

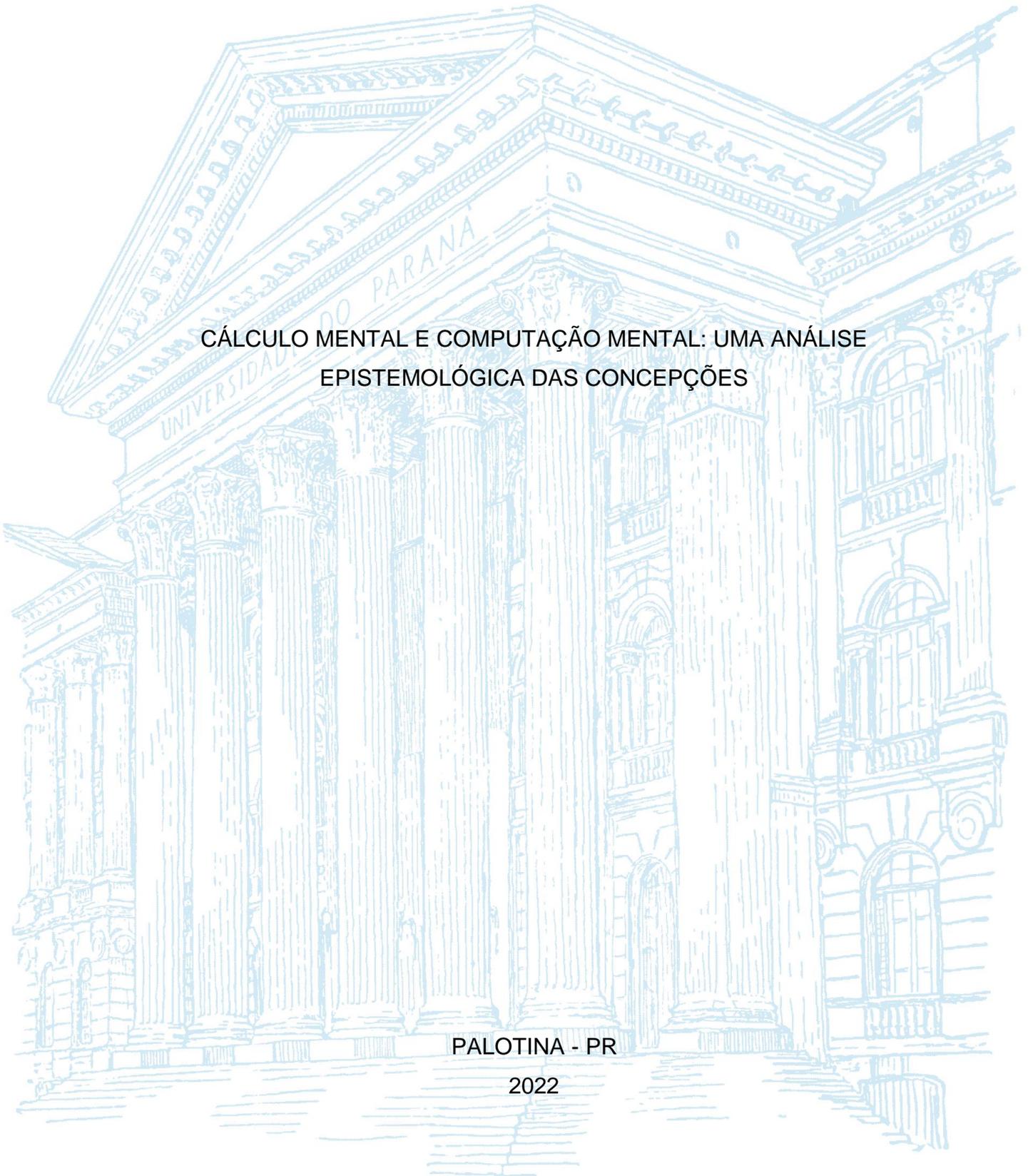
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ – SETOR PALOTINA  
LICENCIATURA EM CIÊNCIAS EXATAS – MATEMÁTICA  
TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO

JULIANA MARTENDAL SALLA

CÁLCULO MENTAL E COMPUTAÇÃO MENTAL: UMA ANÁLISE  
EPISTEMOLÓGICA DAS CONCEPÇÕES

PALOTINA - PR

2022



JULIANA MARTENDAL SALLA

CÁLCULO MENTAL E COMPUTAÇÃO MENTAL: UMA ANÁLISE  
EPISTEMOLÓGICA DAS CONCEPÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado ao curso de Licenciatura em Ciências Exatas, habilitação em matemática, Setor Palotina, na Universidade Federal do Paraná, como requisito para à obtenção do título de Licenciado em Ciências Exatas – matemática.

Orientador (a): Prof.<sup>a</sup> Dr.<sup>a</sup> Danilene Gullich Donin Berticelli

PALOTINA - PR

2022

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ – SETOR PALOTINA**

**Departamento de Engenharia e Exatas**  
**Licenciatura em Ciências Exatas**  
Rua Pioneiro, 2153, Jardim Dallas – 85950-000  
Palotina – PR – Tel.: (44) 3211-8500

**Declaração de autoria do Trabalho**

Eu, Juliana Martendal Salla, RG 12.868.923-0 e CPF 114.990.689-80, regularmente matriculado (a) no curso de Licenciatura em Ciências Exatas da UFPR, Setor Palotina, declaro que o trabalho de conclusão de curso (TCC) apresentado é de minha autoria. As partes e fragmentos de texto que não são integralmente de minha autoria foram devidamente citados e referenciados nos locais onde as informações foram apresentadas.

Palotina, 18 de março de 2020



Juliana Martendal Salla

## TERMO DE APROVAÇÃO

JULIANA MARTENDAL SALLA

### CÁLCULO MENTAL E COMPUTAÇÃO MENTAL: UMA ANÁLISE EPISTEMOLÓGICA DAS CONCEPÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná como requisito para a obtenção do título de Licenciado em Ciências Exatas com habilitação em Matemática e aprovado pela seguinte banca examinadora:



**Dra. Danilene Gullich Donin Berticelli**  
Orientador (a)



**Dr. Carlos Henrique Coimbra Araújo**  
Membro da banca oral



**Dra. Barbara Diesel Novaes**  
Membro da banca oral



**Dr. Wander Mateus Branco Meier**  
Membro da banca escrita



**Dra. Ivonete Rossi Bautitz**  
Membro da banca oral



**Dra. Roberta Chiesa Bartelmebs**  
Membro da banca escrita

## **AGRADECIMENTOS**

Primeiramente, agradeço a Deus, por sempre me dar forças e me abençoar, me guiando pelos melhores caminhos e cumprindo com suas promessas para mim.

Agradeço, as pessoas mais importantes, que nunca mediram esforços para me auxiliar e me apoiar em todos os processos e desafios, minha família, mãe, pai e irmão. Eu amo muito vocês, tudo que sou e serei, é por vocês.

Á minha orientadora, minha mãe acadêmica, Danilene Berticelli, que me acolheu desde a primeira semana de faculdade em seus projetos, me proporcionando experiências e aprendizados incríveis que levarei para toda minha vida, principalmente como ser uma profissional dedicada e de qualidade.

Á todos os parentes e amigos que sempre me mandaram forças e principalmente oraram por mim, obrigada. Para os amigos que foram minha família em Palotina, saibam que vocês tornaram todo o processo mais fácil.

Á Ivonete Rossi, que me apresentou o curso de Licenciatura em Ciências Exatas e a UFPR – Setor Palotina. Sempre esteve presente e disponível para o que fosse preciso, obrigada.

Agradeço a todos os professores que passaram por esses anos de graduação, que muitas vezes foram mais que docentes, foram pessoas que me deram conselhos, deram um abraço ou apenas entendiam todos os processos. E a UFPR – Setor Palotina, por ter sido a minha casa nos últimos anos.

“A Matemática é o alfabeto no qual Deus escreveu o universo”  
(GALILEU GALILEI)

## RESUMO

Nossos estudos com o cálculo mental se iniciaram com projetos de Iniciação Científica e projetos de ensino e extensão, onde muito foi aprendido e construído. Participei como aluna voluntária e/ou bolsista nesses projetos, que despertaram o gosto pelo estudo do cálculo mental, que se torna objeto desta pesquisa. Nossa participação no Grupo GHEMAT Brasil, desencadeou o interesse nas pesquisas históricas, principalmente na História da educação matemática, também presente como aspecto principal nesta produção. Durante nossas pesquisas no âmbito do cálculo mental, encontramos o termo computação mental, o que trouxe indagações sobre a possibilidade de semelhança ou afastamento entre os termos. Com pouco material brasileiro falando sobre computação mental, utilizamos fontes estrangeiras onde foi encontrado o termo “*mental computation*”. A análise das fontes (documentos oficiais, livros didáticos, manuais pedagógicos e artigos científicos) do período de 1923 a 2021, nos trouxe concepções semelhantes entre os termos. Sendo cálculo mental aquele feito unicamente de forma mental ou também aquele escrito, com o uso de materiais manipuláveis e pode também ser aquele estimado, sem resposta exata. E computação mental é aquele cálculo de forma veloz e que produz respostas exatas, sem uso de dispositivos. Algo que nos chamou atenção foram as estratégias dentro de ambos os termos, que apesar de serem nomeados de forma distinta, possuíam processos semelhantes, e também atividades indicadas para trabalhar, tanto com cálculo mental, como com computação mental. Analisamos também na linha histórica dentro do período das fontes, para acompanhar as mudanças das concepções, fazendo comparações entre estas, em relação à História Cultural, sendo nossa principal metodologia de embasamento. Assim, nossa pesquisa, indica a semelhança entre os termos computação mental e cálculo mental.

Palavras-chave: Cálculo Mental; Computação Mental; Concepções; História Cultura; História da educação matemática.

## **ABSTRACT**

Our studies with mental calculus begin with Scientific Initiation projects and teaching and extension projects, where a lot was learned and built. I participated as a volunteer and/or scholarship student in these projects, which aroused a taste for the study of mental calculus, which becomes the object of research for this text. Our participation in the GHEMAT Brasil Group, triggered interest in historical research, especially in the History of mathematics education, also present as a main aspect in this production. During our research in the field of mental calculation, we found the term mental computation, which raised questions about the possibility of similarity or distance between the terms. With little Brazilian material talking about mental computation, we used foreign sources where the term “mental computation” was found. The analysis of the sources (official documents, textbooks, pedagogical manuals and scientific articles) from 1923 to 2021, brought us similar conceptions between the terms. A mental calculation is one that is made only in a mental way or also that written, with the use of manipulative materials, and it can also be that estimated, without an exact answer. And mental computing is that calculation quickly and that produces exact answers, without the use of devices. Something that caught our attention were the strategies within both terms, which despite being named differently, had similar processes, and also activities indicated to work with both mental calculation and mental computing. We also analyzed the entire historical line within the period of the sources, to follow the changes in conceptions, making comparisons between them, in relation to Cultural History, being our main methodology of foundation. Thus, our research indicates the similarity between the terms mental computation and mental calculation.

**Keywords:** Mental calculation; Mental computation; Conceptions; Culture History; History of mathematics education.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – “QUADRO DE CEM” EM “VER, SENTIR E DESCOBRIR A ARITMÉTICA” .....	19
FIGURA 2 – ATIVIDADE “QUANTO FALTA PARA CEM?” EM “MENTALIDADES MATEMÁTICAS” .....	20
FIGURA 3 – QUADRO DE CEM NO PROGRAMA DO RN .....	33
FIGURA 4 – “QUADRO DE CEM” EM “VER, SENTIR E DESCOBRIR A ARITMÉTICA” .....	35
FIGURA 5 – QUANTO FALTA PARA CEM? .....	36
FIGURA 6 – TÉCNICA DA DESCOBERTA: FATOS BÁSICOS .....	38
FIGURA 8 – TÉCNICA DIRETA DE DESCOBERTA .....	39
FIGURA 9 – ESTRATÉGIAS MENTAIS PARA ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO .....	42

## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – RECOMENDAÇÕES DE PROGRAMAS SOBRE O CÁLCULO MENTAL.....	28
QUADRO 2 – EXEMPLOS DE FATOS BÁSICOS TRABALHADOS NO CURSO CALME PRO.....	39

## LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular;

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior;

CalMe Pro – Cálculo mental para professores;

GHEMAT – Grupo associado de estudos e pesquisas sobre História da Educação Matemática;

MG – Minas Gerais;

NCTM – *National Council of Teachers of Mathematic*;

PABAAE – Programa de Assistência Brasileira-Americana ao Ensino Elementar;

PCNs – Parâmetros Curriculares Nacionais;

PR – Paraná;

RN – Rio Grande do Norte;

RS – Rio Grande do Sul;

UFPR - Universidade Federal do Paraná;

UFSC – Universidade Federal de Santa Catarina;

UFSM – Universidade Federal de Santa Maria.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>16</b>
1.1 OBJETIVOS.....	21
1.1.1 Objetivo Geral .....	21
1.1.2 Objetivos Específicos .....	21
<b>2 METODOLOGIA</b> .....	<b>22</b>
2.1 HISTÓRIA CULTURAL .....	23
<b>3 APROFUNDAMENTO HISTÓRICO</b> .....	<b>25</b>
3.1 COMPUTAÇÃO MENTAL EM FONTES DOCUMENTAIS .....	33
3.2 HABILIDADES COMPUTACIONAIS DA MATEMÁTICA .....	37
3.3 ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL E COMPUTAÇÃO MENTAL .....	41
<b>4 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	<b>45</b>
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>47</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Os estudos e pesquisas em relação ao cálculo mental se iniciaram com um projeto de Iniciação Científica, realizado no âmbito da Universidade Federal do Paraná – Setor Palotina, intitulado “Cálculo mental em fontes documentais – 1971 a 1980”, desenvolvido em 2018. Este projeto tinha por objetivo olhar para fontes documentais do período indicado (1971–1980), buscando vestígios do cálculo mental em livros didáticos e manuais pedagógicos. Esta análise teve por justificativa inicial a observação de que, cada vez menos as pessoas estão usando cálculo mental e cada vez mais desenvolvem uma dependência da calculadora.

