

LENIRA CAMARGO LISSARAÇA

**ADIÇÕES AO LABORATÓRIO DIDÁTICO DE MECÂNICA DOS FLUIDOS E
HIDRÁULICA**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Engenharia, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Hidráulica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Maurício Dziedzic

Co-orientadores: Prof. Marcos José Tozzi
Prof. Júlio Cezar Olinger

CURITIBA
2001

LENIRA CAMARGO LISSARAÇA

ADIÇÕES AO LABORATÓRIO DIDÁTICO DE MECÂNICA DOS FLUIDOS E HIDRÁULICA

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Engenharia, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Hidráulica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Maurício Dziedzic

Co-orientadores: Prof. Marcos José Tozzi

Prof. Júlio Cezar Olinger

CURITIBA
2001

**ADIÇÕES AO LABORATÓRIO DIDÁTICO DE MECÂNICA DOS
FLUIDOS E HIDRÁULICA DA UFPR**

por

LENIRA CAMARGO LISSARAÇA

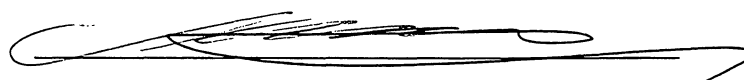
Dissertação aprovada como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre no Curso de Pós-graduação em Engenharia Hidráulica do Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná, pela comissão formada pelos professores:

ORIENTADOR:

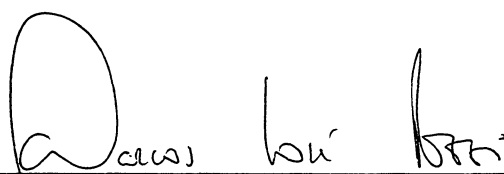


MAURÍCIO DZIEDZIC
CENTRO UNIVERSITÁRIO POSITIVO - UNICENP

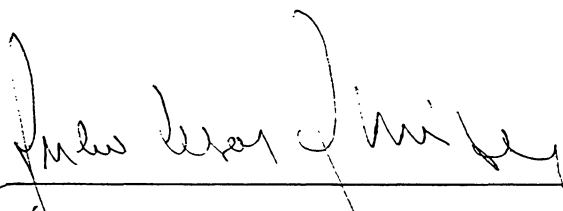
MEMBROS:



ALCEU GOMES DE ANDRADE E FILHO
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA



MARCOS JOSÉ TOZZI
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ



JÚLIO CESAR OLINGER
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

Curitiba, 10 de setembro de 2001.

Ao Senhor Jesus Cristo,

que em todos os instantes esteve comigo,
ajudando-me nos momentos difíceis,
fortalecendo-me.

*“E eis que estou convosco todos os dias até a
consumação do século” (Mateus 28.20b)*

Dedico.

Ao Prof. *Maurício Dziedzic*,
por sua paciente orientação.

À minha irmã *Iaponira*,
pelo estímulo afetivo.

À minha amiga *Sandra Fernandes*,
sempre disposta a me ajudar.

Agradeço.

Índice

Lista de tabelas.....	vii
Lista de figuras.....	viii
Lista de símbolos.....	x
Resumo.....	xiv
Abstract.....	xv
Introdução.....	1
Capítulo I – Conservação de massa	
1. Introdução.....	3
1.1.Revisão da literatura.....	4
1.1.1.Conservação de massa.....	4
1.1.2.Medidor Venturi.....	12
1.1.3.Expansão brusca da seção.....	14
1.1.4.Redução brusca da seção.....	16
1.1.5.Orifício.....	18
1.2.Descrição do equipamento.....	19
1.3.Análise.....	20
1.4.Resultados.....	22
Capítulo II – Quantidade de movimento	
2. Introdução.....	33
2.1.Revisão da literatura.....	33
2.1.1.Forças atuantes em um sistema.....	36
2.1.2.Volume de controle generalizado.....	37
2.1.3.Volume de controle coincidente com o contorno sólido.....	39
2.1.4.Tubo de corrente.....	41
2.2.Descrição do equipamento.....	44
2.3.Análise.....	45
2.4.Resultados.....	50
Capítulo III – Ensaios sobre perfil de velocidade em escoamento em tubos	
3. Introdução.....	55
3.1.Revisão da literatura.....	55
3.1.1.Fluido ideal.....	56
3.1.2.A viscosidade.....	56
3.1.3.Esforços tangenciais.....	58
3.1.4.Movimento sem atrito.....	59
3.1.5.Distribuição de velocidades para fluidos ideais e reais.....	60
3.1.6.Regimes de escoamento.....	60

3.1.7. Camada limite.....	62
3.1.8. Perfil de velocidade em regime turbulento e laminar.....	63
3.1.9. A expressão da velocidade.....	64
3.2. Descrição do equipamento.....	69
3.3. Análise.....	70
3.4. Resultados.....	71
 Capítulo IV – Golpe de aríete	
4. Introdução.....	76
4.1. Revisão da literatura.....	77
4.1.1. Chaminé de equilíbrio.....	88
4.1.1.1. Chaminé de equilíbrio com seção constante.....	90
4.1.2. Perda de carga.....	93
4.1.2.1. Perda de carga contínua.....	93
4.1.2.2. Perda de carga localizada.....	94
4.2. Descrição do equipamento.....	96
4.3. Análise.....	96
4.4. Resultados.....	100
 Conclusão.....	106
 Apêndice A	
Material didático para aula de laboratório de hidráulica e mecânica dos fluidos - Conservação de massa.....	108
Apêndice B	
Fotos do equipamento de conservação de massa.....	118
Apêndice C	
Material didático para aula de laboratório de hidráulica e mecânica dos fluidos - Quantidade de movimento.....	121
Apêndice D	
Fotos do equipamento de quantidade de movimento.....	131
Apêndice E	
Material didático para aula de laboratório de hidráulica e mecânica dos fluidos - Perfil de velocidade em tubos.....	133
Apêndice F	
Fotos do equipamento de perfil de velocidade em tubos.....	138
Apêndice G	
Material didático para aula de laboratório de hidráulica e mecânica dos fluidos - Chaminé de equilíbrio.....	140
Apêndice H	
Fotos do equipamento chaminé de equilíbrio.....	149
 Bibliografia.....	151

Lista de tabelas

Tabela 1.1 – Conservação de massa.....	25
Tabela 1.2 – Conservação de massa.....	27
Tabela 1.3 – Conservação de massa.....	29
Tabela 1.4 – Conservação de massa.....	31
Tabela 2.1 – Quantidade de movimento com defletor plano.....	53
Tabela 2.2 – Quantidade de movimento com defletor curvo.....	54
Tabela 3.1 – Perfil de velocidade em tubos.....	73
Tabela 3.2 – Perfil de velocidade em tubos.....	74
Tabela 4.1 – Chaminé de equilíbrio simples (entrada de 45X45).....	103
Tabela 4.2 – Chaminé de equilíbrio simples (entrada de 40X40).....	104
Tabela 4.3 – Chaminé de equilíbrio simples (entrada de 35X35).....	105

Lista de Figuras

Figura 1.1 – Representação esquemática do equipamento.....	4
Figura 1.2 – Volume de controle arbitrário.....	5
Figura 1.3 – Representação esquemática das linhas piezométricas e de energia.....	8
Figura 1.4 – Representação esquemática do medidor Venturi.....	12
Figura 1.5 – Representação de uma expansão brusca na seção de um conduto.....	14
Figura 1.6 – Representação de uma contração brusca na seção de um conduto.....	17
Figura 1.7 – Escoamento em conduto através de um orifício.....	18
Figura 1.8 – Linhas piezométricas e de energia.....	26
Figura 1.9 – Linhas piezométricas e de energia.....	28
Figura 1.10 – Linhas piezométricas e de energia.....	30
Figura 1.11 – Linhas piezométricas e de energia.....	32
Figura 2.1 – Representação esquemática do equipamento.....	33
Figura 2.2 – Representação esquemática de um volume de controle.....	35
Figura 2.3 – Sistema de referência inercial.....	37
Figura 2.4 – Volume de controle com entrada e saída bem definidas.....	39
Figura 2.5 – Tubo de corrente para equação do fluxo da quantidade de movimento.....	41
Figura 2.6 – Representação esquemática da superfície de controle para o defletor plano..	45
Figura 2.7 – Representação esquemática das forças atuantes.....	47
Figura 2.8 – Representação esquemática da superfície de controle para o defletor curvo.	49
Figura 3.1 – Representação esquemática do equipamento.....	55
Figura 3.2 – Perfil de velocidade para escoamento de fluido ideal (a) e real (b).....	60
Figura 3.3 – Representação esquemática do comportamento do corante no interior do escoamento.....	61
Figura 3.4 – Representação esquemática de camada limite.....	62
Figura 3.5 – Perfil da velocidade para escoamentos laminares e turbulentos.....	64
Figura 3.6 – Perfil de velocidade no escoamento laminar.....	64
Figura 3.7 – Perfil de velocidade em conduto.....	75
Figura 4.1 – Representação esquemática da chaminé de equilíbrio.....	77
Figura 4.2 – Trecho elementar de um conduto.....	79
Figura 4.3 – Representação esquemática da propagação da onda de pressão.....	84
Figura 4.4 – Propagação da onda de pressão quando a válvula é fechada para $t = 0$	85
Figura 4.5 – Propagação da onda de pressão para $t = L/c$	85
Figura 4.6 – Propagação da onda de pressão para $t = 2L/c$	86
Figura 4.7 – Propagação da onda de pressão para $t = 3L/c$	87
Figura 4.8 – Representação esquemática da oscilação de massa na chaminé de	

equilíbrio.....	88
Figura 4.9 – Representação esquemática de formas na chaminé de equilíbrio.....	89
Figura 4.10 – Representação esquemática da chaminé de equilíbrio com seção constante	90
Figura 4.11 – Forças atuantes em um comprimento elementar do conduto.....	91
Figura 4.12 – Detalhe da conexão na entrada da chaminé.....	94
Figura 4.13 – Detalhe da expansão gradual.....	95
Figura 4.14 – Gráfico para obtenção de K' em função do ângulo formado na expansão...	95

Lista de Símbolos

α é a quantidade resultante de dois termos que se subtraem;

β é um parâmetro adimensional que relaciona a metade da taxa acumulada da energia cinética em um fluido que converte-se em energia potencial com a carga da pressão nas paredes do tubo, H_0 ;

Δp e ΔQ são, respectivamente, as variações de pressão [FL^{-2}] e de vazão [L^3T^{-1}];

Δh é a diferença de altura entre a saída do jato e o defletor [L];

ΔH_M representa o trabalho de eixo transmitida ao sistema para o exterior [L];

ΔH é a altura [L] preenchida no intervalo de tempo ΔT [T], no interior do coletor [L];

ΔH_m é a diferença de pressão entre os dois pontos de medição do tubo de pitot lida no manômetro de precisão [L];

$\Delta^2 u$, $\Delta^2 v$ e $\Delta^2 w$ são, respectivamente, o laplaciano de u , v e w ;

ε/D é a rugosidade relativa;

ε é a altura média da rugosidade das paredes interna de um conduto [L];

ϕ o ângulo do eixo do tubo com a horizontal;

γ o peso específico do fluido [FL^{-3}];

μ é a viscosidade dinâmica [$ML^{-1}T^{-1}$];

ν é a viscosidade cinemática [L^2/T];

θ é um parâmetro adimensional que considera as características de fechamento da válvula e um tempo de fechamento, T_c ;

ρ é massa específica [ML^{-3}];

τ é a tensão tangencial entre camadas [FL^{-2}];

τ_o é a tensão tangencial junto à parede [FL^{-2}];

$\vec{\Omega}$ é a velocidade de rotação de um sistema móvel relativamente ao fixo [LT^{-1}];

φ é o período da canalização;

$\nabla \vec{q}$ o divergente da velocidade;

A é a área da seção transversal [L^2];

A_1 área da seção 1 do conduto [L^2];

A_2 área da seção 2 do conduto [L^2];

$A_{coletor}$ é a área da seção transversal do coletor [L^2];

c é a celeridade das ondas elásticas ou, velocidade de propagação da onda sob pressão do golpe de aríete [LT^{-2}];

C_v varia em função da vazão;

$\frac{d^2 \vec{R}}{dt^2}$ a aceleração da origem de um sistema de referência móvel relativamente ao sistema fixo [L/T^2];

$d\vec{A}$ vetor área, positivo quando aponta para o interior do volume de controle;

D é o diâmetro do conduto na seção de interesse [L];

dV é um elemento de volume [L^3];

E é o módulo de Young do material do tubo;

e representa a espessura de sua parede [L];

F_y a força determinada experimentalmente [F];

F_{by} é a força devido o peso da coluna de fluido formado entre a saída do jato (1) e o defletor (2) (observar a figura 2.6) [F];

F_{py} é a força medida na balança [F];

$f = \Phi(Re, \varepsilon/D)$ é o coeficiente de perda de carga;

f é o coeficiente de atrito;

g é a aceleração da gravidade [LT^{-2}];

H é a altura total de energia [L];

H_0 é a carga da pressão [L];

h_1 e h_2 a energia total nos pontos 1 e 2 (figura 4.1) [L];

H_1, H_2 são valores médios de energia por unidade de peso [L];

h_f a perda de energia devido ao atrito do fluido com as paredes dos condutos [L];

h_L as perdas de carga localizadas [L];
 h_p a energia adicionada por uma bomba [FLM⁻¹];
 h_t a energia consumida por uma turbina [FLM⁻¹];
 $H_{L(1-2)}$ é a perda da energia mecânica [L];
 h_a é o aumento de pressão em metros de coluna de água [L];
 K_m é um coeficiente de correção referente ao fluxo da quantidade de movimento ≥ 1 ;
 K é a constante de Von Kàrmàn definida experimentalmente igual a 0,40;
 K é o módulo de elasticidade do fluido [FL⁻²];
 k representa o coeficiente de atrito;
 K_L é a soma dos coeficientes de perdas de carga localizadas;
 L é o comprimento da tubulação [L];
 L a distância entre a rótula e a força F_y [L];
 L é o comprimento do conduto [L];
 m é a massa de fluido contido no sistema [M];
 M e m são massas referentes à balança [M];
 p a pressão [FL⁻²];
 p' é a pressão na a região de recirculação, onde o fluido forma vórtices [F/L²];
 p_1 é a pressão na seção 1 [F/L²];
 $\bar{q}_n$ a componente da velocidade $\bar{q}$ normal à superfície do volume de controle [LT⁻¹];
 x_f a distância entre a rótula e o peso (m) após a força F_y ter sido aplicada sobre o defletor [L];
 Q é o fluxo ou vazão do fluido [L³T⁻¹];
 $\vec{r}$ o vetor posição da massa num movimento curvilíneo arbitrário [L];
 r é a coordenada radial [L];
 Re é o número de Reynolds;
 r_o é o raio geométrico do conduto [L];
 S_{jato} é a área da seção transversal do jato [L²];
 t é o tempo em que o fluido está confinado no volume de controle inicial [T];
 T_c representa o tempo de fechamento da válvula [T];
 $\bar{v}$ a velocidade média do escoamento no conduto [LT⁻¹];
 v é a velocidade de um ponto qualquer da seção [LT⁻¹];

$\bar{v}_1$ é a velocidade média do escoamento na entrada do volume de controle na seção (1) (figura 2.6) na direção y [LT^{-1}];

$\bar{v}_2$ é a velocidade média do escoamento na entrada do volume de controle na seção (2) (figura 2.6) na direção y [LT^{-1}];

v_z é a velocidade na direção do eixo do tubo [LT^{-1}];

x_0 é a distância entre a massa M e o apoio [L];

x_i é a distância inicial entre a massa m e a rótula [L];

X , Y e Z são forças de massa derivadas de um potencial;

Z a elevação da coluna de água na chaminé de equilíbrio, com ' $z = 0$ ' coincidindo com o nível de água no reservatório [L];

z é a elevação do conduto [L];

Z_1 é cota máxima calculada considerando-se o termo exponencial [L];

$Z_{\text{simplificado}}$ é cota máxima calculada ignorando-se o termo exponencial [L].

Resumo

A presente dissertação relata a adição de quatro experimentos ao Laboratório Didático de Mecânica dos Fluidos e Hidráulica do Centro de Hidráulica e Hidrologia Prof. Parigot de Souza (CEHPAR) da Universidade Federal do Paraná. Os experimentos são denominados Conservação de Massa, Quantidade de Movimento, Perfil de Velocidade em Escoamento em Tubos e Golpe de Aríete. Cada experimento é descrito em um capítulo do presente volume, contendo o embasamento teórico e os resultados obtidos com o respectivo equipamento. Em material anexo, no final da dissertação, foram incluídos fotos e sugestão de material didático para as aulas de laboratório.

Abstract

The present work describes the implementation of four new experiments in the Fluid Mechanics and Hydraulics teaching laboratory at Centro de Hidráulica e Hidrologia Prof. Parigot de Souza (CEHPAR), Universidade Federal do Paraná. These experiments are entitled: “Conservation of Mass”, “Momentum”, “Velocity Profile”, and “Water-Hammer”. Each experiment is described in a separate chapter, which contains, besides the experimental results, relevant theoretical background. Appendices at the end of this volume include photographs of the apparatus, and suggestion of laboratory handouts for each experiment.

Introdução

O Laboratório Didático de Hidráulica e Hidrologia da Universidade Federal do Paraná, localizado no Centro de Hidráulica e Hidrologia Prof. Parigot de Souza (CEHPAR), foi criado por volta de 1965, tendo sido instalado em uma das salas de aula do atual Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná, com pequenos equipamentos herdados do Centro de Estudos e Pesquisas de Hidráulica e Hidrologia (antiga designação do atual CEHPAR). Ao final da década de 60, foi adquirido da empresa inglesa Armfield um conjunto de equipamentos destinados especificamente a atividades didáticas.

Em 1985, em função da necessidade cada vez mais premente de espaço para expansão de suas atividades, o laboratório didático foi transferido para uma sala mais ampla junto à oficina do CEHPAR. Em 1997 uma área equiparável à do laboratório existente, e a ele vizinha, começou a ser construído para abrigar novos equipamentos.

Em 2000 foi designado que o laboratório I (existente) está sob a responsabilidade do professor Júlio César Olinger e o laboratório II (novo) sob a responsabilidade do professor José Junji Ota.

As experiências relatadas neste trabalho e realizadas no Laboratório Didático, fazem parte dos novos experimentos que compõem o laboratório II e foram analisadas e testadas por membro do corpo docente, professor Maurício Dziedzic, durante permanência na *University of Toronto* (Toronto, Canadá) para realização de curso de doutorado, sob a orientação do Prof. Hans J. Leutheusser. Durante esse período, o mesmo teve oportunidade de ministrar aulas no Laboratório Didático de Mecânica dos Fluidos da referida universidade, preparando inclusive manuais acerca das experiências para utilização por instrutores futuros. Logo, este trabalho se baseia em experiências comprovadamente eficientes, incorporando inclusive modificações julgadas pertinentes para melhoria dos projetos originais.

O presente trabalho de pesquisa vem contribuir para a continuidade do processo de modernização e ampliação do Laboratório Didático. Esse processo teve início durante o ano de 1996 com o planejamento de novas experiências, seguido da implementação de bancada teórico-experimento-computacional de escoamento não-permanente, aplicado a uma chaminé de equilíbrio.

Os recursos financeiros para a confecção dos equipamentos foram disponibilizados no âmbito do Programa de Apoio ao Plano Sul de Pós-Graduação e Pesquisa, edital PPG-SUL Nº001/97, devido a aprovação do projeto enviado pelo Prof. Maurício Dziedzic, em 1997, à Secretaria de Estado da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior - SETI do Governo do Estado do Paraná.

Esses novos experimentos visam proporcionar aos alunos de graduação e pós-graduação mais oportunidades de comparar soluções teóricas e numéricas com a realidade física verificada em laboratório. A utilização dos equipamentos para aulas de laboratório será feita tanto pelos estudantes de graduação quanto pelos de pós-graduação, envolvendo aspectos diferentes do escoamento em função do nível da audiência. Finalmente, este trabalho é uma contribuição para o processo contínuo de enriquecimento do ensino superior.

Capítulo I

Conservação de massa

1. Introdução

O primeiro experimento a ser descrito no presente trabalho é denominado Conservação de Massa. Demonstra a utilização de diferentes métodos de medição de vazão, e ilustra os três tipos de energia associados ao escoamento de um fluido incompressível, ou seja, energia cinética, energia potencial e energia de pressão, permitindo obter as linhas piezométrica e de energia. Este experimento é importante para que o aluno tenha uma melhor compreensão do comportamento do fluido em diversas situações de escoamento, visualizando as linhas piezométrica e de energia e adquirindo sensibilidade quanto às pressões a que um escoamento estará submetido em situações em que há mudança nas características geométricas do conduto, como, por exemplo, redução brusca na seção transversal. O equipamento utilizado para realizar o experimento pode ser observado no desenho esquemático da figura 1.1.

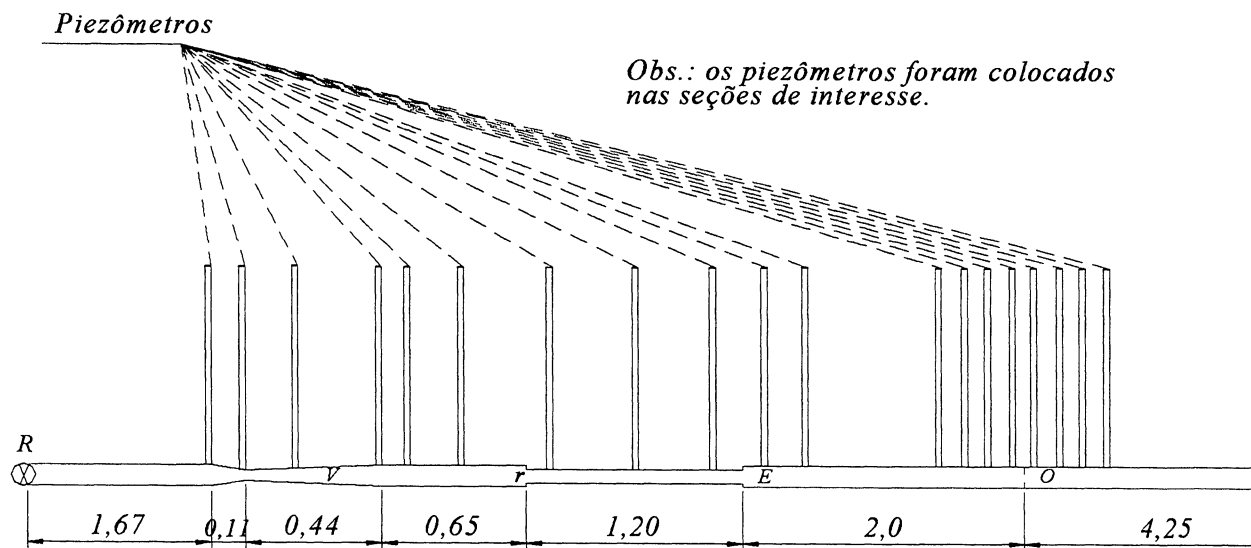


Figura 1.1
- Representação esquemática do equipamento -

1.1. Revisão da Literatura

1.1.1. Conservação de massa

O princípio da Conservação de Massa, enunciado por Lavoisier Antoine Laurent (1743-1794), afirma que a massa, M , de um sistema é constante. Por definição, um sistema é uma porção arbitrária de matéria de identidade conhecida. Um volume de controle é um volume fixo no espaço. Caso o fluxo médio de massa para o interior de um determinado volume de controle exceda a média do fluxo para fora, haverá acumulação de massa no interior deste volume. Este princípio pode ser expresso da seguinte forma:

$$\left. \frac{dM}{dt} \right|_{\text{sistema}} = 0 \tag{1.1}$$

em que

$$M_{\text{sistema}} = \int_{\text{massa (sistema)}} dm = \int_{V(\text{sistema})} \rho dV$$

m é a massa de fluido contido no sistema $[M]$;

ρ é massa específica $[ML^{-3}]$;

dV é um elemento de volume $[L^3]$;

t é o tempo em que o fluido está confinado no volume de controle inicial $[T]$.

Superfície de controle (SC)
confinando o fluido no tempo t

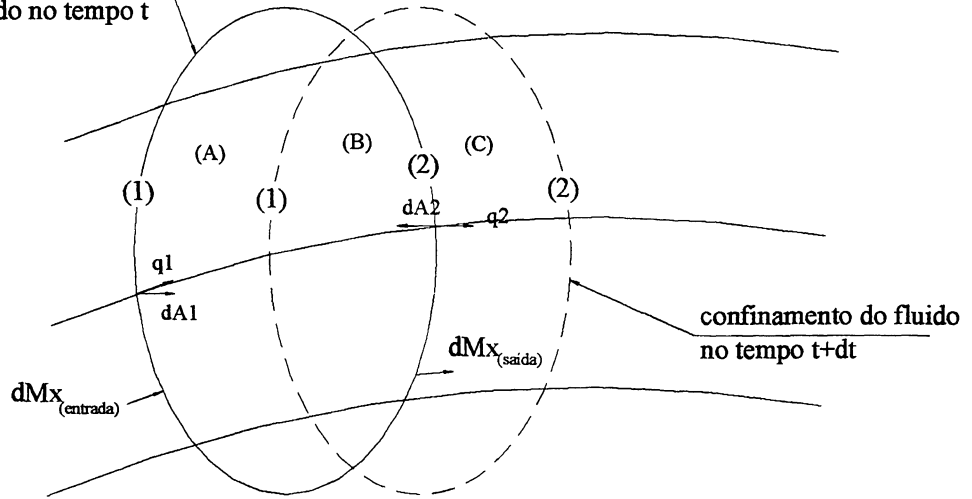


Figura 1.2

- Volume de controle arbitrário -
(adaptado de Neidert, 1997)

Considerando a figura 1.2, observa-se que a taxa de variação temporal da massa no volume de controle (VC) pode ser expressa da seguinte forma:

$$\frac{\partial(m_B)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} (\rho dV) \quad (1.2)$$

o fluxo líquido de matéria através da superfície de controle, é

$$\frac{(m_A)_t - (m_C)_{t+dt}}{dt} = \frac{(m_B)_{t+dt} - (m_B)_t}{dt} \quad (1.3)$$

Considerando a equação (1.2) e a expressão (1.3), o fluido entrando no volume de controle em (1) e saindo do volume de controle em (2) pode ser expresso da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} (\rho dV) = \int_{(1)} \rho \bar{q}_n d\bar{A}_1 - \int_{(2)} \rho \bar{q}_n d\bar{A}_2 \quad (1.4)$$

sendo,

$\vec{q}_n$ a componente da velocidade $\vec{q}$ normal à superfície do volume de controle;

$d\vec{A}$ o vetor área, positivo quando aponta para o interior do volume de controle.

Na forma vetorial, tem-se (Fox e McDonald, 1985):

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho dV + \int_{sc} \rho \vec{q} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (1.5)$$

O primeiro termo da expressão 1.5 representa a variação da massa no interior do volume de controle; o segundo, o fluxo de massa através da superfície de controle. Assim, o princípio da conservação de massa exige que a soma da variação da quantidade de massa no interior do volume de controle com a quantidade de massa que dele sai através da superfície de controle, seja nula.

A expressão 1.5 representa a formulação analítica da conservação de massa em um volume definido. A solução completa de um problema de escoamento de fluido envolve, ainda as equações do movimento. Em muitos casos, porém, o conhecimento da distribuição de velocidades e pressões na seção de escoamento é desnecessário para a solução global do problema, ou a solução é tão complexa que uma aproximação grosseira é tudo que se pode obter. Isto é feito assumindo que a zona de escoamento em consideração consiste em um único conduto de escoamento, e que cada seção pode ser caracterizada por uma velocidade média de escoamento, uma pressão média e uma elevação média. A variação das características do escoamento na seção é ignorada e atenção é dispensada apenas à variação dos valores médios na direção do escoamento. Deste enfoque resultou o método de análise unidimensional que formou a base da hidráulica do século dezenove.

Uma das características da análise unidimensional de escoamentos em condutos é a maneira conveniente com que se pode exprimir graficamente as características essenciais do escoamento. Utilizar valores médios para os parâmetros envolvidos na equação (1.4) constitui-se em uma boa aproximação para a solução de problemas de escoamento em um conduto. A velocidade, contudo, varia ao longo da seção transversal, desde zero no contorno

sólido até uma máxima no centro. Usando a expressão geral de energia 1.5 e observando que energia cinética total é

$$\int \frac{\rho}{2} q^2 dQ = \alpha \frac{\rho}{2} v^2 dQ \quad (1.6)$$

onde,

α é o coeficiente de correção de energia cinética;

Q é o fluxo ou vazão do fluido (L^3/T).

Uma velocidade média é adotada (entre o valor zero junto ao contorno sólido e máxima no eixo do conduto) para obtenção das soluções dos problemas de Engenharia Hidráulica (o perfil de velocidades é o estudo do capítulo II do presente trabalho).

Quando houver acréscimo de energia no sistema devido ao trabalho de eixo, a diferença algébrica entre a transferência de calor do fluido e o ganho de energia interna representa uma diminuição líquida da energia mecânica do sistema. Para líquidos, a diminuição não é convenientemente reconvertida em energia mecânica e é considerada uma perda. Assim, pode-se escrever:

$$H_1 = H_2 + \Delta H_M + H_{L(1-2)} \quad (1.7)$$

onde

H é a altura total de energia [L];

H_1, H_2 são valores médios de energia [L];

ΔH_M representa o trabalho de eixo transmitida ao sistema para o exterior [L];

$H_{L(1-2)}$ é a perda da energia mecânica [L].

Se as perdas por resistência são negligenciáveis e não houver trabalho de eixo, tem-se:

$$H_1 = H_2 + H_{L(1-2)} \quad (1.7a)$$

substituindo a expressão (1.7a) pelas parcelas que representam as quantidades da altura média de velocidade, altura média de pressão e elevação do conduto, obtém-se:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \alpha_1 \frac{\bar{v}_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \alpha_2 \frac{\bar{v}_2^2}{2g} \quad (1.8)$$

quando $\alpha_1 = \alpha_2 \cong 1,00$ (distribuição uniforme de velocidade) obtém-se a equação unidimensional de Bernoulli que define a altura total de energia, H , por unidade de peso (Daily e Harleman, 1996)

$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{\bar{v}^2}{2g} \quad (1.9)$$

onde,

z é a elevação do conduto [L];

p a pressão [FL^{-2}];

γ o peso específico do fluido [FL^{-3}];

$\bar{v}$ a velocidade média do escoamento no conduto [LT^{-1}];

g a aceleração da gravidade [LT^{-2}].

Para escoamentos turbulentos em condutos, $\alpha_1 = \alpha_2 \cong 1,06$ (Daily e Harleman, 1996).

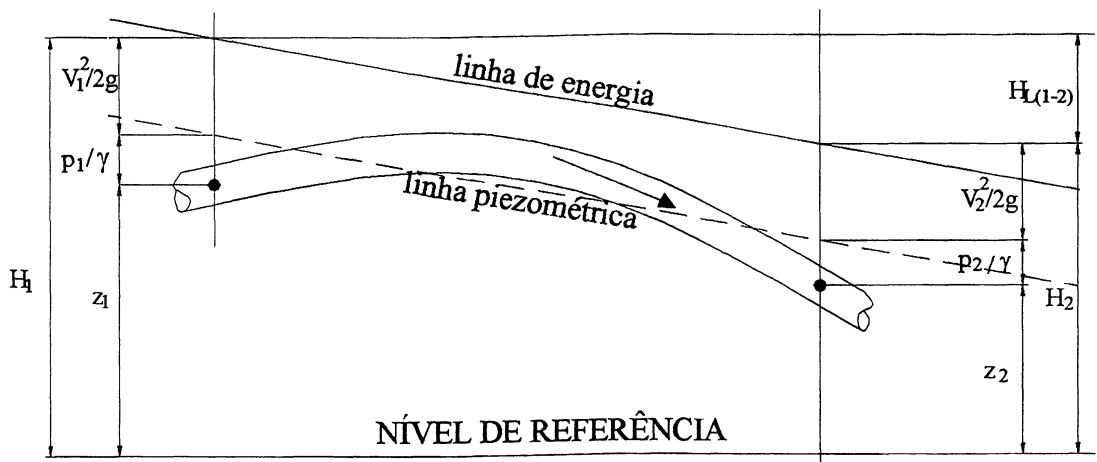


Figura 1.3

- Representação esquemática das linhas piezométricas e de energia -
(adaptado de Daily e Harleman, 1996)

A expressão (1.9) permite dividir a altura total de energia, em qualquer seção do escoamento, em quantidades que representam a altura média de velocidade ($\bar{v}^2/2g$), a altura

média de pressão (p/γ) e a elevação do conduto (z); isto é, energia cinética, energia de pressão e energia potencial (figura 1.3). Estas alturas podem ser determinadas e representadas graficamente para as seções principais, fornecendo um diagrama contínuo ao longo de todo o sistema. Assim, um gráfico da altura total constitui a linha de energia, enquanto que um gráfico de $(z + p/\gamma)$ descreve a linha piezométrica. A distância entre as duas linhas é a altura de velocidade média ($\bar{v}^2/2g$).

Informações importantes para o desempenho adequado de sistemas hidráulicos podem ser obtidas facilmente analisando-se as linhas piezométrica e de energia correspondentes. Possíveis problemas como a ocorrência de baixa pressão e cavitação, por exemplo, podem ser identificados com um simples esboço que mostrará posições no sistema onde cálculos detalhados e modificações de projeto são necessárias.

É interessante notar que a energia total deve diminuir na direção do escoamento como na figura 1.3, a menos que exista uma máquina hidráulica (bomba) que adicione energia ao sistema. As perdas de carga em um sistema são de dois tipos: o primeiro inclui perdas por atrito, devido à interação do fluido com o contorno sólido (paredes do tubo), e o segundo inclui perdas localizadas que acontecem, por exemplo, sempre que há uma mudança na seção transversal de escoamento (ex.: expansão ou contração súbita, entrada ou saída de conduto). Perdas por atrito são de natureza contínua e acontecem ao longo do comprimento do conduto, e fazem com que a linha de energia apresente gradiente negativo na direção do escoamento. As perdas localizadas são responsáveis por quedas bruscas na linha de energia. Assim, na ausência de bombas, a energia total tem que diminuir na direção do escoamento, ao passo que a energia piezométrica pode diminuir ou aumentar, dependendo da variação da seção transversal e da elevação da seção transversal.

Linha piezométrica – A linha piezométrica situa-se abaixo da linha de energia a uma distância igual à energia cinética ou velocidade cinética, $\bar{v}^2/2g$. Pode ser obtida diretamente a partir de um piezômetro instalado nas seções de interesse.

Linha de energia – A linha de energia é uma representação gráfica da energia ao longo do escoamento. A energia total, em relação a um plano de referência, pode ser obtida para cada seção representativa, sendo de grande utilidade na resolução de problemas de escoamento. Ela decrescerá na direção do escoamento, exceto onde houver adição de energia por meio de dispositivos mecânicos.

Energia Cinética – Representa a energia associada ao movimento de uma massa fluida. Se a velocidade em uma seção reta fosse uniforme, a altura cinética calculada com esta velocidade média, seria a verdadeira energia cinética por unidade de peso do fluido. Mas, em geral, a distribuição de velocidades não é uniforme. Assim, o fator de correção α da energia cinética, a ser aplicado ao termo $\bar{v}^2/2g$, na entrada e na saída do volume de controle é calculado pela expressão (Giles, 1977),

$$\int \frac{v^2}{2} \rho(vdA) = \alpha \frac{\rho}{2} \bar{v}^3 A$$

onde,

$$\alpha = \frac{1}{A} \int_A \left(\frac{v}{\bar{v}} \right)^3 dA \quad (1.10)$$

v é a velocidade de um ponto qualquer da seção $[LT^{-1}]$;

A é a área da seção transversal $[L^2]$.

Para escoamentos laminares o perfil de velocidades em condutos descreve um parabolóide de revolução expresso pela seguinte equação (Daily e Harleman, 1996):

$$v(r) = \frac{-d(p + \gamma h)}{dz} \frac{r_0^2}{4\mu} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] \quad (1.11)$$

onde,

μ é a viscosidade dinâmica $[\text{ML}^{-1}\text{T}^{-1}]$;

r_0 é o raio geométrico do conduto $[\text{L}]$;

r é a coordenada radial $[\text{L}]$.

Quando $r = 0$, a velocidade é máxima e a expressão 1.11 reduz-se a:

$$v(\text{máx}) = \frac{-d(p + \gamma h)}{dz} \frac{r_0^2}{4\mu} \quad (1.12)$$

e, a velocidade média para as mesmas condições de escoamento é (Daily e Harleman, 1996)

$$\bar{v}(r) = \frac{-d(p + \gamma h)}{dz} \frac{r_0^2}{8\mu} = \frac{V(\text{máx})}{2} \quad (1.13)$$

substituindo as expressões 1.13 e 1.11 na 1.10 e efetuando as devidas operações, obtém-se,

$$\alpha = 2,00$$

Assim, os valores recomendados para o fator de correção α são os seguintes (Giles, 1977):

- distribuição uniforme de velocidade $\alpha = 1,0$;
- escoamentos turbulentos $\alpha = 1,02$ a $1,15$;
- escoamento laminar $\alpha = 2,0$.

Uma vez que a energia cinética é uma pequena percentagem da energia total, em geral α é tomado igual a $1,0$, sem erro considerável no resultado.

Energia de pressão – é a pressão imprimida sobre um fluido. Na equação de Bernoulli (1.9), esta energia é computada no último termo, p/γ . Quando observada em um tubo piezométrico, a energia de pressão eleva o líquido a uma altura $p/\rho g$.

Energia potencial – Pode ser denominada simplesmente de energia de posição, sendo igual ao trabalho realizado devido à força da gravidade, quando a altura de um fluido vai de um ponto z_1 para z_2 . É o primeiro termo (z) na equação de Bernoulli (1.9).

No experimento proposto, e construído em laboratório (figura 1.1), pode-se observar o escoamento e medir a altura piezométrica através de piezômetros instalados em várias seções. O conduto possui um medidor venturi, uma expansão brusca, uma contração brusca e um orifício.

1.1.2. Medidor Venturi

Um conduto convergente é um eficiente artifício para converter pressão em velocidade, e um conduto divergente para converter velocidade em pressão. Estes dois tipos de condutos podem ser combinados na forma de um conduto chamado medidor Venturi, como esquematizado na figura 1.4. O nome Venturi é devido ao italiano, G. B. Venturi (1746-1822), que investigou este princípio por volta de 1791. Posteriormente, foi aplicado para medir vazões por Clemens Herschel (1886).

