

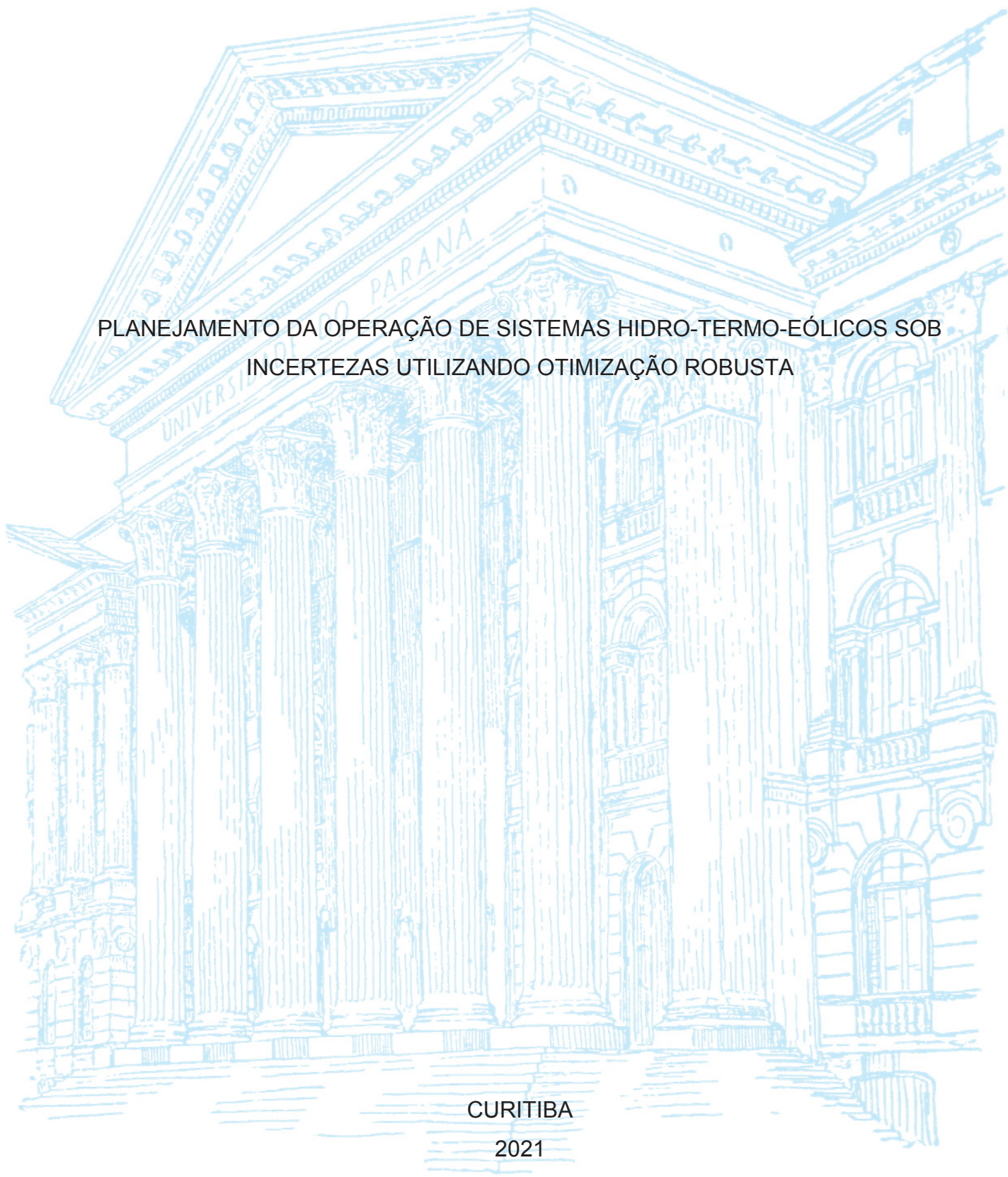
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

PRICILA CEREZOLLI

PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDRO-TERMO-EÓLICOS SOB  
INCERTEZAS UTILIZANDO OTIMIZAÇÃO ROBUSTA

CURITIBA

2021



PRICILA CEREZOLLI

PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDRO-TERMO-EÓLICOS SOB  
INCERTEZAS UTILIZANDO OTIMIZAÇÃO ROBUSTA

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Clodomiro Unsihuay-Vila

CURITIBA

2021

Catálogo na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR  
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

---

C414p Cerezolli, Pricila  
Planejamento da operação de sistemas hidro-termo-eólicos sob incertezas utilizando otimização robusta [recurso eletrônico] / Pricila Cerezolli – Curitiba, 2021.

Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Clodomiro Unsuhay-Vila

1. Rede de transmissão (energia elétrica). 2. Sistemas hidro-termo-eólicos. 3. Algoritmo de geração de coluna e restrição (GCR). I. Universidade Federal do Paraná. II. Unsuhay-Vila, Clodomiro. III. Título.

CDD: 621.31

---

Bibliotecária: Roseny Rivelini Morciani CRB-9/1585



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SETOR DE TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENGENHARIA  
ELÉTRICA - 40001016043P4

## TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA ELÉTRICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da dissertação de Mestrado de **PRICILA CEREZOLLI** intitulada: **PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDRO-TERMO-EÓLICOS SOB INCERTEZAS UTILIZANDO OTIMIZAÇÃO ROBUSTA**, sob orientação do Prof. Dr. CLODOMIRO UNSIHUAY-VILA, que após terem inquirido a aluna e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua **APROVAÇÃO** no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 18 de Dezembro de 2020.

Assinatura Eletrônica

18/12/2020 12:26:29.0

CLODOMIRO UNSIHUAY-VILA  
Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica

18/12/2020 13:21:49.0

THELMA SOLANGE PIAZZA FERNANDES  
Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica

18/12/2020 14:07:04.0

ODILON LUIS TORTELLI  
Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica

21/12/2020 19:02:58.0

ALEXANDRE STREET DE AGUIAR  
Avaliador Externo (PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA -  
PUC/RIO)

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primariamente a Deus, por ser fonte de força e fé, me conduzindo ao longo desta árdua jornada, de muito aprendizado e superação, não me deixando desistir, e buscando sempre o melhor.

Agradeço à minha família. Meus pais, Liane e Clademir (in memoriam), e ao meu irmão Romulo, que sempre incentivaram os meus estudos e educação, acreditaram em mim, e me apoiaram na realização dos meus sonhos.

Ao Matheus, pelo apoio incondicional, carinho e paciência dedicados a mim neste período. Sem sua presença, nossas longas conversas e momentos de descontração, essa jornada teria sido ainda mais difícil.

Ao meu orientador Clodomiro pela oportunidade de cursar este mestrado e por todo o incentivo, compreensão e contribuições realizadas desde o início.

Ao colega Leonel pelo auxílio, principalmente no início do desenvolvimento deste trabalho, que contribuíram muito para minha evolução.

Ao colega Rafael pelas grandes contribuições e todo o auxílio oferecido ao longo das pesquisas, que foram fundamentais para o direcionamento dos trabalhos em diversos momentos.

Ao Professor Antonio J. Conejo pela atenção, disponibilidade e contribuições realizadas ao longo do desenvolvimento deste trabalho.

Aos Professores do PPGEE da UFPR, que foram muito importantes para a minha inserção no mundo da Engenharia Elétrica, especialmente na área de Sistemas Elétricos de Potência, sendo também fundamentais para a realização deste trabalho, principalmente os Professores Clodomiro, Thelma, Aoki, Elizete e Odilon.

Aos meus amigos pela compreensão e por permanecerem próximos, mesmo com minha ausência em diversos momentos ao longo destes anos.

A todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho e para o meu aprendizado ao longo desta caminhada.

Por fim, agradeço à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, pelo apoio financeiro.

*“Nós não crescemos quando as coisas são fáceis;  
crescemos quando enfrentamos desafios.”*

*(Raymonda Yeh)*



## RESUMO

A utilização de fontes renováveis para a geração de energia elétrica tem crescido cada vez mais, devido não apenas em função das preocupações ambientais, mas também como alternativa de diversificar o suprimento do crescimento na demanda de energia elétrica, visando a segurança e economia da operação do sistema. As fontes de energia, como a hidráulica e a eólica, apresentam uma natureza incerta, característica que impacta diretamente o planejamento da operação dos sistemas elétricos de potência. A própria demanda é considerada uma fonte de incerteza. Tais fatores fazem com que seja necessário utilizar metodologias capazes de considerar tais incertezas de maneira adequada no planejamento da operação de sistemas hidro-termo-eólicos interligados, especialmente no horizonte da programação diária da operação. Uma metodologia alternativa empregada para resolver problemas sob incertezas é a otimização robusta (OR). Tendo em vista estes aspectos, neste trabalho é proposto um modelo computacional para o planejamento da operação de curtíssimo prazo de sistemas hidro-termo-eólicos, interligados, mais especificamente para programação diária da operação eletroenergética, considerando as incertezas relacionadas à geração eólica, à vazão afluyente, e à demanda, empregando a OR. O problema é formulado como um problema de OR com três níveis de otimização e dois estágios para sua solução, onde as melhores decisões operacionais devem ser encontradas, quando a pior realização das incertezas for verificada. Na formulação proposta o modelo linearizado em potência ativa, ou fluxo CC (corrente contínua) da rede de transmissão é considerado. Também é considerada a função de produção hidrelétrica através de uma aproximação linear por partes. As restrições relacionadas ao problema do *unit commitment* (UC) são modeladas: as restrições de mínimo tempo de operação e desligamento são consideradas para as unidades térmicas e hidrelétricas, enquanto as restrições de rampa são consideradas apenas para as térmicas. O modelo de otimização resultante consiste em um problema de programação linear inteira mista com três níveis, sendo este decomposto em dois estágios para sua solução através do algoritmo de Geração de Colunas e Restrição (GCR). O modelo matemático foi implementado computacionalmente na linguagem de programação Python 3.8, e o solucionador Gurobi 9.0.2 foi utilizado. Dois sistemas testes, um de 33 barras correspondente ao subsistema sul do SIN, e outro de 30 barras referente ao sistema IEEE, foram utilizados para validar o modelo proposto. Diversos cenários são simulados, utilizando diferentes níveis de incerteza. Verificou-se que o modelo proposto apresenta um custo operacional proporcional ao nível de incerteza do problema. O modelo matemático e metodologia proposta apresentaram grandes desafios em termos computacionais, sendo propostas algumas melhorias a níveis de simulação, as quais se mostraram efetivas, com resultados consistentes e em tempos de simulação razoáveis. Foi possível concluir que a utilização da metodologia empregada fornece uma visão preventiva sobre o que pode ocorrer durante a operação de sistemas hidro-termo-eólicos interligados, possibilitando a adoção de determinadas ações, por parte do operador central do sistema, a fim de garantir condições seguras de operação.

Palavras-chave: Planejamento da operação. Programação diária da operação. Sistemas hidro-termo-eólicos. Otimização robusta (OR). Rede de transmissão. Decomposição. Algoritmo de geração de coluna e restrição (GCR). Otimização sob incertezas.

## ABSTRACT

The use of renewable energy sources for the electrical power generation has grown more and more, due not only the environmental concerns, but also as an alternative to diversify the supply of growth in the power systems' demand, aiming the system operation under security and economy conditions. Energy sources, such as hydro and wind, are of an uncertain nature, where such characteristic directly impacts the operation planning of electrical power systems. Demand itself is considered a source of uncertainty. Such factors require using methodologies that are capable of considering such uncertainties in an appropriate way in the operation planning of interconnected hydro-thermo-wind power systems, especially in the context of the operation daily schedule. An alternative methodology used to solve problems under uncertainty is robust optimization (RO). Given these aspects, this work proposes a computational model for planning the very short-term operation of interconnected hydro-thermo-wind power systems, more specifically for operation daily scheduling, considering the uncertainties related to wind generation, to water inflow, and to demand, using RO. The problem is formulated as an RO problem with three levels of optimization and two stages for its solution, where the best operational decisions must be found, when the worst realization of the uncertainties is verified. In the proposed formulation the linearized model in active power, or DC (direct current) power flow of the transmission network is considered. The hydroelectric production function through a linear piecewise approach is also considered. The restrictions related to the unit commitment (UC) problem are modeled: the minimum uptime e downtime constraints are considered for the thermal and hydroelectric units, while the ramp constraints are considered only for the thermal units. The resulting optimization model consists of a mixed integer linear programming problem with three levels, which is decomposed into two stages for its solution through the Column and Constraint Generation algorithm (C&CG). The mathematical model was implemented computationally in the Python 3.8 programming language, and the Gurobi 9.0.2 solver was used. Two test systems, one with 33 nodes corresponding to the southern subsystem of the SIN, and another consisting of 30 nodes related to the IEEE system, were used to validate the proposed model. Several scenarios are simulated, using different levels of uncertainty. It was noticed that the proposed model has an operational cost proportional to the level of uncertainty of the problem. The mathematical model and proposed methodology presented great challenges in computational terms, and some improvements were proposed at simulation levels, which proved to be effective, with consistent results and in reasonable simulation times. It was possible to conclude that the use of the employed methodology provides a preventive view on what can happen during the operation of interconnected hydro-thermo-wind power systems, enabling the adoption of certain actions by the central system operator, in order to guarantee safe operational conditions.

Keywords: Operation planning. Operation daily schedule. Hydro-thermo-wind power systems. Robust optimization (RO). Transmission network. Decomposition. Column-and-constraint generation algorithm (C&CG). Optimization under uncertainty.



## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – REPRESENTAÇÃO EXEMPLO DE USINAS EM CASCATA .....	39
FIGURA 2 – REPRESENTAÇÃO DO PROCESSO DE DECISÃO OPERACIONAL EM UM SISTEMA HIDROTÉRMICO .....	40
FIGURA 3 – CLASSIFICAÇÃO GERAL DOS PARÂMETROS INCERTOS EM ESTUDOS RELACIONADOS À SISTEMAS DE ENERGIA .....	44
FIGURA 4 – ESTRUTURA DE SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO ROBUSTA DE DOIS ESTÁGIOS.....	90
FIGURA 5 – FLUXOGRAMA COM A METODOLOGIA DE SOLUÇÃO PROPOSTA	97
FIGURA 6 – SISTEMA DE 33 BARRAS PROPOSTO EM ALVES (2007) .....	104
FIGURA 7 – USINAS EM CASCATA – 33b-STB .....	109
FIGURA 8 – USINAS EM CASCATA – 30b-IEEE .....	109
FIGURA 9 – EXEMPLO DO PROCESSO DE LINEARIZAÇÃO DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRELÉTRICA UTILIZANDO A FUNÇÃO LINEAR POR PARTES .....	163
FIGURA 10 – DEFINIÇÃO DA RESOLUÇÃO 5x5 PARA MAPEAR OS POLITOPOS .....	174
FIGURA 11 – CÁLCULO DA GERAÇÃO HIDRELÉTRICA PARA CADA PONTO DEFINIDO EM (2) .....	174
FIGURA 12 – CORRESPONDÊNCIA ENTRE AS INFORMAÇÕES CALCULADAS, COM OS VÉRTICES E POLITOPOS (UHE1: MACHADINHO) .....	175
FIGURA 13 – MAPEAMENTO DAS UNIDADES HIDRELÉTRICAS 2 A 7.....	175

## LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 – MATRIZ ELÉTRICA BRASILEIRA (2021).....	24
GRÁFICO 2 – PERFIL DE DEMANDA CONSIDERADO PARA AMBOS OS SISTEMAS .....	106
GRÁFICO 3 – PERFIL DE VAZÃO AFLUENTE CONSIDERADO PARA OS SISTEMAS TESTES .....	110
GRÁFICO 4 – ERRO PERCENTUAL OBTIDO COM A LINEARIZAÇÃO DO CUSTO DO COMBUSTÍVEL DAS UNIDADES TÉRMICAS – SISTEMA 33b- STB .....	112
GRÁFICO 5 – ANÁLISE DOS CUSTOS OPERACIONAIS PARA O SISTEMA 30b- IEEE.....	119
GRÁFICO 6 – ANÁLISE DOS CUSTOS OPERACIONAIS PARA O SISTEMA 33b- STB .....	120
GRÁFICO 7 – SOMATÓRIO DA GERAÇÃO EÓLICA ( $P_w, t$ ), DEMANDA ( $P_d, t$ ) E AFLUÊNCIA ( $A_r, t$ ) INCERTAS RESULTANTES DO PROCESSO DE OTIMIZAÇÃO – SISTEMA 30b-IEEE.....	123
GRÁFICO 8 – SOMATÓRIO DA GERAÇÃO EÓLICA ( $P_w, t$ ), DEMANDA ( $P_d, t$ ) E AFLUÊNCIA ( $A_r, t$ ) INCERTAS RESULTANTES DO PROCESSO DE OTIMIZAÇÃO – SISTEMA 33b-STB .....	123
GRÁFICO 9 – GERAÇÃO MÁXIMA DISPONÍVEL E REQUISITOS DE DEMANDA E RESERVA DO SISTEMA TESTE 30b-IEEE .....	126
GRÁFICO 10 – ATENDIMENTO DA DEMANDA DO SISTEMA TESTE 30b-IEEE	129
GRÁFICO 11 – ATENDIMENTO DA DEMANDA DO SISTEMA TESTE 33b-STB..	130
GRÁFICO 12 – VOLUME TOTAL ARMAZENADO NOS CENÁRIOS 2 E 5 REFERENTES AO SISTEMA TESTE 30b-IEEE .....	131
GRÁFICO 13 – GERAÇÃO HIDRELÉTRICA TOTAL PARA O MODELO LINEAR E NÃO-LIENAR .....	170
GRÁFICO 14 – RESULTADOS DO PROBLEMA HÍDRICO PARA AS DIFERENTES UHEs DO PROBLEMA COMPARANDO OS RESULTADOS DO MODELO LINEAR E NÃO-LINEAR .....	171
GRÁFICO 15 – RELAÇÃO DA COTA DE MONTANTE LINEAR E NÃO-LINEAR COM O VOLUME DO RESERVATÓRIO: UHE1 (MACHADINHO)..	179

GRÁFICO 16 – RELAÇÃO DA COTA DE JUSANTE LINEAR E NÃO-LINEAR COM A DEFLUÊNCIA: UHE1 (MACHADINHO).....	181
---	-----

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – EIXOS DE PESQUISA E PALAVRAS CHAVE DEFINIDAS .....	48
TABELA 2 – ARTIGOS SELECIONADOS PARA LEITURA COMPLETA, AUTORES, PERIÓDICO EM QUE FOI PUBLICADO E O ANO DA PUBLICAÇÃO DO TRABALHO CIENTIFÍCO .....	49
TABELA 3 – TRABALHOS ADICIONAIS CONSIDERADOS PARA LEITURA COMPLETA .....	50
TABELA 4 – RESUMO COMPARATIVO DOS TRABALHOS IDENTIFICADOS NA REVISÃO DE LITERATURA.....	63
TABELA 5 – MAPEAMENTO DOS CENÁRIOS ANALISADOS PARA O SISTEMA TESTE DE 30 BARRAS.....	103
TABELA 6 – MAPEAMENTO DOS CENÁRIOS ANALISADOS PARA O SISTEMA TESTE DE 33 BARRAS.....	103
TABELA 7 – CONFIGURAÇÃO FINAL DO SISTEMA TESTE DE 33 BARRAS CONSIDERADO NO PRESENTE TRABALHO, BASEADO NAS INFORMAÇÕES DOS TRABALHOS DE ALVES (2007) E TAKIGAWA (2010).....	105
TABELA 8 – CONFIGURAÇÃO FINAL DO SISTEMA TESTE DE 30 BARRAS CONSIDERADO NO PRESENTE TRABALHO, BASEADO NAS INFORMAÇÕES DOS TRABALHOS DE ZIMMERMAN, MURILLO-SANCHEZ E THOMAS (2011) E DASHTI <i>ET AL.</i> (2016) .....	105
TABELA 9 – DADOS DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO LINEARIZADA 30b-IEEE.....	108
TABELA 10 – DADOS DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO LINEARIZADA 33b-STB....	108
TABELA 11 – DADOS DAS UNIDADES TERMELÉTRICAS .....	111
TABELA 12 – RESULTADOS OBTIDOS NA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DO SISTEMA TESTE DE 30 BARRAS. ....	117
TABELA 13 – RESULTADOS OBTIDOS NA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DO SISTEMA TESTE DE 33 BARRAS. ....	117
TABELA 14 – RESULTADOS DE COMMISSIONAMENTO PARA AS UNIDADES TÉRMICAS DO SISTEMA DE 33 BARRAS PARA OS DIFERENTES CENÁRIOS ANALISADOS. ....	127
TABELA 15 – CONJUNTO DE RESTRIÇÕES NÃO-LINEAR DO PROBLEMA HIDRELÉTRICO. ....	165

TABELA 16 – CONJUNTO DE RESTRIÇÕES LINEARES DO PROBLEMA HIDRELÉTRICO. ....	165
TABELA 17 – DADOS UHE1 (MACHADINHO).....	174
TABELA 18 – DADOS UHE1 (MACHADINHO).....	177
TABELA 19 – CÁLCULO DA ALTURA DE MONTANTE NÃO-LINEAR A PARTIR DO VOLUME, E REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA RELAÇÃO ENTRE AS VARIÁVEIS. ....	177
TABELA 20 – COMPARAÇÃO ENTRE A COTA DE MONTANTE LINEAR E NÃO- LINEAR, PARA DIFERENTES VALORES DE VOLUME. NA ÚLTIMA COLUNA É EXIBIDO O ERRO PERCENTUAL EM RELAÇÃO AO MODELO NÃO-LINEAR.....	178
TABELA 21 – CÁLCULO DA ALTURA DE JUSANTE NÃO-LINEAR A PARTIR DA VAZÃO DEFLUENTE, E REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA RELAÇÃO ENTRE AS VARIÁVEIS .....	180
TABELA 22 – COMPARAÇÃO ENTRE A COTA DE JUSANTE LINEAR E NÃO- LINEAR, PARA DIFERENTES VALORES DE VAZÃO DEFLUENTE. NA ÚLTIMA COLUNA É EXIBIDO O ERRO PERCENTUAL EM RELAÇÃO AO MODELO NÃO-LINEAR .....	181
TABELA 23 – VALORES DOS COEFICIENTES CALCULADOS PARA UTILIZAÇÃO NA EQUAÇÃO DA ALTURA BRUTA LINEAR. ....	182
TABELA 24 – DADOS OPERACIONAIS.....	182
TABELA 25 – DADOS DE AFLUÊNCIA.....	183
TABELA 26 – CONSTANTES UTILIZADAS.....	184
TABELA 27 – VALORES DE DEMANDA CONSIDERADOS (MW) .....	184
TABELA 28 – CUSTOS DE OPERAÇÃO E GERAÇÃO DA UNIDADE TÉRMICA	185
TABELA 29 – LIMITES DE GERAÇÃO EÓLICA CONSIDERADOS.....	185
TABELA 30 – DADOS DE AFLUÊNCIA (m <sup>3</sup> /s).....	186
TABELA 31 – DADOS DE GERAÇÃO EÓLICA (MWh) .....	187
TABELA 32 – DADOS DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO.....	188
TABELA 33 – DADOS DE DEMANDA (MWh) – 33b-STB .....	189
TABELA 34 – DADOS DE DEMANDA (MWh) – 30b-IEEE .....	191
TABELA 35 – DADOS OPERACIONAIS DAS HIDRELÉTRICAS.....	195



## LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

ANEEL	– Agência Nacional de Energia Elétrica
C&CG	– <i>Column and Constraint Generation Algorithm</i>
CA	– Corrente Alternada
CC	– Corrente Contínua
CGH	– Central Geradora Hidrelétrica
CPU	– <i>Central Processing Unit</i>
CVU	– Custo Variável Unitário
EPE	– Empresa de Pesquisa Energética
FPH	– Função de produção hidrelétrica
FPO	– Fluxo de Potência Ótimo
GCR	– Algoritmo de Geração de Coluna e Restrição
IEEE	– <i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>
KKT	– <i>Karush-Kuhn-Tucker</i>
LT	– Linha de Transmissão
MME	– Ministério de Minas e Energia
N&CG	– <i>Nested Column and Constraint Generation Algorithm</i>
ONS	– Operador Nacional do Sistema
OR	– Otimização Robusta
PCH	– Pequena Central Hidrelétricas
PDE	– Plano Decenal de Expansão de Energia
PDO	– Programação Diária da Operação Eletroenergética
PE	– Programação Estocástica
PEN	– Planejamento Anual da Operação Energética
PIB	– Produto Interno Bruto
PMO	– Programa Mensal da Operação Energética
PQS	– Programação Quadrática Sequencial
RAM	– <i>Random Acces Memory</i>
SIN	– Sistema Interligado Nacional
STB	– Sistema teste brasileiro
UC	– <i>Unit Commitment</i>
UEE	– Unidade Eólica de Energia
UFV	– Unidade Solar Fotovoltaica

UHE – Unidade Hidrelétrica de Energia  
UTE – Unidade Termelétrica de Energia  
UTN – Unidade Termelétrica Nuclear

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Índices e conjuntos

$\mathcal{T} = \{1, \dots, T\}$	– Conjunto dos períodos de planeamento;
$\mathcal{L} = \{1, \dots, L\}$	– Conjunto das linhas de transmissão;
$\mathcal{N} = \{1, \dots, N\}$	– Conjunto das barras;
$\mathcal{J} = \{1, \dots, J\}$	– Conjunto das unidades (máquinas) geradoras térmicas e hídricas;
$\mathcal{W} = \{1, \dots, W\}$	– Conjunto das eólicas;
$\mathcal{D} = \{1, \dots, D\}$	– Conjunto dos diferentes pontos de demanda;
$\mathcal{R} = \{1, \dots, R\}$	– Conjunto das hidrelétricas com reservatório $r$ ;
$\mathcal{J}_H \subseteq \mathcal{J}$	– Conjunto das unidades (máquinas) hidrelétricas;
$\mathcal{J}_K \subseteq \mathcal{J}$	– Conjunto das unidades (máquinas) térmicas;
$\mathcal{J}_r \subseteq \mathcal{J}$	– Conjunto das unidades (máquinas) hidrelétricas do reservatório $r$ ;
$\mathcal{M}_r$	– Conjunto dos reservatórios imediatamente a montante do reservatório $r$ ;
$\mathcal{J}_r$	– Conjunto dos reservatórios imediatamente a jusante do reservatório $r$ ;
$i_n \subseteq \mathcal{J}$	– Conjunto das unidades (máquinas) geradoras térmicas e hídricas conectadas a barra $n$ ;
$h_n \subseteq \mathcal{J}_H$	– Conjunto das unidades (máquinas) hidrelétricas conectadas a barra $n$ ;
$k_n \subseteq \mathcal{J}_K$	– Conjunto das unidades (máquinas) térmicas conectadas a barra $n$ ;
$w_n \subseteq \mathcal{W}$	– Conjunto das eólicas conectadas a barra $n$ ;
$d_n \subseteq \mathcal{D}$	– Conjunto dos diferentes pontos de demanda conectados a barra $n$ ;
$\ell_{n,s} \subseteq \mathcal{L}$	– Conjunto das linhas que tem o sentido do fluxo definido como “saindo” da barra $n$ ;
$\ell_{n,e} \subseteq \mathcal{L}$	– Conjunto das linhas que tem o sentido do fluxo definido como “entrando” na barra $n$ ;
$\mathcal{P} = \{1, \dots, P\}$	– Conjunto de segmentos para aproximação da função de produção hidrelétrica;
$\mathcal{E} = \{1, \dots, E\}$	– Conjunto de segmentos para aproximação do custo de geração termelétrica (associado ao combustível utilizado);
$\mathcal{U}$	– Conjunto de incertezas;
$\mathcal{U}_H \subseteq \mathcal{U}$	– Conjunto de incerteza relacionado a afluência natural dos rios (hidros);
$\mathcal{U}_W \subseteq \mathcal{U}$	– Conjunto de incerteza relacionado a geração eólica;
$\mathcal{U}_D \subseteq \mathcal{U}$	– Conjunto de incerteza relacionado a demanda;
$u$	– Representa cada um dos elementos que compõe os diferentes conjuntos de incerteza ( $u = \{\tilde{P}_{w,t}, \tilde{A}_{r,t}, \tilde{P}_{d,t}\}$ );
$x, v$	– Conjunto de variáveis binárias do problema de UC ( $x, v = \{x_{i,t}, v_{i,t}^{SU}, v_{i,t}^{SD}\}$ ), mais especificamente $x$ está associado ao estado de operação ligado/desligado ( $x = \{x_{i,t}\}$ ), enquanto $v$ está associado as decisões de ligar/desligar em cada período de estudo ( $v = \{v_{i,t}^{SU}, v_{i,t}^{SD}\}$ );
$y$	– Conjunto das variáveis contínuas de otimização ( $y = \{C_{i,t}^P, p_{i,t}, P_{i,t}, \theta_{n,t}, q_{i,t}, Q_{r,t}, V_{r,t}, S_{r,t}\}$ );
$\lambda$	– Conjunto das variáveis duais relacionadas as restrições de igualdade ( $\lambda = \{\lambda_{n,t}, \lambda_{i,t}^P, \lambda_{n,t}^{\theta^{ref}}, \lambda_{r,t}^V, \lambda_{r,t}^Q\}$ );

- $\phi$  – Conjunto das variáveis duais relacionadas as restrições de desigualdade ( $\phi = \{\phi_{l,t}^{\hat{\beta}max}, \phi_{l,t}^{\hat{\beta}min}, \phi_{n,t}^{\hat{\theta}max}, \phi_{n,t}^{\hat{\theta}min}, \phi_{i,e,t}^{C^P}, \phi_{i,t}^{\hat{\beta}max}, \phi_{i,t}^{\hat{\beta}min}, \phi_{i,t}^{\hat{R}UP}, \phi_{i,t}^{\hat{R}DN}, \phi_{i,\rho,t}^p, \phi_{r,t}^{\hat{\gamma}max}, \phi_{r,t}^{\hat{\gamma}min}, \phi_{r,t}^{\hat{\gamma}fim}, \phi_{r,t}^{\hat{\zeta}max}, \phi_{r,t}^{\hat{\zeta}min}, \phi_{i,t}^{\hat{\sigma}max}, \phi_{i,t}^{\hat{\sigma}min}\}$ );
- $u$  – Conjunto das variáveis binárias auxiliares resultantes da linearização das restrições de complementariedade usando o método Big M ( $u = \{u_{i,t}^{\hat{\beta}max}, u_{i,t}^{\hat{\beta}min}, u_{n,t}^{\hat{\theta}max}, u_{n,t}^{\hat{\theta}min}, u_{i,e,t}^{C^P}, u_{i,t}^{\hat{\beta}max}, u_{i,t}^{\hat{\beta}min}, u_{i,t}^{\hat{R}UP}, u_{i,t}^{\hat{R}DN}, u_{i,\rho,t}^p, u_{r,t}^{\hat{\gamma}max}, u_{r,t}^{\hat{\gamma}min}, u_{r,t}^{\hat{\zeta}max}, u_{r,t}^{\hat{\zeta}min}, u_{i,t}^{\hat{\sigma}max}, u_{i,t}^{\hat{\sigma}min}\}$ );
- $\Delta^{sub}$  – Conjunto das variáveis de otimização do subproblema, que inclui as variáveis contínuas ( $y = \{C_{i,t}^P, p_{i,t}, P_{l,t}, \theta_{n,t}, q_{i,t}, Q_{r,t}, V_{r,t}, S_{r,t}\}$ ), as incertezas ( $u = \{\tilde{P}_{w,t}, \tilde{A}_{r,t}, \tilde{P}_{d,t}\}$ ), os multiplicadores de Lagrange ( $\lambda, \phi = \{\lambda_{n,t}, \lambda_{l,t}^p, \lambda_{n,t}^{\theta^{ref}}, \lambda_{r,t}^V, \lambda_{r,t}^Q, \phi_{l,t}^{\hat{\beta}max}, \phi_{l,t}^{\hat{\beta}min}, \phi_{n,t}^{\hat{\theta}max}, \phi_{n,t}^{\hat{\theta}min}, \phi_{i,e,t}^{C^P}, \phi_{i,t}^{\hat{\beta}max}, \phi_{i,t}^{\hat{\beta}min}, \phi_{i,t}^{\hat{R}UP}, \phi_{i,t}^{\hat{R}DN}, \phi_{i,\rho,t}^p, \phi_{r,t}^{\hat{\gamma}max}, \phi_{r,t}^{\hat{\gamma}min}, \phi_{r,t}^{\hat{\gamma}fim}, \phi_{r,t}^{\hat{\zeta}max}, \phi_{r,t}^{\hat{\zeta}min}, \phi_{i,t}^{\hat{\sigma}max}, \phi_{i,t}^{\hat{\sigma}min}\}$ ), e as variáveis binárias auxiliares resultantes da linearização das restrições de complementariedade ( $u = \{u_{i,t}^{\hat{\beta}max}, u_{i,t}^{\hat{\beta}min}, u_{n,t}^{\hat{\theta}max}, u_{n,t}^{\hat{\theta}min}, u_{i,e,t}^{C^P}, u_{i,t}^{\hat{\beta}max}, u_{i,t}^{\hat{\beta}min}, u_{i,t}^{\hat{R}UP}, u_{i,t}^{\hat{R}DN}, u_{i,\rho,t}^p, u_{r,t}^{\hat{\gamma}max}, u_{r,t}^{\hat{\gamma}min}, u_{r,t}^{\hat{\zeta}max}, u_{r,t}^{\hat{\zeta}min}, u_{i,t}^{\hat{\sigma}max}, u_{i,t}^{\hat{\sigma}min}\}$ ). Note que as variáveis binárias ( $x_{i,t}, v_{i,t}^{SU}, v_{i,t}^{SD}$ ) não são inclusas nesse conjunto, uma vez que são decisões do problema principal, usadas como entrada do subproblema ( $\Delta^{sub} = \{y \setminus (x, v) \in \Omega(x^*, v^*, u), \lambda, \phi, u\}$ ).

### Variáveis de otimização

- $x_{i,t}$  – Variável binária que indica se a unidade geradora  $i$  (térmica ou hidrelétrica) está ligada ( $x_{i,t} = 1$ ) ou não ( $x_{i,t} = 0$ ), no período de estudo  $t$ ;
- $v_{i,t}^{SU}$  – Variável binária auxiliar que indica se ocorreu o acionamento ( $v_{i,t}^{SU} = 1$ ) da unidade  $i$  no período de estudo  $t$ ;
- $v_{i,t}^{SD}$  – Variável binária auxiliar que indica se ocorreu o desligamento ( $v_{i,t}^{SD} = 1$ ) da unidade  $i$  no período de estudo  $t$ ;
- $C_{i,t}^{SU}$  – Custo de partida da unidade  $i$  – térmica (\$);
- $C_{i,t}^{SD}$  – Custo de desligamento da unidade  $i$  – térmica (\$);
- $C_{i,t}^{NL}$  – Custo relacionado ao estado de operação (ligado) da unidade  $i$  – térmica (\$);
- $C_{i,t}^P$  – Custo de geração da unidade térmica  $i$  no tempo  $t$  (\$/MWh);
- $t_i^{up}$  – Tempo que a unidade  $i$  (térmica ou hidrelétrica) deve permanecer ligada nos períodos iniciais de operação (h);
- $t_i^{dn}$  – Tempo que a unidade  $i$  (térmica ou hidrelétrica) deve permanecer desligada nos períodos iniciais de operação (h);
- $p_{i,t}$  – Geração da unidade geradora  $i$  (térmica ou hidrelétrica) no período de estudo  $t$  (MWh);
- $P_{l,t}$  – Fluxo de potência na linha de transmissão  $l$  no período de estudo  $t$  (MWh);
- $\theta_{n,t}$  – Ângulo de operação da barra  $n$  no período de estudo  $t$  (radianos);
- $\theta_{n(e,l),t}$  – Ângulo de operação da barra  $n$  em que a linha  $l$  está conectada, indicando o sentido do fluxo como “entrando” na barra, no período de estudo  $t$  (radianos);
- $\theta_{n(s,l),t}$  – Ângulo de operação da barra  $n$  em que a linha  $l$  está conectada, indicando o sentido do fluxo como “saindo” da barra, no período de estudo  $t$  (radianos);

- $q_{i,t}$  – Turbinamento da unidade hidrelétrica (grupo turbina-gerador)  $i$  no período de estudo  $t$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ );
- $Q_{r,t}$  – Turbinamento da usina hidrelétrica com reservatório  $r$  no período de estudo  $t$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ ). É o somatório do turbinamento de todas as unidades hidrelétricas (grupo turbina-gerador)  $i$  no período de estudo  $t$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ );
- $V_{r,t}$  – Volume da usina hidrelétrica com reservatório  $r$  no período de estudo  $t$  ( $\text{hm}^3$ );
- $S_{r,t}$  – Vertimento da usina hidrelétrica com reservatório  $r$  no período de estudo  $t$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ );
- $Q_{m,t}$  – Turbinamento da usina hidrelétrica com reservatório  $m$  que encontra-se imediatamente a montante da usina com reservatório  $r$  no período de estudo  $t$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ );
- $S_{m,t}$  – Vertimento da usina hidrelétrica com reservatório  $m$  que encontra-se imediatamente a montante da usina com reservatório  $r$  no período de estudo  $t$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ );
- $\eta$  – Variável auxiliar que contém a informação do segundo estágio (subproblema) de solução do problema;
- $\lambda_{n,t}$  – Multiplicador de Lagrange para cada barra  $n$  para cada período  $t$  associado a restrição de igualdade do balanço de potência. Alguns dos multiplicadores aparecem acompanhados também de um índice, indicando que ele refere-se à barra onde há uma unidade de geração, demanda ou linha de transmissão conectada. Por exemplo,  $\lambda_{n(k_n),t}$  refere-se ao multiplicador de Lagrange da barra  $n$  onde há uma unidade termelétrica ( $i \in k_n$ ) conectada;
- $\lambda_{l,t}^P$  – Multiplicador de Lagrange para cada linha  $l$  para cada período  $t$  associado a restrição de igualdade do fluxo de potência nas linhas de transmissão;
- $\lambda_{n,t}^{\theta^{ref}}$  – Multiplicador de Lagrange para a barra de referência  $n$  para cada período  $t$  associado a restrição de igualdade que define a barra de referência do sistema;
- $\lambda_{r,t}^V$  – Multiplicador de Lagrange para cada reservatório  $r$  para cada período  $t$  associado a restrição de igualdade do balanço hídrico (cálculo do volume);
- $\lambda_{r,t}^Q$  – Multiplicador de Lagrange para cada reservatório  $r$  para cada período  $t$  associado a restrição de igualdade do turbinamento;
- $\phi_{l,t}^{\beta^{max}}, \phi_{l,t}^{\beta^{min}}$  – Multiplicadores de Lagrange para cada linha  $l$  para cada período  $t$  associados a restrição de desigualdade dos limites dos fluxos de potência máximo e mínimo nas linhas de transmissão;
- $u_{l,t}^{\beta^{max}}, u_{l,t}^{\beta^{min}}$  – Variáveis binárias auxiliares para cada linha de transmissão  $l$  para cada período  $t$  associadas as restrições de complementaridade linearizadas dos limites do fluxos de potência máximo e mínimo nas linhas de transmissão;
- $\phi_{n,t}^{\theta^{max}}, \phi_{n,t}^{\theta^{min}}$  – Multiplicadores de Lagrange para cada barra  $n$  para cada período  $t$  associados a restrição de desigualdade dos limites máximos e mínimos dos ângulos das barras;
- $u_{n,t}^{\theta^{max}}, u_{n,t}^{\theta^{min}}$  – Variáveis binárias auxiliares para cada barra  $n$  para cada período  $t$  associadas as restrições de complementaridade linearizadas dos limites de operação máximos e mínimos dos ângulos das barras;
- $\phi_{i,e,t}^{C^P}$  – Multiplicador de Lagrange para cada unidade térmica  $i$ , para cada segmento de linearização  $e$  da função custo de combustível, para cada período  $t$  associados a restrição de desigualdade da função custo das unidades térmicas;
- $u_{i,e,t}^{C^P}$  – Variável binária auxiliar para cada unidade térmica  $i$ , para cada segmento de linearização  $e$  da função custo de combustível, para cada período  $t$  associados as restrições de complementaridade linearizadas do custo das unidades térmicas;
- $\phi_{i,t}^{\beta^{max}}, \phi_{i,t}^{\beta^{min}}$  – Multiplicadores de Lagrange para cada unidade térmica  $i$ , para cada período  $t$  associados a restrição de desigualdade dos limites máximos e mínimos de geração termelétrica;



- $u_{i,t}^{\hat{p}^{max}}, u_{i,t}^{\hat{p}^{min}}$  – Variáveis binárias auxiliares para cada unidade térmica  $i$ , para cada período  $t$  associadas as restrições de complementaridade linearizadas dos limites máximos e mínimos de geração termelétrica;
- $\phi_{i,t}^{\hat{R}^{UP}}, \phi_{i,t}^{\hat{R}^{DN}}$  – Multiplicadores de Lagrange para cada unidade térmica  $i$ , para cada período  $t$  associados a restrição de desigualdade dos limites máximos de tomada de acréscimo e decréscimo de carga;
- $u_{i,t}^{\hat{R}^{UP}}, u_{i,t}^{\hat{R}^{DN}}$  – Variáveis binárias auxiliares para cada unidade térmica  $i$ , para cada período  $t$  associadas as restrições de complementaridade linearizadas dos limites máximos de tomada de acréscimo e decréscimo de carga;
- $\phi_{i,\rho,t}^p$  – Multiplicador de Lagrange para cada unidade hidrelétrica  $i$ , para cada segmento de linearização  $\rho$  da função de produção, para cada período  $t$  associados a restrição de desigualdade da função de produção hidrelétrica;
- $u_{i,\rho,t}^p$  – Variável binária auxiliar para cada unidade hidrelétrica  $i$ , para cada segmento de linearização  $\rho$  da função de produção, para cada período  $t$  associados as restrições de complementaridade linearizadas da função de produção hidrelétrica;
- $\phi_{r,t}^{\hat{v}^{max}}, \phi_{r,t}^{\hat{v}^{min}}$  – Multiplicadores de Lagrange para cada reservatório  $r$  para cada período  $t$  associados a restrição de desigualdade dos limites máximos e mínimos de volume;
- $u_{r,t}^{\hat{v}^{max}}, u_{r,t}^{\hat{v}^{min}}$  – Variáveis binárias auxiliares para cada reservatório  $r$  para cada período  $t$  associadas as restrições de complementaridade linearizadas dos limites máximos e mínimos de volume;
- $\phi_{r,t}^{\hat{v}^{fim}}$  – Multiplicador de Lagrange para cada reservatório  $r$  para o último período de planejamento  $T$  associado a restrição de desigualdade do limite de volume mínimo ao final do horizonte de planejamento;
- $\phi_{r,t}^{\hat{S}^{max}}, \phi_{r,t}^{\hat{S}^{min}}$  – Multiplicadores de Lagrange para cada reservatório  $r$  para cada período  $t$  associados a restrição de desigualdade dos limites máximos e mínimos de vertimento;
- $u_{r,t}^{\hat{S}^{max}}, u_{r,t}^{\hat{S}^{min}}$  – Variáveis binárias auxiliares para cada reservatório  $r$  para cada período  $t$  associadas as restrições de complementaridade linearizadas dos limites máximos e mínimos de vertimento;
- $\phi_{i,t}^{\hat{Q}^{max}}, \phi_{i,t}^{\hat{Q}^{min}}$  – Multiplicadores de Lagrange para cada unidade hidrelétrica  $i$  para cada período  $t$  associados a restrição de desigualdade dos limites máximos e mínimos de turbinamento;
- $u_{i,t}^{\hat{Q}^{max}}, u_{i,t}^{\hat{Q}^{min}}$  – Variáveis binárias auxiliares para cada unidade hidrelétrica  $i$  para cada período  $t$  associadas as restrições de complementaridade linearizadas dos limites máximos e mínimos de turbinamento;
- $\tilde{A}_{r,t}$  – Afluência incerta da usina hidrelétrica com reservatório  $r$  no período de estudo  $t$  (m<sup>3</sup>/s);
- $\tilde{P}_{w,t}$  – Geração incerta da usina eólica  $w$  no período de estudo  $t$  (MWh);
- $\tilde{P}_{d,t}$  – Demanda incerta  $d$  no período de estudo  $t$  (MWh).
- $P_{wt}$  – Potência gerada por uma turbina eólica (MWh);
- $v_{wt}$  – Velocidade do vento sob a turbina eólica referente à unidade geradora  $w$  (m/s);
- $A_w$  – Área varrida pela unidade geradora  $w$  (m<sup>2</sup>);
- $\eta_w$  – Eficiência do aerogerador referente à unidade  $w$  (adimensional);

### Constante, parâmetros e coeficientes

- $\hat{C}_i^{SU}$  – Custo de partida da unidade  $i$  – térmica (\$);

$\hat{C}_i^{SD}$	– Custo de desligamento da unidade $i$ – térmica (\$);
$\hat{C}_{r,t}^S$	– Custo de vertimento da usina hidrelétrica com reservatório $r$ (\$/(m <sup>3</sup> /s));
$\hat{T}_i^{up}, \hat{T}_i^{dn}$	– Número mínimo de tempos que a unidade geradora $i$ (térmica ou hidrelétrica) deve permanecer ligada e desligada, respectivamente (h);
$\hat{T}_i^{up(0)}, \hat{T}_i^{dn(0)}$	– Número de tempos que a unidade geradora $i$ (térmica ou hidrelétrica) estava ligada ou desligada, respectivamente, antes de iniciar a operação (h);
$x_i^0$	– Condição inicial de operação da unidade geradora $i$ (térmica ou hidrelétrica) antes de iniciar a operação ( $x_i^0 = 1$ se ligada, $x_i^0 = 0$ caso contrário);
$p_i^0$	– Indica o quanto a unidade geradora $i$ (térmica ou hidrelétrica) estava gerando antes de iniciar a operação (MWh);
$\hat{R}^{\%}$	– Percentual mínimo de reserva girante a ser alocada no período de estudo $t$ ;
$\hat{P}_b$	– Potência base (100 MW no presente estudo);
$\hat{B}_l$	– Susceptância reativa da linha de transmissão $l$ (p.u);
$\hat{P}_l^{max}$	– Máximo fluxo de potência admitido na linha de transmissão $l$ (MW);
$\hat{R}_i^{UP}, \hat{R}_i^{DN}$	– Taxa de rampa de acréscimo e decréscimo de carga da unidade geradora $i$ (térmica), respectivamente. Está relacionada a máxima variação de geração de potência entre dois períodos de tempo consecutivos (MW);
$\hat{S}_i^{SU}, \hat{S}_i^{SD}$	– Taxa de rampa de acréscimo e decréscimo de carga quando a unidade geradora $i$ (térmica) é imediatamente ligada e desligada, respectivamente (MW);
$\hat{a}_{i,e}, \hat{b}_{i,e}$	– Coeficientes da função custo de combustível da unidade termelétrica $i$ , referente ao segmento $e$ da aproximação linear por partes (\$/MW e \$, respectivamente);
$\hat{a}_{i,\rho}, \hat{\beta}_{i,\rho}$	– Coeficientes da função de produção hidrelétrica da unidade geradora $i$ , referente ao segmento $\rho$ da aproximação linear por partes (MW/(m <sup>3</sup> /s) e MW, respectivamente);
$\hat{P}_{w,t}$	– Geração eólica prevista da unidade $w$ no período $t$ (MWh);
$\hat{P}_{d,t}$	– Demanda prevista $d$ no período $t$ (MWh);
$\hat{A}_{r,t}$	– Afluência prevista do reservatório $r$ no período de estudo $t$ (m <sup>3</sup> /s);
$\hat{C}$	– Constante usada para conversão de unidades m <sup>3</sup> /s para hm <sup>3</sup> ( $\hat{C}=0,0036$ );
$\hat{\gamma}$	– Constante utilizada para assegurar o não esvaziamento dos reservatórios (adimensional, podendo variar entre 0 e 1);
$\omega', \omega$	– $\omega'$ é o contador de iterações do problema, onde $\omega' = 1, \dots, \omega$ , sendo $\omega$ o número total de iterações. Todas as variáveis acompanhadas de $\omega'$ , indicam que deve existir uma variável para cada iteração. Por exemplo, $V_{r,t,\omega'}$ significada que existirá uma variável de volume para cada $r$ , para cada $t$ e para cada $\omega'$ . Se $r = 2; t = 4; \omega = 3$ teremos 24 variáveis de volume.
$\hat{V}_r^{fim}$	– Limite mínimo de volume da unidade hidrelétrica com reservatório $r$ no último período de planejamento $T$ (hm <sup>3</sup> );
$\hat{S}_r^{max}$	– Limite máximo de vertimento da usina hidrelétrica com reservatório $r$ (m <sup>3</sup> /s);
$\hat{P}_i^{max}, \hat{P}_i^{min}$	– Capacidade de geração máxima e mínima, respectivamente, da unidade geradora $i$ (térmica) (MW);
$\hat{V}_r^{max}, \hat{V}_r^{min}$	– Limites de volume máximo e mínimo, respectivamente, das usinas hidrelétricas com reservatório $r$ (hm <sup>3</sup> );
$\hat{Q}_i^{max}, \hat{Q}_i^{min}$	– Limites de turbinamento máximo e mínimo, respectivamente, da unidade hidrelétrica (grupo turbina-gerador) $i$ (m <sup>3</sup> /s);
$\hat{A}_{r,t}^{max}, \hat{A}_{r,t}^{min}$	– Limites de afluência máxima e mínima, respectivamente, das usinas hidrelétricas com reservatório $r$ no período $t$ (m <sup>3</sup> /s);

$\hat{p}_{d,t}^{max}, \hat{p}_{d,t}^{min}$	– Limites de demanda máxima e mínima, respectivamente, da demanda $d$ no período $t$ (MW);
$\hat{P}_{w,t}^{max}, \hat{P}_{w,t}^{min}$	– Limites de geração máxima e mínima, respectivamente, da usina eólica $w$ no período $t$ (MW);
$\Gamma^W$	– Nível de incerteza na geração eólica (adimensional, podendo variar entre 0 e 1);
$\Gamma^D$	– Nível de incerteza na demanda (adimensional, podendo variar entre 0 e 1);
$\Gamma^H$	– Nível De incerteza na afluência (adimensional, podendo variar entre 0 e 1);
*	– Todas as variáveis acompanhadas de “*” são variáveis ótimas, ou seja, são resultados do processo de otimização. Por exemplo, $x_{i,t}^*$ é o valor ótimo encontrado referente à variável binária (ligado/desligado) da unidade $i$ (térmicas ou hidrelétricas) no período de estudo $t$ ;
$\hat{\rho}_w^{ar}$	– Massa específica do ar referente à unidade geradora $w$ (kg/m <sup>3</sup> );
$\widehat{Cp}_w$	– Coeficiente de potência referente à unidade geradora $w$ (adimensional);

### Outros

- ® – Marca registrada;  
 ™ – *Trade Mark* – Marca registrada em inglês.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>23</b>
1.1 JUSTIFICATIVA E CONTRIBUIÇÕES .....	26
1.2 OBJETIVOS .....	27
1.2.1 OBJETIVO GERAL.....	27
1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	27
1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....	28
<b>2 OTIMIZAÇÃO ROBUSTA</b> .....	<b>29</b>
2.1 INTRODUÇÃO .....	29
2.2 DEFINIÇÃO E ASPECTOS GERAIS .....	31
2.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO .....	35
<b>3 PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDRO-TERMO-EÓLICOS</b> .....	<b>37</b>
3.1 INTRODUÇÃO .....	37
3.2 SISTEMAS HIDRO-TERMO-EÓLICOS.....	37
3.3 RESERVA DE ENERGIA .....	42
3.4 FONTES DE INCERTEZA.....	43
3.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO .....	46
<b>4 REVISÃO DE LITERATURA</b> .....	<b>47</b>
4.1 INTRODUÇÃO .....	47
4.2 PROCEDIMENTOS PARA ELABORAÇÃO DO PORTFÓLIO BIBLIOGRÁFICO.....	47
4.3 DESCRIÇÃO DOS TRABALHOS SELECIONADOS .....	51
4.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO .....	64
<b>5 MODELO PROPOSTO PARA O PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO HIDRO-TERMO-EÓLICA UTILIZANDO OTIMIZAÇÃO ROBUSTA</b> .....	<b>65</b>
5.1 INTRODUÇÃO .....	65
5.2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA.....	65
5.2.1 O PROBLEMA DO COMISSIONAMENTO DE UNIDADES .....	65
5.2.2 FORMULAÇÃO DETERMINÍSTICA DO PROBLEMA DE COMISSIONAMENTO DE UNIDADES .....	66
5.2.2.1 Função objetivo: custos associados as termelétricas e vertimento .....	69
5.2.2.2 Lógica UC e restrições de mínimo tempo de operação .....	71
5.2.2.3 Restrições de rampa e limites de geração das unidades termelétricas .....	72
5.2.2.4 Balanço de potência e restrição de reserva de energia.....	74

5.2.2.5 Rede de transmissão.....	76
5.2.2.6 Sistema eólico .....	76
5.2.2.7 Sistema hidrelétrico .....	77
5.2.3 FORMULAÇÃO ROBUSTA DO PROBLEMA DE COMISSONAMENTO DE UNIDADES.....	81
5.3 METODOLOGIA DE SOLUÇÃO .....	88
5.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO .....	100
<b>6 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>102</b>
6.1 SISTEMA TESTE E DADOS UTILIZADOS .....	104
6.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O MODELO MATEMÁTICO UTILIZADO NA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL .....	112
6.2.1 CUSTOS OPERACIONAIS .....	113
6.2.2 MUDANÇA NOS CONJUNTOS DE INCERTEZA .....	113
6.2.3 AJUSTES DA FUNÇÃO CUSTO DE VERTIMENTO .....	114
6.2.4 AJUSTES DOS VALORES DO BIG M E RESTRIÇÕES DE COMPLEMENTARIEDADE.....	115
6.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS .....	116
6.3.1 ANÁLISE QUANTO AOS CUSTOS OPERACIONAIS .....	116
6.3.2 IMPACTO DAS VARIAÇÕES DE INCERTEZA NAS SOLUÇÕES DE COMISSONAMENTO E DESPACHO .....	122
6.3.2.1 Análise quanto às soluções de comissionamento .....	124
6.3.2.2 Análise quanto às soluções de despacho.....	128
6.3.3 DISCUSSÃO QUANTO AOS CUSTOS COMPUTACIONAIS .....	133
6.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO .....	134
<b>7 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>136</b>
7.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	138
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>140</b>
<b>APÊNDICE 1 – REESCREVENDO O SUBPROBLEMA BINÍVEL EM UM ÚNICO NÍVEL UTILIZANDO AS KKTS .....</b>	<b>149</b>
<b>APÊNDICE 2 – LINEARIZAÇÃO DO PROBLEMA HIDRELÉTRICO .....</b>	<b>162</b>
<b>ANEXO 1 – DADOS DE ENTRADA DO PROBLEMA .....</b>	<b>186</b>



## 1 INTRODUÇÃO

A utilização de fontes alternativas para produção de energia elétrica tem crescido cada vez mais. Os incentivos associados ao uso de fontes de energia como a eólica e a solar fotovoltaica, por exemplo, estão ligados a diversos fatores, como a redução na emissão de gases poluentes, a reduções nos custos de operação e expansão de sistemas elétricos de potência, aproveitamento dos recursos energéticos disponíveis e ao atendimento à demanda de energia do sistema.

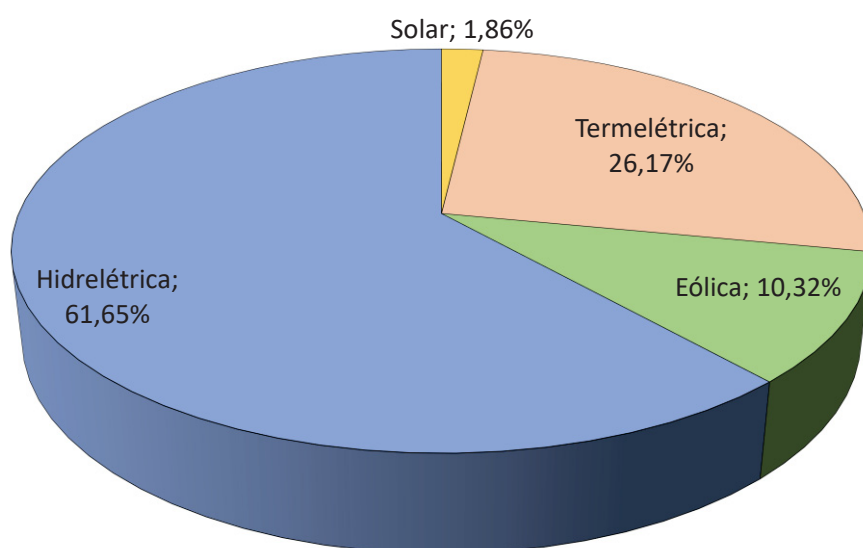
No caso do cenário brasileiro a capacidade instalada no Sistema Interligado Nacional (SIN) é predominantemente hidrelétrica, no entanto fontes de energia alternativas, como a energia eólica, tem apresentado um crescimento expressivo nos últimos anos principalmente nas regiões Nordeste e Sul, o que contribuiu para o aumento significativo dessa fonte de energia na matriz elétrica nacional. Outra característica importante relacionada ao cenário brasileiro é a existência de unidades geradoras termelétricas localizadas próximas ao centros de carga, as quais exercem um papel fundamental, no sentido de garantir maior segurança e confiabilidade na operação do SIN (ONS, 2020a).

O Operador Nacional do Sistema (ONS) define o sistema elétrico brasileiro como hidro-termo-eólico de grande porte. Segundo a base de dados da ANEEL, atualmente o país conta com uma capacidade instalada de mais de 170.000 MW, dos quais: 61,65% corresponde a geração hidrelétrica, que inclui tanto usinas hidrelétricas (UHEs), como centrais geradoras hidrelétricas (CGHs) e pequenas centrais (PCHs); 26,17% corresponde à geração termelétrica que inclui unidades geradoras (UTES) movidas à carvão mineral, por exemplo, unidades geradoras que utilizam biomassa como combustível, ou ainda unidades termelétricas nucleares (UTN); 10,32% corresponde a geração eólica (UEE); e 1,86% corresponde à geração solar fotovoltaica (UFV) (ANEEL, 2021). No GRÁFICO 1 é possível verificar a disposição da matriz elétrica brasileira no ano de 2021.

Atualmente a matriz energética brasileira é composta por 47% de energia renovável, enquanto a matriz elétrica conta com uma capacidade renovável instalada de 80%. A utilização das fontes renováveis nos próximos anos deve crescer ainda mais, principalmente no setor elétrico. Segundo o Plano Decenal de Expansão de Energia (PDE) 2029, há uma previsão de que a parcela renovável da matriz energética brasileira atinja 48% ao final do horizonte em estudo, a medida que 84% da oferta de

energia elétrica será proveniente de fontes renováveis de energia. Em alguns dos cenários simulados há uma previsão para a construção de 21.000 MW adicionais da fonte eólica, fazendo com que a sua participação na matriz energética cresça, atingindo 17% da capacidade instalada do SIN. Para o caso da energia solar fotovoltaica há uma estimativa da instalação de 7.000 MW adicionais, o que poderá variar significativamente de acordo com o comportamento dos custos associados à instalação e utilização de tal fonte de energia ao longo dos anos (MME; EPE, 2020).

GRÁFICO 1 – MATRIZ ELÉTRICA BRASILEIRA (2021)



FONTE: O autor (2021). Baseado nos dados disponíveis em (ANEEL, 2021).

Esta diversidade energética verificada no Brasil, permite um melhor gerenciamento dos recursos disponíveis, principalmente na questão relacionada à operação adequada dos reservatórios das usinas hidrelétricas, pois através deles é possível ter um melhor controle sobre os níveis de energia a serem produzidos, preservando os limites operacionais do sistema elétrico, além de assegurar o atendimento à demanda prevista (ONS, 2020a). Tais fatores estão associados diretamente à redução dos custos de operação do sistema, no sentido de que caso exista água disponível no reservatório da usina hidrelétrica para geração de energia, a sua utilização será priorizada (desde que os limites operacionais e o planejamento futuro não seja prejudicado), pois seu custo de operação é inferior ao das usinas termelétricas.

No entanto, este cenário, aliado às perspectivas de crescimento para os próximos anos, traz alguns desafios no que se refere ao planejamento da operação do sistema elétrico de potência. Fontes de energia alternativa, como a eólica, que já vem apresentando uma participação significativa na matriz elétrica nacional, caracteriza-se como uma fonte de energia com comportamento muito distinto das fontes convencionais, uma vez que possui natureza aleatória e intermitente, adicionando um elevado grau de incerteza para a operação do sistema (LORCA; SUN, 2015). A própria geração hidrelétrica, que depende não só do volume de água armazenado no reservatório, mas também da afluência natural dos rios, apresenta determinado grau de incerteza em função dessa aleatoriedade associada ao regime fluvial que pode exibir determinadas variações nos valores previstos. Da mesma forma, na prática, a demanda energética é considerada uma alta fonte de incerteza (JIANG *et al.*, 2010, apud MAZER, 2007), devido à fatores associados à questão climática (JIANG *et al.*, 2010), ou ainda políticas como a resposta a demanda que incentiva os consumidores através de preços atrativos a reduzir o consumo de energia elétrica em determinados momentos, como naqueles em que a operação segura e confiável do sistema esteja prejudicada.

Assim, é importante que as metodologias existentes para resolver o planejamento da operação eletro energética sejam capazes de incorporar tais incertezas ao problema. Até mesmo os modelos determinísticos, já consolidados nesta área de estudo, apresentam um elevado grau de complexidade podendo gerar, muitas vezes, modelos intratáveis computacionalmente. O aumento de fontes de incertezas nos sistemas de energia tem tornado o planejamento da operação cada vez mais desafiador, pois além do problema já conhecido, estas novas fontes de incertezas devem ser consideradas adequadamente para a obtenção de modelos mais coniventes com a realidade e que sejam tratáveis computacionalmente.

Neste sentido, dentre outras metodologias existentes, duas destacam-se na resolução de problemas sob incertezas, a otimização robusta (OR) e a programação estocástica (PE). A PE assume que a distribuição de probabilidade dos parâmetros incertos é conhecida, o que permite a geração de cenários para a representação das incertezas. Na prática, o conhecimento da distribuição de probabilidade dos parâmetros incertos é, na verdade, muito difícil de ser obtida caso não exista uma base de dados históricos disponível, e além disso uma grande quantidade de cenários pode ser necessária para representar de maneira adequada as incertezas, o que

resulta em um aumento da complexidade computacional do problema (ALEM e MORABITO, 2015; CONEJO *et al.*, 2016).

Por outro lado, a OR utiliza conjuntos para representar os parâmetros incertos e dispensa o conhecimento prévio da distribuição de probabilidade das fontes de incerteza. Além disso, quando determinada geometria (poliédrica) é utilizada para representação dos conjuntos de incerteza, a OR também apresenta a vantagem de gerar modelos com a mesma complexidade computacional dos problemas determinísticos (ALEM e MORABITO, 2015; CONEJO *et al.*, 2016), o que é uma característica bastante importante dada a dimensão e nível de dificuldade para resolução dos problemas nesta área de estudo.

O presente trabalho aplica a otimização robusta no planejamento da operação de sistemas hidro-termo-eólicos, mais especificamente na programação diária da operação eletroenergética. Dada a contextualização da temática proposta, e evidenciada a importância de buscar-se metodologias que possam incorporar estas novas características ao problema em estudo, os objetivos e justificativas do desenvolvimento do presente trabalho encontram-se descritos na sequência deste Capítulo.

## 1.1 JUSTIFICATIVA E CONTRIBUIÇÕES

Existem diversos trabalhos científicos desenvolvidos na área do planejamento da operação sob incertezas, os quais empregam a otimização robusta, como será apresentado no Capítulo 4. O desenvolvimento do presente trabalho justifica-se pois, na maior parte destes estudos envolvendo incertezas apenas sistemas hidrotérmicos ou termo-eólicos, são considerados.

Assim, as principais contribuições deste trabalho incluem:

- (a)** Utilizar a otimização robusta para modelar as incertezas associadas à geração eólica, à geração hidrelétrica (afluência) e à demanda, no planejamento da operação de um sistema hidro-termo-eólico, considerando a programação diária da operação, neste caso um dia completo discretizado em 24 horas;
- (b)** Utilizar a técnica de decomposição de geração de coluna e restrição, a qual é usualmente empregada para resolver problemas de otimização robusta, a fim de solucionar o problema do planejamento hidro-termo-eólico sob incertezas;

- (c) Utilizar um modelo de linearização por partes para representar o problema hidrelétrico de curtíssimo prazo a fim que aplicar o que está descrito em (b);
- (d) Identificar restrições e outros fatores que possam afetar o desempenho computacional dos modelos simulados, e propor alternativas para contornar possíveis problemas, sendo também um ponto de partida para o desenvolvimento de trabalhos futuros.

## 1.2 OBJETIVOS

Este tópico apresenta os objetivos gerais e específicos que o desenvolvimento deste trabalho pretende cumprir.

### 1.2.1 Objetivo geral

Desenvolver um modelo computacional para a programação da operação de sistemas hidro-termo-eólicos em intervalo horário e horizonte de um dia, considerando as incertezas associadas à geração eólica, afluência hídrica e à demanda, utilizando otimização robusta.

### 1.2.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos do estudo que será desenvolvido incluem:

- (a) Realizar a revisão de literatura, a fim de buscar os principais trabalhos desenvolvidos na área do planejamento da operação de sistemas elétricos de potência sob incertezas no horizonte de curtíssimo prazo, que utilizam a otimização robusta;
- (b) Modelar o planejamento da operação de um sistema hidro-termo-eólico considerando as incertezas na geração eólica, na afluência natural dos rios e na demanda;
- (c) Considerar as restrições de transmissão, utilizando o modelo CC (corrente contínua – modelo linear);
- (d) Considerar a reserva de energia;
- (e) Utilizar o modelo de linearização por partes da função de produção hidrelétrica;

- (f) A partir dos itens (b), (c), (d) e (e) formular o modelo de otimização completo utilizando a abordagem de otimização robusta para o problema da programação diária da operação hidro-termo-eólica sob incertezas;
- (g) Implementar computacionalmente o modelo matemático proposto e analisar seu desempenho e efetividade no sistema teste IEEE de 30 barras, e no sistema teste sul brasileiro de 33 barras.

