

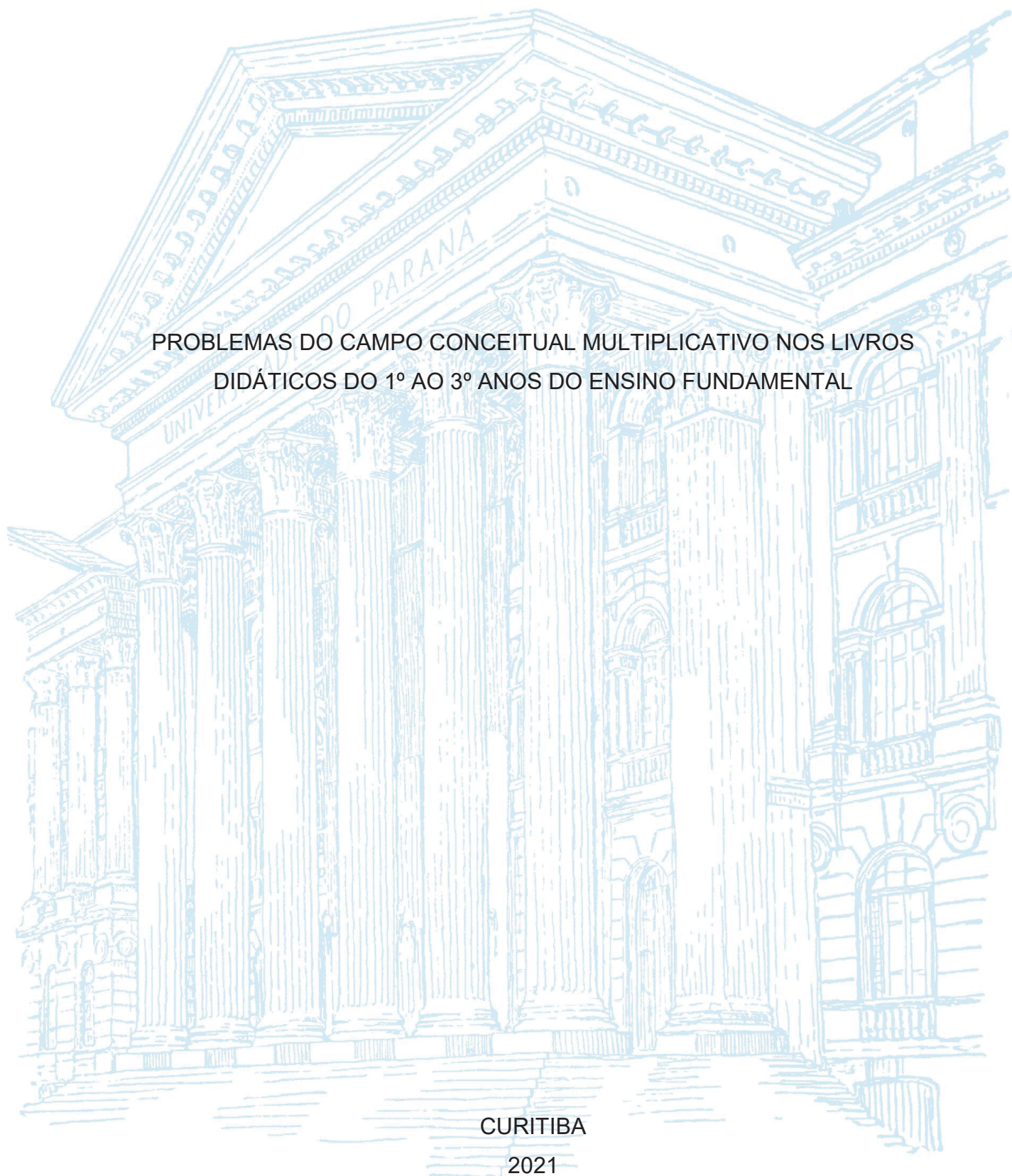
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

JÉSSICA DAIANE DA SILVA

PROBLEMAS DO CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO NOS LIVROS
DIDÁTICOS DO 1º AO 3º ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

CURITIBA

2021



JÉSSICA DAIANE DA SILVA

PROBLEMAS DO CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO NOS LIVROS
DIDÁTICOS DO 1º AO 3º ANOS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática, Setor de Exatas, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Neila Tonin Agranionh

Coorientadora: Prof^a. Dr^a. Thaís Rafaela Hilger

CURITIBA

2021

S586p

Silva, Jéssica Daiane da

Problemas do campo conceitual multiplicativo nos livros didáticos do 1º ao 3º anos do ensino fundamental [recurso eletrônico] / Jéssica Daiane da Silva. – Curitiba, 2021.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Exatas, Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e em Matemática, 2021.

Orientadora: Neila Tonin Agranionh.

Coorientadora: Thaís Rafaela Hilger.

1. Multiplicação. 2. Divisão. 3. Livros didáticos. 4. Ensino fundamental.

I. Universidade Federal do Paraná. II. Agranionh, Neila Tonin. III. Hilger, Thaís Rafaela. IV. Título.

CDD: 510

Bibliotecária: Vanusa Maciel – CRB9/1928



TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EM MATEMÁTICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da dissertação de Mestrado de **JÉSSICA DAIANE DA SILVA** intitulada: **PROBLEMAS DO CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO NOS LIVROS DIDÁTICOS DO 1º ao 3º anos DO ENSINO FUNDAMENTAL**, sob orientação da Profa. Dra. NEILA TONIN AGRANIONIH, que após terem inquirido a aluna e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestra está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 08 de Outubro de 2021.

Assinatura Eletrônica

19/10/2021 16:45:32.0

NEILA TONIN AGRANIONIH

Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica

28/10/2021 11:31:21.0

JUTTA CORNELIA REUWSAAT JUSTO

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE LUTERANA DO BRASIL)

Assinatura Eletrônica

22/10/2021 11:26:58.0

SINTRIA LABRES LAUTERT

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO)

Dedico esse trabalho ao meu filho Jean Carlos Nunes, que a cada dia me enche de alegria e orgulho.

AGRADECIMENTOS

Gratidão é uma palavra que está em alta atualmente, porém, para mim, ela se materializa nas trocas entre as pessoas, dessa forma, quero primeiramente agradecer a minha família, a base que me fortalece, que me apoia a cada dia na construção do meu eu: mãe, pai, irmã, sobrinha, sogra e sogro (*in memoriam*) sem os quais essa caminhada não seria possível. E em especial meu companheiro Eduardo Rein Nunes e meu filho Jean Carlos Nunes, que estiveram ao meu lado em todos os momentos, me apoiaram e incentivaram, e entenderem os momentos em que precisei ficar ausente. Se hoje luto é por vocês.

Sempre estive rodeada de mulheres maravilhosas e inspiradoras e não seria diferente no mestrado, desse modo, quero agradecer primeiramente as minhas orientadoras Neila Tonin Agranionih e Thaís Rafaela Hilger que me inspiraram, compartilharam, me auxiliaram e acreditaram na minha capacidade durante esse percurso, me guiando de maneira atenta e carinhosa.

Posteriormente, mas não menos importante, gostaria também de agradecer a três amigas que fiz nessa caminhada Thayná, Jéssica e Cibelli que compartilharam de muitos momentos em comum sempre apoiando umas às outras, tornando essa experiência muito mais leve, agradeço também a todos os colegas que fiz durante essa caminhada do mestrado.

Quero agradecer ao Grupo de Pesquisa em Ensino e Aprendizagem em Ciências e em Matemática por todos os momentos de formação profissional e pessoal, além das contribuições para a minha pesquisa, a participação no grupo de pesquisa tornou a experiência do mestrado muito mais enriquecedora.

Amigas são anjos em nossas vidas e eu tenho três muito especiais, desde a graduação compartilhamos além das experiências de vida pessoais, também as experiências profissionais, são três pessoas e professoras admiráveis que me inspiram e me apoiam: Aline, Lorena e Luiza, obrigado por todos os momentos em que eu precisava, desabafar, descontraír e incentivar. Vocês são muito importantes para mim!

Agradeço às professoras Sintria Labres Lautert e Jutta Cornelia Reuwsaat Justo por aceitarem compor tanto minha banca de qualificação como também a banca de defesa do mestrado, além de compartilhar suas experiências e

conhecimentos com a intenção de contribuírem com a minha pesquisa e minha formação profissional e acadêmica.

Agradeço também a Secretaria Municipal de Educação de Curitiba por possibilitar a minha liberação para estudos, o que ocasionou em um processo de imersão nessa experiência.

Muito obrigada!

“A menos que modifiquemos à nossa maneira de pensar, não seremos capazes de resolver os problemas causados pela forma como nos acostumamos a ver o mundo” (Albert Einstein)

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo analisar a abrangência do Campo Conceitual Multiplicativo nas duas coleções de livros didáticos mais escolhidas pelas escolas da Rede Municipal de Curitiba-PR para os três primeiros anos do Ensino Fundamental no triênio de 2019 a 2021. Tem como base teórica a Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud, uma abordagem qualitativa e de cunho documental. Foram identificados no site do PNLD cujo critério descrevemos anteriormente. As coleções identificadas foram: “Novo Bem-me-quer Matemática” e “Ápis Matemática”. As coleções foram analisadas e identificados as situações matemáticas referentes ao Campo Conceitual Multiplicativo em cada um dos seis livros selecionados. A análise dos dados foi realizada com base na Análise de Conteúdo de Bardin (2011). Para isso, se constituiu duas categorias de análises conforme os dados obtidos na pesquisa: Abrangência do Campo Conceitual Multiplicativo nas Coleções Analisadas; Entraves para Aprendizagem Identificados nas Coleções Analisadas. Constatou-se que situações de multiplicação são mais trabalhadas que as situações de divisão. Ao analisarmos os tipos de situações apresentadas nos livros, verificamos que situações de Proporção simples-um para muitos são mais comuns nos livros didáticos em todos os anos analisados, e quem também algumas classes de situações como Proporção Simples – muitos para muitos e Comparação Multiplicativa – relação desconhecida são trabalhadas de forma superficial. Destacamos algumas situações presentes nos livros tem potencial de estabelecer entraves para a aprendizagem, como: a separação entre a multiplicação e a divisão, a multiplicação como adição de parcelas iguais, além da maneira como são apresentadas as situações do Campo Conceitual Multiplicativa nos livros analisados nessa pesquisa.

Palavras-chave: Teoria dos Campos Conceituais. Campo Multiplicativo. Multiplicação. Divisão. Livros didáticos.

ABSTRACT

This work analysed the scope of the Multiplicative Conceptual Field in the two collections of textbooks most chosen by the public schools of the municipal government of Curitiba city - state of Paraná - Brazil, for the first three years of Elementary School during a triennium from 2019 to 2021. The theoretical basis of this study is the Theory of Conceptual Fields by Gerard Vergnaud, a qualitative and documentary approach. They were identified on the PNLD website whose criteria we described above. The identified collections were: "Novo Bem-me-quer Matemática" and "Ápis Matemática". The collections were analysed and the mathematical situations referring to the Multiplicative Conceptual Field in each of the six selected books were identified. Data analysis was performed based on Bardin's Content Analysis (2011). Two categories of analysis were constituted according to the data obtained in the research: Coverage of the Multiplicative Conceptual Field in the Analysed Collections; Learning barriers identified in the analysed collections. It was found that multiplication situations are more used than division situations. When analysing the types of situations presented in the books, we found that simple-one-to-many ratio situations are more common in textbooks in all the years analysed, and who also some classes of situations such as Simple Proportion - many to many and Multiplicative Comparison - unknown relationships are worked on in a superficial way. We highlight some situations present in the books that have the potential to establish barriers to learning, such as: the separation between multiplication and division, multiplication as the addition of equal portions, in addition to the way in which the situations of the Multiplicative Conceptual Field are presented in the books analysed in this search.

Keywords: Conceptual Fields Theory. Multiplication field. Multiplication. Division. Textbook.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - ESQUEMA DE CLASSIFICAÇÃO DAS ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS.....	31
FIGURA 2 - EXEMPLO DE REPRESENTAÇÃO DE UM ÁRVORES DE POSSIBILIDADES	38
FIGURA 3 -CAPA DOS LIVROS COLEÇÃO A	59
FIGURA 4 - CAPA DOS LIVROS COLEÇÃO B	59
FIGURA 5 – CA2AS41	61
FIGURA 6 - CA3AS33.....	62
FIGURA 7 - PARTE DO QUADRO COM CODIFICAÇÃO E CLASSIFICAÇÃO DOS PROBLEMAS VERBAIS E EXERCÍCIOS	63
FIGURA 8 - CA1AS1	66
FIGURA 9 - CA2AS61	67
FIGURA 10 - CA3AS131	68
FIGURA 11 - CB1AS1	70
FIGURA 12 – CB2AS1	71
FIGURA 13 - CB3AS130.....	72
FIGURA 14 - CA1AS2.....	75
FIGURA 15 - CB1AS5.....	75
FIGURA 16 - CA3AS93.....	77
FIGURA 17 – CB3AS89	78
FIGURA 18 - CA1AS3.....	81
FIGURA 19 - CB1AS3.....	82
FIGURA 20 - CA2AS2.....	83
FIGURA 21 - CB2AS10.....	84
FIGURA 22 - CA2AS25.....	85
FIGURA 23 - CB2AS28.....	85
FIGURA 24 - CA2AS31	87
FIGURA 25 - CB2AS5.....	87
FIGURA 26 - CB2AP7	88
FIGURA 27 - CA3AP49.....	90
FIGURA 28 - CB3AP37	90
FIGURA 29 - CA3AS24	91

FIGURA 30 - CB3AS127	92
FIGURA 31 - CB3AS112	93
FIGURA 32 - CA3AS124	94
FIGURA 33 - CA3AS107	95
FIGURA 34 - CA3AS16	96
FIGURA 35 - CB3AS14	96
FIGURA 36 - CA3AS14	97
FIGURA 37 - CA3AS36	98
FIGURA 38 - CA3AS38	99
FIGURA 39 - CB3AS16	100
FIGURA 40 - CB3AS17	100
FIGURA 41 - POSSIBILIDADE DE TRABALHO RELACIONADO ENTRE AS OPERAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO	104
FIGURA 42 - CB2AS62	105
FIGURA 43 - CB3AS90	106
FIGURA 44 - CA3AS97	107
FIGURA 45 - CB3AP116	108
Figura 46 - CB2AS18	109
FIGURA 47 - CA2AS32	111
FIGURA 48 - CB2AS48	111
FIGURA 49 - CA3AS7	112
FIGURA 50 - CB3AS18	112
FIGURA 51 - CB3AS36	114
FIGURA 52 - CA3AS85	115
FIGURA 53 - CA3AS72	115
FIGURA 54 - CB3AS54	116

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - EXEMPLO DE REPRESENTAÇÃO PARA PROBLEMAS DE RELAÇÃO QUATERNÁRIA	29
QUADRO 2 - EXEMPLO DE QUADRO CARTESIANO PARA SITUAÇÕES TERNÁRIAS.....	30
QUADRO 3 - POSSIBILIDADE DE REPRESENTAÇÃO DO EXEMPLO 2.....	33
QUADRO 4 - POSSIBILIDADE DE REPRESENTAÇÃO DO EXEMPLO 3.....	34
QUADRO 5 - POSSIBILIDADE 1 DE REPRESENTAÇÃO DO EXEMPLO 4.....	35
QUADRO 6 - POSSIBILIDADE 2 DE REPRESENTAÇÃO DO EXEMPLO 4.....	35
QUADRO 7 - POSSIBILIDADE DE REPRESENTAÇÃO DO EXEMPLO 7.....	37
QUADRO 8 - EXEMPLO DE REPRESENTAÇÃO DE UMA TABELA DE DUPLA ENTRADA.....	38
QUADRO 9 - POSSIBILIDADE DE REPRESENTAÇÃO DO EXEMPLO 9.....	40
QUADRO 10 - POSSIBILIDADE DE REPRESENTAÇÃO DO EXEMPLO 10.....	41
QUADRO 11 - CODIFICAÇÃO DAS COLEÇÕES/LIVROS	60
QUADRO 12 - CLASSIFICAÇÃO - PROBLEMAS VERBAIS	64
QUADRO 13 - CAPÍTULOS DOS LIVROS DA COLEÇÃO A.....	65
QUADRO 14 - UNIDADES DOS LIVROS DA COLEÇÃO B	69
QUADRO 15 - RELAÇÃO LIVROS E EIXOS DE PROBLEMAS VERBAIS COLEÇÃO A E B.....	80

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - DISTRIBUIÇÃO DE SITUAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO, DIVISÃO E MISTOS NAS COLEÇÕES A E B	73
TABELA 2 - RELAÇÃO COLEÇÕES/TIPOS DE DIVISÕES	77
TABELA 3 – QUANTIFICAÇÃO DE PROBLEMAS VERBAIS E EXERCÍCIOS PRESENTES NA CA E CB	79
TABELA 4 - TIPOS DE PROBLEMAS - SEGUNDO ANO	83
TABELA 5 - TIPOS DE PROBLEMAS – TERCEIRO ANO	89
TABELA 6 - DISTRIBUIÇÃO DAS SITUAÇÕES NOS LIVROS DIDÁTICOS DAS CA E CB.....	103
TABELA 7 - CLASSIFICAÇÃO DAS SITUAÇÕES "MISTAS"	106
TABELA 8 - SITUAÇÕES QUE REFORÇAM A IDEIA DA MULTIPLICAÇÃO COMO ADIÇÃO DE PARCELAS IGUAIS	110
TABELA 9 - SITUAÇÕES MULTIPLICATIVAS QUE POSSIBILITAM A RESOLUÇÃO POR CONTAGEM.....	117

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

BDTD	- Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações
BNCC	- Base Nacional Comum Curricular
CAPES	- Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
PCN	- Parâmetros Curriculares Nacionais
PNAIC	- Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa
PNLD	- Programa Nacional do Livro Didático
PPGECM	- Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática
RMEC	- Rede Municipal de Educação de Curitiba
TCC	- Teoria dos Campos Conceituais

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 JUSTIFICATIVA	18
1.2 PROBLEMA DE PESQUISA	20
1.3 OBJETIVOS	20
1.3.1 Objetivo geral	21
1.3.2 Objetivos específicos.....	21
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	22
2.1 TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS	22
2.1.1 Campo Conceitual Multiplicativo	27
2.1.1.1 Relações quaternárias.....	31
2.1.1.2 Relações ternárias.....	35
2.1.1.3 Operação de divisão.....	39
2.2 LIVRO DIDÁTICO	42
2.2.1 Programa Nacional do Livro Didático	45
2.2.2 Livro Didático e a Teoria do Campos Conceituais.....	48
3 METODOLOGIA	57
4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS.....	65
4.1 ABRANGÊNCIA DO CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO NAS COLEÇÕES ANALISADAS	72
4.1.1 Classificação dos Problemas Verbais	79
4.1.1.1 Livros do 1º ano nas Coleções A e B (CA1A e CB1A)	81
4.1.1.2 Livros do 2º ano nas Coleções A e B (CA2A e CB2A)	82
4.1.1.3 Livros do 3º ano nas Coleções A e B (CA3A e CB3A)	88
4.2 ENTRAVES PARA A APRENDIZAGEM IDENTIFICADOS NAS COLEÇÕES ANALISADAS.....	101
4.2.1 Trabalho de maneira isolada entre a multiplicação e a divisão	102
4.2.2 Multiplicação como adição de parcelas iguais.....	109
4.2.3 Maneiras de explorar as representações	113
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	119
REFERÊNCIAS.....	123

1 INTRODUÇÃO

O estudo do tema em questão se originou da minha prática profissional como professora alfabetizadora da Rede Municipal de Ensino de Curitiba/PR a partir da participação na escolha dos livros didáticos que seriam utilizados pela escola no triênio de 2019 a 2021, fato que gerou em mim uma profunda inquietação referente aos critérios utilizados na escolha dos mesmos pelos meus pares. Porém, é preciso antes, descrever um pouco mais sobre minhas experiências profissionais, as quais me levaram ao interesse por esse tema.

Iniciei minha jornada como professora durante minha formação inicial no curso de Pedagogia. Após trabalhar brevemente com a Educação Infantil, passei a atuar como professora dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental me identificando assim com o trabalho com crianças no período da alfabetização. Nos diversos cursos que participei como professora alfabetizadora da Rede Municipal de Ensino de Curitiba (na qual atuo há oito anos) passei a conhecer novas teorias e práticas para aprimorar meu exercício docente, haja visto que unicamente a graduação não se mostrava suficiente para os desafios da prática considerando uma realidade dinâmica e necessidades que vão mudando com o passar dos anos, exigindo que os professores estejam atentos às demandas atuais.

Um dos cursos dos quais participei foi o Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa (PNAIC). Considero este o responsável por me cativar para o estudo da alfabetização e letramento matemático. O PNAIC mostrou-me estratégias para ensinar e aprender matemática, entendendo a utilização de ferramentas e até a construção das mesmas, tornando esse processo mais significativo e prazeroso tanto para as crianças quanto para mim, enquanto profissional. Porém, mesmo com o PNAIC, minha preocupação com as dificuldades dos discentes em relação à matemática ainda carecia de mais estudos e pesquisas.

Com o intuito de me aperfeiçoar mais, iniciei uma disciplina isolada no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática (PPGECM), da Universidade Federal do Paraná, na qual fui apresentada à Teoria dos Campos Conceituais (TCC). Percebi que os estudos realizados traziam luz às minhas angústias enquanto docente, apresentando ferramentas sólidas para compreender os processos de aprendizagem da matemática e sobre formas de proporcionar possibilidades de construção de saberes matemáticos pelas crianças.

Entretanto, mesmo munida de ideias novas para o trabalho no cotidiano escolar, sempre que realizava o planejamento das aulas junto aos meus pares, o uso do livro didático se mostrava indispensável aos mesmos por se tratar de uma ferramenta que se encontrava pronta e disponível para todos os estudantes, o que trazia facilidade na organização da atividade docente, além de facilitar na execução das tarefas.

Durante o período em que eu participava da disciplina Teoria dos Campos Conceituais, eu também atuava como professora regente de um 1º ano do Ensino Fundamental em um grupo de trabalho que era formado por outras cinco professoras regentes da mesma série, totalizando seis turmas de primeiro ano nessa escola. Por se tratar do último ano vigente do triênio dos livros didáticos fiquei com uma coleção diferente das minhas colegas (coleção essa que apresentava uma relação teórica muito próxima à TCC), e pude perceber uma diferença muito grande no encaminhamento das atividades entre as duas coleções. Enquanto esta coleção proporcionava diferentes tipos de situações e exploração de diferentes espaços e recursos didáticos, a outra se limitava a repetir uma mesma abordagem várias vezes, no sentido de promover a memorização de conceitos. Essa diferença ficou ainda mais evidente para mim com o conhecimento da Teoria dos Campos Conceituais.

Dessa forma, pude constatar ainda mais a importância de um “bom” livro didático que auxilie a ação do professor no papel de proporcionar aos estudantes uma gama variada de situações, para que possam realmente compreender os conceitos matemáticos trabalhados.

Participei duas vezes do processo de escolha dos livros didáticos, ambas as vezes como professora alfabetizadora. Esse é um momento não só de escolha individual, mas também uma construção coletiva, visto que existem algumas regras para essa escolha que são estabelecidas pelo próprio programa do PNLD, como por exemplo a escola toda ter que escolher uma mesma coleção para o livro de uma determinada disciplina. Por estar envolvida com a Educação Matemática após ter cursado a disciplina da Teoria dos Campos Conceituais, pela primeira vez fiz minha escolha com embasamentos teóricos ao analisar as situações de aprendizagem proporcionadas aos estudantes nas coleções, escolhi essa que não foi aceita por todo o coletivo de professores no qual eu estava inserida, pois o mesmo parecia não

atender aos anseios dos professores no que se refere ao tipo de atividades que continham no livro.

A discussão que presenciei entre os professores regentes de 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental da Escola em que eu atuava na busca do consenso sobre uma única coleção a ser escolhida me angustiou muito, pois a sensação que tive durante esse processo é que o critério não estava pautado no conteúdo e na proposta pedagógica do livro, mas nas preferências individuais dos professores com relação principalmente a quantidade de atividades que continham no mesmo (que observavam se o livro apresentava “muito texto e pouca atividade”).

Sendo assim, julguei necessário voltar ao ambiente acadêmico com a finalidade de buscar maior fundamentação teórica e argumentação para justificar meus posicionamentos junto ao coletivo de professores, além de conhecer mais a respeito dessa ferramenta que se mostra tão presente na minha experiência profissional.

Considero que o aprofundamento teórico em relação à Teoria dos Campos Conceituais me possibilitará entender e analisar o processo de construção dos conceitos matemáticos pelos estudantes além de me permitir identificar e caracterizar os diferentes tipos de problemas a partir dos conceitos envolvidos nos mesmos.

1.1 JUSTIFICATIVA

O livro didático é uma ferramenta de apoio importantíssima para a prática docente. Rodrigues (2015, p. 84) questionou professores que atuavam com crianças no período de alfabetização a respeito dos materiais utilizados para planejamento de suas aulas constatando que: “Há uma quase totalidade das professoras que utilizam o livro didático para a elaboração das suas aulas”. Essa também é a realidade que presenciei nos meus anos de experiência no cotidiano escolar, verificando que os planejamentos quando não são construídos em “cima” dos livros didáticos eles os incluem no sentido de possibilitar um número maior de atividades (quantidade de tarefas) aos estudantes.

Oliveira (2014, p. 159) também acena que após realizar entrevistas com professores ficou constatado que “[...] para esses professores, o currículo é prescrito pelo livro didático e não pelos documentos oficiais (PCN e Proposta Curricular do

Estado) ”, neste sentido, influenciando suas práticas e estratégias de ensino utilizadas. Diante disto, há uma grande importância em pensar a respeito de como são apresentados os conceitos matemáticos nos livros, já que o trabalho com a Matemática nos primeiros anos da escolarização se mostra determinante para a apropriação de conceitos futuros como observa Santos (2015, p.32) “A Matemática ensinada nos anos iniciais é fundamental, pois contém os rudimentos (a gênese) de muitos conceitos importantes, que constituirão os alicerces da futura aprendizagem da matemática mais avançada em anos posteriores.”.

Os livros escolhidos pelas escolas participantes do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) passam por constantes avaliações por parte do próprio Programa, mesmo diante disso para Nacarato, Mengali e Passos (2017, p.20) “[...] esse processo não garante nem a qualidade do ensino de matemática proposto pelos livros nem a compreensão que a professora tem das propostas apresentadas. ”. Pois, as coleções podem indicar o que consideram pertinente propor para ser trabalhado em cada ano, bem como as abordagens e recursos didáticos propostos.

A falta de critérios aparente para a escolha do livro didático observada na minha experiência profissional causa preocupação, pois tal escolha, feita com critérios não claramente definidos, não garante que os livros escolhidos atendam às necessidades de aprendizagem dos estudantes, uma vez que visivelmente essa escolha tem se guiado a partir das preferências pessoais dos professores, sendo influenciado por suas crenças, do que os mesmos consideram um “bom” livro, o que também é evidenciado por Nacarato, Mengali e Passos (2017).

Rodrigues (2015, p.84) observa que “[...] o professor tem mostrado o mesmo conhecimento acerca dos conteúdos matemáticos, da forma que vem se apresentando no livro didático, seguindo, inclusive, as mesmas estratégias propostas. ” Observa-se assim, uma forte influência dos livros didáticos nas práticas dos professores.

Ainda referente à minha experiência como professora nos anos iniciais do Ensino Fundamental no trabalho com a matemática percebi que há uma ênfase, nessa fase da escolarização, no Campo Conceitual Aditivo entre os conteúdos propostos, seguindo uma sequência na qual inicialmente se apresenta as operações de adição e subtração e posteriormente as operações de multiplicação e divisão, sendo esta abordagem já institucionalizada pelo ambiente escolar, fato que pode ser

evidenciado nas próprias configurações dos livros didáticos aos quais tive acesso até hoje como professora.

Nos livros didáticos o Campo Conceitual Multiplicativo, assim como nos currículos, geralmente é deixado para o fim do ano e, muitas vezes, com a rotina intensa da escola podem não serem explorados em toda sua potencialidade ou até mesmo não serem abordados, como já pude presenciar por vivência própria. Como exemplo, os Planos Curriculares Municipais de Curitiba¹, documento que embasa o planejamento dos professores da rede municipal, recomendam o trabalho com as quatro operações fundamentais no primeiro ano iniciando com a adição e subtração nos primeiros dois trimestres e propondo a multiplicação e divisão a partir do terceiro trimestre o que confirma a hipótese citada anteriormente.

O livro didático tem sido considerado o principal apoio ao planejamento dos professores e a literatura evidencia que possuem lacunas e equívocos com relação ao desenvolvimento de conceitos pertencentes ao Campo Conceitual Multiplicativo (OLIVEIRA FILHO, 2009; OLIVEIRA, 2014; SILVA, 2016; SOARES, 2016; SOUZA, 2017; ALARCÃO, 2017). Isto nos serve como indicador da pertinência da realização de mais estudos sobre o tema

1.2 PROBLEMA DE PESQUISA

Dessa maneira, a partir dos fatos explorados anteriormente buscamos com essa pesquisa responder a seguinte questão de pesquisa: - Como as situações que envolvem o Campo Conceitual Multiplicativo são contempladas nas duas coleções de livros didáticos mais escolhidas pelos professores das escolas da Rede Municipal de Curitiba para o 1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental para o triênio de 2019 a 2021?

1.3 OBJETIVOS

Para responder ao problema de pesquisa proposto nesta pesquisa, definimos os seguintes objetivos:

¹ Disponível em: <https://educacao.curitiba.pr.gov.br/conteudo/plano-curricular/7531> . Acesso em: 10 de janeiro de 2020.

1.3.1 Objetivo geral

Analisar o modo como o Campo Conceitual Multiplicativo é apresentado nas duas coleções de livros didáticos mais escolhidas pelas escolas da Rede Municipal de Curitiba para o 1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental para o triênio de 2019 a 2021.

1.3.2 Objetivos específicos

- Identificar situações que envolvem o Campo Conceitual Multiplicativo propostas nas duas coleções de livros didáticos mais escolhidas pelas escolas da Rede Municipal de Curitiba para o 1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental para o triênio de 2019 a 2021.
- Verificar a abrangência do Campo Conceitual Multiplicativo nas duas coleções de livros didáticos mais escolhidas pelas escolas da Rede Municipal de Curitiba para o 1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental para o triênio de 2019 a 2021.
- Verificar as formas de apresentação das situações que envolvem o Campo Conceitual Multiplicativo propostas nas duas coleções de livros didáticos mais escolhidas pelas escolas da Rede Municipal de Curitiba para o 1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental para o triênio de 2019 a 2021.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Como já expomos anteriormente, nesta pesquisa nos fundamentamos na Teoria dos Campos Conceituais desenvolvida pelo professor/pesquisador Gérard Vergnaud (1996, 2011, 2014, 2019). Também nos fundamentamos em autores brasileiros que aprofundaram estudos em relação ao Campo Conceitual Multiplicativo, como Gitirana et al. (2014), Santos (2015), Santana (2015), Magina, Santos e Merlini (2010/2014), entre outros.