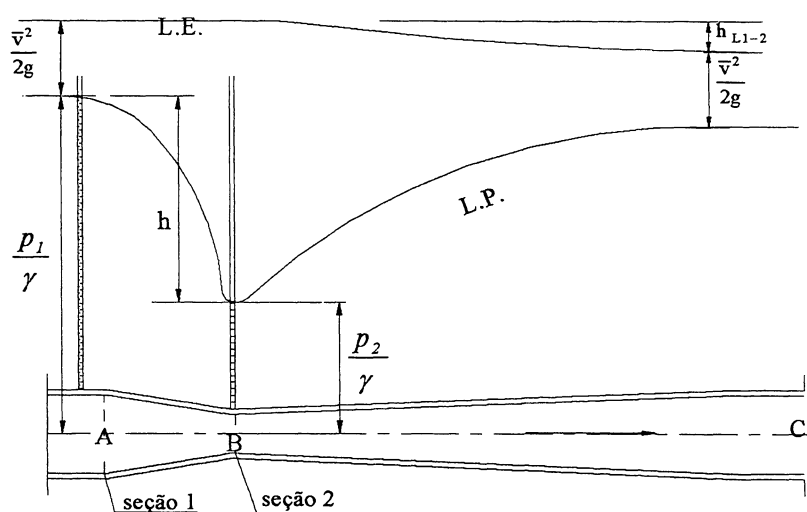


Figura 1.4

- Representação esquemática do medidor Venturi -
(Daugherty, 1965)

Na parcela convergente do Venturi, trecho AB, o escoamento sofre um aumento da velocidade acompanhado por uma redução de pressão. Ao passar por uma porção divergindo gradualmente, trecho BC, a velocidade é transformada em pressão. As perdas por atrito são

pequenas. Assim, o tubo Venturi pode ser usado como um artifício de medição de vazão devido à existência de uma relação bem definida entre a pressão diferencial e a taxa de escoamento.

Para um fluido incompressível, pode-se aplicar a equação 1.9 entre as seções 1 e 2.

Desta forma, num escoamento ideal, tem-se a seguinte expressão (Daugherty, 1965):

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\bar{v}_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\bar{v}_2^2}{2g} \quad (1.14)$$

onde,

$\bar{v}_1$ e $\bar{v}_2$ são, respectivamente, a velocidade média nas seções 1 e 2 [LT^{-1}].

Usando a equação da continuidade, $\bar{v}_1 = (A_2 / A_1) \bar{v}_2$, tem-se para a velocidade média no estreitamento do Venturi, a seguinte expressão:

$$(\bar{v}_2)_{ideal} = \sqrt{\frac{1}{1 - (A_2 / A_1)^2}} \sqrt{2g \left(\frac{p_1}{\gamma} + z_1 - \frac{p_2}{\gamma} - z_2 \right)} \quad (1.15)$$

Entretanto, para o escoamento de um fluido real e o mesmo valor de $\frac{p_1}{\gamma} + z_1 - \frac{p_2}{\gamma} - z_2$, devido aos efeitos de atrito e à conseqüente perda de carga entre as seções 1 e 2, a velocidade verdadeira é levemente menor que o valor dado pela expressão 1.15; na prática é usual corrigir este efeito pela introdução de um coeficiente C_v . Substituindo essa expressão na equação da continuidade, a vazão é dada por:

$$Q = A_2 \bar{v}_2 = \frac{C_v A_2}{\sqrt{1 - (D_2 / D_1)^4}} \sqrt{2g \left(\frac{p_1}{\gamma} + z_1 - \frac{p_2}{\gamma} - z_2 \right)} \quad (1.16)$$

onde,

D é o diâmetro do conduto na seção de interesse (L);

C_v varia em função da vazão.

Como C_v é meramente uma forma conveniente de exprimir a perda de carga h_{L1-2} , uma relação exata deve existir entre estas variáveis, que pode ser encontrada substituindo-se

Q por $A_2 v_2$ na equação precedente e reagrupando-se os termos para escrevê-la na forma convencional da equação de Bernoulli (1.9):

$$h_{L1-2} = \left[\left(\frac{1}{C_v^2} - 1 \right) \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right) \right] \frac{\bar{v}_2^2}{2g} \quad (1.17)$$

onde,

A_1 área da seção 1 do conduto [L^2];

A_2 área da seção 2 do conduto [L^2];

a quantidade entre colchetes é o coeficiente de perdas secundárias, K_L , para a entrada do cone do medidor e pode ser calculado conhecendo-se C_v .

C_v pode ser obtido experimentalmente em função do número de Reynolds e das características geométricas do conduto nas seções 1 e 2 (Daugherty, 1965).

1.1.3. Expansão brusca da seção

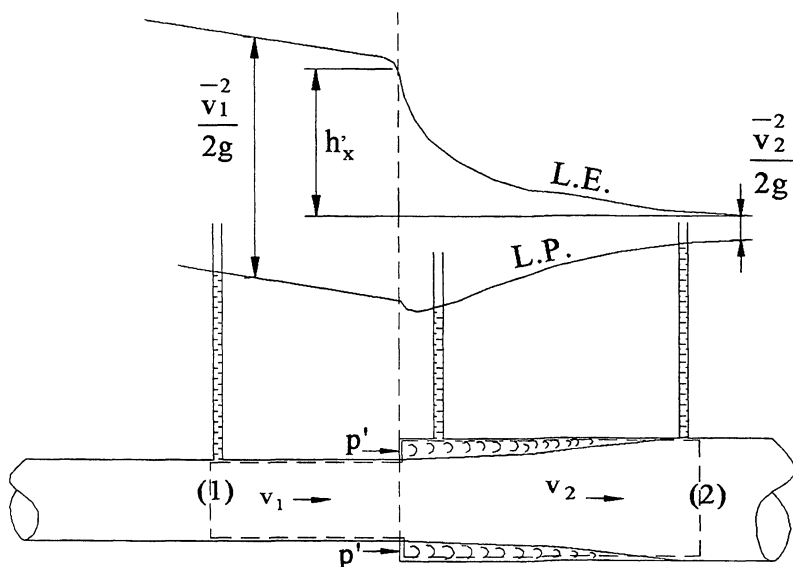


Figura 1.5

- Representação de uma expansão brusca na seção de um conduto –
(Daugherty, 1965)

Como pode ser observado na figura 1.5, existe uma queda de pressão acentuada no conduto logo após uma expansão brusca em função do decréscimo da velocidade nesta seção, mas a queda não é tão grande quando comparada com a perda de energia. Além disso, após a expansão brusca no conduto ocorre uma região de recirculação no escoamento que depois de um certo ponto volta a se estabilizar.

A perda de carga localizada devido à expansão brusca na seção do conduto é maior do que a observada em uma redução brusca. Uma expressão para o cálculo da perda de carga na expansão pode ser deduzida aplicando-se o princípio da quantidade de movimento e conservação da energia entre as seções 1 e 2 da figura 1.5.

Assumindo um caso ideal sem atrito e pressão p_0 em (2),

$$\frac{p_0}{\gamma} = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\bar{v}_1^2}{2g} - \frac{\bar{v}_2^2}{2g} \quad (1.18)$$

No caso real, com atrito, a equação da resultante de forças sobre o volume de controle entre as seções 1 e 2, para um intervalo de tempo com vazão constante é,

$$p_1 A_1 + p' (A_2 - A_1) - p_2 A_2 = \frac{\gamma}{g} (A_2 \bar{v}_2^2 - A_1 \bar{v}_1^2) \quad (1.19)$$

onde,

p' é a pressão na região de recirculação, onde o fluido forma vórtices $[F/L^2]$;

p_1 é a pressão na seção 1 $[F/L^2]$.

Assim,

$$\frac{p_2}{\gamma} = \frac{A_1 p_1}{A_2 \gamma} + \frac{(A_2 - A_1) p'}{A_2 \gamma} + \frac{A_1 \bar{v}_1^2}{A_2 g} - \frac{\bar{v}_2^2}{g} \quad (1.20)$$

A perda de carga pode, então, ser definida como a diferença na pressão na seção 2 entre o caso ideal e o caso real:

$$h'_x = \frac{(p_0 - p_2)}{\gamma}$$

Observando que,

$$A_1 \bar{v}_1 = A_2 \bar{v}_2$$

obtém-se (Daugherty, 1965):

$$h'_x = \frac{(\bar{v}_1 - \bar{v}_2)^2}{2g} + \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right) \left(\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p'}{\gamma}\right) \quad (1.21)$$

Como usualmente assume-se que $p' = p_1$ (Daugherty, 1965), a perda de carga em uma expansão brusca torna-se:

$$h'_x = \frac{(\bar{v}_1 - \bar{v}_2)^2}{2g} \quad (1.22)$$

Quando ocorre um alargamento abrupto da seção de um conduto, processa-se uma rápida desaceleração do fluido, acompanhada pela formação de uma turbulência característica, a qual pode persistir no conduto por uma distância equivalente a 50 diâmetros, depois da qual tem-se escoamento estabelecido. A aplicação simultânea da equação da continuidade, da equação de Bernoulli, e do princípio da quantidade de movimento para este problema conduz a (Vennard, 1978)

$$h'_x = k_e \frac{(\bar{v}_1 - \bar{v}_2)^2}{2g} \quad (1.23)$$

na qual $k_e \cong 1$. A determinação experimental de k_e , segundo Vennard (1978), confirma este valor com uma baixa porcentagem de erro, tornando o uso deste coeficiente bastante adequado para Engenharia.

1.1.4. Redução brusca da seção

No caso de contração brusca no conduto (figura 1.6), observa-se uma queda acentuada na pressão e na energia devida ao aumento de velocidade e da turbulência do fluido. Antes da seção de redução observa-se uma mudança nas linhas de correntes, que ficam curvas, e a pressão nas paredes do conduto torna-se maior do que no centro do escoamento.

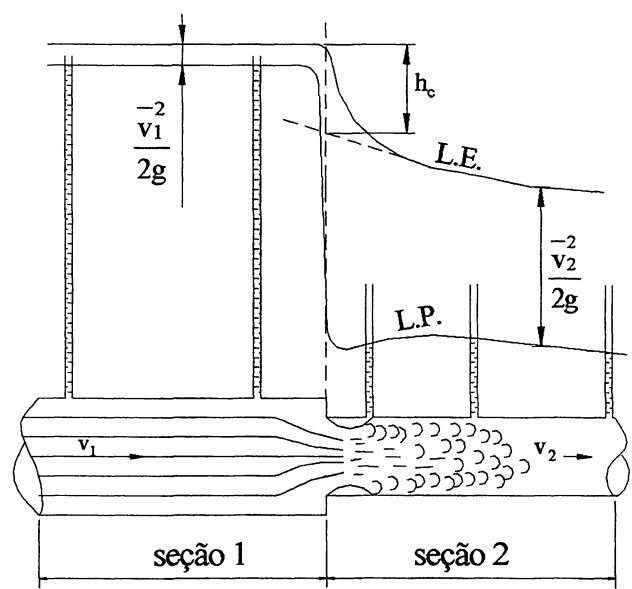


Figura 1.6

- Representação de uma contração brusca na seção de um conduto -
(Daugherty, 1965)

Os valores do coeficiente de contração, k_c , são diferentes dos aplicados na expansão brusca, pois nesse caso não há separação do escoamento do contorno sólido. Assim, a partir da expressão 1.18, chega-se à seguinte equação para o cálculo da perda de carga na contração brusca em um conduto:

$$h'_{Lc} = k_c \frac{\bar{v}_2^2}{2g} \tag{1.24}$$

Onde, os valores para o coeficiente de contração (k_c) determinados experimentalmente (Daugherty, 1965) são:

D_2/D_1	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
K_c	0,50	0,45	0,42	0,39	0,36	0,33	0,28	0,22	0,15	0,06	0,00

onde $D_2/D_1 = 0,0$ significa que D_1 é muito maior que D_2 , como por exemplo a formada na entrada de um conduto em um reservatório.

1.1.5 Orifício

Um orifício em um conduto, como representado na figura 1.7, pode ser usado como um medidor. O orifício pode estar no meio de um conduto ou ao final deste. Os coeficientes de contração observados em ambos os casos são praticamente idênticos. A diferença encontra-se nos vórtices que se formam junto às paredes do conduto. Em um conduto, as partículas fluidas afluem ao orifício em trajetórias curvilíneas, isto é, as linhas de correntes (curvas imaginárias do fluido para indicar a direção da velocidade em diversas seções do escoamento), anteriormente retas e paralelas, tornam-se curvas. Ao atravessarem a seção do orifício continuam a se mover em trajetórias curvilíneas (as partículas não podem mudar bruscamente de direção), obrigando o jato a contrair-se além do orifício (onde as linhas de corrente são paralelas e retilíneas), como pode ser observado na seção com diâmetro, D_2 , da figura 1.7.

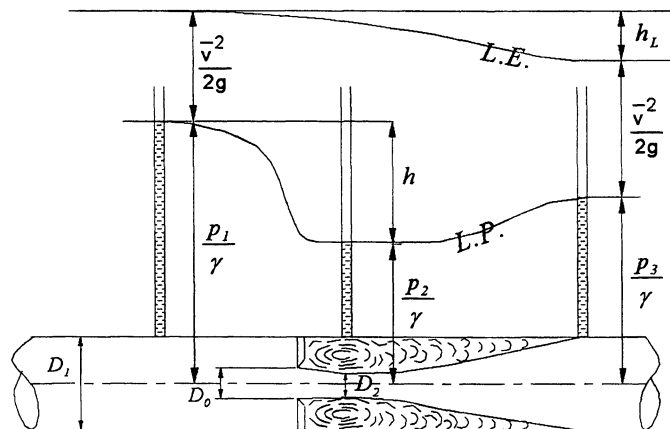


Figura 1.7

- Escoamento em conduto através de um orifício -

(Daugherty, 1965)

A perda de carga devido à presença de um orifício na tubulação pode ser calculada usando-se a expressão de Bernoulli entre as seções anterior e posterior ao orifício (Denículi, 1993):

$$\frac{\bar{v}_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma} + z_1 = \frac{\bar{v}_2^2}{2g} + \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + h_L \quad (1.25)$$

isolando o termo referente à perda de carga, tem-se:

$$h_L = \left(\frac{p_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + z_2 \right) \quad (1.26)$$

A determinação da vazão, utilizando-se a expressão 1.16 e observando a nomenclatura da figura 1.7, resulta:

$$Q = \frac{C_o A_o}{\sqrt{1 - (D_o / D_1)^4}} \sqrt{2g \left(\frac{p_1}{\gamma} + z_1 - \frac{p_2}{\gamma} - z_2 \right)} \quad (1.27)$$

C_o pode ser obtido experimentalmente em função do número de Reynolds e das características geométricas do conduto nas seções 0 e 1 (Daugherty, 1965).

1.2. Descrição do experimento

O equipamento, esquematizado na figura 1.1, consiste em um conduto de acrílico com diâmetro de 0,075 m, no qual o fluxo atravessa um medidor Venturi (V), depois uma redução brusca de seção (r), seguida por uma expansão brusca (E) e finalmente um orifício (O). As pressões nas seções de interesse são obtidas através de 19 piezômetros conectados ao conduto. Na entrada e saída do conduto estão acoplados registros (R), para controlar a vazão do fluido.

Um coletor circular com seção conhecida (S) e com um dispositivo para medir a altura do fluido (ΔH) em função da variação do tempo (ΔT), foi utilizado para a determinação da vazão, através da seguinte expressão:

$$Q = \left(\frac{\Delta H \times A_{\text{coletor}}}{\Delta T} \right) \quad (1.28)$$

onde,

A_{coletor} é a área da seção transversal do coletor [L^2];

ΔH é a altura [L] preenchida no intervalo de tempo ΔT [T], no interior do coletor [L].

1.3. *Análise*

Esta experiência demonstra a utilização de diferentes métodos de medição de vazão, e ilustra os três principais tipos de energia associados ao escoamento de um fluido incompressível, ou seja, energia cinética, energia potencial e energia de pressão. A experiência proposta tem como objetivo a determinação experimental das linhas de energia e piezométrica para um conduto que inclui vários componentes diferentes, tais como tubo Venturi, contração brusca, expansão brusca e orifício, encontrados com frequência na prática de Engenharia Hidráulica.

A linha piezométrica pode ser visualizada e as energias potencial e de pressão medidas diretamente no equipamento, isto é, nos piezômetros instalados em várias seções do conduto. A linha de energia é calculada a partir da linha piezométrica medida, adicionando-se a altura de velocidade. Para tanto, é necessário conhecer a vazão, obtida através da equação (1.16).

Outro fenômeno que pode ser observado é a perda de carga no escoamento ao longo do conduto. Em condutos circulares de seção constante, observa-se uma perda de carga constante longitudinal, comumente designada de perda contínua, devida à existência do atrito entre o fluido e as paredes do conduto, que varia em função da vazão, do diâmetro e características das paredes do conduto e, pode ser calculada a partir da expressão de Darcy-Weisbach:

$$h_p = f \frac{L}{D} \frac{\bar{v}^2}{2g} \quad (1.29)$$

onde,

f é o coeficiente de atrito;

L é o comprimento do conduto [L].

No presente experimento, a presença do tubo Venturi, da contração e expansão brusca na seção transversal e um orifício, acrescenta ao escoamento perdas de carga localizadas que podem ser calculadas utilizando-se as expressões mostradas anteriormente no item 1.1.

No tubo Venturi, a perda de carga pode ser calculada a partir da expressão (1.17),

$$h_{L1-2} = \left[\left(\frac{1}{C_v^2} - 1 \right) \left(1 - \left(\frac{A_2}{A_1} \right)^2 \right) \right] \frac{\bar{v}_2^2}{2g}$$

ou seja, entre as seções mínima e máxima do venturi.

Seguindo, o conduto é composto de uma contração e expansão brusca na seção transversal, onde as perdas entre as seções anterior e posterior podem ser calculadas pelas expressões:

na contração (1.24),

$$h'_{Lc} = k_c \frac{\bar{v}_2^2}{2g}$$

na expansão (1.22),

$$h'_x = \frac{(\bar{v}_1 - \bar{v}_2)^2}{2g}$$

Quando, no conduto, o escoamento atravessa por um orifício, a perda entre as seções anterior e posterior pode ser obtida usando-se a expressão (1.26):

$$h_L = \left(\frac{p_1}{\gamma} + z_1 \right) - \left(\frac{p_2}{\gamma} + z_2 \right)$$

Além das perdas contínuas e localizadas, é importante observar que ao ser alterada a seção do conduto, a velocidade do escoamento muda. Assim, a velocidade do escoamento varia em função da vazão (Q) e da seção transversal do conduto (A). Se a vazão durante o experimento permanece constante apenas a seção sofre variação, a mudança na velocidade do escoamento ocorre apenas em função da variação da seção transversal do conduto.

Desta forma, a velocidade pode ser calculada a partir da expressão da continuidade:

$$Q = A\bar{v} \rightarrow \bar{v} = \frac{Q}{A}$$

No experimento descrito no presente capítulo, ao medir $\frac{p}{\gamma}$ através dos piezômetros instalados nas seções de interesse, tem-se embutido neste valor as perdas de carga contínua e localizadas.

1.4. Resultados

Foram determinadas as linhas piezométrica e de energia e, os resultados obtidos, experimentalmente, podem ser observados nas tabelas 1.1 a 1.4 e nos figuras 1.8 a 1.11.

A seguir, tem-se os cálculos realizados para uma das vazões observadas (tabela 1.3).

Utilizado-se os valores medidos experimentalmente,

$$\Delta T = 12,1 \text{ s} \quad \Delta H = 0,1 \text{ m}$$

que aplicados na equação (1.27), fornecem:

$$Q = \left(\frac{\Delta H \times A_{\text{coletor}}}{\Delta T} \right) = 0,001040 \text{ m}^3/\text{s}$$

A área da seção transversal do conduto (na 4ª coluna da tabela) para um diâmetro igual a $D_{\text{conduto}}=0,0750 \text{ m}$ (na 3ª coluna da tabela) é

$$A_{\text{conduto}} = \frac{\pi \times D^2}{4} = 0,0044 \text{ m}^2$$

Desta forma, pode-se calcular a velocidade média (na 5ª coluna da tabela), na seção reta do conduto, usando a equação da continuidade (1.28):

$$Q = \bar{v}A \rightarrow \bar{v} = \frac{Q}{A} = \frac{0,001040}{0,0044} = 0,235 \text{ m/s}$$

Ainda, para a determinação da linha de energia é necessário, para cada ponto ao longo do conduto onde tem-se a altura piezométrica (na 9ª coluna da tabela), o cálculo da altura total de energia (H) usando-se a equação de Bernoulli (1.9):

$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{\bar{v}^2}{2g}$$

Quando há mudança nas condições do escoamento é necessário observar a mudança da velocidade na seção de interesse. Na seção mínima do Venturi, a velocidade média é,

$$\bar{v} = \frac{Q}{A} = \frac{0,001040}{0,0011} = 0,940 \text{ m/s}$$

Ao longo da seção onde houve uma contração no conduto e o diâmetro passou a ser 0,050 m, a velocidade média do escoamento é,

$$Q = \bar{v}A \rightarrow \bar{v} = \frac{Q}{A} = \frac{0,001040}{0,0020} = 0,529 \text{ m/s}$$

Aplicando-se estes valores à parcela da energia cinética, $\frac{\bar{v}^2}{2g}$, para as várias seções do conduto obtém-se a linha de energia. Para exemplificar o cálculo da altura total de energia, usando-se o piezômetro 1 (na 1ª linha da tabela 1.3), tem-se:

a parcela da energia cinética (na 6ª coluna da tabela),

$$\frac{\bar{v}^2}{2g} = 0,003 \text{ m}$$

a energia de pressão medida experimentalmente (na 2ª coluna da tabela),

$$\frac{p}{\gamma} = 1,463 \text{ m}$$

e, a energia potencial (na 7ª coluna da tabela),

$$z = 1,630 \text{ m}$$

Somando-se as parcelas da energia de pressão e energia potencial, tem-se ao longo do conduto a altura piezométrica (na 9ª coluna da tabela).

$$H_{\text{piezométrica}} = 3,093 \text{ m}$$

Acrescentando a parcela da energia cinética, obtém-se a altura total de energia no piezômetro 1 (na 10ª coluna da tabela),

$$H = 3,095 \text{ m}$$

Consequentemente, considerando-se as demais seções de interesse, tem-se ao longo do conduto as linhas piezométrica e de energia.

Ainda, nas tabelas podem ser observadas as vazões obtidas utilizando-se as expressões 1.16 (medidor Venturi) e 1.27 (Orifício). No exemplo da tabela 1.3 observa-se que a vazão utilizando-se a expressão do Orifício é mais próxima da vazão medida com o coletor do que utilizando-se a expressão do Venturi. Tanto a expressão utilizada no medidor Venturi como no Orifício consideram um parâmetro de correção na velocidade, devido aos efeitos de atrito, calculados em relação às características geométricas do conduto. Assim, este resultado é coerente com o esperado pelo fato que a expressão do Orifício considera pressões medidas em seções bem definidas (D_1) e (D_o) e o Venturi considera as pressões medidas nas seções (1) e (2) onde, a deflexão angular tem influência significativa na construção do Venturi.

Os resultados para os demais piezômetros instalados ao longo do conduto podem ser observados na tabela 1.3. Para outras vazões, os resultados obtidos estão nas tabelas 1.1, 1.2 e 1.4, seguindo o mesmo procedimento de cálculo. Os resultados podem ser visualizados nas figuras 1.8 a 1.11 e o equipamento pode ser visualizado nas fotos do APÊNDICE B.

No APÊNDICE A, encontra-se uma sugestão de sequência de aula prática em laboratório, utilizando-se o equipamento do presente experimento.

Os resultados obtidos experimentalmente foram os esperados a partir da teoria da conservação de massa, utilizando-se a equação de Bernoulli para o cálculo da altura total de energia (H). Alguns possíveis erros na coleta dos dados podem ter ocorrido devido à possibilidade de ter havido mudança na pressão de alimentação do sistema durante a realização dos testes.

Resultados para Q = 0,0010005 m³/s

Piezom. (1)	p/γ (m) (2)	D _{cond} (m) (3)	A _{cond} (m²) (4)	$\bar{v}$ (m/s) (5)	$\bar{v}^2/2g$ (m) (6)	z (m) (7)	x (m) (8)	HP (m) (9)	H (m) (10)
P1	1.533	0,075	0,004	0,228	0,003	1,630	1,670	3,163	3,165
P2	1.439	0,038	0,001	0,910	0,042	1,649	1,780	3,069	3,130
P3	1.477	0,075	0,004	0,228	0,003	1,630	1,940	3,107	3,109
P4	1.467	0,075	0,004	0,228	0,003	1,630	2,220	3,097	3,100
P5	1.466	0,075	0,004	0,228	0,003	1,630	2,410	3,096	3,099
P6	1.451	0,075	0,004	0,228	0,003	1,630	2,760	3,081	3,084
P7	1.427	0,050	0,002	0,512	0,013	1,643	2,970	3,057	3,083
P8	1.426	0,050	0,002	0,512	0,013	1,643	3,470	3,056	3,082
P9	1.425	0,050	0,002	0,512	0,013	1,643	3,970	3,055	3,081
P10	1.440	0,075	0,004	0,228	0,003	1,630	4,180	3,070	3,073
P11	1.439	0,075	0,004	0,228	0,003	1,630	4,280	3,069	3,072
P12	1.438	0,075	0,004	0,228	0,003	1,630	5,730	3,068	3,071
P13	1.437	0,075	0,004	0,228	0,003	1,630	5,830	3,067	3,070
P14	1.436	0,075	0,004	0,228	0,003	1,630	5,930	3,066	3,069
P15	0.874	0,025	0,000	2,048	0,214	1,630	6,030	2,504	2,718
P16	0.894	0,030	0,001	1,422	0,103	1,630	6,130	2,524	2,627
P17	0.949	0,040	0,001	0,800	0,033	1,630	6,230	2,579	2,612
P18	0.956	0,050	0,002	0,512	0,013	1,630	6,330	2,586	2,599
P19	0.959	0,075	0,004	0,228	0,003	1,630	6,430	2,589	2,592

Venturi Q =	0,00124 m³/s	+23,9%
Orifício Q =	0,00098 m³/s	- 2,09%

Tabela 1.1 - conservação de massa

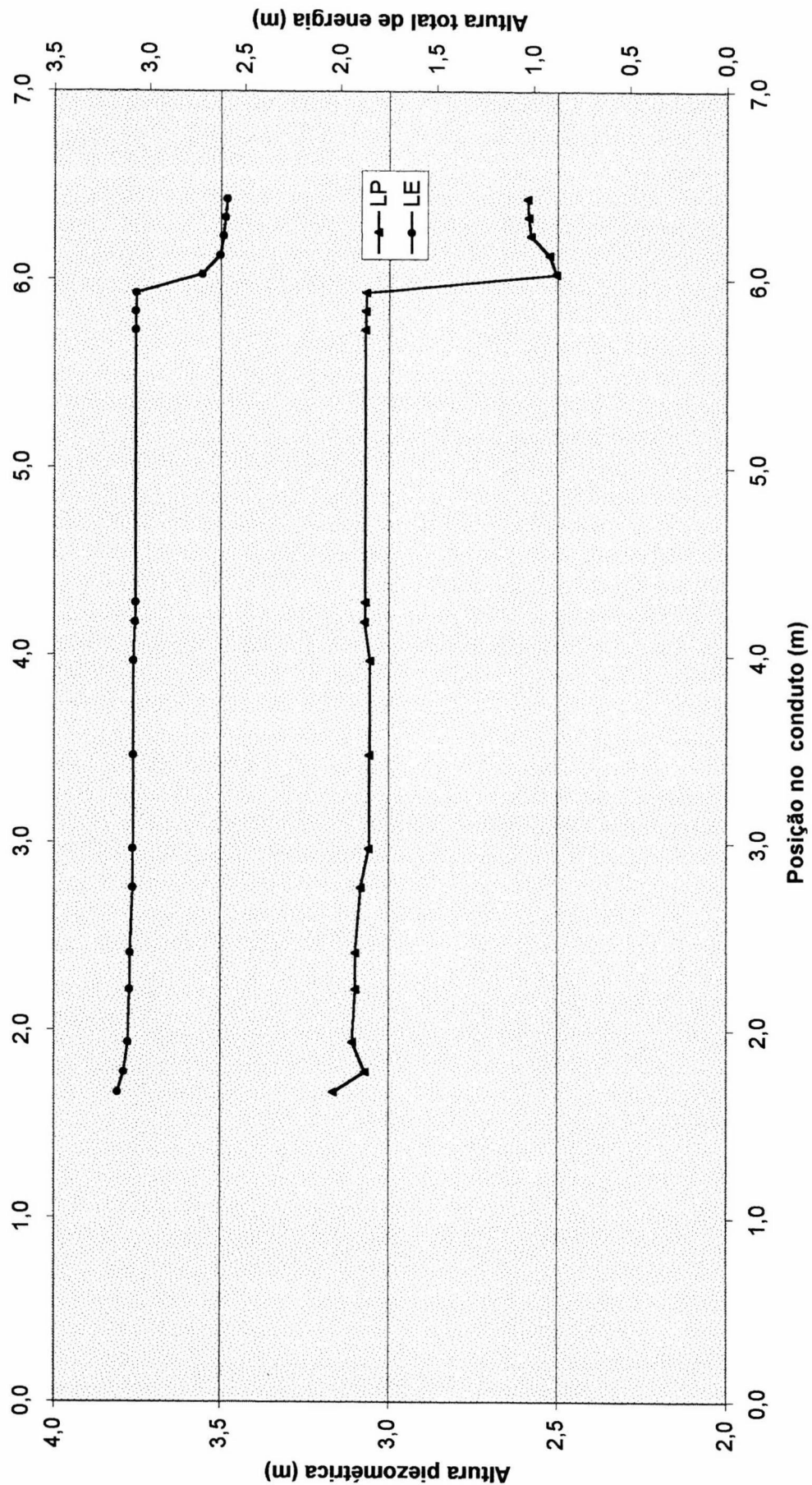


Figura 1.8
Linhas piezométrica e de energia

Resultados para Q = 0,001030 m³/s

Piezom. (1)	p/γ (m) (2)	D _{cond} (m) (3)	A _{cond} (m²) (4)	$\bar{v}$ (m/s) (5)	$\bar{v}^2/2g$ (m) (6)	z (m) (7)	x (m) (8)	HP (m) (9)	H (m) (10)
P1	1,518	0,075	0,004	0,233	0,003	1,630	1,670	3,148	3,151
P2	1,432	0,038	0,001	0,933	0,044	1,649	1,780	3,062	3,125
P3	1,462	0,075	0,004	0,233	0,003	1,630	1,940	3,092	3,094
P4	1,460	0,075	0,004	0,233	0,003	1,630	2,220	3,090	3,093
P5	1,459	0,075	0,004	0,233	0,003	1,630	2,410	3,089	3,092
P6	1,434	0,075	0,004	0,233	0,003	1,630	2,760	3,064	3,067
P7	1,408	0,050	0,002	0,525	0,014	1,643	2,970	3,038	3,065
P8	1,404	0,050	0,002	0,525	0,014	1,643	3,470	3,034	3,061
P9	1,404	0,050	0,002	0,525	0,014	1,643	3,970	3,034	3,060
P10	1,427	0,075	0,004	0,233	0,003	1,630	4,180	3,057	3,060
P11	1,425	0,075	0,004	0,233	0,003	1,630	4,280	3,055	3,058
P12	1,424	0,075	0,004	0,233	0,003	1,630	5,730	3,054	3,057
P13	1,423	0,075	0,004	0,233	0,003	1,630	5,830	3,053	3,056
P14	1,422	0,075	0,004	0,233	0,003	1,630	5,930	3,052	3,055
P15	0,854	0,025	0,000	2,098	0,224	1,630	6,030	2,484	2,708
P16	0,874	0,030	0,001	1,457	0,108	1,630	6,130	2,504	2,612
P17	0,929	0,040	0,001	0,820	0,034	1,630	6,230	2,559	2,593
P18	0,936	0,050	0,002	0,525	0,014	1,630	6,330	2,566	2,580
P19	0,939	0,075	0,004	0,233	0,003	1,630	6,430	2,569	2,572

Venturi Q =	0,00125 m³/s	+ 21,4%
Orifício Q =	0,00099 m³/s	- 4,04%

Tabela 1.2 - conservação de massa

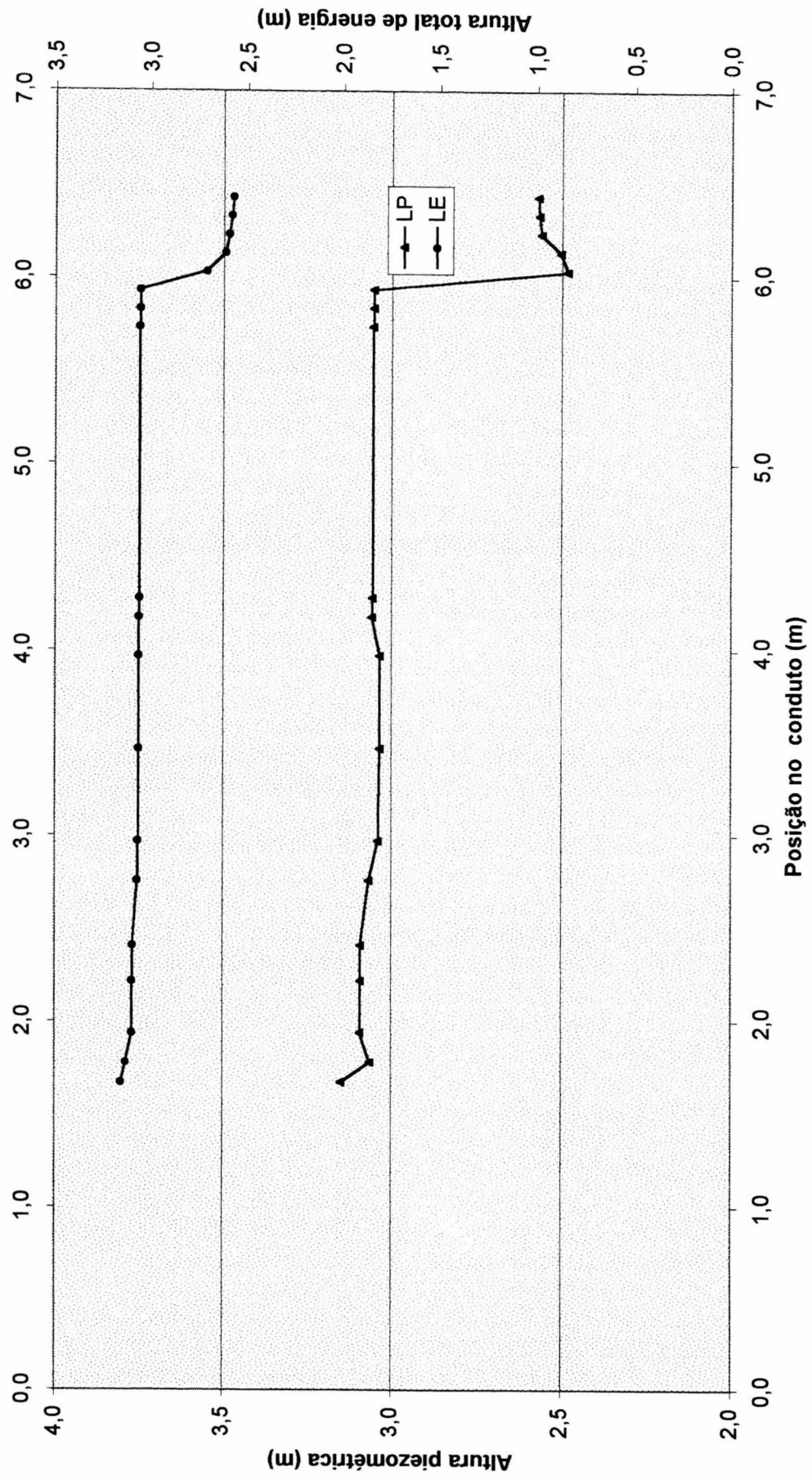


Figura 1.9
Linhas piezométrica e de energia

Resultados para $Q = 0,001040 \text{ m}^3/\text{s}$									
Piezom. (1)	$p/\gamma \text{ (m)}$ (2)	$D_{\text{cond}} \text{ (m)}$ (3)	$A_{\text{cond}} \text{ (m}^2\text{)}$ (4)	$\bar{v} \text{ (m/s)}$ (5)	$\bar{v}^2/2g \text{ (m)}$ (6)	$z \text{ (m)}$ (7)	$x \text{ (m)}$ (8)	HP (m) (9)	H (m) (10)
P1	1,463	0,075	0,004	0,235	0,003	1,630	1,670	3,093	3,095
P2	1,379	0,038	0,001	0,940	0,045	1,649	1,780	3,009	3,073
P3	1,409	0,075	0,004	0,235	0,003	1,630	1,940	3,039	3,041
P4	1,407	0,075	0,004	0,235	0,003	1,630	2,220	3,037	3,040
P5	1,402	0,075	0,004	0,235	0,003	1,630	2,410	3,032	3,035
P6	1,384	0,075	0,004	0,235	0,003	1,630	2,760	3,014	3,017
P7	1,360	0,050	0,002	0,529	0,014	1,643	2,970	2,990	3,017
P8	1,358	0,050	0,002	0,529	0,014	1,643	3,470	2,988	3,015
P9	1,355	0,050	0,002	0,529	0,014	1,643	3,970	2,985	3,012
P10	1,376	0,075	0,004	0,235	0,003	1,630	4,180	3,006	3,009
P11	1,374	0,075	0,004	0,235	0,003	1,630	4,280	3,004	3,007
P12	1,373	0,075	0,004	0,235	0,003	1,630	5,730	3,003	3,006
P13	1,372	0,075	0,004	0,235	0,003	1,630	5,830	3,002	3,005
P14	1,371	0,075	0,004	0,235	0,003	1,630	5,930	3,001	3,004
P15	0,787	0,025	0,000	2,116	0,228	1,630	6,030	2,417	2,645
P16	0,807	0,030	0,001	1,469	0,110	1,630	6,130	2,437	2,547
P17	0,862	0,040	0,001	0,826	0,035	1,630	6,230	2,492	2,527
P18	0,869	0,050	0,002	0,529	0,014	1,630	6,330	2,499	2,513
P19	0,872	0,075	0,004	0,235	0,003	1,630	6,430	2,502	2,505

