

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ANA LUIZA BANDEIRA

OTIMIZAÇÃO DE MONITORAMENTO GEODÉSICO POR MEIO DA ANÁLISE DE
ELIPSOIDES DE ERROS 3D: ESTUDO DE CASO PARA USINA HIDRELÉTRICA
GOVERNADOR JAYME CANET

CURITIBA

2021

ANA LUIZA BANDEIRA

OTIMIZAÇÃO DE MONITORAMENTO GEODÉSICO POR MEIO DA ANÁLISE DE
ELIPSOIDES DE ERROS 3D: ESTUDO DE CASO PARA USINA HIDRELÉTRICA
GOVERNADOR JAYME CANET

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ciências Geodésicas.

Orientador: Prof. Dr. Ivandro Klein

Coorientador: Prof. Dr. Luis Augusto Koenig Veiga

CURITIBA

2021

Catálogo na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

B214o Bandeira, Ana Luiza
 Otimização de monitoramento geodésico por meio da análise de elipsoides de erros 3d [recurso eletrônico] : estudo de caso para usina hidrelétrica governador Jayme Canet / Ana Luiza Bandeira. – Curitiba, 2021.

 Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências da Terra, Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 2021.

 Orientador: Ivandro Klein.
 Coorientador: Luis Augusto Koenig Veiga.

 1. Monitoramento. 2. Congruências (geometria). 3. Elipsóide. 4. Usinas hidrelétricas.
 I. Universidade Federal do Paraná. II. Klein, Ivandro. III. Veiga, Luis Augusto Koenig.
 IV. Título.

CDD: 621.312134

Bibliotecária: Vanusa Maciel CRB- 9/1928



TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em CIÊNCIAS GEODÉSICAS da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da dissertação de Mestrado de **ANA LUIZA BANDEIRA** intitulada: **OTIMIZAÇÃO DE MONITORAMENTO GEODÉSICO POR MEIO DA ANÁLISE DE ELIPSOIDES DE ERROS 3D: ESTUDO DE CASO PARA USINA HIDRELÉTRICA GOVERNADOR JAYME CANET**, que após terem inquirido a aluna e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 10 de Março de 2021.

Assinatura Eletrônica

28/05/2021 15:35:34.0

IVANDRO KLEIN

Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica

01/06/2021 18:42:04.0

PEDRO LUÍS FAGGION

Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica

28/05/2021 16:37:19.0

LUÍS AUGUSTO KOENIG VEIGA

Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica

07/06/2021 15:51:19.0

SILVIO JACKS DOS ANJOS GARNES

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO)

Dedico este trabalho a todos que amam a ciência e a pesquisa.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, que semeou em mim um sonho que hoje se concretiza. Pelo amor incondicional que me constringe e também me impulsiona a buscar razões e forças para continuar.

A UFPR, que me acolheu desde o ensino técnico, depois na graduação e atualmente na pós-graduação. Essa instituição é a extensão da minha casa e eu tenho muito orgulho em fazer parte desta universidade.

Aos professores, Dr. Ivandro Klein e Luis Auguto Koenig Veiga por toda a direção, orientação e auxílio inclusive aos fins de semana para elaboração dessa pesquisa.

À Coordenadoria de Aperfeiçoamento de Pessoa do Ensino Superior (CAPES) pelo auxílio financeiro com a bolsa concedida.

Ao meu marido, Marcos, que me incentivou incansavelmente dia após dia e por me acolher em todo tempo e me motivar a nunca parar. Aos meus filhos, Alice e Davi, que me tornaram uma pessoa melhor e mudaram o rumo da minha vida, dando um novo significado e a oportunidade de se reinventar a cada dia. Amo vocês, amo ter vocês e ser família com vocês.

Aos meus pais, Pedro e Edna, por sempre me darem forças pra continuar, acreditarem tanto nas minhas decisões e pelo apoio imensurável em toda minha jornada pessoal e profissional. A minha avó Glacy que neste mês fez sua passagem para outro plano mas investiu tanto na nossa família e foi um exemplo de dedicação e superação. Obrigada por nos dar o amor tão doce de avó. A minha irmã Anaruez, por me ajudar tanto com os pequenos na pandemia, cuidando, acolhendo e mimando. Ao meu sogro e sogra, Jorge e Sonia, por acreditarem tanto no meu potencial e investirem nos meus sonhos.

“Não é na ciência que está a felicidade, mas na aquisição da ciência”.

(Edgar Allan Poe)

RESUMO

Nos últimos anos, houve acidentes de grandes proporções devido ao rompimento de barragens no Brasil, o que motivou o aumento das pesquisas relacionadas à análise de deslocamentos e deformações no monitoramento geodésico de estruturas. Na análise dos resultados obtidos, são observadas as coordenadas isoladas dos pontos monitorados ou ainda resultantes posicionais para a verificação de possíveis deslocamentos, considerando a medida do grau de interdependência numérica entre as variáveis, ou seja, as covariâncias entre essas coordenadas. Entretanto, a negligência no uso das covariâncias das coordenadas dos pontos monitorados pode resultar tanto em falsos positivos quanto em falsos negativos na análise dos deslocamentos em relação ao cenário real. Desta forma, este trabalho apresenta exemplos simulados e com dados reais que demonstram a importância das covariâncias na análise de deformação aplicada ao monitoramento geodésico de estruturas através dos testes de congruência global, que analisa se a variação das coordenadas em épocas distintas é significativo, além da verificação do tamanho, forma e orientação dos elipsoides de erro, a fim de identificar o menor deslocamento detectável em cada ponto da estrutura. Os diversos exemplos analisados demonstraram a importância do número de série de leituras, da geometria dos pontos de controle, distância entre esses pontos e principalmente o uso de dupla irradiação ou simples irradiação. Neste estudo de caso, a dupla irradiação ofereceu poucos benefícios considerando o investimento necessário para a sua implementação na área de estudo, porém, isso pode ser explicado pela geometria escolhida, que está próxima aos pontos já materializados.

Palavras-chave: Análise de deformação. Monitoramento geodésico. Testes de congruência. Elipsoide de erro. Covariâncias.

ABSTRACT

In recent years, there were huge scale accidents due to dam failure in Brazil, which has motivated the increase in researches related to deformation analysis in the geodetic monitoring of structures. In displacements analysis, it's observed isolated coordinates of the object points or the positional resultants of the points, considering the measure of the degree of numerical interdependence between the variables, that is, the covariance between the coordinates. However, Do not employ the coordinate's covariances can result in both false positives and false negatives values in the analysis of the displacements, in relation to the more realistic scenario, that is, the multivariate case. In this way, this study presents simulated and real data examples that demonstrate the importance of covariances in the deformation analysis applied to geodetic monitoring through the tests of global congruence, which analyzes whether the variation of coordinates at different times is significant, in addition to checking of the size, shape and orientation of the error ellipsoids, in order to identify the smallest detectable displacement in each point of the structure. The various examples analyzed demonstrate the importance of the serial number of readings, the geometry of the control points, the distance between these points and especially the use of double irradiation or simple irradiation. In this case study, double irradiation offers few benefits when considering the necessary investment, however, this can be explained by the chosen geometry, which is close to the points already materialized.

Keyword: Deformation analysis. Geodetic monitoring. Congruence tests. Error ellipsoid. Covariances.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - BENTO RODRIGUES ANTES DO ROMPIMENTO DA BARRAGEM. ...	25
FIGURA 2 - BENTO RODRIGUES APÓS O ROMPIMENTO DA BARRAGEM.....	25
FIGURA 3 - MINERADORA EM BRUMADINHO ANTES DO ROMPIMENTO DA BARRAGEM.....	26
FIGURA 4 - MINERADORA EM BRUMADINHO APÓS O ROMPIMENTO DA BARRAGEM.....	26
FIGURA 5 - MÉTODO DE IRRADIAÇÃO TRIDIMENSIONAL.	29
FIGURA 6 - SEMIEIXOS DO ELIPSOIDE DE ERROS.....	36
FIGURA 7 - EXEMPLO GENÉRICO DAS REGIÕES DE ACEITAÇÃO DOS TESTES MULTIVARIADO E UNIVARIADO EM DUAS DIMENSÕES.....	42
FIGURA 8 - FLUXOGRAMA DO DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA	45
FIGURA 9 - LOCALIZAÇÃO DA UHE MAUÁ NO ESTADO DO PARANÁ.....	46
FIGURA 10 - SISTEMA DA BARRAGEM	47
FIGURA 11 - REDE GEODÉSICA DE REFERÊNCIA	48
FIGURA 12 - REDE GEODESICA DE APOIO.	49
FIGURA 13 - LOCALIZAÇÃO DOS PRISMAS NOS PONTOS A JUSANTE DA BARRAGEM.....	51
FIGURAS 14 E 15 - ELIPSOIDES DE ERRO ROTACIONADOS DO PONTO 49 POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO	71
FIGURA 16 E 17 - ELIPSOIDES DE ERRO ROTACIONADOS DO PONTO 12 POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO	72
FIGURA 18 - DISPOSIÇÃO DO CONJUNTO DE PONTOS PARA ANÁLISE EM DESTAQUE.....	72
FIGURAS 19 E 20 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTO 5 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO	73
FIGURAS 21 E 22 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTOS 6 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO.	73
FIGURAS 23 E 24 - ELIPSOIDE DE ERRO DO PONTO 14 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO	74
FIGURAS 25 E 26 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTO 17 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO	74

FIGURAS 27 E 28 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTO 18 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO	75
FIGURAS 29 E 30 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTO 26 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO	75
FIGURAS 31 E 32 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTO 35 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO	76
FIGURAS 33 E 34 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTO 36 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO	76
FIGURAS 35 E 36 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTO 40 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO	77
FIGURAS 37 E 38 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTO 49 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO	77
FIGURAS 39 E 40 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTO 50 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO	78
FIGURAS 41 E 42 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTO 56 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO	78
FIGURAS 43 E 44 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTO 62 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO	79
FIGURA 45 – REPRESENTAÇÃO DO PONTO A2.	81
FIGURAS 46 E 47 - COMPORTAMENTO NO EIXO X DOS ELIPSOIDES DE ERROS	89
FIGURAS 48 E 49 - COMPORTAMENTO NO EIXO Y DOS ELIPSOIDES DE ERROS	90
FIGURAS 50 E 51 - COMPORTAMENTO DO EIXO Z DOS ELIPSOIDES DE ERROS	91
FIGURA 52 - ÁREA DE MAIOR INFLUÊNCIA EM CADA EIXO A JUSANTE.....	93

LISTA DE GRÁFICOS

GRAFICO 1 - VALOR CRÍTICO NA DISTRIBUIÇÃO χ^2 EM FUNÇÃO DO NÍVEL DE SIGNIFICÂNCIA E GRAUS DE LIBERDADE (D) DO TESTE.....	40
GRÁFICO 2 - GRÁFICO DOS PONTOS A JUSANTE DA BARRAGEM.....	52
GRAFICO 3 - COMPARAÇÃO DO VOLUME DOS ELIPSOIDES DE ERROS POR SI E DI	58
GRAFICO 4 - VOLUME DO ELIPSOIDE DE ERRO NAS 4 SITUAÇÕES.....	82

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - COORDENADAS DOS PILARES DE REFERENCIA.....	50
TABELA 2 - COORDENADAS DOS PRISMAS DISTRIBUÍDOS NO CORPO DA BARRAGEM.....	50
TABELA 3 - COORDENADA DO PILAR DE APOIO POR SIMULAÇÃO	52
TABELA 4 - SEMIEIXOS DOS ELIPSOIDES DE ERROS POR SI E DI (JUSANTE).	55
TABELA 5 - PROPORÇÃO DE VOLUME DOS ELIPSOIDES DE ERRO EM CADA PONTO.....	57
TABELA 6 - COMPONENTES (x, y, z) DOS AUTOVETORES DE CADA PONTO POR SI.	59
TABELA 7 - COMPONENTES (x, y, z) DOS AUTOVETORES DE CADA PONTO POR DI.....	69
TABELA 8 - MENOR DESLOCAMENTO DETECTÁVEL DE CADA PONTO MONITORADO POR SI.....	84
TABELA 9 - MENOR DESLOCAMENTO DETECTÁVEL DE CADA PONTO MONITORADO POR DI.	86
TABELA 10 - PROJEÇÕES NO EIXO X DOS ELIPSOIDES SELECIONADOS	89
TABELA 11 - PROJEÇÕES NO EIXO Y DOS ELIPSOIDES SELECIONADOS	90
TABELA 12 - PROJEÇÕES NO EIXO Z DOS ELIPSOIDES SELECIONADOS	91

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

LST	- Laser Scanner Terrestre
SI	- Simples Irradiação
DI	- Dupla Irradiação
MVC	- Matriz Variância-Covariância
CBDB	- Comitê Brasileiro de Barragens
S.A.	- Sociedade Anônima
PNSB	- Política Nacional de Segurança de Barragens
ANA	- Agência Nacional de Águas
SNISB	- Sistema Nacional de Informações sobre Segurança de Barragens
RSB	- Relatório de Segurança de Barragens
GNSS	- Global Navigation Satellite System
UHE	- Usina Hidrelétrica de Energia
GJC	- Governador Jayme Canet Junior
ppm	- partes por milhão

LISTA DE SÍMBOLOS

©	Copyright
@	Arroba
®	Marca registrada
λ	Autovalores
Λ	Autovetores
dH	Distancia horizontal
dN	Desnível
A	Azimute
H	Ângulo Horizontal
σ	Desvio-padrão
dI	Distancia inclinada
Z	Ângulo zenital
ε_i	Erro de centragem do instrumento
ε_r	Erro de centragem do refletor
PN_{lin}	Precisão nominal linear do instrumento
PN_{ang}	Precisão nominal angular do instrumento
σ_{comp}	Precisão nominal do compensador do instrumento
n	Número de medições realizadas
∂	Derivada Parcial
Σ	Matriz de covariância

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
1.1 OBJETIVOS	19
1.1.1 Objetivo geral	19
1.1.2 Objetivos específicos.....	19
1.2 JUSTIFICATIVA	19
2 REVISÃO DE LITERATURA	22
2.1 BARRAGENS.....	22
2.1.1 Histórico de Rompimento de Barragens.....	22
2.1.2 Segurança de Barragens.....	26
2.2 MONITORAMENTO GEODÉSICO DE ESTRUTURAS	27
2.2.1 Métodos de Monitoramento Geodésico de Estruturas	28
2.2.1.1 Irradiação Tridimensional	28
2.2.1.2 Propagação de Erros.....	31
2.3 PRE-ANÁLISE DE REDES GEODÉSICAS.....	34
2.3.1 Elipsoide de Erros	35
2.4 ANÁLISE DE DESLOCAMENTO	38
2.5 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES	40
3 MATERIAIS E MÉTODOS	44
3.1 CARACTERIZAÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO.....	45
3.2 SISTEMA DE REFERENCIA DA BARRAGEM	46
3.3 DESCRIÇÃO DA REDE GEODÉSICA ATUAL DE MONITORAMENTO	47
3.4 DESCRIÇÃO DO AUMENTO DA REDE GEODÉSICA POR SIMULAÇÃO	48
3.5 COORDENADAS TRIDIMENSIONAIS.....	49
3.6 ELIPSOIDES DE ERROS	52
4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS	54
4.1 ANALISE DAS COMPONENTES PRINCIPAIS.....	54
4.1.1 Autovalores	54
4.1.2 Autovetores	59
4.2 ELIPSOIDE DE ERROS.....	72
4.2.1 Influência da configuração geométrica dos pontos de apoio sobre os elipsoides de erros	80
4.3 TESTE DE CONGRUENCIA GLOBAL.....	83

4.3.1 Menor deslocamento detectável.....	83
4.3.2 Eixo <i>X</i>	89
4.3.3 Eixo <i>Y</i>	90
4.3.4 Eixo <i>Z</i>	91
4.3.5 Área de maior influência.....	92
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	94
REFERÊNCIAS.....	96

1 INTRODUÇÃO

Conforme o art. 2º da lei 12.334/10 da Política Nacional de Segurança de Barragens (BRASIL, 2010), define-se barragem como uma estrutura em curso permanente ou temporário de água, com a finalidade de conter ou acumular substâncias líquidas ou a fusão de substâncias líquidas e sólidas. Ainda define-se segurança de barragem como a condição que pretende manter a integridade estrutural e operacional, além de preservar a vida, saúde, propriedade e meio ambiente.

Atualmente, o Brasil é o segundo país que mais gera energia hidrelétrica no mundo, representando 12,6% do total de energia consumida de forma doméstica e 68,1% da eletricidade do país, o tornando um dos maiores construtores de barragens mundiais (OLIVEIRA, 2018). Em contrapartida, a formação desses reservatórios pode provocar deformações, podendo até mesmo em casos mais críticos ocasionar a ruptura da barragem.

A instrumentação e o estudo do comportamento de obras de engenharia possuem grande importância nos dias atuais, pois têm como finalidade a observação e o acompanhamento destes empreendimentos, neste contexto estão inclusas as barragens que geralmente são obras associadas a um elevado potencial de risco devido à possibilidade de um eventual colapso, sendo assim, toda barragem deve ser instrumentada de acordo com seu porte e riscos associados. (BRASIL, 2002).

Qualquer dano nestas estruturas pode causar a liberação de uma grande quantidade de água e rejeitos sólidos e químicos, causando perdas catastróficas ao longo dos vales dos rios, tanto em termos de vidas humanas como de bens econômicos, além do impacto ambiental. Assim, existem legislações que regulamentam o controle e a segurança de barragens apoiado em regras específicas (CASTRO; HENRIQUES, 2008).

No Brasil, segundo a Eletrobrás (2003), a auscultação geodésica é determinada por um conjunto de métodos de observação do comportamento de uma obra e tem como objetivo supervisionar as condições de segurança estrutural durante toda sua vida útil, detectando com antecedência qualquer deformidade que prejudique seu desempenho ou estabilidade.

Uma das técnicas para a realização desta auscultação é o monitoramento contínuo utilizando medições geodésicas, comparando as coordenadas de pontos implantados na barragem em duas ou mais épocas distintas (SILVEIRA, 2003).

Para um monitoramento contínuo eficiente deve-se primar pela qualidade das medições, bem como a precisão dos equipamentos utilizados e uma geometria adequada para o monitoramento geodésico dos pontos, de forma a obter coordenadas com precisão e confiabilidade, reduzindo ao máximo a ocorrência de erros sistemáticos ou grosseiros. Estes fatores irão afetar a incerteza posicional dos pontos por meio da propagação dos erros de observação aos pontos da estrutura, e, conseqüentemente, a comparação das coordenadas dos pontos entre diferentes épocas de monitoramento. Neste contexto, a etapa de pré-análise ou planejamento da rede geodésica é importante para minimizar a propagação dos erros aos pontos medidos. No planejamento, busca-se otimizar a rede geodésica de forma que a mesma atende a critérios de qualidade pré-estabelecidos de acordo com a finalidade do projeto, como precisão, confiabilidade e custos (KLEIN, 2014).

Diversos estudos vêm sendo realizados neste sentido, como Jerke (2019) que analisou o monitoramento de estruturas por meio de equipamentos com diferentes precisões e Ribeiro (2008), que propõe uma metodologia para verificar a estabilidade dos pilares de uma rede geodésica.

Alizadeh-Khameneh et al. (2018) investigou a otimização da localização vertical do ponto de estação para observações de distância e ângulo, por meio do método de estação livre. Em Sampaio et al. (2019), é apresentado um método para propagação dos erros de observação aos pontos monitorados por meio de simulações numéricas, podendo ser utilizado na pré-análise de redes para fins de monitoramento geodésico.

Em Alves (2019), é investigado em ambiente laboratorial o monitoramento de estruturas por nuvem de pontos 3D utilizando estação total e laser scanner terrestre (LST). Gonçalves e Veiga (2019) abordam o projeto de uma rede de monitoramento geodésico de barragem por meio da análise de alguns parâmetros como a resolução da nuvem de pontos e a distância do LST em relação ao objeto. Antova et al. (2015) investigou o monitoramento de deformação de grandes barragens por meio do LST,

analisando a precisão e estabilidade do georreferenciamento e a estimação da deformação com base nas nuvens de pontos adquiridas.

Dentro do planejamento de redes geodésicas, Klein et al. (2019) propõem novos critérios para a análise da qualidade de redes geodésicas, demonstrando a sua aplicação prática em uma rede horizontal real; enquanto Wojciech e Paweł (2016) desenvolveram um método de simulação visando otimizar a geometria da rede.

Outro estudo recente dentro do monitoramento de estruturas é Tiwari et al. (2018), que apresenta o monitoramento geodésico por uma rede GNSS (*Global Navigation Satellite System*) em duas localidades distintas: minas de carvão e deslizamento de terra, ambos na Índia. Gulal (2013) faz uma análise da deformação de estruturas de forma interdisciplinar, determinando a deformação da barragem por meio da integração de dados utilizando Filtro de Kalman.

Além do monitoramento geodésico, é importante analisar a deformação sofrida pela estrutura. A análise de deformação consiste na detecção de deslocamentos x , y e z sobre a superfície topográfica ou em estruturas artificiais, por meio da análise de posições em duas ou mais épocas de observação. Uma das aplicações da análise de deformação é o monitoramento de estruturas, servindo como um dos elementos necessários para a prevenção de acidentes, como os recentes casos de rompimentos de barragens no Brasil (NEGRÃO et al., 2017).

Uma das alternativas para a análise de deformação de estruturas naturais ou artificiais é por meio do monitoramento geodésico, utilizando, por exemplo, sistemas GNSS (*Global Navigation Satellite System*) (GULAL, 2013; TIWARI et al., 2018; DURDAG et al., 2018); estação-total (URBANČIČ et al., 2020; ZAMINPARDAZ et al., 2020) ou laser scanner terrestre (ANTOVA, 2015; HOLST; KUHLMANN, 2016; JAAFAR et al., 2017). Neste contexto, têm-se diversos estudos recentes a nível nacional sobre o tema (MIRANDA; VEIGA, 2016; FERREIRA; CHAVES, 2017; SAMPAIO et al., 2019; GONÇALVES; VEIGA, 2019; MEDEIROS et al., 2020; ALVES et al., 2020).

Entretanto, embora os temas planejamento de redes geodésicas e monitoramento de estruturas sejam largamente investigados, têm-se poucos estudos,

especialmente em âmbito nacional, da análise do elipsoide de erros 3D dos pontos monitorados, sendo este o escopo desta pesquisa.

1.1 OBJETIVOS

Neste contexto, apresenta-se o objetivo geral e os objetivos específicos deste estudo.

1.1.1 Objetivo geral

Por meio da inclusão de possíveis novos pilares para pontos de estação, investigar possíveis melhorias, como diminuir a influência de erros das observações obtidas no monitoramento, através da geometria da rede geodésica atual da Usina Hidrelétrica Governador Jayme Canet Júnior, por meio da análise dos elipsoides de erros dos pontos monitorados (pontos objeto).

1.1.2 Objetivos específicos

- a) Analisar o teste de congruência multivariado, ou seja, considerando as covariâncias entre as coordenadas e sua influência na melhoria no projeto geométrico da rede.
- b) Analisar os elipsoides de erros dos pontos por meio da configuração atual da rede geodésica;
- c) Investigar possíveis melhorias na rede geodésica atual, visando alterar o tamanho ou volume e orientação dos elipsoides de erros dos pontos, em função de suas variâncias e covariâncias;
- d) Com base nos resultados obtidos, propor qual seria a melhor configuração para a rede geodésica em estudo, em termos de custo-benefício.

1.2 JUSTIFICATIVA

O número de acidentes envolvendo barragens no Brasil tem aumentado nos últimos anos. Só no estado de Minas Gerais, 6 barragens de rejeitos romperam nos últimos 18 anos e várias outras encontram-se em situação crítica. Considerando que o estudo desenvolvido refere-se a uma barragem de água, nos últimos 15 anos, já houve rompimento de 4 barragens no Brasil nos estados de Paraíba, Rondônia, Piauí e Amapá (ALVES, 2019).

Ressalta-se que nos documentos relativos a diretrizes nacionais sobre segurança de barragens, não há normativas para o monitoramento geodésico de estruturas. Além disto, a metodologia adotada, utilizando método geodésico, pode servir como referência ao monitoramento de tantos outros empreendimentos, como prédios, grandes edificações, pontes, pistas de aeroportos, torres de transmissão, grandes monumentos, embarcações etc.