Com a intenção de estabelecer uma análise crítica a respeito do uso do livro didático em sala de aula nos embasamos em Lajolo (1996), Nacarato, Mengali e Passos (2017) e Siqueira (2017), além da realização de uma breve análise a respeito do funcionamento do Programa Nacional do Livro Didático, responsável pela apresentação e distribuição das coleções para as escolas.

Como item final da fundamentação teórica buscamos outras pesquisas que estabeleceram reflexões e análises entre a matemática e o livro didático e que tenham também como referencial teórico a Teoria dos Campos Conceituais, com a finalidade de entendermos melhor essa relação e o que já foi constatado pela academia anteriormente.

2.1 TEORIA DOS CAMPOS CONCEITUAIS

A Teoria dos Campos Conceituais (TCC) é uma teoria de cunho cognitivista, elaborada pelo professor/pesquisador francês Gérard Vergnaud. A TCC tem como objetivo entender a construção dos conhecimentos matemáticos pelos indivíduos, em entrevista Vergnaud (2011b) diz: “A Teoria do Campo Conceitual é simples. É uma teoria do desenvolvimento sobre a duração, o longo prazo, dos conhecimentos e das competências matemáticas, mas não só matemáticas.”. Conforme diz o autor, mesmo que a TCC tenha se originado com a intenção de compreender os processos envolvendo a aprendizagem de conceitos matemáticos, ela não se restringe somente a essa “disciplina” (VERGNAUD. 1996).

Para Vergnaud (1996, p.155), a principal finalidade de sua teoria é “[...] fornecer um quadro que permita compreender as filiações e as rupturas entre conhecimentos, nas crianças e nos adolescentes, entendendo por ‘conhecimento’, tanto o saber fazer como os saberes expressos.”.

No contexto da TCC a aprendizagem de um conceito não acontece de forma isolada, para a solução de uma situação é preciso que o estudante faça uso de vários conceitos, da mesma forma que para a construção de um conceito é preciso também de uma gama variada de situações.

Um conceito não assume a sua significação numa única classe de situações, e uma situação não se analisa com o auxílio de um único conceito. É necessário, pois, estabelecer como objetos de investigação conjuntos relativamente amplos de situações e de conceitos, classificando os tipos de relações, as classes de problemas, os esquemas de tratamento, as representações linguísticas e simbólicas, e os conceitos matemáticos que organizam este conjunto. (VERGNAUD, 1996, p. 190)

Por esse motivo se justifica a ideia de campo conceitual na TCC, onde a conceitualização é formada por três dimensões distintas que são: as situações, as quais são o sentido do conceito (referente), os invariantes operatórios, que são relacionados a operacionalidade do conceito (significado) e as representações simbólicas, formas que pertencem ou não a linguagem, que permitem que se represente o conceito e suas propriedades, as situações e os procedimentos para o tratamento (significantes) (VERGNAUD, 1996).

Para o autor, “Não existe, em geral, bijecção entre significantes e significados, nem entre invariantes e situações. Não se pode, pois, reduzir o significado, nem aos significantes, nem às situações. ” (VERGNAUD, 1996, p.166). Sendo assim, para a construção de um conceito é preciso então, levar em consideração essas três dimensões de forma interrelacionadas.

A primeira dimensão supracitada é o conjunto das situações. Nessa teoria as situações têm como definição uma combinação de tarefas que estão envolvidas em um mesmo campo conceitual. A constituição de um conceito se dá através da interação com diferentes situações que fazem com que o mesmo tenha significado para o aprendiz, como refere Vergnaud (1996, p.156) “É através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança.”, problemas esses que podem tanto ser teóricos como práticos. Complementando a ideia Gitirana et al. (2014, p. 12) diz que: “[...] todos os conceitos têm um domínio de validade restrito, que varia de acordo com a experiência e com o desenvolvimento cognitivo do aluno.”, o processo de desenvolvimento de cada conceito é individual de cada estudante.

Os tipos de situações são classificados em duas classes (VERGNAUD, 1996). A primeira classe de situações é formada por aquelas que o sujeito já possui em seu repertório as competências necessárias para resolver determinada situação. A segunda classe é formada pelas situações para as quais o sujeito ainda não desenvolveu as competências necessárias, e por meio, da reflexão, exploração, tentativas e erros busca resolvê-las, podendo obter êxito ou não.

Com a finalidade de superar as situações o sujeito formula seus esquemas, que variam de acordo com o tipo da situação, e é através do uso desses esquemas que as situações adquirem sentido.

Chamemos *esquema* à organização invariante da conduta para uma dada classe de situações. É nos esquemas que se tem que procurar os conhecimentos-em-ato do sujeito, ou seja, os elementos cognitivos que permitem a ação do sujeito ser operatória. (VERGNAUD, 1996, p.157)

Os esquemas são a organização do comportamento em determinadas situações, “cada esquema é relativo a uma classe de situações, cujas características estão bem definidas” (VERGNAUD, 1996, p. 161).

Na primeira classe de situações os esquemas podem se tornar automatizados, já na segunda classe de situações os esquemas estão em construção. Segundo Vergnaud (1996) os esquemas nem sempre são efetivos, embora sejam frequentemente eficazes. Para o autor, quando uma criança utiliza um esquema ineficaz para determinada situação, a experiência faz com que queira mudar ou alterar o esquema. Porém, dificilmente esses esquemas são explicitados pelo sujeito. Tomar conhecimento sobre os esquemas utilizados facilita quando o mesmo não se mostra suficiente para a resolução de uma situação, fazendo com que o aprendiz altere a organização do seu comportamento diante da mesma.

O esquema vai se diferenciando/ampliando, reelaborando, adequando melhor às situações. É uma construção individual de cada sujeito e esses esquemas se encontram na relação de assimilação e acomodação². Para Vergnaud (1996, p.158) “O funcionamento cognitivo do aluno comporta operações que se automatizam progressivamente [...] e decisões conscientes que permitem ter em conta valores particulares das variáveis de situação.”.

² Embora o termo “esquema” também seja utilizado por Piaget, para essa pesquisa trataremos esse termo conforme o que é apresentado por Gerard Vergnaud (1996).

A segunda dimensão identificada anteriormente são os invariantes operatórios. Para Vergnaud (1996, p.180) são os: “invariantes operatórios (conceitos-em-ato e teoremas-em-ato) que pilotam o reconhecimento pelo sujeito dos elementos pertinentes da situação, e a recolha de informação sobre a situação a tratar.”. Os invariantes operatórios podem ser caracterizados com os conhecimentos contidos nos esquemas, que é composto pelos conceitos-em-ação representando a compreensão já existente sobre o conceito até o momento e os teoremas-em-ação, a maneira como o indivíduo lida com determinada situação. Ambos são assimilações dos próprios conhecimentos prévios de um indivíduo. (VERGNAUD, 1996).

Os conceitos-em-ação não são susceptíveis de serem verdadeiros ou falsos, apenas de serem pertinentes ou não. Os teoremas-em-ação são proposições e interferem no “cálculo” da atividade: são, portanto, susceptíveis de serem verdadeiros ou falsos. Um teorema-em-ação falso continua sendo um teorema-em-ação. (VERGNAUD, 2019, p.7)

Sendo assim, um não acontece sem o outro, estando a todo momento interagindo para a construção do conceito. Segundo o autor, “Da mesma maneira, os conceitos-em-ato e os teoremas-em-ato constroem-se em estreita interação.” (VERGNAUD, 1996, p.164).

Identificar os teoremas em ação possibilita ao professor criar situações para que possa ocorrer uma expansão desses teoremas, podendo os mesmos, até mesmo vir a se tornarem autênticos teoremas matemáticos. “Os teoremas-em-ação são definidos como relações matemáticas que são levadas em consideração pelos alunos, quando estes escolhem uma operação, ou uma sequência de operações, para resolver determinado problema.” (GITIRANA et al. 2014, p. 22). Cada campo conceitual tem seus invariantes operatórios próprios.

As representações simbólicas, a terceira dimensão que constitui a construção de um conceito, são as formas explícitas dos invariantes operatórios, também organizam os processos de pensamento que perpassam a aprendizagem ocupando um papel fundamental na conceitualização.

Por outro lado, as representações simbólicas não têm apenas uma função de ajuda à resolução de problemas complexos; são também meios para identificar mais claramente objetos matemáticos decisivos para a conceptualização.” (VERGNAUD, 1996, p. 184).

As representações simbólicas podem auxiliar o estudante na organização de seus esquemas com a finalidade de superar determinada situação com o qual ele não apresenta competências já automatizadas para resolver.

Para compreender a realidade e agir sobre ela, a criança constrói representações mentais dessa realidade. Entre essas representações, algumas não são acessíveis ao observador externo e o educador está, às vezes, despreparado para interpretar o que a criança acreditou compreender ou fazer. Mas certas representações são objetiváveis, no sentido de que podemos delas perceber indicadores importantes nas produções do sujeito (palavras pronunciadas, desenhos, gestos analógicos, operações feitas pelo sujeito, etc.). (VERGNAUD, 2014, p. 86).

Sendo as representações simbólicas as representações externadas pelos estudantes, nas coisas podemos perceber indícios de sua aprendizagem. Porém, mesmo que os estudantes não apresentem o tipo de representação formal esperada pelo professor, as representações que são produzidas são carregadas de significados para o estudante e refletem seu processo de aprendizagem. Sendo preciso assim, considerar o sentido das situações e os símbolos utilizados.

O sentido de cada representação simbólica é diferente para cada estudante, ou seja, o que faz sentido para um estudante pode não fazer para o outro. Como visto anteriormente, o sentido é uma relação dos estudantes com as situações e as suas representações.” (SANTANA, 2012, p.33).

As representações estabelecem uma relação entre o significado e o significante na construção de um conceito.

Outra característica essencial para compreender a TCC é o fator “tempo” ao que se refere a construção de um conceito e de competências pela criança, segundo a teoria o desenvolvimento de determinadas habilidades e internalização desses conceitos levam o “longo tempo”. Não limitando a aprendizagem de um conceito a um determinado ano.

“Longo prazo” refere-se inevitavelmente a uma perspectiva de desenvolvimento: não é em alguns dias ou em algumas semanas que uma criança adquire uma competência nova ou compreende um conceito novo, mas, sim, ao longo de vários anos de escola e de experiência. É a esse processo que a teoria dos campos conceituais se refere. (VERGNAUD, 2011, p. 16).

Desse modo, em seu desenvolvimento a criança passa por situações de rupturas e filiações pelas quais ela vai adquirindo novas competências a partir de

suas experiências. As filiações acontecem quando novos conhecimentos se apoiam em conhecimentos já estruturados para o desenvolvimento de novas competências. As rupturas estão presentes pois em alguns momentos é preciso desconstruir o que já tinha como certeza por novas competências que fazem mais sentido em determinada situação. (VERGNAUD, 2001).

Como temos como objetivo nesse trabalho de pesquisa aprofundar conhecimentos sobre os Campos Conceituais das Estruturas Multiplicativas iremos agora explorar um pouco mais sobre esse tema, identificar suas características e situações problema.

2.1.1 Campo Conceitual Multiplicativo

O Campo Conceitual Multiplicativo na TCC pode ser definido com um conjunto de situações que podem ser solucionadas através de uma multiplicação, uma divisão ou uma combinação entre as duas.

[...] o campo conceitual das estruturas multiplicativas é, simultaneamente, o conjunto das situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações e divisões e o conjunto dos conceitos e teoremas que permitem analisar estas situações: proporção simples e proporção múltipla, função linear e n-linear, relação escalar direta e inversa, quociente e produção de dimensões, combinação linear e aplicação linear, fração, relação, número racional, múltiplo e divisor, etc. (VERGNAUD, 1996, p.168).

Dessa forma, o Campo Conceitual Multiplicativo assim conforme uma característica da TCC é desenvolvida ao longo de vários anos, sendo trabalhado de forma gradual entre os anos escolares.

Como já referimos, o currículo tradicional presente nas escolas geralmente estabelece uma hierarquia de ensino das operações básicas, começando pela adição, depois a subtração, e somente posterior a isso, a multiplicação e a divisão. Deste modo, o início do trabalho com o Campo Conceitual Multiplicativo acontece geralmente com o ensino da multiplicação a partir da noção de somar parcelas iguais, gradativamente aumentando seu grau de complexidade de modo que a adição de parcelas repetidas se torne um exercício muito complexo, tornando mais fácil a resolução por meio da multiplicação (SANTOS, 2015; MAGINA, MERLINI, e SANTOS, 2010; GITIRANA et al. 2014),

Essa abordagem traz alguns problemas e é importante que sejam levantados. Conforme Santos (2015), o primeiro deles seria de uma questão didática, ensinar multiplicação pela adição de parcelas iguais traz consigo a noção de aumento, o que, dependendo da situação na multiplicação pode não acontecer. Outro ponto a ser discutido seria referente ao conceito. Cada campo conceitual tem seus próprios invariantes operatórios. No caso do Campo Conceitual Aditivo as situações envolvem uma relação parte/todo, já no caso do Campo Conceitual Multiplicativo, segundo Santos (2015, p.103) “[...] toda situação multiplicativa envolve duas ou mais quantidades e uma relação constante entre elas.”. Dessa maneira, sendo diferente as abordagens entre os dois campos conceituais.

Para Gitirana et al. (2014, p.31): “O ensino da multiplicação, como continuidade da adição, em geral traz dificuldades na aprendizagem da multiplicação quando ocorrem as rupturas necessárias entre as duas operações.” Conforme a autora, para a aquisição de um conceito é imprescindível que se explorem diferentes tipos de situações, dessa maneira limitar o Campo Conceitual Multiplicativo a parcelas repetidas limita a gama de situações que envolvem esse mesmo campo conceitual, consequentemente limitando as possibilidades de aprendizagem dos estudantes.

Ainda segundo Nunes e Bryant (1997, p.142/143) ao se trabalhar situações referentes ao Campo Conceitual Multiplicativo “A criança deve aprender e entender um conjunto inteiramente novo de sentidos de número e um novo conjunto de invariáveis, todas as quais estão relacionados à multiplicação e à divisão, mas não à adição e à subtração.”. Para os autores raciocínio exigidos das crianças são diferentes entre os dois campos conceituais, enquanto no Campo Conceitual Aditivo objetos ou um conjunto de objetos segue o raciocínio de unir ou separar, no Campo Conceitual Multiplicativo pode-se perceber situações de correspondência, relação entre variáveis e distribuição/divisão. (NUNES e BRYANT, 1997, p.143).

Para Vergnaud (2014) os problemas do Campo Conceitual Multiplicativo se dividem em dois grandes grupos: os das relações quaternárias e os das relações ternárias. Segundo o autor o estudo das situações que envolvem o Campo Multiplicativo deve ser iniciado na Educação Básica através de problemas de relação quaternária, como por exemplo o seguinte problema: “Tenho 3 pacotes de iogurte. Há 4 iogurtes em cada pacote. Quantos iogurtes eu tenho?” (VERGNAUD, 2014,

p.239). Para encontrar possíveis soluções para o problema podemos pensar na seguinte representação (QUADRO 1):

QUADRO 1 - EXEMPLO DE REPRESENTAÇÃO PARA PROBLEMAS DE RELAÇÃO QUATERNÁRIA

Pacotes	Iogurtes
1	4
↓ (x3)	↓ (x3)
3	X

FONTE: A autora (2021).

Verifica-se nessa situação uma relação entre duas quantidades de medida de um tipo e duas quantidades de medida de um tipo diferente (nesse caso, pacotes e iogurtes).

Esse modelo de representação é denominado por Vergnaud como cálculo relacional, o qual tem a intenção de contribuir para o entendimento das relações de quantidades presentes na situação, possibilitando a constatação de uma relação que anteriormente não seria notada possivelmente por se tratar de relações que estão acima do desenvolvimento naquele dado momento. Conforme Vergnaud (2014, p.37): “Como efeito a criança, como qualquer sujeito, regula sua conduta sobre as relações que ela aprende e sobre o cálculo relacional que faz. A noção de cálculo relacional contribui para esclarecer e explicitar a noção, muito vaga, de raciocínio.”.

Ainda segundo o autor o cálculo relacional pode se aplicar a todos os tipos de relação, as quaternárias, as ternárias e as binárias. Esse modelo de representação está intimamente relacionado a noções de regra de conduta.

Sendo assim, voltamos a um outro tipo de situação. As relações ternárias, são situações em que uma quantidade é o produto das duas outras, “[...] uma relação entre dois elementos, de mesma natureza ou grandeza, que se compõe para formar um terceiro elemento.” (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2010, p. 7). Um exemplo desse modelo de relação de quantidades é: “3 rapazes e 4 moças querem dançar. Cada rapaz quer dançar com cada moça e cada moça, com cada rapaz. Quantos seriam os casais possíveis?” (VERGNAUD, 2014, p. 253). Dessa maneira, as quantidades de casais são produtos (resultantes) da combinação das outras duas

quantidades. Exemplo que poderíamos representar da seguinte maneira (EQUAÇÃO 1):

EQUAÇÃO 1 - EXEMPLO QUE REPRESENTAÇÃO DE UMA SITUAÇÃO TERNÁRIA

$$X \text{ casais} = 3 \text{ rapazes} \times 4 \text{ moças}$$

FONTE: A autora (2021).

Ou ainda através de um quadro cartesiano, como no exemplo apresentado no QUADRO 2:

QUADRO 2 - EXEMPLO DE QUADRO CARTESIANO PARA SITUAÇÕES TERNÁRIAS

Rapazes / moças	M1	M2	M3	M4
R1	(R1 M1)	(R1 M2)	(R1 M3)	(R1 M4)
R2	(R2 M1)	(R2 M2)	(R2 M3)	(R2 M4)
R3	(R3 M1)	(R3 M2)	(R3 M3)	(R3 M4)

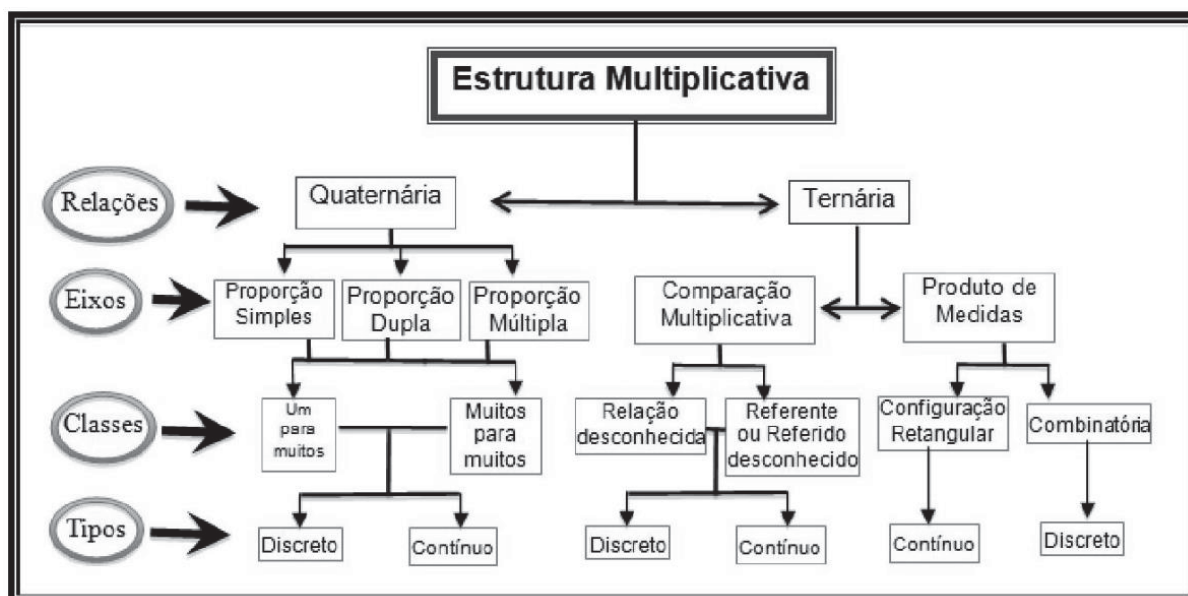
FONTE: A autora (2021).

Devido a essa classificação apresentada entre situações com relações quaternárias e situações de relações ternárias se mostrar muito ampla, alguns autores construíram, com base nos escritos do professor Vergnaud, classes para identificar e caracterizar as situações apresentadas para a construção dos conceitos matemáticos. Essas classes também auxiliam o professor a identificar os teorema-em-ação utilizados pelos estudantes em determinadas situações.

É importante que o professor saiba diagnosticar as relações matemáticas que correspondem a cada uma das estratégias utilizadas pelo aluno. Esse conhecimento o auxiliará na elaboração de situações-problema que ajudem nossos alunos a expandir seus conhecimentos, propiciando a eles avançar no seu processo de aprendizagem (GITIRANA et al., 2014, p.20).

Com a finalidade de identificarmos os problemas nos livros didáticos, adotamos aqui a classificação elaborada por Magina, Santos e Merlini (2010, 2014), a qual tem como base os escritos do próprio Vergnaud. Essa classificação foi elaborada pelos autores em 2010 e depois revisada em 2014, também é utilizada por Santos (2015) e Lautert, Castro Filho e Santana (2017). O esquema construído pelos autores é apresentado na FIGURA 1.

FIGURA 1 - ESQUEMA DE CLASSIFICAÇÃO DAS ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS



FONTE: Magina, Santos e Merlini (p.520, 2014).

No esquema (FIGURA 1) podemos visualizar que as Estruturas Multiplicativas são divididas primeiramente em dois grandes grupos, o grupo das relações quaternárias e o grupo das relações ternárias, os quais explanamos brevemente anteriormente. No primeiro grupo (das relações quaternárias) encontram-se os eixos de *Proporção Simples*, *Proporção Dupla* e *Proporção Múltipla*. No segundo grupo (das relações ternárias) estão os eixos de *Comparação Multiplicativa* e *Produto de Medida*. Abaixo explicamos de forma individual como se configura cada relação e cada um dos eixos que a compõem.

2.1.1.1 Relações quaternárias

a) *Proporção Simples*: Por se tratar de uma relação quaternária, nos problemas de proporção simples existe uma relação de duas grandezas de um tipo e duas outras grandezas de tipo diferente exercendo uma proporção entre elas. Conforme Santana e Lima (2017, p. 24), “é uma relação proporcional entre duas grandezas envolvendo quatro medidas.”. Esse eixo pode ainda ser dividido entre duas classes “um para muitos” e “muitos para muitos”.

Para Nunes e Bryant (199, p. 143) “Esta correspondência um-para-muitos constante é a invariável na situação, um tipo de invariável que não está presente no

raciocínio aditivo. A correspondência um-para-muitos é a base para um novo conceito matemático, o conceito de *proporção*.". É geralmente através desse tipo de situação que o Campo Conceitual Multiplicativo é apresentado aos aprendizes, ou explorados em um primeiro momento de trabalho com os conceitos relativos a esse campo.

Os problemas da classe "um para muitos" são compostos por uma unidade de uma grandeza e outras unidades de uma grandeza distinta, como se observa no exemplo 1:

Exemplo 1: Julia comprou 3 pacotes de bala. Cada pacote vem com 5 balas. Quantas balas Julia comprou?

Nesse problema temos duas grandezas (balas e pacotes) em uma relação de proporção entre elas. Nesse caso, toma-se como referência 1 pacote para cada 5 balas, encontrando a relação (x5) e aplica-se a mesma relação à grandeza de 3 pacotes (3×5) encontrando o resultado de 15 balas. Esse mesmo exemplo pode ser apresentado buscando outras unidades, diferenciando assim o nível de complexidade do mesmo, como podemos observar a seguir (diferentes possibilidades para o exemplo 1):

Julia comprou 3 pacotes de balas. Cada pacote tem a mesma quantia que somadas tem 15 balas. Quantas balas há em cada pacote?

Julia comprou 15 balas divididas em pacotes. Após abrir os pacotes, ela percebeu que em cada pacote havia 5 balas. Quantos pacotes de balas Julia comprou?

Dessa forma, permanece a relação entre as grandezas, porém muda-se o termo desconhecido que deve ser encontrado pelo estudante. Para Santana e Lima (2017, p.27), "Ao alterar o termo desconhecido nas situações, é possível observar que o nível de complexidade da situação varia, pelas relações a serem compreendidas em cada situação e pela operação a ser utilizada."

Ainda nesse eixo encontra-se a classe de "muitos para muitos". Nessa classe não se tem como referência a unidade de uma grandeza. A relação que se estabelece entre as grandezas tem medidas diferentes de um. Vejamos essa situação no exemplo abaixo:

Exemplo 2: Para Felipe fazer um bolo ele precisa de 3 xícaras de farinha para cada 4 ovos. Ele usou 12 ovos. Quantas xícaras de farinha Felipe precisou?

As grandezas desse problema são as quantidades de ovos e xícaras de farinha, porém não existe o “um” como unidade de referência. Conforme Santana e Lima (2017, p.27): “Nessa classe, a medida de uma unidade não está expressa para nenhuma das grandezas da situação dada, ou seja, as medidas envolvidas na situação são diferentes de um.”. Podemos entender essa situação usando o seguinte cálculo relacional apresentado no QUADRO 3:

QUADRO 3 - POSSIBILIDADE DE REPRESENTAÇÃO DO EXEMPLO 2

Xícaras de Farinha	Ovos
3	4
↓ (x3)	↓ (x3)
X	12

FONTE: A autora (2021).

Para encontrar o operador escalar é preciso primeiramente dividir o 12 por 4 (para descobrir em quantas vezes o 4 foi ampliado), resultando na multiplicação por 3 aplicando assim o operador sobre a outra grandeza proporcionalmente (3 xícaras de farinha vezes 3) concluindo assim que Felipe precisará de 9 xícaras de farinha para fazer o bolo.

b) Proporção Dupla: Esse eixo de problemas mostra um maior nível de complexidade com relação ao anterior. Para se configurar um problema de proporção dupla é possível identificar no mínimo três grandezas de natureza distinta onde uma delas é proporcional às outras duas. Esse eixo também possui duas classes: um para muitos e muitos para muitos. Entenda como no exemplo abaixo:

Exemplo 3: Uma fábrica possui 2 linhas de produção que produzem igualmente. 1 linha de produção produz 5 carros por dia. Quantos carros as duas linhas de produção produzirão em 7 dias?

Esse problema da classe um para muitos e é composto por três grandezas diferentes (linhas de produção, carros e dias), nesse caso a grandeza “dias” é proporcional a “carros” e “carros” é proporcional a “linhas de produção”. Porém a grandeza “dias” não é proporcional a “linhas de produção”, por esse motivo entende-se essa classificação como uma dupla proporção. Conforme Santana e Lima (2017,

p. 31): “[...] dizemos que, na Proporção Dupla, as grandezas não são todas proporcionais entre si, assumem duplas de proporcionalidades”. Para pensarmos a respeito desse problema analisaremos o seguinte cálculo relacional (QUADRO 4):

QUADRO 4 - POSSIBILIDADE DE REPRESENTAÇÃO DO EXEMPLO 3

Linha de Produção	Carros		Dias	Carros
1	5		1	10
↓ (x5)	↓ (x5)		↓ (x7)	↓ (x7)
2	X (10)		7	X

FONTE: A autora (2021).

Desse modo primeiro encontra-se a proporção entre o número de linhas de produção e a quantidade de carros por dia encontrando o resultado (10), em um segundo momento estabelece a proporção desse resultado (a quantidade de carros) com a quantidade de dias. Se duas linhas de produção produzem juntas 10 carros por dia, então em sete dias (a relação de proporção identificada entre os dias e a produção de carros é vezes 7) elas irão produzir setenta carros.

c) Proporção Múltipla: Esse é último eixo das relações quaternárias e é composto por problemas que envolvem mais de duas grandezas exercendo proporções simples entre elas. “A característica elementar é as quantidades possuírem uma relação de dependência” (SANTANA; LIMA, 2017, p.31). Esse eixo de problemas também é dividido em duas classes, sendo: um para muitos e muitos para muitos. Observe o exemplo 4³:

Exemplo 4: Alana comprou caixas com pacotes de bolacha. Em cada caixa há 12 pacotes. Cada pacote tem 15 bolachas. Se Alana comprou 4 caixas, quantas bolachas ela comprou?

Nesse exemplo exploramos a classe um para muitos, a relação é exercida entre caixas, pacotes e bolachas, independente da grandeza, se alterarmos uma medida (aumentarmos ou diminuirmos) isso consequentemente altera as outras.

³ Exemplo inspirado em SANTANA; LIMA (2017, p.31).

Para solucionar esse problema é preciso que se pense nas duas proporções como apresentamos nos esquemas apresentados no QUADRO 5 E 6.

QUADRO 5 - POSSIBILIDADE 1 DE REPRESENTAÇÃO DO EXEMPLO 4

Caixas	Pacotes		Pacotes	Bolachas
1	12		1	15
$\downarrow (x4)$	$\downarrow (x4)$		$\downarrow (x48)$	$\downarrow (x48)$
4	X (48)		48	X (720)

FONTE: a autora (2021).

Outra maneira de representar essa mesma situação seria conforme as relações apresentadas no QUADRO 6:

QUADRO 6 - POSSIBILIDADE 2 DE REPRESENTAÇÃO DO EXEMPLO 4

Pacotes	Bolachas		Caixas	Bolachas
1	12		1	180
$\downarrow (x12)$	$\downarrow (x12)$		$\downarrow (x4)$	$\downarrow (x4)$
12	X (180)		4	X (720)

FONTE: A autora (2021).

Esse exemplo de situação se enquadra na classe “um para muitos” pois temos a medida da unidade como referência. Como podemos notar existe mais de uma forma de solucionarmos o problema proposto evidenciando a relação de dependência entre as grandezas constantes no mesmo, o que caracteriza os problemas classificados como de proporções múltiplas.

2.1.1.2 Relações ternárias

a) Comparação Multiplicativa: esse eixo de problemas envolve relações ternárias. Para Santana e Lima (2017) cada classe desse eixo pode ser nomeada como relação, referente ou referido.

A relação desconhecida é o operador que transforma uma medida e trata-se de um escalar. O referente é a medida referencial para estabelecer a comparação entre os elementos. O referido é a medida que depende do referente. (SANTANA; LIMA, 2017, p.33).

Ainda sobre as situações de comparação multiplicativa, conforme Santos (2015, p.125), “É possível encontrar situações desse tipo já no início da escolarização, momento em que se exploram situações simples envolvendo a relação de dobro e de metade, entre outras”. São problemas simples a princípio e que também podem evoluir para necessidades cognitivas mais complexas. Observe os exemplos abaixo:

Exemplo 5: Clara tem a metade de bolas de gude de Pedro. Pedro tem 6 bolas de gude. Quantas bolas de gude Clara tem?