Venturi $Q =$	0,00124 m^3/s	+ 19,23%
Orificio $Q =$	0,00100 m^3/s	- 4,00%

Tabela 1.3 - conservação de massa

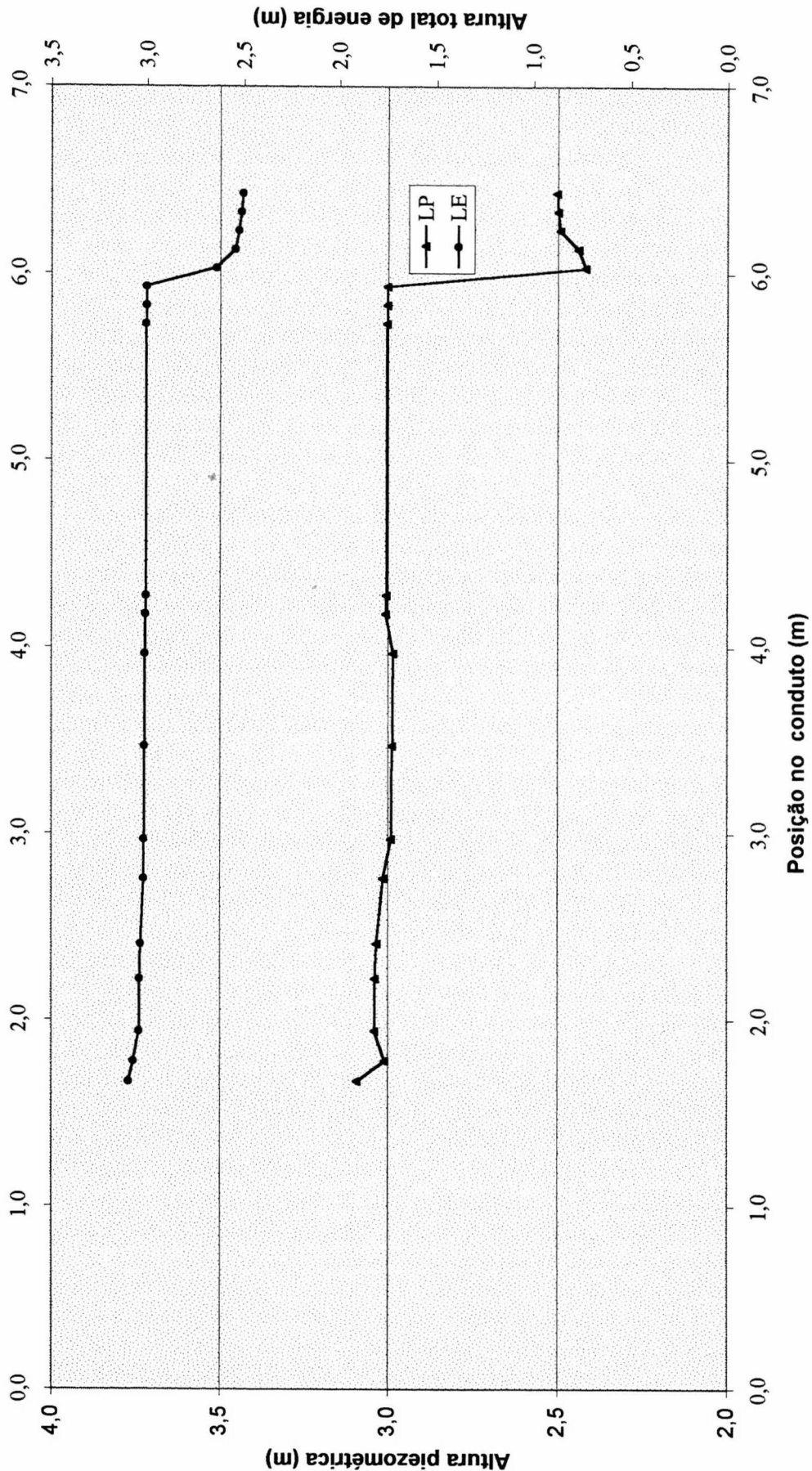


Figura 1.10
Linhas piezométrica e de energia

Resultados para Q = 0,001047 m³/s

Piezom. (1)	p/γ (m) (2)	D _{cond} (m) (3)	A _{cond} (m²) (4)	$\bar{v}$ (m/s) (5)	$\bar{v}^2/2g$ (m) (6)	z (m) (7)	x (m) (8)	HP (m) (9)	H (m) (10)
P1	1,386	0,075	0,004	0,237	0,003	1,630	1,670	3,016	3,019
P2	1,297	0,038	0,001	0,948	0,046	1,649	1,780	2,927	2,992
P3	1,332	0,075	0,004	0,237	0,003	1,630	1,940	2,962	2,965
P4	1,331	0,075	0,004	0,237	0,003	1,630	2,220	2,961	2,964
P5	1,330	0,075	0,004	0,237	0,003	1,630	2,410	2,960	2,963
P6	1,325	0,075	0,004	0,237	0,003	1,630	2,760	2,955	2,958
P7	1,299	0,050	0,002	0,533	0,014	1,643	2,970	2,929	2,956
P8	1,298	0,050	0,002	0,533	0,014	1,643	3,470	2,928	2,955
P9	1,290	0,050	0,002	0,533	0,014	1,643	3,970	2,920	2,947
P10	1,304	0,075	0,004	0,237	0,003	1,630	4,180	2,934	2,937
P11	1,302	0,075	0,004	0,237	0,003	1,630	4,280	2,932	2,935
P12	1,301	0,075	0,004	0,237	0,003	1,630	5,730	2,931	2,934
P13	1,300	0,075	0,004	0,237	0,003	1,630	5,830	2,930	2,933
P14	1,299	0,075	0,004	0,237	0,003	1,630	5,930	2,929	2,932
P15	0,680	0,025	0,000	2,133	0,232	1,630	6,030	2,310	2,542
P16	0,700	0,030	0,001	1,481	0,112	1,630	6,130	2,330	2,442
P17	0,755	0,040	0,001	0,833	0,035	1,630	6,230	2,385	2,420
P18	0,762	0,050	0,002	0,533	0,014	1,630	6,330	2,392	2,406
P19	0,765	0,075	0,004	0,237	0,003	1,630	6,430	2,395	2,398

Venturi Q =	0,00129 m³/s	+ 23,2%
Orifício Q =	0,00103 m³/s	- 1,65%

Tabela 1.4 - conservação de massa

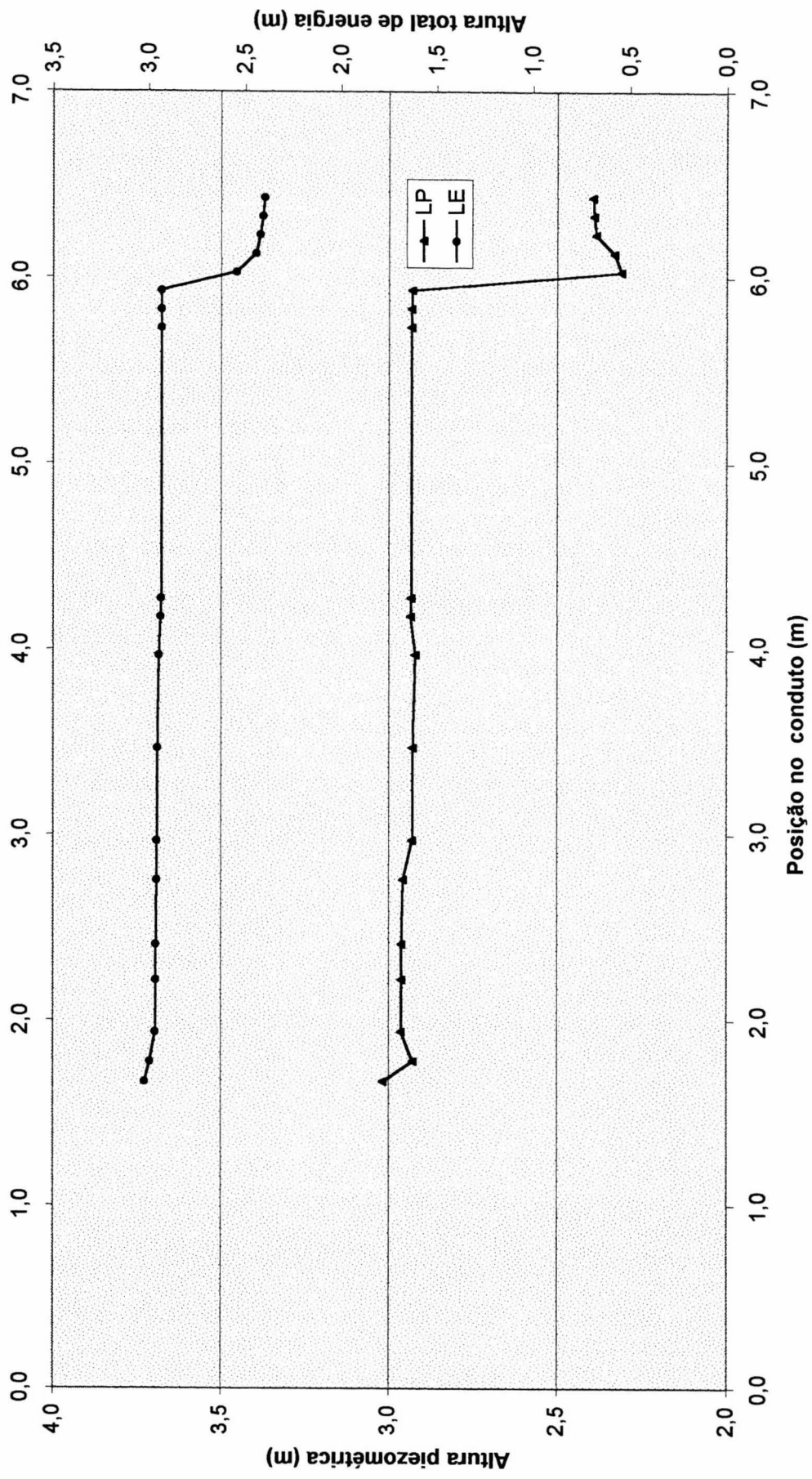


Figura 1.11
Linhas piezométrica e de energia

Capítulo II

Quantidade de movimento

2. Introdução

O experimento descrito no presente capítulo ilustra o princípio da conservação da quantidade de movimento e sua aplicação para a determinação de forças resultantes de mudanças de direção no escoamento. O equipamento utilizado pode ser observado na figura 2.1:

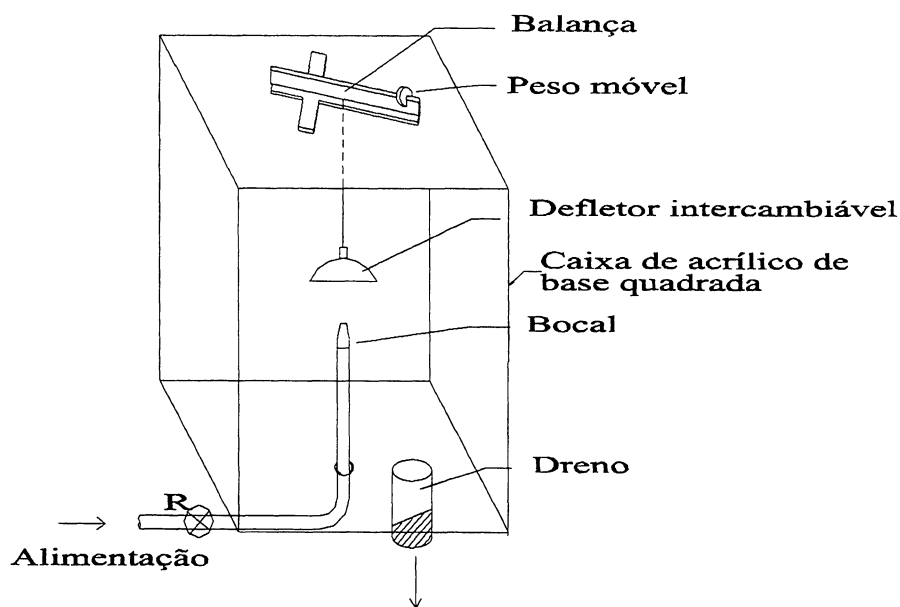


Figura 2.1

- Representação esquemática do equipamento -

(Leutheusser, 1997)

2.1. Revisão da literatura

O princípio da quantidade de movimento para o meio fluido é basicamente o mesmo estudado em mecânica dos sólidos (Beer e Johnston, 1980):

Se a força resultante que atua sobre um ponto material não é zero, este terá uma aceleração proporcional à intensidade da resultante e na direção desta. Esta lei pode ser expressa como

$$F = ma \quad (2.1)$$

onde F , m e a representam, respectivamente, a força resultante que atua sobre a partícula, sua massa e sua aceleração, expressas em um sistema de unidades coerente.

Entretanto, esse princípio em mecânica dos sólidos é desenvolvido para corpos finitos submetidos a ações locais em um período de tempo finito. Em mecânica dos fluidos analisa-se um fluxo contínuo de partículas fluidas. Assim, a quantidade de movimento de uma partícula fluida é representada por um vetor de mesma direção e sentido da velocidade e com intensidade igual ao produto da massa da partícula pelo módulo da velocidade.

$$\vec{M} = m\vec{v} \quad (2.2)$$

Desta forma, a quantidade de movimento de uma parcela finita de fluido contida em um volume determinado (volume de controle) é o vetor resultante, em um instante considerado, da quantidade de movimento de todas as partículas desse volume.

Se considerarmos um volume finito do escoamento delimitado pelas seções transversais A_0 e A de um tubo de corrente como mostra a figura 2.2, a quantidade de movimento da parcela fluida contida nesse tubo varia no decorrer do tempo devido a duas causas distintas (Feghali, 1974):

- Primeiro, o movimento das partículas que atravessam a seção A_0 aumenta a quantidade de movimento do volume finito de escoamento, enquanto as que atravessam a seção A subtraem quantidade de movimento. Essa alteração denomina-se variação convectiva da quantidade de movimento.
- Segundo, as partículas elementares que compõem o volume finito de escoamento podem sofrer variação no decorrer do tempo em sua massa específica, γ , e na velocidade, v , alterando a quantidade de movimento do volume delimitado. Essa modificação é a variação local da quantidade de movimento.

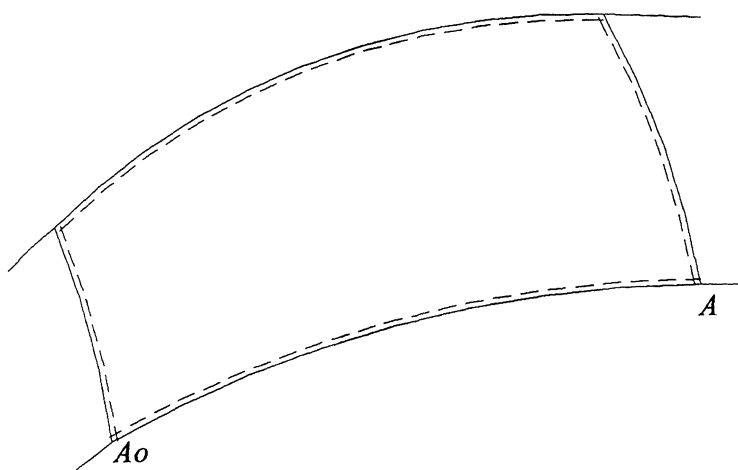


Figura 2.2

- Representação esquemática de um volume de controle -

Assim, a variação total da quantidade de movimento de uma parcela fluida, em um intervalo de tempo, é a soma das variações locais e convectivas nesse intervalo. Entretanto, no movimento permanente, a massa e a velocidade não se alteram em cada ponto, e a variação local é nula, restando somente a variação convectiva da quantidade de movimento. As forças e acelerações resultantes são analisadas a partir de um balanço global, não sendo considerados os detalhes do processo de escoamento e nem a mecânica interna do escoamento.

Em alguns casos, a aplicação do princípio da quantidade de movimento possibilita a solução de problemas que não poderiam ser resolvidos apenas pela aplicação do princípio da continuidade e da conservação da energia, como, por exemplo, a determinação da força exercida em: curvas em condutos, expansões e contrações, estruturas em escoamentos abertos, ressalto hidráulico, onda estacionária oblíqua, onda de choque ortogonal e oblíquo, propulsão a jato, lâminas e defletores.

Assim, o princípio da quantidade de movimento é de particular importância em situações de escoamento que envolvem a determinação de forças. Tais forças ocorrem sempre que é alterada a magnitude ou a direção da velocidade do escoamento. Pela lei de ação e reação, uma força igual e em sentido oposto é aplicada pelo fluido no corpo que produz a

mudança. O princípio da quantidade de movimento é derivado da segunda Lei de Newton e pode ser expresso na seguinte forma (Daily e Harleman, 1966):

O vetor $\vec{F}$, soma de forças externas que agem em uma massa de fluido, é igual à taxa de variação no tempo do vetor quantidade de movimento linear $\vec{M}$ da massa fluida.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{M}}{dt} \quad (2.3)$$

2.1.1. Forças atuantes em um sistema

As forças externas que agem sobre um sistema são (Daily e Halerman, 1966):

(a) forças de contorno ou superfície, que incluem:

- as que agem na direção normal às superfícies de controle e que podem ser medidas em termos de intensidade da pressão em sistemas de fluidos, $\vec{F}_p$.
- as que agem paralelamente às superfícies de controle e que podem ser medidas em termos de tensões tangenciais, $\vec{F}_s$.

(b) forças de massa ou de campo tais como aquelas devidas a campos magnéticos ou gravitacionais, $\vec{F}_b$.

Se usarmos $\vec{F}_p$, $\vec{F}_s$ e $\vec{F}_b$ e, ainda, escrevermos a força de massa por unidade de massa, a equação 2.3 torna-se:

$$\vec{F}_p + \vec{F}_s + \vec{F}_b = \frac{d\vec{M}}{dt}$$

ou

$$\vec{F}_p + \vec{F}_s + \int_{cv} \vec{F}_b (\rho dV) = \frac{d\vec{M}}{dt} \quad (2.4)$$

A equação 2.4 é válida para um volume de controle fixado em um sistema de referência inercial ou um volume de controle movendo-se com velocidade uniforme U relativamente a um sistema de referência inercial como mostra a figura 2.3:

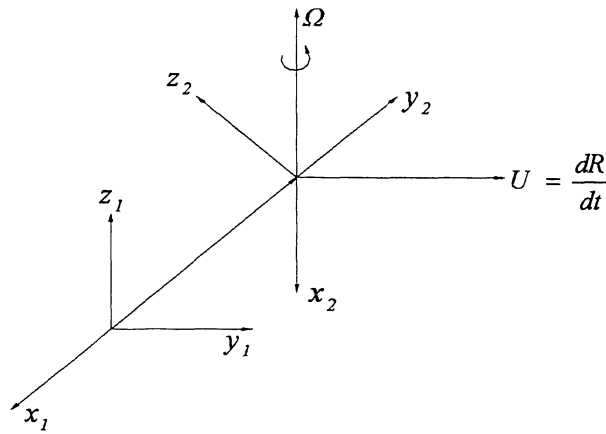


Figura 2.3

- Sistema de referência inercial -
(Daily e Halerman, 1966)

2.1.2. Volume de controle generalizado

A equação geral da quantidade de movimento pode ser aplicada, em relação a um volume de controle generalizado (figura 1.2), observando-se os seguintes aspectos (Daily e Halerman, 1966):

- (1) Em um volume de controle inercial, onde a massa de fluido no volume de controle em um instante t (figura 1.2) ocupará o volume definido pela linha tracejada no instante $t + dt$ (figura 1.2); isto é, há um fluxo de quantidade de movimento, como também de massa entrando em (1) e saindo em (2). O fluxo da quantidade de movimento através de uma área $d\vec{A}$ será igual à velocidade local, $\vec{q}$, multiplicada pelo fluxo de massa, $\rho(\vec{q} \cdot d\vec{A})$ ou $\vec{q} \rho(\vec{q} \cdot d\vec{A})$. A taxa total de variação da quantidade de movimento será igual ao fluxo que atravessa os limites do volume de controle mais o acréscimo de quantidade de movimento no volume de controle. Portanto, para um volume de controle inercial a equação 2.4 pode ser escrita:

$$\vec{F}_p + \vec{F}_s + \vec{F}_b = - \oint_{CS} \vec{q} \rho(\vec{q} \cdot d\vec{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} (\vec{q} \rho dV) \quad (2.5a)$$

Para escoamento permanente e forças de massa negligenciáveis, obtém-se:

$$\vec{F}_p + \vec{F}_s = - \oint_{CS} \vec{q} \rho (\vec{q} \cdot d\vec{A}) \quad (2.5b)$$

(2) Em um volume de controle não inercial, isto é, que se encontra fixado relativamente ao sistema de referência móvel, a taxa de variação da quantidade de movimento é calculada em relação ao sistema de referência móvel e à equação 2.5a são adicionadas forças externas, resultando:

$$\begin{aligned} \vec{F}_p + \vec{F}_s + \vec{F}_b - \int_{VC} \left[\frac{d^2 \vec{R}}{dt^2} + 2\vec{\Omega} \times \vec{q}_2 + \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}) + \frac{d\vec{\Omega}}{dt} \times \vec{r} \right] (\rho dV) = \\ - \oint_{CS} \vec{q}_2 \rho (\vec{q}_2 \cdot d\vec{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} (\vec{q}_2 \rho dV) \end{aligned} \quad (2.6)$$

onde,

$\frac{d^2 \vec{R}}{dt^2}$ a aceleração da origem de um sistema de referência móvel relativamente ao sistema fixo $[L/T^2]$;

$\vec{\Omega}$ é a velocidade de rotação de um sistema móvel relativamente ao fixo $[L/T]$;

$\vec{r}$ o vetor posição da massa num movimento curvilíneo arbitrário $[L]$.

Assim, se o sistema de referência só possuir movimento de translação com velocidade constante, a equação 2.6 reduz-se à equação 2.5a.

Pode-se escrever um conjunto de equações para um volume de controle inercial em relação a um sistema generalizado a partir da equação 2.5a:

$$\begin{aligned} F_{px} + F_{sx} + F_{bx} &= - \oint_{CS} u \rho (\vec{q} \cdot d\vec{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} (u \rho dV) \\ F_{py} + F_{sy} + F_{by} &= - \oint_{CS} v \rho (\vec{q} \cdot d\vec{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} (v \rho dV) \\ F_{pz} + F_{sz} + F_{bz} &= - \oint_{CS} w \rho (\vec{q} \cdot d\vec{A}) + \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} (w \rho dV) \end{aligned} \quad (2.7a)$$

onde u , v e w são as componentes de $\vec{q}$ nas direções x , y e z .

2.1.3. Volume de controle coincidente com o contorno sólido

As equações 2.7a podem ser reduzidas em aplicações específicas, como ilustra a figura 2.4, onde, os contornos do volume de controle são tomados coincidentes com o contorno sólido e normais às linhas de corrente em (1) e (2).

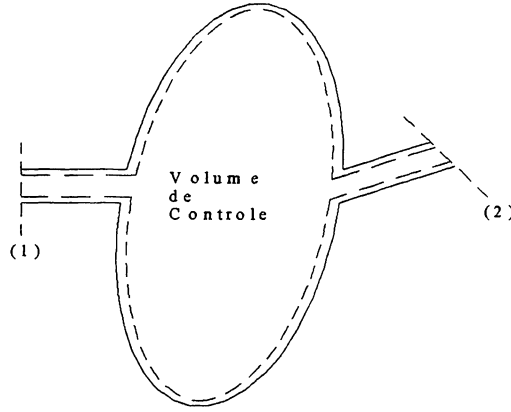


Figura 2.4

- Volume de controle com entrada e saída bem definidas -

Para este caso, o fluxo líquido da quantidade de movimento é igual à diferença entre aquele que deixa o volume de controle em (2) e o que entra em (1). Portanto, as equações 2.7a podem ser escritas da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 F_{px} + F_{sx} + F_{bx} &= \int_{(2)} u \rho dQ - \int_{(1)} u \rho dQ + \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} (u \rho dV) \\
 F_{py} + F_{sy} + F_{by} &= \int_{(2)} v \rho dQ - \int_{(1)} v \rho dQ + \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} (v \rho dV) \\
 F_{pz} + F_{sz} + F_{bz} &= \int_{(2)} w \rho dQ - \int_{(1)} w \rho dQ + \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} (w \rho dV)
 \end{aligned} \tag{2.7b}$$

Entretanto, pode-se fazer mais uma simplificação considerando as equações para escoamento unidimensional permanente. Ainda que as variações da velocidade e da densidade sejam consideradas importantes, há situações em que estas variações são pequenas e podem ser negligenciadas e consideradas constantes ao longo da seção transversal, caracterizando

assim, a hipótese de fluxo unidimensional. Utilizando uma velocidade média pode-se escrever a equação da quantidade de movimento por unidade de massa da seguinte forma:

$$\begin{aligned} F_{px} + F_{sx} + F_{bx} &= (u\rho Q)_2 - (u\rho Q)_1 \\ F_{py} + F_{sy} + F_{by} &= (v\rho Q)_2 - (v\rho Q)_1 \\ F_{pz} + F_{sz} + F_{bz} &= (w\rho Q)_2 - (w\rho Q)_1 \end{aligned} \quad (2.7c)$$

Ao aplicar as equações 2.7c, usa-se valores médios para ρ e v , o que é uma boa aproximação para ρ mas não para v . O fluxo médio verdadeiro da quantidade de movimento é

$$\begin{aligned} \int \bar{q}\rho(\bar{q} \cdot d\vec{A}) &= K_m \bar{v}(\rho v A) \\ \int \bar{q}\rho dQ &= K_m \bar{v}\rho Q \end{aligned}$$

onde, K_m é um coeficiente de correção referente ao fluxo da quantidade de movimento ≥ 1 .

O perfil de velocidades, em escoamento laminar unidimensional, descreve uma parábola e o valor de K_m é obtido como segue:

$$\int \bar{q}\rho dQ = K_m \bar{v}\rho Q \rightarrow K_m = \frac{\int v^2 dA}{\bar{v}^2 A}$$

substituindo v pela equação que descreve a distribuição parabólica (equação 3.12), desenvolvendo e integrando obtém-se:

$$K_m = 1,33.$$

As equações 2.7c podem ser escritas da seguinte forma:

$$\begin{aligned} F_{px} + F_{sx} + F_{bx} &= (K_m \bar{u}\rho Q)_2 - (K_m \bar{u}\rho Q)_1 \\ F_{py} + F_{sy} + F_{by} &= (K_m \bar{v}\rho Q)_2 - (K_m \bar{v}\rho Q)_1 \\ F_{pz} + F_{sz} + F_{bz} &= (K_m \bar{w}\rho Q)_2 - (K_m \bar{w}\rho Q)_1 \end{aligned} \quad (2.8)$$

os valores de K_m em tubos de seção circular são (Daily e Harleman, 1966):

- fluxo laminar: $K_m = 1,33$;
- fluxo turbulento: $K_m = 1,03$ a $1,04$.

2.1.4. Tubo de corrente

De forma mais simplificada, pode-se chegar à equação da quantidade de movimento observando-se uma parcela do escoamento, isto é, um tubo de corrente como representado na figura 2.5. Considerando-se um escoamento permanente do elemento de fluido passando na seção 1 e atingindo a seção 2 em um intervalo de tempo Δt .

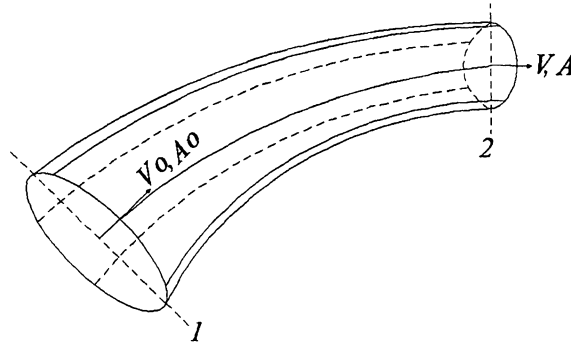


Figura 2.5

- Tubo de corrente para equação do fluxo da quantidade de movimento -
(Albertson, Barton e Simons, 1960)

A seção frontal do elemento que passa na seção 1 no início do intervalo de tempo, Δt , e atinge a seção 2 ao final deste, possuirá uma massa, M , igual ao produto do volume do elemento pela sua densidade, ρ . O volume em movimento é o produto da vazão, Q , pelo intervalo de tempo, Δt . Assim, a massa de fluido pode ser expressa através da seguinte equação:

$$M = \rho Q \Delta t \quad (2.9)$$

onde $Q = \bar{v} A$.

Visto que a aceleração é a mudança na velocidade, Δv , durante um intervalo de tempo, Δt , a equação de Newton $\sum F_y = Ma$ torna-se (Albertson, Barton e Simons, 1960):

$$\sum F_y = \rho Q \Delta t \frac{\Delta \bar{v}}{\Delta t}$$

que simplificando, fica

$$\sum F_y = \rho Q \Delta \bar{v} = \rho Q (\bar{v}_2 - \bar{v}_1) = \rho Q \bar{v}_2 - \rho Q \bar{v}_1 \quad (2.10)$$

Desta forma, um sistema de forças agindo sobre o escoamento é expresso analiticamente pela equação 2.10, que é a equação da quantidade de movimento normalmente utilizada por estudantes de Mecânica dos Fluidos.

No caso bidimensional em um tubo de corrente,

$$F_x \vec{i} + F_y \vec{j} = \rho A_1 \vec{q}_1 (\vec{q}_1 \cdot \vec{n}) + \rho A_2 \vec{q}_2 (\vec{q}_2 \cdot \vec{n}) \quad (2.11a)$$

onde os sub-índices 1 e 2 denotam a entrada e saída do tubo de corrente, respectivamente. No produto escalar $(\vec{q} \cdot \vec{n})$, o vetor normal é perpendicular à área de escoamento A , e aponta para fora do volume de controle. Assim,

$$(\vec{q}_1 \cdot \vec{n}) A_1 = -\bar{v}_1 A_1 \quad (\vec{q}_2 \cdot \vec{n}) A_2 = +\bar{v}_2 A_2$$

Desta forma, a equação 2.11a torna-se

$$F_x \vec{i} + F_y \vec{j} = \rho Q (\bar{v}_2 \vec{i} + \bar{v}_2 \vec{j}) - \rho Q (\bar{v}_1 \vec{i} + \bar{v}_1 \vec{j}) \quad (2.11b)$$

Finalmente,

$$\begin{aligned} F_x &= \rho Q (\bar{u}_2 - \bar{u}_1) \\ F_y &= \rho Q (\bar{v}_2 - \bar{v}_1) \end{aligned} \quad (2.12)$$

A equação 2.10 foi derivada para a direção x podendo ser aplicada similarmente para as direções coordenadas seguintes a fim de se determinar a força total. Assim, obtém-se

$$\begin{aligned} \sum F_x &= \rho Q \Delta \bar{u} = \rho Q (\bar{u}_2 - \bar{u}_{x1}) = \rho Q \bar{u}_2 - \rho Q \bar{u}_1 \\ \sum F_y &= \rho Q \Delta \bar{v} = \rho Q (\bar{v}_2 - \bar{v}_1) = \rho Q \bar{v}_2 - \rho Q \bar{v}_1 \\ \sum F_z &= \rho Q \Delta \bar{w} = \rho Q (\bar{w}_2 - \bar{w}_1) = \rho Q \bar{w}_2 - \rho Q \bar{w}_1 \end{aligned} \quad (2.13)$$

As forças $\sum F_x$, $\sum F_y$ e $\sum F_z$ agem sobre o fluido, acelerando-o e mudando o fluxo de quantidade de movimento do escoamento nas três direções coordenadas correspondentes. As equações 2.13 expressam as forças envolvidas, contanto que a distribuição de velocidades, nas seções 1 e 2, seja uniforme.

Em síntese, a aplicação do Princípio da Quantidade de Movimento pode ser feita considerando-se um volume de controle. A vantagem da aplicação desse princípio usando o volume de controle, é que se torna suficiente conhecer os dados à entrada e à saída do volume de controle, não sendo necessário o conhecimento dos detalhes do escoamento dentro do volume de controle, desde que o escoamento seja permanente. Deve-se, ainda, enfatizar que a correta aplicação do princípio depende muito da escolha do volume de controle, que deverá possuir linhas de corrente essencialmente retas e paralelas na entrada e na saída.

É importante, também, ressaltar que o equipamento que mede a quantidade de movimento, objeto de estudo neste capítulo e montado em laboratório, foi concebido pelo professor Hans J. Leutheusser da University of Toronto em sua estadia no CEHPAR (Centro de Hidráulica e Hidrologia Prof. Parigot de Souza), no período de setembro a dezembro de 1997, como pesquisador visitante financiado pelo CnPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico).

2.2. Descrição do equipamento

O equipamento, esquematizado na figura 2.1, consiste em um conduto circular com diâmetro de 5,5 mm, que possui um bocal de saída de 5,0 mm; um defletor intercambiável, plano ou curvo, com diâmetro de 50 mm fixado à extremidade de uma barra rígida conectada a uma balança com peso móvel; um coletor para determinar o fluxo volumétrico; e um conduto de alimentação do escoamento do fluido, com regulação de vazão.

O fluxo de água no conduto atravessa o bocal, formando um jato de água que atinge o defletor, acionando a balança, através da qual se pode determinar a força exercida pelo jato sobre o defletor.

Quanto ao material utilizado nesse equipamento, tem-se o seguinte:

- o conduto é de pvc;
- o bocal foi feito de cobre;
- os defletores, plano e curvo, são de acrílico;
- a barra que liga o defletor à balança é de acrílico;
- o coletor é de acrílico;
- a balança é de acrílico;
- a massa **M** é de cobre;
- e a massa **m** é de latão.

Para que o uso do equipamento seja adequado, faz-se necessário mencionar alguns aspectos em relação às condições desejáveis para os testes experimentais:

- Antes de usar o equipamento é necessário lubrificar as ligações da balança.
Durante os testes foi utilizado o lubrificante WD-40®;
- Acertar o jato para que seja lançado bem no centro do defletor;
- A vazão de entrada deve ser o mais estável possível. Caso esta não esteja estável, a balança acoplada ao equipamento oscila tornando inviável uma leitura com razoável nível de precisão.

2.3. Análise

A experiência proposta em laboratório ilustra o Princípio da Conservação da Quantidade de Movimento, permitindo determinar a força resultante da mudança na direção do escoamento. Quando o jato de água atinge o defletor, a barra acoplada a este aciona a

balança, na qual deve-se deslocar o peso móvel de uma distância Δx para retornar o braço da balança à posição horizontal inicial. Uma representação esquemática da experiência pode ser observada na figura 2.1. Assim, pode-se obter independentemente os termos à esquerda e à direita do sinal de igualdade na equação da quantidade de movimento (2.8).

Considerando o volume de controle no presente experimento como esquematizado na figura 2.6

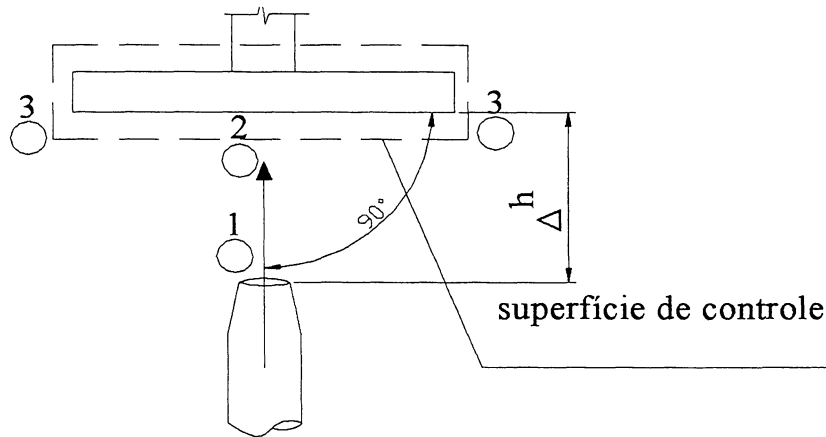


Figura 2.6

- Representação esquemática da superfície de controle para o defletor plano -

O conjunto de equações 2.8, que expressam a quantidade de movimento, repetidas a seguir

$$F_{px} + F_{sx} + F_{bx} = (K_m \bar{u}\rho Q)_2 - (K_m \bar{u}\rho Q)_1$$

$$F_{py} + F_{sy} + F_{by} = (K_m \bar{v}\rho Q)_2 - (K_m \bar{v}\rho Q)_1$$

$$F_{pz} + F_{sz} + F_{bz} = (K_m \bar{w}\rho Q)_2 - (K_m \bar{w}\rho Q)_1$$

podem ser simplificadas no presente experimento, no qual, verifica-se que:

- o fluido exerce força sobre o defletor plano apenas na direção y;
- nas direções x e z , $F=0$;

- a força devido a tensões tangenciais F_{sy} são nulas.

Assim, com estas simplificações:

$$F_{py} + F_{by} = \rho Q K_m (\bar{v}_2 - \bar{v}_3 \cos \varphi) \quad (2.14)$$

a partir da equação de Bernoulli (1.8), tem-se:

$$\bar{v}_2^2 = \bar{v}_1^2 - 2g\Delta h \quad (2.15)$$

como, para o presente experimento

$$\varphi = 90^\circ \Rightarrow \cos \varphi = 0$$

Substituindo a expressão (2.15) em (2.14), tem-se:

$$F_{py} + F_{by} = \rho Q K_m (\sqrt{\bar{v}_1^2 - 2g\Delta h}) \quad (2.16)$$

onde

F_{py} é a força medida na balança [F];

F_{by} é a força devido o peso da coluna de fluido formado entre a saída do jato (1) e o defletor (2) (observar a figura 2.6) [F];

$\bar{v}_1$ é a velocidade média do escoamento na entrada do volume de controle na seção (1) (figura 2.6) na direção y [LT^{-1}];

$\bar{v}_2$ é a velocidade na seção (2) do volume de controle (figura 2.6) na direção y [LT^{-1}];

Δh é a diferença de altura entre a saída do jato e o defletor [L].

Como o coeficiente de correção K_m , é definido em função do tipo de escoamento, laminar ou turbulento, faz-se necessário o cálculo do parâmetro número de Reynolds (Daily e Harlerman, 1966):

$$R_e = \frac{\bar{v}D}{\nu} \quad (2.17)$$

Na figura 2.7, observa-se o sistema de forças atuante na balança. Desta forma, pode-se obter uma expressão para o valor experimental de F_y , a ser comparado com o valor teórico obtido através da equação da quantidade de movimento (2.16) .

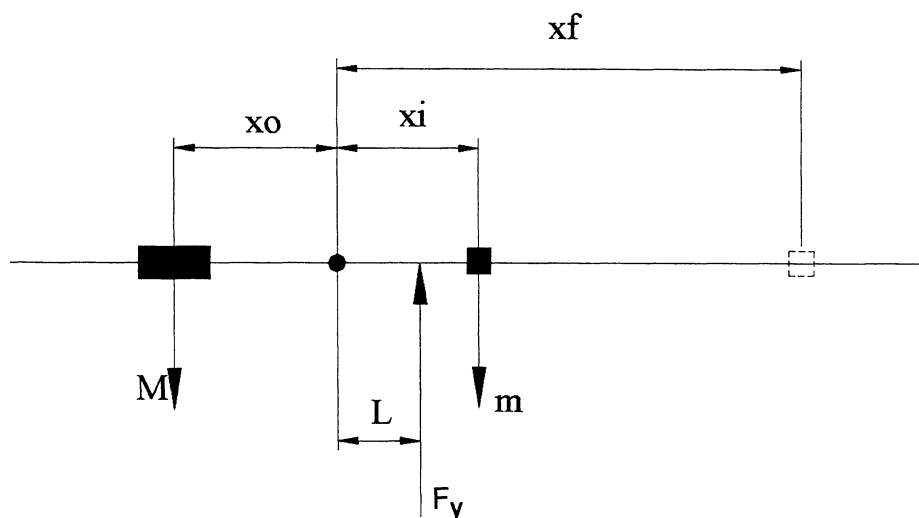


Figura 2.7

- Representação esquemática das forças atuantes -

Assim, na ausência do jato, $F_y = 0$, tem-se:

$$Mgx_0 = mgx_i \quad (2.18)$$

onde,

M e m são massas referentes à balança [M];

g é a aceleração da gravidade [LT^{-2}];

x_0 é a distância entre a massa M e o apoio [L];

x_i é a distância inicial entre a massa m e a rótula [L].

