

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
CIÊNCIAS ECONÔMICAS**

**LEONARDO CARDOSO CAMILLI**

**ANÁLISE DA EFICIÊNCIA PRODUTIVA DAS EMPRESAS DO SETOR DE  
SANEAMENTO BÁSICO NO BRASIL, NO PERÍODO DE 2017 A 2020, A PARTIR  
DA ANÁLISE DO MODELO DE FRONTEIRA ESTOCÁSTICA**

**CURITIBA**

**2022**

LEONARDO CARDOSO CAMILLI



ANÁLISE DA EFICIÊNCIA PRODUTIVA DAS EMPRESAS DO SETOR DE  
SANEAMENTO BÁSICO NO BRASIL, NO PERÍODO DE 2017 A 2020, A PARTIR  
DA ANÁLISE DO MODELO DE FRONTEIRA ESTOCÁSTICA

Monografia apresentada ao curso de Ciências  
Econômicas da Universidade Federal do Paraná,  
como requisito parcial à obtenção do grau de  
bacharel em Ciências Econômicas.

Orientador: Prof.º Drº Armando Vaz Sampaio.

CURITIBA

2022



Aos meus pais e ao meu irmão, que, com muito amor e força, dedicaram todos seus esforços para que eu chegasse até esta etapa de minha vida.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a todos aqueles que, direta ou indiretamente, me forneceram suporte para a conclusão deste trabalho.

Aos meus pais, Elaine Camilli e José Claudio Camilli, por todo amor e esforço despendido para que meu ingresso e permanência na Universidade se fizessem possíveis.

Ao meu irmão Claudio Camilli, por todo o suporte que sempre me proporcionou sem nunca medir esforços, e por todos os sábios e íntegros conselhos que me concedeu.

À Caroline Barros, por me possibilitar a sorte de uma caminhada compartilhada e fundada no suporte mútuo. Agradeço pelo carinho, paciência e por me trazer paz na correria de cada semestre.

Ao meu orientador, Armando Vaz Sampaio, admirável pesquisador e professor, pelas valiosas conversas, pela paciência em ouvir minhas dúvidas e me direcionar em minhas dificuldades, pelo respeito demonstrado desde o nosso primeiro contato e pela oportunidade de ser seu orientando.

## RESUMO

O presente trabalho suscita a discussão acerca da eficiência do setor de saneamento básico no Brasil, no período de 2017 a 2020, a partir da mensuração da eficiência produtiva das empresas, com uso de um modelo de Fronteira Estocástica de Produção (SFA), estimado a partir do *software* gratuito **R**. Da análise realizada, constatou-se que os indicadores de eficiência do setor manifestaram sinais de potencial de expansão produtiva do setor de saneamento básico nacional, visto que os dados elucidaram que uma parcela estatisticamente significativa das empresas que compuseram a amostra atuou abaixo dos níveis de eficiência média estimados nos anos analisados.

**Palavras-chave:** Saneamento Básico; Medida de Eficiência; Fronteira Estocástica de Produção.

## **ABSTRACT**

The present work raises the discussion about the efficiency of the basic sanitation sector in Brazil, from 2017 to 2020, from the measurement of the productive efficiency of companies, using a Stochastic Production Frontier (SFA) model, estimated at using the free software **R**. The efficiency indicators of the sample showed signs of potential for productive expansion of the national sanitation sector, since the data showed that a statistically significant portion of the companies that made up the sample operated below the average efficiency levels estimated in the years analyzed.

**Descriptors:** Basic Sanitation; Efficiency Measure; Stochastic Production Frontier.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>9</b>
<b>2 O SETOR DE SANEAMENTO BÁSICO NO BRASIL.....</b>	<b>10</b>
2.1 DA PRESTAÇÃO DE SERVIÇO .....	10
2.2 PERSPECTIVA GERAL DO SETOR.....	13
2.3 EFICIÊNCIA NO SETOR DE SANEAMENTO BÁSICO .....	18
<b>3 EFICIÊNCIA PRODUTIVA DAS EMPRESAS DO SETOR DE SANEAMENTO BÁSICO NO BRASIL - PERÍODO DE 2017 A 2020.....</b>	<b>20</b>
3.1 METODOLOGIA DE PESQUISA.....	20
3.2 SELEÇÃO DA AMOSTRA.....	23
3.3 ESPECIFICAÇÃO DO MODELO.....	25
3.4 FRONTEIRA ESTOCÁSTICA.....	28
3.5 RESULTADOS .....	33
<b>4 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>42</b>
<b>5 REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>44</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A prestação de serviços de abastecimento e distribuição de água e de tratamento de esgoto são benefícios sociais garantidos constitucionalmente, cuja concretização no plano fático exige elevados níveis de investimento em infraestrutura. Tais serviços se utilizam de bens de capital com uma vida útil longa e que, geralmente, possuem usos alternativos muito restritos. Assim, além dessa atividade ocasionar consideráveis ganhos de escala, o consumo de serviços de abastecimento e distribuição de água e de tratamento de esgoto gera externalidades positivas à sociedade, as quais extrapolam à mera avaliação do serviço realizada pelos usuários. Isso significa dizer que a não prestação desse serviço, essencial à vida cotidiana, implica em custos sociais, refletidos em gastos com saúde pública, por exemplo, e que, frequentemente, excedem os custos que os prestadores verificam na realização do serviço.

Desta forma, as companhias do setor apresentam características em seu modelo econômico que funcionam como barreira de entrada de novos concorrentes, como por exemplo, os altos custos de investimento necessário para prestação dos serviços. As empresas que atuam neste setor possuem características monopolísticas, como a capacidade das companhias em fixar preços acima do custo marginal da atividade.

Neste cenário, compreende-se que a busca por eficiência na prestação de serviços de abastecimento e distribuição de água e tratamento de esgoto das concessionárias é um dos fundamentos do serviço público, vez que possibilita maiores benefícios para as partes envolvidas nesta relação econômica, bem como auxilia na tomada de decisão dos reguladores do setor. Estes e outros pontos serão explorados no presente trabalho. Para tanto, a pesquisa se desenvolve da seguinte forma: O segundo capítulo versa sobre a descrição do setor de saneamento básico no Brasil e suas características na prestação do serviço, abordando as especificidades do setor no contexto de monopólio natural bem como suas regulamentações legais. O terceiro capítulo delimita o objeto de estudo apresentando a estimação do modelo proposto e elucida a seleção das empresas que compuseram a amostra. Em seguida, apresenta-se a mensuração e avaliação da eficiência produtiva das companhias do setor de saneamento básico da amostra, para os anos de 2017 a 2020, com utilização dos modelos de Fronteira Estocástica de Produção (SFA).

Após, realizou-se uma comparação dos níveis de eficiência e tecnologia da amostra no decorrer dos anos, e ranqueamento dos valores estimados das eficiências técnicas das empresas.

A pesquisa visa colaborar para o preenchimento de uma lacuna de informações econômicas sobre a eficiência das empresas de fornecimento de água do setor de Saneamento Básico brasileiro. O setor apresenta sinais de um movimento de grande expansão na última década, tornando cada vez mais necessária a realização de pesquisas econômicas analíticas na área. O trabalho investigativo ressalta a importância de as empresas nacionais de tratamento de esgoto e água trabalharem de maneira a atingir seu ponto máximo de eficiência.

Este trabalho de pesquisa visa por principal objetivo buscar mensurar a eficiência dos prestadores de serviço do setor de saneamento básico brasileiro. Para tanto, optou-se por uma análise dos dados de produção das companhias do setor, realizada a partir de testes estatísticos e da elaboração de um modelo de Análise de Fronteira Estocástica (Stochastic Frontier Analysis – SFA).

Por fim, pontua-se que o presente trabalho configura estudo preliminar do setor de saneamento brasileiro, pelo que se optou pela análise referente aos anos de 2017 a 2020, bem como a redução da quantidade de variáveis que compuseram o modelo.

## **2 O SETOR DE SANEAMENTO BÁSICO NO BRASIL**

### **2.1 Da Prestação de Serviço**

A prestação de serviço de saneamento básico, tal como os demais serviços de utilidade pública, geralmente, apresenta custos fixos elevados e custos marginais baixos, o que lhe confere a característica de *monopólio natural*. Em função de sua estrutura, este monopólio não está sujeito à concorrência de mercado, o que justifica a intervenção do Estado para garantir que o preço cobrado pelo prestador de serviço não atinja o máximo do monopólio, devendo ser próximo àquele praticado em situação de concorrência.

Nesse contexto, a regulamentação tarifária se mostra necessária, eis que possibilita o processo de universalização do serviço a partir da fixação de uma tarifa a preços módicos, entendido, segundo LEBELEIN (2019), enquanto o preço

praticado que permita que o acesso ao serviço possa ser universalizado à população, ao mesmo tempo que determina um nível de receita para a concessionária que lhe garanta o equilíbrio econômico-financeiro de sua concessão.

A prestação de serviço de água e saneamento básico insere-se no cenário em que, comumente, há apenas um provedor do serviço, que gera um produto ou serviço a um custo menor do que se houvesse uma eventual situação de concorrência.

Sobre o tema, Hal Ronald Varian (2016) explica que:

Esse tipo de situação costuma ocorrer com os serviços de utilidade pública. Imaginemos uma empresa de gás, por exemplo. Nela, a tecnologia envolve custos fixos muito grandes – criação e manutenção de canalização para gás – e um custo marginal muito baixo para ofertar unidades extras de gás, visto que uma vez que a canalização esteja instalada, custa muito pouco bombear gás para dentro dela. (VARIAN, 2016, p.644)

Esta falha de mercado, denominada monopólio natural, é evidenciada principalmente em casos onde o aumento da escala de produção reflete em uma diminuição do seu custo marginal e custo médio a longo prazo. Portanto, nestas condições, a sociedade se beneficia pelo oferecimento do produto por um único prestador de serviço.

Além do saneamento básico, cita-se à título de exemplos de serviços monopolizados a energia elétrica, o gás encanado, o transporte público, dentre outros serviços que são intensivos em investimentos de ativos fixos, a chamada indústria de rede. (LEBELEIN, 2019)

A indústria competitiva opera num ponto onde o preço se iguala ao custo marginal. Já a indústria monopolizada opera num ponto onde o preço é maior que o custo marginal. Por esse motivo, o preço será em geral mais alto e a produção menor se uma empresa se comportar de modo monopolístico em vez de competitivo. Por isso, os consumidores estarão tipicamente em situação pior em uma indústria organizada como monopólio do que em uma indústria organizada de maneira competitiva. (VARIAN, 2016, p.637)

No Brasil, no final da década de 90, mostrou-se necessária a criação e instituição de Agências Reguladoras, cujo objetivo era exercer funções típicas do Poder Executivo (como a concessão e fiscalização de atividades e direitos

econômicos), do Poder Legislativo (com a edição de normas, regras e procedimentos com força legal no setor de sua atuação) e do Poder Judiciário (ao julgar, impor penalidades e interpretar contratos e obrigações entre agentes econômicos, que visam mitigar as externalidades negativas causadas pela falha de mercado – monopólio -, incluindo a determinação de normas aplicáveis para fins de tratamento dos bens da concessão).

Em 05 de janeiro de 2007, foi promulgada a Lei nº 11.445, estabelecendo as diretrizes nacionais para o saneamento básico, que atribuiu aos municípios a prestação de referidos serviços, que podem ser prestados por meio de concessões, de contratos com empresas ou de forma direta.

