MARIA TEREZA CARNEIRO SOARES

Produção Social do Conhecimento Matemático: Indicações para uma Proposta para a Rede Municipal de Ensino de Curitiba

Dissertação apresentada como requisito parcial para obtenção do Grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Paraná.

CURITIBA
1988

Orientadora

Dra.Acácia Z. Kuenzer

Co- Orientadora

Prof. Maria Dativa de S. Gonçalves

SUMÁRIO

RESUMO

RESUMO

Com a intenção de compreender a origem dos conteúdos propostos nos programas e currículos utilizados pelas escolas da Rede Municipal de Curitiba, durante o período de 1963 aos dias de hoje, investigou-se o modo como foi sendo produzido o conhecimento matemático, a forma como foi sendo sistematizado e a transformação desse conhecimento em conteúdo escolar.

O questionamento acerca da natureza do conhecimento matemático e sua produção histórica, tendo como base a prática social, levou à elaboração do Capítulo 1, denominado "A Construção do Conhecimento Matemático".

Este capítulo permitiu ter clareza a respeito da natureza do conhecimento matemático, evidenciando que, embora a Matemática seja classificada como Ciência Formal, o conhecimento matemático - assim como qualquer outro conhecimento - é produzido nas e pelas relações sociais.

Entretanto, esse conhecimento é expresso por uma linguagem que, através dos tempos, foi adquirindo um formalismo lógico e se tornando cada vez mais precisa e rigorosa. Se estas características, por um lado, permitiram que a Matemática atingisse o mais alto nível de objetividade entre as ciências, sendo considerada a rainha das ciências, por outro lado distanciaram os conteúdos de sua origem, possibilitando que inúmeras vezes se opere com os símbolos matemáticos sem conhecer seu signi-

ficado.

Na tentativa de explicitar o papel que a escola vem desempenhando na distribuição do conhecimento matemático, foi elaborado o Capítulo 2, "A Organização da Escola e a Difusão do Conhecimento Matemático".

Nesse capítulo foi possível perceber que, assim como o conhecimento matemático é produzido nas e pelas relações sociais, essas mesmas relações interferem na seleção dos conteúdos escolares. E, sendo o conhecimento matemático uma força produtiva importante na reprodução ampliada do capital, o papel que a escola assume em sua difusão é fundamental para o processo de produção.

De posse das informações coletadas nos Capítulos 1 e 2; procedeu-se à investigação dos conteúdos presentes nos currículos das escolas municipais durante o período em estudo. Esta investigação gerou a necessidade de buscar programas estaduais de Matemática, uma vez que, no período de 63 a 74, as escolas municipais seguiam a programação de conteúdos proposta pela Secretaria Estadual da Educação e da Cultura.

Ao se observar os conteúdos de Matemática apresentados em cada proposta, foi possível identificar as diferentes tendências pedagógicas presentes em cada momento. As influências exercidas pelos congressos e conferências pode ser sentida na formação de grupos dedicados a pesquisar o ensino de Matemática, aos quais coube a elaboração das propostas curriculares dessa disciplina.

Ao final do trabalho são tecidas algumas considerações com a intenção de explicitar referenciais teórico-metodológicos necessários na busca de uma nova proposta curricular de Matemática para a Rede Municipal de Ensino de Curitiba.

RÉSUMÉ

RÉSUMÉ

La production et la systématisation des conaissances mathématiques et les processus de transformation de ses conaissances en contenus d'apprentissage on été etudiés, dans le but de comprendre l'origine des contenus proposés dans les programmes utilisés par les écoles appartenant au système d'enseignement public de la ville de Curitiba, depuis 1963 jusqu'a nos jours.

Le premier chapitre "La Construction du Savoir Mathématique", entame la discussion de la nature et de la production historique de la conaissance mathématique, ayant pour base la pratique sociale.

Ce chapitre met en évidence le fait que la Mathématique, en dépit de son "status" de science formelle, est produite dans et par les relations sociales.

Pourtant, la conaissance mathématique est exprimée par une language qui, à travers du temps, a developpé un formalisme logique, et qui est devenu de plus en plus rigoreux et précis. Si, d'une côté, ces caractéristiques ont permis à la Mathématique d'atteindre le plus haut niveau d'objectivité parmi les sciences, de l'autre côté elles ont mené à un eloignement entre le contenus et leurs origines, eloignement que peut conduire souvent à l'emploi des symboles mathématiques sans la conaissance de leur signification.

Le deuxième chapitre, "L'Organisation de l'École et la

Diffusion de la Conaissance Mathématique, a été conçu pour éclairer le rôle de l'école dans la distribution de la conaissance mathématique.

Dans ce chapitre il a été constaté que, ainsi que la mathématique est produite dans et par les rapports sociaux, ces mêmes rapports jouent un rôle dans la selection des contenus écolaires. Puisque la conaissance mathématique est une force productive importante dans la reproduction amplifiée du capital, l'école tient une place foundamentale dans le processus de la production.

Entenant des données recaltées dans les chapitres 1 et 2, l'investigation des contenus des programmes des écoles municipales pendant la période etudiéé à été envisagée. Étant donné le fait que, entre 63 et 74, les écoles municipales suivaient les programmes proposes par la "Secretaria Estadual de Educação e Cultura", les programmes de l'État de Paraná ont été analysés.

En observant le contenu des programmes presentés dans chaque proposition, il a été possible d'identifier les différentes tendances pedagogiques presentes à chaque instant. L'influence exercée par les Congrés et les Conférences peut être reconnue dans la formation de groupes de recherche por l'enseignement de la Mathématique. Ces groups ont eu a leu charge l'elaboration des propositions pour les contenus des programmes de Mathématique.

Quelques considérations sont faites à la fin de ce document, pour expliciter les bases théorique-méthodologiques nécessaires dans la recherche d'une nouvelle proposition pour les programmes de Mathématique du Systême d'enseignement public de la ville de Curitiba.

INTRODUÇÃO

INTRODUÇÃO

A presente análise, tendo como ponto de partida e de chegada a escola pública de 1º Grau, toma como objeto de estudo o currículo de Matemática das escolas da Rede Municipal de Ensino de Curitiba, no período compreendido entre 1963 e nossos dias, entendendo essa escola em suas relações com a sociedade capitalista monopolista em que se insere.

Essa escola que tem origem no advento da sociedade capitalista industrial, no início do século XIX, com o objetivo de transmitir aos poucos privilegiados que a ela tinham acesso a visão de mundo da burguesia, hoje atende basicamente aos filhos da classe trabalhadora.

O acesso da classe trabalhadora à escola, se por um lado representa uma conquista dessa classe ao direito à escolarização, por outro pode ser visto como uma forma de atender aos interesses daqueles que, detendo os instrumentos materiais de produção, precisam de uma mão-de-obra com conhecimentos apenas suficientes para executar tarefas cada vez mais complexas em menor tempo, o que é condição necessária para que seu capital se reproduza sempre mais.

Dessa forma, cada uma das classes, do seu ponto de vista, aponta para o reconhecimento da importância da escola pública.

Cabe, portanto, explicitar o papel que ela assume enquanto instituição social responsável pela difusão do conhecimento científico que é socialmente produzido, mas que tem sido historicamente apropriado pela classe que detém os instrumentos materiais de produção.

Considerando-se que no Brasil a escola pública se constitui, para a ampla maioria da população, como uma das únicas possibilidades de acesso ao saber elaborado e tendo a escolaridade um efeito positivo no sentido de fortalecer o atingimento de níveis mais elevados (FREITAG, 1984), torna-se necessário garantir:

- a educação básica para todos, uma vez que, como afirma BARRETO (1988), o Programa Nacional para Amostragem Domiciliar, realizado em 1986, aponta a existência de 20 milhões de analfabetos na população acima de 10 anos e mais.

Este dado permite deduzir que as informações do censo demográfico de 1980 não se alteraram: 1/3 da população em idade escolar fora da escola; 28% das pessoas com 15 anos e mais, analfabetas ou com menos de 1 ano de estudo; e 32% das crianças de 7 a 14 anos - portanto na faixa de escolaridade obrigatória - analfabetas, analfabetismo esse encontrado inclusive entre crianças que freqüentavam a escola.

- a permanência das crianças no interior da escola, possibilitando-lhes a assimilação dos conhecimentos elaborados, já que as altas taxas de evasão e repetência denunciam a exclusão das crianças das classes menos favorecidas.

A tabela a seguir permite observar os dados referentes à aprovação, reprovação, evasão e transferência nas escolas do 1º Grau do Paraná (FUNDEPAR, 1986):

FEDERAL + ESTADUAL + MUNICIPAL + PARTICULAR - URBANA + RURAL

	Transf.	Aband.	Aprov.	Reprov.	Total
1a. série	45.281	52.627	209.988	89.824	397.720
2a. série	34.488	22.733	195.900	43.101	296.222
3a. série	28.151	19.843	177.489	31.115	256.598
4a. série	20.621	15.881	154.629	17.033	208.164
Total 1a. a 4a.série	128.541	111.084	738.006	181.073	1.158.704
5a. série	18.808	47.081	106.798	43.856	216.543
6a. série	13.884	26.352	83.223	24.846	148.305
7a. série	10.108	17.133	66.747	12.645	106.633
8a. série	7.267	9.825	57.743	5.428	80.263
Total 5a. a 8a.série	50.067	100.391	314.511	86.775	551.744

A análise desses dados permite concluir que os menores índices de aprovação se encontram na 1a. e na 5a. séries, onde cerca de 50% das crianças não obtém sucesso.

As tabelas da página seguinte fornecem os mesmos dados, entretanto separando as escolas públicas e as particulares, respectivamente (FUNDEPAR, 1986):

ESTADUAL - URBANA + RURAL

	Transf.	Aband.	Aprov.	Reprov.	Total
1a. série	19.448	24.690	90.750	35.266	170.154
2a. série	16.210	11.011	86.446	19.720	133.387
3a. série	13.789	10.116	80.322	15.551	119.778
4a. série	10.547	8.243	72.754	9.088	100.632
Total 1a. a 4a.série	59.994	54.060	300.272	72.625	523.951
5a. série	17.260	44.567	88.624	39.159	189.610
6a. série	12.772	25.014	68.620	21.886	128.292
7a. série	9.219	16.246	54.201	11.019	90.685
8a. série	6.597	9.357	46.615	4.720	67.289
Total 5a. a 8a.série	45.848	95.184	258.060	76.784	475.876

PARTICULAR - URBANA

	Transf.	Aband.	Aprov.	Reprov.	Total
1a. série	1.919	1.605	23.207	3.721	30.452
2a. série	1.562	838	21.687	2.393	26.480
3a. série	1.429	714	20.117	2.000	24.260
4a. série	1.103	567	17.969	1.419	21.058
Total 1a. a 4a.série	6.013	3.724	82.980	9.533	102.250
5a. série	788	643	12.064	2.080	15.575
6a. série	602	405	10.125	1.650	12.782
7a. série	526	320	8.935	1.059	10.840
8a. série	414	222	8.080	560	9.276
Total 5a. a 8a.série	2.330	1.590	39.104	5.349	48.473

Ao analisar os dados referentes à reprovação em cada série separando-se as escolas públicas das particulares, é possível concluir que as taxas de reprovação das escolas públicas são sempre superiores às das escolas particulares, o que pode ser explicado pelo fato das crianças das classes mais favorecidas irem sendo preparadas para a escola, o que não acontece com as crianças das classes trabalhadoras que, vivendo em condições diferentes, não encontram relação entre o saber que constróem em sua prática cotidiana e o saber escolar.

O rendimento escolar insatisfatório das crianças de baixa renda tem sido explicado por fatores individuais (DANTAS,1981), sociais (MOYSÉS, 1982) e pedagógicos (MELLO, 1979).

Cabe à escola, portanto, analisar estes fatores articulados à prática social mais ampla, numa tentativa de recuperar o papel da escola na superação do fracasso escolar.

Qualquer tentativa de superação nesse sentido passa pela necessidade de uma reflexão sobre o ensino de Matemática, já que esta disciplina ostenta a "invejável" posição de ser a que mais reprova a partir da 2a. série até o final do 1º grau.

A tabela da página seguinte (FUNDEPAR, 1986) apresenta os índices de reprovação em Português e Matemática nas escolas públicas de 1º grau. De la. a 4a. série, a Matemática aparece integrada à disciplina Iniciação às Ciências. Apesar do índice ser o resultado desta disciplina (Ciências Físicas e Biológicas mais Matemática), é possível, ao se analisar a prática pedagógica, destacar o peso sempre maior que cabe à Matemática neste resultado.

URBANO + RURAL - DIURNO + NOTURNO

	Port.	EST.	MUN.	In.Cien.	EST.	MUN.
1a. série	40,33	40,53	39,99	32,79	32,87	32,79
2a. série	36,27	35,85	36,75	32,31	32,16	32,51
3a. série	32,98	33,15	32,79	41,33	41,01	41,54
4a. série	31,48	31,44	31,16	42,47	41,87	43,56
	Port.	**EST.**	**MUN.**	**Mat.**	**EST.**	**MUN.**
5a. série	20,20	20,19	19,29	22,79	22,85	21,32
6a. série	20,92	20,97	18,11	27,13	26,93	28,77
7a. série	20,70	20,66	20,49	26,98	26,78	29,02
8a. série	20,34	20,46	16,20	26,76	26,48	26,08

O caráter seletivo do ensino de Matemática é fator da maior preocupação na medida em que a Matemática, junto com a Língua Pátria, é reconhecida em qualquer país do mundo como um dos pilares do currículo, entendido como conjunto de saberes sistematizados, seqüenciados e organizados para o processo de transmissão no espaço e no tempo escolar.

A presença da Matemática como disciplina básica nos currículos tem sido justificada pelas necessidades da vida diária e necessidades do progresso científico. Ela é enfatizada como instrumento necessário ao desenvolvimento do raciocínio lógico, envolvendo capacidades tais como análise e síntese, comparação, classificação, ordenação, abstração, o que lhe proporciona papel de destaque, já que todas essas capacidades favorecem ao homem o acesso ao conhecimento.

Nesta perspectiva, é também justificada pelas necessidades do fazer cotidiano, pela sua possibilidade de expressar sinteticamente o saber científico e caracterizada como disciplina que ensina a pensar.

Mais do que isso, é necessário considerar a Matemática como um instrumento básico para a aferição da realidade, como diz MACHADO (1987, p.8) "um bem cultural de interesse geral, que ninguém pode ignorar completamente sem efeitos colaterais indesejáveis" e que, portanto, precisa se tornar de domínio público, uma vez que o conhecimento matemático é fundamental para o processo de produção.

Entretanto, apesar de existir um consenso em torno da importância da Matemática no currículo, há também um sentimento bastante generalizado a respeito da ineficiência do seu ensino; ao que parece, ele não vem satisfazendo nem a quem ensina, nem a quem aprende.

Este ensino tem se caracterizado tradicionalmente pela preocupação de "passar" aos alunos definições, regras, técnicas, procedimentos, nomenclaturas em sua forma mais elaborada, sem considerar a relação entre os aspectos lógicos e históricos das fases principais do processo de evolução dos conceitos matemáticos. Tem sido apresentado como uma seqüência de verdades absolutas que devem ser aceitas sem questionamento pelos alunos, da mesma forma que provavelmente foram aceitas pelo professor quando estudante.

Muitos autores, como DIENES (1971) CARRAHER (1982), PIAGET (1973), têm se referido à ineficiência do ensino de Matemática em nossas escolas e discutido as causas que levam a esse resultado, pois a Matemática parece ser uma disciplina que apenas alguns podem compreender.

O emprego da palavra Mateologia (MACHADO, 1987), cujo significado é "estudo inútil de assuntos superiores ao alcance humano" (AURÉLIO, 1975), para substituir o termo Matemática parece ser bastante adequado, uma vez que o ensino dessa disciplina da forma como vem se processando não permite estabelecer vínculos entre o conhecimento matemático e a realidade.

PIAGET (1973, p.95-6), assim se expressa a esse respeito:

> *É aqui (no ensino da Matemática) que os professores encontram maior dificuldade e onde, apesar de todas as qualidades de seu ensino, os métodos não ativos que estão habitualmente compelidos a usar, resultam em dificuldades que são de um modo geral bem conhecidas.*
> *É sabido que em classes que são normais quanto a outros aspectos, somente uma fração dos alunos absorve o ensino da Matemática, e essa fração não abrange todos os mais dotados em outras áreas. Às vezes, a compreensão da matemática elementar chega a ser considerada como um sinal de aptidão especial. A presença ou ausência desse "dom" matemático é então usada para explicar o sucesso e o fracasso, embora se possa perguntar se não são talvez atribuíveis ao método clássico do próprio ensino. Matemática não é nada mais do que lógica, ampliando-se a lógica geral no modo mais natural e constituindo a lógica de todas as formas mais evoluídas do pensamento científico. Um fracasso na Matemática, portanto, significaria uma falha no próprio mecanismo do desenvolvimento do intelecto. Antes de se fazer um julgamento tão sério a respeito da provável maioria de estudantes e da grande maioria dos antigos alunos de nossas escolas... pode-se perguntar se a responsabilidade não está na metodologia (do ensino)*

Sem entrar no mérito de quem é a culpa pela inadequada distribuição do conhecimento matemático, e sem colocar, como muitos o fazem, o problema somente nos professores, na metodologia inadequada e nos alunos que não têm base, julga-se necessário repensar esta questão numa perspectiva globalizante.

Ao se propor uma reflexão sobre o ensino da Matemática, considera-se fundamental esclarecer as relações existentes entre o conhecimento matemático historicamente acumulado e a Matemática como saber difundido pela escola.

Neste sentido, tem-se como hipótese de trabalho que, tomando-se por referencial a Matemática como conhecimento construído objetivamente pelos homens em suas relações concretas, pode-se recuperar a síntese entre a Matemática como Ciência-que é produzida pelos homens nas suas relações sociais e sistematizada pelos intelectuais - e a Matemática como disciplina - que cuida da transmissão e difusão de alguns tópicos desse conhecimento já elaborado e transformado em saber escolar.

O presente trabalho, a partir da análise dos currículos de Matemática de 1a. à 8a. séries que vem promovendo a difusão dos conhecimentos sistematizados nas escolas da Rede Municipal de Curitiba, busca aprofundar a reflexão teórico-prática sobre a relação entre a produção do conhecimento matemático e a difusão desse conhecimento pela escola regular.

A análise das propostas curriculares veiculadas pelo Setor de Educação da Prefeitura Municipal de Curitiba será feita desde a fundação da primeira escola, em 1963, até nossos dias. Em cada proposta curricular pretende-se analisar a tendência pedagógica que lhe dá origem e as implicações que dela decorrem para o ensino de Matemática.

Considerando-se que estas propostas são expressões concretas da relação Ciência/Disciplina, procurar-se-á explicitar de que forma a síntese entre a Matemática como Ciência e a Matemática como disciplina tem estado presente nos programas que visam a difusão dos conhecimentos sistematizados.

A análise dessa relação se tornará possível a partir do questionamento quanto à natureza do conhecimento matemático entendido como produzido historicamente, na e pela prática social.

Nesse estudo será feita a análise do surgimento das três grandes matrizes do pensamento matemático contemporâneo, que são o Logicismo, o Formalismo e o Intuicionismo, procurando compreender suas relações com as correntes de pensamento que lhes dão origem nos vários momentos históricos, às concepções de Matemática que as norteiam e a sistematização que estas matrizes produziram.

Neste trabalho tem-se como pressuposto que a realidade vivida pelo professor e pelo aluno e o saber socialmente produzido são ambos ponto de partida e de chegada ao conhecimento. Dessa forma, cabe à escola, a partir do saber matemático que os estudantes trazem, decorrente de sua prática social, permitir o acesso ao saber elaborado concreto (produzido historicamente e já sistematizado) sem necessidade de refazer todo o processo. Sua difusão, através de uma forma que permita perceber a evolução dos conceitos, tornará possível a real superação-incorporação do conhecimento adquirido e a intervenção na realidade concreta.

1. A CONSTRUÇÃO SOCIAL DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO

1. A CONSTRUÇÃO SOCIAL DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO

A clareza com relação ao modo como foi sendo produzido o conhecimento matemático, a forma como foi sendo sistematizado e a transformação desse conhecimento em saber escolar, são fatores importantes para as reflexões que tomam como objeto o ensino da Matemática.

Tomando-se como referencial que o conhecimento matemático, assim como qualquer outro conhecimento é produzido nas e pelas relações do homem com a natureza e do homem com os outros homens, busca-se em um primeiro momento, as relações entre a produção do conhecimento matemático e as características de sua sistematização.

As primeiras noções matemáticas surgem com as sociedades primitivas no paleolítico inferior (± 25.000 a.C.) período em que o homem já observava as fases da Lua e fazia classificações para saber, por exemplo, as melhores estações de caça ou quais as plantas comestíveis (AQUINO et alii, 1980, v.1).

Mas é no período que corresponde à Idade dos Metais (± 5.000 a.C. em diante), no advento das sociedades do antigo Oriente Próximo, que os homens acumulam uma enorme soma de conhecimentos técnicos como o uso da força de tração animal e dos ventos, o uso do arado, do carro de rodas e do barco à vela, que vai surgir um calendário aperfeiçoado e que a nova economia urbana vai exigir a escrita, os processos de contagem e os padrões de medida.

Através dos papiros (Egito) e de tabletes de barro (Mesopotâmia) recolhidos em escavações, foi possível tomar contato com o conhecimento matemático que eles desenvolveram.

Nas civilizações do Antigo Oriente Próximo, sob o regime de servidão coletiva, os egípcios (4.000 - 525 a.C.) inventaram um sistema de numeração e o primeiro calendário solar conhecido historicamente, dividindo o ano em 12 meses de 30 dias e mais 5 dias de festas.

As contagens, a medição de terras e o cálculo do volume das pirâmides exigiam complicadas operações aritméticas e geométricas. Os primeiros estiradores de corda parecem ter surgido nesta época, antecipando na prática estas operações.

A numeração no Egito era decimal mas não posicional, gerando muitas repetições. Os egípcios conheciam as frações e trabalhavam com as unitárias. A operação aritmética fundamental que utilizavam era a adição; as outras eram obtidas por duplações.

Já na Mesopotâmia, os babilônios e sumerianos que viviam em sociedades de modo de produção asiático, devem aos sacerdotes suas principais realizações científicas. Dispunham do relógio de sol e de água e inventaram um sistema de numeração sexagesimal em combinação com o decimal. Organizaram também um sistema de pesos e medidas. Os babilônios foram excelentes calculistas e manifestaram uma forte preferência pela Álgebra e Teoria dos Números. Foram os primeiros a utilizar um sistema de posição, semelhante ao utilizado hoje, mas não tinham um modo claro de indicar o zero e por isso conservavam uma casa decimal vazia.

Ao tempo da conquista por Alexandre, o Grande, no entanto, um símbolo especial, consistindo de duas pequenas cunhas colocadas obliquamente, foi inventado com a finalidade de marcar o lugar do numeral que faltasse. O símbolo inventado parece não ter terminado de vez com a ambigüidade, pois parece ter sido usado só para posições intermediárias. Não há tabletas, em existência, onde o zero apareça em posição terminal.

O segredo da clara superioridade da matemática babilônica sobre a dos egípcios está, indubitavelmente, em que os babilônios deram o passo muito feliz de estender o princípio da posição às frações, além de usá-lo no sistema de numeração com inteiros.

É importante observar que neste mesmo período o conhecimento matemático também surge nas civilizações do Oriente, China e Índia. Estas civilizações são tão antigas quanto a egípcia e a mesopotâmica e assim como elas, eram civilizações agrícolas, com baixo desenvolvimento das forças produtivas, mas onde já havia um processo de acumulação e utilização do excedente econômico, dando origem a um sistema de castas, onde principalmente aqueles ligados à religião se dedicavam à ciência.

A origem do conhecimento matemático chinês parece ser independente da influência ocidental. A numeração chinesa permaneceu essencialmente decimal, com notações marcadamente diferentes das de outras civilizações e eles utilizaram dois sistemas de notação, um em que predominava o princípio multiplicativo e outro onde era usada uma forma de notação posicional. A geometria chinesa, como Heródoto dizia do Egito, parece ter derivado da mensuração e como na Babilônia, esta geometria era essencialmente um exercício de aritmética ou álgebra. Como na Mesopotâmia uma metrologia sexagesimal levou à numeração sexagesimal, também na China a adesão à idéia decimal em pesos e medidas teve como resultado um hábito decimal no tratamento de frações que, ao que se diz, pode ser encontrado já no século quatorze a.C. (NEEDHAM, 1959, v.3).

BOYER (1974, p.147) assim expressa sua opinião a respeito da origem do conhecimento matemático na China:

> *A Matemática chinesa primitiva é tão diferente da de períodos comparáveis em outras partes do mundo que a hipótese de desenvolvimento independente parece justificada. De qualquer forma, parece seguro dizer que se houve alguma intercomunicação antes de 400 então mais Matemática saiu da China do que entrou.*

Quanto à origem do conhecimento matemático na Índia, ele escreve: (BOYER, 1974, p. 150)

> *Escavações arqueológicas em Mohenjo Daro, fornecem provas de uma civilização antiga e de alta cultura na Índia durante a era das construções das pirâmides egípcias mas não temos documentos matemáticos indianos dessa época.*

É possível, portanto, observar que o conhecimento matemático em sua origem tinha objetivos práticos e consistia numa coleção de regras deduzidas da experiência e em direta conexão com a vida diária. Estas regras não formavam um sistema logicamente unificado pois esse caráter teórico, conferido pelo método axiomático-dedutivo, que permite demonstrações lógicas de seus teoremas, foi se formando lentamente à medida em que se foi acumulando material. Nesta época a aritmética e a geometria não estavam separadas, mas intimamente relacionadas e tinham caráter descritivo. (ALEKSANDROV et alii, 1985, v.1)

BOYER (1974, p. 31), entretanto, chama a atenção para o seguinte fato:

> *Avaliações das civilizações pré-helênicas freqüentemente assinalam o fato de que não havia atividade intelectual claramente discernível de espécie caracteristicamente unificada comparável ao que mais tarde recebeu o nome de "matemática"; mas aqui também é fácil ser excessivamente dogmático.*
> *Pode ser verdade que a geometria ainda não se havia cristalizado a partir de uma matriz tosca de experiência espacial que incluía toda espécie de coisas que podiam ser medidas; mas é difícil não perceber na preocupação babilônica e egípcia com os números e suas aplicações algo muito próximo do que usualmente, em épocas posteriores, chamou-se álgebra.*
> *As culturas pré-helênicas também têm sido estigmatizadas como puramente utilitárias, com pouco ou nenhum interesse pela matemática por ela mesmo. Aqui, também, está envolvido um julgamento, mais do que prova indiscutível. Então, como agora, a vasta maioria da humanidade se preocupava com problemas imediatos de sobrevivência. O lazer era muito mais raro do que hoje, mas mesmo assim havia no Egito e na Babilônia problemas que têm as características de matemática e de recreação. Se um problema pede a soma de gatos e medidas de trigo, ou de um comprimento e uma área, não se pode negar a quem o perpetrou ou um certo humor ou uma procura de abstração. Naturalmente muito da matemática pré-helênica era prática, mas não toda.*

Coube aos gregos a primeira sistematização do conhecimento matemático.

Como afirma CARAÇA (1984, p.65):

> *Não é em qualquer local e sob quaisquer condições que se pode esperar o aparecimento de tais esboços científicos. A sua organização exige uma atitude de cuidadosa observação da Natu-*

> *reza e um esforço de reflexão que não são compatíveis com a vida do homem primitivo, para o qual a luta diária pelo sustento e abrigo imediato absorve todo o tempo e atenção.*
> *A Ciência só desponta em estado relativamente adiantado da civilização, estado que, como diz S. Taylor, permite "a todos viver e a alguns pensar".*

É sob essas condições que na sociedade escravista grega surgem a Ciência e a Filosofia intrinsecamente ligadas. O escravagismo seria a marca característica das civilizações comerciais que permitiria a produção em escala de mercado, o que tornava possível todo o florescimento intelectual das civilizações comerciais.

Da necessidade de explicação racional da realidade e de posse dos conhecimentos dos egípcios e babilônios surgem as escolas jônia e pitagórica. Como afirma MAGALHÃES Fº (1973,p.91):

> *Só uma sociedade onde o homem está em pleno processo de auto descobrimento é que poderia produzir um Pitágoras; só onde o trabalho humano é considerado como fator de domínio sobre a natureza é que poderiam surgir homens como Arquimedes, Euclides e Tales, só ali onde o homem quer conhecer a natureza, e não subordinar-se a ela, poderia produzir-se um Demócrito ou um Hipócrates.*

Apesar de praticamente não existirem documentos matemáticos ou científicos dessa fase, Tales, da escola jônia é considerado o primeiro homem ao qual são atribuídas descobertas matemáticas específicas.

Entretanto, é na escola pitagórica que se vai desenvolver a concepção de que a compreensão do universo consiste no estabelecimento de relações entre os números, isto é, de leis matemáticas. FILOLAO, um dos representantes dessa escola, sintetiza essa concepção ao afirmar que: "todas as coisas tem um número e nada se pode compreender sem o número" (apud CARAÇA, 1984, p. 69)

ARISTÓTELES, em sua Metafísica (A.5), dois séculos depois, assim se refere aos pitagóricos:

> *... aqueles a quem se chama pitagóricos foram os primeiros a consagrar-se às Matemáticas e fizeram-nas progredir. Penetrados desta disciplina, pensaram que os princípios das Matemáticas eram os princípios de todos os seres.*
> *Como, desses princípios, os números são, pela sua natureza, os primeiros, e como, nos números, os pitagóricos pensavam aperceber uma multidão de analogias com as coisas que existem e se transformam, mais que no Fogo, na Terra e na Água (tal determinação dos números sendo a justiça, tal outra a alma e a inteligência, tal outra o tempo crítico, e do mesmo modo para cada uma das outras determinações); como eles viam, além disso, que os números exprimiam as propriedades e as proporções musicais; como enfim, todas as coisas lhes pareciam, na sua inteira natureza, ser formadas à semelhança dos números e que os números pareciam ser as realidades primordiais do Universo, consideraram que os princípios dos números eram os elementos de todos os seres e que o Céu inteiro é harmonia e número.*
> (apud CARAÇA, 1984, p. 69)

É nesse contexto de uma aspiração a uma ordenação matemática do Cosmos que Pitágoras vai empregar pela primeira vez o termo Matemática. Ao que parece, este termo tem origem na junção de dois termos gregos, "*Mathema*" significando conhecimento ou aprendizagem e "*Techne*" cujo significado era arte ou técnica. Assim, o termo Matemática, em sua origem, pode ser definido como arte ou técnica do conhecimento ou da aprendizagem *. Em ne-

* É atribuído a Pitágoras também a criação do termo Filosofia significando amor à sabedoria.

nhuma época, anterior ou posterior a Pitágoras a Matemática teve um papel tão grande na vida e na religião.

Entretanto, Platão e Aristóteles também exerceram influência no desenvolvimento da Matemática.

A Academia de Platão surge entre os séculos V e IV a.C. Embora nesse tempo os problemas encontrados pelos pitagóricos e as críticas feitas pelos eleáticos ainda não tivessem se resolvido, o ideal de ordenação matemática não havia desaparecido. Entretanto, se antes o número era a explicação procurada, agora é na figura que se busca essa explicação. Por conceber que a realidade não está nas coisas sensíveis mas nas idéias ou formas que essas coisas assumem por meio do pensamento puro, PLATÃO desenvolveu uma concepção idealista de mundo.

Para ele:

> *como as sombras, as imagens refletidas, etc, são cópias das coisas naturais, também as coisas naturais são cópias dos entes matemáticos e estes, por sua vez, cópias das substâncias eternas que constituem o mundo do ser. Por sua vez, as coisas naturais reproduzem as relações matemáticas e assim quando queremos julgar da realidade das coisas recorremos à medida.*
> (apud ABBAGNANO, 1969, p.37)

Platão considerava que o raciocínio usado na geometria não se refere às figuras desenhadas, mas às idéias absolutas que elas representam. Essa concepção idealista da Matemática, ainda hoje, conforme afirma MONK é predominante, com cerca de 65% de platonistas entre os matemáticos (DAVIS & HERSH, 1985, p.363).

Com Aristóteles (séc. IV a.C.), essa oposição feita por Platão entre o mundo das formas e o da experiência sensorial vai ser criticada. Apesar de ser membro da Academia de Platão, Aristóteles vai desenvolver uma concepção distinta da platônica.

Com relação à Ciência essa distinção é assim descrita por KOYRÉ (1982,p.37):

> *Para o aristotelismo, o domínio do sensível é o domínio próprio do conhecimento humano. Não havendo sensação, não há ciência. Certamente, o homem não se limita a sentir; ele elabora a sensação, recorda, imagina e, já por esses meios, liberta-se da necessidade da presença efetiva da coisa percebida.*
> *Mais além, num grau superior, seu intelecto abstrai a forma da coisa percebida da matéria à qual ela se acha naturalmente ligada, e é essa faculdade de abstração, a capacidade de pensar de modo abstrato que permite ao homem fazer ciência e que o distingue dos animais. O pensamento abstrato da ciência está muito longe da sensação. Mas a ligação subsiste.*
> *Enquanto a alma platônica se conhecia a si mesma, imediata e diretamente, é somente pelo raciocínio que a alma aristotélica permite conhecer-se ; por uma espécie de raciocínio causal que conduz do efeito à causa, do ato ao agente.*

Assim como Platão, Aristóteles não deixou uma contribuição específica ao conteúdo da Matemática, mas sempre acompanhou as atividades dos matemáticos de seu tempo. Além disso, por ter fundado a lógica formal e ter se referido em sua obra a conceitos e teoremas matemáticos, pode-se considerar que ele contribuiu para o desenvolvimento da Matemática.

Como escreve BOYER (1974, p.72):

> *A discussão aristotélica sobre o infinito potencial e atual na aritmética e geometria influenciou muitos dos que mais tarde escreveram sobre fundamentos da Matemática; mas a afirmação de Aristóteles, de que os matemáticos "não precisam do infinito, nem o usam", deve ser comparada com as asserções de nosso tempo de que o infinito é o paraíso dos matemáticos.*

De significado mais positivo é a análise que Aristóteles fez do papel das definições e hipóteses na Matemática.

A tendência axiomático-dedutiva parece ter início nos tempos de Platão, com a teoria do contínuo geométrico de Eudóxio, mas é em um tratado denominado *Sobre a Esfera* que Autólico, um contemporâneo de Aristóteles, enuncia e prova teoremas claramente.

Entre os gregos, parece ter havido predomínio dos aspectos filosóficos, lógicos e do rigor matemático, aparecendo a Filosofia, Lógica e Matemática profundamente entrelaçadas.

No entanto, enquanto Platão e Aristóteles refugiaram-se no mundo das idéias, no lado espiritual do homem, fixando regras e hierarquias, na mesma época os sofistas davam ênfase à realidade e às transformações (ABBAGNANO, 1969).

Protágoras (444 a.C.), expressou o postulado fundamental do ensino sofístico no princípio com que iniciava a obra *Sobre a Verdade*: "o homem é a medida de todas as coisas, das coisas que são enquanto são, das coisas que não são enquanto não são."

Ele fazia críticas à Matemática por se valer das aparências sensíveis para julgar da validade das proposições geométricas mas sua frase é enunciada até nossos dias, enfatizando a concepção antropocêntrica e o uso de partes do corpo como unidade de medida.

Mas, se a escola pitagórica tem como preocupação principal explicar tudo através dos números, porque a contribuição histórica dos gregos se dá via geometria?

Os gregos desviaram sua atenção da teoria dos números ao se darem conta das dificuldades representadas pela sua incapacidade numérica de resolver o problema das incomensurabilidades (COURANT & ROBBINS, 1955). Optaram então pela degradação do número em relação à geometria e decidiram pela exclusão do conceito de infinito dos raciocínios matemáticos e pelo abandono de concepções dinâmicas.

Estes traços - degradação do número, horror do infinito e horror do movimento - são características do pensamento matemático grego no período em que o número cede lugar à forma, mas mesmo no primado da figura, o ideal da ordenação matemática não desaparece, e com Platão e depois dele, apesar da feição qualitativa em detrimento da quantitativa, é bastante intenso. (CARAÇA, 1984).

É nesse contexto que se torna necessário um novo método para tratar a álgebra babilônica que os pitagóricos tinham herdado, surgindo uma álgebra geométrica para substituir a álgebra aritmética. A separação entre aritmética e geometria é uma das características da matemática grega.

Arquitas pode ser considerado o último dos pitagóricos e parece ter sido ele quem estabeleceu o *quadrivium* (aritmética, geometria, música e astronomia) que vai influenciar o pensamento pedagógico durante muito tempo.

Com Platão (séc. IV a.C.), a ênfase na geometria é notória e às portas de sua Academia a frase "que ninguém que ignore a geometria entre aqui" expressa o seu entusiasmo pelo assunto.

O matemático mais importante da época de Platão foi Eudóxio, que desenvolveu a teoria do contínuo geométrico, mas é com *Os Elementos de Euclides* (sec. III), que a geometria conhecida até aquela época é sistematizada e preservada até nossos dias.

A contribuição de Euclides é considerada como um dos monumentos matemáticos mais importantes de todos os tempos e suas características possibilitaram que a geometria fosse vista até o século passado como o ramo mais confiável do conhecimento *. A repercussão desta obra se deve ao fato de sua sistematização se aproximar do método axiomático-dedutivo, isto é, partindo de certas proposições gerais de cuja verdade não se tinha dúvida, chamadas axiomas, bem como de certas proposições mais estritas, da própria geometria, chamadas postulados, são deduzidos teoremas que compõem *Os Elementos*.

A obra de Euclides expressa a tendência grega ao aspecto lógico e ao rigor matemático. Através dela, é possível observar que a Lógica e a Matemática durante o período grego aparecem intrinsècamente ligadas, sendo necessário reconhecer que Aristóteles, como criador da Lógica Formal, contribuiu para o desenvolvimento da Matemática.

E após o apogeu grego, em que medida a Matemática e a Lógica Formal aristotélica se relacionam? Que papel essa lógica vai desempenhar no desenvolvimento do conhecimento matemático?

Apesar do nome de Euclides ser usado como fonte de referência para a matemática grega, também Arquimedes e Apolônio, seguidos depois por Diofante, Pappus e Heron, irão contribuir muito para o desenvolvimento da matemática, criando inclusive novos métodos. ARQUIMEDES, por exemplo, inventou um método me-

* MAGALHÃES (1973, p.92) assim se expressa a respeito das condições existentes na sociedade grega que possibilitaram o nível de sistematização por ela atingido: " Sabemos que era o trabalho dos escravos, nos navios, nos portos, nas oficinas, nas minas e nos campos, que gerava o excedente necessário para permitir a ociosidade de uma classe, ociosidade que permite a alguns de seus membros questionar e inferir, pesquisar e realizar, da geometria à pintura. A escravidão pode ser considerada a grande mancha da cultura grega, mas sem ela nunca teria havido uma cultura grega".

cânico, posteriormente utilizado pelos matemáticos, sobre o qual escreveu:

> *Estou convencido de que este processo não é menos útil para as demonstrações dos próprios teoremas; pois há coisas que se me tornam claras pelo método mecânico, embora tenham depois de ser demonstradas pela geometria, porque o seu estudo pelo dito método não ofereceu uma autêntica demonstração ... e acho necessário expor o método, em parte porque falei dele e não quero que pensem que proferi palavras vãs, mas igualmente porque estou convencido de que ele não será de pouca valia para a matemática.*
> (apud GARDING, s/d, p.148)

Durante o período em que os romanos dominaram o mundo conhecido, prevaleceu a cultura helenística resultante da fusão de elementos gregos e orientais. A contribuição romana ao desenvolvimento matemático se restringe praticamente ao sistema de numeração romano, cujo uso até hoje se faz.

Já na China essa fase corresponde a um desenvolvimento do conhecimento matemático bastante específico. Os chineses começaram a usar barras para o cálculo, tanto com números positivos como com números negativos, distinguindo-os pela cor das barras. Além disso, eles foram os primeiros a registrar quadrados mágicos e já, nessa época, operavam com frações determinando o denominador comum. É importante porém observar uma tendência à decimalização. Mas, como afirma BOYER (1974, p.143):

> *Ao passo que os gregos da mesma época estavam compondo tratados logicamente ordenados e sistematicamente expositórios, os chineses repetiam o velho hábito dos babilônios e egípcios de compilar coleções de problemas específicos.*

Com a divisão do Império Romano (395) - Império Romano do Ocidente, com capital em Milão e Império Romano do Oriente, com capital em Constantinopla - a sociedade romana passou por um processo de transição para uma nova forma de vida, o modo feudal.

O Império Romano do Ocidente encontrou condições mais favoráveis para essa transição, mas, mesmo assim, foram necessários cinco séculos para a sociedade feudal se estruturar, durando depois mais cinco séculos, durante os quais atingiu seu apogeu e viveu sua primeira grande crise - nos séculos XIV e XV. Durante os primeiros cinco séculos deste período, a Igreja estruturou-se como verdadeiro Estado, impondo uma nova e duradoura unidade cultural: a civilização cristã ocidental. Nela, o conhecimento matemático praticamente não se desenvolveu, de 529 quando fecham as escolas gregas, até o século XII. A produção intelectual tornou-se atividade controlada pelos elementos eclesiásticos, que muitas vezes assumiram o papel de compiladores do legado cultural greco-romano. (AQUINO et alli, 1980, v.1).

Nesse mesmo período, no Império Romano do Oriente, também chamado Bizantino, o processo de transição do escravagismo ao feudalismo foi bastante lento. A sociedade bizantina, no início, manteve características romanas, mas, a partir do século VII, a predominância étnica e cultural grega e asiática fez com que retornasse às suas raízes e se tornasse oriental.

É nessa sociedade que o conhecimento grego vai ser preservado e onde os árabes do Império Muçulmano muitas vezes vão buscá-lo. O desenvolvimento matemático vai se dar principalmente na Índia, Ásia Central e nos países árabes, geralmente ligado às

necessidades de cálculos astronômicos, já que muitos matemáticos orientais eram também astrônomos (ALEKSANDROV, 1985).
No campo da geometria eles praticamente conservaram o legado grego, mas no campo da aritmética, álgebra e trigonometria, a influência dos hindus e árabes se conserva até nossos dias. O nosso sistema de numeração é um exemplo, pois foi inventado pelos hindus e difundido pelos árabes. As frações decimais, originadas na China, são também usadas até hoje. A civilização árabe, pelas necessidades de expandir seu comércio e de difundir a religião maometana, vai se transformar em ponto de contato das mais avançadas civilizações da época, assimilando conhecimentos de todas elas, aperfeiçoando-os em seus centros de ensino e adequando-os às suas necessidades.

Apesar de Diofante ser considerado o pai da Álgebra, a palavra "Álgebra" é originária de um tratado escrito pelo matemático e astrônomo árabe Mahommed ibn Musa al-Kharizmi (séc.IX). O nome de seu tratado de Álgebra é "*Al-jebr w'al-muquabala*" que significa "transposição e eliminação". E os termos algoritmo e algarismo também provém de al-Kharizmi.

Entretanto, ao desenvolvimento do conteúdo algébrico feito pelos árabes não correspondeu à criação de um simbolismo adequado, para substituir a forma retórica inteiramente expressa em palavras.

A obra de al-Kharizmi parece ter sido produzida com a intenção de expor o que é mais fácil e útil na aritmética para auxiliar aos homens em questões como as de herança, partilha e comércio ou ainda nas medições de terra, escavação de canais, computação geométrica (BOYER, 1974). Aqui vamos encontrar uma das diferenças fundamentais entre a obra dos gregos e a dos árabes: enquanto entre os gregos predominava o aspecto lógico e o rigor matemático, os árabes parecem ter tido uma "mente mais prática e terra a terra na sua abordagem matemática" (BOYER, 1974, p.167).

A produção de al-Kharismi foi para a Álgebra o que *os Elementos* de Euclides foram para a Geometria. No entanto, é necessário reconhecer que assim como Euclides, al-Kharismi também organizou o conhecimento de muitos até sua época. Sua obra representa uma sistematização da numeração hindu, da resolução das equações dos babilônios, com o auxílio do quadro geométrico lógico da Grécia.

Uma das mais frutíferas contribuições do ecletismo árabe foi a tendência a fechar a separação entre a álgebra numérica e a geométrica que caracterizava a matemática grega.

A matemática desenvolvida na Índia contribuiu muito para a sistematização árabe. Em 499 um hindu, Aryabhata, escreveu uma obra semelhante à de Euclides, entretanto sem nenhum espírito lógico ou metodologia dedutiva. A matemática desenvolvida na Índia tinha características intuitivas contrastando com o rigor lógico da geometria grega, mas esse fato não impediu que os hindus muito contribuíssem para o desenvolvimento da matemática. O sistema de numeração por eles inventado e propagado pelos árabes, perdura até nossos dias. Aos hindus também se deve a multiplicação em gelosia, a sistematização dos números negativos e do zero (BRAHMAGUTA), bem como a obra de BHASKARA - o *Lilavati*- onde se encontra a fórmula que até hoje se ensina paa resolução de equações do 2º grau, fórmula de Bhaskara.

A Matemática desenvolvida pelos chineses, nesse período, parece ter problemas mais pitorescos do que práticos e,no entanto, é interessante observar que o uso da imprensa e da pólvora (séc. VIII), do papel e da bússola (séc. XI), apareceu anteriormente na China.

Apesar de se reconhecer a influência que todos esses povos exerceram na produção do conhecimento matemático, coube aos árabes o papel de compiladores, de sistematizadores e difusores desse conhecimento.

BOYER (1974, p.178) comenta o papel que os árabes desempenharam:

> *Foi realmente uma sorte que quando a cultura árabe começou a declinar a Ciência na Europa estivesse em ascenção e preparada para aceitar a herança intelectual legada por eras anteriores.*
> *Diz-se às vezes que os árabes fizeram pouco mais que por a ciência grega em "conservação a frio" à espera de que a Europa estivesse preparada para aceitá-la. Mas... no caso da Matemática a tradição transmitida ao mundo latino nos séculos doze e treze era mais rica do que os iletrados conquistadores árabes encontraram no século sete.*

As relações entre a Matemática e a Lógica Formal aristotélica não se fazem sentir nesse período e muito tempo vai ser necessário até que essas relações novamente se estabeleçam.

Nos séculos finais do feudalismo, quando um novo modo de produção se anunciava, os contatos entre o Oriente e o Ocidente tornaram possível a existência de matemáticos no mundo ocidental que colaborassem na difusão dos algarismos hindu-arábicos.

Decorrentes do crescimento das atividades comerciais, novas necessidades se vinham manifestando, na Itália, principalmente na construção naval, na náutica, na arquitetura e nas obras hidráulicas. As técnicas empregadas, muitas vezes eram importa-das dos árabes. Nesta época, o comércio com o Oriente e o excedente produzido permitiam a realização de grandes feiras, tanto na Itália como na França, estimulando a contabilidade.

Nesse contexto, surge a obra de Fibonacci (séc. XIII), um italiano que havia estudado com um mestre árabe e viajado pelo Oriente. Apesar do título de sua obra *Liber Abaci* significar Livro do Ábaco, ela se constitui em um tratado completo sobre métodos e problemas algébricos em que o uso de numerais hindu-arábicos é fortemente recomendado. É interessante observar que nessa obra a barra horizontal para frações, outrora usada pelos árabes, já é empregada, mas só no século XVI é que esse uso vai se tornar comum. A invenção e o aperfeiçoamento da imprensa, tornados necessários pela grande quantidade de documentos exigidos por uma economia comercial, vão tornar possível a padronização dos algarismos hindu-arábicos.

O livro de Fibonacci, apesar de ser um clássico no gênero, e de seu nome ser preservado até hoje, não conseguiu a mesma popularidade das publicações mais elementares de Sacrobosco e Villedieu.

É nesse período também que surgem a arte gótica, a filosofia escolástica e as primeiras universidades. O acesso à obra de Aristóteles permite a S. Tomás de Aquino a realização da síntese teológica unindo a Fé e a Razão, submetendo a fé cristã à lógica aristotélica, desenvolvendo uma concepção metafísica escolástica. Essa síntese vai exercer uma influência tal na filosofia que a filosofia moderna vai conservar em Descartes e Leibniz muito dessa concepção.

É importante observar que o aristotelismo medieval não é o de Aristóteles, por ser dominado, transformado, transfigurado pela idéia religiosa do Deus criador, do Deus infinito.

Essa concepção teocêntrica, dominante durante toda a Idade Média e exaltada na síntese teológica de São Tomás de Aquino, ao influenciar o desenvolvimento de concepções científicas, ao se referir freqüentemente ao infinito - tanto como potencialidade quanto como realidade - permitiu aos matemáticos seguintes a superação do "horror infiniti" dos gregos.

