

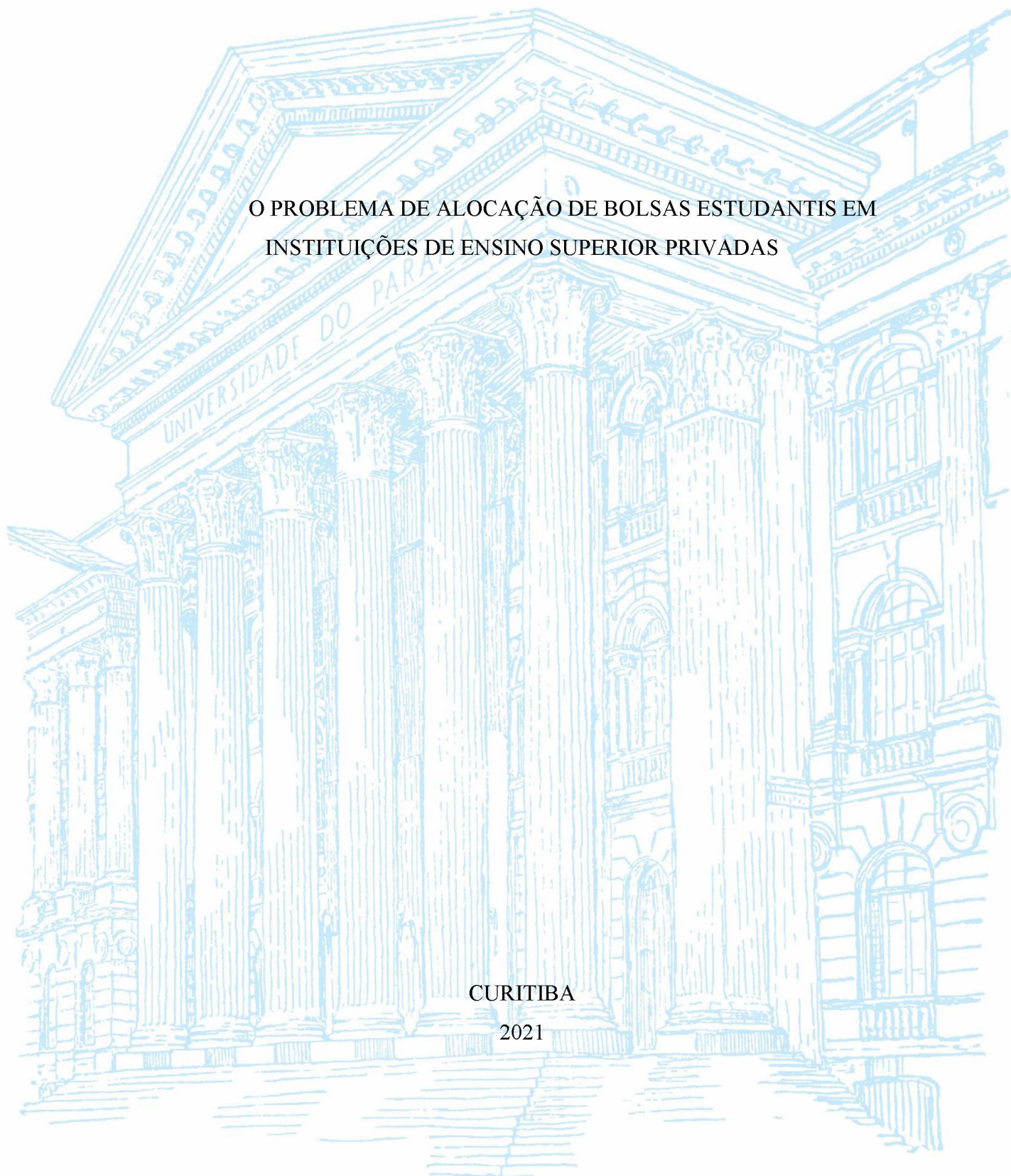
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ALESSANDRO DIAS BORGES

O PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE BOLSAS ESTUDANTIS EM
INSTITUIÇÕES DE ENSINO SUPERIOR PRIVADAS

CURITIBA

2021



ALESSANDRO DIAS BORGES

O PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE BOLSAS ESTUDANTIS EM INSTITUIÇÕES DE
ENSINO SUPERIOR PRIVADAS

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia e Ciências Exatas, como requisito para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Valentin Loch

CURITIBA

2021

Catálogo na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

B732p

Borges, Alessandro Dias

O problema de alocação de bolsas estudantis em instituições de ensino superior privadas [recurso eletrônico] / Alessandro Dias Borges. – Curitiba, 2021.

Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, 2021.

Orientador: Gustavo Valentin Loch

1. Bolsas de estudos. 2. Pesquisa – Finanças. 3. Evasão escolar. 4. Programação linear. 5. Otimização matemática. I. Universidade Federal do Paraná. II. Loch, Gustavo Valentin. III. Título.

CDD: 001.891

Bibliotecário: Elias Barbosa da Silva CRB-9/1894



TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA DE PRODUÇÃO da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **ALESSANDRO DIAS BORGES** intitulada: **O PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE BOLSAS ESTUDANTIS EM INSTITUIÇÕES DE ENSINO SUPERIOR PRIVADAS**, sob orientação do Prof. Dr. GUSTAVO VALENTIM LOCH, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 28 de Maio de 2021.

Assinatura Eletrônica
28/05/2021 17:04:19.0
GUSTAVO VALENTIM LOCH
Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica
28/05/2021 19:32:43.0
JOSÉ EDUARDO PÉCORA JUNIOR
Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica
28/05/2021 17:39:35.0
CLAUDIMAR PEREIRA DA VEIGA
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ -
PPGOLD)

Assinatura Eletrônica
30/05/2021 11:41:54.0
EDUARDO ALVES PORTELA SANTOS
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

AGRADECIMENTOS

Dedico a todos que de alguma forma contribuíram com o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço em especial aos meus pais e família, por todo o suporte e por sempre me incentivar na busca pelos meus objetivos, independentemente de quais fossem.

Agradeço em especial também à minha esposa Amanda, pelo carinho e torcida. Sempre que a situação se tornava mais desafiadora, lá estava ela para tornar tudo mais fácil.

Um agradecimento ao meu orientador Gustavo pelo apoio no trabalho e pelo suporte oferecido, contribuindo com valiosas ideias e conhecimento.

Agradeço também à minha grande amiga Vitória, parceira de muitos anos que se mostrou uma figura essencial na concepção deste trabalho na reta final.

Por fim, agradeço a todos os amigos e contribuições que, de algum modo, tornaram possível a conclusão deste trabalho. A todos fica aqui registrado meu muito obrigada!

RESUMO

Entre as inúmeras estratégias e abordagens para maximizar a receita com o recrutamento de alunos, fornecer ajuda financeira é um mecanismo poderoso para que as instituições de ensino superior (IES) atinjam suas metas de admissão de alunos e receita. No caso das IES brasileiras, o papel social foi estimulado por meio da lei PROUNI, com o objetivo de reduzir a desigualdade social e promover o acesso ao ensino superior no país. Esta dissertação teve como objetivo propor um modelo matemático para maximizar a receita de uma IES com mensalidades simultaneamente com a alocação de bolsas de acordo com os requisitos legais do PROUNI. Para fornecer resultados mais realistas, uma taxa evasão escolar foi incorporada de modo probabilístico ao modelo para representar a flutuação no número de alunos em semestres letivos subsequentes. Por fim, realizou-se replicações em que ocorria a resolução do modelo em cada cenário de evasão escolar. Esta dissertação consiste em 3 etapas. Primeiramente, são analisados os dados históricos de evasão escolar, uma vez que interfere no número total de alunos. Em seguida, os dados de evasão são ajustados à distribuição triangular, para determinar a oscilação semestral do número de alunos em cada curso. A terceira etapa é resolver um problema de programação linear inteira mista por meio da execução de simulações de computador considerando a taxa de evasão escolar. Os resultados indicaram que a distribuição triangular pode ser usada para realizar simulações confiáveis de evasão e o modelo matemático é rápido de resolver. Após 30 replicações, constatou-se que os dados de saída apresentavam distribuição normal. Dessa forma, determinou-se um intervalo de confiança para estimativas de arrecadação de mensalidades, número de bolsas e operacionalização das atribuições de bolsas por curso e período de acordo com a lei PROUNI. Os resultados obtidos também podem ser utilizados como benchmark para subsidiar a ofertas de bolsas e estratégia de marketing. Destaca-se que até o momento, não foram encontrados outros trabalhos publicados visando solucionar o problema proposto nesta dissertação. Apesar da modelagem matemática relativamente simples, a metodologia desenvolvida é robusta e pode ser replicada em casos mais complexos, inclusive com restrições adicionais, servindo como ponto de partida estudos adicionais.

Palavras-chave: Otimização. Evasão escolar. ProUNI. Bolsas de Estudo. Programação Linear. Simulação.

ABSTRACT

Among the numerous strategies and approaches to maximizing revenue from student recruitment, providing financial aid is a powerful mechanism for higher education institutions (HEIs) to achieve their student admissions and revenue goals. In the case of Brazilian HEIs, the social role was stimulated through the PROUNI law, with the objective of reducing social inequality and promoting access to higher education within the country. This dissertation objective is to propose a mathematical model to maximize the income of an HEI with tuition fees while simultaneously allocating scholarships in accordance with PROUNI's legal requirements. To provide more realistic results, a dropout rate was probabilistically incorporated into the model to represent the fluctuation in student numbers in subsequent academic semesters. Finally, replications were carried out in which the model was solved in different scenarios for each student's dropout rate. This dissertation consists of 3 steps. First, historical data on school dropout is analyzed, as it interferes with the total number of students. Then, the dropout data are fitted to the triangular distribution to determine the semester fluctuation in the number of students in each course. The third step is to solve a mixed integer linear programming problem by running computer simulations considering the dropout rate. The results indicated that the triangular distribution can be used to generate reliable dropout rates within simulations and the mathematical model is quick to solve. After 30 replications, the output data was found to be normally distributed. In this way, a confidence interval was determined for estimates of tuition collection, number of scholarships and the operationalization of scholarship attributions per course and period, in accordance with the PROUNI law. The results obtained can also be used as a benchmark to support the scholarship allocation and marketing strategy. It is noteworthy that so far, no other published works have been found aiming to solve the problem proposed in this dissertation. Despite the relatively simple mathematical modeling, the developed methodology can be replicated in more complex cases, even with additional restrictions, being a starting point for new studies.

Key-words: Optimization. Dropout rate. ProUNI. Scholarships. Linear Programming. Simulation.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1. CATEGORIAS DE MÉTODOS DE PREVISÃO.....	22
FIGURA 2. CLASSIFICAÇÃO DE SISTEMAS	33
FIGURA 3. SEQUÊNCIA METODOLÓGICA UTILIZADA NO PRESENTE ESTUDO	38
FIGURA 4. REPRESENTAÇÃO DAS ETAPAS REALIZADAS EM CADA UMA DAS REPLICAÇÕES.	46
FIGURA 5. HISTOGRAMA DE FREQUENCIA DA EVASÃO ESCOLAR SEMESTRAL NOS CURSOS DA IES	48

LISTA DE TABELAS

TABELA 1. EXEMPLO DA DETERMINAÇÃO DA TAXA DE EVASÃO UTILIZADA EM CADA REPLICAÇÃO	41
TABELA 2. EXEMPLO NUMÉRICO DO DECRÉSCIMO EXPONENCIAL DA TAXA DE EVASÃO POR PERÍODO.	43
TABELA 3. ESTATÍSTICAS BÁSICAS DE EVASÃO SEMESTRAL	47
TABELA 4. INFLUÊNCIA DA TAXA DE EVASÃO NO NÚMERO EFETIVO DE ESTUDANTES	49
TABELA 5. ANÁLISE DE NORMALIDADE PARA AS VARIÁVEIS-RESPOSTA MONITORADAS EM CADA CENÁRIO	50
TABELA 6. RESULTADOS DAS VARIÁVEIS DE INTERESSE ESTIMADAS EM CADA CENÁRIO	51
TABELA 7. RESUMO DOS RESULTADOS DAS VARIÁVEIS DE INTERESSE OBTIDOS NO CENÁRIO 3 APÓS ANÁLISE DE NORMALIDADE	52
TABELA 8. RESULTADO DA OTIMIZAÇÃO DA ALOCAÇÃO DE BOLSAS SEGUNDO OS 15 CURSOS COM MAIOR RECEITA MÉDIA OFERECIDOS PELA IES	53

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	OBJETIVO DO TRABALHO	14
1.1.1	Objetivo geral	14
1.1.2	Objetivos específicos.....	15
1.2	JUSTIFICATIVA	15
1.3	LIMITAÇÕES DO TRABALHO	16
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO	17
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	18
2.1	O PROUNI	18
2.2	MODELOS PREDITIVOS PARA EVASÃO ESCOLAR	20
2.2.1	O que é evasão escolar.....	21
2.2.2	Previsão de evasão escolar	22
2.3	MÉTODOS MATEMÁTICOS PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE RECURSOS EM IES	24
2.3.1	Programação por Metas	26
2.3.2	Métodos de Análise Multi-Critério (MAMC)	28
2.3.3	Programação Linear Inteira Mista	29
2.4	SIMULAÇÃO	32
2.4.1	Sistemas de Simulação	32
2.4.2	Ferramentas estatística para modelos de simulação	33
3	METODOLOGIA.....	38
3.1	CONTEXTO DO ESTUDO	38
3.2	DETERMINAÇÃO DA EVASÃO ESCOLAR.....	40
3.3	MODELAGEM MATEMÁTICA	43
3.4	SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL.....	45
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	47
4.1	ANÁLISE DA EVASÃO	47
4.2	ANÁLISE DE NORMALIDADE.....	49
4.3	ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE CENÁRIOS	50

5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	55
	REFERÊNCIAS	57
	APENDICE 1 – AMOSTRA DE CURSOS ANALISADOS E ESTATÍSTICAS DE EVASÃO SEMESTRAL CÁLCULADAS	65
	APENDICE 2 – RESULTADOS DE CADA REPLICAÇÃO PARA OS CENÁRIOS....	66
	APENDICE 3 – DEDUÇÃO DA RESTRIÇÃO (MODELO PLIM)	68

1 INTRODUÇÃO

O gerenciamento orçamentário é uma tarefa inerente em qualquer organização para controle de suas finanças, não sendo diferente para as Instituições de Ensino Superior (IES). Dentre os fatores que influenciam diretamente a receita total a ser obtida por uma universidade em um semestre, destacam-se o número de alunos matriculados por curso e a mensalidade de cada curso. Determinar o número efetivo de alunos depende de considerar os processos relacionadas à admissão e retenção de alunos, sendo uma das principais tarefas administrativas de qualquer IES.

Segundo Auluck, Nambi e West (2019), a gestão orçamentária é uma tarefa complexa, pois implica em avaliar diversas variáveis como a composição do corpo docente, infraestrutura física das instituições, bem como gestão o número de alunos e finanças em geral. Como a principal fonte de renda de uma universidade privada advém das mensalidades pagas pelos estudantes, precisão na estimativa do número de alunos é fundamental (TRUSHEIM e RYLEE, 2011).

A escolha de uma instituição específica por um aluno é resultado da interação entre diversas variáveis como, por exemplo, a condição socioeconômica do estudante, auxílio financeiro oferecido pela IES e o prestígio da instituição (BELLONI et al., 2012; CARTER e CURRY, 2011). Dentre as inúmeras estratégias e abordagens possíveis para a captação de alunos, prover de alguma maneira auxílio financeiro, seja por financiamento ou bolsas estudantis, aumenta a probabilidade de um aluno se matricular e/ou permanecer na IES (YE, ZHAN, *et al.*, 2016) (HOSSLER, 2000).

Embora disponibilizar ajuda financeira continue sendo um mecanismo poderoso para as IES atingirem suas metas de admissão estudantil e faturamento, a previsão equivocada e a administração ineficiente dos recursos disponíveis podem comprometer todo o planejamento orçamentário. Ao mesmo tempo que prover algum tipo de auxílio financeiro aumenta a captação de alunos, isto implica na perda de receita, por exemplo, pelas concessões de bolsas. Assim, um modelo matemático de otimização para gestão orçamentária que contemple a alocação de bolsas pode contribuir para a maximização da receita com matrículas e mensalidades.

Para uma gestão orçamentária mais eficaz, o número efetivo de alunos matriculados deve ser calculado com a maior acurácia possível. A determinação precisa do número de

estudantes requer dados sobre admissões, conclusões e evasão estudantil – sendo esse último uma variável com alta flutuação, tornando difícil sua mensuração.

Apesar de geralmente as instituições terem esses dados históricos armazenados em seus ERPs (*Enterprise Resource Planning*¹), as IES muitas vezes não são ágeis o suficiente em aproveitá-los para a tomada de decisão otimizada (BIENKOWSKI, FENG e MEANS, 2012) (SHACKLOCK, 2016) (WEST, 2012).

Estratégias de alocação de bolsas conjuntamente com gestão orçamentária são áreas de pesquisa seja ainda pouco explorada devido a competição entre universidades assim como a natureza dos dados². Esses fatores limitam a divulgação de estratégias ou pesquisas sobre como as IES podem utilizar estes dados de forma mais eficaz na gestão orçamentária. Desta forma, a utilização de métodos matemáticos, como os da pesquisa operacional, pode ajudar na missão crítica da gestão orçamentária e na atribuição de ajuda financeira a estudantes sem expor os dados dos discentes.

