

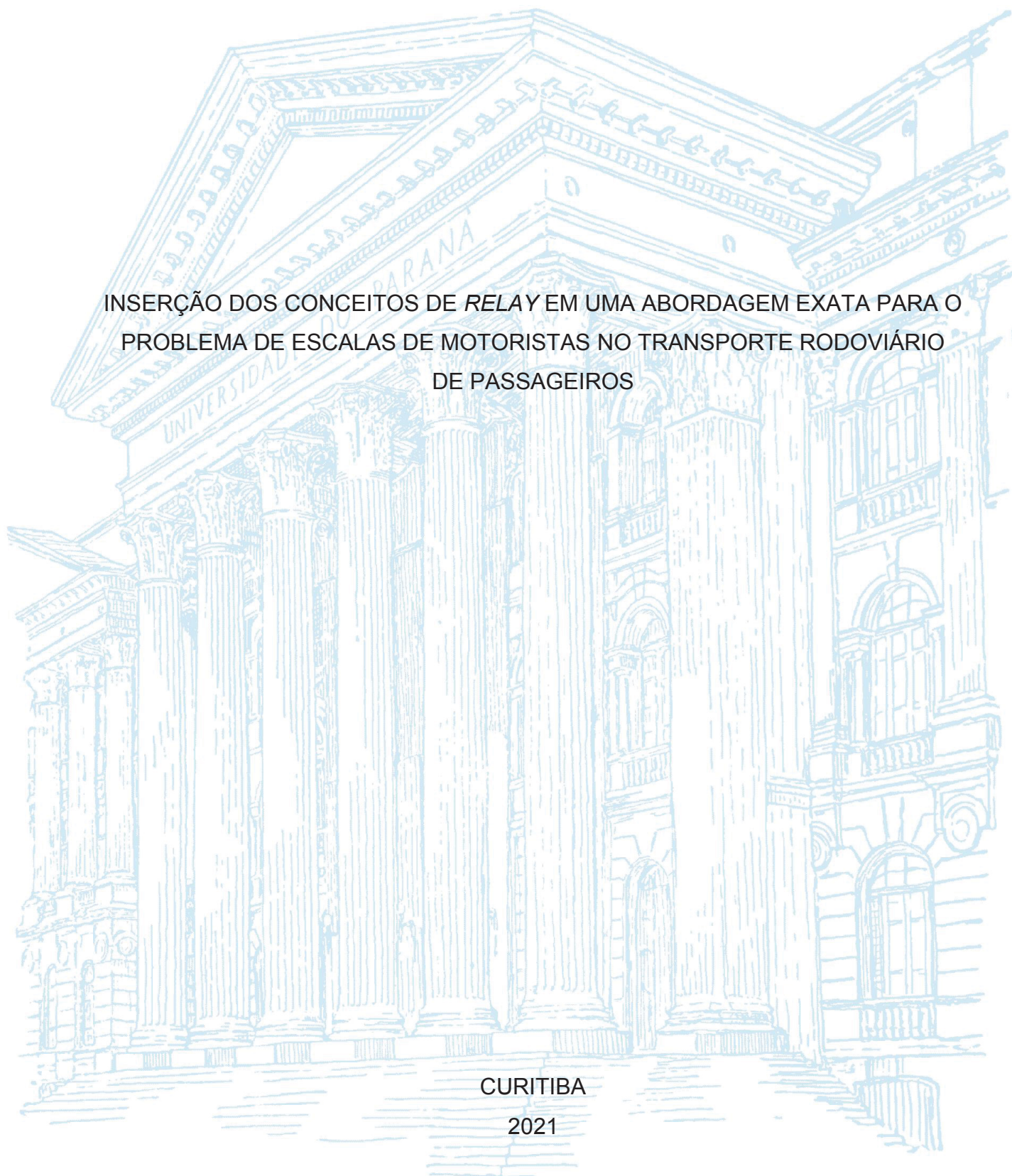
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ROZA MARIA ZOELLNER LOPES

INSERÇÃO DOS CONCEITOS DE *RELAY* EM UMA ABORDAGEM EXATA PARA O  
PROBLEMA DE ESCALAS DE MOTORISTAS NO TRANSPORTE RODOVIÁRIO  
DE PASSAGEIROS

CURITIBA

2021



ROZA MARIA ZOELLNER LOPES

INSERÇÃO DOS CONCEITOS DE *RELAY* EM UMA ABORDAGEM EXATA PARA O  
PROBLEMA DE ESCALAS DE MOTORISTAS NO TRANSPORTE RODOVIÁRIO  
DE PASSAGEIROS

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, Setor de tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Dr. Cassius Tadeu Scarpin

CURITIBA

2021

Catálogo na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR  
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

L864i Lopes, Roza Maria Zoellner  
Inserção dos conceitos de *Relay* em uma abordagem exata para o problema de escalas de motoristas no transporte rodoviário de passageiros [recurso eletrônico] / Roza Maria Zoellner Lopes. – Curitiba, 2021.

Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, 2021.

Orientador: Cassius Tadeu Scarpin.

1. Transporte Rodoviário. 2. Horário de trabalho flexível. 3. Motoristas de ônibus. 4. Programação linear. I. Universidade Federal do Paraná. II. Scarpin, Cassius Tadeu. III. Título.

CDD: 388.092

Bibliotecária: Vanusa Maciel CRB- 9/1928



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SETOR DE TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENGENHARIA DE  
PRODUÇÃO - 40001016070P1

## TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA DE PRODUÇÃO da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da dissertação de Mestrado de **ROZA MARIA ZOELLNER LOPES** intitulada: **INSERÇÃO DOS CONCEITOS DE RELAY EM UMA ABORDAGEM EXATA PARA O PROBLEMA DE ESCALAS DE MOTORISTAS DO TRANSPORTE RODOVIÁRIO DE PASSAGEIROS**, sob orientação do Prof. Dr. CASSIUS TADEU SCARPIN, que após terem inquirido a aluna e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua **APROVAÇÃO** no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 26 de Maio de 2021.

Assinatura Eletrônica  
02/06/2021 16:51:27.0  
CASSIUS TADEU SCARPIN  
Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica  
27/05/2021 16:52:07.0  
CLAUDIMAR PEREIRA DA VEIGA  
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ -  
PPGOLD)

Assinatura Eletrônica  
29/05/2021 18:17:05.0  
GUSTAVO VALENTIM LOCH  
Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica  
27/05/2021 18:36:11.0  
EDUARDO ALVES PORTELA SANTOS  
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer à Deus pelo dom da vida e por ser minha fortaleza em momentos difíceis, sem Ele nada seria possível.

Ao meu orientador, professor Cassius, pela disponibilidade, por todo suporte e por acreditar no meu potencial. Agradeço por todo conhecimento compartilhado e por todos os direcionamentos ao longo desse projeto, que foram fundamentais para a sua conclusão. Por estar sempre presente e interessado em construir um trabalho de qualidade, despertando o meu melhor.

Agradeço aos meus pais, Luiz e Angélica, e aos meus irmãos, João Luiz e Maria Angélica, pelo apoio, compreensão e carinho ao longo dessa jornada.

À minha mãe, minha razão de viver, meu porto seguro, se consegui concluir mais uma etapa importante da minha vida foi por seu amor incondicional e por estar sempre ao meu lado, me apoiando nos momentos bons e ruins.

Ao meu namorado, Michel, que me incentivou sempre a buscar o meu melhor e crescer como profissional. Obrigada por acreditar em meu potencial, pela paciência, compreensão e por estar ao meu lado em todos os momentos me incentivando e apoiando.

Aos meus amigos, por todo apoio e por compreenderem os momentos em que não pude estar presente.

À minha amiga Rafaela, pelo incentivo para ingressar no mestrado.

À minha amiga Fernanda, que esteve presente comigo em todas as etapas da pesquisa, me dando suporte, força e motivação. Obrigada por todas as conversas, conselhos e por me animar nos momentos de dificuldade.

Aos meus colegas do Grupo de Tecnologia Aplicada à Otimização - GTA0 pela amizade e troca de conhecimentos ao longo desses dois anos.

Aos professores do PPGEP, pelos ensinamentos que foram base para a realização dessa pesquisa.

Ao professor Edgar Pedroso, por despertar em mim a paixão pela Pesquisa Operacional.

À CAPES, pelo período de apoio financeiro.

## RESUMO

O Brasil possui uma extensa malha viária, possibilitando a ampla utilização do transporte rodoviário de passageiros, o qual movimentam milhares de pessoas por ano. O transporte rodoviário é realizado por empresas licenciadas que seguem as leis impostas pela legislação brasileira. Define-se o problema de alocação de funcionários em designar tarefas de acordo com demandas existentes, buscando a construção do cronograma de trabalho da equipe. Para os motoristas envolvidos no transporte rodoviário de passageiros este problema pode ser utilizado para a redução da jornada de trabalho extra e aumento da qualidade de vida. Os problemas de pontos de *relay* visam determinar locais onde pode ser realizada a troca de motoristas, veículos, mercadorias, reboques e modal de transporte em uma rede. Uma abordagem integrada do problema de alocação de funcionários com o problema de determinação de pontos de *relay* pode aumentar ainda mais os resultados positivos, tanto para empresas de transporte de passageiros quanto para os motoristas. Ao se obter uma solução viável para o problema de pontos *relay*, possibilitando, por vezes, o aumento do retorno do motorista para casa com maior frequência ao longo da semana, visa-se maximizar o uso dos motoristas dentro dos horários regulares de trabalho. Deseja-se que o motorista esteja à disposição, o máximo possível, em sua cidade residência. Isto posto, o objetivo do estudo foi realizar a modelagem matemática como um problema de programação linear inteira mista para a escala de motoristas de uma rede de transporte rodoviário de passageiros com a utilização dos conceitos de *relay* visando maximizar o retorno do motorista para seu ponto de origem. Foi utilizado o *solver* Gurobi para a resolução das instâncias geradas. Com os resultados obtidos, foi possível verificar que, além de determinar a rota diária dos motoristas, a realização do pernoite é minimizada. O modelo resolve instâncias em um tempo computacional baixo (menos que 1 segundo), porém, à medida que as instâncias aumentam, não é possível obter uma solução dentro do tempo proposto neste trabalho (86400 segundos). Portanto, trabalhos futuros podem abordar metodologias que visam a redução do tempo computacional.

Palavras-chave: Escala de Motoristas. *Relay*. Transporte Rodoviário de Passageiros. Programação linear inteira mista.

## **ABSTRACT**

Brazil has an extensive road network, enabling the wide use of road passenger transport, which moves thousands of people a year. Road transport is carried out by licensed companies that follow the laws imposed by Brazilian law. The problem of allocation of employees is defined in assigning tasks according to existing demands, seeking to build the team's work schedule. For drivers involved in road passenger transport, this problem can be used to reduce extra work hours and increase quality of life. Relay point problems aim to determine locations where drivers, vehicles, goods, trailers and transport modes can be exchanged in a network. An integrated approach to the staff allocation problem with the problem of determining relay points can further enhance the positive results, both for passenger transport companies and for drivers. By obtaining a viable solution to the problem of relay points, enabling, at times, an increase in the driver's return home more frequently throughout the week, the aim is to maximize the use of drivers within regular working hours. We want the driver to be available, as much as possible, in his/her hometown. That said, the objective of the study was to perform the mathematical modeling as a mixed integer linear programming problem for the scale of drivers of a road passenger transport network using relay concepts to maximize the driver's return to his point of origin. Gurobi solver was used to solve the generated instances. With the results obtained, it was possible to verify that, in addition to determining the drivers' daily route, the overnight stay is minimized. The model solves instances in a low computational time (less than 1 second), however, as the instances increase, it is not possible to obtain a solution within the time proposed in this work (86400 seconds). Therefore, future works may approach methodologies that aim to reduce computational time.

Keywords: Drivers' Scale. Relay. Road Passenger Transport. Mixed integer linear programming.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – CLASSIFICAÇÃO DO TRANSPORTE RODOVIÁRIO DE PASSAGEIROS .....	19
FIGURA 2 - METODOLOGIA .....	48
FIGURA 3 - ROTA COM PERNOITE .....	50
FIGURA 4 - ROTA COM <i>RELAY</i> .....	51
FIGURA 5 - ROTA COM CARONA .....	52
FIGURA 6 - VIAGENS DO EXEMPLO 1 .....	61
FIGURA 7 - RESULTADO DO EXEMPLO 1 .....	63
FIGURA 8 - VIAGENS DO EXEMPLO 2 .....	64
FIGURA 9 - RESULTADO DO EXEMPLO 2 .....	66
FIGURA 10 - VIAGENS DO EXEMPLO 3 .....	67
FIGURA 11 - RESULTADO EXEMPLO 3.....	69
FIGURA 12 - VIAGENS EXEMPLO 4 .....	71
FIGURA 13 - RESULTADO DO EXEMPLO 4 .....	72
FIGURA 14 - VIAGENS DO EXEMPLO 5 .....	73
FIGURA 15 - RESULTADO DO EXEMPLO 5 .....	75
FIGURA 16 - VIAGENS EXEMPLO 6 .....	76
FIGURA 17 - RESULTADO EXEMPLO 6.....	77
FIGURA 18 - RESULTADO EXEMPLO 7.....	79



## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – TRABALHOS CORRELATOS DE <i>RELAY</i> .....	41
QUADRO 2 – TRABALHOS CORRELATOS DE ESCALA DE MOTORISTAS.....	42

