

**DONIZETE GONÇALVES DA CRUZ**

**A UTILIZAÇÃO DE AMBIENTE DINÂMICO E INTERATIVO NA  
CONSTRUÇÃO DE CONHECIMENTO DISTRIBUÍDO**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Educação, Curso de Pós-Graduação em Educação – Linha de Pesquisa Educação Matemática, do Setor de Ciências Humanas Letras e Artes da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof.<sup>o</sup> Dr. Alexandre Luis Trovon de Carvalho.

**CURITIBA**

**2005**

Dedico este trabalho aos estudantes que foram meus alunos – motivo de minha busca por metodologias que contribuíssem efetivamente para a construção do conhecimento matemático nas aulas em que, juntos, trabalhávamos. Nessa busca, encontrei o recurso tecnológico computador e o ambiente dinâmico e interativo. Hoje sei que realizava investigações.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao Prof.<sup>o</sup> Dr. Alexandre Luis Trovon de Carvalho pelo acompanhamento e revisão do estudo que propiciaram entender o método científico de pesquisa e conhecer com mais profundidade o objeto da investigação.

Aos docentes e discentes do Curso de Pós-Graduação em Educação – Linha de Pesquisa Educação Matemática, do Setor de Ciências Humanas Letras e Artes da Universidade Federal do Paraná, do período de 2003 a 2005 que, de variadas maneiras, contribuíram na minha trajetória em busca de mais conhecimento.

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE ILUSTRAÇÕES</b> .....	viii
<b>RESUMO</b> .....	x
<b>ABSTRACT</b> .....	xi
<b>1 O SURGIMENTO DAS PRIMEIRAS IDÉIAS PARA A PESQUISA</b> .....	1
1.1 INTRODUÇÃO .....	1
1.2 MINHA TRAJETÓRIA E A MOTIVAÇÃO PARA O ESTUDO DO PROBLEMA.....	6
<b>2 CONCEPÇÃO E IDÉIAS BÁSICAS</b> .....	16
2.1 CONCEPÇÃO DE AMBIENTE DINÂMICO E INTERATIVO NESTA PESQUISA.....	16
2.2 CONCEPÇÃO DE GEOMETRIA DINÂMICA NESTA PESQUISA	29
2.3 POSSÍVEIS PAPÉIS .....	32
2.3.1 O papel do computador.....	32
2.3.2 Possível papel do aluno e dos grupos e trabalho.....	37
2.3.3 Possível papel do professor .....	41
2.4 POSSÍVEIS LIMITAÇÕES.....	43
2.5 CONTRIBUIÇÕES À RESPOSTA DO PROBLEMA LEVANTADO POR ESTA PESQUISA.....	45
<b>3 MEDIAÇÃO EM AMBIENTES COMPUTACIONAIS</b> .....	46
3.1 MEDIAÇÃO .....	49
3.2 MEDIAÇÃO E AMBIENTE DINÂMICO E INTERATIVO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA .....	58
3.3 AS CARACTERÍSTICAS DE ABORDAGENS DO AMBIENTE DINÂMICO E INTERATIVO .....	64
3.3.1 Movimento.....	65
3.3.2 Visualização .....	66
3.3.3 Simulação.....	69
3.3.4 Manipulação.....	70

<b>4 RECURSOS TECNOLÓGICOS E SUAS INTERFACES – ALGUNS</b>	
<b>FUNDAMENTOS</b> .....	74
4.1 O DE VIR PRECONIZADO PELOS “COLETIVOS PENSANTES” .....	74
4.2 “COLETIVOS PENSANTES” – POSSIBILIDADES PARA O CONHECIMENTO DISTRIBUÍDO .....	78
4.2.1 Articulações – o devir do pensamento .....	82
4.3 O COMPUTADOR E A REORGANIZAÇÃO DO PENSAMENTO .....	83
4.4 A METÁFORA SERES-HUMANOS-COM-MÍDIAS .....	93
4.4.1 Situando a pesquisa no contexto de outras pesquisas .....	96
4.5 CONTRIBUIÇÕES PARA A ELUCIDAÇÃO DO PROBLEMA EM QUESTÃO .....	108
<b>5 ECOLOGIA COGNITIVA, REDE INTERNA E CONHECIMENTO DISTRIBUÍDO – POSSÍVEL SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA</b> .....	113
5.1 ECOLOGIA COGNITIVA – ORGANISMO VIVO EM SI .....	114
5.2 A INDIVIDUALIDADE DO ALUNO E A REDE DE COMPUTADORES EM UMA SALA DE AULA .....	118
5.3 O CONHECIMENTO DISTRIBUÍDO .....	122
5.4 ALGUMAS IDÉIAS CONCLUSIVAS A RESPEITO DO CONHECIMENTO DISTRIBUÍDO .....	135
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	137
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	140
<b>APÊNDICE 1: IDÉIAS PARA A CONCRETIZAÇÃO DA PROPOSTA</b> .....	144
1.1 EXPLORANDO CONCEITOS SOBRE O PONTO .....	147
1.2 EXPLORAÇÃO DE CONCEITOS RELACIONADOS A PONTO E SIMETRIA .....	150
1.3 EXPLORAÇÃO DE CONCEITOS RELACIONADOS AO PONTO, COM A UTILIZAÇÃO DE BISSETRIZES .....	151
1.4 CONJETURANDO COM BASE NO ESTUDO DO PONTO .....	155
1.5 EXPLORANDO CONCEITOS RELACIONADOS À RETA.....	156
1.6 EXPLORANDO CONCEITOS RELACIONADOS À RETA, COM BASE EM UMA ATIVIDADE PREVIAMENTE ELABORADA .....	158

1.7 IDÉIA SOBRE ELEMENTOS DA CIRCUNFERÊNCIA .....	160
1.7.1 Conjeturando sobre a circunferência no ambiente dinâmico e Interativo .....	164
1.7.2 Conjeturando sobre a circunferência no ambiente dinâmico e Interativo .....	165
1.8 EXPLORANDO CONCEITOS RELACIONADOS ÀS RETAS PARALELAS .....	168
1.8.1 Conjeturando sobre retas paralelas .....	170
1.9 EXPLORANDO CONCEITOS RELACIONADOS ÀS RETAS PERPENDICULARES.....	170
1.9.1 Conjeturando sobre retas perpendiculares.....	173

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 - RELAÇÃO ENTRE SIGNOS E INSTRUMENTOS.....	48
FIGURA 2 - RELAÇÃO ENTRE SUJEITO/FERRAMENTA X OBTENÇÃO DA RESPOSTA .....	52
FIGURA 3 - RELAÇÃO ENTRE SINAL/OBJETO/REPRESENTAÇÃO.....	54
FIGURA 4 - TRÍADE: REPRESENTAÇÃO/OBJETO/ SINAL.....	56
FIGURA 5 - RELAÇÃO ENTRE OBJETO/FERRAMENTA/ INTERPRETAÇÃO .....	58
FIGURA 6 - TRANSFERÊNCIA DE CONHECIMENTO DO PROFESSOR (DETENTOR) PARA O ALUNO (RECEPTOR) – NA AUSÊNCIA DO COMPUTADOR.....	120
FIGURA 7 - CONSTRUÇÃO DE CONHECIMENTO NA PRESENÇA DO COMPUTADOR .....	120
FIGURA 8 - CONSTRUÇÃO DE CONHECIMENTO NA PRESENÇA DO COMPUTADOR E COM USO DA REDE .....	121
FIGURA 9 - PROCESSO DE CONSTRUÇÃO DE CONHECIMENTO DISTRIBUÍDO NA PRESENÇA DO AMBIENTE DINÂMICO E INTERATIVO.....	130
FIGURA 10 – POSSÍVEIS SOLUÇÕES PARA A SITUAÇÃO PROBLEMA...	130
FIGURA 11 - REPRESENTAÇÃO DA DISPOSIÇÃO DOS COMPUTADORES NUMA SALA DE COMPUTAÇÃO E DOS ALUNOS À FRENTE DAS MÁQUINAS.....	145
FIGURA 12 - ESTUDO DO PONTO NO PLANO CARTESIANO.....	147
FIGURA 13 - ESTUDO DO PONTO NO PLANO CARTESIANO INCLUINDO CONCEITOS DE SIMETRIA .....	151
FIGURA 14 - ESTUDO DO PONTO COM BASE EM BISSETRIZES E SIMETRIAS .....	153
FIGURA 14.1 - ESTUDO DO PONTO COM BASE EM BISSETRIZES E SIMETRIAS .....	154
FIGURA 15 - ESTUDO DA RETA .....	156
FIGURA 15.1 - ESTUDO DA RETA .....	158

FIGURA 15.2 - ESTUDO DA RETA .....	159
FIGURA 16 - ESTUDO DA CIRCUNFERÊNCIA.....	161
FIGURA 17 - ESTUDO DA CIRCUNFERENCIA: EXPLORANDO O CONCEITO DE RAI0 .....	162
FIGURA 18 - ESTUDO DA CIRCUNFERÊNCIA: EXPLORANDO O CONCEITO DE CORDA .....	163
FIGURA 19 - ESTUDO DA CIRCUNFERÊNCIA: EXPLORANDO O CONCEITO DE DIÂMETRO .....	164
FIGURA 20 - ESTUDO DA CIRCUNFERÊNCIA: EXPLORANDO O CONCEITO DE SUA EQUAÇÃO.....	166
FIGURA 21 - ESTUDO DE RETAS PARALELAS.....	168
FIGRUA 22 - ESTUDO DE RETAS PERPENDICULARES.....	173

## RESUMO

Neste trabalho, investigamos a possibilidade de ocorrência do conhecimento distribuído na utilização de um ambiente dinâmico e interativo no ensino de Geometria. Apresentamos uma discussão teórica fundamentada na utilização do computador e dos softwares de geometria dinâmica. Dois aspectos são considerados. O primeiro, é o da reorganização do pensamento por meio das ferramentas de mediação, providas pelo ambiente dinâmico e interativo. O movimento, a visualização, a simulação e a manipulação aparecem como características dessa ferramenta. O segundo aspecto leva em conta as idéias de ecologia cognitiva e rede digital que formam o coletivo pensante da sala de aula. Apresentamos então uma proposta teórica em direção à construção do conhecimento distribuído no ensino de Geometria, por meio de um ambiente dinâmico e interativo.

Palavras-chave: Software de Geometria; Ambiente Dinâmico e Interativo; Construção de Conhecimento Distribuído.

## **ABSTRACT**

In this work we investigate the possibility to occur a distributed knowledge when one use a dynamic and interactive environment to teach Geometry. We present a theoretical discussion based on the use of the computer ad dynamic geometry software. Two main aspects are considered. First is the reorganization of thinking through the mediation tools, provided by the dynamic and interactive environment. Motion, visualization, simulation and the manipulation appear as characteristics of this tool. Second aspect takes into account the ideas of cognitive ecology and thinking collectivities of the classroom. We then present a theoretical proposition towards the construction of distributed knowledge in the teaching of geometry through a dynamic and interactive environment.

Key-words: Geometry Software; Dynamic and Interactive Environment; Distributed Knowledge.

# 1 O SURGIMENTO DAS PRIMEIRAS IDÉIAS PARA A PESQUISA

## 1.1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, tenho acompanhado o surgimento de vários *softwares* educacionais que possibilitam aos alunos o trabalho com conceitos matemáticos sem a necessidade de conhecimentos da linguagem de programação. Estes, sem dúvida, compõem-se de um poderoso ambiente de aprendizagem, no qual é possível trabalhar com uma perspectiva que incorpora a construção de conhecimentos relacionados a conteúdos específicos da Educação Matemática.

Presumo que a prática docente pode melhorar significativamente quando os profissionais dessa área se empenham em buscar processos adequados para o exercício profissional, tendo como ferramenta o recurso tecnológico *computador*.

Os *softwares* de geometria dinâmica que apresentam estrutura, funcionamento e características de fácil domínio, sendo explorados por uma proposta condizente, podem possibilitar a postura autônoma de aprendizagem. Mais ainda, por meio deles tem-se a possibilidade de que conhecimento seja apropriado pelo grupo de alunos que participam de aulas de matemática, utilizando o ambiente computacional.

Acredito que a inserção dos recursos tecnológicos: computador e *softwares* – que, por meio de sua usabilidade, possibilitam práticas docentes diferenciadas – configura-se como uma postura coerente. O mundo está continuamente passando por transformações tecnológicas consideráveis, sendo o ambiente escolar um espaço privilegiado, no qual os alunos terão oportunidade de contato, manuseio e apropriação de conhecimentos por meio das novas tecnologias.

O computador está presente nos diferentes espaços e meios em que as pessoas exercem atividades. Nesse sentido, parece razoável propor mudanças nas aulas de matemática, para que estas aconteçam em meio a atividades e

metodologias que possibilitem a construção e a apropriação de conhecimentos por parte dos alunos.

A presença do computador exige conhecimentos sobre o manuseio da tecnologia. Entende-se que, ao dispor de um computador com seus aplicativos como um *terceiro ator* no processo de ensino e aprendizagem, busca-se, por meio do recurso tecnológico, possibilitar que os sujeitos envolvidos assumam papéis tanto na construção de conhecimentos quanto na relação com o saber matemático.

Nas discussões realizadas em grupos de estudos compostos por professores é comum ouvir que a educação, em sua fase atual, tem seus objetivos voltados à preparação do aluno, visando que este possa enfrentar os desafios cotidianos impostos por sua condição de cidadão. Nesse contexto, vale pensar em propostas de estudos que privilegiem atividades em que o aluno possa experimentar, vivenciar, visualizar e simular conceitos no âmbito da Educação Matemática.

A inserção dos computadores no ensino dessa disciplina implicará refletir sobre mudanças que a informática acarreta no processo ensino-aprendizagem e a conseqüente reorganização das estratégias pertinentes ao uso dessa tecnologia. Sendo assim, este trabalho tem cunho bibliográfico e enfatiza a utilização do ambiente dinâmico e interativo na construção de conhecimento distribuído, visando aplicações no campo da educação matemática.

Para tanto, **a delimitação do problema apontado por esse trabalho focaliza a investigação de como pode ocorrer o conhecimento distribuído, utilizando o ambiente dinâmico e interativo.**

Vale lembrar que o ambiente dinâmico e interativo é aqui entendido como um ambiente computacional no qual as figuras e suas propriedades podem ser manipuladas dinamicamente, sendo os *softwares* de geometria dinâmica caracterizados como ferramentas que possibilitam tal dinamicidade. Essa idéia será mais bem explorada no segundo capítulo.

O conhecimento distribuído é definido como um conhecimento construído tendo em vista as interações e os inter-relacionamentos num espaço em que se

tem a presença de alunos e máquinas. Nesse contexto, a máquina é vista como ferramenta que media tal construção. Esse espaço de interação em que se encontram alunos e máquinas é caracterizado como coletivo pensante. Uma variante que complementa a concepção referente ao conhecimento distribuído é a inter-relação entre os alunos que, por meio dialógico, comunicam o conhecimento elaborado nas interações com o computador.

A fundamentação relativa ao conhecimento distribuído será expressa, principalmente, pela noção de coletivos pensantes, presente no capítulo 4, e pelo estudo apresentado no capítulo 5, que trata especificamente desse assunto.

O tema desta pesquisa é comumente relacionado à usabilidade do ambiente dinâmico e interativo. Sendo desenvolvido na linha de pesquisa em Educação Matemática, o trabalho aborda a temática: relação entre recursos tecnológicos e Educação Matemática.

Na busca de respostas para a questão levantada, foram realizados estudos de cunho bibliográfico, que se encontram sistematizados em alguns capítulos, apresentados de maneira sucinta nessa seção.

Este primeiro capítulo retrata a minha experiência como pesquisador, ao longo do decurso histórico. Meu primeiro contato com um *software* de geometria dinâmica; minha experiência no trabalho docente com alunos do ensino médio, usando aplicativos de geometria; a evolução de um *software* para uma versão que permitiu ao aluno o uso de variadas ferramentas que ampliaram as possibilidades de realizar construções geométricas na tela do computador.

Ainda neste primeiro capítulo, é descrita a experiência enriquecedora vivenciada na sala de aula e num grupo de estudos, cujo objetivo era realizar pesquisas no terreno da Educação Matemática. A experiência com os alunos, as discussões no grupo de estudos e a vontade pessoal de me tornar pesquisador da prática docente foram os motivos que me levaram à elaboração da primeira versão do projeto de pesquisa que, no ano seguinte, resultou na minha entrada para o programa de pós-graduação. As críticas e colaborações recebidas conduziram às reestruturações que deram luz a esta dissertação.

A investigação proposta por esta pesquisa tem continuidade no segundo capítulo, no qual são apresentadas definições, concepções, importantes funções assumidas pelos elementos e instrumentos que fomentam este trabalho científico.

No terceiro capítulo, diante das várias propriedades dos *softwares*, elenquei quatro – denominadas características de abordagem – para explorar à luz das leituras realizadas, interpretando-as como contribuições significativas na proposição de soluções para o problema em questão. Nesse mesmo capítulo, o ambiente dinâmico e interativo caracterizado pelos *softwares* é entendido como uma ferramenta de mediação e tratado numa perspectiva de mediação.

Os autores que subsidiaram teoricamente as discussões, possibilitando soluções aceitáveis ao problema em foco, serão citados no quarto capítulo. Neste, parto do pressuposto de que a oralidade, a escrita, as tecnologias digitais, o computador – como reorganizador do pensamento – e os alunos e professores compõem um “coletivo pensante”. Tais idéias são trazidas para o domínio da educação por meio das mídias informáticas cabíveis a esse contexto, asseguradas pela metáfora seres-humanos-com-mídias.

Ao solicitar a construção de uma figura geométrica a um grupo de alunos, entendo que essa tarefa, sem dúvida, passará por um processo de mediação. Uma primeira possibilidade é a construção no plano mental, no imaginário do aluno. Se possuir a mídia lápis fará uma figura, representando no papel o produto do seu imaginário. Tendo a mídia lápis e régua é possível que o traçado passe a ter outra configuração, imagina-se que com qualidade superior àquela em que se usou apenas o lápis. De posse do ambiente dinâmico e interativo, a mesma figura é construída, porém possibilitando a realização de investigações de forma diferenciada daquela permitida pela mídia papel. Desse modo, o processo de construção de conhecimentos ganha nova configuração, sendo nessa direção a abordagem do quinto capítulo.

No apêndice serão mostradas algumas atividades que podem ser realizadas no ambiente dinâmico e interativo, abordando o conteúdo geometria analítica. São explorações que podem ser tratadas no campo de estudos da

Educação Matemática concebendo o ambiente do computador como uma mídia diferenciada das mídias papel, lápis, transferidor, etc.

Nesse sentido, serão realizadas, à luz das teorias estudadas, possíveis articulações com pensamentos, signos, ferramentas e interação, tendo como pano de fundo a mediação, sempre objetivando respostas para a questão que essa pesquisa propõe.

Com o propósito de buscar solução para o problema levantado, vale considerar que o aluno é entendido como sujeito e a sala de aula como um espaço apropriado para utilização de computadores que contém *softwares* instalados em seu disco rígido. Esses *softwares* são vistos como ferramentas que possibilitam ao aluno construir e manipular, dinamicamente, as figuras construídas na tela do computador, criando assim condições para que o conhecimento possa ser construído.

Nesse sentido, vale considerar que o ambiente dinâmico e interativo possui muitas características e, entre tantas, as que selecionei neste texto e que estarão presentes na pesquisa: movimento, visualização, manipulação e simulação. Tais características serão vistas numa perspectiva que pode levar a outros estágios, ou seja, é possível que, por meio delas, o aluno possa explorar, conjecturar, testar conjecturas e “descobrir” conceitos e propriedades.

Entendo como relevante explicitar que a realização desta pesquisa obedeceu alguns passos e, para elucidar esse processo, respondo às seguintes questões:

- a) **Com quem?** alunos da 3ª série do ensino médio. No entanto, professores de outras séries podem utilizar-se desta produção para fundamentar sua prática docente usando computadores;
- b) **Onde?** contexto dos autores envolvidos e que fundamentam o assunto em questão;
- c) **Como?** pesquisa bibliográfica;
- d) **Para quê?** possíveis articulações entre os resultados da análise e o exercício de uma prática, pleiteando respaldo e validação da comunidade científica que atua no terreno de abrangência da Educação Matemática;

e) **De que forma?** Ao delinear uma proposta de registro, vale dizer que para objetivar a resolução do problema abordado foi relevante explorar a concepção de ambiente dinâmico e interativo (composto por *softwares* de geometria dinâmica) e a concepção de geometria dinâmica. A busca por uma resposta para o problema passou pelos possíveis papéis que podem ser assumidos pelos sujeitos – professores e alunos – na construção de conhecimentos. O computador foi entendido como uma ferramenta que reorganiza o pensamento e o ambiente dinâmico e interativo, realizando a mediação que possibilita a construção de conhecimentos.

A oralidade, a escrita, as tecnologias digitais, os alunos, os professores e os computadores que compõem o sistema *homens-coisas* define o tipo de relação em que a produção de conhecimentos ocorre entre homens e máquinas, caracterizando as noções de coletivos pensantes. Essas idéias são transitadas para o campo da Educação Matemática por meio da metáfora seres-humanos-com-mídias. A ecologia cognitiva, a rede interna de computadores e a distribuição do conhecimento contribuíram para a elucidação do problema.

É importante dizer que antes de responder as questões Com quem?, Onde?, Como?, Para quê? e De que forma? houve uma motivação que levou às primeiras idéias que resultaram nesta pesquisa. Tal motivação desenhou uma trajetória dividida em momentos.

## 1.2 MINHA TRAJETÓRIA E A MOTIVAÇÃO PARA O ESTUDO DO PROBLEMA

O primeiro contato que tive com *softwares* de geometria dinâmica ocorreu no período de especialização em Ciências Exatas da Universidade Estadual do Oeste do Paraná (Unioeste), campus de Cascavel, no período de fevereiro de 1997 a maio de 1998. Nesse curso, a disciplina de matemática propiciou o uso do *Cabri-Géomètre I*, na versão MS-DOS.

No mesmo período, o colégio em que me encontrava lotado estava recebendo computadores do Programa de Inovação e Melhoria do Ensino Médio – Proem, do Governo do Estado do Paraná; e do Programa de Informática na Educação – Proinfo, do Governo Federal. Somou-se a esse fato, a vontade pessoal de diferenciar as aulas por meio de outras formas de lecionar conteúdos de geometria, sendo o computador e os *softwares* de geometria dinâmica entendidos como meios pelos quais se pode impulsionar formas diferenciadas de exercer a prática docente. Então, iniciei o trabalho com o *Cabri I* nas 3.<sup>as</sup> séries do ensino médio, nos períodos vespertino e noturno.

Durante o desenvolvimento do trabalho no ano de 1998, fui percebendo nos alunos um interesse especial pelas aulas de matemática quando estas eram realizadas na sala de computação (uma sala ambiente, que possuía 22 computadores): as turmas se empenhavam em desenvolver as atividades propostas. Era perceptível a interação que havia entre o aluno e a máquina computador. A tela e o movimento proporcionado pelo *software* estimulava interações que anteriormente não ocorriam.

No ano de 1999, retornei à Unioeste para realizar um curso de capacitação e tive então contato com o *Cabri II*. Percebi que era mais fácil trabalhar nessa nova versão porque ela roda no sistema operacional Windows, e apresenta um mecanismo de funcionamento mais simples, ou seja, suas barras de ferramentas estão mais acessíveis. Portanto, comandos como entrar, sair e salvar nesse programa se tornaram mais rápidos e seguros. Adquiri o *Cabri II* e passei a usá-lo com as 3.<sup>as</sup> séries, no 2.<sup>o</sup> semestre de 1999 e também durante os anos de 2000, 2001 e 2002. Além das vantagens já citadas, a versão mais avançada foi mais bem assimilada pelos alunos, que então manifestaram ainda um maior interesse pelas aulas de matemática (na sala de computação) em relação àquelas ministradas com a utilização da versão I.

Os alunos eram provenientes de localidades distantes da sede do município, não tinham acesso ao computador em sua casa e, a grande maioria, não tinha condições de fazer algum tipo de curso de computação, porém esse fator não foi negativo no desenvolvimento do trabalho. Professores de outras

áreas questionavam: “como trabalhar com alunos no computador, se eles não sabem sequer manusear o *mouse*?” Em matemática, isso não foi um problema. Resolvi então apresentar um projeto de pesquisa no Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE), da Universidade Federal do Paraná, abordando o trabalho desenvolvido nas aulas de matemática com o uso do computador.

A primeira versão do projeto foi elaborada entre os meses de agosto e setembro do ano de 2001, quando me apresentei para participar das etapas de seleção para o mestrado com o título “A utilização do recurso tecnológico – computador – como auxílio no processo de ensino-aprendizagem na disciplina de matemática.”

Essa primeira versão do projeto foi elaborada com base nas leituras sobre investigação e exploração de processos envolvidos no trabalho docente com *softwares*, realizadas no grupo de estudos do qual participava e em minha experiência na sala de aula.

O segundo momento se deu no início do 2.º semestre do ano de 2001, quando colaborei com a fundação do Grupo de Estudos em Educação Matemática de Assis Chateaubriand – Geemac e passei a participar de encontros aos sábados, a cada quinze dias. Vale lembrar que Assis Chateaubriand é uma cidade situada no Oeste do Estado do Paraná, sede de um Núcleo Regional de Educação – N.R.E., o qual atende aos estabelecimentos de ensino da Rede Pública Estadual localizados nos seis municípios de sua jurisdição.

As primeiras reuniões contaram com oito a doze professores, os quais lecionavam matemática nos estabelecimentos da Rede Pública Estadual. Entretanto, o número de participantes fixou-se em cinco. Juntos discutíamos textos produzidos no campo de estudos da Educação Matemática.

Foram realizadas muitas leituras no Geemac, sendo “Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos” o primeiro texto discutido, e o do capítulo 6, do livro *Formação de professores de matemática* – uma visão multifacetada, o primeiro texto sobre “As novas tecnologias na formação de professores de matemática”. Também foi lido “Tecnologias informáticas na educação matemática e reorganização do pensamento”, de Marcelo Borba, e “Novos atores, novos

cenários: discutindo a inserção dos computadores na profissão docente”, de Miriam Godoy Penteadó, ambos do livro *Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas*, uma das referências para esta pesquisa.

Sem dúvida, a participação no Geemac foi muito importante, pois nesse grupo encontrei pessoas que, juntamente comigo, discutiam textos na área de abrangência da Educação Matemática, visando diferenciar a prática docente, bem como buscavam delimitar projetos a fim de participar de processos seletivos em programas de pesquisas no âmbito do mestrado. Os encontros produziram o “despertar” suficiente para encorajar-me a reescrever o projeto que já tinha em mente.

Para mim, enquanto docente, as leituras e discussões serviram para fundamentar teoricamente o exercício de minha prática e, com base nessa fundamentação, perceber que os trabalhos com alunos podem ser desenvolvidos com encaminhamentos que abram possibilidades para buscar soluções para as situações-problema propostas e para comunicar resultados.

Desse modo, quando o próprio professor se dispõe a ensinar tendo sua prática permeada por formas que utilizam recursos e envolvem outras maneiras de exercer a ação da aprendizagem, o aluno pode se sentir convidado a dar sua contribuição de forma a interagir e produzir conhecimentos. Nesse sentido, tenho firme a crença de que as novas tecnologias, aplicadas no cenário educacional, caracterizam-se em viável instrumento a ser utilizado no ensino de conteúdos de Matemática.

O terceiro momento é caracterizado pela reestruturação do projeto. As discussões ocorridas durante o ano de 2001 e no primeiro semestre do ano de 2002 foram preponderantes para que, novamente no ano de 2002, eu viesse a apresentar o projeto no Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGE com novo título: “A utilização do *software Cabri-Géomètre* como fator motivador na aprendizagem dos conteúdos de geometria plana, espacial e analítica, na disciplina de matemática, no ensino médio”. É importante destacar que, nesse momento, as leituras específicas realizadas eram quantitativamente e

qualitativamente maiores, possibilitando uma melhor revisão de literatura, delimitação do problema e estabelecimento de objetivos mais precisos.

Em razão da proximidade da data da prova de seleção para o mestrado, os estudos no Geemac foram centrados na leitura da bibliografia recomendada. Os componentes do grupo, com o projeto já elaborado, solicitaram o parecer de um professor de Metodologia Científica de uma Universidade da Região Oeste do Paraná, o qual nos atendeu primeiramente via *e-mail* e, após esse contato, pessoalmente, dando-nos uma orientação que serviu de suporte para que os projetos fossem mais bem estruturados.

As discussões no Geemac, de alguma forma, renderam possíveis articulações e aproximações do problema que, posteriormente, veio a ser definido nesta pesquisa, contribuindo para descortinar o “vir a ser” da pesquisa. As contribuições se referem mais ao complemento da construção de conhecimentos vivenciado nas interações dos alunos com o computador. Este se caracteriza pelas trocas de informações mediante uma relação dialógica, que pode ser construída num ambiente de sala de aula.

As falas proferidas pelos participantes apontavam que os professores podiam lançar mão de diversos recursos para realização de atividades docentes, e um deles seria o uso do ambiente dinâmico e interativo (nas discussões no grupo de estudos não conhecíamos este termo, o nome que usávamos era “uso de computadores”) e, uma vez que o aluno participasse da construção de figuras e discussões, seria possível assumir práticas nas quais se realizariam trocas de informações que propiciariam vislumbrar a apropriação do conhecimento, com base em vários pontos e por muitas vozes.

Uma idéia muito discutida entre os participantes do grupo e que, posteriormente, veio a ser utilizada nesta pesquisa aponta para uma prática docente em que as ações sejam vivenciadas pelo diálogo. O diálogo se configurava como condição importante a tal ponto que colegas pudessem aproveitar comentários em sala de aula para somar conhecimentos. Acreditavam que, baseando-se em práticas docentes que privilegiam as trocas de idéias entre

os alunos, as experiências de aprendizagens são enriquecidas e direcionam para a elaboração do conhecimento entre os envolvidos.

Na visão dialógica registrada por SKOVSMOSE (2001, p. 62), numa prática em que se abordam conteúdos de matemática no domínio da Educação Matemática, o diálogo e a discussão desempenham um papel crucial e, sendo assim:

A idéia principal é simples: meu conhecimento é inadequado, pode ser melhorado. Mas você está na mesma situação. Para melhorar nosso entendimento, movemo-nos na direção de mais conhecimento, dependemos um do outro. Não posso dizer a você qualquer verdade nem você pode me dizer nada. Mas, se interagirmos numa relação dialógica, seremos capazes de nos mover na direção de mais conhecimento. A condição para a obtenção de conhecimento não é que consigamos mais informações verdadeiras, mas que interagjamos de maneira única, caracterizada como uma relação dialógica.

As reflexões dos participantes do grupo de estudo apresentavam direcionamentos no sentido de que o professor articule ações que possibilitem aos alunos o desenvolvimento de novas formas de expressar e ampliar suas idéias, partindo do pressuposto que, por meio desses encadeamentos, o aluno encontre significado e sentido para as atividades.

Em diversos momentos, durante as discussões em sala de aula, surgiram comentários relacionados ao uso do que hoje chamo de ambiente dinâmico e interativo, indicando que esse é um meio que poderá conduzir o processo de aprendizagem de maneira que as condições sejam favoráveis à construção de conhecimentos e, nesse contexto, é importante que as negociações sejam constantes, abertas e transparentes.

Vislumbrando aulas de matemática nas quais se possa dar voz ao aluno, VILLAREAL (1999, p. 25-26), defende o rompimento de práticas que perpetuam um ensino tradicional. Essa autora aceita a idéia da superação da epistemologia que centra na instituição o papel de produzir, conservar e transmitir conhecimentos, discutindo ainda as mudanças que fazem com que o aluno possa ocupar a posição de falante e sujeito da aprendizagem.

Outra idéia levantada no grupo de estudos diz respeito ao papel da interatividade. Segundo comentários dos participantes, usando os *softwares* de

geometria dinâmica no ensino de conteúdos de geometria, foi possível vivenciar formas que favorecem uma aprendizagem intensificada pela dimensão da interatividade. Este fator, que normalmente não é percebido nos ambientes tradicionais de sala de aula, é favorecido pelas características e recursos que os aplicativos possuem, possibilitando aos alunos usufruírem de um universo de informações que eles, geralmente, não encontram em outras mídias como as páginas de um livro didático, as folhas de um caderno, o transferidor, o compasso e outros elementos comuns, usuais numa aula de matemática.

A interatividade pode ser um meio que possibilite a construção de um conhecimento, caracterizado como não-linear. Nesse sentido, é relevante que as realizações de um professor de matemática em sala de aula sejam planejadas tendo em vista a necessidade de ambientes propícios e instrumentos variados, favorecidos pelas ferramentas do ambiente computacional, que se encontram igualmente em pontos distintos numa sala de computação.

Em VYGOTSKY (2000, 70-74), encontramos os signos que atuam na formação de funções mentais superiores e podem exercer a função de organizar atividades realizadas pelos estudantes, sendo parte integrante do processo de formação de conceitos. Assim afirma o autor:

Todas as funções psíquicas superiores são processos mediados, e os signos constituem o meio básico para dominá-las e dirigi-las. O signo mediador é incorporado à sua estrutura como um par indispensável, na verdade a parte central do processo como um todo (...) meio pelo qual conduzimos as nossas operações mentais, controlamos o seu curso e as canalizamos em direção à solução do problema que enfrentamos. (...) aprender a direcionar os próprios processos mentais com a ajuda de palavras ou signos é uma parte integrante do processo de formação de conceitos.

À luz de Vygotsky, entendemos os signos como ferramentas de mediação que exercem papéis importantes nas aulas de matemática. O ambiente dinâmico e interativo no qual se encontram os *softwares* de geometria dinâmica, ao oferecer condições de interação, possibilita ao professor e aos alunos seguirem possíveis caminhos que podem levá-los a entender definições matemáticas, por vezes não muito visíveis nos traços que são desenhados no quadro-negro ou no caderno.

Assim, o recurso favorece a aprendizagem que busca significado e sentido para o objeto estudado.

As discussões tiveram sua efetivação prática por meio de uma experiência com um grupo de professores no primeiro semestre do ano de 2002, quando estendi as discussões do grupo de estudos Geemac para as atividades realizadas no curso de formação de professores que atuam na Rede Pública Estadual, do N.R.E. de Assis Chateaubriand, onde trabalhei com 18 docentes numa oficina com o *Cabri-Géomètre*. Nessa oportunidade, todos os profissionais puderam exteriorizar suas opiniões e, ao mesmo tempo, fazer enriquecedoras trocas de informações.

Os professores com os quais trabalhei se referiam com coerência em relação ao trabalho com o *software*. Relataram que tanto docentes quanto alunos, ao disporem de uma máquina para resolver uma situação proposta, experimentam um entusiasmo diferente daquele presente no ambiente rotineiro da sala de aula. E, de acordo com suas opiniões, esse pode ser um fator favorável para criar condições necessárias ao desenvolvimento de iniciativas para a resolução dos problemas propostos. Também houve consenso entre os professores quanto ao fato de que as atividades desenvolvidas num ambiente dinâmico e interativo podem fazer com que o conteúdo de geometria seja “entendido” de outras formas e com variâncias enriquecedoras.

Na visão desses profissionais, um dos fatores importantes para que o computador possa ser um grande aliado nas aulas de matemática é que elas sejam bem planejadas e isso não é uma tarefa tão simples assim, pois requer a proposição de atividades que modifiquem a rotina e evitem as repetições. A criança e o adolescente sentem-se atraídos e desafiados pelo computador e, sendo assim, vão em busca de soluções descobrindo que podem obtê-las por meio dos recursos que um *software* de geometria dinâmica oferece. Essa descoberta faz surgir, conforme as asserções dos professores, um novo ator no cenário das aulas de matemática e isso possibilita, entre outros aspectos, que sejam elaboradas respostas para as situações-problema por meio de novas abordagens.

No entendimento desses docentes, cabe a eles a incumbência de explorar com significados o conhecimento trazido pelo aluno, pois o computador se constitui numa ferramenta muito rica, uma vez que muitas das crianças, além de gostar de informática, são *experts* no assunto, bastando então para o professor pensar em práticas que possam levar a visões e abordagens diferenciadas, do ponto de vista do educador matemático.

O quarto momento – minha entrada no programa de pós-graduação se deve às experiências com base na participação no grupo de estudos e à dedicação pessoal. O projeto, até então, encaminhava-se para realização de uma pesquisa de campo. Após o processo de seleção, com o resultado já definido, resolvi mudar-me para Curitiba. Tive a oportunidade de trabalhar na Secretaria Estadual de Educação – Seed exercendo a função de técnico-pedagógico, no Departamento de Ensino Médio – DEM. Por estar fora da sala de aula, o trabalho de pesquisa que, *a priori* seria de campo, passou a ser de pesquisa bibliográfica.

Após a primeira apreciação do projeto realizada pelo orientador prof.º dr. Alexandre Trovon, houve mudança nos conteúdos que haviam sido propostos para a pesquisa e o título do projeto passou a ser “A utilização do *software Cabri-Géomètre* como fator motivador no aprendizado do conteúdo de Geometria Analítica no Ensino Médio”.

Com a matrícula na disciplina de Recursos Tecnológicos e Educação Matemática, no segundo semestre do ano de 2003, e a subsequente discussão de textos que subsidiavam a pesquisa, optei pela mudança do tema no projeto, que então passou a abordar o ambiente dinâmico e interativo e não mais especificamente o *software Cabri-Géomètre*, isso porque este último se constituía, até então, em único meio possível de focalização da pesquisa. Porém, como ele é apenas uma possibilidade dentro do ambiente dinâmico e interativo, tornou-se interessante para a realização da pesquisa agregar outras que apresentavam as mesmas características.

Outros fatores que influenciaram as mudanças no projeto de pesquisa foram as considerações críticas e sugestões recebidas ao longo das apresentações nos seminários I, II e III e os conteúdos estudados nas disciplinas

que cursei no período de cumprimento dos créditos. Após sugestões, críticas e troca de idéias com o orientador, cheguei a uma delimitação satisfatória do objeto de pesquisa, sendo então possível dar continuidade aos trabalhos.

Assim, ficou estabelecido que o objetivo deste estudo é teorizar os resultados da pesquisa bibliográfica com possibilidades de aplicações no campo da Educação Matemática. Desse modo, os encaminhamentos apontaram para a investigação de **como pode ocorrer o conhecimento distribuído utilizando-se do ambiente dinâmico e interativo.**

Ao exposto, busco, nos capítulos que compõem essa dissertação, resposta ou respostas aceitáveis à questão levantada. Aqui, vale destacar alguns pontos:

- O conhecimento distribuído pode ser vivenciado mediante as interações e inter-relacionamentos dos alunos com o ambiente dinâmico e interativo. As relações interpessoais que se dão por meio da comunicação entre alunos, é uma variante que complementa, oferecendo condições para que ocorra o conhecimento distribuído.
- Ao abordar conteúdos de geometria com alunos da 3.<sup>a</sup> série do ensino médio no ambiente computacional, é importante considerar e oportunizar que eles expressem suas opiniões, entendimentos e análises.
- Revela-se válida uma metodologia de trabalho na qual os alunos possam comunicar resultados.
- É condição imprescindível, na sala de aula, estudantes trabalharem em grupos, vislumbrando a construção de conhecimentos matemáticos. Os grupos podem contribuir significativamente para as discussões a respeito do conhecimento que se constrói e que é mediado pela ferramenta computacional.
- Conceber a formação de conceitos mediada por signos usando, para isso, a linguagem matemática.

## 2 CONCEPÇÃO E IDÉIAS BÁSICAS

Seguindo possíveis pistas que levem à solução do problema levantado por esse trabalho, tornou-se necessário que idéias básicas sejam aqui discutidas, pois estas representam elementos relevantes a serem abordados. Dentre elas, encontram-se a concepção de ambiente dinâmico e interativo, geometria dinâmica e o papel do computador. Estas são partes integrantes do corpo principal da pesquisa, enquanto possibilidade de resposta aceitável e válida dentro da situação educacional.

### 2.1 CONCEPÇÃO DE AMBIENTE DINÂMICO E INTERATIVO NESTA PESQUISA

Entendo aqui por ambiente dinâmico e interativo o ambiente computacional que permite que os alunos construam figuras, realizem investigações sobre propriedades e conceitos matemáticos manipulando o objeto e seus elementos dinamicamente, na tela do computador, e identifiquem especialmente as características das figuras geométricas.

O ambiente dinâmico e interativo também pode ser entendido como o ambiente do computador formado pelos *softwares* que possibilitam trabalhar com a geometria explorando, principalmente, o movimento e a manipulação, e no qual os usuários desses *softwares* podem mover dinamicamente partes e, quando necessário, o todo da figura construída. Isso faz com que eles sejam estimulados a explorar a geometria de forma a ver a Matemática não como uma coleção de regras formais prontas e acabadas em si mesmas, mas como uma ciência dinâmica e passível de manipulação (AMORIM , 2003).

Parafrazeando FAINGUELERNT (1999), o computador – com seus recursos – introduz uma dimensão dinâmica à investigação, uma vez que as representações de figuras geométricas, quer sejam planas quer sejam espaciais,

na tela de um computador, podem ser manipuladas e transformadas de diversas maneiras.

À luz de minha análise, essa dinamicidade é aplicável à construção de conhecimentos com conteúdos de Matemática, mediante as abordagens que se inserem nas questões conceituais sobre objetos geométricos. Nesse sentido, a interatividade do ambiente dinâmico e interativo proporciona a construção, exploração e compreensão de conceitos presentes nos objetos geométricos.

FAINGUELERNT (1999, p. 58), escreve que os ambientes que caracterizam um espaço virtual oferecem

oportunidades aos aprendizes para construir redes conceituais de conhecimento. É a utilização do computador como meio para envolver alunos e professores em atividades de exploração e simulação, criando um ambiente onde lhes é pedido que simulem situações, construam um procedimento, comprovem, encontrem seus erros, corrijam, consertem, refaçam, procurem adequações e as estendam a procedimentos mais gerais.

