

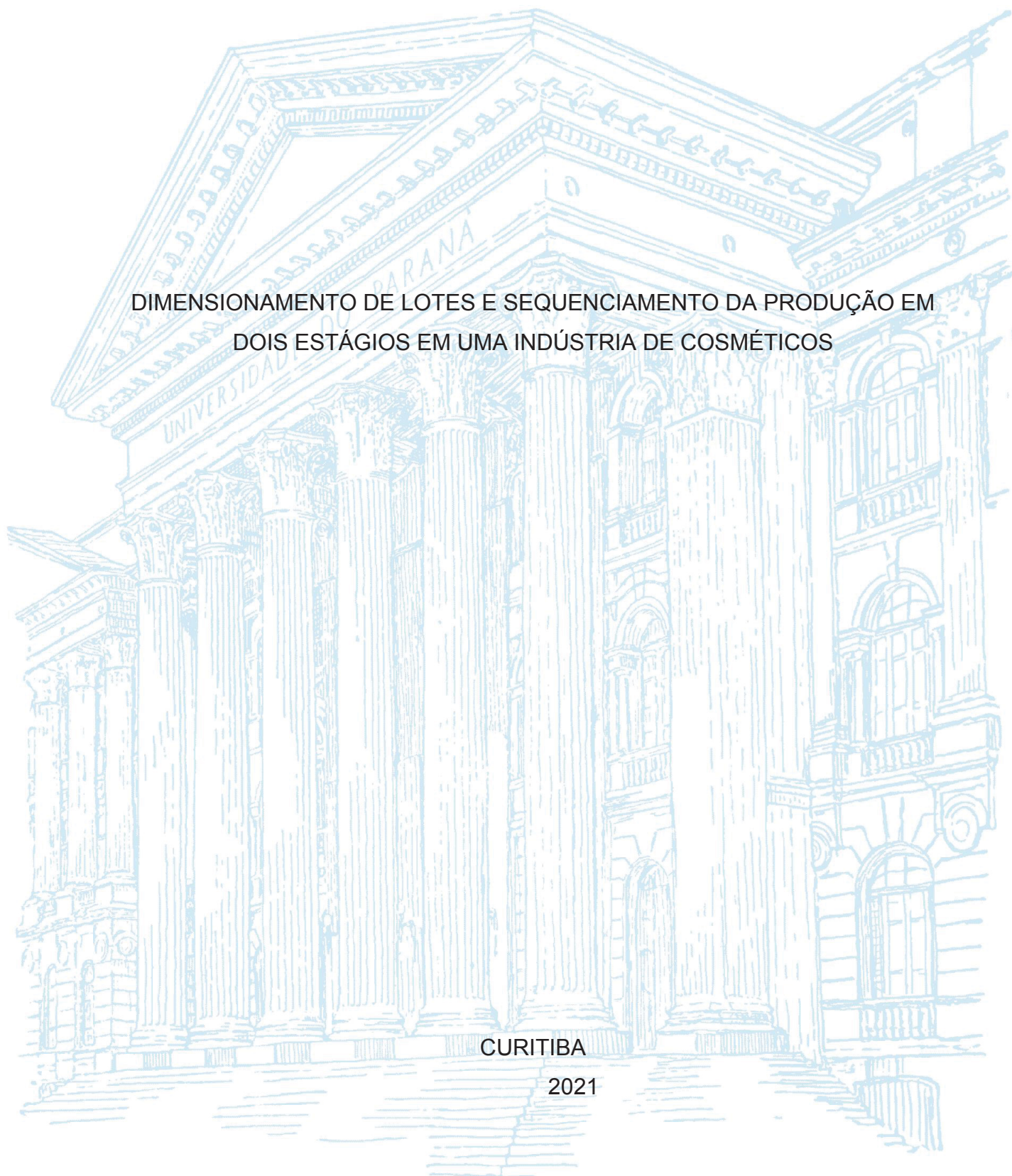
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

TALITA MARIANA PINHO SCHIMIDT

DIMENSIONAMENTO DE LOTES E SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO EM
DOIS ESTÁGIOS EM UMA INDÚSTRIA DE COSMÉTICOS

CURITIBA

2021



TALITA MARIANA PINHO SCHIMIDT

DIMENSIONAMENTO DE LOTES E SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO EM
DOIS ESTÁGIOS EM UMA INDÚSTRIA DE COSMÉTICOS

Tese apresentada ao curso de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Setor de Exatas, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Métodos Numéricos em Engenharia.

Orientador: Prof. Dr. Cassius Tadeu Scarpin

Coorientador: Prof. Dr. Gustavo Valentim Loch

CURITIBA

2021

CATALOGAÇÃO NA FONTE – SIBI/UFPR

S335d Schmidt, Talita Mariana Pinho

Dimensionamento de lotes e sequenciamento da produção em dois estágios em uma indústria de cosméticos [recurso eletrônico]/ Talita Mariana Pinho Schmidt – Curitiba, 2021.

Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Setor de Exatas, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Métodos Numéricos em Engenharia.

Orientador: Prof. Dr. Cassius Tadeu Scarpin

Coorientador: Prof. Dr. Gustavo Valentim Loch

1. Heurística. 2. Controle de produção. 3. Análise matemática. I. Scarpin, Cassius Tadeu. II. Loch, Gustavo Valentim. III. Título. IV. Universidade Federal do Paraná.

CDD 658.53

Bibliotecária: Vilma Machado CRB9/1563



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MÉTODOS NUMÉRICOS
EM ENGENHARIA - 40001016030P0

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em MÉTODOS NUMÉRICOS EM ENGENHARIA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **TALITA MARIANA PINHO SCHIMIDT** intitulada: **DIMENSIONAMENTO DE LOTES E SEQUENCIAMENTO DA PRODUÇÃO EM DOIS ESTÁGIOS EM UMA INDÚSTRIA DE COSMÉTICOS**, sob orientação do Prof. Dr. CASSIUS TADEU SCARPIN, que após terem inquirido a aluna e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua **APROVAÇÃO** no rito de defesa.

A outorga do título de doutor está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 29 de Julho de 2021.

Assinatura Eletrônica
29/07/2021 12:44:21.0
CASSIUS TADEU SCARPIN
Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica
29/07/2021 12:44:58.0
LEANDRO MAGATÃO
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO
PARANÁ)

Assinatura Eletrônica
29/07/2021 12:19:07.0
THIAGO ANDRÉ GUIMARÃES
Avaliador Externo (INSTITUTO FEDERAL DE EDUC., CIÊNCIA E
TECNOLOGIA DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica
29/07/2021 12:44:20.0
EDUARDO ALVES PORTELA SANTOS
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica
29/07/2021 12:47:35.0
REINALDO MORABITO NETO
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS)

CESEC/TC/UFPR - Centro Politécnico - CURITIBA - Paraná - Brasil
CEP 81531-980 - Tel: (41) 3361-3218 - E-mail: ppgmne@ufpr.br

Documento assinado eletronicamente de acordo com o disposto na legislação federal Decreto 8539 de 08 de outubro de 2015.
Gerado e autenticado pelo SIGA-UFPR, com a seguinte identificação única: 103515

**Para autenticar este documento/assinatura, acesse <https://www.pppg.ufpr.br/siga/visitante/autenticacaoassinaturas.jsp>
e insira o código 103515**

Dedico este trabalho aos meus pais, em especial à minha mãe, Teresinha (em memória), que nunca poupou esforços para proporcionar a melhor educação que pôde aos seus filhos.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, agradeço aos meus pais, Sérgio e Teresinha, por todo apoio, incentivo e esforços para que eu pudesse trilhar os caminhos que trilhei e chegar até aqui.

Agradeço a Deus por guiar minha vida e me conceder o privilégio de pais tão dedicados e uma família tão maravilhosa.

Agradeço ao meu companheiro de vida, Natan, por toda compreensão e parceria. Agradeço também ao meu filho Miguel, que nasceu durante o meu doutorado, ele é hoje a razão de eu buscar ser melhor todos os dias.

Ao meu orientador Dr. Cassius Tadeu Scarpin e coorientador Dr. Gustavo Valentim Loch, pelo suporte ao longo do doutorado e toda ajuda sempre.

Aos membros da banca pelas valiosas contribuições ao meu trabalho.

Ao professor Reinaldo Morabito por fornecer dados importantes para desenvolvimento do trabalho.

A todos os funcionários da UFPR, tanto setor do PPGMNE quanto do setor de Sociais aplicadas, por toda ajuda e disponibilidade.

A todos os colegas e amigos do GTA0, por toda troca de conhecimento durante esses anos de pós-graduação. Em especial, aos amigos tão queridos que fiz nesse tempo, que sempre me ajudaram, tanto tecnicamente quanto emocionalmente e que levarei comigo para sempre, Cleder M. Schekemberg, Deidson V. Kurpel, Kellen D. Endler, Nathalia C. Ortiz da Silva e Tamires Sfeir.

Aos meus irmãos Fabian, Fernanda e Thiago, e minha prima-irmã Camila, que sempre me apoiaram e torceram por mim.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

Cada um de nós compõe a sua história

Cada ser em si

Carrega o dom de ser capaz

E ser feliz. (SATER A., 1990)

RESUMO

Esta tese trata sobre o problema de otimização do planejamento e programação da produção em dois estágios. O desenvolvimento do modelo matemático de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) deu-se em uma indústria de cosméticos, embora possa ser adaptada para linhas de produção similares. Na aplicação, o primeiro estágio é responsável pela manipulação dos produtos em tanques misturadores, enquanto o segundo realiza a embalagem primária em linhas paralelas de envase. Trata-se de um problema de dimensionamento e sequenciamento da produção, que ocorre de forma integrada, de modo a realizar as atividades necessárias ao cenário produtivo e promover a dependência entre os estágios produtivos. Os dois estágios dispõem de máquinas paralelas para produção, sendo que no primeiro têm capacidades distintas e no segundo idênticas, existindo um estoque intermediário entre os dois estágios produtivos. Este estoque, além da sua função básica de armazenar o produto semiacabado até sua ordem de envase, possui uma capacidade finita e deve funcionar como um *buffer* obrigatório de itens com especificações entre fases produtivas, por exemplo, tempo mínimo e máximo permitido de permanência entre fases de cada lote de acordo com sua reação química. Problemas similares podem ser encontrados na literatura, entretanto estes trabalhos possuem a característica de dedicação exclusiva de máquinas entre o primeiro e segundo estágio. Aborda-se, nesta pesquisa, números distintos de máquinas por estágio, o que aumenta o número de tomadas de decisões a serem realizadas. Além disso, aborda-se a característica ativa do estoque/*buffer* intermediário, sendo que as diferentes características de cada produto influenciam nas decisões a serem tomadas quanto dimensionamento dos lotes e sequenciamento da produção. A aplicação de modelagem matemática PLIM na indústria de cosméticos e suas peculiares características não foi encontrada, no melhor de nosso conhecimento, na literatura. Propõe-se um modelo matemático chamado MDSLEI-2E (Modelo Integrado de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes em dois Estágios e Estoque Intermediário) e uma generalização do MDSLEI-2E, que aborda o tempo de permanência em estoque. O primeiro caso aborda de forma geral os casos aplicados à fábrica em estudo, realiza o dimensionamento e sequenciamento dos lotes nos dois estágios, minimiza custos de *setup*, os custos de estoques, tanto intermediário quanto final, realiza a designação das máquinas e minimiza atrasos e horas extras trabalhadas. Já a generalização proposta realiza as mesmas atividades que o MDSLEI-2E e aborda as especificações dos produtos quanto ao tempo de permanência permitido para cada lote fora da embalagem primária. Esta aplicação é viável para a indústria de cosméticos e, também, a diversas outras indústrias químicas, como a farmacêutica e alimentícia. Quanto aos métodos de solução, além dos modelos matemáticos, resolvidos pelo *solver* Gurobi, propõe-se um método sequencial, que realiza a interação entre *solver* (modelo) e um algoritmo de Busca Local (BL) que utiliza operadores heurísticos para otimização. Propõe-se e compara-se duas metodologias distintas para Busca Local no método sequencial proposto. A primeira requisita, de maneira aleatória, operadores em uma heurística *Fix and Optimize* (F&O), e a segunda utiliza uma heurística baseada na melhoria F&O combinada a princípios do VND (*Variable Neighborhood Descent*), chamada de FixVND. Os resultados indicam que, para instâncias a partir de 10 itens, torna-se viável a aplicação do método sequencial. A heurística proposta apresenta resultados melhores quando comparados às outras estratégias testadas no mesmo tempo computacional.

Palavras-chave: Dimensionamento de Lotes. Sequenciamento. Problemas em dois estágios. *Fix and Optimize*. Método Sequencial.

ABSTRACT

This thesis deals with the problem of production planning and scheduling in two stages of optimization. The development of Mixed Integer Linear Programming (PLIM) is applied in the cosmetics industry; besides, it can be used in any similar production line. In the real case, the first stage is responsible for handling the products in mixing tanks, while the second performs primary packaging in parallel filling lines. It is a lot sizing and scheduling problem, which occurs in an integrated way, in order to carry out the activities necessary for the production scenario and promote the synchrony between the production stages. The two stages are composed of parallel machines for production, in the first one they have different capacities, and in the second identical, there is an intermediate stock between the two production stages. This stock, in addition to its basic function of storing the semi-finished product until its filling order, has a finite capacity and can have a function as a buffer of items with specifications between production phases, for example, minimum and maximum allowed time of permanence between phases of each lot according to its chemical reaction. Similar problems can be found in the literature. However, the related works found have the same number of machines in the first and second stages. This implicitly determines that each tank has a dedicated filling machine. In the case of this research study, there is a different number of machines per stage, which increases the number of decisions to be realized. In addition, the problem addressed in this work has the active characteristic of the intermediate stock/buffer and the different characteristics of each product influence the decisions to be taken regarding lot sizing and scheduling. The application of the PLIM mathematical model in the cosmetics industry and its peculiar characteristics has not been found, to the best of our knowledge, in the literature. A mathematical model and a generalization are proposed, the MDSLEI-2E (Integrated Lot Sizing and Scheduling Model in Two Stages and Intermediate Stock) that addresses the cases applied to the factory understudy, perform the lot sizing and scheduling in two stages, minimizes setup, inventory costs, both intermediate and final, performs the assignment of machines and minimizes delays and overtime worked. The generalization proposed, on the other hand, performs the same activities as MDSLEI-2E and addresses product specifications regarding the permanence time allowed for each lot outside the primary packaging. This application is viable for the cosmetics industry and, also for several other chemical industries, such as pharmaceuticals and food. As for the solution methods, in addition to the mathematical models, solved by the Gurobi solver, a sequential method is proposed, which performs the interaction between the solver (model) and a Local Search (LS) algorithm that uses heuristic operators for optimization. It proposes and compares two distinct methodologies for Local Search in the proposed sequential method. The first randomly request a Fix and Optimize (F&O) heuristic, which varies its heuristic operators according to partition and fixed variables, and the second uses a heuristic based on the F&O improvement heuristic combined with VND (*Variable Neighborhood Descent*), called FixVND. The results indicate that, for instances with 10 items or more, it is feasible to apply the sequential method, since, using the Fix VND heuristic for LS, the results obtained for solving the problems were better when compared to the other strategies tested in the same computational time.

Keywords: Lot sizing. Scheduling. Two stage problems. Fix and Optimize. Sequential Method.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – NÚMERO DE PUBLICAÇÕES DE ACORDO COM A EVOLUÇÃO DOS ANOS	26
FIGURA 2 - FLUXOGRAMA PROCESSO PRODUTIVO	36
FIGURA 3 – CENÁRIO DE PRODUÇÃO DE COSMÉTICO	38
FIGURA 4 - GRÁFICO DE GANTT PARA O MDSLEI-2E	57
FIGURA 5 - GRÁFICO DE GANTT PARA A GENERALIZAÇÃO DO MDSLEI-2E....	62
FIGURA 6 – FLUXOGRAMA MÉTODO SEQUENCIAL	64
FIGURA 7 – GRÁFICO DE SUCESSOS E FALHAS PARA INSTÂNCIAS COM 5 ITENS	82
FIGURA 8 – GRÁFICO DE SUCESSOS E FALHAS PARA INSTÂNCIAS COM 10 ITENS	83
FIGURA 9 – GRÁFICO DE SUCESSOS E FALHAS PARA INSTÂNCIAS COM 15 ITENS	83
FIGURA 10 – GRÁFICO DE SUCESSOS E FALHAS PARA INSTÂNCIAS COM 20 ITENS	84

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - PARÂMETROS DOS MODELOS.....	41
QUADRO 2 - VARIÁVEIS DE DECISÃO	42

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – PARÂMETROS GERAIS	50
TABELA 2 – CAPACIDADES DOS TANQUES	50
TABELA 3 – PARÂMETROS REFERENTES AOS ITENS.....	51
TABELA 4 – TEMPOS DE <i>SETUP</i> PARA AS FAMÍLIAS DE PRODUTOS NO ESTÁGIO I	51
TABELA 5 – CUSTOS DE <i>SETUP</i> PARA AS FAMÍLIAS DE PRODUTOS NO ESTÁGIO I	51
TABELA 6 - TEMPOS DE <i>SETUP</i> PARA OS ITENS NO ESTÁGIO II.....	52
TABELA 7 – CUSTOS DE <i>SETUP</i> PARA OS ITENS NO ESTÁGIO II	52
TABELA 8 – DEMANDAS PARA CADA ITEM EM UNIDADES	52
TABELA 9 – MATRIZ DE CONVERSÃO DA FAMÍLIA DO PRODUTO (KG) PARA ITEM (UNIDADE)	52
TABELA 10 – CAPACIDADE DIÁRIA DE PRODUÇÃO PARA CADA MÁQUINA.....	53
TABELA 11 – CUSTO DE HORA EXTRA PARA USO DE CADA MÁQUINA.....	53
TABELA 12 – RESPOSTAS QUE INDICAM A SEQUÊNCIA E QUANTIDADE (EM QUILOGRAMAS) DE PRODUÇÃO DOS LOTES NO ESTÁGIO I	53
TABELA 13 – RESPOSTAS QUE INDICAM A SEQUÊNCIA E QUANTIDADE (EM UNIDADES) DE PRODUÇÃO DOS LOTES NO ESTÁGIO II	54
TABELA 14 – INSTANTES DE INÍCIO E TÉRMINO (> 0) DE CADA LOTE NOS RESPECTIVAS TANQUES NO ESTÁGIO I.....	54
TABELA 15 - INSTANTES DE INÍCIO E TÉRMINO (> 0) DE CADA LOTE NAS RESPECTIVAS MÁQUINAS NO ESTÁGIO II.....	54
TABELA 16 – RESPOSTAS PARA USO DE ESTOQUES PARA CADA ITEM AO FINAL DO MACRO PERÍODO.....	55
TABELA 17 – RESPOSTAS QUE INDICAM A SEQUÊNCIA E QUANTIDADE (EM QUILOGRAMAS) DE PRODUÇÃO DOS LOTES NO ESTÁGIO I	59
TABELA 18 – RESPOSTAS QUE INDICAM A SEQUÊNCIA E QUANTIDADE (EM UNIDADES) DE PRODUÇÃO DOS LOTES NO ESTÁGIO II	59
TABELA 19 – INSTANTES DE INÍCIO E TÉRMINO (> 0) DE CADA LOTE NOS RESPECTIVAS TANQUES NO ESTÁGIO I.....	59
TABELA 20 - INSTANTES DE INÍCIO E TÉRMINO (> 0) DE CADA LOTE NAS RESPECTIVAS MÁQUINAS NO ESTÁGIO II.....	59

TABELA 21 – RESPOSTAS PARA USO DE ESTOQUES PARA CADA ITEM AO FINAL DO MACRO PERÍODO	60
TABELA 22 – DEFINIÇÃO DAS PARTIÇÕES E VIZINHANÇAS.....	68
TABELA 23 – FAIXAS DE TEMPOS APLICADAS PARA BL.....	72
TABELA 24 -RESULTADOS OBTIDOS PELO MDSLEI-2E UTILIZANDO SOLVER GUROBI.....	72
TABELA 25-RESULTADOS OBTIDOS PELO MÉTODO SEQUENCIAL COM BUSCA LOCAL	74
TABELA 26 – MELHORES SOLUÇÕES E LIMITANTES INFERIORES OBTIDOS PARA CADA INSTÂNCIA	77
TABELA 27 – IMPACTO EM % DO OPERADOR HEURÍSTICO FOVND E DO SOLVER NO MÉTODO SEQUENCIAL COM ESTRATÉGIA FIXVND	79
TABELA 28 - MELHORIA EM % SOLUÇÃO PELOS OPERADOS HEURÍSTICOS DA ESTRATÉGIA FIXRANDOM E DO SOLVER NO MÉTODO SEQUENCIAL	80
TABELA 29 – TEMPO DE SOLUÇÃO EM % DOS OPERADOS HEURÍSTICOS DA ESTRATÉGIA FIXRANDOM E DO SOLVER NO MÉTODO SEQUENCIAL	81
TABELA 30 – RESULTADOS GERAIS PARA MÉTODO SEQUENCIAL UTILIZANDO A ESTRATÉGIA FIX VND NA BL.....	93
TABELA 31 - RESULTADOS GERAIS PARA MÉTODO SEQUENCIAL UTILIZANDO A ESTRATÉGIA FORP1 NA BL.....	95
TABELA 32 - RESULTADOS GERAIS PARA MÉTODO SEQUENCIAL UTILIZANDO A ESTRATÉGIA FODRP1 NA BL	96
TABELA 33 - RESULTADOS GERAIS PARA MÉTODO SEQUENCIAL UTILIZANDO A ESTRATÉGIA FORP2 NA BL.....	97
TABELA 34 - RESULTADOS GERAIS PARA MÉTODO SEQUENCIAL UTILIZANDO A ESTRATÉGIA FORM NA BL	98

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

MS	- Método Sequencial
BL	- Busca Local
F&O	- Fix and Optimize
VND	- <i>Variable Neighborhood Descent</i>
EOQ	- <i>Economic Order Quantity</i>
ELSP	- <i>Economic Lot Scheduling Problem</i>
DLSP	- <i>Discrete Lot sizing and Scheduling Problem</i>
CLSP	- <i>Capacited Lot-sizing Problem</i>
PLSP	- <i>Proportional Lot-sizing and Scheduling Problem</i>
GLSP	- <i>General Lot Sizing and Scheduling Problem</i>
GLSPPL	- <i>General Lot Sizing and Scheduling Problem Parallel Lines</i>
GLPMS	- <i>General Lot-sizing and Scheduling Problem for Multiple Production Stages</i>
MDSLEI-2E	- Modelo Integrado de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes em Dois Estágios e Estoque Intermediário

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	18
1.1 OBJETIVOS	20
1.1.1 Objetivo geral	20
1.1.2 Objetivos específicos.....	20
1.2 JUSTIFICATIVA	21
1.3 LIMITAÇÕES.....	22
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	23
2 REVISÃO DE LITERATURA	24
2.1 DIMENSIONAMENTO E SEQUENCIAMENTO DE LOTES.....	25
2.2 PROBLEMAS COM MAIS DE UM ESTÁGIO PRODUTIVO	28
2.3 TRABALHOS CORRELATOS E PROPOSTA DA TESE.....	31
3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	33
3.1 PROCESSO FABRIL ESTUDADO.....	33
3.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA.....	38
4 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	41
4.1 MODELO 1	43
4.1.1 Restrições comuns aos dois estágios	44
4.1.2 Restrições de Capacidade produtiva.....	46
4.1.3 Restrições de fluxo de estoques e dependência entre os estágios	46
4.1.4 Restrições que controlam os instantes de início e final de cada lote	47
4.1.5 Permissão de horas extras.....	48
4.1.6 Capacidades máximas	49
4.2 GENERALIZAÇÃO DO MODELO 1	49
4.3 EXEMPLOS ILUSTRATIVOS.....	50
4.3.1 Exemplo MDSLEI-2E.....	50
4.3.2 Exemplo generalização do MDSLEI-2E	58
5 MÉTODOS DE SOLUÇÃO	63
5.1 MÉTODO SEQUENCIAL COM BUSCA LOCAL	63
5.1.1 Procedimentos de Busca Local	65
5.1.2 Estratégias Heurísticas Aplicadas	66
6 RESULTADOS E DISCUSSÕES	69
6.1 INSTÂNCIAS GERADAS BASEADAS EM DADOS REAIS	69

6.2 TESTES COMPUTACIONAIS.....	71
7 CONCLUSÕES E PROPOSTAS FUTURAS	86
8 REFERÊNCIAS.....	89

1 INTRODUÇÃO

Atualmente, o setor de cosméticos e produtos de higiene pessoal é um dos que mais cresce no país. Dados da Associação Brasileira de Indústrias de Higiene Pessoal, Perfumaria e Cosméticos (Abihpec) do ano de 2018, mostram que, apesar de 47,8% desse mercado ser concentrado em cinco grandes empresas, as micro e pequenas empresas são maioria na indústria de cosméticos e higiene pessoal e vem contribuindo muito para o crescimento deste setor.

O número de empresas do setor registradas na Anvisa em 2018 era de 2.794. Sendo que, a Região Sudeste é a maior concentradora de empresas de cosméticos. Em segundo lugar, está a Região Sul seguida do Nordeste, Centro -Oeste e o Norte. Segundo o Euromonitor de 2020, o Brasil é o quarto maior mercado de beleza e cuidados pessoais do mundo, ficando atrás dos Estados Unidos, China e Japão (de acordo com dados coletados em 2018). Dada a importância deste setor industrial, vale ressaltar que, o Planejamento e Controle da Produção (PCP) exerce papel fundamental para que seja possível um bom desempenho nas empresas, pois cabe ao PCP administrar os recursos produtivos da melhor maneira, sendo assim possível a produção de itens de qualidade e entregas em dia.

De modo geral, a produção de cosméticos possui dois estágios principais, que correspondem ao preparo e ao envase dos produtos. No estágio do preparo é realizada a mistura dos componentes e, depois de pronto, o produto é enviado para o setor de envase, onde é embalado de acordo com as especificações. A produção de cada tipo de cosmético possui características distintas, como por exemplo, o tempo de homogeneização no primeiro estágio que varia de acordo com o produto, como também o tempo que os produtos podem ou devem permanecer fora da embalagem primária e ainda, a variedade nos acabamentos.

Além das características dos produtos, existem outros fatores a se considerar na produção de cosméticos: a existência de diferentes estágios produtivos, atividades que podem ou devem ser realizadas entre eles e, ainda, a existência de *buffer* ou estoque intermediário. Essas especificações do processo exigem que haja dependência entre os estágios produtivos. Na literatura, alguns autores tratam do problema em dois estágios e da existência tanto de dependência quanto de sincronia entre eles para diversas aplicações, como pode ser visto em Ferreira *et al.* (2009);

Maldonado (2014); Mahdieh *et al.* (2011); Toscano *et al.* (2017); Toscano *et al.* (2020). No entanto, não há ainda aplicação ao setor de cosméticos.

O foco deste trabalho está principalmente nas decisões de dimensionamento e sequenciamento dos lotes e na aplicação a dados reais, provenientes de uma indústria de cosméticos. A fábrica possui um portfólio variado de produtos a serem processados e diversos clientes a serem atendidos. Devido ao cenário produtivo, faz-se necessário a realização das atividades de dimensionamento e sequenciamento dos lotes de forma integrada para que exista a dependência entre os estágios que possuem a produção interligada.

Além disso, é necessário considerar dois estágios de produção distintos, com produção em máquinas paralelas, cenário que torna a atividade de sequenciamento difícil de se realizar (SCHIMIDT *et al.*, 2019b). Considera-se ainda, tanto estocagem de itens semiacabados (entre os estágios) quanto acabados (ao final da produção), custos de atraso, características de tempos de *setup* dependentes e não dependentes da sequência, utilização de horas extras, características do estoque intermediário de acordo com cada produto e designação das máquinas no segundo estágio.

As principais contribuições deste trabalho são as inserções de características da fábrica em estudo, aplicação e generalização dessas características, sendo possível a aplicação dos modelos propostos para outras indústrias com processos produtivos e especificações similares. Um cenário produtivo com três tanques misturadores no primeiro estágio e duas máquinas de envase no segundo é abordado, portanto, este modelo realiza a designação dos lotes preparados nos três tanques às máquinas disponíveis no segundo estágio. Essa decisão pode ser tomada de acordo com a disponibilidade das máquinas, bem como baseada na data de entrega de um lote, tempo de envase, capacidade restante de envase para o dia, e se o lote pode permanecer em estoque intermediário.

Além de realizar a otimização por meio de formulações matemáticas, pretende-se mostrar que estes modelos podem ser efetivos no auxílio aos casos reais e nas tomadas de decisões como quando, quanto e em que sequência produzir. O modelo matemático proposto precisa ser capaz de fornecer essas respostas e ainda, tratar a dependência entre os dois estágios e realizar as melhores decisões quanto aos estoques intermediário e final, custos de atraso, horas extras, designação de máquinas e tempo de permanência entre um estágio e outro.

Alguns produtos não podem permanecer por muito tempo fora da embalagem primária, precisando ser envasado pouco tempo depois que é preparado. Esta característica também está presente em algumas indústrias químicas, como na produção de fármacos e alimentos, produtos que podem ter sua qualidade reduzida caso não atenda o tempo limite em estoque intermediário, assim como o cosmético. Outra contribuição importante é quanto aos métodos de solução, propõe-se um Método Sequencial de solução para os modelos que realizam sequencialmente a interação entre o método exato de solução *Branch and Bound* (B&B) e a solução por estratégias heurísticas, que aplicam Buscas Locais variando as partições a serem exploradas e relaxadas.

1.1 OBJETIVOS

Apresentam-se nesta seção o objetivo geral e os objetivos específicos do trabalho.

1.1.1 Objetivo geral

Estudar o problema de produção no caso da indústria de cosméticos e a partir disto, definir, formular e resolver o problema em estudo, bem como propor abordagens de otimização efetivas para tratá-lo em diferentes escalas.

