

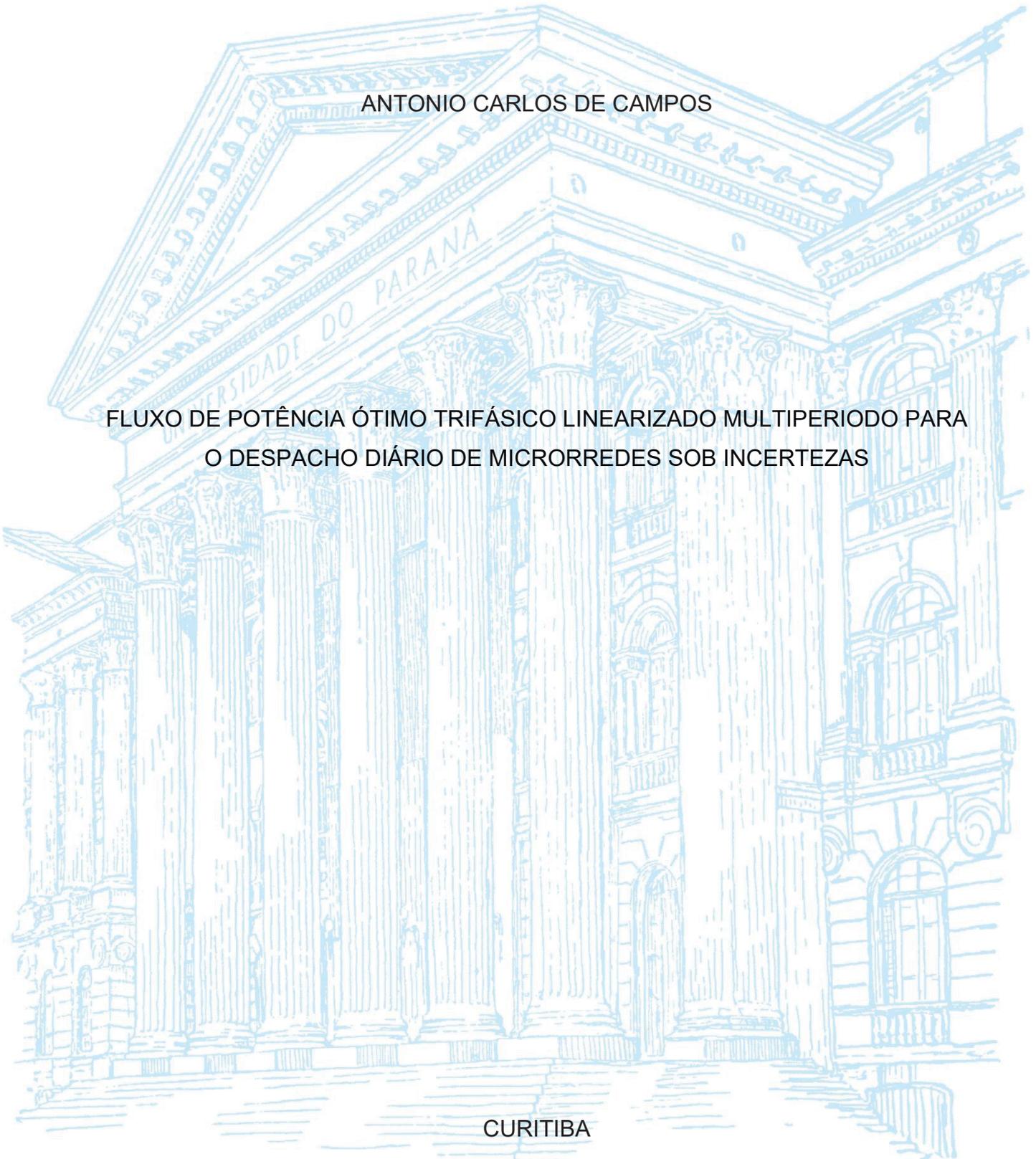
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ANTONIO CARLOS DE CAMPOS

FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO TRIFÁSICO LINEARIZADO MULTIPERÍODO PARA  
O DESPACHO DIÁRIO DE MICRORREDES SOB INCERTEZAS

CURITIBA

2022



ANTONIO CARLOS DE CAMPOS

FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO TRIFÁSICO LINEARIZADO MULTIPERÍODO PARA  
O DESPACHO DIÁRIO DE MICRORREDES SOB INCERTEZAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração Sistemas de Energia, Departamento de Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Clodomiro Unsihuay-Vila

CURITIBA

2022

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
SISTEMA DE BIBLIOTECAS – BIBLIOTECA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Campos, Antonio Carlos de

Fluxo de potência ótimo trifásico linearizado multiperíodo para o despacho diário de microrredes sob incertezas. / Antonio Carlos de Campos. – Curitiba, 2022.

1 recurso on-line : PDF..

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Clodomiro Unsuhay-Vila

1. Energia elétrica - Distribuição. 2. Redes elétricas. I. Unsuhay-Vila, Clodomiro. II. Universidade Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica. III. Título.

Bibliotecária: Roseny Rivelini Morciani CRB-9/1585



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SETOR DE TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENGENHARIA  
ELÉTRICA - 40001016043P4

## TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação ENGENHARIA ELÉTRICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **ANTONIO CARLOS DE CAMPOS** intitulada: **Fluxo de Potência Ótimo Trifásico Linearizado Multiperíodo para o Despacho Diário de Microrredes sob Incertezas**, sob orientação do Prof. Dr. **CLODOMIRO UNSIHUAY-VILA**, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua **APROVAÇÃO** no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 28 de Junho de 2022.

Assinatura Eletrônica  
29/06/2022 15:48:36.0  
CLODOMIRO UNSIHUAY-VILA  
Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica  
29/06/2022 14:08:38.0  
ALEXANDRE RASI AOKI  
Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica  
29/06/2022 15:45:17.0  
THELMA SOLANGE PIAZZA FERNANDES  
Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica  
29/06/2022 19:02:16.0  
DANIEL GEBBRAN CONS BACILLA FERREIRA  
Avaliador Externo (EE)

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus por ter me dado a graça de concluir este trabalho, estando ao meu lado em todos os momentos difíceis, dando a força necessária e não deixando desistir no meio da caminhada.

A minha querida filha Raíssa, por sempre estar do meu lado e por compreender, mesmo pequenininha, que em determinadas situações precisava me ausentar para cumprir com minhas obrigações neste período.

Aos meus pais, José e Elia, pelas palavras de encorajamento nos momentos mais difíceis e desafiadores, sempre me incentivando a seguir em frente.

Aos colegas Rafael e Mauro, por me ajudarem na implementação computacional do modelo, uma vez que sem a ajuda deles, o caminho seria muito mais longo e complicado.

Aos amigos(as) e colegas da Copel, que direta ou indiretamente sempre me auxiliaram em trocas de turnos para que eu pudesse participar das atividades presenciais na universidade.

A todos meus professores da UFPR em especial meu orientador, professor Dr. Clodomiro Unsihuay Vila, que independente do dia e hora, sempre esteve a disposição me auxiliando, sanando minhas dúvidas e direcionando as pesquisas.

*“Os que confiam no Senhor  
Serão como o monte de Sião,  
Que não se abala, mas permanece para  
sempre”  
(Salmos, 125)*

## RESUMO

Com a ascensão dos recursos energéticos distribuídos (RED) no setor elétrico em nível mundial, as redes de distribuição convencionais estão evoluindo para redes ativas de distribuição (RAD). Com isso, as variabilidades da geração distribuída (GD), em especial das fontes de geração fotovoltaicas e eólicas, representam um enorme desafio para os operadores dos sistemas elétricos, o qual pode ser minimizado com o uso de microrredes, pois estas visam gerenciar de forma descentralizada as fontes de geração distribuídas em conjunto com os demais REDs dentro dela e por serem inerentemente desbalanceadas, deve-se considerar a representação trifásica em seus estudos operacionais e/ou de planejamento. Inicialmente foi modelado o fluxo de potência ótimo (FPO) trifásico linear para uso em redes de distribuição e microrredes, considerando as impedâncias mútuas e utilizando equações de fluxo de potência nas linhas, o que reduz consideravelmente as despesas computacionais por não ser necessário a construção da matriz de admitância trifásica do sistema. Na sequência foi modelado o despacho ótimo multiperíodo de uma microrrede conectada na rede de distribuição, considerando as incertezas das gerações fotovoltaicas e da demanda, utilizando para isso a técnica de otimização robusta. Por fim foi modelado o programa de resposta da demanda (RD) para a microrrede, considerando a metodologia baseada em preços. O objetivo central é a junção destas três modelagens que deu origem a uma programação linear inteira mista (MILP) com três níveis de otimização min-max-min, utilizada para o despacho robusto multiperíodo de microrredes trifásicas sob incertezas. Para viabilizar a resolução deste problema, foi necessário utilizar as condições de otimalidades de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), reduzindo o modelo original para um problema tratável de dois níveis de otimização min-max, sendo resolvido com a aplicação do algoritmo de geração de colunas e restrições (C&CG), conforme descrito na literatura. Foi utilizado um sistema teste de 34 barras do IEEE adaptado, simulando uma microrrede conectada na rede de distribuição, onde foram considerados nas simulações níveis de incertezas de 0%, 10% e 20%, tanto para geração fotovoltaica quanto para a demanda, sendo que para ambos os níveis de incertezas de 10% e 20%, a redução do total de geração fotovoltaica disponível com a elevação da demanda ocorreram simultaneamente nos períodos de tarifas elevadas, configurando assim o pior cenário possível para a realização das incertezas, o que é uma das premissas da otimização robusta. Também foram realizadas simulações para analisar a viabilidade da RD no modelo determinístico e robusto. Os resultados indicam que ao considerar a RD, independente do modelo ser determinístico ou robusto com diferentes níveis de incertezas, a microrrede passa a ter uma economia diária total de R\$ 674,75 em ambos os cenários analisados, melhorando assim as receitas ou reduzindo os custos da operação diária da microrrede analisada.

Palavras-chaves: Fluxo de potência ótimo trifásico. Microrredes sob incertezas. Otimização robusta. Geração distribuída. Resposta da demanda.

## ABSTRACT

With the rise of distributed energy resources (DERs) in the energy industry worldwide, conventional distribution networks are evolving into active distribution networks (ADNs). Consequentially, the variabilities of distributed generation (DG), in particular with wind and photovoltaic generation sources, represent a huge challenge for electrical system operators. This can be minimized by using microgrids, used to manage distributed generation sources in a decentralized way, along with its DERs. Since they are inherently unbalanced, a three-phase representation should be considered in the operational and/or planning studies. Initially, we modeled a linear three-phase optimal power flow (OPF) for distribution networks and microgrids, considering mutual impedances and using power flow equations in the lines, which considerably reduces computational expenses since it is not necessary to build the system three-phase admittance matrix. Next, we modeled the optimal multiperiod dispatch of a microgrid connected to the distribution network considering the uncertainties of photovoltaic generation and demand, using robust optimization. Finally, we modeled the demand response (DR) program for the microgrid using a pricing-based methodology. The main goal was to merge these three models, which resulted in a mixed integer linear programming (MILP) with three optimization levels, min-max-min, used for a robust multiperiod dispatch of uncertain three-phase microgrids. To solve this problem, we needed to use the optimization conditions of Karuch-Kuhn-Tucker (KKT), reducing the original model to a treatable problem of two optimization levels, min-max, which was solved using the column-and-constraint algorithm (C&CG) as described in the literature. An adapted IEEE 34-bus test system was used, simulating a microgrid connected to the distribution network and considering uncertainty levels of 0%, 10%, and 20%, both for photovoltaic generation and demand. For both levels of uncertainty, i.e. 10% and 20%, the reduction of the total available photovoltaic generation with an increase in demand occurred simultaneously in periods of high tariffs, thus portraying the worst possible scenario of uncertainties, which is one of the premises of robust optimization. We also performed simulations to analyze the viability of DR in the deterministic and robust models. The results indicate that, when considering DR, for both deterministic and robust models and with different levels of uncertainty, the microgrid generates a total daily saving of R\$ 674.75 in both scenarios analyzed, thus improving revenue or reducing the costs of daily operations of the microgrid analyzed.

Keywords: Three-phase optimal power flow. Microgrids with uncertainties. Robust optimization. Distributed generation. Demand response.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1.1 – ELEMENTOS DE RUPTURA NO SETOR DE ENERGIA .....	21
FIGURA 1.2 – CAPACIDADE INSTALADA DE GERAÇÃO NO SIN.....	23
FIGURA 1.3 – EXPANSÃO DA CAPACIDADE INSTALADA DA GERAÇÃO DISTRIBUÍDA NO BRASIL.....	24
FIGURA 1.4 – ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....	26
FIGURA 3.1 - CIRCUITO EQUIVALENTE $\pi$ DE UMA LINHA DE DISTRIBUIÇÃO TRIFÁSICA.....	51
FIGURA 3.2 – ALIMENTADOR DE DISTRIBUIÇÃO.....	76
FIGURA 3.3 – PERFIL DE TENSÃO NAS BARRAS – FPOL ORIGINAL .....	83
FIGURA 3.4 – PERFIL DE TENSÃO NAS BARRAS – FPOL COM PERDAS .....	84
FIGURA 5.1 – MICRORREDE CONECTADA NA REDE DE DISTRIBUIÇÃO.....	99
FIGURA 5.2 – FLUXOGRAMA DO ALGORITMO C&CG.....	114
FIGURA 5.3 – CURVA DE CARGA TÍPICA.....	138
FIGURA 6.1 – FLUXOGRAMA DAS SIMULAÇÕES REALIZADAS.....	143
FIGURA 6.2 – COMPORTAMENTO DA CARGA E BATERIAS – CASO D1.....	145
FIGURA 6.3 – FLUXO DE POTÊNCIA NO PCC – CASO D1.....	146
FIGURA 6.4 – GERAÇÃO SOLAR E TÉRMICA POR FASE – CASO D1.....	147
FIGURA 6.5 – TENSÃO TRIFÁSICA – CASO D1.....	148
FIGURA 6.6 – RESPOSTA DA DEMANDA – CASO D1.....	149
FIGURA 6.7 – COMPORTAMENTO DA CARGA E BATERIAS – CASO D2.....	150
FIGURA 6.8 – FLUXO DE POTÊNCIA NO PCC – CASO D2.....	151
FIGURA 6.9 - GERAÇÃO SOLAR E TÉRMICA POR FASE – CASO D2 .....	152
FIGURA 6.10 – RESPOSTA DA DEMANDA – CASO D2.....	153
FIGURA 6.11 – COMPORTAMENTO DA CARGA NÃO CONTROLADA E DAS BATERIAS DO MODELO MONOFÁSICO EQUIVALENTE .....	155
FIGURA 6.12 – FLUXO DE POTÊNCIA NO PCC DO MODELO MONOFÁSICO EQUIVALENTE .....	155
FIGURA 6.13 – GERAÇÃO DA MICRORREDE DO MODELO MONOFÁSICO EQUIVALENTE .....	156
FIGURA 6.14 – TENSÃO NAS BARRAS DO MODELO MONOFÁSICO EQUIVALENTE .....	157

FIGURA 6.15 – RESPOSTA DA DEMANDA DO MODELO MONOFÁSICO EQUIVALENTE .....	158
FIGURA 6.16 – COMPORTAMENTO DA CARGA NÃO CONTROLÁVEL E DESPACHO DAS BATERIAS – CASO R2.....	161
FIGURA 6.17 – GERAÇÃO DA MICRORREDE – CASO R2 .....	162
FIGURA 6.18 – FLUXO DE POTÊNCIA NO PCC – CASO R2 .....	163
FIGURA 6.19 – TENSÃO TRIFÁSICA – CASO R2.....	164
FIGURA 6.20 – RESPOSTA DA DEMANDA – CASO R2.....	165
FIGURA 6.21 – COMPORTAMENTO DA CARGA NÃO CONTROLÁVEL E DESPACHO DAS BATERIAS – CASO R3.....	166
FIGURA 6.22 – GERAÇÃO DA MICRORREDE – CASO R3 .....	167
FIGURA 6.23 – FLUXO DE POTÊNCIA NO PCC – CASO R3 .....	167
FIGURA 6.24 – TENSÃO TRIFÁSICA – CASO R3.....	168
FIGURA 6.25 – RESPOSTA DA DEMANDA – CASO R3.....	169

## LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1 - RESUMO COMPARATIVO DOS ARTIGOS QUE TRATAM DE DESPACHO ÓTIMO DE MICRORREDES.....	39
TABELA 2.2 - RESUMO COMPARATIVO DOS ARTIGOS QUE TRATAM DO FP E FPO APLICADOS À REDES DE DISTRIBUIÇÃO E MICRORREDES .....	47
TABELA 3.1 – MODELAGEM DA MATRIZ INCIDÊNCIA DO SISTEMA .....	55
TABELA 3.2 – ERRO RELATIVO MÉDIO E TEMPO DE PROCESSAMENTO .....	81
TABELA 5.1 – ÍNDICES PERCENTUAIS DE CARGA.....	137
TABELA 5.2 – GERAÇÃO FOTOVOLTAICA DE REFERÊNCIA.....	138
TABELA 5.3 – GERAÇÃO MÁXIMA PARA AS FONTES DE GERAÇÃO TERMELÉTRICAS .....	140
TABELA 5.4 – PARÂMETROS DAS BATERIAS.....	140
TABELA 5.5 – TARIFA DE ENERGIA HORÁRIA.....	140
TABELA 6.1 – FUNÇÃO OBJETIVO DOS MODELOS DETERMINÍSTICOS TRIFÁSICOS.....	153
TABELA 6.2 – COMPARAÇÃO DA FUNÇÃO OBJETIVO DOS MODELOS DETERMINÍSTICOS .....	158
TABELA 6.3 – CUSTOS OPERACIONAIS E TEMPO DE PROCESSAMENTO.....	171
TABELA 6.4 – CUSTOS E RECEITAS TOTAIS DA MICRORREDE COM E SEM DR .....	172
TABELA A.1 – CARGA ATIVA E REATIVA .....	183
TABELA A.2 – PARÂMETROS DAS LINHAS TRIFÁSICAS.....	184

## LISTA DE SIGLAS

ABAUQUE - Associação Brasileira de Armazenamento e Qualidade de Energia  
ANEEL – Agência Nacional de Energia Elétrica  
ARO – Adaptive Robust Optimization (Otimização Robusta Adaptativa)  
C&CG – column and constraint generation (Colunas e Geração de Restrições)  
DLC – Direct Load Control (Controle Direto de Cargas)  
DR – Demand Response (Resposta da Demanda)  
EPE – Empresa de Pesquisa Energética  
FO – Função objetivo do problema  
FPO – Fluxo de Potência Ótimo  
GD – Geração Distribuída  
IEEE - Institute of Electrical and Electronic Engineers (Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos)  
KKT – Condição de Karush-Kuhn-Tucker  
MG - Microrrede  
MILP – Mixed-Integer Linear Programming (Programação Linear Inteira-Mista)  
MINLP – Mixed Integer Non-Linear Programming (Programação Não Linear Inteira Mista)  
MIQP - Mixed Integer Quadratic Programming (Programação Quadrática Inteira Mista)  
ONS – Operador Nacional do Sistema  
OpenDSS - Open Distribution System Simulator (Simulador de Sistema de distribuição Aberto)  
PCC – Point of Common Coupling (Ponto de Conexão Comum)  
RAD – Rede Ativa de Distribuição  
RED – Recursos Energéticos Distribuídos  
RO – Robust Optimization (Otimização Robusta)  
RTP – Real Time Pricing (Preços em Tempo Real)  
SAE – Sistemas de armazenamento de energia  
SCADA - Supervisory Control And Data Acquisition (Sistema de Supervisão e Aquisição de Dados)  
SIN – Sistema Interligado Nacional  
SoC – state of charge (Estado de Carga)  
TOU – Time of Use (Tempo de Uso)

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Índices

$t$	índice de períodos para o horizonte de operação
$N$	último período do horizonte de operação
$k, m$	índices de barras/nós
$k_{ref}$	índice da barra de referência
$nb$	número de barras da microrrede
$l$	índice de linhas
$nl$	número de linhas da microrrede
$Nr$	índice de número de retas usadas para linearização <i>piecewise</i>
$\beta$	índice de iterações realizadas
$PCC$	índice da barra de conexão da microrrede com a rede de distribuição
$M$	índice big M

### Conjuntos

$\Omega_k$	conjunto de barras conectadas a uma barra $k$
$\Omega_{Nr}$	conjunto de retas utilizadas para linearização <i>piecewise</i>
$\Omega\emptyset$	conjunto de fases do sistema trifásico, compreendendo as fases $a, b$ e $c$
$K$	conjunto de todas as barras $m$ adjacentes à barra $k$ , incluindo a própria barra $k$ .

### Parâmetros

$\ddot{T}e_t$	tarifa de compra/venda de energia da concessionária em um período $t$ (R\$/pu.h)
$\ddot{T}cc$	tarifa de corte de carga de energia por unidade (R\$/pu.h)
$\ddot{T}t$	custo por unidade de geração térmica a gás natural (R\$/pu.h)
$\check{L}^{P/Q_{CONT}}$	quantidade de carga ativa/reactiva controlável dentro do horizonte diário de operação (pu médio)
$\check{L}^{P/Q}$	quantidade de carga ativa/reactiva da microrrede dentro do horizonte diário de operação (pu médio)
$I\ddot{b}at$	investimento feito na aquisição de uma unidade de bateria (R\$)

$\check{p}^{ch/dis,max}$	capacidade máxima de carga/descarga da bateria em um período de tempo qualquer (pu médio)
$\check{P}/\check{Q}_{km}^{max}$	fluxo de potência ativa/reactiva máximo admissível em uma linha / (pu médio)
$\eta_{c/d}^{..}$	eficiência de carga/descarga das unidades de bateria (%)
$\check{s}^{min/max}$	capacidade mínima/máxima de armazenamento de uma unidade de bateria (pu.h)
$S_{0/N}$	Estado de carga inicial/final de uma unidade de bateria (pu.h)
$Z_{km} = R_{km} + jX_{km}$	matriz de impedância acoplada trifásica de uma linha conectada entre as barras $k$ e $m$ (pu)
$Y = G + jB$	matriz de admitância acoplada trifásica do sistema (pu)
$\hat{Y} = \hat{G} + j\hat{B}$	matriz de admitância acoplada trifásica do sistema após a junção da diferença angular entre as fases (pu)
$Y' = G' + jB'$	matriz de admitância acoplada trifásica do sistema sem elementos shunts (pu)
$Y_{km} = G_{km} + jB_{km}$	submatriz pertencente a matriz $Y$ (pu)
$\hat{Y}_{km} = \hat{G}_{km} + j\hat{B}_{km}$	submatriz pertencente a matriz $\hat{Y}$ (pu)
$Y'_{km} = G'_{km} + jB'_{km}$	submatriz pertencente a matriz $Y'$ (pu)
$\hat{Y}'_{km} = \hat{G}'_{km} + j\hat{B}'_{km}$	submatriz pertencente a matriz $\hat{Y}'$ , sem elementos shunts (pu)
$\hat{y}_{km} = \hat{g}_{km} + j\hat{b}_{km}$	admitância da linha $k, m$ após a junção da diferença angular entre as fases (pu)
$\hat{Y}_k = \hat{G}_k + j\hat{B}_k$	admitância shunt da barra $k$ após a junção da diferença angular entre as fases (pu)
$\check{B}$	coeficiente angular da reta utilizada para linearização <i>piecewise</i>
$\check{D}$	coeficiente linear da reta utilizada para linearização <i>piecewise</i>
$\Delta\check{V}^{max}$	máxima variação de tensão permitida em todas as barras e fases (pu)
$\check{\Delta}t$	intervalo de tempo (1 hora)
$tg\check{\phi}_p$	tangente do ângulo $\phi_p$ (em radianos) do fator de potência das unidades fotovoltaicas
$tg\check{\phi}_d$	tangente do ângulo $\phi_d$ (em radianos) do fator de potência da demanda

$\bar{P}/\bar{Q}pv_{t,m}^{ref}$	geração de potência ativa/reactiva fotovoltaica de referência (prevista) para uma barra $m$ em um período $t$ (pu médio)
$\bar{P}/\bar{Q}tmax_m$	geração termelétrica máxima de potência ativa/reactiva para uma barra $m$ em um período $t$ (pu médio)
$\bar{L}_{t,k}^{P/Q_{REF}}$	carga ativa/reactiva não controlável de referência (prevista) de uma barra $k$ em um período $t$ (pu médio)
$l\ddot{a}d_{min/max}$	percentual mínima/máxima de carga não controlável possível em relação ao valor de referência (%)
$g\ddot{e}n_{max}$	percentual máxima de geração possível em relação ao valor de referência (%)
$\ddot{\Gamma}_g$	budget de incertezas em relação à geração
$\ddot{\Gamma}_d$	budget de incertezas em relação à carga não controlável

### Variáveis

$Cb$	custo de operação das baterias (R\$)
$Ccc$	custo de corte de carga (R\$)
$Cpcc$	custo de transação de energia no ponto de acoplamento comum (R\$)
$Ct$	custo de operação das usinas termelétricas a gás natural (R\$)
$\bar{L}_{t,k}^{P/Q_{NC}}$	carga ativa/reactiva não controlável da barra $k$ em um período $t$ (pu médio)
$dr_{t,k}$	percentual da carga controlável da barra $k$ alocada no período $t$ (%)
$P/\bar{Q}pvd_{t,k}$	geração de potência ativa/reactiva fotovoltaica disponível de uma barra $k$ num período $t$ (pu médio)
$P/Qpv_{t,k}$	geração de potência ativa/reactiva fotovoltaica de uma barra $k$ num período $t$ (pu médio)
$P/Qnu_{t,k}$	geração de potência ativa/reactiva fotovoltaica não utilizada de uma barra $k$ num período $t$ (pu médio)
$P/Qt_{t,k}$	geração de potência ativa/reactiva de um gerador termelétrico a gás natural de uma barra $k$ num período $t$ (pu médio)
$P/Q_{t,pcc}$	fluxo de potência ativa/reactiva no PCC num período $t$ (pu médio)

$P_{t,k}^{ch/dis}$	quantidade de energia armazenada/d Descarregada na unidade de bateria da barra $k$ em um período $t$ (pu médio)
$S_{t,k}$	estado de carga da bateria de uma barra $k$ em um período $t$ (pu.h)
$DoD_{t,k}$	profundidade de descarga da bateria de uma barra $k$ em um período $t$ (%)
$Deg_{t,k}$	degradação percentual da bateria de uma barra $k$ em um período $t$ (%)
$U_{t,k}^{ch/dis}$	variável binária que indica se a bateria está carregando/d Descarregando em um período $t$
$Y_{t,k}^{ON/OFF}$	variável binária que indica se houve o início/fim de um ciclo de carga em um período $t$
$Z_{t,k}^{ON/OFF}$	variável binária que indica se houve o início/fim de um ciclo de descarga em um período $t$
$V_{t,k}$	magnitude de tensão trifásica de uma barra $k$ em um período $t$ (pu)
$\theta_{t,k}$	ângulo de fase de uma barra $k$ em um período $t$ (rad)
$P/Q_{t,k}$	injeção de potência ativa/reactiva trifásica em uma barra $k$ num período $t$ (pu médio)
$P/Q_{fl_{t,l}}$	fluxo de potência ativa/reactiva em uma linha $l$ num período $t$ (pu)
$\lambda_{ppv}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de balanço de potência ativa fotovoltaica
$\Phi_{Pnu}^{min}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de limite inferior da geração ativa fotovoltaica
$\Phi_{Pnu}^{max}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de limite superior da geração ativa fotovoltaica
$\lambda_{pnub}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de igualdade entre as Potências ativas fotovoltaicas não utilizadas da fase $b$
$\lambda_{pnuc}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de igualdade entre as Potências ativas fotovoltaicas não utilizadas da fase $c$
$\lambda_{Qpv}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de balanço de potência reativa fotovoltaica

$\Phi_{Qnu}^{min}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de limite inferior da geração reativa fotovoltaica
$\Phi_{Qnu}^{max}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de limite superior da geração reativa fotovoltaica
$\lambda_{Qnub}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de igualdade entre as Potências reativas fotovoltaicas não utilizadas da fase $b$
$\lambda_{Qnuc}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de igualdade entre as Potências reativas fotovoltaicas não utilizadas da fase $c$
$\Phi_{Pt}^{min}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de limite inferior da geração ativa a gas natural
$\Phi_{Pt}^{max}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de limite superior da geração ativa a gas natural
$\lambda_{Ptb}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de igualdade entre as Potências ativas dos geradores térmicos da fase $b$
$\lambda_{Ptc}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de igualdade entre as Potências ativas dos geradores térmicos da fase $c$
$\Phi_{Qt}^{min}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de limite inferior da geração reativa a gas natural
$\Phi_{Qt}^{max}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de limite superior da geração reativa a gas natural
$\lambda_{Qtb}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de igualdade entre as Potências reativas dos geradores térmicos da fase $b$
$\lambda_{Qtc}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de igualdade entre as Potências reativas dos geradores térmicos da fase $c$
$\Phi_V^{min}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de limite inferior de tensão nas barras
$\Phi_V^{max}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de limite superior de tensão nas barras
$\lambda_{EP}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de balanço de potência ativa nas barras
$\lambda_{EQ}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de balanço de potência reativa nas barras

$\lambda_{Pfl}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de igualdade que calcula o fluxo de potência ativa em cada linha
$\lambda_{Qfl}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de igualdade que calcula o fluxo de potência reativa em cada linha
$\Phi_{Pfl}^{min}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de limite inferior de fluxo de potência ativa nas linhas
$\Phi_{Pfl}^{max}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de limite superior de fluxo de potência ativa nas linhas
$\Phi_{Qfl}^{min}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de limite inferior de fluxo de potência reativa nas linhas
$\Phi_{Qfl}^{max}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de limite superior de fluxo de potência reativa nas linhas
$\Phi_{\theta}^{min}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de limite inferior do ângulo de fase das barras
$\Phi_{\theta}^{max}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de limite superior do ângulo de fase das barras
$\lambda_{\theta ref}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de abertura angular na barra de referência
$\lambda_{Vref}$	multiplicador de Lagrange associado à restrição de tensão na barra de referência
$u_{1,...,16}$	variáveis binárias utilizadas para a linearização das equações complementares

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>21</b>
1.1	CONTEXTO.....	21
1.2	OBJETIVOS .....	27
1.3	JUSTIFICATIVA.....	27
1.4	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....	29
<b>2</b>	<b>REVISÃO DE LITERATURA</b> .....	<b>30</b>
2.1	DESPACHO ÓTIMO DE MICRORREDES .....	30
2.2	FLUXO DE POTÊNCIA E FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO APLICADO À REDE DE DISTRIBUIÇÃO E MICRORREDES.....	40
2.3	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO .....	48
<b>3</b>	<b>FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO TRIFÁSICO LINEAR PARA REDES DE DISTRIBUIÇÃO E MICRORREDES</b> .....	<b>50</b>
3.1	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA.....	51
3.1.1	MODELAGEM DA MATRIZ DE ADMITÂNCIA TRIFÁSICA DO SISTEMA ..	54
3.1.2	MODELAGEM DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO TRIFÁSICO LINEAR PARA REDES DE DISTRIBUIÇÃO E MICRORREDES.....	57
3.2	ESTUDO DE CASO.....	76
3.2.1	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO ESTUDO DE CASO .....	77
3.2.2	VALIDAÇÃO DO MODELO .....	80
3.3	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO .....	85
<b>4</b>	<b>OTIMIZAÇÃO ROBUSTA</b> .....	<b>87</b>
4.1	DEFINIÇÃO E ASPECTOS GERAIS DA OTIMIZAÇÃO ROBUSTA .....	90
4.2	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO .....	96
<b>5</b>	<b>MATERIAL E MÉTODO</b> .....	<b>98</b>
5.1	MODELAGENS DOS COMPONENTES DA MICRORREDE .....	99
5.1.1	BATERIA .....	100
5.1.2	TRANSAÇÃO DE ENERGIA COM A REDE DE DISTRIBUIÇÃO .....	105
5.1.3	RESPOSTA DA DEMANDA E CARGAS CONTROLÁVEIS.....	106
5.1.4	GERAÇÃO.....	108
5.1.5	REDE INTERNA DA MICRORREDE.....	110
5.1.6	BALANÇO DE POTÊNCIA DA MICRORREDE.....	111

5.2	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA .....	113
5.2.1	SUBPROBLEMA MESTRE .....	116
5.2.2	SUBPROBLEMA ESCRAVO .....	123
5.3	DADOS UTILIZADOS NAS SIMULAÇÕES .....	137
5.4	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO .....	141
<b>6</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>143</b>
6.1	MODELO DETERMINÍSTICO TRIFÁSICO .....	144
6.2	MODELO DETERMINÍSTICO MONOFÁSICO EQUIVALENTE .....	154
6.3	MODELO ROBUSTO TRIFÁSICO .....	160
6.4	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS.....	170
6.4.1	COMPARAÇÃO DE CUSTOS E TEMPO DE PROCESSAMENTO .....	170
6.4.2	IMPACTO DO PROGRAMA DE RESPOSTA DA DEMANDA NO MODELO DETERMINÍSTICO E ROBUSTO.....	172
<b>7</b>	<b>CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>174</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>177</b>
	<b>APÊNDICE 1 – CARGA DO ALIMENTADOR TRIFÁSICO DE DISTRIBUIÇÃO ...</b>	<b>183</b>
	<b>APÊNDICE 2 – PARÂMETROS DAS LINHAS DO ALIMENTADOR TRIFÁSICO DE DISTRIBUIÇÃO .....</b>	<b>184</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONTEXTO

O setor energético global está passando por diversas modernizações, ou seja, com a utilização das tecnologias de informação, comunicação, sensoriamento, monitoramento e automatização o setor elétrico encontra-se em um processo contínuo de digitalização e conectividade, viabilizando a implementação de recursos energéticos distribuídos, programas de resposta da demanda e a criação de novos mercados e negócios como as plantas virtuais de geração de energia, abrindo espaço para uma oferta descentralizada de energia e ambientalmente sustentável (REN21, 2022).

Estas tecnologias inteligentes converterão a atual rede elétrica estática em uma rede ativa, operada de forma criativa e fortalecendo o consumidor, inserindo-o como elemento ativo na operação e planejamento do sistema elétrico. A Figura 1.1 evidencia os principais elementos que estão impulsionando esta intensa transformação no setor energético.

FIGURA 1.1 - ELEMENTOS DE RUPTURA NO SETOR DE ENERGIA



FONTE: PwC (2021)

Agregada a esta modernização, a resposta da demanda (RD) é um mecanismo que permite gerenciar o consumo dos clientes em resposta às condições de oferta, como exemplo, realizar a redução ou o deslocamento do consumo de energia em

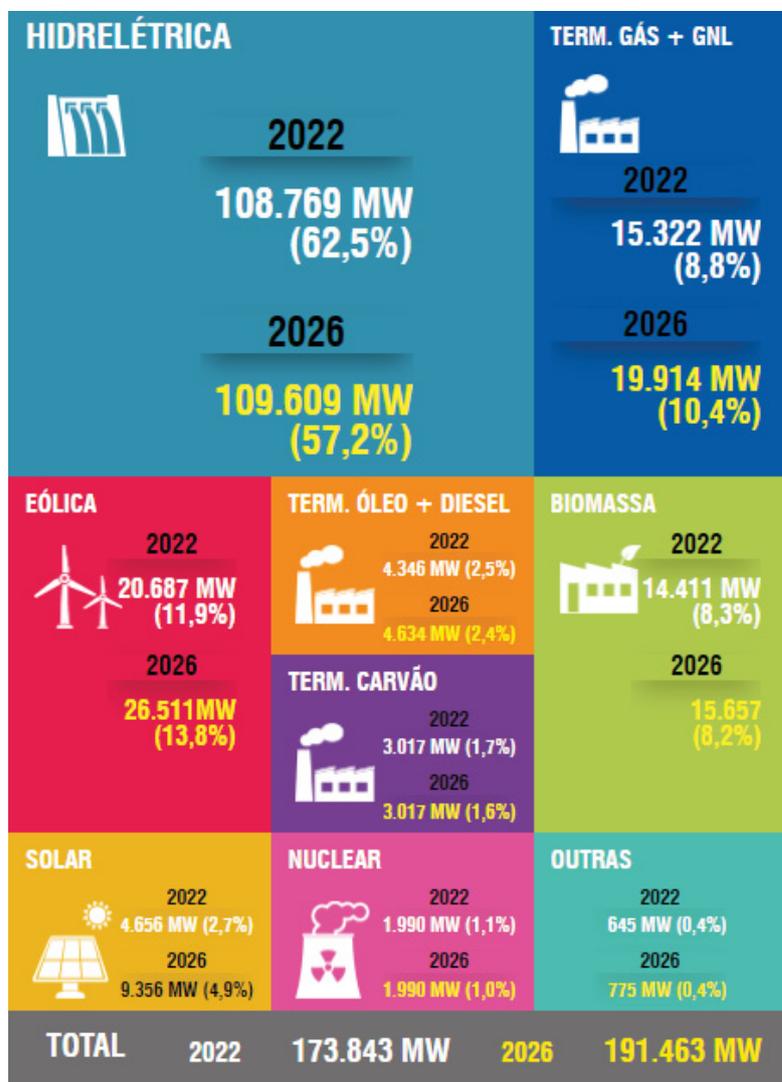
momentos críticos por meio de pagamentos ou em resposta a preços de mercado. A resposta da demanda é capaz de melhorar a adequação do sistema e reduzir substancialmente a necessidade de investimentos para o atendimento da demanda máxima, deslocando o consumo para momentos de baixa demanda e adicionando estabilidade ao sistema. Entende-se que a resposta da demanda é um mecanismo que permite aos consumidores maior gerenciamento do uso da energia elétrica, respondendo às variações no preço e aos comandos do operador do sistema mediante pagamentos (EPE, 2021).

Ao mesmo tempo, as fontes de energia renováveis, assim como energia eólica e energia solar fotovoltaica, têm recebido crescente atenção, sendo caracterizadas como uma solução para a redução significativa na emissão de gases poluentes e uma opção para a descentralização da geração de energia elétrica, uma vez que estas fontes podem ser conectadas junto à rede de distribuição, próximas dos centros de carga (EPE, 2021).

Os investimentos na expansão de tais fontes alternativas de energia têm crescido cada vez mais, levando-se em conta além dos aspectos ambientais, aqueles relacionados à redução dos custos de operação e expansão do sistema elétrico, assim como o maior aproveitamento dos recursos energéticos disponíveis, e o atendimento a demanda do sistema elétrico e suas variações (EPE, 2021).

No caso do Brasil, apesar da matriz energética ser composta, principalmente por usinas hidrelétricas e estas estarem saturadas, ou seja, operando próximo de seus limites operacionais, nos últimos anos, a instalação de usinas eólicas, principalmente nas regiões Nordeste e Sul, apresentou um forte crescimento, aumentando a importância dessa modalidade de geração para o atendimento do mercado. A Figura 1.2 mostra a evolução prevista da capacidade instalada de geração centralizada no SIN para os próximos quatro anos e como pode-se observar, as previsões mostram uma evolução positiva nas fontes de energia renováveis, em especial nas modalidades eólica e solar, porém a solar se destaca com uma previsão mais otimista, quase dobrando sua representatividade percentual na matriz energética brasileira para o período. Outro fato interessante é que com a evolução destas outras modalidades, ocorre a redução percentual da participação das hidrelétricas na matriz energética, o que para o Brasil é um bom sinal a longo prazo, uma vez que diminui o risco de déficit de geração no caso de agravamento da crise hídrica.

FIGURA 1.2 – CAPACIDADE INSTALADA DE GERAÇÃO NO SIN

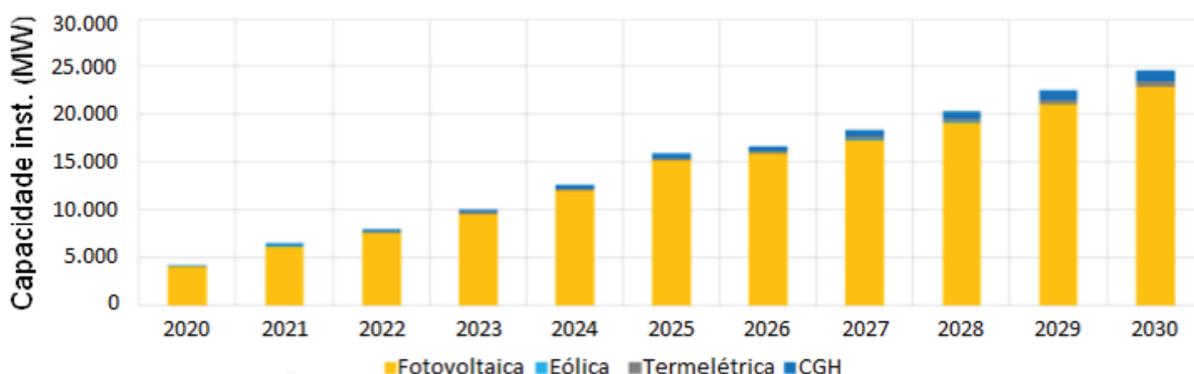


FONTE: ONS (2022)

A Figura 1.3 mostra a evolução prevista da geração distribuída (GD) no Brasil para a década compreendida entre o período de 2020 a 2030, extraída do Plano Decenal de Expansão de Energia 2030 (EPE, 2022). Conforme consta na Figura 1.3, a previsão da capacidade instalada da GD para o ano de 2022 foi de aproximadamente 8 GW, porém, segundo ABSOLAR (2022), a potência instalada atual da GD no Brasil no início de 2022 é de 9,288 GW, o que mostra que este segmento está apresentando um crescimento maior em relação ao previsto pelo PDE-2030. Nota-se também que se prevê um crescimento gradual desta modalidade de

geração ao longo dos próximos anos, atingindo uma capacidade instalada de aproximadamente 25 GW no final do horizonte decenal, sendo que a tecnologia solar fotovoltaica mantém-se como a principal fonte neste segmento, representando cerca de 93% de toda a expansão (EPE, 2022).

FIGURA 1.3 – EXPANSÃO DA CAPACIDADE INSTALADA DA GERAÇÃO DISTRIBUÍDA NO BRASIL



FONTE: EPE (2022)

Um dos maiores desafios relacionados à crescente penetração destas fontes renováveis de energia na matriz elétrica está no elevado grau de incerteza aos quais são caracterizadas, uma vez que são fontes geradoras variáveis e com baixa previsibilidade, aumentando a complexidade de operação do SIN. Este é um problema tanto para o planejamento da operação, como para o problema do planejamento da expansão dos sistemas elétricos de potência. Devido a tais incertezas associadas é necessário empregar metodologias capazes de modelar adequadamente os cenários de incertezas possíveis, o que exige a utilização de modelos matemáticos complexos, assim como modelos de programação avançada (Pinto, Vila e Tabarro, 2021).

Por outro lado, os sistemas de armazenamento de energia (SAE), que nos últimos anos se tornou uma tendência mundial (ABAQUE, 2021), é uma tecnologia que tem a capacidade de agregar disponibilidade, qualidade e confiabilidade no fornecimento de energia elétrica. Nos parques geradores variáveis, como solares e eólicos, conectados à rede ou isolados, os SAEs asseguram um suprimento contínuo de potência mesmo durante os períodos de baixa produção ou indisponibilidade da fonte primária. Segundo ABAQUE (2021), o armazenamento de energia age como

“*buffer*”, tornando a rede elétrica mais flexível para tratar as incertezas da geração de fontes renováveis.

Devido às fortes variabilidades das fontes de energia renováveis, as microrredes têm se tornado uma tecnologia efetiva para utilizar e gerenciar estas fontes de energia de forma descentralizada no âmbito do sistema de potência. Segundo Zhao et al. (2018), as microrredes são sistemas de energia relativamente pequenos e autônomos que integram fontes de geração distribuída, cargas, e diversas outras tecnologias como SAE e programas de resposta da demanda, podendo ser operada no modo conectada à rede de distribuição, ou ilhadas.

Para o problema de despacho das microrredes, diferentes abordagens têm sido empregadas para tratar as incertezas das fontes de energia renováveis. Dentre estas técnicas pode-se mencionar a otimização robusta, que tem sido utilizada como uma boa alternativa para modelar este tipo de problema, visto que diferente de outras metodologias, como a abordagem estocástica, dispensa a utilização de inúmeros cenários para modelagem de incertezas, sendo possível descrevê-las através de conjuntos (Conejo et al., 2016). Tais fatores permitem a representação das características da microrrede de uma maneira mais realista, com a obtenção de modelos tratáveis computacionalmente. Os aspectos gerais referentes à otimização determinística, robusta e estocástica serão tratados de forma mais ampla no Capítulo 4.

A Figura 1.4 mostra a estrutura geral da dissertação, bem como o que se pretende desenvolver em cada etapa. No capítulo 3 será modelado o FPO trifásico linear para uso em redes de distribuição e microrredes. Esta modelagem deve ser linear, pois como descrito no capítulo 5, para resolver o modelo robusto será utilizado o algoritmo de geração de colunas e restrições (C&CG), onde será necessário a utilização das condições de otimalidades de KKTs para a redução do problema original de três níveis min-max-min, para um problema tratável de dois níveis min-max, sendo que para isso, a modelagem do problema deve ser puramente linear (Pinto, Vila e Tabarro, 2021).

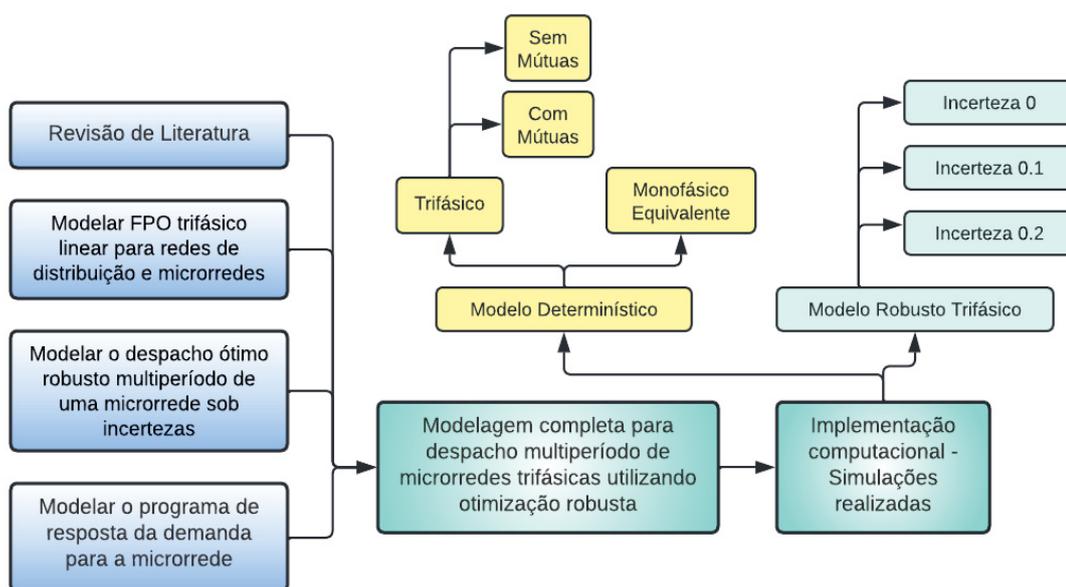
No estudo de caso utilizado para validar o FPO trifásico linear desta dissertação, apresentado no capítulo 3, não será considerado o programa de resposta da demanda e nem incertezas na geração e demanda.

Na sequência será modelado o despacho ótimo multiperíodo de uma microrrede conectada na rede de distribuição, considerando as incertezas das

gerações fotovoltaicas e da demanda. Para isso será utilizada a técnica de otimização robusta (Lara et al. 2021). Os aspectos gerais de otimização com e sem incertezas serão abordados no capítulo 4.

Por fim será modelado o programa de resposta da demanda para a microrrede, considerando a metodologia baseada em preços, o que será detalhado na seção 5.1.3 do capítulo 5.

FIGURA 1.4 – ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO



FONTE: O autor (2022)

A modelagem completa para o despacho multiperíodo de microrredes trifásicas sob incertezas e utilizando a abordagem robusta é definida ao fazer a junção das três modelagens citadas anteriormente (Pinto, Vila e Tabarro, 2021; Lara et al. 2021). O algoritmo desta modelagem foi desenvolvido utilizando a linguagem de programação Python 3.9. Foi utilizado um sistema teste de 34 barras do IEEE (IEEE, 2022) adaptado, simulando uma microrrede conectada na rede de distribuição, onde foram realizadas várias simulações determinísticas e robustas, as quais serão detalhadas e comentadas no capítulo 6.

## 1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é desenvolver um modelo computacional para o despacho ótimo de microrredes trifásicas sob incertezas na geração e na demanda, utilizando otimização robusta e considerando recursos energéticos distribuídos, tais como fontes de geração solar fotovoltaica, geração térmica e unidades de armazenamento (baterias), além do programa de resposta da demanda.

Os objetivos específicos do estudo incluem:

- (a) Realizar a revisão de literatura, a fim de avaliar os avanços científicos e identificar *gaps* nos trabalhos científicos já desenvolvidos na área, os quais contemplam a temática proposta no presente estudo;
- (b) Modelar o fluxo de potência ótimo (FPO) trifásico linear para aplicação em redes de distribuição e microrredes;
- (c) Modelar o despacho ótimo robusto de uma microrrede trifásica, considerando as incertezas da geração solar fotovoltaica e da demanda;
- (d) Considerar na modelagem da microrrede o programa de resposta da demanda, com a finalidade de reduzir o custo operacional diário, maximizando assim as receitas da microrrede;
- (e) A partir dos itens (b), (c) e (d) formular o modelo de otimização completo utilizando a abordagem de otimização robusta para o problema de despacho diário da microrrede trifásica sob incertezas;
- (f) Implementar computacionalmente o modelo matemático proposto e analisar o seu funcionamento em um sistema teste;
- (g) Avaliar o modelo matemático proposto, comparando com outros modelos e discutindo os resultados e as conclusões e caso necessário, sugerir adaptações para trabalhos futuros.

## 1.3 JUSTIFICATIVA

Devido ao elevado grau de incertezas associadas às fontes de energias renováveis e demanda, bem como a diversificação de tecnologias que podem ser agregadas às microrredes, como unidades de armazenamento (baterias) e programa

de resposta da demanda, além da possibilidade de incluir múltiplos objetivos no problema de otimização, muitas vezes conflitantes, fazem com que o problema de despacho destas redes se torne cada vez mais desafiador e com uma elevada complexidade de resolução, sendo necessário a adoção de novos modelos que possam resolver estes problemas com eficiência e robustez (Pinto, Vila e Tabarro, 2021).

Além disso, como as microrredes são pequenas redes de baixa ou média tensão, conectadas diretamente na rede de distribuição, faz-se necessário considerar a modelagem CA da rede ao formular estudos operacionais destes ativos. Por outro lado, problemas relacionados ao FPO são complexos, pois requerem a solução de problemas não-convexos, que são causados pelo relacionamento não-convexo da tensão com a injeção de potência líquida das barras. No contexto das redes de transmissão, os métodos tradicionais, tais como o método de aproximação linear do fluxo de potência DC, normalmente são empregados apresentando uma boa convergência, uma vez que as linhas de transmissão são relativamente longas, com uma alta relação X/R, transportando grandes quantidades de potência e apresentando uma operação equilibrada. Já nos sistemas de distribuição, esta convergência é comprometida devido as características intrínsecas destes sistemas, ou seja, os alimentadores de distribuição são linhas curtas, com uma pequena relação X/R (Zhao et al., 2018), transportando pequenas potências, além de apresentar uma operação normalmente desbalanceada (Zhao et al., 2018). Outra característica importante dos alimentadores de distribuição é que a queda de tensão nestas redes depende tanto da reatância quanto da resistência deles. Portanto, devido a estas peculiaridades específicas das redes de distribuição, ao modelar estudos destas redes, faz-se necessário a adoção de modelo AC de FPO, mesmo que linearizado (Li et al., 2019).

Outro fato a ser considerado é que em estudos relacionados à operação e planejamento de sistemas de transmissão, é comum fazer a modelagem de apenas uma das fases, estendendo o resultado para as demais, uma vez que estes sistemas são balanceados. Já em redes de distribuição, apesar de muitos trabalhos considerarem modelos monofásicos (ZHAO et al., 2018; QIU et al., 2020; LARA et al., 2021), como estas redes são inerentemente desequilibradas, a aplicabilidade destas formulações monofásicas se torna muito limitada, pois as interações topológicas e de carga não podem ser capturadas, sendo necessário uma modelagem que englobe não apenas cada fase individualmente, mas que também considera a influências das

impedâncias mútuas entre as fases. Portanto, para análise destas redes, além da necessidade de modelos derivados do FPO de CA, mesmo que linear, é interessante que o mesmo também seja trifásico (Li et al., 2019).

Neste sentido, as principais contribuições deste trabalho incluem a utilização da otimização robusta para modelar as incertezas associadas a geração solar fotovoltaica e a demanda no despacho de microrredes, considerando a modelagem CA trifásica da rede, com o intuito de apresentar resultados mais próximos possíveis de uma rede de distribuição real, a fim de subsidiar corretamente o despacho destas redes. Também é incorporado no modelo o programa de resposta da demanda, onde o consumidor participa ativamente do sistema como “oferta”, sendo um recurso despachável pela operação, com o objetivo de aliviar o sistema e aumentar as receitas da microrrede. Por fim, são analisados os efeitos das unidades de armazenamento (baterias) no aspecto econômico e técnico da operação da microrrede, mostrando as vantagens da sua utilização.

#### 1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A sequência deste trabalho está dividida em mais seis capítulos: o capítulo 2 apresenta a revisão de literatura, apresentando trabalhos desenvolvidos sobre o tema e as diferentes abordagens de solução apresentadas. Já o capítulo 3 apresenta a modelagem do FPO trifásico linear aplicado às redes de distribuição e microrredes, bem como simulações realizadas em um estudo de caso para fins de comparação com modelos já existentes na literatura, a fim de validar o método proposto. No capítulo 4 será apresentada a técnica de otimização robusta e no capítulo 5 será detalhada a metodologia proposta neste trabalho, baseada na otimização robusta, apresentando toda a formulação utilizada no problema. Por sua vez, o capítulo 6 apresenta os resultados obtidos na simulação computacional do modelo utilizando um sistema teste e por fim o capítulo 7 disserta sobre as conclusões obtidas e as sugestões para aprimoramentos futuros do trabalho.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo serão abordados, de maneira geral, alguns artigos científicos considerados de maior relevância para esta dissertação. O foco principal está no despacho ótimo robusto de microrredes trifásicas com armazenamento de energia, considerando o programa de resposta da demanda.

Como o tema deste trabalho é muito abrangente, o processo de seleção do portfólio bibliográfico foi dividido em dois grupos. No primeiro grupo, foram elencados os trabalhos referentes ao despacho ótimo de microrredes, incluindo tecnologias como baterias e programas de resposta da demanda, dando ênfase na aplicação da otimização robusta como método de resolução, apresentando na sequência um resumo comparativo destes artigos com o trabalho proposto. No segundo grupo, destaca-se o estado da arte referente à modelagem CA do fluxo de potência ótimo aplicado à rede de distribuição e microrredes. Por fim as considerações finais do capítulo são apresentadas, destacando as principais contribuições deste trabalho em relação aos apresentados na revisão.

### 2.1 DESPACHO ÓTIMO DE MICRORREDES

A operação de microrredes adiciona uma série de camadas de complexidade operacional se comparada a uma rede elétrica tradicional. Segundo Lara et al., 2021, dentre estas dificuldades, podem ser destacadas a presença de fontes renováveis de energia, como a fotovoltaica e eólica, em um nível de penetração relativamente grande. Estas fontes são intermitentes, ou seja, não há a segurança de disponibilidade a todo o momento como no caso de uma usina térmica (combustível) ou hidrelétrica (reservatório de água), possuindo um comportamento estocástico, sendo dependentes das condições climáticas de momento.

Nas microrredes também podem estar presentes os sistemas de armazenamento de energia (baterias), que apesar de constituírem um recurso importante para viabilizar e adicionar previsibilidade à operação com fontes intermitentes, possuem uma característica de degradação dependente da operação, ou seja, uma operação eficiente deve considerar estes efeitos para maximizar a vida útil e o benefício gerado por estes equipamentos (Lara et al. 2021; ABAQUE, 2021).

Outra tecnologia muito comum utilizada em microrredes é o programa de resposta da demanda, que tem por principal função fortalecer o consumidor, incluindo-o como elemento ativo na operação destas redes. A resposta à demanda requer o desenvolvimento de mecanismos de controle que possam facilitar autonomamente as mudanças no uso de eletricidade pelos consumidores finais, em resposta a mudanças no preço da eletricidade ao longo do tempo ou em resposta à disponibilidade de energia renovável (Mazidi, Monsef e Siano, 2016; EPE, 2022). Conforme apresentado por Korkas et al. (2016), a implementação desses mecanismos requer a presença de cargas cuja operação pode ser regulada, ou seja, cargas despacháveis.