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - ÍNDICES, CONJUNTOS E PARÂMETROS DO MODELO .....	54
TABELA 2 - VARIÁVEIS DO MODELO.....	54
TABELA 3 - PARÂMETROS FIXOS.....	59
TABELA 4 – VIAGEM DO EXEMPLO 1 .....	61
TABELA 5 – MOTORISTAS DO EXEMPLO 1 .....	61
TABELA 6 - DISTÂNCIAS DO EXEMPLO 1 .....	61
TABELA 7 - RESULTADO DO EXEMPLO 1 .....	62
TABELA 8 - VARIÁVEIS DO EXEMPLO 1.....	62
TABELA 9 - PARÂMETROS DO EXEMPLO 2.....	63
TABELA 10 – MOTORISTAS DO EXEMPLO 2 .....	63
TABELA 11 - DISTÂNCIAS DO EXEMPLO 2 .....	64
TABELA 12 - RESULTADO DO EXEMPLO 2 .....	64
TABELA 13 - VARIÁVEIS DO EXEMPLO 2.....	65
TABELA 14 - PARÂMETROS DO EXEMPLO 3.....	67
TABELA 15 - MOTORISTAS DO EXEMPLO 3 .....	67
TABELA 16 - DISTÂNCIAS DO EXEMPLO 3 .....	67
TABELA 17 - RESULTADO DO EXEMPLO 3.....	68
TABELA 18 - VARIÁVEIS DO EXEMPLO 3.....	68
TABELA 19 - VIAGENS EXEMPLO 4 .....	70
TABELA 20 - MOTORISTAS EXEMPLO 4.....	70
TABELA 21 - DISTÂNCIAS EXEMPLO 4.....	70
TABELA 22 - RESULTADO EXEMPLO 4 .....	71
TABELA 23 - VARIÁVEIS EXEMPLO 4 .....	71
TABELA 24 - VIAGENS DO EXEMPLO 5.....	73
TABELA 25 - MOTORISTAS DO EXEMPLO 5 .....	73
TABELA 26 - DISTÂNCIAS DO EXEMPLO 5 .....	73
TABELA 27 - RESULTADO EXEMPLO 5 .....	74
TABELA 28 - VARIÁVEIS DO EXEMPLO 5.....	74
TABELA 29 - VIAGENS DO EXEMPLO 6.....	76
TABELA 30 - MOTORISTAS DO EXEMPLO 6 .....	76
TABELA 31 - DISTÂNCIAS EXEMPLO 6.....	76
TABELA 32 - RESULTADO DO EXEMPLO 6 .....	76

TABELA 33 - VARIÁVEIS DO EXEMPLO 6.....	77
TABELA 34 - RESULTADO EXEMPLO 7 .....	78
TABELA 35 - VARIÁVEIS DO EXEMPLO 7.....	78
TABELA 36 - RESULTADO GRUPO 1 DE TESTES.....	80
TABELA 37 - RESULTADO GRUPO 2 DE INSTÂNCIAS .....	81
TABELA 38 – VIAGENS.....	82
TABELA 39 - MOTORISTAS.....	84
TABELA 40 – DISTÂNCIA.....	85
TABELA 41 – RESULTADO INSTÂNCIA 39.....	85
TABELA 42 – RESULTADO POR MOTORISTA.....	86

## LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

ABR – Relaxamento Adaptativo dos Limites  
AG – Algoritmo Genético  
ANTT – Agência Nacional de Transportes  
BD – Decomposição de Benders  
BDSP – Bus Driver Scheduling Problem  
BT – Busca Tabu  
B&C – *Branch and Cut*  
B&P – *Branch and Price*  
CG – Geração de Colunas  
CNT – Confederação Nacional do Transporte  
CRND-LI – Capacitated Relay Network Design with Link-Imbalance  
CSP – Crew Scheduling Problem  
DVRP – Driver Vehicle Routing Problem  
DNDR – *Directed Network Design Problem with Relays*  
DRP – *Driver Rostering Problem*  
DSP – *Driver scheduling Problem*  
FVCS - Programação de tripulação de veículo flexível  
GAMS - Sistema de Modelagem Algébrica Geral  
GRASP - Greedy Randomized Adaptive Search Procedure  
MCPPR – *Minimum Cost Path Problem with Relays*  
MCF – *Formulação de Fluxo de mercadorias*  
MCF-LP - *Formulação de Fluxo de mercadorias Relaxado*  
NDR – *Network Design Problem with Relays*  
NDR – S - *Single Source Network Design Problem with Relays*  
OPPR – *Optimal Path Problem with Relays*  
OD – Par de origem - destino  
ODSD – *on demand, same-day delivery*  
PLIM – Programação Linear Inteira Mista  
PtP – Despacho Ponto a Ponto  
RMCPR - *Minimum Cost Path Problem with Relays*  
RP – *Relay Points*  
STF – Formulação de Árvores de *Steiner*

STF-LP - Formulação de Árvores de *Steiner Relaxado*

TF – Formulação de Árvores

TFJSP - Problemas Táticos de Programação de Tarefas Fixas

TL – *Transporte de Carga Completa*

TLRND – *Truckload Relay Network Design*

TLRND-MD – *Truckload Relay Network Design with Mixed Fleet Dispatching*

VRP – *Vehicle Routing Problem*

VNS - *Variable Neighborhood Search*

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>15</b>
1.1 OBJETIVO GERAL .....	16
1.1.1 Objetivos específicos.....	16
1.2 LIMITAÇÕES DO TRABALHO .....	16
1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO.....	17
<b>2 REVISÃO DA LITERATURA .....</b>	<b>18</b>
2.1 TRANSPORTE RODOVIÁRIO DE PASSAGEIROS .....	18
2.2 ESCALA DE MOTORISTAS.....	20
2.3 PONTOS DE <i>RELAY</i> .....	22
2.4 TRABALHOS CORRELATOS .....	24
2.4.1 Pontos de <i>relay</i> no transporte rodoviário.....	24
2.4.2 Problema de escala de motoristas .....	32
2.4.3 Considerações sobre os trabalhos correlatos .....	40
<b>3 METODOLOGIA .....</b>	<b>47</b>
3.1 ETAPAS DO DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA.....	48
3.2 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA.....	50
3.3 MODELO MATEMÁTICO .....	52
<b>4 RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>59</b>
4.1 VALIDAÇÃO DO MODELO PROPOSTO.....	60
4.1.1 Exemplo 1 – <i>Relay</i> simétrico .....	60
4.1.2 Exemplo 2 – <i>Relay</i> assimétrico .....	63
4.1.3 Exemplo 3 – Carona para retornar à origem .....	66
4.1.4 Exemplo 4 – Carona entre viagens .....	69
4.1.5 Exemplo 5 - Pernoite .....	72
4.1.6 Exemplos 6 e 7 – Variação do parâmetro <i>K</i> .....	75
4.2 RESOLUÇÃO DAS INSTÂNCIAS.....	79
<b>5 CONCLUSÕES .....</b>	<b>88</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>90</b>
<b>APÊNDICE 1 – RESULTADOS DO PRIMEIRO CONJUNTO DE INSTÂNCIAS .....</b>	<b>95</b>
<b>APÊNDICE 2 – RESULTADOS DO SEGUNDO CONJUNTO DE INSTÂNCIAS ...</b>	<b>111</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O transporte rodoviário de passageiros é o principal meio de deslocamento interestadual no Brasil devido ao seu baixo valor e à extensão da malha rodoviária, sendo responsável pela locomoção de milhares de pessoas todos os anos (FREITAS *et al.* 2011; ANTT, 2018). Segundo a CNT (2020) existem 222 empresas licenciadas para realizar o transporte rodoviário de passageiros no Brasil. Essas empresas devem seguir a legislação brasileira para o setor e são fiscalizadas pela Agência Nacional de Transportes Terrestres - ANTT, órgão brasileiro criado para a fiscalização, regulamentação e concessão de trechos. Além de garantir os direitos e a segurança do próprio condutor, a legislação visa a segurança dos passageiros, pois por ser responsável pelo deslocamento de inúmeras pessoas e sua segurança, o motorista possui uma função crucial para a preservação da vida dos passageiros (NETO *et al.*, 2017; ANTT, 2018).

A carga horária diária máxima para os motoristas rodoviários de passageiros é determinada pela lei 13.103 de março de 2015 e consiste em 8 horas regulares que podem ser estendidas por mais 2 horas extras. Por isso, se o trajeto total for superior ao previsto pela lei, o motorista precisa interromper a viagem para descansar ou outro motorista pode continuar o percurso (BRASIL, 2015). As empresas de transporte de passageiros possuem alto custo com mão de obra, sendo a realização de uma escala otimizada uma importante ferramenta para elevar a eficiência da operação (TÓTH; KRÉSZ, 2013). Existe o problema de escala de motoristas que visa a minimização dos custos e pode aumentar a satisfação dos motoristas quanto ao trabalho desempenhado. O problema consiste em determinar uma quantidade mínima de motoristas que deverão realizar determinadas viagens, considerando diversas restrições operacionais (MESQUITA *et al.*, 2015).

Existem outros fatores que podem elevar os custos operacionais de empresas de transporte rodoviário de passageiros: acidentes durante a viagem, doenças e a insatisfação dos motoristas, que muitas vezes são causadas por noites mal dormidas e longas jornadas de trabalho (OLIVEIRA, 2019). A utilização de pontos de *relay* é uma alternativa aplicada na literatura para reduzir a jornada de trabalho dos motoristas. Os pontos de *relay* são locais onde os motoristas podem realizar a troca de mercadorias, reboque, veículos e modal de transporte. Esta estratégia possibilita que o motorista possa retornar para casa no fim do expediente

mais vezes, reduzindo a sua sobrecarga de trabalho (CYGAN CZUK, 2017; ALI *et al.*, 2002).

Visando a importância dos motoristas para o transporte de passageiros, o apresentou-se a formulação e resolução de um modelo matemático de programação linear inteira mista (PLIM) para o problema de escala de motoristas no transporte rodoviário de passageiros seguindo a legislação do setor. Utiliza-se, como estratégia, os pontos de *relay* para além de reduzir os custos operacionais, melhorar a qualidade de vida dos profissionais.

## 1.1 OBJETIVO GERAL

Propor uma formulação matemática para realizar a escala de motoristas em uma rede de transporte rodoviário de passageiros utilizando os conceitos de *relay*.

### 1.1.1 Objetivos específicos

- Propor uma abordagem para o problema baseado em um modelo de Programação Linear inteira Mista (PLIM);
- Validar o modelo proposto;
- Verificar a capacidade de resolução do modelo;
- Analisar as respostas em instâncias maiores com relação ao retorno do motorista ao seu ponto de residência e os impactos operacionais relacionados a abordagem proposta.

## 1.2 LIMITAÇÕES DO TRABALHO

O modelo matemático proposto apresenta algumas limitações devido a complexidade em abordar todas as restrições reais de um problema de escala de motoristas. Portanto, não pertence ao escopo do modelo:

- Pausas para descanso e horário para almoço;
- Viagens com tempo total de percurso superior a dez horas diárias, pois o modelo não aborda a possibilidade do pernoite sem a viagem concluída. Neste caso, se no ponto de pernoite não houver a



disponibilidade de outro motorista para a continuidade da viagem, o modelo seria infactível;

- Designação de veículos, sendo o veículo considerado como parte da formação de uma viagem;
- Horizonte de planejamento superior a um dia.

Outras limitações do trabalho são relacionadas aos dados reais para a resolução:

- Não foi possível obter a quantidade de motoristas utilizados pela empresa;
- Não foi possível obter os pontos de parada das viagens, apenas as cidades iniciais e finais;
- Não são utilizadas as distâncias reais entre as cidades, sendo as distâncias obtidas pela fórmula de *Haversine*.

### 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

O trabalho está estruturado em cinco capítulos.

O capítulo 2 apresenta uma revisão de literatura com a definição do transporte rodoviário de passageiros, problema de escala de motoristas, pontos de *relay* e trabalhos correlatos.

No capítulo 3 é apresentada a metodologia que consiste na descrição das etapas realizadas para o desenvolvimento da pesquisa e na apresentação da modelagem matemática proposta.

O capítulo 4 contém os resultados da aplicação do modelo matemático e as devidas discussões.

E por fim, o capítulo 5 apresenta as conclusões do estudo e as sugestões de trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

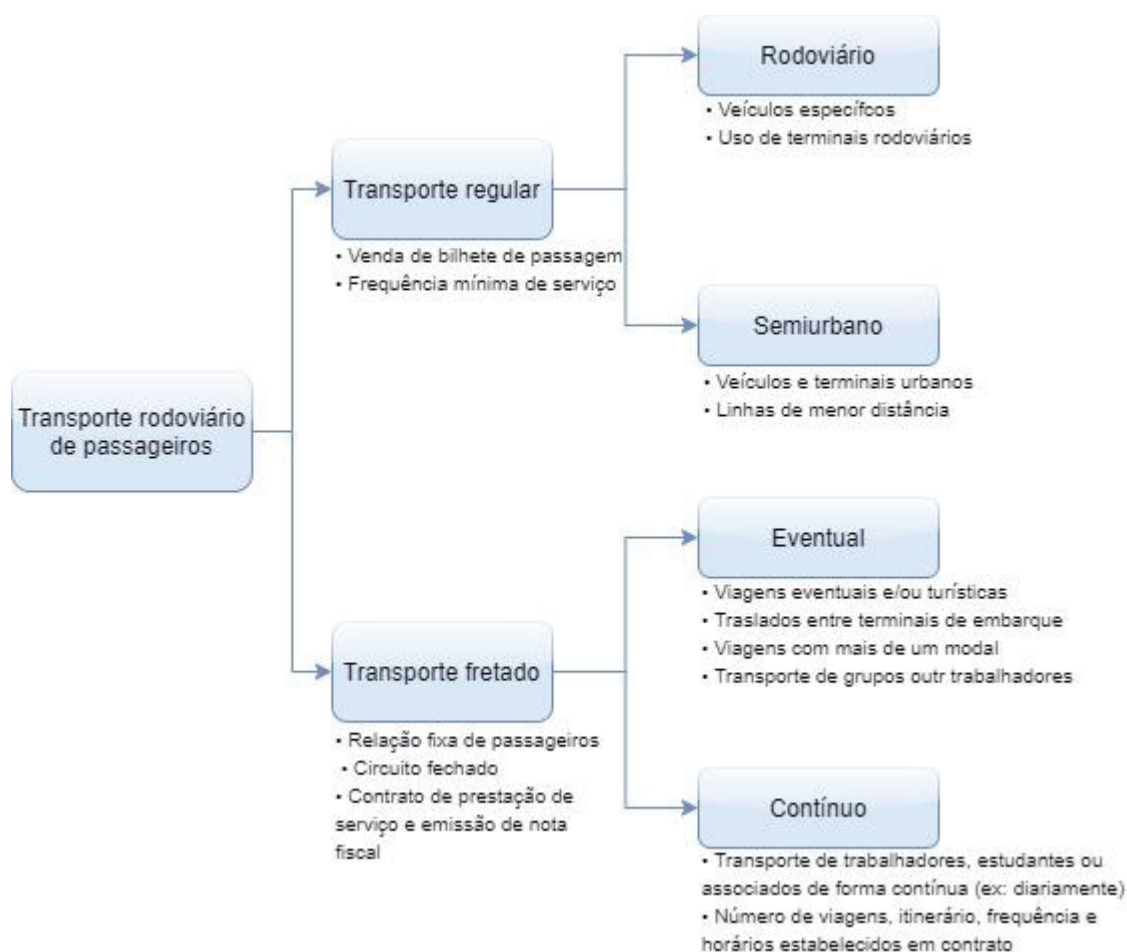
Para um melhor entendimento sobre os assuntos abordados na dissertação, foi realizada uma revisão de literatura que descreve o transporte rodoviário de passageiros, o problema de escala de motoristas e a metodologia de pontos de *relay*. Foram destacados os principais trabalhos correlacionados e as respectivas técnicas de abordagem para a solução do problema.