Exemplo 6: Um álbum de figurinhas custa R\$6,00. Uma boneca custa 5 vezes mais que o álbum de figurinhas. Quanto custa a boneca?

O problema apresentado no Exemplo 5 é o denominado de problema protótipo, segundo os autores citados anteriormente, que são problemas simples de uma classe de situações, nesse caso, das situações multiplicativas. Nele pode-se identificar: a relação de divisão por 2, o referente (a quantidade de bolas de gude que Pedro tem) e o referido (quantidade de bolas que Clara têm). Nesse caso, buscando a medida do referido.

No Exemplo 6 o esquema da relação, referente e referido é o mesmo, porém necessita de um nível de pensamento mais sofisticado, o que pode gerar uma maior dificuldade por parte dos estudantes. Para Santos (2015, p.127) “Essa dificuldade não reside no fato de efetuar a operação de multiplicação ou divisão, mas sim na complexidade de compreender o enunciado e traduzi-lo na operação matemática adequada para a resolução da situação.”. Dessa forma, necessita um trabalho cuidadoso desse eixo tanto por parte dos professores como dos materiais utilizados no cotidiano escolar.

b) Produto de Medidas: esse é o último eixo identificado no esquema da Figura 1, são problemas com uma relação entre três grandezas, onde uma é o produto das duas outras, tanto no plano numérico como no dimensional (VERGNAUD, 2014). Esse eixo pode ser dividido em duas classes: a configuração retangular e a combinatória.

Os problemas de “configuração retangular” indicam que para encontrar a solução para determinado problema pode-se representar através de uma organização retangular. Segundo Vergnaud (2014, p.254) “O esquema mais natural para representar essa forma de relação é aquele da tabela cartesiana porque, de fato, é a noção de produto cartesiano de conjuntos que explica a estrutura do produto de medidas.”. Observamos o seguinte exemplo:

Exemplo 7: O quarto de Jean tem 3m de largura e 5m de comprimento. Quantos m^2 tem o quarto de Jean?

Para solucionar esse problema podemos fazer $3m \times 5m = 15m^2$ ou podemos pensar nos metros como sendo pequenas partes que compõem um retângulo, cada parte medindo 1m por 1m, como pode-se observar a representação no QUADRO 7.

QUADRO 7 - POSSIBILIDADE DE REPRESENTAÇÃO DO EXEMPLO 7

FONTE: A autora (2021).

Dessa forma, pode-se evidenciar a organização da construção do determinado conceito, explorando diferentes representações que podem ser adotadas pelas crianças. Esses problemas também podem alternar a medida a ser encontrada e assim, solicitando que outra operação seja realizada, também alterando o seu nível de complexidade, como podemos observar em outra versão do exemplo 7 a seguir.

Exemplo 7: O quarto de Jean tem $15m^2$. Sabendo que a largura do quarto é de 3m. Qual é o comprimento do quarto de Jean?

Para buscar essa solução o estudante terá que fazer a operação inversa, nesse caso dividindo o $15m^2$ por 3m, obtendo 5m como a comprimento do quarto, o que também pode ser evidenciado realizando a organização retangular apresentada anteriormente.

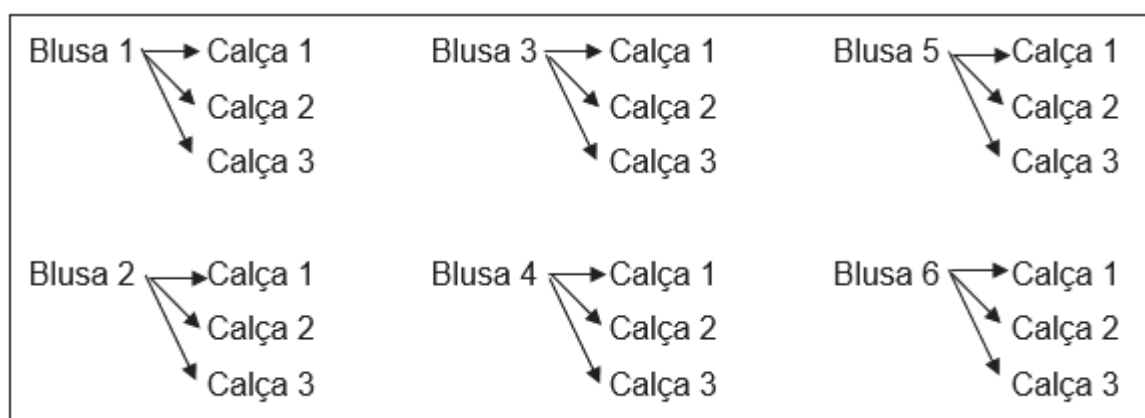
A outra classe pertencente a esse eixo é a de “combinatória”. Ela se assemelha à ideia de tabela cartesiana, para Santos “[...] pois é a noção de produto cartesiano que justifica a estrutura matemática subjacente a essas situações.” (2015,

p.131). Vejamos no exemplo a seguir:

Exemplo 8: Na escola de Maria foi liberado usar roupas diferentes durante toda a semana. Maria tem 3 calças e 6 blusas. Quantas combinações diferentes Maria poderá fazer para ir para a escola?

Para encontrar as combinações possíveis é preciso multiplicar um elemento (o número de calças) por outro elemento (a quantidade de blusas) e assim encontrar um novo elemento (as combinações que podem ser feitas entre as calças e as blusas), estabelecendo assim, uma relação ternária. Para esse tipo de problema pode-se explorar com os estudantes várias maneiras de representação, algumas como, árvore de possibilidade e a tabela de dupla entrada, como podemos observar na FIGURA 2 e no QUADRO 8:

FIGURA 2 - EXEMPLO DE REPRESENTAÇÃO DE UM ÁRVORES DE POSSIBILIDADES



FONTE: A autora (2021).

QUADRO 8 - EXEMPLO DE REPRESENTAÇÃO DE UMA TABELA DE DUPLA ENTRADA

Calça/blusa	Blusa 1	Blusa 2	Blusa 3	Blusa 4	Blusa 5	Blusa 6
Calça 1						
Calça 2						
Calça 3						

FONTE: A autora (2021).

Dessa forma, tratamos do Campo Conceitual Multiplicativo como um todo, porém, ainda se faz necessária uma breve reflexão a respeito da divisão. O trabalho com o conceito de divisão é abordado em diferentes estudos, nos quais se pode identificar duas distintas maneiras de exploração desse conceito com os estudantes

dos primeiros anos do Ensino Fundamental, a divisão por partição e a divisão por quota, que exploraremos melhor no próximo item.

2.1.1.3 Operação de divisão

Ainda através da ótica da TCC, como comentado no item anterior, o conceito de divisão é consideravelmente mais complexo em relação às outras três operações básicas: adição, subtração e multiplicação, porém mesmo diante da sua natureza mais complexa, a ação de dividir está presente desde cedo na rotina das crianças: “[...] dividir objetos com um parceiro, repartir quantidades (discretas ou contínuas) em partes iguais, colocar uma mesma quantidade de objetos em diversos recipientes” (LAUTERT; SPINILLO, 2002, p.237), são exemplos de situações que envolvem esse conceito no cotidiano infantil.

Quando falamos exclusivamente da divisão, podemos explorar esse conceito matemático a partir de dois tipos de situações diferentes, cada uma delas, com características próprias para sua compreensão. Um desses tipos de situações são associados a ideia de repartir (divisão por partição), na qual relaciona-se ao ato de dividir quantidades de naturezas diferentes. O outro tipo de situação é relacionado com a medida (divisão por quota), que está associado ao ato de dividir o total por quotas (SANTOS et al, 2014).

a) Divisão por Partição

Este tipo de divisão envolve uma quantidade inicial e o número de partes em que esta quantidade deve ser distribuída, sendo que a distribuição entre os conjuntos deve finalizar com partes iguais (LAUTERT, 2005). Nas situações de divisão por partição o que se busca encontrar é quantos elementos serão distribuídos em cada conjunto.

Exemplo 9: Marina tem 10 balas e quer dividir as balas igualmente entre seus 5 amigos. Quantas balas ela vai dar a cada amigo?

Nesse exemplo é preciso que se faça a divisão de duas quantidades de natureza diferentes (balas e amigos), podendo ser realizada distribuindo as balas uma a uma aos cinco amigos até que se esgote a quantidade de balas, conforme podemos visualizar melhor no esquema apresentado no QUADRO 9.

QUADRO 9 - POSSIBILIDADE DE REPRESENTAÇÃO DO EXEMPLO 9

Balas	Amigos
10	5
↓	↓
? (2)	1

FONTE: A autora (2021).

Nessa situação temos 10 balas para serem divididas em 5 amigos e é preciso descobrir com quantas balas cada amigo (ou seja, um amigo) irá ficar. Esse tipo de situação é caracterizado como sendo de Proporção Simples – um para muitos, então a proporção encontrada na divisão dos “amigos” também pode ser usada para a divisão das “balas”.

Esse tipo de situação de divisão é consideravelmente mais comum para o início do trabalho com esse conceito. Segundo Correa e Meireles (2000, p.13) “[...] o aspecto partitivo da divisão aparece com maior frequência na vida diária das crianças, envolvendo principalmente a distribuição de determinada quantidade entre certo número de pessoas.”.

Não há um consenso na literatura sobre qual tipo de problema de divisão, sendo ele partição ou quota é mais facilmente compreendido pelas crianças pequenas. Lautert e Spinillo (2002), destacam que problemas do tipo partição podem ser mais facilmente compreendido pois sofrem influência das experiências que a criança tem com o conceito, que inicialmente é de dividir o todo em partes iguais até que se esgotem as possibilidades. Porém é preciso que os estudantes estejam em contato com uma gama variada de situações envolvendo o conceito de divisão com a finalidade de compreender a lógica de funcionamento dos processos de dividir e assim possam fazer escolhas mais conscientes e adequadas.

b) Divisão por Quota

Outro tipo de situação possível para a divisão, seria, a divisão por quotas. Nessas situações a quantidade inicial deve ser distribuída em quotas (partes) previamente estabelecidas e que não podem ser alteradas. O que se busca é descobrir quantos conjuntos (quantas quotas) se formará com aquela quantidade de elementos inicial.

Exemplo 10: Raul tem 20 figurinhas e quer colá-las no álbum. Em cada página do álbum cabem 4 figurinhas. De quantas páginas Raul precisará para colar todas as suas figurinhas?

Nesse exemplo o conjunto a ser dividido é o das “figurinhas”, e a quota previamente estabelecida é a quantidade de figurinhas que cabe em uma página. Assim, a criança pode dividir a quantidade inicial considerando a quota até que se esgotem as figurinhas. Como podemos observar no esquema apresentado no QUADRO 10.

QUADRO 10 - POSSIBILIDADE DE REPRESENTAÇÃO DO EXEMPLO 10

Páginas	Figurinhas
1	4
↓	↓
?	20

FONTE: A autora (2021).

Para solucionar a situação é preciso distribuir a quantidade inicial de figurinhas (20) nas páginas respeita a quota (ou seja, a quantidade de figurinhas por página), e então dividir de quatro em quatro, até que se esgotem a quantidade inicial das figurinhas, tendo assim, quantas páginas foram precisas. Deve ficar claro ao estudante, que por exemplo não se pode colocar 3 figurinhas em uma página e ir para próxima, pois a quota não pode ser alterada. Conforme Nunes e Bryant (1997, p.151): “A quota e o número de receptores estão em relação inversa um com o outro: enquanto um cresce o outro diminui.”.

É importante ressaltar que a natureza das situações exemplificadas anteriormente (situações do Campo Conceitual Multiplicativo) é diferente das situações de subtração do Campo Conceitual Aditivo.

Distribuir envolve a distribuição equitativa de um conjunto – por exemplo, de doces – entre um número de receptores – por exemplo, crianças. A distribuição é diferente da adição e da subtração porque ela envolve estabelecer uma relação multiplicativa entre dois ou mais conjuntos. Em problemas aditivos parte-todo, há apenas uma relação a considerar: o tamanho do todo é a soma das partes, que não precisam ser iguais. As relações parte-todo estão também envolvidas em distribuição e divisão, mas há três elementos a ser considerados: o tamanho do todo, o número das partes e o tamanho das partes, que deve ser o mesmo para todas as partes. (NUNES; BRYANT, 1997, p.148).

Portanto, conforme característica adotada pela TCC, é preciso que se apresente situações variadas que explorem um mesmo conceito para possibilitar a construção desse conceito (no caso, a divisão) como um todo. Dessa maneira, se mostra essencial que os dois tipos de situações de divisão apresentados anteriormente façam parte do cotidiano escolar.

Dito isso, seguimos com a discussão a respeito do livro didático e seu uso no ensino de matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, procurando entender o funcionamento do Programa Nacional do Livro Didático (BRASIL, 2018).

2.2 LIVRO DIDÁTICO

O uso do livro didático é uma questão que envolve tanto professores quanto estudantes no cotidiano da escola e é sempre ponto de discussão nesse mesmo ambiente. Referente a relação desse coletivo escolar com a inserção desse material, conforme Siqueira (2017, p. 159): “Assim como, há poucas décadas, o computador era apontado como um possível substituto do professor, o mesmo ocorreu há muitos séculos com o livro didático. Muitos acreditavam que ele dispensaria o trabalho dos docentes.” Vimos que essa crença não era cabível, já que o trabalho do livro didático é interdependente ao trabalho do professor, sendo este um sujeito de mediação entre o livro, o estudante e o conteúdo.

Neste sentido, tão essencial quanto levantar a discussão a respeito das práticas do professor é também necessário refletir a respeito do material que o mesmo utiliza em suas aulas e planejamentos, dessa maneira, é possível dizer que mesmo um ótimo livro ainda é passível de uma boa ou má prática quando utilizado.

O caso é que não há livro que seja à prova de professor: o pior livro pode ficar bom na sala de aula de um bom professor e o melhor livro desanda na sala de um mau professor. Pois o melhor livro, repita-se mais uma vez, é apenas um livro, instrumento auxiliar da aprendizagem. (LAJOLO, 1996, p. 8).

Porém, mesmo que o livro seja somente um instrumento para o trabalho do professor, em muitos casos ele se mostra essencial na sua ação pedagógica, estando presente em grande parte dos ambientes escolares. Ainda segundo Lajolo (1996, p.4) “Em sociedades como a brasileira, livros didáticos e não-didáticos são

centrais na produção, circulação e apropriação de conhecimentos, sobretudo dos conhecimentos por cuja difusão a escola é responsável.”.

Se pensarmos em contextos com pouco incentivo com relação à formação tanto inicial quanto continuada desse professor, olhar para a qualidade dos livros se mostra ainda mais indispensável. Como afirma Lajolo:

Sua importância aumenta ainda mais em países como o Brasil, onde uma precaríssima situação educacional faz com que ele acabe determinando conteúdos e condicionando estratégias de ensino, marcando, pois, de forma decisiva o que se ensina e como se ensina o que se ensina. (LAJOLO, 1996, p.4)

Sendo assim, é preciso pensar sobre a qualidade dos livros didáticos disponibilizados e adotados pelas escolas, pois mesmo que indiretamente eles repercutem sobre a aprendizagem do estudante.

Dessa maneira, é preciso então uma relação de interação entre o professor e o livro didático, tornando a escolha do mesmo pelos professores um fator determinante para o sucesso dessa interação. Conforme Lajolo (1996, p.4) “[...] a escolha e a utilização dele precisam ser fundamentadas na competência dos professores que, junto com os alunos, vão fazer dele (livro) instrumento de aprendizagem.”. Essa parceria entre o professor e o livro se reflete em melhores possibilidades de aprendizagem para o estudante.

Os livros são disponibilizados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e a partir da sua implementação em 1985 (a ser apresentada no item 2.2.1 deste trabalho) fica então determinado a participação dos professores para a escolha dos livros didáticos das escolas e redes de ensino que fazem parte do referido programa.

A cada triênio as escolas (e os professores) podem escolher a coleção de livro didático que melhor se adapta à sua proposta e ao currículo estabelecido pela sua “rede escolar”, porém, de acordo com Nacarato, Mengali e Passos (2017, p.20) “[...] na maioria das vezes, o critério de escolha do livro didático pauta-se na proximidade da proposta apresentada com as crenças que a professora tem sobre o que é ensinar matemática.” Esse ponto levantado pelas autoras chama bastante atenção sobre a influência que as crenças dos professores, sobre o trabalho com a matemática escolar, têm sobre o processo de escolha dos livros.

Essas crenças se constroem tanto nas experiências desses professores durante sua própria trajetória escolar, além de suas formações e condições de trabalho, fazendo com que o professor faça escolhas mais próximas de sua própria vivência e do que ele considera uma maneira mais apropriada ou fácil de abordar determinado conteúdo.

Um magistério despreparado e mal remunerado não tem condições mínimas essenciais para escolha e uso crítico do livro didático, o que acaba fazendo circular, nas mãos e cabeças de professores e de alunos, livros que informam mal, que veiculam comportamentos, valores e conteúdos inadequados. (LAJOLO, 1996, p. 8).

Sendo assim, antes mesmo de escolher um livro de fato é preciso pensar sobre as competências do professor ao fazer isso, se sua formação é considerada e até mesmo pensada para essa circunstância, se é realizada uma reflexão a partir das suas práticas e o conhecimento sobre outras práticas que podem ser tão boas quanto ou melhores, a fim de possibilitar uma melhor aprendizagem para o estudante. Diante dessa situação é possível dizer que muitos aspectos devem ser considerados ao analisar como ocorre a escolha de um livro pelo professor.

Dessa forma, seu processo de escolha é carregado de sentidos e significados, trazendo consigo muitos aspectos do que se deseja desenvolver dentro da sala de aula e qual a formação que se quer oferecer aos alunos. A escolha também reflete os desejos e anseios dos profissionais em relação ao trabalho pedagógico que pretendem realizar, apontando a maneira como esse recurso será utilizado em sala de aula. (OLIVEIRA, 2017, p.28).

Sobre esses aspectos que influenciam quando o professor vai escolher um livro didático Oliveira (2017) realizou uma análise bibliográfica de artigos sobre o processo de escolha dos livros didáticos e a partir deles identificou que tendências de mercado também influenciam direta ou indiretamente essa escolha.

[...] podemos considerar que o processo de escolha do livro didático, enquanto política pública, carrega consigo tendências mercadológicas e governamentais que nem sempre são percebidas pelos professores, pois estes estão sobrecarregados com atividades escolares e extraescolares. (OLIVEIRA, 2017, p.34).

Dessa forma, se considerarmos o mercado e a preocupação com lucros que uma editora busca alcançar, no Brasil, o Governo Federal é o principal consumidor

de livros didáticos, gastando R\$ 1.102.025.652,17 em 2019 e R\$ 1.390.201.035,55 em 2020 em livros para a Educação Básica⁴. Sendo assim, essas empresas se esforçam para implementar políticas públicas em seus materiais, a fim de atender as demandas e estar o mais atualizado possível. Introduzindo assim, um novo componente a ser considerado quando analisado o processo de escolha dos livros didáticos.

As editoras produzem seu material com base nas propostas governamentais a fim de integrar o Guia do Livro Didático e, após a avaliação dada pelos especialistas contratados para esse fim – pesquisadores de diferentes universidades – procuram convencer os professores a escolher a sua publicação, afirmando atenderem às exigências das políticas públicas educacionais. (OLIVEIRA, 2017, p. 39).

Portanto, o Programa Nacional do Livro Didático assim como os professores é responsável pelos livros que são disponibilizados aos estudantes, sendo assim, se faz necessário conhecermos um pouco mais sobre esse programa, a fim de entendermos como funciona todo o percurso de escolha dos livros didáticos que chegam até as escolas.

2.2.1 Programa Nacional do Livro Didático

O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) foi instituído com o decreto nº 91.542, de 19 de agosto de 1985, entrando em vigor a partir do ano de 1986. Nesse decreto, o Programa tem como finalidade distribuir livros escolares a estudantes de escolas matriculados no 1º Grau⁵ (BRASIL, 1985).

Ainda referente ao decreto que institui o PNLD no qual se expressa a necessidade de valorização do exercício do magistério, possibilitando que os professores efetivamente façam parte da escolha dos livros didáticos e ficando a cargo da Secretaria de Ensino do 1º e 2º grau do Ministério da Educação, a formulação, supervisão e avaliação do programa.

⁴ Dados disponíveis em: <http://www.fnde.gov.br/index.php/programas/programas-do-livro/pnld/dados-estatisticos>. Acesso em: 07 de julho de 2021.

⁵ A nomenclatura 1º e 2º grau não é mais utilizada e foi substituída por Ensino Fundamental (Anos Iniciais e Anos Finais) e Ensino Médio, ambos fazendo parte da Educação Básica, a partir da LDB nº 9.394 de 20 de dezembro de 1996.

Como dito, o PNLD, até os dias atuais, é responsável pela distribuição para as escolas dos livros incluindo os que analisamos nessa pesquisa, constituindo-se assim, numa das maiores políticas públicas referentes à educação, e é, a partir dos livros oferecidos pelo Programa, responsabilidade dos professores executarem a escolha.

É importante observar que, mesmo no caso da criação de grupos de escolas ou de adoção de material único para toda rede de ensino, os professores continuarão participando da escolha e o material a ser distribuído será o mais escolhido pelas escolas. (BRASIL, 2018, p. 7)

Para entendermos um pouco melhor como funcionam as questões burocráticas da escolha dos livros pelas escolas, verificamos as orientações para o PNLD 2019⁶ (BRASIL, 2018), encaminhadas às escolas e disponíveis para consulta pública. Segundo esse documento a função dessa política pública é “avaliar e disponibilizar obras didáticas, pedagógicas e literárias de forma sistemática, regular e gratuita” (BRASIL, 2018, p.1).

A partir do Decreto Nº 9.099, de 18 de julho de 2017, ocorreu a unificação do Programa Nacional dos Livros Didáticos e o Programa Nacional Biblioteca na Escola, dessa forma, passando a ser chamado de Programa Nacional do Livro e do Material Didático – PNLD, se tornando assim o maior programa de distribuição de livros do mundo (BRASIL, 2018). Também a partir deste decreto, além do Ensino Fundamental e Médio, o PNLD passa a atender a Educação Infantil (disponibilizando somente o manual do professor). Com relação aos livros didáticos o programa afirma que “Todas as obras serão consumíveis, com exceção do componente de Educação Física, que se destina apenas ao professor.” (BRASIL, 2018, p.3).

A escolha de uma coleção por componente curricular deve ser a mesma de 1º ao 5º ano, porém, pode ser de editora diferente para diferentes componentes curriculares, por exemplo, ao escolher uma coleção de matemática, a mesma será usada de 1º ao 5º ano naquela determinada escola, porém pode-se escolher uma coleção/editora diferente para Língua Portuguesa, a qual também deverá ser a mesma do 1º ao 5º ano, sendo assim também para os outros componentes

⁶ Disponível em: <https://www.fnde.gov.br/index.php/centrais-de-conteudos/publicacoes/category/78-apoio-a-gestao-do-livro-didatico?download=12420:orienta%C3%A7%C3%B5es-portal-pnld>. Acesso em: 20 de março de 2020.

curriculares. Essa determinação em teoria, visa proporcionar uma continuidade na abordagem dos conceitos no decorrer dos anos escolares.

No referente à autonomia e participação dos professores na escolha, o sistema responsável pelo registro da escolha pede que seja anexada uma Ata de Escolha dos Livros Didáticos, no caso de não anexo pode se fazer uma justificativa da falta desse documento. Essa Ata tem a finalidade de garantir a participação efetiva dos professores nesse processo de escolha.

Compete às escolas e às redes de ensino garantir que o corpo docente da escola participe do processo de escolha de modo democrático. Para registrar a participação dos professores na escolha e dar transparência ao processo, a decisão sobre a escolha das coleções deve ser documentada por meio da Ata de Escolha de Livros Didáticos. (BRASIL, 2018, p.6)

O documento também orienta que a Ata de Escolha deve ficar em lugar de fácil visualização para que toda comunidade escolar possa ter ciência das opções de livros feitas pela escola, além de fazer um apelo aos professores para que eles confirmem se as coleções cadastradas no sistema estejam de acordo com a escolha feita no coletivo de professores, pretendendo garantir um processo transparente a todos os envolvidos.

Também consta nas orientações, as normas de conduta com as obrigações e proibições das quais os dirigentes das escolas são responsáveis, a respeito do funcionamento dos recebimentos dos livros, conservação e devolução, remanejamento, reserva técnica e desfazimento dos mesmos.

O item 15 do documento é denominado “Compromissos da escola relativos à moralidade e isonomia no processo de escolha” (BRASIL, 2018, p.11) essa parte do referido documento veta qualquer possível relacionamento da escola com representantes das editoras participantes do programa durante o processo de registro da escolha dos livros. Os itens 16, 17 e 18 também pontuam os compromissos da escola referentes ao registro da escolha no sistema, a transparência no processo da escolha e a conservação e devolução dos livros.

Dessa forma, de maneira resumida e a partir do que está disponível ao público, pudemos desvelar o funcionamento burocrático do programa, identificando suas particularidades que resultam na escolha pelas escolas dos livros que analisamos. Ainda assim, se fez necessário buscarmos pesquisas que já analisaram livros didáticos de matemática, com finalidade de conhecer coleções anteriores e até

mesmo estabelecer comparações. As pesquisas encontradas foram exploradas no próximo item.

2.2.2 Livro Didático e a Teoria do Campos Conceituais

Revisamos a literatura no sentido de buscar trabalhos que tratassem da presença do Campo Conceitual Multiplicativo nos livros didáticos do Ensino Fundamental.

Oliveira Filho (2009) realizou uma pesquisa qualiquantitativa de cunho documental. Analisou doze volumes de livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental a fim de identificar se houve, ou não, influência do PNLD na diversidade de problemas tanto do Campo Conceitual Aditivo como no Campo Conceitual Multiplicativo nas coleções de livros didáticos de matemática apresentados no guia do programa. As coleções analisadas pelo autor foram: Coleção Vivência e Construção (2004 e 2007) de Luiz Roberto Dante; Coleção Tudo É Matemática (2005 e 2008) de Luiz Roberto Dante; Coleção Novo Tempo (2004) de Luiz Marcio Pereira Imenes, José Jakubovic, Marcelo Cestari Terra Lellis; Coleção Matemática Para Todos (2007) de Luiz Marcio Pereira Imenes, José Jakubovic, Marcelo Cestari Terra Lellis; Coleção Matemática Para todos (2005 e 2008) de Luiz Marcio Pereira Imenes e Marcelo Cestari Terra Lellis; Coleção Ideias & Relações (2004/2007/2005 e 2008) de Calar Cristina Tosatto, Cláudia Miriam Tosatto, Edilaine do Pilar Fernandes Peracchi e Violeta Maria Estephan.

O estudo não evidenciou diferenças significativas com relação à diversidade de problemas à alternância de distintos tipos de representações nas coleções analisadas. Identificou que foram pouco apresentadas questões que envolviam jogos, uso de calculadora e materiais manipulativos, não constatando assim, influência desse programa responsável pela avaliação e a distribuição dos livros a escolas públicas no Brasil na mudança de “qualidade” dos livros didáticos.

Oliveira (2014) desenvolveu uma pesquisa qualitativa na forma de um estudo de caso, tendo como caso um grupo de professores (5) que lecionam nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Como instrumento de coleta de dados foi utilizado questionário e entrevistas semiestruturadas. Apoiou-se na Teoria Antropológica do Didático com a finalidade de analisar as situações que abrangem o conceito de combinatória nos livros didáticos, nessa pesquisa não se faz análise

direta de coleções de livros e sim uma discussão a respeito de outra pesquisa que identificou o trabalho com a combinatória nos livros aprovados pelo PNLD (2013). A Teoria dos Campos Conceituais auxiliou na análise dos esquemas evocados pelos professores ao realizar atividades de raciocínio combinatório, buscando identificar os invariantes operatórios mobilizados nessas situações. Concluiu-se que os professores apresentam bastante dificuldade em realizar situações de combinatória diferentes da tipologia apresentada nos livros didáticos. Ficando restrita a sua maneira de ensinar a apenas um tipo de situação, além de constatar que esse é um conceito pouco trabalhado nas escolas.

Silva (2016) desenvolveu uma pesquisa quali quantitativa de cunho documental, na qual buscou analisar a consonância entre orientações curriculares em documentos oficiais, pesquisas recentes e os livros didáticos com relação à abordagem do raciocínio combinatório nos mesmos, embasando a análise dos livros didáticos na Teoria dos Campos Conceituais. Para os livros dos anos iniciais analisou a Coleção Ápis de Luiz Roberto Dante; Coleção Porta Aberta de Arnaldo Rodrigues, Junia La Scala e Marília Centurion; Coleção Ponto de Partida de Maria Inez de C. Cerullo, Maria Tomie S. Sato e Regina Maria Chacur; e a Coleção Asas Para Voar de Maria Helena S. de Souza e Walter Spinilli, todos referentes ao PNLD 2013. Conclui que entre os documentos oficiais analisados existe certa discordância no que se refere a etapa em que se deve iniciar o trabalho com o raciocínio combinatório. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997, 1998) em consonância com estudos analisados pela autora apontam que o trabalho com o raciocínio combinatório pode ter início já nos primeiros anos da escolarização. Problemas do tipo “produto cartesiano” são os mais encontrados nas coleções de livros didáticos analisados, não possibilitando assim diferentes situações para a constituição do conceito, corroborando com as pesquisas identificadas por Silva (2016) que apontam esse tipo de problema como sendo de mais fácil resolução aos estudantes até mesmo no Ensino Médio.

Soares (2016) desenvolveu uma pesquisa que se configura qualitativa, na qual busca analisar o conceito de proporcionalidade presentes tanto no currículo planejado (representados pelos livros didáticos) quanto no currículo em ação (representado pelo planejamento dos professores), a partir da análise de documentos. Se embasou teoricamente na teoria dos Registros de Representação Semiótica a fim de entender como se constrói a aprendizagem matemática e

também se embasou na Teoria dos Campos Conceituais para entender a natureza no raciocínio proporcional que se encontra no Campo Conceitual Multiplicativo. Os livros didáticos analisados dos anos iniciais foram referentes ao PNLD 2013 sendo os volumes 2, 3, 4 e 5 da Coleção Ápis Alfabetização Matemática de Luiz Roberto Dante. Nos livros didáticos conclui que o uso da “soma de parcelas iguais” ainda é a maioria das situações relacionadas a multiplicação e também que os índices de situações que envolvem conceitos de divisão são muito baixos. Nos cadernos constatou que a relação entre o campo conceitual aditivo e multiplicativo (através da soma das parcelas iguais) perdura até o 5º ano do Ensino Fundamental.