### 1.3 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O presente trabalho encontra-se organizado da seguinte forma:

- Nos **Capítulos 2 e 3** a fundamentação teórica é realizada, onde os principais aspectos relacionados à otimização robusta e aos sistemas hidro-termo-eólicos são descritos;
- No **Capítulo 4** é realizada a revisão de literatura, onde os principais trabalhos identificados dentro da temática em estudo são expostos, assim como a metodologia empregada para a seleção do portfólio bibliográfico;
- No **Capítulo 5** o modelo proposto para a programação diária da operação hidro-termo-eólica determinística, e sob incertezas utilizando a otimização robusta, é apresentado. Além da formulação matemática, a metodologia de solução é descrita;
- No **Capítulo 6** os sistemas testes considerados para validação do modelo proposto são descritos, e os resultados e discussões das simulações computacionais são expostos assim como as percepções quanto à utilização da metodologia proposta;
- Por fim, no **Capítulo 7**, as considerações finais são apresentadas, além de algumas sugestões para o desenvolvimento de trabalhos futuros.

## 2 OTIMIZAÇÃO ROBUSTA

Esta seção tem como objetivo apresentar uma breve introdução sobre a otimização robusta e sua evolução, o que motivou o seu estudo e desenvolvimento e porque esta metodologia tem sido cada vez mais utilizada. As principais definições associadas a esta técnica de otimização serão descritas, assim como a sua formulação matemática genérica.

### 2.1 INTRODUÇÃO

A otimização sob incertezas tem sido objeto de estudo ao longo dos anos nas mais diversas áreas do conhecimento. Bertsimas e Sim (2003) afirmam que a abordagem robusta é uma das principais metodologias existentes para realizar a otimização sob incertezas. As suas principais propriedades estão relacionadas ao fato de que os parâmetros incertos em um problema de otimização são modelados como pertencentes a um conjunto de incertezas, e que a viabilidade e o valor das soluções são avaliados com relação a realização do pior caso dos parâmetros sobre o conjunto de incertezas (DUNNING, 2016). Assim, a OR tem como objetivo encontrar uma solução ótima com duas características: (1) deve-se obter uma solução factível para qualquer realização da incerteza dos parâmetros incertos considerados no problema, e (2) esta solução é ótima para a pior realização dos parâmetros (NAZARI-HERIS e MOHAMMADI-IVATLOO, 2018).

Um dos principais aspectos relacionados à OR é que esta metodologia gera modelos, na maioria das vezes, tratáveis computacionalmente. Além disso, o modelo robusto representa as incertezas do problema através de conjuntos limitados, dispensando a necessidade de geração de inúmeros cenários, como acontece na abordagem estocástica, por exemplo, e também não requer o conhecimento prévio da distribuição de probabilidade dos parâmetros incertos relacionados ao problema em estudo (CONEJO *et al.*, 2016).

Acredita-se que a questão da tratabilidade computacional da OR seja a principal responsável pelo seu sucesso nas mais diversas áreas do conhecimento, além de ter influenciado significativamente a sua trajetória e desenvolvimento ao longo dos anos (BERTSIMAS; BROWN; CARAMANIS, 2011).



Segundo Alem e Morabito (2015) o trabalho pioneiro em OR foi o estudo desenvolvido por Soyster no ano de 1973. Bertsimas e Sim (2003) destacam ainda, dentre outros trabalhos citados, dois importantes estudos realizados para o desenvolvimento da OR: os trabalhos de Ben-Tal e Nemirovski produzidos entre 1998 e 2000; e seus próprios estudos desenvolvidos entre 2003 e 2004. A principal diferença entre estes trabalhos está na forma como os conjuntos de incerteza são modelados, isto é, a geometria empregada para representar os conjuntos robustos.

De acordo com Bertsimas e Sim (2003) o trabalho desenvolvido por Soyster fornece soluções muito conservadoras. Através de uma abordagem de otimização linear, uma solução factível para todos os dados de entrada é obtida, de modo que cada dado de entrada incerto possa assumir qualquer valor dentro de um determinado intervalo. Essa abordagem, conhecida também pela representação geométrica em “caixa”, utiliza o máximo de proteção possível e assume que todos os parâmetros incertos apresentarão o pior valor possível de maneira simultânea (OLIVEIRA, 2013).

Ainda segundo Bertsimas e Sim (2003), com o objetivo de reduzir os níveis de conservadorismo da solução robusta obtidos a partir do modelo de Soyster, Ben-Tal e Nemirovski propõe uma nova geometria para modelagem dos conjuntos de incerteza, denominada de geometria “elipsoidal”. Esta nova metodologia permite que o nível de conservadorismo do problema seja eventualmente controlado através da definição de um diâmetro para esta nova geometria proposta (OLIVEIRA, 2013).

Finalmente, Bertsimas e Sim (2004) apresentam uma nova abordagem para modelar os conjuntos de incertezas, conhecida também como geometria “poliédrica”. Esta metodologia mantém as características lineares apresentadas inicialmente por Soyster, permitindo ainda o controle do conservadorismo das soluções robustas através da introdução de um parâmetro ajustável ( $\Gamma$ ), garantindo que sempre serão considerados os  $\Gamma$  que mais prejudicam o problema (OLIVEIRA, 2013). Assim,  $\Gamma$  é capaz de ajustar a robustez do método proposto em relação ao nível de conservadorismo da solução (BERTSIMAS e SIM, 2004).

Para compreender de maneira mais detalhada a questão da geometria dos conjuntos de incerteza na otimização robusta, os leitores interessados podem consultar algumas referências como Soyster (1973), Ben-Tal e Nemirovski (1998), Ben-Tal e Nemirovski (1999), Ben-Tal e Nemirovski (2000), Bertsimas e Sim (2004), Ben-Tal, El Ghaoui e Nemirovski (2009), e Bertsimas, Brown e Caramanis (2011).

## 2.2 DEFINIÇÃO E ASPECTOS GERAIS

A otimização robusta pode ser entendida como uma visão preventiva sobre determinada situação, ou seja, um determinado sistema deve estar preparado, ou ainda, deve ser capaz de reagir, caso esteja sujeito a uma situação extremamente adversa.

Considere como exemplo um sistema hidrotérmico, predominantemente hidrelétrico. Em um determinado momento de operação deste sistema verifica-se que não ocorreram afluências hídricas conforme o previsto e, portanto, este não será capaz de produzir energia hidrelétrica, pois faz-se necessário preservar os níveis de água no reservatório visando o custo futuro de operação do sistema. Ao mesmo tempo, verificou-se que os níveis de demanda estão apresentando valores máximos que precisam ser atendidos. Este caracteriza-se como um cenário de operação bastante pessimista, e o sistema deve estar preparado para operar em tais condições, visando a minimização dos custos operacionais, ou seja, o sistema deve estar imune à possíveis erros e/ou variabilidades nos dados sendo capaz de operar com segurança e confiabilidade.

A formulação de modelos determinísticos, no que refere-se à área do planejamento e programação da operação de sistemas elétricos de potência, é uma abordagem já consolidada. De acordo com Hedman, Zhang e Dominguez-Garcia (2014), um problema determinístico envolvendo a decisão de variáveis inteiras, como é o caso da programação diária da operação, que abrange o problema do comissionamento das unidades geradoras (*unit commitment* em inglês), o qual será abordado em maiores detalhes no Capítulo 5, pode ser representado genericamente conforme as restrições (1) a (6).

$$\min_{x,y} c^T + b^T y \quad (1)$$

s.a:

$$Fx \leq f \quad (2)$$

$$Hy \leq h \quad (3)$$

$$Ax + By \leq a \quad (4)$$

$$Ey = e \quad (5)$$

$$x \in \{0,1\} \quad (6)$$

onde,

- $x$  é o vetor das variáveis de decisão inteiras, como as decisões de ligar/desligar as unidades geradoras;
- $y$  é o vetor das variáveis de decisão contínuas, como o quanto de energia deve ser gerado ou o intercâmbio de energia através das linhas de transmissão;
- $A, a, B, b, c, E, e, F, f, H, h$  representam as restrições e/ou parâmetros do problema, como limites de geração ou valor da demanda a ser atendida.

A solução obtida a partir do modelo determinístico não leva em consideração as incertezas associadas ao problema e, portanto, todas as informações relacionadas a demanda a ser atendida e geração eólica disponível, por exemplo, já são previamente conhecidas. Enquanto isso a abordagem robusta é capaz de determinar a melhor solução considerando a pior realização das incertezas que encontram-se dentro de um conjunto pré-determinado. Segundo Hedman, Zhang e Dominguez-Garcia (2014), o modelo de OR genérico, que representa o mesmo problema descrito através das restrições (1) a (6) mas sob incertezas, é apresentado através da formulação (7) a (12). Este, consiste em um modelo de OR em dois estágios.

$$\min_{x \in X} \left( c^T x + \max_{u \in \mathcal{U}} \min_y b^T y(u) \right) \quad (7)$$

s.a:

$$Fx \leq f \quad (8)$$

$$Hy(u) \leq h \quad (9)$$

$$Ax + By(u) \leq a \quad (10)$$

$$Ey(u) = e \quad (11)$$

$$x \in \{0,1\} \quad (12)$$

onde,

- $u$  representa os parâmetros incertos do problema, os quais pertencem ao conjunto de incerteza  $\mathcal{U}$ .

Como pode ser observado, o modelo de OR de dois estágios é formulado em três níveis, onde o primeiro nível (primeiro min) refere-se ao primeiro estágio, e o segundo (max) e terceiro (segundo min) nível referem-se ao problema de segundo estágio. Neste caso, no primeiro estágio do problema devem ser encontradas as

melhores soluções relacionadas as variáveis inteiras, enquanto no segundo estágio a pior realização das incertezas, associadas as decisões encontradas no primeiro estágio, são identificadas (HEDMAN; ZHANG; DOMINGUEZ-GARCIA, 2014).

É importante destacar que há algumas definições e considerações tradicionalmente atribuídas aos diferentes estágios de solução da abordagem robusta: (1) as variáveis de decisão do primeiro estágio são chamadas de decisões “aqui e agora” e devem obter valores específicos como resultado da solução do problema, antes que os dados reais sejam “revelados”; (2) as variáveis de decisão do segundo estágio são chamadas de decisões do tipo “espere e veja”, ou seja, serão determinadas quando a realização dos dados for revelada; (3) o tomador de decisões é totalmente responsável pelas consequências das decisões a serem tomadas se, e somente se, os dados reais estiverem dentro do conjunto de incertezas pré-determinado ( $\mathcal{U}$ ); (4) Não são toleradas qualquer tipo de violação das restrições quando os dados estão em  $\mathcal{U}$ , e por isso o problema é classificado como “difícil” (*hard* em inglês) (BEN-TAL; EL GHAOUI; NEMIROVSKI, 2009; HEDMAN; ZHANG; DOMINGUEZ-GARCIA, 2014).

De maneira suscita, as considerações (1) e (2) indicam que a solução do problema de OR do primeiro estágio será ótima e viável para todo o conjunto de incerteza com as soluções adaptativas do estágio 2. A consideração número (3) garante que a solução encontrada será robusta apenas para as incertezas modeladas dentro do conjunto  $\mathcal{U}$  previamente especificado. Por fim, a consideração (4) garante a propriedade de robustez do problema, uma vez que não são tolerados quaisquer relaxamentos nas restrições (HEDMAN; ZHANG; DOMINGUEZ-GARCIA, 2014).

Um aspecto bastante importante sobre o modelo robusto é que, dependendo da geometria do conjunto de incerteza empregada, a contraparte robusta de um problema determinístico, seja ele linear, não-linear, não-linear inteiro misto, *etc*, apresentará as mesmas características que este problema determinístico, mas com dimensões maiores. Dessa forma, se a versão determinística de um problema é tratável, geralmente a sua versão robusta também será. Por este motivo, diferentemente do que pode se pensar em um primeiro momento, incorporar as incertezas de um problema a sua formulação, utilizando a abordagem robusta, não significa que este será mais complicado (CONEJO, 2019).

Quanto à modelagem dos conjuntos de incerteza, na subseção 2.1 foi apresentado um breve histórico sobre a evolução e aprimoramento das diferentes

geometrias empregadas. Através do estudo dos principais trabalhos desenvolvidos nesta área, conforme será apresentado em maiores detalhes no Capítulo 4, verificou-se que dentre as geometrias para modelagem dos conjuntos robustos a mais utilizada é aquela apresentada em Bertsimas e Sim (2004), ou seja, a geometria “poliédrica”.

Segundo Conejo (2019), a geometria do tipo poliédrica pode ser obtida inicialmente considerando a representação em “caixa”, conforme a Expressão (13). Neste caso, todo parâmetro incerto  $u_n$ , com  $u_n \in \mathbb{R}$ , que pertence ao conjunto robusto  $\mathcal{U}$  ( $u_n \in \mathcal{U}$ ), pode desviar-se do seu valor de referência  $u_n^{ref}$  por no máximo um determinado valor  $\mp u_n^\Delta$ .

$$u_n \in [u_n^{ref} - u_n^\Delta \quad u_n^{ref} + u_n^\Delta], \forall n, \text{ onde } u_n \in \mathcal{U} \quad (13)$$

A representação em “caixa” apresentada na Expressão (13) pode então ser substituída por uma restrição poliédrica mais geral, consistindo em uma combinação linear dos elementos de  $u_n$ , adicionando-se ainda um parâmetro ajustável (gama), denominado nível de incerteza  $\Gamma$ , que pode variar entre 0 e  $k$ , e o qual é capaz de controlar o grau de robustez da solução. Assim, o conjunto de incerteza poliédrica pode ser modelado conforme a expressão (14).

$$\mathcal{U} = \left\{ \sum_{n=1}^N \frac{|u_n - u_n^{ref}|}{u_n^\Delta} \leq \Gamma, u_n \in [u_n - u_n^\Delta, u_n + u_n^\Delta], \forall n \in N \right\} \quad (14)$$

Ao considerar a temática apresentada neste trabalho, o valor  $u_n^{ref}$  pode representar, por exemplo, os valores de geração eólica prevista; o termo  $u_n^\Delta$ , o quanto a geração eólica pode desviar dos seus valores previstos, ou ainda um limite máximo ou mínimo relacionado as características físicas do sistema; e o  $u_n$  representa o valor de geração incerta, ou seja, o que realmente será gerado de energia considerando os níveis de incerteza assumidos. Note que o somatório descrito na expressão (14) indica que todos os parâmetros incertos devem ser considerados. Isto é, se o sistema apresentar 5 unidades eólicas ( $N = 5$ ), por exemplo, todas as unidades juntas devem cumprir o que é estabelecido nesta restrição.

Caso seja definido que o nível de incerteza é zero ( $\Gamma = 0$ ), significa que os valores assumidos por  $u_n$  não irão se mover em relação ao valor previsto  $u_n^{ref}$ , ou

seja,  $|u_n - u_n^{ref}| \leq 0$ . No entanto, se o nível de incerteza for definido como  $k$  (nível de incerteza máximo:  $0 \leq \Gamma \leq k$ ), significa que os valores que  $u_n$  podem desviar-se do valor previsto  $u_n^{ref}$ , ou seja,  $|u_n - u_n^{ref}| \leq y \cdot u_n^\Delta$ . Descrevendo em outras palavras, pode-se dizer que  $\Gamma$  permite que mais ou menos valores se desviem do que foi previsto: quanto maior o nível de incerteza  $\Gamma$  maior será o número de dados que vão se desviar dos seus valores previstos e vice-versa.

Em relação à metodologia de solução existem diferentes técnicas descritas na literatura que são capazes de lidar com problemas multiníveis e de tal complexidade computacional. Como apresentado no presente Capítulo, o problema de otimização robusta é geralmente formulado em estágios de solução, onde tem-se um problema mestre (ou problema principal), e um problema escravo (ou subproblema). A comunicação entre estes diferentes estágios de solução pode ser feita por meio da geração de cortes primais e duais (ou outra técnica de decomposição), por exemplo. A medida que o problema é executado estes cortes são gerados e a convergência entre os níveis é verificada (atualizam-se os limites superiores e inferiores e a convergência é checada). Conejo *et al.* (2016) cita como exemplo versões estendidas da decomposição de Benders e algoritmos de geração de colunas e restrições (abreviado GCR no presente trabalho, ou em inglês C&CG – *Column-and-Constraint Generation*) para resolver este tipo de problema. Outras abordagens são também mencionadas no Capítulo 4 deste estudo.

### 2.3 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste Capítulo os principais aspectos associados à OR e a sua evolução foram apresentados. Procurou-se relacionar os conceitos dessa abordagem com a temática tratada neste trabalho de uma maneira introdutória, com o intuito de facilitar o entendimento quanto à formulação completa do problema, assim como os resultados obtidos com o modelo proposto no presente estudo, conforme serão detalhados nos tópicos seguintes. O modelo genérico da abordagem de otimização robusta e a forma como um conjunto de incerteza poliédrica é formulado foram apresentados.

O próximo Capítulo trata dos sistemas hidro-termo-eólicos e de alguns aspectos importantes, os quais podem influenciar na modelagem do problema da programação diária da operação hidro-termo-eólica sob incertezas utilizando a OR.



### 3 PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO DE SISTEMAS HIDRO-TERMO-EÓLICOS

#### 3.1 INTRODUÇÃO

O sistema elétrico brasileiro é classificado, segundo o ONS, como um sistema hidro-termo-eólico de grande porte. Como descrito no Capítulo 1 a maior parte da energia utilizada para o atendimento da demanda energética nacional é proveniente das hidrelétricas (61,65%). A segunda fonte de energia mais empregada no Brasil é a energia térmica (26,17%), sendo esta fonte responsável por garantir maior segurança e confiabilidade na operação do SIN. Há ainda uma grande participação das fontes de energia renováveis alternativas, principalmente a eólica, a qual é responsável por uma porcentagem expressiva na geração elétrica total (10,32%) (ANEEL, 2021).

Em um sistema com estas características é importante que alguns aspectos sejam levados em consideração no planejamento da operação eletro energética, independente do horizonte de estudo considerado, principalmente quando fontes de energia intermitentes representam uma parcela significativa na matriz elétrica e as incertezas do problema são levadas em consideração.

Assim, este Capítulo tem como objetivo apresentar características importantes dos sistemas hidro-termo-eólicos, assim como aspectos essenciais no planejamento da operação de sistemas elétricos de potência que levam em consideração as incertezas do problema. Portanto, serão discutidas as principais características relacionadas aos sistemas de geração hidrelétrica, termelétrica e eólica. Além disso, será realizada a discussão sobre algumas fontes de incerteza dentro do problema do planejamento da operação hidro-termo-eólica que serão tratados ao longo deste trabalho, assim como a questão da reserva de energia, a qual é de grande importância para assegurar condições de operação confiáveis ao sistema.

#### 3.2 SISTEMAS HIDRO-TERMO-EÓLICOS

O planejamento da operação de sistemas elétricos de potência, independente do horizonte de estudo considerado, tem como objetivo geral definir as melhores decisões operacionais, de modo que os custos associados sejam os mínimos possíveis e os recursos disponíveis sejam otimizados. Dentro deste contexto uma série de restrições devem ser cumpridas, como por exemplo o atendimento à

demanda energética e o cumprimento dos limites físicos do sistema, de modo que condições adequadas de segurança e confiabilidade sejam mantidas. Isso requer um profundo entendimento quanto ao funcionamento das diferentes fontes energéticas que compõe o sistema elétrico como um todo, de modo que decisões operacionais tomadas no presente não afetem de maneira negativa os períodos de planejamento posteriores.

Em relação às usinas termelétricas convencionais, a geração de energia é realizada por meio da queima de algum combustível, como carvão, petróleo e gás natural. Assim, os custos operacionais estão diretamente relacionados ao valor da matéria-prima empregada para produção de eletricidade. Em um sistema elétrico interligado, como o brasileiro, as usinas termelétricas apresentam um papel importante no sentido de garantir condições operacionais confiáveis quando há indisponibilidade de outras fontes de energia.

Enquanto a geração termelétrica depende da disponibilidade de combustível, a energia eólica e hidrelétrica dependem do comportamento da natureza. No caso da energia eólica a sua produção está diretamente relacionada à velocidade do vento. Como não existem tecnologias econômicas para o armazenamento da energia gerada pelos ventos, a geração eólica requer que esta seja utilizada para o atendimento da demanda do sistema no mesmo momento em que é gerada (SILVA, S. R., 2014), caso contrário será desperdiçada.

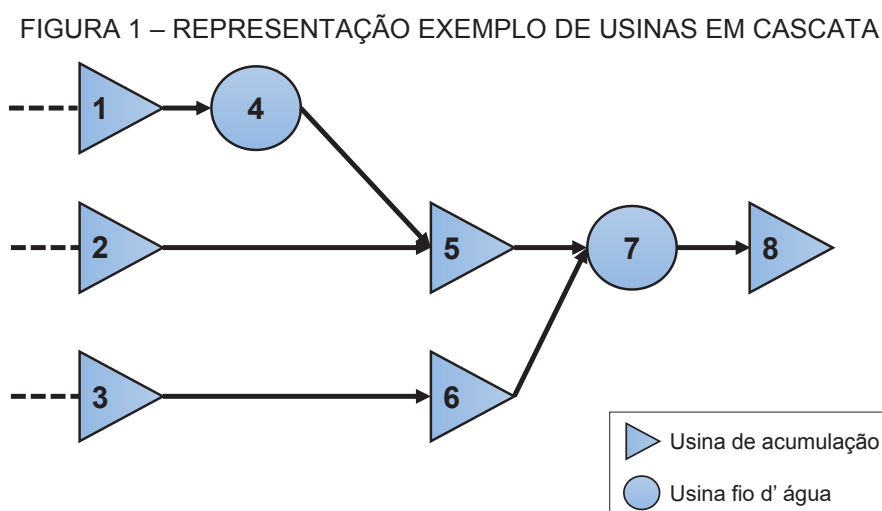
Além disso, apesar de existirem estudos capazes de estimar a quantidade de energia eólica que estará disponível, os métodos existentes para determinar a velocidade do vento, e conseqüentemente a quantidade de energia eólica que será gerada, não fornecem uma previsão perfeita quanto à este parâmetro (SILVA, S. R., 2014), devido à aleatoriedade associada a esta fonte de energia. Daí vem os desafios de incorporar uma geração dita intermitente no planejamento da operação eletroenergética, de modo que o sistema esteja preparado para operar em condições adequadas.

A geração hidrelétrica depende, dentre outros fatores, da disponibilidade de água dos reservatórios e da afluência natural dos rios. A água armazenada nos reservatórios, no caso das usinas de acumulação, permite um certo controle quanto à este tipo de geração, uma vez que pode optar-se por manter a água armazenada nos reservatórios no período atual de planejamento, visando o custo futuro de operação

do sistema. Tal característica é responsável por acoplar o problema hidrelétrico no tempo.

Além disso, se a usina hidrelétrica em estudo fizer parte de um sistema em cascata, ou seja, um sistema com diferentes usinas hidrelétricas localizadas no mesmo curso do rio, as decisões operacionais dessa usina serão influenciadas pelas unidades localizadas a montante (SILVA, S. R., 2014), assim como suas decisões irão afetar as hidrelétricas que encontram-se localizadas a jusante. Esta característica acopla o problema hidrelétrico no espaço.

Na FIGURA 1 é possível observar um exemplo de usinas de acumulação e fio d'água<sup>1</sup> que compõe um sistema em cascata. Por exemplo, ao analisar a usina 5: esta unidade encontra-se a montante da usina 7, dessa forma as decisões operacionais tomadas na usina 5 irão influenciar a usina 7. A usina 5 também encontra-se a jusante das usinas 2 e 4, o que significa que as decisões operacionais tomadas nas unidades 2 e 4 irão influenciar diretamente a hidrelétrica número 5. A mesma análise pode ser realizada para as demais unidades geradores que compõe o sistema exemplo.



FONTE: Adaptado de Silva S. R. (2014).

O acoplamento temporal e espacial do problema hidrelétrico é representado matematicamente através da equação de conservação da massa da água, conforme será descrito no Capítulo 5. Vale ressaltar que estas são características que dificultam

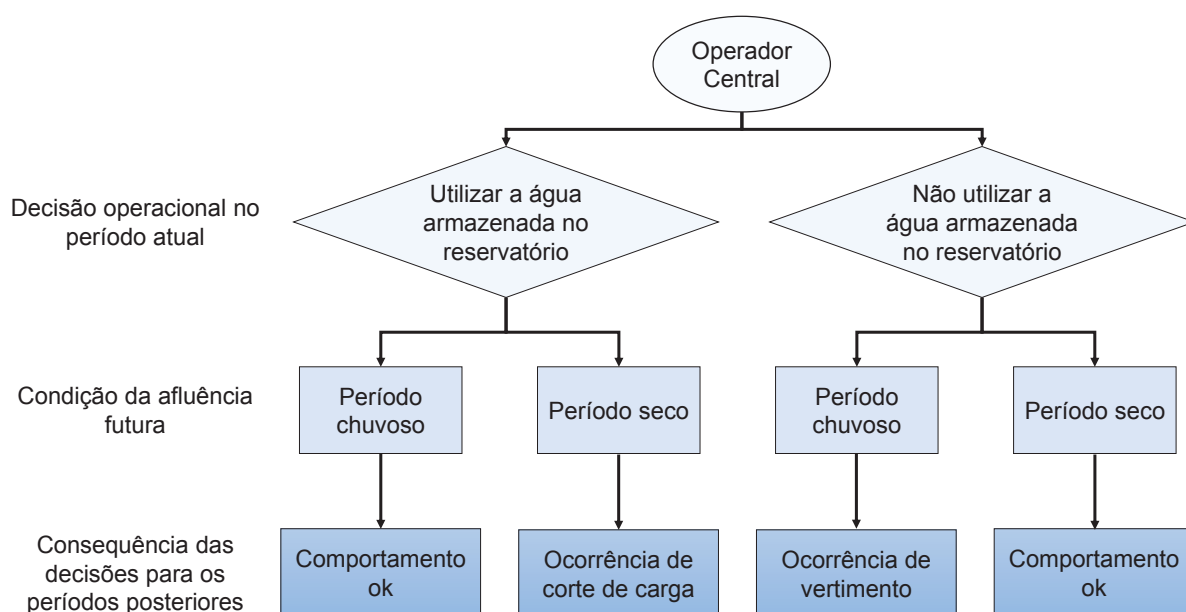
<sup>1</sup> Usinas fio d' água: "Usina hidrelétrica ou pequena central hidrelétrica que utiliza reservatório com acumulação suficiente apenas para prover regularização diária ou semanal, ou ainda que utilize diretamente a vazão afluente do aproveitamento" (ANEEL, 2011).

a solução deste tipo de problema, uma vez que há variáveis referentes à estágios de tempo e reservatórios distintos, representadas ao mesmo tempo, sendo necessário ainda restringir determinados valores associados aos limites operacionais e físicos do sistema (TAKIGAWA, 2010).

Na operação dos sistemas hidrotérmicos é importante que os níveis de água nos reservatórios sejam otimizados, uma vez que estes estão diretamente associados à capacidade de produção de energia elétrica. Por um lado, ao priorizar a utilização da água, as despesas relacionadas à utilização de combustíveis para geração de energia termelétrica, por exemplo, são evitadas. No entanto, tal tipo de decisão operacional pode colocar em risco a disponibilidade de água em períodos posteriores (SILVA, S. R., 2014). Assim, deve-se analisar o que é mais vantajoso: armazenar água nos reservatórios das usinas hidrelétricas, no caso das usinas de acumulação, e utilizar as fontes térmica e eólica para produção de energia; ou priorizar a utilização da água para geração de energia, evitando a utilização de outras fontes.

Portanto, o operador do sistema elétrico deve observar as condições de aflúências futuras para realizar as decisões operacionais da melhor maneira possível. A FIGURA 2 exibe este processo de decisão para um sistema hidrotérmico.

FIGURA 2 – REPRESENTAÇÃO DO PROCESSO DE DECISÃO OPERACIONAL EM UM SISTEMA HIDROTÉRMICO



FONTE: Adaptado de Finardi (2003) e Silva S. R. (2014).

Note que um certo equilíbrio deve ser estabelecido entre as decisões operacionais imediatas e futuras, verificando o que é mais vantajoso para o sistema. É importante que a energia não seja desperdiçada, ou seja, que não ocorram vertimentos indesejados em função de elevados volumes de afluência ou pela priorização da geração termelétrica, por exemplo (FINARDI, 2003). Por outro lado, utilizar um grande volume de água dos reservatórios no presente pode resultar em déficit energético nos períodos de operação posteriores, caso estes sejam caracterizados por baixas afluências.

Dentro deste contexto deve-se considerar ainda a geração eólica, a qual deve ter sua utilização priorizada, não só por apresentar custos variáveis unitários de operação praticamente nulos (UNSIHUAY-VILA; LUZ; FINARDI, 2015), mas também pela questão do armazenamento neste tipo de empreendimento ainda ser pouco utilizado. Desse modo, o cenário completo deve ser analisado, considerando as características de cada sistema que compõe o problema, avaliando o que é mais vantajoso do ponto de vista econômico, otimizando as complementaridades energéticas nos sistemas hidro-termo-eólicos, e observando ainda os impactos das decisões imediatas na operação futura do sistema.

Como pode ser observado o processo envolvido na tomada de decisão relacionada ao planejamento da operação eletroenergética é um grande desafio, o que reflete também na obtenção de modelos matemáticos e computacionais de grande complexidade para representá-los adequadamente. Por este motivo, costuma-se trabalhar com diferentes horizontes de planejamento, os quais apresentam características distintas. No caso brasileiro, por exemplo, o planejamento da operação eletroenergética é realizado pelo ONS, por meio de uma cadeia de modelos, sendo eles o Planejamento Anual da Operação Energética (PEN), o Programa Mensal da Operação Energética (PMO), e a Programação Diária da Operação Eletroenergética (PDO) (MACEIRA *et al.*, 2002; TAKIGAWA, 2010).

O presente trabalho trata, especificamente, da Programação Diária da Operação, cujo objetivo consiste em determinar quando, e quais unidades devem estar em operação (comprometimento das unidades, em inglês *unit commitment*), assim como os níveis de geração de cada uma destas unidades (despacho de energia), a fim de atender os requisitos do sistema, como a demanda e outras restrições operativas.

### 3.3 RESERVA DE ENERGIA

O sistema elétrico de potência está sujeito a ocorrência de possíveis falhas como o contingenciamento de linhas de transmissão, a parada inesperada de algum gerador, como também erros na previsão da carga do sistema ou ainda na geração de energia eólica. Por isso é importante que o sistema conte com uma reserva de energia capaz de suprir a ocorrência de tais eventualidades, garantindo a continuidade no suprimento de energia elétrica.

Dentro das atribuições do ONS, órgão encarregado do controle e operação da geração e transmissão de energia elétrica no SIN, está a definição desta reserva de energia. Mais especificamente, o ONS é responsável pela contratação e a administração dos chamados serviços ancilares. Tais serviços contribuem para manter a operacionalidade do sistema, garantindo condições seguras e confiáveis. Os serviços ancilares são constituídos, dentre outros aspectos, pelo despacho complementar para manutenção da reserva de potência operativa (ONS, 2019).

Segundo Costa (2004) a reserva de potência operativa é constituída pela reserva girante e pela reserva não-girante. A reserva girante é a diferença entre a potência total efetiva das centrais geradoras que estão sincronizadas junto ao sistema e a demanda total do sistema, em um determinado instante (ANEEL, 2012). Já a reserva não-girante é a parcela de reserva de operação das unidades geradoras que não encontram-se em operação, mas podem ser sincronizadas junto à rede elétrica e ter sua capacidade despachada dentro de um intervalo pré-definido (COSTA, 2004).

O presente trabalho trata, mais especificamente, da reserva girante de energia. Esta, em outras palavras, pode ser definida também como a capacidade de geração disponível em um determinado sistema que exceda a carga do sistema, sendo considerada um dos principais fatores de segurança na operação de um sistema elétrico de potência (MILLER, 1983).

A reserva girante de energia pode ser proveniente tanto das unidades hidrelétricas, como das unidades termelétricas. A quantidade de reserva que deve ser alocada pode ser definida de acordo com diferentes aspectos, que dependem de fatores econômicos e também da política adotada para o planejamento da operação eletroenergética (MILLER, 1983; COSTA, 2004). Esta quantidade a ser designada pode ser estabelecida de diferentes formas, como por exemplo uma parcela do pico

de demanda, ou ainda de acordo com o maior gerador que integra o sistema (COSTA, 2004).

Como já mencionado, o presente trabalho modela a reserva girante de energia elétrica, cuja quantidade necessária é calculada com base nas variações de carga do sistema. Assim, esta é considerada de modo que o somatório de todas as gerações disponíveis do sistema seja suficiente para atender a carga, e um percentual de reserva sobre a carga, o qual é previamente estabelecido. Dessa forma, quanto maior a demanda a ser atendida, maior será o requisito de reserva. Note que, no presente trabalho a demanda é considerada uma fonte de incerteza, assim, a medida que ela varia, a quantidade de reserva a ser alocada também irá variar. Os detalhes relacionados à reserva de energia serão apresentados no Capítulo 5.

### 3.4 FONTES DE INCERTEZA

Segundo Soroudi e Amraee (2013), os parâmetros incertos em sistemas de energia podem ser divididos em duas categorias, os parâmetros técnicos e os parâmetros econômicos, conforme representado na FIGURA 3.

Os parâmetros técnicos podem ser classificados em operacionais ou topológicos. Os operacionais, como o próprio nome sugere, estão relacionados às decisões operacionais do sistema elétrico de potência, que envolvem fatores como níveis de geração de energia e variações na demanda do sistema. Os parâmetros topológicos referem-se à falhas associadas ao funcionamento de linhas de transmissão e/ou geradores, por exemplo (SOROUDI e AMRAEE, 2013).

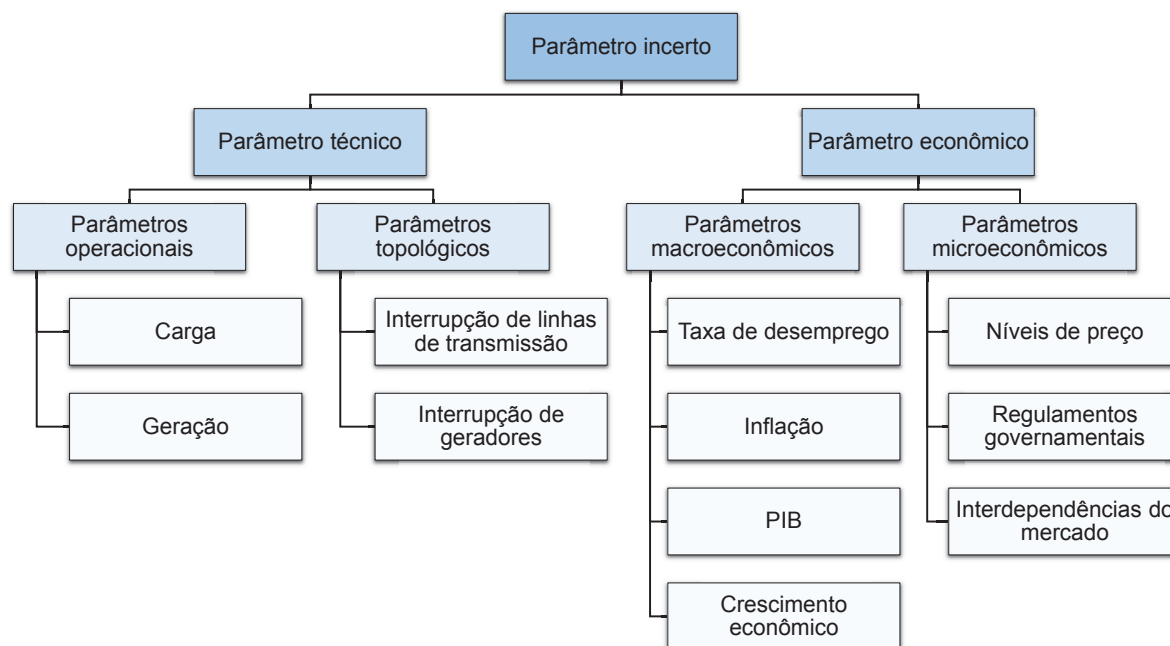
Os parâmetros econômicos são categorizados em macroeconômicos e microeconômicos. Os parâmetros macroeconômicos são aqueles que afetam o sistema elétrico de uma maneira mais ampla, como o crescimento econômico, o PIB (Produto Interno Bruto), a inflação, ou até mesmo a taxa de desemprego. Os parâmetros microeconômicos estão relacionados às decisões de setores de negócios menores, como indústrias e consumidores domésticos. Como exemplo é possível citar as variações de taxa de negócios, custos de combustíveis e matéria-prima (SOROUDI e AMRAEE, 2013).

Assim, todos estes parâmetros incertos são fontes de incerteza que podem ser levadas em consideração no problema do planejamento da operação de sistemas elétricos de potência. Os parâmetros de incertezas tratados no presente trabalho são



classificados dentro dos “Parâmetros técnicos”, mais especificamente nos “Parâmetros operacionais”. Serão tratadas as incertezas inerentes à demanda do sistema, classificada como “Carga”, e também as incertezas relacionadas a geração hidrelétrica (a nível de afluência) e eólica, classificadas como “Geração”.

FIGURA 3 – CLASSIFICAÇÃO GERAL DOS PARÂMETROS INCERTOS EM ESTUDOS RELACIONADOS À SISTEMAS DE ENERGIA



FONTE: Adaptado de Soroudi e Amraee (2013).

A demanda pode ser definida como a carga própria a ser atendida pela geração (SILVA, S. R., 2014). A sua previsão é considerada um dos aspectos fundamentais no planejamento da operação de sistema elétricos de potência, uma vez que o principal objetivo consiste em definir as melhores decisões operacionais que minimizem os custos de operação, mas sobretudo que cumpram o atendimento da carga do sistema. A demanda de energia elétrica depende de diversos fatores que englobam, por exemplo, aspectos econômicos, sociais, climáticos e sazonais. As incertezas associadas a este parâmetro estão em especial relacionadas a erros de previsão e à resposta a demanda (QUAN *et al.*, 2015).

Embora as incertezas na demanda energética sejam consideradas inferiores as incertezas na geração eólica, por exemplo, o erro em megawatt relacionada a esta previsão ainda é considerado bastante alto (QUAN *et al.*, 2015). Por este motivo é importante a utilização de metodologias que permitam considerar estas incertezas

dentro do problema do planejamento da operação de sistemas elétricos de potência, a fim de fornecer soluções mais confiáveis e que sejam capazes de lidar com estas possíveis variabilidades.

Como já mencionado a geração eólica é uma fonte de energia que apresenta muita variabilidade, sendo importantíssima a sua consideração no processo de tomada de decisão do operador central, o que acaba tornando o planejamento da operação eletro energética ainda mais complexo (SILVA, S. R., 2014). A sua incerteza está relacionada a aspectos climáticos, principalmente a velocidade do vento. Um erro de 10% na previsão de velocidade do vento, por exemplo, representará uma diferença de 33% na previsão de energia gerada, uma vez que esta varia com o cubo da velocidade do vento (CUSTÓDIO, 2013).

Como não existem previsões perfeitas quanto à velocidade dos ventos que devem atingir as pás dos aerogeradores (SILVA, S. R., 2014), e conseqüentemente quanto à previsão de energia eólica gerada, é de grande importância que estas incertezas também sejam incorporadas ao problema do planejamento da operação.

No que concerne à geração hidrelétrica, a sua incerteza está em especial relacionada à afluência natural a qual, segundo Silva S. R. (2014), pode ser definida como a média de água que chega ao reservatório das usinas por unidade de tempo. Esta afluência é responsável por grande parte do suprimento futuro de água que estará disponível para geração de eletricidade que, por sua vez, assim como na geração eólica, não dispõe de métodos de previsão perfeitos sobre este parâmetro (SILVA, S. R., 2014).

Segundo Guilhon (2002) a afluência natural depende, dentre outros fatores, de aspectos como declive da bacia hidrográfica em que a unidade hídrica está localizada (fator que sofre alterações periódicas devido à erosão nas margens dos rios, por exemplo), infiltração (fortemente relacionado à utilização do solo, permeabilidade da superfície do rio e profundidade do trecho impermeável), e precipitação (considerado o principal fator, o qual é extremamente dependente de fatores naturais e climatológicos, sendo considerado a variável que acaba atribuindo a característica aleatório do processo hidrológico). Dessa forma qualquer alteração nestes aspectos pode influenciar na afluência natural e, conseqüentemente, na geração de energia hidrelétrica. Daí a importância de também considerar as possíveis variabilidades na geração hidrelétrica no problema do planejamento da operação energética.

### 3.5 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste Capítulo foram discutidas as principais características relacionadas ao planejamento da operação de sistemas hidro-termo-eólicos, além de alguns aspectos que podem ser considerados em problemas desta natureza, como as fontes de incerteza. Devido à aleatoriedade associada a geração eólica e hidrelétrica, e à variabilidade presente na demanda energética, optou-se pela representação das incertezas inerentes destes aspectos no presente trabalho.

O presente Capítulo também explicou a importância de buscar metodologias capazes de incorporar estes aspectos ao planejamento da operação eletro energética, sendo a otimização robusta uma opção para tal. Da mesma forma, a medida que os conceitos inerentes ao problema do planejamento da operação foram apresentados, a proposta do presente trabalho foi enquadrada dentro destas diferentes denominações, ou seja, dentro do problema da programação diária da operação eletroenergética.

O próximo Capítulo tem como objetivo apresentar os principais trabalhos científicos identificados dentro do tema desta dissertação, ou seja, sobre a programação diária da operação hidro-termo-eólica sob incertezas utilizando a otimização robusta.

## 4 REVISÃO DE LITERATURA

### 4.1 INTRODUÇÃO

Com a apresentação dos principais aspectos relacionados à otimização robusta (Capítulo 2) e ao planejamento da operação hidro-termo-eólica (Capítulo 3) foi possível compreender as dificuldades e desafios que envolvem este tipo de problema, assim como a motivação para a realização de pesquisas e estudos dentro desta temática.

Sendo assim, este capítulo tem como objetivo apresentar os principais trabalhos identificados dentro do tema desta dissertação, ou seja, sobre o planejamento da operação hidro-termo-eólica sob incertezas utilizando a otimização robusta. Além de realizar uma breve descrição sobre os trabalhos considerados de maior relevância, os procedimentos seguidos para a seleção do portfólio bibliográfico serão também apresentados.

### 4.2 PROCEDIMENTOS PARA ELABORAÇÃO DO PORTFÓLIO BIBLIOGRÁFICO

A elaboração do portfólio bibliográfico apresentado neste Capítulo foi baseada na metodologia proposta por Ensslin *et al.* (2010). Os procedimentos seguidos para seleção das referências bibliográficas encontram-se descritos a seguir:

#### **(1) Definir palavras-chave**

Inicialmente, foram definidos os eixos de pesquisa e as palavras-chave. Os eixos de pesquisa estão associados ao problema em estudo, enquanto as palavras-chave estão relacionadas às técnicas e abordagens empregadas para solucionar tais problemas. Realizou-se uma busca preliminar em artigos relevantes para determinar as palavras-chave, com o objetivo de garantir sua adequação ao tema em estudo. Na TABELA 1 é possível observar o eixo de pesquisa definido e as respectivas palavras-chave utilizadas. Os termos foram traduzidos para o inglês e utilizados para realização da busca dos trabalhos científicos.

TABELA 1 – EIXOS DE PESQUISA E PALAVRAS CHAVE DEFINIDAS

Eixo de pesquisa	Palavras-chave
Planejamento da operação sob incertezas	Despacho hidrotérmico
	Comprometimento de unidades
	Energia eólica
	Energia renovável
	Reserva de energia
	Otimização robusta
	Rede de transmissão

FONTE: O autor (2021).

## (2) Definir o banco de dados bruto

A partir da definição do eixo de pesquisa e das palavras-chave é possível realizar uma busca combinando os termos definidos previamente (eixo + palavra-chave). Para o desenvolvimento do banco de dados bruto, foi utilizada a ferramenta *Publish or Perish*, em português significa “publique ou pereça”, que consiste em um programa capaz de recuperar e analisar citações acadêmicas, utilizando como base de dados, dentre outras plataformas, o Google Acadêmico (HARZING, 2016). A ferramenta *Publish or Perish* limita a busca em 1000 trabalhos científicos mais relevantes para cada pesquisa realizada. Os critérios de relevância utilizados incluem, por exemplo, o número de citações por autor ou artigo.

A primeira busca realizada para cada combinação possível foi limitada há um período de 10 anos e, posteriormente, os trabalhos foram selecionados quanto à sua representatividade, ou seja, foram mantidos no banco de dados os trabalhos científicos publicados em periódicos considerados relevantes na área de estudo.

## (3) Filtro do banco de dados quanto à redundância e alinhamento do título

Os artigos selecionados na etapa anterior foram exportados para o *Mendeley*, que consiste em um programa *desktop* utilizado para o gerenciamento de referências bibliográficas. Os trabalhos científicos redundantes, ou seja, os artigos repetidos, foram excluídos do banco de dados. Posteriormente, realizou-se a verificação do alinhamento dos títulos com a temática proposta na dissertação, sendo que os trabalhos considerados não alinhados, foram excluídos do portfólio bibliográfico.

#### (4) Filtro do banco de dados não repetidos e com título alinhado com a temática proposta

Após a seleção dos artigos quanto ao título, foi realizada a verificação dos resumos de cada trabalho científico, a fim de garantir que os documentos escolhidos estão consistentes com o tema de pesquisa proposto. Foram mantidos os artigos considerados mais alinhados com a temática proposta.

#### (5) Artigos selecionados para leitura completa

A última etapa consiste na leitura resumida dos artigos pré-selecionados, ou seja, leitura dos tópicos Introdução e Conclusão dos trabalhos restantes. Com isso, deve-se verificar se a temática abordada está realmente alinhada com a proposta de trabalho a ser desenvolvido e apresenta contribuição significativa para a elaboração do presente estudo.

Os artigos selecionados para leitura integral, podem ser verificados na TABELA 2.

TABELA 2 – ARTIGOS SELECIONADOS PARA LEITURA COMPLETA, AUTORES, PERIÓDICO EM QUE FOI PUBLICADO E O ANO DA PUBLICAÇÃO DO TRABALHO CIENTÍFICO

Título do trabalho científico	Autores	Periódico em que foi publicado	Ano da publicação
<i>Contingency-Constrained Unit Commitment with <math>n - K</math> Security Criterion: A Robust Optimization Approach</i>	Alexandre Street, Fabricio Oliveira, Jose Manuel Arroyo	<i>IEEE Transactions on Power Systems</i>	2011
<i>Robust Unit Commitment Problem with Demand Response and Wind Energy</i>	Long Zhao e Bo Zeng	<i>IEEE Power and Energy Society General Meeting</i>	2012
<i>Robust Unit Commitment With Wind Power and Pumped Storage Hydro</i>	Ruiwei Jiang, Jianhui Wang, e Yongpei Guan	<i>IEEE Transactions on Power Systems</i>	2012
<i>Two-stage robust optimization for N-k contingency-constrained unit commitment</i>	Qianfan Wang, Jean-Paul Watson e Yongpei Guan	<i>IEEE Transactions on Power Systems</i>	2013
<i>Adaptive Robust Optimization for the Security Constrained Unit Commitment Problem</i>	Dimitris Bertsimas, Eugene Litvinov, Xu Andy Sun, Jinye Zhao e Tongxin Zheng	<i>IEEE Transactions on Power Systems</i>	2013
<i>A Robust Wind Power Optimization Method for Look-ahead Power Dispatch</i>	Wenchuan Wu, Jianhua Chen, Boming Zhang e Hongbin Sun	<i>IEEE Transactions on Sustainable Energy</i>	2014
<i>Two-stage network constrained robust unit commitment problem</i>	Ruiwei Jiang, Muhong Zhang, Guang Li e Yongpei Guan	<i>European Journal of Operational Research</i>	2014

<b>Título do trabalho científico</b>	<b>Autores</b>	<b>Periódico em que foi publicado</b>	<b>Ano da publicação</b>
<i>Exploring the Modeling Capacity of Two-Stage Robust Optimization: Variants of Robust Unit Commitment Model</i>	Yu An e Bo Zeng	<i>IEEE Transactions on Power Systems</i>	2015
<i>Adaptive Robust Optimization With Dynamic Uncertainty Sets for Multi-Period Economic Dispatch Under Significant Wind</i>	Álvaro Lorca e Xu Andy Sun	<i>IEEE Transactions On Power Systems</i>	2015
<i>A Robust Optimization Approach to Energy and Reserve Dispatch in Electricity Markets</i>	Marco Zugno e Antonio J. Conejo	<i>European Journal of Operational Research</i>	2015
<i>Multistage Adaptive Robust Optimization for the Unit Commitment Problem</i>	Álvaro Lorca, X. Andy Sun, Eugene Litvinov e Tongxin Zheng	<i>Operations Research</i>	2016
<i>Weekly Two-Stage Robust Generation Scheduling for Hydrothermal Power Systems</i>	Hossein Dashti, Antonio J. Conejo, Ruiwei Jiang e Jianhui Wang	<i>IEEE Transactions on Power Systems</i>	2016
<i>Adaptive Robust Network-Constrained AC Unit Commitment</i>	Nima Amjady, Shahab Dehghan, Ahmad Attarha e Antonio J. Conejo	<i>IEEE Transactions On Power Systems</i>	2017
<i>Adaptive Robust AC Optimal Power Flow Considering Load and Wind Power Uncertainties</i>	Ahmad Attarha, Nima Amjady e Antonio J. Conejo	<i>International Journal of Electrical Power and Energy Systems</i>	2018

FONTE: O autor (2021).

Adicionalmente aos artigos descritos na TABELA 2, que foram selecionados conforme a metodologia apresentada, foram incluídos os trabalhos descritos na TABELA 3, pois acredita-se que estes apresentam contribuições significativas para o desenvolvimento do presente estudo.

TABELA 3 – TRABALHOS ADICIONAIS CONSIDERADOS PARA LEITURA COMPLETA

<b>Título do trabalho científico</b>	<b>Autores</b>	<b>Descrição</b>	<b>Ano da publicação</b>
<i>Two-Stage Robust Optimization Models for Power System Operation and Planning under Joint Generation and Transmission Security Criteria</i>	Alexandre Moreira da Silva	Dissertação de mestrado (PUC-Rio)	2014
Modelo em Código Aberto de Cootimização da Energia e Reservas com restrição de <i>Unit Commitment</i> para a Programação Diária da Operação sob critério N-K	Eros Danilo Monteiro de Carvalho	Dissertação de mestrado (PUC-Rio)	2019
Modelo Robusto para o Planejamento da Operação Eólica-hidrotérmica Considerando Incertezas	Leonel João Muthemba	Dissertação de mestrado (UFPR)	2019

FONTE: O autor (2021).



### 4.3 DESCRIÇÃO DOS TRABALHOS SELECIONADOS

A seguir, descreve-se em ordem cronológica, os principais aspectos relacionados aos trabalhos científicos que compõe o portfólio bibliográfico desta dissertação:

- (2011) – Steet, Oliveira e Arroyo (2011), foi identificado como o primeiro estudo desenvolvido utilizando a otimização robusta dentro da operação de sistemas elétricos de potência. O trabalho traz uma nova abordagem para o problema do *unit commitment* (UC), com restrições de contingência (linhas de transmissão e unidades geradoras) para uma única barra. Os autores destacam que ao invés de considerar todos os estágios de contingência possíveis na operação do sistema, uma nova formulação baseada na otimização robusta é empregada onde o pior caso de contingência é identificado. O modelo proposto é formulado em dois níveis (binível de único estágio), onde os estados de contingências são as variáveis de decisão do modelo. Mais especificamente, o nível superior do modelo consiste na determinação das melhores decisões de programação das unidades geradoras, enquanto que as unidades de geração indisponíveis no pior caso de contingência são uma informação do nível inferior do problema, cuja função objetivo representa a produção de energia pós-contingência que pode ser fornecida em cada período pelas unidades de geração sob qualquer combinação de unidades disponíveis. Para solucionar o problema binível proposto, este é convertido em um único nível de solução resultando em um modelo linear inteiro misto, sendo solucionado através de um software comercial disponível. Segundo os autores, as principais contribuições do trabalho concernem na obtenção de um modelo e metodologias de solução capazes de fornecer soluções ótimas globais, ou próximas do ótimo com um custo computacional moderado. Além disso, com o modelo proposto o operador dispõe de uma ferramenta para programação de geração que considera níveis de segurança mais rigorosos se comparado com critérios tradicionais usualmente empregados;
- (2012) – Ainda sobre a abordagem robusta no UC, Zhao e Zeng (2012b) desenvolvem uma formulação para resolver este problema considerando um modelo de dois estágios. A ideia proposta pelos autores consiste em integrar

a resposta à demanda do sistema, com a geração eólica e com a geração de energia proveniente de combustíveis fósseis, assumindo dois objetivos principais: a redução da emissão de gases poluentes através da utilização da energia eólica e do gerenciamento pelo lado da demanda; e minimização dos custos de operação do sistema. O modelo considera as incertezas associadas à energia eólica. Uma nova abordagem de solução, baseada na decomposição de Benders, chamada de algoritmo de geração de coluna e restrição, é empregada para resolver o problema proposto. Mais detalhes sobre a forma como esta nova metodologia funciona são descritos em Zeng e Zhao (2013). Segundo os autores o modelo proposto pode reduzir de maneira expressiva os custos totais de resposta a demanda e a incerteza na energia eólica e, além disso, a nova metodologia de solução proposta reduziu significativamente o tempo de simulação computacional se comparado a tradicional decomposição de Benders;

- (2012) – Jiang, Wang e Guan (2012), também propõe um modelo de UC que leva em conta o pior cenário de geração eólica, considerando as cargas como determinísticas ao longo do horizonte de planejamento. O modelo proposto deve fornecer um cronograma das decisões de comissionamento das unidades térmicas e eólicas para o dia seguinte, o qual minimiza os custos de operação do sistema quando a pior realização das variações de geração eólica é verificada, ao mesmo tempo em que a máxima utilização desta fonte de energia é garantida. A formulação proposta permite modelar os eventos de rampa que representam as mudanças na geração eólica entre os diferentes períodos de tempo. A incerteza na geração eólica é modelada através de conjuntos, onde o valor de geração eólica pode se desviar por mais ou menos períodos de tempo em relação a geração prevista para o horizonte de estudo considerado. Além disso, o modelo de UC proposto considera usinas hídricas com possibilidade de armazenamento, capazes de gerar ou absorver energia, e também as restrições de transmissão. A decomposição de Benders é aplicada para solucionar o modelo matemático proposto. Dois sistemas testes, um com 6 e outro de 118 barras padrão IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*), são utilizados pra validação e verificação do funcionamento da metodologia proposta. Os autores apontam o desempenho adequado da metodologia, permitindo incorporar as variações significativas

na geração eólica entre períodos de tempo consecutivos. Além disso, considerar as usinas hídricas para geração e absorção de energia é bastante positivo para o sistema, uma vez que estas podem ser utilizadas em substituição aos geradores térmicos, reduzindo assim os custos de operação do sistema e também a emissão de gases poluentes. Outro ponto destacado pelo autores é a superioridade do modelo quando comparado a abordagem determinística sujeita a diferentes cenários de geração eólica e, ainda, que a abordagem de otimização robusta permite que soluções de UC confiáveis sejam geradas, as quais não são apenas imunes contra as variações de incerteza na geração eólica, mas também são capazes de aproveitar seus baixos custos unitários de geração;

- (2013) – Em Wang, Watson e Guan (2013) um modelo robusto de otimização de dois estágios para resolver o problema do UC, considerando restrições de contingência (linhas e geradores) é proposto. Segundo os autores o artigo é baseado no trabalho de Steet, Oliveira e Arroyo (2011), com a diferença de que neste caso são consideradas tanto as contingências relacionadas as linhas e geradores, como as restrições físicas da capacidade de transmissão, além de considerar o redespacho econômico para satisfazer as restrições físicas pós-contingência. O objetivo consiste em minimizar os custos de geração total quando a pior realização do cenário de contingência for verificada. O problema é formulado em três níveis (min max min) e solucionado em dois estágios. Para tanto, duas técnicas de decomposição são empregadas, baseadas no algoritmo de geração de coluna e restrição e na decomposição de Benders, onde no primeiro estágio são realizadas as decisões de UC, enquanto que no segundo estágio são realizadas as decisões de despacho dentro do pior cenário de contingências identificado. Segundo os autores uma das contribuições do trabalho é que o modelo desenvolvido é capaz de identificar quais componentes, ou conjunto de componentes do sistemas (linhas e/ou geradores), podem gerar o pior cenário de contingência. Com o intuito de verificar o desempenho do modelo proposto, o mesmo é testado em dois sistemas, um ilustrativo com 6 barras e outro de 118 barras IEEE. Dentro das técnicas de decomposição utilizadas, que envolve o envio de cortes primais ou duais do subproblema para o problema mestre, os autores apontam que a abordagem usando os cortes primais

aproxima-se mais rapidamente da solução ótima, do que a abordagem usando os cortes duais;

- (2013) – Bertsimas *et al.* (2013) também traz uma abordagem de otimização robusta para o UC. O autor apresenta um modelo de otimização robusto adaptativo de dois estágios (três níveis), que considera as incertezas associadas a recursos variáveis, como demanda em tempo real, geração eólica não despachável e incertezas no intercâmbio de energia as quais, segundo os autores, são denominadas de *conjuntos de incertezas de injeção nodal*. No primeiro estágio do problema um valor de incerteza de injeção nodal é pré-estabelecido e utilizado para resolver o problema do UC com o objetivo de obter uma resposta imunizada contra qualquer realização de incerteza. No segundo estágio o problema do despacho econômico é resolvido a fim de minimizar os custos operacionais do sistema dada a pior realização das incertezas e considerando as decisões fixas do UC encontradas no primeiro estágio. Outra característica interessante deste modelo é que a alocação de reserva de energia é considerada na formulação do problema, o que permitiu uma redução significativa dos custos econômicos associados à alocação de reservas quando a injeção nodal é incerta. Para resolver o problema foram empregadas a decomposição de Benders e um algoritmo de aproximação externa. Segundo os autores o modelo proposto permite um ajuste do nível de conservadorismo da solução obtida, e quando este é feito adequadamente os custos de operação podem ser reduzidos além de ocorrer uma melhora na confiabilidade de operação do sistema em tempo real;
- (2014) – Wu *et al.* (2014) apresenta uma solução econômica ótima para geração convencional de energia a fim de mitigar as incertezas provenientes da energia eólica, ou seja, propõe o despacho econômico de um sistema termo-eólico considerando as incertezas associadas à geração eólica. Além disso, são consideradas as restrições associadas à reserva girante e às restrições do fluxo de transmissão pois, segundo o autor, a consideração destes parâmetros garantirá a operação adequada e segura do sistema. O problema é formulado em dois níveis, e para solucioná-lo o mesmo é reescrito em um único nível utilizando a teoria da dualidade forte. O método dos pontos interiores versão primal dual é utilizado para resolver a versão final do modelo, e o seu funcionamento é verificado em um sistema teste padrão IEEE. A

formulação proposta neste trabalho tem como objetivo também reduzir o contingenciamento de energia eólica, através de um cronograma de geração de energia para os parques eólicos, e por meio da definição de um valor de *set-point* para as unidades térmicas que compõe o problema. Nesse modelo a previsão de potência gerada para cada parque eólico é enviada para um centro de controle, onde é aplicado um modelo de otimização robusta a fim de calcular a quantidade de energia que o parque eólico é capaz de gerar. O resultado dessa otimização é enviado de volta para os parques eólicos como sua meta de controle. Segundo o autor, essa estratégia é capaz de atenuar as incertezas provenientes da energia eólica, principalmente quando as reservas provenientes das unidades térmicas não são suficientes para suprir possíveis problemas no sistema de energia;

- (2014) – Em Jiang *et al.* (2014) o problema do UC sob incertezas, utilizando a otimização robusta, é novamente abordado. Neste trabalho o autor destaca a importância do operador central do sistema buscar formas de acomodar as diferentes fontes de incertezas no planejamento da operação de sistemas elétricos de potência. A formulação desenvolvida propõe um problema de dois estágios onde, no primeiro estágio, são tomadas as decisões do UC com o objetivo de minimizar os custos operacionais totais do sistema. A partir dos resultados obtidos, o segundo estágio é solucionado, onde o objetivo é resolver o despacho econômico, dada a pior realização das incertezas. Ressalta-se que esta abordagem é desenvolvida com o objetivo de lidar com as incertezas na demanda e no fornecimento de energia eólica. A metodologia de solução empregada é chamada de esquemas de separação baseado na decomposição de Benders, onde o autor propõe uma metodologia para obtenção de soluções exatas, e outra que utiliza heurísticas para a obtenção de uma solução aproximada para o modelo de otimização robusta considerado. Diversos testes, utilizando um sistema padrão IEEE, são realizados a fim de verificar a efetividade do modelo desenvolvido. Segundo o autor, os resultados obtidos foram superiores aos modelos determinísticos existentes, em termos de confiabilidade e de custos totais de operação do sistema;
- (2014) – Silva A. M. (2014), traz um compilado de três trabalhos desenvolvidos dentro da área de otimização sob incertezas em sistemas de potência, sendo

eles Street, Moreira e Arroyo (2014), Moreira, Steet e Arroyo (2015a) e Moreira, Steet e Arroyo (2015b). O autor destaca a importância da adoção de métodos de segurança mais rigorosos, como o critério  $n - K$ , para a operação dos sistemas elétricos de potência com maior confiabilidade, tendo em vista os efeitos desastrosos ocasionados em função da ocorrência de contingências múltiplas. Segundo o autor, o principal objetivo do trabalho concerne em incorporar o critério de segurança  $n - K$  para geração e transmissão em modelos de operação e planejamento de sistemas elétricos de potência. O trabalho leva em consideração falhas em geradores e linhas de transmissão, e a metodologia de solução proposta é baseada na decomposição de Benders. Três modelos são apresentados ao longo do trabalho, dois a nível de operação e um a nível de expansão, mas todos considerando a otimização robusta adaptativa. O primeiro, correspondente a Street, Moreira e Arroyo (2014), propõe um modelo de otimização formulado em três níveis com o objetivo de determinar as melhores decisões relacionadas ao despacho de energia e reservas operativas, levando em consideração o critério de segurança  $n - K$ . O segundo, referente à Moreira, Steet e Arroyo (2015b), traz uma abordagem semelhante ao primeiro, com a diferença de que neste caso as incertezas relacionadas a demanda também são consideradas. O terceiro, Moreira, Steet e Arroyo (2015a), propõe um modelo de otimização em três níveis para o planejamento da expansão, mais especificamente relacionado a transmissão, cujo objetivo consiste em determinar quais as melhores linhas de transmissão a serem construídas, que atendam um critério de segurança  $n - K$  pré-estabelecido. O autor destaca os desafios computacionais enfrentados ao propor melhorias e aprimoramentos nesse tipo de problema, destacando a eficiência dos modelos propostos tanto em termos de desempenho computacional, como ao capturar efeitos econômicos importantes nos cenários estudados;

- (2015) – An e Zeng (2015), exploram variantes do modelo de UC robusto de dois estágios, os quais o autor denomina como UC robusto expandido e UC robusto com restrição de risco. Os autores destacam os desafios em definir um conjunto de incerteza apropriado, capaz de representar adequadamente as incertezas naturais que fazem parte do problema, e que possam fornecer soluções capaz de equilibrar riscos e custos. O modelo robusto expandido

desenvolvido gera soluções consideradas menos conservadoras, se comparado ao modelo robusto clássico, onde vários conjuntos de incertezas são considerados e diferentes pesos são atribuídos aos piores casos identificados. Assim, os impactos de considerar piores cenários pouco realistas podem ser melhor controlados, fornecendo soluções mais apropriadas. Enquanto isso a segunda abordagem considera restrições de risco que derivam soluções sujeitas a diferentes limites de desempenho no pior caso da realização da incerteza, ou seja, com base na natureza incerta do problema, e nos requisitos de operação do sistema, restrições são explicitamente incluídas no modelo para restringir determinados comportamentos nos piores cenários de incerteza. A metodologia de solução empregada para resolver os modelos propostos é baseada no algoritmo de geração de coluna e restrição, onde o problema é dividido em dois estágios de solução, o problema principal e o subproblema. O subproblema, composto por dois níveis (max min) é reescrito como um problema de único nível (max) através de dois métodos distintos, os quais são também comparados em termos de custos computacionais. A cada iteração o problema principal gera uma decisão relacionada ao acionamento e/ou desligamento das unidades geradoras, informação utilizada como entrada para o segundo estágio do problema. O subproblema, por sua vez, utiliza essa informação como entrada e encontra as melhores decisões de despacho dada a pior realização das incertezas. A informação da incerteza é então enviada para o problema principal, e o processo continua ocorrendo iterativamente até que a convergência seja alcançada. Dados reais são utilizados para definir os cenários de validação dos modelos propostos, um horizonte de planejamento de 24 horas é considerado, e apenas a incerteza na demanda é modelada. Os autores apontam que o modelo robusto com restrições de risco apresentou maiores tempos computacionais se comparado ao modelo robusto expandido, sugerindo que impor limites/restrições nos piores casos de desempenho podem afetar significativamente os custos computacionais do modelo;

- (2015) – Lorca e Sun (2015) propõe um modelo de otimização robusto adaptativo multiperíodo para resolver o problema do despacho econômico de um sistema elétrico de potência com grande penetração de energia eólica. Neste trabalho, os autores introduzem o conceito de incerteza dinâmica, que



consiste em uma abordagem que permite construir conjuntos de incertezas capazes de representar as relações espaciais e temporais entre diferentes parâmetros incertos considerados na formulação do problema. O modelo foi desenvolvido considerando dois estágios. No primeiro estágio ocorre o que os autores chamam de despacho econômico em tempo real, ou seja, são observados os valores de energia eólica disponíveis e a demanda do sistema, e a partir dessas informações são determinadas as soluções de despacho, as quais serão implementadas imediatamente. No segundo estágio, o despacho econômico é realizado considerando o pior caso de realização das incertezas para os períodos remanescentes no horizonte de planejamento. Portanto, o modelo de despacho econômico robusto proposto permite minimizar o custo total de despacho no período de tempo atual e o custo de despacho no pior caso durante os períodos futuros. A metodologia utilizada para solucionar o problema proposto é denominada de algoritmo de direção alternada, a qual baseia-se na geração de planos de cortes. Diversos cenários são simulados considerando incertezas na geração eólica e/ou demanda. De acordo com as conclusões apresentadas pelos autores o modelo proposto apresenta uma estrutura geral e tempo computacional consistentes e, além disso, os conjuntos de incerteza dinâmica permitiram captar a relação entre as incertezas através dos estágios de planejamento;

- (2015) – Zugno e Conejo (2015) motivados pela crescente penetração de fontes estocásticas de energia na matriz energética, propõe uma abordagem de otimização robusta adaptativa de dois estágios para o despacho de energia e de reserva de energia, que permite considerar conjuntos de incerteza poliédrica de maneira genérica. O modelo desenvolvido é estático, ou seja, para o planejamento em um único período, entretanto o autor destaca que a proposta poderia levar em consideração uma abordagem multiperíodo, impactando apenas nos custos computacionais para resolução do problema. A abordagem de solução empregada pelos autores é chamada de algoritmo de planos de corte Benders-dual o qual, como o próprio nome sugere, é baseado no algoritmo de planos de corte e na decomposição de Benders. A formulação e metodologia propostas foram verificadas em um sistema padrão IEEE. Os resultados obtidos foram comparados com abordagens



- determinísticas e estocásticas existentes, constatando-se a sua superioridade em termos de custos econômicos no pior cenário de realização de incerteza;
- (2016) – Lorca *et al.* (2016) desenvolve um modelo robusto adaptativo para resolver o problema de UC considerando uma abordagem multiestágio. As incertezas associadas à demanda e a gerações renováveis, as quais podem representar a penetração eólica e solar por exemplo, são consideradas. A metodologia empregada para resolução do problema proposto é baseada no algoritmo de geração de restrições e, segundo os autores, diversas melhorias foram realizadas na abordagem de solução proposta. O modelo desenvolvido é capaz de solucionar o UC para sistemas de médio e grande porte o qual, comparado às abordagens determinísticas existentes, apresentou redução dos custos computacionais, aumento da confiabilidade na operação do sistema e flexibilidade do modelo;
  - (2016) – Dashti *et al.* (2016) apresenta o desenvolvimento de um modelo robusto de dois estágios para programação da operação de um sistema hidrotérmico. No modelo proposto apenas as incertezas associadas às afluências hídricas são levadas em consideração. O autor apresenta uma forma diferenciada para construção dos conjuntos de incertezas, onde um vetor auto regressivo é utilizado para representar características relacionadas à sazonalidade. Ou seja, dependendo da época do ano em que se está realizando o planejamento da operação, o valor da incerteza irá variar de acordo com a afluência daquele período. O problema é formulado em dois estágios de solução, onde no primeiro são realizadas as decisões de UC, enquanto que no segundo são realizadas as decisões de despacho para a pior realização das incertezas. É importante destacar que um modelo de linearização por partes é utilizado para representar a função de produção hidrelétrica. A metodologia de solução empregada foi baseada na decomposição de Benders e na geração de planos de corte, denominando-a de algoritmo de direção alternada – mesma metodologia de solução empregada em Lorca e Sun (2015). A nova formulação proposta foi verificada em um sistema elétrico real, e os resultados obtidos foram comparados com a metodologia clássica usualmente utilizada, verificando-se que apesar do modelo que utiliza o vetor auto regressivo apresentar um maior tempo

computacional, ele demonstra resultados menos conservadores do que a abordagem tradicional;

- (2017) – Amjady *et al.* (2017) propõe o desenvolvimento de um modelo de otimização robusta adaptativa para resolver o problema do UC. Nesta proposta são consideradas as incertezas associadas apenas à geração eólica. O modelo é formulado como um problema  $\min \max \min$ , e um algoritmo de decomposição de três níveis utilizando cortes primais e duais é empregado como metodologia de solução. Neste caso, o primeiro nível do problema trata das decisões de UC, ou seja, são definidos os *status* das unidades geradoras que compõe o sistema elétrico de modo a minimizar os custos totais de operação. Os resultados do primeiro nível são fixados e o segundo nível do problema é resolvido. Este, é formulado como um problema de despacho econômico sob incertezas ( $\max \min$ ), onde o objetivo consiste em encontrar as melhores decisões operacionais de despacho para a pior realização das incertezas. Neste nível do problema utiliza-se o modelo CC (linear) para modelagem da rede de transmissão, o que permite aplicar a teoria da dualidade para reescrever o problema  $\max \min$ , em um problema  $\max$ . A partir das decisões de UC do primeiro nível do problema, e da pior realização das incertezas obtida no segundo nível, o terceiro nível do problema é então solucionado, onde o objetivo consiste em resolver o problema do despacho econômico considerando o modelo CA da rede de transmissão. Segundo os autores os resultados das simulações computacionais demonstram um funcionamento adequado da metodologia proposta, verificando-se ainda que os custos operacionais do sistema tendem a aumentar a medida que o nível de robustez (nível de incerteza) também aumenta;
- (2018) – Em Attarha, Amjady e Conejo (2018) é proposto um modelo de otimização robusto adaptativo de três níveis para o cálculo do fluxo de potência ótimo em um sistema de energia elétrica. As incertezas associadas à produção de energia eólica e à demanda são consideradas, e estas são representadas por meio de intervalos, formando um conjunto de incerteza poliédrica. A proposta permite ainda, que o nível de robustez da solução seja controlado através do ajuste de um parâmetro denominado *budget* de incerteza. O primeiro nível trata de um problema linear inteiro misto, que tem como objetivo minimizar as decisões operacionais associadas à variáveis

como configuração de *tap* de transformadores, deslocamento de fase, capacitores e reatores *shunt*. No segundo nível um modelo CA linearizado da rede de transmissão, que é capaz de preservar características importantes do problema, como a magnitude das tensões e os valores de potência reativa do sistema, é considerado, e o problema  $\max \min$  é reformulado como um problema de único nível,  $\max$ , utilizando a teoria da dualidade. O segundo nível da formulação proposta trata, portanto, da maximização de um problema, cujo objetivo é encontrar a pior realização das incertezas associadas a geração eólica e à demanda a fim de imunizar o modelo de fluxo de potência ótimo CA linearizado contra estas fontes de incertezas. O terceiro e último nível trata da minimização de um problema não linear, onde o objetivo consiste em encontrar a solução ótima para as variáveis contínuas e de decisão que fazem parte do problema do fluxo de potência ótimo. Um modelo CA não-linear da rede de transmissão é considerado, e as decisões do segundo nível são utilizadas como parâmetros de inicialização para esta etapa do problema. A resolução, que permite a comunicação entre os diferentes níveis do problema, é realizada através da geração de cortes primais e duais, chamada também de algoritmo de geração de colunas e restrições. O modelo desenvolvido é estático, ou seja, para o planejamento em um único período, e dois sistemas testes, um com 300 e o outro com 2746 barras, são utilizados para validação da abordagem empregada. Segundo os autores a robustez do modelo proposto pode ser controlada através do ajuste do *budget* de incerteza, e quanto maior este valor, mais flexível é o estado de operação do sistema, no entanto maiores custos de operação são obtidos;

- (2019) – Em Carvalho (2019) uma abordagem para resolver o problema da programação diária da operação hidrotérmica, com a possibilidade de participação de fontes renováveis, é apresentada. Apesar do modelo não considerar incertezas na geração eólica e na demanda, por exemplo, como é o caso de outros trabalhos citados ao longo deste portfólio bibliográfico, o modelo proposto considera o critério de segurança  $n - K$ , e uma abordagem baseada no método de GCR – metodologia comumente utilizada em problemas de otimização robusta – é empregada para solucionar o modelo completo. Além disso, o trabalho propõe a formulação das restrições de UC, com a cootimização do despacho de geração e alocação de reservas em um

sistema hidrotérmico de grande porte, baseado nas características do SIN e nas premissas usualmente utilizadas pelo ONS. Segundo o autor, um dos grandes diferenciais do trabalho está na forma como o critério de segurança  $n - K$  é modelado, e na utilização de uma linguagem de código aberto para programação computacional, que permite maior transparência ao operador do sistema, e aos demais agentes envolvidos na otimização de recursos disponíveis dentro do horizonte de estudo considerado;

- (2019) – Muthemba (2019) trata do despacho econômico de um sistema hidro-termo-eólico considerando as incertezas associadas à geração de energia hidrelétrica e eólica, além da demanda. A otimização robusta é empregada para representar tais conjuntos de incertezas, e um modelo CC da rede de transmissão é considerado. O problema é formulado em dois níveis (max min), e para resolução do modelo uma ferramenta disponível no software Matlab®, denominada `fminimax`, é utilizada. A formulação desenvolvida foi verificada através de um número extensivo de cenários em um sistema teste de 2 barras, e outro de 33 barras representando o subsistema sul do SIN. O autor destaca que o grau de incerteza adotado impacta diretamente nos custos operacionais, uma vez que maiores níveis de incerteza impactam na indisponibilidade de fontes de geração cuja energia primária é altamente estocástica, fazendo com que fontes mais onerosas sejam utilizadas para suprir possíveis déficits de geração.

