos são drásticos nos resultados obtidos.

2.10.1 Fundamento Teórico do Método

A distribuição dos pontos entre faixas apresentada na figura (2.10.1.1) é a mais recomendável, garantindo maior rigidez na ligação das faixas, permitindo melhores resultados no método a ser proposto para a detecção e localização de erros grosseiros nestes pontos.

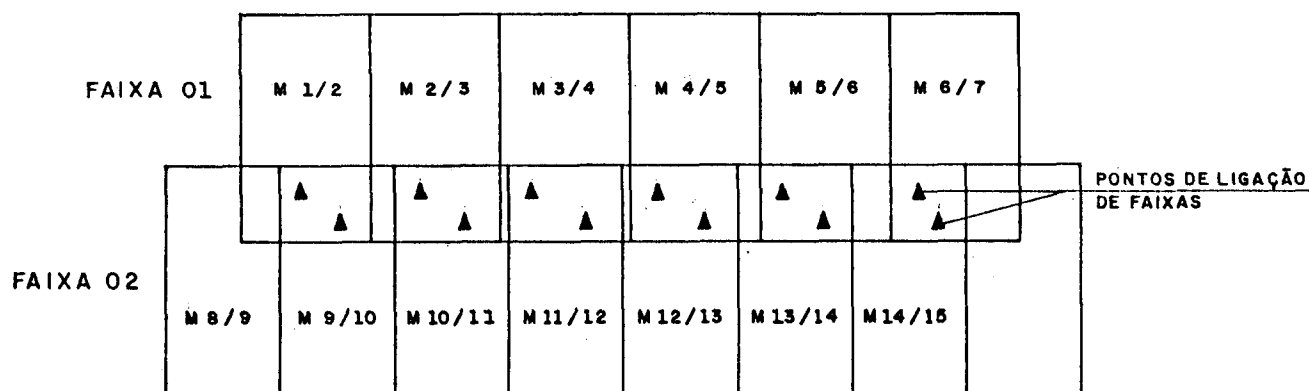


Fig. 2.10.1.1 - Distribuição recomendável para os pontos de ligação entre faixas contíguas num bloco a ser aerotriangulado.

O método fundamenta-se na aplicação do ajustamento para determinar parâmetros de transformação das coordenadas dos pontos das faixas para um sistema referencial único e através dos resíduos provenientes do ajustamento, possibilitam avaliar a qualidade dos pontos utilizados na determinação dos parâmetros.

A formação da faixa com o método apresentado em (2.9.4), ou através da concatenação dos modelos (Capítulo III Secção 3.6) constitui elemento fundamental à aplicação do método, bem como a disposição dos pontos entre faixas apresentada na figura (2.10.1.1). Esta distribuição garante melhor geometria no ajustamento para a determinação dos parâmetros de transformação.

2.10.2 Modelo Matemático Utilizado na Transformação de Coordenadas

Considerando que as faixas são formadas em sistemas

distintos e que não sofrem deformações que venham alterar a sua forma, as diferenças entre as duas unidades estariam relacionadas com rotações, translações e escalas diferentes.

Por se tratar de uma unidade no espaço tridimensional, o sistema de coordenadas em que a faixa é formada, é também um sistema tridimensional (X,Y,Z). Assim, a transformação geométrica mais adequada para o tratamento matemático (transformação de coordenadas entre sistemas de faixas) é a transformação isogonal no espaço tridimensional, que possui parâmetros relativos às rotações, translações e escala. [16].

$$\begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} = \lambda R(\kappa, \phi, \omega) \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{vmatrix} \quad (2.10.2.1)$$

$|X, Y, Z|^T$ = Coordenadas de pontos no sistema da faixa da esquerda

$|x, y, z|^T$ = Coordenadas de pontos no sistema da faixa da direita

$|\lambda, \kappa, \phi, \omega, X_0, Y_0, Z_0|^T$ = Parâmetros a serem determinados

2.10.3 Modelo Matemático de Ajustamento para a Determinação dos Parâmetros de Transformação

Da equação (2.10.2.1), tem-se:

$$\begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} - \lambda R(\kappa, \phi, \omega) \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{vmatrix} = 0 \quad (2.10.3.1)$$

Tratando-se como observações as coordenadas nos sistemas de ambas as faixas, teremos uma função implícita que reúne

tanto parâmetros ajustados como valores observados ajustados, assim:

$$F(La, Xa) = 0 \quad (2.10.3.2)$$

que é o caso geral de ajustamento (método combinado) [09] e cujo tratamento é o descrito na secção (2.6.3.1).

O ajustamento proposto para a determinação dos parâmetros de transformação de coordenadas entre faixas, que trata como observações as coordenadas de ambos os sistemas, permite a obtenção de resíduos dos pontos comuns entre faixas nos dois sistemas de coordenadas. Estes resíduos possibilitam avaliar as condições dos pontos utilizados no ajustamento.

Uma metodologia para o estabelecimento das matrizes dos coeficientes para o modelo 2.10.3.1 é apresentada nos apêndices C e D.

2.10.4 Introdução da Estimativa Robusta - "DANISH METHOD" no Ajustamento, com o Objetivo de Detectar e Localizar Erros Grosseiros

O método dos mínimos quadrados ($\sum pvv = \text{mín}$), utilizado no ajustamento para a determinação dos parâmetros, quando em presença de observações eivadas de erros grosseiros, apresenta a indesejável distribuição de erros sobre todo o conjunto. A análise dos resíduos para a detecção e localização de erros é difícil, pois nem sempre os resíduos servem de indicador seguro de que a observação a que está associada deve ser eliminada do ajustamento. Devido a estas dificuldades, optou-se pelo método de Estimativa Robusta, que vem apresentando ótimos resultados no tratamento de dados que apresentam erros grosseiros. [11].

O método de ajustamento com a introdução da Estimativa Robusta é similar ao método convencional de mínimos quadrados, com a diferença que, através dos resíduos

fornecidos na primeira iteração, efetua-se o cálculo de novos pesos, que serão introduzidos no ajustamento da iteração seguinte. Assim o processo de cálculo de pesos, em função de resíduos e novo ajustamento, é repetido várias vezes, até que os pesos das observações erradas são reduzidos a valores próximos de 0 e os pesos das observações boas ficam próximos de 1. Desta maneira, os resíduos das observações erradas se aproximarão dos erros existentes.

As funções para o cálculo dos pesos, bem como a sequência de cálculo apresentadas por [14], [11], são:

1ª Etapa:

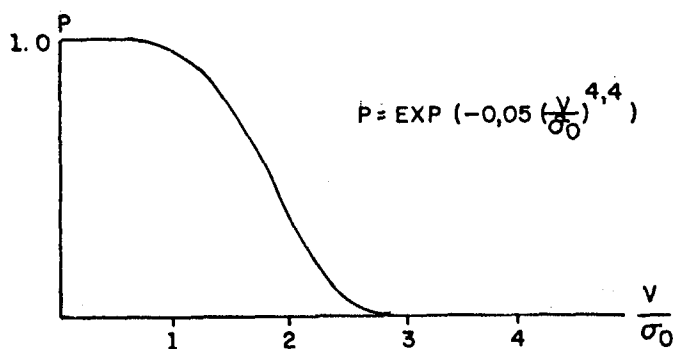
$$P = I$$

I = matriz identidade

2ª Etapa:

Na segunda e terceira iterações

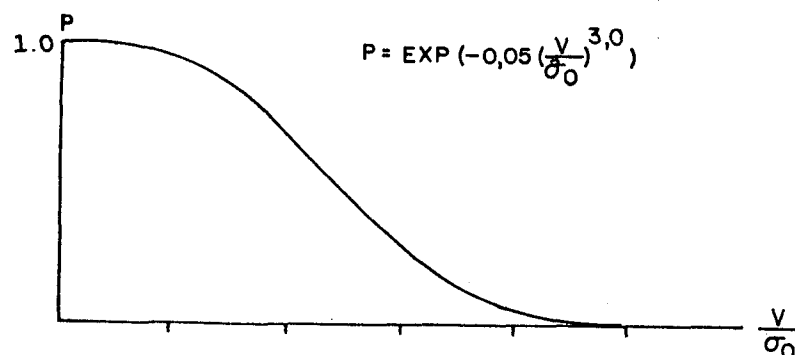
$$P = \text{EXP}(-0,05 (V/\hat{\sigma}_0)^{4,4}) \quad (2.10.4.1)$$



3ª Etapa:

Nas seguintes iterações

$$P = \text{EXP} (-0,05 (V/\hat{\sigma}_0)^{3,0}) \quad (2.10.4.2)$$



V = resíduos das observações

$\hat{\sigma}_0^2$ = variância das observações de peso unitário
(a posteriori)

A estimativa robusta é um dos métodos mais utilizado nos programas de aerotriangulação analítica e semi-analítica para a detecção e localização de erros grosseiros [13], [23].

No modelo matemático proposto (determinação dos parâmetros da transformação isogonal), para a verificação da qualidade dos pontos de ligação de faixas, através da análise dos resíduos, foi introduzido a Estimativa Robusta, a fim de auxiliar o método na detecção e localização de erros grosseiros..

A sequência de cálculos dos pesos, bem como as funções de pesos utilizadas, são:

1ª Etapa

No início do ajustamento, as duas primeiras iterações são realizadas com pesos calculados da seguinte maneira:

- a) Pesos para os pontos da faixa da esquerda:

$$(P_{Xi} = P_{Yi} = P_{Zi} = 1,0) \quad i=1,n \quad (2.10.4.3)$$

- b) Pesos para os pontos da faixa da direita:

$$(P_{Xi} = P_{Yi} = P_{Zi} = 100,00) \quad i=1,n \quad (2.10.4.4)$$

$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2 = 0,01$$

n = número de pontos de enlace

2ª Etapa

Na terceira e quarta iteração, os pesos são calculados pelas seguintes funções:

- a) Pesos para os pontos da faixa da esquerda:

$$\begin{aligned} P_{Xi} &= \text{EXP}(-0,05 (K_{VXi}/\hat{\sigma}_0)^{4,4}) \\ P_{Yi} &= \text{EXP}(-0,05 (K_{VYi}/\hat{\sigma}_0)^{4,4}) \\ P_{Zi} &= \text{EXP}(-0,05 (K_{VZi}/\hat{\sigma}_0)^{4,4}) \end{aligned} \quad (2.10.4.5)$$

$i=1,n$

b) Pesos para os pontos da faixa da direita:

$$P_{xi} = \text{EXP}(-0,05 (V_{xi}/\hat{\sigma}_0)^{4,4}) \quad (2.10.4.6)$$

$$P_{yi} = \text{EXP}(-0,05 (V_{yi}/\hat{\sigma}_0)^{4,4})$$

$$P_{zi} = \text{EXP}(-0,05 (V_{zi}/\hat{\sigma}_0)^{4,4})$$

$$i=1,n$$

3ª Etapa

Na quinta e sexta iteração, os pesos são calculados por outra função de peso:

a) Pesos para os pontos da faixa da esquerda:

$$P_{xi} = \text{EXP}(-0,05 (KV_{xi}/\hat{\sigma}_0)^{3,0}) \quad (2.10.4.7)$$

$$P_{yi} = \text{EXP}(-0,05 (KV_{yi}/\hat{\sigma}_0)^{3,0})$$

$$P_{zi} = \text{EXP}(-0,05 (KV_{zi}/\hat{\sigma}_0)^{3,0})$$

$$i=1,n$$

b) Pesos para os pontos da faixa da direita:

$$P_{xi} = \text{EXP}(-0,05 (V_{xi}/\hat{\sigma}_0)^{3,0}) \quad (2.10.4.8)$$

$$P_{yi} = \text{EXP}(-0,05 (V_{yi}/\hat{\sigma}_0)^{3,0})$$

$$P_{zi} = \text{EXP}(-0,05 (V_{zi}/\hat{\sigma}_0)^{3,0})$$

$$i=1,n$$

$|V_{xi}, V_{yi}, V_{zi}|^T$ = são os resíduos nas coordenadas dos pontos da faixa da esquerda.

$|V_{xi}, V_{yi}, V_{zi}|^T$ = são os resíduos nas coordenadas dos pontos da faixa da direita.

K = fator de multiplicação dos resíduos dos pontos da faixa da esquerda.

$\hat{\sigma}^2$ = variância das observações de peso unitário (a posteriori)

n = número de pontos de controle

O fator de multiplicação dos resíduos (K), geralmente é apresentado como sendo igual à unidade [23]. Em vários experimentos realizados chegou-se a um valor para K, em torno de 4,7.

A adoção de pesos diferentes entre as duas faixas nas duas primeiras iterações (2.10.4.3 e 2.10.4.4), equivale a supor que a faixa da direita apresenta maior rigor na sua formação e faz com que os erros grosseiros existentes em qualquer uma das faixas sejam evidenciados nos resíduos da faixa da esquerda; assim, adotando-se pesos iguais ($P=I$) para as duas faixas, acarreta-se uma maior distribuição dos erros entre faixas, o que muitas vezes dificulta a análise para a detecção e localização dos erros grosseiros.

A multiplicação dos resíduos da faixa da esquerda pela constante K no cálculo dos pesos nas respectivas funções (2.10.4.5 e 2.10.4.7), e a utilização de pesos diferentes para as duas faixas nas duas primeiras iterações, são procedimentos que atuam em conjunto na detecção e localização de erros grosseiros existentes em ambas as faixas, pois proporcionam que os mesmos sejam mostrados com maior ênfase nos resíduos da faixa da esquerda.

2.10.4.1 Vantagens e Desvantagens no Uso do Estimador Robusto

Vantagens

- possibilidade de aproveitamento dos programas de ajustamento pelo método dos mínimos quadrados (M.M.Q) existentes;
- facilidades de programação e introdução das funções de peso;
- tempo de computação pequeno no cálculo dos pesos, sem a necessidade de inversão de grandes matrizes;
- mais de um erro pode ser encontrado com facilidade.

Desvantagens

- pontos eliminados do ajustamento, sem uma análise mais profunda (posição, geometria e importância);
- pequenos erros apresentam dificuldades na detecção e localização.

2.10.5 Resultados Apresentados com o Método

Nos pontos de ligação de faixas, foram introduzidos erros grosseiros, a fim de verificar a capacidade do algoritmo em localizá-los. No bloco teste, as faixas são compostas de 8 fotos na escala de 1:10.000, e foram formadas com o método analítico apresentado em (2.9.4).

Para mostrar a potencialidade do método com a utilização do estimador robusto, mostramos os resultados alcançados somente com o ajustamento convencional M.M.Q. e com o emprego do estimador robusto.

Tabela 2.10.5.1. Coordenadas dos pontos de ligação entre a faixa esquerda e direita, formadas em sistemas independentes com o método proposto em (2.9.4), sendo que em um ponto foi introduzido erro de 1mm nas coordenadas x, y e z da faixa esquerda.

VALORES DAS COORDENADAS DOS PONTOS NAS FAIXAS						
Nº DO PONTO	FAIXA ESQUERDA			FAIXA DIREITA		
	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	x (mm)	y (mm)	z (mm)
*131	1,979	87,058	-193,605	-0,011	-95,472	-189,027
132	95,136	86,305	-211,690	92,114	-96,922	-208,397
125	141,593	132,142	-186,855	138,516	-50,993	-183,550
133	187,702	85,968	-161,114	184,832	-97,096	-158,024
134	278,679	84,636	-159,527	275,846	-98,159	-156,687
142	324,356	37,050	-203,477	321,554	-145,519	-200,855
135	370,730	83,099	-167,342	367,897	-99,411	-164,732
170	324,858	83,475	-182,109	321,977	-99,117	-179,396

* Ponto no qual foi introduzido o erro grosseiro.

Tabela 2.10.5.2

Resíduos das coordenadas dos pontos de ligação entre a faixa esquerda e direita, fornecidos pelo ajustamento que determina os parâmetros de transformação, utilizando somente dos mínimos quadrados (M.M.Q.) e da estimativa robusta.

RESULTADOS DO AJUSTAMENTO CONVENCIONAL M.M.Q.

Nº DO PONTO	RESÍDUOS FAIXA ESQUERDA			RESÍDUOS FAIXA DIREITA		
	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	x (mm)	y (mm)	z (mm)
131*	0,258	0,253	0,237	0,259	-0,254	-0,236
132	-0,145	-0,139	-0,212	0,146	0,139	0,211
125	-0,168	-0,089	-0,070	0,168	0,090	0,069
133	-0,122	-0,121	-0,067	0,112	0,122	0,066
134	-0,027	-0,037	0,014	0,027	0,037	-0,015
142	0,098	0,028	-0,039	-0,098	-0,029	0,040
135	0,061	0,058	0,100	-0,061	-0,059	-0,100
170	0,035	0,046	0,036	-0,035	-0,046	-0,036

RESULTADOS DO AJUSTAMENTO UTILIZANDO O ESTIMADOR ROBUSTO

131*	1,007	1,015	1,029	0,000	0,000	0,000
132	-0,002	-0,001	-0,007	0,002	0,001	0,005
125	0,003	-0,001	0,003	-0,003	0,001	-0,003
133	-0,002	0,000	0,004	0,002	0,000	-0,004
134	0,003	-0,001	-0,003	-0,003	0,000	0,003
142	-0,002	0,000	0,005	0,002	0,000	-0,005
135	0,000	-0,004	0,001	0,000	0,004	-0,001
170	0,000	0,007	0,005	0,000	-0,007	0,005

* Ponto no qual foi introduzido erro grosseiro.

Nos resultados apresentados com o ajustamento convencional mínimos quadrados (M.M.Q), verifica-se que, apesar da distribuição do erro sobre as outras observações corretas, o ponto realmente errado é evidenciado com resíduos superiores aos outros. Utilizando-se a estimativa robusta no ajustamento os resultados são surpreendentes, visto que o erro existente no ponto é mostrado completamente nos resíduos.

A fim de proporcionar facilidades na análise dos resíduos, como também minimizar o tempo de processamento, o ajustamento para a determinação dos parâmetros de transformação não utiliza todos os pontos de ligação entre faixas de uma só vez. Oito pontos de ligação são tomados de cada vez e determinados os parâmetros de transformação para estes pontos. Este procedimento é repetido até que todos os pontos da faixa sejam verificados.

Tabela 2.10.5.3. Coordenadas dos pontos de ligação entre a faixa esquerda e direita, formadas em sistemas independentes com o método proposto em (2.9.4), sendo que em dois pontos foram introduzidos erros grosseiros entre 2 a 1mm nas coordenadas X, Y e Z da faixa direita.

VALORES DAS COORDENADAS DOS PONTOS NAS FAIXAS

Nº DO PONTO	FAIXA DA ESQUERDA			FAIXA DA DIREITA		
	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	x (mm)	y (mm)	z (mm)
131	2,978	88,058	-192,605	-0,011	-95,472	-189,027
132	95,136	86,305	-211,690	92,114	-96,922	-208,397
125*	143,593	131,142	-187,855	138,516	-50,993	-183,550
133	187,702	85,968	-161,114	184,832	-97,096	-158,024
134	278,679	84,636	-159,527	275,846	-98,159	-156,687
142**	323,356	38,050	-202,477	321,554	-145,519	-200,855
135	370,730	83,099	-167,342	367,897	-99,411	-164,732
170	324,858	83,475	-182,109	321,977	-99,117	-179,396

*Ponto no qual foi introduzido erro de 2mm em X e 1mm em Y e Z

**Ponto no qual foi introduzido erro de 1mm em X,Y e Z.

Tabela 2.10.5.4 Resíduos das coordenadas dos pontos de ligação entre a faixa esquerda e direita, fornecidos pelo ajustamento que determina os parâmetros de transformação, utilizando somente dos mínimos quadrados (M.M.Q) e da estimativa robusta.

RESULTADOS DO AJUSTAMENTO CONVENCIONAL M.M.Q.

Nº DO PONTO	RESÍDUOS FAIXA ESQUERDA			RESÍDUOS FAIXA DIREITA		
	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	x (mm)	y (mm)	z (mm)
131	0,379	-0,021	-0,052	-0,378	0,019	0,054
132	0,245	-0,140	-0,008	-0,245	0,138	0,010
125*	-0,823	0,419	0,238	0,821	-0,412	-0,245
133	0,095	0,117	-0,043	-0,094	-0,118	0,042
134	-0,034	0,116	-0,019	0,034	-0,116	-0,017
142*	0,403	-0,553	-0,182	-0,403	0,547	0,189
135	-0,119	0,062	0,033	0,168	-0,060	-0,034
170	-0,097	0,000	0,033	0,097	0,001	-0,033

RESULTADO DO AJUSTAMENTO UTILIZANDO ESTIMADOR ROBUSTO

131	0,004	0,003	0,007	-0,003	-0,003	-0,007
132	-0,001	-0,008	-0,011	0,001	0,004	0,010
125*	-1,996	0,992	0,993	0,000	0,000	0,000
133	-0,002	-0,001	0,003	0,002	0,001	0,003
134	0,002	0,000	0,002	-0,002	0,000	-0,002
142*	0,098	-1,005	-0,978	0,000	0,000	0,000
135	-0,001	-0,004	0,005	0,001	0,004	-0,005
170	0,000	0,006	-0,002	0,000	-0,006	0,002

*Pontos nos quais foram introduzidos erros grosseiros.

Os erros introduzidos nos pontos são claramente mostrados nos resíduos provenientes do ajustamento com a utilização do estimador robusto, permitindo a eliminação dos mesmos com grande segurança. Com resultado encontrado no ajustamento convencional M.M.Q., a análise para a localização do erro é difícil e pouco confiável.

Tab la 2.10.5.5. Coordenadas dos pontos de ligação entre a faixa esquerda e direita, formadas em sistemas independentes com o método proposto em (2.9.4); sendo que em um ponto foi introduzido erro grosseiro de 0,1mm nas coordenadas X,Y e Z da faixa direita.

VALORES DAS COORDENADAS DOS PONTOS DAS FAIXAS

FAIXA DA ESQUERDA				FAIXA DA DIREITA		
Nº DO PONTO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	x (mm)	y (mm)	z (mm)
131*	2,879	88,158	-192,505	-0,011	-95,472	-189,027
132	95,136	86,305	-211,690	92,114	-96,922	-208,397
125	141,593	132,142	-186,855	138,516	-50,993	-183,550
133	187,702	85,968	-161,114	184,832	-97,096	-158,024
134	278,679	84,636	-159,527	275,846	-98,159	-156,687
142	324,356	37,050	-203,477	321,554	-145,519	-200,855
135	370,730	83,099	-167,342	367,897	-99,411	-164,732
170	324,858	83,475	-182,109	321,977	-99,117	-179,396

*Ponto no qual foi introduzido o erro grosseiro.

Tabela 2.10.5.6. Resíduos das coordenadas dos pontos de ligação entre a faixa esquerda e direita, fornecidos pelo ajustamento que determina os parâmetros de transformação, utilizando somente dos mínimos quadrados (M.M.Q) e da estimativa robusta.

RESULTADOS DO AJUSTAMENTO CONVENCIONAL M.M.Q.

Nº DO PONTO	RESÍDUOS FAIXA ESQUERDA			RESÍDUOS FAIXA DIREITA		
	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	x (mm)	y (mm)	z (mm)
131	0,027	-0,021	-0,016	-0,027	0,021	0,016
132	-0,021	0,011	0,005	0,021	-0,011	-0,005
125	-0,007	0,014	0,008	0,007	-0,014	-0,008
133	-0,009	0,010	0,013	0,009	-0,010	-0,013
134	0,003	0,002	-0,001	-0,003	-0,002	0,001
142	-0,004	-0,010	0,004	0,004	0,010	-0,004
135	0,008	-0,010	-0,005	-0,008	0,009	0,005
170	0,003	0,003	-0,008	-0,003	-0,003	0,008

RESULTADO DO AJUSTAMENTO UTILIZANDO ESTIMADOR ROBUSTO

131*	0,107	-0,085	-0,069	0,000	0,000	0,000
132	-0,002	-0,001	-0,005	0,002	0,001	0,005
125	0,003	-0,001	0,004	-0,003	0,001	-0,004
133	-0,001	0,000	0,005	0,001	0,000	-0,005
134	0,003	0,000	-0,003	-0,003	0,000	0,003
142	-0,002	0,000	0,005	0,002	0,000	-0,005
135	0,000	-0,004	0,001	0,000	0,004	-0,001
170	0,000	0,007	-0,005	0,000	-0,007	0,005

*Pontos nos quais foram introduzidos erros grosseiros.

Neste exemplo é mostrada a vantagem que o método proporciona, quando se utiliza o estimador robusto na localização de erros grosseiros de pequenas dimensões, visto que no ajustamento convencional, devido a distribuição do erro, a visualização do mesmo é praticamente impossível.

Nos experimentos realizados, o método para a detecção e localização de erros grosseiros em pontos de ligação de faixas mostrou-se poderoso e eficaz. A eliminação destes erros, que são comuns nas aerotriangulações, é fator de grande importância, sendo que a sua presença no ajustamento simultâneo resulta em drásticos problemas.

2.11 VERIFICAÇÃO DA NUMERAÇÃO DOS PONTOS FOTOGRAFÉTRICOS NUM BLOCO A SER AEROTRIANGULADO

A preparação dos elementos necessários a realização da aerotriangulação, constitui a etapa mais importante para o bom andamento dos trabalhos posteriores. A fase de numeração dos pontos fotogramétricos exige a adoção de uma sistemática* na numeração dos pontos, que minimize a ocorrência de erros grosseiros (pontos diferentes possuindo o mesmo número).

O elevado número de pontos fotogramétricos a serem codificados num bloco usual (200 a 300 fotos) propicia, com grande facilidade, a existência de enganos no processo de codificação dos mesmos. A presença destes erros no ajustamento simultâneo (alguns programas de aerotriangulação são capazes de localizar estes erros), leva os resultados da aerotriangulação a valores completamente irreais, tornando praticamente impossível a localização automática dos erros.

* As empresas de aerofotogrametria possuem maneiras diferentes de numerar os pontos, mas todas visam minimizar os enganos de numeração.

A fim de solucionar o problema, propomos um simples algoritmo computacional que verifica os pontos do bloco, mostrando os que aparecem duas ou mais vezes, mas que apresentem a condição de não pertencer a fotos* consecutivas, mostrando também os pontos repetidos numa mesma foto*. Assim torna-se possível analisar todos os pontos existentes no bloco, localizando eventuais erros grosseiros na numeração e codificação dos pontos.

A utilização deste algoritmo é fator de grande importância para os programas de aerotriangulação com ajustamento simultâneo que não possuam mecanismos para a localização de erros desta natureza, visto que, estes erros são encontrados com grande freqüência nos blocos a serem aerotriangulados (ver exemplos no capítulo IV).

* No caso de aerotriangulação semi-analítica teremos modelos.

Tabela 2.11.1.

Mostra os resultados obtidos com o algoritmo proposto para a verificação da numeração dos pontos fotogramétricos num bloco a ser aerotriangulado.

Nº DO PONTO	FOTO	FAIXA	FOTO	FAIXA
22617	1202	1	2232	2
41001	1202	1	2232	2
41007	1203	1	2233	2
41009*	1204	1	1228	1
41010	1205	1	2234	2
41014	1207	1	2238	2
41024	1211	1	2242	2
41034	1216	1	2248	2
41035	1216	1	2248	2
41039**	1217	1	7127	7
41046	1221	1	2254	2
41048	1222	1	2255	2
41049	1222	1	2255	2
41051	1223	1	2256	2
41053	1224	1	2257	2
41057***	1226	1	1226	1

* O ponto 41009 aparece na foto 1204 da faixa 1 e na foto 1228 também da faixa 1, isto jamais poderia acontecer, uma vez que a numeração sequencial das fotos tem incremento igual a 1 (visto na tabela 2.11.1), ficando evidente o erro de numeração do ponto.