Enquanto estes objetivos permeiam basicamente todas as IES, existem particularidades regionais que tornam complexa a tomada de decisões sobre alocação de recursos. No caso das IES brasileiras, o papel social foi estimulado por meio da lei do ProUNI (Programa Universidade para Todos), visando diminuir a desigualdade social e promover o acesso ao ensino superior no Brasil (BRASIL, 2005). Em vista da promulgação da lei, as instituições de ensino que aderirem ao programa têm benefícios fiscais e, como contrapartida, necessitam oferecer gratuitamente uma parte das vagas em suas instituições para alunos em situações de fragilidade socioeconômica.

Enquanto uma IES necessita de recursos financeiros para sustentar suas atividades, precisa ao mesmo tempo atender exigências legais e promover o acesso ao ensino superior. Devido ao papel social da educação, muitas instituições atuam também como entidades beneficentes, as quais não visam somente o lucro, tornando as medidas convencionais de desempenho (como índices financeiros) parcialmente inadequadas. Mesmo nesses casos, de IES beneficentes, a otimização da gestão orçamentária possibilitaria que recursos sejam

¹ *Enterprise Resource Planning* é um termo utilizado neste trabalho para representar qualquer *software* cuja finalidade é gerenciar e armazenar os dados relacionados a transações financeiras e contábeis de uma organização

² Segundo a lei Nº 13.853, conhecida por “Lei Geral de Proteção de Dados Pessoais (LGPD)”, em seu art. 5º, inciso I, conceitua dados pessoais como: “informação relacionada a pessoa natural identificada ou identificável”; E dados sensíveis (inciso II, do art. 5º) como sendo todo aquele com conteúdo “sobre origem racial ou étnica, convicção religiosa, opinião política, filiação a sindicato ou a organização de caráter religioso, filosófico ou político, dado referente à saúde ou à vida sexual, dado genético ou biométrico, quando vinculado a uma pessoa natural.” (BRASIL, 2019)

alocados para outras atividades ou finalidades, cujos objetivos não sejam necessariamente econômicos.

Dado esta necessidade, são necessários mais estudos focados na eficiência e performance das instituições. Assim, analisar conjuntamente à gestão orçamentária e a designação de bolsas por meio de técnicas de pesquisa operacional pode trazer grandes vantagens a IES. Estudos análogos realizados no exterior analisaram maximização de receita por meio da alocação ótima de bolsas e gerenciamento de matrículas (AULCK, NAMBI e WEST, 2019) (WANG, 2017) (RACHMAWATI, 2017). Esta dissertação difere dos anteriormente citados pois este considera a projeção de evasão e as restrições impostas pela legislação brasileira (ProUNI). Estas informações serão detalhadas durante a fundamentação teórica do modelo de otimização proposto.

Esta dissertação teve como objetivo propor um modelo matemático para maximizar a receita de uma IES advinda das mensalidades e simultaneamente otimizar a alocação de bolsas de estudo do PROUNI. Neste trabalho considerou-se a flutuação do número de alunos decorrente da evasão escolar, a qual impacta o total de alunos matriculados, número de bolsas a serem designadas e, conseqüentemente, a receita total a ser obtida pela universidade. Ressalta-se aqui a importância de se considerar as taxas de evasão escolar na gestão de matrículas e alocação de bolsas, uma vez que afetam diretamente o número de alunos e, conseqüentemente, a receita da IES.

1.1 OBJETIVO DO TRABALHO

Nesta seção são definidos o objetivos geral e os objetivos específicos do trabalho.

1.1.1 Objetivo geral

O presente trabalho tem como objetivo geral propor uma metodologia de solução para o problema de alocação de bolsas e gestão orçamentária, por meio de um modelo matemático de otimização, maximizando a receita advinda das mensalidades de uma IES simultaneamente à alocação de bolsas de estudo do PROUNI.

1.1.2 Objetivos específicos

Para atender ao objetivo geral, se fazem necessários os seguintes objetivos específicos:

- Definir um modelo matemático que represente a gestão orçamentária da IES, compreendendo quais variáveis são pertinentes de serem consideradas;
- Traduzir as exigências legais do PROUNI em restrições para alocação de bolsas em IES privadas;
- Inferir a taxa de evasão escolar semestral com base nos dados históricos da IES;
- Aplicar as taxas de evasão simultaneamente às regras do PROUNI, criando um modelo matemático que indique a alocação ótima de bolsas, visando a maximização de sua receita;
- Estimar a receita considerando o número de alunos (considerando a taxa de evasão) por meio de simulações computacionais para diferentes cenários de evasão escolar.

1.2 JUSTIFICATIVA

A abundância de dados disponíveis atualmente e a competição acirrada entre IES desencadeou uma busca pela tomada de decisões baseada em dados para alcançarem seus objetivos de negócios. Porém, traduzir estes dados em *insights* e ações requer o uso de métodos analíticos e conhecimento específicos. Dentre os métodos matemáticos existentes para a otimização de processos, destaca-se a Pesquisa Operacional (PO), a qual é um ramo interdisciplinar da matemática aplicada que faz uso de modelos matemáticos, estatísticos e de algoritmos na ajuda à tomada de decisão. A PO é usada sobretudo para analisar sistemas complexos, tipicamente com o objetivo de melhorar ou otimizar a performance. A aplicação da PO é extremamente versátil, sendo aplicada em diversas áreas, e o setor educacional não é exceção, utilizando-a amplamente para soluções de problemas complexos.

Segundo Johnnes (2015), existem inúmeros estudos em IES onde a PO foi utilizada para solucionar problemas como:

- i) Planejamento estratégico para a educação a nível nacional ou de uma instituição;

- ii) Alocação adequada de recursos na gestão orçamentária de uma IES;
- iii) Monitoramento dos recursos empregados vs performance de pesquisas;
- iii) Em problemas de otimização combinatória, como a designação de funcionários a tarefas ou otimização da grade horária escolar.

Dentre as inúmeras aplicações de modelos matemáticos para solucionar problemas de gestão escolar, o tema de otimização da alocação de bolsas é incipiente no Brasil. A maioria dos estudos de pesquisa operacional em IES se concentra nos problemas de designação para otimização da grade horária e melhor uso das salas de aulas (ANDRADE, STEINER e GOES, 2019) (RODRIGUES, 2018) (CHIMELLI, RIBAS e SANTOS, 2018) (LARA, 2007).

Enquanto existe uma vasta literatura quanto a modelos de previsão de evasão, existem poucos que contemplam também a alocação de bolsas estudantis (WANG, 2017; AULUCK, NAMBI e WEST, 2019). Estes estudos são relevantes pois as instituições de ensino buscam conciliar objetivos de inclusão social, rentabilidade e meritocracia para ofertar cursos, escolher seus alunos e oferecer incentivos econômicos como bolsas ou assistência financeira.

Dado que existe pouca literatura a respeito no caso da abordagem conjunta, este trabalho é capaz de contribuir para o aprofundamento do tema uma vez que difere dos demais trabalhos devido às restrições de negócio e exigências legais impostas pela legislação do PROUNI. Estas restrições e regras serão detalhadas durante a fundamentação teórica e do modelo de otimização proposto para representá-las. A designação de bolsas a potenciais candidatos pode então ser realizada de forma mais eficiente segundo métodos matemáticos, observando ambos os critérios socioeconômicos e de rentabilidade.

1.3 LIMITAÇÕES DO TRABALHO

O escopo desta dissertação se limita a concessão de bolsas segundo os critérios legais estabelecidos pela lei do PROUNI, não contemplando o desempenho acadêmico.

O papel socioeconômico também não é abordado explicitamente no modelo proposto, uma vez que os alunos elegíveis a serem contemplados com bolsas PROUNI tem estes critérios avaliados previamente segundo documentação específica a ser submetida para a IES e o governo federal.

A evasão escolar é um tema complexo, sendo necessário um estudo específico e aprofundado somente sobre o tema. Assim, este trabalho se limita a utilizar dados históricos de evasão já previamente disponíveis.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta dissertação apresenta uma proposta de modelo a ser usado em uma IES privada e consiste em 3 etapas. Primeiramente, são analisados dados históricos de evasão escolar, os quais são utilizados no modelo de otimização. Em seguida, em virtude dos poucos dados disponíveis, é utilizado a distribuição triangular para determinar o número efetivo de estudantes em cada curso e período para o próximo semestre letivo. Por fim, estes dados são utilizados como *input* em um modelo de programação linear inteira mista, onde são geradas diversas simulações para construir um intervalo de confiança dos resultados.

Como resultado, o modelo fornece a quantidade ótima de bolsas a serem alocadas em cada curso e período, otimizando o desembolso com bolsas estudantis conforme as restrições legais do ProUNI e maximizando a receita da universidade. Este trabalho deve ser analisado como um estudo de caso para outras instituições que buscam alavancar dados institucionais de forma semelhante, melhorando a previsão de receitas e alocação de auxílio financeiro.

A formulação do modelo está customizada para as regras atuais do PROUNI e simulando os dados de uma IES privada, porém, a metodologia utilizada pode ser facilmente adaptada para contemplar quaisquer outras regras, caso necessário. O modelo atualmente utilizado pela gestão escolar da IES em questão é ineficiente para a simulação de cenários, sendo um processo moroso e sem garantia de otimização matemática. O método proposto nesta dissertação, por outro lado, é um grande ganho pois cenários podem ser construídos em segundos, fornecendo agilidade e confiabilidade de resultados.

O trabalho está dividido da seguinte forma: O Capítulo 2 expõe a fundamentação teórica; o Capítulo 3 discorre sobre a metodologia científica de desenvolvimento; o Capítulo 4 apresenta os resultados e discussões; e por fim o Capítulo 5 apresenta as considerações finais.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção é realizada a fundamentação teórica dos conceitos pertinentes ao desenvolvimento desta dissertação. Primeiramente, será contextualizado a lei do PROUNI (BRASIL, 2005) e o cenário em que a instituição de ensino superior está inserida. Em seguida, serão avaliados modelos preditivos para estimar a evasão escolar.

Posteriormente, é feita uma revisão dos problemas de alocação de recurso em IES e métodos de resolução para problemas de otimização matemática. Por fim, é descrito como a simulação computacional pode ser utilizada conjuntamente com métodos de otimização para a resolução de problemas de alocação de recursos em IES e construção de cenários para a estimativa de intervalos de confiança dos resultados obtidos.

2.1 O PROUNI

A história de Políticas Públicas de acesso à Educação no Brasil tem uma história longa e marcada por diversos agentes, interesses e contextos histórico-culturais. Um ponto importante e bastante presente no debate é sobre o caráter democrático da educação: como é um direito, todos devem ter acesso. A educação no Brasil, de uma maneira geral, se divide em Educação Básica (ensino fundamental e médio) e ensino superior (graduação, pós-graduação, especializações). Houve movimentos de democratização do ensino direcionados ao ensino básico e ao superior. Entre essas duas etapas educacionais ocorre um processo de afunilamento, decrescendo o número de pessoas com o aumento do grau de escolaridade. Nesse sentido, é importante que existam políticas públicas de democratização do acesso ao ensino superior.

O PROUNI – Programa Universidade para Todos – fez parte da Reforma Universitária que ocorreu durante o governo Lula (1º mandato, de 2003 a 2006). O contexto da Reforma Universitária também contava com instituição das cotas e ampliação das universidades federais. Embora o PROUNI seja uma política pública de acesso à universidade, o que por si já é de grande importância, o programa não prevê medidas que visem a permanência do aluno na IES.

A grande promessa do referido programa foi a democratização do acesso ao ensino superior. O projeto de Lei foi encaminhado ao parlamento em 2004 e, após diversas modificações, é aprovada em 2005 a Lei nº 11.096 (BRASIL, 2005), instituindo o PROUNI. As tramitações que ocorreram desde a proposta de lei em 2004 até sua efetivação em 2005

foram marcadas por tensões políticas na Câmara dos Deputados, que fizeram com que o governo negociasse os termos do programa diretamente com IES privadas (CATANI, HEY e GILIOLI, 2006). A porcentagem de alunos bolsistas em relação aos pagantes e à receita média da IES foram os principais pontos de negociação entre governo e IES privadas. Alguns autores apontam que o governo sofreu derrotas, pois diversos pontos que favoreciam as IES foram levados em conta em detrimento do número de bolsas oferecidos para alunos em fragilidade socioeconômica (CATANI, HEY e GILIOLI, 2006).

Ao estimular que IES privadas recebam alunos de contextos socioculturais pouco favorecidos, o referido programa promove uma ampliação da rede de ensino superior sem, contudo, aumentar os gastos do Estado para tal. Segundo Catani, Hey e Gilioli (2006):

“O princípio do Prouni segue essa orientação: promove o acesso à educação superior com baixo custo para o governo, isto é, uma engenharia administrativa que equilibra impacto popular, atendimento às demandas do setor privado e regulagem das contas do Estado, cumprindo a meta do Plano Nacional de Educação (PNE – Lei nº 10.172/2001) de aumentar a proporção de jovens de 18 a 24 anos matriculados em curso superior para 30% até 2010. Pretende, ainda, atender ao aumento da demanda por acesso à educação superior, valendo-se da alta ociosidade do ensino superior privado (35% das vagas em 2002, 42% em 2003 e 49,5% em 2004).” (p.127)

A ideia original do PROUNI, visa então, ao mesmo tempo, equilibrar demandas socioculturais e econômicas com demandas de mercado, fortalecendo a economia e o país como um todo. Para que esses recursos sejam melhor aproveitados pela IES, estudos como esta dissertação podem ser de grande utilidade. Catani, Hey e Gilioli (2006) também chamam atenção para a importância de estudar as taxas de evasão de alunos bolsistas (visando aumentar a permanência), bem como uma otimização da oferta de bolsas por curso.

A operacionalização do auxílio estudantil acontece por meio da concessão de bolsas de estudos cujos percentuais podem ser de 25%, 50% e 100%, em cursos de graduação e sequenciais de formação específica em IES privadas, beneficentes ou não. As Instituições que aderirem ao Programa, em contrapartida, obtêm isenção de Imposto de Renda Pessoa Jurídica (IRPJ), de Contribuição Social sobre Lucro Líquido (CSLL), Contribuição para o Financiamento da Seguridade Social (Cofins) e Programa de Integração Social (PIS).

A obtenção destas isenções está condicionada ao número de bolsas que a IES oferece a seus alunos segundo a legislação atual vigente. Dentre os requisitos instituídos pelo ProUNI, as instituições de ensino devem seguir as seguintes regras:

- 1) No mínimo, 1 (uma) bolsa de estudo integral para cada 9 (nove) alunos pagantes (Incluído pela Lei nº 12.868, de 2013);
- 2) Bolsas de estudo parciais de 50% (cinquenta por cento), quando necessário para o alcance do percentual de 1 bolsa de estudos para cada 5 alunos pagantes.;
- 3) Define-se como aluno pagante aqueles que não são bolsistas integrais e nem inadimplentes, ou seja, não possuem débitos em atraso superior a 90 dias.

A lei também estabelece critérios quanto à elegibilidade de um candidato à uma bolsa no PROUNI. Para concessão da bolsa, o candidato deve obter nota mínima de 450 pontos no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), prova oficial do governo brasileiro para avaliação acadêmica do desempenho de estudantes. Além disso, os candidatos também devem atender a critérios socioeconômicos, dado o objetivo da política pública de assistência estudantil, satisfazendo uma das seguintes condições:

- a) Ter cursado o Ensino Médio completo em escola pública ou cursado o Ensino Médio completo em escola privada com bolsa integral, ou ainda ter cursado todo o Ensino Médio parcialmente em escola da rede pública e parcialmente em instituição privada, na condição de bolsista integral da respectiva instituição;
- b) Ser candidato com deficiência;
- c) Ser professor da rede pública de educação básica, em efetivo exercício.

As bolsas oferecidas são integrais para os beneficiários que comprovarem possuir renda familiar per capita de até um salário-mínimo e meio, ou parciais para os que possuam renda familiar per capita de até três salários-mínimos.

É importante ressaltar que, embora o ProUNI possa garantir o acesso do candidato ao ensino superior, a lei não prevê medidas para a sua permanência (CATANI, HEY E GILIOLI, 2006). Nesse sentido, a taxa de evasão escolar dos alunos bolsistas é importante também para compreender a efetividade do programa governamental em promover a democratização do Ensino Superior, não apenas seu acesso.

2.2 MODELOS PREDITIVOS PARA EVASÃO ESCOLAR

O fenômeno da evasão escolar é tema de estudo de diversos autores, seja para entender seus motivos e implicações, seja para prever, mensurar e mitigar seus impactos. Assim, é de

grande interesse o emprego de modelos matemáticos e estatísticos para identificar os alunos com maior probabilidade de efetivarem matrículas e concluírem o curso.

Desta forma, o uso de modelos preditivos para prever a evasão escolar pode auxiliar no uso racional de recursos tanto da oferta de vagas como de bolsas em IES. Nas seções seguintes conceituamos evasão escolar e apresentamos abordagens distintas que podem ser utilizadas para a previsão desta variável.

2.2.1 O que é evasão escolar

Para conceituar evasão, é necessário entender alguns conceitos referentes à população total de discentes que estão atualmente matriculados na IES. A cada período letivo uma quantidade de alunos ingressa na instituição, assim como um certo número, de alguma maneira, acaba por sair, seja temporariamente ou não, ou finalizar seus estudos. Assim, segundo Marins (2021) e Ambiel e Barros (2018), evasão é a saída do estudante antes de concluir o curso, ou seja, deixa de estar matriculado e sua saída não é devido a diplomação.

Marins (2021) aponta que, embora seja conhecida a relevância do tema “evasão no ensino superior”, o tema ainda é pouco explorado. A questão pode ser abordada de diferentes perspectivas, como tentar entender suas causas, como evitar esse processo, como contabilizá-lo, seu contexto cultural, dentre outros.