Inicialmente, se tinha como hipótese de que, os livros didáticos do período recortado não apresentavam propostas para trabalhar o cálculo mental, e como isso, deixava-se de estimular os alunos para realizarem operações de forma mental. Boni, Savioli e Passos (2015) relatam experiências com professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental e despontam possíveis razões que levam, os professores a não desenvolverem um trabalho em sala de aula voltado para o desenvolvimento do cálculo mental. As autoras indicam a “escassez de estudos relativos ao cálculo mental” (BONI et al., 2015, p. 567), leva a falta de produção de material didático e de outras ferramentas para auxiliar o professor a desenvolver este trabalho. Todavia, nossa pesquisa mostrou o contrário, despontou que há indícios de cálculo mental nos livros didáticos analisados. Outro fator que pode impedir a execução de propostas para atividades com o cálculo mental é “a extensão do currículo que os professores precisam cumprir durante o ano letivo” (BONI et al., 2015, p. 567). Mas, em geral as autoras acreditam que uma das principais razões “é o fato de os professores não compreenderem o que é e como integrar o cálculo mental no processo de ensino” (BONI et al., 2015, p.568).

Para pesquisas de épocas anteriores do período estudado no projeto de Iniciação Científica (1971-1980), analisamos a tese de Berticelli (2017), que buscou compreender as finalidades do ensino do cálculo mental no ensino primário de 1950-1970, analisando programas de ensino de diversos estados brasileiros, e percebeu que estes recomendavam o cálculo mental nesta época. Seus estudos, a partir das fontes, indicaram que o cálculo mental era utilizado como uma “ferramenta pedagógica” para o ensino de problemas e para o desenvolvimento de habilidades como precisão, rapidez, exatidão, autonomia, segurança com operações, além de permitir a “autonomia intelectual do pensamento” (BERTICELLI, 2017, p. 27).

Observando que o cálculo mental era apresentado nos livros didáticos e nos programas de ensino, isso trouxe outros questionamentos, como: Por qual motivo, mesmo o livro didático e as diretrizes o recomendando para resolução de operações básicas, o cálculo mental é pouco estimulado nas salas de aula?

Em 2019, tivemos a demanda apresentada por uma escola municipal situada no Oeste do Paraná, onde na ocasião, a diretora da escola nos relatou que os alunos finalizavam o Ensino Fundamental e o Ensino Médio sem saber realizar operações básicas de aritmética. Assim, com essa demanda e com nosso questionamento anterior, intensificamos nossas pesquisas sobre o tema. O resultado disso foi o projeto de Extensão “Aprimorando o cálculo mental no Ensino Fundamental I”<sup>1</sup>, com o intuito de trabalhar a base das operações e isso ser um caminho no processo de fortalecimento da aprendizagem em matemática. Este projeto iniciou com o objetivo de implantar o Método Líquen<sup>2</sup> (ZANCAN, 2017) no primeiro ano do Ensino Fundamental I.

A implementação do projeto iniciou em 2020, porém, por conta da pandemia do COVID-19, conseguimos atuar na sala do primeiro ano, apenas por uma semana. Com o fechamento das escolas e universidades, o projeto na escola ficou suspenso<sup>3</sup>. Contudo, o projeto em si, não parou, decidimos focar na formação do professor, por entender que ao formarmos o professor, este poderia ser um multiplicador, ou seja, ensinando aos professores, as estratégias de cálculo mental hoje, amanhã estes poderão ensinar seus alunos em sala de aula<sup>4</sup>. Assim, partindo da ideia de que “ninguém é capaz de ensinar aquilo que não sabe” (BERTICELLI e ZANCAN, 2021, p. 2), as coordenadoras Danilene Berticelli e Sabrina Zancan

---

<sup>1</sup> O projeto foi coordenado pela Professora Dra. Danilene Berticelli, e eu, Juliana Salla, participei como aluna bolsista.

<sup>2</sup> O método consiste em uma sequência de atividades de curta duração, com grau progressivo de dificuldade, que foi desenvolvido para criar momentos de focalização e concentração, nos quais os alunos resolvem individualmente as tarefas de adição, subtração, multiplicação e divisão, impressas em uma folha. As atividades buscam trabalhar diferentes estratégias de cálculo mental, levando os alunos a resolverem as operações de forma mental, criando memórias com a compreensão da operação que está sendo realizada.

<sup>3</sup> Por conta dessa suspensão das atividades do projeto, pensamos em trabalhar com o professor, pois este estava em contato direto com as crianças, eram nossa ponte com eles. E retornamos nossas atividades do projeto em escolas do município de Palotina-PR, ao final de 2021.

<sup>4</sup> O que nos remete novamente a terceira hipótese de Boni, Savioli e Passos (2015): “é o fato de os professores não compreenderem o que é e como integrar o cálculo mental no processo de ensino” (p. 568).

iniciaram o curso CalMe Pro<sup>5</sup> – Cálculo mental para professores (BERTICELLI e ZANCAN, 2021), onde participei como aluna bolsista, e este era vinculado ao projeto de extensão anterior, com o intuito principal de ensinar estratégias de cálculo mental aos docentes.

Acompanhando o planejamento e o desenvolvimento do curso do CalMe Pro, coordenados pelas professoras Danilene Berticelli (UFPR) e Sabrina Zancan (UFSM), muita aprendizagem foi adquirida, principalmente no quesito prático do cálculo mental, na constituição de pesquisas e estudos com relação ao tema. A observação dessa construção de um projeto de pesquisa, ou seja, de uma teoria se tornando uma prática, foi de extrema importância para futuras pesquisas. Com esse acompanhamento do trabalho das professoras, três artigos foram construídos no âmbito do cálculo mental.

No IV Simpósio de Licenciatura em Ciências Exatas e Computação (2021), foi construído o artigo “Cálculo mental na formação continuada: relato de experiência do Curso CalMe Pro” (BERTICELLI e SALLA, 2021a), onde foi relatado a experiência do Curso de Extensão CalMe Pro – Cálculo mental para professores.

Para o VI Congresso Ibero-Americano de História da Educação Matemática (2021) produzimos o artigo “Diálogo sobre as concepções do cálculo mental” (BERTICELLI e SALLA, 2021b), onde buscamos promover um diálogo entre distintos autores de manuais pedagógicos que circularam na primeira metade do século XX em relação às concepções sobre o cálculo mental. Analisamos materiais produzidos por Leite (1927), Backheuser (1933, 1946), Aguayo (1935) e Albuquerque (1951), cujas produções tiveram apropriação e circulação no período indicado, tendo destaque no período na produção de material didático para professores e estudantes. A análise mostrou que a concepção de cálculo mental varia de acordo com o autor que o recomenda, perpassando por um entendimento que considerava o cálculo mental, aquele realizado somente “de cabeça” para uma ideia que considerava que, qualquer cálculo realizado pode ser mental, inclusive aquele que utilizava lápis e papel.

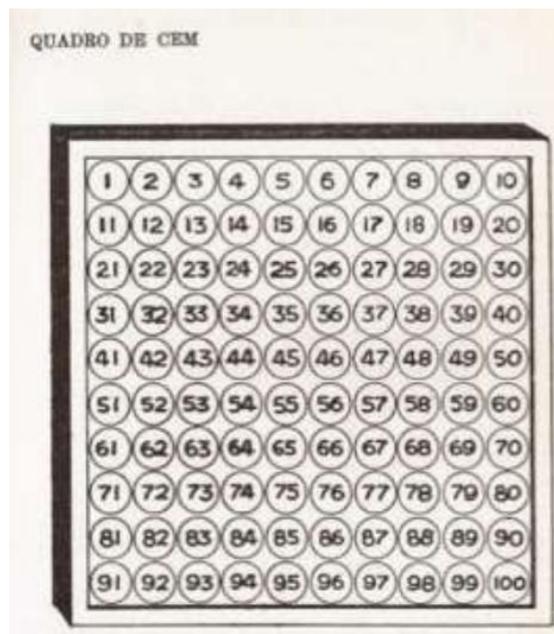
Para o XIX Seminário Temático Internacional (2021), o artigo “‘Quadro de cem’ e ‘Quanto falta para cem’: saberes *para* ensinar aritmética” (BERTICELLI e

---

<sup>5</sup> Para mais informações sobre o curso CalMe Pro, indica-se a leitura dos artigos “Cálculo mental na formação continuada: relato de experiência do curso CalMe Pro” (BERTICELLI e SALLA, 2021a) e “CalMe Pro – Cálculo mental para professores” (BERTICELLI e ZANCAN, 2021).

SALLA, 2021c) analisou duas obras que possuem saberes comuns para ensinar<sup>6</sup> matemática: o manual pedagógico “Ver, Sentir e Descobrir a Aritmética” de Rizza de Araújo Porto, que circulou em 1965, e o livro “Mentalidades Matemáticas: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador” de Jo Boaler, datado de 2018. Ambos desenvolvem orientações para professores sobre como ensinar matemática, mobilizando saberes para ensinar. Analisamos as aproximações das atividades “Quadro de Cem” e o “Quanto falta para cem”, propostos por Porto (1965) e Boaler (2018), respectivamente. Mais de meio século separam esses estudos, e vemos que, Porto apresentava um método como inovador, enquanto Boaler caracteriza como uma forma de desenvolver mentalidades matemáticas nos dias atuais (BERTICELLI e SALLA, 2021c). A seguir, nas figuras 1 e 2, trazemos como eram essas atividades recomendadas para o desenvolvimento de atividades onde poderia ser desenvolvido o cálculo mental.

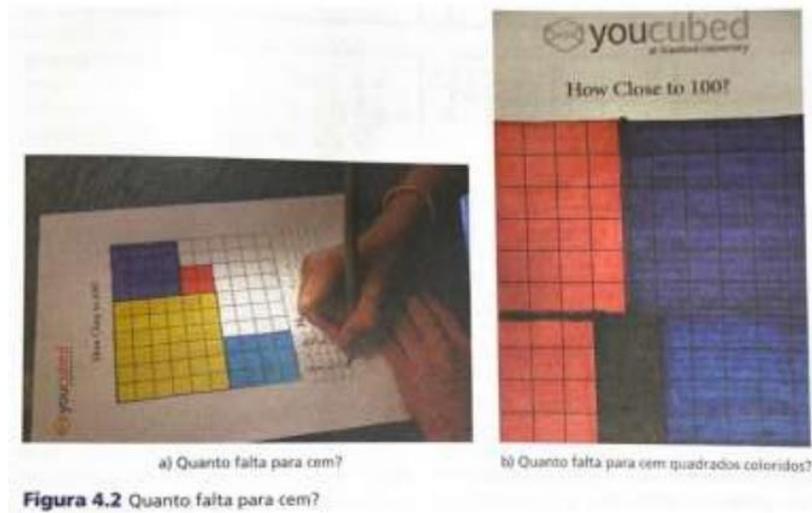
FIGURA 1 – “QUADRO DE CEM” EM “VER, SENTIR E DESCOBRIR A ARITMÉTICA”



FONTE: Porto (1965, p. 85)

<sup>6</sup> Na perspectiva de Hofstetter e Schneuwly (2017), que se deu a compreensão dos saberes. Compreendem que dois tipos de saberes são requeridos do professor: os saberes *a* ensinar e os saberes *para* ensinar. Os saberes *a* ensinar se referem ao objeto essência do trabalho do professor, que é o conhecimento sobre o conteúdo que ensina. Já os saberes *para* ensinar corresponde às ferramentas de trabalho que o professor utiliza para efetivar o ensino e, conseqüentemente, a aprendizagem.

FIGURA 2 – ATIVIDADE “QUANTO FALTA PARA CEM?” EM “MENTALIDADES MATEMÁTICAS”



FONTE: Boaler (2018, p. 37)

Ao longo dos nossos estudos com o cálculo mental, nos deparamos com diversas concepções e aplicações de distintos autores e de programas de ensino. Analisando esses materiais, nos deparamos com o termo computação mental, mais precisamente em textos norte-americanos com “*mental computation*”, os quais trazem concepções próprias para termo. O termo “*mental computation*” chamou atenção, pois quando traduzido por autores brasileiros, tudo indica, que este possui concepção aproximada ao do cálculo mental. Contudo, poucos casos foram encontrados com o termo traduzido em computação mental, apenas como cálculo mental.

