

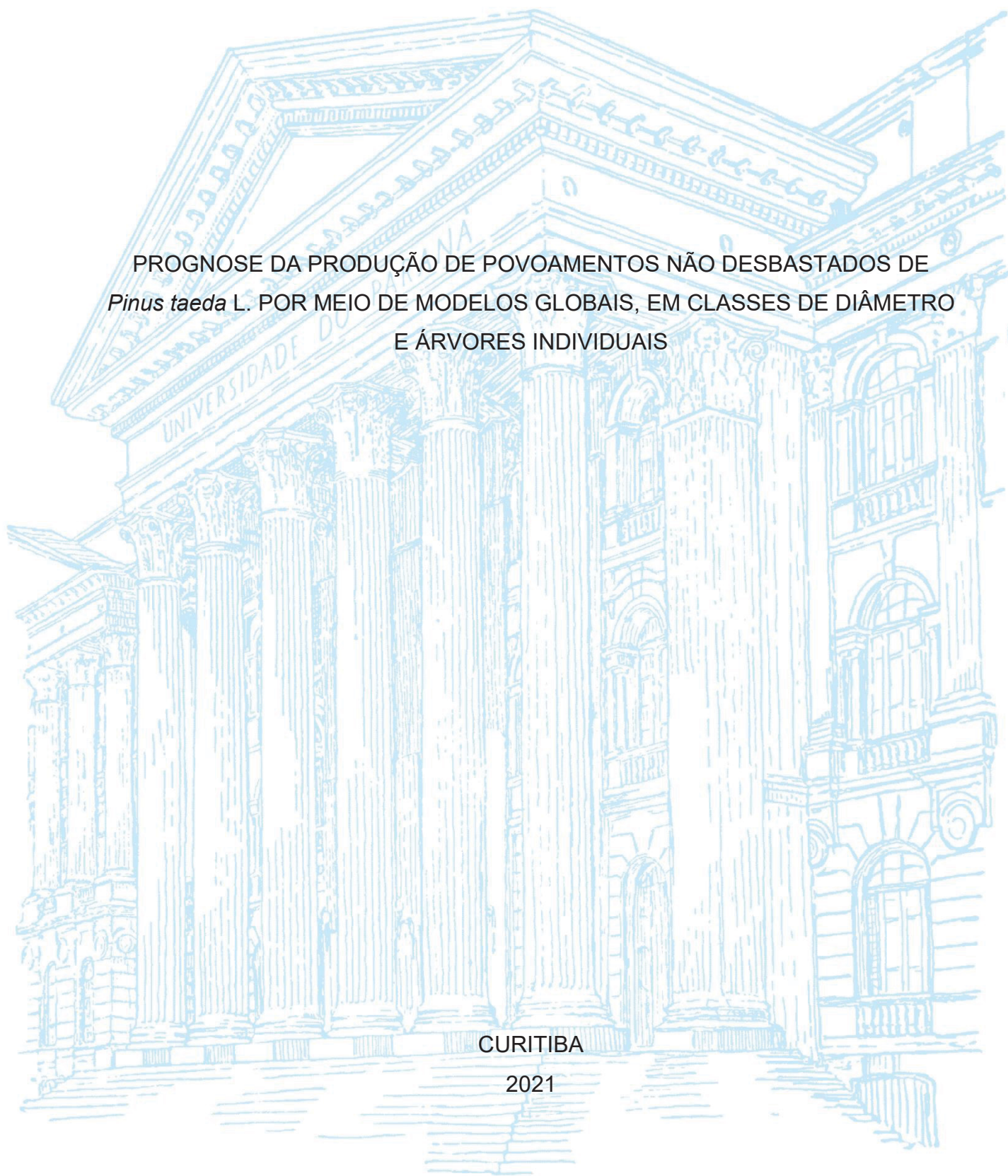
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

RICARDO CAVALHEIRO

PROGNOSE DA PRODUÇÃO DE POVOAMENTOS NÃO DESBASTADOS DE
Pinus taeda L. POR MEIO DE MODELOS GLOBAIS, EM CLASSES DE DIÂMETRO
E ÁRVORES INDIVIDUAIS

CURITIBA

2021



RICARDO CAVALHEIRO

PROGNOSE DA PRODUÇÃO DE POVOAMENTOS NÃO DESBASTADOS DE
Pinus taeda L. POR MEIO DE MODELOS GLOBAIS, EM CLASSES DE DIÂMETRO
E ÁRVORES INDIVIDUAIS

Tese apresentada ao curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Área de Concentração em Manejo Florestal, Departamento de Ciências Florestais, Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia Florestal.

Orientador: Prof. Dr. Sebastião do Amaral Machado

Coorientadoras: Prof. Dr. Afonso Figueiredo Filho
Prof. Dr. Allan Libanio Pelissari

CURITIBA

2021

Ficha catalográfica elaborada pela
Biblioteca de Ciências Florestais e da Madeira - UFPR

Cavalheiro, Ricardo

Prognose da produção de povoamentos não desbastados de *Pinus taeda* L. por meio de modelos globais, em classes de diâmetro e de árvores individuais / Ricardo Cavalheiro. – Curitiba, 2021.

126 f. : il.

Orientador: Prof. Dr. Sebastião do Amaral Machado

Coorientadores: Prof. Dr. Afonso Figueiredo Filho

Prof. Dr. Allan Libanio Pelissari

Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Agrárias, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal.

Defesa: Curitiba, 25/06/2021. Área de concentração: Manejo Florestal.

1. Árvores - Crescimento. 2. Árvores - Medição. 3. Dendrometria.
4. *Pinus taeda*. 5. Teses. I. Machado, Sebastião do Amaral.
II. Figueiredo Filho, Afonso. III. Pelissari, Allan Libanio.
IV. Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Agrárias. V. Título.

CDD – 634.9

CDU – 634.0.524



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA
FLORESTAL - 40001016015P0

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA FLORESTAL da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **RICARDO CAVALHEIRO** intitulada: **Prognose da produção de povoamentos não desbastados de *Pinus taeda* L. por meio de modelos globais, em classes de diâmetro e árvores individuais.**, sob orientação do Prof. Dr. SEBASTIÃO DO AMARAL MACHADO, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de doutor está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 25 de Junho de 2021.

Assinatura Eletrônica

29/06/2021 14:21:56.0

SEBASTIÃO DO AMARAL MACHADO

Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica

28/06/2021 23:28:15.0

RODRIGO OTÁVIO VEIGA DE MIRANDA

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA)

Assinatura Eletrônica

28/06/2021 16:39:48.0

FABIANE APARECIDA RETSLAFF GUIMARÃES

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CENTRO-OESTE)

Assinatura Eletrônica

29/06/2021 09:02:00.0

RODRIGO GERONI MENDES NASCIMENTO

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DA AMAZÔNIA)

Assinatura Eletrônica

28/06/2021 19:27:24.0

SAULO JORGE TEO

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE DO OESTE DE SANTA CATARINA)

Avenida Lothário Meissner, 632 - CURITIBA - Paraná - Brasil
CEP 80210-170 - Tel: (41) 3360-4212 - E-mail: pgfloresta@gmail.com

Documento assinado eletronicamente de acordo com o disposto na legislação federal Decreto 8539 de 08 de outubro de 2015.

Gerado e autenticado pelo SIGA-UFPR, com a seguinte identificação única: 98532

Para autenticar este documento/assinatura, acesse <https://www.prppg.ufpr.br/siga/visitante/autenticacaoassinaturas.jsp>
e insira o código 98532

À minha família,
Dedico

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais Luiz Vilmar Cavalheiro e Diomara D. Cavalheiro e meus irmãos Ana Cláudia Cavalheiro, Ana Paula Cavalheiro e Luiz Eduardo Cavalheiro por toda força, apoio e amor.

Aos professores Doutores Sebastião do Amaral Machado, Afonso Figueiredo Filho e Allan Libanio Pelissari pela orientação, amizade e exemplo como pessoas e profissionais.

Ao demais professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal da UFPR que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho.

À Universidade Federal do Paraná, pela oportunidade oferecida para execução do programa de doutorado.

Temos o destino que merecemos. O nosso destino está de acordo com os
nossos méritos. (Albert Einstein)

RESUMO

O objetivo deste trabalho foi modelar o crescimento e a produção de plantios de *Pinus taeda* L. com modelos globais, em classes de diâmetro e árvores individuais. Os dados utilizados foram provenientes de remediações de 345 parcelas permanentes distribuídas em povoamentos de *Pinus taeda* localizadas no Planalto Norte do estado de Santa Catarina e Sul do estado do Paraná. Para avaliar a projeção da produção em volume pelos diferentes métodos estudados, 104 parcelas foram selecionadas para compor o conjunto de dados de validação. O modelo de Chapman-Richards foi utilizado para determinar as classes de sítio. Para a modelagem do povoamento total, foram testados quatro modelos diferentes, em que as estatísticas de viés, acurácia e índice de ajuste foram utilizadas para avaliar as projeções dos volumes totais nas parcelas de validação. O modelo de Clutter (1963) foi considerado o melhor, com viés médio de $-9,80 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ e acurácia média de $33,60 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$. Para a modelagem em classes de diâmetro, foram testados diversos modelos de atributos do povoamento, visando construir um sistema com as equações de sobrevivência, área basal, diâmetro mínimo, variância dos diâmetros e relação hipsométrica genérica. Para obtenção dos parâmetros futuros da fdp de Weibull, foram utilizados os métodos dos percentis, dos momentos e da máxima verossimilhança. A qualidade do ajuste das distribuições projetadas foi avaliada pelo teste de Kolmogorov-Smirnov, ao nível de 5% de probabilidade, ao passo que as estatísticas de viés, acurácia e índice de ajuste, também foram utilizadas para avaliar as projeções dos volumes totais. Os modelos selecionados apresentaram bons ajustes para a estimativa dos atributos do povoamento. O método dos percentis apresentou a melhor qualidade de ajuste, com 90% de aderência e ks médio de 0,115. O método dos percentis foi o mais preciso e acurado para a projeção do volume, com viés médio de $23,10 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ e acurácia média de $44,10 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$. Na modelagem de árvores individuais a mortalidade por hectare foi estimada a partir do ajuste do modelo de Buchman (1983). O índice de competição independente da distância utilizado foi o de Stage (1973). O modelo proposto por Qin e Cao (2006) foi ajustado para projeção do diâmetro à altura do peito e altura total. Os resultados do ajuste da probabilidade de mortalidade apresentam coeficiente de determinação ajustado (R^2_{adj}) de 0,623 e erro padrão de estimativa ($S_{YX\%}$) de 41,9%. Os modelos de estimativas de diâmetro e altura total apresentaram respectivamente $R^2_{\text{adj}} = 0,987$, $R^2_{\text{adj}} = 0,963$ e $S_{YX\%} = 2,22\%$, $S_{YX\%} = 4,04\%$. Para esse método o volume foi superestimado em média $130,70 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ (19,7%). Quanto a acurácia os volumes diferiram em média em $130,70 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ (19,1%). Por fim, foram comparados volumes por sortimentos obtidos pela modelagem em classes de diâmetro, árvores individuais e o SisPinus. Utilizou-se o teste de Kruskal-Wallis para avaliar se os volumes estimados apresentam igualdade estatística quando comparados com os volumes observados. O resultado do teste de Kruskal-Wallis mostrou que existiu diferença estatística entre os valores observados e estimados, exceto para a estimativa de Toras II obtidas pelo SisPinus. Os métodos avaliados para estimativa de sortimentos apresentaram resultados imprecisos e não acurados. Dentre todos os métodos testados, o modelo global de Clutter (1963) foi o mais preciso e acurado para a projeção do volume total. A modelagem em classes de diâmetro também apresentou bons resultados. O sistema de árvores individuais construído não apresenta projeções precisas e acuradas. Quanto a estimativa de volumes por sortimento, os métodos avaliados apresentaram resultados imprecisos e não acurados.

Palavras-chave: Sistema de predição do crescimento. fdp de Weibull. Sortimentos.

ABSTRACT

The aim of this research was to model the growth and yield of *Pinus taeda* L. plantations with global models, in diameter classes and individual trees. The data used came from remeasurements of 345 permanent plots distributed in *Pinus taeda* stands located in the North Plateau of the State of Santa Catarina. To evaluate the projection of volume yield by the different studied methods, 104 plots were selected to compose the validation data set. The Chapman-Richards model was used to determine the site classes. For the modeling of the total population, four different models were tested, in which the bias, accuracy and adjustment index statistics were used to evaluate the projections of the total volumes in the validation plots. Clutter's model (1963) was considered the best, with an average bias of $-9.8 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ and an average accuracy of $33.6 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$. For modeling in diameter classes, several models of attributes of the stand were tested, aiming to build a system with the selected equations of survival, basal area, minimum diameter, variance of the diameters and generic hypsometric relationship. To obtain the future parameters of Weibull's fdp, the methods of percentiles, moments and maximum likelihood were used. The quality of the fit of the projected distributions was assessed by the Kolmogorov-Smirnov test, while the bias, accuracy and adjustment index statistics were also used to assess the projections of commercial volumes. The selected models showed good adjustments to estimate the attributes of the stand. The percentile method showed the best quality of fit, with 90% adherence and an average ks of 0.115. The most accurate and accurate method for the projection of the volume was the percentiles, with an average bias of $23.1 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ and an average accuracy of $44.1 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$. The modeling of individual trees, mortality per hectare was estimated based on the adjustment of Buchman's model (1983). The competition index independent of the distance used was that from Stage (1973). The proposed model by Qin and Cao (2006) was adjusted to project the diameter at breast height and total height. The results of the mortality probability adjustment were $R^2_{\text{adj}} = 0.623$ and $S_{YX\%} = 41.9$. The models of estimates of diameter and total height presented, respectively, $R^2_{\text{adj}} = 0.987$, $R^2_{\text{adj}} = 0.963$ and $S_{YX\%} = 2.22$, $S_{YX\%} = 4.04$. For this method, the volume was overestimated by an average of $130.7 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ (19.7%). As for accuracy, volumes differed on average by $130.7 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ (19.1%). Finally, volumes were compared by assortments obtained by the modeling in diameter classes, individual trees and SisPinus. The Kruskal-Wallis test was used to assess whether the estimated volumes are statistically equal when compared to the observed volumes. The result of the Kruskal-Wallis test showed that there was a statistical difference between the observed and estimated values, except for the estimate of Logs II obtained by SisPinus. The methods evaluated for assortment estimation showed unprecise and inaccurate results. Among all the tested methods, the global model from Clutter (1963) was the most precise and accurate for the projection of the total volume. The modeling in diameter classes also showed good results. The system of individual trees built does not present precise and accurate projections. Regarding the estimation of volumes by assortment, the evaluated methods presented unprecise and inaccurate results.

Keywords: Growth projection system. Weibull fdp. Assortments.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - CURVAS DE PRODUÇÃO (a) E DE CRESCIMENTO (b).....	20
FIGURA 2 – DISTRIBUIÇÃO DAS ÁREAS DOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i> UTILIZADAS NESTA PESQUISA	31
FIGURA 3 – DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS PARA RELAÇÃO ALTURA DOMINANTE X IDADE EM POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i>	39
FIGURA 4 – CURVAS DE SÍTIO CONSTRUÍDAS COM A EQUAÇÃO DE CHAPMAN E RICHARDS PARA POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i>	40
FIGURA 5 – DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMATIVA DA SOBREVIVÊNCIA NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i> . EM QUE: (a) PIENAAR E HARRISON (1989); (b) SULLIVAN E CLUTTER (1972); E (c) OCHI E CAO (2003)	43
FIGURA 6 – DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMATIVA DA ÁREA BASAL NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i> . EM QUE: (a) CLUTTER (1963); (b) PIENAAR E HARRISON (1989); (c) SULLIVAN E CLUTTER (1972); E (d) OCHI E CAO (2003).	44
FIGURA 7 – DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMATIVA DO VOLUME. (a) CLUTTER (1963), (b) PIENAAR E HARRISON (1989), (c) SULLIVAN E CLUTTER (1972) E (d) OCHI E CAO (2003).....	45
FIGURA 8 – DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA PROJETAR A SOBREVIVÊNCIA NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i> . (a) CLUTTER E JONES (1980); (b) PIENAAR E SHIVER (1981); (c) SILVA (1986); (d) LENHART; HUNT E BLACKARD (1986); (e) CLUTTER E JONES MODIFICADO (1980); (f) PIENAAR et al. (1989); E (g) SULLIVAN E CLUTTER (1972).....	64
FIGURA 9 – DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA PROJETAR A ÁREA BASAL NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i> . (a) CLUTTER (1963); (b) SCOLFORO 1 (1990); (c) SCOLFORO 2 (1990); E (d) PIENAAR et al. (1988).	67
FIGURA 10 – DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMAR DIÂMETRO MÍNIMO NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus</i>	

<i>taeda</i> . (a) SANTANA 1 (2008); (b) FERRAZ FILHO (2009); (c) SANTANA 2 (2008); (d) RETSLAFF (2010); (e) ZHANG, LEI, CAO (2010); E (f) CAO (2010).....	69
FIGURA 11 – DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMAR A VARIÂNCIA DOS DIÂMETROS NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i> . (a) SANTANA 1 (2008); (b) SANTANA 2 (2008); (c) RETSLAFF (2010); (d) ZHANG; LEI E CAO (2010); (e) CAO E MCCARTY (2006); E (f) EISFELD (2005)	71
FIGURA 12 – DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMAR A RELAÇÃO HIPSOMÉTRICA GENÉRICA NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i> . (a) BENNET E CLUTTER (1968); (b) LENHART E CLUTTER (1971); (c) SCOLFORO 1 (1990); (d) SCOLFORO 2 (1990); (e) MAESTRI (2003); E (f) SCHUCHOVSKI (2014).....	74
FIGURA 13 – ALTURAS ESTIMADAS NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i> , EM DIFERENTES CLASSES DE IDADE, A PARTIR DA EQUAÇÃO AJUSTADA DE SCOLFORO 2 (1990)	75
FIGURA 14 – DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMAR OS DIÂMETROS PERCENTIS NA POSIÇÃO (a) 0; (b) 25; (c) 50; (d) 95 NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i>	78
FIGURA 15 – DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMAR OS PARÂMETROS DE ESCALA E FORMA. (a) ESCALA; (b) FORMA.....	79
FIGURA 16 – FLUXOGRAMA DE ETAPAS PARA MODELAGEM DE ÁRVORES INDIVIDUAIS.....	88
FIGURA 17 – NÚMERO DE ÁRVORES VIVAS E MORTAS OBSERVADAS POR HECTARE EM FUNÇÃO DA IDADE NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i>	90
FIGURA 18 – DINÂMICA DO NÚMERO DE ÁRVORES SOBREVIVENTES E MORTAS OBSERVADAS POR HECTARE E POR CLASSE DE DIÂMETRO, EM QUE (a) 5 ANOS, (b) 10 ANOS, (c) 15 ANOS, (d) 20 ANOS, NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i>	91
FIGURA 19 –DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMAR A PROBABILIDADE DE MORTALIDADE (A), PROJEÇÃO	

DO DIÂMETRO (B) E DA ALTURA TOTAL (C) NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i>	93
FIGURA 19 – VOLUMES PREDITOS EM FUNÇÃO DOS VOLUMES OBSERVADOS NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i>	95
FIGURA 21 – VOLUMES PREDITOS DE CELULOSE EM FUNÇÃO DOS VOLUMES OBSERVADOS DE CELULOSE NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i> PELOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES. (a) DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA; (b) ÁRVORES INDIVIDUAIS; (c) SISPINUS.....	107
FIGURA 22 – VOLUMES PREDITOS DE TORA I EM FUNÇÃO DOS VOLUMES OBSERVADOS DE TORA I NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i> PELOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES. (a) DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA; (b) ÁRVORES INDIVIDUAIS; (c) SISPINUS.....	108
FIGURA 23 – VOLUMES PREDITOS DE TORA II EM FUNÇÃO DOS VOLUMES OBSERVADOS DE TORA II NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i> PELOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES. (a) DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA; (b) ÁRVORES INDIVIDUAIS; (c) SISPINUS.....	109

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – LIMITES DAS CLASSES DE SÍTIO PARA OS POVOAMENTOS DE	
<i>Pinus taeda</i>	41

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – AMPLITUDE DAS VARIÁVEIS DO CONJUNTO DE DADOS	32
TABELA 2 – MODELOS GLOBAIS TESTADOS PARA PROJEÇÃO DA PRODUÇÃO NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i>	35
TABELA 3 – RESUMO DOS DADOS DE VALIDAÇÃO EM NÚMERO DE PARCELAS NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i>	37
TABELA 4 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICA DO MODELO UTILIZADO PARA ESTIMAR A ALTURA DOMINANTE EM POVOAMENTO DE <i>Pinus taeda</i>	39
TABELA 5 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA PROJETER A SOBREVIVÊNCIA, ÁREA BASAL E VOLUME DOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i>	42
TABELA 6 – RESULTADOS DO TESTE DE WILCOXON PARA ESTIMATIVA DE VOLUME TOTAL POR MODELOS GLOBAIS EM PLANTIOS DE <i>Pinus taeda</i>	45
TABELA 7 – ESTATÍSTICAS DA PROJEÇÃO DO VOLUME NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i> PELOS DIFERENTES MODELOS GLOBAIS AJUSTADOS.....	46
TABELA 8 – MODELOS TESTADOS PARA A ESTIMATIVA DE SOBREVIVÊNCIA DE ÁRVORES NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i>	51
TABELA 9 – MODELOS TESTADOS PARA PROJEÇÃO DA ÁREA BASAL NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i>	52
TABELA 10 – MODELOS UTILIZADOS PARA ESTIMATIVA DO DIÂMETRO MÍNIMO NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i>	53
TABELA 11 – MODELOS TESTADOS PARA ESTIMATIVA DA VARIÂNCIA DOS DIÂMETROS NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i>	54
TABELA 12 – MODELOS UTILIZADOS PARA ESTIMATIVA DA RELAÇÃO HIPSOMÉTRICA GENÉRICA NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i>	55
TABELA 13 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMATIVA DA SOBREVIVÊNCIA NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i>	63

TABELA 14 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DOS MODELOS TESTADOS PARA ESTIMAR A ÁREA BASAL NO FINAL DO PERÍODO DE PREDIÇÃO NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i>	66
TABELA 15 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DOS MODELOS TESTADOS PARA PROJETAR O DIÂMETRO MÍNIMO AO FINAL DO PERÍODO DE PREDIÇÃO NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i>	68
TABELA 16 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DOS MODELOS TESTADOS PARA ESTIMAR A VARIÂNCIA DOS DIÂMETROS NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i>	70
TABELA 17 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DOS MODELOS TESTADOS PARA A ESTIMATIVA DA RELAÇÃO HIPSOMÉTRICA GENÉRICA NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i>	73
TABELA 18 – MODELOS SELECIONADOS PARA COMPOR O SISTEMA DE PROJEÇÃO DOS ATRIBUTOS NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i> , VISANDO RECUPERAR OS PARÂMETROS DA WEIBULL 3P.	76
TABELA 19 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMAR OS DIÂMETROS PERCENTIS 0, 25, 50 E 95 NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i> , VISANDO RECUPERAR OS PARÂMETROS DA WEIBULL 3P, USANDO AS FÓRMULAS DO MÉTODO DOS PERCENTIS	77
TABELA 20 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS DE ESCALA (b) E FORMA (c) NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i> . VISANDO RECUPERAR OS PARÂMETROS DA WEIBULL 3P, USANDO AS FÓRMULAS DO MÉTODO PROPOSTO POR CAO (2004)	79
TABELA 21 – RESUMO DOS RESULTADOS OBTIDOS NO TESTE DE ADERÊNCIA DE KOLMOGOROV-SMIRNOV VISANDO RECUPERAR OS PARÂMETROS DA WEIBULL 3P	80
TABELA 22 – RESULTADOS DO TESTE DE WILCOXON PARA ESTIMATIVA DE VOLUME TOTAL POR DIFERENTES MÉTODOS DE RECUPERAÇÃO DOS PARÂMETRISO DA FDP DE WEIBULL 3P EM PLANTIOS DE <i>Pinus taeda</i>	81

TABELA 23 – ESTATÍSTICAS DA PROJEÇÃO DO VOLUME NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i> PELOS DIFERENTES MÉTODOS DE RECUPERAÇÃO DOS PARÂMETROS DA WEIBULL 3P	81
TABELA 24 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DOS MODELOS TESTADOS PARA ESTIMATIVA DA PROBABILIDADE DE MORTALIDADE, PROJEÇÃO DO DIÂMETRO E DA ALTURA TOTAL EM POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i>	92
TABELA 25 – RESULTADOS DO TESTE DE WILCOXON PARA ESTIMATIVA DE VOLUME TOTAL PELA MODELAGEM DE ÁRVORES INDIVIDUAIS EM PLANTIOS DE <i>Pinus taeda</i>	93
TABELA 26 – ESTATÍSTICAS DA PROJEÇÃO DO VOLUME NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i> OBTIDOS PELA MODELAGEM DE ÁRVORES INDIVIDUAIS INDEPENDENTES DA DISTÂNCIA	94
TABELA 27 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DOS MODELOS DE ESTIMATIVA DOS DIÂMETROS PERCENTIS DA POSIÇÃO 0, 25, 50 E 95 NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i>	99
TABELA 28 – MODELOS SELECIONADOS PARA COMPOR O SISTEMA DE PROJEÇÃO DOS ATRIBUTOS DOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i>	100
TABELA 29 – ESTATÍSTICAS DA PROJEÇÃO DO VOLUME ESTIMADOS NOS POVOAMENTOS DE <i>Pinus taeda</i> PELOS DIFERENTES MÉTODOS DE SIMULAÇÃO	105
TABELA 30 – RESULTADOS DO TESTE DE KRUSKAL-WALLIS PARA ESTIMATIVA DO VOLUME POR SORTIMENOS EM PLANTIOS DE <i>Pinus taeda</i>	106

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

fdp	- Função de densidade de probabilidade
ICA	- Incremento corrente anual
IMA	- Incremento médio anual
IPA	- Incremento periódico anual
MAI	- Modelagem de árvores individuais
MCD	- Modelagem em classes de diâmetros
MDD	- Modelos de distribuição de diâmetro
árv ha ⁻¹	- Árvore por hectare
cm	- Centímetro
ha	- Hectares
m	- metro
m ³	- metro cúbico
m ² ha ⁻¹	- metro quadrado por hectare
m ³ ha ⁻¹	- Metro cúbico por hectare
R ² _{adj}	- Coeficiente de determinação ajustado
S _{yx}	- Erro Padrão de estimativa
S _{yx} %	- Erro Padrão de estimativa em percentagem

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 OBJETIVOS	17
1.1.1 Objetivo Geral	17
1.1.2 Objetivos Específicos	17
2 REVISÃO DE LITERATURA	19
2.1 CRESCIMENTO E PRODUÇÃO	19
2.2 MODELAGEM DO POVOAMENTO TOTAL.....	21
2.3 MODELAGEM EM CLASSES DE DIÂMETRO	23
2.5 MODELAGEM DE ÁRVORES INDIVIDUAIS	27
3 CAPÍTULO I - PREDIÇÃO DO CRESCIMENTO E DA PRODUÇÃO COM MODELAGEM AO NÍVEL DE POVOAMENTO DE <i>PINUS TAEDA</i> L.....	29
3.1 INTRODUÇÃO	29
3.2 MATERIAL E MÉTODOS	30
3.2.1 Área de Estudo e Fonte de Dados	30
3.2.2 Etapa Preliminar	33
3.2.2.1 Construção de curvas de sítio	33
3.2.2.2 Modelagem em nível de povoamento	33
3.2.3 Critérios Estatísticos para Avaliação do Volume Total Projetado	36
3.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	38
3.3.1 Avaliação do modelo de estimativa da altura dominante	38
3.3.2 Validação da Projeção do Volume Total.....	45
3.4 CONCLUSÕES	47
4 CAPÍTULO II - MÉTODOS DE OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS FUTUROS DA FUNÇÃO WEIBULL NA MODELAGEM EM CLASSE DIAMÉTRICA DE POVOAMENTOS DE <i>PINUS TAEDA</i> L.....	48
4.1 INTRODUÇÃO	48
4.2 MATERIAL E MÉTODOS	49
4.2.1 Sistema de Equações para Projeções dos Atributos dos Povoamentos	50
4.2.1.1 Modelos de Sobrevivência.....	50
4.2.1.2 Modelos testados para estimativa da área basal futura.....	51
4.2.1.3 Modelos testados para estimativa do diâmetro mínimo.....	53
4.2.1.4 Modelos testados para estimativa da variância dos diâmetros.....	54

4.2.1.5 Modelos testados para estimativa da relação hipsométrica genérica.....	55
4.2.1.6 Formulação para estimativa da variância dos diâmetros médio quadráticos.....	55
4.2.2 Análise e Seleção de Modelos	56
4.2.3 Função de Densidade de Probabilidade.....	57
4.2.3.1 Teste para avaliação da qualidade do ajuste das distribuições	61
4.2.4 Estatísticas Aplicadas para Avaliação dos Atributos Projetados	61
4.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	62
4.3.1 Modelos de Sobrevivência	63
4.3.2 Modelos para projetar a Área Basal Futura.....	65
4.3.3 Modelos para Estimar o Diâmetro Mínimo	67
4.3.4 Estimativa da Variância dos Diâmetros	70
4.3.5 Relação Hipsométrica Genérica	72
4.3.6 Equações Seleccionadas para a Obtenção dos Parâmetros Futuros da Função Weibull	75
4.3.7 Modelos Ajustados para Estimativa dos Diâmetros Percentis.....	76
4.3.8 Predição dos Parâmetros da Função Weibull 3P pelo da Máxima Verossimilhança	78
4.3.9 Teste de Aderência com os Dados de Validação	80
4.3.10 Projeção do Volume Total	80
4.4 CONCLUSÕES	82
5 CAPÍTULO III - PREDIÇÃO DO CRESCIMENTO E DA PRODUÇÃO EM NÍVEL DE ÁRVORE INDIVIDUAL DE <i>PINUS TAEDA</i> L.	83
5.1 INTRODUÇÃO	83
5.2 MATERIAL E MÉTODOS.....	84
5.2.1 Origem dos Dados	84
5.2.2 Modelo de Projeção do Diâmetro à Altura do Peito e Altura Total	86
5.2.3 Avaliação de Modelos Ajustados.....	87
5.2.4 Projeção e Avaliação dos Volumes Estimados	87
5.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	89
5.4 CONCLUSÕES	95
6 CAPÍTULO IV - COMPARAÇÃO DE ESTIMATIVA DE SORTIMENTOS EM POVOAMENTOS DE <i>PINUS TAEDA</i> L. POR MEIO DA MODELAGEM EM CLASSES DE DIÂMETRO, MODELAGEM DE ÁRVORES INDIVIDUAIS E SIMULADOR SISPINUS.....	96

6.1 INTRODUÇÃO	96
6.2 MATERIAL E MÉTODOS	97
6.2.1 Área de Estudo e Fonte de Dados	97
6.2.2 Sistema de Equações para Modelagem em Classes de Diâmetros (MCD)	98
6.2.3 Sistema de Equações para Modelagem de Árvores Individuais (MAI)	101
6.2.4 Projeção da Produção pelo SisPinus	103
6.2.5 Critérios Estatísticos para Escolha do Melhor Método de Estimativa da Produção por Sortimento	103
6.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO	105
6.4 CONCLUSÕES	109
7 CONSIDERAÇÕES FINAIS	110
7.1 CONCLUSÕES GERAIS	110
7.2 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	110
REFERÊNCIAS	111

1 INTRODUÇÃO

Empresas de base florestal monitoram o incremento de seus ativos de modo a planejar as atividades do empreendimento no curto, médio e longo prazo. Entender a dinâmica de crescimento das florestas é imprescindível para guiar as estratégias da empresa desde o dimensionamento da mão-de-obra até a oferta do produto madeireiro para clientes internos e externos.

Para obter estimativas confiáveis de estoques de madeira presentes e futuros faz-se o uso de modelos de crescimento e produção. Esses modelos podem ser constituídos de uma ou mais equações, sendo essenciais na avaliação de alternativas de manejo. Em função do nível de resolução, os modelos de crescimento e produção podem ser classificados em nível de povoamento, distribuição por classes de diâmetro e em nível de árvores individuais (CAMPOS; LEITE, 2017).

No Brasil, grande parte das empresas utiliza a primeira classe de modelos já que nessa categoria a predição do volume total é obtida de forma mais simples quando comparada as outras categorias. Ao considerar empresas focadas na oferta de um único produto da floresta e um único regime de manejo, modelos ao nível de povoamento são capazes de fornecer as informações necessárias para a tomada de decisão do gestor florestal (BURKHART; TOMÉ, 2012).

Quando se tem por objetivo o entendimento da oferta de multiprodutos e a necessidade de simulação de métodos alternativos de manejo, existe a necessidade da adoção do uso de modelos que possam disponibilizar um grau de detalhamento maior do ativo florestal. Os modelos de distribuição em classes de diâmetro permitem essa flexibilidade já que os volumes da predição são apresentados por classe diamétrica e por sortimentos. Essa categoria de modelos apresenta muitos estudos desenvolvidos por pesquisadores de universidades distribuídas por todo país e tem seu uso difundido em poucas empresas florestais.

A modelagem de árvores individuais é a categoria que fornece o maior detalhamento final já que a predição do crescimento é realizada ao nível de árvore. No entanto, tem seu uso limitado em empresas devido a sua alta complexidade no ajuste do sistema de equações e necessidade de um número relevante de medições e remedições. Estudos relacionados a essa categoria de modelos são recentes no Brasil quando comparados a outras categorias, por isso ainda se observa inúmeras

oportunidades de pesquisa de modo difundir seu uso mais amplo em empresas florestais.

O planejamento estratégico das empresas interfere diretamente na escolha do tipo de modelo a ser utilizado. Esse planejamento é essencial já que a disputa acirrada por aquisição de terras e a dependência de compra de madeira do mercado pode comprometer a viabilidade do negócio, quando existe, por exemplo a necessidade de abastecimento ou expansão de uma fábrica. Entender a capacidade de oferta própria de madeira no curto, médio e longo prazo de forma precisa e mais detalhada quando necessária é vital para que a empresa direcione suas estratégias de forma mais sólida.

Tendo em vista as oportunidades existentes no desenvolvimento de estudos no meio acadêmico e a necessidade de as empresas obterem volumes futuros confiáveis, torna-se imprescindível estudos que desenvolvam modelos capazes de prever de forma precisa e acurada a produção final total ou em nível de sortimento quando necessário.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

Desenvolver e testar modelos de crescimento e produção para povoamentos de *Pinus taeda* L. não desbastados baseados na modelagem em nível de povoamento (global), classes diamétricas e árvores individuais independentes da distância.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Modelar o crescimento e a produção utilizando-se modelos globais;
- Modelar o crescimento e a produção por meio da distribuição diamétrica;
- Modelar o crescimento e a produção por meio da modelagem de árvores individuais independentes da distância;
- Modelar a produção em nível de sortimentos por meio da modelagem em classes de diâmetro e árvores individuais.

- Comparar as estimativas por sortimentos obtidas pelos sistemas construídos com simulações obtidas pelo SISPINUS a partir da mesma base de dados.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 CRESCIMENTO E PRODUÇÃO

O manejo florestal é o desenvolvimento e aplicação de métodos quantitativos e conhecimentos ecofisiológicos, visando gerar produtos, serviços e/ou benefícios, diretos e indiretos, com a garantia de sustentabilidade (econômica, social e ambiental), a partir de uma floresta. O manejo trata, então, do gerenciamento dos recursos florestais (CAMPOS; LEITE, 2017).