Na atualidade, o setor de distribuição e tratamento nacional de água e saneamento básico é composto majoritariamente por concessionárias estaduais e municipais, ou seja, empresas cujo aval de compromisso de atuação foi concedido pelo Poder Público, normalmente, através de licitações.

Em julho de 2020, foi editada a Lei nº 14.026, estabelecendo um novo marco regulatório do saneamento básico, que, dentre seus objetivos, estabelece a estipulação de metas a serem atingidas nos setores regulados brasileiros, bem como regras e prazos ao setor. A partir do novo marco, a Agência Nacional de Águas e Saneamento Básico (ANA) passou a ser o órgão responsável por estabelecer estas regras ao setor.

Desta forma, atualmente, as companhias do setor de água e saneamento básico no Brasil agregam quatro principais serviços prestados à população, os quais são, em sua maioria, realizados de forma vertical dentro das estações de tratamento. São estes serviços: (i) rede de abastecimento de água, cujo procedimento trata e distribui água potável para os reservatórios dos municípios e, em seguida, direciona para as redes de distribuição; (ii) rede coletora de esgoto, serviço prestado com finalidade de evitar a poluição do meio ambiente, bem como a proliferação de doenças oriundas dos dejetos; (iii) manejo de resíduos sólidos, classificado como

coleta e destinação dos resíduos sólidos<sup>1</sup>; (iv) manejo de águas pluviais e serviço de drenagem urbana das águas pluviais<sup>2</sup>.

## 2.2 Perspectiva Geral do Setor

No ano de 2020, o SNIS obteve dados de 1.927 (um mil, novecentas e vinte e sete) companhias atuantes no setor em território nacional, pelo que se constatou uma quantidade total de 5.409 (cinco mil, quatrocentos e nove) municípios atendidos com abastecimento de água<sup>3</sup>, sendo que a população urbana residente dos municípios com abastecimento de água é de, aproximadamente, 195.000.000 (cento e noventa e cinco milhões) de habitantes<sup>4</sup>.

O manual de informações do SNIS<sup>5</sup> prevê que as companhias atuantes no setor de água e saneamento são regidas por administrações de natureza jurídica do tipo: (i) administração pública direta; (ii) autarquia; (ii) sociedade de economia mista; (iv) empresa privada; (v) empresa pública; e (vi) organização social, entidade da sociedade civil organizada, sem fins lucrativos.

Diante dos dados obtidos no repositório do SNIS, primeiramente, foi efetuado um recorte dos dados gerais do setor, selecionando apenas empresas atuantes na prestação de serviços de água e esgotamento sanitário, e que continham informações em todos os indicadores de interesse para a pesquisa, além de possuir natureza jurídica do tipo (i) a (v), criando assim o “*universo do trabalho*”.

---

<sup>1</sup> O manejo de resíduos sólidos possui regulamentação própria na Lei nº 12.305 de 2010, denominada Política Nacional de Resíduos Sólidos, cujas diretrizes são relativas à gestão integrada e ao gerenciamento de resíduos sólidos, às responsabilidades dos geradores e do poder público e aos instrumentos econômicos aplicáveis. Cabe aos municípios a competência de atender às exigências dispostas na política supracitada.

<sup>2</sup> O manejo de águas pluviais e serviço de drenagem urbana das águas pluviais estão abarcados pela Lei do Saneamento (Lei 11.445/2007), cujo corpo textual explicita que o serviço deve englobar as atividades, infraestrutura e instalações operacionais de drenagem urbana de águas pluviais, do transporte, detecção ou retenção, do tratamento e disposição final das águas pluviais associadas aos atos de planejamento e de gestão de emprego da extensão territorial urbano.

<sup>3</sup> Fonte: SNIS (2020). G05A - Quantidade total de municípios atendidos com abastecimento de água.

<sup>4</sup> Fonte: SNIS (2020). G06A - População urbana residente do(s) município(s) com abastecimento de água.

<sup>5</sup> Manual de Informações do Sistema Nacional de Informações sobre o Saneamento (SNIS) disponível em: <<http://app4.mdr.gov.br/serieHistorica/>>. Acesso em: 06 de abril de 2022.

A partir destes critérios, obteve-se informações de 318 (trezentos e dezoito) concessionárias atuantes no setor de fornecimento de água e saneamento, que atendem 792 (setecentos e noventa e dois) municípios do país.

A análise destas 318 concessionárias (que atendem 792 municípios), evidencia informações relevantes acerca dos serviços por elas prestados, no ano de 2020, tal como o valor despendido à título de despesas com exploração (FN015), cujo importe é superior a 45 bilhões de reais no período analisado.

TABELA 1 – CARACTERÍSTICAS QUANTITATIVAS - ANO 2020

SNIS	Descrição	Unidade	Soma
IN051	Índice de Perdas	l/dia/ligação	214.297
ES006	Volume de Esgotos Tratado	Mil m <sup>3</sup>	4.638.269
ES005	Volume de Esgotos Coletado	Mil m <sup>3</sup>	5.546.455
AG010	Volume de água consumido	Mil m <sup>3</sup>	9.432.246
ES002	Quantidades de Ligações Ativas de Esgoto	Unid.	30.108.847
ES003	Quantidade de Economias Ativas de Esgoto	Unid.	41.421.024
AG002	Quantidade de Ligações Ativas de Água	Unid.	51.576.904
AG003	Quantidade de Economias Ativas de Água	Unid.	66.131.064
FN015	Despesas com Exploração	R\$/ano	45.528.510.358

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados obtidos no Sistema Nacional de Informações sobre o Saneamento, em observância a critérios preestabelecidos.

O glossário de informações do SNIS<sup>6</sup>, além de definir a natureza jurídica das companhias atuantes no setor<sup>7</sup>, classifica o tipo de prestador pela abrangência da área do serviço prestado. A abrangência por área é classificada como (a) local: cuja prestação de serviços abrange exclusivamente um município; (b) microrregional: cuja área de atuação compreende mais de um município, normalmente adjacentes e agrupados em pequena quantidade; e (c) regional: cuja área de atuação compreende mais de um município, corresponde às companhias estaduais de saneamento.

<sup>6</sup> Glossário de informações do Sistema Nacional de Informações sobre o Saneamento (SNIS) disponível em: <<http://app4.mdr.gov.br/serieHistorica/>>. Acesso em: 07 de abril de 2022.

<sup>7</sup> As companhias atuantes no setor de água e saneamento são regidas por administrações de natureza jurídica do tipo: (i) administração pública direta; (ii) autarquia; (iii) sociedade de economia mista; (iv) empresa privada; (v) empresa pública; e (vi) organização social, entidade da sociedade civil organizada, sem fins lucrativos.

As concessionárias analisadas no presente trabalho abrangem a natureza jurídica do tipo (i) a (v).

Das empresas analisadas, verifica-se que, aproximadamente, 96% dos prestadores de serviços do setor de saneamento básico dispõem de abrangência local.

TABELA 2 – ABRANGÊNCIA POR ÁREA DA PRESTAÇÃO DE SERVIÇO DE ÁGUA E ESGOTO – ANO 2020

<b>Prestadores de Serviço de Água e Esgoto</b>	
<b>Abrangência</b>	<b>Qnt.</b>
Regional	26
Local	758
Microrregional	8
<b>Total</b>	<b>792</b>

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados obtidos no Sistema Nacional de Informações sobre o Saneamento, em observância a critérios preestabelecidos.

Se considerada a natureza jurídica dos prestadores de serviços analisados (autarquia, administração pública direta, sociedade de economia mista, empresa privada e empresa pública), bem como a distribuição das companhias segundo a abrangência por área de prestação de serviço (regional, local e microrregional), tem-se os seguintes dados.

TABELA 3 – ABRANGÊNCIA POR ÁREA DE PRESTAÇÃO DE SERVIÇO E NATUREZA JURÍDICA DAS CONCESSIONÁRIAS ANALISADAS – ANO 2020

<b>Abrangência</b>	<b>Natureza Jurídica</b>					<b>Total</b>
	<b>Autarquia</b>	<b>Administração pública direta</b>	<b>Sociedade de economia mista</b>	<b>Empresa privada</b>	<b>Empresa pública</b>	
Regional	1	0	23	1	1	<b>26</b>
Local	327	347	6	73	5	<b>758</b>
Microrregional	3	0	0	5	0	<b>8</b>
<b>Total</b>	<b>331</b>	<b>347</b>	<b>29</b>	<b>79</b>	<b>6</b>	<b>792</b>

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados obtidos no Sistema Nacional de Informações sobre o Saneamento, em observância a critérios preestabelecidos.

A tabela acima permite identificar que os prestadores que possuem administração pública direta e abrangência local são a maioria (43,82%), seguidos por empresas de natureza jurídica de autarquia e abrangência também local (41,29%). Em sua maioria, as empresas com abrangência regional possuem natureza jurídica de sociedade de economia mista, sendo a minoria de natureza privada e de autarquia. As empresas com abrangência microrregional estão presentes apenas sob a forma de autarquia e empresas privadas, e representam a minoria (aproximadamente 1%).

No tocante ao consumo per capita de água por região (seja para uso comercial, doméstico, industrial ou público), o glossário de informações da ANEEL adotou um cálculo formado a partir do produto entre o volume de água consumido e o volume de água tratado e exportado, dividido pela população total atendida pelo abastecimento de água e multiplicado por um fator diário.

Das 318 (trezentos e dezoito) concessionárias aqui analisadas (que atendem 792 municípios do país), se observadas a partir do indicador “IN022 - Consumo médio per capita de água”, cuja unidade de medida é dada por litros por habitante ao dia (l/hab./dia), tem-se os seguintes dados.

TABELA 4 – CONSUMO INDIVIDUAL MÉDIO DE ÁGUA POR REGIÃO - ANO 2020

Região	IN022 - Consumo Médio Per Capita De Água
Nordeste	139,71
Norte	171,02
Sudeste	213,94
Sul	191,47
Centro-Oeste	187,61
<b>Brasil</b>	<b>198,11</b>

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados obtidos no Sistema Nacional de Informações sobre o Saneamento, em observância a critérios preestabelecidos.

A tabela acima nos permite verificar que a região sudeste foi a única região do país que ficou acima da média nacional de consumo per capita de água. A segunda região com maior consumo médio foi o Sul e, em último lugar, está a região nordeste com um consumo significativamente menor do que a média nacional e as demais regiões do Brasil.

No tocante à tarifação, por se tratarem de empresas que apresentam características econômicas de monopólio natural, estas são reguladas e suas tarifas, em geral, são o único meio que as companhias possuem para o financiamento de suas atividades (operacionais, redução de perdas, etc.), investimentos e retorno do capital. (MACEDO, 2018)

Logo, o reconhecimento das tarifas aplicadas nas regiões do país mostra-se importante, de modo que o presente trabalho analisará os valores dispendidos em Despesas de Exploração (tratado como OPEX) pelas companhias.

A tabela a seguir demonstra as tarifas médias aplicadas pelos prestadores de serviços de água e saneamento do SNIS, no ano de 2020. Para tanto, foram aplicados os dados das empresas selecionadas para o indicador “IN004 – Tarifa média praticada por m<sup>3</sup> (água e esgoto)”, no ano de referência.<sup>8</sup>

TABELA 5 – TARIFA MÉDIA PRATICADA POR REGIÃO – ANO 2020

Região	Tarifa Média IN004 (R\$/m <sup>3</sup> )
Centro-Oeste	3,04
Nordeste	2,11
Norte	2,33
Sudeste	2,00
Sul	3,34
<b>Brasil</b>	<b>2,56</b>

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados obtidos no Sistema Nacional de Informações sobre o Saneamento, em observância a critérios preestabelecidos.

