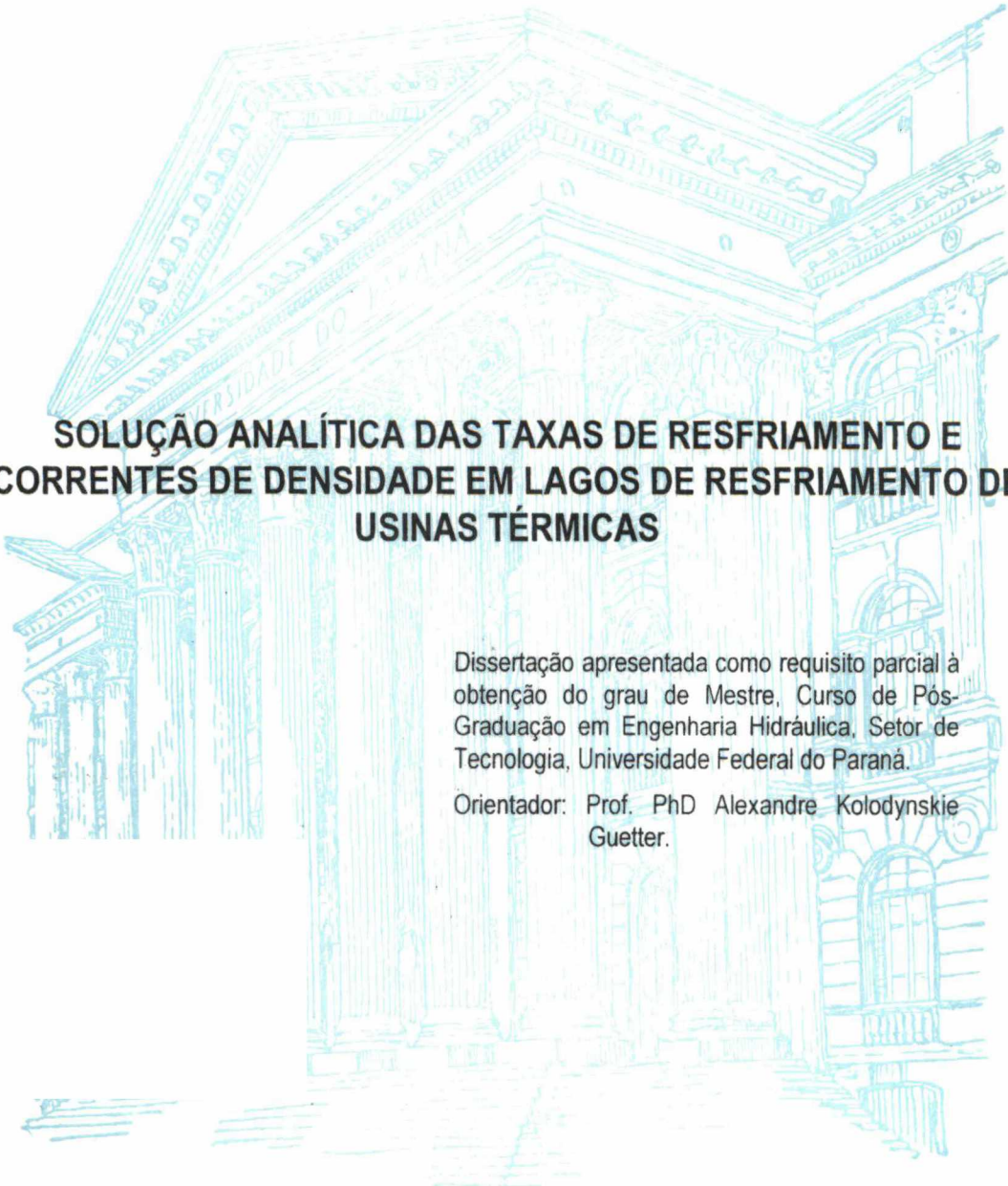


MARIA ALESSANDRA MENDES



**SOLUÇÃO ANALÍTICA DAS TAXAS DE RESFRIAMENTO E
CORRENTES DE DENSIDADE EM LAGOS DE RESFRIAMENTO DE
USINAS TÉRMICAS**

Dissertação apresentada como requisito parcial à
obtenção do grau de Mestre, Curso de Pós-
Graduação em Engenharia Hidráulica, Setor de
Tecnologia, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. PhD Alexandre Kolodynskie
Guetter.

CURITIBA
2001

MARIA ALESSANDRA MENDES

**SOLUÇÃO ANALÍTICA DAS TAXAS DE RESFRIAMENTO E
CORRENTES DE DENSIDADE EM LAGOS DE RESFRIAMENTO DE
USINAS TÉRMICAS**

Dissertação apresentada como requisito parcial à
obtenção do grau de Mestre, Curso de Pós-
Graduação em Engenharia Hidráulica, Setor de
Tecnologia, Universidade Federal do Paraná.

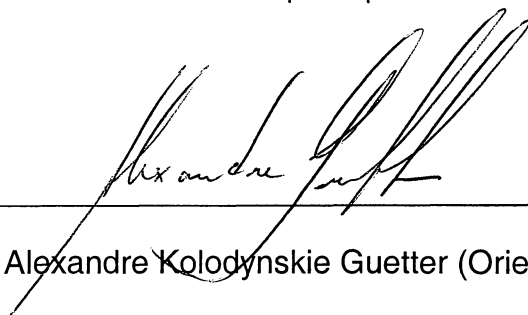
Orientador: Prof. PhD. Alexandre Kolodynskie
Guetter.

CURITIBA
2001

MARIA ALESSANDRA MENDES

**SOLUÇÃO ANALÍTICA DAS TAXAS DE RESFRIAMENTO E
CORRENTES DE DENSIDADE EM LAGOS DE RESFRIAMENTO DE
USINAS TÉRMICAS**

Dissertação aprovada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Hidráulica da Universidade Federal do Paraná, pela Comissão formada pelos professores:



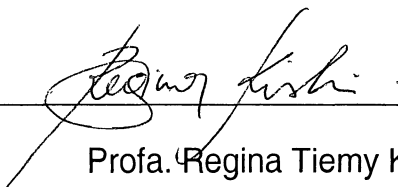
Prof. Alexandre Kolodynskie Guetter (Orientador)

Universidade Federal do Paraná



Prof. Doalcey Antunes Ramos

Universidade do Estado de Santa Catarina.



Profa. Regina Tiemy Kishi.

Universidade Federal do Paraná



Prof. Paulo Roberto Janissek.

Universidade Federal do Paraná

***“ O único homem que nunca comete erros é aquele que nunca faz coisa alguma. Não tenha medo de errar, pois você aprenderá a não cometer duas vezes o mesmo erro.”
(Roosevelt)***

***Ao meu amado pai que na vida torceu e
orgulhou-se de cada passo que dei e hoje,
na sua morada eterna, me protege e guia.***

***Ao meu grande amor, amigo e
companheiro, Beto.***

Agradeço aos meus pais pela criação e por terem me dado a oportunidade de estudar e, dessa maneira, contribuir para um mundo melhor.

Agradeço ao Beto, meu namorado querido que não me deixou desistir nos momentos em que eu quase perdi as forças.

Agradeço aos meus irmãos por sentirem orgulho do meu trabalho.

Agradeço aos colegas de curso, pelos momentos de alegria vividos, pelos encontros, pelas portas abertas...

Agradeço ao meu orientador Alexandre Guetter pela companhia durante todo o processo de escrita da dissertação, até nos mais entediantes dias de conclusão.

Agradeço ao Instituto Tecnológico Simepar pelo auxílio financeiro concedido, através de bolsa de pesquisa.

Agradeço a família pela referência.

Aos amigos pelo apoio.

A Deus pela vida.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABELAS	ix
LISTA DE SÍMBOLOS	x
RESUMO	xvi
ABSTRACT	xvii
CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1 GERAÇÃO TERMELÉTRICA	5
2.1.1 CONCEITOS BÁSICOS	5
2.1.1.1 Equivalente Mecânico de Calor	5
2.1.1.2 Eficiência e Conversão de Calor	6
2.1.1.3 Energia Térmica	7
2.1.2 DADOS ILUSTRATIVOS SOBRE GERAÇÃO TERMELÉTRICA	11
2.1.2.1 Caldeira	12
2.1.2.2 Turbina	13
2.1.2.3 Gerador	13
2.1.3 POLUIÇÃO TÉRMICA	14
2.2 ESTUDOS ANTERIORES SOBRE DISSIPACÃO DE CALOR EM LAGOS	17
CAPÍTULO 3 TEMPERATURA DE EQUILÍBRIO	20
3.1 DADOS METEOROLÓGICOS E FÍSICOS	21
3.1.1 RADIAÇÃO DE ONDA CURTA	21
3.1.2 SOMBREAMENTO	21
3.1.3 TEMPERATURA DO AR	22
3.1.4 COBERTURA DE NUVENS	23
3.1.5 VENTOS	24
3.1.6 UMIDADE RELATIVA DO AR	25
3.1.7 ATRIBUTOS DO CORPO DE ÁGUA	25
3.2 BALANÇO DE ENERGIA APLICADO À ÁGUA	27
3.2.1 RADIAÇÃO DE ONDA LONGA	28
3.2.2 RADIAÇÃO DE ONDA CURTA	29
3.2.2.1 <i>Latitude de um local</i>	31
3.2.2.2 <i>Ângulo horário</i>	32
3.2.3 RADIAÇÃO EMITIDA PELA ÁGUA	34
3.2.4 ENERGIA PERDIDA NA EVAPORAÇÃO	34
3.2.5 ENERGIA TRANSMITIDA POR CONDUÇÃO	36
3.2.6 MODELO DE TEMPERATURA DE EQUILÍBRIO	37
CAPÍTULO 4 EQUAÇÕES GOVERNANTES DO ESCOAMENTO	39
4.1 CONSERVAÇÃO DE MASSA	41
4.2 CONSERVAÇÃO DE QUANTIDADE DE MOVIMENTO	43
4.3 CONSERVAÇÃO DE ENERGIA	49
4.4 EQUAÇÃO DE ESTADO	53
4.5 RESUMO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES	53
4.6 HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS	54
4.7 RESUMO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES SIMPLIFICADAS	58
4.8 CONDIÇÕES DE CONTORNO	59
4.9 INTEGRAÇÃO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES NA VERTICAL	61
4.9.1 INTEGRAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DE MASSA	61

4.9.2	INTEGRAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO SEGUNDO "x"	63
4.9.3	INTEGRAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO SEGUNDO "y"	64
4.9.4	INTEGRAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO	65
4.9.5	INTEGRAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DE ENERGIA	65
4.9.6	RESUMO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES INTEGRADAS SEGUNDO "y"	67
4.9.7	EQUAÇÃO DE POTÊNCIA	68
4.10	PERFIS AUTO SIMILARES	69
4.10.1	PERFIS EXPERIMENTAIS	69
4.10.2	NORMALIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS	74
4.10.3	PERFIL DE VELOCIDADE	74
4.10.4	PERFIL DE TEMPERATURA	75
4.10.5	PERFIL DA TENSÃO TANGENCIAL	76
CAPÍTULO 5	SOLUÇÃO ANALÍTICA	77
5.1	REDUÇÃO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES	78
5.1.1	CONSERVAÇÃO DE MASSA	78
5.1.2	CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO	79
5.1.3	CONSERVAÇÃO DE POTÊNCIA	85
5.1.4	EQUAÇÃO DA ENERGIA TÉRMICA	88
5.1.5	EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS GOVERNANTES	90
5.2	SOLUÇÃO	92
5.3	RESULTADOS	100
CAPÍTULO 6	ANÁLISE DOS RESULTADOS	107
6.1	RESULTADOS PRINCIPAIS DO MODELO PARA APLICAÇÃO	107
6.2	ESTIMATIVA DAS CONSTANTES	109
6.2.1	A CONSTANTE F_{0j}	109
6.2.2	A CONSTANTE S_j	111
6.2.3	OS PERFIS CONSTANTES	116
6.2.3.1	Os parâmetros $h \tau / D_0$ e $h v / D_0$	116
6.2.3.2	Teoria da dissipação mínima de energia	117
6.2.3.3	Perfis similares e as constantes c_1 a c_5	119
6.3	REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DOS PRINCIPAIS RESULTADOS	125
6.4	COMPARAÇÃO COM DADOS EXPERIMENTAIS E DE CAMPO	125
6.5	COMPARAÇÃO COM SOLUÇÕES ANALÍTICAS E NUMÉRICAS	131
6.6	DETERMINAÇÃO DO REGIME DE FLUXO	139
6.7	SIGNIFICADO DO TERMO DECLIVIDADE DA SUPERFÍCIE DA ÁGUA	142
CAPÍTULO 7	RESUMO E CONCLUSÕES	144
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	146

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Braços utilizados para dissipar calor (sidearms)	3
Figura 2.1: Diagrama esquemático de uma turbina a vapor	8
Figura 2.2: Componentes de uma usina térmica com turbina a vapor	9
Figura 2.3: Ciclo de operação de uma usina térmica	10
Figura 2.4: Principais componentes de geração, resfriamento e transmissão de uma usina térmica	11
Figura 3.1: Esquema de seção transversal de um rio	26
Figura 3.2: Esquema do balanço energético da água	27
Figura 3.3: Projeção da radiação solar no plano tangente ao topo da atmosfera	31
Figura 4.1: Esquema das condições hidrodinâmicas e de energia existentes no braço	40
Figura 4.2: Variação de fluxo de massa na direção "x"	42
Figura 4.3: Forças de superfície atuando na direção "x" de um volume infinitesimal	46
Figura 4.4: Volume de controle infinitesimal com os fluxos de calor e trabalho	51
Figura 4.5: Quadro indicativo da aplicação das hipóteses simplificadoras na conservação de massa	56
Figura 4.6: Quadro indicativo da aplicação das hipóteses simplificadoras na conservação da quantidade de movimento segundo "x"	56
Figura 4.7: Quadro indicativo da aplicação das hipóteses simplificadoras na conservação da quantidade de movimento segundo "y"	57
Figura 4.8: Quadro indicativo da aplicação das hipóteses simplificadoras na conservação de energia	58
Figura 4.9: Perfis de temperatura de Sturm (1976)	72
Figura 4.10: Perfis de velocidade de Sturm (1976)	72
Figura 4.11: Esquema das variáveis relacionadas com distâncias	74
Figura 4.12: Esquema do perfil de velocidades	75
Figura 4.13: Esquema do perfil de temperaturas	76
Figura 4.14: Esquema do perfil de tensão tangencial	76
Figura 5.1: Distribuição dos perfis de temperatura em um canal longo	81

Figura 5.2: Distribuição dos perfis de temperatura em um canal curto	82
Figura 5.3: Variação de θ_n , η_H , η_{qo}	104
Figura 5.4: Variação de temperatura da superfície e descarga com o comprimento do braço para fluxo laminar	105
Figura 5.5: Variação de temperatura da superfície e descarga com o comprimento do braço para fluxo turbulento	106
Figura 6.1: Resultados experimentais para f_{ij} (Abraham et al. 1979)	115
Figura 6.2: Relação entre α_j e Λ	120
Figura 6.3: Resultados principais – Regimes laminar e quasi-laminar	126
Figura 6.4: Resultados principais – Regime turbulento	127
Figura 6.5: Variação de q_o/kL	128
Figura 6.6: Comparação da previsão de q_o/kL com dados de Brocard et al. (1977)	129
Figura 6.7: Comparação da previsão de θ_n com dados de Brocard et al (1977)	130
Figura 6.8: Comparação das soluções analíticas para q_o/kL	133
Figura 6.9: Comparação das soluções analíticas para θ_n (regime laminar)	135
Figura 6.10: Comparação das soluções analíticas para θ_n (regime turbulento)	138
Figura 6.11: Variação do número de Reynolds	140
Figura 6.12: Dados de regime de fluxo	140

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1: Fluxos de massa na entrada e saída de um volume infinitesimal	42
Tabela 4.2: Fluxos de quantidade de movimento na entrada e saída de um volume infinitesimal	44
Tabela 4.3: Forças de superfície atuantes no volume infinitesimal	47
Tabela 4.4: Forças de pressão e viscosas atuantes no volume infinitesimal	47
Tabela 6.1: Características do regime de Fluxo e Parâmetros	124
Tabela 6.1: Comparação com Resultados de Sturm (1976) para Regime Turbulento	137

LISTA DE SÍMBOLOS

LETRAS ROMANAS

- a, b Coeficientes empíricos, utilizados nas equações governantes do escoamento
- a, b, c, d, Constantes que definem os perfis similares para temperatura e velocidade
a₁, b₁, c₁,
a₂, a₃, a₄
- A Constante de integração
- A_s Área da superfície fria do lago
- b Largura do braço
- B Constante de integração
- \bar{B} Empuxo = $k^2 L^2 \beta (T_0 - T_e) g D_0^3$
- C_p Calor específico da água
- C₀, C₁, C₂, Constantes relacionadas na integração dos perfis similares de temperatura e
C₃, C₄, C₄₁, velocidade
C₅, C₅₁, C₅₂,
C₅₃
- C_L Fator de cobertura de nuvens
- D Profundidade do fluxo no braço
- D₀ Profundidade do fluxo na entrada do braço
- \bar{D} Definido por D/D₀
- e_a Pressão de vapor na atmosfera
- e_s Pressão de saturação do vapor
- E Taxa de evaporação
- f_{ij} Fatores de fricção interfacial
- f_o Fator de fricção no fundo do braço
- f_{oj} Fatores de fricção no fundo do braço
- f(η) Perfil similar de velocidade = u/u_s
- f_T(η) Perfil similar de velocidade adaptado por Sturm (1981)

F_{oj}	Parâmetros de fricção no fundo do braço
F_1	Número densimétrico de Froude para a camada inferior
F_2	Número densimétrico de Froude para a camada superior
F_{Δ}	Número densimétrico de Froude característico
g	Aceleração da gravidade
G	Número de Grashof = $\frac{\beta(T_o - T_e)gD_o^3}{\nu^2}$
h	= H/D
$h(\eta)$	Perfil similar de temperatura = $\frac{(T - T_n)}{(T_s - T_n)}$
h_o	Valor de h na entrada do braço
h_L	Coefficiente médio de perda de calor para um braço longo
h_r	Umidade relativa do ar
h_T	Altura da interface medida a partir do fundo do canal
h_v	Altura do ponto de velocidade nula medido a partir do fundo do canal
H	Fluxo de calor
H_a	Radiação solar de onda longa
H_{br}	Radiação de onda longa emitida pela água
H_c	Energia transmitida por condução
H_e	Energia perdida por evaporação
H_L	Perda de calor no braço
H_{Le}	Perda de calor para um braço longo ($L > L_e$)
H_s	Radiação solar de onda curta
I_o	= H_{sa}
j	Índice indicador do regime de fluxo ($j=1$ é laminar/quasi-laminar; $j=2$ é turbulento)
J	Equivalente mecânico de calor

k	$= \frac{K}{\rho C_p}$
K	Coeficiente de troca de calor na superfície
L	Comprimento do braço
L_e	Comprimento de equilíbrio do braço
\bar{L}	$= L/D_o$
\bar{L}_e	$= L_e/D_o$
L_w	Calor latente de evaporação da água
m	Constante envolvida na definição do perfil similar de velocidade
p	Pressão atmosférica
P_m	Número modificado de Prandtl $= \frac{v}{kD_o}$
q	Descarga na corrente de fluxo
q_o	Descarga na entrada da corrente de fluxo
q_{oe}	Descarga na entrada da corrente de fluxo para um braço longo
Q	Calor resultante
r_1	$= \frac{(\rho_1 - \rho_e)}{(\rho_o - \rho_e)}$
r_2	$= \frac{(\rho_2 - \rho_e)}{(\rho_o - \rho_e)}$
$r(\theta)$	Função auxiliar
R	Número de Reynolds característico
R_e	Número de Reynolds de corrente de fluxo $= \frac{q}{v}$
$s(\theta)$	Função auxiliar
S_j	Parâmetro de dissipação de energia
t	Profundidade vertical característica

T	Temperatura da superfície da água
T_a	Temperatura do ar (bulbo seco)
T_b	Temperatura da água no fundo do braço
T_d	Temperatura da descarga térmica
T_e	Temperatura de equilíbrio da água
T_n	Temperatura da água no final do braço
T_o	Temperatura da superfície da água na entrada
T_o'	Temperatura do corpo d'água a montante da descarga térmica
T_r	Temperatura média da corrente de fluxo para baixa no braço
T_x	Temperatura da superfície da água a uma distância x da entrada do braço
u,v	Velocidades pontuais horizontal e vertical
u_s	Velocidade na superfície da corrente de fluxo para dentro
U_L	Velocidade média da corrente de fluxo para fora
U_U	Velocidade média da corrente de fluxo para dentro
V	Taxa de fluxo para baixo
W	Trabalho
W_o	Constante solar
x	Coordenada horizontal (medida a partir da entrada do braço)
X	= x/L
y	Coordenada vertical (medida a partir do fundo do braço)
z	Coordenada transversal

LETRAS GREGAS

α	Interceptação da relação linear temperatura-densidade para a água
$\bar{\alpha}$	Relação entre fatores de fricção interfacial e no fundo do braço

α_j	$= \frac{f_{ij}}{f_{oj}}$
δ	Declinação do Sol
Δ_{T1}	Diferença, em horas, entre a longitude padrão e a longitude local
Δ_{T2}	Diferença entre o tempo solar verdadeiro e o tempo solar em horas
Δ_1, Δ_2	Perfis paramétricos de Jain (1982)
β	Inclinação da relação linear temperatura/densidade para a água
Δ_ρ	Diferença de densidade entre as camadas superior e inferior
ξ	$= x/D_o$
ξ_1, ξ_2	Perfis constantes de Sturm (1981)
ϕ	$= \frac{u_s}{\sqrt{\beta(T_o - T_e)gD_o}}$
ϕ_o	Taxa de transferência de calor na superfície
$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4,$ γ_5, γ_6	Constantes
η	$= y/D$
λ	$= L/L_e$
Λ	$= \Lambda_T = \Lambda_V$
Λ_T	$= h_T/D_o$
Λ_V	$= h_V/D_o$
μ	Viscosidade dinâmica
ν	Viscosidade cinemática
$\pi_1, \pi_2, \pi_3,$ π_4, π_5	Perfis constantes de Jain (1982)
ρ	Densidade da água
ρ_e	Densidade da água correspondente a T_e
ρ_o	Densidade de referência da água

ρ_1	Densidade vertical média na camada superior
ρ_2	Densidade vertical média na camada inferior
ρ_s	Densidade na superfície da água
θ	$= \frac{(T_s - T_n)}{(T_o - T_e)}$
θ_L	Longitude local
θ_n	$= \frac{(T_n - T_e)}{(T_o - T_e)}$
θ_o	$= \frac{(T - T_b)}{(T_s - T_b)}$
θ_r	$= \frac{(T_r - T_e)}{(T_o - T_e)}$
θ_s	Longitude padrão
σ	Tensão superficial
τ	Tensão tangencial
$\bar{\tau}$	$= \frac{\tau}{ \tau_o }$
τ_i	Tensão tangencial interfacial
τ_o	Tensão tangencial no fundo do braço
$\psi_1(\lambda), \psi_2(\lambda), \psi_3(\lambda)$	Correlações de Sturm e Kennedy (1980)

RESUMO

O aumento da demanda por energia, acompanhado das exigências de proteção ambiental, requerem o desenvolvimento de meios eficientes de se dispor da energia perdida como calor na conversão termelétrica. A dispersão do calor residual do condensador no ambiente é realizada em ciclo aberto (uso de um rio) ou ciclo fechado (lagos de resfriamento). Os lagos de resfriamento são convenientes para a rejeição de calor quando as restrições ambientais inviabilizarem o ciclo aberto que é mais econômico. O lago de resfriamento normalmente tem um formato irregular, decorrente da topografia da área onde foi realizado o barramento. É comum que o lago apresente vários braços que não estejam no corpo principal do lago de resfriamento. Os braços do lago de resfriamento são muito eficientes na dissipação de calor para a atmosfera, porque os gradientes verticais de temperatura e estratificação induzem correntes de densidade que transportam o calor rejeitado do condensador para o interior destes. O lançamento da descarga térmica no corpo d'água provoca a estratificação térmica e, conseqüentemente, correntes de densidade. São formadas duas correntes bem definidas de fluxo. Uma superior e outra inferior, movendo-se em direções opostas; a superior aquecida e "mais leve" pode chegar à temperatura de equilíbrio do corpo d'água, se o comprimento do braço for longo o suficiente para dissipar para a atmosfera o calor transportado pela água. Se o comprimento do braço não for suficiente para dissipar a quantidade de calor transportada pela corrente superior, então haverá a recirculação do fluxo aquecido para a corrente inferior. Apresentamos uma solução analítica para o sistema de equações de Navier-Stokes representando o escoamento bi-dimensional em regime permanente das correntes de densidade em braços de lagos de resfriamento. As equações governantes são as equações de conservação de massa, quantidade de movimento, energia e equação de estado que relaciona a temperatura com densidade da água. O procedimento envolve a integração das equações governantes segundo a vertical usando perfis de similaridade para a distribuição da temperatura da água e velocidade. Com o processo de integração segundo a vertical, o sistema de equações diferenciais parciais é reduzido a um sistema de equações diferenciais ordinárias com solução analítica. A descarga induzida pela diferença de densidades e a variação longitudinal da temperatura superficial da água são derivadas da solução analítica. A solução apresenta as expressões da perda de calor no braço do lago, a vazão afluyente ao braço (induzida unicamente pelo gradiente de densidade), o comprimento de equilíbrio e a vazão e temperatura da corrente de recirculação. A solução analítica fornece: (1) a obtenção de grupos adimensionais que caracterizam o transporte de calor por correntes de densidade, (2) estimativas de desempenho do lago de resfriamento e (3) representação dos processos hidrodinâmicos, fundamentais para o conhecimento dos impactos ambientais do lago. A solução analítica é muito conveniente para o estudo ambiental do lago de resfriamento, fornecendo escalas e magnitudes dos processos hidrodinâmicos e térmicos no lago, bem como informação de primeira ordem para a validação de modelos numéricos tridimensionais para simulação destes processos.

PALAVRAS-CHAVE: 1) correntes de densidade, 2) lagos de resfriamento, 3) termelétricas

ABSTRACT

The increasing demand for energy, along with the requirement for environmental protection, have entranced the need to develop improved means of disposing waste heat from thermal plants. The dispersion of waste heat from the cooling system into the environment is done either as an open-cycle (use of a river) or a closed-cycle (cooling lake). The cooling lakes are convenient for waste heat disposal when the environmental restrictions do not allow the open-cycle, which is usually cheaper. The cooling lake has an irregular plan shape, resulting from the topography of the dam valley. Usually the cooling lake has many sidearms, which are not part of the main through-flow of cooling lake. The sidearms are more efficient on dissipation of heat for the atmosphere, because of the vertical temperature gradients and stratification, which induce density currents that advect waste heat into the sidearm. The circulation current has two layers, which move in opposite directions; the upper layer carries warm water and can reach the equilibrium temperature of the body water, if the length of sidearm is sufficiently long for to dissipate heat advected by water for the atmosphere. An analytical solution for the system of Navier-Stokes equations is presented herein. The governing equations are the continuity equation, the momentum equation, the energy equation and state equation that relate the temperature with the density water. The procedure involved the integration of the governing equations in the vertical, using similarity profiles for the distribution of the temperature of water e velocity. With the procedure of integration in the vertical, the partial differential equations system is reduced to an ordinary differential equations system,, with analytical solution. The solution presents the expressions of the loss heat on the sidearm, the affluent flow on the sidearm (induced by density currents), the equilibrium length and the flow and temperature of the circulation current. The analytical solution provides: (1) adimensional groups which describe the heat transport by density currents, (2) evaluation of cooling lake performance and (3) representation of the hydrodynamics procedures which are fundamentals for the knowledge of the environmental impacts of the lake. The analytical solution is very convenient for the environmental study of cooling lakes, providing scales and magnitudes of the mass and thermal sources, providing first order information to check numerical density current models..

KEY-WORDS: 1) density currents, 2) cooling lakes, 3) thermal plants

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

A água constitui elemento vital à natureza e a todas as atividades desenvolvidas pelo homem. Neste caso, além das necessidades ligadas aos processos biológicos (alimento, matéria-prima e irrigação), a água é necessária à navegação, à geração de energia elétrica, à refrigeração de máquinas, aos processos químicos industriais e construtivos, à limpeza de ruas e ao transporte de dejetos e resíduos em geral.

É compreensível que cada um desses usos da água requeira características qualitativas diferentes, isto é, as exigências quanto ao grau de pureza absoluta ou relativa variam com o emprego que será feito da água.

A questão da prioridade no uso dos recursos naturais em geral é de conceituação recente e deve ter surgido exatamente em função do uso da água e da necessidade de preservação da sua qualidade. Tradicionalmente, os bens da natureza são denominados *recursos*, isto é, algo que existe para ser explorado e utilizado. A não ser nos últimos anos, quando se percebeu que muitos desses recursos se acham em vias de um definitivo esgotamento ou degradação, não se tem cogitado muito de poupá-los, de racioná-los, de estabelecer regras ao seu uso em função das disponibilidades x necessidades.

O uso energético demanda quantidades de água muito maiores que o abastecimento das cidades ou qualquer outro uso (com exceção da navegação). Como para o uso energético não há necessidade de um padrão rigoroso de qualidade, ele é duplamente conflitante com outros usos. O consumo per capita de água não sofre acréscimos significativos em função do progresso. Mas com relação à demanda energética é bem diferente. Daí a prioridade que tem merecido, em geral, o fator energia no planejamento das bacias hidrográficas (Porto et al., 1991).

O aumento da demanda por energia, acompanhado da exigência de proteção ambiental, tem fomentado o desenvolvimento de métodos eficientes para a disposição de resíduos térmicos de usinas termelétricas. Por exemplo, uma usina nuclear rejeita duas unidades de energia na forma de calor para cada unidade de energia elétrica produzida. O poluente térmico de um condensador de água é liberado para o meio ambiente de uma única vez (a água de um rio ou lago é usada como receptor de calor) ou em um ciclo fechado (lago para troca de calor ou torre de resfriamento). A escolha do método de troca de calor depende de condições econômicas e ambientais.

Em locais onde não é ambientalmente permitida a descarga do poluente térmico direto no corpo d'água, (Resolução CONAMA 20 - temperatura da água lançada no corpo receptor inferior a 40°C, sendo que a elevação de temperatura do corpo receptor não deverá exceder a 3°C), os lagos para resfriamento passam a ser uma solução atrativa. Um reservatório formado pelo barramento de um rio normalmente tem um contorno irregular e apresenta muitos braços derivados do corpo principal do reservatório, como mostrado na figura 1.1. Estes braços são eficientes na troca de calor com a atmosfera.

A variação da densidade da água com a temperatura apresenta uma anomalia que traz diversas vantagens ao ecossistema: a densidade da água atinge seu valor máximo aos 4°C, ainda no estado líquido, fazendo com que, quando passa para o estado sólido, apesar de mais fria, flutua (Porto et al., 1991). Em lagos, essa estrutura de variação de densidade com a temperatura será responsável por padrões de circulação bastante característicos, sendo este o objeto do presente estudo.

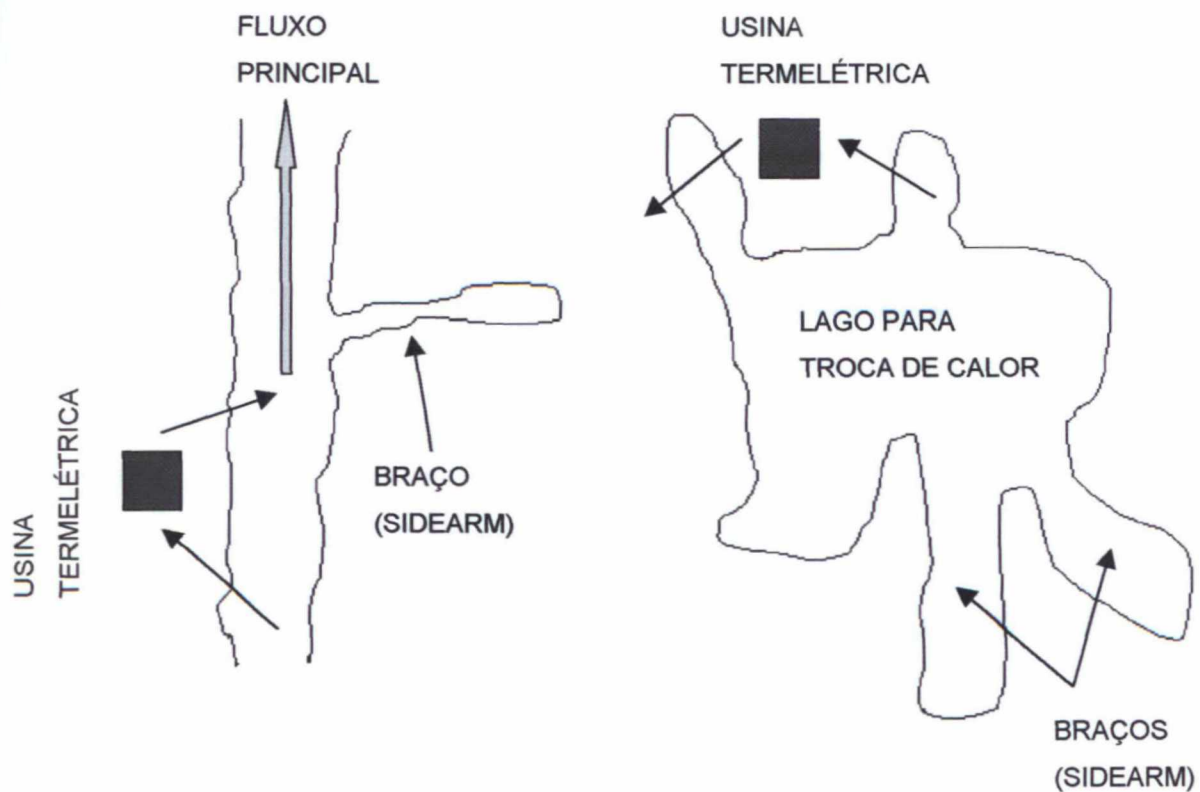


Figura 1.1: Braços utilizados para dissipar calor (sidearms)

Este estudo está organizado em 7 capítulos.

O CAPÍTULO 2 apresenta a revisão bibliográfica sobre o assunto em questão.

O CAPÍTULO 3 apresenta o conceito de temperatura de equilíbrio.

O CAPÍTULO 4 apresenta todas as equações governantes do escoamento, com suas hipóteses simplificadoras e condições de contorno.

O CAPÍTULO 5 apresenta a solução analítica das equações governantes, que são equações diferenciais.

O CAPÍTULO 6 apresenta uma análise sobre os resultados obtidos pelo modelo matemático descrito neste estudo e, finalmente, o CAPÍTULO 7 apresenta algumas conclusões sobre o estudo apresentado.

1.1 OBJETIVO PRINCIPAL

O objeto principal deste estudo é a descrição dos processos hidrodinâmicos resultantes da recepção, em lagos de troca de calor, de água aquecida efluente de termelétricas.

1.2 OBJETIVO ESPECÍFICO

O objetivo específico do trabalho consiste na redução analítica das equações hidrodinâmicas e de conservação de energia térmica em um lago de resfriamento. O procedimento analítico requer que se desenvolva um conhecimento específico de mecânica dos fluidos e do significado físico de cada termo das equações governantes.

1.3 JUSTIFICATIVA

Aumento da demanda de energia

+

Exigência de proteção ambiental



**Necessidades de métodos mais eficientes
de disposição de resíduos térmicos**

CAPÍTULO 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 GERAÇÃO TERMELÉTRICA

2.1.1 CONCEITOS BÁSICOS

2.1.1.1 Equivalente Mecânico de Calor

Foram Clausius, na Alemanha, Maxwell e Lord Kelvin na Inglaterra, que colocaram a teoria dinâmica do calor em base científica, e o conceito de energia térmica foi identificado como a energia mecânica do movimento caótico de átomos e moléculas em escala microscópica.

Joule foi o primeiro a provar experimentalmente a equivalência de energia e calor. Suas experiências foram projetadas para mostrar que quando energia mecânica é despendida em um sistema, a energia que desaparece é exatamente equivalente a quantidade de calor produzida. Em uma experiência famosa, a água foi colocada em movimento por meio de pás, e a elevação de temperatura foi comparada com o trabalho mecânico feito. Seu resultado foi equivalente a mostrar que 1 caloria-grama (g-cal) de

calor é equivalente a aproximadamente $4,2 \times 10^7$ ergs de energia. Dito de outra forma, se $4,2 \times 10^7$ ergs de energia desaparecem através de atrito, a quantidade de calor produzida irá elevar a temperatura de 1 g de água, de 1°C .

Joule provou que se todo trabalho usado em girar a água é gasto em produzir calor, então a mesma quantidade de calor deve ser obtida para um certo gasto de trabalho, independente do método usado para produzir calor. Joule agitou mercúrio contido em um vaso de ferro, por meio de pás de ferro; produziu calor atritando dois anéis de ferro sob mercúrio, mediu o calor produzido quando energia elétrica era convertida em calor em um fio de resistência conhecida; produziu calor por atrito de água em tubos. Em todos estes casos, a constante de proporcionalidade entre calor produzido e trabalho efetuado concordou dentro de 5%. Podemos enunciar o resultado da experiência de Joule sob a equação $W = JQ$, onde W é o trabalho despendido em ergs, Q é o calor resultante em calorias-grama, e J é uma constante universal chamada *equivalente mecânico de calor*.

2.1.1.2 Eficiência e Conversão de Calor

Somente uma fração de energia térmica, dada pela substância que trabalha, pode ser convertida em trabalho útil, por limitações fundamentais da termodinâmica.

A equação (2.1) expressa a definição de eficiência (E):

$$E = \frac{\text{trabalho}_\text{útil}}{\text{total}_\text{de}_\text{energia}_\text{convertida}} = \frac{E_{\text{saída}}}{E_{\text{convertida}}} \quad (2.1)$$

Se uma quantidade de energia térmica Q_1 é colocada em uma máquina térmica que, durante o decurso da sua operação, falha em converter todo esse calor em um trabalho mecânico útil e retorna uma quantidade Q_2 para o meio ambiente (mas não para a fonte de calor), o trabalho útil será $E_{\text{saída}} = J(Q_1 - Q_2)$. A energia térmica total consumida pela fonte de calor é $E_{\text{convertida}} = JQ_1$ e, portanto, a eficiência térmica da máquina térmica é:

$$E = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}. \quad (2.2)$$

Para uma quantidade de energia térmica Q_1 fornecida à máquina, o único meio de tornar a eficiência 100% é tornar Q_2 zero, somente praticável sob condições especiais de zero absoluto.