Os três principais elementos do manejo em florestas equiâneas são: 1) classificação de terras (quanto a localização, tamanho das árvores, estoques de crescimento e de colheita, espécies, solos, fisiografia e outros atributos; 2) prescrições, envolvendo rotação regulatória, regime de corte e tratamentos silviculturais (preparo do solo, espaçamento, desbaste, método de colheita entre outros; 3) predição ou projeção do crescimento e da produção (descrição numérica de quanto de madeira é esperado nos cortes parciais e final). Isso implica que, para gerenciar florestas, é necessário compreender os processos de crescimento e de produção, uma vez que o manejo tem de ser decidido em grande parte pela prognose de produções futuras a partir de informações correntes (CAMPOS; LEITE, 2017).

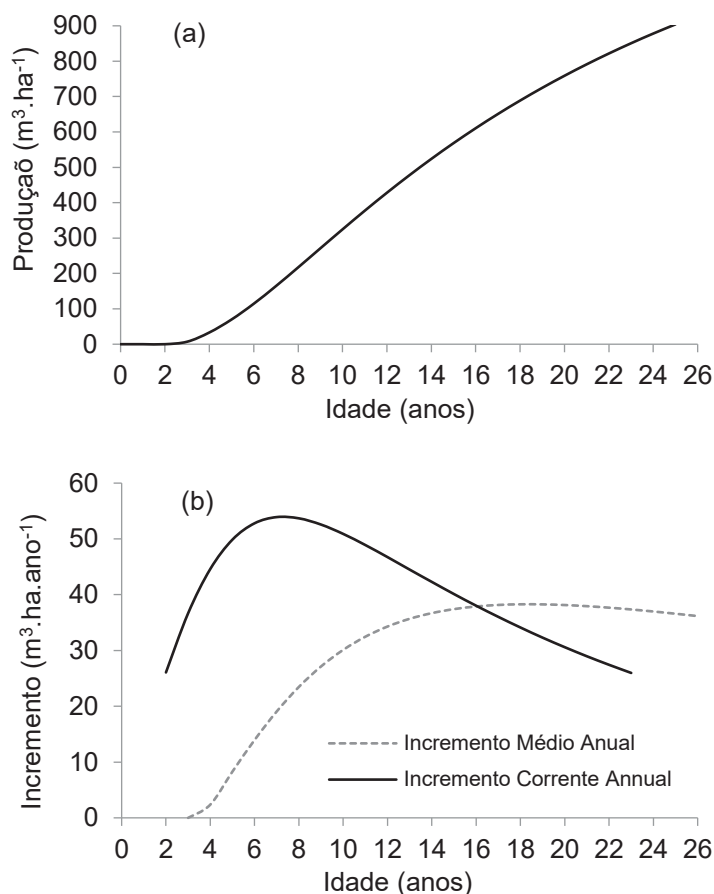
O crescimento de uma árvore ou de um povoamento é o mais importante fenômeno na floresta. Consiste no alongamento e engrossamento das raízes, tronco e galhos. Causa mudanças na árvore, influenciando o seu peso, volume e forma (SCOLFORO, 2006).

Os principais componentes da dinâmica florestal são: mortalidade, ingresso, corte e produção corrente e futura. O crescimento ou incremento de um povoamento florestal, com frequência, é expresso por um dos seguintes procedimentos (CAMPOS; LEITE, 2017):

- a) Incremento corrente anual (ICA) – corresponde ao valor do aumento da produção no período de um ano.
- b) Incremento médio anual (IMA) – é a produção até uma idade particular dividida por essa idade, ou seja, a taxa média de aumento da produção desde a implantação do povoamento até uma idade particular.
- c) Incremento periódico anual (IPA) – representa a diferença de produção entre duas idades dividida pelo período em anos.

Representados em um gráfico de incremento em função da idade (FIGURA 1), quando a curva de IMA cruza a curva de ICA, tem-se o momento em que o crescimento atingiu seu máximo e nos fornece assim a idade técnica de rotação (BURKHART; TOMÉ, 2012).

FIGURA 1 - CURVAS DE PRODUÇÃO (a) E DE CRESCIMENTO (b).



FONTE: O autor (2021).

Um modelo de crescimento é uma expressão da dinâmica natural dos povoamentos florestais, e pode envolver crescimento, mortalidade e outras mudanças na composição e estrutura da floresta. Comumente o termo “modelo de crescimento” refere-se a um sistema de equações, os quais podem predizer o crescimento e a produção de povoamentos florestais sob uma ampla variedade de condições (VANCLAY, 1994).

Em estatística, a expressão modelo é uma relação funcional a ser ajustada a dados de uma amostra. Em mensuração florestal, um modelo de crescimento e produção pode ser representado por um ou mais modelos estatísticos; uma ou mais

equações; uma ou mais tabelas ou gráficos; ou, ainda, um conjunto de modelos estatísticos, equações, tabelas e gráficos. Então, um modelo de crescimento e produção pode ser constituído de uma ou mais equações, incluindo uma ou mais variáveis independentes, e é empregado para estimar crescimento e produção florestal, sendo essencial na avaliação de alternativas de manejo. Outra aplicação é na atualização de resultados de inventários florestais partindo de medições feitas em diferentes épocas e áreas (CAMPOS; LEITE, 2017).

Os modelos de crescimento e produção para florestas equiâneas podem ser classificados da seguinte forma (BURKHART; TOMÉ, 2012):

- a) sistema de produção explícita ou modelos em nível de povoamento total, nos quais as variáveis de entrada ou de previsão básicas são geralmente idade, índice de sítio e densidade (em geral, número de árvores plantadas por unidade de área para plantações florestais, área basal inicial de povoamentos naturais).
- b) sistemas de produção implícita ou de distribuição diamétrica (ou valores agregados) que utilizam as funções densidade de probabilidade (fdp's) e dependem de valores globais do povoamento como unidade básica de modelagem.
- c) modelos para árvores individuais: que utilizam um sistema de equações para simular a dinâmica do povoamento por meio do incremento de cada árvore durante um período de crescimento. Podem ser subdivididos em duas categorias, conforme a disponibilidade da informação sobre a localização de cada árvore:
 - independente da distância ou espacialmente implícitos;
 - dependente da distância ou espacialmente explícitos.

2.2 MODELAGEM DO POVOAMENTO TOTAL

Modelos pertencentes ao sistema de produção explícita são também denominados de modelos do tipo povoamento total. Essa categoria de modelos tem como melhor representante os modelos de densidade variável, os quais incluem a variável densidade como uma parte dinâmica do sistema de equações, sendo úteis quando variável resposta pretendida é o volume por unidade de área, em especial em plantações não desbastadas (CAMPOS; LEITE, 2017).

Eles estimam o crescimento e/ou a produção a partir de atributos em nível de povoamento como idade, área basal e índice de sítio. Esses modelos não respondem a detalhes do processo de crescimento da floresta (causas), mas são empregados

com sucesso para prever a produção de madeira total, um dos elementos essenciais do manejo propriamente dito (CAMPOS; LEITE, 2017).

O modelo de crescimento e produção do tipo povoamento global mais utilizado no Brasil é o modelo de Clutter (1963). Campos e Leite (2017) destacaram quatro características desse modelo: (1) é do tipo povoamento total porque a variável estimada é o volume por unidade de área; (2) é do tipo densidade variável, permitindo estimar a produção para diferentes níveis de área basal inicial; (3) tem característica compatível, pois a equação de crescimento quando integrada fornece a equação de produção e a derivada desta resulta na equação de crescimento; (4) trata-se de um modelo explícito, porque a produção em volume é calculada diretamente.

Diversos estudos são voltados à modelagem do povoamento total. Leite et al. (2001) estudaram a precisão do modelo de Clutter (1963) em plantios de *Pinus taeda* estabelecidos no Estado de Santa Catarina. Os dados utilizados tinham 72 parcelas permanentes as quais foram medidas periodicamente dos sete aos 23 anos. O sistema de equações ajustado permitiu gerar a projeção do crescimento futuro para diferentes idades e sítios. Os autores concluíram que o modelo testado foi eficiente para a avaliação da produção ao longo dos anos conforme intervalos de confiança apresentados ao nível de 95% de probabilidade.

Ochi e Cao (2003) ajustaram um modelo de crescimento e produção para povoamentos de *Pinus taeda* plantados no Sudeste dos Estados Unidos. Os dados utilizados na pesquisa contaram com 162 parcelas permanentes com idades entre 10 e 27 anos. O modelo ajustado gerou resultados mais precisos de sobrevivência, área basal e volume em relação aos modelos tradicionais de Sullivan e Clutter (1972) e Pienaar e Harrison (1989).

Wolff II (2012) realizou uma pesquisa para ajuste de modelos de crescimento e produção em povoamentos de *Pinus taeda* localizados no Centro-Sul do Estado do Paraná com dados obtidos a partir de análise de tronco completa de 144 árvores. Após o teste de vários modelos, o modelo de Clutter (1963) foi o que forneceu as melhores projeções da área basal e volume para os plantios em estudo.

Nascimento et. al (2015) testaram o modelo de Clutter (1963) para prognose do crescimento e da produção em plantios de *Pinus taeda* no Estado de Santa Catarina. Para a realização da pesquisa foram utilizados dados de inventário com parcelas entre cinco e 33 anos de idade. Os resultados do ajuste do modelo de estimativa de volume apresentaram estatísticas de $R^2_{adj} = 0,9948$ e $S_{YX\%} = 6,1$. Ao

final, os autores concluíram que o modelo de Clutter (1963) foi eficiente para estimar o crescimento e a produção do ponto de vista estatístico.

Romaniuk (2015) avaliou modelos para estimar o crescimento e produção de povoamentos de *Pinus taeda* localizados na Região Centro-Sul do Paraná. Concluiu que o modelo de Clutter (1963) se apresentou como mais adequado, estatisticamente, para estimativas de volume futuro.

2.3 MODELAGEM EM CLASSES DE DIÂMETRO

Na modelagem por classes de diâmetro (MCD), o número total de árvores por unidade de área é distribuído por meio do uso de funções densidade de probabilidade (fdp) as quais fornecem a frequência relativa dos indivíduos por classes de diâmetro (BURKHART; TOMÉ, 2012). Outro ponto importante para que isso ocorra é o uso de equações que estimem a projeção dos atributos do povoamento como sobrevivência e área basal por exemplo. Considerando a MCD a função Weibull é uma das mais utilizadas nesse tipo de modelagem especialmente pela sua grande flexibilidade. (CAMPOS; LEITE, 2017).

O emprego de uma equação de afilamento, tendo como entrada o centro e a altura de uma determinada classe de diâmetro, resulta no volume para cada classe segregado por sortimento. A produção total pode ser obtida pela multiplicação desses volumes pelo número de árvores estimados nessa classe. A soma desses volumes resulta na produção total por unidade de área (BURKHART; TOMÉ, 2012).

Os diferentes modelos de classes diamétricas são diferenciados pela função que descreve a distribuição dos diâmetros (Weibull, SB de Johnson, normal, lognormal, gama, dentre outras). Independente da função utilizada, para se ter as características futuras do povoamento utiliza-se o procedimento chamado de recuperação ou predição dos parâmetros e que é usualmente ajustado pelo método de máxima verossimilhança, momentos, ou de percentis (BURKHART; TOMÉ, 2012).

Bailey e Dell (1973) citaram que muitos modelos para distribuição de diâmetros para povoamentos florestais foram propostos, mas nenhum exhibe tantas características desejáveis como a função Weibull. De acordo com Guimarães (1994), existe um consenso sobre a superioridade da função Weibull, em relação às demais funções empregadas em amostras de distribuições diamétricas de florestas equiâneas. A explicação está no fato dessas florestas equiâneas tenderem a

apresentar distribuições assimétricas à direita, em razão das árvores maiores apresentarem maiores taxas de crescimento que as árvores menores (efeito de competição), gerando uma configuração que coincide com as condições ideais para o ajuste da função Weibull.

Scolforo e Machado (1996) desenvolveram um sistema de predição do crescimento e da produção com simulador de desbastes. Como base de dados utilizaram 1.204 parcelas permanentes de *Pinus caribea* var. *hondurensis* Sénécl com até seis remediações. A geração do sistema de crescimento e produção foi realizada a partir da FDP de Weibull. Como resultados foi verificado que os 10 regimes de manejo simulados se apresentaram consistentes. Os autores concluíram que o sistema desenvolvido constitui um instrumento que fornece estimativas confiáveis das características abordadas na população considerada.

Acerbi et. al (2002) utilizaram o sistema SPPinus de prognose e produção de *Pinus taeda* com o objetivo de simular e avaliar economicamente diversos regimes de manejo no município de Jaguariaíva, Estado do Paraná. O sistema baseou-se na distribuição de Weibull de três parâmetros. Os autores concluíram que o modelo de crescimento e produção desenvolvido para a pesquisa expressou de forma precisa e sem tendenciosidade os atributos do povoamento.

Arce (2004) avaliou o comportamento de diferentes distribuições probabilísticas para descrever a estrutura diamétrica de plantios clonais de *Populus deltoides* W. Bartram ex Marshall (Salicaceae) localizados na Argentina. Dentre as seis funções testadas (normal, gama, Sb de Johnson, beta e Weibull com dois e três parâmetros) a fdp de Weibull com dois parâmetros apresentou excelentes estatísticas para as distribuições diamétricas nos plantios avaliados.

Ferraz Filho (2009) desenvolveu e validou um sistema de prognose em plantios de *Pinus taeda* localizados no Norte do Uruguai. Utilizou 1.552 parcelas permanentes com idade variando entre quatro e 26 anos. Testou diversos modelos para compor o sistema de prognose e utilizou a fdp de Weibull para descrever a estrutura diamétrica futura do povoamento. Esse autor concluiu que na fase de validação o sistema de prognose apresentou uma boa capacidade de projeção apresentando valores de precisão e acurácia satisfatórios.

Retslaff (2014) desenvolveu um simulador para a prognose da produção em povoamentos de *Pinus taeda* utilizando diagrama de manejo da densidade associado a modelagem em classes de diâmetro. Após ajustado um sistema de equações com

os atributos do povoamento, desenvolveu um sistema de modelagem por classes de diâmetro utilizando a fdp de Weibull. Ao final comparou os resultados obtidos a partir do sistema de predição criado com estimativas geradas pelo SisPinus. O sistema desenvolvido foi capaz de prever os atributos do povoamento (diâmetro médio quadrático, número de árvores, área basal, altura dominante) gerando resultados válidos e compatíveis quando comparados com o programa SisPinus.

Considerando as diversas técnicas de recuperação e predição dos parâmetros, Santana (2008) citou que o método da máxima verossimilhança foi aplicado por Bailey e Dell (1973), Campos e Turnbull (1981), Finger (1982), Gadow (1983). O método dos momentos foi empregado por Burk e Newberry (1984), Scolforo (1990), Thiersch (1997), Abreu (2000) e Maestri (2003). O método dos percentis foi utilizado por Bailey e Dell (1973), Cao e Burkhart (1984), Borders et al. (1987), Silva e Bailey (1987), Maestri (1992), Thiersch (1997), Kangas e Maltamo (2000) e Maltamo et al. (2000).

Zarnoch e Dell (1985) testaram dois métodos de predição dos parâmetros da fdp de Weibull em plantios de *Pinus taeda*. Concluíram que o método da máxima verossimilhança apresentou maior precisão na estimativa dos parâmetros em relação ao método dos percentis.

Brooks, Borders e Bailey (1992) utilizaram o método dos percentis para predição da fdp de Weibull em plantios de *Pinus taeda* e *Pinus elliottii* Engelm. localizados em várias Regiões dos USA. A pesquisa contou com dados de 475 parcelas permanentes. Para projeção dos diâmetros percentis utilizou metodologia proposta por Borders et al. (1987) a qual utiliza a análise de regressão para estimativa futura dos percentis nas posições 0, 25, 50 e 95 e recupera os parâmetros da fdp de Weibull pelo método proposto por Bailey, Burgan e Jokela (1989). Segundo resultados obtidos nesse estudo por Brooks, Borders e Bailey (1992) construiu-se com êxito tabelas de produção futuras por classe de diâmetro.

Cao (2004) testou dois novos métodos de máxima verossimilhança para obtenção dos parâmetros da fdp de Weibull em plantios de *Pinus taeda* localizados no Estado de Louisiana, nos Estados Unidos da América em que utilizou dados de 20 parcelas permanentes com oito remedições realizadas entre cinco e 21 anos de idade. Os novos métodos apresentados propiciaram os melhores resultados e o método de ajuste chamado de *Cumulative Distribution Function (CDF) Regression* apresentou as

melhores estatísticas de qualidade dos ajustes das distribuições superando métodos comumente utilizados como os de percentis e dos momentos.

Eisfeld (2005) testou a fdp de Weibull para a estimativa do crescimento e da produção em florestas de *Pinus taeda* no município de Arapoti, Estado do Paraná. A distribuição de Weibull foi utilizada para estimativa das distribuições diamétricas a partir do método dos momentos. Para a validação das predições dos atributos, utilizou 70 parcelas independentes. Concluiu que os resultados foram satisfatórios para estimativa da frequência por classe de diâmetro, número de árvores, área basal e volume.

Santana (2008) desenvolveu um simulador da produção de plantios desbastados de *Eucalyptus grandis* Hill ex Maiden testando diferentes possibilidades de obtenção dos parâmetros da função Weibull. O autor trabalhou com 151 parcelas localizadas no Nordeste no Estado do Paraná em que mediu a eficiência dos diferentes métodos de obtenção dos parâmetros da Weibull por meio do teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov e calibração dos atributos estimados em relação aos observados em 15 parcelas independentes. Concluiu que o método mais adequado para realizar recuperação dos parâmetros foi o método de ajuste ótimo proposto por Barra et al. (2004).

Schneider (2008) desenvolveu um estudo com o objetivo de estimar os parâmetros da fdp de Weibull para povoamento desbastados de *Pinus taeda* com a finalidade de prognosticar as frequências por unidade de área e em classes de diâmetro. Os parâmetros da fdp foram recuperados pelo método de regressão aninhada proposto por Cao (2004). Nesse estudo foram utilizadas 366 parcelas permanentes localizadas no município de Telêmaco Borba, Estado do Paraná. Segundo esse autor os resultados obtidos permitiram concluir que a distribuição diamétrica e sua dinâmica no tempo para diferentes situações de manejo podem ser descritas, com alta precisão, pela função densidade de probabilidade de Weibull, utilizando o método de regressão aninhada.

Figura (2010), em um estudo realizado em plantios de *Eucalyptus grandis* localizados no município de Telêmaco Borba, Estado do Paraná, testou o desempenho do uso do método dos momentos no ajuste da distribuição Weibull e validou sua aplicação na descrição da estrutura diamétrica dos povoamentos, variando-se a estimativa do parâmetro de locação dessa distribuição.

Binoti (2012) comparou a aplicação de redes neurais artificiais (RNA) com métodos tradicionais para a projeção dos parâmetros da distribuição Weibull. Utilizou dados de 1.250 parcelas de plantios de *Eucalyptus sp.* na Região Centro-Oeste do estado de Minas Gerais. Concluiu que as RNA foram mais eficientes para predição dos parâmetros e consequente modelagem em classes de diâmetro quando comparadas aos métodos usuais.

Viana (2016) comparou o método de predição e recuperação dos parâmetros da fdp de Weibull na modelagem do crescimento e da produção de povoamentos de *Pinus taeda* localizados no município de Telêmaco Borba no Estado do Paraná. O autor ajustou modelos para projeção dos atributos do povoamento os quais produziram projeções consistentes e precisas. O método de recuperação dos parâmetros empregado para projeção dos coeficientes da função Weibull se mostrou superior estatisticamente ao método de predição dos parâmetros.

2.5 MODELAGEM DE ÁRVORES INDIVIDUAIS

Modelos de Árvores Individuais consistem num sistema de equações que simulam a dinâmica do povoamento por incrementos de cada árvore durante um dado período. O crescimento da árvore, a competição e a mortalidade compõem o sistema, de modo a estimar a produção total do povoamento. Essa metodologia também permite a estimativa de volume e produtos por classes de diâmetro. Os modelos de árvores individuais representam o mais alto nível de resolução dentre os métodos conhecidos de modelagem do crescimento e da produção (BURKHART; THOMÉ, 2012).

Os modelos de Árvores Individuais podem ser divididos em duas classes: dependentes e independentes da distância, os quais, respectivamente, utilizam ou não a localização das árvores como atributo de entrada no sistema de equação. Os modelos independentes da distância projetam o crescimento por indivíduos ou por classes de diâmetro em função do tamanho presente e de variáveis do povoamento, como idade, índice de sítio e área basa). Quando se usa esse meio, a localização das árvores não é necessária. Normalmente os modelos independentes da distância consistem em três componentes básicos: (1) crescimento em diâmetro, (2) crescimento em altura, (3) mortalidade e (4) competição. Já os modelos dependentes

da distância incluem a localização de cada árvore em seu sistema de equações de competição (BURKHART; THOMÉ, 2012).

Essa categoria de modelos de crescimento e produção foi proposta na década de 1960, sendo empregada há alguns anos nos Estados Unidos e na Europa. No Brasil, a maior parte dos trabalhos se restringem ao emprego de um de seus submodelos, sendo escassos aqueles que empregam a modelagem de árvores individuais em sua totalidade. Mais recentemente, são encontrados trabalhos publicados empregando-se essa categoria de modelo para povoamentos, em especial para eucalipto (MIRANDA, 2016).

Martins (2011) ajustou um modelo completo de crescimento em nível de árvore individual para Eucalipto. Utilizou dados de 63 parcelas parmanentes de plantios de híbridos de *Eucalyptus grandis* x *Eucalyptus urophylla* localizadas no município de Monte Dourado no estado do Pará. O modelo de árvore individual superestimou em média em 4% o volume projetado em relação ao volume real de parcelas testemunhas considerando três classes de produtividade e quatro idades de projeção diferentes. Ao final, o autor concluiu que o modelo de crescimento ajustado para árvore individual resultou em estimativas precisas e estatisticamente consistentes.

Considerando o gênero *Pinus*, Cao (2000) testou métodos iterativos de obtenção dos parâmetros de modelos de sobrevivência e crescimento em diâmetro para a modelagem de árvores individuais. Utilizou dados de 111 parcelas permanentes de plantios de *Pinus taeda* distribuídos no Sul dos Estados Unidos. De acordo com os resultados apresentados, o método proposto propiciou maior precisão em relação aos métodos tradicionais para a estimativa da sobrevivência e do crescimento em diâmetro.

Miranda (2016) ajustou um sistema completo de modelagem de árvores individuais independente da distância a partir de dados provenientes de plantios de *Pinus taeda* localizados no município de Telêmaco Borba, no estado do Paraná. De acordo com o autor, o sistema de equações ajustado proporcionou resultados estatísticamente iguais às médias observadas. O modelo proposto foi o primeiro modelo completo de crescimento e de produção de árvores individuais para *Pinus taeda* no Brasil com resultados satisfatórios.

3 CAPÍTULO I - PREDIÇÃO DO CRESCIMENTO E DA PRODUÇÃO COM MODELAGEM AO NÍVEL DE POVOAMENTO DE *Pinus taeda* L.

Resumo: Modelos de crescimento e produção permitem prescrever regimes de manejo a partir da prognose da produção em função de variáveis quantificadas no povoamento florestal. O objetivo deste estudo foi avaliar diferentes modelos globais para projeção da produção ao nível de povoamento de *Pinus taeda* não desbastados em uma área distribuída em 19 municípios pertencentes aos Estados do Paraná e Santa Catarina. Foram utilizados dados de remedições de diâmetros à altura do peito e de alturas totais de árvores em 104 parcelas ao longo de 24 anos. Para o estudo foram considerados diferentes modelos para a modelagem em nível de povoamento, seguido de critérios estatísticos para avaliação do volume total projetado na predição do crescimento ao nível de povoamento de *Pinus taeda*, com base nas variáveis volume, altura dominante, área basal e sobrevivência. Para os limites das classes de sítio na idade de referência de 17 anos, a amplitude das curvas variou entre 17,8 m a 31,8 m. Houve diferença estatística entre os volumes projetados e os volumes observados. O modelo de Sullivan e Clutter (1972), apresenta melhores estatísticas para a variável sobrevivência, enquanto Pienaar e Harrison (1989) apresenta as melhores estatísticas de ajuste e precisão para a estimativa da área basal, em que o modelo de Ochi e Cao (2003) é o melhor para a estimativa do volume. Na etapa de validação, o modelo de Clutter (1963) é o método mais preciso e acurado para estimava do volume.

Palavras-chave: Modelos estatísticos, manejo florestal, variáveis dendrométricas.

3.1 INTRODUÇÃO

Os modelos de crescimento e produção permitem prescrever regimes de manejo adequados para cada espécie, auxiliar no planejamento da colheita e viabilizar a adoção de um plano de suprimento a partir da prognose da produção em função de variáveis quantificadas no povoamento florestal (SCOLFORO, 1990; ABREU et al., 2002). Assim, essa é uma área de pesquisa que se mantém constantemente ativa, uma vez que o uso principal dos modelos para prognose da produção está relacionado à atualização constante dos inventários florestais e avaliação de alternativas silviculturais (BURKHART; BROOKS, 1990; PRETZSCH et al., 2008).

Os modelos de crescimento e produção podem ser divididos em três classes: (1) sistema de produção explícita ou modelos em nível de povoamento, em que, as soluções das equações fornecem estimativas do volume total por unidade de área; (2) sistemas de produção implícita, ou modelos de distribuição diamétrica, propiciam estimativas do volume por tipo de produto por unidade de área; e (3) modelos de

árvores individuais, que viabilizam informações mais detalhadas do povoamento (CLUTTER, 1963).

A metodologia de modelos globais utiliza variáveis básicas, como idade, área basal e qualidade de sítio. Esses modelos necessitam de poucas informações para simular o crescimento do povoamento (VANCLAY, 1994). Nessa abordagem, normalmente somente o volume total é estimado para o povoamento num todo, não fornecendo estimativas do tamanho das árvores, o que, no entanto, não limita o seu emprego quando o manejo é destinado à produção de celulose ou energia (CAMPOS; LEITE, 2017).

Essa categoria atende de modo eficiente à maioria dos usuários e, atualmente, é a mais utilizada pelas empresas florestais do Brasil. No país, o modelo de Clutter (1963), por exemplo, é amplamente utilizado desde a década de 1980, em razão de sua maior acuracidade e pelo fato de atender às exigências de planejamento para produção de madeira para uso único, principalmente em plantios de eucalipto e pinus. No entanto, mesmo que esse modelo tenha seu uso consolidado, existe a necessidade de se testar outros modelos globais em povoamentos florestais estabelecidos com novos materiais genéticos e com tratos silviculturais mais eficientes (DIAS, 2005; GORGENS et al., 2007; CASTRO et al., 2013; CAMPOS; LEITE, 2017).

Com isso, o objetivo deste capítulo foi de avaliar diferentes modelos globais para projeção da produção ao nível de povoamento de *Pinus taeda* não desbastados.

3.2 MATERIAL E MÉTODOS

3.2.1 Área de Estudo e Fonte de Dados

Os dados para o desenvolvimento desta pesquisa foram fornecidos por uma empresa de base florestal localizada no Planalto Norte do Estado de Santa Catarina e Sul do Estado do Paraná. As áreas de estudo destacadas em verde no mapa estão distribuídas em 19 municípios pertencentes aos Estados do Paraná e Santa Catarina (FIGURA 2).

mínimo de remedições de uma parcela foi quatro e o máximo foi 12. A densidade média dos povoamentos na idade de medição foi de 1.441 árv ha⁻¹, sendo que, em casos extremos, ocorreu um mínimo de 775 árv ha⁻¹ e um máximo de 2.725 árv ha⁻¹. Quanto ao volume, houve parcelas com 43,20 m³ ha⁻¹ até 1.059 m³ ha⁻¹.

TABELA 1 – AMPLITUDE DAS VARIÁVEIS DO CONJUNTO DE DADOS

Variável	Mínimo	Médio	Máximo
Ano de Plantio	1978	-	1996
Remedições	4	7,65	12
Idade (anos)	5	12,80	22,00
Diâmetro mínimo (cm)	3,30	12,90	21,80
Diâmetro médio (cm)	10,90	22,80	33,60
Diâmetro máximo (cm)	15,70	32,30	48,10
Variância do diâmetro	3,10	19,80	70,80
Diâmetro quadrático médio (cm)	11,10	22,40	30,10
Altura total (m)	6,60	17,70	28,40
Altura dominante (m)	7,90	20,50	33,80
Número de árvores (árv ha ⁻¹)	775	1441	2725
Área basal por ha nas várias idades (m ² ha ⁻¹)	15,60	60,40	89,90
Volume por ha nas várias idades (m ³ ha ⁻¹)	43,20	516,60	1059,80

FONTE: O autor (2021).

As remedições das parcelas ocorreram nos intervalos de um ou dois anos. Com o intuito de validar os resultados e realizar a projeção de volumes futuros, foram sorteadas 104 parcelas, dentre as 345 parcelas disponíveis, as quais compuseram o conjunto de dados de validação e não participaram da etapa dos ajustes dos modelos de regressão.

Para estimativa dos volumes totais individuais, utilizou-se o modelo de Schumacher e Hall (1933) e a cubagem rigorosa de 360 árvores selecionadas com base nas idades e na distribuição diamétrica das parcelas. O coeficiente de determinação ajustado para essa equação de estimativa de volumes foi de 0,988 e o erro padrão da estimativa foi de 8,1% (EQUAÇÃO 1).

$$\ln(v) = -10,031486 + 1,985510\ln(DAP) + 0,938045\ln(h) \quad (1)$$

Em que:

v = volume (m³);

DAP = diâmetro a 1,30 do solo (cm);

h = altura total da árvore (m).

3.2.2 Etapa Preliminar

3.2.2.1 Construção de curvas de sítio

A altura dominante de cada parcela foi obtida pelo critério proposto por Assmann (1970) a partir da altura média das 100 árvores de maior diâmetro por hectare. O modelo utilizado para estimativa da altura dominante em função da idade foi o de Chapman e Richards (RICHARDS, 1959; CHAPMAN, 1961) (EQUAÇÃO 2):

$$h_{dom} = \beta_0 [1 - e^{(-\beta_1 I)}] [(1 - \beta_2)^{-1}] \quad (2)$$

Em que:

h_{dom} = altura dominante (m);

I = idade do povoamento (anos);

$\beta's$ = coeficientes a serem estimados.

Para o ajuste da equação, foram utilizados 2.641 pares de dados com idade variando entre cinco e 22 anos. O método da curva guia foi utilizado para a construção das curvas de sítio. A idade de referência adotada foi de 17 anos, que representa a idade técnica de rotação desses plantios.

3.2.2.2 Modelagem em nível de povoamento

Para ajuste do sistema de projeção da produção em volume total, testou-se quatro sistemas de modelos globais apresentados na TABELA 2. O nível de significância α adotado para os ajustes de regressão foi de 5%, assim como para a significância dos coeficientes (p -valor $\leq 0,05$). Para a seleção dos modelos, as seguintes estatísticas foram utilizadas:

a) Coeficiente de determinação ajustado (R^2_{adj})

O coeficiente de determinação (R^2_{adj}) foi utilizado para as avaliações dos modelos de regressão lineares e expressa o quanto da variação da variável dependente que é explicada pelas variações das variáveis independentes. Essa medida de ajuste está entre 0 e 1, sendo que a equação ajustada é mais eficiente à medida que o R^2 (EQUAÇÃO 3) se aproxima do valor 1. Como o coeficiente de determinação cresce à medida que se inclui uma nova variável ao modelo, optou-se

por utilizar o coeficiente de determinação ajustado (R^2_{adj}) para o número de coeficientes da equação (EQUAÇÃO 4), como critério de seleção do modelo. O (R^2_{adj}) mostra a variação dos dados observados em torno da média que está sendo explicada pela equação ajustada. O coeficiente de correlação ao quadrado ($r_{y\hat{y}}^2$) foi utilizado para as avaliações de modelos não lineares e foi calculado conforme a equação (EQUAÇÃO 5):

$$R^2 = \frac{SQReg}{SQTot} = \frac{\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum(y_i - \bar{y})^2} \quad (3)$$

$$R^2_{adj} = 1 - (1 - R^2) \frac{n - 1}{n - p - 1} \quad (4)$$

$$r_{y\hat{y}}^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^n y_i \hat{y}_i - \frac{(\sum_{i=1}^n \hat{y}_i)(\sum_{i=1}^n y_i)}{n} \right)^2}{\left(\sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} \right) \left(\sum_{i=1}^n \hat{y}_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n \hat{y}_i)^2}{n} \right)} \quad (5)$$

Em que:

R^2 = coeficiente de determinação;

R^2_{adj} = coeficiente de determinação ajustado;

$r_{y\hat{y}}^2$ = coeficiente de correlação ao quadrado;

n = número de observações;

p = número de coeficientes do modelo;

y_i = valor da variável observada;

$\hat{y}_i$ = valor da variável estimada pelo modelo;

$\bar{y}$ = valor médio da variável observada.

b) Erro padrão de estimativa (S_{yx})

O erro padrão de estimativa expressa o quanto em termos médios os valores observados variam em relação aos valores estimados. Quanto mais baixo for o valor do S_{yx} , maior será a precisão do ajuste. O cálculo é dado pelas EQUAÇÕES 6 e 7:

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}} \quad (6)$$

E em percentual:

$$S_{yx\%} = \frac{S_{yx}}{\bar{y}} \cdot 100 \quad (7)$$

Em que:

S_{yx} = erro padrão de estimativa ;

y_i = valor da variável observada;

$\hat{y}_i$ = valor da variável estimada pelo modelo;

$\bar{y}$ = valor médio da variável observada;

n = número de observações;

p = número de coeficientes do modelo.