1.1.2 Objetivos específicos

Para se atingir o objetivo geral, estabelece-se os objetivos específicos a seguir:

- Propor um modelo PLIM que realize o dimensionamento e sequenciamento da produção em dois estágios produtivos, que atenda as especificações da indústria de cosméticos em estudo;
- Abordar as características de estoque intermediário entre os dois estágios, atendendo às imposições de tempo máximo de permanência que os lotes possam permanecer fora da embalagem primária;
- Abordar características em que o estoque intermediário possa funcionar como um *buffer*, nos casos em que os produtos precisem passar por processos de fabricação antes de serem envasados;
- Propor uma estratégia heurística de exploração do conjunto de soluções por meio de Busca Local que resolva de forma interativa o problema;

- Propor estratégias heurísticas a serem aplicadas durante Busca Local para variar a exploração do espaço de busca por melhores soluções.

1.2 JUSTIFICATIVA

A partir das pesquisas realizadas, não se encontra na literatura um modelo matemático que realiza o dimensionamento e sequenciamento dos lotes em dois estágios, aplicado a indústrias do setor de cosméticos. No entanto, uma revisão da literatura acerca dos problemas que envolvem tanto o dimensionamento quanto o sequenciamento dos lotes, mostra que esta é uma área de estudo que apresenta uma crescente nos últimos anos.

Encontram-se na literatura diversas aplicações para o problema de dimensionamento e sequenciamento da produção, sendo apresentadas importantes aplicações na revisão da literatura proposta por Copil *et al.* (2016). Além da integração das atividades de dimensionamento e sequenciamento da produção, este trabalho propõe realizar a dependência entre dois estágios produtivos e um estoque intermediário, sendo o primeiro estágio responsável pelo preparo e o segundo pelo envase.

Nesse sentido, também se encontram aplicações em ambientes produtivos que possuem mais de um estágio. Os trabalhos de Ferreira *et al.* (2009) e Ferreira *et al.* (2010), consideram o caso real de uma indústria de refrigerantes, onde o primeiro estágio é responsável pelo preparo das bebidas, de acordo com os sabores predeterminados e o segundo pelo envase. Já o trabalho de Baldo *et al.* (2014) apresenta o estudo de caso para a indústria cervejeira. Neste caso, os lotes preparados no primeiro estágio precisam permanecer em tanques de retenção para passarem pelo processo de fermentação e maturação antes de serem envasados.

Os trabalhos de Toscano *et al.* (2018) e Toscano *et al.* (2020) também apresentam um processo produtivo composto por dois estágios, preparo e envase. Este trabalho considera o processo de pasteurização das bebidas entre os dois estágios produtivos, bem como a necessidade de limpezas temporais programadas para manutenção dos tanques. Ademais, é possível encontrar diversas aplicações em ambientes fabris, como na indústria química (TRANSCHEL *et al.*, 2011), indústria têxtil (CAMARGO *et al.*, 2012), indústria de placas eletrônicas (ULBRICHT, 2015), indústria de vidro (ALMADA-LOBO, 2008), indústria de papel (FURLAN *et al.*, 2015) entre outras.

Na maioria dos trabalhos encontrados na literatura o estágio de preparo e envase possuem o mesmo número de máquinas, ou seja, já está pré-determinado qual máquina realizará o envase quando o lote terminar o preparo no primeiro estágio. Esta tese trata de um problema baseado em um ambiente fabril real, bem como os trabalhos supracitados, onde, além das características de estoque intermediário também se possui um número distinto de máquinas de envase e tanques de preparo. O número de esteiras de envase é menor que o número de tanques de preparo, ou seja, não se conhece *a priori* qual máquina realizará o envase, o que gera a necessidade de decisão de designação.

O ambiente em estudo possui três tanques misturadores de capacidades distintas no estágio I, um estoque intermediário capacitado e duas esteiras de envase de capacidades idênticas no estágio II. A produção da fábrica foi dividida em seis famílias de produtos, sendo que, de acordo com os tempos de preparo distintos para cada família, ainda existem tamanhos distintos de embalagens para cada item.

Portanto, para cada item a ser produzido, sabe-se *a priori*: o tempo de preparo de um lote do item; o tempo máximo que é permitido que este lote permaneça fora da embalagem primária, evitando deterioração do produto; se o produto pertence a uma família que precisa permanecer no estoque intermediário em um tanque de retenção por determinado tempo para o processo de maceração (usando o estoque intermediário como *buffer*) e a data de entrega do lote sem atraso.

De acordo com as informações supracitadas, a importância do presente trabalho se dá na aplicação ainda não encontrada na literatura e na proposta de abordar tanto características já abordadas como propor a aplicação de novas especificações. Busca-se propor modelos matemáticos que possam ser aplicados para os diferentes casos que possam ocorrer na indústria de cosméticos, podendo também ser utilizado para indústrias que possuem cenários produtivos similares.

1.3 LIMITAÇÕES

Propõe-se neste trabalho um modelo matemático chamado Modelo Integrado de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes em Dois Estágios e Estoque Intermediário (MDSLEI-2E) e uma generalização do MDSLEI-2E, que aborda o tempo máximo de permanência dos itens em estoque intermediário. No primeiro caso considera-se a produção de cosméticos de modo geral, e o segundo a limitação de tempo em estoque intermediário, ou seja, tempo máximo permitido de um lote fora da

embalagem primária. Já a generalização proposta pode atender a realidade industrial tanto da indústria em estudo quanto de outras que ocorrem de forma semelhante, que respeitando esta especificação pode evitar descarte e/ou reprocesso de lotes. No entanto, não foram possíveis testes computacionais para ambos os cenários, pois não se tem a informação do tempo de permanência permitido para cada família de produto, e ainda, a classe dos produtos hidroalcoólicos não foi inclusa nos testes computacionais, uma vez que se trata de um produto específico que possui o processo de produção diferente dos demais.

Outras limitações quanto ao trabalho são em relação à comparação dos resultados ao problema real abordado, pois dados como custo de estoque intermediário, estoque final e atrasos não são fornecidos pela fábrica. Obteve-se estes custos a partir de dados da literatura para a realização de testes.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Além deste Capítulo 1, que apresenta importantes características do problema a ser abordado nesta Tese, o restante deste trabalho está organizado da seguinte forma: Apresenta-se no Capítulo 2 uma revisão da literatura acerca dos problemas de Planejamento e Programação da Produção, bem como de trabalhos que abordam a realização dessas duas atividades de forma integrada. Posteriormente, no Capítulo 3, apresenta-se a descrição detalhada do problema e processo produtivo abordados e no capítulo 4 apresentam-se as formulações matemáticas propostas. O Capítulo 5 apresenta-se os métodos de solução aplicados e o Capítulo 6 possui os resultados e discussões. Por fim, apresenta-se o capítulo 7 com conclusões e propostas de futuras pesquisas.

2 REVISÃO DE LITERATURA

As atividades do Planejamento e Controle da Produção (PCP) em uma organização envolvem importantes responsabilidades, como alocação de recursos, compras de matérias primas, decisões sobre contratação de funcionários e horas trabalhadas, evitar paradas bem como ociosidade de produção, cumprimento das datas de entrega, entrega de produto de qualidade, minimização dos custos, além de decisões como quanto, quando e como produzir/entregar, sendo possível a manutenção de seus clientes finais e a garantia de seu lugar na concorrência.

As decisões cabíveis ao PCP são imprescindíveis para uma organização e estão diretamente ligadas ao bom funcionamento das indústrias como um todo.

Segundo Arenales *et al.* (2015), estas decisões se dividem em três níveis. O nível mais alto, denominado nível estratégico, envolve as decisões a longo prazo, que podem variar de meses a anos. Decisões de altos custos como a definição de capacidade produtiva, alocação de recursos e analisar a necessidade de compras de equipamentos, novos recursos e aumento da planta, conhecidas como MRP II (*Manufacturing Resource Planning*).

O nível tático, que envolve o planejamento a médio prazo, que pode variar de semanas a meses, envolve decisões muito importantes para o funcionamento da empresa e não parada da produção, como o MRP I (*Material Requirements Planning*), que é o planejamento das matérias primas, decisões de quanto e quando comprar, para que se tenha em estoque tudo que é necessário para que a produção ocorra como planejado, sendo possível cumprir as datas de entregas prometidas Arenales, M.; Armentano, V.; Morabito, R.; Yanasse (2015).

O nível mais baixo é denominado operacional, que envolve decisões a curto prazo, de dias a semanas. É o controle da produção, basicamente consiste em controlar e administrar o plano de produção, proposto no médio prazo, lidar com as variações que fugiram do Plano Mestre de Produção, os imprevistos, as necessidades que podem ser modificadas ao longo da semana (SLACK, 2009). O nível operacional envolve atividades como o sequenciamento dos lotes, administrar estoques em processos, realizar o controle de qualidade etc.

As decisões supracitadas se tornam mais difíceis quando se trata de ambientes em que se dispõe de múltiplos estágios, múltiplas máquinas paralelas e diversos itens de produção. Diante do contexto e do tema tratado nesta tese, o objetivo deste capítulo é realizar uma revisão da literatura acerca dos temas de dimensionamento e

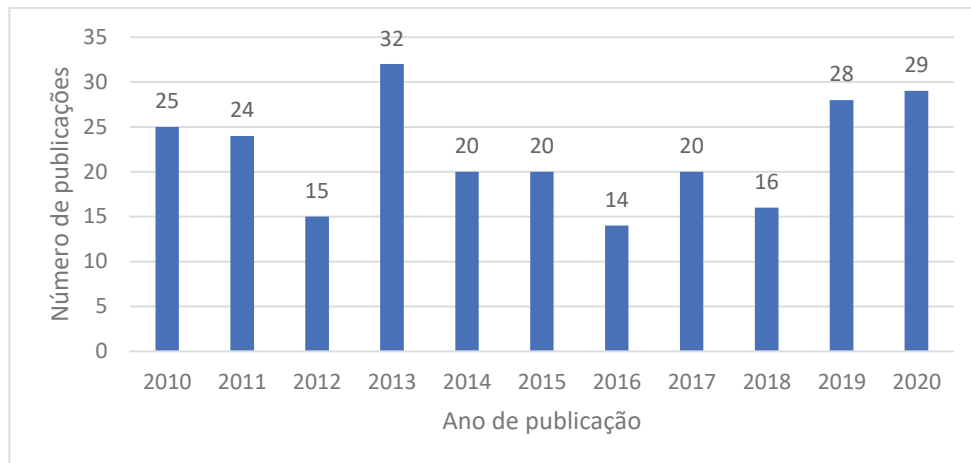
sequenciamento dos lotes, para um ou mais estágios, bem como verificar aplicações e métodos de solução mais aplicados na literatura.

2.1 DIMENSIONAMENTO E SEQUENCIAMENTO DE LOTES

Primeiramente, realizou-se uma busca por artigos que têm por característica resolver o dimensionamento dos lotes e o sequenciamento da produção de maneira integrada. O período de publicações foi de 2010 a 2020, totalizando 10 anos inteiros de publicações e com o objetivo de verificar como a publicação sobre o assunto vem se comportando nos últimos anos. A base de dados utilizada para a pesquisa foi a base Scopus.

A amostra apresenta apenas artigos publicados em periódicos, o que totalizou 299 artigos. Posteriormente, realizou-se a leitura de títulos e resumos, excluindo-se então os trabalhos que não tratavam das duas atividades de forma simultânea, que totalizam 56 artigos. Portanto, a amostra final a ser analisada é de 243 artigos indexados à base de dados Scopus. Com base na amostra de 243 artigos em relação aos últimos dez anos de publicação sobre o tema, plotou-se um gráfico que mostra a evolução dessas publicações no decorrer destes 10 anos. É possível observar na FIGURA 1 que existem picos de números de publicações, sendo que o ano de 2013 foi responsável pelo maior número de publicações, com 32 artigos da amostra, seguido dos anos de 2020 e 2019, com 29 e 28 artigos respectivamente. O que mostra que houve crescimento no número de publicações relacionadas ao tema nos últimos anos.

FIGURA 1 – NÚMERO DE PUBLICAÇÕES DE ACORDO COM A EVOLUÇÃO DOS ANOS



FONTE: A autora (2021).

A partir desta busca prévia realizada sobre o tema, é possível encontrar trabalhos correlatos, que tratam do dimensionamento e sequenciamento de maneira integrada em um ou mais estágios. Nestes trabalhos os autores propõem formulações e metodologias diversas para solução, dados determinísticos e estocásticos, bem como diversas aplicações. Apresenta-se a seguir conceitos importantes sobre os dois temas tratados separadamente e integradamente, bem como trabalhos que podem ser semelhantes e correlatos ao trabalho desenvolvido nesta tese.

Os problemas de dimensionamento de lotes são problemas de planejamento da produção com *setups* entre os lotes de produção Brahim *et al.* (2006) e é uma das atividades mais importantes e difíceis de serem realizadas no planejamento da produção Karimi *et al.* (2003). Segundo Brahim *et al.* (2006), modelos matemáticos que envolvem Dimensionamento de Lotes (*Lot sizing*) têm por objetivo determinar o tamanho dos lotes a serem produzidos em um determinado horizonte de planejamento.

De acordo com Martins (2017), o objetivo do dimensionamento de lotes é determinar os períodos em que a produção deve acontecer e as quantidades para satisfazer a demanda, enquanto se minimiza custos de produção, *setup* e estoque. Ainda, outros custos também podem ser considerados, tais como custos de atrasar o atendimento da demanda, custos de troca, entre outros.

De acordo com a revisão da literatura apresentada por Drexel e Kimms (1997), o estudo sobre o tema Dimensionamento de Lotes teve início com o modelo *Economic Order Quantity* (EOQ) proposto por Harris (1913). Nesse modelo considera-se uma escala de tempo contínua, uma taxa de demanda constante e um horizonte de

planejamento infinito. Devido às restrições desta abordagem na modelagem de situações mais realistas, surgiram outros modelos, como o *Economic Lot Scheduling Problem* (ELSP) proposto por Elmaghraby (1978), onde é realizada a programação da produção de mais de um produto em uma única máquina. A capacidade disponível é limitada, e as taxas de produção e demanda são constantes no horizonte de tempo considerado infinito. Desde o surgimento desse trabalho, os problemas de dimensionamento de lotes têm recebido uma ampla atenção tanto da comunidade acadêmica quanto na prática.

Tanto o EOQ quanto o ELSP abordam o dimensionamento de lotes não capacitado. Já o CLSP (*Capacited Lot Sizing Problem*) tem como característica a realização do dimensionamento de lotes de múltiplos itens com restrição de capacidade. Florian, Lenstra e Kan (1980) mostraram que resolver o CLSP otimamente é considerado um problema *NP-Hard*.

Como já evidenciado, resolver o problema de dimensionamento de lotes capacitado se trata de uma difícil tarefa e, como tem sido visto na literatura, realizar o dimensionamento ao mesmo tempo do sequenciamento dos lotes tem se tornado cada vez mais comum e eficiente. Tem-se como objetivo fazer com que os modelos matemáticos se aproximem da realidade industrial. O sequenciamento da produção é uma atividade a ser realizada em curto prazo, durante o controle e programação da produção. Ainda, a programação da produção pode ser definida como a decisão de quando e como cada tarefa deve ser realizada, para que certos objetivos sejam cumpridos, podendo estes ser: redução de estoques, entregas realizadas no tempo correto, realização da produção no menor tempo possível ou então, minimização de ociosidade dos recursos na execução das tarefas de produção Pinedo (2008).

O sequenciamento é um problema de programação da produção, em que uma ordenação dos postos de trabalho determina completamente uma sequência. O problema mais simples de sequenciamento é aquele que possui um único recurso e todos os tempos de processamento são determinísticos Baker; Trietsch (2009). Tanto o dimensionamento quanto o sequenciamento são problemas classificados como *NP-Hard* e a realização das duas atividades simultâneas pode tornar o problema ainda mais complexo de acordo com as características de ambiente produtivos (MEYR, 2002); (DREXL e KIMMS, 1997). Revisões da literatura que abordam esses temas de modo isolados ou integrados são apresentadas em: Drexl; Kimms (1997), Mokotoff

(2001), Karimi *et al.* (2003), Zhu; Wilhelm (2005), Jans; Degraeve (2008), Quadt; Kuhn (2008) e Copil *et al.* (2016).

Jans e Degraeve (2008) observam que os limites entre trabalhos de dimensionamento e sequenciamento de lotes vem diminuindo cada vez mais, e que a tendência que vem ocorrendo nos últimos anos é considerar esses problemas de maneira integrada. Neste sentido, o DLSP (*Discrete Lot sizing and Scheduling Problem*), proposto por Fleischmann (1990), se caracteriza pela divisão dos períodos e permite a produção de apenas um item por micro período. Esta característica determina que a sequência da produção seja dada pela ordem em que os lotes foram determinados e produzidos em cada micro período. Além disso, toda a capacidade deve ser utilizada na produção deste item (“restrição tudo ou nada”). No CLSP esta restrição é relaxada, entretanto, se parte da capacidade de um período não é utilizada na sua totalidade, o restante da capacidade permanece sem ser utilizado. Esta característica é aperfeiçoada no PLSP (*Proportional Lot Sizing and Scheduling Problem*) proposto por Drexel e Haase (1995). O conceito básico do PLSP é utilizar a capacidade remanescente para agendar um segundo item no período específico.

Uma evolução do PLSP proposta por Fleischmann e Meyr (1997), que apresenta as mesmas restrições clássicas, é o modelo GLSP (*General Lot Sizing and Scheduling Problem*), que se caracteriza pela divisão de macro períodos em micro períodos de tamanhos variáveis. Posteriormente, Meyr (2002) propõe o GLSPST (*General Lot Sizing and Scheduling Problem with sequence dependent Setup Times*) que consiste em uma extensão do GLSP e o GLSPPL (*General Lot Sizing and Scheduling Problem Parallel Lines*), proposto pelo mesmo autor, que se trata de uma extensão do GLSPST para máquinas paralelas. O GLSPPL possui estrutura de macro períodos com capacidade limitada, divididos em micro períodos de tamanho variáveis.

2.2 PROBLEMAS COM MAIS DE UM ESTÁGIO PRODUTIVO

Muitos trabalhos que realizam o planejamento e a programação da produção em mais de um estágio e para diferentes aplicações podem ser encontrados na literatura Copil *et al.* (2016). Os trabalhos de Ferreira *et al.* (2009), Ferreira *et al.* (2010) e Ferreira *et al.* (2012) consideram um caso real de uma indústria de refrigerantes. Neste problema, o primeiro estágio é composto por tanques misturadores e é responsável pelo preparo das bebidas, de acordo com os sabores predeterminados. Após preparadas as bebidas, o produto passa diretamente para o segundo estágio,

onde máquinas de envase que são dedicadas aos tanques realizam o envase e embalagem final dos produtos. Encontra-se também na literatura trabalhos que apresentam formulações baseadas no GLSP e GLSPPL, características como dimensionamento e sequenciamento simultâneo dos lotes, *setup* dependente da sequência e sincronia entre os dois estágios (FERREIRA *et al.*, 2009); (FERREIRA *et al.*, 2010). Os métodos de solução propostos são baseados em estratégias variadas de solução da heurística *Relax and Fix*. Enquanto em Ferreira *et al.* (2012) apresentam-se duas formulações variantes do GLSP e uma terceira, baseada no problema do caixeiro viajante assimétrico.

Já Seeanner e Meyr (2013) propõem o GLPMS (*General Lot sizing and Scheduling Problem for Multiple Production Stages*), uma formulação para problemas multi estágios que possui restrições clássicas do GLSP e considera horas extras de trabalho, permite a compra de produtos externos, o fracionamento e conservação do *setup*, bem como a interrupção de um lote, fracionando-o. Os tamanhos dos macro períodos são fixos e micro períodos variáveis. Ainda, o trabalho apresenta três diferentes aplicações, para produção de sucos, vidros e iogurte, em que possuem de 1 a m máquinas em n estágios produtivos. Para a solução do problema aplicam-se heurísticas de relaxação.

Uma outra aplicação para um cenário produtivo multiestágio pode ser encontrada em Baldo *et al.* (2014). O problema proposto aborda o caso real da indústria cervejeira, em que se possui dois estágios distintos de produção. Os lotes preparados no primeiro estágio permanecem em tanques de retenção por um tempo mínimo determinado, para que sejam realizados os processos de fermentação e maturação, antes de serem envasados no último estágio. A formulação é baseada no modelo proposto por Ferreira *et al.* (2009).

No trabalho de Toscano *et al.* (2017) apresenta-se um problema em dois estágios, preparo e envase respectivamente, aplicado à indústria de bebidas à base de frutas. Considera-se, neste cenário, a necessidade do processo de pasteurização das bebidas entre os dois estágios produtivos, bem como a necessidade de limpezas temporais programadas para manutenção dos tanques. O modelo matemático apresentado aborda essas características diferenciais de paradas programadas para produção em dois estágios com máquinas de envase dedicadas aos tanques misturadores. A solução se dá pela construção de heurísticas de duas fases, baseada na formulação proposta pelos autores.

Outros trabalhos de diferentes abordagens e aplicações para problemas de produção em mais de um estágio podem ser citados: De Araújo *et al.* (2007); Toledo *et al.* (2009); Mohammad *et al.* (2009); Helber e Sahling (2010); Transchel *et al.* (2011); Mahdieh *et al.* (2011); Maldonado *et al.* (2014); Toledo *et al.* (2015); Boonmee e Sethanan (2016); Zohali *et al.* (2019); Toscano *et al.* (2020).

Ainda, uma outra variação que vem sendo abordada recentemente, é realizar a solução de problemas de planejamento e programação da produção de maneira estocástica. O trabalho de Sel e Bilgen (2014), aplicado ao problema de planejamento na indústria de refrigerantes e a entrega dos produtos aos Centros de Distribuição (CD), aborda de forma estocástica possíveis falhas nas máquinas. Os autores propõem uma combinação de uma formulação de Programação Inteira Mista (PIM) baseada na heurística *Fix and Optimize* para solução do problema. Já o trabalho de Hu *et al.* (2020) apresenta uma abordagem híbrida estocástica de otimização robusta. Considera-se, neste trabalho, dados como demanda e custos de horas extras para o dimensionamento e sequenciamento em um estágio.

Como pode ser observado a partir revisão da literatura realizada, a solução dos problemas de dimensionamento e sequenciamento da produção integrados que possuem mais de um estágio produtivo são desafios recentes na literatura. A complexidade do problema leva, nos casos encontrados na literatura, a necessidade de desenvolvimentos de heurísticas e modelos híbridos mais robustos do que as abordagens tradicionais de heurísticas e/ou modelagem de Programação linear inteira mista, sendo ainda um grande desafio acadêmico.

Briskorn e Zeise (2019) apresentam uma aplicação em uma indústria de bebidas, abordando os estágios de embalagem primária e secundária com máquinas paralelas nos dois estágios. Considera-se a existência de um estoque final capacitado e que a demanda se caracteriza como estocástica, ou seja, não se sabe *a priori* a quantidade pedida.

Hu e Hu (2018) resolveram um problema de dimensionamento e sequenciamento com demandas incertas, apresentam um modelo multiestágio de programação estocástica que minimiza custos como de produção, *setup*, estoque e atraso. Os dados utilizados para validação do modelo proposto são oriundos de uma indústria de manufatura, além disso, os autores compararam o modelo proposto para multiestágios com outros para dois estágios. Apontaram ainda que, a principal motivação para a proposta do modelo estocástico é o fato desta configuração permitir

a tomada de decisão em cada período com base nas realizações anteriores de incertezas.

No trabalho recente de Chen e Su (2019), os autores abordaram uma programação estocástica em vários estágios, realizou-se ainda uma comparação entre modelo determinístico e estocástico para avaliar os efeitos da variação da demanda sob as circunstâncias e demandas crescentes, flutuantes e decrescentes. Os autores sugerem que o estudo realizado pode ser aplicado em setores que restringem fortemente a elegibilidade das máquinas e possuem demandas incertas.

Uma outra aplicação para o dimensionamento e sequenciamento estocásticos pode ser encontrada em Mohammadi (2020), o autor propõe um modelo baseado em Programação Linear Inteira Mista (PLIM) e um modelo Não Linear, ambos com flexibilidade na escolha da demanda. Realizou-se uma comparação entre a abordagem estocástica e determinística, o que mostra que o modelo determinístico possui melhor desempenho computacional, enquanto o que possui demanda estocástica possui maior qualidade de solução em relação aos níveis de utilização das linhas de produção.

2.3 TRABALHOS CORRELATOS E PROPOSTA DA TESE

Para elaboração do modelo matemático proposto nesta tese partiu-se de alguns modelos já encontrados na literatura, que também realizam o dimensionamento dos lotes e sequenciamento da produção de maneira integrada. Alguns trabalhos como Meyr (2002), Ferreira *et al.* (2009), Ferreira *et al.* (2010), Meyr (2013) apresentam formulações matemáticas com características e conjuntos de restrições clássicas propostas no modelo GLSP (MEYR, 1997). A estrutura em macro períodos de tamanhos fixos e subperíodos de tamanhos variáveis, que permitem dimensionar diferentes tamanhos de lotes para cada máquina, bem como restrições clássicas quanto ao dimensionamento dos lotes, permissão de apenas um *setup* por subperíodo, ordenação de produção nos subperíodos e relaxação de variáveis binárias de *setup* para variáveis contínuas são trazidas na maioria das formulações encontradas na literatura para problemas em mais de um estágio. Os modelos propostos também possuem esta estrutura e estas restrições, já encontradas no GLSP, GLSPPL, GLSPPL-ST.

Além disso, pelo cenário produtivo em estudo possuir algumas características semelhantes aos problemas tratados por Ferreira *et al.* (2009), Baldo *et al.* (2014), Toscano *et al.* (2018), algumas restrições são baseadas nestas formulações. Como

por exemplo, restrições de controle de tempo de final e início de um lote em cada estágio, apresentadas no trabalho de Toscano *et al.* (2018), no entanto, neste trabalho controla-se os instantes de tempos pelos lotes e nos modelos propostos este controle é realizado pelo subperíodo. Ainda, aborda-se a utilização de horas extras de trabalho, bem como ocorre na formulação proposta por Meyr (2013) em múltiplos estágios.

Ademais, além de abordar os diversos casos já encontrados na literatura, as formulações propostas nesta tese tratam importantes características da indústria de cosméticos e indústrias similares, como a existência de um estoque intermediário com tempo limite de permanência. Uma característica também presente na indústria de bebidas, abordada no trabalho de Toscano *et al.* (2018), são os tempos de preparo no estágio I, que independem da quantidade a ser preparada. O mesmo ocorre para o caso em estudo, no entanto, para a produção de bebidas neste caso existe apenas um tempo de preparo no estágio I, enquanto para a indústria de cosméticos existem seis, que variam de acordo com as famílias de produtos definidas.

Além disso, o cenário produtivo real não possui máquinas de envase dedicadas aos tanques, diferente dos casos supracitados. Este caso, com número distinto de tanques e esteiras de envase, podendo o número de esteiras menor que o de tanques é também tratado pelo trabalho de Toledo *et al.* (2015). No entanto, no ambiente abordado, esta característica pode gerar espera no estoque intermediário, diferente da maioria dos casos já encontrados na literatura e peculiaridades tratadas, adaptadas e inseridas no modelo, que podem ser encontradas na indústria em estudo. Vale ressaltar que, no cenário produtivo em estudo e no modelo proposto, é permitido que qualquer esteira possa envasar qualquer lote de qualquer produto que tenha sido preparado por qualquer tanque.

3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Neste capítulo será descrito o processo de fabricação de cosméticos, bem como o ambiente fabril em estudo, os dados reais e características tanto do cenário produtivo quanto dos produtos, que precisam ser consideradas.

3.1 PROCESSO FABRIL ESTUDADO

A fábrica, objeto de estudo desta Tese, está localizada na região metropolitana de Curitiba e sua produção é realizada por encomenda. Possui um portfólio variado, com diferentes marcas e produtos, gerando uma grande combinação de itens, formas e tamanhos de embalagens.

O produto é o cosmético de modo geral, sendo loções e perfumes, *shampoos*, cremes, itens de maquiagens, beleza e afins. A fábrica funciona de segunda a sexta em horário comercial (8 horas de trabalho ao dia) podendo estender esse período por duas horas extras diárias, como permitido pela legislação trabalhista brasileira. Além disso, pode ser classificada segundo o SEBRAE, como uma empresa de pequeno porte, que possui de 10 a 19 empregados.

Ainda que a empresa seja de pequeno porte, ela atende muitas empresas de grande porte, de marcas conhecidas e que não conseguem suprir suas demandas com a produção própria, portanto, optam pela terceirização. Sendo assim, além dos pedidos semanais que chegam à empresa, existem os pedidos urgentes, que precisam ser produzidos ao longo da semana, o que pode gerar alteração no sequenciamento estabelecido inicialmente. Hoje, a empresa atua na programação da produção dando preferência para a data de entrega prometida a cada cliente e a entregar os pedidos de um mesmo cliente de uma só vez.

Ao longo deste estudo, realizou-se visitas técnicas na fábrica objeto de estudo. Durante essas visitas verificou-se que são realizados diferentes acabamentos para cada produto, o que gera diferentes itens originados de um mesmo produto. Por exemplo, um mesmo perfume pode ser comercializado em diferentes embalagens.

Apesar de existirem diversos produtos com diferentes tempos de preparo, como já citado, existem produtos que possuem o mesmo tempo de preparo, por possuírem propriedades similares. Portanto, para fins de simplificações, os produtos foram divididos em seis famílias como a seguir:

- Família 1: Cremes, loções a quente e condicionador;

- Família 2: Gel;
- Família 3: Xampus e sabonetes líquidos;
- Família 4: Óleos;
- Família 5: Loções a frio;
- Família 6: Hidroalcolólicos.