Souza (2017) desenvolveu uma pesquisa qualitativa, de caráter documental e bibliográfica. A pesquisa buscou analisar as relações entre o material do Caderno 4 do PNAIC (sobre resolução de problemas) e o livro didático escolhido pela rede municipal de Francisco Morato/ SP (uma coleção, sendo os livros de 1º, 2º e 3º ano). Para isso, buscou embasamento em duas teorias, a Teoria dos Campos Conceituais e a Teoria Antropológica do Didático, a primeira teoria auxiliou na classificação dos problemas presentes nos livros didáticos e no Caderno 4 do PNAIC e a segunda teoria amparou a análise praxeológica do livro didático a fim de entender a organização didática e matemática presentes nos livros. A coleção analisada foi a Coleção Ligados.com Alfabetização Matemática - 2014) de Pandovan e Milan. Concluiu que a coleção analisada e o Caderno 4 do PNAIC estão em consonância mesmo apresentando pequenos pontos de divergência, também foram identificadas semelhanças conceituais e metodológicas nos documentos analisados.

Alarcão (2017) realizou uma pesquisa qualitativa a qual teve como objetivo analisar diferentes instâncias do currículo do 3º ano do Ensino Fundamental a fim de verificar a compatibilidade na abordagem da multiplicação. Foram realizadas análises documentais (Avaliação Nacional da Alfabetização e Livros didáticos) além de entrevistas semiestruturadas. O livro didático analisado foi o da Coleção Buriti Matemática – Alfabetização Matemática (PNLD 2016), Editora Moderna. A pesquisa conclui que o tratamento referente a multiplicação entre os níveis de currículos analisados acontece de maneira equivalente. Porém apesar de mudanças trazidas pelas ideias da TCC, no ambiente escolar permanecem práticas e concepções não condizentes.

Após conhecermos de forma resumida as pesquisas citadas anteriormente analisamos a seguir alguns pontos de convergência entre as mesmas que irão

auxiliar nas análises necessárias para respondermos ao nosso problema de pesquisa.

Ao justificar a realização de pesquisas sobre livros didáticos é consenso entre os autores que essa ferramenta é uma das mais presentes no cotidiano dos professores, como refere Oliveira Filho (2009, p.129): “[...] considerando o Livro Didático, muitas vezes, como único material de referência para preparação de atividades a serem desenvolvidas em sala de aula, e como recurso amplamente utilizado em escala nacional.”. Esta fala evidencia a abrangência desse material, estando presente em ambientes que possuem poucos recursos devido até mesmo ao sucesso correspondente à distribuição dos mesmos pelo PNLD.

Souza (2017, p. 82) também pontuou suas experiências como profissional da educação com relação ao uso do livro didático ao citar sua vivência como formador de professores de uma rede municipal de ensino. “[...] pude identificar que o livro didático é o principal material de uso e fonte de consulta dos docentes para o planejamento de suas aulas.”.

Essa característica também é citada por Oliveira (2014), a qual pontua em vários momentos de sua pesquisa a dependência do professor com relação ao uso dessa ferramenta. A autora identifica o livro didático como o principal material auxiliar para as aulas, se não o único em muitos casos no trabalho docente. A autora propõe alguns pontos para pensarmos sobre o porquê, mesmo diante de tantos outros instrumentos, o livro didático ainda perdura como ferramenta principal na maioria dos casos.

O primeiro deles seria o tempo disponível para planejamento pelos professores, tempo esse que tem que ser dividido com outras tantas tarefas as quais o docente é responsável em seu cotidiano: “O que mais percebemos dessa fala desses professores foi o fato de eles tratarem o livro didático como um grande aliado para a preparação das aulas, devido ao pouco tempo que dispõem para pesquisarem e utilizarem outros recursos” (OLIVEIRA, 2014, p.156). Por ser uma ferramenta que já está pronta, o livro possibilita ao professor direcionar o seu tempo a outras necessidades que tenha naquele momento, não tendo que confeccionar outros materiais.

Essa relação com o tempo e o trabalho do professor na escola também tem relação com o trecho a seguir: “Percebemos no discurso de todos os entrevistados que sempre utilizam o livro didático e que esse torna o trabalho na sala de aula mais

produtivo em relação a outros recursos, que necessitam do professor mais tempo para confeccionar.” (OLIVEIRA, 2014, p.160).

Outro ponto apresentado por Oliveira (2014), diz respeito ao livro didático tornar as aulas mais organizadas e produtivas, e que também os livros didáticos são materiais de mais fácil acesso em comparação a outros recursos didáticos. O fato de o livro didático já possuir uma sequência, isenta o professor da responsabilidade por pensar a sequência dos conteúdos, porque basta seguir o que está proposto no livro didático. O que leva a autora considerar a hipótese de que o professor vê no livro o que deve ser trabalhado com os estudantes e não nos documentos oficiais, nos quais estão dispostos os currículos para os determinados anos escolares.

Um problema levantado pelos autores (SILVA, 2016; SOUZA, 2017; ALARCÃO, 2017) sobre a influência do livro didático sobre o trabalho do professor, e sobre o fato do livro e não o professor decidir qual “conteúdo” trabalhar e de que forma trabalhar, é o fato de que esta prática pode limitar as possibilidades dos professores e consequentemente de aprendizagem dos estudantes.

Portanto, se o livro didático, por exemplo, não explorar ou aprofundar determinado assunto, ou se limitar a determinado tipo de representação, isso pode ter efeito nas práticas dos professores. Este fato é salientado por Alarcão (2017) ao referir que quando professores são solicitados a elaborar problemas do campo multiplicativo, optam por tipos de problemas mais presentes nos livros didáticos que utilizam.

Sendo assim, é essencial uma constante avaliação dos livros didáticos, buscando uma diversidade de maneiras de representações e adequações para os anos escolares, já que como visto anteriormente os mesmos possuem forte influência no trabalho docente.

O PNLD possui ferramentas para avaliar os livros didáticos disponibilizados para escolha nas escolas. Porém essa avaliação se mostra suficiente? O programa possui todos os critérios a serem analisados para considerar a qualidade de um livro? Essa questão foi levantada por Oliveira Filho (2009) em sua pesquisa.

Embora o PNLD seja mencionado como referência para o sucesso da política educacional brasileira, constata-se que análise dos livros didáticos não pode estar sujeita apenas a um tipo de avaliação, e que outras formas de avaliar livros didáticos são necessárias para que possam ser evidenciados outros aspectos das propostas dos livros, de forma que os mesmo possam se adequar às necessidades exigidas pelo atual contexto da educação matemática. (OLIVEIRA FILHO, 2009, p.129/130).

Sendo assim, o PNLD não pode ser único que busca comprovar a qualidade desses livros. Outras maneiras de se fazer essa avaliação são através de pesquisas realizadas no ambiente acadêmico, incorporando aos livros didáticos resultados alcançados através de pesquisa. Segundo Silva (2006, p.193) “Percebemos ainda que muitas das orientações curriculares e resultados de pesquisas estão presentes nos livros didáticos analisados.”. O autor ainda acrescenta que até mesmo nas representações simbólicas realizadas no livro pode-se perceber a influência dos documentos oficiais e resultados de pesquisa. Fato esse que também tem influência com as demandas de mercado que são exigidos dos livros. Destacamos a consideração pelos autores um ponto positivo ao que se refere à contínua busca por melhorias nos livros didáticos.

Referindo-se agora aos conteúdos trazidos pelos livros, especificamente referente ao Campo Conceitual Multiplicativo, Oliveira Filho (2009, p.107) afirma que: “Embora neste campo possa-se concordar, até certo ponto, com o Guia do Livro Didático que afirmam haver diversidade de tipos de problemas nos livros analisados, não se pode, porém, concordar com a afirmativa de que há uma preocupação em aprofundar os conteúdos de uma série para outra.”. Esse item levantado pelo autor possui total relevância se pensarmos quanto ao aspecto da construção do conceito, que segundo a TCC acontece ao longo de vários anos, sendo preciso ir explorando e aprofundando com o decorrer do processo.

Também foi percebido por Silva (2006, p.139) ao dizer que, “Contudo, aponta que os conhecimentos abordados não são satisfatoriamente sistematizados.”. Destacando aqui, a forma superficial com a qual os livros didáticos muitas vezes trazem conceitos e conteúdo, deixando de explorar potencialidades de aprendizagem que podem ocorrer com o trabalho com diferentes formas de representação.

A relação conteúdos/livro didático foi também considerada por Souza (2017, p.82) o qual constatou que “[...] existiu uma priorização do bloco de conteúdos “Números e Operações” e “Geometria”, pois os dois blocos juntos representam mais de 70% dos conteúdos trabalhados em cada volume.”, isso, nos livros por ele analisados. Pontuando assim, itens nos quais os autores (e também pesquisadores) e editoras ainda podem dedicar mais atenção ao elaborarem seus livros didáticos, podendo dedicar mais espaço a itens que não são tão explorados, mas que ainda assim, são essenciais para a construção de conceitos matemáticos futuros.

Souza (2017) ainda identificou metodologias que estão frequentemente sendo apresentadas nos livros didáticos de matemática, as quais estão presentes no âmbito da Educação Matemática discutida na academia, sendo alvo de pesquisas e discussões referentes à aprendizagem e à formação de professores que ensinam matemática.

O livro didático analisado, por sua vez, assume a resolução de problemas e os jogos como metodologia de ensino e aprendizagem. Podemos verificar essa abordagem, pois estão presentes em todas as unidades e desencadeiam as discussões em torno dos temas e conteúdos matemáticos. (SOUZA, 2017, p.90).

Soares (2016, p.161) identifica todas as categorias de situações utilizadas por ela em todos os livros dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Pode-se, ainda, afirmar que a maioria das estruturas multiplicativas centrais do raciocínio proporcional foi identificada nos materiais curriculares analisados, no entanto, estes aspectos são pouco explicitados, em outros termos, são abordados com foco no ensino de um conteúdo específico sem estabelecer conexões com outros, o que limita o entendimento da proporcionalidade como conceito unificador e formador da Matemática. (SOARES, 2016, p.219).

Porém, mesmo que os livros didáticos tragam situações variadas, foi observado que quase uma unanimidade das coleções analisadas pelas pesquisas identificadas anteriormente iniciam o trabalho do Campo Conceitual Multiplicativo com a exploração da ideia de adição de parcelas iguais, entendendo dessa forma, a multiplicação como uma continuidade do campo aditivo. Segundo Soares (2016, p.177) “[...] a relação da adição com a multiplicação é mantida até o 5º ano, principalmente, por meio dos registros utilizados na construção das “tabuadas” [...]”, para a autora essa prática nos livros enfatizam a visão da multiplicação como adição de parcelas iguais.

Essa característica também foi observada por Alarcão (2017, p.80) “O livro didático, ao introduzir a ideia de proporcionalidade, solicita que os alunos representem as situações-problema primeiro por uma adição e só então pela multiplicação correspondente.”. Nessa situação, a autora identifica até mesmo a solicitação do registro da adição para em seguida a representação da multiplicação, reforçando o fator de continuidade entre os campos.

Como discutido anteriormente essa abordagem de entender a multiplicação como uma extensão do campo aditivo possui problemáticas relevantes a serem levantadas. Essa prática pode se constituir com um dificultador para a aprendizagem, pois para a TCC cada campo conceitual possui invariantes operatórios próprios, o que não condiz com a ideia de multiplicação ser igual a adição de parcelas iguais, dessa forma, podendo causar obstáculos (PAIS, 2001) para a aprendizagem do Campo Conceitual Multiplicativo. Esta questão será discutida com mais profundidade na análise dos dados.

A preferência dada a um tipo de situação em detrimento de outras classes de situações também foi evidenciada por Oliveira Filho (2009, p.108) “[...] percebe-se que a maior quantidade dos problemas de estrutura multiplicativa, centra-se nos problemas de correspondência um-a-muitos em todas as coleções independente das diferentes edições.” identificando ênfase no trabalho com problemas de proporção simples. E por Alarcão (2017, p.76): “No livro didático, essa ideia é introduzida quando são apresentados os numerais multiplicativos (dobro, triplo, quádruplo e quádruplo), mas não são exploradas situações de multiplicação comparativa para além dessas.”. Ao destacar que situações do tipo comparação multiplicativa são limitadas quanto a diferentes interpretações dessa categoria de problemas.

Além disso, ficou constatado nas pesquisas um privilégio aos procedimentos operatórios em detrimento aos aspectos conceituais, segundo Soares (2016, p.164) associando “[...] o trabalho com os conceitos do campo das estruturas multiplicativas ao domínio dos procedimentos operatórios (algoritmos das operações de multiplicação e divisão, uso da regra de três).”. Essa característica se mostra preocupante, pois, para o desenvolvimento dos conceitos segundo a TCC é preciso que as representações façam sentido ao aprendiz.

Para finalizar, um item destacado principalmente por Alarcão (2017) em todas as coleções analisadas por ela existe uma separação entre o trabalho com os conceitos referente a multiplicação e a divisão, “[...] a opção, possivelmente didática, por separar a multiplicação e a divisão ainda é dominante.” (ALARCÃO, 2017, p. 90), fato que não é consonante quando nos referimos a ideia de trabalhar com campos conceituais, nos quais os conceitos estão interconectados.

Soares (2016) também identificou que o trabalho com a divisão nos livros didáticos se mostra (em quantidade) muito menor ao trabalho com a multiplicação, além de sempre ser posterior a mesma.

O baixo índice para situações do grupo divisão, em especial, nos Anos Iniciais talvez deva-se a crença de que esta operação é muito difícil. No “Manual do Professor” do livro didático do 5º ano, o autor reforça esta crença ao afirmar que a divisão é a operação que os estudantes têm a maior dificuldade (SOARES, 2016, p.166).

Sendo assim, a ideia de trabalhar a multiplicação e divisão de modo integrado por se tratar de um mesmo campo conceitual se mostra distante nos livros analisados pelos pesquisadores com os quais discutimos anteriormente.

Dessa maneira, revisamos a Teoria dos Campos Conceituais, caracterizando o Campo Conceitual Multiplicativo, o qual é o foco da nossa pesquisa e posteriormente olhamos para trabalhos acadêmicos com intenções similares a nossa.

3 METODOLOGIA

O presente estudo deriva de uma pesquisa qualitativa de cunho documental. Os materiais utilizados para essa modalidade de pesquisa são geralmente materiais sem um tratamento analítico, como por exemplo: livros, jornais, revistas, documentos, relatórios, fotografias, filmes, pinturas entre outros. No nosso caso, teremos como material os livros didáticos de matemática dos três primeiros anos do Ensino Fundamental. A respeito da finalidade desse modelo de pesquisa, entendemos que:

Algumas pesquisas elaboradas a partir de documentos são importantes não porque respondem definitivamente a um problema, mas porque proporcionam melhor visão desses problemas ou, então, hipóteses que conduzem a sua verificação por outros meios. (GIL, 1987, p.53).

Conforme destacado pelo autor, optamos por esse modelo de pesquisa a fim de evidenciar a amplitude do trabalho com o Campo Conceitual Multiplicativo, buscando cumprir com o nosso objetivo de pesquisa e fomentar a discussão a respeito dessa temática.

Os dados foram constituídos a partir das duas coleções mais escolhidas (Coleção A e Coleção B) pelos professores das escolas da Rede Municipal de Educação de Curitiba (RMEC) para o triênio de 2019 a 2021 para o 1º, 2º e 3º ano do Ensino Fundamental, totalizando nove livros didáticos.

Para a identificação dessas coleções primeiramente consultamos o Portal da RMEC com a finalidade de identificar as escolas que faziam parte da Rede Municipal⁷. Identificamos, então, 182 escolas que ofertavam aulas para o 1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental. A partir daí identificamos e listamos as escolas e nos reportamos ao site do PNLD⁸, realizando assim uma pesquisa de escola por escola para conhecer os livros escolhidos por elas. Dessa forma, chegamos às duas

⁷ Disponível em: <http://www.educacao.curitiba.pr.gov.br/conteudo/1-ao-5-ano/3415>, acessado em: 30 de julho de 2019.

⁸ Disponível em: <https://www.fnede.gov.br/distribuicaosimadnet/confirmarCancelar>, acessado em: 22/23/25/26 de agosto de 2019.

coleções mais escolhidas pelas escolas da RMEC as quais detalharemos no item 3.1 a seguir.

A Coleção A foi escolhida por 56 Escolas e a Coleção B foi escolhida por 51 Escolas dentre as 182 Escolas da Rede Municipal de Curitiba que oferecem aulas para os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. A opção por analisar duas coleções se deu pelo fato de elas representarem a escolha de 107 Escolas, ou seja, mais de 50% das escolas municipais da RMEC (58,8%).

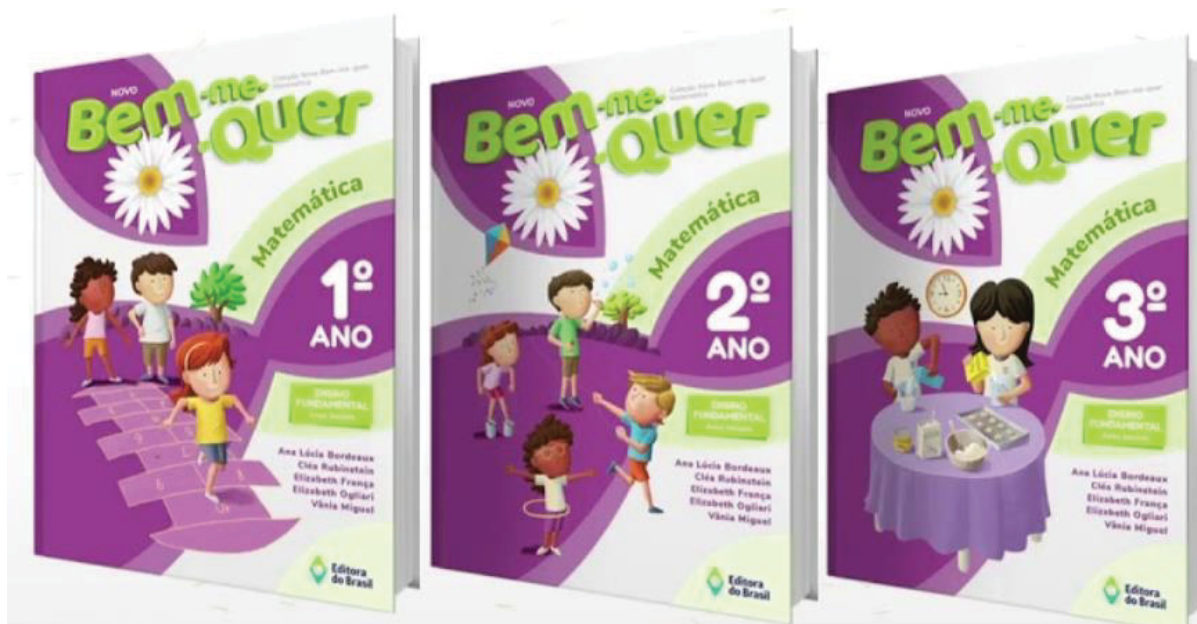
Outro momento foi a aquisição desses livros. Como muitas vezes as coleções são exclusivas para o PNLD, não sendo comercializadas, e por considerarmos que seria melhor termos os livros físicos em mãos (os mesmos que foram enviados para as escolas), os solicitamos a colegas professores de outras escolas que já possuíam as coleções selecionadas. Os livros foram gentilmente cedidos para a pesquisa, ressaltando que se tratava de livros que estavam disponíveis na escola, cedidos pela editora ou por estudantes que mudaram de escola.

A seguir apresentaremos de forma individual as duas coleções identificadas para compor os dados dessa pesquisa, seguido das capas dos livros analisados (FIGURAS 3 e 4).

As coleções de livros didáticos analisadas nesta pesquisa, são:

- a) Coleção A - Coleção Novo Bem-me-Quer Matemática que tem como autores: Ana Lúcia Bordeaux, Cléa Rubinstein, Elizabeth França, Elizabeth Ogliari e Vânia Miguel – Editora do Brasil, 4ª edição, 2017. Esta coleção foi escolhida por 56 escolas da RMEC.

FIGURA 3 -CAPA DOS LIVROS COLEÇÃO A

FONTE: PNLD (2019)⁹

- b) Coleção B - Coleção Ápis Matemática do autor Luiz Roberto Dante – Editora Ática, 3ª edição, 2017. Esta coleção foi escolhida por 51 escolas da RMEC.

FIGURA 4 - CAPA DOS LIVROS COLEÇÃO B

FONTE: PNLD (2019)¹⁰

⁹ Disponível em: https://pnld.nees.ufal.br/pnld_2019/componente-curricular/matematica. Acesso em: 16 de março de 2021.

Para análise dos dados foi adotada a técnica de análise de conteúdo fundamentada em Bardin (2011). A análise de conteúdo se dá essencialmente em três momentos: a pré-análise, a exploração do material e o tratamento dos dados.

A fase da pré-análise é o momento de traçar o planejamento do processo de análise, identificando nos documentos fontes de dados e formulando objetivos a serem alcançados com a análise.

É a fase de organização propriamente dita. Corresponde a um período de intuições, mas, tem por objetivo tornar operacionais e sistematizar as ideias iniciais, de maneira a conduzir a um esquema preciso do desenvolvimento das operações sucessivas, num plano de análise. (BARDIN, 2011, p. 95).

As coleções foram codificadas para melhor localização e organização das situações matemáticas a serem identificadas ao longo dos livros. Cada coleção recebeu um código. Sendo assim, a coleção, *Novo bem-me-quer Matemática*, recebeu o código de CA, por ter sido escolhido por maior número de Escolas e a segunda, coleção *Àpis Matemática* foi codificada como CB.

Cada livro referente a cada um dos três anos foi codificado de acordo com a coleção. Por exemplo, para os livros da coleção A usamos o código: CA1A (para o livro do primeiro ano); CA2A (para o livro do segundo ano); CA3A (para o livro do terceiro ano), como definido no QUADRO 11.

QUADRO 11 - CODIFICAÇÃO DAS COLEÇÕES/LIVROS

Nome da coleção	Código da coleção	Anos	
Novo Bem-me-quer Matemática	CA	CA1A	1º ano
		CA2A	2º ano
		CA3A	3º ano
Àpis Matemática	CB	CB1A	1º ano
		CB2A	2º ano
		CB3A	3º ano

FONTE: A autora (2021).

Nessa fase procedemos a leitura flutuante dos livros referentes às coleções. Constituímos assim nosso corpus de análise. Para Bardin (2011, p.96) “O corpus é o

¹⁰ Disponível em: https://pnld.nees.ufal.br/pnld_2019/componente-curricular/matematica. Acesso em: 16 de março de 2021.

conjunto dos documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos analíticos”.

A fase da exploração dos materiais é o momento de localizar e obter o material de pesquisa, preparar o material para a análise e de confeccionar fichas documentais (indicando informações importantes a respeito do documento). Nesta fase foram identificadas e codificadas as situações matemáticas presentes nos livros didáticos caracterizadas como problemas verbais e exercícios.

É importante definir o que entendemos por problemas verbais e por exercícios. Consideramos “problemas” os problemas verbais propostos nos livros didáticos. Problemas verbais são aqueles que envolvem descrições textuais de situações nas quais as questões matemáticas são contextualizadas (VERCHAFFEL; DE CORTE; GREER, 2000). Envolvem uma narrativa, relatando no texto um acontecimento ou uma história e contém as informações necessárias para serem resolvidos, considerando o contexto dado (SOUZA; GUIMARÃES, 2015). Por exemplo (FIGURA 5):

FIGURA 5 – CA2AS41

Mariana gosta de fazer pulseirinhas para as amigas. Ela gasta 8 cm de elástico para fazer cada pulseira. Quantos centímetros de elástico ela precisará para fazer 4 pulseirinhas?

FONTE: BORDEAUX et al (2017b, p. 199).

Consideramos “exercícios” aquelas situações em que o texto envolve expressões tais como: “Resolva as operações...”, “Arme e efetue...”, “Complete as lacunas...”, cujo objetivo envolve a memorização de processos e algoritmos ou a aplicação de fórmulas ou processos já conhecidos (SOUZA; GUIMARÃES, 2015). Por exemplo (FIGURA 6):

FIGURA 6 - CA3AS33

Calcule os resultados.	
a) $10 \times 5 = \underline{\hspace{2cm}}$ $11 \times 5 = \underline{\hspace{2cm}}$ $12 \times 5 = \underline{\hspace{2cm}}$ $13 \times 5 = \underline{\hspace{2cm}}$	b) $10 \times 10 = \underline{\hspace{2cm}}$ $11 \times 10 = \underline{\hspace{2cm}}$ $12 \times 10 = \underline{\hspace{2cm}}$ $13 \times 10 = \underline{\hspace{2cm}}$

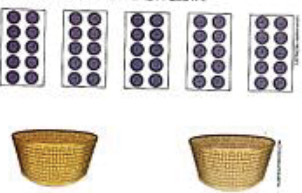
FONTE: BORDEAUX et al (2017c, p.153).

Após essa organização destacamos todos os problemas verbais e exercícios envolvendo conteúdo do Campo Conceitual Multiplicativo propostos nos livros de 1º, 2º e 3º anos e codificamos de acordo com a ordem em que são apresentados. Por exemplo: CA1AS1 (Coleção A, Ano 1, Situação 1). CB1AS1 (Coleção B, Ano 1, Situação 1).

A seguir digitalizamos todos os problemas verbais e exercícios encontrados construindo um quadro com: código (coleção, livro e numeração da situação), cópia situação como se apresenta no livro, página em que se encontra e observações relacionadas às características e formas de classificação das situações, conforme exemplo apresentado na FIGURA 7.¹¹

¹¹ A tabela completa pode ser acessada através do link:
https://drive.google.com/file/d/1Fa1ECZ_prxR7CZRMnMZrV17W20WrB7V5/view?usp=sharing

FIGURA 7 - PARTE DO QUADRO COM CODIFICAÇÃO E CLASSIFICAÇÃO DOS PROBLEMAS VERBAIS E EXERCÍCIOS

CÓDIGO	IMAGEM	PÁGINA	CLASSIFICAÇÃO	EIXO REFERENTE AO CAMPO MULTIPLICATIVO
COLEÇÃO A				
1º ANO				
CATAS1	O SENHOR JOÃO VAI COLOCAR 6 OVOS EM CADA CAIXA. Pinte as caixas que ele vai precisar para guardar todos os ovos. 	42	DIVISÃO DIVISÃO POR QUOTAS REPRESENTAÇÃO O QUE PODE DIFICULTAR A RESOLUÇÃO	PROPORÇÃO SIMPLES – UM PARA MUITOS
CATAS2	MOSTRE UMA MANEIRA DE GUARDAR 5 CARTELAS DE BOTÕES EM DUAS CESTAS INDICANDO A QUANTIDADE DE BOTÕES QUE FICARÁ EM CADA CESTA. 	133	DIVISÃO DIVISÃO POR PARTIÇÃO	PROPORÇÃO SIMPLES – UM PARA MUITOS
CATAS3	O MONSTRINHO A SEGUIR TEM 4 PATAS, EM CADA PATA ELE TEM 10 DEDOS.  QUANTOS DEDOS TEM O MONSTRINHO? _____	139	MULTIPLICAÇÃO Se pensarmos que a criança vai por contagem o fato de estar "faltando" uma pata pode dificultar na resolução.	PROPORÇÃO SIMPLES – UM PARA MUITOS

FONTE: A autora (2021).

Após a releitura dos dados constituímos duas categorias de análise: - Abrangência do Campo Conceitual Multiplicativo nas Coleções Analisadas; Entraves para a aprendizagem Identificados nas Coleções Analisadas.

A categoria: “Abrangência do Campo Conceitual Multiplicativo nas Coleções Analisadas” diz respeito aos tipos de situações em que as operações de multiplicação e divisão são propostas nos livros didáticos (problemas verbais e exercícios), a classificação dos problemas verbais e a presença dos mesmos nas duas coleções analisadas, tendo como referencial a Teoria dos Campos Conceituais, em específico, o esquema elaborado por Magina; Merlini; Santos (2014), referido no Capítulo 2 desta dissertação, página 31. Nela são apresentados e analisadas a presença dos problemas verbais de proporção simples, problemas de comparação multiplicativa e problemas de produto de medidas, uma vez que foram estes tipos de problemas verbais identificados nos livros didáticos analisados. Essa classificação das situações foi realizada por consenso entre os três pesquisadores

envolvidos nessa pesquisa, primeiramente foi realizado uma triagem das situações, classificando as mais facilmente identificadas e em um segundo momento houve uma discussão a respeito da classificação das situações com as coisas houveram dúvidas. Conforme QUADRO 12.

QUADRO 12 - CLASSIFICAÇÃO - PROBLEMAS VERBAIS

Proporção Simples	Um-para-muitos
	Muitos-para-muitos
Comparação Multiplicativa	Referido/ referente desconhecido
	Relação Desconhecida
Produto de medida	Combinatória
	Organização retangular

FONTE: MAGINA; MERLINI; SANTOS (2014)

A categoria “Entraves para a aprendizagem Identificados nas Coleções Analisadas”, pontuamos e analisamos elementos presentes na forma como problemas verbais e exercícios são propostos nas coleções que compõem essa pesquisa, os quais, podem causar dificuldades para os estudantes na compreensão dos conceitos referentes ao Campo Conceitual Multiplicativo, tais como o trabalho isolado entre a multiplicação e a divisão nos livros, a introdução do conceito de multiplicação a partir da adição de parcelas iguais e as maneiras de se explorar as representações dos problemas verbais e exercícios nas coleções analisadas.

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Nesta seção do trabalho, inicialmente caracterizamos as coleções de livros didáticos que compõem o corpus da pesquisa, a fim de apresentar sua estrutura, para então em um segundo momento entendermos o modo como o Campo Conceitual Multiplicativo é abordado nessas coleções. Para então, em um outro momento discutir a respeito dos possíveis entraves na aprendizagem que identificamos na maneira como os livros didáticos apresentam as situações que exploram esse mesmo campo conceitual.

COLEÇÃO A (CA): Com relação ao número de páginas a Coleção A possui, 207 páginas no livro do 1º ano, 239 páginas no livro do 2º ano e 249 páginas no livro do 3º ano. O aumento do número de páginas é gradual com o avançar dos anos escolares.

No QUADRO 13 é possível observar os títulos dos capítulos dos livros analisados. Sendo assim, o livro CA1A é composto por 4 capítulos, o CA2A é dividido em 12 capítulos e o CA3A em 11 capítulos.