Quando queimamos 1 kg de carvão, aproximadamente 8000 cal/g ou 8×10^6 cal/kg são liberadas. Supondo fazer a conversão de energia térmica em energia mecânica por meio de uma máquina a vapor. Admitindo que o calor é usado para manter vapor na caldeira a 250°C e liberta-se o vapor a 100°C, então, desprezando todas as perdas térmicas devidas a atrito, condução, convecção, etc., determina-se que a quantidade máxima desta energia que pode ser convertida em energia mecânica é somente 29%. Isto não significa que tenhamos destruído qualquer energia térmica; ao contrário, significa que 71% da energia total permanece na forma térmica de vapor descarregado (Q_2) da equação anterior.

Este exemplo assinala uma característica básica de toda máquina térmica que opera ciclicamente. Este calor é absorvido pela máquina a uma temperatura alta e parte da calor é necessariamente descarregado a uma temperatura mais baixa.

2.1.1.3 Energia Térmica

Em uma usina hidrelétrica, a força da gravidade atua para que um volume de água converta energia potencial em energia cinética, que por sua vez, se transforma em energia mecânica quando a água colide com as pás de uma turbina hidráulica. Analogamente, o vapor d'água pode produzir energia mecânica quando colide contra as pás de uma turbina.

Se aplica a analogia entre diferença de elevação para produção de energia hidráulica com diferença de temperatura (energia interna) para produção de energia térmica. A figura 2.1 ilustra esquematicamente uma turbina a vapor.

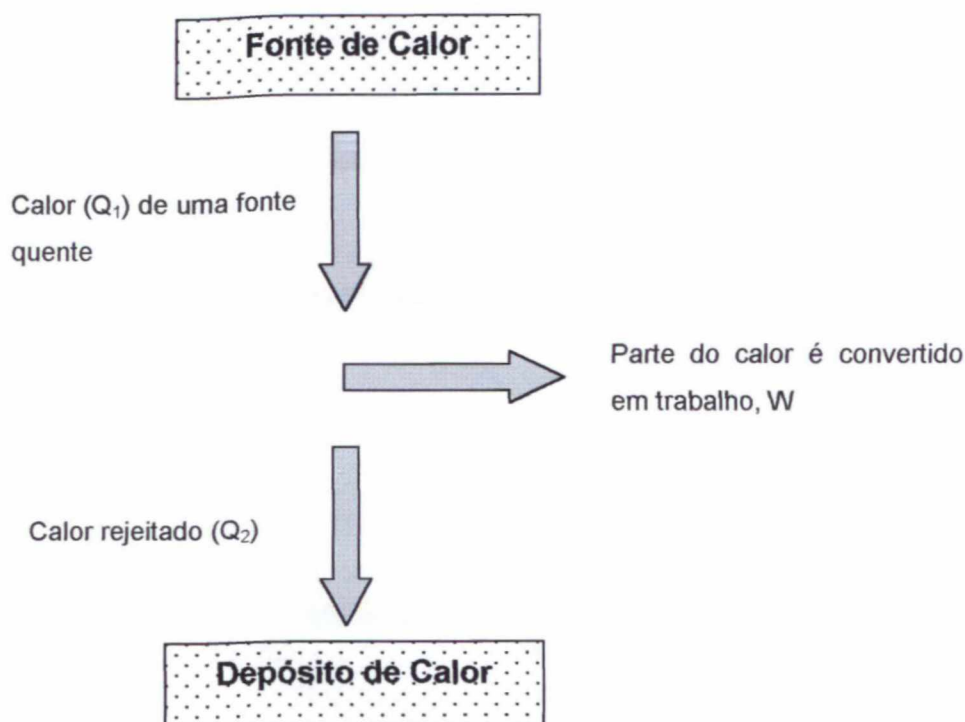


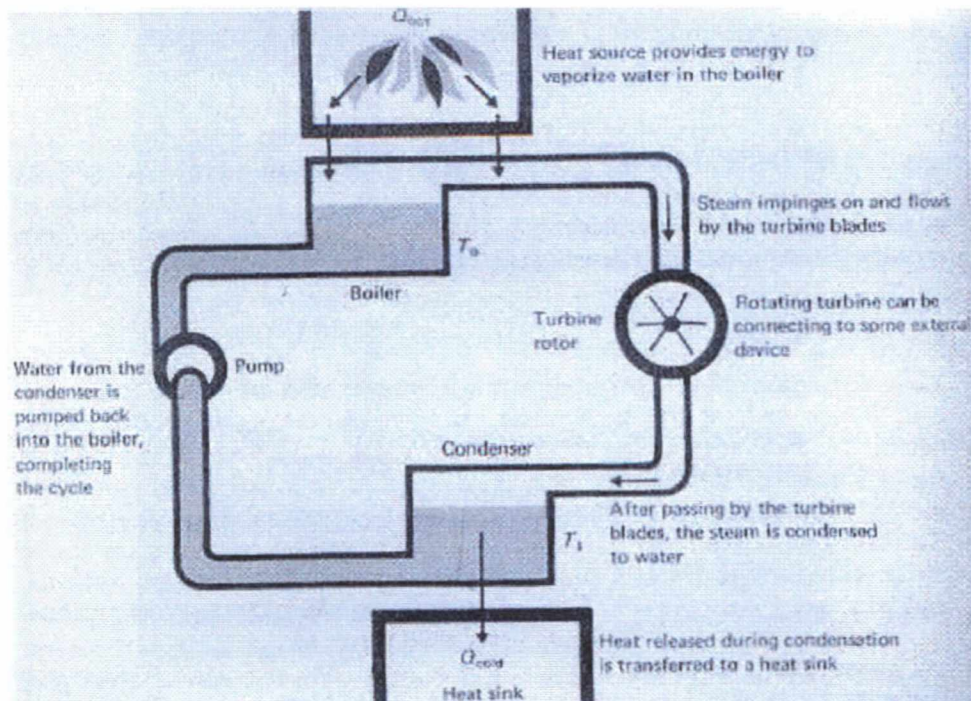
Figura 2.1: Diagrama esquemático de uma turbina a vapor.

Em uma turbina a vapor, aumenta-se a energia interna da água sujeitando-se a uma fonte de calor, fazendo com que ela mude da fase líquida para gasosa. O vapor transfere energia mecânica para a turbina e, posteriormente, é transferido para uma região com temperatura mais baixa (condensador, rio, lago), que é um “dreno” de calor. Quanto maior a temperatura, maior é a capacidade de produção de energia. As limitações da resistência de tubos, caldeira e componentes mecânicos, impõe restrições físicas para a geração de energia.

A figura 2.2 ilustra os quatro componentes fundamentais de uma turbina a vapor:

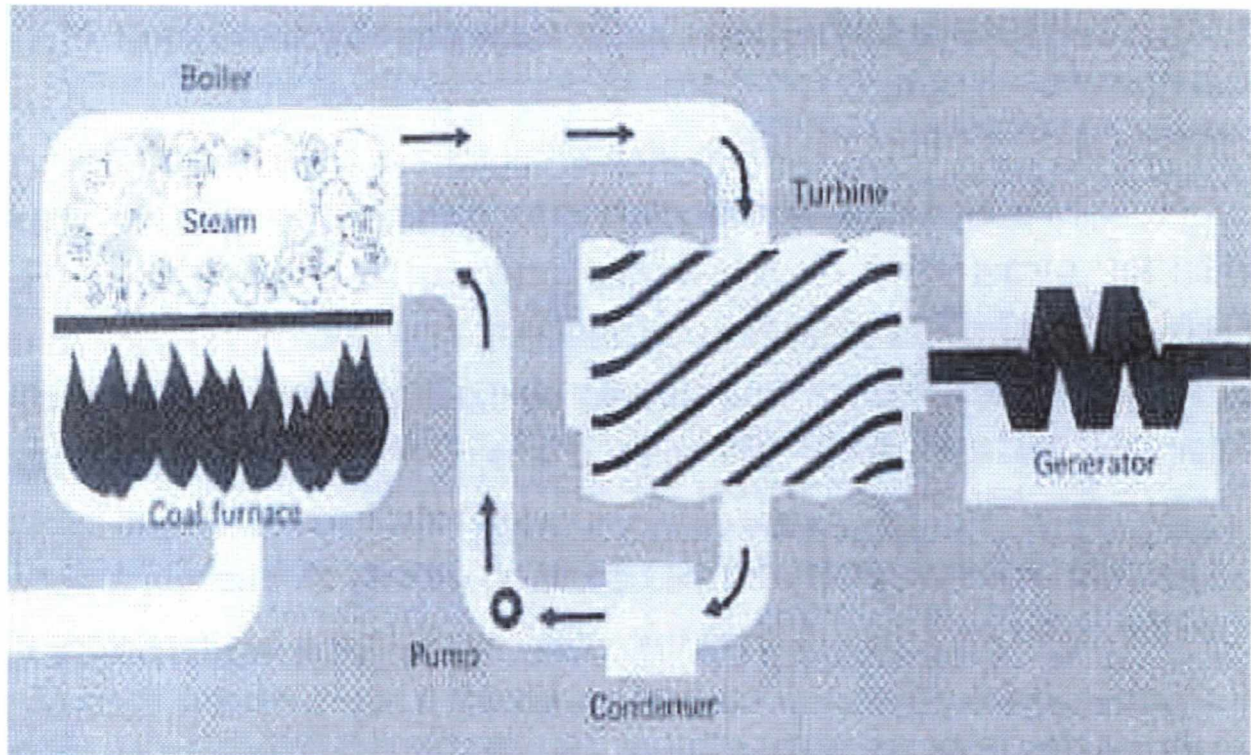
A geração de uma usina térmica provém do equilíbrio entre a energia elétrica gerada e a diferença de temperatura entre o vapor aquecido e a água liberada. A figura 2.3 ilustra os processos envolvidos no aquecimento, resfriamento e geração de energia mecânica com transformação em energia elétrica. Em cada ciclo de operação, a turbina recebe um fluxo de calor de uma fonte de calor, converte parte do calor em energia mecânica e rejeita o calor não usado para um resfriador, com temperatura inferior ao rejeito de calor.

Associe o processo de geração de energia térmica com a rejeição de calor. quanto maior a geração, maior a rejeição de calor. Ao mesmo tempo, temos a variação diurna da temperatura ambiente, que é função da hora do dia, nebulosidade, estação do ano, etc.. Então, se houver uma legislação que limite o efeito da usina sobre a elevação da temperatura das águas de um rio, por exemplo, o ciclo da geração deverá estar associado tanto ao consumo de energia quanto ao ciclo diurno, pois a geração de pico, quando a temperatura ambiente estiver naturalmente alta, poderá violar os padrões ambientais, por exemplo, “cozinhando os peixes”. Há discussão entre as penalidades envolvidas por violação das regras ambientais em contraponto aos ganhos da geração. Se a penalidade for pequena, será mais lucrativo aumentar a geração e com o recurso excedente pagar a multa. Existem modelos conceituais de operação de sistemas térmicos para quantificar o valor, duração e frequência das penalidades por violação das normas ambientais.



Fonte: David Falconer (EPA – EUA)

Figura 2.2: Componentes de uma usina térmica com turbina a vapor

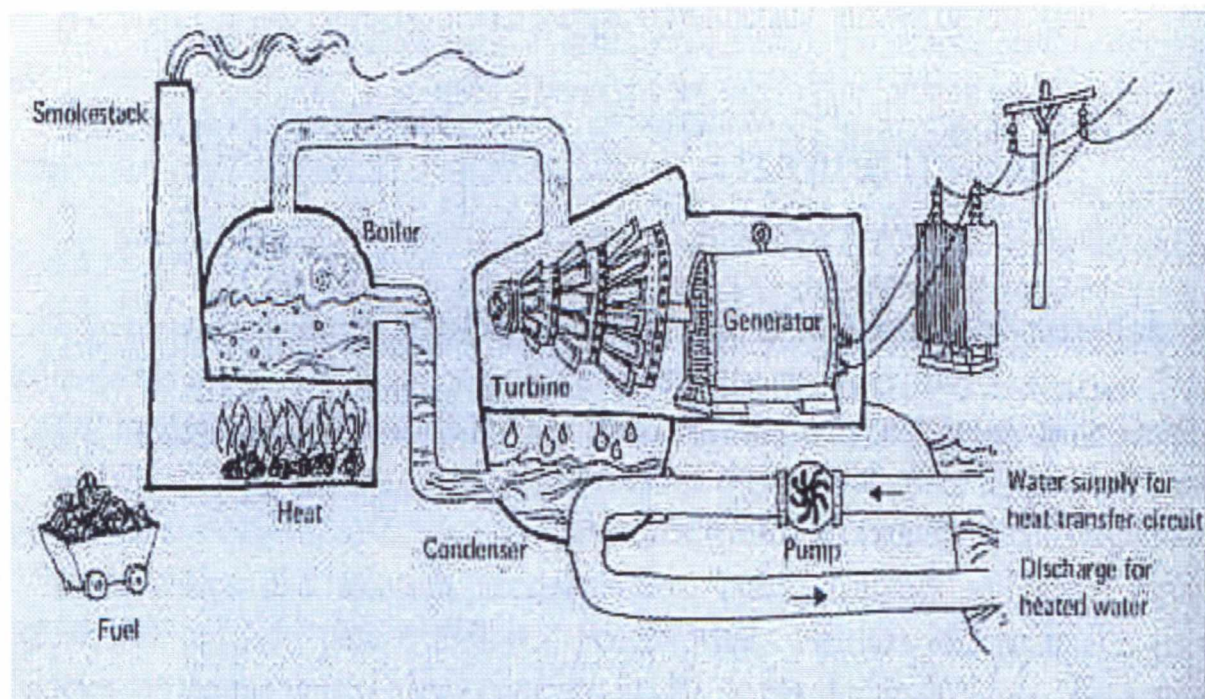


Fonte: David Falconer (EPA – EUA)

Figura 2.3: Ciclo de operação de uma usina térmica.

2.1.2 DADOS ILUSTRATIVOS SOBRE GERAÇÃO TERMELÉTRICA

A fig 2.4 ilustra esquematicamente os componentes de geração e transmissão de uma usina térmica.



Fonte: David Falconer (EPA – EUA)

Figura 2.4: Principais componentes de geração, resfriamento e transmissão de uma usina térmica

A turbina a vapor é a maior fonte de energia mecânica para geradores comerciais de energia nos Estados Unidos. A água vaporizada pela geração de calor vinda da queima de combustíveis fósseis ou nucleares é forçada em lâminas presas a haste da turbina. Isto é parecido com assoprar ar em um cata-vento. Com este modelo básico em mente, pode-se expandir o sistema para o que está mostrado na figura 2.4. Quantificaremos a energia e resíduos provenientes da queima de 450 kg de carvão (450 kg de carvão poderiam ocupar um cubo com aproximadamente 1 m de lateral) dentro do forno. Para este sistema, os elementos de maior interesse são: óxido de enxofre, matéria particulada e calor.

Um carvão típico produz por libra queimada, aproximadamente $1,37 \times 10^7$ J de calor, 45 kg de óxido de enxofre e 45 kg de partículas de cinzas. Seguindo os 450 kg de carvão através da usina de energia, vamos assumir que a caldeira, turbina e gerador elétrico tem eficiência de conversão de energia de 88, 47 e 99 por cento, respectivamente.

2.1.2.1 Caldeira

Energia disponível na caldeira = energia disponível por kg de carvão x massa de carvão

$$= 1,37 \times 10^7 \text{ J/kg} \times 450 \text{ kg} = 6,16 \times 10^9 \text{ J}$$

Energia fora da caldeira e dentro da turbina = energia na caldeira x conversão de eficiência energética da caldeira

$$\begin{aligned} &= 6,16 \times 10^9 \text{ J} \times 0,88 \\ &= 5,42 \times 10^9 \text{ J} \end{aligned}$$

A energia que entra na turbina escapa, ou é liberada, através da chaminé.

Energia que sai pela chaminé = energia da caldeira – energia da turbina

$$\begin{aligned} &= 6,16 \times 10^9 - 5,42 \times 10^9 \\ &= 7,4 \times 10^8 \text{ J} \end{aligned}$$

Os óxidos de enxofre são produzidos quando o carvão é queimado. A quantidade de óxido de enxofre produzido quando 450 kg são queimados é:

$$\text{Óxidos de enxofre (kg)} = 450 \times 0,1 = 45 \text{ kg}$$

Esses óxidos não escapam necessariamente pelas chaminés se existir algum mecanismo instalado para extraí-los. Poucas usinas elétricas são equipadas para remover até mesmo uma pequena parte dos óxidos de enxofre produzidos. Assumindo-se que todos os 45 kg de óxidos saem pela chaminé e vão para a atmosfera.

As partículas de cinzas são simplesmente um produto do carvão que não é passivo de ser queimado.

$$\text{Cinzas} = \text{massa de carvão} \times \text{cinzas por kg de carvão (10\%)} = 45 \text{ kg}$$

A maioria das usinas térmicas têm meios para remover, aproximadamente, 99% das partículas de cinzas antes das mesmas irem para as chaminés. Ainda restam 1%!

$$\text{Quantidade que sai pelas chaminés} = 45 \times 0,01 = 0,45 \text{ kg} = 450 \text{ g}$$

2.1.2.2 Turbina

Energia que sai da turbina e vai para o gerador = energia da turbina x eficiência da turbina na conversão de energia

$$\begin{aligned} &= 5,42 \times 10^9 \times 0,47 \\ &= 2,55 \times 10^9 \text{ J} \end{aligned}$$

2.1.2.3 Gerador

Energia que sai do gerador = energia que entra no gerador x eficiência do gerador na conversão de energia

$$\begin{aligned} &= 2,55 \times 10^9 \times 0,99 \\ &= 2,52 \times 10^9 \text{ J} \\ &= 2,52 \times 10^9 \text{ Joules} \frac{1 \text{ kWh}}{3.600.000 \text{ Joules}} \\ &= 700 \text{ kWh} \end{aligned}$$

Logo, estes 450 kg de carvão produziram eletricidade suficiente para fazer funcionar um ar condicionado de 700 W durante 1000 horas.

Este procedimento apresenta vários temas:

- (1) Resultados numéricos são obtidos para várias condições dadas. Isto dá uma percepção para as emissões de uma usina típica.
- (2) A origem de poluentes no processo de conversão de energia foi estabelecido.

A magnitude da poluição não pode ser totalmente observada porque o elemento tempo não foi considerado. Uma unidade de 1000 MW operando na sua capacidade, usaria 450 kg de carvão em aproximadamente 5 segundos. Isto quer dizer que aproximadamente 10.000 toneladas de carvão seriam usadas por dia e isto liberaria 1000 toneladas de óxidos de enxofre na atmosfera!!!!

Fonte: David Falconer (EPA – EUA)

2.1.3 POLUIÇÃO TÉRMICA

Na usina termelétrica, que utiliza água para resfriamento, a geração de energia provém do equilíbrio entre a energia elétrica gerada e a diferença de temperatura entre o vapor aquecido e a água liberada.

Não se pode esquecer de associar geração de energia térmica com rejeição de calor. Quanto maior a geração, maior a rejeição. Ao mesmo tempo, existe uma variação sazonal de temperatura (verão e inverno) e uma variação diurna (dia e noite). Na variação sazonal, as alterações ocorrem em função da insolação recebida, fator este dependente da declividade e translação da Terra. Na variação diurna, a temperatura ambiente se modifica, conforme a hora do dia, nebulosidade, cobertura de nuvens, etc.

Sendo assim, existindo uma legislação que limite o efeito da usina sobre a elevação da temperatura das águas de um rio (**no Brasil, RESOLUÇÃO – CONAMA – 020 - 86, Art 21, ITEM b ****), o ciclo de geração deverá estar associado tanto ao consumo de energia quanto aos ciclos diurno e sazonal, pois o consumo de pico associado a uma elevação natural da temperatura de um rio poderá violar os padrões ambientais.

Usualmente se utiliza a água de um rio ou reservatório para o resfriamento de uma usina termelétrica. A água do rio ou reservatório, após utilizada, retorna para sua

origem cerca de 5°C a 10°C acima da sua temperatura inicial. Se a vazão não for muito superior a vazão da descarga aquecida, haverá um acréscimo na temperatura do rio. Essa alteração, se atingir níveis muito altos, pode alterar a qualidade da água, afetando a vida aquática das seguintes maneiras:

- O teor de oxigênio dissolvido na água diminui;
- Pode causar estratificação por diferença de temperatura (densidade);
- A temperatura funciona como catalisador em reações químicas acelerando-as;
- Aumentando a temperatura, aumenta a evaporação. Com isso, a concentração de substâncias tóxicas também aumenta;
- Redução da desova dos peixes;
- Aumento da taxa de mortalidade dos peixes jovens;
- Mudança no equilíbrio entre plantas e peixes.

Além da poluição térmica proveniente da utilização de água para resfriamento e seu posterior retorno, já aquecida, não se pode esquecer da poluição atmosférica, proveniente da emissão de efluentes originados no processo de geração de energia em usinas que utilizam gás natural como combustível, dos efluentes líquidos e sólidos.

As emissões dos efluentes aéreos liberados por uma usina termelétrica são divididos em duas classes: efluentes primários, onde os elementos constituintes não participam de nenhuma reação na atmosfera, sendo poluentes por si só; e os efluentes secundários, que são elementos que reagem com a atmosfera, participando de uma série de reações resultando em outros produtos que são poluentes.

Os produtos de combustão saem da turbina numa temperatura da ordem de 570°C e são expelidos pela chaminé entre 85°C e 125°C.

Os poluentes gasosos identificados são: óxidos de nitrogênio (NO_x), óxidos de enxofre (SO_x), monóxido de carbono (CO), hidrocarbonetos não queimados (HC) e material particulado (MP).

A concentração de SO_2 foi obtido a partir do teor máximo de enxofre no gás de 110 mg/m³, que é acrescentado para fins de odorização. Padrões internacionais para

estes poluentes, incluindo alguns países da Comunidade Européia, os Estados Unidos e o Japão são:

- NO_x: 130 a 317 ppm;
- CO: 140 a 1445 ppm;
- SO_x: 140 a 1751 ppm;
- MP: 91 a 170 mg/m³.

Por se tratar de um efluente secundário, esforços de abatimento têm se concentrado na busca da redução do No_x, visando diminuir, sobretudo, seu efeito fotoquímico na atmosfera em conjunto com o HC, formando Ozônio.

Falando agora dos efluentes líquidos e sólidos gerados no processo de produção de energia termelétrica, podemos dividi-los da seguinte maneira:

- Efluentes provenientes da limpeza química inicial, da lavagem dos filtros de carvão ativado, do sistema de tratamento de água, do laboratório químico, além da água contaminada por óleo;
- Efluentes de origem laboratorial, tais como arsênico, mercúrio, metais pesados;
- Efluente do ciclo de vapor (água);
- Efluente sanitário;
- Pátios de carvão e bacias de cinzas, estas em usinas termelétricas à carvão.

Como se pode perceber, existem diversos usos distintos da água e por conseqüência, as características esperadas da mesma variam conforme sua utilização. Aqui, será enfatizada a temperatura da água a jusante de um sistema termelétrico.

O calor dissipado pode parecer um exemplo insignificante de poluição da água, pois a descarga anual de calor armazenado pelo homem representa uma fração diminuta – menos de um milésimo – da energia solar que incide sobre a superfície terrestre anualmente. Contudo, pelos simples volumes de calor descarregados que se concentram em pontos singulares, são produzidas muitas das características comuns

da poluição – mortandade de peixes, odores nocivos, turbidez, sabores desagradáveis e outras – comuns em ambientes desequilibrados.

Não se pode esquecer, no entanto, que os efeitos causados por aquecimento são de diferentes respostas, quando se trata de rios e lagos. Num rio, sempre há o efeito de mistura; a água em movimento é desviada por qualquer barreira física, como as rochas; sempre existe grande movimentação de massa. Em se tratando de lagos, os fenômenos de mistura são diferentes e existe o processo de estratificação, seja ela sazonal ou de efeitos diversos. É necessário, então, que se conheçam todos os fenômenos de transporte envolvidos em cada situação.

**** RESOLUÇÃO/CONAMA/020/86, ART 21**

Os efluentes de qualquer fonte poluidora somente poderão ser lançados, direta ou indiretamente, nos corpos de água desde que obedeçam às seguintes condições:

- a) *pH entre 5 a 9;*
- b) *temperatura inferior a 40° C, sendo que a elevação de temperatura do corpo receptor não deverá exceder a 3° C;*
- c) *...*

2.2 ESTUDOS ANTERIORES SOBRE DISSIPACÃO DE CALOR EM LAGOS

Vários experimentos e estudos numéricos para determinar as correntes e a taxa de calor perdida em braços de lagos têm sido realizados nos últimos anos.

Estudos anteriores sobre dissipação de calor em lagos realizados por Ryan e Harleman (1973) demonstraram que braços de lagos são dissipadores eficientes de calor para a atmosfera. O gradiente vertical de temperatura do lago produz uma estratificação térmica, e as diferenças de densidade produzem correntes de gravidade que transportam calor para os braços periféricos do reservatório. A investigação experimental foi conduzida com o uso de um modelo de reservatório com diversas configurações de braços.

Edinger (1971) dividiu um lago para resfriamento em uma área de fluxo principal e outra que constitui os braços, equacionando o rejeito de calor da usina para o total de calor dissipado na área de fluxo principal e nos braços. Neste estudo, foi definido o fator de forma como função da geometria do lago, descarga líquida e condições meteorológicas.

Brocard, Jirka e Harleman (1977) apresentaram um estudo da circulação convectiva nos braços. Os experimentos foram conduzidos em um canal experimental com 10 m de extensão, simulando um braço.

As observações e resultados experimentais indicaram a formação de uma circulação com duas “camadas” distintas, induzidas pelo gradiente de temperatura, com um fluxo secundário vertical através da interface entre o escoamento da camada superior e inferior.

Com base nas observações experimentais, Brocard et al. equacionaram o processo hidrodinâmico do fluxo no braço em duas camadas. As equações para cada camada foram obtidas integrando verticalmente as equações de massa, e quantidade de movimento em cada lado da interface, parametrizando as dimensões físicas em relação ao tamanho médio da camada inferior. O fluxo vertical ao longo da camada superior, em direção a camada inferior foi negligenciado. A equação da energia foi desacoplada das equações de movimento. O ajuste entre valores de circulação de fluxo convectivo calculados e medidos no modelo experimental foi considerado satisfatório.

Sturm (1976) descreveu correntes de densidade nos braços de reservatórios através de experimentos em um canal de laboratório. Estes experimentos foram executados em um canal horizontal, com 20 m, fechado em ambas as extremidades. Em uma das extremidades foi instalada uma haste quente para aquecer a água do canal.

Nos experimentos de Sturm, a temperatura na camada inferior foi mantida constante. Jain (1980) verificou que o comprimento do canal usado por Sturm era muito curto, correspondendo a aproximadamente 11% do necessário para que se atingisse o equilíbrio. No caso do canal curto, o fluxo vertical ao longo da interface é dominante, não havendo fluxo de retorno ao final do comprimento de equilíbrio.

Jain (1980) aplicou a teoria da similaridade para o caso das correntes de densidade induzidas por gradientes de temperatura. Foram modeladas as perdas totais de calor para braços longos e curtos, resultando em uma concordância satisfatória com os resultados experimentais de Sturm (1976).

Em síntese, os resultados do estudo de Brocard et al (1977) não podem ser usados para um braço longo, onde a soma do fluxo abaixo da camada superior para a camada inferior não pode ser desprezada. Os resultados numéricos de Sturm (1976) e a solução analítica de Jain (1980) requerem a especificação de distribuição vertical de temperatura e velocidade, que não estão bem definidas.

Neste trabalho estimaram-se a distribuição de temperatura e velocidade em um longo braço com correntes de densidade em duas camadas. As equações diferenciais parciais que governam o fluxo foram acopladas com os perfis similares de temperatura e velocidade horizontal, reduzindo as equações governantes a um sistema de equações ordinárias, com integração analítica.

CAPÍTULO 3 TEMPERATURA DE EQUILÍBRIO

Segundo Zison (1977), a temperatura de equilíbrio é a temperatura média da superfície da água sobre a qual a temperatura instantânea tende a oscilar. Esta temperatura é calculada levando-se em conta as condições meteorológicas, tomando-se então como temperatura de equilíbrio a mais alta temperatura na qual o corpo d'água oscila naturalmente.

Sendo assim, a temperatura de equilíbrio é uma temperatura que a água do rio, canal ou braço atinge, considerando-se condições atmosféricas de aquecimento e/ou resfriamento, no momento em que não existe mais transferência de energia na interface ar/água (superfície do rio).

A temperatura de equilíbrio, por depender de fatores meteorológicos, varia ao longo do tempo, segundo escalas semanais e mensais. Contudo, a temperatura da água responde à temperatura do ar e à radiação solar em escalas de minutos, horas e até dias. A temperatura do ar responde à radiação solar com escala de algumas horas e, em consequência, a temperatura da água responde à radiação solar em escalas ainda mais longas. Por exemplo, o pico da radiação solar no dia ocorre entre 12-13 horas, mas o pico da temperatura do ar ocorre entre 15-16 horas.

3.1 DADOS METEOROLÓGICOS E FÍSICOS

3.1.1 RADIAÇÃO SOLAR

O conhecimento da radiação solar, assim como das condições de exposição das superfícies, é indispensável para determinar as temperaturas dessas superfícies, ou melhor, a elevação da temperatura dessas superfícies em relação à temperatura do ar.

A constante solar corresponde a 1380 Wm^{-2} . Este é o valor que se poderia esperar à superfície da Terra se não houvesse atmosfera, ou seja, a radiação no topo da atmosfera, se for desprezada a sua espessura em face da distância do Sol à Terra. A radiação direta, que efetivamente atinge a superfície, é muito menor, devido aos fenômenos de difusão e de absorção da água, poeira e gases existentes na atmosfera. Note-se que a radiação direta exclui toda a energia difundida no espaço pela atmosfera e pelas nuvens e é recebida, numa superfície orientada perpendicularmente à linha que une os centros da Terra e do Sol.

Define-se, porém, um outro valor da radiação solar, a chamada radiação global, que é o fluxo total incidente na unidade de área de uma superfície na Terra. A este valor chamou-se irradiância. A radiação global une não só a radiação direta como também a refletida pela atmosfera, e nuvens, ou seja, a radiação difusa. Pode acontecer, por exemplo, que durante o dia a radiação direta seja nula e mesmo assim a radiação global não ser nula. Basta, para isso, que todo o dia tenha sido encoberto. O valor da radiação global varia, ao longo do dia e do ano, em função do ângulo de incidência dos raios do Sol sobre a superfície considerada não ser constante.

3.1.2 SOMBREAMENTO

Corresponde a parcela de sombra ocasionada pela vegetação ao longo das margens de um rio. Na maioria da vezes, este fator de sombra não ultrapassa 70%. Pode ser estimado num levantamento de campo.

3.1.3 TEMPERATURA DO AR

Embora seja o Sol a fonte de toda a energia que mantém o movimento da atmosfera, as propriedades físicas da superfície terrestre desempenham um papel importante na conversão de radiação solar em calor sensível e na redistribuição de energia entre a atmosfera e a superfície. A atmosfera é aquecida nas camadas inferiores graças à emissão da superfície terrestre que é feita em ondas longas e a distribuição de energia na atmosfera se processa principalmente por condução e convecção.

A variação diária da temperatura do ar está diretamente relacionada com a energia solar e o conseqüente aquecimento do solo. Existe uma defasagem entre a máxima temperatura da superfície do solo e a do ar. Tal defasagem aumenta com o afastamento da superfície, ou seja, para a camada de ar imediatamente em contato com o solo, as temperaturas máximas ocorrem simultaneamente. A medida que se afasta da superfície, o instante de ocorrência da máxima temperatura do ar vai sendo retardado com relação ao instante de ocorrência da máxima temperatura do solo. Em média, essa defasagem é de duas horas para o nível de dois metros de altura. Naturalmente, esse retardo não é constante, pois depende dos processos de transferência de calor na atmosfera.

Em condições de calma atmosférica, com o predomínio dos efeitos moleculares, a defasagem tende a aumentar. Ao contrário, quando a turbulência atmosférica é bastante ativa, o transporte de calor torna-se eficiente, diminuindo essa diferença. A marcha anual de temperatura reflete claramente o predomínio das duas estações mais contrastantes – verão e inverno.

Além da variação da temperatura, é importante a análise de seus extremos e das amplitudes térmicas. Em geral, as áreas continentais e desérticas apresentam

amplitude e extremos térmicos mais pronunciados, contrastando com as regiões marítimas e vegetadas, onde as temperaturas oscilam menos. Outro fator relevante na variação de temperatura é a latitude. De um modo geral, a amplitude térmica cresce com o aumento da latitude. Também merece destaque, no que concerne a variação térmica, a altitude. Em geral, com o aumento da altitude, ocorre uma diminuição na temperatura média do ar.

A temperatura pode ser estimada por uma estação climatológica local.

3.1.4 COBERTURA DE NUVENS

Conceituando de maneira didática, “nuvem é um conjunto visível de partículas minúsculas de água líquida ou gelo, ou ambos ao mesmo tempo, em suspensão na atmosfera”.

Este conjunto pode também conter partículas de água líquida ou de gelo em maiores dimensões, e partículas procedentes, por exemplo, de vapores industriais, de fumaças ou de poeiras.

Apesar da freqüente evolução das nuvens, que mudam constantemente, é possível definir formas características que permitem classificá-las em diferentes grupos. Estabeleceu-se como critério de classificação subdividi-las em gêneros, espécies e variedades.

Os principais fatores que interferem na descrição do aspecto de uma nuvem são as suas dimensões, sua forma, sua estrutura e sua textura, assim como sua luminância e cor.

As nuvens exercem papel importantíssimo na balanço de radiação solar do Planeta. Elas refletem intensamente a radiação solar e absorvem, também de maneira intensa, a radiação emitida pela Terra (incluindo a faixa de 8 a 12 μm de comprimento de onda). Desta forma, a presença de nuvens impedirá a ocorrência de grande aquecimento diurno, assim como a ocorrência de grande resfriamento noturno. O intervalo diurno de temperaturas, isto é, a diferença entre a máxima e a mínima diária, é

afetado pelo estado do céu. Em dias nebulosos, a temperatura máxima é menor por causa da redução de insolação. Por outro lado, a mínima é maior porque as nuvens reduzem a perda de radiação. A temperatura média diária é normalmente determinada pela média aritmética entre as temperaturas máxima e mínima.

A cobertura de nuvens pode ser estimada por uma estação climatológica local. É expressa em percentagem (%).

3.1.5 VENTOS

Os deslocamentos de massa de ar de grandes dimensões (bolsões de ar com características termodinâmicas semelhantes) ou de pequenas parcelas são fenômenos relativamente simples, e seu estudo é fundamental.

Quaisquer movimentos do ar atmosférico, que ocorrem naturalmente no interior do fluido, à superfície ou a grandes alturas, podem ser denominados genericamente de *Ventos*. Os ventos são usualmente medidos apenas pelas componentes horizontais da sua velocidade. Para isso, existe grande diversidade de instrumentos, desde aqueles destinados a medições próximo da superfície, onde os ventos são mais fracos, até equipamentos que possuem grande inércia e por isso destinados a medições de ventos fortes. Os anemômetros meteorológicos são aqueles mais sensíveis, capazes de detectar movimentos imperceptíveis aos nossos sentidos. São usados para estudos das propriedades do escoamento atmosférico próximo ao solo.

As componentes horizontais do vento são importantes também para o mecanismo termodinâmico da atmosfera, pois são eficientes transportadores de propriedades do fluido, tais como calor, massa e quantidade de movimento. Já a componente vertical é freqüentemente estimada por meio de complexa teoria associada às observações das componentes horizontais e de outras propriedades. Entretanto, os movimentos verticais, quando ocorrem, são extremamente importantes para a formação de nuvens e precipitações; por isso constituem o principal parâmetro a ser conhecido pelos previsores de tempo. Regiões sujeitas a movimentos ascendentes estão sempre associadas com mudanças bruscas do tempo (instabilidade) e precipitações, ou mesmo

tempestades locais severas. A ordem de grandeza desta componente é, aproximadamente, 1000 vezes menor que a componente horizontal.

A velocidade e direção dos ventos podem ser estimadas por uma estação climatológica local.

3.1.6 UMIDADE RELATIVA DO AR

Por um acordo internacional, a umidade relativa é definida como a relação entre a razão de mistura observada e aquela que prevaleceria em condições saturadas, à mesma temperatura. É expressa em percentagem.

As variações da umidade relativa do ar estão relacionadas com a pressão de vapor d'água e com a temperatura.

Conforme as Leis da Termodinâmica, quando a temperatura é máxima, a umidade relativa é mínima. Na realidade, para uma temperatura constante, a umidade relativa aumenta com a pressão de vapor. Entretanto, quando a umidade relativa sofre influências simultâneas de temperatura e de pressão de vapor, em níveis correspondentes às flutuações usuais na atmosfera, a relação direta entre a umidade relativa e a pressão de vapor é sobrepujada pela relação inversa entre a temperatura e a umidade relativa.

3.1.7 ATRIBUTOS DO CORPO DE ÁGUA

A seção transversal de um corpo d'água é definida tomando-se um plano perpendicular ao plano onde está contida a projeção horizontal do corpo d'água.

É extremamente importante definir critérios para a escolha de seção transversal, pois é baseado nesta decisão que se faz a medida da profundidade média do corpo d'água e, por conseqüência, define-se se o canal é raso ou profundo. Em canais mais largos que profundos, a grande maioria dos rios, o processo de mistura é muito mais

intenso na direção vertical que na direção transversal, fato este ocasionado pela turbulência gerada pelo atrito do fundo do canal considerado raso.

É, também a partir da fixação da seção satisfatória, que mede-se sua área, pois a partir desta medida, surge o conceito de velocidade média, ou seja, vazão por unidade de área.

A partir de definição de seção transversal adequada, mede-se a quantidade (volume) de água que atravessa essa mesma seção, num dado intervalo de tempo. À passagem deste fluxo, considerado contínuo na seção, denominamos velocidade média.

O conhecimento da profundidade do corpo d'água é essencial para a definição do corpo d'água em rio ou lago, além de ser fundamental para o cálculo da velocidade média.