Verifica-se que a maior tarifa média é praticada na região Sul do país, seguida pela região Centro-Oeste, ambas acima da tarifa média nacional. A região Sudeste tem a menor tarifa média nacional praticada, com uma diferença de

<sup>8</sup> Pontua-se que os dados analisados se referem as 318 (trezentos e dezoito) concessionárias atuantes no setor de fornecimento de água e saneamento, que atendem 792 (setecentos e noventa e dois) municípios do país. Estas concessionárias foram escolhidas a partir dos critérios: (1) empresas atuantes na prestação de serviços de água e esgotamento sanitário; (2) que continham informações em todos os indicadores de interesse para a pesquisa; (3) além de possuir natureza jurídica do tipo administração pública direta, autarquia, sociedade de economia mista, empresa privada e empresa pública.

aproximadamente 60% em comparação a região com maior tarifa média, no ano de 2020.

### 2.3 Eficiência no Setor de Saneamento Básico

Para que a prestação de serviço seja realizada com o nível de qualidade adequado, mostra-se necessário um elevado nível de investimento em infraestrutura, de custos operacionais e de pessoal com conhecimento qualificado. Para alcançar o equilíbrio entre as metas de universalidade e qualidade, com uma tarifária que viabilize a operação da concessionária ao mesmo tempo que satisfaça o interesse público, é fundamental que os prestadores de serviços de saneamento operem seus sistemas de forma eficiente.

Sobre o tema, Thelma Harumi Ohira e Ricardo Shirota<sup>9</sup> explicam que “a análise da eficiência do setor de saneamento básico deve considerar as suas características peculiares e tecnologia de produção que englobam o oferecimento conjunto dos serviços relacionados com água e esgoto”.

Sobre o conceito de eficiência econômica, Hal Ronald Varian pontua que:

Um critério útil para comparar os resultados de diferentes instituições econômicas é um conceito conhecido como eficiência de Pareto ou eficiência econômica. Começaremos pela seguinte definição: se pudermos encontrar uma forma de melhorar a situação de uma pessoa sem piorar a de nenhuma outra, teremos uma melhoria de Pareto. Se uma alocação permite uma melhoria de Pareto, diz-se que ela é ineficiente no sentido de Pareto; se a alocação não permitir nenhuma melhoria de Pareto, então ela é eficiente no sentido de Pareto. (VARIAN, 2016, p.55 )

Desta forma, tem-se que uma alocação ineficiente no sentido de Pareto é aquela caracterizada pela possibilidade de melhorar a situação de alguém sem prejudicar ninguém. (VARIAN, 2016)

Sob a ótica econômica e de eficiência, uma produção é eficiente tecnologicamente se não existir uma outra forma variável de produzir mais com a

---

<sup>9</sup> Na obra denominada “Eficiência Econômica: Uma Aplicação Do Modelo De Fronteira Estocástica Em Empresas De Saneamento”, p. 3.

mesma quantidade de fatores, ou produzir a mesma quantidade de produtos utilizando menor quantidade de fatores<sup>10</sup>.

Para a teoria econômica, a eficiência econômica pode ser dividida em dois componentes, quais sejam, técnico e alocativo.

A eficiência técnica é a capacidade da firma em obter o máximo de produto, dada a quantidade de fatores disponível. A eficiência alocativa é a capacidade da firma utilizar os fatores de produção em proporção ótima, minimizando os custos de produção (Farrell 1957; Shirota 1995). Esses dois tipos de ineficiências, em geral, co-existem em uma determinada firma. (OHIRA; SHIRO, 2012, p. 6)

Neste sentido, uma das formas possíveis de se caracterizar a eficiência é comumente apresentada na literatura como uma questão de lidar com poucos *inputs* (recursos) para produzir muitos *outputs* (serviços). Desta maneira, ao tratar de um estudo de eficiência sobre uma economia, é essencial que se extraía o máximo de informações das empresas que atuam no setor, para que seja possível identificar as companhias que, de fato, são eficientes.

A melhora de eficiência pode ser observada a partir de algumas características de produção, como a mitigação de perdas no processo de tratamento e distribuição de água; o aumento de capacidade de tratamento de água; a expansão da capacidade de distribuição das empresas mantendo (ou ainda diminuindo) seus custos; etc. Tais informações possibilitam um apoderamento social dos ganhos de produtividade, refletindo em melhorias para a sociedade brasileira, além de possibilitar o funcionamento de mecanismos fundamentais no estabelecimento de relação entre a modicidade tarifaria e o equilíbrio econômico das empresas.

Além disso, a eficiência é um componente do cálculo da Tarifa Regulatória estabelecido por lei, pelo que a verificação de eficiência das concessionárias nacionais na distribuição e tratamento de água possibilita melhorias na aplicação de verbas públicas destinadas ao setor, vez que possibilita avaliar quais empresas

---

<sup>10</sup> OHIRA, Thelma Harumi; SHIROTA, Ricardo. Eficiência econômica: uma aplicação do modelo de fronteira estocástica em empresas de saneamento, p.6, 2012, São Paulo. APUD FARRELL, M.J. The measurement of productive efficiency. Journal of the Royal Statistical Society, v.120, series A, p.253-290, 1957; VARIAN, H.R. Microeconomic analysis. 2.ed. New York: W.W. Norton & Company, 1990. 559p.; SHIROTA, R. Efficiency in financial intermediation: a study of the Chilean banking industry. Ohio, 1995. 138p. Dissertation (Ph.D.) – The Ohio State University.

carecem de maior atenção, refletindo em aumento na qualidade de vida da população consumidora do serviço.

Atualmente, no setor de saneamento brasileiro, não existe uma metodologia unificada a ser aplicada para a definição de produtividade operacional eficiente de uma prestadora de serviços de abastecimento de água e esgotamento sanitário. Cada Agência Reguladora aplica sua própria metodologia, em observância as definições por ela estabelecidas e a realidade de cada companhia.

Mostra-se essencial estabelecer quais são os potenciais ganhos de eficiência que o prestador será capaz de obter ao longo do tempo, de modo que estes ganhos possam ser compartilhados com os usuários e que os prestadores estejam devidamente incentivados a buscar tais ganhos, ou seja, estejam constantemente em busca de ganhos de eficiência individual.

Assim, é essencial mensurar quais os ganhos de produtividade esperados para das empresas do setor. Estes ganhos devem ser compartilhados com os consumidores, porém, é importante que o modelo de atividade permita ao prestador manter parte dos ganhos obtidos ao longo do tempo, de modo que siga incentivado à busca da eficiência.

Nesse sentido, no capítulo seguinte, é realizada a análise de eficiência produtiva das empresas do setor de saneamento básico nacional, entre os anos de 2017 a 2020, a partir do modelo de Fronteira Estocástica.

### **3 EFICIÊNCIA PRODUTIVA DAS EMPRESAS DO SETOR DE SANEAMENTO BÁSICO NO BRASIL - PERÍODO DE 2017 A 2020**

#### **3.1 Metodologia de Pesquisa**

Objetivando identificar as companhias prestadoras de serviço de água e esgotamento sanitário que apresentaram o melhor indicador de eficiência, nos anos de 2017 a 2020, o presente trabalho utiliza o modelo de Fronteira Estocástica, versando a análise sobre dados históricos do setor de saneamento básico nacional. Os experimentos econométricos descritos a seguir foram realizados a partir de

simulações elaboradas no ambiente de software livre “RStudio”, e pretendem obter por resultado dados quantitativos da eficiência do setor em análise.

Adota-se a perspectiva histórica para análise dos ganhos de produtividade da empresa e/ou setor, estimados a partir da evolução da produtividade histórica.

O uso da metodologia prospectiva exige conhecimento operacional da empresa em análise e do próprio setor, de modo que seja possível estimar a variação de produtividade esperada a partir do ganho de eficiência da empresa, a evolução dos ganhos de escala e as mudanças tecnológicas do setor. Por essa razão, em geral, se adota uma abordagem baseada nos ganhos de eficiência históricos, considerando que estes poderão ser replicados nos próximos anos.

Os dados que irão compor o estudo serão extraídos em formato “.CSV” e formato “.XLS”, a partir da base de dados históricos do Sistema Nacional de Informações Sobre Saneamento (SNIS). Estes dados disponibilizados ao público de forma gratuita, e estão disponíveis no endereço virtual < <http://www.snis.gov.br/>>.

Os dados obtidos serão manipulados e tratados no software RStudio, visando transformar a base de dados em uma matriz quantitativamente manipulável. A partir disto, serão realizados testes para reconhecimento dos objetos e, posteriormente, para a delimitação das empresas que irão compor a amostra. Pretende-se que a amostra seja composta por empresas fornecedoras de água do setor de utilidades públicas brasileiro que realizaram alguma atividade dentro do período em análise.

A análise dos dados será feita a partir da aplicação de testes estatísticos e da construção de um modelo econométrico e paramétrico<sup>11</sup> de Análise de Fronteira Estocástica (Stochastic Frontier Analysis - SFA), cujo objetivo é buscar a eficiência dos prestadores de serviço do setor de saneamento básico, auferindo quais seriam as empresas de referência neste quesito.

---

<sup>11</sup> Modelos paramétricos possuem por pressuposto que os dados em análise advêm de algum tipo de distribuição de probabilidade, permitindo inferências estatísticas sobre estes parâmetros de distribuição.

A abordagem econométrica (análise de fronteira estocástica) foi originada quase simultaneamente por Aigner, Lovell e Schmidt (1977), Meeusen e van den Broeck (1977), e Battese e Corra (1977). O método de envolvimento de dados é a primeira escolha de muitos econométricos ao uso de benchmarking, mas não há lugar para considerar o ruído neste método. A análise de fronteira estocástica supera o problema da irresponsabilidade do ruído e inclui uma variável de erro "ui" na função Método de fronteira estocástica de abordagem paramétrica de benchmarking e requer uma suposição de forma funcional Cobb-Douglas ou função Translog<sup>12</sup>. (VISHWAKARMA; KULSHRESTHA, 2010, p.361-362, tradução nossa)

Quando em estudos econométricos opta-se pela utilização de métodos de estimação paramétricos, é necessário que seja escolhida a forma funcional previamente a estimação, devido à ausência da estimação no modelo da relação entre as variáveis de insumos e os produtos selecionados. Dentre as formas funcionais de estimativas empíricas, uma das mais simples e utilizadas é a função *Cobb-Douglas*, a qual será adotada também neste modelo. A partir da adoção desta função *Cobb-Douglas* torna-se possível um estudo mais detalhado dos termos que determinam as ineficiências no modelo.

Muitos são os pacotes de software que podem ser utilizados para aplicação de pesquisas referentes a benchmarking e SFA. Para atingir tais objetivos optou-se pela adoção dos pacotes do R: I) *Benchmarking* ("Benchmark and Frontier Analysis Using DEA and SFA"), pacote contendo métodos de estimação de tecnologia e mensuração de eficiências; e II) *SFA* ("Stochastic Frontier Analysis"), pacote utilizado para ajustar os modelos de fronteira estocásticas, empregado nesta pesquisa com a finalidade de estimação de uma fronteira de produção de *Cobb-Douglas*<sup>13</sup>.