** Esta situação também não ocorre nunca num bloco, sabendo-se que a faixa 7 não é contígua à faixa 1.

*** Mostra dois pontos com o mesmo número na mesma foto.

2.12 DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS TIPO 5

A filtragem progressiva utilizada na depuração dos dados necessários à aerotriangulação, apresenta a característica de eliminar por etapas, os erros grosseiros do conjunto. Os algoritmos de detecção mostrados nas secções anteriores foram desenvolvidos para o tratamento das observações fotogramétricas. Assim podemos considerar que os dados, depurados até esta etapa, estejam isentos de erros grosseiros ligados à fotogrametria. Entretanto podem existir ainda os erros relacionados com o controle de campo, ocasionados pelos seguintes fatores: identificação incorreta nas aerofotos, falhas nas leituras de coordenadas e erro na determinação das coordenadas geodésicas destes pontos. Estes erros foram classificados como do tipo 5 e serão tratados nesta etapa, visando a sua localização. Utilizando-se para isto algoritmos matemáticos que possibilitem uma análise mais simples do que a apresentada no ajustamento simultâneo, que devido ao processamento de todo o conjunto, apresenta maior distribuição dos erros e dificulta a análise para a localização dos mesmos. Acarretando com isto um aumento considerável do tempo de processamento, tornando-se o trabalho dispendioso em tempo e custo, ao mesmo tempo que reduz a confiabilidade dos resultados.

Os pontos planialtimétricos (latitude, longitude e altitude), planimétricos (latitude e longitude) e altimétricos (altitude) são os controles verdadeiramente utilizados nas aerotriangulações. Os erros que ocorrem nas aerotriangulações, relacionados a estes controles serão tratados em partes que subdividimos em:

- detecção e localização de erros grosseiros em pontos de controle planimétricos;
- detecção e localização de erros grosseiros em pontos de controle planialtimétricos;

detecção e localização de erros em pontos de controle altimétricos.

Para cada etapa de trabalho foram desenvolvidos algoritmos matemáticos e métodos para a localização dos erros grosseiros. A faixa formada num sistema de coordenadas constitui a unidade fundamental para a aplicação dos métodos, como veremos nas explicações seguintes.

2.12.1 Detecção e Localização de Erros Grosseiros em Pontos de Controle Planimétricos

A utilização dos pontos planimétricos como controle nas aerotriangulações dificilmente ocorre, entretanto, não podemos descartar as possibilidades do emprego destes pontos. A principal aplicação deste algoritmo no proposto para a depuração dos dados (filtragem progressiva) é na realização de uma prévia verificação planimétrica nos pontos de controle planialtimétricos, grandemente utilizados nas aerotriangulações. A filtragem dos erros muito grosseiros nestes pontos, traz ganhos nas etapas seguintes de trabalho.

O método apresentado realiza um teste nas coordenadas planimétricas, através de um processamento rápido e econômico, consumindo mínimas quantidades de tempo de processamento e análise dos dados.

2.12.1.1 Fundamento Teórico do Método

A formação da faixa num sistema de coordenadas único, através do método analítico proposto em (2.9.4) ou por concatenação dos modelos fotogramétricos (3.6), constitui pré-requisito à aplicação do método de detecção.

Os pontos de controle existentes na faixa poderão ser transformados para o terreno, utilizando-se, para isto, uma simples transformação geométrica no plano.

As coordenadas transformadas serão comparadas com as coordenadas geodésicas e as diferenças existentes permitem verificar eventuais erros grosseiros nos pontos de controle.

A faixa formada constitui na realidade uma unidade no espaço tridimensional. A realização da transformação de coordenadas de pontos desta unidade para um sistema plano (utilizando-se um modelo geométrico plano) poderá apresentar resultados insatisfatórios, devido às deformações existentes que não poderão ser modeladas pela transformação geométrica. Estas deformações dependem da escala das aerofotos e também do número de aerofotos que compõem uma faixa (para escalas grandes o número de aerofotos poderá ser maior do que numa escala pequena, devido a menores deformações provocadas pela propagação de erros). O insuficiente número de parâmetros de rotação que possui uma transformação no plano (somente uma rotação), não poderá absorver as rotações que o sistema de coordenadas da faixa apresenta (três rotações já que a mesma foi formada no espaço), acarretando com isto outras deformações.

O ajustamento necessário à determinação dos parâmetros de transformação, em muitos casos, não apresenta bons resultados, determinando que o teste seja realizado somente para a localização de erros muito grosseiros.

Para faixas longas, a divisão em sub-faixas poderá apresentar bons resultados no método, entretanto este procedimento diminuirá o número de pontos de controle existentes em cada sub-faixa, e a análise para a localização dos erros seria prejudicada pelo reduzido grau de liberdade na determinação dos parâmetros.

Os resíduos provenientes do ajustamento poderão servir também para a localização dos erros grosseiros, porém, os melhores resultados foram encontrados nas diferenças entre as coordenadas geodésicas e transformadas.

Os erros grosseiros de pequenas dimensões não poderão ser localizados com este método, sendo a sua principal aplicação a de realizar uma prévia detecção nos pontos planialtimétricos, eliminando eventuais erros absurdos, visto que pontos somente planimétricos raramente são utilizados.

2.12.1.2 Modelo Matemático Utilizado na Transformação de Coordenadas

A transformação dos pontos de controle da faixa, (espaço imagem) para o terreno (espaço objeto), com a utilização de um modelo geométrico plano não apresenta em muitos casos, bons resultados como já foi mencionado. As deformações causadas pela propagação de erros, como também o propósito de se transformar somente coordenadas planas de uma unidade formada no espaço tridimensional, associados ao insuficiente número de parâmetros do modelo plano, acarretam que a transformação de coordenadas seja realizada sem acuracidade. Ao se trabalhar com pequenas faixas (por exemplo até seis fotos na escala de 1:40.000), verifica-se uma pequena diminuição das deformações, possibilitando encontrar resultados razoáveis na transformação, porém apresentam o inconveniente de possuir menor número de pontos de controle.

Para as faixas longas, a transformação de coordenadas não apresenta resultados satisfatórios, entretanto, como se trata de um algoritmo cuja principal função é a realização de uma primeira filtragem dos dados relacionados ao controle, com o objetivo de localizar erros absurdos, torna-se irrelevante o rigor na transformação.

A transformação mais adequada no caso é o modelo isogonal plano, apresentado em (2.8.3.1), assim, temos:

$$\begin{vmatrix} X \\ Y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ -b & a \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} x_0 \\ y_0 \end{vmatrix} \quad (2.12.2.1)$$

$\begin{vmatrix} X & Y \end{vmatrix}^T$ = coordenadas planimétricas dos pontos de controle no sistema relacionado ao terreno

$\begin{vmatrix} x & y \end{vmatrix}^T$ = coordenadas planimétricas dos pontos da faixa no sistema relacionado à faixa

$\begin{vmatrix} a & b & x_0 & y_0 \end{vmatrix}^T$ = parâmetros de transformação

Esta transformação geométrica plana possui, como já visto, um parâmetro relativa à escala, um à rotação e dois para as translações.

2.12.1.3 Modelo Matemático de Ajustamento

O ajustamento para a determinação dos parâmetros de transformação será idêntico ao apresentado na secção (2.8.3.2), no qual é mostrado todo o desenvolvimento do ajustamento. Tendo como principal diferença que, na secção (2.8.3.2) foram determinados os parâmetros de transformação de coordenadas de pontos entre fotos, enquanto que neste, será a determinação de parâmetros entre o sistema de faixa e de terreno. Considerar, então, na matriz dos pesos que $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 =$ variância das observações de coordenadas no terreno e $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 =$ variância das observações de coordenadas na faixa.

2.12.1.4 Introdução da Estimativa Robusta no Ajustamento

O método proposto possui a principal aplicação na localização de erros grosseiros nos pontos de controle, tais como os ocasionados geralmente com a troca de numeração e falhas na digitação. Estes erros levam os resultados do ajustamento a sérios problemas, dificultando a análise para a remoção dos mesmos. A adoção no ajustamento da Estimativa Robusta, como apresentado em (2.10.4), elimina estas dificuldades, evidenciando os erros grosseiros nos resíduos, como também nas discrepâncias entre coordenadas transformadas e determinadas no campo.

As funções de cálculo de peso, bem como a sistemática de introdução dos pesos, são como apresentadas em (2.10.4). Considerando aqui somente as funções planimétricas, que são as seguintes:

1ª Etapa:

Início do ajustamento; nas duas primeiras iterações os pesos são dados por:

- a) pesos para as coordenadas de terreno

$$(P_{Xi} = P_{Yi} = 1,0) \quad (2.12.4.1)$$

$$i=1,n$$

- b) pesos para as coordenadas da faixa

$$(P_{Xi} = P_{Yi} = 100) \quad (2.12.4.2)$$

$$i=1,n$$

2ª Etapa:

Terceira e quarta iteração; pesos calculados por:

- a) pesos para as coordenadas de terreno

$$(P_{Xi} = \text{EXP}(-0,05(KV_{Xi}/\hat{\sigma}_0)^{4,4}) \quad (2.12.4.3)$$

$$(P_{Yi} = \text{EXP}(-0,05(KV_{Yi}/\hat{\sigma}_0)^{4,4})$$

$$i=1,n$$

- b) pesos para as coordenadas da faixa

$$(P_{Xi} = \text{EXP}(-0,05(V_{Xi}/\hat{\sigma}_0)^{4,4}) \quad (2.12.4.4)$$

$$(P_{Yi} = \text{EXP}(-0,05(V_{Yi}/\hat{\sigma}_0)^{4,4})$$

$$i=1,n$$

3ª Etapa:

Quinta e sexta iteração; pesos calculados por:

a) pesos para as coordenadas de terreno

$$\begin{aligned} P_{Xi} &= \text{EXP}(-0,05 (KV_{Xi}/\hat{\sigma}_0)^{3,0}) \\ P_{Yi} &= \text{EXP}(-0,05 (KV_{Yi}/\hat{\sigma}_0)^{3,0}) \end{aligned} \quad (2.12.4.5)$$

$i=1,n$

b) pesos para as coordenadas de faixa

$$\begin{aligned} P_{Xi} &= \text{EXP}(-0,05 (V_{Xi}/\hat{\sigma}_0)^{3,0}) \\ P_{Yi} &= \text{EXP}(-0,05 (V_{Yi}/\hat{\sigma}_0)^{3,0}) \end{aligned} \quad (2.12.4.6)$$

$i=1,n$

sendo:

$|V_{Xi} \ V_{Yi}|^T$ = são os resíduos nas coordenadas dos pontos no terreno

$|V_{Xi} \ V_{Yi}|^T$ = são os resíduos nas coordenadas dos pontos na faixa

K = fator de multiplicação dos resíduos nos pontos no terreno

$\hat{\sigma}_0^2$ = variância das observações de peso unitário (a posteriori)

n = número de pontos de controle

As particularidades a respeito do método são as mesmas mostradas em (2.10.5).

2.12.1.5 Cálculo das Diferenças entre as Coordenadas Transformadas e as Determinadas por Processos Geodésicos

A introdução da Estimativa Robusta no ajustamento, com o propósito de auxiliar a localização dos erros grosseiros, possibilita obter os parâmetros de transformação que serão utilizados na transformação de coordenadas da faixa para o terreno. A utilização destes parâmetros não é recomendável*, entretanto como se trata de um método para verificar erros absurdos, não acarretará problemas o seu uso.

As coordenadas da faixa transformadas para o terreno, são obtidas através de:

$$\begin{aligned} X_T &= ax + by + X_0 \\ Y_T &= -bx + ay + Y_0 \end{aligned} \quad (2.12.5.1)$$

Com as coordenadas dos pontos de controle planimétrico transformadas da faixa para o terreno e as coordenadas geodésicas determinadas, podemos calcular as discrepâncias entre as duas, que em muitos casos, permite melhor visualização do erro existente.

$$\begin{aligned} X_D &= X - X_T \\ Y_D &= Y - Y_T \end{aligned} \quad (2.12.5.2)$$

$|X_D \ Y_D|^T$ = são as diferenças entre coordenadas transformadas e as geodésicas determinadas

$|X \ Y|^T$ = coordenadas geodésicas determinadas

*Correto seria eliminar os erros grosseiros e realizar um novo ajustamento para determinar os parâmetros, sem utilizar o Estimador Robusto.

$|x_T \ y_T|^T$ = coordenadas transformadas

$|x \ y|^T$ = coordenadas dos pontos de controle no sistema de faixa

$|a \ b \ x_0 \ y_0|$ = parâmetros de transformação

2.12.1.6 Resultados Apresentados com o Método

Tabela 2.12.1.6.1. Coordenadas dos pontos de controle de uma faixa contendo 8 fotos na escala média de 1:10.000.

COORDENADAS DOS PONTOS DE CONTROLE				
Nº DO PONTO	TERRENO		FAIXA	
	X (m)	Y (m)	x (mm)	y (mm)
101*	702400,00	9005260,00	1,956	89,209
109	702760,00	9004600,00	47,412	42,670
103	704150,00	9005060,00	186,959	87,048
111	704600,00	9004600,00	231,663	39,804
118	704150,00	9004140,00	185,928	- 5,102
104**	705365,00	9005365,00	278,045	85,788
126	704600,00	9003680,00	230,509	-52,020
128	706440,00	9003680,00	414,550	-54,172
122	707820,00	9004140,00	553,112	- 9,760

* Ponto no qual foi introduzido erro grosseiro de 100m em X e 200m em Y

**Ponto no qual foi introduzido erro de 305m em X e Y

Tabela 2.12.1.6.2. Resíduos provenientes do ajustamento na determinação dos parâmetros de transformação, utilizando-se da estimativa robusta.

RESÍDUOS NOS PONTOS DE CONTROLE					
TERRENO			FAIXA		
Nº DO PONTO	X (m)	Y (m)	x (mm)	y (mm)	
101	0,000	- 1,954	10,268	19,402	
109	- 0,004	3,360	0,039	- 0,001	
103	- 0,013	0,035	0,123	- 0,368	
111	0,011	- 0,029	-0,110	0,298	
118	- 0,004	0,027	0,041	- 0,271	
104	-305,636	-302,584	0,029	0,028	
126	0,007	- 0,007	-0,070	- 0,072	
128	0,001	0,000	-0,007	- 0,004	
122	- 0,007	0,006	0,065	- 0,060	

Tabela 2.12.1.6.3 Diferença entre coordenadas transformadas e coordenadas geodésicas determinadas.

DIFERENÇA ENTRE COORDENADAS		
Nº DO PONTO	DX (m)	DY (m)
101	100,260	197,073
109	0,399	-3,363
103	1,285	-3,702
111	-1,146	2,993
118	0,450	-2,734
104	305,922	302,867
126	-0,718	0,722
128	-0,074	-0,038
122	0,661	-0,594

Os valores das diferenças entre coordenadas transformadas e determinadas mostram, com grande clareza, o erro introduzido nas coordenadas geodésicas. Devido ao reduzido número de fotos que contém a faixa, a aplicação do método apresentou bons resultados, como podemos verificar pelas diferenças encontradas nos restantes dos pontos de controle.

Tabela 2.12.1.6.4. Coordenadas dos pontos de controle de uma faixa contendo 13 modelos na escala média de 1:40.000.

COORDENADAS DOS PONTOS DE CONTROLE				
Nº DO PONTO	TERRENO		FAIXA	
	X (m)	Y (m)	x (mm)	y (mm)
11040	512846,40	9371291,76	153,320	151,045
11014*	512352,92	9353077,64	1020,518	109,970
11013	511322,59	9341966,05	1582,866	57,097
11012	511502,10	9329217,35	2205,096	56,662

*Ponto no qual existe um erro grosseiro (identificação) de aproximadamente 82m em X e 423m em Y.

Tabela 2.12.1.6.5. Resíduos provenientes do ajustamento, utilizando-se da estimativa robusta.

RESÍDUOS NOS PONTOS DE CONTROLE				
Nº DO PONTO	TERRENO		FAIXA	
	X (m)	Y (m)	x (mm)	y (mm)
11040	0,054	0,000	-0,006	-1,133
11014	-0,123	-0,002	21,042	3,724
11013	0,051	0,005	0,086	-1,061
11012	0,018	-0,004	-0,080	-0,364

Tabela 2.12.1.6.6. Diferença entre coordenadas transformadas e coordenadas geodésicas determinadas.

DIFERENÇA ENTRE COORDENADAS		
Nº DO PONTO	DX (m)	DY (m)
11040	-23,285	- 0,190
11014	82,337	-430,199
11013	-21,773	- 2,064
11012	- 7,493	1,540

O método evidenciou o erro grosseiro existente no ponto 11014, como mostra os valores das diferenças de coordenadas. Pelas diferenças mostradas nos outros pontos verifica-se que a faixa apresenta deformações que a transformação não foi capaz de modelar. Entretanto, como se trata de um algoritmo utilizado para a detecção e localização de erros grosseiros, tais deformações não prejudicam a aplicação do método.

2.12.2 Detecção e Localização de Erros em Pontos de Controle Planialtimétrico

Os pontos planialtimétricos são os pontos de controle mais utilizados nas aerotriangulações analítica e semi-analítica, pelo fato dos mesmos possuírem coordenadas planimétricas e altimétricas no conjunto. Os erros grosseiros neste controle estão associados às mesmas causas que acarretam erros no controle planimétrico. Os problemas na identificação do ponto em bloco sem a pré-sinalização dos pontos de controle, ocorrem com grande frequência, pois o croqui utilizado para a

identificação (elaborado por topógrafos no campo), muitas vezes acarreta dúvidas para o fotogrametrista no processo de leitura de coordenadas, ocasionando sérios problemas no ajustamento do bloco. A verificação prévia destes pontos de controle, através de algoritmos matemáticos que permitam avaliar os erros com uma análise mais simples do que a verificada no ajustamento simultâneo, traz grande vantagem em todo o processamento da aerotriangulação.

2.12.2.1 Fundamento Teórico do Método

O método utilizado para a detecção e localização de erros grosseiros nos pontos de controle planialtimétrico é semelhante ao proposto para a verificação da qualidade dos pontos de ligação das faixas. A perfeita formação da faixa por meio de métodos apresentados em (2.9.4) ou (3.6), como também as coordenadas geodésicas dos pontos de controle transformadas para o sistema geodésico tridimensional local (elimina os efeitos relacionados com a curvatura terrestre), constituem elementos essenciais à aplicação do método que fundamenta-se na determinação de parâmetros de uma transformação geométrica. O ajustamento matemático para a determinação dos parâmetros, tratando-se como observações as coordenadas dos pontos de controle no sistema da faixa, e no sistema geodésico local, permite que, através dos resíduos, seja verificada a qualidade do controle. A análise para a localização dos erros é facilitada com este método, pelo reduzido número de observações envolvidas no ajustamento.

Em vários testes realizados, verificou-se que para faixas longas, (acima de 12 modelos na escala de 1:40.000) as mesmas apresentam deformações no sentido do eixo Z, que a transformação geométrica não consegue modelar, apresentando resíduos nas coordenadas Z, prejudicando a eficiência da detecção. A sub-divisão das faixas longas em faixas menores é a solução adotada para minimizar as deformações da faixa, contudo tal procedimento diminui o número de controle e, em muitos

casos, pode invalidar o teste pelo reduzido grau de liberdade no ajustamento. Quatro é o número mínimo de controle necessários à aplicação do método para a localização de erros grosseiros. Três controles serão suficientes somente para a detecção do erro, não sendo possível localizar a observação errada. Estes números de controle mostrados são função da transformação geométrica adotada na aplicação do método.

2.12.2.2 Transformação Geométrica Utilizada na Transformação de Coordenadas

A faixa perfeitamente formada num sistema de coordenada tridimensional constitui um modelo reduzido da região fotografada. Ao se transformar coordenadas do sistema da faixa para o sistema relacionado ao terreno podemos considerar que as diferenças existentes entre os dois sistemas sejam devidas às escalas diferentes, translações e rotações, assim o modelo geométrico isogonal no espaço possui características para melhor se adequar ao proposto. Como visto em (2.10.2), tal modelo apresenta um parâmetro referente à escala, três para as rotações nos eixos e três para as translações, que a partir de (2.10.2.1), tem-se:

$$\begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} = \lambda R(\kappa, \phi, \omega) \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{vmatrix} \quad (2.12.2.2.1)$$

$\begin{vmatrix} X & Y & Z \end{vmatrix}^T$ = são coordenadas dos pontos de controle no sistema local

$\begin{vmatrix} x & y & z \end{vmatrix}^T$ = são coordenadas dos pontos de controle no sistema da faixa

$\begin{vmatrix} \lambda, \kappa, \phi, \omega, X_0, Y_0, Z_0 \end{vmatrix}^T$ = são parâmetros de transformação

Três pontos de controle planialtimétrico são números mínimos a serem utilizados na determinação dos parâmetros, pois os mesmos fornecem 9 equações e o número de incógnitas são 7. Dois graus de liberdade não são suficientes para a localização do erro, entretanto pode-se perceber a sua existência.

2.12.2.3 Modelo Matemático de Ajustamento

O modelo matemático de ajustamento empregado neste algoritmo será igual ao apresentado na seção (2.10.3), que determina os parâmetros da transformação geométrica que liga sistema de coordenadas entre duas faixas contíguas, permitindo verificar os pontos de ligação de faixas. A transformação geométrica empregada em (2.10.3) é a mesma utilizada neste algoritmo, com isto as derivadas parciais envolvidas na montagem das matrizes e o desenvolvimento do ajustamento é também completamente igual. A diferença fundamental está relacionada com os sistemas de coordenadas envolvidas no ajustamento que, neste caso, determina parâmetros de transformação necessários à transformação de coordenadas dos pontos no sistema da faixa para o sistema geodésico local, possibilitando a verificação destes pontos através da análise dos resíduos provenientes do ajustamento. Na montagem da matriz dos pesos, considerar que $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$ = variância das observações os pontos no terreno e $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$ = variância das observações dos pontos na faixa.

2.12.2.4 Introdução da Estimativa Robusta no Ajustamento

A verificação da qualidade dos pontos de controle utilizados no ajustamento para a determinação dos parâmetros de transformação, através da análise dos resíduos, muitas vezes, apresenta dificuldades na localização de erro existente, devido à distribuição do mesmo sobre as observações corretas. O

emprego do Estimador Robusto "Danish Method" | 12 | no ajustamento, com o propósito de auxiliar a localização de erros grosseiros, permite uma maior evidencialização dos mesmos nos resíduos.

Com esta nova técnica o método proposto para verificar a qualidade dos pontos de controle planialtimétrico, tornou-se mais eficaz, permitindo maior segurança e facilidade na análise dos resíduos.

O desenvolvimento teórico sobre emprego do Estimador Robusto, as funções de peso e a sistemática para o cálculo dos pesos são apresentados na secção (2.10.5) que realiza um ajustamento similar ao apresentado neste método, diferindo nos sistemas de coordenadas envolvidas em cada algoritmo.

2.12.2.5 Resultados Apresentados com o Método

Uma faixa contendo 8 fotos na escala de 1:10.000 e 8 pontos de controle planialtimétrico foi formada com o método analítico apresentado em (2.9.4). Erros grosseiros em alguns pontos de controle foram introduzidos de propósito a fim de verificar a capacidade do método em localizá-los. Com o objetivo de mostrar as vantagens no uso da Estimativa Robusta, nos experimentos realizados serão mostrados os resultados sem a utilização do Estimador Robusto (ajustamento convencional M.M.Q) e com a utilização.

Tabela 2.12.2.5.1. Coordenadas dos pontos de controle de uma faixa contendo 8 fotos na escala média de 1:10.000.

VALORES DAS COORDENADAS DOS PONTOS DE CONTROLE							
Nº DO PONTO	TERRENO			FAIXA			
	X (m)	Y (m)	Z (m)	x (mm)	y (mm)	z (mm)	
32	3220,00	3220,00	424,00	95,136	86,305	-211,690	
47	3220,00	2300,00	1040,00	93,250	- 4,398	-148,247	
72	2760,00	1840,00	1150,00	46,487	-49,484	-136,718	
48	4150,00	2300,00	958,00	186,299	- 5,930	-155,631	
55	4600,00	1840,00	412,00	231,051	-53,678	-208,855	
41	4600,00	2760,00	900,00	232,024	39,274	-161,992	
71*	8230,00	3270,00	630,00	600,974	79,176	-189,736	
73	8280,00	1840,00	1100,00	598,440	-57,795	-136,944	

*Ponto de controle, no qual foi introduzido erro grosseiro de 50m nas coordenadas X e Y e 30m em Z.

Tabela 2.12.2.5.2. Valores provenientes do ajustamento na determinação dos parâmetros de transformação, utilizando-se dos mínimos quadrados e do estimador robusto.

VALORES DOS RESÍDUOS COM AJUSTAMENTO M.M.Q.						
Nº DO PONTO	TERRENO			FAIXA		
	X (m)	Y (m)	Z (m)	x (mm)	y (mm)	z (mm)
32	-3,561	-2,306	8,625	0,033	0,018	-0,078
47	0,064	-4,815	-2,224	0,000	0,044	0,019
72	3,967	-6,777	-8,006	-0,035	0,064	0,070
48	-2,983	1,029	0,268	0,027	-0,010	-0,002
55	-0,915	10,323	-0,780	0,006	-0,092	0,010
41	-6,916	2,428	5,647	0,062	-0,025	-0,050
71	25,193	-22,760	-8,200	-0,222	0,211	0,066
73	-14,849	22,878	4,670	0,129	-0,209	-0,035

VALORES DOS RESÍDUOS COM A UTILIZAÇÃO DO ESTIMADOR ROBUSTO

32	0,000	0,001	0,304	-0,004	-0,011	0,000
47	0,000	-0,001	-0,002	-0,001	0,007	0,019
72	0,001	-0,002	-0,481	-0,009	0,016	0,000
48	0,000	0,001	0,000	0,003	-0,006	0,001
55	-0,001	0,461	0,002	0,008	-0,001	-0,022
41	-0,001	0,001	0,001	0,007	-0,011	-0,005
71	50,575	-50,045	-29,419	-0,005	0,005	0,003
73	0,045	-0,683	0,000	0,000	0,000	0,004

A análise dos resíduos apresentados com o ajustamento convencional, pode surgir dúvidas na retirada do ponto errado, devido à grande distribuição do erro sobre as observações

corretas, entretanto com a utilização da Estimativa Robusta a eliminação do controle errado é evidente, caracterizando o potencial do método com a utilização do estimador robusto.

Tabela 2.12.2.5.3. Coordenadas dos pontos de controle de uma faixa contendo 8 fotos na escala média de 1:10.000.