HENRIQUES (2001, p. 31), ao abordar questões que se inserem nesse contexto, expressa que o “conceito é mais bem assimilado, quando seus componentes ou objetos são convenientemente registrados e vistos em vários contextos e sob diferentes pontos de vista.” Portanto, é possível vislumbrar novas possibilidades de abordagens dos conteúdos geométricos que sejam mediadas pelo ambiente dinâmico e interativo, tendo em vista que os grupos de alunos podem assumir posturas de descobridores e redescobridores de propriedades geométricas, constatando regularidades de resultados e realizando conjecturas que poderão ser analisadas e validadas sob vários aspectos.

O ambiente dinâmico e interativo poderá também se configurar por outros tipos de *softwares*, por exemplo, *softwares* gráficos. No entanto, a abordagem deste trabalho delimita-se aos *softwares* de geometria dinâmica.

Penso que a compreensão dos conceitos geométricos é favorecida quando estes são explorados num ambiente dinâmico e interativo, pois, tal ambiente, configura-se num recurso que pode possibilitar a transição entre o conhecimento que o aluno já acumula e a facilidade para conjecturar que o computador proporciona. Tal situação é exemplificada por GRAVINA (1996, p. 5), quando relata que, em um trabalho realizado por seus alunos, os observou registrarem

que “a altura de um triângulo é sempre da base até a parte mais alta do mesmo. É um segmento. (...) é a linha vertical que une a base lado do triângulo ao vértice oposto. (...) é a distância que vai de um vértice até a base perpendicularmente. É o segmento do ponto médio do lado até o vértice oposto à ele.”

É possível constatar que, num meio dinâmico e interativo, após a construção de uma forma geométrica, os alunos estarão habilitados para determinar a sua altura por meio de experimentações que comprovem a veracidade de suas respostas e ainda poderão construir a definição dessa medida. Sendo assim, o computador pode corroborar com a verdade em algumas situações e, em outras, derrubar uma definição equivocada, formulada previamente.

O ambiente dinâmico e interativo permite investigar se determinada afirmação que se revelou verdadeira, num caso particular, continua a ser verdadeira em outros casos, possibilitando alcançar estágios mais avançados, podendo chegar, até mesmo, a generalizações. Essa idéia pode ser reforçada com a seguinte afirmação:

O aspecto dinâmico do desenho desencadeia um processo desafiador e interessante de ensino-aprendizagem. As explorações e estratégias que vão se delineando ao longo do trabalho são similares às que acontecem no ambiente de pesquisa de um matemático profissional. Esta postura investigativa contribui para a formação de uma concepção sobre matemática diferente daquela construída, usualmente, ao longo da vida escolar (GRAVINA, 1996, p. 9).

Sendo ainda relevante perceber que:

Historicamente os sistemas de representação do conhecimento matemático tem caráter estático. (...) este caráter estático muitas vezes dificulta a construção do significado, e o significante passa a ser um conjunto de símbolos e palavras ou desenho memorizado. (...) As novas tecnologias oferecem instâncias físicas em que a representação passa a ter caráter dinâmico, e isto tem reflexos nos processos cognitivos, particularmente no que diz respeito às concretizações mentais. Um mesmo objeto matemático passa a ter representação mutável, diferentemente da representação estática das instâncias físicas tipo lápis e papel ou giz e quadro-negro. O dinamismo é obtido através de manipulação direta sobre as representações que se apresentam na tela do computador. (GRAVINA e SANTAROSA, 1998 p. 8)

Com base nessa concepção, entendo que ambiente dinâmico e interativo pode disponibilizar àqueles que interagem – professores e alunos – possibilidades de exercerem práticas docentes que possam atribuir tratamentos diferenciados nos processos de descobertas, observação e constatação dos conceitos geométricos, por meio de análises criteriosas sobre as figuras construídas. Com o movimento, os desenhos passam a ter particularidades cuja topologia muda, já no ambiente fixo do quadro-negro ou do caderno, as invariantes manipulativas se apresentam em quantidades menores. A idéia do movimento é uma variante considerável, que permite a análise da figura sob vários pontos de vistas. Nesses ambientes, a estaticidade cede lugar à dinamicidade que traz, na sua essência, situações didáticas que privilegiam o surgimento de ações criativas por parte dos alunos.

Numa sala de aula convencional, na qual se encontram as mídias tradicionais por meio das quais se constroem figuras geométricas, também é possível imaginar uma construção de conhecimentos matemáticos que se baseie em figuras em movimento. No entanto, nesse ambiente, o movimento ficará por conta da imaginação de cada aluno, sendo importante salientar que, nesse caso, a análise crítica, as conjecturas coerentes e os pontos de vistas criteriosos podem ser prejudicados pela ausência de controle dos elementos, decorrente da dificuldade de manipulação, visualização e simulação das formas no ambiente fixo.

O ambiente dinâmico e interativo pode garantir condições para que a construção matemática também seja dada pela indução e generalização. Nesse sentido, defendo o uso dos computadores como ferramenta que possibilita situações para a construção do conhecimento, principalmente por intermédio da interatividade. Assim, inserem-se possibilidades para estabelecer, entre os envolvidos, situações nas quais o conhecimento não seja direcionado a poucos que possuem aptidões de assimilação do conhecimento matemático, mas que se torne acessível a todos alunos de uma turma, dando condições para que assimilem conhecimentos mediados pela ferramenta *computador*.

O ambiente dinâmico e interativo traz para o exercício docente aspectos que redirecionam nosso olhar e nos fazem compreender que as atividades no computador podem ser desenvolvidas de tal forma que não reproduzam aquilo que se realiza na sala de aula com livros, textos e cadernos. Nesse sentido, o professor que se propõe a utilizar a informática deverá ser cuidadoso e ter uma visão crítica sobre os recursos computacionais, pois eles por si só não garantem mudanças. Assim, é possível evitar equívocos, muitas vezes provocados pelo visual atrativo das mídias informáticas, que, não sendo ancoradas por metodologias condizentes, podem simplesmente reforçar as mesmas práticas metodológicas que privilegiam a transmissão do conhecimento.

O referido ambiente se constitui em recurso que viabiliza, para professores e alunos, condições de se realizar aulas de matemática com outras dimensões – diferenciando-as do modelo tradicional, que utiliza giz e quadro-negro – uma vez que permitirão o uso de linguagens diferentes, comunicação eletrônica via rede, a possibilidade de salvar produções no disco do computador, em disquetes ou CDs, etc. Outro aspecto que diferencia o ambiente dinâmico e interativo das mídias comumente usadas nas aulas de matemática traz a possibilidade do aluno olhar o programa como um texto eletrônico, por meio do qual ele tem condições de interagir fazendo sua leitura e interpretação sobre a figura construída. Essa interação é possível mediante a presença de várias características inerentes aos *softwares* alojados nesse ambiente.

Um fator relevante, passível de exploração no ambiente dinâmico e interativo, centra-se na possibilidade do grupo de alunos analisar o objeto construído considerando questões didáticas que oportunizam, em face da dinamicidade que o ambiente oferece, visualizações não apenas desse objeto mas de outros entes relacionados diretamente à figura. Inserem-se, como entes, as medidas de coeficiente angular, ângulo, equação de reta e de circunferência. Com base nesse aspecto, as análises podem ser enriquecidas, uma vez que os alunos, mediante os recursos intrínsecos ao ambiente computacional, podem observar, registrar e realizar conclusões decorrentes das variações manipulativas.

Nesse sentido, a exploração desses aspectos é salutar porque insere condições para que os alunos possam vivenciar soluções de situações-problema

desvinculados das fórmulas matemáticas. Não se trata de abandonar as demonstrações e o uso de fórmulas, mas de realizar abordagens que não são possíveis quando a construção do conhecimento matemático está condicionada apenas ao uso das mídias papel, lápis e borracha.

Acredito que a mediação proporcionada pelo ambiente dinâmico e interativo e o compromisso assumido na dedicação individual de cada aluno sejam importantes para desencadear um processo favorável às situações de aprendizagem. Assim, a ação do aluno numa prática permeada por uma aprendizagem significativa, desafiadora e instigante, pode ser suficiente a ponto de mobilizá-lo a buscar soluções possíveis e discuti-las numa sala de aula.

Entendo que os alunos podem ser autores de construções que dão sentido ao conhecimento e, sendo assim, sugiro que a formalização e o estruturalismo matemático sejam parte posterior das construções geométricas realizadas pelos educandos. O aplicativo entraria como uma ferramenta que possui uma estrutura básica que se apóia na construção e exploração das figuras geométricas mediante várias configurações. Assim, a imagem da figura geométrica que, num primeiro estágio, representa-se na dimensão abstrata do imaginário do aluno, ganha representação concreta, uma vez que a sua construção seja mediada pelo ambiente dinâmico e interativo.

Na concepção aqui abordada, inserem-se os *softwares* de geometria dinâmica no ambiente dinâmico e interativo, assunto que vários pesquisadores têm adotado para desenvolver suas pesquisas nos últimos tempos. Dentre eles, cito AMARAL (2002, p. 20), que enumera alguns *softwares* considerados de geometria dinâmica e que são freqüentemente utilizados para abordagens voltadas para o ensino de conteúdos da área, na qual se inserem a geometria euclidiana, a geometria não-euclidiana e a geometria analítica. Os *softwares* relacionados pela pesquisadora são: Cabri-Géomètre, Geometriks, Geometer's Sketchpad, Geometric Supposer, Geometry Inventor, Geoplan, Cinderella e Dr. Geo. Nesse conjunto de *softwares*, pode-se inserir o Tabulae, projetado, desenvolvido e divulgado por pesquisadores da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Para GRAVINA (1996, p. 6), esses “são programas que se opõem aos do tipo Computer Assisted Instruction – CAI. São ferramentas de construção: desenhos de objetos e configurações geométricas são feitos a partir das propriedades que os definem.” Já AZINIAN (1998), define os programas de uma forma mais completa, apontando que eles permitem construir figuras especificando partes e propriedades, estabelecendo suas medidas, realizando transformações de forma interativa e utilizando as medidas em operações aritméticas nas próprias construções efetuadas. Sua utilização força os alunos a serem precisos, conhecerem a taxonomia das definições e estabelecerem ligação entre a intuição e a construção que aparece na tela do computador.

ALVES e SOARES (2004) incentivam o uso dos *softwares* de geometria dinâmica ao entenderem que estes recursos tecnológicos, aplicados ao ensino da matemática, podem instigar os alunos a explicarem os porquês e as verdades de suas conjecturas. Assim, demonstrações matemáticas, esquecidas na prática docente, são vistas de forma que os alunos a façam dispensando os esforços desproporcionais dos cálculos e riscos no caderno.

BALDIN e VILLAGRA (2004, p. 8), ao falarem sobre o Cabri Géomètre, relatam que esta categoria de *software* traz muitas possibilidades para o ensino e a aprendizagem de conteúdos de geometria, dentre as quais citam:

*a linguagem visual*, que estimula novo meio de comunicação de conceitos abstratos, tornando a tarefa de compreensão da linguagem matemática mais agradável; *a interatividade*, que propicia a oportunidade de introduzir experiências em laboratórios para instigar o espírito de investigação de propriedades, conjecturas de novas propriedades, confirmação de resultados etc.; o desenvolvimento de *atividades manipulativas* concretas, que permitem o acompanhamento mais personalizado da aprendizagem, respeitando as diferenças individuais; e o desenvolvimento da sensibilidade em relação aos conceitos matemáticos de natureza pura e aqueles inerentes ao uso de equipamentos etc.

Sobre a natureza interativa que possibilita exploração e descoberta, GARRY,<sup>1</sup> citado por RODRIGUES (2002, p. 35), escreve:

---

<sup>1</sup> GARRY, T. *Geometry sketchpad in classroom*. Geometry turned on! Dynamic software in learning. Teaching and research. Washington: Mathematical Association of America, 1997. p. 55-62.

A natureza interativa e as qualidades dinâmicas do software levam os estudantes a proporem suas próprias conjecturas e testarem-nas eficientemente. O retorno que os alunos podem obter por utilizarem o software de geometria dinâmica é eficiente e empolgante. Estudantes podem adquirir uma melhor percepção e compreensão visual da matemática que eles estão investigando.

Para RODRIGUES (2002, p. 30), as principais características de um *software* de geometria dinâmica são:

A interface é baseada em janelas, ícones, menus e apontador e a ênfase está no estilo de interação em manipulação direta. Os elementos geométricos podem ser transformados de forma interativa, isto é, ao controle do mouse, pelo ato de clicar e arrastar, os objetos criados podem ser reescalados, transladados e rotacionados. (...) Uma instância isolada de um objeto geométrico na tela representa uma classe completa de objetos com a mesma definição. Um quadrado na tela é estático, mas se um de seus vértices for movido, ele também mudará de aparência. Mesmo assim, as propriedades da definição de um quadrado serão mantidas, ou seja, todos os lados terão comprimentos iguais e os ângulos medirão 90 graus. Como no mundo físico real, muitos objetos se movem de forma dependente das condições impostas por outros objetos. Conceitos como paralelismo, perpendicularidade e pertinência a lugares geométricos, entre outros, permitem a construção de elementos que dependem de regras preestabelecidas.

Participando dessa discussão, CAMPOS et al. (1999, p. 4-6), têm desenvolvido trabalhos que envolvem o Cabri-Géomètre:

A ferramenta computador aliada a uma escolha adequada dos softwares e das atividades tem mostrado resultados positivos nesse aspecto. (...) O uso do software Cabri possibilita o ensino da Geometria por meio de construções geométricas e vice-versa, permitindo minimizar a dissociação freqüente entre o Desenho Geométrico e a Geometria. Elas podem também propiciar a integração com a Álgebra e a Aritmética, entre outras. (...) O papel do professor é o de mediador das discussões levantadas pelas duplas, interferindo somente quando solicitado e não resolvendo o problema proposto antes que os alunos apresentem suas próprias soluções. A partir destas, o professor promove uma discussão geral com a classe e institucionaliza o saber.

CAMPOS et al. (1999, p. 7), recomendam a retomada dos conteúdos estudados, dando ênfase às descobertas e argumentações:

Ao final da realização de cada atividade, é importante que o professor, retome e organize as descobertas dos alunos, fazendo assim a institucionalização do conceito em questão. No decorrer de uma seqüência, sugerimos a inserção de

outras atividades que podem utilizar papel, lápis, régua e compasso. Entendemos que a diversidade de estratégias é que garante uma compreensão significativa dos conceitos envolvidos. Vale salientar que as idéias vindas dos alunos são importantes para a construção desses conceitos tendo o professor o papel de orientador.

CAMPOS et al. (2000, p. 4), no seu livro *Explorando conteúdos do ensino médio e fundamental com o Cabri-Géomètre*, discute e conclui que esse *software* favorece um tipo de investigação, por parte do aluno, que não seria possível contando apenas com um ambiente em que se pode dispor somente de recursos tradicionais:

O aspecto dinâmico das construções oferecido por Cabri-Géomètre facilita o levantamento de hipóteses e a formulação de conjecturas. As ferramentas colocadas à disposição do aluno favorecem a verificação experimental dessas hipóteses ou conjecturas permitindo uma nova abordagem e enfatizando diferentes aspectos, muitas vezes ocultos ou inacessíveis no ambiente papel e lápis.

A escolha dos *softwares* de geometria dinâmica se baseia no fato de que não há a necessidade de os usuários – nesta pesquisa, aluno e professor – conhecerem recursos de linguagem de programação. Pode-se acrescentar que seus processos de representação se aproximam muito dos meios de representação das mídias papel e lápis; diferindo-se significativamente quanto aos modos de construção, proporcionando rapidez, agilidade, perfeição e estética; e, nesse sentido, a relevância está no fato de que não prioriza o domínio de uma sintaxe e morfologia completamente desconhecidas. A similaridade de usos entre os *softwares* e as mídias tradicionais é que, tanto com a mídia computacional quanto com a tradicional, os alunos adquirem as habilidades manipulativas do instrumento com facilidade e em pouco tempo.

Na minha experiência durante alguns anos em sala de aula constatei que os alunos não demonstram dificuldades em assimilar os mecanismos de funcionamento das ferramentas. As construções a serem realizadas ocorrem numa dinâmica que possibilita a transferência da atividade escrita para a digitalizada, utilizando diferentes recursos (arrastar, visualizar, construir etc.). Portanto, trata-se de *softwares* que, ao serem aplicados alicerçados por propostas

pedagógicas, facilitam o exercício do ensino no terreno da Educação Matemática, por meio de seu uso na construção de figuras e exploração de conceitos geométricos.

Nesta pesquisa, os *softwares* de geometria dinâmica são entendidos como aqueles que apresentam componentes de comando, caixas de ferramentas, sistema normalmente classificado como aberto e que possibilita construções de figuras geométricas dinamicamente, no contexto que envolve a informática inserida nos processos que visam a construção de conhecimentos matemáticos. Pode-se pensar no *software* de geometria dinâmica como uma engrenagem que põe em funcionamento o ambiente dinâmico e interativo.

Os *softwares* em questão possibilitam trabalhar as relações geométricas de forma interativa e compreender as invariantes em diferentes situações e com variadas posições na tela de um computador. Oportunizam ao usuário, que nesse caso pode ser o aluno ou o professor, apoiar-se em um enfoque heurístico no qual o desenvolvimento da habilidade cognitiva abrange altos níveis de aprendizagem, como a solução de problemas, elaboração de estratégias, apoio à descoberta e ao raciocínio, e posicionamento do sujeito como controlador do seu processo de aprendizagem.

Normalmente, os *softwares* em estudo possuem recursos que possibilitam anotações que servirão, caso seja a intenção, para diagnosticar as diversas formas de soluções apresentadas, pois a maioria destes *softwares* arquiva os passos desenvolvidos pelo estudante durante o processo de investigação de uma situação-problema. Essa condição de arquivamento disponível é denominada *macro-construção* ou *script*. Destaco ainda que o arquivamento também é possível por meio do comando normal de “salvar”, próprio dos sistemas operacionais instalados nos computadores.

Soma-se a esses argumentos a possibilidade de que as construções sejam abertas, possibilitando meios para superação de obstáculos no ensino da Matemática, pois as construções simbólicas em tais aplicativos são demarcadas pela representação mental que os alunos possuem dos objetos e que, com o uso de um *software* de geometria dinâmica, transformam-se em formas concretas e seus conceitos são elaborados. O termo aberto é comum em ambientes

dinâmicos em que ocorre interação direta: a pessoa determina o que vai ser executado na tela e assim possui alto grau de controle do processo de construção e exploração simbólica.

Os *softwares* de geometria dinâmica dispõem de vários recursos, indo dos mais simples, como as cores, até alguns mais sofisticados, como a calculadora interna e as macroconstruções. Aliados aos recursos, eles apresentam uma vantagem muito importante, ou seja, quando o usuário abre um desses aplicativos se depara com uma tela branca e, diante da gama de opções, tem a possibilidade de usufruir os mecanismos que possibilitam a efetivação da construção de conhecimentos.

Não faz parte do objetivo desta pesquisa explorar a estrutura e o mecanismo do funcionamento interno dos *softwares*, pois aqui o que realmente importa é destacar o que eles nos proporcionam em relação ao seu produto externo, isto é, a visualização, o movimento, a manipulação e a simulação, dentre outros recursos. Sem dúvida, o maior interesse na relação aluno-computador está em que um problema qualquer possa ser resolvido por aquele com a ajuda deste.

Penso a utilização dos *softwares* de geometria dinâmica de uma maneira que favoreça a discussão e o envolvimento entre os sujeitos num processo em que se possa obter o conhecimento. Esses aplicativos possibilitam que professores acompanhem, passo-a-passo, o trabalho do grupo de alunos em sala de aula, na individualidade e em grupos, acompanhando o desenrolar das atividades e interagindo com eles.

Os *softwares* de geometria dinâmica trazem para as aulas de matemática situações que se diferenciam das muitas vivenciadas em salas de aula convencionais, pois nesse contexto são inseridas características que possibilitam aos alunos a realização de análises sob várias condições de exploração e sua expressão com base em pontos de vistas diferentes. Para GRAVINA (1996), essas ferramentas computacionais trazem para as aulas de matemática a condição para que os alunos matematizem situações que, de acordo com sua visão, seria o mesmo que realizar uma leitura do mundo por meio da Matemática.

A autora aponta duas situações imprescindíveis para que os alunos possam vivenciar a Matemática usando os *softwares* em questão, ou seja, “os

processos de formação do conceito de objeto geométrico e de transição entre o experimental e o abstrato” GRAVINA (1996, p. 2). Segundo ela, os *softwares* que apresentam características que possibilitam interações por parte dos alunos compõem-se de uma poderosa ferramenta para que eles realizem análises e conjecturas, superando suas dificuldades. A mesma autora registra ainda que “a partir de uma exploração experimental viável em ambientes informatizados, os alunos conjecturam e, com o *feedback* constante oferecido pela máquina, refinam ou corrigem suas conjecturas, chegando a resultados que resistem ao ‘desenho em movimento’, passando então para a fase abstrata de argumentação e demonstração matemática”.

Nesse mesmo sentido, GRAVINA e SANTAROSA (1998, p. 1), indicam que:

No contexto da Matemática, a aprendizagem nesta perspectiva depende de ações que caracterizam o ‘fazer matemática’: experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e enfim demonstrar. É o aluno agindo, diferentemente de seu papel passivo frente a uma apresentação formal do conhecimento, baseada essencialmente na transmissão ordenada de ‘fatos’, geralmente na forma de definições e propriedades. Numa tal apresentação formal e discursiva, os alunos não se engajam em ações que desafiem suas capacidades cognitivas, sendo-lhes exigido no máximo memorização e repetição, e conseqüentemente não são autores das construções que dão sentido ao conhecimento matemático.

Em relação à investigação matemática voltada para os processos de construção de conhecimentos específicos, GRAVINA e SANTAROSA (1998, p. 1), relatam que; na pesquisa matemática, “o conhecimento é construído a partir de muita investigação e exploração, e a formalização é simplesmente o coroamento deste trabalho, que culmina na escrita formal e organizada dos resultados obtidos. O processo de aprendizagem deveria ser similar a este, diferindo essencialmente quanto ao grau de conhecimento já adquirido.”

Em se tratando das interfaces que os *softwares* de geometria dinâmica assumem na prática docente, pode-se argumentar que, sendo usados como ferramenta de mediação baseada em metodologias aplicadas ao ensino de Matemática, permitem construir figuras e aplicar recursos como movimento, manipulação, simulação e visualização, possibilitando a realização de

explorações, conjecturas, teste de conjecturas e a “descoberta” de conceitos/propriedades. Essa prática se revela propícia para o desenvolvimento de investigações, visto que tais características também se constituem como instrumentos para estudar as propriedades presentes nas construções geométricas.

Tenho consciência de que nem sempre as escolas contam com condições adequadas à utilização de instrumentos de informática na sala de aula, todavia acredito que, dispondo de tais recursos, não devemos perder a oportunidade de utilizá-los, uma vez que eles potencializam o trabalho com metodologias que possam diferenciar o exercício da prática docente. Outra vantagem está no fato dos *softwares* proporcionarem condições para que os alunos possam dominar outra linguagem simbólica que, somada à linguagem matemática, configura-se como preponderante na assimilação dos conteúdos em estudo.

Nesse contexto, os *softwares* de geometria dinâmica, sendo usados no contexto educacional, podem contribuir com a elaboração de propostas que primam por diferentes metodologias de trabalho em relação àquelas existentes nas atuais práticas docentes que se utilizam tecnologias não-computacionais. O Geometer’s Sketchpad, o Cabri-Géomètre, o Geometriks e o Tabulae – *softwares* de geometria dinâmica – colocam nas mãos do sujeito o controle das atividades que realizam, permitindo que abordem conceitos de geometria de outras maneiras, entre as quais, as que vislumbram significados.

Os *softwares* aqui relacionados podem romper com as configurações essencialmente rotineiras. Assim, os conteúdos de geometria são abordados por meio de práticas significativas que conduzem os alunos às trocas de informações e discussões sobre o assunto em estudo.

Assim é viável pensar na sala de computação como um espaço favorável à troca de experiências vividas pelos alunos, propiciando que sejam abordadas várias situações-problema e apontadas diversas soluções. Sendo a utilização desses *softwares* assegurada por propostas metodológicas – elaboradas com critérios favoráveis às funções a que se aplicam – é possível que venham se constituir em um importante recurso na construção de conhecimentos matemáticos.

## 2.2 A CONCEPÇÃO DE GEOMETRIA DINÂMICA NESTA PESQUISA

Entende-se por geometria dinâmica àquela que permite sua exploração por meio do movimento de figuras geométricas, na tela de um computador, em um ambiente dinâmico e interativo, cujas características estabelecem condições para que o usuário (aluno) manuseie seus componentes e realize conjecturas, atendendo aos requisitos necessários para que se observem regularidades. Em outras palavras, é a geometria factível no ambiente dinâmico e interativo. Esta não é a geometria euclidiana ou (analítica) usual. A seguir, tentaremos elucidar este ponto.

Na sua trajetória de pesquisa com professores que trabalham com os *softwares* de geometria dinâmica, AMARAL (2002, p. 19), aborda historicamente o surgimento do termo e também atribui definição relativa aos *softwares* em tela:

O termo “Geometria Dinâmica” foi originalmente usado por Nick Jackiu e Steve Rasmussen, de forma genérica, apenas com a intenção de ressaltar a diferença entre softwares de Geometria Dinâmica e outros softwares de Geometria. Os que são de Geometria Dinâmica possuem um recurso que possibilita a transformação contínua, em tempo real, ocasionada pelo “arrastar”. (...) se refere à Geometria dos softwares que proporcionam ambientes onde é possível criar e construir figuras que podem ser arrastadas pela tela, mantendo os vínculos estabelecidos nas construções.

Segundo RODRIGUES (2002, p. 30), “a geometria dinâmica é uma nova proposta que visa explorar os mesmos conceitos da geometria clássica, porém, através de um programa interativo”. Em concordância com esse autor estão ALVES e SOARES (2004, p. 4) ao salientar que não se trata de uma nova ciência e sim de um novo tratamento aplicado a ela por meio da interatividade: “o termo geometria dinâmica é comumente utilizado para designar programas interativos que permitem a criação e manipulação de figuras geométricas a partir de suas propriedades, não devendo ser visto como referência a uma nova geometria.”

A geometria dinâmica permite ao usuário interagir com a geometria, de modo que muitas propriedades afins venham à tona. Para KING e

SCHATTSCHEIDER,<sup>2</sup> citado por RODRIGUES (2002, p. 33), a geometria dinâmica apresenta benefícios e aplicações e, a meu ver, tais benefícios, podem ser analisados na ótica da aplicação ao processo de construção do conhecimento. Os pesquisadores relacionam oito tópicos que julgam ser benéficos: “precisão de construção, visualização, exploração e descoberta, prova, transformações, *loci*, simulação e micromundos.”

Vale lembrar que, na abordagem que se realiza nesta pesquisa nem todos os tópicos são relevantes no sentido de contribuir com uma resposta ao problema aqui levantado. Nesse sentido, os tópicos que podem trazer contribuições a esta pesquisa são: visualização, exploração, descoberta e simulação.

A visualização é uma das características que será abordada mais adiante. Vale ressaltar que esta se configura como importante recurso de interface por meio do qual o aluno pode se tornar mais motivado a aprender. Para ALVES e SOARES (2004, p. 4), visualizar, em Educação Matemática, “é formar ou conceber uma imagem visual de algo que não se tem ante os olhos no momento”. VAN HILE,<sup>3</sup> citado por ALVES e SOARES (2004, p. 4), “considera que a visualização tem uma importância vital no processo de construção do conhecimento. A representação mental dos objetos geométricos, a análise e a organização formal (síntese) das propriedades geométricas relativas a um conceito geométrico são passos preparatórios para o entendimento da formalização de um conceito”.

A descoberta pode contribuir para superar processos de aprendizagens enraizados na mera transferência de conhecimento de um emissor para um receptor. Em concordância com esse ponto de vista, RODRIGUES (2002, p. 36), afirma:

Na geometria dinâmica, o aprendizado não se baseia num processo de cópia. Nem as definições de teoremas, nem os resultados de problemas e provas devem ser assimilados pelo método comportamentalista tradicional, onde o professor explica, o aprendiz anota, e o conhecimento vai sendo supostamente depositado na massa encefálica.

---

<sup>2</sup> KING J.; SCHATTSCHEIDER, D. *Geometry turned on!* Dynamic software in learning, teaching and research. Washington: Mathematical Association of America, 1997.

<sup>3</sup> VAN HILE, P. *Structure and insight*. Orlando: Academic Press, 1986.

Nos estudos que realizou, RODRIGUES (2002), considera a simulação uma condição que favorece não só o trabalho com conteúdos de Matemática como com os de geometria plana, espacial, descritiva e, ainda – com o uso de alguns *softwares* específicos – com a geometria analítica, por via direta e indireta, bem como com conteúdos de Física, como ótica e mecânica, não encerrando nessas áreas suas aplicações.

Com a geometria dinâmica, novas configurações na construção de conhecimentos matemáticos são inseridas, possibilitando – por meio dos deslocamentos aplicáveis nos desenhos construídos com base em regularidades matemáticas – fazer com que as figuras se transformem, porém mantendo suas relações geométricas e permitindo a realização de conjecturas. Os desenhos em movimento e as variações que ocorrem possibilitam que configurações clássicas passem a ter múltiplas representações. Assim, é possível constatar propriedades, conhecer regularidades e até realizar descobertas.

Se as construções realizadas não observarem as propriedades geométricas, ao aplicar recursos como o de arrastar, a figura construída sofrerá deformações. É interessante que isso aconteça para caracterizar esse momento como profícuo para a realização de discussões e tentativas para encontrar possíveis soluções. É a caracterização do benefício exploração. Na visão de ALVES e SOARES (2004, p. 8), a exploração leva à “análise das propriedades das figuras geométricas favorecendo a descoberta de novas relações e conceitos geométricos”.

Buscando estabelecer uma resposta aceitável e válida ao problema que esta pesquisa propôs, considero relevante discutir possíveis papéis de elementos que se encontram no cenário em que pode ocorrer a construção de conhecimento distribuído. Portanto, escrevo, nos próximos itens, possíveis papéis do computador, do aluno e do professor.

## 2.3 POSSÍVEIS PAPÉIS

### 2.3.1 O papel do computador

Para discutir questões relativas ao uso de computadores na prática docente, levo em consideração as posições de autores que investigam a presença desse instrumento tecnológico nas atividades relacionadas aos processos que envolvem a produção de conhecimentos em matemática.

É válido realizar pesquisas no sentido de que o computador seja utilizado em processos de formação em que as pessoas sejam capazes de criar e pensar. Portanto, é importante conceber que sua inserção na educação seja explorada como uma forma de facilitar a elaboração da descrição, da reflexão e da depuração de idéias, tendo em vista que, atualmente, o computador se constitui no dispositivo técnico pelo qual percebemos o mundo, e isso não apenas em um plano empírico, mas também em um plano teórico que suscita muita discussão. Nessa direção, LÉVY (1993) defende que cada vez mais concebemos o social, os seres vivos ou os processos cognitivos por meio de uma matriz de leitura informática.

O computador pode ser entendido como um meio pelo qual o ser humano almeja alcançar o conhecimento, diga-se, um grande aliado no que tange à composição de meios que implementam a produção e as condições para compartilhar o conhecimento a ser construído pelo aluno. A máquina não é uma redução ou um limite, mas sim um recurso para que as pessoas tenham condições materiais para ir além das limitações, tendo como base o compartilhamento de saberes produzidos por um grupo.

No plano educacional, o computador provocou o questionamento de métodos e de algumas práticas educacionais, causando insegurança nos professores que chegaram a pensar que seriam substituídos pela máquina. Pelo contrário, o computador pode enriquecer ambientes de aprendizagem nos quais o aluno, interagindo com os objetos disponíveis, tem maiores possibilidades para construir o seu conhecimento. Nesse caso, não há uma transferência de conteúdos ao educando e sim são oferecidas as condições para que ele produza seu conhecimento.

Na educação, é possível usar o computador como ferramenta de mediação e reorganização do pensamento, isso com o objetivo de propiciar a construção do conhecimento por parte do aluno que, ao interagir com a máquina, manipula

conceitos e realiza, dessa forma, exercícios que podem contribuir para o seu desenvolvimento intelectual, uma vez que é também dessa maneira que ele interage com objetos no mundo. Nesse contexto, é interessante também definir o computador como uma ferramenta que possibilita a transformação do ambiente de ensino-aprendizagem, que agora além de ter giz, quadro-negro, régua, compasso etc., possui esse recurso que proporciona movimento, manipulação, interação e pode contribuir para ações diversificadas e eficazes no desenrolar do processo de aprendizagem, sem excluir as mídias tradicionais.

Vários pesquisadores têm se dedicado à pesquisa sobre o uso de computadores nos processos de ensino e aprendizagem em Matemática no campo de estudos da Educação Matemática, concebendo-os como ferramenta. Entre eles, TEODORO (1997), que entende que o computador deva ser utilizado como uma ferramenta aplicada nos processos de descoberta e construção de conhecimento. Já CROWE e ZAND (2000), vêem o instrumento sob dois pontos de vista. No primeiro, entendem-no como auxiliador na reconstrução do conhecimento na mente do indivíduo quando este o transforma numa ferramenta para a investigação e organização de conceitos e, no segundo, como um instrumento direcionador preciso na comunicação entre pessoas.

Nas discussões sobre o papel do computador, PEA,<sup>4</sup> citado por CROWE e ZAND (2000), o vê inserido numa dicotomia, ao caracterizá-lo como um amplificador e reorganizador. Esse pesquisador argumenta contra o recurso por concebê-lo como um mero amplificador e, por isso, uma fonte de problemas. Para ele, a principal característica do computador é a sua capacidade de reorganizar, ou seja, mudar a natureza das atividades desenvolvidas.

Por sua vez, DÖRFLER,<sup>5</sup> citado por CROWE e ZAND (2000), concebe o computador como reorganizador, indicando que, entendê-lo assim, é situá-lo num contexto possível para tratá-lo como um sistema que agrega aspectos individuais. Seus mecanismos de funcionamento e elementos dão suporte à prática da docência e podem, dessa forma, ser chamados de ferramentas de mediação, pois

---

<sup>4</sup> PEA, R. D. *Cognitive technologies for mathematics education*. Cognitive science and mathematics education. London: Lawrence Erlbaum, 1987.

<sup>5</sup> DÖRFLER, W. *Computer use and views of the mind*. Learning from computers: mathematics education and technology. Berlin: Springer-Verlag, 1993.

– por meio do computador – pode ser realizada a análise em torno de modelos mentais. Na sua visão, o pensamento pode situar-se no contexto e explica tal fato utilizando gráficos para analisar situações de velocidade/tempo e questões salariais.

Nos estudos realizados por Dörfler ocorreu que uma classe de alunos não conseguiu sucesso numa dada situação que envolvia análises de gráficos e, ao processar uma mudança em um dos eixos do sistema de coordenadas, a maioria deles concluiu satisfatoriamente suas análises com altos índices de acertos nas respostas. Com base nesse exemplo, é possível concluir que o computador pode auxiliar na criação e representação de modelos mentais, bem como contribuir nas análises que envolvem aspectos presentes na relação ser humano-computador.

Ainda para Dörfler, esse fato é um indício favorável ao entendimento do computador também como mecanismo que oportuniza trabalhar em situações que exploram o pensamento, sendo possível concretizá-lo no momento que se concebe a comunicação como faceta básica da existência humana, inserida num aspecto sociocultural do aprendizado.

O computador é entendido como um aliado dos professores e dos alunos nas aulas de matemática que tratam de conteúdos de geometria, porque se constitui em ferramenta de mediação que favorecerá a interação voltada ao ensino. BRUNER<sup>6</sup> (2000, p. ix), contribui com idéias nesse sentido ao se referir a atividades em que as pessoas tomam as ferramentas como meios para elaboração de conhecimentos que passam a exercer influências sobre o fluxo do pensamento. “O homem por assim dizer, é modelado pelos instrumentos e ferramentas que usa, e nem a mente nem a mão podem, isoladamente, realizar muito.”

BORBA e PENTEADO (2001), apontam para situações de uso de computadores aplicados aos processos de construção de conhecimentos em Matemática que, ao meu ver, podem ser considerados como estudos que validam a concepção do computador como ferramenta. Esses mesmos pesquisadores consideram o computador como interface importante no desenvolvimento de tarefas em Educação Matemática, destacando que "as atividades, além de

---

<sup>6</sup> BRUNER, J. S. Introdução à obra. In: VYGOTSKY, L. S. *Pensamento e linguagem*. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

naturalmente trazerem a visualização para o centro da aprendizagem matemática, enfatizam um aspecto fundamental na proposta pedagógica da disciplina: a experimentação" (BORBA; PENTEADO, 2001, p. 34).

De acordo com o pensamento desses autores, os alunos conseguem desenvolver conjecturas e argumentos relacionados às atividades com as quais se envolvem, sendo as "conjecturas fruto do enfoque experimental-com-tecnologias, visto que elas surgem das investigações feitas com computador" (BORBA e PENTEADO, 2001, p. 35). Para eles, o trabalho realizado com o computador e um *software* apropriado ao conteúdo insere formas diferenciadas de ensinar e valoriza o processo de produção de conhecimentos.

Desta forma busca-se superar práticas antigas com a chegada desse novo ator informático. Tal prática está em harmonia com uma visão de construção de conhecimento que privilegia o processo e não o produto-resultado em sala de aula, e com uma postura epistemológica que entende o conhecimento como tendo sempre um componente que depende do sujeito (BORBA; PENTEADO, 2001, p. 44).

Tendo por base o descrito acima, entendo que o trabalho com o computador na sala de aula pode criar condições favoráveis ao ensino-aprendizagem, traduzidas por novas metodologias, estratégias e usabilidades que propiciem o envolvimento do educando com o instrumental tecnológico computador, fazendo com que – mediado por essa mídia – ele compreenda e construa conceitos matemáticos.

Interessantes são os argumentos de BORBA e PENTEADO (2001, p. 86), ao alertarem para que não cometamos equívocos ao inserir os computadores em nossa prática profissional. Os autores entendem que "aula expositiva, seguida de exemplos no computador, parece ser uma maneira de domesticar essa mídia. A forma de evitar isso seria a escolha de propostas pedagógicas que enfatizem a experimentação, visualização, simulação, comunicação eletrônica e problemas abertos".

Outro pressuposto que faz parte dessa discussão é o de que as ferramentas refletem experiências de outras pessoas que encontraram e resolveram problemas por meio de invenções, modificações e adequações,

transformando os instrumentos em meios eficientes e de aceitável funcionamento quando se buscam soluções. Percebe-se que as ferramentas apontam o início da interação humana com a realidade em que se vive, prolongando sua ação e possibilitando a reorganização do pensamento.

É interessante dizer que o computador utilizado como ferramenta pode inserir, no cenário educacional, elementos que favoreçam a compreensão e a inserção de alternativas e variáveis para soluções de problemas. Já o computador, utilizado como ferramenta que implementa mudanças, pode colocar o controle do processo de aprendizagem nas mãos do aprendiz, contribuindo para que os profissionais da educação pensem em propostas que visem a construção do conhecimento e não sua mera transmissão.

Ao inserir os computadores no cenário educacional, o objetivo não é o de responder às atualizações tecnológicas e a determinados modismos, mas o de favorecer o desenvolvimento intelectual do aluno, que não deverá utilizar esse recurso mecanicamente e sim ter a oportunidade de ter seu aprendizado mediado por ele. Ao mesmo tempo, é necessário ter cuidado com a formação e a inserção do aluno como pessoa crítica, numa sociedade que cobra um sistema enxuto de produção de bens e serviços, eliminando excessos e perdas. Matematizar as situações de aprendizagem em matemática pode ser uma saída condizente.

O uso do computador para fins pedagógicos é visto aqui como ferramenta capaz de favorecer a construção do conhecimento e não como uma maneira de informatizar formas tradicionais de ensino, que privilegiam simplesmente a transmissão de conteúdos. Assumo a postura de usar o computador com propostas balizadas por projetos dentro de abordagens que tem como princípio que o conhecimento é construído conforme as percepções e ações do sujeito, constantemente mediadas por estruturas mentais já construídas ou que vão se construindo ao longo do processo. Essa construção passa fundamentalmente pela mediação proveniente das ferramentas.

Portanto, sendo o computador proveniente do espírito inventivo e criativo do ser humano, não se concebe que ele “pense” pelo homem. Pode-se entendê-lo como meio que favorece a elaboração do conhecimento que, ao ser manipulado, reorganiza a estrutura de pensamento humano. A meu ver, as pessoas devem

tirar proveito da capacidade de armazenamento e memorização do computador para alterar sua forma de compreensão em relação ao conteúdo dos seus estudos ou das suas pesquisas, pois – fazendo uma analogia – o ser humano também depende do conhecimento acumulado na memória artificial de livros e enciclopédias, por exemplo.

### 2.3.2 Possível papel do aluno e dos grupos de trabalho

PAPERT,<sup>7</sup> citado por CROWE e ZAND (2000), realizou uma experiência com seus alunos usando uma linguagem de programação, caracterizada por um ambiente interativo de aprendizagem baseado no computador. Suas idéias encontraram eco entre os matemáticos quando estes perceberam que os conteúdos da disciplina, principalmente os geométricos, podiam ser abordados via computador. Esse autor defende que, apesar das aulas serem realizadas em um ambiente interativo, é necessário que o aprendizado do aluno seja “cobrado”.

Ainda que o trabalho de BOAVIDA e PONTE (2004), não se destine à colaboração em ambientes virtuais, eles inserem importantes indicadores que devem ser considerados. Vale lembrar que, nesta pesquisa, o ambiente dinâmico e interativo é entendido como uma ferramenta de mediação, fato que não suprime a colaboração entre os alunos que se encontram numa sala de computação usando *softwares* de geometria dinâmica, vislumbrando a possibilidade de construir o conhecimento distribuído.

Nesse sentido, a concepção de BOAVIDA e PONTE (2004), é importante ponto de partida para descrever o papel do aluno, entendendo-o como aquele que colabora para a construção do seu próprio conhecimento.