### 2.1 TRANSPORTE RODOVIÁRIO DE PASSAGEIROS

A malha rodoviária brasileira engloba todos os estados do país e possui uma extensão de 1.720.700 km possibilitando a conexão entre diversos estados e cidades do Brasil (CNT, 2020; NETO *et al.*, 2017). O transporte rodoviário coletivo de passageiros compreende o serviço de transporte realizado entre estados por empresas licenciadas e é dividido em regular e de fretamento contínuo, eventual ou turístico (ANTT, 2015). Essas empresas licenciadas devem seguir as regulamentações estabelecidas pela legislação brasileira (NETO *et al.*, 2017). O decreto 8.083 de 26 de agosto de 2013 define o fretamento contínuo como o transporte coletivo realizado por pessoas jurídicas com uma regularidade de horários e viagens preestabelecidas e por no máximo 12 meses. O decreto regulamenta que o fretamento eventual ou de turismo são as viagens realizadas para uma rota fechada definida, sem periodicidade, mediante nota fiscal, relação de passageiros e autorização da ANTT (BRASIL, 2013).

O serviço regular de transporte rodoviário coletivo de passageiros é responsável pelo deslocamento de pessoas com origem e destino localizados em diferentes cidades/estados do território brasileiro e com itinerário pré-determinado. O serviço regular é dividido em rodoviário, onde são utilizados veículos próprios para esse fim e com deslocamento superior a 75 km, e o semiurbano, que trafega entre os terminais com distância máxima de 75 km (ANTT, 2015; BRASIL, 2013). A FIGURA 1 exemplifica a classificação do transporte rodoviário de passageiros no Brasil segundo a ANTT.

FIGURA 1 – CLASSIFICAÇÃO DO TRANSPORTE RODOVIÁRIO DE PASSAGEIROS



FONTE: Adaptado de ANTT (2013).

No presente estudo foi abordado o transporte regular rodoviário de passageiros. O transporte regular possui expressiva importância no transporte rodoviário de pessoas, pois é a modalidade mais utilizada considerando os meios de locomoção interestaduais (CNT, 2019; VALENTE *et al.*, 2008). O transporte de passageiros representa, segundo dados coletados pela ANTT do período de 2010 até 2018, metade de todos os serviços de transporte rodoviário prestados no país. O anuário estatístico de 2019 apresentado pela ANTT mostrou que em 2018, 95,1 milhões de pessoas utilizaram o transporte rodoviário de passageiros e o serviço regular representa 44% desse valor (CNT, 2019).

O transporte regular de passageiros é regido por uma série de leis e decretos fiscalizados pela ANTT (BRASIL, 2001). A legislação brasileira contém determinações quanto à jornada de trabalho dos motoristas e a responsabilidade das transportadoras para com a saúde de seus trabalhadores, principalmente as

modalidades que transportam passageiros (BRASIL, 1998). A carga horária diária estabelecida em lei ao motorista profissional é de oito horas, podendo ser prorrogada por duas horas mediante pagamento de hora extra, ou por até quatro horas se estabelecido em convenção ou acordo coletivo (BRASIL, 2015).

A Lei 13.103/2015 de 02 de março de 2015 determina que o motorista rodoviário de passageiros tenha pausa de 30 minutos a cada 4 horas de direção, podendo o tempo sem pausa ser estendido a até 5 horas e meia mediante condições especiais. O motorista deverá retirar no mínimo 11 horas de descanso dentro do período de 24 horas, podendo ser dentro do veículo e de forma fracionada (BRASIL, 2015). A lei define ainda que a parada de 30 minutos pode ocorrer na cabine ou em poltrona leito com o veículo em movimento. Se forem disponibilizados dois motoristas para uma viagem que possui duração superior a 24 horas, 5 das 11 horas de descanso podem ser retiradas dentro do veículo em movimento, porém, o restante deverá ser com o veículo parado ou em acomodação própria (BRASIL, 2015). Se houver o descumprimento dessas medidas, será aplicada uma multa de infração média ao condutor e apreensão do veículo até que se cumpra o período de descanso (BRASIL, 1997).

## 2.2 ESCALA DE MOTORISTAS

O problema de escalas de trabalho é abordado em diversos seguimentos, como indústrias, hospitais e o setor de transportes. O problema visa realizar a alocação dos funcionários em tarefas de acordo com a demanda da empresa seguindo regras internas, normas trabalhistas e sindicais, buscando a construção do cronograma de trabalho da equipe (BERGH *et al.*, 2013).

Baker (1976) define a programação da tripulação em três segmentos: programação por turnos, programação de dias de folga e, por fim, a junção das duas abordagens. Na programação em turnos os funcionários são alocados para as tarefas ao longo de um horizonte de planejamento diário fixo. A programação de dias de folga é realizada quando os dias de uma semana de trabalho do funcionário não correspondem aos dias de operação da empresa, por exemplo, quando o funcionário trabalha por 5 dias na semana, porém, a empresa funciona por 7 dias na semana, portanto, nesse caso, considera-se um esquema de dias de folga. No terceiro caso, tem-se a programação por turnos unida à programação por folga e são utilizados em

locais que operam 7 dias da semana com mais de um turno por dia, como por exemplo, os hospitais. Neste caso, além da folga semanal, os funcionários devem possuir folgas entre os turnos, sendo necessário determinar também em qual dia o funcionário deverá trabalhar.

O problema de escalonamento de pessoal vem sendo aplicado desde a década de 50, porém, ao longo do tempo foi aprimorado, considerando questões como a satisfação dos funcionários e legislações trabalhistas atuais (BERGH *et al.*, 2013). Existem diversas áreas onde a escala de tripulação é utilizada, sendo a programação de motoristas de ônibus um dos segmentos mais aplicados na programação da tripulação (ERNST *et al.*, 2004). O problema visa encontrar a quantidade mínima de motoristas para a realização de tarefas, considerando as restrições específicas do setor (RODRIGUES *et al.*, 2006).

A aplicação do problema de escalonamento pode trazer significativos ganhos econômicos para a empresa e de satisfação para os motoristas quanto ao trabalho, pois visa a redução de custos e atender a preferência dos trabalhadores, buscando um equilíbrio entre as horas trabalhadas (LI *et al.*, 2015).

O problema de escala de motoristas (*Driver Rostering Problem* - DRP) pode ser abordado sozinho ou em conjunto com os problemas de programação de veículos (*Vehicle Routing Problem* - VRP) e o problema de programação de motoristas (*Driver scheduling Problem* - DSP). Na programação de veículos, os parâmetros de entrada são as viagens que precisam ser cumpridas. O problema consiste em designar viagens sequenciais aos veículos dentro de um horizonte de planejamento. A programação da tripulação determina um conjunto de tarefas dentro das viagens que podem ser atribuídas aos motoristas em um dia, geralmente, considerando tempo máximo de trabalho e pausas entre tarefas consecutivas. Por fim, a escala de motoristas visa definir quais motoristas irão cumprir as tarefas determinadas, seguindo leis trabalhistas e das empresas (SARGUT *et al.*, 2017 ; MESQUITA *et al.*, 2013).

Por ser um problema com diversas restrições rígidas, que não podem deixar de ser cumpridas, a maioria das abordagens na literatura atuam com apenas algumas das principais restrições, como a determinação de um limite de tempo de trabalho diário e pausas para descanso (TÓTH; KRÉSZ, 2013).

### 2.3 PONTOS DE RELAY

Na literatura existe um problema que pode ser utilizado para a redução da jornada de trabalho de motoristas, o problema de determinação de pontos de *relay* (RP). Com diversas características, os pontos de *relay* são muito utilizados na área de telecomunicação e de transporte (HU *et al.*, 2019). Na telecomunicação, ele é utilizado para a determinação de pontos regeneradores e amplificadores para aumentar a qualidade do sinal, uma vez que os sinais ópticos tem um limite de alcance (YILDIZ *et al.*, 2018).

Na área de transporte, os problemas de pontos de *relay* são definidos como um conjunto de problemas que visam determinar locais onde pode ser realizada a troca de motoristas, caminhões, mercadorias, reboques e modal de transporte (KEWCHAROENWONG; ÜSTER, 2017). É utilizado também para o descanso dos motoristas e para reabastecimento de recursos. Este último caso é comumente utilizado para veículos elétricos (ALI *et al.*, 2002; LI *et al.*, 2017).

Os pontos de *relay* na área de transporte podem ser classificados como:

- Problema de design de rede direcionada com *relays* (DNDR): consiste na determinação de um conjunto de arcos direcionados e um conjunto de nós (pontos de *relay*), com múltiplas mercadorias e considera o uso de apenas um recurso. O objetivo é obter a redução do custo do arco acrescido do custo do nó. Possui a característica de que a distância entre os pontos de origem/destino e os pontos de *relay* entre si não excedem uma distância predeterminada (LI *et al.*, 2012).
- Problema de design de redes de *relay* (NDR): determina a quantidade de pontos de *relay* para uma rede não direcionada de arcos, com recurso único e múltiplas mercadorias (ALI *et al.*, 2002). As decisões para um design estratégico de rede de *relay* são: 1) Os locais de abertura dos pontos de *relay* (RP); 2) a atribuição dos pontos para os RP; 3) a rota para cada mercadoria (ÜSTER; KEWCHAROENWONG, 2011).
- NDR-S : é um caso especial do NDR onde a origem é a mesma para cada par de origem/destino (OD) (YILDIZ *et al.*, 2018).
- Design estratégico de uma rede de *relay* para o transporte rodoviário de carga completa (TLRND): É a aplicação do NDR para o transporte de carga completa (TL), onde um motorista realiza a entrega para um único cliente.

Essa modalidade também é conhecida como PtP (despacho ponto a ponto) (VERGARA; ROOT, 2013).

- Design estratégico de rede de *relay* de carga completa com expedição de frota mista (TLRND-MD): É uma variante do TLRND onde é considerada a opção da carga ser despachada utilizando pontos de *relay* ou pelo método de despacho ponto a ponto (VERGARA; ROOT, 2013).
- Problema de caminho ótimo com *relays* (OPPR) para veículos que possuem trajetória limitada e considera recurso único (CHEN; NIE, 2015).
- Problema do caminho mínimo com *relay* e restrição de recursos (RMCPDR): consiste em encontrar um caminho com menor custo em um grafo direcionado entre a fonte e o destino e determinar os pontos de *relay*. Considera mercadoria única e múltiplos recursos (LI *et al.*, 2016)
- Problema do caminho mínimo com *relay* (MCPDR): é um caso especial do RMCPDR onde o recurso é unitário (LI *et al.*, 2017).
- Problema de atribuição de tráfego com *relays*: problema da rede de *relay* considerando o congestionamento do tráfego e o equilíbrio da rede (XIE; JIANG, 2016);
- Projeto de rede de *relay* capacitada com desequilíbrio de *link* (CRND-LI): consideram problemas com capacidade de *links* e desequilíbrio de *link* para aproximar o modelo da realidade (KEWCHAROENWONG; ÜSTER, 2017);
- Problema de roteamento de veículos e motoristas (DVRP): Esse problema se diferencia do problema de roteamento de veículos tradicional, pois um veículo deve ser dirigido por mais de um motorista ao longo de uma rota. A troca é realizada nos pontos de *relay* (MARTÍN *et al.*, 2018);
- Problema de entrega de mercadorias no mesmo dia (ODSD) utilizando pontos de *relay* para realizar transbordo de mercadorias (ZHOU; LIN, 2019).

Determinar os pontos de *relay* para longas distâncias é uma excelente estratégia na melhoria da qualidade de vida dos motoristas (VERGARA e ROOT, 2013). Em geral, estes acabam percorrendo uma menor distância, podendo voltar à sua casa antes do tempo esperado, sendo responsáveis também por uma entrega mais rápida das mercadorias (HU *et al.*, 2019). As longas distâncias de viagens apesar de serem mais lucrativas para as empresas, aumentam a taxa de rotatividade entre os motoristas. De um modo mais abrangente, essa rotatividade é

devida ao cansaço mental e físico e pelo longo período fora de casa (ÜSTER; KEWCHAROENWONG , 2011).

## 2.4 TRABALHOS CORRELATOS

A seção de trabalhos correlatos está dividida em três subseções. Primeiramente são apresentados os trabalhos que realizam a utilização de pontos de *relay* no transporte rodoviário. Em seguida são apresentados os trabalhos que abordam o problema de escala de motoristas de ônibus. E por fim, é apresentado um resumo sobre os trabalhos correlatos abordando seus principais aspectos e qual caminho a pesquisa seguiu com base nos artigos verificados.