Aos fins do século XIV, a burguesia da Itália, embora mantenha uma visão de mundo medieval, está permeada pelo novo imaginário burguês*que se instaura na sociedade a partir da divisão capital-trabalho. O movimento humanista italiano retomou a posição antropocêntrica e valorizou o acesso às obras da Antiguidade Clássica, o que possibilitou o Renascimento nas Artes, Letras, Filosofia e Ciência. As barreiras aristocráticas e eclesiásticas foram aos poucos sendo derrubadas e o conhecimento foi sendo apoderado pela nova classe que se constituía.

As bases do Renascimento foram lançadas durante o feudalismo, mas o período de transição do modo de produção feudal para o capitalismo (era pré-capitalista - séc. XV ao XVIII) é caracterizado por uma cultura sempre mais urbana e burguesa e pelo aparecimento do trabalho assalariado. A ampliação dos mercados propiciou um processo de acumulação de capital e, paralelamente, uma liberação de mão de obra gerando a crise final do feudalismo.

É durante esse período que as grandes navegações são iniciadas e Copérnico (1473-1543) revoluciona a astronomia da época ao colocar a Terra movendo-se em torno do Sol (o que Aristarco tentara sem sucesso); como astrônomo, ele era também um matemático e desenvolveu importantes aspectos da trigonometria.

O desenvolvimento do comércio vai desencadear a necessidade do estabelecimento de certos padrões e em toda a Europa procura-se uma linguagem padrão para a Matemática.

* Termo utilizado por EDGARD de DECCA em *O Nascimento das Fábricas* (1987, p.19).

A maior parte dos matemáticos dessa fase são alemães e italianos, mas em 1484 um manuscrito composto na França, *Triparty en la science des nombres*, escrito por Chuquet, vai ser tão importante quanto as obras de Fibonacci e Sacrobosco. Nesse manuscrito as quatro operações aritméticas racionais são indicadas por *plus (p)*, *moins (m)*, *multiplier par* e *partyr par*, e os sinais (p) e (m) aparecem associados à indicação de excesso e deficiências em medidas de armazéns. Tanto esse manuscrito como a obra de Fibonacci só foram impressos no século XIX. O uso dos sinais + e -, por nós utilizados, vão aparecer pela primeira vez em 1489, numa obra de aritmética comercial escrita pelo alemão Widman.

É durante esse período também que a Ciência Experimental, iniciada por Roger Bacon, no declínio da Idade Média, vai se desenvolver.

Generalizou-se o costume de observar os fenômenos da Natureza e procurar explicá-los racionalmente, estabelecendo relações com fenômenos já conhecidos.

Leonardo DA VINCI (1452-1519) é um homem típido do Renascimento e são dele as palavras:

> *Aqueles que se entregam à prática sem Ciência são como o navegador que embarca em um navio sem leme nem bússola. Sempre a prática deve se fundamentar na boa teoria.*
> *Antes de fazer de um caso uma regra geral, experimente-o 2 ou 3 vezes e verifique se as experiências produzem os mesmos efeitos.*
> *Nenhuma investigação humana pode se considerar verdadeira Ciência se não passa por demonstrações matemáticas.*
> (apud DUPÂQUIER & LACHIVER, s.d., p.33)

Ele é conhecido até nossos dias pelas imensas contribuições que prestou aplicando a Matemática à Ciência. Leonardo da

Vinci é também conhecido como pintor e seus trabalhos expressam as relações entre a Matemática e a Arte através da aplicação da teoria da perspectiva.

Essa época caracteriza-se pela intenção de tornar produtivas todas as coisas. ENGELS, em carta a Starkenburg (25/1/1894) afirma que:

> *Se é certo que a técnica, como V. diz, depende em parte considerável do estado da Ciência, esta depende ainda mais do estado e das necessidades da técnica. O fato de que a sociedade sinta uma necessidade técnica estimula mais à ciência do que dez universidades. Toda a hidrostática (Torricelli, etc) surgiu da necessidade de regular o curso dos rios das montanhas italianas nos séculos XVI e XVII. Com respeito à eletricidade, começamos a saber algo racional desde que se descobriu a possibilidade de sua aplicação técnica. Mas, por infelicidade, na Alemanha a gente se acostumou a escrever a história das ciências como se estas houvessem caído do céu.*
> (apud MARX-ENGELS, Obras escogidas, tomo II, p.510)

De acordo com Koyré, a obra que melhor representa o espírito da Renascença é a de Kepler. Para ele, o que o diferencia de Copérnico é a idéia de que o universo como um todo é regido pelas mesmas leis e que essas leis são matemáticas.

A característica principal dos matemáticos dessa fase reside na procura de símbolos que traduzissem o conteúdo matemático através de uma forma mais simplificada. E o desenvolvimento da Matemática vai se dar intrinsecamente ligado às questões do desenvolvimento técnico-científico.

Na primeira metade do século XVI, várias obras de algebristas alemães (STIFEL, 1544) vão ser impressas, utilizando frações decimais e os símbolos para raízes, números negativos e potências.

Mas as maiores contribuições à Álgebra foram dadas por Viète pois, como dissemos anteriormente, a Álgebra de al-Kharismi era toda escrita com palavras e a Álgebra de Stifel era sincopada - por exemplo: ele escrevia AAA ao invés de escrever A^3 como se faz hoje. Apesar da Álgebra de Viète permanecer sincopada e não simbólica, ele avançou ao substituir AAA por A cubus. E apesar de usar os sinais de Stifel, o resto de sua álgebra consistia de palavras e abreviações. A multiplicação era denotada pela palavra latina *in*, a divisão pela barra de fração e a igualdade pela palavra *aequalis*.

Considera-se importante descrever a produção da forma que o conhecimento matemático foi tomando, como condição para o esclarecimento de como a linguagem matemática hoje utilizada, simbólica e rigorosa, foi sendo lentamente elaborada pelos matemáticos. Não é dado a um só homem fazer toda uma dada transformação, ela deve vir em passos sucessivos.

Assim, apesar de Viète recomendar em seu *Canon Mathematicus*, em 1579, que "sexagesimais e múltiplos de sessenta devem ser pouco ou nunca usados, e milésimos e milhares, centésimos e centenas, décimos e dezenas, e progressões semelhantes, ascendentes e descendentes, usados freqüentemente ou exclusivamente", o uso de uma vírgula decimal para separar a parte inteira da decimal é atribuído a G.A. Magini (1555-1617) e a Cristoph Clavius (1537-1612). Mas o ponto decimal só se tornou popular quando Napier o usou, mais de vinte anos depois.

Antes de prosseguir, cabe aqui uma pergunta: se desde a Renascença os matemáticos de certa forma optaram pelo uso das frações decimais, porque até hoje predomina nos países de língua inglesa o uso de outras frações?

A resposta, em certa medida, repousa na prática social, pois como já foi escrito antes, o conhecimento matemático tem origem na e pela prática social, apesar de muitas vezes não se poder detectar imediatamente esta matriz. No caso das frações, essa relação é bastante visível, uma vez que a preferência pelas frações decimais tem origem no número de dedos que temos nas mãos, o que possibilitou ao 10 tornar-se base do sistema de numeração. Com relação à ênfase em frações que não as decimais, nos países de língua inglesa, isso se deve à manutenção, nesses países, de unidades de medidas que foram historicamente sendo utilizadas e que não tinham como base o 10.

Prosseguindo e retomando a investigação proposta a respeito das relações entre a Matemática e a Lógica Formal, constata-se que no período de transição do feudalismo para o capitalismo (entre os séculos XV e XVIII), apesar da geometria grega conservar um lugar destacado, houve um afrouxamento nos raciocínios lógicos rigorosos, assim como em definições claras e não contraditórias. Um aumento de conjecturas intuitivas, de raciocínios convincentes entrelaçados com um misticismo sem sentido, uma confiança cega no poder sobre-humano dos processos formais, se por um lado produziram esse afrouxamento, por outro conquistaram um mundo matemático de imensas riquezas.

BOYER (1974, p.231), assim sintetiza sua opinião sobre a matemática produzida no século XVI:

> *Na matemática do século XVI há tendências variadas e conflitantes, mas podemos perceber nela, tanto quanto na ciência, os resultados de uma confrontação entre a visão teórica e as exi-*

> *gências de problemas práticos.*
> *A obra de Viète resultou de dois fatores em particular: (1) a redescoberta de antigos clássicos e (2) os desenvolvimentos relativamente novos na álgebra medieval e do início do período moderno.*

De fato, a recuperação do conhecimento matemático grego representou a porta de entrada para o desenvolvimento de novos conhecimentos, mas as necessidades daquele momento, onde o desenvolvimento das grandes navegações necessitavam e possibilitavam novos dados para o conhecimento da Astronomia, fornecendo e requisitando dados para a produção de novos conhecimentos matemáticos, exerceram um papel fundamental.

A evolução das forças produtivas atingiu altos níveis e as perspectivas de lucros com o desenvolvimento das grandes navegações, que se tornaram possíveis pela introdução e aperfeiçoamento de instrumentos como a bússola e o astrolábio, eram as maiores possíveis.

No século XVI o problema central da Física foi o estudo do movimento, dos corpos terrestres aos corpos celestes, empreendimento ao qual Galileu se dedicou, identificando o espaço físico com o da geometria euclidiana.

No século XVII, tendo como base a álgebra advinda dos árabes, a geometria grega e a idéia de variável que havia surgido do estudo do movimento feito pelos físicos, pode Descartes escrever *La Géométrie*, que apareceu como apêndice do seu *Discurso sobre o método para raciocinar bem e procurar a verdade nas ciências*(1637). *La Géométrie* é considerado o primeiro trabalho de geometria analítica.

ALEKSANDROV (1985, p.70-1), assim expressa sua opinião:

> *Entre los griegos las secciones cónicas eran objeto de un interés puramente matemático; pero en la época de Descartes tenían ya una importancia práctica para la astronomía, la mecánica y la tecnología.*
> *Kepler (1571-1630) descubrió que los planetas se mueven alrededor del Sol en elipses, y Galileo estableció el hecho de que un cuerpo lanzado al aire - lo mismo si es una piedra que una bala de cañón - se mueve según una parábola (en primera aproximación, despreciando la resistencia del aire). Como resultado de todo ello, se convirtió en urgente necesidad el cálculo de diversos parámetros referentes a las secciones cónicas, y fue el método de Descartes el que resolvió este problema. Así, pues, el desarrollo precedente de la matemática preparó el camino para su método; y éste, por su parte, surgió de las insistentes demandas de la ciência y la tecnología.*

Embora hoje o nome de Descartes apareça normalmente associado às coordenadas cartesianas, em sua obra é possível observar o quão longe de considerações práticas os pensamentos do autor estavam e quanto a expressão "produto cartesiano" parece ser um anacronismo.

Descartes (1596-1650) em seu *Discurso sobre o método para raciocinar bem e procurar a verdade nas ciências* tinha como ponto de partida a dúvida metódica e, em oposição tanto à opinião tradicional da escolástica medieval como ao método indutivo de Bacon (1561-1626) - que preconizava que o conhecimento é adquirido partindo-se da observação empírica de muitos dados para se atingir uma verdade universal - considerava que a verdade só poderia ser obtida para aquilo que a razão pudesse compreender e que fosse possível de demonstração matemática, via método axiomático-dedutivo. Essa concepção cartesiana é denominada racionalismo.

Nesse período em que se dá a universalização do imaginário burguês, a Matemática aparecia como o ideal da expressão do saber, instrumento de análise, pesquisa e interpretação que qualquer campo do conhecimento deveria por excelência utilizar para chegar à forma ideal de expressão.

Sobre as perspectivas e limites do ideal de que todas as ciências deveriam ser expressas de acordo com o modelo matemático, PINTO (1979, p.260), escreve:

> *A crença em que a potestade divina, criadora do mundo, tudo ordenou segundo relações matemáticas, sendo embora eco tardio do pensamento pitagórico e a ressurreição do domínio platônico, não deixou de constituir a mais geral e íntima convicção que movia os grandes investigadores da natureza naquela fase da cultura científica. Galileu, ao dizer que o mundo se identifica a um grande livro aberto, e o que nele está escrito são números e equações, resumiu a mesma euforia racionalista dos cartesianos, quando verificaram a coincidência das curvas e figuras geométricas com as simbolizações abstratas fornecidas pelas equações analíticas.*
> *Vista da perspectiva atual, esta foi apenas uma fase do desenvolvimento do saber. As limitações que a afetavam e o exagero de suas pretensões logo se tornaram manifestas. A descrição matemática de certas propriedades das coisas ou grupos de objetos, as populações por exemplo, pelo cálculo exato ou pelas avaliações estatísticas, representa legítimo triunfo da razão humana, mas não significa o esgotamento das possibilidades de interpretação do conhecimento de tais objetos, e muito menos mostra-se competente para revelar a essência que possuem.*

Durante os séculos XVI e XVII o racionalismo e o empirismo foram as concepções que predominaram. Apesar de serem antagônicas, tais concepções são também complementares.

Os racionalistas encontravam nas Matemáticas o melhor exemplo para confirmar sua visão de mundo ao postularem sua concepção idealista de independência entre o conhecimento matemático e o mundo físico.

Já para os empiristas, as Matemáticas representavam um contra-exemplo embaraçoso.

Foi com base tanto na experimentação preconizada pelo empirismo como na dedução proposta pelo racionalismo que Newton retomou os estudos de Galileu e Kepler e pode desenvolver sua obra *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, estabelecendo a combinação da Física e da Matemática e criando a teoria da Gravitação Universal.

Segundo KOYRÉ (1973,p.271-2):

> *Todos alardeiam a admirável fecundidade da experiência e da observação direta, em oposição à esterilidade do pensamento abstrato e especulativo. Porém, qualquer que seja a importância dos novos "fatos" descobertos e reunidos pelos venatores, a acumulação de certo número de fatos, isto é, uma pura coleção de dados da observação e e da experiência não constitui uma ciência. Os "fatos" têm de ser ordenados, interpretados, explicados. Em outras palavras, só quando é submetido a um tratamento teórico é que o conhecimento dos fatos se torna ciência.*
> *Por outro lado, a observação e a experiência - isto é, a observação e a experiência rudimentares, efetuadas através do senso comum - não desempenharam senão um papel de reduzida importância na edificação da ciência moderna (...) Não foi a experiência, mas a experimentação que impulsionou seu crescimento e favoreceu sua vitória.*
> *O empirismo da ciência moderna não repousa na experiência, mas na experimentação.*

> *Todavia, desejo acentuar a estreita ligação existente entre a experimentação e a elaboração de uma teoria. Longe de se oporem uma à outra, a experiência e a teoria são ligadas e mutuamente indeterminadas (...) Aliás, devemos acrescentar - e isto determina os traços característicos da ciência moderna - que a pesquisa teórica adota e desenvolve o modo de pensar do matemático.*

O método científico realmente ao compreender as seguintes fases: observação, análise, formulação de hipóteses explicativas, experimentação, verificação das hipóteses e formação de conclusões, fecha um círculo racional lógico.

O reconhecimento e a procura do conhecimento científico pode ser notado desde os gregos, que já distinguiam entre "doxa", significando opinião, e "sofia", cujo significado é sabedoria, aparecendo a Ciência intrinsecamente ligada à Filosofia.

Ao analisar os limites do método científico, KOSIK (1976) fornece os indicativos para uma posição idealista da matemática:

> *O conhecimento da realidade histórica é um processo de apropriação teórica- isto é, de crítica, interpretação e avaliação de fatos - processo em que a atividade do homem, do cientista é condição necessária ao conhecimento objetivo dos fatos. Esta atividade que revela o conteúdo objetivo e o significado dos fatos é o método científico. O método científico é mais ou menos eficiente segundo a maior ou menor riqueza de realidade - contida objetivamente neste ou naquele fato que ele é capaz de descobrir, explicar e motivar.*
> *O caráter fundamental do trabalho científico consiste em distinguir o essencial do acessório, assim como o sentido objetivo dos fatos.*
> *A existência da ciência depende da possibilidade de fazer semelhante distinção.*
> *A teoria materialista distingue um duplo contexto de fatos:*
> *1) o contexto da realidade, no qual*

> *os fatos existem originária e primordialmente.*
> *2) o contexto da teoria, em que os fatos são, em um segundo tempo, imediatamente ordenados, depois de terem sido precedentemente arrancados do contexto originário do real.*
> *O homem não pode conhecer o contexto do real a não ser arrancando os fatos do contexto, isolando-os e tornando-os relativamente independentes. O fundamento de todo o conhecimento é a cisão do todo. Todo conhecimento é uma oscilação dialética, oscilação entre os fatos e o contexto (totalidade) cujo centro ativamente mediador é o método da investigação. A absolutização desta atividade do método dá origem à ilusão idealista de que o pensamento é que cria o concreto , ou que os fatos adquirem um sentido e um significado apenas na mente humana."*

Esta concepção idealista tem, na Matemática, origem em Platão e, como já comentado anteriormente, é a concepção hegemônica até hoje.

Com relação às ligações entre a Matemática e a Lógica, tanto no racionalismo cartesiano que tem como base de sustentação o método axiomático-dedutivo como no empirismo, onde o método científico proposto constitui-se em um círculo racional lógico, é necessário distinguir entre a Lógica como um dos ramos do conhecimento e os raciocínios logicamente encadeados. Dessa forma, Lógica e Matemática permanecem separadas.

Entretanto, é com Leibniz (1646-1716) que essa união parece querer se manifestar. Leibniz era tanto filósofo como matemático e sua contribuição mais significativa, além do cálculo, foi em Lógica. Ele desejava criar uma *Ars Combinatoria*, isto é, um cálculo de conceitos que permitisse pensar com precisão. Para atingir seu objetivo, ele pretendia construir uma matemática universal (Mathesis Universalis) formulada numa linguagem universal rigorosa (characterística universalis) para uso de filósofos e cientistas (SIMPSON, 1976).

Leibniz não conseguiu realizar seu sonho, mas ele foi reavivado no século XIX e tem desempenhado papel relevante nos últimos 100 anos. (BOYER, op.cit.)

Durante o século XVIII o modo de produção capitalista se instaura juntamente com a fábrica, momento em que se impõe a divisão de classes e a dicotomia capital-trabalho / teoria-prática se torna explícita. O conhecimento elaborado nesse século assume um grau mais elevado de complexidade e abstração.

Euler, um dos representantes desse período, foi o maior criador de símbolos matemáticos. Euler já escrevia com os símbolos que são usados hoje. O símbolo π, o uso das letras a, b, c, para os lados do triângulo e A, B, C para os ângulos opostos, assim como a aplicação das letras r e R para o raio dos círculos inscrito e circunscrito e a fórmula $A + 2 = F + V$, sendo A, aresta, F, face e V, vértice, são alguns exemplos de sua contribuição.

Convém aqui lembrar as palavras de BOYER (1974, p. 326): "Ao avaliar desenvolvimentos da matemática devemos sempre ter em mente que as idéias atrás das notações são de longe a melhor metade; quanto a isso também a obra de Euler marcou época".

Apesar de neste trabalho não se ter como pretensão fazer do relato histórico o tema de pesquisa, considerou-se necessário para a análise posterior situar alguns temas e é com essa intenção que se assinala no século XVIII uma tendência a dar ênfase crescente a algoritmos, embora perdurasse uma certa incerteza quanto à base lógica do assunto.

O Renascimento, a Reforma e o Racionalismo no século XVIII tem sua expressão máxima na conjuntura do Iluminismo, onde há a consolidação do imaginário burguês. Durante o Iluminismo na França, Voltaire, Montesquieu, Diderot, D'Alembert e Condorcet foram expoentes que gravaram em sua *Enciclopédia* (1751) idéias sobre a Liberdade, o Progresso e o Homem e que inspiraram a Revolução Francesa. Condorcet era matemático e foi o primeiro a desenvolver uma matemática social e uma visão positivista* de mundo. Os outros matemáticos, também franceses e contemporâneos de Condorcet, foram Monge, Lagrange, Legendre, Carnot e quase todos participaram da Reforma do Sistema de Pesos e Medidas recomendando o uso do sistema decimal. Deve-se a Monge e Carnot a moderna geometria pura.

A obra de Carnot (1797) não era uma obra de matemática aplicada; ela se aproximava mais da Filosofia que da Física e parecia anunciar o rigor e a preocupação com os fundamentos, o que vai ser característico do século XIX.

Legendre também parece ter se preocupado com o rigor, mas Lagrange é que mais desenvolveu o culto ao pensamento claro e rigoroso.

Nesse tempo, Kant vai publicar sua *Crítica à Razão Pura*, tentando unificar o racionalismo e o empirismo. Ele distinguiu as proposições empíricas (a posteriori) e as que não são empíricas (a priori). Para fazer essa distinção, Kant se apóia na certeza do conhecimento matemático considerando que todas as proposições da Matemática são sintéticas a priori. Ele distinguiu ainda dois tipos de conhecimentos "a priori":

a) o "a priori analítico", que sabemos ser verdadeiro pela aná-

* Positivismo representa uma fé inquebrantável no progresso e na técnica em busca da teoria e da prática.

lise lógica; pelo exato significado dos termos usados.

b) o "a priori sintético", que são nossas intuições do tempo e do espaço, explicando que o conhecimento do tempo é sistematizado na aritmética - que se baseia na intuição da sucessão - e o nosso conhecimento do espaço é sistematizado na geometria.

Kant, como Platão, considera que as intuições de tempo e espaço são válidas independentemente das experiências; sua existência não se afirma fora da mente humana.

A matemática desenvolvida no início do século XIX por Gauss, Cauchy e Abel, apesar de não se referir aos conteúdos do 1º Grau, merece ser destacada por evidenciar um retorno ao ideal grego de precisão e demonstrações rigorosas, características que até hoje concedem ao conhecimento matemático um grau de certeza inabalável.

Como afirma ALEKSANDROV (1985, p. 19):

> *Los resultados de la matemática se distinguen por su alto grado de rigor lógico, y los razonamientos matemáticos se desarrollan con una minuciosidad tal que lo hagan incontestable y convincente para todo el que lo entienda. La minuciosidad y fuerza de las demostraciones matemáticas son ya bien conocidas en los cursos de bachillerato superior. Las verdades matemáticas son de hecho el prototipo de lo completamente incontestable. Por algo se dice: "tan claro como que dos y dos son cuatro". Aquí la relación "dos y dos son cuatro" se emplea como paradigma de lo irrefutable e incontestable.*

O mito da matemática como verdade inquestionável remonta a Euclides e por mais de dois mil anos filósofos e cientistas se apoiaram nesse dogma.

Mas o aparecimento das geometrias não euclidianas, colocando a geometria euclidiana como um caso particular de um número infinito de geometrias possíveis, abalaram a certeza do conhecimento matemático, abalando conseqüentemente a filosofia.

No século XIX a concepção positivista, defendida inicialmente por Condorcet, que pretendia neutralizar os efeitos que o clero e a concepção metafísica exerciam no desenvolvimento científico, teve em Comte seu maior expoente.

Entretanto, Comte não tinha os mesmos ideais de Condorcet, e o considerava revolucionário, passando a defender a neutralidade do conhecimento em relação às "idéias negativas", que o Iluminismo (Condorcet) e o Socialismo Utópico (Saint Simon) haviam defendido.

O Positivismo de Comte assume, segundo LÖWY (1987,p.22), a forma de "sistema conceitual e axiológico que tende a defesa da ordem estabelecida", isto é, a defesa da burguesia.

O Positivismo no século XIX representa portanto, uma tentativa de estagnar o movimento de contestação da ordem burguesa que havia se instaurado no século anterior.

Esta concepção teve grande penetração no Brasil, com a instalação do estado liberal burguês - proclamação da República (1889) e constituição do estado liberal (1891).

A concepção de que a Matemática é uma construção teórica sem qualquer relação com a prática social dos homens foi afirmada por Comte, o pai do positivismo moderno.

Ele considerou a Matemática como o berço da positividade racional, concedendo-lhe o primeiro lugar em sua classificação hierárquica das Ciências, por acreditar ser a Matemática a mais simples e a mais abstrata de todas elas (MACHADO, 1987).

Essa visão de Matemática, no entender de ALEKSANDROV(1985, p.11), pode permitir uma visão invertida do conhecimento matemático como se ele fosse uma criação autônoma da mente humana com aplicações no mundo empírico:

> *Las matemáticas, surgidas en La Antigüedad, por necesidades de la vida cotidiana, se han convertido en un inmenso sistema de variadas y extensas disciplinas. Como las demás ciencias, reflejan las leyes del mundo que nos rodea y sirven de potente instrumento para el conocimiento y dominio de la naturaleza. Pero el alto nivel de abstracción que caracteriza a las matemáticas trae consigo el que todas sus ramas sean relativamente inaccesibles a los no especialistas. Esta cualidad abstracta de las matemáticas dio lugar, ya en la Antigüedad, a nociones idealistas sobre su independencia respecto del mundo material.*

Embora Comte tenha conseguido muitos adeptos à sua causa, ao privilegiar a questão sociológica sobre a lógica, recusando-se a aceitar as novas teorias, possibilitou algumas dissidências. Amoroso COSTA (1971, p.71), um dos matemáticos brasileiros desse período, assim se expressa:

> *Aceitar a Síntese Subjetiva é rejeitar toda a obra matemática do século passado, a obra de Gauss e de Abel, de Cauchy e de Riemann, de Poincaré e de Cantor. Ao passo que o primeiro tomo da Filosofia Positiva é um quadro magistral da ciência matemática em fins do século XVIII, a Síntese, escrita quando Comte já estava seduzido pela sua construção sociológica, é uma das tentativas mais arbitrárias que jamais foram feitas, de submeter o pensamento a fronteiras artificiais.*
> (apud MACHADO, 1987, p.66)

Apesar da recusa de alguns matemáticos à concepção comtiana, pelo fato de não ter incorporado as novas teorias matemáticas, o ideal positivista ainda é bastante presente, tanto na Matemática como nas outras Ciências.

Essa concepção, ao estabelecer o método das Ciências Naturais como único, válido também para as Ciências Sociais, considera possível analisar qualquer conhecimento descartando previamente toda as condições histórico-sociais que lhe deram origem.

A esse respeito, CARAÇA (1984;XIII-XIV) assim se expressa:

> *A Matemática é geralmente considerada como uma ciência à parte, desligada da realidade, vivendo na penumbra do gabinete, um gabinete fechado, onde não entram os ruídos do mundo exterior, nem o sol nem os clamores dos homens. Isto, só em parte é verdadeiro.*
> *Sem dúvida, a Matemática possui problemas próprios, que não tem ligação imediata com os outros problemas da vida social. Mas não há dúvida também de que os seus fundamentos mergulham tanto como os de outro qualquer ramo da Ciência, na vida real; uns e outros entroncam na mesma madre.*
> *Mesmo quanto aos seus problemas próprios, raramente acontece, se eles são de facto daqueles grandes problemas que põem em jogo a sua essência e o seu desenvolvimento, que eles não interessem também, e profundamente, a corrente geral das idéias.*

Será que um conhecimento para ser objetivo precisa ser neutro? A afirmação da universalidade do conhecimento matemático pressupõe a neutralidade desse conhecimento? A neutralidade do conhecimento é posta em cheque a partir do momento em que se questiona a ordem capitalista. SAVIANI (1983,p.111-42) esclarece que:

> *A questão da neutralidade (ou não neutralidade) é uma questão ideológica, isto é, diz respeito ao caráter interessado ou não do conhecimento enquanto que a objetividade (ou não objetividade) é uma questão gnosiológica, isto é, diz respeito a correspondência ou não do conhecimento com a realidade à qual se refere.*

E ainda:

> *que a universalidade do saber está intimamente ligada à questão da objetividade. Com efeito, dizer que determinado conhecimento é universal significa dizer que ele é objetivo, isto é, se ele expressa as leis que regem a existência de determinado fenômeno trata-se de algo cuja validade é universal.*

Cumpre portanto distinguir que a questão da universalidade do conhecimento matemático, assim como do alto grau de objetividade por ele atingido não implica na aceitação da neutralidade desse conhecimento.

Embora considerando que a Matemática tem características mais objetivas que outras ciências, não é possível afirmar que a produção de seu conhecimento se dá à parte do mundo material, totalmente isenta de fatores sociais, políticos, econômicos e ideológicos, uma vez que as decisões a respeito dos orçamentos destinados a novas pesquisas, assim como os critérios de prioridade para atender às solicitações tecnológicas dependem da vontade dos homens envolvidos e de seus interesses de classe.

MARX (1971, p.249) assim esclarece o papel que a Ciência desempenha em relação ao capital:

> *A Ciência, produto intelectual geral do desenvolvimento da sociedade, surge, também ela, diretamente incorporada no capital e a sua aplicação no processo de produção material independente do saber e da capacidade do operário individual.*
>
> *Como o desenvolvimento geral da sociedade é explorado pelo capital, graças ao trabalho e agindo sobre o trabalho como força produtiva do capital, apresenta-se como o próprio desenvolvimento do capital.*
>
> (apud MARX, 1978, p. 17)

O século XIX representou profundas modificações em todos os níveis: a expansão do mercado capitalista e o alcance do sistema de fábrica produziram novas relações sociais tornando possível a produção de uma tecnologia que possibilitasse o controle, a disciplina e a hierarquização no processo de trabalho.

URE (1835) assim se expressa a esse respeito: "...quando o capital consegue que a ciência se coloque a seu serviço, a mão-de-obra refratária aprende a ser sempre dócil". (apud DECCA, 1987, p.35)

As transformações do século XIX parecem ter repercutido também na produção do conhecimento matemático e quase simultaneamente Lobachewski e Bolyai (1826) vão descobrir as geometrias não euclidianas que serão formuladas com mais precisão em 1854, por Riemann.

A idade áurea da geometria moderna que começara com Lagrange, Monge e Poncelet, atingiu seu zênite através da pesquisa e inspiração de Gauss, Riemann e Klein.

Felix Klein (1849-1925), em seu programa de Erlanger, vai sistematizar as várias geometrias que haviam aparecido durante o século.

BOYER (1974, p.387) escreve sobre o papel que a geometria vem desempenhando historicamente:

> *Dentre todos os ramos da matemática, a geometria tem sido o mais sujeito a mudanças de gosto, de uma época para outra. Na Grécia clássica subiu ao zênite, para cair ao nadir ao tempo da queda de Roma. Tinha recuperado parte do terreno perdido na Arábia e na Europa da Renascença; no século XVII esteve no limiar de uma nova era mas novamente foi esquecida, ao menos pelos pesquisadores em matemática, por quase mais dois séculos, permanecendo à sombra dos ramos prolíficos da nova análise. A Inglaterra, especialmente durante o fim do século XVIII, travara uma batalha perdida para devolver a Os Elementos de Euclides sua posição outrora gloriosa, mas pouco fizera para desenvolver a pesquisa no assunto. Através dos esforços de Monge e Carnot, houve alguns sinais de reavivamento da geometria pura durante o período da Revolução Francesa, mas*

> *a redescoberta quase explosiva da geometria como um ramo vivo da matemática veio principalmente no século XIX.*

Entretanto, os matemáticos do século XIX, percebendo os limites da geometria euclidiana, buscaram na aritmética os fundamentos para a Matemática. Assim, fizeram o contrário dos gregos que, ao perceber a incomensurabilidade, abandonaram a teoria dos números em favor da geometria.

Os trabalhos de Galois, Peacock, De Morgan e Boole representaram a adoção da teoria de grupos e de novas relações que permitiriam posteriormente a aritmetização da álgebra. É nas obras de Boole, *The Mathematical Analysis of Logic* (1847) e de De Morgan, *Formal Logic* (1847) que a Matemática e a Lógica Formal aparecem unidas, dando origem à Lógica Matemática.*

A importância dos trabalhos que relacionaram a Lógica e a Matemática está na nova concepção de Matemática que propugnavam, defendendo uma visão mais ampla desse conhecimento. Boole defendia um lugar para o Cálculo da Lógica entre as formas de Análise Matemática reconhecidas. Assim, pela primeira vez, a característica essencial da Matemática aparece não tanto ligada a seu conteúdo quanto a sua forma. Russel reconhece em Boole o descobridor da Matemática Pura.

Hoje, a álgebra de Boole é empregada não só por matemáticos puros mas aplicada em problemas de seguros e de teoria da

* BOYER (1974, p.428) reconhece três períodos na história da lógica formal: a lógica grega, a lógica escolástica e a lógica matemática.

O período da lógica grega é caracterizado por fórmulas lógicas que consistiam de palavras da linguagem ordinária, sujeitas às regras sintáticas usuais. Já a lógica escolástica era tirada da linguagem ordinária mas caracterizada por regras sintáticas diferenciadas e funções semânticas especializadas. A diferença com o terceiro estágio consiste na construção inicial de um sistema puramente formal e só depois procura uma interpretação na fala comum; a lógica é então marcada pelo uso de uma linguagem artificial em que palavras e sinais tem funções semânticas muito limitadas.

informação. As notações mudaram,pois Boole usava + , x e 0 em lugar de U, $\cap$ e $\emptyset$.

BOYER (1974, p.428) escreve que,de acordo com Boole, "se qualquer tópico é apresentado por símbolos e regras precisas de operação sobre esses símbolos, sujeitas apenas à existência de consistência interna, tal tópico é a Matemática".

Desse modo ,a Lógica Formal e a Matemática, que estiveram intrinsecamente unidas na Matemática grega, voltam a se unir nesse período.

Durante o século XIX, o desejo de aritmetização da análise, tentativa feita por Bolzano no início da década de 30, só logrou sucesso em 1872. Dedekind, Cantor e Weierstrass desempenharam um importante papel nessa busca. Com esses matemáticos era chegada a idade do rigor, substituindo antigos artifícios heurísticos e antigos conceitos intuitivos por precisão lógica crítica. PINTO (1979) considera que a procura do rigor, tanto na linguagem que expressa o conteúdo como na medida das propriedades quantificáveis das coisas, depende do nível de desenvolvimento das forças sociais produtivas que possibilitam que a Ciência, também como uma força produtiva, se utilize de métodos e instrumentos possíveis de serem confeccionados naquele momento.

DAVIS & HERSH (1985) escrevem que nos métodos propostos por Dedekind, Cantor e Weierstrass houve necessidade do uso de algum conjunto infinito de números racionais na definição ou construção de um número real. Segundo eles, na busca de aritmetização da análise e da geometria, os conjuntos infinitos foram introduzidos nos fundamentos da Matemática. Cantor vai solucionar a polêmica questão do "infinito", questão que desde os gregos, tanto na Teologia quanto na Matemática,havia levantado controvér -

sias, mas que só em 1872 é por ele esclarecida.

A teoria desenvolvida por Cantor, definindo conjunto como uma coleção arbitrária de objetos distintos, parecia poder ser considerada como o fundamento de toda a Matemática e foi desenvolvida como uma disciplina da Matemática.

BLANCHÉ (1987) afirma que a Teoria dos Conjuntos, após ter vencido grandes resistências, acabara por se impor por volta de 1900 como a base de todo o edifício matemático: a aritmética dos números finitos, a partir da qual tinham sido reconstruídas todas as outras partes da Matemática, era agora tomada como um caso específico da Teoria dos Conjuntos, o dos conjuntos enumeráveis.

Mas, a descoberta de paradoxos e antinomias na teoria de conjuntos suscitou a busca de relações entre Matemática e Lógica com vistas à superação dessas dificuldades. Frege, a partir da teoria de Boole e Cantor, desenvolveu conceitos básicos de aritmética, e portanto de álgebra, formulando a definição de número cardinal de uma classe como "a classe de todas as classes que são semelhantes à classe dada (onde por "semelhante" entende-se que os elementos das duas classes em questão podem ser postos em correspondência biunívoca)" (apud BOYER, 1974,p.436). Esta definição apareceu em *Os Fundamentos da Aritmética*, obra de Frege publicada em 1884. Suas idéias de derivar os conceitos da aritmética da Lógica Formal aparecem em *Leis Básicas da Aritmética*, em 1893.

A aritmetização da análise havia levado a uma maior preocupação com o rigor lógico também na geometria e coube a PASCH (1882, p.98) a primeira axiomatização da geometria, formulando o seguinte problema: "Para que a geometria se torne verdadeira-mente numa ciência dedutiva, é necessário que a maneira como se extraem as conseqüências seja sempre independente do sentido dos conceitos geométricos, como o deve ser também das figuras; só se devem tomar em consideração as relações entre os conceitos geométricos formuladas pelas proposições (que servem de definições). Pode ser útil e conveniente pensar, durante a dedução, na significação dos conceitos geométricos utilizados, mas tal não é de modo algum necessário; de tal modo que é precisamente quando isso se torna necessário que se manifesta uma lacuna na dedução e (quando se não se pode suprimir essa lacuna modificando o raciocínio) a insuficiência das proposições invocadas como meios de prova". (apud BLANCHÉ, 1987, p.34-5).

Neste ponto é conveniente destacar o efeito produzido pelas contradições encontradas por Russell na Teoria dos Conjuntos. O famoso paradoxo de Russell, entre outros, desencadeou a chamada "crise dos fundamentos" da Matemática. PINTO (1979) considera que essa crise nada mais representava que o estourar dos quadros lógicos em que se pretendia aprisionar o pensamento racional que se dedicava à explicação científica. Para ele só havia uma crise, a da Lógica Formal, que na verdade era a da Filosofia Metafísica que havia sido questionada com o aparecimento das geometrias não euclidianas, por considerar a geometria euclidiana como o ramo mais confiável do conhecimento.

Na tentativa de superar essa crise, surgiram três concepções da natureza do conhecimento matemático dando origem às três correntes do pensamento matemático contemporâneo: o logicismo, o formalismo e o intuicionismo, sendo seus principais representantes Russell, Hilbert e Brouwer, respectivamente.

Apesar dessas escolas se desenvolverem no início do século XX, ao final do século XIX as três concepções já se faziam presentes.

Enquanto Boole e seus discípulos propunham a elaboração de um cálculo lógico pelo modelo do cálculo algébrico e Frege, com base nos trabalhos de Boole e Cantor, tentava derivar os conceitos da aritmética da Lógica Formal, Peano - um matemático italiano- procurava constituir um algoritmo lógico adaptado às necessidades da expressão matemática. Em 1889, ele formulou seus axiomas tentando reduzir a aritmética comum a puro simbolismo formal. Apesar de Frege ter antecedido Peano nesta tentativa, a obra deste último alcançou maior repercussão.

Hilbert, em *Os Fundamentos da Geometria* (1899), leva a Teoria dos Conjuntos também à geometria, conferindo-lhe um caráter axiomático-dedutivo formal. Poincaré, que entre outros estudos forneceu em 1895 um desenvolvimento sistemático da Topologia *, é considerado pré-intuicionista, pela característica que seus estudos assumem. Sua obra, *A Ciência e a Hipótese*(1902) não parece tão intuicionista quanto as posteriores. No entanto, se opõe às doutrinas logicistas e formalistas pela função que atribui ao espírito no conhecimento.

BOYER (1974, p. 441) considera que Poincaré é o matemático mais claramente intuicionista na fase de transição entre os séculos XIX e XX, apesar de Sylvester anteriormente haver considerado a matemática como produto da mente humana, o que o qualificaria como defensor de uma visão intuicionista do conhecimento matemático.

* Em 1895, Poincaré publicou Analysis situs, sendo esta data tomada como início da Topologia. Mas na obra de Euler, Cantor e Möbius já se encontram problemas topológicos. O termo Topologia já aparecia em 1847 em uma obra de Listing, Estudos Introdutórios em Topologia (BOYER,1974,p.442).

Ao final do século XIX, iniciam-se os Congressos Internacionais de Matemática, sendo o primeiro realizado em Zurich, em 1893. No segundo Congresso Internacional de Matemática, realizado em Paris, em 1900, Hilbert questionou a possibilidade de provar que os axiomas da aritmética são consistentes e que um número finito de passos lógicos baseados neles nunca pode levar a resultados contraditórios. Esta questão incentivou os matemáticos para a superação dos paradoxos encontrados na Teoria dos Conjuntos e a necessidade de estabelecer com clareza os nexos entre Matemática e Lógica.

Nesse mesmo ano, durante um Congresso de Filosofia em Turim, Russell entrou em contato com Peano, sendo influenciado por sua obra.

Com base nos trabalhos de Peano e na tradição de Leibniz, Boole e Frege, Russel já em 1903, no livro *Principles of Mathematics* manifesta sua tendência logicista ao propor a seguinte definição para a Matemática: "A matemática pura é a classe de todas as proposições da forma 'p implica q', onde p e q são proposições e nem p nem q contém constantes exceto constantes lógicas".

Mas é *Principia Mathematica* (1910-1913), obra de Russell e Whitehead, que consiste na principal tentativa de resposta ao questionamento formulado por Hilbert, no Congresso de 1900.

Segundo COSTA (1977, p.16) "O grande mérito do logicismo reside na circunstância de ter incrementado o progresso da logística* e de haver patenteado que a Matemática e a Lógica são disciplinas intimamente ligadas entre si, na realidade inseparáveis". (apud KRAUSE, 1983, p.29)

* A logística é também chamada de "lógica matemática, lógica simbólica ou lógica algorítmica" (COSTA, 1977, p.7).

Além disso, a redução da Matemática à Lógica expressa nos *Principia Mathematica*, forneceu a Hilbert a ferramenta quase pronta para realizar a formalização rigorosa da Matemática.

Embora o formalismo tenha sua matriz teórica em Kant e o logicismo em Leibniz, os formalistas têm na logicidade axiomática condição indispensável para raciocinar sobre formalismos e assegurar a existência matemática pela não contradição.

Para os formalistas a matemática, para ter valor, necessita: coerência interna, logicidade nas deduções dos axiomas e rigor nos processos construtivos. A concepção formalista de Hilbert é assim descrita por MANNO (s.d., p. 258):

> *A Matemática torna-se assim um sistema rigoroso que, partindo das axiomas e dos termos iniciais, se desenvolve, numa cadeia ordenada de fórmulas, mediadas por teoremas, sem nunca sair de si mesma, até as conquistas mais ousadas do seu edifício formal.*

BLANCHÉ (1987, p.32) com relação às confusões geradas pelas diferentes concepções da natureza do conhecimento matemático escreve:

> *Uma das principais vantagens do método axiomático consiste em dissipar essas confusões, dissociando a matemática pura, ciência formal, da matemática aplicada, ciência do real; ou antes, para sermos mais precisos, obrigando o matemático a tomar partido, a escolher entre duas leituras de uma mesma teoria matemática, entre o ponto de vista da coerência lógica e o da verdade empírica.*

Mas, haverá vantagem nessa dissociação? Em que medida a visão da matemática pura dissociada da aplicada permite coerência lógica?

BLANCHÉ (1987) parece referir-se à forma, quando destaca as vantagens desse método, não se referindo ao que ocorre com o conteúdo nessa dissociação.

A escola intuicionista, assim como a formalista, não procura reduzir a Matemática à Lógica e tem sua matriz teórica em Kant, considerando a proposição desse filósofo para a intuição pura espácio-temporal como fundamento das matemáticas e buscando mostrar que toda a matemática deveria estar baseada construtivamente nos números naturais.

Estas construções, segundo os intuicionistas, são realizadas na mente humana. Eles não vêem a Matemática como um corpo de verdades eternas, no sentido platônico, mas como criação do homem.

Os intuicionistas se diferenciam dos logicistas por rejeitarem Leibniz, bem como a redução da Matemática à Lógica. Eles se assemelham aos formalistas por aceitarem, como Kant, o conhecimento matemático como a priori sintético, argumentando que seus enunciados não são lógicos, mas relativos a um objeto que é construído. A diferença entre intuicionistas e formalistas reside principalmente na afirmação dos intuicionistas de que não há um infinito atual e que a Matemática é independente da linguagem.

A rejeição ao trabalho com o infinito restringe o campo da Matemática intuicionista e, por não ser possível demonstrar questões clássicas de forma construtiva, os intuicionistas passam a considerar teoremas clássicos como falsos.

Eles propõem uma lógica própria uma vez que a lógica tradicional não serve aos propósitos intuicionistas.

Além disso, Brouwer e seus seguidores vêem a Matemática como atividade extra-linguística, atividade de construção , com base em nossa intuição pura do tempo.

De acordo com POPPER (1975, p. 131):

> *Por meio dessa construção criamos em nossa intuição, em nossa mente, os objetos de matemática que mais tarde - após sua criação podemos tentar descrever e transmitir aos outros.*
> *Assim, a descrição linguística e o argumento discursivo com sua lógica vêm depois da atividade essencialmente matemática (...) de ter sido construído um objeto de matemática - tal como uma prova.* (apud KRAUSE, 1983)

Para KRAUSE (1983, p. 34), é possível concluir que:

> *a intuição como fonte infalível de conhecimento é um mito, como nossa intuição do tempo, isto é, não se pode elaborar argumentos universais sobre a realidade dos procedimentos intuitivos. A intuição fica, conforme idéias de Popper, apenas como fonte de conjeturas de problemas, mas não pode fundamentar o conhecimento.*

Em KRAUSE encontra-se também referência a COSTA (1977), que criticava a perspectiva intuicionista vendo na mesma a possibilidade de que cada pessoa construa sua própria Matemática e que considera como mérito de Brouwer o fato de ter destacado a existência de um núcleo intuitivo, além do qual só é possível prosseguir com auxílio de procedimentos mais cautelosos, como o método axiomático, ou mediante "crítica de suposições e provas informais ousadas" (POPPER, 1975, p.135). O último procedimento é sugerido por Lakatos e aceito por Popper.

A proposta intuicionista foi a mais aceita pelos matemáticos e recebeu uma forte contraposição de Hilbert (C.REID,p.155) que assim se expressou:

> *O que Weyl e Brouwer fazem equivale a seguir os passos de Kronecker! Eles tentam salvar a matemática lançando ao mar tudo o que causa problemas ... Dispõem-se a retalhar e deformar a ciência. Se seguíssemos uma reforma como a que sugerem, correríamos o risco de perder grande parte do nosso tesouro.* (apud DAVIS & HERSH, 1985, p.377).

O tesouro a que Hilbert se refere é a teoria de Cantor, considerada por ele o paraíso. Para defender a Matemática da concepção finita intuicionista, Hilbert apresenta um programa prático. Em KÖRNER (1985, p.78) encontram-se os seguintes passos para provar a consistência da aritmética:

> *1) definir com clareza o que são, na matemática, os métodos finitos na medida em que se opõem aos não finitos;*
> *2) reconstruir a aritmética clássica como um objeto concreto precisamente demarcado, que é dado à percepção ou nela realizável,*
> *3) mostrar que esse objeto possui uma propriedade que garante claramente a consistência da aritmética clássica.*

O formalismo de Hilbert, apesar de rigoroso, não evidencia claramente *o esquema lógico abstrato* subjacente e, a partir de 1917, ele vai iniciar uma nova fase de axiomatização dando origem à Metamatemática "que teria por objeto não já as entidades matemáticas de que falavam as fórmulas, mas antes as próprias fórmulas, abstraindo do seu sentido: construídas a partir de entidades matemáticas, desligam-se completamente destas, para aparecerem por sua vez como entidades originais, dignas de um estudo específico". (BLANCHÉ, 1987, p.75)

Essa nova fase do formalismo de Hilbert se dá em estreita relação com o movimento dos positivistas lógicos ou neopositivistas*, para os quais a Matemática é a linguagem universal das ciências, um formalismo lógico.

Sobre a abrangência dessa fase, BLANCHÉ (1987, p. 71) escreve:

> *A apresentação lógica das teorias dedutivas enveredou portanto, por volta de 1920, por uma nova via, a via da formalização. Para poupar a validade do sistema a toda a apreciação subjetiva, torna-se daí em diante indispenpensável enunciar, de uma forma precisa e detalhada, que exclua a casuística, as regras de definição e de demonstração que presidem à elaboração desse sistema. Até aqueles que não acreditam na omnipotência da lógica e que defendem os direitos da intuição tiveram de ceder também ao movimento, a fim de poderem justificar-se aos olhos dos seus adversários, e assistimos então a algo de paradoxal, a enunciação das "regras formais da lógica intuicionista" e a constituição de um "formalismo intuicionista".*

A busca de um formalismo cada vez mais perfeito levou Gödel a formular uma sintaxe lógica da aritmética, dentro da própria aritmética, a aritmetização da sintaxe. O propósito de Gödel era estabelecer uma correspondência entre os símbolos que exprimem a sintaxe da aritmética e certos símbolos próprios da aritmética em si, para que toda a expressão da língua sintática pudesse ser univocamente traduzida numa expressão aritmética. Porém, Gödel concluiu pela impossibilidade de demonstrar nessa linguagem sintática a não-contradição da aritmética. Ele estabeleceu em dois famosos teoremas de metamatemática (1931), em primeiro lugar que uma aritmética não contraditória não podia constituir um sistema completo, comportando necessariamente enun-

* O termo neopositivista designa um grupo de filósofos e cientistas que em torno dos anos 20 se agrupam formando o Círculo de Viena e lançam um manifesto sobre a concepção científica.

ciados indecidíveis e, em segundo lugar, que a afirmação da não contradição do sistema estava presente entre esses enunciados indecidíveis. (BLANCHÉ, 1987)

Simultaneamente a este episódio de repercussão na metamatemática, ou Matemática axiomatizada, surgiram problemas também para a Lógica, uma vez que ambas estavam intimamente ligadas. Russell pretendia que os princípios e as deduções matemáticas subseqüentes assumissem um sentido de verdade absoluta. A Matemática tornava-se, assim, categórico-dedutiva e as exigências de formalização conduziam a Lógica a axiomatizar-se, levando à pluralidade das lógicas.