Na concepção desses autores:

A colaboração pode também ter lugar entre actores com estatutos e papéis diferenciados, por exemplo, entre professores e investigadores, entre professores e alunos, entre professores e encarregados de educação, ou mesmo no seio de equipas que integram valências diversificadas como professores, psicólogos, sociólogos e pais” (BOAVIDA; PONTE, 2004, p. 4-5).

---

<sup>7</sup> PAPERT, S. *Mindstorms*. Brighton, Sussex: Harvester Press, [19-].

Entendo, tal como Boavida e Ponte, que faz sentido diversificar a prática docente, pois essa atitude possibilita olhares múltiplos sobre a realidade em que se exerce o ato de lecionar, configurando-a como um contributo para esboçar quadros com diferentes interpretações acerca de realidades que envolvem professores e alunos.

As ações colaborativas são extremamente necessárias para que professor e alunos encontrem energia e motivação e, tendo em vista que, de acordo com informações atualizadas, o número de computadores das salas é inferior a um por aluno, torna-se ainda mais importante contar com a postura do educando como colaborador. Ressalta-se a necessidade de que, nas aulas de matemática, os estudantes trabalhem em equipes de forma que propicie um ambiente favorável quanto ao desenvolvimento de ações de elaboração de conhecimento e impulsionamento de ações de colaboração entre os alunos.

O envolvimento colaborativo que defendo pode se constituir em uma tarefa diferenciada. Expressando de outra maneira, acredito que a interface com o computador possa promover um ambiente capaz de suscitar o interesse do aluno para que seus objetivos individuais sejam facilitados pelas interações com o computador, almejando assim a construção de conhecimento distribuído e, ainda, por meio dos inter-relacionamentos pessoais, a possibilidade de poder socializá-lo com os demais integrantes do seu grupo. De acordo com esse aspecto é possível evitar discrepâncias entre uma intencionalidade coletiva e os objetivos individuais que sempre existem, de forma implícita ou explícita, consciente ou inconsciente.

Idéia similar é defendida por BOAVIDA e PONTE (2004, p. 3), ao expressarem que: “Na nossa perspectiva, a utilização do termo colaboração é adequada nos casos em que os diversos intervenientes trabalham conjuntamente, não numa relação hierárquica, mas numa base de igualdade de modo a haver ajuda mútua e a atingirem objectivos que a todos beneficiem.”

Parto do pressuposto de que um trabalho colaborativo depende, além de uma definição clara dos objetivos, de formas de encaminhamento e realização de incumbências intermediadas por práticas que optam por tomadas de iniciativas e decisões fundamentadas em discussões em conjunto. A relevância dessa prática está centrada no entendimento mútuo para o estabelecimento de objetivos

comuns que visam otimizar as ações de cada membro do grupo, no sentido de manter sempre vivo o sentimento de realização em comum e a projeção de um trabalho grupal duradouro.

A mutualidade é defendida por BOAVIDA e PONTE (2004, p. 6), ao registrarem que “...subjacente à idéia de colaboração está, também, uma certa mutualidade na relação: todos têm algo a dar e algo a receber do trabalho conjunto”. Entretanto, cabe estar ciente que a colaboração não se caracteriza apenas pela vertente das boas realizações e, corroborando com essa idéia, BOAVIDA e PONTE (2004, p. 6) alertam para situações que possam se configurar como entraves, argumentando que “mutualidade e equilíbrio não significam igualdade absoluta. Significam, apenas, que todos os participantes têm um papel reconhecido no projecto e beneficiam, de modo inequívoco, com a sua realização”.

BOAVIDA e PONTE (2004) destacam três idéias fundamentais que devem permear o trabalho colaborativo: diálogo, confiança e negociação. Idéias estas que são também por mim defendidas e que se revelam preponderantes quando se tem por objetivo implementar a participação mútua nas trocas e interações do grupo.

Parafraseando os autores, *a confiança* se faz necessária na interação entre os participantes do grupo. É um caminho para possibilitar que os alunos se manifestem por meio de questionamentos e se mostrem dispostos a ouvir e falar, percebendo o valor das contribuições e a necessidade de inclusão no grupo.

O *diálogo* está relacionado à aceitabilidade da voz pessoal e ao entrelaçamento das múltiplas vozes como instrumento de consenso na superação de contradições, ou seja, é utilizado como instrumento que confronta idéias objetivando a apropriação de novas compreensões.

A *negociação* se encontra presente nas muitas esferas da atividade humana e suas relações. Portanto, não é diferente no ambiente criado pela sala de computação. Neste também se negociam objetivos, modos de trabalho e prioridades, sendo essas discussões essenciais para a superação de crises. A negociação se dá pelo contato social que se revela importante ao assemelhar-se

com o compartilhar, criar estratégias, incorporações e ações que envolvam não apenas o indivíduo, mas o grupo que está à sua volta e participa do processo.

Assim, as possíveis articulações com as idéias de Boavida e Ponte encontram eco quando intermediadas pelo ambiente dinâmico e interativo e *softwares* de geometria dinâmica, configurando-se como possíveis ferramentas que permitem a colaboração do aluno.

Sem um artefato manejável nas mãos, os planos permanecem apenas nas idéias e desejos, mas em se tendo um recurso que possa ser manipulado, significa que é possível construir e, ainda, dispor esses equipamentos para que um grupo possa fazer experimentações. Nesse sentido, os *softwares* em questão são importantes, pois transformam a idéia no objeto visualizado, ou seja, na figura geométrica pensada, dando a oportunidade de testar e conjecturar.

No sentido de delinear objetivamente as incumbências dos alunos – dispostos em grupos heterogêneos, numa aula de matemática em que é feito o uso do ambiente dinâmico e interativo – serão relacionadas abaixo algumas sugestões que poderiam orientar a turma quanto ao encaminhamento dos trabalhos:

- Formar grupos, ocupar o computador e procurar participar ativamente das construções feitas na tela.
- Realizar atentamente, análises e constatações, comunicando-as aos colegas no sentido de enriquecer as discussões.
- Explorar as características dos *softwares* de geometria dinâmica e, de forma crítica, por meio da interatividade, buscar perceber regularidades matemáticas.
- Manifestar suas dúvidas por meio de questionamentos, requerendo a participação do grupo como um todo, convidando-os a “fazer matemática”.
- Registrar argumentações matemáticas em face das regularidades constatadas.

O ensino dos conteúdos matemáticos, incluindo a geometria analítica, pode se dar por meio do ambiente dinâmico e interativo e, dessa forma, a inserção de novas tecnologias pode contribuir em práticas educacionais que facilitem o

surgimento de propostas para implementar a participação do aluno como alguém que coopera e colabora no processo de ensino dos conteúdos de matemática.

### 2.3.3 Possível papel do professor

O professor desempenha um papel importante ao articular meios para que ocorram interações entre aluno-computador-conhecimento e, como produto final, tenha-se um conhecimento construído proveniente, em partes, das mediações possibilitadas pela ferramenta tecnológica. É o profissional que conhece o conteúdo trabalhado, tanto do ponto de vista da exploração no ambiente computacional, quanto do pedagógico e das articulações que possam ser estabelecidas. A mediação humana é vista como essencial, uma vez que facilita o acompanhamento, objetivando impedir que alguns alunos desanimem ou se tornem dependentes dentro do processo de ensino-aprendizagem.

A ação do professor ocorre por meio da observação, seleção e organização das informações direcionadas ao aluno, encarregando-se de filtrar e ordenar os mecanismos necessários e subjacentes a uma aula de matemática na sala de computação, de forma a permitir fluidez no trabalho com a turma.

Enquanto profissional que possui tarefas de articulação, o professor assume responsabilidades na proposição de estratégias que favoreçam o desenvolvimento das atividades dos alunos, procurando fazer com que eles sejam criativos e tomem iniciativa na resolução de problemas propostos.

Nesse sentido, GRAVINA e SANTAROSA (1998, p. 16), enfatizam que:

A apropriação de idéias matemáticas significativas nem sempre acontece de forma espontânea, (...) assim um trabalho de orientação por parte do professor se faz necessário. São os desafios propostos pelo professor que vão orientar o trabalho, desafios estes que se tornam de genuíno interesse dos alunos, desde que não sejam eles privados de suas ações e explorações.

Concebo como relevante e aceitável que as estratégias adotadas possibilitem aos alunos estabelecerem idéias, vislumbrando apropriações de conhecimento, respondendo suas próprias questões, emitindo conclusões aceitáveis e argumentos bem construídos.

O professor é visto como o profissional que articula o processo da ação docente nas salas de computação, cujo objetivo é trabalhar conteúdos de geometria no ambiente computacional. Nesse caso, o profissional trata de sugerir incumbências que privilegiem aspectos que favoreçam a construção de conhecimentos matemáticos.

SKOVSMOSE (2001, p. 17), enfatiza como princípio importante que “professores e alunos sejam ‘parceiros iguais’. Sobretudo, é imprescindível que o professor, na relação dialógica com os grupos de alunos, não assuma ‘papel decisivo e prescritivo’”.

Para GRAVINA e SANTAROSA (1998), a aprendizagem de conteúdos da disciplina em estudo caracteriza-se pelas ações do “fazer matemática”, entendido por essas autoras como uma iniciativa que se encarrega de engajar os alunos em ações que permitam realizar deduções e generalizações intermediadas pelas investigações e explorações. Estas, por sua vez, são baseadas na assimilação do conhecimento adquirido por meio de incursões facilitadas pelos recursos aplicados na educação e, entre esses recursos, inserem-se os ambientes computacionais. Nesse contexto, entendo que, ao articular ações para incentivar a construção de conhecimentos em Matemática, o professor estará trabalhando com propostas que engajam os alunos.

No sentido de delinear objetivamente as tarefas que um professor de Matemática desempenha ao usar um ambiente computacional são relacionadas, abaixo. Algumas sugestões que não precisam ser seguidas como uma receita, mas podem contribuir na viabilização da produção de conhecimentos em Matemática:

- Orientar a formação de grupos heterogêneos, movimentar-se pela sala de computação, interferir quando necessário nas ações do grupo de alunos e mobilizar o grupo de forma que todos participem do processo, impedindo a “sobrecarga” de trabalhos para alguns e a dependência para outros.
- Convidar todos os alunos para observar atentamente, análises e constatações consideradas incomuns, provenientes de algum grupo e que, no geral, possam enriquecer as discussões.

- Planejar as aulas levando em conta que as explorações matemáticas direcionam para aspectos da interatividade e representações na tela do computador.
- Ater-se em ações que privilegiam, no âmbito da compreensão e até da construção de conceitos, os aspectos qualitativos sobre o “fazer matemática”.
- Evidenciar a argumentação matemática em face das regularidades constatadas.

## 2.4 POSSÍVEIS LIMITAÇÕES

É necessário deixar claro que não se pode fixar crenças, pura e estritamente, no ensino por meio de computadores e seus aplicativos, acreditando ser este um método suficiente para superar problemas que perpassam as instâncias do fazer educação. Reconheço que existem outras tantas tecnologias que representam importantes recursos a serem utilizados na prática docente e que não devem ser descartados. Não associo ao computador ou ao Ambiente Dinâmico e Interativo o caráter de mitos tecnológicos que solucionam problemas educacionais crônicos.

É válido salientar que os recursos abordados neste capítulo merecem atenção no cenário educacional, tendo em vista que, enquanto ferramentas pedagógicas, inserem possibilidades de serem exploradas pelos profissionais da educação. Destaco também que é necessário ter a clareza de que utilizar o ambiente informatizado na educação se constitui em um grande desafio a ser enfrentado, pelo fato de existirem resistências a essa idéia no ambiente escolar, que muitas vezes se opõe ao uso dos recursos e impede a experimentação de práticas diferenciadas.

O trabalho docente na sala de computação pode ser proveitoso quando há o comprometimento – não apenas do professor, mas também do corpo que gera as ações num colégio – tanto quanto ao aspecto pedagógico quanto ao administrativo. O desafio passa por questões relacionadas aos ambientes físicos, interesse dos professores pela formação, propostas curriculares e políticas

educacionais. Quanto aos ambientes, sabemos que em vários colégios existem salas de computação que, por questões banais – como dificuldade de acesso às chaves para a sua abertura, problemas com alarmes, senhas em micros, indisponibilidades das direções, etc. –, não são usadas e inviabilizam situações de aprendizagem.

Soma-se a isso, na rede pública, a ausência de políticas educacionais, por parte dos órgãos gestores, que visem a formação de professores – no sentido de fazer com que os profissionais conheçam metodologias e propostas educacionais de usos dos recursos aqui abordados; a ausência de investimentos na aquisição de *softwares* e a falta de iniciativas internas nos estabelecimentos de ensino, que visem discussões de propostas para inserção das mídias computacionais como ferramentas importantes na construção de conhecimentos.

Esses fatos levam, às vezes, os professores a aplicarem métodos repetitivos e mecânicos que, apesar da tecnologia, ainda expressam a aula tradicional. Ainda é perceptível que, em decorrência do número elevado de aulas que os professores lecionam, estes não possuem tempo disponível para se preparar adequadamente para o exercício da docência no ambiente informatizado.

Em virtude do que foi estabelecido pelos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs, observam-se mudanças políticas e de posturas na rede pública em relação às grades curriculares de determinadas disciplinas. A matemática, por exemplo, teve seu número de aulas reduzido, implicando, de acordo com os professores, no aspecto quantitativo dos conteúdos lecionados em detrimento de ações docentes que possam expressar qualidade.

## 2.5 CONTRIBUIÇÕES À RESPOSTA DO PROBLEMA LEVANTADO POR ESTA PESQUISA

- O computador é visto como uma ferramenta que reorganiza o pensamento das pessoas/alunos.

- O ambiente computacional, caracterizado pelo ambiente dinâmico e interativo, composto, entre outros, pelos *softwares* de geometria dinâmica, é concebido como ferramenta que media a construção do conhecimento.
- As ferramentas mediadoras podem instigar o aluno a produzir significados.
- Os sujeitos envolvidos assumem seus possíveis papéis nas relações entre si e com o saber.

De forma geral, este capítulo introduz o computador e ambiente dinâmico e interativo, concebido como ferramentas de mediação. Por meio desses recursos, os alunos trabalham de forma colaborativa, discutem, elaboram e constroem o conhecimento nas interações com o recurso tecnológico, caracterizando assim o conhecimento distribuído. Sendo o conhecimento construído por meio da ferramenta de mediação, pode-se pensar que os inter-relacionamentos pessoais, caracterizando a relação dialógica, sejam usados como meio para se trocar informações, possibilitando a comunicação do conhecimento construído – assunto que será analisado mais detalhadamente nos próximos capítulos.

### 3 MEDIAÇÃO EM AMBIENTES COMPUTACIONAIS

Entendo que, ao se buscar características de abordagens, é necessário retomar a discussão do ambiente computacional como ferramenta de mediação. Sendo assim, o tema central desta seção é a relevância desse processo no ensino da matemática. Todavia, antes de focar o tema é necessário destacar alguns aspectos conceituais referentes à ferramenta de mediação, signo, instrumento e mediação, para melhor compreensão de suas inter-relações.

De acordo com a referência teórica selecionada para desenvolver este trabalho, o aprendizado se dá por meio de ações concretizadas nas relações entre as pessoas, cujas intermediações podem ocorrer por meios artificiais. Estes, aqui denominados instrumentos, são criados e recriados pelos sujeitos, com o objetivo de transmitir e construir conhecimentos. Desse modo, eles influenciam na maneira de pensar e organizar ações.

Ao serem manipulados, os instrumentos podem possibilitar a independência de opinião e de crítica, uma vez que incrementam os sistemas que constituem o capital intelectual do indivíduo – riqueza do pensamento, da capacidade de criar e recriar, e de constituir sua cultura.

Para VYGOTSKY (1994, p. 72), “a função do instrumento é servir como um condutor da influência humana sobre o objeto da atividade; ele é orientado externamente; deve necessariamente levar a mudanças nos objetos. Constitui um meio pelo qual a atividade humana externa é dirigida para o controle e domínio da natureza”.

A comunicação entre as pessoas pode se dar por meio de signos decorrentes das relações entre a humanidade e suas produções socioculturais, com base nas quais se recriam e se atribuem significados às coisas de forma tanto objetiva como subjetiva.

Para JOLY (1996), um signo tem uma materialidade que percebemos com um ou vários de nossos sentidos. É possível vê-lo (um objeto, uma cor, um gesto), ouvi-lo (linguagem articulada, grito, música, ruído) senti-lo (vários odores:

perfume, fumaça), tocá-lo ou ainda saboreá-lo. Para PEIRCE (2000), signo é aquilo que, sob certo aspecto ou modo, representa algo para alguém.

SANTAELLA (2001, p. 58), considera exemplar a definição de signo expressa por Pierce:

Um signo intenta representar, em parte pelo menos, um objeto que é, portanto, num certo sentido, a causa ou determinante do signo, mesmo se o signo representar seu objeto falsamente. Mas dizer que ele representa seu objeto implica que ele afete uma mente, de tal modo que, de certa maneira, determine naquela mente algo que é mediatamente devido ao objeto. Essa determinação da qual a causa mediata é o objeto, pode ser chamada o Interpretante.

Um signo é tudo que pode ser tomado como substituto significante de algo mais. Esse algo mais não tem que necessariamente existir ou verdadeiramente estar em algum lugar no momento em que um signo o substitui (SANTAELLA; NÖTH, 2001).

Dessa forma, para que haja uma mensagem, é necessário, antes de tudo, que existam os três correlatos de uma relação triádica: o signo e o objeto a ser representado e o interpretante, que tanto podem ser seres vivos ou objetos inanimados, como o computador. De fato, a falta de qualquer um dos elementos dessa relação (*como, o quê e para quem*) resulta em comunicações incompletas, como acontece, por exemplo, quando o usuário, denominado aqui como interpretante, não consegue entender determinadas construções na tela do computador.

Para VYGOTSKY (1994, p. 73), “o signo (...) constitui um meio da atividade interna dirigido para o controle do próprio indivíduo; o signo é orientado internamente”.

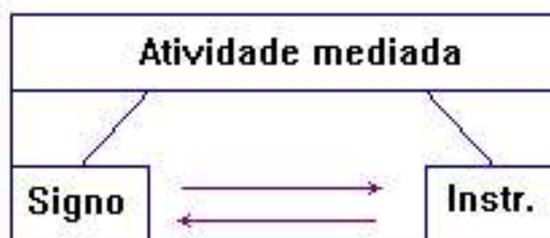
Os signos e os instrumentos, “são criados pelas sociedades ao longo do curso da história humana e mudam a forma social e o nível de seu desenvolvimento cultural” (VYGOTSKY, 1994, p. 9).

Para esse autor, existem as ferramentas técnicas – os signos – que são considerados instrumentos que possibilitam a mediação. Estes, sendo pensados como forma de linguagem, são também considerados importantes para

abordagem em ambientes computacionais que se prestam às questões de ensino e aprendizagem.

“A analogia básica entre o signo e o instrumento repousa na função mediadora que os caracteriza. (...) Podemos expressar a relação lógica entre o uso de signos e o de instrumentos usando o esquema que mostra esses conceitos incluídos dentro do conceito mais geral de atividade indireta [mediada]” (VYGOTSKY, 1994, p. 71). O desenho, abaixo, ilustra a ação da atividade mediada, ou seja, o aluno tem um instrumento para realizar manipulações. Os signos fazem que as percepções do aluno sejam afloradas, realizando atos que expressam comunicação e interação contribuindo para intermediar suas respostas em relação ao objetivo que se almeja.

FIGURA 1 - RELAÇÃO ENTRE SIGNOS E INSTRUMENTOS



FONTE: ADAPTADO DE VYGOTSKY, 1994.

A ação humana, de forma geral, está orientada para um objeto, ou seja, tem sempre um caráter objetual. Então, pode-se dizer que o êxito de uma atividade está em conseguir estabelecer um conteúdo de acordo com esse caráter. A construção de conhecimentos em matemática tem a ver diretamente com isso, ou seja, ela se dá, em muito, pelas formas de apropriação, por parte do aluno, das capacidades formadas sociohistoricamente e objetivadas na cultura material. Esse processo requer comunicação em sua forma externa, a qual pode ser mediada pelo objeto. O caráter material se expressa em múltiplas configurações, sendo que, no caso desta pesquisa, o instrumento é o ambiente dinâmico e interativo e os signos se manifestam nas ações proporcionadas por este ambiente, ou seja, o movimento, a manipulação, visualização e simulação.

O ambiente dinâmico e interativo, nesta pesquisa, se configura no objeto. Não é o caso de abandonar o termo instrumento do desenho acima, todavia, neste trabalho, usaremos o termo ferramenta de mediação.

Destacando que uma pessoa pode elaborar conhecimento mediante o uso de uma mídia, vale lembrar que nos primórdios das civilizações, esta se constituía por gestos, desenhos, rituais, falas, etc. No decurso histórico, chegou-se aos sistemas numéricos e à escrita. Hoje, temos as mídias informáticas que, inseridas nos ambientes propícios à construção de conhecimentos, prestam um grande serviço de mediação.

### 3.1 MEDIAÇÃO

Para falar de mediação o pressuposto usado se baseia na visão de Vygotsky de que o desenvolvimento de uma pessoa está baseado na concepção de um organismo ativo, cujo pensamento é construído paulatinamente num ambiente que é histórico e, em essência, social; defende a idéia de contínua interação entre as mutáveis condições sociais e a base biológica do comportamento humano; reconhece a imensa diversidade nas condições histórico-sociais em que as pessoas vivem, tampouco aceita a possibilidade de existir uma seqüência universal de estágios cognitivos.

Vale dizer que para Vygotsky, os fatores biológicos preponderam sobre os sociais apenas no início da vida das crianças, sendo que as interações, sejam entre pessoas, seja intermediada pelas ferramentas exercem influências no seu pensamento e no seu raciocínio; sendo que, nesse sentido, o processo de desenvolvimento nada mais é do que a apropriação do conhecimento disponível no grupo social em que cada um nasceu.

Vygotsky discorda de que a construção do conhecimento proceda do individual para o social. Acredita que a criança realiza essa operação na ordem inversa, ou seja, nasce num mundo social e vai formando sua visão desse mundo por meio das interações com os adultos e com crianças mais experientes. As relações referidas por Vygotsky podem perfeitamente se dar, também, por meio

de ferramentas que mediam o contato entre a pessoa e o objetivo que pretende alcançar.

Nesse sentido, a compreensão da construção do conhecimento num contexto sociohistórico passa pelo conceito de mediação e esta, por sua vez, pode ser entendida como uma intervenção que conta com o auxílio de um elemento intermediário na relação entre o sujeito e o objetivo.

Os processos complexos de atribuição de significados e sentidos às coisas, por meio de interações com aquilo que nos rodeia, são favorecidos pela mediação a qual estimula uma espécie de processo mental, uma idéia, que contém em si a relação de analogia. Opera-se na mente do sujeito uma dada comparação entre uma coisa e sua manifestação, ou seja, o que ela representa. Portanto, é assim que os signos mediam a relação entre as pessoas e as coisas de forma que contribuem para formulação de idéias a serem assimiladas por outros indivíduos que participam dos processos de relacionamentos humanos.

O conceito de mediação, está fundamentado no entendimento de que o desenvolvimento humano é resultado do seu trabalho. De acordo com essa concepção, a atividade do homem é condição *sine qua nom* que estabelece as suas relações com a natureza, ou seja, ele age, modificando-a com a força motriz de seu corpo. Para realizar seu trabalho diante do mundo e da natureza externa, o homem cria instrumentos, isto é, ferramentas mediadoras. Hoje, o computador pode ser citado como modelo de ferramenta que permite, por exemplo, a escrita com uma dinamicidade, que muitas vezes não é conseguida pela mão humana. É também um objeto social, porque carrega consigo a função e o modo de utilização para o qual foi criado.

Ao mesmo tempo em que o homem atua no mundo material, modificando-o, ele se modifica intrinsecamente pelo desenvolvimento de suas faculdades mentais. Nesse sentido, concebo que o conhecimento construído pelo ser humano está enquadrado nas relações que envolvem a teoria e a prática, sendo assim, os sentimentos, o entendimento, a consciência e o pensamento dependem da atividade material do trabalho, confirmando a teoria de Vygotsky que afirma que as funções mentais do sujeito passam por um processo sociohistórico de construção.

Com base na constatação de que as ferramentas são orientadas externamente para regular a ação do homem perante à natureza, entendo aqui que o uso de ferramentas, no contexto da mediação, pode ser capaz de alterar as funções mentais da pessoa que se envolve no processo de interação.

A princípio, VYGOTSKY (2000), formulou a idéia de mediação investigando como as ferramentas ou instrumentos influenciam na atividade exercida pelas pessoas, sendo que seus estudos se expandiram na busca de repostas em relação às interferências psicológicas nas suas mentes. Constatou que quando um homem realiza um trabalho utilizando algum tipo de ferramenta, estas favorecem a expansão de informações e experiências, contribuindo qualitativamente nos seus processos mentais.

Para o autor, as mudanças históricas vivenciadas no meio social e o aparecimento de ferramentas – decorrentes do avanço científico – possibilitam aos seres humanos, pela inserção de novos conhecimentos, transformar a natureza e o próprio modo de pensar. Por meio de suas constatações, foi possível elaborar concepções sobre o trabalho humano e sobre o uso de instrumentos, concluindo que “os próprios seres humanos influenciam sua relação com o ambiente e, através desse ambiente, pessoalmente modificam seu comportamento, colocando-os sob seu controle” (VYGOTSKY, 1994, p. 68).

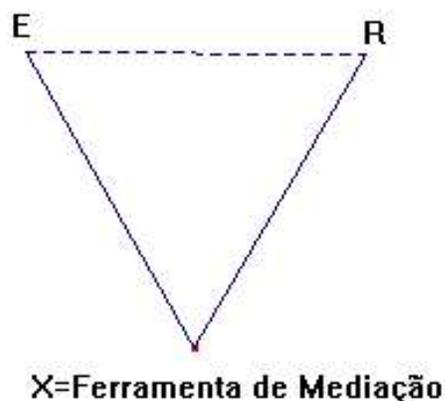
O conceito de mediação foi estendido para a interação homem–ambiente por meio do uso da linguagem, dos sistemas de contagem, das técnicas mnemônicas, da simbologia algébrica, das obras de arte, dos escritos, dos esquemas, dos diagramas, dos diversos mapas e desenhos. Portanto, as ferramentas são criações das pessoas ao longo da trajetória histórica trilhada por elas mesmas, as quais possibilitaram o desenvolvimento da capacidade de investigar, decidir, agir e interagir com autonomia no seu nicho social. Tal condição pode levar a construção de conhecimentos que evidenciam mudanças na forma social de convivência e no nível de seu desenvolvimento cultural.

O desenho a seguir – figura 2, ilustra a função que as ferramentas de mediação exercem nos processos que envolvem ações mentais na formulação de heurísticas aplicáveis à solução de problemas. As formas mais elementares de

relação do homem com o ambiente pressupõem um estímulo, representada pela fórmula  $E \rightarrow R$  – estímulo-resposta.

No entanto, as formas superiores de relação do homem com o ambiente por meio do pensamento, da linguagem e das relações lógicas implicam na intervenção de um terceiro elemento, aqui denominado como ferramenta de mediação. Sendo assim, a relação  $E \rightarrow R$ , ganha um novo elemento, mostrado no esquema abaixo.

FIGURA 2 - RELAÇÃO ENTRE SUJEITO/FERRAMENTA X OBTENÇÃO DA RESPOSTA



FONTE: VYGOTSKY, 1994.

A busca de respostas e significados para os problemas que o homem se propõe a resolver pressupõem a criação e o uso de ferramentas por meio das quais se constroem as conexões cerebrais. Assim, com base nos processos mentais elementares que constituem uma fundamentação para a atividade criativa, opera-se o desenvolvimento mental superior por meio da mediação por ferramentas, possibilitando as interações do aluno com o meio. A figura 2 ilustra um maior poder nos procedimentos que visam resoluções de problemas que demandam interações. Entre os principais fatores que a ferramenta pode proporcionar pode-se citar uma maior flexibilidade nas ações dos alunos para a apreensão, no caso desta pesquisa, dos conceitos presentes nos conteúdos de geometria – especificamente de geometria analítica. Também, pode-se dizer que

proporciona maior mobilidade e ações interativas para se buscar uma resposta, ou seja, a ação do aluno se encontra mais distribuída por conta dos processos interacionais, nesse caso, com o ambiente dinâmico e interativo. A presença da ferramenta, no processo para se construir conhecimento em Matemática, possibilita a vantagem do aluno realizar a tarefa com mais rapidez. Assim, há um tempo maior para formular suas idéias e realizar contribuições mais ricas mediante as conjecturas possíveis.

A relação  $E \rightarrow R$  (estímulo resposta) “pressupõe uma reação direta à situação-problema defrontada pelo organismo” (VYGOTSKY, 1994, p. 53). Porém, existe outra forma de buscar a solução para um problema: criando um elo intermediário entre o sujeito e a resposta. O elo intermediário é caracterizado pela ferramenta de mediação que – expressa pelo elemento X na figura 2, inserida no âmbito dos processos que procuram levantar possíveis soluções a problemas, preenche uma função importantíssima – a de que o sujeito incorpora condições para se engajar ativamente na busca de uma solução aceitável.

Nesse novo cenário, permeado pelas interações provenientes da ferramenta, “o impulso direto para reagir é inibido, e é incorporado um estímulo auxiliar que facilita a complementação da operação por meios indiretos”. (VYGOTSKY, 1994, p. 54).

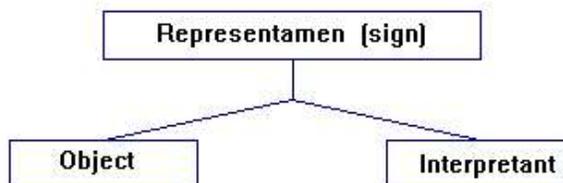
Assim, transformando seu modo de agir, o homem atua no mundo físico e social conhecendo-o, modificando-o, interagindo, aprendendo, comunicando aos outros as suas experiências e construindo a sua própria consciência.

Para VYGOTSKY (1994, p. 73), “o uso de meios artificiais – a transição para a atividade mediada – muda, fundamentalmente todas as operações psicológicas, assim como o uso de instrumentos amplia de forma ilimitada a gama de atividades em cujo interior as novas funções psicológicas podem operar”.

Na visão de YEH e NASON (2004), a formação de significado matemático ou a construção de conhecimento significativo por meio de conteúdos matemáticos é um processo contínuo vivificado pela interpretação que é possível através do uso de recursos em situações permeadas pela mediação.

YEH e NASON (2004), desenvolvem suas pesquisas sobre ambientes computacionais abordando conteúdos de geometria, no campo da Educação Matemática, de forma bastante semelhante aos estudos de Vygotsky. Os pressupostos utilizados para a usabilidade do ambiente computacional se voltam para a mediação, cujas idéias que sintetizam a construção de conhecimentos em Matemática consistem na representação que demanda um signo, um objeto e uma interpretação. Para OSBERG<sup>8</sup>, citado por YEH; NASON (2004), esses elementos identificam os três componentes pelos quais são possíveis as construções significativas do conhecimento. São os elementos visualizados na figura 3, com a qual procura-se ilustrar a relação entre o sinal, o objeto e a representação.

FIGURA 3 – RELAÇÃO ENTRE SINAL/OBJETO/REPRESENTAÇÃO



FONTE: YEH; NASON, 2004.

Nota-se, nesse esquema – figura 3, que um signo está entre o objeto e o seu intérprete. No entanto, o signo não é o objeto por si só; um signo é apenas uma representação incompleta do objeto. Para ANDERSEN,<sup>9</sup> citado por YEH; NASON (2004), os sinais podem ser classificados em ícone, índice e símbolo. O ícone representa o objeto, assemelhando-se a ele ou sendo sua imitação. O

<sup>8</sup> OSBERG, K. M. *Constructivism in practice: the case for meaning-making in the virtual world*. Seattle, 1997. Dissertation (Unpublished Doctoral) - University of Washington, Seattle, 1997.

<sup>9</sup>ANDERSEN, P. B. *A theory of computer semiotics: semiotic approaches to construction and assessment of computer systems*. Cambridge: Cambridge University Press, 1990.

mapa, por exemplo, visualmente, pode ser associado a algumas características do território que ele representa. O efeito produzido, proveniente do sinal de um objeto, é denominado ídex. A fumaça produzida pelo fogo pode ser considerada o seu ídex. O símbolo se refere a objetos por virtude de uma lei, regra ou convenção.

O sinal, na abordagem realizada por CUNNINGHAM,<sup>10</sup> citado por YEH e NASON (2004, p. 3), “oferece uma vantagem significativa na análise da mente, que é considerar sistemas de sinais como agindo semelhantemente a um código para alguns sistemas de objetos. Os sistemas de códigos são usados para estruturar nossa experiência”. Na visão desse autor, pelos códigos, podem-se especificar regras, permitindo – de acordo com costumes e necessidades – a manipulação de sinais em um indefinido número potencial de maneiras.

Conforme Cunningham, pela manipulação de sinais, e a Matemática é rica nesse aspecto, o ser humano pode realizar uma inferência denominada abdução – um tipo de pensamento que cria outros sinais, cuja finalidade é dar sentido a alguma nova experiência. Pela abdução é possível inserir possibilidades, permitindo às pessoas perguntar, alterar crenças, confrontar idéias e experiências. Transporta-se a idéia abductiva para o campo da Educação Matemática diante da possibilidade que se tem de se realizar investigações no ambiente computacional com condições de busca de novos conhecimentos.

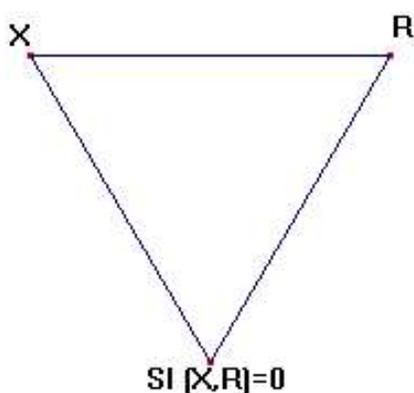
Segundo YEH e NASON (2004), abordar conteúdos de geometria numa perspectiva de mediação ajuda no entendimento de como as representações matemáticas e visuais formam sistemas que expressam seus significados e, com base neles, abre-se a possibilidade de se acrescentar outros mais. Sendo assim, por conter muitos símbolos (sinais), a matemática se transforma num processo natural de formação de significado. Nesse sentido, os conceitos matemáticos podem ser mais bem apreendidos por meio das manipulações no ambiente dinâmico e interativo, onde os símbolos matemáticos são manipulados por conta das ações dinâmicas produzidas no ambiente computacional.

Nessa visão, LEMKE,<sup>11</sup> citado por YEH e NASON (2004, p. 3), observando a tríade de Peirce, afirma que a matemática se configura como uma disciplina que

<sup>10</sup> CUNNINGHAM, D. J. *Beyond educacional psychology: steps toward an educacional semiotic*. Educational Psychology Review, 1992. p. 165-194.

possui um significado ou representação (R), um objeto (X) – que pode ser um objeto real, um conceito, uma quantidade, uma abstração ou outro sinal, e a interpretação que conecta o R ao X. Lemke chama a atenção para a possibilidade de haver um sistema de interpretação (SI) no qual R incorpora X, e X pode fazer o papel de R. Nesse sentido, defende que nós temos um sinal quando alguma coisa (R) representa uma outra (X) para alguém, em um determinado contexto (SI). A inter-relação entre representação, objeto e sinal, na qual o ensino de conteúdos de Matemática pode ser inserido, é indicada pela figura 4.

FIGURA 4 – TRÍADE: REPRESENTAÇÃO/OBJETO/ SINAL



FONTE: LEMKE, CITADO POR YEH; NASON (2004).

Em seus estudos, Lemke relata que na Matemática há possibilidade de ocorrência de dois tipos de mediação: a tipológica e a topológica. A primeira é representada pelos significados provenientes dos símbolos matemáticos, já a segunda, forma um significado mediante da percepção do tamanho, forma, posição, cor de espectro e intensidade visual.

As considerações sobre mediação, na visão de Yeh e Nason, são aplicáveis em processos de ensino de Matemática em razão da possibilidade de construção significativa de conhecimento ou formação de significado.

<sup>11</sup> LEMKE, J. L. *Mathematics in the middle: measure, picture, gesture, sign, and Word*. Retrieved June 20, 2001. From: <<http://academic.brooklyn.cuny.edu/education/jlemke/papers/topomed.htm>>

Os conceitos abordados por Yeh e Nason, inspirados em Cunningham e Lemke, estão sendo aproveitados no contexto da Educação Matemática pelos recursos tecnológicos – *softwares* que utilizam: linguagem logo; geometria dinâmica; desenho de gráficos (explorados em três dimensões) e recursos de multi e hipermídia em ambientes da internet – que se caracterizam como Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), formando um ambiente dinâmico e interativo.

As abordagens mediáticas nesse ambiente, na visão de Yeh e Nason, encorajam os alunos a construir o conhecimento matemático, porque facilitam a incorporação de pensamentos abduativos e possibilitam aos alunos o confronto com novas experiências como, por exemplo, explorar o espaço virtual em três dimensões e inventar sinais para novos comandos, com o objetivo de alcançar outras experiências.

Segundo NARDI (1998), o princípio da mediação, proporcionado pelas ferramentas, tem um papel central ao possibilitar interações entre as pessoas e os objetos existentes nos espaços físicos onde elas vivem, bem como onde trabalham.

Para a autora, as ferramentas dão forma e materializam as idéias dos seres humanos, transformando-as em objetos concretos, mediante as possíveis interações que se estabelecem.

Nesse sentido, a concretização das idéias pode se dar por meio de atividades externas que contribuem para que a pessoa passe por um processo de organização das atividades internas, decorrente da influência que as ferramentas de mediação exercem nas suas funções mentais (NARDI, 1998).

A autora aponta que as ferramentas contribuem significativamente para auxiliar as pessoas na resolução de problemas, porque, ao usarem-nas com fins específicos, podem – além de ter êxito no caso – modificá-las para torná-las mais eficientes ou inventar novas ferramentas que vão capacitá-la a solucionar outras questões.

Acredito, contudo, que as pessoas podem construir o conhecimento bem como se apropriar do que se encontra acumulado historicamente. Nesse sentido,

as ferramentas desempenham naturalmente seu papel de mediadoras no acúmulo e na transmissão do conhecimento social (NARDI, 1998, p. 36).

### 3.2 MEDIAÇÃO E AMBIENTE DINÂMICO E INTERATIVO NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Pesquisas, numa perspectiva em Educação Matemática, têm mostrado a importância da mediação no processo ensino-aprendizagem. Baseados nesse campo de estudos, os pesquisadores desenvolveram situações que possibilitam a construção de conhecimento em ambiente computacional. Para isso, principalmente, porém não exclusivamente, utilizaram-se de conteúdos de Geometria e, em situações diversas, também usaram conteúdos algébricos.

Apresento aqui algumas experiências realizadas com auxílio do computador, procurando destacar seu papel no processo e também os resultados dos estudos que abordaram conteúdos de Matemática em ambiente dinâmico e interativo.

YEH e NASON (2004), elegem a Geometria abordada em ambiente computacional como conteúdo que estrutura, em torno de si, condições que favorecem abordagens num contexto de mediação e, sendo assim, trazem para o cenário da Matemática, pela abordagem geométrica, considerações que vislumbram construções de conhecimentos. Os autores argumentam que a abordagem presenciada pela mediação consiste na existência de três componentes indispensáveis que são o mundo material externo; a habilidade espacial interna e a comunicação que expressa a relação entre objeto, ferramenta e interpretação, conforme mostra a figura 5.

FIGURA 5 – RELAÇÃO ENTRE OBJETO/FERRAMENTA/INTERPRETAÇÃO



Na figura 5, os FONTE: YEH E NASON, 2004. **Objetos** e **Interpretação** – representam as formas geométricas, muito presentes na Matemática, que possuem propriedades passíveis de exploração como, por exemplo, o ângulo, a altura e a largura.

Nessa mesma figura, a interpretação – habilidade espacial interna – é a capacidade potencial dos humanos de perceber e conhecer os objetos geométricos externos.

Para esses autores, a geometria abordada em ambiente computacional não é limitada às situações verificadas em livro-texto ou na Matemática tradicionalmente vivenciada na escola. Ao invés disso, ela se refere às representações do espaço real em que vivemos, onde nos movimentamos e aplicamos nossas percepções.

Nesse contexto, YEH e NASON (2004), defendem o uso de computadores como ferramentas que possibilitam a construção de conhecimentos, cujo foco da atenção, no caso dessa pesquisa, recai sobre a Matemática e não sobre a ferramenta computacional. Nesse sentido, os autores desenvolveram *softwares* que abordam conceitos e propriedades geométricas, cuja finalidade é contribuir para o aprendizado da Geometria mediada pelo ambiente computacional. Nessa concepção, os aplicativos que formam um ambiente de realidade virtual para o aprendizado e que possibilitam abordar conteúdos de Geometria em circunstâncias garantidas pela mediação, reorganizam nosso funcionamento mental e criam novas formas de pensamento, favorecendo a apropriação e a construção de conceitos matemáticos.

Na opinião dos autores, o computador é um equipamento a ser usado como uma ferramenta para a mediação, cujo foco seja a criação de ambientes que possam ser utilizados para aumentar as possibilidades que ensejam a construção de conhecimentos. Assim, é possível que a concepção tradicional de aprendizado – identificada como uma forma de receber um produto por transferência intelectual – passe a ser concebida como um processo em que as ferramentas mediam informações, permitindo a construção de fatos que levam ao entendimento e a compreensão de conceitos que se somam, tendo como resultado o conhecimento construído.

Considero o esquema expresso na figura 5, um meio para refletir mais especificamente sobre a construção de conhecimentos em matemática, utilizando conteúdos de Geometria em ambiente computacional.

De acordo com YEH e NASON (2004), por meio da manipulação da ferramenta de mediação e da conseqüente visualização dos objetos ocorre uma organização das funções mentais. Trata-se do desenvolvimento de processos internos à mente que propiciam entendimentos do mundo externo. A comunicação facilitada pelo uso de ferramentas se refere à linguagem que, de maneira geral, inclui as linguagens falada e escrita, percepções sobre os conceitos matemáticos e os movimentos dos objetos geométricos construídos em um ambiente dinâmico e interativo.