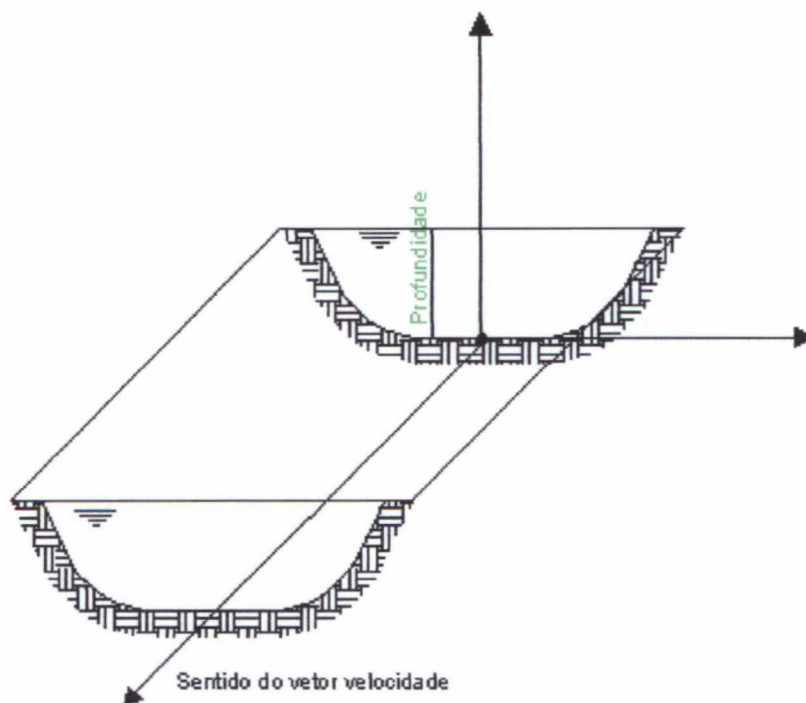


Figura 3.1: Esquema de seção transversal de um rio.

3.2 BALANÇO DE ENERGIA APLICADO À ÁGUA

O balanço de radiação em uma determinada superfície é a contabilização líquida entre toda a energia radiante recebida e perdida pela superfície.

O esquema a seguir representa troca de calor na superfície da água.

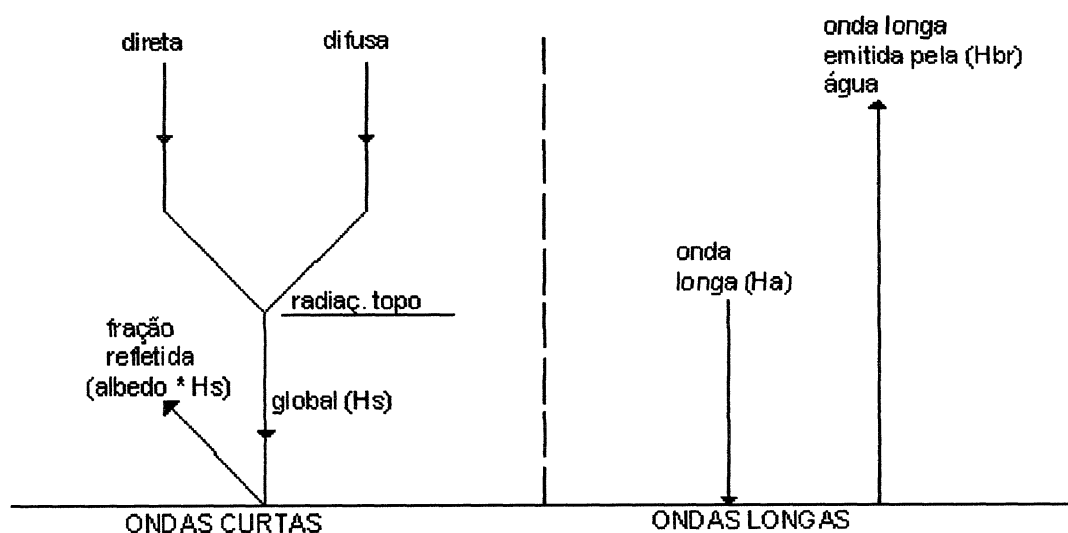


Figura 3.2: Esquema do balanço energético da água.

À esquerda tem-se a representação da radiação de onda curta que chega à superfície da água, H_s , e a fração refletida (αH_s), sendo α o albedo da superfície.

À direita representam-se a radiação atmosférica (onda longa) que atinge a água, H_a , e a radiação de onda longa emitida pela superfície da água, H_{br} .

O balanço de energia da água pode ser representado pelos seguintes processos:

- radiação de onda longa,
- radiação de onda curta,
- radiação emitida pela superfície da água,
- energia perdida pela evaporação e

- energia transmitida por condução.

Equacionando, então, todos esses processos, teríamos o seguinte balanço de energia:

$$H = H_a + H_s - H_{br} - H_e + H_c \quad (3.1)$$

onde : H_a = radiação de onda longa,

H_s = radiação de onda curta,

αH_s = fração de onda curta refletida pela água (3%),

H_{br} = radiação emitida pela superfície da água,

H_e = energia perdida pela evaporação,

H_c = energia transmitida por condução.

3.2.1 RADIAÇÃO DE ONDA LONGA

O balanço de ondas longas compreende duas componentes: a radiação atmosférica (H_a) e a radiação emitida pela água (H_{br}). A radiação atmosférica é função, basicamente, da temperatura do ar (bulbo seco), da cobertura de nuvens e do sombreamento.

Já a radiação emitida pela água depende da sua temperatura e sua capacidade de emissão.

Na prática, quando não se dispõe de aparelhos de medida, uma alternativa seria o uso de equações empíricas para a estimativa do balanço de onda longa.

No modelo a ser descrito neste trabalho, será utilizada a seguinte equação (Zison et al., 1978; HEC, 1977):

$$H_a = (1 - S) 5.14 \times 10^{-13} (1 + 0.17 C_L^2) (T_a + 273)^6 \quad (3.2)$$

onde: S = sombreamento (fração),

C_L = cobertura de nuvens (fração),

T_a = temperatura de bulbo seco (°C).

Esta equação utiliza o valor de 0.03 para o albedo (radiação atmosférica refletida pela água).

3.2.2 RADIAÇÃO DE ONDA CURTA

Antes de se quantificar radiação solar que atinge a superfície da água, afetada pelo sombreamento e albedo, deveremos saber o conceito de radiação no topo da atmosfera.

A intensidade da radiação solar que atinge o topo da atmosfera é variável ao longo do ano, em virtude dos efeitos astronômicos (latitude e tempo). Além disso, a radiação emitida pelo Sol é função do comprimento de onda e de fenômenos que ocorrem na própria fonte de energia (manchas solares, erupções solares, variações de temperatura, etc.). Esta intensidade de radiação, também chamada irradiância, sobre uma superfície normal aos raios solares, na ausência de atmosfera (radiação no topo), é de aproximadamente $1353 \text{ J m}^{-2} \text{ s}^{-1}$, ou $1.94 \text{ cal cm}^{-2} \text{ min}^{-1}$. Este valor é chamado de constante solar e é comumente aproximado para $2 \text{ cal cm}^{-2} \text{ min}^{-1}$.

Porém, considerando a Terra como uma esfera, com eixo de rotação inclinado enquanto revoluciona ao redor do Sol, a intensidade da radiação recebida no topo da atmosfera varia no tempo e de um lugar para outro.

Em função deste movimento, ocorrerá, numa determinada hora, o fato de a direção dos raios solares estar perpendicular ao plano tangente à superfície Terra-atmosfera no ponto de interesse. A latitude onde ocorre este fato é chamada de *declinação do Sol*, δ . A declinação do Sol é calculada pela seguinte fórmula:

$$\delta = 23.45 \cos\left[\frac{360}{365}(172 - D)\right] \quad (\text{em graus}) \quad \text{ou}$$

$$\delta = \frac{23.45\pi}{180} \cos\left[\frac{2\pi}{365}(172 - D)\right] \quad (\text{em radianos}) \quad (3.3)$$

onde $D =$ dia Juliano ($1 \leq D \leq 365$ ou 366)

Quando a radiação solar atinge a Terra, sofre espalhamento (conforme já citado), diminuindo sua intensidade por unidade de área.

Ao ângulo formado pela direção de entrada da radiação solar, com o plano tangente ao ponto de interesse na superfície Terra-atmosfera, será chamado de α . Sendo assim, a quantificação da intensidade de radiação solar será dada por:

$$H_{sa} = W_o \text{ sen } \alpha \quad (3.4)$$

onde : $W_o =$ constante solar,

$H_{sa} =$ intensidade efetiva de radiação, também chamada insolação no topo da atmosfera,

$\alpha =$ altitude solar.

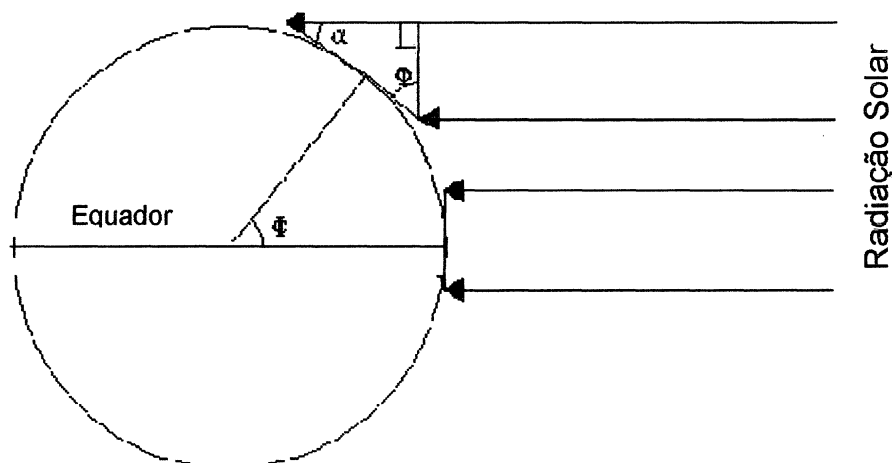


Figura 3.3: Projeção da radiação solar no plano tangente ao topo da atmosfera.

A radiação no topo da atmosfera depende da ângulo horário do Sol. Usando conhecimentos de geometria planetária (Eagleson, 1970), chegou-se a seguinte expressão para cálculo da altitude solar:

$$\text{sen } \alpha = \text{sen } \delta \text{ sen } \phi + \text{cos } \delta \text{ cos } \phi \text{ cos } \tau \quad (3.5)$$

onde: ϕ = latitude local,

δ = declinação do Sol,

τ = ângulo horário.

3.2.2.1 Latitude de um local (ϕ)

A latitude de um ponto qualquer na superfície da Terra é o ângulo formado pelo plano equatorial terrestre e o segmento de reta que liga o centro da Terra ao referido ponto. A latitude varia de 0° a $\pm 90^\circ$ e, por convenção, o sinal positivo é atribuído às latitudes Norte e o negativo às latitudes Sul.

3.2.2.2 Ângulo horário (σ)

É o ângulo formado em função da sua rotação. Como a Terra dá um giro completo em torno do seu próprio eixo em aproximadamente 24 horas, esse ângulo apresenta uma variação de aproximadamente 15° por hora. Pode variar de 0° a 360° .

Para calcular este ângulo, utiliza-se as seguintes fórmulas (Curtis e Eagleson, 1982):

$$\tau = 15(T_s + 12 - \Delta T_1 + \Delta T_2) \quad \text{para sol a leste do local considerado} \quad (3.6)$$

$$\tau = 15(T_s - 12 - \Delta T_1 + \Delta T_2) \quad \text{para sol a oeste do local considerado}$$

onde: T_s = é o horário padrão no local desejado, em horas, contadas a partir da meia-noite (0.00 – 23.59)

ΔT_1 = é a diferença, em horas, entre a longitude padrão e a local,

ΔT_2 = é a diferença entre o tempo solar verdadeiro e o tempo solar em horas; é geralmente desprezado.

Para o cálculo de ΔT_1 , utiliza-se a seguinte expressão:

$$\Delta T_1 = \frac{1}{15}(\theta_s - \theta_L) \quad \text{para longitude leste} \quad (3.7)$$

$$\Delta T_1 = \frac{-1}{15}(\theta_s - \theta_L) \quad \text{para longitude oeste, relativas a Greenwich.}$$

onde: θ_s = longitude padrão,

θ_L = longitude do observador (local).

TVA (1972) sugere uma modificação na equação de intensidade de radiação solar, considerando a natureza elíptica do movimento de translação da Terra, fato este responsável pela variação da distância Terra-Sol.

A nova equação seria da seguinte forma:

$$H_{sa} = \frac{W_o}{r^2} \text{sen } \alpha \quad (3.8)$$

$$\text{onde: } r = 1 + 0.017 \cos \left[\frac{2\pi}{365} (186 - D) \right] \quad (3.9)$$

Muitas vezes, é interessante calcular a radiação solar incidente num período finito. Para isto, utiliza-se a equação abaixo, que é uma integralização da equação já proposta.

$$H_{sa\Delta T} = \frac{W_o}{r^2} \left\{ (t_2 - t_1) \text{sen } \delta \text{sen } \phi + \frac{12}{\pi} \cos \delta \cos \phi [\text{sen } \tau_2 - \text{sen } \tau_1] \right\} \quad (3.10)$$

Após o cálculo da radiação no topo da atmosfera, podemos, então, calcular a intensidade de radiação de onda curta, H_s , que chega na superfície da água. Para este cálculo, usaremos a equação seguinte (Zison et al., 1978; HEC, 1978):

$$H_{sa} = (1 - S)H_{sa} - \alpha(1 - S)H_{sa} \quad \text{fazendo } \alpha = 0.03 \quad (3.11)$$

$$H_{sa} = 0.97(1 - S)H_{sa}$$

onde: S = sombreamento,

$H_{sa} = I_o$ = insolação no topo da atmosfera,

α = refletividade da superfície da água.

3.2.3 RADIAÇÃO EMITIDA PELA ÁGUA

Embora seja o Sol a fonte de toda a energia que mantém o movimento da atmosfera, as propriedades físicas da superfície terrestre desempenham um papel importante na conversão da radiação solar em calor sensível e na redistribuição da energia entre a atmosfera e as substâncias superficiais, pois a energia emitida pelo Sol é em onda curta, que é muito pouco absorvida pela atmosfera. A atmosfera é aquecida nas camadas inferiores graças à emissão da superfície que é feita em onda longa e a redistribuição de energia na atmosfera se processa principalmente por condução e convecção.

Para se calcular, então, essa parcela de energia emitida pela superfície da água, H_{br} , será usada a seguinte equação (Zison et al., 1978), que é uma linearização da Lei de Stefan-Boltzmann:

$$H_{br} = 308.35 + 4.897T \quad (3.12)$$

onde T = temperatura da água (°C)

3.2.4 ENERGIA PERDIDA NA EVAPORAÇÃO

A perda de calor por evaporação, a partir da superfície da água, resulta de convecção forçada (controlada pelo vento) e convecção livre (controlada pelo empuxo devido à fluabilidade). Para corpos d'água sem entrada artificial de calor, a convecção forçada é a dominante. A perda de calor por evaporação ocorre como resultado da mudança de estado da água da fase líquida para vapor, exigindo o sacrifício do calor latente de vaporização. Para se estimar a quantidade de energia perdida por evaporação no balanço energético, H_e , será utilizada a equação proposta por Zison et al., 1978; Hec, 1978.

$$H_e = \rho L_w E \quad (3.13)$$

Para usufruir desta equação, primeiramente deve-se conhecer alguns conceitos. O primeiro deles é taxa de evaporação (E). Existem muitos métodos visando à determinação da taxa de evaporação de uma superfície líquida. Esses estudos geralmente são dirigidos em dois sentidos: um, visando a construção de aparelhos e métodos de medida mais precisos; o outro, na elaboração de fórmulas teórico-empíricas que visem também a uma melhor aproximação da condição real observada.

Outro conceito é o de pressão de vapor (e). Em uma mistura de gases, cada gás exerce uma pressão parcial independente dos outros gases. A pressão parcial exercida pelo vapor d'água é chamada pressão de vapor. Quando a máxima quantidade de vapor d'água para uma determinada temperatura está contida em um dado espaço, o espaço é dito saturado. A pressão exercida pelo vapor em um espaço saturado é denominada pressão de saturação do vapor (e_s), que, para todos os fins práticos, é a máxima pressão de vapor possível para uma dada temperatura.

No presente trabalho, será utilizada uma fórmula semi-empírica para o cálculo da taxa de evaporação, denominada método aerodinâmico, baseado na difusão de vapor.

$$E = (a + bW)(e_s - e_a) \quad (3.14)$$

onde: a, b = coeficientes empíricos,

W = velocidade média do vento,

e_s = pressão de saturação do vapor,

e_a = pressão de vapor na atmosfera.

Para calcular e_s , pode-se utilizar a fórmula seguinte (Grenney e Kraszewski, 1981):

$$e_s = 6.372(1.0646)^T \quad (3.15)$$

onde: T = temperatura da água ($^{\circ}\text{C}$),

T_a = temperatura do ar ($^{\circ}\text{C}$).

Assumindo que $e_a = e_{sa}h_r$, onde e_{sa} é a pressão de saturação do vapor para e_a ; h_r é a umidade relativa (fração); $a = 0$; $b = 1.5 \times 10^{-9}$; $\rho = 1000 \text{ kg m}^{-3}$; $L_w = 9.45 \times 10^6 \text{ J kg}^{-1}$, tem-se que:

$$H_e = 23.42W \left[(1.0646)^T - (1.0646)^{T_a} h_r \right] \quad (3.16)$$

3.2.5 ENERGIA TRANSMITIDA POR CONDUÇÃO

O calor sensível é transferido entre o ar e a água por condução é transportado, para mais perto ou para mais longe da interface ar-água, por convecção associada ao movimento da massa de ar.

Os fenômenos de condução na atmosfera se processam da seguinte forma: o ar aquecido por condução, ou seja, um fluxo de energia calorífica através da matéria por meio da atividade molecular interna sem, obviamente, qualquer movimento de matéria. A energia emitida pela Terra é absorvida principalmente pelo vapor d'água e pelo dióxido de carbono; os outros gases, em contato com eles, são aquecidos por condução.

O processo condutivo, H_c , é usualmente descrito pela equação (Zison et al., 1978; HEC, 1978):

$$H_c = RH_e$$

onde: $R = 6.19 \times 10^{-4} p(T - T_a)/(e_s - e_a)$ logo:

$$H_c = 9.28 \times 10^{-3} pW(T - T_a) \quad (3.17)$$

onde p = pressão atmosférica (mb).

3.2.6 MODELO DE TEMPERATURA DE EQUILÍBRIO

Em estudos de impacto ambiental, o estudo das variações de temperaturas de rios tem suma importância. Há uma forte correlação entre temperatura de rios e temperatura do ar acima de 0°C ; pesquisas muitas vezes tem usado modelos de regressão linear para determinar temperaturas de rios (Johnson, 1971; Crisp and Howson, 1982; Webb, 1987; Stefan and Preud'homme, 1993; Pilgrim et al., 1998; Erickson and Stefan, 1996). Em uma análise de regressão linear, quando uma pequena escala de tempo é utilizada (por exemplo, diário), os intervalos de tempo precisam ser incorporados na análise de regressão (Stefan and Preud'homme, 1993). Para grandes intervalos de tempo (por exemplo, semanais ou mensais), os modelos de regressão que não incorporam intervalos de tempo, têm uma resposta satisfatória (Erickson and Stefan, 1996). De acordo com os resultados obtidos por Crisp e Howson (1982), para 5 e 7 dias, em oito rios na Inglaterra, os modelos de regressão linear podem ser explanados em pelo menos 86% da variação das temperaturas dos rios usando temperaturas do ar acima de 0°C .

Edinger e Geyer, 1968, desenvolveram uma equação simplificada para o equilíbrio do fluxo de calor:

$$H = k_e (T_e - T) \quad (3.18)$$

onde T_e é a temperatura de equilíbrio, que é a temperatura hipotética que a água atinge, onde não mais existe transferência de calor na interface ar/água (isto é, $H = 0$), e k_e é o coeficiente de transferência de calor (que é função da temperatura do ar, ponto de orvalho e velocidade do vento).

Linearizando a equação de advecção de calor, tem-se a equação para temperatura de rios:

$$T = T_e + (T_o - T_e) \exp\left(-\frac{k_e X}{\rho_w C_p q}\right) \quad (3.19)$$

onde T_o é a temperatura da água a jusante e q é o fluxo por unidade de comprimento do rio. A equação (3.19) mostra que a temperatura da água varia com a distância até atingir a temperatura de equilíbrio. Em um rio pouco profundo, a temperatura atinge o equilíbrio num intervalo de quatro a seis horas e duas vezes ao dia. Em uma escala semanal de tempo, se existe um intervalo longo de tempo, a temperatura da água é muito afetada pelas condições atmosféricas e atinge a temperatura de equilíbrio semanalmente. Para períodos curtos de tempo, ou durante elevações de fluxo, a temperatura da água permanece a mesma do início, T_o . Pode-se, então, relacionar a temperatura de equilíbrio, T_e , e a temperatura inicial T_o com a temperatura do ar, T_a .

Os coeficientes k e T_e da equação (3.18) e (3.19) provêm de efeitos meteorológicos somados (radiação solar, nuvens, temperatura do ar, vento, pressão atmosférica e umidade relativa).

CAPÍTULO 4 EQUAÇÕES GOVERNANTES DO ESCOAMENTO

O objetivo deste estudo é determinar os campos de velocidade e temperatura da água, resultantes da diferença de densidades entre o rejeito da água aquecida pelo sistema termelétrico e a água do lago de resfriamento, que está em equilíbrio com a temperatura da atmosfera, a partir das equações governantes do escoamento.

A figura 4.1 ilustra esquematicamente as condições hidrodinâmicas e de energia, onde:

u_s = velocidade horizontal na superfície do braço do lago

T_s = temperatura da água na superfície livre

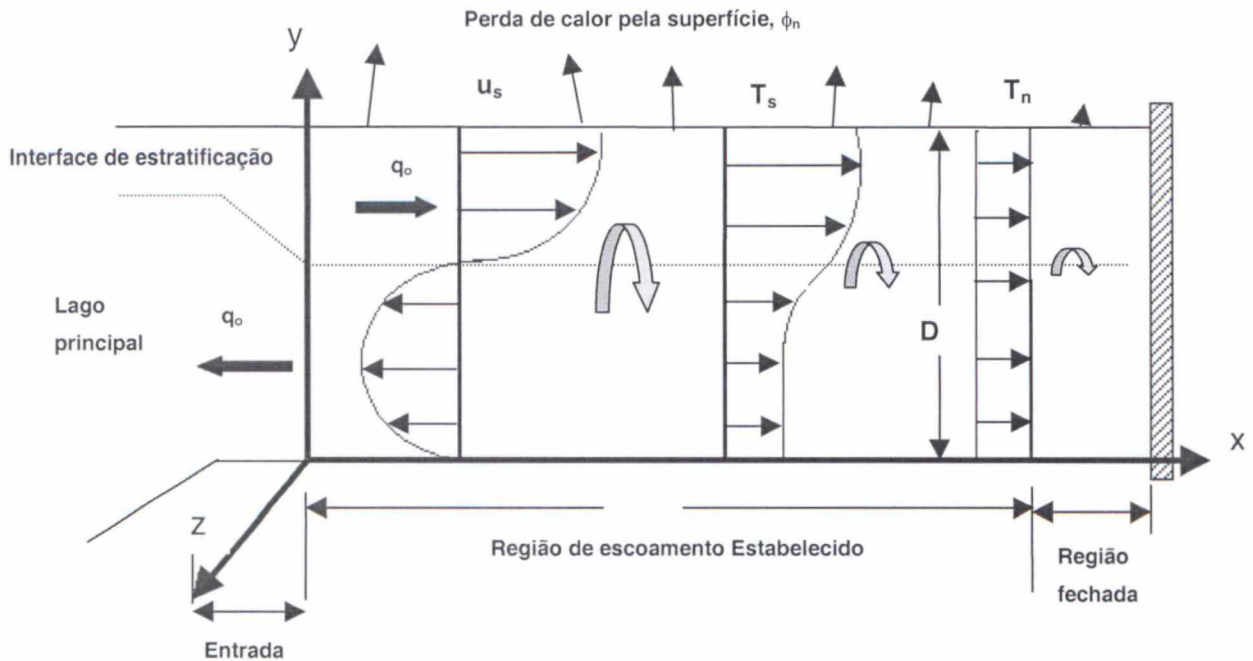
T_n = temperatura de equilíbrio referencial

D = profundidade do escoamento,

ϕ_n = perda de calor para a atmosfera

q_o = circulação de água resultante da diferença de temperatura.

As equações governantes são as equações de conservação de massa, conservação da quantidade de movimento, conservação de energia e equação de estado.



Fonte: Modif. Sturm (1976)

Figura 4.1: Esquema das condições hidrodinâmicas e de energia existentes no braço

A equação de estado estabelece a relação entre a densidade da água e a temperatura. Uma vez que ocorre perda de calor da água para a atmosfera ao longo do braço do lago, então variam a temperatura e densidade da água, induzindo um escoamento com variação de velocidades na horizontal e vertical, e conseqüente variação de declividade da superfície livre, ou seja, da profundidade do escoamento.

A meta deste projeto é resolver, de maneira analítica, os campos de velocidade e temperatura em um escoamento estratificado de um braço de lago de resfriamento. Os passos para a solução do problema são:

- i. identificar o sistema de equações diferenciais parciais governantes;
- ii. assumir hipóteses que reduzem a complexibilidade do problema;

- iii. assumir que haja similaridade nos perfis de velocidade e temperatura para reduzir o sistema de equações diferenciais parciais a um sistema de equações diferenciais ordinárias;
- iv. derivar uma solução analítica para o sistema de equações ordinárias.

No caso geral, as variáveis independentes são as três coordenadas cartesianas (x , y , e z) e o tempo (t). As variáveis dependentes são as três componentes de velocidade, temperatura (em consequência, a densidade) e a pressão. A pressão está associada com a variação da profundidade do escoamento segundo o eixo “ x ”, refletindo a declividade da superfície livre.

As equações governantes são as equações de Navier-Stokes, de energia e de estado (associação entre densidade da água e temperatura), descritas inicialmente em um sistema de coordenadas cartesianas tridimensional.

O sistema geral de equações governantes é constituído pelas equações (4.3), (4.11), (4.12), (4.13), (4.27) e (4.28).

4.1 CONSERVAÇÃO DE MASSA

A conservação de massa para um volume de controle infinitesimal estabelece a relação entre a variação de massa do volume de controle e os fluxos de entrada e saída. A figura 4.2 ilustra o volume de controle e os fluxos para um sistema de coordenadas cartesianas.

A variação de massa no volume de controle infinitesimal é representado pelo termo diferencial:

$$\iiint_{cv} \frac{\partial \rho}{\partial t} d\vartheta \approx \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz \quad (4.1)$$

A figura 4.2 ilustra somente o fluxo de massa na direção “x”, entrando no lado esquerdo e saindo no lado direito. Os fluxos segundo “y” (em cima e embaixo) e segundo “z” (frente e trás) foram omitidos da figura 4.2 para evitar excessos de informação na ilustração. A tabela 4.1 complementa a figura 4.2, listando as seis componentes de fluxo segundo os três eixos.

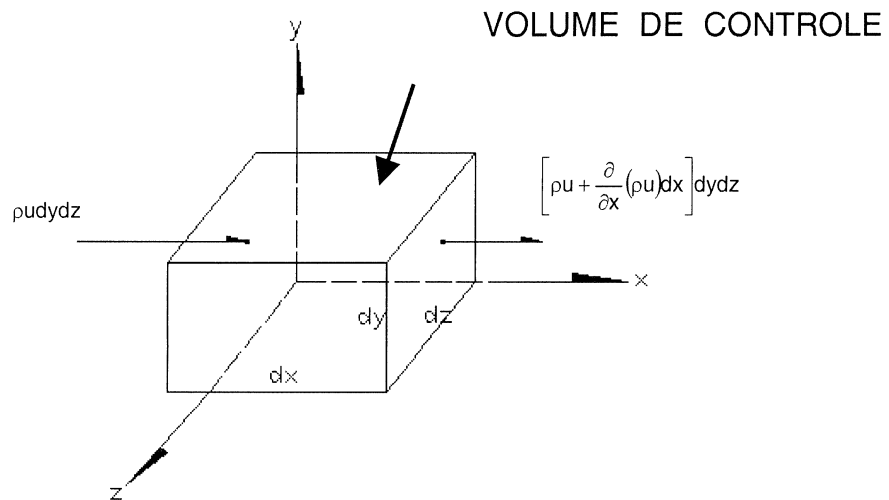


Figura 4.2: Variação de fluxo de massa na direção x.

Tabela 4.1: Fluxos de massa na entrada e saída de um volume infinitesimal

Face	Fluxo de massa na entrada	Fluxo de massa na saída
x	$\rho u dy dz$	$\left[\rho u + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) dx \right] dy dz$
y	$\rho v dx dz$	$\left[\rho v + \frac{\partial}{\partial x} (\rho v) dy \right] dx dz$
z	$\rho w dx dy$	$\left[\rho w + \frac{\partial}{\partial x} (\rho w) dz \right] dx dy$

Somando-se os fluxos de massa da tabela 4.1 com a variação de massa no volume de controle infinitesimal, equação (4.1), obtém-se:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dz + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) dx dy dz + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) dx dy dz + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) dx dy dz = 0 \quad (4.2)$$

O volume infinitesimal ($dx dy dz$) pode ser cancelado de todos os termos, produzindo a equação diferencial parcial de conservação de massa, que inclui as derivadas de densidade e velocidade.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) = 0 \quad (4.3)$$

A equação (4.3) também é denominada de equação da continuidade, porque não requer nenhuma outra hipótese, além de se assumir que a velocidade e densidade sejam funções contínuas. O escoamento pode ser permanente ou não permanente; o fluido pode ser viscoso ou ideal, compressível ou incompressível, e a equação (4.3) continua sendo válida.

4.2 CONSERVAÇÃO DE QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Usando-se o mesmo volume de controle infinitesimal ilustrado na figura 4.2, pode-se estabelecer a conservação da quantidade de movimento como sendo o equilíbrio entre o somatório de forças que atuam sobre o corpo e superfície do volume infinitesimal com o somatório da variação da quantidade de movimento no volume e fluxos de entrada e saída de quantidade de movimento (produto do fluxo de massa pela velocidade, ou seja, produto da massa pela aceleração).

A variação de quantidade de movimento no volume de controle é função da variação de massa e velocidade, expressas na equação (4.4):

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_{CV} \vec{V} \rho d\vartheta \approx \frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{V}) dx dy dz \quad (4.4)$$

onde CV = volume de controle, \vec{V} = vetor velocidade e $d\vartheta$ = volume infinitesimal.

A tabela 4.2 lista os fluxos de quantidade de movimento através dos seis lados do volume de controle.

Tabela 4.2: Fluxos de quantidade de movimento na entrada e saída de um volume infinitesimal

Face	Fluxo de entrada	Fluxo de saída
x	$\rho u \vec{V} dy dz$	$\left[\rho u \vec{V} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \vec{V}) dx \right] dy dz$
y	$\rho v \vec{V} dx dz$	$\left[\rho v \vec{V} + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \vec{V}) dy \right] dx dz$
z	$\rho w \vec{V} dx dy$	$\left[\rho w \vec{V} + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w \vec{V}) dz \right] dx dy$

Somando-se a variação da quantidade de movimento no volume infinitesimal, equação (4.4), com os fluxos de entrada e saída da tabela 4.2, obtém-se o termo de inércia da equação de conservação da quantidade de movimento:

$$\sum \vec{F} = dx dy dz \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{V}) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \vec{V}) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \vec{V}) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w \vec{V}) \right] \quad (4.5)$$

onde $\sum \vec{F}$ = somatório das forças de massa e de superfície que atuam no volume infinitesimal. O termo da direita da equação (4.5) representa o produto “massa x aceleração” da Segunda Lei de Newton, e pode ser simplificado se for separado em duas partes.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{V}) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \vec{V}) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \vec{V}) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w \vec{V}) = \vec{V} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) \right] + \rho \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + u \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} \right) \quad (4.6)$$

O primeiro termo do lado direito da equação (4.6) é a equação da continuidade, que representa um valor nulo. Então, o termo de inércia da equação (4.5) pode ser representado por:

$$\sum \vec{F} = \rho \left(\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + u \frac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v \frac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w \frac{\partial \vec{V}}{\partial z} \right) \quad (4.7)$$

onde o termo em parênteses da lado direito da equação (4.7) é a aceleração ou derivada total da partícula que ocupa instantaneamente o volume infinitesimal.

As forças que atuam sobre o volume infinitesimal são as forças de massa e forças de superfície. As forças de massa são resultantes de campos externos (gravitacional, magnético, potencial elétrico) que atuam sobre todo o corpo.

$$\sum \vec{F} = \vec{F}_{\text{gravidade}} + \vec{F}_{\text{superfície}} \quad (4.8)$$

A aplicação da ação gravitacional sobre o volume infinitesimal produz o termo da gravidade da conservação de quantidade de movimento:

$$\vec{F}_{\text{gravidade}} = \rho \vec{g} dx dy dz \quad (4.9)$$

onde \vec{g} pode ter uma orientação geral conforme o sistema de coordenadas.

As forças de superfície são tensões que atuam nas faces do volume infinitesimal, correspondendo à soma da pressão hidrostática com as tensões viscosas, τ_{ij} , resultantes do escoamento com gradientes de velocidade. A matriz de tensões, σ_{ij} , está representada na equação (4.10):

$$\sigma_{ij} = \begin{vmatrix} -\rho + \tau_{xx} & \tau_{yx} & \tau_{zx} \\ \tau_{xy} & -\rho + \tau_{yy} & \tau_{zy} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & -\rho + \tau_{zz} \end{vmatrix} \quad (4.10)$$

Não são as tensões da equação (4.10), mas seus gradientes, que causam as forças de superfície sobre as faces do volume infinitesimal, conforme ilustra a figura 4.4.

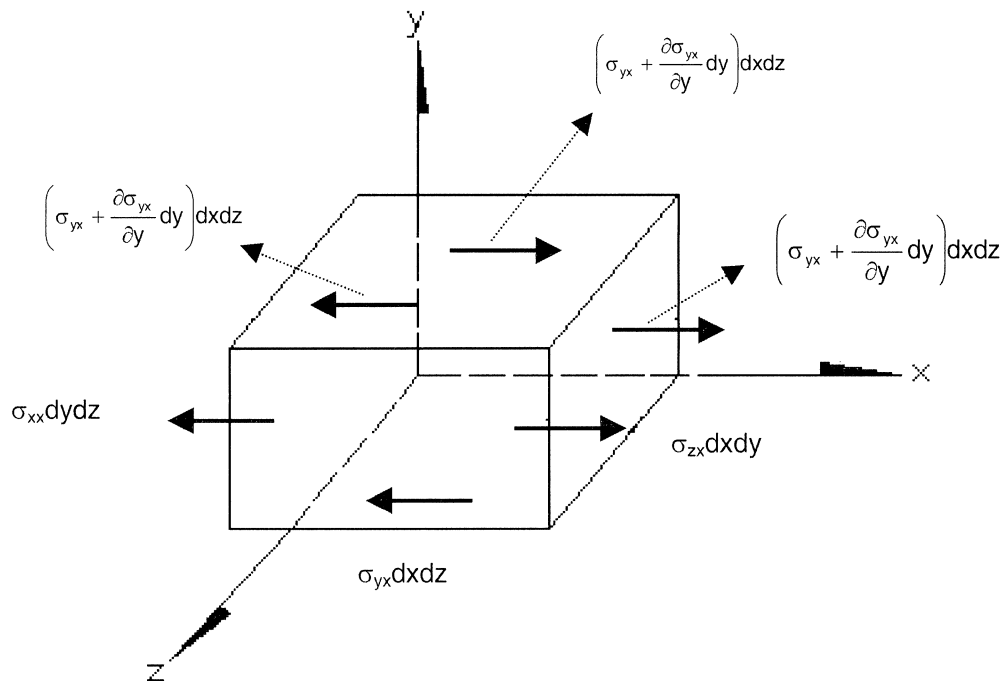


Figura 4.3: Forças de superfície atuando na direção “x” de um volume infinitesimal

As forças de superfície segundo os três eixos cartesianos estão listadas na tabela 4.4.

Tabela 4.3: Forças de superfície atuantes no volume infinitesimal

Direção	Força de Superfície
x	$dF_{x,\text{superf}} = \left[\frac{\partial}{\partial x} (\sigma_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y} (\sigma_{yx}) + \frac{\partial}{\partial z} (\sigma_{zx}) \right] dx dy dz$
y	$dF_{y,\text{superf}} = \left[\frac{\partial}{\partial x} (\sigma_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y} (\sigma_{yy}) + \frac{\partial}{\partial z} (\sigma_{zy}) \right] dx dy dz$
z	$dF_{z,\text{superf}} = \left[\frac{\partial}{\partial x} (\sigma_{xz}) + \frac{\partial}{\partial y} (\sigma_{yz}) + \frac{\partial}{\partial z} (\sigma_{zz}) \right] dx dy dz$

As forças de superfície da tabela 4.3 podem ser expressas em função de termos de pressão e tensões viscosas, conforme a notação da equação (4.10), produzindo os termos da tabela 4.4.

Tabela 4.4: Forças de pressão e viscosas atuantes no volume infinitesimal

Direção	Força de Pressão e Viscosas
x	$dF_{x,\text{pressão}} = \left[-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right] dx dy dz$
y	$dF_{y,\text{pressão}} = \left[-\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \right] dx dy dz$
z	$dF_{z,\text{pressão}} = \left[-\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right] dx dy dz$

Substituindo os termos da tabela 4.4 e a equação (4.9) na equação (4.7), resulta no sistema de equações de conservação de quantidade de movimento.