Devido esta diversidade de tecnologias e recursos energéticos distribuídos que uma microrrede pode agregar, há a necessidade de otimizar simultaneamente estes recursos para que os mesmos sejam despachados de forma coerentes, satisfazendo as condições restritivas do modelo a fim de se obter um ponto ótimo de operação e ao mesmo tempo cumprindo com os objetivos estipulados na modelagem do problema, os quais podem ser conflitantes, como por exemplo a minimização dos custos, minimização do impacto ambiental, minimização da degradação das baterias, minimização do corte de carga, etc (Pinto, Vila e Tabarro, 2021; Lara et al., 2021).

De forma genérica, um problema de otimização pode ser modelado como (Baran e Fernandes, 2016):

$$\begin{aligned} & \min f(\mathbf{u}) \\ \text{Sujeito a:} & \\ & \mathbf{g}(\mathbf{u}) = 0 \\ & h^{\min} \leq \mathbf{h}(\mathbf{u}) \leq h^{\max} \end{aligned} \tag{2.1}$$

Onde:

- $\mathbf{u}$  é o vetor de variáveis do sistema;
- $f(\mathbf{u})$  é a função objetivo a ser otimizada;
- $\mathbf{g}(\mathbf{u})$  é o vetor de restrições de igualdade;
- $\mathbf{h}(\mathbf{u})$  é o vetor de restrições de desigualdades.

No caso das microrredes, este processo de otimização também deve levar em consideração a natureza variável das fontes de energia renováveis conectadas nestas

redes, bem como os erros inevitáveis nas previsões de carga e geração, ou seja, deve ser uma otimização sob incertezas da geração (fotovoltaica e eólica) e da demanda (Pinto, Vila e Tabarro, 2021; Lara et al., 2021).

A otimização estocástica e a otimização robusta têm sido dois métodos comuns e utilizados por vários pesquisadores para modelar e resolver problemas sob incertezas, porém a otimização estocástica possui limitações referente ao tempo computacional, pois ele aumenta rapidamente à medida que o tamanho da amostra do cenário aumenta. Além disso, também é difícil obter funções precisas de distribuição de probabilidade de incertezas, o que diminui a confiabilidade do modelo. Em contrapartida a otimização robusta pode abordar adequadamente essas limitações, uma vez que é construída baseada em conjuntos de incertezas, que é mais facilmente obtida do que as funções de distribuição de probabilidade, oferecendo uma solução confiável para qualquer realização dos conjuntos de incertezas (Conejo et al., 2016; Pinto, Vila e Tabarro, 2021).

Levando em consideração estes conceitos, a otimização robusta associada ao programa de resposta da demanda foi considerada no trabalho apresentado por Mazidi, Monsef e Siano (2016). Nele, os autores propõem uma formulação min-max-min adaptativa para o planejamento do dia seguinte de redes de distribuição inteligentes, com o objetivo de minimizar o custo de operação total sob as incertezas da carga e das fontes renováveis. Foi utilizado um algoritmo de decomposição baseado em planos de cortes duais para desacoplar o problema original em um problema mestre e um subproblema. O problema mestre determina o planejamento do dia seguinte, enquanto o subproblema determina a pior realização possível das variáveis incertas dentro de um conjunto de incertezas. Ambos os problemas são programações lineares inteiras mistas (MILP) e foram resolvidos usando CPLEX.

Outro trabalho onde o programa de resposta da demanda é aplicado com base na ocupação e otimização do conforto térmico em microrredes é apresentado por Korkas et al. (2016). A microrrede analisada é composta por três edificações, uma matriz fotovoltaica, uma turbina eólica e uma unidade de armazenamento de energia. Através de um algoritmo de otimização adaptativa cognitiva parametrizada (PCAO), o programa de resposta da demanda controla a operação dos equipamentos de climatização das edificações, uma vez que a operação destes equipamentos tem um impacto direto não apenas na demanda de energia, mas também no conforto térmico dos ocupantes. O objetivo do modelo robusto é integrar eficientemente as fontes

renováveis, reduzir o custo de energia e ao mesmo tempo satisfazer o conforto térmico dos usuários.

O estudo apresentado em Jin et al. (2017a) propõe um modelo de despacho ótimo de uma microrrede de grande escala, considerando a intermitência das renováveis e demandas flexíveis dos consumidores, com um esquema de incentivos baseados na resposta da demanda com preços em tempo real. A microrrede possui uma instalação de geração, que inclui uma unidade fotovoltaica e dispositivo de armazenamento, podendo trocar energia com a rede principal a fim de atender a demanda dos consumidores. A formulação matemática dá origem a um problema de otimização multiobjetivo, com restrições predominantes e “*trade-off*” da concessionária local, abordando duas estratégias de despacho, sendo o despacho do dia seguinte e o despacho adaptativo. A modelagem também leva em consideração as incertezas da irradiação solar e o preço da eletricidade, sendo apresentadas várias metodologias de previsão, uma vez que previsões precisas corroboram para diminuição dos custos.

Em seu trabalho, Jin et al. (2017b) aborda uma estratégia ótima para o despacho e precificação de energia para promover a eficiência energética e lucratividade de varejistas em uma microrrede, economia na conta de energia dos consumidores e resposta de demanda para a rede. A formulação matemática dá origem a um problema de programação quadrática inteira mista (MIQP), o qual é construído em python e resolvido por Gurobi, tendo por objetivo otimizar a taxa de varejo da eletricidade e o despacho da microrrede, sob incertezas. Para o despacho da microrrede, os autores utilizaram a abordagem do despacho do dia seguinte e citam os programas de resposta da demanda TOU (baseado no tempo de uso) e RTP (baseado na precificação em tempo real) sendo que ambos foram utilizados no modelo proposto para fins de comparação, onde o RTP apresentou um melhor desempenho.

No trabalho de Zhang et al. (2017) é proposto uma abordagem de otimização robusta para operação ótima de microrredes. Para tornar as soluções robustas contra as incertezas das potências de saída das fontes de energia renováveis, um modelo de otimização robusta de dois estágios é desenvolvido para coordenar os sistemas de armazenamento de energia (SAE) e o controle direto de carga (DLC) em diferentes escalas de tempo, sendo resolvido por um algoritmo de geração de colunas e restrições (C&CG). O objetivo é maximizar o lucro total da microrrede, considerando

custos de operação e manutenção das baterias, turbinas eólicas e painéis fotovoltaicos, transação com a rede principal e cargas dos consumidores, sob um cenário de pior caso. O problema de otimização robusto de dois estágios é dividido em problema mestre e problema escravo, onde a formulação do problema mestre é uma programação linear inteira mista (MILP). Porém, o problema escravo apresenta certa complexidade para ser resolvido, devido à existência de conjuntos de incertezas poliédricas na sua formulação. Para isso, foi utilizado o clássico dual de Lagrange para criar uma forte dualidade e, portanto, dar origem a um problema escravo bilinear. O modelo foi implementado em Matlab e utilizado o *solver* SCIP para resolver os problemas mestre (MILP) e escravo (bilinear).

Outro trabalho que envolve a otimização robusta é apresentado por Guo e Zhao (2018). Os autores propõem um modelo eficiente e confiável para o gerenciamento robusto de energia de uma microrrede com fontes de energia renováveis e cogeração, tanto no modo conectado à rede quanto no modo ilhado. A microrrede também é equipada com sistemas combinados de aquecimento e energia e para abordar as incertezas associadas com a potência de saída das fontes renováveis e a condição da microrrede conectada à rede, foi proposto uma abordagem de otimização robusta adaptativa de dois estágios para providenciar um planejamento “*unit commitment*” robusto para as unidades de cogeração, com o objetivo de minimizar o custo operacional total da microrrede sob um cenário de pior caso. O problema inicial do segundo estágio é não linear, portanto, foi utilizado o método Big-M com o propósito de linearizá-lo, dando origem a uma programação linear inteira mista (MILP). Para resolver o problema de otimização robusto de forma eficiente, foi utilizado o algoritmo de geração de restrições e colunas (C&CG), sendo implementado em Python usando GUROBI 6.0.

Em Zhao et al. (2018) é proposto um novo modelo de despacho ótimo robusto de dois estágios (min-max-min) para uma microrrede híbrida AC/DC ilhada, considerando as incertezas das renováveis e das cargas, bem como a flutuação de potência do conversor. A microrrede consiste em fontes de geração renovável eólica e solar, dispositivos de armazenamento, gerador de motor diesel, conversor bidirecional e cargas controláveis AC/DC. O primeiro estágio do modelo determina o estado de partida/parada do gerador de motor diesel e o estado operacional do conversor bidirecional. Já o segundo estágio visa otimizar o despacho de potência das unidades individuais, minimizando o custo de operação diário para o pior cenário. A

modelagem matemática inicial deu origem a um problema não linear e de difícil resolução. Para linearizar este problema, foi utilizada a abordagem do parâmetro “Big-M”, convertendo o problema original para uma programação linear inteira mista (MILP). Os autores apresentam duas ferramentas que podem ser utilizadas para resolver este problema de alta complexidade: Decomposição de Bender e o algoritmo de geração de colunas e restrições (C&CG), sendo escolhido este último por convergir mais rápido e requerer um número menor de iterações em relação a Decomposição de Bender.

Já em Zhou, Ai e Wang (2018) é apresentado uma estrutura distribuída e prática para resolver o despacho econômico de um aglomerado de microrredes, com base no modelo de controle preditivo e no princípio de problema auxiliar. Cada microrrede resolve seu modelo local de maneira paralela e coopera com as microrredes adjacentes de maneira interativa. O programa de resposta da demanda, com base em incentivos, é incorporado no modelo a fim de aumentar a flexibilidade em toda a rede e cooperar tanto no lado do fornecimento quanto no lado da demanda. O objetivo do modelo é estabelecer um equilíbrio entre o lucro do operador do sistema e as experiências dos clientes em um típico aglomerado de microrredes, definindo parâmetros de “*trade-off*” adequado. O modelo foi implementado em Matlab com o *solver* Gurobi.

Qiu et al. (2018) também faz uma abordagem de otimização robusta para *multimicrogrid* híbridas AC/DC, conectadas à rede de distribuição, propondo um modelo de planejamento ótimo robusto de dois estágios binível (BTROS). Este modelo de otimização é chamado binível por otimizar simultaneamente o nível da concessionária e o nível de fornecimento das microrredes, considerando as incertezas em cada nível. É utilizado o algoritmo de geração de colunas e restrições para converter o problema (min-max-min) de cada nível em um problema de programação linear inteira mista (MILP) de dois estágios, que foi resolvido com rapidez e eficiência, utilizando a ferramenta YALMIP no Matlab e CPLEX 12.4.

Preocupados em reduzir a conservatividade da solução de problemas de otimização robustos, Zhang et al. (2018) propõe um novo método de otimização robusta adaptável a dados para o despacho econômico de redes de distribuição ativa. O método de geração de cenários e a otimização robusta de dois estágios são combinados no modelo proposto. Para reduzir a conservatividade, alguns cenários extremos selecionados a partir dos dados históricos são usados para substituir o

conjunto de incertezas convencional. Isto é possível, uma vez que os autores tratam as incertezas das gerações renováveis utilizando conjuntos elipsoidais, em vez dos conjuntos cúbicos tradicionais. É utilizada a modelagem CA da rede de distribuição na formulação do problema, sendo que para linearizar as equações, foi utilizado a abordagem big “M”. Os resultados numéricos demonstram que a solução do método proposto é menos conservadora, porém tão robusta quanto as abordagens de otimização robusta de dois estágios existentes, permitindo assim uma decisão mais econômica sem comprometer a segurança.

Outro trabalho que inclui o programa de resposta da demanda no despacho ótimo de microrredes é apresentado por Acevedo-Arenas et al. (2019). Neste trabalho, os autores propõem um modelo de controle preditivo baseado na otimização por enxame de partículas (PSO). As fontes de energia renováveis da microrrede residencial incluem sistemas de biomassa, eólicos e fotovoltaicos, além de sistemas de armazenamento de energia. O objetivo do modelo é minimizar o custo por hora de energia consumida e maximizar o uso dos recursos renováveis. Foram consideradas cargas adicionais associadas ao programa de resposta da demanda em 5 residências que fazem parte da microrrede, levando-se em consideração os hábitos de consumo de energia destes usuários domésticos. O processo de otimização desenvolvido a partir de algoritmo genético estabelece o melhor horário para estas cargas funcionarem, de acordo com o critério de custo mínimo dado pelas tarifas diferenciadas horárias e disponibilidade de energia.

Em Khalili, Nojavan e Zare (2019) é apresentado um modelo de planejamento ótimo diário de uma microrrede conectada em uma rede principal, incluindo fontes de geração convencional e renováveis e considerando as incertezas da carga, preço de mercado e das fontes de energia renováveis na modelagem. Um programa de resposta da demanda baseada em incentivos é implementado no processo. O modelo multiobjetivo estocástico robusto visa maximizar os ganhos com o programa de resposta da demanda e minimizar o custo dos geradores convencionais e da potência transferida. Este modelo é resolvido pela técnica da soma ponderada, visando produzir um conjunto de soluções pareto ótimas, sendo que a melhor solução é selecionada por aplicar o método de satisfação “fuzzy”. O *software* empregado para resolver o modelo é o GAMS e os resultados demonstram que são obtidos custos mais baixos quando o lucro da concessionária, referente ao programa de resposta da demanda, é maximizado e as despesas de transação/combustível são minimizadas.

Qiu et al. (2020) trata do despacho econômico robusto do dia seguinte de uma microrrede híbrida AC/DC ilhada. Primeiramente é proposto um novo modelo de otimização robusta adaptativa restrita em custo de recurso (RC-ARO) com variáveis de recursos binárias, para o despacho de microrredes sob incertezas. Na sequência é desenvolvido um modelo de correlação espaço-temporal das incertezas da geração eólica, baseada na semelhança das sequências de tempo de potência, para evitar cenários impossíveis e reduzir a conservatividade. Por último, é desenvolvido um novo algoritmo de geração de colunas e restrições (C&CG) com procedimento de otimização alternativo (AOP), para obter diretamente a solução binária, ajudando a acelerar a solução do modelo proposto.

Já em Qiu e You (2020) é desenvolvido um novo método de otimização robusta adaptativa (ARO), descentralizada e distribuída (DD), para *multimicrogrid*, sob incertezas da geração, cargas e faltas das linhas, com o intuito de evitar a necessidade da instalação de um centro de coordenação para toda a rede. O sistema proposto pelos autores é dividido em níveis de instalações, de fornecimento e de rede e o processo de otimização deste sistema também é dividido em três etapas, onde primeiramente é proposto um modelo DD ARO com base na estrutura de distribuição paralelizada (PD), considerando as incertezas de geração e carga do nível das instalações, bem como a incerteza de falta em linhas de conexão do nível de fornecimento. Na sequência é desenvolvido um método analítico em cascata de alvo, para formular as restrições de consistência em linhas de conexões compartilhadas. Por último é proposto um algoritmo C&CG para resolver com eficiência o modelo DD ARO não convexo de vários níveis resultantes.

No trabalho de Wei et al. (2020) é proposto um gerenciamento de energia temporalmente coordenada para microrredes híbridas AC/DC. Foi desenvolvido um novo modelo de eficiência de conversão dinâmica do conversor bidirecional AC/DC, de acordo com as características de operação e perdas do conversor. A estratégia do gerenciamento de energia é dividida em duas etapas, a fim de manter uma alta robustez a um custo mínimo de operação. No primeiro estágio, o objetivo é minimizar o custo diário de operação da MG, considerando a produção das fontes de energia renováveis, as características de operação dos componentes da MG e o preço de eletricidade no tempo de uso. Já no segundo estágio, o planejamento para o dia seguinte das unidades controláveis é ajustado com base em dados de previsão de

curtíssimo prazo, para suprimir as oscilações de energia intradiárias, induzidas por erro de previsão no dia seguinte.

Já em Vergara et al. (2020) é proposto um modelo estocástico de programação não linear inteira mista (MINLP) para o despacho ótimo de microrredes trifásicas ilhadas. Na formulação proposta, a microrrede é modelada como um sistema de distribuição trifásico desbalanceado, compreendendo unidades de geração eólica e baterias. As incertezas da demanda e das gerações renováveis são consideradas através de uma abordagem baseada em cenários, que determina os valores ótimos das variáveis de decisões que minimiza o custo operacional médio da microrrede. Para resolver o modelo por *solvers* comerciais, foi utilizada uma abordagem de linearização para transformar o modelo MINLP em um modelo convexo aproximado. Simulações de Monte Carlo foram utilizadas para avaliar a efetividade do modelo, porém o mesmo é limitado a grandes sistemas por apresentar um elevado tempo de processamento.

Em seu trabalho, Wang et al. (2021) propõem um método de despacho adaptativo robusto para baterias, com gerenciamento de intervalo do estado de carga (SOC), aplicável em microrredes trifásicas desbalanceadas, com o objetivo de minimizar o custo operacional. O método de otimização consiste em duas etapas, sendo que na primeira, onde é definido o estágio do dia seguinte, um intervalo de SOC é otimizado considerando as incertezas das gerações renováveis, demanda e preços de mercado. Já a segunda etapa é realizada durante o dia, onde a bateria é despachada dentro do intervalo SOC com um procedimento de horizonte rolante para rastrear a realização das incertezas. Consequentemente, um método de otimização de intervalo robusto híbrido é desenvolvido para resolver o problema de escalonamento proposto sob as incertezas e obter o intervalo ótimo para o SOC.

O estudo apresentado em Lara et al. (2021) propõe uma estrutura para o planejamento operacional ótimo para o dia seguinte de uma microrrede, considerando o custo de degradação das baterias e o programa de resposta da demanda através de cargas controláveis. As incertezas da geração fotovoltaica e da demanda são consideradas utilizando uma abordagem de otimização robusta. O modelo CA linearizado da rede de distribuição é considerado, onde o alimentador da rede é representado, com o objetivo de garantir o cumprimento das restrições operacionais, como magnitude de tensão nas barras e limites de capacidades dos alimentadores, porém a modelagem não é trifásica. O sistema foi modelado como um problema de

programação linear inteira mista (MILP) e resolvido usando uma decomposição de dois estágios via algoritmo de geração de coluna e restrições (C&CG).

Na Tabela 2.1 é apresentado um quadro comparativo da proposta desta dissertação com os artigos científicos revisados ao longo desta seção.

TABELA 2.1 – RESUMO COMPARATIVO DOS ARTIGOS QUE TRATAM DE DESPACHO ÓTIMO DE MICRORREDES

		Proposta	Mazidi et al. (2016)	Korkas et al. (2016)	Jin et al. (2017a)	Jin et al. (2017b)	Zhang et al. (2017)	Guo et al. (2018)	Zhao et al. (2018)	Zhou et al. (2018)	Qiu et al. (2018)	Zhang et al. (2018)	Acevedo-Arenas et al. (2019)	Khalili et al. (2019)	Qiu et al. (2020)	Qiu e You (2020)	Vergara et al. (2020)	Wei et al. (2020)	Wang et al. (2021)	Lara et al. (2021)	
Modelagem	Otimização Robusta																				
	Modelo CA da rede																				
	degradação das baterias																				
	FPO Linear Trifásico																				
Tecnologia Aplicada	Resposta da Demanda																				
	Baterias																				
Tipo de Operação	Conectada à rede																				
	Ilhada																				
	Ambos os modos																				
Metodologia da solução	C & CG																				
	Alg. planos de corte																				
	Outros Métodos																				
Incertezas	Eólica																				
	Solar																				
	Demanda																				

FONTE: O autor (2022)

As marcações em azul indicam os assuntos que serão abordados no trabalho proposto. Em verde são as temáticas abordadas nos artigos citados na revisão de literatura. Ressalta-se que alguns campos não foram preenchidos, pois não foram especificados explicitamente nos artigos abordados.

Fica evidente ao observar a Tabela 2.1 uma das principais contribuições desta dissertação que é a expansão do trabalho apresentado por Lara et al. (2021) utilizando uma representação trifásica.

## 2.2 FLUXO DE POTÊNCIA E FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO APLICADO À REDE DE DISTRIBUIÇÃO E MICRORREDES

O objetivo do Fluxo de Potência Ótimo (FPO) é definir um conjunto de variáveis de controle que são capazes de eliminar as violações operativas do sistema que está sendo analisado, como exemplo desbalanços entre carga e geração, perfil de tensão, desequilíbrio de tensão, entre outras (Baran e Fernandes, 2016).

A formulação inicial do FPO foi feita por Carpentier (1962), que trata de uma otimização de uma rede elétrica através de uma função objetivo, satisfazendo as condições restritivas. O problema genérico de FPO pode ser observado na Equação 2.1 da seção anterior.

Existem diversos métodos que podem ser empregados para a resolução do FPO. Dentre estes destacam-se o Método do Gradiente Reduzido (Dommel e Tinney, 1968), Método de Newton (Sun et al., 1984), Método de Programação Linear Sucessiva (Alsaç et al., 1990) e o Método Primal-Dual de Pontos Interiores (Granville, 1993), dentre outros.

Como mencionado no Capítulo 1, devido à intensa transformação em que as redes de distribuição estão passando atualmente, com a implementação de uma enorme gama de novas tecnologias, os alimentadores de distribuição tradicionais, que antes possuíam um fluxo de potência unidirecional, ou seja, no sentido da subestação fonte para as cargas, estão cedendo lugar cada vez mais para alimentadores ativos, com fluxo de potência bidirecional. Com isso, estudos referentes ao fluxo de potência ótimo em redes de distribuição ativa se tornam mais complexos, requerendo a aplicação de métodos específicos (Li et al., 2019).

Neste contexto, Dall'Anese, Zhu e Giannakis (2013) propõem em seu trabalho uma modelagem para o fluxo de potência ótimo distribuído para microrredes

inteligentes. Como o fluxo de potência ótimo (FPO) considerado é não convexo, foi utilizado uma técnica de relaxação de programação semidefinida (SDP) com o objetivo de obter um problema convexo solucionável. Para garantir escalabilidade em relação ao número de nós, robustez e falhas de comunicação isoladas, bem como a privacidade e integridade dos dados, o SDP proposto é resolvido de forma distribuída, utilizando o método de direção alternada dos multiplicadores (ADMM). Para as simulações dos estudos de caso, foi utilizado o pacote de otimização CVX3, junto com o *solver* baseado em pontos interiores *SeDuMi*. O algoritmo foi implementado em Matlab.

Já em (Abdelaziz et al., 2013) é proposta uma formulação matemática de um algoritmo novo e genérico para determinar o fluxo de potência ótimo trifásico em uma microrrede ilhada. O algoritmo proposto se adapta às características reais da operação e considera as características dos sistemas de distribuição, ou seja, modelos dos alimentadores trifásicos, cargas desequilibradas e modelos da carga. Além disso, todos os modos de operação possíveis das unidades de geração distribuída (“*droop*”, *PV* ou *PQ*) foram considerados. A formulação proposta também leva em consideração o conceito de operação da microrrede, onde as unidades de geração distribuída são obrigadas a compartilhar as demandas de carga e manter a frequência e as tensões do sistema dentro de seus limites operacionais. O problema foi formulado como um conjunto de equações não lineares. Para resolvê-lo, foi utilizado o “*Método da Região de Confiança de Newton*” e o algoritmo foi implementado em Matlab.

Em (Levron, Gerrero e Beck, 2013) é proposto uma solução do fluxo de potência ótimo em microrredes com armazenamento de energia, operando no modo conectada à rede de distribuição local. O algoritmo sugerido considera todo o sistema, ou seja, o limite dos dispositivos de armazenamento, limites de tensão, limite de corrente e limite de potência, tendo por objetivo calcular o gerenciamento ótimo de energia dos dispositivos de armazenamento, com o emprego de um *solver* de fluxo de potência no domínio da rede, dentro de uma pesquisa recursiva de programação dinâmica no domínio do tempo. Neste algoritmo, é incorporada uma topologia de rede arbitrária, que pode ser um sistema monofásico balanceado ou trifásico desbalanceado.

Já em (Ferreira, Borges e Pereira, 2014) é proposto uma formulação detalhada e flexível de programação linear inteira mista para problemas de fluxo de potência

ótimo AC dos sistemas de distribuição. A formulação proposta permite a representação de decisões discretas via variáveis de decisões inteiras, capturando o comportamento não linear da rede elétrica por aproximações de precisão controlável, podendo ser resolvido por *solvers* de otimização comerciais. A metodologia proposta pode ser aplicada tanto para redes de distribuição radiais ou em malhas e é flexível para diferentes problemas de operação e expansão do sistema de distribuição. Em relação ao desempenho computacional da metodologia proposta, os autores verificaram que esta modelagem é limitada para grandes sistemas, devido ao uso de variáveis binárias para impor a estrutura desejada aos conjuntos ordenados especiais.

O estudo apresentado em (Riva Sanseverino et al., 2015) faz uma abordagem de uma modelagem matemática do fluxo de potência ótimo em microrredes trifásicas ilhadas. O estudo tem por objetivo avaliar o ajuste contextual dos parâmetros de inclinação utilizados para a regulação primária de tensão e frequência, das unidades de interface com inversor. O fluxo de potência ótimo fornece um ponto de operação “*iso-frequencial*” para todas as unidades de geração em conjunto com os parâmetros de inclinação para a regulação primária. Dessa forma, os autores concluíram que a regulação secundária pode ser negligenciada na estrutura de controle hierárquica considerada. Para calcular o fluxo de potência ótimo é utilizado o método de Lagrange, onde o resultado é obtido de forma iterativa.

Em seu trabalho, Ahmadi, Marti e Meier (2016) também propõem uma formulação para a solução do fluxo de potência linear trifásico, descrevendo o método de injeção de corrente para um sistema de distribuição e utilizando o método de iteração de pontos fixos para resolver as equações do fluxo de potência resultante. Nesta modelagem, os autores se basearam no fato que em um sistema de distribuição típico, a magnitude e os ângulos das tensões das barras variam dentro de uma faixa limitada. A precisão do método proposto é verificada usando vários casos de teste e as aplicações potenciais deste método está nas rotinas de otimização do sistema de distribuição, como estimativa de estado e otimização Volt-Var. Com este conjunto de equações lineares, é possível incluir variáveis inteiras para representar a posição dos comutadores dos transformadores, dos reguladores de tensão, etc.

O fluxo de potência DC é uma das metodologias mais estudadas para análise e operação de sistemas de potência elétrica. No entanto, esta aproximação linear não é adequada para sistemas de distribuição de potência devido a sua alta proporção  $R/X$  e operação desbalanceada. Seguindo este conceito, o trabalho apresentado por

Garces (2016) propõe um fluxo de potência trifásico linear para sistemas de distribuição de energia, com base em uma formulação retangular. Na modelagem do problema são consideradas a operação equilibrada e desequilibrada, assim como os modelos ZIP das cargas, apresentando resultados precisos, independentemente da proporção  $R/X$ . Apesar da simplicidade do método, este apresentou uma excelente precisão em relação ao método convencional de varredura reversa.

Outra metodologia para calcular o fluxo de potência ótimo trifásico, aplicada no planejamento de redes de distribuição desbalanceadas é apresentado por Baran e Fernandes (2016). A função objetivo tem por finalidade minimizar as perdas elétricas da rede e encontrar os ajustes dos taps dos reguladores de tensão e dos bancos de capacitores em uma rede desequilibrada trifásica. Para obter estabilidade numérica, o fasor de tensão é representado pela forma retangular. As equações de balanço de potência ativa e reativa e o ajuste dos limites de tensão dos reguladores de tensão foram feitos para todas as três fases simultaneamente, que são interconectadas pelas impedâncias mútuas. O problema de otimização é resolvido pelo método dos pontos interiores, versão primal dual e as principais vantagens dessa modelagem é que ela é trifásica, considera as impedâncias mútuas entre as fases, oferece ajustes adicionais para garantir a satisfação dos limites de tensão e pode ser facilmente implementada.

As principais metodologias utilizadas na modelagem do fluxo de potência ótimo de *smart grids* e microrredes foram compiladas no trabalho apresentado por Abdi, Beigvand e Scala (2017). As abordagens do fluxo de potência ótimo são comparadas em termos de suas funções objetivos, restrições e metodologias. Também são relatados os desempenhos computacionais desses métodos. Segundo os autores, as funções objetivos e restrições relevantes podem ser afetadas pela escolha do procedimento de otimização para solução em *smart grids* e microrredes. Além disso, o tipo do sistema (balanceado, desbalanceado, redes inteligentes de distribuição, transmissão e microrredes) possui um efeito significativo nas metodologias do fluxo de potência ótimo. As metodologias abordadas pelos autores foram: FPO paralelo e distribuído; FPO multifase; Abordagem de FPO baseada em linearização e aproximação; Abordagem de FPO baseada na consideração de dispositivos de armazenamento; FPO trifásico desbalanceado; Método de direção alternada dos multiplicadores; FPO baseado na formulação simultânea de fluxos pós contingências; Modelos de FPO baseados em incertezas.

A modelagem matemática para o fluxo de potência trifásico linear, para redes de distribuição ativas desbalanceadas também é apresentada no trabalho de Wang et al. (2017). O método proposto não se limita à topologia radial e pode lidar com as linhas de alta relação  $R/X$ . Durante a modelagem, as barras  $PV$ 's e  $PQ$ 's do sistema podem ser levadas em consideração e são aplicadas três aproximações lineares com o objetivo de linearizar a relação entre potência ativa, potência reativa, magnitude de tensão e ângulo de fase. Para resolver o algoritmo proposto, foi utilizado o método de Eliminação de Gauss, utilizando uma matriz de admitância trifásica.

O modelo clássico de fluxo de potência DC é também muito utilizado devido sua independência de estado, robustez e eficiência computacional. Apesar de suas vantagens, este modelo falha por não considerar a potência reativa ou magnitude de tensão nas barras. Com isso, Yang et al. (2017) propõe em seu trabalho um modelo CA de fluxo de potência linearizado desacoplado, considerando a magnitude de tensão e os ângulos de fases nas barras do sistema. A metodologia proposta é precisa e robusta, podendo ser aplicada a sistemas de distribuição radiais, sistemas de transmissão de grande escala em malha e sistemas mal condicionados.

Em (Yuan et al., 2018) é apresentado uma nova formulação para o preço marginal locacional da distribuição (DLMP), o qual inclui os preços de potência reativa e restrições de tensão. Para resolver o DLMP, foram propostas três ferramentas de modelagens, chamadas, fluxo de potência linearizado para distribuição (LPF-D), fator de perda para distribuição (LF-D) e fluxo de potência ótimo linear para distribuição (LOPF-D). O LPF-D resolve não apenas os ângulos das tensões, mas também suas magnitudes através das expressões lineares entre as injeções de potência e tensão nas barras, especificamente para sistemas de distribuição. Os resultados de testes em vários sistemas mostram que o LPF-D produz resultados eficientes se comparado com o fluxo de potência CA, podendo ser utilizado em muitas outras aplicações em redes de distribuição ativas.

Um modelo de fluxo de potência ótimo CA robusto adaptativo, considerando as incertezas das fontes de geração eólica e carga é apresentado por Attarha, Amjady e Conejo (2018). Os autores caracterizam as incertezas da produção de potência eólica e da demanda do sistema em termos de limites de intervalos, formando um conjunto de incertezas poliédricas. Com esta abordagem, o modelo se torna robusto contra qualquer realização dos parâmetros incertos dentro deste conjunto de incertezas. Para controlar a robustez da solução, os autores também utilizam um parâmetro

denominado de “*budget de incertezas*”. Como o modelo proposto de três níveis (*min-max-min*) não é solucionável por meio de um pacote de otimização pronto, foi proposto uma estratégia de decomposição baseada em cortes primais e duais para resolvê-lo. Os problemas do primeiro e segundo nível são do tipo MILP e são resolvidos utilizando o *solver* CPLEX. Já o problema do terceiro nível é do tipo não linear e é resolvido pelo *solver* CONOPT.

Em Ju et al. (2018) também é proposto uma modelagem do fluxo de potência linear trifásico para redes de distribuição ativas, usando o sistema de coordenadas polares. O método proposto pode agregar várias conexões de cargas ZIP, transformadores e gerações distribuídas (DGs) monofásicas ou trifásicas, sendo adequado para redes com alta relação  $R/X$ . Também são levados em consideração o modelo de controle detalhado das DGs e as barras de referência distribuídas.

Outro trabalho que faz referência sobre o fluxo de potência linear desbalanceado trifásico, sob um sistema de coordenadas polares, é apresentado por Li et al. (2019). Nele foram analisadas as aproximações do modelo de linha trifásica, levando em consideração as premissas de que os ângulos de fase estão quase equilibrados e a magnitude da tensão é próxima de 1 pu. O método proposto pode compartilhar conexões estrela e delta de cargas ZIP, alimentadores multifásicos e gerações distribuídas monofásicas ou trifásicas, além de considerar as barras de referência distribuídas.

Com o surgimento das redes de distribuição ativa, o fluxo de potência ótimo tornou-se uma poderosa ferramenta de tomada de decisão no ambiente operacional destas redes. Partindo desta afirmação, Liu (2020) propõe um modelo rápido para o cálculo do fluxo de potência ótimo trifásico linear para redes de distribuição. Para linearizar as equações do fluxo de potência, foram utilizados termos estimados para magnitude e ângulo das tensões e para potência ativa e reativa nos ramos, reduzindo assim as expressões não lineares para lineares. Estes termos estimados podem ser coletados diretamente de medições SCADA recentes, ou na ausência destas, pode-se adotar valores nominais para tensão e valor zero para injeção de potência nos ramos. Nos testes realizados o modelo mostrou-se promissor, apresentando uma ótima precisão e velocidade, sendo ideal para análise em tempo real de redes de distribuição ativa.

Já em Zargar et al. (2020) é apresentado um método iterativo linear rápido para o cálculo do Fluxo de potência em redes de distribuição. Este método é baseado na

técnica de interação de ponto fixo, no qual um modelo linearizado de gerador junto a um modelo de carga ZI são integrados em um sistema simplificado de equações lineares. Nesta abordagem, o método de relaxação é usado durante o processo de derivação da corrente equivalente do gerador. Em comparação com o método clássico de Newton-Raphson, a formulação proposta requer muito menos operações de pontos flutuantes para resolver o problema.

Preocupados com o fato de que o modelo de uma rede de distribuição encontra-se em constantes mudanças e pode apresentar erros significativos em seus parâmetros, Chen et al. (2021) propõe em seu trabalho uma nova abordagem “*data-driven*” robusta para linearizar o fluxo de potência trifásico em redes de distribuição ativas. Com o intuito de abordar questões referentes a erros de medição e colinearidade de dados, o algoritmo de regressão de vetor de suporte (SVR) é aplicado para obter o modelo do fluxo de potência linear (LPF) trifásico proposto. O processo inicial é offline e o modelo LPF obtido pode ser usado para calcular o fluxo de potência online da rede. Neste modelo não é necessário a inversão de matriz para o cálculo do fluxo de potência, o que resulta em uma satisfatória eficiência computacional.

A Tabela 2.2 mostra um resumo dos artigos que tratam do fluxo de potência (FP) e do fluxo de potência ótimo (FPO) aplicado às redes de distribuição e microrredes, os quais foram tratados nesta seção, fazendo uma comparação com o modelo de FPO trifásico que está sendo proposto nesta dissertação.

Análoga a Tabela 2.1, as marcações em azul indicam os assuntos que serão abordados no trabalho proposto. Em verde são as temáticas abordadas nos artigos citados nesta seção. Ressalta-se que alguns campos não foram preenchidos, pois não foram especificados explicitamente nos artigos abordados.

Na Tabela 2.2 fica evidente que além do modelo de fluxo de potência ótimo trifásico para redes de distribuição e microrredes adotado nesta dissertação ser linear, o mesmo é modelado considerando as impedâncias mútuas entre as fases e utilizando equações de fluxo de potência das linhas.

Inicialmente esperava-se utilizar o modelo de fluxo de potência apresentado no trabalho de Li et al. (2019), o qual é modelado utilizando equações de injeção de potência através da construção da matriz de admitância trifásica do sistema. Porém, ao simular o modelo robusto desta dissertação com esta abordagem, o gasto computacional para resolver o subproblema escravo foi muito elevado. Em algumas

circunstâncias, o programa permaneceu em processamento por cinco horas sem convergir.

TABELA 2.2 – RESUMO COMPARATIVO DOS ARTIGOS QUE TRATAM DO FP E FPO APLICADOS À REDES DE DISTRIBUIÇÃO E MICRORREDES

		Proposta	Dall' Anese et al. (2013)	Abdelaziz et al. (2013)	Levron et al. (2013)	Ferreira et al. (2014)	Riva Sanseverino et al. (2015)	Ahmadi et al. (2016)	Garces (2016)	Baran et al. (2016)	Wang et al. (2017)	Yang et al. (2017)	Yuan et al. (2018)	Attarha et al. (2018)	Ju et al. (2018)	Li et al. (2019)	Liu (2020)	Zargar et al. (2020)	Chen et al. (2021)
Modelagem	Fluxo de Potência (FP)																		
	Fluxo de Pot. Ótimo (FPO)																		
	Não Linear																		
	Linear																		
Aplicação	Sistemas monofásicos																		
	Sistemas trifásicos																		
Modo de representação do sistema	Injeção de Potência																		
	Injeção de corrente																		
	Fluxo nas linhas																		
	Considera mútuas																		
	Def. angular nos Parâmetros																		
	Coordenadas polares																		
	Coordenadas retangulares																		
Tipo do sistema	Rede distribuição																		
	Microrredes																		
	Rede transmissão																		

FONTE: O autor (2022)

A partir daí optou-se por adaptar o modelo apresentado por Li et al. (2019), reformulando-o com equações de fluxo de potência nas linhas e a inclusão de equações específicas de balanço de potência para as barras e fases do sistema. Para isso foi utilizado como referência o trabalho de Yang et al. (2017), o qual apresenta um modelo de fluxo de potência linear para redes de distribuição, porém monofásico.

Com isso, pode-se listar outra contribuição desta dissertação, que é a modelagem de um fluxo de potência ótimo linear trifásico para redes de distribuição e microrredes, utilizando equações de fluxo de potência das linhas ao invés de equações de injeção de potência. Logo, nesta modelagem não é necessário a construção da matriz de admitância trifásica da rede, reduzindo consideravelmente as despesas computacionais e viabilizando a resolução do modelo robusto dissertado nos próximos capítulos.

Outro fato a ser observado na Tabela 2.2 é que dentre os artigos pesquisados, apenas o modelo proposto nesta dissertação é modelado utilizando as equações de fluxo nas linhas com inclusão de equações específicas de balanço de potência nas barras e fases da rede.

### 2.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo foi apresentado o estado da arte referente ao despacho ótimo de microrredes, buscando mostrar de forma sucinta e clara o objetivo geral de cada artigo científico, bem como as metodologias utilizadas em cada caso. Sobre os problemas de despacho econômico em microrredes, pode-se notar que, apesar do uso de técnicas distintas de otimização, a maioria dos autores se preocuparam em considerar nas modelagens, além dos recursos energéticos distribuídos (REDs), as principais tecnologias, como baterias e programas de resposta da demanda. Os resultados mostraram que as baterias ajudam a minimizar os impactos das incertezas provenientes dos REDs, melhorando a confiabilidade e performance do sistema.

Já em relação ao programa de resposta da demanda, mesmo apresentando resultados promissores, ou seja, diminuindo o custo de operação total da rede e proporcionando mais eficiência no uso das unidades de geração distribuída, alguns autores deixaram claro a preocupação sobre a exposição de dados sigilosos dos consumidores, o que deve ser levado em consideração em trabalhos futuros. Ao modelar as incertezas dos REDs, normalmente os problemas se tornam mais

complexos e não lineares. Com o intuito de simplificar estes modelos e acelerar a convergência, alguns autores utilizaram-se de artifícios matemáticos a fim de linearizar as equações.

Em relação aos artigos que tratam do fluxo de potência ótimo em redes de distribuição, os desafios comuns identificados são a velocidade de convergência e a escalabilidade destas redes, uma vez que em estudos operacionais é necessário considerar simultaneamente vários alimentadores de distribuição. Para contornar estes desafios, a maioria dos autores usaram artifícios distintos para linearizar as equações originais do fluxo de potência, dando origem a modelagens com rápidas convergências.

Por fim, ao observar as Tabelas 2.1 e 2.2 evidenciam-se os diferenciais deste trabalho, uma vez que poucos artigos relacionados ao despacho ótimo robusto de microrredes utilizam a modelagem do fluxo de potência ótimo trifásico da rede, considerando as impedâncias mútuas existente entre as fases e modelado através de equações de fluxo de potência das linhas, sendo estes conceitos os principais desafios desta dissertação e que serão apresentados nas formulações e metodologias desenvolvidas nos capítulos seguintes.

### 3 FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO TRIFÁSICO LINEAR PARA REDES DE DISTRIBUIÇÃO E MICRORREDES

O fluxo de potência é uma ferramenta muito útil tanto na operação em tempo real quanto no planejamento da operação e expansão de redes elétricas e tem por principal função avaliar o desempenho destas redes em condições de regime permanente senoidal, ou seja, dada a carga demandada nas barras e as potências fornecidas pelos geradores do sistema, o objetivo é determinar todas as tensões de barra e a potência complexa que fluem através de todos os componentes da rede.

No ambiente de operação em tempo real de redes elétricas, o fluxo de potência é uma das principais ferramenta para garantir a operação segura do sistema ao analisar desvios inaceitáveis de tensão, ou potenciais sobrecargas em equipamentos da rede devido uma elevação natural da carga, ou pela falta não intencional de algum equipamento/linha do sistema.

No âmbito das redes de distribuição, por estas redes serem inerentemente desbalanceadas, e com o intuito de evitar análises equivocadas e erros nas tomadas de decisão por parte da operação em tempo real ou no planejamento da operação e da expansão destas redes, é necessário que o modelo do fluxo de potência considere não apenas cada fase do sistema (sistema trifásico), mas sim as impedâncias mútuas existentes entre as fases.

Este capítulo tem por finalidade apresentar a modelagem do fluxo de potência ótimo (FPO) trifásico aplicado às redes de distribuição e microrredes, a qual foi utilizada como base nesta dissertação e tem como referência os trabalhos desenvolvidos por Li et al. (2019) e Yang et al. (2017). Como a formulação inicial é não linear, devido ao relacionamento não convexo da tensão com a injeção de potência líquida das barras e com o intuito de acelerar a convergência para sistemas de grande porte, foram aplicadas algumas aproximações a fim de se obter um modelo linear para o FPO trifásico.

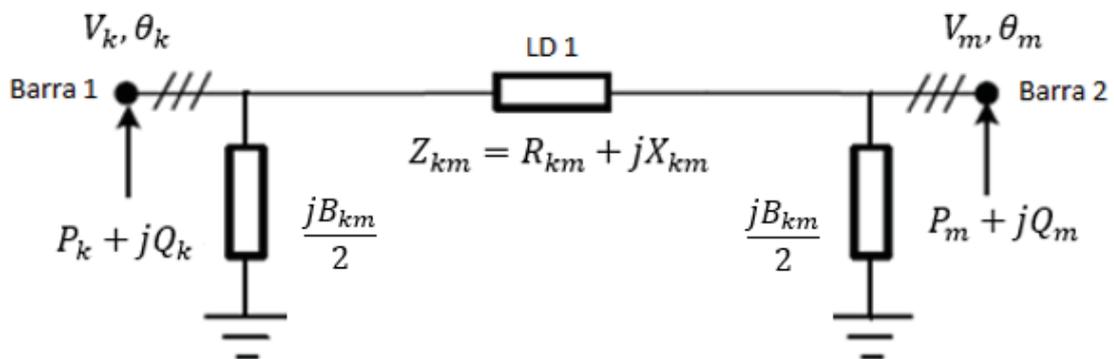
Outro fato preponderante para que esta modelagem seja linear é que será utilizado o algoritmo C&CG para resolver o problema robusto desta dissertação (capítulos 5 e 6), onde houve a necessidade de utilizar as condições de otimalidades de KKTs para a redução do problema original de três níveis min-max-min, para um problema tratável de dois níveis min-max, sendo que para isso, a modelagem do problema deve ser puramente linear (Pinto, Vila e Tabarro, 2021).

Para validar a efetividade e precisão do modelo, o mesmo foi aplicado em um estudo de caso, comparando os resultados com dois métodos existentes na literatura. Já nas considerações finais do capítulo são discutidos os potenciais e aplicabilidade deste modelo.

### 3.1 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

A Figura 3.1 mostra o modelo  $\pi$  de uma linha de distribuição trifásica típica, no qual os parâmetros de condutância shunt são despreziados. Esta figura servirá como base para o desenvolvimento da formulação matemática a seguir. Neste trabalho não está sendo considerado as modelagens de transformadores de distribuição e nem de reguladores de tensão, uma vez que o modelo proposto será utilizado para o despacho de microrredes trifásicas com grande incidência de recursos energéticos distribuídos.

FIGURA 3.1 - CIRCUITO EQUIVALENTE  $\pi$  DE UMA LINHA DE DISTRIBUIÇÃO TRIFÁSICA



FONTE: Adaptado de Fuchs (1977)

Como pode-se observar na Figura 3.1, as grandezas referente às tensões (magnitudes e ângulos), bem como as potências ativas e reativas injetadas em cada barra do sistema são trifásicas e podem ser representadas da seguinte forma:

- $V_k = [V_k^a; V_k^b; V_k^c]$  é a magnitude de tensão trifásica da barra  $k$ , em pu;
- $V_m = [V_m^a; V_m^b; V_m^c]$  é a magnitude de tensão trifásica da barra  $m$ , em pu;
- $\theta_k = [\theta_k^a; \theta_k^b; \theta_k^c]$  são os desvios angulares da barra  $k$ , em radianos;
- $\theta_m = [\theta_m^a; \theta_m^b; \theta_m^c]$  são os desvios angulares da barra  $m$ , em radianos;

- $\mathbf{P}_k = [P_k^a; P_k^b; P_k^c]$  é a injeção de potência ativa trifásica na barra  $k$ , em pu médio;
- $\mathbf{Q}_k = [Q_k^a; Q_k^b; Q_k^c]$  é a injeção de potência reativa trifásica na barra  $k$ , em pu médio;
- $\mathbf{P}_m = [P_m^a; P_m^b; P_m^c]$  é a Injeção de potência ativa trifásica na barra  $m$ , em pu médio;
- $\mathbf{Q}_m = [Q_m^a; Q_m^b; Q_m^c]$  é a injeção de potência reativa trifásica na barra  $m$ , em pu médio.

Já em relação aos parâmetros de uma linha de distribuição trifásica, por ser necessário considerar a indutância mútua entre as fases, Li et al. (2019) modela a impedância da linha, bem como sua susceptância shunt como matrizes 3x3. Levando em consideração o sistema da Figura 3.1, os parâmetros da linha de distribuição trifásica conectada entre as barras  $k$  e  $m$  podem ser representados como:

$$\mathbf{Z}_{km} = \mathbf{R}_{km} + j\mathbf{X}_{km} = \begin{bmatrix} R_{km}^{aa} & R_{km}^{ab} & R_{km}^{ac} \\ R_{km}^{ba} & R_{km}^{bb} & R_{km}^{bc} \\ R_{km}^{ca} & R_{km}^{cb} & R_{km}^{cc} \end{bmatrix} + j \begin{bmatrix} X_{km}^{aa} & X_{km}^{ab} & X_{km}^{ac} \\ X_{km}^{ba} & X_{km}^{bb} & X_{km}^{bc} \\ X_{km}^{ca} & X_{km}^{cb} & X_{km}^{cc} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{B}_{km} = \begin{bmatrix} B_{km}^{aa} & B_{km}^{ab} & B_{km}^{ac} \\ B_{km}^{ba} & B_{km}^{bb} & B_{km}^{bc} \\ B_{km}^{ca} & B_{km}^{cb} & B_{km}^{cc} \end{bmatrix}$$

Onde:

- $\mathbf{Z}_{km}$  é a matriz de impedância trifásica da linha de distribuição conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , em pu;
- $\mathbf{R}_{km}$  é a matriz de resistência trifásica da linha de distribuição conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , em pu;
- $\mathbf{X}_{km}$  é a matriz de indutância trifásica da linha de distribuição conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , em pu;
- $\mathbf{B}_{km}$  é a matriz de susceptância shunt trifásica da linha de distribuição conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , em pu;
- $R_{km}^{aa}$  é a resistência da fase “a” da linha de distribuição trifásica conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , em pu. O mesmo conceito se aplica as fases “b” e “c” da matriz de resistência trifásica 3x3;

- $R_{km}^{ab}$  é a resistência mútua entre as fases “a” e “b” da linha de distribuição trifásica conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , em pu. O mesmo conceito se aplica as demais resistências mútuas da matriz de resistência trifásica 3x3;
- $X_{km}^{aa}$  é a reatância da fase “a” da linha de distribuição trifásica conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , em pu. O mesmo conceito se aplica as fases “b” e “c” da matriz de reatância trifásica 3x3;
- $X_{km}^{ab}$  é a reatância mútua entre as fases “a” e “b” da linha de distribuição trifásica conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , em pu. O mesmo conceito se aplica as demais reatâncias mútuas da matriz de reatância trifásica 3x3;
- $B_{km}^{aa}$  é a susceptância shunt da fase “a” da linha de distribuição trifásica conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , em pu. O mesmo conceito se aplica as fases “b” e “c” da matriz de susceptância shunt trifásica 3x3;
- $B_{km}^{ab}$  é a susceptância shunt mútua entre as fases “a” e “b” da linha de distribuição trifásica conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , em pu. O mesmo conceito se aplica as demais susceptâncias mútuas da matriz de susceptância shunt trifásica 3x3.

Neste trabalho, a susceptância shunt das linhas de distribuição trifásicas serão divididas e incorporadas nas barras terminais de ambas as linhas. Com isso surge a matriz de susceptância shunt trifásica de barra, representada por:

$$\mathbf{B}_k = \frac{\mathbf{B}_{km}}{2} = \begin{bmatrix} B_k^{aa} & B_k^{ab} & B_k^{ac} \\ B_k^{ba} & B_k^{bb} & B_k^{bc} \\ B_k^{ca} & B_k^{cb} & B_k^{cc} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Onde:

- $\mathbf{B}_k$  é a matriz de susceptância shunt trifásica da barra  $k$ , em pu;
- $B_k^{aa}$  é a susceptância shunt da fase “a” da barra  $k$ , em pu. O mesmo conceito se aplica as fases “b” e “c” da matriz de susceptância shunt trifásica 3x3;
- $B_k^{ab}$  é a susceptância shunt mútua entre as fases “a” e “b” da barra  $k$ , em pu. O mesmo conceito se aplica as demais susceptâncias mútuas da matriz de susceptância shunt trifásica 3x3.

### 3.1.1 MODELAGEM DA MATRIZ DE ADMITÂNCIA TRIFÁSICA DO SISTEMA

Uma ferramenta muito eficaz utilizada para cálculos de rede elétrica em sistemas de potência é a matriz de admitância nodal ( $\mathbf{Y}$ ) da rede. Esta matriz relaciona as tensões elétricas nodais com as correntes elétricas injetadas ao sistema através de unidades geradoras. Além disso, esta matriz contém todas as informações do sistema elétrico que está sendo analisado, sendo possível a partir dela identificar a contribuição de cada elemento no sistema e identificar toda a rede.

Existe basicamente dois métodos utilizados para modelar a matriz de admitância nodal da rede: o método tradicional de circuito elétricos, o qual é baseado na formação da matriz de incidência ( $\mathbf{A}$ ) da rede com mútuas e a inversa da matriz de impedâncias primitivas (EL-Abiad e Stagg, 1968) e por inspeção também baseado na matriz inversa das impedâncias primitivas (Monticelli e Garcia, 2011).

Como se está tratando de sistemas trifásicos, a matriz de admitância da rede também deve ser trifásica e segundo o método apresentado por EL-Abiad e Stagg (1968), a mesma pode ser modelada da seguinte forma:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}^t \cdot (\mathbf{Z}_{prim}^{-1}) \cdot \mathbf{A} \quad (3.3)$$

Onde:

- $\mathbf{Y}$  é a matriz de admitância trifásica da rede de dimensão  $(3nb \times 3nb)$ , em pu;
- $\mathbf{A}$  é a matriz de incidência de dimensão  $(3nl \times 3nb)$ ;
- $\mathbf{Z}_{prim}$  é a matriz de impedância primitiva do sistema de dimensão  $(3nl \times 3nl)$ , em pu;
- $nb$  é o número de barras do sistema;
- $nl$  é o número de linhas do sistema.

A matriz de incidência é uma outra forma de representar a incidência de uma linha de distribuição trifásica com as conexões de uma barra a outra. Segundo EL-Abiad e Stagg (1968), esta matriz é formada pelos seguintes elementos:

- $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{U}$ , para o elemento que sai do nó



Com  $Z_{prim}$  e  $A$  definidas, basta calcular a matriz inversa de  $Z_{prim}$ , a matriz transposta de  $A$  e aplicá-las na equação 3.3 para obter a matriz de admitância trifásica do sistema. Após montada a matriz  $Y$ , basta adicionar as susceptâncias shunts das barras do sistema aos elementos  $Y_{kk}$  da respectiva matriz.

Conforme apresentado por Monticelli e Garcia (2011), outra forma de modelar a matriz de admitância nodal trifásica da rede é por inspeção. Antes de aplicar esta técnica é necessário se obter o inverso da matriz  $Z_{prim}$ , para se ter as matrizes de admitância de cada linha de distribuição trifásica do sistema a ser analisado.

Segue abaixo a sequência lógica para montagem da matriz de admitância trifásica por inspeção, segundo Monticelli e Garcia (2011). Lembrando que está sendo considerado apenas o modelo  $\pi$  da linha de distribuição trifásica nesta modelagem, conforme Figura 3.1:

$$Y_{kk} = B_k + \sum_{m \in \Omega_k} y_{km} \quad (3.5)$$

$$Y_{km} = Y_{mk} = -y_{km}$$

Onde:

- $Y_{kk}$ ,  $Y_{km}$  e  $Y_{mk}$  são submatrizes de dimensão 3x3 da matriz de admitância trifásica do sistema, em pu;
- $B_k$  é a matriz de admitância shunt trifásica da barra  $k$  de dimensão 3x3, em pu;
- $y_{km}$  é a matriz de admitância trifásica da linha de distribuição conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , em pu. Esta matriz deve ser extraída da matriz inversa de  $Z_{prim}$ .

Para elucidar melhor esta técnica, toma-se como exemplo o sistema de distribuição da Figura 3.1. Como este sistema possui apenas duas barras, a matriz de admitância trifásica resultante terá uma dimensão 6x6 ( $3nb \times 3nb$ ) e sua estrutura pode ser representada genericamente como:

$$Y_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} Y_{kk_{3 \times 3}} & Y_{km_{3 \times 3}} \\ Y_{mk_{3 \times 3}} & Y_{mm_{3 \times 3}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_k + y_{km} & -y_{km} \\ -y_{km} & B_m + y_{km} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (3.6)$$

Onde  $Y(3nb \times 3nb)$  representa a matriz admitância trifásica do sistema. Cada um dos elementos  $Y_{kk}$ ,  $Y_{km}$ ,  $Y_{mk}$  e  $Y_{mm}$  também são matrizes quadradas, porém de ordem 3 e  $Y_{km} = G_{km} - jB_{km}$  é conhecido como auto-admitância acoplada trifásica ou elementos da admitância mútua.

### 3.1.2 MODELAGEM DO FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO TRIFÁSICO LINEAR PARA REDES DE DISTRIBUIÇÃO E MICRORREDES

A expressão genérica utilizada para o cálculo do fluxo de potência em sistemas elétricos é representada pela equação 3.7. Conforme Li et al. (2019), esta expressão representa a modelagem completa e ideal para sistemas de distribuição por considerar a indutância mútua e a capacitância interfásica entre as diferentes fases do sistema, porém, além de ser genérica para qualquer tipo de sistema elétrico, é complexa e não linear. Para conseguir um modelo de FPO linear trifásico a partir desta expressão, a mesma deverá ser deduzida e adaptada para sistemas trifásicos até que seja possível a aplicação das aproximações que serão discutidas a seguir.

$$P_k + jQ_k = \text{diag}(V_k)\phi_k \sum_{m \in K} (G_{km} - jB_{km})\phi_m^* V_m \quad (3.7)$$

Onde:

- $\text{diag}(V_k)$  é uma matriz quadrada onde os elementos do vetor  $V$  são colocados em sua diagonal principal, em pu. No caso de sistemas trifásicos, esta matriz é de ordem 3;
- $\phi_k = \text{diag}(e^{j\theta_k})$  é uma matriz quadrada no qual todos os elementos do vetor  $e^{j\theta_k}$  são colocados em sua diagonal principal, em radianos. No caso de sistemas trifásicos, esta matriz é de ordem 3;
- $\phi_m = \text{diag}(e^{j\theta_m})$  é uma matriz quadrada no qual todos os elementos do vetor  $e^{j\theta_m}$  são colocados em sua diagonal principal, em radianos. No caso de sistemas trifásicos, esta matriz é de ordem 3;
- $G_{km}$  é a submatriz de condutância que faz parte da matriz de admitância do sistema, em pu. Se o sistema for trifásico, esta matriz possui dimensão 3x3;

- $B_{km}$  é a submatriz de susceptância que faz parte da matriz de admitância do sistema, em pu. Se o sistema for trifásico, esta matriz possui dimensão 3x3;
- $K$  é o conjunto de todas as barras  $m$  adjacentes à barra  $k$ , incluindo a própria barra  $k$ .