Com o jato ligado, desloca-se o peso (m) a fim de restituir o braço da balança à posição horizontal inicial. A análise do sistema de forças conduz a:

$$F_y L - mgx_f + Mgx_0 = 0 \quad (2.19)$$

sendo

F_y a força determinada experimentalmente [F];

L a distância entre a rótula e a força F_y [L];

x_f a distância entre a rótula e o peso (m) após a força F_y ter sido aplicada sobre o defletor [L].

Substituindo-se a equação 2.18 em 2.19, tem-se:

$$F_y L - mg(x_f - x_i) = 0 \quad (2.20)$$

isolando-se a força, resulta

$$F_y = \frac{mg(x_f - x_i)}{L}$$

ou

$$F_y = \frac{mgx_p}{L} \quad (2.21)$$

onde, $m = 0,027 \text{ kg}$.

Assim, a partir da expressão 2.21, obtém-se o valor experimental da força F_y exercida pelo jato de água sobre o defletor reto.

Para se avaliar a aplicabilidade do princípio da quantidade de movimento, para medir a força exercida por um jato de água sobre o defletor, compara-se os resultados experimental e teórico, usando-se a seguinte expressão:

$$E = \frac{|F_{y\text{teórico}} - F_{y\text{experimental}}|}{F_{y\text{teórico}}} \times 100 \quad (2.22)$$

No defletor curvo, conforme o volume de controle esquematizado na figura (2.8), observa-se que a quantidade de movimento verificada na entrada do volume de controle (1) é acrescida de mais uma componente em y na saída do volume de controle (3) .

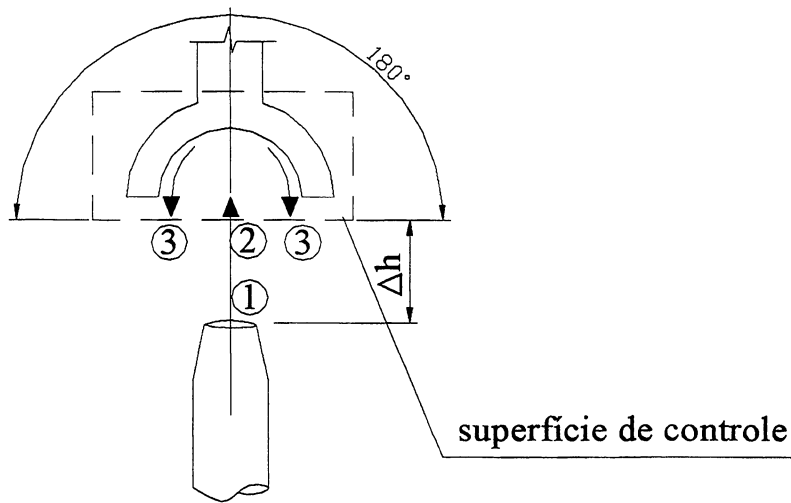


Figura 2.8

- Representação esquemática da superfície de controle para o defletor curvo -

Assim, a expressão 2.14, escrita a seguir:

$$F_{py} + F_{by} = \rho Q K_m (\bar{v}_2 - \bar{v}_3 \cos \varphi)$$

e, considerando o ângulo de curvatura do defletor, que no presente experimento é $\varphi = 180^\circ$, tem-se:

$$F_{py} + F_{by} = \rho Q K_m (\bar{v}_2 - \bar{v}_3 \cos 180^\circ)$$

com a expressão 2.15, repetida a seguir

$$\bar{v}_2^2 = \bar{v}_1^2 - 2g\Delta h$$

Substituindo a expressão (2.15) em (2.14), tem-se:

$$F_{py} + F_{by} = \rho Q K_m (\sqrt{\bar{v}_1^2 - 2g\Delta h} - \bar{v}_3 \cos 180^\circ) \quad (2.23)$$

onde, $\bar{v}_3 = \bar{v}_2$.

Na figura 2.7, observa-se o sistema de forças atuante na balança. Desta forma, pode-se obter uma expressão para o valor experimental de F_y , a ser comparado com o valor teórico obtido através da equação da quantidade de movimento (2.23).

Com o jato ligado, desloca-se o peso (m) a fim de restituir o braço da balança à posição horizontal inicial. A análise do sistema de forças conduz a:

$$F_y L - mgx_f + Mgx_0 = 0 \quad (2.24)$$

Substituindo-se a equação 2.18 em 2.24, tem-se:

$$F_y L - mg(x_f - x_i) = 0 \quad (2.25)$$

isolando-se a força, resulta

$$F_y = \frac{mgx_c}{L} \quad (2.26)$$

onde, $m = 0,027 \text{ kg}$.

Assim, a partir da expressão 2.26, obtém-se o valor experimental da força F_y exercida pelo jato de água sobre o defletor curvo.

Para se avaliar a aplicabilidade do princípio da quantidade de movimento, para medir a força exercida por um jato de água sobre o defletor, compara-se os resultados experimental e teórico, usando-se a expressão (2.22).

2.4. Resultados

Inicialmente, efetua-se o experimento com o defletor plano. Os resultados obtidos são listados na tabela 2.1. Em seguida, o experimento é realizado utilizando-se o defletor curvo.

A seguir, tem-se os cálculos realizados para uma das vazões listadas na tabela 2.1. Utilizando-se os valores medidos experimentalmente,

$$\Delta t = 36,9 \text{ s (1ª coluna da tabela)} \quad \Delta H = 0,05 \text{ m}$$

Como o parâmetro Δt , foi medido utilizando-se um cronômetro manual, um possível erro de 1 segundo foi considerado em uma análise de sensibilidade. Assim, obtém-se a 2ª e a 3ª colunas da tabela.

Aplicando a equação (1.28) e utilizando Δt da 1ª coluna, obtém-se (4ª coluna da tabela):

$$Q = \left(\frac{0,05 \times 0,09}{36,9} \right) = 1,22\text{E-}04 \text{ m}^3/\text{s}$$

A 5ª e a 6ª colunas são obtidas, respectivamente, com Δt da 2ª e da 3ª colunas.

A área na saída do jato, utilizando a expressão

$$S_{\text{jato}} = \frac{\pi \times D^2}{4} = 1,96\text{E-}05 \text{ m}^2$$

para $D = 0,005 \text{ m}$.

Com a área do jato e as vazões Q , Q^+ e Q^- calcula-se as velocidades que estão nas colunas 7ª, 8ª e 9ª da tabela.

Outro parâmetro medido é o valor do braço na balança devido à força do jato, $x_p = 0,15 \text{ m}$ (10ª coluna). Um erro de 0,5 cm na leitura foi considerado, obtendo-se a 11ª e a 12ª colunas.

Usando-se a expressão desenvolvida para aplicar o princípio da quantidade de movimento ao presente experimento (2.21):

$$F_y = \frac{mgx_p}{L}$$

onde,

$$m = 0,027 \text{ kg};$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2;$$

$$L = 0,045 \text{ m}.$$

obtém-se o valor experimental de F_y (13ª coluna da tabela)

$$F_y = \left(\frac{0,027 \times 9,81 \times 0,15}{0,045} \right) = 0,8870 \text{ N}$$

De forma análoga, com x_{p+} e x_{p-} , respectivamente, obtém-se

$$F_{y+} = 0,9165 \text{ N (14ª coluna)} \quad F_{y-} = 0,8574 \text{ N (15ª coluna)}$$

Com a expressão teórica, deduzida a partir da equação da continuidade e da energia (2.16), tem-se (16ª coluna da tabela):

$$F_{py} = 1000 \times 1,22E-04 \sqrt{6,2109^2 - 2 \times 9,81 \times 0,08} = 0,7419 \text{ N}$$

De forma análoga, com Q^+ , Q^- , v^+ e v^- , respectivamente, obtém-se

$$F_{teór+} = 0,7024 \text{ N (17ª coluna)} \quad F_{teór-} = 0,7847 \text{ N (18ª coluna)}$$

Compara-se os resultados experimental e teórico usando-se a expressão (2.22), obtendo-se o erro mínimo e máximo (19ª e 20ª coluna) entre as expressões (2.16) e (2.21):

$$\text{erro mín} = 8,5 \% \quad \text{erro máx} = 23,4 \%$$

Que é um bom resultado. O equipamento pode ser utilizado didaticamente para determinar experimentalmente a quantidade de movimento exercida por um jato de água lançado sobre um defletor plano. Foram indicadas nas tabelas 2.1 e 2.2 as faixas de vazão nas quais o equipamento tem um bom desempenho:

Com defletor plano de $9,04E-05 \text{ m}^3/\text{s}$ a $13,2E-05 \text{ m}^3/\text{s}$;

Com defletor curvo de $6,08E-05 \text{ m}^3/\text{s}$ a $11,8E-05 \text{ m}^3/\text{s}$.

Observando-se a mesma seqüência de cálculo e utilizando-se as expressões (2.26) e (2.23) obtém-se os valores experimental e teórico de F_y com o defletor curvo.

Os resultados podem ser observados nas tabelas 2.1 e 2.2, para defletor plano e curvo, respectivamente. O equipamento pode ser observado nas fotos do APÊNDICE D.

Faixa considerada boa p/ utilização do equipamento

L (m)= 0,045	m (kg)= 0,027	S _{lat} (m ²)= 1,96E-05	g (m/s ²)= 9,81
--------------	---------------	--	-----------------------------

T (seg) (1)	T+1 (seg) (2)	T-1 (seg) (3)	Q (m ³ /s) (4)	Q + (m ³ /s) (5)	Q - (m ³ /s) (6)	v (m/s) (7)	v + (m/s) (8)	v - (m/s) (9)	x _p (m) (10)	x _p (11)	x _p (12)	Fy (exp) (13)	Fy (exp +) (14)	Fy (exp -) (15)	Fy (teór) (16)	Fy (teór -) (17)	Fy (teór +) (18)	erro (min) (19)	erro (máx) (20)
150,5	151,5	149,5	2,99E-05	2,97E-05	3,01E-05	1,5228	1,5128	1,5330	0,0041	0,0091	0,0000	0,0242	0,0538	0,0000	0,0259	0,0252	0,0266	3,9	53,2
112,9	113,9	111,9	3,99E-05	3,95E-05	4,02E-05	2,0300	2,0121	2,0481	0,0140	0,0190	0,0090	0,0828	0,1123	0,0532	0,0637	0,0622	0,0652	16,9	44,6
96,4	97,4	95,4	4,67E-05	4,62E-05	4,72E-05	2,3774	2,3530	2,4023	0,0220	0,0270	0,0170	0,1301	0,1597	0,1005	0,0943	0,0920	0,0967	3,8	42,4
88,9	89,9	87,9	5,06E-05	5,01E-05	5,12E-05	2,5780	2,5493	2,6073	0,025	0,0300	0,0200	0,1478	0,1774	0,1183	0,1140	0,1111	0,1171	1,0	37,4
83,6	84,6	82,6	5,38E-05	5,32E-05	5,45E-05	2,7414	2,7090	2,7746	0,027	0,0320	0,0220	0,1597	0,1892	0,1301	0,1313	0,1278	0,1349	0,9	32,5
75	76,0	74,0	6,00E-05	5,92E-05	6,08E-05	3,0558	3,0156	3,0971	0,034	0,0390	0,0290	0,2010	0,2306	0,1715	0,1672	0,1624	0,1722	0,4	29,6
63,9	64,9	62,9	7,04E-05	6,93E-05	7,15E-05	3,5866	3,5313	3,6436	0,047	0,0520	0,0420	0,2779	0,3075	0,2483	0,2367	0,2289	0,2448	1,4	25,5
63,3	64,3	62,3	7,11E-05	7,00E-05	7,22E-05	3,6206	3,5643	3,6787	0,048	0,0530	0,0430	0,2838	0,3134	0,2543	0,2415	0,2335	0,2498	1,7	25,5
62,2	63,2	61,2	7,23E-05	7,12E-05	7,35E-05	3,6846	3,6263	3,7448	0,05	0,0550	0,0450	0,2957	0,3252	0,2661	0,2507	0,2423	0,2595	2,5	25,5
58,7	59,7	57,7	7,67E-05	7,54E-05	7,80E-05	3,9043	3,8389	3,9720	0,06	0,0650	0,0550	0,3548	0,3843	0,3252	0,2835	0,2735	0,2940	9,6	28,8
57,3	58,3	56,3	7,85E-05	7,72E-05	7,99E-05	3,9997	3,9311	4,0707	0,054	0,0590	0,0490	0,3193	0,3489	0,2897	0,2983	0,2876	0,3096	0,7	17,6
52,4	53,4	51,4	8,59E-05	8,43E-05	8,75E-05	4,3737	4,2918	4,4588	0,065	0,0700	0,0600	0,3843	0,4139	0,3548	0,3599	0,3459	0,3746	1,4	16,4
49,5	50,5	48,5	9,09E-05	8,91E-05	9,28E-05	4,6300	4,5383	4,7254	0,07	0,0750	0,0650	0,4139	0,4435	0,3843	0,4052	0,3887	0,4228	1,1	12,4
49	50,0	48,0	9,18E-05	9,00E-05	9,38E-05	4,6772	4,5837	4,7746	0,08	0,0850	0,0750	0,4730	0,5026	0,4435	0,4138	0,3968	0,4319	2,6	21,0
48,8	49,8	47,8	9,22E-05	9,04E-05	9,41E-05	4,6964	4,6021	4,7946	0,09	0,0950	0,0850	0,5322	0,5617	0,5026	0,4174	0,4001	0,4357	13,3	28,8
47,3	48,3	46,3	9,51E-05	9,32E-05	9,72E-05	4,8453	4,7450	4,9499	0,1	0,1050	0,0950	0,5913	0,6209	0,5617	0,4453	0,4264	0,4654	17,1	31,3
43,6	44,6	42,6	1,03E-04	1,01E-04	1,06E-04	5,2565	5,1386	5,3799	0,11	0,1150	0,1050	0,6504	0,6800	0,6209	0,5269	0,5028	0,5527	11,0	26,1
41,6	42,6	40,6	1,08E-04	1,06E-04	1,11E-04	5,5092	5,3799	5,6449	0,12	0,1250	0,1150	0,7096	0,7391	0,6800	0,5803	0,5527	0,6101	10,3	25,2
41,1	42,1	40,1	1,09E-04	1,07E-04	1,12E-04	5,5762	5,4438	5,7153	0,13	0,1350	0,1250	0,7687	0,7983	0,7391	0,5949	0,5663	0,6258	15,3	29,1
39,6	40,6	38,6	1,14E-04	1,11E-04	1,17E-04	5,7874	5,6449	5,9374	0,14	0,1450	0,1350	0,8278	0,8574	0,7983	0,6421	0,6101	0,6766	15,2	28,8
36,9	37,9	35,9	1,22E-04	1,19E-04	1,25E-04	6,2109	6,0470	6,3839	0,15	0,1550	0,1450	0,8870	0,9165	0,8574	0,7419	0,7024	0,7847	8,5	23,4
36,2	37,2	35,2	1,24E-04	1,21E-04	1,28E-04	6,3310	6,1608	6,5109	0,16	0,1650	0,1550	0,9461	0,9757	0,9165	0,7714	0,7297	0,8168	10,9	25,2
35,4	36,4	34,4	1,27E-04	1,24E-04	1,31E-04	6,4741	6,2962	6,6623	0,17	0,1750	0,1650	1,0052	1,0348	0,9757	0,8074	0,7628	0,8560	12,3	26,3
34,3	35,3	33,3	1,31E-04	1,27E-04	1,35E-04	6,6817	6,4924	6,8824	0,18	0,1850	0,1750	1,0643	1,0939	1,0348	0,8611	0,8121	0,9145	11,6	25,8
33	34,0	32,0	1,36E-04	1,32E-04	1,41E-04	6,9449	6,7407	7,1620	0,19	0,1950	0,1850	1,1235	1,1530	1,0939	0,9315	0,8766	0,9916	9,4	24,0

Tabela 2.1 – Quantidade de movimento com defletor plano

Faixa considerada boa p/ utilização do equipamento

L (m)= 0,045	m (kg)= 0,027	S _{lato} (m ²)= 1,96E-05	g (m/s ²)= 9,81
--------------	---------------	---	-----------------------------

T (seg) (1)	T+1 (seg) (2)	T-1 (seg) (3)	Q (m ³ /s)x10 ³ (4)	Q+ (m ³ /s)x10 ³ (5)	Q- (m ³ /s)x10 ³ (6)	v (m/s) (7)	v+ (m/s) (8)	v- (m/s) (9)	x _c (m) (10)	x _c +0,005 (11)	x _c -0,005 (12)	Fy (exp) (13)	Fy (exp+) (14)	Fy (exp-) (15)	Fy (teór) (16)	Fy (teór+) (17)	Fy (teór-) (18)	erro (mín) (19)	erro (máx) (20)
142,9	143,9	141,9	3,15E-05	3,13E-05	3,17E-05	1,6038	1,5927	1,6151	0,0050	0,0100	0,0000	0,0296	0,0591	0,0000	0,0631	0,0615	0,0646	4,0	100,0
115,6	116,6	114,6	3,89E-05	3,86E-05	3,93E-05	1,9825	1,9655	1,9998	0,0100	0,0150	0,0050	0,0591	0,0887	0,0296	0,1196	0,1169	0,1224	31,8	314,1
104,2	105,2	103,2	4,32E-05	4,28E-05	4,36E-05	2,1994	2,1785	2,2208	0,0250	0,0300	0,0200	0,1478	0,1774	0,1183	0,1561	0,1525	0,1599	3,1	35,2
97,2	98,2	96,2	4,63E-05	4,58E-05	4,68E-05	2,3578	2,3338	2,3824	0,02	0,0250	0,0150	0,1183	0,1478	0,0887	0,1849	0,1805	0,1896	22,1	113,7
90	91,0	89,0	5,00E-05	4,95E-05	5,06E-05	2,5465	2,5185	2,5751	0,024	0,0290	0,0190	0,1419	0,1715	0,1123	0,2217	0,2161	0,2275	26,0	102,5
88,9	89,9	87,9	5,06E-05	5,01E-05	5,12E-05	2,5780	2,5493	2,6073	0,029	0,0340	0,0240	0,1715	0,2010	0,1419	0,2281	0,2223	0,2341	10,6	65,0
80,1	81,1	79,1	5,62E-05	5,55E-05	5,69E-05	2,8612	2,8259	2,8974	0,03	0,0350	0,0250	0,1774	0,2070	0,1478	0,2890	0,2811	0,2973	35,8	101,1
76	77,0	75,0	5,92E-05	5,84E-05	6,00E-05	3,0156	2,9764	3,0558	0,04	0,0450	0,0350	0,2365	0,2661	0,2070	0,3248	0,3156	0,3345	18,6	61,6
74	75,0	73,0	6,08E-05	6,00E-05	6,16E-05	3,0971	3,0558	3,1395	0,05	0,0550	0,0450	0,2957	0,3252	0,2661	0,3445	0,3345	0,3549	5,9	33,4
70	71,0	69,0	6,43E-05	6,34E-05	6,52E-05	3,2740	3,2279	3,3215	0,06	0,0650	0,0550	0,3548	0,3843	0,3252	0,3889	0,3771	0,4012	1,9	23,4
63,9	64,9	62,9	7,04E-05	6,93E-05	7,15E-05	3,5866	3,5313	3,6436	0,071	0,0760	0,0660	0,4198	0,4494	0,3903	0,4733	0,4579	0,4896	1,9	25,4
62,6	63,6	61,6	7,19E-05	7,08E-05	7,31E-05	3,6611	3,6035	3,7205	0,07	0,0750	0,0650	0,4139	0,4435	0,3843	0,4946	0,4781	0,5118	7,8	33,2
61	62,0	60,0	7,38E-05	7,26E-05	7,50E-05	3,7571	3,6965	3,8197	0,08	0,0850	0,0750	0,4730	0,5026	0,4435	0,5226	0,5048	0,5413	0,4	22,0
60	61,0	59,0	7,50E-05	7,38E-05	7,63E-05	3,8197	3,7571	3,8845	0,09	0,0950	0,0850	0,5322	0,5617	0,5026	0,5413	0,5226	0,5609	0,2	11,6
57,3	58,3	56,3	7,83E-05	7,72E-05	7,99E-05	3,9997	3,9311	4,0707	0,092	0,0970	0,0870	0,5440	0,5736	0,5144	0,5966	0,5752	0,6192	0,3	20,4
55,8	56,8	54,8	8,06E-05	7,92E-05	8,21E-05	4,1072	4,0349	4,1822	0,1	0,1050	0,0950	0,5913	0,6209	0,5617	0,6309	0,6077	0,6553	1,6	16,7
53,8	54,8	52,8	8,36E-05	8,21E-05	8,52E-05	4,2599	4,1822	4,3406	0,11	0,1150	0,1050	0,6504	0,6800	0,6209	0,6811	0,6553	0,7084	0,2	14,1
52	53,0	51,0	8,63E-05	8,49E-05	8,82E-05	4,4074	4,3242	4,4938	0,12	0,1250	0,1150	0,7096	0,7391	0,6800	0,7313	0,7028	0,7616	1,0	12,0
49	50,0	48,0	9,18E-05	9,00E-05	9,38E-05	4,6772	4,5837	4,7746	0,13	0,1350	0,1250	0,7687	0,7983	0,7391	0,8277	0,7936	0,8639	0,6	16,9
47,8	48,8	46,8	9,41E-05	9,22E-05	9,62E-05	4,7946	4,6964	4,8971	0,14	0,1450	0,1350	0,8278	0,8574	0,7983	0,8714	0,8347	0,9104	0,8	14,0
47,2	48,2	46,2	9,53E-05	9,34E-05	9,74E-05	4,8556	4,7548	4,9607	0,15	0,1550	0,1450	0,8870	0,9165	0,8574	0,8945	0,8565	0,9350	0,1	9,1
46,6	47,6	45,6	9,66E-05	9,45E-05	9,87E-05	4,9181	4,8148	5,0259	0,16	0,1650	0,1550	0,9461	0,9757	0,9165	0,9185	0,8790	0,9606	0,2	9,9
45,6	46,6	44,6	9,87E-05	9,66E-05	1,01E-04	5,0259	4,9181	5,1386	0,17	0,1750	0,1650	1,0052	1,0348	0,9757	0,9606	0,9185	1,0057	0,0	8,6
45	46,0	44,0	1,00E-04	9,78E-05	1,02E-04	5,0929	4,9822	5,2087	0,18	0,1850	0,1750	1,0643	1,0939	1,0348	0,9873	0,9435	1,0341	0,1	13,8
40,4	41,4	39,4	1,11E-04	1,09E-04	1,14E-04	5,6728	5,5358	5,8168	0,19	0,1950	0,1850	1,1235	1,1530	1,0939	1,2325	1,1722	1,2975	1,7	18,6

Tabela 2.2 – Quantidade de Movimento com defletor curvo

Capítulo III

Perfil de velocidade em escoamento em tubos

3. Introdução

O experimento descrito no presente capítulo envolve a determinação do perfil de velocidade em escoamentos em condutos circulares, com o auxílio de um tubo de Pitot.

O equipamento utilizado pode ser observado na figura 3.1:

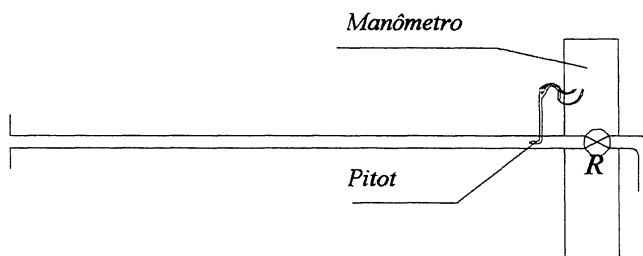


Figura 3.1

- Representação esquemática do equipamento -

3.1. Revisão da literatura

Um determinado escoamento de fluido viscoso, delimitado por contornos sólidos fixos e sujeito a uma força de massa particular, terá características dependentes da relação que entre si mantêm as forças de viscosidade e de inércia. A diferença da magnitude entre estas forças é significativa e afeta tanto a distribuição de velocidades

quanto a distribuição de pressões. Dessa diferença derivam dois conceitos fundamentais para a classificação dos escoamentos no que se refere à sua análise. O primeiro separa os escoamentos em laminares e turbulentos, cada um deles caracterizando uma forma de movimento. O segundo faz distinção entre os escoamentos puramente viscosos e os escoamentos de camada limite, aqueles integralmente condicionados por forças de natureza viscosa e estes com influência mínima da viscosidade, e somente junto aos contornos sólidos.

3.1.1. Fluido ideal

Um fluido ideal é um fluido que não possui viscosidade. Em tal fluido não existem efeitos de atrito nem entre as camadas que se movem, nem entre o fluido e as paredes sólidas, e, portanto, não se formam vórtices nem há dissipação de energia por atrito. Um fluido ideal pode ser tratado como um agregado de pequenas partículas que suportam pressões normais, mas que escorregam umas sobre as outras sem resistência. Deste modo, o movimento dessas partículas fluidas é análogo ao movimento de um sólido sobre um plano sem atrito, e as acelerações provocadas pelas forças não equilibradas, que atuam sobre as partículas, podem se obtidas pela segunda lei de Newton¹.

3.1.2. A Viscosidade

É importante ressaltar que o escoamento de um fluido real é muito mais complexo que o de um fluido ideal devido aos fenômenos causados pela existência da viscosidade. A viscosidade é responsável pela resistência ao movimento causada pela tensão tangencial ou pelas forças de atrito entre as partículas fluidas, bem como entre

¹ Ver definição, capítulo 2, pág. 34.

estas e os contornos sólidos. Os efeitos da viscosidade no perfil de velocidades também invalidam a hipótese da distribuição uniforme de velocidades.

Estudos iniciados por Navier em 1822 e concluídos por Stokes em 1845, deram origem a um conjunto de equações que considera o efeito da viscosidade sobre o movimento. Entretanto, essas equações somente são integráveis em alguns casos.

As equações de Navier-Stokes podem ser escritas na forma (Feghali, 1974):

$$\begin{aligned}\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} &= X - \frac{du}{dt} + \frac{\mu}{\rho} \left[\Delta^2 u + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x} (\nabla \bar{q}) \right] \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} &= Y - \frac{dv}{dt} + \frac{\mu}{\rho} \left[\Delta^2 v + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial y} (\nabla \bar{q}) \right] \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= Z - \frac{dw}{dt} + \frac{\mu}{\rho} \left[\Delta^2 w + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial z} (\nabla \bar{q}) \right]\end{aligned}\tag{3.1}$$

onde,

- X , Y e Z são forças de massa derivadas de um potencial;
- $\Delta^2 u$, $\Delta^2 v$ e $\Delta^2 w$ são, respectivamente, o laplaciano de u , v e w

$$\Delta^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

$$\Delta^2 v = \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$$

$$\Delta^2 w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$$

- e $\nabla \bar{q}$ o divergente da velocidade

$$\nabla \bar{q} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

Se a viscosidade, μ , for nula, os termos complementares se anulam e as equações

3.1 se reduzem às equações de Euler

$$\begin{aligned}
\frac{\partial p}{\partial x} &= \rho \left(X - \frac{du}{dt} \right) \\
\frac{\partial p}{\partial y} &= \rho \left(Y - \frac{dv}{dt} \right) \\
\frac{\partial p}{\partial z} &= \rho \left(Z - \frac{dw}{dt} \right)
\end{aligned}
\tag{3.2}$$

válidas para um fluido ideal.

3.1.3. Esforços tangenciais

Para que o escoamento ocorra, um trabalho deve ser realizado contra as forças de resistência, e, neste processo, parte da energia mecânica se transforma em calor.

Assim, quando o fluido encontra uma superfície sólida, ocorre uma retenção de moléculas fluidas nos interstícios moleculares da superfície.

Estas, por sua vez, exercem um esforço tangencial de viscosidade sobre as partículas adjacentes, provocando uma ação retardadora que se propaga transversalmente de camada em camada e, longitudinalmente, atinge regiões cada vez mais extensas do escoamento. Estes esforços tangenciais, cuja origem é a presença da parede sólida, constituem resistências passivas, responsáveis pela transformação de parcelas de energia mecânica em calor. Por esta razão, o fenômeno é denominado resistência de superfície.

Assim, o esforço tangencial entre camadas adjacentes é obtido no movimento laminar pela equação (Rouse, 1950)

$$\tau = \mu \frac{\partial v}{\partial y} \tag{3.3}$$

e no turbulento por

$$\tau = \eta \frac{\partial v}{\partial y} \tag{3.4}$$

Nos fluidos reais ocorrem as resistências passivas da viscosidade, decorrentes do esforço tangencial entre as partículas. Nos fluidos ideais, em virtude da inexistência da viscosidade, a energia mecânica total permanece constante ao longo do movimento.

3.1.4. Movimento sem atrito

Supondo-se movimento sem atrito, as equações tornam-se mais simples e são mais facilmente compreendidas. Em muitos casos, essas equações simplificadas permitem a solução de problemas de Engenharia com uma precisão satisfatória para as necessidades práticas. Não se deve encarar o fluido ideal como mera abstração destituída de comprovação experimental. Nas situações reais, em que os efeitos de atrito são pequenos, a hipótese da ausência de viscosidade fornecerá resultados bons; quando o efeito da viscosidade for grande, obviamente os resultados não serão bons.

É importante observar que os esforços tangenciais de viscosidade que se opõem aos deslocamentos relativos das partículas adjacentes dos fluidos reais constituem resistências passivas responsáveis pela transformação de parcelas da energia mecânica em calor. Desse ponto de vista, a viscosidade encontra um perfeito similar no atrito entre sólidos.

Há, contudo, distinções fundamentais entre a viscosidade e o atrito. A força de atrito pode atuar entre superfícies em repouso relativo e, além disso, sua intensidade não depende do estado de movimento. A força de viscosidade, entretanto, não ocorre no repouso e sua intensidade é função do estado de movimento do fluido. Finalmente, a ação tangencial de atrito decorre da força normal entre as superfícies em contato, enquanto a viscosidade dela independe (Neidert, 1996).

3.1.5. Distribuição de velocidades para fluidos ideais e reais

Nos fluidos ideais, em face da inexistência de viscosidade e, portanto, de ações tangenciais entre camadas ou junto à superfície de contorno, ao longo da seção transversal de um conduto a velocidade é constante, como ilustrado na figura 3.2a.

Entretanto, em fluidos reais em condutos observa-se que a velocidade é nula junto à parede e cresce transversalmente até o centro, segundo uma lei bem definida, como esquematizada na figura 3.2b. Este fato é explicado pelo atrito aplicado ao fluido pela superfície sólida do contorno, cuja ação se propaga de camada a camada por meio de esforços tangenciais de viscosidade.

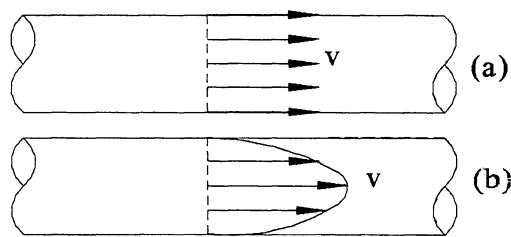


Figura 3.2

- Perfil de velocidade para escoamento de fluido ideal (a) e real (b) -

3.1.6. Regimes de escoamento

Em 1869, Hagen constatou que o escoamento da água através de um conduto podia se processar com suave movimento do fluido em lâminas ou camadas ordenadas, movendo-se sem trocar partículas com as camadas adjacentes, ou poderia ocorrer de modo desordenado, com intenso intercâmbio transversal de partículas. Haviam, portanto, dois regimes de escoamento perfeitamente distintos. Concluiu, além disso, que a transição de um regime para o outro dependia do diâmetro do conduto, da velocidade e da viscosidade do fluido.

Em 1883, Reynolds, continuou o trabalho desenvolvido por Hagen, utilizando um conduto de vidro dotado de um tubo de seção reduzida, que permitia injetar um corante no seio do fluido em escoamento.

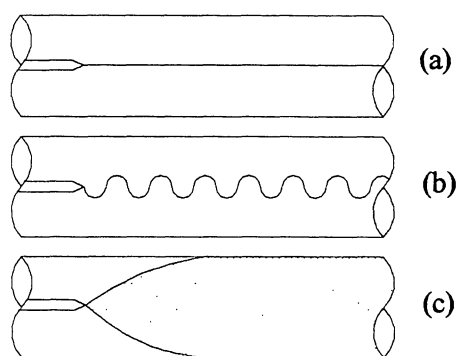


Figura 3.3

- Representação esquemática do comportamento do corante no interior do escoamento -
(Vennard e Street, 1978)

Partindo de pequena velocidade de escoamento, o que foi possível obter abrindo levemente o registro, Reynolds constatou que um filamento colorido estreito e paralelo ao eixo do tubo permanecia individualizado, sem se misturar com a massa adjacente, conforme ilustra a figura 3.3a. Tal escoamento, foi denominado laminar ou lamelar.

Aumentando a velocidade do escoamento até determinado valor, mediante maior abertura do registro, o filamento permanecia estável; crescendo a velocidade além desse valor crítico, o filamento de corante começava a oscilar, tomando as formas sinuosas da figura 3.3b. Aumentando a velocidade, após um valor crítico, Reynolds constatou que o filamento em questão se desintegrava e o corante se disseminava por toda a massa em escoamento como mostra a figura 3.3c. Neste caso, o filamento perdia sua individualidade e, simultaneamente com o movimento longitudinal, havia um intercâmbio transversal de partículas – este escoamento foi denominado turbulento.

Repetindo a experiência com diversos líquidos e gases, ficou constatado o mesmo fenômeno, isto é, o escoamento laminar passava a turbulento, ocorrendo um estágio intermediário, figura 3.3b – o regime de transição ou instável.

Após exaustivas experiências e medições de grandezas, Reynolds concluiu que se processava escoamento laminar quando a relação $\rho \bar{v} D / \mu$ fosse igual ou inferior a 2000, e movimento turbulento quando esta relação fosse igual ou superior a 4000, estabelecendo-se um regime de transição nesse intervalo.

Reynolds generalizou as conclusões tiradas de sua experiência com a introdução de um termo adimensional R_e , posteriormente chamado de número de Reynolds, definido pela relação:

$$R_e = \frac{\rho \bar{v} D}{\mu} = \frac{\bar{v} d}{\nu} \quad (3.5)$$

onde, ν é a viscosidade cinemática do fluido [L^2/T].

3.1.7. Camada limite

Quando o fluido escoar no interior de um conduto, desenvolve-se uma camada limite a partir do contorno sólido da parede, estendendo-se da periferia ao eixo do conduto. Pode-se observar o conceito de camada limite fazendo o escoamento encontrar uma superfície sólida S como esquematizado na figura 3.4, quando verifica-se uma substancial alteração no movimento, caracterizada pelos seguintes fatos (Rouse, 1950):

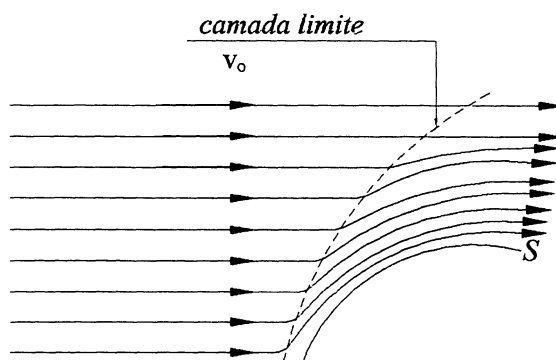


Figura 3.4

- Representação esquemática de camada limite -
(adaptado de Rouse, 1950)

- em região adjacente à parede sólida, as camadas sofrem modificação de forma, podendo inclusive ocorrer variação da seção transversal de cada camada; fora desta região, as camadas continuam paralelas, com velocidade v_0 ;
- nesta região de escoamento modificado, a velocidade é nula junto à superfície S e cresce transversalmente, de modo contínuo, até o valor v_0 em sua periferia.

A região na qual o movimento foi modificado, caracterizando a zona de influência da parede sólida, recebe o nome de camada limite.

3.1.8. Perfil de velocidade em regime turbulento e laminar

Para o regime turbulento, o predomínio das forças de inércia sobre as de viscosidade rompe a estabilidade das camadas, dando lugar a um regime complexo de movimento, no qual as grandezas físicas em todos os pontos da massa fluida variam a cada instante. Este fenômeno, denominado turbulência, acarreta um intercâmbio contínuo de matéria em zonas contíguas do escoamento, como foi demonstrado pela difusão do corante na experiência de Reynolds.

A troca de partículas devida à turbulência transfere massa dotada de grande energia cinética para regiões onde esta energia é escassa e, simultaneamente, matéria animada por pequena parcela desta energia se desloca para zonas de maior energia. Nestas condições, a mistura de partículas tende a uniformizar a distribuição de energia cinética da massa em escoamento e, em consequência, reduzir a variação transversal da velocidade, em contraste com o que sucede no movimento laminar. A curva de distribuição de velocidade no escoamento laminar em tubos (figura 3.5) é uma parábola do segundo grau, enquanto no regime turbulento é aproximadamente uma curva logarítmica.

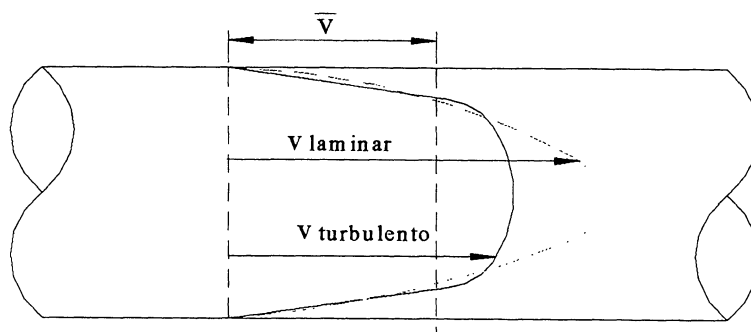


Figura 3.5

- Perfil da velocidade para escoamentos laminares e turbulentos -
(adaptado de Rouse, 1950)

O movimento transversal provoca choques entre as partículas, promovendo trocas de quantidade de movimento, das quais resultam forças que fazem variar, a cada instante, as grandezas características locais. A impossibilidade de se conhecer as leis de variação instantânea dessas grandezas impede o tratamento analítico do escoamento. Em compensação, o caráter aleatório e o grande número dessas ocorrências, verificadas em pequeno intervalo de tempo, permitem estabelecer em cada ponto o valor médio da grandeza, mediante o emprego de métodos estatísticos.