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \quad (4.11)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \quad (4.12)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \quad (4.13)$$

onde: g_x = aceleração da gravidade na direção x

g_y = aceleração da gravidade na direção y

g_z = aceleração da gravidade na direção z

p = pressão

ρ = densidade

τ_{xx} = tensão de cisalhamento atuante na face x e na direção x (tensão normal a face x)

τ_{xy} = tensão de cisalhamento atuante na face x e na direção y

τ_{xz} = tensão de cisalhamento atuante na face x e na direção z

τ_{yx} = tensão de cisalhamento atuante na face y e na direção x

τ_{yy} = tensão de cisalhamento atuante na face y e na direção y (tensão normal a face y)

τ_{yz} = tensão de cisalhamento atuante na face y e na direção z

τ_{zx} = tensão de cisalhamento atuante na face z e na direção x

τ_{zy} = tensão de cisalhamento atuante na face z e na direção y

τ_{zz} = tensão de cisalhamento atuante na face z e na direção z (tensão normal a face z)

As equações (4.11) a (4.13) representam o equilíbrio entre:

Força de gravidade por unidade de volume +
 Força de pressão por unidade de volume +
 Força viscosa por unidade de volume
 ↓
 densidade x aceleração

4.3 CONSERVAÇÃO DE ENERGIA

A conservação de energia consiste no equilíbrio entre a variação da energia do sistema (incluindo energia interna, energia potencial e energia cinética), o calor adicionado ao sistema e o trabalho produzido pelo sistema. A equação (4.14) expressa a conservação de energia:

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} = \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho e) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \xi) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \xi) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w \xi) \right] dx dy dz \quad (4.14)$$

onde: Q = calor adicionado ao volume infinitesimal

W = trabalho executado

e = energia

ξ = energia com componente de pressão.

$$e = \hat{u} + \frac{v^2}{2} + gz \quad (4.15)$$

sendo \hat{u} = energia interna,

$$\frac{v^2}{2} = \text{energia cinética}$$

gz = energia potencial.

$$\xi = e + \frac{p}{\rho} \quad (4.16)$$

Quando se usa a equação da continuidade, analogamente à equação (4.6), obtém-se:

$$\frac{dQ}{dt} - \frac{dW}{dt} = \left[\rho \left(\frac{\partial e}{\partial t} + u \frac{\partial e}{\partial x} + v \frac{\partial e}{\partial y} + w \frac{\partial e}{\partial z} \right) + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} p \right] dx dy dz \quad (4.17)$$

$$\text{onde: } \vec{V} \cdot \vec{\nabla} = u \frac{\partial}{\partial x} + v \frac{\partial}{\partial y} + w \frac{\partial}{\partial z} \quad (4.18)$$

Para se estimar o fluxo de calor, considera-se a Lei de Fourier

$$\vec{q} = -k \vec{\nabla} T \quad (4.19)$$

onde: k = coeficiente de condutividade térmica do fluido $\left[\frac{W}{m^{\circ}C} \right]$.

A figura 4.4 ilustra os fluxos de calor e trabalho realizado pelo volume infinitesimal.

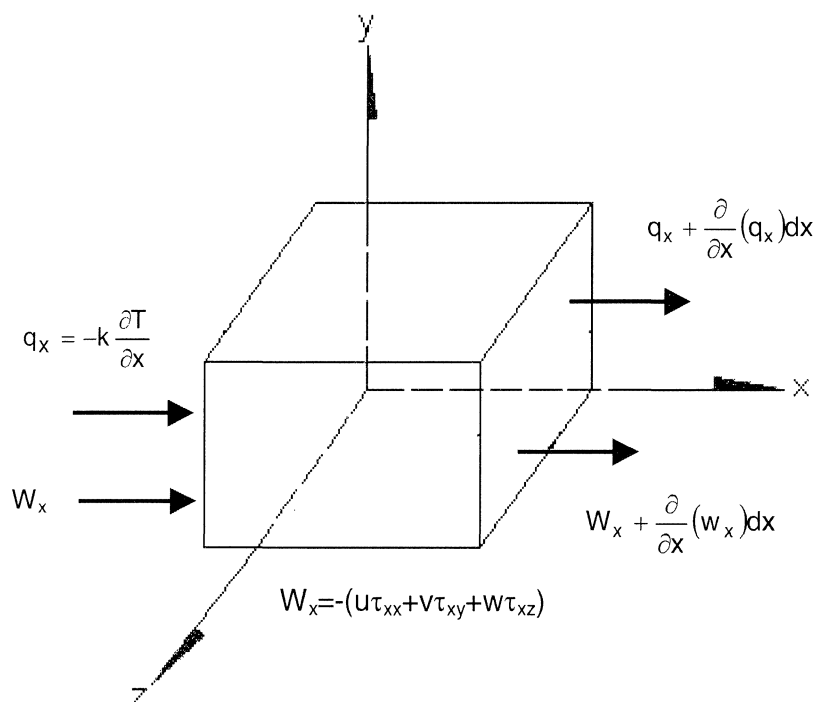


Figura 4.4: Volume de controle infinitesimal com os fluxos de calor e trabalho

Somando-se os fluxos de calor que entram em cada face e subtraindo-se os fluxos que saem, obtém-se o fluxo líquido de calor, adicionado ao volume infinitesimal.

$$\frac{dQ}{dt} = - \left[\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right] dx dy dz \quad (4.20)$$

Substituindo-se a equação (4.19) na equação (4.20), resulta na expressão do fluxo de calor em termos da temperatura e do coeficiente de condutividade térmica.

$$\frac{dQ}{dt} = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] dx dy dz \quad (4.21)$$

O trabalho realizado pelo volume infinitesimal é função das tensões em cada face:

$$\frac{dW}{dt} = - \left[\frac{\partial}{\partial x} (u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz}) + \frac{\partial}{\partial y} (u\tau_{yx} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz}) + \frac{\partial}{\partial z} (u\tau_{zx} + v\tau_{zy} + w\tau_{zz}) \right] \quad (4.22)$$

Consideramos o trabalho do volume infinitesimal, que é a dissipação viscosa e turbulenta, então:

$$\frac{dW}{dt} = -\vec{\nabla} \cdot (\vec{V} \cdot \vec{\tau}_{ij}) \equiv \vec{V} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}_{ij}) + \phi \quad (4.23)$$

Equacionando-se a variação da energia interna (termo da direita da equação (4.17)) com o fluxo de calor (4.21), obtém-se:

$$\rho \left(\frac{\partial e}{\partial t} + u \frac{\partial e}{\partial x} + v \frac{\partial e}{\partial y} + w \frac{\partial e}{\partial z} \right) + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} p = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \phi \quad (4.24)$$

A energia, e , tem três componentes: energia interna, energia cinética e energia potencial. Com o uso da equação de conservação de quantidade de movimento, elimina-se $\vec{\nabla} \cdot \vec{\tau}_{ij}$, causando a eliminação da energia cinética e potencial, reduzindo-se a equação da energia em:

$$\rho \left(\frac{\partial \hat{u}}{\partial t} + u \frac{\partial \hat{u}}{\partial x} + v \frac{\partial \hat{u}}{\partial y} + w \frac{\partial \hat{u}}{\partial z} \right) + \rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(k_x \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_y \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(k_z \frac{\partial T}{\partial z} \right) + \phi \quad (4.25)$$

Pode-se assumir que:

$$\hat{d}u \approx C_p dT \quad (4.26)$$

onde: C_p = calor específico $\left[\frac{J}{kg^\circ C} \right]$. Assumindo-se que, tanto C_p quanto k permanecem constantes, então:

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \phi \quad (4.27)$$

Portanto, o termo da direita é proveniente da variação de energia interna e os termos da esquerda da equação (4.27) são decorrentes do fluxo de calor e trabalho de dissipação, respectivamente.

4.4 EQUAÇÃO DE ESTADO

A equação de estado relaciona a densidade com a temperatura.

$$\rho = -\beta \rho_n T + \alpha \quad (4.28)$$

onde: ρ_n = densidade referencial da água

α, β = coeficientes lineares.

4.5 RESUMO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES

Após esta análise anterior, tem-se um resumo das equações governantes. São elas:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (4.3)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \quad (4.11)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \quad (4.12)$$

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \quad (4.13)$$

$$\rho C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) = k \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \phi \quad (4.27)$$

$$\rho = -\beta \rho_n T + \alpha \quad (4.28)$$

onde as variáveis envolvidas são: u , v , w , p , T , ρ .

4.6 HIPÓTESES SIMPLIFICADORAS

Assumem-se seis hipóteses simplificadoras ao fluido e ao escoamento:

- (1) Regime Permanente. Assumindo-se regime permanente, os termos que representam variação em relação ao tempo $\left(\frac{\partial}{\partial t}\right)$ desaparecem.
- (2) Escoamento Bidimensional. Considera-se que as variações na direção transversal (eixo “z”) são negligenciáveis. Com esta hipótese, desaparecem as variações transversais $\left(\frac{\partial}{\partial z}\right)$ e o componente de velocidade “w”.
- (3) Hipótese de Boussinesq. A variação de densidade é importante somente nos termos de empuxo, podendo ser negligenciado nos termos de inércia ou advectivos.
- (4) A taxa de dissipação viscosa é negligenciada na equação de conservação de energia ($\phi = 0$).
- (5) Hipótese da Camada Limite. O comprimento do campo de velocidades é muito maior que a profundidade. Os gradientes verticais de temperatura e velocidade são muito maiores do que os gradientes horizontais.
- (6) Hipótese de Estado. A relação entre temperatura e densidade é linear.

A aplicação das hipóteses (1) a (6) nas equações governantes reduz o número de termos das equações. O efeito das hipóteses simplificadoras sobre a conservação de massa, quantidade de movimento e energia é descrita individualmente na seqüência.

A figura 4.5 ilustra os termos que desaparecem, com as hipóteses (1), (2) e (3), aplicadas na equação (4.3).

Analogamente, a figura 4.7 ilustra a conservação da quantidade de movimento “y”.

Conservação da Quantidade de Movimento Segundo “y”.

$$\rho \left(\cancel{\frac{\partial v}{\partial t}} + u \cancel{\frac{\partial v}{\partial x}} + v \cancel{\frac{\partial v}{\partial y}} + w \cancel{\frac{\partial v}{\partial z}} \right) = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \cancel{\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x}} + \cancel{\frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y}} + \cancel{\frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z}}$$

= 0 [hip (1)] = 0 [hip (2)] = 0 [hip (5)] = 0 [hip (2)]

= 0 [hip (5)] = 0 [hip (5)]

Resultado com hipóteses

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g \quad (4.31)$$

Figura 4.7: Quadro indicativo da aplicação das hipóteses simplificadoras na conservação da quantidade de movimento segundo “y”.

A aceleração da gravidade tem sentido contrário ao eixo “y”, então considera-se $g_y = -g$.

A equação (4.13) desaparece do sistema de equações governantes em decorrência da hipótese (2), que considera negligenciável a variação segundo “z”.

A figura 4.8 ilustra a aplicação das hipóteses simplificadoras sobre a conservação de energia.

Conservação de Energia

$$\rho C_p \left(\cancel{\frac{\partial T}{\partial t}} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \cancel{\frac{\partial T}{\partial z}} \right) = k \cancel{\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}} + k \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + k \cancel{\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}} + \phi$$

= 0 [hip (1)] = 0 [hip (2)] = 0 [hip (5)] = 0 [hip (4)]

= 0 [hip (2)]

Resultado com hipóteses

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k}{\rho C_p} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (4.32)$$

Figura 4.8: Quadro indicativo da aplicação das hipóteses simplificadoras na conservação de energia.

O termo $[k/(\rho C_p)]$ tem unidades $[m^2/s]$ e é um coeficiente de dispersão e difusão. A equação (4.28) já foi escrita em acordo com a hipótese (6).

4.7 RESUMO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES SIMPLIFICADAS

$$\rho = -\beta \rho_n T + \alpha \quad (4.28)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (4.29)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_n} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho_n} \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \quad (4.30)$$

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial y} - \rho g \quad (4.31)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{k}{\rho C_p} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \quad (4.32)$$

O sistema de quatro equações diferenciais parciais e uma equação algébrica de estado têm como variáveis dependentes: u , v , p , T , ρ ; e como variáveis independentes: x e y .

A turbulência não foi descrita explicitamente, mas se pode aplicar a decomposição de Reynolds nas variáveis de velocidade (u e v) e temperatura (T). Portanto, as variáveis u , v e T são variáveis médias, que incluem a flutuação turbulenta que ocorre em escalas de tempo muito curta. A turbulência também está incluída no termo “ τ_{xy} ” que representa a “resistência ao escoamento”, e no termo “ k ”, que inclui tanto a difusividade molecular quanto a turbulenta.

4.8 CONDIÇÕES DE CONTORNO

As condições de contorno para o sistema de equações (4.28) a (4.32) são referentes ao perfil de temperatura na região de entrada, perfil da velocidade horizontal na região de entrada, temperatura e velocidade junto ao fundo e temperatura e velocidade na superfície livre.

As condições de contorno para a região da entrada do escoamento são:

$$x = 0; T = g(y) \quad (4.33)$$

$$x = 0; \int_0^D u dy = 0 \quad (4.34)$$

A função “ $g(y)$ ” representa o perfil da temperatura na região de entrada do escoamento ($x = 0$). A equação (4.34) representa a conservação de massa na região de entrada, onde ocorreu um processo de recirculação, com água aquecida entrando na

camada superior e água fria saindo na camada inferior. Como não há outras fontes ou saídas de massa do lago de resfriamento, então a massa que entra é igual a massa que sai. A condição de contorno da equação (4.34) considera, implicitamente, que a evaporação na superfície do lago de resfriamento é negligenciável.

As condições de contorno para o fundo do lago de resfriamento são:

$$y = 0; \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (4.35)$$

$$y = 0; u|_{y=0} = 0 \quad v|_{y=0} = 0 \quad (4.36)$$

Portanto, junto ao fundo, o gradiente de temperatura segundo a vertical é “zero”, ou seja, a troca de calor com o fundo é negligenciável. A velocidade junto ao fundo é nula, correspondendo a condição usual para escoamentos viscosos (laminares e turbulentos).

As condições de contorno para a superfície livre são:

$$y = D; \left. \frac{k}{\rho_n C_p} \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=D} = \frac{\phi_s}{\rho_n C_p} \quad (4.37)$$

Sendo que ϕ_s é a taxa de transferência de calor da água para a atmosfera, através da superfície. As unidades de ϕ_s são $[J/(m^2s)]$, ou seja, a quantidade de calor perdida. Portanto, o gradiente de temperatura junto à superfície livre é função do fluxo de calor perdido para a atmosfera.

$$y = D; \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=D} = 0 \quad (4.38)$$

A equação (4.38) indica que o gradiente de velocidade é nulo junto a superfície livre, ou seja, não há fluxo de massa entrando ou saindo pela superfície livre.

$$y = D; p|_{y=D} = 0 \quad (4.39)$$

A equação (4.39) expressa que a pressão na superfície livre é a pressão atmosférica, que é convencionalizada de valor nulo, neste trabalho.

4.9 INTEGRAÇÃO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES NA VERTICAL

As equações diferenciais parciais governantes variam no espaço segundo as coordenadas “x” (comprimento do lago) e “y” (profundidade do escoamento). A integração das equações segundo o eixo “y” visa reduzir o sistema original para um sistema de equações diferenciais ordinárias, no qual a única variável independente é a distância segundo “x”. A meta é resolver as equações governantes, para se definir como a temperatura e a corrente de recirculação variam segundo o comprimento do lago. No processo de integração segundo a vertical, está implícito que se usará a teoria da similaridade para definir a distribuição da velocidade, “u”, e da temperatura segundo a vertical.

4.9.1 INTEGRAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DE MASSA

A equação (4.40) corresponde à conservação de massa integrada segundo a vertical, desde o fundo ($y = 0$) até a superfície ($y = D$).

$$\int_0^D \frac{\partial u}{\partial x} dy + \int_0^D \frac{\partial v}{\partial y} dy = 0 \quad (4.40)$$

Contudo, a profundidade “D” varia segundo “x”, sendo necessária a aplicação da Regra de Leibniz para transformar a equação (4.40), que expressa a integral da

derivada da velocidade segundo “x”, em diferencial em “x” da integral segundo “y”. A regra de Leibniz é:

$$\int_{a(x)}^{b(x)} \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x} dy = \frac{d}{dx} \int_{a(x)}^{b(x)} \phi(x, y) dy - \phi[b(x), x] \frac{db(x)}{dx} + \phi[a(x), x] \frac{da(x)}{dx} \quad (4.41)$$

onde $\phi(x, y)$ é uma função genérica e $a(x)$ é o limite inferior e $b(x)$ é o limite superior da integração.

A aplicação da regra de Leibniz, equação (4.41), no primeiro termo da conservação de massa, produz:

$$\frac{d}{dx} \int_0^{D(x)} u dy - u|_{y=D} \frac{dD}{dx} + v|_{y=D} - v|_{y=0} = 0 \quad (4.42)$$

A componente horizontal da velocidade é nula no fundo e diferente de zero na superfície, sendo aí denominado de u_s . A componente vertical também é nula no fundo e é igual a v_s na superfície. Sendo assim, a equação (4.42) pode ser expressa em termos de u_s e v_s , ficando da seguinte forma:

$$\frac{d}{dx} \int_0^{D(x)} u dy - u_s \frac{dD}{dx} + v_s = 0 \quad (4.43)$$

Na superfície livre ($y=D$), se pode aplicar a conservação de massa para estabelecer a relação entre os componentes horizontal e vertical da velocidade. Para o regime permanente, tem-se na superfície livre:

$$v_s = u_s \frac{dD}{dx} \quad (4.44)$$

Substituindo-se a equação (4.44) na equação (4.43), resulta no cancelamento do segundo e terceiro membros da equação (4.43), produzindo a equação (4.45), que é a conservação de massa integrada na vertical.

$$\int_0^{D(x)} u dy = 0 \quad (4.45)$$

O significado da equação (4.45) é que o fluxo líquido em cada seção transversal é nulo, ou seja, o escoamento da camada superior é de igual intensidade e sentido inverso ao da camada inferior para a mesma seção.

4.9.2 INTEGRAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO SEGUNDO X.

O termo advectivo da equação (4.30) pode ser escrito de forma conservativa, colocando-se todas as variáveis na operação diferencial.

$$\frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} = 2u \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4.46)$$

Pela equação da continuidade, tem-se que $\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial v}{\partial y}$. Substituindo-se a função

de continuidade na equação (4.46), resulta em:

$$\frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} = 2u \frac{\partial u}{\partial x} - u \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial u}{\partial y} = u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \quad (4.47)$$

Com a equação (4.47) na equação (4.30), resulta em:

$$\frac{\partial u^2}{\partial x} + \frac{\partial uv}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_n} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho_n} \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \quad (4.48)$$

A integração da equação (4.48) na vertical consiste no processo descrito na seqüência.

$$\int_0^D \frac{\partial u^2}{\partial x} dy + \int_0^D \frac{\partial uv}{\partial x} dy = -\frac{1}{\rho_n} \int_0^D \frac{\partial p}{\partial x} dy + \frac{1}{\rho_n} \int_0^D \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dy \quad (4.49)$$

Aplicando-se a regra de Leibniz, obtém-se:

$$\frac{d}{dx} \int_0^D u^2 dy - u_s^2 \frac{dD}{dx} + u_s v_s - u_o v_o = -\frac{1}{\rho_n} \left[\frac{d}{dx} \int_0^D p dy + p_s \frac{dD}{dx} \right] + \frac{1}{\rho_n} [\tau_s - \tau_o]$$

onde τ_s = tensão na superfície e τ_o = tensão no fundo, resultando em:

$$\frac{d}{dx} \int_0^D u^2 dy = -\frac{1}{\rho_n} \frac{d}{dx} \int_0^D p dy - \frac{\tau_o}{\rho_n} \quad (4.50)$$

A equação (4.50) significa que a variação da força de inércia, segundo “x”, é equilibrada pelas forças de pressão e resistência no fundo.

4.9.3 INTEGRAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO SEGUNDO Y

A integração da equação (4.31) segundo a vertical é descrita por:

$$\int_{p(y)}^{p_s} p dy = -g \int_y^D \rho dy \quad (4.51)$$

ou seja, há um equilíbrio entre a força de pressão e a força de gravidade, embora a densidade e a pressão variem segundo a vertical. Substituindo-se a equação (4.28) na equação (4.51), obtém-se a pressão em função da temperatura.

$$p_s - p = -g \int_D^y (-\beta \rho_n T + \alpha) dy$$

Em acordo com a condição de contorno da equação (4.39), $p_s = 0$, então:

$$p = -g \int_D^y (-\beta \rho_n T + \alpha) dy \quad (4.52)$$

Nota-se que invertem-se o limite de integração da equação (4.52) para que o limite inferior seja D e o limite superior seja y. Desta forma, a pressão “p” aumenta com a profundidade.

4.9.4 INTEGRAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

As equações da quantidade de movimento segundo “x” e segundo “y” podem ser acoplados de forma a resultar em uma única equação que expresse as forças de inércia, pressão e resistência ao escoamento. Substituindo-se a equação (4.52) na equação (4.50) resulta em:

$$\frac{d}{dx} \int_0^D u^2 dy = \frac{g}{\rho_n} \frac{d}{dx} \left[\int_0^D \int_D^y (-\beta \rho_n T + \alpha) dy dy \right] - \frac{\tau_o}{\rho_n} \quad (4.53)$$

4.9.5 INTEGRAÇÃO DA CONSERVAÇÃO DE ENERGIA

Analogamente ao processo descrito no item 4.9.2, o termo advectivo da equação (4.32) é escrito em forma conservativa:

$$\frac{\partial uT}{\partial x} + \frac{\partial vT}{\partial y} = T \frac{\partial u}{\partial x} + u \frac{\partial T}{\partial x} + T \frac{\partial v}{\partial y} + v \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$\frac{\partial uT}{\partial x} + \frac{\partial vT}{\partial y} = T \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y}$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial uT}{\partial x} + \frac{\partial vT}{\partial y} \quad (4.54)$$

Integrando-se a equação (4.32) com o termo advectivo em forma conservativa, resulta em:

$$\int_0^D \frac{\partial uT}{\partial x} dy + \int_0^D \frac{\partial vT}{\partial y} dy = \frac{k}{\rho_n C_p} \int_0^D \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) dy$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^D uT dy - uT|_D \frac{dD}{dx} + vT|_D = \frac{k}{\rho_n C_p} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_0^D$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^D uT dy - u_s T_s \frac{dD}{dx} + v_s T_s = \frac{k}{\rho_n C_p} \left[\frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=D} - \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} \right]$$

Com as condições de contorno das equações (4.35) e (4.37), obtém-se:

$$\frac{d}{dx} \int_0^D uT dy = \frac{\phi_s}{\rho_n C_p} \quad (4.55)$$

Isto significa que o gradiente, segundo x , do produto dos perfis de velocidade horizontal de temperatura, ou seja, advecção de temperatura, é equivalente a perda de calor através da superfície.

4.9.6 RESUMO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES INTEGRADAS SEGUNDO Y

As equações governantes integradas segundo y constituem um novo sistema de três equações diferenciais ordinárias:

$$\int_0^D u dy = 0 \quad (4.45)$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^D u^2 dy = \frac{g}{\rho_n} \frac{d}{dx} \left[\int_0^D \int_0^y (-\beta \rho_n T + \alpha) dy dy \right] - \frac{\tau_o}{\rho_n} \quad (4.53)$$

$$\frac{d}{dx} \int_0^D u T dy = \frac{\phi_s}{\rho_n C_p} \quad (4.55)$$

As variáveis dependentes são a velocidade horizontal (u), a temperatura (T) e a profundidade (D). As constantes do sistema são a aceleração da gravidade (g), os coeficientes da relação linear entre densidade e temperatura (α e β) e a perda de calor pela superfície livre para a atmosfera (ϕ_s). Os parâmetros ρ_n e C_p são propriedades do fluido, densidade e calor específico, respectivamente.

A resistência ao escoamento, τ_o , é função da velocidade (u), que por sua vez varia segundo x .

Como a equação da continuidade foi usada na integração da quantidade de movimento e energia, necessita-se de uma equação adicional para se resolver a nova variável D .

Esta nova equação pode ser obtida do conceito de potência mecânica, ou seja, a potência corresponde à energia por unidade de tempo. Energia é o produto da força pela distância. Se a força for multiplicada pela velocidade é equivalente ao produto da força pela distância, por unidade de tempo. Então, o produto da força pela velocidade fornece a equação da potência.

4.9.7 EQUAÇÃO DA POTÊNCIA

A equação da potência é obtida somando-se o produto da equação da conservação da quantidade de movimento (força) pela velocidade. Multiplicando-se a equação (4.30) pela velocidade horizontal (u), seguido da multiplicação da equação (4.31) pela velocidade vertical (v), e somando-se os produtos, resulta na equação da potência:

$$u^2 \frac{\partial u}{\partial x} + uv \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_n} \left(u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} + v \rho g \right) + \frac{u}{\rho_n} \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} \quad (4.56)$$

O termo de inércia da equação (4.56), em forma conservativa e integrando-se segundo y , produz:

$$\frac{1}{2} \int_0^D \left(\frac{\partial u^3}{\partial x} + \frac{\partial u^2 v}{\partial y} \right) dy = -\frac{1}{\rho_n} \int_0^D \left(u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} + v \rho g \right) dy + \frac{1}{\rho_n} \int_0^D u \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dy \quad (4.57)$$

A aplicação da regra de Leibniz na equação (4.57) resulta em:

$$\frac{1}{2} \left[\frac{d}{dx} \int_0^D u^3 dy - u_s^3 \frac{dD}{dx} + u_s^2 v_s \right] = -\frac{1}{\rho_n} \left[\int_0^D u \frac{\partial p}{\partial x} dy - \int_0^D v \rho g dy + \int_0^D v \rho g dy - \int_0^D u \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dy \right]$$

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dx} \int_0^D u^3 dy = -\frac{1}{\rho_n} \int_0^D u \frac{\partial p}{\partial x} dy + \frac{1}{\rho_n} \int_0^D u \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dy$$

A pressão “p” pode ser expressa em função da densidade, resultando em:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dx} \int_0^D u^3 dy = -\frac{g}{\rho_n} \int_0^D u \frac{d}{dx} \int_0^y (-\beta \rho_n T + \alpha) dy dy + \frac{1}{\rho_n} \int_0^D u \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dy \quad (4.58)$$

Analogamente à estatística, quando se descreve uma amostra em função dos seus momentos estatísticos, neste caso se busca a solução de um escoamento complexo em função de equações lineares (continuidade), quadráticas (quantidade de movimento) e cúbicas (potência mecânica). Portanto, o escoamento complexo, assim como uma grande amostra, é descrito por equações em função de u , u^2 e u^3 , que são equivalentes aos momentos estatísticos.

4.10. PERFIS AUTO SIMILARES

Para prosseguir avançando na solução analítica do sistema de equações governantes ordinárias, é necessário que se assumam perfis auto similares para a velocidade (u), temperatura (T) e tensão tangencial (τ_{xy}).

4.10.1 PERFIS EXPERIMENTAIS

Sturm (1976) realizou experimentos com correntes de densidade em um canal horizontal com 0,75m de largura e 26,0m de comprimento com aquecedores elétricos, instalados no final do canal. Estes aquecedores criaram correntes de densidade. Quando o regime de escoamento se manteve permanente, os perfis de temperatura e velocidade foram medidos em vários pontos ao longo do canal.

Os resultados experimentais de Sturm (1976) estão ilustrados nas figura 4.9 e 4.10. Os perfis de temperatura na figura 4.9 mostram que a temperatura foi aproximadamente constante acima da camada inferior (60% da profundidade) e igual a temperatura da superfície no final da camada. Nos dois experimentos conduzidos por Sturm, percebe-se que os gradientes de temperatura estavam confinados na camada superior (40% da profundidade). A camada isotérmica tem uma profundidade praticamente uniforme ao longo do escoamento.

A representatividade dos perfis de velocidade obtidos por Sturm, ao longo da variação horizontal de h_v (ponto de velocidade horizontal nula, com relação ao fundo do canal), são mostrados na figura 4.10. A distribuição vertical de velocidade acima do limite do braço permaneceu praticamente a mesma e o valor da relação $\frac{h_v}{D}$, acima deste mesmo limite, foi constante com um valor de 0,6. Note, também, que $\frac{h_\tau}{D}$, onde h_τ é a altura da interface em relação ao fundo do canal, foi também uma constante, em torno de 0,6, ao longo do braço. A altura da superfície da água foi aproximadamente constante.

Os perfis de temperatura e velocidade obtidos por Sturm mostram características laminares, evidentes nas figura 4.9 e 4.10. O número de Reynolds, $\frac{q}{\nu}$, onde q é a descarga por unidade de comprimento do braço e ν é a viscosidade cinemática, ficou em torno de 200.

A circulação no braço foi simulada por Brocard et al. (1977) que realizou experimentos com correntes de densidade, introduzindo água quente na superfície de um canal retangular, com 20,75m x 0,30m x 1,05 m.

As distribuições de temperatura no canal foram determinados por uma gama de condições de entrada de água. Os perfis exibem uma camada superior bem misturada na vertical em função da turbulência causada por células convectivas, resultantes da superfície fria. Nos casos onde a camada superior tinha altura entre 0,3 e 0,5 vezes a profundidade do fluxo, a elevação da interface foi aproximadamente constante ao longo do braço, e os perfis de temperatura na camada inferior foram similares. Simulações

com camadas de entrada profundas mostraram variação de temperatura na camada inferior. Em geral, quando a camada superior for rasa $\left(\frac{h_v}{D} > 0,7\right)$ na entrada, sua espessura aumenta ao longo do braço; e quando for mais profunda $\left(\frac{h_v}{D} < 0,5\right)$, diminui ao longo do braço.

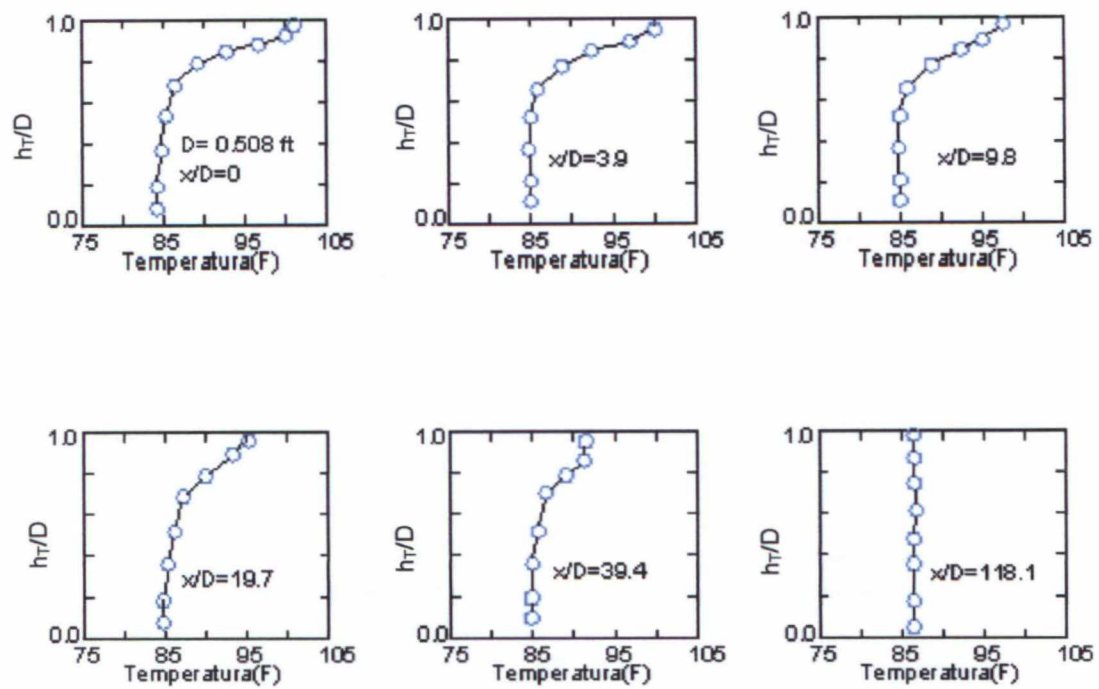


Figura 4.9: Perfis de temperatura (Sturm (1976)).

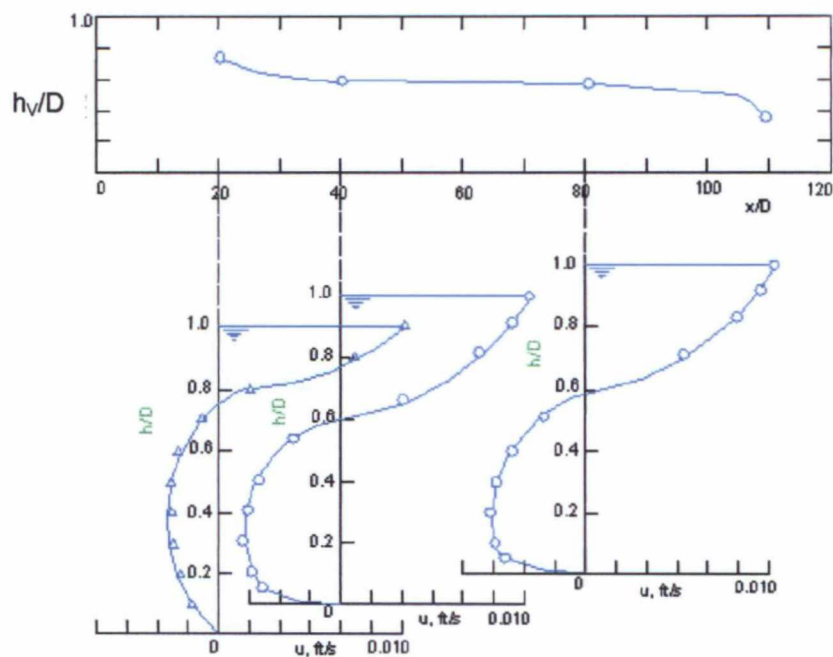


Figura 4.10: Perfis de velocidade (Sturm (1976)).

A interface, em geral, não coincide com o ponto de velocidade nula; entretanto, para $\left(\frac{h_v}{D} \cong 0,6\right)$, os desvios são muito pequenos. As investigações não observaram troca significativa entre as duas camadas, exceto próximo ao final do braço.

O regime de fluxo nos experimentos de Brocard et al. não pode ser classificado como laminar porque há turbulência na camada superior; conseqüentemente, o regime de fluxo nesta região é chamado “quasi-laminar”. O número de Reynolds nestes experimentos variam de 250 a 1000. A convecção turbulenta ocorre em correntes de densidade decorrentes da perda de calor pela superfície; o fluxo quasi-laminar ocorre somente quando as células convectivas geradas pela superfície fria são “fortes” o bastante para penetrar na camada superior e, então, alterar a distribuição de temperatura e velocidade correspondentes aos perfis laminares.

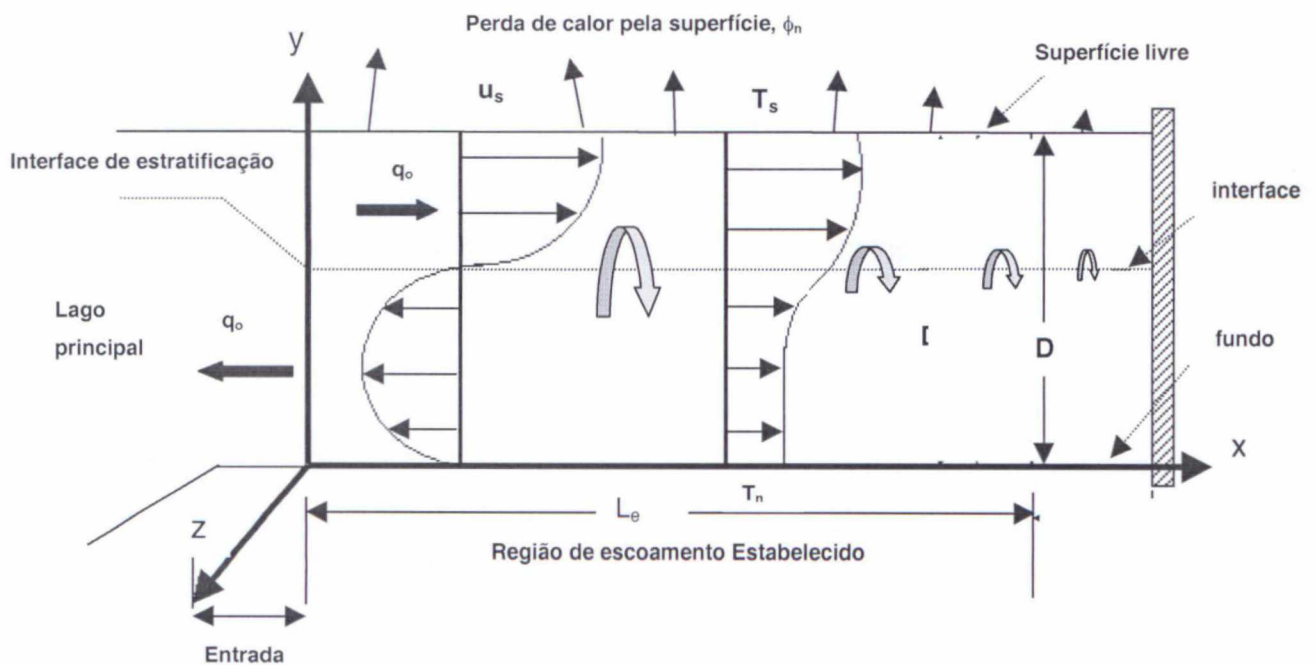
Os experimentos indicam que a interface mantém uma elevação constante ao longo do braço. As observações experimentais indicam que a interface desce quando a camada inferior for profunda e sobe quando a camada inferior for rasa, indicando a possibilidade de existir uma elevação da interface normalizada universal. A elevação da interface térmica foi $\left(\frac{h_\tau}{D} = 0,6\right)$ em relação ao fundo. Os resultados de Brocard et al. mostram que os fluxos mantêm uma elevação constante da interface da ordem de $\left(0,5 < \frac{h_\tau}{D} < 0,7\right)$. As seguintes conclusões são tiradas dos resultados experimentais de Sturm e Brocard et al. para correntes de densidade em regime permanente:

- 1) A circulação no braço pode ser representada por um fluxo estruturado em duas camadas;
- 2) Os perfis verticais de temperatura e velocidade são similares;
- 3) A elevação da interface é uma constante;
- 4) A elevação da interface normalizada e universal pode existir;
- 5) As elevações da interface e de velocidade horizontal nula não são muito diferentes e

6) A temperatura no fundo é constante ao longo do escoamento.

4.10.2 NORMALIZAÇÃO DAS VARIÁVEIS

A distância segundo a vertical, a partir do fundo (y) é normalizada pela profundidade do escoamento, conforme ilustra a figura 4.11 e a equação (4.59).



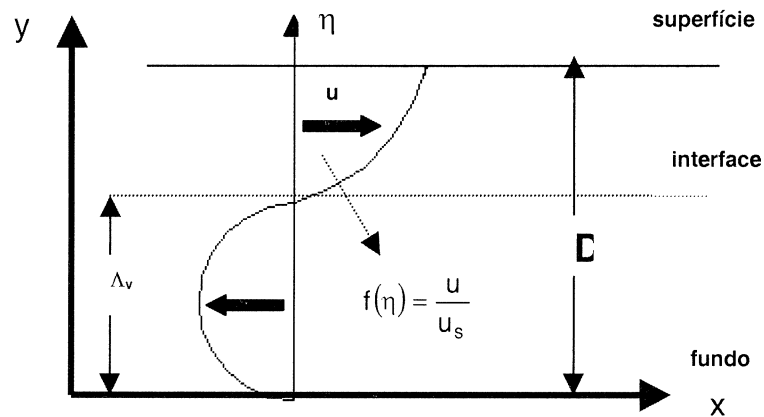
Fonte: Modif. Sturm (1976)

Figura 4.11: Esquema das variáveis relacionadas com distâncias.

$$\eta = \frac{y}{D} \quad (4.59)$$

4.10.3 PERFIL DE VELOCIDADE

A figura 4.12 detalha a notação de um perfil genérico de velocidades para um escoamento estratificado com duas camadas.