Assim, novos questionamentos surgiram, delimitando um novo tema, objeto os quais justificam nossa pesquisa. Qual a concepção do termo “*mental computation*”? Qual a epistemologia de “*mental computation*”? Quais as aproximações ou afastamentos para com o cálculo mental?

Além destes questionamentos, organizamos nossas pesquisas sobre a concepção de cálculo mental, e as recomendações de distintos programas e diretrizes, do século XIX aos dias atuais, com o intuito de entender tanto a concepção do cálculo mental, como de computação mental, citando possíveis semelhanças e/ou diferenças. Realizamos todas as nossas pesquisas na

perspectiva da História Cultural (CHARTIER, 1990) e da História da educação matemática<sup>7</sup>, com embasamento nas Teorias de Piaget (1948, 1975, 2005, 2014).

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo Geral

Nosso objetivo geral é compreender as concepções de cálculo mental e computação mental, a partir das fontes.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

Incluimos como objetivo, compreender o conceito de “*mental computation*” na concepção de autores estrangeiros, assim como analisar fontes que indicam atividades para trabalhar com computação mental.

Também, queremos analisar diretrizes que abordem cálculo mental e/ou computação mental. Vamos analisar fontes que indicam atividades para trabalhar com o cálculo mental, e observar o que os autores falam sobre a concepção do mesmo.

---

<sup>7</sup> Pinto (2007), Valente (2007b, 2008, 2015) e Berticelli (2017).

## 2 METODOLOGIA

O presente estudo possui como um de seus princípios, a prática histórica da educação matemática, onde sua importância é vivenciada ao relacionarmos saberes científicos aos escolares, e ao transpor conteúdos matemáticos de forma didática. Ao pesquisar a História da educação matemática adentramos a um campo interdisciplinar, entre educação, matemática e história (PINTO, 2007).

Este campo de estudo, provém da nossa participação no grupo Associado de Estudos e Pesquisas sobre História da educação matemática (GHEMAT BRASIL<sup>8</sup>), que estuda, pesquisa e produz coletivamente trabalhos envolvendo a História da educação matemática.

Segundo Valente (2007a), “o ensino de história procede em dois tempos: primeiro há que se conhecer os fatos históricos, em seguida, explica-los, enredando-os dentro de um discurso coerente” (p. 30). Ao focar em um objeto de estudo, buscamos em livros, artigos científicos e em manuais pedagógicos como autores de distintos tempos e culturas abordaram tal assunto, assim como, suas diferenças, O mesmo autor, ainda cita que “os fatos históricos são constituídos a partir de traços, de rastros deixados no presente pelo passado” (VALENTE, 2007a, p. 31). Valente (2007b, 2008, 2020) ainda indica em seus estudos, que a História da educação matemática<sup>9</sup> pode auxiliar o professor em sala de aula, pois assim, este poderá entender como o conhecimento matemático foi e vem sendo produzido.

Ter clareza sobre essa história, conhecer as finalidades do ensino, conhecer a história de sua disciplina permitirá ao professor uma ação pedagógica consciente, de modo a transformar a matéria que ensina para que os alunos possam compreendê-la e assimilá-la. Uma ação pedagógica, em que o conhecimento pedagógico e o conhecimento a ser ensinado se fundem (BERTICELLI, 2017, p. 18).

A Educação Matemática, como campo de ensino e pesquisa, utiliza contribuições da psicologia, sociologia, antropologia e da epistemologia. Em uma

---

<sup>8</sup> Para mais informações sobre o grupo, acessar: <<https://ghemat-brasil.com.br>>

<sup>9</sup> “A caracterização dos problemas próprios à História da educação matemática envolve, dentre outras coisas a maior clareza de como esse possível novo campo se relaciona com campo vizinhos a ele como, por exemplo, História da Matemática e a História da Educação, de modo a que se possa ter clareza sobre problemas próprios da História da educação matemática” (VALENTE, 2020, p. 4). O autor Valente (2020) ainda nos diz que o movimento de constituição desse novo campo profissional e de pesquisas, a História da educação matemática, ainda apresenta resistências e fragilidades.

perspectiva epistemológica<sup>10</sup>, coloca como questão, o papel assumido pelo professor, com o objetivo de “produzir um conjunto de reflexões que haverão de subsidiar os professores” (ALVES e TATSCH, 2017, p.79).

Mandler et al (2016)

partem do princípio que o mundo, os objetivos e concepção de ciência e de educação mudaram e com isso é importante que o professor também se transforme, deixando de reproduzir os modelos educacionais que ele mesmo vivenciou enquanto aluno e vindo a comprometer-se com um ensino mais crítico da Matemática (p.102).

Assim, englobamos as tendências referentes às teorias da Educação e a própria identidade da Educação Matemática como campo científico.

## 2.1 HISTÓRIA CULTURAL

A metodologia que embasou esta pesquisa foi a História Cultural, pois esta, nos possibilita estudar e analisar a evolução do objeto de estudo, e partir desse pressuposto é possível evidenciar as distintas relações dentro da disciplina escolar, efetivadas pelas práticas e saberes escolares unindo orientações, métodos e recursos, livros didáticos, exercícios e procedimentos de avaliação. Interpretamos e comparamos ideias de pesquisadores de distintas culturas e períodos temporais. A História Cultural é um campo historiográfico que se tornou mais evidente a partir das últimas décadas do século XX (PINTO, 2007) e entrelaça os aspectos epistemológicos da educação matemática (JULIA, 2001).

As pesquisas recentes têm focado na história de uma disciplina<sup>11</sup>, pois esta é de grande utilidade para os docentes compreenderem práticas culturais de hoje, remetentes à um passado. Chervel (1990), enfatiza que na história das disciplinas,

os conteúdos de ensino são concebidos como entidades *sui generis*, próprios da classe escolar, independentes numa certa medida, de toda realidade cultural exterior à escola, e desfrutando de uma organização, de uma economia interna e de uma eficácia que elas não parecem dever nada além delas mesmas, quer dizer a sua própria história (p. 180).

---

<sup>10</sup> Campos e Nunes (1994) e Petronzelli (2002).

<sup>11</sup> Segundo Chervel (1990), disciplina é aquilo que se ensina, é a forma como se ensina, é aquilo que se mobiliza para ensinar.

Certeau (1982, p. 32) descreve a história como “uma prática (uma disciplina”, o seu resultado (o discurso) ou a relação de ambos sob a forma de uma produção”. Por sua vez Geertz (1989), diz que a cultura tem múltiplos significados, constituídos pelos sujeitos das ações. E com essas definições, trazemos o principal objetivo da História Cultural segundo Chartier (1990, p. 16): “identificar o modo como em diferentes lugares e momentos uma determinada realidade social é construída, pensada e dada a ler”.

Pais e Freitas (2015, p. 116), nos dizem que para “entender o sentido atribuído à cultura matemática escolar e as ligações com diferentes regiões do país” precisamos aplicar o conceito de apropriação (CHARTIER, 1991). Em que se utiliza de uma abordagem social para analisar práticas e saberes, adotando como referência o campo de produção no qual as pessoas interagem com textos impressos de um determinado domínio. Essa abordagem social aponta para a forma como as pessoas interpretam e aproveitam mensagens textuais a partir do quadro das práticas no qual estão inseridas.

Analisar uma realidade social em distintos momentos e lugares, nos leva a uma assimilação, vista por Chartier (1990, p. 26) com o objetivo de uma “história” social das interpretações, remetidas as suas determinações fundamentais, e inscritas nas práticas específicas que as produzem.

### 3 APROFUNDAMENTO HISTÓRICO

Para esta pesquisa nos embasamos nas teorias de Piaget (1948, 1975, 2005, 2014), que estabeleceu uma distinção fundamental entre três tipos de conhecimento considerados as fontes básicas da Natureza do Número: conhecimento físico<sup>12</sup>, conhecimento lógico-matemático<sup>13</sup> e conhecimento social<sup>14</sup>. Focaremos nosso referencial no conhecimento lógico-matemático, pois “o número é a relação criada mentalmente por cada indivíduo” (KAMII, 1986, p. 15) sendo que, uma criança progride nessa construção a partir do momento que faz relações. Como por exemplo, “quando coordenada a relação entre ‘dois e dois’, e deduz que  $2+2 = 4$ , e que  $2 \times 2 = 4$ ” (KAMII, 1986, p. 15).

Piaget refere-se à abstração reflexiva, para a abstração do número, que envolve a construção de relações entre os objetos. Assim, quando uma criança relaciona todos os tipos de conteúdo, seu pensamento se torna mais flexível.

Piaget (1948) relatou que uma das finalidades da educação é desenvolver a autonomia<sup>15</sup> da criança, que por sua vez pode ser social, moral e intelectual. Assim, a matemática e seus conteúdos devem ser ensinados em volta desse objetivo. Por exemplo, a autonomia mental, pois “algumas crianças acreditam honestamente que  $5+5 = 10$ , mas outras apenas recitam estes números pois alguém lhes disse que era o certo” (KAMII, 1986, p.34). Assim, vemos que é de extrema importância que uma criança aprenda a estrutura mental de número, e quando essa estrutura está bem formada, passe a usar essa aptidão de forma confiável<sup>16</sup>. Tudo indica, a partir de Piaget, que quando uma criança é levada a dar relação a um problema e a ter autonomia, para elaborar o raciocínio mental, ela está sendo induzida do simbólico, do real, para a operação mental.

Na linha de Piaget (1975, 2014), o cálculo mental pode representar uma ferramenta que permite o estímulo ao desenvolvimento intelectual da criança, a construção individual dos conceitos matemáticos, possibilitando criar conhecimentos mais aprofundados, sem encorajar apenas a acumulação desses conhecimentos (BERTICELLI, 2017, p. 27).

---

<sup>12</sup> O conhecimento físico é o conhecimento dos objetos da realidade externa (KAMII, 1986, p.14).

<sup>13</sup> O conhecimento lógico-matemático consiste na coordenação de relações (KAMII, 1986, p. 15).

<sup>14</sup> O conhecimento social tem como fonte a parte externa ao indivíduo (KAMII, 1986, p. 16).

<sup>15</sup> A autonomia significa o ato de ser governado por si mesmo (KAMII, 1986, p.33).

<sup>16</sup> Piaget (1948) afirma que o bloqueio emocional que muitos estudantes desenvolvem em relação a matemática é completamente evitável. Atualmente, a autora Boaler (2018) também afirma, que “quando submetemos os alunos a experiências geradoras de ansiedade, perdemos estudantes de matemática” (p. 36).

Quando trabalhamos com o cálculo mental como objeto de estudo, buscando compreender as finalidades do ensino do mesmo, assim queremos

entender o que este ensino, representou no passado, como era abordado nos livros, programas, manuais pedagógicos, como era explorado por intermédio dos exercícios, quais as práticas que os professores mobilizavam no ensino de cálculo mental e quais as aproximações do mesmo, no ensino e resolução de problemas (BERTICELLI, 2017, p. 17).

O primeiro passo em busca da concepção de cálculo mental, foi a leitura e a análise de manuais pedagógicos<sup>17</sup>, que tiveram grande circulação no Brasil entre os professores, em meados do século XX. Dentre os autores pesquisados destacamos Leite (1927), Backheuser (1933, 1946), Aguayo (1935) e Albuquerque (1951). Essa busca, proporcionou a produção do artigo “Diálogo sobre as concepções do cálculo mental” (BERTICELLI e SALLA, 2021b).

Quando falamos em cálculo mental

há aqueles que o descrevem como sendo unicamente feito de forma mental, sem uso de nenhum material concreto, como lápis e papel por exemplo, e há aqueles que consideram que o cálculo escrito também é mental, ou seja, que o uso desses materiais, não alteram as características dos cálculos feitos com a mente. Alguns autores ainda, o descrevem como aquele cálculo feito com estimativas, assim este poderia não ser exato, mas sim um cálculo aproximado, e há ainda aqueles que sugerem o uso de materiais manipuláveis como auxílio para estimular o cálculo mental (BERTICELLI e SALLA, 2021b, p. 3)

Entre os autores pesquisados e descritos, sobre às concepções de cálculo mental, podemos perceber aproximações, afastamentos e variações. Leite (1927) entende o cálculo mental como aquele feito apenas mentalmente, no menor tempo possível, com exatidão, e o diferencia do cálculo oral. Backheuser (1933) considera, que apenas os exercícios feitos “de cabeça” são qualificados como cálculo mental. Aguayo (1935) por sua vez, compreende que não há diferença entre cálculo mental e escrito, pois ambos são feitos pelo pensamento. Albuquerque (1951) sugere que o cálculo mental pode ser explorado, mesmo em situações em que a operação aparece por escrito.