VALORES DAS COORDENADAS DOS CONTROLES

Nº DO PONTO	TERRENO			FAIXA		
	X(m)	Y(m)	Z(m)	x(mm)	y(mm)	z(mm)
32	3220,00	3220,00	424,00	95,136	86,305	-211,690
47	3220,00	2300,00	1040,00	93,250	- 4,398	-148,247
72*	2765,00	1845,00	1155,00	46,487	-49,484	-136,718
48**	4153,00	2303,00	955,00	186,299	- 5,930	-155,631
55	4600,00	1840,00	412,00	231,051	-53,678	-208,855
41	4600,00	2760,00	900,00	232,024	39,274	-161,992
71	8280,00	3220,00	600,00	600,974	79,176	-189,736
73	8280,00	1840,00	1100,00	598,440	-57,795	-136,944

* Controle planialtimétrico, no qual foi introduzido erro de 5m nas coordenadas X, Y e Z de terreno (local)

** Controle planialtimétrico, no qual foi introduzido erro de 3m nas coordenadas X, Y e Z de terreno (local)

Tabela 2.12.2.5.4. Valores provenientes do ajustamento na determinação dos parâmetros de transformação, utilizando-se dos mínimos quadrados e do estimador robusto.

VALORES DOS RESÍDUOS COM AJUSTAMENTO M.M.Q.						
Nº DO PONTO	TERRENO			FAIXA		
	X (m)	Y (m)	Z (m)	x (mm)	y (mm)	z (mm)
32	1,580	0,321	-0,207	-0,014	-0,003	0,002
47	1,592	1,571	0,609	-0,014	-0,014	-0,005
72	-2,766	-2,662	-3,380	0,025	0,024	0,030
48	-1,611	-1,361	3,284	0,015	0,011	-0,030
55	0,673	0,973	1,600	-0,006	-0,009	-0,014
41	0,978	1,081	-0,287	-0,009	-0,010	0,003
71	0,078	-0,393	-1,583	-0,001	0,004	0,014
73	-0,524	0,468	-0,036	0,005	-0,004	0,000
VALORES DOS RESÍDUOS COM A UTILIZAÇÃO DO ESTIMADOR ROBUSTO						
32	0,097	-0,003	0,000	0,001	0,033	-0,005
47	0,214	-0,045	0,001	0,000	0,000	-0,005
72	-4,596	-5,077	-4,913	0,000	0,000	0,000
48	-2,920	-2,887	3,153	0,000	0,000	0,000
55	0,000	0,003	0,677	0,001	-0,026	0,000
41	0,000	0,001	-0,001	0,005	-0,013	0,010
71	0,002	0,001	-0,204	-0,024	-0,005	0,000
73	-0,002	-0,001	0,000	0,016	0,010	-0,001

Os valores dos erros introduzidos nos pontos de controle foram claramente mostrados nos resíduos provenientes do ajustamento que se utilizou a Estimativa Robusta, facilitando grandemente a análise dos resíduos para a

localização dos erros grosseiros. Com os resultados encontrados no método sem a utilização do Estimador Robusto, a análise para a localização dos controles errados fica dificultada.

2.12.3 Detecção e Localização de Erros Grosseiros em Pontos de Controle Altimétrico

As facilidades na determinação de controles altimétricos, aliadas às menores probabilidades de se cometer erros de identificação no processo de leituras de coordenadas, como também aumentar a rigidez altimétrica do bloco a ser aerotriangulado, fazem com que este controle seja mais utilizado nas aerotriangulações.

No método semi-analítico, as cadeias altimétricas (linhas de controle perpendiculares ao eixo de voo, separadas de no máximo 5 bases fotogramétricas, e com os controles posicionados na região de superposição entre faixas) são fundamentais à rigidez altimétrica do bloco, pois os centros perspectivos usados para melhorar a ligação dos modelos, devido à superposição adotada entre faixas nos vãos normais, (30%), impossibilita a utilização dos mesmos, como pontos de ligação de faixas. Estas cadeias não permitem que as faixas sofram inclinações perpendiculares ao eixo de voo (efeito charneira), comprometendo dos resultados altimétricos nas aerotriangulações.

O número de pontos de controle altimétrico num bloco a ser aerotriangulado, são geralmente superiores aos planialtimétricos, por isto a verificação altimétrica a priori é fator de grande importância, devido às dificuldades encontradas em localizar erros grosseiros no ajustamento simultâneo do bloco.

2.12.3.1 Fundamento Teórico do Método

A verificação de controle altimétrico exige um

tratamento especial às observações, por causa das dificuldades de relações matemáticas entre coordenadas altimétricas (comumente chamada de altitude) e coordenadas relacionadas com as observações nas aerofotos. Quando se têm coordenadas geodésicas completas (latitude, longitude e altitude) são facilmente transformadas para um sistema geodésico tridimensional ou plano, permitindo o relacionamento com as suas coordenadas homólogas em outro sistema de coordenadas, como já visto nos métodos anteriores. Entretanto, para se conseguir uma relação matemática entre altitude e coordenadas tridimensionais, deverá ser implementado um algoritmo mais completo.

Como nos outros algoritmos propostos para a verificação do controle planimétrico e planialtimétrico, a perfeita formação da faixa sem deformações é fator fundamental para a aplicação do método. As coordenadas no sistema de faixa dos pontos de controle planialtimétrico e altimétrico podem ser tratadas como observações. Empregando-se um modelo geométrico para a transformação de coordenadas, através de um ajustamento podemos calcular as coordenadas de faixa dos pontos de controle altimétricos simultaneamente com os parâmetros de transformação. Para que o sistema de equações apresente solução, o ajustamento necessita de pelo menos dois pontos de controle planialtimétrico e um ponto altimétrico para definir o sistema de coordenadas e a escala dos pontos de controle.

Nos pontos de controle planialtimétrico serão empregadas as injunções relativas de posição que permitem avaliar as qualidades de suas coordenadas, desde que a faixa possua mais de dois pontos de controle, e no altimétrico serão empregadas injunções de altitude, possibilitando verificá-los.

O algoritmo proposto poderá avaliar tanto controle planialtimétrico, como também o controle altimétrico, desde que existam graus de liberdade para a aplicação do método.

Na verificação do controle altimétrico não se recomenda utilizar somente dois pontos planialtimétricos, pelo fato da existência de um ponto errado comprometer os resultados obtidos.

Devido à ocorrência de deformações na formação de faixas longas, que a transformação de coordenadas não consegue

modelar, os melhores resultados serão obtidos com o método quando se trabalha com faixas médias ou curtas (12 modelos na escala de 1:40.000).

O sistema de coordenadas utilizado para os pontos de controle planimétrico e altimétrico deverá ser o sistema geodésico cartesiano tridimensional $|01|$, pelo fato das injunções de altitude serem deduzidas a partir deste sistema de coordenadas $|01|$. A aplicação desta injunção exige também, que os pontos altimétricos possuam coordenadas planimétricas aproximadas, como também valores aproximados para os parâmetros da transformação utilizada, trazendo algumas dificuldades ao método.

2.12.3.2 Modelo Geométrico Utilizado na Transformação de Coordenadas

A transformação geométrica mais adequada para a aplicação do método é o modelo isogonal no espaço tridimensional, considerando para isto, que a faixa formada é uma unidade semelhante ao terreno fotografado e as diferenças existentes entre os dois sistemas (sistema relacionado ao terreno e a faixa) são devidas às rotações, translações e escala.

O sistema geodésico cartesiano tridimensional, utilizado nos pontos de controle para possibilitar o emprego das injunções de altitude, dificulta a obtenção de valores aproximados para os parâmetros de transformação. A fim de facilitar a obtenção destes valores aproximados, empregou-se rotações aos eixos cartesianos de tal maneira que facilitasse a obtenção destes elementos. Assim, tem-se:

$$\begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} = \lambda R(\phi, \omega, \kappa) \begin{vmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{vmatrix} \quad (2.12.3.2.1)$$

$|x \ y \ z|^T$ = são coordenadas dos pontos de controle no sistema da faixa

$|X \ Y \ Z|^T$ = são coordenadas dos pontos de controle no sistema geodésico cartesiano tridimensional

$|\lambda, \phi, \omega, \kappa, X_0, Y_0, Z_0|^T$ = são parâmetros de transformação

2.12.3.3 Modelo Matemático de Ajustamento

Das equações (2.12.3.2.1), aplicando-se as rotações tem-se:

$$x = \lambda \left| \begin{array}{l} (\cos\phi \cos\kappa - \sin\phi \sin\omega \sin\kappa) (X-X_0) + (\cos\phi \sin\kappa + \sin\phi \sin\omega \cos\kappa) (Y-Y_0) + (-\sin\phi \cos\omega) (Z-Z_0) \end{array} \right|$$

$$y = \lambda \left| \begin{array}{l} (-\cos\omega \sin\kappa) (X-X_0) + (\cos\omega \cos\kappa) (Y-Y_0) + (\sin\omega) (Z-Z_0) \end{array} \right|$$

$$z = \lambda \left| \begin{array}{l} (\sin\phi \cos\kappa + \cos\phi \sin\omega \sin\kappa) (X-X_0) + (\sin\phi \sin\kappa - \cos\phi \sin\omega \cos\kappa) (Y-Y_0) + (\cos\phi \cos\omega) (Z-Z_0) \end{array} \right|$$

(2.12.3.3.1)

As equações (2.12.3.3.1) como foram escritas, transformam coordenadas geodésicas cartesianas em coordenadas de faixa. A importância destas fórmulas sobre este aspecto é para atender as condições de ajustamento; assim, no primeiro membro temos observações e no segundo uma função dos parâmetros. Desta maneira os valores observados ajustados podem ser expressos explicitamente como uma função dos parâmetros ajustados [09], tem-se:

$$L_a = F(X_a)$$

(2.12.3.3.2)

A sistemática do ajustamento e fórmulas necessárias ao cálculo dos parâmetros são apresentadas na secção (2.9.3.2), que possui o modelo matemático de ajustamento semelhante.

A metodologia para o estabelecimento das matrizes de coeficientes para o modelo 2.12.3.3.1 é apresentada nos apêndices E e F.

2.12.3.4 Aplicação de Injunções no Ajustamento

A resolução do sistema de equações proposta em (2.9.3.2), que determina as correções aos valores aproximados dos parâmetros, devido à singularidade da matriz dos coeficientes das equações normais (formada apenas com as equações de observação), não apresenta solução. Os pontos de controle foram tratados como simples pontos fotogramétricos, ficando assim indefinido o sistema de coordenadas do espaço objeto. A fim de remover a singularidade da matriz N , permitindo a resolução do sistema de equações, bem como avaliar a qualidade do controle, torna-se necessário aplicar injunções relativas. As injunções de posição aplicadas nos pontos de controle planialtimétricos permitem avaliar a qualidade destes e as injunções de altitude permitem avaliar a qualidade dos pontos de controle altimétrico.

A adoção da injunção de altitude constitui o fundamento necessário para a detecção e localização de erros grosseiros nos pontos de controles altimétricos.

2.12.3.4.1 Injunção de Posição nos Pontos de Controle Planialtimétrico

As injunções de posição nos pontos de controles planialtimétricos são fundamentais ao método proposto para avaliar o controle altimétrico. A existência de pelo menos dois pontos de controle planialtimétrico na faixa é necessária, para

que se possam aplicar as injunções de posição e definir o sistema de coordenadas do controle no espaço objeto. Assim, temos:

$$\begin{vmatrix} x_{Gi}^a \\ y_{Gi}^a \\ z_{Gi}^a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_{Gi}^b \\ y_{Gi}^b \\ z_{Gi}^b \end{vmatrix} \quad (2.12.3.4.1.1)$$

$i=1, n$

$|x_{Gi}^a \ y_{Gi}^a \ z_{Gi}^a|^T$ = são coordenadas dos pontos de controle planialtimétrico calculadas pelo ajustamento

$|x_{Gi}^b \ y_{Gi}^b \ z_{Gi}^b|^T$ = são coordenadas dos pontos de controle planialtimétrico conhecidas (observadas) ajustadas

n = número de pontos de controle planialtimétrico

$$x_G^a = x_G^b + v \quad (2.12.3.4.1.2)$$

$$G(La, Xa) = 0 \quad (2.12.3.4.1.3)$$

$$C = \frac{\partial G}{\partial Xa} |_{Xa = X_0} \quad (2.12.3.4.1.4)$$

$$\epsilon = \begin{vmatrix} x_{Gi}^a \\ y_{Gi}^a \\ z_{Gi}^a \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x_{Gi}^b \\ y_{Gi}^b \\ z_{Gi}^b \end{vmatrix} \quad (2.12.3.4.1.5)$$

$$N^C = C^T P^C C \quad (2.12.3.4.1.6)$$

$$U^C = C^T P^C \varepsilon \quad (2.12.3.4.1.7)$$

P^C = matriz dos pesos dos pontos das injunções, tomada como sendo diagonal

G = é a função de injunção

ε = é o vetor "erro de fechamento" para as injunções

V = resíduos dos controles

$$C_i = \begin{array}{c|ccc|ccc|ccc} & & & & & C1 & & & & & \\ \hline & 0 & 0 & 0 & . & . & . & 1 & 0 & 0 & . & . & . & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & . & . & . & 0 & 1 & 0 & . & . & . & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & . & . & . & 0 & 0 & 1 & . & . & . & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

Adotando-se injunções relativas, os pesos deverão ser arbitrados de tal maneira que permitam a variação das coordenadas ajustadas, propiciando assim, verificar os controles através dos resíduos. Geralmente adota-se para estas injunções o grau de precisão esperado para as coordenadas observadas para calcular os pesos, assim:

$$P^C_X = 1/\sigma_X^2$$

$$P^C_Y = 1/\sigma_Y^2$$

$$P^C_Z = 1/\sigma_Z^2$$

$\sigma_X = \sigma_Y = \sigma_Z$ = desvio padrão das coordenadas dos pontos de controle observados

Os valores da precisão destes pontos podem ser aumentados ou diminuídos, dependendo da acuracidade da

determinação de suas coordenadas.

A introdução desta injunção não altera o padrão da matriz dos coeficientes das equações normais. Assim, temos:

$$X = -(N+N^C)^{-1} (U+U^C) \quad (2.12.3.4.1.8)$$

Como a submatriz C_1 é identidade, para aplicar as injunções basta somar os pesos aos correspondentes valores na matriz dos coeficientes e somar o vetor ϵ no vetor U .

2.12.3.4.2 Injunção de Altitude nos Pontos de Controle Altimétrico

As injunções de altitude são os algoritmos matemáticos utilizados neste método para avaliar a qualidade dos pontos de controle altimétrico existentes na faixa. A aplicação desta injunção deverá ser em conjunto com as de posição empregadas nos pontos de controle planialtimétrico.

A adoção das injunções de altitude exige que o sistema de coordenadas dos pontos de controle no espaço objeto, seja o cartesiano geodésico |01|.

O eixo Z = coincidente com o semi-eixo menor do elipsóide.

O eixo X = passante pelo ponto de longitude igual a zero.

O eixo Y = tal que o sistema de coordenadas seja destrógero.

Os pontos planialtimétricos com coordenadas $(\phi, \lambda, h$ ou $E, N, h)$ conhecidas, podem ser transformados, para o sistema geodésico cartesiano através das seguintes fórmulas |02|.

ϕ = latitude geodésica

$$X = (N+h) \cos\phi \cos\lambda \quad (2.12.3.4.2.1)$$

$$Y = (N+h) \cos\phi \sin\lambda$$

$$Z = (N'+h) \sin\phi$$

$$N = \frac{a}{(1-e^2 \sin^2 \phi)^{1/2}} \quad (2.12.3.4.2.2)$$

$$N' = N(1-e^2) \quad (2.12.3.4.2.3)$$

$$e^2 = 2\alpha - \alpha^2 \quad (2.12.3.4.2.4)$$

(ϕ, λ, h) = latitude geodésica, longitude geodésica e altitude geométrica.

α = achatamento do elipsóide

a = semi-eixo maior do elipsóide

Com as coordenadas no sistema geodésico cartesiano, podemos calcular as elipsóidicas. |16|

$$\operatorname{tg} \lambda = Y/X \quad (2.12.3.4.2.5)$$

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{(Z+N e^2 \sin\phi)}{(X^2+Y^2)^{1/2}} \quad (2.12.3.4.2.6)$$

Expressão iterativa na qual se faz inicialmente $\phi=0$, aproximadamente, três iterações chega-se à convergência desejada.

$$h = \frac{(X^2 + Y^2)^{1/2}}{\cos\phi} - N \quad (2.12.3.4.2.7)$$

O não conhecimento da altitude geométrica (na maioria das vezes trabalhamos com uma falsa altitude ortométrica), não altera o objetivo do método proposto.

O modelo matemático da injunção de altitude foi deduzido em [01], chegando-se às seguintes fórmulas finais:

$$C_k = \begin{vmatrix} \cos\phi_0 & \cos\lambda_0 & \cos\phi_0 \sin\lambda_0 & \sin\phi_0 \end{vmatrix} \quad (2.12.3.4.2.8)$$

ϕ_0 e λ_0 (latitude e longitude aproximada): são valores calculados inicialmente através de valores aproximados de X e Y. A cada nova iteração os valores de ϕ_0 e λ_0 são novamente calculados em função dos novos valores de X e Y.

$$\varepsilon^{C1} = h_0 - h \quad (2.12.3.4.2.9)$$

$$h_0 = h(X_0, Y_0, Z_0) \quad (2.12.3.4.2.10)$$

h_0 = é o valor da altitude geométrica do ponto, calculado inicialmente com os valores aproximados de X_0 , Y_0 e Z_0 , e a cada iteração com os valores provenientes do ajustamento (X,Y,Z).

h = é o valor da altitude geométrica "observada" do ponto.

ε^{C1} = é o erro de fechamento da injunção.

Assim:

$$C^{C1} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & . & . & . & CK & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$C^{C1} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & . & . & . & \cos\phi_0 \cos\lambda_0 & \cos\phi_0 \sin\lambda_0 & \sin\phi_0 & . & . & . & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$N^{C1} = C^{C1T} P_h^{C1} C^{C1} \quad (2.12.3.4.2.11)$$

$$U^{C1} = C^{C1T} P_h^{C1} \varepsilon^{C1} \quad (2.12.3.4.2.12)$$

Como no caso das injunções de posição na secção (2.12.3.4.1), deve ser empregado peso para a injunção de altitude que permita a variação da altitude observada, possibilitando avaliar a qualidade deste controle. Geralmente emprega-se o mesmo procedimento adotado na secção (2.12.3.4.1), assim, temos:

$$P_h^{C1} = 1/\sigma_h^2 \quad (2.12.3.4.2.13)$$

σ_h = desvio padrão na determinação da altitude

A introdução desta injunção não altera o padrão da matriz dos coeficientes das equações normais. Assim, tem-se:

$$X = -(N+N^{C1})^{-1} (U+U^{C1}) \quad (2.12.3.4.2.14)$$

A solução do sistema de equações, com a adoção das duas injunções em conjunto, é dado por:

$$X = -(N+N^C+N^{C1})^{-1} (U+U^C+U^{C1}) \quad (2.12.3.4.2.15)$$

$$X_a = X_o + X \quad (2.12.3.4.2.16)$$

A (2.12.3.4.2.16) permite calcular os valores ajustados dos parâmetros. Através dos resíduos provenientes do ajustamento (resíduos das observações e resíduos nas injunções) permite avaliar a qualidade dos pontos de controle planialtimétrico e altimétrico existentes na faixa.

2.12.3.5 Obtenção de Valores Aproximados para os Parâmetros da Transformação

A adoção de um sistema de coordenadas geodésico cartesiano para os pontos de controle no espaço objeto (terreno), acarreta o inconveniente de dificultar a obtenção dos valores aproximados dos parâmetros da transformação. Por outro lado a utilização deste sistema de coordenadas é necessário para atender às imposições da injunção de altitude.

Para minimizar as dificuldades na obtenção destes valores, certos artifícios foram adotados, tais como:

- A utilização da matriz de rotação $R(\phi, \omega, \kappa)$, tal que $R(\kappa)$ rotação terciária, $R(\omega)$ rotação secundária e $R(\phi)$ rotação primária, facilitando a obtenção dos ângulos de rotação nos eixos cartesianos;
- A consideração da origem do sistema de coordenadas da faixa como sendo o primeiro controle da mesma (aquele que possui a menor coordena x). Assim:

$$\begin{vmatrix} x_{Ti} \\ y_{Ti} \\ z_{Ti} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{vmatrix} \quad (2.12.3.5.1)$$

$i=1, n$

$|x_{Ti} \ y_{Ti} \ z_{Ti}|^T =$ são as coordenadas de faixa dos pontos de controle transladados para a nova origem

$|x_i \ y_i \ z_i|^T =$ são as coordenadas de faixa dos pontos de controle, na origem inicial

$|x_1 \ y_1 \ z_1|^T =$ são as coordenadas de faixa do primeiro ponto de controle, na origem inicial

$n =$ número de controle da faixa

Realizada esta translação em todos os pontos de controle, as coordenadas geodésicas cartesianas do primeiro ponto de controle da faixa serão os parâmetros aproximados referentes às translações. Assim:

$$\begin{vmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{vmatrix} \quad (2.12.3.5.2)$$

$|X_0 \ Y_0 \ Z_0|^T =$ parâmetros da transformação, referentes à translação dos sistemas

$|X_1 \ Y_1 \ Z_1|^T =$ coordenadas geodésicas cartesianas do primeiro controle da faixa

- Para a obtenção dos parâmetros aproximados de rotação dos eixos cartesianos, além da matriz de rotação adotada $R(\phi, \omega, \kappa)$, necessário será realizar uma rotação na faixa formada, colocando-a sempre na posição de formação oeste-leste. Assim:

$$\begin{vmatrix} x_{ri} \\ y_{ri} \\ z_{ri} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_{Ti} \\ y_{Ti} \end{vmatrix} \quad (2.12.3.5.3)$$

$$z_{ri} = z_{Ti}$$

$i=1, n$

α = ângulo de rotação necessário a posicionar a faixa na orientação padrão desejada. Este ângulo será positivo quanto a rotação for anti-horária. (sistema de coordenadas da faixa sempre dextrógero).

Tornando-se efetivo estes elementos, chega-se aos seguintes valores aproximados para os parâmetros de orientação.

$$\kappa = \lambda_0 + 90^\circ$$

$$\omega = 90^\circ - \phi_0$$

$$\phi = 0$$

(λ_0, ϕ_0) = longitude e latitude geodésica do primeiro controle da faixa

O valor aproximado do fator de escala (λ) é calculado pela seguinte expressão:

$$\lambda = D1/D$$

$D1$ = distância entre dois controles na faixa

D = distância entre dois controles no terreno

Os valores aproximados para as coordenadas planimétricas dos pontos de controle altimétrico são obtidos através de uma carta de planejamento de apoio suplementar ou retirada do fotoíndice em que foram plotados os pontos. Estes valores são retirados no sistema de coordenadas U.T.M e posteriormente transformadas para o sistema geodésico cartesiano.

2.12.3.6 Introdução da Estimativa Robusta no Ajustamento

A adoção da Estimativa Robusta com o propósito de auxiliar a detecção e localização de erros grosseiros no controle altimétrico e planialtimétrico mostrou-se bastante eficiente neste algoritmo. Neste caso, as alterações de pesos foram realizadas nas injunções de posição e de altitude, permitindo que os erros grosseiros existentes nas coordenadas dos pontos de controle planialtimétrico e altimétrico fossem melhor evidenciados nos resíduos provenientes das injunções.

O método mostrou-se eficaz com a alteração dos pesos das injunções, pois os pontos de controle que apresentam resíduos maiores são diminuídos os seus pesos, permitindo maior liberdade no ajustamento.

As funções de cálculo de pesos são semelhantes às apresentadas na secção (2.10.5), com a diferença que, os pesos são introduzidos nas injunções empregadas no método. Assim, tem-se:

1ª Etapa:

Início do ajustamento; na primeira e segunda iterações os pesos são dados por:

$$P_{Xi}^C = P_{Yi}^C = P_{Zi}^C = 1,0 \quad (2.12.3.6.1) \\ i=1,n$$

$$P_{hj}^{C1} = 1,0 \quad j=1,m \quad (2.12.3.6.2)$$

2ª Etapa:

Na terceira e quarta iterações os pesos são calculados por:

$$\begin{aligned}
P_{Xi}^C &= \text{EXP}(-0,05 (VXi/\hat{\sigma}_0)^{4,4}) \\
P_{Yi}^C &= \text{EXP}(-0,05 (VYi/\hat{\sigma}_0)^{4,4}) \\
P_{Zi}^C &= \text{EXP}(-0,05 (VZi/\hat{\sigma}_0)^{4,4}) \\
P_{hj}^{C1} &= \text{EXP}(-0,05 (Vhj/\hat{\sigma}_0)^{4,4})
\end{aligned}
\tag{2.12.3.6.3}$$

$i=1,n$
 $j=1,m$

3ª Etapa:

Na quinta e sexta iteração os pesos são calculados por:

$$\begin{aligned}
P_{Xi}^C &= \text{EXP}(-0,05 (VXi/\hat{\sigma}_0)^{3,0}) \\
P_{Yi}^C &= \text{EXP}(-0,05 (VYi/\hat{\sigma}_0)^{3,0}) \\
P_{Zi}^C &= \text{EXP}(-0,05 (VZi/\hat{\sigma}_0)^{3,0}) \\
P_{hj}^{C1} &= \text{EXP}(-0,05 (Vhj/\hat{\sigma}_0)^{3,0})
\end{aligned}
\tag{2.12.3.6.4}$$

$i=1,n$
 $j=1,m$

$|VXi \ VYi \ VZi|^T$ = são os resíduos nas coordenadas dos pontos de controle que sofreram injunções de posição (resíduos proveniente das injunções)

$|Vhj|$ = são os resíduos nas altitudes dos pontos de controle altimétrico que foram aplicados as injunções de altitude (provenientes das injunções).

σ^2 = variância das observações de peso unitário a posteriori

$|P_{Xi}^C \ P_{Yi}^C \ P_{Zi}^C|^T$ = pesos para as injunções de posição

$|P_{hj}^{C1}|$ = pesos para as injunções de altitude

n = número de pontos de controle planialtimétrico

m = número de ponto de controle altimétrico

2.12.3.7 Resultados Apresentados com o Método

Erros grosseiros foram introduzidos propositadamente nos pontos de controle altimétrico e planialtimétrico de uma faixa composta de 8 fotos na escala de 1:10.000, a fim de verificar a capacidade do método em detectá-lo e localizá-los.

A faixa foi formada através do método analítico proposto em (2.9.4) e possui 10 pontos de controle, sendo 5 altimétrico (código 2000) e 5 planialtimétrico (código 1000).

Tabela 2.12.3.7.1. Coordenadas dos pontos de controle planialtimétrico e altimétrico da faixa referida na seção (2.12.3.7)

Nº DO PONTO	SISTEMA DE FAIXA			SISTEMA GEODÉSICO CARTESIANO		
	x (mm)	y (mm)	z (mm)	X (m)	Y (m)	Z (m)
1001	0,000	0,000	0,000	4120682,554	-4767090,473	-990903,354
1009	45,456	- 46,539	1,119	4120985,497	-4766733,962	-991355,424
2003	185,003	- 2,162	2,122	4122089,431	-4765888,992	-990895,696
2018*	183,972	- 94,312	- 5,024	4121941,949	-4765711,342	-991790,623
2026	228,551	- 141,230	- 24,922	4122101,496	-4765204,361	-992209,818
2035*	265,941	- 188,620	- 10,046	4123192,200	-4764352,298	-992679,416
2028	412,580	- 143,403	- 23,396	4123496,422	-4764004,507	-992201,157
1037	549,928	- 190,687	- 0,939	4124629,562	-4763201,406	-992681,027
1038	641,864	- 191,490	15,238	4125426,365	-4762716,136	-992700,756
1068	598,167	- 7,260	- 6,364	4125143,344	-4763106,553	-990857,605

* Pontos nos quais foram introduzidos erro de 10m na altitude

Tabela 2.12.3.7.2. Resíduos nos pontos de controle planialtimétrico, provenientes da injeção de posição.