Neste estudo, utilizamos o conceito de evasão para representar todos os alunos que em um semestre estavam matriculados, mas no semestre seguinte deixaram de estudar, independentemente do motivo. A perspectiva desta dissertação é operacional, buscando compreender como prever a evasão escolar para melhor gestão administrativa da IES.

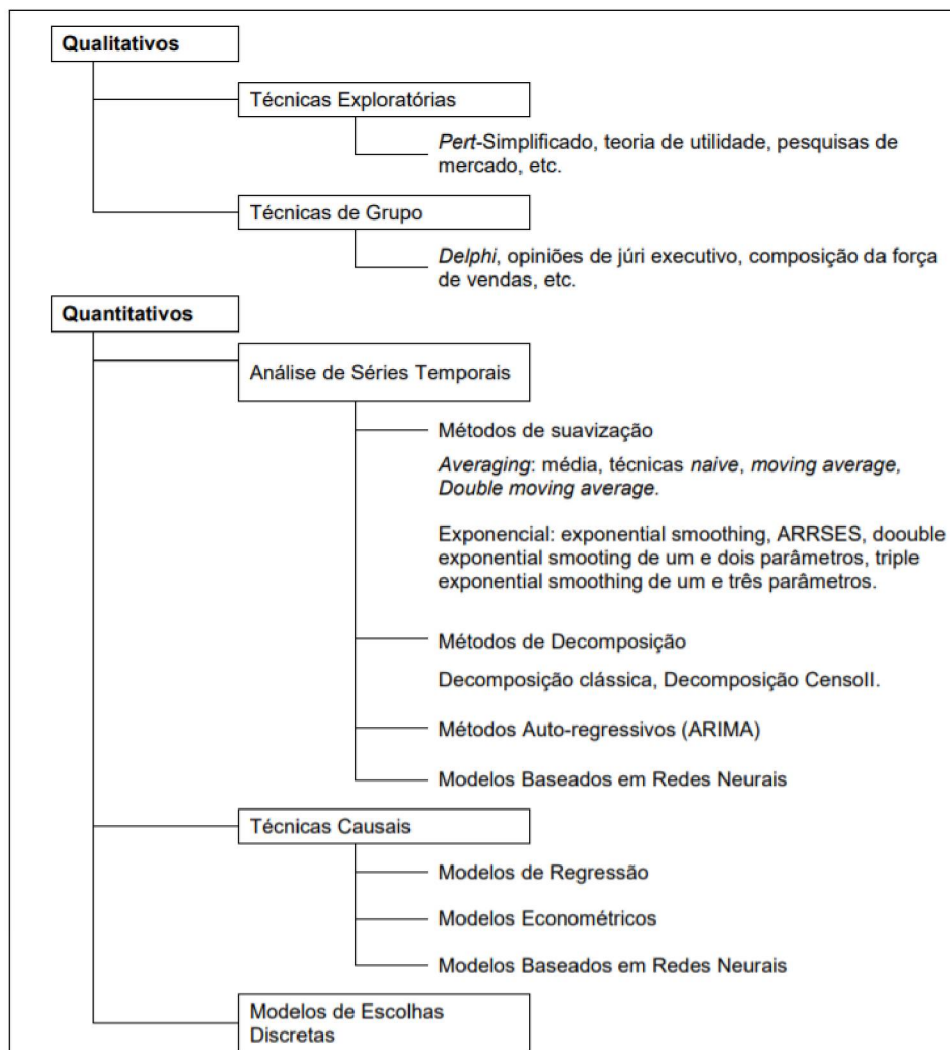
Representar exatamente a evasão escolar em um modelo é um desafio ainda não totalmente compreendido na literatura, sendo que suas causas estão atreladas a inúmeras características como condições socioeconômicas dos estudantes, desempenho escolar, dentre outras (MORAES e MELO, 2018).

Embora seja inegável a importância de compreender os fatores associados à evasão, neste estudo não nos aprofundaremos nas causas da evasão, mas sim em técnicas e modelos que permitam inferir e estimar este comportamento complexo da melhor maneira possível.

2.2.2 Previsão de evasão escolar

Para que um modelo represente com qualidade o comportamento real dos dados, no caso a evasão escolar, é necessário testar diferentes técnicas e avaliar qual delas apresenta a melhor performance, segundo algum indicador de desempenho. Existem duas grandes categorias de métodos de previsão: os métodos qualitativos e os métodos quantitativos (FIGURA 1). Os métodos qualitativos se baseiam na subjetividade, sendo dados julgados por especialistas com capacidade técnica para opinar sobre o problema em questão. Já os métodos quantitativos utilizam técnicas matemáticas e estatísticas para realizar estimativas da previsão futura.

FIGURA 1. CATEGORIAS DE MÉTODOS DE PREVISÃO



FONTE: SCARPIN (2012)

Existem três principais categorias de métodos quantitativos: os métodos temporais, causais e o por escolhas discretas (ou simulação).

Há uma diferença fundamental entre os métodos temporais e causais. Segundo Meduna (2019), os temporais utilizam apenas o histórico dos dados no modelo, de forma que os valores futuros são estimados por meio de uma projeção dos eventos ocorridos no passado, sem considerar a influência de outras variáveis. Por outro lado, os métodos causais produzem um resultado que é justamente obtido por meio da influência de outras variáveis que “explicam” o comportamento de uma variável em função de outras predictoras.

Os métodos estatísticos tradicionais que utilizam séries temporais, normalmente baseados em ocorrências passadas para projetar o futuro, podem não ser os mais adequados para determinar a relação entre variáveis dependentes e independentes. Desta forma, é essencial identificar qual a característica predominante no contexto da ocorrência da demanda para a escolha das técnicas de previsão mais adequadas a serem utilizadas.

Nas situações em que não é possível estatisticamente explicar de maneira razoável a variação na demanda por meio de variáveis aleatórias, a forma mais adequada pode ser considerar a realização histórica. Por outro lado, se existem agentes externos que precisem ser considerados e é possível quantificar a influência destes no modelo, técnicas explanatórias podem fornecer estimativas mais precisas.

Aplicando os conceitos descritos acima para a predição da evasão escolar, podemos agrupar os métodos de previsão em pelo menos 3 abordagens possíveis para predição da evasão escolar:

- 1) Estimar a possibilidade de evasão de cada aluno, analisando o comportamento individualmente com base em realizações históricas atreladas a informações destes, como características socioeconômicas e desempenho acadêmico;
- 2) Estimar e/ou projetar taxas médias de evasão por meio de séries históricas;
- 3) Inferência estatística sobre a evasão, de modo a determinar os seus parâmetros e tentar prever o comportamento através de uma distribuição de probabilidade.

Na primeira abordagem, a previsão do comportamento individual de estudantes quanto a evasão, independente das variáveis consideradas, os resultados são normalmente “evade” ou

“permanece”. Nestes casos, normalmente é utilizada a regressão logística, pois é uma técnica adequada para resolver problemas de classificação binários, do tipo “sim” ou “não”.

Na segunda abordagem, a realização histórica pode fornecer informações suficientes para prever o comportamento da evasão, considerando questões como sazonalidade, diferenças entre anos e retratar o comportamento esperado, mesmo sem informações pessoais dos alunos e sem considerar a nível de indivíduo. Um dos aspectos limitantes na utilização desta abordagem, é a existência de dados históricos em quantidade suficiente. Os dados devem compreender um período longo o suficiente para contemplar todas as prováveis flutuações, de modo a fornecer estimativas precisas.

Na abordagem número três, é possível coletar amostras da população, ou existem amostras suficientes para representação o comportamento da variável esperada dentro de um intervalo. Nestes casos, o ideal é utilizar a inferência estatística para tentar ajustar o comportamento a alguma distribuição de probabilidade. Assim, seria possível descrever o comportamento a ser esperado com base em uma amostra da população e determinar um intervalo de confiança para as estimativas.

Ressaltamos que todas as abordagens apresentadas são válidas, sendo necessário avaliar dentro do contexto da análise, qual seria a melhor alternativa para representar com maior fidedignidade a variável de interesse, neste caso, a evasão estudantil.

2.3 MÉTODOS MATEMÁTICOS PARA A RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DE ALOCAÇÃO DE RECURSOS EM IES

Dentre os problemas normalmente encontrados em IES, o uso da pesquisa operacional é geralmente utilizado na resolução de problemas em quatro grandes áreas de atuação: (i) Alocação de recursos; (ii) avaliação de desempenho; (iii) planejamento estratégico e (iv) problemas de sequenciamento/designação (HO, HIGSON e DEY 2007).

A alocação de recursos e gestão orçamentária de IES são tarefas complexas, as quais podem ser realizadas mais eficientemente por meio da utilização de métodos matemáticos para a tomada de decisão. O processo de tomada de decisão de alocação de recursos requer a busca pelo equilíbrio entre múltiplos objetivos, como por exemplo, a maximização da receita da IES e a alocação de bolsas estudantis, os quais são muitas vezes conflitantes entre si (MCCLATCHEY, 1998).

Restrições orçamentárias como recursos para financiamento estudantil ou investimento em pesquisa implicam em algum método de priorização para a escolha das metas e iniciativas que estejam alinhadas com o propósito da organização, sejam eles exclusivamente econômicos ou não.

Breneman (1994) parte da premissa de que os administradores de IES buscam maximizar o valor em todos os aspectos da instituição e postula que essa “otimização de valor” ocorre em dois estágios. No primeiro estágio, os administradores definem o número de alunos que irão cursar o semestre letivo na IES, impactando a extensão do programa acadêmico, o número apropriado de professores e funcionários e as instalações necessárias para atender ao corpo discente. No segundo estágio, os administradores tentam maximizar o uso dos recursos de mão de obra e as instalações da faculdade. Breneman observa que esses esforços são feitos no contexto do tamanho total do corpo discente esperado e do orçamento operacional da faculdade.

O tema alocação de recursos é amplo, podendo contemplar inúmeros processos, sendo eles mais abrangentes ou em uma atividade específica. Finlay e Gregory (1994), propõem um sistema para a alocação de tempo entre as quatro principais atividades do corpo docente da universidade, nomeadamente: supervisão, ensino, administração e pesquisa. O objetivo do sistema é mover de uma abordagem de "partes iguais entre as tarefas" para uma que combina informações sobre pontos fortes e fracos dos indivíduos com os requisitos do departamento, a fim de produzir uma carga de trabalho total igual (embora não necessariamente tempo de tarefa igual) entre os indivíduos.

Outro tema relevante para a alocação de recursos, é avaliar as verbas destinadas a pesquisa e desenvolvimento, sendo necessário medir a relação custo/benefício do emprego deste capital e os resultados obtidos das pesquisas/projetos. Este ponto é reconhecido por Nicholls *et al.* (2004), que examina a alocação destas verbas e a eficiência das pesquisas conduzidas com estes recursos a nível de instituição.

Dada a crescente importância de desempenho da pesquisa na alocação de recursos para instituições de ensino superior, a relação entre a alocação do orçamento e o desempenho é um contexto em que a pesquisa operacional pode contribuir com seus recursos e métodos de otimização.

Em relação a gestão orçamentária, uma solução efetiva para a tomada de decisão de alocação de recursos em uma IES necessita, pelo menos, considerar a evasão e o número efetivo

de estudantes em cada semestre letivo. Por um lado, a predição da taxa de evasão sem uma designação otimizada da alocação dos recursos de auxílio financeiro traria benefícios limitados. Por outro lado, o problema de otimização resolvido isoladamente não necessariamente será capaz de representar adequadamente a realidade se estas variáveis e probabilidades não estiverem de alguma maneira incorporadas. Como as variáveis pertinentes à gestão orçamentária e o escopo dos problemas de gestão IES pode variar amplamente, é necessário definir claramente os objetivos a serem perseguidos.

Dado a grande quantidade de problemas, aplicações e métodos disponíveis, três abordagens usuais na literatura para a resolução destes problemas são aqui apresentadas em mais detalhes: programação por metas; métodos de análise multicritério (MAMC); e de programação linear inteira e mista, com ou sem o auxílio de heurísticas.

2.3.1 Programação por Metas

Independentemente do problema a ser resolvido, uma abordagem comum para solucionar estes problemas é formular um modelo matemático segundo a otimização multiobjetivo. Como existem inúmeros objetivos a serem perseguidos, muitas vezes conflitantes, a programação por metas é uma abordagem usual para a resolução de tais problemas.

A programação por metas é um método capaz de lidar com decisões que envolvem múltiplos objetivos segundo níveis de prioridades e/ou importância (MCCLATCHEY, 1998). Diferentemente da programação linear, a programação por metas busca na solução ótima minimizar os desvios em relação aos objetivos estipulados. Exemplos de estudos que utilizaram a técnica de programação por metas para gestão orçamentária são (MAXWELL, 2010; MAKUI *et al.*, 2008; HO, HIGSON e KEY, 2007; GREENWOOD e MOORE, 1987; MCCLATCHEY, 1998), os quais buscam otimizar os valores a serem cobrados por mensalidade em universidades.

A alocação de recursos é ampla e pode envolver as mais diversas situações. Caballero *et al.* (2001) utiliza a programação por metas assoada a decisão multicritério para selecionar quais projetos devem receber financiamento dentro de um orçamento restritivo e limitado.

O escopo do problema pode ser uma IES ou sistema educacional como um todo, onde potenciais conflitos entre objetivos concorrentes devem ser reconciliados. Esta abordagem

pode ser aplicada em uma perspectiva nacional para identificar, por exemplo, o número ideal de alunos em diferentes escolas e, portanto, para resolver a questão de como o governo deve alocar recursos para escolar segundo sua localização geográfica.

Cobacho *et al.* (2010) propõe um modelo utilizando programação por metas para auxiliar na tomada de decisão com múltiplos objetos para os investimentos a serem feitos no sistema educacional do México.

Em contraste, a mesma abordagem pode ser usada a nível individual para identificar a decisão educacional ideal ao longo da vida de uma pessoa (PANTELOUS e KALOGEROPOULOS, 2009).

Nasrabadi *et al.*, (2016) propõe uma otimização robusta para o problema de alocação de recursos em pesquisas baseado em performance. No estudo o problema foi modelado como um problema de otimização, mas na prática os parâmetros do problema estão sujeitos à incerteza e não são bem conhecidos com antecedência. A otimização robusta é utilizada então para lidar com a incerteza na alocação do orçamento e apresentar resultados numéricos. Desta forma, é possível identificar o melhor cenário para o orçamento e quantificar o desvio para cada objetivo contemplado.

Outras situações que podem se beneficiar da pesquisa operacional são os problemas de designação, em que "elementos" de uma população devem ser atribuídos a grupos, salas, instituições ou intervalos de tempo. Embora alguns desses problemas possam ser resolvidos usando técnicas diferentes, a programação de metas é uma abordagem eficiente para tais problemas.

Além de criar grupos de alunos, a abordagem de programação de metas também foi usada com sucesso para ajudar a construir comitês universitários para lidar com promoções onde várias regras devem ser aplicadas na construção (CEYLAN, SAATÇIOĞLU e SEPIL, 1994), e para designar professores universitários para seu ensino levando em consideração as preferências de módulos e tempos (OZDEMIR e GASIMOV, 2004) (AL-YAKOOB e SHERALI, 2006).

Esta revisão não é exaustiva, tendo como objetivo apenas conceituar um método usual para resolução destes problemas e possíveis aplicações. Na próxima seção discutimos os métodos de análise multicritério, possíveis aplicações e técnicas mais usuais.

2.3.2 Métodos de Análise Multi-Critério (MAMC)

Muitos métodos e softwares definem o campo de MAMC. Eles são baseados em princípios diferentes e aplicam procedimentos diferentes para pontuação, ponderação e agregação. Eles têm diferentes fundamentos teóricos, como funções de valor, algoritmos de otimização, métodos baseados em aspiração, superação ou combinações destes (LINKOV, VARGHESE, *et al.*, 2004). Algumas aplicações de MAMC não se concentram simplesmente em fazer uma escolha entre alternativas, mas mais amplamente na exploração de alternativas, facilitando a comunicação, melhorando a aprendizagem e apoiando a descoberta de soluções conjuntas (BELTON e STEWART, 2002).

A aplicação de tais métodos em IES visa resolver problemas como a avaliar os resultados obtidos em pesquisa e classificar cursos e universidades baseado em performance. As IES geram vários resultados em termos de educação em várias áreas disciplinares, diversos níveis e diferentes tipos (por exemplo, profissional e acadêmico). Medir o desempenho de uma organização examinando separadamente a produção de cada produto dá origem a problemas, um dos quais é a interpretação de informações sobre vários indicadores. A análise de decisão de múltiplos critérios é um campo da PO que oferece ferramentas para aplicação neste contexto (JOHNES, 2015).

Exemplos da utilização de tais métodos podem ser visto em Jaramillo *et al.* (2017), em que a Análise Multi-Atributo Genérica (AMAG) foi usada para classificar o desempenho do corpo docente em relação à gestão administrativa, pesquisa, ensino e envolvimento da comunidade. A tomada de decisão em cenários de escolhas subjetivas ou incerteza é frequentemente tratada com tais métodos. Um exemplo é Murat *et al.* (2015), onde técnicas de tomada de decisão multicritério são usadas para classificar as escolas medindo sua qualidade de desempenho. O estudo mediu o desempenho de cinco escolas secundárias e duas escolas secundárias no que diz respeito a desempenho, não comparecimento, atividades sociais e critérios de projetos usando o método PROMETHEE.