---

<sup>12</sup> *The econometric approach (stochastic frontier analysis) was first originated almost simultaneously by Aigner, Lovell, and Schmidt (1977), Meeusen and van den Broeck (1977), and Battese and Corra (1977). Data envelopment method is the first choice of many econometricians to use of benchmarking, but there is no place to account of noise in this method. Stochastic frontier analysis overcome the problem of unaccountability of noise and includes an error variable ui in the function Stochastic frontier method of benchmarking is a parametric approach and requires an assumption of functional form either CobbDouglas function or Translog Function.*

<sup>13</sup> Maiores detalhes sobre a aplicação dos pacotes *Benchmarking* e *SFA* podem ser vislumbrados no material elaborado por BOGETOFT, P.; OTTO, L. Benchmarking with DEA, SFA, and R., 2011, que serviu de orientação para exercício dos testes supracitados.

A primeira etapa para determinar os ganhos históricos de produtividade envolve a determinação de uma fronteira de eficiência para o mercado de saneamento. A fronteira de eficiência é calculada através de um modelo de Análise de Fronteira Estocástica (SFA). Neste modelo a ineficiência de uma determinada empresa é a distância entre o seu valor de produtividade (insumo/produto) e o valor considerado eficiente determinado pela fronteira.

Este modelo considera que a medida de ganho de produtividade se refere à variação da distância da empresa à fronteira em um período em relação a outro período. Desta forma, quando observado ganho de eficiência, pressupõe-se que neste já esteja englobado os ganhos de produtividade referentes ao avanço tecnológico (deslocamento da própria fronteira), bem como os ganhos de produtividade conquistados a partir da eficiência das prestadoras (que refletirá em uma mudança na posição da companhia em relação à fronteira), e os ganhos de escala (que reflete em movimentação ocorridas ao longo da fronteira).

Na amostra usada para estimá-los estão as prestadoras de serviços de saneamento básico nacionais, de abrangência regional. Tal amostra foi obtida a partir da base de dados do Sistema Nacional de Informações sobre Saneamento (SNIS). As variáveis utilizadas para construção da fronteira buscarão representar os Custos Operacionais (OPEX) e Quantidades de Ligações de água Ativas das companhias.

### **3.2 Seleção da Amostra**

Esta etapa da investigação tem por objetivo demonstrar quais foram os parâmetros para a seleção da amostra que foi utilizada para o estudo da eficiência técnica estimada das companhias do setor de saneamento básico entre 2017 e 2020. Para definição de quais empresas selecionar, foi tomado por base as informações extraídas da leitura do material de apoio referenciado neste documento.

Os prestadores de serviço de abrangência regional, ou seja, as companhias estaduais de saneamento, são responsáveis pelo atendimento de 78,9% dos municípios que informaram seus dados ao SNIS em 2015 para abastecimento de água, e de 56,5% para esgotamento sanitário. Em termos

de população urbana, esses percentuais são de 75,2% para abastecimento de água e 66% para esgotamento sanitário. (MACEDO, 2018, p.86)

Para compor a amostra da investigação aqui proposta foram selecionadas 28 companhias de abrangência regional – leia-se empresas estaduais prestadoras de serviço – que apresentaram valores na base de dados nos indicadores selecionados, bem como possuem naturezas jurídicas similares, para que estas pudessem ser comparadas de maneira a não distorcer os dados quantitativos dos indicadores selecionados.

Segue abaixo a tabela com a relação das empresas selecionadas para a amostra, separadas por região, sigla do respectivo estado, sigla da companhia e nome completo das *Decision Making Units* (DMU).

TABELA 6 – AMOSTRA DOS PRESTADORES DE SERVIÇO POR REGIÃO - ANO 2020

Região	UF	Sigla	DMU
Centro-oeste	DF	CAESB	Companhia de Saneamento Ambiental do Distrito Federal
	GO	SANEAGO	Saneamento de Goiás S/A
	MS	SANESUL	Empresa de Saneamento de Mato Grosso do Sul S/A
Nordeste	AL	CASAL	Companhia de Saneamento de Alagoas
	BA	EMBASA	Empresa Baiana de Águas e Saneamento S.A.
	CE	CAGECE	Companhia de Água e Esgoto do Ceará
	MA	CAEMA	Companhia de Saneamento Ambiental do Maranhão
	PB	CAGEPA	Companhia de Águas e Esgotos da Paraíba
	PE	COMPESA	Companhia Pernambuco de Saneamento
	PI	AGESPISA	Águas e Esgotos do Piauí S/A
	RN	CAERN	Companhia de Águas e Esgotos do Rio Grande do Norte
	SE	DESO	Companhia de Saneamento de Sergipe
Norte	AC	DEPASA	Departamento Estadual de Pavimentação e Saneamento
	AM	COSAMA	Companhia de Saneamento do Amazonas
	AP	CAESA	Companhia de Água e Esgoto do Amapá
	PA	COSANPA	Companhia de Saneamento do Pará
	RO	CAERD	Companhia de Águas e Esgotos de Rondônia
	RR	CAER	Companhia de Águas e Esgotos de Roraima
	TO	ATS	Agência Tocantinense de Saneamento
	TO	SANEATINS	Companhia de Saneamento do Tocantins
Sudeste	ES	CESAN	Companhia Espírito-Santense de Saneamento
	MG	COPANOR	Copasa Serviços de Saneamento Integrado do Norte e Nordeste de Minas Gerais S/A
	MG	COPASA	Companhia de Saneamento de Minas Gerais
	RJ	CEDAE	Companhia Estadual de Águas e Esgotos
	SP	SABESP	Companhia de Saneamento Básico do Estado de São Paulo

Região	UF	Sigla	DMU
Sul	PR	SANEPAR	Companhia de Saneamento do Paraná
	RS	CORSAN	Companhia Rio-Grandense de Saneamento
	SC	CASAN	Companhia Catarinense de Águas e Saneamento

Fonte: Elaboração própria a partir dos dados obtidos no Sistema Nacional de Informações sobre o Saneamento, em observância a critérios preestabelecidos.

Sendo assim, a pesquisa irá se debruçar sobre os dados referentes as empresas listadas acima, obtidos através do SNIS. Constatou-se que estas empresas possuem dados suficientemente relevantes e para assegurar uma análise do ano de 2017 a 2020, visto que possuem registros quantitativos na base do SNIS nos anos referidos. Ademais, foram retiradas da amostra empresas que apresentaram volumes de água produzido (indicador AG006 do SNIS) que ultrapassaram os limites inferiores e superiores dos quartis, denominados *outliers*, em um intervalo de 95% de confiança. Desta maneira buscou-se satisfazer a necessidade de homogeneidade dos dados necessários para a estimação de uma Fronteira Estocástica.

### 3.3 Especificação do modelo

Para composição do estudo foram utilizados dados dos Indicadores agregados do SNIS. Foram selecionados indicadores de dados operacionais e de tratamento e distribuição da água. Tendo por finalidade observar a relação entre as despesas das empresas, e a sua capacidade de produzir a partir destas despesas, será selecionado o Indicador de Somatório dos Custos Operacionais (OPEX). Este componente compreende a soma dos custos necessários para realização dos processos de tratamento e distribuição da água. Esta variável, segundo MACEDO (2018), trata da soma das despesas com pessoal, produtos químicos necessários, energia elétrica, despesas com água importada, despesas fiscais ou tributárias computadas no Opex, outras despesas de exploração, despesas com exportação de esgoto, isto é, reflete o Opex.

A eficiência (e ineficiência) a ser observada no setor ocorre a partir do momento em que se observa quais empresas são capazes de reduzir ao máximo os custos de OPEX, mantendo o mesmo nível (ou aumentando) de produtividade e

qualidade do serviço. Sendo assim, serão selecionados indicadores que sejam capazes de demonstrar a capacidade de distribuição de água tratada e a sua capacidade de distribuição. Desta forma optou-se pela utilização do indicador “AG002 - Quantidade de ligações ativas de água à rede pública” cujos detalhes podem ser verificados a seguir.

- I) AG002: Quantidade de ligações ativas de água à rede pública<sup>14</sup>, providas ou não de hidrômetro, que estavam em pleno funcionamento no último dia do ano de referência.;
- II) FN015: Despesas de Exploração (DEX)<sup>15</sup>, referente ao valor anual das despesas realizadas para a exploração dos serviços, compreendendo Despesas com Pessoal, Produtos Químicos, Energia Elétrica, Serviços de Terceiros, Água Importada, Esgoto Exportado, Despesas Fiscais ou Tributárias computadas na DEX, além de Outras Despesas de Exploração. [...] Inclui despesas com materiais, tubos, combustível, impressora, papel, etc. [...] Logo, as Despesas de Exploração (FN015) deverão ser iguais ou superiores aos somatórios dos valores descritos anteriormente.

Desta maneira torna-se plausível incorrer na hipótese de que estas variáveis possuem relação estatisticamente significativas entre si. Estas variáveis irão compor o modelo abaixo especificado, que será utilizado para estimação da SFA. Para tanto, a verificação da existência ou não da relação entre estas variáveis será feita posteriormente a partir de testes de hipótese utilizando, inicialmente, do método de mínimos quadrados ordinários (MQO) cuja funcionalidade é ajustar o conjunto de dados das variáveis à reta que apresenta as menores distâncias dos quadrados entre as diferenças dos valores observados e a reta das médias estimadas. A partir deste obtém-se a capacidade explicativa das relações entre as variáveis.

Com a finalidade de observar a existência (ou não) de alguma relação estatisticamente significativa entre as variáveis selecionados, foi elaborado um teste de correlação linear simples na amostragem, cujo resultado pode ser observado na tabela abaixo. O teste de correlação tem por resultado o coeficiente da relação de

---

<sup>14</sup> Glossário de Informações - Água e Esgotos, 2018, p.9

<sup>15</sup> Glossário de Informações - Água e Esgotos Financeiras, 2019, p.23

uma variante com relação a outra, sendo 1 o grau de correlação positivo perfeito entre as variáveis, e zero a inexistência desta relação. Estes coeficientes podem assumir valores negativos uma vez que o impacto da variação de uma variável pode afetar negativamente a variação da outra.

TABELA 7 - SUMÁRIO TESTE DE CORRELAÇÃO - ANO 2020

	<i>Lig. Água Ativas</i>	<i>OPEX</i>
<i>Lig. Água Ativas</i>	1	
<i>OPEX</i>	0,977099	1

Fonte: Autor (2022)

Como hipótese levantada anteriormente - respaldado em estudos anteriores - a tabela acima permite observar que existem indícios estatísticos de uma relação entre as variações das variáveis selecionadas. Diante dos dados apresentados espera-se as variáveis possuam uma relação de variação percentual positiva em aproximadamente 0,98 indicando que as variáveis adotadas possuem relevância estatística para a análise desejada.

Sendo assim, o modelo de para estimação da SFA inicial foi construído a partir dos valores dos indicadores AG002 e FN015 do SNIS, selecionadas para amostra. Foi selecionado por variável dependente o indicador “AG002 - Quantidade de ligações ativas de água à rede pública”, e por variável independente a “FN015 - Despesas de Exploração (DEX)” (tratado como OPEX). A tabela abaixo demonstra a especificação do modelo de função de regressão amostral adotado para o estudo.

TABELA 8 – ESPECIFICAÇÃO DO MODELO

<b>Especificação do Modelo</b>	<b>Variável Independente</b>
$y_i = a + bx_i + \epsilon_i$	OPEX

y = Log. Qnt. De Ligações Ativas de Água (AG002)

x = Log. Despesas com Exploração (FN015)

Fonte: Autor (2022)

Compreende-se que a utilização de poucas variáveis em um modelo pode acarretar em uma defasagem na extração adequada da melhor mensuração da medida de produtividade das companhias. Todavia, buscou-se considerar no modelo

as variáveis que mais se destacaram durante a revisão bibliográfica utilizada como alicerce para este estudo.

