MÁRIO ANSELMO SCANDELARI BUSSMANN

UTILIZAÇÃO DE REDES NEURAIS ARTIFICIAS PARA PRECIFICAÇÃO DE OPÇÕES

Pesquisa apresentada na disciplina de Monografia do curso de Ciências Econômicas da UFPR sob orientação do Prof. Dr. Luciano Nakabashi.

Curitiba
2006

TERMO DE APROVAÇÃO

MÁRIO ANSELMO SCANDELARI BUSSMANN

UTILIZAÇÃO DE REDES NEURAIS ARTIFICIAS PARA PRECIFICAÇÃO DE OPÇÕES

Monografia aprovada como requisito parcial para graduação no curso de Ciências Econômicas da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Orientador: Prof. Dr. Luciano Nakabashi
Departamento de Economia, UFPR

Prof. Dr. Armando Vaz Sampaio
Departamento de Economia, UFPR

Prof. Dr. Maurício Vaz Lobo Bittencourt
Departamento de Economia, UFPR

Curitiba, 27 de novembro de 2006

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO 1
1 OPÇÕES 6
1.1 INFLUÊNCIA DO PREÇO DO ATIVO SUBJACENTE 7
1.2 INFLUÊNCIA DA VOLATILIDADE DO ATIVO SUBJACENTE 8
1.3 INFLUÊNCIA DO PREÇO DE EXERCÍCIO DA OPÇÃO 9
1.3.1 Opção *In-the-Money* 9
1.3.2 Opção *Out-of-the-Money* 9
1.3.3 Opção *At-the-Money* 9
1.4 INFLUÊNCIA DO TEMPO RESTANTE ATÉ O VENCIMENTO 10
1.5 INFLUÊNCIA DA TAXA DE JUROS LIVRE DE RISCO 11
1.6 O MODELO DE BLACK E SCHOLES 12
2 REDES NEURAIS ARTIFICIAIS 14
2.1 FUNÇÕES DE ATIVAÇÃO 15
2.1.1 Função Linear 15
2.1.2 Função Logística 16
2.1.3 Função Tangente Hiperbólica ou Sigmoidal 16
2.2 TOPOLOGIA DA REDE NEURAL 17
2.3 APRENDIZAGEM DA REDE NEURAL 18
2.4 REDE *MULTI-LAYER PERCEPTRON* 19
2.5 AJUSTE DOS PESOS DAS CONEXÕES 21
3 METODOLOGIA E EXECUÇÃO 23
3.1 OS DADOS 23
3.2 TOPOLOGIA DA REDE NEURAL 25
3.3 IMPLEMENTAÇÃO DA REDE NEURAL 25
3.4 TREINAMENTO E VALIDAÇÃO 27
3.5 ANÁLISE DOS RESULTADOS 28
4 CONCLUSÕES 30
REFERÊNCIAS 31

INTRODUÇÃO

A evolução do mercado acionário, com a estabilização dos preços a partir do Plano Real, permitiu o desenvolvimento do mercado de opções. As opções são direito de comprar ou vender uma ação por um preço definido e dentro de um prazo de tempo estabelecido.

A principal motivação do mercado de opções, consiste na sua utilização para proteger o valor de carteiras de ações, minimizando o risco. Diversas estratégias envolvendo compra e venda de diferentes tipos de opções permitem que carteiras de ações fiquem imunes a variações bruscas típicas do mercado acionário.

Os principais negociadores no mercado de opções são os *hedgers* que desejam proteger suas carteiras de ações, os especuladores que esperam aproveitar as tendências de alta ou baixa para lucrar com opções, e os arbitradores que desejam aproveitar as falhas na precificação das opções para obter lucro com pouco risco (FIGUEIREDO, 2002, p. 2).

A grande dificuldade para operar no mercado de opções consiste em definir o preço justo da opção para que, a partir desse preço, se definam as estratégias de operação.

Dentre os modelos existentes para precificação de opções, o mais difundido é o modelo de *Black & Scholes*, doravante BS, criado por Myron Scholes e Fischer Black e desenvolvido por Merton Miller, que lhes rendeu o Prêmio Nobel de Economia em 1997 (SPINOLA, 1998, p.126).

No trabalho aqui desenvolvido será estudada a viabilidade de um modelo baseado em BS, porém utilizando paradigmas de Inteligência Artificial, mais especificamente, as Redes Neurais Artificiais, doravante RNAs. As RNAs são modelos matemático-computacionais inspirados no funcionamento dos neurônios biológicos.

Uma RNA é um conjunto de neurônios artificiais interligados a semelhança do que ocorre com os neurônios biológicos. O neurônio artificial consiste de diversas entradas que tem seus valores somados ponderadamente pelo peso de sua respectiva sinapse, pelo corpo onde é feita uma transformação não linear e por uma saída. Diversos neurônios podem ser interligados para formar uma RNA.

Estabelecido o modelo da rede, ela deve ser treinada com valores do mundo real para que possa, então, utilizar sua capacidade de generalizar e apresentar uma resposta com o menor erro possível. A obtenção do menor erro irá depender da configuração da rede e da seleção de dados adequados para o treinamento. Depois de treinada, a rede deverá ser capaz de apresentar respostas ou fazer previsões de acordo com valores atuais apresentados como dados para a entrada.

O objetivo da pesquisa será justamente analisar a validade de um modelo de precificação de opções baseado em RNA no contexto do mercado acionário brasileiro. Nesse contexto se insere a utilização de RNAs como alternativa e naturalmente surge a pergunta: será que um modelo de precificação de opções baseado em RNAs seria válido para o mercado acionário brasileiro? O propósito da pesquisa é responder a essa indagação inicial sobre a validade do modelo baseado em RNA e, caso seja válido, propor esse modelo como alternativo aos utilizados com esse objetivo.

Para justificar a relevância do problema em questão, buscaremos mostrar a importância do mercado de opções e a necessidade de se ter um modelo eficiente para sua precificação.

A expansão do mercado acionário brasileiro pós-Real e o conseqüente desenvolvimento de um mercado de opções, com o intuito primário de servir para proteção de carteiras, traz o foco para os modelos de precificação de opções.

Diversos autores ressaltam a importância das opções no mercado acionário. Entre eles, HULL (1996, p.1) afirma que "...os mercados futuros e de opções tornaram-se extremamente importantes no mundo das finanças e dos investimentos. Atingimos um estágio em que se faz necessário a todos os profissionais de finanças compreender o funcionamento desses instrumentos, suas utilizações e fatores que afetam a formação dos preços futuros."

Levando em consideração a questão dos riscos do mercado e das fontes de financiamento SPINOLA (1997, p. 117) afirma que "... a função econômica dos contratos de opção é redistribuir riscos e recursos entre os agentes econômicos, alavancar investimentos, captar ou aplicar capital."

Em outra publicação podemos constatar ainda que "...a área de análise e de

gerenciamento de risco transformou-se em foco de preocupação dos agentes reguladores e das instituições financeiras. Experiências mal sucedidas com o uso de operações com derivativos, como os casos Barings, Orange County e Daiwa, contribuíram para criar a necessidade de desenvolvimento de modelos de risco e de pesquisa na área." (LEMGRUBER et al, 2001, p. 14)

Num trabalho específico sobre a volatilidade do mercado acionário e a relação de causalidade com o mercado de derivativos brasileiro, GALVÃO et al (1999, p.1) ressalta que "O mercado de derivativos melhora a repartição de risco entre os agentes, aumentando assim o bem-estar na economia. Além disso, esses mercados, principalmente o mercado futuro, são importantes para reduzir o grau de incerteza sobre preços no mercado financeiro, uma vez que representam uma expectativa de preço futuro de determinados ativos."

Adicionalmente, GALVÃO et al (1999, p.2) afirma que:

> Com relação ao Brasil, o mercado de derivativos tem crescido muito nos últimos anos, principalmente em decorrência da estabilidade econômica e do grande influxo de capital estrangeiro no mercado financeiro. A Bolsa de Mercadoria e de Futuros (BM&F), onde são negociados, predominantemente, contratos futuros de taxas de juros, de índice de ações e de taxa de câmbio, além de contratos referenciados em *commodities* agrícolas, ouro, títulos da dívida externa e *swaps*, já é a quarta maior bolsa de derivativos do mundo. Desta forma, o mercado de futuro no Brasil tem se tornado importante para a realização de hedge por empresas e bancos, principalmente com relação a oscilações na taxa de juros do mercado interbancário (DI) e na taxa de câmbio (dólar comercial), além das variações na Bolsa de Valores de São Paulo (IBOVESPA).