Gödel, ao demonstrar que os *Principia* de Russell, assim como qualquer outro sistema em cujo âmbito a aritmética possa se desenvolver, são essencialmente incompletos, já que dado um *conjunto* qualquer de axiomas aritméticos, há nele proposições aritméticas logicamente verdadeiras que podem ser deduzidas do *conjunto*, fez desabar o sonho da auto-suficiência da Matemática, que Hilbert havia buscado.

RUSSELL, ao reconhecer os limites do logicismo, escreveu:

> *Eu queria certeza da mesma maneira que as pessoas querem fé religiosa. Eu pensava que a certeza é mais provável de ser encontrada na matemática do que em qualquer outra coisa. Mas descobri que muitas demonstrações matemáticas, que meus professores esperavam que eu aceitasse, estavam cheias de falácias, e que, se a certeza pudesse realmente ser descoberta na matemática, seria em um novo campo da matemática, com fundamentos mais sólidos do que os que tinham até então sido considerados seguros. Mas enquanto o trabalho prosseguia, eu me lembrava constantemente da fábula sobre o elefante e a tartaruga. Tendo construído um elefante sobre o qual eu poderia repousar o mundo matemático, vi que o elefante cam-*

> *baleava, e passei a construir uma tartaruga, para evitar que ele caísse. Mas a tartaruga não estava mais segura que o elefante, e após vinte anos de trabalho muito árduo, cheguei à conclusão de que não havia mais nada que eu pudesse fazer a fim de tornar o conhecimento matemático indubitável.* (apud DAVIS & HERSH, 1985, p.374-5)

O formalismo de Hilbert, apesar de questionado pelo teorema de Gödel,se mantém, assumindo em suas relações com o positivismo lógico as características do formalismo contemporâneo, características estas que a Matemática possui até hoje.

A concepção formalista é a predominante no trabalho dos Bourbaki, que a partir da Teoria dos Conjuntos, procuraram descrever a Matemática em três estruturas básicas: as algébricas, as de ordem e as topológicas, conferindo à Matemática feição de ciência das demonstrações rigorosas. De acordo com BOYER (1974, p.458), essa forma dada pelos Bourbaki à Matemática "é caracterizada por uma adesão sem concessões ao tratamento axiomático e a uma forma secamente abstrata e geral que relata claramente a estrutura lógica".

Essa concepção de Matemática está na base do movimento da Matemática Moderna que, iniciado no 3º Grau pelos algebristas alemães na década de 20, adquire com a sistematização bourbakista maior expressão e é propagado a partir dos anos 50 até a Pré-Escola.

Apesar da predominância da concepção formalista, Lakatos já na década de 50 vai questionar o formalismo que tem no método axiomático e no estilo dedutivista a forma de apresentação da Matemática. Em seu livro *Provas e Refutações* (1982), tendo como fundamento a teoria do conhecimento de Popper* e o método heurístico de Polya**, ele questiona a dedução como lógica do descobrimento matemático, assim como Popper questionou a indução como lógica do descobrimento científico.

Lakatos, dessa forma, vai revolucionar a filosofia da Matemática. Assim como Popper enunciou a provisoriedade da Ciência, ele enuncia uma concepção de falibilidade para o conhecimento matemático informal.

Segundo ele, o processo de aquisição do conhecimento matemático se desenvolve por meio da crítica e correção de teorias que nunca estão totalmente livres de ambigüidades ou da possibilidade de erro ou descuido.

De acordo com DAVIS & HERSH (1985, p. 390):

> *Seria justo dizer que em Proofs and Refutations, Lakatos defende o ponto de vista de que as filosofias dogmáticas da Matemática (logicistas ou formalistas) são inaceitáveis e mostra que uma filosofia popperiana da matemática é possível. No entanto, ele não executa realmente o projeto de reconstruir a filosofia da matemática sobre uma epistemologia de falibilidade.*

É importante enfatizar que a análise de Lakatos é em relação à matemática informal, no processo de crescimento e descoberta. Para ele, as matemáticas são produto da atividade hu-

* Popper é um elemento vizinho ao Círculo de Viena que revolucionou a Filosofia da Ciência ao contestar a indução como lógica do descobrimento científico, e considerar que a tarefa específica da Ciência é submeter as hipóteses empíricas a testes dedutivos. Ele sugeriu a adoção do critério de refutabilidade no lugar da verificabilidade, considerando que um enunciado ou teoria é científico se inclui um caso em que não é verificado. (MACEDO, 1973).

** O nome de Polya aparece na Matemática principalmente associado à Arte de Resolver Problemas, título em Português de seu livro How to Solve it (1957), onde ele mostra que a heurística consiste no uso adequado de perguntas e ordens.

mana, mas ao se converterem em um organismo vivo e em desenvolvimento adquirem uma certa autonomia da atividade que a produziu, desenvolvendo suas próprias leis autônomas de crescimento.

A contribuição de Lakatos ao analisar a matemática informal é fundamental no sentido de propor a superação da concepção formalista da Matemática como um conhecimento pronto, fossilizado, e apresentá-la como um conhecimento vivo, em pleno crescimento.

Apesar das críticas ao seu trabalho, mesmo um dos seus mais ferrenhos opositores, como FEFERMAN, reconhece a validade de sua obra ao afirmar que:

> *Muitos dos que estão interessados na prática, ensino e/ou história da matemática, terão muito mais simpatia pelo projeto de Lakatos. Adapta-se bem ao caráter crescentemente crítico e antiautoritário da época. Pessoalmente, achei muito com que concordar tanto em sua abordagem geral quanto em sua análise detalhada.* (apud. DAVIS & HERSH, 1985, p. 399-400).

Lakatos, ao distinguir a lógica do descobrimento matemático da lógica utilizada na formalização do conhecimento, parece contribuir também para uma nova concepção no ensino da Matemática.

A abordagem histórica da produção do conhecimento matemático feita até aqui, tem como intenção possibilitar uma síntese precária da forma como o conhecimento matemático foi sendo produzido e elaborado nos diversos momentos históricos.

Nessa busca é possível considerar que as tentativas de *por em forma* lógica, ou logística, o pensamento, sobretudo o pensamento matemático, são válidas e plenamente justificadas, sendo o trabalho de *formalização* das matemáticas (Hilbert) fecundo.

Mas esse trabalho não deve ser concebido como um pensamento que poderia se fechar em si mesmo, se reduzir a uma pura forma, uma vez que ele é produzido nas e pelas relações do homem com a natureza e com os outros homens.

Assim, se por um lado é preciso pensar dialeticamente os processos investigados, por outro, é necessário exprimir formalmente na lógica dos conceitos formais o que foi pensado dialeticamente, sendo, portanto, possível considerar que a Matemática, como formalismo lógico pronto e acabado, se distancia do real, atingindo altos níveis de abstração. Entretanto, faz-se necessário superar o formalismo e não suprimi-lo, reconhecendo que a apreensão do conhecimento matemático é fruto da relação sujeito-objeto na produção da Ciência, considerada como sendo essencialmente uma categoria histórica na ânsia do conhecimento da própria realidade.

2. A ORGANIZAÇÃO DA ESCOLA E A DIFUSÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO

2. A ORGANIZAÇÃO DA ESCOLA E A DIFUSÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO

Materiais encontrados em escavações permitem concluir que desde o tempo de babilônios e egípcios o conhecimento matemático já era intencionalmente transmitido.

Segundo DEBESSE & MIALARET (1977, p. 6):

> *As matérias ensinadas começam com a leitura e a escrita e terminam com a gramática, conhecimento de textos religiosos, e um conjunto de disciplinas mais especializadas: leis e regulamentos, ensino técnico fundamentado em conhecimentos matemáticos.*
> *O escriba egípcio aprendia calcular o número de tijolos necessários para os diferentes tipos de construção, as rações das tropas em campanha; deveria ser capaz de organizar, no plano material, uma expedição militar. Os discos sumérios fornecem tábuas de multiplicação, regras para a extração de raízes quadradas ou cúbicas, problemas de geometria aplicada, relativos à agrimensura das terras, e ao volume de uma massa de terra por transportar.*

O mesmo autor escreve que naquela época já existiam locais apropriados para a transmissão dos conhecimentos, fato evidenciado pela descoberta de material escolar em determinados locais*. Os discos sumérios descobertos fornecem indicações do ensino dessa época ao mostrar, de um lado, o modelo traçado pelo mestre e, do outro, a cópia, que se supõe feita pelo aluno. O en-

* No Egito, os templos parecem ter sido locais de ensino.

sino parece,assim, ter sido individualizado, com ênfase na cópia e na memorização. O material encontrado permite concluir que havia pelo menos dois tipos de ensino: um mais elementar e outro mais especializado, onde os professores ensinavam matemáticas, medidas, desenho e língua.

Na Grécia, onde o ideal era formar o homem das classes dirigentes, até o início do século VI a.C. a educação coube à família, passando posteriormente às escolas * que, ao final do século em questão, estavam implantadas no conjunto das cidades do mundo grego.

O ensino de Matemática era transmitido na escola do gramatista, na qual rudimentos de cálculo eram lentamente ensinados, partindo do mais simples ao mais complexo.

De acordo com DEBESSE & MIALARET (1977, p.25):

> *O alfabeto grego servia tanto para a notação aritmética, como para a notação musical. Conhecer a lista dos números inteiros cardinais e ordinais, sabendo-lhes tanto o nome como o símbolo era o início. Não se ia, porém, muito longe na arte de contar, a julgar pelo número de ábacos e de tentos encontrados. Quanto à arte de contar nos dedos, já dependia de nível mais elevado, pois a posição de cada dedo poderia significar um número particular.*

Durante o período grego, cumpre destacar o papel desem-

---

* Neste período a formação é desinteressada, não visando uma profissão, mas a formação do caráter e do cidadão. O ensino das letras vai se desenvolver no momento em que as necessidades urbanas fazem com que a educação deixe de ser privilégio dos nobres. Os membros das classes que ascendem à educação desejam toda a formação dos nobres, ainda quando não tenham a necessidade dela. Assim, a formação de base era dada em três escolas que ministravam os seguintes ensinos: o ensino físico (pelo pedótriba), o ensino musical (pelo citarista) e o ensino das letras (pelo gramatista).

penhado pelos sofistas*. Coube a eles a introdução da educação secundária e da educação intelectual.

PONCE (1988, p.54-5) escreve:

> *Os jovens que seguiam os sofistas, que escutavam Sócrates, que freqüentavam os ginásios eram ricos. Os ginásios se converteram, por volta do séc. IV, em centros de reunião da sociedade elegante. Frequentá-los era equivalente a declarar que não se estava obrigado a trabalhar para viver.*

Dentre os sofistas, Hípias insistiu no valor formativo das Ciências e introduziu conhecimentos de aritmética, geometria, astronomia e acústica, conhecimentos que já haviam sido propostos desde a época de Arquitas (pitagórico), como já foi referido no capítulo anterior.

À época de Platão e Aristóteles, o rendimento da força de trabalho humana era tão pequeno que um homem não podia estudar e trabalhar ao mesmo tempo. O fim da educação era formar os guardiães do Estado, que soubessem ordenar e obedecer de acordo com a justiça, entendida como harmonia que o indivíduo deve manter entre sabedoria, força e prudência. A sociedade deveria conseguir essa harmonia entre a sabedoria dos filósofos, a força dos guerreiros e a prudência dos trabalhadores. Dessa forma, a justiça seria assegurada desde que cada classe social realizasse sua função própria: que "os filósofos pensem", que os guerreiros lutem" e que os "trabalhadores trabalhem para os filósofos e os guerreiros" (PONCE, 1988, p.58).

* Os sofistas podem ser considerados como os primeitos professores. Eles iam de cidade em cidade levando o conhecimento e cobrando honorários pelas lições.

É na época de Platão, entretanto, que se cria um ensino de base filosófica onde os conteúdos de Matemática vão ser enfatizados em decorrência do desenvolvimento dessa Ciência. Até então, a Música e a Ginástica eram os principais conteúdos ensinados para os gregos.

No tempo de Platão, ao estudo de números se associava a prática de exercícios de cálculos integrados a problemas concretos arte militar, comércio, navegação, agrimensura, etc. No livro VII das Leis, PLATÃO propõe que se inicie

> *por exercitar as crianças brincando , nos pequenos cálculos inventados para elas, e que consistem, ou em dividir igualmente, ora entre menos de seus camaradas, certo número de maçãs ou de coroas, ou em distribuir-lhes sucessivamente, e por sorteio, nos exercícios de luta, e de pugilatos, os papéis de lutador par ou ímpar, ou em misturar pequenos frascos de ouro, de prata, de bronze e de outras matérias semelhantes, ou em distribuí-las como descrito acima; de maneira que as obrigamos, divertindo-as, a recorrer à ciência dos números"*
> (apud DEBESSE & MIALARET, 1977,p.35)

Tal livro se constitui em um tratado de educação matemática. Platão propõe também, para os guerreiros que após os dezesseis anos revelarem melhores disposições, um segundo grau de instrução, que compreenderia a aritmética, a geometria, a astronomia e a música, estabelecendo assim a noção de um ciclo secundário de estudos fundado no ensino das ciências como propedêutico para o estudo da filosofia. (SCIACCA, 1966).

O mesmo autor afirma que a Academia de Platão pode ser considerada como uma instituição universitária, uma associação de doutos e uma confraternidade filosófico-religiosa, do tipo das Escolas Pitagóricas. Nela ensinavam-se letras, filosofia, matemática e ciências naturais segundo programas graduados; e eram proferidas conferências, travadas disputas e celebrados ritos para iniciados.

Nessa época a Matemática era ensinada não só com vistas à sua utilização prática, mas principalmente como disciplina formadora do espírito.

No século IV a.C., ao tempo de Aristóteles, conhecimentos relativos à aritmética parecem estar mais desenvolvidos na escola elementar. A análise do livro escolar do século III, no Egito, feita por DEBESSE & MIALARET (1977, p.51-2), revela

> *o meio de contar de 1 a 6.000, a lista dos adjetivos numerais ordinais escritos com todas as letras até décimo segundo ou décimo oitavo. A tábua dos quadrados se apresenta, por vezes, com operações enunciadas sem abreviaturas, com apenas o quadrado expresso em cifras. Enfim, outro pequeno manual apresenta operações sobre as frações. Pode ser, também, que foi nessa época somente que se ensinou as crianças a contar com as mãos, de modo a simbolizar todos os números inteiros de 1 a 1.000.000.*

Nesse período os estudos secundários atingem grande importância e no Liceu de Aristóteles a Gramática, a Ginástica, a Música e o Desenho aparecem como disciplinas básicas.

Para Aristóteles, a Filosofia identifica-se com a Ciência da Natureza e o verdadeiro método científico é a dedução. "A dedução perfeita só é possível nas verdades racionais, como nas da Matemática, onde o que é deduzido está contido naquilo donde é deduzido e é idêntico a ele" (SCIACCA, 1966, p.163).

Nessa época, a aritmética estudada estava além das necessidades da vida prática, e tanto a aritmética como a geometria, após a sistematização de Euclides, encontram-se nos *Elementos*, obra onde a Matemática é expressa de forma axiomático-dedutiva.

A concepção, presente já na época helenística, de que a Matemática é uma ciência dedutiva, enfatizava tanto o ensino de geometria como o de aritmética sem aplicações práticas. As aplicações práticas necessárias para as realizações dos ofícios estariam fora do programa de estudos.

Durante o período de dominação romana, a educação dos nobres era feita por escravos, geralmente gregos,e a dos filhos de comerciantes era feita numa escola que tinha dois graus. No primeiro se ensinava a ler, a escrever e a fazer contas; e no segundo a história, a língua grega e latina, a filosofia e a eloqüência grega.

Nesse tempo, em que era necessário preparar funcionários para o Estado, o ensino de Matemática e de outras disciplinas científicas declina no mundo Ocidental, permanecendo a retórica grega, que aos poucos vai se transformando em latina.

Do século V ao XI o monopólio da cultura grega caberá ao mundo clerical, salvaguardado em mosteiros; entre os leigos, o analfabetismo se alastra e a nobreza feudal não necessita do prestígio intelectual. A educação dada nos mosteiros era de duas categorias: *escolas oblatas*, em que se ministrava a instrução religiosa dos futuros monges e a *instrução* da plebe, onde não se ensinava ler e escrever mas que, segundo Ponce, tinha como finalidade propagar as doutrinas cristãs.

Cassiodoro (490-583) e Isidoro de Sevilha (560?-636) são também escritores que vão discorrer sobre as sete artes liberais e, embora em suas obras predominem as disciplinas do trivium, há algumas referências ao quadrivium.

No período em que Carlos Magno dominou as regiões franco-germânicas (séc. VIII), ele se empenhou em ter um clero culto que civilizasse e cristianizasse as regiões conquistadas. Nesta época, denominada renascimento carolíngeo, Alcuíno vai estabelecer os programas de estudo nas escolas (que eram destinadas aos membros da família real, nobres e clérigos), segundo as artes liberais (trivium e quadrivium).

Conforme DEBESSE & MIALARET (1974, p. 128-9):

> *O quadrivium agrupa, com efeito, o que a Idade Média chama as artes reales, ou phisica, isto é, os conhecimentos relativos às coisas, às leis das realidades exteriores, leis do espaço (geometria), leis dos números (aritmética), leis dos astros (astronomia) e leis dos sons (música).*
> *Ao cabo, ainda nos limites extremamente estritos nos quais essas artes são exploradas na prática escolar, convém ver em que espírito são ensinadas. O ponto de vista que preside à sua elaboração e à sua interpretação situa-se na linha geral de uma concepção essencialmente abstrata e formal do universo, despreza, com efeito, o real, e se compraz numa didática interna que nada tem de comparável à nossa concepção moderna de um mundo objetivo, exterior ao homem e sobre o qual a inteligência tenta um esforço de compreensão e ordenação. A Idade Média não se elevou à idéia de uma realidade exterior que achasse em si mesma o princípio de sua explicação, traço inevitável e pertinente numa sociedade obrigada a aceitar um ângulo de visão que dá, a cada coisa, o valor de símbolo e de justificação de uma verdade racional pré-estabelecida, e fora de contestação. Nas leis da harmonia ver-se-á uma explicação, ou ilustração, da harmonia de mundo; na aritmética, buscar-se-á descobrir as virtudes místicas dos números e o sentido alegórico de suas relações; na geo-*

> *metria, distinguir-se-ão as formas perfeitas das formas imperfeitas, símbolos dos níveis de perfeição moral atingidos pelos homens; a astronomia será, antes de tudo, astrologia, a estabelecer entre os astros e os acontecimentos humanos, relações cuja explicação confina, o mais das vezes, com a magia e com o que os psicólogos contemporâneos chamam de pré-causalidade. No fim das contas, razões práticas podem existir. É assim que a aritmética permite interpretar muitas passagens das Escrituras, onde números e cálculos ocupam largo espaço; é também a chave do cômputo, que permite organizar o calendário das festas móveis. A geometria servirá para compreender a construção do Templo; a música é indispensável a quantos queiram ter emprego eclesiástico. Quanto à astronomia, regia a medida do tempo e comandava o cômputo.*

Com a morte de Carlos Magno e a fragmentação de seu império, não houve interesse de seus sucessores pela escola.

No Oriente, durante esse período, as características são bem diferentes. Depois que as escolas gregas foram fechadas, alguns membros das escolas filosóficas de Atenas se mudaram para a Síria, onde fundaram centros de cultura grega. Na segunda metade do século VIII, e principalmente no século IX, os árabes se entregaram à tradução de obras gregas. Bagdá se tornou uma nova Alexandria e al-Mamum instalou nessa cidade uma *Casa da Sabedoria* comparável ao Museu de Alexandria. É entre os mestres desta casa que se encontra al-Kharismi, matemático e astrônomo que, como já foi referido no capítulo anterior, vai exercer importante papel tanto na Aritmética quanto na Álgebra.

BOYER (1974, p.172) escreve que

> *Nossos numerais são freqüentemente conhecidos como arábicos, apesar de pouco se parecerem com os em uso agora no Egito, Iraq(sic), Siria, Arábia, Iran e outros países de cultura islâmica - isto é, as formas* ١٢٣٤٥٦٧٨٩.
> *Chamamos de arábicos os nossos numerais porque os princípios nos dois sistemas são os mesmos e porque nossas formas derivam das arábicas. No entanto, os princípios governando os numerais arábicos presumivelmente vieram da Índia; por isso é melhor chamar nosso sistema de hindu ou indo-arábico.*

No começo do século XII, fase marcada pelo maior relacionamento ocidente-oriente, difunde-se principalmente na Itália o ensino particular, realizado muitas vezes por mestres árabes que atendiam às exigências práticas de leitura e escrita, aritmética e geometria, contabilidade e redação de correspondência comercial. Neste período, onde se expande uma concepção humanista que ultrapassa a necessidade de uma formação estritamente teológica, os clérigos são formados nas escolas de Chartres, com maior ênfase nas disciplinas do quadrivium.

Na Itália, mesmo durante o período feudal, a vida urbana não desapareceu totalmente e as escolas seculares* permaneceram em muitas cidades italianas.

No campo educacional, a igreja controlou o ensino durante a maior parte do feudalismo, seja fixando as diretrizes pedagógicas, seja fundando escolas e preparando os alunos para seguir a carreira eclesiástica.

* Escolas que davam instrução religiosa e ensinavam também gramática, retórica, direito e medicina.

Nos séculos XI e XII, o aumento dos negócios e do comércio desperta um maior interesse pelas escolas seculares. É durante estes séculos que a Ciência de Aristóteles vai ser introduzida na Europa por intermédio dos hebreus e árabes. No começo do século XII nenhum europeu poderia ser um matemático ou astrônomo verdadeiro sem um bom conhecimento da língua árabe, e a Europa durante a primeira parte desse século, não poderia orgulhar-se de qualquer matemático que não fosse mouro, judeu ou grego. Somente no final do século em questão é que surgiu na Itália cristã o mais importante e original matemático da época, Adelard de Bath. Ele traduziu para o latim, em 1142, *Os Elementos* de Euclides e copiou tabelas astronômicas (1126) e o *Almajesto* de Ptolomeu (1155). Apesar das proibições da Igreja, a nova Aritmética hindu-arábica passou a ser difundida por toda a Europa, por força da grande facilidade que introduziu nos cálculos escritos.

No século XIII, seis escolas seculares proporcionavam ensino de aritmética a um milhar de alunos. Nos tempos medievais, a aritmética ordinária entendida no sentido de fazer cálculos foi incorporada na cultura ocidental à aritmética teórica, como parte central dos estudos elementares de Matemática. Nos países onde o comércio vinha atingindo maior desenvolvimento, Itália e Flandres, o ensino da aritmética vai se tornando cada vez mais necessário; e é para uso dos comerciantes que Leonardo Pisano (Fibonacci) compõe um manual de aritmética. Nesse período, outros manuais elaborados (como o de Sacrobosco) atingiram maior alcance didático que o de Pisano, como já exposto no capítulo anterior. As primeiras universidades são desse período, em que é criada, entre outras, a Universidade de Paris, na qual estava expresso o sonho do papado de atingir uma teocracia universal. A universidade representava, então, a síntese elaborada pela escolástica no plano das idéias, conciliando as ciências profanas e as sagradas.

DEBESSE & MIALARET (1977, p.167) escrevem que:

> *Em princípio (mas elas não existem por toda parte), há quatro faculdades: Teologia, Medicina, Direito, Artes liberais. As três primeiras são escolas especiais, de caráter profissional. Quanto à Faculdade das Artes, é propedêutica, e confere a cultura geral indispensável a qualquer especialização. Corresponde, por alto, ao nosso ensino secundário.*
> *Para ser admitido nela, é preciso saber ler e escrever e ter rudimentos de latim. Isso supõe, pois, um ensino preparatório, dado nas pequenas escolas chamadas "de gramática", as quais de começo, estão fora da Universidade. São, de algum modo, os resíduos do sistema escolar precedente e ficam sob a autoridade religiosa. O ensino da gramática continua na Universidade, onde a gente entrava aí com seus 13 ou 14 anos.*

É interessante observar que a Matemática era ensinada na faculdade de Artes liberais.

Segundo RUDE (1937, p.21-2):

> *Al establecerse en el siglo XIII las primeras Universidades, comenzó a extenderse el "algoritmo" frente al "abacismo". La Aritmética se incorporó a los cursos de Artes de la Universidad, hacia el siglo XVI, pero su estudio estaba reducido a estrechos limites. Apenas si pasaba del cómputo y de las cuatro reglas (o species) fundamentales.*
> (apud DUARTE, 1987, p.88)

As Universidades mouriscas da Espanha e o comércio siciliano no Mediterrâneo podem ser considerados os dois principais focos de propagação da Matemática hindu-arábica (BOYER, 1974)

A faculdade de Artes liberais vai possibilitar a origem do ensino secundário, aparecendo os primeiros colégios. O colégio de Sorbonne, fundado em 1257, recebeu 16 estudantes de Teologia; o de Navarra, recebeu 20 estudantes de Teologia, 20 de Artes e 20 de Gramática.

Durante o século XIII, os centros de pesquisa e de ensino se multiplicaram em Pádua, Nápoles, Toulouse, Oxford e Cambridge, Sevilha e Montpellier; as Universidades de Paris e de Oxford serão as mais importantes. Em Oxford predominariam os interesses pelos estudos científicos (Matemática, Física, Astronomia), com uma autonomia maior em relação ao clero. O ensino de Matemática nas Universidades vai se dar em estreita relação com o uso das matemáticas para a explicação dos fenômenos naturais.

De acordo com SCIACCA (1966, p.302)

> *Os franciscanos de Oxford continuam as tradições da Escola de Chartres e enxertam a tendência naturalista no velho tronco do misticismo platonizante. Os dois mestres franciscanos desta direção são: Robert Grossetête (iniciador) e principalmente Roger Bacon (...) o doctor mirabilis, expoente máximo do experimentalismo científico. Robert aplica as matemáticas à explicação dos fenômenos naturais: para ele a física reduz-se às regras da figura e do movimento. Roger Bacon apela para a experiência mais do que para a investigação matemática. A abstração e o método silogístico são insuficientes para nos dar a conhecer as coisas sem o auxílio da observação e a experiência dos fatos (...) Bacon é o precursor do método experimental.*

Grossetête e Bacon sustentaram fortemente a importância da Matemática no currículo escolar, embora não fossem matemáticos.

Nesse período, a filosofia escolástica é predominante, mas nos séculos seguintes, em decorrência das novas necessidades surgidas pelo desenvolvimento das forças produtivas e a vulgarização das obras greco-romanas, a indagação científica vai assumir papel relevante, embora o elemento religioso se mantenha vivo.

Durante o século XIV, a obra de Roger Bacon cai no esquecimento, só sendo retomada ao final do século por Guilherme de Ockham. Os partidários de Ockham são chamados de *os nominais*, ou *moderni*; os de Santo Tomás são chamados de *os reais*, ou *antiqui*. Essa filosofia moderna vai enraizar-se e desenvolver-se na Faculdade de Artes da Universidade de Paris, e o ockhamismo científico vai firmar o início da astronomia e da física modernas. Durante toda a Renascença esse movimento prossegue, vindo a declinar na época da Reforma protestante, período em que as Universidades italianas, alemãs e polonesas tomam a frente na Matemática, enquanto o escolasticismo de Oxford e Paris entram em decadência.

Na Alemanha foram criadas escolas especiais para o ensino da aritmética. HOGBEN (1946, p. 27 e 312) afirma que:

> *As necessidades mercantis das corporações inspiraram a fundação, na Alemanha, de escolas especiais para o ensino da nova Aritmética que a Europa acabava de tomar emprestada dos árabes. Surpreendente proporção de livros impressos nos três anos subseqüentes à montagem da primeira imprensa foram aritméticas comerciais. Lutero defendeu os quatro evangelhos comerciais da*

> *adição, subtração, multiplicação e divisão, com astuta sagacidade política, ao propagar a estranha doutrina de que todos os meninos deviam aprender a calcular (...) A "Arte dos Números" era tão importante na Alemanha do século XIV, que se podia vangloriar de constituir uma corporação de Rechenmeister (professores de aritmética).*
> (apud DUARTE, op. cit., p. 88-9)

No trabalho de RUDE (1937, p.19) os primeiros livros alemães sobre a Aritmética hindu-arábica são assim mencionados:

> *Los primeros libros alemanes para la enseñanza de la Aritmética según el sistema arábigo, aparecieron hacia el año 80 del siglo XV; el de Ulrich Wagner se publicó em 1482; el de Heinrich Petzensteiner, Cálculo en diversos sistemas, en 1483, y el de Johanes Widmann, Behed un hubsche Rechenung auff allen Kaufmannschafft, em 1489.*
> (apud DUARTE, op.cit., p.89)

DEBESSE e MIALARET (1977,p.190) escrevem que durante a Renascença houve um movimento de extrema abundância de produção pedagógica, período de transição do feudalismo para o capitalismo, do século XIII ao XVIII "de Vitorino de Feltre a Tomaso Campanela e, talvez a Ratichius, senão a Comenius, das casas de educação dos Irmãos da Vida Comum aos Colégios dos Jesuítas"

Em sua obra há referência das várias contribuições desse período*, nos focos italiano, renano, inglês e francês,o que permitiu elaborar um conjunto de reflexões sobre o meio de ensinar e um esforço na elaboração de uma teoria da educação.

Já Sciacca ressalta,deste período, as obras de Rabelais (1483-1553) e Montaigne (1533-1592). Esse autor afirma que "Ra-

* Esses autores afirmam que para se convencer disso é possível se consultar "Repertoire des ouvrages pedagogiques du XVI siècle", publicado em 1886, em Paris, pelo Museu Pedagógico.

belais atribui grande importância não só à cultura literária, mas também à cultura científica (é este o novo rasgo de suas idéias pedagógicas), pondo em evidência a dignidade e a utilidade das ciências exatas e experimentais"(1966, p.371). Para SCIACCA, Rabelais antecipa, de certa forma, o naturalismo de Rousseau, embora nele a cultura científica apresente ainda forte caráter enciclopédico e necessite de um método seguro.

O mesmo autor escreve que para Montaigne "qualquer ensino só tem valor, se contribuir para a formação da personalidade do educando, consistente no pleno domínio de si mesmo e na posse do senso prático. Não tem valor a instrução que enche a memória e deixa vazios o intelecto e a consciência" (1966, p.371).

O realismo humanístico de Montaigne valoriza,portanto, a cultura que se alcança através do conhecimento humano mais do que a que se obtém pelo conhecimento do mundo natural e assim se distingue do realismo naturalístico de Rabelais.

Rabelais, apesar da valorização das ciências exatas e experimentais, permanece atado aos princípios da escolástica medieval, enquanto Montaigne já entrevê os novos tempos da Europa moderna.

É possível observar que,nessa fase em que a Europa se divide entre católicos e protestantes, tendo em Lutero (1483-1546) e depois Calvino (1509-1564) os grandes protagonistas da Reforma protestante, surge como expressão do movimento da Contra Reforma, a Companhia de Jesus.*

* Grande ordem religiosa, de origem conservadora e autoritária, fundada em Paris em 1534, pelo antigo militar espanhol, padre Inácio de Loyola, que será responsável por mais de dois séculos pela maioria dos colégios tanto europeus como das terras americanas colonizadas pelos europeus.

A Reforma tinha como princípio pedagógico a universalização da instrução elementar como direito de todos, como forma de difundir suas idéias religiosas; e a Contra-Reforma visava o desenvolvimento de um programa educativo para fortalecer a consciência católica contra o que a Igreja considerava como heresia protestante, não sendo portanto só uma obra defensiva, mas construtiva e reformadora.

Nos colégios da Companhia de Jesus a ênfase no ensino das "Humanidades" mantém a estrutura das sete artes liberais, onde primeiro seriam ensinadas as disciplinas do trivium e só depois as do quadrivium, com ênfase bem menor.

SCIACCA (1966, p.377) escreve que nesses colégios

> *de preferência eram acolhidos os jovens de famílias patrícias e ricas, isto é, aqueles destinados a formar a classe dirigente laica, através da qual o espírito que informava a educação dos jesuítas podia irradiar-se na sociedade. A educação começava com o ensino médio (deixando a instrução elementar aos cuidados da família) e continuava no ensino superior.*

É em Roma também que serão elaborados os regulamentos e os planos de estudos para atender ao ensino médio e superior dos colégios jesuítas, inclusive o *Ratio Studiorum** no qual consta a orientação de que a Matemática só deveria ser estudada nos três últimos anos, nos chamados cursos superiores e usando como referência básica *Os Elementos* de Euclides.

No trabalho de MARTINS (1984) encontra-se referência aos conteúdos de Matemática ensinados nas escolas se-

* Verdadeiro código pedagógico promulgado em 1599 pelo Geral da Companhia, padre Acquaviva, que vai servir de orientação para todos os colégios jesuítas, incluindo os do Brasil.

cundárias do Brasil, desde a vinda dos jesuítas. Nele é possível observar que, só em 1572, no Colégio da Bahia, é que tem início o primeiro curso de Artes, no qual se estudava Matemática, juntamente com Lógica, Física, Metafísica e Ética (LEITE, 1938) e que no curso de Filosofia do Colégio de Santo Alexandre, no Pará, se estudava Elementos de Geometria (LEITE, 1943), após as orientações da *Ratio*.

Mas o que foi realmente organizado no Brasil, durante os dois séculos em que os jesuítas dominaram o ensino, foi o curso de Humanidades, isto é, os estudos menores - composto por quatro séries de gramática (assegurando expressão clara e exata) uma de humanidades (para assegurar expressão rica e elegante) e uma de retórica (para assegurar expressão poderosa e convincente).

Conforme RIBEIRO (1987, p.27) as orientações da Companhia de Jesus "faziam que não só os religiosos de profissão como os intelectuais de forma geral se afastassem não apenas de outras orientações religiosas como também do espírito científico nascente e que atinge, durante o século XVII, uma etapa bastante significativa".

Neste período, em que Francis Bacon, da Universidade de Oxford, vai propor a indução experimental como método de conhecimento e René Descartes vai erigir o método dedutivo em método matemático universal, a educação jesuítica dada em internatos vai "instaurar um universo pedagógico (...) assinalado por dois traços essenciais: separação do mundo e, dentro desse recinto reservado, vigilância constante, ininterrupta, do aluno" (Snyders, Georges, in DEBESSE & MIALARET, 1977, p.271). Essa educação mantinha-se presa à ortodoxia católica e enfatizava o ensino humanístico em detrimento do científico. A história e a geografia, as ciências e o francês são os estudos esquecidos, reduzidos ao mínimo, ocupando no máximo meia hora por dia do horário escolar.

MESNARD (1974), estudioso da pedagogia dos jesuítas entre 1550 e 1750, comenta:

> *O fim a que os jesuítas se propõem é o de que, ao sair do colégio, os jovens cultos, apresentem o que Montaigne e Pascal chamam "a arte de dissertar", isto é, sejam capazes de manter em sociedade uma discussão brilhante e concisa acerca de todos os temas relativos à condição humana, tendo em vista a melhoria da vida social, bem como a defesa e a ilustração da religião cristã.*
> (apud DEBESSE & MIALARET, 1977, p.181)

Nesse mesmo período, de transição entre o feudalismo e o capitalismo, entretanto, devem ser ressaltadas as tentativas de reforma e mudança proposta por Ratke* e Comenius**. A eles coube "o mérito de se interessar pelos problemas concretos e técnicos do ensino" (SCIACCA, 1966 ; p.395). Por fornecerem referências de um método estrito que segue uma ordem cuidadosamente elaborada, são considerados fundadores da pedagogia tradicional. Ratke apresenta como princípio fundamental que se ensine uma coisa de cada vez e que se domine bem uma coisa antes de passar

* Ratke (1571-1635) tentou interessar educadores e príncipes em uma reforma da escola alemã, propondo que em língua materna fossem ensinadas as ciências e as artes para que se desse a unidade nacional.

** Comenius (1592-1670), bispo protestante que participou da Reforma e via em seus métodos educativos uma forma de conquistar para todos os povos paz e unidade em Cristo.

para outra. O título do capítulo XVI da obra de Comenius, *Didática Magna* - Como ensinar e aprender para que seja impossível não obter bons resultados - revela sua confiança no método.

SNYDERS (in DEBESSE & MIALARET, 1977, p. 308) afirma que:

> *A confiança de Comenius no método é tão completa quanto a de Descartes quando traça o caminho que deve levar à verdade (...). A aproximação com Descartes não é fortuita: há método para ensinar porque há método para conhecer, e as duas linhas convergem, sem dúvida, mas fora do domínio propriamente pedagógico (...)*

A *Didática Magna* ou *Tratado da arte universal de ensinar tudo a todos*, (1630), de Comenius e o *Memorial de Frankfurt* (1612), de Ratke contêm indicações específicas a respeito do programa de ensino a ser seguido e da divisão do tempo, em primeiro plano, e depois se referem também à separação em classes e ao material escolar.

Ao mestre é reservado o papel fundamental pois a ele caberia organizar o conhecimento, separando cada um dos pontos que quer ensinar e tendo como princípio reduzir o que vai ensinar a um estado tão simples que seja facilmente aprendido. Ele seria responsável ainda pela preparação e direção de exercícios que seguissem uma gradação minuciosamente estabelecida, onde o que é ensinado antes abre caminho para o que vai ser ensinado, e o que é ensinado depois é incorporado ao conhecimento adquirido anteriormente. O mestre assume nesse método o papel central - será o grande modelo - cujos ensinamentos serão adquiridos via repetição, até que se dê a aprendizagem.

Entretanto, segundo SNYDERS, seria inexato omitir da obra desses educadores alguns aspectos que os distingue da pedagogia tradicional, uma vez que

> *numa época em que faltam escolas em muitas cidades e em muitas aldeias, ou em que muitas escolas não são acessíveis senão aos ricos (e as crianças pobres nelas não são admitidas senão excepcionalmente quando a generosidade privada concede em sustentá-las), Ratichius e Comenius exigem que todas as crianças sejam escolarizadas, tanto as meninas como os meninos (...). Comenius insiste em que todas as crianças sejam recebidas na escola em pé de igualdade, ao passo que Ratichius admite que sejam os alunos pobres encarregados de certos trabalhos materiais, de que os outros serão dispensados (...). Comenius não se arreceia instituir uma escola única de 6 a 13 anos, onde se encontram em igualdade os que farão latim e os que destinam às profissões manuais. Todos juntos e instruídos de forma idêntica.*
> (apud DEBESSE & MIALARET, 1977, p.317)

Tanto Ratke como Comenius tinham na natureza o fundamento de seu método.

RATKE prescrevia que

> *o ensino deve proceder segundo a ordem da natureza, gradualmente desde o simples ao complexo, partir dos sentidos e das coisas visíveis, de modo que, de cada coisa se adquira conhecimento por meio da indução e da experiência; e que o ensino seja subministrado na língua materna.*
> (apud SCIACCA, 1966, p.396)

E Comenius vai ser o grande arauto da instrução realística, isto é, não só literária mas do conhecimento das coisas da natureza. Ele escreve que "todos devem aprender a conhecer o fundamento, a razão e o fim de todas as coisas principais, naturais e artificiais, porque todo aquele que foi posto no mundo, o foi não só para fazer de expectador, mas também de ator", (apud SCIACCA,1966, p.397) e ainda que o importante é ensinar "a gente a aprender a ciência não nos livros, mas no céu, na terra, nos carvalhos e nas faias", e na falta das coisas reais devem ser apresentados desenhos às crianças (instrução intuitiva)(apud SCIACCA,1966, p. 399).

No livro citado o autor esclarece ainda que, para Comenius, "não basta a observação por meio dos sentidos; é necessário o uso do intelecto, capaz de descobrir as razões, que são os pregos, as fivelas, os ganchos, que fazem com que uma coisa esteja fixa com segurança, sem que vacile nem caia" (apud SCIACCA, 1966, p. 399).

Nessa fase em que proliferam as escolas cristãs, a rivalidade entre as concepções científicas e clericais era uma constante.

As escolas jesuíticas eram as maiores adversárias do ensino proposto de acordo com as novas concepções empiristas.Mas, apesar das proibições impostas pelos jesuítas, na escola cristã, De La Salle mantinha,além da escola que ensinava a ler, escrever e contar, uma escola para dar uma preparação técnica aos filhos do povo, onde eram ensinadas a língua materna, noções de agricultura, de contabilidade, de mecânica e de desenho. Essa escola pode ser considerada a primeira escola técnico-profissional.

Em outras escolas religiosas, como as jansenistas (França) e a pietistas (Alemanha), apesar da finalidade ético-religiosa, eram divulgados conhecimentos úteis de física e história natural.

Essas escolas representam, segundo SCIACCA os influxos cartesianos na educação, se bem que essas ordens religiosas tenham freqüentemente se declarado críticas e adversárias dessa concepção.

Na Inglaterra a difusão do racionalismo entrou em polêmica com o empirismo; o embate entre essas concepções se inicia com Hobbes (1588-1665), mas é com Locke (1632-1704) que o empirismo vai prevalecer e o liberalismo pedagógico vai se instaurar.

A educação será austera, mas alegre, e se por um lado o professor deve "resistir aos apetites desregrados e desordenados" da criança, por outro deverá dar-lhes ampla liberdade. As crianças "satisfeitas com agir tão livres nos estudos como nas outras ocupações não farão diferença entre o estudo e as outras diversões". (LOCKE, 1966, p.33 in DEBESSE & MIALARET, 1977, p. 328).

Para Locke a instrução deve começar pelo que é da alçada dos sentidos; pelo estudo da geografia, da astronomia, da matemática e não pelas noções abstratas de lógica e metafísica que não formam o intelecto. Sendo um crítico da escola humanista de seu tempo, ele contribuiu para a afirmação da escola "realística". Sua pedagogia visava a formação de homens de negócios e funcionários, era um método para preparar o êxito na sociedade e na carreira de vida. LOCKE:

> *expressa as exigências da burguesia inglesa que, através de duas revoluções, havia conquistado a independência civil e política e já se preparava, como classe dirigente, para dominar os mares e obter em terra a primazia dos negócios. Visa ele preparar o futuro cidadão do novo estado, o gentleman (...) cônscio da própria independência individual e, ao mesmo tempo, livremente disposto a subordiná-la às leis ... Residem aqui a importância e,*

> *simultaneamente, os limites da pedagogia lockiana.*
> (apud SCIACCA,1966,p. 428-9)

Leibniz (1646-1714), contemporâneo de Locke, vai reelaborar o racionalismo cartesiano de forma original. Com relação ao problema do conhecimento toma uma posição intermediária entre o inatismo de Descartes-que sustentava que algumas idéias foram impressas em nós por Deus-e o empirismo de Locke-que defendia que todas as nossas idéias derivam da experiência externa (sensação) e da interna (reflexão). Ele considera que são dois os princípios fundamentais do conhecimento: o princípio da contradição e o princípio da razão suficiente,correspondendo a duas ordens de verdade: as verdades da razão e as verdades de fato.

No século XVIII, fase de consolidação da racionalidade capitalista, Rousseau (1712-1778) vai representar um papel de síntese entre as antigas e as novas idéias pedagógicas. Sua obra o Emílio vai exprimir suas idéias.

SCIACCA (1966, p.502-3, nota) ressalta que:

> *O Emilio influiu nos programas de legislação escolar da Revolução Francesa, muito embora os vários projetos legislativos apresentados às assembléias não tenham podido sequer ser discutidos. A atenção, na época da Revolução, foi sobretudo atraída pelo problema da educação popular (...). A educação devia ser gratuita (não obrigatória) e ministrada por docentes laicos (escola laica).*

Rousseau não se preocupou com a educação das massas mas com a educação de um indivíduo com dinheiro suficiente para contratar um preceptor. Entretanto sua influência sobre Basedow

(1724-1790), Filangieri (1753-1788) e Pestalozzi (1746-1827) permitiu que suas idéias fossem aplicadas em institutos e escolas. Esses três pedagogos, embora defensores da escola pública, defendiam uma instrução diferenciada de acordo com a classe social à qual pertencessem os alunos.

BASEDOW assim expressava sua opinião:

> *Não há qualquer inconveniente em separar as escolas grandes (populares) das pequenas (para os ricos e também para a classe média) porque é muito grande a diferença de hábitos e de condições existentes entre as classes a que se destinam essas escolas. Os filhos das classes superiores devem e podem começar bem cedo a se instruírem, e como devem ir mais longe do que os outros, estão obrigados a estudar mais...* (apud PONCE, 1988, p.136)

Mesmo Pestalozzi, que no início de sua vida educou algumas crianças pobres e ao fundar seu orfanato recolheu crianças dessa classe, nunca pensou na possibilidade de dar a mesma educação às crianças, independente da classe à qual pertencem.

Pestalozzi exerceu grande influência sobre Froebel (1782-1852) pedagogo criador dos jardins de infância* que propunha que a educação infantil se fundamentasse no jogo.

SCIACCA (1966, p.66) assim descreve o papel do jogo na pedagogia de Froebel:

> *O jogo, para a criança, é uma coisa, é o seu trabalho. A criança, jogando, opera, faz, e a educação deve começar a partir do fazer e, por conseguinte a partir do jogo.*
> *Para Froebel, o homem conhece plena-*

* Os jardins de infância (escolas de principiantes) eram, nessa época, instituições necessárias a guardar as crianças cujas mães estavam empregadas nas fábricas.

> *mente só aquelas coisas que pode representar exteriormente e reproduzir. O educando, para adquirir conhecimento deve viver: pensando fazer e fazendo pensar (...) Os jogos são constituídos por uma série de objetos, dos mais simples aos mais complexos (bolas, cubos, cilindros) decomponíveis de diversos modos, que Froebel denomina dons. A criança compõe e decompõe os dons, executa trabalhos, corta e constrói. É este o seu trabalho, o seu agir, com o qual adquire conhecimentos claros, manifesta suas aptidões, desenvolve a atenção e sente a alegria de seu livre agir e de seu livre conhecer. Cada jogo sugere-lhe um significado simbólico.*

A originalidade da obra de Froebel está em sua proposta do jogo como trabalho. O uso de material didático para o ensino parece antecipar propostas pedagógicas dos séculos seguintes.

Desse período é interessante observar a influência de Kant (1724-1804) sobre a escola. No pensamento pedagógico desse filósofo,que reune a teoria e a prática numa filosofia abstrata, sente-se a influência de Rousseau. Mas de um Rousseau repensado em uma pedagogia para a formação da autonomia da personalidade. Buscando inspiração fora dos dogmas e dos homens das Igrejas, Kant assenta as bases de uma escola leiga.

Na Alemanha, o programa de instrução vai ser anti-humanístico, onde as ciências da natureza, a geografia e a matemática vão ocupar lugar preponderante, sendo necessário ensinar o que é útil para a vida usando o método intuitivo.

Kant, ao propor que cabe à escola dirigir-se a todas as crianças de todas as origens,se diferencia de Rousseau, Voltaire e outros defensores do ideal revolucionário francês de um ensino público, onde a exigência do ensino para todos assumia um caráter diferente do que hoje entendemos por ensino público.

Segundo Rousseau (1712-1778), "o pobre não precisa de educação; a de seu estado é forçosa, ele não poderia ter outra". Voltaire (1694-1778) considera, igualmente, mas com razões diferentes, que "não é o trabalhador braçal que cumpre instruir, é o bom burguês, o habitante das cidades" (apud DEBESSE & MIALARET, 1977, p.337).

Entretanto, o ideário iluminista francês repercutiu em todo o mundo e a *Enciclopédia* elaborada durante a revolução francesa não era simplesmente um compêndio do pensamento político e social, mas também do progresso científico e tecnológico.

A partir de 1750 são criadas na França as grandes escolas de engenheiros, desenvolvendo-se o ensino técnico. A culminância desse processo leva à criação da Escola Politécnica e do Conservatório de Artes e Ofícios, em 1794.

Na Itália, durante esse período, vários planos e projetos de reforma da instrução foram propostos. Com a expulsão dos jesuítas da educação, algumas reformas foram efetuadas.

Genovesi, tendo presente as classes sociais de seu tempo, propõe dois graus de instrução: um para operários e camponeses aprenderem a ler, escrever e contar (escola popular de orientação técnica) e outro para a classe burguesa, com o estudo das ciências úteis (física, matemática e economia).

O Marquês de Pombal, ao buscar colocar Portugal em condições de igualdade de desenvolvimento com outros países europeus, vai propor também a expulsão dos jesuítas da educação em 1759.