Define-se os seguintes índices e conjuntos: $f \in \{1, \dots, F\}$, sendo F o número de famílias de produtos; o conjunto de produtos $w \in \{1, \dots, W\}$, onde cada produto w pertence a uma família f e o conjunto dos itens $j \in \{1, \dots, N\}$, onde cada item j foi gerado por um produto. Ou seja, uma família gera diversos produtos que possuem o mesmo tempo de preparo e um produto gera diversos itens, devido a possíveis variações no acabamento de cada produto. Por exemplo, pode-se ter um creme A a ser preparado no estágio I (se trata do produto w), no entanto, este creme será entregue em embalagens de 200 gramas e embalagens de 500 gramas, o que geram dois diferentes itens $j1$ (Creme A de 200 gramas) e $j2$ (Creme A de 500 gramas).

Além dos tempos de preparo no estágio I variarem de acordo com a família a que o produto pertence, os tempos de *setup* neste estágio também variam desta forma. No primeiro estágio os tempos de *setup* consistem na limpeza necessária nos tanques misturadores, que devem ocorrer entre a troca de cada produto a ser preparado. Se os produtos pertencerem à mesma família é necessária uma limpeza parcial do tanque, enquanto se forem famílias diferentes realiza-se uma limpeza total. Já para o caso da família de óleos, é necessária uma limpeza que leva mais tempo que a total, pois é feito uso de água quente, se tratando do produto mais difícil de ser higienizado, devido às suas propriedades. Portanto, os tempos de limpeza dos tanques são:

- Limpeza para troca de produtos de mesma família: 15 minutos;
- Limpeza para troca de produtos de famílias distintas: 30 minutos;
- Limpeza para troca de óleos para qualquer outra família: 40 minutos.

Portanto, os tempos de *setup* no estágio I são dependentes da sequência em que se prepara os lotes.

Foram necessárias considerações em relação ao espaço físico intermediário, que no caso em estudo, pode servir apenas como estoque em alguns casos e em outros como *buffer*. Apresentam-se as situações que são consideradas:

- Tempo mínimo: são considerados em ambientes produtivos onde é necessária a realização de um processo antes que o produto seja encaminhado para o estágio posterior. Considera-se o caso da família dos hidroalcoólicos, que precisam passar pelo processo de maceração. É possível encontrar na literatura casos similares, onde há a realização de algum processo entre os estágios de produção. A indústria de placas eletrônicas, que realiza o processo de secagem das placas após o primeiro estágio, antes do processo de soldagem que ocorre no segundo (Ulbricht, 2015); ou então indústria de cerveja, onde as bebidas precisam passar por um processo de fermentação e maturação antes do envase (Baldo *et al.*, 2014) e a indústria de refrigerantes e sucos em que ocorre a pasteurização entre os dois estágios (Toscano *et al.*, 2018) e (Toscano *et al.*, 2020).

- Tempo máximo: consideram-se os casos em que os itens possuem um prazo de validade, ou seja, há um tempo limite permitido de permanência do produto fora da embalagem primária, como produtos perecíveis, por exemplo. Neste caso, se as máquinas do segundo estágio estiverem disponíveis, permite-se que os itens semiacabados sejam processados no segundo estágio imediatamente após a finalização da produção no primeiro. Caso contrário, os itens podem ficar armazenados no estoque intermediário até um tempo máximo permitido. Aplicações que podem ser citadas devido à perecibilidade dos itens produzidos além da de cosméticos, são as indústrias farmacêutica e alimentícia.

Cabe observar que se o produto permanecer tempo superior ao permitido fora da embalagem primária, é necessário realizar o descarte do lote todo, como ocorre em muitos casos reais de indústrias já citadas. Situações de descarte podem gerar altos custos para as empresas, não somente pela perda da matéria prima e lote produzido, como consequentemente custos com horas trabalhadas de funcionários, tempos extras de processamento de máquinas ou então tratamento de efluentes quando ocorrer descarte.

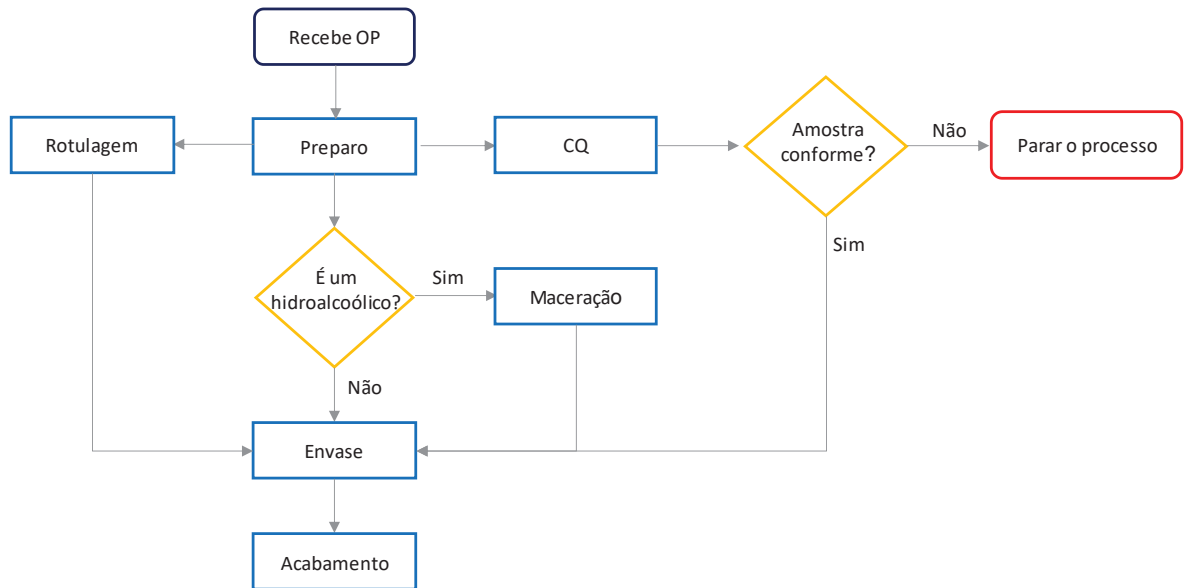
Uma outra característica que deve ser destacada sobre os cosméticos é a volatilidade dos produtos. De acordo com Schueller e Romanowski (2005), a

volatilidade das matérias-primas que compõem um produto é responsável pela fragrância e odor, que podem ser perdidos de acordo com as condições de temperatura a que os produtos são submetidos. Além disso, a exposição à luz também pode exercer efeito negativo sobre a estabilidade da fragrância, fazendo com que a formulação fique amarelada ou apresente odor desagradável.

Portanto, de acordo com as informações supracitadas, alguns produtos não podem permanecer por muito tempo fora da embalagem primária. Esse tempo permitido de permanência no estoque intermediário varia de acordo com a volatilidade das matérias-primas que compõem o produto e impactem diretamente na qualidade final do cosmético.

Por outro lado, quando se trata da produção de produtos hidroalcolólicos, ou seja, os perfumes, colônias e desodorantes, é obrigatória a realização do processo de maceração após o preparo e antes do envase. O processo de maceração é o processo mais importante da produção de perfume, sendo responsável por diminuir a influência do álcool no cheiro do produto, aumentando, assim, a influência da fragrância. Esse efeito é resultante do choque térmico ao qual o perfume é submetido (VALENTIM, 2016). A maceração ocorre de maneira a intercalar o repouso do perfume entre um dia em resfriamento e outro em local escuro, durante o período de dez dias. Após o término do processo, o produto já estará pronto para o envase (FOGAÇA, 2017).

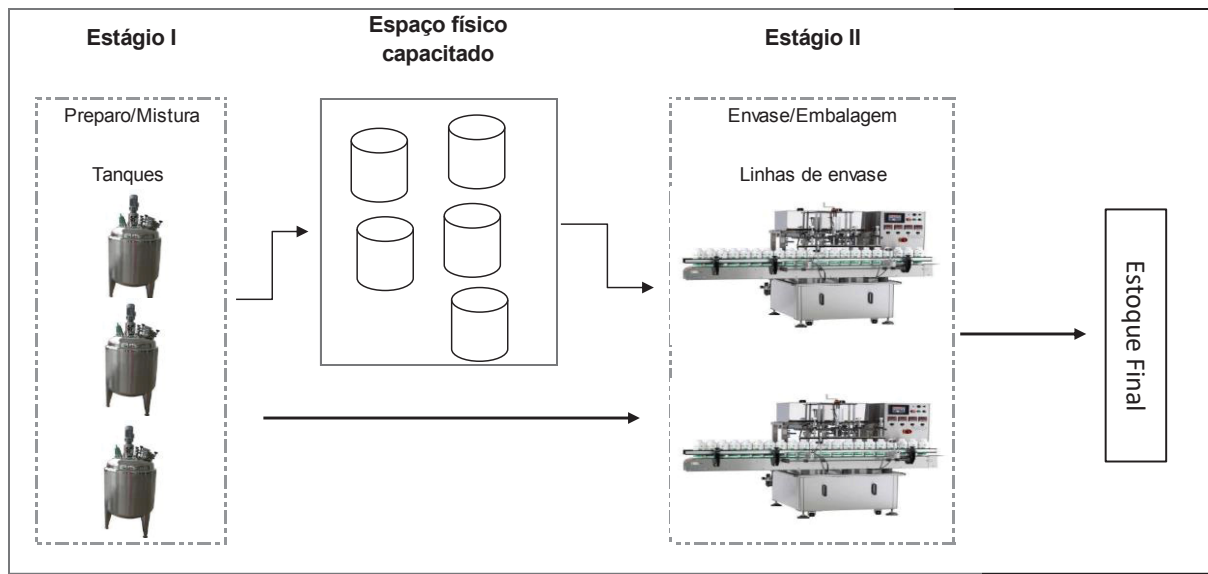
A Figura 2 representa o processo geral de fabricação dos cosméticos, que se inicia pelo recebimento da Ordem de Produção (OP). O primeiro processo a ser realizado é o preparo do produto, que consiste na mistura e homogeneização das matérias-primas e insumos. Após realizado o preparo, uma amostra vai para o Controle de Qualidade (CQ) para verificar características do produto. Caso esta amostra atenda as conformidades necessárias, o processo produtivo segue, caso contrário, é necessário parar o processo e analisar quais correções são necessárias realizar. Simultaneamente ao preparo, realiza-se a rotulagem das embalagens. Posteriormente, os frascos rotulados junto ao produto com preparo finalizado seguem para o envase, que realiza a embalagem primária, e por fim o acabamento, que constitui os diferentes tipos de embalagens secundárias possíveis. Vale ressaltar que, nem todos os produtos passam pelo acabamento, e os que passam, recebem distintos tipos de embalagens secundárias. Ademais, algumas embalagens já são fornecidas para empresa com rótulos.



FONTE: A autora (2021).

O cenário fabril abordado conta com dois estágios produtivos, sendo o primeiro o responsável pelo preparo dos cosméticos e o segundo pelo envase e embalagem dos itens. O primeiro estágio é constituído por três tanques misturadores e o segundo por duas esteiras de envase, como pode ser observado na Figura 3. Além disso, existe um espaço físico capacitado entre os dois estágios, que denominamos estoque intermediário.

FIGURA 3 – CENÁRIO DE PRODUÇÃO DE COSMÉTICO



FONTE: A autora (2021).

O estágio I conta com três tanques misturadores que possuem diferentes capacidades de produção, uma vez que os três podem produzir lotes máximos de, respectivamente, 500 kg, 150 kg e 50 kg. Além disso, uma quantidade mínima de produto em cada tanque deve ser respeitada, a fim de realizar de modo correto a homogeneização do cosmético. Já o estágio II conta com duas máquinas de envase que possuem capacidades idênticas de 1 kg por minuto.

No primeiro estágio, os tempos de preparo variam de acordo com o produto a ser homogeneizado e independem da quantidade preparada. Já no segundo estágio, os tempos de envase variam com os tamanhos das embalagens dos itens finais. Existem menos máquinas de envase que tanques misturadores, logo, podem ocorrer casos em que o produto semiacabado esteja pronto e não haja máquina disponível para realização do envase. Neste caso, os itens podem permanecer em espera no estoque intermediário.

3.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

De acordo com as características do processo fabril e dos produtos, descritas na seção 3.1, são necessárias algumas definições, simplificações e adaptações para que possa ser realizada a solução do problema. Segundo informações fornecidas pela empresa, os pedidos chegam em período semanal. Logo, a produção dos lotes deve ocorrer de modo a atender as demandas dos itens ao longo de um horizonte de

planejamento de cinco dias, oito horas por dia, com permissão de duas horas extras caso necessário. Portanto, o problema abordado segue as seguintes premissas:

- O ambiente produtivo é composto por dois estágios que possuem diferentes unidades de produção;
- O primeiro estágio possui tanques com diferentes capacidades (em kg), e este valor nos dá o lote máximo de produção, em quilogramas, para cada tanque;
- O lote mínimo de produção é dado pela quantidade mínima necessária para o cobrimento das hélices nos tanques, que é de pelo menos 30% de sua capacidade total;
- Os produtos foram classificados em famílias, totalizando 6 famílias com tempos de preparo diferentes;
- O tempo de produção de cada lote para o estágio I depende da família de produtos à qual o item pertence e independe da quantidade produzida, já no estágio II este tempo varia de acordo com os tamanhos das embalagens dos itens;
- O segundo estágio é composto por duas linhas de envase, que realizam a embalagem primária e secundária do produto e possuem capacidade idênticas de produção (medida em kg/min);
- O tempo despendido para o envio dos produtos acabados do primeiro para o segundo estágio é pequeno e considerado no tempo de produção do primeiro estágio. Portanto, o lote pronto no primeiro estágio está instantaneamente disponível para envase;
- O preparo dos produtos pode ser realizado em qualquer tanque do primeiro estágio, bem como ser envasado em qualquer máquina do segundo. Não existem linhas de envase dedicadas aos tanques, após a decisão de produção no estágio I ocorre a designação do lote para ser envasado na máquina k do segundo estágio;
- Existe um espaço físico capacitado entre os estágios que funciona como um estoque intermediário ou buffer (no caso dos itens da família de hidroalcoólicos que obrigatoriamente passam pelo processo de maceração antes de serem encaminhados para o envase);

- Se não houver linha disponível no estágio II para realizar o envase, o lote produzido no estágio I fica armazenado no estoque intermediário até que possa ser embalado;
- O tempo de permanência do lote no estoque intermediário não pode ultrapassar o tempo máximo permitido do respectivo produto fora da embalagem primária;
- Para a família dos hidroalcólicos existe um tempo mínimo de sete dias de permanência em estoque intermediário, que é necessário para realizar o processo de maceração;
- Os tempos de *setup* são dependentes da sequência no estágio I (em alguns casos realiza-se limpeza total dos tanques e em outros limpeza parcial), e independentes no estágio II (é necessário o ajuste das máquinas quando o tamanho da embalagem é alterado de um item para o outro, e é sempre o mesmo, independente do produto);
- É necessário que haja dependência entre os dois estágios e o estoque intermediário, mas não se faz necessário sincronia entre os tanques e esteiras de envase, uma vez que é permitido que qualquer esteira realize o envase de qualquer lote que tenha sido preparado por qualquer tanque. Ainda, um lote pode sair de um tanque de preparo e permanecer no estoque intermediário até que uma das esteiras de envase esteja disponível;
- A capacidade produtiva nos dois estágios é de oito horas diárias, podendo se estender para mais duas horas extras;
- É permitido atraso e estocagem no final de cada período.

4 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Neste trabalho propõe-se um modelo matemático e uma generalização deste modelo, ambos propostos por Programação Linear Inteira Mista (PLIM). Para o modelo matemático, define-se: F como o número de famílias a serem manipuladas nos tanques, N o número de itens finais a serem entregues já embalados, T o número de macro períodos (que corresponde as oito horas trabalhadas por dia) , S o número de micro períodos (variam de acordo com os lotes), M o número de tanques e K o número de máquinas de envase. Os respectivos índices dos conjuntos supracitados são definidos por: $f, p \in \{1, \dots, F\}$, $i, j \in \{1, \dots, N\}$, $t \in \{1, \dots, T\}$, $s \in \{1, \dots, S\}$, $m \in \{1, \dots, M\}$ e $k \in \{1, \dots, K\}$.

Ressalta-se que o modelo apresentado é a evolução de pesquisas já realizadas, que já foram publicadas em outras versões e aplicações, até que fosse possível chegar a um modelo matemático que abordasse todas as características da indústria de cosméticos. Portanto, um trabalho que apresenta algumas características que também serão abordadas nestas formulações pode ser encontrado em Schmidt *et al.* (2019).

Apresentam-se abaixo os parâmetros e variáveis dos modelos, seguidos das restrições para o estágio I e estágio II. Vale ressaltar que os modelos funcionam independentemente para cada estágio.

QUADRO 1 - PARÂMETROS DOS MODELOS

Parâmetro	Descrição
S_t	Conjunto de micro períodos pertencentes ao macro período t
CA^I_{mt}	Capacidade de produção disponível (em minutos) no tanque m pertencente ao estágio I no macro período t
CA^{II}_{kt}	Capacidade de produção disponível (em minutos) na máquina k pertencente ao estágio II no macro período t
CH_m^θ	Custo por minuto extra de funcionamento do tanque m do estágio I
CS^I_{fp}	Custo de <i>setup</i> para produzir um lote do produto da família p imediatamente após o da família f no estágio I
CS^{II}_{ij}	Custo de <i>setup</i> para envasar um lote do item j imediatamente após o item i no estágio II
ST^I_{fp}	Tempo de <i>setup</i> para produzir um lote do produto da família p imediatamente após o da família f no estágio I

ST^{II}_{ij}	Tempo de <i>setup</i> para envasar um lote do item j imediatamente após o item i no estágio II
TP^I_f	Tempo consumido para preparar um lote do produto da família f no estágio I
TP^{II}_j	Tempo consumido para produção de uma unidade do item j no estágio II
TI^{max}_f	Tempo máximo permitido do produto da família f fora da embalagem primária
TI^{min}_f	Tempo mínimo obrigatório do produto da família f para realização de processo antes da embalagem primária
K^I_m	Capacidade máxima (em kg) de produção do tanque m
I_{j0}^-	Quantidade do item (em kg) j com demanda não atendida no estágio I no início do horizonte de planejamento
I_{j0}^+	Quantidade do item (em kg) j existente no estoque intermediário no início do horizonte de planejamento
d_{jt}	Demanda (em unidades) do item i no macro período t
h_j^+	Custo para manter um quilograma do produto da família f em estoque intermediário
h_j^{II+}	Custo para manter uma unidade do item j em estoque
g_j^{II-}	Custo por atraso de uma unidade do item j
r_{jf}	Matriz que indica quantos quilogramas da família f são necessários para produzir uma unidade do item j
q_m^{min}	Quantidade mínima necessária para homogeneização do produto em cada tanque m
IC^{max}	Capacidade máxima do estoque intermediário em kg

FONTE: A autora (2021)

QUADRO 2 - VARIÁVEIS DE DECISÃO

Variáveis	Descrição
y^I_{mfps}	É igual a 1, se há <i>setup</i> do produto f para o p no tanque m do estágio I no micro período s e 0 caso contrário
y^{II}_{kij}	É igual a 1, se há <i>setup</i> do item i para o item j na máquina k do estágio II no micro período s e 0 caso contrário
x^I_{mfs}	Quantidade (em kg) de produção da família f no tanque m do estágio I no micro período s

x^{II}_{kjs}	Quantidade (em unidades) do item j envasado na máquina k do estágio II no micro período s
qe_{ft}	Quantidade existente do item da família f em estoque intermediário no macro período t
I_{ft}^{-I}	Quantidade (em kg) do produto da família f em atraso do estágio I no final do macro período t
I_{jt}^{+}	Quantidade (em kg) do item j armazenada no estoque intermediário no final do macro período t
I_{jt}^{-II}	Quantidade (em unidades) do item j em atraso no estoque no final do macro período t
I_{jt}^{+II}	Quantidade (em unidades) do item j armazenada no estoque no final do macro período t
z^I_{mfs}	É igual a 1, quando a família f é produzida no tanque m do estágio I no micro período s e 0 caso contrário
z^{II}_{kjs}	É igual a 1, quando o item j é envasado na máquina k do estágio II no micro período s e 0 caso contrário
μ_{mft}^{Is}	Instante de início da produção do lote da família f no tanque m no período t
μ_{mft}^{Ie}	Instante de término da produção do lote da família f no tanque m no período t
μ_{mjt}^{IIs}	Instante de início do envase do lote do item j na máquina k no período t
μ_{mjt}^{IIe}	Instante de término do envase do lote do item j na máquina k no período t
eh^I_{mt}	Tempo extra (em minutos) de funcionamento da máquina m no período t

FONTE: A autora (2021)

4.1 MODELO 1

O modelo 1 é definido como modelo Integrado de Dimensionamento e Sequenciamento de Lotes em Dois Estágios e Estoque Intermediário (MDSLEI-2E). Este modelo sincroniza os dois estágios, fazendo com que tudo que foi produzido no estágio I seja envasado no estágio II. Considera-se também a existência do estoque intermediário para estocagem de produtos semiacabados no final do período, quando não há capacidade para envasar tudo que foi preparado. Considera-se M tanques no estágio I e K esteiras de envase e acabamento no estágio II e que as máquinas do estágio II não são dedicadas. O que foi preparado em qualquer tanque no estágio I pode envasado por qualquer máquina disponível no estágio II, podendo o número de tanques e linhas de envase ser distinto.

A Função Objetivo ((1) busca minimizar os custos de *setup* nos dois estágios, bem como custos de estoque intermediário e estoque ao final do estágio II, custos de atrasos e os custos por utilização de horas extras.

$$\begin{aligned}
Min Z = & \sum_{m=1}^M \sum_{f=1}^F \sum_{p=1}^F \sum_{s=1}^S (CS_{fp}^I \cdot y_{mfps}^I) + \sum_{i=f}^F \sum_{t=1}^T (h_f^{I+} \cdot I_{ft}^{I+}) \\
& + \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (h_j^{II+} \cdot I_{jt}^{II+} + h_j^{II-} \cdot I_{jt}^{II-}) + \sum_{m=1}^M \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \sum_{s=1}^W (CS_{ij}^{II} \cdot y_{kij s}^{II}) \\
& + \sum_{m=1}^M \sum_{t=1}^T eh_{mt}^I \cdot EC_{mt}^I + \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T eh_{kt}^{II} \cdot EC_{kt}^{II}
\end{aligned} \tag{1}$$

4.1.1 Restrições comuns aos dois estágios

Alguns conjuntos de restrições são necessários aos dois estágios, pois ambos se caracterizam por possuírem m máquinas paralelas. As restrições ((2) e ((3) determinam os lotes mínimos de produção nos estágios I e II respectivamente. No estágio I garante a homogeneidade do produto, enquanto no segundo estágio determina uma quantidade mínima que compensa o custo de ligar a máquina.

$$X_{mfs}^I \geq q_m^{min} \cdot K_m \cdot z_{mfs}^I \quad \forall m, j, s \tag{2}$$

$$X_{kjs}^{II} \geq q_k \cdot z_{kjs}^{II} \quad \forall k, j, s \tag{3}$$

São necessárias também restrições que determinem os lotes máximos que se pode produzir em cada tanque ((4) e em cada máquina de envase ((5). No caso dos tanques corresponde à sua capacidade total (em quilogramas) e para as máquinas determina-se que se pode produzir no máximo toda a demanda do período em cada subperíodo.

$$X_{mfs}^I \leq K_m \cdot z_{mfs}^I \quad \forall m, j, s \tag{4}$$

$$X_{kjs}^H \leq \left(\sum_{j=1}^J \sum_{t=1}^T d_{jt} \right) \cdot z_{kjs}^H \quad \forall t, k, j, s \in S_t \quad (5)$$

Os conjuntos ((6) e ((7) determinam que é permitida a realização de um *setup* por máquina em cada subperíodo. Enquanto as restrições ((8) e ((9) garantem que haja a produção de apenas um item por vez, a cada subperíodo. Neste caso, o subperíodo mede o tamanho do lote produzido. Já ((10) e ((11) têm a função de impor a preferência de que a produção ocorra no início dos períodos, deixando os subperíodos ociosos para o final de cada macro período.

$$\sum_{f=1}^F \sum_{p=1}^F y_{mfps}^I \leq 1 \quad \forall m, s \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N y_{kij s}^H \leq 1 \quad \forall k, s \quad (7)$$

$$\sum_{f=1}^F z_{mfs}^I \leq 1 \quad \forall m, s \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^J z_{kjs}^H \leq 1 \quad \forall k, s \quad (9)$$

$$\sum_{f=1}^F z_{mf(s-1)}^I \geq \sum_{f=1}^F z_{mfs}^I \quad \forall m, s > 1 \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^N z_{kj(s-1)}^H \geq \sum_{j=1}^N z_{kjs}^H \quad \forall k, s > 1 \quad (11)$$

Uma restrição clássica proposta por Meyr (2002) se faz necessária no modelo proposto. O mesmo conjunto de restrições é utilizado nos dois estágios (12 e 13), permitindo que as variáveis de *setup* y_{mfps}^I e $y_{kij s}^H$ permaneçam contínuas, deixando o modelo mais relaxado e garantindo que elas assumam 1 caso exista *setup* e 0 caso contrário. Isso é possível relacionando-a com a variável binária z .

$$y_{mfps}^I \geq z_{mf(s-1)}^I + z_{mps}^I - 1 \quad \forall m, f, p, s > 1 \quad (12)$$

$$y_{kij s}^{II} \geq z_{ki(s-1)}^{II} + z_{kjs}^{II} - 1 \quad \forall k, i, j, s > 1 \quad (13)$$

4.1.2 Restrições de Capacidade produtiva

A capacidade produtiva da empresa é de oito horas diárias, que pode se estender para mais 2 horas extras por macro período, seguindo a legislação, uma vez que cada macro período representa um dia de trabalho. No estágio I o tempo de produção depende do item a ser preparado, independente do tanque e do tamanho do lote. Portanto o conjunto de restrições de capacidade produtiva ((14) contabiliza o tempo de produção somando os tempos de *setups* realizados, determinando que deve atingir no máximo a capacidade total mais as horas extras permitidas.

$$\sum_{s \in S_t} \sum_{f=1}^F (TP_f \cdot z_{mfs}^I) + \sum_{s \in S_t} \sum_{f=1}^F \sum_{p=1}^F ST_{fp}^I \cdot y_{mfp s}^I \leq (Cap_{mt} + eh_{mt}^I) \quad \forall m, t \quad (14)$$

Já no estágio II, o tempo de produção depende da quantidade (X_{kjs}^{II}) de produtos embalados e do tamanho da embalagem. Multiplica-se então o tempo de envase de cada unidade, de acordo com o item, pela quantidade envasada.

$$\sum_{s \in S_t} \sum_{j=1}^N (TP_j \cdot X_{kjs}^{II}) + \sum_{s \in S_t} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N ST_{ij}^{II} \cdot y_{kij s}^{II} \leq (Cap_{kt} + eh_{kt}^{II}) \quad \forall k, t \quad (15)$$

4.1.3 Restrições de fluxo de estoques e dependência entre os estágios

As restrições a seguir controlam os fluxos de estoques, tanto do estoque intermediário quanto do estoque final, antes do produto acabado sair para entrega. Além disso, o conjunto de restrições ((16) determina a dependência entre os estágios, realizando o fluxo do estoque intermediário e obrigando que tudo que foi produzido no estágio I em cada macro período, caso não seja envasado no estágio II naquele mesmo macro período, fique armazenado para ser envasado no próximo período junto ao que já estava em estoque intermediário.

$$I_{ft}^+ = I_{f(t-1)}^+ + \sum_{m=1}^M \sum_{s \in S_t} X_{mfs}^I - \sum_{k=1}^K \sum_{s \in S_t} X_{kjs}^{II} \cdot r_{jf} \quad \forall f, j, t, \text{ se } r_{jf} \neq 0 \quad (16)$$

É necessário também contabilizar no final de cada macro período o quanto se tem de produto acabado em estoque e o que ficou em atraso para cada item, baseado

na demanda a ser atendida (em unidades) para aquele macro período. O fluxo do estoque final do estágio II é apresentado pelo conjunto de restrições ((17)).

$$I_{jt}^{II+} = \sum_{k=1}^K \sum_{s \in S_t} X_{kjs}^{II} - d_{jt} + I_{j(t-1)}^{II+} + I_{jt}^{II-} - I_{j(t-1)}^{II-} \quad \forall f, t \quad (17)$$

4.1.4 Restrições que controlam os instantes de início e final de cada lote

As restrições que controlam os instantes de início e fim de cada lote garantem a ordenação e o controle de qual lote inicia em determinado instante, o tempo de produção do lote em cada subperíodo, os *setups* realizados e a dependência entre os dois estágios. Uma vez que, só é possível iniciar o envase de um lote após o instante final de sua preparação no primeiro estágio.