Assim, a importância dos mercados de derivativos, onde se insere o mercado de opções e, mais especificamente, de opções sobre ações, se torna evidente. Resta-nos ainda avaliar a necessidade de estudar um modelo alternativo de precificação de opções no mercado brasileiro.

Partindo do modelo BS como paradigma para o mercado de derivativos, buscaremos justificar a necessidade de um modelo alternativo para precificação de opções e avaliaremos o modelo de redes neurais.

A avaliação de um modelo baseado em RNA como alternativa às técnicas existentes se justifica, pois, entre os modelos mais utilizados, o de BS apresenta deficiências. De acordo com LEMGRUBER et al. (2001, p16) a "principal crítica ao

modelo é a premissa de volatilidade[1] e de taxa de juros constantes." Como taxa de juros e volatilidade não são constantes, um modelo alternativo que levasse em conta esses fatores seria desejável. Além disso, FIGUEIREDO (2002, p. 78) demonstra que o modelo de BS é adequado "...para a determinação de opções européias de compra e venda de ações sem dividendos". Ou seja, o efeito do pagamento de dividendos não é considerado e serve apenas para opções do tipo européias, sendo que no Brasil se utiliza opções do tipo americana.

Assim, a utilização de RNA pode ser uma alternativa, pois como veremos no decorrer do trabalho, não existe nenhum pressuposto ou restrição para sua utilização. Adicionalmente KARTALOPOULOS (1996, p. 163) afirma que "*in financial engineering, the performance of stocks may be predicted.*" Em outra passagem KARTALOPOULOS (1996, p. 177) afirma que "*they are used for (...) stock market prediction.*" Ou seja, RNAs já são utilizadas para verificar a performance de ações.

ANDERSON (1992, p.65) exemplifica a utilização de RNAs no mercado financeiro:

> *Neural networks are being used in all of the financial markets – stock, bonds, international currency, and commodities. Some users are cackling that these systems just make them "see green," money that is. Indeed, neural networks are reported to be highly successful in the Japanese financial markets. Daiichi Kangyo Bank has reported that for government bond transactions, neural networks have boosted their hit rate from 60% to 75%. Daiwa research Institute has reported a neural net system which has scored 20% better than the Nikkei average. Daiwa Securities' stock prediction system has boosted the companies hit rate from 70% to 80%.*

Assim, a criação de uma RNA adaptada para o mercado de opções pode ser uma tentativa válida.

CAMPBELL et al (1997) afirma que "*...many aspects of economic behavior may not be linear. Experimental evidence and casual introspection suggest that investor's attitudes toward risk and expected return are nonlinear.*" (p. 467) Mais adiante, "*...advances in dynamical system theory, nonlinear time-series analysis, stochastic-volatility models, nonparametric statistics, and artificial neural networks have fueled the recent interest in nonlinearities in financial data...*" (p. 468). E ainda "*An alternative to nonparametric regression that has received much recent attention in the engineering and business communities is the artificial neural network.*" (p. 512)

---

1 No modelo de BS a volatilidade é referente ao ativo subjacente da opção.

A construção de uma RNA para precificação de opções seria uma alternativa aos modelos existentes. A hipótese deste projeto de pesquisa parte da premissa que RNAs podem ser utilizadas com sucesso no mercado de opções. Para tal, deverá ser construído um modelo de RNA e testada a sua validade.

Reconhecido o problema da utilização de RNA para precificação de opções e tendo justificada a sua investigação, serão definidos os objetivos da pesquisa.

O objetivo geral da pesquisa é analisar a validade de um modelo de precificação de opções baseado em RNA, para o mercado acionário brasileiro.

Entre os objetivos específicos para atingir o objetivo geral estão o estudo das opções e os fatores que influenciam a formação do seu preço. Outro objetivo específico é o estudo das RNAs e a proposição de um modelo de precificação de opções. Ainda um outro objetivo é a coleta e tratamento dos dados que serão utilizados. E por fim, será validada a utilização do modelo baseado em RNA para precificação de opções no mercado acionário brasileiro pós-Real.

1 OPÇÕES

Opção é um contrato que dá ao seu detentor o direito[2] de negociar um ativo por um preço determinado, chamado preço de exercício ou *strik*e, dentro de um prazo estabelecido. Pode ser do tipo opção de compra (ou ca*ll*) se garante ao seu detentor o direito de comprar um ativo. Pode ser do tipo opção de venda (ou *put*) se garante ao seu detentor o direito de vender um ativo.

As opções podem, ainda, ser do tipo americano se o detentor escolhe em qualquer data até o prazo final do contrato, exercer o seu direito, ou do tipo europeu se o detentor pode exercer o direito apenas na data do vencimento do contrato.

O contrato de opção surge quando o titular de um ativo lança[3] a opção no mercado, seja de compra ou venda. Estando no mercado a opção pode ser comprada e o seu comprador paga o prêmio, ou preço do contrato de opção, ao seu lançador. O comprador de uma opção de compra passa a ter o direito de comprar do lançador o ativo subjacente ao contrato pelo preço estipulado. Caso seja uma opção de venda o comprador da opção passa a ter o direito de vender ao lançador o ativo subjacente pelo preço estipulado. Nos dois casos o prêmio inicial é embolsado pelo lançador.

A opção, depois de lançada, pode ser negociada normalmente no mercado de derivativos até o final do prazo estabelecido ou até ser executada caso seja do tipo americana. Passado o prazo de vencimento da opção, a mesma deixa de ter qualquer valor.

A determinação do valor do prêmio de uma opção é fundamental para estabelecer as estratégias dos lançadores e dos compradores dos contratos de opções.

Basicamente, o prêmio da opção é influenciado pelas variáveis:

a) Preço do ativo subjacente;
b) Volatilidade do ativo subjacente;
c) Preço de exercício da opção;

---

2 Embora tenha o direito, o detentor da opção não é obrigado a exercer esse direito. O fará apenas se lhe convier, dependendo das condições do mercado.

3 Lançar significa vender a opção no mercado. Embora só possa lançar opção de um ativo que possua, existe o caso de lançadores a descoberto, que mediante a um acerto com a corretora e mantendo uma margem de garantia, pode lançar opções sem estar coberto pela posse do ativo original. O lançamento a descoberto é uma estratégia extremamente arriscada.

d) Tempo restante até o vencimento;

e) Taxa de juros livre de risco;

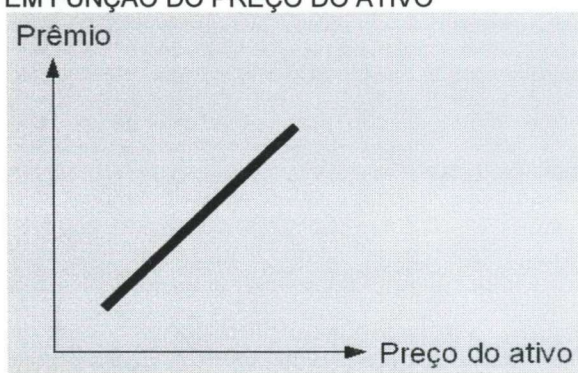
No caso de opções sobre ações, caso exista algum dividendo a ser pago durante o prazo de vida da opção, o valor do dividendo exercerá influência no valor do prêmio da opção, entretanto, nesse trabalho, vamos desconsiderar esse efeito e utilizar séries de opções que não sofram efeito do pagamento de dividendos.

Vamos verificar agora de que maneira essas variáveis influem individualmente, ou seja, considerando as demais constantes, na formação do prêmio das opções.

1.1 INFLUÊNCIA DO PREÇO DO ATIVO SUBJACENTE

Para as opções de compra, quanto maior for o preço do ativo subjacente, maior será o prêmio da opção. Da ótica do comprador, este considera maior a probabilidade de exercer o direito de comprar o ativo subjacente pelo preço de exercício e vendê-lo por um preço maior no mercado à vista. Da ótica do lançador, este exige um prêmio maior pelo risco de ser obrigado a vender o ativo por um preço menor que o preço corrente no mercado à vista. A figura 1 ilustra o comportamento do prêmio da opção de compra em função do preço do ativo.

FIGURA 1 – PRÊMIO DA OPÇÃO DE COMPRA EM FUNÇÃO DO PREÇO DO ATIVO

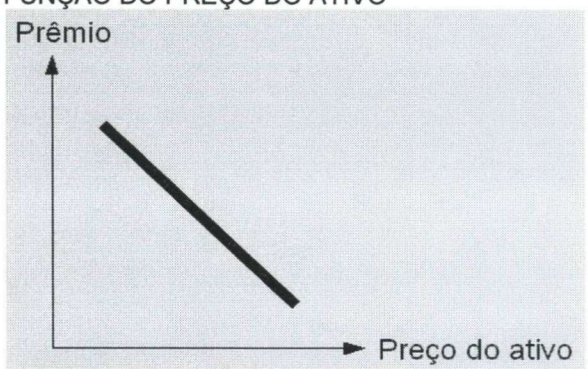


FONTE: figura elaborada pelo autor.