TABELA 2 – MODELOS GLOBAIS TESTADOS PARA PROJEÇÃO DA PRODUÇÃO NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*

Atributo	Modelo
Clutter (1963)	
Área Basal (m ² ha ⁻¹)	$Ln(G_2) = Ln(G_1) \left(\frac{I_1}{I_2} \right) + \alpha_4 \left(1 - \frac{1}{I_2} \right) + \alpha_5 \left(1 - \frac{1}{I_2} \right) S + \varepsilon$
Volume (m ³ ha ⁻¹)	$Ln(V_2) = \beta_0 + \beta_1 S + \beta_2 \left(\frac{1}{I_2} \right) + \beta_3 Ln(G_2) + \varepsilon$
Pienaar e Harisson (1989)	
Sobrevivência (árvores ha ⁻¹)	$N_2 = \left\{ N_1^{\alpha_1} + \alpha_2 \left[\left(\frac{I_2}{100} \right)^{\alpha_3} - \left(\frac{I_1}{100} \right)^{\alpha_3} \right] \right\}$
Área Basal (m ² ha ⁻¹)	$G_2 = e^{\left\{ \ln(G_1) + \beta_1 \left(\frac{1}{I_2} - \frac{1}{I_1} \right) + \beta_2 [\ln(N_2) - \ln(N_1)] + \beta_3 [\ln(h_{dom2}) - \ln(h_{dom1})] + \beta_4 \left[\frac{\ln(N_2)}{I_2} - \frac{\ln(N_1)}{I_1} \right] + \beta_5 \left[\frac{\ln(Hd_2)}{I_2} - \frac{\ln(Hd_1)}{I_1} \right] \right\}}$
Volume (m ³ ha ⁻¹)	$V_2 = e^{\{\ln(V_1) + \gamma_1 [\ln(h_{dom2}) - \ln(h_{dom1})] + \gamma_2 [\ln(N_2) - \ln(N_1)] + \gamma_3 [\ln(G_2) - \ln(G_1)]\}}$
Sullivan e Clutter (1972)	
Sobrevivência (árvores ha ⁻¹)	$N_2 = N_1 \left(\frac{I_2}{I_1} \right)^{\alpha_2 - 1} e^{\left(\beta_1 (I_2^{\alpha_2} - I_1^{\alpha_2}) \right)}$
Área Basal (m ² ha ⁻¹)	$G_2 = e^{\left\{ \left(\frac{1}{I_2} - \frac{1}{I_1} \right) \ln(G_1) + \left(1 - \frac{1}{I_1} \right) (\beta_1 + \beta_2 S) \right\}}$
Volume (m ³ ha ⁻¹)	$V_2 = e^{\left\{ \gamma_1 + \gamma_2 S + \frac{\gamma_3}{I_2} + \gamma_4 \ln(G_2) \right\}}$
Ochi e Cao (2003)	
Sobrevivência (árvores ha ⁻¹)	$N_2 = e^{\left\{ \alpha_1 + \ln(N_1) \left(\alpha_2 + \alpha_3 \frac{I_1}{I_2} \right) + \ln(h_{dom2}) \left(\alpha_4 + \alpha_5 \frac{I_1}{I_2} \right) \right\}}$
Área Basal (m ² ha ⁻¹)	$G_2 = e^{\left\{ \left(\frac{I_1}{I_2} \right) \ln(G_1) + \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) [\beta_1 + \beta_2 \ln(h_{dom2}) + \beta_3 \ln(N_2)] \right\}}$
Volume (m ³ ha ⁻¹)	$V_2 = e^{\left\{ \left(\frac{I_1}{I_2} \right) \ln(V_1) + \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) [\gamma_1 + \gamma_2 \ln(h_{dom1}) + \gamma_3 \ln(N_1) + \gamma_4 \ln(G_1)] \right\}}$

Em que: V_2 = volume futuro (m³ ha⁻¹); G_2 = área basal estimada na idade de projeção (m² ha⁻¹); G_1 = área basal na idade atual (m² ha⁻¹); I_2 = idade de projeção (anos); I_1 = idade inicial (anos); N_2 = número de árvores estimadas na idade de projeção (árvores ha⁻¹); N_1 = número de árvores na idade atual (árvores ha⁻¹); S = índice de sítio (m); h_{dom2} = Altura média das árvores dominantes na idade de projeção (m); h_{dom1} = Altura média das árvores dominantes na idade inicial (m); Ln = logaritmo neperiano; α 's, β 's e γ 's = coeficientes a serem estimados. FONTE: O autor (2021).

c) Análise gráfica de resíduos

A análise gráfica de resíduos possibilitou verificar a presença de tendenciosidade no ajuste (MACHADO; CONCEIÇÃO; FIGUEIREDO, 2002). Para construir esse gráfico, foi necessário calcular os resíduos para todos os pares de dados pela EQUAÇÃO 8:

$$res \% = \frac{(y_i - \hat{y}_i)}{y_i} 100 \quad (8)$$

Em que:

$res \%$ = resíduos em porcentagem;

y_i = valor da variável de interesse observada;

$\hat{y}_i$ = valor da variável de interesse estimada pelo modelo.

3.2.3 Critérios Estatísticos para Avaliação do Volume Total Projetado

Com o intuito de avaliar as projeções de volume total, a primeira medição das 104 parcelas de validação teve seu volume projetado para todas as idades com remediações. Essas projeções foram determinadas pelos métodos descritos anteriormente. Todos os volumes projetados foram confrontados com os valores observados nas remediações de parcelas permanentes. Para melhor avaliação, essas parcelas foram divididas em quatro classe de idade, em que a classe 1: 7 a 10 anos de idade; classe 2: 11 a 14 anos; classe 3: 15 a 18 anos; classe 4: acima de 18 anos.

Na TABELA 3 tem-se um resumo das remediações das 104 parcelas que compuseram os dados de validação. A projeção do crescimento foi feita a partir da primeira medição de cada parcela (seis a dez anos) para todas as idades, com remediações realizadas, na maioria das vezes, bianualmente entre sete e 22 anos. O conjunto total de combinações contou com 682 pares de dados projetados. A idade de 14 anos apresentou o maior número de dados, com 89 projeções, enquanto na idade de rotação (17 anos) houve 31 parcelas.

TABELA 3 – RESUMO DOS DADOS DE VALIDAÇÃO EM NÚMERO DE PARCELAS NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*

Idade de Projeção	Idade Inicial					Total
	6	7	8	9	10	
7	2					2
8	8	3				11
9	8	74				82
10	8	25	8			41
11	8	64	8	7	1	88
12	6	24	8	7	7	52
13	6	58	8	7	7	86
14	2	65	8	7	7	89
15	6	51	4	7	6	74
16	4	32	4	3	7	50
17	7	12	3	4	5	31
18	3	9	4	3	2	21
19	4	1	7	7	6	25
20		3	3	5	7	18
21			2	2	4	8
22				2	2	4
Total	72	421	67	61	61	682

FONTE: O autor (2021).

Aplicou-se o teste não paramétrico de Wilcoxon para dados pareados com objetivo de avaliar se os volumes estimados pelo sistema de modelagem ajustado apresentavam igualdade estatística quando comparados com os volumes observados. Testou-se a seguinte hipótese ao nível de 5% de significância (EQUAÇÃO 9 E 10):

$$H_0: Vol_{obs} = Vol_{est} \quad (9)$$

$$H_1: Vol_{obs} \neq Vol_{est} \quad (10)$$

Em que:

H_0 : A mediana dos volumes observados é igual a mediana dos volumes estimados;

Vol_{obs} : Volumes observados;

Vol_{est} : Volumes estimados;

H_1 : Hipótese alternativa.

As estatísticas adotadas para verificar tendenciosidade das projeções dos volumes projetados foram a análise de viés e acurácia. Essas estatísticas foram calculadas pelas seguintes equações (EQUAÇÃO 11 E 12):

$$Viés = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) \quad (11)$$

$$Acurácia = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \quad (12)$$

Em que:

Viés = também conhecido por tendenciosidade ou “bias”;

Acurácia = mede em termos absolutos a proximidade de cada observação ao valor-alvo que se procura atingir;

y_i = valor observado;

$\hat{y}_i$ = valor estimado pelo modelo;

$\bar{y}$ = valor médio da variável observada;

n = número de observações.

O termo viés, é definido por erro de não amostragem, sendo um erro cometido sistematicamente desde a tomada de dados no campo até a aplicação do modelo. O erro de tendência (viés) sempre está presente, sendo função do usuário identificar as suas causas para, então, minimizá-lo (CAMPOS; LEITE 2017).

A acurácia refere-se ao grau de confiança de estimativa dos parâmetros de uma população, isto é, o grau de aproximação do valor estimado em relação ao verdadeiro valor. Diz-se, por exemplo, que quando a estimativa da média é exata, ela é igual à média verdadeira, desde que não haja erro de não amostragem (CAMPOS; LEITE 2017).

3.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.3.1 Avaliação do modelo de estimava da altura dominante

Os resultados do modelo ajustado para estimativa da altura dominante são apresentados na TABELA 4. Observa-se que os coeficientes foram significativos ao nível de 5% de significância e as estatísticas de regressão dos ajustes apresentaram-se adequadas com $r_{\hat{y}y}^2 = 0,8760$; $S_{YX\%} = 8,20\%$ e $S_{YX} = 1,67$ m.

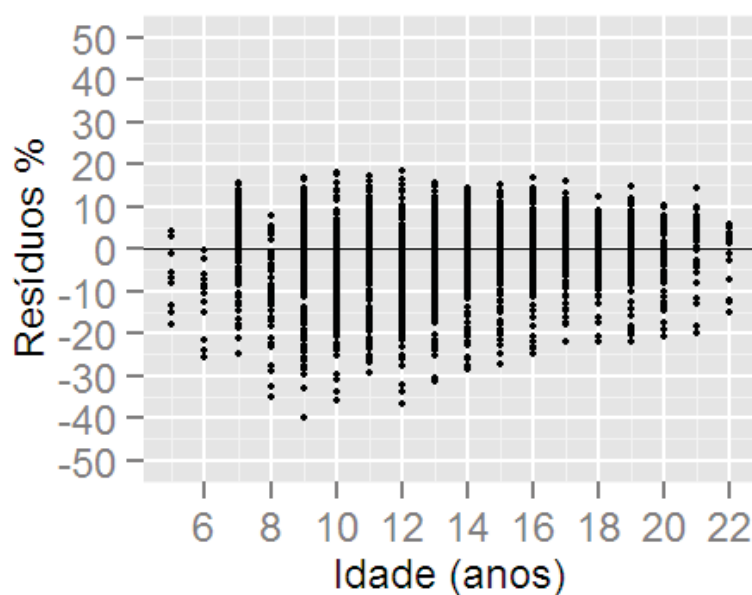
TABELA 4 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICA DO MODELO UTILIZADO PARA ESTIMAR A ALTURA DOMINANTE EM POVOAMENTO DE *Pinus taeda*

Autor/Modelo	Coeficientes	$r_{y\hat{y}}^2$	S_{yx} (m)	$S_{yx}\%$
Chapman e Richards	$b_0 = 42,248209^*$	0,8760	1,67	8,20
$h_{dom} = \beta_0 [1 - e^{(-\beta_1 I)}] [(1 - \beta_2)^{-1}]$	$b_1 = 0,059259^*$			
	$b_2 = 0,100157^*$			

FONTE: O autor (2021). h_{dom} = altura dominante (m); I = idade do Povoamento (anos); R^2_{adj} = coeficiente de determinação ajustado; $S_{xy}\%$ = erro padrão de estimativa (%); S_{xy} = erro padrão de estimativa (m); β_{is} = coeficientes estimados; * coeficientes significativos a 5%.

Conforme a FIGURA 3, as alturas dominantes foram superestimadas nas idades 5 e 6 anos pela equação ajustada. Nas outras idades, o modelo apresentou distribuição de resíduos com uma leve tendência de superestimativa.

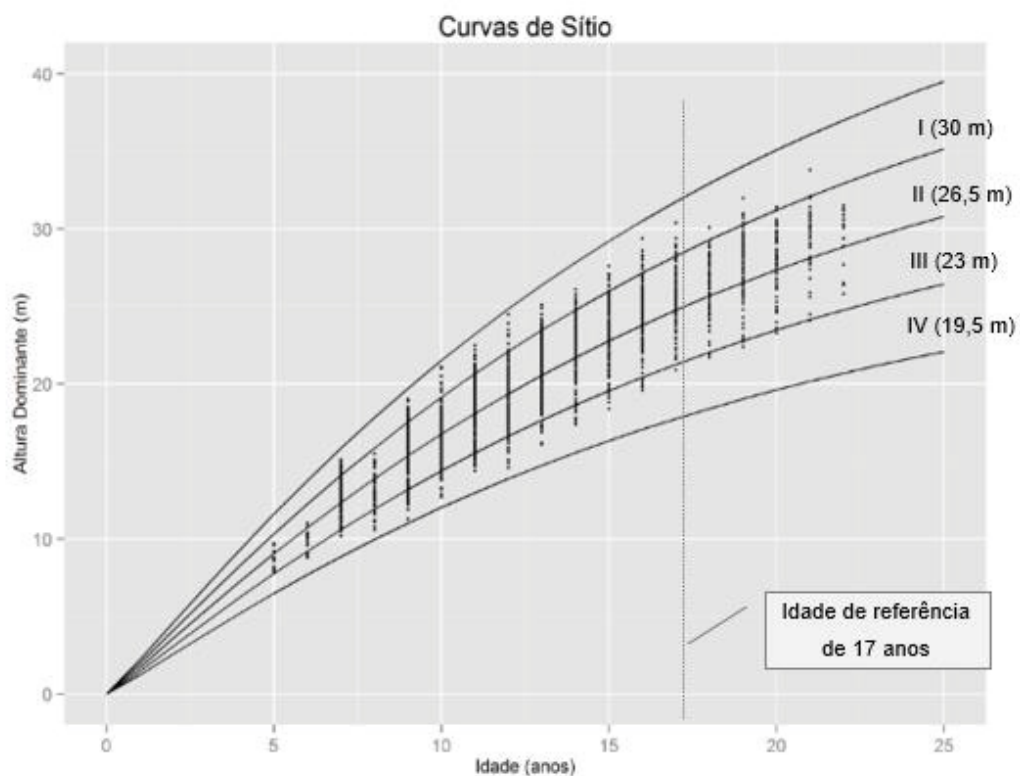
FIGURA 3 – DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS PARA RELAÇÃO ALTURA DOMINANTE X IDADE EM POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*



FONTE: O autor (2021).

As curvas de sítio foram construídas com o modelo ajustado. A amplitude utilizada foi de 3,50 m na idade de referência de 17 anos, cobrindo assim todas as parcelas em quatro classes de sítios (FIGURA 4). Essa amplitude foi escolhida em função dos pares de valores de altura dominante e idade.

FIGURA 4 – CURVAS DE SÍTIO CONSTRUÍDAS COM A EQUAÇÃO DE CHAPMAN E RICHARDS PARA POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*



FONTE: O autor (2021).

Os limites das classes de sítio são apresentados no QUADRO 1. Na idade de referência de 17 anos, a amplitude das curvas variou entre 17,80 m e 31,80 m.

QUADRO 1 – LIMITES DAS CLASSES DE SÍTIO PARA OS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*

Idade	h _{dom}	Sítio											
		IV			III			II			I		
		LI	CC	LS	LI	CC	LS	LI	CC	LS	LI	CC	LS
1	1,80	1,20	1,40	1,49	1,50	1,60	1,69	1,70	1,80	1,99	2,00	2,10	2,20
2	4,0	2,60	2,80	3,09	3,10	3,30	3,59	3,60	3,80	4,09	4,10	4,40	4,60
3	5,6	3,90	4,30	4,69	4,70	5,10	5,49	5,50	5,80	6,19	6,20	6,60	7,00
4	7,0	5,20	5,70	6,19	6,20	6,80	7,29	7,30	7,80	8,29	8,30	8,80	9,30
5	9,3	6,50	7,10	7,79	7,80	8,40	8,99	9,00	9,70	10,29	10,30	11,00	11,60
6	11,0	7,70	8,50	9,19	9,20	10,00	10,69	10,70	11,50	12,19	12,20	13,00	13,80
7	12,7	8,90	9,70	10,59	10,60	11,50	12,29	12,30	13,20	14,09	14,10	15,00	15,80
8	14,0	10,00	10,90	11,89	11,90	12,90	13,89	13,90	14,90	15,89	15,90	16,80	17,80
9	15,8	11,00	12,10	13,19	13,20	14,30	15,39	15,40	16,40	17,49	17,50	18,60	19,70
10	17,0	12,00	13,20	14,39	14,40	15,60	16,79	16,80	17,90	19,09	19,10	20,30	21,50
11	18,6	13,00	14,30	15,49	15,50	16,80	18,09	18,10	19,40	20,69	20,70	21,90	23,20
12	20,0	13,90	15,30	16,59	16,60	18,00	19,39	19,40	20,70	22,09	22,10	23,50	24,80
13	21,2	14,70	16,20	17,59	17,60	19,10	20,59	20,60	22,00	23,49	23,50	24,90	26,40
14	22,0	15,60	17,10	18,59	18,60	20,20	21,69	21,70	23,20	24,79	24,80	26,30	27,80
15	23,5	16,30	17,90	19,49	19,50	21,20	22,79	22,80	24,40	25,99	26,00	27,60	29,20
16	25,0	17,10	18,70	20,39	20,40	22,10	23,79	23,80	25,50	27,09	27,10	28,80	30,50
17*	25,5	17,80	19,50	21,29	21,30	23,00	24,79	24,80	26,50	28,29	28,30	30,00	31,80
18	26,0	18,40	20,20	21,99	22,00	23,80	25,69	25,70	27,50	29,29	29,30	31,10	32,90
19	27,3	19,00	20,90	22,79	22,80	24,60	26,49	26,50	28,40	30,29	30,30	32,20	34,00
20	28,0	19,60	21,50	23,49	23,50	25,40	27,29	27,30	29,30	31,19	31,20	33,10	35,10

Em que: Idade = idade do povoamento (anos); h_{dom} = altura dominante estimada pela equação ajustada (m); LI = limite inferior da classe de sítio (m); LS = limite superior da classe de sítio (m); CC = centro da classe de sítio (m); e valores destacados = idade de referência. FONTE: O autor (2021)

Os resultados estatísticos dos modelos ajustados para estimativa da sobrevivência, área basal e volume são apresentados na TABELA 5.

Os modelos de estimativa da sobrevivência apresentaram resultados estatísticos adequados, com erros padrão de estimativa menores que 2,5%. O modelo que apresentou as melhores estatísticas de ajuste e precisão foi o de Sullivan e Clutter (1972), com $r_{y\hat{y}}^2 = 0,9756$; $S_{YX\%} = 2,32$ e $S_{YX} = 32,80$ árv ha^{-1} .

Os ajustes do modelo de projeção de área basal, no geral, também apresentaram boas estatísticas, com os coeficientes de determinação ajustado muito próximos de 0,98 e erros padrão de estimativa menores que $1,35 m^2 ha^{-1}$ (2,15%). O modelo que apresentou as melhores estatísticas foi o de Pienaar e Harrison (1989) com $R^2_{adj} = 0,9845$; $S_{YX\%} = 2,01$ e $S_{YX} = 1,25 m^2 ha^{-1}$.

TABELA 5 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA PROJETAR A SOBREVIVÊNCIA, ÁREA BASAL E VOLUME DOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*

Atributo	Autor	Coeficientes	Estatísticas		
			$R^2_{adj.} / r_{yy}^2$	S_{YX}	$S_{YX\%}$
Sobrevivência (árvores ha ⁻¹)	Pienaar e Harrison (1989)	$\alpha_1 = 0,9965909^*$ $\alpha_2 = -0,2873252^*$ $\alpha_3 = -2,0431889^*$	0,9707	34,67	2,45
	Sullivan e Clutter (1972)	$\alpha_1 = -0,032459^*$ $\alpha_2 = 1,036142^*$	0,9756	32,80	2,32
	Ochi e Cao (2003)	$\alpha_1 = 0,299586^*$ $\alpha_2 = 0,977535^*$ $\alpha_3 = 0,864982^{ns}$ $\alpha_4 = -0,081088^*$ $\alpha_5 = 0,03169^*$	0,9442	33,11	2,34
Área Basal (m ² ha ⁻¹)	Clutter (1963)	$b_1 = 5,1123628^*$ $b_2 = -0,0125286^*$	0,9799	1,31	2,09
	Pienaar e Harrison (1989)	$b_1 = -20,74061^*$ $b_2 = 0,23419^*$ $b_3 = 0,12806^*$ $b_4 = 1,56806^*$ $b_5 = 1,63902^*$	0,9845	1,25	2,01
	Sullivan e Clutter (1972)	$b_1 = 4,767063^*$ $b_2 = -0,00324^*$	0,9795	1,34	2,15
	Ochi e Cao (2003)	$b_1 = 4,15927^*$ $b_2 = -0,24171^*$ $b_3 = 0,1662^*$	0,9816	1,26	2,00
	Clutter (1963)	$b_1 = 1,321295^*$ $b_2 = 0,027578^*$ $b_3 = -7,96757^*$ $b_4 = 1,181386^*$	0,9797	24,83	4,46
Volume (m ³ ha ⁻¹)	Pienaar e Harrison (1989)	$\gamma_1 = 0,055341^*$ $\gamma_2 = -1,294464^*$ $\gamma_3 = 1,926352^*$	0,9926	15,84	2,85
	Sullivan e Clutter (1972)	$\gamma_1 = 0,9611236^*$ $\gamma_2 = 0,0224681^*$ $\gamma_3 = -7,5767289^*$ $\gamma_4 = 1,290434^*$	0,9787	26,00	4,67
	Ochi e Cao (2003)	$\gamma_1 = 5,59104^*$ $\gamma_2 = -0,17541^*$ $\gamma_4 = 0,60717^*$	0,9933	15,16	2,72

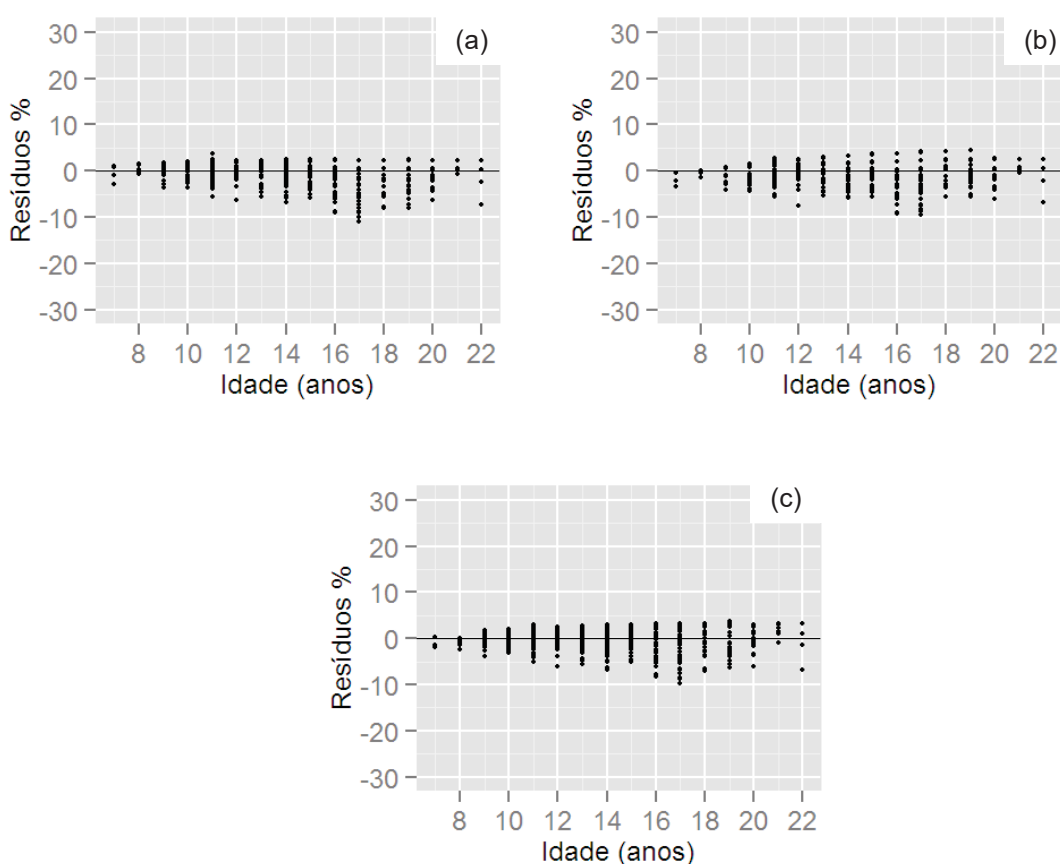
$R^2_{adj.}$ = coeficiente de determinação ajustado; r_{yy}^2 = coeficiente de correlação ao quadrado; $S_{xy\%}$ = erro padrão de estimativa em porcentagem; S_{xy} = erro padrão de estimativa; α_i, β_i e γ_i = coeficientes estimados; e * = coeficientes significativos a 5%. FONTE: O autor (2021).

Nos modelos ajustados para a estimativa do volume, também se observou resultados estatísticos adequados, com erros padrão de estimativa menores que 5%. O modelo de Ochi e Cao (2003) apresentou as melhores estatísticas, com $r_{yy}^2 = 0,9933$, $S_{YX\%} = 2,72$ e $S_{YX} = 15,16$ m³ ha⁻¹, ao passo que o modelo de Sullivan e Clutter

(1972) apresentou o pior resultado, com $r_{y\hat{y}}^2 = 0,9787$, $S_{YX\%} = 4,67\%$ e $S_{YX} = 26,00 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$.

As distribuições de resíduos dos modelos de sobrevivência podem ser observadas na FIGURA 5. No geral, os modelos ajustados apresentaram uma leve tendência de superestimativa, com erros maiores que 10% nas idades acima de 13 anos.

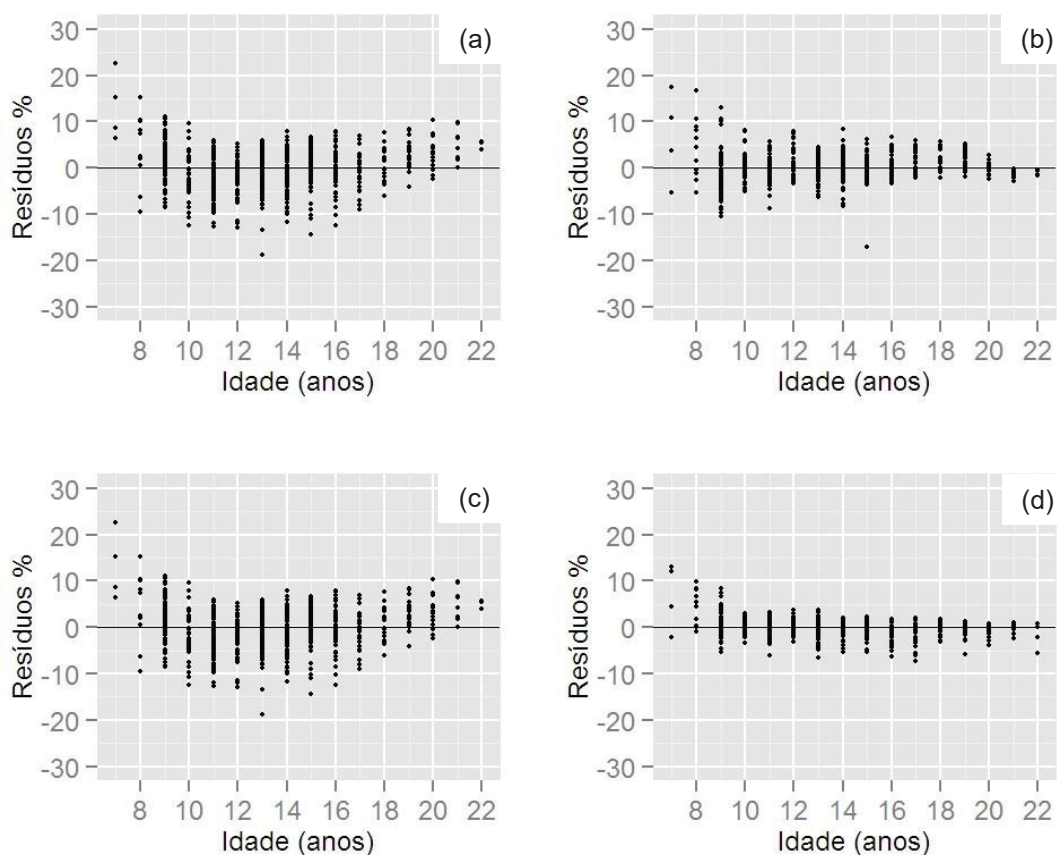
FIGURA 5 – DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMATIVA DA SOBREVIVÊNCIA NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*. EM QUE: (a) PIENAAR E HARRISON (1989); (b) SULLIVAN E CLUTTER (1972); E (c) OCHI E CAO (2003)



FONTE: O autor (2021).

Na FIGURA 6 está a análise dos resíduos dos modelos ajustados para a estimativa da área basal. Observa-se que todos os modelos apresentaram tendenciosidade de subestimativa da área basal nas idades de 7 e 8 anos. No geral, nas idades entre 9 anos e 18 anos, observou-se uma distribuição de resíduos homogênea, com erros menores que 10%.

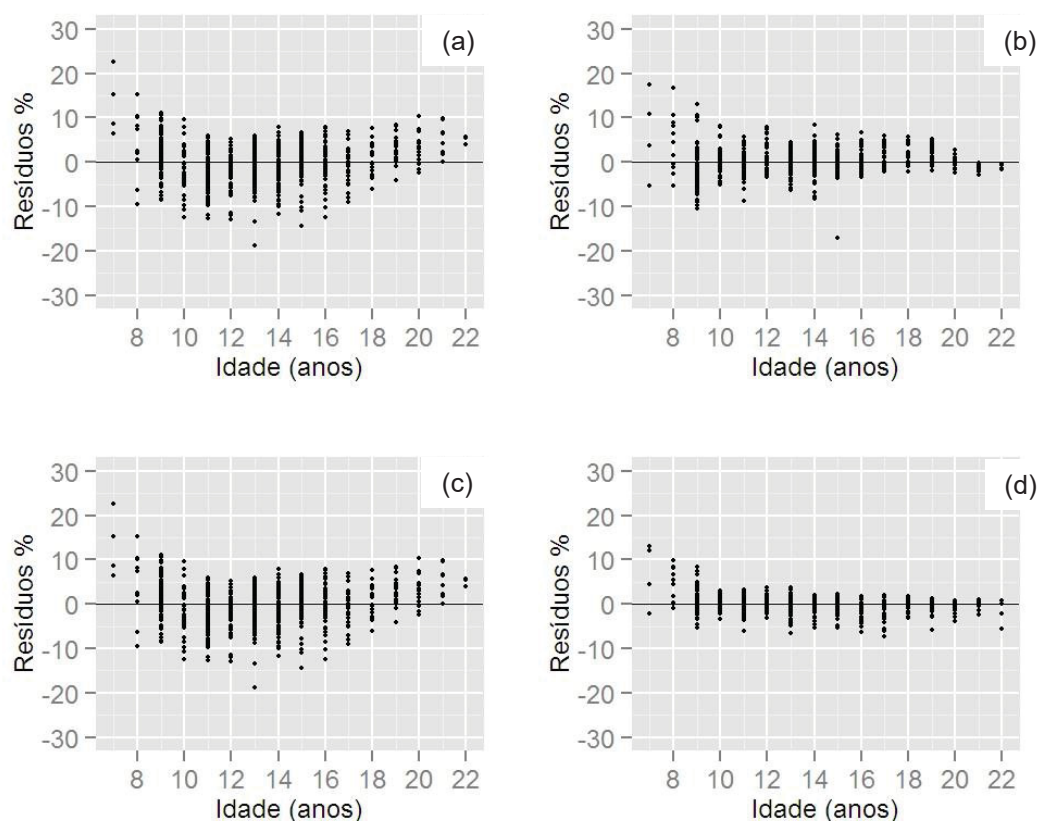
FIGURA 6 – DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMATIVA DA ÁREA BASAL NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*. EM QUE: (a) CLUTTER (1963); (b) PIENAAR E HARRISON (1989); (c) SULLIVAN E CLUTTER (1972); E (d) OCHI E CAO (2003).



FONTE: O autor (2021).

As distribuições de resíduos dos modelos de estimativa do volume total são apresentadas na Figura 7. O modelo de Ochi e Cao (2003) apresentou a melhor distribuição de resíduos, com erros menores que 10%. Os modelos de Clutter (1963) e Sullivan e Clutter (1972) apresentaram tendenciosidade de superestimativa dos volumes nas idades abaixo de 10 anos e acima de 18 anos, no entanto, os erros não passaram de 20%.

FIGURA 7 – DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMATIVA DO VOLUME. (a) CLUTTER (1963), (b) PIENAAR E HARRISON (1989), (c) SULLIVAN E CLUTTER (1972) E (d) OCHI E CAO (2003).



FONTE: O autor (2021).

3.3.2 Validação da Projeção do Volume Total

Na TABELA 6, apresenta-se os resultados do teste de Wilcoxon da estimativa de volume total para diferentes modelos globais testados. A hipótese nula foi rejeitada para o volume total, ou seja, existiu diferença estatística entre os valores observados e estimados ao nível de 5% de significância.

TABELA 6 – RESULTADOS DO TESTE DE WILCOXON PARA ESTIMATIVA DE VOLUME TOTAL POR MODELOS GLOBAIS EM PLANTIOS DE *Pinus taeda*.

Modelos	N	Mediana ($\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$)		Wilcoxon	p-valor
		Obs.	Estimado		
Clutter (1963)	682	567,8	587,2	232903	0,000
Pienaar e Harrison (1989)	682	567,8	521,4	232903	0,000
Sullivan e Clutter (1972)	682	567,8	562,2	232903	0,000
Ochi e Cao (2004)	682	567,8	523,3	232903	0,000

FONTE: O autor (2021).

O modelo de Clutter (1963) apresentou o menor viés médio, com $-9,80 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ ($-1,3\%$). Na classe de idade 3, de maior interesse devido à proximidade com a idade de rotação, o modelo Sullivan e Clutter (1972) apresentou o melhor desempenho, com viés médio de $14,00 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ ($5,6\%$). O modelo de Pienaar e Harrison (1989) apresentou o pior viés médio, com $76 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ ($10,2\%$).

Quanto à acurácia, o melhor desempenho também foi produzido pelo modelo de Clutter (1963), onde os volumes estimados diferiram em média $34 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ ($5,8\%$) dos volumes reais. As projeções menos acuradas foram geradas pelo modelo de Pienaar e Harrison (1989), com os volumes estimados diferindo em média $83 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ ($11,9\%$) dos reais.

Ao final, de acordo com os critérios estabelecidos, o modelo de Clutter (1963) foi classificado como o mais preciso e acurado para estimativa da produção em volume total e em diferentes classes de idade. De acordo com essa classificação, o segundo colocado foi o modelo de Sullivan e Clutter (1972), seguido por Ochi e Cao (2003) e Pienaar e Harrison (1989) (TABELA 7).

TABELA 7 – ESTATÍSTICAS DA PROJEÇÃO DO VOLUME NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda* PELOS DIFERENTES MODELOS GLOBAIS AJUSTADOS

Critério Estatístico	Método	Classes de Idade				Média
		1	2	3	4	
Viés ($\text{m}^3 \text{ ha}^{-1}$)	Clutter (1963)	7,0	-22,0	-32,0	-6,0	9,8
	Pienaar e Harrison (1989)	7,0	28,0	93,0	176,0	76,0
	Sullivan e Clutter (1972)	17,0	5,0	14,0	40,0	19,0
	Ochi e Cao (2004)	13,0	33,0	91,0	137,0	68,0
Viés %	Clutter (1963)	2,1	-4,1	-5,0	-0,9	-1,3
	Pienaar e Harrison (1989)	2,1	7,4	16,9	21,6	10,2
	Sullivan e Clutter (1972)	8,6	3,7	5,6	7,8	3,1
	Ochi e Cao (2004)	7,5	8,9	16,7	18,2	9,8
Acurácia ($\text{m}^3 \text{ ha}^{-1}$)	Clutter (1963)	17,0	31,0	49,0	41,0	34,0
	Pienaar e Harrison (1989))	19,0	42,0	117,0	180,0	83,0
	Sullivan e Clutter (1972)	27,0	26,0	52,0	67,0	37,0
	Ochi e Cao (2004)	25,0	43,0	115,0	152,0	71,0
Acurácia %	Clutter (1963)	5,1	6,0	7,3	4,9	5,8
	Pienaar e Harrison (1989)	6,6	8,7	17,0	21,6	11,9
	Sullivan e Clutter (1972)	9,0	5,5	7,6	7,9	6,2
	Ochi e Cao (2004)	8,3	9,0	16,7	18,2	10,5

FONTE: O autor (2021).

3.4 CONCLUSÕES

O modelo de Sullivan e Clutter (1972) apresenta melhores estatísticas para a variável sobrevivência, enquanto Pienaar e Harrison (1989) resulta em melhores estatísticas de ajuste e precisão para a estimativa da área basal, e o modelo de Ochi e Cao (2003) é o melhor para a estimativa do volume.

Existe diferença estatística entre os volumes observados e estimados pelos diferentes modelos avaliados. Na etapa de validação, o modelo de Clutter (1963) é o método mais preciso e acurado para estimativa do volume.