QUADRO 13 - CAPÍTULOS DOS LIVROS DA COLEÇÃO A

Capítulos	CA1A – 1º ano	CA2A – 2º ano	CA3A – 3º ano
Cap. 1	Noções de Matemática e seu vocabulário	Números até 20	Números
Cap. 2	Números até 10	Adição	Localização e caminhos
Cap. 3	Adição e subtração	Subtração	Números maiores que 110
Cap. 4	Mais números	Figuras geométricas	Adição e subtração
Cap. 5		Mais números	Adição e subtração com trocas
Cap. 6		Medidas de comprimento e de massa	Medidas de tempo
Cap. 7		Localização, caminhos e visualização	Sólidos Geométricos
Cap. 8		Adição: soma até 99	Multiplicação
Cap. 9		Subtração com números até 99	Divisão
Cap. 10		Multiplicação	Medidas de comprimentos, massa e capacidade
Cap. 11		Divisão	Figuras geométricas planas

Cap. 12		Medidas de tempo e de capacidade	
---------	--	----------------------------------	--

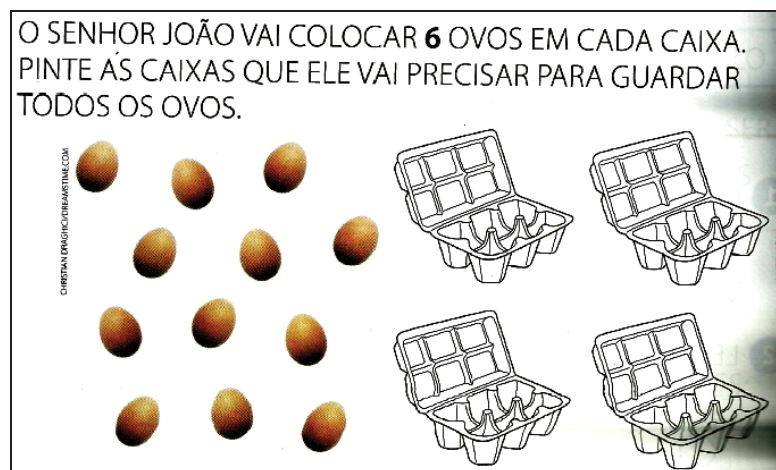
Fonte: BORDEAUX et al (2017a); BORDEAUX et al (2017b); BORDEAUX et al (2017c).

Sendo assim, apresentaremos em seguida um olhar individual para cada livro analisados para essa pesquisa.

a) 1º ano (CA1A)

No CA1A não existe um capítulo específico para o trabalho com o Campo Conceitual Multiplicativo. Nesse livro podemos identificar seis situações referentes a esse campo conceitual. Uma das situações desse livro se encontra no capítulo “Números até 10”. Trata-se de um problema verbal apresentado com ilustrações para que o estudante possa visualizar a situação, como podemos observar na FIGURA 8:

FIGURA 8 - CA1AS1



FONTE: BORDEAUX et al (2017a, p. 42).

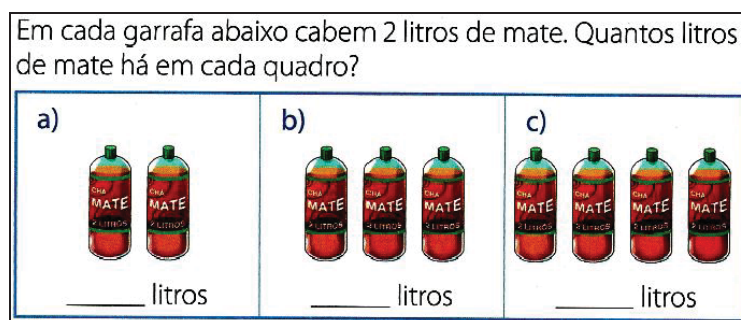
Os outros cinco problemas verbais estão no capítulo “Mais Números”, sendo um deles na página 133, um na página 139 e três na página 143. Das situações identificadas, três são de multiplicação e três são de divisão.

b) 2º ano (CA2A)

Como apresentado no QUADRO 13, o livro CA2A é composto por 12 capítulos, sendo o livro com mais capítulos de todos os livros analisados nesta pesquisa. Nele já existe um capítulo destinado à multiplicação e um capítulo destinado à divisão, diferentemente do livro CA1A. Nesse livro, identificamos 61 situações pertencentes ao Campo Conceitual Multiplicativo.

A primeira situação a explorar conceitos do Campo Conceitual Multiplicativo só é encontrada ao iniciar o capítulo “Multiplicação” (na página 177 do livro). Fora dos capítulos propostos para o trabalho da multiplicação e da divisão só encontramos três que estão no capítulo “Medidas de Tempo e de Capacidade”, na mesma página (p. 222), classificados como sendo problemas verbais. Podemos observar um exemplo na FIGURA 9.

FIGURA 9 - CA2AS61



FONTE: BORDEAUX et al (2017b, p. 222).

Nesse problema verbal o estudante tem que multiplicar dois litros por garrafa pelo número de garrafas em cada quadro aplicando esse padrão em três momentos diferentes, estabelecendo uma proporção entre o número de garrafas e a quantidade de mate. Esse exemplo é referente a última situação multiplicativa que foi identificada nesse livro.

c) 3º ano (CA3A)

Conforme QUADRO 13, o livro CA3A é composto por 11 capítulos. Esse livro também apresenta um capítulo para trabalhar multiplicação e um para trabalhar a divisão, assim como no livro do segundo ano. O capítulo destinado à multiplicação está dividido em subitens como: “adição de parcelas iguais”, “organização retangular”, “o dobro”, “tabuadas dos 2 e do 4”, “multiplicação e proporcionalidade”,

“o triplo”, “tabuada do 3 e do 6”, “tabuadas do 5 e do 10”, “multiplicação e combinatória”, “termos da multiplicação”, “tabuada do 9”, “tabuada do 7”, “tabuada do 8”, “multiplicação dezenas e centenas exatas”, “multiplicação sem trocas” e “multiplicação com trocas”.

Cada subdivisão do capítulo apresenta um tipo de situação do Campo Conceitual Multiplicativo. Nesse livro, identificamos 129 situações referentes ao Campo Conceitual Multiplicativo.

O capítulo de divisão é menor que o de multiplicação em número de páginas e em relação ao número de situações identificadas. Também é dividido em subitens como: “repartindo em partes iguais”, “multiplicação e divisão: operações inversas”, “metade”, “terça parte e quarta parte”, “quinta parte e décima parte”, “quantos cabem?”, “quanto sobre?”, “termos da divisão” e “divisão de dezenas e unidades”.

Ao final do capítulo destinado à divisão, o livro apresenta um subitem denominado “Usando as quatro operações” que envolve vários exercícios envolvendo as quatro operações.

Foram identificadas 19 situações (distribuídas pelo livro) propostas fora dos capítulos específicos para a multiplicação e a divisão. Algumas dessas situações foram apresentadas nos capítulos “Medidas de comprimento, massa e capacidade” e “Figuras geométricas planas”, como podemos observar na FIGURA 10:

FIGURA 10 - CA3AS131

Joana usou 8 palitos para formar um quadrado. Quantos palitos ela usou em cada lado? _____

FONTE: BORDEAUX et al (2017c, p. 230).

Nesse exemplo o estudante tem que formar um quadrado com a quantidade de palitos propostos, sabendo que o quadrado possui lados iguais o estudante precisa distribuir os palitos de forma igualitária entre os lados do quadrado. Sendo assim, terá que formar cada lado com 2 palitos.

Dessa forma, mostramos um pouco como se organizam os livros na Coleção A, a seguir observaremos como se estrutura a Coleção B.

COLEÇÃO B (CB): Com relação ao número de páginas, a Coleção B possui 224 páginas no livro do 1º ano, 240 páginas no livro do 2º ano, e, no livro do 3º ano,

248 páginas, observando-se um pequeno aumento no número de páginas em relação ao avanço dos anos escolares, assim como também pudemos notar na coleção anterior.

Esta coleção não se organiza em capítulos e sim em unidades, como podemos ver no QUADRO 14 no qual identificamos os títulos destinados a estas unidades:

QUADRO 14 - UNIDADES DOS LIVROS DA COLEÇÃO B

Unidades	CB1A – 1º ano	CB2A – 2º ano	CB3A – 3º ano
Unid. 1	Vocabulário fundamental	Números até 100	Números até 1000
Unid. 2	Número até 10	Sólidos geométricos	Geometria
Unid. 3	A ordem dos números	Regiões planas e seus contornos	Adição e subtração
Unid. 4	Figuras geométricas	Adição	Grandezas e medidas: tempo e dinheiro
Unid. 5	Nosso dinheiro	Subtração	Multiplicação
Unid. 6	Adição e subtração	Multiplicação	Divisão
Unid. 7	Grandezas e medidas	Grandezas e suas medidas	Grandezas e medidas: comprimento, massa e capacidade
Unid. 8	Números até 100	Números a partir de 100	Números maiores do que 1000

FONTE: DANTE (2017a); DANTE (2017b); DANTE (2017c).

Conforme o QUADRO 14 todos os livros dessa coleção são organizados em oito unidades, também podemos observar que as coleções (CA e CB) possuem semelhanças quanto aos nomes dos capítulos/ unidades.

a) 1º ano (CB1A)

O livro CB1A, também não apresenta uma unidade específica para o trabalho com a multiplicação e a divisão. Porém, foi possível identificar nesse livro 5

situações relacionadas a esse campo conceitual, todas elas classificadas como problemas verbais. O primeiro e segundo problemas verbais se encontram na unidade: "Números até 10" (FIGURA 11). Os demais estão na unidade "Grandezas e medidas".

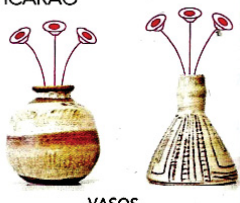
FIGURA 11 - CB1AS1

3 ESTIMATIVA Respostas pessoais.

A) ANA TEM 6 FLORES E 2 VASOS.
ELA VAI COLOCAR A MESMA QUANTIDADE DE FLORES EM CADA VASO. QUANTAS FLORES VOCÊ ACHA QUE FICARÃO EM CADA VASO? _____ FLORES.

B) DESENHE AS FLORES, CONTE, CONFIRA SUA ESTIMATIVA E REGISTRE.

☐ ACERTEI. ☐ ERREI.



FONTE: DANTE (2017a, p.46).

Este é um problema verbal de divisão por partição. Apresenta vasos para que o estudante desenhe as flores e assim possam encontrar o que está sendo solicitado. Na FIGURA 11, por se tratar do Livro do Professor, as flores já estão desenhadas nos vasos, mas no livro do estudante isto acontece.

b) 2º ano (CB2A)

Como vimos no QUADRO 14, o livro CB2A, referente ao segundo ano, também é dividido em 8 unidades, assim como o livro do primeiro ano. Diferente da outra coleção, o livro do segundo ano só traz uma unidade intitulada multiplicação, não apresentando um capítulo específico para a divisão. Identificamos nesse livro 75 situações que envolvem conceitos referentes ao Campo Conceitual Multiplicativo. O primeiro problema verbal (na p. 41 do livro) se encontra na unidade "Números até 100".

FIGURA 12 – CB2AS1

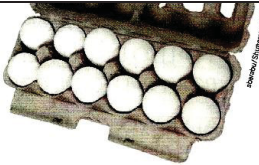
1 ANELISE VAI FAZER QUINDINS.

A) PARA UMA RECEITA ELA PRECISA USAR TODA ESTA CAIXA, COM 1 DÚZIA DE OVOS.

QUANTOS OVOS HÁ EM 1 DÚZIA? _____

B) SE ELA QUISESSE FAZER SÓ METADE DA RECEITA, ENTÃO ELA USARIA MEIA DÚZIA DE OVOS. ASSINALE COM UM **X** MEIA DÚZIA DE OVOS NA FOTO ACIMA E, DEPOIS, COMPLETE A FRASE ABAIXO.

MEIA DÚZIA DE OVOS CORRESPONDE A _____ OVOS.



CAIXA DE OVOS.

FONTE: DANTE (2017b, p.41).

Encontramos problemas do campo multiplicativo em todas as unidades desse livro, exceto na unidade “Sólidos” geométricos, porém, a grande maioria se concentra na unidade “Multiplicação”. Fora desta unidade específica encontramos 4 situações na unidade “Grandezas e suas medidas”.

c) 3º ano (CB3A)

Por fim o livro CB3A assim como os outros dessa coleção, também é dividido em 8 unidades. Além de apresentar uma unidade específica para a multiplicação (como no do segundo ano) também apresenta uma unidade para a divisão.

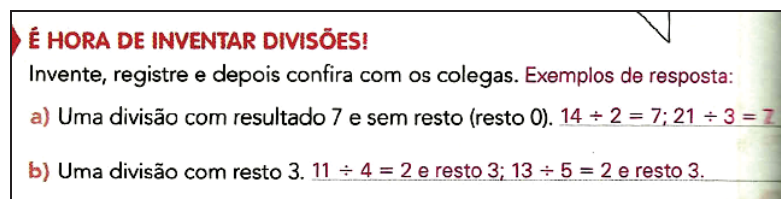
As subdivisões da unidade referente à multiplicação enfatizam cálculos a partir de exercícios e são identificados como: “As ideias da multiplicação”; “Estratégias para efetuar uma multiplicação”; “Tabuada do 2 e tabuada do 3”; “Tabuada do 4 e tabuada do 5”; “Tabuada do 6”; “Tabuada do 7”; “Tabuada do 8”; “Tabuada do 9”; “Multiplicação com 0. Com 1 e com 10”; “Mais estratégias para efetuar uma multiplicação” e “Mais atividades e problemas”.

A unidade destinada à divisão também tem subitens que enfocam estratégias de resolução denominadas como: “Ideias da divisão”; “Estratégias para efetuar uma divisão”; “Multiplicação e divisão: operações inversas”; “Metade e terça parte” e “Problemas com as 4 operações”.

Nesse livro identificamos 134 situações relacionadas ao Campo Conceitual Multiplicativo. Em todas as unidades deste livro foram identificadas situações do campo multiplicativo, sendo, 8 delas na unidade “Grandezas e medidas:

comprimento massa e capacidade” e 9 situações na unidade “Números maiores do que 1000”. Podemos ver um exemplo na Figura 13 uma situação identificada ao final da unidade “Grandezas e medidas: comprimento massa e capacidade” num subitem denominado: “Vamos ver de novo”.

FIGURA 13 - CB3AS130



FONTE: DANTE (2017c, p. 194).

Essa situação (FIGURA 13), classificada como exercício, apresenta ao professor (em rosa) alguns exemplos de resoluções, porém é uma situação com a resposta aberta para que os estudantes explorem diferentes possibilidades de resolução.

Finalizamos então a breve apresentação da maneira como os livros analisados estão estruturados. A seguir apresentamos a análise dos dados obtidos na pesquisa a partir das categorias de análise: abrangência do campo conceitual multiplicativo e entraves para a aprendizagem.

4.1 ABRANGÊNCIA DO CAMPO CONCEITUAL MULTIPLICATIVO NAS COLEÇÕES ANALISADAS

Ao olharmos para os livros de maneira geral, buscamos verificar como as situações que envolvem multiplicação, divisão ou ambas se distribuem ao longo das coleções e anos escolares analisados, a partir da organização da TABELA 1, vemos de maneira quantitativa como essas situações se distribuem.

TABELA 1 - DISTRIBUIÇÃO DE SITUAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO, DIVISÃO E MISTOS¹² NAS COLEÇÕES A E B

Coleção	Livros	Multiplicação	Divisão	Mistos	Total
A	1º ano	3	3	0	6
	2º ano	45	16	0	61
	3º ano	88	32	9	129
B	1º ano	3	2	0	5
	2º ano	68	6	1	75
	3º ano	95	21	18	134

FONTE: A autora (2021).

Ao olharmos para a TABELA 1, com relação a Coleção A, no livro do primeiro ano foram identificados apenas seis problemas envolvendo o Campo Conceitual Multiplicativo, sendo três deles de multiplicação e três de divisão. No segundo ano identificamos 61 problemas envolvendo o Campo Conceitual Multiplicativo, 45 deles de multiplicação e 16 de divisão. No livro do terceiro ano foram identificados 129 problemas matemáticos do Campo Conceitual Multiplicativo, dos quais 88 eram de multiplicação, 32 de divisão e nove mistos, que envolviam tanto a multiplicação como a divisão.

Na Coleção B, referente ao Campo Conceitual Multiplicativo identificamos 5 problemas no livro do primeiro ano, três de multiplicação e dois de divisão, no livro do segundo ano foi identificado 75 problemas, sendo 68 deles de multiplicação, seis de divisão e um misto. No terceiro ano, identificamos 134 problemas desse campo conceitual, 95 problemas de multiplicação, 21 de divisão e 18 problemas mistos.

Ao observar estes dados podemos verificar que houve um aumento significativo nos números de situações do Campo Conceitual Multiplicativo com o avançar dos anos escolares em ambas as coleções.

Porém, em ambas as coleções identificamos poucas situações envolvendo esse campo conceitual nos livros do primeiro ano. Ao analisar como as crianças de primeiro e segundo ano resolvem situações multiplicativas Santos et al. (2014, p.26) concluem que “[...] estudantes que ainda não aprenderam formalmente a operação de divisão demonstram possuir noções matemáticas que permitem lidar com situações das estruturas multiplicativas, apoiados pelo recurso pictórico.”. Ou seja,

¹² Problemas verbais e/ou exercícios que envolvem multiplicação e divisão na mesma situação.

mesmo sem a exploração formal desses conceitos pela escola é possível que crianças pequenas estabeleçam relações multiplicativas.

Essas noções são desenvolvidas a partir da experiência que os estudantes têm, situações essas que são comuns em seu cotidiano desde bem pequenas, Para Nunes e Bryant (1997, p.188/189) “[...] está claro que as crianças não têm que dominar adição e subtração antes que comecem a raciocinar de forma multiplicativa.”. Sendo assim, não é preciso que situações multiplicativas sejam mais exploradas somente quando a criança já tem total domínio da adição e subtração.

Também é possível perceber que a operação de divisão é menos explorada em comparação com a multiplicação em todos os anos analisados em ambas as coleções. Essa discrepância ficou ainda mais evidente na coleção B, na qual a diferença entre a quantidade de problemas de multiplicação e de divisão nos livros do 2º e 3º ano é bem mais evidente.

Essa questão também foi observada por Soares (2016) que analisou livros do 2º, 3º, 4º e 5º ano do Ensino Fundamental. Os dados obtidos pela autora mostram que a divisão apareceu em número menor que a multiplicação, a autora afirma que “O baixo índice para situações do grupo divisão, em especial, nos Anos Iniciais talvez deva-se à crença de que esta operação é muito difícil.” (SOARES, 2016, p.166).

A autora também identifica que ao analisar o Manual do professor, o autor do livro didático reforça a ideia de que os estudantes apresentam maior dificuldade com essa operação. Soares (2016) levanta a hipótese que “[...] que está dificuldade pode estar relacionada a forma como a operação é abordada, ou seja, sem relação com a operação de multiplicação e com a ideia de proporcionalidade.” (SOARES, 2016, p.166).

A dificuldade com a operação de divisão também é discutida por Vergnaud (2014) com relação aos processos de aprendizagem dos estudantes, pontuando a complexidade envolvida nessa operação.

No plano das regras operatórias propriamente ditas, a divisão evidentemente é a mais complexa das quatro operações porque implica, ao mesmo tempo, a subtração, a multiplicação e a busca por teste ou enquadramento dos algarismos do quociente. Não é surpreendente se inúmeras crianças a dominam mal, no final do ensino elementar. (VERGNAUD, 2014, p.190).

No entanto, essa dificuldade com a operação de divisão, segundo o autor, é mais relacionada a aspectos operacionais (cálculo numérico) e não sobre a compreensão da operação pelos estudantes (cálculo relacional). Porém, o autor salienta que mesmo se tratando de uma operação mais complexa, situações com essa operação são possíveis desde os primeiros anos da escolarização.

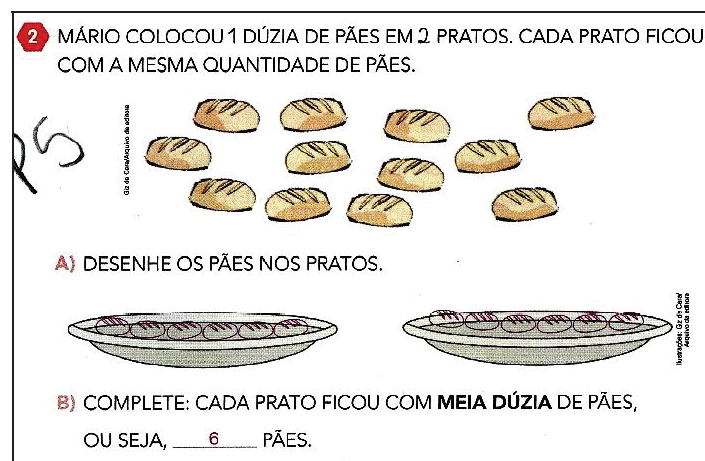
Se por um lado trabalha-se menos a divisão, destacamos que ambas as coleções propõem problemas verbais de divisão antes dos problemas de multiplicação. Essa característica respalda a ideia de que situações de divisão tanto são possíveis para crianças pequenas como também fazem parte de contexto vivido por elas. Como podemos ver nos exemplos das FIGURAS 14 e 15.

FIGURA 14 - CA1AS2



FONTE: BORDEAUX et al (2017a, p.133).

FIGURA 15 - CB1AS5



FONTE: DANTE (2017a, p.171).

Em ambos os casos (FIGURAS 14 E 15), os autores dos livros didáticos fazem uso de ilustrações para facilitar a compreensão da criança sobre a situação de divisão e não solicitam nenhum cálculo numérico para a resolução, o que vai ao encontro do que Vergnaud (1996, 2014), Santos et al. (2014), Nunes e Bryant (1987) em relação às possibilidades da criança em relação à resolução de situações que envolvem a divisão.

[...] às evidências empíricas obtidas nestes estudos permitem o delineamento de um quadro teórico acerca do desenvolvimento inicial da habilidade da criança em estabelecer comparações e fazer julgamentos relativos acerca do processo de divisão quando as tarefas não envolvem qualquer tipo de cálculo numérico. (CORREA; MEIRELES, 2000, p.27/28).

Dessa maneira, mesmo nos primeiros anos, a partir de suas habilidades desenvolvidas com ações do cotidiano, o estudante é capaz de resolver situações de divisão.

A relação entre a complexidade da operação e a necessidade de o trabalho com a divisão se iniciar desde a escola elementar também foi destacado por Gitirana et al. (2014).

Os alunos começam a empregar a divisão de modo mais sistemático a partir do 5º ano. Embora de inegável complexidade, como revelam pesquisas e as avaliações escolares, sabe-se que os alunos apresentam noções iniciais sobre este conceito desde muito cedo. Assim, cabe à escola desenvolver tais noções e garantir uma compreensão apropriada da divisão – que é um dos pilares fundamentais do raciocínio matemático. (GITIRANA et al., 2014, p.99).

Esse trabalho então deve ser constante já nos anos iniciais do Ensino Fundamental, considerando as habilidades específicas de cada etapa escolar.

Os dois exemplos trazidos na FIGURAS 14 e 15, são uma divisão por “partição”, quando o estudante pode distribuir a quantidade de elementos entre determinados conjuntos. Em ambas as coleções esse é o tipo de divisão que é mais comum, como podem observar na TABELA 2. Os problemas verbais e exercícios considerados mistos na TABELA 1 também foram computados nesta tabela.

TABELA 2 - RELAÇÃO COLEÇÕES/TIPOS DE DIVISÕES

Livros	Divisão por Quota	Divisão por Partição
CA1A	2	1
CA2A	2	14
CA3A	7	34
CB1A	0	2
CB2A	1	6
CB3A	7	32

FONTE: A autora (2021).

Percebemos ao analisarmos a TABELA 2, que há grande diferença entre a quantidade de situações de partição e quotas, principalmente nos terceiros anos. Com relação às situações de partição serem mais presentes, Lautert (2005, p.42) cita que “[...] os problemas de partição são mais simples, porque a noção inicial que a criança tem sobre a divisão é decorrente da ideia de repartir (distribuir), estando a atenção da criança voltada para a distribuição de quantidades iguais.”. Observamos um exemplo desse tipo de situações de divisão na FIGURA 16.

FIGURA 16 - CA3AS93

Ana Maria tem 90 reais em notas de 10 reais. Ela quer dividir igualmente essa quantia em 3 partes, para dar a seus irmãos. Quanto cada um receberá?

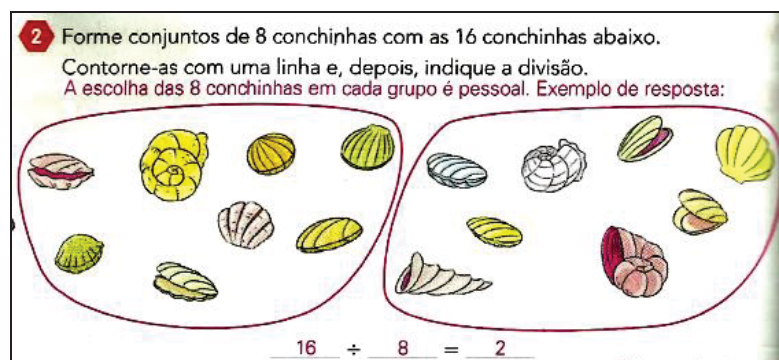
FONTE: BORDEAUX et al (2017c, p.178).

A situação apresentada no exemplo da FIGURA 16, é classificada como problema verbal, na qual, se solicita uma divisão por partição. Situações como essa, que podem ser resolvidas pela distribuição, são frequentes nos livros didáticos analisados. Segundo Lautert e Spinillo (2002, p.238) “Uma das explicações para isto é que a noção inicial que a criança tem sobre a divisão, derivada das experiências sociais, é a de repartir um todo em partes iguais até que este todo se esgote.”.

Porém, só a ação de distribuir (exploradas em situação de divisão por partição) não é a única responsável pela compreensão do conceito de divisão, dessa

maneira, é preciso que se explore uma gama variada de situações, como as de quota, exemplificada na FIGURA 17.

FIGURA 17 – CB3AS89



FONTE: DANTE (2017c, p. 152)

Situações de divisão por quota como as do exemplo da FIGURA 17 são menos frequentes nos livros analisados, conforme pode-se verificar na Tabela 2 (com exceção do livro CA1A). Essa constatação já vem sendo observada em outros estudos conforme Lautert e Spinillo (2002).

Por outro lado, problemas de divisão por quotas requerem iniciar o processo de resolução com base no tamanho de cada parte (quota), sendo esta forma de raciocinar menos usual nas experiências sociais informais do que a ideia de número de partes, e, inclusive, menos considerada nas situações didáticas no contexto escolar. (LAUTERT; SPINILLO, 2002, p. 239).

Mesmo que as situações de divisão por quota sejam menos exploradas nos materiais didáticos, situações desse tipo de divisão também são facilmente vividas por crianças pequenas. Para Gitirana et al. (2014, p. 62) essa ênfase que a “escola” dá para a divisão por partição podem se transformar em uma barreira para o desenvolvimento dos conceitos relacionados a divisão ao condicionar o estudante a uma maneira de raciocinar. Segundo as autoras esse tipo de situação se torna mais complexo, “O uso da razão já não é mais tão simples, pois ela terá que ser identificada pelos estudantes sem o valor da unidade.” (GITIRANA et al., 2014, p.62).

Dessa maneira, se faz necessário diversificar o tipo de situações a fim de levar que o estudante a raciocinar em todas as possibilidades presentes no Campo Conceitual Multiplicativo. Pensando no desenvolvimento desse raciocínio

multiplicativo no próximo item focaremos a análise das situações caracterizadas como problemas verbais.

4.1.1 Classificação dos Problemas Verbais

Como dito anteriormente classificamos as situações encontradas nas duas coleções analisadas em “problemas verbais” e “exercícios”. Como vimos no item referente a Metodologia de Pesquisa (3.0), os problemas verbais são situações que abordam uma realidade fictícia, fazendo que o estudante interprete o que está sendo solicitado. As situações classificadas como “exercícios” são de cunho mais operacional, envolvem estratégias de resolução, cálculo e situações de memorização. Sendo assim, como podemos observar como essas situações estão quantitativamente distribuídas na TABELA 3.

TABELA 3 – QUANTIFICAÇÃO DE PROBLEMAS VERBAIS E EXERCÍCIOS PRESENTES NA CA E CB

Coleções	Anos escolares	Problemas verbais	Exercícios	Total
Coleção A	1º Ano	6	0	6
	2º Ano	42	19	61
	3º Ano	85	44	129
Coleção B	1º Ano	5	0	5
	2º Ano	27	48	75
	3º Ano	49	85	134

FONTE: A autora (2021)

Conforme podemos observar na TABELA 3, constatamos que o total de situações envolvendo o campo multiplicativo é bastante próximo nas duas coleções analisadas, sendo 129 na Coleção A e 134 na Coleção B.

As situações classificadas como “problemas verbais” são encontrados em maior quantidade na Coleção A. Já as situações classificadas como “exercícios” são encontradas em maior quantidade na Coleção B.

Ao observar a TABELA 3 vemos que a quantidade de exercícios aumenta conforme o avançar dos anos escolares, sendo menor no primeiro ano e maior no terceiro ano, principalmente na Coleção B. Nessa coleção, nos livros do 2º e do 3º

ano os exercícios são apresentados em maior quantidade, a exceção é o livro destinado ao 1º ano. O mesmo ocorre com os problemas verbais. A quantidade aumenta conforme aumenta os anos escolares.

Neste item voltamos nossas análises aos problemas verbais, pois é através desse tipo de situação que podemos analisar os conceitos e raciocínios exigidos para que os estudantes avancem no desenvolvimento do Campo Conceitual Multiplicativo. Para isso, classificamos os problemas verbais encontrados no corpus da pesquisa estabelecendo uma relação com os eixos de situações conforme esquema elaborado por Magina, Santos e Merlini (2010, 2014) apresentado na página 31.

Dessa maneira, nas situações que foram classificadas como problemas verbais nas Coleções A e B, foram identificados três eixos, sendo eles: Proporção simples, Comparação Multiplicativa e Produto de Medida. Esses problemas estão distribuídos entre os livros analisados nessa pesquisa conforme Quadro 15.

QUADRO 15 - RELAÇÃO LIVROS E EIXOS DE PROBLEMAS VERBAIS COLEÇÃO A E B

Livros/ Eixos	Proporção simples		Comparação Multiplicativa		Produto de Medida	
Classes	um para muitos	muitos para muitos	referido/ referente desconhecido	Relação desconhecida	configuração retangular	combinatória
CA						
1º ano	X					
2º ano	X		X		X	
3º ano	X	X	X	X	X	X
CB						
1º ano	X					
2º ano	X		X		X	X
3º ano	X	X	X	X	X	X

FONTE: A autora (2021).

Conforme o QUADRO 15 podemos perceber que o único eixo de problemas trabalhado em todos os anos que compõem o corpus da nossa pesquisa é o de “Proporção Simples, envolvendo a classe “um para muitos”. O eixo de problemas “Comparação Multiplicativa, classe “referido/referente desconhecido” e “Produto de

Medida - Configuração Retangular”, são abordadas em ambas as coleções nos livros do 2º e 3º anos.