Para as opções de venda, quanto menor for o preço do ativo subjacente, maior será o prêmio da opção. Da ótica do comprador, este considera maior a probabilidade de exercer o direito de vender o ativo subjacente pelo preço de exercício e comprá-lo por um preço menor no mercado à vista. Da ótica do lançador,

este exige um prêmio maior pelo risco de ser obrigado a comprar o ativo por um preço maior que o preço corrente no mercado à vista. A figura 2 ilustra o comportamento do prêmio da opção de venda em função do preço do ativo.

FIGURA 2 – PRÊMIO DA OPÇÃO DE VENDA EM FUNÇÃO DO PREÇO DO ATIVO



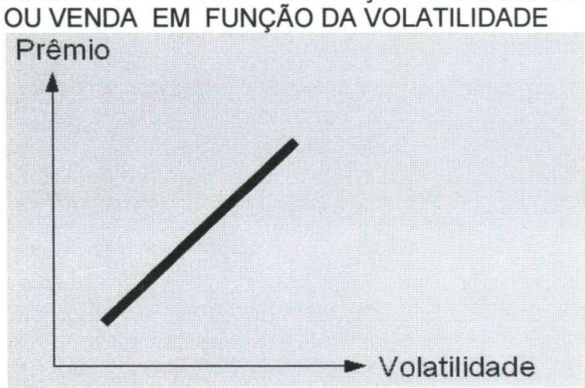
FONTE: figura elaborada pelo autor.

1.2 INFLUÊNCIA DA VOLATILIDADE DO ATIVO SUBJACENTE

Uma definição de volatilidade é "*...a measure of how fast the underlying changes in price. If the underlying stock or future has the potential to change in price by a great deal in a short amount of time, then we say that the underlying is volatile.*" (MCMILLAN, 1996, P.30)

Assim, quanto maior a volatilidade do ativo subjacente, maior a probabilidade que o preço aumente ou diminua até a data de vencimento, logo o comprador estará disposto a pagar um prêmio maior pela opção, seja ela de compra ou venda. A volatilidade também é uma medida de risco, assim, quanto maior a volatilidade, maior o risco e maior o prêmio exigido pelo lançador. (SPINOLA, 1998, p. 126)

FIGURA 3 – PRÊMIO DA OPÇÃO DE COMPRA OU VENDA EM FUNÇÃO DA VOLATILIDADE



FONTE: figura elaborada pelo autor.

Na figura 3 podemos ver o comportamento do prêmio da opção como função da volatilidade do ativo subjacente.

1.3 INFLUÊNCIA DO PREÇO DE EXERCÍCIO DA OPÇÃO

Quanto maior o preço de exercício de uma opção, menor será o prêmio de uma opção de compra com esse *strike*[4] e maior será o prêmio de uma opção de venda nesse mesmo *strike*.

De acordo com o preço de exercício da opção podemos classificá-la em três categorias: *in-the-money*, *at-the-money* e *out-of-the-money*.

1.3.1 Opção *In-the-Money*

A opção é dita *in-the-money* ou "dentro do preço", doravante ITM, se o preço de exercício da opção é menor que o preço à vista do ativo subjacente, no caso de opção de compra. E se o preço de exercício da opção é maior que o preço à vista do ativo subjacente, no caso de opção de venda.

1.3.2 Opção *Out-of-the-Money*

A opção é dita *out-of-the-money* ou "fora do preço", doravante OTM, se o preço de exercício da opção é maior que o preço à vista do ativo subjacente, no caso de opção de compra. E se o preço de exercício da opção é menor que o preço à vista do ativo subjacente, no caso de opção de venda.

1.3.3 Opção *At-the-Money*

A opção é dita *at-the-money* ou "no preço", doravante ATM, se o preço de exercício da opção tanto de compra quanto de venda é igual ao preço à vista do ativo subjacente.

No decorrer do tempo de vida da opção, de acordo com o preço à vista do ativo no mercado, uma opção pode alternar entre as categorias.

Podemos extrair um grau de *moneyness*[5] da opção através da relação entre o

---

4 *Strike* é o preço de exercício da opção.

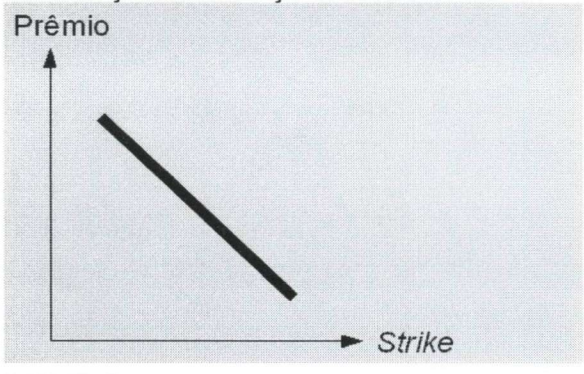
5 O grau de *moneyness* é uma medida da relação entre o preço atual da ação e o preço de exercício da opção, visando enquadrar a opção em uma das categorias ATM, ITM ou OTM.

preço de exercício da opção e o preço à vista do ativo subjacente, descontado pela taxa de juros livre de risco:

$$Moneyness = (S / X)e^{-rT} \quad (1)$$

onde S é o preço à vista da ação, X é o preço de exercício, r é a taxa de juros livre de risco em função do tempo T até o vencimento. (FREITAS; SOUZA, 199-, p. 66)

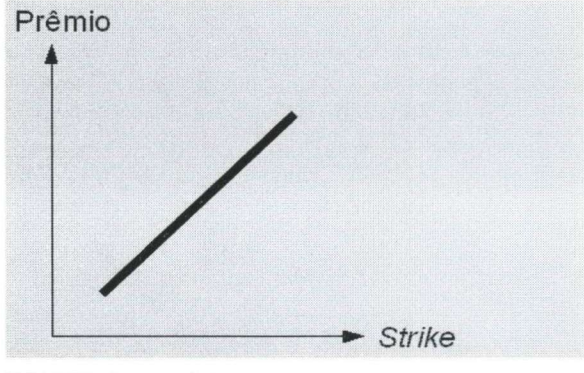
FIGURA 4 – PRÊMIO DA OPÇÃO DE COMPRA EM FUNÇÃO DO PREÇO DE EXERCÍCIO



FONTE: figura elaborada pelo autor.

A figura 4 ilustra o comportamento do valor do prêmio da opção de compra como função do preço de exercício da mesma.

FIGURA 5 – PRÊMIO DA OPÇÃO DE VENDA EM FUNÇÃO DO PREÇO DE EXERCÍCIO



FONTE: figura elaborada pelo autor.

A figura 5 ilustra o comportamento do valor do prêmio da opção de venda como função do preço de exercício da mesma.

1.4 INFLUÊNCIA DO TEMPO RESTANTE ATÉ O VENCIMENTO

Quanto maior for o prazo restante até o vencimento da opção, seja de compra ou de venda, maior é a probabilidade de ocorrer um aumento na volatilidade do ativo

subjacente. Logo, o valor do prêmio de uma opção, tanto de compra quanto de venda, tende a ser maior quando o prazo é maior. Sendo assim, existe uma contribuição do fator tempo no valor do prêmio que diminui ao passo em que a data de exercício se aproxima. A figura 6 ilustra esse comportamento.

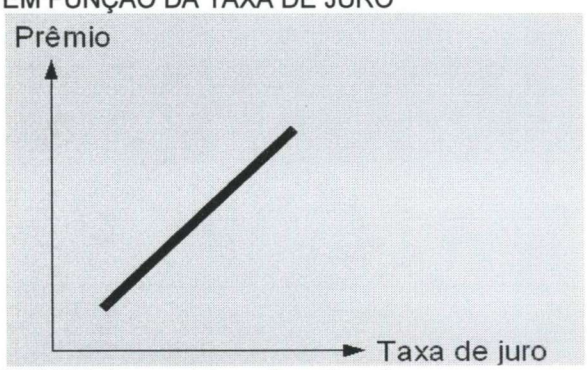
FIGURA 6 – PRÊMIO DA OPÇÃO DE COMPRA OU DE VENDA EM FUNÇÃO DO TEMPO RESTANTE ATÉ O VENCIMENTO

FONTE: figura elaborada pelo autor.

1.5 INFLUÊNCIA DA TAXA DE JUROS LIVRE DE RISCO

Para avaliar o efeito da taxa de juros sobre o prêmio da opção, devemos considerar o valor atual do preço de exercício considerando essa taxa. Quanto maior a taxa de juros, menor o valor atual do preço de exercício, logo, maior o valor da opção de compra e menor o valor da opção de venda.