Na TABELA 4 é apresentado um quadro comparativo dos trabalhos identificados na literatura, os quais foram discutidos ao longo desta subseção.

TABELA 4 – RESUMO COMPARATIVO DOS TRABALHOS IDENTIFICADOS NA REVISÃO DE LITERATURA

		PROPOSTA	(STREET; OLIVEIRA; ARROYO, 2011)	(ZHAO e ZENG, 2012b)	(JIANG; WANG; GUAN, 2012)	(WANG; WATSON; GUAN, 2013)	(BERTSIMAS <i>et al.</i> , 2013)	(WU <i>et al.</i> , 2014)	(JIANG <i>et al.</i> , 2014)	(SILVA A. M., 2014)	(YU e ZENG, 2014)	(LORCA e SUN, 2015)	(ZUGNO e CONEJO, 2015)	(LORCA <i>et al.</i> , 2016)	(DASHTI <i>et al.</i> , 2016)	(AMJADY <i>et al.</i> , 2017)	(ATTARHA; AMJADY; CONEJO, 2018)	(CARVALHO, 2019)	(MUTHEMBA, 2019)
Otimização robusta																			
Horizonte de estudo	Estático																		
	Até 1 hora																		
	24 horas																		
	1 semana																		
	1 até 3 meses																		
	1 ano																		
	Expansão																		
Característica	Hidrotérmico																		
	Termo-eólico																		
	Térmico																		
	Hidro-termo-eólico																		
Modelo LT <sup>1</sup>	Modelo CA																		
	Modelo CC																		
	Restrição de transmissão <sup>2</sup>																		
	Modelo CA linearizado																		
Metodologia da solução	Decomposição de Benders																		
	Algoritmo de geração de coluna e restrição (GCR)																		
	Método dos pontos interiores																		
	Algoritmo de geração de planos de corte																		
	Algoritmo de geração de restrição																		
$f_{\text{minimax}}$ (PQS <sup>3</sup> )																			
Incerteza	Eólica																		
	Demanda																		
	Hídrica																		
	Solar																		
	Critério $n - K$																		
Reserva de energia																			

FONTE: O autor (2021).

LEGENDA: <sup>1</sup>LT: Linha de transmissão; <sup>2</sup>Restrição de transmissão: refere-se aos modelos em que apenas os limites de fluxo e matriz de incidência linha/barra é considerada; <sup>3</sup>PQS: Programação quadrática sequencial; As marcações em azul indicam os assuntos que serão abordados na proposta de trabalho; Em cinza são as temáticas abordadas nos artigos citados na revisão de literatura. Alguns campos não foram preenchidos, pois não foram especificados nos artigos abordados.

#### 4.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Ao longo deste Capítulo foi apresentada a metodologia empregada para seleção dos trabalhos científicos para composição do portfólio bibliográfico, assim como uma breve síntese sobre cada um dos estudos escolhidos. Os trabalhos descritos ao longo desta seção foram aqueles considerados de maior relevância para o desenvolvimento da presente dissertação.

Ressalta-se ainda que até então não foram identificados na literatura trabalhos que tratem o problema do planejamento da operação energética sob incertezas na demanda, afluência e geração eólica, como é abordado na presente dissertação, ou seja, empregando a abordagem robusta, considerando o planejamento diário da operação, em um modelo multiperíodo, com restrições de transmissão juntamente com as restrições hidráulicas linearizadas, e usando uma metodologia de solução baseada na decomposição.

O próximo Capítulo trata da formulação matemática proposta neste trabalho e também sobre a metodologia empregada para solucionar o problema do planejamento da operação hidro-termo-eólica sob incertezas utilizando a otimização robusta.

## 5 MODELO PROPOSTO PARA O PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO HIDRO-TERMO-EÓLICA UTILIZANDO OTIMIZAÇÃO ROBUSTA

### 5.1 INTRODUÇÃO

O presente Capítulo tem como objetivo apresentar a formulação matemática proposta para resolver o problema do planejamento da operação de curtíssimo prazo, mais especificamente da programação diária da operação hidro-termo-eólica sob incertezas, utilizando a otimização robusta. Além da formulação matemática, este Capítulo tem o intuito de descrever a metodologia empregada e as ferramentas utilizadas, para solucionar o problema proposto computacionalmente.

### 5.2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

A formulação matemática proposta neste estudo foi baseada em trabalhos científicos já desenvolvidos, os quais serão citados ao longo do Capítulo. Como descrito na subseção 1.2, o modelo proposto tem como objetivo resolver o problema da programação diária da operação, que se encaixa dentro da classe de problemas do comissionamento de unidades, o chamado *unit commitment* (UC) em inglês. O problema do UC é formulado para um sistema hidro-termo-eólico sob incertezas utilizando a abordagem de otimização robusta. Nesse sentido, as incertezas relacionadas a geração eólica, a afluência natural dos rios e a demanda do sistema são consideradas. A modelagem da rede de transmissão na sua forma linear (CC) é incluída na formulação, e a reserva de energia é também considerada.

#### 5.2.1 O problema do comissionamento de unidades

O conceito do UC está atrelado ao fato de ligar ou desligar as unidades geradoras, considerando as restrições operacionais dessas unidades, tais como trajetórias de acionamento e desligamento, rampas máximas para tomada e alívio de carga, custos de partida, limites de geração, entre outros, num horizonte que pode variar de um dia a uma semana (WOOD; WOLLENBERG; SHEBLÉ, 2014; SUN e LORCA, 2017). É importante destacar que, mesmo o UC determinístico é considerado

um problema de grande porte e alta complexidade (HEDMAN; ZHANG; DOMINGUEZ-GARCIA, 2014; SUN e LORCA, 2017).

Assim, o problema do comissionamento de unidades consiste, basicamente, em decidir quando uma unidade de geração deve ser ligada, ou desligada e, além disso, está principalmente relacionado ao aspecto econômico, onde acionar muitas unidades pode ser bastante caro para o operador do sistema. Por isso é importante que o comissionamento destas unidades geradoras seja realizado de uma maneira tecnicamente adequada, visando o custo de operação do sistema da forma mais econômica possível.

O UC é formulado como um problema inteiro misto, podendo ser linear ou não-linear dependendo da abordagem considerada. As variáveis de otimização incluem as binárias, relacionadas ao comissionamento das unidades, responsáveis por estabelecer se as unidades geradoras encontram-se ligadas, ou desligadas em cada período de estudo, além das decisões de despacho, como o quanto de energia deve ser produzida por cada unidade para atender a demanda do sistema. Uma série de restrições também devem ser cumpridas, como as relações lógicas entre as decisões de comissionamento, mínimo tempo de operação e de desligamento das unidades geradoras, restrições de rampa (tomada de acréscimo e decréscimo de carga), balanço de potência, fluxo de potência nas linhas de transmissão, restrições de reserva, balanço hídrico, entre outras.

Nos próximos tópicos a formulação matemática considerada no presente trabalho será apresentada em detalhes: inicialmente o modelo determinístico utilizado como base para o desenvolvimento do presente estudo, e na sequência o modelo do UC sob incertezas usando a otimização robusta.

### 5.2.2 Formulação determinística do problema de comissionamento de unidades

As expressões (1) a (6), apresentadas na subseção 2.2, descrevem o modelo genérico do problema do UC determinístico. A partir deste modelo, foi desenvolvida a formulação determinística considerada como base para o desenvolvimento do presente trabalho, a qual é apresentada nas expressões (15) a (43).



$$\min_{x,v,y} \sum_{t=1}^T \sum_{i \in \mathcal{J}_K} (C_{i,t}^{SU} + C_{i,t}^{SD} + C_{i,t}^{NL} x_{i,t}) + \sum_{t=1}^T \sum_{i \in \mathcal{J}_K} C_{i,t}^P + \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^{\mathcal{R}} \hat{C}_{r,t}^S S_{r,t} \quad (15)$$

s.a:

$$C_{i,t}^{SU} \geq \hat{C}_i^{SU} (x_{i,t} - x_{i,t-1}) \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (16)$$

$$C_{i,t}^{SU} \geq 0 \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (17)$$

$$C_{i,t}^{SD} \geq \hat{C}_i^{SD} (x_{i,t-1} - x_{i,t}) \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (18)$$

$$C_{i,t}^{SD} \geq 0 \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (19)$$

$$x_{i,t} - x_{i,t-1} = v_{i,t}^{SU} - v_{i,t}^{SD} \quad \forall i \in \mathcal{J}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (20)$$

$$t_i^{up} = \max\{0, (\hat{T}_i^{up} - \hat{T}_i^{up(0)}) x_i^0\} \quad \forall i \in \mathcal{J} \quad (21)$$

$$t_i^{dn} = \max\{0, (\hat{T}_i^{dn} - \hat{T}_i^{dn(0)}) (1 - x_i^0)\} \quad \forall i \in \mathcal{J} \quad (22)$$

$$x_{i,t} = x_i^0 \quad \forall i \in \mathcal{J}, \forall t \in [1, t_i^{up} + t_i^{dn}] \quad (23)$$

$$\sum_{\hat{t}=t-\hat{T}_i^{up}+1}^t v_{i,\hat{t}}^{SU} \leq x_{i,t} \quad \forall i \in \mathcal{J}, \forall t \in [\hat{T}_i^{up}, T] \quad (24)$$

$$\sum_{\hat{t}=t-\hat{T}_i^{dn}+1}^t v_{i,\hat{t}}^{SD} \leq 1 - x_{i,t} \quad \forall i \in \mathcal{J}, \forall t \in [\hat{T}_i^{dn}, T] \quad (25)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{J}_K} \hat{P}_i^{max} \cdot x_{i,t} + \sum_{i \in \mathcal{J}_H} \hat{P}_i^{max} \cdot x_{i,t} + \sum_{w \in \mathcal{W}} \hat{P}_{w,t} \geq \sum_{d \in \mathcal{D}} \hat{P}_{d,t} (1 + \hat{R}\%) \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i \in \mathcal{K}_n} p_{i,t} + \sum_{i \in \mathcal{H}_n} p_{i,t} - \sum_{l \in \mathcal{L}_{n,s}} P_{l,t} + \sum_{l \in \mathcal{L}_{n,s}} P_{l,t} \\ = \sum_{d \in \mathcal{D}_n} \hat{P}_{d,t} - \sum_{w \in \mathcal{W}_n} \hat{P}_{w,t} \end{aligned} \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (27)$$

$$P_{l,t} = \hat{P}_b \hat{B}_l (\theta_{n(s,l),t} - \theta_{n(e,l),t}) \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (28)$$

$$-\hat{P}_l^{max} \leq P_{l,t} \leq \hat{P}_l^{max} \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (29)$$

$$-\pi \leq \theta_{n,t} \leq \pi \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (30)$$

$$\theta_{n,t} = 0 \quad i = ref, \forall t \in \mathcal{T} \quad (31)$$

$$C_{i,t}^P \geq \hat{\alpha}_{i,e} p_{i,t} + \hat{b}_{i,e} \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall e \in \mathcal{E}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (32)$$

$$\hat{P}_i^{min} x_{i,t} \leq p_{i,t} \leq \hat{P}_i^{max} x_{i,t} \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (33)$$

$$p_{i,t} - p_{i,t-1} \leq \hat{R}_i^{UP} x_{i,t-1} + \hat{S}_i^{SU} v_{i,t}^{SU} \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (34)$$

$$p_{i,t-1} - p_{i,t} \leq \hat{R}_i^{DN} x_{i,t} + \hat{S}_i^{SD} v_{i,t}^{SD} \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (35)$$

$$p_{i,t} \leq \hat{\alpha}_{i,\rho} q_{i,t} + \hat{\beta}_{i,\rho} x_{i,t} \quad \forall i \in \mathcal{J}_H, \forall \rho \in \mathcal{P}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (36)$$

$$V_{r,t} = V_{r,t-1} - \hat{C}(Q_{r,t} + S_{r,t} - \hat{A}_{r,t}) + \sum_{m \in \mathcal{M}_r} \hat{C}(Q_{m,t} + S_{m,t}) \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (37)$$

$$\hat{V}_r^{min} \leq V_{r,t} \leq \hat{V}_r^{max} \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \setminus t = T \quad (38)$$

$$\hat{V}_r^{fim} \leq V_{r,t} \leq \hat{V}_r^{max} \quad \forall r \in \mathcal{R}, t = T \quad (39)$$

$$0 \leq S_{r,t} \leq \hat{S}_r^{max} \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (40)$$

$$\hat{Q}_i^{min} x_{i,t} \leq q_{i,t} \leq \hat{Q}_i^{max} x_{i,t} \quad \forall i \in \mathcal{J}_H, \forall t \in \mathcal{T} \quad (41)$$

$$Q_{r,t} = \sum_{i \in \mathcal{J}_H} q_{i,t} \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (42)$$

$$x_{i,t}, v_{i,t}^{SU}, v_{i,t}^{SD} \in \{0,1\} \quad \forall i \in \mathcal{J}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (43)$$

Onde,  $x$  e  $v$  representam as decisões operacionais relacionadas as variáveis inteiras ( $x_{i,t}, v_{i,t}^{SU}, v_{i,t}^{SD}$ ) e  $y$  representa as decisões operacionais relacionadas as variáveis contínuas ( $C_{i,t}^P, p_{i,t}, P_{l,t}, \theta_{n,t}, q_{i,t}, Q_{r,t}, V_{r,t}, S_{r,t}$ ). Como convenção, todas os parâmetros de entrada do problema (dados conhecidos) são expressos com um acento circunflexo. Cada uma das restrições e respectivas variáveis serão explicadas ao longo desta subseção, e da mesma forma toda a simbologia utilizada pode ser verificada em detalhes no tópico “Lista de símbolos” na parte inicial deste trabalho.

O objetivo do problema consiste em minimizar os custos de operação do sistema – expressão (15) – dado um conjunto de restrições – expressões (16) a (43) – previamente estabelecidas, que incluem o problema hidrelétrico, termelétrico, eólico, além do fluxo de potência nas linhas de transmissão. Basicamente, as expressões (16) a (19) estabelecem os custos de acionamento e desligamento das unidades térmicas, a equação (20) estabelece as relações lógicas entre as variáveis binárias, as restrições (21) a (25) estabelecem os mínimos tempos de acionamento e desligamento das unidades térmicas e hidrelétricas, a restrição (26) estabelece os requisitos de reserva de energia, a expressão (27) é o balanço de potência, as expressões (28) a (31) modelam o fluxo de potência através das linhas de transmissão, a restrição (32) descreve o custo de geração térmica, as restrições (33) a (35) modelam o problema termelétrico, incluindo os limites físicos e as restrições de rampa, as expressões (36) a (42) modelam o problema hidrelétrico, incluindo a função de produção o balanço hídrico e os limites operacionais, e a restrição (43) define as variáveis binárias do modelo.

Note que as restrições (27) a (42), isto é, balanço energético, fluxo nas linhas, restrições de rampa, limites de geração, balanço hídrico e respectivos limites físicos das unidades, fazem a conexão entre as variáveis de comissionamento ( $x$ ,  $v$ ) e as variáveis de despacho ( $y$ ), além de incluir todas as expressões relacionadas ao despacho.

Ressalta-se que as expressões consideradas para elaboração deste modelo foram pensadas visando também o problema do UC sob incerteza, usando a otimização robusta, que será apresentado a partir da subseção 5.2.3. Por isso, ao longo desta subseção, além de referenciar trabalhos determinísticos usados como base, também são citados estudos envolvendo a otimização robusta. Nos tópicos seguintes cada uma das restrições e elementos considerados na presente formulação são detalhados.

#### 5.2.2.1 Função objetivo: custos associados as termelétricas e vertimento

A função objetivo do problema do comissionamento de unidades é composta pelas decisões do UC, e pelas decisões relacionadas ao despacho. O primeiro (decisões do UC) está associado aos custos de partida e desligamento das unidades geradoras e ao custo do estado de operação (ligado/desligado) das máquinas, enquanto o segundo (despacho) refere-se ao custo de geração e ao custo de vertimento.

Como já mencionado, o caso exposto no presente trabalho trata-se de um sistema hidro-termo-eólico, incluindo assim a geração proveniente de hidrelétricas, usinas eólicas e termelétricas. O custo variável unitário (CVU), ou simplesmente custo variável de operação, das duas primeiras é praticamente nulo e por este motivo não é considerado na função objetivo do problema. No entanto, como descrito no Capítulo 3, as termelétricas utilizam diferentes tipos de combustíveis para produção de energia elétrica e, neste caso, o seu custo variável de operação está diretamente relacionado ao valor da matéria-prima empregada.

Assim, no presente trabalho serão considerados os custos de operação (UC e despacho) associados apenas as unidades térmicas. As unidades hidrelétricas serão consideradas com o custo do UC e de despacho nulos, devido aos custos serem considerados praticamente nulos quando comparados a outras fontes de energia, como as termelétricas, assim como citado anteriormente. Sendo assim, no caso das

hidrelétricas o único custo modelado é aquele associado ao vertimento, conforme a última parcela da função objetivo – expressão (15) ( $\hat{C}_{r,t}^S \mathcal{S}_{r,t}$ ). Este custo consiste em um valor fictício, e funciona como uma penalização, sendo incorporado ao problema com o intuito de melhorar a solução final obtida, ou seja, evitar a ocorrência de possíveis vertimentos indesejados no problema hidrelétrico. Note que, este custo fictício não impede que vertimentos consistentes ocorram, e é importante que ao final do processo de solução, caso existam vertimentos, o seu custo resultante deve ser descontado da função objetivo para obtenção do valor de operação real do sistema.

Diferentemente das hidrelétricas, nas termelétricas são considerados os custos de acionamento ( $C_{i,t}^{SU}$ ) e desligamento ( $C_{i,t}^{SD}$ ), o custo do estado de operação das máquinas ( $C_{i,t}^{NL} x_{i,t}$ ), além do custo associado ao combustível utilizado ( $C_{i,t}^P$ ). Estes podem ser modelados com a utilização de diferentes abordagens. Os custos de acionamento, por exemplo, podem ser representados por uma função exponencial que depende de diferentes fatores, como a temperatura da caldeira. Este custo de partida pode ser entendido como a energia gasta para acionar uma unidade térmica, trazida para o problema do UC como um custo de partida. Essa energia gasta está atrelada ao fato de que a temperatura e a pressão das unidades térmicas devem variar lentamente até que esta seja colocada em operação, gastando uma certa quantidade de energia nesse processo que, por sua vez, não resulta em nenhuma geração de energia elétrica. Enquanto isso, o custo de geração térmica associado ao combustível, ou seja, a energia utilizada no processo que resulta na geração termelétrica propriamente dita, pode ser representado por uma função quadrática (FINARDI, 2003; TAKIGAWA, 2010; WOOD; WOLLENBERG; SHEBLÉ, 2014).

No caso do presente trabalho o custo de partida/desligamento das unidades térmicas serão considerados lineares, assim como é feito em Bertsimas *et al.* (2013), Amjady e Ansari (2013), Jiang *et al.* (2014), Dashti *et al.* (2016) e Hou e Wei (2021). Em relação ao custo de geração associado ao combustível das térmicas, uma aproximação linear por partes será utilizada para sua representação, o que também é uma prática comum na literatura (JIANG; WANG; GUAN, 2012; JIANG *et al.*, 2014; DASHTI *et al.*, 2016). Estes modelos encontram-se representados pelas restrições (16) a (19), e (32), respectivamente.

O conjunto de inequações (16) a (19), estabelece que se a unidade permanecer ligada/desligada de um período para o outro, o custo de

partida/desligamento será zero. Enquanto isso, se a unidade mudar o seu estado haverá um custo associado. A expressão (16) é considerada, ou seja, maior que zero, quando o estado das unidades térmicas muda de desligado para ligado, enquanto a expressão (18) é considerada quando o estado das unidades térmicas muda de ligado para desligado. As restrições (17) e (19), estabelecem que os custos de acionamento/desligamento não serão negativos, garantindo que serão sempre no mínimo iguais a zero. Em relação ao custo do estado de operação das unidades (ligado/desligado), este foi modelado conforme Bertsimas *et al.* (2013) e Dashti *et al.* (2016), sendo considerado diretamente na função objetivo do problema ( $C_{i,t}^{NL} x_{i,t}$ ). Este, estabelece um valor associado à disponibilidade da unidade térmica, esteja ela gerando ou não energia. Por fim, a inequação (32) é uma aproximação linear por partes do custo de geração térmica, associado ao combustível utilizado, onde  $e$  representa o número de segmentos utilizados para linearização da função, e  $\hat{a}_{i,e}$  e  $\hat{b}_{i,e}$  são, respectivamente, os parâmetros relacionados ao custo unitário de geração térmica e a um termo constante associado à cada um dos segmentos da aproximação linear por partes utilizada.

#### 5.2.2.2 Lógica UC e restrições de mínimo tempo de operação

As restrições que envolvem o problema de comissionamento de unidades térmicas estão associados a diversos fatores, principalmente ao fato de que tais unidades só podem sofrer mudanças graduais de temperatura, e por este motivo não podem ser ligadas ou desligadas imediatamente, sendo necessário um intervalo de algumas horas entre o acionamento e o desligamento (WOOD; WOLLENBERG; SHEBLÉ, 2014). De maneira semelhante, no problema hidrelétrico devem ser incluídas restrições que impeçam o sucessivo ligamento e desligamento das unidades geradoras e o respectivo desgaste das mesmas (TAKIGAWA, 2010).

Assim, dentro do problema do UC devem ser consideradas as restrições que modelam a lógica das variáveis relacionadas ao comissionamento das unidades, mais precisamente as variáveis binárias do problema. Além de estabelecer quando e quais unidades devem ser ligadas ou desligadas, devem ser estabelecidos os mínimos tempos que as máquinas precisam permanecer desligadas ou ligadas, sendo estas conhecidas como restrições de *minimum uptime* e *downtime*. Estas, permitem uma

determinada quantidade de alterações do estado operativo das unidades dentro do horizonte de planeamento considerado (TAKIGAWA, 2010).

Para modelagem destas restrições existem diferentes abordagens e nomenclaturas na literatura, as quais procuram investigar também quais as melhores formas de representação, que podem impactar no tempo computacional dada a complexidade de resolver problemas deste tipo (MORALES-ESPAÑA; LATORRE; RAMOS, 2013). No caso do presente trabalho estas restrições serão modeladas principalmente segundo os trabalhos de Morales-España, Latorre e Ramos (2013) e Brito, Finardi e Takigawa (2020), que apresentam uma notação bastante clara e objetiva, sendo estas aplicadas tanto para as unidades térmicas como para as unidades hidrelétricas.

A equação (20) estabelece a lógica das restrições do UC. Nela, a lógica intertemporal entre os estados ligado ( $x_{i,t} = 1$ ) e desligado ( $x_{i,t} = 0$ ) é descrita, sendo possível determinar e identificar apropriadamente as decisões de ligar ( $v_{i,t}^{SU} = 1$ ) ou desligar ( $v_{i,t}^{SD} = 1$ ). Esta restrição garante, portanto, que  $v_{i,t}^{SU}$  e  $v_{i,t}^{SD}$  irão apresentar valores adequados quando ocorrer o acionamento, ou desligamento das unidades.

As expressões (21) a (25), por sua vez, estabelecem no mínimo quantos períodos de tempo uma unidade deve permanecer ligada ou desligada, após entrar ou sair de operação. Mais especificamente, as equações (21) a (23) definem este comportamento para os períodos iniciais de operação ( $x_i^0$ ), onde possíveis informações sobre os períodos anteriores devem ser previamente conhecidas, enquanto que as restrições (24) e (25) estabelecem o comportamento desejado para os períodos remanescentes do horizonte de operação.

### 5.2.2.3 Restrições de rampa e limites de geração das unidades termelétricas

As restrições de rampa estabelecem a variação de geração entre dois períodos de operação consecutivos, acoplando o nível de geração de uma unidade no tempo. No caso do presente trabalho, seguindo estudos do UC hidrotérmico realizados na literatura tais como Finardi (2003), Takigawa (2010) e Amjady e Ansari (2013), as restrições de rampa para as unidades hidrelétricas não serão consideradas, uma vez que estas apresentam uma resposta rápida na operação do sistema (SIMOPOULOS; KAVATZA; VOURNAS, 2007; MORAES *et al.*, 2018). Sendo assim apenas as restrições de rampa das unidades termelétricas serão modeladas.

Estas restrições relacionam-se diretamente com aspectos operativos das unidades de geração termelétrica. Na literatura são comumente considerados três tipos de restrição de rampa (FINARDI, 2003; ARROYO e CONEJO, 2004; CARRIÓN e ARROYO, 2006; AN e ZENG, 2015; SUN e LORCA, 2017): sob operação normal, de partida e de desligamento. Segundo Arroyo e Conejo (2004), estas restrições podem ser descritas como:

- Rampa sob condição de operação normal, também conhecidas como rampa de tomada de acréscimo e decréscimo de carga. É o incremento, ou decremento, do nível de geração de uma unidade entre dois períodos de tempo consecutivos – excluindo os períodos de acionamento e desligamento imediatos – que devem respeitar os limites de “rampa de subida” ( $\hat{R}_i^{UP}$ ) e “rampa de descida” ( $\hat{R}_i^{DN}$ );
- Rampa de acionamento, que envolve uma trajetória de aumento de potência gerada. Ou seja, quando uma unidade que está desligada é acionada, ela não deve operar imediatamente na sua potência máxima, mas sim seguir uma trajetória para o aumento gradual da potência gerada entre os períodos de planejamento;
- Rampa de desligamento, que envolve a trajetória de redução da potência gerada. É semelhante à rampa de acionamento, mas nesse caso é considerada quando a unidade geradora está sendo desligado.

No presente trabalho, as restrições de rampa relacionadas as termelétricas são modeladas conforme as inequações (34) e (35). A restrição (34) indica que se a unidade geradora ligar, o estado  $x_{i,t}$  mudará de 0 para 1 e, conseqüentemente,  $v_{i,t}^{SU}$  será 1. Assim, a expressão (34) é reduzida a:  $p_{i,t} - p_{i,t-1} \leq \hat{S}_i^{SU}$ , indicando que a unidade poderá apresentar uma variação de no máximo  $\hat{S}_i^{SU}$  entre os dois primeiros períodos de ligamento – está é a restrição que representa a rampa de acionamento. Enquanto isso, caso a unidade permaneça ligada entre dois períodos de tempo consecutivos,  $v_{i,t}^{SU}$  será 0 e, conseqüentemente, a inequação (34) é reduzida a  $p_{i,t} - p_{i,t-1} \leq \hat{R}_i^{UP}$ , representando a rampa sob condição normal de operação, ou seja, a variação entre dois períodos de tempo seguidos não poderá ser superior a  $\hat{R}_i^{UP}$ . A restrição (35), comporta-se de maneira análoga, só que neste caso refere-se ao comportamento dos geradores térmicos quando ocorrer o desligamento da unidade sob condição normal ou sob condição de desligamento.



Estas variações de potência entre os períodos de operação do sistema, podem ocorrer até que os limites máximos e mínimos sejam atingidos. Assim, adicionalmente, deve ser considerada a restrição que limita a quantidade de potência gerada a cada instante, conforme a inequação (33). Note que os limites máximos e mínimos de operação serão válidos apenas se a unidade térmica estiver acionada ( $x_{i,t} = 1$ ), caso contrário ( $x_{i,t} = 0$ ) os limites máximos e mínimos serão iguais a zero, indicando que a unidade não está disponível para geração de energia naquele instante de operação.

#### 5.2.2.4 Balanço de potência e restrição de reserva de energia

O problema do planejamento da operação hidro-termo-eólica está sujeito a diversas restrições operacionais, dentre elas está o balanço de potência do sistema. Tal equação garante que as demandas sejam cumpridas, levando-se em consideração, além das diferentes fontes de geração que constituem o sistema, aspectos como o fluxo de potência através das linhas de transmissão. Uma vez que o problema abordado no presente trabalho considera o modelo linear da rede de transmissão (CC), deve ser considerado apenas o balanço de potência ativa do sistema, conforme representado na equação (27), onde este deve ser calculado para cada barra  $n$ , a cada período  $t$ , do horizonte de planejamento. Assim, a geração total do sistema (térmicas, eólicas e hidrelétricas) deve ser capaz de cumprir a demanda total pré-estabelecida.

Ressalta-se que, embora existam variações na literatura no que concerne a representação de possíveis déficits energéticos no atendimento da demanda do sistema, no presente estudo, seguindo trabalhos como Finardi (2003), Takigawa (2010), Zhao e Zeng (2012b), Amjady e Ansari (2013), Dashti *et al.* (2016), Sun e Lorca (2017) e Carvalho (2019), o corte de carga não será modelado, ou seja, não será admitida a ocorrência de déficits energéticos no sistema.

Em relação a reserva de energia, assim como descrito na subseção 3.3, esta é utilizada com o objetivo de assegurar condições de operações adequadas caso ocorram erros na previsão da carga do sistema, por exemplo. Alguns trabalhos consideram também, para alocação de reserva, possíveis variações decorrentes da penetração de energias renováveis, como em Moraes *et al.* (2018), no entanto esta



não será considerada no presente estudo. Assim, neste trabalho a alocação de reserva girante tem como objetivo suprir possíveis variações na carga do sistema.

Existem diferentes abordagens na literatura para sua representação em modelos da programação diária da operação. Em algumas formulações os requisitos de reserva são considerados de modo que a geração máxima disponível atenda uma quantidade de reserva pré-estabelecida a qual é previamente conhecida, como é o caso de Amjady e Ansari (2013), Morales-España, Latorre e Ramos (2013), Wang, Watson e Guan (2013), Jiang *et al.* (2014) e Hou e Wei (2021). Deste modo uma quantidade de unidades suficientes deve estar disponível para operação em cada período do horizonte de estudo a fim de atender tanto os requisitos de reserva como de demanda do sistema. Outros modelos buscam ainda alocar as reservas da melhor maneira possível entre as unidades geradoras do sistema, também buscando atender um valor previamente especificado, de modo que a geração total mais a reserva alocada não ultrapasse os limites de geração, como é o caso de Takigawa (2010), Hedman, Zhang e Dominguez-Garcia (2014), An e Zeng (2015), Moraes *et al.* (2018), Naversen, Farahmand e Elseth (2020). Algumas abordagens consideram também o despacho conjunto de energia e reservas, como é o caso de Dashti *et al.* (2016) e Amjady *et al.* (2017). Outros trabalhos dentro destes modelos adicionam ainda critérios de contingências ao problema, como é o caso de Street, Oliveria e Arroyo (2011), Silva, A. M. (2014), Attarha, Amjady e Conejo (2018) e Carvalho (2019).

No caso do presente trabalho, será considerada a modelagem da reserva de energia onde a geração máxima disponível no sistema (térmica, hidrelétrica e eólica), deve atender uma quantidade de reserva pré-estabelecida a qual é previamente conhecida, seguindo o que é proposto em Amjady e Ansari (2013), Morales-España, Latorre e Ramos (2013), Wang, Watson e Guan (2013), Jiang *et al.* (2014) e Hou e Wei (2021), como comentado anteriormente.

Dessa forma, uma determinada porcentagem da demanda ativa total deve ser considerada para compor a reserva girante do sistema, conforme a inequação (26), onde a geração máxima deve ser maior ou igual a demanda do sistema ( $\hat{P}_{d,t}$ ), mais um percentual de reserva pré-determinado ( $\hat{R}^{\%}$ ). Note que quanto maior a demanda, maior a quantidade de reserva a ser alocada, e vice-versa. Em relação a porcentagem de reserva a ser utilizada ( $\hat{R}^{\%}$ ), segundo Moraes *et al.* (2018), e de acordo com o que é sugerido no Submódulo 23.3 dos procedimentos de rede do ONS (2018), este valor

é usualmente adotado como 5% e, dessa forma, será o percentual considerado no presente estudo.

#### 5.2.2.5 Rede de transmissão

As restrições de transmissão são consideradas no desenvolvimento do presente trabalho através da representação linear (modelo CC) do fluxo de potência. Além das equações de fluxo, este modelo conta com restrições operacionais que devem ser obedecidas para que uma solução consistente seja encontrada.

De acordo com Monticelli (1983), o fluxo de potência através de uma linha de transmissão ( $P_{l,t}$ ), na sua representação CC, pode ser calculado conforme equação (28). Para fins de simplificação neste trabalho as conexões entre os diferentes nós do sistema são todos tratados como linhas de transmissão e, portanto, não são inclusos outros componentes da rede, como os transformadores.

O limite do fluxo de potência de uma linha de transmissão é modelado conforme a inequação (29). O sinal negativo desta restrição indica o limite do fluxo através da linha de transmissão no sentido oposto (assume-se que o fluxo é positivo quando este deixa a barra, e negativo quando está entrando na barra). A inequação (30), por sua vez, refere-se aos limites dos ângulos ( $\theta_{n,t}$ ) em cada uma das barras do sistema, e a equação (31) indica a barra de referência do sistema atribuindo o valor de 0 para os ângulos desta barra, em todos os períodos de planejamento.

#### 5.2.2.6 Sistema eólico

A geração de energia eólica depende da velocidade do vento que incide nas pás da turbina do aerogerador que, por sua vez, é dependente de inúmeros fatores relacionados às condições climáticas, ou ainda à altitude, relevo e rugosidade do terreno (MORAES, 2016). Segundo Custódio (2013), a potência gerada por uma turbina eólica ( $P_{wt}$ ) é uma relação entre a velocidade do vento ( $v_{wt}$ ), a massa específica do ar ( $\hat{\rho}_w^{ar}$ ), a área varrida pelo aerogerador ( $A_w$ ), a eficiência do aerogerador ( $\eta_w$ ) e o coeficiente de potência ( $\widehat{Cp}_w$ ), conforme a equação (44).

$$P_{w,t} = 0,5 \cdot \hat{\rho}_w^{ar} \cdot \eta_w \cdot A_w \cdot v_{wt}^3 \cdot \widehat{Cp}_w \quad \forall w \in \mathcal{W}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (44)$$

Este último parâmetro mencionado ( $\widehat{C}_{p_w}$ ) consiste na relação entre a potência disponível no vento e a potência que é efetivamente extraída do vento, cujo valor máximo que pode assumir é de 59,3%, apesar de usualmente ser empregado um valor de 44% para fins de operação. No caso da massa específica do ar, esta pode variar de acordo com a temperatura e a altitude (MORAES, 2016). Em relação à eficiência do conjunto gerador e transmissão mecânica e elétrica, este pode assumir valores entre 93% e 98% (ARANTES, 2017).

Note que a equação (44) não foi apresentada no modelo do UC determinístico da subseção 5.2.2, isso porque, no caso deste estudo, os valores de energia eólica utilizados para cada período de operação são baseados em dados históricos registrados pelo ONS, conforme será descrito em maiores detalhes no Capítulo 6.

Vale ressaltar ainda, no que concerne a representação da participação eólica, que esta será considerada como não despachável, como pode ser observado na restrição (27). Ou seja, toda a energia eólica disponível deve ser utilizada para o atendimento da demanda do sistema, sendo, portanto, o seu valor previsto subtraído da carga a ser atendida. Essa estratégia permite um melhor aproveitamento da energia eólica disponível no sistema.

#### 5.2.2.7 Sistema hidrelétrico

Há uma extensa literatura no que concerne a modelagem determinística para a formulação do problema hidrelétrico no UC, a qual também pode ser estendida para modelos sob incertezas. De uma maneira geral estes modelos, mesmo os determinísticos, são considerados de alta complexidade, devido à alguns fatores, como o acoplamento temporal e espacial do problema hídrico, assim como as não-linearidades da função de produção, a natureza combinatória decorrente das variáveis do UC, e ao grande porte, devido ao elevado número de reservatórios e unidades de geração hidrelétricas dentro de um problema multiperíodo (TAKIGAWA, 2010).

É possível citar como exemplo trabalhos como o de Finardi (2003) e Takigawa (2010) que investigam o problema de comissionamento de unidades usando modelos não-lineares da função de produção hidrelétrica, e outras restrições importantes do problema hídrico, como zonas de operação proibidas.

Há também grandes esforços em buscar modelos linearizados do problema hidrelétrico, em especial da função de produção hidrelétrica, que é capaz de

representar a quantidade de energia elétrica produzida a partir da energia potencial da água armazenada nos reservatórios (TAKIGAWA, 2010) que, assim como já citado anteriormente, é altamente não-linear e não convexa. Por este motivo, há uma grande motivação em obter modelos que forneçam soluções próximas ao modelo não-linear, preservando características importantes do problema e em um tempo computacional razoável. Alguns exemplos são os trabalhos de Diniz e Maceira (2008) e Diniz (2009), onde a função de produção hidrelétrica é considerada através de uma aproximação linear por partes em quatro dimensões, e uma aproximação linear dinâmica, respectivamente, num horizonte de um dia a uma semana de operação.

Já o trabalho desenvolvido por Brito, Finardi e Takigawa (2020), faz uma comparação entre sete metodologias que utilizam aproximação linear por partes usando variáveis inteiras, para efetuar a linearização do problema hidrelétrico, mais especificamente o problema do UC. Neste trabalho as restrições hídricas não-lineares são transformadas em um conjunto de restrições do tipo linear inteiro misto.

Mesmo estes modelos de natureza linear inteira mista, apresentam muitos desafios em termos computacionais. Sendo assim, alguns estudos consideram também modelos puramente lineares para representação da função de produção hidrelétrica na programação diária da operação, as quais utilizam produtividade constante, como nos trabalhos de Alguacil e Conejo (2000), Simopoulos, Kavatza e Vournas (2007), Sifuentes e Vargas (2007), Sifuentes e Vargas (2007b) e Frangioni, Gentile e Lacalandra (2009). É possível encontrar também, modelos de aproximação por partes puramente lineares, como é o caso de Dashti *et al.* (2016) e Navesen, Farahmand e Helseth (2020).

Evidentemente, todas as metodologias empregadas nestes trabalhos apresentam suas vantagens e desvantagens, principalmente no que concerne aos custos computacionais e a qualidade na solução obtida, fatores considerados muito importantes devido à complexidade envolvida na resolução deste tipo de problema, como já mencionado anteriormente.

Ressalta-se que inicialmente o modelo determinístico utilizado como base para o desenvolvimento do presente trabalho é considerado, e na subseção 5.2.3 o modelo sob incertezas usando a otimização robusta será apresentado. Assim, é importante levar em consideração a possibilidade de realizar possíveis aproximações, uma vez que o próprio problema determinístico é considerado de grande complexidade, e quando trata-se de problemas robustos modelados com 2, 3 ou até

mais níveis – conforme discutido no Capítulo 2, os desafios de solução ao incorporar a formulação do problema hidrelétrico são ainda maiores. Por exemplo, em Borghetti *et al.* (2008) um modelo de aproximação linear por partes (não-côncavo) é considerado para representação da função de produção hidrelétrica em um problema determinístico, obtendo-se um modelo linear inteiro misto. Neste estudo, que envolve a programação diária da operação, ao considerar a utilização de uma única turbina, verificou-se que a formulação resultante pode vir a incorporar mais de 2000 variáveis binárias adicionais ao problema, sendo necessário mais de duas horas para encontrar uma solução factível para o modelo (BORGHETTI *et al.*, 2008; DASHTI *et al.*, 2016).

Como pôde ser observado, modelos de aproximações linear por partes são extensamente empregadas na literatura, especialmente quando se trata da obtenção de modelos aproximados para problemas complexos, que trazem grandes desafios principalmente em termos computacionais. Sendo assim, no presente trabalho, a função de produção hidrelétrica será considerada como uma aproximação linear por partes (côncava), seguindo o modelo proposto em Dashti *et al.* (2016). Esta, por sua vez, é representada através da restrição (36), onde  $\rho$  representa o número de segmentos utilizados para linearização da função de produção hidrelétrica, e  $\hat{\alpha}_{i,\rho}$  e  $\hat{\beta}_{i,\rho}$  são, respectivamente, os coeficientes obtidos com a aproximação da curva de produção hidrelétrica.

Além da função de produção, o problema hidrelétrico conta com restrições relacionadas ao balanço hídrico. Conforme discutido na subseção 3.2, o ONS considera dois tipos de usinas hidrelétricas no planejamento da operação do SIN, as usinas fio d'água que operam com volume de armazenamento fixo, e as usinas com reservatório que tem capacidade de armazenamento (TAKIGAWA, 2010). Estas usinas encontram-se usualmente dispostas em cascata através do curso dos rios, criando um acoplamento espacial e temporal entre as unidades geradoras, uma vez que além da vazão afluyente dos rios, o comportamento das usinas a jusante passa a depender da dinâmica das usinas a montante. Outros fatores ainda podem ser levados em consideração como os efeitos de evaporação e infiltração, no entanto estes não serão considerados no presente estudo.

Para representação do acoplamento temporal e espacial entre as unidades geradoras o princípio de conservação da massa é utilizado, onde variáveis

relacionadas a diferentes estágios do planejamento, e a diferentes unidades geradoras são consideradas, conforme representado na equaao (37).

Ainda no que se refere  equaao de conservaao da massa da água,  necessário incluir as restrioes operacionais, para que o planejamento eletroenergético seja solucionado dentro dos limites físicos do sistema. Tais expressoes incluem os limites de volume ( $V_{r,t}$ ), vazão ( $Q_{r,t}$ ) e vertimento ( $S_{r,t}$ ) dos reservatórios. Os limites de volume e vertimento são representados, respectivamente, pelas restrioes (38) e (40).

Adicionalmente, foi incluída uma meta de volume ao final do horizonte de planejamento, próximo ao que  sugerido em Jiang, Wang e Guan (2012) e Dashti *et al.* (2016), com a diferença de que no presente trabalho o volume final deve estar dentro de uma faixa de valores pré-estabelecidos, conforme restriao (39), assim como  sugerido em Takigawa (2006). A ideia de utilizar esta restriao consiste em garantir um volume apropriado armazenado ao final do horizonte de planejamento de modo que a operaao futura do sistema não seja comprometida.

Para o cálculo do volume mínimo a ser armazenado no último período de operaao, chamado de volume final,  utilizada a equaao (45), onde o volume deve ser, pelo menos, o volume mínimo do reservatório, somado  diferença entre o limite máximo e mínimo, multiplicado pelo parâmetro  $\hat{\gamma}$ . Tal parâmetro trata-se de uma constante que assegura que o reservatório não esvazie, podendo assumir valores entre 0 e 1. Andriolo (2014), destaca a importância destas definioes no ambiente de tarifaao de energia e no planejamento da operaao de sistemas predominantemente hidrelétricos. Além disso, sugere a utilizaao de determinados valores para  $\hat{\gamma}$  no âmbito do planejamento de médio prazo, o que não deixa de ser uma referência interessante para o presente trabalho.

$$\hat{V}_r^{fim} \geq \hat{V}_r^{min} + \hat{\gamma} (\hat{V}_r^{max} - \hat{V}_r^{min}) \quad \forall r \in \mathcal{R} \quad (45)$$

Note que outra possibilidade seria incluir a representaao da funao custo futuro no problema, a qual  realizada através da utilizaao de hiperplanos. Esta tem como objetivo otimizar a utilizaao da água impedindo que todo volume armazenado seja utilizado, no sentido de minimizar o custo operacional no presente (TAKIGAWA 2010). No entanto, neste trabalho, por questoes de simplificaao a funao custo futuro

não será considerada, sendo que os níveis de água serão preservados visando o não esvaziamento dos reservatórios, através da restrição de volume final.

Em relação a vazão, os seus limites de turbinamento para cada máquina geradora, e a vazão total para cada reservatório são representadas, respectivamente, através das restrições (41) e (42). As variáveis binárias, relacionada ao comissionamento das unidades hídricas, são inseridas na inequação (41), limitando a vazão disponível e conseqüentemente a quantidade e de energia elétrica a ser gerada. Esta, em conjunto com a aproximação da função de produção (36) garantem um comportamento apropriado no que concerne a relação entre a disponibilidade de água e a sua transformação em energia elétrica.

### 5.2.3 Formulação robusta do problema de comissionamento de unidades

O principal objetivo da formulação proposta neste trabalho consiste na minimização dos custos operacionais de um sistema hidro-termo-eólico dada a pior realização das incertezas. Conforme descrito na subseção 2.2, o problema de otimização robusta, mais especificamente o problema do UC abordado no presente estudo, apresenta decisões realizadas em dois estágios, sendo portanto formulado em três níveis de otimização: no primeiro estágio do problema (nível min) devem ser encontradas as melhores soluções relacionadas as variáveis inteiras, enquanto que no segundo estágio (níveis max min), a partir das decisões do primeiro estágio, a melhor solução de despacho, dada a pior realização das incertezas deve ser identificada.

Antes de apresentar a formulação completa, é importante definir os conjuntos de incerteza considerados no presente trabalho, uma vez que estes são parte crucial dos modelos de otimização robusta, conforme discutido na subseção 2.2. No presente trabalho são consideradas as incertezas relacionadas a geração eólica ( $\tilde{P}_{w,t}$ ), a afluência natural dos rios ( $\tilde{A}_{r,t}$ ) e a demanda ( $\tilde{P}_{d,t}$ ). Todos as variáveis de incerteza (variáveis de otimização) são representadas com a utilização de um til (~). Assim, os parâmetros  $\hat{P}_{d,t}$ ,  $\hat{P}_{w,t}$  e  $\hat{A}_{r,t}$  apresentados no modelo determinístico da subseção 5.2.2, devem ser substituídos, respectivamente, por  $\tilde{P}_{d,t}$ ,  $\tilde{P}_{w,t}$  e  $\tilde{A}_{r,t}$  no modelo robusto.

O modelo dos conjuntos de incertezas utilizados foram baseados principalmente na formulação proposta em Bertsimas *et al.* (2013), Conejo *et al.*



(2016), Dashti *et al.* (2016) e Amjady *et al.* (2017), onde a geometria poliédrica é considerada. As incertezas são matematicamente denotadas como  $u \in \mathcal{U}$ , sendo que  $u$  representa cada uma das variáveis de incerteza considerada ( $u = \{\tilde{P}_{w,t}, \tilde{A}_{r,t}, \tilde{P}_{d,t}\}$ ), e  $\mathcal{U}$  é o conjunto de incerteza poliédrica, que inclui o conjunto de incerteza na demanda  $\mathcal{U}_D$ , na geração eólica  $\mathcal{U}_W$  e na afluência  $\mathcal{U}_H$ . Os conjuntos de incerteza são, portanto, formulados conforme as restrições (46) a (53).

$$\mathcal{U} = \{\mathcal{U}_D, \mathcal{U}_W, \mathcal{U}_H\} \quad (46)$$

$$\mathcal{U}_D := \left\{ \tilde{P}_{d,t} : \frac{\sum_{d \in \mathcal{D}} (\tilde{P}_{d,t} - \hat{P}_{d,t}^{min})}{\sum_{d \in \mathcal{D}} (\hat{P}_{d,t}^{max} - \hat{P}_{d,t}^{min})} \leq \Gamma^D \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (47)$$

$$\tilde{P}_{d,t} \in [\hat{P}_{d,t}^{min}, \hat{P}_{d,t}^{max}] \quad \forall d \in \mathcal{D} \right\} \quad (48)$$

$$\mathcal{U}_W := \left\{ \tilde{P}_{w,t} : \frac{\sum_{w \in \mathcal{W}} (\hat{P}_{w,t}^{max} - \tilde{P}_{w,t})}{\sum_{w \in \mathcal{W}} (\hat{P}_{w,t}^{max} - \hat{P}_{w,t}^{min})} \leq \Gamma^W \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (49)$$

$$\tilde{P}_{w,t} \in [\hat{P}_{w,t}^{min}, \hat{P}_{w,t}^{max}] \quad \forall w \in \mathcal{W} \right\} \quad (50)$$

$$\mathcal{U}_H := \left\{ \tilde{A}_{r,t} : \frac{\sum_{r \in \mathcal{R}} (\hat{A}_{r,t}^{max} - \tilde{A}_{r,t})}{\sum_{r \in \mathcal{R}} (\hat{A}_{r,t}^{max} - \hat{A}_{r,t}^{min})} \leq \Gamma^H \quad \forall t \in \mathcal{T}, \quad (51)$$

$$\frac{\sum_{t \in \mathcal{T}} (\hat{A}_{r,t}^{max} - \tilde{A}_{r,t})}{\sum_{t \in \mathcal{T}} (\hat{A}_{r,t}^{max} - \hat{A}_{r,t}^{min})} \leq \Gamma^H \quad \forall r \in \mathcal{R}, \quad (52)$$

$$\tilde{A}_{r,t} \in [\hat{A}_{r,t}^{min}, \hat{A}_{r,t}^{max}] \quad \forall r \in \mathcal{R} \right\} \quad (53)$$

A equação (46) indica que o conjunto é formado pelas incertezas na afluência ( $\mathcal{U}_H$ ), na geração eólica ( $\mathcal{U}_W$ ) e na demanda ( $\mathcal{U}_D$ ) e, assim, as restrições (47) e (48), (49) e (50), e (51) a (53), modelam cada um destes conjuntos representando, respectivamente, a incerteza na demanda, na geração eólica e na afluência. O principal objetivo destes conjuntos é determinar o valor que os parâmetros incertos ( $\tilde{A}_{r,t}$ ,  $\tilde{P}_{d,t}$  e  $\tilde{P}_{w,t}$ ) devem assumir.

Como já citado anteriormente, esta abordagem é semelhante à formulação apresentada por Bertsimas *et al.* (2013), Conejo *et al.* (2016), Dashti *et al.* (2016) e Amjady *et al.* (2017). As principais diferenças para os modelos propostos nestes trabalhos está na adição dos limites mínimos das respectivas variáveis (demanda –  $\hat{P}_{d,t}^{min}$ , geração eólica –  $\hat{P}_{w,t}^{min}$ , e afluência –  $\hat{A}_{r,t}^{min}$ ), nos denominadores das expressões,



o que é considerado uma melhoria no modelo original, conforme será explicado em maiores detalhes ao longo deste capítulo.

Além disso, as restrições que modelam as incertezas na afluência são capazes de representar tanto o acoplamento espacial, conforme a inequação (51), como o acoplamento temporal, conforme inequação (52), inerente do problema hídrico. Mais especificamente, a restrição (51) limita a afluência total do sistema em cada período da operação, enquanto a restrição (52) estabelece limites de afluência para cada reservatório ao longo do horizonte de operação. Assim, a limitação das afluências totais através deste conjunto de inequações reflete a dependência espacial entre os reservatórios de água e a dependência temporal do problema (DASHTI *et al.*, 2016). Ressalta-se que não foram identificadas pelos autores na literatura, uma abordagem para representação das incertezas no problema hidrelétrico, mais especificamente na afluência, tal como é proposta no presente trabalho.

Como pode ser observado, cada um dos conjuntos de incerteza é limitado pelo parâmetro  $\Gamma$ , chamado de nível de incerteza. Este, pode apresentar valores entre 0 e 1, e permite que a robustez da solução seja controlada através do seu ajuste. As inequações dos conjuntos de incerteza indicam, basicamente, o quanto o valor da incerteza pode se desviar dos valores máximos e mínimos conhecidos. A ideia é que quanto maior o nível de incerteza  $\Gamma$ , maior o desvio que os parâmetros incertos podem assumir, sendo este valor de incerteza limitado pelas restrições (48), (50) e (53).

Em relação aos limites máximos e mínimos das variáveis incertas, que são considerados nestas três restrições, no presente trabalho são definidos como uma variação percentual, para mais e para menos, dos valores históricos previstos, no entanto podem ser definidos também a partir dos limites físicos e operacionais do sistema, ou ainda através de métodos de previsão mais sofisticados. Ressalta-se que métodos de previsão tanto para demanda, como para geração eólica e afluência, estão fora do escopo deste trabalho. No presente estudo é assumido que os valores previstos para estes parâmetros já são previamente conhecidos. Assim sendo, são considerados os valores de demanda, afluência nos reservatórios e geração eólica disponíveis em base de dados históricos, conforme será explicado em maiores detalhes no Capítulo 6.

Vale destacar ainda, que neste estudo considera-se a pior realização das incertezas tanto para geração eólica, como para afluência e demanda. Isso significa que se um determinado sistema for composto por apenas uma unidade eólica, por

exemplo, e se  $\Gamma^W$  for igual a 1, um cenário bastante pessimista é verificado. Ao definir  $\Gamma^W = 1$ , o máximo desvio de geração eólica possível pode ocorrer, indicando que a geração eólica incerta ( $\tilde{P}_{w,t}$ ) pode assumir qualquer valor entre os limites mínimos ( $\hat{P}_{w,t}^{min}$ ) e máximos ( $\hat{P}_{w,t}^{max}$ ) pré-definidos e, analisando o pior caso nesta situação,  $\tilde{P}_{w,t}$  será igual a  $\hat{P}_{w,t}^{min}$ . No caso oposto, ou seja  $\Gamma^W = 0$ , a geração eólica incerta não deve se desviar de seus valores previstos, sendo igual a  $\hat{P}_{w,t}^{max}$ , pois isto equivale ao caso determinístico e, portanto, mais otimista, onde não há consideração da incerteza. Um aspecto que deve ser reforçado é que neste exemplo hipotético, considera-se que o sistema é composto apenas por uma unidade geradora eólica e por isso apresenta este comportamento. No caso da existência de mais usinas eólicas deve-se considerar o somatório de todas as unidades. Por exemplo, se existirem duas unidades eólicas e  $\Gamma^W = 1$ , o somatório de geração incerta de todas as unidades eólicas que compõe o problema pode apresentar uma variação entre a capacidade mínima até a capacidade máxima total de geração.

A mesma lógica pode ser aplicada para a incerteza na demanda e na afluência. A única diferença, é que na demanda o pior que poderia ocorrer ( $\Gamma^D = 1$ ), é a demanda incerta ( $\tilde{P}_{d,t}$ ) aproximar-se dos valores máximo, e não mínimos como acontece na geração eólica e na afluência. Note que, este pior caso indica que uma menor geração eólica, menor disponibilidade de água nos reservatórios, e maior demanda, devem impactar negativamente na operação do sistema, no sentido de ser necessário a maior participação de fontes de energia onerosas, como a térmica por exemplo, para atender as variabilidades do sistema, garantindo condições de operação segura, mas com um custo de operação mais elevado.

É interessante pontuar ainda, que a consideração do limite mínimo das variáveis incertas no denominador dos conjuntos de incerteza, especialmente na geração eólica e afluência, permite um modelo mais genérico e próximo de um comportamento real do sistema, onde as incertezas ( $\tilde{P}_{w,t}$  e  $\tilde{A}_{r,t}$ ) não precisam necessariamente ser zero no pior caso. Ou seja, em um pior cenário de operação ( $\Gamma^W = 1$  e  $\Gamma^H = 1$ ), a geração eólica e a afluência não estarão completamente indisponíveis, ou seja,  $\tilde{P}_{w,t}$  e  $\tilde{A}_{r,t}$  não serão zero, mas sim um valor mínimo pré-estabelecido.

Com o entendimento da modelagem e do comportamento das variáveis de incerteza consideradas no presente trabalho é possível definir com maior clareza a formulação do modelo de otimização robusta considerado neste estudo.

As expressões (7) a (12), apresentadas na subseção 2.2, descrevem o modelo genérico do problema do UC robusto. Com isso, e com a definição do problema determinístico na subseção 5.2.2, assim como o detalhamento das restrições consideradas, e a definição dos conjuntos de incerteza, o modelo robusto formulado no presente trabalho, para a programação diária da operação de um sistema hidro-termo-eólico com restrições de transmissão e reserva de energia é apresentado conforme formulação (54) a (66).

Além das referências citadas ao longo da subseção 5.2.2 utilizadas para a formulação do problema, a definição da estrutura conforme apresentada na presente subseção, assim como a respectiva nomenclatura, foram consideradas com base em trabalhos desenvolvidos na literatura como Bertsimas *et al.* (2013), Conejo *et al.* (2016) e Dashti *et al.* (2016).

Através deste modelo, é possível observar a estrutura hierárquica do problema robusto com três níveis de otimização, que reflete também a natureza de decisão realizada em dois estágios. Assim, a primeira parte refere-se às decisões de comissionamento das unidades geradoras, com a definição das variáveis binárias do problema, enquanto que a segunda parte refere-se às melhores decisões operacionais, dada a pior realização das incertezas, ou seja, o pior caso de custo de despacho (BERTSIMAS *et al.*, 2013).

$$\min_{x,v} \sum_{t=1}^T \sum_{i \in \mathcal{J}_K} (C_{i,t}^{SU} + C_{i,t}^{SD} + C_{i,t}^{NL} x_{i,t}) + \max_{u \in \hat{U}} \min_{y \in \Omega(x,v,u)} \sum_{t=1}^T \sum_{i \in \mathcal{J}_K} C_{i,t}^P + \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^{\mathcal{R}} \hat{C}_{r,t}^S S_{r,t} \quad (54)$$

s.a:

$$C_{i,t}^{SU} \geq \hat{C}_i^{SU} (x_{i,t} - x_{i,t-1}) \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (55)$$

$$C_{i,t}^{SU} \geq 0 \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (56)$$

$$C_{i,t}^{SD} \geq \hat{C}_i^{SD} (x_{i,t-1} - x_{i,t}) \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (57)$$

$$C_{i,t}^{SD} \geq 0 \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (58)$$

$$x_{i,t} - x_{i,t-1} = v_{i,t}^{SU} - v_{i,t}^{SD} \quad \forall i \in \mathcal{J}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (59)$$

$$t_i^{up} = \max \left\{ 0, \left( \hat{T}_i^{up} - \hat{T}_i^{up(0)} \right) x_i^0 \right\} \quad \forall i \in \mathcal{J} \quad (60)$$

$$t_i^{dn} = \max \left\{ 0, \left( \hat{T}_i^{dn} - \hat{T}_i^{dn(0)} \right) (1 - x_i^0) \right\} \quad \forall i \in \mathcal{J} \quad (61)$$

$$x_{i,t} = x_i^0 \quad \forall i \in \mathcal{J}, \forall t \in [1, t_i^{up} + t_i^{dn}] \quad (62)$$

$$\sum_{\hat{t}=t-\hat{T}_i^{up}+1}^t v_{i,\hat{t}}^{SU} \leq x_{i,t} \quad \forall i \in \mathcal{J}, \forall t \in [\hat{T}_i^{up}, T] \quad (63)$$

$$\sum_{\hat{t}=t-\hat{T}_i^{dn}+1}^t v_{i,\hat{t}}^{SD} \leq 1 - x_{i,t} \quad \forall i \in \mathcal{J}, \forall t \in [\hat{T}_i^{dn}, T] \quad (64)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{J}_K} \hat{P}_i^{max} \cdot x_{i,t} + \sum_{i \in \mathcal{J}_H} \hat{P}_i^{max} \cdot x_{i,t} + \sum_{w \in \mathcal{W}} \tilde{P}_{w,t} \geq \sum_{d \in \mathcal{D}} \tilde{P}_{d,t} (1 + \hat{R}^{\%}) \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (65)$$

$$x_{i,t}, v_{i,t}^{SU}, v_{i,t}^{SD} \in \{0,1\} \quad \forall i \in \mathcal{J}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (66)$$

A expressão (54) é a função objetivo que consiste em minimizar os custos relacionados ao comissionamento das unidades geradoras (primeiro estágio do problema – nível min), enquanto que a partir destas decisões, a melhor solução de despacho, dada a pior realização das incertezas deve ser identificada (segundo estágio – níveis max min). As desigualdades (55) a (58) estabelecem os custos de acionamento e desligamento das unidades geradoras termelétricas, enquanto que as restrições (59) a (64) estabelecem a lógica entre as variáveis binárias do problema hídrico e térmico, e os mínimos tempos de acionamento de desligamentos das unidades geradoras. A inequação (65) garante a reserva de energia para o sistema e a expressão (66) define as variáveis binárias do problema.