### 3.4 Fronteira Estocástica

Após a seleção das categorias de referência das variáveis que compõe o objeto hipotético a ser testado, a partir da função de estocástica, foi realizado um teste estatístico de regressão linear, a partir do método dos mínimos quadrados. Este método tem por objetivo minimizar o somatório dos erros (resíduos) ao quadrado e entrega o conjunto dos coeficientes que vai resultar no menor somatório dos erros ao quadrado para a amostra. Foram realizadas regressões lineares a partir das variáveis supracitadas a fim de compreender o comportamento destas variáveis entre si. A tabela abaixo representa os resultados obtidos para o teste de regressão linear MQO, para o ano de 2017.

TABELA 9 - RESULTADOS REGRESSÃO LINEAR MQO - ANOS 2017-2020

Ano	2017	2018	2019	2020
<b>Coefficientes</b>	<b>Estimativa</b>			
<b>Intercepto</b>	-3,99327	-4,26042	-4,98789	-4,70810
<b>x</b>	0.86211	0.87445	0.90905	0.89802
<b>R<sup>2</sup> ajust.</b>	0.9261	0.9336	0.9601	0.9537
<b><math>\theta_e</math></b>	0.3855	0.3691	0.2917	0.3136
<b>Nº Obs.</b>	28	28	28	28
<b>Coefficientes</b>	<b>Desv. Pad.</b>			
<b>Intercepto</b>	0.03961	0.90044	0.71734	0.76467
<b>x</b>	0.04681	0.04483	0.03564	0.03805
<b>Coefficientes</b>	<b>Valor T</b>			
<b>Intercepto</b>	-4,250	-4,732	-6,953	-6,157
<b>x</b>	18.42	19.506	25.508	23.600
<b>Coefficientes</b>	<b>Pr(&gt; t )</b>			
<b>Intercepto</b>	0.000243***	0.00683***	0.0000221***	0.000164***
<b>x</b>	0.0000***	0.00000***	0.00000***	0.0000***

Fonte: Autor (2022)

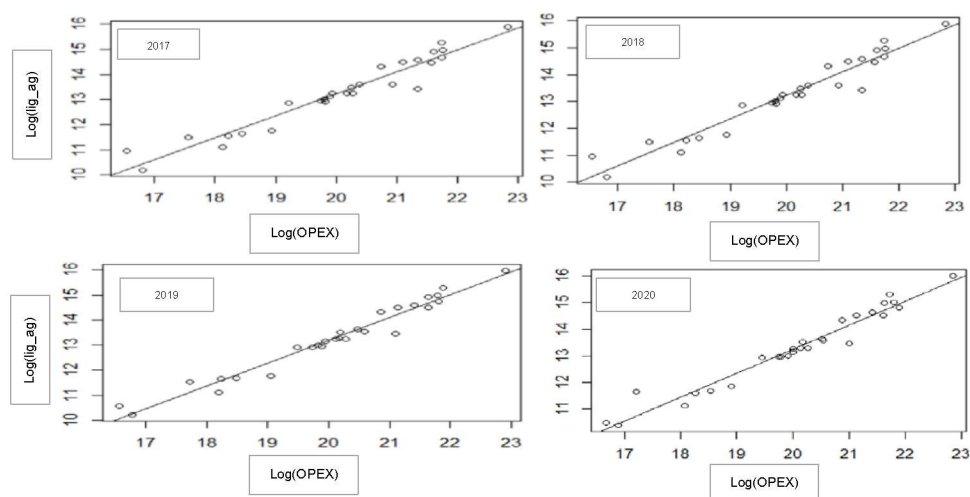
A partir da aplicação dos testes t - determinadas as categorias referências utilizadas como padrão para a análise e utilizando um modelo log-log - e de leitura

dos coeficientes da regressão, é possível constatar que, quando o logaritmo natural do OPEX médio for igual a zero, esperasse que ocorra uma diminuição do AG002, para os anos em análise. Neste cenário, observa-se para o ano de 2017, por exemplo, que, na medida em que o OPEX aumenta em 1 p.p. existe uma expectativa de variação positiva de aproximadamente 0,862 p.p. na quantidade média de Ligações de Água Ativas. Esta relação tendeu a aumentar nos dois anos seguintes, e apresentou uma leve redução em 2020.

Ademais, observa-se que o modelo foi aprovado segundo o critério do p-valor da regressão (tendo por objetivo testar o um modelo nulo contra o modelo apresentado) que os estimadores utilizados para o teste foram aprovados no teste t - que testa a hipótese de que o valor estimado é igual a zero – para todos os anos analisados. Observa-se também que o teste apontou para um coeficiente de determinação ajustado de aproximadamente 0,9261 em 2017 o que determina que o modelo possui relevante capacidade explicativa das variações. Este coeficiente apresentou uma tendência de crescimento de 2017 a 2019.

A figura abaixo representa a forma gráfica das regressões MQO supracitadas.

GRÁFICO 1 – GRÁFICO DA REGRESSÃO AMOSTRAL MQO – ANOS 2017-2019



Fonte: Autor (2022)

A partir deste gráfico torna-se possível compreender visualmente a possível relação positiva entre as variáveis de Quantidade de Ligações de Águas e OPEX, nos anos de 2017 a 2019 no setor.

No modelo proposto, ao assumir-se que todos os desvios são resultados da presença de alguma ineficiência por parte das prestadoras de serviço de água e Saneamento, torna-se possível a utilização da forma como apresentado abaixo. O Modelo Determinístico com fator Ineficiência pode ser demonstrado por

$$y = f(x^k; \beta) - u^k, \quad u^k \underset{H}{\sim} H, \quad k = 1, \dots, K \quad (1)$$

Nesta equação o  $K$  representa o número de empresas em análise, e o  $H$  representa uma distribuição de probabilidade que se Encontra dentro do conjunto de números reais não-negativos. No modelo paramétrico determinístico assumimos que não há erro aleatório e que a forma funcional é dada por suposição se os parâmetros  $\beta$  não forem especificados.

Adiante, historicamente a literatura nos permite assumir a estimação do modelo de fronteira paramétrica conhecida como Mínimo Quadrado Ordinário Corrigido ("Corrected Ordinary Least Square", COLS). Esta forma de estimação necessita ser realizada em duas etapas. A primeira delas é a estimação dos valores de  $\beta$  utilizando o método do Mínimo Quadrado Ordinário, etapa esta que já executada e elucidada no tópico anterior. E a segunda etapa pauta-se na busca pela menor correção possível do intercepto  $\beta_0$  para  $\beta_{00}$  para assegurar que todas as observações estejam localizadas abaixo da fronteira de produção. Ou seja, realizar um ajuste de  $\beta_0$  para cima com o termo máximo de erro.

Sendo assim, torna-se possível estimar tal procedimento a partir de uma estimativa por Máximo Verossimilhança sob circunstâncias especiais: quando os termos da ineficiência possuírem distribuição Gama, ou seja,  $u^k \sim \Gamma(\lambda, \beta)$ , onde  $\lambda > 0$  conhecido como "shape parameter" (como forma de parâmetro numérico de uma família paramétrica de distribuições de probabilidade, não paramétrico ou de escala) e também  $\beta > 0$ , conhecido como "scale parameter" (parâmetro de escala, cuja função é compreender as magnitudes dos valores gerais e assim escalonar para a direita ou esquerda do *plot* a função de densidade Gama). Já o parâmetro  $f = 2\lambda$  é conhecido na literatura técnica como *graus de liberdade*.

Diante de uma abordagem de fronteira estocástica é possível assumir um desvio em relação a fronteira que, além de refletir a ineficiência das companhias, nos permite verificar o erro aleatório dos dados.

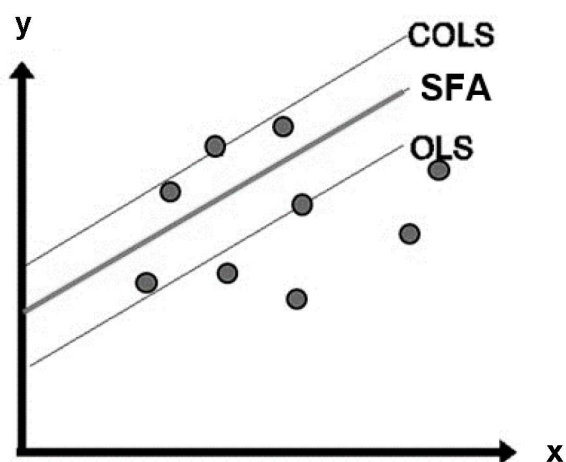
Os modelos de fronteira estocástica combinam o termo de ineficiência  $u$  com o termo do erro  $v$ ; ou seja, os modelos de SFA levam em consideração a existência de dois termos: i) um termo de erro estocástico; e ii) um termo que pode ser definido como a ineficiência. (MACEDO, 2018, p.93)

Um modelo base de fronteira estocástica, após a ocorrência de uma transformação logarítmica, pode ser expresso conforme a equação abaixo. Neste modelo consideramos que as variáveis que compõe o erro são independentes. Para o erro aleatório utiliza-se de uma distribuição normal  $v^k \sim N(0, \theta_v^2)$ , enquanto que para o termo de ineficiência utilizou-se – como proposto por MACEDO (2018), entre outras literaturas – uma distribuição meio normal  $u^k \sim N_+(0, \theta_u^2)$ . O Modelo de Fronteira Estocástica pode ser representado por

$$y^k = f(x^k; \beta) + v^k - u^k \quad (2)$$

O modelo acima demonstra a mensuração da ineficiência técnica da prestadora de serviços  $k$  através do componente  $u$  que deve possuir sinal positivo, enquanto que por sua vez o componente  $v$  - que representa o termo do erro aleatório que está preocupado com a natureza estocástica do processo produtivo e a possibilidade de erros de medidas nos insumos e na produção - pode apresentar sinais positivos ou negativos.

GRÁFICO 2 – EXEMPLO DE FUNÇÃO DE PRODUÇÃO ESTOCÁSTICA



Fonte: Willian Greene – Stochastic Frontier Models<sup>16</sup> (editado)

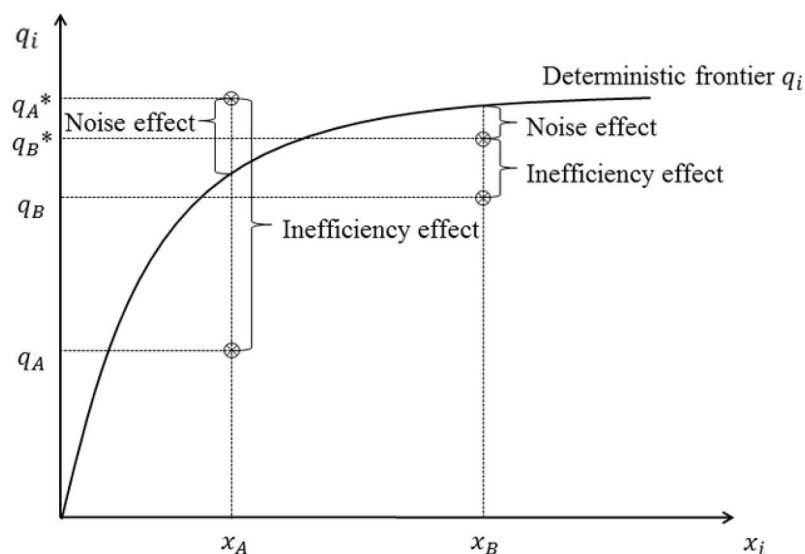
No gráfico acima - utilizado com a finalidade de ilustrar um exemplo de função de produção estocástica - a linha - regressão MQO - encontra-se abaixo da linha de função estocástica (linha SFA), que por sua vez está abaixo da linha de regressão MQO corrigida (linha COLS) a partir da soma do resíduo máximo da regressão ao intercepto.