Observamos também (QUADRO 15) que problemas verbais de “Proporção simples – muitos para muitos” e “comparação multiplicativa – relação desconhecida” só foram identificados no livro destinado ao 3º ano e final do ciclo de alfabetização.

No próximo item discutiremos cada ano de forma individual estabelecendo comparações e reflexões a respeito das duas coleções analisados por essa pesquisa.

4.1.1.1 Livros do 1º ano nas Coleções A e B (CA1A e CB1A)

Como dito anteriormente, no livro do 1º ano, tanto da coleção A como da coleção B não consta um capítulo específico para o trabalho com as situações do Campo Conceitual Multiplicativo, sendo assim, os problemas verbais identificados nestes livros estão distribuídos no decorrer dos capítulos.

Os 11 problemas verbais envolvendo o Campo Conceitual Multiplicativo identificados nos livros de primeiro ano são de Proporção Simples – um para muitos. A predominância desses tipos de problemas em livros do 1º ano também foi observada por Soares (2016) “A prioridade dada à classe *um para muitos* em ambos os materiais curriculares deve-se, principalmente, as atividades propostas no grupo de situações multiplicação, em especial, nos primeiros anos escolares, visto que estas recebem uma atenção maior do que as situações do grupo divisão.” (SOARES, 2016, p. 214, grifo do autor).

Vemos como esse tipo de problemas são abordados pelos autores dos livros didáticos do primeiro ano nos exemplos das FIGURAS 18 e 19:

FIGURA 18 - CA1AS3



FONTE: BORDEAUX et al (2017a, p.139).

FIGURA 19 - CB1AS3

MEDIDA DE CAPACIDADE

ATIVIDADE ORAL EM GRUPO A ÁGUA DE COCO QUE CABE EM 1 GARRAFA DÁ PARA ENCHER EXATAMENTE 4 COPOS QUE ANA TEM NA CASA ONDE MORA. PENSE, CONVERSE COM OS COLEGAS E RESOLVA O PROBLEMA A SEGUIR. ANA COMPROU 2 DESSAS GARRAFAS DE ÁGUA DE COCO. ELA E SUAS AMIGAS TOMARAM 5 COPOS. ENTÃO, O QUE SOBROU DE ÁGUA DE COCO DÁ PARA ENCHER QUANTOS COPOS? 3 COPOS.



1 garrafa
Tomaram

1 garrafa
Sobram

FONTE: DANTE (2017a, p. 57).

Nas situações apresentadas anteriormente exemplificamos problemas verbais que abordam a multiplicação. Em um estudo realizado por Lautert e Santos (2017) foi evidenciado que crianças do 1º ao 3º ano do Ensino Fundamental têm mais facilidade com esse tipo de problemas, possivelmente por eles estarem presentes em situações cotidianas e, pelo fato de que as relações entre as grandezas serem explícitas, em termos da unidade de uma das grandezas, o que facilitaria a compreensão.

O desempenho de crianças do primeiro ano ao resolver situação de Proporção simples – um para muitos também foi evidenciado por Castro e Curi (2020) ao afirmar que “Ao nos debruçarmos nas resoluções das crianças do primeiro ano envolvendo o significado de proporcionalidade (um a muitos), as alunas, em sua maioria, não apresentaram dificuldades de interpretação do texto do problema para a resolução.” (CASTRO; CURI, 2020, p.14).

Uma hipótese levantada por nós é que devido a maior facilidade das crianças com esse tipo de problema e por eles poderem ser relacionados com o cotidiano das crianças, estando assim minimamente contextualizados, os autores de livros didáticos o priorizam na elaboração dos livros didáticos do 1º ano.

4.1.1.2 Livros do 2º ano nas Coleções A e B (CA2A e CB2A)

Ao analisarmos o livro do 2º ano identificamos 42 problemas verbais no livro CA2A e envolvendo o Campo Conceitual Multiplicativo e 27 problemas verbais no livro CB2A, eles foram classificados em quatro diferentes classes: Proporção Simples – um para muitos, Comparação Multiplicativa – referido/referente

desconhecido, Produto de Medida – configuração retangular, Produto de Medida – combinatória, conforme descrito na TABELA 4.

TABELA 4 - TIPOS DE PROBLEMAS - SEGUNDO ANO

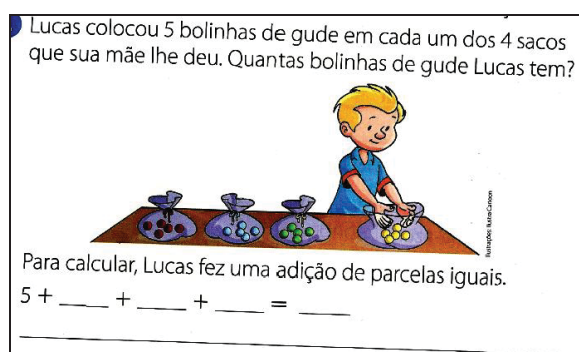
Tipos de Problemas Identificados	Número de Problemas (CA2A)	Número de Problemas (CB2A)
Proporção simples – um para muitos	26	15
Comparação multiplicativa – referido/referente desconhecido	12	7
Produto de medida – configuração retangular	4	4
Produto de medida – combinatória	0	1
Total	42	27

FONTE: A autora (2021).

Conforme a TABELA 4 a classe de problema mais presente nos livros do segundo ano são os de Proporção simples – um para muitos (assim como nos livros do primeiro ano), sendo referente a 26 problemas no livro CA2A e 15 problemas no livro CB2A, sendo assim, correspondem a mais da metade dos problemas verbais identificados em ambas as coleções.

Percebemos, nos problemas verbais de Proporção simples – um para muitos, forte presença do recurso à adição de parcelas iguais como orientação para a resolução do problema, como observamos um exemplo dos dois livros (FIGURA 20 e 21).

FIGURA 20 - CA2AS2



FONTE: BORDEAUX et al (2017b, p. 178).

FIGURA 21 - CB2AS10

Observe as caixas e as garrafas desenhadas ao lado.

a) Há quantas caixas? _____

b) E há quantas garrafas em cada caixa? _____

c) Então, qual é o total de garrafas? _____

d) Complete a adição correspondente:
 _____ + _____ + _____ = _____

e) Faça desenhos para representar.

f) Escreva a multiplicação correspondente: _____

As imagens não estão representadas em proporção...

FONTE: DANTE (2017b, p.136).

Vemos que mesmo inseridos nos capítulos de multiplicação, ainda se propõe a adição para a resolução de problemas que envolvem a multiplicação. Esse ponto também foi observado por Alarcão (2017, p.56) quando analisa livros didáticos: “A estratégia de apoiar-se na adição para chegar à multiplicação não é abandonada: pede-se, primeiro, a representação por uma adição e, então, pela multiplicação correspondente.”. Sendo assim, identificamos característica semelhante nas situações dessa classe identificadas nos livros que analisamos.

Uma vez que os problemas verbais de Proporção simples – um para muitos são os responsáveis pela maior parte das situações identificadas no livro do 2º ano, e que esses problemas seguem este padrão de raciocínio (um para muitos), podemos considerar que tal abordagem limitada do Campo Conceitual Multiplicativo pode prejudicar a apropriação dos conceitos nele envolvidos pelos estudantes.

Ao repetir problemas que exijam um mesmo tipo de raciocínio, o professor pode levar o aluno a desenvolver concepções, ou mesmo estratégias, que dificultam a aquisição do próprio conceito em foco, assim como de outros limitando sua competência à resolução de problemas daquele tipo. (GITIRANA et al., 2014, p.42).

Dessa maneira é preciso que mesmo dentro de uma classe de problemas a forma como está sendo solicitado o raciocínio pelo estudante também seja variada, possibilitando assim um amplo desenvolvimento desses conceitos.

Observando a TABELA 4 identificamos 12 problemas de Comparação Multiplicativa – referido/referente desconhecido no livro CA2A e 7 problemas no livro

CB2A, sendo o segundo tipo de problemas verbais mais identificado nos livros do 2º ano analisados nessa pesquisa.

Todos os problemas identificados pertencentes a esse eixo (Comparação Multiplicativa) nas duas coleções são referentes ao trabalho com os conceitos de dobro, triplo, metade e terça parte. Conforme podemos observar nos dois exemplos de situações mais comuns dessa em ambas as coleções analisadas (FIGURAS 22 e 23).

FIGURA 22 - CA2AS25

Regina ganhou um estojo com 3 canetas. Quantas canetas ela terá se ganhar:

a) o dobro de estojos? _____

b) o triplo de estojos? _____

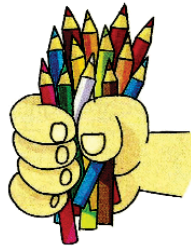
FONTE: BORDEAUX et al (2017b, p.191).

FIGURA 23 - CB2AS28

4 Roberto está mostrando os lápis dele. Márcia tem o dobro do número de lápis que Roberto tem. Complete.

Roberto tem _____ lápis.

Márcia tem _____ lápis.



Lápis de Roberto.

FONTE: DANTE (2017b, p. 142).

Nas FIGURAS 22 e 23 encontram-se um tipo de situação denominadas problemas protótipos dessa classe. O termo “protótipos” segundo Santos (2015, p. 125) é “ [...] empregado aqui com sentido de uma situação elementar, o representante mais simples de uma classe de situações matemáticas”. A abordagem desses conceitos, situações que envolvem o trabalho com dobro e triplo, já está presente nos primeiros anos escolares.

[...] momento em que se exploram situações simples envolvendo a relação de dobro e de metade, entre outras. Situações como estas podem se configurar com protótipos da comparação multiplicativa, como por exemplo: “João tem a metade da quantia de Maria. Se João tem R\$10,00, qual é a quantia de Maria?”. (SANTOS, 2015, p.125).

Problemas envolvendo dobro, triplo e metade também foram encontrados em grande quantidade por Souza (2017, p.101) ao analisar livros didáticos em sua pesquisa. O autor conjectura que “[...] que essa ênfase nos problemas de Comparação talvez se fundamente pelo fato de que os alunos, nesta faixa etária, estejam em fase de construção da ideia de número e para tal necessitam estabelecer relações de comparação, correspondência, classificação e seriação.”.

Esse tipo de problema é considerado elementar, podendo ser trabalhados já nos primeiros anos da escolarização, porém existem outros problemas nesse eixo consideradas de maior complexidade cognitiva que não são abordadas nessas coleções.

Os termos “vezes mais” e “vezes menos” são frequentes em problemas dessa classe. Segundo Santos (2015) até os estudantes mais experientes podem apresentar dificuldades com essa complexidade de raciocínio devido a interpretação do enunciado.

Desse modo, situações pertencentes ao eixo comparação multiplicativa, do ponto de vista do ensino, requerem do professor um trabalho cuidadoso, pois na maioria das vezes, na etapa anterior do ensino, ainda no trabalho com o Campo Conceitual Aditivo, é comum associar a expressão “ganha” ou “perder” com a operação de adição e subtração, respectivamente. (SANTOS, 2015, p. 127).

Sendo assim, se faz ainda mais necessário diversificar os tipos de situações apresentados aos estudantes sem padronizar expressões que possam vir a viciar a interpretação dos enunciados dos problemas, além de explorar as situações através do cálculo relacional entendendo assim o raciocínio solicitado.

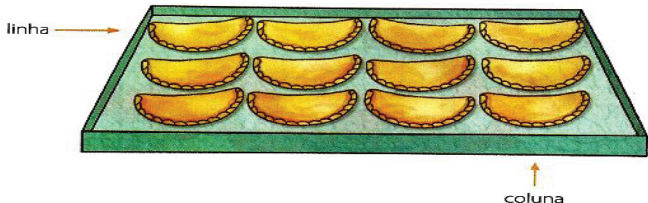
Em ambos os livros do 2º ano também foram identificados quatro problemas de Produto de Medidas – configuração retangular, totalizando 8 problemas nas duas coleções.

Todos os problemas ofereceram auxílio com imagens para uma melhor compreensão pelo estudante do que estava sendo pedido no enunciado, em alguns

casos apontando nomenclaturas como linhas e colunas indicando a estratégia de cálculo que pode ser utilizada. Conforme os exemplos das FIGURAS 24 e 25.

FIGURA 24 - CA2AS31

Lia fez alguns salgados para uma festa e arrumou-os em uma caixa para transportá-los.



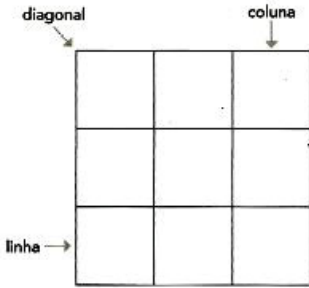
a) Há 3 linhas com 4 salgados em cada linha. Então, temos:
 $4 + \text{ } + \text{ } = 12$, ou $\text{ } \times \text{ } = 12$

FONTE: BORDEAUX et al (2017b, p.196).

FIGURA 25 - CB2AS5

6 JOGO DA VELHA

a) **ATIVIDADE EM DUPLA** Convide um colega para jogar. Decidam quem vai fazer **X** e quem vai fazer **O**. Você já sabe, não é? Um de cada vez vai desenhando sua figura. Quem fizer 3 **X** ou 3 **O** na mesma linha, coluna ou diagonal ganha o jogo. Joguem a primeira partida em um dos livros da dupla e a segunda partida no outro livro.




b) Agora, complete: No jogo da velha há _____ quadradinhos em cada linha, _____ em cada coluna e _____ quadradinhos ao todo.

FONTE: DANTE (2017b, p.129).

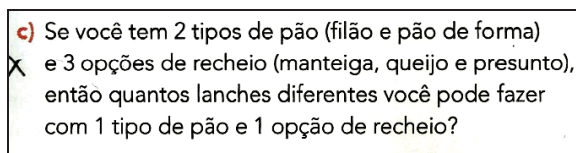
Como pode ser observado da FIGURA 24, ainda é proposta a adição de parcelas iguais e somente após é pedido que se represente através de uma multiplicação, o que pode ocasionar dificuldades na aprendizagem com relação a construção de invariantes operatórios próprios do Campo Conceitual Multiplicativo. Para Lautert e Santos (2017, p. 51) “[...] não precisa esperar que os estudantes

dominem os conceitos de adição e subtração para iniciar uma discussão sobre o Campo Conceitual Multiplicativo.”. A partir dessa afirmação dos autores, entendemos que não é preciso que se remeta a adição para a compreensão do conceito de multiplicação.

Segundo Santos (2015) podemos pensar problemas de Produto de medida – configuração retangular como um produto de medida que envolve a noção de área, “[...] o retângulo decomposto em quadrados (linhas e colunas) permitem compreender a área como um produto da dimensão maior (comprimento) pela medida da dimensão menor (largura), tanto no plano das dimensões, como no plano numérico.” (SANTOS, 2015, p.131). Essa é uma característica que pode ser claramente observar na Figura 25.

Por fim, no livro CB2A identificamos um problema o tipo Produto de medida – combinatória apresentado na Figura 26, esse problema se encontra no início do capítulo destinado à multiplicação e é uma introdução ao trabalho com esses conceitos.

FIGURA 26 - CB2AP7



FONTE: DANTE (2017b, p. 134).

Como pode-se observar nessa situação não é apresentado ao estudante uma representação pictórica que o auxilie a resolver o enunciado e nem mesmo um espaço para que ele desenvolva sua própria representação. Nesse caso concordamos com Silva (2016) ao afirmar que “Estas representações muitas vezes podem servir como um apoio ao pensamento do aluno para a resolução da atividade, ajudando-o a refletir sobre o que a situação pede e até o dando pista de como resolver,” (SILVA, 2016, p. 120). Dessa maneira, essas representações se mostram necessárias principalmente quando se introduz uma nova classe de problemas, a fim de exemplificar o que está sendo solicitado pelo enunciado.

4.1.1.3 Livros do 3º ano nas Coleções A e B (CA3A e CB3A)

Nos livros do 3º ano das duas coleções apresentam um capítulo específico para o trabalho com a multiplicação e outro para a divisão. Esse aspecto também foi observado por Alarcão (2017, p.91) ao analisar livros didáticos e entrevistar professores. A autora afirma que “aparentemente, também em sala de aula, perdura a segregação entre esses conceitos”, e, que há entre os professores a compreensão de que a divisão é mais difícil do que a multiplicação devendo, portanto, ser apresentada depois.

No livro CA3A referente ao 3º ano foi identificado 85 problemas envolvendo o Campo Conceitual Multiplicativo, já no livro CB3A foi possível identificar 49 problemas, totalizando 134 problemas verbais distribuídos em 6 classes diferentes, sendo: Proporção simples – um para muitos; Proporção simples – muitos para muitos; Comparação multiplicativa – referido/referente desconhecido; Comparação multiplicativa – relação desconhecida; Produto de medida – configuração retangular e Produto de medida – combinatória, conforme pode-se observar na TABELA 5.

TABELA 5 - TIPOS DE PROBLEMAS – TERCEIRO ANO

Tipos de Problemas Identificados	Número de problemas (CA3A)	Número de problemas (CB3A)
Proporção simples – um para muitos	61	36
Proporção simples – muitos para muitos	1	1
Comparação multiplicativa - referido/referente desconhecido	7	7
Comparação multiplicativa – relação desconhecida	1	0
Produto de medida – configuração retangular	7	3
Produto de medida – combinatória	8	2
Total	85	49

FONTE: A autora (2021).

Embora os livros do 3º ano abordem todos os tipos de problemas referidos na Tabela 3 pode-se observar que a maior concentração está nos problemas da classe Proporção Simples – um para muitos, sendo alguns tipos de problemas trabalhados de forma muito superficial, apresentando uma única situação no decorrer do livro, como as de Proporção simples – muitos para muitos, com somente 1 problema em cada livro, a classe Comparação multiplicativa – relação

desconhecida, com 1 problema na CA3A e a classe Produto de medida – combinatória com somente 2 problemas no livro CB3A.

Ser confrontado com uma variedade de situações que deem sentido a um conceito e, com diferentes níveis de complexidade, é importante para que o estudante compreenda um determinado conceito, de modo que esse confronto propicie não apenas filiações, mas também rupturas, pois, às vezes, para a formação de uma competência, é preciso abandonar ideias assumidas anteriormente, para assumir outras ideias. (SANTANA; LIMA, 2017, p. 16).

Dessa maneira, destacamos que a progressão num campo conceitual só é possível quando o estudante é confrontado com situações que exigem uma variedade de raciocínios, para isso, é preciso que se aborde não só em um, mas várias situações de classes diferentes e níveis de complexidade diferentes também.

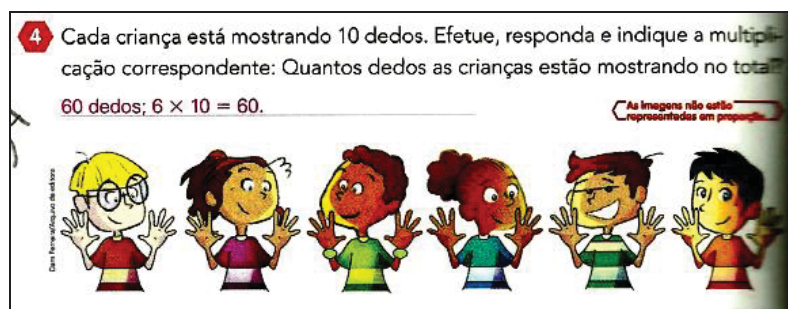
Começamos então a análise dos problemas verbais identificados nos livros do 3º ano pelos problemas de Proporção Simples – um para muitos que correspondem a 61 problemas no livro CA3A e 36 problemas no livro CB3A, sendo também estes o tipo de problemas mais explorados nesse ano escolar, assim como nos livros do 1º e 2º anos. Observamos um exemplo desses problemas apresentados em cada uma das coleções (FIGURA 27 e 28).

FIGURA 27 - CA3AP49

Com 1 litro de leite, Paulo prepara 8 copos de leite batido com chocolate. Quantos copos ele conseguirá preparar com 9 litros de leite?

FONTE: BORDEAUX et al (2017c, p.160).

FIGURA 28 - CB3AP37



FONTE: DANTE (2017c, p. 130).

Os problemas de Proporção Simples são os primeiros a serem propostos nos livros didáticos analisados, geralmente relacionados a conceitos próprios da multiplicação e da divisão, mas também são abordados a partir de outros conteúdos, como por exemplo, sistema monetário, medidas de comprimento, massa e capacidade, desenhos geométricos etc. Os problemas verbais do eixo Proporção simples são compostos por uma relação quaternária e segundo Vergnaud (2014) esse eixo é utilizado “[...] para introduzir a multiplicação no ensino básico e que forma o tecido da grande maioria dos problemas multiplicativos [...]” (VERGNAUD, 2014, p.239).

No subitem “Multiplicação: adição de parcelas iguais” do livro CB3A e no subitem “As ideias da multiplicação” do livro CB3A, se concentram a maior parte dos problemas de Proporção simples – um para muitos identificados nesse ano escolar. Ainda no livro do 3º ano identificamos problemas que primeiro remetem à adição de parcelas iguais para então introduzir a multiplicação, como o exemplo da Figura 28 onde é possível que o estudante realize a contagem ou adição para solucionar o problema proposto.

Referente aos problemas do tipo Proporção simples – muitos para muitos identificamos somente uma situação em cada livro do 3º ano das coleções analisadas. Problemas dessa classe só foram identificados nos livros dos 3º anos. Esse tipo de problemas exige um raciocínio mais complexo para sua resolução. Porém, essas situações podem ser resolvidas mais facilmente através de um operador escalar¹³, quando se descreve as transformações entre as medidas (SANTANA; LIMA, 2017). Observamos essas duas situações identificadas nos livros nas FIGURAS 29 e 30.

FIGURA 29 - CA3AS24

Comprei 3 sacos iguais de bolas de encher e levei 30 bolas para casa. Quantas bolas eu levaria para casa se comprasse: a) 6 sacos? _____ b) 9 sacos? _____

FONTE: BORDEAUX et al (2017c, p.149).

¹³ Operador escalar (ou sem dimensão) é operador que permite passar de uma linha à outra em uma mesma categoria de medidas. (VERGNAUD, p.247, 2014).

FIGURA 30 - CB3AS127

PROPORCIONALIDADE

Marcelo gastou R\$ 50,00 para abastecer o carro dele com 12 litros de combustível.

Quanto Rosana vai gastar para abastecer o carro dela com 24 litros do mesmo tipo de combustível? 100 reais ou R\$ 100,00.

Exemplos de resolução:

$$24 = 2 \times 12$$

$$2 \times 50 = 100$$

ou

$$\begin{array}{ccc} \times 2 & \begin{array}{c} 12 \text{ L} \rightarrow \text{R\$ } 50,00 \\ 24 \text{ L} \rightarrow \text{R\$ } 100,00 \end{array} & \times 2 \end{array}$$

FONTE: DANTE (2017c, p. 185).

Nestes problemas de Proporção Simples – muitos para muitos, embora haja uma proporção entre as medidas correspondentes não é explícito o valor da unidade. É possível solucionar o problema sem encontrar o valor da unidade.

Destacamos também que o título do subitem do livro CA3A no qual o problema da FIGURA 29 se encontra é “multiplicação e proporcionalidade”, dessa maneira, nesse subitem os autores do livro didático apresenta diferentes situações para explorar o conceito de proporção um para muitos, e, como referimos, uma única situação envolvendo proporção muitos para muitos. Já o exemplo do livro CB3A o problema da FIGURA 30 se encontra fora do capítulo de multiplicação, no capítulo denominado como “Grandezas e medidas: comprimento, massa e capacidade”. Diferentemente da CA3A que dedicou um subitem para a proporcionalidade, nesta coleção (CB3A) não parece ter havido uma intencionalidade em trabalhar especificamente este aspecto.

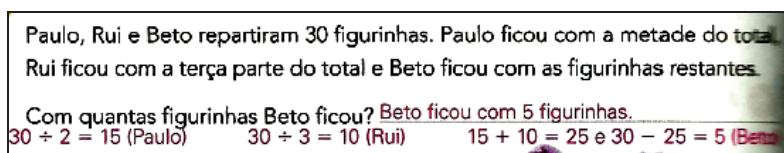
O escasso trabalho com esse tipo de problemas também foi identificado na pesquisa de Soares (2016, p.181, grifo do autor) “[...] pode-se afirmar que, assim como no livro didático, a classe *muitos para muitos* é pouco abordada nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.”. A autora levanta a hipótese de que essa característica se deve aos livros enfatizarem procedimentos operatórios ao trabalharem o Campo Conceitual Multiplicativo.

Ressaltamos também que no exemplo da Figura 30, ao indicar a resolução do problema ao professor (em rosa) o autor do livro didático utiliza um esquema que se assemelha a um cálculo relacional, “O cálculo relacional é baseado não apenas nas propriedades das relações (simetria, transitividade, etc), mas também nas ligações que as relações têm entre si, isto é, nas relações entre relações”,

(VERGNAUD, 2014, p.93). Essa é uma característica muito utilizada na TCC para exemplificar as relações entre as propriedades de uma situação.

A próxima classe identificada no livro do 3º ano é o da Comparação Multiplicativa – referido/referente desconhecido, com 7 problemas no livro CA3A e 7 problemas no livro CB3A. Assim como nos livros do 2º ano o trabalho com os problemas de Comparação Multiplicativa envolve os conceitos de dobro, triplo, metade e terça parte. No 3º ano também se identifica o trabalho com a quarta parte, quinta parte e décima parte conforme FIGURA 31.

FIGURA 31 - CB3AS112



Paulo, Rui e Beto repartiram 30 figurinhas. Paulo ficou com a metade do total, Rui ficou com a terça parte do total e Beto ficou com as figurinhas restantes. Com quantas figurinhas Beto ficou? Beto ficou com 5 figurinhas.

$30 \div 2 = 15$ (Paulo) $30 \div 3 = 10$ (Rui) $15 + 10 = 25$ e $30 - 25 = 5$ (Beto)

FONTE: DANTE (2017c, p. 160).

Como pode-se observar no exemplo da FIGURA 31 para resolver essa situação é preciso que os estudantes realizem várias operações (apresentado em rosa por se tratar do livro do professor), porém, não é destinado um espaço no livro para que o estudante construa e apresente suas representações a respeito dessa situação.

Identificamos nessa classe um único problema (no livro CA3A) que não solicita de forma explícita os conceitos citados anteriormente (dobro, triplo, metade, entre outros). Tal problema envolve a expressão “vezes”, como podemos observar na FIGURA 32.

FIGURA 32 - CA3AS124

Veja na tabela quantos centímetros alguns animais conseguem saltar.

Altura do salto de alguns animais

Animal	Altura do salto
pulga	25 cm
gato	100 cm
tigre	180 cm
ser humano	241 cm
cavalo	247 cm
canguru	350 cm



Fonte: *Superinteressante*, 11 mar. 1996. Canguru.

d) Que animal tem o salto igual a 4 vezes o salto da pulga?

FONTE: BORDEAUX et al (2017c, p. 206, Letra d).

No item D do problema, é pedido para o estudante efetuar uma multiplicação em comparação com outro número, nesse caso, o pulo da pulga, multiplicar por quatro para encontrar o resultado. Esse problema foi proposto fora dos capítulos referentes à multiplicação e divisão, encontrando-se no capítulo de “Medidas de Comprimento, massa e capacidade”. O tipo de raciocínio exigido para essa situação apresenta uma maior complexidade.

Dessa forma, para que o estudante possa se apropriar do campo conceitual multiplicativo, este necessita ser trabalhado tanto nas relações quaternárias assim como nas ternárias. Dentro dessa última que sejam exploradas situações que contemplem o eixo da comparação multiplicativa, entretanto indo além daquelas que envolvem a relação de dobro e de metade, configuradas como sendo protótipos. (MAGINA; SANTOS; MERLINI, 2011, p.12).

Dessa maneira, entendemos que é preciso diversificar mesmo dentro da classe Comparação Multiplicativa o tipo de situações exploradas.

O eixo a seguir é o de Comparação Multiplicativa – relação desconhecida, o qual somente identificamos um problema no livro do 3º ano da coleção A, o qual podemos observar na FIGURA 33.

FIGURA 33 - CA3AS107

Responda: a) Quantas vezes 4 cabe em 20? _____ b) Quantas vezes 5 cabe em 25? _____ c) Quantas vezes 3 cabe em 21? _____ d) Quantas vezes 2 cabe em 16? _____ e) Quantas vezes 6 cabe em 36? _____

FONTE: BORDEAUX et al (2017c, p.187).

Percebe-se no exemplo acima que é pedido que os estudantes identifiquem a relação entre essas duas medidas, onde podemos interpretar o que é pedido como sendo por exemplo “4 vezes quanto dá 20?”. Esse tipo de problema conforme Santos (2015) explora níveis cognitivos mais elaborados. O interessante desse exemplo é que o livro, ao abordar esse conceito com o subtítulo de “Quantos cabem?” se apoia no campo aditivo para explicação, subtraindo as partes.

Alarcão (2017) em sua pesquisa também constatou falta de problemas de Comparação Multiplicativa com relação desconhecida nos livros, o que conforme a autora, se reflete nas escolhas e na atuação dos professores.

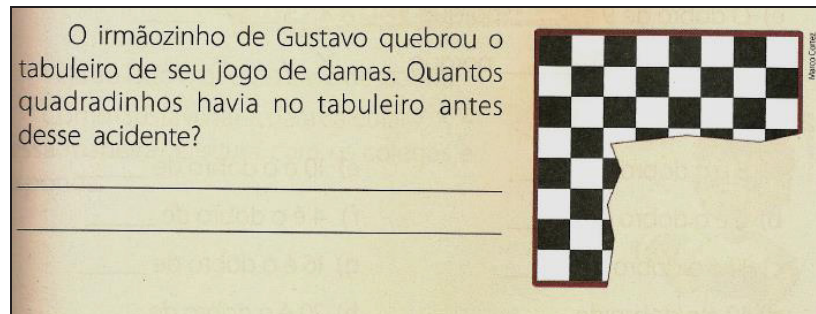
A carência de informações a respeito dessa classe de problemas nos materiais curriculares parece se refletir nas escolhas das professoras: durante as entrevistas, as duas professoras participantes incluíram apenas uma situação de multiplicação comparativa nas suas seleções, compostas por oito fichas no total. (ALARCÃO, 2017, p.78).

A colocação de Alarcão (2017) corrobora com o que identificamos no livro analisado na nossa pesquisa referente a abordagem desse eixo nos livros que analisamos.

Seguimos como os problemas de Produto de Medida – configuração retangular, no qual identificamos 11 problemas no livro CA3A e 3 problemas no livro CB3A. Destacamos que no livro da coleção A os problemas dessa classe foram identificados principalmente no subitem denominado como “organização retangular”, dentro do capítulo destinado ao trabalho com a multiplicação, o qual traz vários problemas nesse estilo com apoio de ilustrações. Já no livro da coleção B os

problemas desse eixo estão distribuídos no decorrer do livro, podemos observar alguns exemplos nas figuras abaixo (FIGURAS 34 e 35).