O conjunto  $\mathcal{U}$  inserido na formulação, expressão (54), refere-se às incertezas, conforme modelo apresentado no início desta subseção através das restrições (46) a (53). O conjunto  $\Omega(x, v, u)$ , também descrito na função objetivo (54), é definido através da formulação apresentada entre as equações (67) a (82). Este é o conjunto de restrições primais do problema de terceiro nível, que representa a solução viável para o despacho, ou seja, ele garante a obtenção de uma solução factível para as decisões operacionais, dada as decisões de comissionamento fixas das unidades geradoras  $(x, v)$  obtidas na formulação (54) a (66), e a realização da incerteza  $(u)$  definida através da formulação (46) a (53).

$$\Omega(x, v, u) = \left\{ y \setminus (x, v): \right.$$

$$\sum_{i \in k_n} p_{i,t} + \sum_{i \in h_n} p_{i,t} - \sum_{l \in \ell_{n,s}} P_{l,t} + \sum_{l \in \ell_{n,s}} P_{l,t} \quad (\lambda_{n,t}) \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (67)$$

$$= \sum_{d \in d_n} \tilde{P}_{d,t} - \sum_{w \in w_n} \tilde{P}_{w,t}$$

$$P_{l,t} = \hat{P}_b \hat{B}_l (\theta_{n(s,l),t} - \theta_{n(e,l),t}) \quad (\lambda_{l,t}^P) \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (68)$$

$$-\hat{P}_l^{max} \leq P_{l,t} \leq \hat{P}_l^{max} \quad (\phi_{l,t}^{\hat{P}^{max}}, \phi_{l,t}^{\hat{P}^{min}}) \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (69)$$

$$-\pi \leq \theta_{n,t} \leq \pi \quad (\phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{max}}, \phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{min}}) \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (70)$$

$$\theta_{n,t} = 0 \quad (\lambda_{n,t}^{\theta^{ref}}) \quad i = ref, \forall t \in \mathcal{T} \quad (71)$$

$$C_{i,t}^P \geq \hat{a}_{i,e} p_{i,t} + \hat{b}_{i,e} \quad (\phi_{i,e,t}^{C^P}) \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall e \in \mathcal{E}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (72)$$

$$\hat{P}_i^{min} x_{i,t} \leq p_{i,t} \leq \hat{P}_i^{max} x_{i,t} \quad (\phi_{i,t}^{\hat{P}^{max}}, \phi_{i,t}^{\hat{P}^{min}}) \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (73)$$

$$p_{i,t} - p_{i,t-1} \leq \hat{R}_i^{UP} x_{i,t-1} + \hat{S}_i^{SU} v_{i,t}^{SU} \quad (\phi_{i,t}^{\hat{R}^{UP}}) \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (74)$$

$$p_{i,t-1} - p_{i,t} \leq \hat{R}_i^{DN} x_{i,t} + \hat{S}_i^{SD} v_{i,t}^{SD} \quad (\phi_{i,t}^{\hat{R}^{DN}}) \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (75)$$

$$p_{i,t} \leq \hat{\alpha}_{i,\rho} q_{i,t} + \hat{\beta}_{i,\rho} x_{i,t} \quad (\phi_{i,\rho,t}^P) \quad \forall i \in \mathcal{J}_H, \forall \rho \in \mathcal{P}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (76)$$

$$V_{r,t} = V_{r,t-1} - \hat{C}(Q_{r,t} + S_{r,t} - \tilde{A}_{r,t})$$

$$+ \sum_{m \in \mathcal{M}_r} \hat{C}(Q_{m,t} + S_{m,t}) \quad (\lambda_{r,t}^V) \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (77)$$

$$\hat{V}_r^{min} \leq V_{r,t} \leq \hat{V}_r^{max} \quad (\phi_{r,t}^{\hat{V}^{max}}, \phi_{r,t}^{\hat{V}^{min}}) \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \setminus t = T \quad (78)$$

$$\hat{V}_r^{fim} \leq V_{r,t} \leq \hat{V}_r^{max} \quad (\phi_{r,t}^{\hat{V}^{fim}}, \phi_{r,t}^{\hat{V}^{max}}) \quad \forall r \in \mathcal{R}, t = T \quad (79)$$

$$0 \leq S_{r,t} \leq \hat{S}_r^{max} \quad (\phi_{r,t}^{\hat{S}^{max}}, \phi_{r,t}^{\hat{S}^{min}}) \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (80)$$

$$\hat{Q}_i^{min} x_{i,t} \leq q_{i,t} \leq \hat{Q}_i^{max} x_{i,t} \quad (\phi_{i,t}^{\hat{Q}^{max}}, \phi_{i,t}^{\hat{Q}^{min}}) \quad \forall i \in \mathcal{J}_H, \forall t \in \mathcal{T} \quad (81)$$

$$Q_{r,t} = \sum_{i \in \mathcal{J}_H} q_{i,t} \quad (\lambda_{r,t}^Q) \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (82)$$

A equação (67) define o balanço de potência em cada barra, as expressões (68) a (71) modelam a rede de transmissão usando a abordagem CC, as restrições (72) a (75) modelam o problema termelétrico, incluindo os custos de geração, restrições de rampa e limites operacionais, enquanto nas expressões (76) a (82) o problema hidrelétrico, que inclui a função de produção linearizada, o balanço hídrico e os respectivos limites operacionais, é modelado.

Note que ao lado de cada restrição que compõe o conjunto de viabilidade  $\Omega(x, v, u)$  do problema de despacho, estão representadas entre parênteses as respectivas variáveis duais ( $\lambda$  e  $\phi$ ) associadas a cada uma das restrições, cuja definição é importante, uma vez que estas serão utilizadas para a resolução do problema, conforme será discutido na subseção 5.3, que trata da metodologia de solução.

Assim, a formulação matemática completa e detalhada do modelo de otimização robusta de três níveis para o problema da programação diária da operação de um sistema hidro-termo-eólico, considerando rede de transmissão, reserva de energia e as incertezas na geração eólica, demanda e afluência, pode ser representada de acordo com a formulação (83) a (88).

$$z = \min_{x,v} \sum_{t=1}^T \sum_{i \in J_K} (C_{i,t}^{SU} + C_{i,t}^{SD} + C_{i,t}^{NL} x_{i,t}) + \eta \quad (\text{Primeiro nível}) \quad (83)$$

s.a:

$$\text{Restrições (55) a (66)} \quad (84)$$

$$\eta = \max_{u \in \mathcal{U}} \delta \quad (\text{Segundo nível}) \quad (85)$$

s.a:

$$\text{Restrições (47) a (53)} \quad (86)$$

$$\delta = \min_{y \in \Omega(x,v,u)} \sum_{t=1}^T \sum_{i \in J_K} C_{i,t}^P + \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^{\mathcal{R}} \hat{C}_{r,t}^S S_{r,t} \quad (\text{Terceiro nível}) \quad (87)$$

s.a:

$$\text{Restrições (67) a (82)} \quad (88)$$

### 5.3 METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

Conforme apresentado na subseção 5.2.3, a formulação proposta no presente trabalho resultou em um modelo de otimização linear inteiro misto com três níveis. Problemas desse tipo, três níveis (dois estágios), ou até mesmo os modelos biníveis (estágio único), são conhecidos por serem *NP-hard*, ou seja, são extremamente difíceis de serem solucionados (HANSEN; JAUMARD; SAVARD, 1992; ZENG e ZHAO, 2013; HART *et al.*, 2016; CONEJO *et al.*, 2016; SINHA; MALO; DEB, 2018). Existem diferentes abordagens na literatura para solucionar este tipo de problema,

onde a maioria delas utiliza técnicas baseadas em versões adaptadas da decomposição de Benders, assim como discutido nos capítulos 2 e 4.

Dentre estas metodologias de solução está o algoritmo de geração de colunas e restrições (GCR) que, conforme discutido na subseção 4.3 é utilizado em diversos estudos como base, ou juntamente com outras metodologias para resolver problemas de otimização robusta de três níveis. De uma maneira geral, esta técnica de solução consiste em decompor o modelo de três níveis em dois outros problemas: o problema principal, que contém as decisões de primeiro estágio, e o subproblema, que contém as decisões de segundo estágio. A comunicação entre estes dois estágios de solução é realizada através do envio de informações de um subproblema para o outro, além da geração de novas restrições a cada iteração ao longo do processo de resolução. As informações enviadas de uma etapa para outra dependem muito de cada formulação, e são bastante particulares para cada tipo de situação. Por este motivo é importante compreender com bastante clareza como o problema que deve ser resolvido se comporta, e como suas variáveis de otimização estão relacionadas.

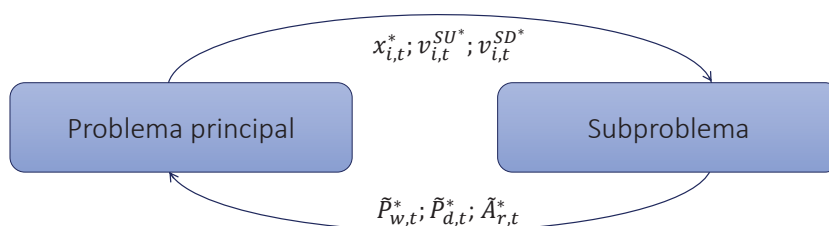
Uma das principais diferenças entre a decomposição de Benders e a GCR, são as estratégias de cortes utilizadas em cada uma, que fazem com que a segunda solucione o problema em menos iterações em relação a primeira. Enquanto a decomposição de Benders utiliza as informações relacionadas aos cortes duais do subproblema para reconstruir a função objetivo do problema principal, a técnica GCR usa apenas informação relacionadas as variáveis de decisão primais, o que acelera o processo de convergência sendo computacionalmente mais eficiente (ZHAO e ZENG, 2012b; CONEJO *et al.*, 2016). Os leitores interessados podem consultar Zhao e Zeng (2012b) e Zeng e Zhao (2013) para um entendimento mais aprofundado sobre a técnica GCR.

Assim, a formulação em três níveis proposta no presente trabalho é decomposta em dois estágios, chamados de problema principal e subproblema, conforme fluxograma da FIGURA 4. Novamente, ressalta-se que a subdivisão do problema em diferentes estágios de solução vai depender da forma como cada um deles é formulado e, portanto, é muito particular de cada situação.

De uma maneira geral, no problema principal (correspondente as decisões de primeiro estágio, e ao nível min do problema robusto de três níveis) são definidas as melhores decisões de comissionamento das unidades térmicas e hidrelétricas. No subproblema (correspondente as decisões de segundo estágio, e aos níveis max min

do problema robusto de três níveis), as decisões encontradas no problema principal são fixadas, e as melhores decisões operacionais dada a pior realização das incertezas são identificadas. Ao final da resolução do subproblema, as informações relacionadas as incertezas são enviadas para o problema principal, onde são fixadas. A cada iteração um novo conjunto de restrições é inserido ao problema principal, onde as incertezas são fixadas de acordo com cada um dos diferentes cenários visitados.

FIGURA 4 – ESTRUTURA DE SOLUÇÃO PARA O PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO ROBUSTA DE DOIS ESTÁGIOS



FONTE: O autor (2021).

O primeiro nível, que compõe o problema principal, é solucionado através da aproximação da função  $\eta$  – representado na formulação (83) a (88) – através do conjunto de blocos de restrições primais, que correspondem as expressões necessárias para garantir o ponto ótimo (formulação (67) a (82) apresentadas na subseção 5.2.3). Assim, o problema principal pode ser representado através da formulação (89) a (92).

$$\min_{x,v} \sum_{t=1}^T \sum_{i \in J_K} (C_{i,t}^{SU} + C_{i,t}^{SD} + C_{i,t}^{NL} x_{i,t}) + \eta \quad (89)$$

s.a:

$$\text{Restrições (55) a (66)} \quad (90)$$

$$\text{Restrições (67) a (82)} \quad \forall \omega' \leq \omega \quad (91)$$

$$\eta \geq \sum_{t=1}^T \sum_{i \in J_K} C_{i,t,\omega'}^P + \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^{\mathcal{R}} \hat{C}_{r,t}^S S_{r,t,\omega'} \quad \forall \omega' \leq \omega \quad (92)$$

onde  $\omega'$  é o contador de iterações do problema, de modo que  $\omega' = 1, \dots, \omega$ , sendo  $\omega$  o número total de iterações (atualizado a cada iteração). Note que todas as variáveis de otimização das restrições (91) e (92) passam a ter o elemento  $\omega'$ , que indica que uma



nova variável de otimização deve ser criada para cada iteração do problema. Assim, por exemplo, se existirem 5 iterações, 24 períodos de operação e 1 reservatório, teremos 120 variáveis de otimização referente ao volume do reservatório: uma para cada reservatório  $r$ , para cada período de planejamento  $t$  e para cada iteração  $\omega$ . Isso mostra que um novo conjunto de decisões contínuas é encontrado para cada cenário de incerteza visitado.

Nesta etapa de solução as variáveis de otimização correspondem as decisões de comissionamento das unidades  $(x_{i,t}, v_{i,t}^{SU}, v_{i,t}^{SD})$ , as decisões de operação  $(C_{i,t,\omega}^P, p_{i,t,\omega}, P_{l,t,\omega}, \theta_{n,t,\omega}, q_{i,t,\omega}, Q_{r,t,\omega}, V_{r,t,\omega}, S_{r,t,\omega})$  – uma para cada iteração do algoritmo), além da variável auxiliar  $\eta$ , que é utilizada para a reconstrução da função objetivo de maneira gradual. Os parâmetros de incerteza  $(\tilde{P}_{w,t,\omega}, \tilde{A}_{r,t,\omega}, \tilde{P}_{d,t,\omega})$ , são fixados em seus valores ótimos a partir da solução obtida no subproblema para cada uma das iterações realizadas, sendo usadas como dado de entrada no problema principal. Este problema cresce a medida que o número de iterações também aumenta, uma vez que um novo conjunto de variáveis de otimização – restrições (91) e (92) – deve ser incorporado ao problema principal a cada iteração.

Da mesma forma, vários conjuntos de restrições são adicionados ao problema principal a cada iteração. Os dados de incerteza mudam a cada iteração e estas informações são armazenadas nestes novos conjuntos de restrições gerados no problema principal. Por exemplo, se tivermos 3 iterações no processo de solução, significa que teremos 3 conjuntos de restrições, com as informações de incerteza fixas  $(\tilde{P}_{w,t,\omega}^*, \tilde{A}_{r,t,\omega}^*, \tilde{P}_{d,t,\omega}^*)$  obtidas no subproblema (o uso do \* indica que estes são valores otimizados e, portanto, dados de entrada do problema) em cada uma das iterações ( $\omega'$ ). Para cada conjunto de restrições, que representam um cenário de incerteza, teremos valores para o volume  $(V_{r,t,\omega'})$ , fluxo nas linhas  $(P_{l,t,\omega'})$  etc, sendo estas variáveis de otimização do problema principal.

Seguindo o exemplo anterior, o objetivo é que sejam encontrados valores de  $x$  e  $v$  capazes de atender todos esses 3 cenários. Ou seja, estas decisões de comissionamento, que são únicas para todas as iterações – vide restrição (90) – são as variáveis de otimização que “enxergam” as informações de incerteza de todas as iterações anteriores. Assim, um único  $x$  e  $v$  é capaz de avaliar todos os cenários visitados anteriormente, garantindo que o melhor ponto de operação para a pior realização da incerteza está sendo buscado.

Ressalta-se ainda que a variável de otimização  $\eta$  representa a função objetivo do subproblema. Ela é a mesma para todos os cenários gerados – há um único  $\eta$  a ser otimizado no problema principal. A variável  $\eta$  sempre será maior do que o maior valor da função objetivo dentre os cenários analisados, o qual representa o pior caso. Por exemplo, ainda considerando o caso das 3 iterações: supondo que para as variáveis de otimização da primeira, segunda e terceira iterações os valores finais foram  $\eta > 10$ ,  $\eta > 80$  e  $\eta > 20$ , respectivamente. Estes resultados indicam que o pior cenário é aquele referente às variáveis da segunda iteração ( $\eta > 80$ ) e, dessa forma, como a função objetivo consiste em minimizar  $\eta$ , isso garante que a melhor solução (minimização) para o pior caso – restrição (92), será encontrada. Veja que se a solução encontrada atende o pior caso ( $\eta > 80$ ), todas os demais cenários serão satisfeitos pela solução obtida.

Note que o problema principal consiste em um problema MILP de único nível (minimização), uma vez que inclui as decisões binárias relacionadas ao comissionamento das unidades, o que permite que o mesmo seja resolvido através de um solucionador comercial convencional como o Gurobi, ou o `intlinprog` disponível no Matlab®, por exemplo.

Em relação ao subproblema, este é composto pelo segundo e terceiro nível de solução, conforme descrito entre as restrições (85) a (88). Por ser composto por dois níveis este não pode ser resolvido diretamente como o problema principal. Assim o subproblema é solucionado através de um modelo equivalente de único nível.

Como mencionado anteriormente, a cada iteração um novo conjunto de decisões de comissionamento é encontrado no problema principal onde, a cada iteração, estas decisões ótimas relacionadas as variáveis binárias são utilizadas como dados de entrada no subproblema, sendo, portanto, fixadas no segundo estágio de solução. Dessa forma, um modelo de dois níveis puramente linear, contínuo e convexo em suas variáveis de decisão ( $y \setminus (x, v) \in \Omega(x^*, v^*, u)$ ) é obtido no subproblema, permitindo que o mesmo seja reescrito em um único nível equivalente através das condições de *Karush-Kuhn-Tucker* (KKT), que são as condições necessárias e suficientes para o ponto ótimo.

Assim, o problema binível linear  $\max_{u \in \mathcal{U}} \min_y b^T y(u)$  é reescrito como um problema  $\max_{u \in \mathcal{U}, y, \lambda, \phi} b^T y(u, \lambda, \phi)$ , onde  $y$  representa as variáveis de otimização associadas ao subproblema de minimização;  $u$  representa as variáveis de otimização associadas ao

subproblema de maximização;  $\lambda$  é a variável dual associada às restrições de igualdade do subproblema de minimização;  $\phi$  é a variável dual associada às restrições de desigualdade do subproblema de minimização.

Para chegar à este modelo de nível único é necessário seguir as seguintes etapas: (1) Atribuir adequadamente os multiplicadores de Lagrange (variáveis duais), a cada uma das restrições – assim como foi feito na formulação (67) a (82); (2) Escrever as KKTs – condições necessárias e suficientes à otimalidade – relacionadas ao subproblema de minimização, como novas restrições; (3) Reescrever o problema completo incluindo todas as restrições em um único nível, neste caso, maximização. As etapas seguidas para reformular o problema de dois níveis do subproblema, utilizando as KKTs foram realizadas principalmente com base em Conejo *et al.* (2016), e os detalhes de cada passo podem ser verificados no APÊNDICE 1.

A formulação final do subproblema, onde as decisões de segundo estágio são realizadas, é apresentado através das Expressões (93) a (124).

$$\max_{\Delta^{sub}} \sum_{t=1}^T \sum_{i \in J_K} C_{i,t}^P + \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^{\mathcal{R}} \hat{C}_{r,t}^S S_{r,t} \quad (93)$$

s.a:

$$\text{Restrições (47) a (53)} \quad (94)$$

$$\text{Restrições (67) a (82)} \quad (95)$$

$$\lambda_{n(s,l),t} - \lambda_{n(e,l),t} - \lambda_{l,t}^P - \phi_{l,t}^{\hat{p}^{min}} + \phi_{l,t}^{\hat{p}^{max}} = 0 \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (96)$$

$$\sum_{l \in \mathcal{L}_{n,s}} \lambda_{l,t}^P \hat{P}_b \hat{B}_l - \sum_{l \in \mathcal{L}_{n,s}} \lambda_{l,t}^P \hat{P}_b \hat{B}_l - \phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{min}} + \phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{max}} = 0 \quad n \in \mathcal{N} \setminus n = ref, \forall t \in \mathcal{T} \quad (97)$$

$$\sum_{l \in \mathcal{L}_{n,s}} \lambda_{l,t}^P \hat{P}_b \hat{B}_l - \sum_{l \in \mathcal{L}_{n,s}} \lambda_{l,t}^P \hat{P}_b \hat{B}_l - \phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{min}} + \phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{max}} - \lambda_{n,t}^{\theta^{ref}} = 0 \quad n = ref, \forall t \in \mathcal{T} \quad (98)$$

$$-\sum_{e \in \mathcal{E}} \phi_{i,e,t}^{C^P} + 1 = 0 \quad \forall i \in J_K, \forall e \in \mathcal{E}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (99)$$

$$-\lambda_{n(k_n),t} + \sum_{e \in \mathcal{E}} \phi_{i,e,t}^{C^P} \hat{a}_{i,e} + \phi_{i,t}^{\hat{R}^{UP}} - \phi_{i,t+1}^{\hat{R}^{UP}} - \phi_{i,t}^{\hat{R}^{DN}} + \phi_{i,t+1}^{\hat{R}^{DN}} - \phi_{i,t}^{\hat{p}^{min}} + \phi_{i,t}^{\hat{p}^{max}} = 0 \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \setminus t = T \quad (100)$$

$$-\lambda_{n(k_n),t} + \sum_{e \in \mathcal{E}} \phi_{i,e,t}^{C^P} \hat{a}_{i,e} + \phi_{i,t}^{\hat{R}^{UP}} - \phi_{i,t}^{\hat{R}^{DN}} - \phi_{i,t}^{\hat{p}^{min}} + \phi_{i,t}^{\hat{p}^{max}} = 0 \quad \forall i \in J_K, t = T \quad (101)$$

$$-\lambda_{n(h_n),t} + \sum_{\rho \in \mathcal{P}} \phi_{i,\rho,t}^p = 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (102)$$

$$-\lambda_{r,t}^V - \phi_{r,t}^{\widehat{v}^{fim}} + \phi_{r,t}^{\widehat{v}^{max}} = 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, t = T \quad (103)$$

$$-\lambda_{r,t}^V + \lambda_{r,t+1}^V - \phi_{r,t}^{\widehat{v}^{min}} + \phi_{r,t}^{\widehat{v}^{max}} = 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \setminus t = T \quad (104)$$

$$\widehat{C}_{r,t}^S - \lambda_{r,t}^V \widehat{C} + \sum_{j \in J_r} \lambda_{j,t}^V \widehat{C} - \phi_{r,t}^{\widehat{S}^{min}} + \phi_{r,t}^{\widehat{S}^{max}} = 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (105)$$

$$-\lambda_{r,t}^V \widehat{C} + \sum_{j \in J_r} \lambda_{j,t}^V \widehat{C} - \lambda_{r,t}^Q = 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (106)$$

$$-\sum_{\rho \in \mathcal{P}} \phi_{i,\rho,t}^p \widehat{\alpha}_{i,\rho} - \phi_{i,t}^{\widehat{Q}^{min}} + \phi_{i,t}^{\widehat{Q}^{max}} + \lambda_{r,t}^Q = 0 \quad \forall i \in J_H, \forall t \in \mathcal{T} \quad (107)$$

$$0 \leq \phi_{i,t}^{\widehat{P}^{min}} \perp P_{i,t} + \widehat{P}_i^{max} \geq 0 \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (108)$$

$$0 \leq \phi_{i,t}^{\widehat{P}^{max}} \perp -P_{i,t} + \widehat{P}_i^{max} \geq 0 \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (109)$$

$$0 \leq \phi_{n,t}^{\widehat{\theta}^{min}} \perp \theta_{n,t} + \pi \geq 0 \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (110)$$

$$0 \leq \phi_{n,t}^{\widehat{\theta}^{max}} \perp -\theta_{n,t} + \pi \geq 0 \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (111)$$

$$0 \leq \phi_{i,e,t}^{C^P} \perp C_{i,t}^P - \widehat{\alpha}_{i,e} p_{i,t} - \widehat{b}_{i,e} \geq 0 \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (112)$$

$$0 \leq \phi_{i,t}^{\widehat{P}^{min}} \perp p_{i,t} - \widehat{P}_i^{min} \cdot x_{i,t}^* \geq 0 \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (113)$$

$$0 \leq \phi_{i,t}^{\widehat{P}^{max}} \perp -p_{i,t} + \widehat{P}_i^{max} \cdot x_{i,t}^* \geq 0 \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (114)$$

$$0 \leq \phi_{i,t}^{\widehat{R}^{UP}} \perp -p_{i,t} + p_{i,t-1} + \widehat{R}_i^{UP} x_{i,t-1}^* + \widehat{S}_i^{SU} v_{i,t}^{SU*} \geq 0 \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (115)$$

$$0 \leq \phi_{i,t}^{\widehat{R}^{DN}} \perp -p_{i,t-1} + p_{i,t} + \widehat{R}_i^{DN} x_{i,t} + \widehat{S}_i^{SD} v_{i,t}^{SD*} \geq 0 \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (116)$$

$$0 \leq \phi_{i,\rho,t}^p \perp -p_{i,t} + \widehat{\alpha}_{i,\rho} q_{i,t} + \widehat{\beta}_{i,\rho} x_{i,t}^* \geq 0 \quad \forall i \in J_H, \forall t \in \mathcal{T} \quad (117)$$

$$0 \leq \phi_{r,t}^{\widehat{V}^{min}} \perp V_{r,t} - \widehat{V}_r^{min} \geq 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \setminus t = T \quad (118)$$

$$0 \leq \phi_{r,t}^{\widehat{V}^{fim}} \perp V_{r,t} - \widehat{V}_r^{fim} \geq 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, t = T \quad (119)$$

$$0 \leq \phi_{r,t}^{\widehat{V}^{max}} \perp -V_{r,t} + \widehat{V}_r^{max} \geq 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (120)$$

$$0 \leq \phi_{r,t}^{\widehat{S}^{min}} \perp S_{r,t} \geq 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (121)$$

$$0 \leq \phi_{r,t}^{\widehat{S}^{max}} \perp -S_{r,t} + \widehat{S}_r^{max} \geq 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (122)$$

$$0 \leq \phi_{i,t}^{\widehat{Q}^{min}} \perp q_{i,t} + \widehat{Q}_i^{min} x_{i,t}^* \geq 0 \quad \forall i \in J_H, \forall t \in \mathcal{T} \quad (123)$$

$$0 \leq \phi_{i,t}^{\widehat{Q}^{max}} \perp -q_{i,t} + \widehat{Q}_i^{max} x_{i,t}^* \geq 0 \quad \forall i \in J_H, \forall t \in \mathcal{T} \quad (124)$$

Onde  $\Delta^{sub} = \{y \setminus (x, v) \in \Omega(x^*, v^*, u), \lambda, \phi\}$ , ou seja, são variáveis de otimização: as decisões contínuas relacionadas ao despacho, as incertezas e os multiplicadores de Lagrange (variáveis duais). Note que as variáveis inteiras, relacionadas as decisões de comissionamento estão acompanhadas de um asterisco (\*), indicando que são dados de entrada, ou seja, valores fixos do subproblema. Assim, a restrição (93) é a função objetivo do subproblema, (94) são os conjuntos de

incerteza, (95) são as restrições primais do problema de terceiro nível (último min), e as restrições (96) a (124) são originadas a partir das KKTs. Mais especificamente, (96) a (107) são as equações derivadas do Lagrangeano e as restrições (108) a (124) são as condições de complementariedade.

Note que o subproblema é não-linear devido às restrições de complementariedade (108) a (124), que tem o seguinte formato  $0 \leq a \perp b \geq 0$ . Tal formato é equivalente a expressão não-linear  $a \geq 0$ ,  $b \geq 0$  e  $ab = 0$ , a qual pode ser substituída pela representação linear inteira mista equivalente (CONEJO *et al.*, 2016, apud FORTUNY-AMAT; MCCARL, 1981) apresentada nas restrições (125) a (128), chamada também de método Big M.

$$a \geq 0 \quad (125)$$

$$b \geq 0 \quad (126)$$

$$a \leq Mu \quad (127)$$

$$b \leq M(1 - u) \quad (128)$$

onde,  $M$  é uma constante positiva grande o suficiente e  $u$  é a variável binária auxiliar. Este conjunto de expressões linearizadas indicam que ou  $a$ , ou  $b$ , devem ser iguais a zero. Se a variável binária  $u$  for igual a 1,  $b$  será zero pelas expressões (126) e (128), enquanto  $0 \leq a \leq M$ . Por outro lado, se a variável binária  $u$  for igual a zero, então pelas expressões (125) e (127)  $0 \leq b \leq M$  e  $a$  será igual a zero. Tal relação garante que apenas  $a$ , ou apenas  $b$ , seja igual a zero (CONEJO *et al.*, 2016). Considerando as restrições de complementariedade apresentadas, pode-se afirmar que o elemento  $a$  é equivalente ao multiplicador de Lagrange relacionado às desigualdades ( $\phi$ ), enquanto  $b$  é equivalente as restrições de desigualdade do modelo proposto. Note que a variável binária auxiliar  $u$  também passa a ser uma das variáveis de otimização do subproblema ( $\Delta^{sub} = \{y \setminus (x, v) \in \Omega(x^*, v^*, u), \lambda, \phi, u\}$ ).

Portanto, o modelo final obtido no subproblema é linear inteiro misto com nível único (maximização), e tal como no problema principal pode ser resolvido com a utilização de um solucionador comercial disponível. Ressalta-se, que os limites dos multiplicadores relacionados às restrições de desigualdade ( $\phi$ ) são todos maiores ou iguais a zero, enquanto os multiplicadores de Lagrange relacionados às restrições de igualdade ( $\lambda$ ) podem apresentar qualquer valor entre  $-\infty$  e  $+\infty$ .

Destaca-se ainda, que para os leitores que não estão familiarizados com esta metodologia de reformulação do problema em um único nível, todas as etapas e detalhes sobre o processo utilizado no presente trabalho estão descritos no APÊNDICE 1 para consulta e verificação.

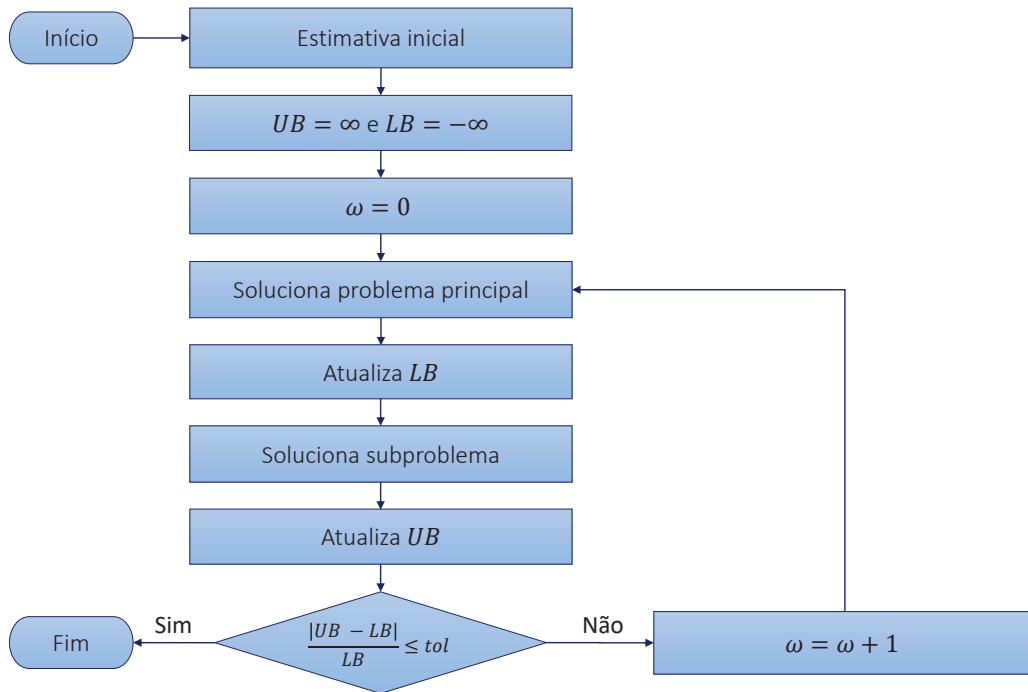
Uma última observação a ser feita sobre o subproblema, é que diferentemente do problema principal, o subproblema não tem memória, ou seja, não são armazenadas informações das iterações anteriores, e o problema não cresce a medida que o número de iterações também cresce. A única informação nova que o segundo estágio recebe durante o processo iterativo são as decisões de comissionamento ( $x$  e  $v$ ) encontrados na última iteração.

Assim, o primeiro e segundo estágio de solução são formulados conforme descrito a seguir:

- **Primeiro estágio ou problema principal:** a expressão (89) é a função objetivo, a restrição (92) armazena a informação da função objetivo do subproblema, a expressão (90) representa o problema do UC envolvendo o comissionamento das unidades, enquanto que a restrição (91), está associada ao problema primal do nível de minimização, descrevendo o bloco de restrições necessários para garantir o ponto ótimo do modelo;
- **Segundo estágio ou subproblema:** a restrição (93) é a função objetivo do subproblema, (94) são os conjuntos de incerteza, (95) são as restrições primais do problema de terceiro nível (último min), as restrições (96) a (124) são originadas a partir das KKTs. Mais especificamente, (96) a (107) são as equações derivadas do Lagrangeano e as restrições (108) a (124) são as condições de complementariedade. Cada uma das restrições de complementariedade deve ser substituída pela representação linear equivalente descrita entre as restrições (125) a (128).

Agora que o funcionamento dos dois estágios de solução está mais claro é possível compreender como ocorre o processo iterativo de solução, até que as melhores condições operacionais para a pior realização das incertezas sejam encontradas. O fluxograma com a metodologia de solução proposta pode ser verificado na FIGURA 5, o qual também foi desenvolvido baseado em trabalhos já consolidados na literatura como Conejo *et al.* (2016), assim como a formulação e estrutura de solução apresentada até o momento.

FIGURA 5 – FLUXOGRAMA COM A METODOLOGIA DE SOLUÇÃO PROPOSTA



FONTE: O autor (2021).

O processo de solução pode ser descrito da seguinte forma:

- (1) Estimativa inicial: Para que ocorra a primeira iteração é necessário estipular um valor inicial para as variáveis  $\tilde{P}_{d,t}$ ,  $\tilde{P}_{w,t}$  e  $\tilde{A}_{r,t}$ , ou seja, uma estimativa inicial para os valores de incerteza, que serão utilizados como dados de entrada para o problema principal. É importante que estas estimativas iniciais estejam dentro dos limites máximos e mínimos das variáveis. No caso do presente trabalho, foi definido que estes valores iniciais são calculados conforme o nível de incerteza assumido para cada um dos parâmetros. Ou seja, a incerteza é distribuída igualmente para cada parâmetro de incerteza, conforme as equações (129) a (131), que descrevem respectivamente como os dados de entrada da geração eólica, demanda e afluência devem ser calculados.

$$\tilde{P}_{w,t} = \hat{P}_{w,t}^{max} - \Gamma^W \cdot (\hat{P}_{w,t}^{max} - \hat{P}_{w,t}^{min}) \quad \forall w \in \mathcal{W}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (129)$$

$$\tilde{P}_{d,t} = \hat{P}_{d,t}^{min} + \Gamma^D \cdot (\hat{P}_{d,t}^{max} - \hat{P}_{d,t}^{min}) \quad \forall d \in \mathcal{D}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (130)$$

$$\tilde{A}_{r,t} = \hat{A}_{r,t}^{max} - \Gamma^H \cdot (\hat{A}_{r,t}^{max} - \hat{A}_{r,t}^{min}) \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (131)$$

Após a definição destes parâmetros, um modelo determinístico, equivalente a formulação (15) a (43), usando como entrada estes valores de incerteza calculados ( $\hat{P}_{w,t} = \tilde{P}_{w,t}$ ;  $\hat{P}_{d,t} = \tilde{P}_{d,t}$ ;  $\hat{A}_{r,t} = \tilde{A}_{r,t}$ ), é solucionado. Ao concluir a otimização deste modelo as variáveis binárias, referente às decisões de comissionamento  $(x, v)$ , são fixadas para utilização em um modelo equivalente ao subproblema. Ao final deste processo de otimização as variáveis incertas otimizadas no subproblema ( $\tilde{P}_{w,t}^*$ ;  $\tilde{P}_{d,t}^*$ ;  $\tilde{A}_{r,t}^*$ ) são armazenadas para serem utilizadas como uma estimativa melhorada para iniciar o processo de otimização (GCR) em si;

- (2) Os limites superiores (*UB*) e inferiores (*LB*) iniciais são definidos na entrada de dados do problema como  $+\infty$  e  $-\infty$ , respectivamente. Estes são os limites do algoritmo, os quais serão utilizados para verificar a convergência entre os dois estágios de solução do problema;
- (3) Posteriormente o contador de iterações é inicializado sendo definido como zero ( $\omega = 0$ );
- (4) Usando os dados de incerteza obtidos em (1), o problema principal é solucionado, onde os valores ótimos de  $x_{i,t}^*$ ,  $v_{i,t}^{SU*}$ ,  $v_{i,t}^{SD*}$ ,  $\eta^*$ ,  $C_{i,t,\omega}^{P*}$ ,  $p_{i,t,\omega'}^*$ ,  $P_{i,t,\omega'}^*$ ,  $\theta_{n,t,\omega'}^*$ ,  $q_{i,t,\omega'}^*$ ,  $Q_{r,t,\omega'}^*$ ,  $V_{r,t,\omega'}^*$ ,  $S_{r,t,\omega'}^*$  são obtidos;
- (5) O limite inferior *LB* do algoritmo é atualizado através da equação (132), que consiste no valor da função objetivo do problema principal obtido na última iteração realizada.

$$LB = \sum_{t=1}^T \sum_{i \in J_K} (C_{i,t}^{SU} + C_{i,t}^{SD} + C_{i,t}^{NL} x_{i,t}^* + \eta^*) \quad (132)$$

Note que o problema principal é, na verdade, uma versão relaxada do problema original, onde a variável  $\eta$  é utilizada para reconstruir a função objetivo progressivamente a cada iteração. Portanto, o valor do limite inferior aumenta com o aumento do número de iterações, conforme o problema principal se aproxima do problema original (CONEJO *et al.*, 2016);

- (6) O subproblema é solucionado utilizando as informações de  $x_{i,t}^*$ ,  $v_{i,t}^{SU*}$ ,  $v_{i,t}^{SD*}$  obtidas em (4) como dados de entrada (fixos). Ao final desta etapa as variáveis de otimização do conjunto  $\Delta^{sub}$ , que inclui dentre outras variáveis a realização



das incertezas, são obtidas. A realização das incertezas ( $\tilde{P}_{w,t,\omega}^*$ ,  $\tilde{P}_{d,t,\omega}^*$ ,  $\tilde{A}_{r,t,\omega}^*$ ) são então armazenadas para que sejam utilizadas posteriormente, como entrada, no problema principal – descrito em (4);

- (7) O limite superior ( $UB$ ), é atualizado através da equação (133). Este é definido como o mínimo valor do último  $UB$  calculado, e da função objetivo do problema principal substituindo-se  $\eta$  pelo valor da função objetivo do subproblema encontrado na última iteração.

$$UB = \min \left\{ UB, \sum_{t=1}^T \sum_{i \in J_K} (C_{i,t}^{SU} + C_{i,t}^{SD} + C_{i,t}^{NL} x_{i,t}^*) + \sum_{t=1}^T \sum_{i \in J_K} C_{i,t}^{P*} + \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^{\mathcal{R}} \hat{C}_{r,t}^S s_{r,t}^* \right\} \quad (133)$$

Note que o subproblema é, na verdade, uma versão mais restrita do problema original, uma vez que as variáveis de comissionamento ( $x^*$ ,  $v^*$ ) são fixadas para determinados valores. Assim, o limite superior tende a diminuir a medida que o número de iterações cresce, conforme as decisões de comissionamento mudam e se aproximam dos seus valores ótimos (CONEJO *et al.*, 2016);

- (8) Por fim, a convergência entre os estágios é checada. Ou seja, a informação do problema principal armazenada em  $LB$  é comparada com a solução encontrada no subproblema, que está armazenada em  $UB$ . A convergência é verificada como um erro relativo entre as duas etapas de solução, o qual deve ser inferior a uma tolerância ( $tol$ ) previamente definida. Note que ao final do processo iterativo, ou seja, quando a convergência entre os estágios ocorrer, significa que os dois estágios de solução encontraram a mesma resposta, ou pelo menos uma solução muito próxima – dentro da tolerância estabelecida, uma vez que a avaliação de convergência é realizada com base nas informações resultantes da função objetivo de cada estágio de solução;
- (9) Caso a convergência não ocorra, o contador de iterações é atualizado e o processo continua ocorrendo a partir de (4), utilizando as informações encontradas em (6), até que o valor da convergência esteja dentro da tolerância pré-estabelecida.

Uma observação que deve ser feita é que o armazenamento de informações no problema principal passa a ocorrer a partir de (4), isso porque a primeira iteração, chamada de estimativa inicial, como o próprio nome sugere, foi obtida a partir de uma aproximação, sendo que não confere um pior cenário de realização de incerteza.

Quando a convergência é verificada e o processo de otimização termina, a resposta final analisada é a do problema principal, onde deve ser verificado em qual iteração ( $\omega'$ ) ocorre o maior valor de  $\eta$ , pois este corresponde as melhores decisões operacionais dentro da pior realização das incertezas. A solução do subproblema deve ser igual, ou bastante próxima a do problema principal, no entanto o problema principal consiste em um modelo mais conciso, semelhante ao original, sem a presença de variáveis duais ou outros elementos que possam dificultar a análise da solução final.

Outra observação importante é que as restrições (129) a (131), utilizadas para definir um valor de incerteza para a estimativa inicial, não interferem no resultado final obtido. Através de testes preliminares constatou-se que a utilização desse valor médio para esta primeira estimativa, fornece uma aproximação bastante interessante, fazendo com que o problema convirja em menos iterações, se comparado a um caso em que um valor aleatório ou mais otimista é considerado, obtendo-se o mesmo resultado ao final do processo de solução.

#### 5.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Ao longo deste Capítulo a formulação matemática completa do problema da programação diária da operação sob incertezas, usando a otimização robusta, foi apresentada. Todas a formulação, estrutura do problema e metodologia de solução foram referenciadas e justificadas.

Inicialmente o problema do UC determinístico foi formulado, com a explicação de cada uma das restrições que compõe o problema, justificando o modelo considerado, a nomenclatura e possíveis aproximações realizadas. Na sequência o problema sob incertezas usando a otimização robusta foi formulado, e por fim a metodologia de solução empregada para resolver o problema proposto foi discutida, com a apresentação das principais características e aspectos considerados essenciais para o desenvolvimento do modelo.

Algumas contribuições bastante importantes deste Capítulo envolvem a linearização das restrições hídricas, a formulação da metodologia completa utilizando

a abordagem GCR e também um modelo que considera as incertezas na afluência (temporal e espacial), geração eólica e demanda em um mesmo problema.

Nesse sentido, outra observação importante a ser feita em relação ao problema hidrelétrico, é que a formulação proposta no presente estudo também pode ser estendida para modelos que considerem o problema hídrico de maneira mais sofisticada, usando modelos de aproximação do tipo linear inteira mista, por exemplo, como é o caso de Brito, Finardi e Takigawa (2020).

Dessa forma, ao optar pela utilização da representação do tipo MILP no modelo hidrelétrico, destaca-se que outras metodologias de solução devem ser empregadas para solução do problema de otimização robusta, em função das novas características do subproblema (como neste caso o modelo passaria a contar com variáveis inteiras de otimização no subproblema, o mesmo não poderia ser reformulado em único nível usando as KKTs, sendo necessário empregar outra metodologia de solução). A técnica NC&CG (*nested column-and-constraint generation algorithm*), que é capaz de resolver problemas multiníveis de natureza linear inteira mista (ZHAO e ZENG, 2012a) é uma metodologia alternativa que pode ser utilizada para resolução de modelos com estas características no segundo estágio de solução.

Assim, no presente trabalho, como uma forma de contribuir para o desenvolvimento de pesquisas futuras, e também de demonstrar a aplicabilidade da aproximação linear por partes inteira mista da função de produção hidrelétrica, no APÊNDICE 2 é apresentada a modelagem do problema hidro-termo-eólico determinístico, considerando usinas agregadas, sendo este resolvido conforme a metodologia de linearização proposta em Brito, Finardi e Takigawa (2020). Esse modelo MILP pode ser utilizado como ponto de partida para modelos de otimização robusta ainda mais sofisticados, onde outras metodologias de solução podem ser aplicadas, assim como mencionado anteriormente.

O próximo Capítulo trata dos sistemas testes utilizados para validação do modelo, e os resultados obtidos aplicando-se a formulação matemática e metodologia discutidas ao longo desta seção.

## 6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

De acordo com a metodologia de solução apresentada na subseção 5.3, o modelo matemático proposto para a programação diária da operação hidro-termo-eólica sob incertezas, multiperíodo, com a modelagem CC da rede de transmissão e da reserva de energia, utilizando a otimização robusta, foi implementado computacionalmente. A linguagem de programação Python 3.8, através do ambiente de desenvolvimento integrado *Spyder*, foi empregada para implementação e simulação dos algoritmos desenvolvidos. O pacote de software de código aberto Pyomo, o qual oferece diversos recursos para otimização de diferentes tipos de problema (linear, quadrático, inteiro, etc) foi utilizado. O Pyomo permite ainda formular o modelo computacional algebricamente, ou seja, muito próximo da forma como as equações matemáticas são escritas, o que facilita a implementação.

Em relação ao solucionador utilizado foi necessário identificar um que seja capaz de trabalhar com o Pyomo, e também que resolva problemas do tipo linear inteiro misto (MILP), uma vez que os modelos matemáticos resultantes são deste tipo. Assim, optou-se pela utilização do solucionador Gurobi 9.0.2, que além de ser amplamente utilizado, é possível obter gratuitamente através de uma licença acadêmica. Um laptop com processador Intel® Core™ i5-3230M CPU (*Central Processing Unit*) @ 2.60GHz, com memória RAM (*Random Acces Memory*) de 4,00 GB, foi utilizado para a realização das simulações.

Dois sistemas testes foram considerados para realizar as simulações e validar o modelo de solução proposto, um de 30 barras referente ao sistema IEEE (30b-IEEE), e outro de 33 barras referente ao subsistema sul brasileiro do SIN (33b-STB). Diferentes cenários foram verificados utilizando níveis de incerteza distintos. Preocupou-se em analisar a coerência nos dados obtidos, principalmente no que concerne à priorização no despacho das unidades, níveis de geração e demanda de acordo com os níveis de incerteza assumidos, cumprimento das restrições operacionais e atendimento às demandas do sistema.

Foram considerados de maior relevância os cenários apresentados na TABELA 5 para o sistema de 30 barras, e na TABELA 6 para o de 33 barras. Os destacados em azul foram selecionados para análise mais detalhada pois acredita-se que à priori estes permitem uma verificação adequada, e suficiente, quanto ao

comportamento do sistema, dada possíveis variações nos níveis de incerteza. Estes são chamados de “cenários principais” ao longo do texto.

TABELA 5 – MAPEAMENTO DOS CENÁRIOS ANALISADOS PARA O SISTEMA TESTE DE 30 BARRAS

$\Gamma^w, \Gamma^H$	$\Gamma^D$				
	0,00	0,10	0,15	0,20	0,25
0,00	Cenário 1	-	-	-	-
0,10	-	Cenário 2	-	-	-
0,15	-	-	Cenário 3	-	-
0,20	-	-	-	Cenário 4	-
0,25	-	-	-	-	Cenário 5

FONTE: O autor (2021).

TABELA 6 – MAPEAMENTO DOS CENÁRIOS ANALISADOS PARA O SISTEMA TESTE DE 33 BARRAS

$\Gamma^w, \Gamma^H$	$\Gamma^D$			
	0,00	0,10	0,15	0,20
0,00	Cenário 1	-	-	-
0,10	-	Cenário 2	-	-
0,15	-	-	Cenário 3	-
0,20	-	-	-	Cenário 4

FONTE: O autor (2021).

Em relação aos níveis de incerteza analisados, foi considerado uma variação de incerteza entre 0 e no máximo 0,25, no entanto, como discutido na subseção 5.2.3,  $\Gamma$  pode apresentar qualquer valor entre 0 e 1. A escolha dos valores de incerteza estudados no presente trabalho foi realizada pensando em variações mais próximas do que poderia ocorrer em uma situação real. Por exemplo, um nível de incerteza igual a 1 para geração hidrelétrica significa que não há geração hídrica disponível, o que é um cenário improvável de ocorrer.

Este Capítulo encontra-se organizado da seguinte forma:

- Na subseção 6.1 são apresentados os sistemas testes e respectivos dados de entrada utilizados no processo de otimização;
- Na subseção 6.2 são apresentadas algumas considerações realizadas sobre o modelo matemático para as simulações computacionais dos cenários em estudo;

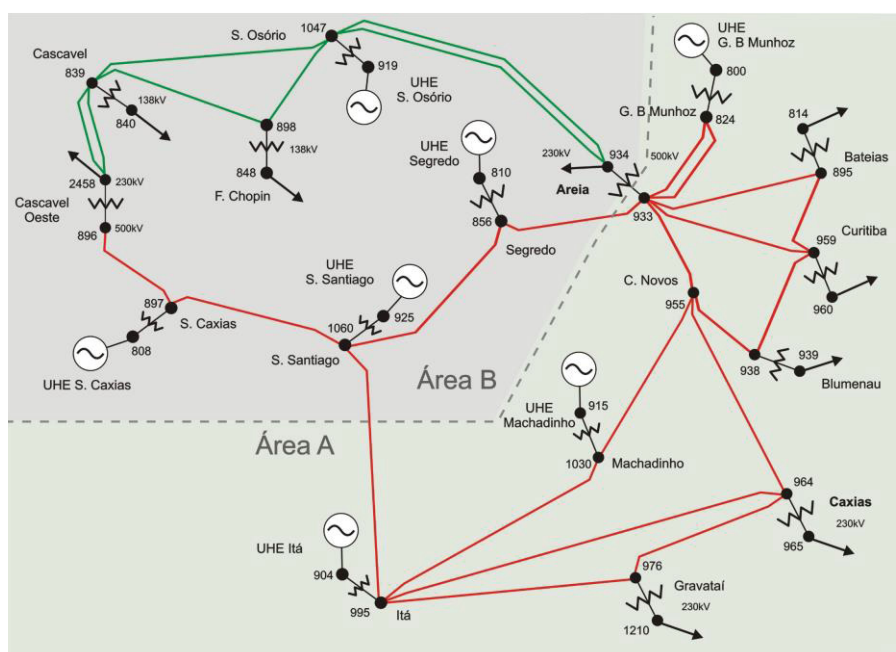
- Na subseção 6.3 é realizada a discussão dos resultados obtidos para os diferentes cenários simulados;
- Na subseção 6.4 são discutidas as principais conclusões sobre os resultados obtidos aplicando-se a metodologia proposta neste trabalho.

## 6.1 SISTEMA TESTE E DADOS UTILIZADOS

Dois sistemas testes foram considerados para realizar as simulações computacionais utilizando a metodologia proposta: um sistema de 30 barras IEEE adaptado de Zimmerman, Murillo-Sanchez e Thomas (2011), e Dashti *et al.* (2016); e outro composto por 33 barras, adaptado dos trabalhos de Alves (2007) e Takigawa (2010).

O sistema teste de 33 barras original, proposto em Alves (2007) pode ser observado na FIGURA 6. Na TABELA 7 são apresentadas as informações deste sistema, conforme as adaptações consideradas no presente trabalho, com as cargas, as unidades de geração e as barras onde estas encontram-se conectadas, sendo que a numeração das barras foi associada com a nomenclatura de Alves (2007) ilustrada na FIGURA 6. Enquanto isso, as informações relacionadas ao sistema de 30 barras IEEE, conforme utilizadas no presente estudo, podem ser verificados na TABELA 8.

FIGURA 6 – SISTEMA DE 33 BARRAS PROPOSTO EM ALVES (2007)



FONTE: ALVES (2007)

TABELA 7 – CONFIGURAÇÃO FINAL DO SISTEMA TESTE DE 33 BARRAS CONSIDERADO NO PRESENTE TRABALHO, BASEADO NAS INFORMAÇÕES DOS TRABALHOS DE ALVES (2007) E TAKIGAWA (2010)

Barra	Geração	Demanda (%)	Barra	Geração	Demanda (%)
1 (800)	UHE3	-	18 (933)	-	-
2 (808)	UHE7	-	19 (934)	UEE1	D4 (4,20)
3 (810)	UHE4	-	20 (938)	-	-
4 (814)	-	D1 (13,10)	21 (939)	UTE1	D5 (20,50)
5 (824)	-	-	22 (955)	-	-
6 (839)	-	-	23 (959)	-	-
7 (840)	-	D2 (2,80)	24 (960)	UTE2	D6 (15,10)
8 (848)	-	D3 (1,70)	25 (965)	-	-
9 (856)	-	-	26 (964)	-	D7 (13,50)
10 (895)	-	-	27 (976)	-	-
11 (896)	-	-	28 (995)	-	-
12 (897)	-	-	29 (1030)	-	-
13 (898)	-	-	30 (1047)	-	-
14 (904)	UHE2	-	31 (1060)	-	-
15 (915)	UHE1	-	32 (1219)	-	D8 (7,20)
16 (919)	UHE6	-	33 (2458)	-	D9 (13,10)
17 (925)	UHE5	-			

FONTE: Adaptado de Alves (2007) e Takigawa (2010).

TABELA 8 – CONFIGURAÇÃO FINAL DO SISTEMA TESTE DE 30 BARRAS CONSIDERADO NO PRESENTE TRABALHO, BASEADO NAS INFORMAÇÕES DOS TRABALHOS DE ZIMMERMAN, MURILLO-SANCHEZ E THOMAS (2011) E DASHTI ET AL. (2016)

Barra	Geração	Demanda (%)	Barra	Geração	Demanda (%)
1	UTE1	-	16	-	D10 (1,85)
2	-	D1 (11,47)	17	-	D11 (4,76)
3	UTE2	D2 (1,27)	18	-	D12 (1,69)
4	UHE5	D3 (4,02)	19	-	D13 (5,02)
5	UHE2	-	20	UTE6	D14 (1,16)
6	-	-	21	-	D15 (9,25)
7	UTE3	D4 (12,05)	22	-	-
8	-	D5 (15,86)	23	-	D16 (1,69)
9	UTE4		24	-	D17 (4,60)
10	UEE1	D6 (3,07)	25	-	-
11	UEH3	-	26	UHE1	D18 (1,85)
12	UTE5	D7 (5,92)	27	-	-
13	UHE4	-	28	UHE6	-
14	-	D8 (3,28)	29	-	D19 (1,27)
15	-	D9 (4,33)	30	-	D20 (5,60)

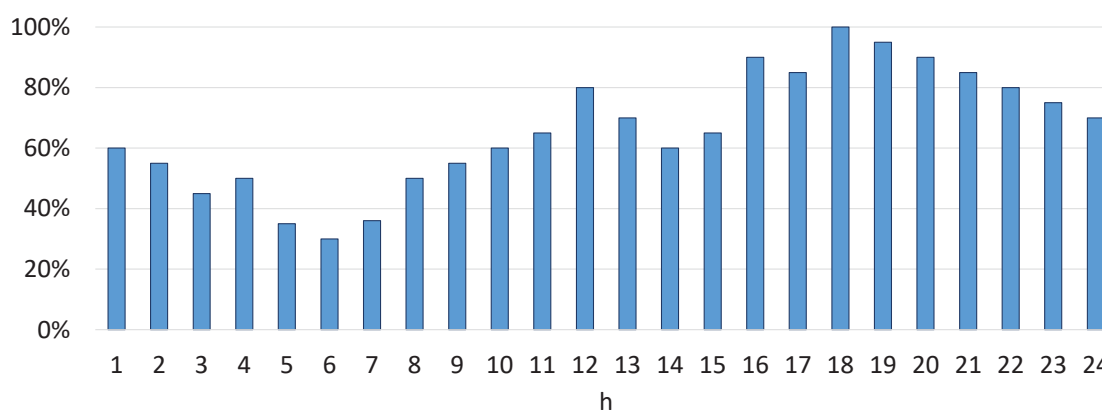
FONTE: Adaptado de Zimmerman, Murillo-Sanchez e Thomas (2011) e Dashti *et al.* (2016).

O sistema brasileiro completo considerado no presente trabalho é composto por 33 barras, 51 linhas de transmissão, 9 pontos de demanda, 7 unidades

hidrelétricas, 2 unidades térmicas e 1 unidade eólica. O sistema 30 barras IEEE é, por sua vez, composto por 30 barras, 41 linhas de transmissão, 6 usinas hidrelétricas, 6 usinas térmicas, 1 unidade eólica e 20 pontos de demanda, sendo que a capacidade de geração hidrelétrica é predominante do sistema. Como já mencionado, algumas adaptações foram realizadas nos sistemas testes considerados, devido à indisponibilidade de algumas informações e também para adaptá-los para verificação do que é proposto no presente trabalho, como por exemplo a consideração de geração eólica em ambos os sistemas, o que não é feito nos modelos originais, onde estes foram usados.

Em ambos os sistemas testes a demanda total é expressa como um percentual da capacidade total de geração do sistema, e cada demanda representa um percentual da carga total que deve ser atendida, como é descrito na TABELA 7 e na TABELA 8. Assim, esta demanda é distribuída ao longo do horizonte de estudo de acordo com o perfil de carga identificado, sendo este considerado conforme o que é sugerido em Takigawa (2010), para um horizonte de programação diário, discretizado em horas. O mesmo perfil foi utilizado para ambos os sistemas testes, e este pode ser verificado através do GRÁFICO 2. Note, que a demanda máxima, a qual foi considerada como 80% e 78% da geração total do sistema, para o 30b-IEEE e para o 33b-STB, respectivamente, ocorre no período das 18h. Estes percentuais foram utilizados, pois acredita-se que através deles é possível explorar adequadamente o comportamento do sistema quando sujeito a variações nos níveis de incerteza. Os dados completos e detalhados relacionados à demanda do sistema 30 e 33 barras podem ser verificados no ANEXO 1.

GRÁFICO 2 – PERFIL DE DEMANDA CONSIDERADO PARA AMBOS OS SISTEMAS



FONTE: O autor (2021), adaptado de Takigawa (2010).



Em relação aos dados das termelétricas e hidrelétricas foi considerado que em ambos os sistemas testes, cada usina é composta por apenas uma unidade geradora. Essa é uma prática comum na literatura, quando se assume que todas as unidades geradoras de uma determinada usina hidrelétrica e/ou termelétrica possuem características similares. Alguns trabalhos onde esse tipo de simplificação é realizada são Jiang, Wang e Guan (2012) e Dashti *et al.* (2016).

No que concerne ao problema hidrelétrico, no presente trabalho a função de produção, que estabelece a relação entre o turbinamento e a energia gerada, é representada por meio de uma aproximação linear por partes. Uma observação importante é que para garantir a convexidade do modelo, a linearização da função de produção hidrelétrica deve ser côncava (DASHTI *et al.* 2016). Uma forma de verificar se estes aspectos são cumpridos é através da análise dos valores de  $\hat{\alpha}$  e  $\hat{\beta}$  obtidos no processo de linearização por partes, onde deve ocorrer um decréscimo do valor de  $\hat{\alpha}$  e um aumento do valor de  $\hat{\beta}$ , quanto maior o número de segmentos usados no processo de aproximação. Isso vai de encontro ao que é descrito em Naversen, Farahmand e Helseth (2020), onde os autores destacam que “a eficiência deve diminuir para aumentar o número do segmentos de turbinamento a fim de garantir a convexidade do problema”.

No caso do sistema teste de 30 barras, as curvas de linearização da função de produção foram consideradas conforme o trabalho de Dashti *et al.* (2016), onde três segmentos são utilizados na aproximação linear por partes, como pode ser observado na TABELA 9. Já no sistema 33 barras foi considerado apenas um segmento linear para a linearização da função de produção, o que seria equivalente ao modelo com produtividade constante, prática também encontrada na literatura, conforme discutido na subseção 5.2.2.7. O sistema de 33 barras foi tratado desta forma devido à dificuldade de se obter uma boa curva de aproximação da função de produção utilizando mais de um segmento no processo de linearização, capazes de manter a convexidade do modelo. Outros processos iterativos, ou metodologias alternativas poderiam ser aplicados para realizar esta linearização, conforme também discutido na subseção 5.2.2.7, no entanto detalhes neste sentido não estão no escopo do presente estudo.

Sendo assim, os dados de produtibilidades disponíveis em Fredo (2016) foram utilizados para a representação linear da função de produção do sistema de 33 barras conforme TABELA 10 e, com isso, a restrição (36) passa a ser escrita como uma

equação de igualdade, o que fica mais condizente com o modelo utilizado para este sistema teste. Dessa forma, em termos de formulação, com a alteração utilizando o sinal de igualdade na expressão (36), os seguintes ajustes devem ser considerados: (1) desconsiderar a restrição de complementariedade (117), uma vez que a expressão correspondente foi alterada para igualdade e; (2) alterar os limites de  $\phi_{i,\rho,t}^p$  para  $+\infty$  e  $-\infty$ , uma vez que este multiplicador passa a ser equivalente aos lambdas, já que agora é associado à uma equação de igualdade. Ressalta-se que estas alterações são feitas apenas para as simulações do sistema teste de 33 barras para que fique mais aderente a abordagem de linearização, que utiliza apenas uma curva de aproximação.

TABELA 9 – DADOS DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO LINEARIZADA 30b-IEEE

UHE	$\hat{\alpha}_{i,1}$	$\hat{\beta}_{i,1}$	$\hat{\alpha}_{i,2}$	$\hat{\beta}_{i,2}$	$\hat{\alpha}_{i,3}$	$\hat{\beta}_{i,3}$
UHE1	0,80	0	0,50	31,13	0,3	142,37
UHE2	0,80	0	0,50	31,13	0,30	142,37
UHE3	0,75	0	0,60	35,38	0,35	154,05
UHE4	0,75	0	0,60	35,38	0,35	154,05
UHE5	0,70	0	0,40	38,51	0,20	157,62
UHE6	0,70	0	0,40	38,51	0,20	157,62

FONTE: Dados de Dashti *et al.* (2016).

TABELA 10 – DADOS DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO LINEARIZADA 33b-STB

UHE	$\hat{\alpha}_{i,1}$	$\hat{\beta}_{i,1}$
UHE1 – Machadinho	0,91	0
UHE2 – Itá	0,91	0
UHE3 – Governador Bento Munhoz	1,03	0
UHE4 – Salto Segredo	1,04	0
UHE5 – Salto Santiago	0,84	0
UHE6 – Salto Osório	0,60	0
UHE7 – Salto Caxias	0,59	0

FONTE: Dados de Fredo (2016).

Em relação às configurações das hidrelétricas (posicionamento através do curso dos rios), estes foram retirados do trabalho de Takigawa (2010) para o sistema de 33 barras, e podem ser visualizados através da FIGURA 7. Enquanto isso, a configuração das hidrelétricas adotada para o sistema de 30 barras foi adaptada do trabalho de Dashti *et al.* (2016) e pode ser verificada na FIGURA 8.

FIGURA 7 – USINAS EM CASCATA – 33b-STB

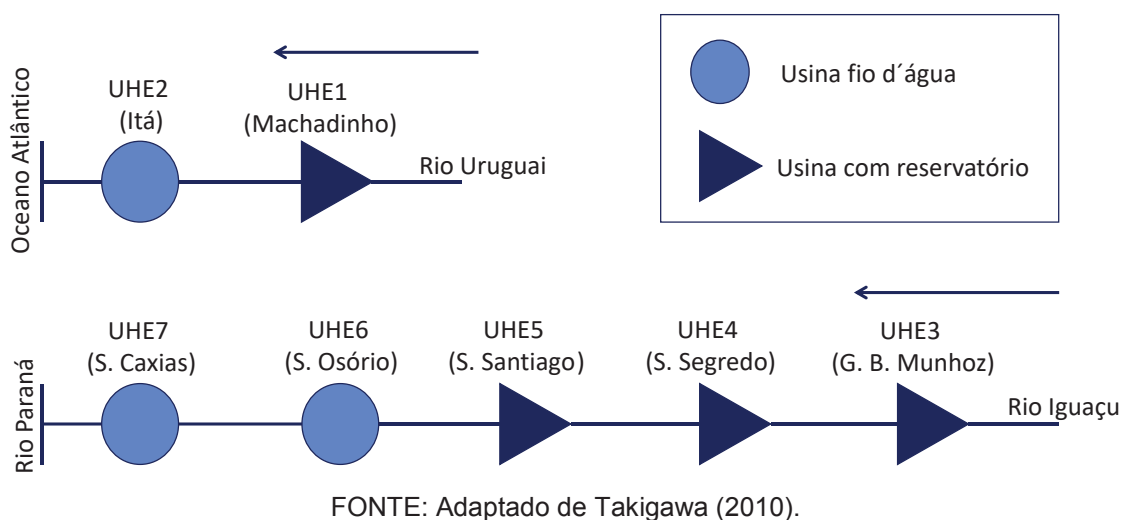
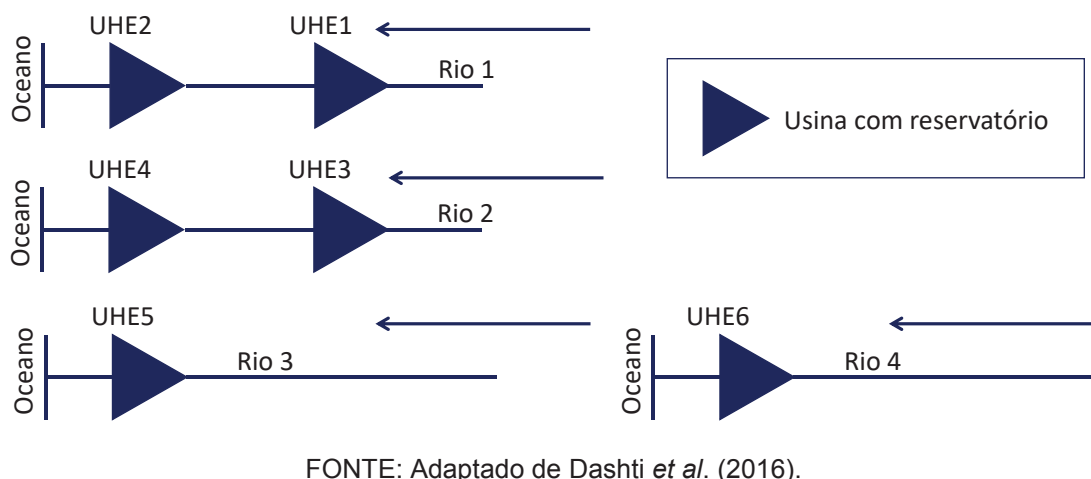


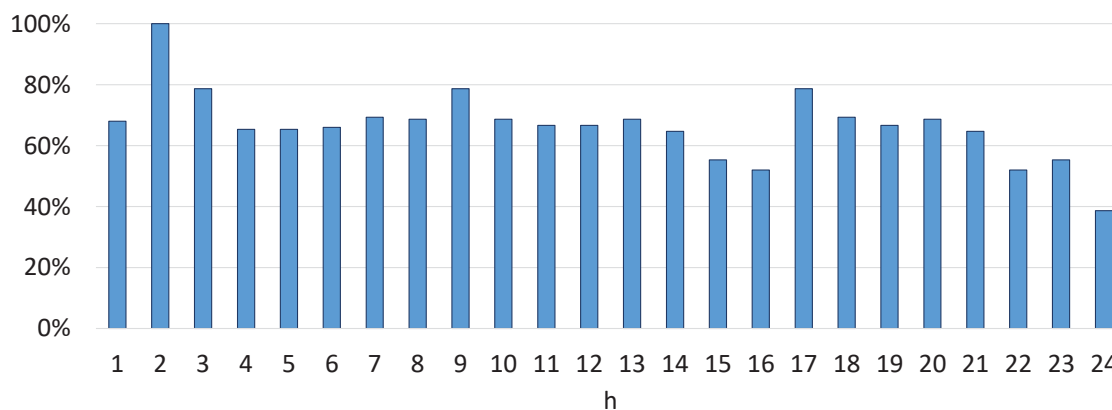
FIGURA 8 – USINAS EM CASCATA – 30b-IEEE



Conforme discutido no Capítulo 5.2 não foram consideradas restrições de rampa para o sistema hidrelétrico. No entanto as restrições de mínimo tempo de operação e desligamento foram modeladas. Para o sistema teste de 33 barras, seguindo o que é sugerido em Takigawa (2010), foi assumido que as unidades hídricas podem apresentar apenas um religamento por dia, assim o mínimo tempo de acionamento foi definido como 23, enquanto que o mínimo tempo de desligamento foi definido como 1. No caso do sistema teste de 30 barras, os mínimos tempos de acionamento e desligamento foram todos definidos com os mesmos valores, sendo estes 4, 4, 5, 5, 8 e 8 para a UHE1, UHE2, UHE3, UHE4, UHE5 e UHE6, respectivamente.