Como diferencial em relação a demais trabalhos encontrados na literatura, ressalta-se que nesta pesquisa serão investigados os elipsoides de erros dos pontos monitorados, ao invés da análise de suas coordenadas tridimensionais individualmente, como em Siguel et al. (2013), Sampaio et al. (2019), Gonçalves e Veiga (2019) e Jerke (2019), ou como Cruz (2015), que analisa o deslocamento da barragem por meio de elipses de erro e não elipsoides tridimensionais.

A orientação, forma e tamanho do elipsoide de erros é função não apenas das variâncias das coordenadas individuais do ponto monitorado, mas também de suas covariâncias. Desta forma, a análise do elipsoide de erros do ponto monitorado ao invés das variâncias individuais de suas coordenadas fornece uma descrição mais completa da sua incerteza posicional em relação ao corpo da estrutura monitorada.

Em âmbito internacional, Kaminski e Nowel (2013) propõem uma nova forma de analisar redes de monitoramento horizontais, analisando as elipses de erros 2D em um exemplo simulado, enquanto Cederholm (2003) propôs um método para análise de deformação utilizando os elipsoides de erros 3D dos pontos. Nowel e Kaminski (2014) analisaram a diferença na incerteza das medições em épocas distintas realizadas pelo mesmo equipamento, visando a mitigação de erros.

Velsink (2015) formula hipóteses alternativas que testam um, dois ou mais subconjuntos de pontos deformados, buscando identificar quais pontos da estrutura

estão de fato sujeitos a deformação. Nowel (2015) propõe um novo método para a detecção de deformações no monitoramento geodésico, analisando elipses de erros 2D dos pontos monitorados. Em um estudo recente, Urbančič et al. (2020) analisam o elipsoide de erros 3D no monitoramento geodésico de rampas de salto de esqui.

Ressalta-se que em nenhum dos referidos estudos, são investigadas formas de otimizar a rede geodésica de forma a reduzir os elipsoides de erros dos pontos monitorados, o que evidencia o aspecto inédito desta pesquisa mesmo em um contexto internacional. De forma geral, quanto menor o elipsoide de erros do ponto, menor a sua incerteza posicional, e, portanto, menor é o deslocamento detectável em sua posição nas atividades de monitoramento geodésico.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Serão apresentadas neste capítulo, as revisões dos principais conceitos que conduzem a presente pesquisa, bem como um breve histórico do monitoramento de barragens e estudo dos acidentes ocorridos para uma melhor compreensão da importância da pré-análise e precisão do monitoramento na avaliação de riscos.

2.1 BARRAGENS

O termo barragem é descrito como uma estrutura em curso permanente ou temporário de água. Sua finalidade é conter ou acumular substâncias líquidas ou também a mistura de substâncias líquidas e sólidas (BRASIL, 2010). A Agência Nacional de Águas ainda denomina barragem como a estrutura física que represa um curso de água, enquanto o reservatório é o acúmulo de água resultante da barragem (ANA, 2015). McCully (1996) explana duas principais funções das barragens: a primeira é armazenar água de forma a suprir variações no fluxo do rio ou no consumo de água e energia elétrica; a segunda função é aumentar o nível de água a montante, conduzindo a água a um canal, ou elevar a carga hidráulica (diferença de altura entre a superfície do reservatório e o rio a jusante).

De acordo com o Comitê Brasileiro de Barragens (CBDB), as barragens têm proporcionado uma fonte confiável de água para uma população ao longo dos últimos cinco mil anos. Elas permitem a coleta e armazenamento de água para utilização em épocas de seca, formação do desnível necessário na geração de energia elétrica, captação de água em volume adequado e regularização da vazão do rio em períodos de chuva ou estiagem. As barragens são caracterizadas como obstáculos artificiais com a capacidade de reter água, rejeitos ou detritos, para fins de armazenamento ou controle, podendo ser destinadas ao abastecimento de água, fornecimento de energia hidrelétrica, controle de cheias, irrigação, dentre outras atividades (CBDB, 2013).

2.1.1 Histórico de Rompimento de Barragens

Os rompimentos de barragens no mundo não são eventos recentes. O maior desastre da história da humanidade ocorreu na China, em 1887, com a ruptura dos diques do rio Huan He (rio amarelo). Estima-se que cerca de 900 mil pessoas morreram no primeiro fluxo, aproximadamente 1,3 milhões se afogaram, 3 a 4 milhões morreram de doenças causadas pelas águas como tifo e disenteria (BROWN et al., 2012), sendo esse evento conhecido como “Tristeza da China”.

Diversos outros desastres ocorreram no mundo em proporções relativamente menores, mas que são altamente relevantes. Nas últimas duas décadas, o Brasil foi fortemente abalado com 10 tragédias associadas ao rompimento de barragens, sendo 6 delas em Minas Gerais. Alves (2019) mostra que desde o ano de 2001, a destruição de represas é frequente e cresce com uma média de um acidente a cada dois anos.

Sobre o motivo da ruptura da barragem, o desastre pode ser classificado como misto, quando um fenômeno natural intenso é responsável por abalar a estrutura da barragem ou tecnológico, quando a causa do colapso na estrutura é o mau planejamento ou erro na execução da obra ou na manutenção (ALVES, 2019). O QUADRO 1 apresenta o histórico dos principais rompimentos de barragens no Brasil nos últimos 20 anos.

QUADRO 1 - PRINCIPAIS ROMPIMENTO DE BARRAGENS NO BRASIL

Ano	Município	Barragem	Tipo	Danos Causados
2001	Nova Lima (MG)	Barragem de Macacos	Rejeitos minerários	5 óbitos.
2003	Cataguases (MG)	Barragem em Cataguases	Rejeitos industriais	Contaminação do rio Paraíba do Sul, morte de animais e peixes e interrupção do abastecimento de água de 600 mil pessoas.
2004	Alagoa Nova (PB)	Camará	Água	5 óbitos e aproximadamente 3 mil pessoas desabrigadas ou desalojadas
2007	Miraf (MG)	Barragem do Rio Pomba / Cataguases	Rejeitos minerários	Mais de 4 mil famílias desabrigadas ou desalojadas

2008	Vilhena (RO)	Apertadinho	Água para geração de energia	Danos ambientais (Assoreamento de rios, erosão do solo etc.)
2009	Cocal (PI)	Algodões	Água	9 óbitos e 2 mil famílias desabrigadas ou desalojadas
2014	Itabirito (MG)	Barragem da Herculano	Rejeitos Minerários	3 óbitos
2015	Mariana (MG)	Barragem Fundão e Barragem Santarém	Rejeitos Minerários	19 óbitos, 8 desaparecidos e 600 famílias desabrigadas ou desalojadas. Interrupção do abastecimento de água, poluição do rio São Francisco e do mar no ES.
2018	São José do Rio Claro (MT)	5 Barragens de uma pequena hidrelétrica	Água	Queda de uma ponte e destruição da vegetação marginal de um trecho do rio Arinos.
2019	Brumadinho (MG)	Barragem da Minas do Córrego do Feijão.	Rejeitos minerários	259 óbitos, 11 desaparecidos e 1.000 desabrigados ou desalojados. Danos Ambientais severos.

FONTE: A AUTORA (2020)

Os eventos em Mariana e Brumadinho, ambos em Minas Gerais, foram os desastres que tiveram maiores proporções no Brasil. A primeira, administrada pela Samarco Mineração S.A. e a segunda pela Vale S.A. foram responsáveis por desmedidos danos ambientais e materiais além da morte de centenas de pessoas e mais de mil famílias afetadas pelo mar de lama. Nas FIGURAS 1 e 2 é possível perceber os danos causados pelo rompimento da barragem da Samarco Mineração S.A. no distrito de Bento Rodrigues em Mariana (MG).

FIGURA 1 - BENTO RODRIGUES ANTES DO ROMPIMENTO DA BARRAGEM.



FONTE: DIGITALGLOBE E GLOBALGEO GEOTECNOLOGIAS (2015)

FIGURA 2 - BENTO RODRIGUES APÓS O ROMPIMENTO DA BARRAGEM.



FONTE: DIGITALGLOBE E GLOBALGEO GEOTECNOLOGIAS (2015)

Nas FIGURAS 3 e 4 percebe-se também a dimensão da grande destruição ocorrida em Brumadinho pelo rompimento da barragem da Vale S.A.

FIGURA 3 - MINERADORA EM BRUMADINHO ANTES DO ROMPIMENTO DA BARRAGEM.



FONTE: DIGITALGLOBE (2019)

FIGURA 4 - MINERADORA EM BRUMADINHO APÓS O ROMPIMENTO DA BARRAGEM.



FONTE: DIGITALGLOBE (2019)

2.1.2 Segurança de Barragens

A lei nº 12.334, de 20 de setembro de 2010 estabelece a Política Nacional de Segurança de Barragens (PNSB) e visa garantir a segurança das barragens buscando condições que mantenham sua integridade estrutural e operacional, além da

preservação da vida, saúde, propriedade e meio ambiente. A PNSB tem entre os objetivos, garantir padrões de segurança de barragens, reduzindo a probabilidade de acidentes e suas consequências; regulamentar ações de segurança nas fases de planejamento, projeto, construção, primeiro enchimento e vertimento, operação, desativação e qualquer tipo de uso; promover o monitoramento e acompanhamento das ações de segurança; estabelecer conformidades de natureza técnica que permite a avaliação da adequação aos parâmetros pré-estabelecidos; entre outros.

Esta política designa a Agência Nacional de Águas (ANA) como órgão responsável por organizar, implantar e gerir o Sistema Nacional de Informações sobre Segurança de Barragens (SNISB), além de tarefas como fiscalizar, receber denúncias e elaborar relatórios, entre eles, o Relatório de Segurança de Barragens (RSB), emitido anualmente com informações da situação da segurança de barragens brasileiras. O SNISB foi criado para realização do registro informatizado das condições de segurança das barragens em território nacional. Compreende um sistema de coleta, tratamento, armazenamento e recuperação de informações de barragens em construção, em operação ou desativadas.

Vale ressaltar que o RSB é emitido anualmente pela ANA. Em dezembro de 2020 foi emitido o RSB referente ao ano de 2019, relatando 12 acidentes e 58 incidentes com barragens em 15 estados. Entre eles o maior acidente foi o rompimento da barragem da Mina Córrego do Feijão, em Brumadinho, resultando em 270 vítimas fatais, mais de 40 mil pessoas afetadas e prejuízos socioeconômicos de bilhões de reais. Nesse ano, houve a maior identificação de acidentes e incidentes registrados se comparados com anos anteriores.

Ressalta-se que nestes documentos de diretrizes nacionais, não há normativas para o monitoramento geodésico de estruturas, embora essa seja uma alternativa bastante utilizada em âmbito global. Assim, o desenvolvimento de pesquisas dentro deste tema possui grande importância na busca pelo conhecimento e na melhoria de metodologias.

2.2 MONITORAMENTO GEODÉSICO DE ESTRUTURAS

O monitoramento de grandes estruturas é parte de um conjunto de métodos utilizados para monitorar a integridade e segurança dessas obras. O avanço tecnológico possibilita a utilização de equipamentos digitais que oferecem melhores precisões nas observações, determinando os deslocamentos de pontos na estrutura em relação a pontos de referência estáveis (DEPARTMENT OF ARMY, 1994).

A combinação de diferentes equipamentos geodésicos, como sistemas de navegação global (GNSS – Global Navigation Satellite System) e estações totais alcançam a precisão necessária para o monitoramento de usinas hidrelétricas e também possibilitam a seleção da melhor rede de pontos de referência e pontos a monitorar (CRANENBROECK, 2011).

2.2.1 Métodos de Monitoramento Geodésico de Estruturas

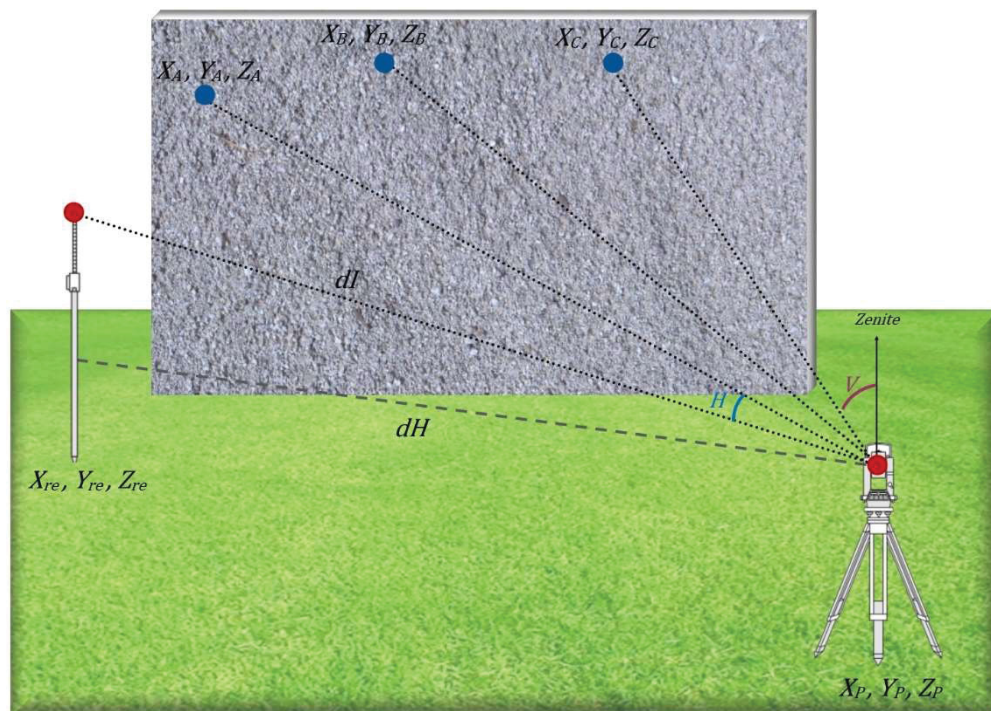
Alguns métodos são empregados no levantamento geodésico aplicado ao monitoramento de estruturas, entre eles estão o nivelamento geométrico de precisão, levantamento gravimétrico, posicionamento GNSS, irradiação, triangulação, trilateração e poligonação. Neste trabalho, será abordada somente a irradiação tridimensional, que foi a metodologia aplicada no estudo. Detalhes sobre os demais métodos podem ser obtidos em Siguel et al. (2013); Cruz (2015); Sampaio et al. (2019).

2.2.1.1 Irradiação Tridimensional

As coordenadas tridimensionais de um ponto podem ser obtidas por meio da irradiação tridimensional, que consiste na medida das direções horizontais, ângulos verticais e distâncias entre o ponto de interesse e o ponto de referência (SILVA e SEGANTINI, 2015). Ressalta-se que na irradiação é necessária a intervisibilidade entre o ponto de referência (ponto de estação) e os pontos de interesse do monitoramento, sendo que para a intervisibilidade não podem haver obstáculos na direção de visada, como acidentes naturais como vegetação ou artificiais como construções.

Neste trabalho foi abordada a simples irradiação (SI), que consiste em ocupar um ponto de coordenadas conhecidas com ré em outro ponto de coordenadas conhecidas e vante nos pontos de interesse; e dupla irradiação (DI), que consiste em repetir o processo da simples irradiação em dois pontos de estação distintos. A FIGURA 5 representa o sistema de coordenadas do método de irradiação tridimensional, sendo os pontos em vermelho os pontos de coordenadas conhecidas e os pontos em azul, os pontos a serem determinados.

FIGURA 5 - MÉTODO DE IRRADIAÇÃO TRIDIMENSIONAL.



FONTE: A AUTORA (2020)

Tendo as coordenadas conhecidas do ponto de estação e as medições com estação-total, é possível determinar as coordenadas tridimensionais do ponto visado por meio das equações de posicionamento da irradiação, sendo o ponto de interesse A e o ponto de controle P, ocupado pela estação total:

$$X_A = X_P + dI_{PA} \cdot \text{sen}Z_{PA} \cdot \text{sen}Az_{PA} \quad (1)$$

$$Y_A = Y_P + dI_{PA} \cdot \text{sen}Z_{PA} \cdot \text{cos}Az_{PA} \quad (2)$$

$$Z_A = Z_P + dI_{PA} \cdot \cos Z_{PA} \quad (3)$$

Sendo:

dI_{PA} : Distância inclinada entre o ponto de controle e o ponto de interesse;

Z_{PA} : ângulo zenital de visada do ponto de estação ao ponto de interesse;

Az_{PA} : Azimute da direção do ponto de controle ao ponto de interesse;

X_P, Y_P, Z_P : Coordenadas tridimensionais do ponto de controle;

X_A, Y_A, Z_A : Coordenadas tridimensionais do ponto de interesse.

Essas equações consideram valores de observações já corrigidos de erros sistemáticos, como a refração atmosférica. Caso as coordenadas dos pontos visados já possuam valores iniciais ou aproximados, por exemplo, na etapa de pré-análise da rede, os valores das observações podem ser aproximados por:

$$dH_{PA} = \sqrt{(X_A - X_P)^2 + (Y_A - Y_P)^2} \quad (4)$$

$$dN_{PA} = Z_A - Z_P \quad (5)$$

$$Az_{PA} = \arctan\left(\frac{X_A - X_P}{Y_A - Y_P}\right) + C \quad (6)$$

$$Az_{PRé} = \arctan\left(\frac{X_{Ré} - X_P}{Y_{Ré} - Y_P}\right) + C \quad (7)$$

$$H_{RéPA} = Az_{PA} - Az_{PRé} \quad (8)$$

Sendo:

dH_{PA} : distância horizontal entre o ponto de estação e o ponto de interesse;

dN_{PA} : Desnível entre o ponto de controle e o ponto de interesse;

$Az_{PRé}$: azimute do alinhamento do ponto de estação ao vértice de ré;

C : constante obtida em função da análise do quadrante do azimute;

$H_{RéPA}$: ângulo Horizontal entre os alinhamentos do ponto de estação ao vértice de ré e do ponto de estação ao ponto visado, no sentido horário.

2.2.1.2 Propagação de Erros

Em topografia e geodésia, as grandezas mensuradas em um levantamento, como medições angulares e lineares, possuem incertezas associadas a essas observações. Portanto, deve-se propagar as incertezas (desvios-padrões) das medições para as coordenadas dos pontos de interesse, por meio de equações adequadas.

As fórmulas referentes a propagação de erros aqui apresentadas foram obtidas em Klein e Lima (2018) e Ghilani (2010).

a) Desvio-padrão da distância horizontal

$$\sigma_{dH} = \pm \sqrt{(\text{sen}Z)^2 \cdot \sigma_{dI}^2 + (dI \cdot \text{cos}V)^2 \cdot \sigma_V^2} \quad (9)$$

Onde:

$$dI_{PA} = \sqrt{(X_A - X_P)^2 + (Y_A - Y_P)^2 + (Z_A - Z_P)^2} \quad (10)$$

$$Z = \arccos\left(\frac{dN}{dI}\right) \quad (11)$$

$$\sigma_{dI} = \pm \sqrt{\varepsilon_i^2 + \varepsilon_r^2 + \frac{PN_{lin}^2}{n}} \quad (12)$$

$$\sigma_Z = \pm \sqrt{\frac{1}{n}(2 \cdot PN_{ang}^2 + \sigma_{comp}^2)} \quad (13)$$

Sendo:

Z : Ângulo zenital da direção de visada do ponto de estação ao ponto de interesse;

dI_{PA} : Distância inclinada entre o ponto de estação e o ponto de interesse;

ε_i : Erro de centragem do instrumento;

ε_r : Erro de centragem do refletor;

PN_{lin} : Precisão nominal linear do instrumento;

PN_{ang} : Precisão nominal angular do instrumento;

σ_{comp} : Precisão nominal do compensador do instrumento;

n : número de medições realizadas.

b) Desvio-padrão do desnível

$$\sigma_{dN} = \pm \sqrt{\sigma_{Ai}^2 + \left(\cos Z + \frac{0,0675 \cdot dl \cdot \text{sen}^2 Z}{500.000} \right)^2 \cdot \sigma_{dl}^2 + \left(\frac{0,0675 \cdot dl^2 \cdot \text{sen} Z \cdot \cos Z}{500.000} - dl \cdot \text{sen} Z \right)^2 \cdot \sigma_Z^2 + \sigma_{As}^2} \quad (14)$$

Sendo:

σ_{Ai} : Precisão (desvio-padrão) da altura do instrumento;

σ_{As} : Precisão (desvio-padrão) da altura do sinal refletido.

c) Desvio-padrão do ângulo horizontal (assumindo erros de centragem nulos)

$$\sigma_H = \pm \sqrt{\left(\frac{4}{n} \right) \cdot PN_{ang}^2 + \frac{\sigma_n^2}{n}} \quad (15)$$

Onde:

$$\sigma_n = \pm \sqrt{\sigma_{comp}^2 \cdot (\cot^2 Z_{Ré} + \cot^2 Z)} \quad (16)$$

Sendo:

σ_n : efeito do erro de nivelamento do instrumento sobre o ângulo horizontal irradiado;

$Z_{Ré}$: ângulo zenital da direção de visada do ponto de estação ao vértice de ré;

No caso do monitoramento de estruturas, com estação-total instalada em pilar de concreto com dispositivo de centragem forçada e prisma refletor do ponto visado diretamente fixado na estrutura, assume-se $\varepsilon_i = \varepsilon_r = \sigma_{Ai} = \sigma_{As} = 0$.

Uma vez obtidas as precisões da distância horizontal, do desnível e do ângulo horizontal para a irradiação 3D, a matriz de covariância das observações, resulta em (note que σ_H deve estar expresso em radianos):

$$\Sigma_y = \begin{bmatrix} \sigma_{dH}^2 & \sigma_{dH,dN} & 0 \\ \sigma_{dH,dN} & \sigma_{dN}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_H^2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

onde $\sigma_{dH,dN}$ corresponde a covariância entre a distância horizontal e o desnível, sendo dada por: $\sigma_{dH,dN} = \sigma_{dI}^2 \cdot \sin Z \cdot \cos Z - dI^2 \cdot \sigma_Z^2 \cdot \sin Z \cdot \cos Z$. Note que a covariância entre dH e dN resulta do fato que ambas grandezas são derivadas das mesmas medições: distância inclinada (dI) e ângulo zenital (Z). Tal fato raramente é mencionado na literatura.

A matriz de covariância das observações terá dimensão 3×3 no caso da irradiação simples (um ponto de estação) e 6×6 no caso da irradiação dupla (dois pontos de estação).

Na propagação de erros ou covariâncias na forma matricial, deve-se obter ainda as derivadas parciais das equações em relação aos parâmetros de interesse (no caso, as coordenadas 3D dos pontos monitorados). Desta forma, a matriz jacobiana (A) será composta das seguintes derivadas parciais:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial dH}{\partial X_A} & \frac{\partial dH}{\partial Y_A} & \frac{\partial dH}{\partial Z_A} \\ \frac{\partial dN}{\partial X_A} & \frac{\partial dN}{\partial Y_A} & \frac{\partial dN}{\partial Z_A} \\ \frac{\partial H}{\partial X_A} & \frac{\partial H}{\partial Y_A} & \frac{\partial H}{\partial Z_A} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Sendo:

$$\frac{\partial dH}{\partial X_A} = \frac{X_A - X_P}{\sqrt{(X_A - X_P)^2 + (Y_A - Y_P)^2}} \quad (19)$$

$$\frac{\partial dH}{\partial Y_A} = \frac{Y_A - Y_P}{\sqrt{(X_A - X_P)^2 + (Y_A - Y_P)^2}} \quad (20)$$

$$\frac{\partial dH}{\partial Z_A} = 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial dN}{\partial X_A} = 0 \quad (22)$$

$$\frac{\partial dN}{\partial Y_A} = 0 \quad (23)$$

$$\frac{\partial dN}{\partial Z_A} = 1 \quad (24)$$

$$\frac{\partial H}{\partial X_A} = \frac{Y_A - Y_P}{(X_A - X_P)^2 + (Y_A - Y_P)^2} \quad (25)$$

$$\frac{\partial H}{\partial Y_A} = \frac{X_P - X_A}{(X_A - X_P)^2 + (Y_A - Y_P)^2} \quad (26)$$

$$\frac{\partial H}{\partial Z_A} = 0 \quad (27)$$

A matriz A terá dimensão 3×3 na irradiação simples e 6×3 na irradiação dupla. Finalmente, por meio da propagação de erros na forma matricial, através do método de ajustamento paramétrico por mínimos quadrados, obtém-se a matriz de covariância das coordenadas do ponto monitorado (GEMAEL et al., 2015):

$$\Sigma_A = (A^T \cdot \Sigma_y^{-1} \cdot A)^{-1} \quad (28)$$

A matriz Σ_A terá dimensão 3×3 tanto na irradiação simples quanto na dupla. Por meio dessa matriz é possível obter o elipsoide de erros 3D de cada ponto de interesse na etapa de pré-análise da rede, conforme será abordado posteriormente. Note que as coordenadas dos pontos conhecidos são consideradas como injunções absolutas, isto é, valores fixos no ajustamento.