Esse fato repercutiu no fechamento das escolas dos jesuítas no Brasil, onde por mais de dois séculos eles haviam sido responsáveis pelo ensino. O sistema escolar proposto pelos jesuítas desmoronou e só após o alvará de 1772 é que foram instituídas aulas régias e o subsídio literário para atender o ensino elementar e secundário. Começaram a ser introduzidos professores leigos no ensino e os encargos da Educação foram pela primeira vez assumidos pelo Estado.

Embora a intenção desse movimento fosse a valorização do ensino científico, o esquema de aulas régias valorizou a gramática, o latim, o grego, a filosofia e a retórica. As novas idéias somente foram sentidas na Colônia devido à reforma impetrada por Pombal na Universidade de Coimbra, em 1773.

Essa reforma possibilitou aos brasileiros que iam a Portugal estudar, trazer para o Brasil uma contribuição à cultura científica que, embora divulgada muitas vezes clandestinamente, aos poucos influenciou o ensino secundário no Brasil.

Em 1776 é feita, pelos franciscanos no Rio, uma tentativa de modelar o ensino de acordo com as novas tendências, como pode ser observado na seguinte citação, que se encontra em NUNES (1962,p.59):

> *"... em 1800 no programa do Seminário de Olinda constam disciplinas como gramática latina, retórica, prática, história, geografia, cronologia, geometria, filosofia racional e moral, física com os seus diferentes ramos de história natural, teologia dogmática, especulativa e prática, história eclesiástica, liturgia, canto e finalmente desenho"*
> (apud MARTINS, 1984)

Mas, com a queda de Pombal, esse esboço de organização se esfacelou.

Durante a Revolução Francesa, a obra educacional do matemático Condorcet é bastante expressiva. LUZURIAGA (1960,p.124)escreve:

> *Condorcet constitui a mais alta expressão da pedagogia política da Revolução Francesa e da democracia liberal do século XVIII (...) As idéias essen-*

> *ciais de Condorcet referem-se à universalidade, à gratuidade, à liberdade e à laicidade do ensino. Essas idéias deverão servir de orientação não só à instrução pública francesa, mas também à européia e americana posteriores.*
> (apud DEBESSE & MIALARET, 1977, p.341)

PONCE (1988, p.141) questiona se a gratuidade do ensino defendida por Condorcet possibilitou que em seu tempo as escolas fossem freqüentadas por crianças não pertencentes à pequena e à média burguesia e esclarece que:

> *O impressionante triunfo das máquinas no século XVIII e a extraordinária expansão comercial que teve lugar nessa época não só mobilizaram enormes massas de homens, como também incorporaram as mulheres e as crianças à exploração capitalista (...) E foi exatamente nessa época, em que até crianças de 5 anos trabalhavam, que Condorcet declarou gratuitas as escolas...!*

É possível observar que,nas próprias origens da escola burguesa, gratuita e popular, ela não se destinava às massas, mas aqueles que por não precisarem trabalhar, poderiam freqüentar a escola.

Muitos planos como o de Condorcet são formulados pelos franceses durante esse período, onde vigorava uma política de liquidação da antiga organização escolar. O combate à educação religiosa havia levado ao fechamento das escolas confiadas aos eclesiásticos, sendo substituídas pela escola estatal. Mas a política anti-religiosa, levada a extremos, favoreceu o retorno à escola privada, organizada por ordens religiosas, para atender ao ensino elementar.*

A instrução popular é vista como condição para que a classe trabalhadora se colocasse a serviço das novas necessidades capitalistas; saber ler, escrever e contar era preciso. A consciência do valor econômico e social da instrução popular leva à participação de manufatores e dirigentes de fábricas nas duas sociedades criadas na França para colaborar no desenvolvimento do ensino primário: Societé d'Encouragement pour l'Industrie Nationale, criada em 1801, e a Societé pour l'Instruction Elementaire.

O restabelecimento das relações entre a França e a Inglaterra, neste período, permitiu aos membros da Societé d'Encouragement tomar conhecimento das concepções pedagógicas de Bell e de Lancaster com relação ao ensino mútuo**. Essa forma de ensino foi também empregada na França até a lei Guizot, em 1833, quando uma nova proposta de sistema escolar fez com que aos poucos se extinguisse.

Essa nova proposta, que preconizava o ensino elementar com base no equilíbrio das ações da Igreja e do Estado, mantinha esse ensino não obrigatório, nem leigo e nem gratuito para a totalidade dos alunos.

Nesse período os colégios (de ensino secundário) na Europa são autorizados a criar seções particulares nas quais devem ser ensinadas as línguas vivas e as ciências aplicadas à in-

* Os Irmãos das Escolas Cristãs, de La Salle, foram encorajados a assumir esta tarefa e a lei de 1º de Maio de 1802 mantém a ausência da gratuidade e da obrigatoriedade escolar que estavam presentes na lei de 1795, preparada por Daunou.

** Método monitorial onde os alunos mais velhos ensinavam aos mais novos, empregado na Inglaterra desde o século XVIII.

dústria.

Na França, a organização desses estudos que abrem largo espaço às disciplinas científicas é assim descrita por DEBESSE & MIALARET (1977, p.360).

> *"...às crianças de 12 anos, comporta o ensino do desenho, da história, de línguas antigas e de línguas vivas. (...) os alunos de pelo menos 14 anos podem seguir cursos de matemáticas, de física, de química experimental. Enfim, a partir dos 16 anos, os alunos da terceira seção recebem formação com gramática geral, belas-letras e legislação. Os cursos de desenho gozam de grande preferência, em razão notadamente, de seu caráter utilitário. O ensino das disciplinas modernas é adaptado às características locais, seja para ilustrar os cursos, torná-los mais vivos, seja para dotar os alunos de conhecimentos práticos, de uso doméstico (curso de medicina), seja, enfim, para iniciar uma formação especializada na agricultura, no comércio ou na indústria.*

No Brasil, entre 1759 e 1808, há um interesse pelo ensino, sem entretanto possibilitar a preparação de técnicos para o trabalho. A característica permanece livresca e os técnicos necessários para hidráulica, agrimensura, são buscados em Portugal. É evidente a intenção de manter a dependência à Metrópole.

Durante o século XIX, muitos países como a Alemanha, Estados Unidos e Itália vão criar sistemas de ensino, sendo esse o século da organização da educação popular.

Na França, o conceito de escola primária, obrigatória, imposta e sustentada pelo Estado, que vinha de um século, se afirmou nas grandes leis escolares de 1880: a lei da obrigatoriedade escolar (1882), a lei da gratuidade (1881), a lei da laicização dos programas (1882) e do pessoal docente (1886).

DEBESSE & MIALARET (1977, p.391) sob o título de Magistrocentrismo escrevem que:

> *"... a pedagogia tradicional não nasceu das leis orgânicas da Terceira República. Mas essa pedagogia caracteriza tão bem a escola francesa, que cumpre começar por apresentar aquilo que se chama de magistrocentrismo. Alguns imperativos-programas e horários pesam sobre os docentes de 1º e 2º graus (...)"*

Nesse tipo de ensino que tem o professor como centro, as aulas são ministradas com a ajuda do manual escolar que permite a distribuição ordenada dos conhecimentos. Esses conhecimentos são estereotipados e devem ser memorizados para poderem ser reproduzidos.

Apesar da escola francesa ter características tradicionais, os legisladores forneciam instruções em 1887 para que o ensino elementar não ficasse reduzido ao "ler, escrever e contar", mas insistem no caráter intuitivo e prático de que se deve revestir o ensino e na necessidade de utilizar métodos indutivos.

Na Alemanha, a educação é considerada necessidade fundamental e mantém as características da pedagogia tradicional. A escola entra no âmbito das tarefas civis e das competências indeclináveis do Estado. O sistema escolar alemão é mantido com coerência e decisão e tanto a Universidade como o Ateneu de Berlim (1810) tornam-se prósperos. A universidade alemã, desse período, é o centro mundial da cultura com Kant, Hegel, Herbart, entre outros. A matriz teórica do ensino tradicional pode ser encontrada nos cinco passos formais de Herbart (1776-1833). Esses passos, que têm como base o esquema proposto por Bacon como método científico são: o passo da preparação, da apresentação , da comparação e assimilação, da generalização e da aplicação.Esse método valoriza o saber intelectual, havendo predomínio do lógico sobre o psicológico (SAVIANI, 1988).

A escola Latina Municipal Alemã, de nível médio, se transforma em ginásio e nela se desenvolve uma orientação de ensino unitária, de latim, grego, matemática e alemão, integrado pelo patrimônio de outras noções. A par dessa escola irá se formando uma escola para instrução técnica em decorrência das exigências industriais.

Na Itália, a lei Casati (1859) cria a administração central e organiza o ensino superior, o secundário e o elementar, tornando a escola primária obrigatória e gratuita, embora mantendo o princípio da liberdade de ensino.

Na Inglaterra e Estados Unidos a educação continua cabendo à iniciativa privada. A modernização da escola inglesa se deve principalmente às Universidades de Londres, Oxford e Cambridge,que contribuíram para eliminar o caráter confessional,enfraquecendo as influências da igreja anglicana e propondo a introdução,nos programas escolares,de matérias científicas. A primeira escola inglesa gratuita data de 1891. Nos Estados Unidos, a partir de 1819, se desenvolve um ensino superior público. Em 1852 a frequência escolar é obrigatória em tempo parcial e em 1890 em tempo integral. O Departamento de Educação americano foi fundado em 1867.

Nesse período em que a Europa e a América foram inundadas por especialistas, máquinas a vapor, maquinaria para processamento e transformação do algodão, Sarmiento (1811-1888) afirmava que o trabalhador assalariado não poderia satisfazer seu patrão se não dispusesse ao menos de uma educação elementar.Mas, quase ao mesmo tempo, Mr. GUEDES dizia: "a meu ver, a maior parte da educação de que tem desfrutado uma parte da classe trabalhadora durante os últimos anos é prejudicial e perigosa, porque a torna demasiado independente". (apud PONCE, 1988, .p.150)

Esta contradição parece ter sido resolvida com a burguesia, "dosando com parcimônia o ensino primário e impregnando-o de um cerrado espírito de classe, como para não comprometer com o pretexto das 'luzes', a exploração do operário, que constitui a própria base da sua existência". (PONCE, 1988, .p.150).

No Brasil, com o deslocamento da família imperial portuguesa, surge desde o início do séc. XIX a necessidade de preparar,aqui, mão de obra para as novas exigências político administrativas.

Conforme MARTINS (1984), essa necessidade foi atendida por D. João VI com a criação de escolas mais para a profissionalização que para a formação da população. Em 1809 ordenava-se que se praticasse na Colônia as recomendações estabelecidas na Carta Régia de 19 de agosto de 1799, onde a aritmética, a álgebra e a geometria teórica e prática e a trigonometria deveriam se tornar vulgares. Essa Carta trazia ainda indicações de conteúdos e métodos necessários a esse fim. Escolas situadas nas cidades e vilas mais importantes receberam estas indicações.

Em 1812 houve uma tentativa de organização sistemática da instrução pública no Brasil, elaborada por Stockler, aparentando muita semelhança com o plano de Condorcet apresentado na França em 1792, mas que não foi efetivada.

Entretanto, a matemática no nível superior, com o deslocamento de boa parte dos professores e lentes da Companhia dos

Guarda-Marinha e com a instalação da Academia Real da Marinha em 1808, alcançou um ambiente favorável. Em 1810, com a fundação da Academia Real Militar*, o ensino da matemática superior se efetiva no Brasil. A falta de técnicos levou à criação de cursos superiores na Bahia e Rio de Janeiro, mas o ensino primário e secundário não foi alvo de preocupação.

Com a independência política do Brasil (1822), a educação nacional aparece como um dos temas centrais da Assembléia Constituinte em 1823. A Constituição de 1824 garantia a gratuidade da instrução primária a todos os cidadãos e a criação de colégios e universidades onde seriam ensinados elementos das ciências. Tal discurso não se efetiva na prática e, na procura de alternativas para os problemas do ensino, o método lancasteriano de ensino mútuo aparece como providencial, sendo instituído por decreto e predominando por 15 anos.

Nesse período, vários projetos foram encaminhados propondo diretrizes curriculares com ênfase no ensino científico. A primeira lei sobre a instrução elementar brasileira data de 1827 e contém as seguintes indicações a respeito do conteúdo a ser ensinado. "Os professores ensinarão a ler, escrever, as quatro operações de aritmética, prática de quebrados, decimais e proporções, as noções mais gerais de geometria prática, a gramática da língua nacional". (apud MOACIR, 1936, vol.I, p. 189-191).

Mas as escolas de primeiras letras serão em número reduzido e a falta de preparo dos professores não tornará possível atingir o objetivo contido na lei. Da necessidade de habilitar

* Esta Academia passou em 1858 a chamar-se Escola Central, em 1874, Escola Politécnica e hoje é a Escola Nacional de Engenharia.

professores para o ensino elementar, surgem as primeiras escolas normais em Niterói (1835), na Bahia (1836), no Ceará (1845) e em São Paulo (1846). Estas escolas terão no máximo dois anos de duração e serão de nível secundário. Com relação ao ensino secundário, na tentativa de juntar as aulas avulsas (régias)que eram dadas, foram criados os liceus provinciais: o Ateneu no Rio Grande do Norte, em 1825,e os Liceus da Paraíba e Bahia, em 1836.

Em 1837 é criado o Colégio Pedro II*,cujo currículo propunha que o ensino de aritmética fosse feito nos três primeiros anos, seguindo-se dois anos de geometria, um de álgebra e mais dois anos de matemática no final do curso. Dessa forma, a Matemática aparecia nas oito séries. Nas diversas reformas empreendidas, o plano de estudos foi sendo modificado e o ensino de Matemática não ocorreu mais nas oito séries.

Segundo MARTINS (1984), nesta década surgem as primeiras obras didáticas para o ensino de Matemática, sendo a obra de Oliveira (1832), composta para ser usada nas escolas primárias. Nessa obra, reeditada em 1863, encontra-se um significativo apelo para que o sistema métrico seja adotado legalmente no país. *Os Elementos de Geometria* do Marquês de Paranaguá (impressos em 1815), são reimpressos pela Sociedade Literária do Rio de Janeiro, em 1838.

Embora o ensino superior atinja grande desenvolvimento , sendo instituída na Academia Militar, em 1842, a prática de defesa de tese para a obtenção de grau de doutor (entre 1848 e

* Primeira instituição brasileira de ensino secundário sistemático, que seria por muitos anos o único ginásio oficial (Ginásio Nacional)do país, fornecendo até meados do século XX indicações para todos os outros ginásios do país.

1858 são apresentados mais de vinte teses de matemática), o ensino de Matemática no primário e secundário não se modificou. Deste período cumpre destacar o trabalho de Joaquim Gomes de Souza, (Souzinha), que pode ser considerado o primeiro genuíno matemático brasileiro.

De forma geral, no entanto, o ensino do Império não revelou resultados animadores, sendo deficiente e fragmentário, sem um plano nacional que lhe concedesse uma estrutura orgânica. A descentralização proposta pelo Ato Adicional de 1834, concedendo às Assembléias provinciais o direito de legislar em matéria de ensino primário e secundário não surtiu efeito devido a não descentralização dos recursos, sendo o ensino primário quase abandonado e o secundário entregue à iniciativa particular.

A tentativa de reforma da educação brasileira é feita por Leôncio de Carvalho em 1879, sob influência americana. Suas intenções não surtiram efeito, mas suas idéias sobre liberdade de ensino, laicidade da escola pública e instrução obrigatória dos 7 aos 13 anos, foram defendidas em 1882 por Rui Barbosa, que sob a influência do positivismo, propôs a reforma do ensino primário, secundário e superior.

Com relação ao curso da escola primária, os seguintes conteúdos de Matemática são enfatizados na divisão estabelecida por ele:

a) na escola primária elementar com dois anos de duração, "aprendia aritmética prática até a divisão por um algarismo; primeiras idéias de frações; problemas fáceis, concretamente formulados". (apud MOACYR, 1937, vol II, p.239).

b) na escola primária média, com dois anos de duração, aprendia "aritmética prática, até regra de três simples; sistema métrico". (MOACYR, 1937, p.240)

c) na escola primária superior com 4 anos de duração aprendia "aritmética prática e teórica até raízes quadradas e cúbicas e logaritmos inclusive; noções de geometria, álgebra até equações do 1º grau, rudimentos de trigonometria". (MOACYR, 1937, p.240).

As propostas de Rui Barbosa eram baseadas no conhecimento que tinha das reformas pedagógicas de outros países, como Inglaterra, Alemanha e Estados Unidos. Ele não conseguiu, entretanto, concretizar tais propostas no Brasil.

Ao final do Império, a criação de duas escolas técnicas-secundárias, uma em São Cristovam e outra em Santa Cruz, é acontecimento que se destaca num período de poucas realizações no campo educacional.

Os compêndios de aritmética que foram produzidos nesse período, são de autoria de Antonio Trajano e José Theodoro de Souza Lobo.

Na segunda metade do século XIX, estabeleceram-se no Brasil escolas protestantes norte-americanas (Escola Americana, 1870, Colégio Piracicabano), trazendo nóvos métodos pedagógicos que davam maior importância à observação e à experiência.

A nova sociedade técnica industrial, tendo seu fundamento e sua garantia na ciência, instaura a ciência não só como único conhecimento humano verdadeiro, mas como *nova religião da humanidade*.

A influência positivista na pedagogia valoriza o ensino das ciências da natureza, buscando nos fatos averiguáveis por meio da experiência, todo o conhecimento.

No Brasil, no início da República, embora predominasse a educação humanista, livresca e acadêmica, as idéias positivistas se fazem sentir principalmente nos meios militares e em 1884 os positivistas criam a Escola Neutralidade, como modelo de instrução primária. Benjamim Constant*, sob influência positivista, vai ser o autor da primeira reforma educacional.

Embora Comte não recomendasse o ensino das Ciências antes dos 14 anos, sugerindo um ensino baseado na poesia, na música, no desenho e nas línguas, Benjamim Constant propunha já, dos 7 aos 13 anos, a aritmética (prática até regra de três), a geometria prática (sistema métrico, taquimetria). Influenciado pelo desenvolvimento da educação americana, ele criou o Pedagogium, com a finalidade de congregar o que de melhor houvesse em matéria de educação.

A reforma de Constant não surtiu efeito, embora suas orientações tenham permanecido até 1897, apesar de sua morte em 1892.

Em 1893, o "Gymnasio Paranaense e da Escola Normal", criado em 1846 com o nome de "Liceu de Curityba", adota o programa e os livros do Ginásio Nacional. Desde a sua criação até o final do século, este estabelecimento contou com um número reduzido de alunos.

Ao final do século XIX e início do século seguinte, novos métodos pedagógicos, procedentes da Europa e Estados Unidos, irão valorizar a criança como centro do processo pedagógico.

O ensino de matemática desenvolvia-se segundo duas tendências divergentes: uma defensora dos métodos tradicionais, da disciplina formal que dispensava grande valor à memorização de re-

* Primeiro Ministro do "Ministério da Instrução, Correios e Telegraphos", criado em 1890.

gras para que a aritmética fosse aprendida e considerava que à custa da repetição de exercícios poder-se-ia desenvolver certas faculdades mentais na criança; e outra, que preconizava a aprendizagem dos conceitos de forma indutiva, através do uso de objetos e não pela aplicação de regras. Partidários dessa última concepção, Decroly e Montessori vão desenvolver materiais didáticos para o ensino da matemática.

Nesse período, nos Estados Unidos, o pragmatismo*, fundado por Peirce e difundido por Spencer, adquire com Dewey grande repercussão no campo educacional, desencadeando o movimento pedagógico-didático denominado Escola Nova.

As concepções modernas que desde Comenius e Ratke, Rousseau e Pestalozzi vinham se desenvolvendo embora a concepção tradicional predominasse, vão adquirir maior fôlego com Binet, Decroly, Montessori, Dewey e Claparède.

PIAGET (1982, p.17-8) chama a atenção para o fato dos inovadores em pedagogia não terem sido educadores profissionais:

> *Comenius criou e dirigiu escolas, mas era teólogo e filósofo de formação. Rousseau não dava aulas e, se teve filhos, sabe-se que pouco se ocupou deles. Froebel, criador dos jardins de infância e defensor de uma educação sensorial (aliás, bem insuficiente), era químico e filósofo. Herbart era psicólogo e filósofo. Entre os contemporâneos, Dewey, era filósofo, Madame Montessori, Decroly e Claparède eram médicos, e os dois últimos também psicólogos. O mais ilustre, talvez, dos pedagogos que não era senão*

* SCIACCA (op.cit., p.219) assim se refere ao pragmatismo: "Contra o idealismo, que submerge a concreticidade de nossa personalidade na consciência absoluta e contra a oposta abstracidade do positivismo, com o qual se enlaça, fez valer suas instâncias o pragmatismo ou filosofia da ação, que continua o empirismo inglês numa forma mais radical, mostrando maior interesse pelos problemas práticos.

> *educador (por sinal muito moderno), isto é, Pestalozzi, na realidade não inventou métodos ou processos novos, a não ser o emprego da ardósia* e assim mesmo por razões de economia.*

A concepção tradicional de educação que era marcada pela visão essencialista de homem, pregava que cabia à educação conformar-se à essência humana. Desta forma, estruturada sobre a base da igualdade, leva a burguesia a organizar os sistemas nacionais de ensino e advoga a escolaridade para todos. A escola é concebida como a "redentora da humanidade".

A concepção moderna vai ser marcada pela visão do homem centrada na existência, na vida, na atividade, onde cada indivíduo tem determinadas potencialidades e é preciso respeitar sua individualidade. Essas características, segundo Saviani, conferem a esta concepção um caráter anti-democrático.

O movimento escolanovista desenvolveu-se sobre esse pressuposto, enfatizando o psicológico sobre o lógico, valorizando mais o processo de obtenção do conhecimento que a transmissão do conhecimento. O ensino seria transformado em pesquisa, tendo como slogam que o importante não era ensinar, mas "aprender a aprender".

As relações entre a pedagogia e a psicologia presentes na concepção moderna são discutidas por DEBESSE & MIALARET (1977, p.373) que citam Herbart e Cournot como precursores da pedagogia experimental e esclarecem:

> *Primeiro, a pedagogia experimental, assim nos princípios como nos métodos,*

* Pedra utilizada como lousa (nota do autor).

> *ou técnicas, foi construída, ao menos nos começos fora da psicologia experimental.*
> *Em segundo lugar, esta última embora tributária em larga medida, da fisiologia experimental, tomou algumas de suas técnicas à pedagogia para delas fazer testes.*
> *Com o desenvolvimento dos primeiros laboratórios de psicologia uma reviravolta se opera no fim do século XIX. Os progressos da pedagogia experimental parecem, então, cada vez mais determinados pelos da psicologia experimental. A obra psicopedagógica de Alfred Binet (1857-1911) ilustra do melhor modo as novas relações entre as duas disciplinas.*

Embora ao iniciar-se o século XX, no Brasil já houvesse colégios de protestantes norte-americanos e tentativas de reformulação do sistema de ensino já tivessem sido buscadas, o ensino de Matemática predominante em nível primário e secundário conserva-se profundamente acadêmico e tradicional.

MARTINS (1984) escreve que em 1911 foi realizado um exame de admissão à primeira série do curso secundário do ginásio D. Pedro II, onde na programação de Matemática exigia-se a extração de raiz quadrada a menos de uma unidade, grandezas diretamente e inversamente proporcionais, regras de três simples e composta, juros simples e outros pontos considerados ministrados na escola primária.*

Desde o início do século a preocupação com o ensino de Matemática já era assim expressa por Felix Klein.**:

* A presença de conteúdos como juros pode ser entendida como uma tentativa de que na escola fossem aprendidos conteúdos que pudessem ser aplicado em problemas da vida diária. No início do século XX um movimento denominado Movimento Utilitário Social, com esse objetivo, exerceu alguma influência na seleção dos conteúdos para o currículo da escola elementar.

** Primeiro presidente da Comissão Internacional para o Ensino de Matemática, criada em 1908, durante o 4º Congresso Internacional de Matemática, realizado em Roma.

> *Somente pode ser chamado de ensino científico aquele que conduz o homem a pensar cientificamente, mas de modo algum é o ensino que desde seu início é oferecido com uma sistemática fria, mesmo que rigorosamente acabada.*

Apesar da preocupação com o aspecto metodológico do ensino de Matemática, a característica principal dos trabalhos desenvolvidos sob a presidência de Klein (até 1925), Smith (até 1932) e Hadamard (até o início da 2a. Guerra Mundial) foi a discussão dos conteúdos matemáticos, na tentativa de aproximar os conteúdos escolares dos avanços da Ciência Matemática. A necessidade dessa aproximação obtinha consenso entre os matemáticos, o mesmo não acontecendo com relação aos métodos de ensino, devido a presença de diferentes concepções.

Nos países latinos, foram difundidos por tradução ou adaptação, alguns textos italianos ou franceses escritos por excelentes matemáticos, e, portanto, de indiscutível qualidade com respeito a conteúdos, mas muitas vezes radicalmente divergentes no enfoque: desde um exagerado preciosismo lógico e axiomático até um igualmente exagerado jogo de tesouras.

Nesse mesmo período, a pedagogia experimental atinge grande desenvolvimento. Em 1912, Claparède, tendo desenvolvido pesquisas nesse campo e tendo conhecido os trabalhos de Dewey, Decroly e Montessori, cria o Instituto J.J. Rousseau, para ser ao mesmo tempo uma escola das ciências da educação e um laboratório de pesquisas. Ao lado desse Instituto é criada a "Maison des Petits", onde aos jogos educativos de Decroly e Montessori foram acrescentados outros, principalmente um jogo de iniciação matemática.

Os materiais didáticos desenvolvidos por Montessori para a aquisição de conceitos matemáticos ainda hoje são utilizados em muitas escolas.

No Brasil essas influências se fizeram sentir principalmente a partir da década de 30, quando os ideais escolanovistas defendidos por Anísio Teixeira, Lourenço Filho, Fernando de Azevedo entre outros, foram expressos no Manifesto dos Pioneiros da Escola Nova, em 1932. Desde a década anterior eles preconizavam em suas reformas* a implantação da "escola primária integral".

No Paraná, a Universidade é criada em 1912, oferecendo cursos preparatórios para os que nela desejassem ingressar. A existência desses cursos levou ao quase fechamento do Ginásio Paranaense.

A reforma de Maximiliano, em 1915, revigorou o Ginásio, equiparando seus programas aos do Colégio Pedro II (Colégio Nacional).

Na década de 20 os livros de Matemática adotados no Ginásio Paranaense eram: *Álgebra Elementar*, de Sebastião Francisco Alves (1914, Francisco Alves), *Elementos de Geometria* por FIC**, traduzidos pelo professor Eugênio de Barros Raja Gabaglia, do Ginásio Nacional. *Coleções de Álgebra e Aritmética*, de Aarão Reis e a *Geometria* de Timóteo, são também usadas.

Em decorrência da reforma de Lysimaco Ferreira da Costa, em 1923, o ensino da escola normal*** foi desdobrado em fundamental ou *geral* e profissional ou *especial*. O curso funda-

* Reforma de Lourenço Filho (Ceará-1923), Lysimaco Ferreira da Costa (Paraná-1923), Anísio Teixeira (Bahia-1925), Francisco Campos e Mario Casassanta (Minas Gerais-1927), Fernando de Azevedo (Distrito Federal-1928) e a de Carneiro Leão (Pernambuco-1928).

** Frère Ignace Chaput (coleção de livros franceses)

*** Em 1920 a escola normal foi separada do Ginásio Paranaense.

mental teria duração de três anos e seria dividido em duas partes: uma propedêutica e outra pedagógica. Na parte pedagógica os professores teriam que trabalhar metodologia com base na psicologia. O professor Osvaldo Pilotto foi o primeiro a ensinar a parte pedagógica de Matemática em Curitiba. Durante os Congressos de Educação que se realizaram nessa década, a reforma do Paraná foi muito comentada, principalmente no Congresso realizado em Curitiba, em 1927. No ano seguinte o professor Algacyr Munhoz Mäeder publicou o compêndio *Álgebra Elementar*, que passou a ser utilizado em 1929.

De acordo com MARTINS (1984), na introdução dessa obra observa-se o cuidado em situar a Matemática no contexto cultural histórico, mencionando filósofos famosos, desde Bacon (1605), a Augusto Comte, com sua classificação positivista para essa ciência.

MÄDER (1928, p.13) fornece indicações com relação a questões metodológicas do ensino de Matemática. Segundo ele:

> *No domínio mathematico, ... as questões devem ser submetidas ás tres phases seguintes:*
> *1a.) Interpretação analytica da lei de dependência entre os elementos subordinados ao phenomeno considerado:- Estabelecimento da equação.*
> *2a.) Passagem da função do estado implícito para o explícito correspondente: - Resolução da Equação*
> *3a.) Avaliação da formação explicita resultante: - Calculo arithmetico da formula.*
> *A primeira phase pertence a parte concreta da mathematica, enquanto as duas últimas são desenvolvidas no domínio abstrato.*
> (apud MARTINS, 1984, p.168)

Além do livro de Mäder, durante a Primeira República foram publicados os seguintes livros de autores brasileiros: *Lições de Álgebra Elementar*, de Joaquim de Almeida Lisboa (1910); *Álgebra Elementar*, de Sebastião Francisco Alves (1914); Coleções de livros didáticos da F.T.D., do curso secundário, sobre Aritmética, Álgebra e Geometria (década de 20); *Lições de Arithmética*, de Euclides Roxo (1926).

Esse período, caracterizado por um clima de inquietação social onde as manifestações urbanas organizadas retratavam de forma objetiva a insatisfação dos setores de classe dominada, culmina com a Revolução de 30, que representou a revolução capitalista no Brasil, onde a intensificação do capitalismo industrial determinou o aparecimento de novas exigências educacionais.

Francisco Campos, quando ainda Secretário do Governo de Minas, enviou Alberto Álvares à Europa, para trazer expoentes da época no campo pedagógico, com a intenção de produzir uma reforma no ensino de Minas Gerais. Claparède foi então procurado mas não podendo atender ao convite, enviou Helena Antipoff e assim se iniciou a famosa Escola de Aperfeiçoamento Pedagógico de Minas Gerais, anterior 10 anos à Faculdade Nacional.

A influência norte americana também se fez presente principalmente na Bahia e Rio de Janeiro, onde o INEP*, criado em 1938, centralizava a literatura com relação aos novos métodos de ensino.

A reforma Francisco Campos (1932) é feita sob o movimento de renovação de ensino. Esse movimento tem repercussão também na área de Matemática. Essa repercussão é assim analisada por EUCLIDES ROXO (1937, p. 73-4), professor do Ginásio Nacio-

* Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos

nal, durante uma Conferência Nacional de Educação:

> *Entre nós, até 1929, o ensino da aritmética, o da álgebra e da geometria eram feitos separadamente (...)Em 1928, propusemos à Congregação do Colégio Pedro II, a modificação dos programas de matemática, de acordo com a orientação do moderno movimento da reforma e a conseqüente unificação do curso, em um disciplina única sob a denominação de matemática, lecionada em 5 anos, passando de então por diante, a haver apenas exames de matemática nas diversas séries do Curso.*
> (apud MARTINS, 1984, p.99)

Os livros didáticos* editados depois da reforma Francisco Campos contém,em um único ano, tópicos de aritmética, de álgebra ou de geometria, sem distinção ou predomínio de uma parte sobre a outra.

Mäder publicou nessa época uma coleção seriada, para atender essa nova solicitação, com o título *Lições de Matemática.*

Durante esse período, duas correntes de educação se conflitavam, uma tradicional, defendida pelos educadores católicos e outra liberal, em que os escolanovistas defendiam a laicidade, a co-educação, a gratuidade e a responsabilidade pública na educação. A constituição de 1934, apesar de refletir esse conflito, enfatiza a educação, delegando à União competência de traçar as diretizes da educação nacional e de fixar o plano nacional de educação, cabendo aos estados organizar e manter seus sistemas educacionais. Cria ainda o Conselho Nacional e Estadual de Educação e estabelece que 20% da arrecadação estadual seja para a edu-

* Curso de Matemática de Euclides Roxo , Cecil Thiré e Melo e Souza; "Lições de Matemática" de Algacy M. Mäder e obras de Jacomo Stávale.

cação.

A constituição conservadora de 1937, elaborada no período ditatorial (1937/45), mantém quanto à educação alguns princípios anteriores e procura dar ênfase ao trabalho manual. Toma providências com relação ao programa de política escolar em termos do ensino pré-vocacional e profissional que se destina "às classes menos favorecidas e é, em matéria de educação, o primeiro dever do Estado" (art. 129), estabelecendo ainda o regime de cooperação entre a indústria e o Estado.

Com relação ao ensino da Matemática Elementar, a criação das Faculdades de Filosofia, Ciências e Letras a partir de 1934, é considerada um marco importante. Entretanto, a reforma de 1942, apesar de atingir profundamente a estrutura de ensino e ser imposta em todo território nacional, deparou com sérias dificuldades. As reformas empreendidas por Capanema* em 1942, visam dar continuidade e aprofundar o que havia sido iniciado. Além da fundação da Faculdade Nacional de Filosofia, ele propõe a realização das Conferências Nacionais de Educação, criação da Comissão Nacional do Livro Didático e do Ensino Primário. Complementando as leis orgânicas do ensino os seguintes decretos-leis foram propostos no período de 1942 a 1946: SENAI (1942), Industrial (1942), Secundário (1942), Comercial (1943), Primário (.. 1946), Normal (1946), SENAC (1946), Agrícola (1946).

Esse conjunto de reformas, embora não tenha sido feito totalmente por Capanema, é conhecido por Reforma Capanema.

Por essa lei ficou estabelecido que o ensino secundário seria dado em dois ciclos que compreenderiam: 1º ciclo, o cur-

* Ministro da Educação e Saúde

so ginasial (4 anos) e 2º ciclo, os cursos clássico e científico (3 anos).

As reformas preconizadas por Capanema não lograram superar em nenhum dos níveis - primário, secundário e superior - a seletividade do ensino e já em 1948 Clemente Mariani, então ministro da Educação, encaminhou ao Congresso o projeto de Lei das Diretrizes e Bases da Educação Nacional, que teria um longo período de gestação.

Nesse período após a guerra, principalmente o ensino das disciplinas científicas era alvo de preocupação. As dificuldades com o ensino de Matemática foram determinantes para que em 1952, Marshall H. Stone, presidente da "Internacional Mathematical Union", pusesse novamente em vigor a Comissão Internacional para o ensino de Matemática. Durante o Congresso Internacional de Matemática de 1954, esta comissão veio a constituir-se em "Internacional Comission on Mathematical Instruction"(ICMI).

Em nível mundial essa Comissão retomou as discussões sobre os conteúdos de Matemática, gerando a necessidade de reformulação dos currículos escolares.

A procura de soluções para adequar esse ensino à necessidade de formação de homens capacitados a utilizar os recurso tecnológicos disponíveis e interpretar as necessidades científicas desencadeou um movimento universal, denominado Matemática Moderna. Este movimento teve como intenção levar ao ensino de 1º e 2º graus os fundamentos lógicos da Matemática, que a partir de sua elaboração no século XIX, estavam possibilitanto o desenvolvimento de novos campos na Matemática.

Um grupo de franceses, cognominado Nicholas Bourbaki, empenhado no estudo sistemático das novas grandes idéias das quais se valia a Matemática, tomou a si a tarefa de organizá-las.

Para que fosse possível delinear o que seriam as bases essenciais da Matemática através de uma linguagem rigorosa, usaram o método axiomático de abordagem e determinaram um núcleo central que daria unidade às diversas partes da Matemática Tradicional (Álgebra, Análise, Aritmética e Geometria).

KRAUSE (1987, p. 85), escreve:

> *O processo de axiomatização de teorias visa distinguir as suposições e os princípios sobre os quais elas se alicerçam e, deste modo, pode-se fazer uma idéia mais clara acerca de sua estrutura. Segundo o grupo Bourbaki, a partir desta constatação, as teorias devem ser classificadas de acordo com sua estrutura e surgem justamente quando uma ou mais estruturas são combinadas em um certo sentido preciso. Deste ponto de vista, as estruturas tornam-se os únicos objetos da matemática.*

O grupo Bourbaki chamou as estruturas fundamentais de "estruturas-mãe" e classificou-as como sendo de 3 espécies: algébricas (que introduzem a noção de operação), de ordem (que introduzem a noção de ordenação) e topológicas (que permitem um tratamento de noções tais como limite, continuidade e vizinhança).

Durante a década de 50, educadores de vários países se dirigiram à Europa e aos Estados Unidos com intenção de tomar conhecimento das novas tendências no Ensino de Matemática.

A professora de Matemática da Bahia, Martha Maria de Souza Dantas (1985), relembra que em 1953 esteve na Bélgica, França e Inglaterra, observando o ensino de Matemática e sua organização. Dessas visitas vieram as idéias de realizar Congressos nos vários países para se discutir a questão do ensino de Matemática. Foi no Centro Internacional de Estudos Pedagógicos de Sèvres, na França, que surgiu a idéia dos Congressos no Brasil.

De 55 a 66 foram realizados cinco Congressos Nacionais de Ensino de Matemática, onde foram debatidas questões referentes às tendências modernas no ensino da Matemática com relação aos conteúdos, metodologia, livro didático e aperfeiçoamento do professor.

PIAGET (1982, p. 119), escreve que:

> *Um dos traços marcantes das transformações pedagógicas depois da última guerra mundial é a dimensão internacional que tomaram todos os problemas e o progresso de uma colaboração internacional nesse campo, já certamente esboçada entre 1925 e 1939 mas infinitamente reforçada entre 1945 e 1965.*

O mesmo autor se refere ao papel desempenhado pela UNESCO* durante este período:

> *Com relação ao ensino de Matemática, a Conferência Internacional da Instrução Pública (Bureau Internacional de Educação e UNESCO), na sessão de 1956, inseriu na sua Recomendação nº 43 ("O ensino das matemáticas nas escolas secundárias") os seguintes artigos:*
>
> *20. Importa:*
> *a) levar o aluno a formar as noções e descobrir por si mesmo as relações e as propriedades matemáticas, em vez de lhe ser imposto um pensamento adulto já acabado;*
> *b) assegurar a aquisição das noções e dos processos operatórios antes de introduzir o formalismo;*
> *c) só confiar ao automatismo as operações assimiladas.*
>
> *21. É indispensável:*
> *a) fazer com que o aluno inicialmente*

* Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura.

> *adquira a experiência dos seres e das relações matemáticas, e iniciá-lo, em seguida, no raciocínio dedutivo;*
>
> *b) estender progressivamente a construção dedutiva das matemáticas;*
>
> *c) aprender a formular os problemas, a pesquisar dados e a explorar e apreciar os resultados;*
>
> *d) dedicar-se de preferência à investigação heurística dos problemas do que à exposição doutrinária dos teoremas; ...*
>
> *22. É preciso:*
>
> *a) estudar os erros dos alunos e ver neles um meio de conhecer seu pensamento matemático;*
>
> *b) treinar na prática do controle pessoal da autocorreção;*
>
> *c) dar o sentido da aproximação ...;*
>
> *d) dar prioridade à reflexão e ao raciocínio.*
>
> (apud PIAGET, 1982, p.55)

Porém, PIAGET (1982, p.53), além de se referir à metodologia da Matemática, se declara totalmente a favor de que os conteúdos propostos pelos Bourbaki façam parte do currículo escolar. São dele as palavras:

> *Inspirando-se nas tendências bourbaquistas, a matemática moderna coloca a tônica mais na teoria dos conjuntos e nos isomorfismos estruturais do que nas compartimentações tradicionais, surgindo, pois, um movimento que visava introduzir tais noções o mais cedo possível. Tal tendência justifica-se plenamente, visto que precisamente as operações de reunião ou de intersecção de conjuntos que as coloca em correspondência com as fontes dos isomorfismos etc, são operações que a inteligência constrói e utiliza espontaneamente desde os 7 ou 8 anos (chegando a este nível à estrutura complexa dos "conjuntos de partes", fonte da combinatória e dos "encadeamentos".*

Principalmente após 1957, quando o sucesso russo no lançamento do Sputnik incomodou os povos do ocidente, a busca de novas alternativas para o ensino fortaleceu o movimento de Matemática Moderna.

A Conferência de Royaumont, realizada na França em 1959, é considerada um marco, onde foi dado um grito de alerta para a necessidade da reformulação do currículo. A reforma dos conteúdos foi realizada pelo ICMI em 1960. Nesta época, o Brasil já tinha realizado seu terceiro Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática, evento que teve lugar no Rio de Janeiro e do qual constaram temas como a Evolução da Aprendizagem da Matemática na Infância e na Adolescência; a Matemática na Escola e suas Relações com a Comunidade; o Ensino da Matemática nos Cursos Comercial, Industrial, Normal e Primário, entre outros. Além disso, o estudo dos programas vigentes continuou ocupando os professores.

Durante a década de 50 haviam sido criados grupos* para pesquisa e difusão da nova matemática em muitos países. No Brasil, a questão do ensino estava presente nos Congressos, mas o que vai ser criado em 1952 é o IMPA**.

Em 1961, Stone fundou em Bogotá o Comitê Interamericano de Educação Matemática (ICME), sendo realizada a 1a. Conferência Interamericana de Educação Matemática (CIAEM). Esta Conferência teve como temas principais: a formação de professores, o aperfeiçoamento de professores em exercício e a melhoria do ensino de Matemática.

No Brasil, durante o IV Congresso de Ensino de Matemáti-

* School Mathematics Study Group (Canadá), University of Illinois Comittee on School Mathematics (USA); Centre Belge de Pedagogie de la Mathematique (Bélgica).

** Instituto de Matemática Pura e Aplicada ca, realizado no Pará em 1962, foram apresentadas as bases estruturais lógicas e filosóficas da Matemática Moderna. Neste Congresso é elaborada uma proposta de programação para o curso ginasial com o uso da Matemática Moderna. Autores como Sangiorgi e Scipione vão publicar livros com a nova programação. E grupos para a difusão dessa nova matemática foram criados.

O primeiro grupo brasileiro a ser criado foi o GEEM (Grupo de Estudo de Ensino de Matemática), em 1961, na cidade de São Paulo. O GEEM apresentou já no IV Congresso Brasileiro, os primeiros resultados da aplicação da chamada Matemática Moderna na escola secundária.

No Paraná, o NEDEM (Núcleo de Estudos e Desenvolvimento do Ensino de Matemática), foi criado em 1962, tendo sede em Curitiba. Este grupo, sob a coordenação do professor Osny Dacol, influiu muito no ensino de Matemática do Paraná na década de 60 e meados de 70. Contando com professores diferenciados para atender o primário e o ginásio, ele foi responsável pela difusão de novos conteúdos e métodos para ensinar Matemática.

É interessante observar que, neste período, alguns programas de colaboração entre brasileiros e americanos vão ser desenvolvidos. Como exemplo, pode-se citar o PABAEE (Programa de Assistência Brasileiro-Americana ao Ensino Elementar), no estado de Minas Gerais. Este programa influenciou os grupos de outros estados brasileiros que naquele momento encontravam problemas comuns.

Embora a década de 60 se caracterize pela mudança do currículo no ginásio, a nível elementar muito foi pesquisado, para que uma nova programação fosse elaborada atendendo as teorias do conhecimento (principalmente piagetiana) no que se refere às faixas etárias mais propícias para a aquisição de determinado conhecimento.

De acordo com SANGIORGI:

> *A partir de 1962, foram desenvolvidos 12 Cursos de Iniciação à Matemática Moderna para professores primários, pelos diversos Estados brasileiros. O Setor do Ensino Primário do GEEM de São Paulo já desenvolveu Cursos para mais de 1.500 professores primários em exercício, estendendo-se inclusive para os Estados do Rio de Janeiro, Paraná e Rio Grande do Sul.*
> (apud FEHR, 1969, p.84-5)

Nesse período, livros didáticos e publicações das mais diversas, foram difundidas e o ensino de Matemática e de Didática da Matemática nas escolas normais foi também modificado.

Ao final da década de 60, principalmente após o Congresso de 1966, a Matemática Moderna aparecia com os conjuntos, as propriedades, as noções topológicas em praticamente todos os programas de Matemática do país, tanto no ginásio como no primário.

3. A ORGANIZAÇÃO DA REDE MUNICIPAL DE ENSINO E O CURRÍCULO DE MATEMÁTICA

3. A ORGANIZAÇÃO DA REDE MUNICIPAL DE ENSINO E O CURRÍCULO DE MATEMÁTICA

A Rede Municipal de Ensino de Curitiba é constituída hoje por 97 escolas. Destas, somente sete ministram o ensino de 1º grau completo, sendo as outras escolas de Pré à 4a. série.

A primeira escola desta rede começou a funcionar em 1963, após, portanto, a lei 4.024/61. Até então, as escolas de Curitiba estavam integradas à rede estadual de ensino. É interessante observar, entretanto, que desde 1937 a Prefeitura Municipal já desempenhava de certa forma algum papel no campo educacional. O Departamento de Cultura data desse período e era constituído pela Divisão de Estética, Educação e Recreio; pela Divisão de Cadastro; pelo Museu Paranaense, Teatro Guaíra, Biblioteca Pública e pelas Escolas Técnicas Elementares de Educação Agrícola. Cabia a esse Departamento, no âmbito educacional, entre outras atividades a realização dos recreios públicos e a propaganda sistemática para criação de hábitos cívicos de amor e respeito pelo patrimônio cultural do Município e estética da cidade.

Criado no ano da Constituição de 1937, na vigência do "Estado Novo", esse Departamento atendia,de certa forma, um dos artigos da Carta que propunha no programa de política escolar o ensino pré-vocacional e profissional,para atender às classes menos favorecidas. Dessa forma, o atendimento às Escolas Técnicas Elementares de Educação Agrícola revela que desde seu princípio a incumbência do Município com relação à educação se destinava aos mais pobres. Nesse período, o ensino primário e secundário cabia ao Estado.

Com o término do governo ditatorial, que não vinha satisfazendo as exigências da classe hegemônica, uma nova Constituição foi elaborada. A Constituição de 1946 não diferia em essência da elaborada em 1934, sendo entretanto, mais restrita quanto aos propósitos de gratuidade ao afirmar que o ensino primário oficial é gratuito para todos e o ensino oficial posterior ao primário será gratuito para quantos provarem insuficiência de recursos.

Foi após essa Constituição, que previa a aplicação por parte da União de nunca menos de dez por cento e,por parte dos Estados, Distrito Federal e Municípios nunca menos de vinte por cento da renda resultante de impostos na manutenção e desenvolvimento do ensino, que o Fundo Municipal de Educação foi instituído em 1948.

Nessa época, o Departamento de Cultura da Prefeitura Municipal continua com as mesmas responsabilidades já descritas antes.

Em 1955,porém, é criado o Departamento de Educação, Cultura e Turismo, ficando assim constituído:

1 - Divisão de Educação e Cultura
   a) Seção de Cultura
   b) Seção de Bibliotecas
   c) Seção de Educação
2 - Divisão de Divulgação e Turismo
   a) Seção de Divulgação
   b) Seção de Turismo

Entretanto, a lei de criação desse Departamento não foi regulamentada, ficando o mesmo responsável exclusivamente por pesquisar nos bairros de Curitiba a possibilidade de construção de grupos escolares.

Esse período, calcado numa política de desenvolvimento, em que a dupla Kubitschek de Oliveira/João Goulart tinha como slogan fazer o Brasil progredir "50 anos em 5", a ampliação da rede escolar é uma constante. Entre os anos 55 a 58 foram construídas 16 unidades escolares, estando todas integralmente subordinadas à orientação estadual.

Em 1959, a criação do Departamento de Educação e Cultura foi regulamentada e suas principais atividades passaram a ser:

a) pesquisas, in loco, nos grupos e casas escolares existentes no Município, com a finalidade de organizar quadros estatísticos de cunho administrativo, uma vez que, nesse período, a Prefeitura Municipal era responsável somente pelas construções escolares;

b) realização de maratonas escolares criadas por uma lei Municipal em 1957;

c) assistência a todo movimento educacional;

d) construções de unidades escolares nos bairros de maior demanda populacional.

Nesse período, de 1959 a 1962, foram construídas oito escolas.

Com o aumento da migração para as cidades, em decorrência do novo modelo de desenvolvimento com base industrial, a partir de 1960 desencadeia-se a formação de grande contingente populacional na periferia das cidades. Essa população torna-se cada vez mais marginalizada, exigindo que providências fossem tomadas no sentido de converter essas massas essencialmente agrícolas em mão-de-obra especializada, sendo necessário não só alfabetizá-la mas escolarizá-la.