A equação 3.7 é genérica para qualquer tipo de sistema elétrico. Conforme relatado em Li et al. (2019), para adaptá-la a um sistema trifásico de distribuição deve-se considerar a premissa básica de que em um sistema de distribuição típico e em operação normal, mesmo assimétrico, a diferença angular entre as diferentes fases adjacentes é aproximadamente próxima de  $2\pi/3$  ou  $-2\pi/3$ .

Como se está considerando um sistema conectado em estrela, pode-se inicialmente atribuir valor 0 para os ângulos de ambas as fases na barra de referência do sistema, ficando da seguinte forma (Li et al, 2019):

- $\theta = [\theta^a; \theta^b; \theta^c] = [0; 0; 0]$

Ao adotar esta metodologia,  $\theta^a$ ,  $\theta^b$  e  $\theta^c$  são considerados como desvios angulares em ambas as barras da rede. Após o processo de otimização do problema, para se ter o valor real da defasagem angular em ambas as fases, deve-se adicionar aos desvios angulares calculados a defasagem angular padrão do sistema trifásico. Assim, como se está considerando um sistema de distribuição típico e com sequência negativa ( $acb$ ) e definindo a fase “a” como referência deste sistema e atribuindo ângulo 0 para esta fase, a defasagem angular real das fases para ambas as barras da rede é calculada da seguinte forma:

$$\hat{\theta} = [\theta^a; \hat{\theta}^b; \hat{\theta}^c] = \left[ \theta^a; \theta^b + \frac{2\pi}{3}; \theta^c - \frac{2\pi}{3} \right] \quad (3.8)$$

Onde a ênfase  $\hat{X}$  está sendo utilizada para representar a inclusão da diferença angular padrão do sistema trifásico entre as fases da rede.

Nota-se pela equação 3.8 que se o sistema for simétrico (equilibrado), as fases  $b$  e  $c$  vão estar defasadas em exatamente  $+\frac{2\pi}{3}$  e  $-\frac{2\pi}{3}$  em relação a fase  $a$ , respectivamente. Agora, se o sistema estiver operando de forma desbalanceada, o

que é o caso de sistemas de distribuição, as fases  $b$  e  $c$  vão estar defasadas em  $+\frac{2\pi}{3}$  e  $-\frac{2\pi}{3}$ , em relação a fase  $a$ , respectivamente, acrescentando os respectivos desvios angulares em cada uma das fases e barras da rede, que para sistemas de distribuição desbalanceados e operando em condições normais, estes desvios angulares são desequilibrados, porém relativamente próximos de zero.

Logo, utilizando a Figura 3.1 como exemplo, pode ser definido os vetores das defasagens angulares reais de um sistema de distribuição trifásico para ambas as barras, da seguinte forma:

- $\hat{\theta}_k = [\theta_k^a; \hat{\theta}_k^b; \hat{\theta}_k^c]$  são os ângulos de fase da barra  $k$ , em radianos;
- $\hat{\theta}_m = [\theta_m^a; \hat{\theta}_m^b; \hat{\theta}_m^c]$  são os ângulos de fase da barra  $m$ , em radianos;

Antes de prosseguir deve-se definir o seguinte conjunto de matrizes (Li et al, 2019):

- $\hat{\Phi}_k = \text{diag}(e^{j\hat{\theta}_k}) = \begin{bmatrix} e^{j\theta_k^a} & 0 & 0 \\ 0 & e^{j\hat{\theta}_k^b} & 0 \\ 0 & 0 & e^{j\hat{\theta}_k^c} \end{bmatrix}$
- $\hat{\Phi}_m = \text{diag}(e^{j\hat{\theta}_m}) = \begin{bmatrix} e^{j\theta_m^a} & 0 & 0 \\ 0 & e^{j\hat{\theta}_m^b} & 0 \\ 0 & 0 & e^{j\hat{\theta}_m^c} \end{bmatrix}$
- $\Phi = \text{diag}\left(1, e^{-\frac{j2\pi}{3}}, e^{\frac{j2\pi}{3}}\right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\frac{j2\pi}{3}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{\frac{j2\pi}{3}} \end{bmatrix}$

Onde  $\hat{\Phi}_k$  e  $\hat{\Phi}_m$  são as mesmas matrizes genéricas utilizadas na equação 3.7, porém incluindo as defasagens angulares de um sistema de distribuição trifásico típico.

Com o intuito de incluir as defasagens angulares existentes entre as fases de um sistema trifásico na equação 3.7, o seguinte conjunto de igualdades é proposto (Li et al, 2019):

$$\begin{cases} \Phi_k = \text{diag}(e^{j\hat{\theta}_k})\Phi = \hat{\Phi}_k\Phi \\ \Phi_m = \Phi\text{diag}(e^{j\hat{\theta}_m}) = \Phi\hat{\Phi}_m \end{cases} \quad (3.9)$$

Para facilitar o entendimento, as igualdades da equação 3.9 serão deduzidas na sequência.

A primeira parte da equação 3.9 é deduzida da seguinte forma:

$$\begin{aligned}\Phi_k &= \text{diag}(e^{j\hat{\theta}_k})\Phi = \hat{\Phi}_k\Phi \\ \begin{bmatrix} e^{j\theta_k^a} & 0 & 0 \\ 0 & e^{j\theta_k^b} & 0 \\ 0 & 0 & e^{j\theta_k^c} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} e^{j\theta_k^a} & 0 & 0 \\ 0 & e^{j\hat{\theta}_k^b} & 0 \\ 0 & 0 & e^{j\hat{\theta}_k^c} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\frac{j2\pi}{3}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{\frac{j2\pi}{3}} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} e^{j\theta_k^a} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\frac{j2\pi}{3}} \cdot e^{j\hat{\theta}_k^b} & 0 \\ 0 & 0 & e^{\frac{j2\pi}{3}} \cdot e^{j\hat{\theta}_k^c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{j\theta_k^a} & 0 & 0 \\ 0 & e^{j(\frac{-2\pi}{3} + \theta^b + \frac{2\pi}{3})} & 0 \\ 0 & 0 & e^{j(\frac{2\pi}{3} + \theta^c - \frac{2\pi}{3})} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} e^{j\theta_k^a} & 0 & 0 \\ 0 & e^{j\theta_k^b} & 0 \\ 0 & 0 & e^{j\theta_k^c} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Já a dedução da segunda parte da equação 3.9 é a seguinte:

$$\begin{aligned}\Phi_m &= \Phi \text{diag}(e^{j\hat{\theta}_m}) = \Phi \hat{\Phi}_m \\ \begin{bmatrix} e^{j\theta_m^a} & 0 & 0 \\ 0 & e^{j\theta_m^b} & 0 \\ 0 & 0 & e^{j\theta_m^c} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\frac{j2\pi}{3}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{\frac{j2\pi}{3}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e^{j\theta_m^a} & 0 & 0 \\ 0 & e^{j\hat{\theta}_m^b} & 0 \\ 0 & 0 & e^{j\hat{\theta}_m^c} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} e^{j\theta_m^a} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\frac{j2\pi}{3}} \cdot e^{j\hat{\theta}_m^b} & 0 \\ 0 & 0 & e^{\frac{j2\pi}{3}} \cdot e^{j\hat{\theta}_m^c} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} e^{j\theta_m^a} & 0 & 0 \\ 0 & e^{j(\frac{-2\pi}{3} + \theta^b + \frac{2\pi}{3})} & 0 \\ 0 & 0 & e^{j(\frac{2\pi}{3} + \theta^c - \frac{2\pi}{3})} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{j\theta_m^a} & 0 & 0 \\ 0 & e^{j\theta_m^b} & 0 \\ 0 & 0 & e^{j\theta_m^c} \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Assim prova-se que estas igualdades são verdadeiras e que podem ser substituídas na equação 3.7 sem compromê-la.

Aplicando a equação 3.9 na equação 3.7 e fazendo as devidas substituições a equação abaixo é definida:

$$\begin{aligned}
\vec{V}_k^{-1}(\mathbf{P}_k + j\mathbf{Q}_k) &= \phi_k \sum_{m \in K} (\mathbf{G}_{km} - j\mathbf{B}_{km}) \phi_m^* \mathbf{V}_m \\
&= \sum_{m \in K} \hat{\phi}_k \phi (\mathbf{G}_{km} - j\mathbf{B}_{km}) \phi^* \hat{\phi}_m^* \mathbf{V}_m
\end{aligned} \tag{3.10}$$

No último termo da equação 3.10, aparece a seguinte expressão:

- $\phi(\mathbf{G}_{km} - j\mathbf{B}_{km})\phi^*$

Como  $\phi$  é uma matriz 3x3 que possui apenas constantes e que representa a defasagem angular de um sistema trifásico, pode ser feito as devidas multiplicações na expressão acima e incluir esta defasagem angular nos parâmetros da matriz de admitância trifásica do sistema, dando origem a seguinte equação:

$$\phi(\mathbf{G}_{km} - j\mathbf{B}_{km})\phi^* = \phi\mathbf{G}_{km}\phi^* - j\phi\mathbf{B}_{km}\phi^* \tag{3.11}$$

Antes de prosseguir com as deduções da equação 3.11, vale lembrar dos conceitos da Identidade de Euler, que diz o seguinte:

- $e^{j\gamma} = \cos \gamma + j \sin \gamma$

Logo:

$$\phi = \text{diag}\left(1, e^{-\frac{j2\pi}{3}}, e^{\frac{j2\pi}{3}}\right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e^{-\frac{j2\pi}{3}} & 0 \\ 0 & 0 & e^{\frac{j2\pi}{3}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}$$

A dedução da primeira parcela da equação 3.11 tem o seguinte formato:

$$\begin{aligned}
& \Phi \mathbf{G}_{km} \Phi^* \\
&= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} G_{km}^{aa} & G_{km}^{ab} & G_{km}^{ac} \\ G_{km}^{ba} & G_{km}^{bb} & G_{km}^{bc} \\ G_{km}^{ca} & G_{km}^{cb} & G_{km}^{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} G_{km}^{aa} & -\frac{G_{km}^{ab}}{2} + j\frac{\sqrt{3}G_{km}^{ab}}{2} & -\frac{G_{km}^{ac}}{2} - j\frac{\sqrt{3}G_{km}^{ac}}{2} \\ -\frac{G_{km}^{ba}}{2} - j\frac{\sqrt{3}G_{km}^{ba}}{2} & G_{km}^{bb} & -\frac{G_{km}^{bc}}{2} + j\frac{\sqrt{3}G_{km}^{bc}}{2} \\ -\frac{G_{km}^{ca}}{2} + j\frac{\sqrt{3}G_{km}^{ca}}{2} & -\frac{G_{km}^{cb}}{2} - j\frac{\sqrt{3}G_{km}^{cb}}{2} & G_{km}^{cc} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Já em relação a segunda parcela da equação 3.11, sua dedução é:

$$\begin{aligned}
& -j\Phi \mathbf{B}_{km} \Phi^* \\
&= -j \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B_{km}^{aa} & B_{km}^{ab} & B_{km}^{ac} \\ B_{km}^{ba} & B_{km}^{bb} & B_{km}^{bc} \\ B_{km}^{ca} & B_{km}^{cb} & B_{km}^{cc} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} -jB_{km}^{aa} & j\frac{B_{km}^{ab}}{2} + \frac{\sqrt{3}B_{km}^{ab}}{2} & j\frac{B_{km}^{ac}}{2} - \frac{\sqrt{3}B_{km}^{ac}}{2} \\ j\frac{B_{km}^{ba}}{2} - \frac{\sqrt{3}B_{km}^{ba}}{2} & -jB_{km}^{bb} & j\frac{B_{km}^{bc}}{2} + \frac{\sqrt{3}B_{km}^{bc}}{2} \\ j\frac{B_{km}^{ca}}{2} + \frac{\sqrt{3}B_{km}^{ca}}{2} & j\frac{B_{km}^{cb}}{2} - \frac{\sqrt{3}B_{km}^{cb}}{2} & -jB_{km}^{cc} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

Ao fazer a junção do resultado da primeira com a segunda parcela da equação 3.11 e separando as partes reais das imaginárias, o seguinte conjunto de matrizes genéricas é definido (Li et al, 2019):

$$\begin{aligned}
\emptyset(\mathbf{G}_{km} - j\mathbf{B}_{km})\emptyset^* &= \widehat{\mathbf{G}}_{km} - j\widehat{\mathbf{B}}_{km} \\
&= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2G_{km}^{aa} & \sqrt{3}B_{km}^{ab} - G_{km}^{ab} & -\sqrt{3}B_{km}^{ac} - G_{km}^{ac} \\ -\sqrt{3}B_{km}^{ba} - G_{km}^{ba} & 2G_{km}^{bb} & \sqrt{3}B_{km}^{bc} - G_{km}^{bc} \\ \sqrt{3}B_{km}^{ca} - G_{km}^{ca} & -\sqrt{3}B_{km}^{cb} - G_{km}^{cb} & 2G_{km}^{cc} \end{bmatrix} \\
&\quad - \frac{j}{2} \begin{bmatrix} 2B_{km}^{aa} & -\sqrt{3}G_{km}^{ab} - B_{km}^{ab} & \sqrt{3}G_{km}^{ac} - B_{km}^{ac} \\ \sqrt{3}G_{km}^{ba} - B_{km}^{ba} & 2B_{km}^{bb} & -\sqrt{3}G_{km}^{bc} - B_{km}^{bc} \\ -\sqrt{3}G_{km}^{ca} - B_{km}^{ca} & \sqrt{3}G_{km}^{cb} - B_{km}^{cb} & 2B_{km}^{cc} \end{bmatrix} \quad (3.12)
\end{aligned}$$

Onde:

- $\widehat{\mathbf{G}}_{km}$  é uma submatriz de condutância 3x3 que faz parte da matriz de admitância trifásica do sistema, em pu, com a inclusão das defasagens angulares do sistema trifásico em seus parâmetros;
- $\widehat{\mathbf{B}}_{km}$  é uma submatriz de susceptância 3x3 que faz parte da matriz de admitância trifásica do sistema, em pu, com a inclusão das defasagens angulares do sistema trifásico em seus parâmetros;
- $G_{km}^{aa}$  é a condutância referente a fase *a* da matriz admitância trifásica do sistema, localizada na *k*th linha e *m*th coluna da referida matriz, em pu. O mesmo conceito se aplica às fases *b* e *c*.
- $G_{km}^{ab}$  é a condutância mútua existente entre as fases *a* e *b* da matriz admitância trifásica do sistema, localizada na *k*th linha e *m*th coluna da referida matriz, em pu. O mesmo conceito se aplica as demais condutâncias mútuas desta matriz.
- $B_{km}^{aa}$  é a susceptância referente a fase *a* da matriz admitância trifásica do sistema, localizada na *k*th linha e *m*th coluna da referida matriz, em pu. O mesmo conceito se aplica às fases *b* e *c*.
- $B_{km}^{ab}$  é a susceptância mútua existente entre as fases *a* e *b* da matriz admitância trifásica do sistema, localizada na *k*th linha e *m*th coluna da referida matriz, em pu. O mesmo conceito se aplica as demais susceptâncias mútuas desta matriz.

O conjunto genérico de matrizes representado pela equação 3.12 serve como base para calcular a matriz admitância trifásica modificada do sistema, representada por  $\widehat{\mathbf{Y}}_{(3nb \times 3nb)} = \widehat{\mathbf{G}} - j\widehat{\mathbf{B}}$ , que nada mais é do que a matriz admitância trifásica original

após a inclusão da diferença angular existente entre as fases de um sistema trifásico em seus parâmetros. Para o cálculo desta matriz modificada devem ser utilizados os parâmetros da matriz admitância trifásica original, lembrando que os componentes de  $\hat{Y}$  serão utilizados na sequência desta formulação.

De forma análoga, para a susceptância shunt da barra  $k$ , o seguinte conjunto de matrizes genéricas é definido (Li et al, 2019):

$$\begin{aligned} \hat{G}_k - j\hat{B}_k &= \hat{\varphi}_k - (j\mathbf{B}_k)\hat{\varphi}^* = -\hat{\varphi}j \begin{bmatrix} B_{aa} & B_{ab} & B_{ac} \\ B_{ba} & B_{bb} & B_{bc} \\ B_{ca} & B_{cb} & B_{cc} \end{bmatrix} \hat{\varphi}^* \\ &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{3}B_{ab} & -\sqrt{3}B_{ac} \\ -\sqrt{3}B_{ba} & 0 & \sqrt{3}B_{bc} \\ \sqrt{3}B_{ca} & -\sqrt{3}B_{cb} & 0 \end{bmatrix} - \frac{j}{2} \begin{bmatrix} 2B_{aa} & -B_{ab} & -B_{ac} \\ -B_{ba} & 2B_{bb} & -B_{bc} \\ -B_{ca} & -B_{cb} & 2B_{cc} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.13)$$

Onde:

- $\hat{G}_k - j\hat{B}_k$  são as partes reais e imaginárias da matriz susceptância shunt trifásica da barra  $k$ , após a inclusão da diferença angular existente entre as fases nos respectivos parâmetros, em pu;
- $\mathbf{B}_k$  é a matriz de susceptância shunt trifásica da barra  $k$ , em pu.
- $B_{aa}$  é a susceptância shunt da fase “a” da barra  $k$ , em pu. O mesmo conceito se aplica as fases “b” e “c”;
- $B_{ab}$  é a susceptância shunt mútua entre as fases “a” e “b” da barra  $k$ , em pu. O mesmo conceito se aplica às demais susceptâncias shunts mútuas da respectiva barra.

Incluindo  $\hat{G}_{km} - j\hat{B}_{km}$ , proveniente da equação 3.12, na equação 3.10, a seguinte equação é modelada (Li et al, 2019):

$$\vec{V}_k^{-1}(\mathbf{P}_k + j\mathbf{Q}_k) = \sum_{m \in K} \hat{\varphi}_k (\hat{G}_{km} - j\hat{B}_{km}) \hat{\varphi}_m^* V_m \quad (3.14)$$

Na sequência, a equação 3.14 será deduzida com o intuito de fazer a junção dos ângulos  $\hat{\varphi}_k$  com  $\hat{\varphi}_m^*$  a fim de incluir nesta equação a abertura angular  $\hat{\varphi}_{km} = \hat{\varphi}_k - \hat{\varphi}_m$ . Este processo é necessário para permitir a aplicação de uma série de

aproximações que serão discutidas na sequência, a fim de linearizar a equação original.

Por definição  $\widehat{\Phi}_k = \text{diag}(e^{j\widehat{\theta}_k})$  e  $\widehat{\Phi}_m = \text{diag}(e^{j\widehat{\theta}_m})$ . Fazendo as devidas substituições na equação 3.14, as seguintes deduções são propostas:

$$\begin{aligned}
\vec{V}_k^{-1}(\mathbf{P}_k + j\mathbf{Q}_k) &= \sum_{m \in K} [\text{diag}(e^{j\widehat{\theta}_k}) \cdot (\widehat{\mathbf{G}}_{km} - j\widehat{\mathbf{B}}_{km}) \cdot \text{diag}(e^{-j\widehat{\theta}_m})] \mathbf{V}_m \\
&= \sum_{m \in K} [\text{diag}(e^{j\widehat{\theta}_k}) \cdot \widehat{\mathbf{G}}_{km} \cdot \text{diag}(e^{-j\widehat{\theta}_m}) - j \text{diag}(e^{j\widehat{\theta}_k}) \cdot \widehat{\mathbf{B}}_{km} \cdot \text{diag}(e^{-j\widehat{\theta}_m})] \mathbf{V}_m \\
&\approx \sum_{m \in K} [\widehat{\mathbf{G}}_{km} \cdot \text{diag}(e^{j(\widehat{\theta}_k - \widehat{\theta}_m)}) - j \widehat{\mathbf{B}}_{km} \cdot \text{diag}(e^{j(\widehat{\theta}_k - \widehat{\theta}_m)})] \mathbf{V}_m \\
&\approx \sum_{m \in K} [(\widehat{\mathbf{G}}_{km} - j\widehat{\mathbf{B}}_{km}) \cdot \text{diag}(e^{j(\widehat{\theta}_k - \widehat{\theta}_m)})] \mathbf{V}_m \\
&\approx \sum_{m \in K} [(\widehat{\mathbf{G}}_{km} - j\widehat{\mathbf{B}}_{km}) \cdot \text{diag}(e^{j\widehat{\theta}_{km}})] \mathbf{V}_m
\end{aligned}$$

Utilizando novamente a Identidade de Euler, define-se que  $\text{diag}(e^{j(\widehat{\theta}_{km})}) = \text{diag}(\cos \widehat{\theta}_{km} + j \sin \widehat{\theta}_{km})$  e aplicando nas deduções acima, a seguinte equação é modelada (Li et al, 2019):

$$\vec{V}_k^{-1}(\mathbf{P}_k + j\mathbf{Q}_k) \approx \sum_{m \in K} [(\widehat{\mathbf{G}}_{km} - j\widehat{\mathbf{B}}_{km}) \cdot \text{diag}(\cos \widehat{\theta}_{km} + j \sin \widehat{\theta}_{km})] \mathbf{V}_m \quad (3.15)$$

Onde  $\text{diag}(\widehat{\theta}_{km})$  é a diferença angular existente entre a barra  $k$  e a barra  $m$ , respectivamente, em radianos.

Pode-se notar um sinal de asterisco (\*) nos últimos termos da dedução acima e também na equação 3.15. Segundo Li et al. (2019), isto é utilizado para sinalizar que houve uma alteração na posição das matrizes durante as deduções, a fim de possibilitar a inclusão da abertura angular  $\widehat{\theta}_{km}$  na equação original. Esta alteração de posição das matrizes irá provocar uma leve alteração nos cálculos apenas entre as mútuas do sistema, não causando prejuízos significativos na equação original. Apenas para exemplificar, antes era  $\text{diag}(e^{j\widehat{\theta}_k}) \cdot \widehat{\mathbf{G}}_{km} \cdot \text{diag}(e^{-j\widehat{\theta}_m})$  e depois passou a ser

$\widehat{\mathbf{G}}_{km} \cdot \text{diag}(e^{j\widehat{\theta}_k}) \cdot \text{diag}(e^{-j\widehat{\theta}_m})$ , lembrando que a alteração de posição foi em relação à matriz  $\text{diag}(e^{j\widehat{\theta}_k})$ .

Ao observar a equação 3.15, nota-se que a parcela resultante ainda é não linear, porém é menos complexa, sendo possível iniciar a partir daqui o processo de linearização da mesma. Para isso deverão ser empregadas as seguintes aproximações (Li et al, 2019):

- 1) Seja  $\alpha = a, b, c$  e  $\beta = a, b, c$  os índices das barras  $k$  e  $m$  respectivamente. Como a diferença angular das mesmas fases  $\widehat{\theta}_{km}^{\alpha\beta}$  ( $\alpha = \beta$ ) é muito pequena, então  $\sin \theta_{km}^{aa} \approx \theta_{km}^{aa}$ ,  $\sin \theta_{km}^{bb} \approx \theta_{km}^{bb}$ ,  $\sin \theta_{km}^{cc} \approx \theta_{km}^{cc}$  e  $\cos \theta_{km}^{aa} \approx \cos \theta_{km}^{bb} \approx \cos \theta_{km}^{cc} \approx 1$ .
- 2) Pode ser facilmente provado que  $\widehat{\theta}_{km}^{\alpha\beta}$  ( $\alpha \neq \beta$ ), ou seja,  $\widehat{\theta}_{km}^{ab} = \theta_k^a - \widehat{\theta}_m^b = \theta_k^a - \left(\theta_m^b + \frac{2\pi}{3}\right) = \theta_k^a - \theta_m^b - \frac{2\pi}{3}$  é também muito pequeno. Portanto, similarmente a (1)  $\sin \widehat{\theta}_{km}^{\alpha\beta} \approx \widehat{\theta}_{km}^{\alpha\beta}$  e  $\cos \widehat{\theta}_{km}^{\alpha\beta} \approx 1$ .
- 3) Considerando que a magnitude de tensão em um sistema de distribuição real e sob condições de operação normal é geralmente próximo do valor nominal de 1 pu (0,95 ~ 1,05 pu), Li et al. (2019) define que  $\mathbf{V}_k$  e  $\mathbf{V}_m$  podem ser aproximados em circunstâncias específicas no decorrer das próximas deduções para 1 pu, sem comprometer a autenticidade da formulação inicial.

Aplicando estas aproximações nos termos que envolvem  $\cos \widehat{\theta}_{km}$ ,  $\sin \widehat{\theta}_{km}$  e  $\mathbf{V}_k$ , ambos da equação 3.15, a mesma é reescrita da seguinte forma:

$$(\mathbf{P}_k + j\mathbf{Q}_k) \approx \sum_{m \in K} [(\widehat{\mathbf{G}}_{km} - j\widehat{\mathbf{B}}_{km}) \cdot \text{diag}(1 + j\widehat{\theta}_{km})] \mathbf{V}_m$$

Fazendo as devidas multiplicações, a seguinte expressão é definida (Li et al, 2019):

$$\begin{aligned}
(\mathbf{P}_k + j\mathbf{Q}_k) &\approx \sum_{m \in K} [(\hat{\mathbf{B}}_{km} * \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{km})) + \hat{\mathbf{G}}_{km} + j(\hat{\mathbf{G}}_{km} * \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{km})) - j\hat{\mathbf{B}}_{km}] \mathbf{V}_m \\
&= \sum_{m \in K} [(\hat{\mathbf{B}}_{km} * \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{km})) \mathbf{V}_m + \hat{\mathbf{G}}_{km} \mathbf{V}_m + j(\hat{\mathbf{G}}_{km} * \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{km})) \mathbf{V}_m \\
&\quad - j\hat{\mathbf{B}}_{km} \mathbf{V}_m]
\end{aligned}$$

Segundo Li et al. (2019), nesta etapa é possível ser aplicada uma aproximação para  $\mathbf{V}_m$ , ou seja, na equação acima  $\mathbf{V}_m = 1 pu$  apenas nos termos que estão em função de  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{km}$ . Assim, nestes termos  $\mathbf{V}_m$  será substituído por um vetor unitário  $\mathbf{e}_3 = [1; 1; 1]$ , dando origem a seguinte expressão:

$$\begin{aligned}
(\mathbf{P}_k + j\mathbf{Q}_k) &\approx \sum_{m \in K} [(\hat{\mathbf{B}}_{km} * \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{km})) \mathbf{e}_3 + \hat{\mathbf{G}}_{km} \mathbf{V}_m + j(\hat{\mathbf{G}}_{km} * \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{km})) \mathbf{e}_3 \\
&\quad - j\hat{\mathbf{B}}_{km} \mathbf{V}_m] \tag{3.16}
\end{aligned}$$

É necessário a inclusão de  $\mathbf{e}_3$  na equação acima, uma vez que o mesmo também irá auxiliar na multiplicação das matrizes, a fim de que a matriz resultante tenha uma dimensão correta. A sua aplicabilidade será discutida e deduzida logo abaixo.

A abertura angular  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{km}$  foi incluída na formulação apenas para abrir uma possibilidade de aplicar as aproximações acima, com o intuito de linearizar a equação original. Agora será necessário dividir novamente esta abertura angular em  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k$  e  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_m$ , que são as variáveis que serão calculadas no processo de otimização, lembrando que  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{km} = \hat{\boldsymbol{\theta}}_k - \hat{\boldsymbol{\theta}}_m$ .

Ao analisar a equação 3.16, nota-se que os únicos termos que possuem  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{km}$  no lado direito da equação são:

- $\sum_{m \in K} (\hat{\mathbf{B}}_{km} * \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{km})) \mathbf{e}_3$
- $\sum_{m \in K} (\hat{\mathbf{G}}_{km} * \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{km})) \mathbf{e}_3$

A dedução do primeiro termo acima fica da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \sum_{m \in K} (\hat{\mathbf{B}}_{km} * \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{km})) \mathbf{e}_3 &= \sum_{m \in K} (\hat{\mathbf{B}}_{km} * \text{diag}[(\hat{\boldsymbol{\theta}}_k - \hat{\boldsymbol{\theta}}_m)]) \mathbf{e}_3 \\ &= \sum_{m \in K} (\hat{\mathbf{B}}_{km} * \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_k)) \mathbf{e}_3 - \hat{\mathbf{B}}_{km} \hat{\boldsymbol{\theta}}_m \end{aligned}$$

Como já relatado anteriormente, ao fazer as deduções necessárias para se obter a equação 3.15, foi incluído um sinal de asterisco (\*) na referida equação para sinalizar que na ocasião houve o deslocamento da matriz  $\text{diag}(e^{j\hat{\theta}_k})$ . Após a aplicação das aproximações discutidas anteriormente e seguindo com as deduções, é necessário retornar com a matriz  $\text{diag}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_k)$  de dimensão 3x3 em sua posição original, dando origem a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} &\sum_{m \in K} (\hat{\mathbf{B}}_{km} * \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_k)) \mathbf{e}_3 - \hat{\mathbf{B}}_{km} \hat{\boldsymbol{\theta}}_m \\ &= \sum_{m \in K} \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_k) \hat{\mathbf{B}}_{km} \mathbf{e}_3 - \sum_{m \in K} \hat{\mathbf{B}}_{km} \hat{\boldsymbol{\theta}}_m \end{aligned} \quad (3.17)$$

Aqui é possível ressaltar a importância da utilização da matriz  $\mathbf{e}_3$ , pois como trata-se de multiplicação matricial, a inclusão de  $\mathbf{e}_3$  é necessário para que o resultado da multiplicação  $\text{diag}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_k) \hat{\mathbf{B}}_{km} \mathbf{e}_3$  apresente um resultado no formato de uma matriz de dimensão 3x1, tornando assim a equação 3.17 matematicamente correta.

Antes de continuar deduzindo a equação 3.17, será construída genericamente a matriz  $\hat{\mathbf{Y}}$  barra do sistema de duas barras representado pela Figura 3.1:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{Y}} &= \begin{bmatrix} [\hat{\mathbf{G}}_{kk} - j\hat{\mathbf{B}}_{kk}]_{3 \times 3} & [\hat{\mathbf{G}}_{km} - j\hat{\mathbf{B}}_{km}]_{3 \times 3} \\ [\hat{\mathbf{G}}_{mk} - j\hat{\mathbf{B}}_{mk}]_{3 \times 3} & [\hat{\mathbf{G}}_{mm} - j\hat{\mathbf{B}}_{mm}]_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \\ &= \begin{bmatrix} [\hat{\mathbf{G}}_{11} - j\hat{\mathbf{B}}_{11}]_{3 \times 3} & [\hat{\mathbf{G}}_{12} - j\hat{\mathbf{B}}_{12}]_{3 \times 3} \\ [\hat{\mathbf{G}}_{21} - j\hat{\mathbf{B}}_{21}]_{3 \times 3} & [\hat{\mathbf{G}}_{22} - j\hat{\mathbf{B}}_{22}]_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \\ &= \begin{bmatrix} [\hat{\mathbf{G}}_{11}]_{3 \times 3} & [\hat{\mathbf{G}}_{12}]_{3 \times 3} \\ [\hat{\mathbf{G}}_{21}]_{3 \times 3} & [\hat{\mathbf{G}}_{22}]_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{6 \times 6} - j \begin{bmatrix} [\hat{\mathbf{B}}_{11}]_{3 \times 3} & [\hat{\mathbf{B}}_{12}]_{3 \times 3} \\ [\hat{\mathbf{B}}_{21}]_{3 \times 3} & [\hat{\mathbf{B}}_{22}]_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \end{aligned}$$

Lembrando que as matrizes  $\hat{\mathbf{G}}_{km} - j\hat{\mathbf{B}}_{km}$  são as apresentadas na equação 3.12.

A matriz de susceptância da matriz  $\hat{Y}$  deduzida acima pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\bullet \begin{bmatrix} [\hat{\mathbf{B}}_{11}]_{3 \times 3} & [\hat{\mathbf{B}}_{12}]_{3 \times 3} \\ [\hat{\mathbf{B}}_{21}]_{3 \times 3} & [\hat{\mathbf{B}}_{22}]_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{6 \times 6}$$

Aplicando o método de modelagem da matriz  $\hat{Y}$  barra por inspeção, conforme discutido na seção 3.1.1, o termo  $\hat{\mathbf{B}}_{11}$  representa a soma matricial das susceptâncias trifásicas de todas as linhas que conectam na barra 1, incluindo a susceptância shunt desta barra. O mesmo conceito se aplica ao termo  $\hat{\mathbf{B}}_{22}$ . Em relação ao termo  $\hat{\mathbf{B}}_{12}$ , o mesmo representa a susceptância trifásica da linha conectada entre as barras 1 e 2, porém com sinal contrário. O mesmo se aplica ao termo  $\hat{\mathbf{B}}_{21}$ .

Estratificando a matriz de susceptância da matriz  $\hat{Y}$ , considerando os elementos da rede conforme citado acima, a seguinte matriz é modelada:

$$\begin{bmatrix} [\hat{\mathbf{B}}_{11}]_{3 \times 3} & [\hat{\mathbf{B}}_{12}]_{3 \times 3} \\ [\hat{\mathbf{B}}_{21}]_{3 \times 3} & [\hat{\mathbf{B}}_{22}]_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{6 \times 6} = \begin{bmatrix} [\hat{\mathbf{B}}_1 + \hat{\mathbf{b}}_{12}]_{3 \times 3} & [-\hat{\mathbf{b}}_{12}]_{3 \times 3} \\ [-\hat{\mathbf{b}}_{21}]_{3 \times 3} & [\hat{\mathbf{B}}_2 + \hat{\mathbf{b}}_{12}]_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (3.18)$$

Onde:

- $\hat{\mathbf{B}}_1$  é a matriz de susceptância shunt trifásica da barra 1, em pu.
- $\hat{\mathbf{B}}_2$  é a matriz de susceptância shunt trifásica da barra 2, em pu.
- $\hat{\mathbf{b}}_{12} = \hat{\mathbf{b}}_{21}$  é a matriz de susceptância trifásica da linha que conecta entre as barras 1 e 2, em pu, com a inclusão das defasagens angulares do sistema trifásico em seus parâmetros, com a aplicação da equação 3.12.

Continuando com a dedução da equação 3.17, a mesma será adaptada ao sistema de 2 barras da Figura 3.1 considerando a matriz de susceptância resultante da equação 3.18 (considerando os elementos da rede). Para isso, a barra 1 será considerada como referência (barra  $k$ ) na aplicação da equação:

$$\begin{aligned}
\sum_{m \in K} \text{diag}(\hat{\theta}_k) \hat{\mathbf{B}}_{km} \mathbf{e}_3 - \sum_{m \in K} \hat{\mathbf{B}}_{km} \hat{\theta}_m \\
&= [(\text{diag}(\hat{\theta}_1) \hat{\mathbf{B}}_{11} \mathbf{e}_3) + (\text{diag}(\hat{\theta}_1) \hat{\mathbf{B}}_{12} \mathbf{e}_3)] - [(\hat{\mathbf{B}}_{11} \hat{\theta}_1) + (\hat{\mathbf{B}}_{12} \hat{\theta}_2)] \\
&= [(\text{diag}(\hat{\theta}_1)) \cdot (\hat{\mathbf{B}}_{11} + \hat{\mathbf{B}}_{12}) \mathbf{e}_3] - [(\hat{\mathbf{B}}_{11} \hat{\theta}_1) + (\hat{\mathbf{B}}_{12} \hat{\theta}_2)]
\end{aligned}$$

Ao substituir os elementos da matriz  $\hat{\mathbf{Y}}$  barra trifásica da dedução acima pelos próprios elementos da rede, conforme demonstrado na equação 3.18, a equação 3.17 é reescrita como:

$$\begin{aligned}
\sum_{m \in K} \text{diag}(\hat{\theta}_k) \hat{\mathbf{B}}_{km} \mathbf{e}_3 - \sum_{m \in K} \hat{\mathbf{B}}_{km} \hat{\theta}_m \\
&= [(\text{diag}(\hat{\theta}_1)) \cdot (\hat{\mathbf{B}}_{11} \mathbf{e}_3 + \hat{\mathbf{B}}_{12} \mathbf{e}_3)] - [(\hat{\mathbf{B}}_{11} \hat{\theta}_1) + (\hat{\mathbf{B}}_{12} \hat{\theta}_2)] \\
&= [(\text{diag}(\hat{\theta}_1)) \cdot ((\hat{\mathbf{B}}_1 + \hat{\mathbf{b}}_{12}) + (-\hat{\mathbf{b}}_{12})) \mathbf{e}_3] \\
&\quad - [((\hat{\mathbf{B}}_1 + \hat{\mathbf{b}}_{12}) \hat{\theta}_1) + (-\hat{\mathbf{b}}_{12} \hat{\theta}_2)] \\
&= [(\text{diag}(\hat{\theta}_1)) \cdot \hat{\mathbf{B}}_1 \mathbf{e}_3] - [((\hat{\mathbf{B}}_1 + \hat{\mathbf{b}}_{12}) \hat{\theta}_1) + (-\hat{\mathbf{b}}_{12} \hat{\theta}_2)]
\end{aligned}$$

Nota-se na dedução acima, que os termos referente às matrizes de susceptância trifásica das linhas na primeira somatória se anulam, restando apenas a matriz de susceptância shunt trifásica da barra 1 (barra  $k$ ).

Reescrevendo o resultado da dedução acima de forma genérica e considerando os elementos da matriz  $\hat{\mathbf{Y}}$  barra trifásica, a seguinte expressão é definida (Li et al, 2019):

$$\sum_{m \in K} \text{diag}(\hat{\theta}_k) \hat{\mathbf{B}}_{km} \mathbf{e}_3 - \sum_{m \in K} \hat{\mathbf{B}}_{km} \hat{\theta}_m = \text{diag}(\hat{\theta}_k) \hat{\mathbf{B}}_k \mathbf{e}_3 - \sum_{m \in K} \hat{\mathbf{B}}_{km} \hat{\theta}_m \quad (3.19)$$

O termo  $\text{diag}(\hat{\theta}_k) \hat{\mathbf{B}}_k \mathbf{e}_3$  da equação 3.19, é deduzido da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
diag(\hat{\theta}_k) \hat{\mathbf{B}}_k \mathbf{e}_3 &= \begin{bmatrix} \theta_k^a & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\theta}_k^b & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\theta}_k^c \end{bmatrix}_{3 \times 3} \cdot \begin{bmatrix} B_{aa} & -B_{ab}/2 & -B_{ac}/2 \\ -B_{ba}/2 & B_{bb} & -B_{bc}/2 \\ -B_{ca}/2 & -B_{cb}/2 & B_{cc} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}_{3 \times 1} \\
&= \begin{bmatrix} \theta_k^a \left( B_{aa} - \frac{B_{ab}}{2} - \frac{B_{ac}}{2} \right) \\ \hat{\theta}_k^b \left( \frac{-B_{ba}}{2} + B_{bb} - \frac{B_{bc}}{2} \right) \\ \hat{\theta}_k^c \left( \frac{-B_{ca}}{2} - \frac{B_{cb}}{2} + B_{cc} \right) \end{bmatrix}_{3 \times 1}
\end{aligned}$$

Onde  $\hat{\mathbf{B}}_k$  é derivado da equação 3.13.

Ao deduzir de forma genérica o termo  $\hat{\mathbf{B}}_k \hat{\theta}_k$ , a seguinte matriz é definida:

$$\hat{\mathbf{B}}_k \hat{\theta}_k = \begin{bmatrix} B_{aa} & -B_{ab}/2 & -B_{ac}/2 \\ -B_{ba}/2 & B_{bb} & -B_{bc}/2 \\ -B_{ca}/2 & -B_{cb}/2 & B_{cc} \end{bmatrix}_{3 \times 3} \cdot \begin{bmatrix} \theta_k^a \\ \hat{\theta}_k^b \\ \hat{\theta}_k^c \end{bmatrix}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} (B_{aa} \theta_k^a - \frac{B_{ab}}{2} \hat{\theta}_k^b - \frac{B_{ac}}{2} \hat{\theta}_k^c) \\ (\frac{-B_{ba}}{2} \theta_k^a + B_{bb} \hat{\theta}_k^b - \frac{B_{bc}}{2} \hat{\theta}_k^c) \\ (\frac{-B_{ca}}{2} \theta_k^a - \frac{B_{cb}}{2} \hat{\theta}_k^b + B_{cc} \hat{\theta}_k^c) \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

Conforme Li et al. (2019), como os termos referente às susceptâncias shunts mútuas entre as fases da matriz  $\hat{\mathbf{B}}_k$  são muito pequenos ( $B_{ab}, B_{ac}, B_{ba}, B_{bc}, B_{ca}, B_{cb}$ ), a equação 3.19 pode ser aproximada conforme demonstrado abaixo, sem causar prejuízos em relação à formulação inicial:

$$\sum_{m \in K} diag(\hat{\theta}_k) \hat{\mathbf{B}}_{km} \mathbf{e}_3 - \sum_{m \in K} \hat{\mathbf{B}}_{km} \hat{\theta}_m \approx \hat{\mathbf{B}}_k \hat{\theta}_k - \sum_{m \in K} \hat{\mathbf{B}}_{km} \hat{\theta}_m = - \sum_{m \in K} \hat{\mathbf{B}}'_{km} \hat{\theta}_m \quad (3.20)$$

Onde:

- $\hat{\mathbf{B}}'_{km}$  é uma submatriz de susceptância trifásica pertencente à matriz de admitância trifásica do sistema, em pu, sem considerar as susceptâncias shunts das respectivas barras.

De forma análoga, ao deduzir o termo  $\sum_{m \in K} (\hat{\mathbf{G}}_{km} * diag(\hat{\theta}_{km})) \mathbf{e}_3$  da equação 3.16, a seguinte expressão é definida (Li et al, 2019):

$$\begin{aligned}
\sum_{m \in K} (\hat{\mathbf{G}}_{km} * \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{km})) \mathbf{e}_3 &= \sum_{m \in K} \text{diag}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_k) \hat{\mathbf{G}}_{km} \mathbf{e}_3 - \sum_{m \in K} \hat{\mathbf{G}}_{km} \hat{\boldsymbol{\theta}}_m \\
&\approx \hat{\mathbf{G}}_k \hat{\boldsymbol{\theta}}_k - \sum_{m \in K} \hat{\mathbf{G}}_{km} \hat{\boldsymbol{\theta}}_m = - \sum_{m \in K} \hat{\mathbf{G}}'_{km} \hat{\boldsymbol{\theta}}_m
\end{aligned} \tag{3.21}$$

Onde:

- $\hat{\mathbf{G}}'_{km}$  é uma submatriz de condutância trifásica pertencente à matriz de admitância trifásica do sistema, em pu, sem considerar as susceptâncias shunts das respectivas barras.

Substituindo as duas parcelas resultantes das equações 3.20 e 3.21 na equação 3.16, a seguinte expressão é modelada:

$$(\mathbf{P}_k + j\mathbf{Q}_k) \approx \sum_{m \in K} [-\hat{\mathbf{B}}'_{km} \hat{\boldsymbol{\theta}}_m + \hat{\mathbf{G}}_{km} \mathbf{V}_m - j\hat{\mathbf{G}}'_{km} \hat{\boldsymbol{\theta}}_m - j\hat{\mathbf{B}}_{km} \mathbf{V}_m] \tag{3.22}$$

Separando a parte real da imaginária da equação 3.22, é definido as equações lineares de injeção de potência para o cálculo do fluxo de potência ótimo trifásico aplicável a redes de distribuição, baseada na construção da matriz de admitância trifásica do sistema:

$$\mathbf{P}_k = \sum_{m \in K} \hat{\mathbf{G}}_{km} \mathbf{V}_m - \sum_{m \in K} \hat{\mathbf{B}}'_{km} \hat{\boldsymbol{\theta}}_m \tag{3.23}$$

$$\mathbf{Q}_k = - \sum_{m \in K} \hat{\mathbf{G}}'_{km} \hat{\boldsymbol{\theta}}_m - \sum_{m \in K} \hat{\mathbf{B}}_{km} \mathbf{V}_m \tag{3.24}$$

Vale salientar que, ao utilizar as equações 3.23 e 3.24 em problemas de otimização, não é necessário incluir restrições específicas para o balanço de potência ativa e reativa por barra e por fase na modelagem, uma vez que as equações acima já consideram tais balanços de potência (equações de injeção de potência).

A partir da dedução das equações 3.23 e 3.24 é possível definir equações lineares específicas para o cálculo do fluxo de potência ativa e reativa de uma linha de distribuição trifásica. Para isso, foi utilizado como referência o trabalho apresentado por Yang et al. (2017). Neste trabalho os autores propõem uma modelagem linear

para o cálculo do fluxo de potência aplicável a redes de distribuição, porém a modelagem é monofásica. Assim, nesta dissertação, será aplicado os conceitos utilizados por Yang et al. (2017), adaptando-os para redes de distribuição trifásicas.

Tomando a equação 3.23 como base, e aplicando os conceitos apresentados por Yang et al. (2017), a seguinte dedução é proposta:

$$\begin{aligned}
 P_k &= \sum_{m \in K} \hat{\mathbf{G}}_{km} \mathbf{V}_m - \sum_{m \in K} \hat{\mathbf{B}}'_{km} \hat{\boldsymbol{\theta}}_m \\
 &= \left( \mathbf{V}_k \sum_{m \in K} \hat{\mathbf{g}}_{km} + \sum_{m \in K, m \neq k} (-\hat{\mathbf{g}}_{km}) \mathbf{V}_m \right) \\
 &\quad - \left( \hat{\boldsymbol{\theta}}_k \sum_{m \in K, m \neq k} \hat{\mathbf{b}}_{km} + \sum_{m \in K, m \neq k} (-\hat{\mathbf{b}}_{km}) \hat{\boldsymbol{\theta}}_m \right) \\
 &= \hat{\mathbf{G}}_k \mathbf{V}_k + \sum_{m \in K, m \neq k} \hat{\mathbf{g}}_{km} (\mathbf{V}_k - \mathbf{V}_m) - \sum_{m \in K, m \neq k} \hat{\mathbf{b}}_{km} (\hat{\boldsymbol{\theta}}_k - \hat{\boldsymbol{\theta}}_m)
 \end{aligned}$$

Onde:

- $\hat{\mathbf{g}}_{km}$  é a matriz de condutância trifásica de uma linha conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , após a inclusão da diferença angular existente entre as fases em seus respectivos parâmetros utilizando a equação 3.12, em pu;
- $\hat{\mathbf{b}}_{km}$  é a matriz de susceptância trifásica de uma linha conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , após a inclusão da diferença angular existente entre as fases em seus respectivos parâmetros utilizando a equação 3.12, em pu;

Na dedução acima, a equação 3.23 deixou de ser representada utilizando parâmetros específicos da matriz de admitância trifásica do sistema e passou a utilizar os próprios parâmetros da rede, levando em consideração a lei de formação da matriz de admitância trifásica.

Como pode-se observar, o resultado desta dedução, mais especificamente os últimos dois termos, indicam exatamente o fluxo de potência ativa trifásico linear entre as linhas de distribuição. Portanto, a equação para o cálculo do fluxo de potência ativa trifásico linear em uma linha de distribuição qualquer, baseado nos últimos dois termos da dedução acima, é definida por:

$$P_{fl_l} = \hat{g}_{km}(V_k - V_m) - \hat{b}_{km}(\hat{\theta}_k - \hat{\theta}_m) \quad (3.25)$$

Onde  $P_{fl_l}$  é uma matriz de dimensão 3x1 que representa o fluxo de potência ativa trifásica linear de uma linha  $l$  em pu.

Aplicando os mesmos conceitos na equação 3.24, define-se a equação para o cálculo do fluxo de potência reativa trifásico linear de uma linha de distribuição, dado por:

$$Q_{fl_l} = -\hat{g}_{km}(\hat{\theta}_k - \hat{\theta}_m) - \hat{b}_{km}(V_k - V_m) \quad (3.26)$$

Onde  $Q_{fl_l}$  é uma matriz de dimensão 3x1 que representa o fluxo de potência reativa trifásica linear de uma linha  $l$  em pu.

Em problemas de otimização, as equações 3.23 e 3.24, que são equações de injeção de potência, podem ser utilizadas para representar a rede de distribuição trifásica do sistema em estudo. Porém ao utilizá-las é necessário construir a matriz de admitância trifásica do sistema, o que não é uma tarefa trivial e pode aumentar de forma significativa as despesas computacionais.

Por outro lado, ao invés das equações 3.23 e 3.24 (equações de injeção de potência), pode-se utilizar as equações 3.25 e 3.26, que servem para calcular o fluxo de potência ativa e reativa das linhas do alimentador, onde a implementação computacional é bem mais simples, não sendo necessário a construção da matriz de admitância trifásica do sistema. Porém, neste caso será necessário incluir na modelagem do problema equações de balanço de potência ativa e reativa trifásicas. O inconveniente deste método é que não é possível considerar as admitâncias shunts das linhas, as quais devem ser negligenciadas.

No estudo de caso apresentado na sequência, a modelagem matemática considera as equações 3.25 e 3.26 (equações de fluxo nas linhas), incluindo equações de balanço de potência, porém o mesmo problema foi resolvido utilizando as equações 3.23 e 3.24 (equações de injeção de potência) para modelar a rede. Os resultados de ambas as simulações foram praticamente os mesmos, uma vez que as admitâncias shunts das linhas são muito pequenas comparadas com os parâmetros das mesmas, não causando prejuízo nenhum ao desconsiderá-las.

Assim, para representar a rede de distribuição trifásica do modelo robusto deste trabalho, que será dissertado nos próximos capítulos, foram utilizadas as equações 3.25 e 3.26 (equações de fluxo nas linhas), com equações adicionais para o balanço de potência, com o intuito reduzir as despesas computacionais. As equações genéricas para o balanço de potência ativa e reativa trifásica utilizada nesta dissertação pode ser vista logo abaixo:

$$L_k^P - P g_k = \sum_{l(k=r)}^{\Omega k} P_{fl_l} - \sum_{l(k=s)}^{\Omega k} P_{fl_l} \quad (3.27)$$

$$L_k^Q - Q g_k = \sum_{l(k=r)}^{\Omega k} Q_{fl_l} - \sum_{l(k=s)}^{\Omega k} Q_{fl_l} \quad (3.28)$$

Onde:

- $L_k^P$  é uma matriz de dimensão 3x1 que representa a carga ativa da barra  $k$ , em pu médio;
- $L_k^Q$  é uma matriz de dimensão 3x1 que representa a carga reativa da barra  $k$ , em pu médio;
- $Q g_k$  é uma matriz de dimensão 3x1 que representa a potência reativa gerada na barra  $k$ , em pu médio;
- $P_{fl_l}$  é uma matriz de dimensão 3x1 que representa o fluxo de potência ativa da linha  $l$ , em pu;
- $Q_{fl_l}$  é uma matriz de dimensão 3x1 que representa o fluxo de potência reativa da linha  $l$ , em pu;
- $s$  e  $r$  são respectivamente a barra de partida e a barra de chegada de uma linha  $l$ ;
- $\Omega k$  é o conjunto de barras conectadas na barra  $k$ ;

Neste modelo as perdas ôhmicas da rede de distribuição são ignoradas devido ao processo de linearização utilizado ao longo desta seção. Levando em consideração uma linha  $l$  conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , se o fluxo de potência ativa trifásica estiver sendo da barra  $k$  para a barra  $m$ , a potência ativa trifásica que sai da barra  $k$  é

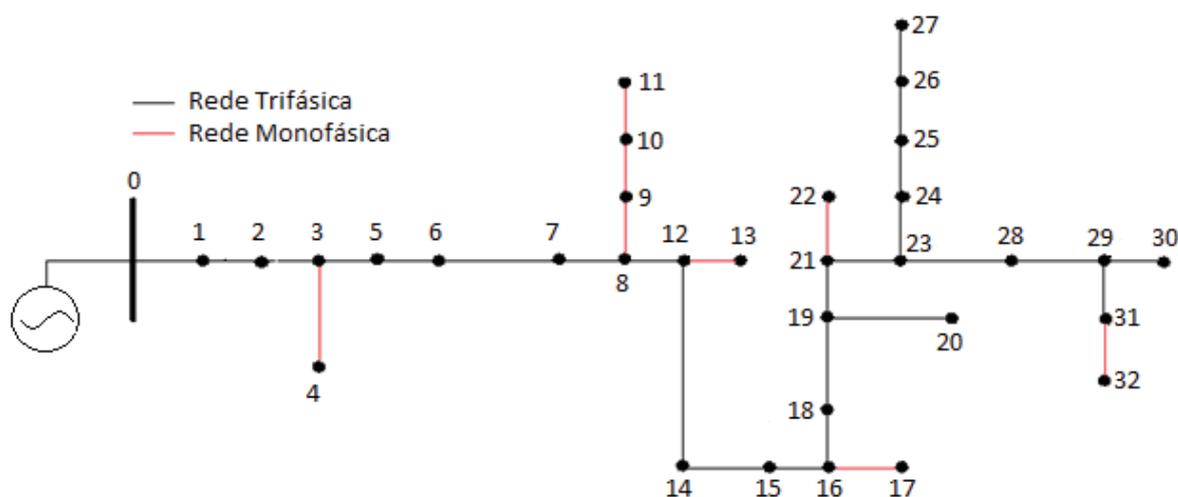
a mesma que entra na barra  $m$ , ou seja, as perdas resistivas ao longo da linha foram desprezadas. Logo  $P_{km} = P_{mk}$ .

O mesmo conceito se aplica para o fluxo de potência reativa trifásica.

### 3.2 ESTUDO DE CASO

Para validar este modelo foi realizado um estudo de caso em uma rede de distribuição trifásica a fim de analisar o perfil da tensão trifásica em cada barra do sistema, bem como o comportamento do fluxo de potência nos ramos. Para isso foi utilizado um alimentador teste de 34 barras da IEEE com algumas modificações, conforme demonstrado na Figura 3.2.

FIGURA 3.2 – ALIMENTADOR DE DISTRIBUIÇÃO



FONTE: Adaptada de IEEE (2022)

Para este estudo de caso não foi considerado a modelagem de transformadores e nem reguladores de tensão de trecho e foi considerado apenas uma fonte de geração na barra de referência do sistema (barra 0) a fim de suprir toda a demanda da rede.

A carga instalada em cada uma das barras e fases do alimentador podem ser consultadas no apêndice 1, lembrando que as cargas são desbalanceadas e foram consideradas conectadas em estrela aterrada com representação de potência constante. Já em relação aos parâmetros da rede, estes podem ser vistos na tabela A.2 do apêndice 2, ressaltando que o comprimento das linhas considerado neste

estudo de caso é o primeiro valor informado na respectiva coluna de comprimento de vãos (IEEE) da referida tabela.

Os cálculos foram executados em p.u. (sistema por unidade) e as bases consideradas para tensão de linha e potência aparente trifásica foram 24,9 kV e 120 kVA respectivamente.

### 3.2.1 FOMULAÇÃO MATEMÁTICA DO ESTUDO DE CASO

Como o sistema trifásico é considerado conectado em estrela e também por estar sendo utilizado a linguagem de programação Python para implementação desta modelagem, os componentes trifásicos do sistema foram modelados por fase. Assim, na formulação matemática que será apresentada na sequência, os componentes trifásicos não serão representados em forma de matrizes, aparecendo  $\Omega\emptyset$  nas respectivas equações, significando que as mesmas devem ser aplicadas para ambas as fases da rede.

O objetivo do problema é minimizar o custo total da geração de potência ativa do alimentador de distribuição, dada por:

$$\min \sum_{\Omega\emptyset} P g_k \cdot C g \quad (3.29)$$

Onde:

- $P g_k$  é a potência ativa gerada na barra  $k$ , em pu médio;
- $C g$  é o custo de geração de potência ativa, em R\$/pu.h;
- $\Omega\emptyset$  é o conjunto de fases da rede. Como o sistema é trifásico, este conjunto é compreendido pelas fases  $a$ ,  $b$  e  $c$ .