É possível perceber a partir do gráfico 2 que todos os valores da amostra se encontram agora abaixo da linha de regressão MQO Corrigida dando indícios de uma efetiva estimação de fronteira.

Um exemplo do modelo de fronteira estocástica pode ser observado no gráfico abaixo, cujo objetivo é exibir graficamente o potencial do modelo de SFA de capturar a representatividade do ruído e da ineficiência separadamente, a partir de uma fronteira de produção.

<sup>16</sup> Disponível em: <<https://slideplayer.com/slide/9428078/>>. Acesso em: 10 de abril de 2022.

GRÁFICO 3 – EXEMPLO GRÁFICO DE INEFICIÊNCIA NO MODELO SFA



Fonte: Research Gate<sup>17</sup>

Como dito anteriormente, tem-se nos modelos de fronteira estocástica a combinação do termo do erro  $v$  com o termo de ineficiência  $u$ , os quais podem ser verificados no Gráfico 3 acima.

### 3.5 Resultados

Esta etapa do trabalho de pesquisa tem por objetivo expor os resultados da verificação da eficiência relativa das companhias da amostra, obtidos a partir da aplicação do método de Fronteira Estocástica de Produção (SFA).

A aplicação da regressão MQO do modelo especificado -segundo os parâmetros descritos anteriormente - apresentou um resíduo máximo da regressão de 0.7407636 o que determinou um novo intercepto para a regressão de -3,252503.

Se for assumido o modelo estimado na seção anterior como um modelo para uma função *Cobb-Douglas*, então  $y$  é o log da produção e  $x$  representa o vetor do logaritmo natural dos insumos, incluindo o intercepto. Para estimar os modelos SFA, isto é, para determinar os parâmetros  $\beta$ ,  $\sigma^2 v$ ,  $\sigma^2 u$ , usamos o princípio de *Máximo Verossimilhança*. Logo, para estimar os valores dos parâmetros, como os valores

<sup>17</sup> Disponível em: <[https://www.researchgate.net/figure/The-stochastic-frontier-model-for-efficiency-analysis-Source-Coelli-et-al-2005\\_fig2\\_320922657](https://www.researchgate.net/figure/The-stochastic-frontier-model-for-efficiency-analysis-Source-Coelli-et-al-2005_fig2_320922657)>. Acesso em: 20 de abril de 2022.

que fazem com que as observações tenham a maior probabilidade possível de ser observada, devemos conhecer a densidade do termo do erro combinado ( $\epsilon = v - u$ ).

Como dito anteriormente, a distribuição do termo do erro,  $\epsilon$  não é uma distribuição simples, mas envolve a coevolução da distribuição normal,  $v$ , e a distribuição normal truncada,  $u$ .

Podemos estimar os parâmetros  $\beta$ ,  $\sigma^2$  (variância do erro total),  $\lambda$  do modelo básico SFA usando o método de *Máximo Verossimilhança*, ao máxima o logaritmo natural da função verossimilhança com respeito aos parâmetros  $\beta$ ,  $\sigma^2$ ,  $\lambda$ . Isso pode ser feito automaticamente pela função do R denominada SFA, do pacote do R Benchmarking.

Foi estimado  $\lambda$  e  $\sigma$ , mas o maior interesse recai sobre a estimativa de  $\sigma_u^2$  e  $\sigma_v^2$ . Para encontrar  $\sigma_u^2$  e  $\sigma_v^2$  comumente utilizam-se as equações

$$\sigma^2 = \sigma_v^2 + \sigma_u^2 \quad (3)$$

Logo tem-se que

$$\lambda = \sqrt{\frac{\sigma_u^2}{\sigma_v^2}} \quad (4)$$

Realizando as modificações necessárias nestas expressões algébricas, tem-se que

$$\sigma_u^2 = \lambda^2 \sigma_v^2 = \frac{\lambda^2}{1+\lambda^2} \sigma^2 \quad (5)$$

A tabela abaixo demonstra os coeficientes obtidos a partir da aplicação função no modelo estimado, para os anos de 2017 a 2020, no setor de saneamento básico. Na tabela, observa-se  $\sigma_u^2$  representando a variância da ineficiência e  $\sigma_v^2$  como a variância do erro aleatório.

TABELA 10 - RESULTADO DA ESTIMATIVA DA VARIÂNCIA DA EFICIÊNCIA – ANOS 2017-2020

<b>Coefficientes</b>	<b>2017</b>	<b>2018</b>	<b>2019</b>	<b>2020</b>
$\sigma_u^2$	0,0543309	0,1638016	0,1514868	0,1254109
$\sigma_v^2$	0,1182499	0,06671549	0,02452828	0,0440383
$\hat{\lambda}$	0,67783	1,56692	2,48516	-1,68753
$\frac{\lambda^2}{\lambda^2+1}$	31,48	71,06	86,06	

Fonte: Autor (2022)

Resultados onde obtém-se valores de  $\hat{\lambda} > 1$  interpreta-se que a variância da eficiência,  $\sigma_u^2$ , é maior que a variância do erro aleatório,  $\sigma_v^2$ . Resultados que demonstrem  $\hat{\lambda} < 0$  podem indicar que, ou o modelo não possui ineficiência – o que possui baixa probabilidade de ocorrer neste modelo, visto que os testes anteriores apontaram para a existência de ineficiência no setor – ou o modelo possui algum erro de especificação. Como pode ser observado na tabela acima, o ano de 2020 apresentou valores menores do que zero (-1,68753) para  $\hat{\lambda}$ , desta forma optou-se por retirar o ano referido das etapas de testes econométricos posteriores.

A equação  $\frac{\lambda^2}{1+\lambda^2}$ , multiplicada por cem, demonstra uma das possíveis formas de se obter o valor percentual da variância do erro total devido a ineficiência. Sendo assim, a tabela nos permite interpretar, para o ano de 2017, por exemplo, que 31,48% da variância total é devido a ineficiência, enquanto que o percentual restante (68,52%) é devido a variação aleatória do modelo. Todavia, ocorre um aumento significativo da participação da variância devido a ineficiência no decorrer dos anos analisados.

Posteriormente às constatações descritas acima, e realizada a composição do modelo da SFA, foi aplicado um teste de regressão linear na SFA no ano de 2017, por exemplo, cujos resultados podem ser observados na tabela abaixo.

TABELA 11 – RESULTADO REGRESSÃO LINEAR SFA - ANO 2017

<b>Coefficientes</b>	<b>Estimativa</b>	<b>Desv. Pad.</b>	<b>Valor</b>	<b>Pr(&gt; t )</b>
Intercepto	-3,76152	1,345336	-2,796	0,01
x	0,85983	0,051435	16,7169	0,00
$\sigma^2$	0,14861			

Fonte: Autor (2022)

A partir da tabela de resultados acima é possível constatar que a relação positiva entre as variantes foi mantida, porém nesta estimativa, na medida em que o OPEX aumenta em 1 p.p., existe uma expectativa de variação positiva de aproximadamente 0,86 p.p. na quantidade média de Ligações de Água Ativas. Constatou-se que a regressão da SFA apontou para um modelo aprovado segundo o critério do p-valor da regressão, e os estimadores utilizados para o teste foram aprovados.

TABELA 12 – COMPARAÇÃO DOS COEFICIENTES SFA E MQO - ANO 2017

<b>Coefficientes</b>	<b>SFA</b>	<b>OLS</b>
Intercepto	-3,76152	-3,9932668
x	0,85983	0,8621125
$\sigma^2$	0,17258	0,14861

Fonte: Autor (2022)

A tabela acima comparou os coeficientes obtidos para o ano de 2017 da amostra, a partir de estimativas de regressões lineares do modelo MQO e SFA. É possível verificar que o x de ambos os modelos se manteve relativamente aderentes uma à outra, e com mesma tendência. Nota-se também que a variância ( $\sigma^2$ ) da SFA demonstra valores estatisticamente maiores, possibilidade esta que já era esperada uma vez que a variância na SFA foi composta pela soma do erro aleatório e do erro de eficiência.

Diante dos expostos podemos concluir que a eficiência de uma empresa específica depende de  $u$ . Obtidas as estimativas acima descritas, torna-se possível calcular a medida de tecnologia para cada empresa e, da mesma forma, a medida de eficiência técnica média.

No modelo aditivo, a eficiência também depende do produto esperado máximo, isto é, o produto determinado a partir da função estimada, como é representado pela equação descrita abaixo. A eficiência específica da empresa é, portanto, dado pela seguinte expressão

$$D_0(x^0, y^0) = \frac{\text{Produção Atual}}{\text{Produção Esperada Máxima}} = \frac{f(x^0; \beta) - u^0}{f(x^0; \beta)} \quad (6)$$

Sendo assim, tem-se que a Eficiência Técnica - ou *Technical Efficiency*, TE – pode ser dado por

$$TE_{add}^k(x^k, y^k) = \frac{f(x^0; \beta^\wedge) - \hat{u}^k}{f(x^k; \beta^\wedge)} = 1 - \frac{\hat{u}^k}{f(x^k; \beta^\wedge)} \quad (7)$$

Independente do modelo escolhido, é preciso estimar  $\hat{u}^k$  para ser capaz de calcular a eficiência específica. Todavia, encontrar a estimativa de  $\hat{u}^k$  da ineficiência  $u^k$  necessita de uma outra etapa de estimação do erro total. Após a estimação dos parâmetros a estimação do erro total pode ser representado pela expressão

$$\hat{e}_k = \ln(y_k) - \ln(f(x_k; \beta^\wedge)) \quad (k=1, \dots, K) \quad (8)$$

Assim, observa-se que o erro total é obtido a partir da equação abaixo, mas embora podemos conhecer  $e_k$ , ainda estamos diante de uma equação com dois erros desconhecidos: o erro aleatório,  $v_k$ , e a ineficiência,  $u_k$ .

$$e_k = v_k - u_k \quad (9)$$

Ao estimar-se  $e_k$ , torna-se possível obter-se algumas informações sobre  $u_k$ , sejam estas: i) Se  $e_k > 0$ , então pode existir a possibilidade de  $u_k$  ter um tamanho pequeno, logo, como  $E(v_k) = 0$ , e também  $u_k \geq 0$ , segue-se que a empresa  $k$ , demonstra relativa eficiência; ii) Por outro lado, se  $e_k < 0$ , então  $u_k$  irá tender a demonstrar valores grandes, sugerindo que a empresa  $k$  demonstra possíveis sinais de ineficiência.

Portanto propõe-se aqui uma análise da distribuição condicional de  $u_k$  dado  $e_k$ , e usamos a expectativa condicional,  $E(u_k|e_k)$  como um estimador de  $u_k$ . Para o modelo Multiplicativo a estimativa da TE por empresa pode ser expresso como

$$\widehat{TE}^k = e^{E(u|\hat{e})} = e^{\hat{u}^k} \quad (10)$$

A dedução do índice de eficiência técnica é apresentado em Bogetoft e Otto (2011).