FIGURA 7 – PRÊMIO DA OPÇÃO DE COMPRA EM FUNÇÃO DA TAXA DE JURO

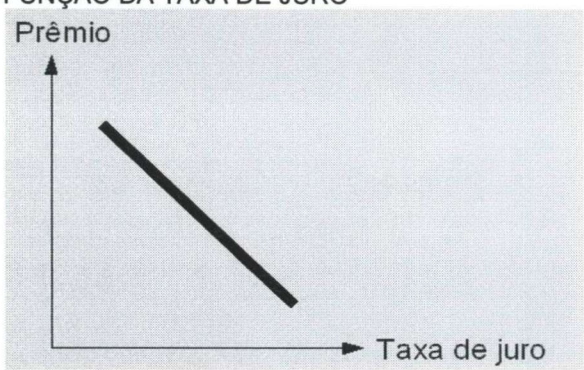


FONTE: figura elaborada pelo autor.

Na figura 7 temos o prêmio da opção de compra como função crescente da taxa de juros livre de risco.

A figura 8 ilustra o comportamento da opção de venda em função da taxa de juros livre de risco. É decrescente, ao contrário da opção de compra.

FIGURA 8 – PRÊMIO DA OPÇÃO DE VENDA EM FUNÇÃO DA TAXA DE JURO



FONTE: figura elaborada pelo autor.

1.6 O MODELO DE BLACK E SCHOLES

O modelo BS veio para formalizar um modelo para cálculo do valor de derivativos e foi desenvolvido inicialmente para cálculo de preços de opções ditas *plain vanilla*[6], ou seja, opções de compra ou venda simples sobre ações. De acordo com Campbell, alguns pressupostos são necessários (CAMPBELL, 1997, p. 352):

- O mercado é perfeito, ou seja, não existem taxas, custos de transação, etc;
- Existe uma taxa de juros livre de risco disponível a todos os investidores;
- A dinâmica de preços do mercado é dada por um movimento Browniano[7];
- Não existe arbitragem.

Baseados nos pressupostos, a fórmula para cálculo de uma opção de compra seria dada por[8]:

$$c = SN(d_1) - Xe^{-rT}N(d_2) \quad (2)$$

e de uma opção de venda seria dada por[9]:

$$p = Xe^{-rT}N(d_2) - SN(d_1) \quad (3)$$

onde N é a função de probabilidade acumulada de uma variável normal padronizada,

6 *Plain vanilla* é uma expressão inglesa para fazer referência a coisas simplificadas, despojadas de fatores complicadores.

7 O movimento *Browniano* é derivado da teoria do *random walk*, ou movimento aleatório, e no caso de ações, implica que o comportamento dos preços é aleatório.

8 Fórmula extraída de HULL (1995, p. 275)

9 idem.

X é o preço de exercício, S é o preço da ação, r é a taxa de juros livre de risco e T é o prazo para o vencimento. Adicionalmente:[10]

$$d_1 = \frac{\ln(S/X) + (r + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} \quad (4)$$

e:[11]

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T} \quad (5)$$

onde o é a volatilidade do preço da ação.

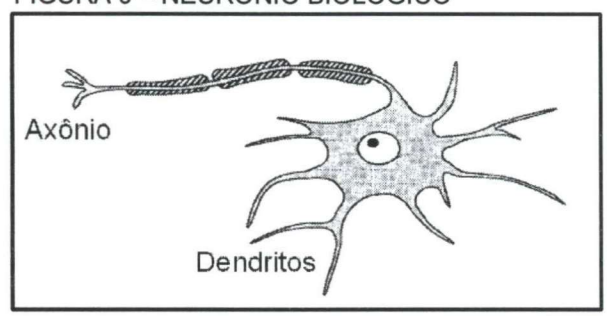
Apesar dos pressupostos iniciais do modelo BS, que implicam em volatilidade constante da ação e ausência de dividendos, além da restrição para que as opções sejam do tipo européias, diversos autores procuram relaxar esses pressupostos do modelo BS para adequá-lo a novas realidades.

10 idem
11 idem

2 REDES NEURAIS ARTIFICIAIS

Uma rede neural artificial, RNA, é um sistema de processamento paralelo de informações, inspirado no funcionamento dos neurônios biológicos. A figura 9 ilustra um neurônio biológico e seus principais componentes: o axônio, que transmite informação para outros neurônios, o corpo que contém o núcleo da célula neuronal, e os dendritos que recebem informações de outros neurônios.

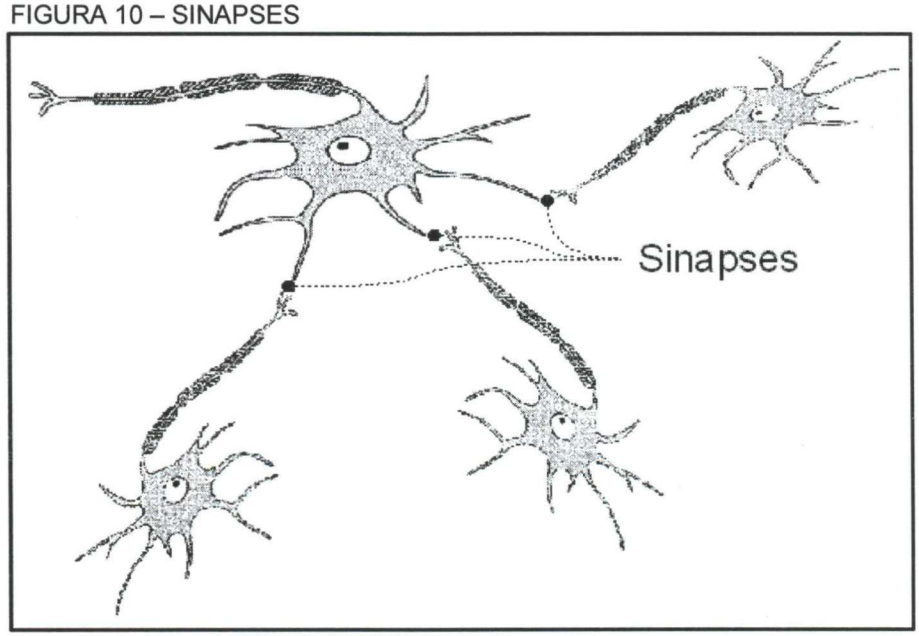
FIGURA 9 – NEURÔNIO BIOLÓGICO



FONTE: Adaptação de figura do livro **Neural Networks** de Freeman e Skapura.

Os neurônios se interligam através das sinapses que são conexões entre os axônios e dendritos e assim transmitem e armazenam informações no sistema nervoso. A figura 10 ilustra as conexões entre neurônios por meio das sinapses entre axônios e dendritos.

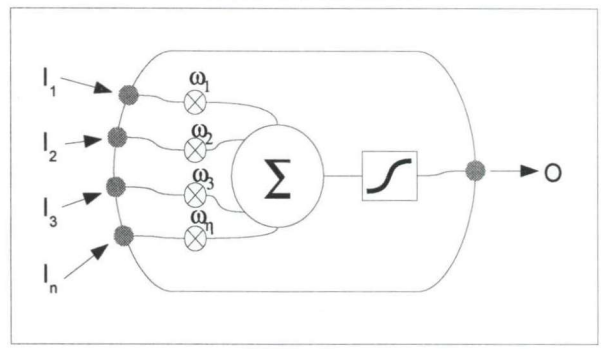
FIGURA 10 – SINAPSES



FONTE: Adaptação de figura do livro **Neural Networks** de Freeman e Skapura.

O neurônio artificial tem um funcionamento análogo. Possui entradas de informação, um corpo onde essa informação é processada e uma saída. Parte do processamento consiste na soma ponderada dos valores da entrada. Cada ponto de entrada possui um peso determinado. Após a soma ponderada, o neurônio artificial efetua uma transformação nesse valor através de uma função de transferência, chegando, assim, à resposta do neurônio aos valores apresentados na entrada.

FIGURA 11 – NEURÔNIO ARTIFICIAL



FONTE: figura elaborada pelo autor.

A figura 11 esquematiza o funcionamento do neurônio artificial: temos os valores $I_1, I_2, I_3, \ldots, I_n$ que são apresentados na entrada do neurônio. Cada valor de entrada é multiplicado pelo seu peso ω_n. Esses valores ponderados são somados (Σ) para então serem transformados pela função de transferência ou ativação ($\int$) que, então, apresenta o valor final na saída O.

