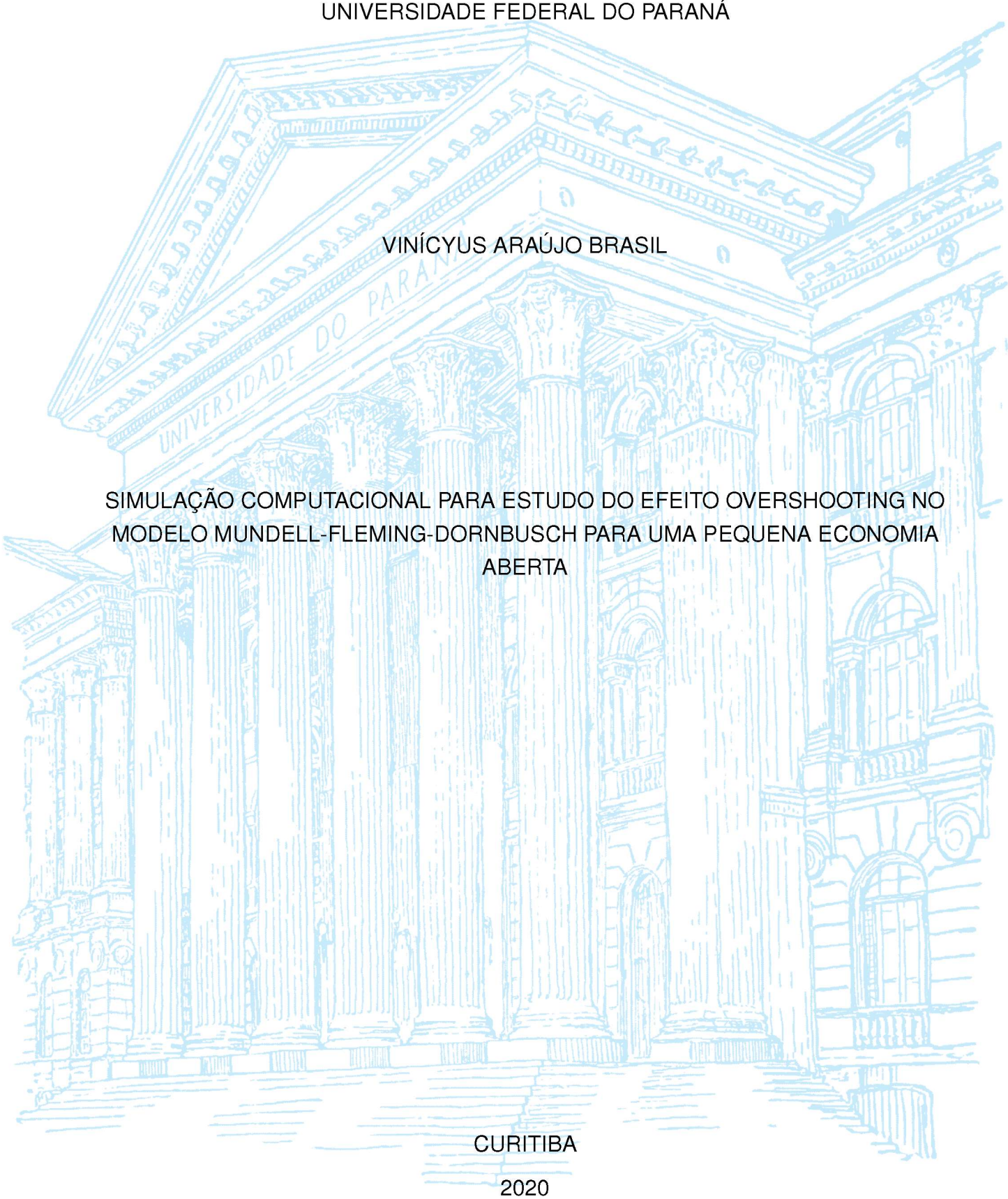
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

VINÍCYUS ARAÚJO BRASIL



SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL PARA ESTUDO DO EFEITO OVERSHOOTING NO MODELO MUNDELL-FLEMING-DORNBUSCH PARA UMA PEQUENA ECONOMIA ABERTA

CURITIBA

2020

VINÍCYUS ARAÚJO BRASIL

SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL PARA ESTUDO DO EFEITO OVERSHOOTING NO MODELO MUNDELL-FLEMING-DORNBUSCH PARA UMA PEQUENA ECONOMIA ABERTA

Trabalho apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Ciências Econômicas pelo curso de Ciências Econômicas do Setor de Ciências Sociais Aplicadas da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Profº Dr. Armando Vaz Sampaio

CURITIBA

2020

TERMO DE APROVAÇÃO

VINÍCYUS ARAÚJO BRASIL

SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL PARA ESTUDO DO EFEITO OVERSHOOTING NO MODELO MUNDELL-FLEMING-DORNBUSCH PARA UMA PEQUENA ECONOMIA ABERTA

Trabalho apresentado como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Ciências Econômicas pelo curso de Ciências Econômicas do Setor de Ciências Sociais Aplicadas da Universidade Federal do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Profº Dr. Armando Vaz Sampaio
Orientador

Fernando Motta Correia
UFPR

Maurício **V**az Lobo Bittencourt
UFPR

Curitiba, 01 de Novembro de 2020.

RESUMO

O objetivo deste trabalho é estudar o efeito *overshooting* que ocorre no modelo Mundell-Fleming-Dornbusch após uma expansão monetária em uma pequena economia aberta com câmbio flexível, perfeita mobilidade de capitais e rigidez de preços no curto prazo. Para tanto, o modelo fora simulado computacionalmente e o trabalho analisa os impactos da variação dos seguintes parâmetros: sensibilidade dos juros à demanda por moeda, taxa de ajustes dos preços e da variável que representa os choques fiscais. O resultado é que um aumento da sensibilidade dos juros à demanda por moeda faz com que haja uma menor desvalorizaração cambial durante o processo de ajuste. Outro resultado é que uma maior taxa de ajustes dos preços faz com que o *overshooting* diminua e que o choque fiscal não causa o efeito. Os resultados foram obtidos ao analisar graficamente as trajetórias temporais das variáveis endógenas obtidos pela simulação computacional.

Palavras-chaves: Simulação computacional. Economia Internacional. Macroeconomia.

ABSTRACT

The purpose of this paper is to study the overshooting effect that happens on the Mundell-Fleming-Dornbusch's model after a monetary expansion in a small open economy with flexible exchange rates, perfect mobility of capital and stickiness of prices. Therefore, the model was computationally simulated and this paper analyses the impacts of the variation in the following parameters: interest rates sensitivity to money's demand, price's adjustment rate and the variable that represents fiscal policy. The result is that a rise of the interest rates sensitivity to money's demand makes a smaller depreciation of the exchange rate during the adjustment process. Other result is that a greater price's ajustment rate makes a smaller overshooting and a fiscal policy doesn't causes the effect. The results were obtained by a graphical analysis of the temporal trajectories of the endogenous variables obtained by the computational simulation.

Key-words: Computational simulation. International Economics. Macroeconomics.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – RETRATO DE FASE DO SISTEMA DINÂMICO 19
FIGURA 2 – INTERSEÇÃO DAS CURVAS $\dot{S} = 0$ E $\dot{P} = 0$ É O NÍVEL DE EQUILÍBRIO NO LONGO PRAZO. 19
FIGURA 3 – DESLOCAMENTO DAS CURVAS $\dot{S} = 0$ E $\dot{P} = 0$ APÓS A EXPANSÃO MONETÁRIA. 20
FIGURA 4 – DESLOCAMENTO DAS TRAJETÓRIAS ESTÁVEIS APÓS A EXPANSÃO MONETÁRIA. 21
FIGURA 5 – TRAJETÓRIA DA TAXA DE CÂMBIO E NÍVEL DE PREÇOS ANTES E APÓS A EXPANSÃO MONETÁRIA CONVERGINDO PARA O NOVO NÍVEL DE LONGO PRAZO. 22
FIGURA 6 – TRAJETÓRIA DA DEMANDA AGREGADA E DA TAXA DE JUROS APÓS A EXPANSÃO MONETÁRIA 22
FIGURA 7 – TRAJETÓRIAS DA TAXA DE CÂMBIO VARIANDO O PARÂMETRO θ 23
FIGURA 8 – TRAJETÓRIAS DO NÍVEL DE PREÇOS AO VARIAR O PARÂMETRO θ 24
FIGURA 9 – TRAJETÓRIAS DA TAXA DE CÂMBIO VARIANDO O PARÂMETRO μ 25
FIGURA 10 – TRAJETÓRIAS DO NÍVEL DE PREÇOS AO VARIAR O PARÂMETRO μ 25
FIGURA 11 – DESLOCAMENTO DAS CURVAS $\dot{S} = 0$ E $\dot{P} = 0$ APÓS A EXPANSÃO FISCAL. 26
FIGURA 12 – TRAJETÓRIA TEMPORAL DO CÂMBIO E DO NÍVEL DE PREÇOS APÓS UMA EXPANSÃO FISCAL. 27