FIGURA 34 - CA3AS16



FONTE: BORDEAUX et al (2017c, p.145).

FIGURA 35 - CB3AS14

DISPOSIÇÃO RETANGULAR

Veja as figurinhas que Luciano colocou em uma página do álbum dele. Elas estão em disposição retangular, organizadas em linhas e colunas.

a) Conte quantas são e escreva aqui o número total de figurinhas nessa página: 12 figurinhas.

b) Agora, complete com números para indicar como podemos chegar ao número total de figurinhas fazendo multiplicações.

- São 3 colunas com 4 figurinhas em cada uma. ($3 \times 4 = 12$)
- São 4 linhas com 3 figurinhas em cada uma. ($4 \times 3 = 12$)

c) Se fossem 3 linhas e 6 colunas de figurinhas, então quantas seriam ao todo nessa página?

Indique a multiplicação e a adição mais convenientes e descubra o número total de figurinhas nesse caso.

$3 \times 6 = 6 + 6 + 6 = 18$

$\begin{array}{r} 6 + 6 + 6 \\ 12 + 6 = 18 \end{array}$

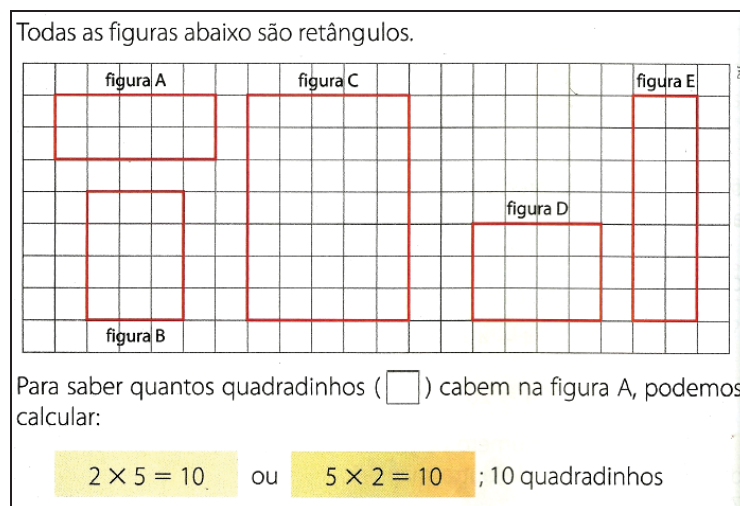
FONTE: DANTE (2017c, p.122).

Esse modelo de imagem utilizada nas situações apresentadas nas FIGURAS 34 e 35 contribui para a compreensão desse tipo de problema, os autores dos livros conduzem a resolução pela multiplicação das linhas e colunas.

Se o retângulo é decomposto em quadrados (linhas e colunas de um metro de comprimento) como se costuma fazer, mostra-se que a medida da superfície é o produto da medida da grande dimensão (comprimento) pela medida da pequena dimensão (largura), tanto no plano das dimensões como no plano numérico. (VERGNAUD, 2014, p.255).

Dessa maneira, identificamos que essa é uma forma típica de se abordar esse tipo de raciocínio multiplicativo. A malha quadriculada também é um recurso bastante utilizado pelos autores dos livros didáticos analisados para explorar essa classe de problemas. Conforme observamos na FIGURA 36.

FIGURA 36 - CA3AS14



FONTE: BORDEAUX et al (2017c, p.144)

Vimos nesse exemplo, situações similares às propostas para trabalhar o conceito de área, como quadrados padrões equivalentes a 1x1, construindo uma base para posteriormente ser abordado aos estudantes de maneira mais complexa.

O próximo tipo de problema identificado no livro do 3º ano é o de Produto de Medida – combinatória, identificamos oito problemas desse tipo no livro da coleção A (CA3A) e dois problemas no livro da coleção B (CB3A). No livro referente a coleção A todos os problemas dessa classe constam em um subitem intitulado “Multiplicação e combinatória” destinado a trabalhar esse conceito. Ao abordar esse conceito as representações feitas através de imagens utilizaram apenas a tabela de dupla entrada para facilitar a compreensão pelos estudantes, não abordando outras maneiras de representar. Conforme a FIGURA 36, podemos observar um exemplo do tipo de representação explorada pela Coleção A.

FIGURA 37 - CA3AS36

Ajude Juliana a verificar de quantas maneiras ela pode se vestir para ir à festa. Para isso, complete a tabela.

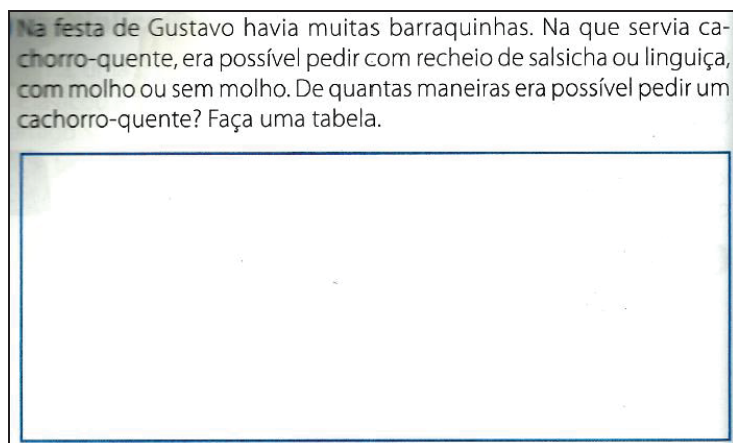
Juliana pode vestir-se de _____ maneiras diferentes.

FONTE: BORDEAUX et al (2017c, p.155).

Oliveira (2014) em sua pesquisa com professores com relação ao conceito de combinatória, constatou que a maneira como o professor trabalha determinado conteúdo é influenciada pela maneira como o próprio livro didático o aborda, principalmente se o professor tiver pouco domínio de determinado conceito. Sendo assim, para Oliveira (2014, p.206) “Entendemos que sem o conhecimento específico do conteúdo a ser ensinado, torna-se inviável para o professor empregar métodos diferenciados, mobilizar seus alunos e aplicarem técnicas diferenciadas na execução de tarefas.” Se o livro didático somente aborda um aspecto da combinatória, e considerando que os professores têm no livro didático um forte apoio para o seu trabalho, possivelmente somente abordará situações de combinatória a partir de tabelas de dupla entrada.

Além de apresentar tabelas prontas como visto anteriormente, o livro também em outros problemas pede para que os estudantes construam suas próprias tabelas de dupla entrada.

FIGURA 38 - CA3AS38



FONTE: BORDEAUX et al (2017c, p.156).

Como vimos nesse na FIGURA 38, ao invés de combinar as saias com as blusas, o estudante tem que combinar o tipo do recheio do cachorro-quente com ou sem molho. Apesar do problema ser diferente do anterior, a complexidade e maneira de resolver é muito semelhante. “A tabela de classificação [...] é lida segundo o mesmo princípio: a classe que se encontra em uma casela da tabela é a intersecção da classe que se encontra à esquerda na mesma linha e da classe que se encontra no alto na mesma coluna.” (VERGNAUD, 2014, p.29). Dessa maneira, mesmo que o estudante elabore sua própria representação, a partir do momento que se determina que tipo de representação o qual deve ser feito, devendo ser da mesma maneira que já foi explorado anteriormente, não se exige dos estudantes que elaborem um raciocínio para a situação, e sim, que repita o que já foi mostrado anteriormente

No livro da Coleção B, os dois problemas identificados nessa classe se encontram na mesma página. Primeiramente o autor explora um tipo diferente de representação (em comparação com a Coleção A), a árvore de possibilidades, ou diagrama de árvore, como introdução ao conceito de combinatória. Segundo Pereira e Cury (2016, p.14) “[...] ao utilizar o diagrama da árvore, fica explícita a formação do agrupamento com apenas um item de cada um dos conjuntos, tornando essa ferramenta um veículo importante para a correta execução do problema.”. Podemos observar como o autor explora essa possibilidade na FIGURA 39.

FIGURA 39 - CB3AS16

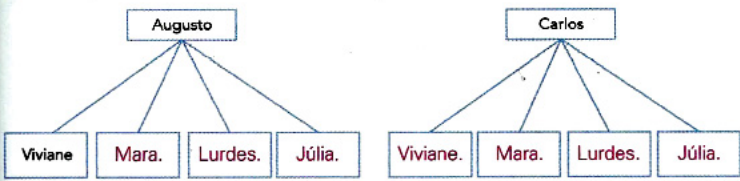
4 COMBINAR POSSIBILIDADES

Para representar a turma do 3º ano A será escolhida 1 dupla de alunos, formada por 1 menino e 1 menina. Veja os candidatos.



Viviane. Augusto. Mara. Lurdes. Carlos. Júlia.

a) Para saber todas as possibilidades de duplas, podemos usar uma **árvore de possibilidades**. Observe e complete.



b) Agora, responda: Quantos meninos são candidatos? 2 meninos.

c) E quantas meninas? 4 meninas.

d) Quantas duplas é possível formar com esses candidatos? 8 duplas.

e) Como podemos indicar o total de duplas? Complete.

2 x 4 = 8 ou 4 x 2 = 8

As imagens não estão

FONTE: DANTE (2017c, p.123).

Na segunda e última situação de combinatória identificada nesse livro (CB3A) o autor já introduz a maneira de operacionalizar esse processo, não possibilitando espaço para construção das representações pelo estudante (FIGURA 40).

FIGURA 40 - CB3AS17

Mário vai a um andar superior do prédio.
Há 2 portas de entrada para o saguão.
Lá dentro, há 2 elevadores.
De quantas maneiras Mário pode entrar no prédio, tomar um elevador e ir direto ao andar desejado? Complete.

2 portas de entrada e 2 elevadores.

2 x 2 = 4

Total: 4 possibilidades.



FONTE: DANTE (2017c, p. 123).

Para Vergnaud (2014, p.122), “os exercícios de passagem de uma representação a outra são pedagogicamente muito fecundos tanto no caso da atividade classificatória como no caso de outras atividades lógico-matemáticas.”. Dessa maneira, Vergnaud reforça a necessidade de que se explore diferentes

maneiras de representação além de valorizar as próprias representações dos estudantes.

Sendo assim, essa classe de problemas reflete uma característica identificada na Coleção B em conduzir os processos de resolução dos estudantes, portanto, limitando as possibilidades de representação e o desenvolvimento de cálculos relacionais por parte dos mesmos.

Por fim, exploramos nessa unidade a abrangência do Campo Conceitual Multiplicativo nas coleções de livro didáticos mais escolhidos pelas escolas da RMEC para o triênio de 2019 a 2021 com o olhar voltado às situações classificadas como sendo problemas verbais. No próximo item pontuamos algumas situações que caracterizamos constituir possíveis entraves para a construção de conceitos relativos a esse campo conceitual.

4.2 ENTRAVES PARA A APRENDIZAGEM IDENTIFICADOS NAS COLEÇÕES ANALISADAS

Neste item levantamos alguns pontos identificados nos livros analisados que consideramos dificultarem a apropriação de conceitos matemáticos referentes aos Campo Conceitual Multiplicativo.

Entendemos que algumas das características detectadas nos livros podem causar dificuldades no domínio desse campo conceitual. Isso considerando apenas o que é apresentado nos livros, sabendo que pode ocorrer um trabalho diferenciado em sala por parte dos professores.

Porém, a relação entre o livro e o professor é constante na rotina escolar, como vimos no item 2.2 deste trabalho. Segundo Oliveira (2014) a própria prática do professor é organizada tendo como base o uso do livro didático em suas aulas.

Com relação ao uso do livro didático, os professores entrevistados são unânimes ao confirmar que este é o recurso essencial para o planejamento e a preparação de suas aulas. Para esses docentes as aulas tornam-se mais produtivas, organizadas, além do fato de que os livros são mais acessíveis que outros recursos didáticos. (OLIVEIRA, 2014, p. 203).

Dessa maneira, consideremos que quando o livro estabelece um entrave para a aprendizagem, que podem causar uma dificuldade na progressão do campo conceitual em questão, as consequências dessas questões podem se refletir na

aprendizagem dos estudantes. Segundo Pais (2001) “No plano pedagógico, esses primeiros obstáculos estão associados à forma simplificada com que os conteúdos são apresentados nos livros didáticos nos quais o formalismo não corresponde aos desafios do fenômeno cognitivo.” (PAIS, 2001, p. 47/48).

Identificamos em nossa análise três traços constantes nos livros didáticos que consideramos ser possíveis entraves na aprendizagem de conceitos referentes ao Campo Conceitual Multiplicativo: Trabalho de maneira isolada entre a multiplicação e a divisão, multiplicação como adição de parcelas iguais e as maneiras de explorar as representações.

4.2.1 Trabalho de maneira isolada entre a multiplicação e a divisão

Uma das características propostas pelos livros analisados é a separação do trabalho entre a multiplicação e a divisão em capítulos específicos. Essa estrutura é amplamente aplicada nos livros didáticos, porém, essa prática necessita de mais atenção e análise.

Segundo Alarcão (2017) “[...] como componentes de um mesmo campo conceitual, tais operações apresentam ligações intrínsecas que devem ser consideradas, ainda que o interesse maior recaia sobre apenas uma delas.” (ALARCÃO, 2017, p. 34). Dessa maneira, observamos a distribuição das situações identificadas nos livros (problemas verbais e exercícios) a fim de verificar se o trabalho com a multiplicação e a divisão de maneira isolada uma da outra também se faz presente.

Nas duas coleções analisadas nesse trabalho, com exceção dos livros do 1º ano (que continham poucas situações referentes ao Campo Multiplicativo), as situações (problemas verbais e exercícios) identificadas nos livros dos 2º e 3º anos se concentram principalmente em seus capítulos específicos, conforme podemos observar na TABELA 6.

TABELA 6 - DISTRIBUIÇÃO DAS SITUAÇÕES NOS LIVROS DIDÁTICOS DAS CA E CB

	CA1A	CA2A	CA3A	CB1A	CB2A	CB3A
Presença de capítulo de multiplicação	-	X	X	-	X	X
Situações dentro do capítulo	-	42	79	-	57	69
Situações fora do capítulo	3	3	9	3	11	26
Presença de capítulo de divisão	-	X	X	-	-	X
Situações dentro do capítulo	-	14	30	-	-	18
Situações fora do capítulo	3	3	2	2	6	3

FONTE: A autora (2021)

Conforme constatamos na TABELA 6 na Coleção A, tanto no livro do 2º ano como no livro do 3º ano, existe um capítulo específico para a multiplicação e um para a divisão. Já na coleção B no livro do 2º ano consta somente um capítulo destinado ao trabalho com a multiplicação, sendo identificadas poucas situações de divisão no livro desse ano. No livro do 3º ano dessa mesma coleção, há um capítulo destinado a multiplicação e um capítulo para divisão, ainda assim, a quantidade de situações de divisão são muito inferiores ao número de situações de multiplicação.

Outro ponto a destacar a partir da TABELA 6 é o fato de no livro CB2A serem propostas apenas 6 situações envolvendo a divisão, o que pode sugerir que durante todo o ano letivo a operação de divisão seja praticamente deixada de lado.

Uma outra característica que podemos destacar com essa verificação é a ordem hierárquica das operações na estrutura dos livros didáticos, o que pode ser observado nas duas coleções, sendo primeiro abordada a operação e conceitos referentes a multiplicação e depois referentes a divisão predominantemente trabalhadas isoladamente. Pode-se ponderar que a maior parte das situações apresentadas são exploradas dentro dos seus capítulos específicos, tanto para multiplicação quanto para divisão. Essa característica entra em desacordo quando entendemos a construção de conceitos a partir da Teoria dos Campos Conceituais, pois, para Vergnaud (1996), o domínio progressivo dos conceitos de um Campo Conceitual requer uma gama variada de situações e ao resolver diferentes situações é preciso mobilizar diferentes conceitos, esquemas e representações que estão em estreita conexão, sendo assim, os conceitos relacionados a multiplicação e a divisão

estão em constante interação para que a aprendizagem ocorra de forma em que um esteja apoiado ao outro.

[...] Uma abordagem psicológica e didática da formação dos conceitos matemáticos conduz-nos a considerar o conceito como um conjunto de invariantes utilizáveis na acção. Deste modo, a definição pragmática de um conceito faz apelo ao conjunto das situações que constituem a referência das suas diferentes propriedades, e ao conjunto dos esquemas utilizados pelos sujeitos nessas situações. (VERGNAUD, 1996, p. 166).

Para ilustrar a possibilidade de relação entre essas operações, tomamos como exemplo a proposta de discussão ao introduzir a multiplicação no livro do 2º ano da CB (FIGURA 41), o livro apresenta uma cena anteriormente e posteriormente estimula as seguintes questões:

FIGURA 41 - POSSIBILIDADE DE TRABALHO RELACIONADO ENTRE AS OPERAÇÕES DE MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO



FONTE: DANTE (2017b, p. 132.133 e 134).

Ao introduzir a multiplicação no livro referente ao 2º ano o autor apresenta situações nas quais podemos mobilizar conceitos multiplicativos (a proporcionalidade é um exemplo). Porém, essa mesma situação também pode ser explorada para trabalhar com conceitos referentes a divisão, mudando a forma de encaminhar as perguntas.

Ao propor a questão: “Quantas mesas há na cena? Quantas pessoas há em cada mesa?” o autor mobiliza a utilização da operação de multiplicação para a situação analisada, no entanto, se modificarmos a reflexão apresentada, perguntando “Há 16 pessoas na cena. Quantas pessoas estão em cada mesa?”, podemos então estabelecer uma relação com a operação de divisão.

Ao alterar o termo desconhecido nas situações, é possível observar que o nível de complexidade da situação varia, pelas relações a serem compreendidas em cada situação e pela operação a ser utilizada. Mas, é importante que o professor confronte os estudantes com situações que estimulem o raciocínio e favoreçam a constituição de novas aprendizagens. (SANTANA; LIMA, 2017, p.27).

Buscamos com esse exemplo somente evidenciar a possibilidade do trabalho com as duas operações de forma integrada e que ambas estão em estreita conexão. Gitirana et al (2014, p.121) ressaltam que “[...] um campo conceitual é definido como um conjunto de situações cuja apropriação requer domínio de vários conceitos de naturezas diferentes.”. Portanto, as situações se tornam mais frutíferas quando se explora os conceitos apoiados um no outro.

Dessa maneira, se relembrarmos a TABELA 1 (p. 73), identificamos nos livros analisados algumas situações que caracterizamos como mistas, ou seja, que abordam a multiplicação e a divisão na mesma proposta. Das 263 situações do Campo Conceitual Multiplicativo identificados nas coleções analisadas nessa pesquisa, somente 28 delas são mistas, sendo 27 nos livros destinados ao 3º ano e apenas 1 no livro do 2º ano (CB2A), podemos observar essa situação no livro do 2º ano na FIGURA 42.

FIGURA 42 - CB2AS62

DOBRO, TRIPLO, METADE E TERÇA PARTE: VAMOS DESCOBRIR?
 Calcule e complete.

a) O dobro de 4 flores. → _____ flores.



b) A metade de 6 bolas. → _____ bolas.



c) O triplo de 1 estrela-do-mar. → _____ estrelas-do-mar.



d) A terça parte de 9 triângulos. → _____ triângulos.



FONTE: DANTE (2017b, p.155).

A situação da FIGURA 42 foi identificada como “Exercício” pois não envolve uma contextualização no enunciado e pede-se somente que o estudante resolva a

questão. Com exceção desse exemplo todos as outras situações identificadas como Mistas são propostas no 3º ano.

Essa característica demonstra que possivelmente os autores entendem que primeiro deva-se trabalhar a multiplicação, depois, a divisão e só então integrar as duas operações, visto que essas situações identificadas como mistas geralmente são apresentadas ao fim do capítulo de divisão, como uma retomada dos conceitos trabalhados nos dois capítulos anteriores (multiplicação e divisão).

As situações identificadas como Mistas foram classificadas (entre Problemas verbal e exercício) conforme descrito na TABELA 7.

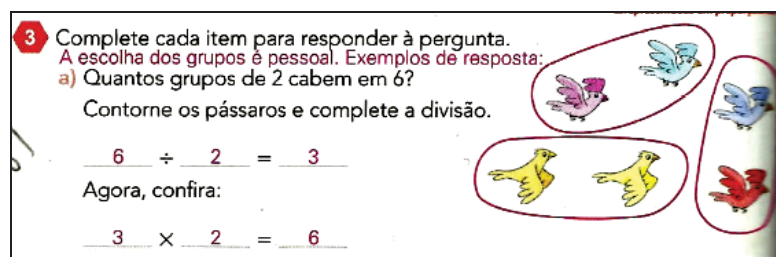
TABELA 7 - CLASSIFICAÇÃO DAS SITUAÇÕES "MISTAS"

Coleção	Quantidade de situações mistas	Classificação das situações	
		Exercícios	Problemas verbais
CA	9	6	3
CB	19	17	2

FONTE: a autora (2021).

Como pode-se verificar na TABELA 7, a Coleção B explora mais situações Mistas que a CA. Das 28 situações identificadas como mistas, a maior parte delas foi classificada como sendo “exercícios” em ambas as coleções, sendo essa característica ainda mais perceptível na CB. Nesse tipo de situação não se contextualiza a questão, enfatizando procedimentos, estratégias e resolução de operações como podemos observar um exemplo na FIGURA 43.

FIGURA 43 - CB3AS90



FONTE: DANTE (2017c, p.152).

O exemplo da FIGURA 43 foi classificado como “exercício”, esse é um tipo de situação muito comum nos exercícios mistos, no qual, se pede ao estudante fazer uma operação, que pode ser uma multiplicação ou divisão e depois faça a conferência do resultado realizando a operação “oposta”.

Em um plano conceitual, enquanto a adição, a subtração e a multiplicação são sempre exatas, no sentido de que o resultado resulta efetivamente da aplicação do operador ao operando, a divisão, por sua vez, não é sempre exata e o quociente não é, por si só, o resultado da aplicação do operador ao operando. O verdadeiro resultado é o par (quociente, resto), podendo o resto ser nulo. Disto discorre que a divisão, como regra operatória, não seja exatamente o inverso da multiplicação, exceto se incluídas ali as relações complexas, que, de todas as formas, ultrapassam as capacidades das crianças. Enquanto no plano dos números e dos operadores numéricos as transformações $\times n$ e $\div n$ são inversas uma da outra, a operação de divisão por n não é o inverso da multiplicação por n . (VERGNAUD, 2014, p.190, grifo do autor).

Essa então é uma prática que leva em consideração unicamente o cálculo numérico, pois, quando levamos em consideração o cálculo relacional essa associação de operações opostas não se aplica. Podemos observar essa mesma característica em um exemplo tirado da Coleção A, na qual, a situação propõe o “treino” desses conceitos, conforme exemplo da FIGURA 44.

FIGURA 44 - CA3AS97

3 Complete:



$3 \times 10 = 30$ então $30 \div 3 = 10$

a) $3 \times \underline{\quad} = 15$ então $15 \div 3 = \underline{\quad}$

b) $4 \times \underline{\quad} = 24$ então $24 \div 4 = \underline{\quad}$

c) $5 \times \underline{\quad} = 35$ então $35 \div 5 = \underline{\quad}$

d) $3 \times \underline{\quad} = 21$ então $21 \div 3 = \underline{\quad}$

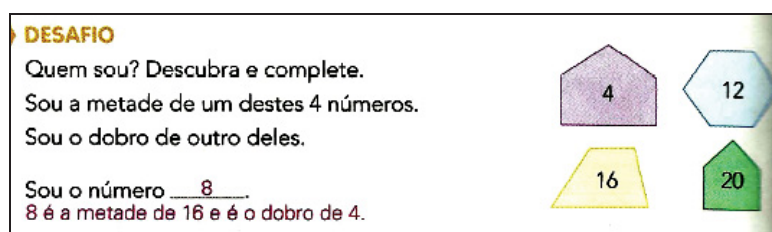
FONTE: BORDEAUX et al (2017c, p.180).

Destacamos aqui a ênfase dada aos procedimentos operatórios também foi identificado por Soares (2016) e Souza (2017), essas atividades que envolvem cálculos, os quais não são postos em uma situação de contexto, têm muito destaque

nas coleções analisadas. O problema como esse tipo de atividade é que ele limita a representação pelo estudante. “As estratégias de resolução apresentadas pelos alunos são importantes indícios para a compreensão de como o aluno pensa e desenvolve seu raciocínio, além de ser uma forma de ensinar ao longo do Ensino Fundamental, antes de serem introduzidas as fórmulas.” (SILVA, 2016, p. 108).

Referente às situações mistas classificadas como “Problemas Verbais”, dos 5 problemas verbais, 4 deles foram identificados como Comparação Multiplicativa – referido/referente desconhecido. São problemas que envolvem conceitos de dobro, triplo e metade, como o exemplo da FIGURA 45.

FIGURA 45 - CB3AP116



FONTE: DANTE (2017c, p.152).

Na situação exemplificada na FIGURA 45, o autor do livro didático propõe a resolução de um desafio, a partir de conceitos referente ao eixo Comparação Multiplicativa, que exige um nível de raciocínio mais desenvolvido. Para Gitirana et al. (2014, p.48) “[...] mesmo na classe dos problemas de comparação multiplicativa, deve haver diversos tipos de dificuldades quando se alteram a relação e o valor desconhecido.”. Possibilitando assim, mais oportunidades para o desenvolvimento do Campo Conceitual Multiplicativo de forma mais abrangente.

Sendo assim, discutimos brevemente sobre a relação existente entre os conceitos referentes à multiplicação e os conceitos referentes à divisão que pudemos evidenciar nos livros didáticos analisados. Ressaltamos que o trabalho com esse campo conceitual se mostra mais frutífero quando trabalhado de forma integrada.

No próximo item debatemos sobre uma característica muito presente nos livros analisados nessa pesquisa. A interpretação da multiplicação como adição de parcelas iguais.

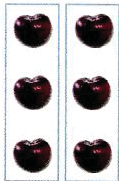
4.2.2 Multiplicação como adição de parcelas iguais

Um das características mais perceptíveis ao analisar o Campo Conceitual Multiplicativo nos livros didáticos é a introdução formal do conceito de multiplicação a partir da adição de parcelas iguais, geralmente no início dos capítulos específicos sobre multiplicação. Para Nunes e Bryant (1997, p. 157) “Os problemas mais fáceis demonstram a continuidade entre raciocínio aditivo e multiplicativo; os mais difíceis realçam a necessidade de distinguir entre raciocínio aditivo e multiplicativo.”. Dessa maneira os autores de livros utilizam dessa estratégia para explicar a replicação de parcelas direcionando para a operação de multiplicação, como no exemplo da FIGURA 46.

Figura 46 - CB2AS18

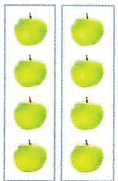
1 Veja como foram indicadas as operações e complete.

a)



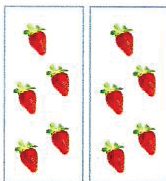
$3 + 3 = \underline{\hspace{2cm}}$
ou
 $2 \times 3 = \underline{\hspace{2cm}}$
 $\underline{\hspace{2cm}}$ ameixas.

b)



$4 + 4 = \underline{\hspace{2cm}}$
ou
 $2 \times 4 = \underline{\hspace{2cm}}$
 $\underline{\hspace{2cm}}$ maçãs verdes.

c)



$\underline{\hspace{2cm}}$
ou
 $\underline{\hspace{2cm}}$

Fotos: Arquivo Cuspinski/Buenavista

FONTE: DANTE (2017b, p.139).

Apesar da linha de raciocínio entre o Campo Conceitual Aditivo e o Campo Conceitual Multiplicativo ser tênue, a TCC destaca que é preciso que o tipo de raciocínio solicitado para o estudante vá se modificando com a progressão dentro de um campo conceitual, a fim de causar uma ruptura entre os campos.

Alegamos que os primeiros passos das crianças em raciocínio multiplicativo são resultados direto de suas experiências com raciocínio aditivo, mas também tentamos mostrar que as crianças que confiam inteiramente na continuidade entre os dois tipos de raciocínio começarão a cometer erros sérios em tarefas multiplicativas. Então elas devem, em algum estágio, enfrentar as diferenças entre os dois tipos de raciocínio. (NUNES; BRYANT, 1997, p.185).

Esse aspecto a respeito da proximidade entre os dois campos conceituais identificado nos livros analisados nesse trabalho também já foi observado em outros

trabalhos, o que caracteriza ser uma prática comum em outras coleções. “O livro didático, ao introduzir a ideia de proporcionalidade, solicita que os alunos representem as situações-problema primeiro por uma adição e só então pela multiplicação correspondente.” (ALARCÃO, 2017, p.81). Podendo evidenciar essa prática até mesmo em anos escolares posteriores aos que foram analisados por essa pesquisa como apresenta Soares (2016, p.214) ressaltando que “[...] a maioria das atividades do grupo de situações multiplicação identificadas nos cadernos, em particular, do 3º ao 5º ano mantém uma relação com o campo das estruturas aditivas, pois abordam a multiplicação como soma de parcelas iguais.”. Observando assim, que essa conduta perdura em todos os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Novamente ao pensarmos sobre a influência que o livro didático estabelece sobre a prática do professor, é possível então que eles também usem essa estratégia para o trabalho fora do livro. Em sua pesquisa Alarcão (2017) pode verificar esse traço também nas pontuações dos professores, ao relatar que “Durante as entrevistas, foi possível notar que a associação desta faceta da multiplicação ao raciocínio aditivo, incluindo a nomenclatura “adição de parcelas iguais”, está presente no discurso das professoras participantes” (ALARCÃO, 2017, p.81).

Voltando nosso olhar aos livros analisados em nossa pesquisa, a multiplicação como adição de parcelas iguais se perpetua até o livro do 3º ano, em ambas as coleções, essa ideia é reforçada através da indicação do uso do sinal da adição. Na TABELA 8 compilamos as situações que indicam que os estudantes devem resolver primeiramente pela adição e em um segundo momento pela multiplicação.

TABELA 8 - SITUAÇÕES QUE REFORÇAM A IDEIA DA MULTIPLICAÇÃO COMO ADIÇÃO DE PARCELAS IGUAIS

Livro	COLEÇÃO A			COLEÇÃO B		
	CA1A	CA2A	CA3A	CB1A	CB2A	CB3A
Situações	0	7	1	0	25	9

FONTE: a autora (2021).

Segundo apresentado na TABELA 8, essa é uma característica mais presente na CB. Porém, no livro do 2º ano essa prática é frequente em ambas as

coleções. É quanto a utilização explícita da adição, principalmente usando os sinais próprios dessa operação que nos preocupamos, entendemos que essa prática pode determinar uma dificuldade no momento que houver uma descontinuidade entre os dois campos conceituais, conforme Nunes e Bryant (1997, p.189) “A consequência desta participação de sistemas de sinais em aprendizagem de conceitos para ensinar é que deve ser prestada muito mais atenção no futuro à questão de como um problema é apresentado, que sistema de sinais são usados na descrição do problema.”. Podemos observar o uso do sinal da adição em situações multiplicativas nos exemplos das FIGURAS 47 e 48.