O conjunto de restrições ((18)) determina o início do primeiro lote no primeiro macro período do horizonte de planejamento. O modelo permite considerar um *setup* antes de iniciar a semana de trabalho (no início do primeiro macro período). Caso seja considerado que as máquinas iniciam as semanas preparadas, utiliza-se um *setup* inicial nulo ($ST_{0m} = 0$).

$$\mu_{mf1}^{Is} \geq ST_{0m}^I \cdot z_{mf1}^I \quad \forall m, f, t = 1, s = 1 \quad (18)$$

Considerando que f é preparado após p no tanque m , o lote da família f terá início após o instante de início de p somado ao tempo de produção do lote da família p mais o *setup* realizado. Se houver *setup* de p para f em m , significa que f será produzido naquele macro período, o que anula os valores de M . Caso contrário, o item da família f não inicia após p no tanque m naquele macro período, conforme restrições ((19)).

$$\begin{aligned} &\text{Seja } M = Cap_{mt} + eh_{mt}^I \\ \mu_{mft}^{Is} &\geq \mu_{mpt}^{Is} + TP_p \cdot \sum_{s \in S_t} z_{mps}^I + ST_{pf} + \sum_{s \in S_t} y_{mpfs}^I \cdot M - M \quad \forall m, p, f (p \neq f), t \end{aligned} \quad (19)$$

O instante em que o lote da família f é finalizado no tanque m é a soma do instante de início dele (μ_{mft}^{Is}) com o tempo para prepará-lo (TP_f), conforme as restrições ((20)).

$$\mu_{mft}^{Ie} = \mu_{mft}^{Is} + TP_f \cdot \sum_{s \in S_t} z_{mfs}^I \quad \forall m, f, t \quad (20)$$

No estágio II são envasados produtos que já foram preparados no primeiro estágio durante o mesmo macro período, ou aqueles produtos que permaneceram em estoque intermediário em macro períodos anteriores. O conjunto de restrições ((21) garante que o produto só comece a ser envasado após já ter sido preparado no estágio I. Note que, para que a restrição seja acionada, é necessário que a variável que indica que há produção na máquina (z_{kjs}^{II}) seja igual a 1. Além disso, é permitido a realização do envase dos produtos que estão em espera no estoque intermediário.

$$\mu_{kjt}^{II} \geq \mu_{mft}^{Ie} - M(1 - \sum_{s \in S_t} z_{kjs}^{II}) \quad \forall k, m, j, f, t, \text{ se } r_{jf} \neq 0 \quad (21)$$

A ordenação de início dos lotes dentro do macro período para o estágio II ((22) é análoga a do estágio I ((19). A diferença é que o tempo de envase por unidade é multiplicado pela quantidade envasada do item dentro do macro período.

$$\mu_{kjt}^{II} \geq \mu_{kit}^{II} + TP_i \cdot \sum_{s \in S_t} x_{kis}^{II} + ST_{ij} + \sum_{s \in S_t} y_{kij}^{II} \cdot M - M \quad \forall k, i, j (i \neq j), t \quad (22)$$

O instante em que o lote do item j é finalizado na máquina k é a soma do instante de início dele (μ_{kjt}^{II}) com o tempo de envase de cada unidade (TP_j) multiplicado pela quantidade envasada (X_{kjs}^{II}), conforme as restrições ((23).

$$\mu_{kjt}^{Ie} = \mu_{kjt}^{II} + TP_j \cdot \sum_{s \in S_t} X_{kjs}^{II} \quad \forall k, j, t \quad (23)$$

4.1.5 Permissão de horas extras

Como já citado, neste modelo é permitido a realização de horas extras se necessário. O máximo permitido de horas extras ao dia é de duas horas (120 minutos). Os conjuntos de restrições ((24) e ((25) permitem o máximo de horas extras para os dois estágios.

$$eh_{mt}^I \leq 120 \quad \forall m, t \quad (24)$$

$$eh_{kt}^{II} \leq 120 \quad \forall k, t \quad (25)$$

4.1.6 Capacidades máximas

As restrições ((26) determinam o máximo de capacidade em quilogramas no estoque intermediário. Já as restrições ((27) e ((28) funcionam como inequações válidas, uma vez que o modelo deve respeitar a capacidade diária (em tempo) somado ao tempo utilizado de horas extras (eh_{mt}^I e eh_{kt}^{II}), então a finalização do último lote de produção deve respeitar esse tempo também.

$$I_{ft}^+ \leq IC^{max} \quad \forall f, t \quad (26)$$

$$\mu_{mft}^{Ie} \leq Cap_{mt} + eh_{mt}^I \quad \forall m, f, t \quad (27)$$

$$\mu_{kjt}^{IIe} \leq Cap_{kt} + eh_{kt}^{II} \quad \forall k, j, t \quad (28)$$

4.2 GENERALIZAÇÃO DO MODELO 1

De acordo com o cenário produtivo em estudo, uma generalização do modelo 1 pode ser proposta. Neste caso, além de se considerar a presença de um estoque intermediário entre os estágios produtivos e a realização da dependência entre os estágios e o estoque intermediário como no modelo explanado na seção 4.1, considera-se também um limite no tempo máximo de permanência dos lotes entre os estágios. Esta consideração é devido à volatilidade dos produtos, visto que, se permanecerem por muito tempo após processados no estágio I, fora da embalagem primária que ocorre no envase, os produtos correm o risco de perderem qualidade e/ou terem algumas características modificadas (exceto os hidroalcolólicos, que obrigatoriamente precisam permanecer por no mínimo sete dias neste espaço). Buscando propor um modelo que respeite este tempo, propõe-se algumas restrições adicionais que funcionam junto aos conjuntos já propostos de ((1) a ((28).

Para que seja possível cumprir esse limite máximo em estoque intermediário, é necessário inserir um intervalo que respeita o tempo máximo de permanência em estoque intermediário. Como já citado, o conjunto de restrições ((21) garante que o produto só comece a ser envasado após já ter sido preparado no estágio I, porém permite que o lote permaneça entre os estágios até que uma máquina de envase esteja disponível. Adiciona-se ao modelo, portanto, o conjunto de restrições ((29).

$$\mu_{kjt}^{II_s} \leq \mu_{mft}^{I_e} + TI_f^{max} - M(1 - \sum_{s \in S_t} z_{kjs}^{II}) \quad \forall k, m, j, f, t, \text{ se } r_{jf} \neq 0 \quad (29)$$

O conjunto de restrições (29), junto ao conjunto de restrições (21) determinam um intervalo de tempo em que o lote precisa iniciar o envase no estágio II. Ou seja, o lote não pode permanecer em estoque intermediário por tempo indeterminado (no MDSLEI-2E o que determina o envase é a data de entrega, mas o lote pode permanecer por quantos períodos forem necessários para o caso). Já na proposta desta generalização, existe um tempo limite permitido, que é determinado pelo conjunto de restrições (29). Portanto, esse instante de início do envase ($\mu_{kjt}^{II_s}$) deve ser maior que instante de término da preparação do lote no estágio I ($\mu_{mft}^{I_e}$) e menor que este instante de término da preparação do lote no estágio I somado ao tempo máximo de permanência do item em estoque intermediário.

4.3 EXEMPLOS ILUSTRATIVOS

Com o objetivo de melhor entendimento dos dois modelos propostos, apresentam-se nesta seção dois exemplos ilustrativos para pequenas instâncias (cinco itens e três dias de trabalho), baseados em dados realísticos. Os exemplares apresentados foram resolvidos pelo *solver* Gurobi 9.1.1 e o critério de parada utilizado foi até que atingisse a solução ótima.

4.3.1 Exemplo MDSLEI-2E

São apresentados nas Tabelas de 1 a 11 os dados gerados para solução, bem como os cálculos de custos de acordo com os dados disponíveis, como por exemplo, custos de *setup* de acordo com os tempos de *setup* gerados para os dois estágios.

A TABELA 1 apresenta, respectivamente, o número de períodos, de famílias de produtos, de itens, de micro períodos, de tanques no estágio I e de esteiras de envase no estágio II. Já a Tabela 2 apresenta as capacidades dos três tanques misturadores do primeiro estágio, em quilogramas.

TABELA 1 – PARÂMETROS GERAIS

Parâmetro	Valor
-----------	-------

TABELA 2 – CAPACIDADES DOS TANQUES

Tanques	Capacidade
---------	------------

T	3	1	500 kg
F	5	2	150 kg
N	5	3	50 kg
S	9 (3 em cada macro)		
M	3	FONTE: A autora (2021)	
K	2		

FONTE: A autora (2021)

Na Tabela 3 encontram-se os respectivos parâmetros: tempos de preparo para cada produto, de acordo com a família f a que ele pertence, tempos de envase para cada item, custo de estoque intermediário (por quilograma), custo de estoque final para cada item, custo de atraso por item, estoque para cada item no início do macro período e atraso para cada item no início de cada macro período.

TABELA 3 – PARÂMETROS REFERENTES AOS ITENS

Parâmetro	Item				
	1	2	3	4	5
TP_f^I	240	120	120	180	180
TP_j^{II}	0,5	0,1	0,25	0,5	0,1
h_j^+	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5
h_j^{+II}	0,25	0,05	0,125	0,25	0,05
g_j^{-II}	2,5	0,5	1,25	2,5	0,5
I_{j0}^+	0	0	0	0	0
I_{j0}^{-II}	0	0	0	0	0

FONTE: A autora (2021)

Na Tabela 4, apresentam a matriz de tempos de *setup* para o estágio I.

TABELA 4 – TEMPOS DE *SETUP* PARA AS FAMÍLIAS DE PRODUTOS NO ESTÁGIO I

ST_{fp}^I	1	2	3	4	5
1	0	30	30	30	30
2	40	0	15	40	40
3	40	15	0	40	40
4	30	30	30	0	30
5	30	30	30	30	0

FONTE: A autora (2021)

Na Tabela 5, encontram-se os custos de *setup*, calculados de acordo com os tempos apresentados na Tabela 4.

TABELA 5 – CUSTOS DE *SETUP* PARA AS FAMÍLIAS DE PRODUTOS NO ESTÁGIO I

CS_{fp}^I	1	2	3	4	5
1	0	13,2	13,2	13,2	13,2
2	17,6	0	6,6	17,6	17,6

3	17,6	6,6	0	17,6	17,6
4	13,2	13,2	13,2	0	13,2
5	13,2	13,2	13,2	13,2	0

FONTE: A autora (2021)

A Tabela 6 traz os tempos de *setup* para o segundo estágio.

TABELA 6 - TEMPOS DE *SETUP* PARA OS ITENS NO ESTÁGIO II

ST^{II}_{ij}	1	2	3	4	5
1	0	15	15	15	15
2	15	0	15	15	15
3	15	15	0	15	15
4	15	15	15	0	15
5	15	15	15	15	0

FONTE: A autora (2021)

A Tabela 7, por sua vez, os custos de *setup* para o segundo estágio, calculados de acordo com os tempos da Tabela 6.

TABELA 7 – CUSTOS DE *SETUP* PARA OS ITENS NO ESTÁGIO II

CS^{II}_{ij}	1	2	3	4	5
1	0	2,55	2,55	2,55	2,55
2	2,55	0	2,55	2,55	2,55
3	2,55	2,55	0	2,55	2,55
4	2,55	2,55	2,55	0	2,55
5	2,55	2,55	2,55	2,55	0

FONTE: A autora (2021)

Na Tabela 8 são apresentadas as demandas para cada macro período, em quantidade de itens.

TABELA 8 – DEMANDAS PARA CADA ITEM EM UNIDADES

d_{jt}	1	2	3
1	480	0	0
2	4250	0	0
3	0	280	0
4	200	250	0
5	0	0	800

FONTE: A autora (2021)

A Tabela 9 apresenta a matriz de conversão de quilograma para unidade, ou seja, o tamanho das embalagens de cada item.

TABELA 9 – MATRIZ DE CONVERSÃO DA FAMÍLIA DO PRODUTO (KG) PARA ITEM (UNIDADE)

r_{jf}	1	2	3	4	5
1	0,5	0	0	0	0
2	0	0,1	0	0	0

3	0	0	0,25	0	0
4	0	0	0	0,5	0
5	0	0	0	0	0,1

FONTE: A autora (2021)

Por fim, as Tabelas 10 e 11 apresentam as capacidades diárias de produção para cada tanque e máquina, que são de 8 horas diárias (480 minutos), e o custo para cada minuto extra utilizado por cada tanque e/ou máquina.

TABELA 10 – CAPACIDADE DIÁRIA DE PRODUÇÃO PARA CADA MÁQUINA

	Capacidade (min)		Produção
<i>m</i> = 1	480	480	480
<i>m</i> = 2	480	480	480
<i>m</i> = 3	480	480	480
<i>k</i> = 1	480	480	480
<i>k</i> = 2	480	480	480

FONTE: A autora (2021)

TABELA 11 – CUSTO DE HORA EXTRA PARA USO DE CADA MÁQUINA

	Custo Minuto Extra		
<i>m</i> = 1	0,68	0,68	0,68
<i>m</i> = 2	0,68	0,68	0,68
<i>m</i> = 3	0,68	0,68	0,68
<i>k</i> = 1	0,48	0,48	0,48
<i>k</i> = 2	0,48	0,48	0,48

FONTE: A autora (2021)

Para melhor entendimento do gráfico de *Gantt* representado na Figura 4, faz-se necessário observar as variáveis que indicam a sequência de produção, bem como *setups* realizados, instantes de início e término de cada lote nos dois estágios e os estoques intermediário e final para cada item. Nas Tabelas de 12 a 16 encontram-se as respostas dessas variáveis para o exemplar ilustrado. Vale lembrar que a produção no estágio I é mensurada em quilogramas e no estágio II em unidades. Ainda, observa-se também que no gráfico de *Gantt*, além da sequência, apresentam-se o estoque intermediário e o estoque final ao fim de cada macro período *t*.

As Tabelas 12 e 13 apresentam os valores das variáveis que indicam a máquina em que houve a produção do lote de determinado item (z^I_{mfs} , z^{II}_{kjs}) e a quantidade produzida deste item em um certo subperíodo (X^I_{mfs} , X^{II}_{kjs}).

TABELA 12 – RESPOSTAS QUE INDICAM A SEQUÊNCIA E QUANTIDADE (EM QUILOGRAMAS) DE PRODUÇÃO DOS LOTES NO ESTÁGIO I

	<i>t</i> = 1	<i>t</i> = 2	<i>t</i> = 3
<i>m</i> = 1	$z^I_{121} = 1$ $X^I_{121} = 375$ $z^I_{112} = 1$ $X^I_{112} = 240$		
<i>m</i> = 2	$z^I_{241} = 1$ $X^I_{241} = 150$ $z^I_{242} = 1$ $X^I_{242} = 75$		

$m = 3$	$z_{321}^I = 1$	$X_{321}^I = 50$	$z_{334}^I = 1$	$X_{334}^I = 15$	$z_{357}^I = 1$	$X_{357}^I = 16$
	$z_{332}^I = 1$	$X_{332}^I = 15$	$z_{335}^I = 1$	$X_{335}^I = 25$	$z_{358}^I = 1$	$X_{358}^I = 49$
	$z_{333}^I = 1$	$X_{333}^I = 15$	$z_{356}^I = 1$	$X_{356}^I = 15$		

FONTE: A autora (2021)

TABELA 13 – RESPOSTAS QUE INDICAM A SEQUÊNCIA E QUANTIDADE (EM UNIDADES) DE PRODUÇÃO DOS LOTES NO ESTÁGIO II

	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$			
$k = 1$	$z_{121}^{II} = 1$	$X_{121}^{II} = 2000$	$z_{144}^{II} = 1$	$X_{144}^{II} = 250$	$z_{157}^{II} = 1$	$X_{157}^{II} = 650$
	$z_{142}^{II} = 1$	$X_{142}^{II} = 50$	$z_{135}^{II} = 1$	$X_{135}^{II} = 280$		
	$z_{113}^{II} = 1$	$X_{113}^{II} = 180$	$z_{156}^{II} = 1$	$X_{156}^{II} = 150$		
$k = 2$	$z_{221}^{II} = 1$	$X_{221}^{II} = 2250$				
	$z_{242}^{II} = 1$	$X_{242}^{II} = 150$				
	$z_{213}^{II} = 1$	$X_{213}^{II} = 300$				

FONTE: A autora (2021)

As Tabelas 14 e 15 apresentam os instantes de início e término de cada lote, exceto os lotes que iniciam no instante zero de cada macro período.

TABELA 14 – INSTANTES DE INÍCIO E TÉRMINO (> 0) DE CADA LOTE NOS RESPECTIVAS TANQUES NO ESTÁGIO I.

	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
$m = 1$	$\mu_{121}^{Ie} = 120$		
	$\mu_{111}^{Is} = 160$		
	$\mu_{111}^{Ie} = 400$		
$m = 2$	$\mu_{241}^{Ie} = 360$		
$m = 3$	$\mu_{321}^{Ie} = 120$	$\mu_{332}^{Ie} = 240$	$\mu_{353}^{Ie} = 360$
	$\mu_{331}^{Is} = 135$	$\mu_{352}^{Is} = 280$	
	$\mu_{331}^{Ie} = 375$	$\mu_{352}^{Ie} = 460$	

FONTE: A autora (2021)

TABELA 15 - INSTANTES DE INÍCIO E TÉRMINO (> 0) DE CADA LOTE NAS RESPECTIVAS MÁQUINAS NO ESTÁGIO II.

	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
$k = 1$	$\mu_{121}^{IIIs} = 120$	$\mu_{142}^{IIIs} = 15$	$\mu_{153}^{IIIs} = 360$
	$\mu_{121}^{IIe} = 320$	$\mu_{142}^{IIe} = 140$	$\mu_{153}^{IIIs} = 425$
	$\mu_{141}^{IIIs} = 360$	$\mu_{132}^{IIIs} = 240$	
	$\mu_{141}^{IIe} = 385$	$\mu_{132}^{IIe} = 310$	
	$\mu_{111}^{IIIs} = 400$	$\mu_{152}^{IIIs} = 460$	
	$\mu_{111}^{IIe} = 490$	$\mu_{152}^{IIe} = 475$	
$k = 2$	$\mu_{221}^{IIIs} = 120$		

	$\mu_{221}^{Ie} = 345$ $\mu_{241}^{Is} = 360$ $\mu_{241}^{Ie} = 435$ $\mu_{211}^{Is} = 450$ $\mu_{221}^{Ie} = 600$	
--	--	--

FONTE: A autora (2021)

E por fim, a Tabela 16 apresenta os valores de estoque intermediário e estoque final para cada item.

TABELA 16 – RESPOSTAS PARA USO DE ESTOQUES PARA CADA ITEM AO FINAL DO MACRO PERÍODO

$t = 1$	$t = 2$
$I_{31}^+ = 30$	$I_{52}^{II+} = 150$
$I_{41}^+ = 125$	

FONTE: A autora (2021)

O gráfico de *Gantt* da solução do exemplar (Figura 4) representa os três macro períodos de produção, tanto para a manipulação no estágio I quanto para o envase que ocorre no estágio II e seus respectivos estoques. A solução ótima ($Z^* = 207,4$) não possui atrasos e foi obtida em 363 segundos de teste. É possível observar alguns detalhes que o MDSLEI-2E é capaz de apresentar em suas soluções, como por exemplo, inicialmente são tomadas decisões no estágio I como o tamanho do lote a ser produzido em cada tanque e a designação de quais tanques irão produzir quais lotes, de acordo com suas capacidades. Além disso, é determinada a sequência e realização dos *setups*, que neste caso dependem da sequência em que se produz.

Após isso, o modelo deve decidir em que instante iniciar o envase de cada produto, qual máquina está livre, e qual item envasar. As linhas de envase não são dedicadas aos tanques, como em outros modelos encontrados na literatura, portanto, existe a decisão de designação no segundo estágio também. Além disso, existe a opção de estocar os itens antes de envasar, em algumas situações é vantajoso, uma vez que pode ser necessário adiantar a produção no estágio I, que deve ser entregue no próximo(s) dia(s), para poder iniciar o outro dia realizando o envase.

Nesta situação, ganha-se tempo, pois para iniciar o envase é necessário aguardar a finalização da manipulação, e isso pode ser um gargalo em muitos casos onde a manipulação é demorada e se tem uma alta demanda para envasar. No exemplo ilustrado, isto ocorre com o item 4, que possui demanda no macro período 1

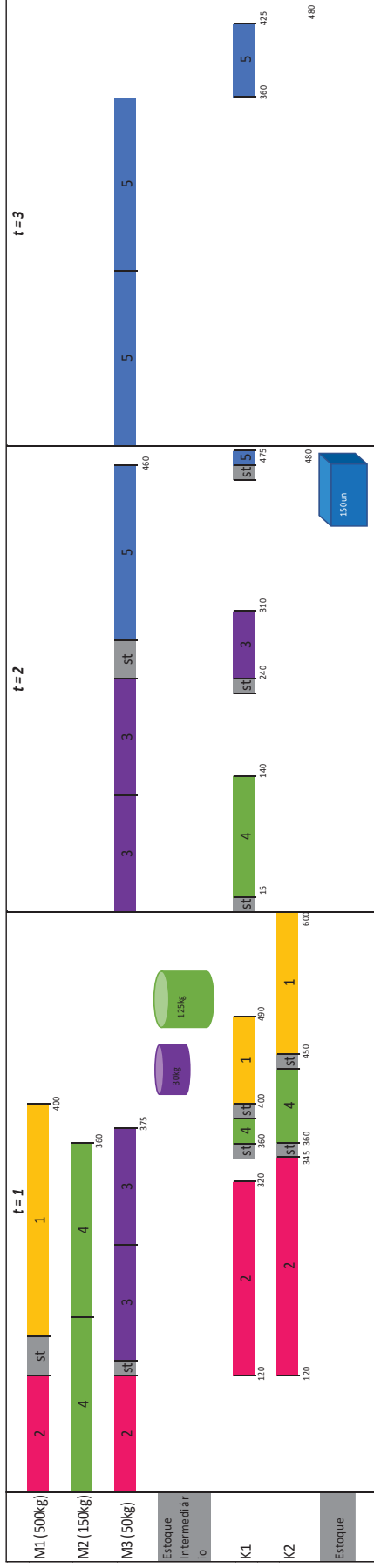
e 2 (200 e 250 unidades, respectivamente), o modelo decide por produzir a demanda dos dois períodos no estágio I, utilizando melhor a capacidade dos tanques e evitando possíveis futuros *setups*, realiza o envase de 100 unidades no primeiro dia, entrega a demanda sem atraso, deixa em estoque intermediário os 125 kg do item e no início do macro período 2 após preparar a máquina realiza-se o envase das 250 unidades para entregar a demanda do segundo dia.

Situação semelhante acontece ao item 3, parte da demanda é adiantada e produzida no macro período 1, permanece em estoque intermediário e vai para o envase junto ao restante da produção do item em $t = 2$ e sai para entrega. Ainda, no primeiro macro período, observa-se a quebra dos lotes para envase, utilizando as duas máquinas idênticas para envase simultâneo do mesmo item. Verifica-se também que o modelo optou por utilizar o máximo de horas extras (2 horas) permitido para a linha de envase 2 e apenas 10 minutos extras para a linha 1. Neste caso, foi mais vantajoso fazer uso de horas extras no estágio dois e não atrasar as entregas.

Outra característica importante a se observar na resposta dada pelo gráfico é que os tanques 1 e 2, bem como a linha 2 foram utilizados somente no primeiro dia de produção. De acordo com as características do modelo e da Função Objetivo, dois possíveis motivos podem ser apontados para este comportamento, no estágio I, prefere-se a produção de lotes menores, para assim poder utilizar o tanque 3, que possui menor capacidade em tamanho e conseqüentemente menor custo de produção, além disso, o primeiro macro período é o que possui maior demanda, sendo necessário fazer uso de todos os recursos, bem como de horas extras no estágio II. Como algumas produções foram adiantadas no macro período 1, torna-se possível atender às demandas dos outros dois macro períodos somente com o tanque que possui menor custo e uma das linhas de envase, também reduzindo custo no estágio II.

O item 5 possui, com demanda para o último macro período teve parte de sua produção e envase realizados no macro período anterior e permaneceu em espera no estoque final. Ao final do último macro período, após produção e envase do restante, toda a demanda foi entregue.

FIGURA 4 - GRÁFICO DE GANTT PARA O MDSLEI-2E



Fonte: A autora (2021)

4.3.2 Exemplo generalização do MDSLEI-2E

Com o objetivo de entender a diferença entre o modelo proposto e a generalização deste, testou-se para a generalização do MDSLEI-2E a mesma instância apresentada para o exemplo ilustrativo do MDSLEI-2E. No entanto, para o segundo caso é necessário fornecer o tempo limite máximo de permanência de cada item semiacabado em estoque intermediário.

O tempo máximo que cada item pode permanecer fora da embalagem primária não foi fornecido, e não há esta especificação em definida para o cosmético. Assim sendo, do ponto de vista prático, o desejável seria embalar os produtos assim que possível, com exceção dos hidroalcoólicos. Embora seja necessário que os produtos não fiquem por muito tempo em estoque intermediário, evitando a perda de qualidade no produto ou até mesmo de descarte lotes, não existe um valor específico deste tempo de deterioração, o que limitou a realização de testes para este modelo. Além disso, como observado no MDSLEI, quando não há capacidade de envase de um item no dia em que ocorreu a produção no primeiro estágio, logo que houver disponibilidade (muitas vezes no início do outro macro período) ele será embalado, pois há um custo de estoque por período que o modelo tende a evitar.

Uma indústria que possui cenário produtivo similar ao tratado neste trabalho e que possui um valor específico deste tempo, é a indústria farmacêutica. Neste caso, o tempo máximo de permanência fora da embalagem primária é determinado pela Anvisa, portanto, essa generalização poderia se aplicar tanto para a Indústria de Cosméticos (fornecendo um tempo desejável), como para a Indústria Farmacêutica.

Devido a instância ser pequena e possuir apenas três macro períodos de produção, a resposta do MDSLEI-2E manteve por pouco ou nenhum tempo os produtos em estoque intermediário. Para fins de comparação, utilizou-se a mesma instância para a ilustração da generalização do MDSLEI-2E, apenas inserindo o parâmetro de tempo máximo de permanência. Com o objetivo de avaliar a sua funcionalidade, os parâmetros de tempo máximo de permanência (TI^{max}_f) foi de 30 minutos para o item 1 e de 1000 minutos para os demais itens.

Análogo ao exemplo do MDSLEI-2E, nas Tabelas de 17 a 21 apresentam-se as respostas obtidas para a generalização do MDSLEI-2E.

TABELA 17 – RESPOSTAS QUE INDICAM A SEQUÊNCIA E QUANTIDADE (EM QUILOGRAMAS) DE PRODUÇÃO DOS LOTES NO ESTÁGIO I

	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
$m = 1$	$z_{121}^I = 1$ $X_{121}^I = 375$ $z_{112}^I = 1$ $X_{112}^I = 240$		
$m = 2$	$z_{241}^I = 1$ $X_{241}^I = 150$ $z_{242}^I = 1$ $X_{242}^I = 75$		
$m = 3$	$z_{321}^I = 1$ $X_{321}^I = 50$ $z_{332}^I = 1$ $X_{332}^I = 15$ $z_{333}^I = 1$ $X_{333}^I = 15$	$z_{334}^I = 1$ $X_{334}^I = 15$ $z_{335}^I = 1$ $X_{335}^I = 25$ $z_{356}^I = 1$ $X_{356}^I = 15$	$z_{357}^I = 1$ $X_{357}^I = 50$ $z_{358}^I = 1$ $X_{358}^I = 15$

FONTE: A autora (2021)

TABELA 18 – RESPOSTAS QUE INDICAM A SEQUÊNCIA E QUANTIDADE (EM UNIDADES) DE PRODUÇÃO DOS LOTES NO ESTÁGIO II

	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
$k = 1$	$z_{121}^{II} = 1$ $X_{121}^{II} = 2250$ $z_{142}^{II} = 1$ $X_{142}^{II} = 100$ $z_{113}^{II} = 1$ $X_{113}^{II} = 350$		
$k = 2$	$z_{221}^{II} = 1$ $X_{221}^{II} = 2000$ $z_{242}^{II} = 1$ $X_{242}^{II} = 100$ $z_{213}^{II} = 1$ $X_{213}^{II} = 130$	$z_{244}^{II} = 1$ $X_{244}^{II} = 250$ $z_{235}^{II} = 1$ $X_{235}^{II} = 280$ $z_{256}^{II} = 1$ $X_{256}^{II} = 50$	$z_{157}^{II} = 1$ $X_{157}^{II} = 750$

FONTE: A autora (2021)

TABELA 19 – INSTANTES DE INÍCIO E TÉRMINO (> 0) DE CADA LOTE NOS RESPECTIVAS TANQUES NO ESTÁGIO I.

	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
$m = 1$	$\mu_{121}^{Ie} = 120$ $\mu_{111}^{Is} = 160$ $\mu_{111}^{Ie} = 400$		
$m = 2$	$\mu_{241}^{Ie} = 360$		
$m = 3$	$\mu_{321}^{Ie} = 120$ $\mu_{331}^{Is} = 135$ $\mu_{331}^{Ie} = 375$	$\mu_{332}^{Ie} = 240$ $\mu_{352}^{Is} = 280$ $\mu_{352}^{Ie} = 460$	$\mu_{353}^{Ie} = 360$

FONTE: A autora (2021)

TABELA 20 - INSTANTES DE INÍCIO E TÉRMINO (> 0) DE CADA LOTE NAS RESPECTIVAS MÁQUINAS NO ESTÁGIO II.

	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
$k = 1$	$\mu_{121}^{IIs} = 120$ $\mu_{121}^{IIe} = 345$		

	$\mu_{141}^{II_S} = 360$ $\mu_{141}^{II_e} = 410$ $\mu_{111}^{II_S} = 425$ $\mu_{111}^{II_S} = 600$	
$k = 2$	$\mu_{221}^{II_S} = 120$ $\mu_{221}^{II_e} = 320$ $\mu_{241}^{II_S} = 360$ $\mu_{241}^{II_e} = 410$ $\mu_{211}^{II_S} = 425$ $\mu_{221}^{II_e} = 490$	$\mu_{242}^{II_S} = 15$ $\mu_{242}^{II_e} = 140$ $\mu_{232}^{II_S} = 240$ $\mu_{232}^{II_e} = 310$ $\mu_{252}^{II_S} = 460$ $\mu_{252}^{II_e} = 475$
		$\mu_{253}^{II_S} = 360$ $\mu_{253}^{II_S} = 425$

FONTE: A autora (2021)

TABELA 21 – RESPOSTAS PARA USO DE ESTOQUES PARA CADA ITEM AO FINAL DO MACRO PERÍODO

$t = 1$	$t = 2$
$I_{31}^+ = 30$	$I_{52}^+ = 10$
$I_{41}^+ = 125$	$I_{52}^{II+} = 50$

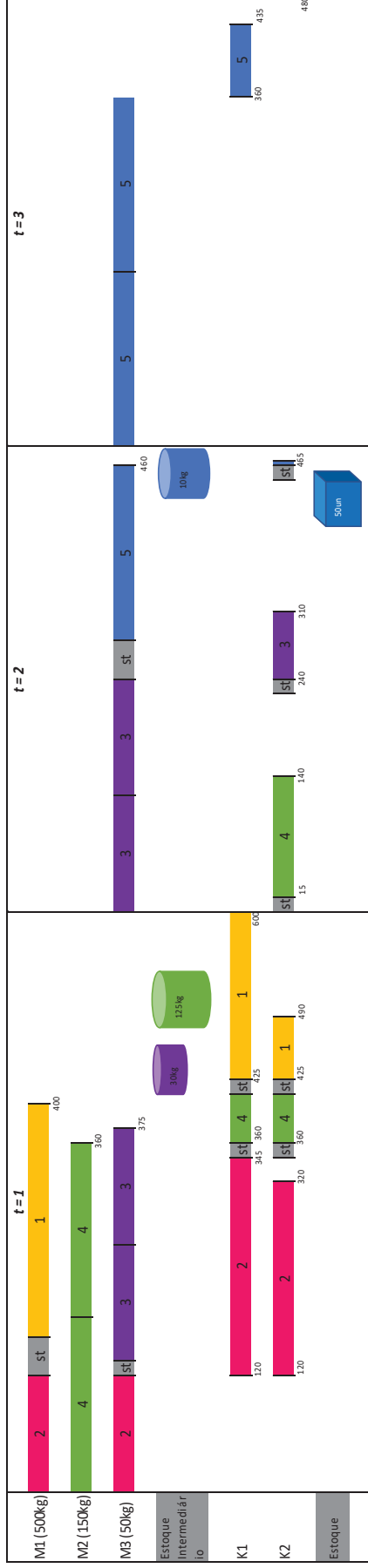
FONTE: A autora (2021)

Observa-se que no teste realizado para o MDSLEI-2E, parte do item 1 permanece em espera antes de ser envasado na máquina 2, enquanto o item 4 é finalizado. Este tempo em espera é de 50 minutos (finaliza o preparo no instante 400 e inicia o envase no instante 450), o que não poderia acontecer com a inserção dos novos parâmetros, que agora exige que este tempo seja de no máximo 30 minutos. Apresenta-se na Figura 5 a resposta obtida para a generalização do MDSLEI-2E.