Outro problema normalmente enfrentado pelos responsáveis a frente das decisões é garantir que as áreas ou profissionais de pesquisa recebam investimento adequado. O gerenciamento de recursos está interessado nesta questão para garantir que bons projetos continuem em execução e o dinheiro investido traga o maior retorno possível. Nesse sentido, o

MAMC pode ser usado para capturar a opinião dos tomadores de decisão em relação a critérios relevantes e decidir entre questões conflitantes.

Uma técnica de MAMC amplamente utilizada em problemas de classificação ou avaliação é a Análise de Envoltória de Dados (DEA em inglês). Johnes (2013) utiliza o DEA para avaliar o melhor uso dos recursos da universidade com base nos resultados de suas pesquisas. Ishizaka *et al.* (2018) utilizou o DEA para avaliar a qualidade do ensino com base na performance de alunos de graduação. A educação tem sido uma área popular de aplicação da DEA; de fato, os desenvolvedores do método demonstraram sua aplicação neste contexto (CHARNES, COOPER e RHODES, 1981); e é uma das cinco principais áreas de aplicação da DEA (LIU, LU, *et al.*, 2013).

Embora essas abordagens possam fornecer informações relevantes, em certas situações pode ser interessante ou necessário que as decisões se baseiem na e experiência de pessoas. Assim, as partes interessadas na tomada de decisão devem atribuir os valores de prioridade a todos os critérios e atributos ao enfrentar as escolhas.

Nestes estudos os autores se preocuparam em classificar as universidades quanto ao seu desempenho segundo critérios, seja a própria performance ou para comparação com outras instituições. Como cada estudo possui um contexto distinto, é natural que cada decisão seja única devido a critérios distintos e a importância de cada critério para a sua administração. Assim, por meio destes métodos, os responsáveis pelas decisões são capazes de capturar aspectos quantitativos e subjetivos baseados na experiência ou importância e equacionar em um modelo.

Alguns dos problemas discutidos nesta seção podem ser formulados de outra maneira ou resolvidos com diferentes algoritmos. Contudo, as técnicas de MAMC são amplamente utilizadas devido à sua relativamente simplicidade e execução mais participativas (HO, HIGSON e DEY, 2007).

2.3.3 Programação Linear Inteira Mista

IES enfrentam no seu dia a dia desafios operacionais e logísticos, como por exemplo a alocação das salas de aulas para determinadas disciplinas e a grade horária do corpo docente (Johnes 2015). Estes problemas descritos são normalmente descritos na literatura como

problemas de sequenciamento e designação, e podem ser formulados e resolvidos eficientemente através de técnicas de programação linear inteira mista (PLIM).

Alguns casos incluem a alocação de contratos a fornecedores de merenda escolar (EPSTEIN, HENRÍQUEZ, *et al.*, 2002) (EPSTEIN, HENRÍQUEZ, *et al.*, 2004) e a empresas de ônibus para o transporte de alunos (LETCHFORD, 1996). Contudo, estes problemas de designação podem se tornar suficientemente complexos para um modelo de programação inteira, implicando na resolução do problema fora do limite de tempo aceitável.

Portanto, é prática comum recorrer a uma abordagem heurísticas que identificará uma solução em um intervalo de tempo aceitável. A solução obtida não será ótima, mas pode ter a garantia de um certo nível mínimo de qualidade. Exemplos de meta-heurísticas usadas nestes problemas incluem: *simulated annealing*, algoritmos genéticos e procedimento de busca adaptativa aleatória gananciosa (GRASP) e busca tabu (PETROVIC, YANG e DROR, 2007)(LARA, 2007) (LARA-VELÁZQUEZ, 2011).

Os métodos utilizados na PLIM, normalmente visam resolver problemas de minimização de custo ou melhor eficiência de uso de recursos. Assim, o uso destas formulações é recorrente em IES onde o objetivo é a maximização da receita por meio de serviços educacionais e a oferta de bolsas de estudo segundo diversos critérios.

Exemplos de estudos com foco na otimização da decisão da alocação de recursos na construção do orçamento são (KWAK e LEE, 1998) (FANDEL e GAL, 2001). Considerando que as decisões orçamentárias de uma universidade têm uma característica de interdependência temporal, uma vez que a duração de cursos normalmente é superior a 1 ano, autores também propuseram formulações para resolver estes problemas, incorporando estas variáveis em modelos de otimização da alocação de recursos (SOYIBO e LEE, 1986)(CABALLERO, GALACHE *et al.*, 2001).

Em vista da existência de políticas públicas educacionais para promoção do acesso à educação, é comum que em modelos de otimização de alocação de recursos em IES não busquem necessariamente a máxima rentabilidade como foco único ou principal. Neste contexto, é comum encontrar abordagens cujo objetivo é a estratégia de oferta de bolsas e descontos para maiores taxas de matrícula ou redução da evasão escolar (WANG, 2017; RACHMAWATI, 2017). Esta oferta também está condicionada a critérios de equidade e meritocracia, sendo incorporada então a fragilidade socioeconômica e variáveis como a probabilidade de evasão escolar nestes modelos matemáticos.

Sugrue *et al.*, (2006) desenvolveu um estudo focado na melhor alocação de recursos quanto a disponibilização de auxílio financeiro a estudantes. O autor propõe um modelo de programação linear, o qual visa maximizar a receita da universidade ao conciliar o orçamento necessário para disponibilizar auxílio financeiro e a seleção dos alunos baseado em mérito acadêmico.

Dada a natureza conflitantes destes objetivos, maximização da receita ou maximização do impacto para a menor quantia investida, é comum abordar estes problemas segundo a formulação de problemas multi-objetivo. Jauhari, Magmudy e Basuki (2018) realizam um estudo quanto à cobrança de mensalidades proporcionais para estudantes, cujo objetivo é auxiliar estudantes com renda familiar baixo a permanecer na faculdade. O autor utiliza o algoritmo genético para obter uma solução factível, concluindo que sua formulação é uma abordagem válida que pode ser explorada para resolução destes problemas.

Como os objetivos variam segundo cada contexto, a formulação dos problemas de alocação de recursos requer adaptações conforme os objetivos perseguidos. Por exemplo, Wang (2017) desenvolveu um modelo que visa maximizar a receita por meio de matrículas e mensalidades para estudantes de graduação segundo níveis de incentivo financeiro. O incentivo financeiro estava condicionado a critérios de mérito acadêmico, assim como a receita esperada associada a probabilidade da efetivação da matrícula e conclusão dos estudos.

Em uma abordagem similar, (RACHMAWATI, 2017) avalia a melhor maneira de distribuir o orçamento disponível designado para auxílio financeiro para estudantes segundo mérito acadêmico e fragilidade socioeconômica. A relação entre evasão escolar e a distribuição de bolsas também é observada no estudo, uma vez que, segundo o autor, existe uma interação entre estes fatores.

Neste contexto, a oferta de auxílio financeiro é relevante não só para efetivação da matrícula, mas também para a retenção do aluno. Os trabalhos de Wang (2017) e Rachmawati (2017) consideram em seus modelos, a probabilidade de graduação ou anos de estudo no modelo de otimização. A decisão do aluno em se matricular ou permanecer é complexa, incluindo ainda, variáveis de natureza acadêmica, como problemas com a didática de metodologias de ensino e até com o estado emocional do aluno.

Uma solução ótima para a oferta de vagas e bolsas então está diretamente relacionada a capacidade de previsão da evasão escolar e sua inserção em modelos de otimização

combinatória. A busca por eficiência parte da premissa que os recursos são limitados e, portanto, devem ser empregados com parcimônia.

Nesta seção, descrevemos como o planejamento orçamentário e alocação de recursos para bolsas estudantis em IES pode ser otimizado usando previsões do número de alunos e evasão escolar.

2.4 SIMULAÇÃO

Segundo Loch (2010), no caso em que os modelos utilizados para representar o sistema são representados por números e variáveis, estes modelos podem ser resolvidos de forma analítica ou simulação. A forma analítica permite, por exemplo, representar as variáveis, as restrições e a função objetivo por meio de um problema de programação linear. Quando não é possível modelar o sistema por equações, a simulação surge como opção.

Um modelo de simulação refere-se aos algoritmos de computação, expressões matemáticas e equações que encapsulam o comportamento e o desempenho de um sistema em cenários do mundo real (ABAR, THEODOROPOULOS, *et al.*, 2017). A execução de diversas simulações para prever um determinado comportamento permite mensurar as consequências de um determinado cenário sobre o sistema. Dada a infinidade de sistemas existentes e modelos matemáticos, apresenta-se aqui a classificação de sistemas consideradas necessária para a compreensão deste estudo.

2.4.1 Sistemas de Simulação

Os sistemas podem ser classificados de acordo com uma série de critérios. Uma proposta de classificação, segundo Freitas Filho (2008), é retratada na FIGURA 2.

FIGURA 2. CLASSIFICAÇÃO DE SISTEMAS



FONTE: FREITAS FILHO (2008)

Dentre as possíveis classificações de sistemas, esta pesquisa empregou a simulação aleatória de eventos discretos. Diferentemente de um modelo determinístico, onde não existe aleatoriedade para nenhuma das variáveis utilizadas, um modelo estocástico é aquele em que pelo menos uma das variáveis apresenta aleatoriedade (LOCH, 2010).

Em um evento discreto, variáveis mudam discretamente no tempo e o seu comportamento não obedece a um padrão determinístico, mas aleatório, caracterizado por distribuições probabilísticas. Assim, as variáveis possuem alterações em seus valores somente em parte dos instantes de tempo, ou seja, as variáveis permanecem inalteradas durante intervalos de tempo e mudam de valor somente em pontos bem definidos.

A possibilidade da consideração e utilização da aleatoriedade é uma das grandes vantagens da simulação, uma vez que grande parte dos processos existentes são estocásticos (FREITAS FILHO, 2008; LONGHINI *et al.*, 2017). Em um contexto de atuação das IES, o número de alunos cursando cada período de um determinado curso, por exemplo, pode ser considerado como uma sequência de eventos discretos no tempo (SALTZAMAN & ROEDER 2012)

A amplitude de comportamentos a ser estudada ou replicada demonstra a importância de se conhecer o sistema a ser modelado. Dado as características aleatórias, faz-se necessário descrever alguns conceitos estatísticos pertinentes para a utilização e avaliação de um modelo de simulação.

2.4.2 Ferramentas estatística para modelos de simulação

Uma das grandes vantagens da simulação é a possibilidade de considerar as aleatoriedades dos processos no modelo, o que traz como desvantagem a necessidade do projetista saber tratar a aleatoriedade dos dados de entrada e a sua presença nos resultados. Portanto, faz-se necessário o uso de ferramentas estatísticas para definir cenários e para analisar os seus resultados. Nesta seção, serão apresentadas técnicas estatísticas, com o objetivo de fornecer bases necessárias para análise dos dados de entrada e saída do modelo de simulação.

Para a correta compreensão do comportamento de uma variável aleatória, a visualização dos dados amostrais de uma variável em um histograma de frequência é insuficiente para inferir, entre as diversas funções de distribuição de probabilidade conhecidas, a que melhor se ajusta aos dados em estudo (CARGNELUTTI FILHO, MATZENAUER e TRINDADE, 2004).

Assim, um processo específico deve ser utilizado na busca por algum padrão de comportamento dos dados para que estes possam ser descritos segundo uma distribuição de probabilidade. Segundo Freitas Filho (2008), o ajuste de distribuições de probabilidade pode ser dividido em três etapas:

- Escolha da distribuição a ser testada;
- Estimação dos parâmetros;
- Testes de aderência.

Existem diversas funções de distribuições de probabilidade para variáveis aleatórias discretas e contínuas. Entre as que se ajustam a dados discretos estão a bernoulli, binomial, binomial negativa, hipergeométrica, geométrica e Poisson (CARGNELUTTI FILHO *et al.*, 2004).

Já as distribuições estatísticas normal, uniforme, log-normal, gama, valores extremos ou gumbel, weibull, exponencial, beta, qui-quadrado, t de Student, F de Snedecor, entre outras, podem ser ajustadas a série de dados amostrais de variáveis aleatórias contínuas.

A grande quantidade de distribuições existentes mostra a importância de se realizar não apenas uma análise quantitativa dos dados, mas de também ser necessária uma análise qualitativa, a qual dependerá da experiência e do conhecimento de quem está desenvolvendo o modelo. Por isso, uma análise exploratória dos dados e o conhecimento sobre o fenômeno sendo estudado é igualmente importante.

Para a escolha correta da distribuição de probabilidade para um determinado conjunto de dados, é necessário estimar seus parâmetros. A estimação de parâmetros é um dos problemas

fundamentais da inferência estatística (MOOD, BOES e GRAYBILL, 1974). Simplificadamente, estimação de parâmetros é encontrar um intervalo em torno do valor estimado, para o qual exista uma probabilidade conhecida de o verdadeiro valor do parâmetro pertencer (LOCH, 2010).

Nesta seção partimos das premissas que os conceitos relativos à estimação de parâmetros, esperança e variância de uma variável aleatória já são conhecidos. Como leitura complementar sobre estes assuntos, sugere-se James (2008).

As distribuições de probabilidade precisam ter os valores de seus parâmetros definidos para descrever a população. No caso da distribuição normal por exemplo, os parâmetros são a média e o desvio padrão. Neste caso usamos os estimadores média amostral e variância para calcular o valor desses parâmetros na distribuição.

Como os estimadores não são únicos, ou seja, existe mais de um estimador para cada parâmetro, torna-se interessante definir propriedades desejadas para que ele seja considerado um bom estimador. As propriedades que definem um bom estimador são:

- Estimador não-viciado
- Estimador suficiente

O leitor interessado na definição matemática precisa de estimadores não viciado e suficiente, assim como procedimentos para a determinação podem consultar tais informações em (BUSSAB e MORETTIN, 2008). Uma das distribuições de probabilidade pertinentes a este trabalho é a distribuição normal, cujos estimadores são a que a média e o desvio padrão.

Nesta dissertação, é utilizado também outra distribuição de probabilidade, a distribuição triangular. Esta distribuição é útil nos casos em que existem poucas amostras, sendo utilizada neste trabalho para estimar a taxa de evasão escolar a ser utilizada nas simulações. A distribuição triangular é uma distribuição contínua definida por três parâmetros: o mínimo (a), o máximo (c) e o valor mais provável (b), onde $a < c$ e $a \leq b \leq c$. Sua função de distribuição de probabilidade é dada pela seguinte fórmula:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2(x-a)}{(b-a)(c-a)}, & a \leq x < b \\ \frac{2}{c-a}, & x = b \\ \frac{2(c-x)}{(c-b)(c-a)}, & b < x \leq c \end{cases} \quad (1)$$

A função de distribuição de probabilidade acumulada da distribuição triangular é:

$$F(x) = \begin{cases} \frac{(x-a)^2}{(b-a)(c-a)}, & a \leq x \leq b \\ 1 - \frac{(c-x)^2}{(c-b)(c-a)}, & b < x \leq c \end{cases} \quad (2)$$

A respectiva função inversa é:

$$F^{-1}(p) = \begin{cases} a + \sqrt{(b-a)(c-a)p}, & 0 \leq p \leq \frac{b-a}{c-a} \\ c - \sqrt{(c-a)(c-b)(1-p)}, & 1 \geq p \geq \frac{b-a}{c-a} \end{cases} \quad (3)$$

Conforme dito anteriormente, é necessário determinar um estimador não viciado e consistente para a distribuição triangular. A determinação e prova matemática do estimador adequado para a distribuição triangular pode ser vista em Loch (2010). Neste trabalho apenas usamos a distribuição e seu estimador para simulações das taxas de evasão. O estimador do parâmetro de moda da distribuição triangular possui a seguinte fórmula:

$$\hat{c} = 3\bar{x} - (x_{min} - x_{max}) \quad (4)$$

Uma vez que a distribuição de probabilidade foi escolhida e seus parâmetros determinados, é necessária alguma maneira de verificar se os dados observados seguem a distribuição com os parâmetros estimados. Desta forma, faz-se necessário o uso de testes de aderência para verificar se com base em uma amostra, esta representa as características da população

Um teste de aderência é um teste de hipótese utilizado para avaliar formalmente se as observações realizadas são de uma amostra independente de uma função distribuição F (LAW e KELTON, 2000). Testes de aderência, como o qui-quadrado, Kolmogorov-Smirnov, Lilliefors, Shapiro-Wilk, Cramer-von Mises (MORETTIN e BUSSAB, 2004), servem para comparar as probabilidades empíricas de uma variável com as probabilidades teóricas estimadas pela função de distribuição em teste, verificando se os valores da amostra podem

razoavelmente ser considerados como provenientes de uma população com aquela distribuição teórica.

O teste estatístico de hipótese fornece uma metodologia que permite verificar se os dados amostrais trazem evidências que apoiem, ou não, uma hipótese formulada. Para realizar o teste de hipótese o primeiro passo é a definição de qual hipótese (hipótese nula) será testada e qual será a hipótese alternativa. Para descobrir se será aceita, é necessária a definição da estatística do teste.

A estatística do teste medirá, em termos simplificados, a diferença entre a distribuição da amostra e a distribuição especificada. Ou seja, ela fornecerá um valor que deverá ser suficientemente pequeno para ser aceita, caso contrário será rejeitada. O valor máximo possível, da estatística do teste, para que seja aceita é denominado por valor crítico do teste. O valor crítico é definido de acordo com o nível de confiança desejado para o teste.