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – PARÂMETROS INICIAIS DA SIMULAÇÃO 17
TABELA 2 – VALORES INICIAIS DAS VARIÁVEIS EXÓGENAS DA SIMULAÇÃO 18

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 8

2 CONTEXTUALIZAÇÃO DO MODELO 9

2.1 O MODELO IS-LM 9

2.2 O MODELO MUNDELL-FLEMING 10

2.3 O MODELO MUNDELL-FLEMING-DORNBUSCH 10

2.4 SIMULAÇÕES EM ECONOMIA 11

3 O MODELO 12

3.1 HIPÓTESES 12

3.2 CONSTRUÇÃO DO MODELO 13

3.3 EFEITOS DA EXPANSÃO MONETÁRIA NÃO-ANTECIPADA 16

4 SIMULAÇÕES E DISCUSSÃO 17

4.1 PROGRAMAS UTILIZADOS 17

4.2 DADOS INICIAIS 17

4.3 RETRATO DE FASE 18

4.4 SIMULAÇÃO DE UMA EXPANSÃO MONETÁRIA NÃO ANTECIPADA . . 18

4.5 VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS 23

4.5.1 Variação da sensibilidade dos juros à demanda por moeda 23

4.5.2 Variação da taxa de ajuste dos preços 24

4.6 SIMULAÇÃO DE UMA EXPANSÃO FISCAL NÃO ANTECIPADA E PERMANENTE 26

5 CONCLUSÃO 28

REFERÊNCIAS 29

1 INTRODUÇÃO

A natureza da ciência econômica é cercada de incertezas. Seja no nível da firma ou da economia mundial, as variáveis podem seguir caminhos inesperados, o que acaba por trazer resultados incertos para os agentes. A modelagem destes tipo de sistemas torna-se vital para que se possa entender os fênomenos, prever o comportamento das variáveis e tomar a melhor decisão. Tais modelos podem auxiliar também para identificar mecanismos de transmissão dos choques entre as variáveis.

Choques macroeconômicos afetam toda a população de um país, seja pelo aumento de preços, variação cambial, entre outros. Outro exemplo é o da mudança da taxa de juros, que acaba por afetar o consumo de bens duráveis e de habitação. É neste sentido em que modelos matemáticos podem auxiliar os *policy makers*, identificando canais de transmissão dos choques e de suas políticas e de seus resultados. Dentro deste cenário, um grande avanço na área da macroeconomia e das finanças internacionais fora a publicação do artigo *Expectations and Exchange Rate Dynamics* em 1976, onde o autor, Rüdinger Dornbusch, introduz as expectativas racionais no modelo Mundell-Fleming. O modelo busca explicar a volatidade da taxa de câmbio, que depende da magnitude das variáveis exôgenas e de parâmetros pré-definidos. O modelo é conhecido por um de seus resultados, o *overshooting*, onde a taxa de câmbio deprecia no curto prazo mais que a taxa de longo prazo após uma expansão monetária.

Este trabalho, portanto, buscará estudar o impacto da variação de alguns parâmetros no efeito *overshooting*, tais como: sensibilidade dos juros à demanda por moeda, taxa de ajuste dos preços e da variável que mede a política fiscal. Sendo esse o objetivo geral, o objetivo específico é o de gerar simulações computacionais e analisa-las comparando os resultados graficamente. Eis a relevância desta pesquisa: contribuir para o desenvolvimento da Macroeconomia Computacional, buscando mostrar uma aplicação da simulação computacional.

O restante deste trabalho está organizado da seguinte maneira: o capítulo 2 é uma contextualização dos modelo e de seus predescessores, salientando o momento histórico dos mesmos; a construção algébrica do modelo é feita no capítulo 3; na sequência, são apresentados os instrumentos da simulação, assim como os resultados da simulação e uma breve discussão dos mesmos. O capítulo 6 segue com a conclusão e são sugeridos próximos passos para a pesquisa.

2 CONTEXTUALIZAÇÃO DO MODELO

O modelo Mundell-Fleming-Dornbusch pode ser visto como uma expansão do modelo Mundell-Fleming com as preocupações do contexto em que foi publicado. Visto isso, o capítulo divide-se em quatro seções: breve contextualização da origem do modelo IS-LM, o mesmo para o modelo Mundell-Fleming e, consecutivamente para o modelo Mundell-Fleming-Dornbusch, seguido de uma breve discussão sobre simulações computacionais na Ciência Econômica.

2.1 O MODELO IS-LM

O modelo proposto por Dornbusch tem como base o modelo de Hicks-Hansen do ensaio *Mr. Keynes and the Classics: A suggested interpretation* (1937), no capítulo 7 do *A guide to Keynes*(1953) e no artigo *Monetary Theory and fiscal policy*(1949), que sintetiza o pensamento keynesiano descrito na Teoria Geral do Emprego, do Juro e da Moeda (1936) e outros textos, criando assim a base do que ficou conhecido como modelo IS-LM (sigla em inglês de *Investment Savings* e *Liquidity Money*) (BRUE, 2005). O modelo é conhecido por ser a síntese neoclássica do pensamento keynesiano e o principal objetivo do modelo é entender os impactos de políticas econômicas na taxa de juros e no produto em uma economia fechada. O contexto histórico da publicação dos artigos é a recuperação americana da Grande Depressão. Embora, como mostra Saes e Saes (2013), já haviam outros economistas e políticos que defendiam políticas fiscais como uma forma de política contra os problemas da flutuação do produto, foram as ideias keynesianas e o sucesso do *New Deal* [1] que moldaram a intervenção estatal após a Segunda Guerra Mundial na Europa e nos Estados Unidos, sendo o modelo a base teórica das intervenções.

É importante salientar que o modelo IS-LM, assim como os outros modelos apresentados neste trabalho, não são microfundamentados. Tal característica, como argumenta Romer (1996), se apresenta no fato de tomarem, como base dos modelos, hipóteses *ad hoc* sobre o comportamento das variáveis macroeconômicas. Tal tipo de modelo contrasta como os modelos da via de pensamento RBC(*Real Business Cicles*), onde parte-se da preferência dos agentes, ou seja, de bases microeconômicas, e depois desenvolvendo as variáveis macro. desenvolvendo as variáveis macroeconômicas.

[1] O *New Deal* foi um conjunto de políticas fiscais adotados pelo governo americano na década de 30 para buscar reerguer a economia após a Grande Depressão. Para mais detalhes, ver Saes e Saes (2013).

2.2 O MODELO MUNDELL-FLEMING

Nas décadas seguintes à síntese neoclássica, outros ensaios buscaram expandir o modelo visando introduzir outros países na análise. O contexto histórico é o de mudanças nas regulações das instituições financeiras e bancárias, gerando um crescente fluxo de transações internacionais (SAES; SAES, 2013). Logo, faz-se necessário adicionar tais elementos ao aparato de análise macroeconômico. O modelo leva o nome de dois pesquisadores, Robert A. Mundell (cujas contribuições ao modelo estão em *International Economics*, em 1968) e J. Marcus Fleming(cuja contribuição está em *Domestic Financial Policies Under Fixed and Under Floating Exchange Rates*, de 1962) que propõe o modelo que veio a ficar conhecido com seus sobrenomes (ou como IS-LM-BP, visto que é o modelo IS-LM em uma economia aberta, onde se adiciona o balanço de pagamentos) visando entender, numa economia agora aberta, qual o impacto de políticas econômicas em diferentes regimes de câmbio, como mostra Terra (2014). O produto neste modelo é determinado pela demanda agregada e é afetado pelos choques cambiais reais. Outra hipótese do modelo é que há perfeita mobilidade de capital e a rigidez de preços no curto prazo, sendo flutuante ou fixo o regime de câmbio (MANKIW, 2004).

2.3 O MODELO MUNDELL-FLEMING-DORNBUSCH

Como mostra Saes e Saes (2013), com a queda do padrão ouro-dólar no início da década de 70, a política monetária que, no regime anterior, tinha como objetivo (ou restrição) a manutenção da taxa de câmbio poderia ser usada agora como política de estabilização, tendo como resultado mudanças na taxa de câmbio. O novo sistema com o câmbio flexível apresenta grande instabilidade em virtude da mobilidade dos capitais buscando ganhos especulativos.