Fonte: Modif. Sturm (1976).

Figura 4.12: Esquema do perfil de velocidades.

A distribuição da velocidade segundo a vertical é representada pela função genérica:

$$\frac{u}{u_s} = f(\eta) \quad (4.60)$$

4.10.4 PERFIL DE TEMPERATURA

A distribuição da temperatura segundo a vertical é normalizada pela diferença de temperatura entre a superfície (mais quente) e a temperatura de equilíbrio, que é a temperatura do fundo da extremidade fechada do lago de resfriamento. A equação (4.61) descreve a função genérica da variação de temperatura segundo a vertical:

$$\frac{T - T_n}{T_s - T_n} = h(\eta) \quad (4.61)$$

A figura 4.13 ilustra as variáveis para normalização do perfil de temperatura.

CAPÍTULO 5 SOLUÇÃO ANALÍTICA

O sistema de equações governantes integradas na vertical é composto por quatro equações:

(1) Conservação de massa

$$\int_0^{D(x)} u dy = 0 \quad (4.45)$$

(2) Conservação de quantidade de movimento

$$\frac{d}{dx} \int_0^D u^2 dy = \frac{g}{\rho_n} \frac{d}{dx} \left[\int_0^D \int_0^y (-\beta \rho_n T + \alpha) dy dy \right] - \frac{\tau_o}{\rho_n} \quad (4.53)$$

(3) Conservação de energia

$$\frac{d}{dx} \int_0^D u T dy = \frac{\phi_s}{\rho_n C_p} \quad (4.55)$$

(4) Conservação de potência

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dx} \int_0^D u^3 dy = - \frac{g}{\rho_n} \int_0^D u \frac{d}{dx} \int_0^y (-\beta \rho_n T + \alpha) dy dy + \frac{1}{\rho_n} \int_0^D u \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dy \quad (4.58)$$

As variáveis são u , T , D e τ_{xy} , sendo que u , T , e τ_{xy} também variam segundo a vertical, segundo perfis auto similares descritos no item 4.10.4.

5.1 REDUÇÃO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES

A redução do sistema de equações diferenciais ordinárias consiste na aplicação de dois procedimentos:

- (1) Normalização de cada uma das quatro equações governantes.
- (2) Manipulação algébrica para eliminação da variável independente, x , resultando em uma única equação que relaciona “ u ” e “ T ”.

5.1.1 CONSERVAÇÃO DE MASSA

Substituindo-se as equações (4.59) e (4.60) na equação (4.45), resulta em:

$$u_s D \int_0^1 f(\eta) d\eta = 0$$

Como a velocidade na superfície é diferente da zero na região da recirculação da corrente de densidade e a profundidade, D , também não é nula, então:

$$\int_0^1 f(\eta) d\eta = 0 \quad (5.1)$$

As condições de contorno para o fundo, interface e superfície são:

$$f(0) = 0 \quad (5.2)$$

$$f(\Lambda_V) = 0 \quad (5.3)$$

$$f(1) = 1 \quad (5.4)$$

5.1.2 CONSERVAÇÃO DA QUANTIDADE DE MOVIMENTO

Substituindo-se as equações (4.59), (4.60) e (4.61) na equação (4.53), produz a equação da conservação da quantidade de movimento com a velocidade, temperatura e distância na vertical normalizadas.

$$\frac{d}{dx} \int_0^1 u_s^2 f^2(\eta) D d\eta = -\frac{g}{\rho_n} \frac{d}{dx} \left\{ \int_0^1 \int_{\eta}^1 \left\{ -\beta \rho_n [h(\eta)(T_s - T_n) + T_n] + \alpha \right\} D^2 d\eta d\eta \right\} - \frac{\tau_o}{\rho_n} \quad (5.5)$$

Como as funções $f(\eta)$ e $h(\eta)$ são auto similares, então as integrais dessas funções são constantes para as quais se adota a notação “ c_o ” e “ c_1 ”.

$$c_o = \int_0^1 f^2(\eta) d\eta \quad (5.6)$$

$$c_1 = \int_0^1 \int_{\eta}^1 h(\eta) d\eta \quad (5.7)$$

Substituindo-se as equações (4.67) e (4.68) na equação (4.66), resulta:

$$c_0 \frac{d}{dx} (u_s^2 D) = g \frac{d}{dx} [D^2 c_i \beta (T_s - T_n)] - \frac{g}{\rho_n} (-\beta \rho_n T_n + \alpha) \frac{dD^2}{dx} - \frac{\tau_0}{\rho_n}$$

A equação de estado relaciona a densidade com a temperatura. Para a temperatura T_n , tem-se:

$$\rho_n = -\beta \rho_n T_n + \alpha$$

$$\rho_n - \alpha = -\beta \rho_n T_n$$

$$T_n = \frac{\rho_n - \alpha}{-\beta \rho_n}$$

$$c_0 \frac{d}{dx} (u_s^2 D) = g \frac{d}{dx} [D^2 c_i \beta (T_s - T_n)] - g \frac{dD^2}{dx} - \frac{\tau_0}{\rho_n} \quad (5.8)$$

A tensão tangencial junto ao fundo, τ_0 , é modelada com a relação de Darcy-Weisbach. A expressão de τ_0 depende se o regime do escoamento for laminar ou turbulento. No caso de regime laminar, a resistência no fundo é função linear da velocidade e no regime turbulento, a tensão no fundo é proporcional ao quadrado da velocidade. A expressão geral da tensão no fundo em função da velocidade é descrita pela equação (5.9)

$$\frac{\tau_0}{\rho_n} = -F_{oj} \left(\frac{v}{D} \right)^{2-j} u_s^j \quad (5.9a)$$

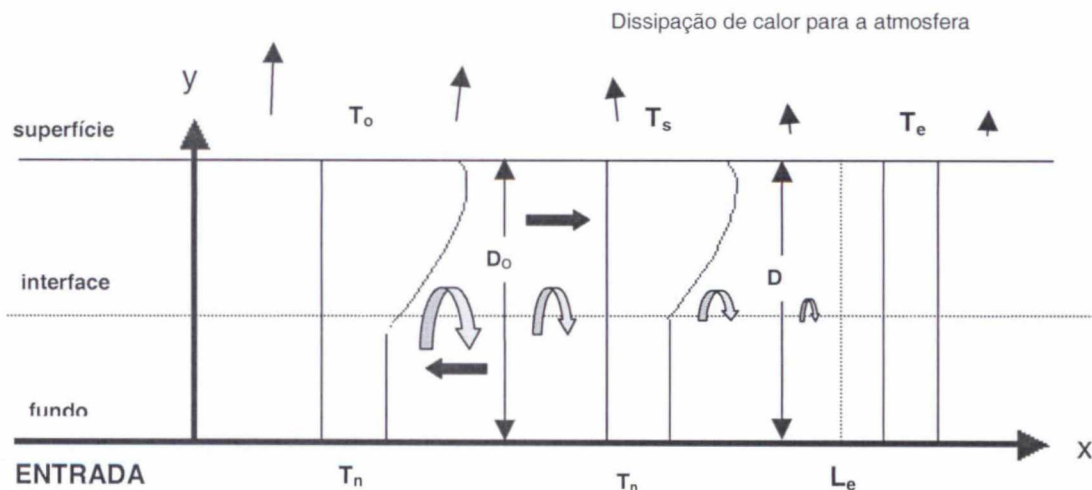
onde: $j = 1$ para escoamento laminar, e $j = 2$ quando o escoamento da camada inferior for turbulento, e F_{o1} e F_{o2} são constantes positivas que dependem exclusivamente dos parâmetros dos perfis auto similares de velocidade e temperatura.

Substituindo-se a equação (5.9) na equação (5.8), a equação integrada e normalizada de conservação de quantidade de movimento se torna :

$$c_0 \frac{d}{dx} (u_s^2 D) = c_1 \beta g \frac{d}{dx} [D^2 (T_s - T_n)] - g \frac{dD^2}{dx} + F_{oj} \left(\frac{v^{2-j}}{D} u_s^j \right) \quad (5.9b)$$

A equação (5.9b) pode ser re-normalizada para exprimir a velocidade da superfície em função da força de empuxo, e a temperatura de superfície em função da temperatura da superfície na entrada e a temperatura de equilíbrio.

A figura 5.1 esquematiza a distribuição do perfil de temperatura ao longo de um canal muito longo.



Fonte: Modif. Sturm (1976).

Figura 5.1: Distribuição dos perfis de temperatura em um canal longo.

Onde: D_o = profundidade na entrada

T_o = temperatura da superfície na entrada

T_n = temperatura no fundo

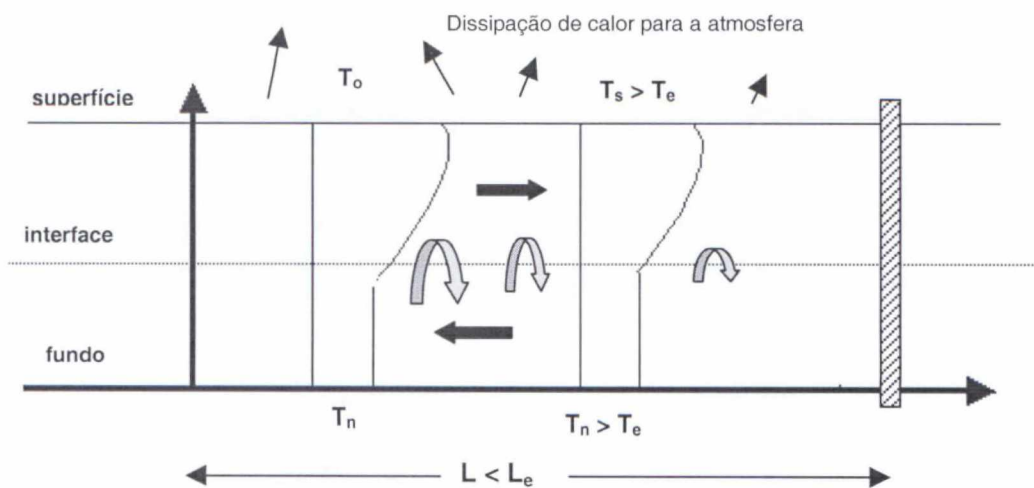
T_s = temperatura na superfície (variando segundo “ x ”)

T_e = temperatura de equilíbrio (todo o calor de entrada foi dissipado para a atmosfera)

D = profundidade (varia segundo “ x ”, permanecendo constante após o comprimento de equilíbrio)

L_e = comprimento de equilíbrio (distância a partir da entrada correspondente ao final da dissipação de calor da água para a atmosfera).

Se o canal for curto, então não ocorrerá a dissipação integral do calor da água para a atmosfera, conforme a figura 5.2.



Fonte: Modif. Sturm (1976).

Figura 5.2: Distribuição dos perfis de temperatura em um canal curto.

As variáveis dependentes, u_s , T_s e D , e a variável independente, “ x ”, da equação (5.9) pode ser normalizada de forma a incluir um parâmetro na normalização que represente a condição de canal “longo” e canal “curto”. Este novo parâmetro para normalização é a temperatura de equilíbrio, T_e .

A nova variável ϕ é a normalização de u_s , θ é a renormalização de T_s , \bar{D} é a normalização de D , e ξ é a renormalização de x .

$$\phi = \frac{u_s}{\sqrt{\beta(T_o - T_e)gD_o}} \quad (5.10)$$

$$\theta = \frac{T_s - T_n}{T_o - T_e} \quad (5.11)$$

$$\bar{D} = \frac{D}{D_o} \quad (5.12)$$

$$\xi = \frac{x}{x_o} \quad (5.13)$$

Onde D_o é a profundidade do lago de resfriamento na entrada ($x = 0$) e T_e é a temperatura de equilíbrio.

Substituindo-se as equações (5.10), (5.11), (5.12) e (5.13) na equação (5.9b), obtém-se a equação da quantidade de movimento em função das variáveis renormalizadas (ϕ , θ , \bar{D} e ξ).

$$c_o \frac{d}{D_o d\xi} \left[(\bar{D}\phi^2) \beta(T_o - T_e)gD_o^2 \right] = c_1 \beta g \frac{d}{D_o d\xi} \left[\bar{D}^2 D_o^2 \theta (T_o - T_e) + T_n - T_n \right] - gD_o^2 \frac{d\bar{D}^2}{D_o d\xi} + F_{oj} \left(\frac{v}{\bar{D}D_o} \right)^{2-j} \phi^j [\beta(T_o - T_e)gD_o^2] \quad (5.14)$$

Dividindo toda a equação (5.14) pelo termo $\beta(T_o - T_e)gD_o^2$, que é a contribuição do empuxo para a energia potencial, resulta em:

$$c_o \frac{d}{d\xi} (\phi^2 \bar{D}) = c_1 \frac{d}{d\xi} (\theta \bar{D}^2) - \frac{1}{\beta(T_o - T_e)} \frac{d\bar{D}^2}{d\xi} + \frac{F_{oj} \left(\frac{v}{\bar{D}D_o} \right)^{2-j} \phi^j}{[\beta(T_o - T_e)gD_o^2]^{-\frac{j}{2}}} \quad (5.15)$$

É interessante se identificar cada membro da equação (5.15) e proceder a uma análise de magnitude. O termo do lado esquerdo da equação é o termo de inércia da quantidade de movimento. O primeiro termo do lado direito da equação é o termo que representa a força de pressão resultante da diferença de densidade (empuxo). O segundo termo do lado direito da equação é o termo da força de pressão resultante da gravidade (hidrostático). O terceiro termo do lado direito da equação caracteriza a resistência ao escoamento.

A análise de magnitude consiste em se estimar quais são os termos principais e que não podem ser negligenciados, e os termos secundários que podem ser eliminados. Os termos que incluem a variação de densidade (θ) e as forças de resistência são fundamentais para a corrente de recirculação e não podem ser negligenciados. O termo hidrostático também é significativo; embora a declividade da superfície livre, $\frac{d\bar{D}}{d\xi}$, seja muito pequena, o coeficiente $\frac{1}{\beta(T_o - T_e)}$ é muito grande.

Assim como em escoamento em canais, onde não se negligencia a declividade da superfície livre, no caso de correntes de densidade também é fundamental que se retenha o termo hidrostático. Portanto, deve-se manter os três termos do lado direito da equação de conservação de quantidade de movimento (empuxo, hidrostático, resistência ao escoamento). Contudo, o termo de inércia é negligenciável em relação aos termos de empuxo, hidrostático e resistência. Sturm (1981) realizou experimentos em laboratório e determinou que o termo de inércia é uma ordem de magnitude menor do que o termo de empuxo. Para condições de campo (escoamento turbulento), ϕ^2 geralmente varia entre 0 e 0,01, enquanto que a variação de θ é normalmente maior que 0,1.

Como resultado da análise de magnitude, pode-se negligenciar o termo de inércia, equação (5.15), resultando na equação simplificada da quantidade de movimento. Esta equação simplificada inclui as variáveis θ (densidade), ϕ (velocidade) e \bar{D} (profundidade) que se relacionam através dos termos de empuxo, hidrostático e de resistência ao escoamento.

$$\left[c_1 \theta - \frac{1}{\beta(T_o - T_e)} \right] \frac{d\bar{D}^2}{d\xi} + c_1 \bar{D} \frac{d\theta}{d\xi} + \frac{F_{oj} \left(\frac{v}{\bar{D}} \right)^{2-j} \phi^j}{[\beta(T_o - T_e) g D_o^3]^{-\frac{j}{2}}} = 0 \quad (5.16)$$

5.1.3 CONSERVAÇÃO DE POTÊNCIA

A equação da conservação de potência, equação (4.58), representa o equilíbrio entre os termos de inércia, pressão (empuxo) e resistência ao escoamento. Analogamente à análise de magnitude aplicada para a conservação de quantidade de movimento, também pode-se negligenciar o termo de inércia para a equação de conservação de potência, resultando em:

$$-\frac{g}{\rho_n} \int_0^D u \frac{\partial}{\partial x} \int_0^y (-\beta \rho_n T + \alpha) dy dy + \frac{1}{\rho_n} \int_0^D u \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dy = 0 \quad (5.17)$$

Substituindo-se as equações (4.59), (4.60) e (4.61) na equação (5.17), e normalizando-se a tensão tangencial como $\bar{\tau} = \frac{\tau_{xy}}{|\tau_o|}$, onde τ_o é a tensão junto ao fundo, resulta em:

$$-\frac{g}{\rho_n} \int f(\eta) u_s \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \int_1^\eta [-\beta \rho_n (h(\eta)(T_s - T_n) + T_n) + \alpha] D d\eta \right\} D d\eta + \frac{1}{\rho_n} u_s |\tau_o| \int_0^1 f(\eta) \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \eta} d\eta = 0 \quad (5.18)$$

Podem-se introduzir dois novos coeficientes que levam em conta os perfis auto similares da velocidade e temperatura.

O primeiro termo da equação (5.18) representa a potência mecânica decorrente da força de empuxo que resulta em um deslocamento horizontal. Este conceito é análogo ao da potência decorrente da força da gravidade, associada a diferença de nível, sendo que neste caso tanto a força quanto a distância estão orientados na

vertical. Enquanto que no caso da corrente de densidade, tanto a força de empuxo quanto o deslocamento ocorrem na direção horizontal. O primeiro termo da equação (5.18) apresenta as três variáveis dependentes, u_s , T_s e D , mas somente T_s e D estão na derivada segundo x .

Para facilitar o entendimento da manipulação algébrica da equação (5.18), apresenta-se somente a derivação por partes do primeiro termo, onde se busca separar os gradientes segundo x de $D(T_s - T_n)$ e D .

$$g_0 D \frac{u_s}{\rho_n} \int_0^1 f(\eta) \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \int_{\eta}^1 [-\beta \rho_n h(\eta)(T_s - T_n) - \beta \rho_n T_n + \alpha] D d\eta \right\} d\eta =$$

$$g D \frac{u_s}{\rho_n} \int_0^1 f(\eta) \frac{\partial}{\partial x} \left\{ -\beta \rho_n (T_s - T_n) \int_{\eta}^1 h(\eta) d\eta - \beta \rho_n T_n \int_{\eta}^1 d\eta + \alpha \int_{\eta}^1 d\eta \right\} D d\eta =$$

$$g D \frac{u_s}{\rho_n} \int_0^1 f(\eta) \frac{\partial}{\partial x} \left\{ -\beta \rho_n (T_s - T_n) \int_{\eta}^1 h(\eta) d\eta \right\} D d\eta =$$

$$g D \frac{u_s}{\rho_n} \left\{ \beta \rho_n \int_0^1 f(\eta) \int_{\eta}^1 h(\eta) d\eta d\eta \frac{\partial}{\partial x} [D(T_s - T_n)] + \beta \rho_n (T_s - T_n) \left[\int_0^1 f(\eta) \int_{\eta}^1 h(\eta) d\eta d\eta + \int_0^1 \eta \frac{\partial f(\eta)}{\partial \eta} \int_{\eta}^1 h(\eta) d\eta d\eta \right] \frac{dD}{dx} \right\}$$

Adotando-se dois novos coeficientes que são função dos perfis auto similares de velocidade e temperatura, conforme mostrado nas equações (5.19) e (5.20), obtém-se a equação reduzida da potência:

$$c_2 = \int_0^1 f(\eta) \int_{\eta}^1 h(\eta) d\eta d\eta$$

$$c_3 = \int_0^1 \eta \frac{\partial f(\eta)}{\partial \eta} \int_{\eta}^1 h(\eta) d\eta d\eta$$

$$gD \frac{u_s}{\rho_n} \left\{ c_2 \beta \rho_n \frac{d}{dx} [D(T_s - T_n)] + (c_2 + c_3) \beta \rho_n (T_s - T_n) \frac{dD}{dx} \right\} + \frac{1}{\rho_n} u_s |\tau_o| \int_0^1 f(\eta) \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \eta} d\eta = 0 \quad (5.21)$$

O termo de resistência ao escoamento da equação da potência, equação (5.21), pode ser expresso em função da equação de Darcy-Weisbach e da distribuição linear de tensão tangencial, ilustrada na figura 4.15.

$$\int_0^1 f(\eta) \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \eta} d\eta = \frac{1 - \frac{\tau_i}{|\tau_o|}}{\Lambda_T} \int_0^{\Lambda_T} f(\eta) d\eta - \frac{\frac{\tau_i}{|\tau_o|}}{1 - \Lambda_T} \int_{\Lambda_T}^1 f(\eta) d\eta = c_{53} \left[\frac{(1 - \Lambda_T) + \frac{\tau_i}{|\tau_o|}}{\Lambda_T (1 - \Lambda_T)} \right] - (c_{51} + c_{53}) \frac{\frac{\tau_i}{|\tau_o|}}{(1 - \Lambda_T)}$$

(5.22)

onde:

$$c_{51} = \int_{\Lambda_T}^1 f(\eta) d\eta \quad (5.23)$$

$$c_{53} = \int_0^{\Lambda_T} f(\eta) d\eta \quad (5.24)$$

Nota-se que a razão $\frac{\tau_i}{|\tau_o|}$ é constante, ou seja, a resistência na interface é proporcional à resistência no fundo. A magnitude da relação $\frac{\tau_i}{|\tau_o|}$ depende somente se o escoamento é laminar ou turbulento.

A equação (5.22) pode ser escrita como:

$$\int_0^1 f(\eta) \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \eta} d\eta = c_{53} \left[\frac{(1 - \Lambda_T) + \frac{\tau_i}{|\tau_o|}}{\Lambda_T(1 - \Lambda_T)} \right] - (c_{51} + c_{53}) \frac{\frac{\tau_i}{|\tau_o|}}{(1 - \Lambda_T)} = -S_j \quad (5.25)$$

onde $j = 1$ ou 2 , dependendo se o escoamento for laminar ou turbulento, respectivamente. Substituindo-se a equação (5.25) na equação (5.21) resulta em:

$$(2c_2 + c_3)\beta g D(T_s - T_n) \frac{dD}{dx} + c_2 \beta g D^2 \frac{d}{dx} (T_s - T_n) - \frac{F_{oj} S_j \left(\frac{v}{D}\right)^{2-j} u_s^j}{[\beta(T_o - T_e)gD_o]^{1-\frac{j}{2}}} = 0 \quad (5.26)$$

Introduzindo a normalização das equações (5.10), (5.11), (5.12) e (5.13) na equação (5.26), resulta em:

$$\left(c_2 + \frac{c_3}{2}\right)\theta \frac{d\bar{D}^2}{d\xi} + c_2 D^2 \frac{d\theta}{d\xi} - \frac{F_{oj} S_j \left(\frac{v}{D}\right)^{2-j} \phi^j}{[\beta(T_o - T_e)gD_o]^{1-\frac{j}{2}}} = 0 \quad (5.27)$$

5.1.4 EQUAÇÃO DA ENERGIA TÉRMICA

O uso da expressão linearizada da troca de calor na superfície

$$\phi_n = -K(T_s - T_e) \quad (5.28)$$

permite que a equação de energia térmica (4.55) possa ser assim escrita:

$$\frac{d}{dx} \int_0^{D(x)} u T dy + k(T_s - T_e) = 0 \quad (5.29)$$

onde $k = \frac{K}{\rho C_p}$. Agora:

$$\frac{d}{dx} \int_0^{D(x)} u T dy = \frac{d}{dx} \int_0^{D(x)} u (T - T_n) dy \quad (5.30)$$

A equação integrada da energia térmica é a seguinte:

$$\frac{d}{dx} \int_0^{D(x)} u (T - T_n) dy + k(T_s - T_e) = 0 \quad (5.31)$$

Usando as expressões para os perfis similares de velocidade e temperatura dados em (4.59), (4.60), (4.61), a equação (5.31) se reduz a:

$$c_4 \frac{d}{dx} \{U_s (T_s - T_n) D\} + k(T_s - T_e) = 0 \quad (5.32)$$

onde $c_4 = \int_0^1 f(\eta) h(\eta) d\eta$. Normalizando (5.28), tem-se:

$$\left[\bar{D} \frac{d}{d\varepsilon} (\phi\theta) + \phi\theta \frac{d\bar{D}}{d\varepsilon} \right] + \frac{k(\theta + \theta_n)}{c_4 \sqrt{\beta(T_0 - T_e)} g D_0} = 0 \quad (5.33)$$

onde $\theta_n = \frac{T_n - T_e}{T_s - T_e}$

5.1.5 EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS GOVERNANTES

As equações governantes, normalizadas, para o problema são:

- Quantidade de Movimento

$$\left[c_1 \theta - \frac{1}{2\beta(T_0 - T_e)} \right] \frac{d\bar{D}^2}{d\varepsilon} + c_1 \bar{D}^2 \frac{d\theta}{d\varepsilon} + \frac{F_{0j} \left(\frac{v}{\bar{D}} \right)^{2-j} \phi^j}{[\beta(T_0 - T_e)gD_0^3]^{1-\frac{j}{2}}} = 0 \quad (5.34)$$

- Potência

$$\left(c_2 + \frac{c_3}{2} \right) \theta \frac{d\bar{D}^2}{d\varepsilon} + c_2 \bar{D}^2 \frac{d\theta}{d\varepsilon} - \frac{F_{0j} S_j \left(\frac{v}{\bar{D}} \right)^{2-j} \phi^j}{[\beta(T_0 - T_e)gD_0^3]^{1-\frac{j}{2}}} = 0 \quad (5.35)$$

- Energia Térmica

$$\bar{D} \frac{d}{d\varepsilon} (\phi\theta) + \phi\theta \frac{d\bar{D}}{d\varepsilon} + \frac{k(\theta + \theta_n)}{c_4 \sqrt{\beta(T_0 - T_e)gD_0}} = 0 \quad (5.36a)$$

Uma expressão para $\frac{d\bar{D}^2}{d\varepsilon}$ pode ser descoberta manipulando as equações de potência e quantidade de movimento:

$$\frac{d\bar{D}^2}{d\varepsilon} = \frac{\left[1 + \frac{c_1}{c_2} S_j \right] F_{0j} \left(\frac{v}{\bar{D}} \right)^{2-j} \phi^j}{\left[\frac{1}{2} \beta(T_0 - T_e) + \frac{c_3 c_1 \theta}{2c_2} \right] [\beta(T_0 - T_e)gD_0^3]^{1-\frac{j}{2}}} \quad (5.36b)$$

Eliminando $\frac{d\bar{D}^2}{d\varepsilon}$ de (5.34) e (5.35), tem-se:

$$c_3 \frac{c_1}{2} \bar{D}^2 \theta \frac{d\theta}{d\varepsilon} + \frac{c_2}{2\beta(T_0 - T_e)} \bar{D}^2 \frac{d\theta}{d\varepsilon} - \frac{S_j F_{0j}}{2\beta(T_0 - T_e)} \frac{\left(\frac{v}{\bar{D}}\right)^{2-j} \phi^j}{[\beta(T_0 - T_e)gD_0^3]^{1-\frac{j}{2}}} + \frac{\theta \phi^j F_{0j} \left(\frac{v}{\bar{D}}\right)^{2-j} \left(c_2 + \frac{c_3}{c_2} + c_1 S_j\right)}{[\beta(T_0 - T_e)gD_0^3]^{1-\frac{j}{2}}} =$$

(5.37))

Substituindo (5.36b) em (5.35), tem-se:

$$\bar{D}^2 \frac{d}{d\varepsilon}(\phi\theta) + \frac{\theta \phi^{j+1}}{2} \frac{F_{0j} \left(\frac{v}{\bar{D}}\right)^{2-j} \left(1 + \frac{c_1 S_j}{c_2}\right)}{\left[\frac{1}{2}\beta(T_0 - T_e) + \frac{c_3 c_1 \theta}{2c_2}\right] [\beta(T_0 - T_e)gD_0^3]^{1-\frac{j}{2}}} + \frac{K\bar{D}(\theta - \theta_n)}{c_4 \sqrt{\beta(T_0 - T_e)gD_0}} = 0 \quad (5.38)$$

As equações simplificadas governantes para o problema são (5.36b) a (5.38), constituindo três equações diferenciais ordinárias não lineares em três variáveis, ϕ , θ , \bar{D} . A magnitude de \bar{D} é muito próxima a 1, conforme indicado pelos resultados analíticos e numéricos de Sturm (1976, 1981); por isso, (5.36b) a (5.38) são simplificadas fazendo $\bar{D}=1$ em (5.37) e (5.38). O problema, então, reduz-se a encontrar a solução do seguinte sistema de equações diferenciais:

$$\gamma_1 \theta \theta' + \gamma_2 \theta' + \gamma_3 \theta \phi^j - \gamma_4 \phi^j = 0 \quad (5.39)$$

$$\theta \phi' + \theta' \phi + \frac{\gamma_5}{f_1(\theta)} \theta \phi^{j+1} + \gamma_6 (\theta + \theta_n) = 0 \quad (5.40)$$

onde:

$$\gamma_1 = \frac{c_3 c_1}{2}, \quad \gamma_2 = \frac{c_2}{2\beta(T_0 - T_e)}, \quad \gamma_3 = F_{0j} v^{2-j} \frac{\left(c_2 + \frac{c_3}{c_2} + c_1 S_j \right)}{[\beta(T_0 - T_e) g D_0^3]^{1-\frac{j}{2}}}$$

$$\gamma_4 = \frac{S_j F_{0j} v^{2-j}}{2\beta(T_0 - T_e)} \frac{1}{[\beta(T_0 - T_e) g D_0^3]^{1-\frac{j}{2}}}, \quad \gamma_5 = \frac{1}{2} F_{0j} v^{2-j} \frac{\left(1 + \frac{c_1}{c_2} S_j \right)}{[\beta(T_0 - T_e) g D_0^3]^{1-\frac{j}{2}}}$$

$$\gamma_6 = \frac{K}{c_4 \sqrt{\beta(T_0 - T_e) g D_0}} \quad \text{e} \quad f_1(\theta) = \frac{1}{2\beta(T_0 - T_e)} + \frac{c_3 c_1 \theta}{2c_2}$$

Desde que os coeficientes γ_1 a γ_6 e $f_1(\theta)$ não possuem a variável independente ε explicitamente, (5.39) e (5.40) podem ser reduzidas a uma única equação não linear em ϕ e θ , que é solucionada usando uma condição interna para o fluxo ser bem conduzido no braço. Por isso, somente uma condição de contorno é requerida para a solução de (5.39) e (5.40) e esta é obtida de (4.33), sendo ela:

$$\theta = (1 - \theta_n) \quad \text{em} \quad \varepsilon = 0 \quad (5.41)$$

5.2 SOLUÇÃO

As equações diferenciais (5.39) e (5.40) são agora solucionadas analiticamente. Este sistema de duas equações diferenciais não lineares é reduzido a uma equação de primeira ordem em θ e ϕ . Por (5.40):

$$\frac{\phi'}{\theta'} = -\frac{\phi}{\theta} - \left(\frac{\gamma_5}{f_1(\theta)} \phi^{j+1} + \frac{\gamma_6(\theta + \theta_n)}{\theta} \right) \frac{1}{\theta'} \quad (5.42)$$

Substituindo por θ' de (5.39) no lado direito de (5.42) tem-se:

$$\frac{\phi'}{\theta'} = -\frac{\phi}{\theta} - \left(\frac{\gamma_5}{f_1(\theta)} \phi^{j+1} + \frac{\gamma_6(\theta + \theta_n)}{\theta} \right) \left(\frac{\gamma_1\theta + \gamma_2}{\gamma_3\theta + \gamma_4} \right) \frac{1}{\phi^j} \quad (5.43)$$

Simplificando (5.43), tem-se:

$$\frac{d\phi}{d\theta} + \left[-\frac{\gamma_5}{f_1(\theta)} \left(\frac{\gamma_1\theta + \gamma_2}{\gamma_3\theta - \gamma_4} \right) + \frac{1}{\theta} \right] \phi = \left[\frac{\gamma_6(\theta + \theta_n)}{\theta} \left(\frac{\gamma_1\theta + \gamma_2}{\gamma_3\theta - \gamma_4} \right) \right] \phi^{-j} \quad (5.44)$$

que apresenta o seguinte formato:

$$\frac{d\phi}{d\theta} + r(\theta)\phi = s(\theta)\phi^m \quad (5.45)$$

onde:

$$r(\theta) = \frac{1}{\theta} - \frac{\gamma_5}{f_1(\theta)} \left(\frac{\gamma_1\theta + \gamma_2}{\gamma_3\theta - \gamma_4} \right) \quad (5.46)$$

$$s(\theta) = \frac{\gamma_6(\theta + \theta_n)}{\theta} \left(\frac{\gamma_1\theta + \gamma_2}{\gamma_3\theta - \gamma_4} \right) \quad (5.47)$$

$$m = -j \quad (5.48)$$

A equação (5.45) é a equação de Bernoulli (Ames 1968), que pode ser solucionada usando a transformação:

$$\phi = t^{\frac{1}{1-m}} \quad (5.49)$$

que reduzida fica:

$$\frac{dt}{d\theta} + (1-m)r(\theta)t = (1-m)s(\theta) \quad (5.50)$$

cuja solução é:

$$t = \exp[(m-1)\int r(\theta)d\theta] \{A - (m-1)\int s(\theta)\exp[(-m)\int r(\theta)d\theta]d\theta\} \quad (5.51)$$

onde A é uma constante de integração. Uma solução exata para (5.39) e (5.40) pode ser encontrada; entretanto, as complicadas formas das funções $r(\theta)$ e $s(\theta)$ dificultam o alcance de expressões explícitas para $\phi(\varepsilon)$ e $\theta(\varepsilon)$. As formas de $r(\theta)$ e $s(\theta)$ podem entretanto ser facilmente simplificadas usando uma análise da ordem de magnitude. É visto que:

$$\frac{\gamma_1\theta + \gamma_2}{\gamma_3\theta - \gamma_4} = \frac{\gamma_1\theta}{\gamma_3\theta - \gamma_4} + \frac{\gamma_2}{\gamma_3\theta - \gamma_4} \cong \frac{\gamma_2}{\gamma_3\theta - \gamma_4} \cong -\frac{\gamma_2}{\gamma_4} \quad (5.52)$$

resultando serem γ_2 e γ_4 duas vezes maiores que γ_1 e γ_3 , respectivamente. (5.46) pode, agora, ser escrita como:

$$r(\theta) = \frac{1}{\theta} + \frac{\gamma_5\gamma_2}{f_1(\theta)\gamma_4} \cong \frac{1}{\theta} \quad (5.53)$$

porque o termo $\frac{\gamma_5\gamma_2}{\lambda_4}$ é da mesma ordem de magnitude que $\frac{1}{\theta}$, mas é duas vezes menor que $f_1(\theta)$. O uso de (5.52) simplifica (5.47) para:

$$s(\theta) = -\frac{\gamma_6 \gamma_2}{\gamma_4} \left(\frac{\theta + \theta_n}{\theta} \right) \quad (5.54)$$

As simplificações para $r(\theta)$ e $s(\theta)$, expressas em (5.53) e (5.54), respectivamente, implicam nas seguintes simplificações das equações governantes, (5.39) e (5.40):

$$\begin{aligned} \gamma_2 \theta' - \gamma_4 \phi^j &= 0 \\ \theta \phi' + \theta' \phi + \gamma_6 (\theta + \theta_n) &= 0 \end{aligned} \quad (5.55) \text{ e } (5.56)$$

Estas equações governantes simplificadas podem ser expressas no formato da equação de Bernoulli, (5.45), com $r(\theta)$ e $s(\theta)$ dados por (5.53) e (5.54), respectivamente, e m dado por (5.48). A solução pode ser obtida usando (5.51):

$$t = \theta^{-(j+1)} \left[A - (j+1) \frac{\gamma_2 \gamma_6}{\gamma_4} \theta^{j+1} \left(\frac{\theta}{j+2} + \frac{\theta_n}{j+1} \right) \right] \quad (5.57)$$

A constante A deve ser igual a zero, porque a velocidade deve permanecer finita quando θ tende a zero. Então a solução de (5.50) para (5.49) e (5.57) é:

$$\phi^{j+1} = \delta_1^{-1} \left(\theta + \frac{j+2}{j+1} \theta_n \right) \quad (5.58)$$

onde:

$$\delta_1^{-1} = -\frac{j+1}{j+2} \frac{\gamma_2 \gamma_6}{\gamma_4}$$

De (5.55) e (5.56),

$$\phi' = - \left\{ \frac{\phi^{(j+1)} \frac{\gamma_4}{\gamma_2} + \gamma_6 (\theta + \theta_n)}{\theta} \right\} \quad (5.59)$$

A substituição de ϕ por (5.58) produz

$$\phi' = - \frac{\gamma_6}{j+2} \quad (5.60)$$

que na integração, gera:

$$\phi = - \frac{\gamma_6}{j+2} \varepsilon + B \quad (5.61)$$

onde B é a constante de integração. O valor de B é obtido usando a condição de contorno em (5.41) que produz, após o uso de (5.58):

$$B = \left[\frac{1 + \frac{\theta_n}{j+1}}{\delta_1} \right]^{\frac{1}{j+1}} \quad (5.62)$$

Conseqüentemente, a solução das equações governantes, (5.39) e (5.40) é:

$$\phi = \left[\frac{1 + \frac{\theta_n}{j+1}}{\delta_1} \right]^{\frac{1}{j+1}} - \left(\frac{\gamma_6}{j+2} \right) \varepsilon \quad (5.63)$$

$$\theta = \delta_1 \left[\left(\frac{1 + \frac{\theta_n}{j+1}}{\delta_1} \right)^{\frac{1}{j+1}} - \left(\frac{\gamma_6}{j+2} \right) \varepsilon \right]^{j+1} - \frac{j+2}{j+1} \theta_n \quad (5.64)$$

A solução dada por (5.63) e (5.64) depende somente de dois parâmetros do braço, δ_1 e γ_6 . δ_1 pode ser expressado por:

$$\delta_1 = -\frac{j+2}{j+1} \frac{\gamma_4}{\gamma_2 \gamma_6} = -\frac{j+2}{j+1} \frac{c_4 S_j F_{oj}}{c_2} \frac{\left(\frac{v}{D_0} \right)^{2-j}}{k \left(\sqrt{\beta(T_0 - T_e)} g D_0 \right)^{-j}} \quad (5.65)$$

Para os casos de regime laminar e quasi-laminar ($j = 1$):

$$\delta_1 = -\frac{3}{2} \frac{c_4 S_1 F_{01}}{c_2} \frac{v}{D_0 k} = -\frac{3}{2} \left(\frac{c_4 S_1 F_{01}}{c_2} \right)^{P_m} \quad (5.66)$$

onde P_m é um número modificado de Prandtl definido por $P_m = \frac{v}{k D_0}$. Para o caso turbulento ($j = 2$), (5.65) pode ser escrito:

$$\delta_1 = -\frac{4}{3} \frac{c_4 S_2 F_{02}}{c_2} \frac{\sqrt{\beta(T_0 - T_e)} g D_0}{k} = -\frac{4}{3} \left(\frac{c_4 S_2 F_{02}}{c_2} \right) P_m \sqrt{G} \quad (5.67)$$

onde G é o número de Grashof definido por $G = \frac{\beta(T_0 - T_e) g D_0^3}{v^2}$. Também:

$$\gamma_6 = \frac{k}{c_4 \sqrt{\beta(T_0 - T_e)} g D_0} = \frac{1}{c_4 P_m \sqrt{G}} \quad (5.68)$$

Os parâmetros fundamentais que afetam o comportamento do braço são, portanto, o número de Prandtl e o número de Grashof, os tradicionais parâmetros adimensionais dos problemas de convecção livre.