Para comparar os resultados obtidos provenientes das amostras e verificar se o parâmetro estimado está contido no intervalo de aceitação da hipótese nula, é necessário que sejam realizadas replicações. O número de replicações necessárias é definido com base na confiança desejada, e para isto é necessário o conceito de intervalo de confiança. A ideia da criação do intervalo de confiança é estabelecer um intervalo no qual o valor da média se encontrará, com um determinado percentual de confiança

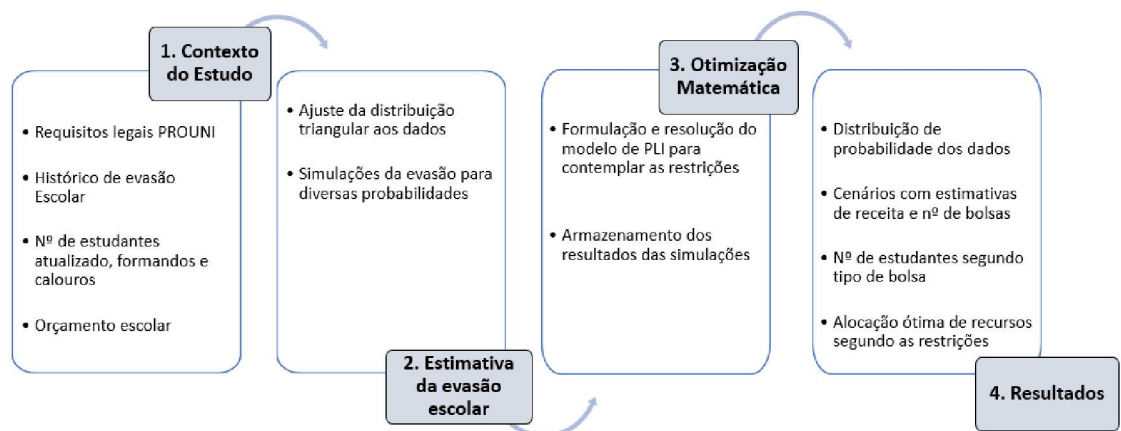
Ao realizarmos um determinado número de replicações, n , é possível que o intervalo de confiança acabe sendo maior que o desejado. Porém, realizando um número adicional de replicações e recalculando o intervalo de confiança, este tende a diminuir. A análise de intervalos de confiança é necessária para modelos nos quais pelo menos uma das variáveis seja estocástica (Loch, 2010).

Os conceitos apresentados nesta revisão são usados para determinar a taxa de evasão escolar para determinar o número efetivo de estudantes. Após esta etapa, são executadas sucessivas replicações, as quase são resolvidas pelo modelo matemático. Descrevemos detalhadamente a metodologia utilizada na próxima seção.

3 METODOLOGIA

A metodologia utilizada neste estudo é descrita conforme a ordem explicitada na FIGURA 3. Primeiramente descreve-se o contexto do estudo, seguida pela obtenção e tratamento dos dados. Após esta etapa, apresenta-se a previsão da evasão escolar, seguida da modelagem matemática do problema de otimização de designação de bolsas. Por fim, a construção de diversos cenários por meio de eventos de simulação computacional discretos.

FIGURA 3. SEQUÊNCIA METODOLÓGICA UTILIZADA NO PRESENTE ESTUDO



FONTE: o autor.

3.1 CONTEXTO DO ESTUDO

A IES atualmente necessita aprimorar a sua gestão orçamentária, aumentando a precisão e acurácia das receitas estimadas com o pagamento de mensalidades. Considerando que não há inadimplência, a receita total esperada pode ser obtida por meio da multiplicação do nº de alunos efetivos de cada curso, aqueles que irão cursar o próximo semestre letivo, pela sua respectiva mensalidade (Equação 5).

$$R = \sum_c N_{ef}^c * M^c \quad (5)$$

R = receita total esperada

N_{ef}^c = número efetivo de alunos do curso c

M^c = mensalidade do curso c

Uma vez que a mensalidade é fixa, precisamos determinar número efetivo de estudantes que irão cursar o próximo semestre letivo. Este número pode ser calculado através da equação (6). O número efetivo de estudantes é calculado ao subtrairmos da população total de alunos atualmente matriculados, os formandos e os que devem evadir, acrescidos dos novos ingressantes. A dificuldade de obter o número efetivo de alunos reside em determinar de modo adequado a evasão, pois dentre os componentes da equação (6), a evasão é a variável que apresenta maior variabilidade.

$$N_{ef} = N_0 - N_{f0} - N_{e0} + N_i \quad (6)$$

N_{ef} : Número efetivo de estudantes que cursarão o próximo período letivo

N_0 : População total de estudantes atualmente matriculados

N_{f0} : número que irão se formar no período letivo atual

N_{e0} : número de alunos que evadem em cada curso no período letivo atual

N_i : número de alunos ingressantes no próximo período letivo

Desta forma, é essencial prever a evasão para uma estimativa precisa do número de alunos efetivos. Somente após determinar o número efetivo de estudantes, a IES é capaz de estimar a quantidade de bolsas necessárias que devem ser alocadas para cada curso, de modo que as proporções legais exigidas pela lei do ProUNI sejam mantidas.

Atualmente, a estratégia de alocação de bolsas da IES visa maximizar a receita da universidade e consiste em observar os requisitos legais do ProUNI e designar as bolsas de conforme a mensalidade de cada curso. Contudo, a estratégia atualmente utilizada é executada sem um modelo matemático que garanta a alocação ótima das bolsas.

Além disso, a evasão também é considerada de forma simplificada. No modelo atualmente empregado pela IES, a expectativa de alunos que irão evadir no semestre atual é estimada por meio da realização histórica, considerando um percentual fixo para cada curso, sem considerar o período letivo.

Em vista da grande quantidade de cursos existentes e a dificuldade na previsibilidade da evasão, a alocação ótima se torna complexa, sendo imperativo a utilização de um método

robusto que garanta o melhor resultado possível. Para determinar o número efetivo de estudantes, evasão e receita esperada, esta dissertação utilizou os seguintes dados:

- i) Dados acadêmicos históricos de ingresso, conclusão e nº de alunos por curso e período dos últimos 10 anos;
- ii) Expectativa de ingresso de alunos para o próximo semestre letivo;
- iii) Número de discentes que atualmente estão matriculados em cada curso e período na IES;
- iv) Número de alunos formandos no período letivo atual;
- v) Preço da Mensalidade média de cada curso.

Devido à dificuldade de extração e consistência dos dados anteriores a 2010, optou-se por utilizar somente os dados disponíveis dos últimos 10 anos para determinação da evasão. Os dados históricos são obtidos diretamente do ERP da IES. A expectativa de ingressantes é determinada com base em informações da área de marketing segundo monitoramento de mercado voltado a captação de novos alunos. A área de marketing monitora o mercado para identificar cursos com maior demanda e fornece a expectativa de alunos ingressantes em um respectivo semestre.

O número total de estudantes regularmente e matriculados, assim como o número de alunos formandos em um determinado período letivo é obtido junto a área acadêmica. A mensalidade de cada curso é uma premissa fornecida pela diretoria financeira, a qual é responsável por determinar o valor a ser cobrado pela prestação de serviços educacionais aos estudantes.

Com base nestes dados, a IES é capaz de estimar a taxa de evasão, o número efetivo de estudantes e a receita mensal a ser obtida com as mensalidades dos estudantes. Com base nestas informações, realizou-se a projeção de matrículas para calouros e veteranos, estimativa de evasão para 2021 e receita a ser obtida por curso. Estas informações então foram inseridas em um modelo matemático para que a designação de bolsas ocorresse de modo a maximizar a receita, observando as restrições legais descritas anteriormente. Na próxima seção são detalhados os cálculos realizados para a estimativa da evasão escolar.

3.2 DETERMINAÇÃO DA EVASÃO ESCOLAR

A evasão escolar foi determinada após análise dos dados acadêmicos históricos de 10 anos, onde verificou-se, a cada semestre, quantos alunos permaneciam matriculados, concluíam o curso ou evadiam.

A evasão foi determinada de modo relativo quanto ao total de alunos e sumarizada de modo semestral. Um aluno é considerado evadido quando deixa de estudar em um respectivo semestre, devido a um trancamento de curso, cancelamento de matrícula ou transferência para outra IES. A evasão escolar é um fenômeno de difícil mensuração e previsão, ainda mais no contexto deste estudo. Como a IES não dispõe atualmente de dados mais detalhados para o ajuste através de algum método de regressão ou outro modelo, optou-se por utilizar uma distribuição de probabilidade para verificar o padrão de comportamento dos dados.

Uma vez que os dados de entrada são estocásticos, os de saída também serão. Assim, é possível definir um intervalo no qual existirá uma probabilidade considerada aceitável, no qual esteja o valor esperado para ela. Nesta dissertação, em vista da reduzida quantidade de dados, utilizou-se a distribuição triangular para estimar a taxa de evasão escolar por curso. Assim, o número efetivo de estudantes que irão cursar o próximo semestre letivo em cada replicação é determinado após redução pelo número de alunos que evadiram. Este número efetivo de estudantes para o próximo semestre letivo é determinado por curso e período letivo.

Para ilustrar, vamos usar como exemplo o curso de direito, o qual possui uma taxa de evasão média de 4,5%, mínimo de 2% e máximo de 7%. Após determinar o estimador, para uma probabilidade de 0,81 é possível obter a taxa de evasão do curso através da inversa da função de probabilidade acumulada da distribuição triangular (Equação 3). Este resultado pode ser observado na TABELA 1.

TABELA 1. EXEMPLO DA DETERMINAÇÃO DA TAXA DE EVASÃO UTILIZADA EM CADA REPLICACÃO

Nome	Média	Mínimo	Máximo	Estimador	Probabilidade	% Evasão Estimada
Direito	4,5%	2%	7%	4,6%	0,81	5,3%

FONTE: o autor.

No caso da estimativa da receita, desejamos determinar o nº final de estudantes e temos como componente aleatória a evasão estudantil. Desta forma, obtemos uma taxa de evasão por

curso através da distribuição triangular, onde uma taxa corresponde a uma dada probabilidade. A evasão é estimada por meio da geração de um número aleatório, que representa a probabilidade de evasão segundo distribuição triangular. Esta probabilidade corresponde então à uma taxa de evasão para cada curso.

No entanto, a evasão, de modo geral, não é constante ao longo de todo o curso, sendo mais acentuada nos primeiros períodos e decrescendo mediante a progressão do discente nos períodos, independentemente do motivo (CAVALCANTI, LIMA, *et al.*, 2010) (GOMES, BRINO, *et al.*, 2009) (AMBIEL e BARROS, 2018). Ressalta-se que cada curso pode ter particularidades, refletindo uma certa heterogeneidade no comportamento da evasão. Contudo, este comportamento é esperado, de modo geral, para todos os cursos.

Assim, como os dados de evasão disponíveis apresentam somente a evasão média semestral por curso, é necessário manipulá-los para que seja possível ajustar esta evasão média para cada período em um respectivo semestre letivo. O objetivo dessa manipulação é para que a evasão de cada curso e período reflita a queda esperada na taxa de evasão estudantil ao longo da trajetória acadêmica dos estudantes de um determinado curso. Para isso é empregada uma taxa de decréscimo por período.

Como exemplo, vamos supor que o curso de direito tem uma integralização esperada de 10 períodos. Consideremos que a taxa de evasão estimada a ser utilizada na execução da simulação é de 10%. A evasão de cada período então é determinada considerando um fator de correção, descrito segundo a equação (7).

$$FC = (1 - \alpha)^{i-1} \quad (7)$$

FC = Fator de correção para ajuste da evasão para cada período *i* de cada curso

α = Taxa de evasão esperada para o respectivo curso

i = período *i* do respectivo curso

Como cada curso possui uma periodização recomendada, o número de períodos a ser empregado na taxa de decréscimo foi determinada segundo a integralização esperada para a conclusão do curso.

Para o exemplo descrito, os percentuais de evasão para cada período de direito, assim como o fator de correção, podem ser observados na TABELA 2.

TABELA 2. EXEMPLO NUMÉRICO DO DECRÉSCIMO EXPONENCIAL DA TAXA DE EVASÃO POR PERÍODO.

Período	Fator de Correção	Taxa de Evasão (%)
1	1	10,00%
2	0,900	9,00%
3	0,810	8,10%
4	0,729	7,29%
5	0,656	6,56%
6	0,590	5,90%
7	0,531	5,31%
8	0,478	4,78%
9	0,430	4,30%
10	0,387	3,87%

FONTE: o autor.

3.3 MODELAGEM MATEMÁTICA

A ideia central do modelo consiste em, dado uma população de estudantes que efetivamente irão estudar um semestre letivo, distribuir as bolsas de modo mais rentável para a IES. Desta forma, após a determinação do número efetivo de estudantes para cada curso e cada período, estes são utilizados em um modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM). Este modelo então visa a otimização da gestão orçamentária por meio da maximização da receita advinda das mensalidades de uma IES privada, simultaneamente à alocação de bolsas de estudo do PROUNI.

O modelo proposto então resolve o problema formulado, tendo como resultado, para cada curso, o número de estudantes total, nº de estudantes bolsistas, a distribuição das bolsas e a receita esperada. O modelo formulado, definido como o problema de alocação de bolsas, apresenta a seguinte formulação e notação:

Conjuntos e Índices

J : Conjunto de cursos existentes na universidade, indexado em j .

I_j : Conjunto de períodos i em cada curso j , indexado em i .

K : Conjunto de tipos de bolsas ofertadas, indexado em k . Neste caso existem 3 modalidades de bolsas sendo $k = 1$, Bolsa integral (100% de desconto); $k = 2$, Bolsas Parcial (50% de desconto); e $k = 3$, Aluno sem bolsa (0% de desconto)

Parâmetros

C : Total de estudantes da universidade

W : Total de alunos estudantes bolsistas integrais

L : Total de estudantes pagantes, ou seja, todos os alunos menos os alunos bolsistas integrais

M_{ij} : Número efetivo de estudantes matriculados em cada curso j , no período i , levando em consideração a taxa de evasão escolar.

R_{ijk} : Receita média obtida com mensalidades em cada curso j no período i e segundo bolsa do tipo k

Variáveis de Decisão

Y_{ijk} : Número de bolsas designadas para o período i , curso j , do tipo k

O modelo matemático empregado neste estudo é apresentado nas expressões (8)-(13):

$$\text{Max } Z = \sum_{k \in K} \sum_{j \in J} \sum_{i \in I} Y_{ijk} R_{ijk} \quad (8)$$

$$Y_{i1j} \geq 0,10C_{ij} \quad \text{para } \forall j \in J, i \in I_j \quad (9)$$

$$\sum_{k=1} \sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} (R_{ikj} Y_{ikj}) + 0,8 \sum_{k=2} \sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} (R_{ikj} Y_{ikj}) - 0,2 \sum_{k=3} \sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} (R_{ikj} Y_{ikj}) \geq 0 \quad (10)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{i \in I_j} Y_{ijk} \leq C_{ij} \quad \forall j \in J \quad (11)$$

$$\sum_{k=1} \sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} (R_{ikj} Y_{ikj}) + \sum_{k=2} \sum_{j \in J} \sum_{i \in I_j} (R_{ikj} Y_{ikj}) \leq 0,2 * C_{ij} \quad \forall j \quad (12)$$

$$Y_{ijk} \in Z^+ \quad \forall k \in K \forall j \in J, i \in I_j \quad (13)$$

O objetivo do modelo (8) é a maximização da receita bruta mensal da IES. O conjunto de restrições (9) garante que em cada curso e período, ao menos 10% dos alunos são bolsistas integrais. A restrição (10) estabelece que o total de alunos bolsistas na universidade deve perfazer pelo menos 20% do total de estudantes pagantes da universidade. Alunos pagantes são todos os alunos que não têm bolsa integral. Esta restrição em particular foi linearizada e sua determinação na forma descrita no modelo pode ser consultada no apêndice X.

O conjunto de restrições (11) implica que o total de alunos com cada tipo de bolsa em cada período em cada curso deve ser inferior ao total de alunos matriculados em cada período de cada curso. O conjunto de restrições (12) garante que em nenhum curso e período, o total de alunos bolsistas seja superior a 20% do total de alunos para o respectivo curso e período. Esta restrição foi designada para evitar a alocação de todas as bolsas parciais em poucos cursos. Por fim, (13) é a condição de não negatividade e que define as variáveis como sendo inteiras.

3.4 SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

Devido ao componente probabilístico da evasão escolar, técnicas de simulação computacional foram utilizadas para a construção de cenários e determinação de um intervalo de confiança para as estimativas.

Em cada simulação, a taxa de evasão foi estimada por meio da equação (3), a inversa da distribuição de probabilidade triangular. Conforme metodologia descrita na estimativa da evasão escolar, cada replicação possui uma taxa de evasão única por curso ou por curso e período. Esta taxa então é utilizada para computar o número efetivo de estudantes do próximo semestre letivo, o qual é a variável de entrada fundamental para o modelo.

Neste estudo foram definidos 3 cenários a serem comparados. No 1º cenário, o modelo matemático é resolvido sem considerar qualquer taxa de evasão, sendo necessário resolvê-lo apenas uma vez, pois a resposta será sempre igual. No 2º cenário, a taxa de evasão estimada em cada simulação é constante para o curso, sem considerar os períodos. No 3º cenário a taxa de evasão estimada foi corrigida para ser considerada por curso e período, de maneira que seu decréscimo ocorra de forma exponencial.