Como pode-se verificar no gráfico de *Gantt* que representa solução, no primeiro macro período o preparo no estágio I ocorre da mesma forma que no MDSLEI-2E, enquanto no estágio II acontecem pequenas mudanças, fazendo com que a solução respeite a nova restrição. O item 1 passa 25 minutos em espera até ser envasado, respeitando os 30 minutos impostos como tempo máximo. A diferença são as quantidades envasadas do item 4, são agora envasadas 100 unidades em cada linha de envase, cumprindo a demanda do primeiro macro período e finalizando os lotes no instante 410 minutos, realiza-se *setup* de 15 minutos e inicializa-se o envase do item 1 no instante 425 minutos, que finalizou o preparo no instante 400.

Ainda, pequenas mudanças na solução também podem ser observadas nos estoques do segundo macro período.

FIGURA 5 - GRÁFICO DE GANTT PARA A GENERALIZAÇÃO DO MDSLEI-2E



FONTE: A autora (2021)

5 MÉTODOS DE SOLUÇÃO

Além dos modelos matemáticos propostos aplicou-se também diversas estratégias de solução que são apresentadas nas subseções posteriores.

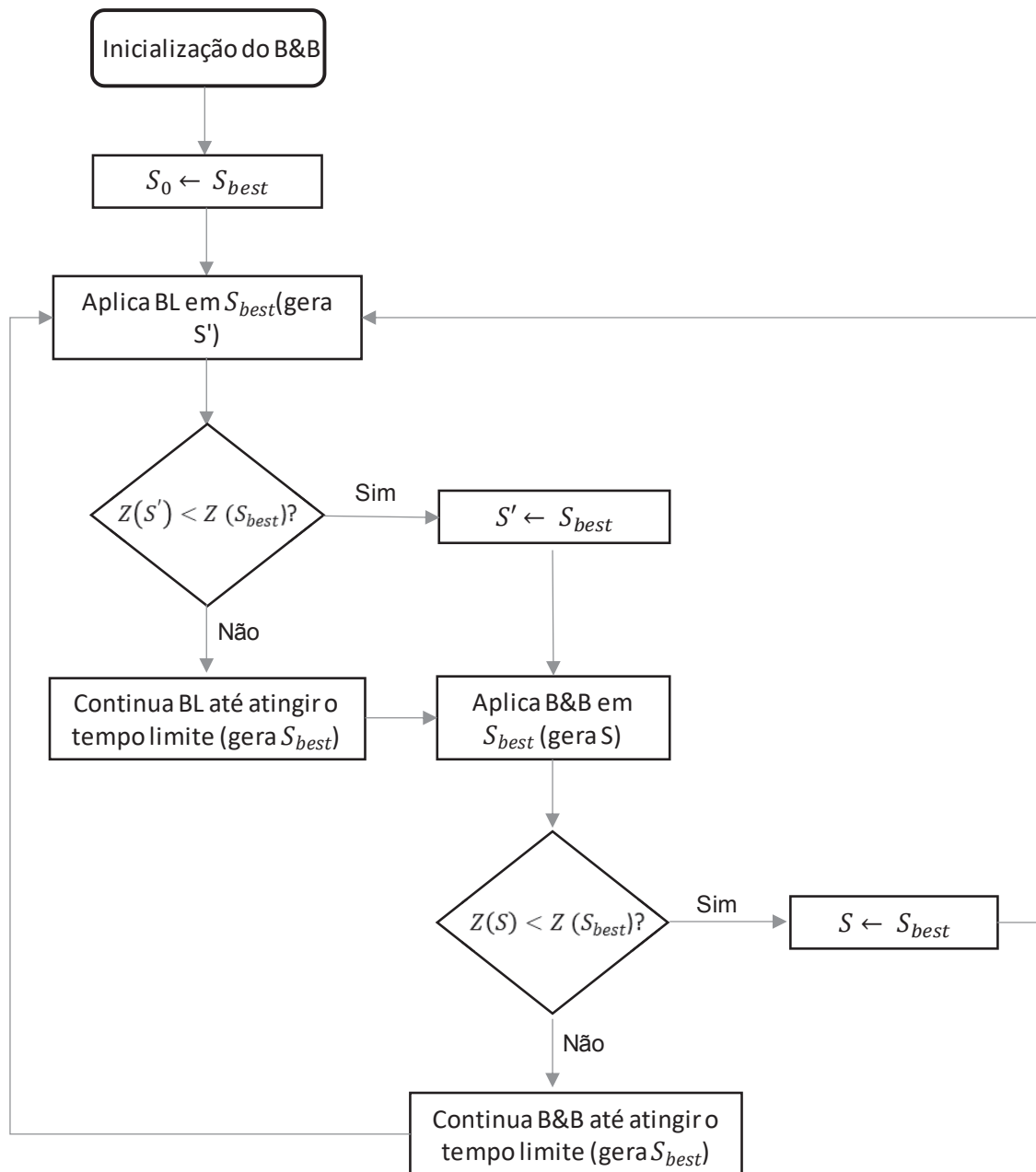
5.1 MÉTODO SEQUENCIAL COM BUSCA LOCAL

Como já citado em seções anteriores, os problemas que envolvem o dimensionamento e sequenciamento da produção de forma simultânea apresentam considerável complexidade de solução, o que leva ao desenvolvimento de métodos de solução heurísticos, meta-heurísticos e/ou híbridos. Portanto, resolver o modelo matemático pode não ser suficiente para encontrar soluções satisfatórias em um tempo computacional viável.

Assim sendo, nesta seção apresenta-se uma abordagem que realiza a solução do modelo pelo método *Branch and Bound* (B&B) e por estratégias de Busca Local (BL) de maneira combinada, em uma estrutura de processamento sequencial entre as duas abordagens. Para inicialização do método, a primeira solução encontrada pelo método B&B é fornecida para que seja possível dar início à BL, que é realizada por determinado tempo ou até encontrar uma solução melhor que a solução fornecida. No momento em que houver melhoria da solução, ou assim que atingir tempo limite sem melhoria, a melhor solução encontrada até o momento é fornecida para o B&B novamente, que passa a resolver o problema a partir da melhor solução fornecida. Este processo está descrito em forma de fluxograma na Figura 6

Define-se na Figura 6, S_0 como a solução inicial fornecida pelo B&B e a melhor solução do momento é definida por S_{best} . O procedimento apresentado segue até que o tempo limite total estabelecido seja atingido, ou até que a melhor solução encontrada (S_{best}) seja a solução ótima para o modelo.

FIGURA 6 – FLUXOGRAMA MÉTODO SEQUENCIAL



Fonte: A autora (2021)

O B&B realiza a exploração da árvore de solução do modelo enquanto a BL realiza a busca em partições, que são determinadas pelo operador heurístico selecionado. Essas partições podem variar tanto em tamanho quanto em variáveis do modelo que permanecem fixas e/ou livres. Conhecendo-se o problema *a priori*, é possível determinar quais serão essas variáveis e os tamanhos das vizinhanças a serem exploradas, de modo que o método proposto promova otimização e possa encontrar melhores limitantes superiores durante a BL. Por exemplo, para os casos aplicados neste trabalho, as partições determinadas por cada operador já foram

testadas separadamente e isoladas para o modelo, bem como diversas outras estratégias. Selecionou-se as que geraram os melhores resultados e combinando com o método B&B, obteve-se um método que pode encontrar melhores soluções que as duas estratégias separadamente.

5.1.1 Procedimentos de Busca Local

Realizar a BL reduz o espaço de busca devido à decomposição do problema original em vários subproblemas menores, que são resolvidos de maneira exata (SCHENEKEMBERG *et al.* 2021). A vantagem de se realizar a BL, que permite buscar vizinhanças distintas, combinada ao B&B, é não somente a dinamicidade de troca de informações quanto às soluções, mas também poder explorar diferentes métodos que podem atingir melhores limitantes superiores em cada caso ou momento da exploração da solução. Enquanto um explora problemas menores o outro busca a solução no problema como um todo. O pseudocódigo para aplicação da BL proposta neste trabalho encontra-se abaixo.

ALGORITMO 1– PSEUDOCÓDIGO PARA PROCEDIMENTO DE BUSCA LOCAL

```

1: Entre com a solução fornecida pelo B&B
2: Enquanto Tempo limite para BL não é atingido faça
3:    $S \leftarrow S_{best}$ 
4:   Aplicar a BL em  $S_{best}$  de acordo com o operador selecionado (obtem  $S'$ )
5:   Se  $Z(S') < Z(S_{best})$  então
6:      $S_{best} \leftarrow S'$ 
7:   Ou então
8:     Se tempo permitido sem melhoria da solução é atingido então
9:        $S_{best} \leftarrow S$ 
10:  Fim se
11:  Fim se
12: Fim enquanto
13: Forneça  $S_{best}$  para o B&B

```

FONTE: A autora (2021).

Procedimentos sequenciais que alternam diferentes métodos de tempo em tempo, enquanto a profundidade da vizinhança explorada na BL é ajustada dinamicamente de acordo com o desempenho de cada fase, têm sido aplicados na solução de diferentes problemas: Darvish *et al.* (2018); Darvish; Coelho (2018); Larrain *et al.* (2019) e Schenekemberg *et al.* (2020).

5.1.2 Estratégias Heurísticas Aplicadas

Durante a BL aplicou-se estratégias heurísticas baseadas na decomposição do problema em subproblemas, na premissa de fixar algumas variáveis e deixar outras livres, de acordo com os princípios apresentados por algumas heurísticas que podem ser encontradas na literatura. Nesse sentido, utilizou-se estratégias baseadas na heurística *Fix and Optimize* (F&O).

A heurística F&O é um método de melhoria que parte de uma solução inicialmente estabelecida. Consiste em particionar um problema em subproblemas, sendo que, a cada iteração, um dos subproblemas é resolvido com as variáveis livres para serem otimizadas e nos demais subproblemas as variáveis permanecem fixas, recebendo os valores gerados na solução inicial. Assim, são resolvidos subproblemas menores com um número de variáveis livres e fixas a cada iteração, o que torna a solução desses subproblemas mais fácil quando comparados ao problema original (SCHIMIDT *et al.*, 2019a). Esta abordagem tem sido muito aplicada na solução de Problemas de Programação da Produção, Problemas de Produção que possuem mais de um estágio produtivo ou que apresentam alta complexidade de solução do modelo exato: Helber; Sahling (2010); Christian Lang; Shen (2011); Stadtler; Sahling (2013); Dorneles *et al.* (2014); Toledo *et al.* (2015); Moreno *et al.* (2016); Nikzad *et al.* (2021); Gansterer; Patrick (2021).

Já a heurística proposta neste trabalho, que combina F&O com VND, consiste em explorar vizinhanças de diferentes universos de soluções por meio de trocas de estruturas. Segundo Duarte *et al.* (2018), o sucesso dessa busca é baseado no fato de que estruturas de vizinhanças diferentes usualmente não possuem o mesmo mínimo local. Portanto, o problema de se deparar com ótimos locais pode ser resolvido pela troca determinística de vizinhanças. O princípio de busca apresentado pelo VND pode ser combinado com outras heurísticas, metodologia que tem apresentado sucesso na solução de problemas de grande porte e dificuldade Seeanner; Meyr (2013); Haoran *et al.* (2021); Maulidya *et al.* (2020); Toscano *et al.* (2020).

Desse modo, aplicou-se em duas estratégias heurísticas distintas para BL, uma aplicando a heurística F&O variando os operadores heurísticos a cada iteração (chamada Fix Random), que implica variar as partições e variáveis a serem fixas. E a

segunda estratégia se trata de uma estratégia híbrida, combinando princípios do VND (*Variable Neighborhood Descent*) ao F&O, esta estratégia é chamada FixVND.

Apresentam-se abaixo os operadores heurísticos aplicados na estratégia Fix Random:

- **F&O Random Period 1 (FORP1):** Seleciona-se aleatoriamente um dos períodos e realiza-se a otimização do subproblema gerado. As variáveis inteiras dos outros períodos que correspondem aos estoques e atraso (I_{ft}^+ , I_{ft}^{II+} , I_{ft}^{II-}) permanecem fixas;
- **F&O Double Random Period 1 (FODRP1):** Processo análogo ao aplicado à *F&O Random Period 1*, no entanto, é realizado um sorteio aleatório de dois períodos distintos, aumentando a vizinhança e deixando um número maior de variáveis livres;
- **F&O Random Period 2 (FORP2):** Processo análogo ao aplicado à *F&O Random Period 1*, no entanto, as variáveis que permanecem fixas neste caso são: I_{ft}^+ , I_{ft}^{II+} , I_{ft}^{II-} , z_{mfs}^I , z_{kjs}^{II} , X_{mfs}^I , X_{kjs}^{II} , y_{mpfs}^I , y_{kijjs}^{II} , eh_{mt}^I , eh_{kt}^{II} ;
- **F&O Random Machine (FORM):** Seleciona-se aleatoriamente um tanque correspondente ao estágio I e uma máquina do estágio II e realiza-se a solução do subproblema deixando as variáveis z_{mfs}^I , z_{kjs}^{II} , X_{mfs}^I , X_{kjs}^{II} , y_{mpfs}^I , y_{kijjs}^{II} , eh_{mt}^I , eh_{kt}^{II} , pertencentes aos outros tanques e máquinas, fixas.

Já na estratégia de solução FixVND utiliza-se como raio a partição período e define-se apenas um operador heurístico, variando a cada iteração tamanho do raio, caso necessário. Apresenta-se abaixo o operador heurístico para FixVND:

- **F&O VND Random (FOVND):** Combina-se os princípios do método VND com *Fix and Optimize*, utilizando como raio o período. Nesta abordagem as variáveis a serem fixas a cada iteração são: I_{ft}^+ , I_{ft}^{II+} , I_{ft}^{II-} .

É possível verificar com maior detalhe o processo da estratégia FixVND no pseudocódigo abaixo.

ALGORITMO 2– PSEUDOCÓDIGO PARA ESTRATÉGIA FIXVND

```

1:  $S \leftarrow S_0$ 
2:  $t = 1$ 
3: Enquanto  $t \leq 3$  faça
4:     Resolva o subproblema selecionado aleatoriamente (obtem  $S'$ )
5:     Se  $Z(S') < Z(S_0)$  então
6:          $S \leftarrow S'$ 
7:     Ou então
8:          $t = t + 1$ 
9:     Fim se
10: Fim enquanto

```

FONTE: A autora (2021).

Na Tabela 22 são apresentadas as partições e variáveis que permanecem fixas de acordo com o operador heurístico selecionado para a BL. Ainda, apresenta-se o tamanho das vizinhanças a serem exploradas em cada caso, mostrando que o método aplicado, devido à sua dinamicidade, permite explorar diferentes tamanhos de vizinhanças, sendo possível alternar entre intensificação e diversificação, devido as características determinísticas e aleatórias das estratégias aplicadas.

TABELA 22 – DEFINIÇÃO DAS PARTIÇÕES E VIZINHANÇAS

Operador	Partição	Variáveis Fixas	Tamanho da Vizinhança
FORP1	Período	$I_{ft}^+, I_{ft}^{II+}, I_{ft}^{II-}$	$ F T $
FODRP 1	Dois períodos	$I_{ft}^+, I_{ft}^{II+}, I_{ft}^{II-}$	$2 \times F T $
FORP2	Período	$I_{ft}^+, I_{ft}^{II+}, I_{ft}^{II-}, z_{mfs}^I, z_{kjs}^{II}, X_{mfs}^I, X_{kjs}^{II}, y_{mpfs}^I, y_{kijs}^{II}, eh_{mt}^I, eh_{kt}^{II}$	$ F T M S K N $
FORM	Máquina	$z_{mfs}^I, z_{kjs}^{II}, X_{mfs}^I, X_{kjs}^{II}, y_{mpfs}^I, y_{kijs}^{II}, eh_{mt}^I, eh_{kt}^{II}$	$ F M S K N $
FOVND 1	Período	$I_{ft}^+, I_{ft}^{II+}, I_{ft}^{II-}$	$ F T $

FONTE: A autora (2021).

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os testes computacionais foram gerados de acordo com dados reais coletados e na seção 6.1 apresenta-se a descrição da geração de dados utilizados para os testes computacionais. Tanto os algoritmos quanto o modelo matemático MDSLEI-2E foram implementados em linguagem de programação C++ e resolvidos pelo *solver* Gurobi versão 9.1, executados em processadores Intel Core i7 e 12 GB de memória RAM.

6.1 INSTÂNCIAS GERADAS BASEADAS EM DADOS REAIS

Os dados reais fornecidos são as demandas para cada item durante a semana, o tempo de preparo de um lote no primeiro estágio, que varia de acordo com a família a que pertence o produto; as capacidades dos tanques misturadores (em quilograma) e das máquinas de envase (kg/min); os tempos de preparação para as trocas de produtos para os dois estágios; os salários dos funcionários e o número de operadores e manipuladores que são necessários para operação das máquinas; a capacidade diária de produção da fábrica e os tamanhos das embalagens de cada item a ser entregue, que determina o tempo de envase no estágio II.

As instâncias geradas são para cinco famílias de produtos (famílias de 1 a 5), que geram cinco diferentes tempos de processamento no estágio I, pois para cada família exige-se determinado tempo de homogeneização nos tanques misturadores. Já para o envase, considera-se que o tempo de processamento depende do tamanho da embalagem, uma vez que o que se tem de dado em relação a isso é a velocidade do envase, que é de 1 quilograma por minuto. A variações nas embalagens geram inúmeros tempos de processamentos distintos no estágio II. Uma vez que, um produto do estágio I pode se tornar dois ou mais itens no estágio II.

Os custos de estoque, atraso, estoque intermediário, hora extra e *setup* são dados não fornecidos pela empresa. Estimou-se os custos de *setup* e hora extra para os dois estágios de acordo com as informações sobre salários de funcionários e custo médio mensal de energia elétrica, conforme equações (30), (31), (32) e (33) apresentadas a seguir.

Sejam:

SM: Salário (por minuto) dos funcionários que trabalham na Manipulação;

SG: Salário (por minuto) dos funcionários que trabalham nos Serviços Gerais;

CL: Custo de Limpeza;

Calculou-se os custos de *setup* dos tanques e das máquinas de envase considerando quantos funcionários são necessários para realização do serviço e seus respectivos salários. Para o *setup* dos tanques considerou-se também os custos com produtos de limpeza. Já os custos de horas extras trabalhadas são calculados pela quantidade de funcionários necessário para cada tanque/máquina e seus salários em dobro, que é o que a legislação trabalhista exige.

Parâmetro

$$\text{Custo de } \textit{setup} \text{ no estágio I} \quad CS_{fp}^I = ST_{fp}^I \cdot 2SG + CL \quad (30)$$

$$\text{Custo de } \textit{setup} \text{ no estágio II} \quad CS_{ij}^{II} = ST_{ij}^{II} \cdot SG \quad (31)$$

$$\text{Custo de hora extra tanques} \quad EC_{mt}^I = SM * 2 * 2 \quad (32)$$

$$\text{Custo de hora extra esteiras de envase} \quad EC_{kt}^{II} = SG * 2 * 2 \quad (33)$$

Os custos do estoque final foram gerados conforme problemas similares encontrados na literatura Ferreira et al. (2009). Além disso, como a produção é realizada para outras indústrias e suas marcas, uma das preferências é a de não atrasar as entregas, portanto, considerou-se um custo de atraso 10 vezes maior que o custo de estoque. Já os custos de estoque intermediário foram estimados por quilograma de produto estocado, visto que se trata de um espaço físico capacitado.

A partir dos dados fornecidos e estimados, foi possível determinar limites inferiores e superiores para cada parâmetro e elaborou-se um gerador de dados, que segue uma distribuição uniforme entre os limitantes observados. Todas as instâncias foram geradas para cinco dias de trabalho representando o horizonte de 1 semana, variando-se os números de itens a serem produzidos. Definiu-se cada instância por $J_M_K_E$, onde J indica o número de itens, M o número de tanques misturadores, K o número de esteiras de envase e E o número do exemplar da classe J_M_K .

Na empresa em que os dados foram coletados, são produzidos entre 10 e 15 itens distintos em uma semana. Foram geradas instâncias em que o número de itens a serem produzidos semanalmente variam dentro do conjunto $\{5, 10, 15, 20\}$. Para cada conjunto de itens foram geradas 10 replicações de instâncias a serem testadas.

Após testes computacionais com tempos de 24 e 12 horas com todas as metodologias propostas, para as 10 replicações geradas com 20 itens, três tanques misturadores no estágio I e duas esteiras de envase no estágio II, verificou-se que, para o caso de 20 itens não existe capacidade produtiva no estágio II para atender às

demandas. Identificou-se que mais de 50% dos itens ficavam em atraso por mais de um período, e grande parte disso não eram produzidos.

Observou-se que essa característica se deu, provavelmente, pelo fato de existir grande espera no estágio II para dar início ao processo de envase. O que gerou atrasos, pois no estágio I não ocorre a produção do lote, uma vez que não é possível que ocorra o envase. Sendo assim, o modelo não produz muitos itens neste caso, o que gera valores muito altos de soluções, devido ao custo de atraso ser muito alto. Portanto, realizou-se novos testes para este cenário gerando-se novas instâncias com a capacidade de envase de 1000 minutos. Estes testes mostraram que com aumento da capacidade de envase havia mais subperíodos com produção no estágio I, uma vez que seria possível realizar o envase no estágio II, melhorando as soluções, aumentando a produção e reduzindo atrasos. Porém, aumentando o valor do GAP (que pode ser calculado conforme equação abaixo), uma vez que, havendo a capacidade e possibilidade de produção, o modelo torna-se mais difícil de resolver no tempo computacional determinado.

$$GAP = \left(\frac{\text{Melhor Limitante Superior} - \text{Melhor Limitante Inferior}}{\text{Melhor Limitante Superior}} \right) \times 100$$

Após análises e testes realizados, para que fosse possível a geração de instâncias próximas à realidade produtiva, foram gerados cenários com três máquinas de envase no estágio II com 480 minutos de capacidade diária podendo-se estender para mais 120 minutos de horas extras. Portanto, de acordo com a notação J_M_K, definiu-se os conjuntos de instâncias gerados para testes por: 5_3_2; 10_3_2; 15_3_2; 20_3_3.

6.2 TESTES COMPUTACIONAIS

Os testes para o modelo matemático puro e para as estratégias que envolvem o método sequencial de solução foram limitados a 12 horas de teste, ou até que atingissem a solução ótima. O tempo de teste foi determinado após exaustivos testes computacionais, o modelo foi anteriormente testado para todas as instâncias por 24 horas, mostrando que, após 12 horas as melhorias nas soluções são de no máximo 1,5% no valor do GAP, para os casos que se tem as melhores soluções, em alguns casos não há melhoria no GAP após as 12 primeiras horas de teste. Uma outra característica a se avaliar em relação ao tempo de teste para se obter a resposta dos

modelos é sobre a viabilidade na realidade da indústria em estudo e das diversas indústrias em que o modelo proposto pode ser aplicado. Neste caso, o tempo de 12 horas mostra-se viável, uma vez que, se tem dois dias entre o final e o início de cada semana para determinar como acontecerá a produção no próximo horizonte de planejamento. Portanto, do ponto de vista operacional, o tempo determinado para testes é viável.

Como observado na Figura 6, para inicialização do Método Sequencial exige-se uma solução inicial, que é fornecida pelo método exato de solução B&B. Neste trabalho, para esse mecanismo utilizou-se a ferramenta *Callback MIPSOL*, uma função que é solicitada pelo *solver* a cada nova solução incumbente encontrada. Portanto, inicia-se a solução dos modelos pelo *solver* e a primeira solução factível encontrada é fornecida para dar início à BL.

Também é necessário fornecer um tempo limite para BL encontrar uma nova solução. Caso não haja melhoria neste tempo, a solução que retorna da BL é a mesma que havia sido fornecida pelo modelo anteriormente. Para definir este tempo foram realizados testes computacionais, chegando-se à conclusão que é necessário modificar o tempo conforme modifica-se o problema. Sendo assim, observou-se que quanto maior o número de itens, maior o tempo de BL que é necessário para encontrar melhores soluções. Realizou-se testes com diferentes faixas de tempo e na Tabela 23 apresentam-se as faixas com melhores resultados.

TABELA 23 – FAIXAS DE TEMPOS APLICADAS PARA BL

Quantidade de itens	Tempo limite para BL (seg)
5 itens	{150; 300}
10 itens	{300; 600}
15 itens	{600; 900}
20 itens	{900; 1200}

FONTE: A autora (2021).

Nas Tabela 24 apresentam-se os resultados obtidos pela solução do modelo MDSLEI-2E via *solver*. Para os resultados obtidos pelo modelo, apresentam-se as seguintes informações: Instância, Limitante Inferior alcançado, melhor solução encontrada (Z), GAP (%) e tempo de solução em segundos.

TABELA 24 -RESULTADOS OBTIDOS PELO MDSLEI-2E UTILIZANDO *SOLVER* GUROBI.

	Instância	Limitante Inferior	Z	GAP (%)	Tempo (seg)
5 itens	J5M3K2-1	237,6	237,6	0,00	2
	J5M3K2-2	273,5	273,5	0,00	35
	J5M3K2-3	235,4	235,4	0,00	122
	J5M3K2-4	127,9	127,9	0,00	8
	J5M3K2-5	175,5	175,5	0,00	15
	J5M3K2-6	194,6	194,6	0,00	414
	J5M3K2-7	222	222	0,00	58
	J5M3K2-8	390,3	390,3	0,00	63
	J5M3K2-9	120,1	120,1	0,00	56
	J5M3K2-10	365,4	365,4	0,00	63
10 itens	J10M3K2-1	661,7	1353	51,1	43200
	J10M3K2-2	415,4	1077,5	61,5	43200
	J10M3K2-3	1092,5	1763,1	38	43200
	J10M3K2-4	411,1	502,3	18,2	43200
	J10M3K2-5	906,2	1413,4	35,9	43200
	J10M3K2-6	1048,7	1674,2	37,4	43200
	J10M3K2-7	8841,9	8842,7	0,00	2366
	J10M3K2-8	816,1	1322,1	38,3	43200
	J10M3K2-9	826	1258,6	34,4	43200
	J10M3K2-10	823,4	1962,3	58	43200
15 itens	J15M3K21	19240,1	19365,5	0,6	43200
	J15M3K2-2	573,8	2207,8	74	43200
	J15M3K2-3	18066,2	18180	0,6	43202
	J15M3K2-4	13609,1	35080,9	61,2	43200
	J15M3K2-5	2226,1	12480,6	82,2	43200
	J15M3K2-6	853,4	5474,1	84,4	43200
	J15M3K2-7	17412,3	17466,2	0,3	43201
	J15M3K2-8	6655,4	14340,7	53,6	43200
	J15M3K2-9	21717,6	21799,3	0,4	43202
	J15M3K2-10	8503,7	13301,3	36,1	43200
20 itens	J20M3K3-1	14197,9	43553,9	67,4	43200,6
	J20M3K3-2	3248,6	27267,9	88,1	43200,0
	J20M3K3-3	26521,5	36212,5	26,8	43200,7
	J20M3K3-4	20163,0	21293,2	5,3	43200,8
	J20M3K3-5	6726,9	31761,1	78,8	43200,0
	J20M3K3-6	947,3	29917,2	96,8	43200,7
	J20M3K3-7	15001,7	39377,5	61,9	43201
	J20M3K3-8	2337,5	27298,2	91,4	43200
	J20M3K3-9	2983,72	29765,4	89,97	43200
	J20M3K3-10	3262	31233,4	89,55	43200

FONTE: A autora (2021).

Na Tabela 25 apresentam-se os resultados obtidos para o Método Sequencial de forma resumida, de modo a comparar as duas estratégias distintas aplicadas (BL com Fix Random e BL com Fix VND). Pode-se verificar as seguintes informações para as duas estratégias: Instância; Limitante Inferior; Solução (Z); GAP (%) e Tempo de solução (em segundos). Resultados mais detalhados para as duas estratégias heurísticas de solução aplicadas podem ser encontrados nos apêndices 1 e 2.