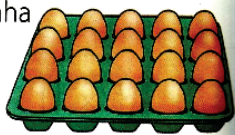
FIGURA 47 - CA2AS32

Para fazer os salgados, Lia comprou uma cartela com ovos.

a) ____ linhas com ____ ovos em cada linha
 ____ + ____ + ____ + ____ = ____
 ____ × ____ = ____; ____ ovos

b) ____ colunas com ____ ovos em cada coluna
 ____ + ____ + ____ + ____ + ____ = ____
 ____ × ____ = ____

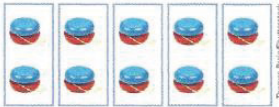
Há 20 ovos ao todo.



FONTE: BORDEAUX et al (2017b, p.196).

FIGURA 48 - CB2AS48

Veja as imagens e complete.

a)  + ____ + ____ + ____ + ____ = ____
 5 vezes
 ou ____ × ____ = ____
 ____ lópiôs.

b)  ou ____
 ____ chocalhos.

FONTE: DANTE (2017b, p.149).

A estratégia de colocar espaços para cada parcela que deve ser repetida, é comum nos livros. No entanto, o raciocínio exigido para adicionar as parcelas é diferente do que deve ser mobilizado em uma situação multiplicativa, onde é preciso pensar sobre a replicação das parcelas. Conforme Nunes e Bryant (1997) “Uma

proporção é expressa não por um número, mas por pares de números. A fim de manter a proporção fixa e acrescentar mais elementos, *replicar* em vez de juntar é a ação a ser efetuada. O número de replicações é conhecido como um *fator escalar*.” (NUNES; BRYANT, 1997, p.151, grifo do autor).

Sendo assim, é preciso que haja uma mudança na forma de propor a resolução de uma situação multiplicativa. Para Santos (2001) “[...] é preciso entender como ocorre a reorganização intelectual de modo que o novo conhecimento entre em harmonia com os anteriores, sendo esse o momento que os obstáculos se manifestam.” (SANTOS, 2001, p.46). Dessa maneira, entendemos que se deva ir modificando no avançar dos anos escolares a forma como introduzir o trabalho com a multiplicação a fim de desenvolver um raciocínio específico para as relações contempladas nessas situações.

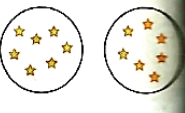
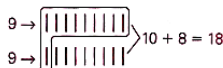
O que percebemos ao analisar os livros é que mesmo no 3º ano o uso do sinal de adição continua a reforçar essa maneira de conduzir o raciocínio, como podemos ver nos exemplos das FIGURAS 49 e 50.

FIGURA 49 - CA3AS7

Calcule quantos dedinhos há ao todo em cada item.	
a) 	$___ + ___ = ___ \text{ ou }$ $___ \times ___ = ___$
b) 	$___ + ___ + ___ = ___$ ou $___ \times ___ = ___$
c) 	$___ + ___ + ___ + ___ = ___$ ou $___ \times ___ = ___$

FONTE: BORDEAUX et al (2017c, p.141).

FIGURA 50 - CB3AS18

Veja como Nina efetuou as multiplicações 3×6 e 2×7 .	
 $3 \times 6 = 6 + 6 + 6 = 18$	 $2 \times 7 = 7 + 7 = 14$
Faça como Nina e descubra o resultado das multiplicações usando desenhos.	
a) $6 \times 2 = \underline{\quad 12 \quad}$ 	b) $2 \times 9 = \underline{\quad 18 \quad}$ 

FONTE: DANTE (2017c, p.124).

Ambos os exemplos vistos anteriormente foram classificados como “exercícios”, pois percebemos que ambos têm a intencionalidade de treinar a multiplicação, para isso, mesmo com o auxílio de figuras os autores ainda utilizam o sinal de adição para explorar a multiplicação. O que se pode identificar também é que o nível de complexidade entre os exemplos dos livros do 2º ano e os exemplos trazidos nesse item do 3º ano são similares, portanto, ressaltamos a necessidade em explorar diferentes situações em diferentes níveis de complexidade cognitiva.

Existe uma gama considerável de situações que precisa ser trabalhada pelo professor e dominada pelo estudante, e que requer um maior investimento cognitivo com vista à expansão desse campo conceitual. É o interagir com um conjunto de situações que requer distintos raciocínios (esquema de ação) que culminará com a apropriação e expansão do Campo Conceitual Multiplicativo. (SANTOS, 2015, p,103).

Portanto, não nos colocamos contra a utilização dessa estratégia para a introdução da multiplicação, porém, destacamos que entender a multiplicação tão somente como a adição de parcelas iguais limita o desenvolvimento do estudante dentro do Campo Conceitual Multiplicativo, portanto, consideramos que os livros devem explorar possibilidades diferentes de situações, além de, assegurar situações de descontinuidade entre os campos conceitual aditivo e multiplicativo, levando o estudante a desenvolver novas formas de raciocinar a multiplicação.

4.2.3 Maneiras de explorar as representações

Por fim, o último ponto que gostaríamos de discutir é referente às possibilidades de representação dos estudantes ao ter que solucionar uma situação, além das ilustrações apresentadas nos livros didáticos analisados, pensando nas oportunidades de construção do Campo Conceitual Multiplicativo.

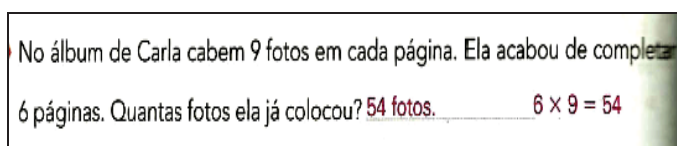
Ao avaliar a apresentação das situações proposta pelos autores dos livros didáticos analisados, percebe-se que em muitos momentos não se oferta ao estudante espaço adequado para a construção de suas representações, sendo essas, uma parte importante que compõem o triplete responsável pela construção dos conceitos segundo a TCC.

Além das estratégias de ação, vale a pena, igualmente, prestar atenção às expressões dos alunos durante a resolução de um problema, isto é, à simbologia (em forma oral, escrita, desenho, diagramas, etc.) que eles usam para representar a situação, e sua ação sobre a mesma. As representações são essenciais no ensino e aprendizagem da Matemática. É por meio delas que o estudante, e também os professores, agem sobre o conhecimento matemático. (GITIRANA et al, 2014, p. 122).

Consideramos de suma importância que se leve em consideração as representações dos estudantes, a fim de conhecer seus processos e planejar melhor o encaminhamento que deve ser seguido. É a partir dessas representações que os estudantes compreendem as situações. Para Nunes e Bryant (1997, p.184) “Quando as crianças estão desenvolvendo sua compreensão de situações, podemos desejar melhorar sua habilidade de resolução de problemas para que elas possam construir representações claras da situação para si mesmas.”. Dessa maneira é imprescindível que ao apresentar uma situação possamos possibilitar a explicitação do raciocínio desenvolvido pelo estudante.

Porém, em nossos dados identificamos nas duas coleções analisadas muitas situações que só permitiam espaço para a resposta, como no exemplo da FIGURA 51.

FIGURA 51 - CB3AS36



FONTE: DANTE (2017c, p.130).

Nesse exemplo, temos um problema verbal de Proporção Simples – um para muitos. Observa-se que o único espaço destinado a escrita pelo estudante é a parte de uma linha, na qual, ele deve registrar a resposta.

Lembramos que a TCC considera que é preciso um “longo tempo” para a construção de um conceito e para isso é preciso que se depare com diferentes situações. Portanto se o estudante não tiver ainda desenvolvido esquemas suficientes para solucionar essa situação (exemplo da Figura 51) sem a necessidade de representar de forma pictórica, ele não terá sucesso ao responder esse problema. Para Santos et al. (2014, p.60) “[...] do ponto de vista didático, a representação pictórica parece permitir, ao estudante que ainda não se apropriou formalmente da estrutura multiplicativa, uma visão da situação a ser resolvida.”.

Portanto consideramos positivo para o desenvolvimento da construção dos conceitos a possibilidade de o estudante realizar suas representações pois são elas que darão sentido as situações. Dessa maneira, observamos o exemplo da FIGURA 52.

FIGURA 52 - CA3AS85

Continue distribuindo as taças igualmente desenhando ou escrevendo.	
a) 8 taças para 4 amigos Cada amigo fica com _____.	c) 12 taças para 3 amigos Cada amigo fica com _____.
b) 6 taças para 2 amigos Cada amigo fica com _____.	d) 6 taças para 6 amigos Cada amigo fica com _____.

FONTE: BORDEAUX et al (2017c, p.174).

Nessa situação de divisão por partição classificada como problema verbal de Proporção Simples – um para muitos, podemos evidenciar que os autores disponibilizaram um espaço para que os estudantes representem da maneira que precisar para alcançar a solução da resposta. Essa possibilidade também pode ser identificada até mesmo nas situações classificadas como exercício como na FIGURA 53.

FIGURA 53 - CA3AS72

Calcule os produtos. Efetue do modo que preferir.		
a) 4×111	b) 2×204	c) 8×101

FONTE: BORDEAUX et al (2017c, p.168).

Disponibilizar um espaço para representação pelo estudante pode determinar seu sucesso ou seu fracasso ao ter que resolver uma situação, além de dar subsídio para o professor para conhecer o nível de desenvolvimento de cada um.

[...] o uso sistemático de representações pictóricas e icônicas (desenhos) pelos estudantes desses anos escolares para resolver as situações envolvendo o Campo Conceitual Multiplicativo, mostra que esse é um recurso didático a ser explorado pelo professor com seus alunos, na sala de aula. Isso porque esse tipo de representação permite não apenas o estudante fazer registro das quantidades presentes no enunciado, mas, sobretudo, acompanhar o processo de resolução da situação. (LAUTERT; SANTOS, 2017, p.73).

Dessa maneira entendemos que as características apontadas anteriormente são partes fundamentais para a construção de conceitos matemáticos. Porém, nossa discussão sobre representações não se esgotou, pois, é preciso pensar também sobre as representações trazidas pelos autores dos livros didáticos analisados nessa pesquisa.

Um detalhe a se ressaltar antes de pontuarmos nossa questão é referente ao termo “representação”, nesse momento ele será usado como sinônimo de figuras/imagens/quadros/esquemas, recursos utilizados pelos autores para dar sentido as situações.

Nesse sentido as representações trazidas pelos autores podem facilitar ou dificultar a aprendizagem. Muitas dessas situações trazem figuras que revelam as respostas, apontando uma maneira eficiente de organizar a situação e possibilitando que o estudante resolva apenas pela contagem, como no exemplo da FIGURA 54.

FIGURA 54 - CB3AS54

1 Observe as cartelas de botões e complete.

3 botões amarelos	3 botões azuis	3 botões verdes	3 botões laranças	3 botões roxos
3 botões vermelhos	3 botões brancos	3 botões cinzas	3 botões pretos	3 botões dourados

• Há 9 cartelas e 3 botões em cada cartela.

• Número total de botões: 9 × 3 = 27

0,54

FONTE: DANTE (2017c, p.135).

Esse é um exemplo classificado como exercício, observamos que para resolver o que está sendo solicitado o estudante precisa somente contar o total dos itens apresentados, para isso, não necessariamente a criança têm que pensar nas questões de proporcionalidade, que é uma característica importante das situações multiplicativas. Sendo assim, assim como a introdução da multiplicação a partir da adição de parcelas iguais, se não proporcionar a evolução do raciocínio

disponibilizar a imagem para a contagem pode vir a se tornar uma dificuldade para a progressão da aprendizagem. Para Pais (2001, p.44) “Muitos deles estão próximos de representações elaboradas pelo imaginário do sujeito cognitivo. É nesse quadro que surgem dificuldades decorrentes de conhecimentos anteriores, bloqueando a evolução da aprendizagem.”.

Dessa maneira, sintetizamos na TABELA 9 as situações identificadas nos livros nas quais os estudantes podem resolver apenas contado com auxílio das ilustrações.

TABELA 9 - SITUAÇÕES MULTIPLICATIVAS QUE POSSIBILITAM A RESOLUÇÃO POR CONTAGEM

Livros		Total de situações	Possibilitam a contagem
1º ano	CA1A	6	1
	CB1A	5	1
2º ano	CA2A	61	18
	CB2A	75	17
3º ano	CA3A	129	9
	CB3A	134	23

FONTE: A autora (2021).

Conforme observamos na TABELA 9, nos livros do 1º ano identificamos somente uma situação em cada coleção na qual o estudante pudesse responder apenas contado os itens da imagem. Nos livros do 2º ano essa característica é mais presente, com 18 situações no livro da Coleção A e 17 situações na Coleção B. Já nos livros do 3º ano essa diferença entre as coleções é mais acentuada, com 9 situações identificadas na Coleção A e 23 situações na Coleção B.

Sendo assim, consideremos que a presença mais relevante desse tipo de situação no 2º ano é compreensível, visto que é nesse ano escolar em que os autores das coleções analisadas iniciam o trabalho com a multiplicação, portanto, a contagem e organização das partes auxiliam a compreensão pelo estudante das estratégias de pensamento para solucionar situações multiplicativas.

Para resolver um problema de multiplicação quantitativa, as crianças precisam de mais do que entendimento de relações: elas devem também organizar sua atividade de contagem de uma forma nova. Elas precisam ser capazes de efetuar replicações e saber como contar as unidades apropriadas em cada um dos conjuntos. (NUNES; BRYANT, 1997, p.158).

Logo, é esperado que com o avançar nos anos escolares essa estratégia vá sendo abandonada a fim de possibilitar aos estudantes o desenvolvimento de raciocínios mais complexos com relação ao Campo Conceitual Multiplicativa. Podemos notar que isso acontece na Coleção A visto que o número de situações com essa característica é menor. Já na Coleção B, identificou-se um número maior de situações que apresentam essa possibilidade, o que, entendemos que possa vir a se caracterizar em uma dificuldade para o desenvolvimento desse campo conceitual.

Portanto, buscamos com essa análise entender como se organiza o Campo Conceitual Multiplicativo nos livros didáticos analisados, para assim, pensarmos sobre a aprendizagem desse campo.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Temos como problema de pesquisa verificar como as situações que envolvem o Campo Conceitual Multiplicativo são contempladas nas duas coleções de livros didáticos mais escolhidas pelos professores das escolas da Rede Municipal de Curitiba para o 1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental para o triênio de 2019 a 2021.

Para isso, embasamos essa pesquisa na Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud, a qual acreditamos ser base sólida para entendermos os processos de aprendizagem dos estudantes mesmo quando olhamos para situações presentes em livros didáticos.

Dessa maneira, analisamos situações do Campo Conceitual Multiplicativo nos livros do 1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental nas duas coleções de livros mais escolhidas pelas escolas da Rede Municipal de Educação de Curitiba, realizando assim, uma pesquisa do tipo documental.

Sendo assim, em um primeiro momento caracterizamos as coleções analisadas para conhecermos como o Campo Conceitual Multiplicativo se apresenta. Sendo as coleções analisada “Novo Bem-me-Quer Matemática” (BORDEAUX et al, 2017a, 2017b, 2017c) e “Ápis Matemática” (DANTE, 2017a, 2017b, 2017c).

Ao analisarmos os livros, percebemos que em ambas as coleções analisadas a quantidade de situações identificadas como pertencentes ao Campo Conceitual Multiplicativo aumentou com o avançar dos anos escolares. De seis situações no livro do 1º ano da Coleção A e cinco situações na Coleção B, para 61 problemas no 2º ano da Coleção A e 75 situações na coleção B, finalizando com 129 situações no 3º ano da Coleção A e 134 situações na Coleção B envolvendo esse campo conceitual.

Considerando que noções relativas à multiplicação e divisão são conteúdos previstos já para o 1º ano do Ensino Fundamental na Rede Municipal de Educação de Curitiba, entendemos que a quantidade de situações nesse ano escolar e o fato delas serem de um único tipo, parecem não serem suficientes para o início do trabalho com esse campo conceitual.

Consideramos que a diferença entre a quantidade de situações de multiplicação e de divisão nos livros analisados contribui para a manutenção da ideia de que a operação de divisão é a mais difícil das quatro operações básicas, e que

somente podem ser trabalhadas após os estudantes dominarem as outras três operações.

Com o decorrer dos anos escolares os tipos de problemas ficam cada vez mais separados nos livros. Por exemplo: 1º anos – sem capítulo específico para multiplicação e divisão; 2º anos – capítulos separados para apresentar a multiplicação e a divisão; 3º anos – dentro dos capítulos há subitens como: parcelas iguais, organização retangular, proporcionalidade e combinatória pra multiplicação e partes iguais e operações inversas na divisão. Fator que apontamos como negativo quando entendemos a construção de conceito envolto em um campo conceitual, onde para solucionar uma situação é preciso lançar mão de vários conceitos diferentes, não permitindo a construção do conceito de forma integrada.

Outro item de destaque é que quando identificamos problemas fora de seus capítulos específicos na maioria dos casos esses problemas são de multiplicação, deixando quase que exclusivamente o trabalho com a divisão somente no capítulo destinado a essa operação.

Ao classificarmos as situações entre “problemas verbais” e “exercícios”, percebemos que na Coleção A classificamos mais situações de “problemas verbais” em comparação às situações classificadas como “exercícios”. Porém, essa característica muda quando olhamos para a Coleção B, nessa coleção com exceção do livro do 1º ano, no qual todas as situações foram classificadas como “problemas verbais”, nos livros do 2º e 3º anos, a quantidade de situações tidas como “exercícios” é maior que as classificadas como “problemas verbais”.

A quantidade de “Exercícios” identificados nessas coleções é consideravelmente grande enfatizando aspectos procedimentais, dando ênfase a exercícios de tabuada e algoritmos tradicionais, principalmente no 3º ano.

Nas situações de “problemas verbais” classificadas nas duas coleções, a quantidade de problemas do tipo Proporção Simples – um para muitos é relativamente bem maior do que os outros eixos, o que confirma que esse tipo de problema se configura como protótipo para o início do trabalho do Campo Multiplicativo. Esse índice elevado identificado nesse eixo acontece devido a abordagem da multiplicação como adição de parcelas iguais, que persiste até o livro do 3º ano em ambas as coleções ao introduzir o trabalho com esse campo conceitual.

Com relação aos problemas de Comparação Multiplicativa – referido/referente desconhecido, a maior parte das situações desse eixo identificadas em todos os livros didáticos analisados nessa pesquisa, foram com relação ao trabalho com dobro, metade, terça parte, quarta parte, quinta parte e décima parte, também caracterizando essas situações como protótipos para o trabalho com esse eixo.

Identificamos que algumas classes de problemas como: Proporção Simples – muitos para muitos e Comparação Multiplicativa – relação desconhecida é trabalhada muito superficialmente nas coleções analisadas nessa pesquisa, com apenas uma situação nos livros dos 3º anos.

Consideramos três características identificadas nas Coleções A e B que podem vir a se transformar em entraves para aprendizagem de conceitos relativos ao Campo Conceitual Multiplicativo.

O primeiro, já citado anteriormente seria a o trabalho com a multiplicação e a divisão de maneira isolada. Os capítulos específicos para cada operação enfatizam essa separação. As situações que identificamos como mistas, não corroboram para essa integração pois em sua maioria são procedimentais e focam em repassar estratégias de resolução, em algumas das situações trabalhando a multiplicação como operação oposta à divisão, o que não se aplica se pensarmos em cálculo relacional, pois as operações exploram relações diferentes.

O segundo entrave seria o entendimento da multiplicação apenas como adição de parcelas iguais. O que no nosso entendimento faz sentido para a introdução a esses conceitos mais que com o avançar dos anos escolares devem ser repensadas, pois as mesmas, se desenvolvem a partir do raciocínio aditivo, o que não contribui para o desenvolvimento do Campo Conceitual Multiplicativo.

Um último possível entrave identificado por essa pesquisa seria com relação as representações, tanto as dos estudantes, quando as trazidas pelos autores dos livros didáticos analisados (ilustrações). Com relação as representações dos estudantes identificamos muitas situações que não possibilitam espaço para essa construção, sendo assim, não valorizando essa parte essencial da construção do conceito segundo a Teoria dos Campos Conceituais.

Quanto as ilustrações apresentadas nos livros didáticos, algumas das situações possibilitam que o estudante resolva somente através da contagem, novamente entendemos que essa característica não é prejudicial quando pensamos

em introduzir o trabalho com a multiplicação, porém, identificamos que essa estratégia perdura até o 3º ano do Ensino Fundamental, principalmente na Coleção B, fator que acreditamos não contribuir para um melhor desenvolvimento do estudantes dentro do Campo Conceitual Multiplicativo.

Portando, consideramos que assim, alcançamos o objetivo traçado para essa pesquisa, ao analisar o modo como o Campo Conceitual Multiplicativo é apresentado nas duas coleções de livros didáticos mais escolhidas pelas escolas da Rede Municipal de Curitiba para o 1º, 2º e 3º anos do Ensino Fundamental para o triênio de 2019 a 2021.

Esperamos que essa pesquisa possa auxiliar professores que trabalham com os anos iniciais, em suas escolhas de livros didáticos de matemática, apontando alguns critérios que podem ser observados nesses livros com relação ao Campo Conceitual Multiplicativo, com este estudo afirmamos a necessidade da escolha de um livro plural nas situações que são solicitadas aos estudantes e fim de possibilitar novas oportunidades de construção de conceitos matemáticos, indo além dos conceitos multiplicativos. Também destacamos a importância da visão atenta dos professores ao olhar para a maneira como os livros didáticos apresentam essas situações.

Outro ponto que acreditamos que possamos contribuir com essa pesquisa é referente a possibilitar que os autores de livros didáticos em seus processos de elaboração e escrita, possam se atentar as necessidades de aprendizagem desse campo conceitual, levando em consideração o que são apontados nos estudos com relação ao desenvolvimento da criança para a construção desses conceitos.

Destacamos que é necessário que se amplie esse estudo, observando a abrangência do Campo Conceitual Multiplicativo em todos os anos iniciais do Ensino Fundamental. Haja vista, que para a TCC é previsto um “longo tempo” para construção e desenvolvimento de um campo conceitual.

REFERÊNCIAS

ALARCÃO, C. M. da S. **As ideias da multiplicação em diferentes níveis do currículo nos anos iniciais do ensino fundamental: encontros e desencontros**. 2017. 114 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília (DF), 2017.

BARDIN, L. **Análise do Conteúdo**. Edição revista e ampliada. São Paulo: Edições 70, 2011.

BDTD – Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações. Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/>. Acessado em: 18 de junho de 2019.

BRASIL. **Decreto nº 91.542, de 19 de agosto de 1985**. Institui o Programa Nacional do Livro Didático, dispõe sobre sua execução e dá outras providências. Diário Oficial da União - Seção 1 - 20/8/1985, Página 12178. Disponível em: <https://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1980-1987/decreto-91542-19-agosto-1985-441959-publicacaooriginal-1-pe.html> . Acesso em: 11 de junho de 2020.

BRASIL. **Escolha PNLD 2019 – Orientações**. 2018. Disponível em: <https://www.fnde.gov.br/index.php/centrais-de-conteudos/publicacoes/category/78-apoio-a-gestao-do-livro-didatico?download=12420:orienta%C3%A7%C3%B5es-portal-pnld> . Acesso em: 20 de março de 2020.

BRASIL. **Decreto nº 9.099, de julho de 2017**. Dispõe sobre o Programa Nacional do Livro e do Material Didático. Brasília, Distrito Federal, 18 de julho de 2017. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2015-2018/2017/decreto/D9099.htm . Acesso em: 11 de junho de 2020.

BORDEAUX, A. L. et al. **Novo bem-me-quer matemática – 1º ano**. 4 ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2017a.

BORDEAUX, A. L. et al. **Novo bem-me-quer matemática – 2º ano**. 4 ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2017b.

BORDEAUX, A. L. et al. **Novo bem-me-quer matemática – 3º ano**. 4 ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2017c.

CAPES – Catálogo de Teses e Dissertações. Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/#/>. Acessado em: 18 de junho de 2019.

CASTRO, C. A. de; CURI, E. Resolução de problemas do campo multiplicativo com crianças de 1º e 2º anos do Ensino Fundamental. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo, SP, v. 17, p. 1-18, 2020.

CORREA, J.; MEIRELES, E. de S. A compreensão intuitiva da criança acerca da divisão partitiva de quantidades contínuas. **Estudos de Psicologia**, 5 (1), p. 11-31, 2000.

CURITIBA. **Plano Curricular**. 2016. Disponível em: <https://educacao.curitiba.pr.gov.br/conteudo/plano-curricular/7531> . Acesso em: 11 de junho de 2020.

DANTE, L. R. **Ápis matemática, 1º ano: ensino fundamental, anos iniciais**. 3 ed. São Paulo: Ática, 2017a.

DANTE, L. R. **Ápis matemática, 2º ano: ensino fundamental, anos iniciais**. 3 ed. São Paulo: Ática, 2017b.

DANTE, L. R. **Ápis matemática, 3º ano: ensino fundamental, anos iniciais**. 3 ed. São Paulo: Ática, 2017c.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 1987.

GITIRANA, V. et al. **Repensando Multiplicação de Divisão: contribuições da Teoria dos Campos Conceituais**. 1 ed. São Paulo: PROEM, 2014.

LAJOLO, M. Livro Didático: um (quase) manual de usuário. **Em aberto**, Brasília, v. 16, n. 69, jan/mar, 1996.

LAUTERT, S. L.; CASTRO FILHO, J. A. de; SANTANA, E. R. dos S. Estudantes do 1º ao 3º ano resolvem situações multiplicativas. In: LAUTERT, S. L.; CASTRO FILHO, J. A. de; SANTANA, E. R. dos S. **Ensinando Multiplicação e Divisão do 1º ao 3º ano**. Itabuna: Via Litterarum, 2017. p. 45-76.

MAGINA, S.; SANTOS, A. dos; MERLINI, V. Quando e como devemos introduzir a divisão nas séries iniciais do ensino fundamental? Contribuição para o debate. **Em teia/ Revista de Educação Matemática Tecnológica Iberoamericana**, v. 1, n.1, 2010.

MAGINA, S., SANTOS, A. dos; MERLINI, V. **Comparação Multiplicativa: a força que a expressão exerce na escolha das estratégias de resolução dos estudantes**. XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 2011.

MAGINA, S.; SANTOS, A. dos; MERLINI, V. O raciocínio de estudantes do Ensino Fundamental na resolução de situações das estruturas multiplicativas. **Ciên. Educ.** Bauru, v. 20, n.2, p.517-533, 2014.

NACCARATO, A. M.; MENGALI, B. L. da S.; PASSOS, C. L. B. **A Matemática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: tecendo fios do ensinar e do aprender**. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2017.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças Fazendo Matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

OLIVEIRA, E. G. de. **Raciocínio combinatório na resolução de problemas nos anos iniciais do ensino fundamental: um estudo com professores**. 2014. 225 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo (SP), 2014.

OLIVEIRA, P. de. Estudos sobre o processo de escolha do livro didático: análise bibliográfica de artigos publicados no período de 2006 a 2016 e indexados no Scielo. In: MORETO, M. **O Livro Didático na Educação Básica: Múltiplos Olhares**. Jundiaí: Paco Editorial, 2017. p. 27-43.

OLIVEIRA FILHO, N. G de. **Problemas de estruturas aditivas e multiplicativas propostos em livros didáticos de matemática: o impacto do Programa Nacional do Livro Didático**. 2009. 153 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife (PE), 2009.

PEREIRA, J. F. F.; CURI, E. Problemas que envolvem relação entre dois ou mais conjuntos no âmbito do raciocínio combinatório. **Em Teia – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**. São Paulo – Brasil, v. 7, n.1, 2016.

RODRIGUES, M. L. S. **Alfabetização Matemática na visão da professora do 1º ciclo do ensino fundamental**. 2015. 134f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Santa Cruz, Ilhéus (BA), 2015.

SAMPAIO, R. F.; MANCINE, M. C., Estudos de Revisão Sistemática: um guia para síntese criteriosa da evidência científica. **Rev. bras. fisioter.**, São Carlos, v. 11, n. 1, p. 83-89, jan./fev. 2007.

SANTANA, E. R.. **Adição e subtração: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?**. 1ª ed. Ilhéus: Editus, 2012.

SANTANA, E. R. dos S.; LIMA, D. C. Teoria dos Campos Conceituais. In: LAUTERT, S. L.; CASTRO FILHO, J. A. de; SANTANA, E. R. dos S. **Ensinando Multiplicação e Divisão do 1º ao 3º ano**. Itabuna: Via Litterarum, 2017. p. 15-43.

SANTOS, A. dos. **Formação de Professores e as Estruturas Multiplicativas: Reflexões Teóricas e Práticas**. 1ª ed. Curitiba: Appris, 2015.

SANTOS, A. dos; et al. A noção de divisão para quem não aprendeu a divisão. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 7 (2), 38-64, 2014.

SELTER, C. VERSCHAFFEL, L., GREER, B., and de CORTE, E., Making Sense of Word Problems. **Educational Studies in Mathematics**, v. 42, p. 211–213, 2000.

SILVA, M. C. **A combinatória: abordagem em documentos oficiais, em resultados de pesquisas e em livros didáticos do ensino fundamental**. 2016. 201 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnologia) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife (PE), 2016.

SIQUEIRA, R. B. O livro didático de matemática: de Euclides aos dias de hoje. In: MORETTO, M. **O Livro Didático na Educação Básica: Múltiplos Olhares**. Jundiaí: Paco Editorial, 2017. p. 159-175.

SOARES, M. A. da S. **Proporcionalidade um conceito formador e unificador da matemática: uma análise de materiais que expressam fases do currículo da educação básica**. 2016. 250 f. Tese (Doutorado em Educação nas Ciências) – Universidade Regional do Noroestes do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí (RS), 2016.

SOUZA, M. A. V. F de; GUIMARÃES, H. M. A formulação de problemas verbais de matemática: porquê e como. **Quadrante**, Vol. XXIV, N° 2, 2015.

SOUZA, C. A. P. de. **Alfabetização de Letramento Matemático: perspectivas e relações entre o PNAIC e o Livro Didático**. 2017. 142 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo (SP), 2017.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceptuais. In: BRUN, J. **Didática das Matemáticas**. 2º ed. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

VERGNAUD, G. O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática. **Educar em Revista**, Curitiba, Brasil, n. Especial 1/2011, p. 15-27, 2011.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade**. Curitiba: Edição Revisada, UFPR. 2014.

VERGNAUD, G. Quais questões a Teoria dos Campos Conceituais busca responder? **Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online**, v. 9, n. 1, 2019 – ISSN 2358-4750.

VERGNAUD, G. **Entrevista com Gerard Vergnaud**. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=SkPewcaFYw0> . Acesso em: 11 de junho de 2020.