### 2.4.1 Pontos de *relay* no transporte rodoviário

Ali *et al.* (2002) resolveram o problema de design de rede de *relays* em um estudo com o objetivo de identificar diversas técnicas e heurísticas para obter o número mínimo de pontos de *relay* para motoristas de caminhões rodoviários. Foram propostas três heurísticas com base no algoritmo *relay* genérico desenvolvido pelos autores. O estudo leva em consideração a distância percorrida pelo motorista. Foram utilizadas três abordagens para o problema, com diferentes cenários: 1) rota direta, no qual é considerada a menor distância para percorrer o caminho e os pontos de *relay* são instalados nesse percurso; 2) rota com desvio, sendo possível realizar desvios da rota de menor distância para que o motorista aproveite os pontos de *relay* e; 3) rota com semidesvio, onde é permitido que o veículo saia apenas uma vez da rota mais curta para o ponto de *relay*. Não são considerados os custos fixos de instalação dos pontos de *relay* e os RPs podem estar localizados em qualquer lugar da rede.

Ainda no estudo de Ali *et al.* (2002) as metodologias que utilizam desvio têm o objetivo de minimizar a quantidade de pontos de *relay* e possuem uma restrição que determina a distância máxima que o motorista pode percorrer até chegar ao destino. As três metodologias propostas foram aplicadas em instâncias geradas pelos autores considerando de 10 a 100 nós. Os resultados do estudo mostram que para uma maior quantidade de pontos o algoritmo de semidesvio apresenta os melhores resultados para a redução de custos.



Üster e Kewcharoenwong (2011) resolveram o TLNDR com a função objetivo visando minimizar os custos de abertura dos pontos de *relay* e os custos de transporte por milha. O problema foi resolvido utilizando *branch and cut* (B&C) com o método de decomposição de *Benders* (BD) que consiste em dividir o problema em um principal e um subproblema e resolvê-los iterativamente. O problema principal possui variáveis inteiras e uma variável contínua que o relaciona ao subproblema que contém apenas variáveis contínuas. Utilizando valores fixos como entrada, a solução do subproblema é usada para calcular o *upper bound* e construir os cortes de *benders*, assim, limitando a área de solução do problema principal na próxima iteração. Ao resolver o problema utilizando BD, apenas 4 instâncias obtiveram resultado no tempo de até 5000 segundos, com GAPS altos e com 20 pontos. Portanto, para melhorar a eficiência do método, foi utilizada uma heurística de busca local com o intuito de reduzir o limite superior e obter uma convergência mais rápida. Os experimentos foram realizados com instâncias aleatórias de até 80 nós. Com a aplicação, foi possível observar a melhoria do limite superior e a redução dos tempos de execução em todas as instâncias. O estudo identificou que utilizando os pontos de *relay* o caminho percorrido pelo motorista se tornou 50% menor que utilizando o PtP.

Li *et al.* (2012) utilizaram o método de *branch and price* (B&P) para resolver o DNDR aplicado ao transporte de mercadorias. Foram consideradas duas formulações exatas para o DNDR: a arco nó e a arco caminho que relaxa a variável que determina que deverá haver um caminho viável para cada mercadoria. As duas possuem a função objetivo para minimizar os custos dos arcos em distância e o custo fixo do *relay*. Foram realizados dois testes para mensurar a qualidade do método proposto. No primeiro teste foram geradas 180 instâncias com até 60 nós e 206 arcos. Na formulação arco nó, o modelo foi resolvido por um *software* de programação linear inteira mista (CPLEX) e pelo B&P. O arco caminho foi resolvido somente pelo B&P pois possui muitas variáveis e não seria viável a utilização do CPLEX. Os resultados mostram que o arco nó resolvido via CPLEX demanda alto tempo computacional, chegando a 2380,45 s na maior instância. Utilizando o B&P o arco nó levou 1848 segundos e o arco caminho 22 segundos. Um grupo de 110 instâncias com até 250 nós e 890 arcos foram resolvidos utilizando o arco caminho com o método *branch and price*, o tempo computacional foi elevado, chegando a

3271,19 segundos. Para exemplos com mais de 890 arcos, o algoritmo proposto não encontrou a solução para a maioria das instâncias no tempo de até 1 hora.

Vergara e Root (2013) realizaram a formulação matemática e resolveram o TLRND-MD. Segundos os autores, estudos anteriores não abordaram de forma quantitativa os benefícios de utilizar a combinação dos dois métodos, PtP e redes de *relay*. A função objetivo busca minimizar o custo fixo de abertura dos RPs e o custo da roteirização pela rede de *relay* e pelo PtP. Foram propostas duas formulações, uma exata e uma heurística. Os autores compararam o método híbrido com a metodologia que utiliza somente as redes de *relay* e concluíram que a metodologia híbrida obtém melhores resultados à medida que o custo de instalação dos pontos de *relay* aumenta. Também foi realizada a comparação entre as duas metodologias e o método tradicional de redespacho ponto a ponto, o último apresenta os piores resultados tanto em custo quanto no tempo de viagem. Com os resultados foi possível observar que o modelo exato resolve problemas menores com até 50 pontos em 50 minutos.

Vergara e Root (2013) propuseram uma heurística para reduzir o número de variáveis do problema, eliminando a criação de variáveis para as cargas que serão despachadas utilizando o PtP. Com essa metodologia foi possível resolver instâncias com até 150 nós e 8940 pares de OD com o tempo máximo de resolução de 55 minutos. Com a redução do tamanho do problema foi possível observar uma diminuição dos tempos computacionais em quase 90%.

Chen e Nie (2015) resolveram o OPPr para veículos que possuem trajetória limitada, sendo o caso da maioria dos veículos elétricos. Os autores introduziram ao problema a incerteza existente no trânsito rodoviário com o intuito de minimizar os custos da viagem e garantir a chegada em seu destino. O objetivo é minimizar os custos totais enquanto a probabilidade de chegada ao ponto final é igual ou superior a um valor predeterminado. O problema é solucionado em duas partes: primeiro o roteamento dos veículos é resolvido repetidamente até se obter uma solução ideal, após, uma rede auxiliar é encontrada por meio do estágio anterior, obtendo os pontos de reabastecimento.

Chen e Nie (2015) aplicaram a metodologia em dois problemas, uma instância pequena criada pelos autores com 25 pontos e outra com base na região de Chicago com 100 nós. Foram utilizados algoritmos *label-correcting* e resolvidos os modelos determinísticos e estocásticos. Para a menor instância no caso

determinístico, o custo total da função objetivo foi de 30,48 e o veículo precisa ser reabastecido uma vez na viagem. No caso estocástico, o custo total foi de 35,06, com uma probabilidade de chegada de 0,9108. Para a maior instância no caso determinístico, o veículo precisa de dois reabastecimentos, enquanto no caso estocástico, ele precisa de três para satisfazer a restrição de probabilidade. O problema não excedeu o tempo computacional estabelecido de 5000 segundos em nenhuma das instâncias.

Xie e Jiang (2016) resolveram o problema de atribuição de tráfego de *relays* para determinar os pontos de abastecimento de veículos elétricos. O objetivo do estudo foi obter o caminho de menor custo. É apresentada uma nova formulação de programação inteira não linear, sendo utilizada uma estrutura de decomposição generalizada da *Benders* para a sua solução. O problema é resolvido por meio de dois algoritmos: projeção de gradiente para o problema principal e de rotulagem para o problema principal relaxado em pequenos casos. A resolução proposta resolve um problema de até 24 pontos.

Para a solução do RM CPR, Li *et al.* (2016) realizaram a modelagem exata do problema baseado na geração de colunas (CG). O problema inicial possui um número restrito de colunas, as demais são adicionadas resolvendo subproblemas com uma abordagem de solução com relaxamento lagrangeano. Se nenhuma coluna puder ser mais precisada, o RM CPR será resolvido com a otimização. O modelo busca minimizar os custos de transporte respeitando a restrição de recursos disponíveis para a rota. O MC PPR é um caso especial do RM CPR quando seu recurso é unitário. Portanto, o CG pode ser usado para resolver o MC PPR. Para testar a eficiência do método proposto, o CG foi comparado com o método LCP apresentado por Laporte e Pascoal (2011) para 160 instâncias geradas aleatoriamente com até 500 nós e 45000 arcos.

Os resultados computacionais mostram que o GC resolveu todas as instâncias com otimização e o LCP não conseguiu resolver dois grupos de 20 instâncias. Utilizando um grupo de 220 instâncias com até 500 nós e 75000 arcos, foi realizada a comparação entre o CG e o CPLEX. Os dois apresentaram a solução ótima para todas as instâncias, mas o CG levou em média 4 segundos para obter uma resposta enquanto o CPLEX, 31 segundos. Para 180 instâncias com até 1000 pontos e 300.000 arcos o CPLEX resolveu 80 e precisou em média de 519

segundos para cada, já o CG resolveu cada instância com tempo médio de 45 segundos.

Kewcharoenwong e Üster (2017) resolveram o problema de projeto de rede de *relay* capacitada com desequilíbrio de *link* para determinar os locais de abertura dos *relays*, a rota, e as conexões entre origem, destino e pontos de *relay*. Utilizaram a decomposição lagrangeana como metodologia de resolução. A função objetivo visa minimizar o custo total de transporte. Para os testes computacionais, foram geradas aleatoriamente instâncias com até 80 nós. Com os resultados do estudo é possível constatar que a metodologia utilizada apresentou GAPs de solução abaixo de 3% e forneceu um menor desequilíbrio de link.

Kafle *et al.* (2017) propuseram um sistema *crowdsourc* de entrega de encomendas na área urbana. O objetivo do *crowdsourc* é contatar ciclistas e pedestres que estão próximos da área de entrega ou coleta para retransmitir as mercadorias aos caminhões ou clientes finais. Os autores formularam o problema como um problema de programação inteira mista não linear para determinar os pontos de *relay* e as rotas dos caminhões. A função objetivo minimiza o custo operacional dos caminhões, o pagamento dos *crowdsourc* e as penalidades de entrega fora da janela de tempo. O problema foi resolvido utilizando uma heurística baseada na busca tabu. Oito problemas de tamanho pequeno são testados, com o número de clientes variando de 10 a 30 e o número de pontos de *relay* e fontes de *crowdsourcing* variando de 2 a 8.

Usando o solucionador CPLEX, o problema não pôde ser resolvido para 30 clientes em até 4 horas. A metodologia proposta resolveu os problemas em 2 minutos. O problema foi solucionado utilizando o algoritmo proposto para instâncias de até 100 clientes divididos em 4 quadrantes, contendo 5 pontos de retransmissão e 15 fontes de multidões cada. Foi realizada uma análise de economia de custos utilizando a metodologia proposta. Concluiu-se que é possível obter uma economia de até 9%. Os resultados demonstram que o algoritmo proposto obtém soluções em um tempo menor que os solucionadores padrões do mercado e reduz a distância percorrida pelos caminhões e o custo total.

Li *et al.* (2017) resolveram o DNDR por meio de uma metaheurística iterada com base na busca tabu em duas etapas: na primeira etapa, um operador vizinho baseado em ciclo é implementado para construir caminhos viáveis para as mercadorias. Para impedir que o algoritmo retorne soluções visitadas recentemente

é utilizada uma lista de proibições (lista tabu). Na segunda etapa é realizada a atribuição de *relays* para esses caminhos resolvendo uma formulação refinada de arco nó para o DNDR. São geradas soluções vizinhas, substituindo subcaminhos das mercadorias por novos. O novo subcaminho é encontrado resolvendo um problema de caminho mais curto entre seus dois pontos finais, levando em consideração o impacto no valor da função objetivo ao abrir um subcaminho. Para cada solução vizinha, a alocação de *relay* associada é determinada. Com um conjunto de instâncias de *benchmark* e instâncias geradas pelos autores, a abordagem proposta no artigo, a IA-DNDR foi comparada com outros algoritmos disponíveis (Li *et al.*, 2017).

Os autores utilizaram em seu problema, a formulação Arco/Nó proposta por Li *et al.* (2012) com a função objetivo buscando minimizar o custo de transporte entre os nós e o custo de instalação dos pontos de *relay*. Possui as restrições de que o consumo total de determinados recursos entre a origem e o primeiro *relay*, dois *relays* consecutivos e o último *relay* e o destino não excedam o máximo predeterminado. Foram gerados diversos testes para comprovar a eficiência do método proposto. Para pequenas instâncias com até 160 nós e 2624 arcos o IA-DNDR encontrou as melhores soluções em 38 das 40 instâncias.

O IA-DNDR melhorou o desempenho de sua versão anterior, TS proposta por Li *et al.* (2012), que encontrou a melhor solução em 23 instâncias. O IA-DNDR foi comparado com o CPLEX utilizando 36 instâncias maiores, com até 160 nós e 7632 arcos e com tempo computacional limite estipulado de até 1800 segundos. Entre essas 36 instâncias, o CPLEX poderia resolver de maneira ideal doze dentro do tempo estipulado e em quatro, o CPLEX não encontrou uma solução inteira viável. Para as 12 instâncias que o CPLEX resolveu de maneira ótima, o IA-DNDR também encontrou as soluções ótimas. Para outras instâncias, o IA-DNDR encontrou soluções melhores que o CPLEX.

Yildiz *et al.* (2018) resolveram o DNR para o fluxo de várias mercadorias e o DNR-S para fluxo com mercadoria única. Visando minimizar o custo total de alocação dos *relays* e o custo de se deslocar entre os nós. Para a resolução do problema do DNR foi realizada a formulação de fluxo de mercadorias (MCF). Como o número de variáveis cresce exponencialmente, não seria viável resolver o MCF com um *solver* de programação inteira mista. Portanto, foi realizado um procedimento de geração de colunas para resolver o problema de MCF relaxado

(MCF-LP) e o MCF foi resolvido por *branch and price*. O problema começa com restrições que contém um subconjunto de variáveis e as variáveis restantes são adicionadas quando necessário. Para acelerar a resolução, uma heurística é implementada: no nó raiz, a cada iteração da fase de geração da coluna é verificado se a solução do MCF-LP é inteira. Se for inteira e tiver um custo menor que a melhor solução inteira encontrada, ela é armazenada como a melhor solução. Se nenhuma solução for encontrada, o MCF é resolvido como programação inteira mista apenas com as colunas geradas no nó raiz.