TABELA 25-RESULTADOS OBTIDOS PELO MÉTODO SEQUENCIAL COM BUSCA LOCAL

Instância	Fix Random				Fix VND			
	Limitante Inferior	Z	GAP (%)	Tempo (seg)	Limitante Inferior	Z	GAP (%)	Tempo (seg)
J5M3K2-1	237,6	237,6	0,0	8,0	237,6	237,6	0,0	9,0
J5M3K2-2	273,5	273,5	0,0	83,0	273,5	273,5	0,0	90,0
J5M3K2-3	235,4	235,4	0,0	126,0	235,4	235,4	0,0	360,0
J5M3K2-4	127,9	127,9	0,0	20,0	127,9	127,9	0,0	85,0
J5M3K2-5	175,5	175,5	0,0	33,0	175,5	175,5	0,0	48,0
J5M3K2-6	194,6	194,6	0,0	1064,0	194,6	194,6	0,0	1372,0
J5M3K2-7	222,0	222,0	0,0	547,0	222,0	222,0	0,0	612,0
J5M3K2-8	390,3	390,3	0,0	483,0	390,3	390,3	0,0	263,0
J5M3K2-9	120,1	120,1	0,0	248,0	120,1	120,1	0,0	276,0
J5M3K2-10	365,4	365,4	0,0	181,0	365,4	365,4	0,0	140,0
J10M3K2-1	697,6	1109,4	37,0	43200,0	726,8	1109,4	34,0	43200,0
J10M3K2-2	385,1	996,3	61,0	43200,0	424,6	845,1	50,0	43200,0
J10M3K2-3	977,5	1795,0	46,0	43200,0	925,2	1792,1	48,0	43200,0
J10M3K2-4	397,8	516,2	23,0	43200,0	364,0	500,8	27,0	43200,0
J10M3K2-5	916,6	1339,5	32,0	43200,0	875,5	1364,5	36,0	43200,0
J10M3K2-6	869,4	1718,2	49,0	43200,0	903,6	1670,9	46,0	43200,0
J10M3K2-7	8841,8	8842,7	0,0	17359,0	8841,8	8842,7	0,00	16719,0
J10M3K2-8	748,3	1263,8	41,0	43200,0	651,4	1425,6	54,0	43200,0
J10M3K2-9	814,3	1189,3	32,0	43200,0	805,8	1156,8	30,0	43200,0
J10M3K2-10	813,0	1828,9	56,0	43200,0	831,7	1632,2	49,0	43200,0
J15M3K21	19289,9	19365,5	0,4	43200,0	19301,6	19365,5	0,3	43201,0
J15M3K2-2	468,8	2316,9	80,0	43200,0	570,1	2128,6	73,0	43201,0
J15M3K2-3	18061,3	18180,0	1,0	43201,0	18060,2	18197,3	1,0	43201,0
J15M3K2-4	7519,9	33827,1	78,0	43200,0	3792,3	31069,0	88,0	43201,0
J15M3K2-5	2327,6	12391,0	81,0	43200,0	1067,8	11466,5	91,0	43200,0
J15M3K2-6	860,0	6519,2	87,0	43200,0	733,4	5809,0	87,0	43200,0
J15M3K2-7	17416,0	17466,2	0,3	43201,0	17414,2	17466,2	0,3	43203,0
J15M3K2-8	8180,4	14338,1	43,0	43200,0	7941,5	14338,1	45,0	43200,0
J15M3K2-9	20816,5	22646,0	8,0	43201,0	21715,3	21799,3	0,4	43205,0
J15M3K2-10	10868,4	14219,1	24,0	43200,0	1671,9	13514,4	88,0	43200,0
J20M3K3-1	23166,9	43357,7	46,6	43200,0	26875,5	43368,0	38,0	43200,0
J20M3K3-2	4869,8	23256,4	79,1	43200,3	3404,0	21570,7	84,2	43200,4

J20M3K3-3	14115,5	36620,0	61,5	43200,0	5158,0	36619,2	85,9	43200,5
J20M3K3-4	20165,4	21293,3	5,3	43205,6	20160,0	21293,2	5,3	43201,0
J20M3K3-5	4335,2	29751,2	85,4	43200,0	2902,7	29749,6	90,2	43200,0
J20M3K3-6	1194,1	29917,1	96,0	43200,5	893,4	29548,8	97,0	43200,5
J20M3K3-7	18371,5	39075,5	53,0	43200,0	14254,0	39072,7	63,5	43200,3
J20M3K3-8	5175,6	25907,4	80,0	43200,0	2701,2	27260,6	90,1	43205,4
J20M3K3-9	1470,4	28998,9	94,9	43200,0	1505,1	31682,1	95,3	43200,0
J20M3K3-10	5008,2	32465,0	84,6	43200,0	6908,5	28793,8	76,0	43200,6

FONTE: A autora (2021)

Em relação aos resultados obtidos, para os casos das instâncias com 5 itens distintos, resolver o modelo matemático pelo *solver* se mostra uma abordagem viável, uma vez que, para todos os testes realizados foi possível obter a solução ótima em poucos segundos de testes computacionais. Neste cenário, o maior tempo de solução foi de 414 segundos. Já para o método sequencial, as soluções ótimas também foram atingidas para todos os casos desse conjunto de instâncias, porém para ambas as estratégias aplicadas na BL o tempo para obter as mesmas soluções são maiores quando comparados à solução do modelo. Na maioria dos casos, o maior tempo computacional para solução deste conjunto de instâncias é na aplicação da estratégia Fix VND.

Para os problemas em que as demandas são referentes a 10 tipos distintos de itens para a semana de produção, o que se assemelha ao caso real em muitas semanas da empresa, é possível observar que o modelo matemático resolvido pelo *solver* atinge a solução ótima para apenas um caso durante as 12 horas de teste. Ainda, comparando-se as estratégias de solução testadas, verifica-se que, em 50% dos casos, resolver o modelo com auxílio do *solver* se mostra uma estratégia melhor, e em 50% alguma estratégia heurística apresenta solução com menor custo.

Para os problemas gerados com 15 itens distintos para produção, observa-se que não foi possível encontrar e provar a solução ótima em nenhum caso, durante 12 horas de teste. No entanto, observa-se alguns casos com valor de GAP próximo a zero, que por sua vez, apresentam valores de solução altos quando comparados aos testes das instâncias de mesmo tamanho. Uma observação dos valores das variáveis de decisão dessas respostas mostra que, por serem demandas altas que a fábrica não possui capacidade de atender, ocorrem muitos atrasos, gerando valor alto na Função Objetivo. Ademais, verifica-se que para esse conjunto de instâncias é preferível aplicar o Método Sequencial de solução a resolver o modelo pelo *solver*.

Uma vez que, comparando as abordagens, em 60% dos casos o Método Sequencial atinge uma solução melhor, aplicando as estratégias Fix Random ou Fix VND na BL.

Já para os casos em que se tem 20 itens e um número maior de linhas de envase no segundo estágio é possível notar uma diferença nos valores de GAP obtidos durante as 12 horas de teste, tanto para o MDSLEI-2E quanto para o Método Sequencial aplicado. Uma vez que, apenas um caso atingiu-se 5,29% de GAP e em um caso 46,6%. Para todos os outros casos o GAP atingido para todas as estratégias de solução são maiores de 80%, o que mostra que ao aumentar o número de itens a se produzir e o número de máquinas de envase, aumenta-se a complexidade de solução e as decisões a serem tomadas. Ainda, comparando a solução do MDSLEI-2E via *solver* e a aplicação da BL pelo Método Sequencial (MS), em termos de solução, em 70% dos casos alguma das estratégias em que se aplica BL apresenta melhores resultados que resolver o modelo matemático, durante do mesmo tempo de teste.

De modo geral, exceto para as instâncias com cinco itens em que se encontra a solução ótima para todas as estratégias aplicadas, quando se compara as soluções obtidas, observa-se que, os melhores resultados obtidos em termos de GAP não é sempre a melhor solução em termos de custos (Z).

Como observado nos casos abordados, isso ocorre porque o menor valor de GAP pode fornecer o melhor Limitante Inferior, porém não a melhor solução. Em alguns casos, um dos métodos atinge uma solução melhor que os demais, no entanto com Limitante Inferior pior, gerando valor de GAP mais alto. Casos como estes podem ser observados com frequência para os testes realizados. Devido a isso, realizou-se uma análise quanto à Solução e Limitante Inferior obtidos para cada caso, assim é possível analisar as melhores metodologias para cada instância. Esta análise apresenta-se na Tabela 26, que aborda os resultados da seguinte maneira: Instância; Melhor Solução obtida; Método que atingiu a melhor solução; Melhor Limitante Inferior, Método que atingiu o melhor limitante e GAP calculado para a Melhor Solução e Melhor Limitante Inferior

TABELA 26 – MELHORES SOLUÇÕES E LIMITANTES INFERIORES OBTIDOS PARA CADA INSTÂNCIA

	Instância	Melhor Solução	Método	Melhor Limitante Inferior	Método	GAP (%)
10 itens	J10M3K2-1	1109,4	MS + Fix Rnd	697,6	MS + Fix Rnd	37,1
	J10M3K2-2	843,6	MS + Fix VND	415,4	MDSLEI-2E	50,8
	J10M3K2-3	1763,1	MDSLEI-2E	1092,5	MDSLEI-2E	38,0
	J10M3K2-4	500,8	MS + Fix VND	411,1	MDSLEI-2E	17,9
	J10M3K2-5	1339,5	MS + Fix VND	916,6	MS + Fix VND	31,6
	J10M3K2-6	1670,9	MS + Fix VND	1048,7	MDSLEI-2E	37,2
	J10M3K2-7		Atingiu o ótimo nos 3 casos			0,0
	J10M3K2-8	1260,6	MS + Fix VND	816,1	MDSLEI-2E	35,3
	J10M3K2-9	1174,6	MS + Fix VND	829,2	MS + Fix VND	29,4
	J10M3K2-10	1632,2	MS + Fix Rnd	831,7	MS + Fix Rnd	49,0
15 itens	J15M3K21	19365,5	3 Métodos	19301,6	MS + Fix VND	0,3
	J15M3K2-2	2128,6	MS + Fix VND	573,8	MDSLEI-2E	73,0
	J15M3K2-3	18180	MS + Fix Rnd e MDSLEI-2E	18066,2	MDSLEI-2E	0,6
	J15M3K2-4	33827,1	MS + Fix Rnd e MS + Fix VND	13609,1	MDSLEI-2E	59,8
	J15M3K2-5	11466,5	MS + Fix VND	2226,1	MDSLEI-2E	80,6
	J15M3K2-6	5474,1	MDSLEI-2E	853,4	MDSLEI-2E	84,4
	J15M3K2-7	17466,2	3 Métodos	17416	MS + Fix Rnd	0,3
	J15M3K2-8	14338,1	MS + Fix Rnd e MS + Fix VND	8180,4	MS + FixRnd	42,9
	J15M3K2-9	21799,3	MS + Fix Rnd e MDSLEI-2E	21717,6	MDSLEI-2E	0,4
	J15M3K2-10	13301,3	MDSLEI-2E	10868,4	MS + FixRnd	18,3
20 itens	J20M3K3-1	43357,7	MS + Fix Rnd	26875,5	MS + FixVND	38,0
	J20M3K3-2	21570,8	MS + Fix VND	4869,8	MS + FixRnd	77,4
	J20M3K3-3	36212,5	MDSLEI-2E	26521,5	MDSLEI-2E	26,8
	J20M3K3-4	21293,2	3 Métodos	20165,4	MS + FixRnd	5,3
	J20M3K3-5	29749,6	MS + Fix VND	6726,9	MDSLEI-2E	77,4
	J20M3K3-6	29548,8	MS + Fix VND	1194,13	MS + FixRnd	96,0
	J20M3K3-7	39072,7	MS + Fix VND	18371,5	MS + FixRnd	53,0

J20M3K3-8	25907,4	MS + Fix Rnd	5175,6	MS + FixRnd	80,0
J20M3K3-9	28998,9	MS + Fix Rnd	2983,7	MDSLEI-2E	89,7
J20M3K3-10	28793,8	MS + Fix VND	6908,5	MS + FixVND	76,0

Fonte: A autora (2021)

Na Tabela 26 encontra-se uma análise em relação à melhores soluções e melhores limitantes inferiores obtidos, pode-se observar em negrito os casos em que esses valores são obtidos pelo mesmo método. Existem também casos em que mais de um método atinge a melhor solução, que também está em negrito, pois um dos métodos também atingiu o melhor limitante. Esses casos ocorrem, respectivamente em 50% dos casos testados para 10 itens, 50% para 15 e 40% para 20 itens. Portanto, é possível afirmar que, a partir de problemas com dez itens para produção, em pelo menos 50% dos casos o melhor valor de GAP atingido não apresenta a melhor solução, devido a estratégia que apresenta a melhor solução não atingir o melhor limitante inferior.

Pode-se observar também os novos valores de GAP calculados para cada instância, de acordo com as melhores soluções e melhores limitantes obtidos. Comparando-se esses valores, que podem ser os melhores valores de GAP obtidos para os testes realizados, observa-se que em 11 vezes de 30 replicações testadas (instâncias de 10 a 20 itens), foi possível melhorar o valor de GAP.

Ainda, uma outra análise que pode ser realizada a partir da Tabela 26, é quanto aos métodos, qual dentre os métodos aplicados fornece por mais vezes a melhor solução e/ou o melhor limitante. Em relação a esta análise, verificou-se que, para os casos com 10 itens, aplicar o Método Sequencial com Fix VND como operador na BL atingiu as melhores soluções em 60% dos casos, enquanto o melhor limitante inferior foi obtido resolvendo o MDSLEI-2E via *solver*. Já para 15 itens, aplicar a BL utilizando Fix VND como operador também forneceu a melhor solução em 60% dos casos, porém em 4 das 6 vezes em que isso ocorreu, outro método também atingiu a mesma solução. Resolver o modelo matemático proposto neste caso também forneceu o maior número de melhores limitantes inferiores obtidos para os problemas testados (60% dos casos).

Para os problemas com 20 itens, apenas em quatro casos o mesmo método pôde fornecer a solução com menor custo e melhor limitante inferior, sendo que em um desses quatro casos a melhor solução foi atingida pelos três métodos no mesmo tempo computacional. Ainda, aplicar a estratégia de Método Sequencial com Fix VND

como operador na BL atingiu as melhores soluções em 50% dos casos e Método Sequencial com Fix Random atingiu os melhores limitantes inferiores em 50% dos casos.

Pode-se então, constatar que, para estas faixas de tempos de BL aplicadas e tempos de testes e instâncias, que resolver o modelo pelo Método Sequencial proposto, utilizando na BL o método FixVND fornecem as melhores soluções para os problemas a partir de 10 itens. Ainda que esta mesma estratégia não apresente os melhores limitantes inferiores, se trata da estratégia de solução mais viável dentre as testadas, uma vez que, o que se prioriza ao resolver um problema real é a otimização, neste caso, a solução com menor custo.

Durante os testes para as estratégias heurísticas foram coletados dados de melhoria da solução. A cada aplicação da BL junto ao Fix VND e ao Fix Random verificou-se se houve melhoria da solução, de quanto foi essa melhoria em percentual, baseado na melhoria total da solução e em quanto tempo essa melhoria foi atingida. Na Tabela 27 apresentam-se os seguintes valores, calculados em percentual médio: melhoria da solução apresentada pelo operador heurístico FOVND da estratégia Fix VND, dentro da BL ($\%UB_{FOVND}$); melhoria da solução apresentada pelo método B&B ($\%UB_{B\&B}$); tempo de aplicação da BL com o operador FOVND ($\%T_{FOVND}$) e tempo de aplicação do B&B ($\%T_{B\&B}$). Os resultados apresentam-se para os conjuntos de instâncias de acordo com a quantidade de itens. Os resultados completos, contendo cada percentual de melhoria para cada método e quanto tempo em percentual cada um é aplicado para todos os casos apresentam-se no Apêndice 1.

TABELA 27 – IMPACTO EM % DO OPERADOR HEURÍSTICO FOVND E DO SOLVER NO MÉTODO SEQUENCIAL COM ESTRATÉGIA FIXVND

Instância	$\%UB_{FOVND}$	$\%UB_{B\&B}$	$\%T_{FOVND}$	$\%T_{B\&B}$
5 J	14,5	85,5	42,9	57,1
10 J	10,2	89,8	20,7	79,3
15 J	5,5	94,5	17,2	82,8
20 J	9,2	90,8	10	90
Média	9,85	90,15	22,7	77,3

Fonte: A autora (2021)

Observa-se na Tabela 27 que de modo geral, a estratégia de BL com o operador FOVND realiza melhoria de aproximadamente 10% na solução, enquanto os outros 90% da melhoria é realizada pelo *solver*, que também aplica heurísticas durante a solução do modelo. Analisando-se separadamente, observa-se que os casos com 5 itens houve um percentual maior de melhoria pela BL com FOVND que nos outros conjuntos de instâncias, mas também foi aplicada em maior parte do tempo. Para 10 itens, aplicando-se em 20,7% do tempo foi possível atingir melhoria de 10,2% da solução, para 15 itens, que foi o caso que apresentou a menor melhoria em média, sendo que aplicando-se a BL com FOVND em 17,2% do tempo atingiu-se 5,5% de melhoria. Já para 20 itens, em 10% do tempo de aplicação do método, obteve-se 9,2% de melhoria, para este conjunto de instâncias existem casos em que o tempo de aplicação é menor que a melhoria realizada, em percentual (Apêndice 1). Portanto, pode-se afirmar que para 20 itens, aplicando-se a estratégia Fix VND no Método Sequencial realiza uma melhoria da solução considerável em 10% do tempo total de teste.

Vale lembrar que, para as instâncias com 10, 15 e 20 itens, o Método Sequencial com a estratégia heurística Fix VND de BL atingiu as melhores soluções dentre os métodos testados para 60%, 60% e 50% dos casos, respectivamente. Possivelmente o fato de se aplicar um método que sequencialmente realiza trocas de soluções entre o *solver* e uma BL com operadores heurísticos promove uma perturbação na solução, fornecendo soluções que não seriam atingidas somente por um dos métodos no mesmo tempo computacional.

A mesma análise foi realizada para a estratégia Fix Random, onde os operadores são requisitados de maneira aleatória durante a BL. Os resultados para esta análise de acordo com os quatro operadores heurísticos aplicados, apresentam-se nas Tabelas 28 e 29. Na Tabela 28 encontram-se os valores em percentual de melhoria obtida por cada operador heurístico aplicado durante a BL na estratégia Fix Random e do método B&B: $\%UB_{FORP1}$, $\%UB_{FODRP1}$, $\%UB_{FORP2}$, $\%UB_{FOM}$ e $\%UB_{B\&B}$.

TABELA 28 - MELHORIA EM % SOLUÇÃO PELOS OPERADOS HEURÍSTICOS DA ESTRATÉGIA FIXRANDOM E DO SOLVER NO MÉTODO SEQUENCIAL

Instância	%UB FORP1	%UB FODRP1	%UB FORP2	%UB FORM	%UB B&B
-----------	--------------	---------------	--------------	-------------	------------

5 J	7,7	7,8	0,0	10,6	73,9
10 J	1,9	1,7	0,0	3,4	93,0
15 J	1,1	0,6	0,1	1,0	97,2
20 J	0,7	5,9	0,1	0,6	92,7
Média	2,9	4,0	0,1	3,9	89,2

Fonte: A autora (2021)

Apresentam-se na Tabela 29 os percentuais médios de tempos de processamento realizado por cada operador, ou seja, dentro de quanto tempo de solução cada operador heurístico foi capaz de promover a melhoria atingida. Os resultados mais detalhados para estas estratégias encontram-se no Apêndice 2.

TABELA 29 – TEMPO DE SOLUÇÃO EM % DOS OPERADOS HEURÍSTICOS DA ESTRATÉGIA FIXRANDOM E DO SOLVER NO MÉTODO SEQUENCIAL

Instância	%T(s) FORP1	%T(s) FODRP1	%T(s) FORP2	%T(s) FORM	%T(s) B&B
5 J	25,7	21,4	15,0	12,7	25,2
10 J	2,5	2,2	0,1	0,7	94,5
15 J	3,6	2,9	0,1	0,5	92,9
20 J	1,9	1,3	0,2	0,0	96,6
Média	8,4	7,0	3,9	3,5	77,3

Fonte: A autora (2021)

É possível observar pela Tabela 29 que em média a estratégia Fix Random trabalhou na solução dos problemas por 22,7% do tempo, variando neste tempo entre os quatro operadores heurísticos aplicados. O operador heurístico que resolveu os problemas por mais tempo, em média, foi o FORP1, que tem como partição o macro período de produção e mantém fixas as variáveis de estoque e atraso. Já o operador heurístico que apresentou maior melhoria da solução é o FORDP1 (Tabela 28), que realizou melhoria de 4% em média, sendo que, para problemas com 20 itens esta melhoria chegou a quase 6%, com o FORDP1 resolvendo essas instâncias por 1,3% do tempo total de solução. Observa-se ainda que, o pior caso para aplicação da estratégia Fix Random foi para os conjuntos de instâncias com 15 itens, uma vez que, a estratégia atinge menos de 3% de melhoria, somando a melhoria de todos os operadores aplicados.

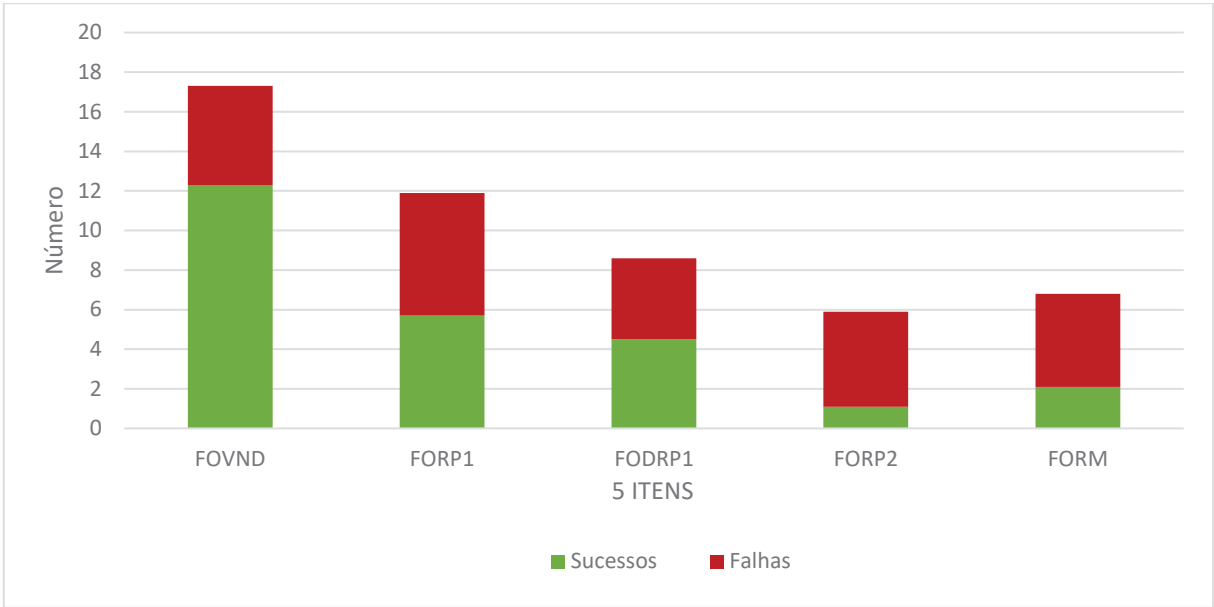
Comparando-se os resultados quanto às melhorias e tempos percentuais em que cada operador resolveu os problemas, é possível observar que o melhor operador

da estratégia Fix Random foi o FODRP1, que consiste em selecionar de maneira aleatória dois macro períodos, deixando livres as variáveis referentes aos estoques e atrasos desses dois macro períodos, o que aumenta o espaço de busca para melhores soluções. Ainda, comparando-se a melhoria obtida pelo melhor operador de Fix Random ao operador FOVND, da estratégia Fix VND, que também possui como partição o macro período, observa-se que para os casos de mais difícil solução (instâncias com 20 itens), o FOVND promoveu melhoria percentual de 9,2% na solução em 10% do tempo, enquanto para o mesmo tamanho de instância o FODRP1 atinge melhoria de 7,3% em 3,4% do tempo. Portanto, se trata de uma melhoria significativa quando comparado ao melhor caso, porém em tempo computacional menor.

Além das informações quanto ao tempo de solução e melhorias em percentual para cada operador heurístico, coletou-se também durante os testes, os sucessos e fracassos para cada vez que os operadores foram aplicados. Portanto, cada vez que um dos operadores atingiu melhoria da solução contabilizou-se um sucesso, e quando nenhuma melhoria foi atingida, contabilizou-se um fracasso daquele operador. Esses resultados apresentam-se nos gráficos das Figuras de 7 a 10.

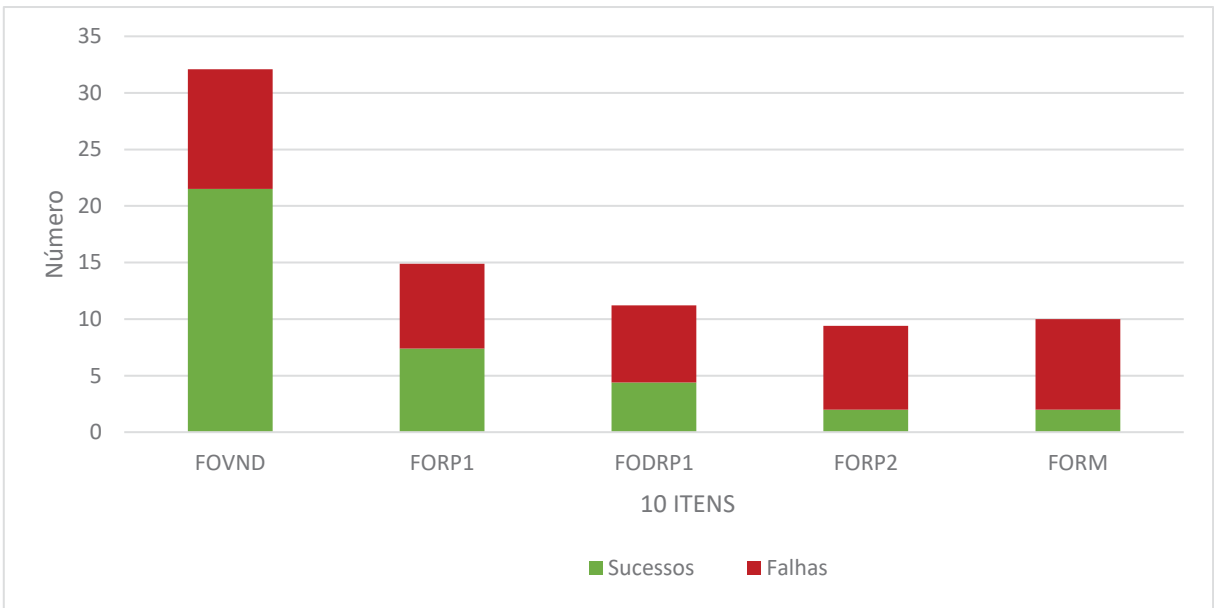
Os resultados apresentam-se separadamente para cada conjunto de instâncias, que variam com o número de itens, e no caso de 20 itens que aumentam também o número de máquinas. Assim é possível comparar os operadores aplicados nas duas estratégias de solução para o Método Sequencial, de acordo com os tamanhos das instâncias geradas. Os gráficos (Figuras de 7 a 10) representam as médias dos sucessos e fracassos, sendo que para cada conjunto (de 5 a 20 itens) testou-se 10 replicações.