Os dados de afluência, assim como os da demanda, foram considerados conforme o perfil de vazão afluente e a média dos dados históricos apresentadas no trabalho de Takigawa (2010). Tal perfil de afluência pode ser visualizado no GRÁFICO 3, e os dados completos estão disponíveis no ANEXO 1 do presente trabalho.

GRÁFICO 3 – PERFIL DE VAZÃO AFLUENTE CONSIDERADO PARA OS SISTEMAS TESTES



FONTE: O autor (2021), adaptado de Takigawa (2010).

Em relação aos dados dos reservatórios, foi assumido que o volume inicial armazenado das unidades do sistema de 30 barras é 100% do volume máximo, enquanto o volume final foi definido como 35% ( $\hat{\gamma} = 0,35$ ) do volume útil para todas as unidades. No caso do sistema de 33 barras o volume inicial foi definido como 45% do volume útil para as usinas com reservatório e 100% do volume mínimo para as usinas fio d'água, enquanto o volume final foi assumido como 35% ( $\hat{\gamma} = 0,35$ ) do volume útil para as usinas com reservatório, e 100% ( $\hat{\gamma} = 1$ ) do volume máximo para as usinas fio d'água. Novamente, destaca-se que estas definições foram adotadas, pois acredita-se que as mesmas são suficientes para demonstrar de maneira adequada o funcionamento do modelo proposto.

Os demais dados hídricos, relacionados aos limites operacionais encontram-se todos detalhados e referenciados no ANEXO 1, tanto para o sistema de 33 como para o sistema teste de 30 barras.

Em relação aos dados da rede transmissão, para o sistema teste de 33 barras, tanto no que refere-se aos limites dos fluxos, como as informações características das barras e linhas de transmissão são todos apresentadas no ANEXO 1 e estão baseados nos dados de Alves (2007). Vale destacar que as três linhas de transmissão adjacentes a barra onde a unidade eólica encontra-se localizada (linhas 23, 24 e 25)

tiveram sua capacidade duplicada, para permitir o maior aproveitamento desta nova unidade geradora.

No que refere-se às informações utilizadas no sistema teste de 30 barras, não foram identificados os limites dos fluxos das linhas de transmissão, e dessa forma os mesmos foram calculados com base nos dados disponíveis em Zimmerman, Murillo-Sanchez e Thomas (2011) e Dashti *et al.* (2016). Os dados finais relacionados à rede de transmissão estão disponíveis no ANEXO 1.

Os dados das unidades termelétricas (UTE) para o sistema de 30 barras foram considerados conforme Dashti *et al.* (2016) e podem ser visualizados na TABELA 11 (a). Note que apenas uma reta é considerada na aproximação linear por partes do custo de operação/combustível.

TABELA 11 – DADOS DAS UNIDADES TERMELÉTRICAS

(a) Dados do sistema 30b-IEEE

UTE	$\hat{p}_i^{max}$ (MW)	$p_{i,0}$ (MW)	$x_i^0$	$\hat{T}_i^{up}$ (h)	$\hat{T}_i^{dn}$ (h)	$\hat{R}_i^{UP}$ (MW)	$\hat{R}_i^{DN}$ (MW)	$\hat{S}_i^{SU}$ (MW)	$\hat{S}_i^{SD}$ (MW)	$\hat{C}_i^{SU}$ (\$)	$\hat{C}_i^{SD}$ (\$)	$C_{i,t}^{NL}$ (\$)	$\hat{a}_{i,e}$ (\$/MW)	$\hat{b}_{i,e}$ (MW)
UTE1	200	0	0	5	5	75	75	50	50	20	20	5	10	0
UTE2	100	0	0	1	1	40	40	10	10	50	50	10	20	0
UTE3	120	0	0	1	1	50	50	15	15	50	50	5	35	0
UTE4	120	0	0	2	2	50	50	10	10	50	50	10	40	0
UTE5	150	0	0	2	2	60	60	20	20	50	50	10	50	0
UTE6	300	0	0	4	4	80	80	60	60	25	25	5	10	0

(b) Dados do sistema 33b-STB

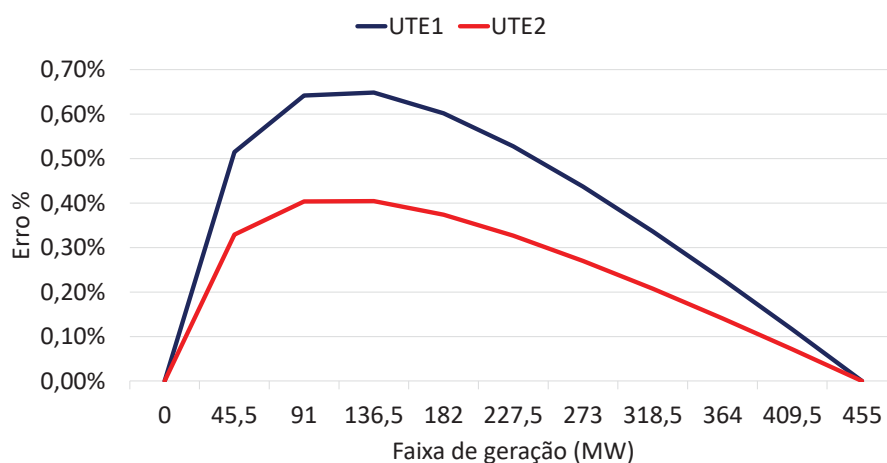
UTE1	455	0	0	7	7	225	225	150	150	4500	0	1000	16,40	0
UTE2	455	0	0	7	7	225	225	150	150	5000	0	970	17,40	0

FONTE: Adaptado de Dashti *et al.* (2016) e Morales-España, Latorre e Ramos (2013).

Enquanto isso os dados do sistema de 33 barras foram adaptados de Morales-España, Latorre e Ramos (2013) e encontram-se descritos na TABELA 11 (b). Neste caso, diferentemente do sistema de 30 barras, os custos não-lineares foram informados, sendo necessário realizar a linearização. Ao analisar a curva que representa o custo de combustível para essas unidades, verificou-se que apenas um segmento de reta seria suficiente para representá-las adequadamente. Conforme pode ser observado no GRÁFICO 4, um erro inferior a 1% foi obtido neste processo de linearização.

Na TABELA 11 também são apresentadas as condições iniciais de operação das unidades térmicas, ou seja, se antes de iniciar a operação as unidades encontravam-se ligadas ( $x_i^0 = 1$ ), ou desligadas ( $x_i^0 = 0$ ) e, caso ligadas, também é definido o quanto as unidades estavam gerando ( $p_{i,0}$ ).

GRÁFICO 4 – ERRO PERCENTUAL OBTIDO COM A LINEARIZAÇÃO DO CUSTO DO COMBUSTÍVEL DAS UNIDADES TÉRMICAS – SISTEMA 33b-STB



FONTE: O autor (2021).

Por fim, os dados da unidade eólica foram considerados, para ambos os sistemas testes, a partir dos registros históricos retirados da base de dados do ONS (ONS, 2021), de um dia de operação com discretização horária. O *website* do Operador Nacional do Sistema permite a verificação de diversas informações relacionadas ao funcionamento do SIN, o que inclui os dados de geração eólica por subsistema, Estado e período. Os dados considerados no presente trabalho encontram-se detalhados no ANEXO 1.

## 6.2 CONSIDERAÇÕES SOBRE O MODELO MATEMÁTICO UTILIZADO NA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

Para realizar as simulações computacionais foram efetuados alguns ajustes no modelo matemático proposto, os quais encontram-se descritos nas próximas subseções.

### 6.2.1 Custos operacionais

Verificou-se através de simulações preliminares que o algoritmo desenvolvido apresenta um desempenho computacional melhor quando os valores da função objetivo encontram-se próximos a 1. Dessa forma, os custos foram normalizados, ou seja, a função objetivo foi dividida por um valor que representa a dimensão do valor esperado.

No caso do presente trabalho a função objetivo foi dividida por 1000, tanto para o sistema de 30, como para o sistema de 33 barras. Esse valor foi obtido através da realização de testes e verificando a dimensão do valor esperado para a função objetivo, sem prejudicar a solução final obtida. A solução final deve ser multiplicada por esse valor de normalização utilizado, a fim de verificar o custo real de operação do sistema.

Destaca-se que esta estratégia não afeta a solução final do problema, ela apenas melhora os tempos de convergência dos modelos simulados.

### 6.2.2 Mudança nos conjuntos de incerteza

As expressões (47), (49), (51) e (52), que modelam os conjuntos de incerteza do problema, foram reescritas substituindo o sinal de desigualdade pelo sinal de igualdade. Tal estratégia foi utilizada com o intuito de melhorar a performance computacional, uma vez que o espaço de busca é reduzido. Isso é possível pois a solução ótima do modelo proposto sempre encontra-se nos extremos dos conjuntos das incertezas poliédricas (ATTARHA; AMJADY e CONEJO, 2018), ou seja, maior demanda e menor disponibilidade de recursos de geração possíveis sempre estão na fronteira do conjunto de incerteza.

Para comprovar a efetividade de tal alteração foram realizados alguns testes preliminares comparando o modelo original e o modelo com o ajuste no sinal dos conjuntos de incerteza. Verificou-se que os mesmos resultados foram obtidos em ambos os casos, mas com uma redução significativa no tempo computacional nas simulações para o caso usando o sinal de igualdade nos conjuntos de incerteza.

### 6.2.3 Ajustes da função custo de vertimento

Conforme discutido na subseção 5.2.2.1 foi inserida na formulação do problema uma penalização para o vertimento, a fim de evitar a ocorrência de vazões vertidas indesejadas. Como apresentado na formulação robusta da subseção 5.2.3, a decisão do vertimento, assim como seu custo fictício, faz parte do subproblema, ou seja, é uma decisão de segundo estágio.

No entanto, verificou-se que a adição do custo de vertimento no subproblema faz com que esta etapa de solução fique intratável computacionalmente. Em algumas simulações preliminares no sistema 30b-IEEE, por exemplo, usando nível de incerteza igual a zero para todos os parâmetros, não foi possível realizar uma única iteração do algoritmo em mais de 8 horas de processamento, ocasionando erro de memória.

Dessa forma, a fim de melhorar o tempo de convergência e continuar utilizando esta estratégia de custear o vertimento para obtenção de uma solução melhorada para o problema hídrico, foi adicionado um pequeno custo de vertimento no problema principal, ou seja, na restrição (92). Este custo foi assumido como  $1 \times 10^{-3}$  e  $1 \times 10^{-1}$  para o sistema teste de 30 e 33 barras, respectivamente. A obtenção destas penalizações foram obtidas de maneira arbitrária através de testes, verificando os valores mais consistentes, que permitiram uma melhora nos resultados obtidos, evitando a ocorrência de vertimentos indesejados, sem alterar a solução final do problema. Ou seja, em casos de folga na geração hídrica, aplicar ou não aplicar vertimento (em devidas proporções) podem resultar em um mesmo custo de geração.

Note que esta alteração apenas é possível porque a ocorrência de vertimento desnecessários no modelo original, não impactam no custo de decisão de geração, e conseqüentemente não tem impacto na solução final do problema. Para validar tal informação foram realizados testes comparativos com e sem o custo do vertimento no problema principal, verificando-se que ao final do processo de otimização a mesma solução foi obtida em ambos os casos, com a diferença que com a adição desta penalização no problema de primeiro estágio, praticamente não apresentou a ocorrência de vertimentos indesejados.

Assim, ressalta-se que a utilização desta estratégia é apenas um artifício matemático para a obtenção de resultados mais consistentes, ou seja, sem vertimentos indesejados e, ressalta-se que financeiramente isso não altera o custo total de operação dentro do período analisado. Note que em uma situação real, a



ocorrência destes vertimentos indesejados poderia também ser corrigida através de ações pós otimização, verificando em quais momentos eles poderiam ser evitados, e consequentemente estender tais ajustes para as decisões de operação reais.

Para o subproblema – restrição (93) a (124) – o custo de vertimento não foi considerado, uma vez que isso não altera as decisões de geração. Vale ressaltar ainda que deve ser realizado o ajuste do limite inferior, equação (132), descontando possíveis custos de vertimento resultantes do processo de otimização ( $\hat{C}_{r,t}^S S_{r,t,\omega}^*$ ), a fim de realizar a verificação da convergência do algoritmo GCR adequadamente.

#### 6.2.4 Ajustes dos valores do Big M e restrições de complementariedade

Outro ajuste realizado nas simulações computacionais foi em relação ao parâmetro do Big M. A variável  $M$  – expressões (127) e (128) – deve ser definida como um valor grande suficiente. Esta definição é de grande importância para o problema uma vez que a atribuição de valores muito elevados, ou também muito pequenos podem resultar em modelos computacionais infactíveis, ou até mesmo intratáveis computacionalmente, devido à problemas de significância numérica.

Dessa forma, foi realizado um estudo quanto aos máximos valores que cada um dos  $M$ 's das restrições de complementariedade – (108) a (124) – poderiam assumir, sendo estes definidos como o menor valor possível que não altere o resultado final. Estas definições foram realizadas seguindo como base o que é sugerido em Gabrel *et al.* (2014), e os valores finais de  $M$  utilizados para cada uma das restrições do presente trabalho encontram-se detalhados no APÊNDICE 1.

Outro ajuste realizado em termos computacionais, foi a adição de algumas restrições adicionais para reduzir o espaço de busca da solução, e melhorar os tempos de simulação. Por exemplo, analisando a restrição (123) –  $(0 \leq \phi_{i,t}^{\hat{Q}^{min}} \perp q_{i,t} + \hat{Q}_i^{min} x_{i,t}^* \geq 0)$ , que é substituída pelo conjunto de restrições lineares equivalente (125) a (128), caso  $x_{i,t}^* = 0$ , significa que a unidade correspondente estará desligada e portanto o valor do turbinamento ( $q_{i,t}$ ) deve ser zero. Para que isto ocorra, o valor de  $u$  correspondente deve ser igual a um e, assim uma restrição adicional com esta definição pode ser adicionada, fazendo com que o algoritmo de solução não fique buscando combinações possíveis para esta restrição, uma vez que ela já é definida como inativa. Fazendo isso, há uma melhora nos tempos de simulação e o resultado

final não é prejudicado, ou seja, a mesma resposta é obtida ao final do processo de solução.

### 6.3 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Esta subseção tem como objetivo analisar os resultados obtidos a partir das simulações realizadas empregando o modelo matemático proposto e os sistemas testes considerados. Serão apresentadas em conjunto as discussões quanto ao sistema 30b-IEEE e ao sistema 33b-STB, destacando os principais pontos, considerados de maior relevância, os quais foram identificados na análise dos resultados das diferentes simulações realizadas. Serão enfatizados os cenários principais, conforme apresentado na TABELA 5 e na TABELA 6.

Destaca-se que o modelo em estudo se trata da programação diária, ou seja, 24 horas de operação de um sistema hidro-termo-eólico, com restrições de transmissão, reserva de energia e considerando incertezas na geração eólica, afluência e demanda do sistema.

Em relação as especificações do solucionador Gurobi utilizado para resolver os diferentes subproblemas, uma tolerância de  $1 \times 10^{-2}$  e de  $1 \times 10^{-3}$  foi considerada para os sistemas 33b-STB e 30b-IEEE, respectivamente. Os mesmos valores de tolerância foram adotados para o GCR (*tol* do fluxograma da FIGURA 5).

A presente subseção encontra-se organizada da seguinte forma:

- Subseção 6.3.1: Análise quanto aos custos operacionais;
- Subseção 6.3.2: Impacto das variações de incerteza nas soluções de comissionamento e despacho;
- Subseção 6.3.3: Discussão quanto aos custo computacionais.

#### 6.3.1 Análise quanto aos custos operacionais

A primeira análise realizada é feita com base nos resultados associados aos custos operacionais totais (será considerado o símbolo \$ para uma representação mais geral) e ao tempo (em segundos – s) de simulação computacional resultante de cada cenário. Na TABELA 12 e na TABELA 13 são apresentados, respectivamente, os resultados obtidos para o sistema teste de 30 e de 33 barras. O custo operacional

total representa os custos de acionamento ( $C_{i,t}^{SU}$ ) e desligamento ( $C_{i,t}^{SD}$ ) das unidades térmicas, os custos relacionados ao estado de operação ( $C_{i,t}^{NL}$  – caso ligado, mesmo sem gerar energia, há um custo associado), e aos custos de geração ( $C_{i,t}^P$ ) relacionados ao combustível utilizado nas unidades térmicas. Ressalta-se que custos associados aos vertimento ( $\hat{C}_{r,t}^S S_{r,t}$ ), quando identificados, foram descontados do valor final da função objetivo para obtenção do custo real de operação.

TABELA 12 – RESULTADOS OBTIDOS NA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DO SISTEMA TESTE DE 30 BARRAS.

$\Gamma^W, \Gamma^H$	$\Gamma^D$				
	0,00	0,10	0,15	0,20	0,25
0,00	\$ 55,00	\$ 106,94	\$ 1.069,93	\$ 2.857,58	\$ 5.521,41
	364,57 s	59,99 s	591,6 s	5478,91 s	14706 s
0,10	\$ 55,00	\$ 222,62	\$ 1.180,61	\$ 3.169,89	\$ 5.833,72
	63,42 s	64,15 s	355 s	4361,19 s	697,41 s
0,15	\$ 55,00	\$ 277,96	\$ 1.240,95	\$ 3.326,05	\$ 6.000,88
	36,96 s	33,49 s	458,27 s	5649,5 s	606,86 s
0,20	\$ 55,00	\$ 333,30	\$ 1.296,29	\$ 3.482,21	\$ 6.287,51
	46,76 s	32,64 s	2388,11 s	1949,33 s	230,35 s
0,25	\$ 55,00	\$ 388,64	\$ 1.351,63	\$ 3.638,36	\$ 6.489,15
	29,75 s	41,37 s	3900,73 s	3177,74 s	145,67 s

FONTE: O autor (2021).

TABELA 13 – RESULTADOS OBTIDOS NA SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL DO SISTEMA TESTE DE 33 BARRAS.

$\Gamma^W, \Gamma^H$	$\Gamma^D$			
	0,00	0,10	0,15	0,20
0,00	\$ 0,00	\$ 11.500,00	\$ 26.696,61	\$ 30.282,21
	38,53 s	27,97 s	72,28 s	57,36 s
0,10	\$ 0,00	\$ 11.500,00	\$ 26.718,21	\$ 30.466,54
	15,01 s	52,22 s	97,13 s	104,54 s
0,15	\$ 11.500,00	\$ 11.518,96	\$ 26.820,12	\$ 30.615,93
	16,9 s	27,89 s	1650,61 s	47,91 s
0,20	\$ 11.500,00	\$ 23.399,77	\$ 27.059,82	\$ 30.797,39
	16,28 s	32,19 s	289,25 s	144,92 s

FONTE: O autor (2021).

Através destes resultados observa-se, de uma maneira geral, um aumento no que concerne ao custo total de operação do sistema a medida que os níveis de incerteza crescem em ambos os sistemas testes em estudo. Isso ocorre devido ao aumento da indisponibilidade de geração eólica e vazão afluyente, ao mesmo tempo

em que a demanda do sistema aumenta. Tal comportamento faz com que seja necessário a maior participação térmica, seja para geração de energia com o intuito de atender a demanda, ou pelo acionamento das unidades a fim de cumprir os requisitos de reserva energética pré-estabelecidos.

Nota-se ainda uma sensibilidade quanto às variações nos níveis de incerteza. Por exemplo, no sistema 30b-IEEE o mesmo custo operacional é obtido quando não há variação nos níveis de incerteza na demanda, mas há variação no nível de incerteza na geração eólica e na afluência (coluna 1 da TABELA 12). Isso demonstra, que devido às características do sistema teste considerado, possíveis variabilidades na geração eólica e afluência (até 0,25, mais especificamente), não impactam nos custos operacionais do sistema caso não exista variabilidade na demanda pré-estabelecida. É importante destacar ainda, que um nível de incerteza zero na demanda é equivalente a considerar o caso mais otimista, ou seja, demanda mínima, e conseqüentemente neste cenário também não há variabilidades quanto aos requisitos de reserva, uma vez que está é diretamente proporcional a demanda a ser atendida ( $\sum_{d \in D} \hat{P}_{d,t} (1 + \hat{R}^{\%})$ ).

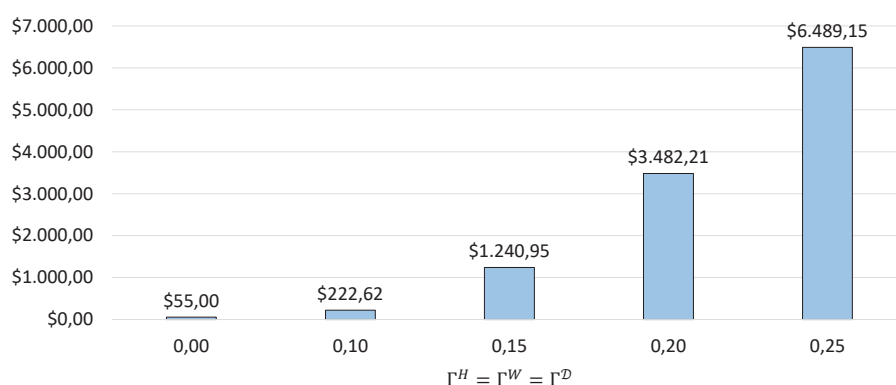
Em contrapartida, no sistema 33b-STB, verifica-se um aumento dos custos operacionais quando não há variação na incerteza na demanda, mas há variabilidade na afluência e na geração eólica (coluna 1 da TABELA 13) a partir de um nível de incerteza de 0,15 ( $\Gamma^W, \Gamma^H = 0,15$ ). Isso demonstra que o sistema teste conforme considerado, é mais sensível as variabilidades na incerteza da geração eólica e afluência. Comportamento semelhante pode ser observado na coluna 2 da TABELA 13, onde com um nível de incerteza para a demanda de 0,10, as variações no custo passam ocorrer apenas quando a incerteza na geração eólica e afluência apresentam valores iguais ou superiores a 0,15.

Em relação aos custos operacionais dos principais cenários simulados, destacados em azul na TABELA 5 e na TABELA 6, os resultados obtidos são apresentados no GRÁFICO 5 (a) e (b) para o sistema 30b-IEEE, e no GRÁFICO 6 (a) e (b) para o sistema 33b-STB. De uma maneira geral, assim como discutido anteriormente, em ambos os sistemas testes simulados verifica-se que com o aumento dos níveis de incerteza, há também um aumento nos custos resultantes da operação do sistema – GRÁFICO 5 (a) e GRÁFICO 6 (a).

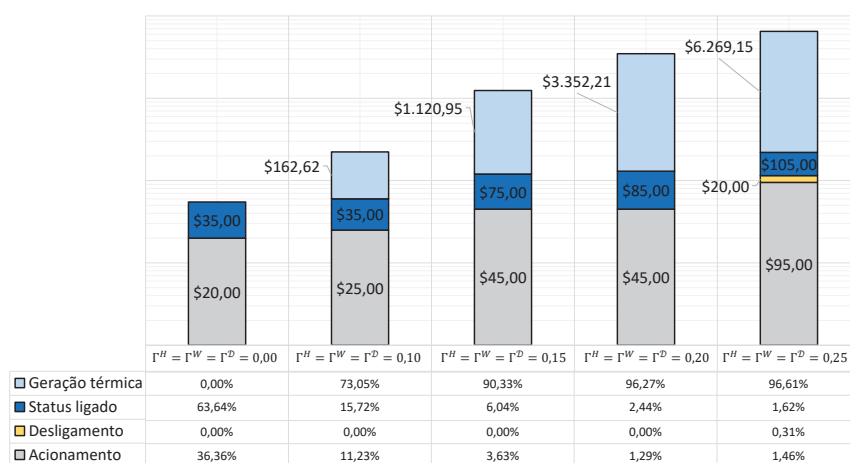
No sistema teste 30b-IEEE, através do GRÁFICO 5 (b), é possível observar que um aumento dos níveis de incerteza faz com que seja necessária a maior

participação térmica para o atendimento da demanda do sistema. Por exemplo, verifica-se um aumento de cerca de \$6.133,53 nos custos de operação relacionados à geração térmica do Cenário 2 (incerteza 0,10) para o Cenário 4 (incerteza 0,25). Da mesma forma, há um aumento dos custos relacionados ao acionamento das unidades geradoras, uma vez que os requisitos de reserva de energia também passam a aumentar em função da variabilidade na demanda decorrente do nível de incerteza assumido. Outro ponto identificado, é que as unidades térmicas precisam ficar acionadas por mais períodos de tempo, ou mais usinas precisam ser ligadas e conseqüentemente mantidas acionadas, quanto maior o nível de incerteza assumido: note que no Cenário 1, por exemplo, o custo de acionamento é de \$35,00 e no Cenário 4 este custo passa a ser \$105,00, ocorrendo, portanto, um aumento de \$70,00 na operação do sistema.

GRÁFICO 5 – ANÁLISE DOS CUSTOS OPERACIONAIS PARA O SISTEMA 30b-IEEE



(a) Custos operacionais totais do sistema 30b-IEEE

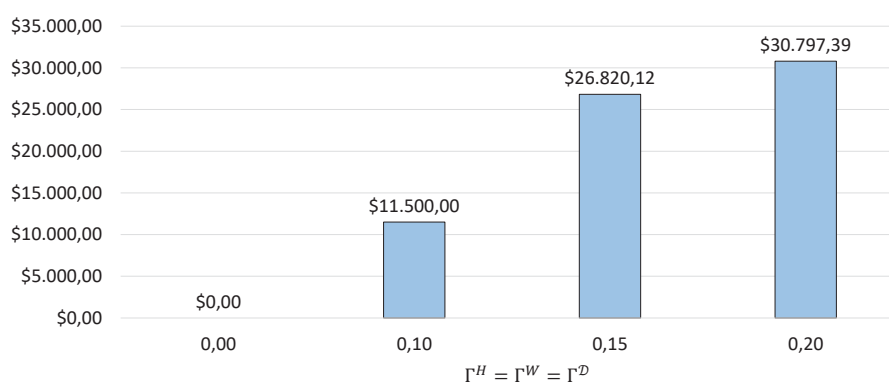


(b) Resultados dos diferentes custos considerados para o sistema teste 30b-IEEE. A escala logarítmica é utilizada para demonstrar com maior clareza os resultados obtidos graficamente. Além dos custos operacionais (\$) exibidos no gráfico, abaixo também é adicionada uma tabela com o percentual que cada custo representa do montante total de operação.

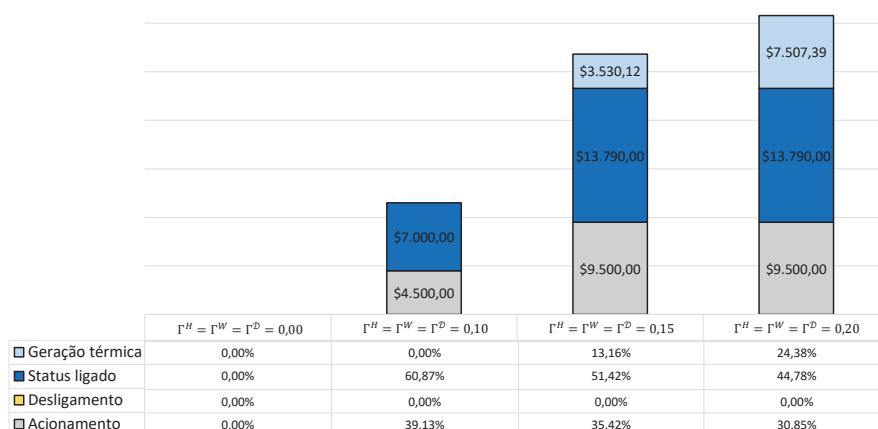
FONTE: O autor (2021).

No caso do sistema teste 33b-STB, um comportamento semelhante é identificado. Conforme GRÁFICO 6 (a) e (b), verifica-se que os custos operacionais para os níveis de incerteza mais baixos referem-se, principalmente, aos custos de acionamento das unidades térmicas ( $C_{i,t}^{SU}$ ), e aos custo relacionados ao estado de operação, chamado de “status ligado” ( $C_{i,t}^{NL} x_{i,t}$ ). A medida que o nível de incerteza aumenta o percentual de participação térmica no atendimento da demanda também cresce. Isso demonstra que nos períodos iniciais as máquinas são acionadas sem gerar energia térmica, com o intuito de cumprir a reserva de energia pré-estabelecida para o sistema.

GRÁFICO 6 – ANÁLISE DOS CUSTOS OPERACIONAIS PARA O SISTEMA 33b-STB



(a) Custos operacionais totais do sistema 33b-STB



(b) Resultados dos diferentes custos considerados para o sistema teste 33b-STB. Além dos custos operacionais (\$) exibidos no gráfico, abaixo também é adicionada uma tabela com o percentual que cada custo representa do montante total de operação.

FONTE: O autor (2021).

Neste sistema de 33 barras nota-se que com incerteza zero para todos os parâmetros, a disponibilidade eólica e hidrelétrica são suficientes para cumprir a

demanda e a reserva de energia. No Cenário 2 (incerteza 0,10), já se faz necessário o acionamento das unidades térmicas, e a partir do Cenário 3 (incerteza 0,15) a participação térmica em forma de geração para o atendimento das restrições operacionais começa a ser necessária.

Outro ponto que vale ser destacado, o qual será discutido em maiores detalhes na subsecção 6.3.2.2, é que em muitos períodos mesmo as unidades hidrelétricas tendo disponibilidade para geração de energia no atendimento da demanda no sistema, faz-se necessário o acionamento das unidades térmicas, uma vez que as metas de volume pré-estabelecidas para o último período de operação devem ser cumpridas. Da mesma forma, em muitos momentos é preciso manter as unidades térmicas acionadas, mesmo não sendo necessárias para o atendimento da demanda ou reserva, a fim de cumprir os mínimos tempos de operação e desligamento, assim como as restrições de rampa. Todos estes aspectos também influenciam os custos operacionais do sistema, conforme será discutido nas próximas subsecções.

No que se refere ao tempo de simulação, não constatou-se um padrão que relacione o tempo computacional com o nível de incerteza assumido. Uma variação no nível de incerteza não implica que o cenário simulado irá levar mais, ou menos tempo para encontrar um resultado factível dentro das tolerâncias pré-estabelecidas. Analisando o tempo médio de todos os cenários simulados, o sistema teste de 30 barras apresentou uma média de 1818,79 segundos (aproximadamente 30 minutos), enquanto no sistema de 33 barras verificou-se um tempo médio de 168,18 segundos (aproximadamente 3 minutos).

Em relação a este aspecto é interessante pontuar ainda as melhorias decorrentes dos ajustes computacionais realizados, onde um dos impactos a ser destacado refere-se ao ajuste do sinal dos conjuntos de incerteza. Para o sistema de 30 barras, por exemplo, no Cenário 4 (incerteza 0,20) sem a utilização do sinal de igualdade o tempo total de simulação foi de 11405 segundos, pouco mais de 3 horas de simulação, enquanto com a utilização do sinal de igualdade um tempo computacional de 1949 segundos, pouco mais de 32 minutos, foi obtido. O mesmo valor da função objetivo foi encontrado em ambos os cenários simulados, mas com uma diferença de mais de duas horas e meia entre os tempos das duas simulações realizadas. Outros aspectos relacionados aos custos computacionais serão discutidos em maiores detalhes na subsecção 6.3.3.

Assim, pode-se concluir que o comportamento relacionado aos custos operacionais está consistente com a proposta do presente estudo. Foi possível verificar como determinadas variabilidades nos níveis de incerteza podem impactar nos custos operacionais totais. Dependendo das características do sistema teste em estudo, pequenas variabilidades nos níveis de incerteza podem não trazer impactos tão significativos para os custos totais de operação, a medida que níveis de incertezas maiores podem ter uma influência mais expressiva nos custos totais, assim como observado nos cenários principais estudados. De uma maneira geral, constatou-se que um aumento nos níveis de incerteza, ou seja, a medida que há um aumento na demanda a ser atendida, e uma redução da disponibilidade dos recursos para geração das fontes com custo de operação nulo, ocorre um aumento da participação térmica para o atendimento dos requisitos pré-estabelecidos, o que garante condições de operação seguras para o sistema.

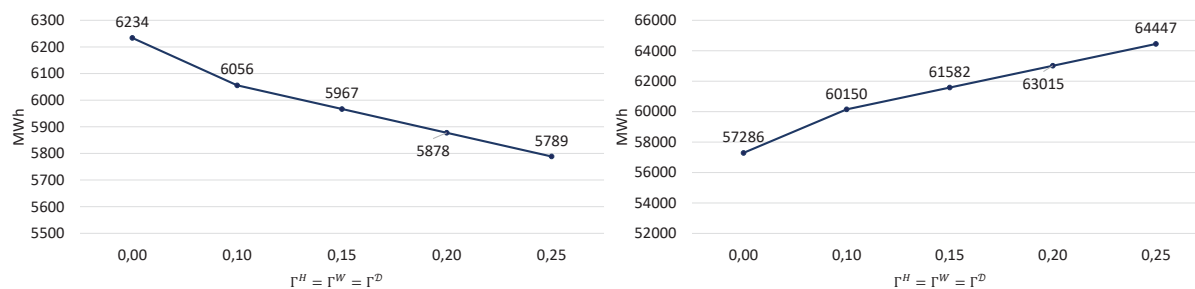
### 6.3.2 Impacto das variações de incerteza nas soluções de comissionamento e despacho

No caso do presente trabalho, os resultados relacionados às incertezas referem-se à três aspectos: demanda, geração eólica e afluência natural dos rios. Uma variação nos níveis de incerteza ( $\Gamma$ ) implica também na variação destes parâmetros. Quanto maior o nível de incerteza, menor deve ser a disponibilidade de geração eólica e de vazão afluente para manutenção dos níveis de água armazenados nos reservatórios e consequente geração hidrelétrica. Enquanto isso, a demanda se comporta de maneira oposta, aumentando a medida que o nível de incerteza também aumenta.

É importante realizar um comparativo entre os diferentes valores de incerteza considerados, a fim de verificar se este comportamento é realmente cumprido. Dessa forma, foram analisados os somatórios dos 24 períodos de operação para cada um dos parâmetros de incerteza, conforme resultados das simulações realizadas para os diferentes níveis de incerteza considerados. Os resultados obtidos são apresentados no GRÁFICO 7 e GRÁFICO 8, para o sistema teste de 30 barras e de 33 barras, respectivamente.

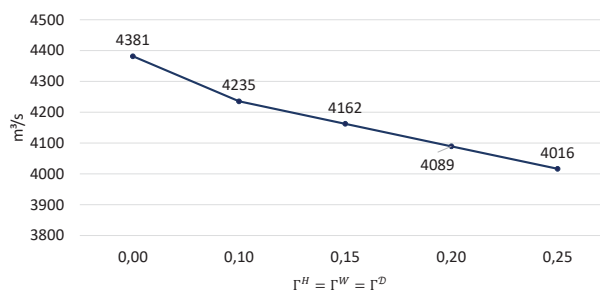


GRÁFICO 7 – SOMATÓRIO DA GERAÇÃO EÓLICA ( $\tilde{P}_{w,t}$ ), DEMANDA ( $\tilde{P}_{d,t}$ ) E AFLUÊNCIA ( $\tilde{A}_{r,t}$ ) INCERTAS RESULTANTES DO PROCESSO DE OTIMIZAÇÃO – SISTEMA 30b-IEEE



(a) Somatório da geração eólica incerta

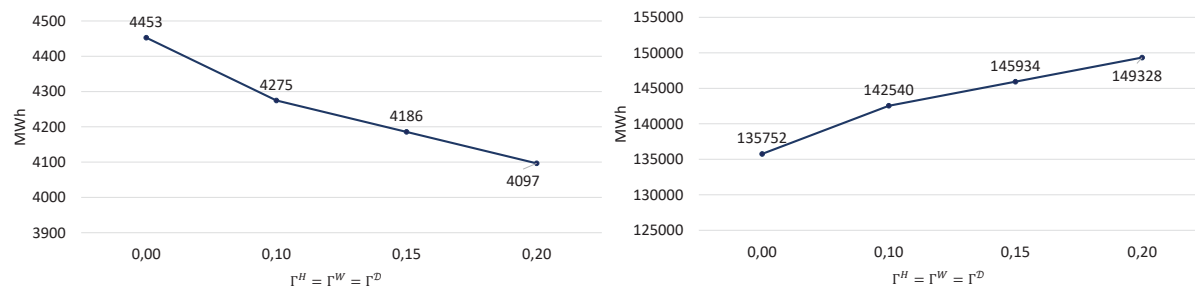
(b) Somatório da demanda incerta



(c) Somatório da afluência incerta

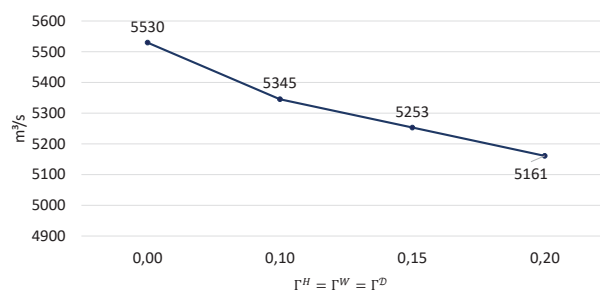
FONTE: O autor (2021).

GRÁFICO 8 – SOMATÓRIO DA GERAÇÃO EÓLICA ( $\tilde{P}_{w,t}$ ), DEMANDA ( $\tilde{P}_{d,t}$ ) E AFLUÊNCIA ( $\tilde{A}_{r,t}$ ) INCERTAS RESULTANTES DO PROCESSO DE OTIMIZAÇÃO – SISTEMA 33b-STB



(a) Somatório da geração eólica incerta

(b) Somatório da demanda incerta



(c) Somatório da afluência incerta

FONTE: O autor (2021).

Como pode ser observado em ambos os sistemas testes os parâmetros de incerteza comportam-se conforme o esperado. A medida que há um aumento do nível de incerteza, a disponibilidade de vazão afluyente ( $\tilde{A}_{r,t}$ ) e geração eólica ( $\tilde{P}_w$ ) é reduzida, e a demanda incerta a ser atendida ( $\tilde{P}_{d,t}$ ) cresce. Assim, observa-se que o comportamento das fontes de incerteza do problema comporta-se de maneira consistente com a abordagem proposta e empregada no presente trabalho. Os impactos destas variações nas incertezas na solução de comissionamento e despacho são descritos nas próximas subseções.

### 6.3.2.1 Análise quanto às soluções de comissionamento

Nesta subseção serão discutidos os principais resultados relacionados às decisões de comissionamento, e como estas são afetadas pela variação nos níveis de incerteza. Outro ponto a ser analisado é como os diferentes níveis de incerteza impactam nos requisitos de reserva e, conseqüentemente no acionamento das unidades geradoras.

No caso do sistema teste de 33 barras, no que se refere às unidades hidrelétricas, verificou-se que as mesmas permanecem acionadas ao longo de todo o horizonte de planejamento, em todos os níveis de incerteza considerados. Isso ocorre por dois motivos: além de apresentar custos nulos relacionados ao acionamento, foi assumido, na entrada de dados, que estas podem apresentar apenas um religamento ( $\hat{T}_i^{up} = 23$  e  $\hat{T}_i^{dn} = 1$ ). Dessa forma, as unidades tendem a ser acionadas no início da operação, e permanecem dessa forma até o final do horizonte de operação, uma vez que os mínimos tempos de operação devem ser cumpridos, e os custos de operação não são influenciados por esta decisão.

Enquanto isso, no sistema teste de 30 barras, é possível verificar que as unidades hídricas tendem a ser acionadas e desligadas para os diferentes níveis de incerteza considerados. Quanto maior o nível de incerteza, por mais tempo as unidades permanecem acionadas. Apesar de não existir custos associados, os tempos mínimos de operação e desligamento foram definidos com valores mais baixos, se comparado ao 33b-STB, o que faz com que ocorra esse ciclo liga/desliga, mas sempre respeitando os tempos mínimos pré-estabelecidos.

Por outro lado, as unidades térmicas são acionadas em períodos específicos, onde a geração eólica e hidrelétrica não são suficientes para cumprir os requisitos

pré-estabelecidos, ou ainda, quando há alguma restrição relacionada a transmissão que impede que a disponibilidade de geração com custo nulo seja completamente aproveitada.

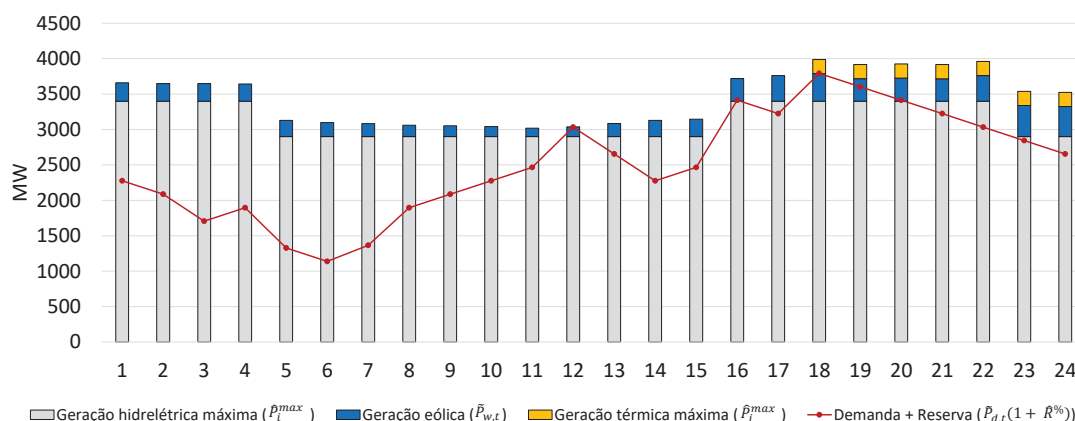
Nos cenários simulados no presente estudo, foi definido que os maiores níveis de demanda ocorrem nos períodos 12, e 16 à 22. Da mesma forma, os maiores requisitos de reserva também ocorrem nestes tempos de operação. Assim, em ambos os sistemas testes, pode-se verificar o acionamento de unidades térmicas na maior parte destes períodos.

No caso do sistema de 30 barras, mesmo com incerteza zero, ou seja, no mesmo caso equivalente ao modelo determinístico (Cenário 1) e, portanto, mais otimista, verifica-se a necessidade do acionamento de pelo menos uma unidade térmica para o cumprimento dos requisitos pré-estabelecidos. Mais especificamente neste cenário, o período 18 não apresenta capacidade de geração suficiente para cumprir a demanda e a reserva do sistema, como ilustrado no GRÁFICO 9 (a), onde são apresentados os valores máximos de geração disponível através das colunas e os requisitos de demanda e reserva através da linha.

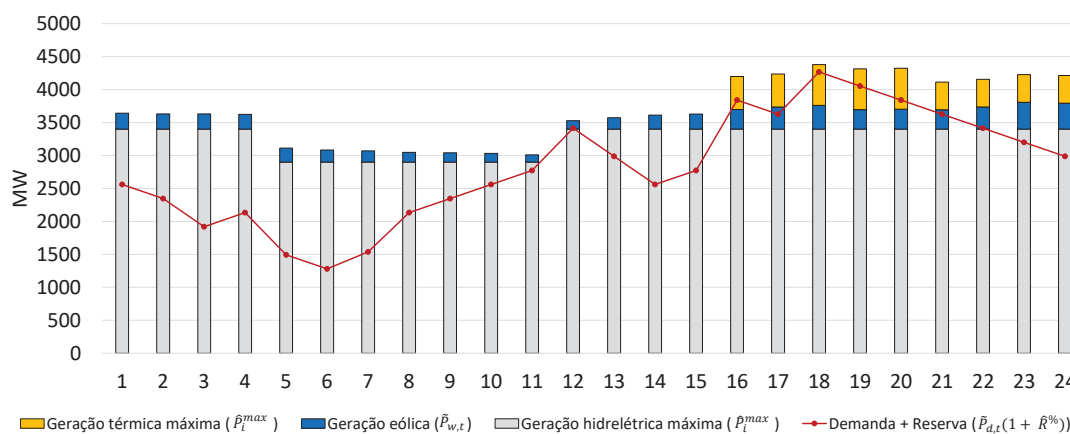
A medida que o nível de incerteza aumenta, faz-se necessário o acionamento de um maior número de unidades, ou ainda unidades com maior capacidade de geração, capazes de atender as variabilidades decorrentes dos níveis de incerteza adotados. Por exemplo, no Cenário 5 (incerteza 0,25) do sistema 30b-IEEE, é necessário o acionamento de pelo menos 3 unidades térmicas no período 18 e 19 para o cumprimento das restrições de demanda e reserva. Além disso, é necessário o acionamento de duas unidades a partir do período 16, uma vez que não há disponibilidade de geração suficiente para atender demanda e reserva. Este caso de estudo pode ser verificado no GRÁFICO 9 (b).

Note que em determinados momentos as unidades térmicas não seriam mais necessárias na operação do sistema, no entanto ainda assim permanecem ligadas. Isso ocorre em função das restrições associadas aos mínimos tempos de operação das unidades, assim como das restrições de rampa. Em muitos casos, devido aos custos atribuídos ao acionamento, desligamento e estado de operação das unidades, é também mais vantajoso economicamente manter as máquinas ligadas.

GRÁFICO 9 – GERAÇÃO MÁXIMA DISPONÍVEL E REQUISITOS DE DEMANDA E RESERVA DO SISTEMA TESTE 30b-IEEE



(a) Análise do Cenário 1 (incerteza 0)



(b) Análise do Cenário 5 (incerteza 0,25)

FONTE: O autor (2021).

Em relação ao sistema 33b-STB, um comportamento semelhante é verificado na operação térmica. Considerando os cenários principais analisados, as unidades térmicas passam a ser necessárias a partir do Cenário 2 (incerteza 0,10). Devido às características do sistema, que envolvem uma penetração de energia eólica considerável, assim como uma grande capacidade de geração hidrelétrica, verifica-se que o acionamento das unidades térmicas é necessário nos períodos 18 e 19, dos Cenários 2, 3 e 4. O que muda em cada cenário é a quantidade de unidades que precisam ser acionadas em cada um deles. No Cenário 2, por exemplo, o acionamento de apenas 1 máquina é suficiente para atender os requisitos de demanda e reserva. No entanto, nos cenários 3 e 4 faz-se necessário o acionamento de ambas as unidades disponíveis. Na TABELA 14 são apresentados os períodos de operação das termelétricas para os diferentes níveis de incerteza simulados, sendo que estão

destacados os dois períodos em que o acionamento das térmicas é necessário. Note, por exemplo, que as máquinas permanecem acionadas (“x”) antes e após serem realmente necessárias para o atendimento da reserva e demanda. Isso ocorre, assim como descrito para o sistema 30b-IEEE, em função das restrições de mínimo tempo de operação (iguais a 7 nesse caso), e também as restrições de rampa envolvidas no processo de otimização, que serão discutidas em maiores detalhes na próxima subseção.

TABELA 14 – RESULTADOS DE COMMISSIONAMENTO PARA AS UNIDADES TÉRMICAS DO SISTEMA DE 33 BARRAS PARA OS DIFERENTES CENÁRIOS ANALISADOS.

Período	Cenário 1		Cenário 2		Cenário 3		Cenário 4	
	UTE1	UTE2	UTE1	UTE2	UTE1	UTE2	UTE1	UTE2
12	-	-	-	-	-	-	-	-
13	-	-	x	-	-	-	x	-
14	-	-	x	-	x	-	x	x
15	-	-	x	-	x	-	x	x
16	-	-	x	-	x	-	x	x
17	-	-	x	-	x	x	x	x
18	-	-	x	-	x	x	x	x
19	-	-	x	-	x	x	x	x
20	-	-	-	-	x	x	-	x
21	-	-	-	-	-	x	-	-
22	-	-	-	-	-	x	-	-
23	-	-	-	-	-	x	-	-
24	-	-	-	-	-	-	-	-

FONTE: O autor (2021). O “x” indica que a unidade está ligada.

Verificou-se, portanto, que as decisões de comissionamento estão consistentes com o modelo proposto no presente trabalho. As unidades com custos mais baixos são priorizadas no processo de otimização, e as restrições associadas com os mínimos tempo de operação e desligamento são respeitadas. Constatou-se que a medida que o nível de incerteza cresce, faz-se necessário o acionamento de unidades com maior capacidade de geração, ou o acionamento de um maior número de máquinas. Tal comportamento é consistente, uma vez que um aumento da incerteza impacta em menor disponibilidade geração eólica, e vazão afluyente, da mesma forma que os níveis de demanda aumentam e, conseqüentemente os requisitos de reserva, fazendo necessário a maior utilização das unidades térmicas.

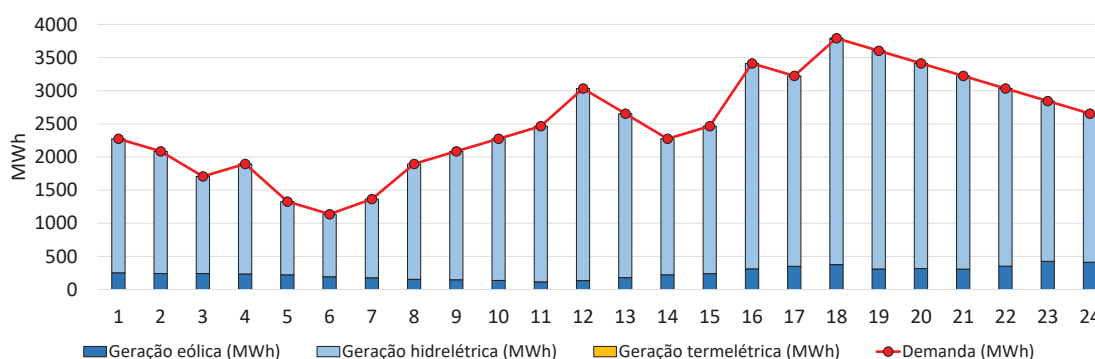
### 6.3.2.2 Análise quanto às soluções de despacho

As soluções de despacho incluem, basicamente, os resultados das variáveis contínuas do problema de otimização como o cumprimento dos limites operacionais, restrições relacionadas ao balanço hídrico, rede de transmissão, e geração de energia para o atendimento da demanda do sistema. Neste sentido, esta subseção tem como objetivo discutir os principais resultados relacionados à tais parâmetros, e como estes se comportam com as variações dos níveis de incerteza assumidos.

Verificou-se uma priorização no despacho das unidades com custo de operação nulo, mesmo com a variação dos níveis de incerteza considerados. Analisando os cenários principais, no sistema 30b-IEEE, a participação térmica para o atendimento a demanda do sistema passa a ser necessária a partir do Cenário 2 (incerteza 0,10), quando em um dos períodos de maior demanda (tempo 18), a geração eólica e hidrelétrica não é suficiente para cumprir a demanda do sistema. Este cenário pode ser visualizado no GRÁFICO 10 (a).

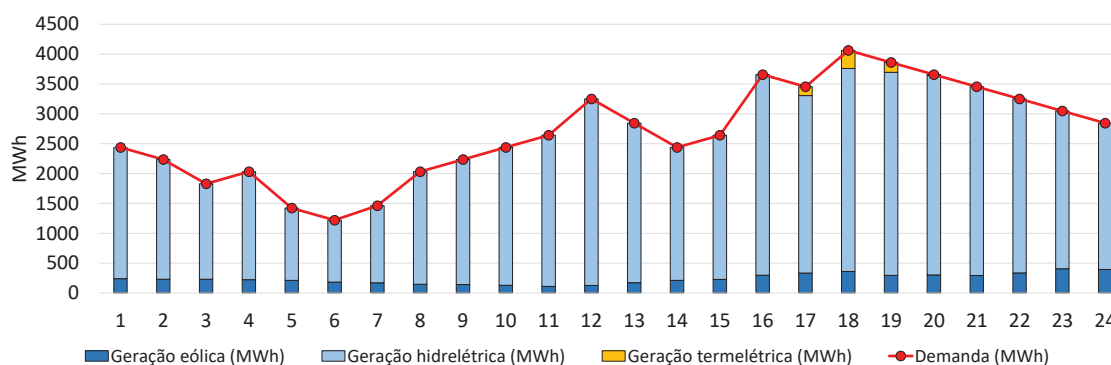
Assim, conforme o nível de incerteza cresce, a participação térmica também aumenta. No Cenário 4 (incerteza 0,20), por exemplo, é possível observar que a participação térmica começa a ocorrer no período 17, mesmo existindo geração hidrelétrica e eólica suficiente para cumprir a demanda do sistema neste período. Isso acontece, pois para existir geração suficiente nos períodos 18 e 19, onde a disponibilidade eólica e hidrelétrica é completamente aproveitada, é necessário gerar o mínimo possível para que sejam cumpridos os requisitos de rampa, ao mesmo tempo em que as variabilidades do sistema, ocasionadas em função das incertezas consideradas, sejam supridas. Este cenário pode ser visualizado no GRÁFICO 10 (b).

GRÁFICO 10 – ATENDIMENTO DA DEMANDA DO SISTEMA TESTE 30b-IEEE



Valores totais para o horizonte de planejamento considerado	
Geração eólica total (MWh)	6.055,73
Geração hidrelétrica total (MWh)	54.078,21
Geração termelétrica total (MWh)	16,26
Demanda total (MWh)	60.150,19

(a) Análise do Cenário 2 (incerteza 0,10)



Valores totais para o horizonte de planejamento considerado	
Geração eólica total (MWh)	5.788,61
Geração hidrelétrica total (MWh)	58.031,16
Geração termelétrica total (MWh)	626,92
Demanda total (MWh)	64.446,65

(b) Análise do Cenário 4 (incerteza 0,20)

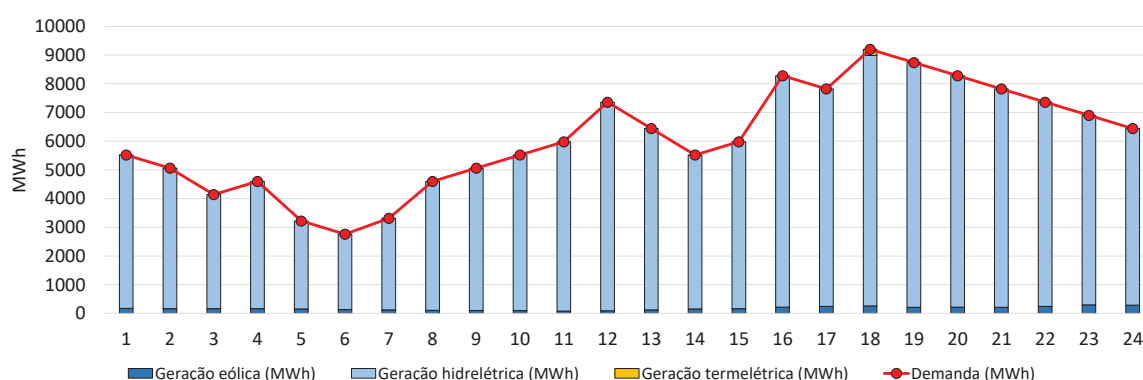
FONTE: O autor (2021).

No sistema teste 33b-STB um comportamento semelhante é verificado. Nos cenários principais analisados, conforme discutido na subseção 6.3.2.1, constatou-se que no Cenário 1 não é necessária a participação térmica, tanto para geração como para o atendimento da reserva de energia, enquanto no Cenário 2 é necessário o acionamento das térmicas para cumprir tais requisitos. Assim, verifica-se que a geração de energia térmica para o atendimento da demanda do sistema passa a ocorrer a partir do Cenário 3 (0,15), e cresce de 215MW para 443MW, quando o nível de incerteza aumenta para 0,20 (Cenário 4). Pôde ser observado ainda que a UTE1 tem

uma geração prioritizada, uma vez que esta unidade apresenta um custo de combustível inferior a UTE2.

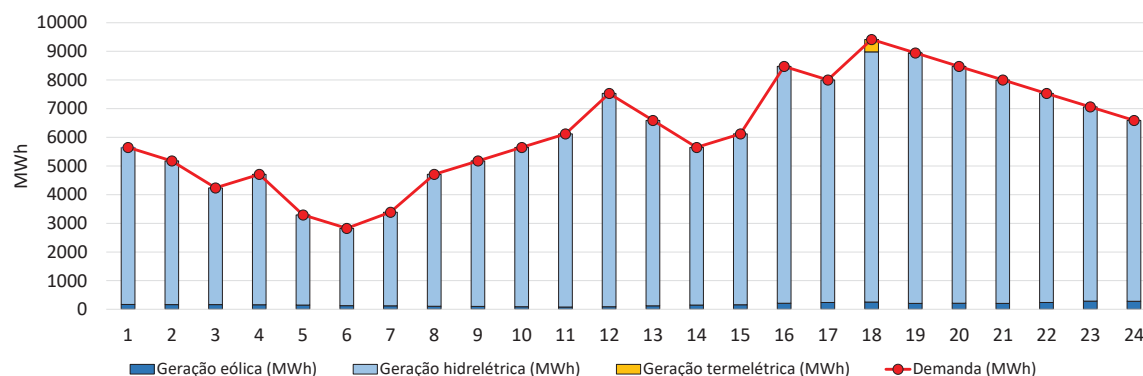
Dessa forma, os quatro cenários simulados para o sistema 33b-STB priorizam as gerações com custo de operação considerados nulos, enquanto as unidades mais onerosas geram energia apenas quando realmente necessário. De maneira complementar ao exposto acima, no GRÁFICO 11 (a) e (b) são apresentados os balanços de potência do sistema 33b-STB para o Cenário 3 e 4, respectivamente.

GRÁFICO 11 – ATENDIMENTO DA DEMANDA DO SISTEMA TESTE 33b-STB



Valores totais para o horizonte de planejamento considerado	
Geração eólica total (MWh)	4.185,6
Geração hidrelétrica total (MWh)	141.533,17
Geração termelétrica total (MWh)	215,14
Demanda total (MWh)	145.933,87

(a) Análise do Cenário 3 (incerteza 0,15)



Valores totais para o horizonte de planejamento considerado	
Geração eólica total (MWh)	4.096,56
Geração hidrelétrica total (MWh)	144.787,22
Geração termelétrica total (MWh)	443,92
Demanda total (MWh)	149.327,7

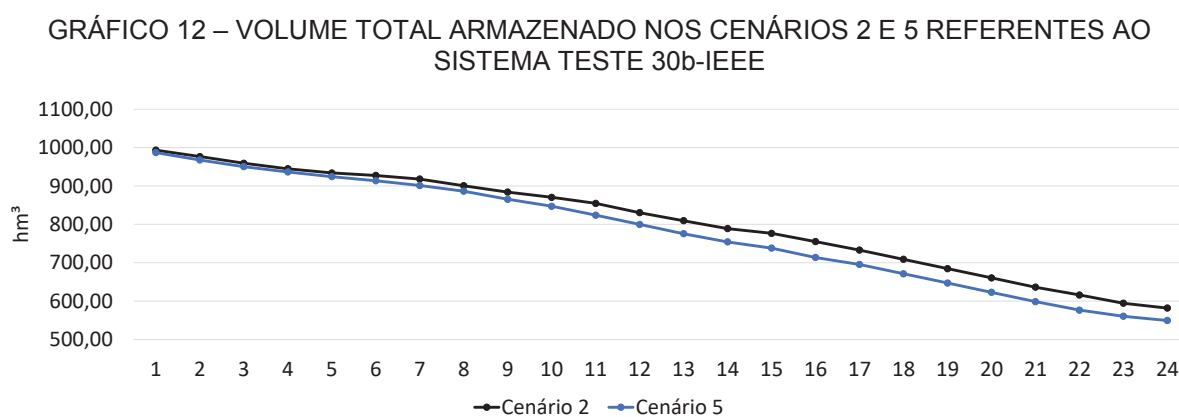
(b) Análise do Cenário 4 (incerteza 0,20)

FONTE: O autor (2021).



No que se refere ao balanço hídrico, no sistema 30b-IEEE, os resultados obtidos foram coerentes. Constatou-se que a adição do custo de vertimento, conforme discutida na subseção 6.2, foi bastante positiva para o sistema. Para o Cenário 3 (incerteza 0,15), por exemplo, verificou-se uma redução de 295,39hm<sup>3</sup> para 0hm<sup>3</sup> na ocorrência de vazões vertidas indesejadas, sendo que o mesmo resultado final, para os casos com e sem vertimento, foi obtido ao final do processo de otimização.

Neste sistema teste também foi possível verificar que de uma maneira geral, quando há um aumento dos níveis de incerteza, faz-se necessário o maior aproveitamento da disponibilidade hidrelétrica. Como um aumento na incerteza relacionada a afluência, impacta na redução de sua disponibilidade faz-se necessário a utilização de uma maior quantidade de água armazenada nos reservatórios para geração de energia hidrelétrica. Isso pode ser observado ao comparar o Cenário 2 e o Cenário 5 do sistema 30b-IEEE, por exemplo. No GRÁFICO 12 é demonstrado o volume total armazenado em cada período de operação nestes dois cenários, onde no Cenário 5 este é inferior ao do Cenário 2, demonstrando o maior aproveitamento dos níveis de água disponíveis nos reservatórios para geração de energia.



FONTE: O autor (2021).

No que se refere ao sistema 33b-STB os custos relacionados ao vertimento também impactaram significativamente nos resultados obtidos. No Cenário 4 por exemplo, os vertimentos obtidos ao longo do horizonte de planejamento sem a utilização dos custos foi de 507,84hm<sup>3</sup>, enquanto com a consideração da penalização estes passaram a 38,85hm<sup>3</sup>, apresentando portanto uma redução de mais de 465hm<sup>3</sup>. Os vertimentos que seguiram ocorrendo referem-se na maior parte a UHE7, que encontra-se localizada no final do curso do rio (última unidade da cascata), indicando

que além da vazão afluyente natural, ela também conta com a vazão defluente (turbinamento e vertimento) das unidades localizadas a montante. Esta, por sua vez opera na sua capacidade máxima em praticamente todos os períodos, e por ser uma usina fio d'água com capacidade de armazenamento apenas para regulação, o excedente acaba sendo vertido. Mesmo com estes vertimentos o volume armazenado no último período de planejamento é máximo, o que fica de acordo com o que foi estabelecido como meta de volume final para este sistema.

Assim, o balanço hídrico do sistema 33b-STB também encontra-se consistente para os diferentes cenários analisados, verificando-se um maior aproveitamento da energia hidrelétrica disponível a medida que o nível de incerteza também cresce.

No que refere-se às restrições relacionadas a transmissão constatou-se a ocorrência de um comportamento coerente para o sistema 30b-IEEE. Os ângulos de operação das barras ficaram próximos a  $0^\circ$ , enquanto os limites das linhas de transmissão não foram atingidos em nenhum dos cenários simulados, demonstrando que a configuração e especificações do sistema são capazes de lidar com as possíveis variabilidades de incerteza consideradas neste estudo.

De maneira oposta ao que foi verificado no sistema 30b-IEEE, no sistema teste 33b-STB, algumas linhas de transmissão atingiram os seus limites nos diferentes cenários simulados. Desde o Cenário 1, com incerteza zero, uma das linhas de transmissão (LT9) já atinge seus limites máximos de fluxo. Com o aumento dos níveis de incerteza, um maior número de linhas de transmissão atingem seus limites operacionais, e em mais períodos de tempo. Constatou-se que a maior parte destas linhas estão muito próximas, ou diretamente conectadas aos pontos de demanda do sistema. Como um aumento das incertezas, principalmente na demanda, impacta num crescimento da carga a ser atendida, isso se reflete no fluxo de potência através destas linhas.

Este é um aspecto bastante interessante, que pode ser útil para o operador do sistema elétrico no sentido de que o estudo das variações nos níveis de incerteza pode demonstrar possíveis gargalos do sistema, como a necessidade de aumentar a capacidade transmissão de determinados pontos do sistema, para garantir o intercâmbio de energia de maneira apropriada, e um aproveitamento completo dos recursos disponíveis garantindo ainda condições de operação seguras e confiáveis para o sistema.