---

<sup>17</sup> São livros escolares que versam sobre questões de ensino e são escritos para formar professores e/ou para auxiliá-los no aperfeiçoamento do seu trabalho. Atualmente os manuais pedagógicos são chamados de livros didáticos e partilham, com todos os livros desse estilo, o fato de concentrar em si noções essenciais da matéria específica que representam e de apresentar linguagem e organização adequadas a um entendimento fácil para os estudantes (CATANI e SILVA, 2010).

Após a análise desses autores, continuou-se as leituras com outros materiais distribuídos ao decorrer do século XX e XXI. Sangiorgi (1956) descreve o cálculo mental como aquele que “permite efetuar as operações sem necessidade de se escrever” (p. 27), assim como outros autores também o fazem. E rebatendo essa ideia, como Albuquerque (1951), Ferreira e Carvalho (1971), não excluem o uso de materiais de escrita nos cálculos mentais, ambos compreendem que estes materiais podem ser usados como um auxílio

Parra (1996) esclarece que, na sua concepção, o cálculo mental “não exclui a utilização de papel e lápis” (p. 188). A autora entende por cálculo mental, “o conjunto de procedimentos em que, uma vez analisados os dados a serem tratados, estes se articulam, sem recorrer a um algoritmo pré-estabelecido para obter resultados exatos ou aproximados” (p. 189).

Em nossa concepção, o cálculo mental é aquele o consideramos como aquele realizado mentalmente ou escrito (BERTICELLI e ZANCAN, 2021), exato ou aproximado, tudo depende do caminho tomado no momento da resolução e dos conhecimentos que acionamos na escolha da estratégia (BERTICELLI e SALLA, 2021c).

Para a análise da concepção de cálculo mental e suas recomendações, foram consideradas algumas das diretrizes vigentes em determinados períodos, assim como, programas de ensino de alguns estados brasileiros.

Beltrame (2000), nos diz sobre as primeiras aparições do cálculo mental nos programas, feitas pelo Colégio Pedro II em 1881. “Nesse ano, no programa de ensino de Aritmética Prática para o primeiro dos sete anos do curso oferecido pelo colégio, encontramos menção explícita a ‘exercícios de cálculo mental’” (BELTRAME, 2000, p. 174). O autor relata ainda sobre a recomendação do cálculo mental nos programas do colégio, de 1899 a 1906, todavia, deixa de ser mencionado nos programas de aritmética dos anos de 1912, 1915, 1919 e 1923, e só volta a ser mencionado no ano de 1926 (BELTRAME, 2000).

Nas Bases Educativas para a organização da Escola Normal Secundária do Paraná (COSTA, 1923), percebemos que se recomendava que “em toda a Matemática o professor fará trabalhar (...) o exercício mental correspondente a matéria dada no dia, será realizado pelos alunos guiados pelo professor em cada lição” (p.17). O que nos permite inferir que o cálculo mental era recomendado para as atividades nas aulas de matemática. Esta recomendação não nos permite afirmar

que era de fato trabalhado, mas percebemos que havia uma preocupação com o desenvolvimento do exercício mental (BERTICELLI e SALLA, 2021b).

No período da Escola Nova<sup>18</sup>, o foco, segundo Fontes (2010), estava “no aluno e as atividades mereciam destaque em atividades concretas, práticas, e o cálculo mental era visto com esse caráter utilitário, devendo ser aplicado em exercícios constantes e repetitivos” (p. 69). Pitombeira (2004), indica que nos programas de 1942, as propostas de Euclides Roxo foram mantidas, assim o cálculo mental foi mantido na lista de conteúdos de Aritmética.

Berticelli (2017) organiza em sua tese as recomendações de alguns programas no período de 1950-1970, conforme percebemos no recorte do quadro abaixo:

QUADRO 1 – RECOMENDAÇÕES DE PROGRAMAS SOBRE O CÁLCULO MENTAL

Ano	Estado	Fonte	Recomendação
1920	PR	Curso Primário Programas Experimentais	No ensino das quatro operações sobre números inteiros, comece o professor a iniciação do aluno no conhecimento e aplicação de alguns meios de abreviação do cálculo, bem como adestre-o para adquirir rapidez no cálculo mental, - esses dois instrumentos de uso corrente na vida diária. Assim, ensina os alunos a fazer uso do cálculo mental, levando-o a descobrir a variedade de forma que pode ser resolvido um mesmo problema, e levando-o, naturalmente, a escolher os caminhos mais rápidos.
1960	RS	Programa Experimental de Matemática Curso Primário	Resolução, por cálculo mental, de problemas com uma ou duas operações apresentados por escrito ou oralmente.
1961	MG	Programas do Ensino Primário Elementar	Desenvolver o cálculo mental. Desenvolver o raciocínio e o cálculo mental por meio de problemas e exercícios orais.
1965	MG	Programa do Ensino Primário Elementar Segunda Série	Em Matemática: Computação mental: aprender a computar mentalmente é muito importante. O professor deve: encorajar a criança a computar mentalmente, sempre que julgá-la preparada para isso; estimular a originalidade nos processos de computação mental; discutir com as

<sup>18</sup> Segundo Backheuser (1933), a psicologia, sociologia e a filosofia se harmonizavam para dar valor e importância a aritmética desde o ensino primária, neste período.

			crianças, os vários processos que podem ser usados na computação mental.
1968	RN	<i>Programa do Ensino Primário (Matemática, 1ª série)</i>	<p><i>A computação mental é o trabalho mental com números, pelas operações, a fim de resolver situações problemáticas.</i></p> <p><i>A computação mental depende das experiências matemáticas e a capacidade intelectual do aluno.</i></p> <p><i>O professor deve encaminhar o aluno a computar mentalmente, sempre que julgá-lo capacitado; estimular o aluno a usar mentalmente vários processos de computação mental; discutir e avaliar as diferentes maneiras de computação mental; desenvolver as habilidades necessárias à computação mental.</i></p>

FONTE: Berticelli (2017, p. 53-61).

Recortamos alguns programas da tese de Berticelli (2017) com objetivo de destacar a recomendação de cálculo mental e computação mental, nosso objeto de pesquisa. Observamos que nos programas citados no quadro 01, há uma recomendação para trabalhar o cálculo mental ou a computação mental, sempre com contextualização, principalmente em situações problemas reais e práticos na vida do estudante.

A partir da década de 70, teve o início do Movimento da Matemática Moderna<sup>19</sup>, que surgiu na Europa e nos Estados Unidos, indicando que, o ensino ficou voltado mais para questões teóricas ligadas à própria Matemática do que à prática.

Zunino (1996) considera essa reforma, como responsável pela desconsideração pelo cálculo mental, pois este desapareceu dos programas relativos ao período da Matemática Moderna, e apenas voltou a integrá-los com o surgimento do Movimento da Didática da Matemática<sup>20</sup>. O momento e a construção dos programas desses períodos, teve grande influência do Programa de Assistência

<sup>19</sup> Os principais aspectos desse movimento são, a linguagem dos conjuntos, as estruturas matemáticas e a lógica matemática; e a aritmética passa a ser parte do estudo dos campos numéricos (FIORENTINI, MIGUEL e MIORIM, 1992).

<sup>20</sup> “Com esse movimento, a pesquisa didática se aprofundou na relação específica entre conteúdos de ensino, a maneira como os alunos adquirem conhecimento e os métodos” (FONTES, 2010, p. 72).

Brasileiro-Americana ao Ensino Elementar – PABAE<sup>21</sup>, e tudo indica que houve uma intensificação do uso de material concreto<sup>22</sup>, resultando em uma desvalorização do abstrato, e conseqüentemente do cálculo mental.

Pesquisas foram feitas sobre cálculo mental e Didática da Matemática no Yearbook (anúário) da NCTM (*National Council of Teachers of Mathematic*), por volta de 1986, e estas, alertavam sobre a necessidade de incentivar o cálculo mental na escola, não apenas por uma demanda social, mas porque o cálculo mental envolve uma forma de pensar, que não será substituída pelos avanços tecnológicos (FONTES, 2010).

Em meados de 1998, foi elaborado o documento Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), que especifica que no “cálculo mental, a reflexão centra-se nos significados dos cálculos intermediários e isso facilita a compreensão das regras do cálculo escrito” (BRASIL, 1997, p. 76). O documento organiza os anos escolares, os objetivos e os conteúdos matemáticos a serem trabalhados em ciclos. O primeiro e o segundo ciclo, trazem alguns objetivos da matemática, sendo que um deles é, levar o aluno a “desenvolver procedimentos de cálculo – mental, escrito, exato, aproximado – pela observação de regularidades e de propriedades das operações pela antecipação e verificação de resultados (BRASIL, 1997, p. 46-47).

Os PCNs empregam um tópico específico para o cálculo mental (BRASIL, 1997, p. 76), pois continuamente relatam a importância do estudo do cálculo, em suas diferentes modalidades desde as séries iniciais, e que isso é uma atividade básica na formação do indivíduo. E ainda afirmam, que “o exercício e a sistematização dos procedimentos de cálculo mental, ao logo do tempo, levam-no a ser utilizado como estratégias de controle do cálculo escrito” (BRASIL, 1997, p. 76).

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), aprovada em 2018, é específica quanto ao uso do cálculo mental, no Ensino Fundamental e Anos Iniciais. Cita que no assunto dos “cálculos, espera-se que os alunos desenvolvam diferentes estratégias para obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e cálculo mental, além de algoritmos e uso de calculadora” (BRASIL, 2018, p. 268).

---

<sup>21</sup> Sobre o Programa de Assistência Brasileiro-Americana ao Ensino Elementar – PABAE, ver artigo “Os Experts dos primeiros anos Escolares: a construção de um corpo de especialistas no ensino da matemática” (In: PINTO e VALENTE, 2016).

<sup>22</sup> “Seja inicialmente pelo uso de palitos, contas, lápis empregados na constituição da dezena ou pelo uso de materiais didáticos estruturados especificamente para esse fim” (COSTA e AMARAL, 2019).

O documento divide a matemática em cinco grandes unidades temáticas: Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e medidas; e Probabilidade e estatística. Sendo que o cálculo mental é abordado na unidade temática Números, tendo como finalidade “desenvolver o pensamento numérico, que implica o conhecimento de maneiras de quantificar atributos de objetos e de julgar e interpretar argumentos baseados em quantidade” (BRASIL, 2018, p. 268). Sempre traz o termo cálculo mental como uma habilidade, e na maioria das vezes adjunta ao termo cálculo escrito.

Analisando historicamente, as recomendações sobre o cálculo mental, tudo indica que este sempre esteve presente na vida cotidiana e escolar das pessoas. Pais e Freitas (2015) dizem que “embora o ensino do cálculo mental tenha sido objeto de maior valorização, a partir de 1870, no contexto da expansão da oferta de instrução primária e popular, sua presença na instrução elementar, já ocorria cerca de três séculos antes” (p. 117).

Algo que chama atenção na análise dos programas brasileiros, são as recomendações (citadas na tabela 01) do Rio Grande do Norte (1968) e a de Minas Gerais (1965), que usam o termo computação mental, com concepções muito parecidas ao cálculo mental.

A computação mental era uma recomendação do Rio Grande do Norte, entendida como um trabalho mental com números, a fim de resolver situações problemáticas. Dependia das experiências matemáticas e capacidade intelectual de cada aluno. O programa sugeria que o professor estimulasse o aluno sempre que possível a computar mentalmente. Entendia-se a Matemática a partir de dois aspectos, a matemática e o social. O matemático para ensinar o aluno a pensar, estimar, comparar, avaliar, calcular, mas não se desligando do aspecto social, que era atingido por intermédio das atividades que mostrassem ao aluno a aplicação da matemática em situações reais e atuais. Fazer o aluno sentir a utilidade da Matemática em sua vida, sentir a necessidade de operar mentalmente (BERTICELLI, 2017, p. 64).

Para início de uma análise sobre os termos, buscamos autores que tivessem escritos textos na mesma época dos programas, e se possível na mesma região, para que fosse possível a apreciação a partir da História Cultural. O livro “Ensinando à Criança” de Marcozzi, Dornelles e Rêgo, foi publicado sua primeira edição 1965, e traz o termo cálculo mental. Expõem que “através do ensino sistemático, na Escola Elementar, o aluno será levado a adquirir conhecimentos, habilidades, hábitos e atitudes que lhe permitirão solucionar com exatidão e rapidez problemas de sua vida

prática” (p. 215). E uma das habilidades que devem ser ensinada, é o “uso do cálculo mental na solução de problemas simples” (p. 216). Assim, apesar do Programa de Minas Gerais, utilizar o termo computação mental, estes autores de mesma época e região, utilizavam cálculo mental.

A pesquisa em torno do termo computação mental, se iniciou em textos brasileiros e/ou traduzidos para o português, procurando sua concepção e definição, porém, o termo em si, não foi encontrado nas plataformas pesquisadas (Capes, Repositório da UFSC e Google Acadêmico).