FIGURA 7 – GRÁFICO DE SUCESSOS E FALHAS PARA INSTÂNCIAS COM 5 ITENS



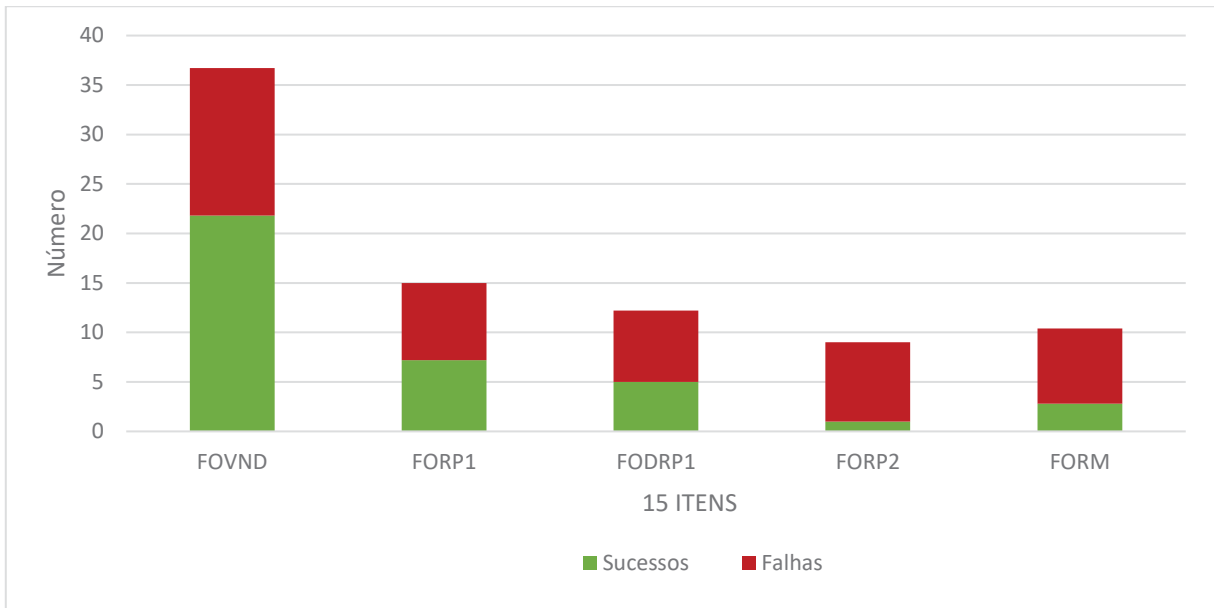
FONTE: A autora (2021)

FIGURA 8 – GRÁFICO DE SUCESSOS E FALHAS PARA INSTÂNCIAS COM 10 ITENS



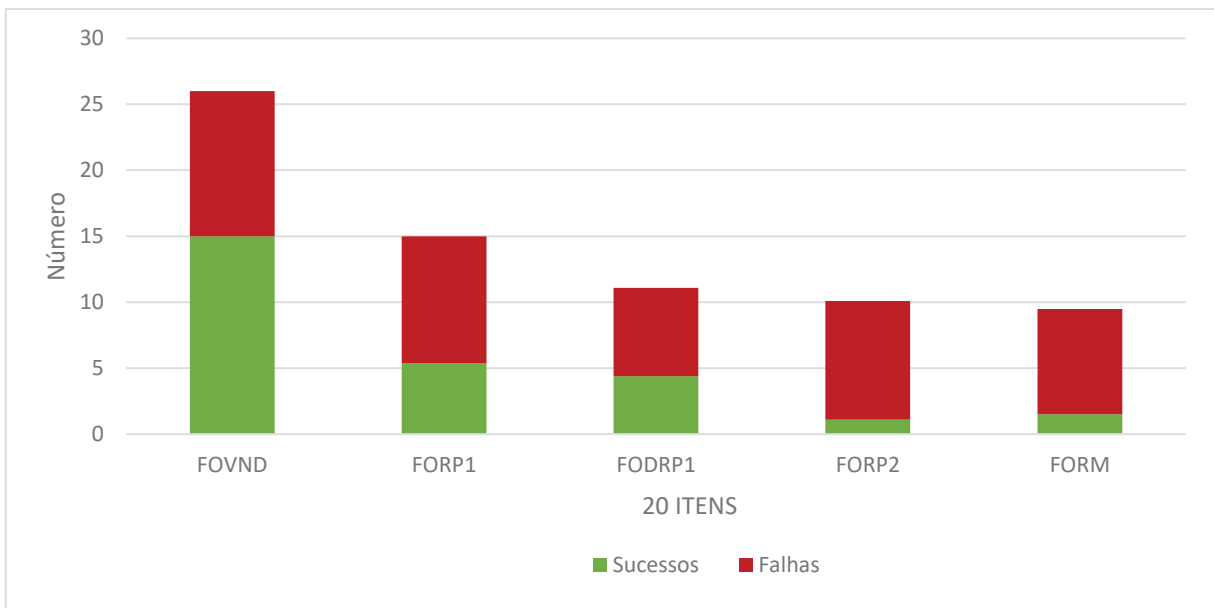
FONTE: A autora (2021)

FIGURA 9 – GRÁFICO DE SUCESSOS E FALHAS PARA INSTÂNCIAS COM 15 ITENS



FONTE: A autora (2021)

FIGURA 10 – GRÁFICO DE SUCESSOS E FALHAS PARA INSTÂNCIAS COM 20 ITENS



FONTE: A autora (2021)

De acordo com os gráficos é possível observar que o operador FOVND, aplicado na estratégia FixVND é o único operador heurístico que atingiu um número maior de sucessos do que falhas em todos os conjuntos de instâncias. Pode-se então afirmar que esta é uma justificativa para a estratégia FixVND ter se apresentado a melhor estratégia quanto a melhores soluções obtidas. Observa-se também de modo geral, a partir dos gráficos de barras que os operadores heurísticos seguem um padrão

quanto aos sucessos e falhas, mesmo que mudem os tamanhos das instâncias quanto ao número de itens. Ainda, para instâncias que possuem de 5 a 15 itens para produção, conforme aumenta-se o número dos itens, aumenta-se o número total de vezes que cada operador heurístico foi aplicado durante a BL. O mesmo não acontece para instâncias com 20 itens, provavelmente porque ao aumentar o número de itens para 20 aumentou-se também o número de esteiras de envase, o que modifica o cenário produtivo e pode aumentar a complexidade de solução do problema.

A partir dos gráficos observa-se também que os operadores que apresentam maior número de fracassos são os FORP2 e FORM. E, seguido do FOVND os operadores FORP1 e FODRP1 atingem maiores números de sucessos. Apesar do FODRP1 ter se apresentado como o operador que atingiu o maior percentual de melhoria da solução não se mostra o melhor operador quanto ao número de sucessos em todos os casos, comparando aos operadores da estratégia Fix Random. Isso se dá provavelmente porque, a melhoria não está somente ligada à quantidade de vezes que uma melhoria é atingida pelo operador aplicado, mas também ao quanto esse operador foi capaz de melhorar a solução ao ser requisitado pela BL.

7 CONCLUSÕES E PROPOSTAS FUTURAS

Nesta tese estudou-se o problema de Planejamento e Programação da Produção aplicado à indústria de cosméticos. Esse setor vem crescendo nos últimos anos e este é um setor muito importante para a economia do Brasil. O cenário produtivo em estudo provém de uma fábrica de pequeno porte, localizada na região metropolitana de Curitiba, que possui dois estágios produtivos e um estoque intermediário capacitado, que também pode ser utilizado como *buffer* entre os dois estágios. Esta fábrica possui um portfólio variado de produtos e a produção é realizada por encomenda para diversas marcas conhecidas, as entregas são realizadas assim que os produtos estão finalizados.

Apresentou-se um modelo matemático MDSLEI-2E e uma generalização deste modelo, o primeiro caso realiza o dimensionamento e sequenciamento dos lotes de forma integrada para dois estágios e estoque intermediário. Neste modelo foi possível abordar as situações reais da fábrica para quase toda a produção, exceto para a família dos hidroalcoólicos, que precisa passar por um processo de maceração antes de passar pelo processo de envase. Já a generalização proposta aborda todas as situações já abordadas no MDSLEI-2E e o tempo de permanência em estoque intermediário, que é uma característica bem comum aos itens que podem perder qualidade fora da embalagem primária, devido à volatilidade das matérias-primas que compõem os produtos. Isto também ocorre em outras indústrias com processos similares, como a farmacêutica e a alimentícia. Esta característica pode evitar casos de descarte do lote, bem como os custos que o descarte desencadeia.

As instâncias foram geradas baseadas nos dados reais da fábrica. A produção da fábrica em estudo atende em média, uma demanda de 10 a 15 itens distintos. Os testes para geração de dados para problemas com 20 itens, mantendo o cenário produtivo para três tanques misturadores e 2 máquinas de envase mostraram que não há capacidade produtiva para essa demanda. Portanto, propôs-se instâncias para 20 itens aumentando-se a capacidade produtiva do segundo estágio para três máquinas de envase, após estudos realizados a partir dos resultados obtidos. Sendo assim, a partir deste estudo pode-se concluir que, se a demanda semanal da empresa em estudo aumentar para 20 ou mais itens distintos, com pedidos em mais de um dia da semana do mesmo item e quantidades maiores que 350 kg por lote, seria necessário aumentar os recursos da empresa. Sejam esses recursos em horas trabalhadas,

aumentando um turno de trabalho para o envase ou aumentar o número de máquinas de envase, como realizado para a geração de instâncias no conjunto com 20 itens para produção.

Além da solução do MDSLEI-2E por meio do *solver* Gurobi, propôs-se também estratégias heurísticas para solução. As estratégias consistem em aplicar o Método Sequencial proposto, que resolve o modelo sequencialmente, variando entre *solver* e a BL. A estratégia de BL chamada Fix VND, que tem como operador heurístico o FOVND, apresentou os melhores resultados em qualidade de solução para a maior parte dos casos. Já o conjunto de instâncias de 5 itens, as soluções ótimas foram atingidas por todas as estratégias testadas, e em menor tempo computacional pela solução do MDSLEI-2E. Ainda, uma análise realizada quanto aos sucessos e fracassos obtidos por cada operador mostrou que o único operador heurístico que atingiu em média, mais sucessos que fracassos em todos os conjuntos de instâncias gerados foi o FOVND da estratégia Fix VND. Esta análise mostrou também que, o operador heurístico FORDP1 da estratégia Fix Random, que apresentou o maior valor médio em percentual na melhoria da solução não foi o operador que apresentou maior número de sucessos. No entanto, as melhorias que apresentou quando aplicado foram maiores.

Uma análise quanto aos valores de GAP mostrou que nem sempre os menores valores no GAP apresentam as melhores soluções. Conclui-se então que, para mais de 60% dos casos o melhor GAP não representa a melhor solução. A solução do modelo MDSLEI-2E pelo *solver* apresentou melhores resultados quanto aos limitantes inferiores enquanto a estratégia Fix VND as melhores soluções. Portanto, do ponto de vista prático, dentre as estratégias testadas, é viável que se aplique o Método Sequencial com Fix VND na BL, pois a importância de se resolver um problema real é a otimização da solução, ou seja, a solução que apresentar menor custo para a produção e não o menor limitante inferior.

Observou-se um comportamento característico para as instâncias a partir de 10 itens. Casos em que o melhor GAP não apresenta a melhor solução, sendo assim, realizou-se uma análise quanto as melhores soluções obtidas, melhores limitantes inferiores e os métodos que geraram essas respostas. De acordo com essa análise, foi possível constatar que o método que apresenta as melhores soluções em termos de custos é o Método Sequencial, utilizando o F&OVND na BL. Esta abordagem atingiu as melhores soluções em 60%, 60% e 50% dos casos, para 10, 15 e 20 itens

respectivamente. Já quanto aos melhores limitantes atingidos, o modelo matemático se mostrou viável para 10 e 15 itens, atingindo as melhores respostas em 50 % e 60 % dos casos, respectivamente e para 20 itens o método sequencial junto as estratégias de F&O aplicadas aleatoriamente apresentaram os melhores resultados de limitantes inferiores em 60% dos casos.

Propostas de pesquisas futuras poderiam ser realizadas quanto ao tema e modelos propostos, como por exemplo, a inserção da família dos hidroalcolicos, que precisam passar pela fase da maceração, utilizando o estoque intermediário como um *buffer*. Esta abordagem poderia ser realizada a partir de conjuntos de restrições que permitiriam a realização deste processo, similar a isso pode ser encontrado no trabalho de Baldo *et al.* (2014). Uma outra contribuição seria tratar no modelo não somente as demandas semanais determinísticas, mas também os pedidos urgentes que podem chegar durante a semana. A empresa possui esses dados e um trabalho que pode ser citado, que realiza esse processo para o sequenciamento aplicado a hospitais é o trabalho de Silva *et al.* (2019), que realiza o novamente o sequenciamento com as novas chegadas, no entanto isso é realizado para apenas uma máquina e somente a atividade de sequenciamento da produção. Por fim, sugere-se tratar nos modelos matemáticos os custos de descarte de lotes, que ocorrem quando os tempos máximos de permanência em estoque intermediário não são respeitados, um outro custo que poderia ser abordado, quando houver o descarte, seriam os custos de tratamento de efluentes dos lotes que foram descartados, que ocorrem por consequência.

Além disso, quanto aos métodos de solução aplicados, uma proposta futura interessante seria a de testar diferentes estratégias e faixas, que possam atingir tanto as melhores soluções quanto os melhores limitantes inferiores, chegando a melhores valores de GAP em uma só estratégia. A partir dos operadores heurísticos que apresentaram os melhores resultados quanto as melhorias de solução atingidas durante a BL, poderia se propor uma nova estratégia, que combine as premissas do FOVND e FODRP1, ou então, propor uma estratégia utilizando esses dois operadores de BL. Por fim, sugere-se a realização da interação entre *solver* e BL, como realizado no Método Sequencial, porém não de maneira sequencial e sim em paralelização.

8 REFERÊNCIAS

- ALMADA-LOBO, B. Int . J . Production Economics Production planning and scheduling in the glass container industry : , v. 114, p. 363–375, 2008.
- DE ARAUJO, S. A.; ARENALES, M. N.; CLARK, A. R. Joint rolling-horizon scheduling of materials processing and lot-sizing with sequence-dependent setups. **Journal of Heuristics**, v. 13, n. 4, p. 337–358, 2007.
- ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R.; YANASSE, H. **Pesquisa Operacional**. 2. ed. ed. Rio de Janeiro: Elsevier Ltd., 2015.
- BAKER, K. R.; TRIETSCH, D. **Principles of Sequencing and Scheduling**. 2009.
- BALDO, T. A.; SANTOS, M. O.; ALMADA-LOBO, B.; MORABITO, R. An optimization approach for the lot sizing and scheduling problem in the brewery industry. **Computers and Industrial Engineering**, v. 72, n. 1, p. 58–71, 2014. Elsevier Ltd. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.cie.2014.02.008>>. .
- BOONMEE, A.; SETHANAN, K. A GLNPSO for multi-level capacitated lot-sizing and scheduling problem in the poultry industry. **European Journal of Operational Research**, v. 250, n. 2, p. 652–665, 2016. Elsevier B.V.
- BRAHIMI, N.; DAUZERE-PERES, S.; NAJID, N. M.; NORDLI, A. Single item lot sizing problems. **European Journal of Operational Research**, v. 168, n. 1, p. 1–16, 2006.
- BRISKORN, D.; ZEISE, P. A cyclic production scheme for the synchronized and integrated two-level lot-sizing and scheduling problem with no-wait restrictions and stochastic demand. **OR Spectrum**, v. 41, n. 4, p. 895–942, 2019. Springer Berlin Heidelberg. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s00291-019-00555-y>>. .
- CAMARGO, V. C. B.; TOLEDO, F. M. B.; ALMADA-LOBO, B. The Journal of the Operational Research Society,. **The Journal of the Operational Research Society**, v. 63, n. 11, p. 1613–1630, 2012.
- CHEN, S.; SU, D. A multi - stage stochastic programming model of lot - sizing and scheduling problems with machine eligibilities and sequence - dependent setups. **Annals of Operations Research**, , n. 0123456789, 2019. Springer US. Disponível em: <<https://doi.org/10.1007/s10479-019-03462-1>>. .
- CHRISTIAN LANG, J.; SHEN, Z. M. Fix-and-optimize heuristics for capacitated lot-sizing with sequence-dependent setups and substitutions. **European Journal of Operational Research**, v. 214, n. 3, p. 595–605, 2011. Elsevier B.V. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2011.05.014>>. .
- COFIL, K.; WÖRBELAUER, M.; MEYR, H.; TEMPELMEIER, H. Simultaneous lotsizing and scheduling problems: a classification and review of models. **OR Spectrum**, 2016. Springer Berlin Heidelberg.
- DARVISH, M.; ARCHETTI, C.; COELHO, L. C. International Journal of Production Economics Trade-off s between environmental and economic performance in production and inventory-routing problems. **Intern. Journal of Production Economics**, , n. August, p. 0–1, 2018. Elsevier B.V. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2018.08.020>>. .
- DARVISH, M.; COELHO, L. C. PT US CR. **European Journal of Operational Research**, 2018. Elsevier B.V. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.ejor.2018.01.028>>. .
- DORNELES, Á. P.; ARAÚJO, O. C. B. DE; BURIOL, L. S. Computers & Operations Research A fi x-and-optimize heuristic for the high school timetabling problem. **Computers and Operation Research**, v. 52, p. 29–38, 2014. Elsevier. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2014.06.023>>. .
- DREXL, A., HAASE, K. Proportional lotsizing and scheduling. **International Journal of Production Economics**, v. 40, p. 73–87, 1995.
- DREXL, A.; KIMMS, A. **Lot sizing and scheduling — Survey and extensions**. 15^o ed. Springer Berlin Heidelberg, 1997.
- ELMAGHRABY, S. E. The Economic Lot Scheduling Problem (ELSP): Review and Extensions Author (s): Salah E . Elmaghraby Published by: INFORMS Stable URL : <http://www.jstor.org/stable/2630834>. , v. 24, n. 6, p. 587–598, 1978.
- FABIANO, C.; TOLEDO, M.; MÁRCIO DA, ; et al. A relax-and-fix with fix-and-optimize

heuristic applied to multi-level lot-sizing problems. **Journal of Heuristics**, v. 21, p. 687–717, 2015. Disponível em: <<https://link-springer-com.ez31.periodicos.capes.gov.br/content/pdf/10.1007%2Fs10732-015-9295-0.pdf>>. .

FERREIRA, D.; CLARK, A. R.; ALMADA-LOBO, B.; MORABITO, R. Single-stage formulations for synchronised two-stage lot sizing and scheduling in soft drink production. **International Journal of Production Economics**, v. 136, n. 2, p. 255–265, 2012. Elsevier. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijpe.2011.11.028>>. .

FERREIRA, D.; MORABITO, R.; RANGEL, S. Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem. **European Journal of Operational Research**, v. 196, n. 2, p. 697–706, 2009. Elsevier B.V. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2008.03.035>>. .

FERREIRA, D.; MORABITO, R.; RANGEL, S. Computers & Operations Research Relax and fix heuristics to solve one-stage one-machine lot-scheduling models for small-scale soft drink plants. **Computers and Operation Research**, v. 37, n. 4, p. 684–691, 2010. Elsevier. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2009.06.007>>. .

FLEISCHMANN, B. Theory and Methodology The discrete lot-sizing and scheduling problem. , v. 44, n. December 1988, p. 337–348, 1990.

FLEISCHMANN, B.; MEYR, H. The general lotsizing and scheduling problem. **OR Spektrum**, v. 19, n. 1, p. 11–21, 1997.

FURLAN, M.; ALMADA-LOBO, B.; SANTOS, M.; MORABITO, R. Author ' s Accepted Manuscript. **Computers and Operation Research**, v. 59, p. 33–50, 2015. Elsevier. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2014.12.008>>. .

GANSTERER, M.; PATRICK, F. International Journal of Production Economics The capacitated multi-level lot-sizing problem with distributed agents. , v. 235, n. May 2020, 2021.

HAORAN, L.; XINYU, L.; LIANG, G. A discrete artificial bee colony algorithm for the distributed heterogeneous no-wait flowshop scheduling problem. **Applied Soft Computing Journal**, v. 100, p. 106946, 2021. Elsevier B.V. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.asoc.2020.106946>>. .

HARRIS, F. W. art12. **Factory the Magazine of Management**, v. 10, p. 135–152, 1913.

HELBER, S.; SAHLING, F. Int . J . Production Economics A fix-and-optimize approach for the multi-level capacitated lot sizing problem. **Intern. Journal of Production Economics**, v. 123, n. 2, p. 247–256, 2010. Elsevier. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ijpe.2009.08.022>>. .

HU, Z.; HU, G. A Multi-stage Stochastic Programming for Lot-sizing and Scheduling under Demand Uncertainty. **Computers & Industrial Engineering**, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.cie.2018.03.033>>. .

HU, Z.; US, T.; HU, G. Hybrid stochastic and robust optimization model for lot-sizing and scheduling problems under uncertainties. , , n. January, 2020.

JANS, R.; DEGRAEVE, Z. Modeling industrial lot sizing problems : a review. , v. 7543, 2008.

KARIMI, B.; FATEMI GHOMI, S. M. T.; WILSON, J. M. The capacitated lot sizing problem: a review of models and algorithms. **Omega**, v. 31, n. 5, p. 365–378, 2003.

LARRAIN, H.; COELHO, L. C.; ARCHETTI, C.; SPERANZA, M. G. Computers and Operations Research Exact solution methods for the multi-period vehicle routing problem with due dates. **Computers and Operations Research**, v. 110, p. 148–158, 2019. Elsevier Ltd. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.cor.2019.05.026>>. .

MAHDIEH, M.; BIJARI, M.; CLARK, A. Simultaneous lot sizing and scheduling in a flexible flow line. , v. 5, n. 2, p. 107–119, 2011. Disponível em: <<http://eprints.uwe.ac.uk/17859/>>. .

MALDONADO, M.; RANGEL, S.; FERREIRA, D. A study of different subsequence elimination strategies for the soft drink production planning. **Journal of Applied Research and Technology**, v. 12, n. 4, p. 631–641, 2014. Elsevier. Disponível em: <[http://dx.doi.org/10.1016/S1665-6423\(14\)70080-X](http://dx.doi.org/10.1016/S1665-6423(14)70080-X)>. .

MAULIDYA, R.; WANGSAPUTRA, R.; HALIM, A. H. A Batch Scheduling Model for a

Three-stage Hybrid Flowshop Producing Products with Hierarchical Assembly Structures. , v. 11, n. January, p. 608–618, 2020.

MOHAMMAD M; FATEMI S. M. T., KARIMI B., T. S. A. Development of heuristics for multiproduct multi-level capacitated lot-sizing problem with sequence-dependent setups. **J Appl Sci**, v. 9, n. 2, p. 296–303, 2009.

MOKOTOFF, E. Parallel machine scheduling problems: a survey. **Asia-Pacific Journal of Operational Research**, v. 18, n. 2, p. 193, 2001. Disponível em: <g:%5Cpapers%5Cbasic%5C.pdf>. .

MORENO, A.; ALEM, D.; FERREIRA, D. Heuristic approaches for the multiperiod location-transportation problem with reuse of vehicles in emergency logistics. **Computers and Operations Research**, v. 69, p. 79–96, 2016. Elsevier. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2015.12.002>. .

NIKZAD, E.; BASHIRI, M.; ABBASI, B. Discrete Optimization A matheuristic algorithm for stochastic home health care planning. **European Journal of Operational Research**, v. 288, n. 3, p. 753–774, 2021. Elsevier B.V. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.06.040>. .

PINEDO, M. L. **Scheduling - Theory, Algorithms, and Systems**. 2008.

QUADT, D.; KUHN, H. Capacitated lot-sizing with extensions: A review. **4or**, v. 6, n. 1, p. 61–83, 2008.

SCHENEKEMBERG, C. M.; SCARPIN, C. T.; PÉCOR, J. E.; GUIMARÃES, T. A.; COELHO, L. C. Computers and Operations Research The two-echelon inventory-routing problem with fleet management. **Computers and Operations Research**, v. 121, p. 104944, 2020. Elsevier Ltd. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2020.104944>. .

SCHENEKEMBERG, C. M.; SCARPIN, C. T.; PÉCOR, J. E.; GUIMARÃES, T. A.; COELHO, L. C. The two-echelon production-routing problem. , v. 288, p. 436–449, 2021. Elsevier B.V.

SCHIMIDT, T.; SCARPIN, C.; LOCH, G.; SCHENEKEMBERG, C. Heuristic Approaches to Solve a Two-Stage Lot Sizing and Scheduling Problem. **IEEE Latin America Transactions**, v. 17, n. 3, p. 434–443, 2019a.

SCHIMIDT, T.; SCARPIN, C.; LOCH, G.; and DA SILVA, N. An Application of the Local Branching to the Identical Parallel Machines Scheduling Problem. **IEEE Latin America Transactions**, vol. 17, no. 06, pp. 1047-1054, 2019b.

SEEANNER, F.; MEYER, H. Computers & Operations Research Combining the principles of variable neighborhood decomposition search and the fix & optimize heuristic to solve multi-level lot-sizing and scheduling problems. **Computers and Operation Research**, v. 40, n. 1, p. 303–317, 2013. Elsevier. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2012.07.002>. .

SEL, Ç.; BILGEN, B. Hybrid simulation and MIP based heuristic algorithm for the production and distribution planning in the soft drink industry. **Journal of Manufacturing Systems**, v. 33, n. 3, p. 385–399, 2014.

STADTLER, H.; SAHLING, F. A lot-sizing and scheduling model for multi-stage flow lines with zero lead times. **European Journal of Operational Research**, v. 225, n. 3, p. 404–419, 2013. Elsevier B.V. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2012.10.011>. .

TOLEDO, C. F. M.; FRANÇA P. M.; MORABITO, R. A. Multi-population genetic algorithm to solve the synchronized and integrated two-level lot sizing and scheduling problem. **Int J Prod Res**, v. 47, n. 11, p. 3097–3119, 2009.

TOLEDO, C. F. M.; KIMMS, A.; FRANÇA, P. M.; MORABITO, R. The Synchronized and Integrated Two-Level Lot Sizing and Scheduling Problem: Evaluating the Generalized Mathematical Model. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2015, n. 2009, 2015.

TOSCANO, A.; FERREIRA, D.; MORABITO, R. A decomposition heuristic to solve the two-stage lot sizing and scheduling problem with temporal cleaning. **Flexible Services and Manufacturing Journal**, p. 1–32, 2017. Springer US. Disponível em: <https://doi.org/10.1007/s10696-017-9303-9>. .

TOSCANO, A.; FERREIRA, D.; MORABITO, R. Formulation and MIP-heuristics for the lot sizing and scheduling problem with temporal cleanings. **Computers and Chemical**

Engineering, v. 142, p. 107038, 2020. Elsevier Ltd. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2020.107038>>. .

TRANSCHEL, S.; MINNER, S.; KALLRATH, J.; LÖHNDORF, N.; EBERHARD, U. A hybrid general lot-sizing and scheduling formulation for a production process with a two-stage product structure. **International Journal of Production Research**, v. 49, n. 9, p. 2463–2480, 2011.

ULBRICHT, G. **Um Modelo De Planejamento Da Produção Multiestágio Com Estoques Intermediários Limitados**, 2015. Universidade Federal do Paraná.

ZHU, X.; WILHELM, W. E. Scheduling and lot sizing with sequence-dependent setup: A literature review. **IIE Transactions**, v. 38, n. June 2013, p. 987–1007, 2005.

ZOHALI, H.; NADERI, B.; MOHAMMADI, M. The economic lot scheduling problem in limited-buffer flexible flow shops: Mathematical models and a discrete fruit fly algorithm. **Applied Soft Computing Journal**, v. 80, p. 904–919, 2019. Elsevier B.V. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.asoc.2019.03.054>>. .

APÊNDICE 1 – RESULTADOS MÉTODO SEQUENCIAL PARA ESTRATÉGIA FixVND

Neste apêndice apresentam-se os resultados obtidos para o Método Sequencial, utilizando a estratégia FixVND durante a BL. A Tabela 28 apresenta os melhores resultados obtidos para a FixVND em relação as faixas de BL aplicadas, para os diferentes tamanhos de instâncias.

As informações são apresentadas na seguinte ordem: Limitantes inferiores e Superiores para cada instância; GAP (em %) calculado; Tempo (em segundos) para cada teste; Solução Inicial encontrada pela MIP Sol; a quantidade de modelos gerados pela BL; dentre esses modelos gerados, em quantos casos foram obtidos sucessos, falhas; e ainda, o tempo e melhorias cumulativos gerados nas aplicações das Buscas Locais; por fim, os cálculos em percentual, do tempo de aplicação da estratégia durante o Método Sequencial e a melhoria da solução também em percentual, atingida pela estratégia.

TABELA 30 – RESULTADOS GERAIS PARA MÉTODO SEQUENCIAL UTILIZANDO A ESTRATÉGIA FIX VND NA BL

Fix VND													
Instância	LB	UB	Gap	T(s)	Sol ini	Mod	Suc	Fail	CumTime	CumSol	% T(s)	% UB	
5 J	J5M3K2-1	237,6	237,6	0	9,4	5394,2	9	8	1	4,9	2178,3	51,5	42,2
	J5M3K2-2	273,5	273,5	0	90,1	9229,4	16	11	5	40,2	1055,8	44,6	11,8
	J5M3K2-3	235,4	235,4	0	360,4	6750,3	27	17	10	222,0	984,6	61,6	15,1
	J5M3K2-4	127,9	127,9	0	86,7	11911,5	14	10	4	18,1	2004,5	20,9	17,0
	J5M3K2-5	175,5	175,5	0	33,5	9700,0	14	10	4	17,4	2004,5	51,8	21,0
	J5M3K2-6	194,6	194,6	0	1371,8	10424,5	22	15	7	142,4	530,4	10,4	5,2
	J5M3K2-7	222,0	222,0	0	895,6	13276,8	13	12	1	845,3	1431,9	94,4	11,0
	J5M3K2-8	390,3	390,3	0	263,0	7849,8	22	15	7	141,5	530,4	53,8	7,1
	J5M3K2-9	120,1	120,1	0	276,3	10930,0	16	11	5	40,2	1055,8	14,6	9,8
	J5M3K2-10	365,4	365,4	0	180,6	8725,5	20	14	6	46,2	429,0	25,6	5,1
Média						17,3	12,3	5,0			42,9	14,5	
10 J	J10M3K2-1	694,7	1128,3	38,4	43200,2	34616,1	28	18	10	7484,3	1791,7	17,3	5,4
	J10M3K2-2	397,3	843,6	52,9	43200,2	24802,0	36	25	11	12832,3	1456,2	29,7	3,8
	J10M3K2-3	925,2	1792,1	48,4	43200,1	39301,8	43	33	10	10731,8	2388,4	24,8	16,1
	J10M3K2-4	388,6	500,8	22,4	43200,2	16599,5	24	17	7	10053,7	1010,5	23,3	6,3
	J10M3K2-5	916,6	1339,5	31,6	43200,1	16451,0	20	14	6	46,2	429,0	0,1	0,9
	J10M3K2-6	940,3	1670,9	43,7	43200,3	51290,0	34	22	12	10994,2	8244,9	25,4	16,6
	J10M3K2-7	8841,8	8842,7	0,0	8525,3	33800,8	36	12	24	153,1	431,2	1,8	1,7
	J10M3K2-8	733,4	1260,6	41,8	43200,2	26851,5	33	23	10	14454,0	7302,1	33,5	28,5
	J10M3K2-9	829,2	1174,6	29,4	43200,0	22451,5	30	24	6	8023,0	3177,2	18,6	14,9
	J10M3K2-10	778,7	1634,7	52,4	43200,2	35262,7	37	27	10	13991,1	2536,8	32,4	7,5
Média						32,1	21,5	10,6			20,7	10,2	

	J15M3K21	19301,6	19365,5	0,3	43200,7	51399,5	60	24	36	905,4	368,2	2,1	1,1
	J15M3K2-2	570,1	2128,6	73,2	43200,0	42373,3	31	23	8	14796,1	3121,4	34,3	7,8
	J15M3K2-3	18060,2	18197,3	0,8	43201,2	48876,3	24	17	7	11832,8	1010,5	27,4	3,3
	J15M3K2-4	7519,9	33827,1	77,8	43200,3	69429,8	9	8	1	4,9	2178,3	0,0	6,1
15 J	J15M3K2-5	1067,8	11466,5	90,7	43200,2	41301,5	39	29	10	14423,5	3224,0	33,4	10,8
	J15M3K2-6	733,4	5809,0	87,4	43200,3	46127,8	41	24	17	5703,8	633,2	13,2	1,6
	J15M3K2-7	17414,2	17466,2	0,3	43202,9	43874,0	50	23	27	1253,1	773,2	2,9	2,9
	J15M3K2-8	7929,9	14338,1	44,7	43200,2	39150,3	25	14	11	1424,7	1203,9	3,3	4,9
	J15M3K2-9	20806,0	22646,0	8,1	43200,4	47251,0	49	29	20	4863,9	2436,6	11,3	9,9
	J15M3K2-10	1325,5	13514,4	90,2	43200,3	49249,5	39	27	12	19282,9	2513,8	44,6	7,0
	Média						36,7	21,8	14,9			17,2	5,5
	J20M3K3-1	26875,5	43368,0	38,0	43200,0	67727,3	21,0	9,0	12,0	364,9	2491,5	0,8	10,2
	J20M3K3-2	3404,0	21570,7	84,2	43200,4	61761,3	50,0	42,0	8,0	12813,5	3463,4	29,7	8,6
	J20M3K3-3	5158,0	36619,2	85,9	43200,5	76011,2	16,0	6,0	10,0	4899,6	5746,7	11,3	14,6
	J20M3K3-4	20160,0	21293,2	5,3	43201,0	59025,8	31,0	19,0	12,0	7335,1	4660,8	17,0	12,4
20 J	J20M3K3-5	2902,7	29749,6	90,2	43200,0	71599,5	24,0	13,0	11,0	1455,7	2436,2	3,4	5,8
	J20M3K3-6	893,4	29548,8	97,0	43200,5	64639,5	23,0	13,0	10,0	2021,7	2314,0	4,7	6,6
	J20M3K3-7	14254,0	39072,7	63,5	43200,3	74086,0	27,0	14,0	13,0	956,2	2482,4	2,2	7,1
	J20M3K3-8	2701,2	27260,6	90,1	43205,4	60499,8	30,0	15,0	15,0	1442,4	2490,9	3,3	7,5
	J20M3K3-9	1505,1	31682,1	95,3	43200,0	71739,5	24,0	12,0	12,0	7091,4	3095,9	16,4	7,7
	J20M3K3-10	6908,5	28793,8	76,0	43200,6	70599,5	20,0	11,0	9,0	4940,4	4851,9	11,4	11,6
	Média						26,6	15,4	11,2			10,0	9,2

FONTE: A autora (2021)

APÊNDICE 2 – RESULTADOS MÉTODO SEQUENCIAL PARA ESTRATÉGIAS DE F&O APLICADAS ALEATORIAMENTE

Análogo ao Apêndice 1, apresentam-se neste apêndice os resultados obtidos para as estratégias de F&O aplicadas aleatoriamente durante a BL do Método Sequencial. Sendo assim, apresentam-se separadamente e respectivamente (Tabelas de 30 a 34) as estratégias: *F&O Random Period 1* (FORP1); *F&O Double Random Period 1* (FODRP1); *F&O Random Period 2* (FORP2); *F&O Random Machine* (FORM).