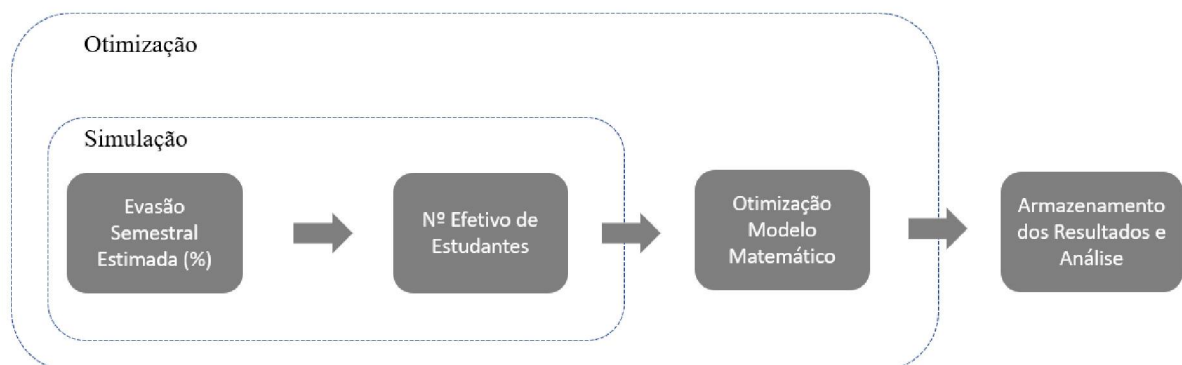
Os resultados de cada simulação são então armazenados para a análise dos cenários e entender o comportamento das variáveis-resposta obtidas. Nesta etapa, o principal objetivo é

verificar se os resultados apresentam um comportamento segundo algum padrão e determinar um intervalo de confiança para os dados. Os resultados relevantes de cada simulação são a receita obtida por curso, o nº de alunos por tipo de bolsa e o orçamento necessário para a alocação de bolsas semestral.

Ao todo foram realizadas 30 replicações para cada um dos cenários 2 e 3, pois segundo o teorema do limite central, com essa amostragem, as variáveis analisadas tendem se comportar segundo a distribuição normal.

Caso esta dissertação realizasse somente a otimização, sem simulação, seriam analisados o valor de variáveis para que o modelo obtenha uma resposta desejada, como por exemplo, o valor máximo de receita. Na otimização com simulação, os resultados obtidos são estatísticos cujos resultados foram otimizados pelo modelo matemático. A FIGURA 4 sintetiza as etapas utilizadas para a obtenção dos resultados obtidos em cada uma das replicações realizadas.

FIGURA 4. REPRESENTAÇÃO DAS ETAPAS REALIZADAS EM CADA UMA DAS REPLICAÇÕES.



FONTE: o autor.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção apresentamos os principais resultados obtidos por meio da resolução do modelo matemático para o problema de alocação de bolsas em IES. Primeiramente é feita uma análise dos dados de evasão disponíveis, seguido pelos os resultados comparativo entre as simulações feitas em cada cenário.

4.1 ANÁLISE DA EVASÃO

O estudo realizado utilizou dados de 79 cursos de graduação presencial de uma mesma IES no modelo de otimização matemática e nas réplicas das simulações computacionais. A escolha destes 79 cursos foi devido a maior representatividade de alunos e histórico de evasão igual ou superior a 12 semestres. Para os cursos selecionados, verificou-se que a média de evasão semestral era de 9%, com amplitude de 13%, conforme TABELA 3 abaixo.

TABELA 3. ESTATÍSTICAS BÁSICAS DE EVASÃO SEMESTRAL

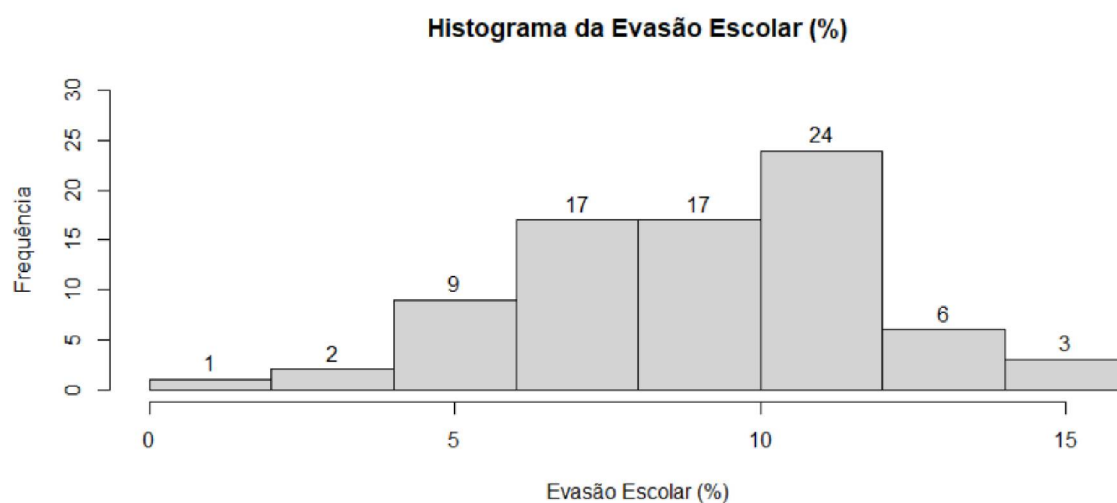
Item	Máx	Média	Min
Evasão (%)	14%	9%	1%

FONTE: o autor.

A variação nas taxas de evasão sugere que existe um comportamento distinto entre cursos. Desta forma, inicialmente foi realizado um teste de normalidade para verificar se a evasão semestral poderia ser descrita segundo a distribuição de probabilidade normal. Apesar da baixa amostragem, a evasão de todos os cursos apresentou comportamento normal segundo Shapiro-Wilk, a um nível de probabilidade de 95%.

Para o conjunto de cursos utilizados neste estudo, agrupou-se os dados de evasão semestral segundo um histograma de frequências. Ao analisar a média da evasão semestral entre os cursos, pode-se observar que a classe que concentrou mais cursos representa a evasão semestral na faixa entre 10% e 12%, conforme histograma, representado na FIGURA 5.

FIGURA 5. HISTOGRAMA DE FREQUENCIA DA EVASÃO ESCOLAR SEMESTRAL NOS CURSOS DA IES



FONTE: o autor.

As colunas representam o número de cursos cuja taxa de evasão escolar se situa em cada uma das classes de evasão. Pelo histograma é possível observar que os cursos apresentam comportamento distinto e a taxa de evasão deve ser considerada de modo individualizado para aferição do número efetivo de estudantes. Além dos cursos apresentarem média distinta, deve-se analisar a amplitude da variação da evasão semestral. Cursos que apresentam grande variação podem implicar em alterações significativas do número efetivo de alunos e na receita da IES após a análise dos resultados de cada simulação executada.

O impacto desta flutuação é apresentado na TABELA 4, onde podemos ver para alguns cursos selecionados, a o máximo, mínimo média e a proporção entre o número de alunos efetivos em cada curso antes e após a aplicação da taxa de evasão. O comportamento distinto entre cursos é significativo, evidenciado pela comparação entre a média de evasão em cursos da área de saúde exatas, por exemplo. Nos cursos de medicina, a evasão flutua entre 1 e 2%, ao passo que em cursos da área de exatas, a evasão flutua entre 6 e 10%. Desta forma, a quantidade de alunos em medicina é praticamente constante todos os períodos. Por outro lado, em engenharia de produção noturno podemos ter uma flutuação de quase 40% em um semestre letivo. Este estudo não visa analisar os motivos da evasão, mas estes resultados reforçam a importância de compreender mais profundamente o comportamento desta variável.

TABELA 4. INFLUÊNCIA DA TAXA DE EVASÃO NO NÚMERO EFETIVO DE ESTUDANTES

Nome	Total Alunos Antes Evasão	Máx alunos após evasão	Média Alunos Após Evasão	Min Alunos Após Evasão	% Médio de Alunos após evasão em relação ao número inicial
Direito	1316	1197	1126	1096	86%
Administração	545	541	500	482	92%
Medicina	1103	1103	1092	1090	99%
Psicologia	460	437	412	403	90%
Ciências Contábeis	258	236	219	208	85%
Arquitetura e Urbanismo	1062	1029	976	956	92%
Engenharia de Produção	587	403	375	357	64%
Engenharia Civil	712	590	549	529	77%

FONTE: o autor.

Dado que os dados disponíveis para a previsão da evasão nesta dissertação são limitados, podemos apenas quantificar o efeito da aleatoriedade da evasão. Este efeito é discutido nos resultados obtidos em relação ao número efetivo de estudantes, seu impacto na previsão da receita, número de alunos e bolsas ofertadas. Em virtude destes fatos, apresentamos nas próximas seções os resultados obtidos para os cenários considerados após a execução das simulações.

4.2 ANÁLISE DE NORMALIDADE

Segundo o teorema do limite central, se a amostra é grande o suficiente, a amostragem tende a se comportar segundo a distribuição normal. Assim, com uma amostragem de $n > 30$ era esperado que os dados seguissem a distribuição normal normais. Contudo, realizamos testes de normalidade nos dados para verificar se esse comportamento ocorria de fato.

Os testes de normalidade são utilizados para verificar se a distribuição de probabilidade associada a um conjunto de dados pode ser descrita pela distribuição normal. A importância desta verificação consiste no fato de que dados normais podem ser analisados segundo testes paramétricos e terem facilmente seus respectivos intervalos de confiança determinados.

Com o resultado ótimo obtido através do modelo matemático para cada simulações em cada cenário realizado, utilizou-se o teste de normalidade de Shapiro-Wilk a um nível de probabilidade de 95%. As estatísticas podem ser vistas na TABELA 5.

TABELA 5. ANÁLISE DE NORMALIDADE PARA AS VARIÁVEIS-RESPOSTA MONITORADAS EM CADA CENÁRIO

Variável	Cenario 3		Cenario 2	
	W calc	p -valor	W calc	p -valor
Receita	0,970	0,534	0,980	0,825
Valor Bolsas	0,989	0,977	0,975	0,665
N alunos bolsa 100%	0,975	0,674	0,980	0,819
N alunos bolsa 50%	0,915	0,020	0,977	0,764
N Alunos sem bolsa	0,978	0,775	0,977	0,724

FONTE: o autor.

De todas as variáveis analisadas, a única que não apresentou distribuição normal foi o número de alunos com bolsa 50%, e apenas no cenário 3. Este resultado pode estar associado a forma como a evasão foi considerada no modelo matemático utilizado neste cenário. Como a taxa de evasão decresce exponencialmente ao longo dos períodos, era esperado que o número de alunos que receberiam bolsas parciais bolsa poderia se comportar de forma não normal.

É importante notar que os bolsistas parciais perfazem um total dos alunos pagantes da universidade e possuem restrições adicionais em relação aos os bolsistas integrais no modelo matemático. A variável evasão poderia também ter sido incorporada de outra maneira neste estudo, mas ressaltamos que os dados disponíveis limitavam as alternativas de análise.

A opção adotada neste estudo foi escolhida devido a esta limitação, mas não implica em resultados imprecisos. Para que a evasão possa ser melhor representada em uma formulação matemática, seriam necessário testar outras técnicas condicionadas a dados mais detalhados. Na próxima seção realizamos uma análise comparativa entre os cenários para todas as variáveis.

4.3 ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE CENÁRIOS

Na TABELA 6, comparamos os cenários segundo os resultados obtidos por meio da resolução do modelo matemático. Conforme esperado, o cenário 1, sem evasão, apresentou a maior receita média mensal. No entanto, ao desconsiderar a evasão, o resultado deste cenário

superestima a receita e o número de alunos total da IES. Por outro lado, o cenário 2, o qual considera uma taxa de evasão constante ao longo do curso, subestima a receita média mensal ao não capturar a variação no comportamento da evasão.

TABELA 6. RESULTADOS DAS VARIÁVEIS DE INTERESSE ESTIMADAS EM CADA CENÁRIO

Cenário	Receita Bruta Mensal (Média)	Valor Concedido em Bolsas (Média)	Nº Alunos com Bolsa 100% (Média)	Nº Alunos com Bolsa 50% (Média)	Nº Alunos sem bolsa (Média)	Total Alunos (Média)
1	R\$ 46.229.694,22	R\$ 6.936.202,13	2.216	1.776	18.183	22.175
2	R\$ 43.601.990,80	R\$ 6.532.043,66	2.065	1.652	16.934	20.651
3	R\$ 44.260.808,36	R\$ 6.633.411,19	2.102	1.685	17.251	21.038

FONTE: o autor.

O cenário 3 apresenta um resultado intermediário entre o 1 e o 2. Neste cenário ocorre uma redução de cerca de 2 milhões em relação ao cenário 1, mas cerca de 600 mil reais a mais por mês em relação ao cenário 2. Desta forma, é possível notar que uma premissa adotada pode resultar em um impacto relevante para estimativas em geral, e neste estudo, na previsão orçamentária.

Ao considerar a evasão com um decréscimo exponencial gradual, a IES tende também a ser mais assertiva na alocação de bolsas e estimativas de receita. O valor de 600 mil por mês representa cerca de 1,4% de sua receita média mensal, mas em valores absolutos, ao longo de um ano podemos ter variações de milhões de reais a mais na receita esperada.

Outro aspecto relevante de adotar uma premissa mais realista da evasão, é que a expectativa de alunos e conseqüentemente do número de bolsas necessárias, se torna mais precisa. Como a previsão orçamentária ocorre antes do fim do semestre, compreender a evasão é essencial para a correta determinação do nº efetivo de estudantes e nº de bolsistas do próximo período letivo.

Determinar estes números com precisão é crítico, pois para obter a isenção fiscal, a legislação exige percentuais mínimos de bolsas estudantis. Assim, ao determinar a evasão de forma mais precisa e compreender a sua variação, a IES pode ofertar bolsas segundo uma margem de segurança acurada, construída com base em intervalos de confiança.

Consideremos que a IES tende a ofertar mais bolsas do que o necessário por não compreender bem o fenômeno da evasão visando manter com segurança as exigências legais. Esta ação é tomada para garantir a isenção fiscal, uma vez que as normas legais exigem que um percentual mínimo de alunos bolsistas na IES. Assim, conhecer o número final de alunos efetivos com precisão pode reduzir a margem de segurança a ser mantida, pois é possível construir intervalos de confiança para as estimativas. Como resultado, o valor gasto com bolsas mensal irá diminuir, permitindo que estes recursos possam ser alocados segundo outras necessidades da IES.

Desta forma, apresentamos em detalhe os resultados obtidos no cenário 3, o qual julgamos ser o mais realista. O resumo dos resultados obtidos pode ser verificado na TABELA 7.

TABELA 7. RESUMO DOS RESULTADOS DAS VARIÁVEIS DE INTERESSE OBTIDOS NO CENÁRIO 3 APÓS ANÁLISE DE NORMALIDADE

Estatísticas	Nº Alunos Sem Bolsa	Nº Alunos com Bolsa 50%	Nº Alunos com bolsa 100%	Valor Bolsas Mensal	Receita Bruta Mensal
Média	17.250	1.685	2.102	R\$ 6.633.254,42	R\$ 44.257.869,18
Desvio Padrão	15	3	3	R\$ 6.481,48	R\$ 40.701,60
Erro Padrão	3	1	1	R\$ 1.203,58	R\$ 7.558,10
ICLimSuperior	17.256	1.686	2.103	R\$ 6.635.716,02	R\$ 44.273.327,23
IC Lim Inferior	17.244	1.684	2.101	R\$ 6.630.605,36	R\$ 44.242.411,14

FONTE: o autor.

Os resultados do modelo de otimização indicam que os resultados são sensíveis a alterações conforme a premissa de evasão é considerada. No entanto, dentro de um mesmo cenário, mesmo com a flutuação na taxa de evasão, a receita total a ser obtida e a redistribuição das bolsas de estudo entre os cursos não se altera muito.

Assim, se a evasão for representada corretamente, a previsibilidade de receita se torna de fácil obtenção, auxiliando a gestão orçamentária da IES. O modelo matemático garante uma estratégia ótima de alocação de bolsas do ponto de vista financeiro, ao mesmo tempo em que mantém as exigências legais do ProUNI. Como modelo utiliza a evasão determinada

individualmente para cada período e cada curso, acreditamos este cenário reflete com mais fidedignidade o resultado esperado pela IES, salvo outros fatores não considerados neste estudo.

Quanto à alocação de bolsas entre cursos, o modelo matemático obedeceu às restrições que exigiam ao menos 10% de bolsistas integrais em cada curso. Porém para as bolsas parciais, os cursos de maior receita média não obtiveram nenhuma bolsa designada, como pode ser visto na TABELA 8. Os resultados da alocação de bolsas por curso apresentam a receita média de forma relativa para não exibir o valor exato da mensalidade de cada curso.

TABELA 8. RESULTADO DA OTIMIZAÇÃO DA ALOCAÇÃO DE BOLSAS SEGUNDO OS 15 CURSOS COM MAIOR RECEITA MÉDIA OFERECIDOS PELA IES

Curso	Receita Média	Média do Total de Alunos	Média de N° Alunos Sem Bolsa	Média de N° Alunos c/ Bolsa 100%	Média de N° Alunos c/ Bolsa 50%
A	100%	1093	984	109	0
B	60%	43	39	4	0
C	56%	144	130	14	0
D	49%	491	442	49	0
E	48%	581	523	58	0
F	33%	77	69	8	0
G	32%	65	59	6	0
H	32%	76	68	8	0
I	31%	561	505	56	0
J	30%	231	208	23	0
K	29%	983	869	98	16
L	29%	283	227	28	28
M	28%	350	280	35	35
N	28%	352	282	35	35
O	27%	108	87	11	11

FONTE: o autor.

Assim, os dados de receita média com mensalidade foram normalizados, de forma que todos fiquem dentro do intervalo $[0, 1]$. Conforme esperado, o modelo matemático maximizou a receita da universidade ao alocar as bolsas segundo os critérios legais estipulados, priorizando as bolsas parciais para os cursos de menor receita média. A TABELA 8 retrata o resultado obtido das simulações para n° de alunos e bolsas alocadas nos 15 cursos com maior receita média.