2.1 FUNÇÕES DE ATIVAÇÃO

Dentre as funções de transferência ou ativação, as mais utilizadas são a linear, a logística e a tangente hiperbólica ou sigmoidal.

2.1.1 Função Linear

A função linear é a mais simples e é expressa por:

$$y(x) = kx \tag{6}$$

onde k é um valor escalar. A função de transferência linear limita a utilização da rede neural em modelos que tem comportamento linear.

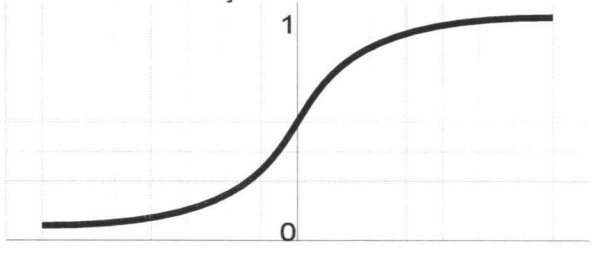
2.1.2 Função Logística

É uma função unipolar que limita sua saída a valores entre 0 e 1. É expressa pela fórmula:

$$y(x) = \frac{1}{1 + e^{-kx}} \quad (7)$$

sendo k um escalar positivo. Quanto maior o valor de k, mais abrupta se torna a função em x=0 (AZEVEDO et al, 2000, p.12).

FIGURA 12 – FUNÇÃO LOGÍSTICA



FONTE: figura elaborada pelo autor.

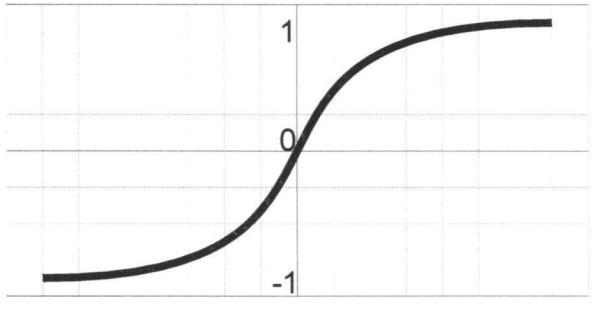
2.1.3 Função Tangente Hiperbólica ou Sigmoidal

É uma função bipolar que limita sua saída a valores entre -1 e 1. É expressa pela fórmula:

$$y(x) = \tanh(kx) = \frac{e^{kx} - e^{-kx}}{e^{kx} + e^{-kx}} \quad (8)$$

sendo k um escalar positivo. Quando $k \rightarrow \infty$ elas se tornam *hard-limiting functions*[12] utilizadas em modelos discretos (AZEVEDO et al, 2000, p.13).

FIGURA 13 – FUNÇÃO SIGMOIDAL



FONTE: figura elaborada pelo autor.

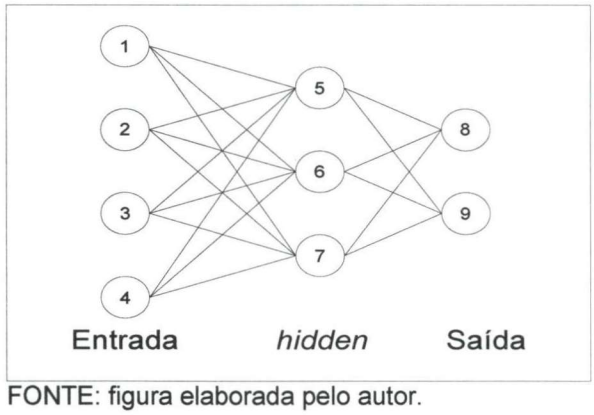
12 Função do tipo *hard-limiting* limita sua resposta a valores discretos. No caso da função sigmoidal, quando k é um valor infinito, a função terá apenas duas respostas possíveis aos valores de entrada: -1 ou 1. No caso da função logística, os valores de saída seriam 0 ou 1.

2.2 TOPOLOGIA DA REDE NEURAL

Uma Rede Neural é uma combinação de neurônios artificiais com o objetivo de responder, de modo adequado, a valores apresentados na entrada.

As redes neurais consistem de neurônios artificiais organizados em camadas, ou *layers*, sendo, no mínimo, uma camada de entrada e uma camada saída, podendo ainda existir entre as camadas de entrada e saída uma ou mais camadas intermediárias, ou escondidas, ou ainda, *hidden layers*.

FIGURA 14 – CAMADAS DA REDE NEURAL



FONTE: figura elaborada pelo autor.

A rede neural esquematizada na figura 14 consiste de uma camada de entrada com quatro neurônios, uma camada intermediária com três neurônios e uma camada de saída com dois neurônios. Além disso, os neurônios de entrada distribuem seus valores para todos os neurônios da camada escondida. Os neurônios da camada escondida processam os valores recebidos e transferem para os neurônios da camada de saída.

A camada de entrada não efetua nenhuma operação a não ser apresentar os valores da entrada para os neurônios da camada intermediária. Os neurônios da camada intermediária irão somar ponderadamente os valores a eles apresentados e aplicar a função de ativação, oferecendo os resultados como entradas para os neurônios da camada de saída. Na camada de saída, cada neurônio irá somar ponderadamente os valores fornecidos pela camada intermediária, aplicando sua função de ativação ou transferência, e fornecendo a resposta final da rede neural aos valores aplicados na sua entrada.

Exceto para os neurônios da camada de entrada, que tem apenas a função

de receber os valores apresentados à rede, nos demais, o valor de suas saídas será dado pela fórmula:

$$Y_j = \varphi_j[\Sigma(\varpi_{i,j} x_i)] \quad (9)$$

onde Y_j é o valor de saída do neurônio de índice **j**, φ_j é a função de ativação do neurônio de índice **j**, $\varpi_{i,j}$ é o peso da conexão entre o neurônio de índice **i** e o neurônio de índice **j** e x_i é o valor fornecido pelo neurônio de índice **i**.

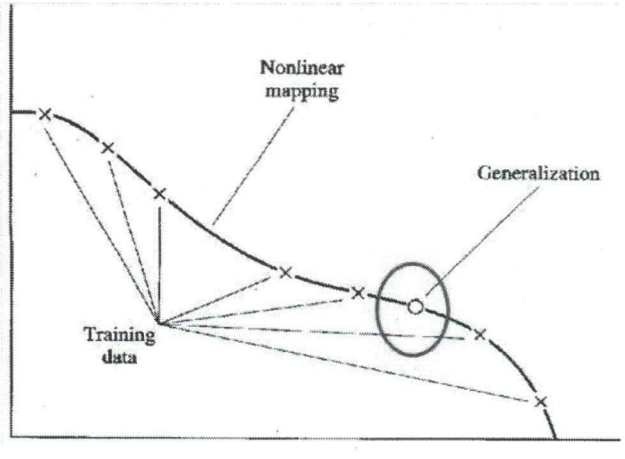
2.3 APRENDIZAGEM DA REDE NEURAL

Depois de configurada a topologia da rede neural é necessário treiná-la para obter os pesos das conexões entre os neurônios. Os pesos das conexões devem ser tais que tornem mínimo o erro na saída da rede.

No processo de aprendizagem dito supervisionado, são fornecidos à rede os valores de entrada e os valores desejados na saída. A rede então calcula, de acordo com os pesos atuais das conexões, os valores das saídas e os compara com os valores desejados, gerando, em caso de diferença, um valor de erro que é utilizado para ajustar os pesos das conexões.

Uma rede bem treinada tem a capacidade de generalização, ou seja, é capaz de responder adequadamente aos dados que foram apresentados a ela durante o processo de treinamento, e também de gerar respostas satisfatórias a dados que não foram utilizados no processo de aprendizagem.

FIGURA 15 – CAPACIDADE DE GENERALIZAÇÃO

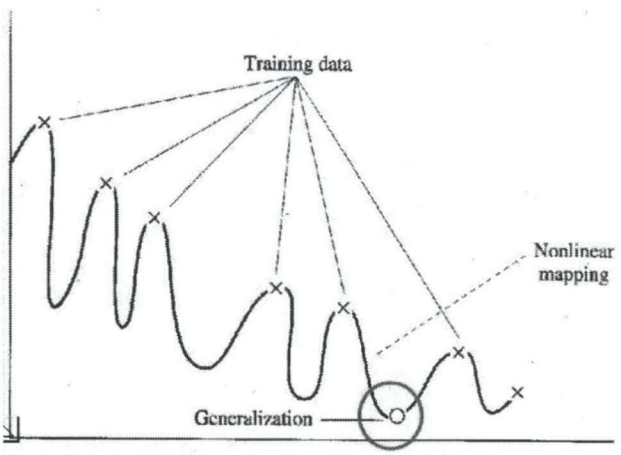


FONTE: MORELLI, Pricing Financial Derivatives with Neural Networks.