4 CAPÍTULO II - MÉTODOS DE OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS FUTUROS DA FUNÇÃO WEIBULL NA MODELAGEM EM CLASSE DIAMÉTRICA DE POVOAMENTOS DE *Pinus taeda* L.

Resumo: Os modelos de produção por classe diamétrica fornecem informações detalhadas do povoamento, descrevendo sua estrutura e facilitando o planejamento da produção da floresta. Assim, o objetivo deste estudo foi modelar a produção de plantios de *Pinus taeda* em classes de diâmetro a partir de diferentes métodos de recuperação dos parâmetros da fdp de Weibull. Os dados para esta pesquisa foram provenientes da remediação de 345 parcelas permanentes localizadas no Planalto Norte do Estado de Santa Catarina e Sul do Paraná. As avaliações foram realizadas por meio das seguintes estimativas: sobrevivência, área basal futura, diâmetro mínimo variância dos diâmetros relação hipsométrica genérica, seguida da análise e seleção dos modelos testados. Após a análise foram selecionados os modelos de Clutter e Jones (1980) para a estimativa da sobrevivência, Pienaar e Harisson (1989) para área basal futura, Retslaff (2010) para o diâmetro mínimo, Santana 1 (2008) para a variância dos diâmetros e, por fim, Lenhart e Clutter (1971) para a relação hipsométrica genérica. O sistema de equações desenvolvido permite a projeção da produção futura do povoamento de forma precisa e acurada para as variáveis número de árvores, área basal e volume total nos povoamentos de *Pinus taeda*. As estimativas dos parâmetros de escala e de forma da função Weibull, por meio do método de máxima verossimilhança, não resultam em ajustes satisfatórios e estatisticamente precisos; Já o método dos percentis e dos momentos fornecem estimativas aderentes aos dados observados. O método de obtenção de parâmetros, por meio de percentis, resulta como o mais preciso e acurado para estimar o volume futuro.

Palavras-chave: Modelos matemáticos, relação hipsométrica, funções de densidade e probabilidade.

4.1 INTRODUÇÃO

As empresas que possuem plantações florestais estão atentas às diferentes mudanças de tendência do mercado consumidor, efetuando, conseqüentemente, cálculos variados e prognoses relacionadas à quantidade e qualidade de madeira disponível para o momento e para demandas futuras (MAINARDI; SCHNEIDER; FINGER, 1996). Assim, novas técnicas capazes de predizer a produção de diferentes produtos oriundos da madeira, em quantidade e qualidade, são necessárias para atender às necessidades do mercado a médio e longo prazo (TEMPS, 2005).

A crescente demanda por plantios de grande porte para o setor madeireiro, tem elevado a importância da quantificação de sortimentos dos povoamentos. Com a evolução das técnicas de suporte à tomada de decisões para florestas plantadas e o surgimento de ferramentas mais específicas e eficazes, os modelos de distribuição de

diâmetros (MDD) têm-se apresentado mais apropriados para avaliações em povoamentos que necessitam de um detalhamento por sortimentos (SOUZA et. al, 2020).

Os modelos de produção por classe diamétrica fornecem informações detalhadas do povoamento ao nível de classes de diâmetro, descrevendo a estrutura do povoamento e facilitando o planejamento da produção da floresta (BARRA et al., 2004). Dentre as diversas funções que descrevem a distribuição dos diâmetros, existe um consenso sobre a superioridade da função Weibull, em relação às demais funções de densidade e probabilidade (fdp) empregadas em amostras de distribuições diamétricas de florestas equiâneas (GUIMARÃES, 1994).

Ao longo dos últimos anos, diversos trabalhos de modelagem em classes de diâmetros em plantios de *Pinus taeda* foram desenvolvidos, no entanto, existe ainda um grande potencial no desenvolvimento de estudos que utilizem a fdp de Weibull para projeções precisas e acuradas da produção de curto, médio e longo prazo. Todavia, um dos principais problemas desse tipo de modelagem consiste em como obter os parâmetros da função de Weibull que expressem apropriadamente a distribuição diamétrica futura do povoamento.

Assim, no presente estudo, o objetivo foi modelar a produção de plantios de *Pinus taeda* em classes de diâmetro a partir de diferentes métodos de recuperação dos parâmetros da fdp de Weibull.

4.2 MATERIAL E MÉTODOS

Os dados para o desenvolvimento desta pesquisa foram cedidos por uma empresa de base florestal localizada no Planalto Norte do Estado de Santa Catarina e Sul do Paraná, provenientes de remedições de 345 parcelas permanentes em povoamentos de *Pinus taeda*, com unidades amostrais de 0,04 ha. As medições ocorreram ao longo de 24 anos, sendo que a amplitude de idade foi de cinco a 22 anos. Com o intuito de realizar a validação dos resultados, 104 parcelas foram sorteadas e deixadas a parte para compor o conjunto de dados de validação.

A altura dominante de cada parcela foi obtida pelo critério proposto por Assmann (1970), a partir da altura média das 100 árvores de maior diâmetro por hectare. O modelo de Chapman e Richards (RICHARDS, 1959; CHAPMAN, 1961) foi utilizado para a estimativa da altura dominante em função da idade apresentando as

seguintes estatísticas do ajuste previamente realizado: $r_{y\hat{y}}^2 = 0,8760$, $S_{YX\%} = 8,20$ e $S_{YX} = 1,67$ m (EQUAÇÃO 13).

$$h_{dom} = 42,248209[1 - e^{(-0,059259I)}] [(1-0,100157)^{-1}] \quad (13)$$

Em que:

h_{dom} = altura dominante (m);

I = idade do povoamento (ano).

Para a estimativa do volume individual das árvores de *Pinus taeda*, foi utilizado o modelo de volume ajustado de pela empresa *a* partir da cubagem rigorosa de 360 árvores nas parcelas utilizadas neste estudo.

4.2.1 Sistema de Equações para Projeções dos Atributos dos Povoamentos

Os modelos apresentados na sequência foram testados para o desenvolvimento do sistema de projeção dos atributos e para a posterior obtenção dos parâmetros da fdp de Weibull.

4.2.1.1 Modelos de Sobrevivência

Para a estimativa da sobrevivência futura foram testados sete modelos apresentados na TABELA 8.

TABELA 8 – MODELOS TESTADOS PARA A ESTIMATIVA DE SOBREVIVÊNCIA DE ÁRVORES NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*

Autor	Modelo
Clutter e Jones (1980)	$N_2 = \left\{ N_1^{\beta_1} + \beta_2 \left[\left(\frac{I_2}{100} \right)^{\beta_3} - \left(\frac{I_1}{100} \right)^{\beta_3} \right] \right\}^{\frac{1}{\beta_1}}$
Pienaar e Shiver (1981)	$\ln(N_2) = \ln(N_1) + \beta_1(I_2^{\beta_2} - I_1^{\beta_2})$
Silva (1986)	$N_2 = N_1 e^{[\beta_2(I_2^{\beta_1} - I_1^{\beta_1})]}$
Lenhart, Hunt e Blackard (1986)	$N_2 = N_1 e^{\left[\beta_1(I_2 - I_1) + \beta_2 \left(\ln \left(\frac{I_2}{I_1} \right) \right) \right]}$
Clutter e Jones Modificado (1980)	$N_2 = N_{min} + 100 \left\{ \left(\frac{N_1 - N_{min}}{100} \right)^{\beta_1} + \beta_2 \left[\left(\frac{h_{dom2}}{100} \right)^{\beta_3} - \left(\frac{h_{dom1}}{100} \right)^{\beta_3} \right] \right\}^{\frac{1}{\beta_1}}$
Pienaar e Harisson (1989)	$N_2 = \left\{ N_1^{\beta_1} + \beta_2 \left[\left(\frac{I_2}{100} \right)^{\beta_3} - \left(\frac{I_1}{100} \right)^{\beta_3} \right] \right\}$
Sullivan e Clutter (1972)	$N_2 = N_1 \left(\frac{I_2}{I_1} \right)^{\beta_2 - 1} e^{\left(\beta_1(I_2^{\beta_2} - I_1^{\beta_2}) \right)}$

Em que: N_2 = número de árvores estimadas na idade de projeção (árv ha⁻¹); N_1 = número de árvores na idade atual (árv ha⁻¹); I_2 = idade de projeção (anos); I_1 = idade inicial (anos); exp = exponencial; N_{min} = número mínimo de árvores/ha necessárias para ocupar um determinado sítio. Número arbitrário, usado para se definir a assíntota inferior da função. A performance do modelo é muito pouco sensível ao N_{min} ; h_{dom2} = altura média das árvores dominantes na idade de projeção (m); h_{dom1} = altura média das árvores dominantes na idade inicial (m); e β_i = coeficientes a serem estimados. FONTE: O autor (2021).

4.2.1.2 Modelos testados para estimativa da área basal futura

Para a estimativa da área basal futura foram testados quatro modelos apresentados na TABELA 9.

TABELA 9 – MODELOS TESTADOS PARA PROJEÇÃO DA ÁREA BASAL NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*

Autor	Modelo
Clutter (1963)	$\ln(G_2) = \ln(G_1) \left(\frac{I_1}{I_2} \right) + \beta_1 \left(1 - \frac{1}{I_2} \right) + \beta_2 \left(1 - \frac{1}{I_2} \right) S$
Scolforo 1 (1990)	$G_2 = \beta_1 G_1 \left(\frac{I_1}{I_2} \right) + \beta_2 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) \ln(N_2) + \beta_3 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) \ln(h_{dom2}) + \beta_4 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) \ln(I_2)$
Scolforo 2 (1990)	$G_2 = \beta_1 G_1 \left(\frac{I_1}{I_2} \right) + \beta_2 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) \ln(N_2) + \beta_3 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) \ln(h_{dom2}) + \beta_4 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) I_2^2$
Pienaar e Harisson (1989)	$G_2 = \ln(G_1) + \beta_1 \left(\frac{1}{I_2} - \frac{1}{I_1} \right) + \beta_2 (\ln(h_{dom2}) - \ln(h_{dom1})) + \beta_3 (\ln(N_2) - \ln(N_1)) + \beta_4 \left(\frac{\ln(N_2)}{I_2} - \frac{\ln(N_1)}{I_1} \right) + \beta_5 \left(\frac{\ln(h_{dom2})}{I_2} - \frac{\ln(h_{dom1})}{I_1} \right)$

Em que: G_2 = área basal estimada na idade de projeção ($\text{m}^2 \text{ha}^{-1}$); G_1 = área basal na idade atual ($\text{m}^2 \text{ha}^{-1}$); I_2 = idade de projeção (anos); I_1 = idade inicial (anos); S = índice de sítio; N_2 = número de árvores na idade de projeção (árv ha^{-1}); N_1 = número de árvores na idade atual (árv ha^{-1}); h_{dom2} = Altura média das árvores dominantes na idade de projeção (m); h_{dom1} = altura média das árvores dominantes na idade inicial (m); e β_i = coeficientes a serem estimados. FONTE: O autor (2021).

4.2.1.3 Modelos testados para estimativa do diâmetro mínimo

Para a projeção do diâmetro mínimo foram testados seis modelos apresentados na TABELA 10.

TABELA 10 – MODELOS UTILIZADOS PARA ESTIMATIVA DO DIÂMETRO MÍNIMO NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*

Autor/Modelo	Modelo
Santana 1 (2008)	$D_{min2} = \beta_0 + \beta_1 \overline{d_2} + \beta_2 h_{dom2} + \beta_3 s^2 d_2 + \beta_4 \ln(G_2) + \beta_5 (dg_2)$
Ferraz Filho (2009)	$D_{min2} = \beta_1 \left(\frac{D_{min1}}{\beta_0} \right)^{\frac{\ln(1 - \exp \beta_1 I_2)}{\ln(1 - \exp \beta_1 I_1)}}$
Santana 2 (2008)	$D_{min2} = \beta_0 + \beta_1 \overline{d_2} + \beta_2 h_{dom2} + \beta_3 S^2 d_2 + \beta_4 \ln(G_2) + \beta_5 (I_2)$
Restlaff (2010)	$D_{min2} = \beta_1 D_{min1} + \beta_2 \frac{I_1}{I_2} + \beta_3 dg_2$
Zhang; Lei e Cao (2010)	$D_{min2} = e^{\left[\left(\frac{I_1}{I_2} \right) \ln(D_{min1}) + \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) \left(\beta_1 + \frac{\beta_2}{I_1} + \frac{\beta_3}{\ln(N_1)} \right) \right]}$
Cao e McCarty (2006)	$D_{min2} = D_{min1}^{\frac{I_1}{I_2}} \left(\beta_1 + \frac{\beta_2}{I_2} \right)^{\left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right)}$

Em que: D_{min2} = diâmetro mínimo estimado na idade de projeção (cm); D_{min1} = diâmetro mínimo na idade atual (cm); I_2 = idade de projeção (anos); I_1 = idade inicial (anos); $s^2 d_2$ = variância dos diâmetros na idade de projeção; G_2 = área basal na idade de projeção ($m^2 ha^{-1}$); N_1 = número de árvores na idade atual ($ár v ha^{-1}$); $\overline{d_2}$ = média do diâmetro à altura do peito na idade futura (cm); h_{dom2} = altura média das árvores dominantes na idade de projeção (m); dg_2 = diâmetro médio quadrático na idade de projeção; e β_i = coeficientes a serem estimados. FONTE: O autor (2021).

4.2.1.4 Modelos testados para estimativa da variância dos diâmetros

Para a projeção da variância dos diâmetros foram testados seis modelos apresentados na TABELA 11.

TABELA 11 – MODELOS TESTADOS PARA ESTIMATIVA DA VARIÂNCIA DOS DIÂMETROS NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*

Autor/Modelo	Modelo
Santana 1 (2008)	$s^2 d_2 = \beta_1 s^2 d_1 + \beta_2 dg_1 + \beta_3 G_1 + \beta_4 G_2$
Santana 2 (2008)	$s^2 d_2 = \beta_0 + \beta_1 (dg_2 - \bar{d}_2)^{0.5} + \beta_2 d_2 + \beta_3 G_1^2 + \beta_4 \left(\frac{I_1}{I_2}\right) + \beta_5 dg_2$
Restlaff (2010)	$s^2 d_2 = \beta_0 + \beta_1 \left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right) + \beta_2 D_{min2} + \beta_3 s^2 d_1 + \beta_4 D_{max2}$
Zhang; Lei e Cao (2010)	$s^2 d_2 = e^{\left(\left(\frac{I_1}{I_2}\right) \ln(D_{min2}) + \left(1 - \left(\frac{I_1}{I_2}\right) (\beta_1 + \beta_2 \ln(h_{dom2}) + \beta_3 \ln(N_2))\right)\right)}$
Cao e McCarty (2006)	$s^2 d_2 = s^2 d_1^{\frac{I_1}{I_2}} \left(\beta_1 + \frac{\beta_2}{I_1}\right)^{\left(1 - \frac{I_1}{I_2}\right)}$
Eisfeld (2005)	$s^2 d_2 = \beta_1 s^2 d_1 + \beta_2 dg_1 + \beta_3 \frac{n_1}{n_2}$

Em que: $s^2 d_2$ = variância dos diâmetros estimada na idade de projeção (cm); $s^2 d_1$ = variância dos diâmetros na idade atual (cm); D_{min2} = diâmetro mínimo na idade de projeção (cm); I_2 = idade de projeção (anos); I_1 = idade inicial (anos); d_2 = diâmetro à altura do peito (cm); G_1 = área basal na idade atual ($m^2 ha^{-1}$); G_2 = área basal na idade de projeção ($m^2 ha^{-1}$); N_1 = número de árvores na idade atual ($ár v ha^{-1}$); $\bar{d}_2$ = média do diâmetro à altura do peito na idade atual (cm); D_{max2} = diâmetro à altura do peito máximo na idade de projeção (cm); h_{dom2} = altura média das árvores dominantes na idade de projeção (m); dg_2 = diâmetro médio quadrático na idade de projeção; e β_i = coeficientes a serem estimados. FONTE: O autor (2021).

4.2.1.5 Modelos testados para estimativa da relação hipsométrica genérica

Para a estimativa da relação hipsométrica por classe de diâmetro, foram testados seis modelos apresentados na TABELA 12.

TABELA 12 – MODELOS UTILIZADOS PARA ESTIMATIVA DA RELAÇÃO HIPSONOMÉTRICA GENÉRICA NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*

Autor/Modelo	Modelo
Bennett e Clutter (1968)	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 S + \beta_2 N + \beta_3 \left(\frac{1}{I}\right) - \beta_4 \left(\frac{1}{d_i}\right)$
Lenhart e Clutter (1971)	$\ln\left(\frac{h}{h_{dom}}\right) = \beta_0 + \beta_1 \left[\left(\frac{1}{d_i}\right) - \left(\frac{1}{d_{max}}\right)\right] + \beta_2 \left(\frac{1}{I}\right) \left[\left(\frac{1}{d_i}\right) - \left(\frac{1}{d_{max}}\right)\right] + \beta_3 \left[\left(\frac{1}{d_i}\right) - \left(\frac{1}{d_{max}}\right)\right] \ln(N)$
Scolforo 1 (1990)	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 \ln\left(\frac{1}{I}\right) + \beta_2 \ln(h_{dom}) + \beta_3 \ln(G) + \beta_4 \ln(N) + \left(\frac{1}{d_i}\right)$
Scolforo 2 (1990)	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 \ln(h_{dom}) + \beta_2 \ln\left(\frac{d_g}{d_i}\right) + \beta_3 \left[\frac{1}{(Id_i)}\right] + \beta_4 \left(\frac{1}{d_i}\right)$
Maestri (2003)	$h = e^{\beta_1 + \beta_2 \ln(h_{dom}) + \beta_3 \ln\left(\frac{d_g}{d}\right) + \beta_4 \left(\frac{1}{Id_i}\right) + \beta_5 \left(\frac{1}{d_i}\right)}$
Schuchovski (2014)	$\ln(h) = \beta_0 + \beta_1 di + \beta_2 h_{dom} + \beta_3 \ln(h_{dom}) + \beta_4 (di \cdot h_{dom}) + \beta_5 (dg)$

Em que: h = altura total estimada (m); S = índice de sítio; N = número de árvores; h_{dom} = altura média das árvores dominantes (m); d_i = diâmetro do centro da classe (cm); d_{max} = diâmetro máximo (cm); I = idade (anos); $\bar{d}$ = média do diâmetro à altura do peito na idade atual (cm); d_g = diâmetro médio quadrático; e β_i = coeficientes a serem estimados. FONTE: O autor (2021).

4.2.1.6 Formulação para estimativa da variância dos diâmetros médio quadráticos

Segundo Scolforo (1990), a estimativa do diâmetro médio quadrático (d_g) e da média aritmética do diâmetro à altura do peito ($\bar{d}$) em equações ajustadas separadamente pode resultar em problemas de convergência, em que o $\bar{d}$ pode ser maior que o d_g . Para isso, as seguintes equações foram aplicadas (EQUAÇÃO 14 E 15):

$$d_g^2 = \frac{G}{0,0000785398N} \quad (14)$$

$$\bar{d} = (d_g^2 - s^2 d_2)^{0,5} \quad (15)$$

Em que:

d_g = diâmetro médio quadrático;

$\bar{d}$ = média aritmética dos diâmetros à altura do peito;

N = número de árvores estimado a partir do modelo de sobrevivência;

G = área basal estimada a partir modelo de projeção da área basal ajustado;

$s^2 d_2$ = variância dos diâmetros obtido do modelo de variância.

4.2.2 Análise e Seleção de Modelos

Para a seleção do melhor modelo ajustado, foram utilizadas as seguintes equações (EQUAÇÃO 16, 17, 19, 19 E 20):

$$R^2 = \frac{SQReg}{SQTot} = \frac{\sum(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum y_i - \bar{y})^2} \quad (16)$$

$$R_{adj}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n - 1}{n - p - 1} \quad (17)$$

$$r_{y\hat{y}}^2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^n y_i \hat{y}_i - \frac{(\sum_{i=1}^n \hat{y}_i)(\sum_{i=1}^n y_i)}{n} \right)^2}{\left(\sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n} \right) \left(\sum_{i=1}^n \hat{y}_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n \hat{y}_i)^2}{n} \right)} \quad (18)$$

$$Syx = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - p}} \quad (19)$$

$$Syx\% = \frac{Syx}{\bar{y}} \cdot 100 \quad (20)$$

Em que:

R^2 = coeficiente de determinação;

R_{adj}^2 = coeficiente de determinação ajustado;

$R_{y\hat{y}}^2$ = coeficiente de correlação ao quadrado;

n = número de observações; p = número de coeficientes do modelo;

y_i = valor da variável observada;

$\hat{y}_i$ = valor da variável estimada pelo modelo;

$\bar{y}$ = valor médio da variável observada;

Syx = erro padrão de estimativa .

Por fim, foi realizada a análise gráfica de resíduos utilizando a seguinte equação (EQUAÇÃO 21):

$$res \% = \frac{(y_i - \hat{y}_i)}{y_i} 100 \quad (21)$$

Em que:

$res \%$ = resíduos em porcentagem;

y_i = valor da variável observada;

$\hat{y}_i$ = valor da variável estimada pelo modelo.

4.2.3 Função de Densidade de Probabilidade

Para a modelagem em classes de diâmetro, optou-se por utilizar a fdp de Weibull com três parâmetros calculada pela seguinte equação (EQUAÇÃO 22):

$$f(x) = \frac{c}{b} \left(\frac{x-a}{b} \right)^{c-1} e \left[- \left(\frac{x-a}{b} \right)^c \right] \quad (22)$$

Integrando-se essa função é possível obter as distribuições acumulativas (EQUAÇÕES 23 e 24):

$$F(x) = 1 - e \left[- \left(\frac{x-a}{b} \right)^c \right] \quad (23)$$

$$P(Li < x < Ls) = \left\{ e \left[- \left(\frac{Li-a}{b} \right)^c \right] \right\} - \left\{ e \left[- \left(\frac{Ls-a}{b} \right)^c \right] \right\} \quad (24)$$

Em que:

$f(x)$ = fdp de Weibull;

x = variável aleatória, representando o diâmetro à altura do peito (DAP);

a = parâmetro de locação, representando o diâmetro mínimo;

b = parâmetro responsável pela escala, que define a amplitude da distribuição;

c = parâmetro responsável pela forma.

$P(Li < x < Ls)$ = probabilidade de x estar entre Li e Ls ;

Li = limite inferior da classe de diâmetro (cm); e

Ls = limite superior da classe de diâmetro.

Com: $a \leq x < \infty$, $a \geq 0$, b e $c > 0$.

Métodos para obtenção dos parâmetros da fdp de Weibull

a) Método dos percentis

Para a recuperação dos parâmetros via método dos percentis, foi adotada a metodologia proposta por Bailey, Burgan e Jokela (1989), que utiliza os diâmetros percentis da posição 0%, 25%, 50% e 95% em cada parcela. Essa metodologia também foi utilizada nas pesquisas de Brooks, Borders e Bailey (1992) e Cao (2004).

Para a estimativa dos diâmetros percentis, foram ajustados os modelos apresentados por Borders (1989) (EQUAÇÕES 25, 26, 27 E 28):

$$D_0 = e^{(\beta_1 + \beta_2 \ln(\frac{G}{N}) + \beta_3 \ln(N) + \beta_4 \ln(h_{dom}))} \quad (25)$$

$$D_{25} = D_{50} * e^{(\beta_1 \ln(\frac{G}{N}) + \beta_2 I + \beta_3 S + \beta_4 (\frac{1}{I}) + \beta_5 \ln(N) + \beta_6 h_{dom})} \quad (26)$$

$$D_{50} = e^{(\beta_1 + \beta_2 \ln(\frac{G}{N}) + \beta_3 I + \beta_4 h_{dom} + \beta_5 (\frac{1}{N}))} \quad (27)$$

$$D_{95} = D_{50} * e^{(\beta_1 \ln(\frac{G}{N}) + \beta_2 I + \beta_3 \ln(N) + \beta_4 (\frac{1}{I}) + \beta_5 S + \beta_6 \ln(h_{dom}))} \quad (28)$$

Em que:

D_i = diâmetro estimado na posição percentil 0, 25, 50 e 95 (cm);

G = área basal estimada ($m^2 ha^{-1}$);

I = idade (anos);

S = índice de sítio (m);

N = número de árvores ($árv ha^{-1}$);

h_{dom} = altura média das árvores dominantes (m);

$\beta's$ = coeficientes a serem estimados.

Os parâmetros foram recuperados pelas seguintes equações:

Parâmetro de localização (a) (EQUAÇÃO 29):

$$a = \frac{n^{0,3333} D_0 - D_{50}}{n^{0,3333} - 1} \quad (29)$$

Parâmetro de forma (c) (EQUAÇÃO 30):

$$c = \frac{2,343088}{\ln(D_{95} - a) - \ln(D_{25} - a)} \quad (30)$$

Parâmetro de escala (b) (EQUAÇÃO 31):

$$b = -\frac{a\Gamma_1}{\Gamma_2} + \sqrt{\left(\frac{a}{\Gamma_2}\right)^2 (\Gamma_1^2 - \Gamma_2) + \frac{dg^2}{\Gamma_2}} \quad (31)$$

Em que:

dg = diâmetro médio quadrático (cm);

D_i = diâmetro estimado na posição percentil 0, 25, 50 e 95 (cm);

Γ = função gama;

a = parâmetro de locação;

b = parâmetro de escala;

c = parâmetro de forma.

b) Método dos momentos

Para a recuperação dos parâmetros via método dos momentos, utilizou-se a metodologia descrita por Scolforo (1998), também aplicada por Arce (2004), Santana (2008) e Retslaff (2010, 2014). Para a obtenção dos parâmetros de localização, escala e forma da função de Weibull, foram utilizadas as seguintes equações descritas por Arce (2004).

Parâmetro de localização (a) (EQUAÇÃO 32):

$$a = \frac{[\bar{d} - (dg - D_{min})]}{\left[1 - \frac{1}{n^{(1+\frac{1}{c})}}\right]} \quad (32)$$

Parâmetro de escala (b) (EQUAÇÃO 33):

$$b = \left[\frac{\bar{d} - D_{min}}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)}\right] \cdot \left[1 - \frac{1}{n^{(1+\frac{1}{c})}}\right] \quad (33)$$

Parâmetro de forma (c) que foi obtido por método iterativo (EQUAÇÃO 34):

$$dg^2 = \bar{d}^2 + (\bar{d} - D_{min})^2 \frac{\left[\frac{\Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{c}\right)^2} - 1\right]}{\left[1 - \left(\frac{1}{n}\right)^{(1+\frac{1}{c})}\right]^2} \quad (34)$$

Em que:

dg = diâmetro médio quadrático (cm);

$\bar{d}$ = diâmetro médio aritmético (cm);

D_{min} = diâmetro mínimo (cm);

n = número de diâmetros;

Γ = função gama;

a = parâmetro de localização;

b = parâmetro de escala; e

c = parâmetro de forma.

c) Método da máxima verossimilhança:

Para a predição dos parâmetros pelo método da máxima verossimilhança foi empregada a metodologia proposta por Cao (2004). Para isso, foram utilizadas as seguintes equações:

Parâmetro de localização (a) (EQUAÇÃO 35):

$$a = 0,5\hat{D}_{min} \quad (35)$$

Parâmetro de escala (b) (EQUAÇÃO 36):

$$b = \exp\left(\beta_1 + \beta_2 Rs + \beta_3 \ln(N) + \beta_4 \ln(h_{dom}) + \frac{\beta_5}{I}\right) \quad (36)$$

Parâmetro de forma (c) (EQUAÇÃO 37):

$$c = \exp\left(\beta_1 + \beta_2 Rs + \beta_3 \ln(N) + \beta_4 \ln(Hd) + \frac{\beta_5}{I}\right) \quad (37)$$

Em que:

$\hat{D}_{min}$ = diâmetro mínimo estimado a partir da equação ajustada (cm);

Rs = espaçamento relativo,

$Rs = [(10.000/N)^{0,5}/h_{dom}]$ sendo a proporção da distância média entre duas árvores assumindo espaçamento quadrático;

N = número de árvores por hectare;

h_{dom} = altura média das árvores dominantes (m);

I = idade (anos);

a = parâmetro de localização;

b = parâmetro de escala;

c = parâmetro de forma; e

$\beta's$ = coeficientes estimados.

Os coeficientes das equações de regressão para a estimativa dos parâmetros de escala e forma foram encontrados de maneira iterativa pela minimização da soma dos quadrados da seguinte função (CAO, 2004) (EQUAÇÃO 38):

$$\sum_i^p \sum_{j=1}^{n_i} \frac{(F_{ij} - \hat{F}_{ij})^2}{n_i} = 0 \quad (38)$$

Em que:

F_{ij} = probabilidade observada acumulada das árvores j na $i^{\text{ésima}}$ combinações de amostras-idade;

$\hat{F}_{ij}$ = probabilidade estimada acumulada das árvores j na $i^{\text{ésima}}$ combinações de amostras-idade; e

n_i = na $i^{\text{ésima}}$ combinações de amostras-idade.

4.2.3.1 Teste para avaliação da qualidade do ajuste das distribuições

Para avaliar a qualidade do ajuste da fdp de Weibull em relação as frequências observadas, foi aplicado o teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov, ao nível de 5% de significância. Essa avaliação teve como objetivo comparar as frequências acumuladas estimadas e observadas e avaliar a diferença a um valor de D de Kolmogorov-Smirnov (EQUAÇÃO 39):

$$D_{max} = SUP |F(x) - S(x)| \quad (39)$$

Em que:

D_{max} = maior diferença entre as distribuições. Se $D_{max} < D_n(\alpha)$, aceita-se o ajuste.

$D_n(\alpha)$ é tabelar, nível α de 5% de probabilidade para N indivíduos;

$F(x)$ = frequência acumulada estimada; e

$S(x)$ = frequência acumulada observada.

4.2.4 Estatísticas Aplicadas para Avaliação dos Atributos Projetados

Aplicou-se o teste não paramétrico de Wilcoxon para dados pareados com objetivo de avaliar se os volumes estimados pelo sistema de modelagem ajustado

apresentavam igualdade estatística quando comparados com os volumes observados. Testou-se a seguinte hipótese ao nível de 5% de significância (EQUAÇÕES 40 E 41):

$$H_0: Vol_{obs} = Vol_{est} \quad (40)$$

$$H_1: Vol_{obs} \neq Vol_{est} \quad (41)$$

Em que:

H_0 : A mediana dos volumes observados é igual a mediana dos volumes estimados;

Vol_{obs} : Volumes observados;

Vol_{est} : Volumes estimados;

H_1 : Hipótese alternativa.

Os critérios estatísticos para a avaliação do volume total projetado foram Viés e Acurácia conforme aplicados por Cao (2000), Ochi e Cao (2003) e Zhang; Lei e Cao (2010), os quais foram calculados pelas seguintes equações (EQUAÇÃO 42 E 43):

$$Viés = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) \quad (42)$$

$$Acurácia = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \quad (43)$$

Em que:

$Viés$ = também conhecido por tendenciosidade ou “bias”;

$Acurácia$ = mede em termos absolutos a proximidade de cada observação ao valor-alvo que se procura atingir;

y_i = valor observado;

$\hat{y}_i$ = valor estimado pelo modelo;

$\bar{y}$ = valor médio da variável observada;

n = número de observações.

4.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados dos ajustes realizados para estimativa dos atributos futuros do povoamento são apresentados a seguir. Em cada tabela são apresentados os

resultados de ajuste e precisão de cada modelo testado, assim como seus respectivos coeficientes.

4.3.1 Modelos de Sobrevivência

Os sete modelos testados para a estimativa da sobrevivência apresentaram resultados estatísticos muito similares (TABELA 13). Os coeficientes de correlação ao quadrado ($r_{y\hat{y}}^2$) foram superiores a 0,95 e os erros padrão de estimativa ($S_{YX\%}$) inferiores a 2,40%, o que representou erro menor que 35 árv ha⁻¹. O modelo de Clutter e Jones (1980) apresentou as melhores estatísticas de ajuste e precisão, com $r_{y\hat{y}}^2 = 0,9757$, $S_{YX\%} = 2,29$ e $S_{YX} = 32,40$ árv ha⁻¹.

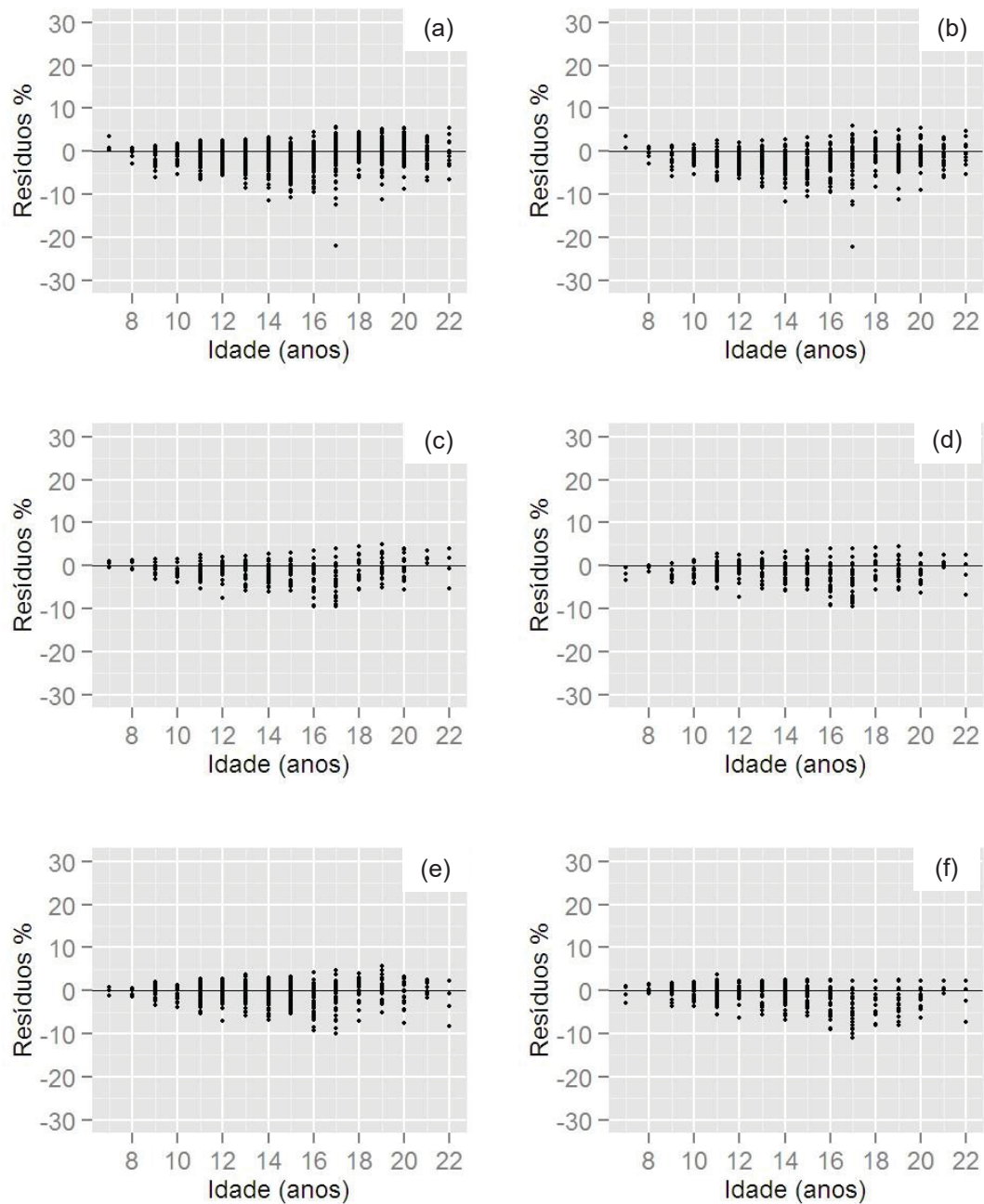
TABELA 13 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMATIVA DA SOBREVIVÊNCIA NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*.