2.3 PRE-ANÁLISE DE REDES GEODÉSICAS

O projeto de uma rede geodésica envolve quatro etapas (KLEIN, 2014): planejamento ou pré-análise; execução ou coleta de dados; ajustamento ou processamento dos dados e controle de qualidade dos resultados.

A pré-análise consiste no estudo antecipado de como os erros se propagam no levantamento, considerando os equipamentos utilizados, observações e geometria do projeto. Sendo assim, a pré-análise estabelece uma metodologia que promove a solução ideal ou a melhor relação de custo e benefício, sendo uma ferramenta de otimização do projeto (DALAZOANA, 2015).

Segundo Niemeier (1981), o projeto de rede é classificado em:

- Projeto de Ordem Zero: escolha do sistema de referência;
- Projeto de Primeira Ordem: escolha da configuração geométrica da rede;
- Projeto de Segunda Ordem: escolha das observações, bem como o nível de precisão e peso das observações;
- Projeto de Terceira Ordem: melhorar uma rede já existente introduzindo novos pontos ou novas observações.

No caso desta pesquisa, a mesma se enquadra em um projeto de terceira ordem, visto que busca otimizar uma rede geodésica já existente.

A otimização da rede geodésica pode ser realizada por tentativa e erro (GRAFAREND & SANZO, 1985); métodos analíticos (KUANG, 1996); metaheurística (BERNÉ E BASELGA, 2004) ou simulações numéricas (GUZATTO, 2018). No método da tentativa e erro, como o termo sugere, a solução é obtida por um processo iterativo de tentativa e erro até um resultado satisfatório ser obtido. Desta forma, trata-se de um procedimento heurístico dependente da *expertise* do analista. Os demais métodos de otimização de redes geodésicas estão fora do escopo deste trabalho, sendo que detalhes sobre o tema podem ser obtidos em Klein et al. (2019).

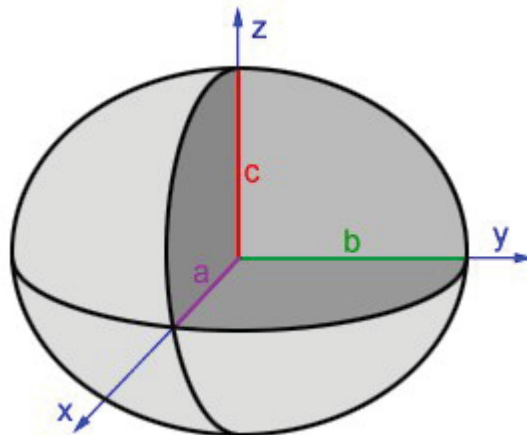
Como critério a ser considerado na otimização da rede geodésica, serão considerados os elipsoides de erros dos pontos monitorados.

2.3.1 Elipsoide de Erros

Um elipsóide é uma superfície quadrática fechada 3D. O desvio padrão estimado nas coordenadas de uma estação pode ser calculado a partir dos elementos da matriz de covariância. Esses desvios-padrão fornecem estimativas de erro nas direções dos eixos de referência (GHILANI, 2010). A representação dos erros estimados por meio de figuras geométricas permite uma análise gráfica bidimensional ou tridimensional da precisão das coordenadas em todas as direções de um plano 2D ou espaço 3D. Os eixos da elipse de erros equivalem ao desvio padrão máximo e mínimo das coordenadas de um ponto em relação ao sistema cartesiano adotado, enquanto o ângulo de orientação θ da elipse é dado pela covariância destas coordenadas (CRUZ, 2015).

Neste âmbito, estendendo o conceito de elipse de erros para o caso tridimensional, pode-se dizer que o elipsoide de erros é a figura geométrica obtida pelas variâncias e covariâncias das coordenadas 3D de um ponto no sistema de referência adotado. O elipsoide possui três eixos perpendiculares entre si, sendo chamado de triaxial ou escaleno quando os três eixos possuem comprimentos diferentes; elipsoide de revolução ou esferoide quando dois dos eixos possuem o mesmo comprimento; ou esfera se os três eixos possuem o mesmo comprimento. A FIGURA 6 representa o elipsoide triaxial com seus três semieixos, sendo um semieixo maior, outro menor e outro intermediário.

FIGURA 6 - SEMIEIXOS DO ELIPSOIDE DE ERROS.



FONTE: Math.net, 2021 (disponível em: <https://www.math.net/ellipsoid>)

Nesta pesquisa, serão utilizadas as componentes principais da matriz de covariância de cada ponto monitorado para a representação geométrica da precisão 3D destes. A análise de componentes principais é uma técnica de análise multivariada que considera inter-relações entre variáveis, concentrando a informação contida nas diversas variáveis originais em um conjunto menor de variáveis não correlacionadas, denominadas componentes principais. O principal objetivo das componentes principais é reduzir o número de variáveis e analisar quais conjuntos de variáveis explicam a variabilidade total e que relacionamento existe entre elas (OLIVEIRA e DALMOLIN, 2003).

A matriz variância-covariância (MVC) ou matriz de covariância de cada ponto contém as variâncias e covariâncias para as suas coordenadas 3D, resultando em:

$$MVC = \sum_A = \begin{bmatrix} \sigma_x^2 & \sigma_{x,y} & \sigma_{x,z} \\ \sigma_{y,x} & \sigma_y^2 & \sigma_{y,z} \\ \sigma_{z,x} & \sigma_{z,y} & \sigma_z^2 \end{bmatrix} \quad (29)$$

Os elementos da MVC podem ser analisados tanto na pré-análise, como no caso deste estudo, quanto na validação de redes e levantamentos geodésicos em geral. O caso ideal seria representado por uma esfera de erros “padrão” na seguinte forma: $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = \sigma_z^2$ e $\sigma_{x,y} = \sigma_{x,z} = \sigma_{y,z} = 0$. Quanto menores as variâncias das coordenadas 3D (x, y, z), menor é o raio da esfera. Porém, usualmente, a propagação das covariâncias das observações resulta em elipsoides de erros “padrão” sobre os vértices, em função da heterogeneidade do modelo estocástico e da configuração geométrica da rede.

O elipsoide de erros padrão possui direções perpendiculares entre si no espaço 3D, com semieixo maior a , semieixo intermediário b e semieixo menor c . Estes parâmetros são obtidos por meio dos autovalores (λ) e autovetores (Λ) da matriz MVC.

Segundo GEMAEL (2015), Para determinar os semieixos a , b e c do elipsoide de erro, determina-se primeiramente os autovalores (λ) da matriz MVC, aplicando a seguinte equação (onde I é a matriz identidade):

$$|MVC - \lambda \cdot I| = 0 \quad (30)$$

Assim, tendo os autovalores (λ), a raiz quadrada de cada autovalor define a magnitude do respectivo semieixo do elipsoide. Os respectivos autovetores (Λ), são obtidos pelo sistema linear:

$$MVC \Lambda = \lambda \Lambda \quad (31)$$

Para cada autovalor (λ), se obtém a sua direção no espaço 3D por meio das componentes do respectivo autovetor (Λ).

A pré-análise permite identificar qual é, por exemplo, o efeito da inclusão ou exclusão de um ponto de estação sobre os elipsoides de erros 3D de cada ponto monitorado, uma vez que este tipo de alteração no levantamento modifica os elementos da matriz A, e conseqüentemente, a matriz de covariância de cada ponto monitorado, conforme a Expressão (29).

2.4 ANÁLISE DE DESLOCAMENTO

A possível ocorrência de deslocamentos de coordenadas tridimensionais (3D) obtidas em duas épocas distintas é analisada por meio de um teste estatístico multivariado, denominado teste de congruência (SUCI e FAGGION, 2012). Para um ponto monitorado, o vetor de deslocamento \vec{d} corresponde as diferenças de coordenadas entre duas épocas i e j :

$$\vec{d} = \begin{bmatrix} X_j \\ Y_j \\ Z_j \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_i \\ Y_i \\ Z_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \quad (32)$$

onde X_i, Y_i e Z_i são as coordenadas tridimensionais do ponto de interesse em uma época i e X_j, Y_j e Z_j são as coordenadas tridimensionais do ponto de interesse em uma época j .

Na hipótese nula de teste (H_0), assume-se que o módulo do deslocamento é estatisticamente nulo (insignificante); enquanto na hipótese alternativa (H_A), assume-se que o módulo do deslocamento é estatisticamente significativo, ou seja:

$$H_0: |\vec{d}| = 0 \quad (33)$$

$$H_A: |\vec{d}| > 0 \quad (34)$$

O critério de teste é dado por: Não rejeitar H_0 se $\vec{d}^T \Sigma_{\vec{d}}^{-1} \vec{d} \leq K_{(\alpha, d=3)}$, onde $\Sigma_{\vec{d}}$ é a matriz de covariância de \vec{d} e $K_{(\alpha, d=3)}$ é o valor crítico na distribuição qui-quadrado, sendo α o nível de significância do teste e $d = 3$ a dimensão espacial do vetor de deslocamento \vec{d} (AYDIN, 2012).

Pela propagação de covariâncias, a matriz de covariância dos elementos do vetor de deslocamento $\Sigma_{\vec{d}}$ é dada por:

$$\Sigma_{\vec{d}} = \Sigma_{(i)} + \Sigma_{(j)} = \begin{bmatrix} \sigma_{\Delta X}^2 & \sigma_{\Delta X, \Delta Y} & \sigma_{\Delta X, \Delta Z} \\ \sigma_{\Delta Y, \Delta Z} & \sigma_{\Delta Y}^2 & \sigma_{\Delta Y, \Delta Z} \\ \sigma_{\Delta Z, \Delta X} & \sigma_{\Delta Z, \Delta Y} & \sigma_{\Delta Z}^2 \end{bmatrix} \quad (35)$$

onde $\Sigma_{(i)}$ é a matriz de covariância do ponto monitorado na época i e $\Sigma_{(j)}$ é a matriz de covariância do ponto monitorado na época j . A matriz de covariância dos elementos do vetor de deslocamento é simétrica, isto é, a covariância entre os elementos i e j é igual a covariância entre os elementos j e i (GEMAEL et al., 2015). Se um ponto “ p ” é medido com a mesma metodologia em ambas as épocas do monitoramento, pode-se considerar que: $\Sigma_{(i)} = \Sigma_{(j)} = \Sigma_p$ e, portanto: $\Sigma_{\vec{d}} = 2 \cdot \Sigma_p$, com $\Sigma_p =$

$$\begin{bmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{X,Y} & \sigma_{X,Z} \\ \sigma_{Y,Z} & \sigma_Y^2 & \sigma_{Y,Z} \\ \sigma_{Z,X} & \sigma_{Z,Y} & \sigma_Z^2 \end{bmatrix}.$$

Se apenas uma coordenada do ponto é testada individualmente, o teste de congruência se torna univariado (1D), resultando em (para $i = X, Y$ ou Z):

$$H_0: |\Delta i| = 0 \quad (36)$$

$$H_A: |\Delta i| > 0 \quad (37)$$

Neste caso univariado, o critério de teste é dado por: Não rejeitar H_0 se $\frac{\Delta i^2}{\sigma_{\Delta i}^2} \leq K_{(\alpha, d=1)}$. Quanto aos valores críticos de teste, estes podem ser obtidos consultando

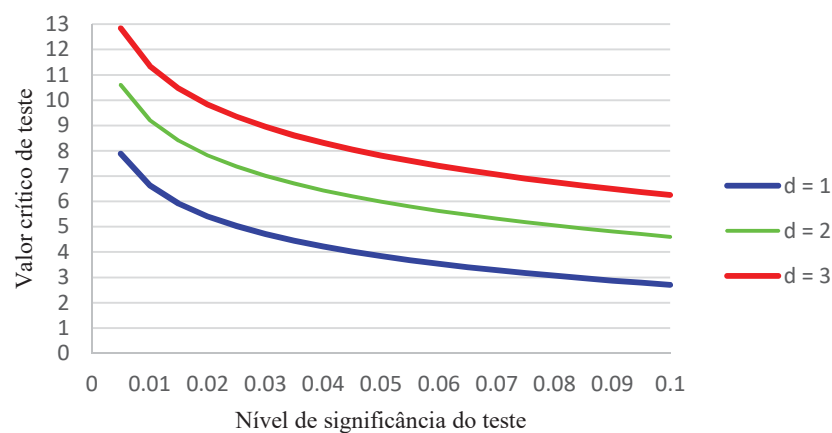
valores pré-tabelados na distribuição qui-quadrado (“ χ^2 ”). Por exemplo, se $\alpha = 0,05$ (5%): $K_{(\alpha=0,05,d=3)} = 7,81$ e $K_{(\alpha=0,05,d=1)} = 3,84$.

2.5 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Se as covariâncias entre as coordenadas são nulas, têm-se $\vec{d}^T \Sigma_{\vec{d}}^{-1} \vec{d} = \frac{\Delta X^2}{\sigma_{\Delta X}^2} + \frac{\Delta Y^2}{\sigma_{\Delta Y}^2} + \frac{\Delta Z^2}{\sigma_{\Delta Z}^2}$. Isso implica em duas considerações: se o deslocamento é apenas em uma coordenada individual i : $\vec{d}^T \Sigma_{\vec{d}}^{-1} \vec{d} = \frac{\Delta i^2}{\sigma_{\Delta i}^2}$, o valor crítico para a estatística do teste multivariado ($\vec{d}^T \Sigma_{\vec{d}}^{-1} \vec{d}$) é maior do que o valor crítico para a estatística do teste univariado ($\frac{\Delta i^2}{\sigma_{\Delta i}^2}$), para um mesmo nível de significância α .

Portanto, neste caso, é mais difícil detectar o deslocamento no teste multivariado em relação ao teste univariado. Entretanto, se o deslocamento ocorre em duas ou mais coordenadas, o mesmo pode ser detectado pelo teste multivariado, mas pode não ser detectado pelos testes univariados individuais, pois, em geral: $K_{(\alpha,d=3)} < 3 \cdot K_{(\alpha,d=1)}$ e $K_{(\alpha,d=2)} < 2 \cdot K_{(\alpha,d=1)}$ (GRAFICO 1).

GRAFICO 1 - VALOR CRÍTICO NA DISTRIBUIÇÃO χ^2 EM FUNÇÃO DO NÍVEL DE SIGNIFICÂNCIA E GRAUS DE LIBERDADE (D) DO TESTE



FONTE: A AUTORA (2021)

Naturalmente, quanto maiores as covariâncias (e, portanto, as correlações) entre as coordenadas do ponto monitorado, maiores serão as diferenças entre os testes multivariado e univariado. Neste caso, considerando a natureza dos erros aleatórios das coordenadas em uma distribuição multivariada, o teste univariado pode apresentar tanto falsos positivos quanto falsos negativos em relação ao teste multivariado.

Por exemplo, considere que as variâncias das coordenadas de um ponto em uma época de observação são dadas por $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2 = \sigma_Z^2 = 1$ e os coeficientes de correlação entre estas são dados por $\gamma_{X,Y} = \gamma_{X,Z} = \gamma_{Y,Z} = 0,8$, resultando nas seguintes covariâncias: $\sigma_{X,Y} = \sigma_{X,Z} = \sigma_{Y,Z} = 0,8$ (note que neste exemplo genérico, não importa a unidade de medida). Se houver diferença nas coordenadas entre duas épocas, por exemplo: $\Delta X = \Delta Y = \Delta Z = 3$, resulta em $\vec{d}^T \Sigma_{\vec{d}}^{-1} \vec{d} = 5,19 < 7,84$ e $\frac{\Delta X^2}{\sigma_{\Delta X}^2} = \frac{\Delta Y^2}{\sigma_{\Delta Y}^2} = \frac{\Delta Z^2}{\sigma_{\Delta Z}^2} = 4,5 > 3,84$.

Portanto, o teste multivariado não considera o deslocamento do ponto entre as duas épocas estatisticamente significativo, ao nível de significância de 0,05 (5%); mas o teste univariado considera o deslocamento de cada coordenada individual estatisticamente significativo, ao mesmo nível de significância. Nesse contexto, houveram “falsos positivos” nos testes univariados em relação ao teste multivariado, devido a negligência das covariâncias das coordenadas.

Considere agora que as diferenças nas coordenadas entre duas épocas são $\Delta X = \Delta Z = 1,5$ e $\Delta Y = -1,5$ (ou seja, iguais em magnitude, porém o sinal de ΔY é negativo). Note que essas diferenças são duas vezes menores do que no caso anterior, onde $\Delta X = \Delta Y = \Delta Z = 3$. Aplicando novamente o teste de congruência, resulta em $\vec{d}^T \Sigma_{\vec{d}}^{-1} \vec{d} = 15,14 > 7,84$ e $\frac{\Delta X^2}{\sigma_{\Delta X}^2} = \frac{\Delta Y^2}{\sigma_{\Delta Y}^2} = \frac{\Delta Z^2}{\sigma_{\Delta Z}^2} = 1,13 < 3,84$.

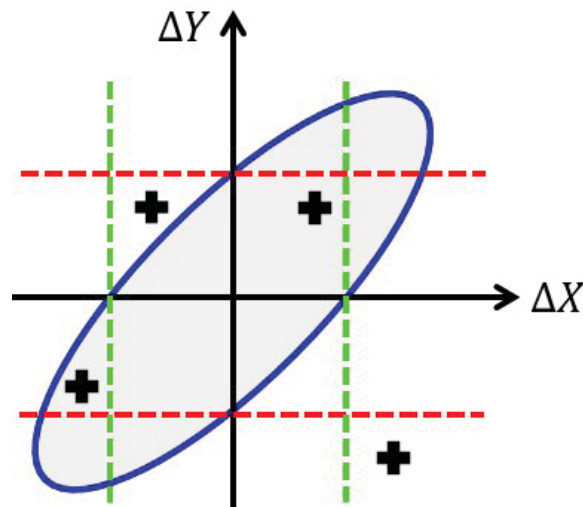
Portanto, o teste multivariado considera o deslocamento do ponto entre as duas épocas estatisticamente significativo, ao nível de significância de 0,05 (5%); enquanto o teste univariado não considera o deslocamento de cada coordenada individual estatisticamente significativo, ao mesmo nível de significância. Isso ocorreu

por causa das covariâncias positivas entre as coordenadas X, Y, Z , enquanto as diferenças entre as duas épocas foram positivas em X e Z , mas negativa em Y .

Desta forma, enquanto o teste univariado considera apenas a magnitude das diferenças, o teste multivariado considera ainda o sentido dessas diferenças, detectando, nesse exemplo, deslocamentos apenas 1,5 vezes maiores do que os respectivos desvios-padrões das coordenadas.

A FIGURA 7 ilustra de forma gráfica essas relações para um exemplo genérico de deslocamentos bidimensionais. Note que neste caso, devido a correlação existente entre as coordenadas X e Y , a região de aceitação da hipótese nula no teste multivariado será uma elipse; enquanto que para o teste univariado, a região de aceitação será limitada por barras verticais em X e por barras horizontais em Y .

FIGURA 7 - EXEMPLO GENÉRICO DAS REGIÕES DE ACEITAÇÃO DOS TESTES MULTIVARIADO E UNIVARIADO EM DUAS DIMENSÕES



FONTE: A AUTORA (2020)

Analisando a FIGURA 7, para o ponto situado no primeiro quadrante (ΔX e ΔY positivos), o deslocamento não é detectado no teste multivariado, pois está dentro da elipse de aceitação da hipótese nula, e também não é detectado em ambos os testes univariados, pois está dentro das linhas de aceitação para ΔX (em verde) e para ΔY (em vermelho). De forma similar, para o ponto situado no segundo quadrante (ΔX positivo e ΔY negativo), o deslocamento é detectado no teste multivariado, pois está

fora da elipse de aceitação, e também é detectado em ambos os testes univariados, pois está fora das linhas de aceitação para ΔX (em verde) e para ΔY (em vermelho).

Entretanto, para o ponto situado no terceiro quadrante (ΔX e ΔY negativos), o deslocamento não é detectado no teste multivariado e no teste univariado para ΔY , porém, é detectado no teste univariado para ΔX . Por fim, para o ponto situado no quarto quadrante (ΔX negativo e ΔY positivo), o deslocamento é detectado no teste multivariado, mas não é detectado em ambos os testes univariados.

Desta forma, considerando a natureza aleatória dos erros posicionais dos pontos monitorados em um contexto mais realista, recomenda-se a aplicação do teste de congruência multivariado ao invés de análises que consideram cada coordenada individualmente. Nesta pesquisa, será considerado somente o teste de congruência multivariado. Comparações entre os testes multivariado e univariado podem ser obtidas em Bandeira et al. (2020).

3 MATERIAIS E MÉTODOS

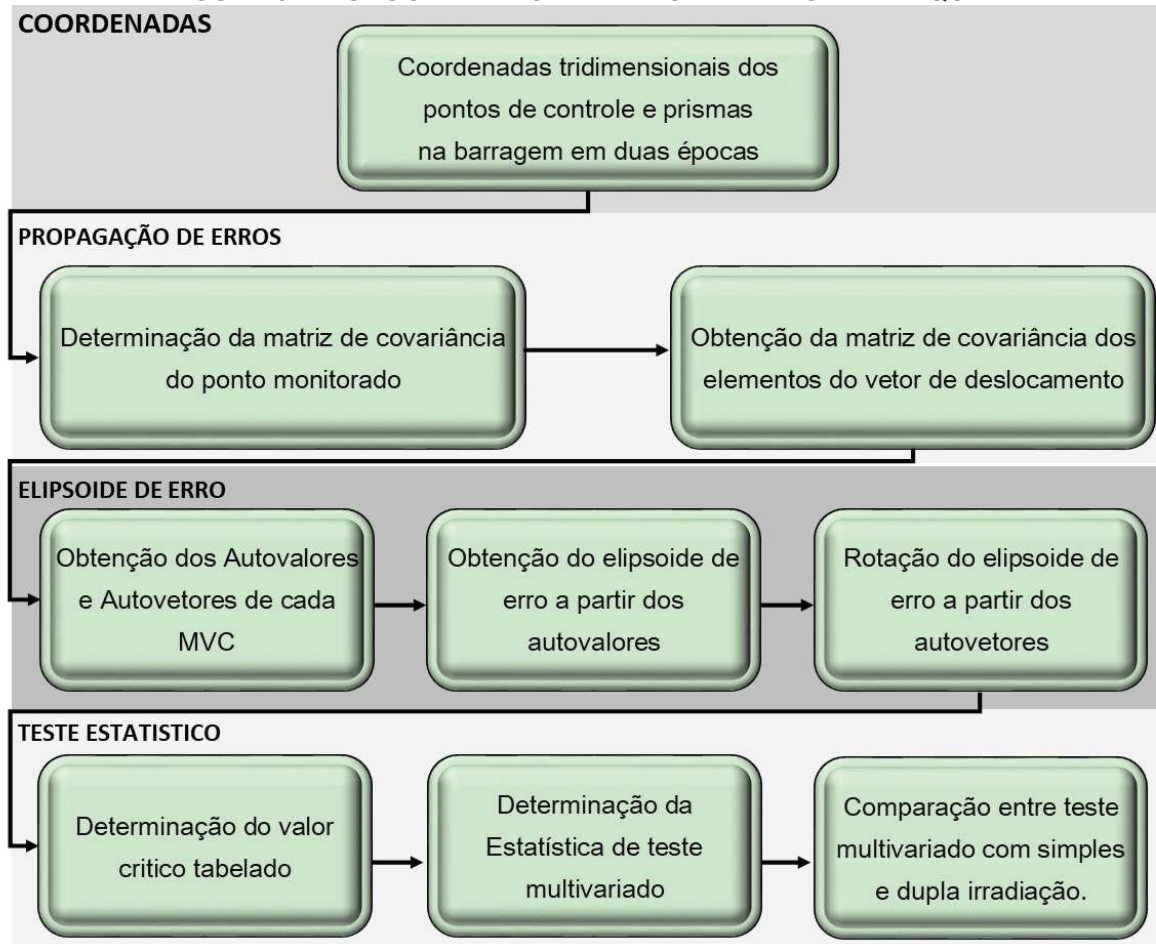
Neste capítulo serão abordadas as características do desenvolvimento da pesquisa, como programas utilizados, área de estudo, rede geodésica de referência e equipamentos utilizados.