A variável θ_n é determinado pela condição que $\theta = 0$ em $\varepsilon = \bar{L}$, onde $\bar{L} = L/D$:

$$0 = \delta_1 \left[\left(\frac{1 + \frac{\theta_n}{j+1}}{\delta_1} \right)^{\frac{1}{j+1}} - \left(\frac{\gamma_6}{j+2} \right) \Gamma \right]^{j+1} - \frac{j+2}{j+1} \theta_n \quad (5.69)$$

Note que quando $\bar{L} = \bar{L}_e$, $\theta_n = 0$, substituído em (5.69), produz uma expressão para \bar{L}_e :

$$\bar{L}_e = \frac{j+2}{\gamma_6 \delta_1^{\frac{1}{j+1}}} \quad (5.70)$$

Usando (5.70), (5.69) pode ser expressa como:

$$\lambda = \left(1 + \frac{\theta_n}{j+1} \right)^{\frac{1}{j+1}} - \left(\frac{j+2}{j+1} \theta_n \right)^{\frac{1}{j+1}} \quad (5.72)$$

onde $\lambda = \frac{\bar{L}}{\bar{L}_e} = \frac{L}{L_e}$. Usando (5.71), θ_n pode ser expressa como:

$$\theta_n = e_j(\lambda), j = 1, 2 \quad (5.72)$$

onde e_1 e e_2 são funções de λ . Quando $j = 1$ (fluxos laminares e quasi-laminares),

$$e_1(\lambda) = 1 + \lambda \left(2\lambda - \sqrt{3\lambda^2 + 6} \right) \quad (5.73)$$

e quando $j = 2$ (fluxo turbulento)

$$e_2(\lambda) = \frac{3}{4} \left(U + S - \frac{4}{3} \lambda \right)^3 \quad (5.74)$$

onde:

$$U = \left(\frac{2}{9} \right)^{\frac{1}{3}} \left[\left(3 - \frac{5}{3} \lambda^3 \right) + \sqrt{(9 - \lambda^3)(1 - \lambda^3)} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (5.75)$$

$$S = \left(\frac{2}{9} \right)^{\frac{1}{3}} \left[\left(3 - \frac{5}{3} \lambda^3 \right) - \sqrt{(9 - \lambda^3)(1 - \lambda^3)} \right]^{\frac{1}{3}} \quad (5.76)$$

A expressão (5.73) é a mesma obtida por Sturm (1981) e Jain (1982). Note que a condição de contorno $\theta = 0$ em $\varepsilon = L^0$ implica que o valor máximo de \bar{L} é \bar{L}_e ; por consequência $\lambda \leq 1$, a condição que foi usada na derivação (5.74).

Um resumo da solução analítica é dada a seguir:

$$\theta = \left[\left(1 + \frac{\theta_n}{j+1} \right)^{\frac{1}{j+1}} - \frac{x}{L_e} \right]^{j+1} - \frac{j+2}{j+1} \theta_n \quad (5.77)$$

$$\phi_\delta = \left[\left(1 + \frac{\theta_n}{j+1} \right)^{\frac{1}{j+1}} - \frac{x}{L_e} \right] \quad (5.78)$$

$$\left. \begin{aligned} \overline{L}_e &= \frac{(j+2)}{\gamma_6 \delta_1^{j+1}} \\ \lambda &= \frac{L}{L_e} \\ \theta_n &= e_j(\lambda) \\ \phi_\delta &= \phi \delta_1^{j+1} \\ \delta_1 &= \frac{j+2}{j+1} \frac{\gamma_4}{\gamma_2 \gamma_6} \end{aligned} \right\} \quad (5.79)$$

5.3 RESULTADOS

As expressões para a taxa de calor total perdido e para o fluxo na camada superior do canal são de interesse prático. A taxa de calor perdido na superfície, H_L , em um canal de comprimento L é:

$$H_L = \int_0^L K(T_s - T_e) dx \quad (5.80)$$

que na substituição de T_s por (5.70) e integrando fica:

$$H_L = KL_e (T_0 - T_e) \left[\frac{\left(\frac{1+\theta_n}{j+1} \right)}{j+2} - \frac{\theta_n \lambda}{j+1} - \frac{\left[\left(\frac{1+\theta_n}{j+1} \right)^{\frac{1}{j+1}} - \lambda \right]^{j+2}}{j+2} \right] \quad (5.81)$$

A taxa de calor perdido, H_{Le} , por unidade de comprimento de um longo canal (braço com um comprimento $L > L_e$) é obtido fazendo $\lambda = 1$ e $\theta_n = 0$ em (5.81):

$$H_{Le} = \frac{KL_e (T_0 - T_e)}{j+2} \quad (5.82)$$

Note que a relação entre a taxa de dissipação de calor para a superfície e a perda de calor em um braço longo é função somente de λ .

$$\eta_H = \frac{H_L}{H_{Le}} = \left(1 + \frac{\theta_n}{j+1} \right) - \frac{j+2}{j+1} \theta_n \lambda - \left[\left(\frac{1+\theta_n}{j+1} \right)^{\frac{1}{j+1}} - \lambda \right]^{j+2} = f_j(\lambda) \quad (5.83)$$

A velocidade na superfície é determinada por (5.78) como:

$$\frac{u_s}{kL_e} = \frac{1}{(j+2)c_4} \left[\left(\frac{1+\theta_n}{j+1} \right)^{\frac{1}{j+1}} - \frac{x}{L_e} \right] \quad (5.84)$$

A taxa de fluxo por unidade de comprimento, q , na camada superior, é:

$$q = \int_{h_v}^D u dy = c_{s2} u_s D_0 \quad (5.85)$$

onde $c_{52} = \int_{\Lambda_V}^1 f(\eta) d\eta$ e $D = D_0$. Substituindo u_s em (5.84) temos:

$$\frac{q}{kL_e} = \frac{c_{52}}{(j+2)c_4} \left[\left(\frac{1+\theta_n}{j+1} \right)^{\frac{1}{j+1}} - \frac{x}{L_e} \right] \quad (5.86)$$

A taxa de fluxo para baixo, V , da camada superior para a inferior, obtida de (5.86) é:

$$V = \left[\frac{c_{52}}{(j+2)c_4} \right] k \quad (5.87)$$

A taxa de fluxo, q_0 , em $x = 0$, dada por (5.86) é:

$$\frac{q_{0e}}{kL_e} = \frac{c_{52}}{(j+2)c_4} \left(\frac{1+\theta_n}{j+1} \right)^{\frac{1}{j+1}} \quad (5.88)$$

A descarga, q_{0e} , em $x = 0$ para um canal longo é obtida fazendo $\theta_n = 0$ em (5.88):

$$\frac{q_{0e}}{kL_e} = \frac{c_{52}}{(j+2)c_4} \quad (5.89)$$

A relação entre a descarga na entrada de corrente de fluxo e a descarga na entrada de corrente de fluxo para um braço longo é somente função de λ .

$$\eta_{q0} = \frac{q_0}{q_{0e}} = \left[\left(\frac{1+\theta_n}{j+1} \right)^{\frac{1}{j+1}} \right] = h_j(\lambda) \quad (5.90)$$

A variação de θ_n , η_H e η_{qo} com λ é mostrada na figura 5.3 para os casos laminar/quasi-laminar e turbulento. Para o caso laminar/quasi-laminar, as figuras são idênticas às de Sturm (1981) e Jain (1982).

Os resultados principais da solução analítica são discutidos a seguir. A equação (5.77) e (5.78) indicam que, quando a velocidade na superfície decresce linearmente ao longo do comprimento do braço para ambos os casos, laminar e turbulento, o decaimento da temperatura da superfície é quadrático e cúbico, respectivamente, ao longo do braço, para os casos laminar e turbulento. A figura 5.3 mostra que 80% da perda máxima de calor da superfície e o decaimento da temperatura ocorrem, para o caso laminar, no comprimento do canal correspondente a 50% do comprimento de equilíbrio, enquanto os valores correspondentes ao caso turbulento ocorrem no correspondente a 90%. Também, a descarga na camada superior aumenta com o decréscimo no comprimento do canal; o máximo incremento será de 1,2 e 1,1 vezes a descarga para um braço longo, para os casos laminar e turbulento, respectivamente. A descarga é, então, pouco sensível ao comprimento do braço. As figuras 5.4 e 5.5 indicam que o comprimento de equilíbrio do braço não tem efeito significativo na taxa de decaimento de $T_s(x)$ e $q(x)$, ao longo do braço.

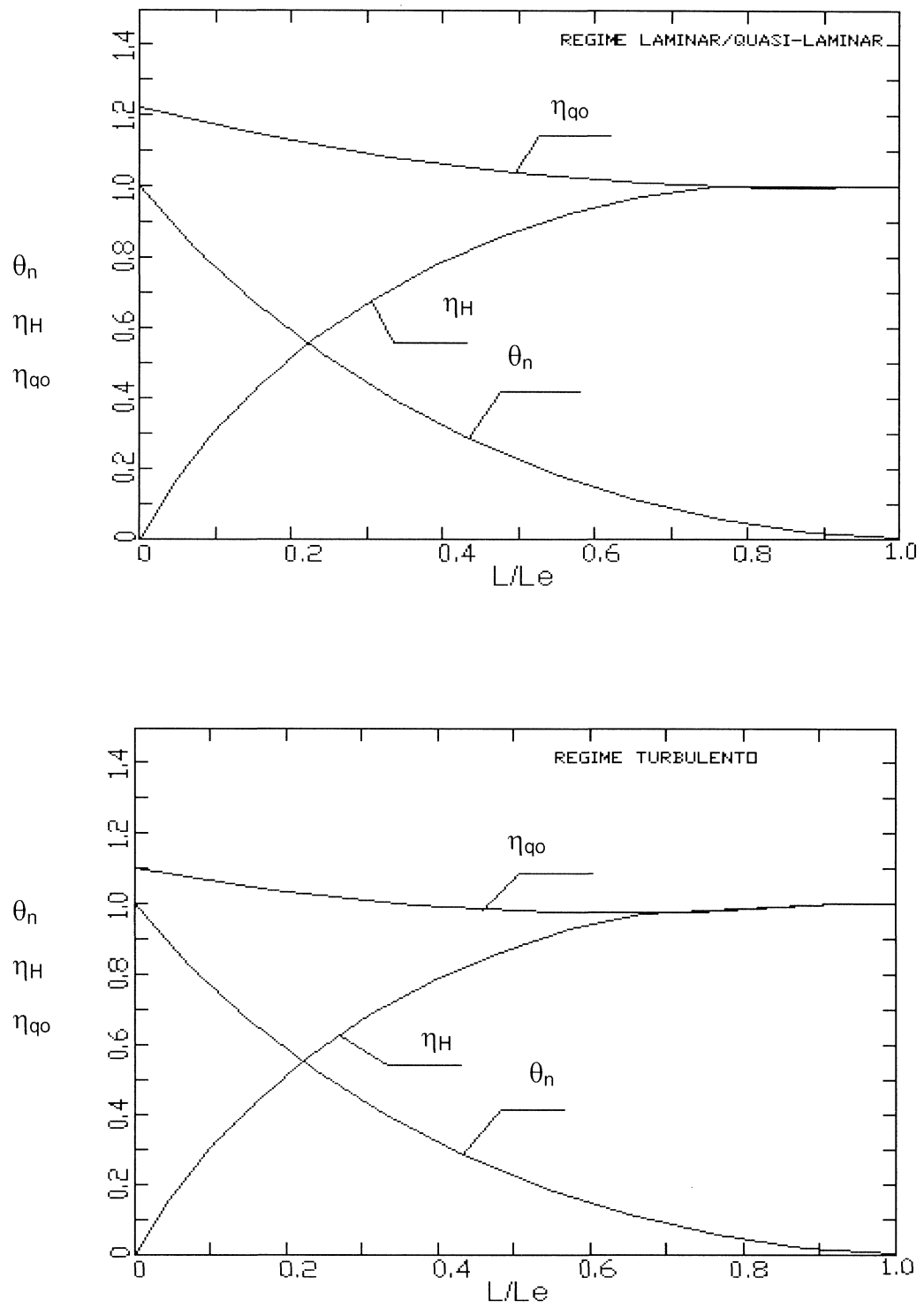


Figura 5.3: Variação de θ_n , η_H e η_{qo} .

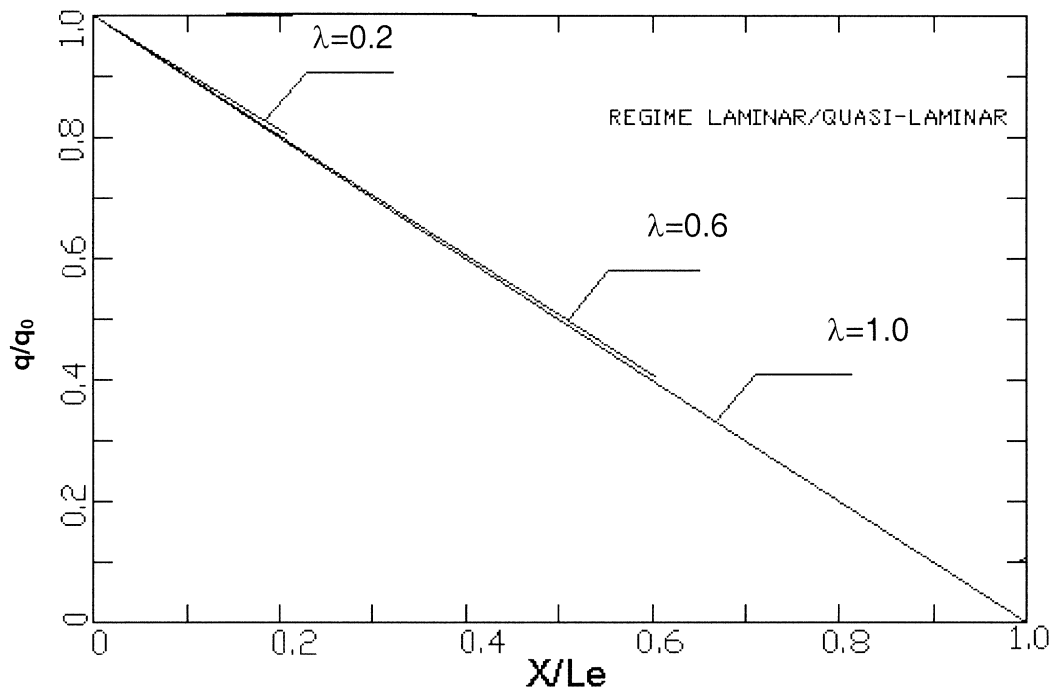
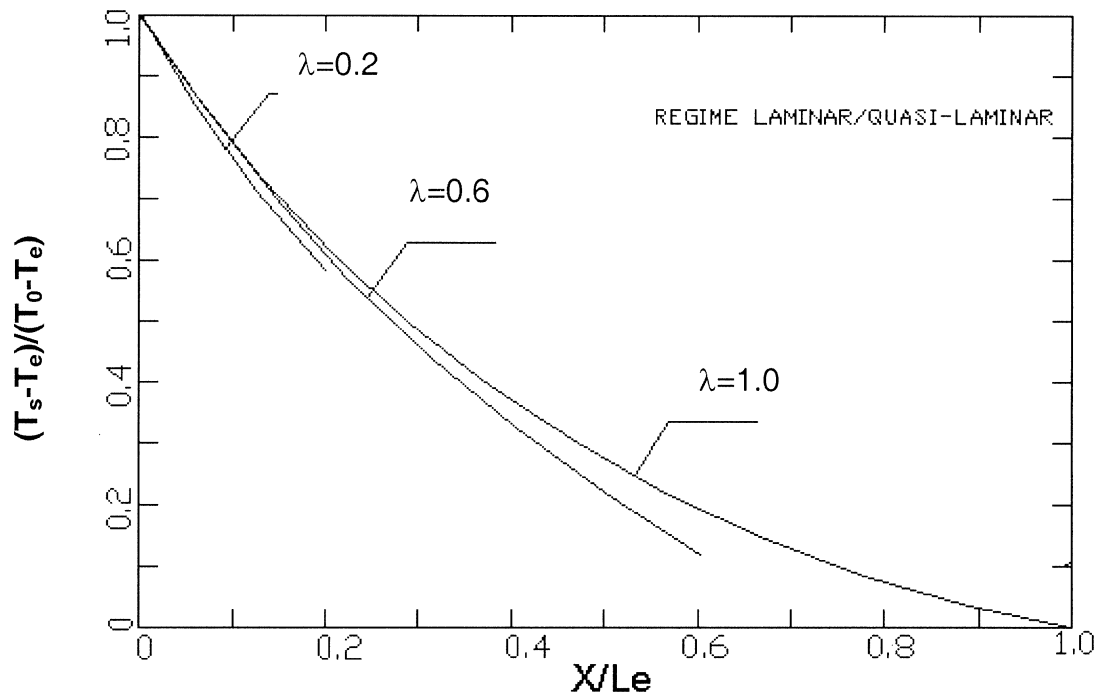


Figura 5.4: Variação de temperatura da superfície e descarga com o comprimento do braço para fluxo laminar.

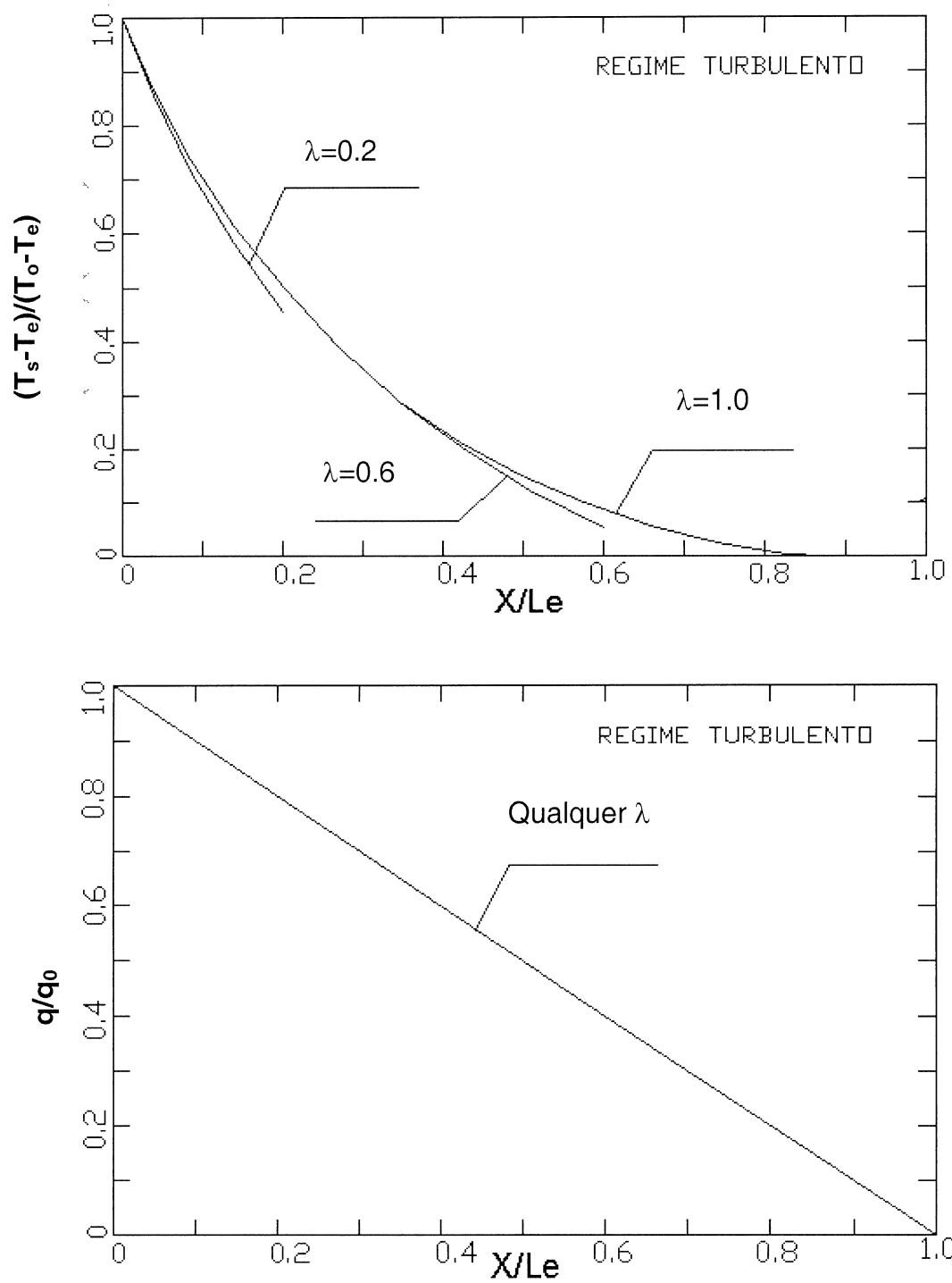


Figura 5.5: Variação da temperatura da superfície e descarga com o comprimento do braço para fluxo turbulento.

CAPÍTULO 6 ANÁLISE DOS RESULTADOS

No capítulo anterior, as equações governantes para fluxo nos braços foram solucionadas usando a suposição de similaridade dos perfis de velocidade e temperatura. A solução para o problema no braço é de interesse prático somente quando acompanhado de um modelo de lago para resfriamento usado para prever a performance desse resfriamento; as equações derivadas no Capítulo IV foram, portanto, refeitas neste capítulo para obter a informação pertinente necessária para aplicação com modelos de lagos para resfriamento. Os perfis similares de velocidade e temperatura são identificados e os parâmetros relacionados com o fundo, juntamente com o atrito interfacial, foram avaliados.

6.1 RESULTADOS PRINCIPAIS DO MODELO PARA APLICAÇÃO

No contexto do estudo de um lago para resfriamento, o problema global associado com um braço é determinar a taxa de fluxo, q_0 , e uma temperatura média de retorno, T_r , dada a temperatura T_0 , as condições meteorológicas caracterizadas por k e

T_e , e a geometria do braço representada por L e D_0 . O procedimento para determinar q_0 e T_r é apresentado a seguir.

Primeiro, λ é calculado usando (4.72):

$$\lambda = \left[-\frac{S_j F_{0j}}{(j+2)^j (j+1) c_2 c_4^j} \right]^{\frac{1}{j+1}} \left(\frac{1}{P_m} \right)^{\frac{j-2}{j+1}} \left(\frac{L}{D_0} \right)^{\frac{j-1}{j+1}} \left[\frac{k^2 L^2}{\beta (T_0 - T_e) g D_0^3} \right]^{\frac{1}{j+1}} \quad (6.1)$$

θ_n , q_0 e T_r são obtidos por:

$$\theta_n = e_j(\lambda) \quad (6.2)$$

$$\frac{q_0}{kL} = \frac{c_{52}}{(j+2)c_4} \left(\frac{1}{\lambda} \right) \left(1 + \frac{\theta_n}{j+1} \right)^{\frac{1}{j+1}} \quad (6.3)$$

$$T_r = \frac{\rho_n C_p \int_{h_v}^D u T dy |_{x=0} - H_L}{\rho_n C_p q_0} \quad (6.4)$$

A equação (6.4) pode ser escrita:

$$\theta_r = \frac{T_r - T_e}{T_0 - T_e} = \left[(1 - \theta_n) \frac{c_{41}}{c_{52}} + \theta_n - \frac{c_4}{c_{52}} \frac{f_j(\lambda)}{\left(1 + \frac{\theta_n}{j+1} \right)} \frac{1}{j+1} \right] \quad (6.5)$$

onde $c_{41} = \int_{h_v}^1 f(\eta) h(\eta) d\eta$.

6.2 ESTIMATIVA DAS CONSTANTES

O modelo analítico para o braço de resfriamento desenvolvido no Capítulo 5 envolve certas constantes que são, até o momento, indeterminadas. Estas constantes são:

- 1) F_{0j} , que é relacionada ao fator de atrito no fundo do canal;
- 2) S_j , que envolve a relação entre o atrito no fundo e o atrito interfacial;
- 3) Parâmetros dos perfis, Λ_T , Λ_V e as constantes c_1 a c_5 que estão relacionadas às distribuições similares de temperatura e velocidade.

Destas constantes, F_{0j} é a mais facilmente determinada, porque a natureza da tensão tangencial de um contorno sólido é bem determinada. S_j não é facilmente calculada, resultado de uma incerteza sobre a tensão tangencial interfacial e de uma avaliação subjetiva sobre os perfis de velocidade e temperatura.

6.2.1 A CONSTANTE F_{0j}

De (5.5):

$$\frac{\tau_0}{\rho_n} = -F_{0j} \left(\frac{v}{D} \right)^{2-j} u_s^j \quad (6.6)$$

Para o caso laminar, (6.6) fica:

$$\frac{\tau_0}{\rho_n} = -F_{01} \left(\frac{v}{D} \right) u_s \quad (6.7)$$

Nos fluxos laminares

$$\frac{\tau_0}{\rho_n} = \nu \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} = \frac{\nu}{D} u_s \frac{\partial f}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} \quad (6.8)$$

De (6.7) e (6.8), tem-se:

$$F_{01} = - \frac{\partial f}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} \quad (6.9)$$

Esta equação não pode ser usada para calcular F_{01} porque a relação $\frac{\partial f}{\partial \eta}$ é muito sensível a forma assumida para f . Como alternativa, se for assumido que o fluxo na camada inferior é comparável ao fluxo entre placas paralelas, tem-se:

$$\frac{\tau_0}{\rho_n} = \frac{f_{0j}}{8} U_L |U_L| \quad (6.10)$$

onde f_{0j} é o atrito no fundo; e U_L é a velocidade média na camada inferior. Para condições laminares, usa-se $f_{01} = \frac{48}{R_e}$, onde R_e é o número de Reynolds da camada inferior. Em (6.10) tem-se:

$$\frac{\tau_0}{\rho_n} = \frac{f_{01}}{8} U_L |U_L| = 6 \frac{c_{53}}{\Lambda_T^2} \left(\frac{\nu}{D} \right) u_s \quad (6.11)$$

onde:

$$F_{01} = 6 \left| \frac{c_{53}}{\Lambda_T^2} \right| \quad (6.12)$$

Uma suposição usada para se chegar à equação (6.12) é que a distribuição de velocidade na camada inferior é parabólica. No caso turbulento, a equação (6.6) produz:

$$\frac{\tau_0}{\rho_n} = -F_{02} u_s^2 \quad (6.13)$$

Para condições turbulentas, (6.10) fica:

$$\frac{\tau_0}{\rho_n} = \frac{f_{02}}{8} U_L |U_L| = -\frac{f_{02}}{8} \frac{c_{53}^2}{\Lambda_T^2} u_s^2 \quad (6.14)$$

onde:

$$F_{02} = \frac{f_{02}}{8} \frac{c_{53}^2}{\Lambda_T^2} \quad (6.15)$$

Note que f_{02} é o atrito no fundo para fluxos turbulentos, e depende, principalmente, da rugosidade do fundo do canal.

6.2.2 A CONSTANTE S_j

De (4.18) e (10.39), S_j pode ser expressa como:

$$S_j = -c_{53} \left[\frac{(1 - \Lambda_T) + \frac{\tau_i}{|\tau_0|}}{\Lambda_T (1 - \Lambda_T)} \right] + (c_{51} + c_{53}) \left[\frac{\frac{\tau_i}{|\tau_0|}}{1 - \Lambda_T} \right] \quad (6.16)$$

onde τ_0 e τ_i são a tensão tangencial no fundo do canal e na interface, respectivamente. τ_i é definido como:

$$\frac{\tau_i}{\rho_n} = \frac{f_{ij}}{8} (U_u - U_L)^2 \quad (6.17)$$

onde f_{ij} é o atrito interfacial e U_u é a velocidade média na camada superior. Pela introdução de

$$\alpha_j = \frac{f_{ij}}{f_{oi}} \quad (6.18)$$

e percebendo que U_L é negativa, (6.10) e (6.17) podem ser combinadas, gerando:

$$\frac{\tau_i}{|\tau_0|} = \alpha_j \left(1 + \frac{\Lambda_T}{1 - \Lambda_T} \right)^2 \quad (6.19)$$

A equação (6.16) pode ser escrita como:

$$S_j = -c_{53} \left[\frac{(1 - \Lambda_T) + \frac{\alpha_j}{(c_1 - \Lambda_T)^2}}{\Lambda_T (1 - \Lambda_T)} \right] + (c_{51} + c_{53}) \left[\frac{\alpha_j}{(1 - \Lambda_T)^3} \right] \quad (6.20)$$

O primeiro problema no cálculo de S_j é a determinação do parâmetro α_j . O atrito interfacial no fluxo em duas camadas tem sido objeto de inúmeras investigações; entretanto literaturas passadas (Vreugndhil, 1971; Karelse, 1974; Maxwell et al., 1975) têm falhado na determinação de relações universais definidas, produzindo f_{ij} como uma função de variáveis independentes adequadas. A relação funcional, geralmente obtida de dados experimentais, é:

$$f_{ij} = F(R, F_{\Delta}) \quad (6.21)$$

$$\text{com: } R = \frac{Ut}{\nu} \quad (6.22)$$

$$\text{e: } F_{\Delta} = \frac{U}{\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}gt\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (6.23)$$

onde R e F_{Δ} são funções do número de Reynolds e Número densimétrico de Froude, respectivamente, U é função da diferença de velocidade entre as camadas e t é função da altura vertical. Existem inúmeras razões pelas quais correlações consistentes de forma em (6.21) não são encontrados nos dados:

- 1) A variabilidade entre várias investigações de velocidade e escalas de comprimento em (6.22) e (6.23) associada a falta de informação requerida para conduzir todos os dados para uma base comum;
- 2) A sensibilidade da análise de dados não é suficiente para medidas com precisão;
- 3) A falta de variação sistemática dos números de Reynolds e Froude atingindo amplitude de valores.

Outra grande razão para a inconsistência nos dados experimentais é que eles pertencem a uma variedade de fluxos em duas camadas. Nos diferentes tipos de fluxos em duas camadas, diferentes processos contribuem para o atrito ser dominante; por isso existem diferentes relações para f_{ij} . Em geral, os processos que afetam o atrito interfacial são:

- 1) Atrito viscoso laminar;
- 2) Agitação interna formando arrasto;
- 3) Arrasto causado por agitação interfacial;

4) Força de Reynolds para movimento turbulento.

No caso de fluxo no braço, onde o resfriamento da superfície tem um papel maior, um quinto processo pode ser importante: a convecção turbulenta. No limite entre fluxo quasi-laminar e turbulento no braço, convecção turbulenta é o processo físico dominante na camada superior e principal influência no valor de f_{ij} .

Em discussões vistas anteriormente, isto parece razoável para identificar uma relação funcional da seguinte forma:

$$f_{ij} = F(R, F_{\Delta}, \text{fluxo}) \quad (6.24)$$

A equação (6.24) alimenta uma estrutura para examinar a validade dos dados para determinar α_j . Dados experimentais para um caso particular de fluxo em braço dominado por empuxo não são válidos; entretanto, numerosos experimentos têm sido conduzidos em fluxos fechados, que são similares a empuxos porque ambos os tipos são exemplos de fluxos opostos nas camadas superior e inferior. A figura 6.1 mostra os resultados derivados de medições em fluxos fechados (Abraham et al. 1979). O número de Reynolds, R , na figura 6.1 é definido como q/v . O valor de F_{Δ} , calculado fazendo U como uma velocidade relativa entre as camadas e t como a profundidade total de fluxo em (6.23), é aproximadamente 0,8 para os dados na figura 6.1.

Os dados para o limite laminar obtidos por Barr (1967) foram analisados por Abraham e Eysink (1971), mostrando que os valores de α_1 variaram entre 0,5 e 1,0, com um valor médio de 0,7. Um modelo teórico desenvolvido por Brocard et al. (1980) para fluxos opostos iguais indicam que $\alpha_1 = 0,9$. Uma razão para esta discrepância entre dados de laboratório e resultados analíticos pode ser as agitações interfaciais nos experimentos. Macagno e Rouse (1962) observaram a existência de agitações interfaciais no limite laminar para $F_{\Delta} = 0,6$. Um valor médio de $\alpha_1 = 0,5$ é mais representativo para o limite laminar.

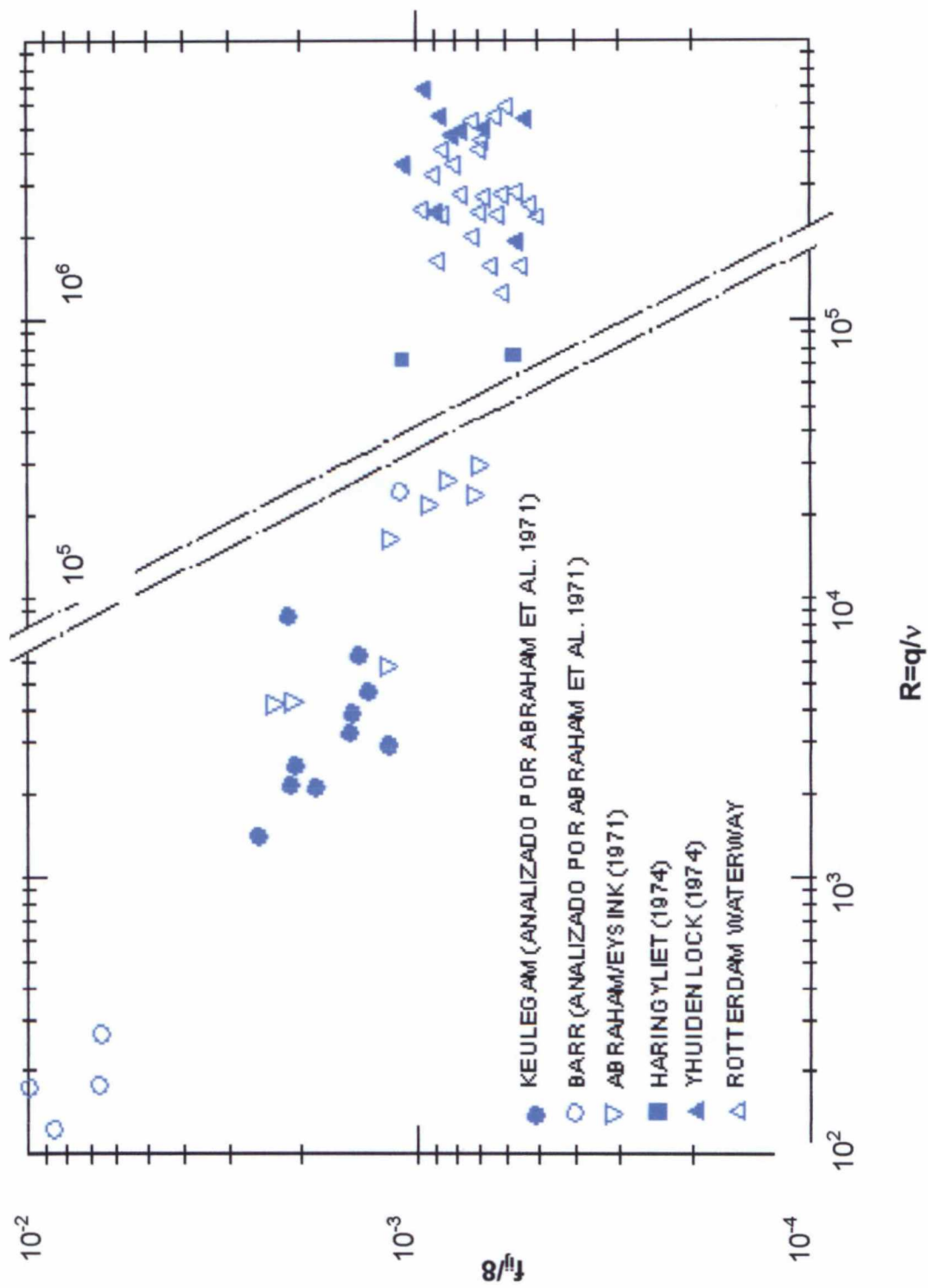


Figura 6.1: Resultados experimentais para f_{ij} (Abraham et al. 1979).

No limite turbulento, para $F_{\Delta} < 1$, uma interpretação de Abraham et al. (1979) dos resultados de análises de estabilidade para fluxo em três camadas feitas por Dingemans (1972), indicou que o atrito interfacial é uma função somente do número de Reynolds e do tipo de fluxo. Como um resultado, a figura 6.2 pode ser usada para determinar α_2 , não considerando o valor de F_{Δ} . A análise dos dados de Abraham e Eysink (1971), na figura 6.1, mostrou que α_2 varia de 0,27 a 0,39, com um valor médio de 0,36. O valor de α_2 para o fluxo no braço será maior em função da convecção turbulenta (que domina o fluxo nos regimes quasi-laminar e turbulento) que contribui para incrementar a transferência de quantidade de movimento através da interface. Por isso, α_2 foi aumentado arbitrariamente para 0,6. Similarmente, para o regime quasi-laminar, o valor de α_1 deverá ser maior que 0,5 (valor para o fluxo laminar); aumentando α_1 na mesma proporção que α_2 , deverá resultar em $\alpha_1=0,75$, para fluxo quasi-laminar.

Existe algum empirismo na seleção dos valores médios de α_j determinados acima; entretanto, este valor está baseado nas melhores informações e dentro do limite de α_j (entre 0,5 e 1,0), encontrado em ambos os estudos (laboratório e campo).

6.2.3 OS PERFIS CONSTANTES

A determinação dos parâmetros do perfil Λ_T e Λ_V e as constantes c_1 a c_5 requer conhecimento dos perfis similares de velocidade e temperatura. Nenhum modelo teórico é, até o momento, satisfatório para predizer as distribuições verticais de velocidade e temperatura. Yildirim e Jain (1984) apresentaram uma solução numérica simplificada para o problema. Entretanto, a natureza da solução numérica dificulta a incorporação do método ao presente modelo. Conseqüentemente, a maneira é avaliar os dados experimentais para determinar os perfis similares apropriados.