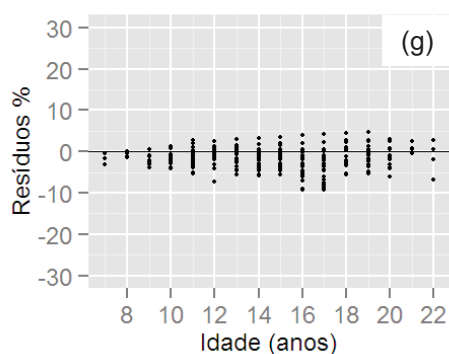
Autor	Coeficientes	$r_{y\hat{y}}^2$	S_{YX} (árv ha ⁻¹)	$S_{YX\%}$
Clutter e Jones (1980)	$b_1 = -1,236244^*$ $b_2 = 0,005064^*$ $b_3 = 3,101527^*$	0,9757	32,40	2,29
Pienaar e Shiver (1981)	$b_1 = -0,00005082^*$ $b_2 = 2,792^*$	0,9561	32,80	2,32
Silva (1986)	$b_1 = 1,136346^*$ $b_2 = -0,020075^*$	0,9706	33,10	2,34
Lenhart, Hunt e Blackard (1986)	$b_1 = -0,038806^*$ $b_2 = 0,288333^*$	0,9735	32,70	2,31
Clutter e Jones Modificado (1980)	$b_1 = -1,3525^*$ $b_2 = 1,9534^*$ $b_3 = 4,4391^*$	0,9741	33,70	2,38
Pienaar e Harisson (1989)	$b_1 = 0,9965909^*$ $b_2 = -0,2873252^*$ $b_3 = -2,0431889^*$	0,9707	34,70	2,45
Sullivan e Clutter (1972)	$b_1 = -0,015636^*$ $b_2 = 1,215892^*$	0,9756	32,60	2,30

Em que: $R_{y\hat{y}}^2$ = coeficiente de correlação ao quadrado; $S_{xy\%}$ = erro padrão de estimativa (%); S_{xy} = erro padrão de estimativa (árv ha⁻¹); b_{is} = coeficientes estimados; e * = coeficientes significativos a 5%.
FONTE: O autor (2021).

Pode se observar na FIGURA 8 que todos os modelos ajustados apresentaram distribuições de resíduos similares, com leve tendência de superestimativa do número de árvores.

FIGURA 8 – DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA PROJETER A SOBREVIVÊNCIA NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*. (a) CLUTTER E JONES (1980); (b) PIENAAR E SHIVER (1981); (c) SILVA (1986); (d) LENHART; HUNT E BLACKARD (1986); (e) CLUTTER E JONES MODIFICADO (1980); (f) PIENAAR et al. (1989); E (g) SULLIVAN E CLUTTER (1972)





FONTE: O autor (2021).

De acordo com as estatísticas e a distribuição de resíduos, o modelo de Clutter e Jones (1980) foi o selecionado para estimar a sobrevivência futura e compor o sistema de equações de projeção da produção.

4.3.2 Modelos para projetar a Área Basal Futura

Conforme a TABELA 14, observa-se que os modelos de projeção da área basal futura apresentaram estatísticas precisas, com coeficientes de determinação (R^2_{adj}) acima de 0,97 e erros padrão de estimativa ($S_{YX\%}$) menores que 2,6%. O modelo de Pienaar e Harisson (1989) apresentou as melhores estatísticas de ajuste e precisão, com $R^2_{adj} = 0,9860$, $S_{YX\%} = 1,63$ e $S_{YX} = 1,02 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$. O modelo de Scolforo 2 (1990) também apresentou bons resultados, com $R^2_{adj} = 0,9792$, $S_{YX\%} = 1,33\%$ e $S_{YX} = 2,11 \text{ m}^2 \text{ ha}^{-1}$.

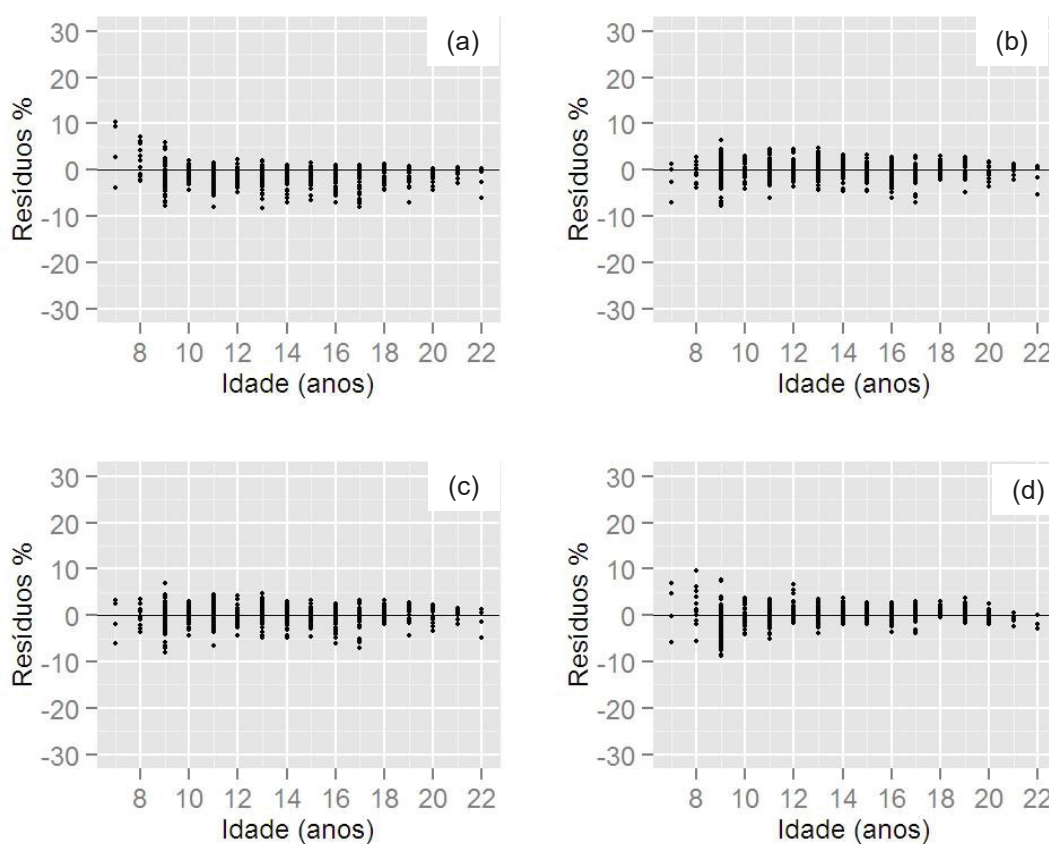
TABELA 14 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DOS MODELOS TESTADOS PARA ESTIMAR A ÁREA BASAL NO FINAL DO PERÍODO DE PREDIÇÃO NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*

Autor	Coeficientes	R^2_{adj}	S_{yx} (m ² ha ⁻¹)	$S_{yx}\%$
Clutter (1963)	$b_1 = 5.115881^*$ $b_2 = -0,012481^*$	0,9719	1,58	2,53
Scolforo 1 (1990)	$b_1 = 1,005822^*$ $b_2 = 6,549886^*$ $b_3 = 31,251503^*$ $b_4 = -20,5911^*$	0,9793	1,33	2,12
Scolforo 2 (1990)	$b_1 = 1,006266^*$ $b_2 = 2,854904^*$ $b_3 = 26,149166^*$ $b_4 = -0,056693^*$	0,9792	1,32	2,11
Pienaar e Harisson (1989)	$b_1 = 4,6889606^*$ $b_2 = 0,0021868^*$ $b_3 = 0,4720694^*$ $b_4 = -0,5000919^*$ $b_5 = 1,9631619^*$	0,9860	1,02	1,63

FONTE: O autor (2021). Em que: R^2_{adj} = coeficiente de determinação ajustado; $S_{xy}\%$ = erro padrão de estimativa (%); S_{xy} = erro padrão de estimativa (m² ha⁻¹); b_{is} = coeficientes estimados; * coeficientes significativos a 5%.

A FIGURA 9 mostra os resíduos das equações para projeção da área basal futura. O modelo de Clutter (1963) demonstrou leves tendências de subestimativa das áreas basais a partir dos 10 anos de idade. Pode-se observar tendências de subestimativa e superestimava nos resíduos do modelo de Pienaar et al. (1989) em algumas idades. Os modelos de Scolforo 1 e 2 (1990) apresentaram distribuição de resíduos homogêneas em todas as idades, com erros de até $\pm 10\%$. Para essa mesma variável. Dessa forma, conforme os resultados apresentados, o modelo de Scolforo 2 (1990) foi selecionado para compor o sistema de equações de projeção da produção final em volume.

FIGURA 9 – DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA PROJETER A ÁREA BASAL NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*. (a) CLUTTER (1963); (b) SCOLFORO 1 (1990); (c) SCOLFORO 2 (1990); E (d) PIENAAR et al. (1988).



FONTE: O autor (2021).

4.3.3 Modelos para Estimar o Diâmetro Mínimo

Os resultados estatísticos dos modelos para estimativa do diâmetro mínimo são apresentados na TABELA 15. Em geral, os modelos apresentaram um coeficiente de determinação e de correlação linear ao quadrado entre 0,70 e 0,80. Os erros padrão de estimativa foram superiores a 10%. O modelo de Retslaff (2010) apresentou as melhores estatísticas, com $R^2_{adj} = 0,80$ e $S_{YX\%} = 10,07\%$.

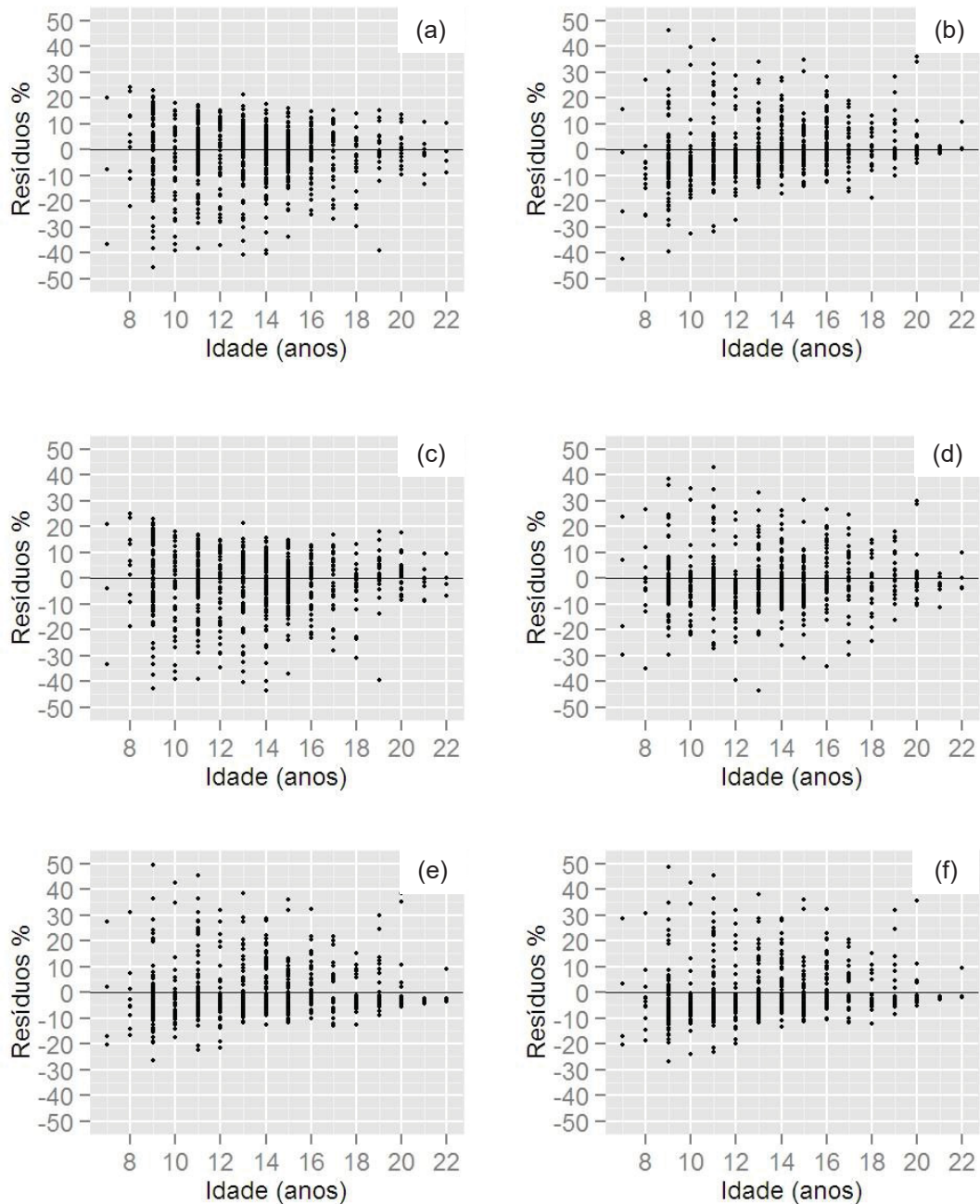
TABELA 15 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DOS MODELOS TESTADOS PARA PROJETAR O DIÂMETRO MÍNIMO AO FINAL DO PERÍODO DE PREDIÇÃO NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*

Autor	Coeficientes	$R^2_{adj} / r_{y\hat{y}}^2$	S_{yx} (cm)	$S_{yx\%}$
Santana 1 (2008)	$b_0 = -9,467025^*$	0,7163	1,59	11,93
	$b_1 = 1,229119^*$			
	$b_2 = 0,101264^*$			
	$b_3 = -0,157676^*$			
	$b_4 = 0,835325^*$			
Ferraz Filho (2009)	$b_5 = -0,359224^*$	0,7837	1,38	10,37
	$b_1 = 17,35772^*$			
Santana 2 (2008)	$b_2 = -0,1402^*$	0,7100	1,60	12,06
	$b_0 = -8,511552^*$			
	$b_1 = 0,910521^*$			
	$b_2 = 0,122066^*$			
	$b_3 = -0,167904^*$			
Restlaff (2010)	$b_4 = 0,133345^*$	0,8009	1,34	10,07
	$b_5 = 0,066631^*$			
	$b_1 = 0,77622^*$			
Zhang; Lei e Cao (2010)	$b_2 = -2,59965^*$	0,7795	1,39	10,44
	$b_3 = 0,25748^*$			
	$b_1 = -0,8029^*$			
Cao e McCarty (2006)	$b_2 = -4,8454^*$	0,7863	1,39	10,48
	$b_3 = 31,5438^*$			
	$b_1 = 31,303^*$			
	$b_2 = -100,788^*$			

FONTE: O autor (2021). Em que: R^2_{adj} = coeficiente de determinação ajustado; $r_{y\hat{y}}^2$ = coeficiente de correlação ao quadrado; $S_{xy\%}$ = erro padrão de estimativa (%); S_{xy} = erro padrão de estimativa (cm); b_{is} = coeficientes estimados; e * = coeficientes significativos a 5%.

A FIGURA 10 mostra a distribuição dos resíduos dos modelos ajustados para estimativa do diâmetro mínimo. O modelo de Retslaff (2010), apesar de ter apresentado as melhores estatísticas, apresentou resíduos bastante dispersos ao longo da linha estimativa. As melhores distribuições de resíduos foram observadas nos modelos de Santana 1 e 2 (2008). Os modelos de Ferraz Filho (2009), Zhang; Lei e Cao (2010) e Cao e McCarty (2006) mostraram tendenciosidade de subestimativa dos diâmetros mínimos.

FIGURA 10 – DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMAR DIÂMETRO MÍNIMO NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*. (a) SANTANA 1 (2008); (b) FERRAZ FILHO (2009); (c) SANTANA 2 (2008); (d) RETSLAFF (2010); (e) ZHANG, LEI, CAO (2010); E (f) CAO (2010)



FONTE: O autor (2021).

Conforme as estatísticas de ajuste e as distribuições de resíduos, o modelo de Santana 1 (2008) foi selecionado para a estimativa do diâmetro mínimo.

4.3.4 Estimativa da Variância dos Diâmetros

Na TABELA 16 pode-se observar os resultados estatísticos dos ajustes dos modelos de estimativa da variância dos diâmetros. O modelo que apresentou melhores estatísticas foi o de Santana 1 (2008), com $R^2_{adj} = 0,97$, $S_{YX\%} = 7,6$ e $S_{YX} = 1,62$). Os resultados apresentados foram similares aos encontrados por Eisfeld (2005), que obteve $R^2_{adj} = 0,9784$, $S_{YX\%} = 8,08$ e $S_{YX} = 1,45$.

TABELA 16 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DOS MODELOS TESTADOS PARA ESTIMAR A VARIÂNCIA DOS DIÂMETROS NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*

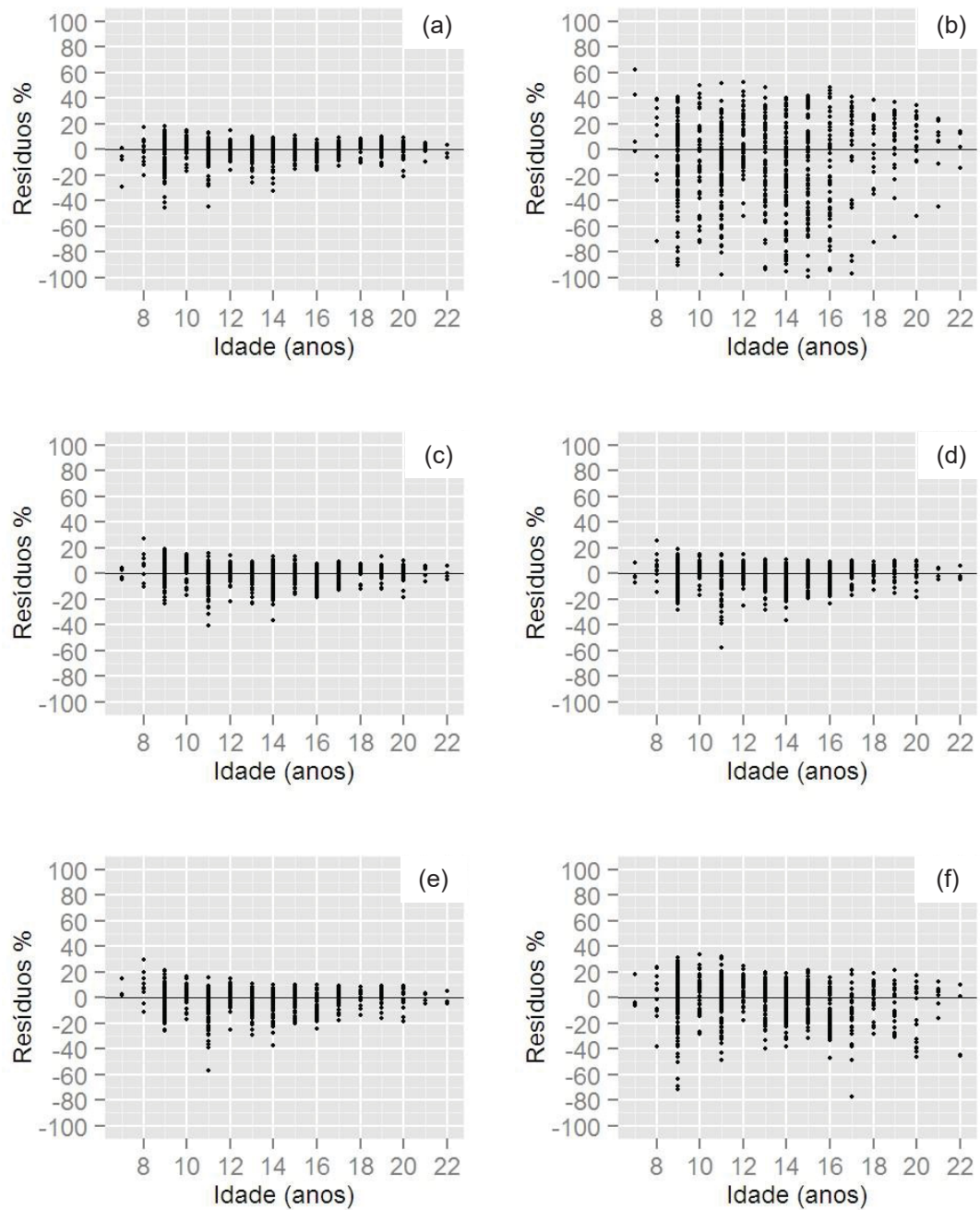
Autor	Coefficientes	R^2_{adj} / r_{yy}^2	S_{YX}	$S_{YX\%}$
Santana 1 (2008)	$b_0 = 1,052168^*$	0,9700	1,62	7,60
	$b_1 = 0,01369^*$			
	$b_2 = -0,436968^*$			
	$b_3 = 0,418467^*$			
Santana 2 (2008)	$b_0 = -56,72253^*$	0,4920	6,48	30,40
	$b_1 = 3,98825^*$			
	$b_2 = -4,622299^*$			
	$b_3 = -0,018871^*$			
	$b_4 = 46,960182^*$			
Restlaff (2010)	$b_5 = 6,181078^*$	0,9700	1,60	7,70
	$b_0 = -2,060038^*$			
	$b_1 = 17,932078^*$			
	$b_2 = -0,295501^*$			
Zhang; Lei e Cao (2010)	$b_3 = 0,949694^*$	0,9478	1,76	8,26
	$b_4 = 0,206905^*$			
	$b_0 = -3,2713^*$			
	$b_1 = 3,2^*$			
Cao e McCarty (2006)	$b_2 = 44,2086^*$	0,9422	1,77	8,33
	$b_0 = -168,52^*$			
Eisfeld (2005)	$b_1 = 1594,18^*$	0,8647	4,30	20,16
	$b_0 = 0,0418718^*$			
	$b_1 = 0,0006579^*$			
	$b_2 = 2,100894^*$			

FONTE: O autor (2021). Em que: R^2_{adj} = coeficiente de determinação ajustado; r_{yy}^2 = coeficiente de correlação ao quadrado; $S_{xy\%}$ = erro padrão de estimativa (%); S_{xy} = erro padrão de estimativa ; b_{is} = coeficientes estimados; * coeficientes significativos a 5%.

Os modelos de Santana 2 (2008) e de Eisfeld (2005) mostraram resíduos muito dispersos e com tendências de superestimativa (FIGURA 11). Não foi observado tendenciosidade nos modelos de Retslaff (2010), Zhang; Lei e Cao (2010)

e Cao e McCarty (2006). O modelo de Santana 1 (2008), além de ter apresentado as melhores estatísticas, também teve distribuição de resíduos mais uniforme para todas as idades.

FIGURA 11 – DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMAR A VARIÂNCIA DOS DIÂMETROS NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*. (a) SANTANA 1 (2008); (b) SANTANA 2 (2008); (c) RETSLAFF (2010); (d) ZHANG; LEI E CAO (2010); (e) CAO E MCCARTY (2006); E (f) EISFELD (2005)



FONTE: O autor (2021).

O modelo de Santana 1 (2008) foi selecionado para estimar a variância dos diâmetros em função de suas estatísticas e distribuição de resíduos.

4.3.5 Relação Hipsométrica Genérica

Os coeficientes e as estatísticas dos modelos ajustados para estimativa da relação hipsométrica genérica são apresentados na TABELA 17. Todos os modelos lineares ajustados apresentaram coeficiente de determinação (R^2_{adj}) superiores a 0,95 e erros padrão de estimativa ($S_{YX\%}$) inferiores a 5,7%, exceto para o modelo de Bennet e Clutter (1968), com $R^2_{adj} = 0,9179$ e $S_{YX\%} = 6,90$. O modelo de Lenhart e Clutter (1971) apresentou as melhores estatísticas, com $R^2_{adj} = 0,9531$, $S_{YX\%} = 5,3$ e $S_{YX} = 0,99$ m, seguido do modelo de Scolforo 2 (1990), com $R^2_{adj} = 0,9545$, $S_{YX\%} = 5,40$ e $S_{YX} = 1,10$. Para a estimativa da altura ao longo dos anos, os modelos ajustados nesta pesquisa apresentaram resultados mais precisos do que os encontrados por Ferraz Filho (2009), que obteve $R^2_{adj} = 0,9455$ e $S_{YX\%} = 9,43$.

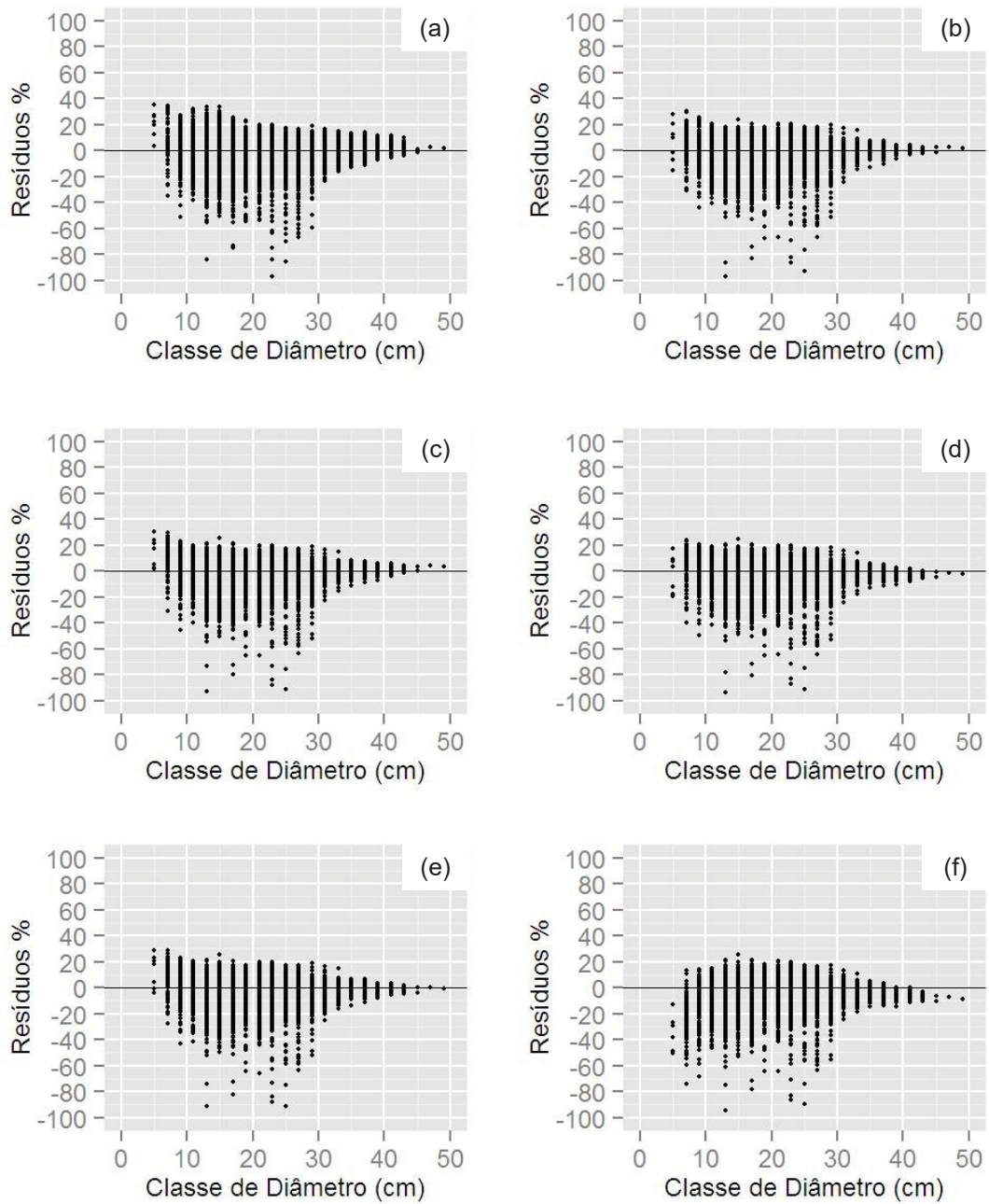
Os modelos de estimativa da altura apresentaram estatísticas satisfatórias, no entanto, na análise de resíduos (FIGURA 12) constatou-se tendência de superestimativa das alturas. Houve uma tentativa de estratificação dos dados por grupos de idade e sítio, porém a tendenciosidade não foi corrigida. Esse comportamento se deve principalmente a grande variação de sítios, idades, manejo e, em alguns casos, dos materiais genéticos utilizados entre as regiões. Para alguns modelos similares, Schuchovski (2014) também observou tendenciosidades na estimativa das alturas em função do DAP.

TABELA 17 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DOS MODELOS TESTADOS PARA A ESTIMATIVA DA RELAÇÃO HIPSOMÉTRICA GENÉRICA NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*

Autor	Coeficientes	R^2_{adj} / r_{yy}^2	$S_{YX(m)}$	$S_{YX\%}$
Bennet e Clutter (1968)	$b_0 = 3,01800^*$	0,9179	1,28	6,90
	$b_1 = 0,03028^*$			
	$b_2 = 0,00001^*$			
	$b_3 = -7,44900^*$			
	$b_4 = -5,56600^*$			
Lenhart e Clutter (1971)	$b_0 = 0,003507^*$	0,9542	0,99	5,30
	$b_1 = -0,1964^*$			
	$b_2 = 4,244^*$			
	$b_3 = 1,898^*$			
Scolforo 1 (1990)	$b_0 = -0,042841^*$	0,9521	1,01	5,40
	$b_1 = -0,062335^*$			
	$b_2 = 0,900626^*$			
	$b_3 = 0,001718^*$			
	$b_4 = 0,070638^*$			
	$b_5 = -5,430224^*$			
Scolforo 2 (1990)	$b_0 = 0,256236^*$	0,9531	1,01	5,40
	$b_1 = 0,938385^*$			
	$b_2 = -0,127857^*$			
	$b_3 = 1,540633^*$			
	$b_4 = -3,328513^*$			
Maestri (2003)	$b_0 = 0,399295^*$	0,8304	1,01	5,40
	$b_1 = 0,929559^*$			
	$b_2 = -0,085344^*$			
	$b_3 = 5,738886^*$			
	$b_4 = -6,099985^*$			
Schuchovski (2014)	$b_0 = -2,0301146^*$	0,9529	1,05	5,60
	$b_1 = 0,1891614^*$			
	$b_2 = 0,7614409^*$			
	$b_3 = 0,6951445^*$			
	$b_4 = 0,0023808^*$			
	$b_5 = -0,0919723^*$			

FONTE: O autor (2021).

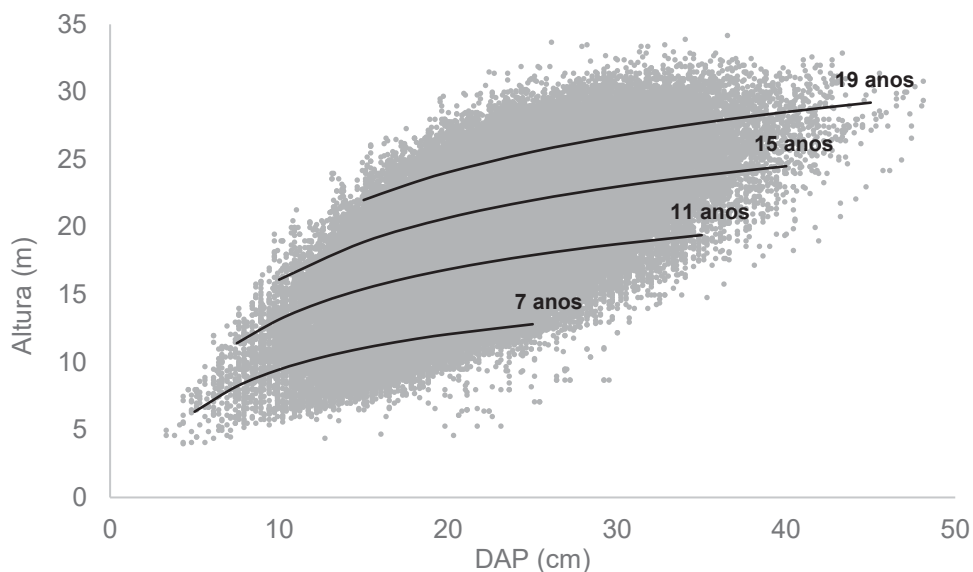
FIGURA 12 – DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMAR A RELAÇÃO HIPNOMÉTRICA GENÉRICA NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*. (a) BENNET E CLUTTER (1968); (b) LENHART E CLUTTER (1971); (c) SCOLFORO 1 (1990); (d) SCOLFORO 2 (1990); (e) MAESTRI (2003); E (f) SCHUCHOVSKI (2014)



FONTE: O autor (2021).

Conforme os resultados apresentados, o modelo de Scolforo 2 (1990) foi selecionado para a estimativa da relação hipsométrica genérica nas projeções da produção em volume total. Na FIGURA 13, observa-se que as curvas obtidas em diferentes classes de idade a partir dessa equação ajustada representaram satisfatoriamente o conjunto de dados observados.

FIGURA 13 – ALTURAS ESTIMADAS NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*, EM DIFERENTES CLASSES DE IDADE, A PARTIR DA EQUAÇÃO AJUSTADA DE SCOLFORO 2 (1990)



FONTE: O autor (2021).

4.3.6 Equações Seleccionadas para a Obtenção dos Parâmetros Futuros da Função Weibull

Os modelos seleccionados para compor o sistema de projeção da estrutura diamétrica e, conseqüentemente, da produção, são apresentados na TABELA 18. Todos eles apresentaram resultados satisfatórios, com coeficientes de determinação superiores a 0,95 e erros padrão de estimativa inferiores a 8,00%, tendo como exceção o modelo de estimativa do diâmetro mínimo, com $R^2_{adj} = 0,7163$ e $S_{YX\%} = 11,40$.

TABELA 18 – MODELOS SELECIONADOS PARA COMPOR O SISTEMA DE PROJEÇÃO DOS ATRIBUTOS NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*, VISANDO RECUPERAR OS PARÂMETROS DA WEIBULL 3P.