Assim, começamos a pesquisar em textos norte-americanos e europeus<sup>23</sup>, buscando o termo “*mental computation*”. Reys (1984), que diz

existem duas características distintas de computação mental; ele produz uma resposta exata e o procedimento é realizado mentalmente, sem o uso de dispositivos externos como lápis e papel; a computação mental é um componente importante de estimativa, pois fornece a pedra angular necessária para os diversos processos numéricos usados em computação estimada (p. 584, tradução nossa).

Vemos as semelhanças de computação mental segundo Reys (1984), com as concepções de cálculo mental, já visto no presente texto<sup>24</sup>, principalmente quando citado que o “procedimento é realizado mentalmente”, “sem o uso de dispositivos externos” e “componente importante de estimativa”. A instrução sobre computação mental pode levar a uma maior compreensão do número e flexibilidade no trabalho com números, diz Sowder (1992).

Semelhante também ao cálculo mental, temos a descrições de estratégias que devem ser usadas na computação mental. Gurbuz e Erdem (2016) relatam que o “trabalho sistemático com computação mental contribui para o desenvolvimento das estratégias dos alunos, raciocínio, habilidades críticas e senso de número e operações” (p. 2, tradução nossa). Thompson (1999) traz que cálculo mental requer estratégias mentais, recordações dentro da matemática.

Segundo Hecht (2001),

---

<sup>23</sup> Reys (1984), Sowder (1992), Thompson (1999), Hecht (2001), Varol e Ferran (2007), Gurduz e Erdem (2016).

<sup>24</sup> Podemos usar para comparação, a nossa concepção de cálculo mental, onde consideramos como cálculo mental, aquele realizado mentalmente ou escrito (BERTICELLI e ZANCAN, 2021), exato ou aproximado, tudo depende do caminho tomado no momento da resolução e dos conhecimentos que acionamos na escola da estratégia (BERTICELLI e SALLA, 2021c).

as intervenções de treinamento que se concentram em melhorar a velocidade e a precisão de estratégias baseadas em contagem e recuperação, ao mesmo tempo em que resolvem problemas aritméticos simples podem melhorar a aquisição de habilidades gerais de computação por parte de crianças (p. 217, tradução nossa).

Porém, Varol e Ferran (2007) apresentam, ambos os termos “*mental computation*” e “*mental calculation*” (traduzido por nós, como computação mental e cálculo mental, respectivamente), nos mostrando que tenham, talvez, concepções distintas.

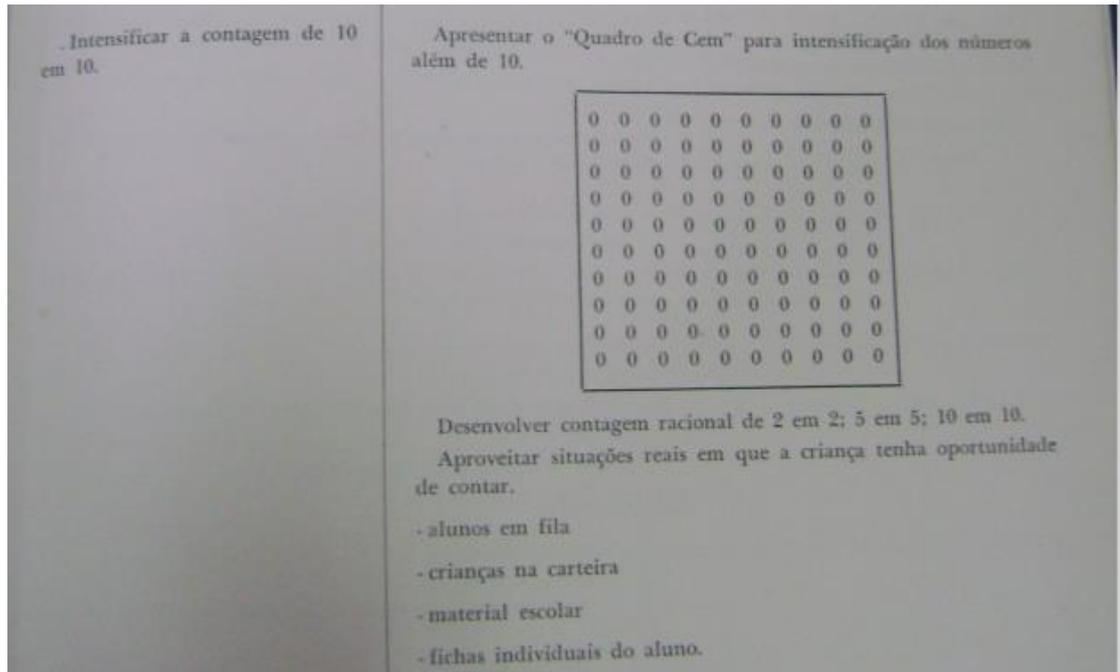
Ao contrário do algoritmo de caneta e papel, o cálculo mental é o processo de transportar operações aritméticas sem o uso de dispositivos. Computação mental para adição e subtração de números de vários dígitos desempenha um papel significativo em ensinar as crianças como trabalhar com os números, como tomar decisões sobre procedimentos e como criar estratégias diferentes para resolver problemas matemáticos (VAROL e FERRAN, 2007, p. 89-90, tradução nossa).

As fontes consultadas indicam que não há um consenso entre os autores na concepção de cálculo mental e o mesmo ocorre com a computação mental, sempre há detalhes que alguns citam que outras não, e vice-versa.

### 3.1 COMPUTAÇÃO MENTAL EM FONTES DOCUMENTAIS

Ao longo das pesquisas encontramos em programas termo computação mental, como o Programa do Ensino Primário Elementar do Rio Grande do Norte citando-o como “o trabalho mental com os números, pelas operações, a fim de resolver situações problemáticas” (RIO GRANDE DO NORTE, 1968, p.100). Para compreender melhor este termo, estudamos as sugestões de atividades dos conteúdos com seus devidos objetivos, propostas pelo programa. Assim, com o objetivo de intensificar a contagem de 10 em 10, e desenvolver contagem racional de 2 em 2; 5 em 5; 10 em 10, foi apresentado o “Quadro de Cem”:

FIGURA 3 – QUADRO DE CEM NO PROGRAMA DO RN



FONTE: Rio Grande do Norte (1968, p. 111)

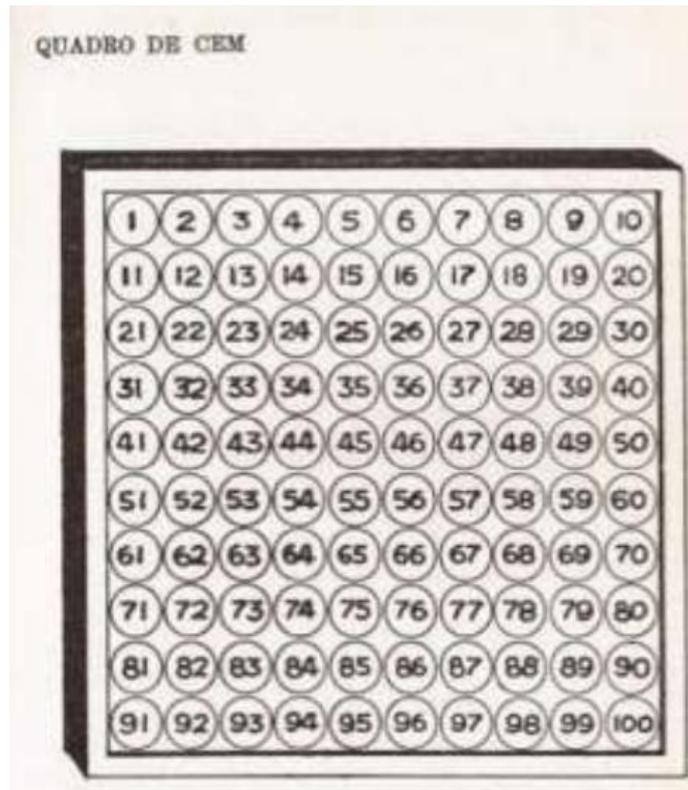
Atividades muito semelhantes a essa, foram observadas por Berticelli e Salla (2021c) no artigo “‘Quadro de cem’ e ‘Quanto falta para cem’: saberes *para* ensinar aritmética”. Onde foi analisado duas obras de períodos distintos, no âmbito do desenvolvimento de trabalhos voltados ao cálculo mental. A primeira de Rizza de Araújo Porto<sup>25</sup>, de 1965, intitulada “Ver, Sentir e Descobrir a Aritmética”, e a segundo, datada de 2018, de Jo Boaler, com o título “Mentalidades matemáticas”.

Porto (196) traz em seu manual, orientações direcionadas a professora primária<sup>26</sup>, onde deixa evidente que o sucesso na aritmética, vêm da compreensão, do real sentido do conceito numérico, o que por sua vez depende do método e do material de ensino empregado. O estudante aprende quando vê, sente, manipula, descobre e abstrai, de modo que o pensamento matemático evolua, e não fique apenas num trabalho com símbolos de abstração, sem compreender a razão de aprender (BERTICELLI e SALLA, 2021c). Dentre as atividades presentes no manual de Porto (1965), temos o “Quadro de Cem”.

<sup>25</sup> Villela *et al* (2016) apresenta um breve histórico sobre Porto, considerando-a uma *expert* no ensino de matemática dos primeiros anos escolares, era integrante do PABAE e fez circular ideias por meio da publicação de textos sobre o ensino de Matemática. Por *expert*, entendemos aquele que se define por suas competências, não se definindo apenas por um saber, mas por um saber-fazer, ou ainda um saber-agir.

<sup>26</sup> Segundo França (2015), o professor primário é aquele chamado professor polivalente, ou o que chamamos hoje, para o professor que trabalha com o Ensino Fundamental I.

FIGURA 4 – “QUADRO DE CEM” EM “VER, SENTIR E DESCOBRIR A ARITMÉTICA”



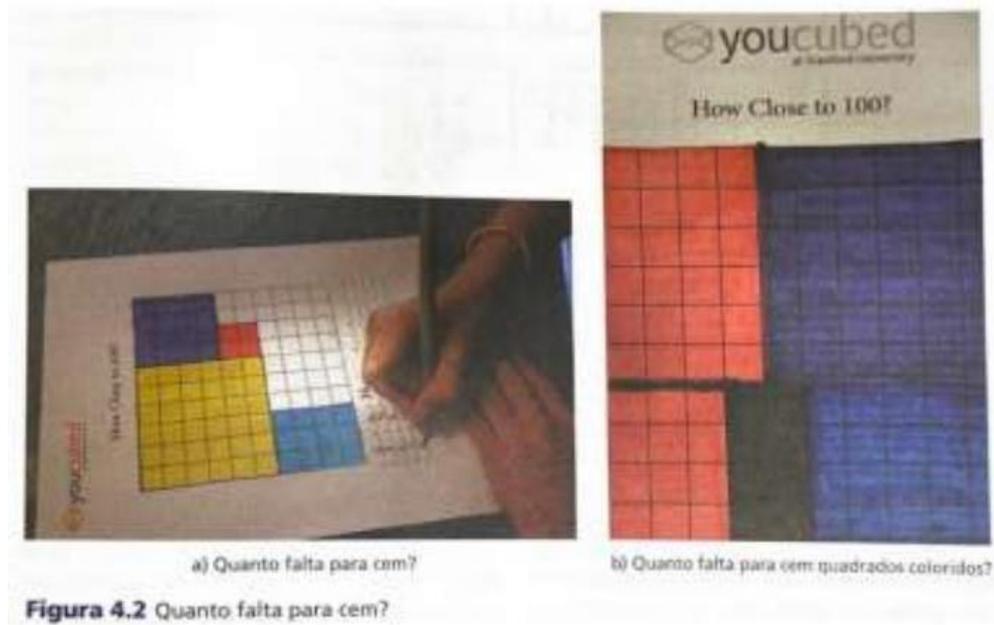
FONTE: Porto (1965, p. 85)

Semelhantes ao Programa do Rio Grande do Norte (1968) que utiliza o Quadro de Cem para intensificar a contagem de 10 em 10, Porto (1965) traz como principais finalidades do quadro como: ensinar contar até 100; ensinar e prover exercícios de fixação para todas as combinações de  $10 \times 10$ . Assim como, os conteúdos de adição, subtração, multiplicação, divisão, frações, porcentagem e geometria. Para Berticelli e Salla (2021c), Porto (1965) considerava o Quadro de Cem como uma ferramenta (material manipulável), um objeto que poderia ser utilizado para explorar distintos conteúdos, partindo do simples para o mais complexo, na busca da efetivação da aprendizagem.

No livro de Boaler (2018), é sugerido o uso de jogos, e dentre os apresentados encontra-se o “Quanto falta para cem?”, onde a relação é com a forma em que o cérebro se devolve em afinidade com a memorização de fatos ou da realização de operações por meio da flexibilização. A autora nos diz que a

aprendizagem por meio de estratégias<sup>27</sup> é mais eficiente do que aprendizagem por memorização. O jogo apresentado permite explorar o senso numérico e a mentalidade matemática pensando nas relações entre os números desenvolvendo e ampliando cada vez mais o seu potencial, e assim como o Quadro de Cem de Porto (1965) é considerado uma ferramenta para explorar saberes para ensinar matemática (BERTICELLI e SALLA, 2021c).