Em relação às restrições da rede de distribuição trifásica, como discutido anteriormente, em vez de utilizar as equações 3.23 e 3.24 (equações de injeção de potência), que são equações de balanço de potência ativa e reativa baseada na construção da matriz de admitância trifásica do sistema, foi utilizado as equações 3.25 e 3.26 (equações de fluxo nas linhas), que servem para calcular respectivamente o fluxo de potência ativa e reativa trifásica de uma determinada linha de distribuição,

adicionando equações específicas para o balanço de potência ativa e reativa trifásica da rede.

Foi necessário modelar desta forma para viabilizar a utilização deste método na modelagem matemática robusta para o planejamento diário de microrredes trifásicas sob incertezas, que será apresentada em detalhes nos próximos capítulos, com o intuito de diminuir a complexidade do modelo bem como o tempo de processamento gasto para resolver o problema. Porém desta forma não é possível considerar as susceptâncias shunts das linhas de distribuição, o que não traz nenhum prejuízo para esta abordagem, uma vez que utilizando ou não as equações 3.23 e 3.24 (equações de injeção de potência) na modelagem matemática, os resultados apresentados foram praticamente idênticos.

Assim, as equações de balanço de potência ativa e reativa por barra e por fase da rede de distribuição são modeladas conforme equações 3.27 e 3.28, porém por fases da rede:

$$L_k^P - Pg_k = \sum_{l(k=r)}^{\Omega k} P_{fl_l} - \sum_{l(k=s)}^{\Omega k} P_{fl_l}, \forall \Omega \emptyset \quad (3.30)$$

$$L_k^Q - Qg_k = \sum_{l(k=r)}^{\Omega k} Q_{fl_l} - \sum_{l(k=s)}^{\Omega k} Q_{fl_l}, \forall \Omega \emptyset \quad (3.31)$$

Onde:

- $L_k^P$  é a carga ativa da barra  $k$ , em pu médio;
- $L_k^Q$  é a carga reativa da barra  $k$ , em pu médio;
- $Qg_k$  é a potência reativa gerada na barra  $k$ , em pu médio;
- $P_{fl_l}$  é o fluxo de potência ativa da linha  $l$ , em pu;
- $Q_{fl_l}$  é o fluxo de potência reativa da linha  $l$ , em pu;
- $s$  e  $r$  são respectivamente a barra de partida e a barra de chegada de uma linha  $l$ ;
- $\Omega k$  é o conjunto de barras conectadas na barra  $k$ ;

Na sequência foi incluído ao conjunto de restrições as equações que calculam o fluxo de potência linear trifásico em uma rede de distribuição, apresentado na seção anterior e modelado como:

$$P_{km} = \hat{g}_{km}(V_k - V_m) - \hat{b}_{km}(\hat{\theta}_k - \hat{\theta}_m), \forall \Omega \emptyset \quad (3.32)$$

$$Q_{km} = -\hat{b}_{km}(V_k - V_m) - \hat{g}_{km}(\hat{\theta}_k - \hat{\theta}_m), \forall \Omega \emptyset \quad (3.33)$$

Onde:

- $P_{km}$  é o fluxo de potência ativa trifásica de uma linha  $l$  conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , em pu;
- $Q_{km}$  é o fluxo de potência reativa trifásica de uma linha  $l$  conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , em pu;
- $\hat{g}_{km}$  é um parâmetro da matriz de condutância trifásica de uma linha  $l$  conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , após a inclusão da diferença angular existente entre as fases, em pu;
- $\hat{b}_{km}$  é um parâmetro da matriz de susceptância trifásica de uma linha  $l$  conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , após a inclusão da diferença angular existente entre as fases, em pu;

Com o objetivo de incluir restrições referente aos limites operacionais das linhas de distribuição, independentemente do sentido do fluxo de potência que passam por elas, foram modeladas as seguintes expressões:

$$-P_{km}^{max} \leq P_{fl_l} \leq P_{km}^{max}, \forall \Omega \emptyset \quad (3.34)$$

$$-Q_{km}^{max} \leq Q_{fl_l} \leq Q_{km}^{max}, \forall \Omega \emptyset \quad (3.35)$$

Onde:

- $P_{km}^{max}$  é o fluxo de potência ativa máxima que pode passar pela linha conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , em pu;
- $Q_{km}^{max}$  é o fluxo de potência reativa máxima que pode passar pela linha conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , em pu;

Por fim, foi incluído nas restrições as expressões complementares que definem valores de magnitude de tensão e ângulo de fase para cada fase da barra de referência:

$$-\pi \leq \theta_{t,\Omega\emptyset} \leq \pi \quad \forall \Omega\emptyset \quad (3.36)$$

$$\theta_{ref} = \theta_a = \theta_b + \frac{2}{3}\pi = \theta_c - \frac{2}{3}\pi = 0 \quad (3.37)$$

$$V_{ref} = 1 \text{ pu}, \forall \Omega\emptyset \quad (3.38)$$

Onde:

- $\theta_{ref}$  é o ângulo de fase da barra de referência, em radianos;
- $V_{ref}$  é a magnitude de tensão da barra de referência, em pu.

### 3.2.2 VALIDAÇÃO DO MODELO

O algoritmo deste estudo de caso foi desenvolvido utilizando a linguagem de programação Python 3.9, através do ambiente de desenvolvimento integrado (IDE) Spyder. Foi utilizado também a linguagem de modelagem para otimização de código aberto Pyomo (Hart et al., 2017) que graças às suas interfaces com diversos *solvers* gratuitos e comerciais, permite que um mesmo código seja interpretado por diferentes *solvers*, proporcionando flexibilidade ao programa. Em relação ao solucionador utilizado, optou-se pelo Gurobi 9.1, que é um *solver* específico para programações lineares e amplamente utilizado no mercado, sendo considerado um dos *solvers* mais potentes disponíveis. Outro diferencial deste *solver* é a disponibilização de licenças acadêmicas gratuitas sem limitações de funcionalidade em relação à versão comercial. Um laptop com processador Intel® Core™ i7-7300HQ CPU (Central Processing Unit) @ 2,50GHz padrão e 3,50 GHz máximo, com memória RAM (Random Access Memory) de 8,00 GB foi utilizado para a realização das simulações.

Com o objetivo de comparar os resultados obtidos nesta simulação, foi utilizado o *software* OpenDSS (*The Open Distribution System Simulator™*) apresentado por Durgan e Montenegro (2021), doravante denominado DSS, para fins de simplificação. O DSS é um *software* aberto específico para simulações de sistemas elétricos de distribuição, possuindo uma enorme gama de funções e utilizado amplamente por concessionárias de energia elétrica, sendo gerenciado pelo EPRI (*Electric Power*

*Research Institute*). Outro modelo utilizado para comparação foi o de Baran e Fernandes (2016), que consiste em uma modelagem não linear para o cálculo do FPO trifásico em redes de distribuição, sendo descrito como FPONL (fluxo de potência ótimo não linear) na apresentação dos resultados. O modelo proposto neste trabalho, por apresentar uma formulação linear, será descrito como FPOL (fluxo de potência ótimo linear) na apresentação dos resultados a seguir.

Ambos os modelos DSS e FPONL são não lineares e consideram as perdas das linhas de distribuição em suas formulações. Para uma comparação justa entre os resultados do fluxo de potência nas linhas de distribuição obtidos por estes dois modelos em relação ao modelo FPOL, as comparações foram realizadas em dois estágios. No primeiro estágio, a comparação entre os três modelos foi realizada com o FPOL original, ou seja, sem considerar as perdas das linhas de distribuição neste modelo. No segundo estágio, após a otimização do FPOL, as perdas das linhas de distribuição foram calculadas separadamente e incluídas como cargas fixas nas barras terminais de cada linha, executando assim uma nova simulação do FPOL considerando perdas, para fins de comparação. Os resultados foram comparados em relação ao erro relativo médio de ambos os modelos e juntamente com o tempo computacional podem ser vistos na Tabela 3.2.

TABELA 3.2 – ERRO RELATIVO MÉDIO E TEMPO DE PROCESSAMENTO

Método	V(%)	$\Theta$ (%)	P (%)	Q (%)	S (%)	Tempo (s)
	<b>FPOL original</b>					10,8
FPOL vs DSS	0,69	0,46	4,27	8,37	4,94	4,2
FPOL vs FPONL	0,51	0,43	-	-	-	15,1
	<b>FPOL com perdas</b>					10,6
FPOL vs DSS	0,31	0,46	1,20	7,75	1,58	4,4
FPOL vs FPONL	0,35	0,42	-	-	-	15,0

FONTE: O autor (2022)

Pode-se perceber através dos resultados mostrados na Tabela 3.2, que entre os dois estágios de comparação realizados, ou seja, com FPOL original e com FPOL com perdas, nota-se uma pequena variação dos erros relativos médios dos parâmetros de tensão em comparação com os demais modelos, porém em ambas as simulações, estes erros são completamente aceitáveis, uma vez que na pior situação

o mesmo permaneceu em 0,69 % para magnitude de tensão (FPOL original vs DSS) e em 0,46% para os ângulos de fases (FPOL original/com perdas vs DSS).

Em relação ao erro relativo médio do fluxo de potência das linhas, no caso da simulação FPOL original vs DSS, observa-se um erro em torno de 4 % tanto para a potência ativa quanto para a aparente, porém o erro encontrado para o fluxo de potência reativa nesta simulação foi de 8,37%. Este erro maior no fluxo de potência reativa nas linhas é devido ao processo de linearização do modelo trifásico. Na simulação FPOL com perdas vs DSS, o erro referente ao fluxo de potência ativa e aparente nas linhas foi reduzido permanecendo em torno de 1,5 %, porém o erro do fluxo de potência reativa nas linhas ainda permaneceu elevado, ou seja, em 7,75%.

Em linhas gerais, pode-se notar através das comparações realizadas que o FPOL apresenta um erro relativo médio de magnitude de tensão abaixo de 0,7 % e um erro relativo médio para o fluxo de potência ativa e aparente das linhas de distribuição em torno de 4 %, mostrando que este modelo tem uma performance compatível com os modelos existentes na literatura, se tornando um bom candidato para uso em sistemas de distribuição, mesmo sem considerar os cálculos das perdas das linhas na formulação matemática.

Em relação ao tempo computacional, nota-se que o tempo gasto pelo modelo FPOL encontra-se entre os tempos computacionais dos outros dois modelos, em ambos os estágios da simulação, caracterizando-o como um modelo eficiente em relação aos já existentes na literatura.

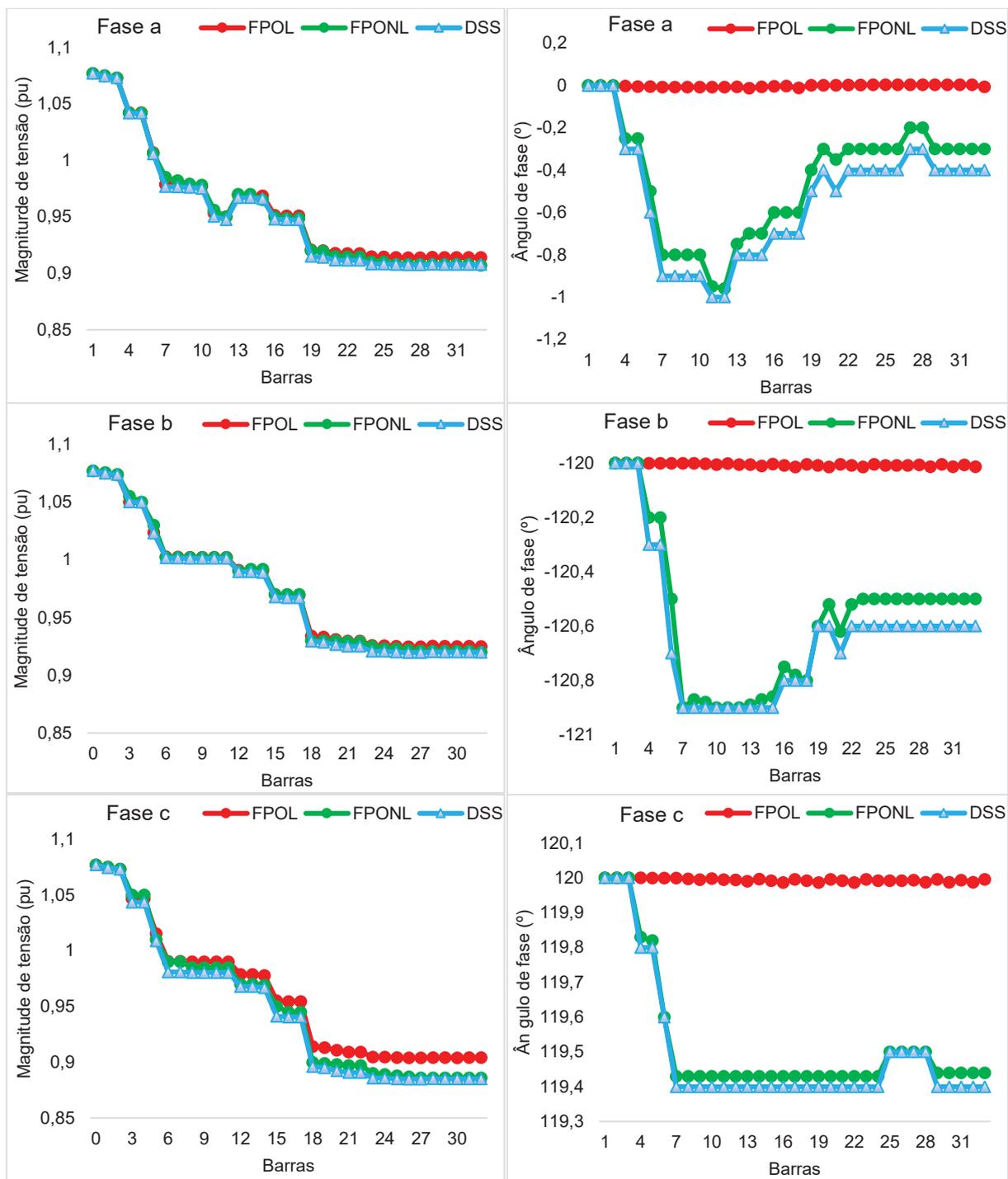
A Figura 3.3 evidencia o perfil de tensão trifásica nas barras do sistema, considerando o FPOL original e os outros dois métodos de comparação citados anteriormente.

Não foi incluído restrições de limites de tensão nas barras, uma vez que o propósito destas simulações é apenas comparar os resultados de ambos os modelos. Em relação à magnitude de tensão, o resultado do FPOL apresentou um mínimo desvio em relação aos outros dois modelos de comparação em ambas as fases, acentuando principalmente nas barras finais do alimentador. Observa-se que a fase c foi a que apresentou um desvio maior em relação aos demais modelos e fases.

Em relação ao comportamento dos ângulos de fases, pelo fato do FPOL ser um modelo linear, houve uma mínima variação dos ângulos em ambas as fases em relação ao valor definido na barra de referência. Já os outros dois modelos, por serem não lineares, apresentaram uma variação maior, porém em ambos os casos, a

variação foi muito pequena, permanecendo sempre muito próximo do valor de referência em ambas as barras e fases do alimentador.

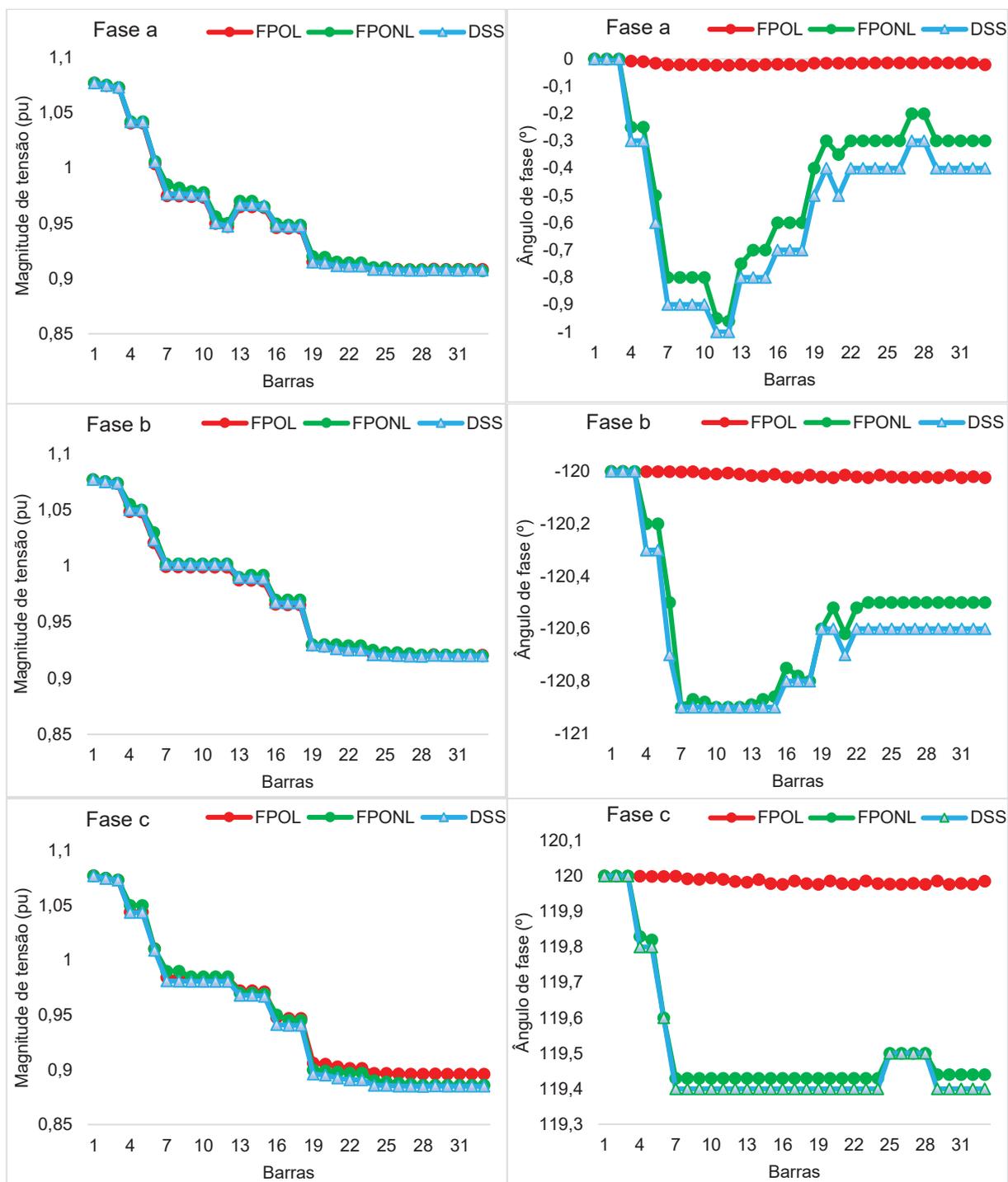
FIGURA 3.3 – PERFIL DE TENSÃO NAS BARRAS – FPOL ORIGINAL



FONTE: O autor (2022)

A Figura 3.4 mostra o comportamento da tensão trifásica nas barras do sistema, considerando agora o FPOL com perdas juntamente com e os outros dois métodos não lineares.

FIGURA 3.4 – PERFIL DE TENSÃO NAS BARRAS – FPOL COM PERDAS



FONTE: O autor (2022)

Comparando com a simulação anterior referenciada pela Figura 3.3, nesta simulação observa-se que houve uma aderência da magnitude de tensão do FPOL em ambas as fases do alimentador em relação aos outros modelos não lineares. Apenas na fase c é possível notar um mínimo desvio da magnitude de tensão do FPOL em relação aos outros dois modelos de referência, se destacando a partir da barra 19. Em relação aos ângulos de fases, o resultado desta simulação (FPOL com perdas) foi similar ao resultado da simulação anterior (FPOL original).

### 3.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

O modelo de FPO linear trifásico para aplicação em redes de distribuição e microrredes apresentado neste capítulo é baseado no sistema de coordenadas polares e completo por considerar não apenas cada uma das fases da rede trifásica, mas também a influência das impedâncias mútuas existentes entre as fases em sua formulação.

Nesta dissertação não foi possível utilizar integralmente o modelo de fluxo de potência trifásico linear, proposto no trabalho de Li et al. (2019), uma vez que ao simular o modelo robusto com equações de injeção de potência baseadas na construção da matriz de admitância trifásica do sistema observou-se uma elevação substancial das despesas computacionais.

Para resolver este problema, foram utilizados os conceitos apresentados no trabalho de Yang et al. (2017), adaptando-os para o sistema trifásico, a fim de simplificar o modelo de fluxo de potência apresentado por Li et al. (2019), dando origem a equações lineares de fluxo de potência trifásica nas linhas, considerando a defasagem angular do sistema trifásico nos parâmetros da rede e a influência das impedâncias mútuas. Com o uso destas equações de fluxo nas linhas adicionando equações específicas de balanço de potência para cada barra e fase do sistema, foi possível resolver o modelo robusto com um tempo razoável.

Para validar a efetividade e precisão do modelo, o mesmo foi aplicado em um estudo de caso e comparado com dois modelos de FPO trifásicos não lineares existentes na literatura. Como pode-se ver nos resultados, apesar do FPOL não considerar os cálculos das perdas das linhas de distribuição em sua formulação matemática, o erro relativo médio da magnitude de tensão deste modelo com os outros modelos que consideram tais perdas foi muito pequeno (abaixo de 0,7 %),

demonstrando que o FPOL possui um excelente desempenho e é ideal para uso na operação e/ou planejamento de redes de distribuição ou microrredes.

## 4 OTIMIZAÇÃO ROBUSTA

Um problema de otimização determinístico qualquer sob restrições pode ser representado genericamente como (Muthemba, 2019):

$$\begin{aligned} & \min_{x \in X} f(x) \\ \text{s.a:} & \\ & \mathbf{h}^X(x) = 0 \\ & \mathbf{g}^X(x) \leq 0 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Onde o objetivo consiste na minimização da função objetivo  $f(x)$ , sujeito às restrições de igualdade  $\mathbf{h}^X(x)$  e desigualdade  $\mathbf{g}^X(x)$ . De maneira geral, o objetivo neste caso poderia ser, por exemplo, encontrar as melhores decisões ( $x$ ), que minimizem os custos operacionais  $f(x)$ , quando o sistema se encontra sujeito às restrições impostas no modelo proposto (Muthemba, 2019). Neste modelo determinístico não está sendo levado em consideração os diversos tipos de incertezas em que o sistema a ser estudado possa estar sujeito.

O processo de considerar incertezas em problemas de otimização tem sido objeto de estudos nas mais diversas áreas do conhecimento. Segundo Bertsimas e Sim (2003), a abordagem estocástica e a abordagem robusta são as principais metodologias existentes para realizar a otimização sob incertezas.

Em relação a otimização estocástica, esta apresenta algumas desvantagens relacionadas, principalmente, à complexidade computacional envolvida pois geralmente necessita de um número muito grande de cenários para descrever adequadamente as incertezas do problema, gerando modelos intratáveis computacionalmente para problemas de elevado porte. Além disso, usualmente essa metodologia requer o conhecimento prévio quanto às funções de distribuição de probabilidade dos parâmetros incertos o que, na prática, muitas vezes é difícil de se obter (Conejo et al., 2016; Cerezolli, 2021).

Em contrapartida, a abordagem robusta gera modelos, na maioria das vezes, tratáveis computacionalmente, mesmo para problemas de grande porte, uma vez que as incertezas do modelo robusto são representadas através de conjuntos limitados, dispensando a necessidade de geração de inúmeros cenários, como acontece na

otimização estocástica, não sendo necessário o conhecimento da distribuição de probabilidade de tais incertezas (Conejo et al., 2016; Cerezolli, 2021). Acredita-se que os aspectos relacionados à tratabilidade computacional da RO sejam os principais responsáveis pelo seu sucesso nas mais diversas áreas do conhecimento, além de ter influenciado significativamente a sua trajetória e desenvolvimento ao longo dos anos (Bertsimas, Brown e Caramanis, 2011).

Ao remodelar o problema determinístico apresentado na equação 4.1, o mesmo pode ser reescrito na sua forma robusta (contraparte robusta), conforme demonstrado genericamente na equação 4.2 (Cerezolli, 2021):

$$\min_{x \in X} \max_{u \in U} f(x, u)$$

S.a:

$$h^X(x) = 0 \tag{4.2}$$

$$g^X(x) \leq 0$$

$$u \in U$$

Neste modelo robusto, as variáveis do problema são divididas em variáveis de otimização ( $x$ ) e variáveis incertas ( $u$ ). Segundo Conejo et al., (2016), o problema de otimização robusta (RO) também é modelado com no mínimo dois níveis de otimização, uma vez que o objetivo é encontrar a melhor solução de um problema, minimizando o conjunto das variáveis de otimização ( $\min x$ ) e ao mesmo tempo sujeita a pior realização das incertezas, ou seja, maximizando o conjunto das variáveis de incertezas ( $\max u$ ).

Conforme Alem e Morabito (2015), um dos primeiros estudos realizados utilizando a otimização robusta foi desenvolvido por Soyster em 1973. Bertsimas e Sim (2003) destaca em seu trabalho, dentre outros citados, dois importantes estudos realizados para o aprimoramento da otimização robusta: os trabalhos de Ben-Tal e Nemirovski desenvolvido entre 1998 e 2000; e os trabalhos de Bertsimas e Sim desenvolvidos entre 2003 e 2004. A principal diferença entre estes trabalhos está na forma como os conjuntos de incerteza são modelados, isto é, a geometria empregada para representar tais conjuntos, o que impacta diretamente no grau de conservadorismo das soluções.

De acordo com Bertsimas e Sim (2003), o trabalho desenvolvido por Soyster fornece soluções muito conservadoras. Através de uma abordagem de otimização linear, uma solução factível para todos os dados de entrada é obtida, de modo que cada dado de entrada incerto possa assumir qualquer valor dentro de um intervalo. Essa abordagem, conhecida também pela representação geométrica em “caixa”, utiliza o máximo de proteção possível e assume que todos os parâmetros incertos apresentarão o pior valor possível de maneira simultânea (Conejo et al., 2016; Cerezolli, 2021).

Segundo Bertsimas e Sim (2003), com o objetivo de reduzir os níveis de conservadorismo da solução robusta obtidos a partir do modelo de Soyster, é proposto por BenTal e Nemirovski a geometria elipsoidal para modelagem dos conjuntos de incerteza. Esta nova metodologia permite que o nível de conservadorismo do problema seja eventualmente controlado através da definição de um diâmetro para esta nova geometria (Conejo et al., 2016; Cerezolli, 2021).

Finalmente, Bertsimas e Sim (2004) apresentam uma nova abordagem para modelar os conjuntos de incertezas utilizando a geometria poliédrica. Esta metodologia permite o controle do conservadorismo das soluções robustas através da introdução de um parâmetro ajustável ( $\Gamma$ ), garantindo que sempre serão considerados os  $\Gamma$  que mais prejudicam o problema (Conejo et al., 2016). Assim,  $\Gamma$  é capaz de ajustar a robustez do método proposto em relação ao nível de conservadorismo da solução (Bertsimas e Sim, 2004).

Um aspecto bastante importante sobre o modelo robusto é que, dependendo da geometria do conjunto de incerteza empregada, a contraparte robusta de um problema determinístico, seja ele linear, não-linear, não-linear inteiro misto, etc, apresentará as mesmas características que este problema determinístico, mas com dimensões maiores. Dessa forma, se a versão determinística de um problema é tratável, geralmente a sua versão robusta também será. Por este motivo, diferentemente do que pode se pensar em um primeiro momento, incorporar as incertezas de um problema à sua formulação, não significa que este será mais complicado (Conejo et al., 2016; Cerezolli, 2021).

O objetivo deste capítulo é apresentar de forma sucinta e clara a técnica de otimização robusta (RO), a qual será aplicada nesta dissertação. A RO busca encontrar a melhor solução de um problema sob o pior cenário possível, sendo vista como uma visão preventiva do sistema, ou seja, o sistema deve estar preparado, ou

ainda, deve ser capaz de se recompor, caso seja exposto a uma situação extremamente adversa (Conejo et al., 2016; Cerezolli, 2021).

Atualmente a RO tem sido uma técnica amplamente utilizada por diversos pesquisadores para solucionar problemas envolvendo incertezas. Segundo Conejo et al (2016), existem duas principais vantagens de utilizar a RO em relação aos modelos de programações estocásticas que geralmente requerem um grande número de cenários para representar as incertezas envolvidas. Em primeiro lugar, na RO os cenários com base em funções de distribuição de probabilidade não necessitam serem gerados, sendo utilizado em vez disso, conjuntos robustos, o que é mais simples de serem construídos. Em segundo lugar, um modelo de RO normalmente tem um tamanho moderado, que não cresce com o número de cenários e, portanto, o desempenho computacional geralmente não é comprometido.

#### 4.1 DEFINIÇÃO E ASPECTOS GERAIS DA OTIMIZAÇÃO ROBUSTA

As variáveis de problemas de otimização que utilizam a técnica de RO são normalmente divididas em dois conjuntos: variáveis de otimização e variáveis incertas. Conforme Conejo, et al. (2016), a função objetivo de um problema de RO genérico é modelada como um problema de dois níveis:

$$\min_{x \in X} \max_{u \in U} f(x, u) \quad (4.3)$$

Onde  $X$  é o conjunto das variáveis de otimização, ou seja, são as variáveis que estão sob o controle do usuário e que devem ser minimizadas a fim de reduzir o custo da função objetivo do problema. Já  $U$  é o conjunto das variáveis incertas, as quais não estão sob o controle dos usuários, estando, portanto, sujeitas às incertezas. Como a RO tem por finalidade obter o menor custo da função objetivo sujeito à pior realização das incertezas, respeitando os limites preestabelecidos do conjunto de incerteza definido para cada variável incerta,  $U$  é otimizado no sentido inverso de  $X$ , ou seja, o conjunto  $U$  é maximizado com o intuito de piorar a função objetivo.

Ao modelar problemas de otimização é comum incluir variáveis binárias de decisão, transformando o problema original em uma programação inteira mista. Quando isto ocorre, é necessário adicionar uma camada de otimização a mais no

problema, dando origem a otimização robusta adaptativa (ARO), que é formulada como (Conejo et al., 2016):

$$\min_{x \in X} \max_{u \in U} \min_{y \in Y(x,u)} f(x, y, u) \quad (4.4)$$

Onde  $X$  representa o conjunto das variáveis de decisão que são otimizadas antes da execução das incertezas, incluindo neste conjunto as variáveis binárias de decisão do problema. Por exemplo, a decisão de instalação de uma ou outra unidade de geração em um problema de planejamento da expansão do sistema elétrico, a decisão de carregar ou descarregar uma unidade de armazenamento (bateria) em problemas operacionais envolvendo microrredes ou a decisão de alocação e deslocamento de cargas controláveis de uma microrrede no despacho do dia seguinte. Já  $U$  continua sendo o conjunto das variáveis incertas e  $Y$  é outro conjunto de variáveis de decisão otimizadas após as decisões iniciais e a realização das incertezas, como por exemplo a alocação de geração térmica de uma microrrede, após as decisões tomadas no primeiro nível em relação às cargas controláveis e a realização das incertezas das gerações das fontes de energia renováveis, bem como da demanda. Como pode-se notar, a inclusão do terceiro nível ao problema, que visa minimizar o conjunto das variáveis  $Y$ , sujeita à execução das variáveis dos demais níveis, proporciona a característica adaptativa do sistema.

Problemas desta magnitude estão sujeitos a inúmeras restrições de igualdades e desigualdades. Modelando estas restrições de forma genérica, a ARO pode ser descrita como:

$$\min_{x \in X} \max_{u \in U} \min_{y \in Y(x,u)} f(x, y, u)$$

s.a:

$$h^X(x) = 0$$

$$g^X(x) \leq 0$$

$$u \in U$$

$$h^Y(x, y, u) = 0$$

$$g^Y(x, y, u) \leq 0$$

(4.5)

Onde:

- $h$  é o conjunto das restrições de igualdade;
- $g$  é o conjunto das restrições de desigualdade.

Em relação aos conjuntos de incertezas, na literatura pode-se encontrar vários tipos de representações (poliédrico, circular, elipsoidal, etc.). Nesta dissertação e de acordo com a abordagem adotada por Conejo et al (2016), optou-se pela representação poliédrica do conjunto de incertezas, o qual é limitado por um *budget*, que tem por objetivo controlar o nível de robustez da solução. Nesta abordagem as variáveis de incertezas tanto para a demanda, quanto para a geração de um sistema qualquer são representadas dentro de um intervalo possível de ocorrência, definido como:

$$ud_i \in [ud_i^{min} = ud_i^{ref} - ud_i^\Delta, \quad ud_i^{max} = ud_i^{ref} + ud_i^\Delta] \quad (4.6)$$

$$ug_i \in [0, \quad ug_i^{max} = ug_i^{ref} - ug_i^\Delta] \quad (4.7)$$

Onde  $ud_i$  são variáveis incertas para demanda e  $ug_i$  são variáveis incertas para geração. Para controlar o nível de robustez, ou seja, a conservatividade da solução do problema, para cada variável de incerteza estabelece-se um *budget* de incerteza. Assim, para tratar as incertezas das demandas de carga, o *budget* de incerteza da demanda poderá ser modelado da seguinte forma:

$$\sum_i \left( \frac{ud_i - ud_i^{min}}{ud_i^{max} - ud_i^{min}} \right) \leq \Gamma_d \quad (4.8)$$

Onde  $\Gamma_d$  é o budget de incerteza da demanda podendo assumir valores entre 0 e 1. A equação 4.8 é modelada de tal forma que a variável incerta possui um relacionamento diretamente proporcional à função objetivo do problema, ou seja, a função objetivo será cada vez mais maximizada para valores cada vez maiores da variável incerta. Neste caso específico, se for atribuído valor 0 para  $\Gamma_d$ , a equação 4.8 resume-se em:

$$\sum_i \mathbf{ud}_i \leq \sum_i \mathbf{ud}_i^{\min} \quad (4.9)$$

Levando em consideração o que se estabelece na equação 4.6, onde  $\mathbf{ud}_i$  não pode assumir valores inferiores a  $\mathbf{ud}_i^{\min}$ , logo a equação 4.9 resume-se à  $\mathbf{ud}_i = \mathbf{ud}_i^{\min}$ , ou seja, nenhuma incerteza é aplicada à demanda do sistema a fim de prejudicar a função objetivo e seu valor permanece igual ao mínimo estipulado no conjunto de incertezas. Agora, ao definir valor igual a 1 para  $\Gamma_d$ , a equação 4.8 é reduzida a seguinte equação:

$$\sum_i \mathbf{ud}_i \leq \sum_i \mathbf{ud}_i^{\max} \quad (4.10)$$

Como o problema é de maximização e a variável incerta é diretamente proporcional à função objetivo, logo  $\mathbf{ud}_i = \mathbf{ud}_i^{\max}$ , ou seja, 100% de incerteza foi aplicada à demanda e a mesma assumiu o limite superior do conjunto de incertezas definido para estas variáveis. Para valores intermediários atribuídos ao *budget* de incerteza, estes limitarão os valores da variável até o máximo estipulado por  $\Gamma_d$ .

Já para modelar o *budget* de incerteza da geração, se faz necessário que a variável incerta possua uma relação inversamente proporcional à função objetivo do problema, ou seja, a função objetivo será maximizada quando a variável assumir valores cada vez menores. Com isso, se for atribuído o mesmo valor de *budget* de incerteza para geração e demanda em um sistema qualquer, o *solver* irá obter a melhor solução do problema para o pior cenário possível, uma vez que a carga será elevada e a geração reduzida em proporções semelhantes, respeitando os limites dos conjuntos de incertezas estipulados para cada categoria, cumprindo assim com o objetivo principal da RO. Assim:

$$\sum_i \left( \frac{\mathbf{ug}_i^{\max} - \mathbf{ug}_i}{\mathbf{ug}_i^{\max}} \right) \leq \Gamma_g \quad (4.11)$$

Onde  $\Gamma_g$  é o *budget* de incertezas para geração e também pode variar entre 0 e 1. Neste caso, se atribuir valor 0 ao  $\Gamma_g$ , a equação 4.11 é reduzida para:

$$\sum_i \mathbf{u}g_i^{max} \leq \sum_i \mathbf{u}g_i \quad (4.12)$$

Pela definição da equação 4.7 do conjunto de incertezas,  $\mathbf{u}g_i$  não pode assumir valores superiores a  $\mathbf{u}g_i^{max}$ . Logo, pela equação 4.12,  $\mathbf{u}g_i = \mathbf{u}g_i^{max}$ , ou seja, nenhuma incerteza é aplicada a geração com intuito de prejudicar a função objetivo do sistema. Agora se  $\Gamma_g = 1$ , a seguinte expressão é definida:

$$\sum_i \mathbf{u}g_i \geq 0 \quad (4.13)$$

Neste caso,  $\mathbf{u}g_i$  pode assumir valores iguais ou maiores que 0, porém como a relação da variável incerta com a função objetivo do problema é inversamente proporcional, o problema buscará o menor valor possível para  $\mathbf{u}g_i$ , com o intuito de maximizar a função objetivo, ou seja,  $\mathbf{u}g_i = 0$  indicando que 100% de incerteza foi atribuído a esta categoria de geração. Como exemplo, se esta categoria de geração for composta por 3 usinas fotovoltaicas, com este nível de incerteza, nenhuma destas usinas seriam despachadas, prejudicando o máximo possível a função objetivo do problema.

De forma análoga, se  $\Gamma_g$  assumir valores entre 0 e 1, os valores de  $\mathbf{u}g_i$  poderão variar até o limite do intervalo de incertezas definido pelo valor de  $\Gamma_g$ .

Como visto pela equação 4.4, a ARO é um problema de três níveis, sendo que para sua resolução é necessário fazer a junção do segundo e terceiro nível, reduzindo assim o problema original de três níveis para um problema de dois níveis, que pode ser facilmente resolvido por diversas técnicas encontradas atualmente na literatura, como C&CG, decomposição de Benders, etc. A seguir, é descrito o processo de junção do segundo e terceiro nível em um único nível de otimização.

Considerando um problema de otimização genérico de apenas um nível, conforme descrito na equação 4.1, conforme apresentado no trabalho de Kuhn e Tucker (1951), a solução deste problema é ótima desde que se atendam as condições necessárias de otimalidade, conhecidas atualmente como condições de Karuch-Kuhn-Tucker (KKTs), sendo estas condições relacionadas à derivada da função lagrangeana do problema, representada como:

$$L(y, \phi, \lambda) = f(y) + \sum_{i=1}^{nd} \phi_i * g_i(y) + \sum_{j=1}^{ni} \lambda_j * h_j(y) \quad (4.14)$$

Onde  $nd$  e  $ni$  são as restrições de desigualdade e igualdade do problema, respectivamente. As quatro condições de KKT, que se respeitadas garantem a otimalidade da solução de um problema de otimização, são:

$$\frac{dL}{dy} = 0 \quad \forall y \in Y \quad (4.15)$$

$$\phi_i \geq 0 \quad \forall i \in M \quad (4.16)$$

$$g_i \geq 0 \quad \forall i \in M \quad (4.17)$$

$$\phi_i * g_i = 0 \quad \forall i \in M \quad (4.18)$$

Onde as equações 4.16, 4.17 e 4.18 são também conhecidas como equações de complementariedades.

Pode-se notar que a equação 4.18 é não linear devido a multiplicação de duas variáveis. Para linearizá-la, utiliza-se o artifício do *Big M*, e a equação 4.18 é substituída pelas seguintes equações:

$$\phi_i \leq M * \mu \quad (4.18a)$$

$$g_i \leq M * (1 - \mu) \quad (4.18b)$$

Onde  $M$  é um número relativamente grande e  $\mu$  é um conjunto de variáveis binárias.

Antes de aplicar estes conceitos de junção de níveis na ARO, a equação 4.5 será reescrita considerando apenas os últimos dois níveis de otimização:

$$\max_{u \in U} \min_{y \in Y(x,u)} f(y, u)$$

s.a:

$$u \in U \quad (4.19)$$

$$h^Y(y, u) = 0$$

$$g^Y(y, u) \leq 0$$

O nível de minimização do problema acima pode ser resolvido utilizando as condições de otimalidade de KKTs descritas anteriormente, ou seja, ao incluir as KKTs e equações de complementariedades do problema de minimização como restrições do problema acima, este nível de minimização pode ser suprimido, restando apenas um nível de maximização no problema, o que é visto com maior clareza na equação abaixo:

Problema anterior	Novo problema
$\max_{u \in U} \min_{y \in Y(x,u)} f(y, u)$	$\max f(y, u)$
s.a:	s.a:
$u \in U$	$u \in U$
$h^Y(y, u) = 0$	$h^Y(y, u) = 0$
$g^Y(y, u) \leq 0$	$g^Y(y, u) \leq 0$
	(4.20)
	$\frac{dL(y, \phi, \lambda)}{dy} = 0 \quad \forall y \in Y$
	$\phi_i \geq 0 \quad \forall i \in M$
	$g_i \geq 0 \quad \forall i \in M$
	$\phi_i \leq M * \mu$
	$g_i \leq M * (1 - \mu)$

Desta forma, o problema original de três níveis foi reduzido para um problema de dois níveis min-max, o qual pode ser resolvido por diversas técnicas encontradas na literatura. Nesta dissertação, será utilizado o algoritmo de geração de colunas e restrições (C&CG) para resolver este problema, o qual será discutido em detalhes no próximo capítulo.

## 4.2 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Inicialmente foi apresentado a modelagem genérica de um problema de otimização determinístico, bem como sua evolução para problemas de otimização sob incertezas.

Foi enfatizado que as principais metodologias encontradas na literatura para otimização sob incertezas são a abordagem robusta e a abordagem estocástica. As principais características destas duas metodologias foram descritas, bem como suas vantagens e desvantagens, o que definiu a utilização da RO nesta dissertação, uma vez que, segundo a literatura, os gastos computacionais da RO são menores do que na otimização estocástica, pois as incertezas do modelo robusto são representadas através de conjuntos limitados, dispensando a necessidade de geração de inúmeros cenários, bem como a necessidade de conhecer a função de distribuição de probabilidade de tais incertezas.

Na sequência foi apresentado os aspectos gerais da RO, enfatizando a forma com que os conjuntos de incertezas serão modelados nesta dissertação, utilizando a representação poliédrica. Já as variáveis de incertezas são modeladas utilizando a abordagem do *budget* de incertezas, que tem por objetivo controlar o nível de robustez da solução.

Por fim é demonstrado genericamente de uma forma muito clara a maneira de reduzir o problema de otimização robusta de três níveis min-max-min (ARO), para um problema tratável de dois níveis min-max, utilizando as condições de otimalidade de KKT. Nesta etapa é necessário utilizar a abordagem do *big M* juntamente com variáveis binárias, para manter a linearidade da modelagem do problema.

## 5 MATERIAL E MÉTODO

Neste capítulo serão apresentados inicialmente a modelagem individual de cada um dos componentes e tecnologias que compõem a microrrede em estudo. Dentre estes destaca-se o programa de resposta da demanda que pode ser dividido em modelos baseados em preços, onde a tarifa de energia da concessionária possui variação de custo ao longo do dia, incentivando os consumidores a operarem suas cargas em momentos de baixo custo ao invés de momentos de alto custo e alta demanda e modelos baseados em incentivos, onde o operador da rede oferece aos consumidores incentivos financeiros para que determinadas cargas sejam deslocadas ou cortadas. Nesta dissertação será utilizado o programa de resposta da demanda baseado em preços, pois é o que mais se assemelha a realidade regulatória brasileira, uma vez que no Brasil já possui programas semelhantes como as tarifas horosazonais verde e azul para o mercado regulado de média e alta tensão e a tarifa branca para o mercado de baixa tensão.

Em relação à rede de distribuição interna da microrrede, por ser trifásica, a mesma será modelada conforme apresentado no Capítulo 3. Também será apresentada a formulação matemática completa para o despacho do dia seguinte de microrredes trifásicas sob incertezas, considerando o programa de resposta da demanda. Como o modelo original é muito complexo possuindo três níveis de otimização min-max-min, foi necessário a adoção de artifícios matemáticos específicos a fim de reduzi-lo a um problema de dois níveis min-max, o qual pode ser resolvido facilmente por métodos iterativos existentes na literatura.

Dois métodos muito comuns utilizados para resolução destes problemas são o algoritmo de geração de colunas e restrições (C&CG) e a decomposição de benders. Nesta dissertação será utilizado o C&CG por ser considerado mais rápido e necessitar de um menor número de iterações. Por fim serão apresentados os parâmetros dos diversos componentes da microrrede em estudo e as considerações finais do capítulo.

Da mesma forma que no Capítulo 3, por considerar o sistema trifásico conectado em estrela e também a utilização da linguagem de programação Python para implementação desta modelagem, os componentes trifásicos do sistema foram modelados por fase. Assim, na formulação matemática que será apresentada ao longo de todo este Capítulo, os componentes trifásicos não serão representados em forma

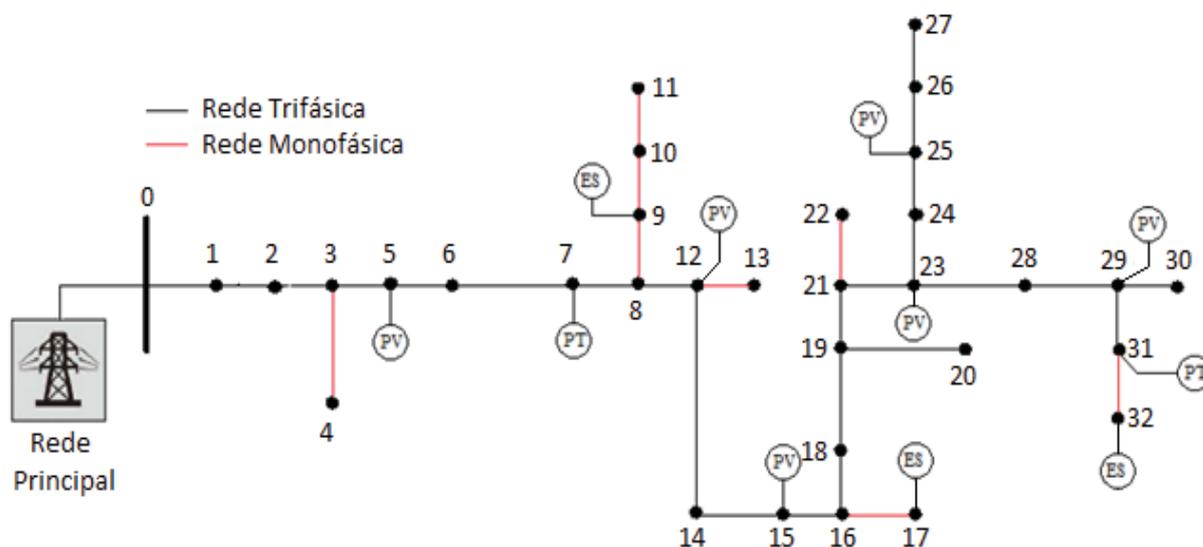
de matrizes, aparecendo  $\Omega\emptyset$  nas respectivas equações, significando que as mesmas devem ser aplicadas para ambas as fases da rede.

## 5.1 MODELAGENS DOS COMPONENTES DA MICRORREDE

Por serem consideradas redes de distribuição ativas de pequeno porte, podendo estar conectadas diretamente na rede de distribuição convencional, as microrredes tem se tornado uma ótima ferramenta para agregar e gerenciar de forma descentralizada os recursos energéticos distribuídos, isto é, as novas tecnologias e fontes de gerações renováveis, que atualmente estão em ascensão nas redes de distribuição.

Esta dissertação irá abordar os aspectos operacionais de uma microrrede conectada na rede de distribuição conforme Figura 5.1.

FIGURA 5.1 – MICRORREDE CONECTADA NA REDE DE DISTRIBUIÇÃO



FONTE: Adaptada de IEEE (2022)

A rede da microrrede foi derivada de um alimentador teste de distribuição de 34 barras da IEEE (IEEE, 2022), com as adaptações necessárias, a fim de representar uma rede de distribuição ativa de pequeno porte conectada na rede de distribuição convencional através da barra 0. Os parâmetros e comprimentos das linhas de distribuição podem ser consultados na Tabela A.2 do apêndice 2, ressaltando que o valor de comprimento das linhas a ser considerado é o segundo valor informado (MG)

na respectiva coluna de comprimento de vãos. Foram incluídos nesta microrrede 6 minigeradores fotovoltaicos trifásicos (nas barras 5, 12, 15, 23, 25 e 29), 2 micro usinas termelétricas a gás natural trifásicas (nas barras 7 e 31), 3 unidades de armazenamento (baterias), conectadas em ramais monofásicos, sendo uma na barra 9 – fase *a*, uma na barra 17 – fase *b* e outra na barra 32 – fase *c*, além do programa de resposta da demanda que inclui os consumidores como elementos ativos no sistema.

Cada um destes recursos energéticos distribuídos considerados na microrrede da Figura 5.1 possui uma modelagem matemática própria, com diferentes paradigmas e restrições operacionais. Portanto, esta seção tem por finalidade a apresentação da formulação matemática destes diferentes ativos da microrrede separadamente, lembrando que eles foram modelados conforme o trabalho apresentado por Lara et al. (2021). Segundo Lara et al. (2021), com o intuito de melhorar a compreensão, uma variável  $X$  recebe a ênfase  $\hat{X}$  caso trata-se de parâmetros exclusivos da rede de distribuição, utilizados para o cálculo do fluxo de potência trifásico da rede, conforme especificado no capítulo 3. Já variáveis com a ênfase  $\tilde{X}$  trata-se de variáveis que incide incerteza, a ênfase  $\ddot{X}$  é utilizado em parâmetros conhecidos do sistema (exceto os relacionados ao fluxo de potência trifásico) e sem nenhuma ênfase caso se trate de uma variável de otimização sem incidência de incertezas.

### 5.1.1 BATERIA

Uma das especificações de fábrica para as baterias é o limite mínimo e máximo de armazenamento durante sua operação. Com isso, a primeira restrição a ser imposta é:

$$\ddot{S}_k^{min} \leq S_{t,k} \leq \ddot{S}_k^{max}, \forall k, t \quad (5.1)$$

Onde:

- $\ddot{S}_k^{min}$ ,  $\ddot{S}_k^{max}$  representam respectivamente a capacidade mínima e máxima de armazenamento da bateria instalada na barra  $k$ , em pu.h;
- $S_{t,k}$  é a variável que representa o estado de carga da bateria instalada em uma barra  $k$  no período  $t$ , em pu.h.

Ao modelar baterias, é interessante especificar os requisitos de operação cíclica de armazenamento de energia para o dia seguinte, ou seja, o estado de carga final deve ser igual ao estado de carga inicial para cada ciclo de operação diária. Assim:

$$S_{0,k} = S_{N,k} \quad \forall k \quad (5.2)$$

Onde  $S_{0,k}$  e  $S_{N,k}$  representam respectivamente o estado de carga inicial e final de uma bateria conectada na barra  $k$ , em pu.h.

Outro fato importante a ser considerado é que a bateria não pode carregar e descarregar ao mesmo tempo. Para evitar que isso ocorra, foi incluído no problema duas variáveis binárias  $U_{t,k}^{ch}$  e  $U_{t,k}^{dis}$ , modeladas de tal forma que ambas não possam ser acionadas simultaneamente. Logo:

$$U_{t,k}^{ch} + U_{t,k}^{dis} \leq 1 \quad (5.3)$$

Onde  $U_{t,k}^{ch}$  e  $U_{t,k}^{dis}$  são variáveis binárias que permitem a carga e a descarga de uma bateria conectada na barra  $k$  em um período  $t$ , respectivamente.

Com o intuito de fazer a junção entre as variáveis binárias com os valores contínuos de carga e descarga da bateria, define-se que os limites de carga/descarga só serão maiores que 0 caso as variáveis binárias correspondentes assumam valores igual a 1. Para isso, as seguintes expressões são definidas:

$$0 \leq P_{t,k}^{ch} \leq U_{t,k}^{ch} * \check{P}_k^{ch,max}, \quad \forall k, t \quad (5.4)$$

$$0 \leq P_{t,k}^{dis} \leq U_{t,k}^{dis} * \check{P}_k^{dis,max}, \quad \forall k, t \quad (5.5)$$

Onde:

- $P_{t,k}^{ch}$ ,  $P_{t,k}^{dis}$  são variáveis que representam respectivamente a potência ativa de carga e de descarga de uma bateria instalada na barra  $k$  em um período  $t$ , em pu médio;
- $\check{P}_k^{ch,max}$ ,  $\check{P}_k^{dis,max}$  representam respectivamente a capacidade máxima de carga e de descarga de uma bateria instalada na barra  $k$ , em pu médio;

O estado de carga de uma bateria pode ser alterado por meio de carga e descarga ao longo do ciclo de operação diário, levando em consideração o rendimento de carga e descarga da bateria, o que é modelado da seguinte forma:

$$S_{t,k} = S_{t-1,k} + P_{t,k}^{ch} \dot{\Delta}_t \eta_{c,k} - P_{t,k}^{dis} \frac{\dot{\Delta}_t}{\eta_{d,k}}, \quad \forall k, t \quad (5.6)$$

Onde:

- $S_{t-1,k}$  é o estado de carga da bateria conectada na barra  $k$ , em pu.h, no período imediatamente anterior ao período  $t$ ;
- $\eta_{c,k} / \eta_{d,k}$  é o rendimento percentual de carga e descarga, respectivamente, de uma bateria conectada na barra  $k$ ;
- $\dot{\Delta}_t$  é o intervalo de tempo entre dois períodos consecutivos em horas. Nesta dissertação  $\dot{\Delta}_t = 1$ .

Segundo Buzzá (2018), para o cálculo da degradação de uma bateria, é necessário saber a profundidade de descarga em cada ciclo de operação. Para isso, primeiramente define-se as variáveis binárias  $Y_{t,k}^{ON}$ ,  $Y_{t,k}^{OFF}$ ,  $Z_{t,k}^{ON}$  e  $Z_{t,k}^{OFF}$  as quais respectivamente indicam o início/fim de um ciclo de carga/descarga de uma bateria. Ao realizar a junção destas variáveis binárias às variáveis binárias de carga e descarga, pode-se facilmente obter o período em que o ciclo de descarga se encerra durante a operação de uma bateria, que é formulado como (Buzzá, 2018; Lara et al., 2021):

$$U_{t,k}^{ch} - U_{t-1,k}^{ch} = Y_{t,k}^{ON} - Y_{t,k}^{OFF} \quad (5.7)$$

$$U_{t,k}^{dis} - U_{t-1,k}^{dis} = Z_{t,k}^{ON} - Z_{t,k}^{OFF} \quad (5.8)$$

Onde:

- $Y_{t,k}^{ON}$ ,  $Y_{t,k}^{OFF}$  são as variáveis binárias que assumem valor 1 quando há o início e o fim, respectivamente, de um ciclo de carga de uma bateria conectada em uma barra  $k$ , em um período  $t$ ;

- $Z_{t,k}^{ON}$ ,  $Z_{t,k}^{OFF}$  são as variáveis binárias que assumem valor 1 quando há o início e o fim, respectivamente, de um ciclo de descarga de uma bateria conectada em uma barra  $k$ , em um período  $t$ .

Analisando a equação 5.8, nota-se que a variável  $Z_{t,k}^{OFF}$  assume um importante papel no cálculo da degradação da bateria, ou seja, quando  $Z_{t,k}^{OFF} = 1$ , indica que se encerrou um determinado ciclo de descarga, podendo a partir daí calcular qual foi a profundidade de descarga da bateria neste ciclo de operação e conseqüentemente qual foi sua degradação, impedindo que a degradação seja calculada antes de concluir o fim do ciclo de descarga, a fim de que não sejam considerados ciclos incompletos (Buzzá, 2018; Lara et al., 2021).

Quando a variável binária  $Z_{t,k}^{OFF}$  for acionada, a profundidade de descarga da bateria deve ter um limite de variação entre 0 e 100%, o que é formulado da seguinte maneira (Buzzá, 2018; Lara et al., 2021):

$$0 \leq DoD_{t,k} \leq 100 * Z_{t,k}^{OFF} \quad \text{para } 0 \leq t < N \quad (5.9)$$

$$0 \leq DoD_{N,k} \leq 100 * (Z_{t,k}^{OFF} + U_{N,k}^{dis}) \quad (5.10)$$

Onde  $DoD_{t,k}$  representa a profundidade de descarga em % de uma bateria conectada na barra  $k$  em um período  $t$ . A equação 5.10 é necessária caso a bateria esteja descarregando no último período do ciclo de operação diário.