### 6.3.3 Discussão quanto aos custos computacionais

Verificou-se que o problema de otimização robusta apresentado no presente trabalho juntamente com a metodologia de solução empregada, apresentou grandes desafios em termos computacionais. Sem os ajustes descritos na subseção 6.2 muitos cenários simulados apresentaram tempos de simulação proibitivos (mais de 24 horas) e em alguns casos ocasionando até mesmo erros de memória, impedindo que as iterações do algoritmo proposto fossem concluídas. Em função disso, acredita-se que a apresentação de algumas constatações feitas ao longo do desenvolvimento deste trabalho, devem ser descritas nesta subseção, de modo que possa direcionar e contribuir com possíveis estudos futuros.

A fim de identificar as causas relacionadas a estes altos custos computacionais, foi realizado um estudo das restrições que compõe o problema nas diferentes etapas de solução do modelo. Constatou-se que apesar do problema principal crescer a medida que o número de iterações também cresce, os maiores tempos computacionais estão relacionados ao subproblema, ou seja, as decisões de segundo estágio.

O subproblema, como discutido no Capítulo 5, consiste em um problema de maximização que conta com as expressões relacionadas aos conjuntos de incerteza, as decisões de despacho com as variáveis de comissionamento fixas, além das restrições relacionadas às KKTs, que incluem as derivadas do Lagrangeano e as restrições de complementariedade.

Neste sentido, o subproblema apresenta uma natureza combinatória bastante complexa em função da metodologia utilizada para linearização das restrições de complementariedade – o método Big M conjuntamente à variáveis binárias. Portanto, acredita-se que esta metodologia de linearização empregada pode ser um dos gargalos do processo de otimização no segundo estágio de solução (subproblema), o que também é apontado em alguns estudos como Wang, Watson e Guan (2013) e An e Zeng (2015).

Outro fator identificado, que impacta significativamente nos custos computacionais, são as restrições com acoplamento temporal e suas respectivas expressões relacionadas às KKTs, onde a natureza intertemporal é naturalmente estendida. Alguns exemplos destas restrições são as rampas das unidades térmicas,

e o balanço hídrico que envolve a relação de volume entre os diferentes períodos de operação.

Adicionalmente às restrições de acoplamento temporal, há ainda as de acoplamento espacial relacionadas ao problema hídrico. A consideração das usinas em cascata, dependendo do cenário simulado, também pode impactar de maneira significativa os tempos de simulação resultantes uma vez que as decisões de uma unidade, impactam em outras usinas que se encontram localizadas no mesmo curso do rio.

Assim, pode-se concluir também que os ajustes propostos na subseção 6.2 para realização das simulações são uma contribuição importante deste trabalho, uma vez que tais melhorias permitiram uma melhora dos custos computacionais, resultando em tempos de simulação razoáveis dado as dimensões dos sistemas testes considerados no presente estudo.

#### 6.4 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO CAPÍTULO

Neste Capítulo foram apresentados os dados utilizados e os resultados obtidos com as simulações computacionais realizadas. Os sistemas testes considerados permitiram a validação do modelo proposto, possibilitando também explorar a resposta do sistema quando sujeito a variações nas incertezas.

Foi verificado que os sistemas testes se comportaram de acordo com o esperado quando sujeito a diferentes níveis de incerteza. De maneira geral, a medida que os níveis de incerteza na geração, afluência e demanda crescem, ocorre também um aumento nos custos operacionais do sistema, pois é necessário utilizar mais fontes de energia, com maior custo de operação, a fim de atender as restrições do sistema e permitir que este continue operando de maneira confiável.

O modelo proposto também apresentou grandes desafios em termos computacionais, sendo possível identificar quais restrições impactam mais nos tempos de simulação dos modelos. O principal gargalo no processo de otimização está no subproblema, e através da adoção de algumas estratégias para contornar estes altos custos de simulação foi possível obter resultados consistentes dentro de tempos computacionais bastante aceitáveis dada as dimensões dos sistemas testes considerados.

Outro ponto a ser destacado é a inclusão do custo de vertimento no problema principal, que permitiu uma melhora significativa nos resultados relacionados ao problema hídrico, fornecendo solução mais próximas de um comportamento desejado para a operação de um sistema real, evitando a ocorrência de vazões vertidas indesejadas.

A utilização da metodologia empregada no presente estudo permite uma visão preventiva sobre o que pode ocorrer durante a operação do sistema elétrico de potência. Diferentes aspectos podem ser avaliados pelo operador central, analisando as necessidades do sistema quando este opera dentro do pior cenário de incerteza. Esta visão preventiva permite ao operador adotar ações as quais possam garantir o suprimento de energia de maneira segura e confiável. Além disso, a robustez da solução pode ser controlada através do nível de incerteza ( $\Gamma$ ) considerado: quanto mais elevado o valor de  $\Gamma$ , mais conservativa será a solução final obtida.

## 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente trabalho foi proposto um modelo computacional aplicando a otimização robusta ao planejamento da operação de sistemas hidro-termo-eólicos, mais especificamente a programação diária da operação. Foram consideradas as incertezas na demanda, geração eólica e vazão afluyente, assim como um modelo CC da rede de transmissão, além dos requisitos de reserva de energia. O modelo final foi implementado computacionalmente através da linguagem de programação Python 3.8.

Foram discutidos os principais aspectos relacionados ao desenvolvimento da otimização robusta e sua evolução, definindo-se formalmente esta metodologia e identificando ainda as suas principais características, no que concerne à modelagem dos conjuntos de incertezas. Além disso, foi realizada uma revisão de literatura a fim de apresentar os trabalhos desenvolvidos, considerados mais relevantes dentro da temática abordada.

Uma das contribuições do presente trabalho envolve a modelagem das incertezas na vazão afluyente considerando o acoplamento espacial e temporal do problema hídrico através de um conjunto de incerteza poliédrica. Além disso, o mesmo encontra-se inserido em um problema que também trata das incertezas na demanda e na geração eólica. A utilização da função de produção hidrelétrica linearizada também é considerada de grande relevância, uma vez que permite incorporar características importantes do problema hídrico à otimização sob incertezas.

O modelo de otimização proposto permitiu ainda a aplicação da técnica de decomposição GCR para sua resolução, que é comumente utilizada na literatura. O modelo de otimização e a metodologia de solução consideradas permitiram ainda identificar aspectos importantes relacionados aos custos computacionais do problema, verificando-se que as restrições que acoplam o problema no espaço e no tempo tem uma influência significativa nos tempos de simulação, assim como a natureza combinatória do subproblema, em função da utilização da metodologia Big M para linearização das restrições de complementariedade.

Algumas estratégias a fim de reduzir os custos computacionais foram adotadas, como o ajuste do valor de  $M$  e a alteração do sinal dos conjuntos de incerteza, o que permitiu a obtenção de cenários com resultados consistentes em

tempos de simulação razoáveis dado as dimensões dos sistemas testes considerados.

Através das simulações computacionais realizadas, verificou-se também que o sistema é capaz de priorizar as fontes mais econômicas para geração de energia. No entanto, a medida que os níveis de incerteza na geração, afluência e demanda aumentam, é necessária uma maior utilização das térmicas, seja para geração de energia no atendimento da demanda, ou para o cumprimento dos requisitos de reserva.

Em um dos sistemas testes simulados foi possível verificar que o aumento dos níveis de incerteza impacta também nos fluxos através das linhas de transmissão, fazendo com que os limites operacionais sejam atingidos por mais períodos de tempo, e por mais linhas de transmissão, a medida que os níveis de incerteza crescem. Este comportamento pode ser bastante útil para o operador do sistema elétrico no sentido de que o estudo das variações nos níveis de incerteza pode demonstrar possíveis gargalos do sistema, como a necessidade de aumentar a capacidade de transmissão de determinados pontos do sistema.

Uma observação importante é que maiores níveis de incerteza podem ser simulados através do modelo proposto, superiores ao nível de incerteza máximo de 0,25 adotado no presente estudo. No entanto, pode ocorrer que em determinados casos os modelos não identifiquem uma solução factível, indicando a necessidade de alguma ação relacionada a expansão do sistema, para que este possa suportar possíveis variabilidades das incertezas consideradas. Uma forma de realizar este estudo, é incorporar ao problema o corte de carga, sendo esta uma sugestão para trabalhos futuros.

Além disso, vale destacar que devido à natureza de tomada de decisão de dois estágios, a solução essencial para o modelo robusto proposto no presente estudo são as decisões de primeiro estágio, enquanto as decisões de segundo estágio são feitas com informações perfeitas sobre as incertezas. Este é o caso de muitos dos trabalhos citados ao longo da revisão de literatura deste estudo, e uma forma de contornar esta limitação é utilizar modelos de otimização multiestágios que empregam as chamadas regras de decisão, sendo este também um direcionamento para o desenvolvimento de trabalhos futuros voltados a otimização sob incertezas.

Por fim, conclui-se que a robustez da solução do modelo proposto no presente estudo pode ser controlada através do nível de incerteza atribuído para os parâmetros

incertos. Quanto maior o nível de incerteza considerado, pior são as condições operacionais simuladas, e conseqüentemente maiores os custos operacionais associados. Isso permite que o operador do sistema elétrico de potência possa se preparar para a ocorrência de situações inesperadas no planejamento da operação eletroenergética, ficando a seu critério a adoção, ou não, de medidas preventivas que garantam a operação segura e confiável do sistema. Assim, a otimização robusta pode ser vista como uma visão preventiva sobre o que pode ocorrer durante a operação do sistema elétrico de potência, sendo utilizada pelo operador nacional como base para tomada de decisões importantes na operação em tempo real, e no aprimoramento do planejamento da operação e expansão dos sistemas elétricos de potência.

## 7.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como recomendação para o desenvolvimento de estudos futuros, baseados na temática apresentada neste trabalho, algumas sugestões são realizadas:

- A formulação matemática proposta neste trabalho é uma grande contribuição e, a partir dela podem ser propostas melhorias na formulação, ou ainda, podem ser investigadas outras abordagens de solução que permitam a sua resolução em um tempo computacional mais razoável;
- A inclusão do corte de carga também pode ser incorporada ao modelo proposto;
- A utilização de modelos multiestágios, que envolvam modelos com regras de decisão, ou as chamadas *affine policy* também podem ser consideradas;
- A investigação mais aprofundada sobre outras técnicas de solução para problemas multiníveis com diferentes características (não-linear, linear inteiro misto, etc) podem ser considerados, como a utilização de heurísticas ou modelos híbridos;
- A investigação de outras metodologias de linearização da função de produção hidrelétrica também podem ser realizadas, a fim de identificar alguma abordagem que possa se encaixar de maneira mais adequada na otimização robusta;
- Com a realização de ajustes pertinentes o modelo proposto pode ser estendido para diferentes horizontes de estudo;



- Aprimoramentos podem ser realizados no modelo matemático proposto. Como sugestão pode-se citar o modelo CA da rede de transmissão;
- Outro ponto é a possibilidade de estender as incertezas para a rede de transmissão, o que permitiria investigar o comportamento do sistema em termos de custos operacionais totais quando o fluxo de potência através das linhas estiver sujeito a contingências incertas;
- A consideração das incertezas na geração solar seria uma contribuição significativa, visto que a participação desta fonte de energia na matriz elétrica nacional tem apresentando um crescimento expressivo;
- A questão das incertezas intertemporais, e por subsistemas, também podem ser consideradas, o que permite explorar as suas diferentes características, considerando aspectos como complementariedade e sazonalidade entre as fontes de energia que integram o sistema;
- Outro aspecto interessante é investigar a possibilidade de modelar as incertezas na geração eólica a nível do vento e não da geração. Para tanto podem ser necessários modelos híbridos, ou seja, que não sejam puramente robustos;
- Técnicas de previsão para os dados de geração, afluência e demandas podem ser consideradas, a fim de obter dados mais próximos da realidade;
- Modelos utilizando a chamada abordagem *data-driven distributionally robust optimization* podem ser investigados para aplicação no problema abordado nesta dissertação.

## REFERÊNCIAS

- ALEM, Douglas; MORABITO, Reinaldo. Planejamento da Produção sob Incerteza: Programação Estocástica versus Otimização Robusta. **Gestão & Produção**, v. 22, n. 3, p. 539–551, 2015.
- ALGUACIL, Natalia; CONEJO, Antonio J.. Multiperiod Optimal Power Flow Using Benders Decomposition. **IEEE Transactions On Power Systems**, v. 15, n. 1, p. 196–201, 2000.
- ALVES, Waschington Fernandes. **Proposição De Sistemas-Teste Para Análise Computacional de Sistemas de Potência**. 2007. 323f. Dissertação de Mestrado - Universidade Federal Fluminense, Niterói, Brasil, 2007.
- AMJADY, Nima; DEHGHAN, Shahab; ATTARHA, Ahmad; CONEJO, Antonio J.. Adaptive Robust Network-Constrained AC Unit Commitment. **IEEE Transactions On Power Systems**, v. 32, n. 1, p. 672–683, 2017.
- AMJADY, Nima; ANSARI, Mohammad Reza. Hydrothermal Unit Commitment with AC Constraints by a New Solution Method Based on Benders Decomposition. **Energy Conversion and Management**, v. 65, p. 57–65, 2013.
- AN, Yu; ZENG, Bo. Exploring the Modeling Capacity of Two-Stage Robust Optimization: Variants of Robust Unit Commitment Model. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 30, n. 1, p. 109–122, 2015.
- ANDRIOLO, Rodrigo Farias. **Acoplamento Eléctrico Energético no Planejamento da Operação em Médio Prazo com Restrição de Transmissão**. 2014. 143f. Dissertação do Mestrado - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Brasil, 2014.
- ANEEL. Aneel emite resolução sobre valor do custo do déficit de energia. **Agência Nacional de Energia Elétrica - Sala de Imprensa**. 2017. Disponível em: <[https://www.aneel.gov.br/sala-de-imprensa-exibicao-2/-/asset\\_publisher/zXQREz8EVIZ6/content/aneel-emite-resolucao-sobre-valor-do-custo-do-deficit-de-energia/656877?inheritRedirect=false](https://www.aneel.gov.br/sala-de-imprensa-exibicao-2/-/asset_publisher/zXQREz8EVIZ6/content/aneel-emite-resolucao-sobre-valor-do-custo-do-deficit-de-energia/656877?inheritRedirect=false)>. Acesso em: 7 fev. 2020.
- ANEEL. Resolução Normativa Nº 425, de 1º de Fevereiro de 2011. **Agência Nacional de Energia Elétrica**. Brasil, 2011, p. 56.
- ANEEL. Resolução Normativa Nº 482, de 17 de Abril de 2012. **Agência Nacional de Energia Elétrica**. Brasil, 2012, p. 13.
- ANEEL. **Sistema de Informações de Geração da ANEEL SIGA: Capacidade de Geração do Brasil**. 2021. Disponível em: <<https://app.powerbi.com/view?r=eyJrljoiNjc4OGYyYjQtYWM2ZC00YjllWjIYmEtYzdkNTQ1MTc1NjM2liwidCI6IjQwZDZmOWI4LWVjYTctNDZhMi05MmQ0LWVhNGU5YzAxNzBIMSIsImMiOiR9>>. Acesso em: 4 maio 2021.
- ARANTES, André Gustavo Borges. **Alocação de Reserva Girante em Sistemas**

**Hidro-térmicos com Penetração de Geração Eólica.** 2017. 92f. Dissertação de mestrado - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Brasil, 2017.

ARROYO, José M.; CONEJO, Antonio J. Modeling of Start-up and Shut-down Power Trajectories of Thermal Units. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 19, n. 3, p. 1562–1568, 2004.

ATTARHA, Ahmad; AMJADY, Nima; CONEJO, Antonio J. Adaptive Robust AC Optimal Power Flow Considering Load and Wind Power Uncertainties. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, v. 96, p. 132–142, 2018.

BEN-TAL, Aharon; NEMIROVSKI, Arkadi. Robust convex optimization. **Mathematics of Operations Research**, v. 23, n. 4, p. 769–805, 1998.

BEN-TAL, Aharon; NEMIROVSKI, Arkadi. Robust Solutions of Uncertain Linear Programs. **Operations Research Letters**, v. 25, p. 1–13, 1999.

BEN-TAL, Aharon; EL GHAOUI, Laurent; NEMIROVSKI, Arkadi. **Robust Optimization**. Nova Jersey: Princeton University Press, 2009.

BEN-TAL, Aharon; NEMIROVSKI, Arkadi. Robust Solutions of Linear Programming Problems Contaminated with Uncertain Data. **Mathematical Programming**, v. 88, n.3, p. 411–424, 2000.

BERTSIMAS, Dimitris; LITVINOV, Eugene; SUN, Xu Andy; ZHAO, Jinye; ZHENG, Tongxin. Adaptive Robust Optimization for the Security Constrained Unit Commitment Problem. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 28, n. 1, p. 52–63, 2013.

BERTSIMAS, Dimitris; BROWN, David B.; CARAMANIS, Constantine. Theory and Applications of Robust Optimization. **Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM)**, v. 53, n. 3, p. 464–501, 2011.

BERTSIMAS, Dimitris; SIM, Melvyn. Robust Discrete Optimization and Network Flows. **Mathematical Programming**, v. 98, p. 49–71, 2003.

BERTSIMAS, Dimitris; SIM, Melvyn. The Price of Robustness. **Operations Research**, v. 52, n. 1, p. 35–53, 2004.

BORGHETTI, Alberto; AMBROSIO, Claudia D'.; LODI, Andrea; MARTELLO, Silvano; An MILP Approach for Short-term Hydro Scheduling and Unit Commitment with Head-dependent Reservoir. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 23, n. 3, p. 1115–1124, 2008.

BRITO, Brunno Henrique; FINARDI, Erlon Cristian; TAKIGAWA, Fabrício Yutaka Kuwabata. Mixed-integer Nonseparable Piecewise Linear Models for the Hydropower Production Function in the Unit Commitment Problem. **Electric Power Systems Research**, v. 182, p. 1–13, 2020.

BRITO, Brunno Henrique. **Análise Comparativa de Diferentes Metodologias para**

**a Solução do Problema de Comissionamento de Unidades de Usinas Hidrelétricas Acopladas em Cascata.** 2015. 109f. Dissertação de mestrado - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2015.

CAMPONOGARA, Eduardo; NAZARI, Luiz Fernando. Models and Algorithms for Optimal Piecewise-Linear Function Approximation. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2015, p. 1–9, 2015.

CARRIÓN, Miguel; ARROYO, José M.. A Computationally Efficient Mixed-Integer Linear Formulation for the Thermal Unit Commitment Problem. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 21, n. 3, p. 1371–1378, 2006.

CARVALHO, Eros Danilo Monteiro de. **Modelo em Código Aberto de Cootimização da Energia e Reservas com Restrição de Unit Commitment para a Programação Diária da Operação sob Critério N-K.** 2019. 68 f. Dissertação de mestrado - PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brasil, 2019.

CONEJO, Antonio J. **Adaptive Robust Optimization and its Applications to Power Systems.** 2019. (2h42min04s). Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=Zk6y8joQLNQ&t=367s>>. Acesso em: 15 ago. 2019.

CONEJO, Antonio J.; BARINGO, Luis; KAZEMPOUR, S. Jalal; SIDDIQUI, Afzal S.. **Investment in Electricity Generation and Transmission: Decision Making under Uncertainty.** 1ª Edição, Suíça: Springer, 2016.

COSTA, Andréa Lúcia. **Alocação Ótima Conjunta de Energia e Reservas Operativas Baseada em Fluxo de Potência Ótimo Dinâmico.** 2004. 159f. Tese de doutorado - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004.

CUSTÓDIO, Ronaldo dos Santos. **Energia Eólica para Produção de Energia Elétrica.** 2 ed. rev. ed. Rio de Janeiro: Synergia: Acta: Abeeólica, 2013.

DASHTI, Hossein; CONEJO, Antonio J.; JIANG, Ruiwei; WANG, Jianhui. Weekly Two-Stage Robust Generation Scheduling for Hydrothermal Power Systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 31, n. 6, p. 4554–4564, 2016.

DINIZ, André Luiz. Processo Iterativo de Construção da Função de Produção das Usinas Hidroelétricas para o Problema de Coordenação Hidrotérmica. XX SNTPEE Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétricas, Recife - PE, 2009.

DINIZ, Andre Luiz; MACEIRA, Maria Elvira Piñeiro. A four-dimensional model of hydro generation for the short-term hydrothermal dispatch problem considering head and spillage effects. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 23, n. 3, p. 1298–1308, 2008.

DUNNING, Iain Robert. **Advances in Robust and Adaptive Optimization: Algorithms, Software, and Insights.** 2016. 220 f. Tese de doutorado - Massachusetts Institute of Technology (MIT), Cambridge, EUA, 2016.

ENSSLIN, L.; ENSSLIN, S. R.; LACERDA, R. T. O.; TASCA, J. E.. **Processo de Seleção de Portfólio Bibliográfico**. Processo técnico com patente de registro pendente junto ao INPI. 2010.

ERIKSSON, Kenneth; ESTEP, Don; JOHNSON, Claes. Piecewise Linear Approximation. In: **Applied Mathematics: Body and Soul**. Volume 2. Berlim: Springer, 2004. cap. 52.

FINARDI, Erlon Cristian. **Alocação de Unidades Geradoras Hidrelétricas em Sistemas Hidrotérmicos Utilizando Relaxação Lagrangeana e Programação Quadrática Sequencial**. 2003. 216f. Tese de doutorado - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2003.

FORTUNY-AMAT, Jose; MCCARL, Bruce. A Representation and Economic Interpretation of a Two-Level Programming Problem. **The Journal of the Operational Research Society**, v. 32, n. 9, p. 783–792, 1981.

FRANGIONI, Antonio; GENTILE, Claudio; LACALANDRA, Fabrizio. Tighter Approximated MILP Formulations for Unit Commitment Problems. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 24, n. 1, p. 105–113, 2009.

FREDO, Guilherme Luiz Minetto. **Análise de Diferentes Representações da Função de Produção Hidrelétrica no Problema de Planejamento da Operação Energética de Médio Prazo**. 2016. 158f. Dissertação de mestrado - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2016.

GABREL, Virginie; LACROIX, Mathieu L.; MURAT, Cécile; REMLI, Nabila. Robust Location Transportation Problems Under Uncertain Demands. **Discrete Applied Mathematics**, v. 164, p. 100-111, 2014.

GUILHON, Luiz Guilherme Ferreira. **Modelo Heurístico de Previsão de Vazões Naturais Médias Semanais Aplicado à Usina de Foz do Areia**. 2002. 95f. Dissertação de mestrado - Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2002.

HANSEN, Pierre; JAUMARD, Brigitte; SAVARD, Gilles. New Branch-and-Bound Rules for Linear Bilevel Programming. **Society for Industrial and Applied Mathematics**, v. 13, n. 5, p. 1194–1217, 1992.

HART, William E.; CHEN, Richard; SIIROLA, Jonh D.; WATSON, Jean-Paul. **SANDIA REPORT: Modeling Bilevel Programs in Pyomo**. Albuquerque, 2016.

HARZING, Anne-Wil. **Publish or Perish**. 2016. Disponível em: <<https://harzing.com/resources/publish-or-perish>>. Acesso em: 24 abr. 2019.

HEDMAN, Kory W.; ZHANG, Muhong; DOMINGUEZ-GARCIA, Alejandro. **The Application of Robust Optimization in Power Systems**. Tempe - AZ: Universidade do Estado do Arizona, 2014.

HOU, Wenting; WEI, Hua. Data-Driven Robust Day-Ahead Unit Commitment Model for Hydro/Thermal/Wind/Photovoltaic/Nuclear Power Systems. **Electrical Power and Energy Systems**, v. 125, 2021.

JIANG, Ruiwei *et al.* Two-Stage Network Constrained Robust Unit Commitment Problem. **European Journal of Operational Research**, v. 234, n. 3, p. 751–762, 2014.

JIANG, Ruiwei; ZHANG, Muhong; LI, Guang; GUAN, Yongpei. **Two-stage Robust Power Grid Optimization Problem**. Universidade da Flórida, 2010. Disponível em Optimization-Online.

JIANG, Ruiwei; WANG, Jianhui; GUAN, Yongpei. Robust Unit Commitment With Wind Power and Pumped Storage Hydro. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 27, n. 2, p. 800–810, 2012.

LEENAERTS, Domine M. W.; VAN BOKHOVEN, Wim M. G. **Piecewise Linear Modeling and Analysis**. Boston: Springer, 1998.

LORCA, Álvaro; SUN, Xu Andy; LITVINOV, Eugene; ZHENG, Tongxin. Multistage Adaptive Robust Optimization for the Unit Commitment Problem. **Operations Research**, v. 64, n. 1, p. 32-51, 2016.

LORCA, Álvaro; SUN, Xu Andy. Adaptive Robust Optimization With Dynamic Uncertainty Sets for Multi-Period Economic Dispatch Under Significant Wind. **IEEE Transactions On Power Systems**, v. 30, n. 4, p. 1702–1713, 2015.

MACEIRA, Maria Elvira P.; TERRY, Leslie Afrânio; COSTA, Fernanda da Serra; DAMAZIO, Jorge; MELO, Albert C. G.. Chain of Optimization Models for Setting the Energy Dispatch and Spot Price in the Brazilian System. In: Power System Computation Conference - PSCC, 14., 2002, Sevilha, Espanha.

MILLER, Robert H.. Confiabilidade de Sistemas. In: **Operação de Sistemas de Potência**. Tradução e Revisão Técnica: Eletrobrás. São Paulo: McGraw-Hill, 1983.

MME; EPE. **Plano Decenal de Expansão de Energia 2029**. Ministério de Minas e Energia, Empresa de Pesquisa Energética, Brasília, DF.

MONTICELLI, Alcir. **Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica**. 1. ed. São Paulo: Editora Edgar Blücher Ltda, 1983.

MORAES, Rodrigo Alves De. **Despacho Eólico Hidrotérmico para Horizonte de Curto Prazo**. 2016. 131f. Dissertação de mestrado - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Brasil, 2016.

MORAES, Rodrigo Alves De; FERNANDES, Thelma S. P.; ARANTES, André G. B.; UNSIHUAY-VILA, Clodomiro. Short-Term Scheduling of Integrated Power and Spinning Reserve of a Wind-Hydrothermal Generation System with AC Network Security Constraints. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, v. 29, n. 1, p. 1–14, 2018.



MORALES-ESPAÑA, Germán; LATORRE, Jesus M.; RAMOS, Andres. Tight and Compact MILP Formulation for the Thermal Unit Commitment Problem. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 28, n. 4, p. 4897-4908, 2013.

MOREIRA, Alexandre; STREET, Alexandre; ARROYO, Jose M.. An Adjustable Robust Optimization Approach for Contingency-Constrained Transmission Expansion Planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 30, n. 4, p. 2013–2022, 2015a.

MOREIRA, Alexandre; STREET, Alexandre; ARROYO, José M.. Energy and Reserve Scheduling Under Correlated Nodal Demand Uncertainty: An Adjustable Robust Optimization Approach. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v. 72, p. 91–98, 2015b.

MUTHEMBA, Leonel João. **Modelo Robusto para o Planejamento da Operação Eólica-hidrotérmica Considerando Incertezas**. 2019. 108f. Dissertação de mestrado - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Brasil, 2019.

NAVERSEN, Christian Øyn; FARAHMAND, Hossein; HELSETH, Arild. Accounting for Reserve Capacity Activation When Scheduling a Hydropower Dominated System. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v. 119, 2020.

NAZARI-HERIS, Morteza; MOHAMMADI-IVATLOO, Behnam. Application of Robust Optimization Method to Power System Problems. In: **Classical and Recent Aspects of Power System Optimization**. Londres: Academic Press, 2018. p.19-32.

OLIVEIRA, Fabrício. **Mini-curso: Introdução à Otimização sob Incerteza Aula 3 – Otimização Aversa ao Risco**. 2013. Disponível em: <[https://www.feis.unesp.br/Home/departamentos/engenhariaeletrica/lapsee/curso\\_2013\\_fabricio\\_3.pdf](https://www.feis.unesp.br/Home/departamentos/engenhariaeletrica/lapsee/curso_2013_fabricio_3.pdf)>. Acesso em: 20 jul. 2019.

ONS. Administração dos serviços ancilares: visão geral. In: **Procedimentos de Rede**. Operador Nacional do Sistema, 2019.

ONS. Diretrizes e Critérios para Estudos Elétricos. In: **Procedimentos de Rede**. Operador Nacional do Sistema, 2018.

ONS. **Resultados da Operação: Histórico da Operação**. 2020b. Disponível em: <<http://www.ons.org.br/paginas/resultados-da-operacao/historico-da-operacao>>. Acesso em: 7 fev. 2020.

ONS. **Resultados da Operação: Histórico da Operação**. 2021. Disponível em: <<http://www.ons.org.br/paginas/resultados-da-operacao/historico-da-operacao>>. Acesso em: 15 fev. 2021.

ONS. **Sobre o SIN: O que é o SIN**. 2020a. Disponível em: <<http://ons.org.br/paginas/sobre-o-sin/o-que-e-o-sin>>. Acesso em: 5 jan. 2020.

PEDROSA, Diogo Pinheiro Fernandes. **Ajuste de Curvas**. 2001. Disponível em: <<https://www.dca.ufrn.br/~diogo/FTP/dca0304/ajustedecurvas.pdf>>. Acesso em: 20

mai. 2020.

QUAN, Hao; SRINIVASAN, Dipti; KHAMBADKONE, Ashwin M.; KHOSRAVI, Abbas. A Computational framework for Uncertainty Integration in Stochastic Unit Commitment with Intermittent Renewable Energy Sources. **Applied energy**, n.152, p. 71-82, 2015.

SIFUENTES, Wilfredo S.; VARGAS, Alberto. Short-Term Hydrothermal Coordination Considering an AC Network Modeling. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v. 29, n. 6, p. 488–496, 2007a.

SIFUENTES, Wilfredo S.; VARGAS, Alberto. Short-Term Hydrothermal Optimisation with Congestion and Quality of Service Constraints. **IET Generation, Transmission & Distribution**, v. 1, n. 4, p. 574–583, 2007b.

SILVA, Alexandre Moreira da. **Two-Stage Robust Optimization Models for Power System Operation and Planning under Joint Generation and Transmission Security Criteria**. 2014. 106 f. Dissertação de mestrado - PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brasil, 2014.

SILVA, Saulo Ribeiro. **Planejamento Hidrotérmico Considerando a Penetração de Geração Eólica em Sistemas Elétricos de Potência**. 2014. 138f. Dissertação de mestrado - Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, Brasil, 2014.

SILVA, Thiago L.; CODAS, Andrés; CAMPONOGARA, Eduardo. A Computational Analysis of Convex Combination Models for Multidimensional Piecewise-Linear Approximation in Oil Production Optimization. **Proceedings of the 2012 IFAC Workshop on Automatic Control in Offshore and Gas Production**, v. 45, n. 8, p. 292–298, 2012.

SIMOPOULOS, Dimitris N.; KAVATZA, Stavroula D.; VOURNAS, Costas D. An Enhanced Peak Shaving Method for Short Term Hydrothermal Scheduling. **Energy Conversion and Management**, v. 48, n. 11, p. 3018–3024, 2007.

SINHA, Ankur; MALO, Pekka; DEB, Kalyanmoy. A Review on Bilevel Optimization: From Classical to Evolutionary Approaches and Applications. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 22, n. 2, p. 276–295, 2018.

SINHA, Ankur; SOUN, Tharo; DEB, Kalyanmoy. Using Karush-Kuhn-Tucker Proximity Measure for Solving Bilevel Optimization Problems. **Swarm and Evolutionary Computation**, 2018.

SOROUDI, Alireza; AMRAEE, Turaj. Decision Making Under Uncertainty in Energy Systems: State of the Art. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 28, p. 376–384, 2013.

SOYSTER, A. L.. Technical Notes - Convex Programming with Set-Inclusive Constraints and Applications to Inexact Linear Programming. **Operations Research**, v. 21, n. 5, p. 1154–1157, 1973.



STREET, Alexandre; OLIVEIRA, Fabrício; ARROYO, José M. Contingency-Constrained Unit Commitment With  $n$ -K Security Criterion: A Robust Optimization Approach. **IEEE Transactions on Power Systems**, v.26, n. 3, p. 1581-1590, 2010.

STREET, Alexandre; MOREIRA, Alexandre; ARROYO, Jose M. Energy and Reserve Scheduling Under a Joint Generation and Transmission Security Criterion: An Adjustable Robust Optimization Approach. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 29, n. 1, p. 3–14, 2014.

SUN, Xu Andy; LORCA, Álvaro. Robust Optimization in Electric Power Systems Operations. In: **Integration of Large-Scale Renewable Energy into Bulk Power Systems**. Suíça: Springer, 2017. p. 227–258.

TAKIGAWA, Fabrício Yutaka Kuwabata. **Análise Comparativa de Diferentes Estratégias de Decomposição do Problema da Programação Diária da Operação de Sistemas Hidrotérmicos com Base na Relaxação Lagrangeana**. 2006. 155f. Dissertação de mestrado - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2006.

TAKIGAWA, Fabrício Yutaka Kuwabata. **Desenvolvimento de um Modelo Computacional para o Problema da Programação Diária da Operação de Sistemas Hidrotérmicos**. 2010. 212f. Tese de doutorado - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil, 2010.

UNSIHUAY-VILA, Clodomiro; LUZ, Thiago Da; FINARDI, Erlon. Day-Ahead Optimal Operation Planning of Wind and Hydrothermal Generation with Optimal Spinning Reserve Allocation. **International Journal of Power and Energy Systems**, v. 35, n. 1, 2015.

WANG, Qianfan; WATSON, Jean-Paul; GUAN, Yongpei. Two-Stage Robust Optimization for  $N$ - $k$  Contingency-Constrained Unit Commitment. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 28, n. 3, p. 2366–2375, 2013.

WOOD, Allen J.; WOLLENBERG, Bruce F.; SHEBLÉ, Gerald B. **Power Generation, Operation, and Control**. 3ªed. Nova Jérσία: John Wiley & Sons, 2014.

WU, Wenchuan; CHEN, Jianhua; ZHANG, Boming; SUN, Hongbin. A Robust Wind Power Optimization Method for Look-ahead Power Dispatch. **IEEE Transactions on Sustainable Energy**, v. 5, n. 2, p. 507–515, 2014.

ZENG, Bo; ZHAO, Long. Solving Two-stage Robust Optimization Problems Using a Column-and-constraint Generation Method. **Operations Research Letters**, v. 41, n. 5, p. 457–461, 2013.

ZHAO, Long; ZENG, Bo. **An Exact Algorithm for Two-Stage Robust Optimization with Mixed Integer Recourse Problems**. Relatório técnico, Universidade do Estado da Flórida, 2012a. Disponível em Optimization-Online.

ZHAO, Long; ZENG, Bo. Robust Unit Commitment Problem with Demand Response and Wind Energy. **IEEE Power and Energy Society General Meeting 2012**, San

Diego, EUA, 2012b.

ZIMMERMAN, Ray Daniel; MURILLO-SANCHEZ, Carlos Edmundo; THOMAS, Robert John. MATPOWER: Steady-State Operations, Planning, and Analysis Tools for Power Systems Research and Education. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 26, n. 1, p. 12–19, 2011.

ZUGNO, Marco; CONEJO, Antonio J. A Robust Optimization Approach to Energy and Reserve Dispatch in Electricity Markets. **European Journal of Operational Research**, v. 247, n. 2, p. 659–671, 2015.

## APÊNDICE 1 – REESCREVENDO O SUBPROBLEMA BINÍVEL EM UM ÚNICO NÍVEL UTILIZANDO AS KKTs

Este Apêndice tem como objetivo detalhar as etapas seguidas para chegar a formulação final do subproblema (segundo estágio de solução). Originalmente este consiste em um problema composto por dois níveis (max min) e, deve ser reescrito como um problema de maximização de único nível. Uma vez que o subproblema trata-se de um modelo linear, isso permite que esta reformulação seja realizada.

Baseando-se na definição que a solução de um problema dual é a mesma que de um problema primal, e que um problema linear e contínuo de minimização pode ser representado por um problema dual de maximização, as KKTs podem ser utilizadas para reescrever o problema binível (max min) em um problema de maximização. As etapas de reformulação, seguindo esta abordagem, apresentadas neste apêndice foram realizadas com base, principalmente, no trabalho de Conejo *et al.* (2016).

O problema binível linear  $\max_{u \in \mathcal{U}} \min_y b^T y(u)$  é reescrito como um problema  $\max_{u \in \mathcal{U}, y, \lambda, \phi} b^T y(u, \lambda, \phi)$ , onde  $y$  representa as variáveis de otimização associadas ao subproblema de minimização;  $u$  representa as variáveis de otimização associadas ao subproblema de maximização;  $\lambda$  é a variável dual associada às restrições de igualdade do subproblema de minimização;  $\phi$  é a variável dual associada às restrições de desigualdade do subproblema de minimização.

Como discutido na subseção 5.3, para chegar à este modelo de nível único é necessário seguir as seguintes etapas: (1) Atribuir adequadamente os multiplicadores de Lagrange (variáveis duais), a cada uma das restrições – assim como foi feito na formulação (67) a (82); (2) Escrever as KKTs – condições necessárias e suficientes à otimalidade – relacionadas ao subproblema de minimização, como novas restrições; (3) Reescrever o problema completo incluindo todas as restrições em um único nível, neste caso, maximização.

Na sequência encontram-se descritas cada uma destas etapas.

### 1. Atribuir adequadamente os multiplicadores de Lagrange (variáveis duais), a cada uma das restrições:

Para reescrever o problema através das KKTs (condições necessárias e suficientes à otimalidade) é preciso levar as restrições do nível de minimização (min

do subproblema) para a função objetivo do subproblema através das variáveis duais (multiplicadores de Lagrange) associadas às restrições de igualdade e desigualdade. Dessa forma, as condições KKTs são incluídas no problema através de restrições.

Na sequência encontram-se descritas as restrições do problema e suas respectivas variáveis duais, conforme formulação (67) a (82), assim como a reformulação de todas estas restrições considerando a convenção maior ou igual ( $\geq$ ).

### Balanco de demanda

Formulação geral

$$\sum_{i \in k_n} p_{i,t} + \sum_{i \in h_n} p_{i,t} - \sum_{l \in \ell_{n,s}} P_{l,t} + \sum_{l \in \ell_{n,s}} P_{l,t} = \sum_{d \in d_n} \tilde{P}_{d,t} - \sum_{w \in w_n} \tilde{P}_{w,t} \quad (\lambda_{n,t}) \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T}$$

Reescrevendo a equação com o multiplicador associado

$$\lambda_{n,t} \left[ \sum_{i \in k_n} p_{i,t} + \sum_{i \in h_n} p_{i,t} - \sum_{l \in \ell_{n,s}} P_{l,t} + \sum_{l \in \ell_{n,s}} P_{l,t} - \sum_{d \in d_n} \tilde{P}_{d,t} + \sum_{w \in w_n} \tilde{P}_{w,t} \right] = 0 \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T}$$

### Fluxo de potência (CC)

Formulação geral

$$\begin{aligned} P_{l,t} &= \hat{P}_b \hat{B}_l (\theta_{n(s,l),t} - \theta_{n(e,l),t}) && (\lambda_{l,t}^P) \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \\ -\hat{P}_l^{max} &\leq P_{l,t} \leq \hat{P}_l^{max} && (\phi_{l,t}^{\hat{P}^{max}}, \phi_{l,t}^{\hat{P}^{min}}) \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \\ -\pi &\leq \theta_{n,t} \leq \pi && (\phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{max}}, \phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{min}}) \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \\ \theta_{n,t} &= 0 && (\lambda_{n,t}^{\theta^{ref}}) \quad i = ref, \forall t \in \mathcal{T} \end{aligned}$$

Reescrevendo a equação com o multiplicador associado

$$\begin{aligned} \lambda_{l,t}^P [P_{l,t} - \hat{P}_b \hat{B}_l (\theta_{n(s,l),t} - \theta_{n(e,l),t})] &= 0 && \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \\ \phi_{l,t}^{\hat{P}^{min}} (P_{l,t} + \hat{P}_l^{max}) &= 0 && \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \\ \phi_{l,t}^{\hat{P}^{max}} (-P_{l,t} + \hat{P}_l^{max}) &= 0 && \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \\ \phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{min}} (\theta_{n,t} + \pi) &= 0 && \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \\ \phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{max}} (-\theta_{n,t} + \pi) &= 0 && \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \\ \lambda_{n,t}^{\theta^{ref}} (\theta_{n,t}) &= 0 && i = ref, \forall t \in \mathcal{T} \end{aligned}$$

### Problema hídrico

Formulação geral

$$p_{i,t} \leq \hat{\alpha}_{i,\rho} q_{i,t} + \hat{\beta}_{i,\rho} x_{i,t}^* \quad (\phi_{i,\rho,t}^p) \quad \forall i \in \mathcal{J}_H, \forall \rho \in \mathcal{P}, \forall t \in \mathcal{T}$$

$$\begin{aligned}
V_{r,t} &= V_{r,t-1} - \hat{C}(Q_{r,t} + S_{r,t} - \tilde{A}_{r,t}) + \sum_{m \in \mathcal{M}_r} \hat{C}(Q_{m,t} + S_{m,t}) & (\lambda_{r,t}^V) \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \\
\hat{V}_r^{min} &\leq V_{r,t} \leq \hat{V}_r^{max} & (\phi_{r,t}^{\hat{V}^{max}}, \phi_{r,t}^{\hat{V}^{min}}) \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \setminus t = T \\
\hat{V}_r^{fim} &\leq V_{r,t} \leq \hat{V}_r^{max} & (\phi_{r,t}^{\hat{V}^{fim}}, \phi_{r,t}^{\hat{V}^{max}}) \forall r \in \mathcal{R}, t = T \\
0 &\leq S_{r,t} \leq \hat{S}_r^{max} & (\phi_{r,t}^{\hat{S}^{max}}, \phi_{r,t}^{\hat{S}^{min}}) \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \\
\hat{Q}_i^{min} x_{i,t}^* &\leq q_{i,t} \leq \hat{Q}_i^{max} x_{i,t}^* & (\phi_{i,t}^{\hat{Q}^{max}}, \phi_{i,t}^{\hat{Q}^{min}}) \forall i \in \mathcal{J}_H, \forall t \in \mathcal{T} \\
Q_{r,t} &= \sum_{i \in \mathcal{J}_H} q_{i,t} & (\lambda_{r,t}^Q) \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}
\end{aligned}$$

Reescrevendo a equação com o multiplicador associado

$$\begin{aligned}
\phi_{i,\rho}^p (-p_{i,t} + \hat{\alpha}_{i,\rho} q_{i,t} + \hat{\beta}_{i,\rho} x_{i,t}^*) &= 0 & \forall i \in \mathcal{J}_H, \forall \rho \in \mathcal{P}, \forall t \in \mathcal{T} \\
\lambda_{rt}^V \left[ V_{r,t} - V_{r,t-1} + \hat{C}(Q_{r,t} + S_{r,t} - \tilde{A}_{r,t}) - \sum_{m \in \mathcal{M}_r} \hat{C}(Q_{m,t} + S_{m,t}) \right] &= 0 & \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \\
\phi_{r,t}^{\hat{V}^{min}} (V_{r,t} - \hat{V}_r^{min}) &= 0 & \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \setminus t = T \\
\phi_{r,t}^{\hat{V}^{fim}} (V_{r,t} - \hat{V}_r^{min}) &= 0 & \forall r \in \mathcal{R}, t = T \\
\phi_{r,t}^{\hat{V}^{max}} (-V_{r,t} + \hat{V}_r^{max}) &= 0 & \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \\
\phi_{r,t}^{\hat{S}^{min}} (S_{r,t}) &= 0 & \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \\
\phi_{r,t}^{\hat{S}^{max}} (-S_{r,t} + \hat{S}_r^{max}) &= 0 & \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \\
\phi_{i,t}^{\hat{Q}^{min}} (q_{i,t} - \hat{Q}_i^{min} x_{i,t}^*) &= 0 & \forall i \in \mathcal{J}_H, \forall t \in \mathcal{T} \\
\phi_{i,t}^{\hat{Q}^{max}} (-q_{i,t} + \hat{Q}_i^{max} x_{i,t}^*) &= 0 & \forall i \in \mathcal{J}_H, \forall t \in \mathcal{T} \\
\lambda_{r,t}^Q \left( Q_{r,t} - \sum_{i \in \mathcal{J}_H} q_{i,t} \right) &= 0 & \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}
\end{aligned}$$

### Problema termelétrico

Formulação geral

$$\begin{aligned}
C_{i,t}^P &\geq \hat{a}_{i,e} p_{i,t} + \hat{b}_{i,e} & (\phi_{i,e,t}^{C^P}) \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall e \in \mathcal{E}, \forall t \in \mathcal{T} \\
\hat{P}_i^{min} x_{i,t}^* &\leq p_{i,t} \leq \hat{P}_i^{max} x_{i,t}^* & (\phi_{i,t}^{\hat{P}^{max}}, \phi_{i,t}^{\hat{P}^{min}}) \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \\
p_{i,t} - p_{i,t-1} &\leq \hat{R}_i^{UP} x_{i,t-1}^* + \hat{S}_i^{SU} v_{i,t}^{SU*} & (\phi_{i,t}^{\hat{R}^{UP}}) \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \\
p_{i,t-1} - p_{i,t} &\leq \hat{R}_i^{DN} x_{i,t}^* + \hat{S}_i^{SD} v_{i,t}^{SD*} & (\phi_{i,t}^{\hat{R}^{DN}}) \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T}
\end{aligned}$$

Reescrevendo a equação com o multiplicador associado

$$\begin{aligned}
\phi_{i,e,t}^{C^P} (C_{i,t}^P - \hat{a}_{i,e} p_{i,t} - \hat{b}_{i,e}) &= 0 & \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall e \in \mathcal{E}, \forall t \in \mathcal{T} \\
\phi_{i,t}^{\hat{P}^{min}} (p_{i,t} - \hat{P}_i^{min} x_{i,t}^*) &= 0 & \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\phi_{i,t}^{\hat{p}^{max}}(-p_{i,t} + \hat{p}_i^{max} x_{i,t}^*) &= 0 & \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \\
\phi_{i,t}^{\hat{R}^{UP}}(-p_{i,t} + p_{i,t-1} + \hat{R}_i^{UP} x_{i,t-1}^* + \hat{S}_i^{SU} v_{i,t}^{SU*}) &= 0 & \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \\
\phi_{i,t}^{\hat{R}^{DN}}(-p_{i,t-1} + p_{i,t} + \hat{R}_i^{DN} x_{i,t}^* + \hat{S}_i^{SD} v_{i,t}^{SD*}) &= 0 & \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T}
\end{aligned}$$

**2. Escrever as condições de Karush Kuhn Tucker (KKT) – condições necessárias e suficientes à otimalidade – relacionadas ao problema de minimização:**

O próximo passo é escrever as KKTs como restrições. Para que um ponto seja considerado ótimo, algumas condições precisam ser satisfeitas:

a. Condição de estacionariedade:

$$\nabla f(y^*) + \sum_{i=1}^m \phi_i \nabla g_i(y^*) = 0 \quad (134)$$

Para satisfazer essa condição, é necessário levar as restrições para a função objetivo, fazendo  $\mathcal{L}(y)$  e, posteriormente, derivar  $\mathcal{L}(y)$  em função de cada variável de otimização que compõe o problema, ou seja, em função das variáveis que pertencem a  $y$ ;

b. Viabilidade primal e Viabilidade dual:

$$\phi_i \geq 0 \text{ e } g_i(x^*) \geq 0 \quad (135)$$

c. Folga complementar:

$$g_i(x^*) \cdot \phi_i = 0 \quad (136)$$

Para satisfazer as condições b e c é preciso escrever as restrições de desigualdade e as respectivas variáveis duais utilizando uma restrição de perpendicularidade, conforme a Expressão (137). Esta, por sua vez, é equivalente as Expressões (135) e (136), e pode ser reescrita utilizando o modelo linear equivalente apresentado entre as restrições (125) a (128), na subseção 5.3.

$$\phi_i \leq 0 \perp g_i(x^*) \geq 0 \quad (137)$$

Na sequência, os itens a, b e c, descritos anteriormente, são aplicados à formulação do presente trabalho. Primeiro, as restrições são levadas à função objetivo, fazendo  $\mathcal{L}(y)$ :

$$\mathcal{L}(y): \left[ \sum_{t=1}^T \sum_{i \in \mathcal{J}_K} C_{i,t}^P + \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^{\mathcal{R}} \hat{C}_{r,t}^S S_{r,t} \right] \quad (138)$$

$$-\lambda_{n,t} \left[ \sum_{i \in \mathcal{K}_n} p_{i,t} + \sum_{i \in \mathcal{H}_n} p_{i,t} - \sum_{l \in \mathcal{L}_{n,s}} P_{l,t} + \sum_{l \in \mathcal{L}_{n,s}} P_{l,t} - \sum_{d \in \mathcal{D}_n} \tilde{P}_{d,t} + \sum_{w \in \mathcal{W}_n} \tilde{P}_{w,t} \right] \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (139)$$

$$-\lambda_{l,t}^P [P_{l,t} - \hat{P}_b \hat{B}_l (\theta_{n(s,l),t} - \theta_{n(e,l),t})] \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (140)$$

$$-\phi_{l,t}^{\hat{p}^{min}} (P_{l,t} + \hat{P}_l^{max}) \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (141)$$

$$-\phi_{l,t}^{\hat{p}^{max}} (-P_{l,t} + \hat{P}_l^{max}) \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (142)$$

$$-\phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{min}} (\theta_{n,t} + \pi) \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (143)$$

$$-\phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{max}} (-\theta_{n,t} + \pi) \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (144)$$

$$-\lambda_{n,t}^{\theta^{ref}} (\theta_{n,t}) \quad i = ref, \forall t \in \mathcal{T} \quad (145)$$

$$-\phi_{i,\rho,t}^p (-p_{i,t} + \hat{\alpha}_{i,\rho} q_{i,t} + \hat{\beta}_{i,\rho} x_{i,t}) \quad \forall i \in \mathcal{J}_H, \forall \rho \in \mathcal{P}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (146)$$

$$-\lambda_{r,t}^V \left[ V_{r,t} - V_{r,t-1} + \hat{C}(Q_{r,t} + S_{r,t} - \tilde{A}_{r,t}) - \sum_{m \in \mathcal{M}_r} \hat{C}(Q_{m,t} + S_{m,t}) \right] \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (147)$$

$$-\phi_{r,t}^{\hat{V}^{min}} (V_{r,t} - \hat{V}_r^{min}) \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \setminus t = T \quad (148)$$

$$-\phi_{r,t}^{\hat{V}^{fim}} (V_{r,t} - \hat{V}_r^{min}) \quad \forall r \in \mathcal{R}, t = T \quad (149)$$

$$-\phi_{r,t}^{\hat{V}^{max}} (-V_{r,t} + \hat{V}_r^{max}) \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (150)$$

$$-\phi_{r,t}^{\hat{S}^{min}} (S_{r,t}) \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (151)$$

$$-\phi_{r,t}^{\hat{S}^{max}} (-S_{r,t} + \hat{S}_r^{max}) \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (152)$$

$$-\phi_{i,t}^{\hat{Q}^{min}} (q_{i,t} - \hat{Q}_i^{min} x_{i,t}^*) \quad \forall i \in \mathcal{J}_H, \forall t \in \mathcal{T} \quad (153)$$

$$-\phi_{i,t}^{\hat{Q}^{max}} (-q_{i,t} + \hat{Q}_i^{max} x_{i,t}^*) \quad \forall i \in \mathcal{J}_H, \forall t \in \mathcal{T} \quad (154)$$

$$-\lambda_{r,t}^Q \left( Q_{r,t} - \sum_{i \in \mathcal{J}_H} q_{i,t} \right) \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (155)$$

$$-\phi_{i,e,t}^{C^P} (C_{i,t}^P - \hat{\alpha}_{i,e} p_{i,t} - \hat{b}_{i,e}) \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall e \in \mathcal{E}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (156)$$

$$-\phi_{i,t}^{\hat{p}^{min}} (p_{i,t} - \hat{P}_i^{min} x_{i,t}^*) \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (157)$$

$$-\phi_{i,t}^{\hat{p}^{max}}(-p_{i,t} + \hat{p}_i^{max} x_{i,t}^*) \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (158)$$

$$-\phi_{i,t}^{\hat{R}^{UP}}(-p_{i,t} + p_{i,t-1} + \hat{R}_i^{UP} x_{i,t-1}^* + \hat{S}_i^{SU} v_{i,t}^{SU*}) \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (159)$$

$$-\phi_{i,t}^{\hat{R}^{DN}}(-p_{i,t-1} + p_{i,t} + \hat{R}_i^{DN} x_{i,t}^* + \hat{S}_i^{SD} v_{i,t}^{SD*}) = 0 \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (160)$$

Posteriormente, é apresentada a forma como as restrições são obtidas a partir da condição de estacionariedade: Deriva-se  $\mathcal{L}(y \setminus (x, v))$  em função das variáveis de otimização do subproblema de minimização  $(C_{i,t}^P, p_{i,t}, P_{l,t}, \theta_{n,t}, q_{i,t}, Q_{r,t}, V_{r,t}, S_{r,t})$ . Note que as variáveis binárias  $(x, v)$ , decisões de primeiro estágio, não são incluídas nesta etapa, pois estas são definidas como um dado de entrada no segundo estágio de solução. Também, as variáveis relacionadas às incertezas, pertencentes ao subproblema de maximização, não são incluídas nesta etapa:

$\mathcal{L}(y, C_{i,t}^P) = -\sum_{e \in \mathcal{E}} \phi_{i,e,t}^{C^P} + 1 = 0$	$\forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T}$
$\mathcal{L}(y, p_{i(k),t}) = -\lambda_{n(k),t} + \sum_{e \in \mathcal{E}} \phi_{i,e,t}^{C^P} \hat{\alpha}_{i,e} + \phi_{i,t}^{\hat{R}^{UP}} - \phi_{i,t+1}^{\hat{R}^{UP}} - \phi_{i,t}^{\hat{R}^{DN}} + \phi_{i,t+1}^{\hat{R}^{DN}} - \phi_{i,t}^{\hat{p}^{min}} + \phi_{i,t}^{\hat{p}^{max}} = 0$	$\forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \setminus t = T$
$\mathcal{L}(y, p_{i(k),t}) = -\lambda_{n(k),t} + \sum_{e \in \mathcal{E}} \phi_{i,e,t}^{C^P} \hat{\alpha}_{i,e} + \phi_{i,t}^{\hat{R}^{UP}} - \phi_{i,t}^{\hat{R}^{DN}} - \phi_{i,t}^{\hat{p}^{min}} + \phi_{i,t}^{\hat{p}^{max}} = 0$	$\forall i \in J_K, t = T$
$\mathcal{L}(y, p_{i(r),t}) = -\lambda_{n(r),t} + \sum_{\rho \in \mathcal{P}} \phi_{i,\rho,t}^P = 0$	$\forall i \in J_H, \forall t \in \mathcal{T}$
$\mathcal{L}(y, V_{r,t}) = -\lambda_{r,t}^V - \phi_{r,t}^{\hat{v}^{fim}} + \phi_{r,t}^{\hat{v}^{max}} = 0$	$\forall r \in \mathcal{R}, t = T$
$\mathcal{L}(y, V_{r,t}) = -\lambda_{r,t}^V + \lambda_{r,t+1}^V - \phi_{r,t}^{\hat{v}^{min}} + \phi_{r,t}^{\hat{v}^{max}} = 0$	$\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \setminus t = T$
$\mathcal{L}(y, S_{r,t}) = \hat{C}_{r,t}^S - \lambda_{r,t}^V \hat{C} + \sum_{j \in J_r} \lambda_{j,t}^V \hat{C} - \phi_{r,t}^{\hat{S}^{min}} + \phi_{r,t}^{\hat{S}^{max}} = 0$	$\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$
$\mathcal{L}(y, Q_{r,t}) = -\lambda_{r,t}^V \hat{C} + \sum_{j \in J_r} \lambda_{j,t}^V \hat{C} - \lambda_{r,t}^Q = 0$	$\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$
$\mathcal{L}(y, q_{i,t}) = -\sum_{\rho \in \mathcal{P}} \phi_{i,\rho,t}^P \hat{\alpha}_{i,\rho} - \phi_{i,t}^{\hat{Q}^{min}} + \phi_{i,t}^{\hat{Q}^{max}} + \lambda_{r,t}^Q = 0$	$\forall i \in J_H, \forall t \in \mathcal{T}$
$\mathcal{L}(y, P_{l,t}) = \lambda_{n(s,l),t} - \lambda_{n(e,l),t} - \lambda_{l,t}^P - \phi_{l,t}^{\hat{p}^{min}} + \phi_{l,t}^{\hat{p}^{max}} = 0$	$\forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T}$
$\mathcal{L}(y, \theta_{n,t}) = \sum_{l \in \mathcal{L}_{n,s}} \lambda_{l,t}^P \hat{P}_b \hat{B}_l - \sum_{l \in \mathcal{L}_{n,s}} \lambda_{l,t}^P \hat{P}_b \hat{B}_l - \phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{min}} + \phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{max}} = 0$	$n \in \mathcal{N} \setminus n = ref, \forall t \in \mathcal{T}$
$\mathcal{L}(y, \theta_{n,t}) = \sum_{l \in \mathcal{L}_{n,s}} \lambda_{l,t}^P \hat{P}_b \hat{B}_l - \sum_{l \in \mathcal{L}_{n,s}} \lambda_{l,t}^P \hat{P}_b \hat{B}_l - \phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{min}} + \phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{max}} - \lambda_{n,t}^{\theta^{ref}} = 0$	$n = ref, \forall t \in \mathcal{T}$



Na sequência são descritas as restrições obtidas a partir da condição de viabilidade primal e dual, e da folga complementar. São apresentadas, respectivamente, a representação não-linear e o modelo linear equivalente utilizado:

$0 \leq \phi_{l,t}^{\hat{p}^{min}} \perp P_{l,t} + \hat{P}_l^{max} \geq 0$ $(M = 2 \cdot \hat{P}_l^{max})$	$\phi_{l,t}^{\hat{p}^{min}} \geq 0$ $P_{l,t} + \hat{P}_l^{max} \geq 0$ $\phi_{l,t}^{\hat{p}^{min}} \leq M \cdot u_{l,t}^{\hat{p}^{min}}$ $P_{l,t} + \hat{P}_l^{max} \leq M(1 - u_{l,t}^{\hat{p}^{min}})$	$\forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T}$
$0 \leq \phi_{l,t}^{\hat{p}^{max}} \perp -P_{l,t} + \hat{P}_l^{max} \geq 0$ $(M = 2 \cdot \hat{P}_l^{max})$	$\phi_{l,t}^{\hat{p}^{max}} \geq 0$ $-P_{l,t} + \hat{P}_l^{max} \geq 0$ $\phi_{l,t}^{\hat{p}^{max}} \leq M \cdot u_{l,t}^{\hat{p}^{max}}$ $-P_{l,t} + \hat{P}_l^{max} \leq M(1 - u_{l,t}^{\hat{p}^{max}})$	$\forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T}$
$0 \leq \phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{min}} \perp \theta_{n,t} + \pi \geq 0$ $(M = 2 \cdot \pi)$	$\phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{min}} \geq 0$ $\theta_{n,t} + \pi \geq 0$ $\phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{min}} \leq M \cdot u_{n,t}^{\hat{\theta}^{min}}$ $\theta_{n,t} + \pi \leq M(1 - u_{n,t}^{\hat{\theta}^{min}})$	$\forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T}$
$0 \leq \phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{max}} \perp -\theta_{n,t} + \pi \geq 0$ $(M = 2 \cdot \pi)$	$\phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{max}} \geq 0$ $-\theta_{n,t} + \pi \geq 0$ $\phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{max}} \leq M \cdot u_{n,t}^{\hat{\theta}^{max}}$ $-\theta_{n,t} + \pi \leq M(1 - u_{n,t}^{\hat{\theta}^{max}})$	$\forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T}$
$0 \leq \phi_{i,e,t}^{C^P} \perp C_{i,t}^P - \hat{a}_{i,e} p_{i,t} - \hat{b}_{i,e} \geq 0$ $(M = 1 \times 10^5)$	$\phi_{i,e,t}^{C^P} \geq 0$ $C_{i,t}^P - \hat{a}_{i,e} p_{i,t} - \hat{b}_{i,e} \geq 0$ $\phi_{i,e,t}^{C^P} \leq M \cdot u_{i,e,t}^{C^P}$ $C_{i,t}^P - \hat{a}_{i,e} p_{i,t} - \hat{b}_{i,e} \leq M(1 - u_{i,e,t}^{C^P})$	$\forall i \in \mathcal{J}_K, \forall e \in \mathcal{E}, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall i \in \mathcal{J}_K, \forall e \in \mathcal{E}, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall i \in \mathcal{J}_K, \forall e \in \mathcal{E}, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall i \in \mathcal{J}_K, \forall e \in \mathcal{E}, \forall t \in \mathcal{T}$
$0 \leq \phi_{i,t}^{\hat{p}^{min}} \perp p_{i,t} - \hat{P}_i^{min} \cdot x_{i,t}^* \geq 0$ $(M = \hat{P}_i^{max})$	$\phi_{i,t}^{\hat{p}^{min}} \geq 0$ $p_{i,t} - \hat{P}_i^{min} \cdot x_{i,t}^* \geq 0$ $\phi_{i,t}^{\hat{p}^{min}} \leq M \cdot u_{i,t}^{\hat{p}^{min}}$ $p_{i,t} - \hat{P}_i^{min} \cdot x_{i,t}^* \leq M(1 - u_{i,t}^{\hat{p}^{min}})$	$\forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T}$
$0 \leq \phi_{i,t}^{\hat{p}^{max}} \perp -p_{i,t} + \hat{P}_i^{max} \cdot x_{i,t}^* \geq 0$ $(M = \hat{P}_i^{max})$	$\phi_{i,t}^{\hat{p}^{max}} \geq 0$ $-p_{i,t} + \hat{P}_i^{max} \cdot x_{i,t}^* \geq 0$ $\phi_{i,t}^{\hat{p}^{max}} \leq M \cdot u_{i,t}^{\hat{p}^{max}}$ $-p_{i,t} + \hat{P}_i^{max} \cdot x_{i,t}^* \leq M(1 - u_{i,t}^{\hat{p}^{max}})$	$\forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T}$

$0 \leq \phi_{i,t}^{\hat{R}^{UP}} \perp -p_{i,t} + p_{i,t-1} + \hat{R}_i^{UP} x_{i,t-1}^* + \hat{S}_i^{SU} v_{i,t}^{SU*} \geq 0$ $(M = 2 \cdot (\hat{R}_i^{UP} x_{i,t-1}^* + \hat{S}_i^{SU} v_{i,t}^{SU*}))$	$\phi_{i,t}^{\hat{R}^{UP}} \geq 0$ $-p_{i,t} + p_{i,t-1} + \hat{R}_i^{UP} x_{i,t-1}^* + \hat{S}_i^{SU} v_{i,t}^{SU*} \geq 0$ $\phi_{i,t}^{\hat{R}^{UP}} \leq M \cdot u_{i,t}^{\hat{R}^{UP}}$ $-p_{i,t} + p_{i,t-1} + \hat{R}_i^{UP} x_{i,t-1}^* + \hat{S}_i^{SU} v_{i,t}^{SU*} \leq M(1 - u_{i,t}^{\hat{R}^{UP}})$	$\forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T}$
$0 \leq \phi_{i,t}^{\hat{R}^{DN}} \perp -p_{i,t-1} + p_{i,t} + \hat{R}_i^{DN} x_{i,t} + \hat{S}_i^{SD} v_{i,t}^{SD*} \geq 0$ $(M = 2 \cdot (\hat{R}_i^{DN} x_{i,t} + \hat{S}_i^{SD} v_{i,t}^{SD*}))$	$\phi_{i,t}^{\hat{R}^{DN}} \geq 0$ $-p_{i,t-1} + p_{i,t} + \hat{R}_i^{DN} x_{i,t} + \hat{S}_i^{SD} v_{i,t}^{SD*} \geq 0$ $\phi_{i,t}^{\hat{R}^{DN}} \leq M \cdot u_{i,t}^{\hat{R}^{DN}}$ $-p_{i,t-1} + p_{i,t} + \hat{R}_i^{DN} x_{i,t} + \hat{S}_i^{SD} v_{i,t}^{SD*} \leq M(1 - u_{i,t}^{\hat{R}^{DN}})$	$\forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T}$
$0 \leq \phi_{i,\rho,t}^p \perp -p_{i,t} + \hat{\alpha}_{i,\rho} q_{i,t} + \hat{\beta}_{i,\rho} x_{i,t}^* \geq 0$ $(M = \hat{\alpha}_{i,\rho} q_{i,t} + \hat{\beta}_{i,\rho} x_{i,t}^*)$	$\phi_{i,\rho,t}^p \geq 0$ $-p_{i,t} + \hat{\alpha}_{i,\rho} q_{i,t} + \hat{\beta}_{i,\rho} x_{i,t}^* \geq 0$ $\phi_{i,\rho,t}^p \leq M \cdot u_{i,\rho,t}^p$ $-p_{i,t} + \hat{\alpha}_{i,\rho} q_{i,t} + \hat{\beta}_{i,\rho} x_{i,t}^* \leq M(1 - u_{i,\rho,t}^p)$	$\forall i \in J_H, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall i \in J_H, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall i \in J_H, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall i \in J_H, \forall t \in \mathcal{T}$
$0 \leq \phi_{r,t}^{\hat{v}^{min}} \perp V_{r,t} - \hat{v}_r^{min} \geq 0$ $(M = (\hat{v}_r^{max} - \hat{v}_r^{min}))$	$\phi_{r,t}^{\hat{v}^{min}} \geq 0$ $V_{r,t} - \hat{v}_r^{min} \geq 0$ $\phi_{r,t}^{\hat{v}^{min}} \leq M \cdot u_{r,t}^{\hat{v}^{min}}$ $V_{r,t} - \hat{v}_r^{min} \leq M(1 - u_{r,t}^{\hat{v}^{min}})$	$\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \setminus t = T$ $\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \setminus t = T$ $\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \setminus t = T$ $\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \setminus t = T$
$0 \leq \phi_{r,t}^{\hat{v}^{fim}} \perp V_{r,t} - \hat{v}_r^{fim} \geq 0$ $(M = (\hat{v}_r^{max} - \hat{v}_r^{fim}))$	$\phi_{r,t}^{\hat{v}^{fim}} \geq 0$ $V_{r,t} - \hat{v}_r^{fim} \geq 0$ $\phi_{r,t}^{\hat{v}^{fim}} \leq M \cdot u_{r,t}^{\hat{v}^{min}}$ $V_{r,t} - \hat{v}_r^{fim} \leq M(1 - u_{r,t}^{\hat{v}^{min}})$	$\forall r \in \mathcal{R}, t = T$ $\forall r \in \mathcal{R}, t = T$ $\forall r \in \mathcal{R}, t = T$ $\forall r \in \mathcal{R}, t = T$
$0 \leq \phi_{r,t}^{\hat{v}^{max}} \perp -V_{r,t} + \hat{v}_r^{max} \geq 0$ $(M = \hat{v}_r^{max})$	$\phi_{r,t}^{\hat{v}^{max}} \geq 0$ $-V_{r,t} + \hat{v}_r^{max} \geq 0$ $\phi_{r,t}^{\hat{v}^{max}} \leq M \cdot u_{r,t}^{\hat{v}^{max}}$ $-V_{r,t} + \hat{v}_r^{max} \leq M(1 - u_{r,t}^{\hat{v}^{max}})$	$\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$
$0 \leq \phi_{r,t}^{\hat{s}^{min}} \perp S_{r,t} \geq 0$ $(M = \hat{S}_r^{max})$	$\phi_{r,t}^{\hat{s}^{min}} \geq 0$ $S_{r,t} \geq 0$ $\phi_{r,t}^{\hat{s}^{min}} \leq M \cdot u_{r,t}^{\hat{s}^{min}}$ $S_{r,t} \leq M(1 - u_{r,t}^{\hat{s}^{min}})$	$\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$
$0 \leq \phi_{r,t}^{\hat{s}^{max}} \perp -S_{r,t} + \hat{S}_r^{max} \geq 0$ $(M = \hat{S}_r^{max})$	$\phi_{r,t}^{\hat{s}^{max}} \geq 0$ $-S_{r,t} + \hat{S}_r^{max} \geq 0$	$\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$ $\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$