Para resolver o DNR-s foi proposta uma formulação de árvores (TF) que é reforçada com a adição de restrições de árvores de *Steiner* (STF). Como no DNR, o problema é relaxado (STF-LP). O STF-LP é inicializado com um subconjunto de variáveis de fluxo único e as demais variáveis são adicionadas iterativamente em uma fase de geração de colunas. Uma vez que não há variável a ser adicionada, é verificado se as desigualdades foram violadas. Se uma solução é encontrada, ela é adicionada ao modelo e a fase de geração de colunas é resolvida novamente. A cada iteração, uma heurística verifica se existe uma solução viável inteira. Se nenhuma solução for encontrada, o STF é resolvido como programação inteira utilizando apenas as colunas geradas no nó raiz. Para resolver o STF com mais eficiência, foi utilizada uma abordagem *branch and cut* na qual as restrições violadas são adicionadas iterativamente.

As quatro formulações foram resolvidas utilizando instâncias com até 60 nós e 40 pares de OD com um tempo limite estabelecido de 7200 segundos. A utilização dos cortes de *Steiner* melhora a solução do NDR em até 20 vezes e para o NDR-S em 100 vezes. Comparando o desempenho computacional de todos esses métodos de solução, o algoritmo de *branch and cut* do STF é superior aos outros algoritmos. O algoritmo pode ser 461, 67 e 136 vezes mais rápido que os algoritmos que o MCF, SMCF e TF, respectivamente. Para uma melhor avaliação de seu desempenho, o STF foi resolvido utilizando as instâncias originais de Cabral *et al.* (2007) e instâncias maiores recém geradas com até 100 nós e 80 pares de OD. Para a maioria das instâncias, o algoritmo de *branch and cut* resolve o STF com a otimização e os *GAPS* são pequenos nas instâncias que o algoritmo parou devido ao tempo.

O DVRP resolvido por Martín *et al.* (2018) considera dois depósitos, onde o veículo deve sair de um local e chegar em outro, já os motoristas devem sair e

retornar ao mesmo depósito com sua rota tendo uma duração máxima determinada. Foi proposta uma formulação de programação linear inteira mista com desigualdades válidas. São resolvidas 25 instâncias geradas aleatoriamente com até 30 nós. O problema é solucionado utilizando o método *branch and cut*. Utilizando o B&C sem as desigualdades válidas é possível encontrar a solução ótima para as instâncias com até 15 nós, com as desigualdades é possível resolver problemas de até 30 nós.

Zhou e Lin (2019) resolveram o problema de entrega no mesmo dia de mercadorias para os correios. A função objetivo visa minimizar o custo de mão de obra e o tempo total de viagem. Foi proposta uma metodologia para determinar pontos de *relay* de mercadorias entre os veículos dos correios sem passar pelo centro de triagem que é o gargalo da operação. O problema foi resolvido utilizando uma metodologia heurística de relaxamento adaptativo dos limites (ABR). Com a metodologia proposta foi possível maximizar a utilização dos veículos sem a necessidade de disponibilizar carros adicionais.

Hu *et al.* (2019) solucionaram o problema de roteamento diário de motoristas rodoviários com a utilização de pontos de *relay*. O objetivo do estudo foi decidir a melhor localização para a construção dos pontos de *relay* visando minimizar os custos das viagens. São realizadas duas formulações, uma determinística e outra estocástica. A determinística é solucionada utilizando um *solver* de programação inteira mista e a demanda é um parâmetro fixo. A estocástica é composta por dois estágios para tratar do problema de incerteza de demanda. No primeiro estágio, as variáveis são a abertura dos pontos de *relay* e sua capacidade, no segundo estágio, a realização da rota a partir dos pontos de *relay*, capacidade e demanda. São considerados caminhões semirreboque com capacidade média de 10 toneladas. Cada motorista deve voltar para casa em no máximo dois dias, com o tempo de viagem estabelecido para até 10 horas.

O estudo foi baseado em uma cidade no oeste dos Estados Unidos. Foram consideradas 10 cidades, todas com ligação entre si, totalizando 90 ligações possíveis. O modelo determinístico é solucionado em 1 minuto e 27 segundos, o tempo aumenta exponencialmente à medida que o tamanho do problema aumenta. Foi obtido um tempo de resolução de 81 horas para um problema com 32 nós e 462 arcos. A fim de obter soluções de alta qualidade mais rapidamente, foram propostos

dois cortes de viabilidade. O modelo estocástico apresentou melhores tempos computacionais em até 30% para valores de fluxo inferiores a 380 arcos.

#### 2.4.2 Problema de escala de motoristas

Devido a expressiva quantidade de artigos publicados sobre o tema, o estudo limitou-se a contemplar as pesquisas realizadas nos últimos 10 anos para verificar as abordagens mais recentes sobre o assunto.

Leone *et al.* (2011) propuseram uma formulação matemática do problema de programação de tripulação e veículos no transporte público de ônibus considerando as leis italianas. O objetivo é minimizar o custo total que é formado pela soma dos custos dos ônibus utilizados para o serviço e dos custos com mão de obra. As restrições quanto aos motoristas foram modeladas de acordo com as leis italianas, sendo elas: os motoristas devem encerrar os turnos no mesmo depósito de partida; deve haver um tempo de trabalho máximo e tempo ocioso máximo. O horizonte de planejamento utilizado é diário. Sendo o problema resolvido de forma ótima para pequenas instâncias utilizando o CPLEX e o GAMS 2005 (Sistema de Modelagem Algébrica Geral). Em instâncias maiores, um Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP) é proposto. O GRASP é constituído de duas fases: uma fase de construção, onde uma solução inicial viável é produzida e na segunda fase, é realizada uma busca local na vizinhança da solução inicial. Em uma instância com 161 tarefas o tempo computacional foi de 19738,39 segundos para o modelo exato e de 59,00 segundos com o GRASP.

Mesquita *et al.* (2011) resolveram o DRP aplicado no transporte público urbano. Consideram uma linha de trabalho como uma sequência de tarefas que precisam ser realizadas. Realizaram a solução para o problema integrado de programação de veículo, tripulação e de escala dos motoristas. Formularam um problema de programação multiobjetivo não linear binária. As três funções objetivo abordadas são: função linear que minimiza os custos de programação do veículo e da tripulação; função linear que minimiza o número de motoristas atribuídos e por fim, uma função não linear que minimiza o máximo de horas extras por motorista durante o período de escala.

Consideraram como restrições rígidas: os motoristas devem trabalhar por um tempo máximo estipulado por dia e semana; dias de folga específicos por motorista



e uma quantia determinada de folgas no domingo. Para a solução, desenvolveram uma heurística, onde ao aplicar o problema, poderá ser escolhido qual objetivo priorizar. Os testes computacionais foram realizados com dados reais retirados de uma empresa de transporte de Lisboa com cinco instâncias contendo 122, 168, 224, 226 e 238 viagens programadas por dia, sendo a maior instância resolvida em um tempo computacional de 316,89 segundos.

Chen e Niu (2012) solucionaram o problema de agendamento da tripulação de ônibus urbano. Os autores realizaram a modelagem matemática com o objetivo de minimizar as horas ociosas dos motoristas. Formularam uma heurística utilizando a busca tabu e o *Variable Neighborhood Search (VNS)* com inserção de viagens em sequência ordenada para a solução do problema. No modelo foram abordadas algumas restrições trabalhistas, como: máximo de horas trabalhadas no dia e o máximo de horas extras. Foi abordado também o equilíbrio do trabalho, ou seja, o modelo busca equilibrar as horas extras entre os motoristas dentro do possível. O problema estende-se a apenas uma linha de ônibus com característica circular e com horários de início das viagens pré-determinados. Com a abordagem foi possível resolver um problema com 168 viagens por dia, 11 tripulantes e com máximo de horas de trabalho estipulado em 480 minutos.

Xie *et al.* (2012) resolveram o DRP integrado utilizando um caso real. Em seu modelo, buscam maximizar a satisfação dos motoristas por meio da minimização dos custos, utilizando como restrições leis trabalhistas e a preferência dos motoristas, sendo elas: um intervalo de dias úteis consecutivos de trabalho; número máximo de dias livres consecutivos; e o tempo entre dois dias livres consecutivos deve ser menor que 14 dias. Utilizaram *Simulated annealing* para a resolução do problema. Como resultado, foi possível resolver um problema com 256 motoristas e 1013 tarefas em até 2 minutos.

Tóth e Krész (2013) resolveram o problema de agendamento e escala de motoristas de ônibus utilizando uma heurística com duas fases. Na primeira fase, são gerados os deslocamentos necessários e após, a definição de cada atividade para os motoristas no transporte urbano de ônibus. O modelo visa minimizar o número de tarefas e possui as restrições operacionais relacionados ao motorista: tempo máximo dirigindo de 10 horas; tempo máximo de trabalho de 12h; descanso interjornada e intervalo para descanso de 15 a 30 minutos que só podem ocorrer em locais específicos. Para os resultados, foram utilizadas instâncias de uma empresa

real, que opera 40 linhas com aproximadamente 120 ônibus e 160 motoristas em 2.800 viagens. A abordagem implementada resolve as instâncias para 1 dia útil de trabalho em menos de um segundo.

Mesquita *et al.* (2013) buscaram a resolução para um problema de integração entre a programação de veículos, programação da tripulação e escala de motoristas. Para tanto, realizaram a modelagem matemática como um problema de programação linear inteira. A função objetivo visa a minimização de custos com veículos, motoristas e o balanceamento da escala de trabalho. Entre as restrições operacionais para os motoristas, destacam-se: descanso interjornada; tempo mínimo entre tarefas consecutivas; e, duração máxima do trabalho até que ocorra uma pausa. A solução foi obtida por meio de uma abordagem heurística baseada na decomposição de *benders* que realiza iterações entre o problema de programação de tripulação e veículo integrados com o problema de escala de serviço. Para os resultados, foram utilizados como base os dados de duas empresas de Portugal, bem como, instâncias presentes na literatura. O período do estudo foi de 49 dias. As maiores instâncias abordavam 108, 156, 250 e 280 viagens, sendo a última resolvida em um tempo computacional de 46899 segundos.

Respício *et al.* (2013) resolveram o problema de escala não cíclica de motoristas obedecendo as normas de uma empresa de ônibus urbanos de Portugal, as leis trabalhistas do país e contratos sindicais. Essas restrições são em relação a quantidade de dias consecutivos trabalhadas; quantidade de folga na semana; programação de folga justa nos domingos; duração mínima de tempo de descanso entre dois períodos; e carga horária máxima de trabalho no dia. Os autores formularam uma abordagem biobjetivo que busca minimizar a carga máxima de trabalho e os salários dos motoristas. Para a solução, os autores aplicaram algoritmos evolucionários. Utilizaram primeiramente uma heurística de busca local dentro de um esquema evolutivo com uma avaliação de aptidão de Pareto (MASP). Após, realizaram a formulação de mais dois algoritmos que realizam busca global, o ASP e o WASP que considera na lista de indivíduos aptos soluções não viáveis para abranger o espaço de busca. O maior conjunto de instâncias possui 856 funções. O ASP resolveu o conjunto de instâncias com tempo médio de 233,5 segundos, o WASP em 549 e o MASP em 553,1.

Mesquita *et al.* (2015) abordaram o problema de escala de motoristas considerando dias de folga e tarefas não cíclicas. Para tanto, realizaram três

formulações de programação linear inteira mista. Nas três propostas, a função objetivo busca minimizar o custo dos motoristas e o balanceamento da escala. Abordaram as restrições: quantidade mínima de dias de folga ao longo da semana; número mínimo de folgas consecutivas; quantidade de dias de folga que devem coincidir com o final de semana; quantidade máxima de dias consecutivos de trabalho; e a quantidade mínima de horas que um motorista necessita descansar entre dois dias de trabalho consecutivos. Propuseram uma heurística de decomposição que resolve subproblemas ao mesmo tempo em que fixa ou delimita o valor de algumas variáveis. Foram utilizadas instâncias reais e da literatura. O tempo máximo para obtenção de uma resposta foi fixado em 10.800 segundos. Foram testadas instâncias de até 1960 tarefas, que obtiveram resultado dentro do tempo proposto.

Song *et al.* (2015) resolveram o problema de escalonamento de motoristas para empresas de ônibus urbano. Realizaram a formulação matemática com o objetivo de minimizar os custos totais da empresa, para tanto, realizaram a minimização da quantidade de turnos. Abordaram as restrições operacionais: tempo máximo e mínimo de trabalho diário, e tempo máximo ocioso por motorista. Para a resolução, formularam um Algoritmo Genético (AG) melhorado. Utilizaram instâncias reais e compararam os resultados do AG com colônia de formigas, CPLEX e o método manual utilizado pela empresa. Com os resultados, foi possível observar que o algoritmo apresenta resultados satisfatórios, pois possui resultados próximos do ótimo. O algoritmo proposto resolve as instâncias em até 11 minutos, sendo a maior abordada com 1108 tarefas.

Li *et al.* (2015) abordaram o escalonamento de motoristas de ônibus urbanos. Realizaram a formulação com a função objetivo minimizando a quantidade de tarefas, para assim, minimizar o custo com motoristas. Abordaram as restrições: quantidade de hora extra determinada pela legislação; quantidade ideal de horas de trabalho ao dia; e tempo para finalizar a tarefa. A metodologia de resolução consiste em uma hiper heurística baseada na geração de colunas para encontrar soluções próximas ao ótimo. O método proposto tem melhor desempenho em instâncias maiores. Na maior instância com 155 tarefas o algoritmo encontra uma resposta em 4038 segundos.

Lin e Hsu (2016) desenvolveram um algoritmo de geração de colunas para resolver o problema de programação de motoristas para o transporte público urbano.