FIGURA 5 – QUANTO FALTA PARA CEM?



FONTE: Boaler (2018, p. 37)

Alguns alunos não são levados a desenvolver essa flexibilidade dita por Boaler (2018), diante das operações e assim acabam não desenvolvendo um senso numérico, preferem procedimentos formais, como algoritmos, mesmo quando não faz sentido a eles, fazendo que essa relação seja apenas uma memorização de fator e métodos, ao invés de interações com os números. O cálculo mental é uma forma de levar os alunos a essa interação, buscando também a flexibilização e desenvolvimento do senso numérico, pois o aluno consegue escolher o caminho para desenvolver uma operação, com autonomia.

<sup>27</sup> Berticelli e Salla (2021c) apontam o cálculo mental como ferramenta para o desenvolvimento de estratégias, senso numérico e criação de fatos matemáticos, levando ao desenvolvimento das mentalidades matemáticas.

Assim, vemos que a atividade “Quadro de Cem” indicada pelo Programa do Rio Grande do Norte (1968) para o desenvolvimento da computação mental, é muito semelhante ao “Quadro de Cem” de Porto (1965) e ao jogo “Quanto falta para cem?” de Boaler (2018), que por sua vez induziam ao desenvolvimento de habilidades perante o cálculo mental. O que mostra mais uma relação entre as concepções estudadas entre computação mental e cálculo mental.

### 3.2 HABILIDADES COMPUTACIONAIS DA MATEMÁTICA

Como já evidenciado no presente texto, o termo cálculo mental não é muito abordado nos textos vigentes do período da Matemática Moderna, mas partindo da hipótese da semelhança das concepções de cálculo mental e computação mental, começamos a análise das fontes em busca de mais evidências de tal semelhança.

O mais próximo do termo computação mental, foi observado no texto de Charles H. D’Augustine (1976), quando descreve o Programa Moderno de Matemática, dizendo que

este tem uma estrutura que permite maior participação do aluno; é mais flexível; procura atender às diferenças individuais; dá maior ênfase a um trabalho sólido e unificado; exige melhor equilíbrio entre o aspecto computacional da matemática, sua aplicação social e os aspectos criativos que ela encerra (D’AUGUSTINE, 1976, p. 1).

O termo notado é “aspecto computacional da matemática”. O autor cita ainda, “habilidades computacionais” dizendo que “no programa tradicional de Matemática da escola primária, era dada maior ênfase às habilidades computacionais e à aplicação da matéria” (D’AUGUSTINE, 1976, p. 9). E sobre essas habilidades computacionais, ele faz uma

apresentação cuidadosa das habilidades computacionais, acompanhada da aplicação dessas habilidades, provavelmente servia para preparar a criança para o momento atual, mas pouco fez no sentido de formar uma estrutura flexível sobre a qual a criança pudesse construir ideias matemáticas no futuro (D’AUGUSTINE, 1976, p. 10).

O que queremos evidenciar aqui, são as propriedades e estratégias trazidas por D’Augustine (1976), perante os termos computacionais da matemática,

comparando-as com as de outros autores<sup>28</sup> que falam sobre cálculo mental para aproximação dos termos.

D'Augustine (1976, p. 2) diz que “a Matemática é um campo bem estruturado de conhecimentos” e que “a estrutura básica da Matemática que a criança estuda é a sua beleza e a sua simplicidade”. Evidencia técnicas de descoberta, as quais deveriam ser ensinadas aos alunos, pois “o aluno participa quando faz descobertas e, através dessas descobertas, chega a uma generalização” (D'AUGUSTINE, 1976, p. 4). Uma dessas técnicas é chamada de “Fatos Básicos”.

FIGURA 6 – TÉCNICA DA DESCOBERTA: FATOS BÁSICOS

	<i>Exemplos</i>
<b>1. Fatos básicos</b>	<p>Que figuras retangulares podem ser construídas usando um conjunto de oito blocos?</p> <p><i>Resposta:</i> Uma figura de 2 por 4 (<math>2 \times 4 = 8</math>), uma de 4 por 2 (<math>4 \times 2 = 8</math>), uma de 1 por 8 (<math>1 \times 8 = 8</math>) e uma de 8 por 1 (<math>8 \times 1 = 8</math>).</p>

FONTE: D'Augustine (1976, p. 4)

Na figura 6, vemos que a exemplificação do que seriam Fatos básicos para a multiplicação, em que partir da multiplicação, o autor relaciona as operações com o uso na geometria:  $2 \times 4 = 8$ ;  $4 \times 2 = 8$ ;  $1 \times 8 = 8$ ;  $8 \times 1 = 8$ . Por sua vez, a autora Albuquerque (1951) indicava o trabalho com fatos fundamentais dentro do cálculo mental nas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, sendo apresentados em formas de tabelas ou quadros com combinações, por exemplo:  $1+1$ ,  $1+2$ ,  $1+3$ ,  $1+4$ ,  $1+5$ ,  $2+1$ ,  $3+1$ ,  $4+1$ ,  $5+1$ , até chegar no  $9+9$ , fazendo com ambas as operações: adições e multiplicações. “Esses fatos fundamentais eram conhecidos como a famosa tabuada” (BERTICELLI e SALLA, 2021b, p. 442). Segundo Berticelli e Salla (2021c, p. 444) “a prática dos fatos básicos era altamente recomendada” não só por Albuquerque (1951), mas também por Backheuser (1933).

<sup>28</sup> Albuquerque (1951), Backheuser (1933), Berticelli e Zancan (2021), Boaler (2018), Parra (1996).

Em semelhança, Boaler (2018, p. 35), utiliza o termo “fatos matemáticos”, dizendo que estes devem ser memorizados, e exemplifica com o  $8 \times 4 = 32$ , nos remetendo novamente a tabuada como um fato básico dentro da matemática e das estratégias de cálculo mental. Parra (1996) apoia a memorização de fatos numéricos, pois é necessário a uma determinada altura da aprendizagem.

Berticelli e Zancan (2021) entendem este conhecimento como um dos mais necessários para o desenvolvimento do cálculo mental, pois só se pode fazer uso de estratégias quando temos memórias dos fatos básicos. Evidenciamos esse entendimento a partir de atividades aplicadas dentro do curso CalMe Pro, já citado por nós. Vemos o uso dos fatos básicos em estratégias do cálculo mental. No quadro a seguir (2), evidencia alguns exemplos de atividades utilizadas no Curso CalMe Pro (BERTICELLI e ZANCAN, 2021) para o desenvolvimento dos Fatos básicos para o cálculo mental.

QUADRO 2 – EXEMPLOS DE FATOS BÁSICOS TRABALHADOS NO CURSO CALME PRO

<i>Fatos básicos</i>				
1+1 = ___ 1+2 = ___ 2+1 = ___ 2+2 = ___ 6+1 = ___ 6+2 = ___ 1+9 = ___ 2+7 = ___	5+1+2 = ___ 6+2+1 = ___ 3+1+2 = ___ 3+2+1 = ___ 9+2+1 = ___ 4+2+1 = ___	___+8 = 10 ___+6 = 10 ___+1 = 10 ___+9 = 10 ___+3 = 10	6 ___ = 7 3 ___ = 4 2 ___ = 5 6 ___ = 7 2 ___ = 4	3 = ___+___ 6 = ___+___ 8 = ___+___ 7 = ___+___

FONTE: A autora (2022)

D’Augustine (1976) relata o uso de técnicas diretas de descoberta, na qual existe uma solução, relação ou generalização a ser descoberta. Ele traz um exemplo, no qual o professor deve apenas apresentar o problema, mas que esse não admita outras soluções, a não ser a que se espera.

FIGURA 7 – TÉCNICA DIRETA DE DESCOBERTA

$$\begin{array}{l} 2 + 2 = 4 \\ 3 + 3 = 6 \\ 4 + 4 = 8 \\ 5 + 5 = \square \end{array}$$

FONTE: D'Augustine (1976, p. 5)

A ideia da atividade é estimular nos alunos, a relação entre as somas de números iguais, levando a generalização. O que D'Augustine (1976) chama de Técnica direta de descoberta, as autoras Berticelli e Zancan (2021, p. 12), utilizam o termo “memória dos dobros” em suas atividades, considerado por elas que os dobros de números de 1 a 20, são inicialmente considerados também como fatos básicos. Utilizam também a ideia de relação ao uso das memórias dos dobros, por exemplo, “questões como  $7+8$  podem ser calculadas partindo de um dobro,  $7+7+1$  ou ainda  $8+8-1$ ” (BERTICELLI e ZANCAN, 2021, p.12). Albuquerque (1951) traz a ideia do dobro em exemplo a multiplicação por 4: “multiplicar por 4 é achar o dobro do número e depois o dobro do resultado:  $32 \times 4 = 64 + 64 = 128$ ” (p. 131). Parra (1996) traz essa ideia como reagrupamento em torno de um dobro (p. 215) como por exemplo em  $7+8 = (7+7) + 1$ .

Outra propriedade que vemos em D'Augustine (1976), muito semelhante ao que vemos nas estratégias de cálculo mental, é a decomposição<sup>29</sup> de um número. “Um do objetivo de ensinar a criança a decompor um número é forçá-la a prestar atenção ao valor posicional de cada algarismo de um número-padrão” (D'AUGUSTINE, 1976, p. 56). Exemplifica com o cálculo  $14+5$ , onde pode-se resolver  $(10+4) + 5 = 10 + (4+5) = 19$ , o autor denomina como propriedade associativa da adição. Batiza de reagrupamento, quando “nomeamos” (p.61) um determinado número, por exemplo, no cálculo  $23+9$ , podemos nomear o 23, como  $20+3$ , somar a unidade 3 ao 9, resultando em 12, e assim somar  $20+12 = 32$ . O autor denomina “dar outro nome” a um determina número, quando o decompomos, exemplo: com o número 56, podemos dar outro nome a ele,  $50+6$ .

---

<sup>29</sup> Veremos mais a frente sobre a estratégia da decomposição no cálculo mental e na computação mental.

D'Augustine (1976), diz que em cálculos que requerem mais habilidades, podemos realizar estimativas e fazer arredondamentos. Ele exemplifica com o seguinte problema: “Se o preço total pago por uma certa quantidade de objetos é 136 centavos, e se cada objeto custa 17 centavos, quantos objetos foram comprados?”. Ele responde que “podemos fazer rapidamente uma estimativa, arredondando 136 centavos para 140 e 17 para 20 centavos; então, um rápido cálculo mental nos dará a resposta – 7” (p. 142). Como o próprio autor nos traz, estimativa também é uma forma de cálculo mental.

Dentro do cálculo mental, vemos que o objetivo não é apenas uma forma rápida, exata e ágil de realizar operações, mas sim, uma forma do aluno escolher o caminho para resolver determinada operação, pois ele não fica preso ao uso de algoritmos ou de uma estratégia específica. D'Augustine (1976) diz que os estudos apontados por ele (incluindo assim, as habilidades computacionais da matemática), implicam na apresentação da moderna Matemática, e que o processo pelo qual um aluno aprende, varia de criança para criança, como também a forma que esta escolherá para resolver seus cálculos.

Nossas análises indicam semelhanças na concepção de cálculo mental e habilidades computacionais da matemática.

### 3.3 ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO MENTAL E COMPUTAÇÃO MENTAL

Para uma concepção mais aprofundada do termo computação mental, utilizamos um livro muito importante na área da psicologia, “Como a Mente Funciona” de Steven Pinker (2000). Traz que a computação mental não implica em sequências de passos distintos, nem que os símbolos estejam completamente presentes ou ausentes, como quando descrevemos o cálculo mental sendo aquele escrito ou apenas mental. Alega também que não implica que é garantida uma resposta certa em tempo definido, nem que se possa definir o que está completamente certo ou errado, semelhante ao cálculo mental que também não precisa ser definido pela rapidez ou agilidade, e também não exatamente com uma resposta final, mas com uma aproximação nos cálculos. Pinker (2000) compara ainda a mente humana com um computador, onde “a mente é o que o cérebro faz; especificamente, o cérebro processa informações, e pensar é um tipo de computação” (PINKER, 2000, p. 32).

Nesta seção vamos analisar, estratégias utilizadas por autores ao falarem sobre cálculo mental ou computação mental, também com o objetivo de constatar as semelhanças ou diferenças entre os termos.

Os autores Varol e Farran (2007) utilizam do termo “*mental computation*” e apresentam em seu texto uma tabela com distintas estratégias mentais para adição e subtração. Os cálculos utilizados como exemplos, são  $36+27$  e  $74-69$ , e são descritas distintas formas para resolve-los.