6.2.3.1 Os parâmetros Λ_T e Λ_V .

A análise dos resultados das investigações de laboratório do fluxo no braço, indica que Λ_T não é significativamente diferente de Λ_V na região de fluxo estabelecido. Por isso é assumido que $\Lambda_T = \Lambda_V = \Lambda$. Isto resulta em algumas simplificações nas expressões para F_{0j} e S_j , porque fazendo $\Lambda_T = \Lambda_V$, faz-se também $c_{51} = c_{52} = -c_{53}$.

A teoria da dissipação mínima de energia é agora utilizada para determinar a magnitude da elevação da interface, Λ .

6.2.3.2 Teoria da dissipação mínima de energia

A teoria da dissipação mínima de energia é proposta para relacionar a elevação interfacial normalizada, Λ , com o fator de atrito, α_j . Utiliza-se o teorema de Helmholtz (Lamb, 1945), onde diz que os termos de inércia podem ser negligenciados, e as equações de continuidade e movimento são satisfeitas. O movimento constante de um fluido incompressível sob forças externas, tendo um valor potencial único, é caracterizado pela propriedade que diz que a dissipação de energia em alguma região é menor que com outro movimento qualquer consistente com as mesmas condições de contorno. Embora originalmente proposta para fluxos laminares com rígidos limites, o teorema tem sido ampliado para fluxos turbulentos com a superfície livre (Yang e Song, 1979). Aplicado em fluxos nos braços, regidos por empuxo, o teorema simplesmente diz que a taxa de dissipação de energia será um mínimo acima da região de entrada de fluxo no braço.

O teorema é aplicado para região de fluxo estabelecido do braço. Para facilitar o termo da dissipação na derivação, é assumido que não há troca de fluxo entre as duas camadas. Nestas condições, a dissipação de energia é:

$$E = \int_0^{L^{D(x)}} \int_0 \tau_{xy} \frac{\partial u}{\partial y} dy dx \quad (6.25)$$

Usando as equações (4.18), (4.78) e (6.10) resulta em:

$$E = \int_0^L \frac{q^3}{D^3} \rho_n \frac{f_{0j}}{8} \left[\frac{1}{\Lambda^3} + \frac{\alpha_j}{\Lambda^3(1-\Lambda)^3} \right] dx \quad (6.26)$$

A equação (6.26) pode ser escrita como:

$$E = \left[\frac{1}{\Lambda^3} + \frac{\alpha_j}{\Lambda^3(1-\Lambda)^3} \right] \int_0^L \frac{q^3}{D^3} \rho_n \frac{f_{0j}}{8} dx \quad (6.27)$$

A integral em (6.27) é, fundamentalmente, uma função dos parâmetros independentes do braço. A equação (6.27) pode ser escrita como:

$$E = \left[\frac{1}{\Lambda^3} + \frac{\alpha_j}{\Lambda^3(1-\Lambda)^3} \right] C_a \quad (6.28)$$

onde c_a é uma constante. A intenção é minimizar E ; por isso $\frac{dE}{d\Lambda} = 0$. A dissipação mínima de energia ocorrerá quando:

$$\frac{d}{d\Lambda} \left[\frac{1}{\Lambda^3} + \frac{\alpha_j}{\Lambda^3(1-\Lambda)^3} \right] = 0 \quad (6.29)$$

resultando na equação:

$$\alpha_j = \frac{(1-\Lambda)^4}{2\Lambda-1} \quad (6.30)$$

A equação (6.30) é plotada na figura 6.2. É interessante observar que, para α_j entre 0,2 e 1,0 (que ocorre na entrada), Λ varia somente entre 0,6 e 0,53. Note que, de acordo com a teoria (olhar figura 6.1), $\Lambda < 0,5$ não é fisicamente praticável.

A relativa insensibilidade de Λ para α_j e a precisa determinação de $\Lambda = 0,6$ para o regime laminar (Sturm, 1976) indicam que este valor, para todos os três regimes, é apropriado.

6.2.3.3 Perfis similares e as constantes c_1 a c_6 .

Como mencionado no Capítulo III, evidências experimentais indicam a existência de três regimes de fluxo no braço:

- 1) Um fluxo puramente laminar com condições laminares em ambas as camadas, superior e inferior;
- 2) Um fluxo quasi-laminar que é turbulento na camada superior (devido a instabilidade da superfície fria) e laminar na camada inferior e
- 3) Um regime turbulento em ambas as camadas.

Cada regime é caracterizado pelos seus perfis similares de velocidade e temperatura; estes são identificados usando dados experimentais disponíveis e raciocínio físico. Deve ser notado que os perfis são escolhidos para satisfazer as condições de contorno (4.1) a (4.4).

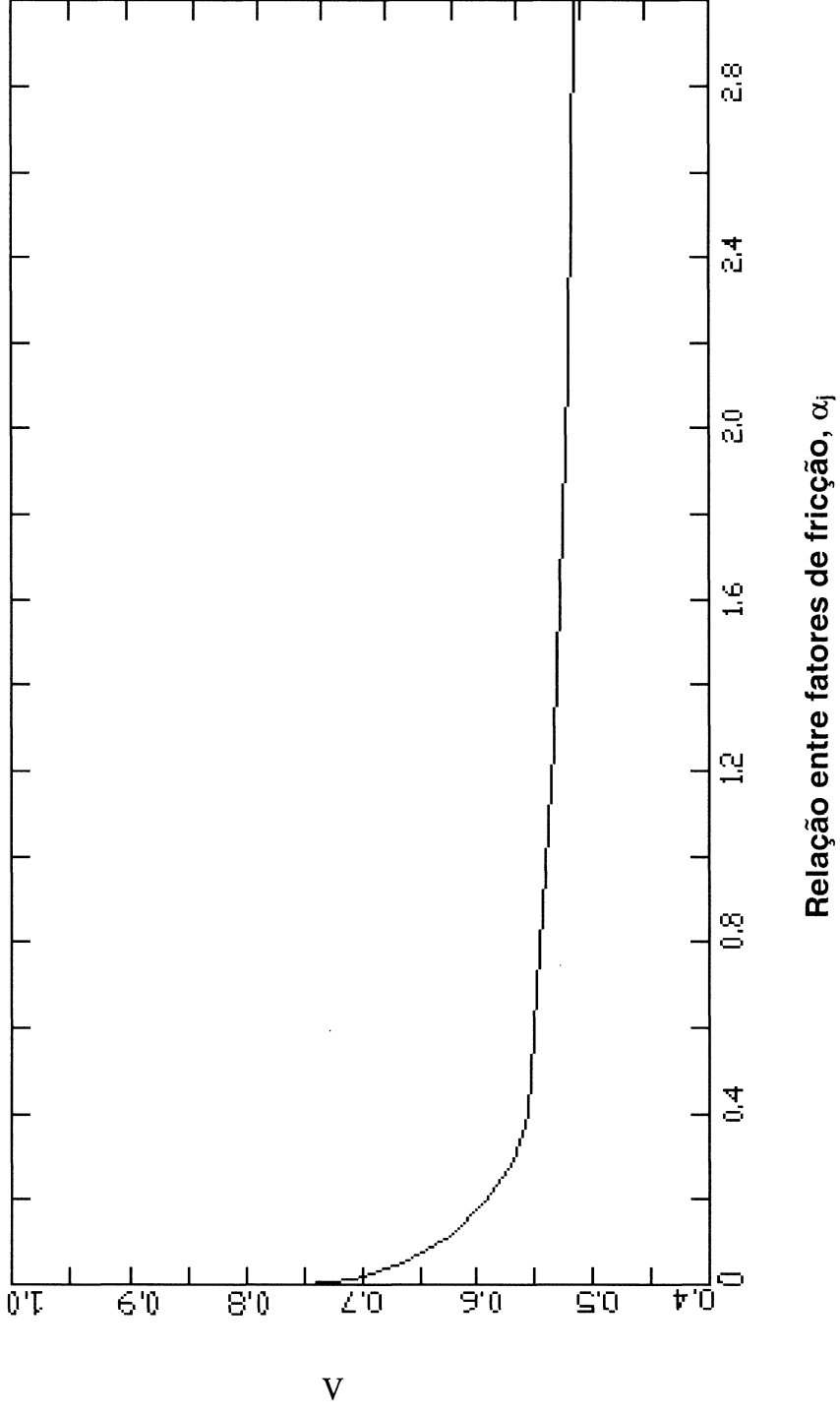


Figura 6.2: Relação entre α_j e Λ .

(i) Regime Laminar

Os experimentos conduzidos por Sturm (1976), para fluxo em braços, estão claramente no limite laminar, como evidenciado pelas características laminares do perfil de velocidade. Expressões algébricas para os perfis similares, baseadas nas distribuições de velocidade e temperatura obtidas experimentalmente, são dadas por Sturm e utilizadas aqui:

$$f(\eta) = F(\eta) + \gamma G(\eta) \quad 0 < \eta < 1 \quad (6.31)$$

$$F(\eta) = -6\eta + 15\eta^2 - 8\eta^3 \quad (6.32)$$

$$G(\eta) = \frac{1}{5}(-2\eta + 9\eta^2 - 12\eta^3 + 5\eta^4) \quad (6.33)$$

$$\gamma = \frac{40\Lambda^2 - 75\Lambda + 30}{5\Lambda^3 - 12\Lambda^2 + 9\Lambda - 2} \quad (6.34)$$

$$h(\eta) = a_1\eta^3 + a_2\eta^2 + a_3\eta + a_4 \quad \Lambda < \eta < 1 \quad (6.35)$$

$$h(\eta) = 0 \quad 0 < \eta < \Lambda \quad (6.36)$$

onde

$$a_1 = \frac{2}{(\Lambda - 1)^3} \quad (6.37)$$

$$a_2 = -\frac{3(\Lambda + 1)}{(\Lambda - 1)^3} \quad (6.38)$$

$$a_3 = \frac{6\Lambda}{(\Lambda - 1)^3} \quad (6.39)$$

$$a_4 = \frac{(\Lambda^3 - 3\Lambda^2)}{(\Lambda - 1)^3} \quad (6.40)$$

(ii) Regime Quasi-Laminar

Descrições de fluxo quasi-laminares podem ser encontradas nos experimentos de Brocard et al. (1977). Neste regime, o perfil similar de velocidade é escolhido da maneira que a velocidade seja uniforme na camada superior e tenha um formato parabólico (regime laminar) na camada inferior. O perfil similar de temperatura é desenvolvido usando uma distribuição uniforme na camada superior e um decaimento de segunda ordem na camada inferior. As expressões algébricas para estes perfis similares são:

$$f(\eta) = 1 \quad \Lambda < \eta < 1 \quad (6.42)$$

$$f(\eta) = a\eta^2 + b\eta \quad 0 < \eta < \Lambda \quad (6.43)$$

onde:

$$a = \frac{6(1-\Lambda)}{\Lambda^3} \text{ e } b = -\frac{6(1-\Lambda)}{\Lambda^2}$$

$$h(\eta) = 1 \quad \Lambda < \eta < 1 \quad (6.44)$$

$$h(\eta) = a_1\eta^2 + b_1\eta + c_1 \quad m\Lambda < \eta < \Lambda \quad (6.45)$$

$$h(\eta) = 0 \quad 0 < \eta < m\Lambda \quad (6.46)$$

onde $m\Lambda$ representa o ponto na camada inferior do perfil similar onde $h = 0$. As constantes a_1 , b_1 e c_1 são determinadas para satisfazer:

$$h(m\Lambda) = 0 \quad (6.47)$$

$$h(\Lambda) = 1 \quad (6.48)$$

$$\frac{\partial h}{\partial \eta} \Big|_{\eta=m\Lambda} = 0 \quad (6.49)$$

produzindo:

$$a_1 = \frac{1}{\Lambda^2(1-m)^2} \quad (6.50)$$

$$b_1 = -\frac{2m}{\Lambda(1-m)^2} \quad (6.51)$$

$$c_1 = \frac{m^2}{(1-m)^2} \quad (6.52)$$

(iii) Regime Turbulento

Nenhum dado experimental de velocidade e temperatura para fluxo em braços está disponível para o regime turbulento. A distribuição de velocidade pode ser suposta turbulenta, característica bem misturada e é melhor representada por distribuições uniformes em ambas as camadas. O perfil de temperatura é dito ser o mesmo que no regime quasi-laminar, porém com um valor menor de m ($= 0,75$), refletindo o incremento de transferência de calor interfacial para um incremento da turbulência.

$$f(\eta) = 1 \quad \Lambda < \eta < 1 \quad (6.53)$$

$$f(\eta) = -\frac{(1-\Lambda)}{\Lambda} \quad 0 < \eta < \Lambda \quad (6.54)$$

$h(\eta)$ é dada pelas expressões (6.44) a (6.52).

Um resumo das conclusões da seção 6.3 é dado na tabela 6.1.

Tabela 6.1 : Características do Regime de Fluxo e Parâmetros

Regime de fluxo	Características	Perfil de velocidade	Perfil de temperatura	Λ	α_j
Laminar	Condições laminares em ambas as camadas	Eq. (6.31) A (6.34)	Eq. (6.35) a (6.40)	0,6	0,5
Quasi-laminar	Convecção turbulenta na camada superior e laminar na camada inferior	Eq. (6.42) A (6.43)	Eq. (6.44) a (6.52) m = 0,75	0,6	0,75
Turbulento	Condições turbulentas em ambas as camadas	Eq. (6.53) A (6.54)	Eq. (6.44) a (6.52) m = 0,5	0,6	0,5

6.3 REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DOS PRINCIPAIS RESULTADOS

A representação gráfica de λ , θ_n , q_0 , H_L e q_r , para os três regimes de fluxo, são mostrados nas figura 6.3 a 6.6. Nestas figuras, as magnitudes dos parâmetros H_L/KL ($T_0 - T_e$), q_0/kL , θ_n e θ_r , além de $\lambda = 1$ são iguais aos seus respectivos valores para $\lambda = 1$. Isto ocorre porque a porção do braço que fica além do comprimento de equilíbrio não contribui para a perda de calor e é redundante se considerado no problema do braço.

6.4 COMPARAÇÃO COM DADOS EXPERIMENTAIS E DE CAMPO

Os resultados do modelo são comparados com os dados experimentais de Sturm (1976) e Brocard et al. (1977).

Os resultados do modelo laminar desenvolvido aqui é comparado com os dados de Sturm. Os dados parecem satisfatórios, ainda que o modelo dê a impressão de prever uma descarga 25% maior para o braço.

Os resultados experimentais de Brocard et al. são usados para verificar o modelo quasi-laminar. Os resultados das comparações dos dados são mostrados nas figuras 6.6 e 6.7.

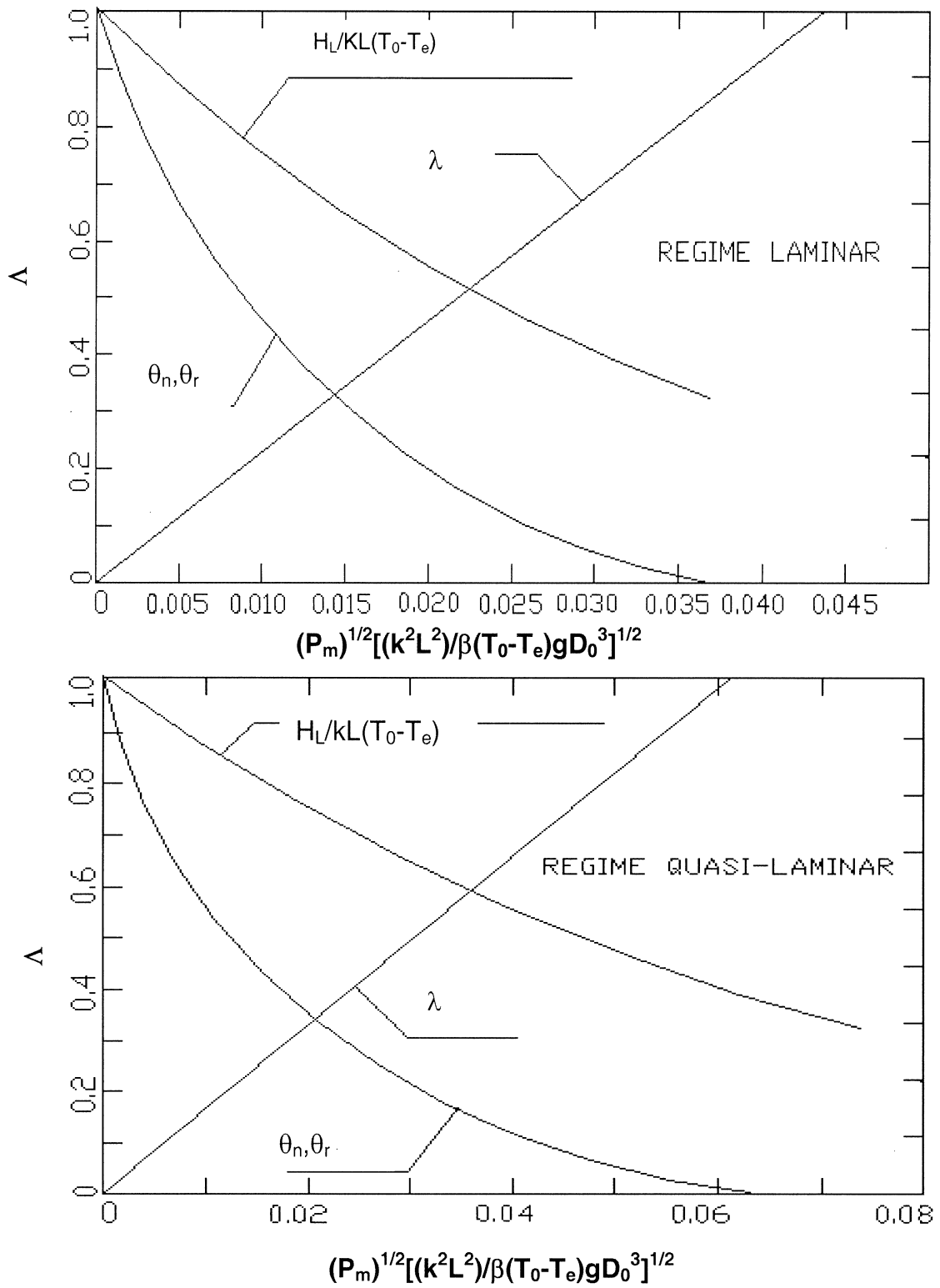


Figura 6.3: Resultados principais – Regimes laminar e quasi-laminar

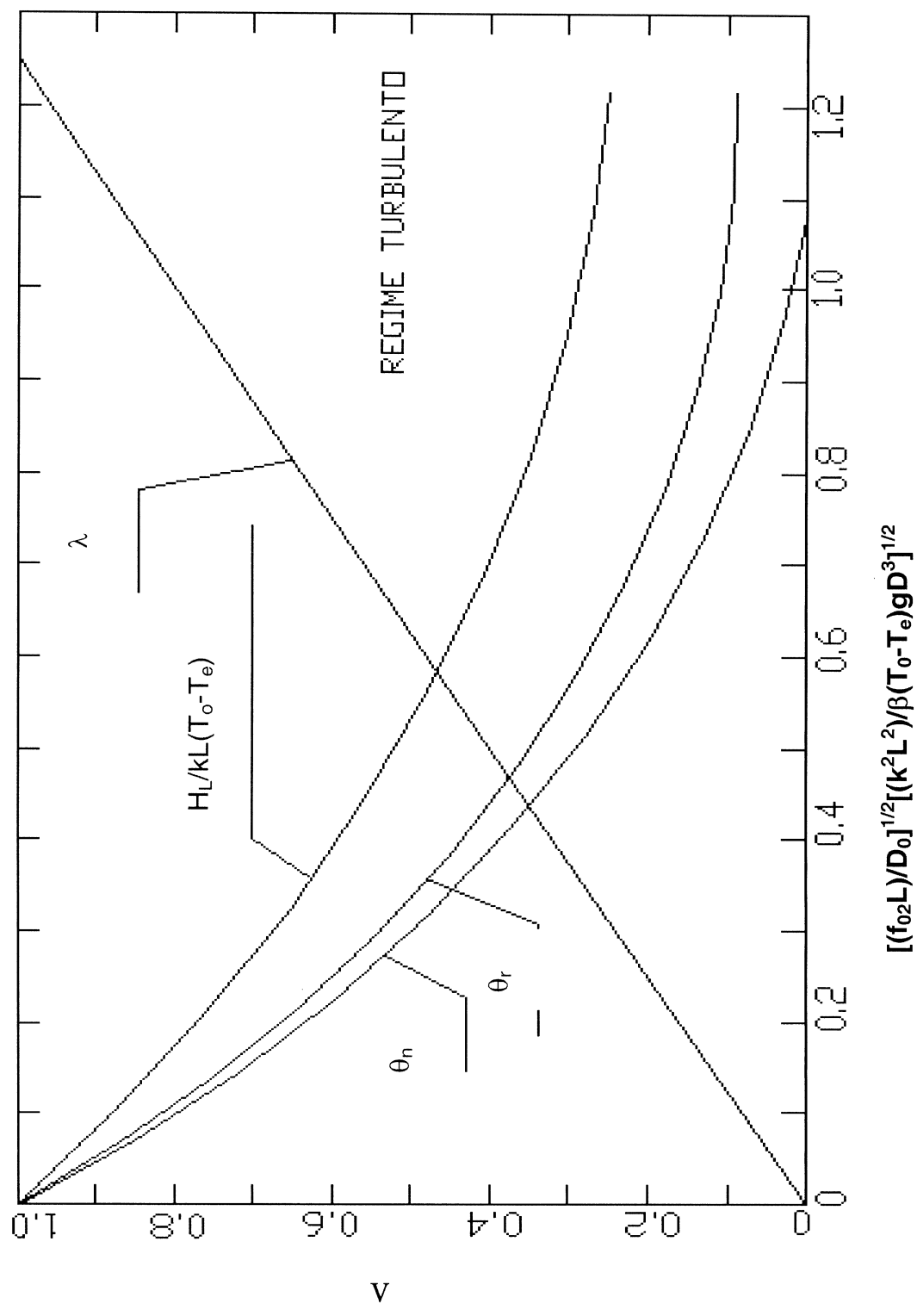


Figura 6.4: Resultados principais – Regime Turbulento

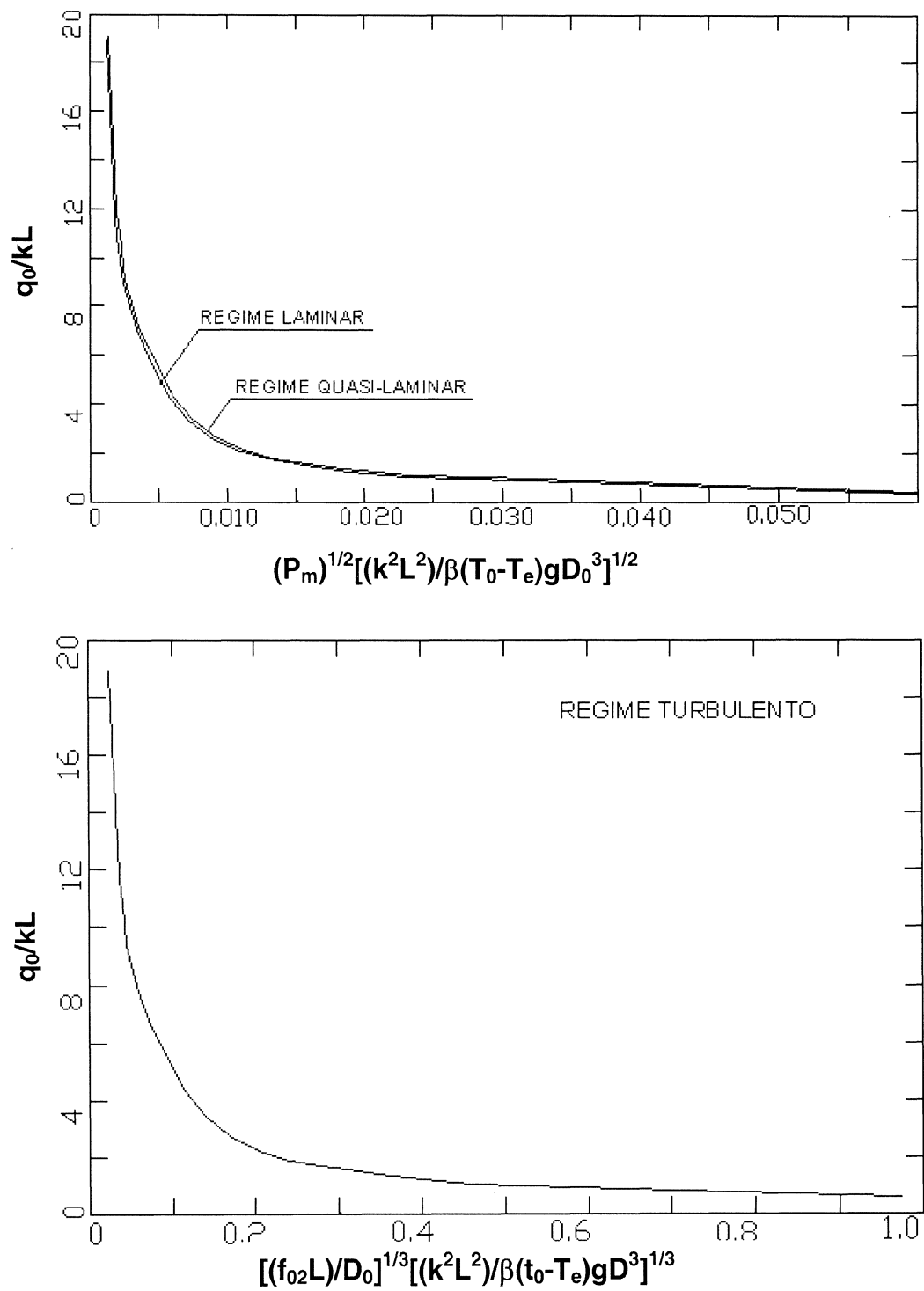


Figura 6.5: Variação de q_0/kL .

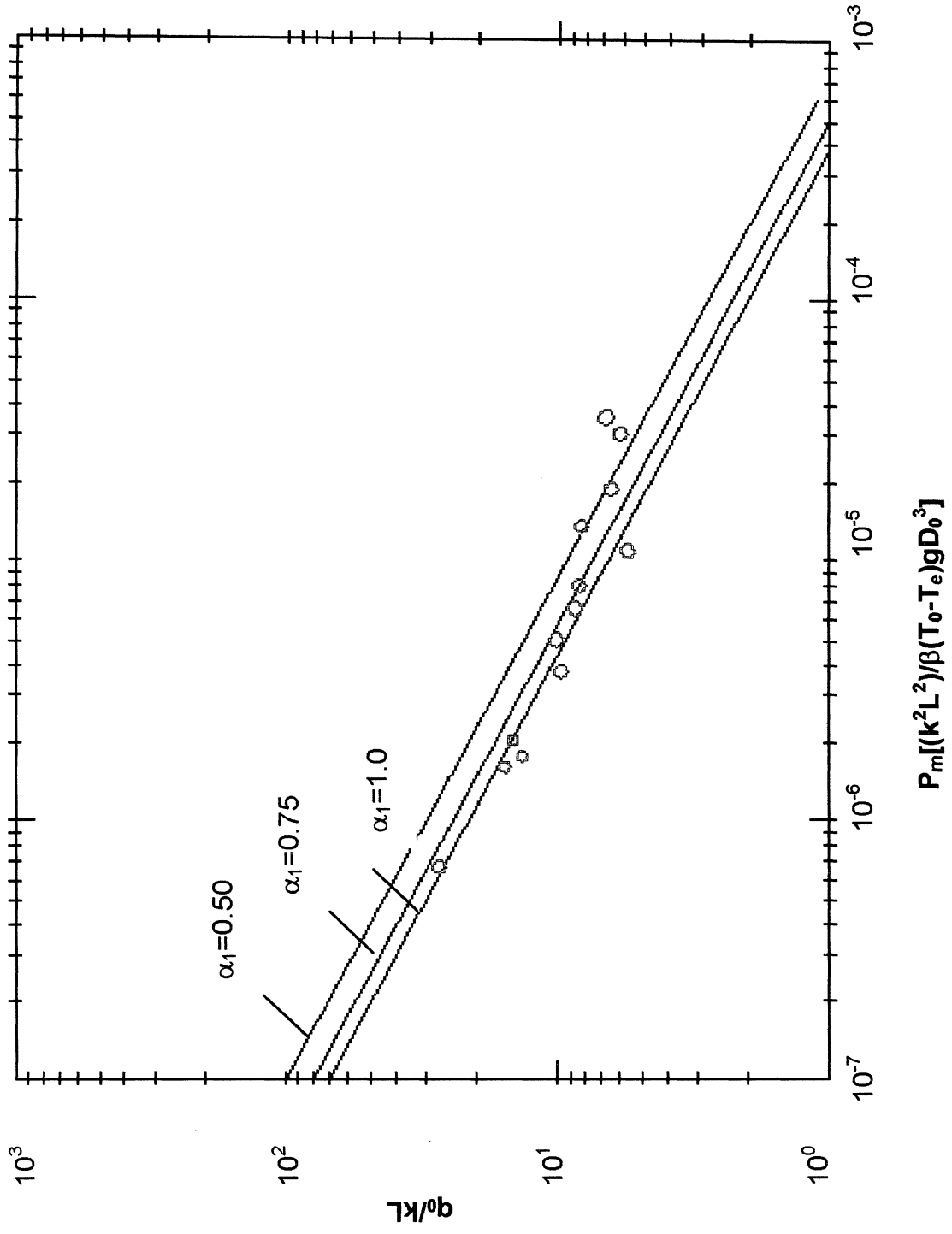


Figura 6.6: Comparação da previsão de q_0/kL com dados de Brocard et al. (1977).

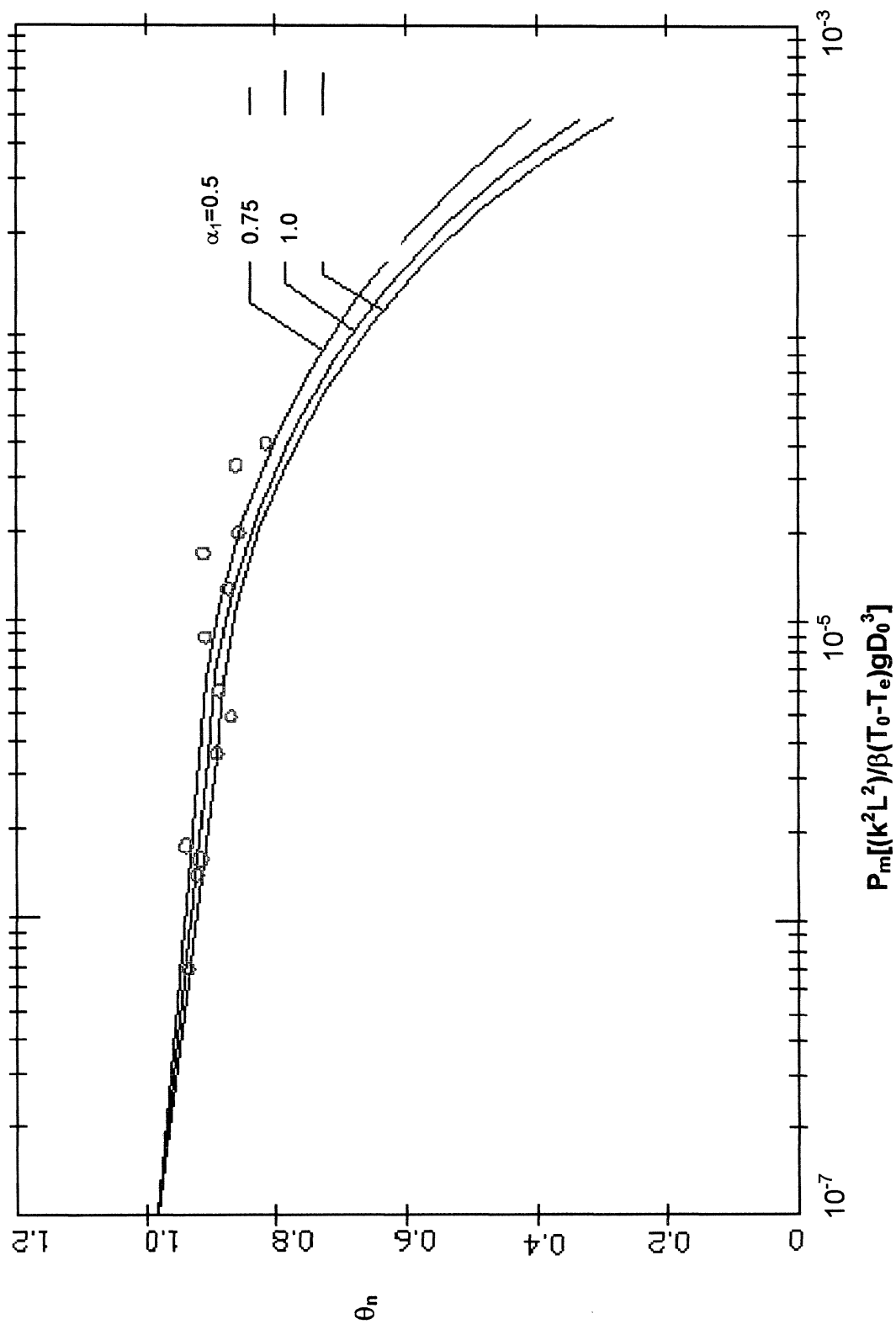


Figura 6.7: Comparação da previsão de θ_n com dados de Brocard et al. (1977).

6.5 COMPARAÇÃO COM SOLUÇÕES ANALÍTICAS E NUMÉRICAS

As equações desenvolvidas na seção 6.1 para q_0/kL e θ_n são comparadas com as soluções existentes dadas em investigações anteriores. Para o regime laminar, a comparação é feita com as soluções de Jain (1982) e Sturm (1981, 1976). Usando (6.1) e (6.3), para o fluxo laminar:

$$\left(\frac{q_0}{kL}\right)_{\text{apresentada}} = \left(\frac{2}{3} c_5^2 \frac{(-c_2)}{c_4} \frac{1}{S_1 F_{01}}\right)^{\frac{1}{2}} P_m^{-\frac{1}{2}} \left[\frac{k^2 L^2}{\beta(T_0 - T_e) g D_0^3} \right]^{-\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{\theta_n}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (6.55)$$

Após retirado o termo relativo a inércia, a expressão de Jain para q_0/kL pode ser escrita como:

$$\left(\frac{q_0}{kL}\right)_{\text{Jain}} = \pi_5 \sqrt{\frac{2}{3}} \left(\frac{\pi_2}{\pi_4 \pi_3}\right)^{\frac{1}{2}} P_m^{-\frac{1}{2}} \left[\frac{k^2 L^2}{\beta(T_0 - T_e) g D_0^3} \right]^{-\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{\theta_n}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (6.56)$$

Note que $\pi_5 = c_5$, $\pi_4 = c_4$, $\pi_3 = F_{01}$ e $\pi_2 = c_1$. A equação (6.56) fica expressa da seguinte maneira:

$$\left(\frac{q_0}{kL}\right)_{\text{Jain}} = \left(\frac{c_1}{-c_2} S_1\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{q_0}{kL}\right)_{\text{apresentada}} \quad (6.57)$$

Para fluxo laminar, $c_1 = 0,176$, $c_2 = -0,021$ e $S_1 = 3,5$ (tabela 6.1); por isso:

$$\left(\frac{q_0}{kL}\right)_{\text{Jain}} = 5,5 \left(\frac{q_0}{kL}\right)_{\text{apresentada}} \quad (6.58)$$

indicando que o modelo de Jain superestimou a descarga no braço. A razão para isto é a negligência, no modelo de Jain, do termo referente à declividade na equação de quantidade de movimento, como demonstrado na última seção.

A solução apresentada para fluxo laminar pode também ser comparada com a solução laminar de Brocard et al. (1977). Fazendo $f_0 = 48 v/q_0$, pode ser escrita como:

$$\left(\frac{q_0}{kL}\right) = \left(\frac{(1-\Lambda)^4 \Lambda^3}{12(\alpha_1 + (1-\Lambda)^3)}\right)^{\frac{1}{2}} P_m^{-\frac{1}{2}} \left[\frac{k^2 L^2}{\beta(T_0 - T_e) g D_0^3}\right]^{-\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{\theta_n}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (6.59)$$

A equação (6.59) é do mesmo formato que a solução apresentada na equação (6.55). A comparação com os resultados do modelo laminar de Sturm é possível, embora uma expressão clara para q_0/kL em termos de parâmetros independentes seja difícil de obter. A comparação gráfica para q_0/kL , usando os vários modelos, é mostrado na figura 6.9. O perfil de temperatura usado nos resultados generalizados de Sturm é $f_T(\eta) = \eta^4$, que parece ser o melhor perfil similar para temperatura, adaptado para o regime laminar no modelo apresentado. Note que o modelo de Sturm superestimou a descarga na entrada substancialmente. Parte da discrepância pode ser pelas diferenças no perfil similar de temperatura escolhido. O maior motivo, entretanto, é a consideração implícita no modelo de Sturm, dizendo que o atrito interfacial é resultado somente do atrito viscoso laminar (geralmente muito pequeno). A falta de flexibilidade em apontar um valor apropriado de atrito interfacial é uma desvantagem da solução laminar de Sturm. A comparação dos valores previstos para θ_n , para os vários modelos, é mostrado na figura 6.10. A grande discrepância entre o modelo apresentado e o modelo de Jain não é surpreendente, porque o modelo de Jain também superestimou L_e em 550%.