A contribuição de Rüdiger Dornbusch no seu artigo *Expectations and Exchange Rate Dynamics* de 1976 é a introdução das expectativas racionais (no lugar das expectativas estáticas) no modelo Mundell-Fleming onde há a rigidez dos preços no curto prazo, se ajustando com os choques econômicos só no longo prazo, tornando, como argumenta Terra (2014), um modelo mais realista e se tornando possível a análise de choques nominais e reais na taxa de câmbio. O principal resultado do modelo é a depreciação da taxa de câmbio no curto prazo maior do que a depreciação do nível de longo prazo após um choque monetário expansionista, fenômeno conhecido como *overshooting*. Este resultado ajuda a explicar a alta volatidade da taxa de câmbio em relação às outras variáveis do modelo. No próximo capítulo, desenvolveremos o modelo e detalharemos o efeito.

2.4 SIMULAÇÕES EM ECONOMIA

Uma simulação pode ser definida como uma técnica que, ao representar dinamicamente um sistema (definido como um conjunto de componentes e variáveis interrelacionadas) em um modelo, permite ao pesquisador a elaboração de experiências (PASSOS, 2008). O autor fala ainda que ao elaborar-se um modelo a partir de um sistema, tenta-se apreender a realidade e reduzí-la a proporções manipuláveis, podendo-se analisar, a partir da alteração de algumas variáveis do sistema, em que extensão e em que sentido o modelo é afetado. Essa definição está inclusa em Dadkhan (2011) do papel da computação em três principais áreas da Economia: falsificação ou validação de teorias econômicas, avaliação de políticas e previsão do comportamento de variáveis. Este último tem grande importância prática pois agentes públicos ou privados podem recorrer à métodos computacionais para auxiliar na tomada de decisão, tanto na questão do quanto devem agir quanto no qual serão os resultados desta ação. É o caso, por exemplo, do Banco Central estimar o impacto da mudança da taxa de juros no investimento privado ou na dívida pública do país. Estes métodos tem a vantagem de que o pesquisador possa inferir sobre um sistema real sem interferir no mesmo, embora possa se ter custos para realizar as simulações, como tempo e os computadores envolvidos (PASSOS, 2008).

3 O MODELO

O capítulo está dividido em três partes: primeiro, são declaradas as hipóteses em que o modelo se baseia, onde se encontram as equações iniciais. Depois, as equações serão desenvolvidas até se chegar nas equações que definem o modelo. Por último, será demonstrado o efeito de uma política monetária expansionista no mesmo.

3.1 HIPÓTESES

O modelo tem como base a divisão entre duas economias, a doméstica e a estrangeira, onde as variáveis desta última sempre serão denotadas com um asterisco. Presume-se uma economia pequena, ou seja, a taxa de juros doméstica não tem o poder de interferir na taxa de juros estrangeira. A primeira equação que compõe o modelo é a paridade descoberta de juros:

$$i(t) = i^* + \dot{s}^e \tag{3.1}$$

onde $i(t)$ é a taxa de juros no tempo t na economia doméstica, i^* é a taxa de juros na economia estrangeira (que será mantida constante) e $\dot{s}^e$ é o logaritmo natural da expectativa de ganho com a depreciação da moeda local em termos de moeda estrangeira. A segunda equação do modelo é a curva LM, que representa o equilíbrio no mercado monetário:

$$m(t) - p(t) = \psi y(t) - \theta i(t) \tag{3.2}$$

onde $m(t)$ é o logaritmo natural da oferta nominal de moeda no tempo t, $p(t)$ é o logaritmo natural do nível de preços (que fora normalizado por $p*$)[1] e $y(t)$ é o logaritmo natural do nível de produto. A sensibilidade da demanda por moeda em relação ao produto é ψ e θ é a sensibilidade dos juros em relação à moeda, sendo $0 < \psi < 1$ e $\theta > 0$. Visando a simplificação do modelo, assume-se que a oferta de produto sempre está no seu nível potencial, ou seja, $y(t) = y^n$.

O equilíbrio no mercado de bens é definido pela equação IS:

$$y^d(t) = \beta_0 + \beta_1[s(t) - p(t) + p^*] - \beta_2 i(t) \tag{3.3}$$

onde $y^d(t)$ é o logaritmo natural da demanda agregada, β_0 são choques exógenos ao modelo (como o nível de gasto do governo, por exemplo), β_1 a sensibilidade da demanda agregada em relação ao logaritmo natural da taxa de câmbio real e β_2 a sensibilidade da demanda agregada à taxa de juros nominal, sendo $\beta_0, \beta_1, \beta_2 > 0$. O

[1] O processo de normalização consiste em dividir o nível de preços locais (P) pelo nível de preços externos (P^*). Dessa forma, p é definido por $p = ln(\frac{P}{P^*})$ e $p* = ln(\frac{P^*}{P^*}) = 0$.

comportamento do nível de preços vai ser determinado pela Curva de Philips com o produto igual ao produto potencial:

$$\dot{p} = \mu[y^d(t) - y^n] \tag{3.4}$$

Por fim, como mostra Heijdra e Ploeg (2002), Dornbusch usa a previsão perfeita, o que, segundo o autor, pode ser interpretada como a contraparte determinística das espectativas racionais dos agentes. Esta hipótese faz com que as expectativas dos agentes sejam iguais ao caminho que a taxa de câmbio acaba percorrendo. Algebricamente, temos:

$$\dot{s}^e = \dot{s}$$

Então, a equação (3.1) fica:

$$i(t) = i^* + \dot{s} \tag{3.5}$$

Por último, temos a rigidez do nível de preços no curto prazo, sendo que os mesmos se ajustam no longo prazo. Esta rigidez do mercado de bens contrasta com a perfeita flexibilidade do mercado monetário, onde variáveis como a taxa de câmbio se movem para alcançar o equilíbrio de curto prazo.

3.2 CONSTRUÇÃO DO MODELO

Nesta seção, constrói-se o sistema dinâmico que ditará o movimento da taxa de câmbio e do nível de preços em função das outras variáveis. Como mostra Bongers, Gomez e Torrez (2019), isolando $i(t)$ em (3.2) com a hipótese de $y(t) = y^n$, temos

$$m(t) - p(t) = \psi y^n - \theta i(t) \therefore$$
$$i(t) = -\frac{1}{\theta}[m(t) - p(t) - \psi y^n]$$

Substituindo $i(t)$ na equação da demanda agregada (3.3), temos:

$$y^d(t) = \beta_0 + \beta_1(s(t) - p(t) + p^*) + \frac{\beta_2}{\theta}(m(t) - p(t) - \psi y^n) \tag{3.6}$$

Substituindo (3.6) na curva de Philips, temos

$$\dot{p} = \mu[y^d(t) - y^n] \therefore$$
$$\dot{p} = \mu[\beta_0 + \beta_1(s(t) - p(t) + p^*) + \frac{\beta_2}{\theta}(m(t) - p(t) - \psi y^n) - y^n] \therefore$$

$$\dot{p} = \mu\beta_0 + \mu\beta_1 s(t) + \mu\beta_1 p^* - \mu(\beta_1 + \frac{\beta_2}{\theta})p(t) + \frac{\mu\beta_2 m(t)}{\theta} - \mu(\frac{\psi\beta_2}{\theta} + 1)y^n \tag{3.7}$$

A equação (3.7) é a primeira equação dinâmica do modelo, onde se dita o movimento do nível de preços. Substituindo a equação dos juros em (3.1), temos

$$\dot{s}(t) = -\frac{1}{\theta}(m(t) - p(t) - \psi y^n) - i^* \tag{3.8}$$

sendo esta a segunda equação dinâmica do modelo, determinando o nível da taxa de câmbio. Reescrendo duas equações dinâmicas do modelo da forma matricial, temos

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mu(\beta_1 + \frac{\beta_2}{\theta}) & \mu\beta_1 \\ \frac{1}{\theta} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p(t) \\ s(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mu[\beta_0 + \beta_1 p^* + \frac{\beta_2}{\theta} + \frac{\beta_2 m(t)}{\theta} - (\frac{\beta_2 \psi}{\theta} + 1)y^n] \\ -\frac{m(t)}{\theta} - i^* + \frac{\psi y^n}{\theta} \end{bmatrix} \tag{3.9}$$