RESÍDUOS NOS PONTOS DE CONTROLE PLANIALTIMÉTRICO

Nº DO PONTO	VX (m)	VY (m)	VZ (m)
1001	0,227	- 0,200	- 0,098
1009	0,151	- 0,156	- 0,007
1037	- 0,101	- 0,031	- 0,054
1038	0,267	- 0,386	- 0,042
1068	0,037	0,048	0,067

Tabela 2.12.3.7.3. Resíduos nos pontos de controle altimétrico, provenientes da injeção de altitude.

RESÍDUOS NOS PONTOS DE CONTROLE ALTIMÉTRICO

Nº DO PONTO	ALTITUDE (m)	Vh (m)
2003	1010,00	- 0,364
2018	912,00	9,648
2026	712,00	- 0,325
2035	854,00	-10,244
2028	716,00	- 0,300

Analisando os resíduos nos pontos de controle altimétrico fica evidente a existência de erro em dois

pontos de controle, mostrando ser o método bastante eficaz na localização de erros grosseiros desta espécie.

A estimativa robusta propiciou a evidencialização do erro existente, como mostram os resultados do experimento na tabela 2.12.3.7.3.

Tabela 2.12.3.7.4

Coordenadas dos pontos de controle planialtimétrico e altimétrico da faixa referida na secção (2.12.3.7).

VALORES DAS COORDENADAS DOS PONTOS DE CONTROLE

Nº DO PONTO	SISTEMA DE FAIXA			SISTEMA GEODÉSICO CARTESIANO		
	x (mm)	y (mm)	z (mm)	X (m)	Y (m)	Z (m)
1001*	0,000	0,000	0,000	4120697,569	-4767092,627	-990894,991
1009	45,456	- 46,539	1,119	4120985,497	-4766733,962	-991355,424
2003	185,003	- 2,162	2,122	4122089,431	-4765888,992	-990895,696
2018	183,972	- 94,312	- 5,024	4121941,949	-4765711,342	-991790,623
2026**	228,551	-141,230	-24,922	4122101,496	-4765204,361	-992209,818
2035	365,941	-188,620	-10,046	4123192,200	-4764352,298	-992679,416
2028	412,580	-143,403	-23,396	4123496,422	-4764004,507	-992201,157
1037	549,928	-190,687	- 0,939	4124629,562	-4763201,406	-992681,027
1038	641,864	-191,490	15,238	4125426,365	-4762716,136	-992700,756
1068	598,167	- 7,260	- 6,364	4125143,344	-4763106,553	-990857,605

* Ponto no qual foi introduzido erro de 10m nas coordenadas das E, N e h

** Ponto no qual foi introduzido erro de 10m em altitude

Tabela 2.12.3.7.5. Resíduos nos pontos de controle planialtimétrico, proveniente da in-junção de posição.

RESÍDUOS NOS PONTOS DE CONTROLE PLANIALTIMÉTRICO

Nº DO PONTO	VX(m)	VY(m)	VZ(m)
1001	-14,823	0,871	-8,489
1009	0,032	-1,027	-0,057
1037	- 0,200	0,020	-0,102
1038	0,199	-0,186	-0,079
1068	0,035	0,038	0,211

Tabela 2.12.3.7.6. Resíduos nos pontos de controle altimétrico, provenientes da in-junção de altitude.

RESÍDUOS NOS PONTOS DE CONTROLE ALTIMÉTRICO

Nº DO PONTO	ALTITUDE (m)	Vh (m)
2003	010,00	0,103
2018	922,00	0,062
2026	722,00	-10,047
2035	844,00	- 0,120
2028	716,00	- 0,226

O erro de 10m nas coordenadas planialtimétricas (E,N, h) no controle 1001 não se mostra com as mesmas dimensões nas

coordenadas transformadas para o sistema geodésico cartesiano. As diferenças, neste exemplo, são significativas somente no eixo X e Z (15,015m em X, 2,154 em Y e 8,363 em Z). Analisando os resultados da tabela 2.12.3.7.5 verifica-se que os maiores resíduos no controle 1001 são respectivamente o do eixo X e Z, já que as diferenças são significativas nestes dois eixos, sendo assim, torna-se impossível conhecer as dimensões do erro existente nas coordenadas planialtimétrica (E,N,h), quando se trabalha no sistema geodésico cartesiano. Entretanto, o erro no controle altimétrico é facilmente localizado e evidenciada a sua magnitude como mostram os resultados da tabela 2.12.3.7.6.

Apesar do algoritmo permitir a localização de erros grosseiros nos pontos de controle planialtimétrico, o método mostra-se mais poderoso quando empregado na localização de erros grosseiros nos pontos de controle altimétrico.

2.13 Detecção e Localização de Erros Grosseiros não Localizados com os Algoritmos Propostos

Nesta fase dos trabalhos todo o conjunto de dados necessários ao processamento da aerotriangulação "off-Line" foi depurado dos erros grosseiros. Entretanto, poderão ocorrer certos erros que os algoritmos propostos não foram capazes de localizar. Em experimentos realizados verificou-se que o número de erros relacionados com a fotogrametria encontrados nos dados após a depuração é insignificante. Os erros que podem ocorrer com maior frequência estão ligados ao controle de campo. O insuficiente número de pontos de controle, em algumas faixas do bloco, impossibilita verificá-los. Na existência de faixas muito longas, é necessário que as mesmas sejam divididas em faixas menores para minimizar as deformações no processo de formação, acarretando com isto uma diminuição do número de pontos de controle e ficando impossível a verificação dos mesmos.

Em vários blocos ajustados, verificou-se que, quando os

dados são perfeitamente depurados dos erros grosseiros provenientes do processo fotogramétrico, a localização de erros grosseiros nos pontos de controle com o programa de ajustamento simultâneo pode ser realizada sem grandes inconvenientes.

O número de erros grosseiros encontrados nos dados após a aplicação dos algoritmos de detecção propostos permite que os mesmos sejam localizados através do programa de ajustamento simultâneo do bloco com grande facilidade, possibilitando o ajustamento do bloco com dois processamento na maioria das vezes.

CAPÍTULO III

ALGORITMOS MATEMÁTICOS QUE AUXILIAM A DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS NAS AEROTRIANGULAÇÕES SEMI-ANALÍTICAS

3.1 INTRODUÇÃO

Atualmente, a aerotriangulação semi-analítica é o método fotogramétrico mais utilizado em nosso país na determinação de apoio suplementar necessário a restituição fotogramétrica. Utilizando o processo por modelos independentes que realiza uma parte dos trabalhos nos aparelhos analógicos de 1ª ordem e a outra parte analiticamente nos computadores, torna-se um método grandemente empregado nos meios cartográficos devido a existência de elevado número de aparelhos analógicos de 1ª ordem nas empresas de cartografia, como também ao maior conhecimento do programa de aerotriangulação semi-analítico, desenvolvido pelo professor ACKERMANN da Universidade de Stuttgart - Alemanha (PAT-M43).

Após as orientações interior e relativa, são obtidos os modelos que permitem as observações fotogramétricas dos pontos de ligação de modelos, pontos de ligação de faixas, pontos de apoio, e qualquer outro ponto relacionado com a aerotriangulação.

A obtenção dos modelos fotogramétricos por processos analógicos impossibilita a verificação da qualidade das orientações, como também a correção dos erros sistemáticos da imagem, o que diminui a precisão dos resultados. A formação de modelos por processo analíticos permite a realização das correções aos erros sistemáticos e a verificação da qualidade da orientação, elevando-se o grau de precisão da aerotriangulação. Entretanto, necessita-se de um aparelho analítico ou comparador para a realização das observações.

A determinação dos centros perspectivos das aerofotos de cada modelo e a sua inclusão no ajustamento simultâneo das observações, assume fator de grande importância para aumentar a rigidez geométrica do bloco a ser aerotriangulado.

Na aerotriangulação semi-analítica, os modelos são concatenados simultaneamente para a formação do bloco, através da transformação matemática isogonal [16] e todos os modelos fotogramétricos ficam referidos a um único sistema de coordenadas no espaço objeto. Ao se transformar as coordenadas do modelo independente para o sistema de referência do espaço objeto, admite-se que o modelo foi formado sem deformações e constitui uma réplica do terreno fotografado. Conforme [07] tem-se:

$$X = \lambda R \quad x + X_o \quad (3.1.1)$$

Ou para atender os requisitos numéricos:

$$\begin{vmatrix} x_{ij} \\ y_{ij} \\ z_{ij} \end{vmatrix} = \lambda_j R_j(\kappa, \phi, \omega) \begin{vmatrix} x_i - x_{oj} \\ y_i - y_{oj} \\ z_i - z_{oj} \end{vmatrix} \quad (3.1.2)$$

$$i=1, m$$

$$j=1, n$$

$|x_i \ y_i \ z_i|^T$ = coordenadas dos pontos no sistema de referência do espaço objeto

$|x_{ij} \ y_{ij} \ z_{ij}|^T$ = coordenadas dos pontos no sistema de referência de cada modelo

$|x_{oj} \ y_{oj} \ z_{oj}|^T$ = elementos de translação para cada modelo

$R_j(\kappa, \phi, \omega)$ = matriz de rotação para cada modelo

λ_j = fator de escala para cada modelo

m = número de pontos fotogramétricos

n = número de modelos

O ajustamento simultâneo das observações fotogramétricas acrescidos com as injunções de posição nos pontos de controle (necessárias para definir o sistema de coordenadas do espaço objeto), quando na presença de erros grosseiros, apresenta resultados completamente irreais que dificultam a análise para localizá-los com eficiência.

A eficiência para a localização destes erros no processamento da aerotriangulação em bloco "Off-Line" se reduz enormemente na presença de muitos erros, com isto, aumenta-se o tempo de computação para o ajustamento do bloco e diminui a acuracidade e confiabilidade nos resultados alcançados. Devido a estas deficiências, os dados referentes ao bloco a ser aerotriangulado devem ser tratados para localização dos erros grosseiros antes do processamento simultâneo, através de algoritmos desenvolvidos para este fim. Ganhando-se com esta técnica facilidades nos trabalhos, redução de custo, acuracidade e confiabilidade nos resultados.

3.2 TIPOS DE ERROS GROSSEIROS ENCONTRADOS NAS AEROTRIANGULAÇÕES SEMI-ANALÍTICAS CONVENCIONAIS "OFF-LINE"

Os principais erros grosseiros encontrados nas aerotriangulações semi-analíticas são semelhantes ao exposto na secção (2.2) que trata dos erros relacionados com as aerotriangulações analíticas.

Em vários blocos aerotriangulados os erros encontrados foram os seguintes:

- erros na determinação dos centros perspectivos;

- erros na transferência dos pontos de ligação de faixas;
- erros de leitura dos pontos (posicionamento com cota imperfeita ou centragem incorreta da marca índice no ponto marcado);
- erros de digitação (quando é empregado este processo);
- erros de numeração dos pontos;
- erros na orientação relativa dos modelos;
- erros de identificação dos pontos de controle;
- erros nas coordenadas dos pontos de controle.

Os erros referidos ocorrem geralmente numa aerotriangulação semi-analítica convencional para a qual se obtêm os modelos por processos analógicos. No caso da formação analítica dos modelos, o tratamento dos erros grosseiros pode ser extrapolado para o caso analítico, já visto.

3.3 CLASSIFICAÇÃO DOS ERROS GROSSEIROS

Como nas aerotriangulações analíticas, os erros grosseiros serão tratados por etapas, através de algoritmos desenvolvidos para detectá-los e localizá-los com eficiência. No método da filtragem progressiva, que depuram os erros grosseiros do conjunto de dados em etapas, torna-se conveniente classificar estes erros, como abaixo, para melhor entender a sistemática do método.

Na aerotriangulação semi-analítica os erros grosseiros podem ser classificados convenientemente de acordo com o tratamento. Assim tem-se:

1. erros grosseiros nos centros perspectivos.
Estão relacionados com a determinação dos centros perspectivos.
2. erros grosseiros nos pontos de ligação de modelos (pontos de passagem).
Estão geralmente relacionados com problemas nas leituras e numeração incorreta.
3. erros grosseiros nos pontos de ligação de faixas (pontos de enlace).
Estão geralmente relacionados com falhas na transferência entre faixas contíguas.
4. erros grosseiros na numeração dos pontos fotogramétricos do bloco.
Estão relacionados com a codificação dos pontos fotogramétricos.
5. erros grosseiros no controle de campo.
São os erros relacionados com controle planimétrico, planialtimétrico e altimétrico.

Esta classificação engloba todos os erros grosseiros encontrados nas aerotriangulações semi-analítica.

3.4 PROCEDIMENTO UTILIZADO PARA A DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DOS ERROS GROSSEIROS

A filtragem progressiva utilizada para depurar os erros grosseiros nas aerotriangulações analíticas (proposto na secção 2.4) será também adotada para o tratamento dos dados necessários à aerotriangulação semi-analítica. A sequência de verificação dos dados será como apresentado na secção (3.3) que classifica os erros grosseiros. Esta ordem no tratamento dos dados mostrou-se bastante eficiente, pois permite o preparo de

elementos necessários ao emprego dos algoritmos subseqüentes, bem como depura primeiramente os erros relacionados com a fotogrametria e em seguida os erros associados ao controle de campo, mostrando grande vantagem no tratamento dos dados.

3.5 DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS NOS CENTROS PERSPECTIVOS

A determinação das coordenadas dos centros perspectivos nas aerotriangulações semi-analíticas por modelos independentes assume fator de grande importância. A inclusão de suas coordenadas no conjunto de dados necessários à aerotriangulação determina que a concatenação dos modelos para a formação do bloco seja realizada com maior rigidez. A ineficiente distribuição dos pontos de ligação de modelos, pode acarretar formação de charneiras na direção do eixo y, quando não se utiliza os centros perspectivos na concatenação dos modelos.

Os principais métodos empregados na determinação dos centros perspectivos se resumem basicamente em dois: |16| o método numérico que exige a realização de observações para a determinação e os métodos de leitura direta, característicos de cada aparelho que possui os mecanismos para tal.

Os erros grosseiros encontrados com maior frequência neste processo são devidos à falhas de observações necessárias a sua determinação, deficiência nos cálculos e erros nas leituras direta de suas coordenadas. Estes erros devem ser eliminados a priori evitando-se problemas no ajustamento simultâneo do bloco. Portanto, sempre que possível, devem-se adotar métodos de cálculo que possibilitem a localização dos erros grosseiros, bem como a verificação de precisão na determinação das coordenadas. Assim, os métodos numéricos apresentam grandes vantagens em relação aos métodos empíricos, pois permitem as verificações propostas, conduzindo a resultados mais confiáveis e mais precisos.

3.5.1 Método Proposto na Determinação dos Centros Perspectivos

O método numérico proposto em [16] possibilita a localização de erros grosseiros associados ao processo, como também a verificação da qualidade da determinação das coordenadas.

O método numérico do ΔZ [16], no qual se observa, geralmente seis pontos próximos aos pontos de Von Gruber em dois planos com cotas diferentes, permite que através da intersecção das retas no espaço sejam determinadas as coordenadas dos centros perspectivos.

Considerando um ponto $P(X,Y,Z)$ no plano 1 com cota Z_1 , o ponto $P'(X',Y',Z')$ no plano 2 com cota Z_2 e o ponto $P_C(X_C,Y_C,Z_C)$ como sendo o centro perspectivo, temos que a equação da reta que passa por estes três pontos pode ser escrita como: [07]

$$\frac{X_C - X}{X' - X} = \frac{Y_C - Y}{Y' - Y} = \frac{Z_C - Z}{Z' - Z} \quad (3.5.1.1)$$

A equação (3.5.1.1) permite que através de um ajustamento matemático se obtenha as coordenadas dos centros perspectivos.

3.5.2 Modelo Matemático Utilizado no Ajustamento

Da equação (3.5.1.1) se obtêm duas equações linearmente independente, que podem ser escritas da seguinte maneira:

$$\frac{X_C - X}{X' - X} = \frac{Z_C - Z}{Z' - Z} \quad (3.5.2.1)$$

$$\frac{Y_C - Y}{Y' - Y} = \frac{Z_C - Z}{Z' - Z}$$

Assim:

$$FX = (Z' - Z)XC - (X' - X)ZC + X'Z - Z'X = 0 \quad (3.5.2.2)$$

$$FY = (Z' - Z)YC - (Y' - Y)ZC + Y'Z - Z'Y = 0$$

Nas expressões (3.5.2.2) os parâmetros e as observações estão ligados por uma função implícita. Neste caso o método de ajustamento que deverá ser empregado para o cálculo dos parâmetros deverá ser o método implícito ou combinado. |09|.

Assim:

$$F(La, Xa) = 0 \quad (3.5.2.3)$$

Que após linearizado, tem-se:

$$AX + BV + W = 0 \quad (3.5.3.4)$$

$$A = \frac{\partial F}{\partial Xa} \Big|_{Xo} \quad B = \frac{\partial F}{\partial La} \Big|_{Lb} \quad W = F(Lb, Xo)$$

A = matriz das derivadas parciais em relação aos parâmetros

B = matriz das derivadas parciais em relação às observações

W = erro de fechamento

V = resíduos das observações

$$A = \begin{array}{c} \left| \begin{array}{ccc} \frac{\partial FX}{\partial XC} & \frac{\partial FX}{\partial YC} & \frac{\partial FX}{\partial ZC} \\ \frac{\partial FY}{\partial XC} & \frac{\partial FY}{\partial YC} & \frac{\partial FY}{\partial ZC} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{array} \right| \\ \begin{array}{cc} 2n & 3 \end{array} \end{array}$$

$\sigma X' = \sigma Y' = \sigma Z'$ = são desvios-padrão das observações no plano 2

Os valores constantes das cotas do plano 1 e plano 2 são tratados como observações neste ajustamento.

A sistemática de ajustamento bem como o formulário necessário aos cálculos são apresentados na secção (2.6.1.3).

Os resíduos das observações provenientes do ajustamento permitem detectar e localizar eventuais erros grosseiros nas observações e a matriz variância-covariância permite avaliar o grau de precisão na determinação das coordenadas dos centros perspectivos.

Este modelo bastante completo permite verificar com toda precisão as coordenadas calculadas dos centros perspectivos, garantindo confiabilidade nos resultados.

3.5.3 Resultados Apresentados com o Método

Tabela 3.5.3.1. Observações realizadas em aparelho restituidor de 1ª ordem WILD A10, para o cálculo do centro perspectivo.

Nº DO PONTO	VALORES DAS COORDENADAS OBSERVADAS					
	PLANO 1			PLANO 2		
	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	X' (mm)	Y' (mm)	Z' (mm)
6	326,795	516,555	200,000	329,880	435,265	350,000
5	335,425	300,945	200,000	335,265	300,555	350,000
4	344,030	85,900	200,000	340,645	166,230	350,000
1	129,165	77,415	200,000	206,425	160,940	350,000
2	120,235	292,305	200,000	200,850	295,175	350,000
3	111,305	507,805	200,000	195,270	429,790	350,000

Tabela 3.5.3.2. Resíduos provenientes do ajustamento na determinação das coordenadas dos centros perspectivos.

VALORES DOS RESÍDUOS DAS OBSERVAÇÕES						
PLANO 1				PLANO 2		
Nº DO PONTO	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	X' (mm)	Y' (mm)	Z' (mm)
6	0,000	0,000	0,002	0,000	-0,005	-0,003
5	-0,002	-0,006	0,000	0,004	0,010	0,000
4	0,000	-0,001	0,001	0,001	0,002	-0,001
1	0,000	0,002	-0,001	0,000	-0,004	0,002
2	0,002	0,002	-0,001	-0,002	-0,003	0,001
3	0,001	0,000	0,000	-0,002	-0,001	0,001

Tabela 3.5.3.3. Coordenadas determinadas dos centros perspectivos e seus desvios padrão.

VALORES DAS COORDENADAS DO C.P. E DESVIO PADRÃO					
XC (mm)	σ_{XC} (mm)	YC (mm)	σ_{YC} (mm)	ZC (mm)	σ_{ZC} (mm)
335,013	$\pm 0,008$	299,942	$\pm 0,007$	599,659	$\pm 0,015$

Analisando os resíduos verifica-se a inexistência de erros grosseiros nas observações:

Tabela 3.5.3.4. Observações realizadas em aparelho restituidor de 1ª ordem WILD A10 para o cálculo do centro perspectivo.

VALORES DAS COORDENADAS OBSERVADAS						
Nº DO PONTO	PLANO 1			PLANO 2		
	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	X' (mm)	Y' (mm)	Z' (mm)
6	326,795	516,555	200,000	329,880	435,265	350,000
5	335,425	300,945	200,000	335,265	300,555	350,000
4	344,030	85,900	200,000	340,645	166,230	350,000
1	129,165	77,415	200,000	206,425	160,940	350,000
2	120,235	292,305	200,000	200,850	295,175	350,000
3*	111,305	507,805	200,000	195,170	429,690	350,000

*Observação na qual foi introduzida erro de 0,100mm nas coordenadas X' e Y'.

Tabela 3.5.3.5. Resíduos provenientes do ajustamento na determinação das coordenadas dos centros perspectivos.

VALORES DOS RESÍDUOS DAS OBSERVAÇÕES						
Nº DO PONTO	PLANO 1			PLANO 2		
	X (mm)	Y (mm)	Z (mm)	X' (mm)	Y' (mm)	Z' (mm)
6	0,010	0,013	0,007	- 0,016	- 0,021	- 0,011
5	0,007	0,003	0,000	- 0,011	- 0,004	- 0,000
4	0,009	0,003	- 0,001	- 0,015	- 0,004	0,002
1	0,004	0,005	- 0,005	- 0,006	- 0,008	0,008
2	0,006	0,010	- 0,003	- 0,010	- 0,017	0,006
3	- 0,036	- 0,034	0,003	0,058	0,054	- 0,004

Tabela 3.5.3.6. Coordenadas determinadas dos centros perspectivos e seus desvios padrão.

VALORES DAS COORDENADAS DO C.P. E DESVIO PADRÃO					
XC (mm)	σ_{XC} (mm)	YC (mm)	σ_{YC} (mm)	ZC (mm)	σ_{ZC} (mm)
334,957	$\pm 0,052$	299,889	$\pm 0,049$	599,619	$\pm 0,102$

Analisando os resultados provenientes do ajustamento, verifica-se com facilidade a existência de erros grosseiros nas observações. Os resíduos na observação do ponto número 3, mostra que a mesma está eivada de erros grosseiros.

O método mostrou-se bastante eficaz na detecção de erros nas observações, permitindo que os resultados alcançados sejam mais confiáveis e mais precisos.

3.6 DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS EM PONTOS DE LIGAÇÃO DE MODELOS

A realização de leituras estereoscópicas nos modelos fotogramétricos apresenta grandes vantagens nas aerotriangulações, devido a isenção dos erros grosseiros provenientes do processo de transferência de pontos entre modelos, entretanto podem ocorrer erros na leitura de coordenadas, numeração incorreta e problemas na orientação relativa que trazem sérios problemas no ajustamento simultâneo do bloco. O tratamento dos dados através de algoritmos matemáticos simples e eficaz, visando detectar e localizar estes erros antes do ajustamento simultâneo, tornam os resultados da aerotriangulação mais confiáveis e precisos. A detecção destes erros somente no ajustamento simultâneo é ineficiente.

3.6.1 Fundamento Teórico do Método

Nas aerotriangulações semi-analíticas por modelos independentes, os pontos fotogramétricos de ligação de modelos são perfurados somente na linha central de cada aerofoto, sem a transferência de pontos, como mostrada na figura (3.6.1.1).

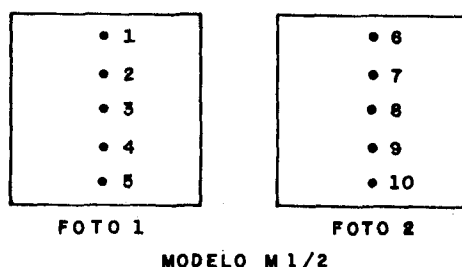


Fig. 3.6.1.1 - Esquema de marcação de pontos fotogramétricos para a realização de leituras estereoscópica.

Com a formação do modelo M12 é possível a leitura de todos os pontos do modelo (P_i , $i=1,10$) estereoscopicamente.

No modelo seguinte, formado pelas fotos 2 e 3, como mostra a figura (3.6.1.2).

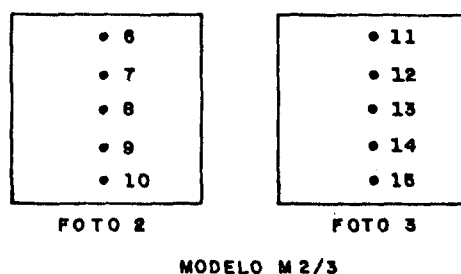


Fig. 3.6.1.2 - Esquema de marcação de pontos fotogramétricos para a realização de leituras estereoscópicas.

Os pontos (p_i , $i=6,10$) são pontos comuns entre os dois primeiros modelos da faixa.

Considerando o sistema de coordenadas do primeiro modelo fixo, podemos através de uma transformação de coordenadas ligar os modelos fotogramétricos lidos independentemente, a este sistema de coordenadas (concatenação dos modelos fotogramétricos para a formação da faixa). Os centros perspectivos de cada modelo são incluídos para aumentar a rigidez na formação da faixa.

Os pontos comuns entre os dois primeiros modelos, possibilitam a determinação de parâmetros de transformação de coordenadas que levam os pontos do modelo M23 para o sistema de coordenadas do primeiro modelo fotogramétrico. Os modelos seguintes, como o segundo modelo, serão transformados para o sistema de coordenadas do primeiro modelo, colocando todos num único sistema de coordenadas, assim, formando a faixa fotogramétrica.

Os resíduos provenientes do ajustamento que determina os parâmetros, permitem verificar a qualidade dos pontos utilizados no ajustamento, localizando eventuais erros grosseiros nestes pontos e na orientação relativa para a formação do modelo.

3.6.2 Modelo Matemático Proposto na Transformação de Coordenadas

Considerando que os modelos fotogramétricos são unidades semelhantes ao terreno fotografado, e que não sofrem deformações, o modelo geométrico mais adequado na transformação de coordenadas, proposta neste método para a verificação de erros grosseiros nos pontos de ligação de modelos é o modelo isogonal no espaço tridimensional.

$$X_1 = \lambda R X_2 + X_0 \quad (3.6.2.1)$$

ou

$$\begin{vmatrix} X1 \\ Y1 \\ Z1 \end{vmatrix} = \lambda R(\kappa, \phi, \omega) \begin{vmatrix} X2 \\ Y2 \\ Z2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} X0 \\ Y0 \\ Z0 \end{vmatrix} \quad (3.6.2.2)$$

$|X1 \ Y1 \ Z1|^T$ = são coordenadas dos pontos de ligação referidas ao sistema de coordenadas do 1º modelo.

$|X2 \ Y2 \ Z2|^T$ = são coordenadas dos pontos de ligação referidas ao sistema dos modelos lidos independentemente.

$|\kappa, \phi, \omega, X0, Y0, Z0, \lambda|^T$ = são os parâmetros de transformação a serem determinados.

3.6.3 Modelo Matemático de Ajustamento para a Determinação dos Parâmetros de Transformação

A secção (2.10.3) apresenta ajustamento idêntico na determinação de parâmetros da mesma transformação utilizada neste algoritmo. Desta maneira o método empregado deverá ser o mesmo adotado.