Entendem os pesquisadores que esta tríade formada pelo objeto, ferramenta e interpretação reflete variedades de comunicação que, sendo exploradas por alunos num ambiente computacional, resultarão em entendimentos diferentes do mundo externo, refletindo na reorganização e construção de conceitos na mente dos aprendizes.

A tríade apresentada na figura 5, indica que a construção de conhecimento dos conceitos requer o desenvolvimento de habilidades espaciais internas que, possivelmente, refletem no mundo externo por meio da mediação proporcionada pela ferramenta.

Na avaliação das ferramentas computacionais desenvolvidas por YEH e NASON (2004) e seus alunos, constatou-se que elas representam um recurso eficaz e capaz de vislumbrar a construção de conhecimentos, tendo em vista a apropriação, intermediada pela visualização, movimento, simulação e manipulação, de conceitos de Geometria. Para os autores, a contribuição no aprendizado dos alunos não se restringe na construção do conhecimento sobre conceitos e propriedades específicas da Geometria, mas possibilita estabelecer relacionamentos entre os conceitos dos diferentes conteúdos dessa disciplina. Esse fato pode ser explicado pelo uso dos recursos múltiplos e ricos, fornecidos pelas ferramentas computacionais.

CERULLI (2002), traz à tona a discussão de uma experiência de trabalho docente que destaca o pensar teórico e a manipulação simbólica, desenvolvido com o uso do *software* L'Algebrista – denominado pela autora como artefato.

Vale destacar que a diferença entre instrumento e signo reside nas diferentes maneiras com que eles orientam o comportamento humano. CERULLI (2002), deu a seguinte caracterização para a idéia de usar instrumentos de mediação: o artefato, agindo como mediador entre aluno e professor, pode ser usado por este último para explorar estratégias de comunicação, impulsionando movimentos que uma aula de matemática produz em ambiente computacional. Ou seja, um *software* pode funcionar como um mediador na construção de conhecimento matemático (MARIOTTI, 2002).

As intervenções são baseadas na distinção entre os dois espaços onde se trabalha com conteúdos de matemática, ou seja, a sala de computação na qual se

usa o L'Algebrista e a sala de aula tradicional. Assim, o trabalho da pesquisadora se constituiu em acompanhar como se dá a construção de conhecimento por parte dos alunos na sala tradicional e como ocorre quando é mediado pelo *software* em questão. Segundo a autora, os conhecimentos adquiridos pelos alunos no ambiente computacional são qualitativamente superiores aos construídos tradicionalmente.

Sobretudo, ela registra que o ambiente computacional se configura como espaço possível para tratar situações de aprendizagens em matemática (CERULLI, 2002).

CERULLI e MARIOTTI (2002), apontam aspectos educacionais baseados no uso do *Cabri-Géomètre*, e no *software* L'Algebrista, ambos passíveis de abordagens por meio dos símbolos que podem ser construídos em suas plataformas.

O objetivo principal foi investigar as aproximações permissíveis entre os dois *softwares* na resolução de situações-problema em matemática, contribuindo para que surjam novas formas de pensamento, conseqüentes dos processos de mediação oferecidos.

Registram as autoras que, apesar das diferenças entre o ensino da álgebra e da geometria, aproximações são possíveis uma vez que os processos de mediação se revelaram semelhantes tanto no ambiente computacional em que se trabalha a Álgebra quanto no que aborda a Geometria. Essa constatação foi organizada por meio de uma metodologia que postula a resolução de atividades em ciclos: resolver problema dentro e fora dos ambientes computacionais (sala de aula tradicional), sendo este último o campo da produção de relatórios escritos ou orais. Partindo dos relatórios produzidos, o professor direciona a classe na construção de significados compartilhados, tendo como base as discussões coletivas.

Na visão das autoras, os resultados conseguidos em discussões coletivas após as experiências no ambiente computacional criam uma cultura diferente daquela que se expressa na sala de aula convencional, provavelmente devido as interações entre o aluno e o ambiente dinâmico interativo.

CERULLI e MARIOTTI (2002) salientam que a articulação entre os trabalhos de Matemática realizados no ambiente computacional e na sala de aula, quer por textos quer por construções na tela do computador, configurou-se como válido.

CERULLI, PEDEMONTE e ROBUTTI (2004) desenvolveram estudos, cujo objetivo é elaborar projetos que usam ferramentas tecnológicas que geram informações e conhecimentos, conseqüentes das situações criadas pelas ações que requerem mediação.

Por meio do ambiente de rede utilizado para investigação, os estudos visam a aprendizagem da Matemática realçada pela tecnologia da informação e da comunicação, inserindo assim, possibilidades que, por intermédio de ferramentas computacionais, permitam a construção de conhecimentos matemáticos (CERULLI; PEDEMONTE; ROBUTTI, 2004).

Os autores analisaram a funcionalidade didática de ferramentas computacionais respaldada por estruturas teóricas, apresentando perspectivas de como podem ser empregadas as tecnologias na aprendizagem da Matemática.

Após a análise dos estudos, concorda-se com MORAES (1997), ao defender que a tecnologia da informação e da comunicação é um precioso instrumento da inventividade humana, sendo uma ferramenta para a manipulação do simbólico e do virtual. O simbólico é o refinamento mais sofisticado da expressão humana, o que permite a extrapolação, a centelha que põe fogo na criação. Já, para Pierre LÉVY (1993;1999), o virtual é o mais importante, sendo considerado como algo que existe em potência e que se revela nos processos complexos que evocam esforços, tendências e forças, encenando situações e acontecimentos para solução de uma situação-problema.

Como visto, a tecnologia da informação e da comunicação, com suas múltiplas utilizações, está à disposição dos estudantes e tem por objetivo desenvolver possibilidades individuais, tanto estéticas quanto cognitivas. No que refere às possibilidades estéticas, pode-se explorar a disposição das barras de ferramentas, os ícones, colocação de cores e disposições das figuras geométricas no ambiente dinâmico e interativo. Já as possibilidades cognitivas se reportam aos relacionamentos no grupo, gerados em decorrência das usabilidades do ambiente dinâmico e interativo que implementa a discussão entre alunos. Nesse contexto, a

mediação, destaca a dimensão potencializadora das mídias computacionais e informacionais na construção do conhecimento.

Ante ao exposto, ressalto, ainda, que em todos esses estudos apresentados, os resultados de aprendizagem em Matemática dependeram, em grande parte, da mediação proveniente das ferramentas usadas, resultando daí sua importância no meio educacional.

As considerações sobre as diversas experiências citadas são de fundamental importância para o desenrolar desta pesquisa, sendo entendidas como contribuições para responder à questão levantada por ela, uma vez que incorporam situações de aprendizagem que vislumbram a construção de conhecimentos abordando conteúdos de Geometria. A seguir, destacam-se as características do ambiente dinâmico e interativo, pelas quais o conhecimento matemático é construído, tendo como pano de fundo a mediação.

Para dar continuidade às discussões, darei destaque as quatro características do ambiente dinâmico e interativo, aparentemente simples, mas de fundamental importância, pois, estando inseridas nos recursos tecnológicos, podem se tornar veículos que introduzem situações favoráveis e significativas aos processos que visam a construção de conhecimento por meio da interação com os alunos.

### 3.3 AS CARACTERÍSTICAS DE ABORDAGENS DO AMBIENTE DINÂMICO E INTERATIVO

Tendo como ponto de referência as teorias e resultados de pesquisas lidas, constatei que as potencialidades dos *softwares* de geometria dinâmica podem enriquecer os processos pelos quais o conhecimento pode ser compartilhado.

Além de valorizar o conhecimento matemático e a sua construção, por meio das ações que incluem o experimentar, interpretar, visualizar, induzir, conjecturar, abstrair, generalizar e demonstrar (GRAVINA, 1996), somo a isso o fato dos *softwares* se configurarem como ferramentas de mediação. O aspecto simbólico

passível de exploração nesses ambientes configura-se como espaço fértil para exteriorizar as ferramentas que agem mediaticamente.

Apresentarei quatro características consideradas importantes em um *software* de geometria dinâmica, selecionadas para esta pesquisa, em separado apenas por uma questão de distinção entre seus elementos básicos, mas elas coexistem e são compatíveis em uma construção no ambiente dinâmico e interativo. Sua apresentação se justifica no fato de contribuírem para a resolução do problema apontado por esta pesquisa.

Destaco as seguintes características: movimento, visualização, manipulação e simulação.

Estas podem ser associadas com a possibilidade de compreensão de conceitos envolvidos nas construções geométricas. Vejo aqui a compreensão como evidência da aquisição de um conceito, princípio ou estrutura de um conteúdo, de modo relativamente profundo e que permite a um aluno explicá-lo claramente para o grupo em que se encontra inserido, obtendo o reconhecimento dos envolvidos. Acrescento a essa idéia, a condição de aplicar o conhecimento em vários contextos, produzir representações qualitativas adequadas, fazer analogias com sentido, corrigir erros e prever a influência de variáveis.

### 3.3.1 Movimento

As ferramentas *softwares* proporcionam uma ação – o movimento, que pode contribuir para transformar e potencializar a mediação, possivelmente, interferindo nos processos mentais do aluno.

A idéia de movimento nesta disciplina vem de outros tempos, quando “em 1874, na França, Meray sugeriu que a geometria fosse ensinada por meio do

movimento: movimento translacional, permitindo a introdução da noção de paralelismo; movimento rotacional, levando à noção de perpendicularidade” (AMORIM, 2003, p. 60). Assim, ao trabalhar com o computador, acrescentam-se elementos ao exercício da docência, adicionando possibilidades para explorar transformações e trabalhar com propriedades num conjunto de variâncias no qual se possa concretizar uma validade conceitual.

Ao discutir a inserção dos computadores nas aulas de Matemática para se ensinar Geometria, é importante observar a relevância do movimento proporcionado pelos *softwares* de geometria dinâmica, considerando que suas propriedades podem ser assimiladas, surgirão algumas descobertas e outras serão corroboradas. O ambiente computacional fornece um importante papel no processo de aprendizado, pois se tem a possibilidade de enxergar a mesma configuração, de diversas maneiras, facilita a compreensão do comportamento geométrico dos elementos envolvidos (RODRIGUES, 2002).

Ao ser somado com outras características, o movimento pode inserir possibilidades e opções para assimilar conceitos e verificar a existência de invariantes geométricas. Propicia ainda a visualização de uma figura em diversas posições, facilitando esquemas mentais que contribuirão à compreensão do conteúdo.

A dinamicidade do ambiente computacional ao movimentar a figura, faz esta manter ou não suas propriedades, possibilitando, por meio da interface, a sua verificação na tela do computador.

No decorrer das atividades, o movimento pode levar à incorporação de critérios, possibilitando consistência ao argumento e ao pensamento matemático, tendo em vista as descobertas que anteriormente se tornavam de difícil alcance usando apenas lápis, transferidor e papel.

Acredito que o movimento provoca uma nova dinâmica nas aulas de matemática que, ao coexistir com outros elementos, caracteriza uma nova conceituação e imediatiza significados. É relevante dizer que leva à busca de invariantes, jamais visto num ambiente de recursos estáticos como o quadro negro, régua, compasso e outras mídias fora do conjunto das novas tecnologias. Agora é o tempo da análise, da verificação, da conjectura, etc., não se trata, neste

caso, de abandonar tais recursos, entretanto, conceber um ensino mediado pelo recurso tecnológico é uma idéia sempre válida.

Ao envolver o movimento nas figuras com base numa proposição de solução de problemas, os alunos podem diferenciar abordagens de conceitos mesmo que na ingenuidade e veladamente desempenhem passos de pequenos pesquisadores.

É possível surgir uma nova concepção, quando, por meio do movimento das formas na tela do computador, tem-se alterações, por exemplo, nas medidas de ângulos, segmentos, áreas, volumes e comportamentos das funções trigonométricas.

### 3.3.2 Visualização

O uso do computador como uma ajuda para visualização é um tema recorrente na literatura e um aspecto importante que está recebendo atenção daqueles que pesquisam a temática dos recursos tecnológicos aplicados à Educação Matemática.

Muitos autores têm se ocupado em demonstrar a importância da visualização no processo de aprendizagem. Entre os que tratam do assunto, citam-se:

DREYFUS,<sup>12</sup> citado por CROWE e ZAND (2000), que, ao apresentar o computador numa visão de ferramenta de mediação capaz de organizar o conhecimento disponível para o aprendiz, utiliza-se de fractais, abordando gráficos em estágios diferentes que requerem habilidades qualitativas, as quais vão se inserindo nos processos de análise perfazendo um conjunto de situações favoráveis à aprendizagem.

Vendo a visualização como uma faceta importante para a mediação, DÖRFLER,<sup>13</sup> citado por CROWE e ZAND (2000), acrescenta que os computadores podem transformar uma determinada situação em outras. Na sua

---

<sup>12</sup> DREYFUS, T. *The role of cognitive tools in mathematics education*. Didactics of mathematics as a scientific discipline. Dordrecht: Kluwer, 1994.

<sup>13</sup> DÖRFLER, W. *Computer use and views of the mind*. Learning from computers: mathematics education and technology. Berlin: Spring-Verlag. 1993.

opinião, por meio do aspecto visual, há uma compreensão mais simplificada para conceitos passíveis de explorações. Esse pesquisador registra que “visualizações tornam-se uma parte integral de um conceito matemático que não substitui a definição formal, mas complementa-a. (...) Conceitos abstrato e formal tornaram-se mais acessíveis pela invenção de visualizações melhores. (...) Alguns [mas não todos] matemáticos dependem criticamente da visualização”.

Para DÖRFLER,<sup>14</sup> KAPUT<sup>15</sup> e YERUSHALMY,<sup>16</sup> citado por CROWE e ZAND (2000), o aspecto figural não apresenta, necessariamente, o rigor nos critérios subjacentes à verdade matemática, no entanto, ambos constataram que para um grande número de estudantes o uso de representações figurais na tela de um computador significou uma ponte em direção ao entendimento dos conceitos matemáticos, bem como observaram que, nas situações de aprendizagens em ambiente não computacional, os mesmos estudantes observados apresentaram dificuldades para assimilação dos conceitos abordados.

O fato de explorar o aspecto da visualização pode nos levar a diferentes visões de um mesmo conceito, por meio de focalizações impossíveis sem o auxílio do computador. Como exemplo, cito a resolução de equações. Enquanto no caderno o aluno desenvolveria cálculos e cálculos, em várias folhas, numa tentativa de relacionar contas e gráficos de um conceito cuja construção não participou, no ambiente do computador essa resolução pode ser vislumbrada numa mesma tela, com algumas janelas disponíveis à sua visão. Entendo que uma análise do conceito em questão se torna facilitada pela condensação de informações que se encontram disponíveis ao aluno que as interfaceia na tela do computador.

Considero que a visualização é uma característica relevante sob o ponto de vista educacional e que, sendo bem explorada, pode proporcionar aos sujeitos envolvidos com a aprendizagem de matemática, que utilizam *softwares* de geometria dinâmica, benefícios que serão refletidos numa melhor compreensão dos conceitos geométricos. Portanto, a visualização merece destaque por fazer

---

<sup>14</sup> Idem.

<sup>15</sup> KAPUT, J. *Technology and mathematics education*. New York: Macmillan. 1992.

<sup>16</sup> YERUSHALMY, M. *Software presentation to Working Group 15 at 1 CME 8, Seville*. 1996.

parte do conjunto de elementos interativos das multimídias que se encontram à disposição de alunos e professores nas salas de computação.

A possibilidade de visualizar os conceitos matemáticos, por meio da dinamicidade do ambiente dinâmico e interativo, pode contribuir para que o aluno supere suas dificuldades ou pelo menos as minimize. Assim, interpretações mais abrangentes são favorecidas pelos *softwares* em questão. De acordo com RODRIGUES (2002, p. 35), “a visualização auxilia o raciocínio intuitivo, representando uma primeira etapa para a compreensão de conceitos e a prova de teoremas”.

A visualização é um recurso utilizado para prova matemática, tratada por MUNZER,<sup>17</sup> citado por RODRIGUES (2002, p. 37), nos seguintes termos:

Proponentes da visualização matemática auxiliada por computador argumentam que a visualização pode ajudar a construir a intuição necessária tanto para a proposição de teoremas, quanto para a compreensão e a criação de provas. Críticos acreditam que a tradicional construção imaculada da prova de teoremas matemáticos corre o risco de ser corroída pela falta de rigor. A aceitação, ou falta dela, da visualização como uma parte legítima da investigação matemática, tem implicações não apenas para os matemáticos, mas para a comunidade inteira de visualização.

### 3.3.3 Simulação

Das características abordadas, a simulação é a que está mais diretamente ligada ao fazer matemática. Nesta pesquisa ela é aplicada nas figuras geométricas e seu uso se aproxima da modelação computacional.

---

<sup>17</sup> MUNZER, T. *Mathematical visualization: standing at the crossroads*. [S.l.]: 1996. p. 451-453.

LÉVY (1993), defende que nas tecnologias informáticas o conhecimento por simulação ganha espaço ao se caracterizar como um novo gênero de saber que a informatização assume, atribuindo aos computadores um *metiê* de instrumento dessa característica. Por meio de seus mecanismos de testagem, imitação de efeitos, modelagem de situações e estudo de fenômenos inacessíveis, a simulação fomenta nova energia ao mundo da pesquisa científica. Nesse contexto, a gama de erros é transportada para a fase da modelação possibilitando o ganho de espaço, tempo e rendimento, pois ao serem testados, seus possíveis erros são suprimidos, eliminando os longos processos de tentativa e erro executados mecanicamente.

Essa condição pode ser realçada com exemplos que se aplicam em situações que envolvem simulação matemática.

A primeira situação diz respeito às investigações realizadas no cenário da Termodinâmica e nas Ciências Térmicas, nas quais a simulação matemática evoca o uso de técnicas experimentais no aprimoramento do processo de cilindros forjados em fornos metalúrgicos, sendo que esses se aplicam à conservação de energia para os setores industrial e comercial. São atividades que envolvem estudos de processos térmicos, tanto experimental como analiticamente. A modelagem e a simulação matemática, nesse contexto, exerce função muito relevante nos processos termofluidos com aquecimento e resfriamento, uma vez que as situações são testadas previamente em ambiente computacional e, posteriormente a esses testes, são usados nos ambientes e funções a que são destinados.

Uma segunda situação pode ser pensada na simulação dos efeitos de uma bomba atômica. A indústria bélica ao produzir armas de destruição de massa não realiza testes experimentais em ambientes reais, mas em ambientes virtuais onde é possível prever as conseqüências do lançamento de um artefato bélico. Nota-se que a simulação em ambiente computacional exerce funções muito relevantes no avanço científico e tecnológico.

Ao envolver a característica da simulação, coexistindo com as demais, ela estará sendo tratada com o devido cuidado já observado por TEODORO (1997, p.

14), quando diz que “a utilização cuidadosa de simulações pode facilitar a compreensão dos fenômenos e, até, a realização das experiências reais. O que caracteriza a simulação é a representação visual de um processo sem manipulação do modelo formal”. Portanto, entendo ser a simulação uma forte componente no ensino-aprendizagem e um fator facilitador à compreensão conceitual dos aspectos formais que envolvem uma construção geométrica. Para exemplificar essa constatação, pode-se trabalhar com áreas e, uma vez editada, ao terminar a construção, pode-se alterar seus valores e observar o seu comportamento por meio de análises.

As considerações sobre simulação reportam às idéias registradas por GRAVINA (1996, p. 14), que ao desenvolver experimentos com alunos do 3.º grau constatou que: “a partir de experimentos dinâmicos, regularidades e invariantes vão aparecendo, e pela essência do pensamento matemático, surge naturalmente a busca de uma demonstração que independa de experiências concretas, no caso as simulações em computador. É o processo de dedução e rigor que se estabelece.”

### 3.3.4 Manipulação

Na pesquisa, a simulação está mais relacionada com o comportamento do fenômeno, sendo a manipulação uma característica considerada uma ação que está intimamente ligada ao movimento. Entretanto, não se trata da manipulação e do movimento exercerem as mesmas funções. O aluno, ao manipular a figura, beneficia-se para comprovar sua “robustez” e “rigidez”, possibilitando notar a presença, na construção, de princípios, definições, leis e axiomas contidos na matemática. O pressuposto para a escolha da característica da manipulação é o princípio e a crença de que construir e manipular também proporciona experimentos, descobrimentos, relações, conjecturas e, às vezes, provas.

A manipulação, como concebida nesta pesquisa, se diferencia das outras características abordadas ao possibilitar focalizações por meio de ações motoras, privilegiando a compreensão de conceitos por meio de abordagens mais experimentais nas situações de construção de conhecimentos em matemática. A ação manipulativa das figuras geométricas pode levar os alunos à criação de padrões, entendimentos de questões referentes às formalizações matemáticas, supressão de conflitos e dificuldades que possam surgir quando se procura compreender e até construir um conceito matemático.

Para LIMA (1999), conceituação, manipulação e aplicação são os três componentes do ensino da matemática. Segundo esse autor, a manipulação possui caráter principalmente algébrico, no entanto, não exclusivamente. Em se tratando de ambiente dinâmico e interativo, a manipulação matemática se caracteriza como um importante recurso na observação e apropriação do conhecimento nas questões que envolvem as regularidades matemáticas. Tratando desse tema, LIMA (1999, p. 2-4), afirma que:

O manuseio de equações, fórmulas e construções geométricas elementares, (...) permitem ao usuário da Matemática concentrar sua atenção consciente nos pontos realmente cruciais, poupando-o da perda de tempo e energia com detalhes secundários. (...) Deve ficar bem claro que os exercícios de manipulação são imprescindíveis, mas precisam ser comedidos, simples, elegantes e, sempre que possível, úteis para emprego posterior.

Na pesquisa, a manipulação é vista como característica que proporciona descobrir propriedades do objeto estudado, semelhanças e diferenças, facilita na formação e visualização de imagens que são decorrentes do movimento proporcionado pelos *softwares* adotados, levam à formação de conceitos úteis que, possivelmente, o aluno teria dificuldades para compreender sem a ferramenta representada pelo computador e pelo *software* adequado.

Considero a manipulação como uma característica que estará constantemente aliada ao rigor e aos critérios que estabelecem a verdade matemática, entendida, aqui, como a corroboração de propriedades, leis e definições que a constituem como ciência. Ao manipular uma figura na tela do

computador, o aluno poderá após vários testes situacionais, pôr em prova o formal e o rigor, constatando a ocorrência e os porquês da validade.

Tal condição favorece a solução de um problema gerando não somente uma conjectura, mas também a possibilidade de encontrar várias, diante do interesse que pode ser despertado por meio dos resultados que, às vezes, contrastam com o conhecimento já apresentado pelo aluno. As particularidades passíveis de ocorrência adiantam a discussão entre duplas ou grupos de alunos diante de invariantes que são comuns nesses ambientes e, provavelmente, apontam caminhos para a apropriação do saber geométrico no ambiente de aprendizagem.

Sob o aspecto pedagógico, a manipulação é vista como forma de testar as figuras geométricas dentro dos vários recursos que o ambiente dinâmico e interativo permite, determinando um ambiente propício para o aprendizado intermediado pela experimentação e pela descoberta.

Tal característica pode contribuir para realização de experimentações e construções de generalizações com base nas observações do ambiente, na medida que os programas de geometria dinâmica tornam possível a manipulação de objetos matemáticos de forma diferente da mídia de papel e lápis.

Antes de passar ao próximo capítulo, cujo conteúdo é a fundamentação em teorias já validadas pela comunidade científica buscando validar as idéias descritas até o momento, vale considerar que o capítulo, finalizado aqui, teve como objetivo realçar o olhar sobre as figuras a serem construídas no ambiente dinâmico e interativo numa ótica substanciada pela mediação. Para isso, a linguagem matemática configura-se como suporte necessário à realização das análises, discussões e sistematização de idéias.

O pressuposto é que o ambiente dinâmico e interativo contribui significativamente para a produção do conhecimento distribuído. O movimento, a manipulação, a visualização e a simulação caracterizam-se como meios que favorecem as interações dos alunos com a máquina na produção de

conhecimentos, configurando, nessas interações, a produção de conhecimentos, em que tanto máquina como ser humano são inseridos num ambiente em que o conhecimento é construído pela relação de trocas.

Na tentativa de validar esta idéia, no próximo capítulo, serão tratadas as noções relacionadas a “coletivos pensantes”, à concepção de computador como reorganizador e o trânsito dessas idéias para o campo de estudos da Educação Matemática.

## 4 RECURSOS TECNOLÓGICOS E SUAS INTERFACES – ALGUNS FUNDAMENTOS

Na busca de solução para o problema proposto, considero contribuições, idéias e estudos realizados por vários pesquisadores, no âmbito dos processos educacionais que envolvem a utilização da ferramenta *computador*. No sentido de incorporar elementos para tal solução, elenco aqui temas-chave, que serão explorados ao longo deste capítulo: “coletivos pensantes”, reorganização do pensamento, relação entre seres humanos e mídias, e pesquisas desenvolvidas na área.

LÉVY (1993), assume a crença de que os computadores criarão uma humanidade com um novo estilo de pensar e agir. As tecnologias intelectuais,<sup>18</sup> presentes no mundo desde que o homem procurou formas para se comunicar e buscou conhecimentos, trazem nova configuração na sua instituição, ou seja, condicionam as maneiras pelas quais as pessoas adquirem e comunicam saberes.

### 4.1 O DEVIR PRECONIZADO PELOS “COLETIVOS PENSANTES”

A constituição da cultura e das inteligências dos grupos são abordadas por LÉVY (1993), tendo como suporte para sua discussão a função das tecnologias da informação. Para o autor, as tecnologias intelectuais que inserem novas formas de pensar – implicando em nova configuração na organização das relações entre as pessoas e delas com o conhecimento – estiveram presentes ao longo da história dos homens, contribuindo significativamente para que, em cada período histórico vivido, ele mudasse as regras e as ferramentas usadas para a instituição do conhecimento.

---

<sup>18</sup> Para Pierre Lévy, a oralidade, a escrita e a tecnologia digital formam um conjunto de tecnologias denominadas intelectuais.

Até que se estabelecessem as atuais tecnologias intelectuais, a humanidade vivenciou períodos distintos.

Houve um tempo em que a comunicação se realizava apenas pela oralidade. A memória humana, essencialmente auditiva, era o único recurso de que dispunham as culturas orais para o armazenamento e a transmissão do conhecimento às futuras gerações. A inteligência, portanto, estava intimamente relacionada à memória. Os mais velhos eram reconhecidos como os mais sábios, já que dispunham de um conhecimento acumulado. A figura do mestre, aquele que transmite seu ofício, também exerceu um papel importante nessas sociedades. Para que determinado saber se perpetuasse, era necessário que o mestre fosse escutado, observado, imitado, repetido e reiterado.

Sobre a oralidade, registra LÉVY (1993, p. 77-83):

A inteligência, nestas sociedades, encontra-se muitas vezes identificada com a memória, sobretudo a auditiva. (...) Bardos, aedos e griots aprendiam seu ofício *escutando* os mais velhos. (...) Nas sociedades sem escrita, a produção espaço-tempo está quase totalmente baseada na memória humana associada ao manejo da linguagem. (...) Nestas culturas, qualquer proposição que não seja periodicamente retomada e repetida em voz alta está condenada a desaparecer. Não existe nenhum modo de armazenar as representações verbais para futura reutilização. A transmissão, a passagem do tempo supõem portanto um incessante movimento de recomeço, de reiteração.

Lévy destaca dois tipos de oralidades: a primária e a secundária. A primeira está baseada na memória auditiva, na lembrança que o indivíduo conservou e que fomenta a sua inteligência. Esse tipo de oralidade se caracterizava pelo aguçamento da audição em detrimento da visão, pois esse era o canal habitual da informação. Já a oralidade secundária está relacionada ao estatuto da palavra que é complementar ao da escrita.

Após esse momento, uma tecnologia marcante, presente em nossos dias, a escrita, veio somar-se à oralidade como mais uma maneira pela qual as pessoas constroem e comunicam conhecimentos. A escrita hoje, em decorrência do avanço tecnológico, é usada de forma significativa e possibilita que as pessoas

criem, registrem e comuniquem conhecimentos. Com a sua invenção, o saber pôde então ser sistematizado e uma das formas mais usuais para a realização desse processo é a produção de textos.

Na visão de Lévy, o alfabeto e a impressão completam o aperfeiçoamento da escrita, fazendo-a desempenhar importante papel no estabelecimento da ciência como propulsora do conhecimento dominante.

Sobre a escrita, LÉVY (1993, p. 91) declara:

A escrita é uma forma de estender indefinidamente a memória de trabalho biológica. (...) Com a escrita, as representações perduram em outros formatos que não o canto ou a narrativa, tendência ainda maior quando passamos do manuscrito ao impresso e à medida em que o uso dos signos escriturários torna-se mais intenso e difundido na sociedade. (...) Sem escrita, não há datas nem arquivos, não há listas de observações, tabelas de números, não há *códigos* legislativos, nem *sistemas* filosóficos e muito menos crítica destes sistemas.

Por meio da escrita, o conhecimento passa a ser registrado e comunicado por aquele que possui o domínio da leitura, ou seja, aparece a figura do intérprete que, de certa forma, ocupa o lugar do velho sábio, ator principal no período da oralidade. A memória não mais depende simplesmente das lembranças que se armazenam na mente das pessoas, uma vez que a escrita possibilita os registros, que posteriormente dão origem aos livros. Mais tarde, então, as pessoas passam a tê-los em casa ou consultá-los em bibliotecas.

Com o uso da matéria – argila, pergaminho e papel – para processar as formas de registros, a memória adquire caráter objetivo. Assim, a construção do conhecimento e sua comunicação dispensam a proximidade física entre as pessoas. Dessa forma, a escrita vem impregnada de características extensivas da memória humana, dispensando assim as interações ocorridas no espaço físico onde as mensagens originais são elaboradas.

Somando-se à oralidade e à escrita, surge na história recente da humanidade, a tecnologia digital – proveniente das mídias computacionais – e traz consigo formatações diferentes, imprimindo um novo ritmo à elaboração e à comunicação dos conhecimentos. Diante desse novo recurso, o registro de acervos e de verdadeiros patrimônios documentais, físicos e jurídicos, torna-se

mais acessível devido à facilidade de ser arquivado em discos rígidos de computadores, em CDs ou ainda em disquetes. Dessa forma, além de garantir o acesso à informação, o armazenamento possibilita sua organização e disponibilização.

Em relação a essa tecnologia, LÉVY (1993, p. 102) entende que:

O digital é uma matéria, se quisermos, mas uma matéria pronta a suportar todas as metamorfoses, todos os revestimentos, todas as deformações. É como se o fluido numérico fosse composto por uma infinidade de pequenas membranas vibrantes, cada bit sendo uma interface, capaz de mudar o estado de um circuito, de passar do sim ao não de acordo com as circunstâncias.

A tecnologia digital insere muitas possibilidades para que as pessoas processem a comunicação por meio do computador e de outros recursos subjacentes às telecomunicações. Criam-se novas conceituações de espaço e tempo, uma vez que as informações computadas e transmitidas ocorrem em tempo real, devido à alta velocidade no trânsito digital.

Entendo que essa tecnologia, a oralidade e a escrita, hoje, nas relações entre pessoas e organizações, estão em coexistência e, sendo assim, abrem possibilidades para o aparecimento de novos parâmetros que passam a caracterizar as vertentes intelectuais das sociedades humanas. Usufruindo desse conjunto de tecnologias da inteligência, as pessoas podem construir conhecimentos e estabelecer o saber coletivo que se caracteriza no espaço de ação das “coletividades pensantes”. Para LÉVY (1993, p. 174), as coletividades pensantes se desenvolvem por meio de grupos compostos por seres humanos e objetos, sendo que entre os objetos estão tecnologias que, com sua técnica, contribuem para a realização dos “fazereres” do homem. Diz o autor:

As tecnologias Intelectuais colocam em evidência uma relação de encaixamento fractal e recíproco entre objetos e sujeitos. O sujeito funciona através de uma infinidade de objetos simulados, associados, imbricados, reinterpretados, suportes de memória e pontos de apoio de combinações diversas. Mas estas coisas do mundo, sem as quais o sujeito não pensaria, são em si produto de sujeitos, de coletividades intersubjetivas que as saturam de humanidade. E estas comunidades e sujeitos humanos, por sua vez, carregam a marca dos elementos objetivos que se misturam inextricavelmente à sua vida, e assim por diante, ao longo de um processo em abismo no qual a subjetividade é envolvida pelos objetos e a objetividade pelos sujeitos.

Esse retrospecto histórico é relevante para a compreensão do processo de produção de conhecimento permeado pelas tecnologias da inteligência. Tendo introduzido essas idéias, passo ao item seguinte, cuja explanação pretende articular a utilização das tecnologias intelectuais, tendo em vista que elas permitirão delimitar a pesquisa pela ótica dos “coletivos pensantes”.

#### 4.2 “COLETIVOS PENSANTES” – POSSIBILIDADES PARA O CONHECIMENTO DISTRIBUÍDO

O cenário educacional, apesar de ser um espaço privilegiado para inserção das novas tecnologias, não vem tendo seu potencial bem explorado, visto que os recursos são incorporados às metodologias tradicionais baseadas em uma perspectiva monológica. Tal perspectiva é concebida como meio pelo qual a comunicação é produzida unilateralmente. O conhecimento é comunicado, quase que exclusivamente, dos emissores centralizados para os receptores passivos.

Entendo que, sob esse panorama, seja difícil encontrar características enriquecedoras como plasticidade, flexibilidade e interatividade, muito presentes nas novas tecnologias. Olhar para os recursos que se inserem no contexto das novas tecnologias e procurar usá-los nas salas de computação, numa perspectiva grupal, é uma atitude nova e, ao mesmo tempo, um desafio a ser enfrentado. Na busca por uma resposta aceitável e válida para a questão que esta pesquisa objetiva responder, revela-se importante encarar a sala de aula em que estão presentes alunos e computadores, entendendo-os como um “coletivo pensante”.

Entretanto, cabe aqui uma indagação: Como o grupo de alunos de uma classe, juntamente com os recursos nela oferecidos, torna-se um “coletivo pensante”? Na tentativa de responder essa questão, indico elementos que contribuirão no desenvolvimento de teorias que visam explicar o processo de construção do conhecimento distribuído.

Dessa forma, ao abordar as novas tecnologias – nesse caso específico, computador e ambiente dinâmico e interativo – com base na dimensão que as retrata como linguagens propícias à mediação, sou levado a percebê-las como elementos que apresentam interfaces que possibilitam interações. Sob essa ótica, vejo que a tecnologia não existe em um vazio, nem é mera ferramenta e meio que comunica informações que se moldam às necessidades e objetivos pré-determinados pelas pessoas que dela fazem uso. Assim, é possível constatar que as tecnologias intelectuais não são neutras.

Nesse sentido, vale considerar que as novas tecnologias podem ser aplicadas ao ensino da Matemática não meramente para implementar práticas consideradas inconvenientes, mas tendo em vista metodologias que possibilitem abordagens em que os sujeitos envolvidos possam exteriorizar suas análises e opiniões. Assim, seu uso passa a ser concebido com base na mediação, a qual permite que as tecnologias sejam situadas num conjunto habitado por seres humanos e objetos que ensejam perspectivas de construção, trocas e comunicação de conhecimentos.

A análise aqui realizada é baseada nas idéias de LÉVY (1993; 1999), que entende o pensamento como realizações de um coletivo que inclui seres humanos, mídias e tecnologias intelectuais, que se entrecruzam no âmbito de seus relacionamentos. Esse autor mostra como as máquinas informáticas tanto podem ser consideradas dispositivos de inteligência, atuando em interface com os humanos, como também podem estabelecer redes de subjetividades, cuja produção é uma inteligência coletiva. Vislumbra possibilidades de as instituições sociais – como a escola, a família, o hospital, a burocracia estatal e outros desdobramentos de sociedades organizadas – serem igualmente pensadas como máquinas que possuem funções e memória, criando intrinsecamente seus sistemas de inteligência.

Desse modo, LÉVY (1999, p. 22) indica que:

É impossível separar o humano de seu ambiente material, assim como dos signos e das imagens por meio dos quais ele atribui sentido à vida e ao mundo. Da mesma forma, não podemos separar o mundo material – e menos ainda sua parte

artificial – das idéias por meio das quais os objetos técnicos são concebidos e utilizados, nem dos humanos que os inventam, produzem e utilizam. Acrescentamos, enfim, que as imagens, as palavras, as construções de linguagem entranham-se nas almas humanas, fornecem meios e razões de viver aos homens e suas instituições, são recebidas por grupos organizados e instrumentalizados, como também por circuitos de comunicação e memórias artificiais.

Assim, a tecnologia, como linguagem, gera significados e sentido às ações das pessoas que compõem coletividades sociais que pensam e criam conhecimento.

Acrescento ainda, o fato de que a tecnologia – sendo concebida como produção humana – é carregada de valores e se caracteriza como elemento que contribui para que as tarefas sejam envidadas de significados, tornando as pessoas muito mais atuantes nos grupos sociais.

Nesse momento, vale considerar que não há mais um sujeito único, capaz de pensar, desprovido dos recursos que estão à sua volta. No mesmo sentido, os objetos não são capazes de pensar pelo ser humano. Entretanto, os diversos recursos como as línguas, sistemas de escrita, livros e outros, entre os quais, destaco o computador e o ambiente dinâmico e interativo, estão à disposição do ser humano e, juntamente com ele, podem compor uma rede na qual o pensamento ocorra, ou seja, a tecnologia pode assumir o papel de ferramenta de mediação que se transforma em meio para expressar o pensamento.

As tecnologias informáticas parecem estar diretamente associadas à concepção de inteligência que, ao estabelecer interações entre aluno, professor e mídias computacionais, criam a noção de inteligência coletiva, na qual seus integrantes compõem um conjunto que pode ser chamado de “coletivo pensante”.

Parto do princípio de que a mente adquire, constrói, transmite, configura e modifica diversas formas de conhecimento, porém não de maneira isolada. Suas formas de desvelar o pensamento estão condicionadas às diversas interações realizadas com as ferramentas que encontramos no grupo social em que estamos inseridos. “Portanto, ninguém é inteligente ou estúpido como um todo. É preciso que nos habituemos a pensar as pessoas como grupos, sociedades. Qualquer julgamento feito sobre o grupo como um todo, sem distinção dos indivíduos que o compõem, será necessariamente injusto” (LÉVY, 1993, p. 165).

O aluno, dentro de uma sala de aula com computadores, está integrando uma coletividade pensante que está situada entre objetos técnicos que se misturam com outros elementos do mundo, indivíduos plenos de imaginário e constituídos pela memória. Usando computadores e o ambiente dinâmico e interativo, as formas de obter conhecimento podem ser sistematizadas, na medida em que se inserem de maneira significativa em nossos coletivos.

É importante levar em conta que o conhecimento possui sua vertente subjetiva arquitetada sobre a visão daquele que pesquisa, os temas que escolhe, os valores que subscrevem suas ações, as preocupações que levanta sobre a sua própria visão de conhecimento e sobre o estágio em que se encontra. Portanto, é importante salientar que o conhecimento é também social, na medida em que a subjetividade é constituída socialmente e influenciada por mecanismos externos ao ser humano, sendo este um fato para se levar em conta ao trabalhar com os alunos e suas relações. Desse modo, os *softwares*, lápis, papel, computadores e outras tecnologias também podem ser considerados como atores que, sendo manipulados pelos alunos, tornam-se ferramentas capazes de contribuir na construção de conhecimentos.

Idéia semelhante a essa é defendida por LÉVY (1993, p. 169), ao afirmar que:

Pensar é um devir coletivo no qual misturam-se homens e coisas. Pois os artefatos têm o seu papel nos coletivos pensantes. Da caneta ao aeroporto, das ideografias à televisão, dos computadores aos complexos de equipamentos urbanos, o sistema instável e pululante das coisas participa integralmente da inteligência dos grupos.

Esse fato coloca em evidência que o homem pensa e gera conhecimentos por meio do conjunto de objetos que estão à sua volta, muitos passíveis de manipulação e, outros tantos, passíveis apenas de observação, sendo esta realizada, na maioria das vezes, inconscientemente.

No âmbito dessa pesquisa, entendemos “coletivo pensante” como o conjunto formado pelos alunos, professor, computador e o ambiente dinâmico e Interativo. O espaço físico – sala de computação, é o ambiente onde os alunos,

dispondo dos recursos, podem desenvolver atividades interativas, no sentido de construir conhecimentos. Tendo este objetivo, o foco será o uso das ferramentas – computador e ambiente dinâmico e interativo – como ferramentas mediadoras.

#### 4.2.1 Articulações – o devir do pensamento

De acordo com a concepção aqui exposta, o ser humano não consegue produzir conhecimento isolado do conjunto de objetos que se encontram presentes nos espaços físicos ocupados por ele. Existem inúmeros objetos com os quais o homem interage para gerar conhecimento, dele se apropriar e depois socializar. Referindo-se a essa relação de interdependência entre ser humano e *coisas*, LÉVY (1993, p. 170), assim se expressa “máquinas sociais (...) compostas por homens e artefatos”.

O “coletivo pensante” leva em conta a interação social, pelo fato das relações entre as pessoas e com as ferramentas se caracterizarem como a base para que o homem possa transformar a natureza, construir seus conhecimentos e sua cultura. A interação social é a base da vida no meio social. Por esse tipo de interação se estabelecem relações mútuas e se criam meios para os contatos. É também por meio dela que o conhecimento distribuído pode ser debatido, entretanto, não darei aqui destaque específico a esse aspecto, pelo fato da interação social não ser considerada o objeto de estudo desta pesquisa. A ação de um dos elementos do coletivo pode ser um estímulo para que os demais componentes, mediados pela ferramenta, atribuam respostas às questões que instigam a investigação.