Em 59, as correntes progressistas se uniram para chamar a atenção para a questão da educação nacional. A lei de 46 há muito não satisfazia os anseios dos educadores brasileiros, era urgente uma reformulação. Um novo manifesto dos Educadores, redigido também por Fernando de Azevedo e assinado por muitos, foi publicado. As características desse Manifesto, sem abandonar a sua linha original, deslocava um pouco da preocupação de afirmar os princípios da Escola Nova para cuidar da sobrevivência da escola pública e assegurar seu acesso a todos. Essa era a necessidade premente naquele momento em que os católicos defendiam as instituições privadas de ensino, dizendo caber à família a decisão com respeito à educação dos filhos.

Em 1961 era aprovada a lei de Diretrizes e Bases da Educação Brasileira. Tendo como características principais a descentralização e a flexibilidade dos programas, essa lei previu a organização,pelos Estados, dos seus sistemas de ensino (art. 11). De acordo com a lei, "esses sistemas poderão estender a duração do ensino primário até seis anos, ampliando, nos dois últimos, os conhecimentos do aluno e iniciando-o em técnicas de artes aplicadas adequadas ao sexo e à idade" (art. 26, parágrafo único).

No Paraná o ensino primário nos grupos escolares passou a ser ministrado em 6 séries anuais.

No Município de Curitiba, a primeira escola sob responsabilidade da Prefeitura foi fundada em 1963. Mesmo assim, visando um equilíbrio harmonioso, esta instituição ficaria subordinada à Secretaria de Estado na *parte administrativa* e à Prefeitura Municipal na *parte técnica*. Para atender a *parte técnica*, havia sido criada uma Comissão de Planejamento Educacional do Município de Curitiba, que se responsabilizaria pela orientação didática e pela programação do Centro Experimental de Vila Leão.*

A programação de Matemática desenvolvida nesta escola, até 1974, seguia os programas que as escolas estaduais estavam utilizando. Como no ano da criação dessa escola a programação para a 1a. série do primário havia sido reformulada, para atender a nova seriação proposta, a 1a. série do Grupo Escolar Papa João XXIII começou a funcionar de acordo com a nova programação.** O programa de Matemática para essa série, contido na publicação de número 15, da Secretaria de Educação e Cultura do Estado do Paraná, intitulada *Manual do Professor Primário do Paraná*, está transcrito abaixo:

MÍNIMO ESSENCIAL

1 - Noções intuitivas e práticas através das necessárias comparações de:

<u>quantidade</u> - muito, pouco, bastante, mais, menos, vários, todos, coleção.

<u>tamanho</u> - largo, estreito, grande, pequeno, curto, comprido, longo, menor, maior, igual, alto, baixo.

<u>posição</u> - atrás, em frente, do lado, à direita, à esquerda, em cima, embaixo, sobre, primeiro, último,

* Esse primeiro Centro, criado em julho de 63, passaria, a partir de setembro do mesmo ano, a Grupo Escolar com a denominação de Grupo Escolar Papa João XXIII.

** O programa de Matemática que antecede a este foi divulgado na publicação nº 9 da Secretaria de Educação e Cultura do Estado do Paraná, volume intitulado "O Ensino Primário no Paraná".

penúltimo.

distâncias - longe, perto, aqui, ali, lá, cá, próximo, distante.

tempo - hoje, ontem, agora, já, amanhã, depois, antes.

medidas - garrafa, copo, xícara, colher, punhado, palmo, pitada, passo, braçada, metro, quilo, litro.

2 - Estudo objetivo dos números de 1 a 9

Noção de unidade e coleção. Uso do vocábulo unidade. Formação da numeração pela composição e decomposição de números de 1 a 9. Contagem concreta; leitura e escrita. Formação e completamento de séries, em ordem crescente e decrescente.

Estudo das combinações fundamentais da adição e subtração, até o total 9 e compreensão do seu significado através de problemas orais. Fixação dessas combinações. Interpretação e uso dos sinais + (mais) - (menos e = (igual). Apresentação gráfica das combinações estudadas.

3 - Estudo objetivo dos números até 20 - Adição e subtração

Noção de dezena pelo acréscimo de uma unidade a uma coleção de nove; representação objetiva de dezena; identificação de dez e dezena. Formação dos números compreendidos entre 10 e 20 acrescentando progressivamente uma unidade à coleção anterior; contagem concreta; leitura e escrita. Composição e decomposição desses números.

Noção do zero como representação de ausência; compreensão do uso do símbolo zero na escrita dos números 10 e 20 para significar ausência de unidades.

Formação e completamento de séries em ordem crescente e decrescente; conhecimento de dúzia.

Combinações fundamentais da adição e da subtração até o total 20, apresentadas através de problemas orais; fixação dessas combinações. Operações sobre adição sem reserva.

Subtração em que o valor absoluto dos algarismos do minuendo, seja maior ou igual ao de seus correspondentes no subtraendo (subtração sem reservas).

Problemas orais com registro do cálculo envolvendo as operações estudadas.

4 - Numeração até 100. Adição e subtração.

Contagem de 10 em 10 até 100. Noção de centena e cento. Formação dos números compreendidos entre dezenas consecutivas até 100.

Contagem, leitura e escrita.

Formação e completamento de séries em ordem crescente e decrescente.

Adição sem e com reserva até o total 100. Subtração em que o minuendo não exceda a 99 (sem reservas).

Problemas orais, com registro de cálculo, envolvendo as operações estudadas.

Noção objetiva de dobro e metade.

5 - Divisão do tempo: dias da semana, dias do mês e me-

ses do ano. Conhecimento do relógio. Leitura das horas e meias horas.

6 - Moeda brasileira

Conhecimento objetivo de cruzeiros e centavos até 100 cruzeiros.

Problemas com cruzeiros envolvendo as operações estudadas.

7 - Conhecimento dos sólidos - esfera, cubo e cilindro

Reconhecimento das formas estudadas, em objetos conhecidos. Identificação dessas formas, quando representadas graficamente.

Sob o título de Mínimo Essencial esses eram os conteúdos propostos. A elaboração de programas mínimos para as diversas disciplinas era uma das recomendações da Lei 4.024/61. Este programa de Matemática foi elaborado pela Assistente de Educação Clélia Tavares Martins, chefe da Seção de Orientação e Aperfeiçoamento do Magistério, da Divisão do Ensino Primário do C.E.P.E.* (Centro de Estudos e Pesquisas Educacionais) da Secretaria de Educação e Cultura do Estado do Paraná e também membro do grupo que atendia ao ensino primário do NEDEM, na década de 70.

No ano de 1965, na publicação de número 18 da Secretaria de Educação e Cultura do Estado do Paraná, intitulada *Manual do Professor Primário do Paraná*, volume II, 2a. edição, 2a. sé-

* Este Centro foi criado em 1952 e por duas décadas exerceu importante papel nas questões relacionadas ao ensino de Matemática nas escolas do Paraná.

rie, é proposta a seguinte programação mínima essencial de Matemática:

MÍNIMO ESSENCIAL

1 - Noções intuitivas e práticas de quantidade, tamanho, posição, distância, tempo e medida.

2 - Numeração até 100. Operações

Contagem, leitura e escrita. Noção de ordem e classe.

Formação e completamento de séries em ordem crescente e decrescente. Contagem rítmica de 2 em 2 até 20; 5 em 5 até 50; 4 em 4 até 40; 3 em 3 até 30.

Números pares e ímpares.

Estudos das combinações fundamentais da multiplicação e da divisão até 5. Fixação das combinações estudadas.

Adição sem e com reserva.

Subtração em que o valor absoluto dos algarismos do minuendo sejam maiores ou iguais ao dos seus correspondentes no subtraendo.

Multiplicação em que o multiplicador não ultrapasse a 5.

Noção de dobro e triplo.

Estudo da divisão com divisor até 5.

Estudo objetivo das frações $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{5}$ e sua representação gráfica.

Calcular a metade, quarta, terça e quinta parte de quantidades.

3 - Numeração até 10.000. Operações.

Contagem, leitura e escrita. Conhecimento de unidade, dezena, centena, milhar e dezena de milhar.

Composição e decomposição de números em unidades,dezenas e centenas. Conhecimento e aplicação das palavras derivadas de dez, cem e mil.

Generalização do conhecimento de números pares e ímpares.

Estudo e emprego da terminologia referente às quatro operações. Adição com reserva.

Subtração cujo minuendo apresente zeros e algarismos significativos de valor absoluto, menores que os de seus correspondentes no subtraendo.

Estudo das combinações da multiplicação e da divisão até 9.

Fixação dessas combinações.

Multiplicação e divisão com multiplicador e divisor até 9.

Ampliar o estudo das frações até $\frac{1}{9}$.

Prova real das quatro operações.

Problemas envolvendo operações dentro da numeração estudada.

4 - Numeração romana até XII em função de sua utilidade.

5 - Conhecimento das medidas de tempo: hora, dia, semana, mês e ano. Leitura de horas, meias horas, quartos de hora e minutos.

6 - Metro, litro e grama.

Conhecimento objetivo do metro.

Valor do metro, meio metro e quarto de metro em centímetros.

Conhecimento objetivo do litro, meio litro e um quarto de litro.

Quilograma (como avaliação de massa) - valor do quilograma, meio quilograma e quarto de quilograma, em gramas.

7 - Moedas e cédulas brasileiras.

Leitura e escrita, uso do símbolo.

Adição e subtração de quantias.

Multiplicação e divisão de quantias por números inteiros.

Calcular $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ .... $\frac{1}{9}$ de quantias.

8 - Problemas e outros exercícios orais e escritos, acompanhando o desenvolvimento de todos os ítens do programa.

GEOMETRIA

1 - Conhecimento objetivo de sólidos e figuras planas.

Esfera, cubo, cilindro e paralelepípedo.

Quadrado, triângulo, retângulo, losango e círculo.

Identificação dos sólidos e figuras planas quando representados graficamente.

2 - Reconhecimento das linhas: reta, curva, quebrada e mista.

3 - Conhecimento das posições da linha reta: horizontal, vertical e inclinada.

Para a compreensão dos pressupostos teórico-metodológicos que orientaram a opção por esse Mínimo Essencial em cada uma das séries apresenta-se, num primeiro momento, as considerações gerais, objetivos, hábitos a serem criados e algumas orientações metodológicas.

Desses Manuais constavam considerações gerais a respeito do ensino de Matemática, recomendando "fornecer aos alunos os instrumentos básicos para a participação na vida em sociedade e, por conseguinte, dotá-los de conhecimentos utilizáveis na resolução dos problemas com que irão defrontar na vida prática" (vol. II, 2a. edição, nº 18, p. 77).

Expressavam também objetivos a serem alcançados na 1a. série, tais como:"despertar o gosto e o interesse pela matemática levando a criança a utilizar com segurança, rapidez e exatidão as primeiras técnicas matemáticas e desenvolver na criança o raciocínio, a atenção e o espírito de observação, dotando-a das noções necessárias à resolução de problemas da vida prática" (vol. I, 1a. série, nº 15, p.65)

Na 2a. série os objetivos eram: fixar e ampliar as noções adquiridas na 1a. série; desenvolver a capacidade de análise e a de resolver problemas da vida prática; fixar e ampliar as técnicas das operações fundamentais, favorecendo reações de exatidão e rapidez; formar hábitos de exatidão, segurança, ordem e clareza na execução dos cálculos e gradativamente, levar à abstração do conceito de número.

Quanto aos hábitos a serem criados e desenvolvidos, as orientações para a 1a. série eram: refletir, antes de responder qualquer questão que lhe for apresentada; formar hábitos de ordem, legibilidade, rapidez e exatidão nos trabalhos de matemática; persistir no trabalho, até uma conclusão satisfatória; verificar seus exercícios antes de apresentá-los ao professor.

Na 2a. série, além dos hábitos especificados para a 1a. série, o professor deveria levar o aluno a: consolidar os hábitos de ordem, legibilidade, rapidez e exatidão nos trabalhos de matemática; usar os termos e expressões apropriados e analisar, com atenção, para encontrar a relação entre os dados dos problemas.

Esses Manuais traziam, também, orientações metodológicas e sugestões de atividades para que a criança, com o uso de materiais didáticos e jogos, pudesse apreender os conceitos matemáticos.

Nas orientações do Manual de 1a. série consta a seguinte observação com relação à aprendizagem da criança:

> *As pesquisas, observações e experiências realizadas provam que a aprendizagem da criança se processa através do que ela vê, ouve, manuseia e compara. Para que essa aprendizagem se torne ao mesmo tempo agradável e proveitosa, podemos apelar para os seguintes recursos: a motivação, que a mantém interessada e pronta para receber os ensinamentos; a objetivação, que lhe dá apoio "concreto" para perceber o porquê das coisas; e a comparação, que a leva a adquirir e generalizar conceitos.*

Já no Manual da 2a. série, as orientações têm início com a seguinte frase de Dewey: "nove décimos daqueles que não gostam da matemática ou daqueles que não sentem aptidão para essa admirável ciência devem tal desgraça ao ensino errado que tiveram no princípio". A partir dessa ênfase na importância de métodos adequados para o ensino de Matemática, dois recursos são propostos: a objetivação e a motivação. Por objetivação entende-se que, partindo do *concreto* para o abstrato, será possível a criança compreender o porquê das coisas. E acredita-se que a motivação despertará o interesse infantil, impulsionando a criança a receber sempre mais ensinamento e desempenhar bem suas tarefas. Uma diferenciação entre motivação intrínseca e extrínseca é apresentada e as orientações finalizam com a seguinte indicação a respeito do papel que cabe ao professor:

> *O professor inteligente, cônscio da grande responsabilidade que lhe foi atribuída, procurará atender as diferenças que há entre seus alunos, tornando seus ensinamentos mais assimiláveis, através de atividades variadas e de material "concreto" e sempre renovado.*

Uma análise desses programas de matemática permite observar a influência do espírito escolanovista na ênfase dada ao processo de aprendizagem que deslocava o eixo pedagógico do professor (magistrocentrismo) para o aluno (pedocentrismo), sobrepondo aspectos psicológicos aos lógicos e incorporando as descobertas da psicologia experimental aos procedimentos pedagógicos. Embora o movimento escolanovista tenha iniciado no princípio do século, as propostas de métodos ativos e uso de materiais didáticos para o ensino de Matemática na escola elementar adquirem maior força com o movimento de Matemática Moderna. Os conteúdos da *nova* Matemática ainda não haviam chegado à escola primária, mas a preocupação com novos métodos para esse ensino já era presente.

Na programação proposta é possível observar também a preocupação de adequar os conteúdos à fase de desenvolvimento da criança. O ensino deveria partir das noções mais simples aos conceitos mais complexos, cuidando-se para que a criança formasse um vocabulário matemático. O ensino dos algoritmos deveria se processar passo a passo, gerando a denominação *Cálculos graduados*. E os problemas - aparecendo como um tópico final da programação da numeração e com a indicação de que fossem resolvidos *com registro do cálculo envolvendo as operações estudadas* - seriam empregados como aplicação dos cálculos aprendidos.

Embora explicitado o objetivo de dotar a criança de noções necessárias à resolução de problemas da vida prática, tópicos como Divisão do Tempo, Moeda Brasileira e Conhecimento dos Sólidos aparecem apenas ao final do programa; isto permite supor um tempo bastante reduzido, ao final do ano letivo, para o trabalho com tais conteúdos.

É interessante observar que a publicação desses Manuais acontece após o IV Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática, realizado em Belém, Pará, em 1962. Nesse Congresso, foram priorizados os programas de ensino secundário, sendo apresentadas as bases estruturais lógicas e filosóficas da Matemática Moderna e foram exibidos pelo GEEM, de São Paulo, os primeiros resultados da aplicação da chamada Matemática Moderna nos cursos secundários. Entretanto, nessa fase, o ensino de Matemática na escola elementar que despertava a atenção principalmente com relação a novos métodos de ensino, começa a exigir uma reformulação de conteúdos. Segundo SANGIORGI (apud FEHR, 1966, p. 84-5):

> *Em meu país, e de resto, acredito, em outros países americanos, o grande problema é levar a nova reformulação da matemática ao ensino primário (...) As soluções preconizadas pela maioria dos Estados é enviar equipes de professores credenciados ao interior, a fim de, em Cursos de uma semana, iniciarem junto aos professores primários a reformulação da matemática a ser ensinada na escola primária atual.*

A tentativa de elaborar programas de Matemática para o curso primário estava acontecendo em muitos estados brasileiros, o que pode ser constatado pela bibliografia referida nos Manuais em análise. A influência de autores americanos e de programas de cooperação entre brasileiros e americanos era bastante presente neste período.

Desde a década de 50, quando foi criado o IBECC (Instituto Brasileiro de Educação, Ciência e Cultura), buscava-se melhoria do ensino das Ciências, em nível superior, com vistas a contribuir no processo de desenvolvimento nacional.

Após a lei 4.024/61, KRASILCHIK (1987, p.15) escreve que:

> *A liberdade de programação e a transferência de parte da responsabilidade da normatização do ensino aos sistemas estaduais permitiram que os projetos americanos, traduzidos e adaptados ao Brasil pelo IBECC e publicados pela Editôra da Universidade de Brasília pudessem ser usados nos cursos colegiais brasileiros.*

Os acordos visando a colaboração de brasileiros e americanos em projetos educativos ocorreriam principalmente após os acontecimentos políticos de 64, quando, de acordo com RIBEIRO, (1987, p.166):

> *rapidamente o governo deveria passar também a tomar iniciativas de criação/aprovação de um outro ordenamento legal das atividades educacionais em seus diferentes níveis, ordenamento legal este já expressando as novas determinações político-econômicas a serem generalizadas e consolidadas.*

Os projetos americanos faziam parte do controvertido MEC-USAID e na *Coleção de Matemática* para o curso secundário, publicada em 1964, consta a seguinte explicação:

> *Esta publicação é uma tradução dos textos da SMSG da série Mathematics for High School publicadas em inglês pela Yale University Press, New Haven, EUA, em 1961. A presente edição foi publicada cooperativamente pela Missão Norte-Americana de Cooperação Econômica e técnica no Brasil - USAID - em prol da Aliança para o Progresso e pela Editora Universidade de Brasília, como parte do programa do IBECC (S.Paulo) desenvolvido com auxílio das Fundações Ford e Rockefeller.*

Com relação ao ensino primário, o PABAEE, Programa de Assistência Brasileiro-Americana ao Ensino Elementar, vai influenciar todas as propostas de ensino elementar de Matemática, inclusive os Manuais analisados, como se pode observar pela bibliografia. Em 1965, Rizza Araújo Porto, com a colaboração de Evelyn L. Bull, publica *Ver, Sentir, Descobrir a Aritmética*, numa sistematização dos trabalhos desenvolvidos pelo PABAEE. A ênfase na importância de métodos e materiais adequados para o ensino de aritmética é assim expressa:

> *Introdução*
>
> *O sucesso de um programa de aritmética baseado na compreensão, no sentido*

> *real do conceito numérico, depende, em larga escala, do método de ensino e do material empregado. Se o objetivo da professora é, simplesmente, ter os alunos trabalhando com símbolos abstratos, sem apreender a razão, o porquê de seu trabalho, não sentirá necessidade de levá-los a manipular material concreto. Mas se a professora concorda que a aprendizagem ocorre somente quando a criança vê, sente, manipula, descobre, abstrai, ela necessita proporcionar os meios adequados para que este pensamento quantitativo se efetue.*
> *Não há um tipo único de material que seja próprio para todas as situações. A professora habilidosa seleciona o material em termos do objetivo que deseja atingir e de acordo com a capacidade e interesse da criança. O ensino da aritmética visa a assegurar um contínuo e regular crescimento na compreensão das relações numéricas; a professora precisa, portanto, de prover uma variedade de material onde possa selecionar aquele que é conveniente a cada fase do processo de aprendizagem. Estará, assim, assegurando o desenvolvimento de todos os alunos e atendendo a cada aluno individualmente, porque a professora encontrará crianças que necessitam de manipular o material durante um período mais longo que outras. E a elas deve ser dada esta oportunidade.*
> (PORTO, 1965, p.13)

Se por um lado as orientações contidas nos programas decorrentes destes acordos permitiam um avanço na proposição de novos métodos para o ensino de Matemática, por outro, a existência desses acordos era denunciada "enquanto mecanismo de subordinação da educação brasileira aos interesses americanos" (RIBEIRO, 1987, p.166).

Essas novas propostas, entretanto, ficaram restritas a escolas de aplicação e classes experimentais, não atingindo os sistemas de ensino. As tentativas de disseminação dos novos métodos pedagógicos, feitas através de cursos, permitiram que alguns professores das primeiras séries procurassem aplicá-los ou adaptá-los à sua sala de aula. Dessa forma, embora os métodos tradicionais e modernos coexistissem, predominavam os tradicionais, onde a matemática era ensinada com base na repetição até que a memorização se processasse. A parte dos Manuais que iria despertar maior interesse por parte dos professores seria a de *Cálculos Graduados*, o que era justificado por eles, por facilitar o ensino dos algoritmos das quatro operações aritméticas.

Retomando o histórico da Rede Municipal de Curitiba, após a criação da primeira Escola Municipal, encontra-se o Departamento de Educação e Cultura reestruturado e a Diretoria de Educação contando com: Assistência Administrativa, Divisão de Ensino Primário, Grupos Escolares e Divisão de Estudos Pedagógicos e Orientação Educacional, que compreendia: Seção Pedagógica, Seção de Pesquisa e Seleção, Seção de Planejamento, Seção de Biblioteca e Divulgação.

Em 1965, na gestão de Ivo Arzua, este Departamento passaria a denominar-se Departamento do Bem Estar Social, sendo constituído na Área da Educação por uma Diretoria e uma Assistência Administrativa; uma Divisão de Ensino que compreendia: Seção de Estatística Educacional e Seção de Bolsas de Estudos e Maratonas; uma Divisão de Recreação Orientada e Centros Experimentais (Papa João XXIII).

Nesse mesmo ano foi extinta a Comissão de Planejamento Educacional do Município de Curitiba, que havia cumprido suas finalidades na orientação didática e na programação do Centro Experimental da Vila Leão, sendo criada a Divisão de Planejamento Educacional na Diretoria de Educação.

Nos dois anos seguintes foram criados o Grupo Escolar Professora Isolda Schmid (segunda Escola Comunitária Municipal, posteriormente denominada Escola Municipal Herley Mehl), em 1966, e o Centro Educacional Nossa Senhora da Luz, em 1967. A programação de Matemática dessas escolas, assim como a do Grupo Escolar Papa João XXIII, seguiu a orientação dos Manuais da Secretaria de Educação e Cultura para a 1a. e 2a. séries, e os programas indicados na publicação de número 9, desta mesma Secretaria, para as outras séries.

No ano de 1967, durante o governo Paulo Pimentel, quando uma nova Constituição Brasileira é elaborada com vista a institucionalização do regime ditatorial, do combate à corrupção, da redução e controle da inflação e da retomada do desenvolvimento, uma nova publicação da Secretaria de Educação e Cultura (nº 1), intitulada Programa de Ensino Primário do Paraná*, chegava às escolas. Nessa publicação, que continha programas de Matemática de 1a. a 5a. séries, a programação de 1a. e 2a. série era a mesma dos Manuais. A novidade dessa publicação é a ausência de orientações metodológicas e sugestões de atividades, havendo somente algumas observações no decorrer da apresentação do conteúdo mínimo essencial.

Seguem abaixo os programas de 3a., 4a. e 5a. série que faziam parte dessa publicação.

<u>3a. série</u>

MÍNIMO ESSENCIAL

1 - Numeração até milhões. Operações
Leitura e escrita. Composição e decomposição de números em classes e ordens.
Relação entre unidades, dezenas e centenas de uma

* Este Programa também foi organizado pelo C.E.P.E. da SEC.

classe, com unidades, dezenas e centenas da classe imediatamente superior.

Números ordinais até centésimo.

Revisão da adição para aumentar a exatidão e rapidez do cálculo.

Revisão e completamento da subtração.

Revisão da multiplicação e da divisão por número simples.

Multiplicação com multiplicador composto por dois e três algarismos.

Divisão com divisor composto por dois algarismos.

Cálculo abreviado: multiplicação e divisão por 10, 100 e 1.000.

Prova real das quatro operações.

Resolução de problemas.

2 - Numeração romana.

Símbolos e seu valor. Leitura e escrita de números até cem.

3 - Fração ordinária.

Estudo objetivo, representação gráfica e significação dos termos da fração. Leitura e escrita.

Equivalência de frações: meios, quartos e oitavos; terços e nonos; meios e sextos; meios e décimos; quintos e décimos.

Comparação de frações com a unidade: frações próprias e impróprias. Números mistos.

Comparação de frações homogêneas

Adição e subtração de frações homogêneas.

Resolução de problemas.

4 - Frações e números decimais.

Noção de fração decimal. Leitura e escrita de frações decimais com denominadores 10, 100 e 1.000.

Numeração decimal - estudo objetivo. Significação e representação das ordens decimais fracionárias. Uso da vírgula. Leitura e escrita.

Comparação de números decimais.

Escrita de frações decimais sob a forma de número decimal e vice-versa.

Adição e subtração de números decimais.

Resolução de problemas.

5 - Sistema monetário

Leitura e escrita de quantias até cem cruzeiros novos (NCr$ 100,00).

Adição e subtração de quantias.

Multiplicação e divisão de quantias por números inteiros.

Resolução de problemas.

OBS.: - O quociente das divisões deve ser exato.

6 - Sistema legal de unidades de medida.

Conhecimento objetivo de:

Metro - unidade principal de comprimento. Múltiplos e sub-múltiplos; símbolos e valores em relação à unidade principal. Mudança de unidade. Noção de perímetro. Cálculos do perímetro de triângulos e quadriláteros.

Litro - unidade principal de capacidade. Meio litro e um quarto de litro.

Quilograma - unidade legal de massa. Meio quilograma e quarto de quilograma; comparação com o grama.

Medida de tempo. Leitura e escrita de horas e minutos. Números de horas do dia e de minutos da hora.

Divisão do ano em meses, semanas e dias. Século.

Resolução de problemas.

OBS.: - Todas estas noções devem ser dadas com auxílio de material adequado.

Nos exercícios orais e escritos, apresentar sempre as medidas mais usadas.

Os cálculos de perímetro devem ser relacionados com as noções de geometria.

7 - Problemas relacionando todos os conhecimentos do programa de aritmética e de geometria.

GEOMETRIA

1 - Conhecimento de linhas: reta, curva, quebrada e mista.

2 - Estudo da linha reta:

quanto à posição: horizontal, vertical e inclinada;

quanto à posição em relação a outra reta: paralelas, perpendiculares e oblíquas.

3 - Conhecimento objetivo de ângulos: reto, agudo e obtuso.

4 - Conhecimento de triângulo. Distinção entre eqüiláte-

ros, isósceles e escalenos.

5 - Conhecimento de quadriláteros. Distinção entre o quadrado, o retângulo e o losango.

OBS.: - Identificar todas as figuras geométricas estudadas, em objetos da sala de aula e em desenhos.

4a. série

MÍNIMO ESSENCIAL

1 - Numeração e operações.

Leitura e escrita de números inteiros; composição e decomposição de números em classes e ordens.

Operações com inteiros:

- revisão da adição e da subtração;
- revisão e completamento da multiplicação e da divisão.

Revisão dos números ordinais até centésimos.

Numeração romana até 1.000.

Números decimais: estudo objetivo; significação e representação das ordens decimais fracionárias. Uso da vírgula. Leitura e escrita. Comparação de números decimais.

Operações de números decimais:

- revisão da adição e da subtração;
- multiplicação e divisão.

Cálculo abreviado: multiplicação e divisão de números decimais por 10, 100 e 1.000.

Resolução de problemas.

2 - Sistema monetário.

Leitura e escrita de quaisquer quantias.

Cálculo de quantias, aplicando os conhecimentos relativos aos números decimais.

Resolução de problemas.

3 - Sistema legal de unidades de medida.

Unidade principal de comprimento: múltiplos e submúltiplos; símbolos e valores em relação à unidade principal. Relação decimal entre as unidades de comprimento. Representação, leitura e escrita dessas medidas. Mudança de unidade. Cálculo de perímetro.

Unidade principal de capacidade; múltiplos e submúltiplos; símbolos e valores em relação à unidade principal. Relação decimal entre as unidades. Representação: leitura e escrita dessas medidas. Mudança de unidade. Medidas mais usadas: litro, decalitro e centilitro.

Unidade legal de massa: quilograma - Unidade principal: múltiplos e submúltiplos; símbolos e valores em relação à unidade principal. Relação decimal entre as unidades. Representação; leitura e escrita dessas medidas. Mudança de unidade. Medidas mais usadas: tonelada, quilograma, grama e miligrama.

Resolução de problemas.

OBS.: - Todas essas noções devem ser dadas com auxílio de material adequado.

Os cálculos de perímetro devem ser relacionanados com as noções de geometria, já estudadas nas séries anteriores.

4 - Números múltiplos e divisores.

Divisibilidade por 2, 3, 5, 10 e 11.

Números primos. Números primos entre si. Múltiplo comum a dois ou mais números. Noção de menor múltiplo comum.

5 - Fração ordinária.

Representação gráfica e significação dos termos; leitura e escrita.

Comparação de fração com a unidade: fração própria, imprópria e aparente.

Número misto. Extração de inteiros e transformação de números mistos em frações impróprias. Frações homogêneas e heterogêneas. Comparação e equivalência de frações. Simplificação de frações. Redução de fração ao mesmo denominador.

Operações de frações ordinárias:

- revisão da adição e da subtração;
- multiplicação e divisão.

OBS.: - Utilizar para a redução de frações ao mesmo denominador quadros de equivalência, gráficos, etc. levando a criança a encontrar o denominador comum quando:
- um denominador é múltiplo dos demais,
- os denominadores são primos entre si,
- os denominadores são números tais que permitem cálculo mental do m.m.c.

6 - Fração decimal: leitura e escrita. Conversão de fração decimal em número decimal e vice-versa.

Conversão de frações ordinárias em números decimais.

OBS.: -Na conversão de frações ordinárias em números decimais, evitar as divisões decimais inexatas.

7 - Problemas relacionando todos os conhecimentos do programa.

5a. série

MÍNIMO ESSENCIAL

1 - Numeração e operações.

Leitura e escrita. Composição e decomposição de números em classes e ordens.

Numeração romana.

Operações de números inteiros.

Operações de números decimais.

Expressões com números inteiros e com números decimais, apresentando parênteses.

Resolução de problemas.

2 - Sistema monetário brasileiro.

Resolução de problemas.

3 - Sistema legal de unidades de medida.

Unidade principal de comprimento: múltiplos e submúltiplos; símbolos e valores em relação à unidade principal. Relação decimal entre as unidades de comprimento. Representação; leitura e escrita dessas medidas. Mudança de unidade. Cálculo de perímetro.

Noção de área, como medida de superfície. Unidade principal de área: múltiplos e submúltiplos; símbolos e valores em relação à unidade principal. Relação centesimal entre as unidades de área. Representação; leitura e escrita dessas medidas. Mudança de unidade. Cálculo da área do quadrado, retângulo e triângulo.

Medidas agrárias; símbolos e valores. Representação; leitura e escrita dessas medidas. Mudança de unidade. Equivalência entre are e decâmetro quadrado, entre hectare e hectômetro quadrado e entre centiare e metro quadrado. Aplicações.

Unidade principal de volume: múltiplos e submúltiplos; símbolos e valores em relação à unidade principal. Relação milesimal entre as unidades de volume. Representação; leitura e escrita dessas medidas. Mudança de unidade. Cálculo do volume do cubo e do paralelepípedo.

Unidade principal de capacidade. Múltiplos e submúltiplos; símbolos e valores. Relação decimal entre as unidades. Representação; leitura e escrita dessas medidas. Mudança de unidade. Equivalência entre decímetro cúbico e litro. Aplicações.

Unidade legal de massa: quilograma - Unidade principal: múltiplos e submúltiplos; símbolos e valores em relação à unidade principal. Relação decimal entre as unidades. Representação; leitura e escrita dessas medidas. Mudança de unidade. Correspondência entre as unidades de volume, capacidade e de massa. Aplicações.

Resolução de problemas.

OBS.: - Todas essas noções devem ser dadas com auxílio de material adequado.

Nos exercícios orais e escritos que envolverem correspondência entre volume e massa lembrar que só deve usar, nesta série, a água destilada a 4 graus centígrados. Os cálculos de perímetro, de área e de volume devem ser relacionados com as noções de geometria, já estudadas nas séries anteriores.

4 - Números múltiplos e divisores. Números primos. Reconhecimento prático de um número primo.

Divisores de um número. Divisores comuns a dois ou mais números.

Noção de maior divisor comum.

Números primos entre si.

Múltiplos de um número. Múltiplos comuns a dois ou mais números.

Noção de menor múltiplo comum.

Decomposição de um número em fatores primos. Potenciação.

Cálculo do m.d.c.

Cálculo do m.m.c.

5 - Fração ordinária. Representação gráfica e significação dos termos: leitura e escrita.

Comparação de frações com a unidade: fração própria, imprópria e aparente. Número misto. Extração de inteiros e transformação de números mistos em frações impróprias.

Comparação e equivalência de frações. Simplificação de frações.

Frações homogêneas e heterogêneas. Redução de frações ao mesmo denominador.

Operações com frações ordinárias: adição, subtração, multiplicação e divisão.

Fração decimal: número decimal; leitura e escrita.

Conversão de fração decimal em número decimal e vice-versa.

Conversão de fração ordinária em número decimal e vice-versa. Dízimas periódicas e geratrizes.

Expressões com números inteiros e fracionários, apresentando parênteses.

Percentagem.

Resolução de problemas.

OBS.: - Associar os exercícios de percentagem à multiplicação de fração por inteiro. Ex.: 2% de NCr\$ 25,00 = $\frac{2}{100}$ de NCr\$ 25,00 ou 0,02 de NCr\$ 25,00.

6 - Problemas, relacionando todos os conhecimentos do programa."

Na 3a. série, os objetivos a serem atingidos eram: ampliar e consolidar as noções e habilidades adquiridas nas séries anteriores, levar o aluno a efetuar, com segurança e rapidez, as quatro operações fundamentais; desenvolver a capacidade de analisar e a de resolver problemas da vida prática.

Para a 4a. série constavam os seguintes objetivos: levar o aluno a empregar com eficiência as técnicas matemáticas, desenvolvendo simultaneamente a atenção, o rigor da observação, a precisão do raciocínio e a justeza de expressão; capacitar e transferir para a vida prática os conhecimentos adquiridos; proporcionar o domínio das relações métricas necessárias à resolução de problemas diários.

Com relação aos objetivos da 5a. série, é possível observar que são mantidos os mesmos da 4a. série, com exceção do último.

Quanto aos hábitos e atitudes que devem ser criados e desenvolvidos, a indicação para a 3a. série era que o professor deveria levar o aluno a: analisar o problema, planejar a execução, dispor os elementos, verificar o resultado e redigir com precisão a resposta.

Para a 4a. série, o professor deveria levar o aluno a: analisar, planejar, efetuar e verificar, sistematicamente, os resultados de todos os exercícios; usar do cálculo mental para resolução de problemas práticos, com rapidez e segurança.

E, na 5a. série, caberia ao professor levar os alunos a consolidar todos os hábitos e atitudes criados e desenvolvidos nas séries anteriores.

A observação dos objetivos, hábitos e atitudes possibilita uma primeira identificação da busca de racionalidade, eficiência e produtividade no processo pedagógico. Já na apresentação desse Programa, o então Secretário de Educação e Cultura, Carlos Alberto Moro, assim se refere:

> *No que tange ao ministério educativo, programar é visualisar não só no todo senão nas mínimas particularidades - as atividades docentes e discentes, numa integração harmônica de interesses e ideais.*
> *Partindo de um tal princípio a preocupação básica dos que, no Centro de Estudos e Pesquisas Educacionais da Secretaria de Educação e Cultura, revisaram este programa, foi considerar o aluno pela necessidade de sua perfeita adaptação ao meio em que vive, servindo-se dos próprios recursos interiores, e o professor como orientador desses recursos na condução do aprendizado progressivo do educando.*
> *Obedecendo a uma sistematização tão lógica e precisa quanto possível, as disciplinas aqui apresentadas se correlacionam intimamente e se completam com atividades outras, no intuito do aperfeiçoamento gradativo do educando, segundo suas aspirações e possibilidades pessoais.*

Com relação ao programa de 3a. série proposto, é interessante observar que os tópicos apresentados seguem a mesma ordem do programa de 1a. e 2a. série, enquanto que no de 4a. e 5a. série essa ordem é alterada.

Na 3a. série os tópicos Fração ordinária (3) e Frações e Números Decimais (4) estão separados, enquanto no programa de 4a. e 5a. série os Números Decimais aparecem como um ítem da Numeração (1). A colocação dos Números Decimais como uma extensão da Numeração torna possível a antecipação do Sistema Monetário e do Sistema legal de unidades de medida, ficando Fração (5) para o final do programa.

As observações metodológicas apresentadas dão ênfase ao uso de material para a formação dos conceitos. Além disso, é importante destacar o valor dado à resolução de problemas, aparecendo em todos os tópicos dos programas das três séries em análise.

Como de 63 a 67 o programa de Matemática de 3a. e 4a. série das Escolas Municipais seguem a orientação contida na publicação de número 9 da Secretaria de Educação e Cultura, intitulada O Ensino Primário no Paraná, segue abaixo a transcrição desses programas:

"3a. série

MÍNIMO ESSENCIAL

1 - Numeração até milhões. Operações:

Leitura e escrita. Composição e decomposição de números em classes e ordens.

Relação entre unidades, dezenas e centenas de uma classe, com unidades, dezenas e centenas da classe imediatamente superior.

Números ordinais até centésimo.

Revisão do estudo da soma e subtração para aumentar a exatidão e rapidez dos cálculos.

Multiplicação por dois, três e mais algarismos, incluindo as dificuldades não apresentadas na série anterior.

Divisão por dois algarismos, incluindo as dificuldades ainda não apresentadas.

Divisão com divisor composto de três ou mais algarismos.

Cálculo abreviado: multiplicação e divisão por 10, 100 e 1000.

Prova real das quatro operações.

Resolução de problemas.

Expressões aritméticas apresentando parênteses.

2 - Noções de frações ordinárias.

Estudo objetivo, representação gráfica e significação dos termos da fração. Leitura e escrita.

Comparação de frações com a unidade: frações próprias e impróprias.

Números mistos.

Equivalência de frações: meios, quartos e oitavos; terços e nonos; meios e sextos; meios e décimos; quintos e décimos.

Comparação de frações homogêneas.

Soma e subtração de frações homogêneas.

Calcular fração de quantias.

3 - Frações de números decimais.

Noção de fração decimal. Leitura e escrita de frações decimais com denominadores 10, 100 e 1000.

Numeração decimal - estudo objetivo. Significação e representação das ordens decimais fracionárias. Uso de vírgula. Leitura e escrita.

Comparação de números decimais.

Escrita de frações decimais sob a forma de número decimal e vice-versa.

Adição, subtração, multiplicação e divisão de números decimais.

Cálculo abreviado: multiplicação e divisão de números decimais por 10, 100 e 1000.

Resolução de problemas.

Expressões com números decimais, sem e com parênteses.

4 - Sistema monetário.

Leitura e escrita de quantias até um milhão de cruzeiros (Cr$ 1.000.000,00).

Cálculos com quantias, aplicando os conhecimentos relativos aos números decimais. Resolução de problemas.

5 - Sistema legal de unidades de medida.

Metro - unidade principal de comprimento. Múltiplos e sub-múltiplos; símbolos e valores em relação à unidade principal. Mudança de unidade. Noção de perímetro. Cálculos do perímetro de triângulos e quadriláteros.

Litro - unidade principal de capacidade. Múltiplos e submúltiplos; símbolos e valores em relação à unidade principal. Mudança de unidade.

Quilograma - unidade legal de massa. Grama - unidade principal.

Múltiplos e sub-múltiplos; símbolos e valores em relação à unidade principal.

Mudança de unidade.

Medida de tempo. Leitura e escrita de horas e minutos.

Número de horas do dia e de minutos da hora. Divisão do ano em meses, semanas e dias. Século.

Resolução de problemas.

GEOMETRIA

1 - Conhecimento de linhas: reta, curva, quebrada, mista.

2 - Estudo da linha reta.

Quanto à posição: horizontal, vertical, inclinada.

Quanto à posição em relação a outra reta: paralelas, perpendiculares e oblíquas.

3 - Conhecimento objetivo dos ângulos: reto, agudo e obtuso.

4 - Conhecimento de triângulos. Distinção entre eqüiláteros, isósceles e escalenos.

5 - Conhecimento de quadriláteros. Distinção entre o quadrado, o retângulo e o losango.

<u>4a. série</u>

MÍNIMO ESSENCIAL

1 - Numeração e operações.

Leitura e escrita. Composição e decomposição de números em classes e ordens.

Numeração romana.

Operações com números inteiros.

Operações com números decimais.

Resolução de problemas.

Expressões com números inteiros e decimais, apresentando parênteses e colchetes.

2 - Sistema legal de unidades de medida.

Unidade principal de comprimento: múltiplos e submúltiplos; símbolos e valores em relação à unidade principal. Relação decimal entre as unidades de comprimento. Representação, leitura e escrita dessas medidas. Mudança de unidade. Cálculo do perímetro.

Noção de área como medida de superfície. Unidade principal de área; múltiplos e submúltiplos; símbolos e valores em relação à unidade principal. Relação centesimal entre as unidades de área. Representação, leitura e escrita dessas medidas. Mudança de unidade. Cálculo da área do quadrado, retângulo e triângulo. Medidas agrárias; símbolos e valores. Equivalência entre área e decâmetro quadrado, entre o hectare e o hectômetro quadrado e entre o centiare e o metro quadrado. Leitura e escrita dessas medidas. Aplicações. Unidade principal de volume: múltiplos e submúltiplos; símbolos e valores em relação à unidade principal . Relação milésimal entre as unidades de volume Representação, leitura e escrita dessas medidas. Mudança de unidade. Cálculo de volume do cubo e paralelepípedo. Medidas de capacidade - unidade principal; múltiplos e submúltiplos; símbolos e valores. Relação decimal entre as unidades. Representação, leitura e escrita dessas medidas. Mudança de unidade. Equivalência entre o decímetro cúbico e o litro. Aplicações. Unidade legal de massa: quilograma - unidade principal: múltiplos e submúltiplos; símbolos e valores em relação à unidade principal. Relação decimal entre as unidades. Representação, leitura e escrita dessas medidas. Mudança de unidade. Medidas mais usadas: tonelada, quilograma, grama e miligrama. Correspondência entre as unidades de volume, capacidade e de massa. Aplicações.

Problemas e exercícios, relacionando as medidas estudadas, ao sistema monetário brasileiro.

3 - Número fracionário.

Fração decimal, número decimal, leitura e escrita.

Conversão de fração decimal em número decimal e vice-versa.

Comparação de números decimais.

Conversão de número decimal em fração ordinária e vice-versa.

Divisões inexatas e cálculos de aproximação.

Percentagem em função da multiplicação de frações decimais.

4 - Problemas relacionados aos conhecimentos de sistema legal de medidas, números fracionários e sistema monetário brasileiro."

A comparação dessa programação com a publicada no número 18 da Secretaria de Educação e Cultura, em 1967, permite observar que com a extensão da terminalidade (de 4 para 6 anos), a nova proposta não altera os conteúdos, apenas os redistribui entre as séries.

No ano anterior à publicação dos programas de 67, havia sido realizado em São José dos Campos, São Paulo, o V Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática. Nesse Congresso foram tratados temas relacionados à Matemática Moderna na Escola Secundária e a articulação do ensino secundário com o primário e com o universitário. Professores ilustres como Marshall Stone (USA), George Papy (Bélgica), Hector Merklen (Uruguai) e Helmut Völker (Argentina), estiveram presentes. O VI Congresso Brasileiro foi marcado para ser realizado na Paraíba, mas o mesmo não ocorreu. A justificativa para sua não realização foi a falta de verbas, mas a história política brasileira, principalmente após 68, quando a repressão se instaura em forma de atos institucionais, teria sido provavelmente determinante para que Congressos como esse não se realizassem.

Ainda em 1966 aconteceu em Lima, Peru, a 2a. Conferência Interamericana de Educação Matemática, onde os seguintes temas foram abordados:

a) Revisão e exame dos problemas que se apresentavam no ensino de Matemática.

b) Exame dos programas de Matemática para as escolas secundárias e primeiros anos da Universidade.

c) Preparação de professores primários e professores de Matemática.

O relatório dessa Conferência foi organizado por Howard F. Fehr e publicado com o título de *Educação Matemática nas Américas.*

Os representantes do Brasil nesse encontro foram o professor Osvaldo Sangiorgi, que discursou sobre o *Progresso do Ensino da Matemática no Brasil* e a professora Martha Maria de Souza Dantas, que ministrou palestra a respeito do *treinamento de* *professores no Brasil.*

Sangiorgi, em seu discurso, afirmou que o Setor do Ensino Primário do GEEM, em conjunto com o Departamento de Educação de São Paulo, estava preparando uma programação de Matemática para ser iniciada em 1967, em todas as Escolas Primárias Públicas do Estado de São Paulo. Ele informou também que livros didáticos de Matemática Moderna, destinados à Escola Primária, já vinham sendo usados há quase dois anos com bons resultados.

No Paraná, o primeiro livro com orientações da "nova" Matemática foi publicado em 1967 pelo NEDEM. Este livro era o primeiro volume de uma coleção para o ginásio, intitulada *Ensino Moderno de Matemática.* O 4º volume desta coleção foi publicado em 1971.

Esta coleção, "além de ser adotada no Colégio Estadual do Paraná, na época, visava fornecer material de estudo, para os professores de ensino secundário, sendo difundida em todo o Estado do Paraná, através de cursos de extensão e aperfeiçoamento" (MARTINS, 1984, p.241).

Apesar dessa tentativa de difusão, a adoção dos livros do NEDEM não ocorreu significativamente na rede de ensino, ficando restrita a experiências isoladas.

Nessa época entra em funcionamento o Ginásio Municipal Albert Schweitzer (primeiro ginásio da Rede Municipal de Ensino de Curitiba), sendo criada a carreira de professor licenciado no Quadro Permanente I da Prefeitura. Os programas de Matemática dessa Escola mantinham a orientação estadual para as quatro séries ginasiais, sofrendo influência da Matemática Moderna através das publicações do NEDEM e de autores nacionais, como Sangiorgi e Scipione.

Principalmente após o 1º Congresso Internacional de Educação Matemática realizado em 1969, em Lyon, na França, a ênfase nas discussões referentes ao ensino de Matemática se desloca dos conteúdos para a questão metodológica.

Em meados da década de 60, a ICMI havia promovido uma análise e uma avaliação dos resultados obtidos com a introdução da Matemática Moderna nos Programas Escolares e, ao perceber a ausência de aplicação da Matemática do ensino médio a situações reais, enviou um informe ao Congresso Internacional de Matemática em 1966, pedindo uma investigação básica referente à metodologia para ensinar a resolver problemas, coleções de problemas adaptados aos novos programas de Matemática Moderna e a elaboração de meios e formas para que os futuros professores aprendessem a ensinar a resolver problemas.

A dificuldade em adequar conteúdos e metodologias de tal forma que a Matemática apresentada não perdesse os vínculos com a realidade leva os matemáticos a convidarem para o 2º Congresso de Educação Matemática, em Exeter, Inglaterra, em 1972, especialistas em Educação.

Nesse Congresso foram apresentadas sete conferências básicas: Como eu vejo a Matemática (Polya), Comentários sobre Educação Matemática (Piaget), Os grupos em Matemática e na Educação (Freudenthal), A Natureza, o Homem e a Matemática (Hawkins), Algumas Observações Antropológicas sobre número, tempo e sentido comum (E.Leach), Educação Matemática (Sobolev), Existe a Matemática Moderna? (R.Thom).

Após o Congresso de Exeter, pode-se dizer que a ênfase passou a ser a didática da Matemática.

Muitas publicações sobre a Matemática Moderna na escola elementar foram divulgadas.

No Brasil, ao final da década de 60, já havia programas de Matemática Moderna para o curso primário e livros didáticos como o GRUEMA*, embora não atingissem as redes de ensino.

Em 1971, a lei 5692 estende a terminalidade, propondo oito séries para o ensino de 1º grau. Esta lei, que tem seus pressupostos teóricos em Dewey, Brunner e Skinner (quanto à estrutura curricular) e em Piaget (no que se refere à teoria do conhecimento) vai exigir dos Sistemas Estaduais de Ensino a reformulação dos currículos.

No Paraná, a nova programação contendo tópicos de Matemática Moderna vai ser divulgada a partir de 1973. Tal programação está contida nas sugestões de diretrizes curriculares que a Equipe de Currículo da Secretaria de Educação e Cultura do Estado havia elaborado para as escolas.