Pode-se definir

$$A = \begin{bmatrix} -\mu(\beta_1 + \frac{\beta_2}{\theta}) & \mu\beta_1 \\ \frac{1}{\theta} & 0 \end{bmatrix} \tag{3.10}$$

sendo A a matriz dos parâmetros das variáveis endógenas e

$$B = \begin{bmatrix} \mu[\beta_0 + \beta_1 p^* + \frac{\beta_2}{\theta} + \frac{\beta_2 m(t)}{\theta} - (\frac{\beta_2 \psi}{\theta} + 1)y^n] \\ -\frac{m(t)}{\theta} - i^* + \frac{\psi y^n}{\theta} \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

sendo B a matriz das variáves exógenas. As equações caracterizam um sistema dinâmico não-homogêneo e não-linear. Como mostra Arrowsmith e Place (1992), pode-se linearizar o sistema usando o método de aproximação de um ponto de estado estacionário. Primeiramente, deve-se calcular os pontos de estado estacionário. Isso acontecerá quando $\dot{p} = 0$ e $\dot{s} = 0$. Na forma matricial, temos

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} p \\ s \end{bmatrix} + B \tag{3.12}$$

Tendo em vista que

$$det(A) = -\frac{\mu\beta_1}{\theta} < 0$$

a matriz A é não singular, logo possui inversa. Subtraindo B dos dois lados e multiplicando pela inversa de A, temos

$$\begin{bmatrix} \bar{p} \\ \bar{s} \end{bmatrix} = -A^{-1}B \tag{3.13}$$

A equação para $\bar{p}$ é:

$$\dot{\bar{p}} = m(t) - \psi y^n + \theta i^* \tag{3.14}$$

E para $\bar{s}$:

$$\bar{s} = -\frac{\beta_0}{\beta_1} + m(t) + (\frac{1}{\beta_1} - \psi)y^n + (\theta + \frac{\beta_2}{\beta_1})i^* - p^* \tag{3.15}$$

Com o ponto estacionário, podemos escrever o sistema como

$$\begin{bmatrix} \dot{\bar{p}} \\ \dot{s} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} p(t) - \bar{p} \\ s(t) - \bar{s} \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

Uma vez linearizado, a estabilidade do sistema pode ser analisada pelos autovalores da matriz A.

Pelas definições na seção das hipóteses, temos

$$det(A) = -\frac{\mu\beta_1}{\theta} < 0$$

A matriz A tem, portanto, dois autovalores, um com sinal positivo e outro negativo, caracterizando, segundo Simon e Blume (1994), um sistema instável e com equilíbrio do tipo ponto de sela. Temos, então, que a trajetória que converge para o estado estacionário no longo prazo é a reta definida pelo autovetor com o sinal negativo. Como mostra MacDonald (2007), sendo λ_1 e λ_2 os autovalores da matriz A, a trajetória estável deve satisfazer:

$$\begin{bmatrix} \dot{p} \\ \dot{s} \end{bmatrix} = \lambda_1 \begin{bmatrix} p(t) - \bar{p} \\ s(t) - \bar{s} \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

onde λ_1 é o autovalor negativo. Esta é a trajetória que converge ao ponto do estado estacionário. Da primeira linha da matriz, temos

$$\bar{p} = \lambda_1 p(t) - \lambda_1 \bar{p}$$

Resolvendo a equação diferencial não-homogênea e autônoma com as técnicas de Simon e Blume (1994) para resolver problemas de valor inicial, temos a trajetória temporal do nível de preços partindo de um ponto p_0:

$$p(t) = (p_0 - \bar{p})e^{\lambda_1 t} + \bar{p} \tag{3.18}$$

O mesmo acontece para a segunda linha da matriz:

$$\dot{s}(t) = \lambda_1 s(t) - \lambda_1 \bar{s}$$

Resolvendo com um ponto s_0, temos a trajetória temporal da taxa de câmbio até o ponto de equilíbrio de longo prazo:

$$s(t) = (s_0 - \bar{s})e^{\lambda_1 t} + \bar{s} \tag{3.19}$$

O nível de longo prazo dos preços pode ser escrito como

$$m(t) - \bar{p} = \psi y^n - \theta i(t)$$

Isolando $p(t)$ na LM e subtraindo o $\bar{p}$, temos o desvio do preço do ponto de longo prazo:

$$p(t) - \bar{p} = \theta[i(t) - i^*]$$

Usando a solução de (3.19), temos a equação da trajetória estável:

$$s(t) = \bar{s} + \frac{p(t) - \bar{p}}{\theta\lambda_1} \tag{3.20}$$

3.3 EFEITOS DA EXPANSÃO MONETÁRIA NÃO-ANTECIPADA

Uma expansão monetária faz com que, no longo prazo, as variáveis nominais, preço e câmbio, aumentem na mesma magnitude que a expansão monetária por causa da neutralidade da moeda. No curto prazo, entretanto, a expansão monetária faz com que a trajetória estável se desloque por causa da mudança das variáveis exógenas, que modificam o ponto estacionário de longo prazo($\bar{s}$ e $\bar{p}$). Os valores iniciais após a expansão monetária, (p_1, s_1), tem que estar na nova trajetória estável. Como, por hipótese, p é rígida no curto prazo, s tem que se mover até a nova trajetória estável. Isso faz com que a taxa de câmbio ultrapasse o seu nível de longo prazo, ou seja, se deprecie mais que o seu nível de longo prazo. Os resultados são representados graficamente no próximo capítulo. Dornbusch (1976) chama o efeito de *overshooting* e é fruto da hipótese de preços rígidos no curto prazo. Então, $p_1 = p_0$ e p_0 o nível de preços antes da expansão monetária. Para determinar s_1, temos, ao substituir $\bar{p}$ e $\bar{s}$ em 3.20:

$$s(t) = -\frac{\beta_0}{\beta_1} - p^* + m(t) + (\frac{1}{\beta_1} - \psi)y^n + (\theta + \frac{\beta_2}{\beta_1})i^* + \frac{p(t) - m(t) + \psi y^n - \theta i^*}{\theta\lambda_1} \quad (3.21)$$

Derivando s em função de m, temos:

$$\frac{\partial s}{\partial m} = 1 - \frac{1}{\lambda_1\theta} \quad (3.22)$$

Então, para cada aumento de 1 unidade monetária, s_1 tem que "pular", partindo de s_0, $1 - \frac{1}{\lambda_1\theta} > 1$ unidades. Assim, conclui-se que há uma volatilidade na taxa de câmbio pois esta é a forma com que os agentes tem de ajustar a economia.

4 SIMULAÇÕES E DISCUSSÃO

Neste capítulo serão apresentados os programas de computador utilizados, os dados iniciais e resultados das simulações. O capítulo se divide da seguinte forma: Na primeira seção, o *software* e os pacotes usados serão listados. Depois, os valores dos parâmetros e das variáveis exógenas são mostrados. A terceira seção mostra os valores dos ponto estacionário e o retrato de fase do sistema dinâmico. A quarta seção contém os gráficos resultantes da simulação de uma expansão monetária e gráficos da mesma expansão com os parâmetros modificados. A última e quinta seção contém o resultado de uma simulação de uma expansão fiscal no modelo.

4.1 PROGRAMAS UTILIZADOS

Para realizar as simulações, o modelo foi escrito no *software Python*, versão 3.7.5. Os pacotes usados foram o *Matplotlib* versão 3.1.2, o *Scipy* versão 1.4.1 e o *Numpy* versão 1.17.4.

4.2 DADOS INICIAIS

Os valores iniciais dos parâmetros do modelo estão na Tabela 1. Tais valores foram baseados no exemplo de Bongers, Gomez e Torrez (2019). Os valores iniciais das variáveis exógenas são mostrados na tabela 2.

TABELA 1 – PARÂMETROS INICIAIS DA SIMULAÇÃO

Parâmetro	Valor inicial	Descrição do parâmetro
ψ	0.05	Sensibilidade da demanda por moeda ao produto
θ	0.6	Sensibilidade da demanda por moeda à taxa de juros
β_1	25	Sensibilidade da demanda agregada ao câmbio real
β_2	0.2	Sensibilidade da demanda agregada à taxa de juros
μ	0.02	Taxa de ajuste dos preços

FONTE: Elaboração própria.

É importante ressaltar que está se considerando que o nível de moeda na economia, $m(t)$, é constante, ou seja, não varia com o tempo. O mesmo acontece para as outras variáveis exógenas da simulação, o que caracteriza este sistema dinâmico como um sistema autônomo.

TABELA 2 – VALORES INICIAIS DAS VARIÁVEIS EXÓGENAS DA SIMULAÇÃO

Variável	Valor inicial	Descrição da variável
$m(t)$	100	Log da quantidade de moeda
β_0	400	Gastos do governo e outros choques
y^n	1000	Nível de produto
i^*	3	Taxa de juros externa
p^*	0	Log do nível preços externo

FONTE: Elaboração própria.