Agora, as equações 5.11 e 5.12 são utilizadas para calcular a profundidade de descarga percentual após o término de um ciclo de descarga. De forma análoga, a equação 5.12 é necessária apenas se a bateria estiver descarregando no último período do ciclo de operação diário (Buzzá, 2018; Lara et al., 2021):

$$-(1 - Z_{t,k}^{OFF}) * M \leq DoD_{t,k} - 100 * \left(1 - \frac{S_{t,k}}{S_k^{max}}\right) \leq (1 - Z_{t,k}^{OFF}) * M \quad \text{para } 0 \leq t < N \quad (5.11)$$

$$\begin{aligned} -(1 - Z_{N,k}^{OFF} - U_{N,k}^{dis}) * M &\leq DoD_{N,k} - 100 * \left(1 - \frac{S_{N,k}}{S_k^{max}}\right) \\ &\leq (1 - Z_{N,k}^{OFF} - U_{N,k}^{dis}) * M \end{aligned} \quad (5.12)$$

Onde  $M$  é um número relativamente grande.

Com o valor percentual da profundidade de descarga definido, basta calcular o valor da degradação conforme originalmente proposto por Buzzá (2018) e no trabalho de Lara et al. (2021), onde foi utilizado uma técnica de linearização *piecewise* para definir a equação de reta linear utilizada no cálculo da degradação de uma bateria de íon-lítio, formulada como:

$$Deg_{t,k} \geq (\ddot{B}_x * DoD_{t,k} + \ddot{D}_x) * Z_{t,k}^{OFF} \quad \forall x \in \Omega Nr \text{ e para } 0 \leq t < N \quad (5.13)$$

$$Deg_{N,k} \geq (\ddot{B}_x * DoD_{N,k} + \ddot{D}_x) * (U_{N,k}^{dis} + Z_{t,k}^{OFF}) \quad \forall x \in \Omega Nr \quad (5.14)$$

Onde:

- $Deg_{t,k}$  é a degradação percentual da bateria conectada na barra  $k$  em um período  $t$ ;
- $\ddot{B}_x, \ddot{D}_x$  são respectivamente, o coeficiente angular e linear da reta utilizada no método de linearização *piecewise*, apresentado por Lara et al. (2021).

Vale ressaltar também que a equação 5.14 é necessária apenas se a bateria estiver descarregando no último período do ciclo de operação diário. Como foram utilizadas apenas duas retas no processo de linearização, na implementação computacional foram utilizadas duas vezes a equação 5.13, com valores diferentes para os parâmetros  $B_x$  e  $D_x$ , ficando da seguinte forma (Buzzá, 2018; Lara et al., 2021):

$$Deg_{t,k} \geq [(1 * 10^{-5}) * DoD_{t,k} - (5 * 10^{-5})] * Z_{t,k}^{OFF} \quad (5.15)$$

$$Deg_{t,k} \geq [(7 * 10^{-5}) * DoD_{t,k} - 0,0034] * Z_{t,k}^{OFF} \quad (5.16)$$

Nota-se nas equações 5.15 e 5.16 que a degradação da bateria deve ser maior ou igual ao valor calculado para cada uma das retas. Como a degradação da bateria faz parte da função objetivo, o *solver* buscará o menor valor possível entre as duas equações, resultando na intersecção com a reta que indica a maior degradação.

Por fim, como a degradação da bateria impacta diretamente no custo de sua operação, a mesma foi incluída na função objetivo do problema de minimização de custos, sendo modelada da seguinte forma (Buzzá, 2018; Lara et al., 2021):

$$Cb = \sum_{t,\emptyset,k} Ib\ddot{a}t_k * Deg_{t,k} \quad (5.17)$$

Onde:

- $Cb$  representa o custo operacional agregado de todas as baterias instaladas na microrrede em todo o horizonte de planejamento diário, em R\$;
- $Ib\ddot{a}t_k$  representa o investimento inicial realizado na compra da bateria instalada na barra  $k$ , em R\$.

### 5.1.2 TRANSAÇÃO DE ENERGIA COM A REDE DE DISTRIBUIÇÃO

Para considerar a microrrede conectada à rede de distribuição, foi necessário a inclusão das variáveis  $P_{pcc}$  e  $Q_{pcc}$ , as quais fazem parte das equações de balanço de potência ativa e reativa na barra de referência do sistema (barra 0), conforme detalhado na seção 5.1.6.

A convenção de sinal utilizada para estas variáveis é a mesma utilizada para o fluxo de potência nas linhas, ou seja, se for positivo a microrrede estará importando energia da rede, caso contrário, se for negativo a microrrede estará exportando energia para a rede. Como está sendo considerado o fluxo de potência ativa e reativa da rede, é comum  $P_{pcc}$  apresentar um sinal e  $Q_{pcc}$  apresentar outro em um dado período.

Pelo fato da microrrede estar conectada à rede de distribuição, faz-se necessário incluir a variável  $P_{pcc}$  na função objetivo do problema de minimização, a fim de contabilizar despesas ou receitas. Assim:

$$Cpcc = \sum_{t,\emptyset} P_{pcc,t,k=ref} * \ddot{T}e_t * \ddot{\Delta}t \quad (5.18)$$

Onde:

- $Cpcc$  representa as despesas ou receitas totais da microrrede em todo o horizonte de planejamento diário, em R\$;

- $P_{pcc,t,k=ref}$  é o fluxo de potência ativa que flui pelo ponto de acoplamento comum (PCC) em um período  $t$ , em pu médio;
- $\tilde{T}e_t$  é a tarifa de compra e venda de energia da concessionária local em um período  $t$ , em R\$/pu.h. Neste trabalho assumiu-se que o preço de venda e compra de energia são os mesmos;
- $\Delta t$  é o tempo em horas de cada período.

Observando a equação 5.18, nota-se que  $C_{pcc}$  pode assumir valores positivos ou negativos, pois o mesmo depende do sentido do fluxo  $P_{pcc}$  que pode variar ao longo dos períodos do horizonte de planejamento diário. Portanto, se  $C_{pcc}$  for positivo significa despesa para a microrrede. Caso contrário, se  $C_{pcc}$  for negativo, significa receita. Como o problema é de minimização, o *solver* irá manter o valor de  $C_{pcc}$  o mais negativo possível, respeitando as demais restrições operacionais do problema.

### 5.1.3 RESPOSTA DA DEMANDA E CARGAS CONTROLÁVEIS

O modelo do programa de resposta da demanda utilizado nesta dissertação é baseado em preços, onde a tarifa de energia possui variação de valores ao longo do dia, atingindo valores elevados nos horários de alta demanda e valores menores nos demais horários, influenciando assim os consumidores a operarem suas cargas em momentos de baixo custo.

Para isso, será utilizado a metodologia de *direct load control* (DLC) de forma similar ao apresentado por Lara et al. (2021), onde a carga de toda a microrrede é dividida em dois grupos: cargas controláveis e cargas não controláveis. Para fins de simplificação, 10% de toda a carga da microrrede foi considerada cargas controláveis e o montante restante foi considerado cargas não controláveis e, portanto, sujeito a incertezas.

As cargas controláveis são cargas em que o *solver* irá realocar durante o horizonte de planejamento que é de um dia, ou seja, 24 horas, com intervalo entre os períodos de 1 hora. Estas cargas serão despachadas conforme a conveniência operacional, com o intuito de reduzir o custo global da microrrede. Caso alguma carga de alguma barra/fase não ser realocada em sua totalidade durante o horizonte de

planejamento, a diferença não realocada será cortada e incidirá em elevação de custo para a microrrede.

Para realizar o despacho destas cargas controláveis, foi necessário definir a variável contínua  $dr_{t,k}$  e incluí-la no balanço de potência ativa e reativa visto na seção 5.1.6, com o objetivo de definir qual o percentual da carga controlável que será alocada em cada período, porém a mesma deve ser limitada como:

$$\sum_{t=1}^N dr_{t,k} \leq 1 \quad \forall \Omega \emptyset \quad (5.19)$$

$$0 \leq dr_{t,k} \leq 1 \quad (5.20)$$

Onde  $dr_{t,k}$  é uma variável do programa de resposta da demanda que prevê um percentual de carga controlável da barra  $k$  que será alocada no período  $t$ , em porcentagem.

Pela equação 5.19, a somatória de todos os  $dr_{t,k}$  de uma determinada barra/fase em todo o horizonte de planejamento deve ser menor ou igual a 1. Se a somatória for igual a 1, indica que 100% das cargas foram remanejadas e não houve corte de carga. Caso contrário, se a somatória for menor que 1, esta diferença percentual indicará o montante de carga a ser cortado, impactando diretamente nos custos da microrrede, uma vez que o custo de corte de carga é incluído na função objetivo do problema de minimização:

$$C_{CC} = \sum_{k=1}^{nb} \left[ \left( 1 - \sum_{t=1}^N dr_{t,k} \right) * \check{L}_k^{PCONT} \right] * \check{T}_{CC} * \check{\Delta}t \quad \forall \Omega \emptyset \quad (5.21)$$

Onde:

- $C_{CC}$  é o custo total de corte de carga na microrrede ao longo de todo o horizonte de planejamento, em R\$;
- $\check{L}_k^{PCONT}$  é a quantidade total de carga controlável, em pu médio, a ser alocada na barra  $k$  ao longo de todo o dia;
- $\check{T}_{CC}$  é o custo por unidade que é aplicado pelo corte de carga, em R\$/pu.h;
- $\check{\Delta}t$  é a duração do período  $t$  em horas;

- $\Omega\emptyset$  é o conjunto de fases que compõem o sistema trifásico.

Como o objetivo é redução de custos, o *solver* irá preferencialmente promover a relocação das cargas controláveis dentro do horizonte de planejamento, permitindo o corte de carga apenas em casos em que todos os demais recursos da microrrede foram esgotados.

#### 5.1.4 GERAÇÃO

No caso da geração fotovoltaica, como esta não possui custo operacional agregado, o ideal seria promover o despacho total destas unidades ao longo do horizonte de planejamento, a menos que exista alguma outra restrição que venha impedir que toda a potência destas usinas seja despachada, como por exemplo, restrições de tensão nas barras ou limite de fluxo de potência nos ramos. Logo, as restrições operacionais destas usinas são:

$$Ppv_{t,k} = Ppv\overline{d}_{t,k} - Pnu_{t,k} \quad \forall \Omega\emptyset \quad (5.22)$$

$$0 \leq Pnu_{t,k} \leq Ppv\overline{d}_{t,k} \quad \forall \Omega\emptyset = a \quad (5.23)$$

$$Qpv_{t,k} = Qpv\overline{d}_{t,k} - Qnu_{t,k} \quad \forall \Omega\emptyset \quad (5.24)$$

$$0 \leq Qnu_{t,k} \leq Qpv\overline{d}_{t,k} \quad \forall \Omega\emptyset = a \quad (5.25)$$

Onde:

- $Ppv_{t,k}$ ,  $Qpv_{t,k}$  representam respectivamente a geração de potência ativa e reativa fotovoltaica despachada em uma barra  $k$  em um período  $t$ , em pu médio;
- $Ppv\overline{d}_{t,k}$ ,  $Qpv\overline{d}_{t,k}$  representam respectivamente a geração de potência ativa e reativa fotovoltaica disponível de uma barra  $k$  em um período  $t$ , em pu médio;
- $Pnu_{t,k}$ ,  $Qnu_{t,k}$  representam respectivamente a geração de potência ativa e reativa fotovoltaica não utilizada de uma barra  $k$  em um período  $t$ , em pu médio;

Por se tratar de geração fotovoltaica trifásica, a potência ativa e reativa despachada deve ser de igual valor médio para ambas as fases. Para isso, também serão necessárias as seguintes restrições ao problema:

$$Pnu_{t,k,b} = Pnu_{t,k,a} \quad \forall t, k \quad (5.26)$$

$$Pnu_{t,k,c} = Pnu_{t,k,a} \quad \forall t, k \quad (5.27)$$

$$Qnu_{t,k,b} = Qnu_{t,k,a} \quad \forall t, k \quad (5.28)$$

$$Qnu_{t,k,c} = Qnu_{t,k,a} \quad \forall t, k \quad (5.29)$$

Em relação às micro usinas termelétricas a gás natural, suas restrições operacionais são:

$$0 \leq Pt_{t,k} \leq \check{P}tmax_k \quad \forall \Omega \emptyset = a \quad (5.30)$$

$$0 \leq Qt_{t,k} \leq \check{Q}tmax_k \quad \forall \Omega \emptyset = a \quad (5.31)$$

Onde:

- $Pt_{t,k}$ ,  $Qt_{t,k}$  representam respectivamente a potência ativa e reativa da usina térmica a gás natural despachada na barra  $k$  no período  $t$ , em pu médio;
- $\check{P}tmax_k$ ,  $\check{Q}tmax_k$  representam respectivamente a geração máxima de potência ativa e reativa permitida para uma usina térmica a gás natural conectada na barra  $k$ , em pu médio.

De forma análoga, como as usinas térmicas também são trifásicas, a potência ativa e reativa despachadas por elas devem ter valor médio igual para as três fases do sistema. Logo:

$$Pt_{t,k,b} = Pt_{t,k,a} \quad \forall t, k \quad (5.32)$$

$$Pt_{t,k,c} = Pt_{t,k,a} \quad \forall t, k \quad (5.33)$$

$$Qt_{t,k,b} = Qt_{t,k,a} \quad \forall t, k \quad (5.34)$$

$$Qt_{t,k,c} = Qt_{t,k,a} \quad \forall t, k \quad (5.35)$$

Diferente das usinas fotovoltaicas, as usinas térmicas possuem um custo operacional incluso na função objetivo do problema:

$$Ct = \sum_{t, \emptyset, k} Pt_{t,k} * \ddot{T}t * \dot{\Delta}t \quad (5.36)$$

Onde:

- $Ct$  é o custo de operação global da microrrede com usinas térmicas a gás natural, em R\$;
- $\ddot{T}t$  é o custo por unidade de geração térmica, em R\$/pu.h;
- $\dot{\Delta}t$  é o tempo em horas de cada período.

### 5.1.5 REDE INTERNA DA MICRORREDE

Por se tratar de uma microrrede trifásica, a rede interna da mesma é modelada conforme apresentado no Capítulo 3. Assim, as restrições da rede de distribuição consideradas neste trabalho são:

$$P_{fl_{t,l}} = \hat{g}_{km}(V_k - V_m) - \hat{b}_{km}(\hat{\theta}_k - \hat{\theta}_m), \forall \Omega\emptyset \quad (5.37)$$

$$Q_{fl_{t,l}} = -\hat{b}_{km}(V_k - V_m) - \hat{g}_{km}(\hat{\theta}_k - \hat{\theta}_m), \forall \Omega\emptyset \quad (5.38)$$

$$-\ddot{P}_{km}^{max} \leq P_{fl_{t,l}} \leq \ddot{P}_{km}^{max}, \forall \Omega\emptyset \quad (5.39)$$

$$-\ddot{Q}_{km}^{max} \leq Q_{fl_{t,l}} \leq \ddot{Q}_{km}^{max}, \forall \Omega\emptyset \quad (5.40)$$

Onde:

- $P_{fl_{t,l}}, Q_{fl_{t,l}}$  representam respectivamente o fluxo de potência ativa e reativa trifásica de uma linha de distribuição  $l$  no período  $t$ , em pu;
- $\hat{g}_{km}, \hat{b}_{km}$  representam respectivamente as matrizes de condutância e susceptância modificadas de uma linha de distribuição trifásica conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , em pu;
- $V_k, \hat{\theta}_k$  representam respectivamente a magnitude de tensão trifásica e o ângulo de fase trifásico de uma barra  $k$ , em pu e radianos;
- $\ddot{P}_{km}^{max}, \ddot{Q}_{km}^{max}$  representam respectivamente o fluxo máximo permitido de potência ativa e reativa em uma linha de distribuição trifásica conectada entre as barras  $k$  e  $m$ , em pu;
- $\Omega\emptyset$  é o conjunto que compreende todas as fases do sistema trifásico.

Também se faz necessário a inclusão de restrições que limitam a magnitude de tensão e o ângulo de fase nas barras da rede:

$$1 - \Delta\dot{V}^{max} \leq V_k \leq 1 + \Delta\dot{V}^{max}, \forall \Omega \emptyset \quad (5.41)$$

$$-\pi \leq \theta_k \leq \pi \quad \forall \Omega \emptyset \quad (5.42)$$

Onde  $\Delta\dot{V}^{max}$  é a máxima variação de tensão permitida em todas as barras e fases do sistema. Conforme ANEEL (2018), a magnitude de tensão para instalações de baixa tensão podem variar entre 0,95 e 1,05 pu, portanto  $\Delta\dot{V}^{max} = 0,05 \text{ pu}$  neste trabalho.

Por fim, deve-se estipular um valor inicial para a magnitude de tensão e ângulos de fase na barra de referência do sistema. Assim:

$$\theta_{ref} = \theta_a = \theta_b + \frac{2}{3}\pi = \theta_c - \frac{2}{3}\pi = 0, \forall t \quad (5.43)$$

$$V_{ref} = 1 \text{ pu} \quad \forall \Omega \emptyset \quad (5.44)$$

Onde  $V_{ref}$  e  $\theta_{ref}$  são respectivamente a magnitude de tensão trifásica e o ângulo de fase trifásico da barra de referência do sistema.

#### 5.1.6 BALANÇO DE POTÊNCIA DA MICRORREDE

Em análise de sistemas elétricos de potência é de fundamental importância definir equações de balanço de potência da rede e incluí-las como restrições no problema. Estas restrições nada mais é do que garantir que a injeção líquida de potência em cada barra/fase do sistema seja nula. Nesta dissertação, como está se tratando de sistemas de distribuição trifásicos, o balanço de potência será realizado por barra e por fase. Além disso, como a potência reativa está sendo considerada na modelagem proposta, foi necessário definir uma equação de balanço de potência ativa, representada pela equação 5.45 e uma para potência reativa, conforme equação 5.46. Adotou-se como referência sinal + (positivo) para carga e - (negativo) para geração. Logo:

$$\begin{aligned} & \left[ \left( \widetilde{L}_{t,k}^{PNC} + dr_{t,k} * \ddot{L}_k^{PCONT} \right) - Ppv_{t,k} - Pt_{t,k} - P_{t,k}^{dis} + P_{t,k}^{ch} - P_{pcc_{t,k=ref}} \right] \\ & = \sum_{l(k=r)}^{\Omega k} P_{fl_{t,l}} - \sum_{l(k=s)}^{\Omega k} P_{fl_{t,l}}, \forall \Omega \emptyset \end{aligned} \quad (5.45)$$

$$\begin{aligned} & \left[ \left( \widetilde{L}_{t,k}^{QNC} + dr_{t,k} * \ddot{L}_k^{QCONT} \right) - Qt_{t,k} - Qpv_{t,k} - Q_{pcc_{t,k=ref}} \right] \\ & = \sum_{l(k=r)}^{\Omega k} Q_{fl_{t,l}} - \sum_{l(k=s)}^{\Omega k} Q_{fl_{t,l}}, \forall \Omega \emptyset \end{aligned} \quad (5.46)$$

Onde:

- $\widetilde{L}_{t,k}^{PNC}$ ,  $\widetilde{L}_{t,k}^{QNC}$  são variáveis sujeitas a incertezas de carga ativa e reativa não controlável, respectivamente, da barra  $k$  em um período  $t$ , em pu médio;
- $dr_{t,k}$  é uma variável do programa de resposta da demanda que prevê um percentual de carga controlável da barra  $k$  que será alocada no período  $t$ , em porcentagem;
- $\ddot{L}_k^{PCONT}$ ,  $\ddot{L}_k^{QCONT}$  representam a quantidade total de carga ativa e reativa controlável da barra  $k$  por fase, respectivamente, dentro do horizonte de operação diário, em pu médio;
- $Ppv_{t,k}$ ,  $Qpv_{t,k}$  representam respectivamente a geração de potência ativa e reativa fotovoltaica despachada de uma barra  $k$  em um período  $t$ , em pu médio;
- $Pt_{t,k}$ ,  $Qt_{t,k}$  representam respectivamente a geração de potência ativa e reativa de uma usina térmica a gás natural de uma barra  $k$  em um período  $t$ , em pu médio;
- $P_{t,k}^{dis}$ ,  $P_{t,k}^{ch}$  representam respectivamente a potência ativa de descarga e de carga de uma bateria conectada na barra  $k$  em um período  $t$ , em pu médio;
- $P_{pcc_{t,k=ref}}$ ,  $Q_{pcc_{t,k=ref}}$  representam respectivamente o fluxo de potência ativa e reativa que fluem pelo ponto de acoplamento comum (PCC) em um período  $t$ , em pu;
- $P_{fl_{t,l}}$ ,  $Q_{fl_{t,l}}$  representam respectivamente o fluxo de potência ativa e reativa que fluem por uma linha  $l$  em um período  $t$ , em pu;
- $s$ ,  $r$  são respectivamente a barra de partida e a barra de chegada de uma linha  $l$ ;

- $\Omega\emptyset$  é o conjunto das fases que compreende o sistema trifásico.

## 5.2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

A técnica utilizada nesta dissertação é a RO e como relatado no capítulo 4, o problema proposto possui três níveis de otimização min-max-min (ARO). Com isso, as variáveis descritas na seção 5.1 devem ser divididas e agrupadas entre variáveis de decisão do primeiro e terceiro nível e variáveis incertas, a fim de representar o conjunto genérico ( $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{u}$  e  $\mathbf{y}$ ) de variáveis, descrito no capítulo anterior.

Em primeiro lugar, as variáveis em que incidirão incertezas incluem a geração fotovoltaica, devido à natureza variável e intermitente da fonte primária desta modalidade de geração e as cargas não controláveis, uma vez que estas cargas não estão sob controle do operador da microrrede e sim dos consumidores, onde eles podem optar em qual horário irão utilizá-las, de acordo com suas próprias conveniências.

As demais variáveis de decisão relacionadas à operação das baterias, cargas controláveis e geração térmica estão sob o controle direto do operador da microrrede, as quais devem ser divididas entre o primeiro e terceiro nível de otimização. Por se tratar de variáveis de decisão binárias, as variáveis das baterias deverão ser otimizadas no primeiro nível. Conforme Lara et al. (2021), as variáveis relacionadas as cargas controláveis também serão otimizadas no primeiro nível de minimização. Já as variáveis de decisão referente à geração térmica serão otimizadas no terceiro nível, após a incidência de incertezas no problema, operando como uma modalidade de geração reserva.

Em relação aos objetivos do problema de planejamento diário, destacam-se:

- Redução do custo de degradação das baterias;
- Redução dos custos com corte de carga;
- Redução do custo com importação de energia da rede de distribuição local, priorizando a exportação da energia gerada e não utilizada na microrrede, com o intuito de elevar as receitas;
- Redução dos custos operacionais referente à operação de usinas termelétricas, caso necessário utilizá-las.

Logo, a função multiobjetivo do problema proposto é modelada como:

$$\min_x \max_u \min_y (Cb + Ccc + Cpcc + Ct) \quad (5.47)$$

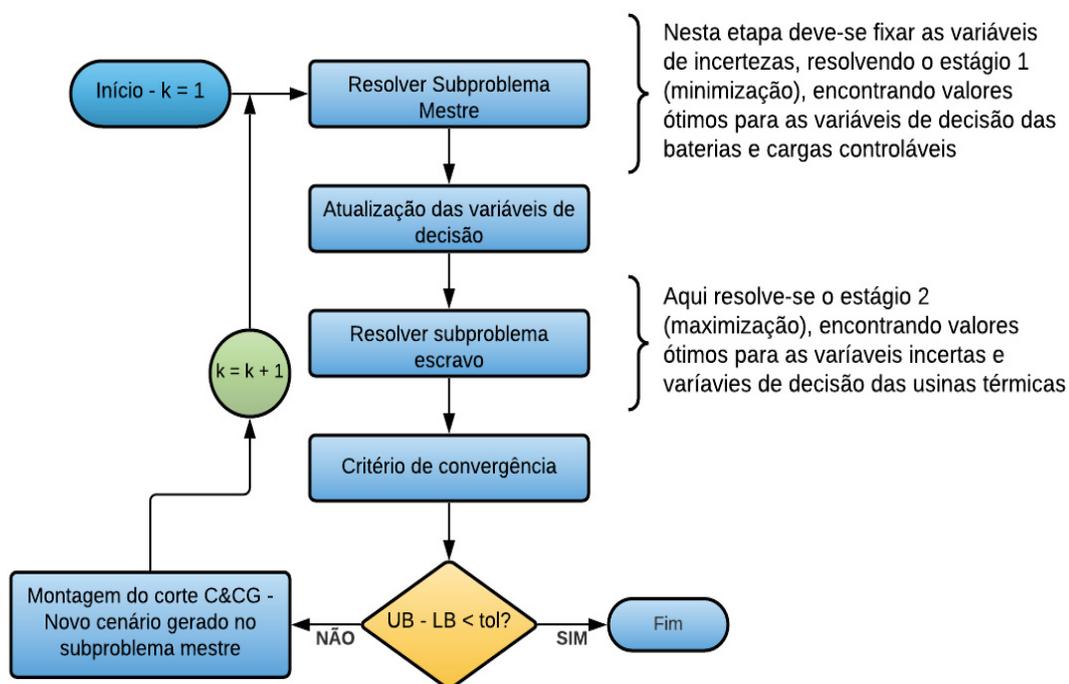
$$x = [P^{ch}, P^{dis}, U^{ch}, U^{dis}, Y^{ON}, Y^{OFF}, Z^{ON}, Z^{OFF}, dr]$$

$$u = [Ppvd, Qpvd, L^{PNC}, L^{QNC}]$$

$$y = [Pt, Qt]$$

Como descrito no capítulo 4 e nos trabalhos apresentados por Pinto, Vila e Tabarro (2021) e Lara et al. (2021), será necessário o uso de artifícios matemáticos específicos para transformar este problema de três níveis em um problema tratável de dois níveis min-max, o qual será resolvido utilizando o algoritmo C&CG, que é composto por um subproblema mestre e um subproblema escravo. A Figura 5.2 demonstra de forma clara o funcionamento algoritmo C&CG, com informações relevantes quanto a aplicabilidade do mesmo no problema proposto.

FIGURA 5.2 – FLUXOGRAMA DO ALGORITMO C&CG



FONTE: Adaptado de Lara et al. (2021)

Onde:

- UB = *upper bound*, limite superior de custo obtido
- LB = *lower bound*, limite inferior de custo obtido

O primeiro nível, ou subproblema mestre do algoritmo C&CG irá otimizar o primeiro nível de minimização da equação 5.47, ou seja, serão otimizados neste nível as variáveis de decisão das baterias e das cargas controláveis. Nesta etapa do algoritmo as variáveis de incerteza serão fixadas, uma vez que não possui incerteza associada a função objetivo do subproblema mestre. Outra característica importante, é que a cada iteração é criado e incluído no subproblema mestre um novo conjunto de restrições e variáveis com a finalidade de criar diversos cenários de incerteza ao longo das iterações, o que é importante, uma vez que as decisões operativas tomadas no subproblema mestre a cada iteração, interfere no valor da função objetivo para todos os cenários apresentados.

Já o segundo nível, ou subproblema escravo, é o responsável por otimizar os últimos dois níveis do problema da equação 5.47, ou seja, os níveis max-min. Nesta etapa do processo, é incluído como restrições no subproblema escravo as condições de KKTs e equações de complementariedades do problema de minimização, reduzindo assim o subproblema escravo a um único nível de maximização, sendo responsável por definir decisões operativas sob incertezas.

Em relação a convergência do algoritmo, isto ocorrerá quando o subproblema mestre não conseguir obter soluções melhores para os cenários de incertezas gerados e ao mesmo tempo o subproblema escravo não descobrir novos cenários de incertezas que venham a deteriorar as condições operacionais para as atuais decisões operativas, garantindo assim a melhor solução para o pior cenário de incertezas.

Maiores detalhes sobre o algoritmo C&CG podem ser encontrados nos trabalhos apresentados por Pinto, Vila e Tabarro (2021) e Lara et al. (2021).

Desta forma, considerando a formulação apresentada na seção 5.1 e os conceitos do algoritmo C&CG, a formulação matemática completa do problema, incluindo os subproblemas mestre e escravo, serão detalhadas nas seções 5.2.1 e 5.2.2, respectivamente.

### 5.2.1 SUBPROBLEMA MESTRE

Como visto na seção anterior, deve ser armazenado no subproblema mestre todos os cenários de incertezas gerados pelo subproblema escravo ao longo de todas as iterações. Com isso, graças a maneira com que as restrições são modeladas no subproblema mestre, o algoritmo irá escolher sempre o pior cenário, o qual representará a resposta final do problema após sua convergência.

Neste nível de otimização, as variáveis de incertezas serão fixadas e a função objetivo do subproblema mestre é formulada como:

$$\min_x (Cb + Ccc) + \eta \quad (\text{M.1})$$

$$x = [P^{ch}, P^{dis}, U^{ch}, U^{dis}, Y^{ON}, Y^{OFF}, Z^{ON}, Z^{OFF}, dr]$$

$$\eta \geq \sum_{t=1}^N \sum_{k=1}^{nb} (P_{pcc_{t,k=ref,\beta}} * \ddot{T}e_t * \ddot{\Delta}t + Pt_{t,k,\beta} * \ddot{T}t * \ddot{\Delta}t) \quad \forall \beta, \Omega\emptyset \quad (\text{M.2})$$

Onde:

- $Cb$  representa o custo operacional agregado de todas as baterias instaladas na microrrede para todo o horizonte de planejamento diário, em R\$;
- $Ccc$  é o custo total de corte de carga na microrrede ao longo de todo o horizonte de planejamento diário, em R\$;
- $P_{pcc_{t,k=ref,\beta}}$  é o fluxo de potência ativa que flui pelo ponto de acoplamento comum (PCC) em um período  $t$  de uma iteração  $\beta$ , em pu;
- $\ddot{T}e_t$  é a tarifa de compra e venda de energia da concessionária local em um período  $t$ , em R\$/pu.h;
- $Pt_{t,k,\beta}$  é a potência ativa da usina térmica a gás natural despachada na barra  $k$  no período  $t$  de uma iteração  $\beta$ , em pu médio;
- $\ddot{T}t$  é o custo por unidade de geração térmica, em R\$/pu.h;
- $\ddot{\Delta}t$  é o tempo em horas (h) de cada período. Nesta dissertação  $\ddot{\Delta}t = 1$ ;
- $\Omega\emptyset$  é o conjunto de fases que compõe o sistema trifásico;
- $\beta$  é o índice utilizado para representar as iterações do algoritmo;
- $\eta$  reconstrói os custos de geração para cada cenário  $\beta$ .

O algoritmo C&CG cumpre com o objetivo da otimização robusta, convergindo com um número reduzido de iterações, graças à forma com que a equação M.2 é modelada, ou seja, mesmo com a replicação desta equação ao longo das iterações, a variável  $\eta$  é única e como o sinal destas equações é maior ou igual ( $\geq$ ), o algoritmo irá sempre escolher o pior cenário (custo mais elevado) para compor a função objetivo do subproblema mestre ao longo das iterações.

As equações de custo que compõem a função objetivo são as mesmas descritas nas seções 5.1.1 e 5.1.3:

$$Cb = \sum_{t, \emptyset, k} Ib\ddot{a}t_k * Deg_{t,k} \quad (M.3)$$

$$Ccc = \sum_{k=1}^{nb} [(1 - \sum_{t=1}^N dr_{t,k}) * \ddot{L}_k^{PCONT}] * \ddot{T}cc * \ddot{\Delta}t \quad \forall \Omega \emptyset \quad (M.4)$$

Onde:

- $Ib\ddot{a}t_k$  representa o investimento inicial realizado na compra da bateria instalada na barra  $k$  em R\$;
- $Deg_{t,k}$  é a degradação percentual da bateria conectada na barra  $k$  em um período  $t$ ;
- $dr_{t,k}$  é uma variável do programa de resposta da demanda que prevê um percentual de carga controlável da barra  $k$  que será alocada no período  $t$ , em porcentagem;
- $\ddot{L}_k^{PCONT}$  é a quantidade total de carga controlável, em pu médio, a ser alocada na barra  $k$  ao longo de todo o dia;
- $\ddot{T}cc$  é o custo por unidade que é aplicado pelo corte de carga, em R\$/pu.h;

Em relação às restrições do subproblema mestre, seguem as restrições operacionais das baterias, que são as mesmas apresentadas na seção 5.1.1:

$$\ddot{S}_k^{min} \leq S_{t,k} \leq \ddot{S}_k^{max}, \forall k, t \quad (M.5)$$

$$S_{0,k} = S_{N,k} \quad \forall k \quad (M.6)$$

$$U_{t,k}^{ch} + U_{t,k}^{dis} \leq 1 \quad (M.7)$$

$$0 \leq P_{t,k}^{ch} \leq U_{t,k}^{ch} * \ddot{P}_k^{ch,max}, \forall k, t \quad (M.8)$$

$$0 \leq P_{t,k}^{dis} \leq U_{t,k}^{dis} * \ddot{P}_k^{dis,max}, \forall k, t \quad (M.9)$$

$$S_{t,k} = S_{t-1,k} + P_{t,k}^{ch} \ddot{\Delta}_t \eta_{c,k} - P_{t,k}^{dis} \frac{\ddot{\Delta}_t}{\eta_{d,k}}, \quad \forall k, t \quad (M.10)$$

$$U_{t,k}^{ch} - U_{t-1,k}^{ch} = Y_{t,k}^{ON} - Y_{t,k}^{OFF} \quad (M.11)$$

$$U_{t,k}^{dis} - U_{t-1,k}^{dis} = Z_{t,k}^{ON} - Z_{t,k}^{OFF} \quad (M.12)$$

$$0 \leq DoD_{t,k} \leq 100 * Z_{t,k}^{OFF} \quad \text{para } 0 \leq t < N \quad (M.13)$$

$$0 \leq DoD_{N,k} \leq 100 * (Z_{t,k}^{OFF} + U_{N,k}^{dis}) \quad (M.14)$$

$$-(1 - Z_{t,k}^{OFF}) * M \leq DoD_{t,k} - 100 * \left(1 - \frac{S_{t,k}}{S_k^{max}}\right) \leq (1 - Z_{t,k}^{OFF}) * M \quad \text{para } 0 \leq t < N \quad (M.15)$$

$$\leq t < N$$

$$-(1 - Z_{N,k}^{OFF} - U_{N,k}^{dis}) * M \leq DoD_{N,k} - 100 * \left(1 - \frac{S_{N,k}}{S_k^{max}}\right) \leq (1 - Z_{N,k}^{OFF} - U_{N,k}^{dis}) * M \quad (M.16)$$

$$\leq (1 - Z_{N,k}^{OFF} - U_{N,k}^{dis}) * M$$

$$Deg_{t,k} \geq (\ddot{B}_x * DoD_{t,k} + \ddot{D}_x) * Z_{t,k}^{OFF} \quad \forall x \in \Omega Nr \text{ e para } 0 \leq t < N \quad (M.17)$$

$$Deg_{N,k} \geq (\ddot{B}_x * DoD_{N,k} + \ddot{D}_x) * (U_{N,k}^{dis} + Z_{t,k}^{OFF}) \quad \forall x \in \Omega Nr \quad (M.18)$$

Onde:

- $\ddot{S}_k^{min}$ ,  $\ddot{S}_k^{max}$  representam respectivamente a capacidade mínima e máxima de armazenamento da bateria instalada na barra  $k$ , em pu.h;
- $S_{t,k}$  é a variável que representa o estado de carga da bateria instalada em uma barra  $k$  no período  $t$ , em pu.h;
- $S_{0,k}$ ,  $S_{N,k}$  representam respectivamente o estado de carga inicial e final de uma bateria conectada na barra  $k$ , em pu.h;
- $U_{t,k}^{ch}$ ,  $U_{t,k}^{dis}$  representam respectivamente a variável binária que permite a carga e descarga de uma bateria conectada na barra  $k$  em um período de tempo  $t$ ;

- $P_{t,k}^{ch}$ ,  $P_{t,k}^{dis}$  representam respectivamente a potência ativa de carga e de descarga de uma bateria instalada na barra  $k$  em um período de tempo  $t$ , em pu médio;
- $\check{P}_k^{ch,max}$ ,  $\check{P}_k^{dis,max}$  representam respectivamente a capacidade máxima de carga e de descarga de uma bateria instalada na barra  $k$ , em pu médio;
- $S_{t-1,k}$  é o estado de carga da bateria instalada na barra  $k$ , em pu.h, no período imediatamente anterior ao período de tempo  $t$ ;
- $\eta_{c,k} / \eta_{d,k}$  é o rendimento percentual de carga e descarga, respectivamente, de uma bateria conectada na barra  $k$ ;
- $\check{\Delta}_t$  é o intervalo de tempo entre dois períodos consecutivos em horas. Nesta dissertação  $\check{\Delta}_t = 1$ ;
- $Y_{t,k}^{ON}$ ,  $Y_{t,k}^{OFF}$  são as variáveis binárias que assumem valor 1 quando há o início e o fim, respectivamente, de um ciclo de carga de uma bateria conectada em uma barra  $k$ , em um período  $t$ ;
- $Z_{t,k}^{ON}$ ,  $Z_{t,k}^{OFF}$  são as variáveis binárias que assumem valor 1 quando há o início e o fim, respectivamente, de um ciclo de descarga de uma bateria conectada em uma barra  $k$ , em um período  $t$ ;
- $DoD_{t,k}$  representa a profundidade de descarga em % de uma bateria conectada na barra  $k$  em um período  $t$ ;
- $M$  é um número relativamente grande;
- $Deg_{t,k}$  é a degradação percentual da bateria conectada na barra  $k$  em um período  $t$ ;
- $\check{B}_x$ ,  $\check{D}_x$  são respectivamente, o coeficiente angular e linear da reta utilizada no método de linearização *piecewise*, apresentado por Lara et al. (2021).

Quanto às restrições de resposta da demanda e cargas controláveis, são as mesmas da seção 5.1.3:

$$\sum_{t=1}^N dr_{t,k} \leq 1 \quad \forall \Omega \emptyset \quad (M.19)$$

$$0 \leq dr_{t,k} \leq 1 \quad (M.20)$$

Onde  $dr_{t,k}$  é uma variável do programa de resposta da demanda que prevê um percentual de carga controlável da barra  $k$  que será alocada no período  $t$ , em porcentagem.

Já para as unidades de geração da microrrede, as restrições são modeladas conforme seção 5.1.4:

$$Ppv_{t,k,\beta} = \ddot{P}pvd_{t,k,\beta} - Pnu_{t,k,\beta} \quad \forall \beta, \Omega \emptyset \quad (\text{M.21})$$

$$0 \leq Pnu_{t,k,\beta} \leq \ddot{P}pvd_{t,k,\beta} \quad \forall \beta, \Omega \emptyset = a \quad (\text{M.22})$$

$$Pnu_{t,k,b,\beta} = Pnu_{t,k,a,\beta} \quad \forall \beta \quad (\text{M.23})$$

$$Pnu_{t,k,c,\beta} = Pnu_{t,k,a,\beta} \quad \forall \beta \quad (\text{M.24})$$

$$Qpv_{t,k,\beta} = \ddot{Q}pvd_{t,k,\beta} - Qnu_{t,k,\beta} \quad \forall \beta, \Omega \emptyset \quad (\text{M.25})$$

$$0 \leq Qnu_{t,k,\beta} \leq \ddot{Q}pvd_{t,k,\beta} \quad \forall \beta, \Omega \emptyset = a \quad (\text{M.26})$$

$$Qnu_{t,k,b,\beta} = Qnu_{t,k,a,\beta} \quad \forall \beta \quad (\text{M.27})$$

$$Qnu_{t,k,c,\beta} = Qnu_{t,k,a,\beta} \quad \forall \beta \quad (\text{M.28})$$

$$0 \leq Pt_{t,k,\beta} \leq \ddot{P}tmax_k \quad \forall \beta, \Omega \emptyset = a \quad (\text{M.29})$$

$$Pt_{t,k,b,\beta} = Pt_{t,k,a,\beta} \quad \forall \beta \quad (\text{M.30})$$

$$Pt_{t,k,c,\beta} = Pt_{t,k,a,\beta} \quad \forall \beta \quad (\text{M.31})$$

$$0 \leq Qt_{t,k,\beta} \leq \ddot{Q}tmax_k \quad \forall \beta, \Omega \emptyset = a \quad (\text{M.32})$$

$$Qt_{t,k,b,\beta} = Qt_{t,k,a,\beta} \quad \forall \beta \quad (\text{M.33})$$

$$Qt_{t,k,c,\beta} = Qt_{t,k,a,\beta} \quad \forall \beta \quad (\text{M.34})$$

Onde:

- $Ppv_{t,k,\beta}$ ,  $Qpv_{t,k,\beta}$  representam respectivamente a geração de potência ativa e reativa fotovoltaica despachada em uma barra  $k$  em um período  $t$  de uma iteração  $\beta$ , em pu médio;
- $\ddot{P}pvd_{t,k,\beta}$ ,  $\ddot{Q}pvd_{t,k,\beta}$  representam respectivamente a geração de potência ativa e reativa fotovoltaica disponível de uma barra  $k$  em um período  $t$  de

uma iteração  $\beta$ , em pu médio. Estas grandezas são variáveis incertas do problema, porém no subproblema mestre são consideradas como parâmetros fixos;

- $Pnu_{t,k,\beta}$ ,  $Qnu_{t,k,\beta}$  representam respectivamente a geração de potência ativa e reativa fotovoltaica não utilizada de uma barra  $k$  em um período  $t$  de uma iteração  $\beta$ , em pu médio;
- $Pt_{t,k,\beta}$ ,  $Qt_{t,k,\beta}$  representam respectivamente a potência ativa e reativa da usina térmica a gás natural despachada na barra  $k$  no período  $t$  de uma iteração  $\beta$ , em pu médio;
- $\dot{P}tmax_k$ ,  $\dot{Q}tmax_k$  representam respectivamente a geração máxima de potência ativa e reativa permitida para uma usina térmica a gás natural conectada na barra  $k$ , em pu médio.

Quanto à rede interna trifásica da microrrede, as restrições são idênticas às da seção 5.1.5:

$$P_{fl_{t,l,\beta}} = \hat{g}_{km}(V_{k,\beta} - V_{m,\beta}) - \hat{b}_{km}(\hat{\theta}_{k,\beta} - \hat{\theta}_{m,\beta}), \forall \beta, \Omega \emptyset \quad (M.35)$$

$$Q_{fl_{t,l,\beta}} = -\hat{b}_{km}(V_{k,\beta} - V_{m,\beta}) - \hat{g}_{km}(\hat{\theta}_{k,\beta} - \hat{\theta}_{m,\beta}), \forall \beta, \Omega \emptyset \quad (M.36)$$

$$-\dot{P}_{km}^{max} \leq P_{fl_{t,l,\beta}} \leq \dot{P}_{km}^{max}, \forall \beta, \Omega \emptyset \quad (M.37)$$

$$-\dot{Q}_{km}^{max} \leq Q_{fl_{t,l,\beta}} \leq \dot{Q}_{km}^{max}, \forall \beta, \Omega \emptyset \quad (M.38)$$

$$1 - \Delta \dot{V}^{max} \leq V_{t,k,\beta} \leq 1 + \Delta \dot{V}^{max}, \forall \beta, \Omega \emptyset \quad (M.39)$$

$$-\pi \leq \theta_{t,\beta} \leq \pi \quad \forall \beta, \Omega \emptyset \quad (M.40)$$

$$\theta_{ref,\beta} = \theta_{a,\beta} = \theta_{b,\beta} + \frac{2}{3}\pi = \theta_{c,\beta} - \frac{2}{3}\pi = 0, \forall t, \beta \quad (M.41)$$

$$V_{t,ref,\beta} = 1 pu \quad \forall t, \beta, \Omega \emptyset \quad (M.42)$$

Onde:

- $P_{fl_{t,l,\beta}}$ ,  $Q_{fl_{t,l,\beta}}$  representam respectivamente o fluxo de potência ativa e reativa trifásica de uma linha de distribuição  $l$  no período  $t$  de uma iteração  $\beta$ , em pu;

- $\hat{g}_{km}, \hat{b}_{km}$  representam respectivamente as matrizes de condutância e susceptância modificadas de uma linha de distribuição trifásica conectada entre os terminais  $k$  e  $m$ , em pu;
- $V_{k,\beta}, \theta_{k,\beta}$  representam respectivamente a magnitude de tensão trifásica e o ângulo de fase trifásico de uma barra  $k$  de uma iteração  $\beta$ , em pu e radianos;
- $\check{P}_{km}^{max}, \check{Q}_{km}^{max}$  representam respectivamente o fluxo máximo permitido de potência ativa e reativa em uma linha de distribuição trifásica conectada entre os terminais  $k$  e  $m$ , em pu;
- $\Omega\emptyset$  é o conjunto que compreende todas as fases do sistema trifásico.
- $\Delta\check{V}^{max}$  é a máxima variação de tensão permitida em todas as barras e fases do sistema. Nesta dissertação  $\Delta\check{V}^{max} = 0,05$  pu;
- $V_{ref,\beta}, \theta_{ref,\beta}$  são respectivamente a magnitude de tensão trifásica e o ângulo de fase trifásico da barra de referência do sistema de uma iteração  $\beta$ .

Por fim, o balanço de potência da microrrede, que é espelhado na seção 5.1.6:

$$\begin{aligned} & \left[ \left( \check{L}_{t,k,\beta}^{PNC} + dr_{t,k} * \check{L}_k^{PCONT} \right) - Ppv_{t,k,\beta} - Pt_{t,k,\beta} - P_{t,k}^{dis} + P_{t,k}^{ch} - P_{pcc_{t,k=ref,\beta}} \right] \\ & = \sum_{l(k=r)}^{\Omega k} P_{fl_{t,l,\beta}} - \sum_{l(k=s)}^{\Omega k} P_{fl_{t,l,\beta}}, \forall \beta, \Omega\emptyset \end{aligned} \quad (M.43)$$

$$\begin{aligned} & \left[ \left( \check{L}_{t,k,\beta}^{QNC} + dr_{t,k} * \check{L}_k^{QCONT} \right) - Qt_{t,k,\beta} - Qpv_{t,k,\beta} - Q_{pcc_{t,k=ref,\beta}} \right] \\ & = \sum_{l(k=r)}^{\Omega k} Q_{fl_{t,l,\beta}} - \sum_{l(k=s)}^{\Omega k} Q_{fl_{t,l,\beta}}, \forall \beta, \Omega\emptyset \end{aligned} \quad (M.44)$$

Onde:

- $\check{L}_{t,k,\beta}^{PNC}, \check{L}_{t,k,\beta}^{QNC}$  são as cargas ativas e reativas não controláveis, respectivamente, da barra  $k$  em um período  $t$  de uma iteração  $\beta$ , em pu médio. Neste estágio estas grandezas são fixadas como parâmetros, pois as incertezas são tratadas no subproblema escravo;

- $dr_{t,k}$  é uma variável do programa de resposta da demanda que prevê um percentual de carga controlável da barra  $k$  que será alocada no período  $t$ , em porcentagem;
- $\check{L}_k^{P^{CONT}}$ ,  $\check{L}_k^{Q^{CONT}}$  representam a quantidade total de carga ativa e reativa controlável da barra  $k$  por fase, respectivamente, dentro do horizonte de operação diário, em pu médio;
- $Ppv_{t,k,\beta}$ ,  $Qpv_{t,k,\beta}$  representam respectivamente a geração de potência ativa e reativa fotovoltaica despachada de uma barra  $k$  em um período  $t$  de uma iteração  $\beta$ , em pu médio;
- $Pt_{t,k,\beta}$ ,  $Qt_{t,k,\beta}$  representam respectivamente a geração de potência ativa e reativa de uma usina térmica a gás natural de uma barra  $k$  em um período  $t$  de uma iteração  $\beta$ , em pu médio;
- $P_{t,k}^{dis}$ ,  $P_{t,k}^{ch}$  representam respectivamente a potência ativa de descarga e de carga de uma bateria conectada na barra  $k$  em um período  $t$ , em pu médio;
- $P_{pcc_{t,k=ref,\beta}}$ ,  $Q_{pcc_{t,k=ref,\beta}}$  representam respectivamente o fluxo de potência ativa e reativa que fluem pelo ponto de acoplamento comum (PCC) em um período  $t$  de uma iteração  $\beta$ , em pu;
- $P_{fl_{t,l,\beta}}$ ,  $Q_{fl_{t,l,\beta}}$  representam respectivamente o fluxo de potência ativa e reativa que fluem por uma linha  $l$  em um período  $t$  de uma iteração  $\beta$ , em pu;
- $s$ ,  $r$  são respectivamente a barra de partida e a barra de chegada de uma linha  $l$ ;
- $\Omega\emptyset$  é o conjunto das fases que compreende o sistema trifásico.

### 5.2.2 SUBPROBLEMA ESCRAVO

Neste nível, as variáveis de decisão das baterias e cargas controláveis do subproblema mestre serão fixadas. O subproblema escravo tem por objetivo maximizar a função objetivo em relação às variáveis de incerteza e ao mesmo tempo minimizá-la em relação às variáveis de decisão da geração térmica, portanto é um problema de dois níveis de otimização, onde a função objetivo é modelada como:

$$\max_u \min_y \sum_{t,\emptyset} P_{pcc_{t,k=ref}} * \ddot{T}e_t * \dot{\Delta}t + \sum_{t,\emptyset,k} P_{t,k} * \ddot{T}t * \dot{\Delta}t + (\ddot{C}b + \ddot{C}cc) \quad (E.1)$$

$$u = [\widetilde{Ppvd}, \widetilde{Qpvd}, \widetilde{L^{PNC}}, \widetilde{L^{QNC}}]$$

$$y = [Pt, Qt]$$

As parcelas de custo  $\ddot{C}b$  e  $\ddot{C}cc$  são valores fixos neste nível, uma vez que o custo de degradação das baterias, bem como o custo de corte de carga são definidos no nível anterior. Como detalhado no capítulo 4, se incluir as condições de KKTs e equações de complementariedades do problema de minimização como restrições do subproblema escravo, o problema descrito pela equação E.1 é reduzido a um único nível de maximização. Assim:

$$\max \sum_{t,\emptyset} P_{pcc_{t,k=ref}} * \ddot{T}e_t * \dot{\Delta}t + \sum_{t,\emptyset,k} P_{t,k} * \ddot{T}t * \dot{\Delta}t + (\ddot{C}b + \ddot{C}cc) \quad (E.2)$$

Onde:

- $\ddot{C}b$  representa o custo operacional agregado de todas as baterias instaladas na microrrede para todo o horizonte de planejamento diário, em R\$. Neste nível, esta grandeza é fixada, uma vez que a mesma é otimizada no subproblema mestre;
- $\ddot{C}cc$  é o custo total de corte de carga na microrrede ao longo de todo o horizonte de planejamento diário, em R\$. Neste nível, esta grandeza é fixada, uma vez que a mesma é otimizada no subproblema mestre;
- $P_{pcc_{t,k=ref}}$  é o fluxo de potência ativa que flui pelo ponto de acoplamento comum (PCC) em um período  $t$ , em pu;
- $\ddot{T}e_t$  é a tarifa de compra e venda de energia da concessionária local em um período  $t$ , em R\$/pu.h;
- $P_{t,k}$  é a potência ativa da usina térmica a gás natural despachada na barra  $k$  no período  $t$ , em pu médio;
- $\ddot{T}t$  é o custo por unidade de geração térmica, em R\$/pu.h;
- $\dot{\Delta}t$  é o tempo em horas (h) de cada período. Nesta dissertação  $\dot{\Delta}t = 1$ .

Neste nível é considerado as incertezas da geração fotovoltaica trifásica e das cargas não controláveis. As restrições de incertezas seguem a mesma sequência definida no capítulo 4. Em relação aos conjuntos de incertezas criados para a geração fotovoltaica e cargas não controláveis, os mesmos possuem representação poliédrica e foram modelados como:

$$P\widehat{pv\bar{d}}_{t,k} \in [0, \check{P}pv_{t,k}^{max} = \check{gen}_{max} * \check{P}pv_{t,k}^{ref}] \quad \forall \Omega\emptyset = a \quad (E.3)$$

$$Q\widehat{pv\bar{d}}_{t,k} \in [0, \check{Q}pv_{t,k}^{max} = \check{gen}_{max} * \check{Q}pv_{t,k}^{ref}] \quad \forall \Omega\emptyset = a \quad (E.4)$$

$$\widehat{L}_{t,k}^{P_{NC}} \in [\check{L}_{t,k}^{P_{NC}^{min}} = lo\ddot{a}d_{min} * \check{L}_{t,k}^{P_{NC}^{REF}}, \check{L}_{t,k}^{P_{NC}^{max}} = lo\ddot{a}d_{max} * \check{L}_{t,k}^{P_{NC}^{REF}}] \quad \forall \Omega\emptyset \quad (E.5)$$

$$\widehat{L}_{t,k}^{Q_{NC}} \in [\check{L}_{t,k}^{Q_{NC}^{min}} = lo\ddot{a}d_{min} * \check{L}_{t,k}^{Q_{NC}^{REF}}, \check{L}_{t,k}^{Q_{NC}^{max}} = lo\ddot{a}d_{max} * \check{L}_{t,k}^{Q_{NC}^{REF}}] \quad \forall \Omega\emptyset \quad (E.6)$$

Onde:

- $P\widehat{pv\bar{d}}_{t,k}$ ,  $Q\widehat{pv\bar{d}}_{t,k}$  são variáveis de incertezas que representam respectivamente a geração de potência ativa e reativa fotovoltaica disponível em uma barra  $k$  num período de tempo  $t$ , em pu médio;
- $\check{gen}_{max}$  é o percentual máximo de geração fotovoltaica possível em relação ao valor de referência;
- $\check{P}pv_{t,k}^{ref}$ ,  $\check{Q}pv_{t,k}^{ref}$  representam respectivamente a geração de potência ativa e reativa fotovoltaica de referência (prevista) para uma barra  $k$  em um período de tempo  $t$ , em pu médio;
- $\widehat{L}_{t,k}^{P_{NC}}$ ,  $\widehat{L}_{t,k}^{Q_{NC}}$  são variáveis de incertezas que representam respectivamente a carga ativa e reativa não controlável na barra  $k$  em um período de tempo  $t$ , em pu médio;
- $lo\ddot{a}d_{min}$ ,  $lo\ddot{a}d_{max}$  representam respectivamente o percentual mínimo e máximo de carga não controlável possível em relação ao valor de referência;
- $\check{L}_{t,k}^{P_{NC}^{REF}}$ ,  $\check{L}_{t,k}^{Q_{NC}^{REF}}$  são, respectivamente, a carga ativa e reativa não controlável de referência (prevista) de uma barra  $k$  em um período de tempo  $t$ , em pu médio;

- $\Omega\emptyset$  é o conjunto das fases que compreende o sistema trifásico.

Nota-se que as equações E.3 e E.4 estão sendo modeladas apenas para a fase *a* de cada barra, porém como as usinas fotovoltaicas são trifásicas, é necessário que as mesmas despachem o mesmo valor médio de potência para as três fases. Sendo assim, optou-se por modelar apenas as incertezas para a fase *a*, incluindo no problema as equações E.8 e E.9, as quais garantirão o mesmo resultado para as demais fases:

$$\frac{\sum_{t=1}^N \sum_{k=1}^{nb} (\ddot{P}pv_{t,k}^{max} - Ppv\widetilde{d}_{t,k})}{\sum_{t=1}^N \sum_{k=1}^{nb} \ddot{P}pv_{t,k}^{max}} \leq \ddot{\Gamma}_g \quad \forall \Omega\emptyset = a \quad (E.7)$$

$$Ppv\widetilde{d}_{t,k,b} = (\ddot{P}pv_{t,k,b}^{max} * Ppv\widetilde{d}_{t,k,a} / \ddot{P}pv_{t,k,a}^{max}) \quad (E.8)$$

$$Ppv\widetilde{d}_{t,k,c} = (\ddot{P}pv_{t,k,c}^{max} * Ppv\widetilde{d}_{t,k,a} / \ddot{P}pv_{t,k,a}^{max}) \quad (E.9)$$

$$Qpv\widetilde{d}_{t,k} = tg\ddot{\varphi}_p * Ppv\widetilde{d}_{t,k} \quad \forall \Omega\emptyset \quad (E.10)$$

$$0 \leq \ddot{\Gamma}_g \leq 1 \quad \forall \Omega\emptyset \quad (E.11)$$

Onde:

- $\ddot{\Gamma}_g$  é o *budget* de incertezas para geração fotovoltaica, sendo uma grandeza adimensional, podendo assumir valores entre 0 e 1;
- $tg\ddot{\varphi}_p$  é a tangente o ângulo  $\varphi_p$  (em radianos) do fator de potência das unidades fotovoltaicas.

Ressalta-se que a equação E.7 é utilizada apenas uma única vez na implementação computacional, ou seja, a incerteza das unidades de geração fotovoltaicas é tratada no tempo, considerando todos os 24 períodos do horizonte de planejamento diário. Como o problema considera a geração de potência ativa e reativa nas usinas fotovoltaicas, foi necessário a inclusão da equação E.10, garantindo assim que a potência reativa disponível varie proporcionalmente com a potência ativa disponível, respeitando o fator de potência de cada unidade de geração.