De acordo com a nova lei, que fixa três grandes áreas para o Núcleo Comum, o Conselho Federal de Educação engloba as Ciências Físicas e Biológicas e a Matemática em uma única matéria, Iniciação às Ciências, cujo ensino teria por objetivo: "o desenvolvimento do pensamento lógico e a vivência do método científico", sem deixar de por em relevo as tecnologias que resultam de "suas aplicações" (Parecer 853/71).

Com relação ao ensino de Matemática, a lei fornece a seguinte indicação:

> *Mesmo no que toca à Matemática, procurar-se-á desde o início levar o aluno, com apoio em situações concretas, a*

*Grupo de Ensino de Matemática Atualizada, do qual faziam parte Lucília B. Sanchez, Anna Franchi e Manhúcia Liberman.

> *compreender as estruturas da realidade e suas relações, deixando em segundo plano a aquisição de mecanismos puramente utilitários para a solução de "problemas" práticos. Claro está que ainda não se dispensa a habilidade do cálculo mental; mas também aqui parte-se de que tal habilidade, ao invés de construir um fim, deve sempre incluir-se em mais amplas construções lógicas e delas resultar. Afinal, é preciso não esquecer de que já nos encontramos em plena era do computador.* (Parecer 853/71)

Com base nestas orientações, um grupo de especialistas vai elaborar as primeiras diretrizes curriculares específicas para as escolas da Rede Municipal de Curitiba. Estas diretrizes estão contidas no volume III-B- Plano Curricular do Plano de Educação, publicado em 1975.

Observando a ordenação e seqüência desses conteúdos, é possível detectar que os conteúdos de Matemática Moderna propostos teriam a finalidade de possibilitar a compreensão dos fundamentos lógicos que os determinavam e orientar um tratamento metodológico que desenvolvesse o pensamento reflexivo dos alunos.

Assim, a introdução de tópicos da Teoria dos Conjuntos, antecedendo à Numeração, permitiria que o número fosse apresentado como uma propriedade numérica de Conjuntos Equipotentes, o que justificaria a necessidade de distinção entre número e numeral. A contagem em bases diferentes de 10, antecedendo o Sistema de Numeração Decimal, possibilitaria uma generalização a partir da comparação entre vários sistemas. A designação de números naturais (quantidades inteiras) e racionais (quebrados),era justificada pela posterior classificação dos conjuntos numéricos. A apresentação da multiplicação a partir do produto cartesiano teria como objetivo explicar a lógica da multiplicação antes de trabalhar o aspecto quantitativo expresso em seu resultado. O início do trabalho com medidas não padronizadas permitiria que a medida fosse compreendida como a comparação entre grandezas, antes de chegar aos resultados numéricos. O estudo da geometria a partir de noções topológicas (curvas, fronteira, região exterior e interior), passando posteriormente para as figuras geométricas planas, reflete a influência piagetiana no que se refere à construção do espaço, iniciada pelas noções topológicas, seguidas pelas noções projetivas e pelas noções euclidianas.

Os pressupostos que orientaram essa ordenação e seqüência dos conteúdos podem ser identificados nos trabalhos desenvolvidos por matemáticos como Dienes e Papi. Eles buscaram as implicações da teoria do conhecimento de Piaget para o ensino de Matemática Moderna e desenvolveram propostas metodológicas.

Entretanto, apesar das tentativas de Dienes e Papi, entre outros, os conteúdos de Matemática Moderna não atingiram os objetivos a que se propunham, ficando reduzidos a um simbolismo a mais para ser memorizado pelo aluno. A desvinculação desses conteúdos com a realidade permitiu que a Matemática fosse vista como uma linguagem, um formalismo lógico rigoroso, pronto e acabado.

No plano teórico, a implantação da Lei 5.692/71, pelas características de flexibilidade que imprime ao currículo, permitiria que os conteúdos matemáticos se diversificassem e fossem apresentados em seqüências variadas. Essa flexibilidade deveria possibilitar, com a Introdução da Matemática Moderna, a realização de estudos matemáticos - no 1º e 2º graus - que levassem a uma aproximação entre a Ciência Matemática e a disciplina Matemática dos currículos escolares.

No entanto, a ênfase nos objetivos e métodos (presente num currículo por atividades, que tinha como pressuposto a necessidade de adequar o ensino ao nível de desenvolvimento do aluno), abolindo dos programas assuntos que dependessem de maior esforço, levou a um esvaziamento do conteúdo, proporcionando ao aluno uma visão fragmentada da realidade.

Na década de 70, o grupo do NEDEM produziu uma coleção de livros didáticos de 1a. a 4a. série para o ensino de Matemática Moderna. Muitos cursos foram dados nesse período para que os professores fossem preparados para esse ensino. Embora essa reformulação dos conteúdos estivesse intimamente ligada a uma nova concepção metodológica, para muitos o movimento de Matemática Moderna se restringiu a uma alteração de conteúdos.

Em 1972, na 3a. Conferência interamericana de Educação Matemática, ainda é possível encontrar temas sobre a Matemática Moderna.

Mas, ainda durante a década de 70, surgiriam críticas a essa Matemática. Um exemplo do nível que essas críticas atingiram é o livro *O Fracasso da Matemática Moderna*, de Morris Kline, publicado em 1976.

Como resultado dessas críticas, na 4a. Conferência Interamericana de Educação Matemática realizada em Caracas, em 1975, a Matemática Moderna não foi abordada. Os temas dessa Conferência foram:

a) As aplicações da matemática no ensino e na aprendizagem.

b) A matemática no ciclo diversificado.

c) Atividades extra-curriculares no campo da Matemática.

d) Matemática e Desenvolvimento: o problema da formação de professores.

O professor Ubiratan D'Ambrósio participou dessa Conferência, representando o Brasil com o trabalho *Objetivos e Tendências da Educação Matemática em países em via de desenvolvimento.*

Em 1976, no III Congresso Internacional de Educação Matemática em Karlsruhe, Alemanha, a Matemática Moderna também não constou dos temas. Nesse Congresso a ênfase principal foi dada à Educação Matemática, falando-se pouco do que se deve ensinar, mas dando maior atenção a como ensinar e à avaliação do ensino.

No Brasil, nesse período, o governo federal apoiou o ensino de Ciências por meio do Programa de Expansão e Melhoria do Ensino (PREMEN), criado em 1972, e que patrocinou muitos projetos como o de Iniciação às Ciências, desenvolvido na UNICAMP. Contendo muitas indicações metodológicas para o ensino da Matemática, tal projeto vai ser bastante difundido no Paraná, através de cursos para professores.

Em 1976, em função do aumento significativo da rede escolar da Prefeitura Municipal de Curitiba, para garantir padrões mínimos de desempenho em todas as escolas, é proposto um novo plano curricular. Esse Plano Curricular (nov. de 1978) indica como objetivo da educação a aquisição de conhecimento ou informação e propõe, com base na taxonomia de Bloom, os objetivos do domínio cognitivo. Segundo este Plano, tais objetivos:

> *são fundamentais para a implantação do programa de avaliação vigente e incluem basicamente objetivos vinculados à memória ou recognição e ao desenvolvimento de capacidades e habi-*

> *lidades intelectuais. Os comportamentos expressos nos objetivos poderão ser desenvolvidos nas atividades complementares, de acordo com suas características de funcionamento e favorecendo as atividades ao nível de sala de aula.*
> *Esses objetivos constituem a listagem dos padrões mínimos a nível de Rede, apresentados ao longo das séries (Pré-4a. série) e por área (5a.- 8a.série), distribuídos por bimestres.*

Os conteúdos de Matemática propostos nessas diretrizes são os mesmos do plano de 75. O que se modifica é a forma de organização desses conteúdos (que são mais detalhados e divididos racionalmente em bimestres), para possibilitar a verificação unificada através de testes organizados em nível central e enviados às escolas, para aplicação.

Nesse período, o supervisor escolar, função criada em 74, passa a ter como tarefa principal a fiscalização do trabalho pedagógico do professor, reflexo da concepção de educação vigente.

Como afirma SAVIANI (1988, p.23) ao se referir à tendência pedagógica tecnicista:

> *A partir do pressuposto da neutralidade científica e inspirada nos princípios de racionalidade, eficiência e produtividade, essa pedagogia advoga a reordenação do processo educativo de maneira a torná-lo objetivo e operacional. (...) é o trabalhador que deve se adaptar ao processo de trabalho, já que este foi objetivado e organizado na forma parcelada.*

Entretanto, essas diretrizes curriculares, embora alvo de muitas críticas, vão se constituir no único documento oficial com o qual a escola vai contar, durante oito anos, como subsídio para a seleção do que ensinar de Matemática.

Ao final da década de 70, período em que a sociedade civil brasileira busca sua reorganização, são desenvolvidas discussões, em âmbito nacional, sobre o papel da educação no processo de redemocratização.

A Rede Municipal de Ensino de Curitiba se insere nessas discussões e é criada a A.M.M.C.* Em 1979, o Departamento de Educação é desmembrado do Departamento do Bem Estar Social e são criadas as Divisões de Treinamento, Educação Especial, Supervisão e Orientação Escolar.

A reorganização administrativa, porém, não foi acompanhada de uma nova proposta curricular para as escolas municipais.

Entretanto, as discussões a respeito da melhoria da qualidade do ensino público, assim como a necessidade de garantir tanto o acesso como a permanência dos alunos nas escolas, vão exigir uma nova concepção pedagógica que, definindo o papel da escola como difusora do saber, vai indicar a necessidade de uma reorganização curricular.

Em meados da década de 80, a preocupação com os altos índices de evasão e repetência, a decorrente seletividade e o fracasso escolar levam educadores comprometidos com a democratização do ensino à organização de novas propostas curriculares para as escolas públicas.

Na Rede Municipal de Ensino de Curitiba, no início da década de 80, algumas escolas irão empreender tentativas de reformulação do currículo de Matemática com base na prática pedagógica de seus professores, acrescentando ou retirando conteúdos. No entanto, é a partir de 1986 que serão encaminhadas dis-

* Associação do Magistério Municipal de Curitiba.

cussões, em nível de Sistema, para uma nova proposta curricular buscando - na produção histórica dos conteúdos e na lógica de sua sistematização - referenciais que permitissem a superação da concepção formalista de Matemática, até então em vigor.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A constatação de que a Matemática é a disciplina que mais contribui para a evasão e repetência de 2a. à 8a. série, nas escolas de 1º Grau do Paraná, justifica a preocupação que o ensino dessa disciplina tem despertado, principalmente a partir da década de 50.

Na procura dos fatores que interferem no fracasso desse ensino, pesquisou-se o currículo escolar de Matemática proposto para as escolas da Rede Municipal de Curitiba, no período de 1963 aos dias atuais.

No que se refere aos conteúdos apresentados nestes currículos, as mudanças que ocorreram na década de 60 visavam principalmente atender ao estabelecimento de conteúdos mínimos propostos pela Lei 4024/61. Uma diferença mais significativa, no entanto, pode ser observada a partir da década de 70 com a introdução de tópicos de Matemática Moderna na escola de 1º grau, com vistas a aproximar a Ciência Matemática e a Matemática escolar.

Em todos os planos de Educação desse período, está expressa uma filosofia do desenvolvimento que delegava à escola ampla responsabilidade na conscientização e preparação do homem, para utilizar as técnicas fundamentais de cultura que serviriam para integrá-lo no contexto sócio-econômico. A valorização da escola era necessária na medida em que, elevando o nível de produtividade do ensino oferecido, possibilitava a reprodução ampliada do capital; porém dentro de limites que não comprometessem a manutenção da ordem social estabelecida, o que era possível através da distribuição desigual dos conhecimentos científicos.

Após a lei 5692/71, essa tendência tecnicista atinge as escolas; e os programas mínimos são substituídos por objetivos e amplitudes das matérias de ensino. A integração da Matemática com as Ciências Físicas e Biológicas, com o nome de *Iniciação às Ciências*, levou a uma rarefação dos conhecimentos a serem ensinados, proporcionando uma visão fragmentada do conteúdo matemático.

Com relação à forma de difusão dos conteúdos, foi possível perceber que em todos os currículos analisados essa preocupação se reflete tanto na ordenação e seqüência propostas como nas observações e orientações de caráter metodológico.

Pode-se compreender esta opção dos responsáveis pela elaboração de tais propostas no contexto das discussões pedagógicas que ocorreram nesse período. Entendendo que o fracasso do ensino de Matemática, na escola tradicional, deveria ser atribuído à inadequação do currículo às diferentes fases de desenvolvimento do aluno e ao despreparo do professor, buscou-se em novas propostas metodológicas a solução para o problema do ensino.

A lei 5692/71, através de uma nova organização curricular contida no Parecer 853/71, buscou adaptar o currículo ao modo de pensamento da criança, com base na pressuposição piagetiana de que o desenvolvimento precede a aprendizagem.

A escola, ao propor a adequação dos currículos à fase de desenvolvimento do aluno, ofereceu problemas que ele podia manejar sem ajuda, deixando de orientar a aprendizagem para aquilo que o aluno ainda não era capaz de fazer. Essa valorização da capacidade individual da criança, sem considerar que as condições de seu desenvolvimento são históricas e socialmente determinadas, privilegiou as crianças das classes mais favorecidas.

Nesse período, inúmeras publicações e cursos foram elaborados de acordo com as novas concepções, divulgando importantes indicações metodológicas para uma nova prática pedagógica, orientações estas que nem sempre - ou muito pouco - chegaram às salas de aula, principalmente das escolas públicas da Rede Municipal. E mesmo os professores que se entusiasmaram pelas novas técnicas, acabaram, em sua maioria, por abandoná-las.

Estas novas técnicas, sem dúvida, representaram um avanço. Porém, o fato de não serem acompanhadas por um aprofundamento nos pressupostos teórico-metodológicos que as orientavam,reduziram as discussões com os professores apenas ao saber-fazer.

A apresentação de conteúdos e métodos dos currículos sem a devida discussão sobre a concepção de Matemática que os fundamenta, assim como sobre a epistemologia dessa Ciência, não tem possibilitado aos professores a aquisição dos instrumentos teórico-metodológicos necessários à reconstrução do conhecimento matemático. Quando muito, tem possibilitado o desenvolvimento do aspecto lúdico, o que de certa forma é importante na tentativa de tornar essa disciplina mais agradável, mas que está longe de possibilitar ao professor a compreensão dos vínculos entre a Matemática e a realidade, o que lhe permitiria o domínio do conhecimento matemático, ao invés de sentir-se dominado por ele.

Hoje, no discurso da grande maioria dos professores, está presente a proposta do ensino de Matemática através do uso de materiais *concretos*, entretanto é pequena a parcela que realmente permite que as crianças desenvolvam conceitos matemáticos a partir do uso desses materiais.

A proposta do uso de materiais, como recurso didático para o ensino de Matemática, remonta a Froebel; mas é no início deste século, com os médicos educadores Decroly, Montessori e Claparède, que novos materiais didáticos serão elaborados visando a aprendizagem dos conceitos matemáticos de forma indutiva e não pela aplicação de regras em exercícios repetitivos.

Entretanto, a denominação *materiais concretos* parece ter surgido a partir da influência piagetiana no que se refere às implicações de sua teoria para o ensino da Matemática, sendo esse termo empregado por Piaget em muitas de suas obras.

A influência da psicogênese - de matriz piagetiana e que considera que o desenvolvimento se processa das estruturas mais simples (concretas) às mais complexas (abstratas) - na compreensão de como os conceitos matemáticos são construídos, ampliou-se por volta dos anos 50. É durante esse período que Piaget, ao tomar contato com a obra de sistematização do conhecimento matemático elaborada pelo grupo Bourbaki, busca estabelecer relações entre as estruturas matemáticas propostas pelo grupo e as estruturas operatórias espontaneamente construídas no curso do desenvolvimento mental. Em colaboração com o matemático Evert W. Beth, Piaget escreveu, em 1961, *Epistemologia Matemática e Psicologia - Ensaio sobre a Lógica Formal e o Pensamento Real*. Nessa obra, os dois autores concluem pela semelhança entre as estruturas-mãe da Matemática e as estruturas do pensamento lógico-formal, fornecendo importantes indicações para o Movimento de Matemática Moderna e influenciando diretamente as propostas elaboradas, por exemplo, por Dienes e Papi.

Como se afirmou no Capítulo 2 desse trabalho, no Brasil o uso de materiais concretos foi introduzido pelas escolas de origem americana e a partir da década de 30, pelos pioneiros da Escola Nova que, sob influência americana e principalmente francesa (Claparède), empregaram esses materiais em escolas experimentais de Minas Gerais, Rio de Janeiro, Bahia e São Paulo entre outras.

Durante a década de 60, projetos como o do PABAEE e os desenvolvidos pelo IBECC e por grupos como o GEEM irão constituir-se em referenciais para a prática pedagógica em Matemática com base no uso de materiais concretos.

Entretanto, a partir da lei 5692 - de tendência tecnicista - o emprego de recursos técnico-didáticos para o ensino vai ser privilegiado e o uso de materiais concretos passa a ser condição fundamental para um bom ensino de Matemática. As novas propostas curriculares desse período vão apresentar novos conteúdos de Matemática, com base na chamada Matemática Moderna, sugerindo o emprego de materiais concretos para o ensino, tendo como suporte teórico as considerações piagetianas a respeito das fases de desenvolvimento da criança.

Sobre essa questão, alertam CARRAHER & SCHLIEMAMM (1988, p.175):

> *A Matemática com materiais concretos não pressupõe simplesmente que temos objetos à nossa disposição na sala de aula; pressupõe que estruturamos as relações entre os objetos de tal forma que essas relações refletem um modelo matemático. Os "materiais concretos" são usados porque refletem uma*

> *análise matemática particular; de fato, pressupõe-se que, subjacente aos materiais concretos, existem princípios lógico-matemáticos, os quais desejamos ensinar.*

Dessa forma, a mera substituição dos dedos, por materiais não estruturados como palitos e tampinhas, simplesmente como material de contagem, pode levar a lugar nenhum.

Com relação aos materiais estruturados, como o material dourado de Montessori, que busca refletir a estrutura do sistema de numeração decimal, os mesmos autores (1988, p. 180)advertem:

> *No entanto, o material, apesar de ser formado por objetos, pode ser considerado como um conjunto de objetos "abstratos", porque esses objetos existem apenas na escola, para finalidade de ensino, e não tem qualquer conexão com o mundo da criança.*

E esclarecem que:

> *Uma representação material pode ser mais concreta, no sentido de que tem mais relações com uma realidade representada, ou mais abstrata, por ter menos relações com a realidade representada - esse grau de abstração não dependendo da possibilidade que temos de ver ou pegar a representação, mas de sua relação com o que está representado.*

Esse esclarecimento constitui um avanço à medida em que propõe o uso de materiais concretos significativos.

Como afirmar CARRAHER & SCHLIEMAMM (1988, p.181):

> *Na verdade, o que a vida cotidiana oferece não são objetos concretos para manuseio - como vimos quando comentamos as habilidades dos cambistas que*

> *usam tabelas para identificar o número de apostas ou dos mestres-de-obras que calculam dimensões de parede a partir de seu conhecimento das escalas. O que distingue essas situações cotidianas das situações escolares é o significado que elas têm para o sujeito, o qual, resolvendo problemas, constrói modelos lógico-matemáticos adequados à situação.*

Essa afirmação não deve levar à interpretação de que todos os materiais ditos concretos devam ser abolidos, mas que se deve ter clareza de que só o uso desses materiais não é suficiente para a aprendizagem. Assim como só o uso de situações do cotidiano não instrumentaliza o educando para a generalização dos princípios teórico-metodológicos, permitindo-lhe resolver diferentes situações.

Essa questão levantada com relação aos materiais concretos determina a necessidade de buscar um esclarecimento maior com relação ao uso do termo *concreto*.

Esse esclarecimento pode ser buscado na lógica dialética, em cujos pressupostos WARDE (1987, p.26) se apóia para distinguir o termo *empírico* do termo *concreto*. Ela considera que o termo concreto poderia ser, em muitas publicações, substituído pelo termo empírico, uma vez que "o termo concreto designa não somente o contato empírico com o objeto, a experiência, mas também a elaboração que faz dela, ou seja, o seu significado". Dessa forma, a denominação *materiais concretos* poderia ser substituída por *materiais empíricos* quando esses materiais permitissem estabelecer relações com a realidade representada.

O uso desses materiais empíricos é extremamente importante como recurso, em propostas pedagógicas de Matemática que privilegiam a construção dos conceitos.

Entretanto, é necessário que o professor domine o conhecimento matemático - que é histórico e socialmente produzido mas que tem sido elaborado privadamente - para que possa propor o uso desses materiais não como um fim em si mesmo, mas como um dos recursos que devem ser utilizados na difusão de um saber escolar que permita estabelecer vínculos entre a Matemática e a realidade concreta.

Nesse ponto, a posição de VIGOTSKI (1987, p.93) ao comprovar a natureza social e cultural do desenvolvimento, utilizando-se do método histórico-crítico, é bastante esclarecedora.

Para ele:

> *A criança adquire consciência dos seus conceitos espontâneos relativamente tarde: a capacidade de defini-los por meio de palavras, de operar com eles à vontade, aparece muito tempo depois de ter adquirido os conceitos. Ela possui o conceito (isto é, conhece o objeto ao qual o conceito se refere), mas não está consciente do seu próprio ato de pensamento (...). Embora os conceitos científicos e espontâneos desenvolvam em direções opostas, os dois processos estão intimamente relacionados. É preciso que o desenvolvimento de um conceito espontâneo tenha adquirido um certo nível para que a criança possa absorver um conceito científico correlato (...) um conceito cotidiano abre caminho para um conceito científico e o seu desenvolvimento descendente. Cria uma série de estruturas necessárias para a evolução dos aspectos mais primitivos e elementares de um conceito, que lhe dão corpo e vitalidade. Os conceitos científicos por sua vez, fornecem estruturas para o desenvolvimento ascendente dos conceitos espontâneos da criança em relação à consciência e ao uso deliberado. Os conceitos científicos desenvolvem-se para baixo por meio dos conceitos espontâneos; os conceitos espontâneos desenvolvem-se para cima por meio dos conceitos científicos.*

Dessa forma, as pesquisas (CARRAHER, 1988, D'AMBRÓSIO, 1986) que têm valorizado o saber matemático extra-escolar, desenvolvido em decorrência da prática social, fornecem importantes indicações para o ensino da Matemática escolar.

Apesar de, nessas pesquisas, após a comparação entre os modelos lógico-matemáticos aprendidos na escola e na vida cotidiana, concluir-se que esses modelos parecem ser os mesmos, reconhece-se que os indivíduos que são escolarizados têm certas vantagens sobre os não escolarizados.

É necessário portanto, que a escola conheça e valorize os conceitos matemáticos espontâneos, cabendo-lhe o papel de mediadora entre o saber matemático já desenvolvido pelo educando e o conteúdo da Matemática escolar. De acordo com o esclarecimento de VIGOTSKI (1987, p.87):

> *O desenvolvimento das bases psicológicas para o aprendizado das matérias básicas não precede esses aprendizado, mas se desenvolve numa interação contínua com as suas contribuições.*

A partir das considerações feitas, o presente trabalho pretendeu contribuir com algumas indicações para uma proposta de Matemática para a Rede Municipal de Ensino de Curitiba, com vistas à interação entre aprendizagem e desenvolvimento. Essas indicações se fazem necessárias uma vez que, pelo Parecer 758/86 do Conselho Federal de Educação, a Matemática foi desligada das Ciências assumindo sua especificidade no currículo escolar.

Com o objetivo de construir uma nova proposta curricular que buscasse superar tanto a concepção tradicional quanto a da Matemática Moderna, o grupo de Matemática da Secretaria Municipal de Educação de Curitiba (do qual a autora do presente trabalho foi integrante no período de 1986 a 1988), desencadeou a partir de 1986, em conjunto com os grupos das outras áreas do conhecimento, uma discussão enfocando a questão curricular. Frutos destas discussões são: o jornal *Escola Aberta* de número 9, com o título *Em Discussão: Currículo Básico nas Escolas Municipais*, de abril de 1987 e a publicação *Currículo Básico. Uma Contribuição para a Escola Pública Brasileira*, de dezembro de 1988.

Sob o título *Matemática: Das Noções Intuitivas ao Domínio da Linguagem Formal*, em cada uma das publicações acima referidas, foram apresentados os pressupostos teórico-metodológicos para uma nova proposta curricular - em anexo - optando por uma determinada concepção pedagógica. Opção esta que é assim justificada por EVANGELISTA (1988, p.25) na Introdução do *Currículo Básico*:

> *Adotando concepções pedagógicas que fazem recair a ênfase ora sobre o conteúdo (como na Pedagogia Tradicional), ora sobre os processos de ensino (como na Pedagogia Nova), ora sobre os meios de aprendizagem (como na Pedagogia Tecnicista), estas tendências oficiais não responderam às demandas da escola pública quanto à democratização do ensino.*
> *Do ponto de vista da história da educação, no momento histórico presente, é no âmbito da Pedagogia Histórico-crítica que a questão curricular, em especial no que tange à relação conteúdo-método, tem um tratamento mais objetivo. É no interior desta concepção que se tem elementos para perceber, concretamente, o processo pedagógico vivido no espaço escolar.*

Decorrente desta concepção pedagógica e tendo como referencial o conhecimento matemático historicamente produzido e a lógica de sua elaboração como fatores intrinsecamente ligados, propôs-se a retomada dos conteúdos numa visão mais articulada do conhecimento matemático.

Assim, Números e Geometria são os dois grandes temas, a partir dos quais foram organizados os conteúdos básicos de la. a 4a. série, constituindo-se o trabalho com Medidas no eixo articulador entre esses temas. Este eixo permite também uma maior aproximação entre a Matemática e a realidade.

Entendeu-se que a definição dos conteúdos é fator fundamental para que os conhecimentos matemáticos anteriormente fragmentados, sejam agora vistos em sua totalidade. Nessa definição, está implícita a busca da superação da dicotomia conteúdo-forma considerando-se essencial a interação entre a aprendizagem e o desenvolvimento. Deve-se buscar, também, o estabelecimento de outros tipos de relação entre o concreto e o abstrato, considerando que o que tem sido tomado como concreto não passa de empírico. Isto vai exigir, da escola, um empenho no sentido de buscar e utilizar novas metodologias que permitam ao aluno a sistematização do conhecimento matemático socialmente produzido.

Como afirma VIGOTSKI (1987, p.90):

> *Os anos escolares são, no todo, o período ótimo para o aprendizado de operações que exigem consciência e controle deliberado; o aprendizado dessas operações favorece enormemente o desenvolvimento das funções psicológicas superiores enquanto ainda estão em fase de amadurecimento. Isso se aplica também ao desenvolvimento dos conceitos científicos que o aprendizado escolar apresenta à criança.*

Dessa forma, cabe à escola, através de um currículo adequado, permitir a todos a apropriação do conhecimento matemático que é produzido nas e pelas relações sociais, embora tenha sido elaborado privadamente.

A N E X O S

Matemática: das noções intuitivas ao domínio da linguagem formal

INTRODUÇÃO

Este documento é uma proposta preliminar para reflexão conjunta a respeito da prática pedagógica que estamos desenvolvendo em Matemática.

Desse processo de discussão do ensino-aprendizagem de Matemática é que obteremos subsídios para produzir o documento final.

Consideramos importante iniciar a discussão situando historicamente a dicotomia entre conteúdo e forma no ensino da Matemática. Com relação a esse ensino percebe-se nitidamente períodos que refletiram as seguintes práticas:

1º - Matemática Tradicional (até meados de 1960): valorização do conteúdo (justificado por si só) desvinculado da prática. Ensino de aritmética com ênfase na memorização de regras.

2º - Matemática Moderna (após 1960): uso da linguagem dos conjuntos onde o objetivo era unificar os vários campos da Matemática Tradicional (Aritmética, Álgebra e Geometria), mas que ficou reduzido a um simbolismo a mais para ser memorizado pela criança.

3º - Principalmente após a Lei 5692/71 a ênfase passou a ser a metodologia, justificada pela necessidade do aluno poder desenvolver toda a sua potencialidade. Valorizou-se a manipulação de materiais concretos relegando-se a segundo plano a fase de automação, procurando-se atender a criança em sua fase de desenvolvimento, mas descuidando-se da sistematização dos conhecimentos matemáticos historicamente acumulados.

As diretrizes curriculares enviadas às escolas da R.M.E., em 1978, continuam a refletir essa preocupação metodológica e o "livro verde" constitui, ainda hoje, o documento que direciona o processo pedagógico para o professor. A ênfase dada aos objetivos esvazia os conteúdos, pois, acreditamos, inversamente, que os conteúdos é que determinam os objetivos.

4º - Atualmente procura-se um equilíbrio entre a relação conteúdo-forma no sentido da compreensão da evolução histórica dos conteúdos e da necessidade de superação de cada uma das etapas desta evolução, na construção de um conhecimento matemático que seja instrumento de transformação da sociedade.

Mas, para que isto ocorra, é necessário definir-se os conteúdos básicos e a forma de socialização destes conteúdos através de uma prática pedagógica intencionalmente dirigida.

Assim, estaremos possibilitando, através do domínio sobre conteúdos básicos como numeração, operações, geometria e medidas, que o educando analise criticamente a sociedade e possa nela intervir e modificar as condições existentes a partir das necessidades e possibilidades concretas.

Em linhas gerais este documento agora enviado desenvolve-se nas seguintes etapas:

1º) Explicitação do referencial teórico e dos pressupostos psicopedagógicos da proposta.

2º) Pressupostos metodológicos necessários à relação conteúdo-forma.

3º) Sugestão de conteúdos básicos e sua distribuição nas quatro séries do 1º grau e algumas considerações a respeito do tratamento metodológico em cada série.

REFERENCIAL TEÓRICO

Tomando-se como referencial a pedagogia histórico-crítica dos conteúdos, consideramos que a compreensão do que se entende por Matemática, seus objetivos e finalidades, são fundamentais na definição do que ensinar e conseqüentemente do como ensinar.

A Matemática tem sido uma atividade humana por milhares de anos.

Em uma certa medida, todos são matemáticos e fazem matemática conscientemente em decorrência das necessidades cotidianas.

Ao mesmo tempo, a matemática possui uma característica especial, tem a possibilidade de ser bem descrita por uma linguagem formal, que em certo sentido, espelha exatamente o seu conteúdo, mas que se constitui em um conjunto de fórmulas e regras que se distanciam do real. Em síntese, podemos dizer que a matemática é um meio pelo qual o homem apreende o mundo e constitui uma linguagem rigorosa e autêntica da ciência.

Os símbolos constituem parte do registro escrito da matemática; com eles trabalhamos de duas maneiras: fazemos cálculos e os interpretamos. Ao resolvermos uma técnica de operação, por exemplo, estamos calculando com os símbolos de acordo com um conjunto de convenções. Já ao interpretarmos um símbolo, estamos associando algum conceito ou imagem mental. Através das interpretações dos símbolos foi possível ao homem desenvolver as teorias científicas.

As fórmulas matemáticas e as regras que ensinamos às crianças são, portanto, a síntese de um processo histórico e mostram a forma final de um conhecimento que o homem levou tempo para adquirir.

Na história da humanidade, a matemática foi descrita inicialmente como a ciência da quantidade e do espaço e os matemáticos, devido a necessidade de comunicação, estabeleceram convenções, criando o simbolismo relacionado ao cálculo das quantidades e às medidas do espaço.

A própria natureza forneceu elementos para que as noções iniciais sobre quantidade e forma se desenvolvessem paralelamente no processo de aquisição do conhecimento matemático pela humanidade. Cabe aqui observar que na ânsia de compreender a realidade, o homem foi desenvolvendo e aprimorando esse conhecimento através da observação, análise, comparação, interpretação, etc. O desenvolvimento das noções de quantidade e de espaço são o objetivo de estudo da matemática nos primeiros anos de escolaridade. A formação dos conceitos relativos à quantidade e ao espaço, o conhecimento dos símbolos que possibilitam o cálculo com quantidades e a representação e medida do espaço de acordo com as convenções dos matemáticos, constituem um dos objetivos específicos da matemática.

O domínio dos conhecimentos, a capacidade de diferenciar o essencial do secundário, de relacionar os conhecimentos entre si, em confronto com o dado de realidade, devem contribuir a uma melhor compreensão da realidade concreta, possibilitando, através do trabalho, a interferência nessa realidade com vistas a modificá-la.

Dessa forma, a matemática tem sido componente básico do currículo devido aos seguintes fatores: a necessidade da aplicação de habilidades matemáticas a situações práticas; a formação de uma base conceitual a partir da qual outras idéias matemáticas serão organizadas; o desenvolvimento de habilidades do pensamento lógico tais como: o pensamento proporcional, o combinatório e o raciocínio hipotético-dedutivo que levam à formação de uma concepção científica do mundo.

Além disso, consideramos que a apropriação do conhecimento matemático sistematizado é um dos instrumentos fundamentais para uma participação consciente e crítica na sociedade.

O acesso a esse conhecimento pode contribuir para a criação de uma nova organização social, não apenas através do ensino de regras e mecanismos, mas através da dimensão política contida na própria relação entre o conteúdo e a forma de sua transmissão-assimilação.

A transmissão dos conteúdos deve se processar de forma que o aluno perceba que as regras do conhecimento e da ação humana não são absolutas. São criadas a partir de necessidades concretas e é preciso analisar quando podem ser aplicadas.

A dificuldade na alfabetização em matemática decorre da ambiguidade entre o saber intuitivo que o aluno traz para a escola e o rigor da linguagem simbólica de matemática que é apresentada pela escola.

Ao se levar em conta a forma como a criança apreende o mundo e promover, a partir deste nível, um entendimento novo e mais elaborado, o aluno perceberá a importância das conquistas da matemática na superação de problemas vitais, tornando-se agente na aplicação desse saber, não esperando um ato mágico para tais transformações.

Assim, estaremos tornando possível a superação do pensamento lógico, para a formação do pensamento crítico. Isto não quer dizer a supressão do pensamento lógico, mas a necessidade de utilizá-lo para uma reflexão crítica sobre a realidade.

PRESSUPOSTOS METODOLÓGICOS

A construção de um conceito matemático deve ser iniciada com situações reais onde a criança possa perceber que já tem algum conhecimento sobre o assunto.

A partir deste saber, cabe à escola promover a difusão crítica do conhecimento matemático acumulado de forma a desenvolver uma concepção crítico-científica do mundo.

Segundo J.A.C. Leite, a construção de um conceito matemático se processa em quatro fases sucessivas, mas não disjuntas, de acordo com o modo como a criança se estrutura. As fases são: "ação", "compreensão", "simbolização" e "automação".

O saber intuitivo da criança reproduz alguns dos traços da forma como a humanidade foi criando a matemática ao longo de sua história. Exemplificaremos com a construção do conceito de número.

Do ato intuitivo de comparar coleções de objetos, associada a idéia de contagem, decorre a idéia de número. Esta é a fase da ação com quantidades para se estabelecer as relações entre estas quantidades. Condição necessária para a compreensão do conceito de número.

Posteriormente, o homem teve necessidade de exprimir as quantidades e iniciou usando a linguagem de sinais, por exemplo, os dedos das mãos. E é justamente devido à quantidade de dedos nas mãos que o sistema de numeração que utilizamos desde o século dez tem a base decimal.

Aos sinais para os números, sucederam-se, em um processo lento, as palavras para os números. Essas palavras apareciam sempre associadas aos objetos que estavam sendo contados, por exemplo: dois bastões. Esta é a fase onde o homem procurou representar as quantidades.

Continua

Continuação

MATEMÁTICA: DAS NOÇÕES INTUITIVAS AO DOMÍNIO DA LINGUAGEM FORMAL

Foram necessários muitos milhares de anos, até que, de repetidas situações concretas, o homem pudesse sintetizá-las através dos conceitos abstratos. Por exemplo: "dois" significando qualquer grupo com dois elementos. Esta é a fase da automação, onde o trabalho é exclusivamente com símbolos que são significativos quando há compreensão de que representam o registro de uma situação real.

As noções geométricas também foram extraídas da natureza. Da ação com objetos e da observação das características físicas dos objetos é que o homem chegou até a percepção da forma destes objetos.

Foi da necessidade de produzir alimentos para a sua sobrevivência que o homem tornou-se agricultor e precisou avaliar e organizar o espaço de que dispunha. Derivam daí as primeiras idéias sobre medida, passo inicial da geometria (do grego geo: terra-metria: medida).

Inicialmente, para a representação do espaço, o homem usou elementos de seu próprio corpo como unidade de medida, por exemplo: o palmo, o pé, a polegada, etc...

Só após a revolução francesa é que se estabeleceu a convenção para o sistema de medidas, adotando o metro como unidade padrão para as medidas de comprimento, o litro para as medidas de capacidade e o grama para as medidas de massa. Ao ensinarmos estas convenções para os alunos já estamos na fase da automação. Para que esses símbolos sejam significativos é necessário que os alunos percebam que eles foram criados pelo homem devido a necessidade de facilitar o comércio e a comunicação e que hoje são adotadas na maioria dos países, mas que nem sempre foi assim.

Tendo como pressuposto básico a necessidade do desenvolvimento conjunto e articulado das questões relativas ao número e a geometria, sugerimos a reorganização dos conteúdos a partir de quatro temas fundamentais: Números; Operações; Geometria; Medidas.

O domínio sobre estes conteúdos se tornará possível a partir da compreensão que nós, professores, tivermos sobre as seguintes questões fundamentais:

1) A forma como a criança elabora o seu conhecimento, observando a relação dinâmica existente entre as fases da aprendizagem de um conceito matemático, as quais são sucessivas, mas não disjuntas.

2) A necessidade da criança manipular efetivamente os objetos antes de ser exposta à representação;

3) A necessidade do desenvolvimento de habilidades que levem ao pensamento lógico, tais como: observação, comparação, classificação, seriação, ordenação, etc.

4) A necessidade de que a criança apreenda realmente as noções básicas para que possa recorrer a elas em situações do cotidiano.

É a partir de suposições que a criança faz a respeito dos fatos e da necessidade de comprová-los, tendo como base a realidade concreta e a compreensão dos conhecimentos sistematizados, que a criança se situa historicamente e elabora a sua concepção científica do mundo.

Na prática escolar em matemática tem predominado a realização de exercícios com base em modelos previamente estabelecidos. Este procedimento de ensino mascara a aquisição dos conceitos pelo aluno que por um lado, dá respostas certas sempre que pode determinar a que tipo de modelo pode recorrer. E por outro, mostra-se impotente quando se encontra com um "problema" ou exercícios escritos de forma diferente, mesmo que esta dificuldade não seja maior que a dos "problemas" ou exercícios anteriormente resolvidos.

Acreditamos que a resolução de problemas não é um conteúdo, mas sim um procedimento metodológico, uma vez que os conceitos básicos devem ser introduzidos através de problemas, sua exploração e ampliação também se realizará com problemas e aplicações dos fatos aprendidos. Ao término do estudo de determinado assunto, será feita a fixação através da resolução de novos problemas. Além disso, poderemos utilizá-los como um desafio à reflexão dos alunos e a sua criatividade.

A criança das classes trabalhadoras que muitas vezes já esteve envolvida em situações de compra e venda, resolvendo problemas nos quais efetuou operações simples, através do cálculo mental, não consegue resolver as mesmas operações (que faz mentalmente) usando as técnicas operatórias que lhe são ensinadas pela escola.

Apesar das crianças utilizarem-se de cálculos mentais na resolução de problemas cotidianos, pesquisas têm demonstrado que elas não conseguem utilizá-los na resolução de problemas escolares, por não encontrarem nas técnicas que a escola ensina uma semelhança com o mecanismo mental que utilizam em seu dia a dia.

CONTEÚDOS BÁSICOS - 1ª SÉRIE

I. NUMERAÇÃO

1. Construção do número

– Relações entre quantidades; registro de quantidades; relações entre os números de 0 a 9; uso dos símbolos = e ≠ e formação de pares.

2. Construção da dezena

– Agrupamento de quantidades. Séries de 2 em 2 até de 10 em 10; formação do grupo de dez; registro de quantidades; leitura e escrita de números até 99; uso dos termos dezena e unidade; composição e decomposição de números até 99 e relações entre os números até 99. Identificação de pares e ímpares.

3. Construção da dúzia

– formação de grupos de doze.

II - OPERAÇÕES

Operações com Números Naturais: Adição: idéia de juntar objetos ou quantidades; Subtração: Idéia de tirar objetos ou quantidades (idéia subtrativa; idéia comparativa; idéia aditiva).

– Sentenças matemáticas e técnicas operatórias da adição e subtração.

– Multiplicação: idéia da repetição de grupos com mesma quantidade; noção de dobro.

– Divisão: idéia de repartir quantidades iguais (idéia repartitiva); idéia subtrativa e noção de metade.

– Sentença matemática com multiplicação e divisão.

III. GEOMETRIA

– Construção do Espaço: o espaço da criança, o espaço dos objetos reais e a percepção de suas relações e as formas geométricas.

– Semelhanças e diferenças entre as formas geométricas.

– Classificação: sólidos que rolam e sólidos que não rolam.

IV. MEDIDAS

1. Tempo: o tempo da criança; dia e noite; semana, mês e calendário; leitura de hora e meia hora.

2. Sistema Monetário

– Conhecimento e reconhecimento de cédulas e de moedas.

3. Unidades Arbitrárias

– Comprimento: palmo, pé, passos, outras...

– Massa: saquinhos, caixas, latas, outras...

– Capacidade: copinhos, garrafas, saquinhos, outras...

4. Unidade Padrão

– Metro, quilo e litro.

CONTEÚDOS BÁSICOS 2ª SÉRIE

I. ORGANIZAÇÃO DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

1. Sistema de Numeração Decimal

– Agrupamento e reagrupamento de quantidades.

– Formação de grupos de 2 em 2, ..., 10 em 10, 12 em 12.

– Formação de grupos de 10, 100 e 1.000; uso dos termos: unidade, dezena, centena, registro de quantidades; leitura e escrita de números até 999; composição e decomposição de números até 999; milhares exatos até 9000; relações entre os números: uso dos sinais =, ≠, >, <; antecessor e sucessor de números até 999 e identificação de números pares e ímpares.

2. Números Racionais

– Divisão de inteiro em partes iguais (até dez partes); formação do inteiro com meios, terços, quartos, ... décimos e representação da fração com desenhos e números.

II. OPERAÇÕES

Operações com Números Naturais

– Adição: termos da adição; sentença matemática e técnica operatória; possibilidade de comutar ou associar as parcelas.

– Subtração: a subtração como operação inversa da adição; idéias subtrativa, aditiva e comparativa da subtração; termos da subtração; sentença matemática e técnica operatória.

– Multiplicação: multiplicação como adição de parcelas iguais; termos da multiplicação; sentença matemática e técnica operatória; possibilidade de comutação dos fatores; cálculo do dobro e construção da tabuada.

– Divisão: divisão como operação inversa da multiplicação; idéias repartitiva e subtrativa da divisão; termos da divisão; sentença matemática; técnica operatória e cálculo da metade.

III. GEOMETRIA

Classificação dos sólidos: que rolam... cone, cilindro e esfera; que não rolam... cubo, paralelepípedo e pirâmide.

– Planificação dos sólidos conhecidos através do contorno de suas faces ou da projeção da sombra dos mesmos.

– Classificação: sólidos geométricos e figuras planas.

IV. MEDIDAS

1. Tempo: dia - semana - meses - ano - calendário - hora - minutos - relógio.

2. Sistema Monetário: identificação e representação de cédulas e moedas.

3. Unidades Arbitrárias de comprimento, massa e capacidade.

4. Unidades padrão: metro, quilo e litro.

– frações de medida: meio metro, meio quilo, 1/4 do quilo, meio litro e 1/4 do litro.

CONTEÚDOS BÁSICOS - 3ª SÉRIE

I. ORGANIZAÇÃO DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

1. Sistema de Numeração Decimal

- Agrupamento e reagrupamento de quantidades, formação de grupos de 2, ..., 10, 12, 100 e 1.000, uso dos termos unidade, dezena, centena, milhar, dúzia, cento, milheiro, dezena de milhar e centena de milhar, registro de quantidades, leitura e escrita dos números até a 6ª ordem, composição e decomposição em ordens e classes até a 6ª ordem, relações entre os números: uso dos sinais =, ≠, >, <; antecessor e sucessor, números pares e números ímpares.

2. Números Racionais

2.1. Quantidades Contínuas (divisão em partes de mesmo tamanho): divisão do inteiro em partes iguais, formação do inteiro com meios, terços...., décimos, leitura e escrita de frações, representação gráfica e numérica e uso dos termos numerador e denominador.

2.2. Quantidades Discretas (divisão em grupos com a mesma quantidade): representação gráfica, fração de um número.

2.3. Classificação das Frações: comparações com o inteiro, números mistos, frações decimais, equivalência de frações, comparação de frações

3. Números Decimais

Divisão do inteiro em 10 partes iguais – décimo; 100 partes iguais – centésimo; 1000 partes iguais – milésimo; formação do inteiro com décimos, centésimos e milésimos, uso da vírgula como separação do inteiro da parte decimal, leitura e escrita.

II. OPERAÇÕES

1) Com Números Naturais

Adição, Subtração como operação inversa da adição, multiplicação como adição de parcelas iguais, Divisão como operação inversa da multiplicação, sentença matemática e técnicas operatórias, possibilidade de comutar e associar os termos das operações, cálculo mental e tabuada, cálculo do dobro (metade), triplo (terça parte), ... e multiplicação e divisão por 10, 100 e 1.000.

2) Com Números Racionais

Adição e subtração com frações com o mesmo denominador, fração de quantidades discretas, fração de número.

3) Com Números Decimais

Adição e Subtração.

III. GEOMETRIA

Espaço geométrico: do tridimensional para o bidimensional, planificação através da abertura dos sólidos, classificação: sólidos (poliedros e corpos redondos), figuras planas (polígonos e círculo), uso dos termos face, aresta, vértice, noção de paralelismo e perpendicularismo (ângulo reto) e classificação: quadriláteros (paralelogramos e trapézios), triângulos.

IV. MEDIDAS

1. Tempo – equivalência entre hora e minuto, dia-mês, ano-bimestre-semestre.

2. Sistema Monetário – identificação e reconhecimento de cédulas e moedas, formação de quantidades com cédulas e moedas.

3. Unidades Arbitrárias e Unidades Padrão – unidades não padronizadas: pé, palmo, polegada, légua, milha... comprimento: construção do metro em centímetros e em decímetros. Equivalências: km e m, m e dm, m e cm, m e mm; massa: unidades (quilo e grama) equivalência entre o quilo e grama, capacidade: unidades (litro e mililitro) equivalência entre litro e mililitro.

Continua

Continuação

MATEMÁTICA: DAS NOÇÕES INTUITIVAS AO DOMÍNIO DA LINGUAGEM FORMAL

CONTEÚDOS BÁSICOS - 4ª SÉRIE

I. ORGANIZAÇÃO DO SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

1. Sistema de Numeração Decimal

– Formação do milhão: 10 grupos de 1 centena de milhar, uso dos termos: unidade, dezena, centena, milhar, milhão, milheiro, cento e dúzia, leitura e escrita de números naturais, composição e decomposição dos números naturais em ordens e classes, relações entre os numerais: uso dos símbolos, antecessor e sucessor, números pares e ímpares.

2. Números Racionais

– Noção de fração contínua (divisão do inteiro em partes de mesmo tamanho): noção de fração descontínua (divisão do todo em grupos de mesma quantidade), formação do inteiro com meios, terços, ... representação gráfica e numérica, uso dos termos numerador e denominador, equivalência: formação de classes de equivalência e simplificação de frações. comparação: pela representação gráfica pela redução ao mesmo denominador, classificação: comparação com o inteiro, números mistos e frações decimais.

3. Números Decimais

– Representação decimal de fração decimal, formação do inteiro, décimos, centésimos e milésimos, equivalência: redução de unidades decimais e comparação de números decimais, uso da vírgula para separar a parte inteira da parte decimal, leitura e escrita de números decimais.

II. OPERAÇÕES

1. Com Números Naturais

– Possibilidade de comutar, associar ou distribuir os termos das operações, uso dos termos "múltiplo e divisor"; noção de dobro (metade), triplo (terça parte): Multiplicação e divisão por 10, 100 e 1000; Técnicas operatórias das quatro operações.

2. Com Frações

– Adição e subtração: frações de mesmo denominador e frações de denominadores diferentes.

– Multiplicação: fração de número e fração por fração; – Divisão: inteiro por fração, fração por fração; Porcentagem: símbolo % como equivalente a uma fração decimal, cálculos envolvendo porcentagem.

3. Com Números Decimais

– Adição e subtração; Multiplicação: inteiro por decimal e decimal por decimal; Divisão: inteiro por decimal, decimal por inteiro e divisão com aproximação.

III. GEOMETRIA

– Do espaço tridimensional para o bidimensional e reciprocamente através da planificação e reconstrução de sólidos geométricos; Classificação: corpos redondos (cilindro, cone e esfera); poliedros (prisma: cubo e paralelepípedo; pirâmides); Noção de paralelismo e ângulo reto (perpendicularismo); Classificação das figuras planas: quadriláteros, triângulos, círculos e outros polígonos; ângulos, lados; Quadriláteros: Paralelogramos (retângulo, quadrado, losango), Não-paralelogramos (trapézio e outros), Triângulos.