Atributo/Autor	Equação	$R^2_{adj} / R^2_{y\hat{y}}$	S_{YX}	$S_{YX\%}$
Sobrevivência (árv ha ⁻¹) Clutter e Jones (1980)	$N_2 = \left\{ N_1^{-1,236244} + 0,005064 \left[\left(\frac{I_2}{100} \right)^{3,101527} - \left(\frac{I_1}{100} \right)^{3,101527} \right] \right\}^{-\frac{1}{-1,236244}}$	0,9757	30,8	2,10
Área basal (m ² ha ⁻¹) Scolforo (1990)	$G_2 = 1,005822G_1 \left(\frac{I_1}{I_2} \right) + 6,549886 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) \ln(N_2) + 31,251503 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) \ln(h_{dom2}) - 20,5911 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) \ln(I_2)$	0,9793	1,21	1,90
Diâmetro mínimo (cm) Santana (2008)	$D_{min2} = -9,467025 + 1,229119\bar{d}_2 + 0,101264h_{dom2} - 0,157676s^2d_2 + 0,835325\ln(G_2) - 0,359224(dg_2)$	0,7163	1,49	11,40
Variância dos diâmetros (cm ²) Santana (2008)	$s^2d_2 = 1,052168s^2d_1 + 0,01369dg_1 - 0,436968G_1 + 0,418467G_2$	0,9700	1,62	7,80
Relação hipsométrica genérica (m) Scolforo (1990)	$\ln(h) = 0,256236 + 0,938385\ln(h_{dom}) - 0,127557\ln\left(\frac{dg}{d_i}\right) + 1,540633 \left[\frac{1}{(I.d_i)} \right] - 3,328513 \left(\frac{1}{d_i} \right)$	0,9531	0,99	5,30

FONTE: O autor (2021). Em que: N_2 = número de árvores na idade de projeção (árv ha⁻¹); N_1 = número de árvores na idade atual (árv ha⁻¹); I_2 = idade de projeção (anos); I_1 = idade inicial (anos); G_2 = área basal estimada na idade de projeção (m² ha⁻¹); G_1 = número área basal na idade atual (m² ha⁻¹); S = Índice de sítio; h_{dom} = altura média das árvores dominantes na idade atual (m); h_{dom2} = altura média das árvores dominantes na idade de predição (m); D_{min2} = diâmetro mínimo estimado na idade de projeção (cm); s^2d_2 = variância dos diâmetros na idade de projeção; $\bar{d}_2$ = média do diâmetro à altura do peito na idade futura (cm); dg_2 = diâmetro médio quadrático na idade de projeção; s^2d_1 = variância dos diâmetros na idade atual cm²; h = altura total estimada (cm); e d_i = diâmetro do centro da classe (cm).

4.3.7 Modelos Ajustados para Estimativa dos Diâmetros Percentis

Para efetuar a recuperação dos parâmetros via método dos percentis, foi necessário ajustar os modelos para a estimativa dos percentis das posições 0, 25, 50 e 95, conforme método descrito por Borders (1989). Na TABELA 19, estão os coeficientes dos modelos e as estatísticas de ajuste e de precisão das estimativas desses diâmetros percentis. O diâmetro percentil que apresentou os piores ajustes foi o da posição 0, com $r_{y\hat{y}}^2 = 0,524$, $S_{YX\%} = 16,90$ e $S_{YX} = 2,18$ cm. A melhor estimativa do diâmetro percentil foi o da posição 50, com $r_{y\hat{y}}^2 = 0,974$, $S_{YX\%} = 2,31$ e $S_{YX} = 0,47$ cm.

TABELA 19 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMAR OS DIÂMETROS PERCENTIS 0, 25, 50 E 95 NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*, VISANDO RECUPERAR OS PARÂMETROS DA WEIBULL 3P, USANDO AS FÓRMULAS DO MÉTODO DOS PERCENTIS

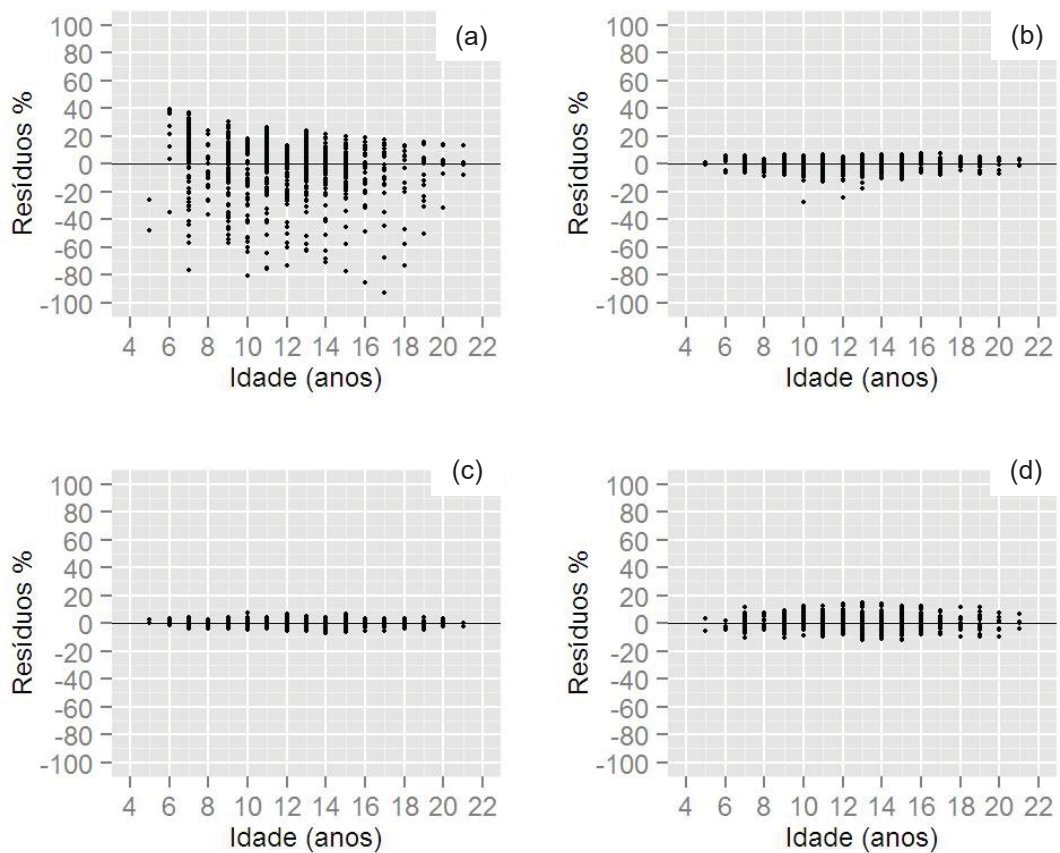
Modelo	Coeficientes	r_{yy}^2	S_{yx} (cm)	$S_{yx\%}$
D ₀	$b_1 = 2,96604^*$	0,5213	2,18	16,90
	$b_2 = 0,87103^*$			
	$b_3 = 0,34708^*$			
	$b_4 = -0,05825^*$			
D ₂₅	$b_1 = 0,063883^*$	0,9012	0,80	4,02
	$b_2 = -0,007336^*$			
	$b_3 = -0,000307^*$			
	$b_4 = 0,752506^*$			
	$b_5 = 0,001938^*$			
D ₅₀	$b_6 = 0,004109^*$	0,9717	0,49	2,13
	$b_1 = 4,773559^*$			
	$b_2 = 0,510875^*$			
	$b_3 = -0,003227^*$			
	$b_4 = 0,000601^*$			
D ₉₅	$b_5 = 5,634980^*$	0,8719	1,56	5,31
	$b_1 = -0,139528^*$			
	$b_2 = 0,004954^*$			
	$b_3 = -0,054135^*$			
	$b_4 = -0,522749^*$			
	$b_5 = -0,004793^*$			
	$b_6 = 0,100364^*$			

Em que: r_{yy}^2 = coeficiente de correlação ao quadrado; $S_{xy\%}$ = erro padrão de estimativa (%); S_{xy} = erro padrão de estimativa (cm); D_x = diâmetro percentil nas posições 0, 25, 50 e 95; b_{is} = coeficientes estimados; e * = coeficientes significativos a 5%. FONTE: O autor (2021).

Os resultados encontrados neste estudo são muito similares aos encontrados por Brooks, Borders e Bailey (1992), que também propiciaram os piores resultados para a estimativa do D_0 , com $R^2_{adj} = 0,6296$. Para os diâmetros percentis 25, 50 e 95, esse autor obteve, respectivamente, R^2_{adj} iguais a 0,8866, 0,9630 e 0,8870.

Os modelos de estimativa dos diâmetros percentis na posição 25, 50 e 95 apresentaram resíduos bem distribuídos ao longo das idades, conforme pode ser observado na FIGURA 14. O modelo de estimativa do D_0 , além de ter apresentado estatísticas de ajuste e precisão ruins, também apresentou tendenciosidade de superestimativa dos valores estimados. Com isso, para obtenção dos parâmetros, optou-se por substituir o modelo de D_0 pelo modelo ajustado de D_{min} de Santana 1 (2008) apresentado na TABELA 19.

FIGURA 14 – DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMAR OS DIÂMETROS PERCENTIS NA POSIÇÃO (a) 0; (b) 25; (c) 50; (d) 95 NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*



FONTE: O autor (2021).

4.3.8 Predição dos Parâmetros da Função Weibull 3P pelo da Máxima Verossimilhança

A predição dos parâmetros da Weibull foi realizada pelo método proposto por Cao (2004). Constatou-se na TABELA 20, que as estatísticas de ajuste e de precisão de estimativa desses parâmetros apresentaram resultados estatisticamente ruins. O modelo de estimativa do parâmetro escala (b) apresentou $r_{y\hat{y}}^2 = 0,538$, $S_{YX\%} = 16,08$ e $S_{YX} = 2,75$, enquanto o modelo de estimativa da forma (c) propiciou um $r_{y\hat{y}}^2 = 0,405$, $S_{YX\%} = 16,69$ e $S_{YX} = 0,41$.

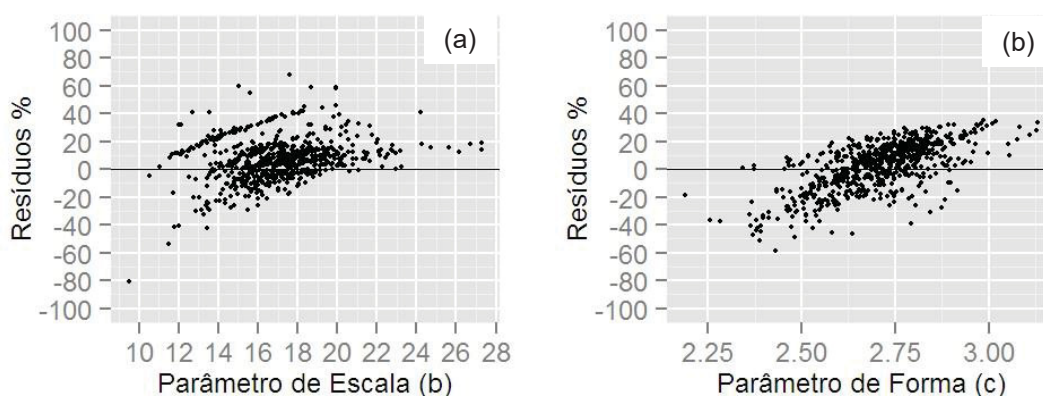
TABELA 20 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMATIVA DOS PARÂMETROS DE ESCALA (b) E FORMA (c) NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*. VISANDO RECUPERAR OS PARÂMETROS DA WEIBULL 3P, USANDO AS FÓRMULAS DO MÉTODO PROPOSTO POR CAO (2004)

Modelo	Coeficientes	r_{yy}^2	S_{yx}	$S_{yx\%}$
b	$b_1 = 15,549133^*$	0,538	2,75	16,08
	$b_2 = -8,249^*$			
	$b_3 = -0,89748^*$			
	$b_4 = -1,47464^*$			
	$b_5 = -8,32086^*$			
c	$b_1 = 4,284078^*$	0,405	0,41	16,69
	$b_2 = -1,371166^*$			
	$b_3 = -0,092658^*$			
	$b_4 = -0,822491^*$			
	$b_5 = -0,3545^*$			

Em que: r_{yy}^2 = coeficiente de correlação ao quadrado; $S_{xy\%}$ = erro padrão de estimativa (%); S_{xy} = erro padrão de estimativa (cm); b_{is} = coeficientes estimados; e * = coeficientes significativos a 5%. FONTE: O autor (2021).

Os modelos ajustados apresentaram distribuição dos resíduos muito esparsos em função dos valores estimados, como pode ser observado na FIGURA 15. O modelo de estimativa do parâmetro de escala apresentou tendenciosidade de subestimativa a partir do valor 18, enquanto o modelo de estimativa do parâmetro de forma proporcionou tendenciosidade de superestimativa dos valores abaixo de 2,50 e subestimativa nos valores acima de 2,75.

FIGURA 15 – DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMAR OS PARÂMETROS DE ESCALA E FORMA. (a) ESCALA; (b) FORMA.



FONTE: O autor (2021).

4.3.9 Teste de Aderência com os Dados de Validação

Após completadas as etapas preliminares, foi realizada a recuperação dos parâmetros da fdp de Weibull 3P nas parcelas de validação pelos três diferentes métodos testados, cujos resultados do teste de aderência de Kolmogorov-Smirnov são apresentados na TABELA 21. Com isso, foi constatado que o método dos percentis apresentou a melhor aderência em relação às distribuições observadas, com 90% de aderência, KS médio de 0,115 e o menor desvio padrão com 0,048. O método da máxima verossimilhança teve aderência de apenas 59% das parcelas, KS de 0,171 e desvio padrão de 0,087.

TABELA 21 – RESUMO DOS RESULTADOS OBTIDOS NO TESTE DE ADERÊNCIA DE KOLMOGOROV-SMIRNOV VISANDO RECUPERAR OS PARÂMETROS DA WEIBULL 3P

Método	Total de dados	Não	Sim	Aderência %	Qualidade do ajuste	
					Média	Desvio padrão
Momentos	682	70	612	89	0,110	0,051
Percentis	682	63	619	90	0,115	0,048
Máxima verossimilhança	682	280	402	59	0,171	0,087

Em que: Não = total de parcelas que não aderiram ao teste; e Sim = total de parcelas que aderiram ao teste. FONTE: O autor (2021).

Ferraz Filho (2009), utilizando o método dos momentos, obteve 92,6% de aderência em suas parcelas. Em seu estudo, Cao (2004) encontrou para o método da máxima verossimilhança o melhor valor de KS, com 0,149 e desvio padrão de 0,066. Para os percentis, esse autor obteve KS de 0,165 e desvio padrão de 0,082.

4.3.10 Projeção do Volume Total

Na TABELA 22 pode-se observar os resultados do teste de Wilcoxon para a estimativa de volume total com diferentes métodos testados de recuperação dos parâmetros da fdp de Weibull 3P. A hipótese nula foi rejeitada para todos os métodos, ou seja, existiu diferença estatística entre os valores observados e estimados ao nível de 5% de significância.

TABELA 22 – RESULTADOS DO TESTE DE WILCOXON PARA ESTIMATIVA DE VOLUME TOTAL POR DIFERENTES MÉTODOS DE RECUPERAÇÃO DOS PARÂMETROS DA FDP DE WEIBULL 3P EM PLANTIOS DE *Pinus taeda*.

Métodos	N	Mediana (m ³ ha ⁻¹)		Wilcoxon	p-valor
		Obs.	Estimado		
Percentis	682	567,8	546,9	232903	0,000
Momentos	682	567,8	525,5	232903	0,000
Máx. verossimilhança	682	567,8	489,6	232903	0,000

FONTE: O autor (2021)

As estatísticas da projeção do atributo volume total (m³ ha⁻¹) são apresentadas na TABELA 23. Na classe de idade 3, próxima da idade de rotação, o volume foi subestimado em média 26,50 m³ ha⁻¹ (2,9%) pelo método dos percentis, 55,50 m³ ha⁻¹ (7,2%) pelo método dos momentos e 75,00 m³ ha⁻¹ (10%) pelo método da máxima verossimilhança.

TABELA 23 – ESTATÍSTICAS DA PROJEÇÃO DO VOLUME NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda* PELOS DIFERENTES MÉTODOS DE RECUPERAÇÃO DOS PARÂMETROS DA WEIBULL 3P

Critério Estatístico	Método	Classes de Idade				Total
		1	2	3	4	
Viés (m ³ ha ⁻¹)	Percentis	-5,0	8,0	26,5	63,5	23,1
	Momentos	8,0	30,0	55,5	96,5	47,7
	Máx. verossimilhança	73,50	64,0	75,0	116,0	82,1
Viés %	Percentis	-3,4	0,2	2,9	7,1	1,7
	Momentos	0,8	4,6	7,2	11,1	5,9
	Máx. verossimilhança	21,0	11,4	10,0	13,3	13,9
Acurácia (m ³ ha ⁻¹)	Percentis	23,5	35,0	51,5	66,0	44,1
	Momentos	21,0	26,0	57,0	88,0	57,7
	Máx. verossimilhança	74,0	68,0	84,0	116,0	85,7
Acurácia %	Percentis	7,9	6,80	7,4	7,50	7,40
	Momentos	7,6	7,60	9,3	11,1	8,90
	Máx. verossimilhança	21,3	12,4	11,7	13,3	14,7

FONTE: O autor (2021). Em que: R²_{adj} = coeficiente de determinação ajustado; S_{xy}% = erro padrão de estimativa (%); S_{xy} = erro padrão de estimativa (cm); b_{is} = coeficientes estimados; e * = coeficientes significativos a 5%.

O método dos percentis foi o que apresentou o menor viés médio, com superestimativa média de 23,10 m³ ha⁻¹, equivalendo a 1,70% para o conjunto de dados.

Quanto à acurácia, os melhores resultados também foram apresentados pelo método dos percentis, onde os volumes diferiram em média em 44,10 m³ ha⁻¹ (7,40%)

dos volumes reais. As estimativas menos acuradas foram geradas pelo método de máxima verossimilhança, com uma acurácia média de $85,70 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$, equivalendo a 14,70%.

Para a estimativa da produção futura em volume, Ferraz Filho (2009) encontrou um viés médio de $-0,18 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$, equivalente a -0,60%, e acurácia de $5,06 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$, correspondente a 12,60%. Eisfeld (2005) obteve um erro médio de $15,50 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$, isto é, 3,40%. Para as idades acima de 18 anos, essa autora obteve erro médio de $11,10 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$, equivalendo a 2,40%.

4.4 CONCLUSÕES

O sistema de equações desenvolvido permite a projeção da produção futura do povoamento de forma precisa e acurada para as variáveis número de árvores, área basal e volume total nos povoamentos de *Pinus taeda*.

As estimativas dos parâmetros de escala e de forma da função Weibull 3P, por meio do método de máxima verossimilhança, não resultam em ajustes satisfatórios e estatisticamente precisos; ao passo que os métodos dos percentis e dos momentos fornecem estimativas aderentes aos dados observados.

Existe diferença estatística entre os volumes observados e estimados pelos diferentes métodos de recuperação dos parâmetros.

O método de recuperação de parâmetros por meio da fórmula dos percentis resulta como o mais preciso e acurado para estimar o volume futuro.

5 CAPÍTULO III - PREDIÇÃO DO CRESCIMENTO E DA PRODUÇÃO EM NÍVEL DE ÁRVORE INDIVIDUAL DE *Pinus taeda* L.

Resumo: Modelos de árvores individuais permitem o maior nível de detalhamento possível da estrutura florestal, uma vez que a produção é estimada por árvore ao longo do tempo. O objetivo desse capítulo foi ajustar um modelo completo de árvores individuais para estimar o volume total futuro em plantios de *Pinus taeda* localizados no planalto norte do Estado de Santa Catarina e Sul do Paraná. Os ajustes foram efetuados com base em dados de 345 parcelas em povoamentos sem desbaste com medições ao longo de 24 anos. O sistema de árvores individuais construído para prognose do volume não gera projeções acuradas, embora tenha apresentado boas estatísticas nos modelos de projeção do diâmetro e altura, exceto para o modelo que expressa a probabilidade da mortalidade.

Palavras-chave: Sistema de Projeção do Crescimento, mortalidade, índice de competição.

5.1 INTRODUÇÃO

Modelos de árvores individuais permitem o maior nível de detalhamento possível da estrutura florestal, uma vez que a produção é estimada por árvore ao longo do tempo (CAO, 2017). Essa categoria de modelos apresenta três componentes básicos: um modelo de estimativa da mortalidade, um modelo de crescimento em diâmetro e um modelo de crescimento em altura total (BURKHART; TOMÉ, 2012).

De acordo com Pretzsch (2009), os primeiros registros de estudos da modelagem de árvores individuais ocorreram a partir do ano de 1964. No entanto, estudos recentes mostram que ainda existem lacunas de conhecimento para esse tema. A carência de dados apropriados para o ajuste, maior quantidade de funções que compõem o modelo e falta de pesquisas que demonstrem a precisão são prováveis dificuldades para a adoção de abordagens preditivas mais detalhadas (PENIDO et. al, 2020).

Miranda (2016) desenvolveu o primeiro modelo completo de crescimento e produção ao nível de árvores individuais para *Pinus taeda* no Brasil. Segundo esse autor, as estimativas do volume total por hectare foram estatisticamente iguais aos valores observados nos povoamentos localizados na região de Telêmaco Borba, estado do Paraná.

Téo (2017) ajustou um sistema fundamentado no crescimento individual das árvores, para plantios desbastados e não desbastados de *Pinus taeda*, na região Meio

Oeste do estado de Santa Catarina. Os modelos ajustados por esse autor para estimar a probabilidade da mortalidade, incremento em diâmetro e incremento em altura total apresentaram-se adequados para composição de todo o sistema de modelagem ao nível de árvore individual.

Scolforo et al. (2019) desenvolveram um modelo compatível de árvores individuais e modelo global para plantios clonais de eucalipto distribuídos em 14 sítios distintos do Brasil. De acordo com os resultados apresentados, os modelos de árvores individuais geraram estimativas acuradas. O sistema desenvolvido forneceu um nível detalhado de informação permitindo a extração de informações do volume ao nível de multiprodutos.

Penido et al., (2020) avaliaram três categorias de modelos de crescimento e produção para estimativa volumétrica de povoamentos de eucalipto localizados na posição central do estado de Minas Gerais. A modelagem global, modelagem em classes de diâmetro e modelagem de árvores individuais proporcionaram estimativas confiáveis de volumes com casca aos 36, 48, 60 e 72 meses. Segundo os autores, o modelo em nível de árvores individuais foi mais preciso e consistente na estimativa do volume por hectare e também forneceu estimativas mais detalhadas em relação àquele de distribuição diamétrica e em nível de povoamento, consecutivamente.

Tendo em vista o grau de detalhamento que a modelagem de árvores individuais oferece, torna-se imprescindível estudos que desenvolvam modelos capazes de estimar de forma precisa e acurada a produção final com confiabilidade. Com isso, o objetivo desta pesquisa foi ajustar um modelo completo de árvores individuais independente da distância para estimar o volume em plantios de *Pinus taeda* localizados no planalto norte do estado de Santa Catarina.

5.2 MATERIAL E MÉTODOS

5.2.1 Origem dos Dados

Os dados para o desenvolvimento desta pesquisa foram fornecidos por uma empresa florestal localizada no Planalto Norte do estado de Santa Catarina e Sul do Paraná.

O ajuste do sistema foi baseado nas remedições anuais ou bianuais de 345 parcelas permanentes alocadas em povoamentos de *Pinus taeda* sem desbaste, com

dimensões de 20 m x 20 m. As medições ocorreram ao longo de 24 anos, sendo que a amplitude de idade foi de cinco a 22 anos. Ao final, considerando todas as remedições, o total de parcelas disponíveis para a realização deste trabalho foi de 2.641, totalizando 152.378 árvores com os diâmetros à altura do peito e as alturas totais mensuradas. Dentre as 345 parcelas, 104 foram sorteadas para compor os dados de validação e não participaram de nenhuma etapa dos ajustes de regressão e do sistema de projeção.

A altura dominante de cada parcela foi obtida pelo critério proposto por Assmann (1970), a partir da altura média das 100 árvores de maior diâmetro por hectare. O modelo de Chapman e Richards (RICHARDS, 1959; CHAPMAN, 1961) foi utilizado para a estimativa da altura dominante em função da idade com as seguintes estatísticas do ajuste previamente realizado: $r_{y\hat{y}}^2 = 0,8760$, $S_{YX\%} = 8,20\%$ e $S_{YX} = 1,67$ m (EQUAÇÃO 44).

$$h_{dom} = 42,248209[1 - e^{(-0,059259I)}] [(1-0,100157)^{-1}] \quad (44)$$

Em que:

h_{dom} = altura dominante (m);

I = idade do povoamento (anos).

Para estimativa dos volumes individuais, utilizou-se o modelo de Schumacher e Hall (1933) ajustado com a cubagem rigorosa de 360 árvores selecionadas com base nas idades e na distribuição diamétrica das parcelas. O coeficiente de determinação ajustado para essa equação foi de 0,988 e o erro padrão da estimativa foi de 8,1% (EQUAÇÃO 45).

$$\ln(vol) = -10,031486 + 1,985510\ln(dap) + 0,938045\ln(ht) \quad (45)$$

Em que:

vol = volume (m^3);

dap = diâmetro a 1,30 (cm);

ht = altura total da árvore (m).

A mortalidade por hectare foi estimada a partir do ajuste do modelo de estimativa da probabilidade de mortalidade por classe diamétrica proposto por Buchman; Pederson e Walters (1983) (EQUAÇÃO 46).

$$Pm = \beta_0 + (1 + e^{\beta_0 + \beta_1 IC_i + \beta_2 CC_d + \beta_3 h_m + \beta_4 I + \beta_5 G_c + \beta_6 S})^{-1} \quad (46)$$

Em que:

Pm = probabilidade de mortalidade por classe diamétrica;

IC_i = índice de competição;

CC_d = centro da classe diamétrica (cm);

h_m = altura total média da classe diamétrica (m);

I = idade da parcela (anos);

G_c = área basal da classe diamétrica (m² ha⁻¹);

S = índice de sítio (m); e

β_i = coeficientes a serem estimados.

A probabilidade de mortalidade atual das parcelas foi obtida pela EQUAÇÃO

47:

$$Pma = N_m(N_v + N_m)^{-1} \quad (47)$$

Em que:

Pma = probabilidade de mortalidade atual por classe diamétrica;

N_m = número de árvores mortas da parcela por hectare;

N_v = número de árvores vivas da parcela por hectare.

O índice de competição independente da distância utilizado foi o de Stage (1973) representado na EQUAÇÃO 48:

$$IC = (d_i q^{-1})^2 \quad (48)$$

Em que:

IC = Índice de competição;

d_i = DAP da árvore objeto (cm);

q = diâmetro quadrático das árvores da unidade amostral (cm).

5.2.2 Modelo de Projeção do Diâmetro à Altura do Peito e Altura Total

O modelo proposto por Qin e Cao (2006) foi aplicado para projeção do diâmetro à altura do peito e altura total conforme equação (EQUAÇÃO 49):

$$Y_2 = Y_1 + e^{\left(\beta_0 + \frac{\beta_1}{I_2} + \beta_2 RS_1 + \beta_3 G_1 + \beta_4 Y_1\right)} \quad (49)$$

Em que:

Y_2 e Y_1 = variável de interesse (diâmetro e altura total) na idade atual e de projeção, respectivamente;

I_2 = idade de projeção (anos);

RS = espaçamento relativo,

$RS = [(10.000/N)^{0,5}/hdom]$ sendo a proporção da distância média entre duas árvores assumindo espaço quadrático;

G_1 = área basal ($m^2 ha^{-1}$) na idade atual;

ICi = índice de competição;

β_i = coeficientes a serem estimados.

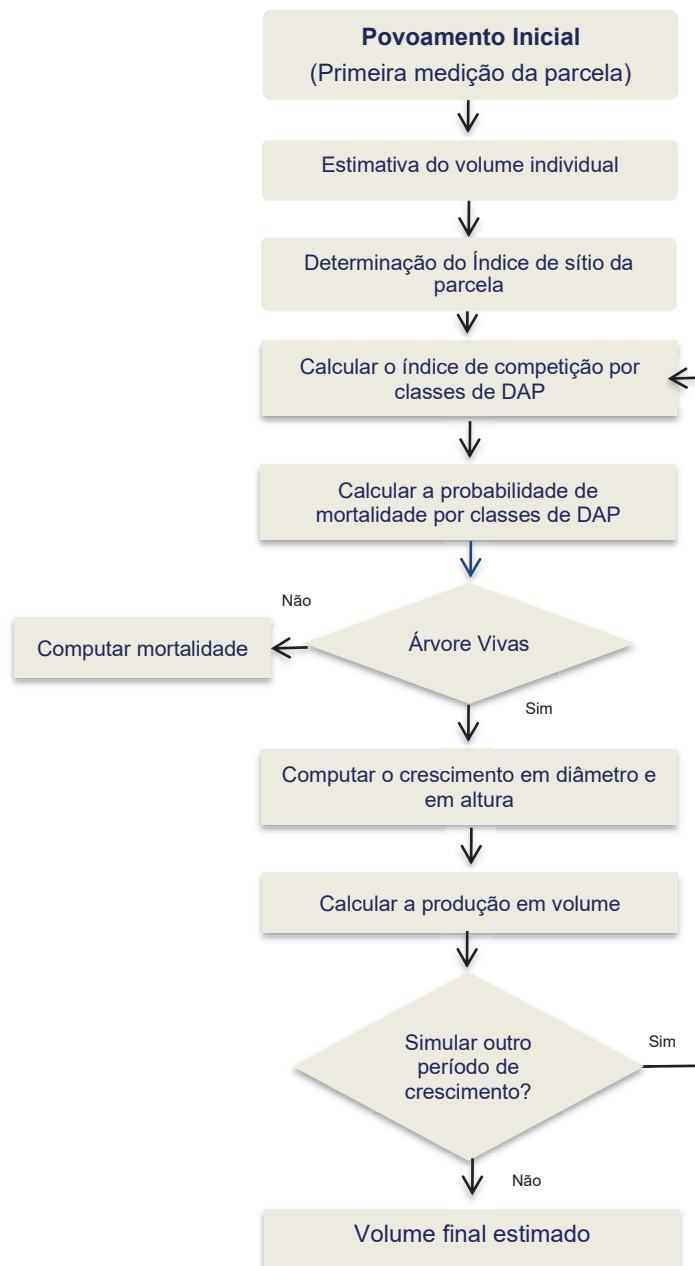
5.2.3 Avaliação de Modelos Ajustados

Para a avaliação dos modelos ajustados, foram utilizadas as seguintes estatísticas: coeficiente de determinação ajustado para modelos de regressão linear (R^2_{adj}), coeficiente de correlação ao quadrado para modelos de regressão não linear ($r_{y\hat{y}}^2$), erro padrão de estimativa ($S_{yx\%}$) e análise gráfica de resíduos.

5.2.4 Projeção e Avaliação dos Volumes Estimados

A primeira medição das 104 parcelas de validação foi utilizada para cálculo do índice de competição, projeção anual da probabilidade de mortalidade por classe de diâmetro, incremento em diâmetro e incremento em altura total conforme apresentado na FIGURA 16. Quando a projeção das variáveis da parcela alcançou a última medição próxima da idade de rotação, calculou-se os volumes ao nível de árvore individual. A agregação desses volumes estimados resultou no volume total por hectare, o qual foi comparado com os valores observados.

FIGURA 16 – FLUXOGRAMA DE ETAPAS PARA MODELAGEM DE ÁRVORES INDIVIDUAIS



FONTE: O autor (2021).

Aplicou-se o teste não paramétrico de Wilcoxon para dados pareados com objetivo de avaliar se os volumes estimados pelo sistema de modelagem ajustado apresentavam igualdade estatística quando comparados com os volumes observados. Testou-se a seguinte hipótese ao nível de 5% de significância (EQUAÇÕES 50 E 51):

$$H_0: Vol_{obs} = Vol_{est} \quad (50)$$

$$H_1: Vol_{obs} \neq Vol_{est} \quad (51)$$

Em que:

H_0 : A mediana dos volumes observados é igual a mediana dos volumes estimados;

Vol_{obs} : Volumes observados;

Vol_{est} : Volumes estimados;

H_1 : Hipótese alternativa.

Para verificar tendenciosidade das estimativas dos volumes projetados, aplicou-se a análise de viés e acurácia. Esses critérios foram calculados pelas seguintes equações (EQUAÇÃO 52 E 53):

$$Viés = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) \quad (52)$$

$$Acurácia = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \quad (53)$$

Em que:

$Viés$ = também conhecido por tendenciosidade ou “bias”;

$Acurácia$ = mede em termos absolutos a proximidade de cada observação ao valor-alvo que se procura atingir;

y_i = valor observado;

$\hat{y}_i$ = valor estimado pelo modelo;

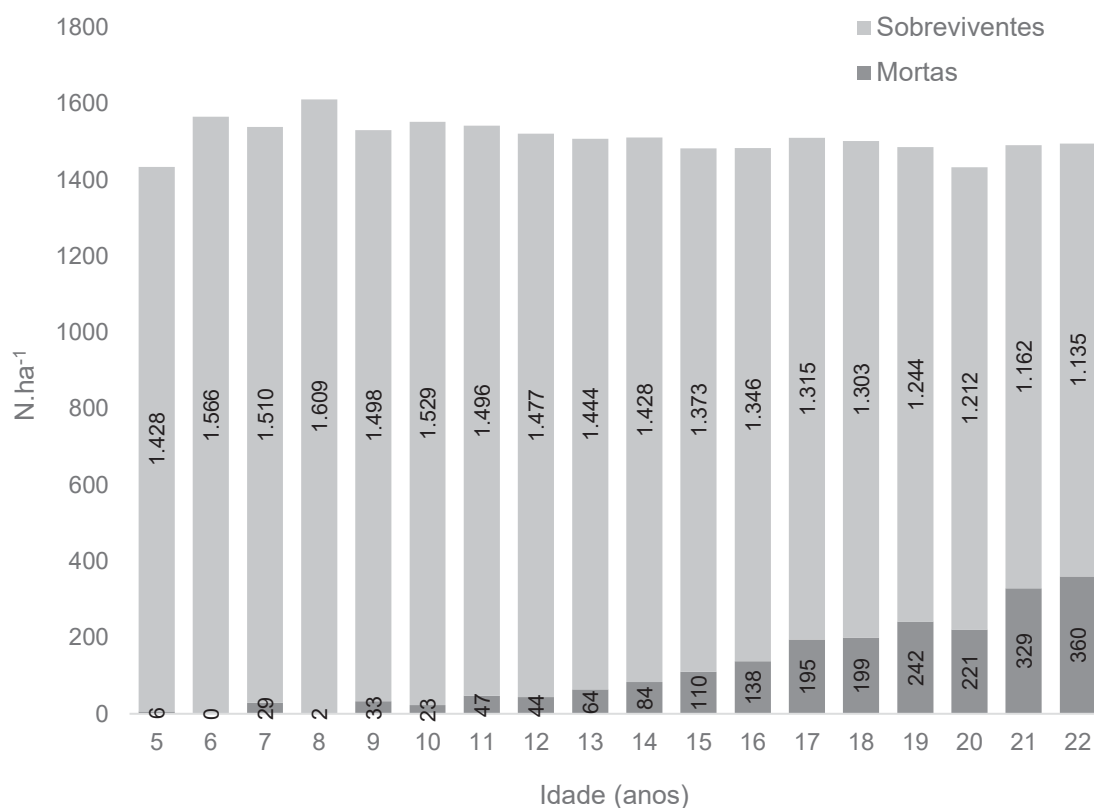
$\bar{y}$ = valor médio da variável observada;

n = número de observações.

5.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A FIGURA 17 mostra o comportamento da mortalidade ao longo dos anos. Pode se observar que houve um decréscimo do número de árvores vivas ao longo das idades; esse mesmo comportamento foi observado no estudo desenvolvido por Miranda (2016) em plantios de *Pinus taeda* seguindo a mesma metodologia.