Caso não fosse inserido uma restrição que limitasse o percentual de bolsistas em cada curso, as bolsas parciais se concentrariam em poucos cursos, tornando todos os alunos de um determinado curso bolsistas parciais ou integrais. O número de estudantes com bolsa de 50%

não aumenta progressivamente da menor receita média para a maior receita média devido ao total de alunos matriculados em cada curso, à flutuação do nº de estudantes da universidade e por curso. Este resultado indica a correta modelagem e resultado obtidos, uma vez que os 10 cursos com maior receita média não obtiveram nenhum bolsista parcial em nenhuma das simulações.

Após a análise dos resultados, é possível verificar que a alocação de bolsas em cursos com alta evasão pode implicar em desperdício de recursos. Bolsas ofertadas para alunos que eventualmente venham a interromper seus estudos implicam na renúncia da receita para um estudante que não aproveitou o benefício. Além disso, a necessidade de bolsas pode ser maior ou menor conforme a população de cada curso e evasão.

A designação de bolsas pode ser utilizada ainda como estratégica para redução da evasão, calibrada individualmente para cada curso. Embora alunos bolsistas tenham menor probabilidade de evadir, as necessidades de oferta de bolsas podem variar caso a taxa de evasão se altere substancialmente em decorrência desta oferta de bolsas.

Este ponto requer atenção dos gestores na definição da estratégia de oferta de bolsas e estratégias para captação e retenção de alunos. Além disso, a definição do orçamento envolve inúmeras outras variáveis, e nestes processos gerenciais, nem sempre o ótimo econômico prevalece. De qualquer modo, o método empregado e os resultados obtidos têm grande relevância para embasar a tomada de decisão pelos responsáveis pela elaboração do orçamento em IES.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo de caso retratado nesta dissertação apresenta um modelo eficiente para um problema comum nas universidades, como distribuir o auxílio financeiro a estudantes visando a maximização da receita. No entanto, considerar variáveis como a evasão na resolução do modelo são um desafio para IES. Apesar disso, a simulação se apresenta como uma alternativa para considerar a evasão no modelo e permite estimar um intervalo de confiança para a receita, o número de estudantes e de bolsas necessárias.

A inserção de restrições no modelo para a distribuição de bolsas segundo o mérito acadêmico, aliado a outras características socioeconômicas, poderiam tornar o modelo mais complexo e com maior fidedignidade a realidade. Além disso, uma maior compreensão a respeito do fenômeno da evasão escolar assim como outras variáveis para prever este comportamento, poderiam ser inseridos e tornar as previsões mais acuradas e precisas.

A importância de uma melhor compreensão da evasão reside no fato de que a alocação correta de bolsas tende a aumentar a permanência de um estudante na IE. Além disso, a destinação mais assertiva pode evitar que o recurso seja desperdiçado em um aluno que irá evadir de qualquer maneira. Um modelo de previsão da evasão mais correto irá melhorar ainda mais as estimativas e tornar os resultados mais precisos

De qualquer modo, o modelo proposto representa um avanço em relação a métodos atualmente empregado em IES privadas, conferindo agilidade e confiabilidade aos resultados. Obter resultados confiáveis de receita por meio da possibilidade de uma rápida simulação de cenários sob premissas distintas é uma boa alternativa para prever o comportamento de variáveis, principalmente quando há escassez de dados.

Este estudo apresentou uma proposta metodológica válida para os dados disponíveis. O objetivo desta proposta era um modelo de otimização matemática para melhorar a gestão de orçamentária atrelada e a alocação de bolsas do ProUNI. Por fim, indicamos temas de futuros estudos que poderiam ser os próximos passos para tornar os modelos mais robustos.

Um tema relevante seria incorporar outras variáveis como desempenho acadêmico e outras bolsas da instituição no problema de alocação de bolsas. Outro fenômeno com grande impacto nas receitas, mas não totalmente compreendido é a evasão. Quanto melhor esta variável for representada em futuros modelos, melhores serão as estimativas e a operacionalização.

Bolsas de estudos implicam na renúncia da receita para um estudante que não aproveitou o benefício. A designação de bolsas pode ainda ser utilizada ainda como estratégica para redução da evasão. Este ponto requer atenção dos gestores na definição das bolsas e estratégias para captação e retenção de alunos.

Estudos futuros para o aprimoramento desta estratégia sem dúvida devem considerar de modo robusta estas variáveis mencionadas. Por fim, concluímos ressaltando que investimentos em desenvolvimento de uma arquitetura de armazenamento e modelagem dos dados mais efetiva em IES torna possível uma gestão otimizada do processo orçamentário e decisões operacionais.

REFERÊNCIAS

- ABAR, S. et al. Agent Based Modelling and Simulation tools: A review of the state-of-art software. **Computer Science Review**, v. 24, p. 13-33, March 2017. ISSN <https://doi.org/10.1016/j.cosrev.2017.03.001>.
- AL-YAKOOB, S. M.; SHERALI, H. D. Mathematical programming models and algorithms for a class–faculty assignment problem. **European Journal of Operational Research**, v. 173, n. 2, p. 488-507, September 2006.
- AMBIEL, R. A. M.; BARROS, L. D. O. B. Relações entre evasão, satisfação com escolha profissional, renda e adaptação de universitários. **Revista Psicologia: Teoria e Prática**, São Paulo (SP), v. 20, n. 2, p. 254-267, maio-agosto 2018. ISSN <http://dx.doi.org/10.5935/1980-6906/psicologia.v20n2p254-267>.
- ANDRADE, P. R. D. L.; STEINER, M. T. A.; GOES, A. R. T. Otimização na geração de grade horária escolar através de um modelo matemático e dos procedimentos busca local e Iterated Local Search. **Gestão & Produção**, v. 26, n. 4, p. 1-23, Outubro 2019. ISSN 1806-9649.
- AR, I. M.; HAMZAÇEBI, C.; BAKI, B. Business School ranking with grey relational analysis: the case of Turkey. **Grey Systems: Theory and Application**, January 2013. ISSN 2043-9377.
- AULCK, L.; NAMBI, D.; WEST, J. Using Machine Learning and Genetic Algorithms to Optimize Scholarship Allocation for Student Yield. **Association for Computing Machinery**, Anchorage (AK), p. 1-9, August 2019.
- BAZIEWICZ, C. M. ANÁLISE DE UMA METODOLOGIA DE CLASSIFICAÇÃO DE SÉRIES TEMPORAIS. **Universidade Federal do Paraná, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Setor de Tecnologia e Ciências Exatas (dissertação de mestrado)**, Curitiba, p. 1-135, Agosto 2019.
- BELLONI, A. et al. Optimal Admission and Scholarship Decisions: Choosing Customized Marketing Offers to Attract a Desirable Mix of Customers. **Marketing Science**, p. 621-636, 2012.
- BELTON, V.; STEWART, T. **Multiple Criteria Decision Analysis: An integrated approach**. [S.l.]: Kluwer Academic Publishers, 2002.
- BIENKOWSKI, M.; FENG, M.; MEANS, B. **Enhancing Teaching and Learning Through Educational Data Mining and Learning Analytics: An Issue Brief**. Washington, D.C.: U.S. Department of Education, Office of Educational Technology, 2012.
- BRASIL. LEI Nº 11.096, DE 13 DE JANEIRO DE 2005. **Presidência da República, Casa Civil, Subchefia para Assuntos Jurídicos**, Brasília, Janeiro 2005.

BRASIL. LEI Nº 12.868, DE 15 DE OUTUBRO DE 2013. **Presidência da República, Casa Civil, Subchefia para Assuntos Jurídicos**, Brasília, Outubro 2013.

BRASIL. LEI Nº 13.709, DE 14 DE AGOSTO DE 2018. **Presidência da República, Casa Civil, Subchefia para Assuntos Jurídicos**, Brasília, Agosto 2018.

BRASIL. LEI Nº 13.853, DE 8 DE JULHO DE 2019. **Presidência da República, Secretaria-Geral, Subchefia para Assuntos Jurídicos**, Brasília, Julho 2019.

BRENEMAN, D. W. **Liberal Arts Colleges: Thriving, Surviving, or Endangered?** Washington, D.C., EUA: Brookings Institution, 1994.

CABALLERO, R. et al. Efficient assignment of financial resources within a university system. Study of the university of Malaga. **European Journal of Operational Research**, v. 133, n. 2, p. 298-309, January 2001.

CARGNELUTTI FILHO, A.; MATZENAUER, R.; TRINDADE, J. K. D. Ajustes de funções de distribuição de probabilidade à radiação solar global no Estado do Rio Grande do Sul. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 39, n. 12, p. 1157-1166, December 2004. ISSN <https://doi.org/10.1590/S0100-204X2004001200001>.

CARTER, R. E.; CURRY, D. J. Using student-choice behaviour to estimate tuition elasticity in higher education. **Journal of Marketing Management**, v. 27, n. 11-12, p. 1186-1207, October 2011. ISSN <https://doi.org/10.1080/0267257X.2011.609653>.

CASU, B.; THANASSOULIS, E. Evaluating cost efficiency in central administrative services in UK universities. **Omega**, v. 34, n. 5, p. 417-426, October 2006. ISSN <https://doi.org/10.1016/j.omega.2004.07.020>.

CATANI, A. M.; HEY, A. P.; GILIOLI, R. D. S. P. PROUNI: democratização do acesso às Instituições de Ensino Superior? **Educar em Revista**, Curitiba, n. 28, p. 125-140, 2006.

CATANI, A. M.; HEY, A. P.; GILIOLI, R. D. S. P. PROUNI: democratização do acesso às Instituições de Ensino Superior? **Educar em Revista**, Curitiba, v. 28, p. 125-140, 2006.

CAVALCANTI, A. L. et al. Motivos de ingresso e de evasão dos acadêmicos de Odontologia de uma instituição pública. **Revista de Odontologia da UNESP**, Araraquara (SP), v. 34, n. 2, p. 95-99, mar/abr 2010.

CEYLAN, D.; SAATÇIOĞLU, Ö.; SEPIL, C. An algorithm for the committee construction problem. **European journal of operational research**, Ankara, Turkey, v. 77, n. 1, p. 60-69, 1994.

CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. 'Evaluating program and managerial efficiency: an application of data envelopment analysis to program follow through. **Management science**, v. 27, n. 6, p. 668-697, Jun 1981. ISSN <https://doi.org/10.1287/mnsc.27.6.668>.

CHIMELLI, B.; RIBAS, P. C.; SANTOS, D. R. D. Otimização do processo de alocação de professores do curso de engenharia de produção em IES utilizando a interface GUSEK. **XXXVIII ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**, Maceió (AL), p. 1-16, Outubro 2018.

COBACHO, B. et al. Planning federal public investment in Mexico using multiobjective decision making. **Journal of the Operational Research Society**, v. 61, n. 9, p. 1328-1339, 2010.

COSTA, C. A. B. E.; OLIVEIRA, M. D. A multicriteria decision analysis model for faculty evaluation. **Omega**, v. 40, n. 4, p. 424-436, August 2012. ISSN <https://doi.org/10.1016/j.omega.2011.08.006>.

DESJARDINS, S. L. An analytic strategy to assist institutional recruitment and marketing efforts. **Research in Higher education**, v. 43, n. 5, p. 531-553, October 2002. ISSN <https://doi.org/10.1023/A:1020162014548>.

EPSTEIN, R. et al. A combinatorial auction improves school meals in Chile. **Interfaces**, v. 32, n. 6, p. 1-14, December 2002.

EPSTEIN, R. et al. A combinatorial auction improves school meals in Chile: a case of OR in developing countries. **International Transactions in Operational Research**, v. 11, n. 6, p. 593-612, November 2004. ISSN <https://doi.org/10.1111/j.1475-3995.2004.00480.x>.

FANDEL, G.; GAL, T. Redistribution of funds for teaching and research among universities: The case of North Rhine-Westphalia. **European Journal of Operational Research**, v. 130, n. 1, p. 111-120, April 2001. ISSN [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(00\)00026-6](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(00)00026-6).

FINLAY, P. N.; GREGORY, G. A management support system for directing and monitoring the activities of university academic staff. **Journal of the Operational Research Society**, v. 5, n. 6, p. 641-650, December 1994.

FREITAS FILHO, P. J. D. **Introdução a Modelagem e Simulação de Sistemas com Aplicações em Arena**. 2a. ed. Florianópolis: Visual Books, 2008.

GIMÉNEZ, V.; PRIOR, D.; THIEME, C. 'Technical efficiency, managerial efficiency and objective-setting in the educational system: an international comparison. **Journal of the Operational Research Society**, v. 58, n. 8, p. 996-1007, 2007.

GOMES, R. et al. Aprendizagem Baseada em Problemas na formação médica e o currículo tradicional de Medicina: uma revisão bibliográfica. **Revista Brasileira de Educação Médica**, v. 33, n. 3, p. 433-440, 2009.

GREENWOOD, A. G.; MOORE, L. J. An Inter-Temporal Multi-Goal Linear Programming Model for Optimizing University Tuition and Fee Structures. **Journal of the Operational Research Society**, v. 38, n. 7, p. 599-613, 1987. ISSN <https://doi.org/10.1057/jors.1987.103>.

HELLER, D. E. Student price response in higher education: An update to Leslie and Brinkman. **The Journal of Higher Education**, v. 68, n. 6, p. 624-659, 1997. ISSN <https://doi.org/10.1080/00221546.1997.11779004>.

HO, W.; HIGSON, H. E.; DEY, P. K. An integrated multiple criteria decision making approach for resource allocation in higher education. **International Journal of Innovation and Learning**, v. 4, n. 5, p. 471-486, April 2007. ISSN <https://doi.org/10.1504/IJIL.2007.012958>.

HOSSLER, D. The role of financial aid in enrollment management. **New directions for student services**, v. 89, n. 6, p. 77-90, December 2002. ISSN <https://doi.org/10.1002/ss.8906>.

ISHIZAKA, A.; RESCE, G.; MARESCHAL, B. Visual management of performance with PROMETHEE productivity analysis. **Soft Computing**, v. 22, n. 22, p. 7325-7338, November 2018. ISSN <https://doi.org/10.1007/s00500-017-2884-0>.

JAMES, B. R. **Probabilidade**: um curso em nível intermediário. 2ND. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2008.

JARAMILLO, I. F.; PICO, R. B.; DE LA PLATA, C. V. M. A model for faculty evaluation in higher education ecuadorian through multi-criteria decision Analysis. **Indian Journal of Science and Technology**, v. 10, n. 18, p. 1-8, May 2017. ISSN DOI: 10.17485/ijst/2017/v10i18/110443.

JAUHARI, F.; MAHMUDY, W. F.; BASUKI, A. **Multi-Objective Optimization For Proportional Tuition Fees Assessment Using Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA II)**. 2018 International Conference on Sustainable Information Engineering and Technology (SIET). Malang, Indonesia: IEEE. 10-12 Nov. 2018. p. 292-297.

JOHNES, G. Efficiency in English higher education institutions revisited: A network approach. **Economics Bulletin**, v. 33, n. 4, p. 2698-2706, 2013.

JOHNES, J. OPERATIONAL RESEARCH IN EDUCATION. **European Journal of Operational Research**, v. 243, n. 3, p. 683-696, October 2015. ISSN <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2014.10.043>.

KAO, C.; HUNG, H.-T. Efficiency analysis of university departments: An empirical study. **Omega**, v. 36, n. 4, p. 653-664, 2008. ISSN <https://doi.org/10.1016/j.omega.2006.02.003>.

KELTON, W. D.; SADOWSKI, R.; ZUPICK, N. **Simulation with Arena**. 6th. ed. New York: McGraw-Hill Education, 2014.

KUNSCH, P. L.; ISHIZAKA, A. Multiple-criteria performance ranking based on profile distributions: An application to university research evaluations. **Mathematics and Computers in Simulation**, v. 154, p. 48-64, December 2018. ISSN <https://doi.org/10.1016/j.matcom.2018.05.021>.

KWAK, N. K.; LEE, C. A multicriteria decision-making approach to university resource allocations and information infrastructure planning. **European Journal of Operational**

Research, v. 110, n. 2, p. 234-242, October 1998. ISSN [https://doi.org/10.1016/S0377-2217\(97\)00262-2](https://doi.org/10.1016/S0377-2217(97)00262-2).

LARA, B. Alocação de professores em instituições de ensino superior: Um modelo matemático para o problema de único campus e para o multicampi. **XXXIX SBPO - A Pesquisa Operacional e Desenvolvimento Sustentável (2007)**, Fortaleza (CE), p. 1783 - 1794, Agosto 2007.

LARA-VELÁZQUEZ, P. E. A. A model for timetabling problems with period spread constraints. **Journal of the Operational Research Society**, v. 62, n. 1, p. 217-222, December 2011. ISSN <https://doi.org/10.1057/jors.2009.173>.

LAW, A. M.; KELTON, W. D. **Simulation Modeling Analysis**. New York: McGraw-Hill, v. 3, 2000.

LESLIE, L. L.; BRINKMAN, P. T. Student price response in higher education: The student demand studies. **The Journal of Higher Education**, Columbus (Ohio), v. 58, n. 2, p. 181-204, March/April 1987. ISSN <https://doi.org/10.1080/00221546.1987.11778239>.

LETCHFORD, A. N. Allocation of school bus contracts by integer programming. **Journal of the Operational Research Society**, v. 47, n. 3, p. 369-372, 1996. ISSN <https://doi.org/10.1057/jors.1996.36>.

LINKOV, I. et al. **Multi-Criteria Decision Analysis: A Framework for Structuring Remedial Decisions at Contaminated Sites. Comparative Risk Assessment and Environmental Decision Making**. Dordrecht: Springer. 2004. p. 15-54.