TABELA 31 - RESULTADOS GERAIS PARA MÉTODO SEQUENCIAL UTILIZANDO A ESTRATÉGIA FORP1 NA BL

	Instância	LB	UB	Gap	T(s)	Sol ini	F&O Random			F&O Random Period 1			CumTime	CumSol	% T(s)	% UB
							Mod	Suc	Fail	Mod	Suc	Fail				
5 J	J5M3K2-1	249,6	249,6	0	33,8	5394,2	26	11	15	10	4	6	5,8	1523,6	17,1	29,6
	J5M3K2-2	273,5	273,5	0	83,4	9229,4	10	5	5	5	2	3	2,7	288,9	3,2	3,2
	J5M3K2-3	235,4	235,4	0	126,4	6750,3 11911,	29	4	25	12	0	12	56,2	0,0	44,5	0,0
	J5M3K2-4	127,9	127,9	0	19,5	5	47	19	28	14	7	7	3,6	1812,7	18,5	15,4
	J5M3K2-5	175,5	175,5	0	33,3	9700,0 10424,	57	18	39	17	12	5	7,1	228,2	21,4	2,4
	J5M3K2-6	194,6	194,6	0	1063,6	5 13276,	50	28	22	16	9	7	843,3	1016,6	79,3	9,9
	J5M3K2-7	222,0	222,0	0	547,1	8	22	10	12	9	4	5	193,9	280,0	35,5	2,1
	J5M3K2-8	390,3	390,3	0	469,0	7849,8 10930,	28	11	17	12	6	6	69,1	376,1	14,7	5,0
	J5M3K2-9	120,1	120,1	0	275,8	0	27	12	15	11	4	7	39,1	828,8	14,2	7,7
	J5M3K2-10	365,5	365,5	0	186,7	8725,5	36	16	20	13	9	4	15,7	149,1	8,4	1,8
Média									11,9	5,7	6,2				25,7	7,7
10 J	J10M3K2-1	697,6	1109,4	37,1	43200,1	34616,1	81	24	57	25	9	16	1267,6	782,4	2,9	2,3
	J10M3K2-2	385,1	996,3	61,4	43200,0	24802,0	19	8	11	7	5	2	6,1	65,9	0,0	0,3
	J10M3K2-3	977,5	1795,0	45,5	43200,2	39301,8	42	16	26	14	6	8	2084,1	1797,0	4,8	4,8
	J10M3K2-4	397,8	516,2	22,9	43200,2	16599,5	19	8	11	7	5	2	5,8	65,9	0,0	0,4
	J10M3K2-5	875,5	1364,5	35,8	43200,1	16451,0	57	18	39	17	12	5	735,8	228,2	1,7	1,5
	J10M3K2-6	853,6	1743,9	51,1	43200,1	51290,0	77	17	60	25	10	15	512,6	796,8	1,2	1,6
	J10M3K2-7	8841,8	8842,7	0,0	43200,4	17359,8	29	4	25	12	0	12	56,2	0,0	0,3	0,0
	J10M3K2-8	748,3	1263,8	40,8	43200,0	26851,5	45	24	21	14	10	4	2877,5	1348,2	6,7	5,3
	J10M3K2-9	814,3	1189,3	31,5	43200,2	22451,5	50	20	30	16	11	5	3167,7	258,8	7,3	1,2
	J10M3K2-10	831,7	1632,2	49,0	43200,3	35262,7	28	11	17	12	6	6	69,2	376,1	0,2	1,1
Média									14,9	7,4	7,5				2,5	1,9
15 J	J15M3K21	19289,1	19365,5	0,4	43200,4	51399,5	51	17	34	16	4	12	4810,5	86,8	11,1	0,3
	J15M3K2-2	468,8	2316,9	79,8	43200,2	42373,3	44	15	29	14	7	7	1244,0	145,4	2,9	0,4
	J15M3K2-3	18061,3	18180,0	0,7	43201,2	48876,3	57	18	39	17	12	5	713,8	228,2	1,7	0,7
	J15M3K2-4	7458,4	33827,1	0,0	43200,3	69429,8	81	24	57	25	9	16	1629,8	782,4	3,8	2,2
	J15M3K2-5	2180,5	12391,0	82,4	43200,2	41301,5	44	15	29	14	7	7	1545,3	145,4	3,6	0,5
	J15M3K2-6	603,8	6395,2	90,6	43200,1	46127,8	20	4	16	8	2	6	6,7	28,3	0,0	0,1

	J15M3K2-7	17416,0	17466,2	0,3	43201,3	43874,0	77	17	60	25	10	15	526,3	796,8	1,2	3,0
	J15M3K2-8	8180,4	21715,1	9	43200,4	39150,3	23	9	14	9	6	3	7,3	61,3	0,0	0,2
	J15M3K2-9	21715,7	21799,3	0,4	43205,1	47251,0	22	13	9	9	6	3	177,0	549,3	0,4	2,2
	J15M3K2-10	10868,4	14219,1	23,6	43200,4	49249,5	41	22	19	13	9	4	4840,4	430,4	11,2	1,2
Média							46	15,4	30,6	15,7,2	7,8				3,6	1,1
	J20M3K3-1	23166,9	43357,7	46,6	43200,0	67727,3	52,0	13,0	39,0	16,0	5,0	0	196,4	107,3	0,5	0,4
	J20M3K3-2	4869,8	23256,4	79,1	43200,3	61761,3	69,0	28,0	41,0	21,0	9,0	0	2168,1	554,9	5,0	1,4
	J20M3K3-3	14115,5	36620,0	61,5	43200,0	76011,2	10,0	3,0	7,0	5,0	1,0	4,0	46,8	17,3	0,1	0,0
	J20M3K3-4	20165,4	21293,3	5,3	43205,6	59025,8	35,0	15,0	20,0	13,0	7,0	6,0	1895,5	207,5	4,4	0,5
	J20M3K3-5	4335,2	29751,2	85,4	43200,0	61819,5	45,0	12,0	33,0	14,0	5,0	9,0	487,3	80,0	1,1	0,2
	J20M3K3-6	1194,1	29917,1	96,0	43200,5	64639,5	47,0	7,0	40,0	14,0	4,0	0	267,8	27,1	0,6	0,1
	J20M3K3-7	18371,5	39075,5	53,0	43200,0	74086,0	74,0	15,0	59,0	24,0	9,0	0	434,3	413,8	1,0	1,2
	J20M3K3-8	5175,6	25907,4	80,0	43200,0	60499,8	37,0	9,0	28,0	13,0	5,0	8,0	384,5	346,6	0,9	1,0
	J20M3K3-9	1470,4	28998,9	94,9	43200,0	71739,5	58,0	16,0	42,0	17,0	7,0	0	2198,1	733,8	5,1	1,7
	J20M3K3-10	5008,2	32465,0	84,6	43200,0	67727,3	35,0	6,0	29,0	13,0	2,0	0	296,2	72,2	0,7	0,2
Média							46,2	12,4	33,8	15,0	5,4	9,6			1,9	0,7

FONTE: A autora (2021)

TABELA 32 - RESULTADOS GERAIS PARA MÉTODO SEQUENCIAL UTILIZANDO A ESTRATÉGIA FODRP1 NA BL

	Instância	LB	UB	Gap	T(s)	F&O Random			F&O Double Period 1			CumTime	CumSol	% T(s)	% UB	
						Mod	Suc	Fail	Mod	Suc	Fail					
	J5M3K2-1	249,6	249,6	0	33,8	5394,2	26	11	15	7	4	3	4,5	205,6	13,2	4,0
	J5M3K2-2	273,5	273,5	0	83,4	9229,4	10	5	5	3	3	0	2,3	969,1	2,8	10,8
	J5M3K2-3	235,4	235,4	0	126,4	6750,3	29	4	25	7	2	5	40,9	85,5	32,3	1,3
	J5M3K2-4	127,9	127,9	0	19,5	11911,5	47	19	28	13	6	7	4,4	2446,0	22,3	20,8
	J5M3K2-5	175,5	175,5	0	33,3	9700,0	57	18	39	14	4	10	3,8	419,8	11,3	4,4
	J5M3K2-6	194,6	194,6	0	1063,6	10424,5	50	28	22	13	10	3	88,4	1958,5	8,3	19,1
	J5M3K2-7	222,0	222,0	0	547,1	13276,8	22	10	12	7	3	4	17,7	276,6	3,2	2,1
	J5M3K2-8	390,3	390,3	0	469,0	7849,8	28	11	17	7	3	4	328,1	178,6	70,0	2,4
	J5M3K2-9	120,1	120,1	0	275,8	10930,0	27	12	15	7	5	2	23,9	765,5	8,7	7,1
	J5M3K2-10	365,5	365,5	0	186,7	8725,5	36	16	20	8	5	3	79,0	481,8	42,3	5,8
Média										8,6	4,5	4,1			21,4	7,8
	J10M3K2-1	697,6	1109,4	37,1	43200,1	34616,1	81	24	57	20	7	13	788,3	109,6	1,8	0,3
	J10M3K2-2	385,1	996,3	61,4	43200,0	24802,0	19	8	11	6	3	3	6,6	209,9	0,0	0,9
	J10M3K2-3	977,5	1795,0	45,5	43200,2	39301,8	42	16	26	10	4	6	1669,2	2443,5	3,9	6,5
	J10M3K2-4	397,8	516,2	22,9	43200,2	16599,5	19	8	11	6	3	3	6,8	209,9	0,0	1,3
	J10M3K2-5	875,5	1364,5	35,8	43200,1	16451,0	57	18	39	14	4	10	387,8	419,8	0,9	2,8
	J10M3K2-6	853,6	1743,9	51,1	43200,1	51290,0	77	17	60	17	3	14	83,7	62,3	0,2	0,1
	J10M3K2-7	884,1	884,7	0,0	43200,4	17359,8	29	4	25	7	2	5	40,9	85,5	0,2	0,3
	J10M3K2-8	748,3	1263,8	40,8	43200,0	26851,5	45	24	21	12	9	3	2736,0	1022,1	6,3	4,0
	J10M3K2-9	814,3	1189,3	31,5	43200,2	22451,5	50	20	30	13	6	7	3526,3	94,0	8,2	0,4

	J10M3K2-10	831,7	1632,2	49,0	43200,3	35262,7	28	11	17	7	3	4	341,8	178,6	0,8	0,5
Média										11,2	4,4	6,8			2,2	1,7
15 J	J15M3K2-1	19289,1	19365,5	0,4	43200,4	51399,5	51	17	34	13	7	6	5420,9	145,8	12,5	0,5
	J15M3K2-2	468,8	2316,9	79,8	43200,2	42373,3	44	15	29	11	4	7	876,5	185,5	2,0	0,5
	J15M3K2-3	18061,3	18180,0	0,7	43201,2	48876,3	57	18	39	14	4	10	375,0	419,8	0,9	1,4
	J15M3K2-4	7458,4	33827,1	78,0	43200,3	69429,8	81	24	57	20	7	13	747,8	109,6	1,7	0,3
	J15M3K2-5	2180,5	12391,0	82,4	43200,2	41301,5	44	15	29	11	4	7	873,8	185,5	2,0	0,6
	J15M3K2-6	603,8	6395,2	90,6	43200,1	46127,8	20	4	16	6	1	5	37,1	99,5	0,1	0,3
	J15M3K2-7	17416,0	17466,2	0,3	43201,3	43874,0	77	17	60	17	3	14	85,0	62,3	0,2	0,2
	J15M3K2-8	8180,4	14338,1	42,9	43200,4	39150,3	23	9	14	7	3	4	8,5	94,6	0,0	0,4
	J15M3K2-9	21715,7	21799,3	0,4	43205,1	47251,0	22	13	9	7	5	2	310,2	196,0	0,7	0,8
	J15M3K2-10	10868,4	14219,1	23,6	43200,4	49249,5	41	22	19	10	6	4	3651,2	247,4	8,5	0,7
Média						46	15,4	30,6	11,6	4,4	7,2			2,9	0,6	
20 J	J20M3K3-1	23166,9	43357,7	46,6	43200,0	67727,3	52,0	13,0	39,0	13	4	9	152,3	1911,0	0,4	7,8
	J20M3K3-2	4869,8	23256,4	79,1	43200,3	61761,3	69,0	28,0	41,0	15	11	4	652,9	2291,3	1,5	6,0
	J20M3K3-3	14115,5	36620,0	61,5	43200,0	76011,2	10,0	3,0	7,0	6	2	1	1227,8	3490,0	2,8	8,9
	J20M3K3-4	20165,4	21293,3	5,3	43205,6	59025,8	35,0	15,0	20,0	8	6	2	1628,0	2038,6	3,8	5,4
	J20M3K3-5	4335,2	29751,2	85,4	43200,0	61819,5	45,0	12,0	33,0	12	5	7	148,9	2281,4	0,3	7,1
	J20M3K3-6	1194,1	29917,1	96,0	43200,5	64639,5	47,0	7,0	40,0	13	3	10	121,7	2088,0	0,3	6,0
	J20M3K3-7	18371,5	39075,5	53,0	43200,0	74086,0	74,0	15,0	59,0	17	4	13	450,7	2102,4	1,0	6,0
	J20M3K3-8	5175,6	25907,4	80,0	43200,0	60499,8	37,0	9,0	28,0	8	2	6	111,1	74,0	0,3	0,2
	J20M3K3-9	1470,4	28998,9	94,9	43200,0	71739,5	58,0	16,0	42,0	14	4	10	457,2	2339,0	1,1	5,5
	J20M3K3-10	5008,2	32465,0	84,6	43200,0	67727,3	35,0	6,0	29,0	8	3	5	636,2	2304,5	1,5	6,5
Média						46,2	12,4	33,8	11,4	4,4	6,7			1,3	5,9	

FONTE: A autora (2021)

TABELA 33 - RESULTADOS GERAIS PARA MÉTODO SEQUENCIAL UTILIZANDO A ESTRATÉGIA FORP2 NA BL

	Instância	LB	UB	Gap	T(s)	Sol ini	F&O Random			F&O Random Period 2				CumSo l	% T(s)	% UB
							Mo d	Suc	Fail	Mo d	Su c	Fai l	CumTim e			
5 J	J5M3K2-1	249,6	249,6	0	33,8	5394,2	26	11	15	3	0	3	1,2	0,0	3,7	0,0
	J5M3K2-2	273,5	273,5	0	83,4	9229,4	10	5	5	2	0	2	0,9	0,0	1,1	0,0
	J5M3K2-3	235,4	235,4	0	126,4	6750,3 11911,	29	4	25	4	1	3	18,3	0,0	14,5	0,0
	J5M3K2-4	127,9	127,9	0	19,5	5	47	19	28	10	4	6	16,1	33,7	82,7	0,3
	J5M3K2-5	175,5	175,5	0	33,3	9700,0 10424,	57	18	39	13	0	13	12,1	0,0	36,4	0,0
	J5M3K2-6	194,6	194,6	0	1063,6	5 13276,	50	28	22	11	4	7	45,7	2,0	4,3	0,0
	J5M3K2-7	222,0	222,0	0	547,1	8	22	10	12	2	0	2	1,3	0,0	0,2	0,0
	J5M3K2-8	390,3	390,3	0	469,0	7849,8 10930,	28	11	17	3	1	2	2,2	0,0	0,5	0,0
	J5M3K2-9	120,1	120,1	0	275,8	0	27	12	15	3	0	3	10,6	0,0	3,9	0,0
	J5M3K2-10	365,5	365,5	0	186,7	8725,5	36	16	20	8	1	7	5,8	2,6	3,1	0,0
Média									5,9	1,1	4,8			15,0	0,0	
10 J	J10M3K2-1	697,6	1109,4	37,1	43200,1	34616,1	81	24	57	17	3	14	80,5	0,6	0,2	0,0

	J10M3K2-2	385,1	996,3	61,4	43200,0	24802,0	19	8	11	2	0	2	1,3	0,0	0,0	0,0
	J10M3K2-3	977,5	1795,0	45,5	43200,2	39301,8	42	16	26	8	4	4	13,5	33,7	0,0	0,1
	J10M3K2-4	397,8	516,2	22,9	43200,2	16599,5	19	8	11	2	0	2	1,3	0,0	0,0	0,0
	J10M3K2-5	875,5	1364,5	35,8	43200,1	16451,0	57	18	39	13	0	13	122,8	0,0	0,3	0,0
	J10M3K2-6	853,6	1743,9	51,1	43200,1	51290,0	77	17	60	17	1	16	77,3	0,1	0,2	0,0
	J10M3K2-7	8841,8	8842,7	0,0	43200,4	33800,8	29	4	25	4	1	3	18,3	0,0	0,1	0,0
	J10M3K2-8	748,3	1263,8	40,8	43200,0	26851,5	45	24	21	9	1	8	24,4	0,0	0,1	0,0
	J10M3K2-9	814,3	1189,3	31,5	43200,2	22451,5	50	20	30	11	1	10	68,0	0,0	0,2	0,0
	J10M3K2-10	831,7	1632,2	49,0	43200,3	35262,7	28	11	17	3	1	2	2,0	0,0	0,0	0,0
Mé	di						8,6	1,2	7,4					0,1	0,0	
a																
	J15M3K21	19289,1	19365,5	0,4	43200,4	51399,5	51	17	34	11	2	9	17,3	10,2	0,0	0,0
	J15M3K2-2	468,8	2316,9	79,8	43200,2	42373,3	44	15	29	9	1	8	44,2	0,1	0,1	0,0
	J15M3K2-3	18061,3	18180,0	0,7	43201,2	48876,3	57	18	39	13	0	13	121,3	0,0	0,3	0,0
	J15M3K2-4	7458,4	33827,1	78,0	43200,3	69429,8	81	24	57	17	3	14	88,4	0,6	0,2	0,0
	J15M3K2-5	2180,5	12391,0	82,4	43200,2	41301,5	44	15	29	9	1	8	44,7	0,1	0,1	0,0
15 J	J15M3K2-6	603,8	6395,2	90,6	43200,1	46127,8	20	4	16	2	0	2	1,3	0,0	0,0	0,0
	J15M3K2-7	17416,0	17466,2	0,3	43201,3	43874,0	77	17	60	17	1	16	81,5	0,1	0,2	0,0
	J15M3K2-8	8180,4	14338,1	42,9	43200,4	39150,3	23	9	14	2	0	2	1,3	0,0	0,0	0,0
	J15M3K2-9	21715,7	21799,3	0,4	43205,1	47251,0	22	13	9	2	1	1	1,6	193,9	0,0	0,8
	J15M3K2-10	10868,4	14219,1	23,6	43200,4	49249,5	41	22	19	8	1	7	23,0	0,0	0,1	0,0
Mé	di						46	15,4	30,6	9	1	8		0,1	0,1	
a																
	J20M3K3-1	23166,9	43357,7	46,6	43200,0	67727,3	52,0	0	0	11	1	10	113,5	0,1	0,3	0,0
	J20M3K3-2	4869,8	23256,4	79,1	43200,3	61761,3	69,0	0	0	17	2	15	158,9	0,1	0,4	0,0
	J20M3K3-3	14115,5	36620,0	61,5	43200,0	76011,2	10,0	3,0	7,0	2	0	2	17,4	0,0	0,0	0,0
	J20M3K3-4	20165,4	21293,3	5,3	43205,6	59025,8	35,0	0	0	7	1	6	69,6	0,0	0,2	0,0
	J20M3K3-5	4335,2	29751,2	85,4	43200,0	61819,5	45,0	0	0	9	2	7	76,7	0,1	0,2	0,0
20 J	J20M3K3-6	1194,1	29917,1	96,0	43200,5	64639,5	47,0	7,0	0	10	0	10	92,7	0,0	0,2	0,0
	J20M3K3-7	18371,5	39075,5	53,0	43200,0	74086,0	74,0	0	0	17	1	16	174,1	0,1	0,4	0,0
	J20M3K3-8	5175,6	25907,4	80,0	43200,0	60499,8	37,0	9,0	0	8	1	7	77,2	181,0	0,2	0,5
	J20M3K3-9	1470,4	28998,9	94,9	43200,0	71739,5	58,0	0	0	13	2	11	118,3	0,1	0,3	0,0
	J20M3K3-10	5008,2	32465,0	84,6	43200,0	67727,3	35,0	6,0	0	7	1	6	85,4	0,0	0,2	0,0
Mé	di						46,2	12,4	33,8	10,1	1,1	9		0,2	0,1	
a																

FONTE: A autora (2021)

TABELA 34 - RESULTADOS GERAIS PARA MÉTODO SEQUENCIAL UTILIZANDO A ESTRATÉGIA FORM NA BL

	Instância	LB	UB	Gap	T(s)	Sol ini	F&O Random			F&O Random Machine			CumTim e	CumSo l	% T(s)	% UB
							Mo d	Suc	Fail	Mo d	Su c	Fai l				
	J5M3K2-1	249,6	249,6	0	33,8	5394,2	26	11	15	6	3	3	2,6	64,6	7,8	1,3
5 J	J5M3K2-2	273,5	273,5	0	83,4	9229,4	10	5	5	0	0	0	0,0	0,0	0,0	0,0
	J5M3K2-3	235,4	235,4	0	126,4	6750,3	29	4	25	6	1	5	26,3	3078,9	20,8	47,3
	J5M3K2-4	127,9	127,9	0	19,5	11911,5	47	19	28	10	2	8	6,2	6439,5	31,6	54,6

	J5M3K2-5	175,5	175,5	0	33,3	9700,0	57	18	39	13	2	11	9,6	11,1	28,7	0,1
	J5M3K2-6	194,6	194,6	0	1063,6	10424,5	50	28	22	10	5	5	118,0	234,1	11,1	2,3
	J5M3K2-7	222,0	222,0	0	547,1	13276,8	22	10	12	4	3	1	3,3	12,9	0,6	0,1
	J5M3K2-8	390,3	390,3	0	469,0	7849,8	28	11	17	6	1	5	4,0	0,0	0,9	0,0
	J5M3K2-9	120,1	120,1	0	275,8	10930,0	27	12	15	6	3	3	62,8	24,2	22,8	0,2
	J5M3K2-10	365,5	365,5	0	186,7	8725,5	36	16	20	7	1	6	5,3	0,0	2,9	0,0
	Média									6,8	2,1	4,7			12,7	10,6
10 J	J10M3K2-1	697,6	1109,4	37,1	43200,1	34616,1	81	24	57	19	5	14	899,0	2,7	2,1	0,0
	J10M3K2-2	385,1	996,3	61,4	43200,0	24802,0	19	8	11	4	0	4	3,5	0,0	0,0	0,0
	J10M3K2-3	977,5	1795,0	45,5	43200,2	39301,8	42	16	26	10	2	8	317,6	6439,5	0,7	17,2
	J10M3K2-4	397,8	516,2	22,9	43200,2	16599,5	19	8	11	4	0	4	3,5	0,0	0,0	0,0
	J10M3K2-5	875,5	1364,5	35,8	43200,1	16451,0	57	18	39	13	2	11	99,2	11,1	0,2	0,1
	J10M3K2-6	853,6	1743,9	51,1	43200,1	51290,0	77	17	60	18	3	15	108,1	261,3	0,3	0,5
	J10M3K2-7	8841,8	8842,7	17359,4	43200,0	33800,8	29	4	25	6	1	5	26,3	3078,9	0,2	12,3
	J10M3K2-8	748,3	1263,8	40,8	43200,0	26851,5	45	24	21	10	4	6	45,8	257,5	0,1	1,0
	J10M3K2-9	814,3	1189,3	31,5	43200,2	22451,5	50	20	30	10	2	8	1268,6	577,2	2,9	2,7
	J10M3K2-10	831,7	1632,2	49,0	43200,3	35262,7	28	11	17	6	1	5	3,9	0,0	0,0	0,0
	Média									10	2	8			0,7	3,4
15 J	J15M3K21	19289,1	19365,5	0,4	43200,4	51399,5	51	17	34	11	4	7	724,1	2133,9	1,7	6,7
	J15M3K2-2	468,8	2316,9	79,8	43200,2	42373,3	44	15	29	10	3	7	128,3	144,3	0,3	0,4
	J15M3K2-3	18061,3	18180,0	0,7	43201,2	48876,3	57	18	39	13	2	11	95,7	11,1	0,2	0,0
	J15M3K2-4	7458,4	33827,1	0,8	43200,3	69429,8	81	24	57	19	5	14	926,0	2,7	2,1	0,0
	J15M3K2-5	2180,5	12391,0	82,4	43200,2	41301,5	44	15	29	10	3	7	130,6	144,3	0,3	0,5
	J15M3K2-6	603,8	6395,2	90,6	43200,1	46127,8	20	4	16	4	1	3	3,7	4,7	0,0	0,0
	J15M3K2-7	17416,0	17466,2	0,3	43201,3	43874,0	77	17	60	18	3	15	106,2	261,3	0,2	1,0
	J15M3K2-8	8180,4	14338,1	42,9	43200,4	39150,3	23	9	14	5	0	5	4,1	0,0	0,0	0,0
	J15M3K2-9	21715,7	21799,3	0,4	43205,1	47251,0	22	13	9	4	1	3	2,9	1,5	0,0	0,0
	J15M3K2-10	10868,4	14219,1	23,6	43200,4	49249,5	41	22	19	10	6	4	65,6	435,8	0,2	1,2
	Média						46	15,4	30,6	10,4	2,8	7,6			0,5	1,0
20 J	J20M3K3-1	23166,9	43357,7	46,6	43200,0	67727,3	52,0	13,0	39,0	12,3	9,9	9	196,7	0,6	0,5	0,0
	J20M3K3-2	4869,8	23256,4	79,1	43200,3	61761,3	69,0	28,0	41,0	16,6	10,10	10	177,9	0,2	0,4	0,0
	J20M3K3-3	14115,5	36620,0	61,5	43200,0	76011,2	10,0	3,0	7,0	0,0	0,0	0	0,0	0,0	0,0	0,0
	J20M3K3-4	20165,4	21293,3	5,3	43205,6	59025,8	15,8	15,0	20,0	0,0	0,0	7	1279,4	110,0	3,0	0,3
	J20M3K3-5	4335,2	29751,2	85,4	43200,0	61819,5	45,0	12,0	33,0	10,0	0,10	10	114,9	0,0	0,3	0,0
	J20M3K3-6	1194,1	29917,1	96,0	43200,5	64639,5	47,0	7,0	40,0	10,0	0,10	10	105,2	0,0	0,2	0,0
	J20M3K3-7	18371,5	39075,5	53,0	43200,0	74086,0	74,0	15,0	59,0	16,1	15,15	15	494,1	229,2	1,1	0,7
	J20M3K3-8	5175,6	25907,4	80,0	43200,0	60499,8	37,0	9,0	28,0	8,1	7,7	7	119,7	1625,0	0,3	4,7
	J20M3K3-9	1470,4	28998,9	94,9	43200,0	71739,5	58,0	16,0	42,0	14,3	11,11	11	1065,9	148,4	2,5	0,3
	J20M3K3-10	5008,2	32465,0	84,6	43200,0	67727,3	35,0	6,0	29,0	7,0	7,7	7	91,5	0,0	0,0	0,0
	Média						46,2	12,4	33,8	10	1,5	8,5			0,0	0,6

FONTE: A autora (2021)