Nesta pesquisa, entendo que o aluno possui a idéia pela qual ele busca um objetivo e a máquina é a ferramenta que pode possibilitar alcançá-lo, isto é, poderá, por meio dela, obter uma resposta para o problema. Essa ação se constitui no inter-relacionamento entre a máquina e o ser humano. O homem não tem acesso direto ao objeto, mas o possui de forma mediada, sendo esta uma constatação que se realiza por sistemas simbólicos. Portanto, nesse cenário de

interações entre homem e máquina é possível que ocorra a construção de conhecimentos.

Ao abordar as *coisas* como integrantes do conjunto de elementos que compõem as coletividades pensantes, LÉVY (1993, p. 172), se previne com os devidos cuidados e não faz generalizações. O próprio autor se encarrega de questionar “como uma *coisa* poderia participar da inteligência?”

A resposta a essa questão é dada pelo próprio autor ao dizer: “Limitaremos nossa resposta às tecnologias intelectuais, deixando de lado os moinhos de vento, os trens de alta velocidade e os canais de irrigação em proveito de sistemas semióticos como as escritas, máquinas complexas como os computadores, ou objetos manipuláveis como as folhas de papel, os lápis e os livros impressos”.

O que significa isso para o ambiente escolar e, mais precisamente, para um grupo de alunos que estudam conteúdos de Matemática usando computadores e *softwares* de geometria dinâmica para construir desenhos, utilizando-se dos conceitos de geometria, no caso dessa pesquisa, geometria analítica?

O pressuposto levado em conta para responder a essa questão é que os computadores podem ser usados como ferramentas interativas que dão suporte à criação de novos conhecimentos, tornando possível o surgimento de inteligências coletivas. Vejo nessa interação articulações que possibilitam a produção de conhecimento distribuído.

É possível transformar o ambiente da sala de computação, considerando as inteligências coletivas, em espaços apropriados para a realização de trabalhos em equipe, tendo em vista que as ações de produzir conhecimentos são tarefas realizadas pelos grupos de alunos objetivando ampliar as maneiras pelas quais se trocam informações. Por isso, defendo que o conhecimento é originário de um “coletivo pensante” e não atributo de uma entidade unificada e senhora de si.

#### 4.3 O COMPUTADOR E A REORGANIZAÇÃO DO PENSAMENTO

Sendo o computador uma ferramenta que compõe o conjunto das tecnologias intelectuais, é relevante realizar uma abordagem segundo a perspectiva de TIKHOMIROV (1981), o qual oferece importante contribuição por meio de suas teorias sobre as influências dos computadores na atividade humana. Expressando de outra forma, analisarei essa ferramenta partindo da premissa que ela reorganiza o funcionamento da mente das pessoas.

NARDI (1998), diz que o desenvolvimento do ser humano começa basicamente com a manipulação de equipamentos. Para essa autora, o que a pessoa faz, na maioria das vezes, está mediado por uma ferramenta que influencia seu pensamento e auxilia na produção do conhecimento que passa a ser formatado, em grande parte, pela ação desse recurso. Refere-se aos equipamentos: computador, *software* e *hardware* como ferramentas que potencializam um desenvolvimento quase que ilimitado ao ser humano, reduzindo a complexidade das suas tarefas, propiciando que o seu pensamento seja organizado e constitua, assim, condições favoráveis para que ele possa desencadear ações no sentido de desenvolver soluções para os problemas com os quais se depara.

Apesar de a prática dominante nos processos de ensino-aprendizagem ainda privilegiar a transmissão de conhecimento, há hoje um consenso, por parte daqueles que investigam a educação, de que é necessário substituir essa prática por uma que esteja mais de acordo com o modelo que insere o aluno como ser histórico e crítico, e que, para tanto, são propostas novas metodologias, concepções críticas de aprendizagens, uso de ferramentas tecnológicas – por estas estarem notadamente presentes nas relações humanas.

Entre os muitos tipos de ferramentas tecnológicas com suas estruturas, sistemas de funcionamento e funções, enfatizo, aqui, o uso do computador e do ambiente dinâmico e interativo. Sendo assim, é válido ressaltar que o uso dessas ferramentas seja num contexto que aconteça de tal maneira que facilite a produção de conhecimento distribuído, criando situações de aprendizagem que possibilitem que o aluno adquira condições para agir com autonomia no meio em que vive.

Nesse sentido, TIKHOMIROV (1981), tece considerações acerca de três teorias que versam sobre o modo como os computadores afetam as funções mentais humanas e, conseqüentemente, a educação. Para esse autor, ainda existem pessoas que temem a inserção dos computadores, pois presumem que estas máquinas trazem a desumanização à educação e preconizam uma substituição dos processos de pensamento e de atividades criativas desenvolvidas pelos seres humanos.

Nessa teoria, intitulada como da substituição, o papel dos computadores é substituir o cidadão em esferas intelectuais, ou seja, entende-se que a máquina realiza as mesmas funções de uma pessoa, só que com menos erros.

Porém, o autor explica que apenas "para determinados tipos de problemas o computador pode ter a mesma saída que o ser humano (...) [reforça ainda que] tal teoria é relevante somente para alguns tipos de problemas, a saber, aqueles para os quais um algoritmo pode funcionar e realizar o serviço, se realmente, trabalhado separadamente" (TIKHOMIROV, 1981, p. 256-274).

Portanto, essa teoria apresentada não encontra respaldo na realidade porque, como o próprio TIKHOMIROV (1981, p. 259-274), indica:

A idéia da substituição não expressa as relações reais entre o pensamento humano e o trabalho do computador. (...) Para estes problemas, a estrutura psicológica da atividade do usuário e do programador será essencialmente diferente. (...) Neste caso, o algoritmo é usado após sua criação sem ser dominado. O algoritmo é um procedimento inteiramente formalizado para um dado tipo de problema.

É fato que, em alguns casos, o computador substitui o ser humano. No entanto, pensando num contexto educacional, esta mídia não substitui os processos de pensamento, pois dessa forma, pode ser que tal teoria trivializa o pensamento ao ignorar processos de manifestação da pessoa na busca de soluções para problemas. A forma de pensar do indivíduo é, fundamentalmente, diferente da sistematização que o computador realiza, sendo também importante lembrar que a máquina não dispõe de conhecimentos acumulados e nem leva em conta fatores socioculturais.

A segunda teoria considerada é a da suplementação, a qual discute o papel do computador como recurso capaz de complementar o pensamento humano, por meio do aumento do volume e da velocidade do processamento de informações, tornando-o mais rápido, e por que não dizer, mais preciso. Acredito que a alavanca dessa teoria seja a aproximação das habilidades mentais humanas com os mecanismos de processamento da informação num computador e este complementa o ser humano na medida que resolve “alguns” de seus problemas.

Fica evidente que um ponto crucial dessa teoria é oferecer um aumento quantitativo das tarefas exercidas pelas pessoas, não levando em consideração aspectos que expressam qualidades nas ações que requerem o pensamento humano, tais como formulação de heurísticas para solução de problemas.

Em face dessa visão, entende-se que há uma justaposição entre o computador e o ser humano. Na teoria da suplementação, as relações entre o funcionamento das atividades cerebrais do ser humano e do computador, sendo combinadas dentro de um mesmo sistema, configuram-se em duas partes que resultam em um todo, tendo como produto o processamento da informação. Nesse sentido, os processos mentais consistem em responsabilidades que podem ser agrupadas, sendo o ser humano encarregado de realizar sua parte e o computador a outra.

Desde que aceita essa postura, faz sentido conceber que o computador se incumba de realizar algumas tarefas antes exercidas apenas pelo pensamento humano e, desse modo, abre-se a possibilidade para que o homem incorpore outras tarefas.

Cabe dizer que há um somatório entre computador e ser humano. Entretanto, alguns desses processos que visam soluções de problemas, podem se transformar em anti-somatórios e, uma vez assumida essa postura, o pensamento pode ser reduzido a pequenas caixas, fragmentando-se e compartimentando-se.

Nesse sentido, TIKHOMIROV (1981, p. 256-264), faz restrições em relação à teoria da suplementação. A objeção principal que levanta contra a referida teoria, justifica-se no fato de que ela:

...supõe que a inclusão de um computador na atividade humana não faz nada mais do que fornecer uma extensão puramente quantitativa da atividade já existente (...) não podemos aceitar a teoria da suplementação em nossa discussão sobre o problema da influência dos computadores no desenvolvimento da atividade intelectual humana, visto que a aproximação do informacional em que é baseado não expressa a estrutura real da atividade mental humana.

O respaldo experimental da negação da teoria da suplementação, já preconizada por Tikhomirov no início da década 80, vem mais tarde nos estudos realizados por PEA,<sup>19</sup> citado por CROWE e ZAND (2000), na segunda metade da mesma década, quando este desenvolveu estudos experimentais sobre o papel do computador na relação com grupos de alunos universitários, sob duas óticas – uma, vendo-o como amplificador e, a outra, como organizador. Como amplificador, segundo o autor, o computador insere possibilidades que aumentam a velocidade de realização das atividades quando isso se aplica ao ensino da Matemática. Na visão do autor, aqueles que enxergam o computador como amplificador consideram as formas de se trabalhar a apropriação do conhecimento residida inteiramente dentro do aspecto em que a máquina seja um instrumento para ensinar.

Nesse sentido, alguns trabalhos de investigação apontam para a falta de consenso quanto ao estabelecimento da função do computador: algumas pesquisas indicam que ele deveria apenas imprimir um ritmo mais veloz às tentativas de realizar cálculos algorítmicos, delegando à ferramenta apenas a capacidade de imprimir formas mais rápidas do que as tradicionais na realização de cálculos.

GOULDING,<sup>20</sup> citado por CROWE e ZAND (2000), debate questões, alertando que o uso dos recursos tecnológicos nas escolas tem sido efetivado de forma extensiva, em operações em que se sobressaem os cálculos do algoritmo matemático e isso não tem contribuído para que os alunos se apropriem do conhecimento nessa área. Ao procurar apenas resolver exercícios, as respostas evidenciam que os processos mentais realizados pelos alunos não passaram por

---

<sup>19</sup> PEA, R. D. *Cognitive technologies for mathematics education*. Cognitive science and mathematics education. London: Lawrence Erlbaum, 1987.

<sup>20</sup> GOULDING, M. Computers in mathematics education: a revolution in the making? *British Journal of Educational Technology*, p. 98-107, 1994.

diferenciações qualitativas e os resultados das investigações revelam que o aumento meramente quantitativo não vai de encontro às propostas que, potencialmente, possam construir conhecimentos.

BAGGETT e EHRENFEUCHT,<sup>21</sup> citado por CROWE e ZAND (2000), dizem que ao visar o uso do recurso tecnológico com propostas para se aumentar a quantidade de atividades desenvolvidas, estimulam uma prática mecanicista do algoritmo que não contribui para a assimilação de conceitos. Na visão desses autores, o aumento da quantidade de atividades solucionadas por computadores, nos quais as respostas são alcançadas mecanicamente, não influem nas funções mentais dos alunos e, conseqüentemente, não refletem qualitativamente nos processos que retratam o ensino-aprendizagem por meio de conteúdos da Matemática.

DREYFUS,<sup>22</sup> citado por CROWE e ZAND (2000), observa que adotar posturas em que os cálculos são reservados apenas para o computador, aumenta o quantitativo do realizado, mas rotiniza o aprendizado de conteúdos de Matemática e exclui os significados passíveis de serem explorados nesse âmbito. Para o autor, ao se trabalhar com o aprendizado de álgebra, pode-se automatizar basicamente a manipulação de números; ao abordar conteúdos de cálculo, as operações algébricas podem ser automatizadas; e, ainda, ao abordar o conteúdo referente às equações diferenciais, os cálculos podem ser deixados para a máquina, e assim por diante. Nesse sentido, ao resumir o trabalho com o computador à realização dinâmica de cálculos, corre-se o risco de não usá-lo como uma ferramenta de mediação, capaz de propiciar a construção de conhecimentos.

Diante das considerações citadas, as quais apontam argumentos contra o uso do computador como forma de suplementação, vale dizer que nos processos de construção de figuras, o computador, pode ser visto como uma ferramenta que auxilia e imprime uma velocidade e quantidade maior de figuras construídas, ou seja, é a racionalização do tempo, o uso da máquina em nosso favor, no sentido

<sup>21</sup> BAGGETT, P.; EHRENFEUCHT, A. What should be the role of calculators and computers in mathematics education? *Journal of Mathematical Behavior*, n. 11, p. 61-72, 1992.

<sup>22</sup> DREYFUS, T. *The role of cognitive tools in mathematics education*. Didactics of mathematics as a scientific discipline. Dordrecht: Kluwer, 1994.

de termos mais tempo para as conjecturas e expressão de opiniões. Também, cabe dizer que essa teoria não encontra respaldo na presente pesquisa ao pensar abordar o uso do computador e do ambiente dinâmico e interativo como recursos tecnológicos que ofereçam, apenas, um aumento no volume e na velocidade dos processos matemáticos. Tampouco existe aqui a preocupação com o aumento meramente quantitativo das informações provenientes do manuseio desses recursos.

Minha proposta é olhar o computador e o ambiente dinâmico e interativo como ferramentas de mediação, cuja manipulação por parte dos alunos poderá criar condições para a construção de conhecimentos. Não levo em consideração a quantidade de atividades que esses possam vir a desenvolver no ambiente computacional. Portanto, na busca por esse objetivo, é importante direcionar a atenção para situações que os computadores possam modificar qualitativamente as funções mentais dos alunos, primando pela qualidade das atividades a serem desenvolvidas.

Vygotsky desempenhou um papel considerável no estabelecimento do princípio de que o desenvolvimento dos processos mentais humanos sofre influências das mudanças histórico-sociais. Ao analisar a atividade prática, enfatizo o papel da ferramenta como importante componente da atividade humana, o qual se reflete numa singularidade qualitativa da atividade humana. Nesse sentido, a ferramenta não é simplesmente adicionada às tarefas do homem: antes, ela transforma suas atitudes. O desenrolar de uma ação usando uma ferramenta implica uma combinação de ativação e adaptação criativa humana.

Assim, pode-se dizer que a ferramenta exerce funções mediativas nos papéis desempenhados pela atividade humana. Essa idéia aponta que o ser humano, ao ter suas atividades mediadas pela ferramenta, tem em suas mãos condições de adaptar a natureza de forma a atender às suas condições de sobrevivência e organizar o ambiente para sua comodidade. Diz-se, portanto, que, a contribuição da ferramenta, organiza a atividade mental humana para que os sujeitos possam alcançar seus objetivos.

Uma vez estabelecidos claramente os objetivos desta pesquisa, vale considerar, então, que como resultado do uso dos computadores na prática docente, pode ocorrer uma transformação das atividades dos alunos, no sentido de emergir deles atos criativos na construção de conhecimentos.

TIKHOMIROV (1981, p. 276), corrobora essa visão afirmando:

Com o surgimento do computador, a forma de armazenar a experiência da sociedade mudou, como mudou o processo de aquisição de conhecimento quando as relações professor-aluno começaram a ser mediadas pelo computador. Acima de tudo, o processo de aquisição de conhecimento está mudado. Isto nos dá base para afirmar que como resultado da computerização, um novo estágio no desenvolvimento do pensamento também tem se revelado. (...) O uso efetivo de computadores para a busca de informação nesta memória, reorganiza a atividade humana no sentido de tornar possível focalizar a resolução de problemas criativos verdadeiros.

Na visão de TIKHOMIROV (1981, p. 276), a presença dos computadores em nosso meio não indica que teremos de nos confrontar com o

...desaparecimento do pensamento, mas com a reorganização da atividade humana e o aparecimento de novas formas de mediação nas quais o computador como uma ferramenta da atividade mental transforma esta mesma atividade. Eu sugiro que a teoria da reorganização reflete os fatos reais do desenvolvimento histórico melhor do que as teorias da substituição e suplementação.

Tendo em vista sua concepção como reorganizador, o computador realiza essa tarefa moldando o ser humano e, ao mesmo tempo, sendo moldado por ele. Assim, os problemas podem ser resolvidos pelo sistema ser-humano-computador. Como não é um mero complemento, a ferramenta se incorpora como elemento que altera as manifestações da mente do ser humano. Assim, a reorganização da mente está intimamente ligada ao surgimento de um estágio do conhecimento que é permeado pela qualidade decorrente das possibilidades inseridas pela ferramenta *computador*.

Entendo que os possíveis usos do computador devam acontecer de tal forma que privilegiem maneiras de explorar o raciocínio, o pensamento criativo e

reorganizem a atividade humana. Funcionando como reorganizador e tendo *softwares* instalados no seu disco rígido, o computador pode inserir possibilidades para diferentes formas de mediação, as quais, segundo os autores citados nessa pesquisa, exercem influências na atividade mental do ser humano.

Em face do que foi apresentado, concebo a relação computador-ser humano como um sistema no qual a máquina não é “domesticada”, tampouco ela torna o homem dependente das possíveis implicações que seu sistema operacional potencializa para expressão do pensamento.

Nesse sentido, vale dizer que, ao ministrar aulas em salas de computação, abordando conteúdos de Matemática, uma das preocupações é que o aluno tenha plenas condições de estabelecer relações, de reorganizar, esclarecer e apropriar-se do conhecimento dos conceitos geométricos. Destaco, ainda, que com o uso do computador e o do ambiente dinâmico e interativo, abre-se a possibilidade para mudar ferramentalmente o tipo de atividade a ser desenvolvida com os alunos, rompendo com a rotina dos modelos tradicionais de ensino.

Entendo que não se deve transferir ao computador as formas de expressão do pensamento, pois no ser humano residem valores, atitudes e a capacidade de desenvolver estratégias para alcançar soluções para os problemas, bem como maneiras de encaminhar, enxergar e explorar. No caso específico que venho abordando, o computador e o ambiente dinâmico e interativo são elementos para reorganização dessas tarefas. Assim, é possível que o sistema ser–humano–computador se molde, criando e recriando formas que contribuam para o devir do pensamento.

O exemplo do machado, exposto por TIKHOMIROV (1981, p. 270), é bastante apropriado para ilustrar situações de usos das ferramentas, pois, lembra o autor, para sua ação ser bem-sucedida, o lenhador deve, além de aplicar, saber explorar a força de forma adequada. Ao tratar da ferramenta, acrescenta:

Ao analisar a atividade prática, os psicólogos enfatizam a ferramenta como sendo o componente mais importante da atividade humana. Este componente cria a diferença qualitativa da atividade humana em comparação com o comportamento animal. (...) Uma ação como a ativação de uma ferramenta implica uma combinação criativa humana.

Diante do exposto, advogo para a inserção dos computadores e seus aplicativos no processo ensino-aprendizagem, desde que sejam observados os devidos cuidados para que não prevaleçam concepções compartimentadas ou fragmentadas e, ainda, que seja garantida a presença de aspectos sociais que dão condições para que haja a reorganização do pensamento coletivo.

Para efetivar a teoria da reorganização do pensamento por meio do uso do computador, vale considerar que, manipulando a ferramenta, o ser humano possa vivenciar a construção de conhecimentos que só foram alcançados devido à sua capacidade de criação e investigação, mediada pelos recursos.

Por ter se revelado eficiente, considero que a teoria da reorganização é apropriada para a busca de uma solução para o problema levantado por esta pesquisa, uma vez que compreende o indivíduo e o computador em um processo interacional no qual ambos são moldados, obtendo benefícios recíprocos.

Na reorganização do pensamento, quando atores informáticos são incorporados ao processo de produção do conhecimento, o pensamento e a atividade criativa podem ser vislumbrados como contributos na geração de novas formas de resolução de problemas.

Sintetizando as idéias de TIKHOMIROV (1981), destaco que, para esse autor, o computador expande a capacidade da atividade humana e atua como um mediador, criando novos estágios de pensamento no sujeito mediado. Assim, as possibilidades oferecidas pela manipulação da ferramenta levam à reorganização do pensamento humano, conduzindo-o a um estágio qualitativamente diferente.

À luz dessas reflexões, concebo o computador como um elemento que oferece meios qualitativos num contexto que envolve a construção de conhecimento distribuído, encarando-o ainda, de forma crítica, como ferramenta que favorece o desenvolvimento de funções mentais superiores. Reforçando a crença em sua capacidade como reorganizador, indico que o computador pode agregar condições para processar uma mediação cujo resultado se traduz em ações criativas, que evocam estágios qualitativos nas formas de expressão do

pensamento. Vale lembrar que, na concepção descrita, não se transfere ao computador a responsabilidade de pensar.

De acordo com a minha interpretação a respeito da reorganização do pensamento possibilitada pelo computador, o processo em questão requer mais que a simples soma de suas partes, ou seja, ser humano e computador integram um complexo de interação, no qual não pode existir fragmentação, sob pena de perder-se a noção de “coletivo pensante”.

#### 4.4 A METÁFORA SERES-HUMANOS-COM-MÍDIAS

Situo meu pressuposto nas posições de pesquisadores que se ocupam em investigar o uso dos computadores no contexto educacional. Tenho observado que, entre as disciplinas tradicionais presentes nos currículos, destaca-se um maior número de pesquisas voltadas para a Matemática. Provavelmente, tal constatação se deve ao fato dessa ciência ser rica em linguagem simbólica, elemento que insere possibilidades para as investigações nesse campo.

Outro fato relevante que, provavelmente, tenha levado investigadores matemáticos a demonstrarem preocupação quanto à construção de conhecimento matemático mediado pelo recurso tecnológico, deve-se ao fato da Matemática possuir ligações intrínsecas mais fortes com o computador do que qualquer outra ciência que, no decurso histórico, adquiriu perfil de disciplina escolar, hoje presente nas matrizes curriculares das instituições de ensino.

Vejo que as pesquisas realizadas nesse campo contribuem para romper com alguns jargões pejorativos criados ao longo dos tempos, os quais apontam para expressões como “Matemática é para pessoas iluminadas”. É possível que essas pesquisas demonstrem que o caráter científico da Matemática pode ser vivenciado pelos alunos, em situações de aprendizagem, quando estes passam a utilizar as ferramentas tecnológicas para se apropriarem de conhecimentos.

Nesse sentido, vale considerar que o ser humano vive em ambientes cuja composição e caracterização contam com vários elementos. Sendo assim, o sujeito epistêmico é capaz de produzir conhecimento nesses cenários, ou seja, “a

unidade básica de produção de conhecimento seria o ser social, composto por mais do que uma pessoa” (BORBA, 2002, p. 135).

Para respaldar a citação acima, BORBA (2002), parte das idéias de LÉVY (1993), referentes ao sistema *homens-coisas* e da teoria da reorganização do pensamento de TIKHOMIROV (1981), passando então a discutir como ocorre a produção de conhecimentos por parte dos “coletivos pensantes” – compostos por atores humanos e não-humanos (mídias informáticas) e suas inter-relações –, nas atividades didáticas. Assim, contribui com possibilidades para os educadores matemáticos compulsarem, com base nas idéias de Lévy e Tikhomirov, estudos que ancoram uma prática pedagógica de exercício docente na Matemática.

Notadamente, esse autor, fundamentado pelas noções de inteligência coletiva e pela concepção do computador como reorganizador do pensamento humano, cria a metáfora seres-humanos-com-mídias e a insere no campo da Educação Matemática, dando uma outra dimensão a essas noções e ao conhecimento matemático que se produz. Estando presente nos limites de abrangência da Educação Matemática, a metáfora aqui abordada aprofunda mais o pressuposto de que o conhecimento produzido ganha dimensões diferenciadas quando, nesse espaço de produção, são inseridas as mídias. Assim, o conhecimento matemático produzido passa a ser condicionado pelas mídias.

Nesse sentido, BENEDETTI (2003, p. 25), ao realizar sua leitura sobre a metáfora em questão, escreve: “...o alfabeto e as imagens estão nas consciências das pessoas, nos livros e nos computadores, e só existem mediante esses autores humanos (pessoas) e não-humanos (livros, computadores), sendo, portanto, impossível dissociar a vertente puramente humana ou puramente técnica de um conhecimento produzido”.

O trânsito das idéias de LÉVY (1993) e TIKHOMIROV (1981) para a Educação Matemática, realizado por BORBA (2002), envolve processos de interações do ser humano com os *softwares* e calculadoras gráficas. Em se tratando dos aplicativos, inclui-se tanto o *software* gráfico como os de geometria dinâmica. Assim, é possível dizer que quando os alunos usam mídias eletrônicas nas aulas de matemática, o processo interacional, por elas provocado, impulsiona:

...transformações qualitativas no conhecimento produzido: o estudante executa alterações nas formas proporcionadas pelo software, e as potencialidades que este oferece, por sua vez, condicionam tais ações. Assim, o pensamento que o ser humano manifesta não se faz mediante uma característica exclusivamente individual, cerebral, independente daquilo que acontece ao seu redor; o pensamento se dá com alguém ou alguma coisa (BENEDETTI, 2003, p. 26).

Borba aprofunda suas análises e constata que o relacionamento dos homens com o computador e com as *coisas* alcança uma dimensão mais ampla, que pode ser descrita pela metáfora seres-humanos-com-mídias. Dessa forma, lança no âmbito das discussões o pressuposto de que o pensamento se forma com base nas inter-relações entre atores humanos e não-humanos. Enfatiza que o conhecimento é gerido por aspectos de mediação que se encontram presentes na oralidade, na escrita e na informática. Nesse sentido, as mídias – exercendo a importante função de ferramentas mediadoras – se fazem presentes e condicionam as formas pelas quais o aluno constrói seu conhecimento.

Fica implícita a idéia de que, para produzir conhecimento, o cenário deve integrar computadores e seres humanos, superando a dicotomia ser humano/técnica.

BORBA (2002, p. 138), ao se referir à informática usada como recurso na ação educacional, enfatiza que “em relação às outras tecnologias da inteligência permite que a linearidade de raciocínios seja desafiada por modos de pensar, baseados na simulação, na experimentação, e em uma nova linguagem que envolve a escrita, oralidade, imagens e comunicação instantânea”.

Ao escrever sobre o uso dos recursos tecnológicos e a produção matemática, esse mesmo autor registra que: “adotamos uma perspectiva teórica que se apóia na noção de que o conhecimento é produzido por um coletivo formado por seres-humanos-com-mídias, ou seres-humanos-com-tecnologias e não, como sugerem outras teorias, por seres humanos solitários ou coletivos formados apenas por seres humanos” (BORBA, 2002, p. 139).

A metáfora seres-humanos-com-mídias apregoa a reorganização do pensamento matemático e convida os profissionais que lecionam Matemática a refletirem sobre possíveis mudanças de enfoque em relação às ações de cunho didático-pedagógico. A prática pedagógica incorpora um elemento importante, ou

seja, abre espaço para a mídia informática ser somada à escrita e à oralidade, compondo um conjunto de ferramentas acessíveis, tanto para os professores quanto para os alunos, possibilitando, assim, ações para a realização do conhecimento distribuído.

A metáfora seres-humanos-com-mídias se articula com o problema levantado por esta pesquisa, uma vez que numa sala de computação existem computadores, ambiente dinâmico e interativo, professores e alunos, ou seja, um coletivo formado por atores humanos e não-humanos. Esses elementos, aqui elencados, vêm de encontro aos pressupostos da metáfora em questão. Vale considerar, que a solução para o problema pode ser encontrada na análise dos inter-relacionamentos dos alunos com as ferramentas de mediação: computador e ambiente dinâmico e interativo. É por meio dessas ferramentas, passíveis de manipulação, que figuras geométricas serão construídas, conceitos serão elaborados, conjecturas serão comentadas, explorações e descobertas poderão surgir, configurando assim, a construção de conhecimento do qual participam, por meio de interações, os alunos e as ferramentas que eles manipulam.

#### 4.4.1 Situando a pesquisa no contexto de outras pesquisas

Meu trabalho situa-se no contexto de outras pesquisas que, de diferentes formas, fazem aproximações à metáfora seres-humanos-com-mídias, mostrando que o envolvimento do ser humano com a mídia pode se dar de diversas maneiras. Parto do pressuposto que, nesse envolvimento, o ser humano, manipulando as mídias informáticas, adquire conhecimentos qualitativamente mais abrangentes, tendo em vista o foco do problema que tais pesquisas abordam. Vale lembrar que essa discussão também integra pesquisas não direcionadas a resolver problemas referentes à geometria dinâmica, porém todas estabelecem estreita ligação com a metáfora seres-humanos-com-mídias e contribuem para arquitetar possíveis respostas à questão levantada.

O trabalho de AMARAL (2002), traça o perfil e identifica perspectivas dos professores que utilizam *softwares* de geometria dinâmica nas aulas de Matemática e como eles realizam esse processo. Do mesmo modo, sublinha as

perspectivas dos professores em relação às potencialidades educativas desses *softwares*, visando, em particular, o trabalho com demonstrações no ambiente computacional.

Para essa pesquisadora, o perfil revela aspectos formativos dos profissionais da educação, o estímulo que os leva à decisão de utilizar o recurso tecnológico na prática docente, as dificuldades encontradas mediante a decisão de usar esses recursos, o suporte que recebem para enfrentar possíveis dificuldades na trajetória permeada pelo uso das mídias informáticas e a autonomia dos professores na elaboração dos trabalhos a serem propostos para os alunos, nas salas de informática.

Revela, ainda, concepções desses profissionais a respeito dos *softwares* que usam e suas vivências – enquanto professores de matemática – em relação à mídia computador e ao *software* de geometria dinâmica.

Ao longo do trabalho de Amaral, é possível perceber que os professores que procuram encarar o desafio de trabalhar conteúdos de Matemática no ambiente computacional enfrentam dificuldades de ordem técnica, operacional e didática, mas estas são superadas com a adaptação do grupo de alunos às circunstâncias. Nesse sentido, um obstáculo – como uma quantidade insuficiente de computadores – pode ser contornado pelo planejamento das aulas e pela realização de trabalhos em grupo.

Essas novas relações que se estabelecem indicam as experiências dos sujeitos – alunos e professores, as quais corroboram a construção de conhecimentos mediante a exteriorização daquilo que ambos conhecem. É a construção de conhecimentos no coletivo, cuja composição compreende as tecnologias da inteligência, o computador que reorganiza as atividades e os alunos que contribuem com o conhecimento, mediante o saber que já possuem sobre o sistema operacional. Ao somar os elementos citados com o conhecimento do professor sobre o objeto matemático, pode ser formado um grupo cuja característica básica será a presença de inter-relacionamentos entre o homem e a máquina. Ou seja, presencia-se a idéia do “coletivo pensante”, noção notadamente presente no desenrolar desta pesquisa.

Apesar de Amaral, em seu estudo, não ter feito opção por apenas um *software* de geometria dinâmica entre os nomeados pelos professores entrevistados – a saber: Cabri, Geometer's Sktechapad e Geometriks – acredito que posso relacionar sua pesquisa com a minha, tomando por base que a abordagem realizada pelos docentes também está fundamentada em metodologias que exploram a construção de conhecimentos pela mediação, ou seja, pela utilização dos *softwares* como ferramentas mediadoras.

Na pesquisa sobre movimento realizada por SCHEFFER (2001), tendo os recursos tecnológicos como suportes para mediação, foram possíveis abordagens de conteúdos de matemática e física objetivando a produção de significados.

Sua pesquisa, cujo tema tratou da investigação e interpretação gráfica cartesiana dos movimentos corporais, envolveu diretamente alunos lidando com mídias computacionais. Explorou a expressão corporal, gestual, verbal e narrativa dos estudantes, sendo que a primeira serviu de interface entre os alunos, as calculadoras gráficas e os computadores. Os sinais decorrentes da expressão corporal dos alunos foram registrados em forma de gráficos, pelos sensores, e esta representação serviu para realizar análises, levando em conta aspectos matemáticos.

Na trajetória percorrida, Scheffer tece comentários que destacam e corroboram a metáfora seres-humanos-com-mídias, ao registrar em sua pesquisa a importância de se realizar práticas docentes que envolvam a utilização de tecnologias, visando oferecer condições para que o aluno analise, realize e teste conjecturas, e descubra – mediante à exploração do ambiente dinâmico e interativo – a comunicação e as inter-relações pessoais, adquirindo assim confiança para aprender, pesquisar e comunicar.

Além de constatar que, dessa forma, os conteúdos são abordados de forma significativa, a pesquisadora percebeu que o manuseio dos recursos tecnológicos por parte do ser humano – no caso, dos alunos – pode caracterizar interações que estabelecem condições favoráveis para construir o conhecimento, principalmente nas áreas da Matemática e da Física. Constatou ainda, por meio da já descrita experiência com seus alunos, que as posturas assumidas por eles

nas aulas de Matemática em que utilizaram os recursos tecnológicos influíram de forma qualitativa na apreensão de conteúdos. Para a pesquisadora, as interações entre ser humano e mídias, aplicadas ao ensino da Matemática e da Física, geram novas formas de pensar e criam diferentes representações pelas quais é possível se apropriar do conhecimento referente a essas disciplinas.

Os sensores, acoplados às calculadoras gráficas e *softwares*, captam os movimentos provenientes dos alunos, possibilitando que os sinais obtidos sejam representados em gráficos e posteriormente interpretados, ou seja, a interação com a ferramenta permite uma mediação em favor de práticas para se construir conhecimento. Esse procedimento encontra respaldo nos contextos em que os recursos tecnológicos sejam vistos como reorganizadores do pensamento e o lastro de tal abordagem seja inserido no contexto da mediação, sendo esses os aspectos que garantem articulações com a pesquisa que aqui desenvolvo.

Os estudos de VILLAREAL (1999), tratam das formas de ensino de cálculo baseadas em propostas consideradas tradicionais que, na maioria das vezes, refletem uma aprendizagem algoritmizada, reduzida à memorização e aplicação de técnicas, regras e procedimentos que não criam situações em que os conteúdos matemáticos adquiram significado para os alunos.

A autora aponta, como possibilidade para a superação do ensino tradicional de cálculo, uma aprendizagem permeada por teorias implícitas nas tendências presentes no campo de abrangência da Educação Matemática, como a modelagem matemática, a assimilação solidária e a tecnologia computacional. Entre estas, Villareal faz sua opção pela última, levando em consideração a idéia de “coletivo pensante”. Acompanha tal conjectura, a proposta de trabalhar com problemas abertos, que enfatizem a experimentação e a visualização, e sejam centrados em metodologias que a respaldem.

A decisão da autora está baseada na concepção de que os computadores podem exercer papel significativo na construção de conceitos matemáticos. Nesse sentido, ela traz, para o centro das discussões de sua tese, a metáfora que compara o computador a uma janela, sendo esta uma idéia também explorada

pelos estudiosos Noss e Hoyles, quando afirmam que é por essa janela/computador que as atividades realizadas pelos alunos serão vistas.

Villareal constata ainda que conceber formas para se construir conhecimentos matemáticos, no sistema formado pelas mídias e pelo ser humano, é procurar adaptar-se a esse conjunto denominado “ecologia cognitiva”, garantindo seu equilíbrio. Ao professor, cabe estar atento e saber escutar os alunos, uma vez que diante da mediação propiciada pela ferramenta/computador, é ainda mais desejável que ele não ocupe a posição de único detentor do saber.

Conforme a visão da autora, o computador alcança a dimensão de ferramenta que media a realização das atividades dos alunos numa sala de computação, constituindo-se em uma meio para que eles possam “pensar com” (VILLAREAL, 1999, p. 49). É nesse ponto que a teoria estudada converge para a idéia da mediação como um dos caminhos que indicam respostas para o problema levantado por esta pesquisa. Por meio de *softwares* com especificidades para se trabalhar com conteúdos da disciplina de Cálculo, aborda-se como esse assunto pode ser entendido de forma significativa pelos alunos. É possível que, por essa vertente, também hajam aproximações, uma vez que o pensamento poderá ser reorganizado.

Destaca-se nesses estudos o trabalho de BENEDETTI (2003), que analisa como estudantes da 1.<sup>a</sup> série do ensino médio trabalham com um *software* que possibilita a construção de gráficos, procurando identificar as transições propiciadas pelas representações das funções. Além disso, analisa se as possibilidades que a mídia informática oferece são significativas para os alunos quando da apropriação de conceitos matemáticos.

Benedetti procurou investigar potencialidades advindas do uso de um *software*, ao que tudo indica, selecionado antecipadamente à pesquisa, pois nela há o relato sobre a sua utilização nas aulas de matemática, objetivando explorar os conceitos referentes às funções, na tela do computador.

Entre os aspectos que Benedetti considerou para desenvolver seu trabalho de investigação, esteve presente o papel que as mídias exercem enquanto recurso que condiciona as interações, as diferentes formas de utilização do

*software* ao longo da pesquisa, as formas de incentivo do professor para com os alunos, os modos de relacionamento entre eles e sua relação com o pesquisador.

Um destaque feito pelo autor é a possibilidade de, por meio das construções gráficas realizadas no *software*, visualizar detalhes muitas vezes invisíveis quando tais construções são realizadas com lápis e régua, no caderno. Nesse sentido, frisa o autor: “esboçar tais gráficos no papel provavelmente se tornaria uma atividade demorada, enfadonha, inviável ou qualitativamente diferente” (BENEDETTI, 2003, p. 5).

Para Benedetti, desenvolver uma prática docente utilizando as mídias é um trabalho instigante, pois o enfoque que elas inserem nos processos de construção de conhecimentos não elimina abordagens didáticas que já existem, todavia, acrescenta possibilidades, dados e pontos de vista que – aliados a outros fatores fomentadores da prática docente – suscitam discussões sobre conceitos e propriedades implícitos nos conteúdos matemáticos. Por esse aspecto, é possível perceber que a produção de conhecimentos, mediada pelas mídias informáticas, torna-se bastante abrangente em decorrência da variedade de ferramentas, normalmente apresentadas pelos *softwares*, que possibilitam usos de várias representações sem, contudo, privilegiar uma ou outra.

Ao concluir sua pesquisa, Benedetti constatou que nos trabalhos realizados pelos alunos, em dupla, houve uma maior participação do professor e pesquisador. Além disso, os trabalhos propiciaram debates e profícuas reflexões, favorecidos pelas representações múltiplas, permitidas com base no *software* utilizado na realização da investigação e na construção de conhecimento matemático, como produto do pensamento coletivo que permeou a trajetória da pesquisa.

Benedetti percebeu que as mídias informáticas e as interações nelas baseadas se configuraram como elementos importantíssimos na elaboração de questionamentos e construção de hipóteses, seguidas de confirmação ou refutação. Verificou também que os alunos que participaram da pesquisa assumiram posturas diferentes das anteriores a respeito do conteúdo abordado, pois adquiriram noções mais amplas quanto às propriedades e representações dos conceitos e isso os levou a complexificar seus conhecimentos.

Para descrever o processo de produção do conhecimento, Benedetti utilizou-se da idéia de “coletivo pensante”, que, de acordo com o seu entendimento, é constituído pelo professor com seus alunos e pela articulação que estes sujeitos promovem entre um *software* gráfico e as mídias oralidade, escrita e informática. Interpretando a definição apresentada, entendo que ele procurou abordar o computador como ferramenta que organiza as atividades mentais na busca de soluções para os problemas.

Notadamente, a aproximação dessa teoria com a pesquisa que desenvolvo se dá pelas noções relacionadas a “coletivos pensantes” e reorganização do pensamento. Vale lembrar que, nesta última, a construção do conhecimento é favorecida pela mediação, cuja função se encontra presente no papel que a mídia-computador exerce.

GRACIAS (2003), desenvolveu importante trabalho no contexto das novas tecnologias. Sua investigação discorreu sobre a natureza da reorganização do pensamento com base em um curso de extensão, a distância, sobre tendências em Educação Matemática. Para essa pesquisadora, a reorganização do pensamento ocorre em função das possibilidades oferecidas pelos recursos tecnológicos, podendo tais possibilidades provocar modificações nas normas de apropriação do saber.

Seu trabalho visa, contudo, discutir o papel das tecnologias de informação e comunicação na reorganização do pensamento, tendo como espaço para tal tarefa um curso a distância, intermediado por atores digitais, que assumem o papel de veículos na comunicação entre os participantes do processo de produção de conhecimento. Nesse contexto, a internet é elemento indispensável. A autora enfatiza que seu estudo não analisa perdas e ganhos, mas as transformações e aspectos do saber que são reorganizados diante dos usos das interfaces das tecnologias digitais. Portanto, a autora indica que:

Estas modificações estão relacionadas à organização dos diálogos e debates, à necessidade de atribuição de sentido e interpretação, à extensão da imaginação e

da percepção, à velocidade das interações, à possibilidade de comunicação em rede, ao estabelecimento de novo referencial espaço-temporal e à construção de um espaço de significação caracterizado pelo trabalho coletivo. (...) concluí que a tecnologia digital utilizada no curso promoveu a construção de um coletivo inteligente. (...) permitiu o funcionamento de um grupo de pessoas em inteligência coletiva, na medida em que as potencialidades sociais e cognitivas de cada pessoa puderam se desenvolver e ampliar de maneira recíproca ao longo do tempo. (GRACIAS, 2003, p. 137).

O trabalho de Gracias – balizado pela teoria da reorganização de TIKHOMIROV (1981) e pelas noções de “coletivos pensantes” e “inteligência coletiva” de LÉVY (1993) – discutiu as funções que as tecnologias digitais exercem na reorganização do pensamento. Após a trajetória de investigação, destaca a autora:

...a integração das tecnologias digitais à oralidade e à escrita traz novas possibilidades de interação que modificam as normas do saber, permitindo novas formas de estruturação de experiências e, conseqüentemente, um novo tipo de pensamento. (...) as tecnologias digitais exercem um papel fundamental no estabelecimento de referências intelectuais, além de influenciar o estabelecimento de novos referenciais espaço-temporais, alterando, por exemplo, a noção de proximidade. As possibilidades oferecidas pela disponibilidade da tecnologia digital permitiram que potencialidades sociais e coletivas de cada pessoa se desenvolvessem e ampliassem de maneira significativa ao longo das interações no curso. (...) considero que houve construção de um coletivo inteligente, ou seja, o funcionamento de um grupo em inteligência coletiva. (GRACIAS, 2003, p. 137-138)

Essa concepção apresenta pontos de aproximação com a pesquisa que desenvolvo ao amparar-se teoricamente em autores como LÉVY (1993), o qual enfatiza que o advento de uma nova tecnologia não exclui as tecnologias já existentes, pelo contrário, soma-se às demais, imbuindo-as de novas formas de pensamento, tendo em vista que as idéias podem ser compartilhadas no grupo em que se encontram atores humanos e não-humanos, ou seja, é a possibilidade do conhecimento ser construído nos entrecruzamentos entre o humano e o não-humano.