A figura 15 ilustra o comportamento de uma RNA com boa capacidade de generalização: mesmo para um ponto que não foi apresentado à rede na aprendizagem, a resposta da RNA é adequada.

Uma rede mal treinada ou mal desenhada pode gerar o problema da memorização ou *overfitting*, ou seja, a rede memoriza os valores que foram treinados e não responde bem a dados desconhecidos.

FIGURA 16 – MEMORIZAÇÃO OU *OVERFITTING*



FONTE: MORELLI, Pricing Financial Derivatives with Neural Networks.

A figura 16 ilustra a perda da capacidade de generalização pela RNA: a rede memoriza os valores treinados e responde de maneira totalmente inadequada a um valor que não foi treinado.

2.4 REDE *MULTI-LAYER PERCEPTRON*

Uma rede neural do tipo *multi-layer perceptron*, MLP, ou perceptron de múltiplas camadas consiste das camadas de entrada e saída, além de uma ou mais camadas intermediárias. Ela é o tipo de rede neural adequada para utilização em modelos do mercado financeiro. (MELLO, 2004, p.25)

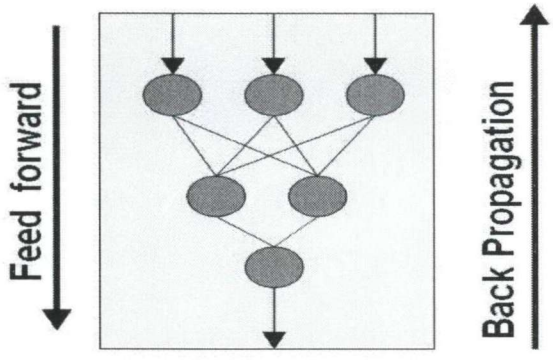
O processo de aprendizagem utilizado é o processo supervisionado com algorítmo de *backpropagation*, ou retropropagação dos erros utilizando a regra delta[13].

O aprendizado na rede do tipo MLP engloba os processos *feedforward* e

13 A regra delta é a maneira de corrigir o valor dos pesos das conexões atráves da propagação do erro de saída para os neurônios das camadas anteriores.

backpropagation ilustrados na figura 17: os valores da entrada são passados para frente até gerar o valor da saída. A diferença entre o valor gerado na saída e o valor esperado, ou o erro, é propagado para as camadas anteriores de maneira a corrigir os pesos das conexões visando minimizar o erro final da rede.

FIGURA 17 – APRENDIZAGEM NO MLP



FONTE: SAHA, Introduction to Artificial Neural Network Models.

No treinamento da MLP, através do processo de *feedforward*, os dados da primeira observação são processados pela rede, utilizando inicialmente pesos aleatórios para as conexões entre os neurônios. O valor calculado pela rede é comparado com o valor real da primeira observação, obtendo-se o erro. Esse erro será utilizado pelo processo de *backpropagation* para ajustar os valores dos pesos das conexões entre os neurônios.

A seguir, os dados da segunda observação são apresentados à rede, já com os novos pesos calculados, gerando o valor de saída que é comparado com o valor real da segunda observação, gerando um novo erro que será utilizado pelo processo de *backpropagation* para reajustar os pesos das conexões.

O processo se repete até que os dados de todas as observações tenham sido processados pela rede. Diz-se neste ponto que o treinamento completou um ciclo ou época.

O treinamento continua, reapresentado os dados de treinamento à rede por *n* ciclos ou épocas até que se chegue a um resultado de erro mínimo. Caso seja utilizado um número muito alto de ciclos de treinamento, e dependendo do número de camadas intermediárias na rede, poderá surgir o problema da memorização.

Para evitar o problema da memorização, os dados disponíveis são divididos em dois grupos: um grupo de treinamento e um grupo de teste. Inicialmente a rede é treinada com os valores do grupo de treinamento e depois é validada com os dados do conjunto de teste. Caso a resposta durante a validação não seja adequada será necessário rever a topologia da rede ou alguns parâmetros de configuração.

2.5 AJUSTE DOS PESOS DAS CONEXÕES

Para ajustar o peso das conexões é utilizado o erro quadrático acumulado, dado pela fórmula:

$$E = \Sigma[Y_i - V_i(\omega)]^2 \quad (10)$$

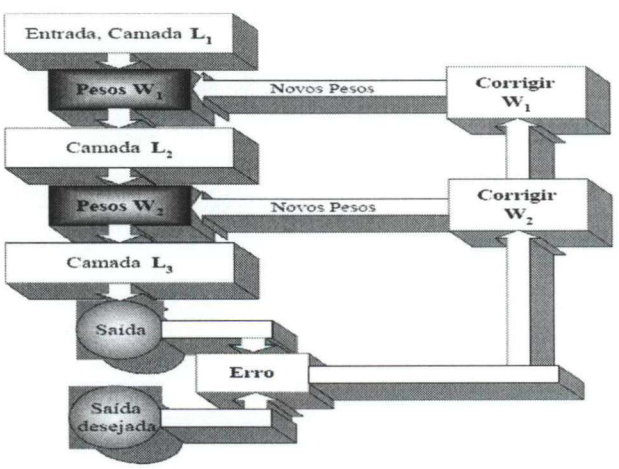
onde Y_i é o valor de saída real observado e V_i é o valor de saída calculado pela rede para a *i-ésima* observação e ω é o vetor dos pesos das conexões entre os neurônios.

Os valores dos pesos das conexões serão ajustados pela regra delta generalizada, ou de gradiente descendente, dada pela fórmula:

$$\omega_{t+1} = \omega_t + \alpha[\partial E/\partial\omega]\omega_t \quad (11)$$

onde ω_{t+1} é o valor corrigido do peso da conexão, ω_t é o valor atual do peso da conexão, α é um parâmetro de aprendizagem ($0 < \alpha < 1$), e $[\partial E/\partial\omega]\omega_t$ é a derivada do erro em relação ao peso da conexão calculado para o peso atual da conexão. O processo é ilustrado na figura 17.

FIGURA 17 – REGRA DELTA GENERALIZADA



FONTE: MELLO, Aplicação de Redes Neurais Artificiais no Processo de Precificação de Ações.

Durante o treinamento, espera-se que o erro diminua gradativamente e "...à medida que a rede aprende, o erro converge para um valor estável, normalmente irredutível. O processo de aprendizagem prossegue, até que algum critério seja estabelecido, como por exemplo, um valor mínimo de erro global, ou uma diferença sucessiva mínima entre os erros calculadados para cada iteração." (AZEVEDO, 2000, p. 23)

Para minimizar o tempo de treinamento pode ser incluído na regra delta um parâmetro de *momentum*[14]:

$$\omega_{t+1} = \omega_t + \alpha[\partial E/\partial \omega]\omega_t + \beta(\omega_t - \omega_{t-1}) \quad (8)$$

onde β é o parâmetro de *momentum* ($0 < \beta < 1$) e $(\omega_t - \omega_{t-1})$ é a variação do peso anteriormente ajustado.

A introdução do parâmetro de *momentum* "...melhora o tempo de treinamento do algoritmo de retropopragação, ao mesmo tempo que realça a estabilidade do processo." (AZEVEDO, 2000, p. 90)

14 O parâmetro de *momentum* é utilizado para melhorar o desempenho da RNA e implica que o peso da conexão que foi ajustado no passo anterior terá influência proporcional a esse parâmetro quando do ajuste do passo atual.

3 METODOLOGIA E EXECUÇÃO

O modelo de rede neural a ser construído será baseado no modelo de BS, onde os valores do preço da ação, preço do exercício, volatilidade, taxa de juros livre de risco e prazo para o vencimento são variáveis determinantes do prêmio da opção

Para a avaliação do modelo de precificação de opções baseado em redes neurais, três fatores são cruciais: a escolha dos dados, a escolha da topologia da rede neural e a implementação da rede neural.

3.1 OS DADOS

A fonte básica de dados para a pesquisa é a Bolsa de Valores de São Paulo, BOVESPA. O site da BOVESPA[15] é fonte riquíssima de dados para o pesquisador interessado no mercado acionário brasileiro.

Estavam disponíveis durante a elaboração desse trabalho as séries históricas de cotações de todos os títulos negociados no mercado desde 1986, ou seja, quase 21 anos de cotações diárias de todos os títulos negociados na BOVESPA.

Como os arquivos estavam em formato *raw,*[16] foi necessário importar esses dados para um banco de dados[17] que permite facilidades de seleção e tratamento dos mesmos.

Após ter todos os dados importados para o banco de dados chegou-se a um valor aproximado de 2.700.000 cotações desde janeiro de 1986 até junho de 2006.