A cada modelo concatenado, novos parâmetros de transformação são determinados, ligando todos os modelos fotogramétricos a um único sistema de coordenadas, arbitrado para a formação da faixa (geralmente o sistema de coordenadas do 1º modelo). A determinação destes parâmetros, para cada modelo concatenado, permite a verificação de todos os pontos fotogramétricos de ligação de modelos de cada faixa.

A perfeita formação da faixa é fator de grande importância devido a sua utilização nos algoritmos subseqüentes para a localização dos outros erros grosseiros.

Os resultados provenientes do ajustamento não só permitem verificar os erros nos pontos de ligação de modelos, como também detectar eventuais erros grosseiros na orientação relativa da formação dos modelos fotogramétricos.

3.6.4 Resultados Obtidos com a Utilização do Algoritmo Proposto

Tabela 3.6.4.1. Valores das coordenadas dos pontos de ligação de modelos (pontos de passagem).

VALORES DAS COORDENADAS DOS PONTOS DE LIGAÇÃO						
Nº DO PONTO	MODELO M12			MODELO M23		
	X1 (mm)	Y1 (mm)	Z1 (mm)	X2 (mm)	Y2 (mm)	Z2 (mm)
71784	339,999	299,947	600,082	160,036	300,092	600,371
37006	329,210	459,365	292,835	149,370	459,635	290,945
37005	331,515	492,915	293,180	151,725	493,410	291,225
37008*	331,580	118,450	291,450	151,520	116,120	290,865
37007	334,575	144,100	291,015	154,360	142,450	289,810

*Ponto no qual foi introduzido erro grosseiro de 0,4mm nas coordenadas X2, Y2, Z2.

Tabela 3.6.4.2. Resultados provenientes do ajustamento na determinação dos parâmetros de transformação.

VALORES DOS RESÍDUOS NAS OBSERVAÇÕES						
Nº DO PONTO	MODELO M12			MODELO M23		
	X1 (mm)	Y1 (mm)	Z1 (mm)	X2 (mm)	Y2 (mm)	Z2 (mm)
71784	- 0,004	0,010	- 0,108	0,004	- 0,009	0,108
37006	0,002	0,038	0,026	- 0,002	- 0,038	- 0,026
37005	0,004	0,044	0,045	- 0,044	- 0,044	- 0,044
37008	0,049	- 0,177	0,153	- 0,048	0,175	- 0,152
37007	- 0,051	0,085	- 0,115	0,050	- 0,084	0,115

VARIÂNCIA A PRIORI=1,0 VARIÂNCIA A POSTERIORI=15,201

Analisando os resultados, verifica-se com facilidade a existência de erros grosseiros nas observações. O ajustamento apresenta; neste algoritmo, uma pequena facilidade em distribuir o erro sobre as observações corretas, entretanto quase que sempre é possível localizar o erro grosseiro, eliminando-se a observação de maior resíduo. A verificação dos resíduos para a eliminação da observação errada possui grau de dificuldade maior do que a realizada no ajustamento com a utilização da estimativa robusta. Neste algoritmo não se utilizou a estimativa robusta, visando economizar tempo de processamento na determinação dos parâmetros, visto que o número de ajustamentos realizados são elevados para a concatenação de todos os modelos da faixa.

Os resíduos no ponto errado permite eliminá-lo sem grandes problemas, pois são os maiores resíduos do conjunto.

Tabela 3.6.4.3. Valores das coordenadas dos pontos de ligação de modelos (pontos de passagem).

VALORES DAS COORDENADAS DOS PONTOS DE LIGAÇÃO						
MODELO M12				MODELO M23		
Nº DO PONTO	X1 (mm)	Y1 (mm)	Z1 (mm)	Z2 (mm)	Y2 (mm)	Z2 (mm)
72544	513,835	295,842	599,429	164,992	300,126	599,546
31010	521,427	426,064	290,469	220,000	422,980	295,135
31009	524,869	462,754	290,390	222,545	458,955	294,555
31011	512,321	158,278	295,440	217,170	160,700	304,150

Tabela 3.6.4.4. Resultados provenientes do ajustamento na determinação dos parâmetros de transformação.

VALORES DOS RESÍDUOS NAS OBSERVAÇÕES

Nº DO PONTO	MODELO M12			MODELO M23		
	X1 (mm)	Y1 (mm)	Z1 (mm)	X2 (mm)	Y2 (mm)	Z2 (mm)
72544	- 0,013	- 0,100	0,753	0,137	0,088	- 0,751
31010	- 0,025	- 0,291	- 0,157	- 0,009	0,298	0,154
31009	0,000	- 0,463	- 0,290	- 0,060	0,474	0,279
31011	0,039	0,854	- 0,306	- 0,068	- 0,859	0,318
σ_0^2 (a priori) = 1,0			$\hat{\sigma}_0^2$ (a posteriori) = 457,770			

Neste algoritmo percebe-se problemas na formação de modelo fotogramétrico quando se verifica que os resíduos são elevados em todas as observações, principalmente no centro perspectivo. Neste caso a eliminação da observação que apresentou maior resíduo, não resolve o problema, e os resíduos das observações restantes, continuam sendo elevados com o novo ajustamento.

Neste exemplo já foram eliminados dois pontos e os resíduos das observações não diminuíram.

3.7 DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS NOS PONTOS DE LIGAÇÃO DE FAIXAS

As causas de erros grosseiros nos pontos de ligação de

faixas nas aerotriangulações semi-analíticas estão relacionadas com os mesmos problemas mostrados para o caso das aerotriangulações analíticas.

O tratamento dos dados para a localização destes erros, antes do ajustamento simultâneo, será realizado pelo mesmo algoritmo matemático proposto na secção (2.10), que localiza estes erros para o caso analítico.

3.8 DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS NA NUMERAÇÃO DOS PONTOS FOTOGRAFÉTRICOS DO BLOCO

Para a localização dos erros grosseiros relacionados com a numeração dos pontos fotogramétricos será empregado o mesmo algoritmo matemático proposto para o caso das aerotriangulações analíticas na secção (2.11), pois estes erros são semelhantes entre o caso analítico e semi-analítico.

3.9 DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS NOS PONTOS DE CONTROLE

Para a localização de erros grosseiros no controle de campo, utilizados nas aerotriangulações semi-analíticas, serão empregados os mesmos algoritmos matemáticos proposto na secção (2.12).

Estes algoritmos, como já visto, verificam os erros nos pontos de controle planimétrico, altimétrico e planialtimétrico, abrangendo os principais pontos de controle empregados nas aerotriangulações.

3.10 DETECÇÃO E LOCALIZAÇÃO DE ERROS GROSSEIROS NÃO LOCALIZADOS COM OS ALGORITMOS PROPOSTOS

As mesmas considerações mostradas na secção (2.13) para

as aerotriangulações analíticas, podem ser empregadas nas aerotriangulações semi-analíticas. A detecção e localização de erros grosseiros não localizados com os algoritmos propostos, poderão ser tratados com a mesma sistemática adotada para o caso analítico.

CAPÍTULO IV

EXPERIMENTOS TEÓRICOS E PRÁTICOS DE AJUSTAMENTO DE BLOCOS PELO PROCESSO ANALÍTICO E SEMI-ANALÍTICO

4.1 INTRODUÇÃO

A fim de mostrar a capacidade do método proposto (filtragem progressiva) na depuração dos erros grosseiros nas aerotriangulações, apresentamos os resultados obtidos nos processamentos práticos de blocos lidos por modelos independentes com ajustamento semi-analítico e os resultados de um processamento analítico de um bloco fictício.

Os blocos ajustados pelo método semi-analítico são trabalhos reais realizados pela Empresa Aerodata S/A. - Engenharia de Aerolevantamentos, na qual foi implantada toda a sistemática proposta deste trabalho.

4.2 EXPERIMENTO REALIZADO COM AEROTRIANGULAÇÃO ANALÍTICA

Com o objetivo de testar os algoritmos propostos para a detecção e localização dos erros grosseiros nas aerotriangulações analíticas, introduziram-se erros grosseiros nas observações de um bloco fictício, gerado pelas equações de colinearidade, e verificou-se a capacidade dos algoritmos em detectá-los. O bloco possui 12 aerofotos na escala média de 1:10.000 que estão distribuídos entre 3 faixas com recobrimento lateral de 20% e longitudinal 60%.

Os pontos fotogramétricos do bloco são em número de 46, sendo que 8 são pontos de controle; resultando 134 observações fotogramétricas nas aerofotos. A distância focal da câmera é 153mm e a altitude média de voo 2530 metros.

4.2.1 Erros Grosseiros Introduzidos No Bloco

Em todo bloco fictício a ser aerotriangulado introduziram-se erros grosseiros em oito observações de sete pontos fotogramétricos, e nas coordenadas geodésicas de dois pontos de controle. As tabelas 4.2.1.1 e 4.2.1.2, mostram as dimensões dos erros grosseiros introduzidos.

Tabela 4.2.1.1. Valores de fotocoordenadas dos pontos nas quais foram introduzidos erros grosseiros.

OBSERVAÇÕES FOTOGRAMÉTRICAS

VALORES COM ERROS GROSSEIROS				VALORES CORRETOS	
Nº DO PONTO	Nº DA FOTO	x (mm)	y (mm)	x (mm)	y (mm)
642	1	86,233	38,358	86,133	38,458
669	2	115,533	- 1,097	91,533	- 1,097
669	4	- 85,733	- 1,702	- 85,733	- 1,742
622	7	89,909	- 92,593	89,909	- 92,543
627	9	0,699	- 117,424	0,699	-100,424
636	10	- 2,301	- 2,331	2,231	- 2,361
640	11	7,380	- 1,361	7,441	- 1,361
626	12	1,402	- 1,217	1,432	- 1,247

Tabela 4.2.1.2. Valores das coordenadas dos pontos de controle, nas quais foram introduzidos erros grosseiros.

VALORES DAS COORDENADAS DO CONTROLE

VALORES COM ERROS GROSSEIROS				VALORES CORRETOS		
Nº DO PONTO	X(m)	Y(m)	Z(m)	X(m)	Y(m)	Z(m)
772	2549,00	6649,00	978,00	2550,00	6650,00	980,00
745	5050,00	2700,00	961,00	5050,00	2700,00	964,00

4.2.2 Resultados Obtidos com o Programa de Ajustamento Simultâneo sem a Depuração Prévia dos Erros Grosseiros Através dos Algoritmos Propostos

Um programa de aerotriangulação em bloco "Off Line", com ajustamento de feixes de raios "Bundle Block Adjustment", não possuindo tratamento especial para a detecção e localização de erros grosseiros, foi utilizado para o processamento de bloco proposto para a realização do teste.

Os dados, contendo o montante de erros grosseiros introduzidos propositadamente, conduziram os resultados do ajustamento para valores que impossibilitassem uma análise para a localização dos mesmos. A enorme distribuição dos erros grosseiros sobre as observações corretas, fez com que as mesmas fossem eliminadas, provocando divergência no ajustamento. A remoção dos erros grosseiros absurdos nos pontos 669 e 627, (sem que o programa localizasse tal erro) permitiu a realização da depuração através dos resultados fornecidos pelo programa. Esta depuração deficiente não localizou todos os erros grosseiros introduzidos e eliminou grande quantidade de

observações corretas, consumindo, para tal, extensivo tempo de processamento.

A tabela 4.2.2.1, mostra os resultados desta depuração.

Tabela 4.2.2.1. Resultados da depuração conseguida com o programa de ajustamento simultâneo.

OBSERVAÇÕES ELIMINADAS

CORRETA		INDEVIDA	
Nº PONTO	Nº FOTO	Nº PONTO	Nº FOTO
636	9, 10, 11	612	1, 2, 3, 5, 6, 7
669	3, 4	663	1, 2, 3
		624	9, 10, 11
		613	2, 3, 4, 6, 7, 8
		637	2, 3, 4
		664	2, 3, 4
		621	6, 7, 8, 10, 11, 12
		625	10, 11, 12
		620	5, 6, 7, 9, 10, 11

O erro introduzido no controle 772 foi localizado pelo programa, permitindo a sua retirada, entretanto o erro no controle 745 foi absorvido no ajustamento, impossibilitando a sua localização.

A exatidão do ajustamento é mostrada na tabela 4.2.2.2 que caracteriza as discrepâncias entre os valores calculados pelo ajustamento e valores reais (visto que são dados fictícios), de alguns pontos fotogramétricos.

Tabela 4.2.2.2. Resultados obtidos do ajustamento do bloco, com a depuração dos erros grosseiros pelo próprio programa de ajustamento simultâneo.

EXATIDÃO FINAL

DISCREPÂNCIAS ENTRE VALORES CALCULADOS E REAIS

Nº DO PONTO	X (m)	Y (m)	Z (m)
610	1,128	0,195	0,458
628	0,002	0,035	0,787
615	0,231	0,183	3,659
630	0,001	0,036	0,197
633	0,793	0,273	16,431
634	0,334	0,492	2,643
641	1,058	0,023	0,553
642	0,742	1,627	20,494
667	0,683	0,141	0,328
668	0,201	0,272	18,615

A depuração insuficiente realizada pelo programa de ajustamento simultâneo, alterou completamente os valores obtidos com o ajustamento, além da retirada indevida de muitos pontos. Os erros nos pontos 642, 622, 627, 640, 626 e no controle 745 não foram localizados pelo programa. Oito processamentos foram necessários para se chegar neste resultado insatisfatório, que apresentou um erro médio quadrático para o bloco de 12,67 micrômetros. Com este valor conseguido para o erro médio quadrático, concluiu-se que o ajustamento não está bom, contudo foi o melhor resultado alcançado.

4.2.3 Resultados Obtidos com o Programa de Ajuste Simultâneo, com a Utilização dos Algoritmos Propostos

Utilizando-se dos algoritmos propostos para o tratamento dos dados, com o objetivo de localizar os erros grosseiros, sendo que os mesmos são eliminados por etapas (filtragem progressiva), permitiu que se chegasse a bons resultados com facilidade e redução considerável no tempo de processamento. A tabela 4.2.3.1, mostra as observações eliminadas do ajustamento com o método da filtragem progressiva.

Tabela 4.2.3.1. Resultados da depuração obtidos com os algoritmos propostos para a detecção e localização dos erros grosseiros.

OBSERVAÇÕES ELIMINADAS

INDEVIDA		CORRETA	
Nº PONTO	Nº FOTO	Nº PONTO	Nº FOTO
634	6,7	642	1
644	5,6	669	2,3,4
		622	7,8
		636	9,10,11
		640	10,11,12
		626	11,12
		627	9,10

Os erros grosseiros nos pontos fotogramétricos foram todos localizados pelos algoritmos e somente dois pontos foram eliminados indevidamente.

Os erros grosseiros nos pontos de controle planialtimétrico 772 e 745 foram facilmente localizados pelo método proposto na secção (2.12.2).

Após a depuração dos dados (filtragem progressiva) executou-se o programa do ajustamento simultâneo, chegando-se a excelentes resultados. A exatidão dos resultados é mostrada na tabela 4.2.3.2.

Tabela 4.2.3.2. Resultados obtidos no ajustamento do bloco, com a depuração dos erros grosseiros realizada pelos algoritmos propostos.

EXATIDÃO FINAL

DISCREPÂNCIAS ENTRE VALORES CALCULADOS E REAIS

Nº PONTO	X (m)	Y (m)	Z (m)
610	0,031	0,033	0,151
628	0,016	0,089	0,188
615	0,015	0,084	0,141
630	0,041	0,044	0,027
633	0,004	0,022	0,060
634	0,174	0,042	0,298
641	0,041	0,100	0,259
642	0,095	0,061	0,028
667	0,087	0,058	0,172
668	0,025	0,006	0,062

Verificando-se os resultados apresentados com o método, vimos que os algoritmos matemáticos desenvolvidos para a localização dos erros grosseiros eliminaram, neste caso, todos os erros grosseiros introduzidos no bloco. A facilidade de controle destes erros se deve ao fato de se utilizar um bloco com dados fictícios que apresentam valores exatos, evidenciando claramente qualquer erro introduzido. A eliminação a priori dos erros grosseiros, permitiu que somente um processamento fosse necessário para ajustar o bloco (na prática dificilmente ocorre de ajustar o bloco com somente um processamento, geralmente são necessários dois ou mais processamentos).

O ajustamento chegou a um erro médio quadrático para o bloco de 4,33 micrômetros (valor excelente, já que na formação do bloco as fotocoordenadas foram eivadas de erros randômicos de aproximadamente 5,0 micrômetros).

O ajustamento de blocos com a utilização da sistemática proposta, para a localização de erros grosseiros, proporciona facilidades nos trabalhos, bem como ganho considerável no tempo de processamento, tornando-se os resultados alcançados mais precisos e mais confiáveis.

4.3 EXPERIMENTOS REALIZADOS COM AEROTRIANGULAÇÃO SEMI-ANALÍTICA

Atualmente, na Empresa Aerodata S/A. - Engenharia de Aerolevantamentos encontram-se implantados os algoritmos propostos para a detecção e localização de erros grosseiros nas aerotriangulações semi-analíticas. O número considerável de blocos aerotriangulados, nos levou a obter certa experiência, verificando os problemas que ocorrem na prática, bem como, possibilitou observar e verificar o desempenho dos algoritmos desenvolvidos para a detecção e localização dos erros grosseiros. A fim de apresentar a capacidade dos algoritmos desenvolvidos, mostraremos os resultados obtidos de alguns blocos ajustados, utilizando-se da sistemática proposta para a detecção dos erros grosseiros nos dados.

Os blocos foram lidos por modelos independentes, em restituidores analógicos de 1ª ordem (Wild A.10 e Zeiss Planimat D.2) e aerotriangulados pelo programa de ajustamento simultâneo dos modelos PAT-M43.

As dimensões dos blocos ajustados estão entre 100 a 350 modelos fotogramétricos, sobre os quais serão focalizados o número, espécie e dimensões de erros grosseiros encontrados pelos algoritmos de detecção, como também os resultados do ajustamento simultâneo destes blocos.

4.3.1 Aerotriangulação Bloco II - Ceará - Incra/85

4.3.1.1 Características do Bloco

O bloco aerotriangulado é constituído por 11 faixas, sendo que as mesmas foram "voadas" no sentido norte-sul, na escala de 1:40.000, totalizando-se 265 modelos fotogramétricos.

A área aerotriangulada é de 6280,288km², compreendendo parte dos municípios de Jaguaribe, Icó e Orós no Estado do Ceará.

O bloco possui, entre pontos de passagem, pontos de enlace e pontos de controle, um total de 2267 pontos, sendo que 23 são pontos de controle planialtimétrico e 57 são pontos de controle altimétrico.

As observações foram realizadas no restituidor analógico de 1ª ordem Wild A.10, utilizando-se do método de leitura de modelos independentes.

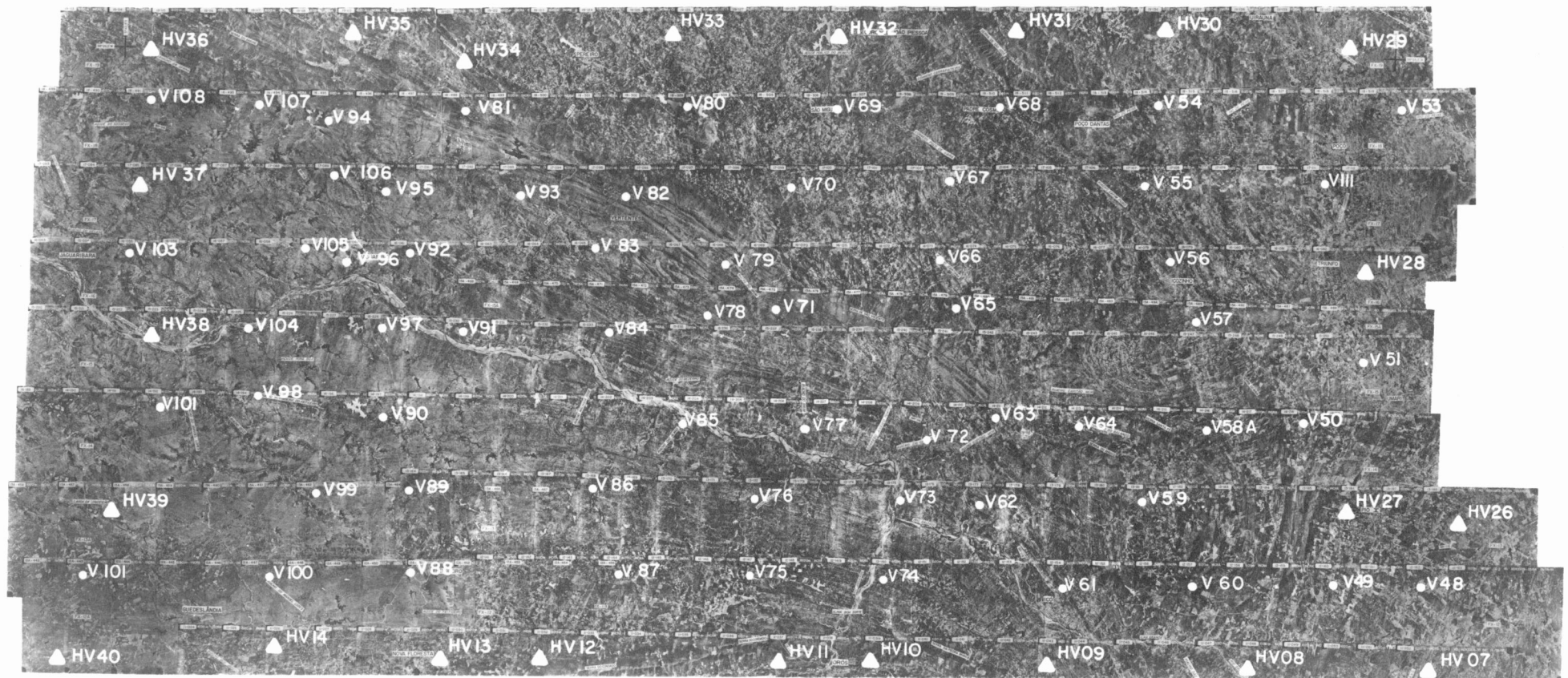
A câmera fotogramétrica empregada para a realização da cobertura aérea foi uma grande angular Wild RC-5A cuja distância focal calibrada é igual a 152,02mm. A altitude média de voo para a tomada das aerofotos foi de aproximadamente 6500m.

Os pontos de controle utilizados no ajustamento do bloco foram determinados em detalhes fotoidentificáveis,

utilizando-se de irradiamento geodésico para o controle horizontal, nivelamento trigonométrico e geométrico para o controle vertical.

4.3.1.2 Representação do Bloco e Seus Pontos de Controle Planialtimétrico e Altimétrico

BLOCO II - CEARÁ-INCRA/85



4.3.1.3 Erros Grosseiros Detectados e Localizados na Depuração dos Dados

- Erros Grosseiros nos Centros Perspectivos

Quatorze centros perspectivos foram determinados na leitura dos modelos do bloco (geralmente dois centros perspectivos por dia). Erros grosseiros em três determinações, ocasionados por falhas na digitação das observações, foram localizados através do algoritmo proposto na secção 3.5.

- Erros Grosseiros em Pontos de Ligação de Modelos (pontos de passagem)

Digitação incorreta provocou erros grosseiros em 15 pontos de ligação de modelos. Falhas na leitura de coordenadas acarretaram a eliminação de 23 pontos. Oito modelos fotogramétricos foram relidos devido aos problemas na orientação relativa (deformação do modelo).

Estes erros grosseiros foram detectados e localizados com o algoritmo proposto na secção 3.6

- Erros Grosseiros em Pontos de Ligação de Faixas (pontos de enlace)

Através do algoritmo proposto na secção 3.7 foram encontrados 23 erros grosseiros no processo de transferência dos pontos entre faixas, 4 erros grosseiros ocasionados por falhas na digitação e 9 pontos com numeração incorreta.

- Erros Grosseiros relacionados com a Numeração e Codificação dos Pontos

O algoritmo proposto na secção 3.8 encontrou 5

pontos fotogramétricos com igual numeração no mesmo modelo, treze com numeração incorreta no bloco e 2 pontos de controle altimétrico diferentes com a mesma numeração.

- Erros Grosseiros em Pontos de Controle Planialtimétrico e Altimétrico

Os algoritmos propostos na secção 3.9 e o proposto na secção 3.10 localizaram 2 pontos de controle planialtimétrico e 3 altimétrico com erros grosseiros no cálculo de suas coordenadas. Foram encontrados, também, erros de identificação nas aerofotos de 3 pontos de controle planialtimétrico, acarretando a releitura de 5 modelos que possuíam estes pontos.

4.3.1.4 Resultados Obtidos do Ajustamento do Bloco

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos das Coordenadas dos Pontos Fotogramétricos

$$\sigma E = 0,306m$$

$$\sigma N = 0,311m$$

$$\sigma H = 0,481m$$

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos das Coordenadas dos Centros Perspectivos

$$\sigma E = 1,770m$$

$$\sigma N = 1,398m$$

$$\sigma H = 1,034m$$

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos das Coordenadas dos Pontos de Controle

$$\sigma E = 0,968m$$

$$\sigma N = 0,623m$$

$$\sigma H = 0,535m$$

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos do Bloco Horizontal

$$\sigma H = 0,545m$$

- Erro médio Quadrático dos Resíduos do Bloco Vertical

$$\sigma V = 1,109m$$

- Resíduos nos Pontos de Controle Planialtimétrico

Nº DO PONTO	RE (m)	RN (m)
HV-38	- 1,569	- 0,961
HV-36	0,089	- 0,583
HV-07	- 0,289	1,166
HV-08	- 1,092	0,973
HV-09	- 0,702	0,279
HV-10	- 1,852	0,673
HV-13	- 1,265	0,014
HV-14	- 0,070	- 0,694
HV-40	- 0,088	- 0,501
HV-11	- 0,654	0,008
HV-12	- 1,094	0,199
HV-27	0,099	0,970
HV-26	0,890	- 0,257
HV-39	- 0,047	0,429
HV-28	0,420	1,007
HV-37	- 0,214	- 0,377
HV-29	0,785	0,212
HV-30	1,030	0,153
HV-31	1,135	- 0,679
HV-34	0,175	- 0,498

HV-35	1,686	- 0,718
HV-33	1,706	- 0,609
HV-32	0,943	- 0,201

- Resíduos nos Pontos de Controle Planialtimétrico e Altimétrico

Nº DO PONTO	RH (m)	Nº DO PONTO	RH (m)
HV-07	- 0,536	HV-08	- 0,001
HV-09	0,150	HV-10	- 0,863
HV-12	- 0,301	HV-13	0,287
HV-14	- 0,392	HV-40	- 0,115
HV-11	0,250	HV-12	0,267
HV-27	- 0,409	HV-26	0,518
HV-39	0,098	HV-28	- 0,830
HV-37	- 0,408	HV-29	0,745
HV-30	- 0,535	HV-31	1,041
HV-34	0,607	HV-35	0,136
HV-33	0,447	HV-32	0,522
V-75	- 0,376	V-76	0,041
V-58	0,246	V-48	- 0,530
V-49	0,531	V-61	0,527
V-74	0,814	V-87	- 0,099
V-100	0,735	V-101	0,000
V-59	- 0,473	V-62	- 0,539
V-72	0,252	V-73	- 0,489
V-86	- 0,310	V-89	- 0,168
V-99	0,071	V-85	- 0,351
V-63	0,904	V-64	0,237
V-77	- 0,183	V-90	0,642
V-98	- 0,246	V-102	- 0,029
V-51	- 0,100	V-57	0,189
V-65	- 0,543	V-71	0,847
V-78	0,666	V-84	0,723
V-91	0,089	V-97	- 0,309
V-52	0,041	V-56	0,578
V-66	- 0,546	V-79	- 0,723

V-83	- 0,324	V-92	- 0,239
V-93	0,112	V-96	0,096
V-103	0,377	V-105	0,361
V-55	0,165	V-67	0,130
V-70	0,206	V-82	0,923
V-95	- 0,634	V-106	- 0,228
V-53	- 0,487	V-54	0,629
V-68	- 0,215	V-69	0,170
V-80	- 0,101	V-81	- 0,103
V-94	- 0,443	V-107	0,864
V-108	0,071		

- Resultados obtidos no "Check Point" *

Valores das Coordenadas Geodésicas

Nº DO PONTO	E	N	h
PC-05	531524,88	9305684,57	162,64
PC-06	537144,50	9357360,78	138,57

Valores das Coordenadas Fotogramétricas

Nº DO PONTO	E	N	h
PC-05	531525,759	9305685,850	161,223
PC-06	537142,195	9357360,687	137,745

* "Check Point" são pontos de controle que participam da aerotriangulação como se fossem pontos fotogramétricos, permitindo comparar as suas coordenadas calculadas por método geodésico e por método fotogramétrico.