IV. MEDIDAS

1. Tempo: hora, minutos e segundos – transformações, frações de hora; semana, quinzena, bimestre, trimestre, semestre, biênio, triênio, quinquênio, decênio e século.

2. Sistema Monetário

– conhecimento de cédulas e moedas; formação de quantidades com cédulas e moedas; leitura e escrita de valores.

3. Unidades Arbitrárias e unidades padrão

– Comprimento: múltiplos e submúltiplos, unidades usuais: metro, quilômetro, centímetro, milímetro e légua; Massa: múltiplos e submúltiplos, unidades usuais: quilo, grama e miligrama. Arroba e tonelada. Capacidade: múltiplos e submúltiplos, unidades usuais: litro e mililitro; Equivalência entre as unidades usuais; Noção de superfície: recobrimento de superfícies, unidades usuais: metro quadrado, hectare e alqueire; Noção de volume: preenchimento do espaço, unidades usuais; relação entre litro e decímetro cúbico.

ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO
OS NÚMEROS

Construção do Número

No início da primeira série, a criança experimenta certa dificuldade em contar objetos. Conhece o nome dos números na ordem certa, mas dizer o nome e, ao mesmo tempo, apontar o objeto que está sendo contado, muitas vezes, lhe causa dificuldade por não sentir a necessidade de ordenar os objetos.

Em geral, o trabalho de matemática proposto em programas e livros didáticos inicia-se com um período preparatório com vistas a desenvolver noções de posição (em cima, embaixo, na frente, atrás, esquerda, direita, etc...), distância (longe, perto), grandeza (maior, menor, alto, baixo, etc...) e forma (círculo, quadrado, triângulo, etc...). Consideramos este trabalho importante, pois o desenvolvimento da lateralidade (à esquerda de, à direita de), da anterioridade (na frente de, atrás de), da profundidade (em cima de, embaixo de) permitem analisar a posição que um objeto ocupa no espaço a partir de um ponto de referência. Além disso, as noções de posição e de forma, que dizem respeito à construção do espaço, assim como as noções de grandeza e distância, desenvolvidas através da relação entre os objetos, são os prenúncios da necessidade da medida.

Em nossa proposta, não nos retemos a este período inicial pois encaminhamos nossos procedimentos no sentido de que este trabalho esteja relacionado aos conteúdos e, assim, presente durante todo o ano.

Analisaremos, agora, a questão dos conjuntos que é o conteúdo sugerido nos livros didáticos e programas após a formação destas noções iniciais (período preparatório).

A partir da observação e da comparação, podemos agrupar objetos por semelhança de acordo com algum critério, estaremos fazendo, então, uma classificação. Desse modo, ao formar um conjunto, distingüindo os elementos que pertencem e os que não pertencem ao conjunto, a criança está fazendo uma classificação, uma das formas de pensamento lógico e uma das habilidades essenciais na construção do número.

Entretanto, é necessário distinguir entre conjuntos formados tendo como critério a qualidade dos objetos, ou seja, seu aspecto físico (cor, forma, tamanho, etc...) e conjuntos onde o critério é a quantidade dos objetos.

Assim, ao formarmos o conjunto das peças vermelhas e o das peças azuais, estamos fazendo uma classificação onde o critério é uma qualidade dos objetos: a cor.

A formação dos conjuntos a partir de critérios que envolvam o aspecto físico dos objetos (cor, forma, tamanho, etc...) é importante, mas não suficiente, para a construção do número. Para se construir a noção de número há necessidade de fazer classificação onde o critério é a quantidade de elementos dos conjuntos. E distinguindo os que têm menos dos que têm mais, os que têm muitos dos que têm poucos, que observamos aqueles conjuntos que têm a mesma quantidade de elementos e que, conseqüentemente, têm o mesmo número de elementos.

Além disso, através da observação e da comparação podemos estabelecer relações entre objetos, arrumando estes objetos numa sucessão de acordo com uma regra ou critério. Por exemplo, ao dispormos barrinhas da menor para a maior, estaremos fazendo uma seriação onde o critério é o tamanho, ou seja, uma qualidade que se refere ao aspecto físico do objeto. Já, ao combinarmos a formação de conjuntos de crianças, onde cada conjunto deve ter um elemento a mais que o anterior, o critério de seriação está baseado na quantidade de elementos desses conjuntos.

Nas atividades iniciais de seriação, as crianças serão levadas a identificar a regra de formação de uma seqüência dada, destacando a parte que repete nesta seqüência. Por exemplo:

△ . ○ . □ . △ . ○ . □ .

Posteriormente, estabelecendo relações entre o número de elementos dos conjuntos, perceberemos que cada elemento da série numérica é um a mais que o antecessor e um a menos que o sucessor, levando a criança a perceber a relação de inclusão entre os números. Por exemplo:

Assim, enfatizamos que o desenvolvimento das habilidades de classificação e de seriação é fundamental na construção do número.

A partir da lei 5692/71, o tema "conjuntos" está presente em qualquer programa de matemática de primeira a quarta série, introduzindo uma linguagem a mais para ser aprendida pela criança, como nos referimos anteriormente.

Consideramos que as habilidades mentais, como a observação, comparação e classificação são desenvolvidas na formação de um conjunto. No entanto, o rigor e artificialidade dos símbolos da linguagem da Teoria dos Conjuntos (diagrama de Venn, E, U, C, etc...) parecem não ter colaborado para a compreensão do número pela criança. Pesquisas têm demonstrado que a mesma se fixa na representação simbólica em detrimento da compreensão.

Dessa forma, propomos um trabalho com as habilidades mentais que têm sido sugeridas como necessárias na aquisição da noção de conjunto e no estabelecimento de relações entre os conjuntos. O trabalho com conjuntos, no sentido de representação de quantidades, de classificação por determinado atributo deve ser preservado, e é útil na construção do conceito de número.

Enfatizamos entretanto, que o trabalho com a nomenclatura da Teoria dos Conjuntos (vazio, unitário, finito, infinito, relação de pertinência, relação de inclusão, diagrama de Venn, representação entre chaves, etc...) não é necessário em nenhuma das quatro séries, por não se tratar de um conteúdo básico, mas sim de uma linguagem que poderá ser aprendida posteriormente, tendo inclusive um maior significado.

Antes de introduzir os símbolos de 0 a 9 é importante explorar os símbolos já conhecidos pela criança. Por exemplo: sinais de trânsito, símbolos de times de futebol, marcas de alimentos ou de bebidas, etc... discutindo que a padronização dos símbolos é necessária para facilitar a comunicação.

É interessante apresentar os símbolos numéricos fora da ordem natural, para que o próprio aluno estabeleça a relação de ordem e inclusão. Sugere-se que o zero, sendo o último símbolo a ser conhecido pela humanidade, não seja apresentado de início, devido à dificuldade da criança em representar a inexistência de quantidade.

SISTEMA DE NUMERAÇÃO E OPERAÇÕES

A origem da base decimal está relacionada com a quantidade dos dedos das mãos. Da correspondência 1 a 1 de nossos dedos com objetos a serem contados, para o registro em forma de pedrinhas ou risco no chão houve todo um caminhar calcado nas etapas assinaladas na construção do número. Antes de surgir o sistema de numeração decimal hoje utilizado, foi necessária uma etapa intermediária, caracterizada pelo surgimento do ábaco, instrumento milenar de cálculo. A escrita numérica, no entanto, não estava vinculada ao cálculo e servia como uma mera forma de registro, como na numeração romana, por exemplo.

Os hindus criaram um sistema de numeração (depois adotado e difundido pelos árabes) que satisfazia as necessidades de registro e de cálculo. A utilização de um símbolo para representar a coluna vazia do ábaco, hoje conheci-

Continua

Continuação

MATEMÁTICA: DAS NOÇÕES INTUITIVAS AO DOMINIO DA LINGUAGEM FORMAL

do como zero, significou um grande avanço. Outro elemento fundamental desse sistema é a noção do valor posicional presente no ábaco.

A compreensão de um sistema de numeração que utiliza apenas 10 símbolos, que variam de acordo com a posição que ocupam e onde um dos símbolos representa a coluna vazia (zero), foi fundamental para as técnicas de cálculo.

A apropriação deste conhecimento, pela criança, se processa pouco a pouco. Após ter adquirido o conceito de número e tendo estabelecido a relação quantidade-numeral até 9, incluindo o zero, a criança terá conhecido os algarismos que são os dez símbolos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) necessários para a representação de qualquer número no sistema de numeração decimal, através da combinação dos mesmos, desde que sejam observadas as seguintes regras: – os agrupamentos são feitos de dez em dez (daí dizermos que a base é "dez"); – na representação de um número, qualquer algarismo escrito à esquerda de outro tem o valor dez vezes maior do que se estivesse colocado no lugar desse outro.

Na primeira série não propomos a organização do sistema de numeração decimal, mas apenas a formação da dezena, pelo processo de agrupamentos e trocas. Do agrupamento de dez em dez, formaremos dezenas exatas e quantidades intermediárias de zero a noventa e nove.

Na segunda série, a formação da centena segue o mesmo procedimento, escrevendo-se quantidades até novecentos e noventa e nove. É importante que a criança compreenda que uma mesma quantidade pode ser expressa em unidades, dezenas ou centenas... por exemplo: 5 centenas = 50 dezenas = 500 unidades.

O conceito de sucessor e antecessor de um número deve ser trabalhado através do acréscimo ou da retirada de uma unidade na formação da seqüência dos numerais. Nas séries seguintes será vista a classe dos milhares (terceira série) e a dos milhões (quarta série), da mesma forma como se trabalhou unidades, dezenas e centenas.

A decomposição e a separação em classes e ordens auxiliarão na leitura e escrita dos numerais, assim como o trabalho com o valor relativo e o valor absoluto dos algarismos.

OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS

A maioria dos professores considera que um dos grandes objetivos das quatro primeiras séries do primeiro grau é saber efetuar as quatro operações. Acreditamos que, além disso, é preciso aprender as técnicas de cálculo com compreensão e perceber que os cálculos são necessários na resolução de problemas. Por isso, sugerimos que durante a construção do número, as idéias envolvidas nas quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão) já sejam trabalhadas.

Na primeira série, após identificar a adição com seu respectivo símbolo, a criança deverá iniciar a construção dos fatos fundamentais, o mesmo ocorrendo com a subtração e, posteriormente, com a multiplicação e divisão.

Como já ressaltamos, nas etapas da construção de um conceito é necessário que a criança manipule efetivamente os materiais relacionados à introdução de qualquer conteúdo. Esta ação deverá ser representada para então ser codificada em linguagem matemática.

O conhecimento do processo de compor e decompor números, bem como a memorização dos fatos fundamentais, auxiliam o aluno a compreender os processos de cálculo mental dos quais já vêm se utilizando. Dessa forma, o aluno perceberá que alguns cálculos não precisam de técnicas operatórias e podem ser resolvidos mentalmente, mas o uso exclusivo do cálculo mental não torna possível a resolução de problemas com quantidades maiores, daí a necessidade de técnicas operatórias. O cálculo mental precede e acompanha as atividades de técnica operatória. Explorado através da linguagem oral, pode chegar a formas de registro na linguagem matemática. Assim, quando se usa os dedos para auxiliar a memorização vai se adquirindo habilidades necessárias ao cálculo escrito. É importante que a criança faça estimativas sobre os cálculos a serem efetuados, para que após efetuá-los ela possa verificar o seu resultado.

O cálculo escrito é conseqüência da compreensão das relações existentes entre as operações: 1º) A relação entre a adição e subtração e entre a multiplicação e divisão como operações inversas entre si; 2º) A relação entre a multiplicação e a adição (multiplicação como uma adição de parcelas iguais); 3º) A relação entre a divisão e a subtração (divisão como subtração de grupos com a mesma quantidade).

Tais relações implicam na interação do conceito com a técnica operatória. Conceito, enquanto compreensão da ação e sua real interiorização para a aquisição de novos conceitos; técnica operatória, enquanto memorização e automatização na aplicação prática dos mesmos.

Além do próprio raciocínio, inerente ao processo, a questão dos sinais que caracterizam as operações é fruto de convenção adotada ao longo do desenvolvimento do cálculo para facilitar a comunicação do que se deseja.

A apresentação das técnicas de cálculo deverá levar em conta o processo de aquisição desse conhecimento pela humanidade. Dessa forma, sugerimos que a idéia subtrativa preceda a idéia aditiva na subtração e que o "processo longo" preceda o "processo curto" no caso da divisão.

A utilização dos "Cálculos Graduados" é uma prática constante em nossas escolas. Consideramos que eles são úteis na medida em que apresentam uma graduação de dificuldade dos cálculos. Lembramos, no entanto, que a seqüência de passos apresentada não precisa ser rigorosamente seguida e que seu uso fora de situações problema não levará à compreensão das operações, mas somente à automatização das técnicas.

GEOMETRIA

A geometria é um dos temas mais descuidados durante o primeiro grau, aparecendo geralmente no final do livro didático e, também por isso, muitas vezes não trabalhado.

Os programas e livros didáticos de matemática têm sugerido um trabalho que se inicia com curvas abertas e fechadas e nomenclatura de figuras planas. No entanto, já existe um procedimento metodológico bastante aceito que sugere o início do estudo de geometria pela exploração de conceitos do espaço tridimensional.

A criança inicialmente deve explorar o espaço para situar-se nele e analisá-lo, percebendo a posição dos objetos neste espaço – o que está em cima, embaixo (profundidade), o que está à direita e à esquerda (lateralidade), o que está na frente e atrás (anterioridade) para então poder representá-lo. Encaminhamos nossa proposta observando as três etapas fundamentais que devem ser trabalhadas simultaneamente: espaço vivido, espaço percebido e o espaço concebido.

A criança no princípio tomará contato, com algumas noções topológicas (interior e exterior, vizinhança, fronteira) além de desenvolver as noções intuitivas de distância (longe, perto), posição, chegando à noção de forma e à construção do espaço que a rodeia.

Sugerimos que a partir das noções topológicas desenvolvam-se as noções projetivas – quando então se trabalham relações espaciais, anterioridade, profundidade e lateralidade para chegar-se às noções euclidianas que envolvem as medidas de comprimento e distância.

Nas séries iniciais, as atividades de classificação, seriação, formação de grupos, etc... deverão utilizar objetos que possam trazer a relação com as formas geométricas menos usuais (cone de lã, casquinha de sorvete e chapéu de palhaço para lembrar o cone; lápis e canetas cilíndricas, latas de azeite e latas de cera para lembrar o cilindro; embalagens, enfeites e outras para lembrar a forma de pirâmide, além das caixas comuns que lembram as formas de prismas). A criança deverá fazer uma classificação entre os sólidos geométricos, distinguindo: corpos que rolam (corpos redondos) e corpos que não rolam (poliedros) ou ainda: corpos pontudos (pirâmides) e corpos não pontudos (prismas).

Ao fim da segunda série o aluno já deverá estar familiarizado com a correta nomenclatura para os sólidos geométricos. O professor deverá apresentar figuras que estimulem a percepção visual dos objetos tridimensionais representados em planos, sem o prejuízo da verdadeira diferenciação entre sólido e plano.

Na terceira série será feita a passagem do espaço tridimensional para o plano bidimensional usando a técnica do contorno das faces dos sólidos ou a da projeção de sua sombra. Com isso inicia-se de modo sistemático o estudo das figuras planas, sem dissociá-las dos sólidos que as originaram. Usando os conceitos de paralelismo e ângulo reto (perpendicularismo) poderemos chegar a uma classificação das figuras planas.

Na quarta série a criança chegará à construção dos seus próprios sólidos geométricos, ao conhecimento da classificação geral destes sólidos, a classificação das figuras planas.

MEDIDAS

Na exploração do espaço, observando o tamanho dos objetos, a criança vai, através de comparações, classificando estes objetos em pequenos e grandes. Ao mesmo tempo, ela observa distâncias e percebe o que está perto e o que está longe. Pouco a pouco vai sentindo a necessidade da medida e começa a fazê-la usando partes do seu corpo (palmo, pé, etc...) como unidade de medida.

É através da comparação da parte do corpo com o objeto a ser medido que a criança percebe quantas vezes esta parte "cabe" no objeto que ela está medindo. O número de vezes que esta unidade de medida "cabe" no objeto a ser medido corresponde ao comprimento do objeto. Assim, o resultado da ação de medir é expresso por um número.

Quando a parte do corpo usada como unidade de medida "couber" um número exato de vezes no objeto a ser medido, tal medida será expressa por um número natural. Como isso não é sempre possível, somos levados a subdividir a unidade em um certo número de partes, de modo que uma dessas partes caiba um número exato de vezes no objeto a ser medido, daí a necessidade de criar símbolos numéricos que expressassem este resultado. Estes símbolos são os números racionais. O uso das partes do corpo e objetos como unidades de medida (unidade de medida arbitrária) criam uma certa desvantagem, pois o tamanho de um pé, por exemplo, varia de pessoa para pessoa. A necessidade de padronizar as medidas foi sentida pelo homem e a criança deverá perceber que a padronização das medidas e a criação de instrumentos de medida foi surgindo e se ampliando na história do homem. Hoje, as medidas padrão para o comprimento, a massa e a capacidade são: o metro, o grama, e o litro, respectivamente. Sugerimos que as crianças devam conhecê-las observando a estreita relação que existe entre os múltiplos e submúltiplos destas medidas e o sistema de numeração decimal.

Além disso, acreditamos que o desenvolvimento da noção de tempo é fundamental para a percepção da ordem da sucessão dos acontecimentos e a duração dos intervalos temporais. Em matemática, trabalhamos com a medida do tempo.

A criança, em suas atividades cotidianas, vai estabelecendo comparações e percebendo que há atividades que duram menos e atividades que duram mais tempo. Paulatinamente vai sentindo a necessidade de medir a duração desse tempo. Encaminhamos nossa proposta, sugerindo a utilização de unidades de medida arbitrárias (vela graduada, ampulheta, etc...) antes de trabalhar com a unidade de medida padrão (hora, minuto e segundo). É interessante também que ela conheça os vários instrumentos de medidas de tempo (relógio de água, relógio de sol, etc...) e perceba que o homem está sempre aprimorando estes instrumentos.

A construção de calendários é uma forma de registrar o tempo. A partir do registro do tempo vivido, a criança estabelece relações de passado, presente e futuro. Foi através do tempo da natureza (fases da lua, tempo que a terra leva para dar uma volta completa ao redor do Sol, etc...) que o homem organizou o seu tempo (tempo cultural) em dias, semanas, meses e anos.

Quanto às medidas de valor, sugerimos que nas séries iniciais a criança manuseie cédulas e moedas, observando que elas têm valores específicos. O vocabulário referente às medidas de valor como: troco, moeda, compra, venda, etc... poderá ser desenvolvido através de situações problema.

A base do nosso sistema monetário é decimal, assim o centavo representa a centésima parte do cruzado e

Continua

Continuação

MATEMÁTICA: DAS NOÇÕES INTUITIVAS AO DOMÍNIO DA LINGUAGEM FORMAL

um procedimento metodológico bastante utilizado é iniciar o trabalho com números decimais a partir da representação das medidas de valor. Apresentamos a seguir uma sugestão, de distribuição dos conteúdos no primeiro bimestre de cada uma das séries. Acreditamos que isto se faz necessário para que o professor tenha referência de como trabalhar com os quatro temas fundamentais em cada um dos bimestres.

CONTEÚDOS - HABILIDADES
1ª Série - 1º Bimestre

A resolução de problemas deve estar presente em cada tema abordado no programa: iniciando, acompanhando e fixando.

I. NUMERAÇÃO

1. Construção do Número

1.1. Relação quantidade-quantidade: classificação: comparação entre quantidades (o que tem mais? O que tem menos?), ordenação de quantidades (seriação), conservação de quantidades.

1.2. Relação quantidade-numeral: registro padrão das quantidades (0 a 9); traçado correto do numeral (0 a 9); classificação, ordenação, conservação.

1.3. Relação entre os numerais: antecessor (número menos uma unidade) e sucessor (número mais uma unidade); ordem crescente e decrescente, seqüências seguidas e alternadas; relação de igualdade e desigualdade, uso dos símbolos = e ≠; números ordinais até o 9 (do 1º ao 9º); números pares e números ímpares.

II. OPERAÇÕES

Adição: idéia de juntar objetos, representação e sentença matemática; Subtração: idéia de tirar objetos, representação e sentenças matemática; Cálculo Mental.

III. GEOMETRIA

Vivência do espaço: representação do espaço vivido (tamanho, posição e distância); Noção de forma; Classificação dos objetos reais quanto à forma, tamanho...

IV. MEDIDAS

Medida de tempo: tempo da criança (tempo vivido); tempo percebido: dia e noite; semana em dias: formação do calendário semanal.

CONTEÚDOS - HABILIDADES
2ª Série - 1º Bimestre

A resolução de problemas deve estar presente em cada tema abordado no programa: iniciando, acompanhando e fixando.

I. NUMERAÇÃO: Construção do Sistema de Numeração Decimal

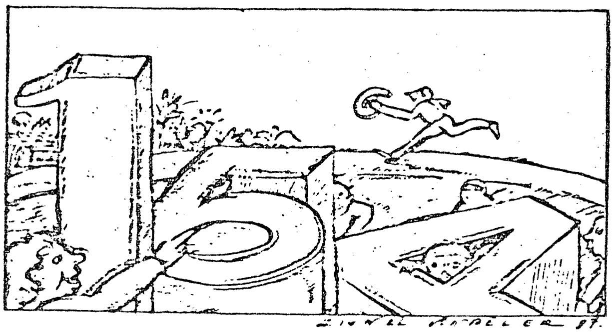
1. As diferentes formas de registrar quantidades (história dos numerais): numerais romanos até XII; numerais hindu-arábicos (algarismos).

2. Reconhecimento dos algarismos como formadores de qualquer numeral: relação numeral-quantidade, agrupamentos e reagrupamentos (1 em 1, 2 em 2,..., 10 em 10 e 12 em 12).

3. Leitura e escrita do símbolo numérico com dois algarismos: uso dos termos: unidade, dezena e dúzia.

4. Construção da Centena: agrupamentos e reagrupamentos.

5. Composição e decomposição de números de dois algarismos.



6. Relações entre os numerais: relação de igualdade e desigualdade (uso dos sinais: antecessor e sucessor, ordem crescente e ordem decrescente.

7. Séries de 2 em 2, 3 em 3, ..., até 10 em 10.

8. Números pares e não pares (ímpares).

9. Inclusão de unidades em dezenas e de dezenas em centenas.

II. OPERAÇÕES

1. Adição: idéia de juntar objetos; representação e sentença matemática: nome dos termos; fatos básicos; cálculo mental; possibilidade de comutar os termos: técnica operatória: adição com e sem reserva.

2. Subtração: idéia subtrativa, comparativa e aditiva; representação e sentença matemática: nome dos termos; fatos básicos e cálculo mental; impossibilidade de comutar os termos; técnica operatória: subtração com e sem recurso; subtração como operação inversa da adição.

3. Multiplicação: idéia de repetição de parcelas iguais; representação e sentença matemática; nome dos termos e fatos básicos; cálculo do dobro e do triplo; possibilidade de comutar os termos.

4. Divisão: idéia de repartir; representação e sentença matemática; nome dos termos; fatos básicos e cálculo mental; divisão como operação inversa da multiplicação.

III. GEOMETRIA

Sólidos geométricos relacionados a objetos conhecidos; classificação de sólidos geométricos (redondos e não redondos).

IV. MEDIDAS

Tempo Vivido: referência ao cotidiano da criança; Tempo Percebido: divisão do tempo em dia e noite; divisão da semana em dias. Tempo Concebido: uso do relógio na leitura da hora e meia hora: uso do calendário.

CONTEÚDOS - HABILIDADES
3ª Série - 1º Bimestre

A resolução de probiemas deve estar presente em cada tema abordado no programa: iniciando, acompanhando e fixando.

I. NUMERAÇÃO: Organização do sistema de numeração decimal.

Numeração Romana: representação - aplicação:

Números Ordinais até 50 - representação - aplicação:

Formação do milhar: 10 grupos de 100 unidades; 100 grupos de 10 unidades; 1.000 grupos de 1 unidade; ordens e classes; leitura e escrita; composição e decomposição; valor absoluto e valor relativo; ordem crescente e decrescente; relações de igualdade e desigualdade (uso dos sinais); uso dos termos: dúzia - cento - dezena - centena - milhar.

II. OPERAÇÕES

1. Adição: fatos básicos - cálculo mental; possibilidade de comutar termos; possibilidade de associar termos; técnica operatória - duas ou mais parcelas com totais até 9999; nome dos termos.

2. Subtração: como operação inversa da adição; fatos básicos - cálculo mental; nome dos termos; possibilidade de associar os termos; técnica operatória.

3. Multiplicação: como adição de parcelas iguais; fatos básicos - séries de 2 em 2, 3 em 3, 4 em 4, até 9; nome dos termos; possibilidade de comutar - associar os termos; dobro - quádruplo - quíntuplo; técnica operatória.

4. Divisão: como operação inversa na multiplicação; nome dos termos; metade - terça parte - quarta parte - quinta parte; téc[illegible]ratória.

III. GEOMETRIA

Do espaço conhecido para o desconhecido - através da planificação (abertura) do sólido; classificação: espaço tridimensional - sólidos geométricos; espaço bidimensional - figuras planas.

IV. MEDIDAS

1 - de tempo: dia - mês - ano - bimestre - semestre; horas - minutos - segundos; calendário - relógio.

2. Sistema monetário: identificação, reconhecimento de cédulas e moedas; formaçãode quantidades com cédulas e moedas relacionando ao sistema de numeração; utilização de valores em situações problemas.

CONTEÚDOS - HABILIDADES
4ª Série - 1º Bimestre

A resolução de problemas deve estar presente em cada tema abordado no programa: iniciando, acompanhando e fixando.

I. SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL

1. O homem aprende a contar: as diferentes contagens 1 em 1, 2 em 2.....10 em 10, 12 em 12, 60 em 60: números pares e não pares: números romanos; números ordinais; uso dos termos: dezena - cento - milheiro.

2. A formação de milhão: 10 grupos de uma centena de milhar; uso dos termos unidades, ..., milhão; ordem e classe; composição e decomposição; leitura e escrita; relações entre os numerais: igualdade e desigualdade (uso dos sinais); valor absoluto e relativo dos algarismos.

II. OPERAÇÕES

1 - Adição: termos; técnica operatória; cálculo mental.

2. Subtração: como operação inversa da adição; - técnica operatória. (Em 1 e em 2 possibilidades de associar).

3. Multiplicação: como adição de parcelas iguais; nome dos termos - produto como múltiplo dos fatores; técnica operatória: multiplicação por 10, 100 e 1.000, possibilidades de comutar.

4. Divisão: como operação inversa da multiplicação; como subtração de parcelas iguais; nome dos termos; técnica operatória: divisão por 10, 100 e 1000.

5. Associação das operações: expressões numéricas simples sem ou com parênteses.

III. GEOMETRIA

Espaço tridimensional: sólidos geométricos: cone - paralelepípedo - prisma - pirâmide - cubo - esfera.

IV. MEDIDAS

Tempo: semana - quinzena; bimestre - trimestre - semestre; biênio - quinqüênio - decênio - século; hora - minuto - segundo; calendário; outros calendários existentes: judeu, chinês, etc.

Serviço de Assessoramento Pedagógico I - Matemática
Carlos Roberto Vianna, Clélia Maria M. Isolani, Fátima D.L. Cassoli Jacob, Gládis Bernadete Biehl, Heliete Marinho da Cunha, Maria Tereza Carneiro Soares.

BIBLIOGRAFIA

1. BOLL, Marcel. As Etapas da Matemática, Coleção Saber, Lisboa, Publicações Europa - América, 1979.
2. CENP – Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas, Proposta Curricular para o Ensino de Matemática - 1º Grau, Secretaria do Estado da Educação. (Versão preliminar) São Paulo, 1986
——— Documento de Geometria - Projeto Ipê Secretaria do Estado da Educação, São Paulo, 1986.
3. D'AMBRÓSIO, Ubiratan - Da Realidade à Ação - Reflexões Sobre Educação e Matemática, SP, Summus Editorial, 1986.
4. DAVID, Philip et al – A Experiência Matemática, Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1985.
5. DEPLAN - Departamento de Planejamento e Orientação - Programa Detalhado de Matemática - 1ª e 2ª séries, Prefeitura Municipal de São Paulo, 1985.
6. DIENES, Z.P. - Exploração do Espaço, São Paulo, Herder, 1969.
——— Topologia, Geometria Projetiva e Afim, São Paulo, EPU, 1975.
7. DUARTE, Newton – O Ensino de Matemática na Educação de Adultos, SP, Cortez Editora, 1986.
8. HOGBEN, Lancelot - Maravilhas da Matemática, Porto Alegre, Ed. Globo, 1956.
9. KAMII – Reinventando a Aritmética, SP, Papirus, 1986.
10. LATISHINA, D. - La Escuela Primária Soviética. Problemas de la Enseñanza y La Educación. Moscu, Ed. Progreso, 1979.
11. LEITE, José Alzir Correa, As Fases do Processo de Aprendizagem da Matemática, Instituto de Educação do Ceará, Apostila.
12. MARQUEZ, Cristina Delc. Enseñar a Pensar, Cuadernos Pedagógicos, Buenos Aires, Editorial Kapelusz, 1985.
13. OLIVEIRA A., Betty et al - Socialização do Saber Escolar, SP, Cortez Editora, 1986.
14. PROJETO Mec, Premen, Imecc, Unicamp, Iniciação à Matemática - Volume I e II, 1982.
15. SECR. DE ESTADO DA EDUCAÇÃO. Propostas Curriculares das Delegacias Regionais de Ensino de Minas Gerais, Belo Horizonte, 1986.
16. ZANKOV, L. La enseñanza y el desarrollo, Moscu, Ed. Progreso, 1984.

MATEMÁTICA: DAS NOÇÕES INTUITIVAS AO DOMÍNIO DA LINGUAGEM FORMAL

Desconfiai do mais trivial;
na aparência singelo.
E examinai, sobretudo, o que parece habitual
Suplicamos expressamente:
não aceites o que é de hábito
como coisa natural,
pois em tempo de desordem organizada,
de arbitrariedade consciente,
de humanidade desumanizada,
nada deve parecer natural
nada deve parecer impossível de mudar.
Bertold Brecht

MATEMÁTICA: DAS NOÇÕES INTUITIVAS AO DOMÍNIO DA LINGUAGEM FORMAL

PARTE I

A - PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

Consideramos importante iniciar a apresentação deste documento situando, historicamente, dois momentos do ensino da Matemática:
Primeiro: O ensino tradicional de Matemática, antes de 1960, que primou pelo excesso de conteúdos, os quais foram entendidos como domínio de regras, técnicas de cálculo e procedimentos algorítmicos.
Segundo: O ensino de Matemática Moderna que, embora tenha surgido como uma tentativa de superação do ensino tradicional, acabou por ser traduzido, na escola, num excesso de símbolos e terminologias.

Atualmente procura-se um equilíbrio na relação conteúdo-forma no sentido da compreensão da evolução histórica dos conteúdos e da necessidade de superação de cada uma das etapas desta evolução para a construção de um conhecimento matemático que possa contribuir como um dos instrumentos de transformação da sociedade. No entanto, para que isso possa ocorrer, é necessário definir-se os conteúdos básicos e sua forma de socialização, através de uma prática pedagógica intencionalmente dirigida.

Assim, estaremos possibilitando, através do domínio de conteúdos básicos tais como numeração, operações, geometria e medidas, que o educando analise criticamente a sociedade e possa nela intervir e modificar as condições existentes a partir das necessidades concretas.

Tomando como referência a pedagogia histórico-crítica, consideramos que o que se entende por Matemática, seus objetivos e finalidades, são fundamentais na definição do que ensinar e conseqüentemente do como ensinar.

Em certa medida, todos os homens utilizam a matemática em decorrência das necessidades cotidianas, mas nem todos têm a consciência deste uso, não refletindo sobre ele. Assim, a Matemática é usada informalmente no dia-a-dia. Ao mesmo tempo, a Matemática possui uma característica especial; costuma-se dizer que ela tem a possiblidade de ser bem descrita por uma linguagem formal que, em certo sentido, espelha exatamente o seu conteúdo. Contudo, tal linguagem se constitui em um conjunto de fórmulas e regras que se distanciam do real. Em síntese , podemos dizer que a matemática é um meio pelo qual o homem apreende o mundo e constitui uma linguagem rigorosa e autêntica das ciências naturais.

Segundo Davis (1985, p.156),

> "os símbolos constituem parte do registro da matemática: com eles trabalhamos de duas maneiras: fazemos cálculos e os interpretamos. Ao resolvermos uma técnica de operação, por exemplo, estamos calculando com os símbolos de acordo com um conjunto de convenções. Já ao interpretarmos um símbolo, estamos associando algum conceito ou imagem mental. Através das interpretações dos símbolos foi possível ao homem desenvolver as teorias científicas".

As fórmulas matemáticas e as regras que ensinamos às crianças são, portanto, a síntese de um processo histórico e mostram a forma final de um conhecimento que o homem levou tempo para adquirir.

Na história da humanidade, a Matemática foi descrita inicialmente como a ciência da quantidade e do espaço e os matemáticos, devido à necessidade de comunicação, estabeleceram convenções criando simbolismos relacionados ao cálculo com as quantidades e à medida do espaço.

A própria natureza forneceu elementos de modo que as noções iniciais de quantidade e forma se desenvolvessem paralelamente no processo de aquisição do conhecimento matemático pela humanidade. Na ânsia de compreender a realidade, o homem foi desenvolvendo e aprimorando esse conhecimento através de observações, da análise, de comparações e interpretações.

A formação dos conceitos relativos à quantidade e ao espaço, o conhecimento dos símbolos que possibilitam o cálculo e a medida de acordo com as conveções dos matemáticos constituem um dos objetivos específicos da matemática nos primeiros anos de escolaridade. O domínio destes conhecimentos, a capacidade de diferenciar o essencial do secundário, relacioná-los entre si em confronto com o dado da realidade, devem contribuir para uma melhor compreensão da realidade concreta.

A presença da matemática nos currículos tem sido enfatizada com os seguintes objetivos:

a) desenvolver o pensamento proporcional, o combinatório, o raciocínio hipotético-dedutivo, contribuindo para a formação do pensamento lógico;

b) dominar uma linguagem aceita universalmente, com termos e representações simbólicas definidos, utilizada como instrumento nas demais ciências da natureza;

c) instrumentalizar para a resolução de problemas práticos da vida diária.

Tais objetivos não esgotam as possibilidades de uma educação matemática e, além deles, podemos considerar que

> "O ensino de Matemática é importante porque a maior parte da tecnologia em que se baseiam as formas de decisão, produção, distribuição, consumo e destruição de bens materiais e culturais da sociedade contemporânea está relacionada com resultados das diversas ciências em geral e particularmente, com a matemática, cujos métodos dão legitimidade a essas ciências. Nesse sentido, ensinar e aprender matemática é um dos meios necessários, ainda que não suficiente, para se poder penetrar nesse modo de ser das sociedades contemporâneas e poder interferir, individual ou coletivamente nos seus rumos". (MIGUEL E MIORIM, 1987, p.3)

A transmissão dos conteúdos deve se processar de forma que o aluno perceba que as regras do conhecimento e da ação humana não são absolutas. São criadas a partir de necessidades concretas e é preciso analisar quando podem ser aplicadas. Assim,

> "... se o professor ensina a matemática através de regras para os seus alunos, desde a 1ª série do curso primário, estará inculcando que existem regras e que estas regras (as mesmas) sempre existirão e que nós sempre deveremos segui-las. É preciso compreender que as regras foram feitas pelos homens, não só as da matemática, como também as leis da sociedade; que nem sempre foram estas e — felizmente — não precisam continuar a ser estas para sempre. Nós é que construímos as regras, elas são o resultado de um acordo que tem a finalidade de 'facilitar' a realização de certas operações, mas elas poderão ser modificadas" (ESCOLA ABERTA, ano V, nº 11, p.15-7)

A dificuldade na alfabetização em matemática decorre da ambiguidade entre o saber intuitivo que o aluno traz para a escola e o rigor da linguagem simbólica específica da matemática que por ela é apresentada.

Ao se levar em conta a forma como a criança apreende o mundo e ao promover, a partir deste nível, um entendimento novo e mais elaborado o aluno perceberá a importância das conquistas da matemática na superação de problemas vitais, tornando-se agente na aplicação desse saber, sem esperar um ato mágico para tais transformações.

B - ENCAMINHAMENTO METODOLÓGICO

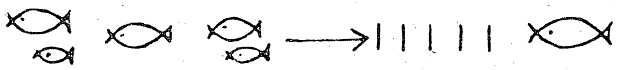
A construção de um conceito matemático deve ser iniciada com situações reais onde a criança possa perceber que já tem algum conhecimento sobre o assunto. A partir deste saber, cabe à escola promover a difusão do conhecimento matemático de forma a desenvolver uma concepção crítico-científica do mundo.

De acordo com a psicogênese, o conhecimento matemático dever ser construído, levando-se em conta quatro fases sucessivas mas não disjuntas: a ação, a compreensão, a simbolização das ações e a fixação ou o conhecimento automatizado. Estas fases não são seqüências ou estanques; elas se relacionam, interferem umas sobre as outras — uma fazendo a outra — mas são distintas e caracterizam um processo de interação dialética.

O saber intuitivo da criança reproduz alguns dos traços da forma como a humanidade foi criando a matemática ao longo de sua história. No que diz respeito, por exemplo, à construção do conceito de número do ato intuitivo de comparar coleções de objetos, associado à idéia de contagem, decorre a idéia de número. Esta é a fase da ação com quantidades para se estabelecer as relações entre as mesmas, condição necessária para a compreensão do conceito de número.

Posteriormente, o homem teve necessidade de exprimir as quantidades e começou a usar a linguagem de sinais, por exemplo, os dedos das mãos. E foi justamente devido à quantidade de dedos nas mãos que o sistema de numeração que utilizamos desde o século dez tem a base decimal.

Com efeito, para registrar a quantidade, o homem criou símbolos: inicialmente pictogramas e, depois, ideogramas:



Aos sinais e símbolos para os números sucederam-se, em um processo lento, as palavras para os números. Estas palavras apareciam sempre associadas aos objetos que estavam sendo contados, por exemplo: cinco peixes, três machados etc. Esta é a fase onde o homem procurou representar as quantidades.

Foram necessários muitos milhares de anos até que, de repetidas situações concretas, o homem pudesse sintetizá-las através dos conceitos abstratos. Por exemplo: "dois" significando qualquer grupo com dois elementos. Esta é a fase da automação, onde o trabalho é exclusivamente com símbolos que são significativos quando há compreensão de que representam o registro de uma situação real.

Em relação à construção do espaço, enquanto articulação entre os conceitos de forma e medida, as noções geométricas também foram extraídas da natureza. Da ação com objetos e da observação das características físicas dos objetos o homem chegou até a percepção da forma destes objetos.

Foi da necessidade de produzir alimentos para a sua sobrevivência que o homem se tornou agricultor e precisou avaliar e organizar o espaço de que dispunha. Derivaram daí as primeiras idéias sobre medida, passo inicial da geometria (do grego geo: terra — metria: medida).

Inicialmente, para a representação do espaço, o homem usou elementos de seu próprio corpo como unidade de medida, por exemplo: o palmo, o pé, a polegada etc... Somente após a revolucão francesa é que se estabeleceu a convenção para o sistema de medidas, adotando-se o metro como unidade padrão para as medidas de comprimento, o litro para as medidas de capacidade e o quilograma para as medidas de massa.

Ao ensinarmos estas convenções para os alunos já estamos na fase de automação. Para que esses símbolos sejam significativos é necessário que os alunos percebam que eles foram criados pelo homem devido à necessidade de facilitar o comércio e a comunicação.

Tendo como pressuposto básico a necessidade do desenvolvimento conjunto e articulado das questões relativas ao número e à geometria, sugerimos a reorganização dos conteúdos a partir de quatro temas fundamentais: Números, Operações, Geometria e Medidas.

O domínio sobre estes conteúdos tornar-se-á possível a partir da compreensão que nós, professores, tivermos sobre as seguintes questões fundamentais:

a) a forma como a criança elabora o seu conhecimento, observando a relação dinâmica existente entre as fases da aprendizagem de um conceito matemático, as quais são sucessivas, mas não disjuntas;

b) a necessidade da criança manipular efetivamente os objetos antes de ser exposta à representação;

c) a necessidade do desenvolvimento de habilidades que levem ao pensamento lógico tais como: observação, comparação, classificação, seriação, ordenação, etc;

d) a necessidade de que a criança apreenda realmente as noções básicas para que possa recorrer a elas em situações do cotidiano.

Tendo como base a realidade concreta e a compreensão dos conhecimentos sistematizados, é a partir de suposições que a criança faz a respeito dos fatos e da necessidade de comprová-los que ela se situa historicamente e elabora a sua concepção científica do mundo.

Na prática escolar da Matemática tem predominado a realização de exercícios baseados em modelos previamente estabelecidos. Este procedimento de ensino mascara a aquisição dos conceitos pelo aluno que, por um lado, dá respostas certas sempre que pode determinar a que tipo de modelo pode recorrer e, por outro, mostra-se impotente quando se encontra com um "problema" ou exercícios escritos de forma diferente, mesmo que esta dificuldade não seja maior que a dos "problemas" ou exercícios anteriormente resolvidos.

Os problemas não representam um conteúdo, mas um procedimento metodológico, uma vez que os conceitos básicos poderão ser introduzidos através dos mesmos. A exploração e ampliação destes poderá se realizar através da resolução de problemas aos quais se apliquem os fatos aprendidos. A fixação de conteúdos também poderá ser feita através de resolução de novos problemas. Além disso, poderemos utilizá-los como um desafio à reflexão dos alunos e à sua criatividade.

Cabe aqui uma observação: convém evitar a padronização de problemas modelos (problemas "tipo"), uma vez que um determinado problema poderá ser resolvido de diferentes maneiras em função da forma como o aluno raciocina e do domínio que ele possui dos conteúdos. A criança das classes trabalhadoras muitas vezes já esteve envolvida em situações de compra e venda resolvendo problemas nos quais efetuou operações simples através do cálculo mental. Porém, não consegue resolver as mesmas operações (que faz mentalmente) usando as técnicas operacionais que lhe são ensinadas pela escola. Apesar das crianças utilizarem cálculos mentais na resolução de problemas cotidianos, pesquisas têm demonstrado que elas não conseguem utilizá-los na resolução de problemas escolares por não encontrarem, nas técnicas que a escola ensina, uma semelhança com o mecanismo mental que utilizam em seu dia-a-dia.

Levando estas reflexões em consideração, sugere-se algumas indicações para o encaminhamento metodológico no ensino da Matemática:

1. Construção do Número

No início da primeira série, a criança experimenta certa dificuldade em contar objetos. Conhece o nome dos números na ordem certa mas dizê-lo e, ao mesmo tempo, apontar o objeto que está sendo contado, muitas vezes, lhe é difícil por não sentir a necessidade de ordenar os objetos.

Em geral, o trabalho de matemática proposto em programas e livros didáticos inicia-se com um período preparatório com vistas a desenvolver noções de posição (em cima, embaixo, na frente, atrás, esquerda, direita etc.), distância (longe, perto), grandeza (maior, menor, alto, baixo etc.) e forma (círculo, quadrado, triângulo etc.) Consideramos este trabalho importante, pois o desenvolvimento da lateralidade (à esquerda de, à direita de), e de anterioridade (na frente de, atrás de), da profundidade (em cima de, embaixo de), permitem analisar a posição que um objeto ocupa no espaço a partir de um ponto de referência. Além disso, as noções de posição e de forma que dizem respeito à construção do espaço, assim como as noções de grandeza e distância desenvolvidas através da relação entre os objetos, são os prenúncios da necessidade da medida.

Em nossa proposta, não nos referimos a este período inicial porque encaminharemos nossos procedimentos de modo que seus conteúdos estejam relacionados aos demais e, assim, presentes durante todo o ano.

Analisaremos, agora, a questão dos conjuntos, conteúdo sugerido nos livros didáticos e programas após a formação destas noções iniciais (período preparatório). A partir da observação e da comparação, podemos agrupar objetos por semelhança de acordo com algum critério.
Estaremos fazendo, então, uma classificação. Desse modo, ao formar um conjunto distinguindo os elementos que pertencem e os que não pertencem a ele, a criança realiza classificações, utilizando uma das formas de pensamento lógico e uma das habilidades essenciais na construção do número.

Entretanto, é necessário distinguir entre conjuntos formados com o critério da qualidade dos objetos, ou seja, de seu aspecto físico (cor, forma, tamanho etc.) e conjuntos onde o critério é a quantidade dos objetos.

De fato, ao formarmos o conjunto das peças vermelhas e o das peças azuis, estamos fazendo uma classificação onde o critério é uma qualidade dos objetos: a cor. A formação dos conjuntos a partir de critérios que envolvam o aspecto físico é importante para a construção do número, mas não suficiente, pois para construir a noção de número há necessidade de fazer a classificação onde o critério é a quantidade de elementos dos conjuntos. É distinguindo os que têm mais dos que têm menos que observamos aqueles conjuntos que tem a mesma quantidade de elementos e que, conseqüentemente, têm o mesmo número de elementos.

Além disso, através da observação e da comparação podemos estabelecer relações entre objetos, arrumando-os em sucessão, de acordo com uma regra ou critério. Por exemplo, ao dispormos num determinado espaço elementos tais como "barrinhas" em ordem crescente, ou seja, da menor para a maior, estaremos fazendo uma seriação onde o critério é o tamanho, ou seja, uma qualidade que se refere ao aspecto físico do objeto. Já ao combinarmos a formação de conjuntos de crianças, onde cada conjunto deve ter um elemento a mais que o anterior, o critério de seriação está baseado na quantidade de elementos desses conjuntos.

Nas atividades iniciais de seriação, as crianças serão levadas a identificar a regra de formação de uma seqüência dada, destacando a parte que repete nesta seqüência. Por exemplo:

△, ○, □, △, ○ . . .

Posteriormente, estabelecendo relações entre o número de elementos dos conjuntos, perceberemos que cada elemento da série numérica é um a mais que o antecessor e um a menos que o sucessor, levando a criança a perceber a relação de inclusão entre os números. Assim, enfatizamos que o desenvolvimento das habilidades de classificação e de seriação é fundamental na construção de números.

A partir da lei 5692/71, o tema "conjuntos" está presente em qualquer programa de matemática, de primeira a quarta série, introduzindo uma linguagem a mais para ser aprendida pela criança, como nos referimos anteriormente.

Consideramos que habilidades mentais, tais como observação, comparação e classificação são desenvolvidas na formação de um conjunto. No entanto, o rigor e a artificialidade dos símbolos da linguagem da Teoria dos Conjuntos (diagrama de Ven, E,U,C etc.) parecem não ter colaborado para a compreensão do número pela criança. Pesquisas têm demonstrado que a mesma se fixa na representação simbólica em detrimento da compreensão.

Desta forma, propomos um trabalho com as habilidades mentais que têm sido sugeridas como necessárias na aquisição da noção de conjunto e no estabelecimento de relações entre os conjuntos. O trabalho com conjuntos, no sentido de representação de quantidades, de classificação por determinado atributo deve ser preservado, pois é útil na construção do conceito de números.

Enfatizamos, entretanto, que o trabalho com a nomenclatura da Teoria dos Conjuntos (vazio, unitário, finito, infinito, relação de pertinência, relação de inclusão, diagrama de Venn, representação entre chaves etc.) não é necessário em nenhuma das quatro séries, por não se tratar de um conteúdo básico, mas de uma linguagem que poderá ser apreendida posteriormente, adquirindo, então maior significado.

Antes de introduzir os símbolos de 0 a 9 é importante explorar os símbolos já conhecidos pela criança. Por exemplo: sinais de trânsito, símbolos de times de futebol, marcas de alimentos ou de bebidas etc. discutindo que a padronização dos símbolos é necessária para facilitar a comunicação.

É interessante apresentar os símbolos numericos fora da ordem natural para que o próprio aluno estabeleça a relação de ordem e inclusão. Sugere-se que o zero, sendo o último símbolo a ser conhecido pela humanidade, não seja apresentado de início, devido à dificuldade da criança em representar a inexistência de quantidade.

2. Sistema de Numeração e Operações

A origem da base decimal está relacionada com a quantidade dos dedos das mãos. Da correspondência um a um de nossos dedos com objetos a serem contados, para o registro em forma de pedrinhas ou risco no chão, houve todo um caminhar calçado nas estapas assinaladas na construção de número. Antes de surgir o sistema de numeração decimal hoje utilizado, foi necessária uma etapa intermediária, caracterizada pelo surgimento do ábaco, instrumento milenar de cálculo. A escrita numérica, no entanto, não estava vinculada ao cálculo e servia como uma mera forma de registro, como na numeração romana.