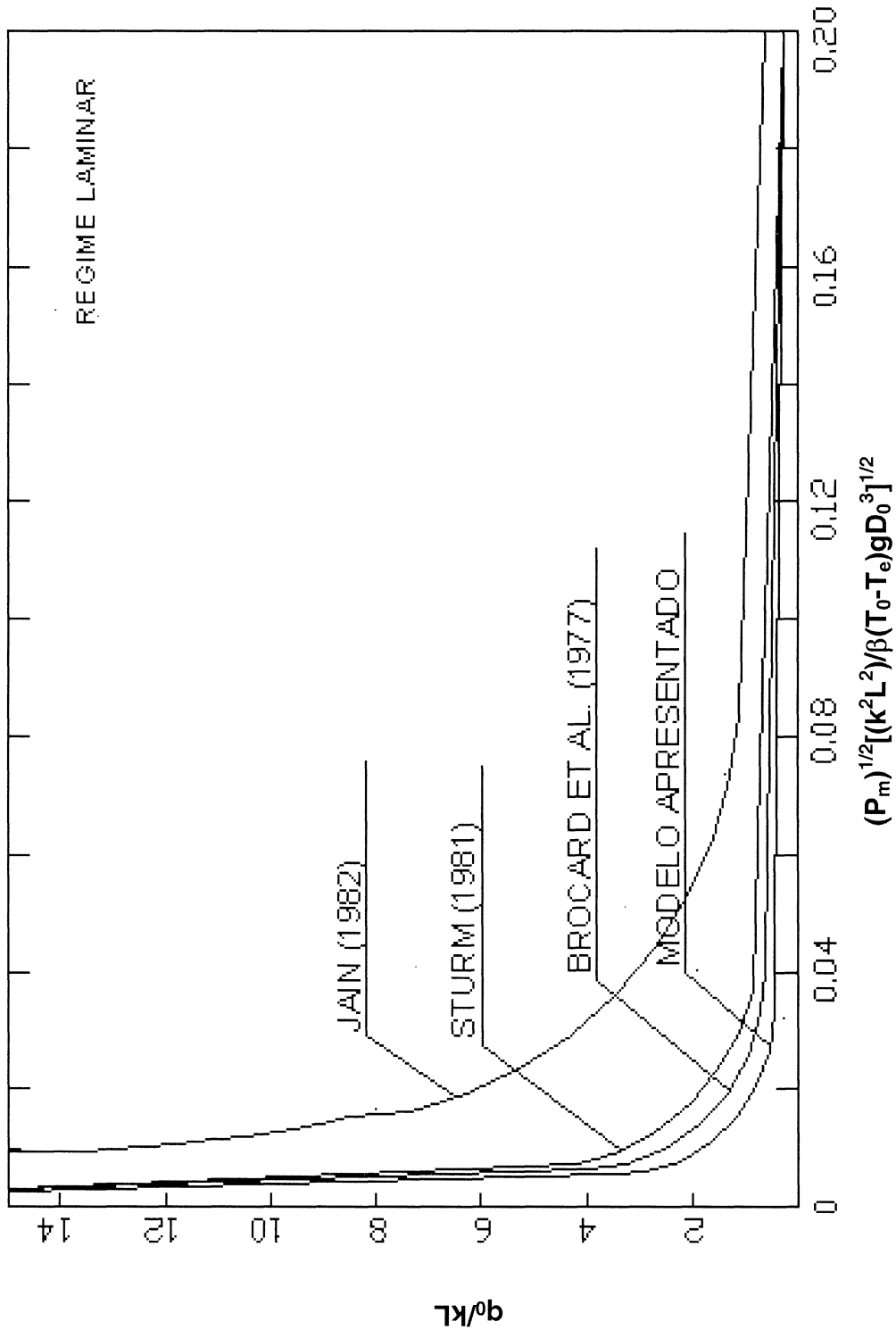


Figura 6.8: Comparação das soluções analíticas para q_w/kL

Para o regime turbulento, as soluções apresentadas para q_0/kL e θ_n são comparadas com as soluções de Brocard et al. (1977). A solução apresentada pode ser expressa:

$$\left(\frac{q_0}{kL}\right)_{\text{apresentada}} = \left[\frac{6(-c_2) \left(1 + \frac{\theta_n}{3}\right) \Lambda^3 (1-\Lambda)^3}{c_4 f_{02} (\alpha_2 + (1-\Lambda))^3} \right]^{\frac{1}{3}} \left(\frac{L}{D_0}\right)^{-\frac{1}{3}} \left(\frac{k^2 L^2}{\beta(T_0 - T_e) g D_0^3}\right)^{-\frac{1}{3}} \quad (6.60)$$

A solução de Brocard et al. para fluxo turbulento é:

$$\left(\frac{q_0}{kL}\right)_{\text{Brocard}} = \left[\frac{4(1-\Lambda) \Lambda^3 (1-\Lambda)^3}{f_{02} (\alpha_2 + (1-\Lambda))^3} \right]^{\frac{1}{3}} \left(\frac{L}{D_0}\right)^{-\frac{1}{3}} \left(\frac{k^2 L^2}{\beta(T_0 - T_e) g D_0^3}\right)^{-\frac{1}{3}} \quad (6.61)$$

De (6.60) e (6.61)

$$\left(\frac{q_0}{kL}\right)_{\text{Brocard}} = \left[\frac{2 c_4}{3 (-c_2) \left(1 + \frac{\theta_n}{3}\right)} \right]^{\frac{1}{3}} \left(\frac{q_0}{kL}\right)_{\text{apresentada}} \quad (6.62)$$

Para fluxo turbulento, $c_4/(-c_2) = 2,90$. Quando $\theta_n = 0$,

$$\left(\frac{q_0}{kL}\right)_{\text{Brocard}} = 1,25 \left(\frac{q_0}{kL}\right)_{\text{apresentada}} \quad (6.63)$$

e quando $\theta_n = 1$,

$$\left(\frac{q_0}{kL}\right)_{\text{Brocard}} = 1,13 \left(\frac{q_0}{kL}\right)_{\text{apresentada}} \quad (6.64)$$

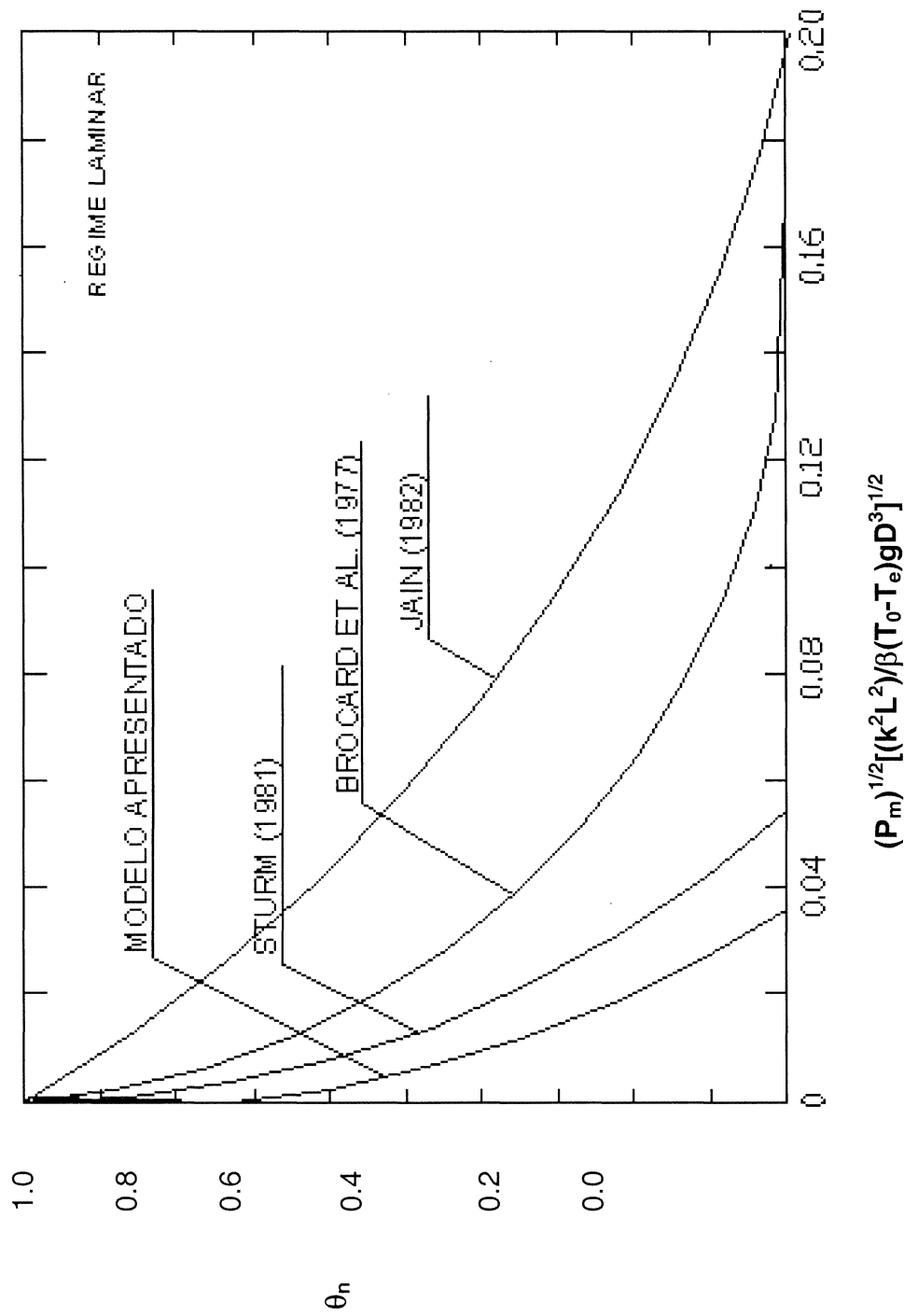


Figura 6.9: Comparação das soluções analíticas para θ_h (regime laminar).

A solução de Brocard et al. superestimou a solução apresentada em 13% a 25%. Os resultados para θ_n são comparados graficamente na figura 6.6.

A solução apresentada é também similar às correlações numéricas de Sturm (1976). Para o caso laminar, o modelo apresenta:

$$\frac{L_e}{D} = \left(\frac{6(-c_2)c_4}{S_1 F_{01}} \right)^{\frac{1}{2}} \sqrt{GP_m} \quad (6.65)$$

$$\frac{h_L D}{\mu C_p} = \frac{1}{3} P_m^{-1} \quad (6.66)$$

Para efeito de comparação, a constante em (6.65) é avaliada usando perfis laminares com $\alpha_1 = 0,50$ e $\Lambda = 0,65$ (os mesmos parâmetros usados por Sturm). Isto produz:

$$\frac{L_e}{D} = 0,034 \sqrt{GP_m} \quad (6.67)$$

As equações (6.67) e (6.66) são virtualmente idênticas às correlações numéricas de Sturm. Isto é a confirmação de efeito em negligenciar os termos relativos a inércia, desprezados no modelo apresentado. Para o caso turbulento, o modelo apresentado tem:

$$\frac{L_e}{D} = \left(\frac{48(-c_2)c_4^2}{S_2 F_{02}} \right)^{\frac{1}{3}} G^{\frac{1}{3}} P_m^{\frac{2}{3}} \quad (6.68)$$

$$\frac{h_L L_e}{\mu C_p} = \left(\frac{0,75(-c_2)c_4^2}{S_2 F_{02}} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{G}{P_m} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (6.69)$$

Os formatos das equações (6.68) e (6.69) são muito similares às correlações de Sturm,. A comparação de (6.68) e (6.69) com é dada na tabela 6.4.

Tabela 6.2: Comparação com Resultados de Sturm (1976) para Regime Turbulento

Parâmetro	Sturm (1976)	Usando Perfis de Sturm	Usando Perfis Turbulentos Tabela (6.1)
$\frac{L_e}{D}$	$0,986G^{0,35}P_m^{0,54}$	$1,82G^{\frac{1}{3}}P_m^{\frac{2}{3}}$	$3,39G^{\frac{1}{3}}P_m^{\frac{2}{3}}$
$\frac{h_L L_e}{\mu C_p}$	$0,27\left(\frac{G}{P_m}\right)^{0,36}$	$0,46\left(\frac{G}{P_m}\right)^{\frac{1}{3}}$	$0,85\left(\frac{G}{P_m}\right)^{\frac{1}{3}}$
	Caso turbulento 1	$G = 1 \times 10^9$	$P_m = 0,015$
$\frac{L_e}{D}$	144	111	206
$\frac{h_L L_e}{\mu C_p}$	2128	1865	3447
	Caso turbulento 2	$G = 1 \times 10^{16}$	$P_m = 0,08$
$\frac{L_e}{D}$	100,357	72,712	135,586
$\frac{h_L L_e}{\mu C_p}$	385,702	229,970	424,994

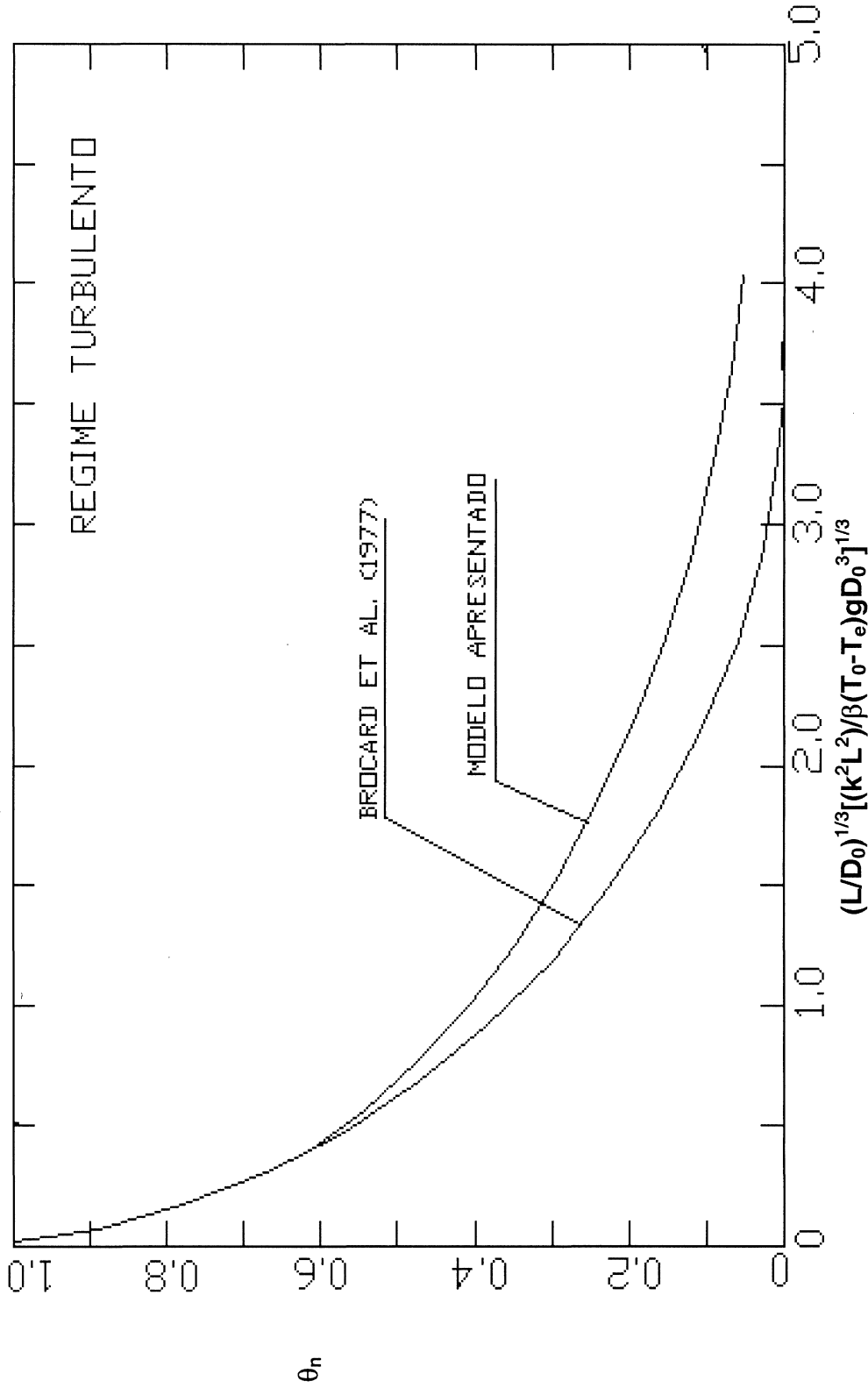


Figura 6.10: Comparação das soluções analíticas para θ_n (regime turbulento).

6.6 DETERMINAÇÃO DO REGIME DE FLUXO

No modelo desenvolvido aqui, os três regimes de fluxo são distinguidos da seguinte maneira: pelo atrito no fundo do braço, pelo valor do atrito interfacial e pelos perfis similares de velocidade e temperatura. O problema é qual regime de fluxo utilizar para condições geométricas e meteorológicas do braço.

Uma manipulação apropriada das equações (6.1) e (6.3) produz a seguinte expressão:

$$Re_0 = \frac{q_0}{\nu} = \frac{c_5}{j+2} c_4 \left[\frac{(j+2)^j (j+1)(-c_2)}{S_j F_{0j}} c_4^j \right]^{\frac{1}{j+1}} \left(\frac{G}{P_m} \right)^{\frac{1}{j+1}} \left(1 + \frac{\theta_n}{j+1} \right)^{\frac{1}{j+1}} \quad (6.70)$$

onde Re_0 é o número de Reynolds na entrada do braço. O efeito de θ_n em Re_0 é muito pequeno e pode ser desprezado; o erro máximo resultante é abaixo de 25%. A equação (6.70) é uma maneira usual de comparar os regimes laminar, quasi-laminar e turbulento. Fazendo $\theta_n = 1$, a equação (6.70) é mostrado na figura 6.12 para os três regimes. Note que a figura 6.12 pode, também, ser usada para determinar o número de Reynolds, q/ν , em qualquer lugar no braço; o número de Grashof apropriado para usar é $\beta(T - T_e)gD_0^3/\nu^2$, onde T é a temperatura da superfície da água no lugar desejado.

Na camada superior, os efeitos principais são os de convecção livre, por isso, a transição de fluxo laminar para quasi-laminar pode ocorrer em um valor crítico de algum parâmetro que dependa do número modificado de Prandtl e do número de Grashof. Este parâmetro é a relação G / P_m (que é a primeira variável independente em (6.70)), como mostrado anteriormente nesta seção. O valor crítico de G / P_m , que ocorre na transição de fluxo laminar para quasi-laminar na camada superior, pode ser determinado experimentalmente. Sabendo que os dados de Sturm eram para regimes laminares e os de Brocard et al. eram para quasi-laminares, esse ponto de transição pode ser determinado pela figura 6.13, no ponto onde ocorrer $G / P_m \sim 1 \times 10^8$.

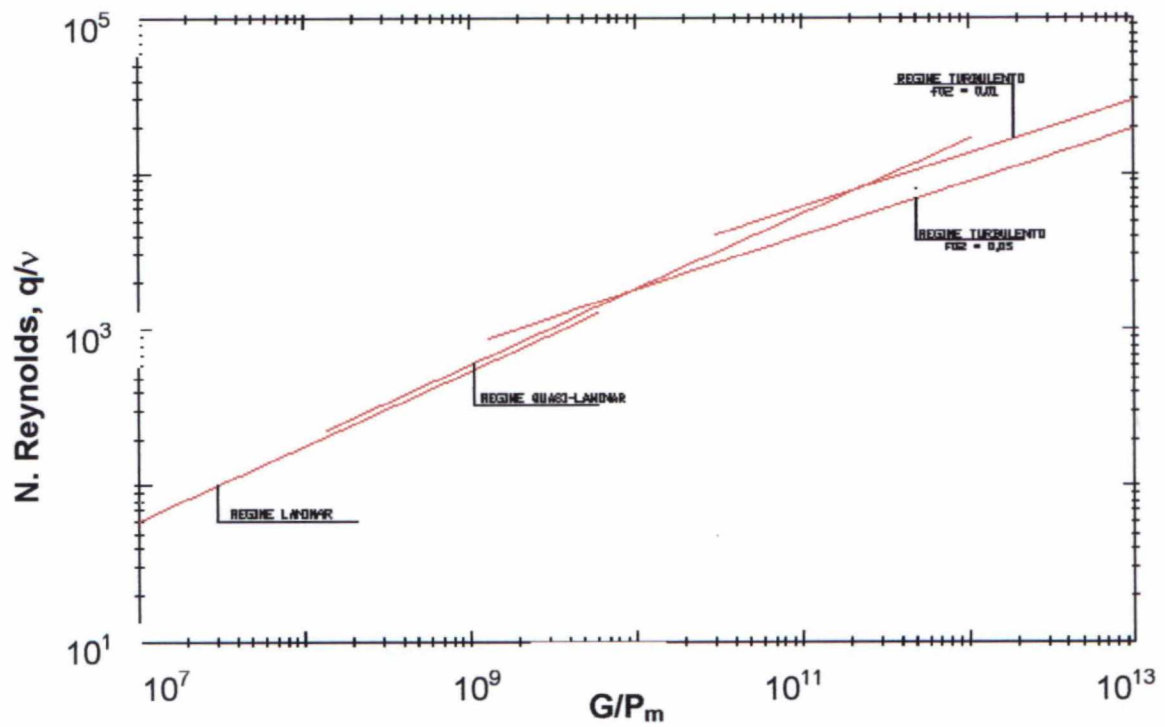


Figura 6.11: Variação do número de Reynolds.

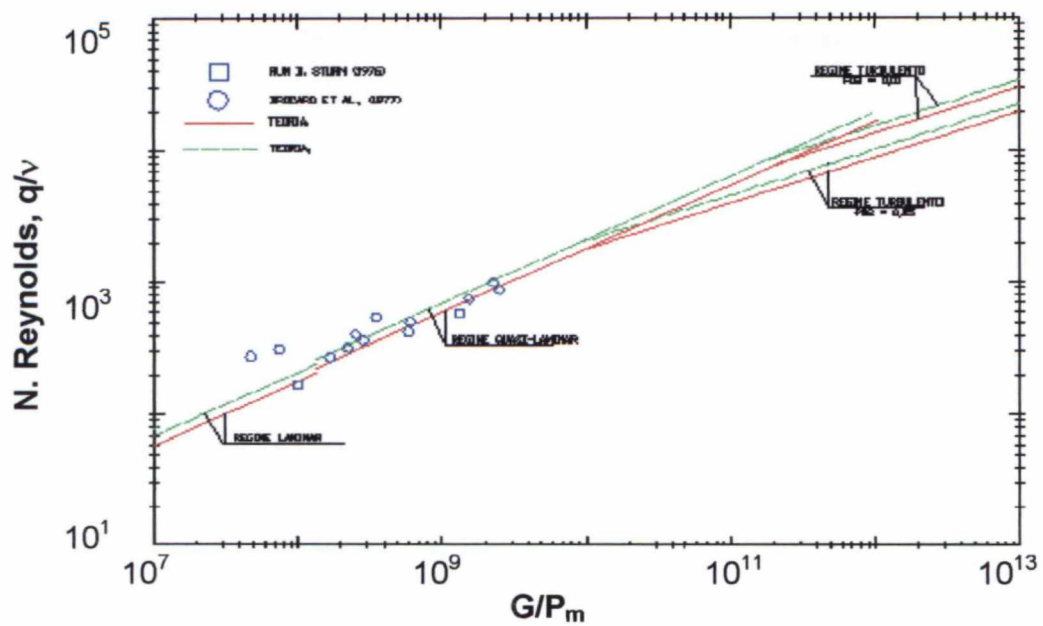


Figura 6.12: Dados de regime de fluxo.

O critério para determinar o regime de fluxo na camada inferior é o número de Reynolds porque os efeitos da tensão tangencial são considerados dominantes na camada inferior. O número de Reynolds, entretanto, é uma variável dependente. A figura 6.12 pode ser usada para determinar o valor crítico do número de Reynolds (que ocorre na transição de fluxo laminar para turbulento), num procedimento semelhante ao anterior. Este procedimento é ilustrado por um exemplo. Se for assumido que $f_{O_2} = 0,05$, a transição para o regime turbulento ocorre em $q/v = 1000$ (que é o número de Reynolds crítico para a transição à turbulência). A figura 6.12 mostra que ambos os modelos (turbulento e quasi-laminar) será aplicado G / P_m entre $1,5 \times 10^9$ e $2,5 \times 10^9$. Para $G / P_m > 2,5 \times 10^9$, o regime de fluxo é turbulento, e par $G / P_m < 1,5 \times 10^9$, o regime de fluxo é quasi-laminar. Existe, então, uma região sobreposta, onde ambos os modelos são válidos, embora com resultados diferentes. Esta região e os pontos onde os regimes de fluxo podem ser delineados dependem do valor crítico de q / v , transição para turbulência, e do valor de f_{O_2} .

A seguir demonstra-se que o critério para a ocorrência de fluxo quasi-laminar pode ser determinado somente pela magnitude da relação G / P_m . A maior característica do fluxo quasi-laminar é o perfil de temperatura uniforme na camada superior, causada pela intensa agitação vertical, resultante do resfriamento da superfície. A situação física na camada superior é análoga a convecção livre, onde o aquecimento (ou resfriamento) produz uma camada de temperatura uniforme, limitada por uma interface. A quantidade turbulenta principal, induzindo mistura nessa camada, é $\overline{v'^2}$, a variância das flutuações de velocidade vertical. Isto é razoável. Portanto a transição do regime laminar para o quasi-laminar ocorre quando a transferencia de quantidade de movimento turbulenta, devido às flutuações de velocidade vertical, dominam a transferência de quantidade de movimento molecular; isto é, quando

$$\frac{\mu \frac{\partial u}{\partial y}}{\rho v'^2} < c \quad (6.71)$$

onde c é uma constante de magnitude muito pequena. Na convecção livre, isto foi achado experimentalmente por Willis e Deardoff (1974), e verificado por outras investigações como relatado por Pedersen (1980) onde $\overline{v'^2}$ é bem descrito por:

$$\overline{v'^2} = 0,39[g\beta k(T_s - T_e)H]^{\frac{2}{3}} \quad (6.72)$$

onde $k(T_s - T_e)$ é o fluxo de calor cinemático na superfície e H é a profundidade da camada superior. (6.71) pode ser escrito:

$$\frac{\frac{\overline{vU}_u}{H}}{0,39[g\beta k(T_s - T_e)H]^{\frac{2}{3}}} < c \quad (6.73)$$

A equação (6.73) pode ser simplificada, produzindo

$$\frac{G}{P_m} > c_c \frac{1}{c^6} \quad (6.74)$$

onde c_c é uma constante envolvendo os parâmetros do perfil. Desde que o valor de c não pode ser determinado analiticamente, somente pode ser declarado que a transição para convecção turbulenta ocorre depois de algum valor de G / P_m . Pela figura 6.12 fica claro que a transição para convecção turbulenta ocorrerá depois de algum valor do número de Reynolds.

6.7 SIGNIFICADO DO TERMO DECLIVIDADE DA SUPERFÍCIE DA ÁGUA

Para se ter uma idéia da influência do termo relativo à declividade na equação de quantidade de movimento, a magnitude deste termo é comparada à magnitude do termo de atrito na equação de quantidade de movimento .

$$\text{Contribuição da declividade} = \left[c_1 \theta - \frac{1}{2\beta(T_0 - T_e)} \right] \frac{d\bar{D}^2}{d\varepsilon} \quad (6.75)$$

$$\text{Contribuição do atrito} = \frac{F_{0j} \left(\frac{v}{D} \right)^{2-j_{\phi j}}}{[\beta(T_0 - T_e) g D_0^3]^{-\frac{j}{2}}} \quad (6.76)$$

Pegando a relação do termo de declividade com o do termo de atrito, e usando as aproximações de ordem de magnitude $\frac{1}{\beta(T_0 - T_e)} \gg c_1 \theta$ e $\frac{1}{\beta(T_0 - T_e)} \gg \frac{c_3 c_1 \theta}{2c_2}$, obtém-se o seguinte:

$$\frac{\text{inclinação}}{\text{atrito}} = - \left(1 + \frac{c_1 S_j}{c_2} \right) \quad (6.77)$$

Usando as constantes do fluxo laminar, resulta a equação:

$$\frac{\text{inclinação}}{\text{atrito}} = 28 \quad (6.78)$$

Na equação de quantidade de movimento, o balanço fundamental é entre o atrito e termos relativos à declividade, em um lado, e entre atrito e a variação de densidade no outro lado. Quando a declividade é negligenciada, as forças de atrito têm um acréscimo no balanço de forças de densidade; isto pode ocorrer somente se a descarga no braço aumenta. Isto não é nenhuma surpresa, desde o modelo de Jain (1982), onde o termo declividade foi desprezado e a descarga no braço foi superestimada consideravelmente. De fato, como visto em (6.78), o modelo que negligencia o termo de atrito, porém mantém o termo declividade na equação de quantidade de movimento, obteve resultados razoáveis.

CAPÍTULO 7 RESUMO E CONCLUSÕES

O problema de fluxo em lagos de resfriamento, este regido por diferenças de densidade, foi solucionado analiticamente. A solução envolve as equações de energia térmica, quantidade de movimento, continuidade e energia mecânica, integradas na vertical. O procedimento analítico envolve a integração e é complementado usando-se a observação experimental de que os perfis de temperatura e velocidade são auto-similares. A aplicação da análise de magnitude indica que a contribuição dos termos de inércia na equação de quantidade de movimento, é negligenciável. O termo declividade da superfície da água é mantido na equação de quantidade de movimento integrada. As equações diferenciais parciais integradas são adequadamente reduzidas a um sistema simplificado de equações diferenciais ordinárias não lineares. A solução incorpora as relações de Darcy-Weisbach para os regimes laminar e turbulento de fluxo, a relação entre a resistência na interface e no fundo, e os perfis similares de velocidade e temperatura. Um terceiro regime de fluxo, o quasi-laminar, identificado pela análise de dados experimentais, é tratado como um caso especial de regime de fluxo laminar.

A solução analítica indica que a descarga superficial no braço decresce linearmente, ao longo do comprimento do braço, para ambos os casos, laminar e

turbulento. O decaimento da temperatura superficial é quadrático para o caso laminar e cúbico para o caso turbulento.

A solução é utilizada para determinar as magnitudes das variáveis envolvidas, bem como a sua relevância na performance de resfriamento no lago. Perfis similares para os três regimes de fluxo são identificados e as magnitudes dos valores médios do fator de atrito interfacial, para os três regimes são determinados. A teoria de dissipação mínima de energia é usada para relacionar a elevação da interface com o fator de atrito. As expressões analíticas resultante foram normalizadas, gerando a perda de calor no lago, a magnitude das correntes de entrada, e as temperaturas de retorno e final. Procedimentos foram apresentados para determinar o fluxo de regime apropriado para reger, conforme as condições de entrada no lago. A solução analítica apresentada foi comparada com experimentos anteriores.

A solução confirma a importância da declividade da superfície da água na equação de quantidade de movimento integrada.

A solução analítica fornece elementos para a validação de modelos numéricos de correntes de densidade resultantes de gradientes de temperatura.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABRAHAM, G.; EYSINK, W. D. **Magnitude of interfacial shear in exchange flow.** *Journal of hydraulic Research*, v. 9, n° 2, 1971.

ABRAHAM, G.; KARELSE, M.; VAN OS, A. G. **On the agnitude of interfacial shear of subcritical stratified flow in relation with interfacial stability.** *Journal of Hydraulic Research*, v. 17, n° 4, 1979.

AHSAN, A. K. M. Quanrul; BLUMBERG, A. F. **Three - dimensional hydrothermal model of Onongaga Lake.** *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 125, n° 9, 1999.

AZOLA, E. P.; ANDRADE, J. F. M. **Estado da arte das tecnologias de geração termelétrica (2). Custos de geração no Brasil.** *Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Grupo de Estudo de Produção Térmica e Fontes Não Convencionais*, 1999.

BARR, D. I. H. **Densimetric exchange flow in rectangular channels, iii: large-scale experiments.** *La Houille Blanche*, 6, 1967.

BROCARD, D. N.; JIRKA, G. H.; HARLEMAN, D. R. F. **A model for the convective circulation in sidearms of cooling lakes.** *M.I.T., Report 223, 1977.*

BROCARD, D. N.; HARLEMAN, D. R. F. **Two-Layer model for shallow horizontal convective circulation.** *Journal of Fluid Mechanics, v. 100, 1980.*

CHERIAN, M. P.; JAIN, S.C. **An analytical solution for buoyancy-driven flow in sidearms of cooling lakes.** *The Institute of Hydraulic Research, The University of Iowa, Iowa, 1985.*

CRISP, D. T.; HOWSON, G. **Effect of air temperature upon mean water temperature in streams in the north Pennines and English Lake District.** *Freshwater Biol., n° 12, pag. 359-367, 1982.*

DINGEMANS, Mrs. M. P. **Stability of three layer flow.** *Report S57, Delft Hydraulics Laboratory, Delft, 1972.*

EDINGER, J. E.; DUTTWEILER, D. W.; GEYER, J. C. **The response of water temperatures to meteorological conditions.** *Water Resources Research, 4(5), 1137-1143, 1968.*

EDINGER, J. E. **Shape factors for cooling lakes.** *Journal of the Power (Energy) Div. ASCE, v. 97, n° P04, 1971.*

ERICKSON, T. R.; STEFAN, H. G. **Correlation of Oklahoma Stream temperature with air temperatures.** *University of Minnesota, St. Anthony Falls Laboratory, Project Report 398, Minneapolis, 1996.*

FISCHER, H. B. **Mixing in inland and coastal waters.** *Academic Press, Inc., California, 1979.*

GORDON, J. V. W. **Fundamentos da Termodinâmica Clássica**. Editora Edgard Blucher Ltda, São Paulo, 1976.

GOSINK, J. P. **Synopsis of analytical solutions for de temperature distribution in a river downstream from a dam or reservoir**. *Water Resources Research*, v. 22, n ° 6, 1986.

JAIN, S. C. **Density currents in sidearms of cooling ponds**. *Journal of the Energy Div. ASCE*, v. 106, n° EY1, pag. 9-21, 1980.

JAIN, S. C. **Buoyancy-driven circulation in free-surface channels**. *Journal of the Fluid Mechanics*, v. 122, 1982.

JOHNSON, F. A. **Stream temperatures in na Alpine Area**. *Journal of Hydrology*, n° 14, pag. 322-336, 1971.

KARELSE, M. **Vertical exchange coefficients in stratified flows**. Chapter 2, *Momentum and Mass transfer in Stratified Flows*, Delft Hydraulic Laboratory, report R880, Delft, 1974.

LAMB, H. **Hydrodynamics**, Dover, 1945.

MACAGNO, E. O.; ROUSE, H. **Interfacial mixing in stratified flow**. *Transactions ASCE*, v. 127, 1962.

MAXWELL, W. H. C.; HOLLEY, E. R.; LIN, C. Y.; TEKELI, S. **Study of stratified overflows and underflows**. *Research Report 98*, University of illinois at urbana-Champaign, water resources center, 1975.

MOHSENI, O., STEFAN, H. G., ERICKSON, T. R. **A nonlinear regression model for weekly stream temperatures.** *Water Resources Research*, v. 34, n^o 10, 1998.

MOHSENI, O. **Stream temperature/air temperature relationship: a physical interpretation.** *Journal of Hydrology*, v. 218, pag. 128-141, 1999.

NEGRI, J. C.; VIEIRA, S. **As emissões de poluentes nas usinas termelétricas a gás natural: um estudo de caso.** *Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Grupo de Impactos Ambientais*, 1999.

NEGRI, J. C.; VIEIRA, S.; OLIVEIRA JUNIOR, S. **Avaliação termoeconômica como fator comparativo entre configurações de usinas termelétricas.** *Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Grupo de Estudo de Produção Térmica e Fontes Não Convencionais*, 1999.

PEDERSEN, F. B. **A monograph on turbulent entrainment and friction in two-layer stratified flow.** *Institute of Hydrodynamics na Hydraulic Engineering, Technical University of Denmark, Series Paper n^o 25*, 1980.

PILGRIM, J. M.; FANG, X.; STEFAN, H. G. **Stream temperature correlations with air temperatures in minnesota: implications for climate warming.** *JAWRA 35 (5)*, 1109-1121, 1998.

PINTO, N. L. S. **Hidrologia Básica.** *Editora Edgard Blücher Ltda, Rio de Janeiro*, 1976.

PIRES, S. H. M.; LACORTE, A. C.; MENEZES, P. C. P.; FARAH, P. M. K.; NUTTI, M. R.; SERRAN, F. P. **Avaliação ambiental no planejamento da expansão de sistemas de energia elétrica.** *Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Grupo de Estudo de Planejamento de Sistemas Elétricos*, 1999.

POLENH, R. A. and KINSEL, W. C. **Transient temperature solution for stream flow for a controlled temperature source.** *Water Resources Research*, v. 33, n° 1, 1997.

PORTO, R. L. et al. **Hidrologia Ambiental.** *Associação Brasileira de Recursos Hídricos, Editora da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1991.*

RESOLUÇÃO CONAMA N° 20, ARTIGO 21 DE 18 DE JUNHO DE 1986.

RYAN, P. J.; HARLEMAN, R. F. D. **An analytical and experimental study of transient cooling pond behavior.** *M. I. T., Report 161, 1973.*

STEFAN H. G.; PREUD´HOMME, E. B. **Stream temperature estimation from air temperature.** *Water Resources Research*, 29 (1), 27-45, 1993.

STURM , T. W. **An analytical and experimental investigation of density current in sidearms of cooling ponds.** *Ph.D. Thesis, Department of Mechanics and Hydraulics, University of Iowa, 1976.*

STURM, T. W.; KENNEDY, J. F. **Heat loss from sidearms of cooling lakes.** *Journal of the Hydraulics Division*, v. 106, n° HY5, 1980.

STURM, T. W. **Laminar gravitational convection of heat in dead-end channels.** *Journal of the Fluid Mechanics*, v. 110, 1981.

VIANELLO, R. L.; ALVES, A. R. **Meteorologia Básica e Aplicações.** *Imprensa Universitária da Universidade Federal de Viçosa, Minas Gerais, 1991.*

VILLELA, S. M.; MATTOS, A. **Hidrologia Aplicada.** *Editores McGraw-Hill Ltda, São Paulo, 1975.*

VRENGDENHIL, C. B. **Friction coefficients on the interface of a two-layer system.** *Delft Hydraulics Laboratory. Internal Information Report, v204, Delft, 1971.*

THIELE, A. S. **Controle ambiental em usinas térmicas a carvão mineral.** *Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica, Grupo de Estudo de Produção Térmica e Fontes Não Convencionais, 1999.*

WALLACE, J. M.; HOBBS, P. V. **Atmospheric Science(An Introductory Survey).** *Academic Press, Inc., Califórnia, USA, 1977.*

WATSON, W. **Curso de Física.** *Editora Labor S. A., Barcelona, 1957.*

WEBB, B. W. **The relationship between air and water temperatures for a devon river.** *Rep. Trans. Devon Ass. Advmt. Sci. n° 119, pag. 197-222, 1987.*

WILLIS, G. E.; DEARDOFF, J. W. **A laboratory model of the unstable planetary boundary layer.** *Journal of the Atmospheric Sciences, v. 31, 1974.*

YANG, T. C.; SONG, C. C. S. **Theory of minimum rate of energy dissipation.** *Journal of the Hydraulics Division, v. 105, n° HY7, 1979.*

YILDIRIM, Y.; JAIN, S. C. **Flow field due to free convection in dead-end channels.** *Journal of Fluids Engineering, v. 106, n° 2, 1984.*

YILDIRIM, N. **Velocity and temperature fields in long sidearms of cooling ponds.** *An abstract of a thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy in Civil and Environmental Engineering in the Graduate College of The University of Iowa, Iowa, 1989.*

ZEMANSKY, M. W. **Calor e Termodinâmica**. Editora Guanabara Dois S. A., Rio de Janeiro, 1978.

ZOPPOU, C.; KNIGHT, J. H. **Analytical solutions for advection and advection-diffusion equations with spatially variable coefficients**. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 123,