3.1.9. A expressão da velocidade

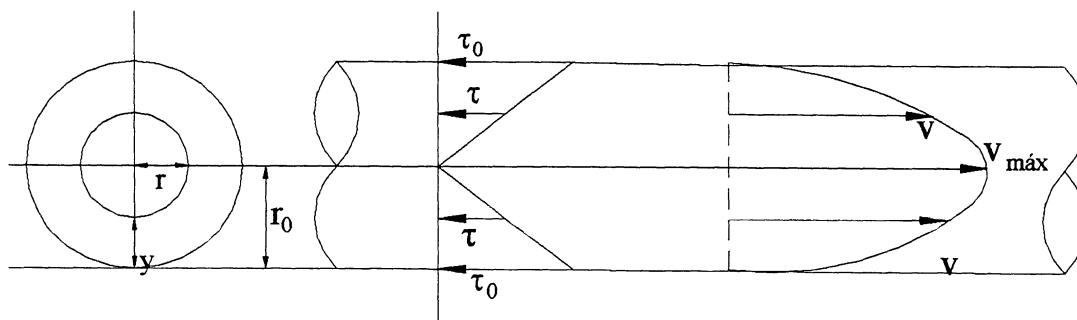


Figura 3.6

- Perfil de velocidade no escoamento laminar -
(adaptado de Feghali, 1974)

Para se obter a expressão da velocidade em um regime laminar, toma-se a equação 3.3 e separa-se as variáveis. Desta forma, obtém-se (Feghali, 1974):

$$dv = \frac{\tau}{\mu} dy \quad (3.6)$$

No conduto da figura 3.6, tem-se

$$y + r = r_o \quad (3.7)$$

diferenciando,

$$dy + dr = 0$$

logo

$$dy = -dr \quad (3.8)$$

A tensão tangencial τ varia em função do raio segundo a equação (Feghali, 1974):

$$\frac{\tau}{\tau_o} = \frac{r}{r_o} \quad (3.9)$$

onde

τ é a tensão tangencial entre camadas [FL^{-2}]

τ_o é a tensão tangencial junto à parede [FL^{-2}];

r_o é o raio geométrico do conduto [L].

ou

$$\tau = \frac{\tau_o}{r_o} r \quad (3.10)$$

substituindo as expressões (3.8) e (3.10) em (3.6), tem-se

$$dv = -\frac{\tau_o}{\mu r_o} r dr \quad (3.11)$$

Junto à parede do conduto a velocidade é nula. Assim,

$$r = r_o \quad \text{corresponde a } v = 0$$

no ponto distante r do centro a velocidade é v e, os limites de integração são:

$$\int_0^v dv = - \int_{r_0}^r \frac{\tau_0}{\mu r_0} r dr$$

Integrando tem-se,

$$v = \frac{\tau_0}{2\mu r_0} (r_0^2 - r^2) \quad (3.12)$$

Esta equação mostra que a lei de distribuição das velocidades ao longo da seção transversal é uma parábola do segundo grau, simétrica em relação ao eixo do conduto.

A velocidade máxima ocorre no centro da seção, onde $r = 0$ e a equação anterior fornece

$$v_{\text{máx.}} = \frac{\tau_0 r_0}{2\mu} \quad (3.13)$$

Seja,

$$dQ = v dA$$

Substituindo a velocidade, v , pela equação 3.12 e dA por $2\pi r dr$, tem-se:

$$dQ = \frac{\tau_0}{2\mu r_0} (r_0^2 - r^2) r dr$$

Simplificando e integrando em toda a seção radialmente,

$$Q = \frac{\pi \tau_0}{\mu r_0} \int_0^{r_0} (r_0^2 - r^2) r dr = \frac{\pi \tau_0 r_0^3}{4\mu} \quad (3.14)$$

e a velocidade média é obtida pela relação entre a vazão (expressão 3.14) e a área da seção transversal do conduto,

$$\bar{v} = \frac{Q}{A} = \frac{\pi \tau_0 r_0^3}{4\mu} \frac{1}{\pi r_0^2}$$

Fazendo simplificações, tem-se:

$$\bar{v} = \frac{\tau_0 r_0}{4\mu} \quad (3.15)$$

comparando a expressão (3.15) com a (3.13) observa-se que:

$$\bar{v} = \frac{1}{2} v_{\text{máx.}} \quad (3.16)$$

isto é, a metade da velocidade máxima (Daily, 1996).

Em coordenadas cilíndricas, a expressão da velocidade para escoamento laminar permanente em conduto de seção circular e diâmetro constante pode ser obtida usando-se a equação de Poiseuille, com as seguintes simplificações (Daily, 1966):

- a) Por coincidir o eixo z com o eixo do conduto, v_r e v_θ são iguais a zero;
- b) v_z e suas derivadas são independentes de z (condição de continuidade e escoamento paralelo) e θ (simetria triaxial);

Tomando-se para z uma direção arbitrária não coincidente com a vertical, h , as equações de Navier-Stokes se reduzem a:

$$0 = -\frac{\partial(p + \gamma h)}{\partial z} + \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) \quad (3.17)$$

Por ser hidrostática a distribuição de pressões na direção normal ao escoamento,

$\frac{\partial(p + \gamma h)}{\partial z}$ independe de r . Integrando a equação 3.17 duplamente com relação a r e

levando em conta as condições de contorno, $v_z(r = 0) = v_{\text{máx}}$ e $v_z(r = r_0) = 0$,

$$v_z = -\frac{d(p + \gamma h)}{dz} \frac{r_0^2}{4\mu} \left[1 - \left(\frac{r}{r_0} \right)^2 \right] \quad (3.18)$$

onde, v_z é a velocidade na direção do eixo do conduto $[LT^{-1}]$.

A equação 3.18 é a de um parabolóide de revolução, com a velocidade máxima sendo expressa por

$$v_{z_{\text{máx}}} = -\frac{d(p + \gamma h)}{dz} \frac{r_0^2}{4\mu} \quad (3.19)$$

Da mesma forma, tem-se a velocidade média igual à metade da velocidade máxima,

$$\bar{v} = \frac{v_{z\text{máx}}}{2} = -\frac{d(p + \gamma h)}{dz} \frac{r_0^2}{8\mu} \quad (3.20)$$

Para escoamentos turbulentos, tem-se uma maior dificuldade de obtenção de uma expressão para a distribuição de velocidade. Existe uma expressão aproximada que fornece essa distribuição ao longo de todo o raio do conduto, deduzida a partir dos termos da equação de Prandtl,

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy} + \rho r_0^2 \left(\frac{dv}{dy} \right)^2 \quad (3.21)$$

considerando também

$$\tau_0 = K^2 \rho y^2 (dv/dy)^2 \quad (3.22)$$

onde,

K é a constante de Von Kármán, definida experimentalmente igual a 0,40;

y é igual a $r_0 - r$ [L].

obtem-se:

$$dv = \frac{1}{K} \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \frac{dy}{y}$$

Integrando,

$$v = 2,5 \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \ln y + C \quad (3.23)$$

Ainda pode-se fazer as seguintes alterações na equação 3.23: considera-se

$v = v_{\text{máx}}$ quando $y = r_0$, determina-se o valor de C e substitui-se y por $r_0 - r$. Assim:

$$v = v_{\text{máx}} - 5,75 \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \log \frac{r_0}{r_0 - r} \quad (3.24)$$

Calculando a vazão

$$Q = \int v dA = 2\pi \int_0^{r_o} v r dr \quad (3.25)$$

e dividindo pela área do tubo πr_o^2 , obtém-se a velocidade média

$$\bar{v} = v_{\max} - 2,5 \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} \left[\ln r_o - \frac{2}{r_o^2} \int_0^{r_o} r \ln(r_o - r) dr \right] \quad (3.26)$$

que reduz-se a

$$\bar{v} = v_{\max} - \frac{3}{2} 2,5 \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}} = v_{\max} - 1,326 \bar{v} \sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}}$$

assim,

$$\frac{\bar{v}}{v_{\max}} = \frac{1}{1 + 1,326 \sqrt{\tau_o / \rho}} \quad (3.27)$$

Usando-se a relação (3.27) na expressão (3.24) e substituindo a parcela que considera a tensão tangencial junto à parede do conduto $\sqrt{\tau_o / \rho}$ por equivalente que utiliza o parâmetro coeficiente de atrito e velocidade do fluido $\sqrt{f \bar{v}^2 / 8}$, o resultado será (Daugherty, 1965):

$$v = \left(1 + 1,326 \sqrt{f} \right) \bar{v} - 2,04 \sqrt{f} \bar{v} \log \frac{r_o}{r_o - r} \quad (3.28)$$

que é a equação aproximada do perfil de velocidade em escoamento turbulento em tubos deduzida por Prandtl (Daugherty, 1965).

3.2. Descrição do equipamento

O equipamento representado na figura 3.1 consiste em uma tubulação de 5m de comprimento, possuindo uma seção transversal circular de diâmetro igual a 0,05m. No trecho de jusante da tubulação são medidas as velocidades longitudinais em várias posições radiais no sentido do escoamento, através de um tubo de Pitot móvel ao longo

do raio, conectado a um manômetro. A jusante do tubo de Pitot existe um registro, R, onde o fluxo do fluido pode ser controlado, permitindo realizar experimentos para várias condições de escoamento, que podem variar do regime laminar ao turbulento.

3.3. Análise

A experiência ilustra a variação da velocidade na direção transversal ao escoamento, evidenciando as diferenças entre escoamentos laminares e turbulentos.

A velocidade média é função apenas da direção de escoamento, e por isto um escoamento descrito por parâmetros médios é frequentemente chamado unidimensional. Escoamento laminar permanente devido a uma queda de pressão ao longo de um tubo é chamado escoamento de Poiseuille. A distribuição de velocidades para tal escoamento, em um tubo de raio R, obtida simplificando-se as equações de movimento em coordenadas cilíndricas, é (3.18)

$$v_z = -\frac{d(p + \gamma h)}{dz} \frac{R^2}{4\mu} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

Para o caso de escoamento turbulento, existe apenas uma expressão aproximada que fornece a distribuição de velocidades ao longo de todo o raio do conduto (3.28):

$$v = \left(1 + 1,326\sqrt{f} \right) \bar{v} - 2,04\sqrt{f}\bar{v} \log \frac{R}{R-r}$$

Como no presente experimento faz-se a medição da velocidade, em cada ponto na seção transversal em estudo, utilizando-se um tubo de Pitot, a velocidade de escoamento pode ser calculada a partir da expressão:

$$v = \sqrt{2g\Delta H_m} \quad (3.29)$$

onde,

ΔH_m é a diferença de pressão entre os dois pontos de medição do conduto de Pitot lida no manômetro de precisão [L].

Esta velocidade é calculada para várias posições do Pitot, obtendo-se os pontos necessários para fazer-se a representação gráfica do perfil nesta seção.

3.4. Resultados

Foram determinados perfis de velocidade para regime turbulento, que podem ser observados na tabela 3.2 e na figura 3.7.

A seguir, tem-se os cálculos realizados para uma das vazões observadas (tabela 3.1). Utilizando-se os valores medidos experimentalmente,

$$\Delta T = 5,0 \text{ s} \quad \Delta H = 0,1 \text{ m}$$

aplicando a equação, 1.28, obtém-se (na 3ª coluna, tabela 3.1):

$$Q = \left(\frac{\Delta H \times A_{\text{coletor}}}{\Delta T} \right) = 0,0025 \text{ m}^3/\text{s}$$

A área da seção transversal do conduto para um diâmetro igual a $D_{\text{conduto}} = 0,050 \text{ m}$ é

$$A_{\text{conduto}} = \frac{\pi \times D^2}{4} = 0,00196 \text{ m}^2$$

Desta forma, pode-se calcular a velocidade média (na 4ª coluna da tabela 3.1), na seção reta do conduto, usando a equação da continuidade (1.28):

$$Q = \bar{v}A \rightarrow \bar{v} = \frac{Q}{A} = \frac{0,00250}{0,00196} = 1,280 \text{ m/s}$$

Assim, é possível calcular o número de Reynolds (na 5ª coluna da tabela 3.1) e, conseqüentemente, saber que regime de escoamento ocorre no interior do conduto. Utiliza-se a expressão (3.5)

$$R_e = \frac{\bar{v}D}{\nu} = 56487 \rightarrow \text{regime turbulento}$$

A velocidade para o ponto $r = 0,001 \text{ m}$ (3ª coluna da tabela 3.2) na seção transversal em estudo foi obtida a partir da expressão (3.29):

$$v = \sqrt{2g\Delta H_m} = 1,1967 \text{ m/s}$$

Os resultados podem ser observados a seguir nas tabelas 3.1 e 3.2, e na figura 3.7.

O equipamento pode ser visualizados nas fotos 3.1 e 3.2 (APÊNDICE F).

Os perfis obtidos experimentalmente para vários casos de escoamentos turbulentos (para Reynolds igual a 22777, 31208, 56487 e 80696) segue um formato semelhante ao do perfil teórico, no qual foi utilizando $Re \geq 4000$ (Reynolds igual a 134754), comprovando-se as previsões teóricas.

Quanto à determinação do perfil de velocidades para escoamento laminar, não foram obtidos dados experimentais, pois, no fluido utilizado (água) as pressões são pequenas, requerendo-se para medi-las, equipamento de custo elevado.

No APÊNDICE E encontra-se uma sugestão de sequência de aula prática em laboratório, utilizando-se o equipamento em estudo no presente capítulo.

D _{coletor} =	0,4	(m)	A _{coletor} =	1,26E-01	m ²
D _{conduto} =	0,05	(m)	A _{conduto} =	1,96E-03	m ²
n=	1,13E-06	(m)			

Δt (seg) (1)	ΔH (m) (2)	Q (m³/s) (3)	$\bar{v}$ (m/s) (4)	R _e (5)
12,40	0,10	1,01E-03	0,52	22777
9,05	0,10	1,39E-03	0,71	31208
5,00	0,10	2,51E-03	1,28	56487
3,80	0,10	3,31E-03	1,68	74325
3,50	0,10	3,59E-03	1,83	80696

Tabela 3.1 - Cálculo do número de Reynolds

Re = 80696

r (m) (1)	Dh (m) (2)	v (m/s) (3)
0,001	0,178	1,86879
0,005	0,235	2,14725
0,010	0,260	2,25858
0,015	0,280	2,34384
0,020	0,282	2,35220
0,025	0,273	2,31436
0,030	0,260	2,25858
0,035	0,235	2,14725
0,039	0,178	1,86879

Re = 56487

r (m) (1)	Dh (m) (2)	v (m/s) (3)
0,001	0,073	1,19677
0,005	0,110	1,46908
0,010	0,118	1,52156
0,015	0,124	1,55977
0,020	0,128	1,58473
0,025	0,124	1,55977
0,030	0,118	1,52156
0,035	0,110	1,46908
0,039	0,073	1,19677

Re = 31208

r (m) (1)	Dh (m) (2)	v (m/s) (3)
0,001	0,025	0,70036
0,005	0,030	0,76720
0,010	0,035	0,82867
0,015	0,038	0,86346
0,020	0,039	0,87475
0,025	0,038	0,86346
0,030	0,035	0,82867
0,035	0,030	0,76720
0,039	0,025	0,70036

Re = 22777

r (m) (1)	Dh (m) (2)	v (m/s) (3)
0,001	0,0150	0,54249
0,005	0,0180	0,59427
0,01	0,0200	0,62642
0,015	0,0205	0,6342
0,02	0,0210	0,64189
0,025	0,0205	0,63420
0,03	0,0200	0,62642
0,035	0,0180	0,59427
0,039	0,0150	0,54249

Tabela 3.2 - Velocidade em cada ponto da seção transversal

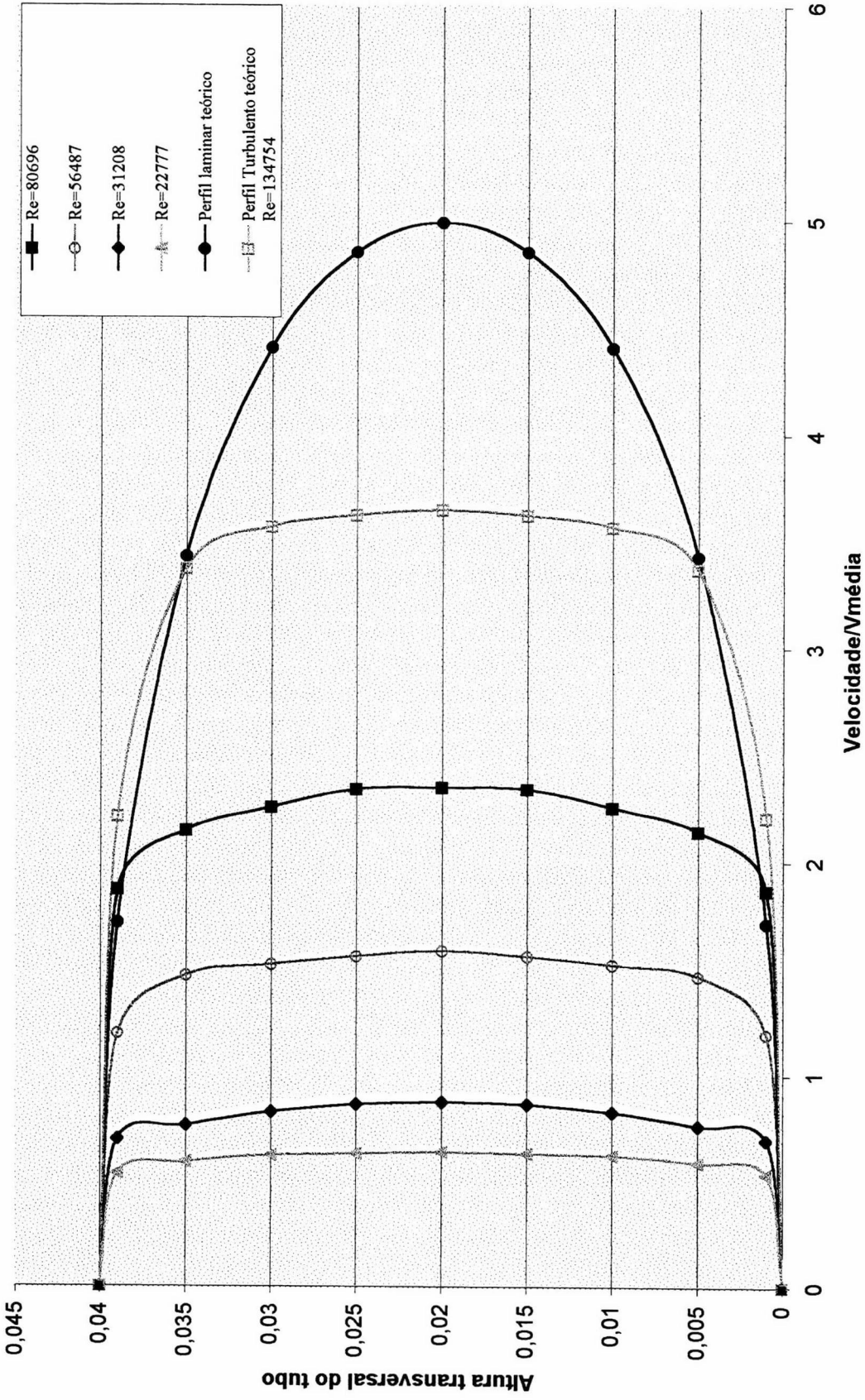


Figura 3.7 - Perfil de velocidades em conduto

Capítulo IV

Golpe de aríete

4.Introdução

O último experimento a ser descrito no presente trabalho ilustra o fenômeno do golpe de aríete. Este experimento é importante para se ter a percepção que as variações de pressão verificadas durante o regime variável de escoamento poderão condicionar a escolha das características do conduto, que deverá ser dimensionado a fim de resistir a pressões altas. Em instalações prediais, esta preocupação se faz presente no dimensionamento de tubulações de vasos de descarga, onde os efeitos da pressão alta podem ser minimizados com a utilização de válvulas especiais. Dispositivos semelhantes também podem ser empregados em instalações industriais. Em obras hidráulicas, os condutos forçados devem ser dimensionados para resistir a tal fenômeno. No caso de condutos longos, em geral é vantajoso empregar-se um dispositivo que impeça a ação da pressão alta em grande parte da extensão do conduto. Um desses dispositivos é a chaminé de equilíbrio, objeto de experiência de laboratório no presente trabalho. O equipamento utilizado para realizar o presente experimento pode ser observado no desenho esquemático da figura 4.1:

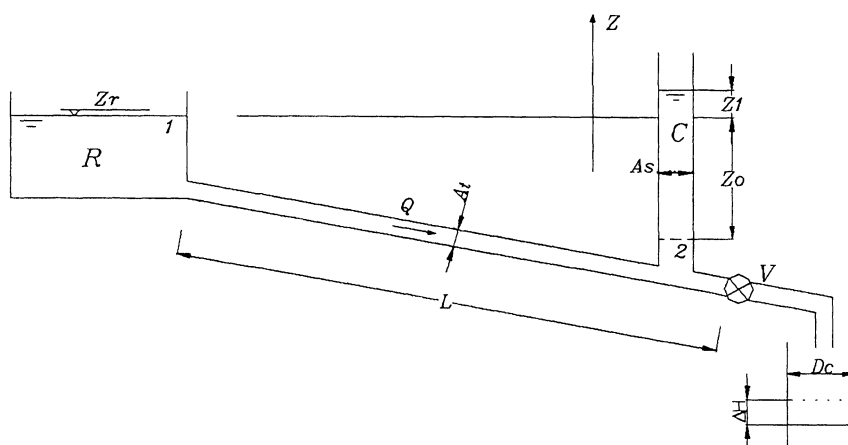


Figura 4.1

- Representação esquemática da chaminé de equilíbrio -

4.1. Revisão da literatura

Qualquer mudança nas condições de funcionamento no interior de um conduto sob pressão faz com que o escoamento apresente, durante um intervalo de tempo, um regime variável. Se, no regime variável, as variações de pressão forem significativas em relação aos valores em regime permanente tem-se o golpe de aríete ou choque hidráulico. Assim, golpe de aríete é o nome dado ao fenômeno da elevação súbita de pressão no interior de um conduto devido a uma mudança brusca na velocidade do fluido que nele escoa.

É importante ressaltar que os fundamentos teóricos do golpe de aríete são conhecidos há mais que um século, a partir dos trabalhos pioneiros de Michaud (1878), Joukowski (1897) e Allievi (1902).

Michaud estudou o problema do golpe de aríete, o uso e projeto de chaminés de equilíbrio.

Em Moscou, Joukowski conduziu extensos experimentos em tubos com as seguintes dimensões (expressas em comprimento e diâmetro, respectivamente): 7620m, 50mm; 305m, 101,5mm; e 305m, 152,5mm. Após ter realizado estudos teóricos e experimentais, publicou seu artigo clássico (Joukowski, 1898) com a teoria básica do golpe de aríete. Desenvolveu

uma equação para a velocidade da onda, considerando a elasticidade tanto do fluido, quanto do conduto. Desenvolveu, também, relações entre a redução da velocidade e o conseqüente aumento da pressão utilizando dois métodos: a conservação de energia e a conservação de massa, considerando inclusive o efeito da variação do tempo de fechamento de uma válvula. Discutiu, ainda, a propagação de uma onda de pressão ao longo de um tubo e a reflexão da onda de pressão ao fim de uma ramificação. Estudou os efeitos do ar nas chaminés e tanques de oscilação e a elasticidade de válvulas de fechamento sob pressão do golpe de aríete.

Allievi desenvolveu a teoria geral do golpe de aríete a partir de princípios básicos. Ele examinou mais atentamente a equação da dinâmica:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + gA \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2DA} Q|Q| = 0 \quad (4.1)$$

e introduziu dois parâmetros adimensionais,

$$\beta = \frac{c\bar{v}_0}{2gH_0} \quad (4.2)$$

$$\theta = \frac{cT_c}{2L} \quad (4.3)$$

onde:

c é a celeridade das ondas elásticas ou, velocidade de propagação da onda sob pressão do golpe de aríete [LT^{-2}];

H_0 é a carga da pressão [L];

L é o comprimento da tubulação [L];

T_c representa o tempo de fechamento da válvula [T];

β é um parâmetro adimensional que relaciona a metade da taxa acumulada da energia cinética em um fluido que converte-se em energia potencial com a carga da pressão nas paredes do tubo, H_0 ;

θ é um parâmetro adimensional que considera as características de fechamento da válvula e um tempo de fechamento, T_c .

Allievi obteve uma expressão para a ação da pressão sobre a válvula. Allievi (1913) estudou, também, o movimento rítmico de uma válvula e provou que a pressão não pode exceder o dobro da carga estática (Chaudhry, 1979).

Entretanto, mesmo que o estudo do regime variável de pressão e, em particular, o estudo da propagação de ondas de pressão em tubos tenha sido objeto da atenção de muitos matemáticos e físicos de renome desde o século XVII (a partir dos trabalhos de Newton), os fenômenos então estudados não são exatamente comparáveis aos que afetam as obras hidráulicas concebidas e construídas a partir do século XIX (Almeida, 1981).

Assim, os transientes hidráulicos têm assumido maior importância devido ao avanço da tecnologia, com a utilização de equipamentos maiores e velocidades de escoamento mais altas. Estes transientes podem causar pressões perigosamente altas, ruído excessivo, fadiga e “pitting” devido à cavitação, e vibrações ressonantes que podem conduzir à destruição do equipamento (Dziedzic, 1997).

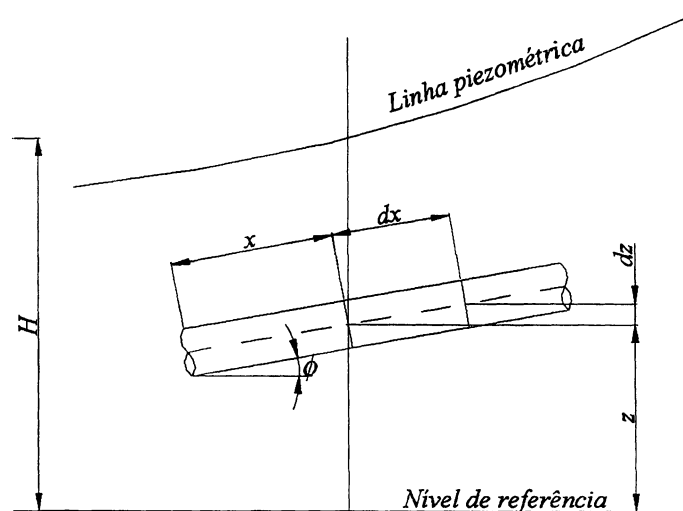


Figura 4.2

- Trecho elementar de um conduto -

(Almeida, 1981)

A fundamentação teórica do golpe de aríete baseia-se na aplicação dos princípios do equilíbrio dinâmico e da conservação de massa em um trecho elementar do escoamento entre duas seções de um conduto, como esquematizado na figura 4.2. Um conjunto de hipóteses simplificadoras permite estabelecer um sistema de equações diferenciais que constitui a base da teoria adotada pelos autores que têm se dedicado ao estudo desse fenômeno.

Tais hipóteses simplificadoras, válidas na quase totalidade dos casos de aplicação corrente, são (Almeida, 1981):

- o escoamento é considerado unidimensional, sendo as equações válidas sob um ponto de vista geral. Desta forma, admite-se em cada seção do conduto e em cada instante uma distribuição uniforme de pressão e velocidade;
- os coeficientes corretivos α e K_m (coeficientes de Coriolis e de quantidade de movimento, respectivamente) são considerados constantes e iguais à unidade;
- o fluido é homogêneo e monofásico durante todo o regime variável. As características de compressibilidade do fluido podem ser expressas por um único parâmetro, ou seja, pelo coeficiente de compressibilidade volumétrica ($\alpha = -\frac{dV}{V} \frac{1}{dp} = + \frac{dp}{\rho} \frac{1}{dp}$) ou o seu inverso, o módulo de elasticidade volumétrica ($E_v = - \frac{dp}{dV/V} = + \frac{dp}{d\rho/\rho}$);
- ausência de vazão para o exterior através das paredes do conduto, o qual é considerado impermeável;
- as perdas de cargas são iguais às que ocorreriam instantaneamente em um regime uniforme e permanente à mesma velocidade (hipótese de quase-estacionariedade);
- a variação da densidade (ρ) do fluido durante o regime variável pode ser desprezada quando comparada com os valores das variações de outras grandezas.

Da mesma forma, não são consideradas eventuais variações de temperatura que

ocorrem durante o regime variável.

Além das hipóteses feitas em relação ao comportamento do escoamento e do fluido, têm-se outras sobre o comportamento do conduto durante o golpe de aríete:

- imobilidade do eixo do conduto, apesar de estar submetido a solicitações dinâmicas;
- as paredes do conduto têm um comportamento elástico, caracterizado pelos respectivos módulos de elasticidade (E) e coeficiente de Poisson (ν), sendo entretanto, pouco deformáveis;
- em cada trecho do conduto o escoamento é considerado uniforme.

Considerando as hipóteses estabelecidas, o sistema de equações globais do regime variável de pressão caracteriza o fenômeno ao longo do conduto, independente das condições iniciais e de contorno. O sistema é constituído por duas equações diferenciais: a equação da conservação de massa ou continuidade e a equação da quantidade de movimento. Assim, as equações que constituem o modelo elástico do escoamento variável em um tubo, em coordenadas eulerianas, são (Almeida, 1981):

(a) equação da continuidade

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{Q}{A} \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{c^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{Q}{A} \sin \phi = 0 \quad (4.4)$$

(b) equação da quantidade de movimento

$$\frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{Q}{A^2} \frac{\partial Q}{\partial x} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{4\tau}{\rho D} = 0 \quad (4.5)$$

sendo:

ϕ o ângulo do eixo do tubo com a horizontal;

Levando em consideração a hipótese de quase estacionariedade, admite-se, na determinação dos valores das tensões tangenciais τ , que os mesmos são idênticos aos que

ocorreriam em regime permanente e uniforme, com velocidade média $\bar{v}$ igual à instantânea, utilizando coeficientes adimensionais (coeficientes de Darcy-Weisbach):

$$\tau = \frac{\rho \bar{v} |\bar{v}| f_R}{8} \quad (4.6)$$

onde f_R é um coeficiente de resistência cujo valor se admite igual ao coeficiente f_L correspondente à perda de carga total em regime permanente e uniforme (que pode ser obtido do diagrama de Moody). Normalmente, os dois valores podem ser distintos quando o escoamento é não-uniforme e variável, admitindo-se que a hipótese de quase-estacionariedade seja suficientemente rigorosa para escoamentos gradualmente variáveis.

As equações 4.4 e 4.5, chamadas equações indefinidas^{4.1} do escoamento variável em um tubo, são integráveis quando definidas as condições de contorno. Da integração obtém-se as funções $Q(x, t)$ e $H(x, t)$, resolvendo, conseqüentemente, o problema da análise do golpe de ariete do escoamento em um conduto.

A equação que permite o cálculo da elevação de pressão correspondente a uma redução instantânea de vazão, deduzida por Frizell (1898), é a seguinte:

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = -\frac{c}{gA} \Delta Q \quad (4.7)$$

onde,

Δp e ΔQ são, respectivamente, as variações de pressão $[FL^{-2}]$ e de vazão $[L^3T^{-1}]$,

Esta equação foi também deduzida por Joukowsky (1904).

As contribuições feitas por vários autores têm enriquecido os fundamentos teóricos do golpe de ariete, mas não influenciaram significativamente os resultados nas aplicações das equações indefinidas 4.4 e 4.5 do escoamento variável. As formulações matemáticas baseadas

^{4.1} Equações diferenciais que descrevem o regime sob pressão em um trecho elementar de conduto, independentemente das condições iniciais e de contorno (Almeida, 1981).

nessas equações, aplicadas a um trecho elementar do conduto em um tempo t , fornecem valores da variação da pressão e da vazão.

Fazendo o valor de c tender para o infinito (que corresponde a considerar o fluido e o conduto rígido) tem-se, a partir da equação da continuidade:

$$\partial Q / \partial x = 0 \quad (4.8)$$

e substituindo (4.8) em (4.5) obtém-se:

$$\frac{1}{A} \frac{dQ}{dt} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f_L Q |Q|}{2DA^2} = 0 \quad (4.9)$$

a qual pode ser também deduzida a partir das equações do método das características^{4.2}.

A análise dos transientes hidráulicos envolve o cálculo de pressões e velocidades para uma operação não-permanente do sistema em estudo, que podem ser causadas, por exemplo, pelo ajuste de uma válvula ou pela parada de uma bomba ou turbina. A hipótese principal adotada em tal análise é que a resistência ao escoamento no caso não-permanente é igual à que ocorreria em escoamento permanente à mesma velocidade. Em contraste ao caso de escoamentos permanentes, o tempo é uma variável e as equações resultantes podem ser EDP's (equações diferenciais parciais).

O fechamento rápido de uma válvula em uma tubulação causa a diminuição da velocidade do fluido, produzindo um grande aumento de pressão a montante. Associada a esta mudança súbita, ocorre uma onda que se desloca a velocidade alta ao longo do tubo, pressurizando-o e despressurizando-o alternadamente, e produzindo um ruído característico.

O fechamento rápido de uma válvula em um conduto durante o escoamento causa (Figura 4.3):

- redução do escoamento;
- onda de alta pressão propagada para montante da válvula à velocidade do som;

^{4.2} Método baseado na substituição das equações indefinidas, com derivações parciais, por um sistema de quatro equações diferenciais totais válidas ao longo de curvas especiais do plano (x, t) (Almeida, 1981).

- onda de baixa pressão propagada para jusante da válvula à velocidade do som.

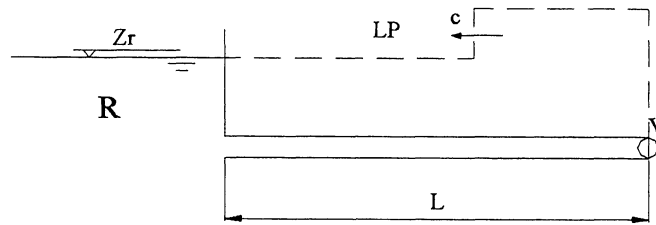


Figura 4.3

- Representação esquemática da propagação da onda de pressão -
(adaptado de Pickford, 1969)

A ação de tais pulsações de pressão é reduzir a velocidade de escoamento no conduto. Para um conduto de comprimento L , conectando um reservatório e uma válvula, a onda de pressão move-se com velocidade c (Rouse, 1950):

$$c = \frac{\sqrt{K / \rho}}{\sqrt{1 + (K / E)(D / e)}} \quad (4.10)$$

onde:

K é o módulo de elasticidade do fluido [FL^{-2}];

E é o módulo de Young do material do tubo;

e representa a espessura de sua parede [L].

Considerando a existência de escoamento permanente nesse tubo, ao fechar-se a válvula, observar-se-á a seguinte sequência de eventos, ignorando-se o efeito do atrito entre o fluido e as paredes do tubo (Rouse, 1950):

- no instante $t = 0$ a válvula é fechada (Figura 4.4), a camada de fluido mais próxima é forçada ao repouso e a parede do tubo expandida. Uma onda de pressão alta se desloca para montante, fazendo com que o fluido pare de se mover e expandindo o tubo. Quando a onda alcança o final do tubo ($t = L/c$), todo o fluido está sujeito a uma altura

de pressão adicional, h , toda a quantidade de movimento foi perdida e toda a energia cinética foi convertida em energia elástica;

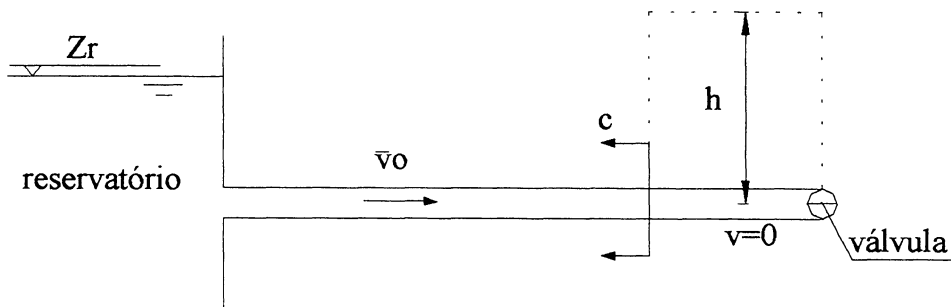


Figura 4.4

- Propagação da onda de pressão quando a válvula é fechada para $t = 0$ -
(Rouse, 1950)

(b) no instante $t = L/c$ existe uma condição de desequilíbrio na extremidade de montante do tubo (reservatório), pois a pressão no reservatório permanece inalterada (Figura 4.5). O fluido começa a escoar mais ainda para montante, a partir da extremidade de montante. Este escoamento faz com que a pressão retorne ao valor normal anterior ao fechamento, as paredes do tubo retornem ao normal, e o fluido adquira uma velocidade $\bar{v}_0$ no sentido negativo. No instante $t = 2L/c$ a onda chega à válvula e as pressões retornam ao normal ao longo do tubo, com a velocidade assumindo o valor $-\bar{v}_0$ entre o reservatório e a válvula;

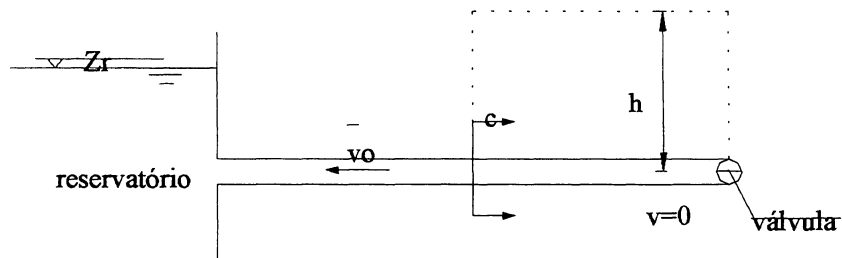


Figura 4.5

- Propagação da onda de pressão para $t = L/c$ -
(Rouse, 1950)

- (c) como a válvula está fechada, nenhum fluido está disponível para manter o escoamento em direção ao reservatório e uma baixa pressão se desenvolve ($-h$), tal que o fluido é levado novamente ao repouso (figura 4.6). Esta onda de baixa pressão se desloca para montante à velocidade c , fazendo com que o fluido retorne ao repouso, causando baixa pressão e permitindo contração das paredes do tubo;

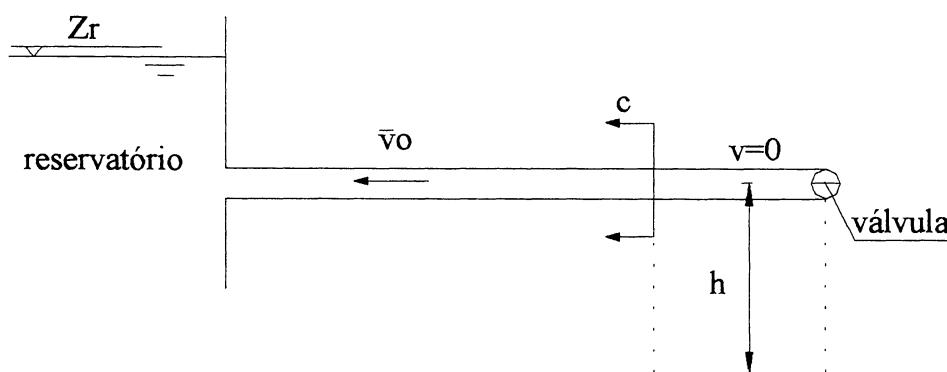


Figura 4.6

- Propagação da onda de pressão para $t = 2L/c$ -

(Rouse, 1950)

- (d) no instante $t = 3L/c$ a onda de pressão negativa alcança o reservatório, ocorrendo novamente um desequilíbrio de pressão, fazendo com que o fluido volte a escoar para dentro do tubo, adquirindo uma velocidade $\bar{v}_0$ e retornando o tubo e fluido às condições normais à medida que a onda se propaga para jusante com velocidade c (Figura 4.7). No instante em que esta onda alcança a válvula, as condições são exatamente iguais às verificadas em $t = 0$ (o momento de fechamento), $4L/c$ segundos antes.