	$\phi_{r,t}^{Smax} \leq M \cdot u_{r,t}^{Smax}$	$\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$
	$-S_{r,t} + \hat{S}_r^{max} \leq M(1 - u_{r,t}^{Smax})$	$\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$
$0 \leq \phi_{i,t}^{\hat{Q}min} \perp q_{i,t} + \hat{Q}_i^{min} x_{i,t}^* \geq 0$ ( $M = \hat{Q}_i^{max}$ )	$\phi_{i,t}^{\hat{Q}min} \geq 0$	$\forall i \in \mathcal{J}_H, \forall t \in \mathcal{T}$
	$q_{i,t} + \hat{Q}_i^{min} x_{i,t}^* \geq 0$	$\forall i \in \mathcal{J}_H, \forall t \in \mathcal{T}$
	$\phi_{i,t}^{\hat{Q}min} \leq M \cdot u_{i,t}^{\hat{Q}min}$	$\forall i \in \mathcal{J}_H, \forall t \in \mathcal{T}$
	$q_{i,t} + \hat{Q}_i^{min} x_{i,t}^* \leq M(1 - u_{i,t}^{\hat{Q}min})$	$\forall i \in \mathcal{J}_H, \forall t \in \mathcal{T}$
$0 \leq \phi_{i,t}^{\hat{Q}max} \perp -q_{i,t} + \hat{Q}_i^{max} x_{i,t}^* \geq 0$ ( $M = \hat{Q}_i^{max}$ )	$\phi_{i,t}^{\hat{Q}max} \geq 0$	$\forall i \in \mathcal{J}_H, \forall t \in \mathcal{T}$
	$-q_{i,t} + \hat{Q}_i^{max} x_{i,t}^* \geq 0$	$\forall i \in \mathcal{J}_H, \forall t \in \mathcal{T}$
	$\phi_{i,t}^{\hat{Q}max} \leq M \cdot u_{i,t}^{\hat{Q}max}$	$\forall i \in \mathcal{J}_H, \forall t \in \mathcal{T}$
	$-q_{i,t} + \hat{Q}_i^{max} x_{i,t}^* \leq M(1 - u_{i,t}^{\hat{Q}max})$	$\forall i \in \mathcal{J}_H, \forall t \in \mathcal{T}$

### 3. Reescrever o problema completo incluindo todas as restrições em um único nível, neste caso, maximização.

A formulação final referente ao subproblema é apresentadas através das restrições (161) a (264).

$$\max_{\Delta^{sub}} \sum_{t=1}^T \sum_{i \in \mathcal{J}_K} C_{i,t}^P + \sum_{t=1}^T \sum_{r=1}^{\mathcal{R}} \hat{C}_{r,t}^S S_{r,t} \quad (161)$$

s. a:

$$\frac{\sum_{d \in \mathcal{D}} (\tilde{P}_{d,t} - \hat{P}_{d,t}^{min})}{\sum_{d \in \mathcal{D}} (\hat{P}_{d,t}^{max} - \hat{P}_{d,t}^{min})} \leq \Gamma^D \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (162)$$

$$\tilde{P}_{d,t} \in [\hat{P}_{d,t}^{min}, \hat{P}_{d,t}^{max}] \quad \forall d \in \mathcal{D} \quad (163)$$

$$\frac{\sum_{w \in \mathcal{W}} (\hat{P}_{w,t}^{max} - \tilde{P}_{w,t})}{\sum_{w \in \mathcal{W}} (\hat{P}_{w,t}^{max} - \hat{P}_{w,t}^{min})} \leq \Gamma^W \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (164)$$

$$\tilde{P}_{w,t} \in [\hat{P}_{w,t}^{min}, \hat{P}_{w,t}^{max}] \quad \forall w \in \mathcal{W} \quad (165)$$

$$\frac{\sum_{r \in \mathcal{R}} (\hat{A}_{r,t}^{max} - \tilde{A}_{r,t})}{\sum_{r \in \mathcal{R}} (\hat{A}_{r,t}^{max} - \hat{A}_{r,t}^{min})} \leq \Gamma^H \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (166)$$

$$\frac{\sum_{t \in \mathcal{T}} (\hat{A}_{r,t}^{max} - \tilde{A}_{r,t})}{\sum_{t \in \mathcal{T}} (\hat{A}_{r,t}^{max} - \hat{A}_{r,t}^{min})} \leq \Gamma^H \quad \forall r \in \mathcal{R} \quad (167)$$

$$\tilde{A}_{r,t} \in [\hat{A}_{r,t}^{min}, \hat{A}_{r,t}^{max}] \quad \forall r \in \mathcal{R} \quad (168)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{K}_n} p_{i,t} + \sum_{i \in \mathcal{H}_n} p_{i,t} - \sum_{l \in \mathcal{L}_{n,s}} P_{l,t} + \sum_{l \in \mathcal{L}_{n,s}} P_{l,t} = \sum_{d \in \mathcal{D}_n} \tilde{P}_{d,t} - \sum_{w \in \mathcal{W}_n} \tilde{P}_{w,t} \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (169)$$

$$P_{l,t} = \hat{P}_b \hat{B}_l (\theta_{n(s,l),t} - \theta_{n(e,l),t}) \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (170)$$

$$-\hat{P}_l^{max} \leq P_{l,t} \leq \hat{P}_l^{max} \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (171)$$

$$-\pi \leq \theta_{n,t} \leq \pi \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (172)$$

$$\theta_{n,t} = 0 \quad i = ref, \forall t \in \mathcal{T} \quad (173)$$

$$C_{i,t}^P \geq \hat{a}_{i,e} p_{i,t} + \hat{b}_{i,e} \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall e \in \mathcal{E}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (174)$$

$$\hat{P}_i^{min} x_{i,t} \leq p_{i,t} \leq \hat{P}_i^{max} x_{i,t}^* \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (175)$$

$$p_{i,t} - p_{i,t-1} \leq \hat{R}_i^{UP} x_{i,t-1}^* + \hat{S}_i^{SU} v_{i,t}^{SU*} \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (176)$$

$$p_{i,t-1} - p_{i,t}^* \leq \hat{R}_i^{DN} x_{i,t} + \hat{S}_i^{SD} v_{i,t}^{SD*} \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (177)$$

$$p_{i,t} \leq \hat{\alpha}_{i,\rho} q_{i,t} + \hat{\beta}_{i,\rho} x_{i,t}^* \quad \forall i \in \mathcal{J}_H, \forall \rho \in \mathcal{P}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (178)$$

$$V_{r,t} = V_{r,t-1} - \hat{C}(Q_{r,t} + S_{r,t} - \tilde{A}_{r,t}) + \sum_{m \in \mathcal{M}_r} \hat{C}(Q_{m,t} + S_{m,t}) \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (179)$$

$$\hat{V}_r^{min} \leq V_{r,t} \leq \hat{V}_r^{max} \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \setminus t = T \quad (180)$$

$$\hat{V}_r^{fim} \leq V_{r,t} \leq \hat{V}_r^{max} \quad \forall r \in \mathcal{R}, t = T \quad (181)$$

$$0 \leq S_{r,t} \leq \hat{S}_r^{max} \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (182)$$

$$\hat{Q}_i^{min} x_{i,t}^* \leq q_{i,t} \leq \hat{Q}_i^{max} x_{i,t}^* \quad \forall i \in \mathcal{J}_H, \forall t \in \mathcal{T} \quad (183)$$

$$Q_{r,t} = \sum_{i \in \mathcal{J}_H} q_{i,t} \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (184)$$

$$-\sum_{e \in \mathcal{E}} \phi_{i,e,t}^{CP} + 1 = 0 \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (185)$$

$$-\lambda_{n(k_n),t} + \sum_{e \in \mathcal{E}} \phi_{i,e,t}^{CP} \hat{a}_{i,e} + \phi_{i,t}^{\hat{R}^{UP}} - \phi_{i,t+1}^{\hat{R}^{UP}} - \phi_{i,t}^{\hat{R}^{DN}} + \phi_{i,t+1}^{\hat{R}^{DN}} - \phi_{i,t}^{\hat{P}^{min}} + \phi_{i,t}^{\hat{P}^{max}} = 0 \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \setminus t = T \quad (186)$$

$$-\lambda_{n(k_n),t} + \sum_{e \in \mathcal{E}} \phi_{i,e,t}^{CP} \hat{a}_{i,e} + \phi_{i,t}^{\hat{R}^{UP}} - \phi_{i,t}^{\hat{R}^{DN}} - \phi_{i,t}^{\hat{P}^{min}} + \phi_{i,t}^{\hat{P}^{max}} = 0 \quad \forall i \in \mathcal{J}_K, t = T \quad (187)$$

$$-\lambda_{n(h_n),t} + \sum_{\rho \in \mathcal{P}} \phi_{i,\rho,t}^P = 0 \quad \forall i \in \mathcal{J}_H, \forall t \in \mathcal{T} \quad (188)$$

$$-\lambda_{r,t}^V - \phi_{r,t}^{\hat{V}^{fim}} + \phi_{r,t}^{\hat{V}^{max}} = 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, t = T \quad (189)$$

$$-\lambda_{r,t}^V + \lambda_{r,t+1}^V - \phi_{r,t}^{\hat{V}^{min}} + \phi_{r,t}^{\hat{V}^{max}} = 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \setminus t = T \quad (190)$$

$$\hat{C}_{r,t}^S - \lambda_{r,t}^V \hat{C} + \sum_{j \in \mathcal{J}_r} \lambda_{j,t}^V \hat{C} - \phi_{r,t}^{\hat{S}^{min}} + \phi_{r,t}^{\hat{S}^{max}} = 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (191)$$

$$-\lambda_{r,t}^V \hat{C} + \sum_{j \in \mathcal{J}_r} \lambda_{j,t}^V \hat{C} - \lambda_{r,t}^Q = 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (192)$$

$$-\sum_{\rho \in \mathcal{P}} \phi_{i,\rho,t}^p \hat{\alpha}_{i,\rho} - \phi_{i,t}^{\hat{Q}^{min}} + \phi_{i,t}^{\hat{Q}^{max}} + \lambda_{r,t}^Q = 0 \quad \forall i \in \mathcal{J}_H, \forall t \in \mathcal{T} \quad (193)$$

$$\lambda_{n(s,l),t} - \lambda_{n(e,l),t} - \lambda_{l,t}^P - \phi_{l,t}^{\hat{P}^{min}} + \phi_{l,t}^{\hat{P}^{max}} = 0 \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (194)$$

$$\sum_{l \in \mathcal{L}_{n,s}} \lambda_{l,t}^P \hat{P}_b \hat{B}_l - \sum_{l \in \mathcal{L}_{n,s}} \lambda_{l,t}^P \hat{P}_b \hat{B}_l - \phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{min}} + \phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{max}} = 0 \quad n \in \mathcal{N} \setminus n = ref, \forall t \in \mathcal{T} \quad (195)$$

$$\sum_{l \in \mathcal{L}_{n,s}} \lambda_{l,t}^P \hat{P}_b \hat{B}_l - \sum_{l \in \mathcal{L}_{n,s}} \lambda_{l,t}^P \hat{P}_b \hat{B}_l - \phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{min}} + \phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{max}} - \lambda_{n,t}^{\theta^{ref}} = 0 \quad n = ref, \forall t \in \mathcal{T} \quad (196)$$

$$\phi_{l,t}^{\hat{p}^{min}} \geq 0 \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (197)$$

$$P_{l,t} + \hat{P}_l^{max} \geq 0 \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (198)$$

$$\phi_{l,t}^{\hat{p}^{min}} \leq M \cdot u_{l,t}^{\hat{p}^{min}} \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (199)$$

$$P_{l,t} + \hat{P}_l^{max} \leq M(1 - u_{l,t}^{\hat{p}^{min}}) \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (200)$$

$$\phi_{l,t}^{\hat{p}^{max}} \geq 0 \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (201)$$

$$-P_{l,t} + \hat{P}_l^{max} \geq 0 \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (202)$$

$$\phi_{l,t}^{\hat{p}^{max}} \leq M \cdot u_{l,t}^{\hat{p}^{max}} \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (203)$$

$$-P_{l,t} + \hat{P}_l^{max} \leq M(1 - u_{l,t}^{\hat{p}^{max}}) \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (204)$$

$$\phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{min}} \geq 0 \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (205)$$

$$\theta_{n,t} + \pi \geq 0 \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (206)$$

$$\phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{min}} \leq M \cdot u_{n,t}^{\hat{\theta}^{min}} \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (207)$$

$$\theta_{n,t} + \pi \leq M(1 - u_{n,t}^{\hat{\theta}^{min}}) \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (208)$$

$$\phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{max}} \geq 0 \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (209)$$

$$-\theta_{n,t} + \pi \geq 0 \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (210)$$

$$\phi_{n,t}^{\hat{\theta}^{max}} \leq M \cdot u_{n,t}^{\hat{\theta}^{max}} \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (211)$$

$$-\theta_{n,t} + \pi \leq M(1 - u_{n,t}^{\hat{\theta}^{max}}) \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (212)$$

$$\phi_{i,e,t}^{C^P} \geq 0 \quad \forall i \in J_K, \forall e \in \mathcal{E}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (213)$$

$$C_{i,t}^P - \hat{a}_{i,e} p_{i,t} - \hat{b}_{i,e} \geq 0 \quad \forall i \in J_K, \forall e \in \mathcal{E}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (214)$$

$$\phi_{i,e,t}^{C^P} \leq M \cdot u_{i,e,t}^{C^P} \quad \forall i \in J_K, \forall e \in \mathcal{E}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (215)$$

$$C_{i,t}^P - \hat{a}_{i,e} p_{i,t} - \hat{b}_{i,e} \leq M(1 - u_{i,e,t}^{C^P}) \quad \forall i \in J_K, \forall e \in \mathcal{E}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (216)$$

$$\phi_{i,t}^{\hat{p}^{min}} \geq 0 \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (217)$$

$$p_{i,t} - \hat{P}_i^{min} \cdot x_{i,t}^* \geq 0 \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (218)$$

$$\phi_{i,t}^{\hat{p}^{min}} \leq M \cdot u_{i,t}^{\hat{p}^{min}} \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (219)$$

$$p_{i,t} - \hat{P}_i^{min} \cdot x_{i,t}^* \leq M(1 - u_{i,t}^{\hat{p}^{min}}) \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (220)$$

$$\phi_{i,t}^{\hat{p}^{max}} \geq 0 \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (221)$$

$$-p_{i,t} + \hat{P}_i^{max} \cdot x_{i,t}^* \geq 0 \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (222)$$

$$\phi_{i,t}^{\hat{p}^{max}} \leq M \cdot u_{i,t}^{\hat{p}^{max}} \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (223)$$

$$-p_{i,t} + \hat{P}_i^{max} \cdot x_{i,t}^* \leq M(1 - u_{i,t}^{\hat{p}^{max}}) \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (224)$$

$$\phi_{i,t}^{\hat{R}^{UP}} \geq 0 \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (225)$$

$$-p_{i,t} + p_{i,t-1} + \hat{R}_i^{UP} x_{i,t-1}^* + \hat{S}_i^{SU} v_{i,t}^{SU*} \geq 0 \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (226)$$

$$\phi_{i,t}^{\hat{R}^{UP}} \leq M \cdot u_{i,t}^{\hat{R}^{UP}} \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (227)$$

$$\begin{aligned} -p_{i,t} + p_{i,t-1} + \hat{R}_i^{UP} x_{i,t-1}^* + \hat{S}_i^{SU} v_{i,t}^{SU*} \\ \leq M(1 - u_{i,t}^{\hat{R}^{UP}}) \end{aligned} \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (228)$$

$$\phi_{i,t}^{\hat{R}^{DN}} \geq 0 \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (229)$$

$$-p_{i,t-1} + p_{i,t} + \hat{R}_i^{DN} x_{i,t} + \hat{S}_i^{SD} v_{i,t}^{SD*} \geq 0 \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (230)$$

$$\phi_{i,t}^{\hat{R}^{DN}} \leq M \cdot u_{i,t}^{\hat{R}^{DN}} \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (231)$$

$$-p_{i,t-1} + p_{i,t} + \hat{R}_i^{DN} x_{i,t} + \hat{S}_i^{SD} v_{i,t}^{SD*} \leq M(1 - u_{i,t}^{\hat{R}^{DN}}) \quad \forall i \in J_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (232)$$

$$\phi_{i,\rho,t}^p \geq 0 \quad \forall i \in J_H, \forall t \in \mathcal{T} \quad (233)$$

$$-p_{i,t} + \hat{\alpha}_{i,\rho} q_{i,t} + \hat{\beta}_{i,\rho} x_{i,t}^* \geq 0 \quad \forall i \in J_H, \forall t \in \mathcal{T} \quad (234)$$

$$\phi_{i,\rho,t}^p \leq M \cdot u_{i,\rho,t}^p \quad \forall i \in J_H, \forall t \in \mathcal{T} \quad (235)$$

$$-p_{i,t} + \hat{\alpha}_{i,\rho} q_{i,t} + \hat{\beta}_{i,\rho} x_{i,t}^* \leq M(1 - u_{i,\rho,t}^p) \quad \forall i \in J_H, \forall t \in \mathcal{T} \quad (236)$$

$$\phi_{r,t}^{\hat{V}^{min}} \geq 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \setminus t = T \quad (237)$$

$$V_{r,t} - \hat{V}_r^{min} \geq 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \setminus t = T \quad (238)$$

$$\phi_{r,t}^{\hat{V}^{min}} \leq M \cdot u_{r,t}^{\hat{V}^{min}} \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \setminus t = T \quad (239)$$

$$V_{r,t} - \hat{V}_r^{min} \leq M(1 - u_{r,t}^{\hat{V}^{min}}) \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \setminus t = T \quad (240)$$

$$\phi_{r,t}^{\hat{V}^{fim}} \geq 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, t = T \quad (241)$$

$$V_{r,t} - \hat{V}_r^{fim} \geq 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, t = T \quad (242)$$

$$\phi_{r,t}^{\hat{V}^{fim}} \leq M \cdot u_{r,t}^{\hat{V}^{fim}} \quad \forall r \in \mathcal{R}, t = T \quad (243)$$

$$V_{r,t} - \hat{V}_r^{fim} \leq M(1 - u_{r,t}^{\hat{V}^{fim}}) \quad \forall r \in \mathcal{R}, t = T \quad (244)$$

$$\phi_{r,t}^{\hat{V}^{max}} \geq 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (245)$$

$$-V_{r,t} + \hat{V}_r^{max} \geq 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (246)$$

$$\phi_{r,t}^{\hat{V}^{max}} \leq M \cdot u_{r,t}^{\hat{V}^{max}} \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (247)$$

$$-V_{r,t} + \hat{V}_r^{max} \leq M(1 - u_{r,t}^{\hat{V}^{max}}) \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (248)$$

$$\phi_{r,t}^{\hat{S}^{min}} \geq 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (249)$$

$$S_{r,t} \geq 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (250)$$

$$\phi_{r,t}^{\hat{S}^{min}} \leq M \cdot u_{r,t}^{\hat{S}^{min}} \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (251)$$

$$S_{r,t} \leq M(1 - u_{r,t}^{\hat{S}^{min}}) \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (252)$$

$$\phi_{r,t}^{\hat{S}^{max}} \geq 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (253)$$

$$-S_{r,t} + \hat{S}_r^{max} \geq 0 \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (254)$$

$$\phi_{r,t}^{\hat{S}^{max}} \leq M \cdot u_{r,t}^{\hat{S}^{max}} \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (255)$$

$$-S_{r,t} + \hat{S}_r^{max} \leq M(1 - u_{r,t}^{\hat{S}^{max}}) \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (256)$$

$$\phi_{i,t}^{\hat{Q}^{min}} \geq 0 \quad \forall i \in J_H, \forall t \in \mathcal{T} \quad (257)$$

$$q_{i,t} + \hat{Q}_i^{min} x_{i,t}^* \geq 0 \quad \forall i \in J_H, \forall t \in \mathcal{T} \quad (258)$$

$$\phi_{i,t}^{\hat{Q}^{min}} \leq M \cdot u_{i,t}^{\hat{Q}^{min}} \quad \forall i \in J_H, \forall t \in \mathcal{T} \quad (259)$$

$$q_{i,t} + \hat{Q}_i^{min} x_{i,t}^* \leq M(1 - u_{i,t}^{\hat{Q}^{min}}) \quad \forall i \in J_H, \forall t \in \mathcal{T} \quad (260)$$

$$\phi_{i,t}^{\hat{Q}^{max}} \geq 0 \quad \forall i \in J_H, \forall t \in \mathcal{T} \quad (261)$$

$$-q_{i,t} + \hat{Q}_i^{max} x_{i,t}^* \geq 0 \quad \forall i \in J_H, \forall t \in \mathcal{T} \quad (262)$$

$$\phi_{i,t}^{\hat{Q}^{max}} \leq M \cdot u_{i,t}^{\hat{Q}^{max}} \quad \forall i \in J_H, \forall t \in \mathcal{T} \quad (263)$$

$$-q_{i,t} + \hat{Q}_i^{max} x_{i,t}^* \leq M(1 - u_{i,t}^{\hat{Q}^{max}}) \quad \forall i \in J_H, \forall t \in \mathcal{T} \quad (264)$$

## APÊNDICE 2 – LINEARIZAÇÃO DO PROBLEMA HIDRELÉTRICO

Como uma forma de contribuir para o desenvolvimento de trabalhos futuros dentro da temática do presente estudo, este Apêndice tem como objetivo descrever uma abordagem para linearização das restrições hídricas em um modelo mais sofisticado. A linearização utilizada é baseada em uma das metodologias propostas em Brito, Finardi e Takigawa (2020), e a mesma é comparada com o modelo não-linear conhecido. Para demonstrar a metodologia de linearização proposta, e as respectivas análises comparativas, um modelo determinístico hidro-termo-eólico, considerando restrições de transmissão, para o planejamento da operação de curto prazo (1 ano, discretizado em 12 meses) é utilizado.

Conforme discutido na subseção 5.2.2.7, existem diferentes abordagens de linearização na literatura relacionadas ao problema hídrico, em especial a função de produção hidrelétrica que é altamente não-linear e não convexa, e por isso há uma motivação em obter modelos que forneçam soluções próximas ao modelo não-linear, preservando características importantes do problema e em um tempo computacional razoável.

O trabalho desenvolvido por Brito, Finardi e Takigawa (2020), que é usado como referência neste Apêndice, faz uma comparação entre sete metodologias que utilizam aproximação linear por partes para efetuar a linearização do problema hidrelétrico, mais especificamente o problema do *unit commitment* (UC). Neste trabalho as restrições hídricas não-lineares são transformadas em um conjunto de restrições do tipo linear inteiro misto. As diferentes abordagens de linearização apresentadas são analisadas em termos de qualidade de solução e tempo computacional, concluindo que as abordagens intituladas como “combinação convexa logarítmica agregada”, “combinação convexa agregada de conjuntos ordenados do tipo 2” e a “combinação convexa agregada básica” apresentaram bom desempenho.

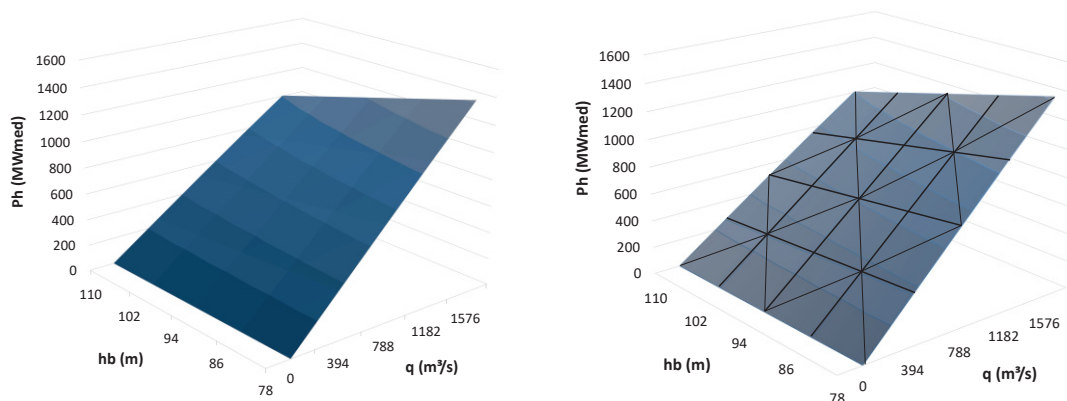
Assim a metodologia chamada de “combinação convexa agregada básica” (ACC), empregada em Brito, Finardi e Takigawa (2020) foi utilizada neste Apêndice para realizar a linearização das restrições hídricas não-lineares. Esta metodologia utiliza a aproximação linear por partes do tipo linear inteira mista, que consiste em uma espécie de coleção de mapeamentos lineares, para cada segmento da função original. Este mapeamento só é válido em um determinado subespaço chamado polítopo, que consiste em um poliedro convexo. Este poliedro por sua vez, é limitado



por conjuntos lineares chamados de hiperplanos (LEENAERTS e VAN BOKHOVEN, 1998).

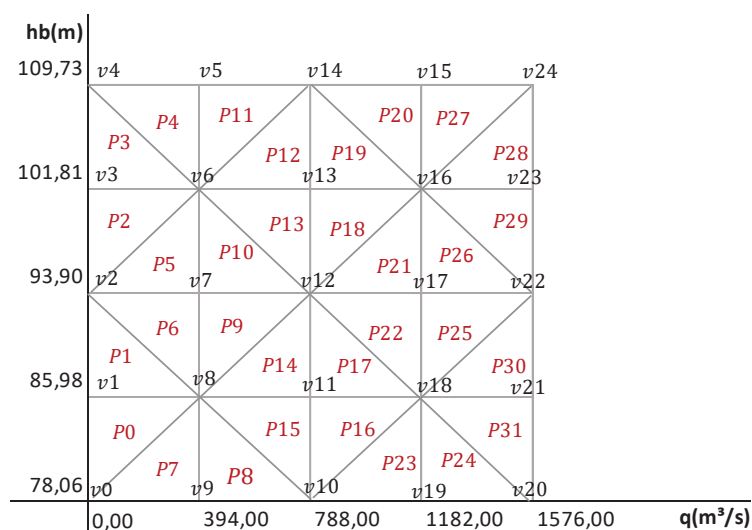
No caso da função de produção hidrelétrica, tem-se uma variável de otimização – geração hidrelétrica ( $P_{r,t}$ ), que depende de outras duas variáveis de otimização – altura bruta ( $h_{r,t}$ ) e vazão turbinada ( $Q_{r,t}$ ), cuja relação gera graficamente uma superfície. O processo de linearização da função de produção hidrelétrica (FPH) utilizando a aproximação linear por partes do tipo linear inteira mista pode ser representado conforme a sequência de imagens da FIGURA 9.

FIGURA 9 – EXEMPLO DO PROCESSO DE LINEARIZAÇÃO DA FUNÇÃO DE PRODUÇÃO HIDRELÉTRICA UTILIZANDO A FUNÇÃO LINEAR POR PARTES



(a) FPH não-linear

(b) Aproximação linear por partes de (a)



(c) Domínio da FPH dividido em triângulos (polítopos)

FONTE: O autor (2021). Baseado em Brito, Finardi e Takigawa (2020).

Note que a superfície que representa a geração hidrelétrica em função da altura bruta e da vazão turbinada – FIGURA 9 (a), é dividida em triângulos – FIGURA 9 (b). Estes triângulos são obtidos através de cinco pontos igualmente espaçados nos eixos da altura bruta e da vazão turbinada. Observando esta superfície – FIGURA 9 (c), é possível visualizar um plano dividido em 32 triângulos iguais e 25 vértices, onde para cada combinação de valor de altura bruta e vazão turbinada, há um valor de geração hidrelétrica correspondente.

A forma como cada um desses triângulos, também chamados de polítopos, são selecionados é o que difere as sete metodologias de linearização baseadas na aproximação linear por partes que são apresentadas em Brito, Finardi e Takigawa (2020). Para entender mais sobre os conceitos relacionados à aproximação linear por partes os leitores interessados podem consultar algumas referências como Leenaerts e Van Bokhoven (1998), Eriksson, Estep e Johnson (2004) e Camponogara e Nazari (2015).

Neste Apêndice, um modelo de planejamento de curto prazo (1 ano, discretizado em 12 meses) é considerado. Como o trabalho de Brito, Finardi e Takigawa (2020) trata do problema do UC, foi necessário realizar diversas adaptações com base no modelo de linearização original proposto neste referencial. A escolha deste horizonte de programação para apresentação dos resultados neste Apêndice, diferente do que é empregado na presente dissertação, foi feita com o intuito de fazer novas contribuições neste sentido, uma vez que o modelo do UC já é tratado em Brito, Finardi e Takigawa (2020), permitindo ainda demonstrar a aplicabilidade desta metodologia de linearização para diferentes horizontes de planejamento.

Assim, tais adaptações foram necessárias, pois no trabalho de Brito, Finardi e Takigawa (2020) a linearização da função de produção é realizada visando a programação de curtíssimo prazo (horizonte diário com discretização horária) de unidades geradoras pertencentes a uma única usina hidrelétrica. Assim, neste Apêndice, foi necessário adaptar esta formulação para o problema do planejamento da operação de curto prazo, considerando diversas usinas hidrelétricas, sejam estas localizadas em cascata, ou não.

Por uma questão de simplificação, neste modelo as usinas são consideradas com unidades geradoras de forma agregada, ou seja, cada uma das usinas hidrelétricas do sistema, é formulado como uma única unidade equivalente pertencente à hidrelétrica com reservatório  $r$ . Ressalta-se que é possível fazer uma

extensão desta formulação linearizada para sistemas hidrelétricos em cascata interconectados, contendo várias unidades em cada uma dessas usinas, porém o problema aumentará grandemente em complexidade e dimensão.

Assim, o modelo não-linear do problema hidrelétrico, e o seu equivalente linearizado, podem ser visualizados na TABELA 15 e na TABELA 16, através das restrições (265) a (275). A função de produção hidrelétrica não-linear é dada pela equação (265) e seu modelo linearizado é representado pelo conjunto de restrições (267) a (274). O cálculo da altura bruta na sua forma não-linear é representado pela equação (266), e o seu equivalente linearizado é descrito na restrição (275).

TABELA 15 – CONJUNTO DE RESTRIÇÕES NÃO-LINEAR DO PROBLEMA HIDRELÉTRICO.

$P_{r,t} = 10^{-6} \cdot \hat{g} \cdot \hat{\rho}^{agua} \cdot \hat{\eta}_{r,t}^{med} \cdot Q_{r,t} \cdot (h_{r,t} - \hat{k}_r \cdot Q_{r,t}^2)$	$\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$	(265)
$h_{r,t} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 \cdot (V_{r,t}) + \hat{a}_2 \cdot (V_{r,t})^2 + \hat{a}_3 \cdot (V_{r,t})^3 + \hat{a}_4 \cdot (V_{r,t})^4 - \hat{b}_0$ $- \hat{b}_1 \cdot (Q_{r,t} + S_{r,t}) - \hat{b}_2 \cdot (Q_{r,t} + S_{r,t})^2$ $- \hat{b}_3 \cdot (Q_{r,t} + S_{r,t})^3 - \hat{b}_4 \cdot (Q_{r,t} + S_{r,t})^4$	$\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$	(266)

FONTE: O autor (2021).

TABELA 16 – CONJUNTO DE RESTRIÇÕES LINEARES DO PROBLEMA HIDRELÉTRICO.

$h_{r,t} = \sum_{v \in \mathcal{V}(\mathcal{P})} z_{r,t}^v \cdot \hat{H}_r^v$	$\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$	(267)
$Q_{r,t} = \sum_{v \in \mathcal{V}(\mathcal{P})} z_{r,t}^v \cdot \hat{Q}_r^v$	$\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$	(268)
$P_{r,t} = \sum_{v \in \mathcal{V}(\mathcal{P})} z_{r,t}^v \cdot \hat{P}_r^v$	$\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$	(269)
$z_{r,t}^v \geq 0$	$\forall v \in \mathcal{V}, \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$	(270)
$z_{r,t}^v \leq \sum_{P \in \mathcal{P}(v)} y_{r,t}^P$	$\forall v \in \mathcal{V}, \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$	(271)
$\sum_{v \in \mathcal{V}(\mathcal{P})} z_{r,t}^v = 1$	$\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$	(272)
$\sum_{P \in \mathcal{P}} y_{r,t}^P = 1$	$\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$	(273)
$y_{r,t}^P \in \{0,1\}$	$\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$	(274)
$h_{r,t} = \hat{A}_r^0 + \hat{A}_r^1 \cdot V_{r,t} - \hat{B}_r^0 - \hat{B}_r^1 \cdot (Q_{r,t} + S_{r,t})$	$\forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T}$	(275)

FONTE: O autor (2021).

onde:

- $P_{r,t}$  é a geração hidrelétrica da unidade com reservatório  $r$  no período  $t$  (MWmed);
- $Q_{r,t}$  é vazão turbinada associada do reservatório  $r$  no período  $t$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ );
- $S_{r,t}$  é a vazão vertida associada ao reservatório  $r$  no período  $t$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ );
- $\hat{g}$  é a aceleração da gravidade ( $9,81 \text{ m/s}^2$ );
- $\hat{\rho}^{água}$  densidade da água (aproximadamente  $1000 \text{ kg/m}^3$ );
- $\hat{\eta}_{rt}^{med}$  é o rendimento médio do grupo turbina-gerador. Um rendimento fixo foi adotado para cada reservatório ( $\hat{\eta}_{rt}^{med} = 0,85$ );
- O valor de  $10^{-6}$  é utilizado para conversão de unidade Wmed para MWmed;
- $h_{r,t}$  é a altura bruta associada ao reservatório  $r$  no período  $t$  (m). É dada pela diferença entre a cota a montante (depende do volume) e a cota a jusante (depende da defluência  $Q_{r,t}$  e  $S_{r,t}$ );
- $\hat{k}_r$  é a constante característica das perdas cinéticas (ou hidráulicas) no conduto forçado ( $\text{s}^2/\text{m}^5$ );
- $\hat{a}_0, \dots, \hat{a}_4$  são os coeficientes do polinômio da cota a montante do reservatório  $r$  (adimensional);
- $\hat{b}_0, \dots, \hat{b}_4$  são os coeficientes do polinômio da cota a jusante do reservatório  $r$  (adimensional);
- $\mathcal{P}$  é o conjunto de todos os polítopos  $P$  considerados. Por exemplo, na FIGURA 9 (c)  $\mathcal{P} = \{P_0, P_1, P_2, \dots, P_{31}\}$ ;
- $\mathcal{V}(\mathcal{P})$  é o conjunto dos vértices  $v$  que pertence ao conjunto de todos os polítopos  $\mathcal{P}$ . Por exemplo, na FIGURA 9 (c)  $\mathcal{V}(\mathcal{P}) = \{v_0, v_1, v_2, \dots, v_{24}\}$ ;
- $P(v)$  são os polítopos  $P$  que encontram-se conectados ao vértice  $v$ . Por exemplo, na FIGURA 9 (c) o vértice zero ( $v_0$ ) está conectado aos polítopos zero ( $P_0$ ) e sete ( $P_7$ ):  $P(v_0) = \{P_0, P_7\}$ ;
- $z_{r,t}^v$  é o peso do vértice  $v$  da unidade hidrelétrica com reservatório  $r$  no período de planejamento  $t$  (adimensional);
- $\hat{P}_r^v, \hat{Q}_r^v, \hat{H}_r^v$  são, respectivamente, o valor de geração hidrelétrica (MW), vazão turbinada ( $\text{m}^3/\text{s}$ ) e altura bruta (m), para cada vértice  $v$  da unidade hidrelétrica com reservatório  $r$  no período  $t$ . Estes valores são dados de entrada do problema obtidos a partir do mapeamento dos polítopos. Por exemplo, na

FIGURA 9 (c) no vértice zero ( $v_0$ ):  $\hat{P}_r^0 = 0,00 \text{ MW}$ ;  $\hat{Q}_r^0 = 0,00 \text{ m}^3/\text{s}$  e  $\hat{H}_r^0 = 78,06 \text{ m}$ . Cada hidrelétrica tem seu próprio mapeamento dos politopos, o qual é definido a partir dos dados de operação da unidade os quais são previamente conhecidos;

- $y_{r,t}^P$  é a variável binária que indica qual o politopo  $P$  escolhido no processo de linearização;
- $\hat{A}_r^0$  e  $\hat{A}_r^1$  são os coeficientes referentes à altura de cota de montante do reservatório  $r$  encontrados a partir da aproximação linear da função da altura bruta;
- $\hat{B}_r^0$  e  $\hat{B}_r^1$  são os coeficientes referentes à altura da cota de jusante do reservatório  $r$  encontrados a partir da aproximação linear da função da altura bruta. Estes parâmetros ( $\hat{A}_0, \hat{A}_1, \hat{B}_0$  e  $\hat{B}_1$ ), foram obtidos a partir de um ajuste linear simples baseado no método dos mínimos quadrados. Para tanto, são utilizadas informações já conhecidas das unidades hidrelétricas, como os limites máximos e mínimos de volume e os coeficientes utilizados no cálculo da função da altura bruta não-linear ( $\hat{a}_0 \dots \hat{a}_4, \hat{b}_0 \dots \hat{b}_4$ ). Mais detalhes das etapas seguidas para obter estes coeficientes podem ser verificados no final deste Apêndice, no item “informações adicionais”.

No modelo linearizado, as Expressões (270) a (274) fazem a seleção do politopo que será utilizado na linearização, enquanto as Equações (267) a (269) encontram os valores de  $h_{r,t}$ ,  $P_{r,t}$  e  $Q_{r,t}$  através da ponderação dos pesos dos vértices  $z_{r,t}^v$  e dos valores de geração, turbinamento e altura bruta ( $\hat{P}_r^v, \hat{Q}_r^v, \hat{H}_r^v$ ) conhecidos.

De maneira mais específica, a Equação (274) indica que  $y_{r,t}^P$  é binário enquanto a Equação (273) garante que apenas um politopo seja selecionado para cada unidade geradora a cada período de tempo. A Equação (271) garante que apenas os pesos dos vértices dos politopos selecionados estejam ativos, ou seja, sejam no máximo iguais à 1 – os demais estarão zerados. A Expressão (271) em conjunto com as Expressões (270) e (272), garantem que os pesos dos vértices não sejam negativos, e que o somatório dos três vértices do politopo selecionado não ultrapasse o valor de 1. Por fim as Equações (267) a (269) realizam a combinação convexa entre os vértices do politopo, o qual foi selecionado através das Expressões (270) a (274).

Note que o número de polítopos considerados no presente trabalho é de 32, com uma resolução de 5x5 (5 pontos espaçados igualmente em cada eixo) conforme representado na FIGURA 9 (c). Entretanto, é possível ter mais ou menos polítopos do que o definido no presente trabalho. A ideia é que quanto maior o número de polítopos, o resultado deve se aproximar mais do modelo não-linear, entretanto o número de variáveis aumenta e, conseqüentemente, isso se reflete no tempo computacional, onde também ocorre um aumento nos tempos de simulação. Mais detalhes sobre as diferentes resoluções que podem ser utilizadas e a forma como o mapeamento dos polítopos é realizada podem ser verificados nos trabalhos de Silva, Cudas e Camponogara (2012), Brito (2015) e Brito, Finardi e Takigawa (2020). No caso deste Apêndice, as etapas seguidas para realizar o mapeamento dos polítopos das unidades hidrelétricas consideradas podem ser verificados no final deste Apêndice, no item “informações adicionais”.

Além da linearização da função de produção deve-se considerar ainda a linearização da equação da altura bruta – Equação (266) e (275). A altura bruta é dada pela diferença da cota de montante e jusante do reservatório, as quais são funções polinomiais de quarto grau. No caso deste Apêndice, baseado em Brito (2015) e Brito, Finardi e Takigawa (2020), as duas funções são aproximadas para uma função linear conforme a Equação (275).

A formulação completa para o modelo de otimização hidro-termo-eólico determinístico, com restrição de transmissão, para um horizonte de planejamento de curto prazo (1 ano discretizado em 12 meses), é apresentada através das restrições (276) a (292).

$$\min \sum_{t=1}^T \sum_{k=1}^K [\hat{\psi}_t \cdot \hat{C}_k^{Pt} \cdot P_{k,t}] + \sum_{t=1}^T \sum_{d=1}^D [\hat{\psi}_t \cdot \hat{C}_{d,t}^{LS} \cdot P_{d,t}^{LS}] \quad (276)$$

sujeito a:

$$\begin{aligned} \sum_{k \in K_n} P_{k,t} + \sum_{r \in R_n} P_{r,t} + \sum_{w \in W_n} P_{w,t} - \sum_{l \in \ell_{n,s}} P_{l,t} + \sum_{l \in \ell_{n,s}} P_{l,t} \\ = \sum_{d \in D_n} (\hat{P}_{d,t} - P_{d,t}^{LS}) \end{aligned} \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (277)$$

$$P_{l,t} = \hat{P}_b \hat{B}_l (\theta_{n(s,l),t} - \theta_{n(e,l),t}) \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (278)$$

$$V_{r,t} = V_{r,t-1} - \hat{C} (Q_{r,t} + S_{r,t} - \hat{A}_{r,t}) + \sum_{m \in \mathcal{M}_r} \hat{C} (Q_{m,t} + S_{m,t}) \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (279)$$

$$\hat{V}_r^{min} \leq V_{r,t} \leq \hat{V}_r^{max} \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (280)$$

$$\hat{Q}_r^{min} \leq Q_{r,t} \leq \hat{Q}_r^{max} \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (281)$$

$$\hat{S}_r^{min} \leq S_{r,t} \leq \hat{S}_r^{max} \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (282)$$

$$\hat{h}_r^{min} \leq h_{r,t} \leq \hat{h}_r^{max} \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (283)$$

$$\hat{P}_{w,t}^{min} \leq P_{w,t} \leq \hat{P}_{w,t}^{max} \quad \forall w \in \mathcal{W}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (284)$$

$$\hat{P}_r^{min} \leq P_{r,t} \leq \hat{P}_r^{max} \quad \forall r \in \mathcal{R}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (285)$$

$$\hat{P}_k^{min} \leq P_{k,t} \leq \hat{P}_k^{max} \quad \forall k \in \mathcal{J}_K, \forall t \in \mathcal{T} \quad (286)$$

$$0 \leq P_{d,t}^{LS} \leq \hat{P}_{d,t} \quad \forall d \in \mathcal{D}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (287)$$

$$-\hat{P}_l^{max} \leq P_{l,t} \leq \hat{P}_l^{max} \quad \forall l \in \mathcal{L}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (288)$$

$$-\pi \leq \theta_{n,t} \leq \pi \quad \forall n \in \mathcal{N}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (289)$$

$$\theta_{n,t} = 0^\circ; \quad n = \text{referência}, \forall t \in \mathcal{T} \quad (290)$$

$$\text{Restrições (265) e (266), caso modelo hidrelétrico não-linear;} \quad (291)$$

$$\text{Restrições (267) a (275), caso modelo hidrelétrico linearizado;} \quad (292)$$

A função objetivo consiste na minimização dos custos operacionais (custo de geração térmica e corte de carga, ambos multiplicados pelo número de horas do período  $\hat{\psi}_t$ ). As restrições (278) e (288) a (290) modelam a rede de transmissão, a equação (279) é o balanço hídrico e as restrições (280) a (283) são os respectivos limites operacionais, as desigualdades (284) a (286) são os limites de geração eólica, hidrelétrica e termelétrica, respectivamente, (277) é o balanço de potência e (287) representa os limites do corte de carga. Por fim, a restrição (291) deve ser usada para considerar o modelo hidrelétrico não-linear da função de produção e da altura bruta, enquanto que a restrição (292) deve ser considerada quando deseja-se obter o modelo linearizado do problema hídrico. Note que a nomenclatura empregada é a mesma utilizada na subseção 5.2.2 com as devidas adaptações. A única diferença é que na formulação apresentada neste apêndice, a meta de volume ao final do horizonte de planejamento não é considerada, e a geração eólica é tratada como uma fonte despachável.

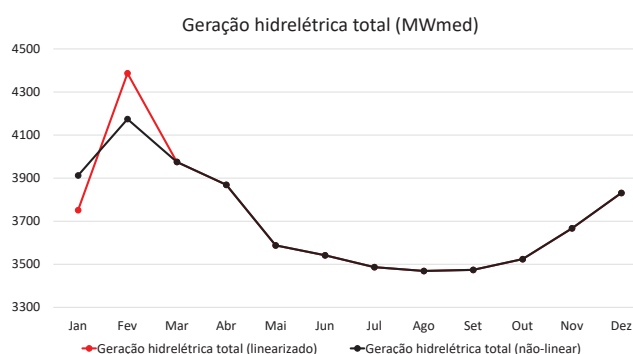
Para a implementação computacional deste modelo, a linguagem de programação Python 3.8, através do ambiente de desenvolvimento integrado *Spyder*, foi utilizada. O pacote de software de código aberto *Pyomo* foi empregado. Em relação ao solucionador para o modelo linearizado e não-linear, foram utilizados, respectivamente, o *Gurobi* 9.0.2 e o *Ipopt*. O primeiro é um solucionador que permite resolver, dentre outros problemas, modelos de programação linear inteiro misto,

enquanto o Ipopt é capaz de solucionar problemas não-lineares. Um *laptop* com processador Intel® Core™ i5-3230M CPU (*Central Processing Unit*) @ 2.60GHz, com memória RAM (*Random Acces Memory*) de 4,00 GB, foi utilizado para a realização das simulações. No que refere-se aos dados de entrada utilizados estes são referentes ao subsistema sul do SIN, e estão detalhados no final deste Apêndice, no item “informações adicionais”.

Verificou-se através das simulações computacionais que os resultados obtidos foram todos consistentes, e nenhum comportamento atípico foi identificado. Não serão explorados os resultados operacionais em detalhes neste apêndice, mas sim os resultados comparativos entre os modelos linear e não-linear da função de produção hidrelétrica. Foram observados os valores totais de geração obtidos, assim como o custo da função objetivo.

No que refere-se ao erro percentual na função objetivo, este foi de apenas 4,25% em relação ao modelo não-linear. Em relação a geração hidrelétrica total para o horizonte completo de planejamento o erro médio percentual em relação ao modelo não-linear foi de 0,77%, conforme o GRÁFICO 13. As soluções encontradas para geração eólica e termelétrica foi a mesma nas duas abordagens, enquanto para o corte de carga um erro médio percentual de 15% em relação ao modelo não-linear foi identificado.

GRÁFICO 13 – GERAÇÃO HIDRELÉTRICA TOTAL PARA O MODELO LINEAR E NÃO-LIENAR

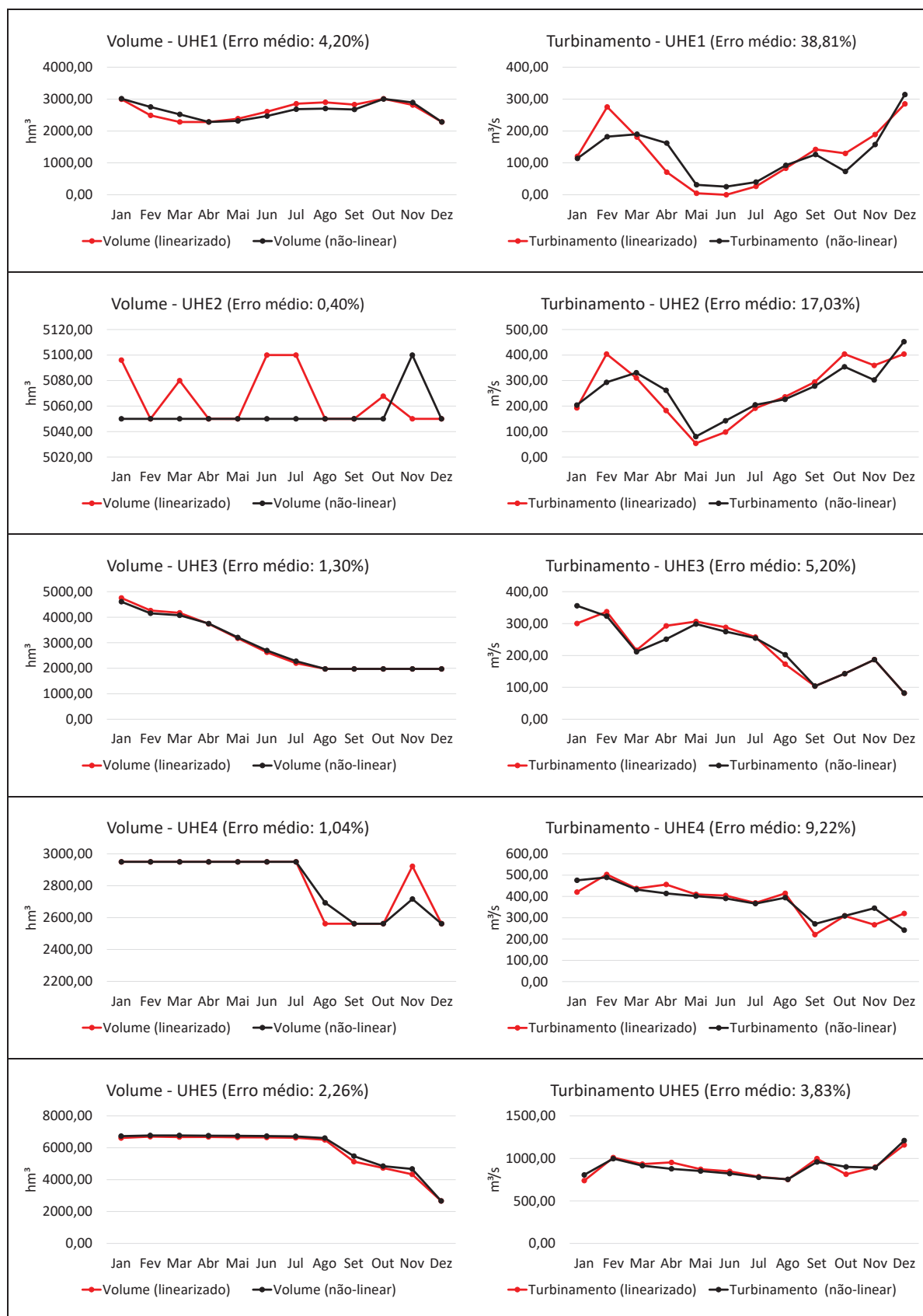


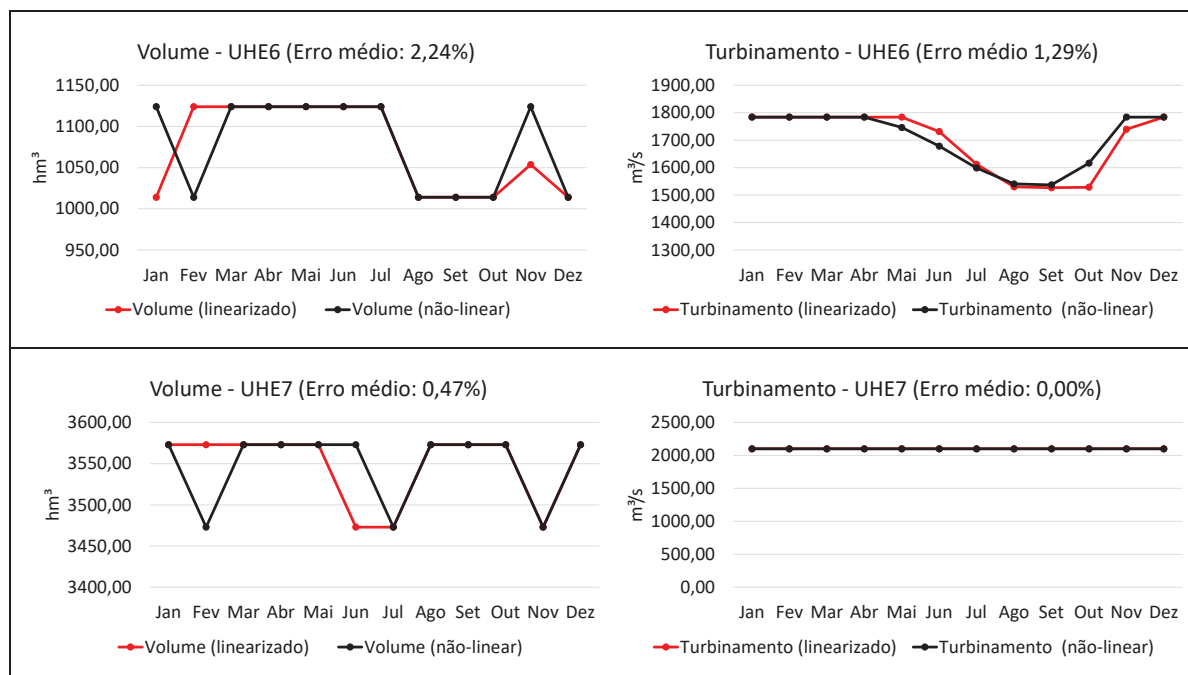
FONTE: O autor (2021).

Os resultados relacionados à parte hídrica também foram analisados. Estes podem ser verificados no conjunto de imagens do GRÁFICO 14, onde são apresentados os resultados obtidos para cada uma das unidades hidrelétricas individualmente.



GRÁFICO 14 – RESULTADOS DO PROBLEMA HÍDRICO PARA AS DIFERENTES UHEs DO PROBLEMA COMPARANDO OS RESULTADOS DO MODELO LINEAR E NÃO-LINEAR





FONTE: O autor (2021).

Como pôde ser observado no GRÁFICO 14 algumas unidades apresentam uma maior variação entre as duas metodologias tanto para o volume como para o turbinamento. No entanto, ao verificar o erro médio percentual em relação ao modelo não-linear para todas as unidades ao longo do horizonte completo de planejamento, constatou-se a existência de uma diferença média de apenas 0,43% e 0,97%, para o volume e turbinamento total registrados, respectivamente.

Verificou-se ainda que apenas as unidades 6 e 7 apresentaram vertimentos, os quais foram consistentes, pois as unidades encontravam-se com os reservatórios no volume máximo, e turbinando o máximo possível dentro de sua capacidade. O erro percentual médio identificado foi de 35,79% e 8,13% para as unidades 6 e 7, respectivamente, em relação ao modelo não-linear.

Assim, verifica-se que a abordagem de linearização empregada fornece uma boa aproximação para o modelo não-linear da função de produção hidrelétrica conhecido. Os testes realizados foram significativos para verificar o comportamento da metodologia proposta, em um modelo que considera também unidades térmicas e eólicas, além da rede de transmissão.

## INFORMAÇÕES ADICIONAIS:

### (1) MAPEAMENTO DOS POLITOPOS

O mapeamento dos politopos foi realizado com base em Brito (2015) e Brito, Finardi e Takigawa (2020). Conforme descrito neste apêndice, ao utilizar a aproximação linear por partes, um plano com diversos poliedros convexos (politopos) é gerado sob a superfície que se deseja linearizar. Assim, a superfície a ser linearizada é aquela que representa a geração hidrelétrica em função da vazão turbinada e da altura bruta do reservatório. Uma resolução de 5x5, ou seja, 5 pontos espaçados igualmente no eixo da altura bruta e da vazão turbinada, foram considerados para geração dos politopos, resultando em 25 vértices e 32 politopos.

Cada vértice possui um valor de geração hidrelétrica ( $\hat{P}_r^v$ ), vazão turbinada ( $\hat{Q}_r^v$ ) e altura bruta ( $\hat{H}_r^v$ ), assim como cada politopo apresenta um limite mínimo e máximo de geração hidrelétrica ( $\hat{P}_{r(y)}^{min}$  e  $\hat{P}_{r(y)}^{max}$ ). O objetivo do mapeamento é justamente identificar estes valores para que sejam incluídos na entrada de dados do problema. Algumas informações das unidades hidrelétricas são necessárias, como os limites máximos e mínimos de vazão turbinada, altura bruta, geração hidrelétrica e também o valor das perdas.

As etapas para obtenção dos politopos e respectivos valores serão realizados passo a passo para uma unidade geradora, a fim de demonstrar a forma como os resultados finais foram obtidos, enquanto para as demais unidades são apresentados apenas os valores finais do mapeamento. Em Brito, Finardi e Takigawa (2020) são citados alguns trabalhos em que um equacionamento genérico para realizar o mapeamento é sugerido, no entanto, neste apêndice este é feito manualmente.

Ressalta-se ainda que nem todos os dados necessários foram identificados na literatura e nas páginas das empresas responsáveis pelo gerenciamento das unidades hidrelétricas, sendo necessário calcular as informações pertinentes de acordo com os dados disponíveis. Por este motivo, algumas informações podem não estar exatamente de acordo com a realidade devido à dificuldade de acessar certas especificações das unidades geradoras em estudo. As etapas para mapear os politopos podem ser verificadas na sequência:

(1) Definir os valores máximos e mínimos de altura bruta e vazão turbinada:

TABELA 17 – DADOS UHE1 (MACHADINHO)

Usina de Machadinho (UHE1)	Mínimo	Máximo
Altura bruta (m)	89	120,71
Vazão turbinada (m <sup>3</sup> /s)	0	1140

FONTE: O aturo (2021).

(2) De acordo com (1) definir 5 pontos de altura bruta e vazão turbinada, onde o cálculo de geração hidrelétrica será realizado para todas as 25 combinações:

FIGURA 10 – DEFINIÇÃO DA RESOLUÇÃO 5x5 PARA MAPEAR OS POLITOPOS

Definir os pontos que serão utilizados, para altura bruta (hb) e vazão turbinada (q), de forma gráfica, facilita a visualização e a associação com os politopos e vértices nas próximas etapas do mapeamento.

hb(m)						
120,71						
112,78						
104,85						
96,93						
89,00						
	0,00	285,00	570,00	855,00	1140,00	q (m <sup>3</sup> /s)
hb(m)						
120,71	v4	v5	v14	v15	v24	
112,78	v3	v6	v13	v16	v23	
104,85	v2	v7	v12	v17	v22	
96,93	v1	v8	v11	v18	v21	
89,00	v0	v9	v10	v19	v20	
	0,00	285,00	570,00	855,00	1140,00	q (m <sup>3</sup> /s)

Representação dos vértices correspondentes. Cada vértice pertence a um conjunto de politopos e apresenta um valor de turbinamento, geração e altura bruta correspondente.

FONTE: O autor (2021).

(3) Para cada valor de altura bruta e vazão turbinada aplicar a Equação (265):

FIGURA 11 – CÁLCULO DA GERAÇÃO HIDRELÉTRICA PARA CADA PONTO DEFINIDO EM (2)

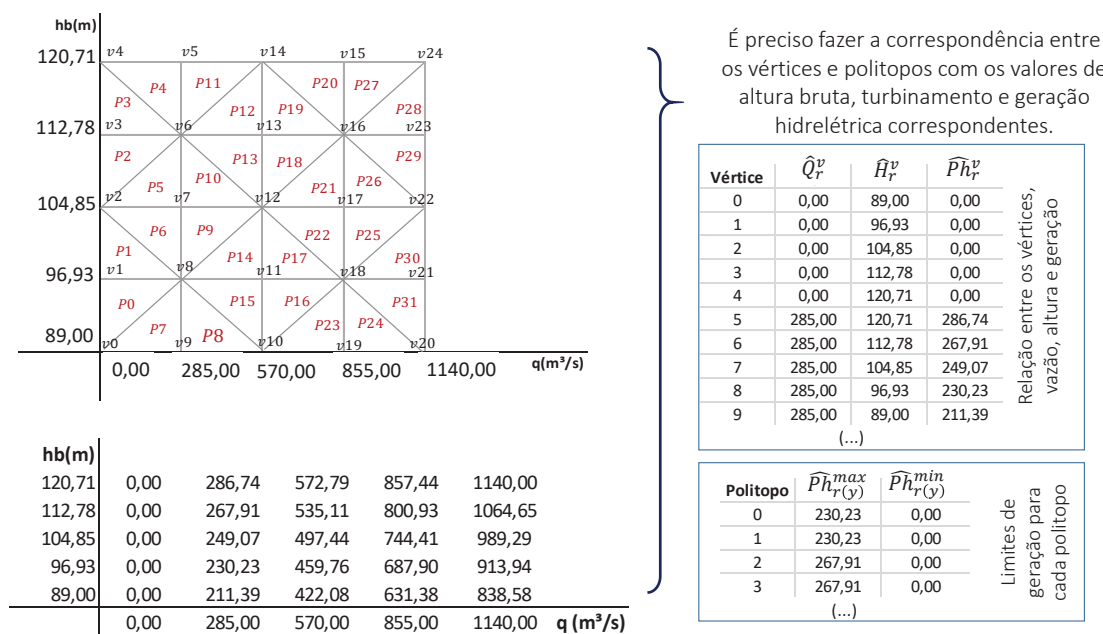
Valores de geração calculados a partir da função de produção hidrelétrica não-linear

hb(m)						
120,71	0,00	286,74	572,79	857,44	1140,00	
112,78	0,00	267,91	535,11	800,93	1064,65	
104,85	0,00	249,07	497,44	744,41	989,29	
96,93	0,00	230,23	459,76	687,90	913,94	
89,00	0,00	211,39	422,08	631,38	838,58	
	0,00	285,00	570,00	855,00	1140,00	q (m <sup>3</sup> /s)
	$\hat{g}$	$\hat{\rho}^{\text{água}}$	$\hat{\eta}_r^{\text{med}}$	$\hat{k}_r$		
	9,81 m/s <sup>2</sup>	1000 kg/m <sup>3</sup>	0,85	6,02x10 <sup>-7</sup>		

FONTE: O autor (2021).

(4) Fazer a correspondência entre os valores calculados e os polítopos definidos graficamente:

FIGURA 12 – CORRESPONDÊNCIA ENTRE AS INFORMAÇÕES CALCULADAS, COM OS VÉRTICES E POLÍTOPOS (UHE1: MACHADINHO)



FONTE: O autor (2021).

Na sequência é possível visualizar o mapeamento realizado para as demais unidades geradoras hidrelétricas consideradas neste apêndice.

FIGURA 13 – MAPEAMENTO DAS UNIDADES HIDRELÉTRICAS 2 A 7

UHE2 (Itá)					UHE5 (S. Santiago)								
121,62	0,00	367,31	732,69	1094,23	1450,00	109,73	0,00	360,15	718,24	1072,21	1420,00		
116,63	0,00	352,22	702,52	1048,97	1389,65	101,81	0,00	334,15	666,23	994,19	1315,97		
111,64	0,00	337,13	672,34	1003,71	1329,31	93,90	0,00	308,14	614,22	916,18	1211,95		
106,65	0,00	322,05	642,17	958,45	1268,96	85,98	0,00	282,13	562,21	838,16	1107,92		
101,66	0,00	306,96	612,00	913,19	1208,61	78,06	0,00	256,13	510,19	760,14	1003,90		
	0,00	362,50	725,00	1087,50	1450,00	q (m³/s)		0,00	394,00	788,00	1182,00	1576,00	q (m³/s)

UHE3 (G. B. Munhoz)					UHE6 (S. Osório)								
148,71	0,00	426,09	849,35	1266,93	1676,00	81,74	0,00	301,82	590,71	853,75	1078,00		
134,25	0,00	384,60	766,37	1142,46	1510,04	77,92	0,00	287,62	562,31	811,15	1021,21		
119,78	0,00	343,11	683,39	1017,99	1344,07	74,10	0,00	273,42	533,92	768,56	964,41		
105,32	0,00	301,62	600,40	893,51	1178,11	70,28	0,00	259,22	505,52	725,96	907,62		
90,85	0,00	260,13	517,42	769,04	1012,15	66,46	0,00	245,03	477,12	683,37	850,83		
	0,00	344,00	688,00	1032,00	1376,00	q (m³/s)		0,00	446,00	892,00	1338,00	1784,00	q (m³/s)

UHE4 (S. Segredo)					UHE7 (S. Caxias)								
121,01	0,00	319,56	637,29	951,38	1260,00	71,81	0,00	314,10	626,57	935,75	1240,00		
117,92	0,00	311,40	620,98	926,92	1227,39	69,81	0,00	305,35	609,06	909,48	1204,98		
114,84	0,00	303,25	604,68	902,46	1194,77	67,81	0,00	296,59	591,55	883,21	1169,96		
111,75	0,00	295,10	588,37	878,00	1162,16	65,81	0,00	287,84	574,04	856,95	1134,94		
108,67	0,00	286,94	572,06	853,54	1129,55	63,81	0,00	279,08	556,53	830,68	1099,92		
	0,00	317,00	634,00	951,00	1268,00	q (m³/s)		0,00	525,00	1050,00	1575,00	2100,00	q (m³/s)

FONTE: O autor (2021).

## (2) LINEARIZAÇÃO DA ALTURA BRUTA

Assim como no mapeamento dos polítopos, a altura bruta foi linearizada com base no que é sugerido em Brito (2015) e Brito, Finardi e Takigawa (2020). A altura bruta é dada pela diferença da cota de montante e jusante do reservatório, as quais são funções polinomiais de quarto grau. As duas funções são aproximadas para uma função linear na forma:  $h = \hat{A}_0 + \hat{A}_1 \cdot V - \hat{B}_0 - \hat{B}_1 \cdot (q + s)$ , onde  $\hat{A}_0$ ,  $\hat{A}_1$ ,  $\hat{B}_0$  e  $\hat{B}_1$  são os coeficientes, ou parâmetros, obtidos a partir de um ajuste linear simples baseado no método dos mínimos quadrados. O estudo de Pedrosa (2001) foi utilizado para obtenção destes parâmetros.