- Diferença entre Coordenadas Geodésicas e Fotogramétricas

Nº DO PONTO	DE (m)	DN (m)	DH (m)
PC-05	0,879	1,280	1,417
PC-06	2,305	0,093	0,825

Nas dificuldades de uma pré-sinalização inicial para os pontos utilizados como "Check Point", foram adotados para a sua determinação locais foto identificáveis. A facilidade de se cometer erros na leitura destes pontos, tornam as suas coordenadas calculadas pela aerotriangulação pouco confiáveis. Mesmo assim, a adoção destes pontos como "Check Point" nos parece bastante conveniente.

4.3.2 Aerotriangulação Bloco I - Ceará - Incra/85

4.3.2.1 Características do Bloco

O bloco aerotriangulado é constituído por 12 faixas, sendo que as mesmas foram "voadas" no sentido norte-sul, na escala de 1:40.000, totalizando-se 229 modelos fotogramétricos.

A área aerotriangulada é de 5427,177 km² compreendendo parte dos municípios de Orós e Iguatu, do Estado do Ceará.

O bloco possui, entre pontos de passagem, pontos de enlace e pontos de controle, um total de 1918 pontos, sendo que 26 são pontos de controle planialtimétrico, 41 são pontos de controle altimétrico e 18 são pontos planialtimétrico de

ligação de blocos*.

As observações foram realizadas no restituidor analógico de 1ª ordem Wild A.10, utilizando-se do método de leitura de modelos independentes.

A câmera fotogramétrica empregada para a realização da cobertura aérea foi uma grande angular Wild RC-5A cuja distância focal calibrada é igual a 152,02mm. A altitude média de voo para a tomada das aerofotos foi de aproximadamente 6500 m.

Os pontos de controle utilizados no ajustamento do bloco foram determinados em detalhes foto identificáveis, utilizando-se de irradiamento geodésico para o controle horizontal, nivelamento trigonométrico e geométrico para o controle vertical.

4.3.2.2 Representação do Bloco e Seus Pontos de Controle Planialtimétrico e Altimétrico

* Os pontos de ligação de blocos, são pontos fotogramétricos do bloco contíguo, que participam do ajustamento do bloco como se fossem pontos de controle, entretanto, a matriz de peso utilizada para as suas coordenadas é inferior a adotada para o controle de campo.

BLOCOI - CEARÁ-INCRA/85



4.3.2.3 Erros Grosseiros Detectados e Localizados na Depuração dos Dados

- Erros Grosseiros nos Centros Perspectivos

Dez centros perspectivos foram determinados na leitura dos modelos do bloco (geralmente dois centros perspectivos por dia). O algoritmo proposto na secção 3.5 localizou erros grosseiros em duas determinações, devido às falhas na digitação das observações necessárias ao cálculo.

- Erros Grosseiros em Pontos de Ligação de Modelos (pontos de passagem)

Erros grosseiros causados por falhas de digitação foram encontrados em 10 pontos. Dezesseis pontos de ligação de modelos foram eliminados devido aos erros grosseiros ocasionados por enganos na leitura de coordenadas. Seis modelos fotogramétricos foram relidos por apresentarem problemas na orientação relativa (deformação do modelo).

Estes erros grosseiros foram detectados e localizados com o algoritmo propostos na secção 3.6.

- Erros Grosseiros em Pontos de Ligação de Faixas (pontos de enlace)

Com o algoritmo proposto na secção 3.7 foram encontrados 31 erros grosseiros no processo de transferência dos pontos entre faixas ou falhas na leitura de coordenadas destes pontos, três erros grosseiros ocasionados por falhas na digitação e dois pontos com numeração incorreta.

- Erros Grosseiros Relacionados com a Numeração e Codificação dos Pontos

O algoritmo proposto na secção 3.8 encontrou 3 pontos fotogramétricos diferentes, mas com igual numeração no mesmo modelo e dezessete pontos com numeração incorreta no bloco.

- Erros Grosseiros em Pontos de Controle Planialtimétrico e Altimétrico

Os algoritmos propostos na secção 3.9 e o proposto na secção 3.10 localizaram dois pontos controle planialtimétrico com erros grosseiros no cálculo de suas coordenadas e dois pontos de ligação de blocos com erros de transferência e digitação. Foram encontrados, também, dois pontos de controle planialtimétrico com erros de identificação nas aerofotos, acarretando a releitura de três modelos fotogramétricos que possuíam estes pontos.

4.3.2.4 Resultados Obtidos do Ajustamento do Bloco

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos das Coordenadas dos Pontos Fotogramétricos

$$\sigma E = 0,297m$$

$$\sigma N = 0,342m$$

$$\sigma H = 0,471m$$

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos das Coordenadas dos Centros Perspectivos

$$\sigma E = 1,740m$$

$$\sigma N = 0,939m$$

$$\sigma H = 1,128m$$

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos das Coordenadas dos Pontos de Controle

$$\sigma E = 0,760m$$

$$\sigma N = 0,744m$$

$$\sigma H = 0,635m$$

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos das Coordenadas dos Pontos de Ligação de Blocos

$$\sigma E = 0,773m$$

$$\sigma N = 0,641m$$

$$\sigma H = 0,510m$$

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos do Bloco Horizontal

$$\sigma H = 0,576m$$

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos do Bloco Vertical

$$\sigma V = 1,097m$$

- Resíduos nos Pontos de Controle Planialtimétrico

Nº DO PONTO	RE (m)	RN (m)
HV-16	- 0,286	- 0,406
HV-23	- 0,770	- 0,734
HV-01	- 0,080	0,121
HV-07	- 0,128	0,303
HV-08	0,316	0,055
HV-09	1,132	- 0,777
HV-10	- 0,927	0,483
HV-13	- 0,994	0,222
HV-14	1,031	- 1,259
HV-15	- 1,392	0,342

HV-24	- 0,974	0,557
HV-11	- 0,206	0,023
HV-12	- 0,090	- 0,006
HV-22	0,587	1,019
HV-40	- 1,113	- 0,253
HV-02	0,765	0,056
HV-21	0,610	- 0,272
HV-03	- 0,723	- 0,024
HV-20	- 1,523	- 0,081
HV-04	- 0,143	1,445
HV-19	- 0,717	- 0,540
HV-05	- 0,252	1,237
HV-06	0,248	0,880
HV-17	0,198	0,281
HV-18	- 0,895	- 1,703
HV-25	0,448	1,359

- Resíduos nos Pontos de Controle Planialtimétrico
Ligação de Blocos

Nº DO PONTO	RE (m)	RN (m)
31040	1,118	- 0,231
51035	1,412	0,711
51036	0,334	0,710
51043	0,501	- 0,384
51203	0,881	- 0,718
51204	0,856	- 0,365
51205	0,608	0,665
51206	0,625	- 0,087
51207	0,986	0,122
51208	- 0,402	- 0,144
51209	0,583	- 0,519
51210	1,010	- 1,720
51217	0,248	- 1,105
51219	0,941	- 0,318
51220	0,886	- 0,509
51221	0,593	- 0,156

51222	0,097	- 0,246
51223	0,550	- 0,386

- Resíduos nos Pontos de Controle Planialtimétrico e Altimétrico

Nº DO PONTO	RH (m)	Nº DO PONTO	RH (m)
HV-16	- 0,219	HV-23	0,972
HV-01	- 0,508	HV-07	- 0,257
HV-08	- 0,630	HV-09	0,082
HV-10	- 0,497	HV-13	0,068
HV-14	- 0,073	HV-15	- 0,459
HV-24	0,018	HV-11	0,439
HV-12	- 0,056	HV-22	- 0,618
HV-40	- 0,341	HV-02	0,161
HV-21	- 0,233	HV-03	- 0,384
HV-20	- 0,625	HV-04	- 0,428
HV-19	- 1,663	HV-05	- 0,071
HV-06	- 0,659	HV-17	- 0,058
HV-18	1,549	HV-25	- 0,601
V-27	0,518	V-30	- 0,867
V-05	- 0,295	V-06	0,528
V-07	- 0,018	V-08	0,901
V-09	0,527	V-47	0,568
V-109	0,612	V-01	- 0,023
V-18	0,969	V-19	- 0,410
V-17	- 1,073	V-20	0,453
V-37	- 0,227	V-132	0,322
V-02	- 0,104	V-16	- 0,045
V-21	- 0,223	V-36	0,345
V-41	0,015	V-15	0,046
V-22	0,256	V-35	0,478
V-03	0,174	V-14	- 0,495
V-23	- 0,355	V-34	- 0,439
V-42	1,670	V-13	0,862
V-24	- 0,411	V-33	1,683
V-04	0,551	V-12	- 0,177

V-25	0,790	V-32	- 0,815
V-44	- 0,305	V-10	0,252
V-11	- 0,116	V-26	0,344
V-31	- 1,635		

- Resíduos nos Pontos de Controle Planialtimétrico
Ligação de Blocos

Nº DE PONTO	RH (m)	Nº DE PONTO	RH (m)
31040	- 0,283	51035	- 0,684
51036	- 0,311	51203	0,623
51204	0,443	51206	0,816
51207	- 0,416	51208	- 0,184
51209	- 0,781	51210	0,426
51211	- 0,736	51217	0,507
51218	- 0,733	51219	0,117
51220	0,007	51222	0,412
51223	0,126	51221	0,132

- Resultados obtidos no "Check Point" *

Nº DO PONTO	E	N	H
PC-02	501192,64	9327984,36	321,37

* "Check Point" são pontos de controle que participam da aerotriangulação como se fossem pontos fotogramétricos, permitindo comparar as suas coordenadas calculadas por método geodésico e por método fotogramétrico.

- Valores das Coordenadas Fotogramétricas

Nº DO PONTO	E	N	H
PC-02	501191,241	9327986,872	323,195

- Diferença entre Coordenadas Geodésicas e Fotogramétricas

Nº DO PONTO	DE (m)	DN (m)	DH (m)
PC-02	1,399	2,512	1,825

4.3.3 Aerotriangulação Bloco I - Pernambuco - Incra/85

4.3.3.1 Característica do Bloco

O bloco aerotriangulado é constituído por 9 faixas, sendo que as mesmas foram "voadas" no sentido norte-sul, na escala de 1:40.000, totalizando-se 246 modelos fotogramétricos.

A área aerotriangulada é de 5830,003 km² da região do Estado de Pernambuco.

O bloco possui, entre pontos de passagem, pontos de enlace e pontos de controle, um total de 1908 pontos, sendo que 21 são pontos de controle planialtimétrico e 69 são pontos de controle altimétrico e 67 são pontos planialtimétrico de ligação de blocos*.

* Os pontos de ligação dos blocos, são pontos fotogramétricos do bloco contíguo, que participam do ajustamento do bloco como se fossem pontos de controle, entretanto, a matriz de peso utilizada para as suas coordenadas é inferior a adotada para o controle de campo.

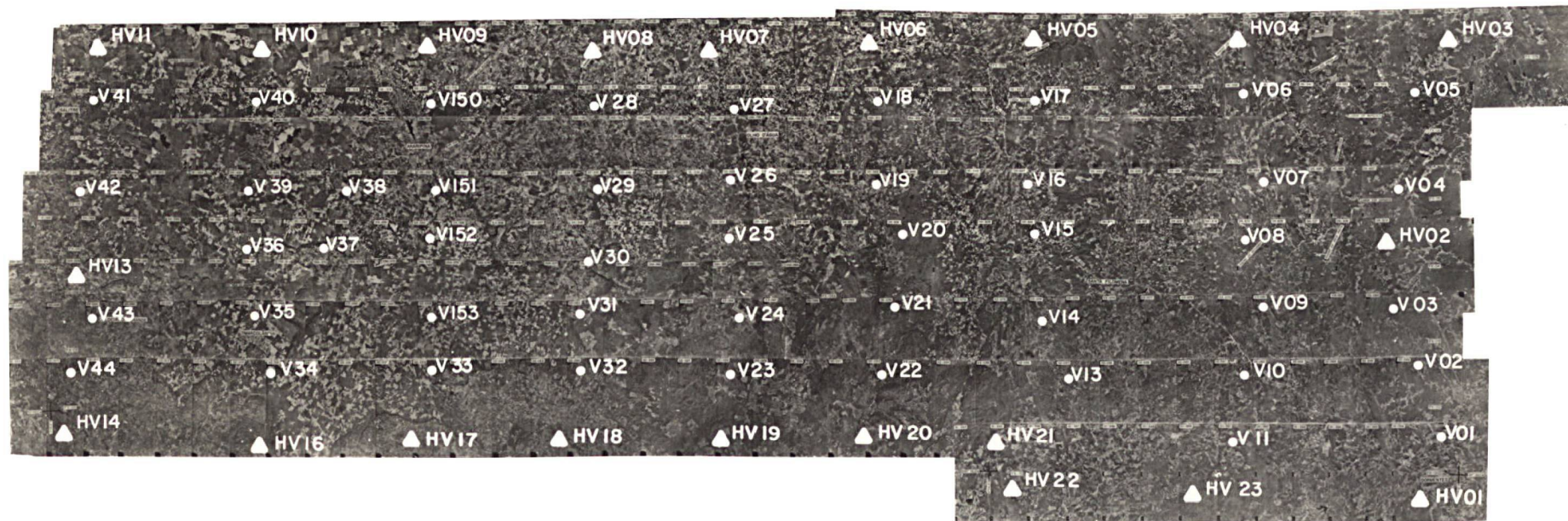
As observações foram realizadas no restituidor analógico de 1ª ordem Wild A.10, utilizando-se do método de leitura de modelos independentes.

A câmera fotogramétrica empregada para a realização da cobertura aérea foi uma grande angular Zeiss RMK 15/23 cuja distância focal calibrada é igual a 153,23mm. A altitude média de voo para a tomada das aerofotos foi de aproximadamente 6500 m.

Os pontos de controle utilizados no ajustamento do bloco foram determinados em detalhes fotoidentificáveis, utilizando-se de irradiação geodésica para o controle horizontal, nivelamento trigonométrico e geométrico para o controle vertical.

4.3.3.2 Representação do Bloco e Seus Pontos de Controle Planialtimétrico e Altimétrico

BLOCO I - PERNAMBUCO - INCRA/85



4.3.3.3 Erros Grosseiros Detectados e Localizados na Depuração dos Dados

- Erros Grosseiros nos Centros Perspectivos

Dez centros perspectivos foram determinados na leitura dos modelos do bloco (geralmente dois centros perspectivos por dia). O algoritmo proposto na secção 3.5 localizou erros grosseiros em uma determinação, devido às falhas na digitação das observações necessárias ao cálculo.

- Erros Grosseiros em Pontos de Ligação de Modelos (pontos de passagem)

Erros grosseiros causados por falhas de digitação foram encontrados em 5 pontos. Oito pontos de ligação de modelos foram eliminados devido aos erros grosseiros ocasionados por enganos na leitura de coordenadas.

Estes erros grosseiros foram detectados e localizados com o algoritmo proposto na secção 3.6.

- Erros Grosseiros em pontos de ligação de faixas (pontos de enlace)

Com o algoritmo proposto na secção 3.7 foram encontrados 9 erros grosseiros no processo de transferência dos pontos entre faixas ou erros na leitura de coordenadas dos pontos, cinco erros grosseiros ocasionados por falhas na digitação e um ponto com numeração incorreta.

- Erros Grosseiros relacionados com a numeração e codificação dos pontos

O algoritmo proposto na secção 3.8 encontrou um

ponto fotogramétrico com numeração repetida no mesmo modelo e cinco pontos com numeração incorreta no bloco.

- Erros Grosseiros em Pontos de Controle Planialtimétrico e Altimétrico

Os algoritmos propostos na secção 3.9 e o proposto na secção 3.10 localizaram um controle planialtimétrico e seis altimétrico com erros grosseiros no cálculo de suas coordenadas. Foram encontrados, também, três pontos de controle planialtimétrico, com erros de identificação nas aerofotos, acarretando a releitura de cinco modelos fotogramétricos que possuíam estes pontos.

4.3.3.4 Resultados Obtidos do Ajustamento do Bloco

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos das Coordenadas dos Pontos Fotogramétricos

$$\sigma E = 0,317m$$

$$\sigma N = 0,354m$$

$$\sigma H = 0,396m$$

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos das Coordenadas dos Centros Perspectivos

$$\sigma E = 2,050m$$

$$\sigma N = 1,505m$$

$$\sigma H = 0,602m$$

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos das Coordenadas dos Pontos de Controle

$$\sigma E = 0,712m$$

$$\sigma_N = 0,770\text{m}$$

$$\sigma_H = 0,548\text{m}$$

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos das Coordenadas dos Pontos de Ligação de Blocos

$$\sigma_E = 0,640\text{m}$$

$$\sigma_N = 0,545\text{m}$$

$$\sigma_H = 0,536\text{m}$$

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos do Bloco Horizontal

$$\sigma_H = 0,580\text{m}$$

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos do Bloco Vertical

$$\sigma_V = 0,955\text{m}$$

- Resíduos nos Pontos de Controle Planialtimétrico

Nº DO PONTO	RE (m)	RN (m)
HV-01	- 0,146	- 0,415
HV-02	1,550	0,037
HV-13	- 0,551	- 0,443
HV-14	- 0,687	0,265
HV-16	- 0,159	0,194
HV-17	- 0,672	- 0,308
HV-18	- 1,202	0,343
HV-19	- 1,296	1,135
HV-20	- 0,180	1,736
HV-21	0,991	- 0,157
HV-22	- 0,475	0,913
HV-23	0,548	0,498
HV-03	0,274	0,047

$$\sigma_N = 0,770\text{m}$$

$$\sigma_H = 0,548\text{m}$$

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos das Coordenadas dos Pontos de Ligação de Blocos

$$\sigma_E = 0,640\text{m}$$

$$\sigma_N = 0,545\text{m}$$

$$\sigma_H = 0,536\text{m}$$

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos do Bloco Horizontal

$$\sigma_H = 0,580\text{m}$$

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos do Bloco Vertical

$$\sigma_V = 0,955\text{m}$$

- Resíduos nos Pontos de Controle Planialtimétrico

Nº DO PONTO	RE (m)	RN (m)
HV-01	- 0,146	- 0,415
HV-02	1,550	0,037
HV-13	- 0,551	- 0,443
HV-14	- 0,687	0,265
HV-16	- 0,159	0,194
HV-17	- 0,672	- 0,308
HV-18	- 1,202	0,343
HV-19	- 1,296	1,135
HV-20	- 0,180	1,736
HV-21	0,991	- 0,157
HV-22	- 0,475	0,913
HV-23	0,548	0,498
HV-03	0,274	0,047

HV-04	- 0,752	- 0,791
HV-05	- 0,001	1,061
HV-06	0,531	- 0,008
HV-07	0,201	0,137
HV-08	0,192	0,315
HV-10	0,954	- 0,912
HV-11	- 0,012	- 1,386
HV-09	0,637	1,318

- Resíduos nos Pontos de Controle Planialtimétrico de Ligação de Bloco

Nº DO PONTO	RE (m)	RN (m)
51003	- 0,182	0,331
51004	0,244	0,016
51005	0,081	- 0,100
51006	1,125	0,555
51007	0,130	- 0,053
51008	0,733	0,114
51009	0,614	- 0,353
51010	- 0,821	- 0,510
51011	- 1,122	- 0,125
51012	- 0,591	- 0,461
51013	0,070	0,721
51014	- 0,514	0,285
51015	- 0,752	0,341
51016	0,121	- 0,263
51017	0,363	- 0,028
51018	- 0,219	- 0,050
51019	0,069	0,364
51020	- 0,633	- 1,051
51021	0,182	0,119
51022	- 0,057	- 0,304
51023	0,592	0,068
51024	- 0,345	0,374
51025	0,316	0,342
51026	- 0,296	0,197

51027	- 0,650	0,562
51028	0,458	0,307
51029	1,398	- 0,243
51030	0,377	- 1,191
51031	1,946	0,345
51033	0,913	- 0,313
51034	- 0,308	- 1,490
51035	0,358	- 0,401
51036	- 0,535	- 0,786
51037	- 1,035	0,030
51038	0,057	- 0,634
51039	- 0,313	- 0,162
51040	- 0,341	- 1,183
51041	0,906	0,040
51042	- 0,128	- 0,255
51043	- 0,940	- 0,186
51044	- 0,207	0,209
51045	- 0,209	0,369
51046	0,572	- 0,100
51047	0,159	- 0,261
51048	0,017	- 0,339
51051	- 0,150	- 0,458
51052	- 0,384	- 0,803
51053	- 0,457	- 0,407
51054	- 0,353	- 0,328
51055	- 0,973	- 0,176
51056	1,721	0,123
51057	0,154	- 0,541
51058	- 0,034	- 0,056
51059	- 0,721	- 0,881
51060	0,733	0,020
51061	- 0,118	- 0,069
51062	0,093	0,461
51063	- 1,411	0,330
51064	0,236	0,683
51065	0,392	0,889
51066	0,888	0,728
51067	0,455	- 0,825

51068	0,179	1,031
51069	0,596	0,537
51070	0,310	- 1,517
51080	- 0,456	- 0,024
51081	- 0,228	- 0,563

- Resíduos nos Pontos de Controle Planialtimétrico e Altimétrico

Nº DO PONTO	RH (m)	Nº DO PONTO	RH (m)
HV-01	0,003	HV-02	0,514
HV-13	- 0,106	HV-14	- 1,022
HV-16	1,239	HV-17	- 0,954
HV-18	0,187	HV-19	- 0,621
HV-20	0,224	HV-21	0,065
HV-22	- 0,329	HV-23	0,012
HV-03	- 0,402	HV-04	0,417
HV-05	- 0,134	HV-06	0,049
HV-07	- 0,224	HV-08	- 0,047
HV-10	0,001	HV-11	0,196
HV-09	- 0,125	V-01	0,528
V-02	- 0,617	V-03	- 0,413
V-04	- 0,225	V-07	0,054
V-08	- 0,048	V-09	0,174
V-10	0,159	V-11	- 0,659
V-13	0,043	V-14	0,479
V-15	- 0,137	V-16	- 0,171
V-19	0,302	V-20	- 0,574
V-21	- 0,921	V-22	- 0,323
V-23	1,310	V-24	1,312
V-25	- 1,248	V-26	0,066
V-29	0,234	V-30	- 0,411
V-31	0,226	V-32	- 0,379
V-33	0,403	V-34	- 0,359
V-35	0,106	V-36	- 0,105
V-37	- 0,096	V-38	0,229
V-39	0,260	V-42	- 0,197

V-43	- 0,540	V-44	0,266
V-50	1,002	V-53	0,084
V-52	0,133	V-05	0,323
V-06	- 0,136	V-17	0,893
V-18	- 0,015	V-27	0,611
V-28	- 1,239	V-40	0,462
V-41	- 0,112		

- Resíduos nos Pontos Planialtimétrico de Ligação de Blocos

Nº DO PONTO	RH (m)	Nº DO PONTO	RH (m)
51003	0,084	51004	- 0,071
51005	- 0,107	51006	- 0,251
51007	- 0,812	51008	0,667
51009	0,223	51010	0,367
51011	- 0,907	51014	- 0,557
51015	0,387	51016	- 0,211
51017	- 0,872	51081	0,380
51018	- 0,018	51019	- 0,430
51020	0,521	51021	- 0,110
51022	0,979	51023	- 0,843
51024	- 0,970	51025	0,713
51026	0,627	51027	0,388
51028	0,647	51029	0,398
51030	0,030	51031	0,218
51033	- 0,784	51034	0,701
51035	- 0,125	51036	0,426
51037	- 0,683	51038	0,153
51039	1,225	51040	- 0,302
51041	- 0,376	51042	- 0,965
51043	0,408	51044	0,140
51045	0,392	51046	- 0,078
51047	0,563	51048	0,423
51049	- 0,561	51050	- 0,132
51051	0,303	51052	0,579
51053	- 0,016	51054	- 0,091

51055	- 0,692	51056	0,619
51057	- 0,007	51058	- 0,539
51059	- 0,908	51060	- 0,182
51061	0,173	51062	0,468
51063	- 0,133	51064	0,515
51065	- 0,544	51066	- 0,820
51067	- 0,849	51068	0,501
51069	0,118	51070	0,023
51080	0,285		

4.3.4 Aerotriangulação Bloco II - Madeira - Eletronorte

4.3.4.1 Características do Bloco

O bloco aerotriangulado é constituído por 11 faixas, sendo que as mesmas foram "voadas" no sentido norte-sul, na escala de 1:40.000, totalizando-se 352 modelos fotogramétricos.

A área aerotriangulada é de 8342,034 km² da região do Estado de Rondônia.

O bloco possui, entre pontos de passagem, pontos de enlace e pontos de controle, um total de 2685 pontos, sendo que 30 são pontos de controle planialtimétrico e 56 são pontos de controle altimétrico e 11 são pontos planialtimétricos de ligação de blocos*.

As observações foram realizadas no restituidor analógico de 1ª ordem Wild A.10, utilizando-se do método de leitura de modelos independentes.

* Os pontos de ligação de blocos, são pontos fotogramétricos do bloco contíguo, que participam do ajustamento do bloco como se fossem pontos de controle, entretanto, a matriz de peso utilizada para as suas coordenadas é inferior a adotada para o controle de campo.

A câmera fotogramétrica empregada para a realização da cobertura aérea foi uma super grande angular Zeiss RMK 15/23 cuja distância focal calibrada é igual a 85,37mm. A altitude média de voo para a tomada das aerofotos foi de aproximadamente 3600m.

Os pontos de controle planialtimétrico e altimétrico, determinados em clareiras abertas no interior da mata, precederam de uma pré-sinalização e foram utilizados na determinação de suas coordenadas levantamentos por geodésia satélite e nivelamento barométrico. Os pontos de controle planialtimétrico e altimétrico determinados em detalhes foto identificáveis, foram utilizados, na determinação de suas coordenadas, irradiamento geodésico e nivelamento trigonométrico.