A partir dos resíduos estimados da MQO calculou-se a tecnologia das empresas, a partir da estimação de eficiência por máximo verossimilhança. A tabela abaixo nos permite verificar que a média da eficiência técnica estimada entre as 28 empresas da amostra apresentou uma tendência de queda do ano de 2017 para 2018, voltando a aumentar parcialmente sua média em 2019.

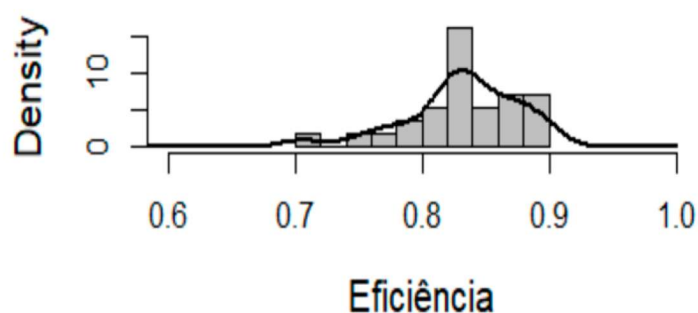
TABELA 13 – MÉDIA DA EFICIÊNCIA TÉCNICA ESTIMADA DA AMOSTRA - ANOS 2017-2020

<b>Coeficientes</b>	<b>2017</b>	<b>2018</b>	<b>2019</b>	<b>2020</b>
<i>Téc. Empresas</i>	0.83149	0.73480	0.74636	

Fonte: Autor (2022)

Abaixo estão demonstrados os gráficos de distribuição da densidade dos coeficientes de eficiência técnica estimada para cada período escolhido para a análise. É possível notar nos gráficos adiante que, assim como descrito na tabela de resultados acima, os maiores níveis de eficiência ocorreram no ano de 2017.

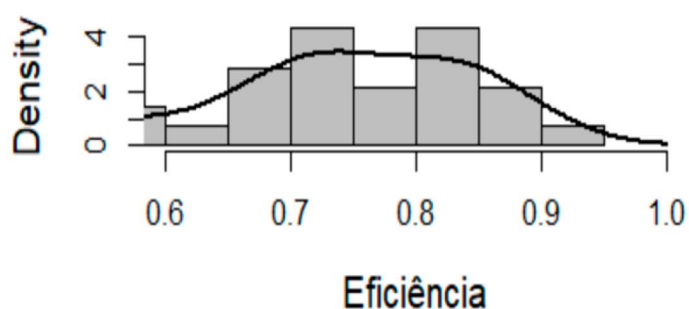
GRÁFICO 4 – DISTRIBUIÇÃO DA EFICIÊNCIA - ANO 2017



Fonte: Autor (2022)

O gráfico acima nos permite perceber uma concentração entre 0,7 e 0,9 no nível de eficiência das prestadoras de serviço para o ano de 2017. Como dito anteriormente, a média de eficiência do setor para este ano foi de 0,83149 o que reflete em uma acentuação da concentração de empresas no gráfico ao redor deste coeficiente.

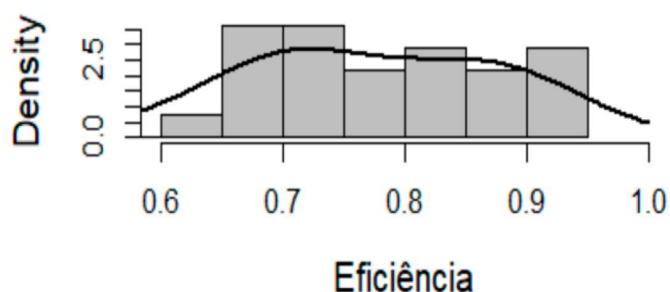
GRÁFICO 5 – DISTRIBUIÇÃO DA EFICIÊNCIA - ANO 2018



Fonte: Autor (2022)

O gráfico de distribuição da eficiência em 2018 demonstra um aparente achatamento da curva de distribuição. Observa-se também que ocorreu uma diminuição geral nos níveis de eficiência das companhias, com significativa redução da média, que partiu de 0,83149 em 2017 para 0,73480 em 2018.

GRÁFICO 6 – DISTRIBUIÇÃO DA EFICIÊNCIA – ANO 2019



Fonte: Autor (2022)

O gráfico acima demonstrou, quando comparado aos anos anteriores, um aumento na concentração de empresas que estavam entre o nível 0,6 e 0,8 bem como uma diminuição na concentração de empresas com coeficientes superiores de eficiência.

A tabela abaixo traz uma relação dos valores estimados das eficiências técnicas das empresas de saneamento individuais da amostra, de 2017 a 2019. O valor máximo obtido para os índices de eficiência foi 0,92 e o mínimo 0,40.

TABELA 13 - ÍNDICE DE EFICIÊNCIA POR EMPRESA POR ANO - ANOS 2017-2020

N	Empresas	2017	2018	2019	Média
1	AGESPISA	0.8358716	0.7272502	0.7280507	0.763724
2	ATS	0.8998081	0.9043054	0.9234872	0.9092
3	CAEMA	0.8240176	0.7797136	0.7284294	0.777387
4	CAER	0.8057737	0.6626405	0.6575850	0.708666
5	CAERD	0.7501824	0.5364390	0.4712792	0.585967
6	CAERN	0.8298901	0.7657978	0.8252150	0.806968
7	CAESA	0.7664200	0.5564310	0.5109921	0.611281
8	CAESB	0.7045012	0.4024513	0.4031965	0.503383
9	CAGECE	0.8809768	0.8654297	0.9041691	0.883525
10	CAGEPA	0.8414613	0.7675472	0.7619503	0.79032
11	CASAL	0.8198236	0.6925813	0.6676384	0.726681
12	CASAN	0.7867318	0.5787466	0.6628642	0.676114
13	CEDAE	0.8202756	0.7317629	0.7179587	0.756666
14	CESAN	0.8100085	0.6722743	0.6469115	0.709731
15	COMPESA	0.8678749	0.8370899	0.8877156	0.864227
16	COPANOR	0.8933767	0.8546517	0.9083155	0.885448
17	COPASA	0.8906858	0.8786223	0.9112716	0.893527
18	CORSAN	0.8296808	0.7131633	0.6630020	0.735282
19	COSAMA	0.7803496	0.6430008	0.6989526	0.707434
20	COSANPA	0.8365714	0.7358512	0.7270391	0.766487
21	DEPASA	0.8354314	0.7053880	0.7717438	0.770854
22	DESO	0.8220397	0.6981137	0.7119388	0.744031
23	EMBASA	0.8669114	0.8376389	0.8793971	0.861316
24	SABESP	0.8633118	0.8174276	0.8504489	0.843729
25	SANEAGO	0.8484131	0.8099333	0.8352079	0.831185
26	SANEATIN	0.8784598	0.8423113	0.8420938	0.854288
27	SANEPAR	0.8572826	0.8138946	0.8489280	0.840035
28	SANESUL	0.8356485	0.7440390	0.7525131	0.7774

Fonte: Autor (2022)

Posteriormente optou-se pela elaboração de um *ranking* dos índices apurados, por ano, para que fosse possível uma melhor leitura dos dados apresentados na tabela anterior.

TABELA 14 – RANKING DOS ÍNDICES DE EFICIÊNCIA POR EMPRESA POR ANO – ANOS 2017-2019

	Empresas	2017	Empresas	2018	Empresas	2019
1º	ATS	0.8998081	ATS	0.9043054	ATS	0.9234872
2º	COPANOR	0.8933767	COPASA	0.8786223	COPASA	0.9112716
3º	COPASA	0.8906858	CAGECE	0.8654297	COPANOR	0.9083155
4º	CAGECE	0.8809768	COPANOR	0.8546517	CAGECE	0.9041691

	<b>Empresas</b>	<b>2017</b>	<b>Empresas</b>	<b>2018</b>	<b>Empresas</b>	<b>2019</b>
5º	SANEATIN	0.8784598	SANEATIN	0.8423113	COMPESA	0.8877156
6º	COMPESA	0.8678749	EMBASA	0.8376389	EMBASA	0.8793971
7º	EMBASA	0.8669114	COMPESA	0.8370899	SABESP	0.8504489
8º	SABESP	0.8633118	SABESP	0.8174276	SANEPAR	0.8489280
9º	SANEPAR	0.8572826	SANEPAR	0.8138946	SANEATIN	0.8420938
10º	SANEAGO	0.8484131	SANEAGO	0.8099333	SANEAGO	0.8352079
11º	CAGEPA	0.8414613	CAEMA	0.7797136	CAERN	0.8252150
12º	COSANPA	0.8365714	CAGEPA	0.7675472	DEPASA	0.7717438
13º	AGESPISA	0.8358716	CAERN	0.7657978	CAGEPA	0.7619503
14º	SANESUL	0.8356485	SANESUL	0.7440390	SANESUL	0.7525131
15º	DEPASA	0.8354314	COSANPA	0.7358512	CAEMA	0.7284294
16º	CAERN	0.8298901	CEDAE	0.7317629	AGESPISA	0.7280507
17º	CORSAN	0.8296808	AGESPISA	0.7272502	COSANPA	0.7270391
18º	CAEMA	0.8240176	CORSAN	0.7131633	CEDAE	0.7179587
19º	DESO	0.8220397	DEPASA	0.7053880	DESO	0.7119388
20º	CEDAE	0.8202756	DESO	0.6981137	COSAMA	0.6989526
21º	CASAL	0.8198236	CASAL	0.6925813	CASAL	0.6676384
22º	CESAN	0.8100085	CESAN	0.6722743	CORSAN	0.6630020
23º	CAER	0.8057737	CAER	0.6626405	CASAN	0.6628642
24º	CASAN	0.7867318	COSAMA	0.6430008	CAER	0.6575850
25º	COSAMA	0.7803496	CASAN	0.5787466	CESAN	0.6469115
26º	CAESA	0.7664200	CAESA	0.5564310	CAESA	0.5109921
27º	CAERD	0.7501824	CAERD	0.5364390	CAERD	0.4712792
28º	CAESB	0.7045012	CAESB	0.4024513	CAESB	0.4031965

Fonte: Autor (2022)

A princípio a tabela acima nos mostra que, tanto as duas primeiras DMUs quanto as três últimas, permaneceram estáticas em suas posições no decorrer do período analisado.

A Companhia de Saneamento do Paraná – SANEPAR ocupou a 9ª posição durante os dois primeiros anos, saltando para a 8ª posição em 2019. Esta mudança de posição, porém, não demonstra necessariamente um aumento no índice de eficiência da SANEPAR, pois ocorreu devido a uma queda na média geral de eficiência do setor. Todavia, cabe ressaltar que a empresa atuou acima do nível de eficiência média do setor durante os três anos analisados.

É possível observar que a maior eficiência técnica dos anos analisados foi de 0,92 em 2019, para a Agência Tocantinense de Saneamento (ATS), companhia que permaneceu em 1º lugar durante todo o período. Por outro lado, o menor valor do índice foi de 0,40 em 2018, para a Companhia de Saneamento Ambiental do

Distrito Federal (CAESB), empresa que permaneceu em 28º lugar durante todo o período.

Das 28 empresas analisadas entre 2017 e 2018, contactou-se que 13 empresas atuaram abaixo do nível médio de eficiência nestes dois anos, e subindo para 14 em 2019. Neste cenário, os níveis de eficiência investigados sugerem que existia um potencial de expansão da produtividade não explorado no setor de saneamento básico nacional, entre os anos de 2017 a 2019. Logo, temos sinais de que as empresas, em geral, não exerceram as melhores técnicas e métodos de produção para que se alcançasse o nível máximo do potencial de produção possível.