O algoritmo decompõe o problema principal em diversos subproblemas de precificação. O problema principal seleciona as tarefas ótimas dentro de um conjunto de soluções viáveis, enquanto os subproblemas aumentam esse conjunto para melhorar a solução obtida. Nos resultados computacionais, foram resolvidos problemas reais, sendo a maior instância com 2189 viagens e 280 motoristas disponíveis. Com a aplicação da abordagem proposta, apenas 222 motoristas foram utilizados, o que representa uma melhora de 20,71% em relação ao cronograma atual da empresa e o custo do salário diminuiu 16,32%. Quanto ao tempo de resolução, o algoritmo necessitou de apenas 1 hora para obter a solução, enquanto a empresa leva em média 2 semanas. Os resultados com o CPLEX não foram comparados pois o solucionador não consegue resolver problemas dessa magnitude.

Öztop *et al.* (2017) formularam um modelo de programação binária baseado em Problemas Táticos de Programação de Tarefas Fixas (TFJSP) para o problema de programação da tripulação aplicado ao transporte público de ônibus em um caso real. O modelo visa determinar o número ideal de membros da tripulação para as atividades com um custo mínimo do salário dos motoristas. Cada motorista possui um tempo máximo de trabalho, incluindo tempos de espera que também é limitado. É considerado como tempo de trabalho o tempo para executar a tarefa e o tempo de preparação para a execução. O modelo aborda diferentes tipos de veículos, como consequência, os motoristas devem ter diferentes tipos de qualificação. A função objetivo busca minimizar o custo total da tripulação atendendo todas as tarefas. O horizonte de planejamento é diário. Para a resolução, primeiramente o modelo é resolvido com as restrições de trabalho abordando apenas o tempo de processamento das tarefas. Após, são adicionadas desigualdades válidas como cortes para tarefas inviáveis em soluções que ultrapassam o tempo máximo de trabalho total e o modelo é resolvido novamente. O processo é repetido até que as sequências que ultrapassam o tempo máximo sejam eliminadas. Como resultado, o algoritmo proposto determina a solução ótima e supera a abordagem manual em mais de 20%, resolvendo instâncias de até 120 tarefas em 364,813 minutos.

Xie *et al.* (2017) resolveram o problema de escala de tripulação aplicado ao transporte público de ônibus. Os autores realizaram a formulação matemática como um problema multiobjetivo que consiste na soma ponderada dos objetivos de minimizar os custos das empresas e atender as preferencias dos motoristas. Para a

resolução do problema, primeiramente realizaram a solução inicial por uma heurística construtiva e após utilizaram três heurísticas separadamente para a solução: colônia de formigas, *simulated annealing* e métodos de busca tabu. Foram resolvidas 15 instâncias reais com tarefas variando entre 1313 e 19486. O número de motoristas disponíveis entre 48 e 629. Todas as instâncias foram resolvidas no tempo máximo estipulado de 30 minutos para todas as heurísticas propostas.

Sargut *et al.* (2017) resolveram o problema de escala de motoristas e designação de veículos de forma integrada. O modelo matemático consiste em uma abordagem multiobjetivo, sendo eles: minimizar a quantidade de regras de rotação violadas; número de inconsistência de veículo e motorista; trabalho pelo sexto dia consecutivo; três dias consecutivos de folga; total de horas em condução; e custo total das tarefas atribuídas sendo a carga da empresa empregar ou não todos os objetivos. A resolução foi realizada por um algoritmo baseado na busca tabu (BT). Como resultado, foi possível resolver instâncias de até 82 motoristas, 46 veículos e horizonte de planejamento para 30 dias em um tempo médio de 281,2 segundos. Foi possível observar que o tempo computacional é proporcional ao número de motoristas.

Constantino *et al.* (2017) resolveram o problema de programação de motorista de ônibus (BDSP) para uma rede de transporte público de ônibus urbanos localizada no Brasil. O modelo matemático busca minimizar o tamanho da tripulação. As restrições empregadas visam atender os regulamentos da empresa e a legislação brasileira, sendo elas: um motorista não pode trabalhar mais de 360 minutos sem descanso, se o tempo for ultrapassado, uma pausa de 90 minutos deve ser adicionada; o tempo de descanso não pode ultrapassar 300 minutos; o máximo de hora extra permitido é de 120 minutos; se o motorista precisar trabalhar no período noturno uma hora de trabalho é considerado como 52 minutos e um pagamento de 20% adicional deve ser aplicado; se o motorista realizar hora extra, deve ter um adicional de 50% do valor do salário e por fim, o tempo de uma tarefa não pode exceder 780 minutos. Para a resolução foi construído um algoritmo determinístico de duas fases. Na primeira fase é construída uma solução inicial viável com a resolução do problema de atribuição. Na segunda fase, a solução é melhorada por meio de dois procedimentos: primeiramente, o conjunto de deveres (um dever é considerado como um conjunto de tarefas) é subdividido em conjuntos parciais que são recombinados. Depois busca-se eliminar as tarefas muito longas e atribuí-las em

outra tarefa. Para a aplicação da metodologia são utilizadas instâncias reais com mais de 2300 tarefas e instâncias aleatórias formuladas com base em dados reais. Para todas as instâncias, foi obtida a resposta em até 4 minutos e 4 segundos.

Boyer *et al.* (2018) resolveram o problema de programação de tripulação de veículo flexível (FVCS) para linhas de ônibus urbano. A abordagem consiste em solucionar o problema de programação de tripulação (CSP) considerando que o horário dos motoristas pode ser alterado a cada semana. Os autores realizaram a formulação matemática como um problema de programação linear inteira mista e resolveram utilizando a metaheurística *Variable Neighborhood Search*. A função objetivo busca minimizar a utilização de veículos e motoristas. Dentre as restrições operacionais abordadas para os motoristas estão: jornada de trabalho limitada; tempo para descanso; tempo máximo em direção consecutivo; máximo de horas extras; horas extras podem ser realizadas desde que seja pago uma remuneração extra; e horário de saída dos motoristas variável. As instâncias de teste foram geradas aleatoriamente. A abordagem foi comparada com o solucionador comercial CPLEX. Considerando duas linhas de ônibus a solução apresentada já supera o CPLEX em tempo computacional e consegue resolver um problema para até 25 linhas em uma hora de processamento.

Ciancio *et al.* (2018) propuseram uma abordagem integrada para a resolução do problema de programação de veículos e a atribuição dos motoristas aos horários definidos. A função objetivo visa minimizar o número de motoristas e o tempo total de trabalho. O tempo total de trabalho consiste na soma do tempo em direção com o tempo de pausa. O modelo segue as seguintes restrições operacionais para os motoristas: a distância diária a ser percorrida pelo motorista é limitada; o motorista não precisa necessariamente encerrar a viagem em seu ponto inicial, porém, deverá encerrá-la em uma das unidades de atendimento; quantidade mínima de pausas; o motorista pode trocar de ônibus apenas em pontos permitidos; tempo máximo total de trabalho de 8h e tempo máximo ao volante de 6h; tempo máximo em condução até realizar uma pausa é de 2,5 horas e a duração mínima da pausa é estabelecida em 20 minutos. Para a resolução foi formulado um algoritmo baseado em busca local que primeiramente obtém uma solução inicial por meio de uma abordagem sequencial clássica. Essa solução é melhorada realizando alterações nas alocações obtidas. É possível resolver instâncias de até 498 viagens dentro do tempo limite imposto de 100 minutos.

Kang *et al.* (2019) resolveram o problema de programação de ônibus e motoristas considerando janelas de tempo para refeição em uma linha de transporte público para uma única frota de ônibus. Formularam três modelos de programação linear inteira: Programação do motorista, programação do ônibus e programação do ônibus e motorista com tempo para refeição. No modelo matemático foram consideradas as seguintes restrições operacionais: o tempo para a refeição deve estar entre o término da primeira viagem e o início da segunda e esse intervalo de tempo é um valor predefinido anteriormente. A função objetivo visa minimizar a soma do tempo ocioso de motorista e veículos. Os modelos foram resolvidos primeiramente utilizando um solucionador comercial, o CPLEX, e após foi implementada uma abordagem com desigualdades válidas para melhorar o tempo computacional. Com a utilização do CPLEX, o tempo de resolução para instâncias grandes foi de até 35h. A abordagem de desigualdades válidas resolveu instâncias grandes com tempo computacional baixo.

Lin *et al.* (2020) realizaram a escala e programação de motoristas de ônibus urbanos integradas com o intuito de distribuir tarefas com maior equilíbrio entre os motoristas. Os autores resolvem o problema de programação de motoristas que designa os motoristas para tarefas e após, realizam a melhoria da resposta obtida. Foi formulado um problema de programação linear inteira com a função objetivo minimizando o tempo total ocioso dos motoristas. Possui as restrições: a jornada de trabalho deve respeitar o máximo previsto na legislação; deve ser realizada uma pausa de 30 minutos a cada quatro horas em direção; e o motorista deve retornar ao ponto inicial. A formulação do problema de planejamento de motoristas é resolvida utilizando o Gurobi e após, utilizando o algoritmo genético padrão das ferramentas do Matlab. Para verificar a eficiência do método proposto, foram realizados testes com base nos dados de uma linha de ônibus em Cingapura que possui a característica circular. A linha tem 11,4 km de extensão e 30 pontos de parada com tempo médio de viagem de 40 minutos. O AG possui soluções com menor tempo computacional que o método exato, porém, não é possível encontrar a solução de algumas instâncias no tempo máximo proposto. A metodologia resolve instâncias de 18 a 4196 tarefas em até 3778,93 segundos, enquanto o Gurobi encontra soluções somente para instâncias com menos de 25 tarefas.

Er-Rbib *et al.* (2020) resolveram o problema de escalas de motoristas a partir de um conjunto de tarefas sequenciais pré-determinadas e considerando tarefas

cíclicas. É realizada uma programação linear inteira mista que atribui as tarefas aos motoristas. A função objetivo minimiza a soma das horas extras. Possuindo as seguintes restrições: Não é possível obter tarefas com 13h ou mais; existe um número máximo de dias que o motorista pode realizar a mesma linha; determinação da atribuição de dias de folga; limitação da quantidade de dias consecutivos de trabalho. Para a resolução, é utilizado um algoritmo construtivo como solução inicial para um solucionador comercial a fim de obter soluções com menor tempo computacional, visto a complexidade do problema apresentado. A maior instância a ser resolvida possui 9 escalas, 11 turnos, 1013 tarefas e foi possível obter uma solução em 91 minutos.

#### 2.4.3 Considerações sobre os trabalhos correlatos

Nos QUADROS 1 e 2 são apresentados os pontos relevantes para esta pesquisa constatados nos trabalhos correlatos. Foram elaborados dois quadros distintos de acordo com o objetivo principal de cada busca realizada. Enquanto no *relay* o objetivo foi verificar em quais áreas do transporte rodoviário a metodologia é aplicada para encontrar um possível GAP da abordagem, os trabalhos sobre escala de motoristas foram utilizados como base para verificar as funções objetivo e restrições mais utilizadas para o problema em questão.

Existem diversos pontos em comum nos trabalhos que abordam a utilização dos pontos de *relay*. A maioria dos artigos consideram a modelagem como um problema de programação linear inteira mista, com a função objetivo visando minimizar a quantidade de pontos de *relay* no trajeto. Os trabalhos consideram o *relay* como obrigatório ao longo do percurso e limitam ou não a quantidade máxima de *relays* que podem ser utilizados, exceto Vergara e Root (2013) que formularam um problema com abordagem mista, para verificar os resultados utilizando o *relay* em conjunto com viagens diretas. Outro trabalho com abordagem diferenciada dos demais é de Ali *et al.* (2002) que possibilita o desvio da rota para realizar o *relay*.

O QUADRO 1 apresenta um resumo das áreas em que o *relay* foi aplicado. É possível verificar que os problemas de *relay* na área de transporte foram abordados em sua maioria para transporte de mercadorias ou veículos elétricos, não sendo abordado o *relay* no transporte rodoviário de passageiros.



QUADRO 1 – TRABALHOS CORRELATOS DE *RELAY*

Ano	Autores	Artigo	Aplicação
2002	Ali <i>et al.</i>	<i>Relay</i> network design in freight transportation systems.	Caminhões rodoviários
2011	Üster e Kewcharoenwong	Strategic Design and Analysis of a <i>Relay</i> Network in Truckload Transportation	Caminhões rodoviários
2012	Li <i>et al.</i>	Using branch-and-price approach to solve the directed network design problem with <i>relays</i> .	Transporte rodoviário de mercadorias
2013	Vergara e Root	Mixed fleet dispatching in truckload <i>relay</i> network design optimization.	Caminhões rodoviários
2015	Chen e Nie	Stochastic optimal path problem with <i>relays</i> .	Veículos elétricos
2016	Xie e Jiang	<i>Relay</i> Requirement and Traffic Assignment of Electric Vehicles	Veículos elétricos
2016	Li <i>et al.</i>	Models and column generation approach for the resource-constrained minimum cost path problem with <i>relays</i>	Caminhões rodoviários
2017	Kewcharoenwong e Üster	<i>Relay</i> network design with capacity and link-imbalance considerations: A lagrangean decomposition algorithm and analysis	Caminhões rodoviários
2017	Kafle <i>et al.</i>	Design and modeling of a crowdsourcing-enabled system for urban parcel <i>relay</i> and delivery	Encomendas na área urbana
2017	Li <i>et al.</i>	An iterated metaheuristic for the directed network design problem with <i>relays</i>	Caminhões rodoviários
2018	Yildiz <i>et al.</i>	Branch-and-price approaches for the network design problem with <i>relays</i>	Transporte rodoviário de mercadorias
2018	Martín <i>et al.</i>	The driver and vehicle routing problem	Caminhões rodoviários
2019	Zhou e Lin	On-Demand Same-Day Delivery Service Using Direct Peer-to-Peer Transshipment Strategies	Entrega de mercadorias dos correios
2019	Hu <i>et al.</i>	Hub <i>relay</i> network design for daily driver routes	Caminhões rodoviários

FONTE: A autora (2021)

Quanto aos trabalhos relacionados à escala de motoristas, todos os artigos encontrados possuem foco no transporte urbano. Os trabalhos de Xie *et al.* (2012), Ciancio *et al.* (2018) e Lin *et al.* (2020) abordaram a programação e a escala dos motoristas em duas fases, primeiro realizando a atribuição de tarefas, que consiste em dividir as viagens em tarefas que não ultrapassem o tempo máximo estipulado e satisfaçam outras restrições operacionais e após, realizam a atribuição dos motoristas para as tarefas. Leone *et al.* (2011), Chen e Niu (2012), Song *et al.* (2015), Li *et al.* (2015), Lin e Hsu (2016), Constantino *et al.* (2017), Öztöpa *et al.* (2017) resolveram apenas o problema de programação de motoristas. Respício *et*

*al.* (2013), Mesquita *et al.* (2015), Xie *et al.* (2017), Er-Rbib *et al.* (2020) abordaram a escala de motoristas. Toth e Kresz (2012), Lin *et al.* (2016), Kang *et al.* (2020), Boyer *et al.* (2018) além da programação dos motoristas realizaram a programação dos veículos. Xie *et al.* (2012), Sargut *et al.* (2017) abordaram a programação de veículos e escala dos motoristas. E os trabalhos de Mesquita *et al.* (2011) e Mesquita *et al.* (2013) utilizam a integração dos três problemas apresentados.