Como o período de estudo do presente trabalho começa partir do plano Real, quando a economia atingiu um grau sustentável de estabilidade de preços, os dados anteriores a essa data foram imediatamente eliminados.

Para dar um enfoque mais objetivo ao trabalho, procurou-se utilizar cotações relativas a uma única empresa que fosse representativa e tivesse grande importância no mercado acionário brasileiro. Além disso, restringiu-se o tipo de opção para opções de compra apenas.

---

15 O site da BOVESPA é www.bovespa.com.br.

16 Formato *raw* siginifica que os dados não estão num formato diretamente utilizável, sendo necessário um trabalho de tratamento desses dados para que tenham alguma utilidade.

17 Foi utilizado o software gerenciador de bancos de dados *MySQL* que facilitou o processo de importação dos dados e permitiu rapidez na seleção e tratamento dos mesmos. O *MySQL* é um banco de dados baseado na licença GPL, ou seja, é um software de livre utilização para o propósito desse trabalho. Maiores informações podem ser obtidas no *site* www.mysql.org e para a *software* livre em www.fsf.org.

Para selecionar essa empresa partiu-se do pressuposto que os papéis negociáveis relativos a essa empresa tivessem séries de cotações sem interrupções e que fossem papéis de alta liquidez no mercado, ou seja, tivessem sempre muitos negócios diários, com vários compradores e vendedores diferentes, e, obviamente que tivessem opções de compra com as mesmas características de liquidez, continuidade, número e volume de negócios.

Inicialmente, alguns papéis se mostraram aptos: Petrobrás (código de negociação PETR4), Telemar (código de negociação TNLP4) e Vale do Rio Doce (código de negociação VALE5). A escolha pelos papéis da Telemar foi arbitrária.

Uma análise inicial dos dados disponíveis revelou que até o ano de 2003 as séries de opções eram iniciadas a cada dois meses, sendo que a partir desse ano elas passaram a ser mensais, ou seja, existia vencimento de opções mensalmente, sempre na terceira segunda-feira de cada mês. Assim, restringiu-se mais uma vez os dados para aqueles negociados a partir de 2003.

Como, inicialmente, o paradigma de partida para a construção da rede neural seria o modelo BS, foram desconsideradas as cotações de opções nos períodos de pagamento de dividendos.

As cotações históricas da Telemar abrangendo o período de 02/01/2003 até 13/06/2006 totalizaram 859 registros com dados diários de preços de abertura, fechamento, máximo e mínimo, além de número de negócios e volume total dos negócios. A partir desses dados, foi calculada a volatilidade da ação como sendo a diferença entre o preço máximo e preço mínimo e também as médias móveis de 5 e 40 dias da volatilidade. Os preços de fechamento máximo, mínimo e média foram respectivamente R$ 51,82, R$ 23,10 e R$ 37,63.

As opções da Telemar negociadas no período delimitado totalizaram 14003 registros, com vencimento de opções mensais e séries de opções com preço de exercício variando entre R$ 17,00 e R$ 62,00.

Além das cotações diárias da BOVESPA, foi necessário incluir o valor de uma taxa de juros livre de risco. Para tanto foi selecionada a série histórica de cotação da taxa de juro anual SELIC fixada pelo COPOM. Os dados foram obtidos no *site* de

séries históricas do IPEA, o IpeaData.[18]

A partir da taxa de juros foi possível classificar os dados de acordo com o grau de *moneyn*ess em ITM, OTM e ATM.

3.2 TOPOLOGIA DA REDE NEURAL

De posse dos dados já tratados e organizados, partiu-se para a definição da topologia da rede a ser utilizada.

Em todos os trabalhos consultados para esta pesquisa os autores foram unânimes em afirmar que a definição da topologia ainda é um processo empírico e que necessita de muito estudo e testes para se chegar a uma proposição final para contrução das redes neurais, embora alguns procedimentos já estejam consagrados, como a separação das observações em dados de treinamento e dados de validação.

Optou-se, primeiramente, pela rede do tipo MLP com camadas de entrada e saída e mais duas camadas intermediárias, com cinco neurônios cada, sendo dados de entrada o preço de exercício da opção, o preço de fechamento da ação, o prazo, em dias para o vencimento, a volatilidade e a taxa de juros, e para a saída, o prêmio da opção. Essa rede ficou denominada RN1.

Um segundo modelo leva em conta, ainda, o grau de *moneyn*ess como forma de separar as opções nas categorias ITM, OTM e ATM. Essa rede ficou denominada RN2.

3.3 IMPLEMENTAÇÃO DA REDE NEURAL

A implementação da rede neural ficou delimitada, inicialmente, entre a escolha de algum programa já existente para a construção e utilização das redes ou, ainda, o desenvolvimento de um programa específico para este trabalho. Como o desenvolvimento de um programa específico para este trabalho demandaria tempo extra, essa alternativa foi desconsiderada.

Partiu-se para a busca de um programa já existente e que não tivesse custo de utilização. Uma pesquisa inicial na internet revelou um grande número de programas disponíveis para a tarefa, sendo a grande maioria so*ftwar*es de alto

18 O *site* do IpeaData é www.ipeadata.org.br.

custo. Alguns programas de utilização livre apresentavam restrições, como número de neurônios na rede ou, ainda, número de observações a serem utilizadas.

Um programa em especial se revelou promissor, o SNNS, desenvolvido na Universidade de Stuttgart na Alemanha e distribuído como *free software.*[19] Entretanto, por ser um produto que incorpora inúmeras funcionalidades, acabou se revelando um tanto quanto complicado para o escopo deste trabalho. Para uma possível continuidade desse trabalho pode ser a escolha ideal.

O produto escolhido foi uma planilha desenvolvida por Angshuman Saha, chamado NNpred.[20]

O NNpred permite implementar redes neurais do tipo MLP com até 50 variáveis de entrada separadas em até 40 categorias diferentes e com até 10 variáveis de saída. Além disso, permite até duas camadas intermediárias com até 20 neurônios em cada. Porém, tem uma limitação no tamanho da amostra para treinamento, permitindo apenas 2000 observações. O número de épocas ou ciclos de treinamento chega a 500.

3.4 TREINAMENTO E VALIDAÇÃO

Tendo em vista a limitação do programa NNpred que restringiu o tamanho da amostra a 2000 observações, das 14003 observações disponíveis, foram incluídas no conjunto de treinamento apenas as séries com vencimento variando entre 20 e 34 inclusive, por serem as de maior liquidez e apresentarem maior número de negócios diários. Do total de observações, o programa aleatoriamente separou os dados em dois grupos, sendo 90% da amostra para o treinamento e 10% para validação.

Da maneira como foram configuradas e treinadas, as redes RN1 e RN2 apresentaram os seguintes resultados após 500 ciclos de aprendizagem:

---

19 O licenciamento do tipo *free software* permite que o produto seja distribuído gratuitamente juntamente com seu código fonte. Especificamente o licenciamento do SNNS não permite modificações no produto. O endereço para obtenção é do produto é ftp.informatik.uni-tuebingen.de.

20 Durante o desenvolvimento da pesquisa a planilha do produto NNpred estava disponível no *site* www.geocities.com/adotsaha.

TABELA 1: Resultados das redes neurais

	Treinamento		*Validação*	
	MSE[21]	ARE[22]	MSE	ARE
RN1	0,032	18,68%	0,034	16,82%
RN2	0,110	14,00%	0,094	12,00%

Obs.: MSE é o erro quadrático médio e ARE é o percentual de erros da rede.

A tabela 1 mostra os resultados após o treinamento das redes. Para cada conjunto de observações (treinamento e validação) a rede apresentou um MSE e um ARE, sendo que a rede RN2, que incluiu o grau de *moneyness,* apresentou um menor percentual de erro, resultando num percentual de explicação de 86% para as observações de treinamento e de 88% para as observações de teste. Esse resultado implica que a rede apresentou uma boa capacidade de generalização, pois para os dados que não foram apresentados no treinamento, ou seja, as observações de validação, a rede respondeu com um valor adequado.

3.5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Após o treinamento da rede, com os pesos entre as conexões ajustados para o mínimo erro, algumas análises podem ser feitas.

Na tabela 2 podemos ver que as opções ATM (*moneyness* entre 95% e 105%), totalizam 151 observações, sendo que em 9% destas observações a rede apresentou erro menor que 1%. Em 18% das observações o erro esteve entre 1% e 5%, enquanto que para 24% das observações o erro ficou entre 5% e 10%, em 28% das observações o erro ficou entre 10% e 20% e em 21% das observações o erro foi maior do que 20%.