Os hindus criaram um sistema de numeração (depois adotado e difundido pelos árabes) que satisfazia as necessidades de registro e de cálculo. A utilização de um símbolo para representar a coluna vazia do ábaco, hoje conhecido como zero, significou um grande avanço. Outro elemento fundamental desse sistema é a noção do valor posicional presente no ábaco. A compreensão de um sistema de numeração que utiliza apenas dez símbolos, que variam de acordo com aposição que ocupam e onde um dos símbolos representa a coluna vazia (zero), foi fundamental para as técnicas de cálculo.

A apropriação deste conhecimento pela criança se processa pouco a pouco. Após ter adquirido o conceito de número, e tendo estabelecido a relação quantidade/numeral até 9, incluindo o zero, a criança terá conhecido os algarismo, que são os dez símbolos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) necessários para a representação de qualquer número no sistema de numeração decimal através da combinação dos mesmos, desde que sejam observadas as seguintes regras: — os agrupamentos são feitos de dez em dez (daí dizermos que a base é "dez"); — na representação de um número, qualquer algarismo escrito à esquerda de outro tem o valor dez vezes maior do que se estivesse colocado no lugar desse outro.

Na primeira série, não propomos a organização do sistema de numeração decimal, mas apenas a formação da dezena pelo processo de agrupamentos e trocas. Do agrupamento de dez em dez, tomaremos dezenas exatas e quantidades intermediárias de zero a noventa e nove.

Na segunda série, a formação da centena segue o mesmo procedimento escrevendo-se quantidades até novecentos e noventa e nove, enfatizando, agora, a organização do sistema de numeração decimal através da posição que cada algarismo ocupa, levando à compreensão do que o valor de um mesmo algarismo altera dependendo da ordem (posição) em que se encontra. É importante que a criança compreenda se que uma mesma quantidade pode ser expressa em unidades, dezenas ou centenas... por exemplo: 5 centenas = 50 dezenas = 500 unidades.

O conceito de sucessor e antecessor de um número deve ser trabalhado através do acréscimo ou da retirada de uma unidade na formação da seqüência dos numerais. Nas séries seguintes será vista a classe dos milhares (terceira série) e a dos milhões (quarta série), da mesma forma como se trabalhou unidades, dezenas e centenas. A decomposição em suas múltiplas possibilidades de arranjo e a separação em ordens e classes auxiliarão sua leitura, a escrita dos numerais, assim como o trabalho sistemático com o valor posicional dos algarismos.

Os números racionais são trabalhados em sua forma fracionária e decimal. A noção de fração é explorada no todo discreto (divisão em quantidades iguais) e no todo contínuo (divisão em parte do mesmo tamanho). O número decimal é uma outra representação da fração. Ele se relaciona com o SND pela divisão em 10, 100, 1000 partes... Cada unidade decimal é dez vezes menor que a unidade anterior (1 décimo = 10 centésimos; 1 centésimo = 10 milésimos;...)

A noção de medida refere-se à comparação e à quantificação (quantas vezes uma unidade cabe na outra) e é representada por um número fracionário ou decimal. (Ex: meio litro pode ser representado de diferentes maneiras: 1/2 litro = 0,5 litro = 500 ml = 0,500 l =...). Através da equivalência o aluno poderá perceber que diferentes escritas se referem a uma mesma medida.

3. Operações com Números Naturais

A maioria dos professores considera que um dos grandes objetivos das quatro primeiras séries do primeiro grau é saber efetuar as quatro operações. Acreditamos que, além disso, é preciso aprender as técnicas de cálculo com compreensão e perceber que os cálculos são necessários na resolução de problemas. Por isso, sugerimos que, durante a construção do número, as idéias envolvidas nas quatro operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão) já sejam trabalhadas.

Na primeira série, após identificar a adição com seu respectivo símbolo, a criança deverá iniciar a construção dos fatos fundamentais, o mesmo ocorrendo com a subtração e, posteriormente, com a multiplicação e divisão.

Como já ressaltamos, nas etapas da construção de um conceito é necessário que a criança manipule efetivamente os materiais relacionados à introdução de qualquer conteúdo. Esta ação deverá ser representada para então ser codificada em linguagem matemática.

O conhecimento do processo de compor e decompor números, bem como a memorização dos fatos fundamentais, auxiliam o aluno a compreender os processos de cálculo mental dos quais já vem se utilizando. Dessa forma, o aluno perceberá que alguns cálculos não precisam de técnicas operatórias e podem ser resolvidos mentalmente. Porém, o uso exclusivo do cálculo mental não torna possível a resolução de problemas com quantidades maiores, daí a necessidade de técnicas operacionais. O cálculo mental precede e acompanha as atividades de técnica operatória. Explorado através da linguagem oral, pode chegar a formas de registro na linguagem matemática. Assim, quando se usa os dedos para auxiliar a memorização vai se adquirindo habilidades necessárias ao cálculo escrito. É importante que a criança faça estimativas sobre os cálculos a serem efetuados, para que após efetuá-los possa verificar o seu resultado.

A aprendizagem do cálculo escrito se fundamenta na compreensão dos princípios de organização do sistema de numeração decimal e na relação existente entre as operações:

a) a relação entre a adição e a subtração e entre a multiplicação e a divisão como operações inversas entre si;
b) a relação entre a multiplicação e a adição (multiplicação como uma adição de parcelas iguais);
c) A relação entre a divisão e a subtração (divisão como subtração de grupos com a mesma quantidade).

Tais relações implicam a interação do conceito com a técnica operatória. Conceito deve ser entendido como compreensão da ação e sua real interiorização para a aquisição de novos conceitos e técnicas operatórias, enquanto memorização e automatização na aplicação prática dos mesmos.

Além do próprio raciocínio inerente ao processo, a questão dos sinais que caracterizam as operações é fruto de convenção adotada ao longo do desenvolvimento do cálculo para facilitar a comunicação do que se deseja.

A apresentação das técnicas de cálculo deverá levar em conta o processo de aquisição desse conhecimento pela humanidade. Dessa forma, sugerimos que a idéia subtrativa preceda a idéia aditiva na subtração e que o "processo longo" preceda o "processo curto" no caso da divisão.

A utilização dos "Cálculos Graduados" é uma prática constante em nossas escolas. Consideramos que eles são úteis na medida em que apresentam uma graduação de dificuldade dos cálculos. Lembramos, no entanto, que a seqüência de passos apresentada não precisa ser rigorosamente seguida e que seu uso fora de situações problema não levará à compreensão das operações, mas somente à automatização das técnicas.

Os números decimais se comportam de modo semelhante aos números naturais, com agrupamentos e trocas na base dez. Os procedimentos operatórios (técnicas operatórias) seguem os princípios do SND, observando-se o valor posicional.

As adições e subtrações com denominadores diferentes podem ser resolvidas com a transformação das frações dadas em outras equivalentes. Na multiplicação e divisão de frações devem ser observados os casos em que se dê a compreensão das situações envolvidas. É importante frisar a correspondência existente nas operações com frações decimais e números decimais.

Ex: $5/10 + 3/10 = 0{,}5 + 0{,}3 = 0{,}8 = 8/10$

$0{,}6 : 2 = 6/10 : 2 = 3/10 = 0{,}3$

4. Geometria

A geometria é um dos temas mais descuidados durante o primeiro grau, aparecendo geralmente no final do livro didático e, também por isso, muitas vezes não trabalhado.

Os programas e livros didáticos de matemática têm sugerido um trabalho que se inicia com curvas abertas e fechadas e nomenclatura de figuras planas. No entanto, já existe um procedimento metodológico bastante aceito que sugere o início do estudo de geometria pela exploração de conceitos do espaço tridimensional.

A criança inicialmente deve explorar o espaço para situar-se nele e analisá-lo, percebendo a posição dos objetos neste espaço — o que está em cima, embaixo (profundidade), o que está a direita e à esquerda (lateralidade), o que está na frente e atrás (anterioridade) para então poder representá-lo.

A criança, no princípio tomará contato com algumas noções topológicas (interior e exterior, vizinhança, fronteira) além de desenvolver as noções intuitivas de distância (longe, perto), posição, chegando à noção de forma e à construção do espaço que o rodeia.

Sugerimos que , a partir das noções topológicas, desenvolvam-se as noções projetivas, quando se trabalham relações espaciais (anterioridade, profundidade e lateralidade) para chegar-se às noções euclidianas que envolvam relações de medida (tamanho, distância).

Nas séries iniciais, as atividades de classificação, seriação, formação de grupos etc, deverão utilizar objetos que possam trazer a relação com as formas geométricas menos usuais (cone de lã, casquinha de sorvete e chapéu de palhaço para lembrar o cone; lápis e canetas cilíndricas, latas de azeite e latas de cera para lembrar o cilindro; embalagens, enfeites e outras para lembrar as formas de pirâmides, além das caixas comuns que lembram as formas de prismas). A criança deverá fazer uma classificação entre os sólidos geométricos, distinguindo corpos que rolam e corpos que não rolam, ou ainda: corpos pontudos e corpos não pontudos.

Ao fim da segunda série o aluno já deverá estar familiarizado com a correta nomenclatura dos sólidos geométricos. O professor deverá apresentar figuras que estimulem a percpção visual dos objetos tridimensionais representados em planos, sem prejuízo da verdadeira diferenciação entre sólido e plano.

Na terceira série, será feita a passagem do espaço tridimensional para o plano bidimensional usando a técnica do contorno das faces dos sólidos ou a da projeção de sua sombra. Com isso, inicia-se de modo sistemático o estudo das figuras planas, sem dissociá-las dos sólidos que as originaram. Usando o conceito de ângulo reto poderemos chegar a uma classificação das figuras planas.

Na quarta série, a criança chegará à construção dos seus próprios sólidos geométricos, ao conhecimento da classificação geral destes sólidos e à classificação das figuras planas, com as noções de paralelismo e perpendicularismo.

5. Medidas

Ao observar o tamanho dos objetos na exploração do espaço a criança vai, através de comparações, classificando-os em pequenos e grandes. Ao mesmo tempo, ela observa distâncias e percebe o que está perto e o que está longe. Pouco a pouco, vai sentindo a necessidade da medida e começa a fazê-la usando partes do seu corpo (palmo, pé etc.) como unidade da medida. É através da comparação da parte do corpo com o objeto a ser medido que a criança percebe quantas vezes esta parte "cabe" no objeto que ela está medindo. O número de vezes que esta unidade da medida "cabe" no objeto a ser medido corresponde ao comprimento do objeto. Assim, o resultado da ação de medir é expresso por um número.

Quando a parte do corpo usada como unidade de medida "couber" um número exato de vezes no objeto a ser medido, tal medida será expressa por um número natural. Como isso não é sempre possível, somos levados a subdividir a unidade em um certo número de partes, de modo que uma dessas partes caiba um número exato de vezes no objeto a ser medido, daí a necessidade de criar símbolos numéricos que expressem este resultado. Tais símbolos são os números racionais.

O uso das partes do corpo e objetos como unidades de medida (unidades de medida arbitrárias) criam uma certa desvantagem, pois o tamanho de um pé, por exemplo, varia de pessoa para pessoa. A necessidade de padronizar as medidas foi sentida pelo homem e a criança deverá perceber que a padronização das medidas e a criação de instrumentos de medida foram surgindo e se ampliando na história do homem. Hoje as unidades padrão para o comprimento, a massa e a capacidade são o metro, o quilograma e o litro, respectivamente. Sugerimos que as crianças devam conhecê-las observando a estreita relação que existe entre os múltiplos e submúltiplos destas medidas e o sistema de numeração decimal.

Em função desta relação na escala métrica, a unidade fundamental das medidas de massa, para o estudo escolar, é o grama. A partir desta unidade se obtém os múltiplos (entre eles, o quilograma) e os submúltiplos.

Além disso, acreditamos que o desenvolvimento da noção de tempo é essencial para a percepção da ordem, da sucessão dos acontecimentos e da duração dos intervalos temporais. Em matemática, trabalhamos com a medida de tempo.

Em suas atividades cotidianas, a criança vai estabelecendo comparações e percebendo que há atividades que duram menos e atividades que duram mais tempo. Paulatinamente, ela vai sentindo a necessidade de medir a duração desse tempo. Encaminhamos nossa proposta, sugerindo a utilização de unidades de medida arbitrárias (vela graduada, ampulheta etc.) antes de trabalhar com a unidade de medida padrão (hora, minuto e segundo). É interessante também que ela conheça os vários instrumentos de medidas de tempo (relógio d'água, relógio de sol etc.) e perceba que o homem está sempre aprimorando estes instrumentos.

A construção de calendários é uma forma de registrar o tempo. A partir do registro do tempo vivido, a criança estabelece relações de passado, presente e futuro. Foi através do tempo da natureza (fases da lua, tempo que a terra leva para dar uma volta completa ao redor do Sol etc.) que o homem organizou o seu tempo (tempo cultural) em dias, semanas, meses e anos.

Quanto às medidas de valor, sugerimos que nas séries iniciais a criança manuseie cédulas e moedas, observando que elas têm valores específicos. O vocabulário referente às medidas de valor como troco, moeda, compra, venda etc. poderá ser desenvolvido através de situações problema. Convém observar que o nosso sistema monetário é decimal e o centavo representa a centésima parte do cruzado.

PARTE II

CONTEÚDOS E AVALIAÇÃO

PRIMEIRA SÉRIE

O aluno de primeira série deve construir a noção de número e a idéia de dezena como fundamentos para a organização do S.N.D. A compreensão de todas as operações com os números naturais pode se dar em nível ORAL, com a representação (matematização) acompanhando o processo gradativamente, sistematizando os fatos básicos.

O conteúdo de geometria e medidas é fundamental para a construção do espaço e para relacioná-lo com a noção de número: percepção das relações entre formas geométricas, sistematização das maneiras de medir as diferentes grandezas.

O desenvolvimento de habilidades de classificação, seriação e ordenação são essenciais, não só para a construção do número como também para o desenvolvimento de noções de localização espacial e temporal, além da noção de forma.

I - NUMERAÇÃO

1. CONSTRUÇÃO DO NÚMERO
- Formação de quantidades
- Relação entre quantidades: onde tem mais, onde tem menos...
- Registro de quantidades: leitura e escrita dos numerais de 0 a 99
- Contagens de 1 em 1, 2 em 2,... até de 10 em 10.
- Relações entre numerais: antecessor, sucessor, pares e ímpares, igualdade e desigulddade, ordem crescente e ordem decrescente.

2. CONSTRUÇÃO DA DEZENA
- Agrupamentos e trocas: de 2 em 2 até de 10 em 10.
- Formação de grupos com 10 unidades (dezenas)
- Composição com dezenas e unidades
- Leitura e escrita de dezenas exatas e quantidades intermediárias.

3. CONSTRUÇÃO DA DÚZIA
- Formação de grupos de 12

II - OPERAÇÕES

- ADIÇÃO: idéia de juntar quantidades.
- SUBTRAÇÃO: idéias subtrativa, aditiva e comparativa.
- Sentenças matemáticas da adição e da subtração.
- ALGORITMOS:

a) Com Base em Quantidades: cálculo mental.
b) Com Base no S.N.D.: uso dos agrupamentos e das trocas.

- MULTIPLICAÇÃO: idéia da adição de parcelas iguais. Sentença Matemática e cálculo de dobros.
- DIVISÃO: idéias repartitiva e subtrativa. Sentença Matemática. Cálculo de metades.

III - GEOMETRIA

- O espaço da criança, o espaço dos objetos reais. A percepção das interrelações, a distinção das formas geométricas.
- Semelhanças e diferenças entre as formas geométricas.
- Classificação: critério: os que rolam e os que não rolam.
- Planificação dos sólidos através do contorno: figuras planas (retângulos, quadrados, triângulos e círculos).

IV - MEDIDAS

1. TEMPO
– o tempo da criança: o dia e a noite
– divisão do tempo: dia, semana e mês.
– leitura da hora
– construção do calendário

2. VALOR
– conhecimento e reconhecimento de cédulas e de moedas
– composição e decomposição de quantidades com cédulas e com moedas.

3. COMPRIMENTO, MASSA e CAPACIDADE
– Unidades Arbitrárias (pé, palmo, polegada, saquinhos, latas,...): uso e registro de medições.
– Conhecimento da Unidade Padrão: o metro, o quilograma e o litro.

SEGUNDA SÉRIE

É fundamental que o aluno adquira a compreensão da ORGANIZAÇÃO do S.N.D.: os agrupamentos e as trocas; para relacionar esse conhecimento com a sistematização das técnicas operatórias das quatro operações básicas. Devem ser explicitadas as ligações entre as operações: noções de comutatividade, de operação inversa, de multiplicação como adição de parcelas iguais, de divisão como subtração de parcelas iguais.

Na construção do espaço, aprofunda-se o conteúdo de geometria e de medidas, classificam-se os sólidos segundo semelhanças e diferenças, planificam-se alguns para a obtenção de figuras planas. Através de medições pode-se realizar novas classificações, propiciando o conhecimento e a utilização de vários instrumentos de medidas.

Das partes que "sobram" ou "faltam" ao realizar-se uma medição, temos a ocasião para apresentar as primeiras noções sobre os racionais: é o conceito de fração.

I - NUMERAÇÃO

1. NUMERAIS
– formação de qualquer número com os símbolos de 0 a 9.
– seriação numérica.
– números pares e números ímpares.
– leitura e escrita de numerais até 999.
– numeração romana.
– relações entre numerais: antecessor e sucessor, ordem crescente e decrescente, igualdade e desigualdade.

2. ORGANIZAÇÃO DO S.N.D.
– Agrupamentos e Reagrupamentos: formação de grupos de 10: dezenas, centenas. Formação do milhar.
– Composição e Decomposição: unidades, dezenas e centenas.
– Leitura e escrita de centenas exatas e intermediárias.
– Leitura e escrita de milhares exatas até 9000.
– Valor relativo e valor absoluto.

3. NÚMEROS RACIONAIS
– Divisão do inteiro em partes do mesmo tamanho (até 10 partes).
– Formação do inteiro com meios, terços ... até décimos.
– Representação gráfica e numérica das frações.

II - OPERAÇÕES

– Idéias e Sentenças Matemáticas: adição, subtração, multiplicação e divisão.
– Relações entre as operações:
a) Adição e Subtração como operações inversas. Nome dos termos.

b) Multiplicação e Divisão como operações inversas. Nome dos termos.
– Construção da Tabuada: formação de grupos com a mesma quantidade de elementos (multiplicação como adição de parcelas iguais);
– Cálculo do dobro, do triplo,...;
– Cálculo da metade, da terça parte,...;
– Algoritmos com base no S.N.D.: adição, subtração, multiplicação e divisão;
– Cálculo Mental: uso das propriedades associativa e comutativa.

III - GEOMETRIA
– Classificação e nomenclatura dos sólidos que rolam (cilindro, cone e esfera) e dos que não rolam (prisma, cubo, paralelepípedo e pirâmide).
– Planificação dos sólidos conhecidos (através do contorno das faces, projeção de sombras, "carimbos", etc.);
– Classificação: sólidos geométricos e figuras planas;
– Classificação das Figuras Planas: quadrados, retângulos, triângulos e círculos.

IV - MEDIDAS

1. TEMPO
– dia da semana, meses, anos;
– construção do calendário;
– uso do relógio: leitura das horas e das meias horas.

2. VALOR
– conhecimento e identificação de cédulas e de moedas;
– composição e decomposição de valores.

3. COMPRIMENTO, MASSA e CAPACIDADE
– Unidades Arbitrárias/Padrão: relacionamento histórico, metro, quilo e litro;
– Frações de Medida: metade e um quarto da unidade padrão.

TERCEIRA SÉRIE

Retoma-se a organização do S.N.D. aprofundando as idéias e ampliando as quantidades. Enfatiza-se a característica POSICIONAL do sistema numérico e as implicações decorrentes para efeito das técnicas operatórias.

A idéia de fração é retomada através da relação com os números decimais e destes com o sistema de medidas. Realizam-se operações elementares com frações homogêneas.

Na geometria sistematiza-se o trabalho das séries anteriores, trabalha-se a nomenclatura dos sólidos e algumas noções de paralelismo e de perpendicularismos para aprofundar-se o estudo das figuras planas.

Nas medidas trabalha-se com os padrões universais, as equivalências relacionadas aos trabalhos com decimais e a organização do S.N.D.

I - NUMERAÇÃO

1. ORGANIZAÇÃO DO S.N.D.
– uso dos termos: dezena, dúzia, cento e milheiro.
– agrupamentos e reagrupamentos de 10, formação de ordens superiores: milhar, dezena de milhar e centena de milhar.
– leitura e escrita de numerais até a SEXTA ordem.
– composição e decomposição de numerais.

2. NÚMEROS RACIONAIS
- Fração de quantidades contínuas: divisão do inteiro em partes do mesmo tamanho.
- Fração de quantidades discretas: divisão da quantidade em grupos com a mesma quantidade.
- Composição e Decomposição do inteiro em meios, terços,..., décimos, centésimos e milésimos.

– Representação gráfica e numérica das frações.
– Leitura de frações – significado dos termos numerador e denominador.
– Classificação das frações
– Equivalência e comparações entre as frações.
– Números mistos, frações decimais.
– NÚMEROS DECIMAIS:
a) Divisão do inteiro em 10, 100 e 1000 partes.
b) Formação do inteiro com décimos, centésimos e milésimo.
c) Representação do número decimal: uso da vírgula e dos termos décimo, centésimo e milésimo.
d) Leitura e escrita numérica.
e) Comparações entre decimais.

II - OPERAÇÕES

– Idéias envolvidas nas operações, sentenças matemáticas.
– Relações entre as operações: adição e subtração (inversas); multiplicação e divisão (inversas); adição e multiplicação (conceito); e divisão e subtração (conceito)
– Cálculo Mental: tabuada, uso das propriedades comutativa, associativa e distributiva.
– Cálculo do dobro, triplo, metade e terça parte.
– Multiplicação e Divisão por 10, por 100 e por 1000.

– ALGORITMOS:
– Adição e Subtração de naturais e de decimais
– Multiplicação de números naturais por números de UM e DOIS algarismos.
– Divisão de números naturais por números de 1 e 2 algarismos.
– Adição e subtração de frações com mesmo denominador
– Fração de um número.

III - GEOMETRIA

– Espaço Geométrico: do tridimensional para o bidimensional.
– Classificação dos sólidos: poliedros e corpos redondos.
Nomenclatura: cone, esfera, cilindro, paralelepípedo, cubo, prisma e pirâmides.
– Uso dos termos: face, aresta e vértice
– Noção de paralelismo e perpendicularismo
– Planificação obtida através da abertura de sólidos geométricos.
– Classificação: sólidos e figuras planas.
– Noção de ângulo reto e não reto.
– Classificação de figuras planas: quadriláteros (retângulos ou não), triângulos (retângulos ou não) e círculos.

IV - MEDIDAS

• histórico: das unidades arbitrárias para as unidades padronizadas.

1. COMPRIMENTO
– unidade padrão e unidades mais usuais: metro, centímetro, milímetro e quilômetro.
– Leitura e escrita, equivalência, relações com o S.N.D.; divisão do padrão em décimos (decímetro), centésimos (centímetro) e milésimos (milímetro).
– Frações do metro e sua correspondência em centímetros.

2. MASSA E CAPACIDADE
– unidades padrão, leitura e escrita
– unidades mais usuais. Equivalências.

3. VALOR
– identificação e reconhecimento de cédulas e moedas.
– composição e decomposição de valores.

4. TEMPO
– divisão do tempo: dias, semanas, meses, bimestres, semestres e anos.
– divisão do dia: frações do dia, horas.
– divisões da hora: minutos, frações da hora.
– uso do calendário
– leitura das horas e minutos.

QUARTA SÉRIE

Na quarta série aprofunda-se todas as questões vistas nas séries anteriores, retomando-se conceitos que não tenham ficado claros para os alunos. Com as frações iremos operar também com as não homogêneas usando, para isso, classe de equivalência. (o uso do m.m.c. não é um conteúdo de quarta série).

As relações entre as operações, entre as frações e os decimais, entre os decimais e as medidas, entre as fromas geométricas e os números,devem ser aproveitadas pelo professor, ganhando tempo para o aprofundamento do conteúdo. É importante sistematizar as idéias que já foram desenvolvidas nas outras séries.

As equivalências entre as medidas devem ser trabalhadas em correlação com os números decimais, devendo ser feito um histórico das medidas, desde as arbitrárias até as padronizadas.

Na geometria é importante sistematizar as noções de área e volume, partindo do trabalho com a construção de sólidos e classificação das figuras planas.

I - NUMERAÇÃO
1. CONCEITO DE MÚLTIPLOS E DIVISORES DE UM NÚMERO
2. FRAÇÕES
– conceito, representação, leitura e escrita, composição e decomposição do inteiro em partes do mesmo tamanho ou de mesma quantidade
– Equivalência: noção, classes de equivalência.
– Comparação e Simplificação de frações.

3. NÚMEROS DECIMAIS
– conceito, representação, leitura, escrita, comparações e equivalências.
– formação do inteiro com décimos, centésimos e milésimos.
– relação com as medidas e com o S.N.D.

II - OPERAÇÕES

– Multiplicação e Divisão por 10, 100 e 1000 com naturais e com decimais.
– Adição, Subtração, Multiplicação e Divisão com os números naturais.
– Adição e Subtração com decimais.
– Multiplicação de Decimais
– Divisão de Decimais (não trabalhar a divisão decimal por decimal)
– Divisões aproximadas.
– Adição e Subtração de frações
– Multiplicação de frações
– Divisão de frações (a divisão de fração por fração só os casos "concretizáveis", por exemplo: 1/2 : 1/4).

III - GEOMETRIA

– Classificação dos corpos geométricos: corpos redondos (cone, cilindro e esfera) e poliedros (prismas e pirâmides).
– Uso e relação entre os termos: vértice, face e aresta nos sólidos geométricos.
– noção de paralelismo e de perpendicularismo

– Planificação e reconstrução de sólidos geométricos.
– Conceito e identificação de ângulos: reto e não-reto
– Uso dos termos: vértice, lados em figuras planas.
– Classificação de figuras planas e sua conceituação: quadriláteros (paralelogramos e trapézios); triângulos (retângulos e não retângulos) círculos.

IV - MEDIDAS

1. COMPRIMENTO
–Relação entre a unidade padrão e a fração decimal. Divisão do metro em 10, 100 e 100 partes. Frações do metro.
– Relação entre a unidade padrão e os números decimais, equivalência entre as unidades, relação dos múltiplos e submúltiplos com o S.N.D.; escala métrica e equivalências.
– leitura e escrita de medidas.

2. MASSA E CAPACIDADE
– Relação entre massa e capacidade, relação das unidades com S.N.D., correspondência e equivalência.
– Frações das unidades de Medida.
– Leitura e escrita das medidas

3. NOÇÃO DE PERÍMETRO, ÁREA E VOLUME
– Identificação e reconhecimento das três dimensões (comprimento, largura e altura)
– Perímetro: contorno de figuras lineares, cálculos (unidade padrão: metro)
– Área: preenchimento de superfícies com unidades de área. Duas dimensões. (unidade padrão – metro quadrado)
– Volume: preenchimento do espaço com unidades de volume. TRÊS dimensões. (Unidade padrão: metro cúbico) Relação entre o litro e o decímetro cúbico.

4. TEMPO
– Divisão do tempo – dia, mês, ano, bimestre, anuênio, quinqüênio, década, século,...
– Divisão do dia: horas
– Divisão de horas: minutos e segundos (leituras e equivalências)
– Fração do tempo: da hora, do dia, do mês.
– Uso de relógios e de calendários.

5. VALOR
– Relação entre o sistema monetário e o S.N.D. (UM cruzado é igual a 100 centavos)
– Composição e decomposição de valores
– Leitura e escrita

PARTE III

BIBLIOGRAFIA COMENTADA

1. CARAÇA, Bento de Jesus – **Conceitos fundamentais da Matemática**, Lisboa, Livraria Sá da Costa Editora, 1984.

O livro aborda o conteúdo matemático em nível de 5ª a 8ª séries e de segundo grau, fazendo girar a explanação em torno dos fundamentos históricos e filosóficos dos conceitos.

2. CARRAHER, Terezinha et alii – **Na vida dez, na escola zero**, SP, Cortez, 1988.

No livro vários artigos de pesquisa mostram o uso da matemática adquirida sem a intervenção da escola. Um interessante questionamento para a prática docente.

3. Coleção "Vivendo a Matemática", 12 volumes, São Paulo, Editora Scipione, 1988.

Através de vários títulos essa coleção aborda elementos de matemática de forma simples e agradável. Excelente para professores de 1ª a 4ª série aprofundarem seu conhecimento, leitura recomendada para alunos de 5ª a 8ª séries como complementação para o conteúdo curricular. Acompanha cada exemplar um folheto com atividades.

4. KAMII, Constance – **A criança e o número**, Campinas, Papirus, 1987.

Abordagem piagetiana mostrando as características de conservação e de inclusão de quantidades como necessárias para a aquisição do conceito de número. Neste livro não é abordado o número enquanto medida.

5. MIGUEL, Antonio et al – **Ensino de matemática no 1º Grau** (projeto Magistério), São Paulo, Atual, 1986.

Apresenta uma abordagem reflexiva de conteúdos da Matemática, contrapondo-se à aprendizagem mecânica. Sugestões de atividades com materiais e representações explorando conteúdos relativos a números, operações e geometria.

PARTE IV

BIBLIOGRAFIA

1. ADLER, Irving. Matemática e desenvolvimento mental, São Paulo, Cultrix, 1970.
2. BICUDO, Maria Aparecida V. (org). Educação matemática, São Paulo, Moraes, sem data.
3. BOLL, Marcel. As etapas da matemática, Lisboa, Publicações Europa-América, 1979.
4. CARRETONI, Maria L.Z. (coord.) et alii. Iniciação à matemática, vol 1 e 2, Campinas, Editora da Unicamp, 1986.
5. D'AMBRÓSIO Ubiratan. Da Realidade à ação – reflexões sobre educação e matemática, São Paulo, Summus Editorial, 1986.
6. DAVIS, Philip et al. A experiência matemática, Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1985.
7. . O sonho de Descartes, Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1988.
8. DIENES, S.P. Exploração do espaço, São Paulo, Herder, 1969.
9. DUARTE, Newtow. O ensino de matemática na educação de adultos, São Paulo, Cortez e Autores Associados, 1986.
10. . A relação entre o lógico e o histórico no ensino da matemática elementar, São Carlos, Tese de Mestrado, 1987.
11. FEHR, Howard F. (org.). Euucação matemática nas Américas, São Paulo, Companhia Editora Nacional, 1969.
12. GAZZETA, Marineusa (coord.) et alii. Iniciação à matemática, vol 3, Campinas, Editora da Unicamp, 1986.
13. HOGBEN, Lancelot. Maravilhas da Matemática, Porto Alegre, Globo, 1956.
14. KAMII, Constance et al. Reinventando a aritmética, São Paulo, Papirus, 1986.
15. KOPNIN, P.V. A dialética como lógica e teoria do conhecimento, Rio de Janeiro, Civilização Brasileira, 1978.
16. KLINE, Morris. O fracasso da matemática moderna, São Paulo, IBRASA, 1976.
17. LATISHINA, D. La escuela primária soviética - problemas de la enseñanza y la educación, Moscú, Ed. Progresso, 1979.
18. LAKATOS, Imre. Pruebas y refutaciones, la lógica del descuorimiento matemático, Madrid, Alianza Editorial, 1986.
19. LEITE, José Alzir Correa. As frases do processo de aprendizagem em matemática, Instituto de Educação do Ceará, Apostila, sem data.
20. MINAS GERAIS. Secretaria de Estado da Educação. Propostas curriculares das Delegacias Regionais de Ensino de Minas Gerais, Belo Horizonte, 1986.
21. PIAGET, J. et al. Psicogénese e história das ciências, Publicações Dom Quizote, Lisboa, 1987.
22. SÃO PAULO. Prefeitura Municipal de São Paulo. Departamento de Planejamento e Orientação. Programa Detalhado de matemática 1ª e 2ª séries, 1985.
23. SÃO PAULO. Secretaria de Estado da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagócias. Proposta curricular para o ensino de matemática de 1º grau, Versão Preliminar, 1986.
24. VIEIRA PINTO, Álvaro. Ciência e existência, Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1969.
25. ZANKOV, L. La enseñanza y el desarrollo, Moscú, Ed. Progresso, 1984.

GRUPO DE TRABALHO

Carlos Roberto Vianna	(S.M.E.)
Cerize de Castro	(E.M. Araucária)
Claudia Miriam Tosatto	(S.M.E.)
Clélia Maria Isolani	(S.M.E.)
Ermelina G. B. Thomacheski	(E.M. Lela Vista do Paraíso)
Fátima de Lourdes Cassoli Jacob	(S.M.E.)
Gládis Bernadete Biehl	(S.M.E.)
Heliete M. D. da Cunha	(S.M.E.)
Lívia M. Farion de Aguiar	(E.M. Colombo)
Maria Cândida Teixeira	(E.M. Wenceslau Braz)
Maria Tereza C. Soares	(S.M.E.)
Margarete M. Lemes	(E.M. Nossa Senhora do Carmo)
Sônia M. Oettling	(E.M. Issa Nacli)

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1 AABOE, Asger. Episódios da História Antiga da Matemática; coleção Fundamentos da Matemática Elementar. Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática, 1984. 170 p.

2 ABBAGNANO, Nicola. História da Filosofia. Lisboa, Editora Presença, 1969. v.1. 314 p.

3 ALEKSANDROV, A.D. et alii. La Matemática: su contenido, métodos y significado. 7.ed. Madrid, Alianza Universidad, 1985. 425 p.

4 AQUINO, Rubim Santos Leão de, et alii. História das sociedades. Rio de Janeiro, Ao Livro Técnico, 1980. 2 v.

5 BARRETO, Elba S.de Sá. O Ensino Fundamental na Política Nacional da Educação. Alguns Aportes. Em Aberto. Brasília, INEP, ano 7, nº 38, abr./jun., 1988, p.13-21.

6 BICUDO, Maria Aparecida V. Educação Matemática. S.Paulo, Moraes, s.d. 140 p.

7 BLANCHÉ, Robert. A Axiomática. 2.ed. Lisboa, Presença, 1987. 130 p.

8 BOYER, Carl Benjamin. História da Matemática. São Paulo, Edgard Blücher, 1974. 488 p.

9 BRASIL, Leis, decretos, etc. Lei nº 4024 - 20 dez. 1961. Fixa diretrizes e bases da Educação Nacional. Diário Oficial, Brasília.

10 _____. Lei nº 5692 - 11 ago. 1971. Fixa diretrizes e Bases para o Ensino de 1º e 2º graus, e dá outras providências. Diário Oficial, Brasília, 12 ago. 1971.

11 BRASIL, Luis Alberto S. Aplicações da teoria de Piaget ao Ensino da Matemática. Rio de Janeiro, Forense Universitária, 1977. 212 p.

12 BRUNER, Jerome S. O Processo da Educação. 3.ed. São Paulo, Nacional, 1973. 87 p.

13 CARAÇA, Bento de Jesus. Conceitos Fundamentais de Matemática. Lisboa, Sá da Costa Editora, 1984. 318 p.

14 CARRAHER, T.N. et alii. Na vida dez; na escola, zero: os contextos culturais da aprendizagem da Matemática. Cadernos de Pesquisa (42) p.79-86, ago. 1982.

15 _____. Na vida dez, na escola zero. São Paulo, Cortez, 1988. 182 p.

16 CLAPARÈDE. E. A Escola sob Medida. 3.ed. Rio de Janeiro, Fundo de Cultura, 1973. 245 p.

17 CONSELHO FEDERAL DE EDUCAÇÃO. Parecer nº 853 - 12 nov.1971. Fixa o núcleo comum para os currículos do ensino de 1º e 2º graus e a doutrina do currículo na lei nº 5692.

18 _____. Parecer nº 785 - 6 nov. 1986. Reformula o núcleo comum para os Currículos do ensino de 1º e 2º Graus.

19 COSTA, M. Amoroso. As idéias fundamentais da matemática. São Paulo, Grijalbo/EDUSP, 1971.

20 COURANT, R. & ROBBINS, H. Que es la Matemática? Madrid, Aguilar, 1955.

21 CUNHA, Luiz Antonio. Educação e desenvolvimento social no Brasil. 4.ed. Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1979, 293 p.

22 CURY, Carlos Roberto Jamil. Notas acerca do saber e do saber fazer da Escola. Cadernos de Pesquisa (40), p.58-60, fev. 1982.

23 D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Socio-Cultural bases for Mathematic Educacion. Campinas, Unicamp, 1985, 103 p.

24 _____. Da Realidade à Ação: Reflexões sobre Educação e Matemática. Campinas, Summus Editorial, 1986. 115 p.

25 DAMKE, Ilda Righi et alii. Uma proposta política de ensino de Matemática. Educação e Sociedade (20), p.18-40, jan. abr. 1985.

26 DANTAS, Jovelina B. Desnutrição e Aprendizagem. São Paulo, Ática, 1981. 149 p.

27 DANTAS, M.M.de S. Memórias dos Congressos Nacionais de Ensino da Matemática - 1955 a 1966. A Tarde, Salvador, 10 out. 1985.

28 DAVIS Philip J & HERSH, Reuben. A Experiência Matemática. 2.ed. Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1985. 481 p.

29 _____. O Sonho de Descartes. Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1988. 335 p.

30 DEBESSE, M & MIALARET, G. Tratado das Ciências Pedagógicas. São Paulo, EDUSP, 1974. 559 p.

31 DECCA, Edgar de. O nascimento das fábricas. 5.ed. São Paulo, Brasiliense, 1987. 77 p.

32 DEPARTAMENTO DE BEM ESTAR SOCIAL da Prefeitura Municipal de Curitiba. Plano de Educação, v. III-B, Plano Curricular. Curitiba, 1975. 288 p.

33 _____. Plano Curricular, 5 v. Curitiba, 1978.

34 DIENES, Z.P. Aprendizado Moderno da Matemática. Rio de Janeiro, Zahar Editores, 1977. 191 p.

35 DUARTE, Newton. O ensino de matemática na educação de adultos. São Paulo, Cortez, 1986. 128 p.

36 _____. A relação entre o lógico e o histórico no ensino da Matemática Elementar. São Carlos, 1987, Dissertação, Mestrado, Universidade Federal de São Carlos.

37 FEHR, Howard F. Educação Matemática nas Américas; Relatório da Segunda Conferência Interamericana sobre Educação Matemática. São Paulo, Nacional, 1969. 341 p.

38 FREITAG, Bárbara. Sociedade e Consciência: um estudo piagetiano na favela e na escola. Sao Paulo, Cortez, 1984, 239 p.

39 GARDING, Lars. Encontro com a Matemática. Brasília, UNB, 1981. 323 p.

40 GRAMSCI, Antonio. Os Intelectuais e a Organização da Cultura. Rio de Janeiro, Civilização Brasileira, 1968. 421 p.

41 HEGENBERG, L. Lógica, Simbolismo e Dedução. São Paulo, EDUSP, 1975. 219 p.

42 HOLANDA, Aurélio B. Mateologia. Dicionário, 1975.

43 HOGBEN, L. Maravilhas da Matemática, Influência e Função da Matemática nos Conhecimentos Humanos. Rio de Janeiro, Globo, 1946. 762 p.

44 KELLY, Albert Victor. O currículo, teoria e prática. São Paulo, Harper e Row do Brasil, 1981. 164 p.

45 KLINE, M. O Fracasso da Matemática Moderna. São Paulo, Ibrasa, 1976. 211 p.

46 KRAUSE, Décio. O Mundo 3 da Matemática: Existência, Objetividade e Compreensao na Formulaçao da Metodologia e Currículo. Curitiba, 1983. Dissertaçao, Mestrado, Universidade Federal do Paraná.

47 _____. O Conceito Bourbakista de Estrutura. Boletim da Sociedade Paranaense de Matemática. 2a.série. v.8. 1987.

48 KOPNIN, P.V. A dialética como lógica e teoria do conhecimento. Rio de Janeiro, Civilizaçao Brasileira, 1978.

49 KÖRNER, Stephan. Uma introdução à Filosofia da Matemática. Rio de Janeiro, Zahar, 1985. 201 p.

50 KOSIK, Karl. A Dialética do Concreto. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1969. 230 p.

51 KOYRÉ, Alexandre. Estudos de história do pensamento científico. Rio de Janeiro, Forense Universitária, 1982. 388 p.

52 KRASILCHIK, M. O Professor e o Currículo das Ciências. São Paulo, EDUSP, 1987. 80 p.

53 KUHN, Thomas S. A Estrutura das Revoluções Científicas. 2.ed. São Paulo, Perspectiva, 1987. 257 p.

54 LAKATOS, Imre. Pruebas y Refutaciones - La lógica del descubrimiento matemático. 2.ed. Madrid, Alianza Editorial, 1982. 197 p.

55 LEFEBVRE, Henri. Lógica Formal/Lógica Dialética. 3.ed. Rio de Janeiro, Civilizaçao Brasileira, 1983. 301 p.

56 LÖWY, Michael. As Aventuras de Karl Marx contra o Barão de Münchhausen: marxismo e positivismo na sociologia do conhecimento. Sao Paulo, Busca Vida, 1987. 210 p.

57 MACEDO, Ubiratan. A epistemologia do Neo-positivismo, separata da Revista "Convivium", ano XIII, nº 4, v.16, p. 291-300. São Paulo, 1973.

58 MACHADO, Nilson José. Matemática e Realidade. São Paulo, Cortez, 1987. 103 p.

59 _____. Matemática: senso comum e desamparo. Cadernos da Cedes, v. 21. Sao Paulo, Cortez, 1988.

60 MAGALHÃES Fº, Francisco de B.B. de. História Econômica. 2.ed. São Paulo, Sugestões Literárias, 1973. 472 p.

61 MANACORDA, M.A. Marx y la Pedagogía Moderna. 2.ed. Barcelona, OIKOS-TAU S.A., 1979. 209 p.

62 MANNO, Ambrogio G. A Filosofia da Matemática. São Paulo, Martins Fontes, s.d. 303 p.

63 MARTINS, Maria Antonieta M. Estudo da Evolução do Ensino Secundário no Brasil e no Estado do Paraná com ênfase na disciplina de Matemática. Curitib a, 1983. Dissertação, Mestrado, Universidade Federal do Paraná.

64 MARX, Karl. A Crítica da Educação e do Ensino. Lisboa, Moraes, 1978. 265 p.

65 MELLO, Guiomar N. de. Fatores intra-escolares como mecanismos de seletividade no ensino de 1º grau. Educaçao e Sociedade. Sao Paulo (2), 72, jan. 79.

66 ____. Magistério de 1º Grau. Da Competência Técnica ao Compromisso Político. Sao Paulo, Cortez, 1982.

67 MIGUEL, Antonio & MIORIM, M.A. O Ensino de Matemática no primeiro grau. São Paulo, Atual, 1986. 178 p. Projeto Magistério.

68 MOACYR, Primitivo. A Instrução e o Império. São Paulo, Nacional, 1936. 3v.

69 MORAIS, Regis de. Filosofia da Ciência e da Tecnologia: introdução metodológica e crítica. 5.ed. Campinas, Papirus, 1988. 180 p.

70 MOYSÉS, Maria Aparecida. Desnutrição e Fracasso escolar uma relação tão simples? São Paulo, ANDE, 1982

71 NAGEL, E. & NEWMAN, J.R. Prova de Gödel. São Paulo, EDUSP, 1973 (Debates, 75). 100 p.

72 NEEDHAM, Joseph. Science and Civilization in China, v.III. Cambridge, CAmbridge University Press, 1959.

73 OLIVEIRA, Betty A. & DUARTE, Newton. 2.ed. Socialização do Saber Escolar. São Paulo, Cortez, 1986. 104 p.

74 PIAGET, J. Psicologia e Pedagogia. 6.ed. Rio de Janeiro, Forense Universitária, 1982. 184 p.

75 ____ & GARCIA, Rolando. Psicogênese e História das Ciências. Lisboa, Dom Quixote, 1987. 251 p.

76 PIAGET, J. To Understand is to invent. Nova York, Viking, 1973.

77 PINTO, Álvaro Vieira. Ciência e Existência: problemas filosóficos da pesquisa científica. 2.ed. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1979. 527 p.

78 POINCARÉ, Henri. A Ciência e a Hipótese. 2.ed. Brasília, UNB, 1988. 180 p.

79 PONCE, Aníbal. Educação e Luta de Classes. 8.ed. São Paulo, Cortez, 1988. 196 p.

80 POPPER, Karl. Conjecturas e Refutações. 4.ed. Brasília, UNB, 1972. 449 p.

81 PORTO, Rizza A. Matemática Moderna na Escola Elementar. São Paulo, Didática Radiante, 1970.

82 RADICE, Lucio Lombardo. A Matemática de Pitágoras a Newton. São Paulo, Martins Fontes, 1985. 115 p.

83 _____. Educação e Revolução. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1975. 255 p.

84 RIBEIRO, Maria Luísa Santos. História da Educação brasileira: a organização escolar. 7.ed. Sao Paulo, Cortez, 1987. 180 p.

85 RODRIGUES, Neidson. Da Mistificação da Escola à Escola Necessária. São Paulo, Cortez, 1987. 95 p. Coleçao Polêmicas do Nosso Tempo, 24.

86 ROMANELLI, Otaiza de Oliveira. História da Educação no Brasil. Petrópolis, Vozes, 1978. 267 p.

87 RUDE, A. La enseñanza de Las Ciencias Exatas y Naturales. Madrid, Editorial Labor, 1937.

88 RUSSEL, B. Introdução à Filosofia Matemática. Rio de Janeiro, Zahar, 1981, 195 p.

89 SANTALÓ, L. De Platão à Matemática Moderna. Revista Educação & Matemática, nº 5, 1979.

90 SAVIANI, Dermeval. Escola e Democracia: teoria da educação, curvatura da vara, onze teses sobre educação e política. 20.ed. São Paulo, Cortez, 1988. 103 p. Coleção Polêmicas do Nosso Tempo, 5.

91 _____. Competência Política e Compromisso Técnico ou (o pomo da discórdia e o fruto proibido). Educaçao e Sociedade n. 15. Cortez-Cedes. ago. 1983, p.111-143.

92 _____. Do Senso Comum à Consciência Filosófica. 6.ed. São Paulo, Cortez, 1985. 224 p.

93 SECRETARIA DA EDUCAÇÃO E CULTURA. O Ensino Primário no Paraná, nº 9. Curitiba, 1963, 57 p.

94 _____. Manual do Professor Primário do Paraná. nº 15. Curitiba, 1963. 120 p.

95 _____. Manual do Professor Primário do Paraná, nº 18. Curitiba, 1967. 60 p.

96 _____/FUNDEPAR. Coletânea da Legislação Estadual de Ensino. 1969 a 1975. Curitiba, s.d.

97 _____. Relatório 1986. Curitiba, 1987.

98 SECRETARIA MUNICIPAL DA EDUCAÇÃO. Em Discussão: Currículo Básico nas Escolas Municipais. Escola Aberta, Curitiba, abr. 1987.

99 _____. Currículo Básico. Uma Contribuição para a Escola Pública Brasileira. Curitiba, dez. 1988.

100 SCHAFF, Adam. História e Verdade. 2.ed. São Paulo, Martins Fontes, 1983, 317 p.

101 SCIACCA, M.F. O Problema da Educação na história do pensamento filosófico e pedagógico. São Paulo, Herder, 1966, 2 v.

102 SIMPSON, Thomas Moro. Linguagem, realidade e significado. São Paulo, Francisco Alves, 1976. 266 p.

103 SMSG. Matemática, Curso Colegial, v.2. Rio de Janeiro, Aliança para o Progresso, 1964, p.255-514.

104 SNIDERS, G. Pedagogia Progressista. Coimbra, Almedina, 1974.

105 THOM, René. Parábolas e Catástrofes. Entrevista sobre Matemática, Ciência e Filosofia. Lisboa, Dom Quixote, 1985. 205 p.

106 VASQUEZ, Adolfo Sanches. Ciência e Revolução. Rio de Janeiro, Civilização Brasileira, 1980. 178 p.

107 _____. Filosofia da Praxis. 2.ed. Rio de Janeiro, Paz e Terra, 1977. 453 p.

108 VIGOTSKY, L.S. A formação social da mente. São Paulo, Martins Fontes, 1984. 168 p.

109 _____. Pensamento e Linguagem. São Paulo, Martins Fontes, 1987. 135 p.

110 WARDE, M. Proposta Preliminar de uma Nova Organização Curricular para a habilitação específica para o magistério ao nível de 2º grau. Brasília, CENAFOR, set.out.1986. (texto datilografado).