FIGURA 8 – ESTRATÉGIAS MENTAIS PARA ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO

Strategies	Addition Examples $36 + 27$	Subtraction Examples $74 - 69$
N10	$36 + 20 = 56$ ; $56 + 7 = 63$	$74 - 60 = 14$ ; $14 - 9 = 5$
N10C	$36 + 30 = 66$ ; $66 - 3 = 63$	$74 - 70 = 4$ ; $4 + 1 = 5$
10s	$30 + 20 = 50$ ; $50 + 6 = 56$ ; $56 + 7 = 63$	$70 - 60 = 10$ ; $10 + 4 = 14$ ; $14 - 9 = 5$
1010	$30 + 20 = 50$ ; $6 + 7 = 13$ ; $50 + 13 = 63$	$70 - 60 = 10$ ; $4 - 9 = -5$ ; $10 + (-5) = 5$
A10	$36 + 4 = 40$ ; $40 + 23 = 63$	$74 - 4 = 70$ ; $70 - 65 = 5$
Counting		Counting backward from 74 to 69
Short jump		$69 \rightarrow 70 \rightarrow 74 = 1 + 4 = 5$
Mental image of pen and paper algorithm	Using the pen and paper algorithm mentally	

FONTE: Varol e Farran (2007, p. 90)

A estratégia nomeada N10<sup>30</sup>, utiliza inicialmente a decomposição de dezena e unidade para em seguida efetuar a operação. Para realizar  $36+27$ , ele decompõe o 27 em dezena e unidade, ou seja, 20 e 7, e faz a soma em partes:  $36+20 = 56$ ;  $56+7 = 63$ . Faz o mesmo para a operação de subtração em  $74-69$ , decompondo o segundo termo em 60 e 9:  $74-60 = 14$ ;  $14-9 = 5$ . Albuquerque (1951) e Backheuser (1933) trazem a mesma estratégia de decomposição<sup>31</sup>. Berticelli e Salla (2021b, p. 442) trazem exemplos de decomposição, tanto de subtração, como de adição: na adição, quando temos  $91+68$ , pode-se ser feito,  $91+60+8$ ; e na subtração  $91-43 = 91-40-3 = 48$ . Macintyre e Forrester (2003) denomina a estratégia N10, como “sequenciamento com dezenas e uns ou múltiplos”, trazendo o exemplo para o cálculo  $37+64$ , fazendo  $37+60 = 97$ ,  $97+4 = 101$  ou  $64+30 = 94$ ,  $94+7 = 101$ .

Na segunda estratégia, N10C, a ideia é arredondar o segundo termo para facilitar o cálculo. Então para resolver  $36+27$ , sugere:  $36+30 = 66$ ;  $66-3 = 63$ ; e na

<sup>30</sup> “Na estratégia N10, o segundo número em uma expressão escrita de um problema de adição ou subtração é dividido em unidades e dezenas que são posteriormente adicionadas ou subtraídas” (VAROL e FARRAN, 2007, p. 90).

<sup>31</sup> Lembremos que essa ideia de decomposição é também utilizada por D’Augustine (1976), todavia o autor denomina “dar um novo nome”, exemplo o número 27, pode ser chamado de  $20+7$ .

subtração, para fazer  $74-69$  recomenda:  $74-70 = 4$ ;  $4+1 = 5$ . Estratégia essa utilizada por Backheuser (1933), o autor recomendava que sempre que possível, deveriam ser utilizados números redondos nas operações, aqueles terminados em zero. Por exemplo, para efetuar  $54+198$ , ele sugeria arredondar o 198 para 200, e dizer  $54+200 = 254$ ; então subtrair as duas unidades que foram adicionadas:  $254-2 = 252$  (BERTICELLI e SALLA, 2021b). Macintyre e Forrester (2003) chama a estratégia N10C, como “método de compensação”.

Permutando as estratégias N10 e N10C, tem-se a estratégia 10s, pois a mesma decompõe ambos os termos da operação em números redondos, terminados em zero. Em  $36+27$ , faz a decomposição, somando primeiro as dezenas  $30+20 = 50$ , então soma o 6,  $50+6 = 56$  e por fim o 7,  $56+7=63$ .

A estratégia 1010<sup>32</sup>, tem o objetivo de trabalhar separadamente as dezenas e as unidades, no cálculo de  $36+27$ , faríamos  $30+20 = 50$  e  $6+7 = 13$ , por fim  $50+13 = 63$ . Albuquerque (1951) traz a mesma estratégia, sugerindo que na soma, se faça na ordem em que os números são apresentados, primeiro as dezenas e em seguida as unidades, ou centenas, dezenas e unidades. Por exemplo:  $91+68$ , fazemos  $90+60 = 150$  e  $1+8 = 9$ , então  $150+9 = 159$ . Backheuser (1933) também sugere que os cálculos sejam feitos, de forma que primeiro se resolva as centenas, depois as dezenas, depois as unidades.

Fazemos uma observação para o texto de Macintyre e Forrester (2003) que traz especificamente estratégias para cálculo mental, e citam a estratégia 1010, dizendo que esta é feita principalmente com uma computação da esquerda para a direita, mas poder ser da direita para a esquerda se a referência explícita aos valores for evidente. Para exemplificar, o cálculo  $37+64$  é resolvido com  $30+60 = 90$ ,  $90+7 = 97$ ,  $97+4 = 101$ . Observamos uma estratégia, definida como de cálculo mental então, indicando que sejam computadas as operações.

Em seguida, a estratégia A10, traz a ideia do que Berticelli e Zancan (2021), chamam de “Ponte pelo 10”, onde o objetivo é decompor o segundo termo, para que a soma com primeiro termo resulte primeiramente em um número redondo. Ou seja, em  $36+27$ , decompomos o  $27+23$ , desta forma a operação  $36+27 = 36+4+23$ , pois ao realizar  $36+4 = 40$ , temos um termo com dezena completa, e então fazemos

---

<sup>32</sup> “A estratégia 1010, requer a divisão de ambos os números na expressão escrita em unidades e dezenas para somar e subtrair separadamente e no final os resultados são reagrupados” (VAROL e FARRAN, 2007, p. 90).

$40+23 = 63$ . Parra (1996) traz essa ideia de ponte pelo 10, apenas como uma propriedade das operações, no cálculo  $5+3+4+7+6$ , por exemplos, ela faz  $3+7 = 10$  e  $4+6 = 10$ , então  $5+10+10 = 25$ ; chama também de reagrupamento em torno de 10, como em  $7+8$ , podemos fazer  $(7+3) +5$  ou  $(8+2) +5$ . Macintyre e Forrester (2003) também utilizam essa estratégia A10, denotando como um ajuste e variação no procedimento sequencial.

As estratégias utilizadas para a resolução de operações por “*mental computation*” (termo por nós compreendido como computação mental), são também recomendadas por autores para desenvolver o cálculo mental. As ideias centrais das estratégias de Varol e Farran (2007) são também descritas por Berticelli e Zancan (2021). Quando apresentamos por exemplo, o cálculo  $35+12$ , o aluno tem a liberdade de escolher qual estratégia tem sua preferência. Ele pode, decompor os números ( $30+10+5+2$ ), usar ponte pelo 10 ( $35+5+7$ ), memória de dobros ou ainda utilizar outra estratégia que conheça (BERTICELLI e SALLA, 2021b).

O fato é que, o cálculo mental permite que cada indivíduo escolha a forma como irá resolver, considerando que uma mesma operação pode ser resolvida de diferentes formas. D’Augustine (1976) recomendava: “deve-se ensinar a criança a encontrar várias maneiras de resolver o problema, aprendendo também a decidir qual dessas maneiras é a mais eficiente” (p. 21). Parra (1996, p.199) diz que o

cálculo mental favorece, ainda que não seja o único meio usado pelos alunos, o estabelecimento de uma relação mais pessoal com o conhecimento, em oposição ao frequente sentimento de alienação que a maioria das pessoas tem em relação à matemática.

As fontes consultadas indicam que a concepção de cálculo mental e computação mental é muito semelhante, o que é comprovado pela forma que compreendem as estratégias e pelos exercícios indicados para estimular o cálculo mental ou computação mental.

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A ideia central deste texto foi trabalhar com a concepção de cálculo mental e a concepção de computação mental, pois foram termos encontrados em nossas pesquisas, que indagaram inquietações no sentido de compreender a concepção destes termos buscando semelhanças ou afastamentos. Para responder tais questionamentos, olhamos para fontes históricas (documentos, livros didáticos, manuais pedagógicos e artigos científicos), para compreender a concepção dos autores que recomendavam o cálculo mental ou a computação mental. Ao notar que o termo computação mental não era muito utilizado em textos brasileiros, voltamos nossas pesquisas para autores estrangeiros, com o termo *mental computation*. Analisamos além das fontes, atividades sugeridas para o trabalho com o cálculo mental ou computação mental, para comparar as estratégias utilizadas em relação aos termos e auxiliar na compreensão das concepções de ambos, trazendo as possíveis semelhanças e afastamentos.

As fontes<sup>33</sup> nos indicaram que o cálculo mental pode ser aquele unicamente feito de forma mental, sem uso de nenhum material concreto, como lápis e papel, e também aquele escrito, pois todo cálculo escrito também é mental. Pode ser feito com estimativas, onde a resposta não seria exata, mas aproximada. E também, com o uso de materiais manipuláveis, como auxílio para o estímulo.

E para *mental computation* ou computação mental, as fontes<sup>34</sup> indicaram que é aquele que produz respostas exatas e procedimentos mentais, sem uso de dispositivos. Dizem que a computação mental leva a flexibilização com o trabalho com os números e desenvolve estratégias de cálculo.

O que nos chamou atenção foram as atividades e as estratégias recomendadas para o trabalho com o cálculo mental ou com a computação mental, pois se assemelhavam. Como o “Quadro de cem” descrito pelo Programa do Rio Grande do Norte (1968), recomendando o trabalho com a computação mental, que se aproximava das atividades “Quadro de cem” de Porto (1965) e “Quanto falta para cem?” de Boaler (2018), que por sua vez eram indicados para o trabalho com o cálculo mental. Tivemos também as descrições de estratégias muito semelhantes

---

<sup>33</sup> Aguayo (1935), Albuquerque (1951), Backheuser (1933), Berticelli (2017), Berticelli e Salla (2021c), Berticelli e Zancan (2021), Brasil (1997), Brasil (2018), Costa (1923), Ferreira e Carvalho (1971), Leite (1927), Parra (1996), Sangiorgi (1956)

<sup>34</sup> Reys (1984), Sowder (1992), Thompson (1999), Hecht (2001), Varol e Ferran (2007), Gurduz e Erdem (2016).

em ambos os termos. Como a estratégia nomeada na computação mental por Varol e Farran (2007) como N10, que se assemelha com a estratégia de decomposição no cálculo mental de Albuquerque (1951). A chamada “Ponte pelo 10” de Berticelli e Zancan (2021) no cálculo mental, é muito parecida com a ideia da estratégia A10 de Varol e Farran (2007).

Assim, nossa análise indica que computação mental e cálculo mental possuem concepções semelhantes, a serem evidenciadas pela comparação das fontes históricas.

## REFERÊNCIAS

AGUAYO, A. M. **Didática da Escola Nova**. Tradução: J. B. Penna e A. d'Avila. 8ª ed., Vol. 15. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1935. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/116427>>. Acessado em agosto de 2021.

ALBUQUERQUE, I. de. **Metodologia da Matemática**. Rio de Janeiro: Conquista, 1951. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/134314>>. Acessado em agosto de 2021.

ALVES, M. A.; TATSCH, K. J. S. **Epistemologia, história e ensino da matemática: reflexões sobre formação e aprendizagem significativa**. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, v.8, n.3, p. 78-93, 2017. Disponível em: <<https://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/1258>>. Acessado em março de 2022.

BACKHEUSER, E. **A Aritmética na “Escola Nova”** (A nova didática da Aritmética). Rio de Janeiro: Livraria Católica, 1933. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/134889>>. Acessado em agosto de 2021.

BACKHEUSER, E. **Como se ensina a Aritmética** (fundamento psicopedagógicos). Vol.9. Rio de Janeiro – Porto Alegre – São Paulo: Edição da Livraria do Globo, 1946. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/134512>>. Acessado em agosto de 2021.

BELTRAME, J. **Os programas de matemática do Colégio Pedro II: 1837-1932**. (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro: Rio de Janeiro, 2000.

BERTICELLI, D. D. **Cálculo mental no ensino primário (1950-1970)** – um olhar particular para o Paraná. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de pós-graduação em Educação, Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Curitiba, 2017. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/180391>>. Acessado em março de 2018.

BERTICELLI, D. G. D.; SALLA, J. M. **Cálculo mental na formação continuada: relato de experiência do curso CalMe Pro**. In: LISBÔA, E. S.; MARCOLINO, A. da S. (Org.). E-Book: **Desafios formativos no contexto atual**. IV Simpósio de Licenciatura em Ciências Exatas e Computação, Palotina-PR: UFPR-Setor Palotina, 2021a. Disponível em: <<http://slec.ufpr.br/downloads/IV-SLEC-Ebook.pdf>> Acessado em janeiro de 2022.

BERTICELLI, D. G. D.; SALLA, J. M. **Diálogo sobre as concepções do cálculo mental**. In: Memórias del VI Congreso Iberoamericano de historia de la educación matemática. p. 432-446, Sede virtual Venezuela, Asociación aprender em Red: VI CIHEM, 2021b. Disponível em: <[https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/230722/Memorias\\_VI\\_CIHEM.pdf?sequence=1](https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/230722/Memorias_VI_CIHEM.pdf?sequence=1)>. Acessado em janeiro de 2022.