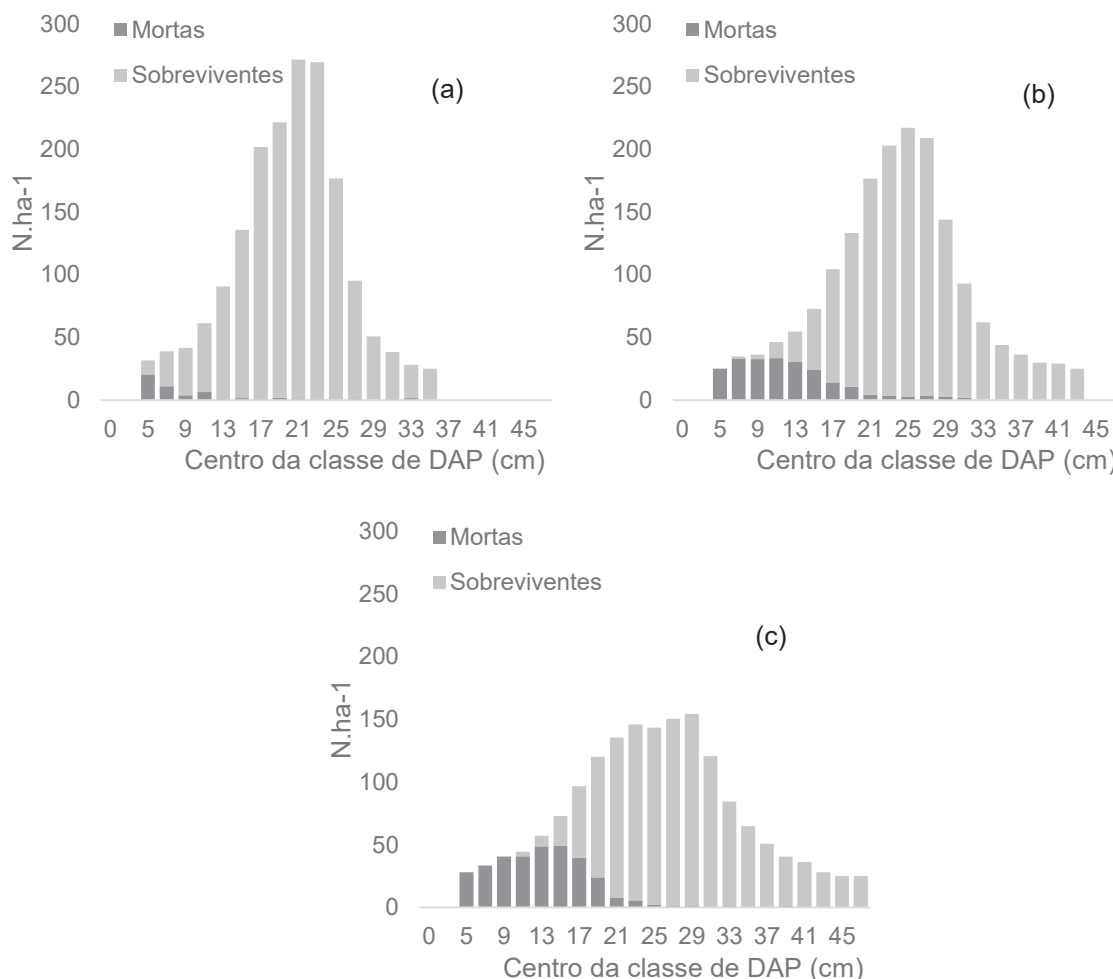
FIGURA 17 – NÚMERO DE ÁRVORES VIVAS E MORTAS OBSERVADAS POR HECTARE EM FUNÇÃO DA IDADE NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*



FONTE: O autor (2021).

A FIGURA 18 apresenta a dinâmica do número de árvores vivas e mortas dos povoamentos para as idades de cinco, 10 e 15 anos. Pode se observar o avanço da mortalidade nas classes diamétricas com o aumento da idade, tanto para as árvores vivas como as mortas. Não houve casos de mortalidade relevantes aos cinco anos de idade, mas, a partir dos 10 anos, ficaram mais evidentes. Ainda se observa que a mortalidade ocorreu somente nas classes iniciais, como esperado e observado por Miranda (2016), por representarem árvores dominadas e que sofrem maiores efeitos da competição.

FIGURA 18 – DINÂMICA DO NÚMERO DE ÁRVORES SOBREVIVENTES E MORTAS OBSERVADAS POR HECTARE E POR CLASSE DE DIÂMETRO, EM QUE (a) 5 ANOS, (b) 10 ANOS, (c) 15 ANOS, (d) 20 ANOS, NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*



FONTE: O autor (2021).

As estatísticas dos modelos ajustados para a construção do sistema de crescimento de árvores individuais são apresentadas na TABELA 24. Considerando a alta complexidade da estimativa da probabilidade de mortalidade, os resultados do ajuste para essa variável foram satisfatórios com $r_{y\hat{y}}^2 = 0,615$ e $S_{YX\%} = 41,98\%$. As estatísticas para os modelos de projeção em diâmetro e altura total apresentaram-se adequadas com respectivos $r_{y\hat{y}}^2 = 0,976$, $r_{y\hat{y}}^2 = 0,954$ e $S_{YX\%} = 2,22\%$, $S_{YX\%} = 4,04\%$.

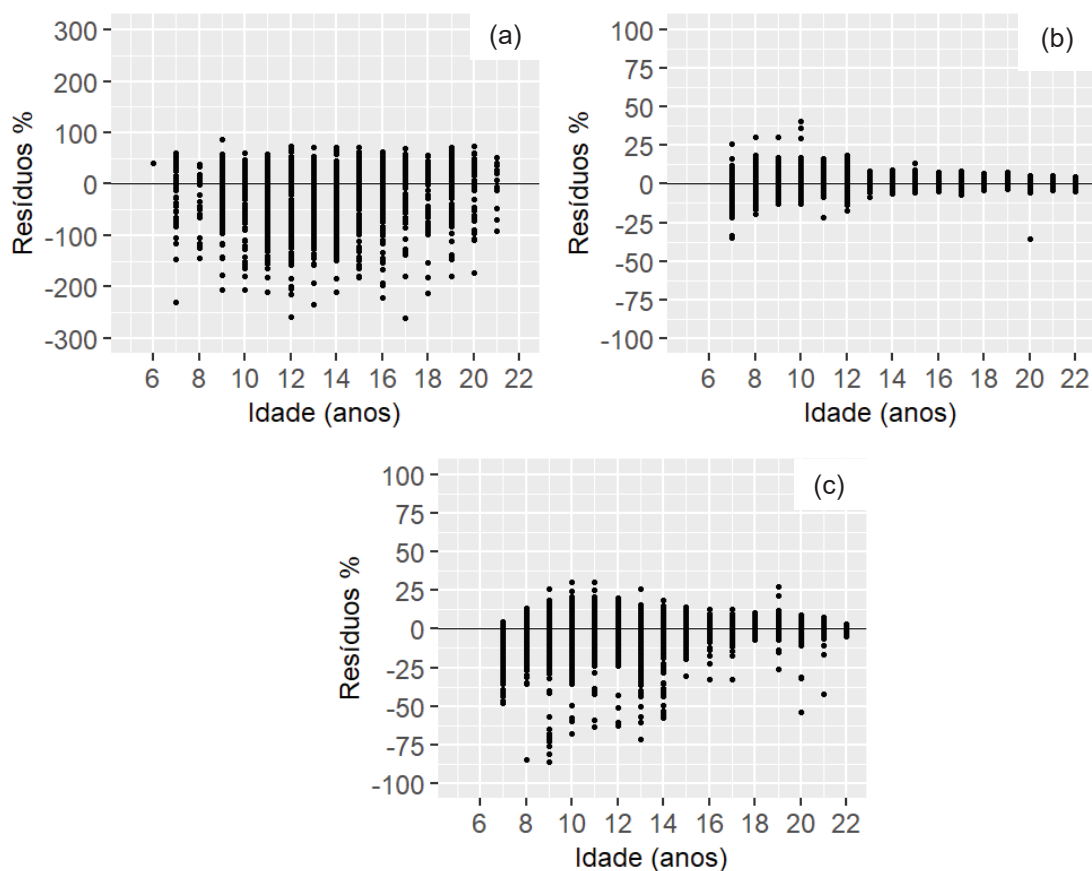
TABELA 24 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DOS MODELOS TESTADOS PARA ESTIMATIVA DA PROBABILIDADE DE MORTALIDADE, PROJEÇÃO DO DIÂMETRO E DA ALTURA TOTAL EM POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*

Autor/Modelo	Coeficientes	r_{yy}^2	$S_{yx}\%$
Probabilidade de mortalidade (Buchman; Pederson e Walters (1983))	$b_0 = 0,1401^*$	0,6157	41,98
	$b_1 = 4,4343^*$		
	$b_2 = 10,8687^*$		
	$b_3 = -0,2909^*$		
	$b_4 = -0,2059^*$		
	$b_5 = -0,2139^*$		
Predição do diâmetro (Cao e McCarty, 2006)	$b_6 = 0,2280^*$	0,9759	2,22
	$b_0 = -2,5090^*$		
	$b_1 = 18,9026^*$		
	$b_2 = -1,0818^*$		
	$b_3 = -0,0205^*$		
Predição da altura total (Cao e McCarty, 2006)	$b_4 = 0,0841^*$	0,9539	4,04
	$b_0 = -1,1329^*$		
	$b_1 = 17,2365^*$		
	$b_2 = -3,3936^*$		
	$b_3 = 0,0052^*$		
	$b_4 = 0,0139^*$		

Em que: r_{yy}^2 = coeficiente de correlação ao quadrado; $S_{xy}\%$ = erro padrão de estimativa (%); b_{is} = coeficientes estimados; e * = coeficientes significativos a 5%. FONTE: O autor (2021).

Na FIGURA 19 está a distribuição dos resíduos das estimativas obtidas pelos ajustes dos modelos que fizeram parte desse sistema de modelagem. No geral, a probabilidade de mortalidade apresentou tendenciosidade de subestimativas, sendo que em algumas idades os erros chegaram próximos -200%. Observa-se que as estimativas de diâmetro ficaram bem distribuídas com resíduos entre $\pm 25\%$. Por outro lado, a estimativa da altura total apresentou tendenciosidade de superestimativa principalmente nas idades inferiores aos 15 anos.

FIGURA 19 –DISTRIBUIÇÃO DE RESÍDUOS DOS MODELOS AJUSTADOS PARA ESTIMAR A PROBABILIDADE DE MORTALIDADE (A), PROJEÇÃO DO DIÂMETRO (B) E DA ALTURA TOTAL (C) NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*



FONTE: O autor (2021).

Na TABELA 25 pode-se observar os resultados do teste de Wilcoxon para a estimativa de volume total pela modelagem de árvores individuais. A hipótese nula foi rejeitada para todos os métodos, ou seja, existiu diferença estatística entre os valores observados e estimados ao nível de 5% de significância.

TABELA 25 – RESULTADOS DO TESTE DE WILCOXON PARA ESTIMATIVA DE VOLUME TOTAL PELA MODELAGEM DE ÁRVORES INDIVIDUAIS EM PLANTIOS DE *Pinus taeda*.

Modelagem	N	Mediana (m ³ ha ⁻¹)		Wilcoxon	p-valor
		Obs.	Estimado		
Individual	89	659.0	794.7	4005	0,000

FONTE: O autor (2021).

As estatísticas da projeção do atributo volume total são apresentadas na TABELA 26. Pode se observar que o volume foi superestimado em média -130,70 m³ ha⁻¹ (-19,7%). Quanto a acurácia os volumes diferiram em média em 130,70 m³ ha⁻¹

(19,1%) dos volumes reais apresentando assim resultados imprecisos e não acurados.

TABELA 26 – ESTATÍSTICAS DA PROJEÇÃO DO VOLUME NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda* OBTIDOS PELA MODELAGEM DE ÁRVORES INDIVIDUAIS INDEPENDENTES DA DISTÂNCIA

Estatísticas	Volume (m ³ ha ⁻¹)
Viés (m ³ ha ⁻¹)	-130,70
Viés %	-19,70
Acurácia (m ³ ha ⁻¹)	130,70
Acurácia %	19,10

FONTE: O autor (2021).

Os resultados obtidos para o sistema de modelagem desenvolvido nesse estudo tornam inviável sua aplicação em nível de escala operacional devido à baixa precisão das estimativas.

Ferraz Filho et al. (2015) citaram que existe um *trade-off* entre o aumento do grau de detalhamento de um sistema de modelagem e a propagação dos erros provenientes da aplicação das diversas equações utilizadas. Essa propagação faz com que modelos mais complexos possam apresentar menor precisão e acurácia na projeção do volume futuro e assim pode comprometer a tomada de decisões do manejador florestal.

Shortt e Burkhart (1996) citaram que com o aumento do período de projeção, os modelos de árvores individuais tendem a perder a precisão rapidamente. Isso se deve ao fato de que a projeção do ano seguinte é baseada no ano anterior e com isso a propagação dos erros ocorre nos anos subsequentes, sendo que a indicação do autor é que projeções acima de 3 anos podem gerar erros significativos como os observados nessa pesquisa a qual teve em média 8 projeções desde a primeira medição. Esse comportamento também foi relatado nos estudos de Qin e Cao (2006).

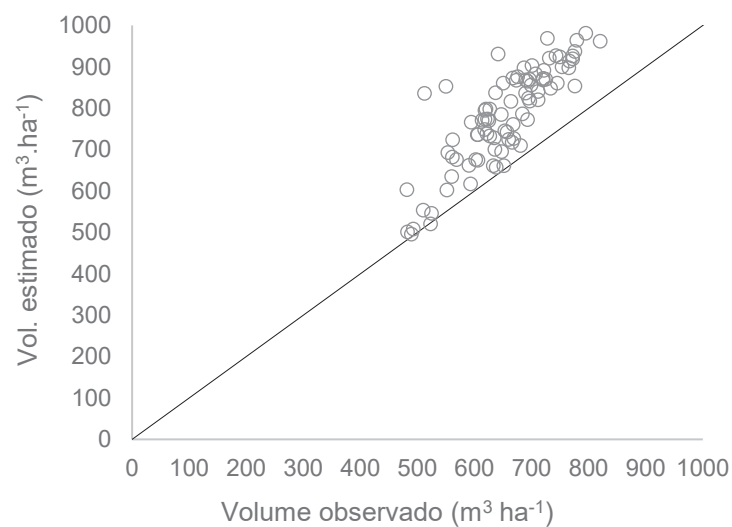
A baixa precisão e acurácia apresentados anteriormente para projeção do volume possivelmente podem ser atribuídos a essa propagação dos erros, uma vez que os ajustes de cada equação do sistema apresentaram estatísticas adequadas, exceto para o modelo de estimativa da probabilidade de mortalidade.

Uma alternativa a mitigação da propagação de erros foi proposta por CAO (2014) com estudo de combinação entre a modelagem global e de árvores individuais a qual apresentou resultados superiores quando comparados com a modelagem tradicional com uso dos dois métodos independentes. Em estudo complementar, CAO

(2019) concluiu novamente que a integração dos dois métodos proporcionou maior precisão em suas estimativas. Pesquisas complementares sobre a combinação de classes de modelos são apresentadas por Hevia et al. (2015) e Coble et al. (2011).

Na FIGURA 19 observa-se os volumes estimados em função dos volumes observados. Nota-se uma tendenciosidade de superestimativa em todos os volumes ao longo de toda distribuição de volumes observados.

FIGURA 20 – VOLUMES PREDITOS EM FUNÇÃO DOS VOLUMES OBSERVADOS NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*



FONTE: O autor (ano).

5.4 CONCLUSÕES

O sistema de árvores individuais construído na presente pesquisa para prognose do volume não produz projeções acuradas, embora tenham apresentado estatísticas satisfatórias nos modelos de projeção, exceto para o modelo que expressa a probabilidade da mortalidade.

Há diferença estatística entre os volumes totais estimados e os volumes observados.

6 CAPÍTULO IV - COMPARAÇÃO DE ESTIMATIVA DE SORTIMENTOS EM POVOAMENTOS DE *Pinus taeda* L. POR MEIO DA MODELAGEM EM CLASSES DE DIÂMETRO, MODELAGEM DE ÁRVORES INDIVIDUAIS E SIMULADOR SISPINUS

Resumo: Modelos ao nível de povoamento fornecem as informações necessárias para a tomada de decisão do gestor florestal. Dessa forma, o objetivo foi comparar as estimativas dos volumes por sortimentos em plantios de *Pinus taeda* obtidas pela modelagem em classes de diâmetro, modelagem de árvores individuais e simulador SisPinus. Os dados de remediações de 345 parcelas permanentes em povoamentos de *Pinus taeda*, com unidades amostrais de 0,04 hectares, foram cedidos por uma empresa de base florestal localizada no planalto norte do Estado de Santa Catarina e Sul do Estado do Paraná. As medições ocorreram ao longo de 24 anos, sendo que a amplitude de idade foi de 5 a 22 anos. Dentre as 345 parcelas disponíveis, foram sorteadas 89 parcelas para compor a base de dados de validação com remediação aos 14 anos de idade, as quais não participaram da etapa dos ajustes dos modelos. Os sortimentos foram classificados de acordo com o diâmetro em “Celulose” com diâmetros entre 8,00 e 17,99 cm, “Tora I” com diâmetros entre 18,00 e 24,99 cm e “Tora II” com diâmetros maiores que 25 cm. O comprimento de cada seção considerado foi de 2,65m. Os métodos de modelagem em classes de diâmetros, de árvores individuais e projeção em simulador SisPinus aplicados não produzem estimativas precisas e acuradas para estimar volumes segmentados por sortimentos. Nos plantios de *Pinus taeda* deste estudo, a modelagem em classes de diâmetro estima os volumes de celulose mais precisos e acurados, ao passo que para estimativa de Tora I e Tora II o SisPinus apresenta os melhores resultados estatísticos, no entanto, resultados ainda distantes dos exigidos pelas empresas para uso em escala operacional para tomada de decisões.

Palavras-chave: Tora, volume, fdp de Weibull, Funções de Produção.

6.1 INTRODUÇÃO

Ao considerar empresas focadas na oferta de um único produto da floresta, modelos ao nível de povoamento são capazes de fornecer as informações necessárias para a tomada de decisão do gestor florestal (BURKHART; TOMÉ, 2012). Quando se tem por objetivo a oferta de multiprodutos, existe a necessidade da adoção do uso de métodos que possam disponibilizar um grau de detalhamento maior do ativo florestal como é o caso de modelos em classes de diâmetro ou em nível de árvores individuais.

Tendo em vista a necessidade de algumas empresas na segmentação em multiprodutos dos volumes provenientes de plantios de *Pinus taeda*, torna-se imprescindível estudos que desenvolvam sistema de modelagem capazes de estimar

de forma precisa e acurada a produção final ao nível de sortimentos.

Devido à necessidade de uma grande quantidade de dados para construir esse tipo de simulação com dados próprios, grande parte das empresas utiliza simuladores disponíveis prontos no mercado. No Brasil o SisPinus é o sistema computacional mais utilizado para prognosticar o crescimento e a produção por sortimento para *Pinus taeda* e *Pinus elliottii* (EISFELD, 2005). Ele vem sendo aplicado em grande escala desde 1989 por diversas empresas que possuem plantios dessas e outras espécies, no Sul do Brasil e países do Mercosul.

Com isso, neste capítulo o objetivo foi comparar com os valores observados as projeções da produção volumétrica do sortimento de madeira em plantios de *Pinus taeda* projetadas pela modelagem em classes de diâmetro, com modelo de árvores individuais independentes da distância e usando o simulador SisPinus.

6.2 MATERIAL E MÉTODOS

6.2.1 Área de Estudo e Fonte de Dados

Os dados para o desenvolvimento desta pesquisa foram cedidos por uma empresa de base florestal localizada no planalto norte do Estado de Santa Catarina e Sul do Estado do Paraná. São provenientes de remedições de 345 parcelas permanentes em povoamentos de *Pinus taeda*, com unidades amostrais de 0,04 ha. As medições ocorreram ao longo de 24 anos, sendo que a amplitude de idade foi de cinco a 22 anos.

Dentre as 345 parcelas disponíveis, foram sorteadas 89 parcelas para compor a base de dados de validação, as quais não participaram da etapa dos ajustes dos modelos.

Os sortimentos utilizados foram denominados de “Celulose” com diâmetros entre 8,00 e 17,99 cm, “Tora I” com diâmetros entre 18 e 24,99 cm e “Tora II” com diâmetros maiores que 25,00 cm. O comprimento de cada seção considerado foi de 2,65m.

A altura dominante de cada parcela foi obtida pelo critério proposto por Assmann (1970), a partir da altura média das 100 árvores de maior diâmetro por hectare. O modelo Chapman Richards (RICHARDS, 1959; CHAPMAN, 1961) foi utilizado para estimativa da altura dominante em função da idade, ao passo que as

curvas de sítio foram geradas a partir do método da curva guia, com estatísticas de um ajuste previamente realizado com $r_{\hat{y}\hat{y}}^2 = 0,8760$, $S_{YX\%} = 8,20$ e $S_{YX} = 1,67$ m. A equação ajustada foi a (54):

$$h_{dom} = 42,248209[1 - e^{(-0,059259I)}] [(1-0,100157)^{-1}] \quad (54)$$

Em que:

h_{dom} = altura dominante (m);

I = idade do povoamento (anos).

A classificação dos sítios foi realizada a partir do modelo ajustado considerando a idade de referência 17 anos.

6.2.2 Sistema de Equações para Modelagem em Classes de Diâmetros (MCD)

Para realização da prognose da distribuição diamétrica, foi utilizada a fdp de Weibull, a qual foi ajustada pelos atributos do povoamento. A fdp de Weibull com três parâmetros foi calculada pela seguinte função (EQUAÇÃO 55):

$$f(x) = 1 - e \left[- \left(\frac{x - a}{b} \right)^c \right] \quad (55)$$

Em que:

$f(x)$ = fdp de Weibull;

x = variável aleatória, representando o diâmetro (DAP);

a = parâmetro de locação, representando o diâmetro mínimo;

b = parâmetro responsável pela escala, que define a amplitude da distribuição;

c = parâmetro responsável pela forma.

Conforme os resultados apresentados no capítulo II, optou-se pelo método dos percentis para a predição dos parâmetros. Foi adotada a metodologia proposta por Bailey; Burgan e Jokela (1989), que utiliza os diâmetros percentis da posição 0, 25, 50 e 95 de cada parcela. Para a estimativa do diâmetro percentil da posição 0, optou-se por utilizar o modelo de diâmetro mínimo de Santana (2008), com os resultados de ajuste apresentados anteriormente. As estatísticas de ajuste e precisão, assim como as equações ajustadas para a estimativa dos percentis da posição 25, 50 e 95 são apresentadas na TABELA 27.

TABELA 27 – COEFICIENTES E ESTATÍSTICAS DOS MODELOS DE ESTIMATIVA DOS DIÂMETROS PERCENTIS DA POSIÇÃO 0, 25, 50 E 95 NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*

Equação	$r_{y\hat{y}}^2$	S_{yx} %	S_{yx} (cm)
$D_{25} = D_{50} * e^{(0,063883\ln(\frac{G}{N}) - 0,007336I - 0,000307S + 0,752506(\frac{1}{I}) + 0,001938\ln(N) + 0,004109h_{dom})}$	0,901	4,02	0,80
$D_{50} = e^{(4,773559 + 0,510875\ln(\frac{G}{N}) - 0,003227I + 0,000601h_{dom} + 5,634980*(\frac{1}{N}))}$	0,974	2,13	0,49
$D_{95} = D_{50} e^{(-0,139528\ln(\frac{G}{N}) + 0,004954I - 0,054135*\ln(N) - 0,522749(\frac{1}{I}) - 0,004793S + 0,100364\ln(h_{dom}))}$	0,881	5,31	1,56

Em que D_i = diâmetro estimado na posição percentil (0, 25, 50 e 95); G = área basal estimada ($m^2 ha^{-1}$); I = idade (anos); S = índice de sítio (m); N = número de árvores ($árv ha^{-1}$); e h_{dom} = altura média das árvores dominantes (m). FONTE: O autor (2021).

Em seguida, os parâmetros da fdp de Weibull foram recuperados pelas fórmulas do método dos percentis:

Parâmetro de localização (a) (EQUAÇÃO 56):

$$a = \frac{n^{0,3333} D_0 - D_{50}}{n^{0,3333} - 1} \quad (56)$$

Parâmetro de forma (c) (EQUAÇÃO 57):

$$c = \frac{2,343088}{\ln(D_{95} - a) - \ln(D_{25} - a)} \quad (57)$$

Parâmetro de escala (b) (EQUAÇÃO 58):

$$b = -\frac{a\Gamma_1}{\Gamma_2} + \sqrt{\left(\frac{a}{\Gamma_2}\right)^2 (\Gamma_1^2 - \Gamma_2) + \frac{dg^2}{\Gamma_2}} \quad (58)$$

Em que:

dg = diâmetro médio quadrático (cm);

D_i = diâmetro estimado na posição percentil (0, 25, 50 e 95);

Γ = função gama;

a = parâmetro de locação;

b = parâmetro de escala; e

c = parâmetro de forma.

Os demais modelos selecionados para compor o sistema de projeção da estrutura diamétrica e consequente prognose detalhada da produção, tais como: área basal e consequente dg ; sobrevivência nas várias idades; e relação hipsométrica para

estimar a altura média da classe de DAP nas várias idades são apresentadas na TABELA 28.

TABELA 28 – MODELOS SELECIONADOS PARA COMPOR O SISTEMA DE PROJEÇÃO DOS ATRIBUTOS DOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda*

Atributo/Autor	Equação	R^2_{adj} / r^2_{yy}	S_{YX}	$S_{YX\%}$
Sobrevivência (árvores ha ⁻¹) Clutter e Jones (1980)	$N_2 = \left\{ N_1^{-1,236244} + 0,005064 \left[\left(\frac{I_2}{100} \right)^{3,101527} - \left(\frac{I_1}{100} \right)^{3,101527} \right] \right\}^{-\frac{1}{1,236244}}$	0,9757	30,80	2,10
Área basal (m ² ha ⁻¹) Scolforo (1990)	$G_2 = 1,005822G_1 \left(\frac{I_1}{I_2} \right) + 6,549886 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) \ln(N_2) + 31,251503 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) \ln(h_{dom2}) - 20,5911 \left(1 - \frac{I_1}{I_2} \right) \ln(I_2)$	0,9793	1,21	1,90
Diâmetro mínimo (cm) Santana (2008)	$D_{min2} = -9,467025 + 1,229119\bar{d}_2 + 0,101264h_{dom2} - 0,157676s^2d_2 + 0,835325\ln(G_2) - 0,359224(dg_2)$	0,7163	1,49	11,40
Variância dos diâmetros (cm ²) Santana (2008)	$s^2d_2 = 1,052168s^2d_1 + 0,01369dg_1 - 0,436968G_1 + 0,418467G_2$	0,9700	1,62	7,80
Relação hipsométrica genérica (m) Scolforo (1990)	$\ln(h) = 0,256236 + 0,938385\ln(h_{dom}) - 0,127557\ln\left(\frac{dg}{d_i}\right) + 1,540633 \left[\frac{1}{(I.d_i)} \right] - 3,328513 \left(\frac{1}{d_i} \right)$	0,9531	0,99	5,30

Em que: N_2 = número de árvores na idade de projeção (árvores ha⁻¹); N_1 = número de árvores na idade atual (árvores ha⁻¹); I_2 = idade de projeção (anos); I_1 = idade inicial (anos); G_2 = área basal estimada na idade de projeção (m² ha⁻¹); G_1 = área basal na idade atual (m² ha⁻¹); S = índice de sítio; h_{dom} = altura média das árvores dominantes na idade atual (m); h_{dom2} = altura média das árvores dominantes na idade de predição (m); D_{min2} = diâmetro mínimo estimado na idade de projeção (cm); s^2d_2 = variância dos diâmetros na idade de projeção (cm²); $\bar{d}_2$ = média do diâmetro à altura do peito na idade futura (cm); dg_2 = diâmetro médio quadrático na idade de projeção (cm); s^2d_1 = variância dos diâmetros na idade atual (cm²); h = altura total estimada (cm); e d_i = diâmetro do centro da classe (cm). FONTE: O autor (2021).

a) Equação de Afilamento

Para estimativa dos sortimentos foi utilizada a cubagem rigorosa de 360 árvores selecionadas com base nas idades e na distribuição diamétrica das parcelas. O coeficiente de determinação ajustado para essa equação foi de 0,987 e o erro padrão da estimativa foi de 2,1% (EQUAÇÃO 59):

$$\frac{d_i}{d} = 1,1963 - 3,6613 \left(\frac{h_i}{h}\right) + 14,6316 \left(\frac{h_i}{h}\right)^2 - 31,1455 \left(\frac{h_i}{h}\right)^3 + 29,5105 \left(\frac{h_i}{h}\right)^4 - 10,5414 \left(\frac{h_i}{h}\right)^5 \quad (59)$$

Em que:

d_i = diâmetro ao longo do fuste (cm)

d = diâmetro a 1,30 (cm);

h_i = altura ao longo do fuste (m);

h = altura total da árvore (m).

6.2.3 Sistema de Equações para Modelagem de Árvores Individuais (MAI)

a) Probabilidade de mortalidade

A mortalidade por hectare foi estimada a partir do ajuste do modelo de estimativa da probabilidade de mortalidade por classe diamétrica proposto por Buchman; Pederson e Walters (1983) (2) o qual em seus ajustes apresentou $r_{y\hat{y}}^2 = 0,616$ e $S_{YX\%} = 41,9$ (EQUAÇÃO 60).

$$Pm = 0,1401 + (1 + e^{4,4343 + 10,8687IC_i - 0,2909CC_d + -0,2909h_m - 0,2059I - 0,2139G_c + 0,2280S})^{-1} \quad (60)$$

Em que:

Pm = probabilidade de mortalidade por classe diamétrica;

IC_i = índice de competição;

CC_d = centro da classe diamétrica (cm);

h_m = altura total média da classe diamétrica (m);

I = idade da parcela (anos);

G_c = área basal da classe diamétrica ($m^2 ha^{-1}$.classe);

S = índice de sítio (m); e

β_i = coeficientes a serem estimados.

A probabilidade de mortalidade atual das parcelas foi obtida pela EQUAÇÃO

61:

$$Pma = N_m(N_v + N_m)^{-1} \quad (61)$$

Em que:

Pma = probabilidade de mortalidade atual por classe diamétrica;

N_m = número de árvores mortas da parcela por hectare;

N_v = número de árvores vivas da parcela por hectare.

O índice de competição independente da distância utilizado foi o de Stage (1973) representado na EQUAÇÃO 62:

$$IC = (d_i q^{-1})^2 \quad (62)$$

Em que:

IC = Índice de competição;

d_i = DAP da árvore objeto (cm);

q = diâmetro quadrático das árvores da unidade amostral (cm).

b) Modelo de projeção do diâmetro à altura do peito e altura total

O modelo proposto por Qin e Cao (2006) foi aplicado para projeção do diâmetro à altura do peito e altura total conforme Equação (57) e (58). As estatísticas dos modelos de estimativas de diâmetro e altura total apresentaram-se adequadas com respectivos $r_{y\hat{y}}^2 = 0,976$, $r_{y\hat{y}}^2 = 0,954$ e $S_{YX\%} = 2,22$, $S_{YX\%} = 4,04$ (EQUAÇÃO 63 E 64).

$$d_2 = d_1 + e^{\left(-2,5090 + \frac{18,9026}{I_2} - 1,0818RS_1 - 0,0205G_1 + 0,0841d_1\right)} \quad (63)$$

$$h_2 = h_1 + e^{\left(-1,1329 + \frac{17,2365}{I_2} - 3,3936RS_1 - 0,0052G_1 + 0,0139h_1\right)} \quad (64)$$

Em que:

d_1 e d_2 = variável diâmetro na idade atual e de projeção, respectivamente;

h_1 e h_2 = variável altura total na idade atual e de projeção, respectivamente;

I_2 = idade de projeção (anos);

RS = espaçamento relativo,

$RS = [(10.000/N)^{0,5}/h_{dom}]$ sendo a proporção da distância média entre duas árvores assumindo espaço quadrático;

G_1 = área basal ($m^2 ha^{-1}$) na idade atual;

ICi = índice de competição; e

β_i = coeficientes a serem estimados.

6.2.4 Projeção da Produção pelo SisPinus

As projeções do volume comercial de todas as 89 parcelas de validação foram realizadas no SisPinus de forma independente dos modelos ajustados anteriormente, utilizando somente as equações padrões do sistema. A intenção foi estimar a produção a partir da primeira medição de cada parcela, simulando a ação do usuário ao abastecer o software com os dados atuais de inventários e a posterior projeção para o futuro.

Para a realização dessa projeção, utilizou-se o *FlorExcel* (versão 3.8.68) desenvolvido pela empresa Optimber, cuja principal função foi auxiliar no processamento de informações florestais no ambiente da planilha eletrônica do *Microsoft Office Excel*. O módulo Simulação Florestal do FlorExcel foi utilizado nesta pesquisa, o qual internamente aciona o simulador SisPinus (STALL, 2012).

Nas projeções realizadas, a idade índice foi alterada de 17 para 15 anos. A equação de sítio padrão do SisPinus utilizada foi (EQUAÇÃO 65):

$$S.e \left(-4,6433 * \left(\left(\frac{1}{Idade} \right)^{0,56} \right) - \left(\left(\frac{1}{15} \right)^{0,56} \right) \right) \quad (65)$$

As variáveis explicativas das simulações foram: área basal ($m^2 ha^{-1}$), índice de sítio (m), densidade ($ár\ v\ ha^{-1}$) e a idade (anos), em que as condições eram conhecidas. O grau de homogeneidade selecionado foi igual a 5.

6.2.5 Critérios Estatísticos para Escolha do Melhor Método de Estimativa da Produção por Sortimento

a) Avaliação dos volumes projetados

A distribuição dos volumes projetados por sortimento seguiu uma distribuição não normal, por isso, optou-se por utilizar o teste não paramétrico de Kruskal-Wallis com objetivo de avaliar se os volumes estimados pelos sistemas avaliados apresentam igualdade estatística quando comparados com os volumes observados. Testou-se a seguinte hipótese ao nível de 5% de significância (EQUAÇÃO 66 E 67):

$$H_0: Vol_{obs} = Vol_{est} \quad (66)$$

$$H_1: Vol_{obs} \neq Vol_{est} \quad (67)$$

Em que:

H_0 : mediana dos volumes observados é igual a mediana dos volumes estimados;

Vol_{obs} : volumes observados

Vol_{est} : volumes estimados;

H_1 : hipótese alternativa.

Para verificar tendenciosidade das estimativas dos volumes projetados por sortimento, aplicou-se a análise de Viés e Acurácia. Esses critérios foram calculados pelas equações 68 e 69:

$$Viés = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) \quad (68)$$

$$Acurácia = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i| \quad (69)$$

Em que:

$Viés$ = também conhecido por tendenciosidade ou “*bias*”;

$Acurácia$ = mede, em termos absolutos, a proximidade de cada observação ao valor-alvo que se procura atingir;

y_i = valor observado;

$\hat{y}_i$ = valor estimado pelo modelo; e

n = número de observações.

Optou-se também, para melhor visualização das estimativas, aplicar a análise gráfica de resíduos para verificação de tendenciosidades das estimativas da produção em volume comercial. Para se construir esse gráfico, foi necessário calcular o resíduo para todos os pares de dados pela seguinte equação (EQUAÇÃO 70):

$$res \% = \frac{(y_i - \hat{y}_i)}{y_i} 100 \quad (70)$$

Em que:

$res \%$ = resíduos em porcentagem;

y_i = valor da variável observada;

$\hat{y}_i$ = valor da variável estimada pelo modelo.

6.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na TABELA 29 mostram-se os resultados estatísticos das projeções por sortimento do atributo volume obtidos pelos três métodos de simulação da produção a partir da primeira medição de cada parcela de validação. Para estimativa dos volumes de celulose o método de MCD apresentou o menor viés médio, com 16,50 m³ ha⁻¹ (5,60%). O método de MAI superestimou o volume em 28,90 m³ ha⁻¹ (10,30%). Os resultados obtidos pelo SisPinus subestimaram o volume desse sortimento em 60,40 m³ ha⁻¹ (26,20%).