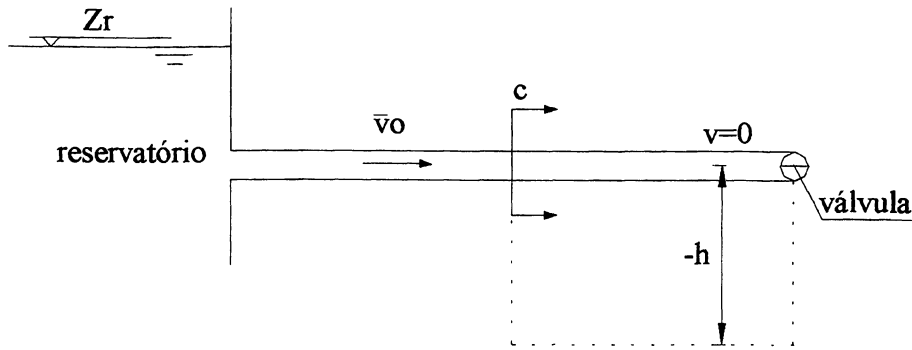


Figura 4.7

- Propagação da onda de pressão para $t = 3L/c$ -

(Rouse, 1950)

Se o atrito é negligenciado, o processo se repete indefinidamente a cada $T = 4L/c$ (T é o período).

O aumento de pressão Δp devido ao golpe de aríete é (Rouse, 1950)

$$\Delta p = -\rho(\bar{v}_o + c)\Delta\bar{v} \quad (4.11a)$$

pelo fato de $\bar{v}_o \ll c$, $\bar{v}_o$ pode ser negligenciado^{4.3} e a expressão 4.11a pode ser escrita da seguinte forma,

$$\Delta p = -\rho c \Delta\bar{v} \quad (4.11b)$$

Para o caso de fechamento total a expressão, deduzida por Joukowski (1898), é a seguinte:

$$\Delta p = -\rho c \bar{v}_o \quad (4.11c)$$

Este máximo de pressão extra ocorre apenas se a válvula está completamente fechada antes de $t=2L/c$. Caso contrário, a pressão adicional é determinada por (Michaud, 1878)

$$\Delta p' = -\frac{2L\bar{v}_o\rho}{t_{\text{fech}}} \quad (4.11d)$$

onde t_{fech} é o tempo, medido em segundos, para fechar a válvula.

^{4.3} O valor de $\bar{v}_o$ é, em geral, menor que 10 m/s, enquanto c é da ordem de 1000 m/s.

energia cinética e energia potencial, da relação entre as perdas de carga na galeria e a flutuação do nível na chaminé, e da perda de carga na entrada da chaminé de equilíbrio.

A condição de Sparre (Pinto, 1987) diz que se a chaminé tiver uma seção transversal (A_T) maior ou igual à seção do conduto (A_S), a porcentagem da pressão alta que se transmite para o conduto é considerada restrita ao conduto forçado, refletindo-se entre a chaminé e a válvula (Figura 4.8). O fenômeno hidráulico nas chaminés de equilíbrio é essencialmente um fenômeno de oscilação de massa. Desta forma, o problema encontra soluções mais satisfatórias quando aplicados os princípios fundamentais da hidráulica. Entretanto, a integração direta das equações diferenciais que interpretam o fenômeno restringe-se a um pequeno número de casos particulares. Daí, tem-se os métodos gráficos que permitem a solução de casos mais complexos (mas com a dificuldade de serem muito trabalhosos), os processos de integração numérica com o auxílio dos computadores e os modelos reduzidos.

Com o objetivo de diminuir as dimensões da chaminé de equilíbrio e a partir dos mesmos princípios, tem-se inventado um grande número de formas diferentes (Figura 4.9). No presente trabalho são citados os princípios e desempenho em uma chaminé de equilíbrio com seção constante.

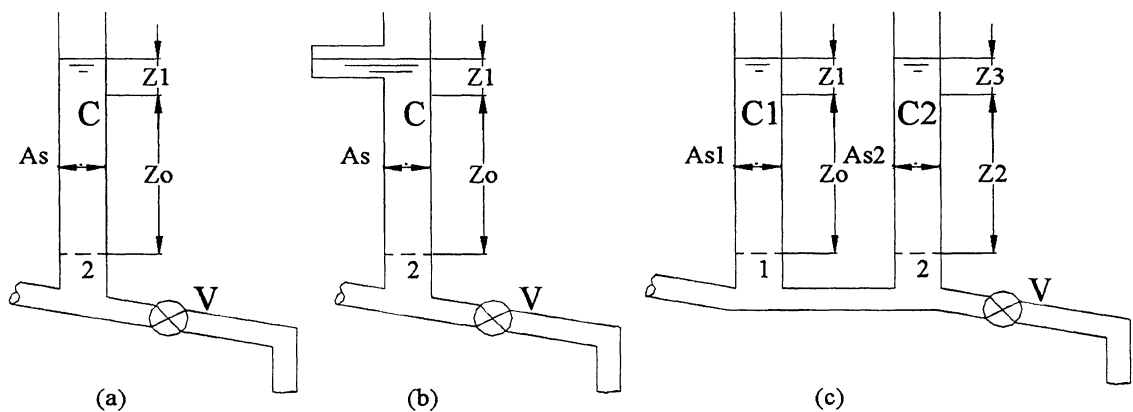


Figura 4.9

- Representação esquemática de formas na chaminé de equilíbrio -

- (a) Simples (b) C/ Câmara de Expansão (c) Chaminé de Equilíbrio Múltipla -

4.1.1.1. Chaminé de equilíbrio com seção constante

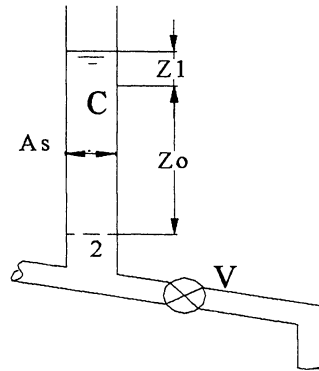


Figura 4.10

- Representação esquemática da chaminé de equilíbrio com seção constante-

A chaminé de equilíbrio com seção constante (Figura 4.10) é denominada por alguns autores de “simples” e para a sua análise é necessário considerar os pressupostos anteriormente citados:

- as paredes do conduto não são elásticas;
- as mudanças de pressão são propagadas ao longo do conduto com velocidades altíssimas;
- o fluido ao longo do comprimento total de conduto comporta-se como um sólido incompressível. Analiticamente, $\partial v / \partial x = 0$.

As equações fundamentais para a análise da chaminé de equilíbrio com seção constante são as seguintes (Jaeger, 1977):

(a) A equação da quantidade de movimento

Se um elemento de comprimento dL do conduto é considerado separadamente (figura 4.11), as forças atuantes na direção axial do conduto são:

A componente do peso = $dW \sin \alpha = \gamma A_T dL \sin \alpha = \gamma A_T dh$ sendo, $dh = dL \sin \alpha$;

A pressão = $-A_T dp$;

A resistência ao atrito = $-\gamma A_T i dL$, onde i é o gradiente de energia.

Desta forma, a massa de elemento de água no conduto é $(\gamma/g)A_T dL$ e a equação da quantidade de movimento para este elemento é:

$$\frac{\gamma}{g} A_T dL \frac{\partial v}{\partial t} = \gamma A_T dh - A_T dp - \gamma A_T i dL \quad (4.12)$$

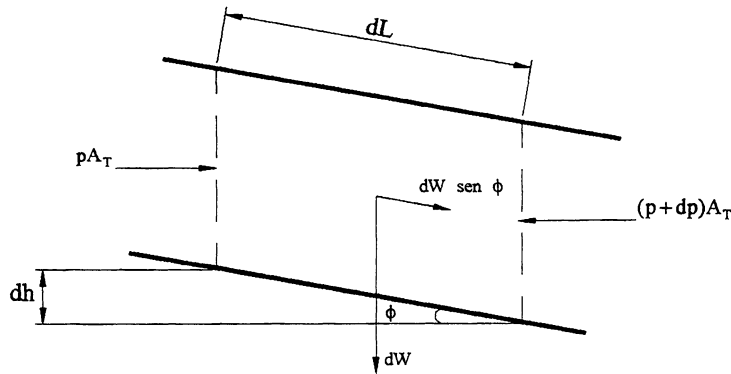


figura 4.11

- Forças atuantes em um comprimento elementar do conduto -

A fim de tornar possível a integração desta equação, de 0 a L, as seguintes suposições são necessárias:

- conduto e fluido são incompressíveis e $\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{dv}{dt}$;
- a primeira aproximação da altura de velocidade $\bar{v}^2 / 2g$ é negligenciável;
- o valor da resistência ao atrito substituído nas equações é o valor para escoamento permanente para qualquer tempo t quando, instantaneamente, o gradiente de energia i é obtido. A perda de carga iL é proporcional a $\bar{v}^2$ ou $iL = F\bar{v}^2$, onde $F = \frac{fL}{D}$;
- a massa de fluido na chaminé de equilíbrio em uma primeira aproximação é negligenciável.

Seguindo a nomenclatura da figura 4.11 tem-se:

$$\frac{1}{g} \frac{dv}{dt} \int_0^L dL = \int_{H_i}^{H_a} dh - \int_{H_i}^{H_a+z} \frac{dp}{w} - i \int_0^L dL \quad (4.13a)$$

ou

$$\frac{L}{g} \frac{dv}{dt} = H_a - H_i - (H_a + z - H_i) - iL \quad (4.13b)$$

e como

$$iL = \pm F\bar{v}^2$$

obtém-se

$$\frac{L}{g} \frac{dv}{dt} + z \pm F\bar{v}^2 = 0 \quad (4.14)$$

O sinal positivo deve ser usado quando o escoamento vai do reservatório em direção à chaminé de equilíbrio.

(b) A equação da continuidade

Observando a figura 4.11, obtém-se (Jaeger, 1977):

$$\bar{v}A_T = A_s \frac{dz}{dt} + Q \quad (4.15)$$

onde (dz/dt) é a velocidade de elevação do nível da água na chaminé de equilíbrio.

As equações 4.14 e 4.15 implicitamente assumem que a área do reservatório é grande e que o nível da água permanece constante durante a oscilação na chaminé. Entretanto, se o reservatório não for grande é necessário um vertedouro para manter o nível da água constante.

Assim, a equação da quantidade de movimento é expressa da seguinte forma (Jaeger, 1977):

$$\frac{L}{g} \frac{dv}{dt} + z \pm F\bar{v}^2 = 0 \quad (4.16)$$

4.1.2. Perda de carga

A integração direta das equações 4.4 e 4.5 somente é possível em alguns casos especiais. Um destes casos é interrupção brusca da vazão causada por um fechamento rápido de uma válvula de turbina. Neste caso, para efeito de simplificação, o atrito no conduto é negligenciado ($F = 0$) juntamente com outras perdas no conduto, como as que ocorrem devido à presença de juntas.

Ao longo da chaminé de equilíbrio observa-se perdas por atrito, que, entretanto, são de valores muito baixos.

Na entrada da chaminé de equilíbrio são observadas perdas de cargas locais. A seguir tem-se as equações usadas para o cálculo das perdas de carga contínua e localizada no experimento em estudo.

4.1.2.1. Perda de carga contínua

Uma perda de carga contínua observada é devida ao atrito, o qual reduz a amplitude de oscilação observada na chaminé de equilíbrio. Essa perda é geralmente baixa durante o fechamento de uma válvula e alta durante a abertura. Pode ser calculada a partir da seguinte expressão (Jaeger, 1977):

$$h_L = F\bar{v}^2 \quad (4.18)$$

Tanto no conduto, como ao longo da chaminé de equilíbrio as perdas são consideradas contínuas, e elas acontecem basicamente por atrito do fluido com as paredes do conduto e da chaminé de equilíbrio. As perdas de carga devidas à presença de juntas no conduto estão incluídas na parcela de perdas de carga contínuas.

4.1.2.2. Perda de carga localizada

As perdas de carga localizadas acontecem em função de uma mudança brusca do escoamento, pela mudança brusca na área da seção transversal do conduto e devido a mudanças na forma da seção do conduto.

No caso do experimento proposto observa-se perdas localizadas devido à conexão especial na entrada da chaminé, feita de acrílico e com dimensões como mostra a figura 4.12, devido aos seguintes aspectos:

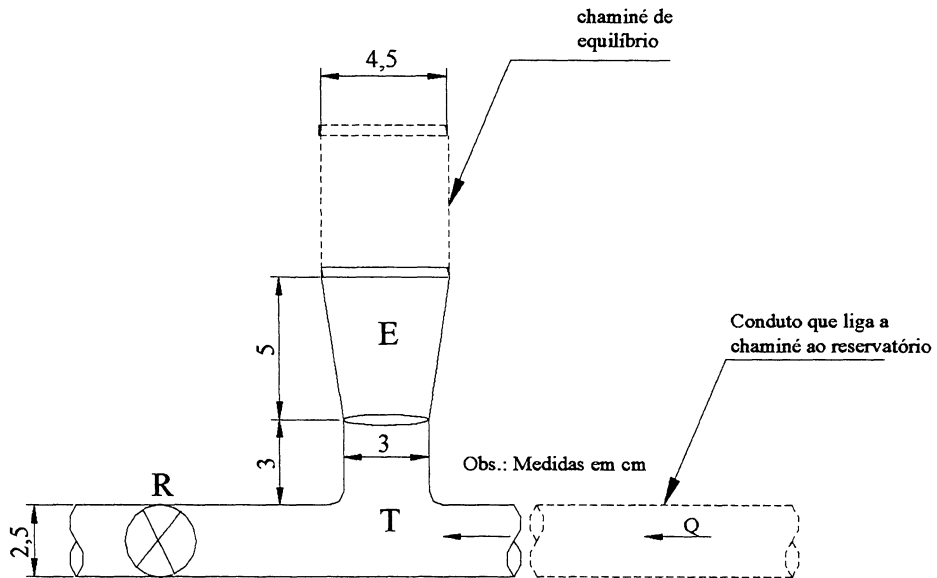


Figura 4.12

- Detalhe da conexão na entrada da chaminé -

- mudança de direção do escoamento observada pela presença de um "tê", T, com saída lateral;
- mudança da área da seção transversal, onde utiliza-se uma expansão gradual, E;
- mudança na forma da seção, isto é, de uma seção circular para uma seção quadrada na chaminé de equilíbrio.

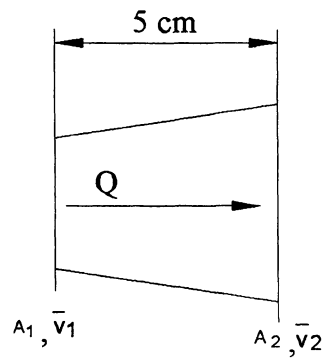


Figura 4.13

- Detalhe da expansão gradual -

A perda de carga devida à expansão gradual na entrada da chaminé de equilíbrio, de uma seção circular para uma quadrada (figura 4.13), é calculada utilizando-se a seguinte expressão (Daugherty,1916):

$$h' = k' \frac{(\bar{v}_1 - \bar{v}_2)^2}{2g} \tag{4.19}$$

onde o valor de k' é obtido em função do ângulo formado na expansão e da relação A_2/A_1 , como mostra a figura 4.14. Essa equação não inclui a perda devida à mudança da forma.

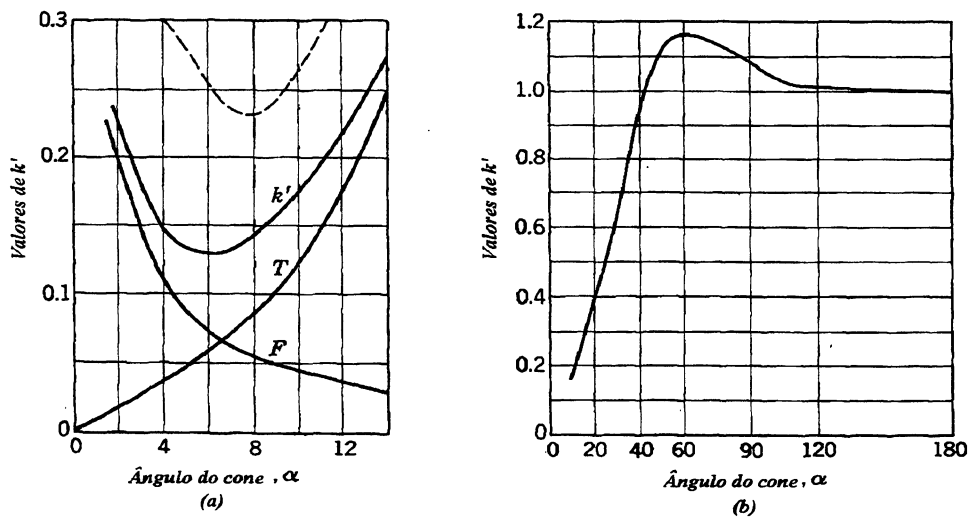


Figura 4.14

- Gráfico para obtenção de k' em função do ângulo formado na expansão -
(Daugherty,1965)

A perda de carga em função da presença de um “tê” com saída lateral é calculada a partir da expressão (Daugherty,1965):

$$h = k \frac{\bar{v}^2}{2g} \quad (4.20)$$

onde k é o coeficiente devido ao atrito.

4.2. Descrição do equipamento

O modelo físico ilustrado na figura 4.1 consiste basicamente de um reservatório, R, uma chaminé de equilíbrio, C, um conduto conectado a ambos, e uma válvula de fechamento rápido, V.

Quanto ao tipo de material usado no equipamento temos o seguinte:

- a chaminé de equilíbrio é de acrílico;
- o conduto que liga o reservatório à chaminé de equilíbrio é de ferro galvanizado;
- também foi utilizado um registro de fechamento rápido a jusante da chaminé de equilíbrio, C, e um registro de gaveta a montante do reservatório, R.

Na base da chaminé, o experimento pode ser variado devido à existência de uma placa móvel contendo três diferentes dimensões de abertura.

4.3. Análise

A cota máxima atingida pela água na chaminé e a pressão alta resultante do golpe de ariete são as variáveis de maior importância na análise da operação de uma chaminé de equilíbrio. A oscilação de fluido neste caso é um problema de escoamento não permanente, que pode ser analisado aplicando-se a equação de Bernoulli generalizada (Dziedzic, 1996):

$$h_1 = h_2 + \frac{1}{g} \int_1^2 \frac{\partial v}{\partial t} ds + h_f + h_L - h_p + h_t \quad (4.21)$$

sendo

h_1 e h_2 a energia total nos pontos 1 e 2 (figura 4.1) [L];

h_f a perda de energia devido ao atrito do fluido com as paredes dos condutos [L];

h_L as perdas de carga localizadas [L];

h_t a energia consumida por uma turbina [FLM^{-1}];

h_p a energia adicionada por uma bomba [FLM^{-1}].

No presente caso h_t e h_p são iguais a zero. Pode-se, então, combinar h_f e h_L em apenas um termo, da forma:

$$h_T = h_f + h_L = \frac{fL}{D} \frac{\bar{v}^2}{2g} + K_L \frac{\bar{v}^2}{2g} = \frac{K}{2g} |\bar{v}| \bar{v} \quad (4.22)$$

onde

$f = \Phi(\text{Re}, \varepsilon/D)$ é o coeficiente de perda de carga;

Re é o número de Reynolds;

ε/D é a rugosidade relativa;

ε é a altura média da rugosidade das paredes interna de um conduto [L];

K_L é a soma dos coeficientes de perdas de carga localizadas.

Utiliza-se $|\bar{v}| \bar{v}$ ao invés de $\bar{v}^2$ na equação para que o termo do atrito mude de sinal com $\bar{v}$, desta forma permitindo que a equação seja utilizada para movimentos em ambos os sentidos. Pode-se exprimir a diferença de energia entre o reservatório e a chaminé de equilíbrio como uma diferença de elevações de água: $h_2 - h_1 = z$. Como o nível de água é mantido constante no reservatório e a variação da velocidade na chaminé de equilíbrio é bem menor que no conduto de adução, despreza-se o termo dv/dt tanto no reservatório, quanto na chaminé de equilíbrio. Substituindo (4.22) em (4.21) e realizando as simplificações mencionadas anteriormente obtém-se:

$$\frac{L}{g} \frac{dv}{dt} + \frac{K}{2g} |\bar{v}| \bar{v} + z = 0 \quad (4.23)$$

sendo

z a elevação da coluna de água na chaminé de equilíbrio, com ' $z = 0$ ' coincidindo com o nível de água no reservatório [L];

Aplicando-se a equação da continuidade ao sistema após o fechamento da válvula obtém-se:

$$A_T \bar{v} = A_S \frac{dz}{dt} \quad (4.24)$$

onde A_S e A_T são as áreas da seção transversal da chaminé de equilíbrio e do tubo de adução, respectivamente.

Quando se combina a equação da continuidade (4.24) com a equação de Bernoulli (4.23), obtém-se uma equação diferencial não linear de segunda ordem para o nível de água na chaminé de equilíbrio, $z(t)$,

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{KA_S}{2LA_T} \frac{dz}{dt} \left| \frac{dz}{dt} \right| + \frac{A_T g}{A_S L} z = 0 \quad (4.25)$$

Apesar da equação (4.25) ser bastante complexa, ainda é possível obter-se uma solução implícita para z e desta obter a cota máxima $z_{\max}$. Como $dz/dt = \bar{v}_t$, onde $\bar{v}_t$ representa a velocidade na chaminé de equilíbrio, e $d^2 z / dt^2 = dv_t / dt = \bar{v}_t dv_t / dz = \frac{1}{2} dv_t^2 / dz$, pode-se escrever (4.25) na forma:

$$\frac{dv_t^2}{dz} + \frac{KA_S}{LA_T} \bar{v}_t^2 + \frac{2A_T g}{A_S L} z = 0 \quad (4.26)$$

como, pela equação da continuidade (4.24), $\bar{v} = \frac{A_S}{A_T} \bar{v}_t$ substitui-se $\bar{v}_t$ pela velocidade no conduto adutor, $\bar{v}$, resultando,

$$\frac{dv^2}{dz} + \frac{A_S K}{A_T L} \bar{v}^2 + \frac{2A_S g}{A_T L} z = 0 \quad (4.27)$$

A solução desta equação diferencial é,

$$\bar{v}^2 = \frac{-2g}{K} \left(z - \frac{LA_T}{KA_S} \right) + Ce^{\frac{-KA_S z}{LA_T}} \quad (4.28)$$

A constante de integração, C , pode ser determinada aplicando-se a condição inicial ($\bar{v} = \bar{v}_o$, $z = z_o$), na equação da constante de perda de carga, K ,

$$-z_o = K \frac{\bar{v}_o^2}{2g} \quad (4.29)$$

onde o sinal negativo leva em conta a orientação do eixo z . Logo,

$$C = -\frac{2gLA_T}{K^2 A_S} e^{\frac{KA_S z_o}{LA_T}} \quad (4.30)$$

e

$$\bar{v}^2 = -\frac{2g}{K} \left[z - \frac{LA_T}{KA_S} + \frac{LA_T}{KA_S} e^{\frac{KA_S}{LA_T}(z_o - z)} \right] \quad (4.31)$$

Finalmente, como a cota máxima $z_{\max}$ é alcançada quando $\bar{v} = 0$,

$$1 - \frac{KA_S}{LA_T} z_{\max} = \exp - \frac{KA_S}{LA_T} (z_{\max} - z_o) \quad (4.32)$$

que pode ser resolvida numericamente. Entretanto, a experiência mostra que, para as presentes condições experimentais, o termo à direita da igualdade pode ser negligenciado, obtendo-se uma solução explícita:

$$z_{\max} = \frac{LA_T}{KA_S} \quad (4.33)$$

Convém notar que a pressão alta resultante do golpe de aríete ainda se fará sentir no trecho do conduto de adução entre a chaminé de equilíbrio e a válvula. Logo, as peças entre a chaminé e a válvula deverão ser dimensionadas para resistir a essa pressão alta. Para determinar a pressão alta é necessário o tempo de fechamento da válvula, t , e, a partir de sua comparação com o período da canalização $\wp = 2L/c$, pode-se determinar se a manobra de fechamento é rápida ou lenta. Se $t < \wp$, a manobra é rápida; caso contrário, a manobra é considerada lenta. Para fechamento rápido utiliza-se a fórmula (Joukowski, 1898):

$$h_a = \frac{c\bar{v}}{g} \quad (4.34)$$

onde

h_a é o aumento de pressão em metros de coluna de água;

No caso de manobra lenta pode-se aplicar a fórmula aproximada de Michaud:

$$h_a = \frac{2L\bar{v}}{gt} \quad (4.35)$$

4.4. Resultados

Os resultados obtidos no modelo da chaminé de equilíbrio simples podem ser observados nas tabelas 4.1 a 4.3. A seguir, tem-se os cálculos realizados para a chaminé de equilíbrio simples (tabela 4.1), com abertura na base da chaminé igual à seção da mesma (45 mm × 45 mm). Utilizando-se os valores medidos experimentalmente,

$$\Delta T = 14,5 \text{ s} \quad \Delta H = 0,1 \text{ m}$$

aplicando à equação (1.28), obtém-se (na 6ª coluna da tabela):

$$Q = \left(\frac{\Delta H \times A_{\text{coletor}}}{\Delta T} \right) = 8,6\text{E-}04 \text{ m}^3/\text{s}$$

A área da seção transversal do conduto de adução para um diâmetro igual a $D_{\text{conduto}} = 0,0254 \text{ m}$ é (7ª coluna da tabela),

$$A_{\text{conduto}} = \frac{\pi \times D^2}{4} = 5,0\text{E-}04 \text{ m}^2$$

Desta forma, pode-se calcular a velocidade média (na 8ª coluna da tabela), no conduto de adução, usando-se a equação da continuidade (1.28):

$$Q = \bar{v}A \rightarrow \bar{v} = \frac{Q}{A} = \frac{8,6\text{E-}04}{5,0\text{E-}04} = 1,71 \text{ m/s}$$

Na 9ª coluna da tabela, tem-se o nível de água na chaminé de equilíbrio para a vazão determinada,

$$Z_{\text{chaminé}} = 0,93 \text{ m}$$

Seguindo, (na 10ª coluna da tabela) tem-se o nível de água no reservatório,

$$Z_r = 2,74 \text{ m}$$

Assim, tem-se a perda de carga entre o reservatório e a chaminé de equilíbrio (na 11ª coluna da tabela),

$$h_a = Z_r - Z_{\text{chaminé}} = 1,81 \text{ m}$$

Faz-se necessário o cálculo da constante de perda de carga para uma leitura i (na 12ª coluna da tabela 4.1):

$$K_i = (2 \times g \times h_a) / \bar{v}_a^2 \rightarrow K_1 = 12,1$$

A constante de perda de carga média, do reservatório à chaminé de equilíbrio, é calculada fazendo-se, pelo menos, três leituras, isto é, para diferentes vazões. Assim, obtém-se a média da constante de perda de carga:

$$K_a = \sum K_i / n = 14,22$$

a constante de perda de carga adicional, devido a perdas localizadas na base da chaminé (K_b), para o presente experimento é,

$$K_b = \text{perda devido ao "tê"} + \text{expansão gradual} + \text{mudança de forma na seção}$$

$$K_b = 1,28 + 0,12 + 0,10 = 1,5$$

somando-se as perdas constantes e adicionais, tem-se a perda de carga total no modelo da chaminé de equilíbrio,

$$K = K_a + K_b = 15,72$$

O cálculo da cota máxima pelo método simplificado utilizando-se a expressão (4.33), tem-se:

$$Z_{\text{simplificado}} = \frac{LA_T}{KA_S} = 0,19 \text{ m}$$

Pode-se verificar o erro cometido devido ao termo exponencial negligenciado:

$$1 - \frac{KA_S}{LA_T} z_1 = \exp - \frac{KA_S}{LA_T} (z_1 - z_0) \quad z_{\text{simplificado}} = \frac{LA_T}{KA_S}$$

onde,

Z_1 é a cota máxima calculada considerando-se o termo exponencial;

$Z_{\text{simplificado}}$ é a cota máxima calculada ignorando-se o termo exponencial.

Assim, a cota máxima lida no modelo físico é:

$$h_{\text{máx}} = 2,94 \text{ m}$$

e altura do nível de água máxima ($Z_{\text{máx}}$) obtido no modelo físico, pode ser calculado através da diferença entre o nível de água no reservatório e o nível máximo obtido na chaminé de equilíbrio, quando a válvula a jusante da chaminé é fechada bruscamente, tem-se:

$$Z_{\text{mod}} = h_{\text{máx}} - Z_r = 0,20 \text{ m}$$

O erro relativo do método simplificado é obtido pela relação a seguir:

$$E = \frac{Z_{\text{simplificado}} - Z_{\text{modelo}}}{Z_{\text{modelo}}} = 2,9 \%$$

Os resultados para as demais leituras podem ser observados na tabela 4.1. Para as outras configurações na entrada da chaminé de equilíbrio simples (40 mm x 40 mm e 35 mm x 35 mm), os resultados estão nas tabelas 4.2 e 4.3.

Ainda, o equipamento pode ser visualizado nas fotos do APÊNDICE H. No APÊNDICE G, encontra-se uma sugestão de sequência de aula prática em laboratório, utilizando-se o equipamento do presente experimento.

Os resultados obtidos experimentalmente foram os esperados a partir da teoria sobre chaminé de equilíbrio. Alguns possíveis erros na coleta dos dados podem ter ocorrido devido à possibilidade de ter havido mudança na pressão de alimentação do sistema durante a realização dos testes.

Resultados

L= 12,2 m Acolet= 0,12566 m²

Daducao= 0,0254 m

Lchaminé= 0,045 m

Dcoletor= 0,4 m

Exper. (1)	Leitura (2)	ΔH (m) (3)	ΔT (s) (4)	A_s (m²) (5)	Q (m³/s) (6)	A_T (m²) (7)	$\bar{v}$ (m/s) (8)	Z_{ch} (m) (9)	Z_r (m) (10)	h_a (m) (11)	K_i (12)
1	1	0,1	14,5	2,0E-03	8,6E-04	5,0E-04	1,71	0,93	2,74	1,81	12,16
	2	0,1	19,9	2,0E-03	6,3E-04	5,0E-04	1,25	1,72	2,74	1,02	12,86
	3	0,1	27,9	2,0E-03	4,5E-04	5,0E-04	0,89	2,15	2,74	0,59	14,68
	4	0,1	39,3	2,0E-03	3,2E-04	5,0E-04	0,63	2,39	2,74	0,35	17,20

Ka	Kb	K	Zs (m)	hmáx (m)	Zmod (m)	E%
14,22	1,5	15,72	0,19	2,94	0,20	2,9

Tabela 4.1 – Chaminé de equilíbrio simples (Entrada de 45 X 45)

Resultados

L= 12,2 m Acolet= 0,12566 m²

D1a= 0,0254 m

Lch= 0,04 m

Dcoletor= 0,4 m

Exper. (1)	Leitura (2)	ΔH (m) (3)	ΔT (s) (4)	A_s (m²) (5)	Q (m³/s) (6)	A_T (m²) (7)	$\bar{v}$ (m/s) (8)	Z_{ch} (m) (9)	Z_r (m) (10)	h_a (m) (11)	K_i (12)
2	1	0,1	14,5	1,6E-03	8,7E-04	5,1E-04	1,71	0,93	2,74	1,81	12,11
	2	0,1	19	1,6E-03	6,6E-04	5,1E-04	1,31	1,59	2,74	1,15	13,27
	3	0,1	27	1,6E-03	4,7E-04	5,1E-04	0,92	2,01	2,74	0,73	16,98
	4	0,1	39	1,6E-03	3,2E-04	5,1E-04	0,64	2,49	2,74	0,26	12,37

Ka	Kb	K	Zs (m)	h _{máx} (m)	Z _{mod} (m)	E%
13,68	1,5	15,18	0,25	2,97	0,23	10,6

Tabela 4.2 – Chaminé de equilíbrio simples (entrada de 40 X 40)

Resultados

L= 12,2 m Acolet= 0,12566 m²

D1a= 0,0254 m

Lch= 0,035 m

Dcoletor= 0,4 m

Exper. (1)	Leitura (2)	ΔH (m) (3)	ΔT (s) (4)	A_s (m²) (5)	Q (m³/s) (6)	A_r (m²) (7)	$\bar{v}$ (m/s) (8)	Z_{ch} (m) (9)	Z_r (m) (10)	h_a (m) (11)	K_i (12)
3	1	0,1	14,5	1,2E-03	8,7E-04	5,1E-04	1,71	0,68	2,74	2,06	13,80
	2	0,1	19,8	1,2E-03	6,3E-04	5,1E-04	1,25	1,18	2,74	1,56	19,51
	3	0,1	27,8	1,2E-03	4,5E-04	5,1E-04	0,89	1,73	2,74	1,01	24,88
	4	0,1	38	1,2E-03	3,3E-04	5,1E-04	0,65	2,34	2,74	0,40	18,33

Ka	Kb	K	Zs (m)	hmáx (m)	Zmod (m)	E%
19,13	1,5	20,63	0,24	2,97	0,23	6,4

Tabela 4.3 – Chaminé de equilíbrio simples (entrada de 35 X 35)

Conclusão

Os experimentos apresentados no presente trabalho são adições ao Laboratório Didático de Mecânica dos Fluidos e Hidráulica da UFPR. Esta contribuição é de caráter prático e didático, disponibilizando novos equipamentos que podem ser utilizados para a verificação experimental de conceitos pertinentes às disciplinas de Mecânica dos Fluidos e Hidráulica, tanto a nível de graduação como de pós-graduação. Neste intuito, o presente trabalho trouxe uma colaboração para a utilização dos equipamentos construídos em laboratório, apresentando uma revisão dos conceitos envolvidos em cada experimento, uma análise desta teoria aplicada ao experimento, os resultados experimentais e uma proposta de roteiro de aula didática em laboratório.

No primeiro capítulo obteve-se êxito na determinação experimental das linhas piezométrica e de energia e, ainda, na determinação da vazão utilizando-se o medidor Venturi e o Orifício. No segundo capítulo, a força resultante da variação da quantidade de movimento quando um jato de água é lançado sobre um defletor plano ou curvo foi determinada com sucesso, recomendando-se, faixas de vazão para operação do equipamento. No terceiro capítulo foram apresentados resultados experimentais de medição de perfil de velocidade em um conduto circular para vários casos de escoamentos turbulentos, comprovando-se as previsões teóricas. No quarto capítulo obteve-se boa concordância entre os valores experimentais e teóricos para o nível máximo observado em uma Chaminé de Equilíbrio Simples, resultante do fechamento rápido e total de uma válvula na tubulação a jusante da chaminé.

Vale notar que as aplicações aqui descritas para o equipamento implementado devem ser encaradas como a possibilidade inicial, podendo o instrutor criar modificações e variações das experiências propostas com pouca, ou nenhuma, modificação ao equipamento.

Apêndice A

Material didático para aula de laboratório de hidráulica e mecânica
dos fluidos – Conservação de massa

Material Didático para aula de Laboratório de Hidráulica e Mecânica dos Fluidos

Experiência: Conservação de massa

1. Introdução

Esta experiência demonstra a utilização de diferentes métodos de medição de vazão, e ilustra os três tipos de energia associados ao escoamento de um fluido incompressível, ou seja, energia cinética, energia potencial e energia de pressão, permitindo obter as linhas piezométrica e de energia. Este experimento é importante para que o aluno tenha uma melhor compreensão do comportamento do fluido em diversas situações de escoamento, visualizando as linhas piezométrica e de energia e adquirindo sensibilidade quanto às pressões a que um escoamento estará submetido em situações em que há mudança nas características geométricas do conduto, como, por exemplo, redução brusca na seção transversal.

2. Fundamentação teórica

O princípio da Conservação de Massa, enunciado por Lavoisier Antoine Laurent (1743-1794), afirma que a massa, M , de um sistema é constante. Por definição, um sistema é uma porção arbitrária de matéria de identidade conhecida. Um volume de controle é um volume fixo no espaço. Caso o fluxo médio de massa para o interior de um determinado volume de controle exceda a média do fluxo para fora, haverá acumulação de massa no interior deste volume. Este princípio pode ser expresso da seguinte forma:

$$\left. \frac{dM}{dt} \right|_{\text{sistema}} = 0 \quad (1.1)$$

em que

$$M_{\text{sistema}} = \int_{\text{massa(sistema)}} dm = \int_{V(\text{sistema})} \rho dV$$

m é a massa de fluido contido no sistema [M];

ρ é massa específica [ML⁻³];

dV é um elemento de volume [L³];

t é o tempo em que o fluido está confinado no volume de controle inicial [T].

Superfície de controle (SC)
confinando o fluido no tempo t

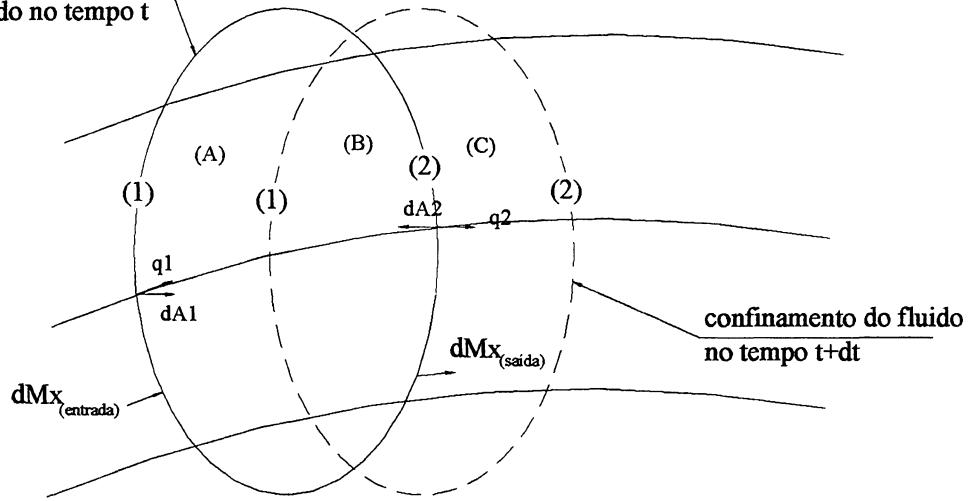


Figura 1.2

- Volume de controle arbitrário -
(adaptado de Neidert, 1997)

Considerando a figura 1.2, observa-se que a taxa de variação temporal da massa no volume de controle (VC) pode ser expressa da seguinte forma:

$$\frac{\partial(m_B)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} (\rho dV) \quad (1.2)$$

o fluxo líquido de matéria através da superfície de controle, é

$$\frac{(m_A)_t - (m_C)_{t+dt}}{dt} = \frac{(m_B)_{t+dt} - (m_B)_t}{dt} \quad (1.3)$$

Considerando a equação (1.2) e a expressão (1.3), o fluido entrando no volume de controle em (1) e saindo do volume de controle em (2) pode ser expresso da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} (\rho dV) = \int_{(1)} \rho \vec{q}_n d\vec{A}_1 - \int_{(2)} \rho \vec{q}_n d\vec{A}_2 \quad (1.4)$$

sendo,

$\vec{q}_n$ a componente de $\vec{q}$ normal à superfície do volume de controle;

$d\vec{A}$ vetor área, positivo quando aponta para o interior do volume de controle.