As incertezas das cargas não controláveis são modeladas da seguinte forma:

$$\frac{\sum_{t=1}^N \sum_{k=1}^{nb} (\widetilde{L}_{t,k}^{P_{NC}} - \ddot{L}_{t,k}^{P_{NC}^{min}})}{\sum_{t=1}^N \sum_{k=1}^{nb} (\ddot{L}_{t,k}^{P_{NC}^{max}} - \ddot{L}_{t,k}^{P_{NC}^{min}})} \leq \ddot{\Gamma}_d \quad \forall \Omega \emptyset \quad (\text{E.12})$$

$$\widetilde{L}_{t,k}^{Q_{NC}} = tg\ddot{\varphi}_d * \widetilde{L}_{t,k}^{P_{NC}} \quad \forall \Omega \emptyset \quad (\text{E.13})$$

$$0 \leq \ddot{\Gamma}_d \leq 1 \quad \forall \Omega \emptyset \quad (\text{E.14})$$

Onde:

- $\ddot{\Gamma}_d$  é o *budget* de incertezas para as cargas não controláveis, sendo uma grandeza adimensional, podendo assumir valores entre 0 e 1;
- $tg\ddot{\varphi}_d$  é a tangente o ângulo  $\varphi_d$  (em radianos) do fator de potência das cargas não controláveis.

De forma análoga, a equação E.12 foi utilizada também uma única vez na implementação computacional, fazendo com que a incerteza de todas as cargas não controláveis do sistema fosse tratada no tempo, considerando todos os 24 períodos do horizonte de planejamento diário. Para não alterar o fator de potência das cargas não controláveis, foi necessário incluir a equação E.13, fazendo com que a potência reativa de uma carga não controlável de uma determinada barra/fase, varie proporcionalmente com sua potência ativa, respeitando o fator de potência de referência.

Sobre as restrições do balanço de potência ativa e reativa, as mesmas são semelhantes às utilizadas no subproblema mestre, lembrando que as variáveis de decisão das baterias e cargas controláveis devem ser fixadas nesta etapa, pois já foram otimizadas no primeiro estágio, portanto:

$$\begin{aligned} & \left[ \left( \widetilde{L}_{t,k}^{P_{NC}} + d\ddot{r}_{t,k} * \ddot{L}_k^{P_{CONT}} \right) - Ppv_{t,k} - Pt_{t,k} - \ddot{P}_{t,k}^{dis} + \ddot{P}_{t,k}^{ch} - P_{pcc_{t,k=ref}} \right] \\ & = \sum_{l(k=r)}^{\Omega k} P_{fl_{t,l}} - \sum_{l(k=s)}^{\Omega k} P_{fl_{t,l}}, \quad \forall \Omega \emptyset \end{aligned} \quad (\text{E.15})$$

$$\begin{aligned} & \left[ \left( \widetilde{L}_{t,k}^{Q_{NC}} + d\ddot{r}_{t,k} * \ddot{L}_k^{Q_{CONT}} \right) - Q_{t,k} - Q_{pv_{t,k}} - Q_{pcc_{t,k=ref}} \right] \\ & = \sum_{l(k=r)}^{\Omega k} Q_{fl_{t,l}} - \sum_{l(k=s)}^{\Omega k} Q_{fl_{t,l}}, \forall \Omega \emptyset \end{aligned} \quad (E.16)$$

Onde:

- $\widetilde{L}_{t,k}^{P_{NC}}, \widetilde{L}_{t,k}^{Q_{NC}}$  são variáveis sujeitas a incertezas de carga ativa e reativa não controlável, respectivamente, da barra  $k$  em um período  $t$ , em pu médio;
- $d\ddot{r}_{t,k}$  é uma variável do programa de resposta da demanda que prevê um percentual de carga controlável da barra  $k$  que será alocada no período  $t$ , em porcentagem. Neste nível, esta grandeza deve ser fixada, pois foi otimizada no nível anterior;
- $\ddot{L}_k^{P_{CONT}}, \ddot{L}_k^{Q_{CONT}}$  representam a quantidade total de carga ativa e reativa controlável da barra  $k$  por fase, respectivamente, dentro do horizonte de operação diário, em pu médio;
- $P_{pv_{t,k}}, Q_{pv_{t,k}}$  representam respectivamente a geração de potência ativa e reativa fotovoltaica despachada em uma barra  $k$  em um período  $t$ , em pu médio;
- $P_{t,k}, Q_{t,k}$  representam respectivamente a geração de potência ativa e reativa de uma usina térmica a gás natural de uma barra  $k$  em um período  $t$ , em pu médio;
- $\ddot{P}_{t,k}^{dis}, \ddot{P}_{t,k}^{ch}$  representam respectivamente a potência ativa de descarga e de carga de uma bateria conectada na barra  $k$  em um período  $t$ , em pu médio. Neste nível, estas grandezas devem ser fixadas, pois foram otimizadas no nível anterior;
- $P_{pcc_{t,k=ref}}, Q_{pcc_{t,k=ref}}$  representam respectivamente o fluxo de potência ativa e reativa que fluem pelo ponto de acoplamento comum (PCC) em um período  $t$ , em pu;
- $P_{fl_{t,l}}, Q_{fl_{t,l}}$  representam respectivamente o fluxo de potência ativa e reativa que fluem por uma linha  $l$  em um período  $t$ , em pu;
- $s, r$  são respectivamente a barra de partida e a barra de chegada de uma linha  $l$ ;

- $\Omega\emptyset$  é o conjunto das fases que compreende o sistema trifásico.

As demais restrições referentes às unidades de geração e rede interna trifásica da microrrede também são análogas às apresentadas no subproblema mestre. Ressalta-se que as restrições das baterias e da resposta da demanda não entram neste nível de otimização, pois já foram otimizadas no nível anterior. Logo:

$$Ppv_{t,k} = P\widetilde{pv}d_{t,k} - Pnu_{t,k} \quad \forall \Omega\emptyset \quad (\text{E.17})$$

$$0 \leq Pnu_{t,k} \leq P\widetilde{pv}d_{t,k} \quad \forall \Omega\emptyset = a \quad (\text{E.18})$$

$$Pnu_{t,k,b} = Pnu_{t,k,a} \quad \forall t, k \quad (\text{E.19})$$

$$Pnu_{t,k,c} = Pnu_{t,k,a} \quad \forall t, k \quad (\text{E.20})$$

$$Qpv_{t,k} = Q\widetilde{pv}d_{t,k} - Qnu_{t,k} \quad \forall \Omega\emptyset \quad (\text{E.21})$$

$$0 \leq Qnu_{t,k} \leq Q\widetilde{pv}d_{t,k} \quad \forall \Omega\emptyset = a \quad (\text{E.22})$$

$$Qnu_{t,k,b} = Qnu_{t,k,a} \quad \forall t, k \quad (\text{E.23})$$

$$Qnu_{t,k,c} = Qnu_{t,k,a} \quad \forall t, k \quad (\text{E.24})$$

$$0 \leq Pt_{t,k} \leq \ddot{P}tmax_k \quad \forall \Omega\emptyset = a \quad (\text{E.25})$$

$$Pt_{t,k,b} = Pt_{t,k,a} \quad \forall t, k \quad (\text{E.26})$$

$$Pt_{t,k,c} = Pt_{t,k,a} \quad \forall t, k \quad (\text{E.27})$$

$$0 \leq Qt_{t,k} \leq \ddot{Q}tmax_k \quad \forall \Omega\emptyset = a \quad (\text{E.28})$$

$$Qt_{t,k,b} = Qt_{t,k,a} \quad \forall t, k \quad (\text{E.29})$$

$$Qt_{t,k,c} = Qt_{t,k,a} \quad \forall t, k \quad (\text{E.30})$$

$$1 - \Delta\dot{V}^{max} \leq V_{t,k} \leq 1 + \Delta\dot{V}^{max}, \forall \Omega\emptyset \quad (\text{E.31})$$

$$P_{fl_{t,l}} = \hat{g}_{km}(V_k - V_m) - \hat{b}_{km}(\hat{\theta}_k - \hat{\theta}_m), \forall \Omega\emptyset \quad (\text{E.32})$$

$$Q_{fl_{t,l}} = -\hat{b}_{km}(V_k - V_m) - \hat{g}_{km}(\hat{\theta}_k - \hat{\theta}_m), \forall \Omega\emptyset \quad (\text{E.33})$$

$$-\ddot{P}_{km}^{max} \leq P_{fl_{t,l}} \leq \ddot{P}_{km}^{max}, \forall \Omega\emptyset \quad (\text{E.34})$$

$$-\ddot{Q}_{km}^{max} \leq Q_{fl_{t,l}} \leq \ddot{Q}_{km}^{max}, \forall \Omega \emptyset \quad (E.35)$$

$$-\pi \leq \theta_t \leq \pi \quad \forall \Omega \emptyset \quad (E.36)$$

$$\theta_{ref} = \theta_a = \theta_b + \frac{2}{3}\pi = \theta_c - \frac{2}{3}\pi = 0, \forall t \quad (E.37)$$

$$V_{t,ref} = 1 \text{ pu} \quad \forall t, \Omega \emptyset \quad (E.38)$$

Como relatado anteriormente, o subproblema escravo possui dois nívéis de otimização, max-min. Para reduzi-lo a um único nível de maximização, deve-se incluir as condições de KKTs e as equações de complementariedades do problema de minimização como restrições no subproblema escravo. Porém, como visto no capítulo 4, para isso primeiramente é necessário formular a função lagrangeana referente ao problema de minimização, da seguinte forma:

$$\sum_{t=1}^N \sum_{k=1}^{nb} (P_{pcc_{t,k=ref}} * \ddot{T}e_t * \Delta t + P_{t,k} * \ddot{T}t * \Delta t)$$

$$-\lambda_{Ppv_{t,k}} (Ppv_{t,k} - P\widetilde{pvd}_{t,k} + Pnu_{t,k}) \quad \forall \Omega \emptyset, t, k$$

$$-\Phi_{Pnu_{t,k,a}}^{min} (Pnu_{t,k,a}) - \Phi_{Pnu_{t,k,a}}^{max} (P\widetilde{pvd}_{t,k,a} - Pnu_{t,k,a}) \quad \forall \Omega \emptyset = a, t, k$$

$$-\lambda_{Pnub_{t,k}} (Pnu_{t,k,b} - Pnu_{t,k,a}) \quad \forall \Omega \emptyset = a, t, k$$

$$-\lambda_{Pnuc_{t,k}} (Pnu_{t,k,c} - Pnu_{t,k,a}) \quad \forall \Omega \emptyset = a, t, k$$

$$-\lambda_{Qpv_{t,k}} (Qpv_{t,k} - Q\widetilde{pvd}_{t,k} + Qnu_{t,k}) \quad \forall \Omega \emptyset, t, k$$

$$-\Phi_{Qnu_{t,k,a}}^{min} (Qnu_{t,k,a}) - \Phi_{Qnu_{t,k,a}}^{max} (Q\widetilde{pvd}_{t,k,a} - Qnu_{t,k,a}) \quad \forall \Omega \emptyset = a, t, k$$

$$-\lambda_{Qnub_{t,k}} (Qnu_{t,k,b} - Qnu_{t,k,a}) \quad \forall \Omega \emptyset = a, t, k$$

$$-\lambda_{Qnuc_{t,k}} (Qnu_{t,k,c} - Qnu_{t,k,a}) \quad \forall \Omega \emptyset = a, t, k$$

$$-\Phi_{Pt_{k,a}}^{min} (Pt_{t,k,a}) - \Phi_{Pt_{k,a}}^{max} (\ddot{P}tmax_{k,a} - Pt_{t,k,a}) \quad \forall \Omega \emptyset = a, t, k$$

$$-\lambda_{Pt_{k,b}} (Pt_{t,k,b} - Pt_{t,k,a}) \quad \forall \Omega \emptyset = a, t, k$$

$$-\lambda_{Pt_{k,c}} (Pt_{t,k,c} - Pt_{t,k,a}) \quad \forall \Omega \emptyset = a, t, k$$

$$\begin{aligned}
& -\Phi_{Qt_{t,k,a}}^{min}(Qt_{t,k,a}) - \Phi_{Qt_{t,k,a}}^{max}(\dot{Q}tmax_{k,a} - Qt_{t,k,a}) & \forall \Omega\emptyset = a, t, k \\
& -\lambda_{Qtb_{t,k}}(Qt_{t,k,b} - Qt_{t,k,a}) & \forall \Omega\emptyset = a, t, k \\
& -\lambda_{Qtc_{t,k}}(Qt_{t,k,c} - Qt_{t,k,a}) & \forall \Omega\emptyset = a, t, k \\
& -\Phi_{V_{t,k}}^{min}(V_{t,k} - (1 - \Delta\dot{V}^{max})) - \Phi_{V_{t,k}}^{max}((1 + \Delta\dot{V}^{max}) - V_{t,k}) & \forall \Omega\emptyset, t, k \\
& -\lambda_{EP_{t,k}} \left[ \left( \widetilde{L}_{t,k}^{PNC} + d\ddot{r}_{t,k} * \ddot{L}_k^{PCONT} \right) - Ppv_{t,k} - Pt_{t,k} - \ddot{P}_{t,k}^{dis} + \ddot{P}_{t,k}^{ch} - P_{pcc_{t,k=ref}} - \sum_{l(k=r)}^{\Omega k} P_{fl_{t,l}} \right. \\
& \quad \left. + \sum_{l(k=s)}^{\Omega k} P_{fl_{t,l}} \right] & \forall \Omega\emptyset, t, k \\
& -\lambda_{EQ_{t,k}} \left[ \left( \widetilde{L}_{t,k}^{QNC} + d\ddot{r}_{t,k} * \ddot{L}_k^{QCONT} \right) - Qt_{t,k} - Qpv_{t,k} - Q_{pcc_{t,k=ref}} - \sum_{l(k=r)}^{\Omega k} Q_{fl_{t,l}} \right. \\
& \quad \left. + \sum_{l(k=s)}^{\Omega k} Q_{fl_{t,l}} \right] & \forall \Omega\emptyset, t, k \\
& -\lambda_{P_{fl_{t,l}}}(P_{fl_{t,l}} - \hat{g}_{km}(V_k - V_m) + \hat{b}_{km}(\hat{\theta}_k - \hat{\theta}_m)) & \forall \Omega\emptyset, t, l \\
& -\lambda_{Q_{fl_{t,l}}}(Q_{fl_{t,l}} + \hat{b}_{km}(V_k - V_m) + \hat{g}_{km}(\hat{\theta}_k - \hat{\theta}_m)) & \forall \Omega\emptyset, t, l \\
& -\Phi_{P_{fl_{t,l}}}^{min}(P_{fl_{t,l}} + \ddot{P}_{km}^{max}) - \Phi_{P_{fl_{t,l}}}^{max}(\ddot{P}_{km}^{max} - P_{fl_{t,l}}) & \forall \Omega\emptyset, t, l \\
& -\Phi_{Q_{fl_{t,l}}}^{min}(Q_{fl_{t,l}} + \ddot{Q}_{km}^{max}) - \Phi_{Q_{fl_{t,l}}}^{max}(\ddot{Q}_{km}^{max} - Q_{fl_{t,l}}) & \forall \Omega\emptyset, t, l \\
& -\Phi_{\theta_{t,k}}^{min}(\theta_t + \pi) - \Phi_{\theta_{t,k}}^{max}(\pi - \theta_t) & \forall \Omega\emptyset, t, k \\
& -\lambda_{\theta_{ref_{t,k}}}(\theta_{ref}) - \lambda_{V_{ref_{t,k}}}(V_{t,ref} - 1) & \forall \Omega\emptyset, t, k = kref
\end{aligned}$$

(E.39)

Onde  $\lambda$  e  $\Phi$  são os multiplicadores de Lagrange associados a cada restrição de igualdade e desigualdade, respectivamente.

Nota-se que parte das equações que compõem a função lagrangeana do problema de minimização incluem todas as fases do sistema trifásico ( $\forall \Omega\emptyset$ ), porém outras são modeladas apenas para a fase  $a$  ( $\forall \Omega\emptyset = a$ ). Isto é devido à forma com

que foram modeladas as unidades de geração trifásicas fotovoltaicas e térmicas, ou seja, conforme apresentado na seção 5.1.4, as restrições destas gerações foram impostas apenas para a fase *a*, sendo incluído posteriormente um conjunto de equações de igualdade com a finalidade de manter os valores de potência média despachada nas demais fases iguais a da fase *a*. Esta particularidade poderá ser vista também nas condições de KKTs e equações de complementariedades.

Logo, as condições de otimalidade de KKTs deste problema são:

$$\frac{dL}{dPta} \rightarrow T\ddot{t}_a * \dot{\Delta}t + \lambda_{EP_{t,k,a}} - \Phi_{Pt_{t,k,a}}^{min} + \Phi_{Pt_{t,k,a}}^{max} + \lambda_{Ptb_{t,k}} + \lambda_{Ptc_{t,k}} = 0, \quad \forall \Omega\emptyset = a, t, k \quad (E.40)$$

$$\frac{dL}{dPtb} \rightarrow T\ddot{t}_b * \dot{\Delta}t + \lambda_{EP_{t,k,b}} - \lambda_{Ptb_{t,k}} = 0, \quad \forall \Omega\emptyset = b, t, k \quad (E.41)$$

$$\frac{dL}{dPtc} \rightarrow T\ddot{t}_c * \dot{\Delta}t + \lambda_{EP_{t,k,c}} - \lambda_{Ptc_{t,k}} = 0, \quad \forall \Omega\emptyset = c, t, k \quad (E.42)$$

$$\frac{dL}{dQta} \rightarrow \lambda_{EQ_{t,k,a}} - \Phi_{Qt_{t,k,a}}^{min} + \Phi_{Qt_{t,k,a}}^{max} + \lambda_{Qtb_{t,k}} + \lambda_{Qtc_{t,k}} = 0, \quad \forall \Omega\emptyset = a, t, k \quad (E.43)$$

$$\frac{dL}{dQtb} \rightarrow \lambda_{EQ_{t,k,b}} - \lambda_{Qtb_{t,k}} = 0, \quad \forall \Omega\emptyset = b, t, k \quad (E.44)$$

$$\frac{dL}{dQtc} \rightarrow \lambda_{EQ_{t,k,c}} - \lambda_{Qtc_{t,k}} = 0, \quad \forall \Omega\emptyset = c, t, k \quad (E.45)$$

$$\frac{dL}{dPnua} \rightarrow -\lambda_{Ppv_{t,k,a}} - \Phi_{Pnu_{t,k,a}}^{min} + \Phi_{Pnu_{t,k,a}}^{max} + \lambda_{Pnub_{t,k}} + \lambda_{Pnuc_{t,k}} = 0, \quad \forall \Omega\emptyset = a, t, k \quad (E.46)$$

$$\frac{dL}{dPnub} \rightarrow -\lambda_{Ppv_{t,k,b}} - \lambda_{Pnub_{t,k}} = 0, \quad \forall \Omega\emptyset = b, t, k \quad (E.47)$$

$$\frac{dL}{dPnuc} \rightarrow -\lambda_{Ppv_{t,k,c}} - \lambda_{Pnuc_{t,k}} = 0, \quad \forall \Omega\emptyset = c, t, k \quad (E.48)$$

$$\frac{dL}{dQnua} \rightarrow -\lambda_{Qpv_{t,k,a}} - \Phi_{Qnu_{t,k,a}}^{min} + \Phi_{Qnu_{t,k,a}}^{max} + \lambda_{Qnub_{t,k}} + \lambda_{Qnuc_{t,k}} = 0, \quad \forall \Omega\emptyset = a, t, k \quad (E.49)$$

$$\frac{dL}{dQnub} \rightarrow -\lambda_{Qpv_{t,k,b}} - \lambda_{Qnub_{t,k}} = 0, \quad \forall \Omega \emptyset = b, t, k \quad (\text{E.50})$$

$$\frac{dL}{dQnuc} \rightarrow -\lambda_{Qpv_{t,k,c}} - \lambda_{Qnuc_{t,k}} = 0, \quad \forall \Omega \emptyset = c, t, k \quad (\text{E.51})$$

$$\frac{dL}{dPpv} \rightarrow -\lambda_{Ppv_{t,k}} + \lambda_{EP_{t,k}} = 0, \quad \forall \Omega \emptyset, t, k \quad (\text{E.52})$$

$$\frac{dL}{dQpv} \rightarrow -\lambda_{Qpv_{t,k}} + \lambda_{EQ_{t,k}} = 0, \quad \forall \Omega \emptyset, t, k \quad (\text{E.53})$$

$$\frac{dL}{dV} \rightarrow -\Phi_{V_{t,k}}^{\min} + \Phi_{V_{t,k}}^{\max} + \sum_{l(k=s)} (\lambda_{Pfl_{t,l}} * \hat{g}_{km} - \lambda_{Qfl_{t,l}} * \hat{b}_{km}) + \sum_{l(k=r)} (-\lambda_{Pfl_{t,l}} \quad (\text{E.54})$$

$$* \hat{g}_{km} + \lambda_{Qfl_{t,l}} * \hat{b}_{km}) = 0, \quad \forall \Omega \emptyset, t, k \neq kref$$

$$\frac{dL}{dV} \rightarrow -\Phi_{V_{t,k}}^{\min} + \Phi_{V_{t,k}}^{\max} + \sum_{l(k=s)} (\lambda_{Pfl_{t,l}} * \hat{g}_{km} - \lambda_{Qfl_{t,l}} * \hat{b}_{km}) + \sum_{l(k=r)} (-\lambda_{Pfl_{t,l}} \quad (\text{E.55})$$

$$* \hat{g}_{km} + \lambda_{Qfl_{t,l}} * \hat{b}_{km}) - \lambda_{Vref_{t,k}} = 0, \quad \forall \Omega \emptyset, t, k = kref$$

$$\frac{dL}{d\theta} \rightarrow -\Phi_{\theta_{t,k}}^{\min} + \Phi_{\theta_{t,k}}^{\max} + \sum_{l(k=s)} (-\lambda_{Pfl_{t,l}} * \hat{b}_{km} - \lambda_{Qfl_{t,l}} * \hat{g}_{km}) + \sum_{l(k=r)} (\lambda_{Pfl_{t,l}} \quad (\text{E.56})$$

$$* \hat{b}_{km} + \lambda_{Qfl_{t,l}} * \hat{g}_{km}) = 0, \quad \forall \Omega \emptyset, t, k \neq kref$$

$$\frac{dL}{d\theta} \rightarrow -\Phi_{\theta_{t,k}}^{\min} + \Phi_{\theta_{t,k}}^{\max} + \sum_{l(k=s)} (-\lambda_{Pfl_{t,l}} * \hat{b}_{km} - \lambda_{Qfl_{t,l}} * \hat{g}_{km}) + \sum_{l(k=r)} (\lambda_{Pfl_{t,l}} \quad (\text{E.57})$$

$$* \hat{b}_{km} + \lambda_{Qfl_{t,l}} * \hat{g}_{km}) - \lambda_{\theta ref_{t,k}} = 0, \quad \forall \Omega \emptyset, t, k = kref$$

$$\frac{dL}{dPfl} \rightarrow -\lambda_{Pfl_{t,l}} - \Phi_{Pfl_{t,l}}^{\min} + \Phi_{Pfl_{t,l}}^{\max} - \lambda_{EP_{(t,k=s)}} + \lambda_{EP_{(t,k=r)}} = 0, \quad \forall \Omega \emptyset, t, l \quad (\text{E.58})$$

$$\frac{dL}{dQfl} \rightarrow -\lambda_{Qfl_{t,l}} - \Phi_{Qfl_{t,l}}^{\min} + \Phi_{Qfl_{t,l}}^{\max} - \lambda_{EQ_{(t,k=s)}} + \lambda_{EQ_{(t,k=r)}} = 0, \quad \forall \Omega \emptyset, t, l \quad (\text{E.59})$$

$$\frac{dL}{dPpcc} \rightarrow \ddot{T}e_t * \ddot{\Delta}t + \lambda_{EP_{t,k}} = 0, \quad \forall \Omega \emptyset, t, k = kref \quad (\text{E.60})$$

$$\frac{dL}{dQpcc} \rightarrow \lambda_{EQ_{t,k}} = 0, \quad \forall \Omega \emptyset, t, k = kref \quad (\text{E.61})$$

Onde  $s$  e  $r$  representam a barra de partida e a barra de chegada, respectivamente, de uma linha  $l$ .

Na sequência seguem as equações de complementariedades do problema:

$$\Phi_{Pnu_{t,k,a}}^{min} \geq 0 \quad (E.62)$$

$$Pnu_{t,k,a} \geq 0 \quad (E.63)$$

$$\Phi_{Pnu_{t,k,a}}^{min} \leq M * u_1 \quad (E.64)$$

$$Pnu_{t,k,a} \leq M(1 - u_1) \quad (E.65)$$

$$\Phi_{Pnu_{t,k,a}}^{max} \geq 0 \quad (E.66)$$

$$Ppv\bar{d}_{t,k,a} - Pnu_{t,k,a} \geq 0 \quad (E.67)$$

$$\Phi_{Pnu_{t,k,a}}^{max} \leq M * u_2 \quad (E.68)$$

$$Ppv\bar{d}_{t,k,a} - Pnu_{t,k,a} \leq M(1 - u_2) \quad (E.69)$$

$$\Phi_{Qnu_{t,k,a}}^{min} \geq 0 \quad (E.70)$$

$$Qnu_{t,k,a} \geq 0 \quad (E.71)$$

$$\Phi_{Qnu_{t,k,a}}^{min} \leq M * u_3 \quad (E.72)$$

$$Qnu_{t,k,a} \leq M(1 - u_3) \quad (E.73)$$

$$\Phi_{Qnu_{t,k,a}}^{max} \geq 0 \quad (E.74)$$

$$Qpv\bar{d}_{t,k,a} - Qnu_{t,k,a} \geq 0 \quad (E.75)$$

$$\Phi_{Qnu_{t,k,a}}^{max} \leq M * u_4 \quad (E.76)$$

$$Qpv\bar{d}_{t,k,a} - Qnu_{t,k,a} \leq M(1 - u_4) \quad (E.77)$$

$$\Phi_{Pt_{k,a}}^{min} \geq 0 \quad (E.78)$$

$$Pt_{k,a} \geq 0 \quad (E.79)$$

$$\Phi_{Pt_{k,a}}^{min} \leq M * u_5 \quad (E.80)$$

$$Pt_{k,a} \leq M(1 - u_5) \quad (E.81)$$

$$\Phi_{Pt_{t,k,a}}^{max} \geq 0 \quad (E.82)$$

$$\ddot{P}tmax_{k,a} - Pt_{t,k,a} \geq 0 \quad (E.83)$$

$$\Phi_{Pt_{t,k,a}}^{max} \leq M * u_6 \quad (E.84)$$

$$\ddot{P}tmax_{k,a} - Pt_{t,k,a} \leq M(1 - u_6) \quad (E.85)$$

$$\Phi_{Qt_{t,k,a}}^{min} \geq 0 \quad (E.86)$$

$$Qt_{t,k,a} \geq 0 \quad (E.87)$$

$$\Phi_{Qt_{t,k,a}}^{min} \leq M * u_7 \quad (E.88)$$

$$Qt_{t,k,a} \leq M(1 - u_7) \quad (E.89)$$

$$\Phi_{Qt_{t,k,a}}^{max} \geq 0 \quad (E.90)$$

$$\ddot{Q}tmax_{k,a} - Qt_{t,k,a} \geq 0 \quad (E.91)$$

$$\Phi_{Qt_{t,k,a}}^{max} \leq M * u_8 \quad (E.92)$$

$$\ddot{Q}tmax_{k,a} - Qt_{t,k,a} \leq M(1 - u_8) \quad (E.93)$$

$$\Phi_{V_{t,k}}^{min} \geq 0 \quad (E.94)$$

$$V_{t,k} - (1 - \Delta\dot{V}^{max}) \geq 0 \quad (E.95)$$

$$\Phi_{V_{t,k}}^{min} \leq M * u_9 \quad (E.96)$$

$$V_{t,k} - (1 - \Delta\dot{V}^{max}) \leq M(1 - u_9) \quad (E.97)$$

$$\Phi_{V_{t,k}}^{max} \geq 0 \quad (E.98)$$

$$(1 + \Delta\dot{V}^{max}) - V_{t,k} \geq 0 \quad (E.99)$$

$$\Phi_{V_{t,k}}^{max} \leq M * u_{10} \quad (E.100)$$

$$(1 + \Delta\dot{V}^{max}) - V_{t,k} \leq M(1 - u_{10}) \quad (E.101)$$

$$\Phi_{Pfl_{t,l}}^{min} \geq 0 \quad (E.102)$$

$$P_{fl_{t,l}} + \ddot{P}_{km}^{max} \geq 0 \quad (E.103)$$

$$\Phi_{Pfl_{t,l}}^{min} \leq M * u_{11} \quad (E.104)$$

$$P_{fl_{t,l}} + \dot{P}_{km}^{max} \leq M(1 - u_{11}) \quad (E.105)$$

$$\Phi_{Pfl_{t,l}}^{max} \geq 0 \quad (E.106)$$

$$\dot{P}_{km}^{max} - P_{fl_{t,l}} \geq 0 \quad (E.107)$$

$$\Phi_{Pfl_{t,l}}^{max} \leq M * u_{12} \quad (E.108)$$

$$\dot{P}_{km}^{max} - P_{fl_{t,l}} \leq M(1 - u_{12}) \quad (E.109)$$

$$\Phi_{Qfl_{t,l}}^{min} \geq 0 \quad (E.110)$$

$$Q_{fl_{t,l}} + \ddot{Q}_{km}^{max} \geq 0 \quad (E.111)$$

$$\Phi_{Qfl_{t,l}}^{min} \leq M * u_{13} \quad (E.112)$$

$$Q_{fl_{t,l}} + \ddot{Q}_{km}^{max} \leq M(1 - u_{13}) \quad (E.113)$$

$$\Phi_{Qfl_{t,l}}^{max} \geq 0 \quad (E.114)$$

$$\ddot{Q}_{km}^{max} - Q_{fl_{t,l}} \geq 0 \quad (E.115)$$

$$\Phi_{Qfl_{t,l}}^{max} \leq M * u_{14} \quad (E.116)$$

$$\ddot{Q}_{km}^{max} - Q_{fl_{t,l}} \leq M(1 - u_{14}) \quad (E.117)$$

$$\Phi_{\theta_{t,k}}^{min} \geq 0 \quad (E.118)$$

$$\theta_t + \pi \geq 0 \quad (E.119)$$

$$\Phi_{\theta_{t,k}}^{min} \leq M * u_{15} \quad (E.120)$$

$$\theta_t + \pi \leq M(1 - u_{15}) \quad (E.121)$$

$$\Phi_{\theta_{t,k}}^{max} \geq 0 \quad (E.122)$$

$$\pi - \theta_t \geq 0 \quad (E.123)$$

$$\Phi_{\theta_{t,k}}^{max} \leq M * u_{16} \quad (E.124)$$

$$\pi - \theta_t \leq M(1 - u_{16}) \quad (E.125)$$

Onde:

- $M$  é a constante *big M*. Deve ser um número relativamente grande;
- $u_1$  à  $u_{16}$  são variáveis binárias utilizadas para linearizar as equações de complementariedades, conforme descrito no capítulo 4.

Durante a implementação computacional, notou-se que o algoritmo é extremamente sensível ao valor de  $M$ , ou seja, dependendo do valor utilizado pode ocorrer em elevação do tempo de processamento e em alguns casos, pode comprometer até a convergência do problema.

### 5.3 DADOS UTILIZADOS NAS SIMULAÇÕES

Os dados apresentados na sequência serão utilizados para as diversas simulações que serão descritas no próximo capítulo, tendo como sistema teste a microrrede apresentada na Figura 5.1. Os mesmos estão em valores por unidade (p.u.), sendo que para as conversões, as bases utilizadas para tensão de linha e potência aparente trifásica foram 24,9 kV e 120 kVA, respectivamente.

Como o presente trabalho visa definir o despacho para o dia seguinte de uma microrrede trifásica conectada na rede, houve a necessidade de elaborar uma curva de carga desbalanceada típica de um sistema de distribuição, para uso nas simulações. Para isso, foram utilizados índices percentuais obtidos da experiência do autor em análises de curvas de carga da COPEL para cada um dos 24 períodos do horizonte de planejamento diário, conforme apresentado na Tabela 5.1, com o intuito de estipular qual o percentual da carga ativa e reativa de referência que será utilizada em cada período, uma vez que o mesmo índice incidirá sobre os valores de carga ativa e reativa, respectivamente. Lembrando que os valores de carga de referência para cada barra/fase da microrrede estão descritos no apêndice 1.

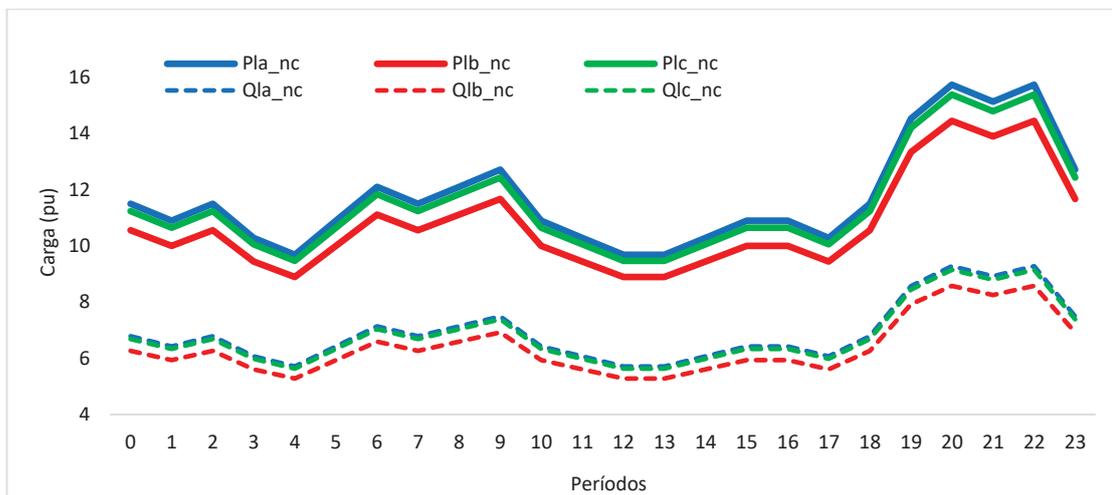
TABELA 5.1 – ÍNDICES PERCENTUAIS DE CARGA

<b>Período</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>
<b>Índice (%)</b>	0,95	0,9	0,95	0,85	0,8	0,9	1	0,95	1	1,05	0,9	0,85
<b>Período</b>	<b>12</b>	<b>13</b>	<b>14</b>	<b>15</b>	<b>16</b>	<b>17</b>	<b>18</b>	<b>19</b>	<b>20</b>	<b>21</b>	<b>22</b>	<b>23</b>
<b>Índice (%)</b>	0,8	0,8	0,85	0,9	0,9	0,85	0,95	1,2	1,3	1,25	1,3	1,05

FONTE: O autor (2022)

Portanto, a curva de carga típica utilizada nas simulações está representada na Figura 5.3. O custo do corte de carga considerado no processo de otimização foi de R\$ 35/pu.h, sem variação no tempo.

FIGURA 5.3 – CURVA DE CARGA TÍPICA



FONTE: O autor (2022)

Em relação as unidades de geração fotovoltaicas trifásicas, vale lembrar que o valor da geração disponível é variável no tempo, pois depende da disponibilidade de recurso solar (insolação), portanto, o valor médio por fase de potência ativa e reativa fotovoltaica de referência (prevista) para cada uma das unidades de geração e para cada período do horizonte de planejamento diário, considerados nesta dissertação, foram obtidas em base nas curvas típicas de insolação horária que acontece em Curitiba o qual podem ser consultados na Tabela 5.2.

TABELA 5.2 – GERAÇÃO FOTOVOLTAICA DE REFERÊNCIA

Período	Barra	$Ppv^{ref}$ (pu)	$Qpv^{ref}$ (pu)	Barra	$Ppv^{ref}$ (pu)	$Qpv^{ref}$ (pu)	Barra	$Ppv^{ref}$ (pu)	$Qpv^{ref}$ (pu)
0	5	0	0	12	0	0	15	0	0
1		0	0		0	0			
2		0	0		0	0			
3		0	0		0	0			
4		0	0		0	0			
5		0	0		0	0			
6		0	0		0	0			
7		1	0,5		1,5	0,75		0,5	0,25
8	2	0,5	3,5	1,5	1	0,5			

9		2	0,75		5,5	3		1,25	1
10		3,75	3		5	2		2,5	1
11		4	3		6,25	3		3	1
12		4,25	4		7,25	5		3	1
13		4	3		7,5	6,25		3,5	2,5
14		4	3		7,5	6,25		3,5	2
15		3,75	3		5	4		2,5	1
16		2,5	2		5	3		2	2
17		2	1		3	2		1,75	1
18		1	1		2,75	1		1,5	1
19		0	0		0	0		0	0
20		0	0		0	0		0	0
21		0	0		0	0		0	0
22		0	0		0	0		0	0
23		0	0		0	0		0	0
Periodo	Barra	$Ppv^{ref}$ (pu)	$Qpv^{ref}$ (pu)	Barra	$Ppv^{ref}$ (pu)	$Qpv^{ref}$ (pu)	Barra	$Ppv^{ref}$ (pu)	$Qpv^{ref}$ (pu)
0		0	0		0	0		0	0
1		0	0		0	0		0	0
2		0	0		0	0		0	0
3		0	0		0	0		0	0
4		0	0		0	0		0	0
5		0	0		0	0		0	0
6		0	0		0	0		0	0
7		2	1,25		0,5	0,25		2	0,5
8		4	1		1,5	0,75		3	1,25
9		5	4		2	1		3	1,5
10		5	3		2,5	1		3,75	2,5
11	23	6	4	25	3	1,5	29	4,5	3
12		7,25	3		3,75	2		5	1
13		6,75	3		3	2,5		5,75	5
14		6,75	3		3	2		5,75	5
15		5	3		3	2		3,25	2
16		4,25	3		1	1		4	3
17		2	1		1	1		1,5	1
18		1	1		2,5	1		1	1
19		0	0		0	0		0	0
20		0	0		0	0		0	0
21		0	0		0	0		0	0
22		0	0		0	0		0	0
23		0	0		0	0		0	0

FONTE: O autor (2022)

Já para as fontes de geração térmicas trifásicas, a potência ativa e reativa máxima por fase permitida para cada uma das unidades de geração estão representadas na Tabela 5.3. Estas usinas possuem um custo operacional agregado, relacionado ao custo de combustível utilizado, sendo o valor por fase considerado no processo de otimização de R\$ 30/pu.h, sem variação no tempo.

TABELA 5.3 – GERAÇÃO MÁXIMA PARA AS FONTES DE GERAÇÃO TERMELÉTRICAS

Barra	$P_{tmax}$ (pu)	$Q_{tmax}$ (pu)
7	20	16
31	12	8

FONTE: O autor (2022)

Os parâmetros das baterias podem ser consultados na Tabela 5.4. O custo operacional das baterias está relacionado ao custo de degradação das mesmas, que é calculado a partir da degradação percentual causada por cada utilização e do custo de aquisição do sistema de baterias. Assim, foi considerado um custo de investimento nas baterias de R\$ 4.000/pu.h (Lara et al, 2021).

TABELA 5.4 – PARÂMETROS DAS BATERIAS

Barra	Fases	$\eta_c$ (%)	$\eta_d$ (%)	$P^{ch,max}$ (pu)	$P^{dis,max}$ (pu)	$S^{min}$ (pu)	$S^{max}$ (pu)	$S_0$ (pu)	cap_inst (pu)
9	A	0,9	0,9	0,75	1,125	2,25	7,125	3,75	7,5
17	B	0,9	0,9	2	3	6	19	10	20
32	C	0,9	0,9	2	3	6	19	10	20

FONTE: O autor (2022)

Pelo fato de o programa de resposta da demanda ser baseado em preços, o custo de energia praticado pela concessionária deve possuir variação horária. Para esta dissertação, o custo de energia utilizado pode ser visto na Tabela 5.5.

TABELA 5.5 – TARIFA DE ENERGIA HORÁRIA

Período	Tarifa de Energia (R\$/pu.h)
0	27,4236
1	27,4236
2	27,4236
3	27,4236

4	27,4236
5	27,4236
6	27,4236
7	27,4236
8	27,4236
9	27,4236
10	27,4236
11	27,4236
12	27,4236
13	27,4236
14	27,4236
15	27,4236
16	37,4716
17	58,1952
18	58,1952
19	58,1952
20	58,1952
21	37,4716
22	27,4236
23	27,4236

FONTE: Adaptado de Lara et al. (2021)

#### 5.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste capítulo foi apresentado a modelagem matemática do problema de despacho ótimo do dia seguinte de microrredes trifásicas utilizando a otimização robusta adaptativa, onde o problema modelado trata-se de uma programação linear inteira mista (MILP), possuindo três níveis de otimização min-max-min, o qual é resolvido através da decomposição do problema original em dois estágios, definidos como subproblema mestre e subproblema escravo, por meio de um algoritmo de geração de colunas e restrições (C&CG). O subproblema mestre é composto pelo primeiro nível de otimização do problema original, ou seja, é um problema de minimização. Já o subproblema escravo é um problema binível, responsável por otimizar os dois últimos níveis do problema original (max-min), o qual é resolvido conforme a metodologia apresentada no capítulo 4, onde o nível de minimização é resolvido através das condições de otimalidades de KKT e equações de complementariedades, reduzindo assim o subproblema escravo à um único nível de maximização.

O algoritmo C&CG é estruturado de tal forma que as variáveis de otimização do subproblema mestre são de pleno controle do operador do sistema, sendo otimizadas a fim de buscar o melhor custo operacional da microrrede. Já o subproblema escravo tem por função encontrar um cenário de realização de incertezas nas variáveis incertas que maximize os custos operacionais, sendo que a cada iteração, estes cenários são incluídos como novas variáveis e restrições para a próxima iteração do subproblema mestre, que irá otimizar novamente as variáveis do primeiro estágio com o intuito de encontrar o melhor ponto operacional do sistema para os cenários de incertezas considerados. Após várias iterações, o subproblema mestre realiza a otimização do sistema tendo conhecimento dos diversos cenários de incertezas gerados pelo subproblema escravo ao longo das iterações. A convergência do algoritmo se dará quando o subproblema escravo não conseguir encontrar um novo cenário de incerteza que deteriore ainda mais os custos operacionais da rede, encontrando assim o pior caso (*worst-case scenario*). Assim, o resultado do processo de otimização é a melhor solução gerada pelo subproblema mestre para o pior caso de incertezas, encontrado pelo subproblema escravo.

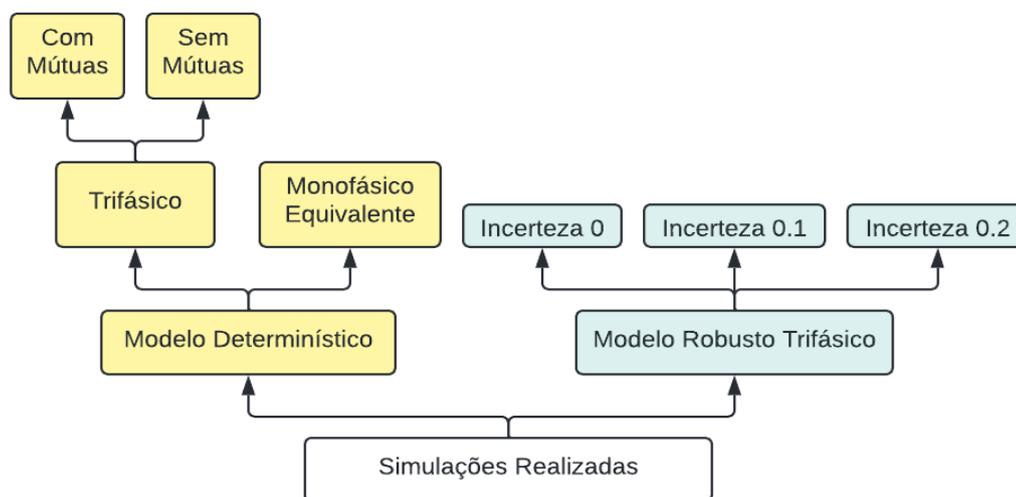
## 6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A modelagem matemática para a programação diária de microrredes trifásicas sob incertezas descrita no capítulo anterior foi implementada computacionalmente utilizando a linguagem de programação Python 3.9, onde os dados do ambiente de desenvolvimento, bem como os *softwares* e o *hardware* utilizados são os mesmos descritos na seção 3.3.2.

Todas as simulações que serão apresentadas refletem ao mesmo sistema teste, ou seja, uma microrrede trifásica conectada na rede de distribuição local, conforme figura 5.1, contendo unidades de geração solar fotovoltaicas e micro térmicas a gás natural, além de baterias e programa de resposta da demanda, lembrando que as cargas são desbalanceadas e foram consideradas conectadas em estrela aterrada com representação de potência constante.

Para maior clareza, a Figura 6.1 mostra as etapas das simulações realizadas através de um fluxograma.

FIGURA 6.1 – FLUXOGRAMA DAS SIMULAÇÕES REALIZADAS



FONTE: O autor (2022)

As primeiras simulações demonstram o modelo determinístico trifásico deste sistema com e sem impedâncias mútuas das linhas de distribuição trifásicas, com o intuito de mostrar a importância de considerar estes parâmetros na modelagem de redes de distribuição.

Na sequência é apresentada a simulação de um modelo determinístico monofásico equivalente ao modelo trifásico do sistema teste. Para isso foi realizada a média por barra das grandezas trifásicas do sistema original, dando origem a um sistema monofásico equivalente. Com isso é possível fazer uma comparação justa entre um sistema monofásico e um trifásico que possuem as mesmas características, com o intuito de mostrar a importância de considerar o sistema trifásico em estudos operacionais ou de expansão envolvendo redes de distribuição.

Por fim são demonstradas as simulações referentes ao modelo robusto, incluindo diferentes níveis de incerteza para geração solar fotovoltaica e demanda, além de uma comparação entre modelos robustos com e sem o programa de resposta da demanda, a fim de validar a efetividade deste mecanismo de gerenciamento do consumo.

## 6.1 MODELO DETERMINÍSTICO TRIFÁSICO

Nesta seção serão apresentadas duas simulações do modelo determinístico trifásico, onde em uma delas será considerado as impedâncias mútuas das linhas de distribuição trifásicas do alimentador e na outra não serão considerados estes parâmetros, com o objetivo de comparar ambos os resultados, a fim de comprovar a importância de considerar estes dados em estudos envolvendo redes de distribuição.

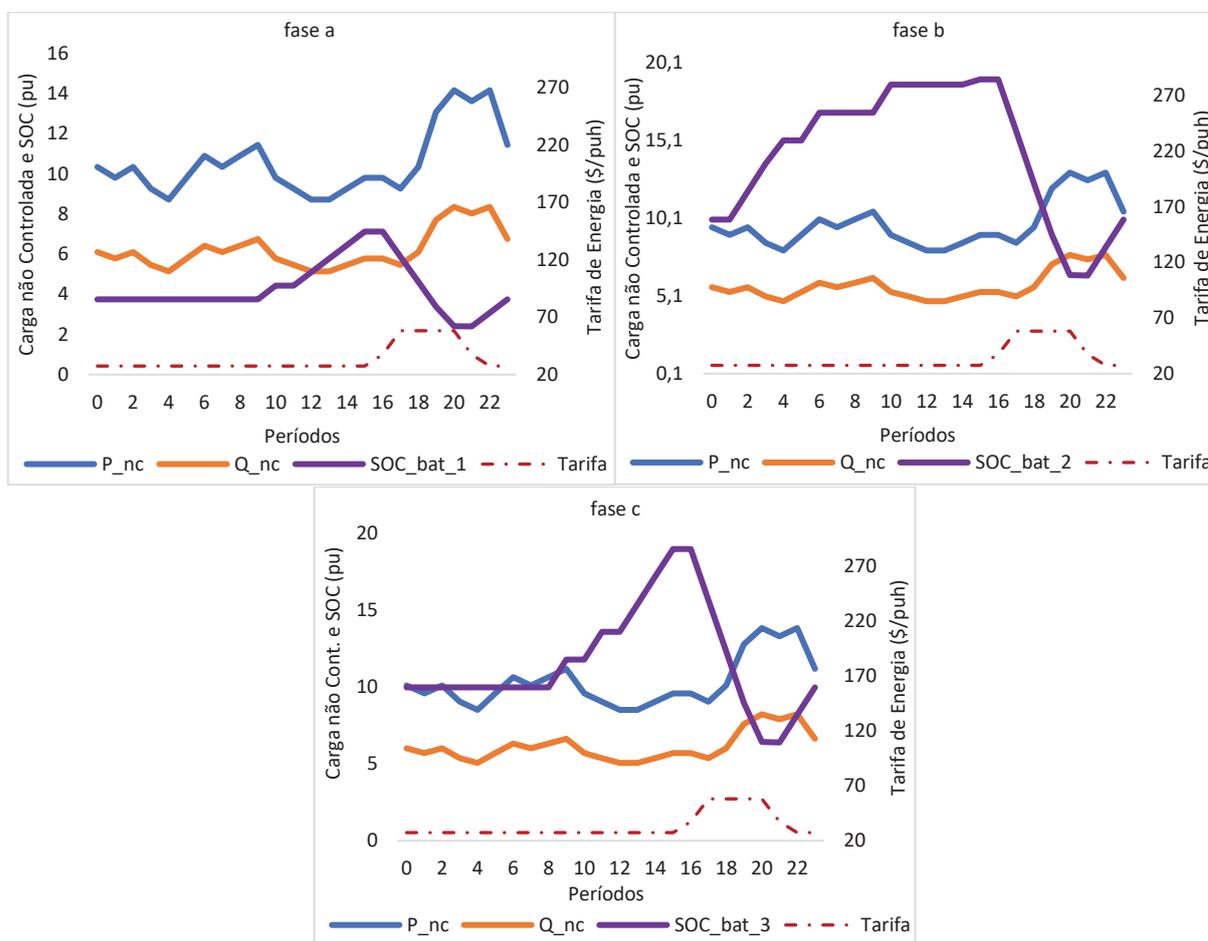
Para estas simulações, a carga não controlada foi considerada como um parâmetro fixo, definida como sendo igual ao limite inferior do conjunto de incertezas utilizado no modelo robusto.

### A. CASO D1: SIMULAÇÃO COM MÚTUAS

A Figura 6.2 mostra o comportamento ao longo das 24 horas da carga não controlada total e o total de energia armazenada (SOC\_bat) nas baterias nas três fases *a*, *b* e *c* do sistema, respectivamente. O comportamento das três baterias foi exatamente o esperado, ou seja, ambas se carregaram até o limite máximo de armazenamento durante os períodos de tarifa reduzida, despachando energia nos períodos de tarifa elevada e alta demanda no sistema, cumprindo assim com o objetivo de redução de custos. Observa-se também que todas as baterias voltam a seu estado de carga inicial no final do horizonte de planejamento diário (é uma restrição do

modelo e usado em todos os casos), permitindo assim o início de um novo ciclo diário, sem comprometer seus limites de segurança operacionais.

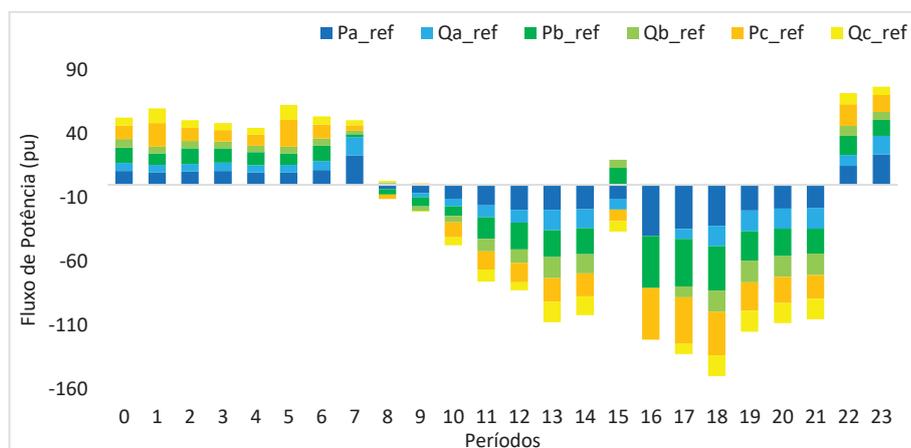
FIGURA 6.2 – COMPORTAMENTO DA CARGA E BATERIAS – CASO D1



FONTE: O autor (2022)

O fluxo de potência ativa e reativa no ponto de acoplamento comum (PCC), ou seja, na barra 0 onde a microrrede é conectada com a rede de distribuição local, é visto na Figura 6.3. Os valores positivos de potência ativa e reativa indica importação de energia da rede de distribuição, ou seja, nestes períodos a microrrede está comprando energia da rede para suprir sua demanda interna. Já quando os valores de potência são negativos, indica que a microrrede está exportando a energia excedente para a rede de distribuição, ou seja, está vendendo energia para a rede. Esta figura evidencia bem a característica das redes de distribuição ativas devido à existência de um fluxo de potência bidirecional.

FIGURA 6.3 – FLUXO DE POTÊNCIA NO PCC – CASO D1



FONTE: O autor (2022)

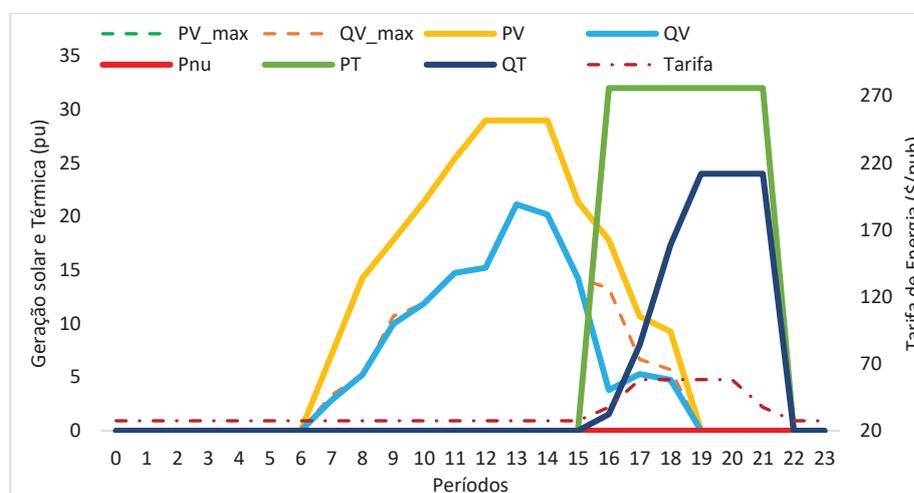
Assim, nota-se pela Figura 6.3 que a microrrede está exportando energia excedente para a rede entre os períodos 8 a 21, com exceção do período 15, em que importa energia apenas na fase *b* e exporta o excedente das demais fases, devido a relocação de uma quantidade significativa de cargas controláveis pelo programa de resposta da demanda na fase *b* neste período, conforme pode ser visto na Figura 6.6. A energia excedente vendida para a rede de distribuição externa entre os períodos 8 a 18 é devido ao despacho de potência ativa das unidades de geração fotovoltaicas. Já para os períodos entre 19 a 21, a energia excedente vendida é proveniente das usinas térmicas a gás natural, as quais possuem um custo operacional menor em relação ao custo da tarifa praticada nestes períodos. Para os demais períodos de 0 h a 7 h, 22 h e 23 h, a microrrede apenas importa energia da rede, uma vez que nestes períodos não há geração solar e as térmicas não são despachadas, pois as tarifas de energia destes períodos são mais baratas em relação ao custo operacional das mesmas.

O total da geração solar fotovoltaica e térmica da microrrede por fase e para todos os períodos do dia podem ser vistos na Figura 6.4. Lembrando que nesta dissertação foi considerado fator de potência capacitivo para estas modalidades de geração, ou seja, a potência reativa despachada por estas usinas serão injetadas na rede.

Como não existe custo operacional agregado às usinas solares, as mesmas estão despachando a quantidade máxima de potência ativa prevista para cada período, apresentando valor nulo para a variável que representa a potência solar não

utilizada (Pnu), o que é esperado. Já para a geração térmica (PT), as mesmas estão sendo despachadas nos períodos em que a geração fotovoltaica reduziu-se (a partir das 15 horas) e em períodos onde a tarifa de energia se torna mais cara, uma vez que nestes períodos o despacho destas usinas termelétricas se torna economicamente mais viável em relação a importação de energia da rede. Em relação ao despacho da potência reativa, por parte da geração fotovoltaica (QV) houve uma redução de injeção de potência reativa (QV) na rede entre os períodos 16 a 19, com o intuito de evitar uma elevação maior de tensão nos nós da microrrede.