LIU, J. S. et al. A survey of DEA applications. **Omega**, v. 41, n. 5, p. 893-902, October 2013. ISSN <https://doi.org/10.1016/j.omega.2012.11.004>.

LOCH, G. V. MENSURAÇÃO E PREVISÃO DO CUSTO DA FALHA INTERNA VIA MODELO DE SIMULAÇÃO. **Universidade Federal do Paraná, Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Setor de Tecnologias e Ciências Exatas (dissertação de mestrado)**, Curitiba, p. 1-143, Fevereiro 2010.

MAKUEI, A. et al. A goal programming method for finding common weights in DEA with an improved discriminating power for efficiency. **JOURNAL OF INDUSTRIAL AND SYSTEMS ENGINEERING (JISE)**, Tehran, Iran, v. 1, n. 4, p. 293-303, Winter 2008. ISSN <https://www.sid.ir/en/journal/ViewPaper.aspx?id=106093>.

MARINS, F. D. S. S. D. Fatores que influenciam na escolha, permanência e na evasão do curso de Fonoaudiologia. **Dissertação de Mestrado, Departamento de Pós Graduação em Educação, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro**, Rio de Janeiro, p. 138, Fevereiro 2021.

MAXWELL, A. A. Application of goal programming model for budgeting in rivers state university of science and technology, port harcourt. **Continental Journal of Social Sciences**, v. 3, p. 65-70, 2010.

MCCLATCHEY, C. A. A Multi-Criteria Model For Optimizing University Tuition Structures. **Journal of Applied Business Research (JABR)**, v. 14, n. 2, p. 117-128, April 1998. ISSN <https://doi.org/10.19030/jabr.v14i2.5720>.

MOOD, A. M.; BOES, D. C.; GRAYBILL, F. A. **Introduction to the Theory of Statistics**. New York: McGraw-Hill Education, 1974.

MORAES, R. B. N. D.; MELO, C. G. D. Evasão no ensino superior: uma revisão de literatura em psicologia e educação. **Psicologia - Saberes e Práticas**, v. 1, n. 2, p. 83-91, 2018.

MORETTIN, P. A.; BUSSAB, W. O. **Estatística Básica**. 5a. ed. São Paulo: Saraiva, 2004.

MURAT, S.; KAZAN, H.; COSKUN, S. S. An Application for Measuring Performance Quality of Schools by Using the PROMETHEE Multi-Criteria Decision Making Method. **Procedia-Social and Behavioral Sciences**, v. 195, p. 729-738, July 2015. ISSN <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2015.06.344>.

NAIM, I.; MAHARA, T.; IDRISI, A. R. Effective Short-Term Forecasting for Daily Time Series with Complex Seasonal Patterns. **Procedia Computer Science**, v. 132, p. 1832-1841, 2018. ISSN <https://doi.org/10.1016/j.procs.2018.05.136>.

NASRABADI, M. M.; RASOULI, E. S.; SHARIFI, M. Robust Optimization for Performance-Based Budget Allocation at Payam Noor University. **American Journal of Applied Mathematics**, v. 4, n. 6, p. 310-315, 2016.

NICHOLLS, M. G.; CARGILL, B. J.; DHIR, K. S. Using OR for diagnosis and facilitation in change programmes: a university application. **Journal of the Operational Research Society**, v. 55, n. 5, p. 440-452, December 2004.

OZDEMIR, M. S.; GASIMOV, R. N. The analytic hierarchy process and multiobjective 0–1 faculty course assignment. **European Journal of Operational Research**, v. 157, n. 2, p. 398-408, September 2004.

PANTELOUS, A. A.; KALOGEROPOULOS, G. I. The benefits of schooling: A human capital allocation into a continuous optimal control framework'. **Technology, Education & Development**, 2009.

PETROVIC, S.; YANG, Y.; DROR, M. Case-based selection of initialisation heuristics for metaheuristic examination timetabling. **Expert Systems with Applications**, v. 33, n. 3, p. 772-785, October 2007. ISSN <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2006.06.017>.

PRADO, D. S. D. **Teoria das Filas e da Simulação**. 6a. ed. Nova Lima: FALCONI Editora, v. 2 (Série Pesquisa Operacional), 2017.

RACHMAWATI, S. R. SCHOLARSHIP-STUDENT MATCHING PROCESS OPTIMIZATION. **University of Oklahoma, GALLOGLY COLLEGE OF ENGINEERING (degree of master of science thesis)**, Norman, Oklahoma, p. 1-78, 2017.

RAY, S. C.; JEON, Y. Reputation and efficiency: A non-parametric assessment of America's top-rated MBA programs. **European Journal of Operational Research**, v. 189, n. 1, p. 245-268, August 2008. ISSN <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.03.045>.

RODRIGUES, R. B. Modelo de programação matemática na elaboração de quadros de horários para cursos de graduação. **Pós-graduação em Engenharia de Produção (dissertação de mestrado) - FEG, Unesp, Guaratingueta - SP**, p. 1-87, Setembro 2018.

SAATY, R. W. The analytic hierarchy process—what it is and how it is used. **Mathematical modelling**, v. 9, n. 3-5, p. 161-176, 1987. ISSN [https://doi.org/10.1016/0270-0255\(87\)90473-8](https://doi.org/10.1016/0270-0255(87)90473-8).

SCARPIN, C. T. UMA METODOLOGIA PARA A PREVISÃO DE DEMANDA DE PRODUTOS. **Universidade Federal do Paraná, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Setor de Ciências Exatas e de Tecnologia (tese de doutorado)**, Curitiba, p. 1-153, 2012.

SHACKLOCK, X. **From bricks to clicks: the potential of data and analytics in higher education**. London: Higher Education Commission, 2016.

SIMON, J.; SIMON, C.; ARIAS, A. Changes in productivity of Spanish university libraries. **Omega**, v. 39, n. 5, p. 578-588, October 2011. ISSN <https://doi.org/10.1016/j.omega.2010.12.003>.

SIRAJ, F.; ABDOLHA, M. A. Uncovering hidden information within university's student enrollment data using data mining. **2009 Third Asia International Conference on Modelling & Simulation**, Bundang, Indonesia, p. 413-418, 2009. ISSN doi: 10.1109/AMS.2009.117.

SOYIBO, A.; LEE, S. M. A multiobjective planning model for university resource allocation. **European journal of operational research**, v. 27, n. 2, p. 168-178, October 1986. ISSN [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(86\)90058-5](https://doi.org/10.1016/0377-2217(86)90058-5).

SUGRUE, P. K.; MEHROTRA, A.; OREHOVEC., P. M. Financial aid management: an optimisation approach. **International Journal of Operational Research**, v. 1, n. 3, p. 267-282, March 2006. ISSN <https://doi.org/10.1504/IJOR.2006.009301>.

TRUSHEIM, D.; RYLEE, C. Predictive Modeling: Linking Enrollment and Budgeting. **Planning for Higher Education**, v. 40, n. 1, p. 12-21, Oct-Dec 2011.

WALCZAK, S.; SINCICH, T. A comparative analysis of regression and neural networks for university admissions. **Information Sciences**, v. 119, n. 1-2, p. 1-20, October 1999. ISSN [https://doi.org/10.1016/S0020-0255\(99\)00057-2](https://doi.org/10.1016/S0020-0255(99)00057-2).

WANG, S. Data Mining Techniques and Mathematical Models for the. **Wright State University - doctorate dissertation**, Dayton (Ohio), p. 113, December 2017. ISSN https://corescholar.libraries.wright.edu/etd_all/1896.

WEST, D. M. Big data for education: Data mining, data analytics, and web dashboards. **Governance studies at Brookings**, Washington, D.C., v. 4, n. 1, p. 1-10, September 2012.

YE, H. et al. College Student Scholarships and Subsidies Granting: A Multi-modal Multi-label Approach. **2016 IEEE 16th International Conference on Data Mining (ICDM)**, Barcelona, Spain, p. 559-568, December 2016. ISSN doi: 10.1109/ICDM.2016.0067.

APENDICE 1 – AMOSTRA DE CURSOS ANALISADOS E ESTATÍSTICAS DE EVASÃO SEMESTRAL CÁLCULADAS

Nome	Evasão Média (%)	Evasão Mínimo (%)	Evasão Máximo (%)
Tecnologia em Gastronomia	14,3%	7,0%	20,0%
Direito (Diurno)	4,5%	2,0%	7,0%
Direito (Noturno)	7,5%	5,0%	10,0%
Administração (Diurno)	9,2%	4,0%	14,0%
Administração (Noturno)	10,4%	5,0%	15,0%
Ciências Econômicas (Noturno)	10,3%	3,0%	17,0%
Ciências Econômicas (Manhã)	13,4%	9,0%	22,0%
Medicina	1,0%	0,0%	2,0%
Bacharelado em Psicologia (Diurno)	5,5%	3,0%	9,0%
Odontologia (Diurno)	3,9%	3,0%	6,0%
Fisioterapia (Diurno)	5,9%	2,0%	9,0%
Enfermagem	7,6%	5,0%	13,0%
Nutrição	6,7%	2,0%	12,0%
Bacharelado em Psicologia (Noturno)	7,0%	4,0%	11,0%
Tecnologia em Gastronomia (Diurno)	14,2%	2,0%	31,0%
Biotecnologia	6,5%	3,0%	11,0%
Medicina Veterinária (Manhã)	5,9%	3,0%	8,0%
Agronomia (Manhã)	6,2%	2,0%	12,0%
Agronomia (Noturno)	6,5%	3,0%	11,0%
Licenciatura em Química (Diurno)	10,5%	2,0%	25,0%
Marketing	8,5%	4,0%	14,0%
Engenharia de Controle e Automação (Diurno)	12,9%	5,0%	20,0%
Engenharia de Controle e Automação (Noturno)	10,1%	6,0%	16,0%
Ciências Biológicas	5,1%	3,0%	8,0%
Farmácia (Diurno)	4,9%	2,0%	9,0%
Pedagogia (Manhã)	7,6%	4,0%	13,0%
Letras	9,9%	4,0%	17,0%
Licenciatura em Educação Física (Manhã)	8,8%	5,0%	18,0%
Pedagogia (Noturno)	6,9%	1,0%	17,0%
Bacharelado em Educação Física (Manhã)	9,6%	4,0%	15,0%

APENDICE 2 – RESULTADOS DE CADA REPLICAÇÃO PARA OS CENÁRIOS

Resultados das Replicações – Cenário 2

Simulação	Nº Alunos Sem Bolsa	Nº Alunos c/ Bolsa 50%	Nº Alunos c/ Bolsa 100%	Valor Concedido em Bolsas	Receita Bruta
1	16904	1650	2061	R\$ 6.530.132,66	R\$ 43.578.369,42
2	16936	1652	2066	R\$ 6.537.260,27	R\$ 43.618.937,27
3	16956	1657	2066	R\$ 6.533.381,96	R\$ 43.635.893,08
4	16996	1656	2074	R\$ 6.550.367,67	R\$ 43.734.133,33
5	16951	1651	2069	R\$ 6.543.405,10	R\$ 43.662.656,97
6	16976	1652	2074	R\$ 6.549.834,41	R\$ 43.685.274,04
7	16956	1652	2070	R\$ 6.554.579,34	R\$ 43.719.658,13
8	16949	1652	2068	R\$ 6.541.061,17	R\$ 43.674.181,24
9	16928	1645	2070	R\$ 6.530.327,22	R\$ 43.561.613,18
10	16943	1650	2069	R\$ 6.537.859,11	R\$ 43.627.294,01
11	16888	1650	2058	R\$ 6.520.510,82	R\$ 43.529.941,72
12	16944	1656	2064	R\$ 6.526.778,29	R\$ 43.577.293,27
13	16887	1645	2061	R\$ 6.519.522,77	R\$ 43.500.247,15
14	16978	1659	2068	R\$ 6.537.320,83	R\$ 43.643.229,77
15	16912	1647	2065	R\$ 6.527.751,87	R\$ 43.536.482,49
16	16917	1649	2064	R\$ 6.527.168,89	R\$ 43.546.185,94
17	16912	1649	2063	R\$ 6.519.914,85	R\$ 43.543.937,72
18	16945	1653	2067	R\$ 6.535.953,44	R\$ 43.622.471,40
19	16951	1657	2065	R\$ 6.535.880,29	R\$ 43.648.423,35
20	16923	1652	2063	R\$ 6.529.841,67	R\$ 43.597.004,51
21	16942	1650	2068	R\$ 6.532.230,98	R\$ 43.600.638,68
22	16962	1659	2065	R\$ 6.536.765,63	R\$ 43.662.855,92
23	16961	1654	2069	R\$ 6.529.755,97	R\$ 43.592.712,77
24	16913	1654	2059	R\$ 6.524.873,40	R\$ 43.572.002,11
25	16863	1648	2054	R\$ 6.503.435,00	R\$ 43.432.502,73
26	16915	1654	2060	R\$ 6.524.954,97	R\$ 43.563.550,64
27	16963	1653	2070	R\$ 6.543.643,63	R\$ 43.660.339,73
28	16965	1655	2069	R\$ 6.538.742,55	R\$ 43.640.580,08
29	16880	1649	2057	R\$ 6.509.389,30	R\$ 43.461.831,19
30	16895	1648	2061	R\$ 6.527.540,43	R\$ 43.579.054,92
31	16928	1654	2062	R\$ 6.533.169,05	R\$ 43.652.417,91

Resultados das Replicações Realizadas – Cenário 3

Simulação	Nº Alunos Sem Bolsa	Nº Alunos c/ Bolsa 50%	Nº Alunos c/ Bolsa 100%	Valor Concedido Bolsas	Receita Bruta
1	17.254	1.683	2.104	R\$ 6.639.372,99	R\$ 44.289.543,99
2	17.251	1.687	2.101	R\$ 6.633.028,74	R\$ 44.266.708,81
3	17.246	1.682	2.104	R\$ 6.637.537,58	R\$ 44.252.232,53
4	17.243	1.684	2.101	R\$ 6.631.152,71	R\$ 44.236.837,77
5	17.276	1.687	2.106	R\$ 6.649.065,40	R\$ 44.358.124,39
6	17.246	1.687	2.100	R\$ 6.633.063,32	R\$ 44.247.083,99
7	17.267	1.687	2.104	R\$ 6.641.565,53	R\$ 44.307.454,85
8	17.279	1.689	2.105	R\$ 6.644.074,37	R\$ 44.319.557,47
9	17.262	1.686	2.104	R\$ 6.641.172,51	R\$ 44.292.824,81
10	17.260	1.687	2.102	R\$ 6.630.694,81	R\$ 44.259.726,71
11	17.240	1.684	2.101	R\$ 6.631.769,36	R\$ 44.249.971,94
12	17.225	1.680	2.101	R\$ 6.625.360,60	R\$ 44.208.660,95
13	17.229	1.681	2.101	R\$ 6.628.299,88	R\$ 44.220.625,41
14	17.273	1.686	2.106	R\$ 6.635.920,75	R\$ 44.279.433,31
15	17.230	1.685	2.098	R\$ 6.632.509,23	R\$ 44.242.216,79
16	17.263	1.681	2.108	R\$ 6.640.619,36	R\$ 44.254.588,71
17	17.253	1.684	2.103	R\$ 6.630.107,65	R\$ 44.251.714,98
18	17.264	1.688	2.102	R\$ 6.634.309,59	R\$ 44.281.884,30
19	17.229	1.687	2.096	R\$ 6.618.228,05	R\$ 44.190.217,37
20	17.257	1.680	2.107	R\$ 6.632.373,45	R\$ 44.231.528,99
21	17.249	1.686	2.101	R\$ 6.628.745,19	R\$ 44.237.183,00
22	17.257	1.686	2.103	R\$ 6.634.127,66	R\$ 44.255.194,37
23	17.260	1.686	2.103	R\$ 6.637.038,03	R\$ 44.268.481,08
24	17.245	1.686	2.100	R\$ 6.630.732,20	R\$ 44.245.527,37
25	17.247	1.687	2.100	R\$ 6.636.844,11	R\$ 44.317.375,31
26	17.236	1.680	2.103	R\$ 6.626.130,98	R\$ 44.199.963,31
27	17.237	1.685	2.099	R\$ 6.626.786,06	R\$ 44.228.338,23
28	17.250	1.691	2.097	R\$ 6.635.426,15	R\$ 44.325.248,24
29	17.246	1.686	2.100	R\$ 6.626.339,25	R\$ 44.225.544,50
30	17.227	1.680	2.101	R\$ 6.625.237,24	R\$ 44.192.281,98
31	17.266	1.691	2.100	R\$ 6.638.114,28	R\$ 44.348.983,84

APENDICE 3 – DEDUÇÃO DA RESTRIÇÃO (MODELO PLIM)

Dedução da Restrição (10) do Modelo PLIM utilizado na dissertação. A restrição exige que os alunos bolsistas perfaçam ao menos 20% da população total de pagantes. Neste caso, os alunos bolsistas parciais compõem tanto o número de alunos bolsistas, quanto a população de alunos pagantes. Assim, esta restrição pode ser simplificada da seguinte forma:

$$\frac{\text{Bolsistas}}{\text{Pagantes}} \geq 0,2$$

Podemos reescrever em termos da variável “y”, que representa o nº de alunos efetivos para cada tipo de bolsa k (1, 2 e 3) através da inequação abaixo, e através de alguma manipulação algébrica, chegamos na formulação da restrição (10)

$$\frac{y_1 + y_2}{y_2 + y_3} \geq 0,2$$

$$y_1 + y_2 \geq 0,2(y_2 + y_3)$$

$$y_1 + 0,8y_2 - 0,2y_3 \geq 0$$