Ainda da tabela 2, as opções OTM (*moneyness* menor que 95%), somam 248 observações, sendo que em 1% destas observações a rede apresentou erro menor que 1%, em 9% das observações o erro esteve entre 1% e 5%, em 7% das observações o erro ficou entre 5% e 10%, em 16% das observações o erro ficou entre 10% e 20% e em 67% das observações o erro foi maior do que 20%.

Já as opções ITM (*moneyness* maior que 105%), somam 1601 observações,

21 MSE é o valor do erro quadrático médio.

22 ARE é a média de erros na rede, podendo ser entendida como o complemento do coeficiente de determinação R^2 da econometria: ARE = 1 - R^2.

sendo que em 20% destas observações a rede apresentou erro menor que 1%, em 54% das observações o erro esteve entre 1% e 5%, em 16% das observações o erro ficou entre 5% e 10%, em 6% das observações o erro ficou entre 10% e 20% e em 4% das observações o erro foi maior do que 20%.

TABELA 2 – DESEMPENHO DA REDE NEURAL PARA 2000 OBSERVAÇÕES

		Concentração dos Erros				
	Observações	<1%	1-5%	5-10%	10-20%	>20%
ITM	1601	20%	54%	16%	6%	4%
ATM	151	9%	18%	24%	28%	21%
OTM	248	1%	9%	7%	16%	67%

Nitidamente, o desempenho da rede neural para opções ITM é muito superior a opções do tipo OTM e ATM, pois existe maior concentração de erros pequenos (em 20% das 1601 observações, os erros são menores do que 1%), do que de erros grandes (em 4% das 1601 observações os erros são maiores do que 20%). Isso poderia ser devido ao número de observações treinadas das opções ITM (das 2000 observações da amostra, 1601 são do tipo ITM) ser bem maior que o das demais. As do tipo OTM e ATM, que tem o menor número de observações treinadas, apresentam maior percentual de erro.

Outra análise foi extrapolar a rede para o total das 14003 observações disponíveis inicialmente (lembrando que dessas 14003 observações, apenas 2000 foram utilizadas para treinar a rede). Nesse caso, para extrapolar a análise, foi montada uma planilha com os pesos ajustados pela rede através do NNpred. Então, para cada uma das 14003 observações originalmente disponíveis a planilha calculou de acordo com os pesos, um valor de saída que foi comparado com o valor real esperado para o preço da opção.

Na tabela 3 temos o resultado da extrapolação da análise. Para as opções ATM (*moneyness* entre 95% e 105%), que nesse caso, totalizam 3102 observações das 14003 originalmente disponíveis, em 3% das observações ATM, a rede apresentou erro menor que 1%, em 14% das observações o erro esteve entre 1% e 5%, em 15% das observações o erro ficou entre 5% e 10%, em 20% das observações o erro ficou entre 10% e 20% e em 48% das observações o erro foi

maior do que 20%.

As opções OTM (*moneyness* menor que 95%), somam 6572 observações das 14003 originalmente disponíveis, sendo que em 1% destas observações a rede apresentou erro menor que 1%, em 4% das observações o erro esteve entre 1% e 5%, para 6% das observações o erro ficou entre 5% e 10%, em 10% das observações o erro ficou entre 10% e 20% e em 79% das observações o erro foi maior do que 20%.

As opções ITM (*moneyness* maior que 105%), somam 4329 observações, sendo que em 16% destas observações a rede apresentou erro menor que 1%, em 47% das observações o erro esteve entre 1% e 5%, em 22% das observações o erro ficou entre 5% e 10%, em 11% das observações o erro ficou entre 10% e 20% e em 4% das observações o erro foi maior do que 20%.

TABELA 3 – EXTRAPOLAÇÃO DA REDE NEURAL PARA 14003 OBSERVAÇÕES

		Concentração dos Erros				
	Observações	<1%	1-5%	5-10%	10-20%	>20%
ITM	4329	16%	47%	22%	11%	4%
ATM	3102	3%	14%	15%	20%	48%
OTM	6572	1%	4%	6%	10%	79%

Assim, extrapolando os dados para o total das 14003 observações percebemos que apenas o desempenho da rede para opções do tipo ITM é satisfatório, ou seja a maioria dos erros (diferença entre o valor real do preço da opção e o valor calculado pela rede neural de acordo com os pesos ajustados durante o treinamento com 2000 observações) é menor do que 5%. Podemos supor que existe algum tipo de problema com as opções do tipo ATM e, principalmente, do tipo OTM, pois para esses casos, a maioria dos erros é maior do que 10%. Esse fato precisa ser melhor investigado, embora só tenha sido possível treinar a rede com 2000 observações e popucas observações desse tipo faziam parte do treinamento.

4 CONCLUSÕES

A rede neural aqui desenvolvida se mostrou um instrumento válido e promissor para precificar opções do tipo ITM no mercado brasilero pós-Real, mesmo com as limitações no número de observações impostas pelo *software* utilizado. Supõe-se que caso não houvesse restrição ao número de observações utilizadas no treinamento da rede, o desempenho poderia ser ainda melhor.

Para as categorias ATM e OTM, o desempenho não foi satisfatório. Cabe uma investigação mais profunda sobre as possíveis causas do fraco desempenho da rede nesses casos. Uma possibilidade imediata se refere aos dados de treinamento com poucas observações dessas categorias. Talvez o treinamento individual dessas categorias possa gerar uma rede neural com desempenho adequado. Também é possível que o mesmo treinamento com um número maior de observações já aumente esse desempenho.

Assim, sugere-se, para um estudo mais aprimorado, a utilização de um *software* com maior capacidade de processamento dos dados disponíveis.

Outra conclusão obtida com a pesquisa foi o fato de que o campo de estudo das redes neurais ainda não está completo e que uma maior participação de economistas, mais especificamente da área de econometria, poderia levar a um grande desenvolvimento teórico das redes neurais. E como benefício dessa aproximação entre a econometria e as redes neurais, a Ciência Econômica poderia dispor de mais um poderoso instrumento de análise de modelos econômicos.

REFERÊNCIAS

ANDERSON, DAVE; MCNEILL, GEORGE. **Artificial Neural Networks Technology**. New York: Kaman, 1992.

AZEVEDO, FERNANDO MENDES DE; BRASIL, LOURDES MATTOS; OLIVEIRA, ROBERTO CÉLIO LIMÃO DE. **Redes Neurais**:com Aplicações em Controle e Sistemas Especialistas. Florianópolis: Visual Books, 2000.

CAMPBELL, JOHN Y; LO, ANDREW W; MACKINLAY, A. GRAIG. **The Econometrics of Financial Markets**. New Jersey: Princeton University Press, 1997.

FIGUEIREDO, A. C. **Introdução aos Derivativos**. São Paulo: Thomson, 2002.

FREEMAN, JAMES A; SKAPURA, DAVID M. **Neural Networks:** Algorithms, Applications and Programming Techinics. Houston: Addison-Wesley, 1991.

FREITAS, SANDER OLIVEIRA DE; SOUZA, ANTÔNIO ARTUR DE. **Utilização de um Modelo baseado em Redes Neurais para a Precificação de Opções.** Resenha BM&F 150. São Paulo.

GALVÃO, ANA BEATRIZ C; PORTUGAL, MARCELO S; RIBEIRO, EDUARDO P. **Volatilidade e Causalidade: Evidência para os Mercados à Vista e Futuro de** Câmbio e Índice de Ações no Brasil. UFRGS, 199-.
HAYKIN, S. **Neural Networks**:A Comprehensive Foundation. New York: Macmillan, 1994.

HULL, J. **Introdução aos Mercados Futuros e de Opções**. São Paulo: Cultura, 1996.

KARTALOPOULOS, S. V. **Understanding Neural Networks and Fuzzy Logic**: Basic Concepts and Applications. New Jersey: IEEE Press, 1996.

LEMGRUBER, E. F. **Gestão de Risco e Derivativos**: Aplicações no Brasil. São Paulo: Atlas, 2001.

MELLO, MARÍLIA TERRA DE; **Aplicação de Redes Neurais Artificiais no Processo de Precificação de** Ações. Pelotas, 2004. 49 f. Monografia (Bacharelado em Ciência da Computação) – Instituto de Física e Matemática, Universidade Federal de Pelotas.

MORELLI, MARCO JACOPO. **Pricing Financial Derivatives with Neural Networks**. Apresentação – Instituto Nazionale di Fisica Nucleare Struttura di PAVIA.
SAHA, ANGSHUMAN. **Introdution to Artificial Neural Networks Models**.

SPINOLA, N. **O Futuro do Futuro**: Pequeno Relatório de Viagem ao Mercado Brasileiro de Capitais e de Trabalho no século XXI. São Paulo: Futura, 1997.