Utiliza também as idéias de TIKHOMIROV (1981), quando este defende a teoria da reorganização num sistema *ser-humano-computador*, afirmando que o

recurso tecnológico media a atividade intelectual e cria estágios qualitativamente diferenciados na mente das pessoas. Encontram-se presentes, portanto, na pesquisa de Gracias e nesta, as noções relacionadas a “coletivo pensante”, reorganização do pensamento e mediação.

Em seu trabalho, RODRIGUES (2002), busca investigar os benefícios e contribuições que os *softwares* de geometria dinâmica oferecem aos alunos que lidam com os mesmos, apontando os benefícios e contribuições pela ótica da interface homem-computador. Esse pesquisador se preocupou em compreender os estilos de interação que os sistemas informatizados oferecem e procurou reconhecer as maneiras pelas quais o ser humano age e raciocina em situações de uso desses *softwares*.

O autor ressalta que a inserção de recursos a serem disponibilizados em cada barra de ferramenta de um *software* de geometria dinâmica representa um grande desafio para os projetistas que o elaboram, porque é necessário prever quais são as atitudes dos usuários/alunos diante desses instrumentos tecnológicos. De forma geral, como existe uma grande diversidade de usuários e de tarefas, a definição formal da melhor interface de um *software* de geometria dinâmica se torna utópica.

Os projetistas precisam, entre outras tarefas, definir qual a linguagem de programação, a plataforma operacional a ser utilizada e quais as possibilidades de oferecer uma fácil exploração de interfaces – manipulação direta, construção de figuras estáticas e precisas da geometria euclidiana, inserção de conceitos da geometria não-euclidiana, inserção de maiores possibilidades para propiciar interações, bem como dirimir marcações incorretas de ângulos, degeneração de cônicas, interseções de retas com círculos, falhas em lugares geométricos, erros de aproximação numérica e outros mais. Nesse sentido, nota-se uma forte presença da mediação na abordagem realizada por RODRIGUES (2002), caracterizando, assim, contribuições que auxiliam na articulação de respostas aceitáveis para a questão abordada por esta pesquisa.

Ao assumir o pressuposto de que o indivíduo não é um ser único e isolado, pelo contrário, recebe influências dos diversos elementos presentes no meio em que vive, entende-se que ele não gera conhecimento de forma individual, mas se

utiliza das ferramentas disponíveis para aquisição dos mecanismos necessários à produção do conhecimento.

Nesta pesquisa, a produção de conhecimento é vista por uma perspectiva histórica em que os seres humanos são constituídos pelo somatório de sua individualidade enquanto seres, pelas tecnologias que os rodeiam e pelas relações com as demais pessoas, compondo assim um coletivo em que a construção de conhecimento decorre das suas inter-relações.

Entendo que a tecnologia aplicada à educação, incluindo aí as interfaces que assume com a Educação Matemática, pode ser concebida numa visão crítica, inserida no âmbito da sala de aula, tendo em vista a formação do aluno para agir criticamente numa nova sociedade repleta de tecnologias. Aí se inserem as abordagens que abrem possibilidades para a formação dos “coletivos pensantes” e a reorganização do pensamento pelo ambiente dinâmico e interativo, sendo explorados num contexto vivenciado pela mediação.

De forma mais ampla, a construção de conhecimento em Matemática, usando novas tecnologias, implica uma prática docente que também construa uma nova cultura, pois a utilização de instrumentos, até então desconhecidos, representa um desafio à medida que exige tomadas de decisões visando possíveis superações. Assim, essa idéia pode levar aos inter-relacionamentos dos seres humanos com as mídias computacionais, utilizando-as como ferramentas que impulsionam mudanças na natureza e nas funções mentais da pessoa, influenciando, assim, o surgimento de uma nova cultura.

Para OLIVEIRA (2001, p. 104), os recursos tecnológicos informacionais “não são destituídos de cultura, de linguagem, de reconceptualizações do espaço e do tempo, e que imprimem as características próprias de sua lógica, por exemplo, nos conteúdos de ensino com os quais lidam.” Cabe, aqui, defender que o ambiente dinâmico e interativo é dotado, na sua estrutura, de mecanismos que assumem, também, caráter informacional, lingüístico e trazem nova definição sobre o tempo. Uma vez otimizado o espaço no qual se produz conhecimento, o tempo passa a ter novas configurações, sendo empregado para discutir as conjecturas, as comprovações e validações de propriedades e conceitos. Para

tanto, usam-se recursos como movimento, simulação, visualização, manipulação no sentido de buscar, em grupos, estágios qualitativamente diferenciados. Em outras palavras, são as noções de “coletivos pensantes” e de reorganização do pensamento que ganham destaque.

Ao se fazerem presentes na prática docente, as referidas noções fazem crer que as atividades desenvolvidas no âmbito das atividades didático-pedagógicas estarão relacionadas, também, com processos de mobilização de subjetividades, pois envolvem novas ações mentais dos sujeitos em ação, ou seja, preconizam-se o início da formação de uma nova cultura.

Nesse sentido, pode-se pensar na construção de conhecimento, numa aula de Matemática, com grupos de alunos diante de um computador. Destaco que as tecnologias, aplicadas ao ensino dessa disciplina, viabilizam formas pelas quais o conhecimento passa a ser construído com o aproveitamento do tempo destinado a uma aula de matemática. Assim, dispõe-se de um tempo maior para as discussões perante as circunstâncias de reorganização do pensamento, que podem ser estabelecidas com o uso do ambiente dinâmico e interativo por parte do aluno.

Assim, a exemplificação das experiências com as novas tecnologias vêm de encontro aos objetivos traçados por esta pesquisa, porque apresentam as ferramentas sob uma perspectiva que visa inserir novos modos de pensar, atribuindo às pessoas maneiras diferenciadas de se produzir o conhecimento. Desse modo, os saberes podem ser construídos pelo homem usando a tecnologia como meio para exteriorizar aquilo que considera nobre, a inteligência.

Nesse contexto, vale ressaltar a visão de FRANCO (1997, p. 14), quanto à importância da inserção dos recursos informáticos: “O domínio das novas interfaces tecnológicas torna-se a cada dia essencial para a sobrevivência do indivíduo na sociedade. O novo homem deve ter habilidades que permitam sua constante atualização, facilidade de abandonar o obsoleto, não ter receio de se apropriar das interfaces que ampliam sua inteligência.”

Nesta pesquisa, instrumentos de mediação como a fala, a escrita e a imprensa configuram-se como tecnologias intelectuais e o computador é entendido como ferramenta que reorganiza o pensamento. Insere-se, nesse

conjunto, o aluno, que interage com os demais componentes das tecnologias intelectuais, ampliando o sistema ser–humano–computador, proposto por TIKHOMIROV (1981), e integra o “coletivo pensante”. Portanto, as tecnologias intelectuais, a reorganização do pensamento e o ser humano perfazem um conjunto no qual o conhecimento é construído. Ao construir, numa sala de computação, conhecimentos matemáticos consubstanciados pelo “coletivo pensante”, pode-se trabalhar na perspectiva de se ter uma construção que se expressa em conhecimento distribuído.

CROWE e ZAND (2000), ao abordarem o computador e o ensino da Matemática para estudantes universitários, relatam que o papel do professor é modificado na medida em que o computador lhe imputa um papel de facilitador, estimulando o estudante a explorar esse recurso tecnológico, aparentemente sem limites. Para os autores, as idéias são estabelecidas pela usabilidade dos recursos que mediam a apropriação do conhecimento. Assim, estabelecem-se idéias, estimula-se e compulsa-se o domínio de conteúdos de uma ciência muitas vezes considerada inatingível, por parte dos alunos. Trazendo tais idéias para o contexto desta pesquisa, a posição assumida pelos autores indica que o pensamento pode ser reorganizado, sendo possível estabelecer uma relação entre as produções de conhecimento, os alunos e as ferramentas, que formam o “coletivo pensante”.

TALL (1999), ao tratar o uso dos computadores nos meios em que se pesquisa a Matemática, tece considerações importantes sobre o movimento que essa ferramenta provoca. Para o autor, o computador inscreve novas formas de tratar a disciplina, uma vez que cria um novo cenário e maneiras diferenciadas para expressar o pensamento matemático. A produção, nessa área do conhecimento, passa a ser permeada não mais por verdades e formas absolutas que expressam e produzem saberes matemáticos, mas por situações em que as verdades são construídas.

Na visão de TALL (1999), a produção do conhecimento matemático passa por uma reorganização, pois o computador traz, nos seus mecanismos de funcionamento, um sistema que permite lapidar as informações obtidas, inscrevendo assim, na mente de quem o manipula, novas formas de tratá-las.

Essa posição é defendida pelo pesquisador mediante a capacidade que o aluno adquire, por meio do conhecimento dos conceitos e propriedades matemáticas, de dar forma, imagem, movimento e existência “quase física” aos pensamentos abstratos, que podem ser materializados na tela dos computadores, por meio da representação simbólica.

A reorganização tratada por Tall traz para o campo da Educação Matemática aquilo que Tikhomirov defendeu há alguns anos atrás. Nesse caso, o processo é analisado por meio de experiências desenvolvidas em situações reais. Por sua vez, esta pesquisa procura retratar tal reorganização em situações que possam ser vivenciadas por grupos de alunos ao produzir conhecimentos relacionados aos conteúdos matemáticos.

#### 4.5 CONTRIBUIÇÕES PARA ELUCIDAÇÃO DO PROBLEMA EM QUESTÃO

Ao concluir esta seção, é relevante tratar de alguns fatos recorrentes apresentados pelas pesquisas analisadas e pelas demais pesquisas lidas e abordadas. AMARAL (2002) – motivada por seus estudos referentes às concepções manifestadas por professores que usam *softwares* de geometria dinâmica; pelas possibilidades que esses recursos inserem nas abordagens com conteúdos de Geometria na prática docente e pelas potencialidades e limitações deles advindas – ingressou na investigação do perfil dos professores que usam *softwares* de geometria dinâmica e no que eles pensam sobre a ferramenta. Diante das opiniões dos profissionais que colaboraram por meio de entrevistas, a pesquisadora trouxe ao conhecimento da comunidade de educadores matemáticos que o conjunto formado por sala de informática e os *softwares* nela utilizados se caracteriza como um suporte valioso na prática docente. Sendo, os recursos tecnológicos – computadores e *softwares* – meios que despertam o interesse dos alunos. Evidências da construção de conhecimentos são percebidas diante da existência de um “coletivo pensante” e da mediação.

SCHEFFER (2001), realizou um trabalho que relacionou recursos tecnológicos, Educação Matemática e o Ensino de Física abordando o tema

movimento. Desenvolveu sua pesquisa usando a representação gráfica cartesiana e considerou as variáveis tempo, distância, velocidade e aceleração para caracterizar a relação entre os movimentos produzidos pelo corpo e suas representações criadas num *software* e em calculadoras gráficas, com base no registro dos sinais captados provenientes de um detector sônico de movimentos. No trabalho de Scheffer foram registradas interações entre seres humanos e recursos tecnológicos, visando a produção de conhecimentos. O que, de certa forma, evidencia mediações pelas ferramentas e a noção de “coletivos pensantes”.

VILLAREAL (1999), trabalhou com conteúdos de cálculo no ensino superior usando *softwares* que possibilitassem tais cálculos. Centrou seu trabalho nas situações em que o computador pudesse favorecer a visualização e a possibilidade de experimentação. Baseado em TIKHOMIROV (1981), enfatizou o trabalho do computador como ferramenta capaz de mediar as atividades humanas. Na busca de uma resposta para a pergunta levantada por sua pesquisa, “como caracterizar os processos de pensamento dos estudantes ao trabalhar questões matemáticas relacionadas com o conceito de derivada em um ambiente computacional”, VILLAREAL (1999, p. 11), considerou o computador não como um foco de estudo, mas como mediador das atividades que nele pudessem ser desenvolvidas, sendo também esta uma noção a ser explorada nesta pesquisa.

BENEDETTI (2003), abordou o conteúdo de funções na 1.<sup>a</sup> série do ensino médio e usou *software* gráfico. Para esse autor, seguramente, o conhecimento dos alunos passa por transformações condicionadas pelas mídias, quando estas são usadas nos processos que envolvem ensino e aprendizagem. A pesquisa do autor se insere no contexto em que se presencia a noção de “coletivo pensante”, sendo o computador concebido como ferramenta que reorganiza o pensamento.

GRACIAS (2003), procurou abordar a educação a distância como uma forma de democratização das oportunidades educativas e como meio pelo qual se configura um espaço para se produzir e veicular conhecimento a distância. O interesse de pesquisa da educadora é discutir o papel das tecnologias informáticas aplicadas aos meios de educação a distância, na reorganização do

pensamento em vista desses recursos serem incorporados aos processos em que se produz conhecimento. Parte do pressuposto de que as tecnologias intelectuais inserem possibilidades e exercem influências na forma de pensar das pessoas, apontando para modificações nas normas que estabelecem o saber. Para a autora, a atividade intelectual é modificada pelo uso do computador e sua mediação regula os processos de criação. Portanto, vemos na pesquisa de Gracias uma abordagem empírica partindo das noções de “coletivos pensantes” e do computador como reorganizador dos processos de pensamento humano.

RODRIGUES (2002), investigou benefícios e contribuições que os *softwares* de geometria dinâmica oferecem aos alunos tendo como foco de interesse a interface homem-computador. Ao relacionar essa pesquisa com a presente, a aproximação possível é realizada pela mediação proporcionada pela ferramenta computacional.

CROWE e ZAND (2000), reiteram que as idéias podem ser estabelecidas por intermédio do uso dos recursos tecnológicos que, pela mediação, favorecem a produção e apropriação do conhecimento. Tal mediação pode representar um papel relevante nas condições que facilitam a apropriação de conhecimentos matemáticos, sendo esse o ponto que mais se destaca nos trabalhos analisados por se aproximar do objeto desta pesquisa.

TALL (1999) traz para o campo da aprendizagem matemática, considerações que se inserem nesta pesquisa, ao defender que, por meio do recurso tecnológico, criam-se condições para se tratar informações a respeito dos conteúdos estudados, de forma que estas favoreçam situações em que o conhecimento matemático seja construído e apropriado.

Nota-se que as pesquisas abordadas partem das noções de tecnologias intelectuais e reorganização do pensamento pelo computador e, para isso, usam recursos tecnológicos – *softwares* e calculadoras gráficas. O fato de usar os recursos, trabalhando ou discutindo sobre metodologias para o ensino de conteúdos de Matemática, se ancora na metáfora seres-humanos-com-mídias, pela qual BORBA (2002), insere, especificamente no domínio da Educação Matemática, as noções de tecnologias intelectuais e a reorganização do pensamento pelo computador.

Tais noções trazidas para o domínio da Educação Matemática serviram e servem para solucionar problemas levantados por investigadores que buscam – cada um baseado na sua crença e respaldado por teorias e experimentos já realizados e validados, e por diferentes abordagens intermediadas pelos recursos tecnológicos – metodologias que dêem tratamentos ainda não aplicados no campo de abrangência da Educação Matemática.

Os trabalhos aqui abordados mostram que as principais idéias desenvolvidas na minha pesquisa – como o uso do computador e o ambiente dinâmico e interativo como ferramentas de mediação capazes de reorganizar o pensamento, o conhecimento passível de ser elaborado numa perspectiva que leva em consideração a noção de “coletivo pensante”, caracterizado pela presença de atores humanos e não-humanos, os inter-relacionamentos entre ser humano e máquina sendo concebidos num contexto possibilitado pela mediação – de alguma forma já foram vivenciadas e validadas experimentalmente pelos pesquisadores citados.

O que esses autores não enfatizam em suas abordagens e que se caracteriza como relevante nesta pesquisa é a possibilidade de dar seqüência a essas abordagens, aproveitando-as para inseri-las em situações em que os alunos realizam atividades em grupos, diante da ferramenta computador, objetivando a construção de conhecimentos com conteúdos de Geometria. Nesta pesquisa, o novo se caracteriza pela perspectiva de unir a reorganização do pensamento à noção de “coletivos pensantes”, por intermédio da mediação, e inserir possibilidades para que os alunos construam conhecimentos alicerçados pelo diálogo. Parto, portanto, das idéias já validadas nos trabalhos listados e discutidos e proponho a idéia do conhecimento ser construído mediante as interações entre aluno e ambiente dinâmico e interativo e as conjecturas, análises, explorações descobertas serem favorecidas pelo diálogo entre os alunos.

Fundamentado pelas idéias advindas das noções de “coletivos pensantes”, reorganização do pensamento pelo computador e seres-humanos-com-mídias, busco embasamento teórico para responder à questão aqui levantada. Mediante a leitura realizada, cito algumas conclusões obtidas com base nas pesquisas analisadas:

- Os “coletivos pensantes” possuem estreita relação com o conhecimento que se constrói em sistemas em que ocorrem interações entre o ser humano e os recursos tecnológicos, pois eles se configuram como mídias e integram o conjunto das tecnologias da inteligência, proporcionando a construção de conhecimento nos entrecruzamentos entre o homem e a máquina.
- Grupos de alunos podem ter o pensamento reorganizado, mediante o trabalho com o computador, desde que, nessa vertente em que se busca a compreensão para construção de conhecimento, o equipamento se caracterize como ferramenta de mediação.
- A metáfora seres-humanos-com-mídias agrega elementos no conjunto das tecnologias intelectuais. O aluno não é dissociado de sua cultura e de sua história de vida. Sendo assim, as subjetividades são envolvidas e tornam a prática significativa.
- Quando elementos do mundo material e humanos se reúnem em uma sala de computação, o conhecimento pode ocorrer numa configuração em que não é transmitido, porém, quando é construído mediante as condições proporcionadas pelo ambiente dinâmico e interativo e pelo uso dos computadores, pode haver a socialização dos saberes.
- Levo em conta que a capacidade de aprender e conhecer do ser humano, conforme expressa LÉVY (1993), sempre esteve relacionada diretamente à ação de mediação de alguma tecnologia intelectual.

No cenário educacional, a convivência entre pessoas e a intensidade nas trocas de informações entre os atores do “coletivo pensante” podem criar possibilidades que vislumbram ações e constroem conhecimentos.

Essas conclusões servirão para que, no próximo capítulo, as idéias levantadas até aqui, sejam suficientes para estabelecer um fecho com uma resposta aceitável e válida.



## **5 ECOLOGIA COGNITIVA, REDE INTERNA E CONHECIMENTO DISTRIBUÍDO – POSSÍVEL SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA**

Partindo das noções de “coletivos pensantes” de LÉVY (1993), do computador como reorganizador do pensamento, fundamentação esta que se busca em TIKHOMIROV (1981), e do aprofundamento dessas idéias por meio da metáfora seres-humanos-com-mídias realizadas por BORBA (2001), propõe-se, aqui, tratar o conhecimento distribuído com mais ênfase.

Vale retomar que as idéias defendidas por esses três autores direcionam para o entendimento de que o pensamento se forma com base nas interações entre atores humanos e não-humanos, sendo o conhecimento gerido por aspectos de mediação que se encontram presentes na oralidade, na escrita e na informática. Assim, as ferramentas tecnológicas se fazem presentes e condicionam as formas pelas quais o aluno constrói seu conhecimento e, então, o cenário em que esse conhecimento é produzido agrega máquinas e seres humanos. As interações dos alunos com as ferramentas tecnológicas ampliam o sistema ser–humano–computador, caracterizando o “coletivo pensante”.

No caso desta pesquisa, há outro desdobramento a respeito da construção de conhecimento distribuído, caracterizado como um complemento do conhecimento dado pelas interações entre ser humano e computadores o qual se configura pela relação dialógica, sob uma ótica em que o sujeito possa levantar hipóteses, formular questões e procurar solucioná-las com base nas trocas de informações a ser motivada nos alunos que participam de grupos que manipulam as figuras geométricas construídas no ambiente dinâmico e interativo, buscando explorações de conceitos geométricos.

Numa sala de computação em que o objeto de estudo são os conteúdos de geometria – no caso desta pesquisa, de geometria analítica – e as ferramentas tecnológicas são materializadas na presença do computador, favorecendo a

implantação de um ambiente dinâmico e interativo, ao produzir conhecimento distribuído, produz-se o conhecimento matemático.

Desse modo, vislumbra-se a possibilidade de trabalhar nas salas de computação, por meio de um ambiente dinâmico e interativo, abordando a geometria analítica na perspectiva de que o conhecimento distribuído se efetive. Tal conhecimento é concebido tendo em mente que o computador, o ambiente, os alunos e o professor de matemática perfazem um coletivo, cujas partes devem, de alguma forma, serem interdependentes para que os recursos tecnológicos reorganizem as ações de pensamento e criatividade do grupo.

Ao objetivar uma solução para o problema de como o conhecimento distribuído pode se dar ao utilizar computadores e ambiente dinâmico e interativo, após a leitura da bibliografia que trata sobre o tema, centrei a abordagem em três situações que possivelmente possam direcionar a uma resposta satisfatória:

1) Abordar o problema tendo em vista os elementos do “coletivo pensante” – alunos, professor, tecnologias digitais, computador como reorganizador do pensamento e a cognição – caracterizando-os como uma ecologia cognitiva;

2) As inter-relações entre os alunos pode ser favorecida pela rede interna de computadores da sala específica no sentido de que esta contribua para a troca de informações, possibilitando que os sujeitos tenham um meio para comunicar e expressar suas realizações;

3) O conhecimento distribuído, no cenário em que ele é construído, são factíveis de ocorrência quando os alunos assumem tarefas que se tornam possíveis de realização quando dispõem das contribuições oferecidas pelas mídias informáticas.

## 5.1 ECOLOGIA COGNITIVA – ORGANISMO VIVO EM SI

Vive-se um momento que se configura como preponderante para as pessoas se adaptarem às circunstâncias em que se manipulam meios para o acesso à informação. Para que isso ocorra normalmente, é necessário que haja a

preponderância da técnica sobre o ser humano. Essa visão passa a ser questionada e inverte-se a ordem quando se pensa, em primeiro lugar, no ser humano e nos problemas que ele quer resolver, sendo que para isso ele poderá usar a técnica e os recursos tecnológicos, sendo esse último concebido como ferramenta de mediação que amplia o panorama de possíveis respostas que o ser humano procura.

De forma geral, o homem passa a ter sua vida, seus relacionamentos profissionais, a visão que tem da sociedade e como nela intervir cada vez mais influenciados pelas características decorrentes da identificação, armazenamento, processamento e acesso à informação, proveniente dos recursos tecnológicos presentes nos seus inter-relacionamentos com o meio social em que vive.

As inserções das tecnologias computacionais no meio em que as pessoas produzem conhecimentos influenciam as formas de expressão, tais como a fala a escrita, os desenhos, a apropriação de conceitos e a elaboração de novos conceitos, ou seja, a construção do conhecimento como um todo passa por significações que demarcam diferenças nas formas de expressão do pensamento.

Vale lembrar que, nesse contexto, as ações são desencadeadas por pensamentos, razões, inter-relações e articulações. Nesse sentido, a ecologia cognitiva pensada por LÉVY (1993), realiza a aproximação entre o pensamento individual, as instituições sociais e as técnicas de comunicação, cujo objetivo é a formação de “coletivos pensantes”, “homens-coisas” por meio da articulação entre esses elementos, numa relação em que a razão do sujeito assume valor relevante.

A expressão “ecologia cognitiva” indica sua relação com o ato de pensar e sua estreita ligação com o conhecimento. Ao fazer uma aproximação entre o contexto social em que o ser humano se encontra e os recursos tecnológicos, juntamente com as suas técnicas, concebo a formação de uma “ecologia cognitiva”, indicativa de nova dinâmica nas formas de elaborar e comunicar o conhecimento.

Esse é o sentido que adoto aqui para ecologia cognitiva, ou seja, um conjunto constituído por atores humanos e não-humanos, sendo os recursos tecnológicos colaboradores significativos nos processos mentais que o aluno

realiza buscando a solução de problemas. Em outras palavras, essa ecologia nos indica a existência de múltiplas relações, interações e diálogos entre diferentes organismos presentes no universo dos relacionamentos humanos, evidenciando indícios de existência e coexistência de pontos de convergência entre tais organismos. Ela nos traz a idéia de um dinamismo intrínseco, existente entre os seres e as coisas, envolvendo natureza, cultura e sociedade, sendo o conhecimento construído nesse conjunto de relacionamentos.

Na minha concepção, não se pode isolar a produção de conhecimento da totalidade das relações sociais, porque esse processo se apóia na interação que se estabelece entre os seres humanos e as máquinas, podendo ser garantido pela ecologia cognitiva. Esta pode ser correlacionada com as atividades desenvolvidas no ambiente/sala de computação, pois, juntas, podem assumir configurações que facilitem o uso de mecanismos que viabilizam um trabalho que, no seu âmago, seja a construção de conhecimento.

É possível imaginar a sala de computação no âmbito da ecologia cognitiva, entendendo que a articulação entre ambas valida o pressuposto que indica um possível caminho para responder a questão colocada por esta pesquisa. Tal pressuposto se encontra no trabalho elaborado por KLEIS (2001, p. 26), que assim afirma:

Uma nova ecologia cognitiva proporcionada por ambientes adequadamente informatizados, onde o professor não é a única fonte de informação, pressupõe um ambiente enriquecido de códigos simbólicos, de representações por imagens, sons e movimentos, disponíveis para que os alunos possam interagir com eles, formular e testar hipóteses, estabelecer relações, produzir simulações rápidas e fáceis, construir conhecimentos que tenham correspondência com a sua forma de pensar e compreender os fenômenos e os fatos da vida. Nestes ambientes, podemos partir de problemas, atividades, e projetos, contextualizados e individuais, vivenciando interações sociais mais ricas e que também se constituem em novas fontes de informações.

Na construção de conhecimentos matemáticos é válido reconhecer o que o aluno consegue produzi-los de forma autônoma. No entanto, priorizo o movimento no “coletivo pensante” originário de contribuições de alunos nas experiências grupais. Ressalto, ainda, que as interações sociais referenciadas na citação não se configuram aqui como objeto de pesquisa.

No sentido de distanciar-me da idéia de que o conhecimento possa ser transmitido somente por comunicação de informações, mediante uma visão linear e simplificada das variantes envolvidas – como se as suas manifestações fossem imperiosamente as mesmas, independentemente do contexto –, destaco, como uma variável neste estudo, as trocas de informações entre os alunos que participam de uma aula de matemática, na sala de computação, tendo em vista que a veiculação verbal de informações entre eles favorece a produção de conhecimento distribuído.

Até por não haver um computador para cada aluno na maioria das escolas, normalmente requisita-se a realização de trabalhos em duplas, vislumbrando possibilidades que não se resumem apenas na interação entre elas, mas abrangem a cooperação entre os atores envolvidos numa perspectiva grupal.

Sendo assim, almeja-se a construção de conhecimentos intermediados pela comunicação que pode ser estabelecida no “coletivo pensante”, ou seja, no grupo entre alunos e de alunos com o professor, sobretudo, sendo a construção de conhecimento, mediada pelo ambiente computacional. Assim, têm-se aluno, professor e computador como atores que participam de um mesmo trabalho, reorganizando e construindo conhecimentos num meio em que somam, constróem e permeiam o conhecimento dentro do próprio grupo. Desse modo, é possível que ocorram oportunidades para que esse conhecimento construído transcenda os limites do próprio grupo, ou seja, são as relações inter-pessoais complementando a construção do conhecimento nas iterações com os recursos tecnológicos.

Sendo assim, pensando em um trabalho docente num ambiente em que coexistem grupos de alunos, computador e professor, vislumbro uma perspectiva que focaliza ações em que prevalece o diálogo entre alunos, entre estes e o professor e as interações mediadas pelas ferramentas computacionais. Levo em conta as noções relacionadas às tecnologias digitais, ao computador como reorganizador da atividade mental e ao ambiente dinâmico e interativo como ferramenta de mediação, entendendo que esses elementos formam o “coletivo pensante”, por meio do qual se produz o conhecimento. Nesse estágio, considera-se o que diz LÉVY (1993, p. 135):

A inteligência ou a cognição são o resultado de redes complexas onde interagem um grande número de atores humanos, biológicos e técnicos. Não sou inteligente, mas “eu” como grupo humano do qual sou membro, com minha língua, com toda uma herança de métodos e tecnologias intelectuais. (...) Fora da coletividade, desprovido de tecnológicas intelectuais, “eu” não pensaria. O pretense sujeito inteligente nada mais é que um dos microatores de uma ecologia cognitiva que o engloba e restringe.

Nesse sentido, em uma sala de aula em que se encontram alunos e professores estudando conteúdos da disciplina de matemática, mais computadores e ambiente dinâmico e interativo, ou seja, um “coletivo pensante”, insere-se a idéia de ecologia cognitiva, buscando com ela o fortalecimento dos inter-relacionamentos entre os elementos que se envolvem na construção de conhecimento. Eventualmente, nesse coletivo, insere-se o uso de rede interna de uma sala de computação, bem como da rede internet, possibilitando que estas se configurem como meios para troca de informações e comunicação, assunto que será tratado em seguida.

## 5.2 A INDIVIDUALIDADE DO ALUNO E A REDE DE COMPUTADORES EM UMA SALA DE AULA

Na minha busca por uma solução para o problema tratado nesta pesquisa, vale recomendar a prática docente com o uso da Rede de Computadores. Esta é formada por um conjunto de módulos processadores, capazes de trocar informações e compartilhar recursos, interligados por um sistema de comunicação. Não discuto aqui sistemas operacionais de conexão, mas sim a cooperação entre as pessoas envolvidas no seu uso, tendo como objetivo a realização de tarefas que exploram o compartilhamento de recursos de uma rede para processar trocas de informações.

A abordagem do sistema de comunicação se justifica devido à sua capacidade de constituição por meio de redes locais, numa sala de computação. Tal rede abrange um arranjo topológico que interliga os vários módulos processadores mediante enlaces físicos – por meio dos quais fluem as

informações – e de um conjunto de regras, denominado protocolo, que visa organizar a comunicação.

A idéia inicial da utilização de uma rede local está baseada na interligação de informações por meio dos computadores, pois estes garantem uma grande capacidade de processamento, armazenagem e transmissão de informações. Portanto, além do trabalho com computadores isolados já proporcionar várias possibilidades, é relevante destacar a importância do seu uso em sistemas interligados por redes computacionais.

Com efeito, e em circunstâncias da vida real, presenciam-se cada vez mais situações de trabalho em que são privilegiadas as trocas de informações por meios informáticos transmitidos por redes de computadores, pois elas permitem e facilitam o intercâmbio do conhecimento construído, promovendo a interação pela comunicação.

Intermediados por esse mecanismo de conexão, mesmo trabalhando em computadores separados e de forma individual, os alunos poderão interagir trocando informações, conhecimentos, levantando hipóteses, promovendo debates. Entendo que assim estará sendo utilizado o meio virtual – ambiente dinâmico e interativo – numa perspectiva de exploração de pontos interligados, possibilitando a troca de informações entre os alunos que constituem um grupo numa sala de aula. A utilização de redes como componente do meio social e cognitivo que possibilita aproximações entre os envolvidos é defendida por LÉVY (1993), quando este expressa sua opinião sobre a rede digital.

Para este autor, não se pode analisar a informatização apenas fundamentando-se na definição da informática, mas observando as redes e sua evolução. Não se deve pensar o computador simplesmente como um núcleo rígido, e sim como um objeto moldado pelas variações do mundo externo que o influenciam, entre as quais se podem citar as inovações provenientes de outras técnicas, ciências e mudanças de significação social ou cognitiva.

As idéias relacionadas à rede digital e à ecologia cognitiva inserem possibilidades importantes que potencializam uma resposta para a questão que investiga possíveis possibilidades que podem viabilizar a ocorrência do conhecimento distribuído nas interações entre alunos e ambiente dinâmico e

interativo. Estas, quando inseridas nos processos que tratam de construção de conhecimentos, permitem criar condições diferenciadas para abordar conteúdos de Matemática.

O conhecimento construído se encontra, de alguma forma, distribuído em pontos distintos, pois não está em apenas um computador, mas numa rede, passível de ser acessado em distintos pontos numa sala de computação. Os envolvidos conectam suas idéias por meio de uma rede interligada por pontos. Esta ligação não possui necessariamente um ponto fixo para o início e o fim das conexões. Visando uma melhor compreensão dessa idéia, apresento os esquemas abaixo:

FIGURA 6 - TRANSFERÊNCIA DE CONHECIMENTO DO PROFESSOR (DETENTOR) PARA O ALUNO (RECEPTOR) – NA AUSÊNCIA DO COMPUTADOR

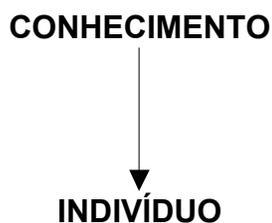
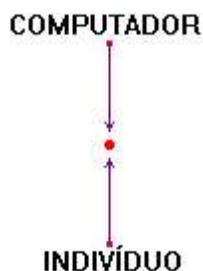


FIGURA 7 – CONSTRUÇÃO DE CONHECIMENTO NA PRESENÇA DO COMPUTADOR



Na individualidade, pode ocorrer a domesticação da mídia e da técnica. Os

Na individualidade pode ocorrer a domesticação da mídia e da técnica. Os pressupostos pedagógicos podem não responder à inovação, reproduzindo meios tradicionais de aquisição de conhecimentos.

FIGURA 8 – CONSTRUÇÃO DE CONHECIMENTO NA PRESENÇA DO COMPUTADOR E COM USO DA REDE

**REDE**



**CONHECIMENTO  
DISTRIBUÍDO**

Os pontos representam alunos diante do computador, numa sala de computação. Nesse caso, todos têm a oportunidade de construir conhecimentos e, por meio da rede, processar trocas de informações, ou seja, usá-la para interligar os computadores e, desse modo, poder comunicar saberes.

Vale considerar que os inter-relacionamentos que contribuem para que os alunos construam conhecimentos distribuído podem ser analisados sob dois aspectos: a) aplicando uma visão macro que leva em conta o “coletivo pensante”, a ecologia cognitiva e a rede digital; b) aplicando uma visão micro, caracterizada pela reorganização do pensamento, uso da ferramenta de mediação e ambiente dinâmico e interativo. Entre esses dois campos focais, podemos ter interações vivenciadas por alunos e professor versus componentes que se caracterizam como ferramentas de mediação. Aqui, refiro-me à interação do grupo de alunos com a máquina, sem considerar essa relação sob o ponto de vista da interação social.

### 5.3 O CONHECIMENTO DISTRIBUÍDO

As influências que os recursos tecnológicos exercem no contexto educacional têm sido investigadas com base na noção de tecnologias da inteligência e reorganização do pensamento. Têm-se procurado constatar como tais tecnologias podem influenciar os processos mentais de alunos que, mediados por essas ferramentas, utilizam-na para estudos e construção de conhecimentos.

Assim, fica estabelecido um paralelismo entre as funções do cérebro humano e os conceitos presentes nos computadores, tais como: codificação, armazenamento, reparação, memorização de informações, planejamento de ações e resolução de problemas.

Nesse contexto, revela-se válido aprofundar a discussão para elucidar o problema, partindo da abordagem do tema propriamente dito desta pesquisa, cujo ponto focal trata da construção de conhecimento distribuído, proveniente da interação entre os alunos que fazem parte de um grupo que usa as ferramentas computacionais, numa aula de matemática, para construir conhecimentos.

Sendo realizadas as abordagens, partindo de pressupostos do conhecimento distribuído nos processos que envolvem a construção de conhecimentos matemáticos e articulados com as tecnologias informáticas, pode-se caracterizar como um fator favorável que conteúdos da Matemática não venham a ser abordados apenas como um conjunto de ferramentas para resolver problemas do mundo real.

Para entender o papel dos *softwares* de geometria dinâmica na discussão que trata da construção de conhecimentos matemáticos, uma compreensão do conhecimento distribuído possibilitará condições que permitam que as tarefas mecânicas possam ser realizadas pelas mídias informáticas.

Esses recursos tecnológicos oferecem, aos professores e aos alunos, possibilidades para construir desenhos geométricos no ambiente dinâmico e interativo. Nessas construções, o ambiente computacional possibilita ao aluno, visualizar na tela, as figuras que se encontram no seu imaginário. Estas ganham

formas mediante a aplicação dos conceitos e propriedades já conhecidas, sendo que, propriedades não conhecidas podem ser assimiladas e outras podem ser construídas testadas e validadas.

Nesse contexto, é possível entender como o computador reorganiza o pensamento humano e direcionar esta pesquisa para a solução do problema levantado que, nesse momento, parece trilhar o caminho viável para sua conclusão consubstanciada por trabalhos teóricos realizados e aceitos como de cunho científico.

Para SIVASUBRAMANIAM (2004, p. 4), a teoria que valida o fato de o conhecimento construído depender de interações entre o homem e as ferramentas passa a ser desenvolvida na segunda metade da década de 80. Segundo essa teoria, o conhecimento que se constrói, mediado pelas ferramentas, é mais bem entendido como um fenômeno distribuído ao invés da visão tradicional que o caracteriza como um fenômeno localizado, sendo explicado, por meios de construção, em planos individuais.

Nesse sentido, os recursos tecnológicos, sendo caracterizados como ferramentas, passam a exercer uma parceria intelectual com o aluno que está lidando com a ferramenta tecnológica. Esta se configura como um meio pelo qual o aluno possa avançar nas formas de adquirir o conhecimento matemático, superando maneiras que condicionam a apreensão de conhecimento substanciado por metodologias que apregoam repetições mecânicas.

DÖRFLER,<sup>23</sup> citado por SIVASUBRAMANIAM (2004, p. 4), fala dos efeitos de aquisição de conhecimento quando as ações são mediadas pelas mídias tecnológicas. Nesses termos:

...sugere que os processos cognitivos sejam vistos como um sistema constituído pelo indivíduo, seu contexto e as múltiplas relações entre eles. Assim, o sistema cognitivo possui o sujeito e as ferramentas cognitivas que estão disponíveis para ajudar no processo de raciocínio. Ferramentas cognitivas podem ser papel e lápis, calculadoras, computadores, calculadoras gráficas, televisão, etc. (...) comparou o processo de raciocínio à execução de um trabalho físico dizendo que não existe trabalho *puro* sem o uso de nenhuma ferramenta. (...) Para atingir objetivos

---

<sup>23</sup> DÖFLER, W. Computer use and views of the mind. In. KEITEL, C.; RUTHVEN, K. (Ed.). *Learning from computers: mathematics education and technology*, NATO ASI Series F and Systems Sciences. London: Springer-Verlag, 121, 1993. p. 159-186.

específicos, é necessário usar ferramentas de uma maneira apropriada e organizada.

Assim, é possível expressar que ao adquirir conhecimentos em Matemática, mediados pela linguagem simbólica formulada com base nas figuras construídas em um *software* de geometria dinâmica na tela de um computador, as atividades intelectuais depreendidas para essas construções, são vistas como expressões de realizações de um sistema constituído por aluno, professor, mídias informáticas e organicidade do ambiente em que esses atores se encontram. Não se trata de um ator agindo, na sua individualidade, e realizando uma função que resulta na construção do conhecimento que, após a execução, é somado às realizações dos outros atores, mas pressupõe “um sistema” que realiza a construção do conhecimento. Nesse caso, o “todo” não é uma soma de partes, mas o conhecimento que se desenrola por meio de interações dinâmicas dos atores do “coletivo pensante”.

Para NARDI (1998), as interações do ser humano com as ferramentas que ele manipula, compõem um sistema funcional e, por isso, defende que o sistema amplia a ação do ser humano, isto é, o que uma pessoa pode fazer com um instrumento é profundamente diferente do que ela pode fazer sem ele. Em uma sociedade em que se cobra que a pessoa atinja ótimos resultados nas atividades que exerce, é interessante que a produção de conhecimentos, que demanda da capacidade intelectual do ser humano, seja pensada com base na ação das ferramentas que alteram qualitativamente os seus resultados, pois ela depende dos instrumentos de uma forma muito mais material nos “fazer” diários. O sistema a que se refere Nardi é organizado para facilitar a condução de trabalhos, de forma que as funções mentais das pessoas envolvidas assimilem condições para a sua realização.

NARDI (1998), defende que um sistema não tem conhecimento ou possibilidade de julgar de uma forma diferente das que os indivíduos que dele fazem parte. Esse sistema pode ser organizado pelo usuário para tirar a máxima vantagem quando o objetivo é a construção de conhecimentos, contribuir para o

juízo humano sobre o conhecimento construído e organizar as coisas, de forma que resolva tarefas complexas. Para ela, é obscuro afirmar que um sistema social e uma mídia possam incorporar a realização de um trabalho. Em sua concepção, um sistema pode evoluir com o tempo, influenciando nas formas de manifestação de como o ser humano age na construção de conhecimento.

Para NARDI (1998, p. 41), “O sistema é uma estrutura de organização na qual vários tipos de tarefas – realizadas por humanos – são completadas de modo organizado. O sistema por si só não desenvolve o conhecimento da mesma forma que ele não executa tarefas manuais ou sente emoção ou comporta-se sociavelmente”. A autora também indica que, em um sistema funcional, o conhecimento pode ser distribuído por meio de diferentes pessoas que dele fazem parte. Levanta a idéia de que os trabalhos realizados no sistema em que um grupo de pessoas está envolvido atinge mais objetivos em comparação com aqueles em que um único indivíduo os realiza. Nesta pesquisa, o sistema funcional a que a autora se refere é denominado “coletivo pensante”, sendo que as condições para se processar tal distribuição podem emergir mediante a manipulação dos instrumentos que compõem o sistema.

Nesse sentido, as ferramentas integradas a um “coletivo pensante”, ao contribuir com o aluno no sentido de reorganizar suas atividades mentais, apontam para possíveis processos que podem viabilizar soluções de situações-problema. Na teoria do conhecimento distribuído, a complexidade que às vezes demanda a solução de um problema pode ser diminuída no sentido de que as ferramentas podem agir nas funções mentais da pessoa, influenciando no modo pelo qual ela desenvolve suas atividades. Já, na ausência dessas ferramentas, toda a solução do problema requereria, essencialmente, ações mentais realizadas pela pessoa.