Os programas utilizados foram:

- ✓ QGIS versão 2.14.14 – <<http://www.qgis.org>> *Software* gratuito e de código aberto para Sistemas de Informações Geográficas. Desenvolvido por: *The Open Source Geospatial Foundation (OSGEO)*.
- ✓ AUTOCAD 2018 – Versão estudante. Utilizado para visualização e manipulação dos dados 3D.
- ✓ MATLAB® R2016b - (MATrix LABoratory). *Software* de alta performance direcionado ao cálculo numérico.
- ✓ SCILAB 6.1.0 General Public License 2.0 – *Software* livre direcionado ao cálculo numérico.
- ✓ PROGRID versão 1.1 - Aplicativo desktop para conversão de coordenadas entre os sistemas de referência oficiais. Disponibilizado por: IBGE 2008-2009.
- ✓ GOOGLE EARTH PRO 7.3.3.7786 – Licenciado por © 2020 Google LLC.

A pesquisa foi desenvolvida de acordo com o processo representado na FIGURA 8. As coordenadas dos pontos de controle (ou de estação) e dos prismas monitorados a jusante foram obtidas em Jerke (2019). A seguir, são apresentadas a área de estudo, a rede geodésica de referência e os equipamentos utilizados.

FIGURA 8 - FLUXOGRAMA DO DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

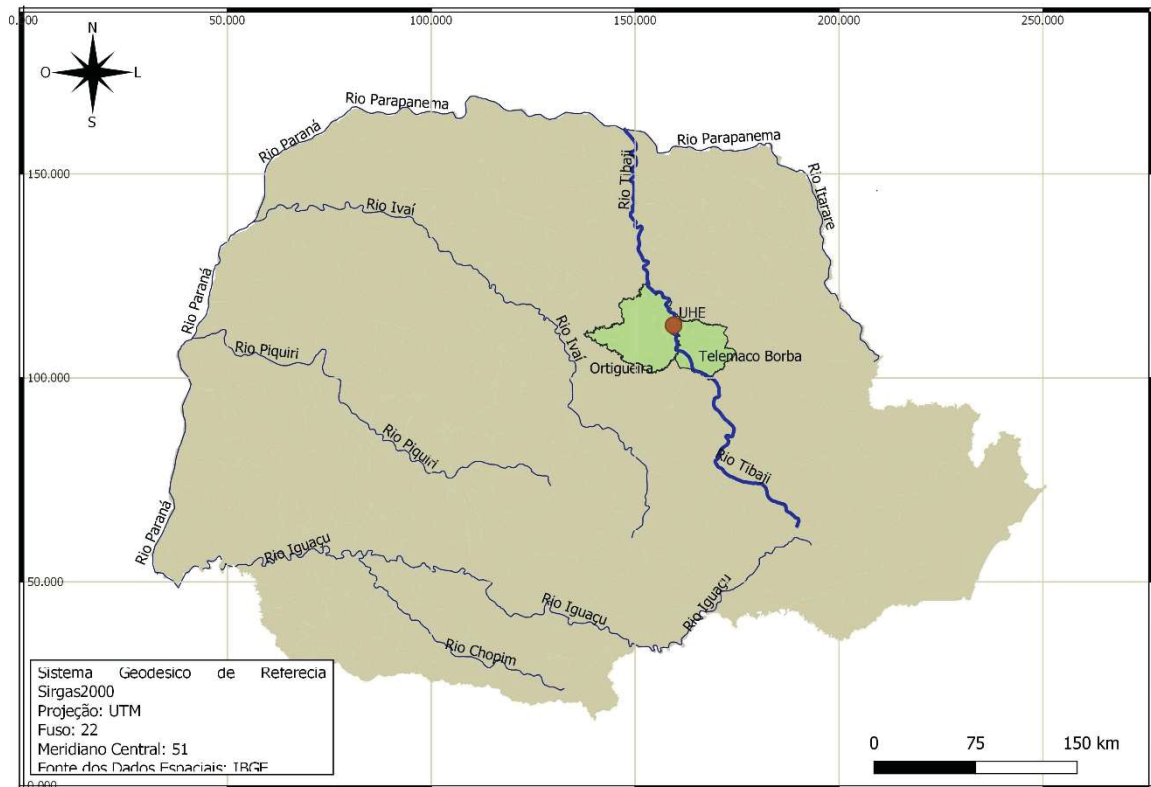


FONTE: A AUTORA (2020)

3.1 CARACTERIZAÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO

A Usina Hidrelétrica Governador Jayme Canet Junior (UHE GJC), anteriormente denominada Usina Hidrelétrica Mauá, construída no rio Tibagi, encontra-se entre os municípios de Telêmaco Borba e Ortigueira (FIGURA 9). A UHE GJC é de responsabilidade do Consórcio Energético Cruzeiro do Sul, tem potência instalada de 363 MW e iniciou sua operação comercial em novembro de 2012. Sua energia é capaz de suprir o consumo de aproximadamente 1 milhão de pessoas (CONSÓRCIO ENERGÉTICO CRUZEIRO DO SUL, 2019).

FIGURA 9 - LOCALIZAÇÃO DA UHE MAUÁ NO ESTADO DO PARANÁ



FONTE: A AUTORA (2020)

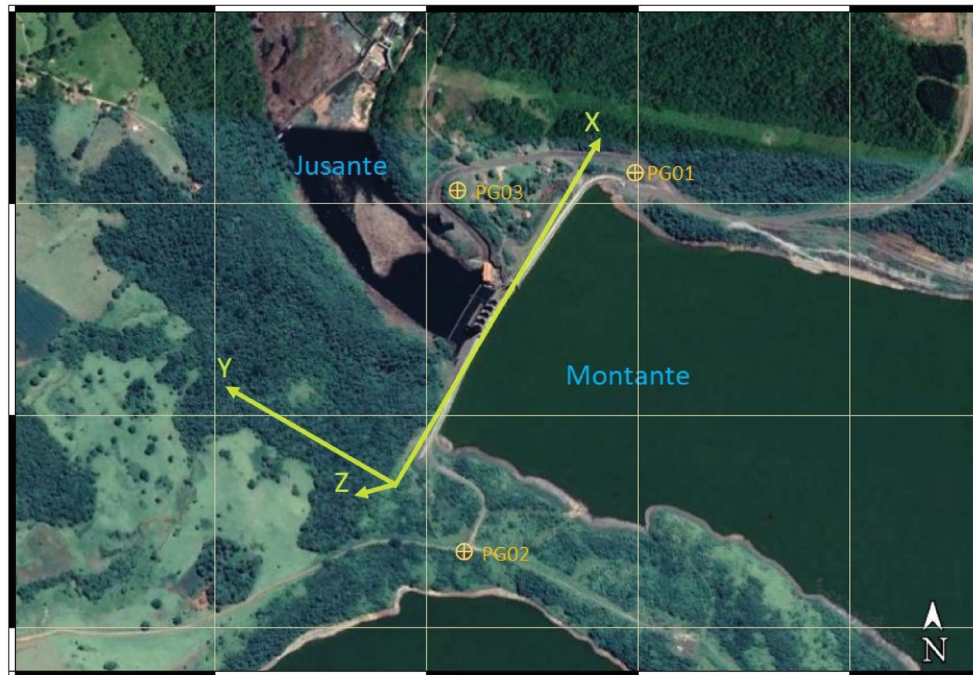
Ainda de acordo com o CONSÓRCIO ENERGÉTICO CRUZEIRO DO SUL (2019), a barragem possui 745 metros de comprimento na crista e altura máxima de 85 metros. Seu reservatório atinge, no nível máximo normal, uma área de 83,9 quilômetros quadrados.

3.2 SISTEMA DE REFERENCIA DA BARRAGEM

O Sistema de referência da barragem ou sistema de barragem foi estabelecido a fim de facilitar a interpretação das coordenadas dos pontos monitorados no processo de monitoramento geodésico da mesma. Assim, foi estabelecido um referencial cartesiano local, como mostra a FIGURA 10, com um eixo no sentido longitudinal da estrutura com orientação positiva na direção da margem direita (eixo "X"), o eixo perpendicular a este e orientação positiva no sentido do fluxo

do rio (montante para jusante, eixo “Y”) e o eixo "Z" completando o terno do sistema dextrogiro. (CRUZ, 2015).

FIGURA 10 - SISTEMA DA BARRAGEM

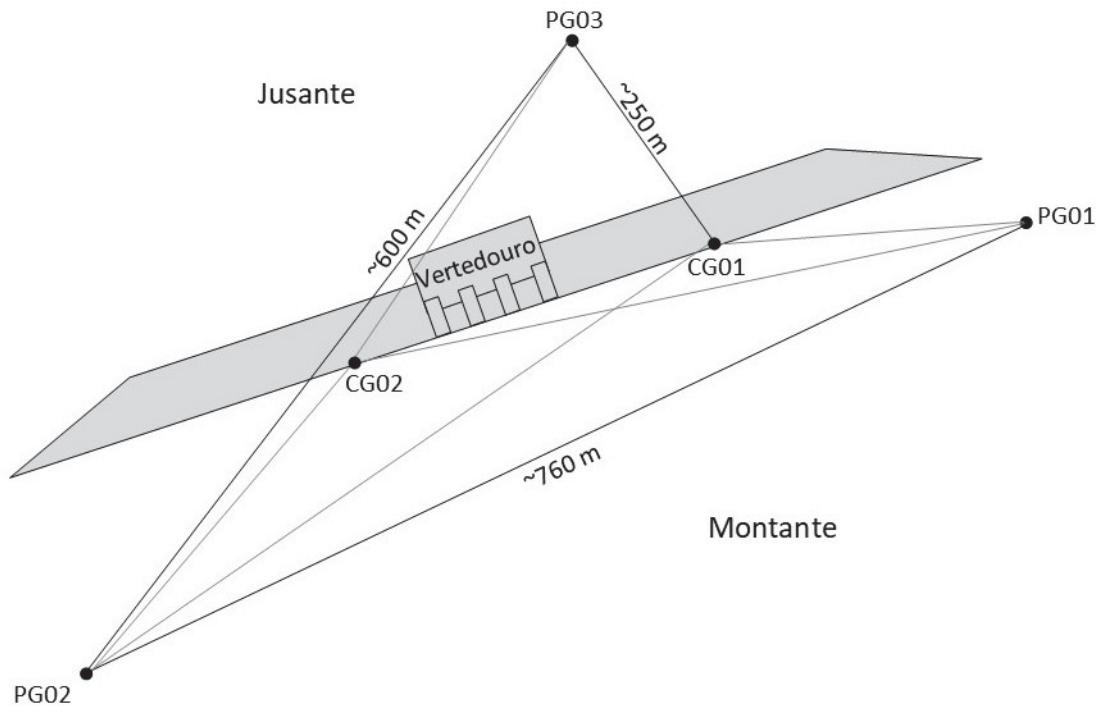


FONTE: ADAPTADO DE CRUZ (2015)

3.3 DESCRIÇÃO DA REDE GEODÉSICA ATUAL DE MONITORAMENTO

A rede geodésica de referência da UHE GJC é constituída por dois pilares geodésicos a montante, denominados de PG01 e PG02 e um pilar à jusante, denominado PG03 (FIGURA 11). Suas posições são materializadas por meio de pilares de centragem forçada. Além desses pontos, foram implantados na crista da barragem o CG01 e CG02, não utilizados neste projeto. Os pontos PG01 e PG02 não tem visibilidade aos prismas a jusante, porém, o PG02 é visível ao pilar PG03, que também possui visibilidade a todos os prismas a jusante da barragem.

FIGURA 11 - REDE GEODÉSICA DE REFERÊNCIA



FONTE: ADAPTADO DE JERKE (2019)

3.4 DESCRIÇÃO DO AUMENTO DA REDE GEODÉSICA POR SIMULAÇÃO

Para possibilitar a análise de melhorias através de um aumento da rede geodésica na obtenção das coordenadas dos prismas a jusante, foi estabelecido um pilar por simulação para comparação dos resultados. Esse pilar foi denominado A1, como mostra a FIGURA 12.

FIGURA 12 - REDE GEODESICA DE APOIO.



FONTE: A AUTORA (2020)

3.5 COORDENADAS TRIDIMENSIONAIS

Os principais equipamentos utilizados na determinação das coordenadas tridimensionais por Jerke (2019) foram:

- 2 Receptores GNSS GS15 (dupla frequência) e acessórios: Rastreia constelações GPS e Glonass. Precisão horizontal de $\pm(3 \text{ mm} + 0,1 \text{ ppm})$ e precisão vertical de $\pm(3,5 \text{ mm} + 0,4 \text{ ppm})$;
- 1 Estação Total Robotizada TS15: realiza leituras de direções horizontais, ângulos verticais e distâncias pela função de reconhecimento automático de alvos (ATR). Por ser robotizada, tem-se a vantagem de menor influência do operador. Precisão nominal da medida angular de $\pm 1''$ e precisão nominal na medida linear de $\pm(1 \text{ mm} + 1,5 \text{ ppm})$;

- 62 Prismas circulares GPR112: indicado para mineração e monitoramento, é adequado para o monitoramento de barragens por apresentar um filtro que impede a condensação da umidade na superfície refletora;
- Bases nivelantes e adaptadores para os equipamentos de medição.

Segundo Jerke (2019), com os receptores GNSS foi possível determinar os pontos PG01, PG02 e PG03 da Rede Geodésica de Referência e obter posteriormente as coordenadas no Sistema de Barragem (TABELA 1).

TABELA 1 - COORDENADAS DOS PILARES DE REFERENCIA

Ponto	φ	λ	H elipsoidal	X (m)	Y (m)	Z (m)
PG01	24°03'36,77"S	50°42'16,21"W	643,641	903,836	73,731	4,642
PG02	24°03'56,47"S	50°42'31,32"W	654,951	149,123	142,373	15,998
PG03	24°03'37,20"S	50°42'32,31"W	588,930	653,587	453,845	-50,052

FONTE: JERKE (2019)

Os demais equipamentos foram utilizados na determinação das coordenadas de todos os prismas no corpo a jusante da barragem, apresentadas na TABELA 2. Essa campanha foi efetuada no dia 5 de setembro de 2018. O ponto 13 não foi possível determinar por conter obstáculos entre o prisma e a visada da estação, portanto será considerado um total de 61 pontos no corpo da barragem.

TABELA 2 - COORDENADAS DOS PRISMAS DISTRIBUÍDOS NO CORPO DA BARRAGEM

Ponto	X (m)	Y (m)	Z (m)	Ponto	X (m)	Y (m)	Z (m)
1	328,385	207,188	-10,116	32	429,601	232,406	-43,962
2	401,551	207,298	-10,078	33	429,637	234,271	-46,409
3	450,493	207,362	-10,077	34	429,571	236,143	-48,733
4	346,739	209,098	-12,832	35	429,517	238,019	-51,065
5	346,744	209,052	-13,841	36	578,219	208,300	-12,740
6	382,248	215,601	-22,088	37	578,231	210,180	-15,120
7	423,109	215,631	-22,105	38	578,129	212,057	-17,468
8	542,425	207,409	-10,192	39	578,037	213,897	-19,943
9	571,713	207,393	-10,173	40	578,119	215,771	-22,185
10	593,526	207,435	-10,152	41	578,030	217,648	-24,735
11	616,084	207,465	-10,296	42	578,112	219,491	-26,956
12	644,807	207,557	-10,118	43	578,168	221,339	-29,523

13	Ponto sem visibilidade			44	578,138	223,202	-31,876
14	658,676	210,312	-14,806	45	577,981	225,077	-34,305
15	668,162	214,040	-19,973	46	578,097	226,924	-36,799
16	636,778	213,977	-19,901	47	578,110	228,771	-39,024
17	604,584	213,923	-19,849	48	578,062	230,664	-41,573
18	429,649	207,356	-10,428	49	578,142	232,509	-43,918
19	429,612	208,208	-12,822	50	605,092	208,359	-12,792
20	429,493	210,090	-15,215	51	605,079	210,213	-15,134
21	429,555	211,991	-17,639	52	605,048	212,095	-17,542
22	429,657	213,799	-20,063	53	605,206	215,801	-22,207
23	429,603	215,654	-22,335	54	605,052	217,660	-24,765
24	429,493	217,554	-24,918	55	605,142	219,488	-27,036
25	429,420	219,393	-27,260	56	605,203	223,220	-31,999
26	429,494	221,270	-29,663	57	605,062	225,076	-34,369
27	429,579	223,112	-31,987	58	605,103	226,958	-36,765
28	429,501	225,009	-34,376	59	605,131	228,786	-39,178
29	429,496	226,845	-36,842	60	605,111	230,658	-41,475
30	429,546	228,693	-39,183	61	605,022	232,538	-43,880
31	429,554	230,588	-41,589	62	429,601	232,406	-43,962

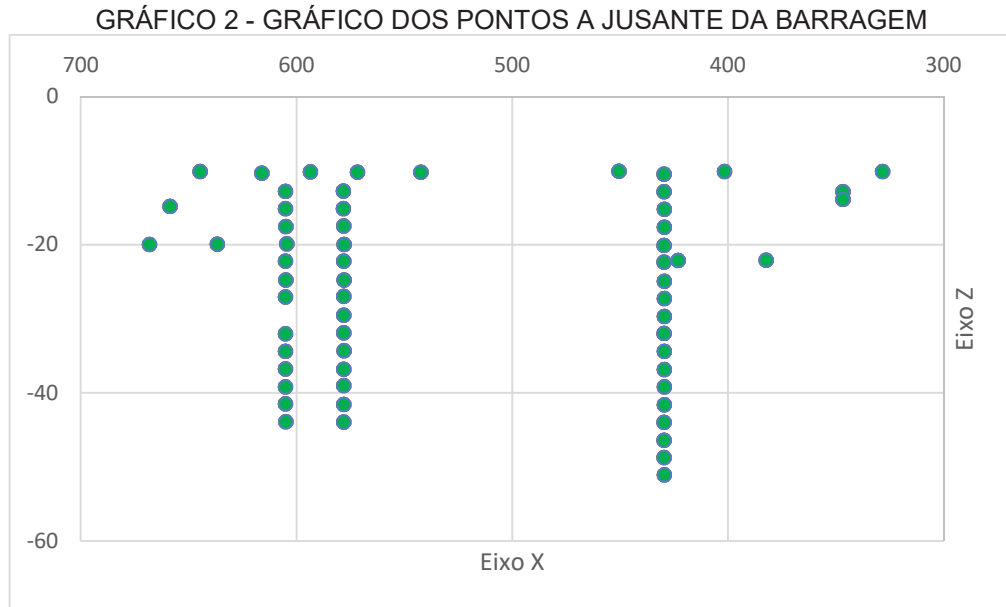
FONTE: JERKE (2019)

A FIGURA 13 mostra a localização dos prismas no corpo da barragem a jusante, visíveis somente do ponto PG03.



FONTE: CRUZ, 2015

Para uma melhor representação, o GRÁFICO 2 apresenta a disposição dos pontos a jusante da barragem, em relação as coordenadas X e Z.



FONTE: A AUTORA (2020)

As coordenadas tridimensionais do ponto de apoio simulado A1 foram obtidas por meio do Google Earth, no sistema de referência WGS84, associado diretamente ao Sirgas2000, através da latitude, longitude e altitude como dados de entrada no Progrid e então, convertidas para coordenadas cartesianas geocêntricas tridimensionais X, Y e Z. Após isso, foi desenvolvido um algoritmo no Scilab para conversão das coordenadas tridimensionais no sistema geodésico para o sistema de barragem em função das coordenadas conhecidas dos pontos PG01, PG02 e PG03 em ambos os sistemas. A TABELA 3 mostra as coordenadas desse ponto de apoio no sistema de barragem.

TABELA 3 - COORDENADA DO PILAR DE APOIO POR SIMULAÇÃO

Ponto	φ	λ	H	X (m)	Y (m)	Z (m)
A1	24° 03' 40,87"	50° 42' 29,75"	584	585,356	349,569	-55,043

FONTE: A AUTORA (2020)

3.6 ELIPSOIDES DE ERROS

Todos os cálculos foram efetuados por meio de rotinas do *software* MATLAB® R2016b. Por meio das coordenadas dos pontos de controle e apoios e dos 61 pontos

distribuídos no corpo da barragem, obtém-se a matriz A (matriz jacobiana). Por meio da precisão nominal da estação total utilizada, assumindo erros de centragem nulos nos pontos de estação (pilar de concreto com dispositivo de centragem forçada) e nos pontos visados (prismas engastados na estrutura), obtém-se a matriz de covariância das observações (Σ_y), considerando, na simples irradiação, oito séries de leituras conjugadas na posição direta e inversa da luneta ($n = 8 \cdot 2 = 16$) e na dupla irradiação, quatro series de leituras conjugadas em cada ponto de estação para uma comparação justa ($n = 2 \cdot (4 \cdot 2) = 16$) em termos de trabalho em campo, ou seja, mesmo número de leituras com a estação-total. Com base nestas matrizes, se obtém a matriz de covariância das coordenadas de cada ponto e os correspondentes elipsoides de erros.

Os semieixos do elipsoide de erros de cada ponto foram obtidos pela raiz quadrada dos autovalores (λ_1 , λ_2 e λ_3) da respectiva matriz de covariância:

$$\text{Semieixos} \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{\lambda_1} = \text{semieixo maior} = a \quad (38) \\ \sqrt{\lambda_2} = \text{semieixo intermediario} = b \quad (39) \\ \sqrt{\lambda_3} = \text{semieixo menor} = c \quad (40) \end{array} \right.$$

Em função dos respectivos autovetores da matriz de covariância do ponto monitorado, de dimensões 3×1 e unitários, obtém-se a orientação de cada um dos semieixos do elipsoide no sistema de barragem, ou seja, as componentes do semieixo em cada um dos três eixos cartesianos do sistema de coordenadas adotado.

4 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

A seguir será apresentada a análise dos resultados do teste de congruência global e dos elipsoides de erros, considerando simples irradiação (SI), com estação no PG03 e ré no PG02 e dupla irradiação (DI), com estação em PG03 e ré no PG02 e estação em A1 com ré no PG03, sendo com visada do ponto 1 ao ponto 62 da estrutura a jusante.

Foi também considerado um segundo cenário para fins de comparação, considerando SI com estação no A2 e ré no PG03 e DI com estação no PG03 e ré no PG02 e estação no A2 com ré no PG03, conforme mencionado na seção 4.2.1 (ao fim desta seção).

Os resultados foram obtidos de acordo com a matriz de covariância de cada ponto monitorado, sendo oito séries de leituras em cada ponto na SI e quatro séries de leituras em cada ponto na DI, para uma comparação justa, em termos de trabalho de campo, sendo mesmo número de leituras com a estação-total.

4.1 ANALISE DAS COMPONENTES PRINCIPAIS

Os elipsoides de erros de cada ponto monitorado foram obtidos por meio das componentes principais da respectiva matriz de covariância (Σ_p), conforme descrito em Gemael et al. (2015), por meio dos autovalores e autovetores. Foram realizados testes com a dupla irradiação e simples irradiação, como descrito no início desta sessão.

4.1.1 Autovalores

Como descrito anteriormente, a raiz de cada autovalor determina a magnitude de cada semieixo do elipsoide de erros. Sendo assim, a TABELA 4 representa a grandeza do semieixo do elipsoide de erros de cada ponto implantado no corpo da barragem a jusante.

TABELA 4 - SEMIEIXOS DOS ELIPSOIDES DE ERROS POR SI E DI (JUSANTE).