4.3.4.2 Representação do Bloco e Seus Pontos de Controle Planialtimétrico e Altimétrico

BLOCO II - MADEIRA - ELETRONORTE/85



4.3.4.3 Erros Grosseiros Detectados e Localizados na Depuração dos Dados

- Erros Grosseiros nos Centros Perspectivos

Quinze centros perspectivos foram determinados na leitura dos modelos de bloco (geralmente dois centros perspectivos por dia). O algoritmo proposto na secção 3.5 localizou erros grosseiros em três determinações, provocados por engano na digitação das observações necessárias ao cálculo.

- Erros Grosseiros em Pontos de Ligação de Modelos (pontos de passagem)

Erros grosseiros devido às falhas de digitação foram encontrados em 18 pontos. Noventa e dois pontos de ligação de modelos foram eliminados por existência de erros grosseiros na leitura de coordenadas.

O número elevado de erros nestes pontos estão relacionados com a dificuldade do operador posicionar a marca índice em perfeita cota, por se tratar de uma região de mata densa que dificulta as observações nas copas das árvores.

Seis modelos fotogramétricos foram relidos por apresentarem problemas na orientação relativa (deformação do modelo).

Estes erros grosseiros foram detectados e localizados com o algoritmo proposto na secção 3.6.

- Erros Grosseiros em Pontos de Ligação de Faixas (pontos de enlace)

Com o algoritmo proposto na secção 3.7 foram encontrados 98 pontos com erros grosseiros no processo de transferência entre faixas contíguas através do transferidor de pontos Wild PUG-4.

O número grande de erros nestes pontos estão relacionados com as dificuldades de se transferir pontos em regiões de mata densa. Foram encontrados, também, três pontos com erros grosseiros ocasionados por falhas na digitação e dezessete pontos com erros grosseiros na numeração e codificação dos mesmos.

- Erros Grosseiros Relacionados com a Numeração e Codificação dos Pontos

O algoritmo proposto na secção 3.8 encontrou 8 pontos fotogramétricos diferentes, mas com igual numeração no mesmo modelo e 31 pontos com numeração incorreta no bloco.

O número de pontos fotogramétricos encontrados com numeração incorreta se deve ao fato de uma pequena faixa que foi adicionada ao bloco, possuir codificação igual a outra faixa do bloco.

- Erros Grosseiros em Pontos de Controle Planialtimétrico e Altimétrico

Os algoritmos propostos na secção 3.9 e o proposto na secção 3.10 localizaram um controle planialtimétrico com erro grosseiro de identificação na aerofoto. Quatro pontos de controle planialtimétrico, com erros de menores dimensões na identificação e três pontos de controle altimétrico, lidos em locais incorretos, foram também localizados, ocasionando a releitura de 8 modelos fotogramétricos.

Um ponto de controle planialtimétrico foi eliminado do ajustamento, pelo fato de seu erro não ser encontrado na releitura dos modelos, aliado às dificuldades de um novo levantamento no campo, como também, da existência de outro controle planialtimétrico na região do ponto eliminado.

4.3.4.4 Resultados Obtidos do Ajustamento do Bloco

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos das Coordenadas dos Pontos Fotogramétricos

$$\sigma E = 0,728m$$

$$\sigma N = 0,534m$$

$$\sigma H = 0,750m$$

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos das Coordenadas dos Centros Perspectivos

$$\sigma E = 2,709m$$

$$\sigma N = 1,116m$$

$$\sigma H = 0,803m$$

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos das Coordenadas dos Pontos de Controle

$$\sigma E = 0,820m$$

$$\sigma N = 0,902m$$

$$\sigma Z = 0,589m$$

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos das Coordenadas dos Pontos de Ligação de Blocos

$$\sigma E = 1,354m$$

$$\sigma N = 1,330m$$

$$\sigma H = 1,085m$$

- Erro Médio Quadrático dos Resíduos do Bloco Horizontal

$$\sigma H = 1,175m$$

- Erro médio quadrático para os Resíduos do Bloco Vertical

$$\sigma V = 1,484m$$

- Resíduos nos Pontos de Controle Planialtimétrico

Nº DO PONTO	RE (m)	RN (m)
HV-502	2,207	0,914
HV-602	- 1,289	0,776
HV-102	0,200	- 0,443
HV-202	- 0,375	0,253
HV-209	0,338	0,528
HV-302	- 0,313	- 0,030
HV-304	0,121	- 0,617
HV-402	0,054	- 0,243
HV-514	0,010	- 0,049
HV-516	- 1,737	- 0,670
HV-520	- 0,259	- 0,424
HV-522	- 0,288	- 0,020
HV-524	- 0,562	- 0,153
HV-526	- 1,063	- 1,294
HV-505	- 0,173	0,882
HV-507	- 0,792	- 1,969
HV-509	0,993	- 2,303
HV-528	- 0,348	- 0,118
HV-530	- 1,195	1,423
HV-541	1,735	0,630
HV-511	1,115	1,192
HV-511A	- 0,183	1,387
HV-109	- 0,285	0,063
HV-513	0,189	0,349
HV-518	0,134	0,503
HV-521	0,622	1,339
HV-527	0,253	- 0,553
HV-533	0,298	- 0,053
HV-631	0,621	- 1,099
HV-633	0,271	0,459

- Resíduos nos Pontos de Controle Planialtimétrico
Ligação de Blocos

Nº DO PONTO	RE (m)	RN (m)
36043	2,492	- 0,651
36047	- 0,581	1,314
36048	- 1,077	0,723
36067	- 0,003	- 1,069
36074	- 0,131	3,099
36083	1,188	0,504
36087	2,394	1,169
36092	0,082	- 0,341
36095	- 0,719	0,556
36100	- 1,617	- 1,267
40534	- 1,467	- 1,543

- Resíduos nos Pontos de Controle Planialtimétrico e
Altimétrico

Nº DO PONTO	RH (m)	Nº DO PONTO	RH (m)
HV-502	0,254	HV-602	- 1,425
HV-102	0,335	HV-633	- 0,971
HV-202	0,122	HV-209	- 0,130
HV-302	- 0,264	HV-304	0,576
HV-402	0,381	HV-514	- 0,794
HV-516	0,045	HV-520	0,466
HV-522	0,134	HV-524	- 0,786
HV-526	0,244	HV-505	- 0,273
HV-507	- 0,299	HV-509	- 0,029
HV-528	0,850	HV-530	0,274
HV-541	1,061	HV-511	0,283
HV-511A	- 0,644	HV-109	0,501
HV-513	1,176	HV-518	- 0,406
HV-521	- 0,636	HV-527	- 0,227
HV-533	- 0,536	HV-631	0,232

V-201	0,288	V-401	0,296
V-501	- 0,606	V-537	- 0,105
V-603	- 0,682	V-629	0,248
V-626	0,787	V-634	- 0,430
V-640	- 0,392	V-646	0,223
V-301	- 0,873	V-413	0,096
V-618	- 0,410	V-632	- 0,076
V-638	- 0,352	V-003	0,687
V-005	0,473	V-006	- 0,683
V-601	- 0,047	V-609	0,151
V-615	0,557	V-616	- 0,293
V-624	0,568	V-636	- 1,382
V-642	0,207	V-444	0,476
V-647	0,086	V-648	0,896
V-649	0,014	V-457	0,075
V-659	- 0,673	V-001	1,131
V-002	- 0,889	V-617	0,442
V-620	- 0,587	V-621	- 0,279
V-622	- 0,729	V-623	0,202
V-625	0,912	V-628	- 1,192
V-630	- 0,103	V-635	0,996
V-639	- 0,367	V-641	- 0,249
V-619	- 0,266	V-622	0,843
V-625	- 0,110	V-427	0,402
V-635	0,871	V-651	0,089
V-101	0,708	V-301	- 0,948
V-403	- 0,093	V-503	0,202
V-611	- 0,046	V-621	- 0,526

- Resíduos nos Pontos de Controle Altimétrico Ligação de Blocos

Nº DO PONTO	RH (m)	Nº DO PONTO	RH (m)
36043	0,960	36047	- 0,007
36048	0,307	36067	0,593

36074	1,756	36083	0,489
36087	- 1,876	36092	1,336
36095	- 1,012	36100	- 1,391
40534	0,030		

CAPÍTULO V

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

5.1 CONCLUSÕES

A filtragem progressiva proposta para a detecção e localização de erros grosseiros nas aerotriangulações, utilizando-se dos algoritmos desenvolvidos para o tratamento dos diversos tipos de erros grosseiros apresentados, mostrou-se grandemente vantajosa e eficaz. A redução do tempo gasto no processamento do bloco, aliada à facilidade na condução dos trabalhos e o aumento da confiabilidade nos resultados alcançados, são elementos de grande valor, os quais puderam ser qualitativamente observados nos blocos já aerotriangulados.

Os algoritmos propostos no capítulo II e III garantem uma perfeita depuração dos erros grosseiros, provenientes do processo fotogramétrico, tanto na aerotriangulação analítica, como na semi-analítica. Verificou-se em diversos blocos aerotriangulados, quando perfeitamente depurados dos erros provenientes da fotogrametria (sem considerar os erros no controle), que o programa de ajustamento simultâneo apresenta maior facilidade em detectar e localizar erros grosseiros remanescentes no controle, permitindo chegar a bons resultados com maior facilidade.

Os algoritmos propostos para a depuração de erros grosseiros nos pontos de controle, muitas vezes, tornam-se inoperantes, pelo reduzido número de controle planialtimétrico existente em cada faixa de trabalhos práticos, considerando que os pontos de controle foram planejados para a aerotriangulação em bloco. Ficando assim, a realização da depuração dos erros grosseiros a ser efetuada pelo próprio programa de ajustamento simultâneo.

A depuração dos erros grosseiros tipo 4 (ou erros nos pontos de ligação de faixas), através do algoritmo proposto na secção 2.10, representa uma etapa de trabalho de grande

importância. Os blocos possuindo estes erros grosseiros, dependendo da magnitude do mesmo, apresentam resultados do ajustamento simultâneo que dificultam enormemente a sua detecção e localização, como também acarretam a eliminação de vários pontos corretos.

A eliminação de pontos de controle do ajustamento quando os mesmos apresentarem resíduos elevados exige uma análise mais profunda de sua posição e importância no bloco. A eliminação dos mesmos pode levar os resultados do ajustamento do bloco a valores incorretos, comprometendo a acuracidade dos resultados obtidos. O procedimento que nos parece mais conveniente é verificar os problemas que fizeram com que o controle fosse retirado do ajustamento, solucionar os problemas e procurar, tanto quando possível, que o controle faça parte do ajustamento.

A verificação do bloco aerotriangulado através da análise dos resíduos nos pontos de controle pode sempre apresentar bons resultados, desde que sejam observados certos critérios e normas na eliminação dos erros grosseiros. Entretanto, é aconselhável, sempre que possível, a adoção de "Check Point" no ajustamento, sistemática que permite obter maior confiança no bloco aerotriangulado.

5.2 RECOMENDAÇÕES

No algoritmo proposto para a localização e detecção de erros grosseiros tipo 3 na aerotriangulação analítica "Off Line" mostrado na secção 2.9, recomenda-se a pesquisa e implementação de métodos de detecção de erros grosseiros mais eficientes. O teste estatístico baseado na teoria de Sheffe e Barda [04] "Data Snooping" tem mostrado bons resultados em algoritmos similares [11], e pode ser implementado com certas facilidades.

Os algoritmos mostrados para a realização da depuração dos erros grosseiros nos pontos de controle dependem da formação da faixa num sistema de coordenadas pré-definido. Em algumas faixas, quando o apoio é planejado para uma

aerotriangulação cujo ajustamento é em bloco, ocorre a impossibilidade de verificação do controle, pelo reduzido número existente. Recomenda-se, então, que sejam realizadas pesquisas de algoritmos mais eficientes para a depuração dos erros grosseiros em pontos de controle.

APÉNDICE

APÊNDICE A

METODOLOGIA PARA O ESTABELECIMENTO DAS DERIVADAS NECESSÁRIAS À MONTAGEM DAS MATRIZES DOS COEFICIENTES DO MODELO 2.9.3.2.1

As derivadas parciais das funções do modelo matemático (equações de colinearidade) em relação aos parâmetros são fundamentais à formação da matriz A. Geralmente estas expressões são de dedução trabalhosas e programação complicada. A fim de facilitar a programação do algoritmo, apresentamos uma forma simplificada das expressões.

Considerando as expressões (2.9.3.2.1),

$$x = - f \frac{m_{11} (X-X_0) + m_{12} (Y-Y_0) + m_{13} (Z-Z_0)}{m_{31} (X-X_0) + m_{32} (Y-Y_0) + m_{33} (Z-Z_0)}$$

$$y = - f \frac{m_{21} (X-X_0) + m_{22} (Y-Y_0) + m_{23} (Z-Z_0)}{m_{31} (X-X_0) + m_{32} (Y-Y_0) + m_{33} (Z-Z_0)}$$

fazendo:

$$DL = m_{11} (X-X_0) + m_{12} (Y-Y_0) + m_{13} (Z-Z_0)$$

$$DN = m_{21} (X-X_0) + m_{22} (Y-Y_0) + m_{23} (Z-Z_0)$$

$$DQ = m_{31} (X-X_0) + m_{32} (Y-Y_0) + m_{33} (Z-Z_0)$$

$$x = - f \frac{DL}{DQ} \quad (A.1)$$

$$y = - f \frac{DN}{DQ} \quad (A.2)$$

sabendo-se que:

$$M = \begin{vmatrix} \cos\phi\cos\kappa & \cos\omega\sin\kappa + \sin\omega\sin\phi\cos\kappa & \sin\omega\sin\kappa - \cos\omega\sin\phi\cos\kappa \\ -\cos\phi\sin\kappa & \cos\omega\cos\kappa - \sin\omega\sin\phi\sin\kappa & \sin\omega\cos\kappa + \cos\omega\sin\phi\sin\kappa \\ \sin\phi & -\sin\omega\cos\phi & \cos\omega\cos\phi \end{vmatrix} \quad (A.3)$$

$$M = \begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{vmatrix} \quad (A.4)$$

Derivando a matriz M (A.3) , em relação a κ , ϕ , ω , tem-se:

$$MK = \begin{vmatrix} -\sin\kappa\cos\phi & -\sin\omega\sin\phi\sin\kappa + \cos\omega\cos\kappa & \cos\kappa\sin\omega + \sin\phi\cos\omega\sin\kappa \\ -\cos\kappa\cos\phi & -\cos\omega\sin\kappa - \cos\kappa\sin\omega\sin\phi & \sin\phi\cos\omega\cos\kappa - \sin\kappa\sin\omega \\ 0 & 0 & 0 \end{vmatrix} \quad (A.5)$$

$$MK = \begin{vmatrix} m_{k11} & m_{k12} & m_{k13} \\ m_{k21} & m_{k22} & m_{k23} \\ m_{k31} & m_{k32} & m_{k33} \end{vmatrix} \quad (A.6)$$

$$MF = \begin{vmatrix} -\text{Sen}\phi \text{Cos}\kappa & \text{Cos}\phi \text{Sen}\omega \text{Cos}\kappa & -\text{Cos}\phi \text{Cos}\omega \text{Cos}\kappa \\ \text{Sen}\kappa \text{Sen}\phi & -\text{Sen}\kappa \text{Sen}\omega \text{Cos}\phi & \text{Cos}\phi \text{Cos}\omega \text{Sen}\kappa \\ \text{Cos}\phi & \text{Sen}\phi \text{Sen}\omega & -\text{Sen}\phi \text{Cos}\omega \end{vmatrix} \quad (\text{A.7})$$

$$MF = \begin{vmatrix} mf11 & mf12 & mf13 \\ mf21 & mf22 & mf23 \\ mf31 & mf32 & mf33 \end{vmatrix} \quad (\text{A.8})$$

$$M0 = \begin{vmatrix} 0 & \text{Cos}\omega \text{Sen}\phi \text{Cos}\kappa - \text{Sen}\omega \text{Sen}\kappa & \text{Sen}\kappa \text{Cos}\omega + \text{Sen}\phi \text{Sen}\omega \text{Cos}\kappa \\ 0 & -\text{Sen}\omega \text{Cos}\kappa - \text{Sen}\kappa \text{Cos}\omega \text{Sen}\phi & -\text{Sen}\phi \text{Sen}\omega \text{Sen}\kappa + \text{Cos}\kappa \text{Cos}\omega \\ 0 & -\text{Cos}\phi \text{Cos}\omega & -\text{Cos}\phi \text{Sen}\omega \end{vmatrix}$$

(A.9)

$$M0 = \begin{vmatrix} mo11 & mo12 & mo13 \\ mo21 & mo22 & mo23 \\ mo31 & mo32 & mo33 \end{vmatrix} \quad (\text{A.10})$$

$$DX = X - X_0$$

$$DY = Y - Y_0$$

$$DZ = Z - Z_0$$

$$DL = m11 DX + m12 DY + m13 DZ$$

$$DLK = mk11 DX + mk12 DY + mk13 DZ$$

$$DLF = mf11 DX + mf12 DY + mf13 DZ$$

$$DL0 = mo11 DX + mo12 DY + mo13 DZ$$

$$DN = m21 DX + m22 DY + m23 DZ$$

$$DNK = mk21 DX + mk22 DY + mk23 DZ$$

$$DNF = mf21 DX + mf22 DY + mf23 DZ$$

$$DN0 = mo21 DX + mo22 DY + mo23 DZ$$

$$\begin{aligned}
DQ &= m_{31} DX + m_{32} DY + m_{33} DZ \\
DQK &= mk_{31} DX + mk_{32} DY + mk_{33} DZ \\
DQF &= mf_{31} DX + mf_{32} DY + mf_{33} DZ \\
DQO &= mo_{31} DX + mo_{32} DY + mo_{33} DZ
\end{aligned}$$

Definidos estes elementos, podemos calcular as derivadas das funções em relação aos parâmetros, assim:

$$\frac{\partial x}{\partial X_0} = \frac{f}{DQ^2} (DQ.m_{11} - DL.m_{31}) \quad (A.11)$$

$$\frac{\partial x}{\partial Y_0} = \frac{f}{DQ^2} (DQ.m_{12} - DL.m_{32}) \quad (A.12)$$

$$\frac{\partial x}{\partial Z_0} = \frac{f}{DQ^2} (DQ.m_{13} - DL.m_{33}) \quad (A.13)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \kappa} = - \frac{f}{DQ^2} (DQ.DLK - DL.DQK) \quad (A.14)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \phi} = - \frac{f}{DQ^2} (DQ.DLF - DL.DQF) \quad (A.15)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \omega} = - \frac{f}{DQ^2} (DQ.DLO - DL.DQO) \quad (A.16)$$

$$\frac{\partial x}{\partial X} = - \frac{\partial x}{\partial X_0} \quad (A.17)$$

$$\frac{\partial x}{\partial Y} = - \frac{\partial x}{\partial Y_0} \quad (A.18)$$

$$\frac{\partial x}{\partial Z} = - \frac{\partial x}{\partial Z_0} \quad (A.19)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x_0} = \frac{f}{DQ^2} (DQ.m21-DN m31) \quad (A.20)$$

$$\frac{\partial y}{\partial y_0} = \frac{f}{DQ^2} (DQ.m22-DN m32) \quad (A.21)$$

$$\frac{\partial y}{\partial z_0} = \frac{f}{DQ^2} (DQ.m23-DN m33) \quad (A.22)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \kappa} = - \frac{f}{DQ^2} (DQ.DNK-DN.DQK) \quad (A.23)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \phi} = - \frac{f}{DQ^2} (DQ.DNF-DN.DQF) \quad (A.24)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \omega} = - \frac{f}{DQ^2} (DQ.DN0-DN.DQ0) \quad (A.25)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} = - \frac{\partial y}{\partial x_0} \quad (A.26)$$

$$\frac{\partial y}{\partial Y} = - \frac{\partial y}{\partial Y_0} \quad (A.27)$$

$$\frac{\partial y}{\partial Z} = - \frac{\partial y}{\partial Z_0} \quad (A.28)$$

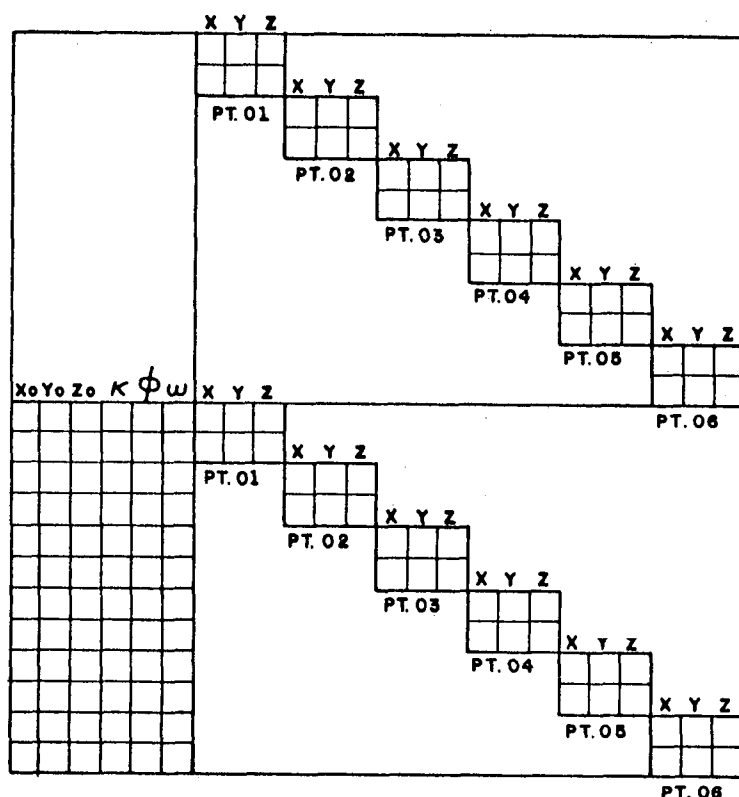
APÊNDICE B

ESTRUTURA DAS MATRIZES DE COEFICIENTES DO MODELO 2.9.3.2.1.

Considerando como exemplo o caso da solução mínima (6 pontos fotogramétricos), apresentado em (2.9.3.1), temos:

As seis primeiras derivadas são relativas aos parâmetros de orientação da foto e as seguintes são relativas aos pontos a serem determinados no espaço objeto.

A estrutura da matriz A de coeficientes, será:



Derivadas das equações formadas a partir de observações da foto 1

Derivadas das equações formadas a partir de observações da foto 2

Fig. B.1 Estrutura da Matriz A de coeficientes

Assim, estrutura da matriz de coeficientes das equações normais ($A^T P A = N$), será:

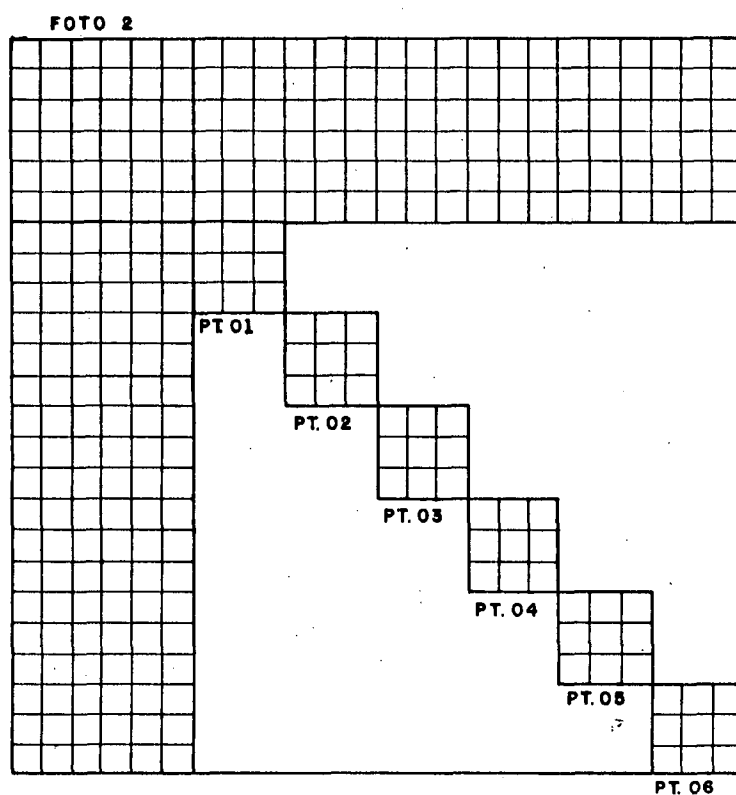


Fig. B.2 Estrutura da matriz de coeficientes das equações normais

A submatriz de dimensão 6x6, refere-se aos valores de orientação da foto 2, e as submatrizes de dimensões 3x3, referem-se às coordenadas X,Y,Z dos pontos fotogramétricos.

O padrão desta matriz permite, facilmente, a aplicação de cálculo de inversa, através de particionamento, visando diminuir o tempo de computação e memória, extensivos em cálculos convencionais para obtenção da inversa.