NARDI (1998), reconhece que a construção de conhecimento distribuído seja um objeto de estudo relativamente novo, porém é possível explorar seu potencial e seu impacto no campo de investigação em que os objetivos se voltam

para a mediação oferecida pelas ferramentas. Em sua opinião, esse processo concebe os instrumentos como meios pelos quais a complexidade das tarefas humanas são reduzidas, ou seja, usa o mundo físico para dele abstrair experiências que possam ser reconstituídas mentalmente no sentido de incorporar meios que contribuam para a solução de problemas.

Na visão de NARDI (1998), o conhecimento distribuído é um tipo especial de interação que, por meio da manipulação de meios físicos, ativa as funções mentais das pessoas que passam a adquirir mais capacidade para solucionar os problemas com os quais se deparam. Muitas vezes, o ser humano se vê diante de situações que exigem comunicação, aprendizado e interação interpessoal e, para facilitar o atendimento de suas necessidades, ele pode contar com a mediação das ferramentas.

Assim, o conhecimento que o aluno constrói sofre a influência das ferramentas e pode fazer com que o artificial contribua de maneira fundamentalmente importante, reorganizando os meios pelos quais o ser humano desempenha suas tarefas na realização de trabalhos, ou seja, o pensamento humano age cada vez mais influenciado pelos meios artificiais.

NARDI (1998), define a computação como a propagação do estado representacional por meio de uma variedade de mídia. Para ela, a construção do conhecimento do aluno se dá mediante a ativação de mecanismos e se propaga pelas mídias que o sujeito manipula, retornando para ele devido aos meios de interação. A autora deixa claro que um instrumento é feito para funcionar como mediador das maneiras pelas quais os indivíduos elaboram conhecimento; e não para pensar.

Segundo essa mesma autora, as ferramentas atuam na criação, transmissão e transformação de grandes quantidades de informações e contribuem para que as pessoas sistematizem-nas, tirando proveito dessas experiências que podem contribuir para a solução dos problemas que elas se propõem a resolver. Portanto,

vale considerar que tais pressupostos – defendidos por NARDI (1998) e SIVASUBRAMANIAM (2004) – corroboram as idéias que alicerçam esta pesquisa,

ou seja, as ferramentas integradas a um “coletivo pensante” mediam a construção de conhecimentos na proporção e condição em que reorganizam o pensamento.

Para ilustrar como o conhecimento distribuído pode ocorrer significativamente para soluções mediadas por um ambiente computacional, sugiro aqui uma situação-problema a ser apresentada a um grupo de alunos, os quais deverão procurar a solução contando com a mediação de um *software* de geometria dinâmica. Primeiramente, será solicitado aos alunos que desenhem uma linha reta, na horizontal e, em seguida, uma na vertical, perpendicular à primeira. Depois, deverão traçar outra reta que intercepte o eixo horizontal. Tendo feito isso, será pedido que meçam o ângulo formado, encontrem seu coeficiente angular – C.A. e expressem a equação da reta. Após, realizem investigações na área de abrangência do primeiro e segundo quadrantes.

Como não existe um único caminho para a solução do problema proposto, vale destacar algumas questões que surgirão em meio ao desenvolvimento da atividade. Como se desenha uma reta com o uso do *software*? Como se marca um ponto sobre um objeto já construído? Quais os procedimentos para marcar um ângulo entre duas retas que se interceptam? De que maneira se calcula a medida de um ângulo num *software* de geometria dinâmica? Essas são questões que poderão ser facilmente respondidas ao conhecer o mecanismo de funcionamento dos *softwares* de geometria dinâmica, tendo em vista que eles não complexificam as tarefas a serem realizadas pelos sujeitos que estão envolvidos no processo de construções. É perfeitamente possível lidar com questões dessa ordem, visto que basta conhecer a sintaxe e morfologia de funcionamento desses *softwares*.

- Num primeiro momento, sua utilização não requer que os alunos tenham habilidades para construir desenhos perfeitos, do ponto de vista estético, na tela do computador, pois o *software* se encarrega desse papel. Outra importante incumbência da qual o computador se encarrega, ou seja, é inerente a ele devido à programação do sistema do *software*, é a

construção de retas, pontos e ângulos sob a obediência de comandos. Percebe-se aí as contribuições importantes para o aluno, que passa a poder realizar discussões sobre conceitos e propriedades geométricas com o professor e com os colegas.

- A solicitação de que se desenhe uma linha reta, na vertical, perpendicular à linha horizontal, não demanda grande esforço mental por parte do aluno, porque os *softwares* de geometria dinâmica disponibilizam esse recurso de tal forma que um simples comando o realiza. Nesse caso, o *software* oferece toda a base de sintaxe e morfologia que deverá ser aprendida para que o aluno entenda o seu mecanismo de funcionamento, sendo que essa tarefa poderá ser realizada antecipadamente às atividades ou ao longo delas. Tendo por base a minha experiência abordando conteúdos de geometria em ambiente computacional durante alguns anos, constatei que não é difícil para os alunos conhecerem tais mecanismos, pois, após algumas aulas, eles já dominam as estruturas de funcionamento. Assim, o *software* exerce outra função importantíssima, abarcando para si funções que irão contribuir para a fluidez das funções mentais cognitivas nas relações que instituem o conhecimento.
- Traçar outra reta que intercepta o eixo horizontal é uma tarefa a ser executada pelo aluno mediante ação de alguns movimentos na tela do computador. Porém, para que tal interceptação seja garantida, um ponto sobre o objeto – reta horizontal – deve ser construído. Assim, ao construir a reta sobre esse ponto, cumpre-se o protocolo imprescindível para que as discussões entre os envolvidos possam ocorrer. Os *softwares* de geometria dinâmica oferecem essa condição.
- Desenhar o ângulo e medi-lo são tarefas que requisitam, por parte dos alunos, alguns conhecimentos de funcionamento do *software*, o qual oferece as condições necessárias para tal incumbência.
- O uso de um *software* de geometria dinâmica dispensa os desenhos à mão, com régua, compasso, transferidor e que normalmente exigem um tempo considerável para que sejam realizados. Ao invés de dedicar

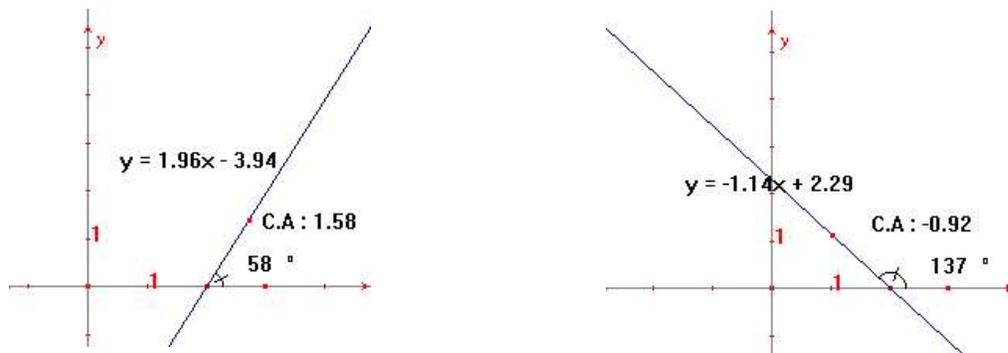
processos mentais para o traçado das figuras, o grupo de alunos e professor se encarrega de investir seus esforços nas investigações em relação aos conceitos e propriedades presentes nas figuras construídas.

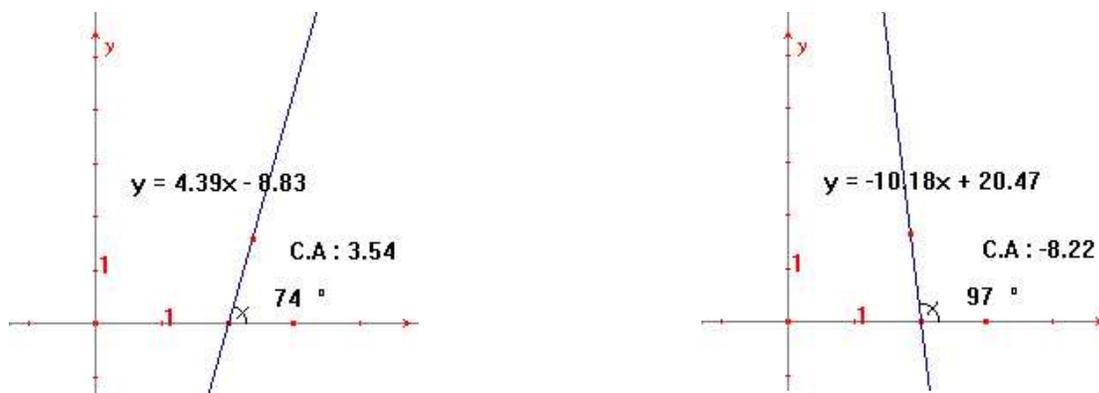
Tendo em vista que o computador é utilizado como reorganizador do pensamento e que o ambiente dinâmico e interativo funciona como ferramenta de mediação – em um ambiente imaginado pela noção de “coletivos pensantes”, visando a distribuição do conhecimento –, penso que a resolução do problema exposto por essa pesquisa encontra respaldo na utilização de um ambiente próprio, destinado a uma referida turma de alunos. A representação a seguir – figura 9 expressa a idéia das interações e inter-relacionamentos que ocorrem no coletivo pensante.

FIGURA 9 – PROCESSO DE CONSTRUÇÃO DE CONHECIMENTO DISTRIBUÍDO NA PRESENÇA DO AMBIENTE DINÂMICO E INTERATIVO



FIGURA 10 - POSSÍVEIS SOLUÇÕES PARA A SITUAÇÃO-PROBLEMA





No sentido de organizar o trabalho com os alunos, seria interessante criar uma pasta – ambiente de conteúdo – na qual as atividades desenvolvidas por alunos da 3.<sup>a</sup> série B, por exemplo, poderiam ser salvas com a denominação de geometria dinâmica 3B, sendo que o acesso a esse ambiente seria via servidor local. É possível criar esse ambiente para armazenar as construções e mantê-las disponíveis aos alunos dessa e de outras turmas.

Diante de uma metodologia elaborada aprioristicamente e combinada com os alunos por meio de uma espécie de contrato didático, é possível que eles sejam mobilizados com o objetivo de buscar diferenciações e similaridades nas construções geométricas, manipulando as figuras construídas pelos colegas de turma. Para tanto, os *softwares* de geometria dinâmica disponibilizam, por exemplo, um recurso em que se possa revisar a construção na mesma seqüência em que ela foi realizada pelos colegas de turma. Sendo assim, interações entre alunos podem ocorrer de forma que o conhecimento construído seja comunicado a todos integrantes do processo.

Outra metodologia apropriada para esse ambiente de conteúdo é o trabalho com atividades “caixa-preta”. Com esse exercício, pretende-se que os alunos explorem uma figura previamente elaborada pelo professor de tal forma que reproduzam-na, descobrindo que propriedades geométricas foram usadas para tal construção. Uma atividade “caixa-preta” pode fazer com “que o aluno percorra, em seqüência, algumas etapas do método científico, quais sejam: a observação, a exploração, o levantamento de conjecturas, a pesquisa teórica, a confirmação ou não dessas conjecturas e, finalmente, a validação” (CAMPOS; et al., 1999, p. 7).

É importante também solicitar aos alunos que construam outra figura que tenha o mesmo comportamento que a da “caixa-preta”. A aplicação dessa atividade, na visão de CAMPOS (1998, p. 9), insere possibilidades “...à investigação de propriedades (...) por meio de explorações e descobertas, de forma autônoma pelos alunos...”

No contexto desta pesquisa, as atividades “caixa-preta” podem ser disponibilizadas no ambiente de conteúdo para que os alunos explorem-nas. Após as discussões, podem ser realizadas observações, descobertas, levantamentos de conjecturas e testes para suas validações, ou seja, pode-se confirmar a efetivação da construção de conhecimentos.

Reiterando as considerações de NARDI (1998) e SIVASUBRAMANIAM (2004), considero que com o uso de *softwares* de geometria dinâmica, o conhecimento distribuído ocorre nas situações de construção de figuras. Assim sendo, as respostas às questões formuladas anteriormente não causam preocupação, pois para que os alunos possam atingir seus objetivos usando o *software* de geometria dinâmica, basta conhecer a função das barras de ferramentas. Por esse aspecto, a influência que as mídias informáticas exercem na construção de conhecimentos estão ligadas aos mecanismos que o *software* oferece, permitindo ampliar as condições para que alunos e professor produzam conhecimentos matemáticos.

Ainda em relação às questões formuladas, é relevante indicar que esta pesquisa não pretende abordar detalhes quanto à sistematização da programação do *software* para o seu devido funcionamento, como se empregam as ferramentas ou como é determinada a linguagem computacional. Todavia, é relevante discutir as condições que esses ambientes computacionais proporcionam ao permitir o traçado de figuras e suas explorações.

Vale considerar que os recursos que um *software* de geometria dinâmica possui se configuram numa poderosa ferramenta que pode exercer funções que, pela sua especificidade, diminuem a complexidade na resolução de um problema, dispensando maior desgaste mental por parte do aluno na realização de construções geométricas.

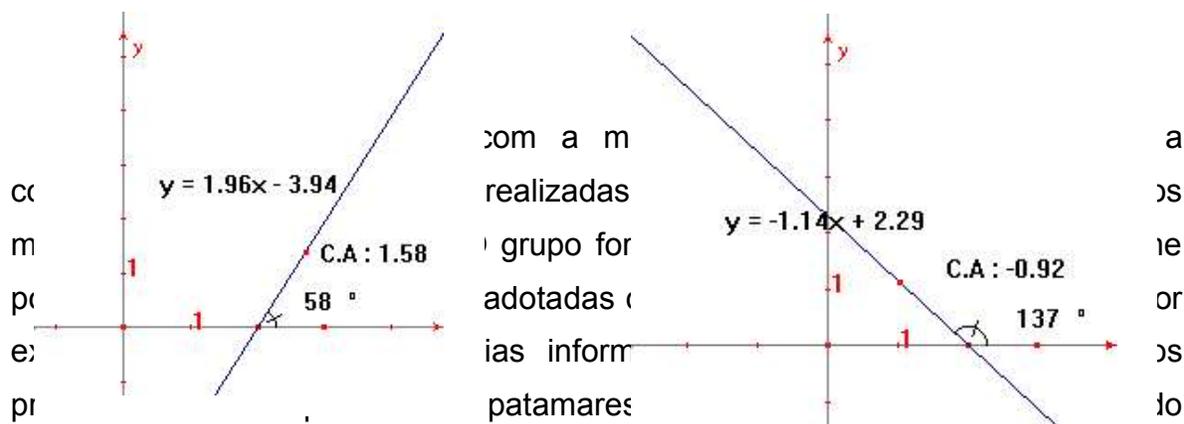
Tendo em vista as noções sobre o computador e o ambiente dinâmico e interativo, é possível, por meio da mediação, estabelecer condições que – pelas interações entre o ser humano e a máquina – sejam favoráveis à produção de conhecimento. Sendo realizadas atividades baseadas em metodologias, tais como: discussões em grupos e resolução de problemas por meio de atividades “caixa-preta” – usando um servidor interno num sistema em rede, de forma que as informações e conclusões sejam comunicadas – é possível a realização do conhecimento distribuído.

Baseados em estudos como o de NARDI (1998) e SIVASUBRAMANIAM (2004), entendo que nas tarefas de resolução de problemas no ambiente computacional entram em cena o esforço mental humano e a contribuição proveniente das mídias informáticas. Nesse contexto, o *software* desempenha papéis como, por exemplo, oferecer condições dinâmicas para se processar a resolução de problemas; materializar a representação mental por meio da visualização da figura construída na tela do computador; apresentar traçados com perfeição e precisão nas medidas; possibilitar características básicas para realização das investigações. Todas essas funções integram finalmente o papel de mediar a construção do conhecimento, no contexto da mediação.

O trabalho humano é proveniente das funções mentais que sofrem influências das ferramentas, sendo estas funções reorganizadas por ela. Portanto, é possível afirmar que, com base na reorganização das funções mentais, a ação do ser humano no “coletivo pensante” insere-se num estágio qualitativamente diferenciado com possibilidades, também, de elaborar conhecimento e análises qualitativamente superiores às realizadas na ausência das ferramentas que mediam a construção de conhecimentos.

Em termos de amplitude, comodidade e eficiência proporcionada pela ferramenta, os *softwares* de geometria dinâmica inserem variadas possibilidades que potencializam o conhecimento distribuído, intermediado pela importante parcela de contribuição que eles assumem numa construção. Contudo, os recursos não eliminam a participação do aluno no processo. Há evidências de que, ao usar papel, régua, lápis, compasso e transferidor para construir uma figura, a demasiada tarefa mecânica requerida do indivíduo pode levá-lo a

situações entediantes, visto que o manuseio de várias ferramentas requer um tempo razoável.



tempo, imposto pelas tecnologias digitais, e – com base nas características movimento, visualização, manipulação e simulação, mediadas pelo ambiente computacional – criar situações possíveis para explorar, construir e testar conjecturas, formular hipóteses e procurar descobrir novas abordagens que possibilitem compreender os conceitos e propriedades geométricas.

Na visão de SIVASUBRAMANIAM (2004) usar recursos tecnológicos imprime menos exigências aos alunos nos processos que exigem manipulações mecânicas e rotineiras, permitindo que as atenções sejam focadas no problema a ser resolvido. As construções com mídias tradicionais, na maioria das vezes, tomam muito tempo e desviam o foco do problema para os desenhos e cálculos.

SIVASUBRAMANIAM (2004) conduziu uma pesquisa em escolas secundárias cujo objetivo foi acompanhar classes de alunos que usavam calculadoras gráficas para a construção de representações. Constatou que, tanto qualitativamente, quanto quantitativamente, o trabalho mediado pelo recurso tecnológico superou, em termos de resultado, trabalhos similares realizados em ambiente de sala de aula, cujas ferramentas utilizadas foram mídias não-informáticas. Salienta a pesquisadora que, quando os alunos usam o recurso tecnológico com essa perspectiva, um maior número deles consegue êxito na realização de tarefas relacionadas aos conteúdos matemáticos.

Essa constatação, para Sivasubramaniam, deve-se ao fato de que o recurso tecnológico assume, na mediação com o ser humano e na relação com a constituição do saber, incumbências entrecruzadas com as dos alunos.

Ainda, ao se referir às constatações registradas, Sivasubramaniam, relata uma experiência com um grupo de alunos, ao qual solicitou que construísse uma linha reta de cinco centímetros de comprimento. Verificou que um número “x” de alunos, mesmo não usando ferramenta, além do lápis, desenvolveu com êxito a tarefa. De posse de régua e lápis, um número de alunos, maior que o do primeiro grupo, conseguiu realizar satisfatoriamente a tarefa. Quando a construção ocorreu mediada por um recurso tecnológico, um número ainda maior de alunos, a considerar o primeiro e o segundo grupo, realizou com sucesso a tarefa.

Nesse sentido, a mediação e a contribuição para os processos que envolvem raciocínio na resolução de problemas pode assegurar aos processos, que tratam da construção de conhecimentos em Matemática, maiores possibilidades, apontando que um maior número de alunos venha usufruir de condições favoráveis nas situações de aprendizagens em que se elaboram conhecimentos.

O recurso tecnológico, visto pela ótica de um “coletivo pensante”, pode compensar possíveis dificuldades de compreensão, na medida que insere condições que possibilitam construir objetos, mediados pelas ferramentas que expressam contribuições para descomplexificar os trabalhos mecânicos e, às vezes, entediosos que o aluno tem que desenvolver. Assim, pode se revelar verdadeiro que, por meio de mecanismos que contribuem com os processos mentais do aluno, potencializam-se condições favoráveis para evocar a construção de conhecimentos.

#### 5.4 ALGUMAS IDÉIAS CONCLUSIVAS A RESPEITO DO CONHECIMENTO DISTRIBUÍDO

Tomando por base o trabalho investigativo realizado por NARDI (1998) e SIVASUBRAMANIAM (2004), destaco pontos que contribuem para uma resposta aceitável para o problema tratado nesta pesquisa. Um deles se refere ao fato de

que quando a construção do conhecimento se articula em decorrência das interações entre o ser humano e as ferramentas que mediam a construção de conhecimentos – estando elas inseridas num “coletivo pensante” – é possível que um maior número de alunos assimile o conhecimento construído e, com isso, surja um caminho que potencialize a construção do conhecimento distribuído.

Quando as ferramentas e o ambiente dinâmico e interativo que abriga os *softwares* de geometria dinâmica disponibilizam condições para que o aluno desenvolva as construções – caracterizadas como trabalho mecânico – com maior rapidez e eficiência, dispondo de mais tempo para interpretações, análises e discussões sobre o conteúdo em questão, as falas dos sujeitos caracterizam uma variável importante na comunicação do conhecimento construído e distribuído.

Sendo o ambiente dinâmico e interativo, uma ferramenta de mediação que contribui significativamente na construção do conhecimento distribuído, é possível que ela forneça modelos concretos sobre os conceitos matemáticos abstratos. Os processos mentais de bases imaginárias na mente do aluno, ganham forma e conteúdo visível, passível de manipulação e investigação. Há evidências que as representações mentais, tornando-se concretas, facilitam a tomada de decisão e os processos heurísticos na busca de soluções para as situações-problema da Matemática. Essa afirmação encontra respaldo nos trabalhos empíricos desenvolvidos por GRAVINA (1996, p. 15), com alunos recém-ingressos no curso de graduação, provenientes do ensino médio, ao documentar que

“a partir de manipulação concreta, ‘o desenho em movimento’, passam para manipulação abstrata atingindo níveis mentais superiores da dedução e rigor, e desta forma entendem a natureza do raciocínio matemático”.

As mídias informáticas podem favorecer aprendizados matemáticos. Nesse sentido, vale considerar que é imprescindível que educadores matemáticos pensem em metodologias que se apliquem às situações que objetivam assegurar a matematização de situações-problema. É válido adequar as abordagens de conteúdos matemáticos ao ambiente dinâmico e interativo, para que assim os

alunos descubram significados no seu aprendizado e adquiram segurança para elaborar conceitos, comunicar resultados e conclusões sobre o conhecimento construído.

Pensar em como operacionalizar a proposta que encontra fundamentada até o final deste capítulo será o objetivo daqui em diante. Para tanto, apresentarei, no próximo capítulo, algumas atividades que visam contemplar a construção de conhecimento distribuído, baseadas nas noções descritas até aqui de “coletivo pensante”, computador como reorganizador do pensamento e mediação proporcionada pela ferramenta.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Minha intenção com esta pesquisa foi a de trazer, para o campo da Educação Matemática, contribuições para os professores que desejarem se aventurar em uma prática docente diferenciada, por meio do uso de um ambiente dinâmico e interativo e por uma proposta em que o lecionar conteúdos da Matemática se dê em perspectivas inovadoras. Desse modo, a construção de conhecimentos será permeada por práticas educativas que se diferenciem dos modelos costumeiramente vistos, nos quais predominam a exposição oral e escrita dos conteúdos, e o uso de ferramentas como caderno e livro didático.

Sendo assim, parti de pressupostos que ensejam o uso do recurso tecnológico num contexto de mediação, noções referentes a “coletivos pensantes”, computador como reorganizador do pensamento, conhecimento distribuído e, ainda, somei a esse cenário a relação dialógica entre alunos e professor, desenvolvida por meio da realização de atividades em grupos.

O sentido de realizar uma prática docente cuja primazia é a construção do conhecimento mediado pelas ferramentas computacionais encontra respaldo na afirmação de LÉVY (1993, p. 40): “quanto mais ativamente uma pessoa participar da aquisição de um conhecimento, mais ela irá interagir e reter aquilo que aprender. A multimídia interativa, graças à sua dimensão reticular ou não linear, favorece uma atitude exploratória. (...) É, portanto, um instrumento bem adaptado a uma pedagogia ativa.”

O caráter exploratório que esta pesquisa adquiriu foi proporcionado pelo entendimento de que o ambiente dinâmico e interativo, enquanto mídia, é capaz de possibilitar discussões que, possivelmente, potencializem a aquisição de conhecimentos. Nesse sentido, esta pesquisa se caracteriza como uma produção que coloca às mãos de educadores matemáticos a possibilidade de abordar conteúdos de geometria com os alunos, de modo a explorar criticamente conceitos e propriedades pertinentes a essa área.

Interessa deixar registrado, nestas páginas conclusivas, que uma proposta viável para abordar conteúdos de Matemática na sala de computação é desenvolvê-los tendo em vista trocas de informações entre estudantes,

constituindo uma relação dialógica, e o conhecimento construído por meio das interações entre estudantes e computador.

A relação dialógica pode ser considerada uma prática que alicerça o trabalho docente porque garante o intercâmbio de idéias entre os estudantes numa sala de computação, podendo fazer com que o pensamento seja coletivo e surja durante o desenvolvimento das atividades, sem uma organização seqüencial. Ao desenvolvê-las por via crítica, promovendo o confronto de idéias, é provável que os saberes construídos sejam compartilhados. Uma idéia exposta por meio do diálogo poderá, também, somar-se a outras e levar à construção de conhecimentos.

A manipulação da ferramenta de mediação poderá facilitar o aparecimento e, conseqüentemente, o trânsito de idéias. Este poderá ocorrer ora com maior intensidade, ora com menor intensidade, embora a idéia presente seja o pensamento que aflora com base no uso das mídias, isto é, pensar com as mídias. Não há seres humanos solitários ou coletivos formados apenas por eles mesmos. Há o conjunto de pessoas e as tecnologias e, dentre as tecnologias, o computador, reorganizando o pensamento e possibilitando que os sujeitos do processo de ensino e aprendizagem vivenciem maneiras diferentes de produzir conhecimentos. Acredito que as discussões entre os alunos – possibilitadas pelas mediações provenientes das mídias informáticas – podem levar a aprendizagens mais significativas dos conteúdos de geometria.

Nesse contexto, há que se considerar, entre outras possibilidades, as trocas de idéias, as divergências, as opiniões comuns, os aspectos culturais, os fatores ambientais, a necessidade do ser humano de resolver problemas e o interesse em acompanhar o desenvolvimento científico na sua vertente tecnológica. Essas considerações são relevantes e a pessoa, de forma geral, exterioriza algumas delas, resolve outras e adquire outras, também por meio de inserções fundamentada nas trocas de informações entre pessoas. É no meio social que encontra outras pessoas com interesses comuns.

Além do referencial teórico que permeia esta pesquisa apontando para os “coletivos pensantes”, leva-se em conta a necessidade proveniente das atuais condições das escolas públicas. É importante ressaltar a idéia da discussão e das

trocas de informações que possam emergir por meio da interação entre vários estudantes que interagem com o ambiente dinâmico e interativo, de modo que as descobertas contribuam para a assimilação dos conceitos abordados.

Destaco que esta pesquisa procura enfatizar a possibilidade de vislumbrar o conhecimento distribuído com base na noção de “coletivos pensantes”, computador como reorganizador do pensamento e utilização do ambiente dinâmico e interativo como mediador. De acordo com esse aspecto, o conhecimento produzido não mais fica centrado no indivíduo e sim na interação dos estudantes com o ambiente dinâmico e interativo, no qual as ações visam a construção de conhecimentos.

Ao concluir esta pesquisa, acredito que as informações apresentadas nesse trabalho poderão se configurar como ponto de partida para outras investigações nesta área de conhecimento, por exemplo, poderão ser pesquisadas respostas para as mesmas indagações, porém sob outros olhares ou, quem sabe, por meio de estudos empíricos.

Entendo que este trabalho se configura como uma proposta a ser vivenciado na prática docente, à disposição de professores que desejam abordar conteúdos de matemática no ambiente dinâmico e interativo.

A partir dessas reflexões, surgem novas indagações, tais como: de que maneira os ambientes dinâmicos e interativos numa sala de computação podem contribuir, por meio da rede interna e pela grande rede internet, para a construção de conhecimentos em Matemática com a participação de estudantes de diferentes localidades? Essas indagações poderão ser objeto de novas pesquisas, no futuro.

## REFERÊNCIAS

ALVES, G. S.; SOARES, A. B. **Geometria dinâmica**: um estudo de seus recursos, potencialidades e limitações através do *software* Tabulae. [mensagem de trabalho]. Mensagem recebida por: <donizetecruz@uol.com.br> em: 23 abr. 2004.

AMARAL, R. B. **Professores de matemática que utilizam softwares de geometria dinâmica**: suas características e perspectivas. Rio Claro, 2002. 109 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista.

AMORIM, J. A. A educação matemática, a internet e a exclusão digital no Brasil. **Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, São Paulo, n. 14, p. 58-66, ago. 2003.

AZINIAN, H. Capacitación docente para la aplicación de tecnologías de la información en el aula de geometría. In: CONGRESSO RIBIE, 4., Brasília, D.F. 1998, Brasília. **Anais...** Brasília: Ribie, 1998. p. 1-9.

BALDIN, Y. Y.; VILLAGRA, G. A. L. **Atividades com cabri – géomètre II**. 1. ed. São Carlos: Edufscar, 2004.

BENEDETTI, F. C. **Funções, softwares e coletivos pensantes**. Rio Claro, 2003. 304 f. Dissertação. (Mestrado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista.

BOAVIDA, A. M.; PONTE, J. P. Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas. In: GTI (Org.). **Refletir e investigar sobre a prática profissional**. Disponível em: <[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos\\_pt.htm](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/artigos_pt.htm)> Acesso em: 13 jun. 2004.

BORBA, M. C. Coletivos seres-humanos-com-mídias e a produção de Matemática. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 1., 2002, Curitiba, PR., 2002. **Anais...** Curitiba: UTP, 2002, p. 135-146.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

CAMPOS; T. M. M. et al. **Geometria plana com cabri-géomètre**: diferentes metodologias. 1. ed. São Paulo: Proem, 1999. p. 4-6.

\_\_\_\_\_. **Explorando geometria elementar com o dinamismo do Cabri-Géomètre**. 1. ed. São Paulo: Proem, 1999. p. 7.

CERULLI, M. **Instruments of semiotic mediation**. Algebra, an example. European Research in mathematics education III. [S.l]: Dipartimento di Matematica, Università di Pisa, 2002.

CERULLI, M; MARIOTTI M. A. **Building theories**: working in a microworld and writing the mathematical notebook. [S.l]: Department of Mathematics – University of Pisa, 2002.

CERULLI, M; PEDEMONTE, B.; ROBOTTI, E. **An integrated perspective to approach technology in mathematics education**. Genova: Istituto per le Tecnologie Didattiche – CNR di Genova, 2004.

CROWE, D.; ZAND, H. Computers & Education – computers and undergraduate mathematics. **I: setting the science**. Disponível em: <<http://www.elsevier/locate/compedu>> Acesso em: 23 ago. 2003.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação matemática: representação e construção em geometria**. Porto Alegre: ARTMED, 1999.

FRANCO, M. A. **Ensaio sobre as tecnologias digitais da inteligência**. Campinas, SP: PAPIRUS, 1997.

GRACIAS, T. A. S. **A natureza da reorganização do pensamento em um curso a distância sobre tendências em educação matemática**. Rio Claro, 2003. 167 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista.

GRAVINA, M. A. Geometria dinâmica uma nova abordagem para o aprendizado da geometria – MG. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 7., Belo Horizonte, M.G. 1996. **Anais...** Belo Horizonte: SBIE, 1996. p. 1-13.

GRAVINA, M. A; SANTAROSA, M. L. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. In: CONGRESSO RIBIE, 4., Brasília D.F. 1998. **Anais...** Brasília: Ribie, 1998. p. 1-18.

HENRIQUES, A. **Dinâmica dos elementos da geometria plana em ambiente computacional**. 1. ed. Ilhéus: Editora da Uesc, 2001.

JOLY, M. M. **Introdução à análise da imagem**. 6. ed. Campinas: Papirus. 1996.

KLEIS, M. L. **Validação e priorização de critérios e recomendações para projeto e avaliação de ambientes virtuais de educação a distância**. Florianópolis, 2001. 192 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina.

LÉVY, P. **Cibercultura**. As tecnologias têm um impacto? 1. ed. São Paulo: Editora 34, 1999.

LÉVY, P. **As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática**. 7. ed. Rio de Janeiro: Editora 34, 1993.

LIMA, E. L. Conceituação, manipulação e aplicações – os três componentes do ensino da matemática. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro, n. 41, p. 1-6, jul. 1999.

MARIOTTI M. A. Introduction to proof: the mediation of a dynamic software environment. **Educational Studies in Mathematics**, Netherlands, n. 44, p. 25-53, 2000.

MORAES, M. C. Informática educativa no Brasil: uma história vivida e várias lições aprendidas. **Revista Brasileira de Informática na Educação**, [S.l.], n. 1, p. 19-44, 1997.

NARDI, B. A. Concepts of cognition and consciousness: four voices. Advanced technology group apple computer. **Journal of Computer Documentation**, Australian, v. 22, n. 1, p. 31-48, feb. 1998.

OLIVEIRA, M. R. N. S. Do mito da tecnologia ao paradigma tecnológico: a mediação tecnológica nas práticas didático-pedagógicas. **Revista da Anped**, [S.l.], n. 18, set./dez. 2001.

PEIRCE, C. S. **Semiótica**. 3. ed. São Paulo: Perspectiva, 2000.

RODRIGUES, D. W. L. **Uma avaliação comparativa de interfaces homem-computador em programas de geometria dinâmica**. Florianópolis, 2002. 147 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção, área de concentração: ergonomia) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina.

SANTAELLA, L. **O que é semiótica**. 8. ed. São Paulo: Brasiliense. 2001.

SANTAELLA, L; NÖTH, W. **Imagem cognição, semiótica, mídia**. São Paulo: Iluminuras, 2001.

SCHEFFER, N. F. **Sensores, informática e o corpo**: a noção de movimento no ensino fundamental. Rio Claro, 2001. 229 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista.

SIVASUBRAMANIAM, P. **Cognição distribuída e o uso de calculadoras gráficas no ensino de matemática**. Mathematics Department. 2nd national conference on graphing calculators. October 4-6, 2004. p. 93 – 103.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica**: a questão da democracia. Campinas: Papyrus, 2001.

TALL, D. **The psychology of advanced mathematical thinking**: advanced mathematical thinking. Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers, 1999. p. 3-21.

TEODORO, V. D. Modelação computacional em ciências e matemática. **Revista da Associação de Professores de Matemática** – educação e matemática, Lisboa, n. 45, p. 11-15, nov /dez. 1997.

TIKHOMIROV, O. K. The psychological consequences of computerization. In: WERTSCH, J. V. (Ed.). **The concep of activity in soviet psychology**. New York: M. E. Sharpe Inc., 1981. p. 256-278.

VILLARREAL, M. E. O. **Pensamento matemático de estudantes universitários de cálculo e tecnologias informáticas**. Rio Claro, 1999. 402 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente** – o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. Tradução de: José Cipolla Neto, Luis Silveira Menna Barreto e Solange Castro Afeche. 5. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1994.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e linguagem**. Tradução de: Jefferson Luiz Camargo. 3. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

YEH A.; NASON R. **Toward a semiotic framework for using technology in mathematics education**: the case of learning 3d geometry. Australia: Centre for Mathematics, Science and Technology Education Queensland University of Technology, 2004.

## **APÊNDICE 1 - IDÉIAS PARA A CONCRETIZAÇÃO DA PROPOSTA**

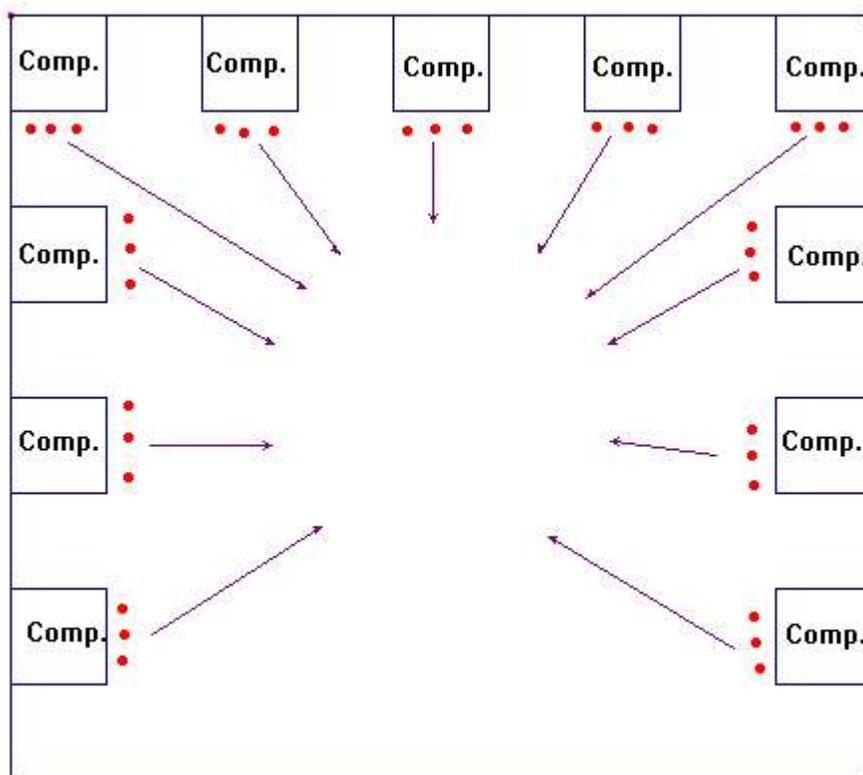
Apresento aqui uma proposta teórica baseada no desenvolvimento do trabalho, cujo objetivo é implementar as discussões. Tento apresentar conteúdos que podem ser transformados em situações-problema exploráveis em sala de aula, uma vez que estas podem criar situações propícias para o aprendizado de conceitos matemáticos no ambiente dinâmico e interativo, por meio de um *software* de geometria dinâmica.

Como os demais, o professor de matemática possui a incumbência de transpor para o cotidiano escolar o conhecimento elaborado pela academia ou pelos institutos de pesquisas, ou seja, pelo matemático, bem como utilizar-se do conhecimento prévio do aluno, atribuindo-lhe nova feição em direção à apropriação do conhecimento.

Importa, aqui, que o conhecimento matemático não seja desconexado de outras formas de conhecimento. Entretanto, é importante que ele seja experienciado em condições que propiciem a abstração, a universalidade dos conceitos, o rigor nos critérios estabelecidos da verdade matemática, o bom senso e, na medida do possível, a estética.

No sentido de favorecer experiências que atendam à proposta apresentada nos capítulos anteriores, apresento abaixo um esquema no qual proponho a disposição dos computadores e dos seus usuários numa sala destinada para esse fim. Parto do pressuposto, baseado em minha experiência com alunos em uma sala de computação, que tal disposição possa favorecer o exercício docente, amparado por metodologias que privilegiam o diálogo e as trocas de informações. Assim, é possível que o conhecimento construído possa ser comunicado.

FIGURA 11 - REPRESENTAÇÃO DA DISPOSIÇÃO DOS COMPUTADORES NUMA SALA DE COMPUTAÇÃO E DOS ALUNOS À FRENTE DAS MÁQUINAS.



Cada quadrado representa um computador com o qual os alunos – representados pelos pontos – poderão interagir por meio da ferramenta ambiente dinâmico e interativo. Os alunos estão reunidos em grupos que serão denominados numericamente: grupo 1, grupo 2 e assim por diante. As setas indicam que as conclusões a que chegam os pequenos grupos são repassadas para todos os alunos que se encontram na sala de computação no momento das construções, bem como em outros momentos a serem propiciados mediante a

potencialidade de possibilidades que possam ocorrer por intermédio das interações que as ferramentas tecnológicas favorecem.

Parece-me adequado que, num primeiro contato com as tarefas de exploração e investigação, os alunos trabalhem em pequenos grupos, como forma de se criar um ambiente propício à troca de idéias, apresentação de argumentos e confronto de opiniões, aspectos claramente importantes quando se pretende que haja envolvimento em atividades investigativas. Após este momento no pequeno grupo, vale disponibilizar as construções para o grupo maior, baseado em metodologias, indicadas a seguir, como sugestões.

As atividades podem ser desenvolvidas por todos os pequenos grupos de alunos. Nessa proposta, um dos grupos, fica com a incumbência de expor para todos os outros grupos da sala de aula as possíveis explorações, conjecturas, teste de conjecturas, “descobertas” de conceitos e propriedades que poderão ser elucidadas durante as construções geométricas. Assim, propõe-se a comunicação das conclusões a que os grupos chegaram, verbalizada, objetivando a realização de outras discussões com todo o grupo de alunos, no sentido de corroborar, acrescentar e refutar idéias às deduções provenientes dos pequenos grupos, ou seja, vivenciar a produção de conhecimento partindo do inter-relacionamento entre os membros do grupo. Este exercício de discussão é propício para a sala de computação.

Outra metodologia que pode ser utilizada é a troca de informações via rede interna de computadores caracterizando, também, interações entre os alunos. Para esse fim, requisita-se o uso de um ambiente propício para as observações e intervenções de um grupo nas figuras construídas por outros alunos. O servidor da rede interna da sala de computação funciona, nesse caso, como um recurso que possibilita a criação de um ambiente privilegiado para que os estudantes possam realizar as intervenções, registrá-las e disponibilizá-las para o grupo que detém a autoria da construção geométrica, no sentido de buscar o refinamento das construções.

Outro ponto que pode ser explorado é a criação de um ambiente na rede internet de tal forma que alunos de turmas que estudam o mesmo conteúdo possam acessar e observar as construções geométricas. Se for o caso, também

podem trabalhar nas mesmas, deixando registrado as contribuições de maneira que o grupo de alunos autores da construção, com base nas contribuições recebidas, tenha informações para aprimorá-las. Estas trocas podem ser realizadas pelos alunos da própria turma e também por outros que tenham interesse. Para isso, há necessidade de viabilizar outros esforços como, por exemplo, apoio do corpo administrativo do estabelecimento de ensino.

A seguir, apresento as atividades a serem desenvolvidas por todos os grupos e, antes de citar os procedimentos que deverão ser solicitados aos alunos, indico um grupo para ser aquele que repassará as informações para toda a turma ao final dos trabalhos.