4.3 RETRATO DE FASE

Com tais dados iniciais, o ponto estacionário do sistema, calculado pelas equações (3.14) e (3.15), é

$$\bar{p} = 51.2$$

$$\bar{s} = 75.216$$

Os autovalores são $\lambda_2 = 0.6940$, que representa a trajetória instável, e $\lambda_1 = -1.2007$, representando a trajetória estável (que converge ao ponto estacionário). A Figura 1 mostra o retrato de fase do sistema. O ponto A é o ponto de estado estacionário. A reta verde é a variedade estável, definida pelo autovetor negativo, que converge para o estado estacionário. A reta azul é a variedade instável, que diverge do mesmo.

O retrato de fase ilustra o que fora comentado anteriormente: para que a economia venha a convergir no longo prazo para o estado estacionário, as duas variáveis, p e s, devem estar no ramo estável. Outra forma de chegar o mesmo resultado é representando graficamente as curvas $\dot{s} = 0$ e $\dot{\bar{p}} = 0$, o que é feito na Figura 2. O ponto de interseção entre as curvas é o ponto onde a economia já se ajustou a todos os choques, ou seja, o ponto onde as variáveis estão no seu nível de longo prazo (ponto A).

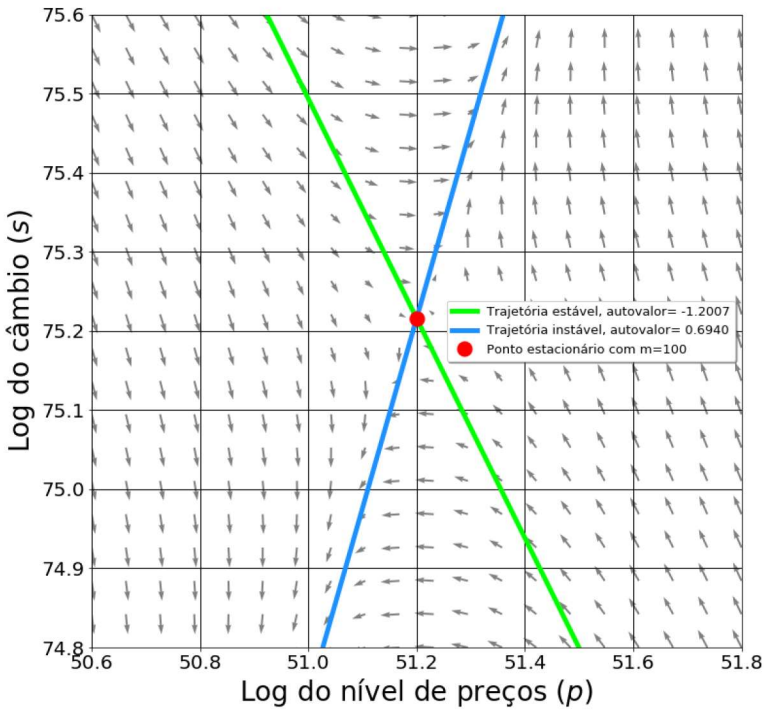
4.4 SIMULAÇÃO DE UMA EXPANSÃO MONETÁRIA NÃO ANTECIPADA

Supondo que a economia esteja no seu ponto de equilíbrio de longo prazo e a autoridade monetária venha a expandir o nível de moeda de 100 para 101 unidades, os novos níveis de preço e câmbio, no longo prazo, serão, ao calcular com (3.14) e (3.15), e denotado por ponto B, de:

$$\bar{p} = 52.2$$

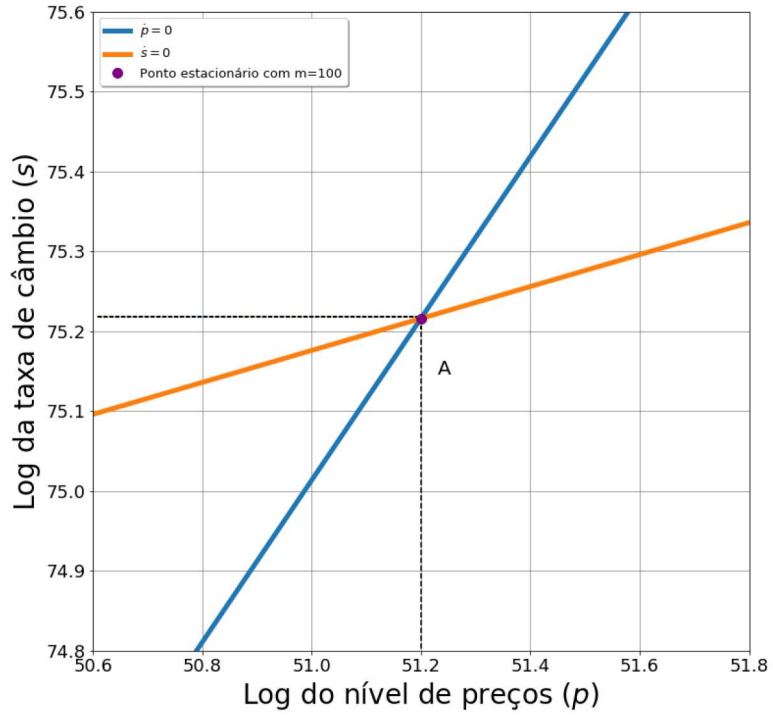
$$\bar{s} = 76.216$$

FIGURA 1 – RETRATO DE FASE DO SISTEMA DINÂMICO



FONTE: Elaboração própria.

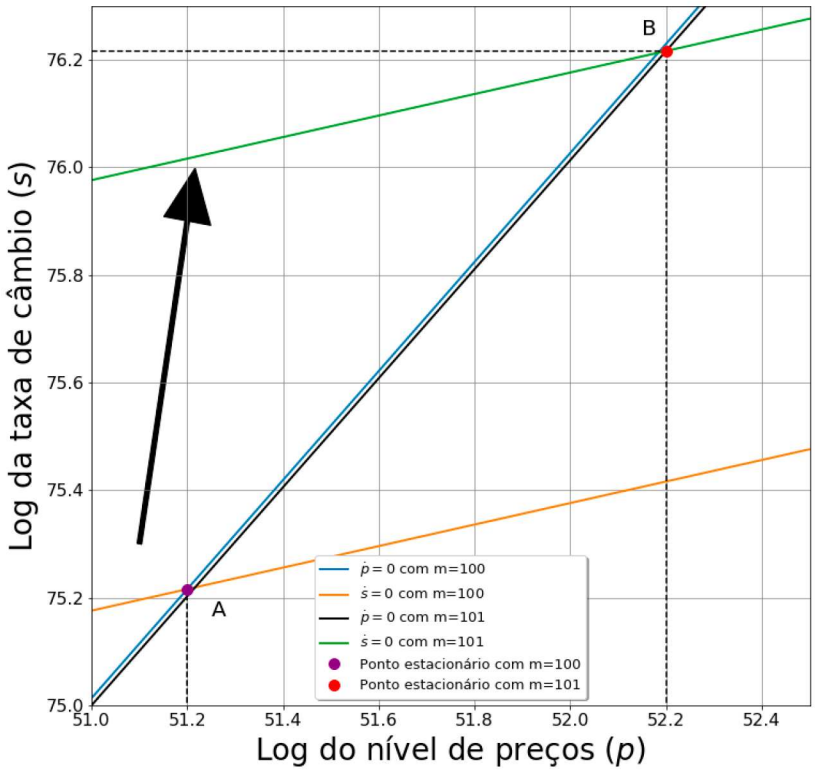
FIGURA 2 – INTERSEÇÃO DAS CURVAS $\dot{S} = 0$ E $\dot{P} = 0$ É O NÍVEL DE EQUILÍBRIO NO LONGO PRAZO.



FONTE: Elaboração própria.

A Figura 3 mostra o movimento das duas curvas, $\dot{s} = 0$ e $\dot{p} = 0$, após a expansão monetária no tempo $t = 0$. A figura mostra também o novo ponto de estado estacionário, o ponto B, como interseção das duas curvas.