Ponto	Simples irradiação (mm)			Dupla Irradiação (mm)		
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
1	1,3	1,2	0,4	1,0	1,0	0,4
2	1,1	1,0	0,4	0,8	0,7	0,4
3	1,0	0,8	0,4	0,7	0,6	0,3
4	1,2	1,2	0,4	1,0	0,9	0,4
5	1,2	1,2	0,4	1,0	0,9	0,4
6	1,1	1,0	0,4	0,8	0,7	0,4
7	1,0	0,9	0,4	0,7	0,6	0,3
8	0,8	0,7	0,3	0,6	0,5	0,2
9	0,8	0,7	0,3	0,7	0,5	0,2
10	0,9	0,7	0,3	0,9	0,5	0,2
11	0,9	0,7	0,3	1,1	0,5	0,2
12	1,1	0,7	0,3	1,3	0,5	0,2
13	Ponto sem visibilidade			Ponto sem visibilidade		
14	1,2	0,7	0,3	1,3	0,6	0,2
15	1,3	0,7	0,3	1,3	0,6	0,2
16	1,0	0,7	0,3	1,2	0,5	0,2
17	0,9	0,7	0,3	0,9	0,5	0,2
18	1,0	0,9	0,4	0,8	0,6	0,3
19	1,0	0,9	0,4	0,8	0,6	0,3
20	1,0	0,9	0,4	0,7	0,6	0,3
21	1,0	0,9	0,4	0,7	0,6	0,3
22	1,0	0,9	0,4	0,7	0,6	0,3
23	1,0	0,9	0,4	0,7	0,6	0,3
24	1,0	0,9	0,4	0,7	0,6	0,3
25	1,0	0,9	0,4	0,7	0,6	0,3
26	1,0	0,9	0,4	0,7	0,6	0,3
27	1,0	0,9	0,4	0,7	0,6	0,3
28	1,0	0,9	0,4	0,7	0,6	0,3
29	0,9	0,9	0,4	0,7	0,6	0,3
30	0,9	0,8	0,4	0,7	0,6	0,3
31	0,9	0,8	0,4	0,7	0,6	0,3
32	0,9	0,8	0,4	0,7	0,6	0,3
33	0,9	0,8	0,4	0,7	0,5	0,3
34	0,9	0,8	0,4	0,7	0,5	0,3
35	0,9	0,8	0,4	0,7	0,5	0,3
36	0,8	0,7	0,3	0,8	0,5	0,2
37	0,8	0,7	0,3	0,8	0,5	0,2

38	0,8	0,7	0,3	0,8	0,5	0,2
39	0,8	0,7	0,3	0,7	0,5	0,2
40	0,8	0,7	0,3	0,7	0,5	0,2
41	0,8	0,7	0,3	0,7	0,5	0,2
42	0,8	0,7	0,3	0,7	0,5	0,2
43	0,8	0,7	0,3	0,7	0,5	0,2
44	0,8	0,7	0,3	0,7	0,5	0,2
45	0,7	0,7	0,3	0,7	0,5	0,2
46	0,7	0,7	0,3	0,7	0,5	0,2
47	0,7	0,7	0,3	0,7	0,5	0,2
48	0,7	0,7	0,3	0,7	0,4	0,2
49	0,7	0,7	0,3	0,7	0,4	0,2
50	0,9	0,7	0,3	1,0	0,5	0,2
51	0,9	0,7	0,3	1,0	0,5	0,2
52	0,9	0,7	0,3	0,9	0,5	0,2
53	0,9	0,7	0,3	0,9	0,5	0,2
54	0,8	0,7	0,3	0,9	0,5	0,2
55	0,8	0,7	0,3	0,9	0,5	0,2
56	0,8	0,7	0,3	0,9	0,5	0,2
57	0,8	0,7	0,3	0,9	0,5	0,2
58	0,8	0,7	0,3	0,9	0,5	0,2
59	0,8	0,7	0,3	0,9	0,5	0,2
60	0,8	0,7	0,3	0,9	0,5	0,2
61	0,8	0,7	0,3	0,9	0,4	0,2
62	0,8	0,7	0,3	0,9	0,4	0,2

FONTE: A AUTORA (2020)

Nota-se que os semieixos da SI possuem magnitude superior na maioria dos semieixos da DI. Porém, para uma análise mais detalhada entre os resultados, já que em alguns pontos a DI forneceu um dos semieixos com maior magnitude, é importante considerar uma grandeza proporcional ao volume do elipsoide de erros, dada pela seguinte equação e com os resultados apresentado na TABELA 5 e no GRÁFICO 3.

$$V = a . b . c \quad (41)$$

Onde:

V : Grandeza proporcional ao volume do elipsoide de erro;

a, b, c : semieixos do elipsoide de erro.

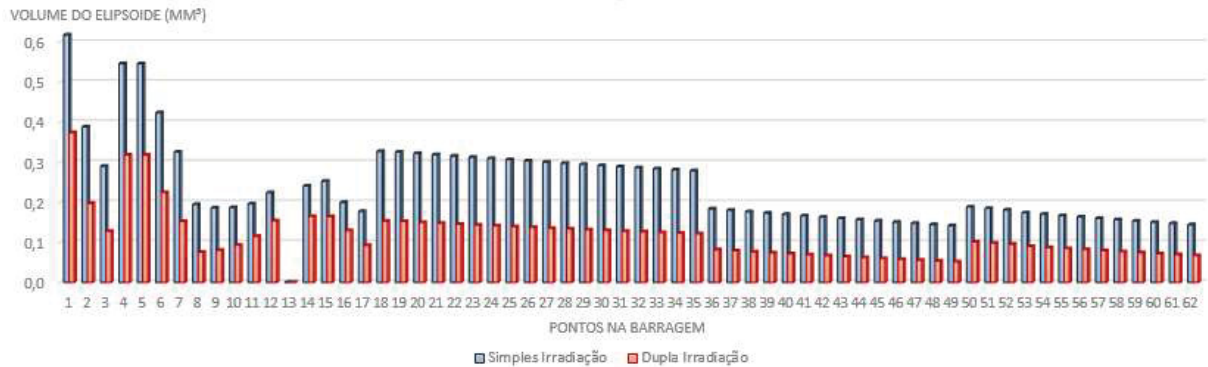
TABELA 5 - PROPORÇÃO DE VOLUME DOS ELIPSOIDES DE ERRO EM CADA PONTO.

Ponto	Volume (mm ³)		
	SI	DI A1	Diferença (%)
1	0,62	0,37	39
2	0,39	0,20	49
3	0,29	0,13	56
4	0,55	0,32	42
5	0,55	0,32	42
6	0,42	0,22	47
7	0,33	0,15	53
8	0,19	0,08	61
9	0,19	0,08	57
10	0,19	0,09	50
11	0,20	0,12	41
12	0,22	0,15	31
13	Ponto sem visibilidade		
14	0,24	0,16	32
15	0,25	0,16	35
16	0,20	0,13	35
17	0,18	0,09	48
18	0,33	0,15	53
19	0,33	0,15	53
20	0,32	0,15	54
21	0,32	0,15	54
22	0,32	0,15	54
23	0,31	0,14	54
24	0,31	0,14	54
25	0,31	0,14	55
26	0,30	0,14	55
27	0,30	0,14	55
28	0,30	0,13	55
29	0,30	0,13	55
30	0,29	0,13	56
31	0,29	0,13	56
32	0,29	0,13	56
33	0,28	0,12	56
34	0,28	0,12	56
35	0,28	0,12	56
36	0,18	0,08	56
37	0,18	0,08	56

38	0,18	0,08	57
39	0,17	0,07	57
40	0,17	0,07	58
41	0,17	0,07	59
42	0,16	0,07	59
43	0,16	0,06	60
44	0,16	0,06	60
45	0,15	0,06	61
46	0,15	0,06	62
47	0,15	0,06	62
48	0,14	0,05	63
49	0,14	0,05	64
50	0,19	0,10	46
51	0,18	0,10	47
52	0,18	0,10	47
53	0,17	0,09	48
54	0,17	0,09	49
55	0,17	0,08	49
56	0,16	0,08	50
57	0,16	0,08	50
58	0,16	0,08	51
59	0,15	0,07	52
60	0,15	0,07	52
61	0,15	0,07	53
62	0,14	0,07	53

FONTE: A AUTORA (2020)

GRAFICO 3 - COMPARAÇÃO DO VOLUME DOS ELIPSOIDES DE ERROS POR SI E DI



FONTE: A AUTORA (2020)

Analisando os resultados, nota-se uma redução no volume dos elipsoides de erros entre 31% a 64% quando se utiliza a DI ao invés da SI, o que justifica pesquisas

sobre a otimização da rede geodésica em estudo. Portanto, conclui-se que a inclusão de mais um pilar de concreto de centragem forçada no mesmo lado da margem do rio apresenta boa relação de custo-benefício, uma vez que os elipsoides de erros reduzem o seu volume entre 31% e 64% na DI em relação a SI (com mesmo número de leituras em ambos os casos).

Em uma análise geral, na SI, o maior valor no semieixo maior é 1,3 mm e o menor valor é 0,7 mm; enquanto no semieixo menor, o maior valor é 0,4 mm e o menor valor é 0,3 mm. Na DI, o maior valor no semieixo maior é 1,3 mm e o menor valor é 0,6 mm; enquanto no semieixo menor, o maior valor é 0,4 mm e o menor valor é 0,2 mm. Mesmo apresentando uma pequena variação entre a SI e DI, vale ressaltar que essas diferenças não são equivalentes aos mesmos pontos da barragem.

4.1.2 Autovetores

A direção de cada semieixo é dada pelos elementos do respectivo autovetor, sendo estes vetores unitários cujas componentes nos eixos X , Y e Z do sistema de projeção são apresentadas na TABELA 6 e TABELA 7 para cada ponto monitorado (elementos da primeira coluna igual a componente X , elementos da segunda coluna igual a componente Y e elementos da terceira coluna igual a componente Z) a jusante com SI e DI respectivamente.

TABELA 6 - COMPONENTES (X, Y, Z) DOS AUTOVETORES DE CADA PONTO POR SI.

	X	Y	Z		X	Y	Z
	-0,0408	-0,6208	-0,7829		0,7515	0,6587	0,0367
Ponto 1	0,7614	0,2065	-0,6145	Ponto 32	0,7522	-0,0072	-0,6589
	0,9776	0,0971	-0,1868		0,9993	-0,0188	-0,0323
	0,7048	0,6741	0,2209		0,0220	-0,6621	-0,7491
Ponto 2	0,7303	-0,0564	-0,6808	Ponto 33	0,6621	-0,0044	-0,7494
	0,9737	-0,1107	-0,1993		0,9997	0,0194	0,0113
	0,2381	-0,5545	-0,7974		0,7462	0,6656	0,0080
Ponto 3	0,5666	-0,0210	-0,8238	Ponto 34	0,7463	-0,0016	-0,6657
	0,9710	0,2078	0,1182		1,0000	-0,0041	-0,0070
	-0,3163	-0,5619	-0,7644		0,7431	0,6692	-0,0061
Ponto 4	0,5875	0,4979	-0,6379	Ponto 35	0,7431	0,0012	-0,6692
	0,8075	0,0940	-0,5824		1,0000	0,0054	0,0032

Ponto 5	-0,3114	-0,5644	-0,7645	Ponto 36	0,7862	0,0637	-0,6147
	0,5941	0,4898	-0,6381		0,9927	0,1196	0,0132
	0,8143	0,0914	-0,5732		0,7796	0,6179	-0,1021
Ponto 6	0,1860	-0,6639	-0,7243	Ponto 37	0,7873	0,6133	-0,0631
	0,7231	-0,0874	-0,6852		0,0095	-0,1144	-0,9934
	0,9787	0,1907	0,0764		0,6165	0,0959	-0,7815
Ponto 7	0,7486	-0,1608	-0,6432	Ponto 38	0,7876	0,0630	-0,6129
	0,0299	-0,6477	-0,7613		0,9940	0,1094	0,0056
	0,0818	-0,1417	-0,9865		0,7826	0,6161	-0,0896
Ponto 8	0,8417	0,4987	0,2072	Ponto 39	0,7886	0,0628	-0,6117
	0,9715	-0,0033	-0,2372		0,9946	0,1041	0,0015
	0,8668	-0,1155	-0,4851		0,7842	0,6149	-0,0830
Ponto 9	0,7322	0,6753	-0,0886	Ponto 40	0,7912	0,6085	-0,0619
	0,0103	-0,1410	-0,9900		-0,0019	-0,0988	-0,9951
	0,6810	0,1102	-0,7239		0,6116	0,0770	-0,7874
Ponto 10	0,8787	0,4774	-0,0074	Ponto 41	0,7931	0,0616	-0,6059
	0,0442	-0,0968	-0,9943		0,9956	0,0931	-0,0062
	0,4754	0,1061	-0,8734		0,7901	0,6090	-0,0701
Ponto 11	0,9464	0,3156	0,0684	Ponto 42	0,7970	0,0606	-0,6009
	0,0968	-0,0753	-0,9924		0,9961	0,0876	-0,0097
	0,3081	0,1019	-0,9459		0,7945	0,6039	-0,0640
Ponto 12	0,9680	0,1985	0,1537	Ponto 43	0,8027	0,0597	-0,5933
	0,1699	-0,0670	-0,9832		0,9966	0,0814	-0,0140
	0,1849	0,0986	-0,9778		0,8008	0,5962	-0,0570
Ponto 13	Ponto sem visibilidade			Ponto 44	0,8079	0,0591	-0,5863
					-0,5692	0,0756	0,9970
					0,8065	0,5890	-0,0505
Ponto 14	0,9704	0,1930	0,1453	Ponto 45	0,8130	0,0589	-0,5793
	0,2031	-0,0582	-0,9774		0,9973	0,0699	-0,0224
	0,1307	0,0860	-0,9877		0,8121	0,5819	-0,0438
Ponto 15	0,9693	0,2203	0,1094	Ponto 46	0,8258	0,0576	-0,5610
	0,2266	-0,0496	-0,9727		0,9977	0,0629	-0,0268
	0,0955	0,0729	-0,9928		0,8254	0,5633	-0,0369
Ponto 16	0,9749	0,1355	-0,1764	Ponto 47	0,8389	0,0566	-0,5413
	0,1465	0,0506	-0,9879		0,9979	0,0566	-0,0309
	0,9830	0,1674	0,0752		0,8389	0,5434	-0,0307
Ponto 17	0,9421	0,3337	0,0342	Ponto 48	0,8596	0,0558	-0,5079
	0,0586	-0,0633	-0,9963		0,9982	0,0488	-0,0360
	0,3303	0,0792	-0,9406		0,8600	0,5097	-0,0237
Ponto 18	0,2221	-0,6115	-0,7595	Ponto 49	0,8911	0,0545	-0,4506
	0,6213	-0,0311	-0,7830		0,9984	0,0399	-0,0409
	0,9745	0,1929	0,1144		0,8919	0,4520	-0,0171

Ponto 19	0,2105	-0,6134	-0,7612	Ponto 50	0,9277	0,3720	0,0328
	0,6221	-0,0305	-0,7824		0,0665	-0,0782	-0,9947
	0,9771	0,1834	0,1078		0,3675	0,0973	-0,9249
Ponto 20	0,1984	-0,6173	-0,7613	Ponto 51	0,9326	0,3593	0,0337
	0,6248	-0,0297	-0,7802		0,0642	-0,0732	-0,9953
	0,9797	0,1731	0,1014		0,3551	0,0913	-0,9304
Ponto 21	0,7617	-0,1860	-0,6207	Ponto 52	0,9379	0,3452	0,0347
	0,0287	-0,6272	-0,7783		0,0618	-0,0680	-0,9958
	0,0948	-0,1625	-0,9821		0,3413	0,0851	-0,9361
Ponto 22	0,7621	-0,1733	-0,6238	Ponto 53	0,9492	0,3124	0,0374
	0,0274	-0,6294	-0,7766		0,0583	-0,0577	-0,9966
	0,0881	-0,1517	-0,9845		0,3092	0,0730	-0,9482
Ponto 23	0,1611	-0,6274	-0,7618	Ponto 54	0,9551	0,2938	0,0380
	0,6322	-0,0262	-0,7744		0,0558	-0,0523	-0,9971
	0,9866	0,1412	0,0819		0,2909	0,0663	-0,9544
Ponto 24	0,1470	-0,6313	-0,7615	Ponto 55	0,9609	0,2742	0,0395
	0,6352	-0,0246	-0,7719		0,0545	-0,0473	-0,9974
	0,9888	0,1290	0,0746		0,2716	0,0604	-0,9605
Ponto 25	0,1340	-0,6349	-0,7609	Ponto 56	0,9674	0,2501	0,0410
	0,6381	-0,0230	-0,7696		0,0531	-0,0417	-0,9977
	0,9907	0,1178	0,0680		0,2478	0,0536	-0,9673
Ponto 26	0,7603	-0,1205	-0,6383	Ponto 57	0,9730	0,2268	0,0422
	0,0212	-0,6408	-0,7674		0,0519	-0,0366	-0,9980
	0,0611	-0,1060	-0,9925		0,2248	0,0473	-0,9732
Ponto 27	0,7596	-0,1072	-0,6415	Ponto 58	0,9783	0,2027	0,0431
	0,0192	-0,6435	-0,7652		0,0505	-0,0316	-0,9982
	0,0544	-0,0944	-0,9940		0,2010	0,0411	-0,9787
Ponto 28	0,7583	-0,0934	-0,6452	Ponto 59	0,9835	0,1753	0,0446
	0,0171	-0,6467	-0,7625		0,0500	-0,0265	-0,9984
	0,0474	-0,0823	-0,9955		0,1739	0,0348	-0,9842
Ponto 29	0,7570	-0,0790	-0,6487	Ponto 60	0,9882	-0,0460	-0,1462
	0,0148	-0,6497	-0,7600		0,9985	0,0497	0,0215
	0,0402	-0,0696	-0,9968		0,9890	0,1450	-0,0285
Ponto 30	0,0652	-0,6520	-0,7554	Ponto 61	0,9920	0,1172	0,0474
	0,6527	-0,0124	-0,7575		0,0497	-0,0167	-0,9986
	0,9978	0,0575	0,0332		0,1163	0,0224	-0,9930
Ponto 31	0,7535	-0,0509	-0,6555	Ponto 62	0,9951	0,0858	0,0486
	0,0098	-0,6559	-0,7548		0,0498	-0,0119	-0,9987
	0,0260	-0,0448	-0,9987		0,0851	0,0161	-0,9962

FONTE: A AUTORA (2020).

TABELA 7 - COMPONENTES (X, Y, Z) DOS AUTOVETORES DE CADA PONTO POR DI.

	X	Y	Z		X	Y	Z
Ponto 1	0,1621	-0,5586	-0,8186	Ponto 32	0,0297	-0,5959	-0,8025
	0,7471	-0,0797	-0,5630		0,5961	0,0003	-0,8026
	0,9835	0,1138	-0,3602		0,9996	0,0283	0,0251
Ponto 2	0,7411	0,6596	0,1415	Ponto 33	0,0211	-0,6002	-0,7996
	0,7402	0,0001	-0,6656		0,6003	-0,0002	-0,7996
	0,9899	-0,0880	-0,1304		0,9998	0,0206	0,0179
Ponto 3	0,8861	0,4049	0,1814	Ponto 34	0,0130	-0,6050	-0,7961
	0,9062	0,0096	-0,4128		0,6051	-0,0007	-0,7961
	0,9834	-0,1219	-0,2107		0,9999	0,0133	0,0113
Ponto 4	0,1261	-0,6051	-0,7968	Ponto 35	0,0049	-0,6098	-0,7925
	0,7893	-0,0267	-0,5939		0,6098	-0,0012	-0,7925
	0,9917	0,1111	-0,1042		1,0000	0,0058	0,0048
Ponto 5	0,1229	-0,6047	-0,7971	Ponto 36	-0,1454	-0,1912	-0,9493
	0,7898	-0,0262	-0,5941		0,9804	0,0051	-0,1920
	0,9921	0,1082	-0,1029		0,9894	-0,0477	-0,2488
Ponto 6	0,0948	-0,6689	-0,7413	Ponto 37	-0,1344	-0,1927	-0,9536
	0,7432	-0,0042	-0,6648		0,9803	0,0040	-0,1932
	0,9955	0,0923	0,0161		0,9909	-0,0435	-0,2311
Ponto 7	0,1075	-0,5897	-0,8002	Ponto 38	-0,1239	-0,1939	-0,9574
	0,5930	0,0031	-0,8020		0,9802	0,0031	-0,1942
	0,9942	0,0951	0,0897		0,9923	-0,0396	-0,2137
Ponto 8	0,8220	0,3811	0,1012	Ponto 39	-0,1130	-0,1951	-0,9611
	0,1052	0,0011	-0,9931		0,9801	0,0023	-0,1952
	0,5596	0,0593	-0,9245		0,9936	-0,0356	-0,1955
Ponto 9	0,1773	-0,1767	-0,9385	Ponto 40	-0,1026	-0,1967	-0,9642
	0,0043	-0,1784	-0,9828		0,9799	0,0017	-0,1968
	0,9843	0,0520	-0,2954		0,9947	-0,0321	-0,1779
Ponto 10	-0,1202	-0,2201	-0,9516	Ponto 41	-0,0916	-0,1979	-0,9672
	0,9741	0,0098	-0,2208		0,9798	0,0011	-0,1979
	0,9927	-0,0515	-0,2136		0,9958	-0,0283	-0,1592
Ponto 11	-0,0895	-0,2586	-0,9506	Ponto 42	-0,0817	-0,1994	-0,9695
	0,9644	0,0164	-0,2590		0,9796	0,0007	-0,1994
	0,9959	-0,0547	-0,1711		0,9967	-0,0251	-0,1423
Ponto 12	-0,0670	-0,3065	-0,9406	Ponto 43	0,9718	0,2009	-0,0709
	0,9497	0,0277	-0,3066		0,2008	0,0004	-0,9794
	0,9974	-0,0641	-0,1459		0,9975	0,1239	0,0217
Ponto 13	Ponto sem visibilidade			Ponto 44	0,9735	0,2021	-0,0613
					-0,0180	0,0756	0,2021
					0,9981	0,1074	0,0186
	-0,0509	-0,3320	-0,9353		0,9749	0,2032	-0,0520