Na forma vetorial, tem-se (Fox e McDonald, 1985):

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{vc} \rho dV + \int_{sc} \rho \vec{q} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (1.5)$$

O primeiro termo da expressão 1.5, representa a variação da massa no interior do volume de controle, o segundo o fluxo de massa através da superfície de controle. Assim, o princípio da conservação de massa exige que a soma da variação da quantidade de massa no interior do volume de controle com a quantidade de massa que dele sai através da superfície de controle, seja nula.

A expressão 1.5 representa a formulação analítica da conservação de massa em um volume definido. A solução completa de um problema de escoamento de fluido envolve, ainda as equações do movimento. Em muitos casos, porém, o conhecimento da distribuição de velocidades e pressões na seção de escoamento é desnecessário para a solução global do problema, ou a solução é tão complexa que uma aproximação grosseira é tudo que se pode obter. Isto é feito assumindo que a zona de escoamento em consideração consiste em um único conduto de escoamento, e que cada seção pode ser caracterizada por uma velocidade média de escoamento, uma pressão média e uma elevação média. A variação das características do escoamento na seção é ignorada e atenção é dispensada apenas à variação dos valores médios na direção do escoamento. Deste enfoque resultou o método de análise unidimensional que formou a base da hidráulica do século dezenove.

Uma das características da análise unidimensional de escoamentos em condutos é a maneira conveniente com que se pode exprimir graficamente as características essenciais do escoamento. Utilizar valores médios para os parâmetros envolvidos na equação (1.4) constitui-se em uma boa aproximação para a solução de problemas de escoamento em um

conduto. A velocidade, contudo, varia ao longo da seção transversal, desde zero no contorno sólido até uma máxima no centro. Usando a expressão geral de energia 1.5 e observando que energia cinética total é

$$\int \frac{\rho}{2} q^2 dQ = \alpha \frac{\rho}{2} v^2 dQ \quad (1.6)$$

onde,

α é o coeficiente de correção de energia cinética;

Q é o fluxo ou vazão do fluido (L^3/T).

Uma velocidade média é adotada (entre o valor zero junto ao contorno sólido e máxima no eixo do conduto) para obtenção das soluções dos problemas de Engenharia Hidráulica (o perfil de velocidades é o estudo do capítulo II do presente trabalho).

Quando houver acréscimo de energia no sistema devido ao trabalho de eixo, a diferença algébrica entre a transferência de calor do fluido e o ganho de energia interna representa uma diminuição líquida da energia mecânica do sistema. Para líquidos, a diminuição não é convenientemente reconvertida em energia mecânica e é considerada uma perda. Assim, pode-se escrever:

$$H_1 = H_2 + \Delta H_M + H_{L(1-2)} \quad (1.7)$$

onde

H é a altura total de energia [L];

H_1, H_2 são valores médios de energia por unidade de peso [L];

ΔH_M representa o trabalho de eixo transmitida ao sistema para o exterior [L];

$H_{L(1-2)}$ é a perda da energia mecânica [L].

Se as perdas por resistência são negligenciáveis e não houver trabalho de eixo, tem-se:

$$H_1 = H_2 + H_{L(1-2)} \quad (1.7a)$$

substituindo a expressão (1.7a) pelas parcelas que representam as quantidades da altura média de velocidade, altura média de pressão e elevação do conduto, obtém-se:

$$\frac{p_1}{\gamma} + z_1 + \alpha_1 \frac{\bar{v}_1^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + z_2 + \alpha_2 \frac{\bar{v}_2^2}{2g} \tag{1.8}$$

quando $\alpha_1 = \alpha_2 \cong 1,00$ (distribuição uniforme de velocidade) obtém-se a equação unidimensional de Bernoulli que define a altura total de energia, H , por unidade de peso (Daily e Harleman, 1996)

$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{\bar{v}^2}{2g} \tag{1.9}$$

onde,

z é a elevação do conduto [L];

p a pressão [FL⁻²];

γ o peso específico do fluido [FL⁻³];

$\bar{v}$ a velocidade média do escoamento no conduto [LT⁻¹];

g a aceleração da gravidade [LT⁻²].

Para escoamentos turbulentos em condutos, $\alpha_1 = \alpha_2 \cong 1,06$ (Daily e Harleman, 1996).

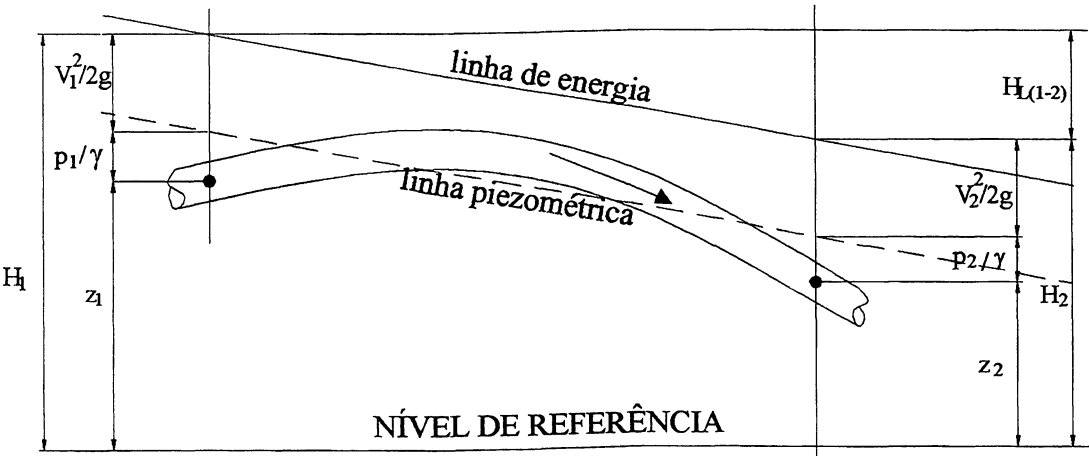


Figura 1.3
- Linhas piezométricas e de energia -
(adaptado de Daily e Harleman, 1996)

A expressão (1.9) permite dividir a altura total de energia, em qualquer seção do escoamento, em quantidades que representam a altura média de velocidade ($\bar{v}^2/2g$), a altura média de pressão (p/γ) e a elevação do conduto (z); isto é, energia cinética, energia de pressão e energia potencial (figura 1.3). Estas alturas podem ser determinadas e representadas graficamente para as seções principais, fornecendo um diagrama contínuo ao longo de todo o sistema. Assim, um gráfico da altura total constitui a linha de energia, enquanto que um gráfico de $(z + p/\gamma)$ descreve a linha piezométrica. A distância entre as duas linhas é a altura de velocidade média ($\bar{v}^2/2g$).

Informações importantes para o desempenho adequado de sistemas hidráulicos podem ser obtidas facilmente analisando-se as linhas piezométrica e de energia correspondentes. Possíveis problemas como a ocorrência de baixa pressão e cavitação, por exemplo, podem ser identificados com um simples esboço que mostrará posições no sistema onde cálculos detalhados são necessários e modificações de projeto necessárias.

É interessante notar que a energia total deve diminuir na direção do escoamento como na figura 1.3, a menos que exista uma máquina hidráulica (bomba) que adicione energia ao sistema. As perdas de carga em um sistema são de dois tipos: o primeiro inclui perdas por atrito, devido à interação do fluido com o contorno sólido (paredes do tubo), e o segundo inclui perdas localizadas que acontecem, por exemplo, sempre que há uma mudança na seção transversal de escoamento (ex.: expansão ou contração súbita, entrada ou saída de conduto). Perdas por atrito são de natureza contínua e acontecem ao longo do comprimento do conduto, e fazem com que a linha de energia apresente gradiente negativo na direção do escoamento. As perdas localizadas são responsáveis por quedas bruscas na linha de energia. Assim, na ausência de bombas, a energia total tem que diminuir na direção do escoamento, ao passo que a energia piezométrica pode diminuir ou aumentar, dependendo da variação da seção transversal e da elevação da seção transversal.

3. Procedimento experimental

O ensaio em laboratório deve seguir o seguinte roteiro:

- 3.1. Abrir a válvula de abastecimento do reservatório do modelo;
- 3.2. Esperar a vazão de alimentação do sistema estabilizar. Esta condição é indicada por um vazamento contínuo pelo ladrão do reservatório;
- 3.3. Abrir totalmente a válvula na saída do conduto;
- 3.4. Abrir totalmente a válvula na entrada do conduto e deixar o escoamento estabilizar;
- 3.5. Fechar totalmente a válvula na saída do conduto;
- 3.6. Esperar até observar no painel em todos os piezômetros, uma altura do fluido coincidente. Esta altura será a marca inicial para as demais leituras;
- 3.7. Uma abertura deve ser determinada na válvula de saída do conduto;
- 3.8. A determinação da vazão é feita fechando-se a válvula de saída do reservatório coletor, e determinando-se o intervalo de tempo necessário para o acúmulo de um determinado volume do fluido;
- 3.9. Para esta vazão fazer as leituras de todos os piezômetro a partir da marca inicial;
- 3.10. Fixar uma linha contínua de lã vermelha em todos os piezômetros para observar a linha piezométrica;
- 3.11. Repetir os procedimentos 3.8 e 3.9 pelo menos para mais duas vazões diferentes;
- 3.12. A partir da linha piezométrica, calcular os pontos para a determinação da linha de energia, através da equação de Bernoulli;
- 3.13. Traçar graficamente as linhas de energia e piezométrica para as vazões determinadas;
- 3.14. Analisar e discutir os resultados.

4. Características do modelo físico:

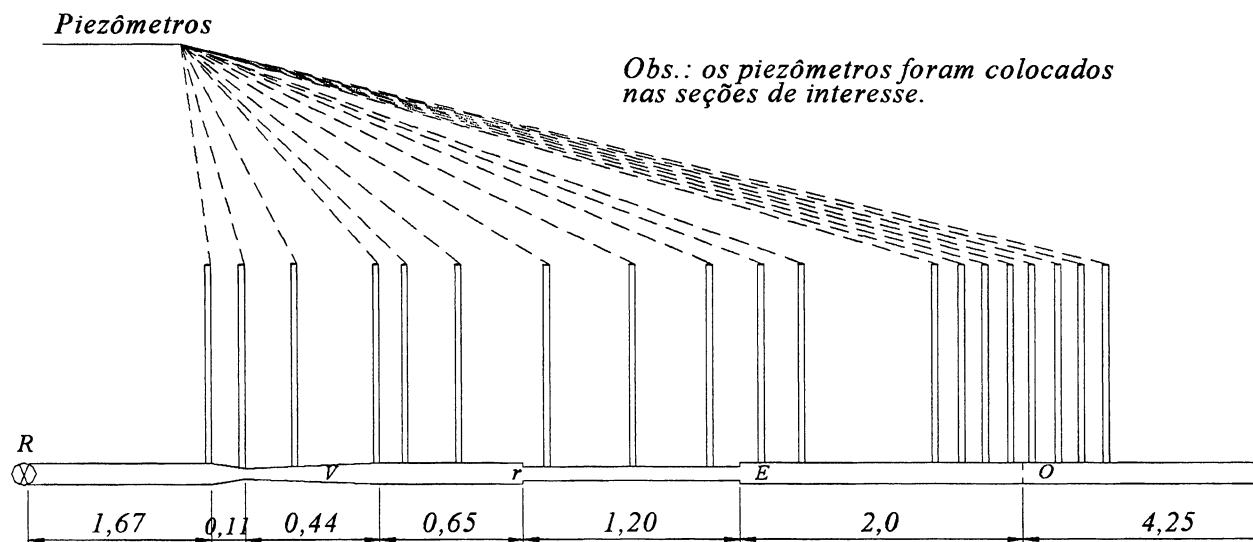


Figura 1.1

- Representação esquemática do equipamento -

O equipamento, esquematizado na figura 1.1, consiste em um conduto de acrílico com diâmetro de 0,075 m, no qual o fluxo atravessa um medidor Venturi (V), depois uma redução brusca de seção (r), seguida por uma expansão brusca (E) e finalmente um orifício (O). As pressões nas seções de interesse são obtidas através de 19 piezômetros conectados ao conduto. Na entrada e saída do conduto estão acoplados registros (R), para controlar a vazão do fluido.

Um coletor circular com seção conhecida (A) e com um dispositivo para medir a altura do fluido (ΔH) em função da variação do tempo (ΔT), foi utilizado para a determinação da vazão, através da expressão:

$$Q = \left(\frac{\Delta H \times A_{\text{coletor}}}{\Delta T} \right)$$

onde,

A_{coletor} é a área da seção transversal do coletor [L^2];

ΔH é a altura [L] preenchida no intervalo de tempo ΔT [T], no interior do coletor.

5. Procedimento de cálculo

5.1. Cálculo da vazão:

$$\Delta T =$$

$$\Delta H =$$

obtém-se:

$$Q = \left(\frac{\Delta H \times A_{\text{coletor}}}{\Delta T} \right) =$$

5.2. A área da seção transversal do conduto

$$A_{\text{conduto}} = \frac{\pi \times D^2}{4} =$$

5.3. calcular a velocidade média, usando a equação da continuidade:

$$Q = \bar{v}A \rightarrow \bar{v} = \frac{Q}{A} =$$

5.4. Ainda, para a determinação da linha de energia, faz-se necessário para cada ponto ao longo do conduto onde tem-se a altura piezométrica, o cálculo da altura total de energia (H) usando-se a expressão de Bernoulli:

$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{\bar{v}^2}{2g}$$

Quando há mudança nas condições do escoamento é necessário observar a mudança da velocidade na seção de interesse.

5.5. Repetir a sequência 5.1 a 5.4 para os demais piezômetros.

5.6 Calcular a vazão, utilizando-se o medidor Venturi e o Orifício.

Apêndice B

Fotos do equipamento de conservação de massa

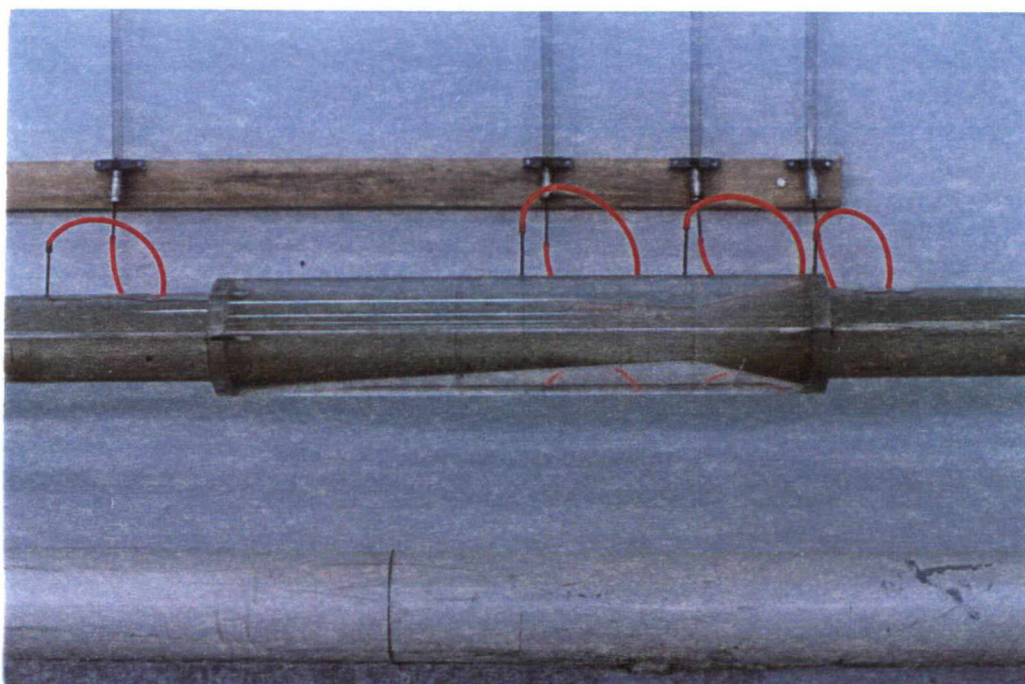


Foto 1.1

- Escoamento no Tubo Venturi -

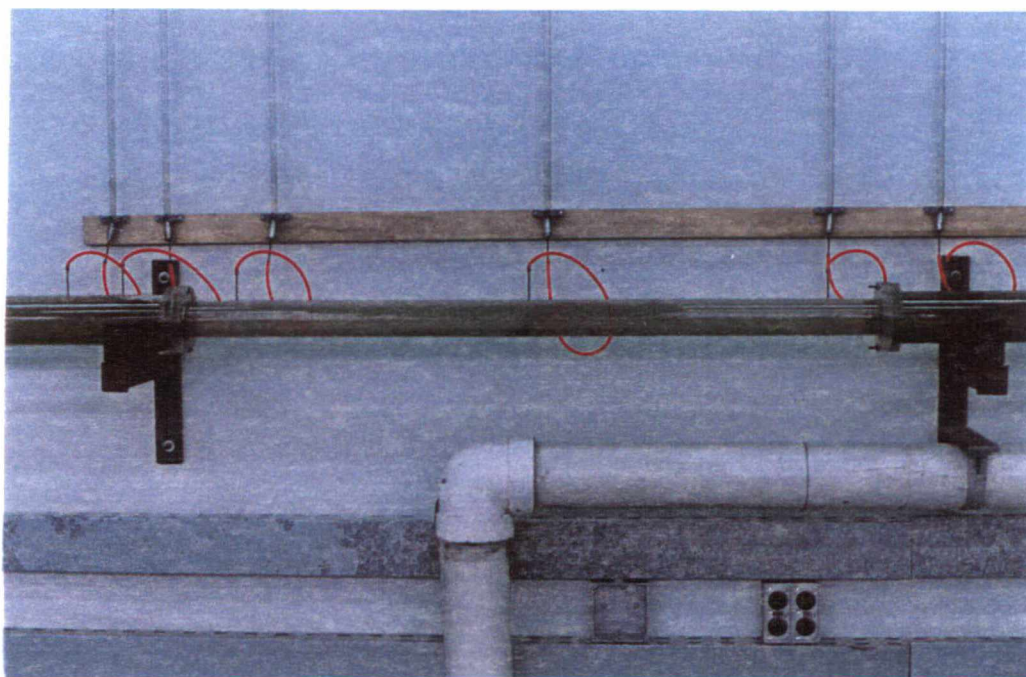


Foto 1.2

- Contração e expansão brusca no conduto -

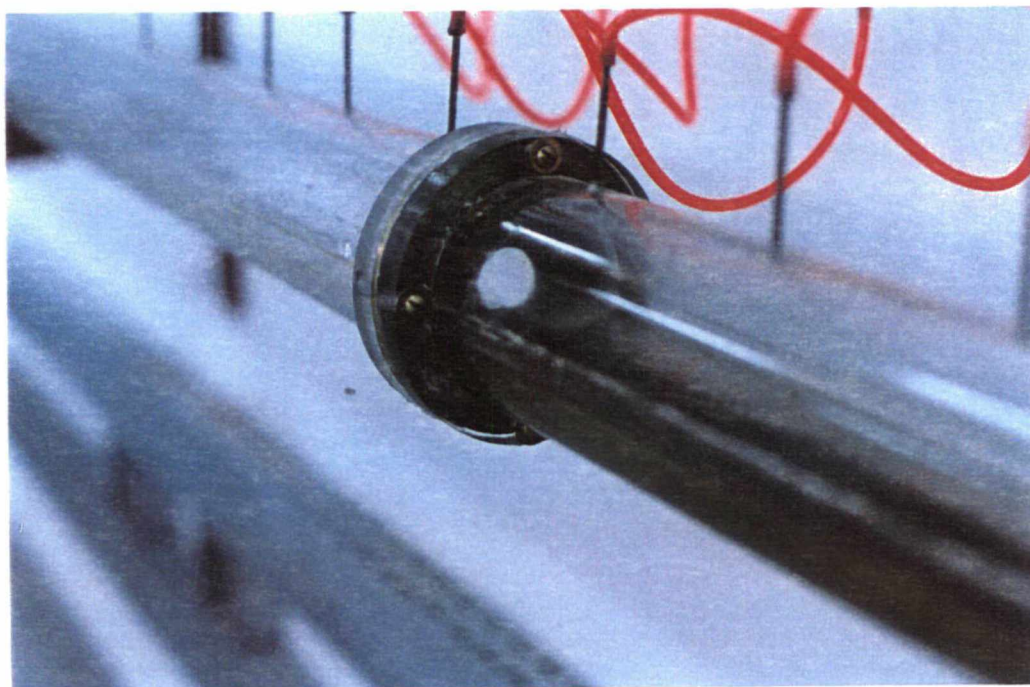


Foto 1.3

- Escoamento através de um orifício -

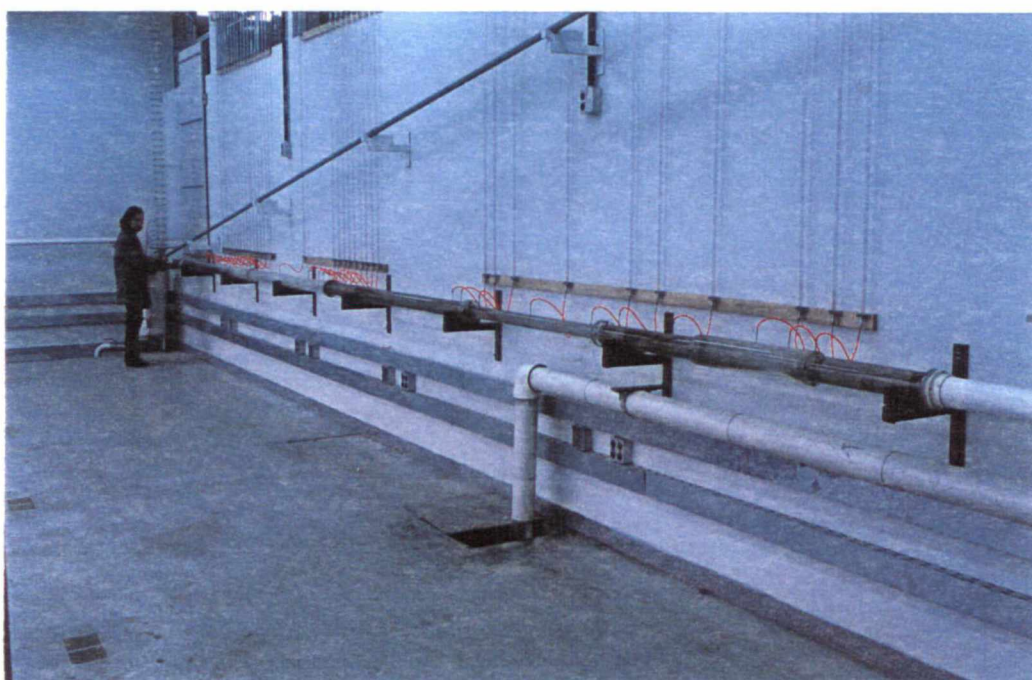


Foto 1.4

- Vista geral do equipamento -

Apêndice C

**Material didático para aula de laboratório de hidráulica e mecânica
dos fluidos – Quantidade de movimento**

Material Didático para aula de Laboratório de Hidráulica e Mecânica dos Fluidos

Experiência: Quantidade de movimento

1. Introdução

Esta experiência ilustra o princípio da conservação da quantidade de movimento e sua aplicação para a determinação de forças resultantes de mudanças de direção no escoamento. Este experimento é importante para se observar situações de escoamento onde envolve a determinação de forças.

2. Fundamentação teórica

Considerando o volume de controle no presente experimento como esquematizado na figura (1)

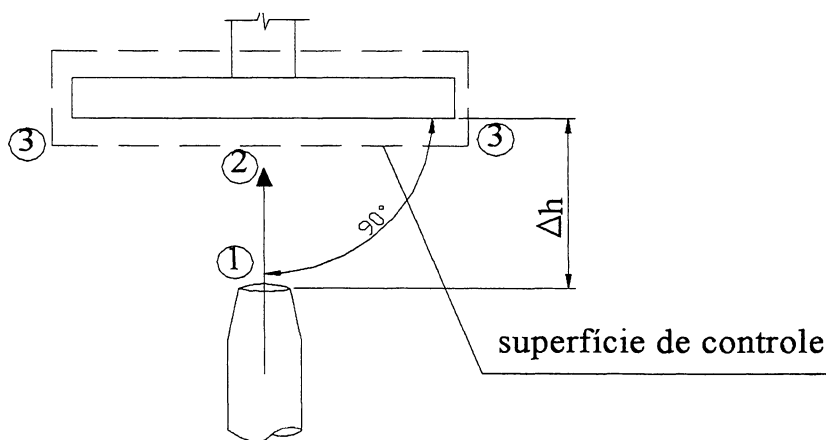


Figura 1

- Representação esquemática da superfície de controle para o defletor plano -

O conjunto de equações, que expressam a quantidade de movimento, repetidas a seguir

$$F_{px} + F_{sx} + F_{bx} = (K_m \bar{u} \rho Q)_2 - (K_m \bar{u} \rho Q)_1$$

$$F_{py} + F_{sy} + F_{by} = (K_m \bar{v} \rho Q)_2 - (K_m \bar{v} \rho Q)_1$$

$$F_{pz} + F_{sz} + F_{bz} = (K_m \bar{w} \rho Q)_2 - (K_m \bar{w} \rho Q)_1$$

Podem ser simplificadas no presente experimento, no qual, verifica-se que:

- o fluido exerce força sobre o defletor reto apenas na direção y;
- nas direções x e z , $F=0$;
- a força devido a tensões tangenciais F_{sy} são nulas.

Assim, com estas simplificações:

$$F_{py} + F_{by} = \rho Q K_m (\bar{v}_2 - \bar{v}_3 \cos \varphi) \quad (1)$$

a partir da equação de Bernoulli, tem-se:

$$\bar{v}_2^2 = \bar{v}_1^2 - 2g\Delta h \quad (2)$$

como, para o presente experimento

$$\varphi = 90^\circ \Rightarrow \cos \varphi = 0$$

Substituindo a expressão (2) em (1), tem-se:

$$F_{py} + F_{by} = \rho Q K_m (\sqrt{\bar{v}_1^2 - 2g\Delta h}) \quad (3)$$

onde

F_{py} é a força medida na balança [F];

F_{by} é a força devido o peso da coluna de fluido formado entre a saída do jato (1) e o defletor (2) (observar a figura 1) [F];

$\bar{v}_1$ é a velocidade média do escoamento na entrada do volume de controle na seção (1)

(figura 1) na direção y [LT^{-1}];

$\bar{v}_2$ é a velocidade na seção (2) do volume de controle (figura 1) na direção y [LT^{-1}];

Δh é a diferença de altura entre a saída do jato e o defletor [L].

Como o coeficiente de correção K_m , é definido em função do tipo de escoamento, laminar ou turbulento, faz-se necessário o cálculo do parâmetro número de Reynolds (Daily e Harlerman, 1966):

$$R_e = \frac{\bar{v}D}{\nu} \quad (4)$$

Na figura 2, observa-se o sistema de forças atuante na balança. Desta forma, pode-se obter uma expressão para o valor experimental de F_y , a ser comparado com o valor teórico obtido através da equação da quantidade de movimento (2) .

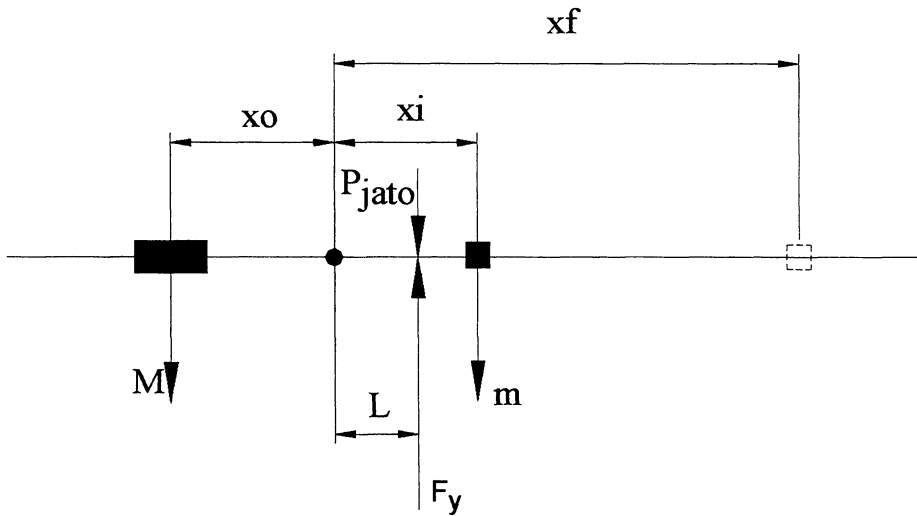


Figura 2

- Representação esquemática das forças atuantes -

Assim, na ausência do jato, $F_y = 0$, tem-se:

$$Mgx_0 = mgx_i \quad (5)$$

onde,

M e m são massas referentes à balança $[M]$;

g é a aceleração da gravidade $[LT^{-2}]$;

x_0 é a distância entre a massa M e o apoio $[L]$;

x_i é a distância inicial entre a massa m e a rótula [L].

Com o jato ligado, desloca-se o peso (m) a fim de restituir o braço da balança à posição horizontal inicial. A análise do sistema de forças conduz a:

$$F_y L - P_{\text{jato}} L - mgx_f + Mgx_0 = 0 \quad (6)$$

sendo

F_y a força determinada experimentalmente [F];

P_{jato} a força devido o peso da coluna de água formado pelo jato [F];

L a distância entre a rótula e a força F_y [L];

x_f a distância entre a rótula e o peso (m) após a força F_y ter sido aplicada sobre o defletor [L].

Substituindo-se a equação (5) em (6), tem-se:

$$(F_y - P_{\text{jato}})L - mg(x_f - x_i) = 0 \quad (7)$$

isolando-se a força, resulta

$$F_y = \frac{mg(x_f - x_i)}{L} + P_{\text{jato}}$$

ou

$$F_y = \frac{mg\Delta x}{L} + P_{\text{jato}} \quad (8)$$

onde, $m = 0,027124 \text{ kg}$.

Assim, a partir da expressão (8), obtém-se o valor experimental da força F_y exercida pelo jato de água sobre o defletor reto.

Para se avaliar a aplicabilidade do princípio da quantidade de movimento, para medir a força exercida por um jato de água sobre o defletor, compara-se os resultados experimental e teórico, usando-se a seguinte expressão:

$$E = \frac{|F_{yteórico} - F_{y experimental}|}{F_{yteórico}} \times 100 \quad (9)$$

No defletor curvo conforme o volume de controle esquematizado na figura (3), observa-se que a quantidade de movimento verificada na entrada do volume de controle (1) é acrescida de mais uma componente em y na saída do volume de controle (3) .

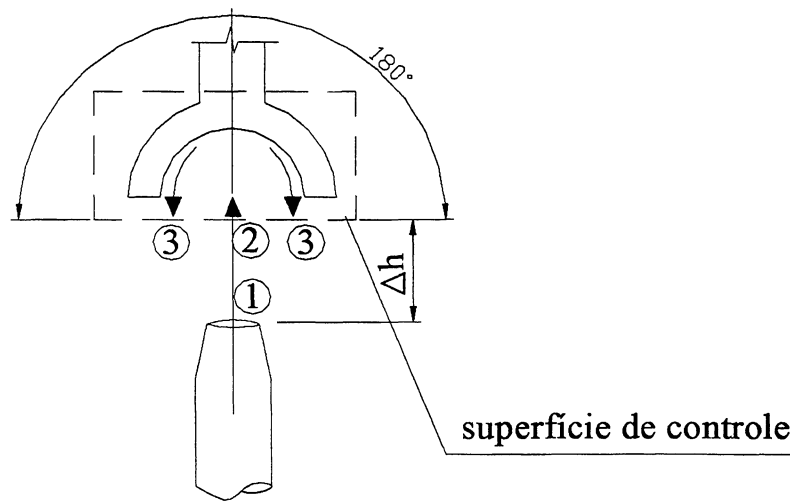


Figura 3

- Representação esquemática da superfície de controle para o defletor curvo -

Assim, a expressão (1), escrita a seguir:

$$F_{py} + F_{by} = \rho Q K_m (\bar{v}_2 - \bar{v}_3 \cos \varphi)$$

e, considerando o ângulo de curvatura do defletor, que no presente experimento é $\varphi = 180^\circ$,

tem-se:

$$F_{py} + F_{by} = \rho Q K_m (\bar{v}_2 - \bar{v}_3 \cos 180^\circ)$$

com a expressão (2), repetida a seguir

$$\bar{v}_2^2 = \bar{v}_1^2 - 2g\Delta h$$

Substituindo a expressão (2) em (1), tem-se:

$$F_{py} + F_{by} = \rho Q K_m (\sqrt{\bar{v}_1^2 - 2g\Delta h} - \bar{v}_3 \cos 180^\circ) \quad (10)$$

onde, $\bar{v}_3 = \bar{v}_2$.

Na figura 2, observa-se o sistema de forças atuante na balança. Desta forma, pode-se obter uma expressão para o valor experimental de F_y , a ser comparado com o valor teórico obtido através da equação da quantidade de movimento (10).

Com o jato ligado, desloca-se o peso (m) a fim de restituir o braço da balança à posição horizontal inicial. A análise do sistema de forças conduz a:

$$F_y L - F_{y3} L - P_{jato} L - mgx_f + Mgx_0 = 0 \quad (11)$$

Substituindo-se a equação (5) em (11), tem-se:

$$(F_y - F_{y3} - P_{jato})L - mg(x_f - x_i) = 0 \quad (12)$$

isolando-se a força, resulta

$$F_y = \frac{mg\Delta x}{L} + P_{jato} + F_{y3} \quad (13)$$

onde, $m = 0,027124 \text{ kg}$.

Assim, a partir da expressão (13), obtém-se o valor experimental da força F_y exercida pelo jato de água sobre o defletor curvo.

3. procedimento experimental

O ensaio em laboratório deve seguir o seguinte roteiro:

- 3.1. Lubrificar a balança;
- 3.2. Colocar o peso em um ponto inicial, adotado-o como sendo o valor zero, isto é, a adoção de uma calibragem horizontal;
- 3.3. Calibrar a balança para a leitura zero em relação a variação vertical;
- 3.4. Determinar uma abertura na válvula de adução do jato;

3.5. A determinação da vazão é feita fechando-se a válvula de saída do reservatório coletor, e determinando-se o intervalo de tempo necessário para o acúmulo de um determinado volume de água;

3.6. Analisar se a vazão determinada esta na faixa:

- Entre $9,04\text{E-}05 \text{ m}^3/\text{s}$ e $13,2\text{E-}05 \text{ m}^3/\text{s}$ para defletor plano;
- Entre $6,08\text{E-}05 \text{ m}^3/\text{s}$ e $11,8\text{E-}05 \text{ m}^3/\text{s}$ para defletor curvo;

3.7. Para esta vazão mover o peso da balança até que o braço da balança volte a leitura inicial;

3.8. Repetir os procedimentos 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7 para diferentes vazões pelo menos mais duas vezes, a fim de observar os valores obtidos com diferentes vazões;

3.9. Efetuar o cálculo da velocidade e consequentemente a força teórica e a experimental;

3.10. Comparar os valores obtidos;

4. Características do modelo físico:

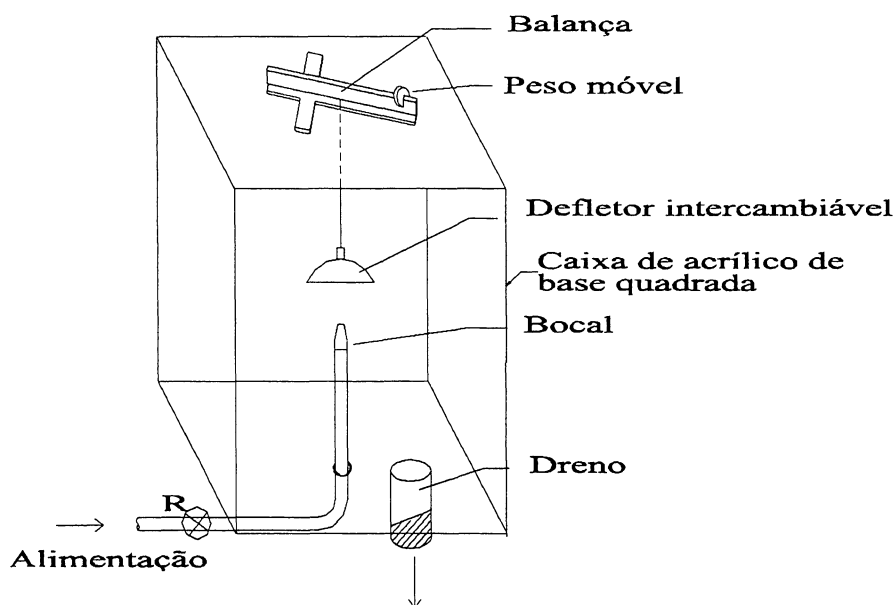


Figura 4

- Representação esquemática do equipamento -

(Leutheusser, 1997)

O equipamento, esquematizado na figura 4, consiste em um conduto circular com diâmetro de 5,5 mm, que possui um bocal de saída de 5,0 mm; um defletor intercambiável, plano ou curvo, com diâmetro de 50 mm fixado à extremidade de uma barra rígida conectada a uma balança com peso móvel; um coletor para determinar o fluxo volumétrico; e um conduto de alimentação do escoamento do fluido, com regulagem de vazão.

O fluxo de água no conduto atravessa o bocal, formando um jato de água que atinge o defletor, acionando a balança, através da qual se pode determinar a força exercida pelo jato sobre o defletor.

Quanto ao material utilizado nesse equipamento, tem-se o seguinte:

- o conduto é de pvc;
- o bocal foi feito de cobre;
- os defletores, plano e curvo, são de acrílico;
- a barra que liga o defletor à balança é de acrílico;
- o coletor é de acrílico;
- a balança é de acrílico;
- a massa **M** é de cobre;
- e a massa **m** é de latão.

Para que o uso do equipamento seja adequado, faz-se necessário mencionar alguns aspectos em relação às condições desejáveis para os testes experimentais:

- Antes de usar o equipamento é necessário lubrificar as ligações da balança. Durante os testes foi utilizado o lubrificante WD-40®;
- Acertar o jato para que seja lançado bem no centro do defletor;
- A vazão de entrada deve ser o mais estável possível. Caso esta não esteja estável, a balança acoplada ao equipamento oscila tornando inviável uma leitura com razoável nível de precisão.

Os resultados são bons dentro da seguinte faixa de vazão:

- Com defletor plano de $9,04\text{E-}05 \text{ m}^3/\text{s}$ a $13,2\text{E-}05 \text{ m}^3/\text{s}$;

- Com defletor curvo de $6,08\text{E-}05 \text{ m}^3/\text{s}$ a $11,8\text{E-}05 \text{ m}^3/\text{s}$.

5. Procedimento de cálculo

5.1. Inicialmente, efetuar o experimento com o defletor plano.

5.1.1. A seguir, tem-se os cálculos realizados para uma das vazões medida experimentalmente,

$$\Delta t = \quad \Delta H =$$

A área na saída do jato, utilizando a expressão

$$A_{\text{jato}} = \frac{\pi \times D^2}{4} =$$

Com o valor do braço da força medido na balança, x_p , e usando-se a expressão desenvolvida para aplicar o princípio da quantidade de movimento ao presente experimento (8):

$$F_y = \frac{mg\Delta x}{L} + P_{\text{jato}}$$

onde,

$$m = 0,027124 \text{ kg}; \quad g = 9,81 \text{ m/s}^2; \quad L = 0,045 \text{ m}.$$

obtem-se o valor experimental de F_y .