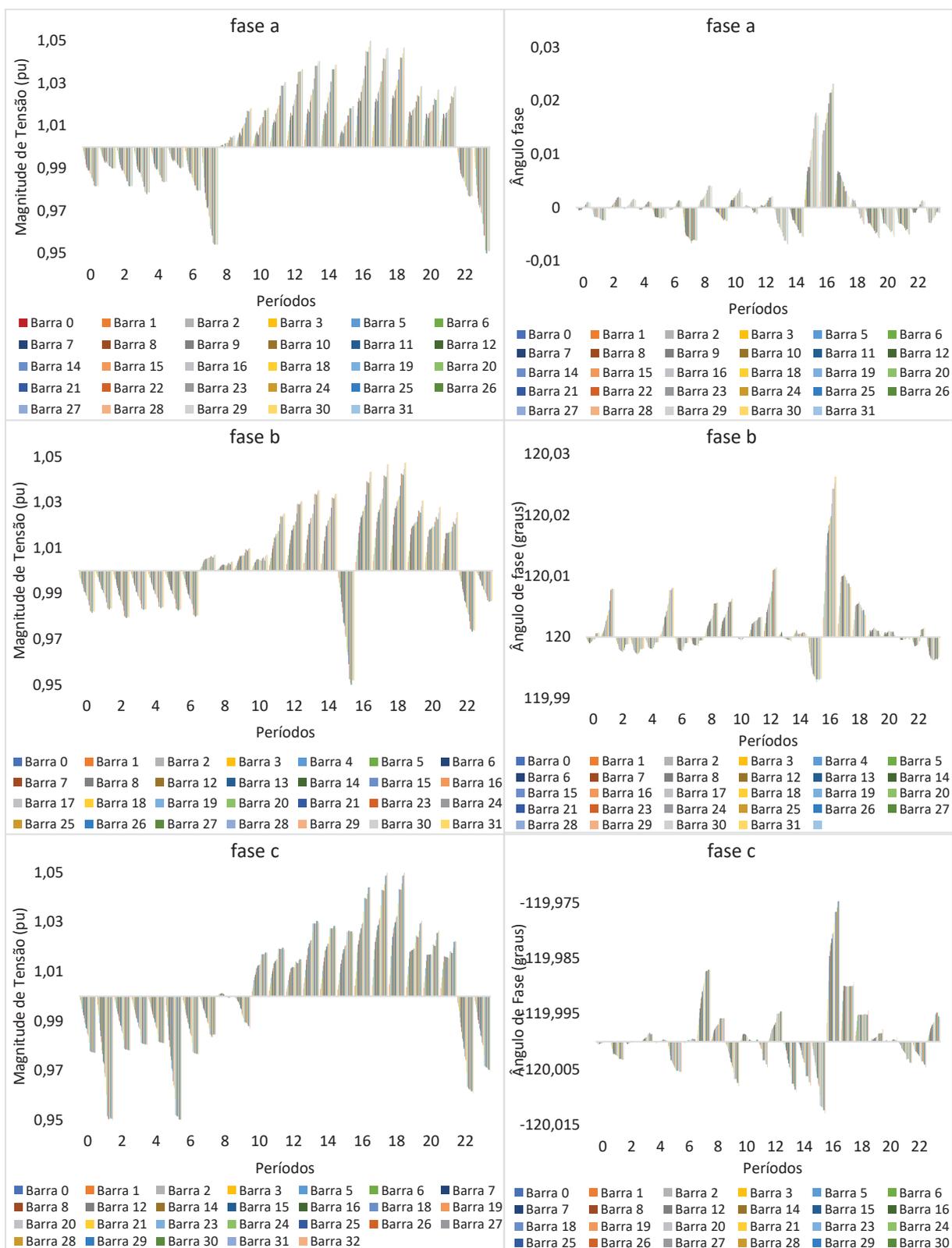
FIGURA 6.4 – GERAÇÃO SOLAR E TÉRMICA POR FASE – CASO D1



FONTE: O autor (2022)

A Figura 6.5 traz o comportamento da magnitude de tensão e ângulos de fases para cada nó/fase do sistema, durante todo o horizonte de planejamento diário. Nos períodos em que a microrrede depende da rede de distribuição para atender sua demanda interna, que são os períodos 0 h a 7 h, 22 h e 23 h, observa-se uma queda de tensão na rede interna da microrrede, acentuando principalmente nas barras mais distantes da barra de referência. Em alguns casos a tensão no final da rede atingiu valores próximos à 0,95 pu (porém não viola o limite mínimo) que é o caso dos períodos 7 h e 23 h para a fase *a*, período 15 h da fase *b* e períodos 1 h e 5 h da fase *c*, o que já era perfeitamente esperado devido a elevação de carga nestes períodos e fases.

FIGURA 6.5 – TENSÃO TRIFÁSICA – CASO D1



FONTE: O autor (2022)

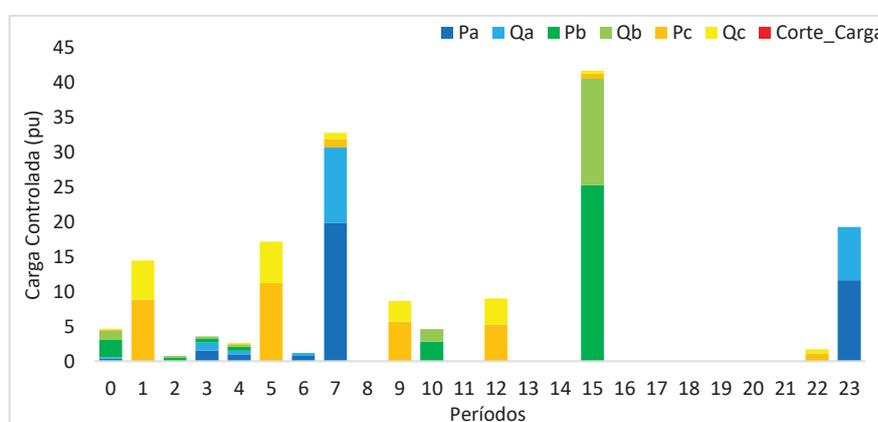
Porém, no momento em que a microrrede começa a exportar o excedente de energia para a rede de distribuição devido a geração distribuída solar e térmica, o comportamento da tensão se altera, começando a ocorrer elevação de tensão na rede da microrrede. Este comportamento pode ser visto entre os períodos 8 h a 21 h e vale notar que a medida em que as barras se distanciam da referência do sistema, a tensão se eleva ainda mais, chegando a valores próximos do limite superior no final do alimentador. Segundo Taniguchi (2019), este comportamento é devido aos valores de R e X da rede de distribuição estarem diretamente relacionados ao nível de curto-circuito no nó, fazendo com que quanto mais afastado uma barra estiver de sua referência, maior será o valor dos parâmetros R e X e menor será seu nível de curto-circuito, fazendo com que a variação de tensão provocada pela conexão de fontes de geração renováveis junto a rede seja maior.

Devido a geração máxima das unidades solares e térmicas entre os períodos 16 h a 18 h, nota-se pela Figura 6.5 que nestes mesmos períodos as tensões das barras da rede interna da microrrede atingiram valores elevados em ambas as fases, ficando próximos do limite superior permitido que é de 1,05 pu.

Em relação aos ângulos de fases, apesar de apresentarem algumas variações em ambas as fases, nota-se que estas variações são insignificantes, permanecendo próximos aos valores de referência em ambas os nós/fases do sistema, o que é esperado para sistemas de distribuição que estão em operação normal.

Por fim, a Figura 6.6 mostra o comportamento do programa de resposta da demanda nesta simulação.

FIGURA 6.6 – RESPOSTA DA DEMANDA – CASO D1



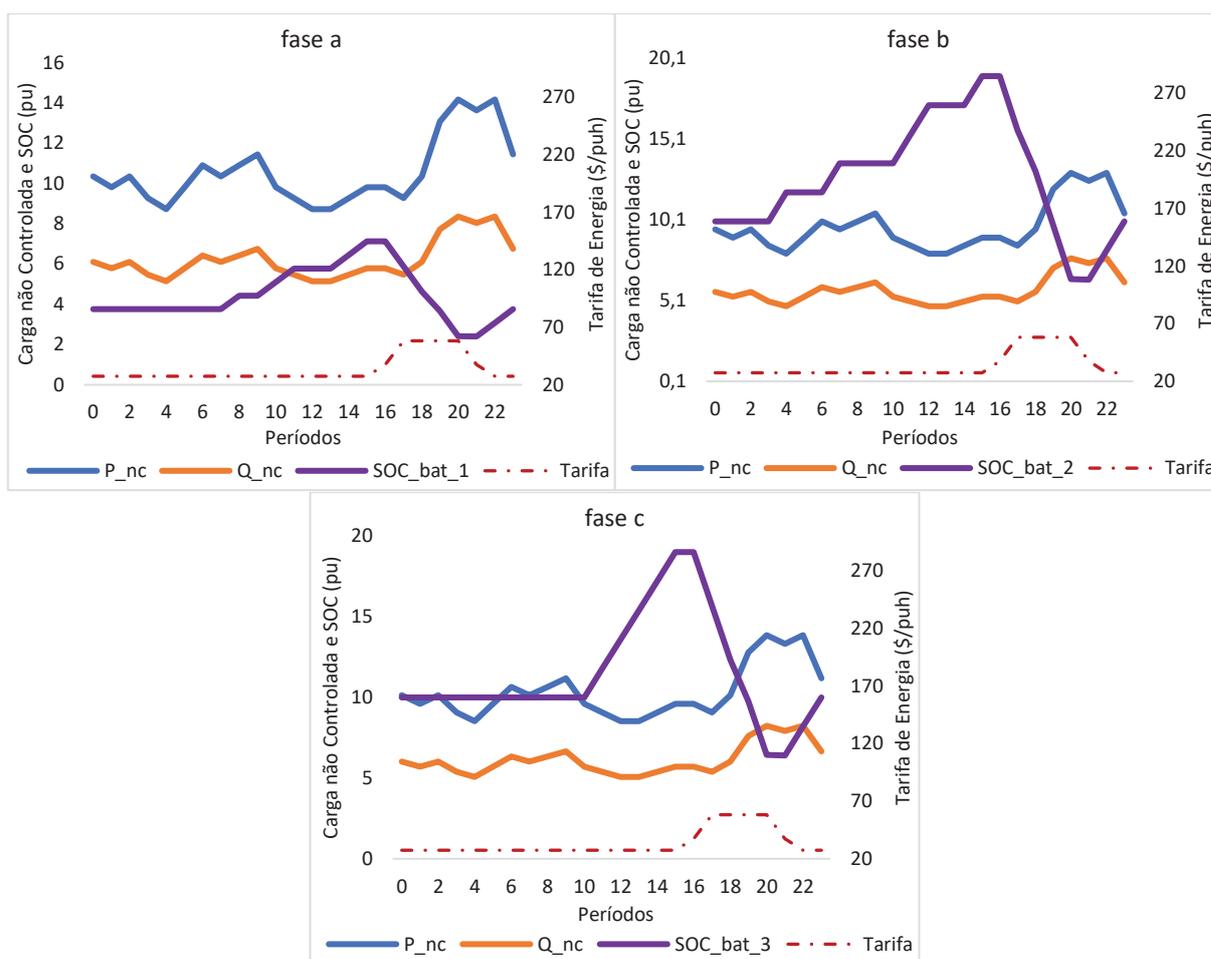
FONTE: O autor (2022)

Observa-se que uma parte da carga controlável foi alocada entre os períodos 7 h a 15 h, contribuindo que estas sejam supridas preferencialmente pela geração distribuída fotovoltaica, sem comprometer os níveis de tensão nas barras/fases do alimentador. Nesta simulação não houve corte de carga, ocorrendo apenas realocação de todas as cargas controláveis ao longo de todo o horizonte de planejamento diário.

## B. CASO D2: SIMULAÇÃO SEM MÚTUAS

A Figura 6.7 evidencia o comportamento da carga não controlável e o despacho das baterias ao longo do horizonte de planejamento diário, o qual possui comportamento similar a simulação com mútuas.

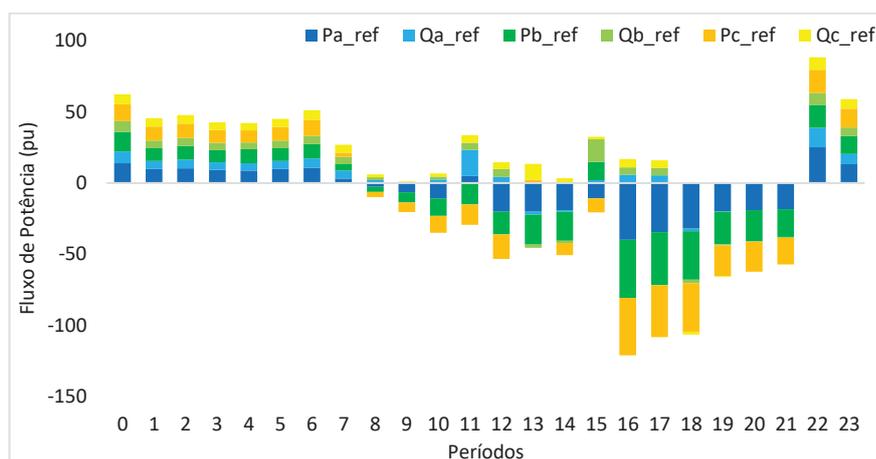
FIGURA 6.7 – COMPORTAMENTO DA CARGA E BATERIAS – CASO D2



FONTE: O autor (2022)

A Figura 6.8 demonstra o fluxo de potência ativa e reativa trifásica na barra 0 (PCC) durante o horizonte de planejamento diário. Nota-se que entre os períodos 8 a 21, devido ao despacho dos geradores trifásicos solares fotovoltaicos e micro térmicos da microrrede, ocorre a exportação da potência ativa excedente para a rede de distribuição externa, porém entre os períodos 11 a 17 houve a importação de pequenas parcelas de potência reativa da rede para complementar o atendimento da demanda reativa interna, o que não ocorreu na simulação determinística trifásica com mútuas, como se vê na Figura 6.3, onde além da geração da microrrede atender à demanda ativa e reativa interna, houve exportação de potência ativa e reativa para a rede externa entre os períodos 8 a 21.

FIGURA 6.8 – FLUXO DE POTÊNCIA NO PCC – CASO D2

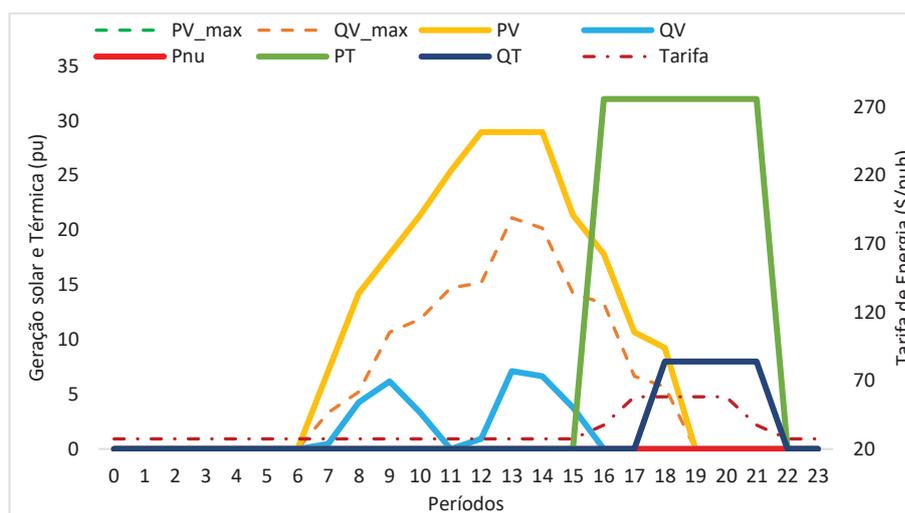


FONTE: O autor (2022)

A Figura 6.9 representa o total da geração solar e térmica por fase em todo o horizonte de planejamento. Ao comparar com o modelo determinístico trifásico com mútuas, visto na Figura 6.4, nota-se que a potência ativa despachada por fase, tanto para as usinas solares, quanto para as térmicas, possui o mesmo comportamento em ambas as simulações, ou seja, em ambos os casos houve o despacho total de potência ativa prevista para cada período, no caso dos geradores fotovoltaicos, e as micro usinas térmicas foram despachadas integralmente entre os períodos 16 a 21, devido serem economicamente viáveis nestes períodos. Porém, ao analisar o despacho de potência reativa na Figura 6.9, observa-se que ocorreu uma redução drástica de injeção de potência reativa na rede por ambas as modalidades de geração quando comparado ao caso com mútuas. Segundo Baran e Fernandes (2016), isto

ocorre devido a redução das perdas no sistema sem mútuas, possibilitando o sistema a fornecer uma potência reativa inferior a que era fornecida quando da consideração das mútuas.

FIGURA 6.9 - GERAÇÃO SOLAR E TÉRMICA POR FASE – CASO D2



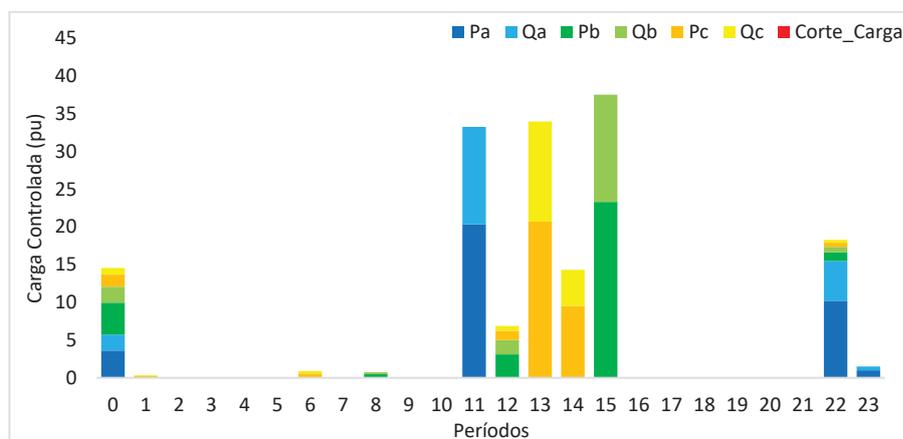
FONTE: O autor (2022)

O Modelo de FPO trifásico linear utilizado nesta dissertação não considera as perdas nas linhas, porém os resultados sem mútuas apresentam um comportamento semelhante ao modelo apresentado por Baran e Fernandes (2016), ou seja, ocorre uma redução na injeção de potência reativa na rede e ao mesmo tempo uma tendência de elevação de tensão nas barras e fases do alimentador em relação ao caso com mútuas.

O resultado da magnitude de tensão e dos ângulos de fases para ambas as fases do alimentador trifásico referentes a esta simulação não serão apresentados nesta seção, por serem similares aos apresentados na seção anterior.

A Figura 6.10 mostra o resultado do programa de resposta da demanda para a simulação do modelo determinístico trifásico sem mútuas. Fica evidente que quase toda a carga controlável foi alocada entre os períodos 11 h a 15 h, com o intuito maximizar o despacho de potência ativa das usinas solares, sem comprometer os níveis de tensão nos nós/fases do alimentador, uma vez que ao desconsiderar as mútuas, a tendência da magnitude de tensão é de elevação. Análoga à simulação anterior, aqui também não houve corte de carga e todas as cargas controláveis foram alocadas ao longo do horizonte de planejamento diário.

FIGURA 6.10 – RESPOSTA DA DEMANDA – CASO D2



FONTE: O autor (2022)

Por fim, a Tabela 6.1 traz o valor da função objetivo de ambas as simulações. Nos dois casos, a microrrede obteve a mesma receita total de R\$ 6.584,25 ao longo do planejamento operacional diário, porém mesmo apresentando custos idênticos para a função objetivo, nota-se que na simulação do modelo determinístico trifásico sem mútuas, mesmo ocorrendo um leve aumento na importação de potência reativa da rede externa, houve uma elevada redução de injeção de potência reativa na rede da microrrede por parte das usinas solares fotovoltaicas e micro térmicas e ao mesmo tempo uma tendência de elevação de magnitude de tensão nos nós/fases da rede, sendo esta elevação contornada por uma maior alocação de cargas controláveis por parte do programa de resposta da demanda em períodos específicos do dia, mantendo assim o resultado da magnitude de tensão semelhante ao modelo com mútuas.

TABELA 6.1 – FUNÇÃO OBJETIVO DOS MODELOS DETERMINÍSTICOS TRIFÁSICOS

Modelo Determinístico Trifásico	Valor da FO (R\$)
Com mútuas	-6584,25
Sem mútuas	-6584,25

FONTE: O autor (2022)

Com isso fica evidente que em estudos envolvendo redes de distribuição é importante considerar as impedâncias mútuas das linhas trifásicas do alimentador, a

fim de garantir resultados mais realistas e precisos, contribuindo assim para uma operação mais confiável do sistema. Isto também demonstra a grande importância de se modelar as redes de distribuição através de modelos trifásicos considerando as mútuas, pois caso o suporte de potência reativa seja valorizada, então esses geradores podem pleitear através de contratos de prestação de Serviços Ancilares o fornecimento do suporte de potência reativa. Assim sem mútuas o recebimento por esse serviço erroneamente seria subestimado ou menor quando comparado ao se considerar mútuas.

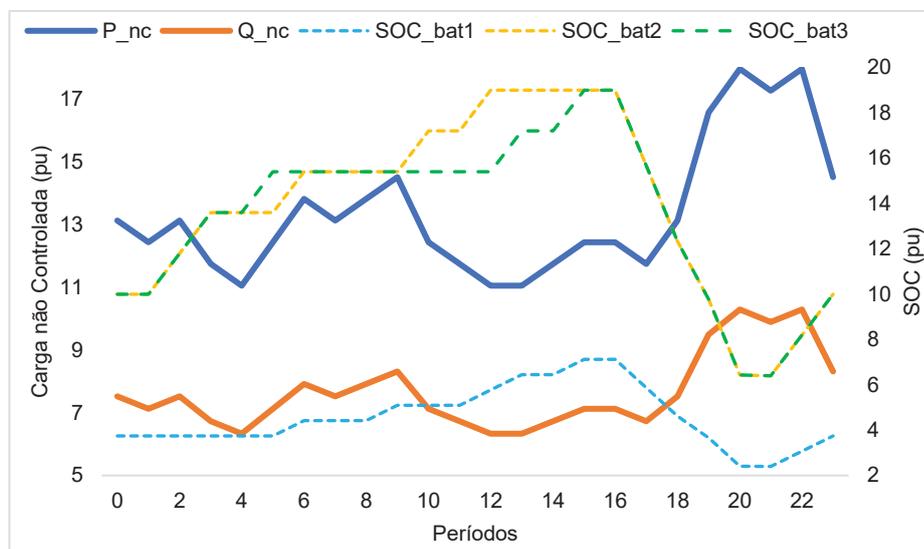
## 6.2 MODELO DETERMINÍSTICO MONOFÁSICO EQUIVALENTE

Como relatado anteriormente, com o intuito de fazer uma comparação justa entre o modelo determinístico trifásico do sistema teste com um modelo determinístico monofásico, foi realizado a média por barra das grandezas trifásicas do sistema teste original, transformando-o em um sistema monofásico equivalente. Este método foi adotado pelo fato de que os sistemas de distribuição são normalmente desequilibrados, não sendo possível fazer a análise individual de apenas uma fase estendendo-a para as demais.

Análogo às simulações anteriores, a carga não controlada será considerada como um parâmetro fixo e também definida como sendo a média do limite inferior do conjunto de incertezas utilizado no modelo robusto.

Na Figura 6.11 pode-se ver o comportamento da carga não controlada, bem como o despacho das três baterias ao longo da programação diária. Pode-se notar um comportamento esperado para o despacho das baterias, ou seja, ambas são carregadas entre os períodos 2 a 15, que são os períodos onde a tarifa é reduzida e a partir do período 7 as unidades de geração solar estão produzindo energia e injetando potência ativa na rede. Na sequência, ambas as baterias são descarregadas entre os períodos 16 a 20, que são os períodos onde ocorre a elevação da tarifa de energia, ajudando assim a reduzir as despesas da microrrede durante o planejamento diário. Observa-se também que ambas as baterias retornam ao estado de carga inicial no final do ciclo de operação diária, o que é perfeitamente esperado.

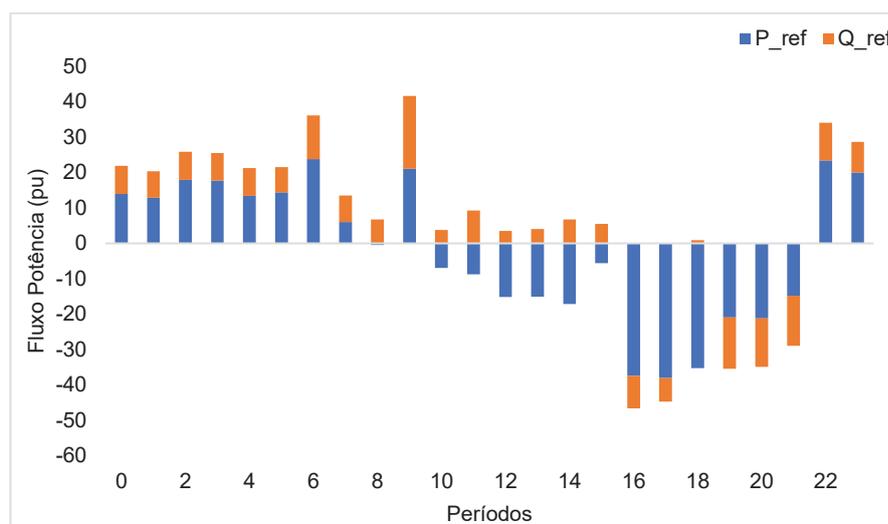
FIGURA 6.11 – COMPORTAMENTO DA CARGA NÃO CONTROLADA E DAS BATERIAS DO MODELO MONOFÁSICO EQUIVALENTE



FONTE: O autor (2022)

No caso do fluxo de potência ativa e reativa na barra de referência do sistema, ou seja, no PCC, o mesmo está representado na Figura 6.12 para todos os períodos do planejamento diário.

FIGURA 6.12 – FLUXO DE POTÊNCIA NO PCC DO MODELO MONOFÁSICO EQUIVALENTE

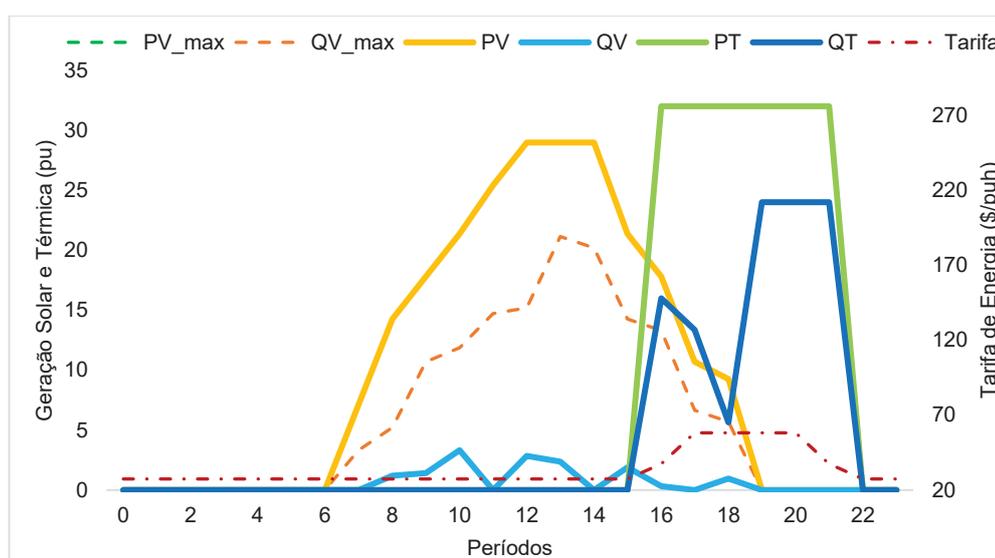


FONTE: O autor (2022)

Pode-se notar uma semelhança entre os resultados apresentados na Figura 6.12 com os apresentados no modelo determinístico trifásico, ou seja, entre os períodos 0 a 9, 22 e 23 a microrrede importa energia da rede de distribuição externa para atender sua demanda, devido o déficit de geração destes períodos. Já para os períodos compreendidos entre 10 a 21, devido a geração interna da microrrede, ocorre a exportação da potência ativa excedente para a rede de distribuição, porém em alguns destes períodos é necessário a importação de potência reativa da rede para complementar o atendimento da demanda reativa interna.

A Figura 6.13 mostra a geração total solar e térmica da microrrede para todo o horizonte de planejamento.

FIGURA 6.13 – GERAÇÃO DA MICRORREDE DO MODELO MONOFÁSICO EQUIVALENTE

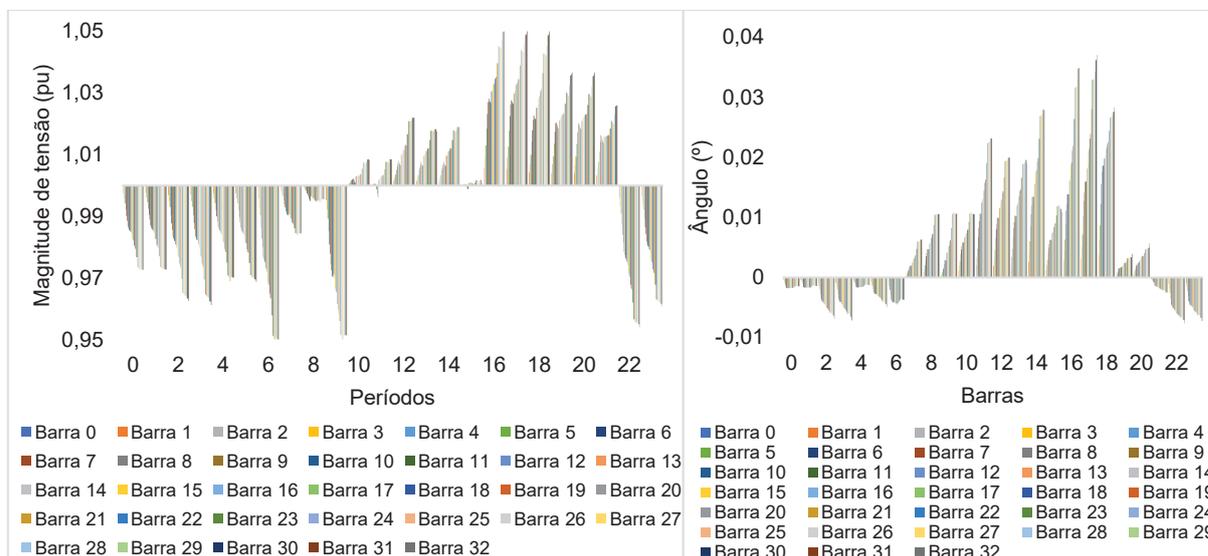


FONTE: O autor (2022)

Observa-se que o despacho de potência ativa para ambas as modalidades de geração foi idêntico ao modelo determinístico trifásico, ou seja, no caso das unidades de geração solar, para todos os períodos, toda a potência ativa prevista é despachada e em relação à geração térmica, as mesmas são despachadas integralmente apenas entre os períodos 16 a 21, por serem economicamente viáveis nestes períodos de tarifas elevadas. Já em relação ao despacho de potência reativa, observa-se uma acentuada redução de despacho das usinas fotovoltaicas comparado com o modelo determinístico trifásico.

A Figura 6.14 mostra a magnitude de tensão e ângulos de fases nas barras do alimentador.

FIGURA 6.14 – TENSÃO NAS BARRAS DO MODELO MONOFÁSICO EQUIVALENTE



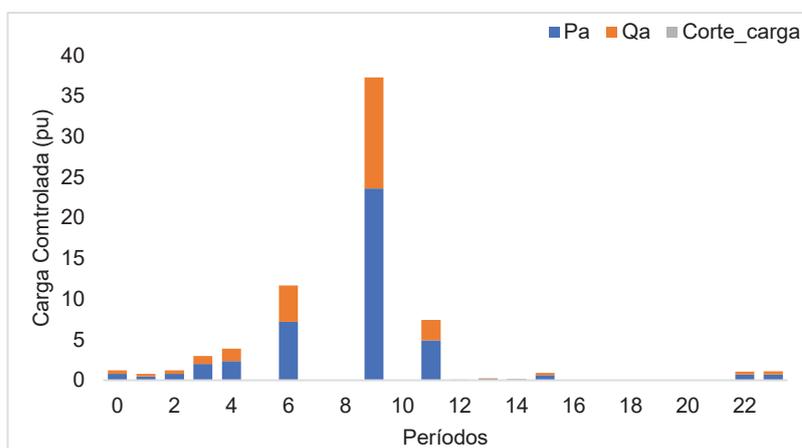
FONTE: O autor (2022)

Nota-se que entre os períodos 0 a 9, 22 e 23, devido o déficit de geração da microrrede, houve queda de tensão em ambos os períodos, porém não houve violação do limite inferior de 0,95 pu. Já nos períodos compreendidos entre 10 a 21, devido a geração interna, houve elevação de tensão nas barras, porém esta elevação foi menos intensa entre os períodos 10 a 15 em relação ao modelo trifásico, devido a redução de injeção de potência reativa pelas usinas fotovoltaicas. Por outro lado, nota-se um comportamento bem similar entre os dois modelos entre os períodos 16 a 18, onde a tensão atinge valores próximos ao limite superior nas barras finais do alimentador, devido o despacho simultâneo de todas as usinas (fotovoltaicas e térmicas) da microrrede nestes períodos. Para o ângulo de fase, apesar de sofrer alguns desvios, os mesmos foram pequenos, permanecendo próximos ao valor de referência em todo o horizonte de planejamento.

Em relação as cargas controláveis e despachadas pelo programa de resposta da demanda, os resultados podem ser vistos na Figura 6.15. Diferente do resultado apresentado na Figura 6.6 referente ao modelo determinístico trifásico com mútuas, onde as cargas controláveis foram alocadas de forma coerente entre todos os

períodos com tarifa reduzida, aqui a maioria das cargas controláveis foram concentradas nos períodos 6, 9 e 11. Nesta simulação não houve corte de carga.

FIGURA 6.15 – RESPOSTA DA DEMANDA DO MODELO MONOFÁSICO EQUIVALENTE



FONTE: O autor (2022)

Devido este comportamento do programa de resposta da demanda, no período 9 por exemplo, onde houve a maior alocação de cargas controláveis, apesar das usinas fotovoltaicas estarem gerando o máximo de potência ativa para este período, houve a necessidade de importação de potência ativa e reativa da rede externa para complementar o atendimento da carga interna da microrrede, conforme mostra a Figura 6.12, ocorrendo queda de tensão nas barras do alimentador neste período, atingindo valores próximos a 0,95 pu no final da rede, conforme visto na figura 6.14.

A Tabela 6.2 mostra os valores da função objetivo do modelo determinístico trifásico e monofásico.

TABELA 6.2 – COMPARAÇÃO DA FUNÇÃO OBJETIVO DOS MODELOS DETERMINÍSTICOS

Modelo Determinístico	Valor da FO (R\$)
Trifásico	-6584,25
Monofásico com 1/3 da carga	-2194,75
Monofásico Equivalente	280,22

FONTE: O autor (2022)

Observa-se que no modelo trifásico, a microrrede obteve uma receita total diária de R\$ 6.584,25. Apenas para exemplificar, foi incluído na Tabela 6.2 o modelo monofásico com 1/3 da carga, onde toda a carga do alimentador trifásico foi dividida por três, apresentando uma receita total diária de R\$ 2.194,75, que é exatamente 1/3 da função objetivo do modelo trifásico. Já no modelo monofásico equivalente, que é o modelo que está sendo tratado nesta seção, foi realizado a média por barra das cargas do alimentador, tendo como resultado uma despesa total diária de R\$ 280,22.

A diferença entre os resultados do modelo monofásico com 1/3 da carga com o modelo monofásico equivalente ocorre pelo fato do alimentador teste ser desbalanceado e multifásico, ou seja, além de várias barras trifásicas possuírem cargas conectadas em apenas uma ou duas fases, a rede possui vários ramais monofásicos, sendo que a carga destes ramais deve ser exatamente a mesma para o modelo trifásico e monofásico, não sendo necessário o cálculo de carga média para estes casos.

Como exemplo, ao observar as cargas do modelo trifásico no período 6 (seis), o montante total de carga do alimentador (carga controlável e carga não controlável) é de 1.753,50 kW. Para o modelo monofásico com 1/3 da carga, como toda a carga da rede foi dividida por três, o montante total foi de 584,50 kW para o respectivo período. Já para o modelo monofásico equivalente, por ter sido aplicado a média em todas as barras trifásicas do alimentador para definir a carga monofásica, o montante total para este período específico foi de 767,33 kW.

Logo fica evidente que, pelo fato do alimentador teste ser desbalanceado e multifásico, possuindo vários ramais monofásicos, o modelo monofásico equivalente apresentou uma carga maior do que o esperado, fazendo com que o resultado do mesmo seja caracterizado como despesa e não receita.

Assim, mesmo os resultados de tensão nas barras e despacho de geração de ambos os modelos (determinístico trifásico vs determinístico monofásico equivalente) serem coerentes, não é possível compará-los em relação às suas funções objetivos, ou seja, ao analisar uma rede de distribuição através de um modelo monofásico equivalente, o valor da função objetivo do problema poderá incorporar um erro grosseiro considerável em relação ao valor ideal da função objetivo do mesmo problema tratado por um modelo com representação trifásica.

### 6.3 MODELO ROBUSTO TRIFÁSICO

Nesta seção serão apresentados os resultados do despacho do dia seguinte de uma microrrede trifásica conectada na rede de distribuição local, considerando as incertezas das fontes de geração fotovoltaicas trifásicas e das cargas não controláveis, com a utilização da otimização robusta, lembrando que a microrrede em questão refere-se ao mesmo sistema teste que está sendo utilizado ao longo de todo este capítulo.

Em relação aos níveis de incertezas considerados nas simulações, os três cenários simulados foram realizados com níveis de 0%, 10% e 20% de incertezas para ambos a geração solar fotovoltaica e cargas não controláveis, onde em cada cenário, o mesmo nível de incerteza foi aplicado à geração e à demanda.

#### A. CASO R1: $\tilde{\Gamma}_d = \tilde{\Gamma}_g = 0$

Quando o valor 0 é atribuído tanto para o *budget* de incerteza da demanda quanto para o da geração, nenhuma incerteza está sendo considerada no problema. Logo, conforme modelagem matemática apresentada na seção 5.3.2, as cargas não controláveis irão assumir o limite inferior do conjunto de incertezas da demanda e a geração solar fotovoltaica irá assumir o limite superior do conjunto de incertezas da geração, ou seja, as cargas não controláveis irão permanecer no menor patamar de carga em todos os períodos do dia e as unidades de geração solar fotovoltaicas estarão despachando a máxima potência ativa prevista para cada período ao longo de toda a programação diária.

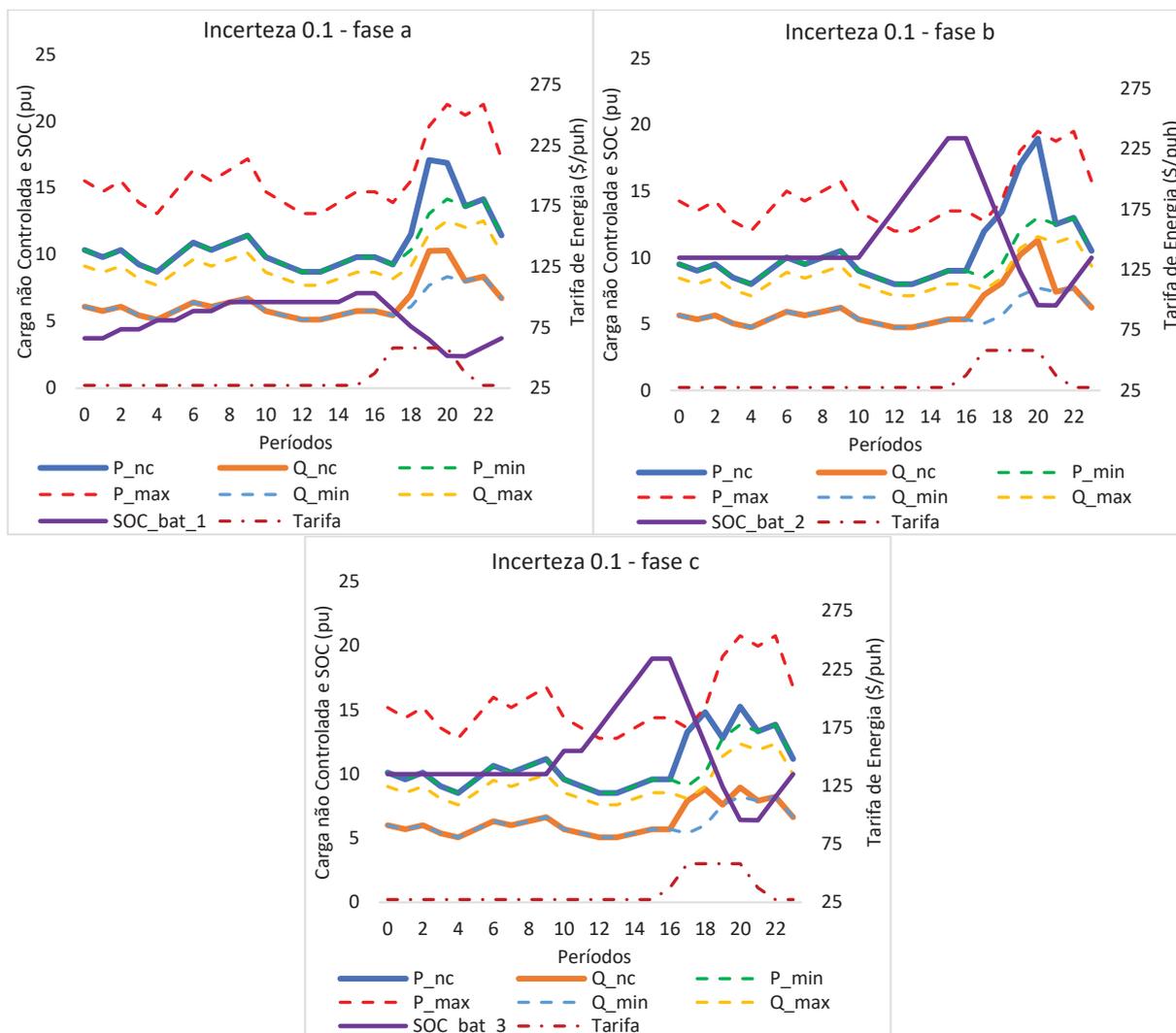
Com isso este caso se espelha no modelo determinístico trifásico com mútuas apresentado na seção 6.1, obtendo os mesmos resultados, os quais já foram apresentados e discutidos anteriormente.

#### B. CASO R2: $\tilde{\Gamma}_d = \tilde{\Gamma}_g = 0,1$

Para esta simulação foi considerado um nível de incerteza de 10% para as cargas não controláveis e para a geração solar fotovoltaica. A Figura 6.16 mostra o

comportamento da carga não controlável por fase e a energia armazenada das baterias ao longo de toda a programação diária.

FIGURA 6.16 – COMPORTAMENTO DA CARGA NÃO CONTROLÁVEL E DESPACHO DAS BATERIAS – CASO R2



FONTE: O autor (2022)

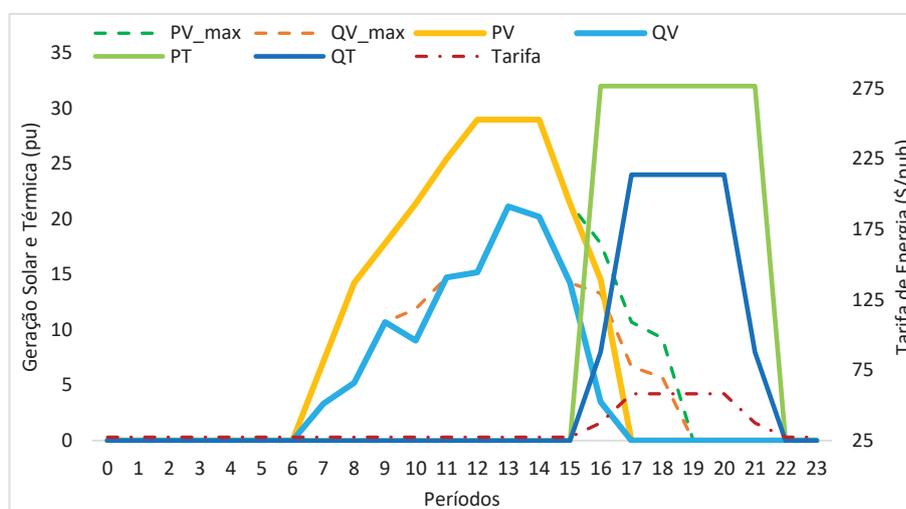
Ao observar a Figura 6.16, nota-se que para ambas as fases, tanto a carga ativa quanto a reativa não controlável permanecem no limite inferior do conjunto de incertezas da demanda em todos os períodos em que a tarifa de energia é reduzida. Porém, entre os períodos 16 a 21, onde a tarifa de energia eleva-se, ocorre um incremento de demanda em ambas as fases, onde a carga não controlável chega a

atingir o limite superior do conjunto de incertezas entre os períodos 17 h a 20 h para a fase *b* e nos períodos 17 h e 18 h para a fase *c*.

Vale ressaltar que a incerteza de 10% (um aumento de 10%) da demanda para todo o horizonte de planejamento da operação diária concentrou-se nos períodos em que o custo da tarifa de energia é mais alto, elevando assim a demanda ativa e reativa nestes períodos. Este é um resultado coerente no ponto de vista da otimização robusta, pois ela procura o pior cenário possível para esse nível de incerteza. Outro fato importante é que em ambas as fases a carga reativa está variando proporcionalmente com a carga ativa, mantendo constante o fator de potência de referência.

Já a Figura 6.17 mostra a geração total da microrrede por fase para todos os períodos do dia. De forma análoga à demanda, nota-se que a incerteza de 10% (uma redução de 10% ou indisponibilidade de 10%) da geração solar fotovoltaica de todo o horizonte de planejamento diário também se concentrou após o período 16, que é justamente quando ocorre a alteração (aumento) do custo de tarifa de energia no sistema e a potência ativa dos geradores fotovoltaicos começa a ser menor do que o previsto e nos períodos 17 e 18 nenhuma potência ativa é despachada por nenhuma usina fotovoltaica da microrrede. Ou seja, esta solução representa um ponto de operação robusto ou o pior cenário para esse nível de incerteza, e para essa tarifa da energia elétrica. Entre os períodos 7h a 15h todos os geradores fotovoltaicos da microrrede injetam na rede o máximo de potência ativa prevista para cada período.

FIGURA 6.17 – GERAÇÃO DA MICRORREDE – CASO R2



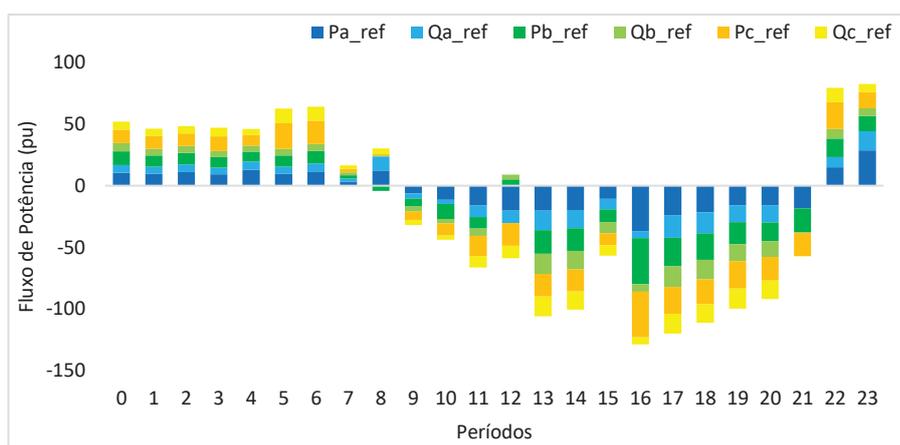
FONTE: O autor (2022)

Em relação às usinas térmicas, estas continuam sendo despachadas entre os períodos de tarifas elevadas, devido serem economicamente mais competitivas para estes períodos. Sobre a injeção de potência reativa na rede por ambas as modalidades de geração, este despacho ocorre respeitando os limites de tensão nas barras/fases do alimentador para cada período da programação diária.

Ao analisar as Figuras 6.16 e 6.17, cabe enfatizar que houve uma redução de 10% no total de geração solar disponível juntamente com uma elevação da carga não controlável também em 10%, sendo que ambos os casos foram concentrados entre os períodos 16 a 21, que correspondem ao horário de ponta, onde a tarifa de energia é mais cara caso haja a necessidade de compra de energia da rede de distribuição, configurando assim o pior cenário de incertezas possível.

A Figura 6.18 mostra o comportamento do fluxo de potência ativa e reativa trifásica na subestação ou barra de referência do sistema (barra 0) para todos os períodos da programação. Como pode ser notado, mesmo com a incerteza da geração e da demanda concentrando-se entre os períodos 16 h a 21 h, a microrrede ainda está exportando a potência ativa e reativa excedente nestes períodos, porém em quantidades menores em relação a simulação sem incertezas ou determinístico.

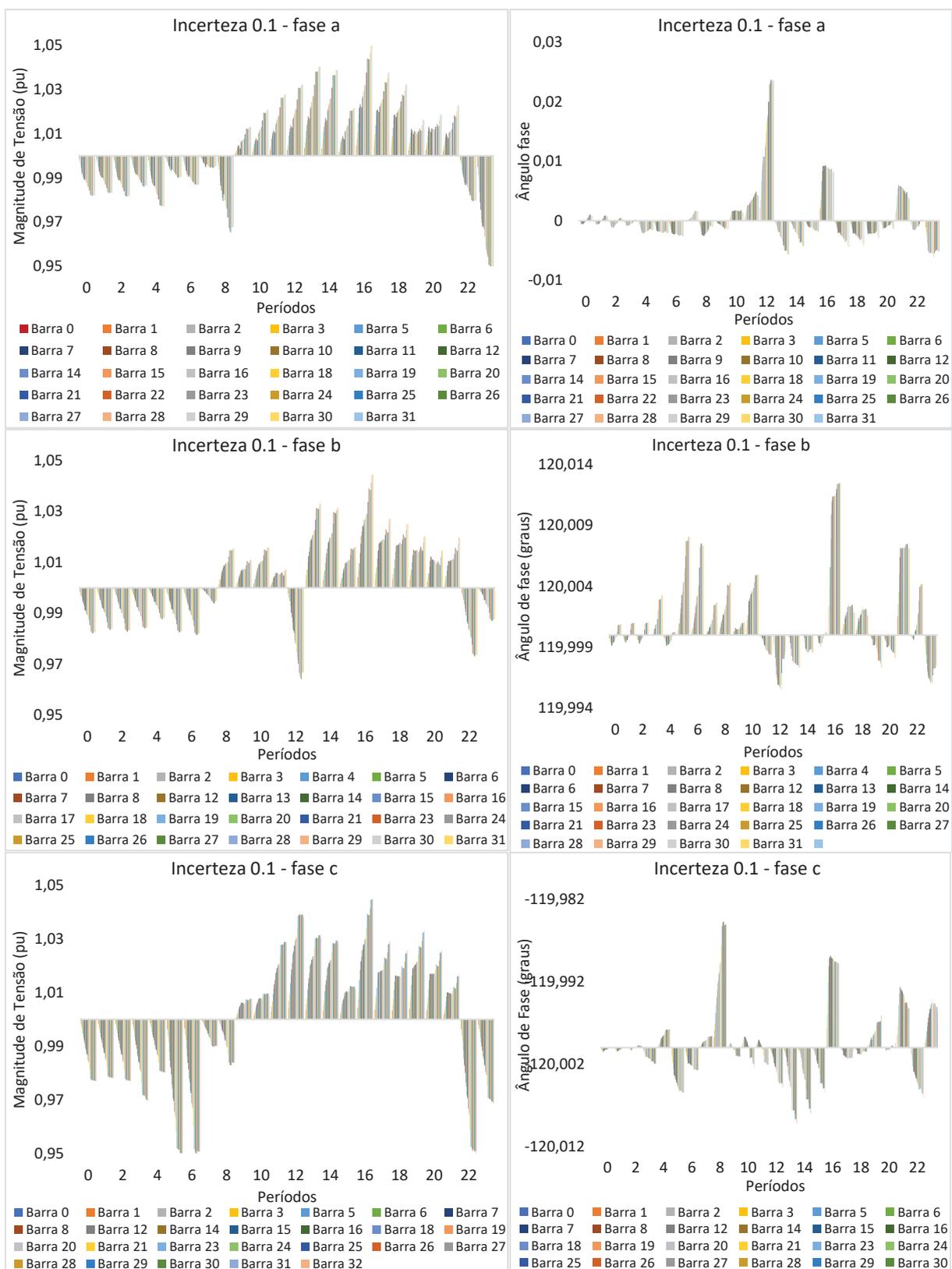
FIGURA 6.18 – FLUXO DE POTÊNCIA NO PCC – CASO R2



FONTE: O autor (2022)

A magnitude de tensão nas barras e fases do alimentador para todos os períodos da programação diária variou dentro dos limites estabelecidos (0.95 a 1.05 pu), conforme visto na Figura 6.19.

FIGURA 6.19 – TENSÃO TRIFÁSICA – CASO R2

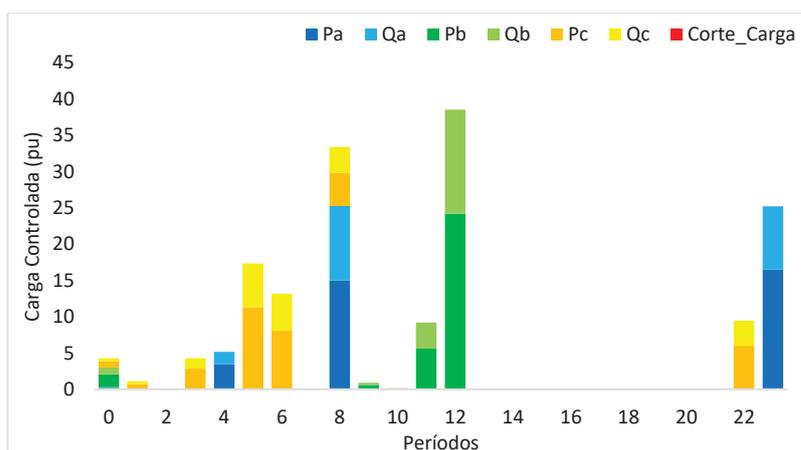


FONTE: O autor (2022)

A Figura 6.19 evidencia que houve variação dos ângulos de fases em ambas as fases, porém os mesmos permaneceram muito próximos ao valor de referência em todos os períodos do dia. Como nesta simulação as incertezas da geração e demanda se concentraram entre os períodos 16 h a 21 h, observa-se uma leve redução (pioramento) de tensão nas barras e fases do alimentador nestes períodos em relação à simulação sem incertezas.

Já o resultado do programa de resposta da demanda para esta simulação pode ser visto na Figura 6.20. O resultado desta simulação é bem similar a simulação sem incertezas e de forma análoga não houve corte de carga sendo remanejadas todas as cargas controláveis ao longo do dia.