No problema de escala e/ou programação de motoristas os objetivos podem ser diversos para atender os requisitos mais próximos da realidade, porém, torna o problema mais complexo. Como é possível observar no QUADRO 2, os trabalhos apresentam diferentes restrições, sendo as mais comuns a determinação do tempo máximo de trabalho e horas extras. Quanto a função objetivo, a maioria dos trabalhos abordam a minimização do uso de motoristas.

QUADRO 2 – TRABALHOS CORRELATOS DE ESCALA DE MOTORISTAS

Ano	Autores	Artigo	Modelo matemático
2011	Leone <i>et al.</i>	A bus Driver Scheduling Problem: a new mathematical model and a FRASP approximate solution	Minimiza o número de turnos. Restrições: tempo de trabalho; tempo ocioso; e início e término no mesmo depósito.
2011	Mesquita <i>et al.</i>	A new model for the integrated vehicle-crew-rostering problem and a computational study on rosters	Multiobjetivo: função linear que minimiza os custos de programação do veículo e da tripulação; função linear que minimiza o número de motoristas atribuídos e uma função não linear que minimiza o máximo de horas extras por motorista. Restrições: os motoristas devem trabalhar por um tempo máximo estipulado; dias de folga específicos por motorista; devem possuir uma quantia determinada de folgas no domingo.
2012	Chen e Niu	Research on the Scheduling Problem of Urban Bus Crew Based on Impartiality	Minimiza o tempo ocioso dos motoristas. Restrições: máximo de horas por dia e o máximo de horas extras.
2012	Xie <i>et al.</i>	Integrated Driver Rostering Problem in Public Bus Transit	Minimiza a soma dos custos. Restrições: Intervalo de dias úteis consecutivos de trabalho; número máximo de dias livres consecutivos; e o tempo máximo entre dois dias livres consecutivos

2013	Tóth e Krész	An efficient solution approach for real-world driver scheduling problems in urban bus transportation	Minimiza o número de tarefas. Restrição: Tempo máximo em direção; tempo máximo total de trabalho; descanso interjornada; intervalo para descanso.
2013	Mesquita <i>et al.</i>	A decomposition approach for the integrated vehicle-crew-roster problem with days-off pattern	Minimiza o custo de utilização de motoristas e veículos e realiza balanceamento da escala de serviços. Restrições: descanso interjornada; número mínimo de horas entre tarefas consecutivas; tempo máximo em direção sem pausa.
2013	Respício <i>et al.</i>	Enhanced genetic algorithms for a bi-objective bus driver rostering problem: a computational study	Minimiza a hora extra e o número de motoristas. Restrições: quantidade de dias consecutivos trabalhados; quantidade de folga na semana; programação de folga justa nos domingos; duração mínima de tempo de descanso entre dois períodos; e carga horária máxima no dia
2015	Mesquita <i>et al.</i>	A decompose-and-fix heuristic based on multi-commodity flow models for driver rostering with days-off pattern	Minimiza o custo dos motoristas e o balanceamento da escala. Restrições: mínimo de folga na semana; mínimo de dias de folga consecutivos; o número de dias de folga que deve coincidir com os dias de fim de semana; máximo de dias úteis consecutivos; descanso entre dois dias de trabalho consecutivos; se o motorista realizou trabalho noturno no dia anterior, não deverá ser designado para trabalho no primeiro horário.
2015	Song <i>et al.</i>	Improved Genetic Algorithm with Gene Recombination for Bus Crew-Scheduling Problem	Minimiza a quantidade de turnos. Restrições: tempo máximo e mínimo de trabalho diário; e tempo máximo ocioso por motorista.
2015	Li <i>et al.</i>	A Column Generation Based Hyper-Heuristic to the Bus Driver Scheduling Problem	Minimiza o custo com motoristas. Restrições: máximo de hora extra; máximo de tempo ocioso do motorista; horário normal de trabalho; tempo de término da tarefa; hora de início da tarefa.

2016	Lin e Hsu	A column generation algorithm for the bus driver scheduling problem	Minimiza o número de dias necessários para operar a escala de serviço. Adicionaram um termo de penalização de tarefas atribuídas em dias posteriores. Restrições: limite de hora extra no dia; tempo máximo ocioso e tempo máximo de trabalho no dia.
2017	Öztopa <i>et al.</i>	A Bus Crew Scheduling Problem with Eligibility Constraints and Time Limitations	Minimiza o custo total da tripulação fixa. Restrições: tempo máximo de trabalho e tempo de espera limitado.
2017	Xie <i>et al.</i>	Metaheuristics approach for solving personalized crew rostering problem in public bus transit	Multiobjetivo: realizaram a soma ponderada dos objetivos: minimizar os custos das empresas e atender as preferencias dos motoristas. Restrições: duração máxima de dias de trabalho; e dias de folga necessários
2017	Sargut <i>et al.</i>	Multi-objective integrated acyclic crew rostering and vehicle assignment problem in public bus transportation	Multiobjetivo, minimiza: regras de rotação violadas; inconsistências do veículo; vezes que um dia passa a ser o sexto dia útil consecutivo; vezes que um dia passa a ser o terceiro dia consecutivo de folga; horas de condução; total de horas indesejadas; custo total das atribuições de tarefas.
2017	Constantino <i>et al.</i>	Solving a Large Real-world Bus Driver Scheduling Problem with a Multi-assignment based Heuristic Algorithm	Minimiza o tamanho da tripulação. Restrições: tempo máximo até o descanso e se o tempo for ultrapassado, uma pausa de 90 minutos deve ser adicionada; tempo de descanso limitado; máximo de hora extra permitido; adicional por trabalho noturno; adicional por hora extras; tempo máximo de trabalho.
2018	Boyer <i>et al.</i>	Vehicle and Crew Scheduling for Flexible Bus Transportation Systems	Minimiza o custo operacional total com base no uso de veículos e no salário dos motoristas. Restrições: Total de horas trabalhadas; pode realizar hora extra com pagamento adicional; tempo até realizar intervalo.

2018	Ciancio <i>et al.</i>	An integrated algorithm for shift scheduling problems for local public transport companies	Minimiza a quantidade de motoristas e hora extra. Restrições: a distância diária a ser percorrida pelo motorista é limitada; o motorista deverá encerrar o dia em uma das unidades de atendimento; quantidade mínima de pausas; o motorista pode trocar de ônibus apenas em pontos permitidos; tempo máximo total de trabalho; tempo máximo ao volante; tempo máximo em condução até realizar uma pausa; e duração mínima da pausa.
2019	Kang <i>et al.</i>	Bus and driver scheduling with mealtime windows for a single public bus route	Minimiza a soma do tempo ocioso de motorista e veículos. Restrições: o tempo para a refeição deve estar entre o término da primeira viagem e o início da segunda; e quantidade de horas trabalhadas
2020	Lin <i>et al.</i>	A Branch-and-Price-and-Cut Algorithm for the Integrated Scheduling and Rostering Problem of Bus Drivers	Minimiza o tempo total ocioso dos motoristas. Restrições: tempo máximo diário de trabalho; tempo de intervalo após um período consecutivo de trabalho; tempo mínimo de pausa.
2020	Er-Rbib <i>et al.</i>	Integrated and sequential solution methods for the cyclic bus driver rostering problem	Minimiza a soma das horas extras. Restrições: Não é possível obter tarefas com 13h ou mais; máximo de dias que o motorista pode realizar a mesma linha; dias de folga; limitação da quantidade de dias consecutivos de trabalho.

FONTE: A autora (2021).

A definição das tarefas a serem desempenhadas em um dia de trabalho e a designação dos motoristas serão abordadas em conjunto, pois o modelo proposto ao mesmo tempo que determina as viagens visando cumprir o tempo de trabalho, realiza a designação dos motoristas disponíveis.

Esta pesquisa e os trabalhos correlatos sobre a escala de motoristas possuem foco em tipos diferentes de transporte de passageiros. Nos trabalhos correlatos, são abordados ônibus urbanos, que possuem condições diferenciadas do transporte rodoviário de passageiros, com diversas viagens curtas distribuídas ao longo do dia e diferentes restrições de trabalho e rotas.

As viagens de ônibus rodoviários normalmente possuem longa distância e por consequência, pode ser necessário realizar o pernoite do motorista fora de seu ponto de origem, condição que não é abordada nos trabalhos correlatos apresentados, pois não é característica de transportes de curta distância.

Porém algumas semelhanças podem ser encontradas entre os dois problemas: horário máximo de trabalho diário, quantidade máxima de hora extra no dia, pausa para descanso e pausa para almoço. Outro dado extraído da literatura foi em relação ao aumento da complexidade de resolução do problema de escalas ao abordar todas as restrições operacionais. Por conseguinte, seguiu-se algumas das restrições operacionais mais utilizadas nos trabalhos correlatos: tempo máximo de trabalho no dia e tempo máximo de hora extra. Outros conceitos abordados nos trabalhos correlatos e que não são foco da pesquisa podem ser abordados em trabalhos futuros: tempo para descanso e almoço, descanso interjornada e horizonte de planejamento superior a um dia de trabalho.

Nos trabalhos correlatos sobre os pontos de *relay* o foco principal é a determinação do ponto de *relay* e quais motoristas realizam a troca de veículos entre si. Contudo, o foco do trabalho foi formular a escala de motoristas utilizando o *relay* como artifício para minimizar o pernoite, não sendo objetivo do estudo determinar quais motoristas realizam *relay* entre si e em quais pontos eles ocorrem.

Portanto, fundamentado na literatura, realizou-se a escala de motoristas de ônibus rodoviários, visando maximizar a utilização dos motoristas e abordando a preferência pelo retorno do motorista à sua cidade de origem, possibilitando a realização de *relay* ao longo do caminho. O trabalho aborda também a possibilidade do retorno de carona pelo motorista.

### 3 METODOLOGIA

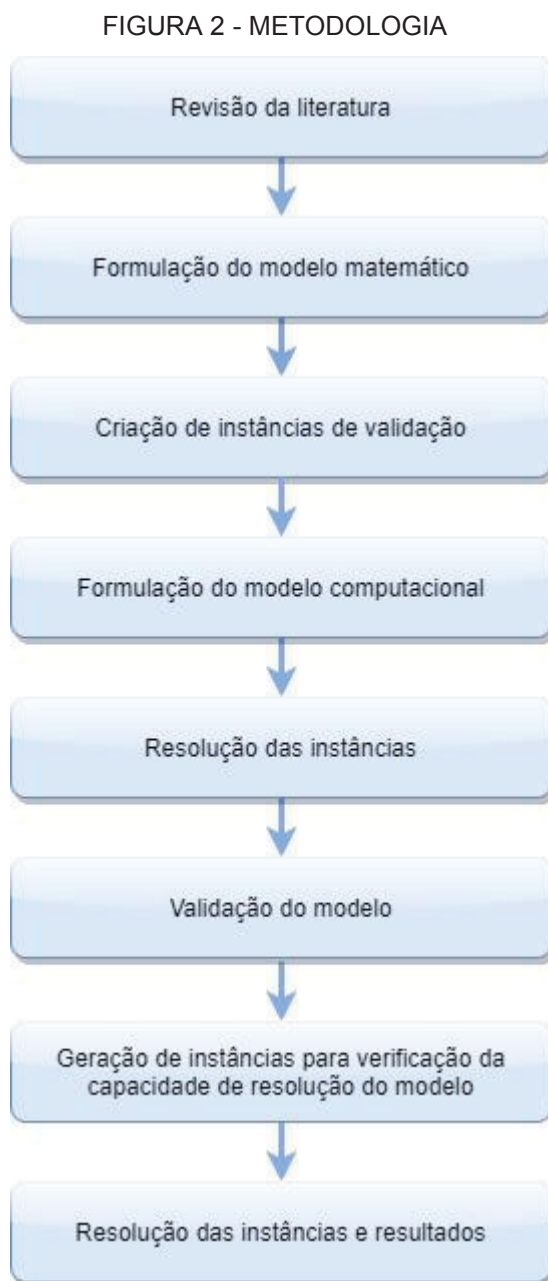
Neste capítulo são apresentados os procedimentos metodológicos da pesquisa.

A natureza da pesquisa é aplicada, pois na pesquisa aplicada, problemas são abordados visando sua solução prática (PRODANOV; FREITAS, 2013). A abordagem utilizada é quantitativa. De acordo com Fonseca (2002), a pesquisa quantitativa tem como base realizar uma análise matemática dos dados para representar a realidade e seus resultados. Quanto a sua investigação, essa pesquisa é classificada como empírica normativa, pois segundo Miguel *et al.* (2012) essa categoria de investigação visa a obtenção de modelos que se adequem aos problemas reais, buscando a sua melhoria utilizando modelos de otimização matemática.