Com a expressão teórica, deduzida a partir da equação da continuidade e da energia (3), tem-se:

$$F_{py} =$$

Compara-se os resultados experimental e teórico usando-se a expressão (9), obtendo-se o erro (E) entre as expressões (3) e (8)

5.2. Repetir os cálculos utilizando-se, o defletor curvo.

Apêndice D

Fotos do equipamento de quantidade de movimento

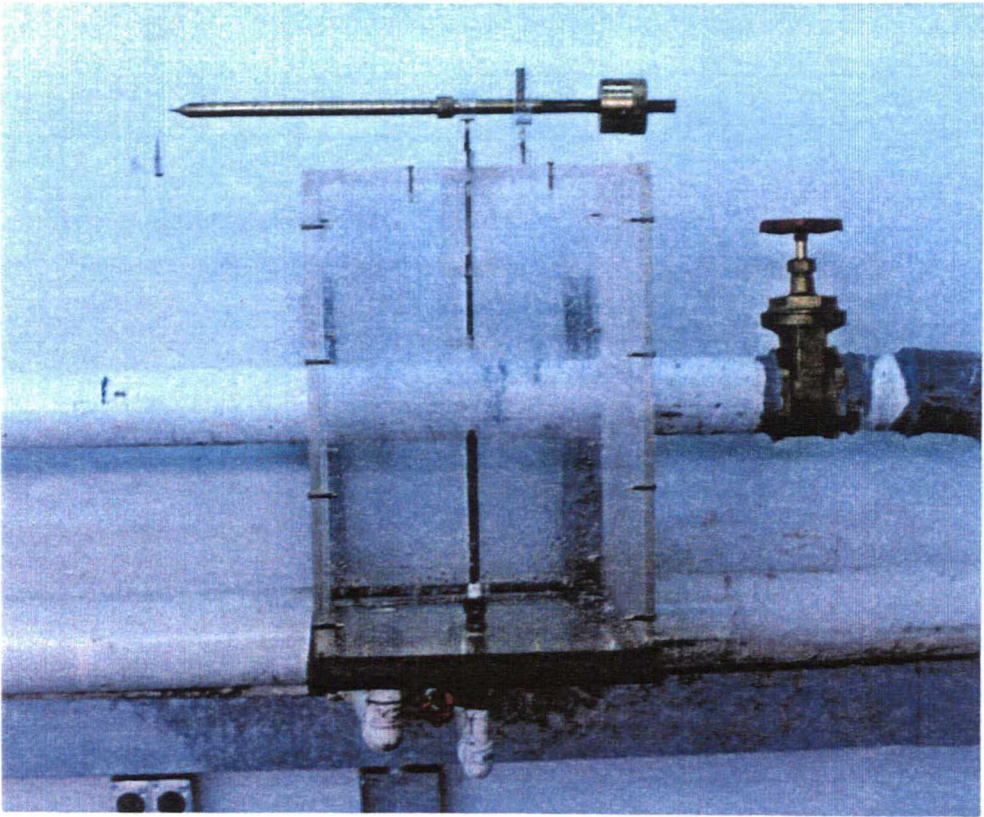


Foto 2.1

- Vista do equipamento com defletor plano -

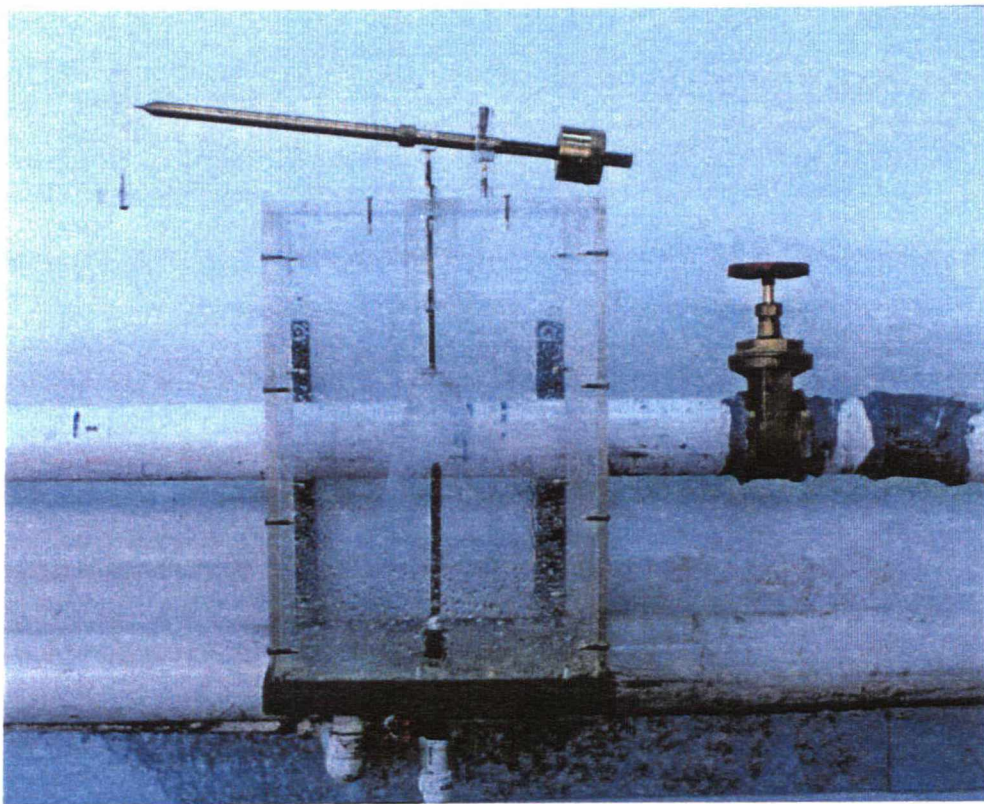


Foto 2.2

- Vista do equipamento com defletor curvo -

Apêndice E

**Material didático para aula de laboratório de hidráulica e mecânica
dos fluidos – Perfil de velocidade em tubos**

Material Didático para aula de Laboratório de Hidráulica e Mecânica dos Fluidos

Experiência: Perfil de velocidade em escoamento em tubos

1. Introdução

Esta experiência envolve a determinação do perfil de velocidade em escoamentos em condutos circulares, com o auxílio de um tubo de Pitot.

2. Fundamentação teórica

A velocidade média é função apenas da direção de escoamento, e por isto um escoamento descrito por parâmetros médios é freqüentemente chamado unidimensional. Escoamento laminar permanente devido a uma queda de pressão ao longo de um tubo é chamado escoamento de Poiseuille. A distribuição de velocidades para tal escoamento, em um tubo de raio R , obtida simplificando-se as equações de movimento em coordenadas cilíndricas, é

$$v_z = -\frac{d(p + \gamma h)}{dz} \frac{R^2}{4\mu} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (1)$$

Para o caso de escoamento turbulento, existe apenas uma expressão aproximada que fornece a distribuição de velocidades ao longo de todo o raio do conduto (Daugherty, 1965):

$$v = \left(1 + 1,326\sqrt{f} \right) \bar{v} - 2,04\sqrt{f}\bar{v} \log \frac{R}{R-r} \quad (2)$$

sendo,

f o fator de atrito, que é uma função da rugosidade do conduto, ε , e do número de Reynolds do escoamento.

Como no presente experimento faz-se a medição da velocidade, em cada ponto na seção transversal em estudo, utilizando-se um tubo de Pitot, a velocidade de escoamento pode ser calculada a partir da expressão:

$$v = \sqrt{2g\Delta H_m} \quad (3)$$

onde,

ΔH_m é a diferença de pressão entre os dois pontos de medição do conduto de Pitot lida no manômetro de precisão [L].

Esta velocidade é calculada para várias posições do Pitot, obtendo-se os pontos necessários para fazer-se a representação gráfica do perfil nesta seção.

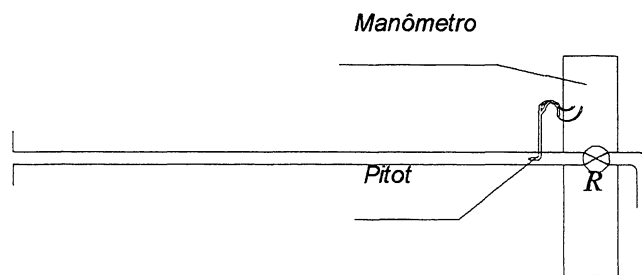
3. procedimento experimental

O ensaio em laboratório deve seguir o seguinte roteiro:

- 3.1. Abrir a válvula de abastecimento do reservatório do modelo;
- 3.2. Esperar a vazão de alimentação do sistema se estabilizar. Esta condição é indicada por um vazamento contínuo pelo ladrão do reservatório;
- 3.3. Fechar totalmente a válvula na saída da tubulação;
- 3.4. Observar e marcar a referência inicial no manômetro de precisão;
- 3.5. Prender as passagens da pressão para o manômetro com prendedores, um para cada lado (este passo é muito importante para assegurar a proteção do manômetro);
- 3.6. Uma abertura deve ser determinada na válvula de saída da tubulação;
- 3.7. A determinação da vazão é feita fechando-se a válvula de saída do reservatório coletor, e determinando-se o intervalo de tempo necessário para o acúmulo de um determinado volume de água;
- 3.8. Para esta vazão move-se o piezômetro a partir da marca inicial na leitura vertical situada e fazendo as sucessivas leituras no manômetro após a retirada dos prendedores;

- 3.9. Repetir os procedimentos 3.6, 3.7 e 3.8 para diferentes vazões pelo menos até observar a mudança do regime de escoamento e ter dados experimentais para a representação gráfica dos perfis de velocidades para regimes laminar e turbulento;
- 3.10. Representar graficamente os valores obtidos para o regime de escoamento turbulento.
- 3.11. Analisar os resultados obtidos à luz da teoria sobre os perfis de velocidade e regimes de escoamento;

4. Características do modelo físico:



- Representação esquemática do experimento -

Figura 1

O equipamento representado na figura 1 consiste em uma tubulação de 5m de comprimento, possuindo uma seção transversal circular de diâmetro igual a 0,05m. A jusante da tubulação são medidas as velocidades longitudinais em várias posições radiais no sentido do escoamento, através de um tubo de Pitot móvel ao longo do raio, conectado a um manômetro. A jusante do tubo de Pitot existe um registro, R, onde o fluxo do fluido pode ser controlado, permitindo realizar experimentos para várias condições de escoamento, que podem variar do regime laminar ao turbulento.

L (comprimento da tubulação até a seção em que está situado o Pitot) = 4,5 m

D_c (diâmetro do coletor) = 0,40 m

D_t (diâmetro da tubulação) = 0,05 m

5. Procedimento de cálculo

5.1. Cálculo da vazão. Utilizando-se os valores medidos experimentalmente,

$$\Delta T =$$

$$\Delta H =$$

obtém-se

$$Q = \left(\frac{\Delta H \times A_{\text{coletor}}}{\Delta T} \right) =$$

5.2. Cálculo da velocidade

$$A_{\text{conduto}} = \frac{\pi \times D^2}{4} =$$

usando a equação da continuidade:

$$Q = \bar{v}A \rightarrow \bar{v} = \frac{Q}{A} =$$

5.3. Calcular o número de Reynolds e, conseqüentemente, saber que regime de escoamento ocorre no interior do conduto:

$$R_e = \frac{\bar{v}D}{\nu} =$$

5.4. A velocidade para os pontos na seção transversal em estudo:

$$v = \sqrt{2g\Delta H_m} =$$

Apêndice F

Fotos do equipamento de perfil de velocidade em tubos

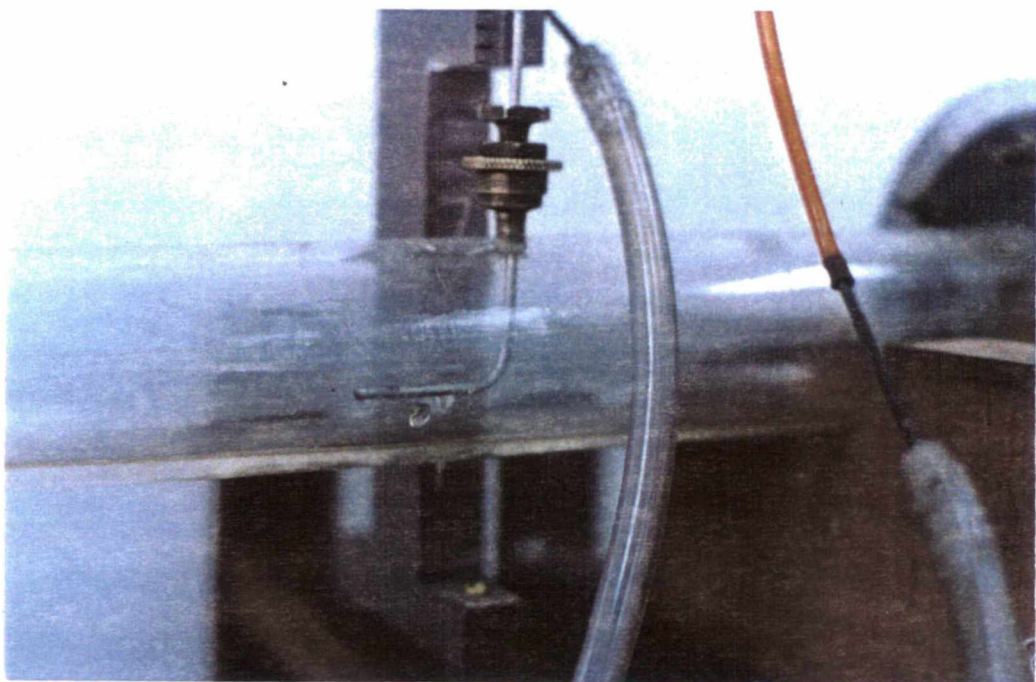


Foto 3.1
- Vista da seção de medição -

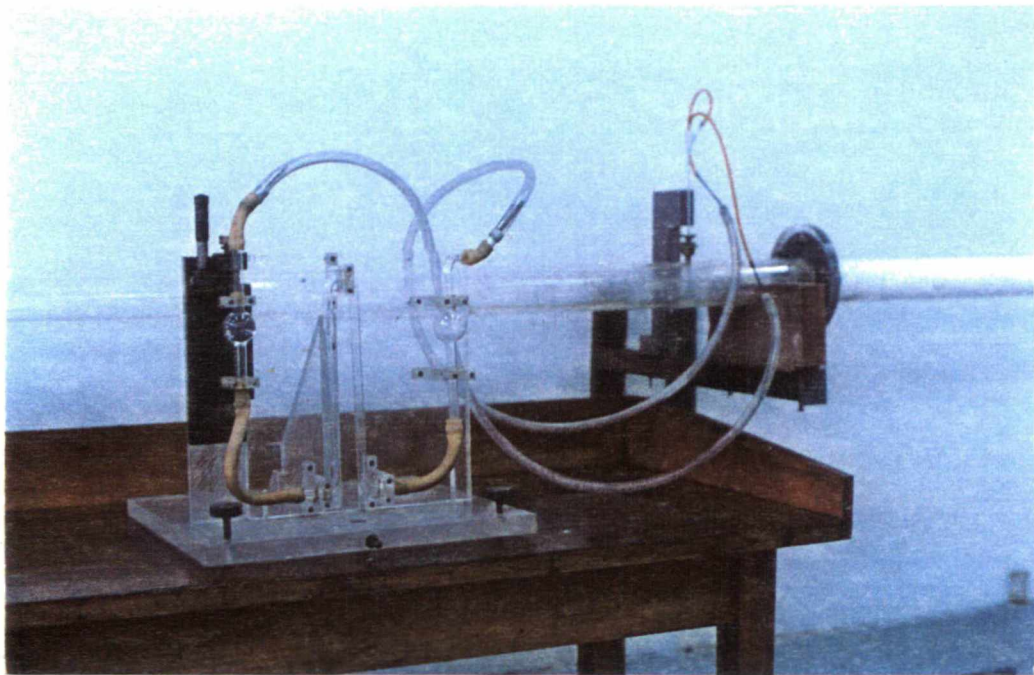


Foto 3.2
- Vista geral do equipamento -

Apêndice G

**Material didático para aula de laboratório de hidráulica e mecânica
dos fluidos – Chaminé de equilíbrio**

Material Didático para aula de Laboratório de Hidráulica e Mecânica dos Fluidos

Experiência: Chaminé de Equilíbrio

1. Introdução

Esta experiência ilustra o fenômeno do golpe de aríete. Este experimento é importante para se ter a percepção que as variações de pressão verificadas durante o regime variável de escoamento poderão condicionar a escolha das características do conduto, que deverá ser dimensionado a fim de resistir a pressões altas. Em instalações prediais, esta preocupação se faz presente no dimensionamento de tubulações de vasos de descarga, onde os efeitos da pressão alta podem ser minimizados com a utilização de válvulas especiais. Dispositivos semelhantes também podem ser empregados em instalações industriais. Em obras hidráulicas, os condutos forçados devem ser dimensionados para resistir a tal fenômeno. No caso de condutos longos, em geral é vantajoso empregar-se um dispositivo que impeça a ação da pressão alta em grande parte da extensão do conduto. Um desses dispositivos é a chaminé de equilíbrio, objeto de experiência de laboratório no presente trabalho.

2. Teoria

A cota máxima atingida pela água na chaminé e a pressão alta resultante do golpe de aríete são as variáveis de maior importância na análise da operação de uma chaminé de equilíbrio. A oscilação de fluido neste caso é um problema de escoamento não permanente, que pode ser analisado aplicando-se a equação de Bernoulli generalizada (Dziedzic, 1996):

$$h_1 = h_2 + \frac{1}{g} \int_1^2 \frac{\partial v}{\partial t} ds + h_f + h_L - h_p + h_t \quad (1)$$

sendo

h_1 e h_2 a energia total nos pontos 1 e 2 (figura 4.1) [L];

h_f a perda de energia devido ao atrito do fluido com as paredes dos condutos [L];

h_L as perdas de carga localizadas [L];

h_t a energia consumida por uma turbina [FLM⁻¹];

h_p a energia adicionada por uma bomba [FLM⁻¹].

No presente caso h_t e h_p são iguais a zero. Pode-se, então, combinar h_f e h_L em apenas um termo, da forma:

$$h_T = h_f + h_L = \frac{fL}{D} \frac{\bar{v}^2}{2g} + K_L \frac{\bar{v}^2}{2g} = \frac{K}{2g} |\bar{v}| \bar{v} \quad (2)$$

onde

$f = \Phi(\text{Re}, \varepsilon/D)$ é o coeficiente de perda de carga;

Re é o número de Reynolds;

ε/D é a rugosidade relativa;

ε é a altura média da rugosidade das paredes interna de um conduto [L];

L é o comprimento do conduto de adução [L];

K_L é a soma dos coeficientes de perdas de carga localizadas.

Utiliza-se $|\bar{v}| \bar{v}$ ao invés de $\bar{v}^2$ na equação para que o termo do atrito mude de sinal com $\bar{v}$, desta forma permitindo que a equação seja utilizada para movimentos em ambos os sentidos. Pode-se exprimir a diferença de energia entre o reservatório e a chaminé de equilíbrio como uma diferença de elevações de água: $h_2 - h_1 = z$. Como o nível de água é mantido constante no reservatório e a variação da velocidade na

chaminé de equilíbrio é bem menor que no conduto de adução, despreza-se o termo dv/dt tanto no reservatório, quanto na chaminé de equilíbrio. Substituindo (2) em (1) e realizando as simplificações mencionadas anteriormente obtém-se:

$$\frac{L}{g} \frac{dv}{dt} + \frac{K}{2g} |\bar{v}| \bar{v} + z = 0 \quad (3)$$

sendo

z a elevação da coluna de água na chaminé de equilíbrio, com ' $z = 0$ ' coincidindo com o nível de água no reservatório [L];

Aplicando-se a equação da continuidade ao sistema após o fechamento da válvula obtém-se:

$$A_T \bar{v} = A_S \frac{dz}{dt} \quad (4)$$

onde A_S e A_T são as áreas da seção transversal da chaminé de equilíbrio e do tubo de adução, respectivamente.

Quando se combina a equação da continuidade (4) com a equação de Bernoulli (3), obtém-se uma equação diferencial não linear de segunda ordem para o nível de água na chaminé de equilíbrio, $z(t)$,

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \frac{KA_S}{2LA_T} \frac{dz}{dt} \left| \frac{dz}{dt} \right| + \frac{A_T g}{A_S L} z = 0 \quad (5)$$

Apesar da equação (5) ser bastante complexa, ainda é possível obter-se uma solução implícita para z e desta obter a cota máxima $z_{\text{máx}}$. Como $dz/dt = \bar{v}_t$, onde $\bar{v}_t$ representa a velocidade na chaminé de equilíbrio, e $d^2 z / dt^2 = dv_t / dt = \bar{v}_t dv_t / dz = \frac{1}{2} dv_t^2 / dz$, pode-se escrever (5) na forma:

$$\frac{dv_t^2}{dz} + \frac{KA_S}{LA_T} \bar{v}_t^2 + \frac{2A_T g}{A_S L} z = 0 \quad (6)$$

como, pela equação da continuidade (4), $\bar{v} = \frac{A_s}{A_T} \bar{v}_t$ substitui-se $\bar{v}_t$ pela velocidade no

conduto adutor, $\bar{v}$, resultando,

$$\frac{d\bar{v}^2}{dz} + \frac{A_s K}{A_T L} \bar{v}^2 + \frac{2A_s g}{A_T L} z = 0 \quad (7)$$

A solução desta equação diferencial é,

$$\bar{v}^2 = \frac{-2g}{K} \left(z - \frac{LA_T}{KA_s} \right) + Ce^{\frac{-KA_s z}{LA_T}} \quad (8)$$

A constante de integração, C, pode ser determinada aplicando-se a condição inicial ($\bar{v} = \bar{v}_o$, $z = z_o$), na equação da constante de perda de carga, K,

$$-z_o = K \frac{\bar{v}_o^2}{2g} \quad (9)$$

onde o sinal negativo leva em conta a orientação do eixo z. Logo,

$$C = -\frac{2gLA_T}{K^2 A_s} e^{\frac{KA_s z_o}{LA_T}} \quad (10)$$

e

$$\bar{v}^2 = -\frac{2g}{K} \left[z - \frac{LA_T}{KA_s} + \frac{LA_T}{KA_s} e^{\frac{KA_s}{LA_T}(z_o - z)} \right] \quad (11)$$

Finalmente, como a cota máxima $z_{\max}$ é alcançada quando $\bar{v} = 0$,

$$1 - \frac{KA_s}{LA_T} z_{\max} = \exp - \frac{KA_s}{LA_T} (z_{\max} - z_o) \quad (12)$$

que pode ser resolvida numericamente. Entretanto, a experiência mostra que, para as presentes condições experimentais, o termo à direita da igualdade pode ser negligenciado, obtendo-se uma solução explícita:

$$z_{\max} = \frac{LA_T}{KA_s} \quad (13)$$

Convém notar que a pressão alta resultante do golpe de aríete ainda se fará sentir no trecho do conduto de adução entre a chaminé de equilíbrio e a válvula. Logo, as peças entre a chaminé e a válvula deverão ser dimensionadas para resistir a essa pressão alta. Para determinar a pressão alta é necessário o tempo de fechamento da válvula, t , e, a partir de sua comparação com o período da canalização $\wp = 2L/c$, pode-se determinar se a manobra de fechamento é rápida ou lenta. Se $t < \wp$, a manobra é rápida; caso contrário, a manobra é considerada lenta. Para fechamento rápido utiliza-se a fórmula (Joukowski, 1898):

$$h_a = \frac{c\bar{v}}{g} \quad (14)$$

onde

h_a é o aumento de pressão em metros de coluna de água;

No caso de manobra lenta pode-se aplicar a fórmula aproximada de Michaud:

$$h_a = \frac{2L\bar{v}}{gt} \quad (15)$$

3. procedimento experimental

O ensaio em laboratório deve seguir o seguinte roteiro:

- 3.1. Abrir a válvula de abastecimento do reservatório do modelo;
- 3.2. Esperar a vazão de alimentação do sistema se estabilizar. Esta condição é indicada por um vazamento contínuo pelo ladrão do reservatório;
- 3.3. Com a válvula de adução fechada, fazer na chaminé a leitura da cota do reservatório;
- 3.4. Uma abertura deve ser determinada na válvula, V , do conduto de adução;
- 3.5. A determinação da vazão é feita fechando-se a válvula de saída do reservatório coletor, e determinando-se o intervalo de tempo necessário para o acúmulo de um determinado volume de água;

- 3.6. Para a mesma vazão é lida a cota de água na chaminé de equilíbrio;
- 3.7. Repetir os procedimentos 3.4, 3.5 e 3.6 para diferentes vazões pelo menos mais duas vezes, a fim de se determinar um valor médio para as perdas de carga;
- 3.8. Efetuar o cálculo da constante de perda de carga média, K . Com essa constante e com as características do modelo pode ser aplicado o método simplificado para a determinação aproximada de $h_{máx}$;
- 3.9. Estabelecer, então, a abertura máxima do registro, V . Após o escoamento se estabilizar, fechar bruscamente o registro e fazer a leitura da cota máxima experimental na chaminé de equilíbrio;
- 3.10. Fazer o cálculo do $h_{máx}$ obtido experimentalmente;
- 3.11. Com os valor obtido, pode ser feito uma comparação entre este e o obtido pelo método simplificado, tendo assim a precisão do método teórico envolvido.

4. Características do modelo físico:

O modelo físico ilustrado na figura 1 consiste basicamente de um reservatório, R, uma chaminé de equilíbrio, C, um conduto conectado a ambos, e uma válvula de fechamento rápido, V.

L (comprimento do conduto de adução) = 12,20 m

D_a (diâmetro do conduto de adução) = 0,0254 m

l_c (lado da seção transversal da chaminé) = 0,045 m

D_c (diâmetro do coletor) = 0,40 m

Z_r (cota do reservatório abastecedor);

A_1 : Área da seção transversal do conduto de adução;

A_2 : Área da seção transversal da chaminé de equilíbrio.

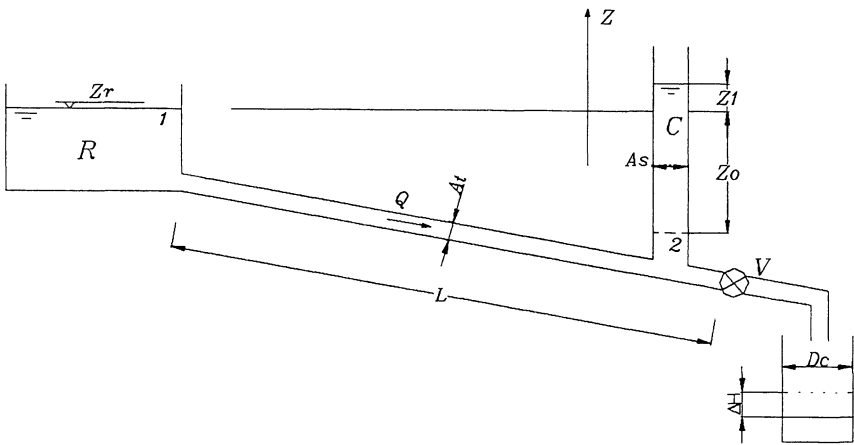


Figura 1

- Representação esquemática do modelo de chaminé de equilíbrio simples -

5. Procedimento de cálculo

5.1. Cálculo da constante de perda de carga entre o reservatório e a chaminé de equilíbrio:

Z_r (cota do reservatório abastecedor) =

Leitura	$\Delta H_{coletor}$ (m)	ΔT (s)	Q (l/s)	$\bar{v}_a$ (m/s)	$Z_{chaminé}$ (m)	h_a (m)	K_i
1							
2							
3							
						$K_a = \sum K_i/n$	

$\Delta H_{coletor}$: Variação da cota de água arbitrada no reservatório coletor.

ΔT : Tempo necessário para a cota de água no reservatório coletor variar $\Delta H_{coletor}$.

Q_n : Vazão determinada pela abertura da válvula para uma leitura n . $Q_n = (\Delta H_{coletor} \times S_{coletor})/ \Delta T$

$\bar{v}_a$: Velocidade média da água no conduto de adução para a vazão Q_n .

$Z_{chaminé}$: Cota de água no conduto de adução para a vazão determinada

h_a : Perda de carga entre o reservatório e a chaminé. $h_a = Z_r - Z_{chaminé}$

g : Aceleração da gravidade.

K_i : Constante de perda de carga para uma leitura i . $K_i = (2 \times g \times h_a) / \bar{v}_a^2$

K_a : Constante de perda de carga média do reservatório à chaminé de equilíbrio.

K_b : Constante de perda de carga adicional devido a perdas localizadas na base da chaminé.

K : Constante de perda de carga total. $K = K_a + K_b$

5.2. *Cálculo da cota máxima pelo método simplificado:*

$$Z_{\text{simplificado}} = \frac{LA_T}{KA_S} =$$

5.3. *Verificar o erro cometido devido ao termo exponencial negligenciado:*

$$1 - \frac{KA_S}{LA_T} z_1 = \exp - \frac{KA_S}{LA_T} (z_1 - z_0) \quad Z_{\text{simplificado}} = \frac{LA_T}{KA_S}$$

Z_1 : Cota máxima calculada considerando o termo exponencial.

$Z_{\text{simplificado}}$: Cota máxima calculada ignorando o termo exponencial.

5.4. Cota máxima lida no modelo físico:

$$Z_{\text{modelo}} =$$

5.5. $h_{\text{máx}}$ obtido no modelo físico:

$$h_{\text{máx}} = Z_{\text{modelo}} - Z_r =$$

5.6. Erro relativo do método simplificado:

$$E = \frac{Z_{\text{simplificado}} - Z_{\text{modelo}}}{Z_{\text{modelo}}} =$$

Apêndice H

Fotos do equipamento chaminé de equilíbrio

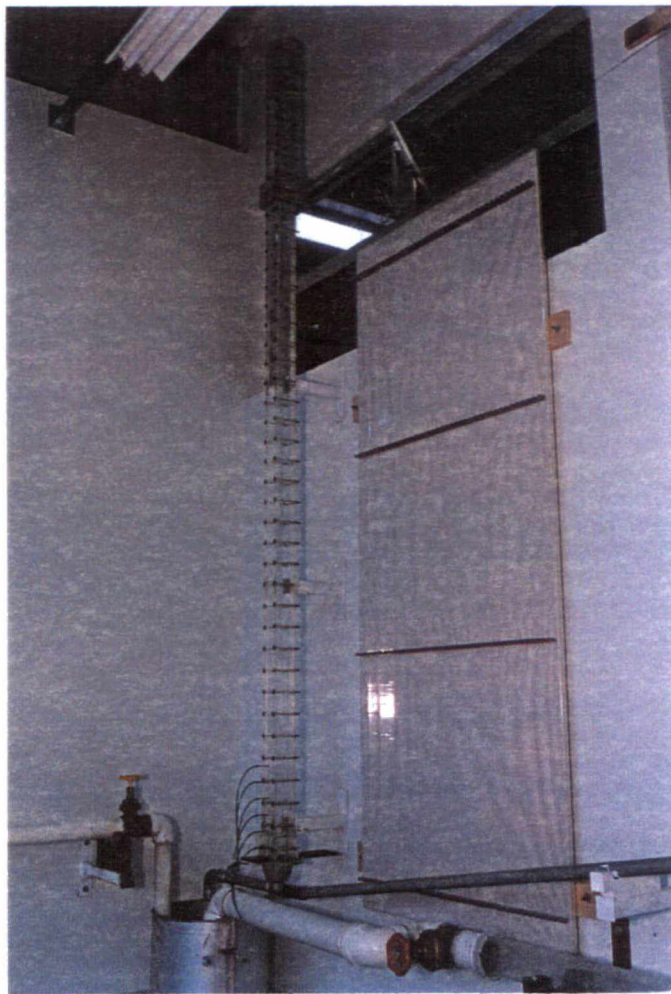


Foto 4.1

- Vista geral da Chaminé de Equilíbrio com seção constante -

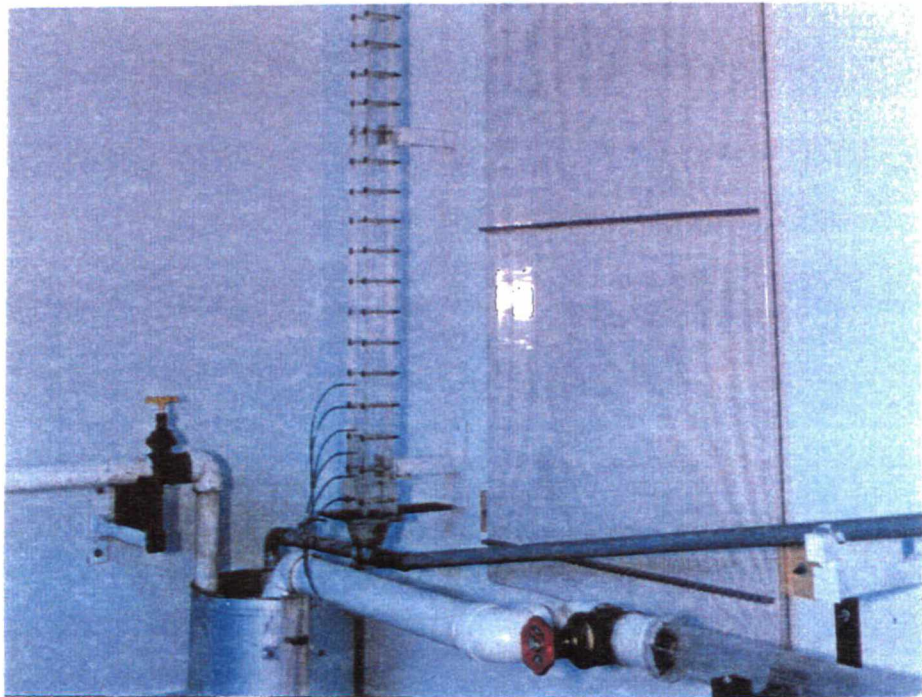


Foto 4.3

- Detalhe da entrada da Chaminé de Equilíbrio -

Bibliografia

ALBERTSON, Maurice L., BARTON, James R., SIMONS, Daryl B.. *Fluid Mechanics For Engineers*. USA: Prentice-Hall, 1960.

ALMEIDA, A. B. de. *O golpe de Ariete em Conduitas elevatórias: Síntese dos conhecimentos atuais*. Lisboa : LNEC, 1981.

BENNETT, C. O., MYERS, J. E.. *Fenômeno dos Transportes Quantidade de Movimento, Calor e Massa*. Brasil: Editora McGraw-Hill do Brasil, 1978.

BOUVARD, M., MOLBERT, J., GÉRARD, P.. *Considerations Sur les Cheminées Amortissantes du Types à Chambres d'Expansion*. La Houille Blanche No 4, Aout-sept, 1955.

CHAUDHRY, M. Hanif. *Applied Hydraulic Transients*. New York, USA: Editora Van Nostrandreinhold Company, 1979.

CREDER, Hélio. *Instalações Hidráulicas e Sanitárias*. Rio de Janeiro: Livro Técnico S. A., 1972.

DAILY, James W.; HARLEMAN, Donald R. F.: *Fluid Dynamics*. Massachusetts, USA: Addison-Wesley Publishing Company, 1996.

DAUGHERTY, Joseph B. Franzini. *Fluid Mechanics*. 6^a . ed.. USA: McGraw-Hill, 1965.

DENÍCULI, Wilson. *Apostila de Hidráulica*. V. 1. Viçosa, MG.: Universidade Federal de Viçosa, 1993.

DZIEDZIC, Maurício. *Adições ao Laboratório Didático de Mecânica dos Fluidos e Hidráulica* - Programa de Apoio ao Plano Sul de Pós-Graduação e Pesquisa, edital PPG-SUL Nº001/97. Curitiba: Secretaria de Estado da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior - SETI Governo do Estado do Paraná Universidade Federal do Paraná, 1997.

DYKE, Milton Van. *An Album of Fluid Motion*. Stanford, California: The Parabolic Press, 1982.

FEGHALI, Jaurès Paulo. *Mecânica dos Fluidos para Estudantes de Engenharia*. Volume 2. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., 1974.

FOX, Robert W, MCDONALD, Alan T.. *Introduction to Fluid Mechanics*. New York, USA: John Wiley & Sons, 1973.

FOX, Robert W.; MCDONALD, Alan T. *Introdução à Mecânica dos Fluidos*. Rio de Janeiro, RJ: Editora Guanabara S.A., 1988.

GILES, Ranald V. *Mecânica dos Fluidos e Hidráulica*. Brasil: Editora McGraw-Hill do Brasil, LTDA, 1977.

JAEGER, Chales. *Fluid transient in Hydro-Electric Engineering Prattice*. Glasgow: Blackie, 1977.

KOLICHESKI, Rafael Ferraz de Camargo (Prodenge/ Cnpq), DZIEDZIC, Maurício. *Programa-Computacional-Aplicado-à-Escoamento-não-Permanente - IV EVINCI (Evento de Iniciação Científica da UFPR)*. Curitiba: Universidade Federal do Paraná, Pró-Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação, 1996.

KREYSZIG, Erwin. *Matemática Superior*. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora LTDA, 1969.

LIGGETT, James A. *Fluid Mechanics*. USA: Mcgraw-Hill, Inc, 1994.

- MATAIX, Claudio. *Mecanica de Fluidos y Maquinas Hidraulicas*. 2^a . ed..México: Harla, S. A., 1982.
- MERZKIRCH, Wolfgang. *Flow Visualization*. London, USA: Academic Press, Inc., 1974.
- NEIDERT, Sinildo H. *Apostila de Mecânica dos Fluidos I e II*. Curitiba, PR: Diretório Academico de engenharia Civil da UFPR, 1997.
- ROUSE, Hunter. *Engineering Hydraulics*. USA: Iowa Institute of Hydraulic Research, 1950.
- PINTO, Nelson L. de S.. *Análise de Chaminés de Equilibrio em Modelo Reduzido*. São Paulo: Revista Águas e Energia Elétrica, No 8, jan-mar, 1968.
- PICKFORD, John. *Analysis of Surge*. Grea Britain: Pitman Press, 1969.
- QUITELA, Antônio de Carvalho. *Hidráulica*. 3^a . ed.. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1991.
- SHAMES, H. Irving. *Mechanics of Fluids*. New York: McGraw-Hill Book Company, 1962.
- STREETER, Victor L. *Fluid Mechanics*, ed. 4. USA: McGraw-Hill, Inc., 1951.
- STUCKY, Alfred. *Chambres d'Équilibre*. Lausanne: Science & Technique, 1958.
- VENNARD, John K.; STREET, Robert L. *Elementos de Mecânica dos Fluidos*. Rio de Janeiro, RJ: Editora Guanabara Dois S.A., 1978.
- WYLIE, E. Benjamin; STREETER, Victor L. *Fluid Transients*. USA: McGraw-Hill, 1978.