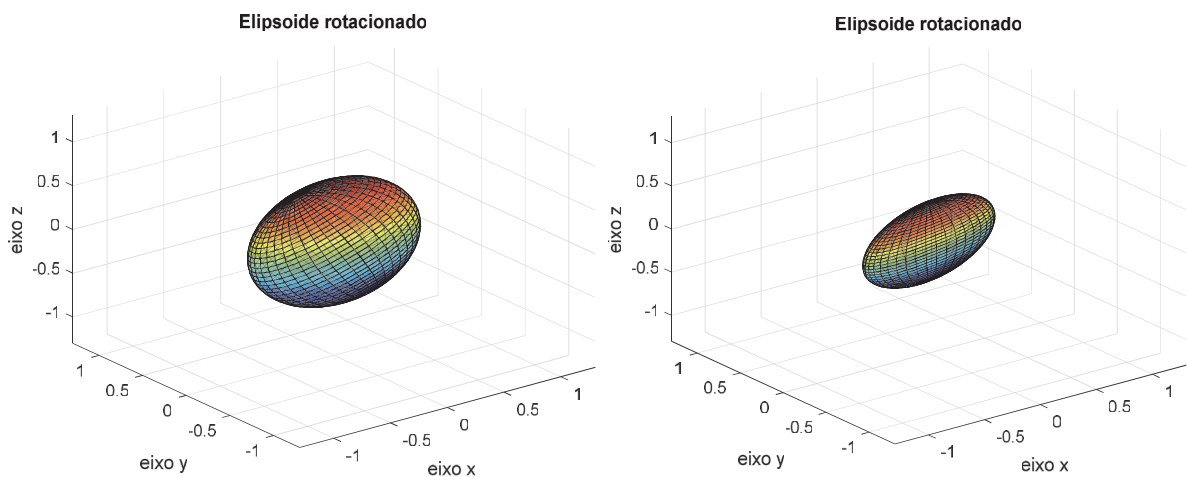
Ponto 14	0,9413	0,0299	-0,3318	Ponto 45	0,2031	0,0000	-0,9790
	0,9983	-0,0611	-0,1232		0,9986	0,0913	0,0157
	-0,0381	-0,3509	-0,9308		0,9760	0,2046	-0,0426
Ponto 15	0,9348	0,0294	-0,3505	Ponto 46	0,2046	-0,0001	-0,9788
	0,9988	-0,0551	-0,1033		0,9991	0,0753	0,0129
	-0,0523	-0,2950	-0,9489		0,9766	0,2059	-0,0345
Ponto 16	0,9545	0,0169	-0,2949	Ponto 47	0,2059	-0,0002	-0,9785
	0,9985	-0,0440	-0,1124		0,9994	0,0615	0,0105
	-0,0743	-0,2424	-0,9602		0,9772	0,2071	-0,0260
Ponto 17	0,9695	0,0080	-0,2425	Ponto 48	0,2070	-0,0002	-0,9783
	0,9972	-0,0369	-0,1384		0,9997	0,0472	0,0080
	0,8279	0,5332	0,1578		0,9774	0,2083	-0,0185
Ponto 18	0,8362	0,0057	-0,5401	Ponto 49	0,2083	-0,0001	-0,9780
	0,9875	-0,1285	-0,1512		0,9998	0,0347	0,0059
	0,8281	0,5364	0,1482		-0,0954	-0,2405	-0,9544
Ponto 19	0,8352	0,0052	-0,5425	Ponto 50	0,9694	0,0118	-0,2409
	0,9889	-0,1213	-0,1412		0,9954	-0,0489	-0,1764
	0,8269	0,5417	0,1384		-0,0881	-0,2414	-0,9565
Ponto 20	0,8328	0,0049	-0,5470	Ponto 51	0,9694	0,0105	-0,2417
	0,9904	-0,1144	-0,1304		0,9961	-0,0448	-0,1635
	0,8261	0,5460	0,1287		-0,0808	-0,2423	-0,9584
Ponto 21	0,8309	0,0045	-0,5506	Ponto 52	0,9693	0,0092	-0,2425
	0,9917	-0,1073	-0,1201		0,9967	-0,0408	-0,1504
	0,1191	-0,5499	-0,8253		-0,0667	-0,2443	-0,9616
Ponto 22	0,5538	0,0042	-0,8292	Ponto 53	0,9691	0,0071	-0,2443
	0,9929	0,1103	0,1002		0,9977	-0,0333	-0,1249
	0,1101	-0,5547	-0,8236		-0,0596	-0,2448	-0,9631
Ponto 23	0,5581	0,0039	-0,8267	Ponto 54	0,9691	0,0061	-0,2448
	0,9939	0,1008	0,0936		0,9982	-0,0295	-0,1118
	0,1000	-0,5602	-0,8216		0,9642	0,2457	-0,0531
Ponto 24	0,5629	0,0035	-0,8239	Ponto 55	0,2457	0,0052	-0,9690
	0,9950	0,0905	0,0860		0,9986	0,0998	0,0262
	0,0910	-0,5651	-0,8194		0,9652	0,2466	-0,0461
Ponto 25	0,5674	0,0031	-0,8212	Ponto 56	0,2465	0,0044	-0,9689
	0,9958	0,0814	0,0790		0,9989	0,0870	0,0227
	0,0819	-0,5693	-0,8176		0,9660	0,2472	-0,0399
Ponto 26	0,5711	0,0028	-0,8190	Ponto 57	0,2472	0,0037	-0,9688
	0,9966	0,0725	0,0719		0,9992	0,0755	0,0195
	0,0732	-0,5733	-0,8158		0,9667	0,2476	-0,0339
Ponto 27	0,5748	0,0024	-0,8167	Ponto 58	0,2476	0,0030	-0,9687
	0,9973	0,0649	0,0642		0,9994	0,0645	0,0166
	0,0643	-0,5784	-0,8130		0,9672	0,2482	-0,0280

Ponto 28	0,5796	0,0020	-0,8137	Ponto 59	0,2482	0,0024	-0,9686
	0,9979	0,0577	0,0558		0,9996	0,0537	0,0137
	0,0552	-0,5830	-0,8105		0,9676	0,2487	-0,0224
Ponto 29	0,5838	0,0016	-0,8109	Ponto 60	0,2487	0,0019	-0,9685
	0,9985	0,0502	0,0475		0,9997	0,0435	0,0111
	0,0468	-0,5872	-0,8080		0,9679	0,2491	-0,0173
Ponto 30	0,5878	0,0012	-0,8083	Ponto 61	0,2491	0,0015	-0,9684
	0,9989	0,0431	0,0399		0,9998	0,0343	0,0087
	0,0381	-0,5918	-0,8052		0,9681	0,2494	-0,0122
Ponto 31	0,5922	0,0007	-0,8053	Ponto 62	0,2494	0,0011	-0,9684
	0,9993	0,0357	0,0323		0,9999	0,0253	0,0064

FONTE: A AUTORA (2020).

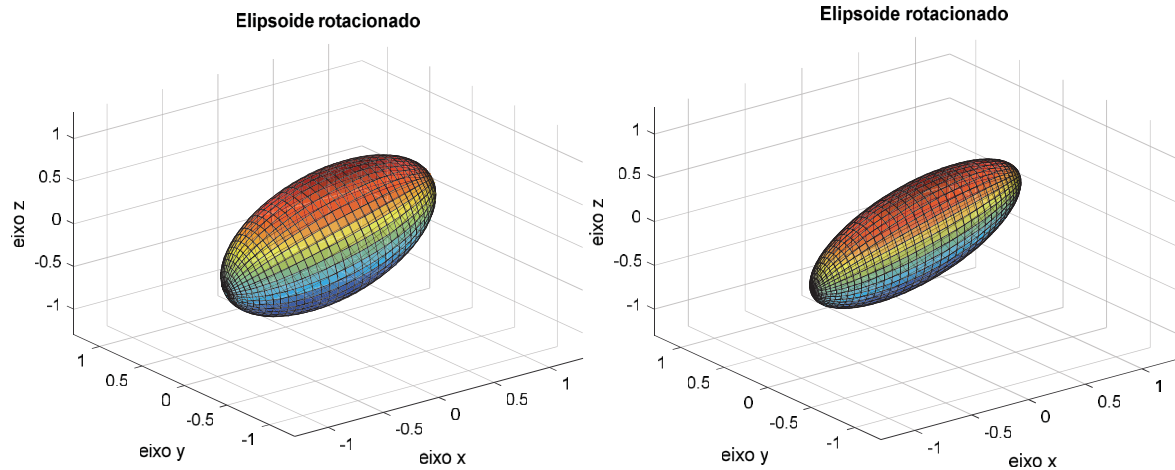
Sendo assim, é possível conhecer a direção de cada eixo do elipsoide e qual a sua orientação no espaço em relação aos eixos X , Y e Z . As FIGURAS 14 e 15 e também as FIGURAS 16 e 17 mostram os elipsoides de erros dos pontos (49 e 12), por sofrer a maior e menor redução dos volumes, por SI e DI respectivamente, rotacionado em função dos autovetores.

FIGURAS 14 E 15 - ELIPSOIDES DE ERRO ROTACIONADOS DO PONTO 49 POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO



FONTE: A AUTORA, 2020

FIGURA 16 E 17 - ELIPSOIDES DE ERRO ROTACIONADOS DO PONTO 12 POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO



FONTE: A AUTORA (2020)

4.2 ELIPSOIDE DE ERROS

Após os procedimentos descritos de obtenção dos elipsoides de erros, em função dos autovalores da matriz de covariância de cada ponto, para o tamanho dos semieixos e a orientação destes pelos respectivos autovetores, foi realizada a análise dos elipsoides de erros em cada ponto monitorado.

Para tanto, foi selecionado um conjunto de pontos da SI e DI a jusante (5, 6, 14, 17, 18, 26, 35, 36, 40, 49, 50, 56 e 62) espacialmente distribuídos e com suficiente representatividade do todo (FIGURA 18).

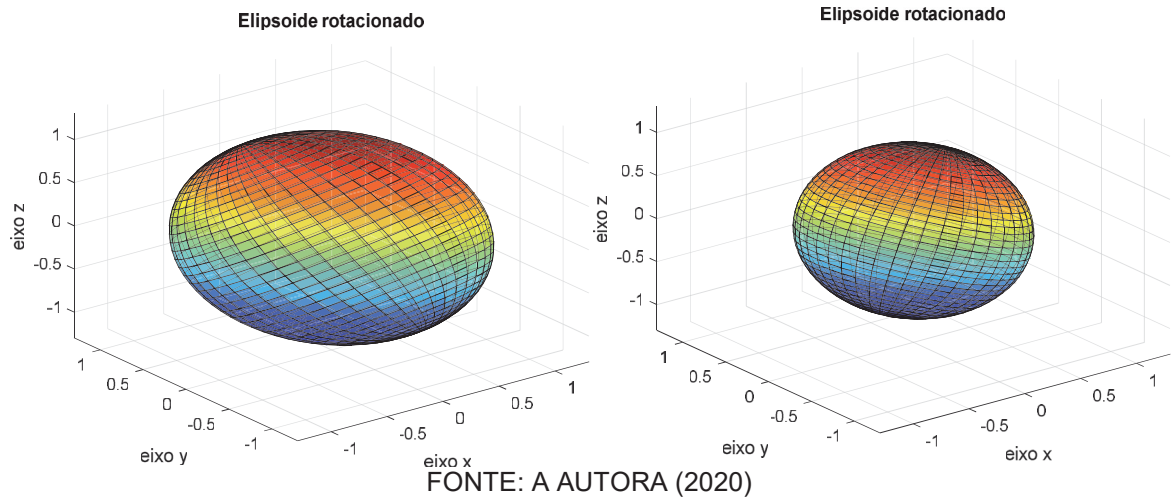
FIGURA 18 - DISPOSIÇÃO DO CONJUNTO DE PONTOS PARA ANÁLISE EM DESTAQUE



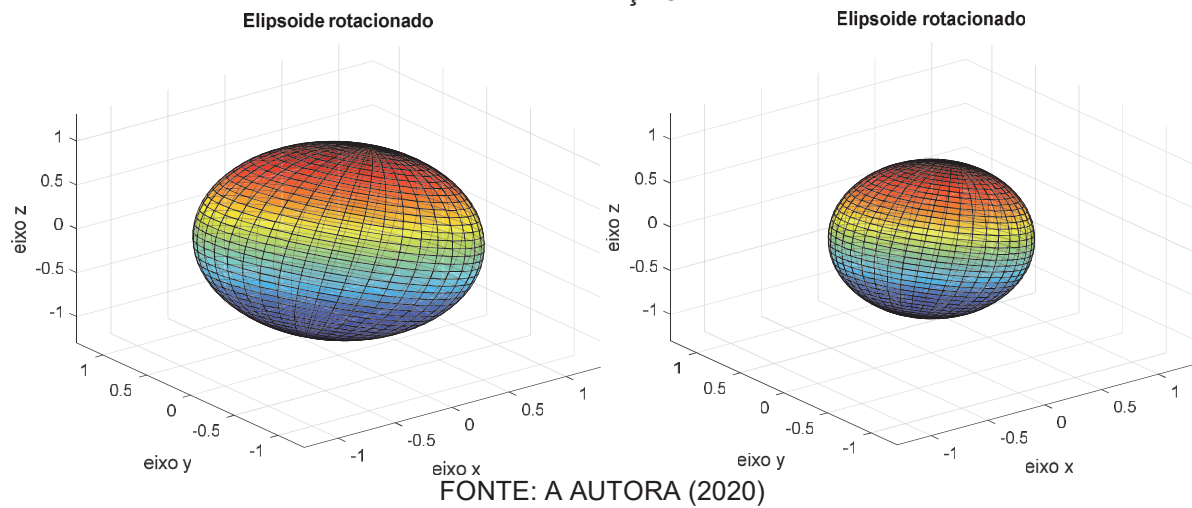
FONTE: ADAPTADO DE CRUZ, 2015

Os respectivos elipsoides obtidos por SI e DI estão representados nas FIGURAS 19 até 44.

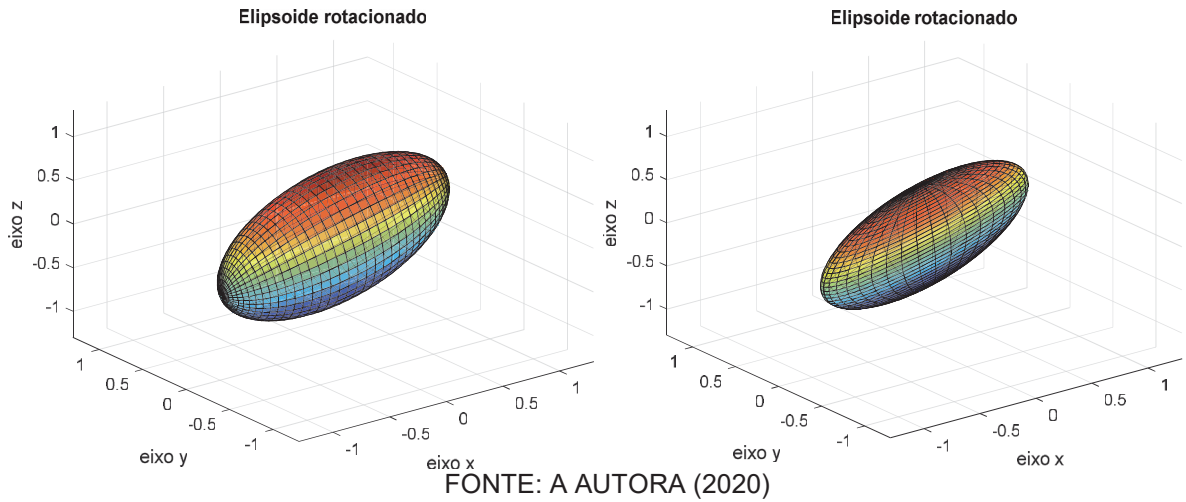
FIGURAS 19 E 20 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTO 5 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO



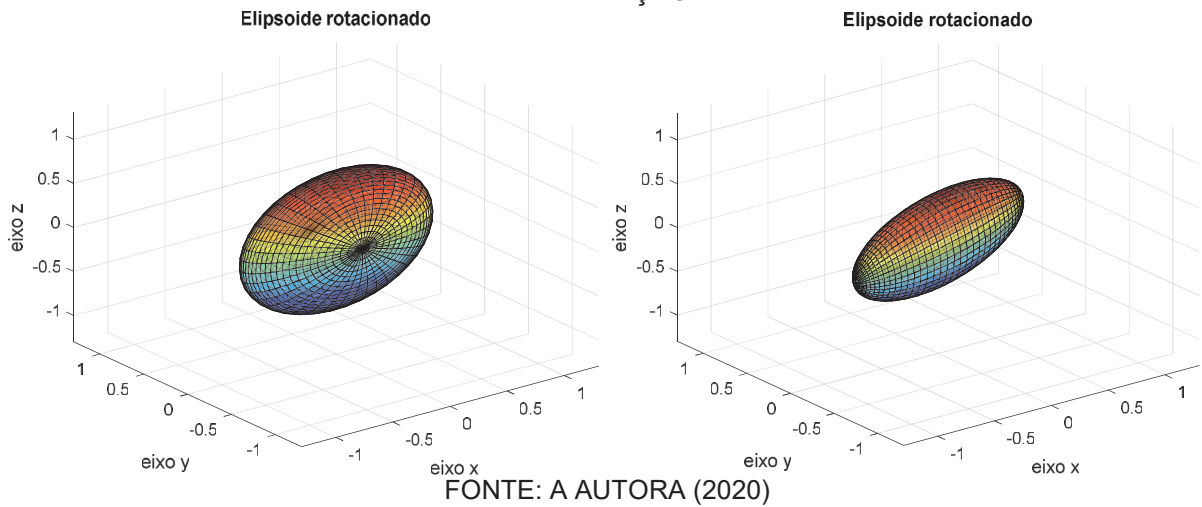
FIGURAS 21 E 22 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTOS 6 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO.



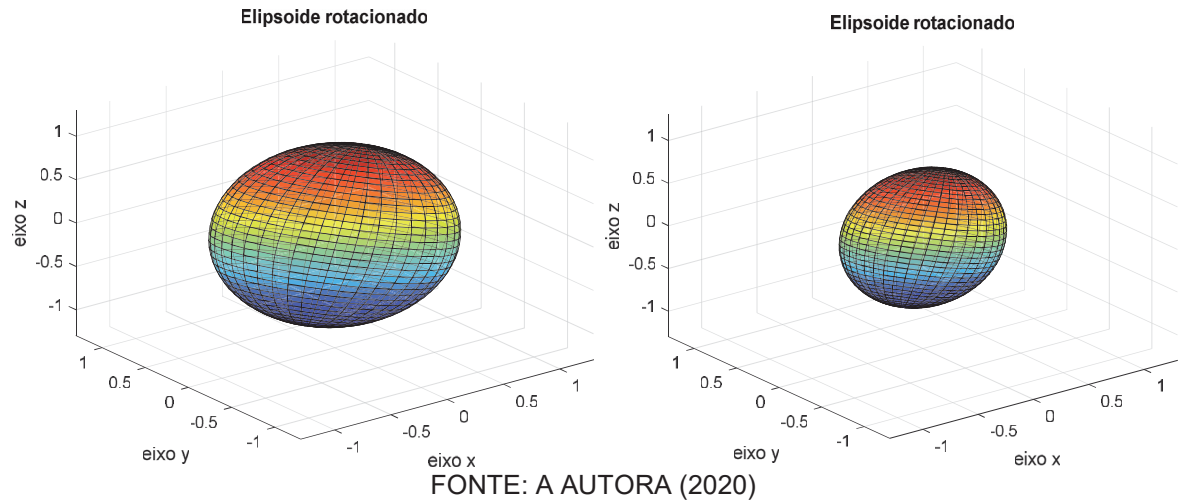
FIGURAS 23 E 24 - ELIPSOIDE DE ERRO DO PONTO 14 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO



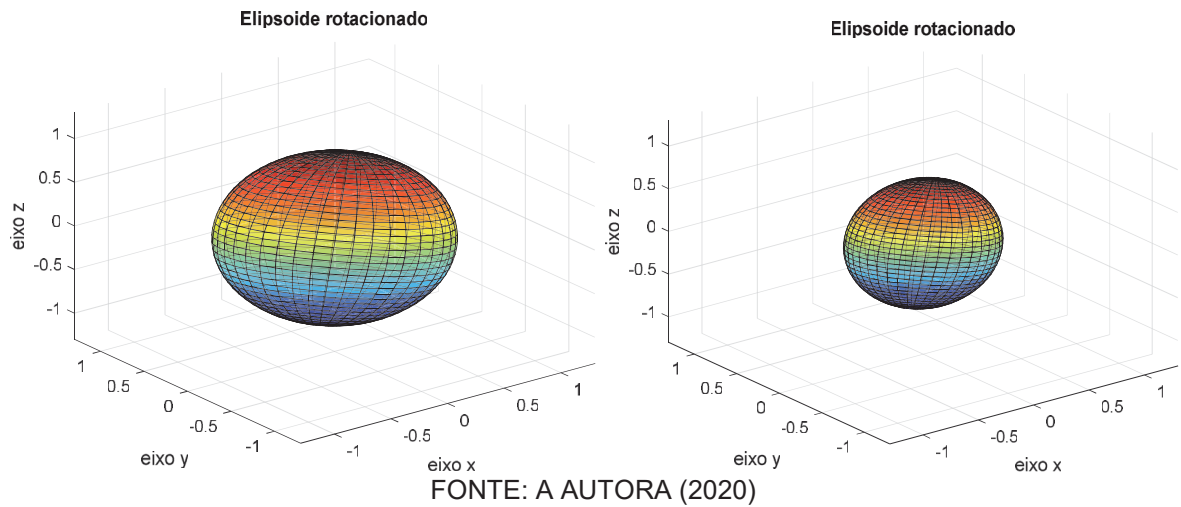
FIGURAS 25 E 26 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTO 17 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO



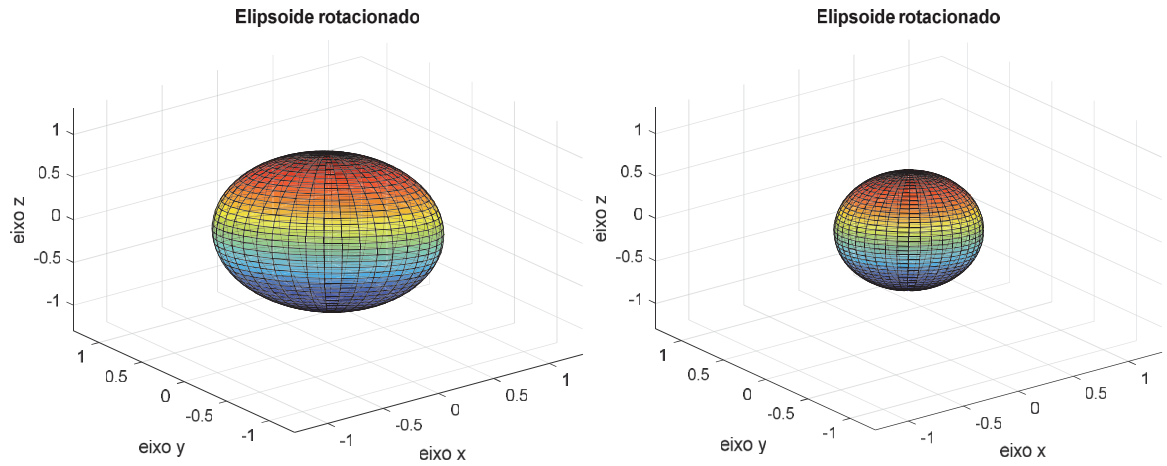
FIGURAS 27 E 28 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTO 18 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO



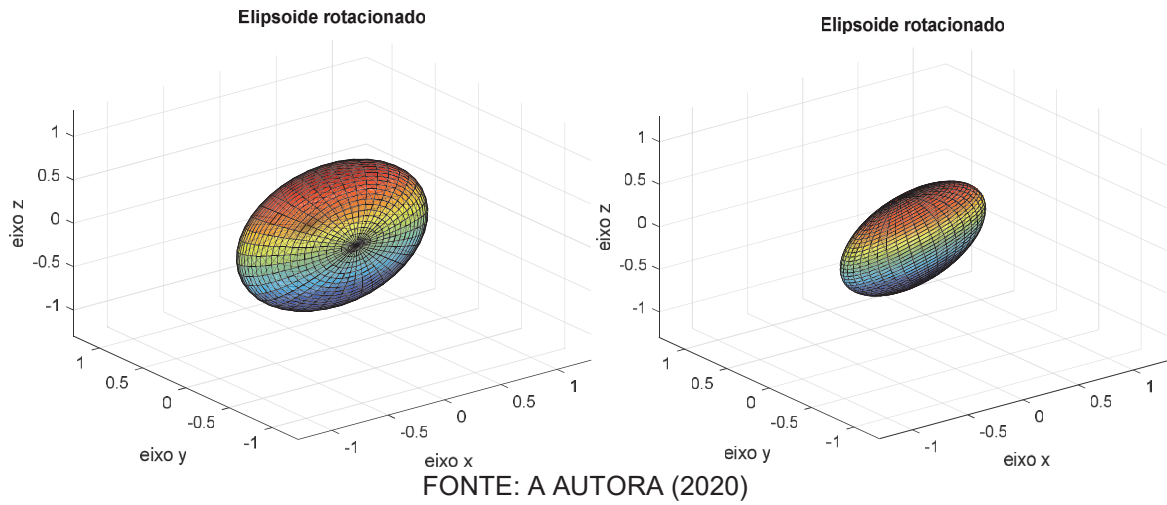
FIGURAS 29 E 30 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTO 26 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO



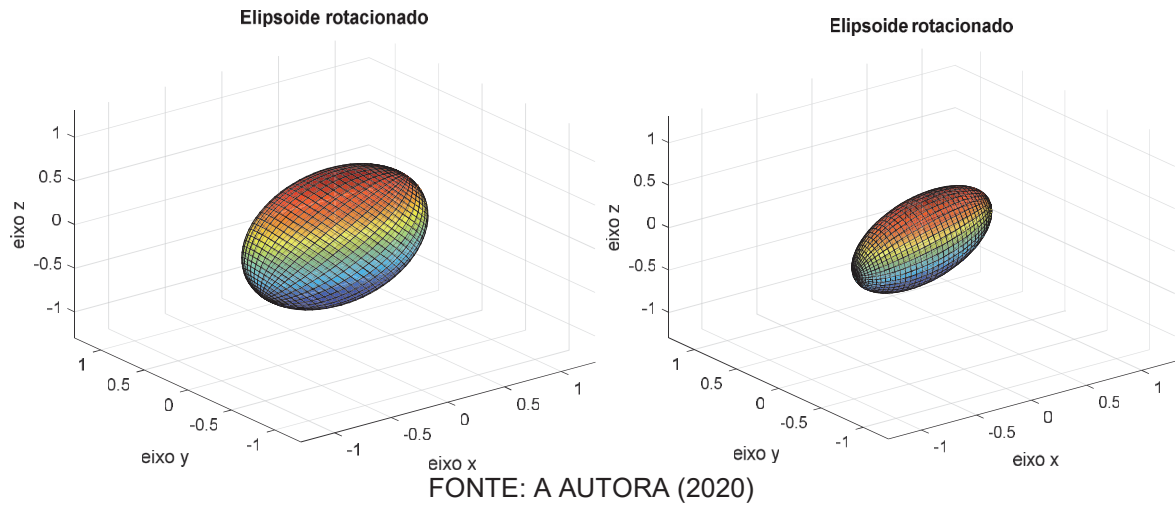
FIGURAS 31 E 32 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTO 35 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO



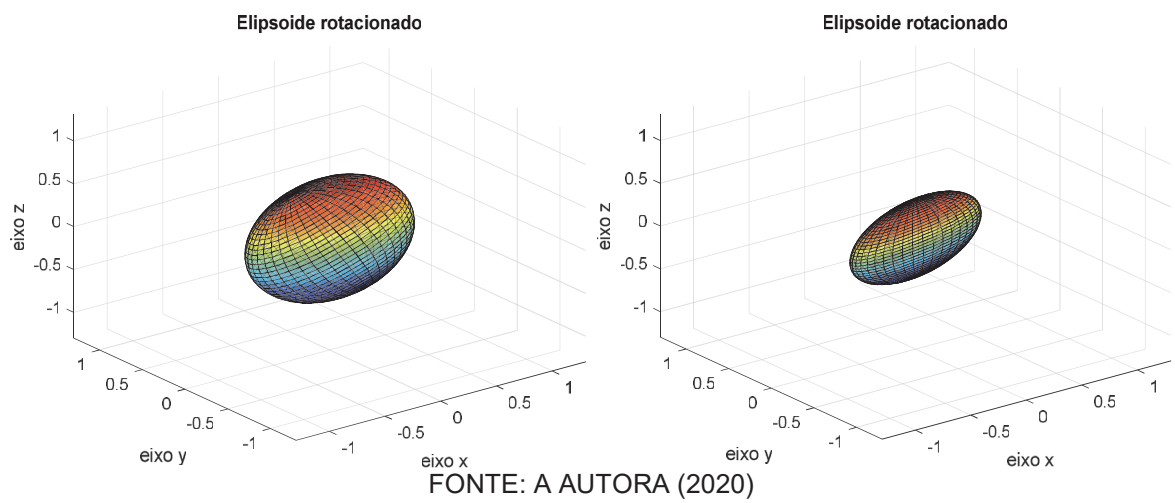
FIGURAS 33 E 34 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTO 36 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO



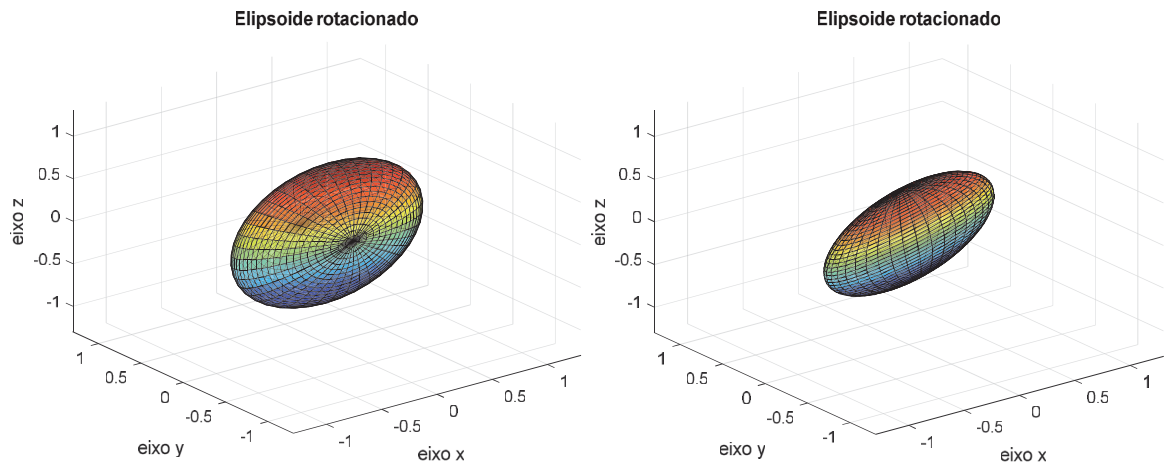
FIGURAS 35 E 36 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTO 40 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO



FIGURAS 37 E 38 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTO 49 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO

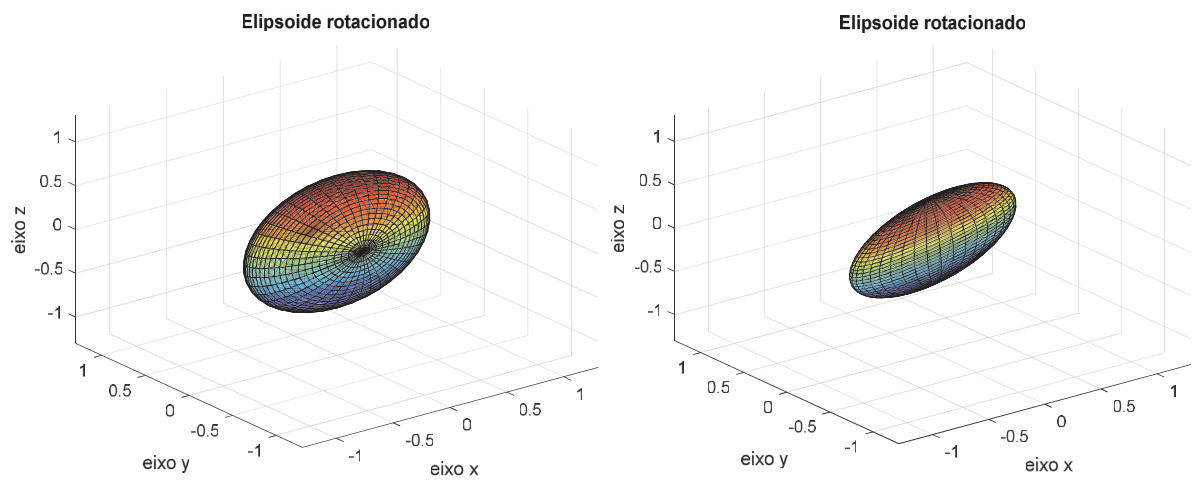


FIGURAS 39 E 40 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTO 50 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO



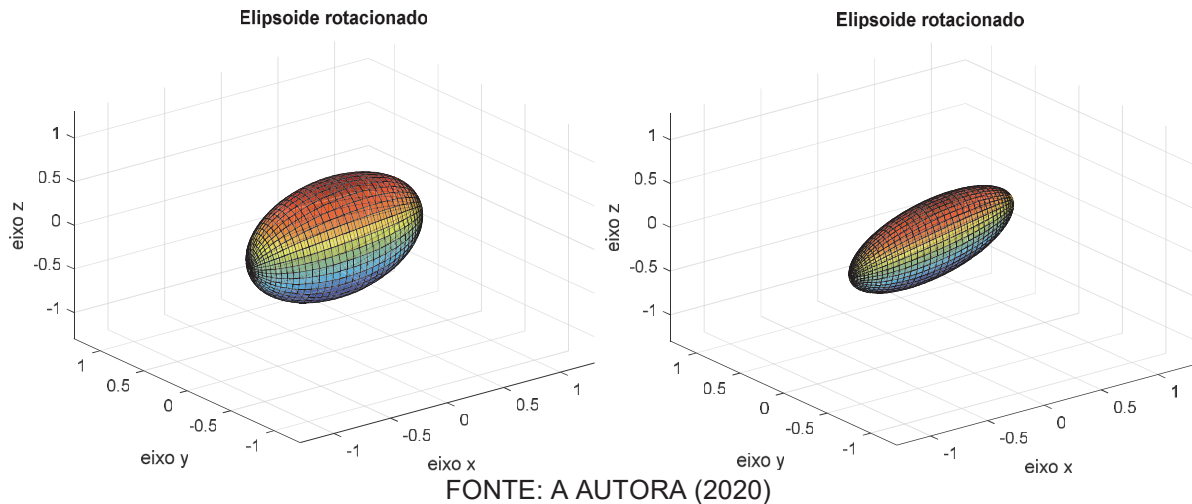
FONTE: A AUTORA (2020)

FIGURAS 41 E 42 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTO 56 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO



FONTE: A AUTORA (2020)

FIGURAS 43 E 44 - ELIPSOIDES DE ERRO DO PONTO 62 OBTIDOS POR SIMPLES E DUPLA IRRADIAÇÃO



Analisando as figuras anteriores, nota-se que tanto a forma (achatamento) quanto a orientação dos elipsoides variam consideravelmente ao longo da estrutura, em função da posição de cada ponto monitorado em relação ao(s) ponto(s) de estação (PG03 na SI e PG03 e A1 na DI). Como os elipsoides de erros são obtidos em função da matriz de covariância de cada ponto, as figuras ilustram de forma gráfica o efeito que as covariâncias entre as coordenadas 3D de um ponto exercem sobre a sua incerteza posicional.

Por exemplo, o ponto 35 apresenta um elipsoide relativamente próximo de uma esfera (menores covariâncias); enquanto os pontos 14 e 62 apresentam elipsoides achatados e rotacionados em relação aos eixos do sistema da barragem (maiores covariâncias). Além disso, os pontos 17 e 56, por exemplo, apresentam elipsoides de erros com forma e orientação completamente distintos na SI e DI, demonstrando o efeito que a configuração geométrica dos pontos de apoio pode exercer sobre os pontos visados.

Ressalta-se que a matriz de covariância das observações (Σ) é obtida em função da precisão nominal do instrumento e da metodologia de levantamento (nesse caso, irradiação tridimensional). Para obter os elementos da matriz A , são necessárias apenas as coordenadas iniciais (ou coordenadas de referência) dos pontos de controle e da estrutura. Desta forma, este tipo de análise dos elipsoides de erros pode

ser utilizada, por exemplo, na etapa de pré-análise ou planejamento do monitoramento geodésico (KLEIN et al., 2019). Entretanto, para a verificação do deslocamento, naturalmente, se faz necessária à coleta dos dados em duas ou mais épocas de observação.

Nota-se também que a dupla irradiação apresenta elipsoides visualmente mais achatados, porém, mesmo sendo mais achatados, seus volumes ainda são menores e percebe-se que o semieixo maior da DI geralmente é menor se comparado ao semieixo maior da SI.

4.2.1 Influência da configuração geométrica dos pontos de apoio sobre os elipsoides de erros

Mesmo não sendo possível implantar um ponto de estação na margem oposta ao PG03 por ser uma área de preservação ambiental, foi simulado um ponto de estação numa clareira a ser aberta na vegetação, a fim de verificar a influência da configuração geométrica dos pontos de apoio nos elipsoides de erros.

Este ponto foi nomeado como A2, como mostra a FIGURA 45. Foi simulada a simples irradiação com estação em A2 com ré em PG03 (com oito séries de leituras conjugadas) e dupla irradiação com estação em PG03 e ré em PG02 e estação em A2 com ré em PG03 (com quatro séries de leituras conjugadas cada).

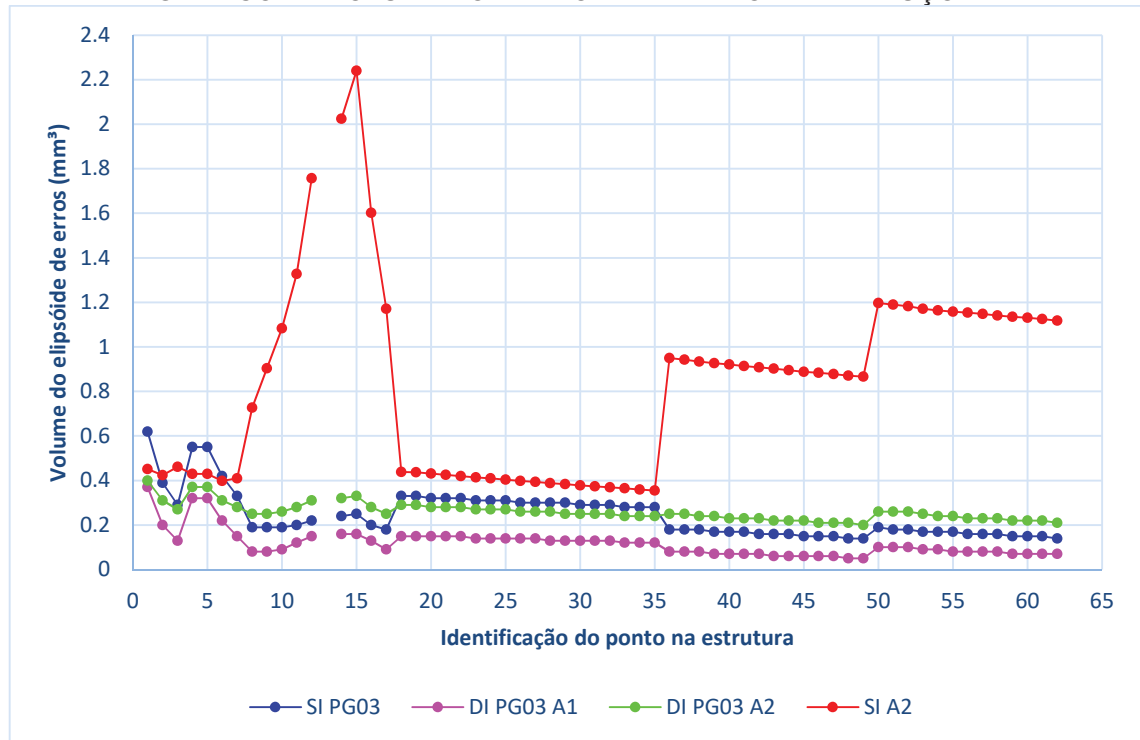
FIGURA 45 – REPRESENTAÇÃO DO PONTO A2.



FONTE: A AUTORA (2020)

Para fins de comparação e estudo mais aprofundado do comportamento dos dados, foi utilizado os resultados dos dois cenários utilizados: o cenário 1 com simples irradiação com estação no PG03 e ré no PG02 e dupla irradiação com estação no PG03 e ré no PG02 e estação no A1 com ré no PG03; e o cenário 2 com simples irradiação com estação no A2 e ré no PG03 e dupla irradiação com estação no PG03 e ré no PG02 e estação no A2 com ré no PG03. Ambos os cenários foram comparados como mostra o GRAFICO 4.

GRAFICO 4 – VOLUME DO ELIPSOIDE DE ERRO NAS 4 SITUAÇÕES.



FONTE: A AUTORA (2021)

A dupla irradiação no cenário 1 (estação em PG03 e A1) apresentou menores elipsoides em todos os pontos, apesar de sua configuração geométrica, devido a maior proximidade do ponto de estação A1 com os pontos monitorados na estrutura em relação ao PG03 e ao A2. A simples irradiação do cenário 1 (estação em PG03) se alternou com a dupla irradiação do cenário 2 (estação em PG03 e A2) em função das distancias do PG03 e do A2 aos pontos da estrutura e da configuração geométrica. Embora o PG03 esteja mais próximo de praticamente todos pontos da estrutura, em geral, no lado esquerdo a SI (estação somente em PG03) foi melhor enquanto no lado direito a DI foi melhor (estação em PG03 e A2).

Como o A2 é o ponto de estação mais longe da estrutura, a SI no cenário 2 (estação somente em A2) apresentou os piores resultados para praticamente todos os pontos, a exceção dos pontos 1, 4, 5 e 6 que estão mais próximos do A2 do que do PG03 (nesse caso os piores resultados são da SI com estação somente em PG03).

Portanto, conclui-se que o principal fator que afeta o volume dos elipsoides de erros é a distância dos pontos de estação aos pontos monitorados, sendo a

configuração geométrica um fator relevante somente quando as distâncias dos pontos de estação aos pontos monitorados são relativamente próximas, como foi o caso entre a SI no cenário 1 e a DI no cenário 2.

4.3 TESTE DE CONGRUENCIA GLOBAL

Em função da precisão nominal da estação-total e das coordenadas do ponto de estação e dos pontos monitorados, determinadas em Jerke (2019), aplica-se o teste de congruência global para determinação do menor deslocamento detectável. Nessa sessão será considerada somente a análise do cenário 1, em função dos resultados obtidos na sessão anterior 4.2.1, que mostram que a inclusão de um novo ponto de estação na outra margem do rio (A2) não apresentaria custo-benefício satisfatório.

4.3.1 Menor deslocamento detectável

Visando verificar a influência das covariâncias entre as coordenadas de cada ponto monitorado, as TABELAS 8 e 9 (SI e DI respectivamente) apresentam o menor deslocamento detectável para o teste de congruência multivariado (3D) ao nível de significância de 5%. Estes valores foram obtidos considerando a matriz de covariância do vetor deslocamento em cada ponto a ser observado em duas épocas ($\Sigma_{\hat{a}} = 2 \cdot \Sigma_p$) e o respectivo valor crítico para o teste: $K_{(\alpha=0,05,d=3)} = 7,81$.

Desta forma, foram obtidos os menores deslocamentos detectáveis para cada teste ao nível do décimo do milímetro em dois casos distintos: somente avanço da estrutura no sentido do fluxo do rio (deslocamento positivo em Y) bem como, avanço da estrutura no sentido do fluxo do rio (deslocamento positivo em Y) e recalque da estrutura na direção vertical da mesma (deslocamento negativo em Z), ambos com a mesma magnitude.

Desta forma, por tentativa e erro, foram sendo inseridos valores de deslocamentos positivos em Y (coluna Coord Y da Tabela 8), bem como, valores de deslocamento de mesma magnitude mas com sinal positivo em Y e negativo em Z

(coluna Coord Y e Z da Tabela 8) até que a estatística de teste ($\vec{d}^T \Sigma_{\vec{d}}^{-1} \vec{d}$) fosse maior do que o valor crítico correspondente ($K_{(\alpha=0,05,d=3)} = 7,81$) em cada ponto monitorado. Ressalta-se que os deslocamentos simulados foram nulos na direção do eixo X, simulando o caso em que não há deslocamento lateral significativo da estrutura

TABELA 8 - MENOR DESLOCAMENTO DETECTÁVEL DE CADA PONTO MONITORADO POR SI.

Ponto	Menor deslocamento detectável (mm)		Ponto	Menor deslocamento detectável (mm)	
	Coord Y	Coord Y e Z		Coord Y	Coord Y e Z
1	2,4	2,0	32	1,8	1,6
2	2,0	1,8	33	1,8	1,6
3	1,6	1,5	34	1,8	1,7
4	2,2	1,9	35	1,8	1,7
5	2,2	1,9	36	1,3	1,1
6	2,0	1,8	37	1,3	1,1
7	1,8	1,7	38	1,3	1,1
8	1,3	1,2	39	1,2	1,1
9	1,2	1,1	40	1,2	1,1
10	1,1	1,1	41	1,2	1,1
11	1,1	1,1	42	1,2	1,1
12	1,1	1,0	43	1,2	1,1
13	Ponto sem visibilidade		44	1,2	1,1
14	1,1	1,0	45	1,2	1,1
15	1,1	1,0	46	1,2	1,1
16	1,1	1,0	47	1,2	1,1
17	1,1	1,1	48	1,2	1,1
18	1,8	1,5	49	1,2	1,1
19	1,8	1,5	50	1,2	1,1
20	1,8	1,5	51	1,2	1,1
21	1,8	1,6	52	1,2	1,1
22	1,8	1,6	53	1,2	1,1
23	1,8	1,6	54	1,2	1,1

24	1,8	1,6	55	1,2	1,1
25	1,8	1,6	56	1,2	1,1
26	1,8	1,6	57	1,2	1,1
27	1,8	1,6	58	1,2	1,1
28	1,8	1,6	59	1,2	1,1
29	1,8	1,6	60	1,2	1,1
30	1,8	1,6	61	1,1	1,0
31	1,8	1,6	62	1,1	1,0

FONTE: A AUTORA (2020)

Analisando a Tabela 8, nota-se que para os pontos mais afastados (18 ao 35) do ponto de estação (PG03), o deslocamento detectável é maior; enquanto que para os pontos mais próximos do ponto de estação (36 ao 62), o deslocamento detectável é menor. Nota-se também que os pontos do topo da estrutura (1 ao 17) possuem um comportamento similar aos demais pontos, ou seja, apresentaram um maior deslocamento detectável nos pontos mais afastados (1 ao 8) e menor deslocamento detectável nos pontos mais próximos (9 ao 17) da estação.

A diferença entre o menor deslocamento detectável em cada ponto no caso de deslocamento somente no eixo Y em relação ao caso de deslocamento nos eixos Y e Z é de no máximo 0,4 mm, podendo ser considerada negligenciável em termos práticos. Além disso, os menores deslocamentos detectáveis em cada ponto se situam entre 1,0 mm e 2,4 mm, o que indica uma alta confiabilidade para a rede geodésica em sua configuração atual por meio de um adequado número de leituras repetidas (neste caso, $n = 16$).

Por fim, visando comparar as diferenças entre a simples irradiação e a dupla irradiação nos mesmos cenários simulados anteriormente, a TABELA 9 apresenta o menor deslocamento detectável para o teste de congruência multivariado, ao nível de significância de 5% para o caso da dupla irradiação (DI).

TABELA 9 - MENOR DESLOCAMENTO DETECTÁVEL DE CADA PONTO MONITORADO POR DI.

Ponto	Menor deslocamento detectável (mm)		Ponto	Menor deslocamento detectável (mm)	
	Coord Y	Coord Y e Z		Coord Y	Coord Y e Z
1	2,4	1,9	32	1,5	1,3
2	1,8	1,4	33	1,5	1,3
3	1,4	1,2	34	1,5	1,3
4	2,2	1,8	35	1,5	1,3
5	2,2	1,8	36	0,9	0,8
6	1,9	1,8	37	0,9	0,8
7	1,6	1,6	38	0,9	0,8
8	0,9	0,8	39	0,8	0,8
9	0,9	0,8	40	0,8	0,8
10	0,9	0,8	41	0,8	0,7
11	0,9	0,8	42	0,8	0,7
12	1,0	0,8	43	0,8	0,7
13	Ponto sem visibilidade		44	0,8	0,7
14	1,0	0,9	45	0,8	0,7
15	1,0	0,9	46	0,8	0,7
16	0,9	0,8	47	0,8	0,7
17	0,8	0,8	48	0,7	0,7
18	1,5	1,3	49	0,7	0,7
19	1,5	1,3	50	0,9	0,8
20	1,5	1,3	51	0,9	0,8
21	1,5	1,3	52	0,9	0,8
22	1,5	1,3	53	0,8	0,8
23	1,5	1,3	54	0,8	0,7
24	1,5	1,3	55	0,8	0,7
25	1,5	1,3	56	0,8	0,7
26	1,5	1,3	57	0,8	0,7

27	1,5	1,3	58	0,8	0,7
28	1,5	1,3	59	0,8	0,7
29	1,5	1,3	60	0,8	0,7
30	1,5	1,3	61	0,7	0,7
31	1,5	1,3	62	0,7	0,7

FONTE: A AUTORA (2020)

Analisando a Tabela 9, nota-se que para os pontos mais afastados (1 ao 8 e 18 ao 35) do ponto de estação (PG03), o deslocamento detectável é maior. Para todos os demais pontos (9 ao 17 e 36 ao 62), o deslocamento detectável é menor, sendo esse comportamento o mesmo ocorrido na simples irradiação (SI). A diferença entre o menor deslocamento detectável em cada ponto no caso de deslocamento somente no eixo Y em relação ao caso de deslocamento nos eixos Y e Z é de no máximo 0,5 mm, podendo novamente ser considerada negligenciável em termos práticos.