Valores observados Lb (coordenadas fotogramétricas dos pontos)

$$\begin{array}{rcl}
 & \begin{array}{|l} x1 \\ y1 \\ x2 \\ y2 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ . \\ x6 \\ y6 \\ \dots \end{array} & \begin{array}{l} \text{Observações referentes a foto 1} \end{array} \\
 Lb = & \begin{array}{|l} x1 \\ y1 \\ x2 \\ y2 \\ . \\ . \\ . \\ . \\ . \\ x6 \\ y6 \\ z6 \end{array} & \begin{array}{l} \text{Observações referentes a foto 2} \end{array}
 \end{array}$$

Valores aproximados para os parâmetros

Xo=	Xo	
	Yo	Valores aproximados para os parâmetros de orientação da foto 2
	Zo	
	κ	
	ϕ	
	ω	
	...	
	X1	
	Y1	
	Z1	Valores aproximados para as coordenadas X Y Z dos pontos no modelo
	.	
	.	
	.	
	X6	
	Y6	
	Z6	

Matriz dos Pesos

$$P = \begin{vmatrix} 1/\sigma_x^2 & & & & & & & & \\ & 1/\sigma_y^2 & & & & & & & 0 \\ & & \cdot & & & & & & \\ & & & \cdot & & & & & \\ & & & & \cdot & & & & \\ & & & & & \cdot & & & \\ & & & & & & \cdot & & \\ & & & & & & & 1/\sigma_x^2 & \\ & & 0 & & & & & & 1/\sigma_y^2 \end{vmatrix}$$

$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 =$ Variância das observações realizadas nos aparelhos (considerando observações não correlacionadas)

APÊNDICE C

DERIVADAS NECESSÁRIAS À MONTAGEM DAS MATRIZES DE
COEFICIENTES DO MODELO 2.10.3.1

Partindo-se da (2.10.3.1), tem-se:

$$\begin{vmatrix} X \\ Y \\ Z \end{vmatrix} - \lambda R(\kappa, \phi, \omega) \begin{vmatrix} x \\ y \\ z \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{vmatrix} = 0 \quad (C.1)$$

Considerando (A.3) e (A.4), tem-se:

$$M = R(\kappa, \phi, \omega)$$

$$M = \begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{vmatrix} \quad (C.2)$$

Assim:

$$F1 = X - \lambda (m_{11} x + m_{12} y + m_{13} z) - X_0 = 0$$

$$F2 = Y - \lambda (m_{21} x + m_{22} y + m_{23} z) - Y_0 = 0 \quad (C.3)$$

$$F3 = Z - \lambda (m_{31} x + m_{32} y + m_{33} z) - Z_0 = 0$$

Da (A.6), tem-se a matriz $M = R(\kappa, \phi, \omega)$ derivada em relação a κ

$$\frac{\partial M}{\partial \kappa} = MK = \begin{vmatrix} mk11 & mk12 & mk13 \\ mk21 & mk22 & mk23 \\ mk31 & mk32 & mk33 \end{vmatrix}$$

Da (A.8), tem-se a matriz $M = R(\kappa, \phi, \omega)$ derivada em relação a ϕ

$$\frac{\partial M}{\partial \phi} = MF = \begin{vmatrix} mf11 & mf12 & mf13 \\ mf21 & mf22 & mf23 \\ mf31 & mf32 & mf33 \end{vmatrix}$$

Da (A.10), tem-se a matriz $M = R(\kappa, \phi, \omega)$ derivada em relação a ω

$$\frac{\partial M}{\partial \omega} = MO = \begin{vmatrix} mo11 & mo12 & mo13 \\ mo21 & mo22 & mo23 \\ mo31 & mo32 & mo33 \end{vmatrix}$$

Definido estes elementos podemos facilmente calcular as derivadas parciais das funções (C.3), em relação aos parâmetros $(\kappa, \phi, \omega, X_0, Y_0, Z_0, \lambda)$. Assim, temos:

$$\frac{\partial F1}{\partial \kappa} = -\lambda (mk11 x + mk12 y + mk13 z) \quad (C.4)$$

$$\frac{\partial F1}{\partial \phi} = -\lambda (mf11 x + mf12 y + mf13 z) \quad (C.5)$$

$$\frac{\partial F1}{\partial \omega} = - \lambda (m_{011} x + m_{012} y + m_{013} z) \quad (C.6)$$

$$\frac{\partial F1}{\partial X_0} = -1 \quad (C.7)$$

$$\frac{\partial F1}{\partial Y_0} = -1 \quad (C.8)$$

$$\frac{\partial F1}{\partial Z_0} = -1 \quad (C.9)$$

$$\frac{\partial F1}{\partial \lambda} = - (m_{11} x + m_{12} y + m_{13} z) \quad (C.10)$$

$$\frac{\partial F2}{\partial \kappa} = - \lambda (m_{k21} x + m_{k22} y + m_{k23} z) \quad (C.11)$$

$$\frac{\partial F2}{\partial \phi} = - \lambda (m_{f21} x + m_{f22} y + m_{f23} z) \quad (C.12)$$

$$\frac{\partial F2}{\partial \omega} = - \lambda (m_{021} x + m_{022} y + m_{023} z) \quad (C.13)$$

$$\frac{\partial F2}{\partial X_0} = -1 \quad (C.14)$$

$$\frac{\partial F2}{\partial Y_0} = -1 \quad (C.15)$$

$$\frac{\partial F2}{\partial Z_0} = -1 \quad (C.16)$$

$$\frac{\partial F2}{\partial \lambda} = - (m_{21} x + m_{22} y + m_{23} z) \quad (C.17)$$

$$\frac{\partial F3}{\partial \kappa} = - \lambda (mk31 x + mk32 y + mk33 z) \quad (C.18)$$

$$\frac{\partial F3}{\partial \phi} = - \lambda (mf31 x + mf32 y + mf33 z) \quad (C.19)$$

$$\frac{\partial F3}{\partial \omega} = - \lambda (mo31 x + mo32 y + mo33 z) \quad (C.20)$$

$$\frac{\partial F3}{\partial X_0} = - 1 \quad (C.21)$$

$$\frac{\partial F3}{\partial Y_0} = - 1 \quad (C.22)$$

$$\frac{\partial F3}{\partial Z_0} = - 1 \quad (C.23)$$

$$\frac{\partial F3}{\partial \lambda} = - (m31 x + m32 y + m33 z) \quad (C.24)$$

$$\frac{\partial F1}{\partial x} = - \lambda m11 \quad \frac{\partial F2}{\partial x} = - \lambda m21 \quad \frac{\partial F3}{\partial x} = - \lambda m31$$

$$\frac{\partial F1}{\partial y} = - \lambda m12 \quad \frac{\partial F2}{\partial y} = - \lambda m22 \quad \frac{\partial F3}{\partial y} = - \lambda m32$$

(C.25)

$$\frac{\partial F1}{\partial z} = - \lambda m13 \quad \frac{\partial F2}{\partial z} = - \lambda m23 \quad \frac{\partial F3}{\partial z} = - \lambda m33$$

$$\frac{\partial F1}{\partial X} = \frac{\partial F1}{\partial Y} = \frac{\partial F1}{\partial Z} = 1$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial X} = \frac{\partial F_2}{\partial Y} = \frac{\partial F_2}{\partial Z} = 1 \quad (C.26)$$

$$\frac{\partial F_3}{\partial X} = \frac{\partial F_3}{\partial Y} = \frac{\partial F_3}{\partial Z} = 1$$

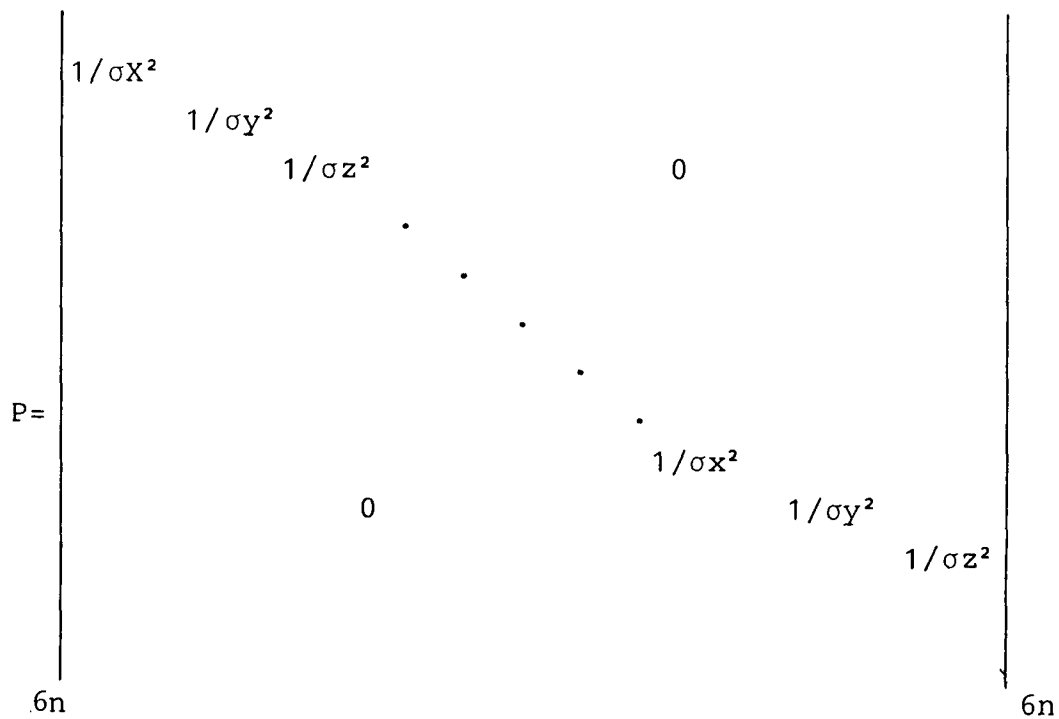
APÊNDICE D

ASPECTOS DAS PRINCIPAIS MATRIZES ENVOLVIDAS NO MODELO
2.10.3.1

$$A = \begin{vmatrix} \frac{\partial F1}{\partial \kappa} & \frac{\partial F1}{\partial \phi} & \frac{\partial F1}{\partial \omega} & \frac{\partial F1}{\partial X_0} & \frac{\partial F1}{\partial Y_0} & \frac{\partial F1}{\partial Z_0} & \frac{\partial F1}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial F2}{\partial \kappa} & \frac{\partial F2}{\partial \phi} & \frac{\partial F2}{\partial \omega} & \frac{\partial F2}{\partial X_0} & \frac{\partial F2}{\partial Y_0} & \frac{\partial F2}{\partial Z_0} & \frac{\partial F2}{\partial \lambda} \\ \frac{\partial F3}{\partial \kappa} & \frac{\partial F3}{\partial \phi} & \frac{\partial F3}{\partial \omega} & \frac{\partial F3}{\partial X_0} & \frac{\partial F3}{\partial Y_0} & \frac{\partial F3}{\partial Z_0} & \frac{\partial F3}{\partial \lambda} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 3n & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} \quad 7$$

$$B = \begin{vmatrix} \frac{\partial F1}{\partial X} & 0 & 0 & 0 & \dots & \frac{\partial F1}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \frac{\partial F2}{\partial Y} & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{\partial F2}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \frac{\partial F3}{\partial Z} & \dots & \dots & 0 & 0 & \frac{\partial F3}{\partial z} & 0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix}$$

3n 6n



A = Matriz das derivadas parciais em relação aos parâmetros.

B = Matriz das derivadas parciais em relação às observações.

P = Matriz dos pesos, tomada como sendo diagonal.

$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2$ = Variância das observações da faixa 1

$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2$ = Variância das observações da faixa 2

n = Número de pontos

APÊNDICE E

DERIVADAS NECESSÁRIAS À MONTAGEM DAS MATRIZES DE
COEFICIENTES DO MODELO 2.12.3.3.1

Considerando a matriz de rotação proveniente das rotações nos três eixos $R(\phi, \omega, \kappa)$, temos:

$$R(\phi, \omega, \kappa) = M$$

$$M = \begin{vmatrix} \cos\phi\cos\kappa - \sin\phi\sin\omega\sin\kappa & \cos\phi\sin\kappa + \sin\phi\sin\omega\cos\kappa & -\sin\phi\cos\omega \\ -\cos\omega\sin\kappa & \cos\omega\cos\kappa & \sin\omega \\ \sin\phi\cos\kappa + \cos\phi\sin\omega\sin\kappa & \sin\phi\sin\kappa - \cos\phi\sin\omega\cos\kappa & \cos\phi\cos\omega \end{vmatrix} \quad (E.1)$$

$$M = \begin{vmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{vmatrix} \quad (E.2)$$

Derivando a matriz M (E.1) em relação a κ

$$\frac{\partial M}{\partial \kappa} = M_{\kappa}, \text{ tem-se:}$$

$$M_{\kappa} = \begin{vmatrix} -\cos\phi\sin\kappa - \sin\phi\sin\omega\cos\kappa & \cos\phi\cos\kappa - \sin\phi\sin\omega\sin\kappa & 0 \\ -\cos\omega\cos\kappa & -\cos\omega\sin\kappa & 0 \\ -\sin\phi\sin\kappa + \cos\phi\sin\omega\cos\kappa & \sin\phi\cos\kappa + \cos\phi\sin\omega\sin\kappa & 0 \end{vmatrix} \quad (E.3)$$

$$MK = \begin{vmatrix} mk11 & mk12 & mk13 \\ mk21 & mk22 & mk23 \\ mk31 & mk32 & mk33 \end{vmatrix} \quad (E.4)$$

Derivando a matriz M (E.1) em relação a ϕ

$$\frac{\partial M}{\partial \phi} = MF, \text{ tem-se:}$$

$$MF = \begin{vmatrix} -\text{Sen}\phi \text{Cos}\kappa - \text{Cos}\phi \text{Sen}\omega \text{Sen}\kappa & -\text{Sen}\phi \text{Sen}\kappa + \text{Cos}\phi \text{Sen}\omega \text{Cos}\kappa & -\text{Cos}\phi \text{Cos}\omega \\ 0 & 0 & 0 \\ \text{Cos}\phi \text{Cos}\kappa - \text{Sen}\phi \text{Sen}\omega \text{Sen}\kappa & \text{Cos}\phi \text{Sen}\kappa + \text{Sen}\phi \text{Sen}\omega \text{Cos}\kappa & -\text{Sen}\phi \text{Cos}\omega \end{vmatrix} \quad (E.5)$$

$$MF = \begin{vmatrix} mf11 & mf12 & mf13 \\ mf21 & mf22 & mf23 \\ mf31 & mf32 & mf33 \end{vmatrix} \quad (E.6)$$

Derivando a matriz M (E.1) em relação a ω

$$\frac{\partial M}{\partial \omega} = MO, \text{ tem-se:}$$

$$MO = \begin{vmatrix} -\text{Sen}\phi \text{Cos}\omega \text{Sen}\kappa & \text{Sen}\phi \text{Cos}\omega \text{Cos}\kappa & \text{Sen}\phi \text{Sen}\omega \\ \text{Sen}\omega \text{Sen}\kappa & -\text{Sen}\omega \text{Cos}\kappa & \text{Cos}\omega \\ \text{Cos}\phi \text{Cos}\omega \text{Sen}\kappa & -\text{Cos}\phi \text{Cos}\omega \text{Cos}\kappa & -\text{Cos}\phi \text{Sen}\omega \end{vmatrix} \quad (E.7)$$

$$MO = \begin{vmatrix} m_{011} & m_{012} & m_{013} \\ m_{021} & m_{022} & m_{023} \\ m_{031} & m_{032} & m_{033} \end{vmatrix} \quad (E.8)$$

A partir as equações (2.12.3.3.1), tem-se:

$$x = \lambda [m_{11} (X-X_0) + m_{12} (Y-Y_0) + m_{13} (Z-Z_0)]$$

$$y = \lambda [m_{21} (X-X_0) + m_{22} (Y-Y_0) + m_{23} (Z-Z_0)]$$

$$z = \lambda [m_{31} (X-X_0) + m_{32} (Y-Y_0) + m_{33} (Z-Z_0)]$$

(E.9)

Derivando a função de x em relação aos parâmetros,
tem-se:

$$\frac{\partial x}{\partial \lambda} = m_{11} (X-X_0) + m_{12} (Y-Y_0) + m_{13} (Z-Z_0) \quad (E.10)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \kappa} = \lambda [m_{k11} (X-X_0) + m_{k12} (Y-Y_0) + m_{k13} (Z-Z_0)] \quad (E.11)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \phi} = \lambda [m_{f11} (X-X_0) + m_{f12} (Y-Y_0) + m_{f13} (Z-Z_0)] \quad (E.12)$$

$$\frac{\partial x}{\partial \omega} = \lambda [m_{o11} (X-X_0) + m_{o12} (Y-Y_0) + m_{o13} (Z-Z_0)] \quad (E.13)$$

$$\frac{\partial x}{\partial X_0} = - \lambda m_{11} \quad (E.14)$$

$$\frac{\partial x}{\partial Y_0} = - \lambda m_{12} \quad (E.15)$$

$$\frac{\partial x}{\partial Z_0} = - \lambda m_{13} \quad (E.16)$$

$$\frac{\partial x}{\partial X} = \lambda \ m11 \quad (E.17)$$

$$\frac{\partial x}{\partial Y} = \lambda \ m12 \quad (E.18)$$

$$\frac{\partial x}{\partial Z} = \lambda \ m13 \quad (E.19)$$

Derivando a função de y em relação aos parâmetros,
tem-se:

$$\frac{\partial y}{\partial \lambda} = m21 \ (X-X_0) + m22 \ (Y-Y_0) + m23 \ (Z-Z_0) \quad (E.20)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \kappa} = \lambda \ (mk21 \ (X-X_0) + mk22 \ (Y-Y_0) + mk23 \ (Z-Z_0)) \quad (E.21)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \phi} = \lambda \ [mf21 \ (X-X_0) + mf22 \ (Y-Y_0) + mf23 \ (Z-Z_0)] \quad (E.22)$$

$$\frac{\partial y}{\partial \omega} = \lambda \ [mo21 \ (X-X_0) + mo22 \ (Y-Y_0) + mo23 \ (Z-Z_0)] \quad (E.23)$$

$$\frac{\partial y}{\partial X_0} = - \lambda \ m21 \quad (E.24)$$

$$\frac{\partial y}{\partial Y_0} = - \lambda \ m22 \quad (E.25)$$

$$\frac{\partial y}{\partial Z_0} = - \lambda \ m23 \quad (E.26)$$

$$\frac{\partial y}{\partial X} = \lambda \ m21 \quad (E.27)$$

$$\frac{\partial y}{\partial Y} = \lambda \ m22 \quad (E.28)$$

$$\frac{\partial y}{\partial Z} = \lambda \ m23 \quad (E.29)$$

tem-se: Derivando a função de z em relação aos parâmetros,

$$\frac{\partial z}{\partial \lambda} = m31 (X-X_0) + m32 (Y-Y_0) + m33 (Z-Z_0) \quad (E.30)$$

$$\frac{\partial z}{\partial \kappa} = \lambda [mk31 (X-X_0) + mk32 (Y-Y_0) + mk33 (Z-Z_0)] \quad (E.31)$$

$$\frac{\partial z}{\partial \phi} = \lambda [mf31 (X-X_0) + mf32 (Y-Y_0) + mf33 (Z-Z_0)] \quad (E.32)$$

$$\frac{\partial z}{\partial \omega} = \lambda [m031 (X-X_0) + m032 (Y-Y_0) + m033 (Z-Z_0)] \quad (E.33)$$

$$\frac{\partial z}{\partial X_0} = - \lambda \ m31 \quad (E.34)$$

$$\frac{\partial z}{\partial Y_0} = - \lambda \ m32 \quad (E.35)$$

$$\frac{\partial z}{\partial Z_0} = - \lambda \ m33 \quad (E.36)$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \lambda \cdot m_{31} \quad (E.37)$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \lambda \cdot m_{32} \quad (E.38)$$

$$\frac{\partial z}{\partial z} = \lambda \cdot m_{33} \quad (E.39)$$

Na obtenção das derivadas parciais, como foram apresentadas temos grande facilidade de programação e minimização de erros na elaboração das fórmulas.

APÊNDICE F

ESTRUTURA DAS MATRIZES DE COEFICIENTES DO MODELO
2.12.3.3.1

Para visualização das matrizes, consideremos que a faixa tenha seis pontos de controle planialtimétrico. As primeiras sete derivadas são relativas aos parâmetros de transformação e as restantes às coordenadas geodésicas cartesianas dos pontos de controle. Destes pontos de controle no mínimo dois devem ser planialtimétrico para que se tenha solução o sistema de equação. As derivadas parciais destes pontos devem existir na matriz "A" para permitir a aplicação das injunções de posição.

O padrão da matriz das derivadas parciais ("Matriz A"), será:

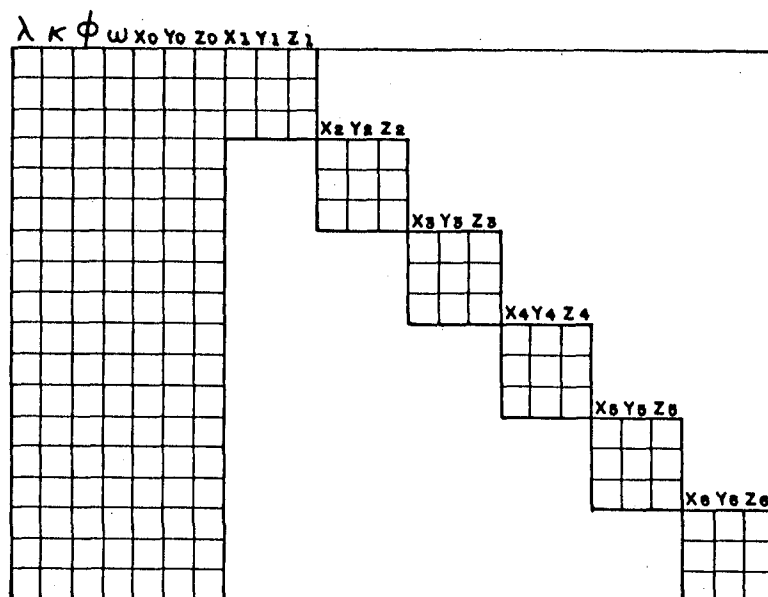


Fig. F.1 Estrutura da matriz A de coeficientes

E o padrão da matriz $A^T P A = N$, será:

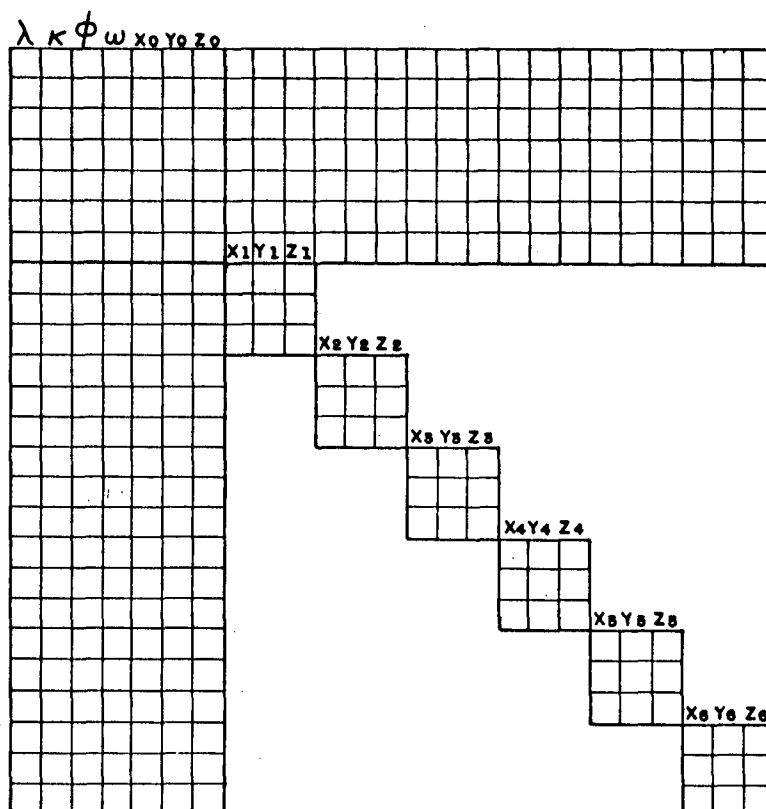


Fig. F.2 Estrutura da matriz de coeficientes das equações normais

A submatriz de dimensão 7x7, refere-se aos parâmetros de orientação da faixa, e as submatrizes de dimensões 3x3 referem-se as coordenadas geodésicas cartesianas dos pontos.

Este padrão de matriz facilita consideravelmente o particionamento no método de inversão da matriz, necessário a resolução do sistema de equações.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [01] ANDRADE, J.B. Photogrammetric Refraction. Ohio, The Ohio State University, 1977. 117 p. Tese, Doutorado, U.S.A.
- [02] ANDRADE, J.B. O problema dos Sistemas de Coordenadas nas Aerotriangulações. Curitiba. 1973. Tese. Mestre em Ciências. Universidade Federal do Paraná. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. 86 p
- [03] ANDRADE, J.B.; OLIVAS, M.A. de A. Calibração de Câmeras Aerofotogramétrica. Brasília, 1981. X Congresso Brasileiro de Cartografia. Universidade Federal do Paraná. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. 39 p
- [04] EL-HAKIM, S.F. "A Practical Study of Gross Error Detection in Bundle Adjustment". The Canadian Surveyor, Vol. 35, Nº. 4, 1981. P. 373-386
- [05] EL-HAKIM, S.F. "Data Snooping With Weighted Observations". In: International Society for Photogrammetry and Remote Sensing, Commission III. Otaniemi, Finlândia. Proceedings of the symposium mathematical models, Accuracy Aspects and Quality Control, 1982. P. 126-133
- [06] EL-HAKIM, S.F.; Ziemann, H. "A Step-by-Step Strategy for Gross-Error Detection". In: International Society for Photogrammetry and Remote Sensing, Commission III. Otaniemi, Finlândia. Proceedings of the symposium mathematical models, Accuracy Aspects and Quality Control, 1982. P. 145-152

- |07| FAIG, W. "Investigation of The Performance of Ackermann's Package Pat-M43 for Aerotriangulation With Independent Models". New Brunswick. University of New Brunswick, 1972. 52 p

- |08| FÖRSTNER, W. "The Theoretical Reliability of Photogrammetric Coordinates". In: International Society for Photogrammetry and Remote Sensing. International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, Commission III. Hamburg, The XIVTh International Congress of Photogrammetry and Remote Sensing, 1980. P. 223-235

- |09| GEMAEL, C. Introdução ao Ajustamento de Observações: Aplicações Geodésicas. Curitiba, Universidade Federal do Paraná, Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 1984.

- |10| GRÜN, A. "Internal Reliability Models for Aerial Bundle Systems". In: International Society for Photogrammetry and Remote Sensing. International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, Commission III. Hamburg, The XIVTh International Congress of Photogrammetry and Remote Sensing, 1980. P. 272-283

- |11| JACOBSEN, K. "Experiences In Blunder Detection for Aerial Triangulation". In: International Society for Photogrammetry and Remote Sensing. International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, Commission III. Rio de Janeiro, The XVTh International Congress of Photogrammetry and Remote Sensing, 1984. P. 440-446

- |12| JUHL, J. "Danish Method of Weight Reduction for Gross Error Detection". In: International Society for Photogrammetry and Remote Sensing. International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, Commission III. Rio de Janeiro, The XVTh International

Congress of Photogrammetry and Remote Sensing, 1984.
P. 468-472

- |13| KLEIN, H., FÖRSTNER, W. "Realization of Automatic Error Detection In The Block Adjustment Program PAT-M43 Using Robust Estimators". In: International Society for Photogrammetry and Remote Sensing. International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, Commission III. Rio de Janeiro, The XVTh International Congress of Photogrammetry and Remote Sensing, 1984, P. 1-11

- |14| KRARUP; JUHL; KUBIK, K. "Götterdämmerung Over Least Squares Adjustment". In: International Society for Photogrammetry and Remote Sensing. International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, Commission III. Hamburg, The XIVTh International Congress of Photogrammetry and Remote Sensing, 1980. P. 370-378

- |15| KUBIK, K. "An Error Theory for The Danish Method". In: International Society for Photogrammetry and Remote Sensing, Commission III. Otaniemi, Finlândia. Proceedings of The Symposium Mathematical Models, Accuracy Aspects an Quality Control 1982. P. 299-309

- |16| LUGNANI, J.B. Introdução à Fototriangulação. Curitiba, 1985. Manuscrito para Edição.

- |17| LUGNANI, J.B. Introdução ao Ajustamento. Curitiba, Universidade Federal do Paraná, Curso Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 1984.

- |18| LUGNANI, J.B.; Mitishita, E. "Improvements in Gross Errors Detection in Aerotriangulation. In: International Society for Photogrammetry and Remote Sensing. International Archives os Photogrammetry and Remote Sensing, Commission III. Rio de Janeiro, The

XVTh International Congress of Photogrammetry and Remote Sensing, 1984. P. 657-662

- |19| MAIA, J.C. Eficiência Atual da Aerotriangulação. Rio de Janeiro, 1983. XI Congresso Brasileiro de Cartografia.
- |20| MITISHITA, E. Detecção de Erros Grosseiros em Pontos de Controle Planialtimétrico para Aerotriangulação. Brasília, 1985, XII Congresso Brasileiro de Cartografia.
- |21| OLIVAS, M.A. de A. Calibração de Câmeras Fotogramétricas. Aplicação dos métodos câmaras Convergentes e Campos Mistos. Curitiba, 1981. Tese. Mestre em Ciências. Universidade Federal do Paraná. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. 137 p
- |22| ROSIER F.A. Aerotriangulação Semi-Analítica: Ajustamento Simultâneo com Injunções Posicionais. Curitiba, 1983. Universidade Federal do Paraná. Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 107 p
- |23| WERNER, H. "Automatic Gross Error Detection By Robust Estimators" In: International Society for Photogrammetry and Remote Sensig. International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing, Commission III. Rio de Janeiro, The XVTh International Congress of Photogrammetry and Remote Sensing, 1984. P. 1101-1108