#### **4 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

O objetivo deste trabalho foi estimar eficiência das prestadoras de serviços do setor de saneamento brasileiro e calcular seus ganhos de produtividade devido a mudança tecnológica do setor. Para isto, usou-se um modelo de Fronteira Estocástica para construir uma fronteira de eficiência do setor e, para aferir os ganhos de produtividade do setor de saneamento. Para o cálculo da eficiência produtiva do setor de saneamento foram considerados os dados contidos no Sistema Nacional de Informações sobre o Saneamento (SNIS), para as companhias regionais, para os anos de 2017 a 2020.

Como indicado anteriormente, é necessário determinar quais as variáveis que representam os insumos e quais representam os produtos. Importante lembrar que o modelo permite a utilização de múltiplas variáveis em cada função e que tais variáveis devem representar da melhor maneira possível as características do setor em análise. Com base nas alternativas usualmente utilizadas no setor de saneamento, conforme as seções anteriores indicaram, foram utilizadas as seguintes variáveis.

- AG002: Quantidade de ligações ativas de água à rede pública;
- FN015: Despesas de Exploração (DEX).

Da análise feita, constatou-se que: I) O setor de saneamento nacional está passando por mudanças estruturais desde 2020, devido ao estabelecendo do novo

marco regulatório do saneamento básico; II) A maior parcela dos prestadores de serviço do setor possui abrangência local; III) A região sudeste do Brasil demonstrou ser a maior consumidora média de água do país, seguida da região Sul; IV) O Sul do país apresentou a aplicação da maior tarifa média do país para serviços de água e esgoto; V) As variáveis “AG002” e “DEX” do SNIS aparentam possuir um nível estatisticamente significativo de correlação entre elas, para os anos em análise; VI) O modelo hipotético estabelecido obteve sucesso em todos os testes amostrais, demonstrando um desempenho superior as demais categorias, e respondendo positivamente as suposições levantadas anteriormente a realização da pesquisa; VII) As variáveis selecionadas apontam para a existência de uma relação positiva entre a variação de OPEX (DEX) e de quantidade de ligações ativas de água à rede pública; VIII) A média da eficiência técnica estimada da amostra apresentou uma tendência de queda de 2017 para 2018, tendo uma recuperação parcial em 2019; IX) Em média, 13 das 28 empresas selecionadas para a composição da amostra apresentaram um índice de eficiência por empresa por ano de 2017 a 2020 abaixo da média geral da amostra, apontando para um potencial de aumento produtivo do setor; X) O ranking dos índices de eficiência por empresa por ano, teve como primeiro lugar a Agência Tocantinense de Saneamento (ATS) nos três anos consecutivos. Em contrapartida a Companhia de Saneamento Ambiental do Distrito Federal (CAESB) apresentou os menores valores do índice para os três anos analisados.

Desta forma, verifica-se que, inobstante a análise versar sobre um fragmento da economia brasileira num curto recorte de tempo, espera-se que seja possível compreender, com certo grau de confiança estatística, qual o nível de eficiência e tecnologia que as empresas do setor de saneamento básico estavam atuando no período em análise. Não obstante a brevidade da presente análise, é possível identificar os resultados desta relação econométrica neste breve relatório.

## 5 REFERENCIAL TEÓRICO

AIGNER, D., LOVELL, K., SCHMIDT, P. Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. *Journal of Econometrics*, v. 6, 1977.

BOGETOFT, P.; OTTO, L. *Benchmarking with DEA, SFA, and R*. New York: Springer Verlag, 2011.

BONIFAZ, JOSÉ LUIS; ITAKURA, REYK. An Analysis of Inefficiency of Big Urban Water Utilities in Latin-America: Documento de Discusión CIUP DD1413. Universidad Del Pacífico - Centro de Investigación, Presentado en la Conferencia Anual del Consorcio de Universidades 2014, 1 jan. 2014.

BRASIL. Congresso Nacional. Lei n. 11.445, de 05 de janeiro de 2007. Diário Oficial da União. Disponível em: <[https://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_Ato2007-2010/2007/Lei/L11445.html](https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2007/Lei/L11445.html)>. Acesso em 10 abril 2022.

BRASIL. Congresso Nacional. Lei n. 12.305, de 02 de agosto de 2010. Diário Oficial da União. Disponível em: <[https://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2007-2010/2010/lei/l12305.html](https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2010/lei/l12305.html)>. Acesso em 10 abril 2022.

BRASIL. Congresso Nacional. Lei n. 14.026, de 15 de julho de 2020. Diário Oficial da União. Disponível em: <[https://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2019-2022/2020/lei/l14026.html](https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2019-2022/2020/lei/l14026.html)>. Acesso em 10 abril 2022.

COELHO, Faria Ricardo; BELCHIOR Souza Geraldo da Silva and Moreira Tito, (2005), *Public Versus Private Water Utilities pp Empirical Evidence for Brazilian Companies*, "Economics Bulletin".

DAMODARAN, Aswath. *Investment Valuation: Tools and techniques for determining the value of any asset*, v. 666. John Wiley & Sons, 2012.

DE MELO, José Airton de Mendonça. TRÊS ENSAIOS SOBRE O SETOR DE SANEAMENTO BÁSICO: TECNOLOGIA DE PRODUÇÃO E EFICIÊNCIA, DEMANDA E REGULAÇÃO ECONÔMICA. Orientador: Paulo de Melo Jorge Neto. 2005. 155 p. Tese (Doutorado em Economia) - Faculdade de Ciências Econômicas, Universidade Federal do Ceará - UFC, Fortaleza, 2005.

ESTACHE, Antonio; KOUASSI, Eugene. SECTOR ORGANIZATION, GOVERNANCE, AND THE INEFFICIENCY OF AFRICAN WATER UTILITIES. World Bank Policy Research Working Paper 2890, The World Bank Institute, and ECARES, Université Libre de Bruxelles; Université de Coudody, and Resource Economics – West Virginia University, p. 21, September 2002.

FARIA, R. C.; FARIA, S. A.; MOREIRA, T. B. S. A privatização no setor de saneamento tem melhorado a performance dos serviços? *Planejamento e Políticas Públicas*, Brasília, n. 28, 2005.

FILIPPINI, M.; HROVATIN, N.; ZORIC, J. Cost efficiency of Slovenian water distribution utilities: an application of stochastic frontier methods. *Journal of Productivity Analysis*, v. 29, n. 2, 2008.

GUJARATI, Damodar N.; PORTER, Dawn C. *ECONOMETRIA BÁSICA*. 5ª edição. ed. Porto Alegre - RS: AMGH Editora Ltda., 2011. 918 p.

IPEA - Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada. Texto para discussão n° 1069. COMPARANDO MEDIDAS DE PRODUTIVIDADE: DEA, FRONTEIRA DE PRODUÇÃO ESTOCÁSTICA. Rio de Janeiro – RJ, 2005. Disponível em: < <http://www.ipea.gov.br>>

IPEA - Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada. Texto para discussão n° 1069. COMPARANDO MEDIDAS DE PRODUTIVIDADE: DEA, FRONTEIRA DE PRODUÇÃO ESTOCÁSTICA. Rio de Janeiro – RJ, 2005. Disponível em: < <http://www.ipea.gov.br>>

LEBELEIN, Carlos Werlang. SANEAMENTO NO BRASIL: UMA ANÁLISE DA REGULAÇÃO TARIFÁRIA. Orientador: Prof. Dr. Clemens Vinicius de Azevedo Nunes. 2019. 84 p. Tese (Mestrado em Economia) - Fundação Getúlio Vargas, EESP - FGV, Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas, EESP - FGV, 2019.

MACEDO, Joel de Jesus. AVALIAÇÃO DO SETOR DE SANEAMENTO NO BRASIL, PERÍODO 2004 A 2015: USANDO A ANÁLISE DA FRONTEIRA ESTOCÁSTICA (SFA), ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS (DEA), ÍNDICE DE MALMQUIST. Orientador: Prof. Dr. Armando Vaz Sampaio. 2018. 210 p. Tese (Pós-Graduação) - Faculdade de Ciências Econômicas, Universidade Federal do Paraná - UFPR, Curitiba, 2018.

MENDES, Giovanna Miranda. EFEITO DOS GANHOS DE PRODUTIVIDADE TOTAL DOS FATORES DA AGROPECUÁRIA SOBRE OS PREÇOS AGRÍCOLAS NO BRASIL: 1970-2006. 2015. 100 p. Prof. Dr. Geraldo Sant'ana de Camargo Barros (Doutorado em Economia) - Faculdade de Ciências Econômicas, Universidade de São Paulo - USP. Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Piracicaba, 2015.

MOREIRA, Ajax R. B.; FONSECA, Thais C. R. COMPARANDO MEDIDAS DE PRODUTIVIDADE: DEA, FRONTEIRA DE PRODUÇÃO ESTOCÁSTICA. TEXTO PARA DISCUSSÃO N° 1069, Rio de Janeiro, 1 fev. 2005.

OHIRA, Thelma Harumi; SHIROTA, Ricardo. EFICIÊNCIA ECONÔMICA: UMA APLICAÇÃO DO MODELO DE FRONTEIRA ESTOCÁSTICA EM EMPRESAS DE SANEAMENTO, São Paulo, 2012.

OHIRA, Thelma Harumi. FORNTEIRA DE EFICIÊNCIA EM SERVIÇOS DE SANEAMENTO NO ESTADO DE SÃO PAULO. Orientador: Prof. Dr. Ricardo Shirota. 2005. 124 p. Dissertação (Mestrado em Economia) - Faculdade de Ciências Econômicas, Universidade de São Paulo - USP. Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Piracicaba, 2005.

RODRIGUES, I. O. Abrangência dos serviços de saneamento. In: IBGE – INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. Atlas de saneamento 2011. Rio de Janeiro: IBGE, 2011.

SHANTHAARCHCHI, A. Aruna. STOCHASTIC FRONTIER ANALYSIS: THEORY AND PRACTICES. LAP Lambert Academic Publishing, [S. l.], 1 jul. 2019.

SHIROTA, R. Efficiency in financial intermediation: a study of the Chilean banking industry. Ohio, 1995. 138p. Dissertation (Ph.D.) – The Ohio State University.

SILVEIRA, J. S. T.; MOREIRA, A. P.; PARRA, J. E. G.; BRUM, N. F. D. Análise econométrica das fronteiras estocásticas de eficiência de custos dos prestadores de serviços de água e esgotos no Brasil no período 1998-2002. Revista Brasileira de Economia de Empresas, Brasília, v. 9, n. 1, 2009.

SOUZA, G.; FARIA, R.; MOREIRA, T. Estimating the relative efficiency of Brazilian publicly and privately owned water utilities: a stochastic cost frontier approach. *Journal of the American Water Resources Association*, v. 43, n. 5, 2007.

TUPPER, H. C.; RESENDE, M. Efficiency and regulatory issues in the Brazilian water and sewage sector: an empirical study. *Utilities Policy*, v. 12, n. 1, 2004.

VARIAN, H. R. *Microeconomia Princípios Básicos: Uma abordagem Moderna*, 9ª ed. Ed. Campus, 2016, 730 p.

VISHWAKARMA, Amit; KULSHRESTHA, Mukul. Stochastic Production Frontier Analysis of Water Supply Utility of Urban Cities in the State of Madhya Pradesh, India. *INTERNATIONAL JOURNAL OF ENVIRONMENTAL SCIENCES* Volume 1, No 3, Bhopal, M.P., 2010.