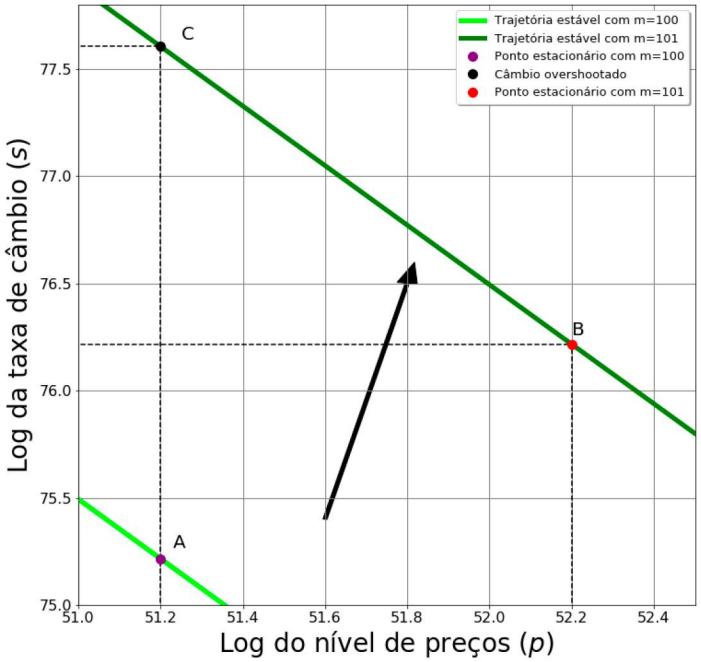
FIGURA 3 – DESLOCAMENTO DAS CURVAS $\dot{S} = 0$ E $\dot{P} = 0$ APÓS A EXPANSÃO MONETÁRIA.



FONTE: Elaboração própria.

No que tange à trajetória estável, a mesma também sofre deslocamento em virtude da expansão monetária. A Figura 4 ilustra o movimento da mesma neste sistema. Em virtude da hipótese da rigidez de preços no curto prazo e que a economia deve estar em um ponto da trajetória estável para que possa convergir para o estado estacionário quando $t \to \infty$, a economia deve se movimentar para o ponto C. Nele, o nível de preços é o mesmo que antes da expansão por causa da hipótese da rigidez de preços, ou seja, $p_0 = 51.2$.

FIGURA 4 – DESLOCAMENTO DAS TRAJETÓRIAS ESTÁVEIS APÓS A EXPANSÃO MONETÁRIA.

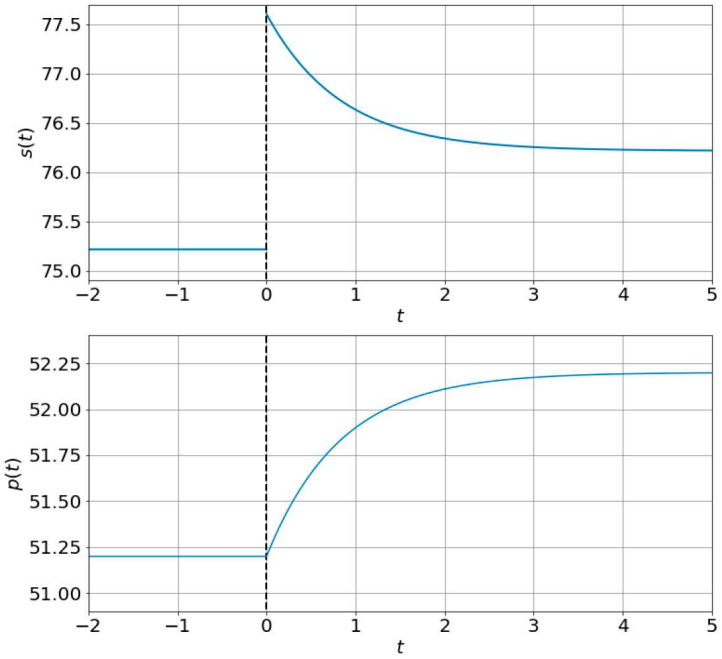


FONTE: Elaboração própria.

Para manter o equilíbrio na economia, a taxa de câmbio deve se desvalorizar até que atinja o ponto C. O novo valor da taxa de câmbio pode ser calculado com a equação 3.20 usando os pontos estacionários após a expansão ($\bar{s}$ e $\bar{p}$), o autovalor negativo (λ_1) e a sensibilidade dos juros à demanda por moeda (θ) da Tabela 1. Então, o valor da taxa de câmbio no ponto C é aproximadamente $s_0 = 77.604$. Com estes valores, pode-se mostrar graficamente a trajetórias do nível de preços e da taxa de câmbio após a expansão monetária para o novo estado estacionário. As equações que regem tais trajetórias são 3.18 e 3.19 e o seu resultado é a Figura 5, onde supõe-se que a expansão monetária ocorre em $t = 0$. Este movimento da taxa de câmbio é o efeito *overshooting* em $t = 0$, onde a taxa de câmbio se depreciou mais no momento após a expansão monetária ($s_0 = 77.604$) que seu nível de longo prazo ($\bar{s} = 75.216$). A trajetória do nível de preços na mesma figura ilustra a hipótese dos preços rígidos, onde estes se ajustam ao longo do tempo até o seu novo nível de estado estacionário.

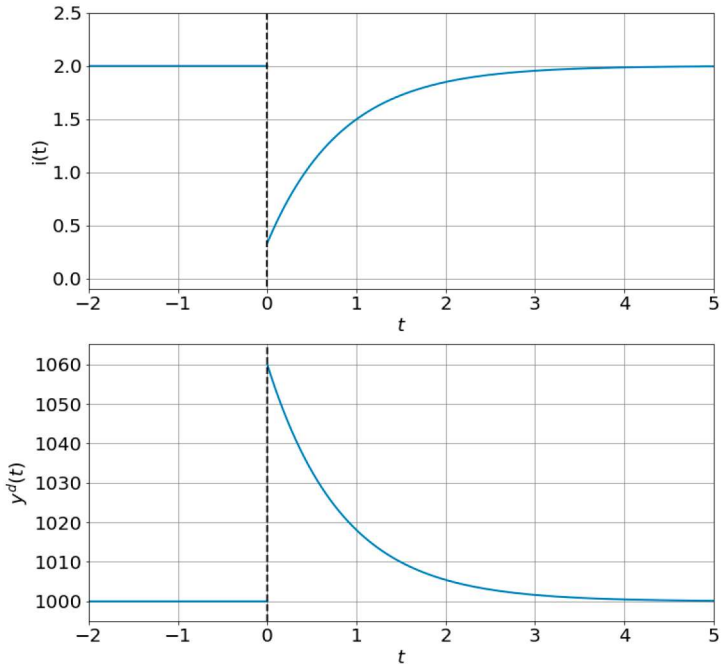
A expansão monetária faz com que a haja uma expectativa de depreciação da moeda na equação (3.2), o que pressiona negativamente a taxa de juros para que o mercado interno esteja em equilíbrio com o externo. No que tange à demanda agregada, o câmbio desvalorizado faz com que haja demanda por bens da economia doméstica. Com a apreciação do câmbio e o crescimento dos preços, tal desvio do produto potencial desaparece com o tempo. As trajetórias da taxa de juros e da demanda agregada são representadas na Figura 6.

FIGURA 5 – TRAJETÓRIA DA TAXA DE CÂMBIO E NÍVEL DE PREÇOS ANTES E APÓS A EXPANSÃO MONETÁRIA CONVERGINDO PARA O NOVO NÍVEL DE LONGO PRAZO.



FONTE: Elaboração própria.

FIGURA 6 – TRAJETÓRIA DA DEMANDA AGREGADA E DA TAXA DE JUROS APÓS A EXPANSÃO MONETÁRIA



FONTE: Elaboração própria.

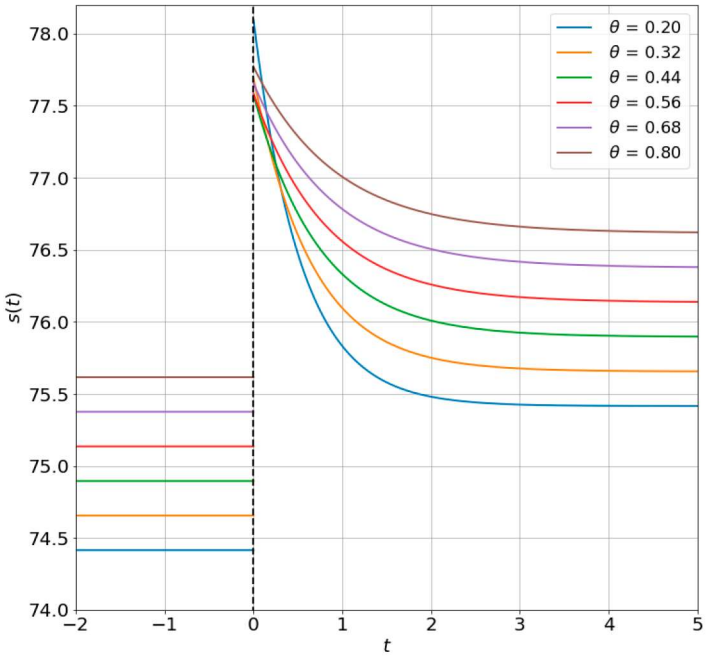
4.5 VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS

Nesta seção, busca-se estudar o efeito da mudança de alguns parâmetros da simulação acima.