FIGURA 6.20 – RESPOSTA DA DEMANDA – CASO R2



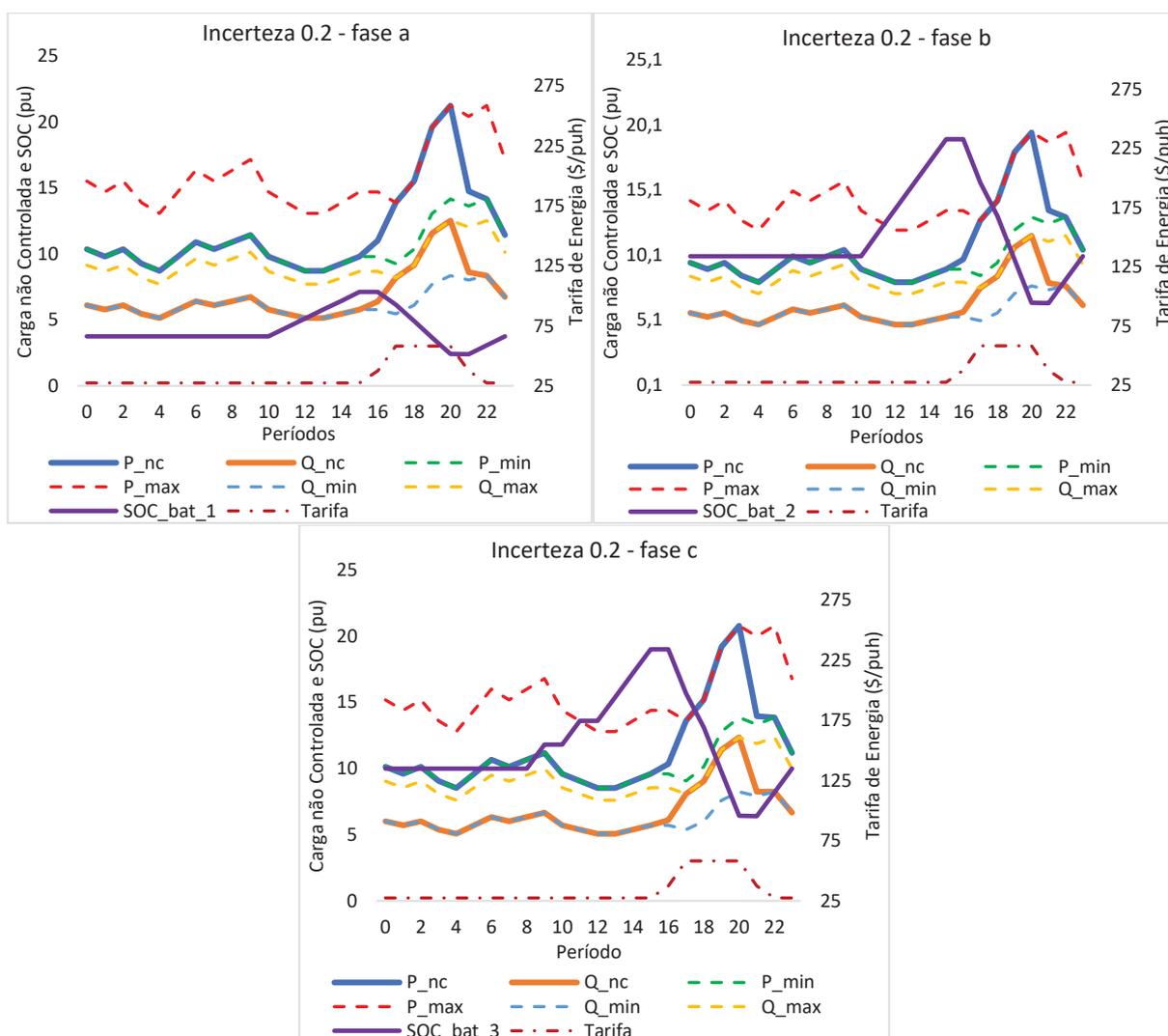
FONTE: O autor (2022)

### C. CASO R3: $\tilde{\Gamma}_d = \tilde{\Gamma}_g = 0,2$

Nesta simulação foi aplicada uma incerteza de 20% tanto para as cargas não controláveis quanto para a geração solar fotovoltaica. A Figura 6.21 mostra a configuração das cargas não controláveis para ambas as fases do alimentador ao longo de toda a programação, bem como o despacho das baterias que é semelhante às outras simulações realizadas anteriormente, ou seja, ambas as baterias carregam nos períodos de tarifas menores, descarregando nos períodos de tarifas maiores e voltando ao estado de carga inicial ao final da programação diária. Já para as cargas não controláveis, como ocorreu na simulação anterior, nota-se que a incerteza

aplicada também se concentrou entre os períodos de tarifa elevada para ambas as fases, ou seja, entre os períodos 16 a 21, atingindo em todas as fases o limite superior do conjunto de incertezas entre os períodos 17 a 20. Análoga à simulação anterior, pode-se notar que a potência reativa varia proporcionalmente à potência ativa em ambas as fases para todos os períodos do dia, respeitando assim o fator de potência de referência da demanda.

FIGURA 6.21 – COMPORTAMENTO DA CARGA NÃO CONTROLÁVEL E DESPACHO DAS BATERIAS – CASO R3

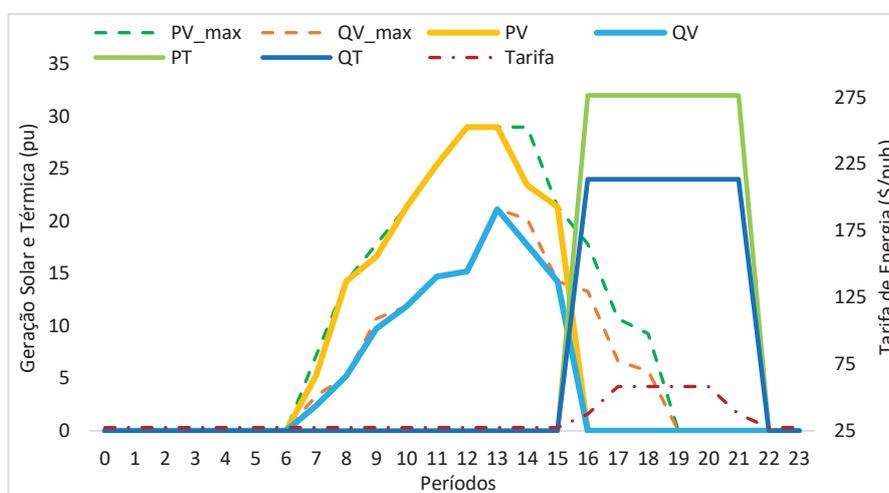


FONTE: O autor (2022)

Já a Figura 6.22 mostra o despacho total por fase da geração da microrrede ao longo de toda a programação diária. Observa-se que no período 14 houve uma redução considerável no despacho de potência ativa das usinas solares em relação

ao previsto e após o período 16 o despacho de potência ativa destas usinas é nulo. Logo, a maior parte da redução de 20% no total de geração solar disponível ocorreu nos mesmos períodos em que houve a elevação da carga não controlável também em 20%, ou seja, entre os períodos 16 h a 21 h onde a tarifa do sistema é elevada, configurando assim o pior cenário possível para a realização de incertezas. No caso da geração térmica, o despacho de potência foi semelhante as simulações anteriores, ou seja, entre os períodos de tarifa elevada.

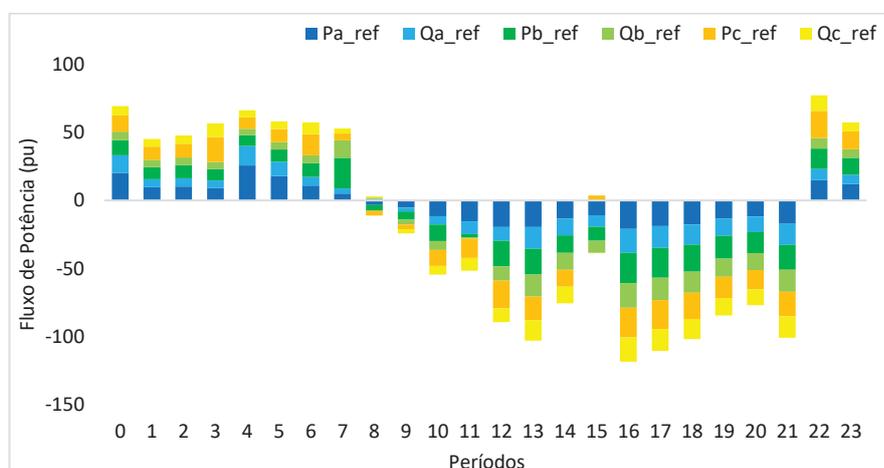
FIGURA 6.22 – GERAÇÃO DA MICRORREDE – CASO R3



FONTE: O autor (2022)

O fluxo de potência ativa e reativa trifásica na barra de referência do sistema (barra 0) para todos os períodos do dia pode ser visto na Figura 6.23.

FIGURA 6.23 – FLUXO DE POTÊNCIA NO PCC – CASO R3

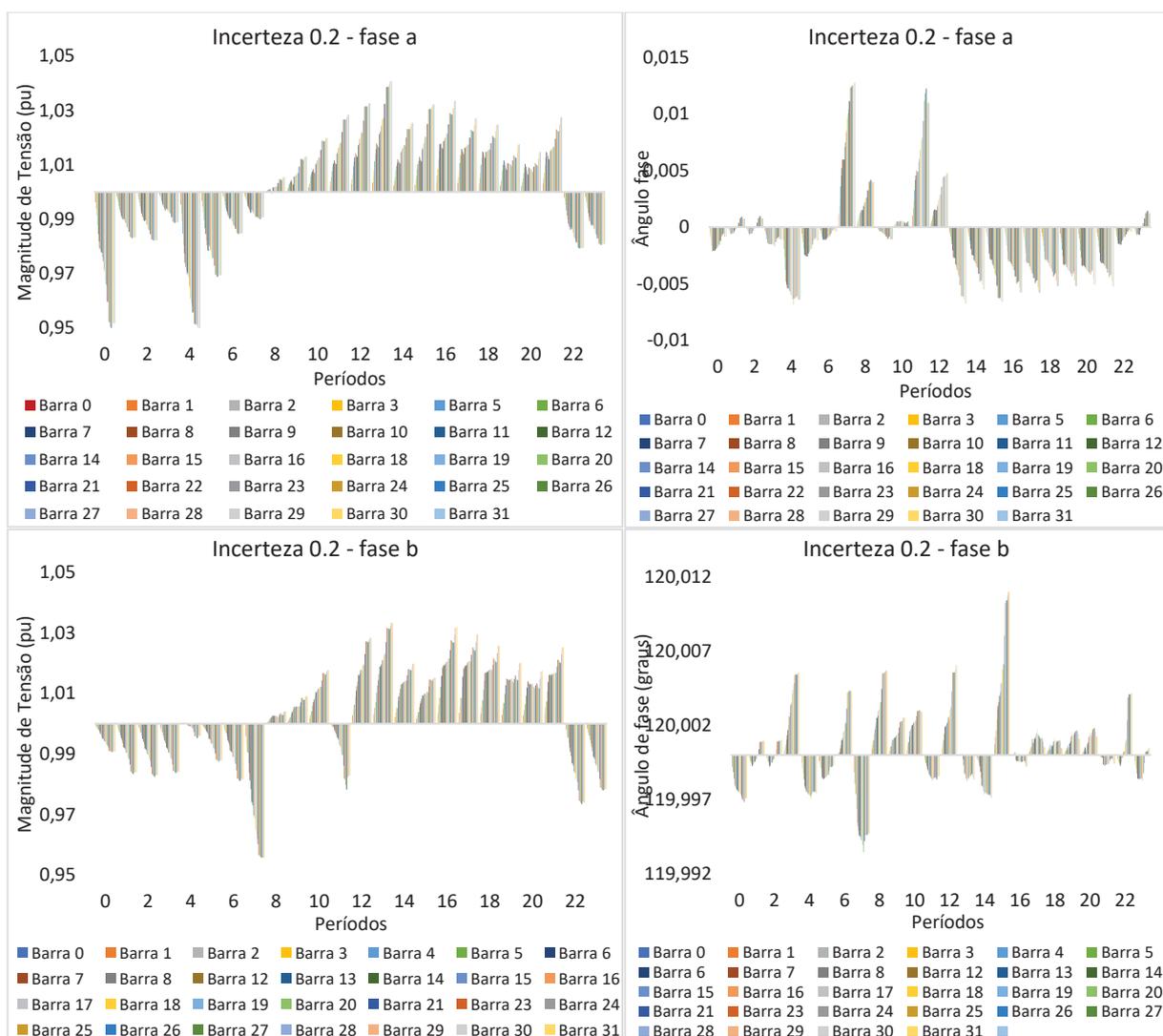


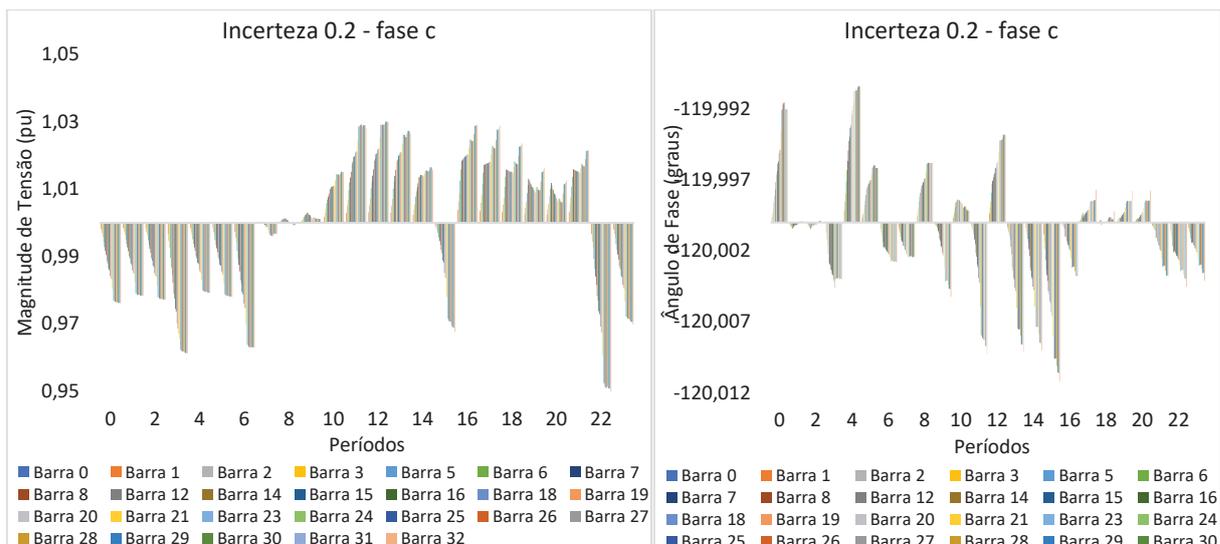
FONTE: O autor (2022)

O comportamento da potência ativa e reativa ao longo de todos os períodos é semelhante às simulações anteriores, observando apenas uma redução ainda maior na exportação de energia excedente entre os períodos 16 a 21, que foram os períodos onde as incertezas foram concentradas.

A Figura 6.24 demonstra o comportamento da magnitude de tensão e ângulos de fases para todas as barras e fases do sistema e para todos os períodos do dia. Devido à incidência das incertezas tanto da demanda quanto da geração solar estarem concentradas entre os períodos 16 a 21, observa-se em ambas as fases que houve uma redução ainda maior da magnitude de tensão nas barras do alimentador nestes períodos.

FIGURA 6.24 – TENSÃO TRIFÁSICA – CASO R3



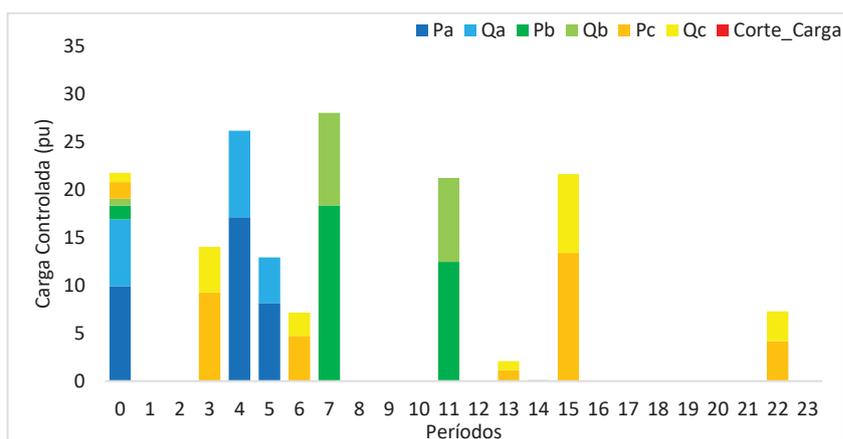


FONTE: O autor (2022)

Já para os ângulos de fases, a variação ao longo de todos os períodos do dia foi insignificante para ambas as fases, permanecendo sempre próximos aos valores de referência.

Por fim, a Figura 6.25 mostra o resultado do programa de resposta da demanda para esta simulação.

FIGURA 6.25 – RESPOSTA DA DEMANDA – CASO R3



FONTE: O autor (2022)

Análogo às simulações anteriores, aqui não houve corte de carga uma vez que toda a carga controlável foi realocada ao longo da programação diária. Percebe-se que nesta simulação o remanejamento das cargas controláveis foi mais distribuído

entre os períodos, uma vez que com a redução de 20% do total de geração fotovoltaica disponível, não foi necessário concentrar uma grande quantidade de carga em apenas alguns períodos do dia a fim de adequar o nível de tensão nas barras/fases do alimentador.

## 6.4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

O modelo de FPO trifásico linear desta dissertação se destaca em relação a vários trabalhos encontrados na literatura (Baran e Fernandes, 2016; Wang et al., 2017; Ju et al., 2018; Li et al., 2019), por não utilizar equações de injeção de potência baseadas na construção da matriz de admitância trifásica do sistema, sendo formulado com equações de fluxo nas linhas e equações específicas de balanço de potência por barra e fase do sistema, o que reduz consideravelmente as despesas computacionais. Outra característica importante do modelo proposto é que o mesmo considera a defasagem angular do sistema trifásico diretamente nos parâmetros da rede e a influência das impedâncias mútuas existente entre as fases do alimentador.

Em relação ao despacho de microrredes, esta dissertação também propõe um modelo bem promissor em relação a vários trabalhos que consideram a modelagem monofásica da rede (Qiu et al., 2018; Khalili, Nojavan e Zare, 2019; Wei et al., 2020; Lara et al., 2021). No trabalho proposto o modelo CA linearizado da rede de distribuição é considerado, bem como a modelagem de FPO trifásico do alimentador com mútuas, o que culmina em resultados mais realistas, refletindo corretamente o comportamento real do sistema.

### 6.4.1 COMPARAÇÃO DE CUSTOS E TEMPO DE PROCESSAMENTO

Em relação ao tempo de processamento necessário para convergir o modelo tradicional de FPO trifásico linear desta dissertação, o mesmo ficou em torno de 10 segundos, conforme pode ser visto na Tabela 3.2 do capítulo 3, caracterizando-o como um modelo eficiente em relação aos outros dois modelos já existentes na literatura e utilizados para comparação e validação.

A Tabela 6.3 traz os custos operacionais, números de iterações do algoritmo C&CG necessárias para convergência e tempo total de processamento para as simulações do modelo robusto, realizadas com níveis de incertezas distintos.

Na simulação com incerteza 0, a microrrede obteve uma receita diária total de R\$ 6.584,25. Foi necessária apenas uma iteração do algoritmo C&CG para atingir a convergência, gastando um tempo de processamento de 53,56 segundos.

Já para a simulação com incerteza de 10%, como houve uma redução do total de geração solar disponível e conseqüentemente uma elevação da demanda ao longo da programação diária, houve uma redução considerável da receita total da microrrede em relação à simulação anterior, apresentando uma receita de R\$ 600,20 para o dia e necessitando de apenas duas iterações para convergência do algoritmo. Em relação ao tempo computacional, nota-se uma elevação substancial em relação à simulação anterior, sendo gasto 1.935,45 segundos.

TABELA 6.3 – CUSTOS OPERACIONAIS E TEMPO DE PROCESSAMENTO

Nível de incertezas (%)	Valor da FO (R\$)	Nº Iterações	Tempo (s)
0	-6584,25	1	53,56
2,5	-5037,67	2	2131,06
5,0	-3491,08	2	1428,65
7,5	-1944,50	3	1798,58
10,0	-600,20	2	1935,45
12,5	585,73	2	860,36
15,0	1771,66	2	848,89
17,5	2871,87	2	1666,05
20,0	3768,47	2	487,88

FONTE: O autor (2022)

No caso da simulação com incerteza de 20%, observa-se que a microrrede de ter receita nos níveis de incertezas menores (0 e 10%), passou a ter uma despesa operacional diária de R\$ 3.768,47. Nesta simulação também foram necessárias duas iterações com um tempo computacional total de 487,88 segundos.

Apesar de serem demonstrados e comentados os resultados apenas dos níveis de incerteza 0, 10% e 20% ao longo deste capítulo, que são os níveis de incertezas mais usuais em simulações semelhantes encontradas na literatura (Pinto, Vila e Tabarro, 2021; Lara et al. 2021), optou-se por realizar simulações intermediárias a cada 2,5% de incerteza aplicada tanto na geração fotovoltaica, quanto na demanda,

conforme visto na Tabela 6.3. Estas simulações intermediárias são para comprovar que não existe uma tendência de elevação linear do tempo de processamento em relação à aplicação de incertezas no modelo.

#### 6.4.2 IMPACTO DO PROGRAMA DE RESPOSTA DA DEMANDA NO MODELO DETERMINÍSTICO E ROBUSTO

Com o intuito de analisar a viabilidade da utilização do programa de resposta da demanda (DR), foram realizadas simulações do modelo robusto com níveis de incertezas de 0, 10% e 20%, tanto para a geração solar fotovoltaica quanto para as cargas não controláveis, com e sem DR. Os valores das funções objetivos (FO) de cada simulação realizada podem ser vistos na Tabela 6.4 para ambos os níveis de incertezas e com ou sem DR aplicado ao modelo robusto.

TABELA 6.4 – CUSTOS E RECEITAS TOTAIS DA MICRORREDE COM E SEM DR

Nível de incertezas (%)	Valor da FO com DR (R\$)	Valor da FO sem DR (R\$)	Economia diária com DR (R\$)
0 ou Determinístico	-6584,25	-5909,50	674,75
10	-600,20	74,55	674,75
20	3768,48	4443,23	674,75

FONTE: O autor (2022)

O resultado apresentado para o modelo robusto com nível de incerteza 0 na Tabela 6.4 é igual ao resultado do modelo determinístico, uma vez que nesta simulação, nenhuma incerteza para geração fotovoltaica e para as cargas não controláveis foi considerada. Para este caso, observa-se que em ambos os cenários com e sem DR, a microrrede obteve receitas totais diárias, porém vale ressaltar que com DR a receita total para o horizonte de planejamento diário foi de R\$ 6.584,25, ao passo que sem DR esta receita diminuiu para R\$ 5.909,50. Logo, por não utilizar o mecanismo de resposta da demanda, houve uma redução de 10,25 % das receitas totais diárias da microrrede.

Já para as simulações com níveis de incerteza de 10%, nota-se que com DR a microrrede obteve uma receita total diária de R\$ 600,20, porém sem DR a microrrede passou a ter uma despesa total diária de R\$ 74,55.

Por fim, no caso das simulações com níveis de incertezas de 20%, a DR também foi satisfatória, uma vez que com DR a microrrede teve uma despesa total diária de R\$ 3.768,48, ao passo que sem DR as despesas totais aumentaram para R\$ 4.443,23. Neste caso, por não utilizar a DR, a microrrede teve um acréscimo de 17,91% em sua despesa total diária.

Ao observar a última coluna da Tabela 6.4, fica evidente que ao considerar a DR, independente do modelo ser determinístico ou robusto com diferentes níveis de incertezas, a microrrede passa a ter uma economia diária total de R\$ 674,75 em ambos os cenários analisados.

Assim é possível concluir que a DR é viável tanto para o modelo determinístico (sem incertezas) quanto para o robusto, uma vez que este mecanismo também ajuda a lidar com incertezas na geração e demanda, fazendo o gerenciamento ótimo do consumo controlável sob essas piores condições de operação, melhorando assim as receitas ou reduzindo os custos da operação da microrrede em ambos os cenários simulados.

## 7 CONCLUSÃO E TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho apresentou um modelo computacional para o fluxo de potência ótimo trifásico linearizado multiperíodo para o despacho do dia seguinte de microrredes considerando recursos energéticos distribuídos e o programa de resposta da demanda, sob incertezas da geração solar fotovoltaica e da demanda. Foram apresentados diversos argumentos relatando a necessidade de considerar o sistema trifásico, bem como o modelo CA linearizado da rede de distribuição em estudos relacionados à operação ou ao planejamento destas redes. O principal argumento é o desequilíbrio natural existente nos sistemas de distribuição, onde não é possível analisar apenas uma fase e estender esta análise para as demais, uma vez que ao fazer isso poderá agregar erros significativos nos resultados, induzindo a tomadas de decisões equivocadas como corte de carga ou despacho desnecessário de geração.

Portanto nesta dissertação foi utilizado um modelo linearizado para o cálculo do fluxo de potência ótimo trifásico de redes de distribuição e microrredes apresentado no Capítulo 3. Mesmo não considerando as perdas das linhas de distribuição trifásicas, ao comparar este método com modelos não lineares e que consideram tais perdas, observou-se uma ótima eficiência do modelo proposto, apresentando baixos erros, o que o habilita a ser utilizado em estudos operacionais de redes de distribuição, uma vez que o mesmo é relativamente simples de se implementar.

Para tratar as incertezas da geração fotovoltaica e da demanda foi utilizada a técnica de otimização robusta, onde o problema foi modelado como uma programação linear inteira mista (MILP) possuindo originalmente três níveis de otimização (min-max-min). Para resolver este problema, com o auxílio das condições de KKTs, o problema original foi reduzido para um problema de apenas dois níveis de otimização (min-max), sendo resolvido com a aplicação do algoritmo de geração de colunas e restrições (C&CG).

Para validar o modelo, um alimentador de distribuição teste de 34 barras da IEEE foi adaptado, incluindo fontes de geração fotovoltaicas, geração termelétrica a gás natural, baterias e programa de resposta da demanda, simulando uma microrrede trifásica conectada diretamente na rede de distribuição da concessionária local, onde várias simulações foram realizadas.

Primeiramente, ao analisar os resultados dos modelos determinísticos, ficou evidente que ao realizar estudos operacionais e/ou de planejamento da operação envolvendo redes de distribuição, devido estas redes serem inerentemente desbalanceadas, para se ter resultados satisfatórios e realistas que refletem a condição operacional real do sistema, deve-se considerar o modelo trifásico da rede, além das impedâncias mútuas existentes entre as fases. É importante salientar a grande importância de se modelar as redes de distribuição através de modelos trifásicos com mútuas, pois caso o suporte de potência reativa seja valorizada, então esses geradores podem pleitear através de contratos de prestação de Serviços Ancilares o fornecimento do suporte de potência reativa. Assim sem mútuas o recebimento por esse serviço erroneamente seria subestimado ou menor quando comparado ao se considerar mútuas.

Ao incluir as incertezas na geração solar fotovoltaica e nas cargas não controláveis, observou-se que em todas as simulações realizadas, estas se concentraram principalmente entre os períodos de tarifas elevadas do sistema, ou seja, a redução do total de geração fotovoltaica disponível com a elevação da demanda ocorreu simultaneamente nestes períodos de tarifas altas, configurando assim o pior cenário possível para a realização das incertezas. Com isso, ao elevar o nível de incerteza do problema de 10% para 20%, a função objetivo piorou, onde a microrrede deixou de ter receitas (incertezas de 10%) e passou a ter despesas (incertezas de 20%).

Sobre o comportamento das baterias, em ambas as simulações apresentadas as mesmas desempenharam de forma eficiente seu papel no planejamento da operação diária, ou seja, além de contribuir para reduzir os efeitos das intermitências das fontes de geração renováveis, ambas carregaram durante os períodos de tarifas reduzidas e descarregaram durante os períodos de tarifas elevadas, ajudando a melhorar os níveis de tensão, carregamento dos alimentadores e os custos de operação das microrredes.

Em relação ao tempo de processamento do algoritmo C&CG, nota-se uma elevação substancial do mesmo quando é aplicado incertezas ao problema, porém não existe uma relação linear entre o nível de incerteza aplicado com o tempo de processamento.

O tamanho ou nível de incerteza faz aumentar os custos ou reduzir a receita das microrredes estudadas. Também é possível concluir que a DR apresentou

resultados satisfatórios tanto no modelo determinístico quanto no robusto, uma vez que este mecanismo também ajuda a lidar com incertezas na geração e demanda, pois faz o gerenciamento ótimo do consumo controlável sob essas piores condições de operação, melhorando assim as receitas ou reduzindo os custos da operação de microrredes.

Para trabalhos futuros, seria interessante considerar as diversas formas de despacho de potência reativa das fontes de geração renováveis, ou seja, considerando fator de potência unitário, capacitivo e indutivo destas usinas, comparando estas diversas formas de operação com as perdas das linhas de distribuição a fim de definir um ponto de operação adequado. Para isso é necessário utilizar um modelo para o cálculo do fluxo de potência ótimo trifásico considerando perdas.

Outro tema a ser estudado é em relação ao tempo computacional. Como foi apresentado, mesmo para um sistema trifásico de distribuição de 34 barras, nota-se que ao incluir incertezas no problema, houve um acréscimo considerável no tempo computacional. Observou-se também durante as simulações com incertezas, que o tempo de processamento não é linear em relação ao nível de incerteza aplicado ao problema e ao realizar pequenas alterações nos parâmetros de entrada, o tempo pode variar de alguns segundos para horas de processamento, o que sinaliza que este modelo matemático com incertezas pode não ser viável para sistemas maiores. Portanto sugere-se que sejam utilizadas outras técnicas de otimização e modelagens das incertezas para este problema, a fim de tentar lidar com um custo computacional menor. Estas técnicas podem ser baseadas em uma combinação de ciência dos dados, otimização robusta distributiva e inteligência artificial.

## REFERÊNCIAS

ABAQUE. **Visão Geral de tecnologia e Mercado para os Sistemas de Armazenamento de Energia no Brasil**. Disponível em: <[http://abaque.com.br/wp-content/uploads/2017/07/Estudo\\_Mercado\\_Armazenamento\\_Brasil.pdf](http://abaque.com.br/wp-content/uploads/2017/07/Estudo_Mercado_Armazenamento_Brasil.pdf)>. Acesso em 15/12/2021.

Abdelaziz, M. M. A., Farag, H. E., El-Saadany, E. F., & Mohamed, Y. A.-R. I. *A Novel and Generalized Three-Phase Power Flow Algorithm for Islanded Microgrids Using a Newton Trust Region Method*. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 28(1), p. 190–201. doi:10.1109/tpwrs.2012.2195785, 2013.

Abdi, H., Beigvand, S. D., & Scala, M. L. *A review of optimal power flow studies applied to smart grids and microgrids*. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 71, p. 742–766. doi:10.1016/j.rser.2016.12.102, 2017.

ABSOLAR. Disponível em: <<https://www.absolar.org.br/mercado/infografico/>>. Acesso em 23/03/2022.

Acevedo-Arenas, C. Y., Correcher, A., Sanchez-Diaz, C., Ariza, E., Alfonso-Solar, D., Vargas-Salgado, C., & Petit-Suarez, J. F. *MPC for optimal dispatch of an AC-linked hybrid PV/wind/biomass/H2 system incorporating demand response*. **Energy Conversion and Management**, Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.enconman.2019.02.044>>, 2019.

Ahmadi, H., Marti, J. R., & Meier, A. V. *A Linear Power Flow Formulation for newline Three-Phase Distribution Systems*. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 31(6), p. 5012–5021. doi:10.1109/tpwrs.2016.2533540, 2016.

Alem, Douglas; Morabito, Reinaldo. *Planejamento da produção sob incerteza: programação estocástica versus otimização robusta*. **Gestão & Produção**, v. 22, n. 3, p. 539–551, 2015.

Alsaç, O.; Bright, J.; Prais, M.; Stott, B.; 1990. *Further Developments in LPBased Optimal Power Flow*. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 5, n. 3 (Aug), p. 697-711.

ANEEL. *Electrical Energy Distribution Procedures in the National Electrical System, Module 8: Power Quality*. **Electrical Energy Distribution Procedures in the National Electrical System**, v. 8, p. 88, 2018. Disponível em: <[http://www.aneel.gov.br/documents/656827/14866914/Módulo\\_8-Revisão\\_10/2f7cb862-e9d7-3295-729a-b619ac6baab9](http://www.aneel.gov.br/documents/656827/14866914/Módulo_8-Revisão_10/2f7cb862-e9d7-3295-729a-b619ac6baab9)>.

Attarha, A., Amjady, N., & Conejo, A. J. *Adaptive robust AC optimal power flow considering load and wind power uncertainties*. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v. 96, p. 132–142. doi:10.1016/j.ijepes.2017.09.037, 2018.

Baran, A. R., & Fernandes, T. S. P. *A three-phase optimal power flow applied to the planning of unbalanced distribution networks*. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v. 74, p. 301–309. doi:10.1016/j.ijepes.2015.07.004, 2016.

Bertsimas, Dimitris; Brown, David B.; Caramanis, Constantine. *Theory and Applications of Robust Optimization*. **Society for Industrial & Applied Mathematics (SIAM)**, v. 53, n. 3, p. 464–501, 2011.

Bertsimas, Dimitris; Sim, Melvyn. *Robust discrete optimization and network flows*. **Mathematical Programming**, v. 98, p. 49–71, 2003.

Bertsimas, Dimitris; Sim, Melvyn. *The Price of Robustness*. **Operations Research**, v. 52, n. 1, p. 35–53, 2004.

Buzzá, A. L. **Análise de Desempenho de Sistemas de Armazenamento em Aplicações de Sistemas de Potência**, 2018.

Carpentier, J. Contribution à L'étude du Dispatching Économique. **Bulletin de la Société Française des Electriciens**, Ser. 8, Vol. 3, p. 431-447, 1962.

Cerezolli, Pricila. **Planejamento da Operação de Sistemas Hidro-Termo\_Eólicos sob Incertezas utilizando Otimização Robusta**. 2021. 196f. Dissertação de mestrado - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2021.

Chen, J., Li, W., Wu, W., Zhu, T., Wang, Z. & Zhao, C. *Robust Data-driven Linearization for Distribution Three-phase Power Flow*. **2020 IEEE 4<sup>th</sup> Conference on Energy Internet and Energy System Integration (EI2)**, doi: 10.1109/EI250167.2020.9347375, 2021.

CONEJO, A. J.; BARINGO, L.; KAZEMPOUR, S. J.; SIDDIQUI, A. S. **Investment in Electricity Generation and Transmission: Decision Making under Uncertainty**. 1 a Edição ed. Switzerland: Springer, 2016.

Dall'Anese, E., Zhu, H., & Giannakis, G. B. *Distributed Optimal Power Flow for Smart Microgrids*. **IEEE Transactions on Smart Grid**, v. 4(3), p. 1464–1475. doi:10.1109/tsg.2013.2248175, 2013.

Dommel, H. W.; Tinney, W. F. *Optimal Power Flow Solutions*. **IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems**, Vol. 87, 1968.

Dugan, R. C., & Montenegro, D. *The Open Distribution System Simulator (OpenDSS): Reference Guide*, **Electric Power Research Institute**, 243p, 2021.

EL-ABIAD, A. H.; STAGG, G. W., **Computer Methods in Power System Analysis**. McGraw Hill, 1968.

EPE. **Nota Técnica. Resposta da Demanda: Conceitos, Aspectos Regulatórios e Planejamento Energético**. Disponível em: <<http://www.epe.gov.br/sites->

pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao-389/NT\_EPE\_DEE-NT-022\_2019-r0.pdf>. Acesso em: 15/12/2021.

EPE. **Plano Decenal de Expansão de Energia 2030**. Disponível em: <[https://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao490/PDE%202030\\_RevisaoPosCP\\_rv2.pdf](https://www.epe.gov.br/sites-pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/PublicacoesArquivos/publicacao490/PDE%202030_RevisaoPosCP_rv2.pdf)>. Acesso em: 23/03/2022.

Ferreira, R. S., Borges, C. L. T., & Pereira, M. V. F. *A Flexible Mixed-Integer Linear Programming Approach to the AC Optimal Power Flow in Distribution Systems*. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 29(5), p. 2447–2459, doi:10.1109/tpwrs.2014.2304539, 2014.

Fuchs, R. D. **Transmissão de Energia Elétrica**, vol. 1. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1977.

Garces, A. *A Linear Three-Phase Load Flow for Power Distribution Systems*. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 31(1), p. 827–828, doi:10.1109/tpwrs.2015.2394296, 2016.

Granville, S. *Optimal Reactive Dispatch Through Interior Point Method*. **IEEE/PES**, No. 93, 1993.

Guo, Y., & Zhao, C. *Islanding-Aware Robust Energy Management for Microgrids*. **IEEE Transactions on Smart Grid**, v. 9(2), p. 1301–1309, doi:10.1109/tsg.2016.2585092, 2018.

Hart, William E., Carl D. Laird, Jean-Paul Watson, David L. Woodruff, Gabriel A. Hackebeil, Bethany L. Nicholson, and John D. Sirola. **Pyomo – Optimization Modeling in Python**. Second Edition. Vol. 67. Springer, 2017.

IEEE. **IEEE 34 Node Test Feeder**. Disponível em: <<https://cmte.ieee.org/pes-testfeeders/resources/>>. Acesso em: 31/03/2022.

Jin, M., Feng, W., Liu, P., Marnay, C., & Spanos, C. *MOD-DR: Microgrid optimal dispatch with demand response*. **Applied Energy**, v. 187, p. 758–776, doi:10.1016/j.apenergy.2016.11.093, 2017a.

Jin, M., Feng, W., Marnay, C., & Spanos, C. *Microgrid to enable optimal distributed energy retail and end-user demand response*. **Appl Energy**, Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.apenergy.2017.05.103>>, 2017b.

Ju, Y., Chen, C., Wu, L., & Liu, H. *General Three-Phase Linear Power Flow for Active Distribution Networks With Good Adaptability Under a Polar Coordinate System*. **IEEE Access**, v. 6, p. 34043–34050, doi:10.1109/access.2018.2839641, 2018.

Khalili, T., Nojavan, S., & Zare, K. *Optimal performance of microgrid in the presence of demand response exchange: A stochastic multi-objective model*. **Computers and Electrical Engineering**, v. 74, p. 429–450, doi:10.1016/j.compeleceng.2019.01.027, 2019.

Korkas, C. D., Baldi, S., Michailidis, I., & Kosmatopoulos, E. B. *Occupancy-based demand response and thermal comfort optimization in microgrids with renewable energy sources and energy storage*. **Applied Energy**, v. 163, p. 93–104, doi:10.1016/j.apenergy.2015.10.140, 2016.

KUHN, H. W.; TUCKER, A. W. *Nonlinear programming. Proceedings of the Second Berkeley Symposium of Mathematical Statistics and Probability*. **Anais...** . p.247– 258, 1951.

Lara, M. O., Pinto, R. S., Campos, A. C., Vila, C. U. & Tabarro, F. H. *Day-Ahead Robust Operation Planning of Microgrids Under Uncertainties Considering DERs and Demand Response*. **2021 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference – Latin America**, doi: 10.1109/ISGTLatinAmerica52371.2021.9543063, 2021.

Levron, Y., Guerrero, J. M., & Beck, Y. *Optimal Power Flow in Microgrids With Energy Storage*. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 28, p. 3226 – 3234, doi: 10.1109/TPWRS.2013.2245925, 2013.

Li, H., YAN, X., YAN, J., ZHANG, A., & ZHANG, F. *A Three-Phase Unbalanced Linear Power Flow Solution With PV Bus and ZIP Load*. **IEEE Access**, v. 7, p. 138879 – 138889, doi: 10.1109/ACCESS.2019.2940229, 2019.

Liu, M. Z. **Optimal Power Flow for Active Distribution Networks**. Austrália, 186 p. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia de Melbourne, 2020.

Mazidi, M., Monsef, H., & Siano, P. *Robust day-ahead scheduling of smart distribution networks considering demand response programs*. **Applied Energy**, v. 178, p. 929–942, doi:10.1016/j.apenergy.2016.06.016, 2016.

Monticelli, A., Garcia, A. **Introdução a Sistemas de Energia Elétrica**. 2ª ed.-Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.

Muthemba, Leonel João. **Modelo robusto para o planejamento da operação eólica-hidrotérmica considerando incertezas**. 2019. 108f. Dissertação de mestrado - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2019.

ONS. **Sobre o SIN: O Sistema em Números**. Disponível em: <<http://www.ons.org.br/paginas/sobre-o-sin/o-sistema-em-numeros>>. Acesso em: 15/12/2022.

Pinto, R. S., Vila, C. U. & Tabarro, F. H. *Coordinated operation and expansion planning for multiple microgrids and active distribution networks under uncertainties*. **Applied Energy**, v. 297, p. 108-117, <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2021.117108>, 2021.

PwC. **Os desafios do setor elétrico brasileiro & Avanços esperados frente à transformação global**. Disponível em: <<https://www.strategyand.pwc.com/br/pt/relatorios/os-desafios-do-setor-el-25c3-25a9trico-brasileiro.pdf>>. Acesso em: 15/12/2021.

Qiu, H., Zhao, B., Gu, W., & Bo, R. *Bi-Level Two-Stage Robust Optimal Scheduling for AC/DC Hybrid Multi-Microgrids*. **IEEE Transactions on Smart Grid**, v. 9(5), p. 5455–5466, doi:10.1109/tsg.2018.2806973, 2018.

Qiu, H., Long, H., Gu, W., & Pan, G. *Recourse-Cost Constrained Robust Optimization for Microgrid Dispatch With Correlated Uncertainties*. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 68, p. 2266-2278, doi:10.1109/TIE.2020.2970678, 2020.

Qiu, H., & You, F. *Decentralized-distributed robust electric power scheduling for multi-microgrid systems*. **Applied Energy**, v. 269, p. 115146, doi:10.1016/j.apenergy.2020.115146, 2020.

REN21. **Renewables in Cities Global Status Report**. Disponível em: <https://www.ren21.net/reports/cities-global-status-report/>. Acesso em: 06/07/2022.

Riva Sanseverino, E., Quang, N. N., Silvestre, M. L. D., Guerrero, J. M., & Li, C. *Optimal power flow in three-phase islanded microgrids with inverter interfaced units*. **Electric Power Systems Research**, v. 123, p. 48–56, doi:10.1016/j.epr.2015.01.020, 2015.

Soyster, A. L. *Technical Note - Convex Programming with Set-Inclusive Constraints and Applications to Inexact Linear Programming*. **Operations Research**, v. 21, n. 5, p. 1154–1157, 1973.

Sun, D. I.; Ashley, B.; Brewer, B.; Hughes, A.; Tinney, W. F.; 1984. *Optimal Power Flow by Newton Approach*. **IEEE Transaction on Power Apparatus and Systems**, vol. 103, n.10 (Oct), p. 2864-2875.

Taniguchi, F. K. **Gerenciamento Ótimo da Operação dos Inversores dos Sistemas Fotovoltaicos para o Controle da Magnitude de Tensão de um Sistema de Distribuição de Energia Elétrica**. Campinas, 166 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, 2019.

Vergara, P. P., López, J. C., Rider, M. J., Shaker, H. R., Silva, L. C. P. & Jorgensen, B. N. *A stochastic programming model for the optimal operation of unbalanced three-phase islanded microgrids*. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v. 115, disponível em: < <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2019.105446>>, 2020.

Wang, Y., Zhang, N., Li, H., Yang, J., & Kang, C. *Linear three-phase power flow for unbalanced active distribution networks with PV nodes*. **CSEE Journal of Power and Energy Systems**, v. 3(3), p. 321–324, doi:10.17775/cseejpes.2017.00240, 2017.

Wang, B., Zhang, C., Li, C., Li, P., Dong, Z. Y. & Lu, J. *Hybrid Interval-Robust Adaptive Battery Energy Storage System Dispatch with SoC Interval Management for Unbalanced Microgrids*. **IEEE Transactions on Sustainable Energy**, v. 13, p. 44-55, doi: 10.1109/TSTE.2021.3103444, 2021

Wei, B., Han, X., Wang, P., Yu, H., Li, W., & Guo, L. *Temporally coordinated energy management for AC/DC hybrid microgrid considering dynamic conversion efficiency of bidirectional AC/DC converter*. **IEEE Access**, v. 8, p. 70878-70889, doi:10.1109/access.2020.2985419, 2020.

Yang, J., Zhang, N., Kang, C., & Xia, Q. *A State-Independent Linear Power Flow Model With Accurate Estimation of Voltage Magnitude*. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 32(5), p. 3607–3617, doi:10.1109/tpwrs.2016.2638923, 2017.

Yuan, H., Li, F., Wei, Y., & Zhu, J. *Novel Linearized Power Flow and Linearized OPF Models for Active Distribution Networks With Application in Distribution LMP*. **IEEE Transactions on Smart Grid**, v. 9(1), p. 438–448, doi:10.1109/tsg.2016.2594814, 2018.

Zargar, B., Monti, A., Ponci, F., & Marti, J. R. *Linear Iterative Power Flow Approach Based on the Current Injection Model of Load and Generator*. **IEEE Access**, v. 9, p. 11543-11562, doi: 10.1109/ACCESS.2020.3047986, 2020.

Zhao, B., Qiu, H., Qin, R., Zhang, X., Gu, W., & Wang, C. *Robust Optimal Dispatch of AC/DC Hybrid Microgrids Considering Generation and Load Uncertainties and Energy Storage Loss*. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 33, p. 5945-5957, doi:10.1109/tpwrs.2018.2835464, 2018.

Zhang, C., Xu, Y., Dong, Z. Y., & Ma, J. *Robust Operation of Microgrids via Two-Stage Coordinated Energy Storage and Direct Load Control*. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 32(4), p. 2858–2868, doi:10.1109/tpwrs.2016.2627583, 2017.

Zhang, Y., Ai, X., Fang, J., Wen, J., & He, H. *Data-adaptive Robust Optimization Method for the Economic Dispatch of Active Distribution Networks*. **IEEE Transactions on Smart Grid**, v. 10, p. 3791-3800, doi:10.1109/tsg.2018.2834952, 2018.

Zhou, X., Ai, Q., & Wang, H. *A distributed dispatch method for microgrid cluster considering demand response*. **Int Trans Electr Energ Syst**. e2634. Disponível em: <<https://doi.org/10.1002/etep.2634>>, 2018.

## APÊNDICE 1 – CARGA DO ALIMENTADOR TRIFÁSICO DE DISTRIBUIÇÃO

Os valores das cargas ativas e reativas atribuídas em cada barra e em cada fase do alimentador foram baseados no alimentador teste de 34 barras da IEEE e podem ser vistas na Tabela A.1.

TABELA A.1 – CARGA ATIVA E REATIVA

Carga ativa e reativa do alimentador trifásico de distribuição							
Fases	Barra	$L^P$ (pu)	$L^Q$ (pu)	Fases	Barra	$L^P$ (pu)	$L^Q$ (pu)
b	1	0,375	0,1875	A	22	0,0125	0,0125
c		0,3125	0,175	A	23	0,25	0,125
b	2	0,375	0,1875	B		0,4375	0,225
c		0,3125	0,175	C	1,5375	0,775	
b	3	0,2	0,1	A	24	0,1125	0,0625
b	4	0,2	0,1	A	25	3,4875	2,6875
b	8	0,0625	0,025	B		3,6875	2,775
a	9	0,425	0,2125	C		3,625	2,7625
a	10	2,1125	1,0875	B	26	0,6	0,2875
a	11	1,6875	0,875	C		0,25	0,1375
b	12	0,5625	0,275	A	27	0,5	0,4
c		0,05	0,025	B		0,7875	0,5375
b	13	0,5	0,25	C		0,5	0,4
a	14	0,0875	0,0375	A	28	1,075	0,6875
c		0,05	0,025	B		0,875	0,6
a	15	0,3375	0,1625	C		2,4	1,3625
b		0,25	0,125	A	29	0,6	0,3
c		0,25	0,125	B		0,4	0,2125
b	16	0,05	0,025	C	0,525	0,275	
b	17	0,05	0,025	A	30	0,45	0,2875
a	19	0,0875	0,0375	B		0,5	0,3125
b		0,025	0,0125	C		0,225	0,175
c		0,075	0,0375	C	31	0,35	0,175
a	20	3,75	1,875	C	32	0,35	0,175
b		3,75	1,875				
c		3,75	1,875				
a	21	0,1625	0,075				
b		0,2125	0,1125				
c		0,2375	0,125				

FONTE: O autor (2022)

## APÊNDICE 2 – PARÂMETROS DAS LINHAS DO ALIMENTADOR TRIFÁSICO DE DISTRIBUIÇÃO

Na Tabela A.2 encontram-se os parâmetros das linhas do alimentador trifásico de distribuição utilizados nas simulações desta dissertação. Os valores foram obtidos com base nos dados do alimentador teste de 34 barras do IEEE. Vale ressaltar que existe dois valores de comprimento dos vãos, sendo que o primeiro (IEEE) foi utilizado como base nas simulações realizadas no capítulo 3. Já o segundo valor (MG) serviu como base para o desenvolvimento dos capítulos 5 e 6, por representar corretamente as dimensões de uma microrrede real.

Os valores de condutância e susceptância apresentados na Tabela A.2 fazem referência ao segundo valor de comprimento de vão (MG), uma vez que estes parâmetros se alteram na medida em que os comprimentos dos vãos são alterados.

TABELA A.2 – PARÂMETROS DAS LINHAS TRIFÁSICAS

Parâmetros das linhas do alimentador trifásico de distribuição										
linha	De	para	fases	Comp. do vão IEEE/MG (m)	$\hat{g}_{ij}^a$ (pu)	$\hat{g}_{ij}^b$ (pu)	$\hat{g}_{ij}^c$ (pu)	$\hat{b}_{ij}^a$ (pu)	$\hat{b}_{ij}^b$ (pu)	$\hat{b}_{ij}^c$ (pu)
0	0	1	a	786,4/ 786,4	4900,65	1208,07	164,50	-3882,17	1147,09	4900,65
			b		389,37	4752,58	1050,11	-1619,76	-3968,57	389,37
			c		1116,66	25,04	4648,43	834,65	-1227,02	1116,66
1	1	2	a	527,3/ 527,3	7308,49	1801,63	245,33	-5789,59	1710,68	7308,49
			b		580,68	7087,67	1566,06	-2415,60	-5918,45	580,68
			c		1665,30	37,35	6932,34	1244,75	-1829,89	1665,30
2	2	3	a	9823,7/ 499,9	7709,57	1900,50	258,79	-6107,31	1804,56	7709,57
			b		612,55	7476,63	1652,00	-2548,16	-6243,24	612,55
			c		1756,69	39,40	7312,78	1313,05	-1930,31	1756,69
3	3	4	b	1769,1/ 579,1	0,00	4001,98	0,00	0,00	-2123,57	0,00
4	3	5	a	11430/ 749,8	5139,71	1267,00	172,53	-4071,54	1203,04	5139,71
			b		408,36	4984,42	1101,34	-1698,77	-4162,16	408,36
			c		1171,13	26,26	4875,19	875,37	-1286,88	1171,13
5	5	6	a	9061,7/ 699,8	5506,83	1357,50	184,85	-4362,37	1288,97	5506,83
			b		437,53	5340,45	1180,00	-1820,12	-4459,46	437,53
			c		1254,78	28,14	5223,41	937,90	-1378,80	1254,78
6	6	7	a	23,8/ 399,9	7996,47	1118,57	775,35	-4572,72	1909,19	7996,47
			b		1094,12	7902,37	1137,56	-1923,31	-4719,95	1094,12
			c		1138,10	572,74	7839,26	1552,38	-1644,20	1138,10

7	7	8	a	94,5/ 442,0	7235,43	1012,12	701,56	-4137,52	1727,49	7235,43	
			b		989,99	7150,28	1029,29	-1740,26	-4270,74	989,99	
			c		1029,78	518,23	7093,18	1404,63	-1487,72	1029,78	
8	8	9	a	521,2/ 521,2	4446,65	0,00	0,00	-2359,53	0,00	4446,65	
9	9	10	a	14676,1/ 549,9	4214,95	0,00	0,00	-2236,58	0,00	4214,95	
10	10	11	a	4187,9/ 579,1	4001,98	0,00	0,00	-2123,57	0,00	4001,98	
11	8	12	a	3112,1/ 609,6	5245,68	733,78	508,63	-2999,70	1252,43	5245,68	
			b		717,74	5183,96	746,24	-1261,69	-3096,29	717,74	
			c		746,59	375,71	5142,56	1018,36	-1078,60	746,59	
12	12	13	b	923,5/ 923,5	0,00	2509,50	0,00	0,00	-1331,61	0,00	
13	12	14	a	256,0/ 256,0	12489,72	1747,11	1211,02	-7142,15	2981,98	12489,72	
			b		1708,92	12342,75	1776,75	-3004,03	-7372,11	1708,92	
			c		1777,60	894,56	12244,18	2424,67	-2568,09	1777,60	
14	14	15	a	6230,1/ 563,9	5671,01	793,28	549,87	-3242,92	1353,98	5671,01	
			b		775,94	5604,28	806,74	-1363,99	-3347,34	775,94	
			c		807,13	406,18	5559,52	1100,93	-1166,05	807,13	
15	15	16	a	158,5/ 158,5	20175,71	2822,25	1956,26	-	11537,32	4817,04	20175,71
			b		2760,56	19938,29	2870,14	-4852,66	-	11908,79	2760,56
			c		2871,51	1445,06	19779,06	3916,77	-4148,46	2871,51	
16	16	17	b	7110,9/ 472,4	0,00	4905,66	0,00	0,00	-2603,09	0,00	
17	16	18	a	11225,8/ 670,6	4768,80	667,08	462,39	-2727,00	1138,57	4768,80	
			b		652,50	4712,69	678,40	-1146,99	-2814,81	652,50	
			C		678,72	341,56	4675,05	925,78	-980,54	678,72	
18	18	19	a	280,4/ 280,4	11403,66	1595,18	1105,71	-6521,09	2722,68	11403,66	
			b		1560,31	11269,47	1622,25	-2742,81	-6731,06	1560,31	
			c		1623,03	816,77	11179,47	2213,83	-2344,78	1623,03	
19	19	20	a	3218,7/ 579,1	6654,57	1640,43	223,38	-5271,57	1557,62	6654,57	
			b		528,72	6453,51	1425,94	-2199,47	-5388,91	528,72	
			c		1516,30	34,00	6312,08	1133,37	-1666,17	1516,30	
20	19	21	a	1493,5/ 1493,5	2141,10	299,50	207,60	-1224,37	511,20	2141,10	
			b		292,96	2115,90	304,59	-514,98	-1263,79	292,96	
			c		304,73	153,35	2099,00	415,66	-440,24	304,73	
21	21	22	a	493,8/ 493,8	4693,69	0,00	0,00	-2490,61	0,00	4693,69	
22	21	23	a	1777,0/ 1777,0	1799,55	251,73	174,49	-1029,06	429,65	1799,55	
			b		246,22	1778,37	256,00	-432,83	-1062,19	246,22	
			c		256,12	128,89	1764,17	349,35	-370,02	256,12	
23	23	24	a	85,3/ 85,3	37469,17	5241,32	3633,06	-	21426,45	8945,94	37469,17
			b		5126,75	37028,26	5330,26	-9012,08	-	22116,33	5126,75
			c		5332,81	2683,67	36732,54	7274,00	-7704,27	5332,81	

24	24	25	a	411,5/ 411,5	7771,38	1087,09	753,52	-4444,00	1855,45	7771,38	
			b		1063,33	7679,94	1105,54	-1869,17	-4587,09	1063,33	
			c		1106,06	556,61	7618,60	1508,68	-1597,92	1106,06	
25	25	26	a	1109,5/ 1109,5	2882,24	403,18	279,47	-1648,19	688,15	2882,24	
			b		394,37	2848,33	410,02	-693,24	-1701,26	394,37	
			c		410,22	206,44	2825,58	559,54	-592,64	410,22	
26	26	27	a	161,5/ 161,5	19795,04	2769,00	1919,35	-	11319,63	4726,15	19795,04
			b		2708,47	19562,10	2815,99	-4761,10	-	11684,10	2708,47
			c		2817,33	1417,79	19405,87	3842,87	-4070,18	2817,33	
27	23	28	a	615,7/ 615,7	5193,75	726,52	503,59	-2970,00	1240,03	5193,75	
			b		710,64	5132,63	738,85	-1249,20	-3065,63	710,64	
			c		739,20	371,99	5091,64	1008,28	-1067,92	739,20	
28	28	29	a	816,9/ 816,9	3914,69	547,60	379,57	-2238,58	934,65	3914,69	
			b		535,63	3868,62	556,89	-941,56	-2310,66	535,63	
			c		557,16	280,38	3837,73	759,97	-804,92	557,16	
29	29	30	a	262,1/ 262,1	12199,27	1706,48	1182,86	-6976,05	2912,63	12199,27	
			b		1669,17	12055,71	1735,43	-2934,17	-7200,66	1669,17	
			c		1736,26	873,75	11959,43	2368,28	-2508,37	1736,26	
30	29	31	a	85,3/ 85,3	37469,17	5241,32	3633,06	-	21426,45	8945,94	37469,17
			b		5126,75	37028,26	5330,26	-9012,08	-	22116,33	5126,75
			c		5332,81	2683,67	36732,54	7274,00	-7704,27	5332,81	
31	31	32	c	1481,3/ 1481,3	0,00	0,00	1888,24	0,00	0,00	0,00	

FONTE: O autor (2022)