A cota de montante do reservatório está associada ao volume armazenado, enquanto a cota de jusante está associada à vazão defluente (vazão turbinada e vertida). O primeiro passo para obtenção das equações na sua forma linear é definir um intervalo de dados entre os limites máximos e mínimos destas variáveis, os quais são previamente conhecidos. Com isso, e sabendo os valores dos coeficientes dos polinômios ( $\hat{a}_0, \hat{a}_1, \dots, \hat{b}_0, \hat{b}_1 \dots$ ) utilizados na equação de altura bruta não-linear – Equação (266), será possível obter o valor da cota de montante e jusante para diferentes pontos de operação, e conseqüentemente aplicar as equações para obtenção dos coeficientes  $\hat{A}_0$ ,  $\hat{A}_1$ ,  $\hat{B}_0$  e  $\hat{B}_1$ .

Baseado na formulação Pedrosa (2001), e também no estudo descrito em Brito (2015), as equações gerais para obtenção destes coeficientes podem ser observadas a seguir:

$$\hat{A}_1 = \frac{n \cdot \sum V \cdot hm - \sum V \cdot \sum hm}{n \cdot \sum V^2 - (\sum V)^2} \qquad \hat{A}_0 = \frac{\sum hm - (\sum V) \cdot \hat{A}_1}{n}$$

$$\hat{B}_1 = \frac{n \cdot \sum (q + s) \cdot hj - \sum (q + s) \cdot \sum hj}{n \cdot \sum (q + s)^2 - (\sum (q + s))^2} \qquad \hat{B}_0 = \frac{\sum hj - (\sum (q + s)) \cdot \hat{B}_1}{n}$$

onde:

- $V$  é o volume do reservatório ( $\text{hm}^3$ );
- $hm$  e  $hj$  são, respectivamente, a cota de montante e jusante (m);
- $q$  e  $s$  são, respectivamente, o turbinamento e o vertimento;
- $n$  é o número de pontos/amostras considerados para realizar o ajuste das curvas.

Na sequência são descritas todas as etapas seguidas até a obtenção dos coeficientes da unidade hidrelétrica de Machadinho – UHE1. Posteriormente, os valores finais obtidos das demais usinas hidrelétricas consideradas no presente trabalho são apresentados.

• **Dados que serão utilizados para obtenção dos coeficientes**

TABELA 18 – DADOS UHE1 (MACHADINHO)

Usina de Machadinho (UHE1)	Mínimo	Máximo
Volume (hm <sup>3</sup> ) – $V$	2283	3340
Vazão turbinada (m <sup>3</sup> /s) – $q$	0	1140
Vazão vertida (m <sup>3</sup> /s) – $s$	0	2280

Coeficientes da cota de montante e jusante				
$\hat{a}_0$	$\hat{a}_1$	$\hat{a}_2$	$\hat{a}_3$	$\hat{a}_4$
401,20	$0,501 \times 10^{-1}$	$-1,573 \times 10^{-5}$	$3,2966 \times 10^{-9}$	$-2,2883 \times 10^{-13}$
$\hat{b}_0$	$\hat{b}_1$	$\hat{b}_2$	$\hat{b}_3$	$\hat{b}_4$
371,90	$1,932 \times 10^{-3}$	$-8,53 \times 10^{-8}$	$2,3757 \times 10^{-12}$	$-2,61625 \times 10^{-17}$

FONTE: O aturo (2021), baseado nos dados apresentados no fim deste apêndice.

• **Obtenção de  $\hat{A}_0$  e  $\hat{A}_1$  – cota de montante**

(1) Na Tabela a seguir são apresentados, respectivamente, a faixa de valores e os intervalos definidos para o cálculo da altura de montante, e a altura de montante não-linear calculada a partir da seguinte equação:  $hm = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 \cdot V + \hat{a}_2 \cdot V^2 + \hat{a}_3 \cdot V^3 + \hat{a}_4 \cdot V^4$ . A partir destas informações é possível obter também a relação  $V \times hm$ , graficamente conforme representado na tabela a seguir:

TABELA 19 – CÁLCULO DA ALTURA DE MONTANTE NÃO-LINEAR A PARTIR DO VOLUME, E REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA RELAÇÃO ENTRE AS VARIÁVEIS.

$V$	$hm$ (não-linear)
3340	487,40
3234,3	485,18
3128,6	483,00
3022,9	480,86
2917,2	478,75
2811,5	476,68
2705,8	474,63
2600,1	472,61
2494,4	470,60
2388,7	468,60
2283	466,60

FONTE: O autor (2021).

(2) O próximo passo é o cálculo dos coeficientes. Primeiro o  $\hat{A}_1$  e depois o  $\hat{A}_0$ , pois este último necessita da informação do primeiro para ser encontrado.

Aplicando as equações a seguir:

$$\hat{A}_1 = \frac{n \cdot \sum V \cdot hm - \sum V \cdot \sum hm}{n \cdot \sum V^2 - (\sum V)^2} \qquad \hat{A}_0 = \frac{\sum hm - (\sum V) \cdot \hat{A}_1}{n}$$

os seguintes coeficientes são encontrados:  $\hat{A}_1 = 0,0197283$  e  $\hat{A}_0 = 421,32624$ . Com isso a equação linear da cota de montante da UHE1 pode ser escrita como:

$$hm = 421,32624 + 0,0197283 \cdot V$$

Com esta equação linear, e utilizando os intervalos de volume descritos em (1) é possível calcular a cota de montante linearizada, e verificar o quanto ela se aproxima da cota não-linear já conhecida. Na tabela a seguir é possível observar os valores calculados da cota de montante linear e não-linear para diferentes valores de volume, e também o erro percentual em relação ao modelo não-linear. Note que todos os erros foram inferiores a 1%, mostrando que a abordagem empregada fornece uma boa aproximação.

TABELA 20 – COMPARAÇÃO ENTRE A COTA DE MONTANTE LINEAR E NÃO-LINEAR, PARA DIFERENTES VALORES DE VOLUME. NA ÚLTIMA COLUNA É EXIBIDO O ERRO PERCENTUAL EM RELAÇÃO AO MODELO NÃO-LINEAR

$V$	$hm$ (não-linear)	$hm$ (linear)	Erro %*
3340	487,40	487,21	0,039
3234,3	485,18	485,13	0,010
3128,6	483,00	483,04	0,009
3022,9	480,86	480,96	0,020
2917,2	478,75	478,87	0,025
2811,5	476,68	476,79	0,023
2705,8	474,63	474,70	0,015
2600,1	472,61	472,62	0,002
2494,4	470,60	470,53	0,013
2388,7	468,60	468,45	0,032
2283	466,60	466,36	0,050

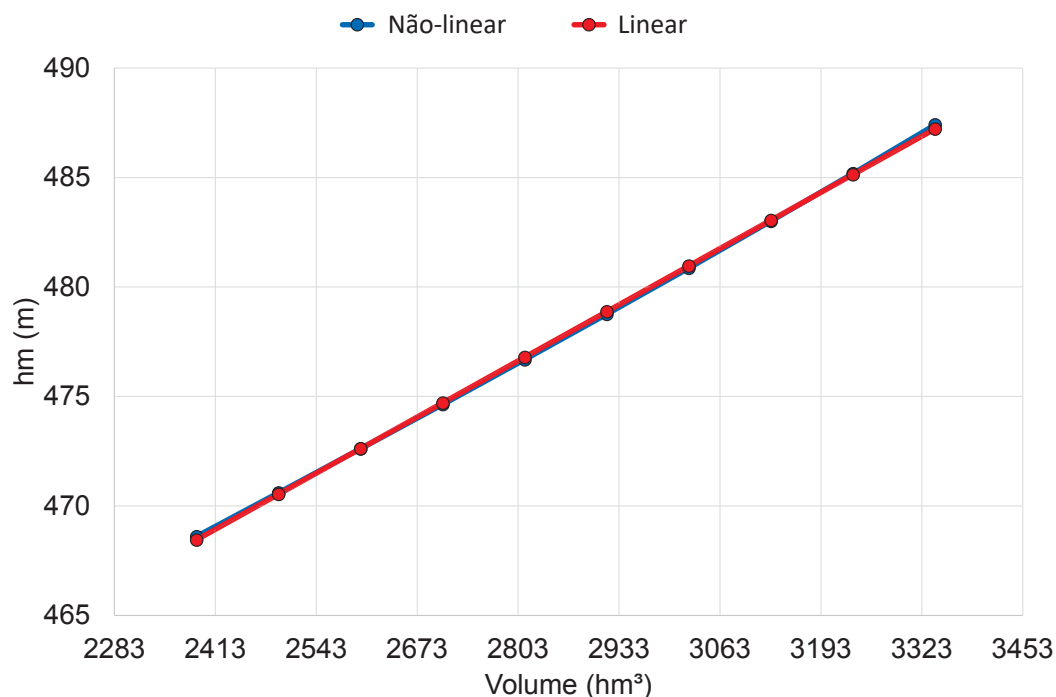
\*O erro é calculado fazendo:  $\left( \frac{|hm \text{ (não-linear)} - hm \text{ (linear)}|}{hm \text{ (não-linear)}} \right) \cdot 100$

FONTE: O autor (2021).



Para complementar o exposto acima, a representação gráfica da cota de montante linear e não-linear em relação ao volume do reservatório, pode ser observada no gráfico a seguir.

GRÁFICO 15 – RELAÇÃO DA COTA DE MONTANTE LINEAR E NÃO-LINEAR COM O VOLUME DO RESERVATÓRIO: UHE1 (MACHADINHO)

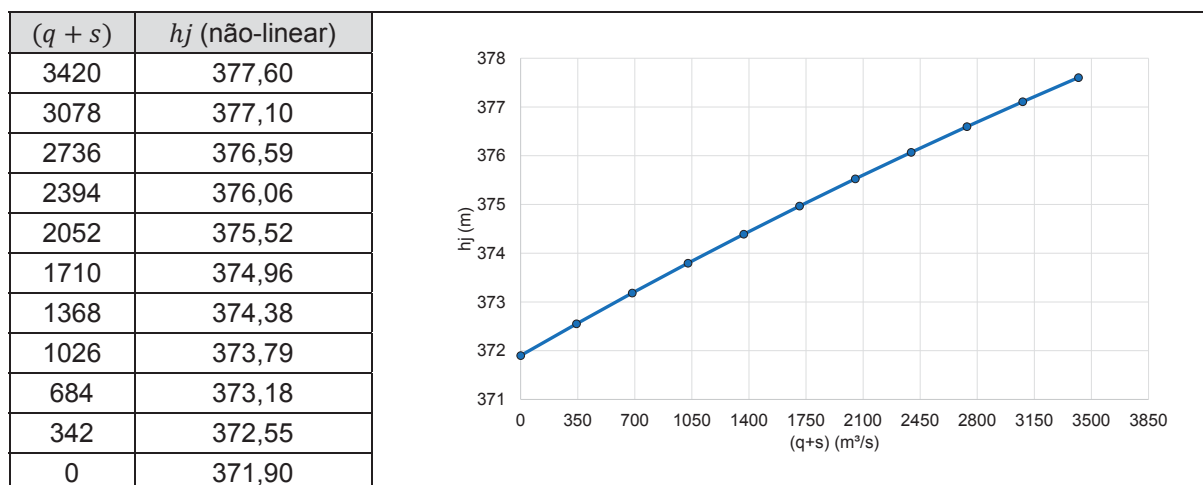


FONTE: O autor (2021).

#### • Obtenção de $\hat{B}_0$ e $\hat{B}_1$ – cota de jusante

(1) Na Tabela a seguir são apresentados, respectivamente, a faixa de valores e os intervalos definidos para o cálculo da altura de jusante, e a altura de jusante não-linear calculada a partir da seguinte equação:  $h_j = \hat{b}_0 + \hat{b}_1 \cdot (q + s) + \hat{b}_2 \cdot (q + s)^2 + \hat{b}_3 \cdot (q + s)^3 + \hat{b}_4 \cdot (q + s)^4$ . A partir destas informações é possível obter também a relação  $(q + s) \times h_j$ , graficamente conforme representado a seguir:

TABELA 21 – CÁLCULO DA ALTURA DE JUSANTE NÃO-LINEAR A PARTIR DA VAZÃO DEFLUENTE, E REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DA RELAÇÃO ENTRE AS VARIÁVEIS



FONTE: O autor (2021).

- (2) O próximo passo é o cálculo dos coeficientes. Primeiro o  $\hat{B}_1$  e depois o  $\hat{B}_0$ , pois este último necessita da informação do primeiro para ser encontrado. Aplicando as equações a seguir:

$$\hat{B}_1 = \frac{n \cdot \sum(q + s) \cdot h_j - \sum(q + s) \cdot \sum h_j}{n \cdot \sum(q + s)^2 - (\sum(q + s))^2} \quad \hat{B}_0 = \frac{\sum h_j - (\sum(q + s)) \cdot \hat{B}_1}{n}$$

os seguintes coeficientes são encontrados:  $\hat{B}_1 = 0,0016656$  e  $\hat{B}_0 = 372,0324$ . Com isso a equação linear da cota de jusante da UHE1 pode ser escrita como:

$$h_j = 372,0324 + ,0016656 \cdot (q + s)$$

Com esta equação linear, e utilizando os intervalos de vazão defluente descritos em (1) é possível calcular a cota de jusante linearizada, e verificar o quanto ela se aproxima da cota não-linear já conhecida. Na sequência, é possível observar os valores calculados da cota de jusante linear e não-linear para diferentes valores de vertimento e turbinamento, e também o erro percentual em relação ao modelo não-linear. Note que todos os erros percentuais, assim como no cálculo da cota de montante, foram inferiores a 1%, mostrando que a abordagem empregada fornece uma boa aproximação.

TABELA 22 – COMPARAÇÃO ENTRE A COTA DE JUSANTE LINEAR E NÃO-LINEAR, PARA DIFERENTES VALORES DE VAZÃO DEFLUENTE. NA ÚLTIMA COLUNA É EXIBIDO O ERRO PERCENTUAL EM RELAÇÃO AO MODELO NÃO-LINEAR

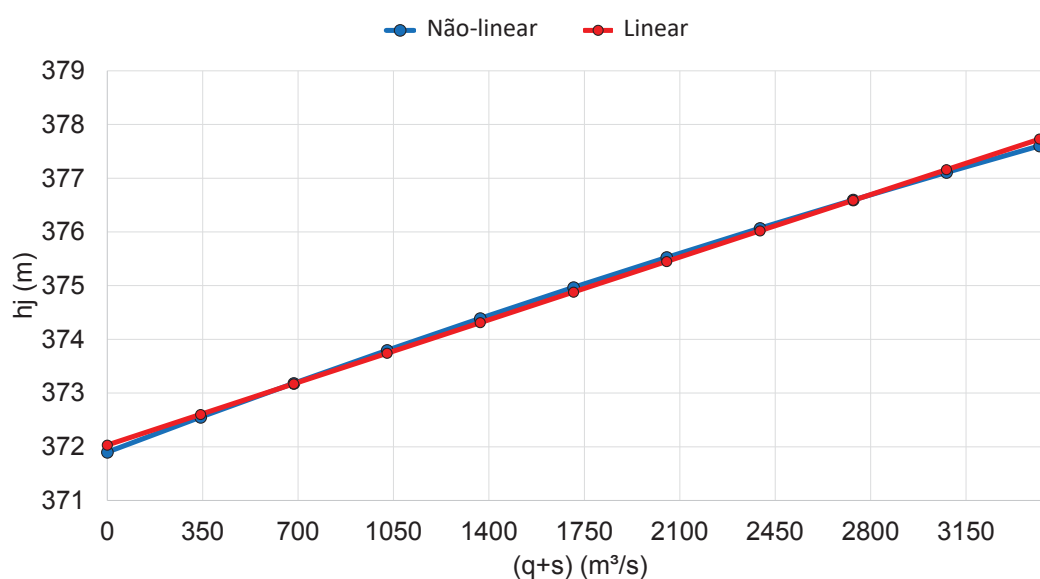
$(q + s)$	$h_j$ (não-linear)	$h_j$ (linear)	Erro %*
3420	377,60	377,72	0,033
3078	377,10	377,15	0,013
2736	376,59	376,58	0,001
2394	376,06	376,01	0,013
2052	375,52	375,45	0,020
1710	374,96	374,88	0,022
1368	374,38	374,31	0,021
1026	373,79	373,74	0,014
684	373,18	373,17	0,002
342	372,55	372,60	0,013
0	371,90	372,03	0,035

\*O erro é calculado fazendo:  $\left( \frac{h_j(\text{não-linear}) - h_j(\text{linear})}{h_j(\text{não-linear})} \right) \cdot 100$

FONTE: O autor (2021).

Para complementar o exposto acima, a representação gráfica da cota de jusante linear e não-linear, em relação à defluência, pode ser observada no gráfico a seguir.

GRÁFICO 16 – RELAÇÃO DA COTA DE JUSANTE LINEAR E NÃO-LINEAR COM A DEFLUÊNCIA: UHE1 (MACHADINHO)



FONTE: O autor (2021).

O mesmo procedimento foi seguido para as demais unidades hidrelétricas consideradas neste apêndice e na sequência é possível verificar os valores finais dos coeficientes encontrados para cada uma delas. Ressalta-se que assim como foi verificado nos cálculos dos parâmetros da cota de montante e jusante da UHE1, nenhum dos valores encontrados a seguir, quando aplicados e comparados nas equações linear e não-linear, apresentaram erros percentuais superiores a 1%.

TABELA 23 – VALORES DOS COEFICIENTES CALCULADOS PARA UTILIZAÇÃO NA EQUAÇÃO DA ALTURA BRUTA LINEAR.

UHE	$\hat{A}_0$	$\hat{A}_1$	$\hat{B}_0$	$\hat{B}_1$
UHE1 – Machadinho	421,32624	0,0197283	372,0324	0,0016656
UHE2 – Itá	370	0	262,15757	0,0015394
UHE3 – G. B. Munhoz	683,83329	0,0103641	601,65585	0,0018156
UHE4 – S. Segredo	568,67296	0,0130167	489,58763	0,0008834
UHE5 – S. Santiago	467,00779	0,005843	394,62137	0,0017827
UHE6 – S. Osório	397	0	322,30002	0,0016254
UHE7 – S. Santiago	325	0	257,99149	0,000521

FONTE: O autor (2021).

### (3) DADOS DE ENTRADA

- Dados de transmissão: são os mesmos do ANEXO 1 referentes ao sistema 33b-STB.
- Dados hídricos:

TABELA 24 – DADOS OPERACIONAIS

	$\hat{V}_r^{min}$ (hm <sup>3</sup> )	$\hat{V}_r^{max}$ (hm <sup>3</sup> )	$\hat{h}b_r^{max}$ (m)	$\hat{Q}_r^{max}$ (m <sup>3</sup> /s)	$\hat{S}_r^{max}$ (m <sup>3</sup> /s)	$\hat{P}_r^{max}$ (MW)	$\hat{k}_r$ (s <sup>2</sup> /m <sup>5</sup> )
UHE1	2283	3340	120,71	1140	2280	1140	6,02E-07
UHE2	5050	5100	121,62	1450	2900	1450	8,06E-07
UHE3	1974	5779	148,70	1376	1752	1676	1,39E-06
UHE4	2562	2950	121,01	1268	2536	1260	1,14E-06
UHE5	2662	6775	109,73	1576	3152	1420	6,73E-07
UHE6	1014	1124	81,74	1784	3568	1078	2,91E-06
UHE7	3473	3573	71,82	2100	4200	1240	2,26E-07

FONTE: Adaptado de Takigawa (2006) e Takigawa (2010).

O volume inicial armazenado foi definido como 85% do volume útil para os reservatórios de acumulação, e igual ao volume máximo para as usinas fio d'água.

TABELA 25 – DADOS DE AFLUÊNCIA

Unidade	Período	$\hat{A}_{r,t}$ (m <sup>3</sup> /s)	Unidade	Período	$\hat{A}_{r,t}$ (m <sup>3</sup> /s)	Unidade	Período	$\hat{A}_{r,t}$ (m <sup>3</sup> /s)
UHE1	Jan	50	UHE4	Jan	142	UHE7	Jan	283
	Fev	83		Fev	166		Fev	276
	Mar	102		Mar	221		Mar	289
	Abr	71		Abr	163		Abr	241
	Mai	44		Mai	103		Mai	195
	Jun	84		Jun	116		Jun	191
	Jul	121		Jul	112		Jul	200
	Ago	100		Ago	94		Ago	148
	Set	115		Set	117		Set	204
	Out	199		Out	166		Out	263
	Nov	115		Nov	217		Nov	403
	Dez	82		Dez	101		Dez	208
UHE2	Jan	71	UHE5	Jan	192			
	Fev	111		Fev	201			
	Mar	141		Mar	270			
	Abr	100		Abr	206			
	Mai	49		Mai	147			
	Jun	117		Jun	152			
	Jul	165		Jul	150			
	Ago	134		Ago	116			
	Set	152		Set	153			
	Out	281		Out	210			
	Nov	164		Nov	291			
	Dez	119		Dez	121			
UHE3	Jan	128	UHE6	Jan	283			
	Fev	150		Fev	276			
	Mar	182		Mar	289			
	Abr	128		Abr	241			
	Mai	92		Mai	195			
	Jun	80		Jun	191			
	Jul	95		Jul	200			
	Ago	87		Ago	148			
	Set	104		Set	204			
	Out	143		Out	263			
	Nov	187		Nov	403			
	Dez	82		Dez	208			

FONTE: Adaptado de Andriolo (2014).

TABELA 26 – CONSTANTES UTILIZADAS

$g$ (m/s <sup>2</sup> )	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$\eta_r^{med}$ (adimensional)	$\hat{c}$
9,81	1000	0,85	2,628

Fonte: O autor (2021).

- Dados de demanda:

TABELA 27 – VALORES DE DEMANDA CONSIDERADOS (MW)

DEM	$t$	$\hat{P}_{d,t}$	DEM	$t$	$\hat{P}_{d,t}$	DEM	$t$	$\hat{P}_{d,t}$
DEM1	Jan	681,89	DEM1	Mai	610,70	DEM1	Set	612,16
DEM2	Jan	145,75	DEM2	Mai	130,53	DEM2	Set	130,84
DEM3	Jan	88,49	DEM3	Mai	79,25	DEM3	Set	79,44
DEM4	Jan	218,62	DEM4	Mai	195,80	DEM4	Set	196,26
DEM5	Jan	1067,07	DEM5	Mai	955,68	DEM5	Set	957,95
DEM6	Jan	785,99	DEM6	Mai	703,94	DEM6	Set	705,61
DEM7	Jan	702,71	DEM7	Mai	629,35	DEM7	Set	630,85
DEM8	Jan	1139,95	DEM8	Mai	1020,94	DEM8	Set	1023,38
DEM9	Jan	374,78	DEM9	Mai	335,65	DEM9	Set	336,45
DEM1	Fev	703,92	DEM1	Jun	613,89	DEM1	Out	627,69
DEM2	Fev	150,46	DEM2	Jun	131,21	DEM2	Out	134,16
DEM3	Fev	91,35	DEM3	Jun	79,67	DEM3	Out	81,46
DEM4	Fev	225,69	DEM4	Jun	196,82	DEM4	Out	201,25
DEM5	Fev	1101,56	DEM5	Jun	960,67	DEM5	Out	982,27
DEM6	Fev	811,39	DEM6	Jun	707,62	DEM6	Out	723,52
DEM7	Fev	725,42	DEM7	Jun	632,64	DEM7	Out	646,86
DEM8	Fev	1176,79	DEM8	Jun	1026,28	DEM8	Out	1049,35
DEM9	Fev	386,89	DEM9	Jun	337,41	DEM9	Out	344,99
DEM1	Mar	665,43	DEM1	Jul	617,09	DEM1	Nov	652,16
DEM2	Mar	142,23	DEM2	Jul	131,90	DEM2	Nov	139,39
DEM3	Mar	86,35	DEM3	Jul	80,08	DEM3	Nov	84,63
DEM4	Mar	213,34	DEM4	Jul	197,85	DEM4	Nov	209,09
DEM5	Mar	1041,33	DEM5	Jul	965,68	DEM5	Nov	1020,56
DEM6	Mar	767,02	DEM6	Jul	711,31	DEM6	Nov	751,73
DEM7	Mar	685,75	DEM7	Jul	635,94	DEM7	Nov	672,08
DEM8	Mar	1112,44	DEM8	Jul	1031,63	DEM8	Nov	1090,26
DEM9	Mar	365,73	DEM9	Jul	339,17	DEM9	Nov	358,44
DEM1	Abr	638,83	DEM1	Ago	617,31	DEM1	Dez	659,47
DEM2	Abr	136,54	DEM2	Ago	131,95	DEM2	Dez	140,95
DEM3	Abr	82,90	DEM3	Ago	80,11	DEM3	Dez	85,58
DEM4	Abr	204,82	DEM4	Ago	197,92	DEM4	Dez	211,43
DEM5	Abr	999,70	DEM5	Ago	966,03	DEM5	Dez	1031,99
DEM6	Abr	736,37	DEM6	Ago	711,56	DEM6	Dez	760,15
DEM7	Abr	658,34	DEM7	Ago	636,16	DEM7	Dez	679,60
DEM8	Abr	1067,97	DEM8	Ago	1032,00	DEM8	Dez	1102,47
DEM9	Abr	351,11	DEM9	Ago	339,29	DEM9	Dez	362,46

Fonte: O autor (2021).

O custo do corte de carga foi assumido com um valor de R\$ 4.650,00, baseado nos dados publicados na sala de imprensa da Agência Nacional de Energia Elétrica, disponíveis em ANEEL (2017).

- Dados das termelétricas:

TABELA 28 – CUSTOS DE OPERAÇÃO E GERAÇÃO DA UNIDADE TÉRMICA

Unidade	Custo ( $\hat{C}_{kt}^{Pt}$ ) \$/MWh	Geração mínima ( $\hat{P}_k^{min}$ ) em MW	Geração máxima ( $\hat{P}_k^{max}$ ) em MWh	Barra em que está conectada
UTE1	609,50	0	500	24

FONTE: Takigawa (2010).

- Dados das unidades eólicas:

TABELA 29 – LIMITES DE GERAÇÃO EÓLICA CONSIDERADOS

$t$	$\hat{P}_{w,t}^{min}$ (MW)	$\hat{P}_{w,t}^{max}$ (MW)
Jan	0	646
Fev	0	421
Mar	0	604
Abr	0	507
Mai	0	574
Jun	0	644
Jul	0	724
Ago	0	743
Set	0	699
Out	0	768
Nov	0	811
Dez	0	703

FONTE: O autor (2021), baseado nos dados disponíveis em ONS (2020b).

### ANEXO 1 – DADOS DE ENTRADA DO PROBLEMA

Dados de vazão afluyente para o sistema de 33 barras (UHE1 a UHE7) e para o sistema de 30 barras (UHE1 a UHE6):

TABELA 30 – DADOS DE AFLUÊNCIA (m³/s)

UHE	$t$	$\hat{A}_{r,t}^{min}$	$\hat{A}_{r,t}^{max}$	UHE	$t$	$\hat{A}_{r,t}^{min}$	$\hat{A}_{r,t}^{max}$	UHE	$t$	$\hat{A}_{r,t}^{min}$	$\hat{A}_{r,t}^{max}$
UHE1	1	14,30448	21,45672	UHE4	1	21,6	32,5	UHE7	1	32,5992	48,8988
	2	21,036	31,554		2	31,8	47,8		2	47,94	71,91
	3	16,54832	24,82248		3	25	37,6		3	37,7128	56,5692
	4	13,74352	20,61528		4	20,8	31,2		4	31,3208	46,9812
	5	13,74352	20,61528		5	20,8	31,2		5	31,3208	46,9812
	6	13,88376	20,82564		6	21	31,5		6	31,6404	47,4606
	7	14,58496	21,87744		7	22,1	33,1		7	33,2384	49,8576
	8	14,44472	21,66708		8	21,9	32,8		8	32,9188	49,3782
	9	16,54832	24,82248		9	25	37,6		9	37,7128	56,5692
	10	14,44472	21,66708		10	21,9	32,8		10	32,9188	49,3782
	11	14,024	21,036		11	21,2	31,8		11	31,96	47,94
	12	14,024	21,036		12	21,2	31,8		12	31,96	47,94
	13	14,44472	21,66708		13	21,9	32,8		13	32,9188	49,3782
	14	13,60328	20,40492		14	20,6	30,9		14	31,0012	46,5018
	15	11,63992	17,45988		15	17,6	26,4		15	26,5268	39,7902
	16	10,93872	16,40808		16	16,6	24,8		16	24,9288	37,3932
	17	16,54832	24,82248		17	25	37,6		17	37,7128	56,5692
	18	14,58496	21,87744		18	22,1	33,1		18	33,2384	49,8576
	19	14,024	21,036		19	21,2	31,8		19	31,96	47,94
	20	14,44472	21,66708		20	21,9	32,8		20	32,9188	49,3782
	21	13,60328	20,40492		21	20,6	30,9		21	31,0012	46,5018
	22	10,93872	16,40808		22	16,6	24,8		22	24,9288	37,3932
	23	11,63992	17,45988		23	17,6	26,4		23	26,5268	39,7902
	24	8,13392	12,20088		24	12,3	18,5		24	18,5368	27,8052
UHE2	1	20,63664	30,95496	UHE5	1	24,7	37	-	-	-	-
	2	30,348	45,522		2	36,3	54,4	-	-	-	-
	3	23,87376	35,81064		3	28,5	42,8	-	-	-	-
	4	19,82736	29,74104		4	23,7	35,5	-	-	-	-
	5	19,82736	29,74104		5	23,7	35,5	-	-	-	-
	6	20,02968	30,04452		6	23,9	35,9	-	-	-	-
	7	21,04128	31,56192		7	25,1	37,7	-	-	-	-
	8	20,83896	31,25844		8	24,9	37,3	-	-	-	-
	9	23,87376	35,81064		9	28,5	42,8	-	-	-	-
	10	20,83896	31,25844		10	24,9	37,3	-	-	-	-
	11	20,232	30,348		11	24,2	36,3	-	-	-	-
	12	20,232	30,348		12	24,2	36,3	-	-	-	-
	13	20,83896	31,25844		13	24,9	37,3	-	-	-	-
	14	19,62504	29,43756		14	23,4	35,2	-	-	-	-
	15	16,79256	25,18884		15	20,1	30,1	-	-	-	-



	16	15,78096	23,67144		16	18,9	28,3	-	-	-	-
	17	23,87376	35,81064		17	28,5	42,8	-	-	-	-
	18	21,04128	31,56192		18	25,1	37,7	-	-	-	-
	19	20,232	30,348		19	24,2	36,3	-	-	-	-
	20	20,83896	31,25844		20	24,9	37,3	-	-	-	-
	21	19,62504	29,43756		21	23,4	35,2	-	-	-	-
	22	15,78096	23,67144		22	18,9	28,3	-	-	-	-
	23	16,79256	25,18884		23	20,1	30,1	-	-	-	-
	24	11,73456	17,60184		24	14	21	-	-	-	-
UHE3	1	17,42976	26,14464	UHE6	1	25,7	38,6	-	-	-	-
	2	25,632	38,448		2	37,8	56,8	-	-	-	-
	3	20,16384	30,24576		3	29,8	44,6	-	-	-	-
	4	16,74624	25,11936		4	24,7	37,1	-	-	-	-
	5	16,74624	25,11936		5	24,7	37,1	-	-	-	-
	6	16,91712	25,37568		6	25	37,5	-	-	-	-
	7	17,77152	26,65728		7	26,2	39,3	-	-	-	-
	8	17,60064	26,40096		8	26	39	-	-	-	-
	9	20,16384	30,24576		9	29,8	44,6	-	-	-	-
	10	17,60064	26,40096		10	26	39	-	-	-	-
	11	17,088	25,632		11	25,2	37,8	-	-	-	-
	12	17,088	25,632		12	25,2	37,8	-	-	-	-
	13	17,60064	26,40096		13	26	39	-	-	-	-
	14	16,57536	24,86304		14	24,5	36,7	-	-	-	-
	15	14,18304	21,27456		15	20,9	31,4	-	-	-	-
	16	13,32864	19,99296		16	19,7	29,5	-	-	-	-
	17	20,16384	30,24576		17	29,8	44,6	-	-	-	-
	18	17,77152	26,65728		18	26,2	39,3	-	-	-	-
	19	17,088	25,632		19	25,2	37,8	-	-	-	-
	20	17,60064	26,40096		20	26	39	-	-	-	-
	21	16,57536	24,86304		21	24,5	36,7	-	-	-	-
	22	13,32864	19,99296		22	19,7	29,5	-	-	-	-
	23	14,18304	21,27456		23	20,9	31,4	-	-	-	-
	24	9,91104	14,86656		24	14,6	21,9	-	-	-	-

FONTE: Dados adaptados de Takigawa (2010).

Dados de geração eólica para o sistema de 30 e 33 barras:

TABELA 31 – DADOS DE GERAÇÃO EÓLICA (MWh)

$t$	30b-IEEE		33b-STB	
	$\hat{p}_{w,t}^{min}$	$\hat{p}_{w,t}^{max}$	$\hat{p}_{w,t}^{min}$	$\hat{p}_{w,t}^{max}$
1	185,7595	260,0633	111,4557	185,7595
2	177,24575	248,14405	106,3475	177,24575
3	178,14575	249,40405	106,8875	178,14575
4	172,869	242,0166	103,7214	172,869
5	163,30425	228,62595	97,98255	163,30425

6	140,82125	197,14975	84,49275	140,82125
7	130,60175	182,84245	78,36105	130,60175
8	113,79125	159,30775	68,27475	113,79125
9	108,6945	152,1723	65,2167	108,6945
10	100,8905	141,2467	60,5343	100,8905
11	85,0825	119,1155	51,0495	85,0825
12	98,58475	138,01865	59,15085	98,58475
13	132,69425	185,77195	79,61655	132,69425
14	163,11225	228,35715	97,86735	163,11225
15	175,941	246,3174	105,5646	175,941
16	228,93375	320,50725	137,3603	228,93375
17	257,9515	361,1321	154,7709	257,9515
18	276,6995	387,3793	166,0197	276,6995
19	227,386	318,3404	136,4316	227,386
20	233,0385	326,2539	139,8231	233,0385
21	225,9835	316,3769	135,5901	225,9835
22	258,61225	362,05715	155,1674	258,61225
23	313,4275	438,7985	188,0565	313,4275
24	303,192	424,4688	181,9152	303,192

FONTE: Dados adaptados de ONS (2021).

Dados de transmissão para o sistema de 30 e 33 barras:

TABELA 32 – DADOS DAS LINHAS DE TRANSMISSÃO

30b-IEEE					33b-STB				
LT	De (barra)	Para (barra)	$x$ (p.u)	$\hat{P}_l^{max}$ (MW)	LT	De (barra)	Para (barra)	$x$ (p.u)	$\hat{P}_l^{max}$ (MW)
LT1	1	2	0,06	5233,333	LT1	4	10	0,01146	660
LT2	1	3	0,19	1652,632	LT2	4	10	0,011651	660
LT3	2	4	0,17	1847,059	LT3	5	1	0,0112	1843,6
LT4	3	4	0,04	7850	LT4	5	18	0,00124	2400,2
LT5	2	5	0,2	1570	LT5	5	18	0,00126	2400,2
LT6	2	6	0,18	1744,444	LT6	6	7	0,0664	165
LT7	4	6	0,04	7850	LT7	6	7	0,0629	165
LT8	5	7	0,12	2616,667	LT8	6	7	0,067	165
LT9	6	7	0,08	3925	LT9	6	13	0,0699	207,9
LT10	6	8	0,04	7850	LT10	6	30	0,0769	323
LT11	6	9	0,21	1495,238	LT11	6	33	0,0109	350,9
LT12	6	10	0,56	560,7143	LT12	6	33	0,0103	391,6
LT13	9	11	0,21	1495,238	LT13	9	3	0,0105	1386
LT14	9	10	0,11	2854,545	LT14	9	18	0,00654	2500,3
LT15	4	12	0,26	1207,692	LT15	9	31	0,00697	2400,2
LT16	12	13	0,14	2242,857	LT16	11	12	0,0073	1800,7
LT17	12	14	0,26	1207,692	LT17	12	2	0,0102	1478,4
LT18	12	15	0,13	2415,385	LT18	13	8	0,0636	165

LT19	12	16	0,2	1570	LT19	13	30	0,0089	356,4
LT20	14	15	0,2	1570	LT20	18	10	0,0255	2321
LT21	16	17	0,19	1652,632	LT21	18	22	0,02048	2321
LT22	15	18	0,22	1427,273	LT22	18	23	0,0269	2400,2
LT23	18	19	0,13	2415,385	LT23	19	18	0,01207	1478,4
LT24	19	20	0,07	4485,714	LT24	19	30	0,15738	701,8
LT25	10	20	0,21	1495,238	LT25	19	30	0,15718	701,8
LT26	10	17	0,08	3925	LT26	20	22	0,029224	2240,7
LT27	10	21	0,07	4485,714	LT27	20	23	0,01603	1392,6
LT28	10	22	0,15	2093,333	LT28	21	20	0,0115	739,2
LT29	21	22	0,02	15700	LT29	21	20	0,01163	739,2
LT30	15	23	0,2	1570	LT30	21	20	0,01277	739,2
LT31	22	24	0,18	1744,444	LT31	22	25	0,023467	1856,8
LT32	23	24	0,27	1162,963	LT32	23	10	0,0044	2321
LT33	24	25	0,33	951,5152	LT33	24	23	0,01163	739,2
LT34	25	26	0,38	826,3158	LT34	24	23	0,01166	739,2
LT35	25	27	0,21	1495,238	LT35	25	27	0,009164	1856,8
LT36	28	27	0,4	785	LT36	26	25	0,01211	739,2
LT37	27	29	0,42	747,619	LT37	26	25	0,01233	739,2
LT38	27	30	0,6	523,3333	LT38	27	28	0,03852	1856,8
LT39	29	30	0,45	697,7778	LT39	28	14	0,015383	1787,5
LT40	8	28	0,2	1570	LT40	28	25	0,030339	2400,2
LT41	6	28	0,06	5233,333	LT41	28	29	0,0092	2400,2
-	-	-	-	-	LT42	28	31	0,0217	2321
-	-	-	-	-	LT43	29	15	0,04131	1379,4
-	-	-	-	-	LT44	29	22	0,0059	2400,2
-	-	-	-	-	LT45	30	16	0,017022	1180
-	-	-	-	-	LT46	31	12	0,01171	2607
-	-	-	-	-	LT47	31	17	0,01515	1542,2
-	-	-	-	-	LT48	32	27	0,01219	739,2
-	-	-	-	-	LT49	32	27	0,01138	739,2
-	-	-	-	-	LT50	32	27	0,01217	739,2
-	-	-	-	-	LT51	33	11	0,0127	739,2

FONTE: Dados adaptados de Alves (2007) e Zimmerman, Murillo-Sanchez e Thomas (2011)

Dados de demanda para o sistema de 33 barras:

TABELA 33 – DADOS DE DEMANDA (MWh) – 33b-STB

d	t	$\hat{p}_{d,t}^{min}$	$\hat{p}_{d,t}^{max}$	d	t	$\hat{p}_{d,t}^{min}$	$\hat{p}_{d,t}^{max}$	d	t	$\hat{p}_{d,t}^{min}$	$\hat{p}_{d,t}^{max}$
Pd1	1	672,77	1009,16	Pd1	9	616,71	925,06	Pd1	17	953,09	1429,64
Pd2	1	143,80	215,70	Pd2	9	131,82	197,72	Pd2	17	203,71	305,57
Pd3	1	87,31	130,96	Pd3	9	80,03	120,05	Pd3	17	123,68	185,53
Pd4	1	215,70	323,55	Pd4	9	197,72	296,58	Pd4	17	305,57	458,36
Pd5	1	1052,81	1579,21	Pd5	9	965,07	1447,61	Pd5	17	1491,48	2237,22
Pd6	1	775,48	1163,23	Pd6	9	710,86	1066,29	Pd6	17	1098,60	1647,90

Pd7	1	693,31	1039,97	Pd7	9	635,54	953,31	Pd7	17	982,19	1473,29
Pd8	1	1124,71	1687,06	Pd8	9	1030,98	1546,47	Pd8	17	1593,34	2390,00
Pd9	1	369,77	554,65	Pd9	9	338,95	508,43	Pd9	17	523,84	785,75
Pd1	2	616,71	925,06	Pd1	10	672,77	1009,16	Pd1	18	1121,28	1681,93
Pd2	2	131,82	197,72	Pd2	10	143,80	215,70	Pd2	18	239,66	359,50
Pd3	2	80,03	120,05	Pd3	10	87,31	130,96	Pd3	18	145,51	218,27
Pd4	2	197,72	296,58	Pd4	10	215,70	323,55	Pd4	18	359,50	539,24
Pd5	2	965,07	1447,61	Pd5	10	1052,81	1579,21	Pd5	18	1754,68	2632,02
Pd6	2	710,86	1066,29	Pd6	10	775,48	1163,23	Pd6	18	1292,47	1938,71
Pd7	2	635,54	953,31	Pd7	10	693,31	1039,97	Pd7	18	1155,52	1733,28
Pd8	2	1030,98	1546,47	Pd8	10	1124,71	1687,06	Pd8	18	1874,51	2811,77
Pd9	2	338,95	508,43	Pd9	10	369,77	554,65	Pd9	18	616,28	924,42
Pd1	3	504,58	756,87	Pd1	11	728,83	1093,25	Pd1	19	1065,22	1597,83
Pd2	3	107,85	161,77	Pd2	11	155,78	233,67	Pd2	19	227,68	341,52
Pd3	3	65,48	98,22	Pd3	11	94,58	141,87	Pd3	19	138,23	207,35
Pd4	3	161,77	242,66	Pd4	11	233,67	350,51	Pd4	19	341,52	512,28
Pd5	3	789,61	1184,41	Pd5	11	1140,54	1710,81	Pd5	19	1666,95	2500,42
Pd6	3	581,61	872,42	Pd6	11	840,11	1260,16	Pd6	19	1227,85	1841,77
Pd7	3	519,98	779,98	Pd7	11	751,09	1126,63	Pd7	19	1097,75	1646,62
Pd8	3	843,53	1265,30	Pd8	11	1218,43	1827,65	Pd8	19	1780,79	2671,18
Pd9	3	277,33	415,99	Pd9	11	400,58	600,87	Pd9	19	585,46	878,20
Pd1	4	560,64	840,96	Pd1	12	897,03	1345,54	Pd1	20	1009,16	1513,73
Pd2	4	119,83	179,75	Pd2	12	191,73	287,60	Pd2	20	215,70	323,55
Pd3	4	72,76	109,13	Pd3	12	116,41	174,61	Pd3	20	130,96	196,44
Pd4	4	179,75	269,62	Pd4	12	287,60	431,39	Pd4	20	323,55	485,32
Pd5	4	877,34	1316,01	Pd5	12	1403,75	2105,62	Pd5	20	1579,21	2368,82
Pd6	4	646,24	969,35	Pd6	12	1033,98	1550,97	Pd6	20	1163,23	1744,84
Pd7	4	577,76	866,64	Pd7	12	924,42	1386,63	Pd7	20	1039,97	1559,95
Pd8	4	937,26	1405,89	Pd8	12	1499,61	2249,42	Pd8	20	1687,06	2530,59
Pd9	4	308,14	462,21	Pd9	12	493,02	739,53	Pd9	20	554,65	831,98
Pd1	5	392,45	588,67	Pd1	13	784,90	1177,35	Pd1	21	953,09	1429,64
Pd2	5	83,88	125,82	Pd2	13	167,76	251,65	Pd2	21	203,71	305,57
Pd3	5	50,93	76,39	Pd3	13	101,86	152,79	Pd3	21	123,68	185,53
Pd4	5	125,82	188,74	Pd4	13	251,65	377,47	Pd4	21	305,57	458,36
Pd5	5	614,14	921,21	Pd5	13	1228,28	1842,42	Pd5	21	1491,48	2237,22
Pd6	5	452,37	678,55	Pd6	13	904,73	1357,10	Pd6	21	1098,60	1647,90
Pd7	5	404,43	606,65	Pd7	13	808,87	1213,30	Pd7	21	982,19	1473,29
Pd8	5	656,08	984,12	Pd8	13	1312,16	1968,24	Pd8	21	1593,34	2390,00
Pd9	5	215,70	323,55	Pd9	13	431,39	647,09	Pd9	21	523,84	785,75
Pd1	6	336,39	504,58	Pd1	14	672,77	1009,16	Pd1	22	897,03	1345,54
Pd2	6	71,90	107,85	Pd2	14	143,80	215,70	Pd2	22	191,73	287,60
Pd3	6	43,65	65,48	Pd3	14	87,31	130,96	Pd3	22	116,41	174,61
Pd4	6	107,85	161,77	Pd4	14	215,70	323,55	Pd4	22	287,60	431,39
Pd5	6	526,40	789,61	Pd5	14	1052,81	1579,21	Pd5	22	1403,75	2105,62
Pd6	6	387,74	581,61	Pd6	14	775,48	1163,23	Pd6	22	1033,98	1550,97
Pd7	6	346,66	519,98	Pd7	14	693,31	1039,97	Pd7	22	924,42	1386,63

Pd8	6	562,35	843,53	Pd8	14	1124,71	1687,06	Pd8	22	1499,61	2249,42
Pd9	6	184,88	277,33	Pd9	14	369,77	554,65	Pd9	22	493,02	739,53
Pd1	7	403,66	605,49	Pd1	15	728,83	1093,25	Pd1	23	840,96	1261,44
Pd2	7	86,28	129,42	Pd2	15	155,78	233,67	Pd2	23	179,75	269,62
Pd3	7	52,38	78,58	Pd3	15	94,58	141,87	Pd3	23	109,13	163,70
Pd4	7	129,42	194,13	Pd4	15	233,67	350,51	Pd4	23	269,62	404,43
Pd5	7	631,69	947,53	Pd5	15	1140,54	1710,81	Pd5	23	1316,01	1974,02
Pd6	7	465,29	697,94	Pd6	15	840,11	1260,16	Pd6	23	969,35	1454,03
Pd7	7	415,99	623,98	Pd7	15	751,09	1126,63	Pd7	23	866,64	1299,96
Pd8	7	674,82	1012,24	Pd8	15	1218,43	1827,65	Pd8	23	1405,89	2108,83
Pd9	7	221,86	332,79	Pd9	15	400,58	600,87	Pd9	23	462,21	693,31
Pd1	8	560,64	840,96	Pd1	16	1009,16	1513,73	Pd1	24	784,90	1177,35
Pd2	8	119,83	179,75	Pd2	16	215,70	323,55	Pd2	24	167,76	251,65
Pd3	8	72,76	109,13	Pd3	16	130,96	196,44	Pd3	24	101,86	152,79
Pd4	8	179,75	269,62	Pd4	16	323,55	485,32	Pd4	24	251,65	377,47
Pd5	8	877,34	1316,01	Pd5	16	1579,21	2368,82	Pd5	24	1228,28	1842,42
Pd6	8	646,24	969,35	Pd6	16	1163,23	1744,84	Pd6	24	904,73	1357,10
Pd7	8	577,76	866,64	Pd7	16	1039,97	1559,95	Pd7	24	808,87	1213,30
Pd8	8	937,26	1405,89	Pd8	16	1687,06	2530,59	Pd8	24	1312,16	1968,24
Pd9	8	308,14	462,21	Pd9	16	554,65	831,98	Pd9	24	431,39	647,09

FONTE: Dados adaptados de Takigawa (2010).

Dados de demanda para o sistema de 30 barras:

TABELA 34 – DADOS DE DEMANDA (MWh) – 30b-IEEE

d	t	$\hat{P}_{d,t}^{min}$	$\hat{P}_{d,t}^{max}$	d	t	$\hat{P}_{d,t}^{min}$	$\hat{P}_{d,t}^{max}$	d	t	$\hat{P}_{d,t}^{min}$	$\hat{P}_{d,t}^{max}$
Pd1	1	248,56	372,84	Pd1	9	227,85	341,77	Pd1	17	352,13	528,19
Pd2	1	27,49	41,24	Pd2	9	25,20	37,80	Pd2	17	38,95	58,42
Pd3	1	87,05	130,58	Pd3	9	79,80	119,70	Pd3	17	123,33	184,99
Pd4	1	261,16	391,74	Pd4	9	239,40	359,10	Pd4	17	369,98	554,97
Pd5	1	343,63	515,45	Pd5	9	315,00	472,50	Pd5	17	486,81	730,22
Pd6	1	66,44	99,65	Pd6	9	60,90	91,35	Pd6	17	94,12	141,18
Pd7	1	128,29	192,43	Pd7	9	117,60	176,40	Pd7	17	181,74	272,62
Pd8	1	71,02	106,53	Pd8	9	65,10	97,65	Pd8	17	100,61	150,91
Pd9	1	93,93	140,89	Pd9	9	86,10	129,15	Pd9	17	133,06	199,59
Pd10	1	40,09	60,14	Pd10	9	36,75	55,12	Pd10	17	56,80	85,19
Pd11	1	103,09	154,64	Pd11	9	94,50	141,75	Pd11	17	146,04	219,07
Pd12	1	36,65	54,98	Pd12	9	33,60	50,40	Pd12	17	51,93	77,89
Pd13	1	108,82	163,23	Pd13	9	99,75	149,62	Pd13	17	154,16	231,24
Pd14	1	25,20	37,80	Pd14	9	23,10	34,65	Pd14	17	35,70	53,55
Pd15	1	200,45	300,68	Pd15	9	183,75	275,62	Pd15	17	283,98	425,96
Pd16	1	36,65	54,98	Pd16	9	33,60	50,40	Pd16	17	51,93	77,89
Pd17	1	99,65	149,48	Pd17	9	91,35	137,02	Pd17	17	141,18	211,76
Pd18	1	40,09	60,14	Pd18	9	36,75	55,12	Pd18	17	56,80	85,19
Pd19	1	27,49	41,24	Pd19	9	25,20	37,80	Pd19	17	38,95	58,42

Pd20	1	121,42	182,13	Pd20	9	111,30	166,95	Pd20	17	172,01	258,01
Pd1	2	227,85	341,77	Pd1	10	248,56	372,84	Pd1	18	414,27	621,40
Pd2	2	25,20	37,80	Pd2	10	27,49	41,24	Pd2	18	45,82	68,73
Pd3	2	79,80	119,70	Pd3	10	87,05	130,58	Pd3	18	145,09	217,63
Pd4	2	239,40	359,10	Pd4	10	261,16	391,74	Pd4	18	435,27	652,90
Pd5	2	315,00	472,50	Pd5	10	343,63	515,45	Pd5	18	572,72	859,08
Pd6	2	60,90	91,35	Pd6	10	66,44	99,65	Pd6	18	110,73	166,09
Pd7	2	117,60	176,40	Pd7	10	128,29	192,43	Pd7	18	213,82	320,72
Pd8	2	65,10	97,65	Pd8	10	71,02	106,53	Pd8	18	118,36	177,54
Pd9	2	86,10	129,15	Pd9	10	93,93	140,89	Pd9	18	156,54	234,82
Pd10	2	36,75	55,12	Pd10	10	40,09	60,14	Pd10	18	66,82	100,23
Pd11	2	94,50	141,75	Pd11	10	103,09	154,64	Pd11	18	171,82	257,73
Pd12	2	33,60	50,40	Pd12	10	36,65	54,98	Pd12	18	61,09	91,64
Pd13	2	99,75	149,62	Pd13	10	108,82	163,23	Pd13	18	181,36	272,04
Pd14	2	23,10	34,65	Pd14	10	25,20	37,80	Pd14	18	42,00	63,00
Pd15	2	183,75	275,62	Pd15	10	200,45	300,68	Pd15	18	334,09	501,13
Pd16	2	33,60	50,40	Pd16	10	36,65	54,98	Pd16	18	61,09	91,64
Pd17	2	91,35	137,02	Pd17	10	99,65	149,48	Pd17	18	166,09	249,13
Pd18	2	36,75	55,12	Pd18	10	40,09	60,14	Pd18	18	66,82	100,23
Pd19	2	25,20	37,80	Pd19	10	27,49	41,24	Pd19	18	45,82	68,73
Pd20	2	111,30	166,95	Pd20	10	121,42	182,13	Pd20	18	202,36	303,54
Pd1	3	186,42	279,63	Pd1	11	269,28	403,91	Pd1	19	393,56	590,33
Pd2	3	20,62	30,93	Pd2	11	29,78	44,67	Pd2	19	43,53	65,29
Pd3	3	65,29	97,94	Pd3	11	94,31	141,46	Pd3	19	137,84	206,75
Pd4	3	195,87	293,81	Pd4	11	282,93	424,39	Pd4	19	413,51	620,26
Pd5	3	257,73	386,59	Pd5	11	372,27	558,41	Pd5	19	544,09	816,13
Pd6	3	49,83	74,74	Pd6	11	71,97	107,96	Pd6	19	105,19	157,79
Pd7	3	96,22	144,33	Pd7	11	138,98	208,47	Pd7	19	203,13	304,69
Pd8	3	53,26	79,89	Pd8	11	76,94	115,40	Pd8	19	112,44	168,67
Pd9	3	70,44	105,67	Pd9	11	101,75	152,63	Pd9	19	148,72	223,08
Pd10	3	30,07	45,10	Pd10	11	43,43	65,15	Pd10	19	63,48	95,22
Pd11	3	77,32	115,98	Pd11	11	111,68	167,52	Pd11	19	163,23	244,84
Pd12	3	27,49	41,24	Pd12	11	39,71	59,56	Pd12	19	58,04	87,05
Pd13	3	81,61	122,42	Pd13	11	117,89	176,83	Pd13	19	172,29	258,44
Pd14	3	18,90	28,35	Pd14	11	27,30	40,95	Pd14	19	39,90	59,85
Pd15	3	150,34	225,51	Pd15	11	217,16	325,74	Pd15	19	317,38	476,08
Pd16	3	27,49	41,24	Pd16	11	39,71	59,56	Pd16	19	58,04	87,05
Pd17	3	74,74	112,11	Pd17	11	107,96	161,94	Pd17	19	157,79	236,68
Pd18	3	30,07	45,10	Pd18	11	43,43	65,15	Pd18	19	63,48	95,22
Pd19	3	20,62	30,93	Pd19	11	29,78	44,67	Pd19	19	43,53	65,29
Pd20	3	91,06	136,59	Pd20	11	131,54	197,30	Pd20	19	192,24	288,37
Pd1	4	207,13	310,70	Pd1	12	331,42	497,12	Pd1	20	372,84	559,26
Pd2	4	22,91	34,36	Pd2	12	36,65	54,98	Pd2	20	41,24	61,85
Pd3	4	72,54	108,82	Pd3	12	116,07	174,11	Pd3	20	130,58	195,87
Pd4	4	217,63	326,45	Pd4	12	348,22	522,32	Pd4	20	391,74	587,61
Pd5	4	286,36	429,54	Pd5	12	458,18	687,27	Pd5	20	515,45	773,18

Pd6	4	55,36	83,04	Pd6	12	88,58	132,87	Pd6	20	99,65	149,48
Pd7	4	106,91	160,36	Pd7	12	171,05	256,58	Pd7	20	192,43	288,65
Pd8	4	59,18	88,77	Pd8	12	94,69	142,04	Pd8	20	106,53	159,79
Pd9	4	78,27	117,41	Pd9	12	125,24	187,85	Pd9	20	140,89	211,33
Pd10	4	33,41	50,11	Pd10	12	53,45	80,18	Pd10	20	60,14	90,20
Pd11	4	85,91	128,86	Pd11	12	137,45	206,18	Pd11	20	154,64	231,95
Pd12	4	30,55	45,82	Pd12	12	48,87	73,31	Pd12	20	54,98	82,47
Pd13	4	90,68	136,02	Pd13	12	145,09	217,63	Pd13	20	163,23	244,84
Pd14	4	21,00	31,50	Pd14	12	33,60	50,40	Pd14	20	37,80	56,70
Pd15	4	167,04	250,57	Pd15	12	267,27	400,91	Pd15	20	300,68	451,02
Pd16	4	30,55	45,82	Pd16	12	48,87	73,31	Pd16	20	54,98	82,47
Pd17	4	83,04	124,57	Pd17	12	132,87	199,31	Pd17	20	149,48	224,22
Pd18	4	33,41	50,11	Pd18	12	53,45	80,18	Pd18	20	60,14	90,20
Pd19	4	22,91	34,36	Pd19	12	36,65	54,98	Pd19	20	41,24	61,85
Pd20	4	101,18	151,77	Pd20	12	161,89	242,83	Pd20	20	182,13	273,19
Pd1	5	144,99	217,49	Pd1	13	289,99	434,98	Pd1	21	352,13	528,19
Pd2	5	16,04	24,05	Pd2	13	32,07	48,11	Pd2	21	38,95	58,42
Pd3	5	50,78	76,17	Pd3	13	101,56	152,34	Pd3	21	123,33	184,99
Pd4	5	152,34	228,52	Pd4	13	304,69	457,03	Pd4	21	369,98	554,97
Pd5	5	200,45	300,68	Pd5	13	400,91	601,36	Pd5	21	486,81	730,22
Pd6	5	38,75	58,13	Pd6	13	77,51	116,26	Pd6	21	94,12	141,18
Pd7	5	74,84	112,25	Pd7	13	149,67	224,51	Pd7	21	181,74	272,62
Pd8	5	41,43	62,14	Pd8	13	82,85	124,28	Pd8	21	100,61	150,91
Pd9	5	54,79	82,19	Pd9	13	109,58	164,37	Pd9	21	133,06	199,59
Pd10	5	23,39	35,08	Pd10	13	46,77	70,16	Pd10	21	56,80	85,19
Pd11	5	60,14	90,20	Pd11	13	120,27	180,41	Pd11	21	146,04	219,07
Pd12	5	21,38	32,07	Pd12	13	42,76	64,14	Pd12	21	51,93	77,89
Pd13	5	63,48	95,22	Pd13	13	126,95	190,43	Pd13	21	154,16	231,24
Pd14	5	14,70	22,05	Pd14	13	29,40	44,10	Pd14	21	35,70	53,55
Pd15	5	116,93	175,40	Pd15	13	233,86	350,79	Pd15	21	283,98	425,96
Pd16	5	21,38	32,07	Pd16	13	42,76	64,14	Pd16	21	51,93	77,89
Pd17	5	58,13	87,20	Pd17	13	116,26	174,39	Pd17	21	141,18	211,76
Pd18	5	23,39	35,08	Pd18	13	46,77	70,16	Pd18	21	56,80	85,19
Pd19	5	16,04	24,05	Pd19	13	32,07	48,11	Pd19	21	38,95	58,42
Pd20	5	70,83	106,24	Pd20	13	141,65	212,48	Pd20	21	172,01	258,01
Pd1	6	124,28	186,42	Pd1	14	248,56	372,84	Pd1	22	331,42	497,12
Pd2	6	13,75	20,62	Pd2	14	27,49	41,24	Pd2	22	36,65	54,98
Pd3	6	43,53	65,29	Pd3	14	87,05	130,58	Pd3	22	116,07	174,11
Pd4	6	130,58	195,87	Pd4	14	261,16	391,74	Pd4	22	348,22	522,32
Pd5	6	171,82	257,73	Pd5	14	343,63	515,45	Pd5	22	458,18	687,27
Pd6	6	33,22	49,83	Pd6	14	66,44	99,65	Pd6	22	88,58	132,87
Pd7	6	64,14	96,22	Pd7	14	128,29	192,43	Pd7	22	171,05	256,58
Pd8	6	35,51	53,26	Pd8	14	71,02	106,53	Pd8	22	94,69	142,04
Pd9	6	46,96	70,44	Pd9	14	93,93	140,89	Pd9	22	125,24	187,85
Pd10	6	20,05	30,07	Pd10	14	40,09	60,14	Pd10	22	53,45	80,18
Pd11	6	51,55	77,32	Pd11	14	103,09	154,64	Pd11	22	137,45	206,18

Pd12	6	18,33	27,49	Pd12	14	36,65	54,98	Pd12	22	48,87	73,31
Pd13	6	54,41	81,61	Pd13	14	108,82	163,23	Pd13	22	145,09	217,63
Pd14	6	12,60	18,90	Pd14	14	25,20	37,80	Pd14	22	33,60	50,40
Pd15	6	100,23	150,34	Pd15	14	200,45	300,68	Pd15	22	267,27	400,91
Pd16	6	18,33	27,49	Pd16	14	36,65	54,98	Pd16	22	48,87	73,31
Pd17	6	49,83	74,74	Pd17	14	99,65	149,48	Pd17	22	132,87	199,31
Pd18	6	20,05	30,07	Pd18	14	40,09	60,14	Pd18	22	53,45	80,18
Pd19	6	13,75	20,62	Pd19	14	27,49	41,24	Pd19	22	36,65	54,98
Pd20	6	60,71	91,06	Pd20	14	121,42	182,13	Pd20	22	161,89	242,83
Pd1	7	149,14	223,71	Pd1	15	269,28	403,91	Pd1	23	310,70	466,05
Pd2	7	16,49	24,74	Pd2	15	29,78	44,67	Pd2	23	34,36	51,55
Pd3	7	52,23	78,35	Pd3	15	94,31	141,46	Pd3	23	108,82	163,23
Pd4	7	156,70	235,05	Pd4	15	282,93	424,39	Pd4	23	326,45	489,68
Pd5	7	206,18	309,27	Pd5	15	372,27	558,41	Pd5	23	429,54	644,31
Pd6	7	39,86	59,79	Pd6	15	71,97	107,96	Pd6	23	83,04	124,57
Pd7	7	76,97	115,46	Pd7	15	138,98	208,47	Pd7	23	160,36	240,54
Pd8	7	42,61	63,92	Pd8	15	76,94	115,40	Pd8	23	88,77	133,16
Pd9	7	56,36	84,53	Pd9	15	101,75	152,63	Pd9	23	117,41	176,11
Pd10	7	24,05	36,08	Pd10	15	43,43	65,15	Pd10	23	50,11	75,17
Pd11	7	61,85	92,78	Pd11	15	111,68	167,52	Pd11	23	128,86	193,29
Pd12	7	21,99	32,99	Pd12	15	39,71	59,56	Pd12	23	45,82	68,73
Pd13	7	65,29	97,94	Pd13	15	117,89	176,83	Pd13	23	136,02	204,03
Pd14	7	15,12	22,68	Pd14	15	27,30	40,95	Pd14	23	31,50	47,25
Pd15	7	120,27	180,41	Pd15	15	217,16	325,74	Pd15	23	250,57	375,85
Pd16	7	21,99	32,99	Pd16	15	39,71	59,56	Pd16	23	45,82	68,73
Pd17	7	59,79	89,69	Pd17	15	107,96	161,94	Pd17	23	124,57	186,85
Pd18	7	24,05	36,08	Pd18	15	43,43	65,15	Pd18	23	50,11	75,17
Pd19	7	16,49	24,74	Pd19	15	29,78	44,67	Pd19	23	34,36	51,55
Pd20	7	72,85	109,28	Pd20	15	131,54	197,30	Pd20	23	151,77	227,66
Pd1	8	207,13	310,70	Pd1	16	372,84	559,26	Pd1	24	289,99	434,98
Pd2	8	22,91	34,36	Pd2	16	41,24	61,85	Pd2	24	32,07	48,11
Pd3	8	72,54	108,82	Pd3	16	130,58	195,87	Pd3	24	101,56	152,34
Pd4	8	217,63	326,45	Pd4	16	391,74	587,61	Pd4	24	304,69	457,03
Pd5	8	286,36	429,54	Pd5	16	515,45	773,18	Pd5	24	400,91	601,36
Pd6	8	55,36	83,04	Pd6	16	99,65	149,48	Pd6	24	77,51	116,26
Pd7	8	106,91	160,36	Pd7	16	192,43	288,65	Pd7	24	149,67	224,51
Pd8	8	59,18	88,77	Pd8	16	106,53	159,79	Pd8	24	82,85	124,28
Pd9	8	78,27	117,41	Pd9	16	140,89	211,33	Pd9	24	109,58	164,37
Pd10	8	33,41	50,11	Pd10	16	60,14	90,20	Pd10	24	46,77	70,16
Pd11	8	85,91	128,86	Pd11	16	154,64	231,95	Pd11	24	120,27	180,41
Pd12	8	30,55	45,82	Pd12	16	54,98	82,47	Pd12	24	42,76	64,14
Pd13	8	90,68	136,02	Pd13	16	163,23	244,84	Pd13	24	126,95	190,43
Pd14	8	21,00	31,50	Pd14	16	37,80	56,70	Pd14	24	29,40	44,10
Pd15	8	167,04	250,57	Pd15	16	300,68	451,02	Pd15	24	233,86	350,79
Pd16	8	30,55	45,82	Pd16	16	54,98	82,47	Pd16	24	42,76	64,14
Pd17	8	83,04	124,57	Pd17	16	149,48	224,22	Pd17	24	116,26	174,39



Pd18	8	33,41	50,11	Pd18	16	60,14	90,20	Pd18	24	46,77	70,16
Pd19	8	22,91	34,36	Pd19	16	41,24	61,85	Pd19	24	32,07	48,11
Pd20	8	101,18	151,77	Pd20	16	182,13	273,19	Pd20	24	141,65	212,48

FONTE: Dados adaptados de Takigawa (2010) e Zimmerman, Murillo-Sanchez e Thomas (2011).

Dados hídricos para o sistema de 30 e 33 barras:

TABELA 35 – DADOS OPERACIONAIS DAS HIDRELÉTRICAS

UHE	$\hat{V}_{r,0}$	$\hat{V}_r^{min}$	$\hat{V}_r^{max}$	$\hat{V}_{r,T}^{fim}$	$\hat{S}_r^{max}$	$\hat{Q}_r^{max}$	$\hat{P}_r^{max}$
30b-IEEE							
UHE1	122,00	4,00	122,00	45,30	33888,89	1192,10	500,00
UHE2	122,00	4,00	122,00	45,30	33888,89	1192,10	500,00
UHE3	143,00	5,00	143,00	53,30	39722,22	1274,14	600,00
UHE4	143,00	5,00	143,00	53,30	39722,22	1274,14	600,00
UHE5	240,00	6,00	240,00	87,90	66666,67	2211,90	600,00
UHE6	240,00	6,00	240,00	87,90	66666,67	2211,90	600,00
33b-STB							
UHE1	2758,65	2283,00	3340,00	2652,95	2280,00	1140,00	1037,40
UHE2	5050,00	5050,00	5100,00	5100,00	2900,00	1450,00	1319,50
UHE3	3686,25	1974,00	5779,00	3305,75	2752,00	1376,00	1417,28
UHE4	2736,60	2562,00	2950,00	2697,80	2536,00	1268,00	1318,72
UHE5	4512,85	2662,00	6775,00	4101,55	3152,00	1576,00	1323,84
UHE6	1014,00	1014,00	1124,00	1124,00	3568,00	1784,00	1070,40
UHE7	3473,00	3473,00	3573,00	3573,00	4200,00	2100,00	1239,00

FONTE: Dados adaptados de Takigawa (2010) e Dashti *et al.* (2016).