4.5.1 Variação da sensibilidade dos juros à demanda por moeda

No artigo que que descreve o modelo, Dornbusch argumenta que uma maior resposta dos juros à demanda por moeda (parâmetro θ) faz com que haja um amortecimento do *overshooting*. O mecanismo de transmissão é que, quanto maior a reposta dos juros à demanda por moeda, a mesma mudança na quantidade de moeda pede uma redução menor na taxa de juros, fazendo com que a desvalorização cambial tenha que ser menor para haver equilíbrio no mercado monetário. A Figura 7 mostra o resultado da variação do parâmetro em seis valores na taxa de câmbio. Nota-se que a observação feita pelo autor é validada pela simulação, onde o efeito *overshooting* é maior (proporcionalmente) quanto menor for o parâmetro.

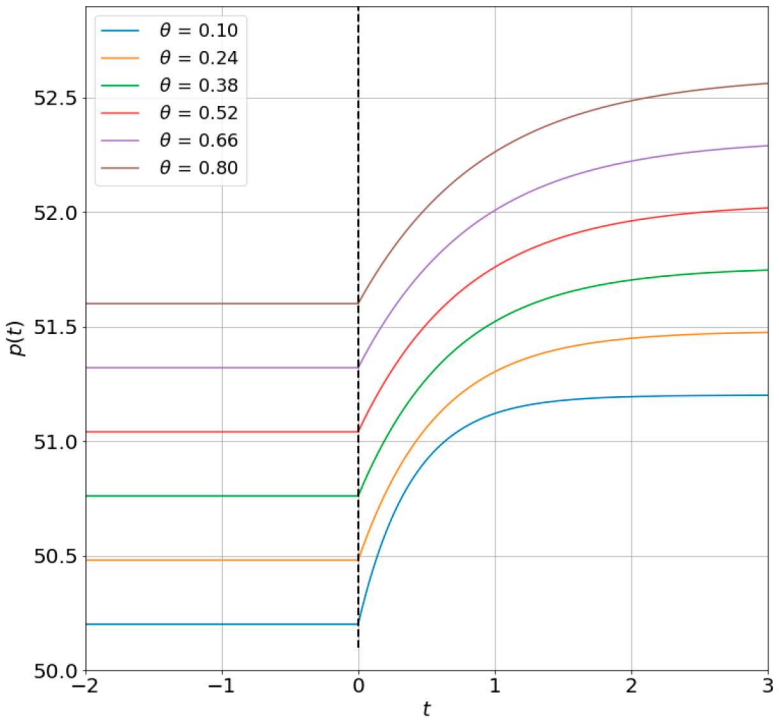
FIGURA 7 – TRAJETÓRIAS DA TAXA DE CÂMBIO VARIANDO O PARÂMETRO θ



FONTE: Elaboração própria.

A Figura 8 mostra o impacto da mudança do mesmo parâmetro na nível de preços. Nota-se que uma menor resposta dos juros à demanda por moeda faz com que o nível de preços convirja mais rapidamente. No caso de $\theta = 0.10$, o ajuste está quase feito no fim do primeiro período ($t = 1$), enquanto para $\theta = 0.80$ o mesmo só acontece quase no fim do segundo período ($t = 2$).

FIGURA 8 – TRAJETÓRIAS DO NÍVEL DE PREÇOS AO VARIAR O PARÂMETRO θ

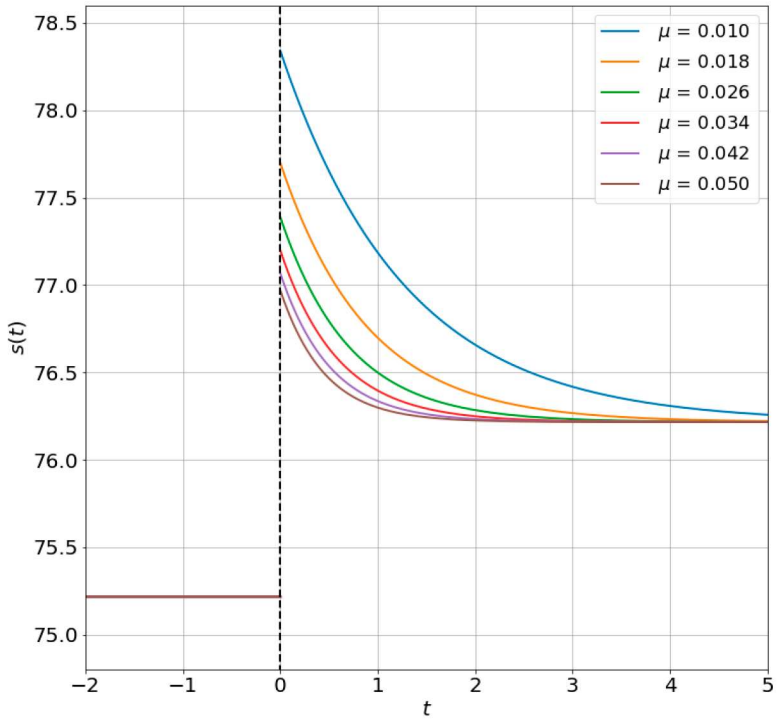


FONTE: Elaboração própria.

4.5.2 Variação da taxa de ajuste dos preços

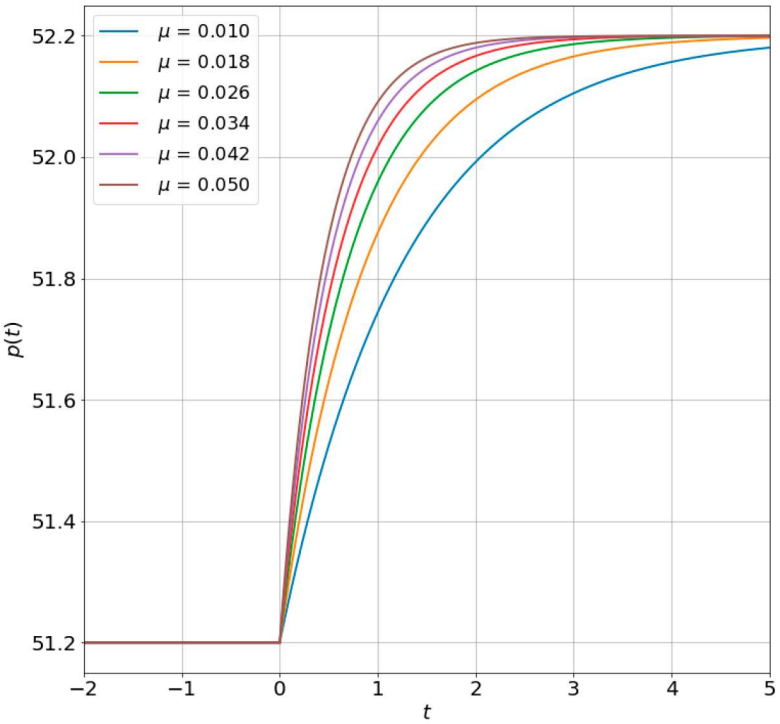
No artigo em que descreve o modelo, Dornbusch (1976) argumenta que, se a taxa em que os preços se ajustam (μ) fosse infinita, o *overshooting* não aconteceria visto que é uma consequência da hipótese dos preços rígidos. A Figura 9 ilustra o que acontece com a taxa de câmbio quando o parâmetro é modificado. Nota-se que, quanto menor a taxa de ajuste dos preços, maior é o *overshooting* e mais tempo se demora para que a mesma atinja seu nível de longo prazo. O mesmo acontece para o nível de preços, ilustrado na Figura 10.

FIGURA 9 – TRAJETÓRIAS DA TAXA DE CÂMBIO VARIANDO O PARÂMETRO μ



FONTE: Elaboração própria.