Observo que todas as atividades terão dois momentos:

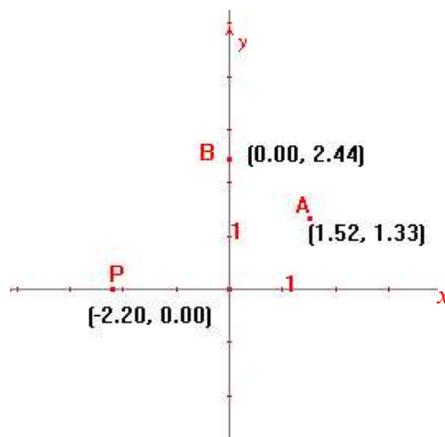
- 1) O trabalho dos alunos com a máquina equipada do ambiente dinâmico e interativo, no âmbito da mediação criada pelo computador munido desse ambiente.
- 2) A disponibilização para toda a turma, com discussões e encaminhamentos no âmbito do “coletivo pensante”.

## 1.1 EXPLORANDO CONCEITOS SOBRE O PONTO

Vale considerar que as atividades exploratórias, aqui desenvolvidas, foram realizadas e testadas no *software* Cabri Géomètre. Portanto, é possível que no Geometriks, Geometer's Sketchpad ou em outro *software* de geometria dinâmica, os recursos requisitados para esse tipo de construção tenham outras denominações e os procedimentos para sua realização também sejam diferenciados. Esse fato não invalida tais construções em outros *softwares* de geometria dinâmica.

### GRUPO 1

#### FIGURA 12 - ESTUDO DO PONTO NO PLANO CARTESIANO



#### ORIENTAÇÕES PARA O ALUNO:

- Tendo um ponto A, situado no primeiro quadrante do plano cartesiano, arraste-o para o segundo quadrante. O que acontece?
- Situe-o no terceiro quadrante. Que alterações ocorreram?
- Localize-o no quarto quadrante. Que mudanças ocorreram?
- Movimentado o mesmo ponto, faça com que ele se localize exatamente em cima do eixo da abscissa (x), observe e escreva o par ordenado que se visualiza.
- Da mesma forma, movimentando-o, faça com que ele se localize exatamente em cima do eixo das ordenadas (y). Observe e escreva o par ordenado que se formou.
- Qual a diferença, nos pares ordenados, em relação à posição que ocuparam quando estavam sobre o eixo da abscissa e o eixo da ordenada?
- Retorne o ponto para o primeiro quadrante. Clique sobre o eixo x e arraste-o até que consiga dar um giro completo. O que acontece com os valores do par ordenado?
- Com o recurso “ponto sobre objeto”, crie um ponto P sobre o eixo das abscissas e arraste-o sobre o mesmo eixo – na horizontal – de forma que percorra toda a dimensão vista na tela do computador. O que acontece quando o arrasta para a direita? E quando o arrasta para a esquerda? Em que posição os valores do par ordenado se iguala a zero?

- Com o recurso “ponto sobre objeto”, crie um ponto B sobre o eixo das ordenadas e arraste-o sobre o mesmo eixo – na vertical – de forma que percorra toda a dimensão passível de observação na tela do computador. O que acontece quando o arrasta para “cima”? E quando o arrasta para “baixo”? Em que posição os valores do par ordenado se igualam a zero? O ponto em que B e P se igualaram a zero é o mesmo?

### Inter-relação entre os grupos

Vale considerar que ao passar para outros estágios – mesmo que ainda explorando o estudo do ponto –, o professor, cuja função é articular as discussões, deverá sistematizá-las com o grupo de alunos, de forma que os pontos de convergências e divergências sejam notados e que as possíveis dúvidas sejam esclarecidas. Desse modo, esse conjunto de atitudes favorece a possibilidade de ocorrência do conhecimento distribuído.

Escolhi o tema Estudo do Ponto no Plano Cartesiano para exemplificar como pode ocorrer a implementação da proposta. Após ter realizado todas as explorações citadas acima, por meio do movimento, da visualização, da manipulação e da simulação, o estudante poderá fazer investigações vislumbrando a construção de conhecimento. Vale considerar as seguintes sugestões metodológicas: 1) comunicação verbalizada na sala de computação, para que os demais estudantes tenham conhecimento sobre uma construção geométrica da qual não participaram diretamente; 2) disponibilizar/arquivar, via rede interna, no servidor, a atividade desenvolvida de modo que os estudantes

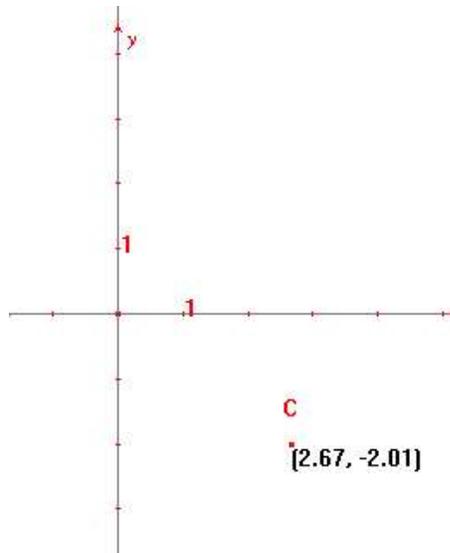
dos outros grupos possam intervir; observando, propondo alterações e manifestando críticas, se for o caso, com o objetivo de realizar considerações no sentido de lapidar o conhecimento construído pelos diversos atores – humanos e máquinas; 3) pode-se viabilizar a disponibilização em ambiente virtual – rede internet – das construções realizadas de forma que estudantes interessados possam contribuir corroborando ou propondo alterações nas construções realizadas.

Os diversos conceitos passíveis de abordagens mediante o estudo do ponto no plano cartesiano, mediado pela ferramenta tecnológica, podem contar com a colaboração de um grupo maior de estudantes, transcendendo aquilo que pode ser realizado entre as paredes da sala de computação.

No que segue, os procedimentos para a inter-relação entre os grupos são os mesmos apontados aqui. Portanto, limito-me a não repeti-los.

## 1.2 EXPLORAÇÃO DE CONCEITOS RELACIONADOS A PONTO E SIMETRIA GRUPO 2

FIGURA 13 - ESTUDO DO PONTO NO PLANO CARTESIANO INCLUINDO  
CONCEITOS DE SIMETRIA



#### ORIENTAÇÕES PARA O ALUNO:

- Tendo na tela do computador o plano cartesiano acima, e o ponto C com suas coordenadas, obtenha o simétrico de P em relação ao eixo x e atribua a ele a nomeação de C'.
- Num próximo momento, obtenha as coordenadas do ponto C'.
- Agora, realize as seguintes investigações:
  - a) Ao obter as coordenadas de C', você percebeu alguma relação entre elas e as do ponto C?
  - b) Movimente C pelos quatro quadrantes.
  - d) Ao movimentar C, o que acontece com C'?
  - e) Existe alguma posição no plano cartesiano em que tanto C como C' possam apresentar as mesmas coordenadas?
  - d) Tente movimentar o ponto C'. Conseguiu? ( ) SIM ( ) NÃO. Por quê?
- Crie o ponto C'', simétrico ao ponto C e em relação ao eixo y. Estabeleça suas coordenadas.
- Realize algumas investigações:

- a) Ao obter as coordenadas de  $C''$ , que relações são observáveis quanto às coordenadas de  $C$ ?
- b) Movimente  $C$  pelos quadrantes e escreva as variações que ocorrem nas coordenadas.
- c) Crie o simétrico de  $C$  em relação ao ponto de origem do plano cartesiano, nomeie-o como  $C'''$  e obtenha sua coordenada.
- d) Que relações existem entre as coordenadas de  $C'$  e  $C''$ ? Quais as relações entre  $C$  e  $C'''$ ?
- e) Atribua para  $C'''$  coordenadas  $(x, y)$  quaisquer e, com base nelas e nas observações realizadas, escreva as coordenadas de  $C$ ,  $C'$  e  $C''$ . Em seguida, valide-as matematicamente, de acordo com os conceitos estudados.

#### Inter-relação entre os grupos

O grupo 2 expõe e discute segundo os procedimentos apresentados na atividade anterior.

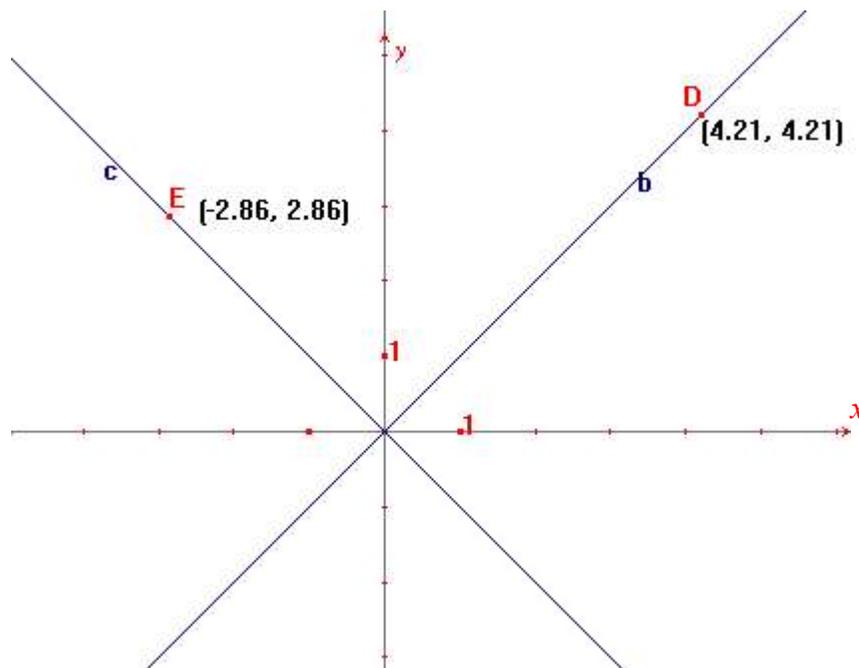
### 1.3 EXPLORAÇÃO DE CONCEITOS RELACIONADOS AO PONTO, COM A UTILIZAÇÃO DE BISSETRIZES

#### GRUPO 3

#### ORIENTAÇÕES PARA O ALUNO:

- Construa as bissetrizes do primeiro e do segundo quadrante nomeando-as como  $b$  e  $c$ , respectivamente. Em seguida, crie um ponto  $D$  na bissetriz do primeiro quadrante e, um ponto  $E$ , na do segundo, estabelecendo as coordenadas desses dois pontos.

FIGURA 14 - ESTUDO DO PONTO COM BASE EM BISSETRIZES E SIMETRIAS



## ORIENTAÇÕES PARA O ALUNO:

- Construa uma representação como a acima e faça investigações:

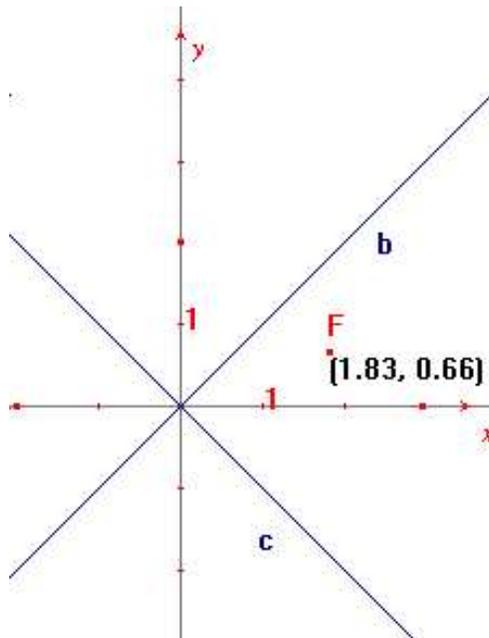
- Movimente o ponto D sobre a reta b, observe e anote o que acontece com as coordenadas.
- Movimente o ponto E sobre a reta c, observe e anote o que acontece com as coordenadas.
- Tendo que o ponto  $E_1$  sobre a bissetriz c tenha coordenadas (-4, 4), qual serão suas coordenadas num ponto simétrico a  $E_1$  em relação à origem?
- Se o ponto D tiver coordenadas (2, 2), qual serão suas coordenadas num ponto simétrico em relação à origem?
- Teste a resposta atribuída ao item c e d mediante os recursos que o *software* lhe oferece e os conceitos já vistos anteriormente.

### Inter-relação entre os grupos

O grupo 3 expõe e discute segundo os procedimentos apresentados na atividade 1.2.

### GRUPO 4

FIGURA 14.1 - ESTUDO DO PONTO COM BASE EM BISSETRIZES E SIMETRIAS



ORIENTAÇÕES PARA O ALUNO:

- Obtenha o simétrico de  $F$  em relação à bissetriz  $b$  e determine suas coordenadas. O que você constata? Dê uma explicação para tal constatação.
- Crie um ponto  $F''$  que seja simétrico de  $F$  em relação a bissetriz  $c$  e encontre suas coordenadas. Descreva o que ocorreu e por quê.
- Tanto para o item  $a$  como para o item  $b$ , movimente o ponto  $F$  situando-o nos demais quadrantes e responda novamente as questões formuladas em  $a$  e  $b$ .

### Inter-relação entre os grupos

O grupo 4 expõe e discute segundo os procedimentos apresentados na atividade 1.2.

## 1.4 CONJETURANDO COM BASE NO ESTUDO DO PONTO

### GRUPO 5

#### ORIENTAÇÕES PARA O ALUNO:

- Procure responder às questões com base nas investigações realizadas:
  - a) Onde se localiza um ponto  $X$  cuja ordenada é nula?
  - b) Onde se localiza um ponto  $Y$  cuja abscissa é nula?
  - c) Onde se localiza um ponto cujas coordenadas são nulas?
  - d) Onde se localiza um ponto cujas coordenadas são iguais?
  - e) Se as coordenadas de um ponto são números simétricos, onde ele se encontra?
  - f) Sendo as coordenadas de um ponto números positivos, em que quadrante ele está localizado? Se as coordenadas forem negativas, qual é o quadrante de localização? Sendo a coordenada representada por  $(a, b)$  e se  $a > 0$  e  $b < 0$ , onde se localiza tal ponto? Se  $a < 0$  e  $b > 0$ , em qual quadrante ele se encontra?

g) Estando  $A(x, y)$  num referencial cartesiano ortogonal, encontre suas coordenadas em função de  $x$  e  $y$ :

- g<sub>1</sub>) do simétrico de  $A$  em relação ao eixo  $x$ ;
- g<sub>2</sub>) do simétrico de  $A$  em relação ao eixo  $y$ ;
- g<sub>3</sub>) do simétrico de  $A$  em relação à origem do referencial;
- g<sub>4</sub>) do simétrico de  $A$  em relação às bissetrizes dos quadrantes ímpares;
- g<sub>5</sub>) do simétrico de  $A$  em relação às bissetrizes dos quadrantes pares.

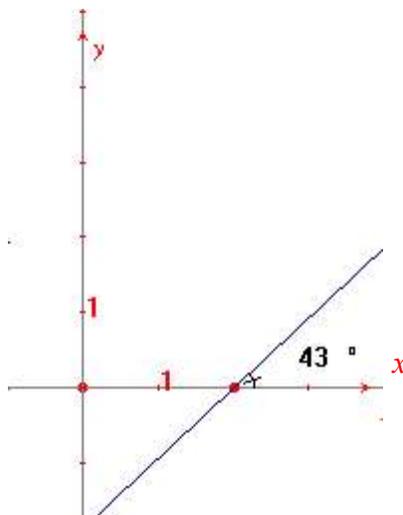
Inter-relação entre os grupos

O grupo 5 expõe e discute segundo os procedimentos apresentados na atividade 1.2.

## 1.5 EXPLORANDO CONCEITOS RELACIONADOS À RETA

### GRUPO 6

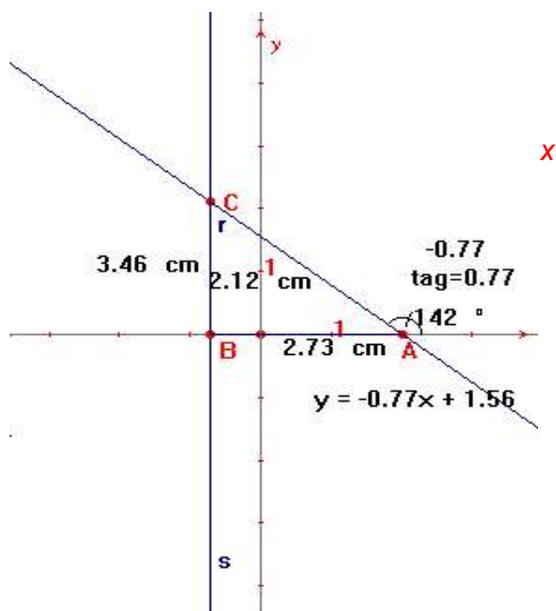
FIGURA 15 - ESTUDO DA RETA



## ORIENTAÇÕES PARA O ALUNO:

- Mostre os eixos na tela do computador, marque um ponto sobre o eixo x e, por este ponto, trace uma reta denominada r, marque o seu ângulo de inclinação com o eixo x e meça-o.
- Realize as seguintes investigações:
  - a) Movimente a reta nos quadrantes um e dois, observe e escreva o que acontece.
  - b) Calcule a inclinação do ângulo e movimente a reta pelos quadrantes um e dois. O que acontece?
  - c) Relembrando conceitos de trigonometria, calcule, na calculadora científica, a tangente do ângulo formado pela inclinação da reta com o eixo x. O que ocorreu?
  - d) Aproveite a inclinação da reta e, por meio de segmentos, desenhe um triângulo retângulo ABC, meça seus lados, mostre a calculadora na tela e divida o valor do cateto oposto pelo cateto adjacente. De posse do resultado, confira e verifique se é igual ao valor da inclinação.
  - e) Movimente a reta original pelos quadrantes um e dois (desenho abaixo), observe que o resultado da inclinação fornecida pelo *software*, assim que o ângulo de inclinação passa de 90 graus, torna-se negativo, sendo que, na mesma situação, a tangente calculada de acordo com a sua regra se mantém positiva. Explique essa constatação. Isso se caracteriza como limitação dos *softwares* de geometria dinâmica?

FIGURA 15.1 - ESTUDO DA RETA



apropriado e estabeleça a equação da reta.  
 , movimente-a pelos quadrantes, faça

observações e responda às questões que seguem:

- a<sub>1</sub>) Como se comporta o coeficiente angular?
- a<sub>2</sub>) Qual o comportamento do coeficiente linear?
- a<sub>3</sub>) Escreva sobre as alterações que são percebidas entre o termo  $a$  da equação  $y = ax + b$ , o coeficiente angular e o ângulo de inclinação da reta com o eixo  $x$ . Que tipo de inter-relacionamento existe entre esses três elementos?

Inter-relação entre os grupos

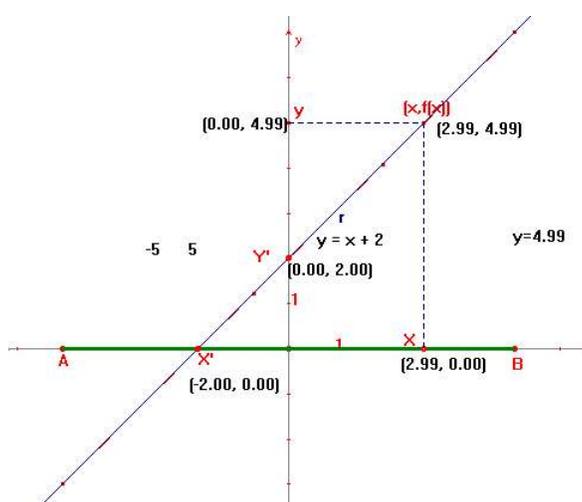
O grupo 6 expõe e discute segundo os procedimentos apresentados na atividade 1.2.

## 1.6 EXPLORANDO CONCEITOS RELACIONADOS À RETA, COM BASE EM UMA ATIVIDADE PREVIAMENTE ELABORADA

GRUPO 7

Como a construção da figura<sup>24</sup> usada nessa atividade requer conhecimentos complexos em relação ao uso das ferramentas e isso demandaria tempo para realizá-la juntamente com os alunos, o professor deverá apresentá-la já pronta para que eles analisem-na e respondam às questões propostas. Sendo o desenho<sup>1</sup> abaixo ponto de partida para análises

FIGURA 15.2 - ESTUDO DA RETA



#### ORIENTAÇÕES PARA O ALUNO:

- Movimente o ponto X sobre o segmento delimitado por A e B e escreva quais elementos, presentes no desenho, sofrem mudanças. Quais são essas mudanças? Existe regularidade nelas?

<sup>24</sup> Construção baseada no que foi exposto entre as páginas 65 e 70 do livro *Aprendendo Matemática com o Cabri-Géomètre II*.

- Mostre na tela do computador o recurso calculadora e dê um duplo clique no valor de  $y$  para que no visor apareça " $a + 2$ ". À esquerda de  $a$ , escreva o sinal de menos e clique no sinal de igual. Procure identificar todas as mudanças ocorridas, observáveis na tela do computador, e descreva-as.
- Fique atento para as questões: O que acontece com a reta? Para que valores de  $x$ , o valor de  $f(x)$  será positivo? E negativo?
- Faça relações com o estudo da função a fim para poder responder às seguintes questões: Onde está o zero da função? Qual o domínio e a imagem? Para quais valores o gráfico da função corta o eixo das ordenadas? E o eixo das abscissas?

### Inter-relação entre os grupos

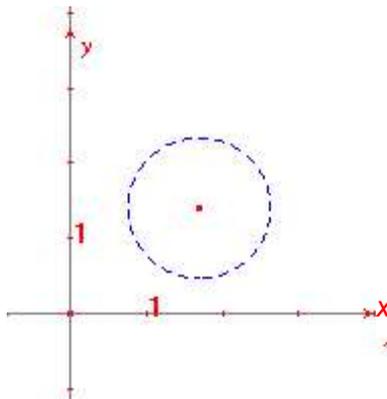
O grupo 7 expõe e discute segundo os procedimentos apresentados na atividade 1.2.

## 1.7 IDÉIA SOBRE ELEMENTOS DA CIRCUNFERÊNCIA

### GRUPO 8

Para realizar esta atividade, deve-se solicitar aos alunos que imaginem um ponto, supondo que ele seja fixo. Nessa situação, é possível admitir que, em um plano, um conjunto de pontos que eqüidistam de um ponto fixo, sejam uma circunferência e o seu centro, respectivamente.

FIGURA 16 - ESTUDO DA CIRCUNFERÊNCIA

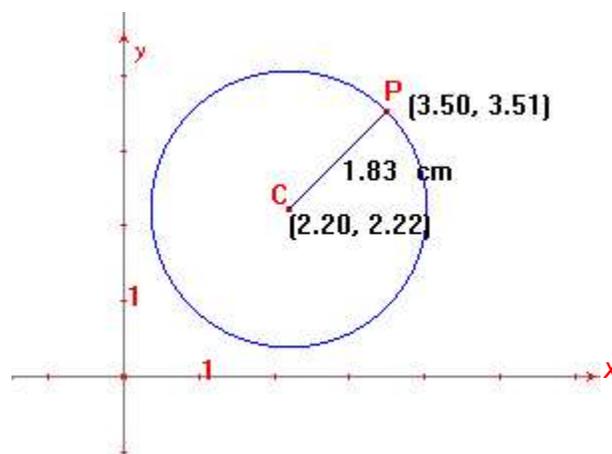


## ORIENTAÇÕES PARA O ALUNO:

- Investigue, respondendo às questões abaixo:

- a) Após explorações num *software* de geometria dinâmica, esta definição se revela verdadeira?
- b) Ao fixar o *mouse* em cima do ponto e arrastar a circunferência para várias posições no plano cartesiano, visualmente, a distância do ponto central em relação aos pontos da extremidade se altera?

FIGURA 17 - ESTUDO DA CIRCUNFERÊNCIA: EXPLORANDO O CONCEITO DE RAIOS



#### ORIENTAÇÕES PARA O ALUNO:

- Tendo a figura acima, com os seus pontos e medidas indicados:

a) Movimente o ponto P sobre a circunferência e registre o que acontece com as coordenadas de P e a medida do raio.

b) Fixando o *mouse* no ponto C, transporte-a para o segundo, terceiro e quarto quadrantes e escreva as variações que ocorrem em relação às coordenadas. A medida do raio mudou? ( ) SIM ( ) NÃO. Expresse por escrito uma idéia sobre o raio.

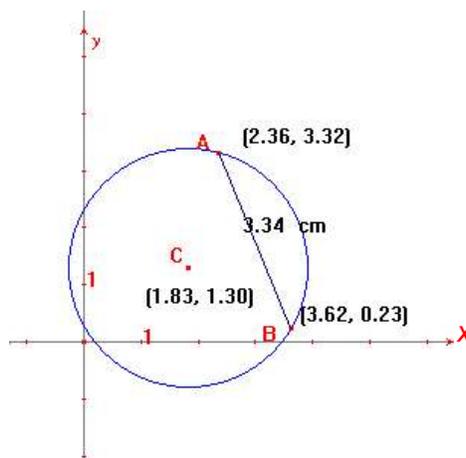
c) Fixe o *mouse* na circunferência e movimente-a de modo que altere seu “tamanho”. O que acontece com as coordenadas do ponto C? E com as coordenadas do ponto P? Com esse novo “tamanho” de circunferência, fixe o *mouse* no ponto C e transporte-a para os demais quadrantes. A medida do raio mudou? ( ) SIM ( ) NÃO. Expresse por escrito uma idéia sobre o raio. Esta nova idéia se diferencia da constante no item a? ( ) SIM ( ) NÃO. Justifique.

#### Inter-relação entre os grupos

O grupo 9 expõe e discute segundo os procedimentos apresentados na atividade anterior 1.2.

## GRUPO 9

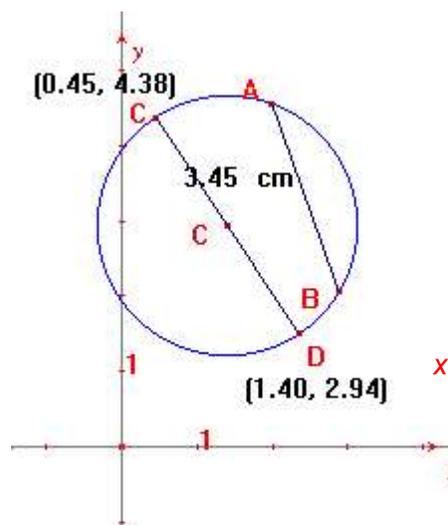
FIGURA 18 - ESTUDO DA CIRCUNFERÊNCIA: EXPLORANDO O CONCEITO DE CORDA



## ORIENTAÇÕES PARA O ALUNO:

- Fixe o *mouse* sobre o ponto A e movimente-o sobre a circunferência, de forma que dê uma volta completa. Após, faça o mesmo com o ponto B.
- Responda às seguintes questões:
  - a) O que acontece com o valor das coordenadas?
  - b) O que acontece com a medida da corda?
  - c) Em algum momento essa corda passa pelo centro da circunferência?
  - d) Ao movimentar o ponto A sobre a circunferência, num dado momento ele coincide com o ponto B e vice versa. Na posição de coincidência dos pontos, o segmento  $\overline{AB}$ , continua sendo uma corda?
  - e) Expresse, por escrito, uma idéia sobre corda.

FIGURA 19 - ESTUDO DA CIRCUNFERÊNCIA: EXPLORANDO O CONCEITO DE DIÂMETRO



ORIENTAÇÕES PARA O ALUNO:

- Fixe o *mouse* sobre a circunferência e movimente-a de forma que adquira vários “tamanhos”.
- Responda às seguintes questões:
  - a) O que acontece com o comprimento do segmento  $\overline{CD}$ ?
  - b) Podemos denominar o diâmetro como a maior corda de uma circunferência? Justifique.
  - c) Podemos denominar o diâmetro como o dobro do raio? Justifique.
  - d) Podemos denominar o diâmetro como a corda que passa pelo centro da circunferência?

1.7.1 Conjeturando sobre a circunferência no ambiente dinâmico e interativo

É interessante propor aos alunos que procurem, por meio da dinamicidade que o *software* de geometria oferece, dar respostas descritivas às seguintes questões:

- a) O diâmetro é uma corda?
- b) Todo diâmetro é uma corda?
- c) Toda corda é um diâmetro?
  - d) Os pontos pertencentes ao diâmetro pertencem à circunferência?
  - e) Os pontos pertencentes à circunferência pertencem ao diâmetro?
  - f) A circunferência possui lado de dentro e lado de fora? Possui pontos internos e pontos externos?

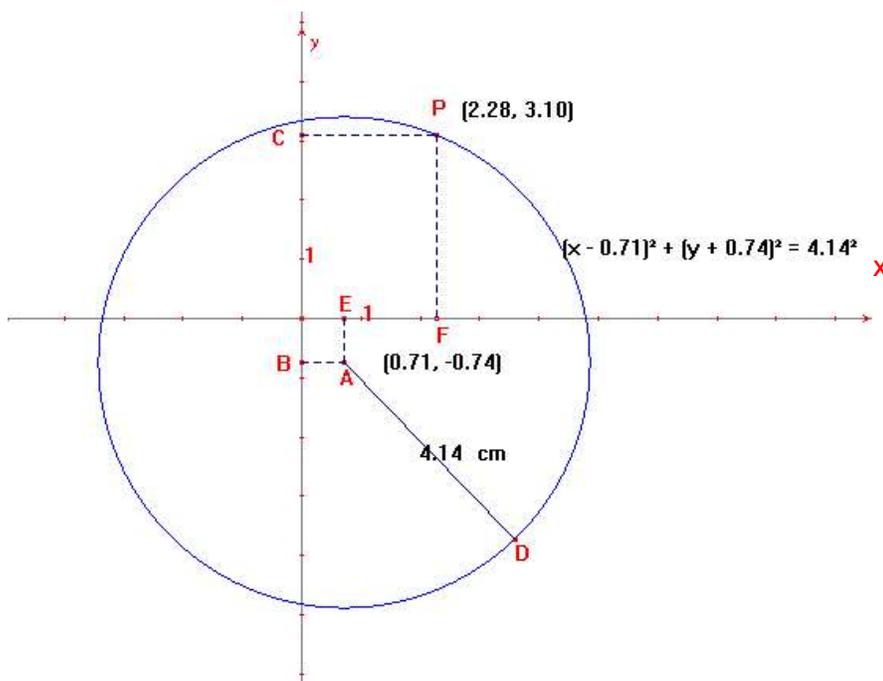
### **Inter-relação entre os grupos**

O grupo 9 expõe e discute segundo os procedimentos apresentados na atividade anterior 1.2.

#### 1.7.2 Conjeturando sobre a circunferência no ambiente dinâmico e interativo

#### GRUPO 10

FIGURA 20 – ESTUDO DA CIRCUNFERÊNCIA: EXPLORANDO O CONCEITO DE SUA EQUAÇÃO



#### ORIENTAÇÕES PARA O ALUNO:

- Com base no desenho abaixo, realize investigações. Procure movimentar os pontos e observar as alterações que ocorrem na equação da circunferência.
- Movimente o ponto D sobre toda a trajetória da circunferência e responda: Ocorrem alterações na equação da circunferência? ( ) SIM ( ) NÃO. Argumente descritivamente, procurando responder o porquê.
- Tomando como referência a origem do plano cartesiano, movimente o ponto E sobre o eixo das abscissas, tanto para a direita quanto para a esquerda. Registre as alterações que ocorrem. Estabeleça relações entre as alterações visualizadas no ambiente dinâmico e interativo e a fórmula  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ , que define a equação da circunferência.

- Tomando como referência a origem do plano cartesiano, movimente o ponto F sobre o eixo das abscissas, tanto para a direita quanto para a esquerda. Registre as alterações que ocorrem. Estabeleça um vínculo, abordando a relação de interdependência entre os elementos que se alteram.
- Tomando como referência a origem do plano cartesiano, movimente o ponto B sobre o eixo das ordenadas, tanto para cima quanto para baixo. Registre as alterações que ocorrem. Estabeleça relações entre as alterações visualizadas no ambiente dinâmico e interativo e a fórmula  $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ , que define a equação da circunferência.
- Tomando como referência a origem do plano cartesiano, movimente o ponto C sobre o eixo das ordenadas, tanto para cima quanto para baixo. Registre as alterações que ocorrem. Estabeleça um vínculo, abordando a relação de interdependência entre os elementos que se alteram.
- Ao movimentar os pontos B e C, percebe-se que a medida do raio na equação da circunferência se altera. Expresse, por escrito, a relação de interdependência entre os elementos que sofrem alterações que se refletem na medida do raio.
- Ao movimentar os pontos E e F, percebe-se que a medida do raio na equação da circunferência se altera. Expresse, por escrito, a ocorrência dessa alteração, considerando que ela está diretamente vinculada a outras mudanças.

### **Inter-relação entre os grupos**

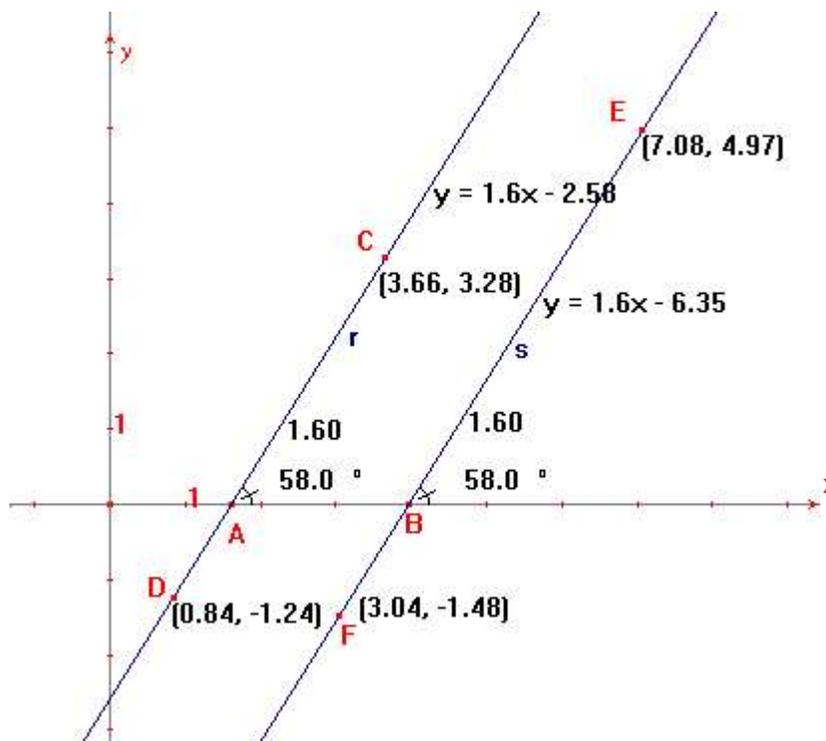
O grupo 10 expõe e discute segundo os procedimentos apresentados na atividade 1.2.

## 1.8 EXPLORANDO CONCEITOS RELACIONADOS ÀS RETAS PARALELAS

## GRUPO 11

Para explorar conceitos inseridos em construções geométricas que contêm retas paralelas, vale sugerir que os próprios alunos elaborem suas construções.

FIGURA 21 - ESTUDO DE RETAS PARALELAS



## ORIENTAÇÕES PARA O ALUNO:

- Mostre os eixos na tela do computador, marque pontos sobre o eixo das abscissas e construa uma reta  $r$  passando por um destes pontos.
- Construa a reta  $s$  passando pelo outro ponto, paralelamente à reta  $r$ .
- Marque o ângulo de inclinação das retas com eixo das abscissas e meça-os.

- Calcule a inclinação da reta com o eixo da abscissa e mostre a equação da reta.
- Após realizar a construção, faça as seguintes investigações:

a) Observando o desenho, faça uma descrição procurando levantar quais são as semelhanças presentes na reta  $r$  e  $s$ .

b) Use a calculadora científica para encontrar a tangente de  $58^\circ$ . Calcule com a calculadora do aplicativo a tangente de  $58^\circ$ . Considerando os pontos C e D pertencentes à reta  $r$  e E e F à reta  $s$ , utilize a fórmula matemática

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \text{ e encontre o valor do coeficiente angular. Responda:}$$

b<sub>1</sub>) Você encontrou o mesmo valor?

b<sub>2</sub>) Tangente e inclinação da reta com o eixo das abscissas, conceitualmente, são a mesma coisa?

c) Observa-se que a equação reduzida da reta é do tipo  $y = ax + b$ , onde a equação da reta  $r$  é definida por  $y = 1,6x - 3,21$  e a da reta  $s$  é definida por  $y = 1,6x - 6,34$ . Responda:

c<sub>1</sub>) O que há em comum nas duas equações?

c<sub>2</sub>) O que há de diferente?

c<sub>3</sub>) Qual é a explicação para essa diferença?

d) Movimente o ponto A sobre o eixo das abscissas e responda:

d<sub>1</sub>) O que muda? Por que muda?

d<sub>2</sub>) A reta  $s$  acompanha o movimento?

d<sub>3</sub>) Situe a reta  $r$  exatamente sobre a reta  $s$ . O que acontece?

d<sub>4</sub>) Investigue e procure descobrir qual a denominação que se dá quando uma reta está sobre a outra, tendo assim, o mesmo coeficiente angular e linear.

e) Fixe o *mouse* sobre a reta  $r$  e movimente-a para esquerda de forma que seja deslocada até o segundo quadrante. Na trajetória das retas, procure observar atentamente as mudanças que ocorrem com os elementos envolvidos, a saber: ângulo, inclinação, equação da reta – coeficiente angular e coeficiente linear. Pare quando o ângulo registrar  $90^\circ$ , ou seja,

quando as retas se tornarem perpendiculares ao eixo das abscissas, e descreva o que se visualiza.

f) Continue movimentando-a de forma que o ângulo fique maior do que  $90^\circ$ . Observe atentamente e registre as alterações que ocorreram.

### 1.8.1 Conjeturando sobre retas paralelas

Após terem realizado investigações com base na construção geométrica em que são encontradas as retas paralelas, é interessante propor aos alunos que façam comparações e analisem possibilidades para descrevê-las.

#### ORIENTAÇÕES PARA O ALUNO:

- Respondam às seguintes questões:

a) Duas retas  $r$  e  $s$ , não verticais, são paralelas se, e somente se, seus coeficientes angulares forem iguais. Essa informação se revela verdadeira? Argumente.

b) Se duas retas,  $r$  e  $s$ , são paralelas ao mesmo eixo – das abscissas e das ordenadas, elas são paralelas entre si. É válida essa informação? Argumente.

#### Inter-relação entre os grupos

O grupo 11 expõe e discute segundo os procedimentos apresentados na atividade 1.2.

### 1.9 EXPLORANDO CONCEITOS RELACIONADOS ÀS RETAS PERPENDICULARES

#### GRUPO 12

Para explorar conceitos pertencentes às construções geométricas que contêm retas perpendiculares, assim como foi feito com as retas paralelas, vale sugerir que os próprios alunos elaborem suas construções.

#### ORIENTAÇÕES PARA O ALUNO:

Mostre os eixos na tela do computador, marque um ponto A sobre o eixo das abscissas e construa uma reta  $t$  passando pelo ponto previamente construído.

- Marque um ponto B sobre o eixo das abscissas e, por este ponto, trace a reta  $u$  perpendicular à reta  $t$ .
- Marque os ângulos que as retas formam com o eixo das abscissas e meça-os.
- Marque também o ângulo formado pela intersecção das retas  $u$  e  $t$  e meça-o.

- Encontre a medida da inclinação dos ângulos formados na intersecção das retas com o eixo  $x$  e, por meio da ferramenta apropriada, construa a equação das retas.

-

-

- Assim que a construção estiver pronta, realize as seguintes investigações:

a) Perceba e registre as diferenças entre os elementos envolvidos na construção.

b) Use a calculadora científica e encontre a tangente de  $45^\circ$  e  $135^\circ$ . Calcule pela calculadora do aplicativo a tangente de  $45^\circ$  e  $135^\circ$ . Considerando os pontos G e H pertencentes à reta  $t$  e I e J à reta  $u$ , utilize a fórmula

matemática  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  e encontre o valor do coeficiente angular.

b<sub>1</sub>) Qual a diferença entre o coeficiente angular da reta  $t$  e da reta  $u$ ?

b<sub>2</sub>) Os valores encontrados são iguais? ( ) SIM ( ) NÃO. Se sim, dê uma explicação conceitual. Se não, isso pode ser considerado uma limitação do ambiente dinâmico e interativo? Nesse caso, as microcélulas que formam a tela catódica podem originar limitações? Tais limitações podem comprometer análises conceituais?

Para refletir: Caso optarmos, por ir até a barra de menus do *software* no item *opções*, selecionarmos *preferências* e reduzirmos para nenhuma o *número de casa decimais*, no caso dos pares ordenados, isso trará implicações consideráveis de tal forma que mudem significativamente as análises conceituais, interferindo na elaboração de conjecturas?

- c) Movimente o ponto A sobre o eixo das abscissas e responda: Que mudanças ocorrem?
- d) A reta  $u$  acompanha o movimento? Explique.
- e) Fixe o *mouse* no ponto de intersecção da reta  $t$  com a reta  $u$  e movimente-o sobre a extensão da reta  $t$ , registrando as mudanças ocorridas.
- f) Fixe o *mouse* sobre a reta  $t$ , movimente-a no sentido esquerdo e acompanhe as mudanças que ocorrem. Assim que o ângulo da reta  $t$  com o eixo das abscissas marcar 90 graus, pare, registre e descreva em termos de conceitos matemáticos o que se visualiza.
- g) Movimente a reta  $u$  para a esquerda e observe as variações ocorridas e anote-as.

Inter-relação entre os grupos

O grupo 12 expõe e discute segundo os procedimentos apresentados na atividade 1.2.

### 1.9.1 Conjeturando sobre retas perpendiculares

Após terem realizado investigações com base na construção geométrica em que se encontram retas perpendiculares, é interessante propor aos alunos que façam comparações e analisem possibilidades para descrevê-las.

## 22 - ESTUDO DE RETAS PERPENDICULARES