BERTICELLI, D. G. D.; SALLA, J. M. “**Quadro de cem**” e “**Quanto falta para cem**”: saberes para ensinar aritmética. XIX Seminário Temático Internacional, São Paulo: GHEMAT-Brasil, 2021c. Disponível em: <<http://anais.ghemat-brasil.com.br/index.php/STI/article/view/5>>. Acessado em janeiro de 2022.

BERTICELLI, D. G. D.; ZANCAN, S. **CalMe Pro – Cálculo Mental para Professores**. REnCiMa. São Paulo, v.12, n.4, p.1-21, jul./set. 2021. Disponível em: <<https://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/download/2982/1620/>> Acessado em janeiro de 2022.

BOALER, J. **Mentalidade matemáticas**: estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Tradução: Daniel Bueno. Porto Alegre: Penso, 2018.

BONI, K. T.; SAVIOLI, A. M. P. das D.; PASSOS, M. M. **Compreensões e dificuldades de professoras a respeito do cálculo mental**. v.17, n.3, p. 563-577, Acta Scientiae: Canoas, set./dez., 2015. Disponível em: <<http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/1320>> Acessado em março de 2018.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>>. Acessado em agosto de 2021.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>>. Acessado em agosto de 2021.

CAMPOS, T. M. M.; NUNES, T. **Tendências atuais do ensino e aprendizagem da matemática**. n.62, ano 14. Brasília: Em Aberto, 1994. Disponível em: <<http://rbep.inep.gov.br/ojs3/index.php/emaberto/article/view/2266>>. Acessado em fevereiro de 2022.

CATANI, D. B.; SILVA, V. B. **Manuais pedagógicos**. In OLIVEIRA, D. A.; DUARTE, A. M. C.; VIEIRA, L. M. F. **Dicionário**: trabalho, profissão e condição docente. Belo Horizonte: UFMG/Faculdade de Educação, 2010. Disponível em: <<https://gestrado.net.br/verbetes/manuais-pedag-gicos/>>. Acessado em fevereiro de 2022.

CERTEAU, M. d. **A escrita da história**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1982. Disponível em: <[https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4955763/mod\\_resource/content/1/CERTEAU%2C%20M.%20A%20Escrita%20da%20hist%C3%B3ria.pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/4955763/mod_resource/content/1/CERTEAU%2C%20M.%20A%20Escrita%20da%20hist%C3%B3ria.pdf)>. Acessado em março de 2018.

CHARTIER, R. **A História Cultural**: entre prática e representações. Rio de Janeiro: Editora Bertrand Brasil S.A., 1990.

CHARTIER, R. **O mundo como representações**. V.11. n.5. São Paulo: Estudos Avançados IEA – USP, 1991.

CHERVEL, A. **A história das disciplinas escolares**: reflexão sobre um campo de pesquisa. N.2. Porto Alegre: Teoria e Educação, 1990.

COSTA, L. F. **Bases Educativas para a organização da Nova Escola Normal Secundária do Paraná**. Curitiba: Palacio da Instrução, 1923. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/123699>>. Acessado em agosto de 2021.

COSTA, R. R. da.; AMARAL, W. A. do. **Os materiais didáticos veiculados pelo manual do professo primário do Paraná para o ensino da Matemática no década de 1960**. V.5. Campinas: Revista Iberoam. Patrim. Histórico-Educativo, 2019. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/206494>>. Acessado em agosto de 2021.

D'AUGUSTINE, C. H. **Método modernos para o ensino da matemática**. Tradução: Maria Lucia F. E. Peres. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1976.

FERREIRA, T.; CARVALHO, H. d. **Curso completo de Matemática Moderna para o Ensino Primário**. 5ª ed. São Paulo: ENFAS, 1971. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/158757>>. Acessado em agosto de 2021.

FIORENTINI, D.; MIGUEL, A.; MIORIM, M. **Álgebra ou Geometria**: para onde pende o pêndulo? Pro-Posições. Vol.3, n.1. Campinas, 1992. Disponível em: <<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/proposic/article/view/8644424>>. Acessado em agosto de 2021.

FONTES, C. G. da. **O valor e o papel do cálculo mental nas séries iniciais**. (Dissertação de Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação, Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2010. Disponível em: <<https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/48/48134/tde-11112010-162005/pt-br.php>>. Acessado em março de 2018.

FRANÇA, I. da S. **Do Ginásio para as Escolas Normais**: As mudanças no Formação Matemática de Professores do Paraná (1920-1936). (Tese) Programa de Pós-Graduação em Educação da Pontifca Universidade Católica do Paraná. Curitiba, 2015. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/160175>>. Acessado em janeiro de 2022.

GEERTZ, C. **A interpretação das culturas**. Rio de Janeiro: Editora Guanabara Koogan, 1989.

GURBUZ, R.; ERDEM, E. **Relationship between mental computation and mathematical reasoning**. Cogent Education, 3:1, 2016. Disponível em: <<https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/2331186X.2016.1212683>>. Acessado em janeiro de 2022.

HECHT, S. A. **The relations between phonological processing abilities and emerging individual differences in mathematical computation skills: a longitudinal study from second to fifth grades.** V.79, n.2. Journal of Experimental Child Psychology, 2001. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0022096500925864>>. Acessado em janeiro de 2022.

HOFSTETTER, R.; SHNEUWLY, B. **Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação.** In HOFFSTETTER, R.; VALENTE, W. R. (Org). Saberes em (trans)formação: tema central a formação de professores. 1 ed. São Paulo: Editora da Física, 2017.

JULIA, D. **A cultura escolar como objeto histórico.** N.1. São Paulo: Revista brasileira de História da Educação, 2001. Disponível em: <<https://repositorio.unifesp.br/handle/11600/39195>>. Acessado em março de 2018.

KAMII, C. **A criança e o número: implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos.** Tradução: Reina A. de Assis. 5.<sup>a</sup> ed. Campinas: Papirus, 1986.

LEITE, F. E. **Arithmetica Preparatoria: methodo brasileiro.** São Paulo: Irmãos Ferraz, 1927. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/160600>>. Acessado em agosto de 2021.

MACINTYRE, T.; FORRESTER, R. Strategies for mental calculation. Ed.: Williams, J. Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics. 23(2), June, 2003. Disponível em: < <https://bsrlm.org.uk/wp-content/uploads/2016/02/BSRLM-IP-23-2-9.pdf>> Acessado em janeiro de 2022.

MANDLER, M. L.; AMARAL, A. do; GOMES, M. A. O.; SANTOS, L; M. dos. **A Epistemologia da Educação Matemática e o conhecimento do professor de Matemática.** Joinville (SC): II Colóquio Luso-Brasileiro de Educação, 2016. Disponível em: <<https://periodicos.udesc.br/index.php/colbeduca/article/view/8112>>. Acessado em janeiro de 2022.

MARCOZZI, A. M.; DORNELLES, L. W.; RÊGO, M. V. B. S. **Ensinando à criança: guia para o professor primário.** Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico S. A., 1969.

MINAS GERAIS. **Programa do Ensino Primário Elementar**, primeira série. Belo Horizonte: Secretária de Estado da Educação de Minas Gerais, 1965. Disponível em: < <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/104803>> Acessado em janeiro de 2022.

PAIS, L. C; FREITAS, J. L. **Aspectos Históricos do Ensino do Cálculo Mental na Instrução Primária brasileira (1848-1910).** V.17. Ed. Especial. Canoas: Acta Scientiae, 2015. Disponível em: <<http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/1458>>. Acessado em março de 2018.

PARRA, C. **Cálculo mental na escola primária**. In PARRA, C.; SAIZ, I.; (Org.). **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Tradução: Juan Acuña Llorens. Porto Alegre-RS: Arte Médicas, 1996.

PETRONZELLI, V. L. L.; **Educação matemática e a aquisição do conhecimento simbólico**: alguns caminhos a serem trilhados. (Dissertação de Mestrado), Curitiba: Universidade Tuiuti do Paraná, 2002.

PIAGET, J. **A formação do símbolo para a criança**: imitação, jogo e sonho, imagem e representação. Tradução: Álvaro Cabral e Christiano Monteiro Outicica. 4ª ed. Rio de Janeiro: LTC, 2014.

PIAGET, J. **Para onde vai a educação?** Tradução: Ivette Braga. 17ª ed. Rio de Janeiro: Jose Olympio, 2005.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. **A gênese do número para a criança**. Tradução: Christiano Monteiro Oitícica. 2ª. Ed. Rio de Janeiro, Zaharm Brasília, INL, 1975.

PIAGET, J. **The Child's Conception of Time**. New York: Grossman, 1948

PINKER, S. **Como a Mente Funciona**. São Paulo: Companhia das Letras, 2000.

PINTO, N. B. **O fazer histórico-cultural em educação matemática**: as lições dos historiadores. ANAIS do VII Seminário de História da Matemática, Guarapuava-PR: Editora da Universidade do Centro-Oeste-UNICENTRO, 2007.

PINTO, N. B.; VALENTE, W. R. (Orgs.). **Saberes elementares matemáticos em circulação no Brasil**: dos documentos oficiais às revistas pedagógicas 1890-1970. São Paulo: Editora da Física, 2016. Disponível em: <<https://www.scielo.br/j/er/a/DhSyH9pvXShrjbsBNvwRqZg/?format=pdf&lang=pt>> Acessado em janeiro de 2022.

PITOMBEIRA, J. B. **Euclides Roxo e as polêmicas sobre a modernização do ensino da matemática**. In VALENTE, W. R. (Org.). **Euclides Roxo e a modernização do ensino de Matemática no Brasil**. Brasília: Editora UnB, 2004.

PORTO, R. de A. **Ver, Sentir e Descobrir a Aritmética**. Rio de Janeiro: Editora Nacional de Direito, 1965. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/134151>>. Acessado em agosto de 2021.

REYS, R. E. **Mental Computation and Estimation**: past, present and future. The Elementary School Journal, 1984.

RIO GRANDE DO NORTE. **Programa do Ensino Primário Elementar**. 1.ª Série. Secretaria de Estado de Educação e Cultura, Rio Grande do Norte, 1968. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/105318>> Acessado em janeiro de 2022.

SANGIORGI, O. **Matemática e Estatística**. 3ª ed. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1956. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/163571>>. Acessado em janeiro de 2022.

SOWDER, J. T. **Making sense of numbers in school mathematics**. In LEINHARDT, G. [et al]. **Analysis of arithmetic for mathematics teaching**. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, 1992. Disponível em: <<https://psycnet.apa.org/record/1992-97949-001>>. Acessado em janeiro de 2022.

THOMPSON, I. **Mental Calculation Strategies for Addition and Subtraction**. Mathematics in School, Vol.28, No.5, 1999.

VALENTE, W. R. **História da educação matemática**: considerações sobre suas potencialidades na formação do professor de matemática. V.23, no 35ª. Rio Claro: Bolema, 2010. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/160381>>. Acessado em janeiro de 2022.

VALENTE, W. R. **História da educação matemática em perspectiva ibero-americana**: relações entre campo disciplinar e ciências da educação. Revista História da Educação (Online), v.24: e101986, 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/2236-3459/101986>> Acessado em janeiro de 2022.

VALENTE, W. R. **História da Educação Matemática**: interrogações metodológicas. REVEMAT – Revista Eletrônica de Educação Matemática, V2.2, p.28-49, UFSC: 2007a. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/12990>>. Acessado em janeiro de 2022.

VALENTE, W. R. **Quem somos nós, professores de Matemática?** Vol.28, n.74. Campinas: Cad. Cedes, 2008. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/160379>>. Acessado em janeiro de 2022.

VALENTE, W. R. **Uma história da matemática escolar no Brasil, 1730-1930**. 2ª edição. São Paulo: Annablume, FADESP, 2007b. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/download/12990/12091/40051>>. Acessado em janeiro de 2022.

VAROL, F.; FERRAN, D. **Elementary School Students' Mental Computation Proficiencies**. Early Childhood Education Journal, Vol.35, No.1, 2007. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/s10643-007-0173-8>>. Acessado em janeiro de 2022.

VILLELA, L. M. A. (et al). **Os experts dos Primeiros Anos Escolares**: a construção de um corpo de especialistas no ensino de Matemática. IN: PINTO, N. B.; VALENTE, W. R., (orgs). **Saberes matemáticos em circulação no Brasil**: dos documentos oficiais às revistas pedagógicas, 189-1970. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2016.

ZANCAN, S. **Método Líquen**: uma proposta para auxiliar o ensino de aritmética nos anos iniciais. Tese (Doutorado em Educação em Ciências) - Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências: química da vida e saúde, Universidade Federal Santa Maria. Santa Maria, 2017. Disponível em: <<http://repositorio.ufsm.br/handle/1/14111>>. Acessado em março de 2020.

ZUNINO, D. L. **A matemática na escola**: aqui e agora. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.