TABELA 29 – ESTATÍSTICAS DA PROJEÇÃO DO VOLUME ESTIMADOS NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda* PELOS DIFERENTES MÉTODOS DE SIMULAÇÃO

Critério Estatístico	Método	Celulose	Tora I	Tora II	Média
Viés (m ³ ha ⁻¹)	MCD	16,50	44,60	-19,60	13,80
	MAI	-28,90	-54,30	-47,60	-43,60
	SisPinus	60,40	-39,90	-2,30	6,10
Viés %	MCD	5,60	13,20	-50,70	-10,60
	MAI	-10,30	-17,80	-61,30	-29,80
	SisPinus	26,20	-14,40	-10,10	0,60
Acurácia (m ³ ha ⁻¹)	MCD	25,90	50,20	35,00	37,00
	MAI	30,60	55,90	50,40	45,60
	SisPinus	70,30	44,20	40,20	51,50
Acurácia %	MCD	10,00	17,00	61,80	29,30
	MAI	11,10	18,50	64,50	31,40
	SisPinus	26,50	16,00	52,30	31,60

FONTE: O autor (2021).

Considerando a estimativa dos volumes de Tora I, os resultados advindos do SisPinus apresentaram o menor viés médio, com -39,90 m³ ha⁻¹ (-12,4%). O método de MCD subestimou o volume em 44,60 m³ ha⁻¹ (13,2%) e o método de MAI superestimou o volume em -54,30 m³ ha⁻¹ (-17,0%).

As estimativas para o sortimento de Tora II apontaram que o método com menor viés foi o do SisPinus com superestimativa de apenas -2,30 m³ ha⁻¹ (-10,1%). Para esse produto a MCD apresentou viés médio com -19,60 m³ ha⁻¹ (-50,7%). O método de MAI superestimou o volume em -47,60 m³ ha⁻¹ (-61,3%).

Quanto à acurácia, os volumes de celulose obtidos pelo método de MCD diferiram em média em 25,90 m³ ha⁻¹ (10%) dos volumes reais. As estimativas do

SisPinus apresentaram a maior acurácia média, com 70,30 m³ ha⁻¹ (26,5%), ao passo que a MAI apresentou acurácia média de 30,60 m³ ha⁻¹ (11,1%).

Já para os volumes de Tora I a menor acurácia foi obtida pelo SisPinus com média de 44,20 m³ ha⁻¹ (16%). A MCD apresentou acurácia média de 50,20 m³ ha⁻¹ (17%) ao passo que a MAI apresentou acurácia média de 55,90 m³ ha⁻¹ (18,5%).

Os volumes estimados de Tora II apresentaram as estimativas menos acuradas, o método de MCD, MAI e o SisPinus apresentaram as respectivas acurácias médias com 35,00 m³ ha⁻¹ (61,8%), 50,40 m³ ha⁻¹ (64,5%) e 40,20 m³ ha⁻¹ (52,3%).

Com relação as médias finais obtidas a partir de estimativa dos três sortimentos, o menor viés médio foi apresentado pelos resultados do SisPinus com subestimativa média de 6,10 m³ ha⁻¹ (0,6%). No entanto, esse resultado deve ser interpretado com cuidado já que a variação entre os sortimentos foi relevante com acurácia média de 51,50 m³ ha⁻¹ (31,6%). A melhor acurácia foi obtida pelas estimativas da MCD que diferiram em média 37,00 m³ ha⁻¹ (29,3%).

A TABELA 30 apresenta os resultados do teste de Kruskal-Wallis de estimativas de volume para os diferentes sortimentos. A hipótese nula foi rejeitada para todos os métodos para estimativa de celulose e Tora I, ou seja, existiu diferença estatística entre os valores observados e estimados ao nível de 5% de significância. Somente o método de estimativa do SisPinus para Tora II não apresentou diferença estatística.

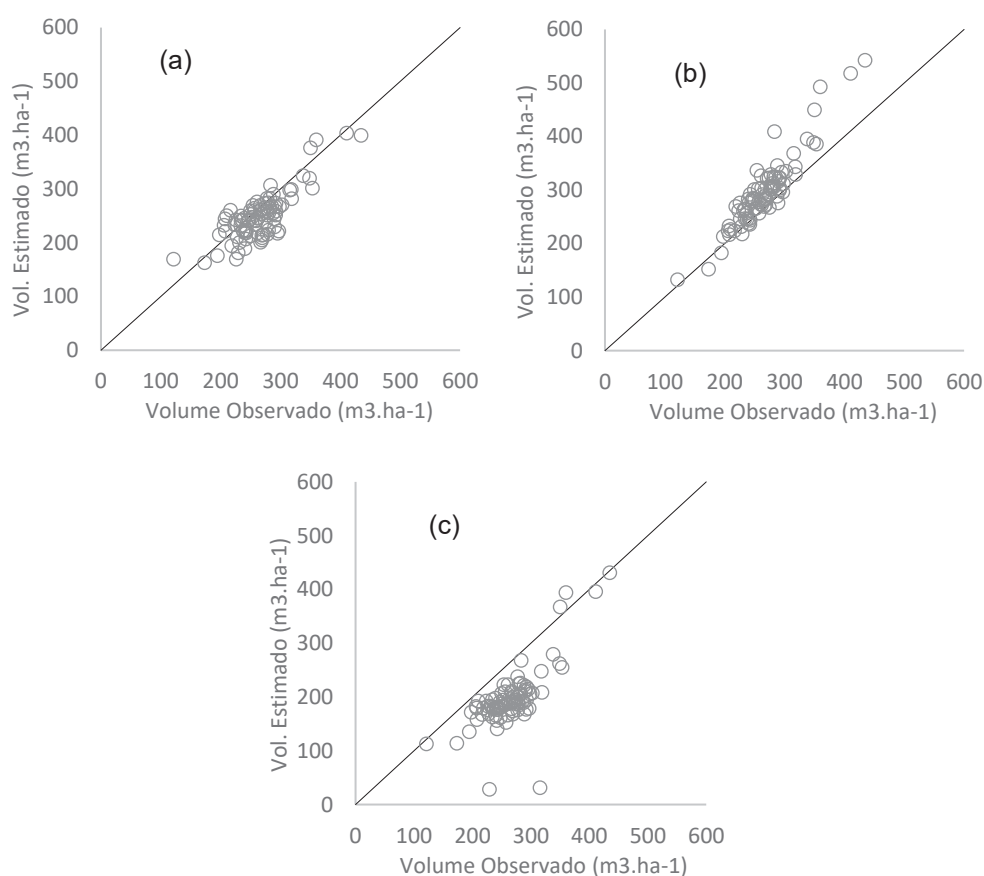
TABELA 30 – RESULTADOS DO TESTE DE KRUSKAL-WALLIS PARA ESTIMATIVA DO VOLUME POR SORTIMENOS EM PLANTIOS DE *Pinus taeda*

Sortimento	Método	N	Mediana do Volume das Parcelas (m ³ ha ⁻¹)		P-valor
			Observado	Estimado	
Celulose	MCD	89	265,80	249,30	0,0016*
	MAI	89		294,60	0,0001*
	SisPinus	89		196,70	0,0000*
Tora I	MCD	89	297,60	253,00	0,0000*
	MAI	89		351,90	0,0000*
	SisPinus	89		337,50	0,0000*
Tora II	MCD	89	94,10	113,70	0,0016*
	MAI	89		141,70	0,0000*
	SisPinus	89		96,45	0,9976 ^{ns}

FONTE: O autor (2021). *Significativo ao nível de probabilidade de 5%.

Na FIGURA 21 é possível observar os volumes preditos em função dos volumes observados considerando o sortimento de celulose. O método de MCD apresentou as melhores estimativas distribuídas ao longo dos volumes observados. Já o método de MAI superestimou os volumes acima de 300,00 m³ ha⁻¹. Nas estimativas do método SisPinus observou-se tendenciosidade de subestimativa em toda a amplitude de valores.

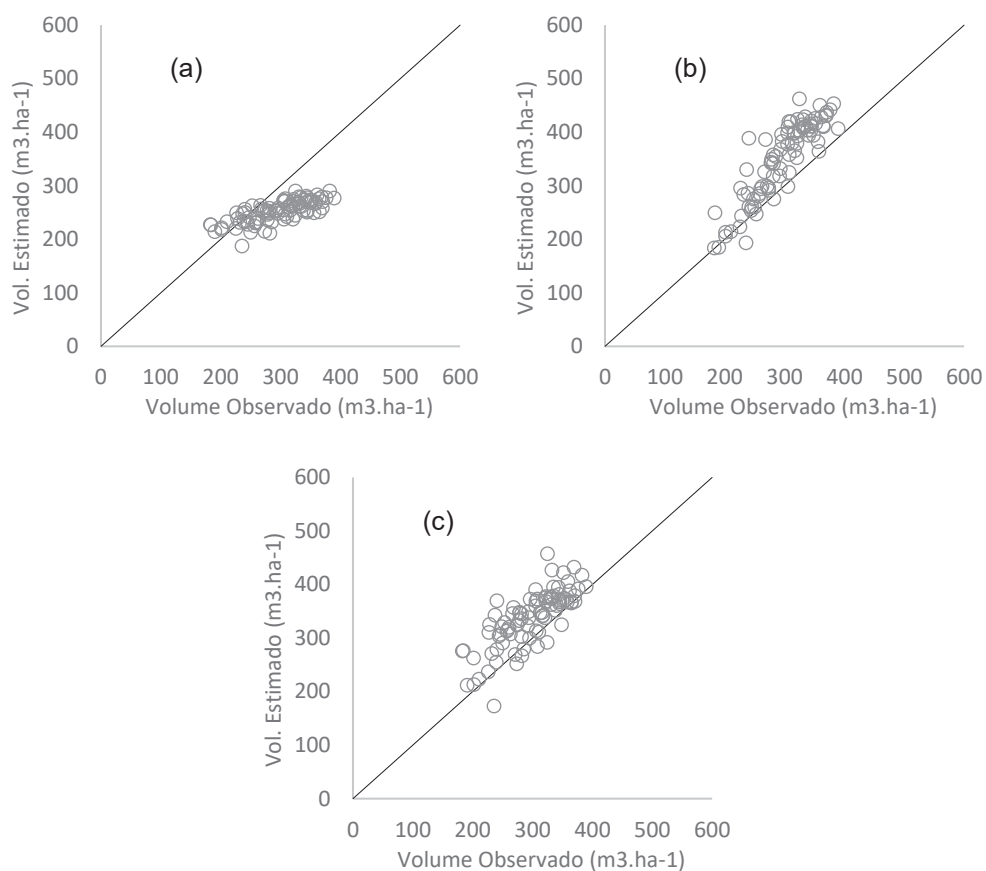
FIGURA 21 – VOLUMES PREDITOS DE CELULOSE EM FUNÇÃO DOS VOLUMES OBSERVADOS DE CELULOSE NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda* PELOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES. (a) DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA; (b) ÁRVORES INDIVIDUAIS; (c) SISPINUS.



FONTE: O autor (2021).

Na FIGURA 22 se observa os volumes preditos em função dos volumes observados para o sortimento denominado Tora I. O método de MCD apresentou tendenciosidade de subestimativa nos volumes acima de 250,00 m³ ha⁻¹. Já os métodos de MAI e SisPinus superestimaram os volumes ao longo da linha de volumes observados.

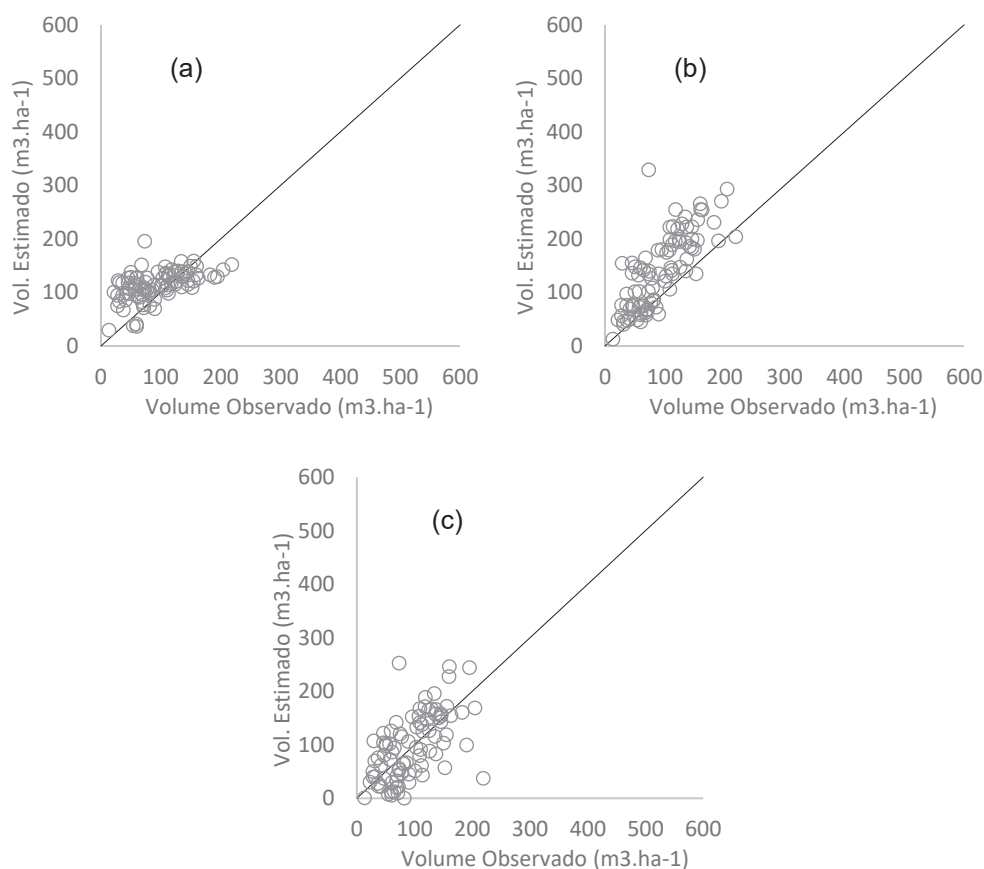
FIGURA 22 – VOLUMES PREDITOS DE TORA I EM FUNÇÃO DOS VOLUMES OBSERVADOS DE TORA I NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda* PELOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES. (a) DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA; (b) ÁRVORES INDIVIDUAIS; (c) SISPINUS.



FONTE: O autor (2021).

Na FIGURA 23 observa-se os volumes preditos em função dos volumes observados para o sortimento denominado Tora I. O método de MCD apresentou tendenciosidade de subestimativa nos volumes acima de 250,00 m³ ha⁻¹. Já os métodos de MAI e SisPinus superestimaram os volumes ao longo da linha de volumes observados.

FIGURA 23 – VOLUMES PREDITOS DE TORA II EM FUNÇÃO DOS VOLUMES OBSERVADOS DE TORA II NOS POVOAMENTOS DE *Pinus taeda* PELOS SISTEMAS DE EQUAÇÕES. (a) DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA; (b) ÁRVORES INDIVIDUAIS; (c) SISPINUS.



FONTE: O autor (2021).

6.4 CONCLUSÕES

Os métodos aplicados não produzem estimativas precisas e acuradas para estimar volumes segmentados por sortimentos. Nos plantios de *Pinus taeda* deste estudo, a modelagem em classes de diâmetro estima os volumes de celulose mais precisos e acurados, ao passo que para estimativa de Tora I e Tora II o SisPinus apresenta os melhores resultados estatísticos, no entanto, resultados ainda distantes dos exigidos pelas empresas para uso em escala operacional para tomada de decisões.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

7.1 CONCLUSÕES GERAIS

Dentre os métodos testados nesta pesquisa, a modelagem da produção por meio de modelos globais gera maior precisão e acurácia para a projeção da produção em volume total de plantios de *Pinus taeda*.

O método de modelagem em classes de diâmetro apresenta resultados precisos e acurados.

O sistema de árvores individuais construído para prognose do volume não produz projeções acuradas, embora tenham apresentado boas estatísticas nos modelos de projeção.

Os sistemas utilizados para estimativa do volume por sortimentos não apresentaram projeções precisas e acuradas. Também geram estimativas que diferem estatisticamente dos volumes observados para todos os sortimentos, exceto o SisPinus para estimativa dos volumes de Tora II.

7.2 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Testar e avaliar diferentes funções de densidade de probabilidade, para modelagem em classes de diâmetro.

Efetuar a validação das projeções realizadas com dados reais de colheita de madeira considerando perdas operacionais.

Testar diferentes equações para estimativa da probabilidade de mortalidade e estimativa do incremento em diâmetro e altura para modelagem de árvores individuais.

Estudar combinação entre modelagem do povoamento total e árvores individuais.

Inserir as equações ajustadas de sítio e de volume no SisPinus e verificar a possibilidade de melhoria nas estimativas do volume por sortimentos.

Quantificar os ganhos financeiros da aplicação de um sistema próprio de projeção do crescimento, com consequente eliminação do inventário florestal contínuo e pré-corte.

REFERÊNCIAS

- ABREU, E. C. R. **Modelagem para prognose precoce do volume por classe diamétrica para *Eucalyptus grandis***. 2000. 69 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) – Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2000.
- ABREU, E. C. R.; SCOLFORO, J. R. S.; OLIVEIRA, A. D.; MELLO, J. M.; KANEGAE JÚNIOR, H. Modelagem para prognose precoce do volume por classe diamétrica para *Eucalyptus grandis*. **Scientia Forestalis**, n. 61, p. 86-102, 2002.
- ACERBI JR., F. W.; SCOLFORO, J. R. S.; OLIVEIRA, A. D.; MAESTRI, R. Modelo para prognose do crescimento e da produção e análise econômica de regimes de manejo para *Pinus taeda* L. **Revista Árvore**, v. 26, n. 6, p. 699-713, 2002.
- ALVARES, C. A.; STAPE, J. L.; SENTELHAS, P. C.; GONÇALVES, J. L. M.; SPAROVEK, G. Köppen's climate classification map for Brazil. **Meteorologische Zeitschrift**, v. 22, n. 6, p. 711-728. 2013.
- ARCE, J. E. Modelagem da estrutura de florestas clonais de *Populus deltoides* Marsh através de distribuições diamétricas probabilísticas. **Ciência Florestal**, v. 14, n. 1, p. 149-164, 2004.
- ASSMANN, E. **The principles of forest yield study**: studies in the organic production, structure, increment and yield of forest stands. Oxford: Pergamon, 1970. 506 p.
- BAILEY, R. L.; BURGAN, T. M.; JOKELA, E. J. Fertilized mid-rotation-aged slash pine plantations-stand structure and yield prediction models. **Southern Journal of Applied Forestry**, v. 13, p. 76-80, 1989.
- BAILEY, R. L.; DELL, T. R. Quantifying diameter distributions with the Weibull function. **Forest Science**, v. 19, n. 2, p. 97-104, 1973.
- BARRA, O. S. V.; SANQUETTA, C. R.; ARCE, J. E.; MACHADO, S. A. M.; CORTES, A. P. D. Proposta metodológica para o ajuste ótima da distribuição diamétrica Weibull 3P. **Floresta**, v. 34, n. 3, p. 387-393, 2004.
- BINOTI, M. L. M. S. **Emprego de redes neurais artificiais em mensuração e manejo florestal**. 2012. 138 f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2012.
- BENNETT, F. A.; CLUTTER, J. L. **Multiple-product yield estimates for unthinned slash pine plantations – pulpwood, sawtimber, gum**. USDA Forest Service, Southeastern Forest Experiment Station, Asheville, Research Paper SE-35, 1968.
- BORDERS, B. E.; SOUTER, R. A.; BAILEY, R. L.; WARE, K. D. Percentile-based distributions characterize forest stand tables. **Forest Science**, v. 33, n. 2, p. 570-576, 1987.

BORDERS, B. E. System of equations in forest stand modeling. **Forest Science**, v. 35, n. 2, p. 548-556, 1989.

BROOKS, J. R.; BORDERS B. E; BAILEY R. L. Predicting diameter distributions for site prepared loblolly and slash pine plantations. **Southern Journal of Applied Forestry**, v. 16, p. 130-133, 1992.

BUCHMAN, R. G.; PEDERSON, S. P.; WALTERS, N. R. A tree survival model with application to species of the Great Lakes region. **Canadian Journal of Forest Research**, v.13, n.4, p.601-608, 1983.

BURK, T. E.; NEWBERRY, J. D. A simple algorithm for moment – based recovery of Weibull distribution parameters. **Forest Science**, v. 30, n. 2, p. 329-332, 1984.

BURKHART, E. H.; TOMÉ, M. **Modeling Forest Trees and Stands**. New York: Springer, 2012. 460 p.

BURKHART, H. E.; BROOKS, T. M. **Status and future of growth and yield models**. In: State-of-the-art methodology of forest inventory: A symposium proceedings, 1989. Portland: USDA Forest Service, 1990. p. 409-414.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração Florestal**: perguntas e respostas. 5 ed. Viçosa: UFV, 2017. 636 p.

CAMPOS, J. C. C.; TURNBULL, J. K. Um sistema para estimar produção por classe de diâmetro e sua aplicação na interpretação do efeito do desbaste. **Revista Árvore**, v. 5, n. 1, p. 1-16, 1981.

CAO, Q. V. Evaluation of methods for modeling individual tree survival. **Forest Science**, v. 63, p. 356-361, 2017.

CAO, Q. V. Linking individual-tree and whole-stand models for forest growth and yield prediction. **Forest Ecosystems**, v. 1, p. 1-8, 2014.

CAO, Q. V.; MCCARTY, S. M. **New methods for estimating parameters of Weibull functions to characterize future diameter distributions in forest stands**. Asheville: U.S. Department of Agriculture, Forest Service, Southern Research Station. 2006. pp. 338-340

CAO, Q. V. Predicting parameters of a Weibull function for modeling diameter distribution. **Forest Science**, v. 50, n. 5, p. 682-685, 2004.

CAO, Q. V. Prediction of Annual Diameter Growth and Survival for Individual Trees from Periodic Measurements. **Forest Science**, v. 46, n.1, p. 127-131, 2000.

CAO, Q. V.; BURKHART, H. A segmented distribution approach for modeling diameter frequency data. **Forest Science**, v. 30, n. 1, p. 129-137, 1984.

CASTRO, V. O. C.; SOARES, C. P. B.; MARTINS, F. B.; LEITE, H. G. Crescimento e produção de plantios comerciais de eucalipto estimados por duas categorias de modelos. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 48, n. 3, p. 287-295, 2013.

CHAPMAN, D. G. **Statistical problems in dynamics of exploited fisheries population**. In: Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, 4., 1961. Berkeley: University of California Press, 1961. p. 153-168.

CLUTTER, J. L.; JONES, E. P. **Prediction of growth after thinning in old field slash pine plantations**. Ashville: USDA. Forest Service. SE- 217, 1980. 19p.

CLUTTER, J. L. Compatible growth and yield models for loblolly pine. **Forest Science**, v. 9, n. 3, p. 354-371, 1963.

COBLE, D.W; CAO, Q.V.; JORDAN, L. An Annual Tree Survival and Diameter Growth Model for Loblolly and Slash Pine Plantations in East Texas. **Southern Journal of Applied Forestry**, v.36, p.79-84, 2011.

DIAS, A. N.; LEITE, H. G.; CAMPOS, J. C. C.; COUTO, L.; CARVALHO, A. F. Emprego de um modelo de crescimento e produção em povoamentos desbastados de eucalipto. **Revista Árvore**, v.29, n.5, p.731-739, 2005.

EISFELD, R. L. **Modelagem do crescimento e da produção de *Pinus taeda* L. por meio de função probabilística e processo de difusão**. 2005. 79 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2005.

FERRAZ FILHO, A. C. **Sistema de prognose do crescimento e produção para *Pinus taeda* L. sujeito a regime de desbastes e podas**. 2009. 147 f. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal Lavras, Lavras, 2009.

FERRAZ FILHO, A. C. Modeling growth and yield of loblolly pine stands under intensive management. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 50, n. 8, p. 707-717, 2015.

FIGURA, M. A. **A distribuição de Weibull na descrição da estrutura diamétrica de *Eucalyptus grandis*: Um enfoque sobre o método dos momentos**. 2010. 98 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2010.

FINGER, C. A. G. **Distribuição de diâmetros em *Acacia mearnsii* de Wild, em diferentes povoamentos e idades**. 1982. 124 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1982.

GADOW, K. V. Fitting distributions of *Pinus patula* stands. **South African Forest Journal**, n. 126, p. 20-29, 1983.

GORGENS, E. B.; LEITE, H. G.; NOGUEIRA, G. S.; DIAS, A. N. Tendência de crescimento de povoamento de eucalipto após aplicação de desbaste. **Revista Árvore**, v. 31, n. 5, p.879-885, 2007.

GUIMARÃES, D. P. **Desenvolvimento de um modelo de distribuição diamétrica de passo invariante para prognose e projeção da estrutura de povoamentos de eucalipto**. 1994. 178 f. Tese (Doutorado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 1994.

HEVIA, A.; CAO, Q. V.; ÁLVAREZ-GONZÁLES, J. G.; RUIZ-GONZÁLES, A. D.; GADOW, K. Compatibility of whole-stand and individual-tree models using composite estimators and disaggregation. **Forest Science**, v.348, p.46-56, 2015.

KANGAS, A.; MALTAMO, M. Calibrating predicted diameter distribution with additional information. **Forest Science**, v. 46, n. 3, p. 390-396, 2000.

LEITE, H. G.; NOGUEIRA, G. S.; MOREIRA, A. M.; LIMA, J. E. Um modelo de crescimento e produção para *Pinus taeda* L. na Região Sul do Brasil. **Revista Árvore**, v. 25, p. 105-112, 2001.

LENHART, J. D.; HUNT, E. V., BLACKARD, J. A. Site index equations for Loblolly and Slash Pine plantations on non-old fields in east Texas. **Southern Journal of Applied Forestry**, v. 10, n. 2, p. 109-112, 1986.

LENHART, J. D.; CLUTTER, J. L. **Cubic-foot yield tables for old-field loblolly pine plantations in the Georgia Piedmont**. Georgia Forest Research Council, Macon, Report 22 – Series 3, 1971.

MACHADO, S. A.; CONCEIÇÃO, M. B.; FIGUEIREDO, D. J. Modelagem do volume individual para diferentes idades e regimes de desbaste em plantações de *Pinus oocarpa*. **Revista Ciências Exatas e Naturais**, v. 4, n. 2, p. 185-197, 2002.

MAESTRI, R. **Modelo de crescimento e produção para povoamentos clonais de *Eucalyptus grandis* considerando variáveis ambientais**. 2003. 143 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2003.

MAESTRI, R. **Estimativa de produção presente e futura de volume de madeira e peso de casca para povoamentos de acácia negra (*Acacia mearnsii* de Wild)**. 1992. 102 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1992.

MAINARDI, G. L.; SCHNEIDER, P. R.; FINGER, C. A. G. Produção de *Pinus taeda* na Região de Cambará do Sul, RS. **Revista Ciência Florestal**, v.6, n.1, p. 39-52, 1996.

MALTAMO, M.; KANGAS, A.; UUTTERA, J.; TORNIAINEN, T., SARAMAKI, J. Comparison of percentile based prediction methods and the Weibull distribution in describing the diameter distribution of heterogeneous Scots pine stand. **Forest Ecology and Management**, n. 133, p. 263-274, 2000.

MIRANDA, R. O. V. **Modelagem de árvores individuais para povoamentos não desbastados de *Pinus taeda* L.** 2016. 168p. Tese (Doutorado em Engenharia - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

MARTINS, F. B. **Modelagem de crescimento em nível de árvore individual para plantios comerciais de eucaliptos**. 2011. 143 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 2011.

NASCIMENTO, F. A. F.; DIAS, A. N.; FIGUEIREDO FILHO, A.; MIRANDA, G. M.; ARCE, J. Sistema de crescimento e produção para povoamentos de *Pinus taeda* na região norte de Santa Catarina. **Cerne**, v. 21, n. 2, p. 235-242, 2015.

OCHI, N.; CAO, Q. V. A comparison of compatible and annual growth models. **Forest Science**, v. 49, n. 2, p. 285-290, 2003.

OCHI, N.; CAO, Q. V. A comparison of compatible and annual growth models. **Forest Science**, v. 49, n. 2, p. 285-290, 2002.

PENIDO, T. M. A.; LAFETÁ, B. O.; NOGUEIRA, G. S.; ALVES, P. H.; GORGENS, E. B.; OLIVEIRA, M. L. R. Modelos de crescimento e produção para a estimativa volumétrica em povoamentos comerciais de eucalipto. **Scientia Forestalis**, v. 48, p. 1-12, 2020.

PIENAAR, L. V.; SHIVER, B. D. Survival functions for site-prepared slash pine plantations in the flatwoods of Georgia and Northern Florida. **Southern Journal of Applied Forestry**, n. 5, p. 59-62, 1981.

PIENAAR, L. V.; HARRISON, W. M. Simultaneous growth and yield prediction equations for *Pinus elliottii* plantations in Zululand. **South African Forest Journal**, n. 149, p. 48-53, 1989.

QIN, J.; CAO, Q. V. Using disaggregation to link individual-tree and whole-stand growth models. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 36, p. 953-960, 2006.

PRETZSCH, H.; GROTE, R.; REINEKING, B.; RÖTZER, T. H.; SEIFERT, S. T. Models for Forest Ecosystem Management: A European Perspective. **Annals of Botany**, v. 101, p. 1065-1087, 2008.

PRETZSCH, H. **Forest dynamics, growth and yield**. Berlin: Springer, 2009.

RETSLAFF, F. A. S. **Modelagem do crescimento e produção em classes de diâmetro para plantios de *Eucalyptus grandis***. 2010. 188 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Estadual do Centro Oeste, Irati, 2010.

RETSLAFF, F. A. S. **Simulador para prognose da produção de *Pinus taeda* com diagrama de manejo da densidade associado à modelagem em classes de diâmetro**. 2014. 166 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2014.

RICHARDS, F. J. A flexible growth function for empirical use. **Journal of Experimental Botany**, v. 10, n. 2, p. 290-301, 1959.

ROMANIUK, D. S. **Modelagem do crescimento e da produção em plantios de *Pinus taeda* L. na Região Centro-Sul do Paraná**. 2015. 90 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Estadual do Centro Oeste, Irati, 2015.

SANTANA, C. J. de O. **Simulação do crescimento e da produção em plantações desbastadas de *Eucalyptus grandis* com diferentes procedimentos de obtenção dos parâmetros da distribuição Weibull**. 2008. 100 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

SANTOS, H. G. dos; JACOMINE, P. K. T.; ANJOS, L. H. C. dos; OLIVEIRA, V. A. de; LUMBRERAS, J. F.; COELHO, M. R.; ALMEIDA, J. A. de; ARAUJO FILHO, J. C. de; OLIVEIRA, J. B. de; CUNHA, T. J. F. **Sistema Brasileiro de Classificação de Solos**. 5ª ed. Rio de Janeiro: Embrapa, 2018, 356p.

SCHNEIDER, P. R.; FINGER, C. A. G.; BERNETT, L. G.; SCHNEIDER, P. S. P.; FLEIG, F. D. Estimativa dos parâmetros da função de densidade probabilística de weibull por regressão aninhada em povoamento desbastado de *Pinus taeda* L. **Ciência Florestal**, v. 18, n. 3, p. 381-392, 2008.

SCHUCHOVSKI, M. S. **Modelos alométricos e de produção para plantações de *Pinus taeda* nos estados do Paraná e Santa Catarina**. 2014. 182 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2014.

SCHUMACHER, F. X.; HALL, F. S. Logarithmic expression of timber-tree volume. **Journal of Agricultural Research**, v. 47, n. 9, p. 719-734, 1933.

SCOLFORO, H. F.; MCTAGUE, J. P.; BURKHART, H.; ROISE, J.; CAMPOE, O.; STAPE, J. L. Eucalyptus growth and yield system: Linking individual-tree and stand-level growth models in clonal Eucalypt plantations in Brazil. **Forest Ecology and Management**, v. 432, p. 1-16, 2019.

SCOLFORO, J. R. S. **Biometria florestal: modelos de crescimento e produção florestal**. Lavras: UFLA/FAEPE, 2006. 393 p.

SCOLFORO, J.R.S.; MACHADO, S.A. Um sistema de crescimento e produção com simulador de desbaste. **Scientia Forestalis**, n. 50, p. 51-64, 1996.

SCOLFORO, J. R. S. **Sistema integrado para predição e análise presente e futura do crescimento e produção, com otimização de remuneração de capitais, para *Pinus caribaea* var. *hondurensis***. 1990. 290 f. Tese (Doutorado em Ciências Florestais) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1990.

SHORTT, J.S; BURKHART, H.E. A Comparison of loblolly pine plantation growth and yield models for inventory updating. **Southern Journal of Applied Forestry**, v.20, p.15-22, 1996.

SILVA, J. A. A. **Dynamics of stand structure in fertilized slash pine plantations**. 1986. 139 f. Dissertação (Doutorado em Ciências Florestais) - University of Georgia, Athens, 1986.

SILVA, J. A. A.; BAILEY, R. A. Predicting diameter distribution in fertilized slash pine plantations with the Weibull distribution. **Acta Forestalia Brasiliensis**, n. 2, v.1, p. 47-62, 1987.

SOUZA, E. G.; NOGUEIRA, G. S.; LEITE, H. G.; OLIVEIRA, M. L. R.; BARBOSA, G. P.; LOPES, E. T. Projeção da estrutura diamétrica em povoamentos de *Eucalyptus grandis* x *urophylla* submetidos a desbastes na Bahia. **Scientia Forestalis**, v. 48, n. 128, p. 1-12, 2020.

STAGE, A. R. **Prognosis model for stand development**. USDA Forest Service: Research Paper INT-137, 1973.

STALL, D. **Avaliação econômica e análise de sensibilidade de regimes de manejo em florestas de *Pinus taeda* L. no planalto serrano de Santa Catarina**. 2012. 97 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.

SULLIVAN, A. D.; CLUTTER J. L. A simultaneous growth and yield model for loblolly pine. **Forest Science**, n. 18, p. 76-86, 1972.

TEMPS, M. **Adição da precipitação pluviométrica na modelagem do crescimento e da produção florestal em povoamentos não desbastados de *Pinus taeda* L.** 2005. 135 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2005.

TÉO, S. J. **Modelagem do crescimento e produção de árvore individual independente da distância, para *Pinus taeda* L., na Região Meio Oeste do Estado de Santa Catarina**. 2017. 272 p. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2017.

THIERSH, A. **Eficiência das distribuições diamétricas para prognose da produção de *Eucalyptus camaldulensis***. 1997. 155 f. Tese (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Federal de Lavras, Lavras, 1997.

VANCLAY, J. K. **Modelling forest growth and yield: application to mixed tropical forests**. Wallingford: CAB International, 1994. 312 p.

VIANA, J. J. **Modelagem do crescimento e da produção em classes de diâmetro para plantios de *Pinus taeda* L. não desbastados**. 2016. 124 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais), Universidade Estadual do Centro Oeste, Irati, 2016.

WOLFF II, N. I. **Modelagem do crescimento e produção de *Pinus taeda* L.** 2012. 75 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais), Universidade Estadual do Centro Oeste, Irati, 2012.

ZARNOCH, S. J.; DELL, T. R. An evaluation of percentile and maximum likelihood estimators of Weibull parameters. **Forest Science**, v. 31, n. 1, p. 260-268, 1985.

ZHANG, X.; LEI, Y.; CAO, Q. V. Compatibility of stand basal area predictions based on forecast combination. **Forest Science**, v. 56, n. 6, p. 552-557, 2010.