Sobre o número de séries de leituras conjugadas, ressalta-se que o aumento de séries de leituras reduz o volume (tamanho) dos elipsoides de erros, entretanto, não altera a sua forma (achatamento) nem orientação, pois toda a matriz de covariância das observações é multiplicada por um mesmo escalar, preservando assim as covariâncias das coordenadas dos pontos monitorados. Assim, um maior número de observações repetidas reduz o menor deslocamento detectável, mas não altera as conclusões obtidas. Para alterar as covariâncias, seria necessário, por exemplo, um segundo ponto de estação, resultando em uma nova configuração para a matriz de covariância dos pontos monitorados. Esse tipo de discussão realça ainda mais o papel da análise de covariância no monitoramento geodésico, bem como, a sua aplicação na etapa de planejamento ou pré-análise do mesmo.

Entretanto, comparando os resultados das Tabelas 8 e 9, nota-se que a diferença entre os menores deslocamentos detectáveis por simples irradiação e dupla irradiação são de no máximo 0,5 mm. Ou seja, em termos de custo-benefício, não se justifica a inclusão de mais um pilar de centragem forçada no mesmo lado da margem do rio. A outra margem do rio é área alagável bem como de preservação permanente, não sendo realista a simulação de cenários onde o segundo ponto de estação se

situaria nesta região. Desta forma, considerando as limitações deste estudo de caso, conclui-se que a inclusão de um novo ponto de estação (pilar de centragem forçada) não melhora de forma significativa o menor deslocamento detectável obtido em relação a configuração atual do monitoramento geodésico da estrutura.

Para outras estruturas onde seja possível estas simulações, recomenda-se a investigação da influência da geometria sobre os menores deslocamentos detectáveis em cada ponto monitorado.

A seguir são apresentadas as projeções dos elipsoides em cada um dos eixos do sistema de barragem.

4.3.2 Eixo X

As projeções no eixo X são apresentados na TABELA 10.

TABELA 10 - PROJEÇÕES NO EIXO X DOS ELIPSOIDES SELECIONADOS

Simples Irradiação		Dupla Irradiação	
Pontos	Projeção em X (mm)	Pontos	Projeção em X (mm)
50	0,9	14	1,3
17	0,9	50	1,0
36	0,8	17	0,9
56	0,8	56	0,9
05	0,4	62	0,9
06	0,4	36	0,8
18	0,4	40	0,7
26	0,4	49	0,7
35	0,4	05	0,4
40	0,3	06	0,4
49	0,3	18	0,3
14	0,3	26	0,3
62	0,3	35	0,3

FONTE: A AUTORA (2020)

Verificou-se que os pontos a jusante por SI da barragem localizados na porção esquerda (observador posicionado a jusante da barragem, olhando para a mesma) possuem maiores dimensões no eixo X e que estes tendem a diminuir à medida que os pontos se aproximam da extremidade direita. O mesmo comportamento acontece na DI, entretanto, estas diferenças são no décimo do mm (FIGURA 46 e 47). Isso deve-se a visada mais oblíqua em relação ao corpo da estrutura, ou seja, com ângulo menor em relação ao eixo X.



FONTE: A AUTORA (2020)

4.3.3 Eixo Y

A TABELA 11 apresenta as projeções no eixo Y:

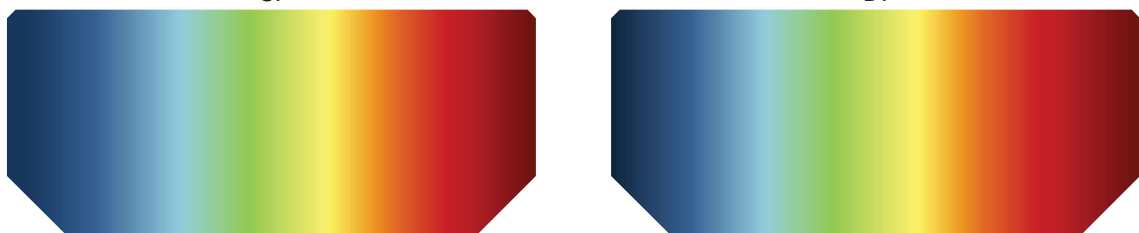
TABELA 11 - PROJEÇÕES NO EIXO Y DOS ELIPSOIDES SELECIONADOS

Simples Irradiação		Dupla Irradiação	
Pontos	Projeção em Y (mm)	Pontos	Projeção em Y (mm)
05	1,2	05	0,9
06	1,0	06	0,7
18	0,9	18	0,6
26	0,9	26	0,6
35	0,8	35	0,5
36	0,7	14	0,2
50	0,7	36	0,2
14	0,7	50	0,2
40	0,7	17	0,2
17	0,7	40	0,2
49	0,7	56	0,2
56	0,7	49	0,2
62	0,7	62	0,2

FONTE: A AUTORA (2020)

Quanto a análise do eixo Y, verificou-se padrão diferente em relação ao eixo X, pois as menores dimensões dos elipsoides a jusante por SI da barragem encontram-se na porção direita da estrutura e tendem a apresentar maiores dimensões à medida que se aproximam da porção esquerda da barragem (FIGURA 48) e o mesmo acontece também na análise por DI (FIGURA 49). Isso por conta da visada mais frontal em relação ao corpo da estrutura, ou seja, com menor ângulo em relação ao eixo Y.

FIGURAS 48 E 49 - COMPORTAMENTO NO EIXO Y DOS ELIPSOIDES DE ERROS
SI DI



FONTE: A AUTORA (2020)

4.3.4 Eixo Z

A TABELA 12 apresenta as dimensões do eixo Z:

TABELA 12 - PROJEÇÕES NO EIXO Z DOS ELIPSOIDES SELECIONADOS

Simples Irradiação		Dupla Irradiação	
Pontos	Projeção em Z (mm)	Pontos	Projeção em Z (mm)
14	1,2	05	1,0
05	1,2	06	0,8
06	1,1	18	0,8
18	1,0	26	0,7
26	1,0	35	0,7
35	0,9	14	0,6
40	0,8	50	0,5
62	0,8	36	0,5
49	0,7	17	0,5
36	0,3	40	0,5
50	0,3	56	0,5
17	0,3	62	0,4
56	0,3	49	0,4

FONTE: A AUTORA (2020)

Nos pontos por SI e, da mesma forma, por DI, o comportamento dos elipsoides se assemelham ao comportamento analisado no eixo X, ou seja, possuem dimensão menor na porção esquerda e tendem a aumentar a medida que se aproximam da porção esquerda da barragem (FIGURA 50 e 51).



FONTE: A AUTORA (2020)

4.3.5 Área de maior influência

Numa análise geral, a área da estrutura com maiores influências, ao longo do eixo X e eixo Z encontram-se na porção esquerda da barragem. Ao longo do eixo Y encontra-se na porção direita da barragem (FIGURA 52). Mesmo que os comportamentos sejam semelhantes quanto a SI e DI, é importante saber que na análise dos resultados, a DI já apresentou elipsoides com menores dimensões em cada eixo e volumes, portanto, dependendo da precisão exigida no monitoramento, melhores resultados podem ser obtidos por dupla irradiação.

Analisando a Figura 52, nota-se ainda uma influência da configuração geométrica das linhas de visada nos resultados. Como os pontos de estação se localizam no lado esquerdo e o eixo Y é frontal (perpendicular) ao corpo da estrutura, os pontos do lado direito, que apresentam uma visada mais oblíqua em relação ao eixo Y, apresentam maior incerteza neste; enquanto os pontos do lado esquerdo, que apresentam uma visada relativamente paralela ao eixo Y, apresentam menor incerteza neste. Para o eixo X, paralelo a estrutura, ocorre o contrário: os pontos do lado esquerdo, com visada mais oblíqua em relação ao eixo X, apresentam maior incerteza neste; enquanto os pontos do lado direito, com visada menos oblíqua em relação ao eixo X, apresentam menor incerteza neste. Para o eixo Z, os pontos mais próximos do ponto de estação, no lado esquerdo da estrutura, vão possuir uma visada mais inclinada em relação ao horizonte (ângulo zenital menor), resultando em maior incerteza no eixo Z; enquanto os pontos mais distantes do ponto de estação, no lado direito da estrutura, vão possuir uma visada menos inclinada em relação ao horizonte (ângulo zenital maior), resultando em menor incerteza no eixo Z.

FIGURA 52 - ÁREA DE MAIOR INFLUÊNCIA EM CADA EIXO A JUSANTE



FONTE: A AUTORA (2020)

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou, por meio de dados reais, obtendo observações simuladas, a importância das covariâncias das coordenadas de pontos monitorados na análise de deslocamento.

A análise de deslocamentos de coordenadas individuais ou de resultantes posicionais 2D ou 3D ignorando as covariâncias entre as coordenadas dos pontos pode apresentar tanto falsos positivos quanto falsos negativos em relação ao cenário real (multivariado). Portanto, trabalhos de monitoramento geodésico de estruturas devem evitar analisar diferenças de coordenadas isoladamente ou resultantes posicionais negligenciando as covariâncias entre as coordenadas dos pontos monitorados.

A forma, o volume e a orientação dos elipsoides de erros dos pontos monitorados são alterados por meio de alterações nas geometrias dos pontos de estação. Entretanto, mais séries de leituras em um mesmo ponto de estação alteram apenas o volume, mas não a forma ou orientação dos elipsoides de erros.

Em termos de geometria, o principal fator que afeta o volume dos elipsoides de erros dos pontos monitorados é a distância do(s) ponto(s) de estação em relação a estes. A configuração geométrica dos pontos de apoio é um fator relevante somente quando a distância destes aos pontos monitorados é relativamente próxima. Neste estudo de caso, dois pontos de estação do lado esquerdo da margem apresentaram menores incertezas (volumes dos elipsoides de erros) do que dois pontos de estação em lados opostos da margem. Isto ocorreu em função da maior distância do ponto de estação situado na margem direita aos pontos monitorados, apesar da melhor configuração geométrica com os pontos de estação situados em lados opostos.

Analisando apenas o volume (tamanho) dos elipsoides de erros, conclui-se que a inclusão de um novo ponto de estação melhora a precisão posicional do monitoramento, pois os volumes reduziram entre 31% e 64%. Entretanto, analisando o menor deslocamento detectável em cada ponto, conclui-se que a inclusão de um novo ponto de estação não apresenta melhora significativa ao monitoramento, pois o ganho no menor deslocamento detectável é de no máximo 0,5 mm. Ressalta-se que

se considerou o dobro de séries de leituras conjugadas no caso da simples irradiação em relação ao da dupla irradiação, para uma comparação justa em termos de leituras realizadas em ambos os casos.

Portanto, em termos de precisão posicional, a inclusão de um novo ponto de estação é significativa, mas, em termos de confiabilidade do monitoramento, a inclusão de mais um ponto de estação não apresenta benefício evidente neste estudo de caso.

Sobre os menores deslocamentos detectáveis deste estudo, não houve diferenças significativas entre os casos simulados de apenas avanço frontal da estrutura em relação aos casos simulados de avanço frontal da estrutura e recalque da mesma, pois as diferenças dos menores deslocamentos detectáveis foram de no máximo 0,5 mm.

Além disso, também se verificou a influência da direção da linha de visada entre o ponto de estação e os pontos monitorados sobre a incerteza posicional destes. Neste sentido, se constatou, por exemplo, que para visadas com menor ângulo zenital (isto é, mais afastadas do horizonte) a incerteza dos pontos monitorados na direção vertical da estrutura é maior do que para visadas com maior ângulo zenital (isto é, mais próximas do horizonte).

Recomendação para trabalhos futuros

Sugere-se investigar as correlações entre as coordenadas de diferentes pontos monitorados, isto é, um teste de congruência para múltiplos pontos de forma conjunta, bem como, os resultados obtidos para diferentes níveis de significância além do valor adotado neste trabalho ($\alpha = 0,05$ ou 5%). Por fim, recomenda-se analisar o efeito da configuração geométrica dos pontos de controle e do número de pontos de controle (tripla irradiação etc.) no monitoramento geodésico de outras estruturas, de modo a Investigar melhor o efeito dessas variáveis sobre o volume dos elipsoides de erros e do menor deslocamento detectável dos pontos visados.

REFERÊNCIAS

ALIZADEH-KHAMENEH, M. A et al. Optimal Vertical Placement of Total Station. *Journal of Surveying Engineering*, v. 144, n. 3, 2018.

ALVES, H. R. O estado de coisas inconstitucional face ao reiterado rompimento de barragens no Brasil. *Revista do Curso de Graduação em Direito da Faculdade CNEC Santo Ângelo*. Ano 9, nº 18. 2019.

ALVES, S. S. O. Investigação laboratorial de uma abordagem estatística baseada em planos de controle aplicados ao monitoramento de estruturas com varredura laser terrestre. *Dissertação de Mestrado: Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2019.*

ALVES, S. DE S. O.; RODRÍGUEZ, F. A. C.; SAMPAIO, L. F.; MEDEIROS, L. I. B.; VEIGA, L. A. K.; KLEIN, I. Avaliação Laboratorial da Parametrização de Dados LST em Superfícies Planas. *Revista Brasileira de Cartografia*, v. 72, n. 3, p. 384-398, 2020.

ANA. Manual do Empreendedor – Volume VI - Guia para a Construção de Barragens. Brasília: Agência Nacional de Águas, 2015. Disponível em: http://www.snisb.gov.br/portal/snisb/downloads/publicacoes/ArquivosPNSB_Docs_Estruturantes/produto-08-manual-de-orientacao-aos-empresendedores-guia-para-a-construcao-de-barragens.pdf. Acesso em: 23/12/2019.

ANTOVA, G. Terrestrial Laser Scanning for Dam Deformation Monitoring - Case Study. *FIG Working Week, Sofia, Bulgaria*, p. 17-21, 2015.

AYDIN, C. Power of Global Test in Deformation Analysis. *Journal of Surveying Engineering*, v. 138, p. 51-56, 2012.

BANDEIRA, A. L.; KLEIN, I.; VEIGA, L. A. K. O papel das covariâncias na análise de deformação aplicada ao monitoramento geodésico de estruturas. *Revista Brasileira de Cartografia*. “no prelo”. 2020.

BERNÉ, J. L.; BASELGA, S. First-order design of geodetic networks using the simulated annealing method. *Journal of Geodesy*, v. 78, n. 1-2, p. 47-54, 2004.

BRASIL. Lei nº 12.334, de 20 de setembro de 2010. Política Nacional de Segurança de Barragens. Brasília, set. 2010. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2010/Lei/L12334.htm. Acesso em: 23/12/2019.

BRASIL. Manual de Segurança e Inspeção de Barragens. Brasília, 2002. Disponível em:

<http://arquivos.ana.gov.br/cadastros/barragens/inspecao/ManualdeSegurancaelnspecaodeBarragens.pdf>. Acesso em: 23/12/2019.

BROWN, D. et al. 501 Desastres mais devastadores de todos os tempos. Trad. Catharina Pinheiro. 1ª edição brasileira. São Paulo: Editora Lafonte, 2012.

CASTRO A. T; HENRIQUES M. J. Monitoring planimetric displacements in concrete dams. 13º FIG - Simpósio sobre análises e medidas de deformação. 4º IAG - Simpósio sobre geodésia para engenharia geotécnica e estrutural. Lisboa: 2008. Disponível em: <http://www.fig.net/commission6/lisbon_2008/papers/pas05/pas05_02_tavaresdecastro_mc127.pdf>. Acesso em: 05/11/2019.

CBDB. COMITÊ BRASILEIRO DE BARRAGENS. Núcleo de São Paulo. Guia Básico de Segurança de Barragens, São Paulo: 2013. 78p. Manual.

CEDERHOLM, P. Deformation Analysis Using Confidence Ellipsoids. Survey review, v. 37, n. 287, p. 31-45, 2003.

CONSÓRCIO ENERGÉTICO CRUZEIRO DO SUL. Usina Hidrelétrica Mauá. Disponível em: <http://www.consorcio Cruzeiro do Sul.com.br/a-usina>. Acesso em: 23/12/2019.

CRANENBROECK, J. V. State of the art in structural geodetic monitoring solutions for Hydro Power dams. Disponível em: <https://www.fig.net/resources/proceedings/fig_proceedings/fig2011/papers/ts01e/ts01e_vancranenbroeck_4763.pdf> Acesso em: 17/04/2020.

CRUZ, W. Integração de dados de monitoramento de estruturas antrópicas. Estudo de caso: UHE Mauá. Tese de Doutorado – Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná, Curitiba. 2015.

DALAZOANA, R. Introdução à Pré-análise. In: Camil Gemael; Alvaro Muriel Lima Machado; Romualdo Wandresen. (Org.). Introdução ao ajustamento de observações - aplicações geodésicas. 2ed. Curitiba: Editora UFPR, p. 345-365, 2015.

DEPARTMENT OF ARMY. – U. S. ARMY CORPS OF ENGINEERS. Manual 1110-1- 1004 Deformation Monitoring and Control Surveying. Washington, DC, 1994.

DURDAG, U. M.; HEKIMOGLU, S.; ERDOGAN, B. Reliability of Models in Kinematic Deformation Analysis. Journal of Surveying Engineering, v. 144, n. 3, p. 04018004, 2018.

ELETOBRÁS. Critérios de Projeto Civil de Usinas Hidrelétricas, 2003. Disponível em: <[https://eletrobras.com/pt/AreasdeAtuacao/geracao/Manuais%20para%20Estudos%](https://eletrobras.com/pt/AreasdeAtuacao/geracao/Manuais%20para%20Estudos%20de%20Projeto%20Civil%20de%20Usinas%20Hidreletricas)

20e%20Projetos%20de%20Gera%C3%A7%C3%A3o%20de%20Energia/Crit%C3%A9rios%20de%20Projetos.pdf> Acesso em: 23/12/2019.

FERREIRA, N. R. A.; CHAVES, J. C. Análise da acurácia de observações com uma estação total robótica em ensaio controlado de deslocamento. *Revista Brasileira de Cartografia*, v. 69, n. 7, p. 1277-1286, 2017.

GEMAEL, C. et al. *Introdução ao Ajustamento de Observações*. Curitiba: Ed. UFPR, 2015.

GHILANI, C. D. *Adjustment Computations: Spatial Data Analysis*. 6 ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2018. 695p.

GONÇALVES, E. M.; VEIGA, L. A. K. Planejamento de Rede de Monitoramento de Estruturas Empregando-se LST (Laser Scanner Terrestre). *Revista Brasileira de Cartografia*, v. 71, n. 3, p. 906-933, 2019.

GRAFAREND, E. W.; SANSONO, F. *Optimization and design of geodetic networks*, Berlin: Springer, 1985.

GUZZATTO, M. P. Análise gráfica das variáveis do controle de qualidade de dados geodésicos por meio de testes estatísticos. *Revista Brasileira de Geomatica*, v. 6, n. 3, p. 194-209, 2018.

GULAL, E. Structural deformations analysis by means of Kalman-filtering. *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 19, n. 1, p. 98-113, 2013.

HOLST, C.; KUHLMANN, H. Challenges and Present Fields of Action at Laser Scanner Based Deformation Analyses. *Journal of Applied Geodesy*, v. 10, n. 1, p. 1-9, 1 2016.

JAAFAR, H. A.; MENG, X.; SOWTER, A. Terrestrial laser scanner error quantification for the purpose of monitoring. *Survey Review*, v. 50, n. 360, p. 232-248, 2017.

JERKE, A. Análise do Monitoramento Geodésico da Barragem da Usina Hidrelétrica Mauá com Equipamentos de Diferentes Precisões e Diferentes Softwares de Processamento. 2019. 110 f. Tese (Doutorado) - Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Departamento de Geomática, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2019.

KAMINSKI, W.; NOWEL, K. Local variance factors in deformation analysis of non-homogenous monitoring networks, *Survey Review*, v. 45, n. 328, p. 44-50, 2013.

KLEIN, I. Proposta de um novo método para o planejamento de Redes Geodésicas. 2014. Tese de Doutorado – Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto, UFRGS, 2014. 142p.

KLEIN, I.; LIMA, A. P. B. Estudos iniciais sobre a incerteza posicional dos vértices de imóveis urbanos a luz do SINTER. In: Anais do COBRAC 2018, Florianópolis, 2018.

KLEIN, I. et al. A New Relationship Between the Quality Criteria for Geodetic Networks. *Journal of Geodesy*, v. 93, n. 4, p. 529-544, 2019.

KUANG, S. L. *Geodetic Network Analysis and Optimal Design*. Chelsea: Ann Arbor Press, 1996.

McCULLY, P. *Silenced Rivers: The Ecology and Politics Of Large Dams*. New Jersey, USA: ZED BOOKS, 1996. 350p.

MEDEIROS, L. I. B.; FAGGION, P. L.; ALVES, S. S. O. Análise do Desempenho de ETR no Monitoramento Dinâmico de Estrutura Metálica por Leitura Contínua de Direções. *Revista Brasileira de Cartografia*, v. 72, n. 2, p. 280-293, 2020.

MIRANDA, F. D. A.; VEIGA, L. A. K. Sistema semiautomatizado para monitoramento topográfico. *Revista Brasileira de Geomatica*, v. 4, n. 1, p.15-21, 2016.

NEGRÃO, P., MURA, J. C., GAMA, F. F., PARADELLA, W. R. Detecção de deslocamentos na superfície da barragem de germano, em mariana-mg, com série temporal de interferometria diferencial SAR. Anais do XXVII Congresso Brasileiro de Cartografia e XXVI Expositocarta, SBC, Rio de Janeiro - RJ, p. 649-653.

NIEMEIER, W. Statistical Tests for Detecting Movements in Repeated Measured Geodetic Networks. *Tectonophysics*, 71. pp. 335-351, 1981.

NOWEL, K. Robust M-estimation in analysis of control network deformations: classical and new method. *Journal of surveying engineering*, v. 141, n. 4, p. 04015002, 2015.

NOWEL, K.; KAMINSKI, W. Robust estimation of deformation from observation differences for free control networks. *Journal of geodesy*, v. 88, n. 8, p. 749-764, 2014.

OLIVEIRA, R.; DALMOLIN, Q. Critérios para a análise da geometria de redes geodésicas por componentes principais. *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 9, n. 1, p. 25-37, 2003.

OLIVEIRA, N. C. C. A grande aceleração e a construção de barragens hidrelétricas no Brasil. *Varia História*, v. 34, n. 65, p. 315-346, 2018.

RIBEIRO, F. C. D. Proposta de metodologia para verificação da estabilidade de redes para monitoramento geodésico de barragens – Estudo de caso. Dissertação de Mestrado – Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Transportes, USP, 2008. 185p.

SAMPAIO, L. F. et al. Seleção de pontos-objeto visando o monitoramento de estruturas a partir da propagação de erros por simulação. *Revista Brasileira de Cartografia*, v. 71, n. 2, p. 570-597, 2019.

SIGUEL, A. R. et al. Aplicação do método de irradiação tridimensional no monitoramento de barragens. *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 19, n. 3, p. 391-406, 2013.

SILVA, I.; SEGANTINI, P. C. L. *Topografia para Engenharia - Teoria e Prática de Geomática*. 1ª ed. Rio de Janeiro: Elsevier Editora Ltda, 2015. 412p.

SILVEIRA, J. F. A. *Instrumentação e comportamento de Fundações de Barragens de concreto*. São Paulo: Oficina de textos, 2003.

SUCI, F. M.; FAGGION, P. L. Análise da estabilidade da rede geodésica de monitoramento da UHE Salto Caxias a partir de dados GPS. *Boletim de Ciências Geodésicas*, v. 18, n. 4, p. 564-582, 2012.

TIWARI, A. et al. Geodetic Investigation Of Landslides and Land Subsidence: Case Study of the Bhurkunda Coal Mines and the Sirobagarh Landslide. *Survey Review*, v. 52, n. 371, p. 134-149, 2018.

URBANČIČ, T. et al. An Improved Approach for the Control Measurements of a Ski-Flying Hill Inrun: A Case Study of Planica. *Sensors*, v. 20, n. 9, p. 2680, 2020.

VELSINK, H. On the deformation analysis of point fields. v. 89, n. 11, p. 1071-1087, 2015.

WOJCIECH, P.; PAWEŁ, P. Optimization of Observation Plan Based on the Stochastic Characteristics of the Geodetic Network. *Reports on Geodesy and Geoinformatics*, v. 101, n. 1, p. 16-26, 2016.

ZAMINPARDAZ, S.; TEUNISSEN, P. J. G.; TIBERIUS, C. C. J. M. A risk evaluation method for deformation monitoring systems. *Journal of Geodesy*, v. 94, n. 3, p. 1-15, 2020.