FIGURA 10 – TRAJETÓRIAS DO NÍVEL DE PREÇOS AO VARIAR O PARÂMETRO μ

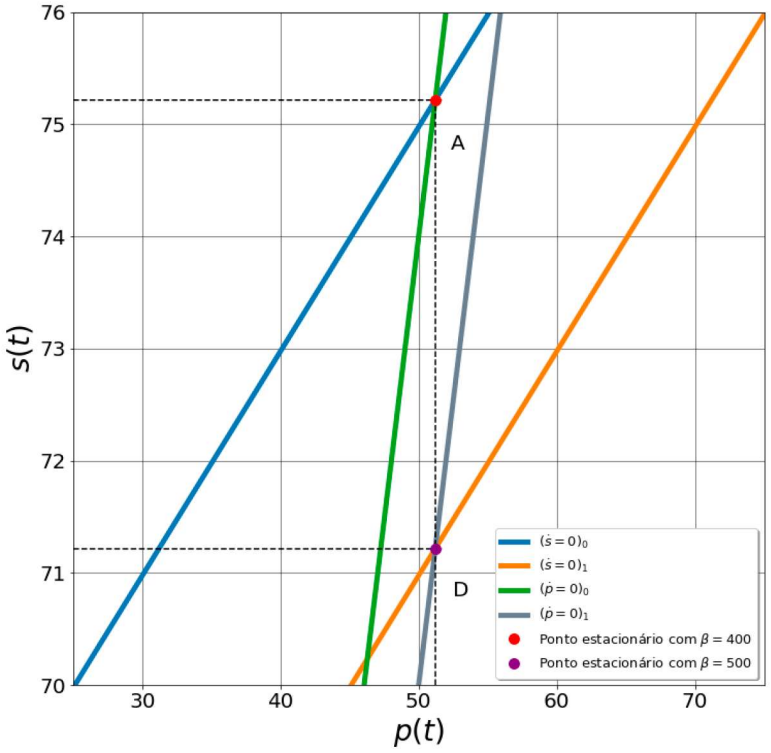


FONTE: Elaboração própria.

4.6 SIMULAÇÃO DE UMA EXPANSÃO FISCAL NÃO ANTECIPADA E PERMANENTE

Não são todas as políticas econômicas que causam o *overshooting*. Supondo uma política fiscal expansionista, onde se aumenta β_0 de 400 para 500, partindo inicialmente do ponto A. De acordo com as equações de $\dot{p} = 0$ e $\dot{s} = 0$, o ponto estacionário passa de A para D, onde o nível de preços fica inalterado e o câmbio é valorizado. A Figura 11 ilustra o deslocamento para a direita das curvas $\dot{p} = 0$ e $\dot{s} = 0$. Nota-se que a taxa de câmbio se aprecia e que o nível de preços continua o mesmo.

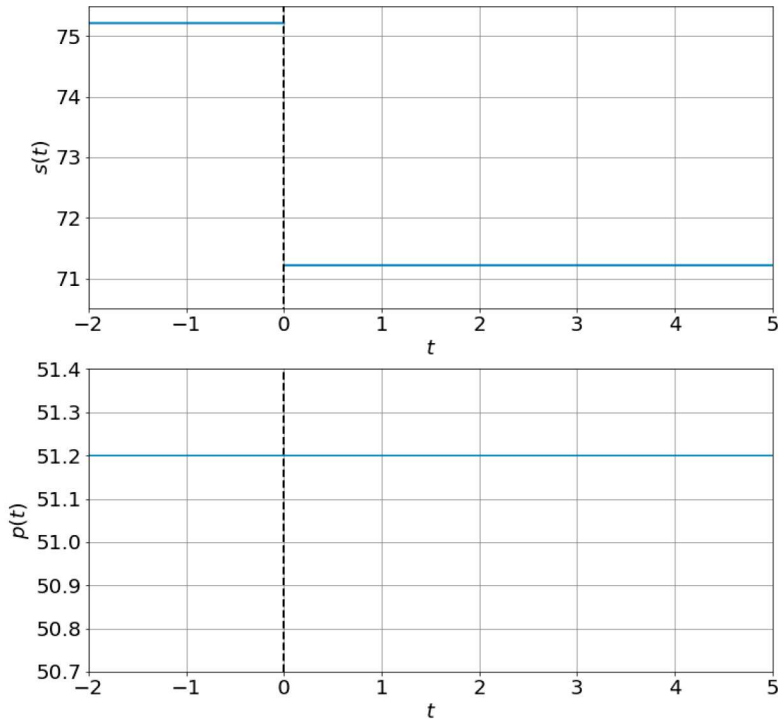
FIGURA 11 – DESLOCAMENTO DAS CURVAS $\dot{S} = 0$ E $\dot{P} = 0$ APÓS A EXPANSÃO FISCAL.



FONTE: Elaboração própria.

Supondo que o choque fiscal ocorra em $t = 0$, a Figura 12 ilustra o movimento da taxa de câmbio, onde esta se aprecia para o novo nível de longo prazo (ponto D). No caso, não ocorre o *overshooting* pois o movimento da taxa de câmbio é exatamente para o seu nível de longo prazo. A Figura também ilustra a trajetória do nível de preços que, pela construção do modelo, não é afetada por choques fiscais, fazendo com que, mesmo após o choque em $t = 0$, apresente uma trajetória constante antes e depois do choque.

FIGURA 12 – TRAJETÓRIA TEMPORAL DO CÂMBIO E DO NÍVEL DE PREÇOS APÓS UMA EXPANSÃO FISCAL.



FONTE: Elaboração própria.

Devido aos resultados apresentados nesta seção, conclui-se que a expansão fiscal não gera o *overshooting*, um aumento da sensibilidade dos juros à demanda por moeda diminui o *overshooting* e um aumento na taxa de ajuste dos preços faz com que o câmbio tenha uma maior variação.

5 CONCLUSÃO

Neste trabalho fora discutido o modelo Mundell-Fleming-Dornbusch para uma pequena economia aberta com o modelo simulado computacionalmente para entender como a variação dos parâmetros afeta o efeito *overshooting* do mesmo. No que tange a essa variação, a mudança do parâmetro sensibilidade dos juros à demanda por moeda mostrou que, ao reduzir o valor do parâmetro(θ), o efeito *overshooting* é maior. No que tange ao parâmetro taxa de ajuste dos preços(μ), uma redução do parâmetro faz com que o ajuste se torne mais demorado. Também fora mostrado, confirmando a teoria, que uma expansão fiscal não causa o *overshooting*.

Para trabalhos futuros, pode-se relaxar a hipótese da produção sempre em seu nível potencial, o que, como mostra o último capítulo e o apêndice de Dornbusch (1976), não causaria o *overshooting*. Outra possibilidade é o estudo de simulações com o modelo de Frenkel e Rodriguez(1982), onde se flexiliza a hipótese da barreira de capital, assumindo-a como imperfeita, e não perfeita como a estudada.

O estudo de simulações na literatura econômica brasileira ainda é escasso (PASSOS, 2008), o que gera inúmeras possibilidades de pesquisa. Os desafios na área são grandes, principalmente pela necessidade do conhecimento de técnicas matemáticas e de técnicas computacionais não triviais. Embora haja este impedimento, a recompensa é um enorme ganho no que tange à melhor tomada de decisão.

REFERÊNCIAS

ARROWSMITH, D.K.; PLACE, C.M. **Differential equations, maps and chaotic behaviour**. 1ª. London: Champman e Hall, 1992. Citado 1 vez na página 14.

BONGERS, Aneli; GOMEZ, Trinidad; TORREZ, José L. **Introduccións a La Macroeconomía Computacional**. Málaga: Vernon Press, 2019. P. 351. Citado 2 vezes nas páginas 13, 17.

DADKHAN, K. **Foundations of Mathematical and Computational Economics**. 2ª. Boston: Springer Press, 2011. Citado 1 vez na página 11.

DORNBUSCH, R. Expectations and Exchange Rate Dynamics. **The Journal of Political Economy**, v. 84, p. 1161–1176, 1976. Citado 3 vezes nas páginas 16, 24, 28.

FRENKEL J. A.; RODRIGUEZ, C. A. Exchange rate dynamics and the overshooting hypothesis. **IMF Staff Papers**, v. 29, p. 1–30, 1982.

HEIJDRA, B. J.; PLOEG, F. V. D. **The foundations of modern macroeconomics**. 1ª edição. Oxford: Oxford University Press, 2002. P. 751. Citado 1 vez na página 13.

MACDONALD, R. **Exchange rate economics: Theories and evidence**. 1ª. Nova Iorque: Routledge, 2007. P. 1–450. Citado 1 vez na página 15.

PASSOS, M. O. Modelo Macrodinâmico Aberto de Simulação Computacional, 2008. Citado 3 vezes nas páginas 11, 28.

ROMER, D. **Advanced Macroeconomics**. 1ª. New York: McGraw-Hill Education, 1996. Citado 1 vez na página 9.

SAES, F. A. M. de; SAES, A. M. **História Econômica Geral**. São Paulo: Editora Saraiva, 2013. Citado 4 vezes nas páginas 9, 10.

SIMON, C. P.; BLUME, L. **Mathematics for Economists**. 1ª. New York: W. W. Norton & Company, Inc., 1994. Citado 2 vez na página 15.

TERRA, C. **Finanças Internacionais**. [S.l.]: Elseview Editora Ltda, 2014. P. 305. Citado 2 vez na página 10.