O capítulo está dividido em três subseções. Na seção 3.1 é apresentada a descrição das etapas realizadas no desenvolvimento na pesquisa. Na seção 3.2 é realizada a descrição do problema abordado. Na seção 3.3 é apresentada a modelagem matemática desenvolvida.

### 3.1 ETAPAS DO DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

O desenvolvimento da pesquisa está dividido em oito etapas. A sequência das etapas é apresentada no fluxograma da FIGURA 2.



FONTE: A autora (2021)

Primeiramente foi realizada a revisão de literatura para aprofundar o conhecimento sobre o assunto da pesquisa e verificar as abordagens utilizadas. Com base na revisão, verificou-se que o problema de escalas é complexo ao



abordar todas as restrições reais, portanto, nesta etapa definiu-se abordar as principais restrições operacionais dos modelos da literatura: carga horária diária máxima e quantidade máxima de horas extras. A principal diferença constatada entre os trabalhos correlatos de escala de motoristas e a presente pesquisa foi em relação a duração das viagens, pois as viagens rodoviárias costumam possuir longas distâncias que podem acarretar o pernoite do motorista fora do ponto de origem. Portanto, foi abordado o pernoite, que não é apresentado nos trabalhos correlatos visto a característica das viagens urbanas. Verificou-se também que a utilização de *relays* obtém resultados satisfatórios quanto a minimização do pernoite, pois possibilita o retorno do motorista à sua origem, portanto, o *relay* foi utilizado como recurso no modelo elaborado.

Em seguida, as restrições e variáveis foram definidas e o modelo matemático de programação linear inteira mista elaborado com base na literatura, em restrições operacionais e na legislação brasileira para o setor.

Após as definições e a formulação do modelo matemático PLIM, foram criadas instâncias para possibilitar a resolução manual para validação do modelo matemático proposto. Estas instâncias possuem 2 até 6 viagens, 1 a 4 pontos de parada durante as viagens e 2 a 7 motoristas.

Para a fase de validação, primeiramente o modelo computacional foi desenvolvido utilizando a linguagem de programação C# e o solucionador de problemas de programação linear, Gurobi. As instâncias foram resolvidas e com a análise dos resultados foram validadas as soluções.

Os ajustes foram realizados no modelo ao longo de todo o processo de validação, definindo, assim, a formulação do modelo matemático e computacional.

Após a obtenção do modelo válido, outras instâncias foram geradas e o modelo resolvido para verificar a capacidade de resolução em grandes problemas. Os problemas grandes foram gerados com os seguintes parâmetros: 31 até 117 motoristas e 50 até 187 viagens.

Para fins de validação, foram utilizados dados disponíveis no site de uma empresa de transporte rodoviário situada no Sul do país para gerar uma instância baseada em dados reais.

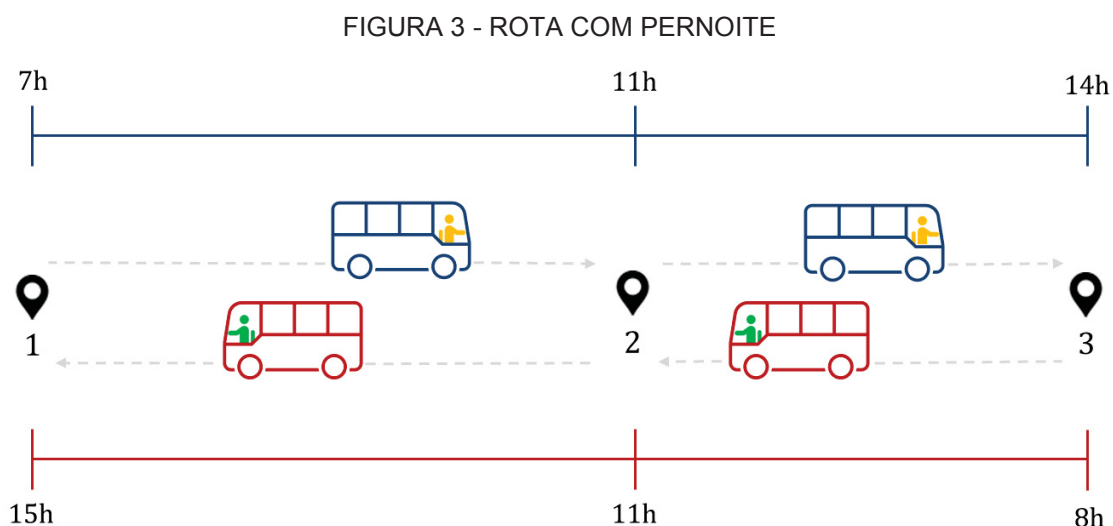
### 3.2 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Uma empresa de transporte rodoviário de passageiros possui uma determinada quantia de viagens que devem ser realizadas ao longo do dia para atender a sua demanda. Essas viagens precisam ser atribuídas aos motoristas disponíveis.

Portanto, são determinadas as rotas entre uma ou mais cidades para as viagens. Geralmente, cada ponto inicial da viagem contém motoristas com residência no local. As viagens ocorrem em horários próximos para sentidos opostos, por exemplo, existe o trecho que faz conexão entre a cidade 1 e a cidade 2, e pelo menos uma viagem ao longo do dia no sentido 1-2 e outra no sentido 2-1.

Considerando essa formação de viagens, é possível determinar a escala de motoristas com a viabilidade de retorno para a cidade de origem utilizando pontos de *relay*. Por exemplo, existe o trajeto 1-2-3, sendo o tempo de viagem entre 1 e 2 de 4h e de 3h entre 2 e 3. O motorista A parte do ponto 1 na viagem v1 às 7h, com destino a 3 e o motorista B parte de 3 na viagem v2 às 8h com destino o ponto 1. O tempo total de cada viagem seria de aproximadamente 7h.

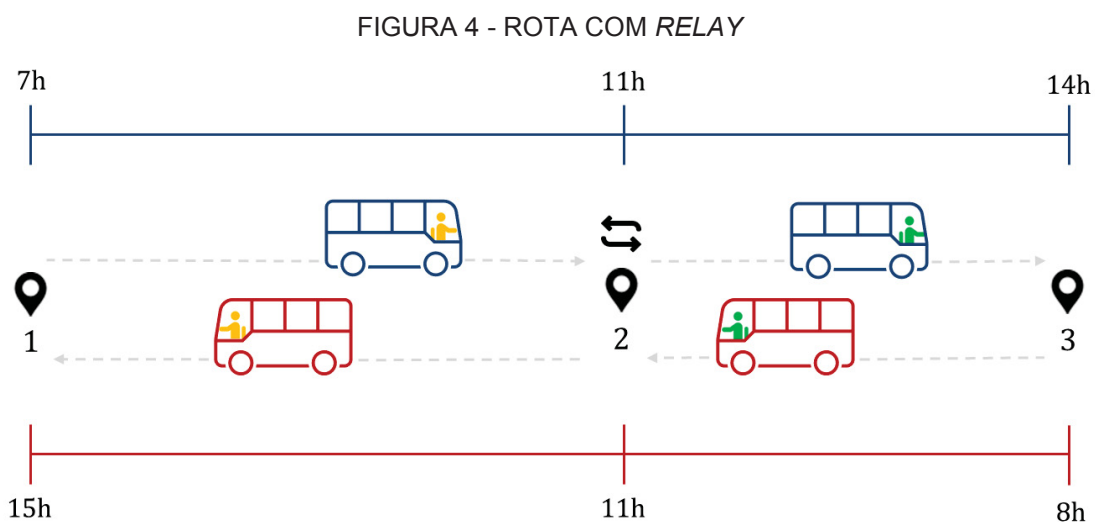
A FIGURA 3 é uma representação dessa rota sem a utilização dos pontos de *relay*. O motorista A representado pela cor amarela chega em 3 às 14 horas, porém, não conseguiria retornar para a sua origem, pois por mais que exista uma viagem que possibilite a sua volta, ultrapassaria o tempo máximo permitido em lei de 10h diárias, o mesmo acontece com o motorista B que é representado pela cor verde.



FONTE: A autora (2021).

Essa é uma resposta válida para o modelo em questão, visto que a realização do *relay* não é obrigatória, porém, se há a possibilidade de retornar para a origem, o modelo dá preferência para essa resposta, pois realiza a penalização por pernoite.

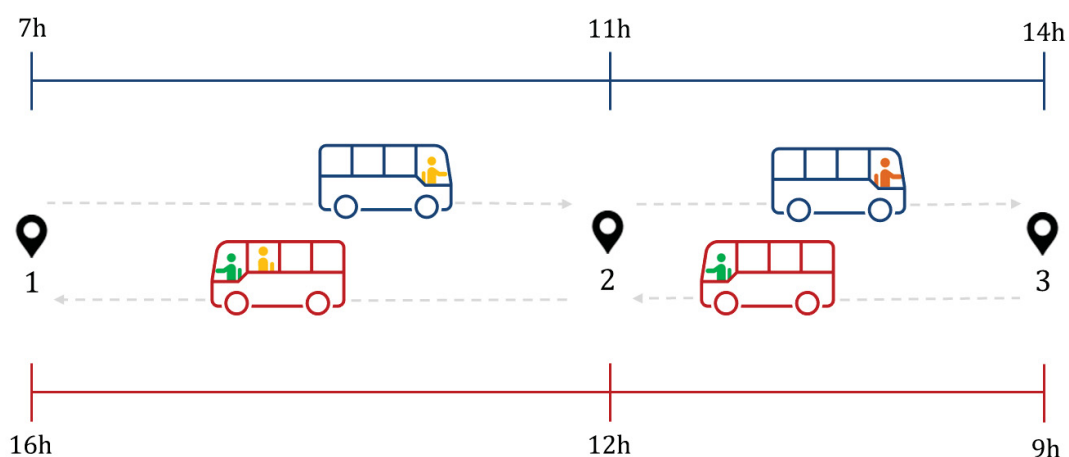
A FIGURA 4 apresenta a mesma rota com a realização do *relay*. Como os motoristas A e B chegam em 2 às 11 horas, realizam a troca de veículos nesse ponto. Assim, o motorista A continua a viagem v2 e o motorista B a viagem v1, evitando o pagamento por pernoite e possibilitando assim que o motorista repouse em sua casa sem ultrapassar o tempo máximo previsto em lei.



FONTE: A autora (2021).

Outra abordagem do modelo para evitar pernoite é a possibilidade da utilização de carona. Como exemplo, existem as viagens 1-2-3 e 3-2-1. Na FIGURA 5 o motorista A sai de 1 às 7h e chega em 2 às 11 horas. O motorista B sai do ponto 3 às 9h e chega em 2 às 12h. Com isso, o motorista A retorna ao ponto 1 de carona na viagem do motorista B e um terceiro motorista que reside no ponto 2 continua a viagem do motorista A.

FIGURA 5 - ROTA COM CARONA



FONTE: A autora (2021).

Esses são apenas exemplos das possibilidades que o modelo atende, no caso da FIGURA 5 uma outra resposta possível seria o motorista 1 ao invés de retornar de carona, retornar na viagem dirigindo.

### 3.3 MODELO MATEMÁTICO

Dado um conjunto de cidades/pontos  $i, j \in N = \{0, 1, \dots, n\}$ . Para cada ponto pode existir uma quantidade de motoristas  $d \in R = \{0, 1, \dots, d\}$  que residem naquele ponto. O modelo possui um conjunto de viagens  $t \in T = \{0, 1, \dots, t\}$  com horário de saída e rota predeterminadas. O modelo considera uma viagem a união de horário de saída, trechos e veículo.

O objetivo do modelo é determinar quais trechos cada motorista irá percorrer, visando que além de atender todas as viagens previstas, o modelo deverá minimizar a quantidade de motoristas utilizados, hora extra e pernoite.

O modelo considera que o tempo ideal de trabalho do motorista é de 480 minutos (8h) diários, qualquer tempo que ultrapasse esse horário é considerado como hora extra e há uma penalização na função objetivo. Se o motorista percorrer horas a menos também é contabilizado, mas sem prejuízo à função objetivo, porém o pagamento é realizado integralmente, independente da quantidade de horas trabalhadas. Não é penalizada a quantidade a menos trabalhada pois os pesos na função objetivo por utilização de um motorista e por pernoite garantem que um motorista não será utilizado desnecessariamente e por um pequeno período. Este caso acontecerá somente se não houver outra alternativa.

Portanto, as premissas do modelo matemático são:

- Um trecho de uma viagem deve ter um e somente um motorista dirigindo;
- Um trecho de uma viagem pode ter apenas uma quantidade predeterminada de motoristas de carona;
- O motorista tem um tempo máximo diário de trabalho de 10h (600 minutos) seguindo a legislação vigente;
- Os motoristas podem realizar *relay* visando retornar para a cidade de origem;
- Os motoristas podem utilizar carona com o intuito de retornar para o ponto de origem ou para percorrer uma próxima viagem dirigindo;
- O horizonte de planejamento é diário;
- Os possíveis pontos de *relay* são cidades pertencentes à rota da viagem, não permitindo desvios ou utilização de outros locais;
- Cada viagem possui horário de saída, rota e veículo predeterminados;
- É possível determinar o tempo máximo que um motorista pode aguardar para realizar conexão entre trechos de viagens não finalizadas;
- A frota é considerada homogênea.

O modelo deverá determinar:

- Qual motorista percorrerá determinado trecho de cada viagem dirigindo;
- Qual motorista percorrerá determinado trecho de cada viagem de carona;
- Quantidade de horas extras de cada motorista (em minutos);
- Quantidade de horas a menos trabalhadas no dia para cada motorista (em minutos);
- Se o motorista realiza pernoite.

As TABELAS, 1 e 2 apresentam os índices, conjuntos, parâmetros e variáveis do modelo, respectivamente.

TABELA 1 - ÍNDICES, CONJUNTOS E PARÂMETROS DO MODELO

<b>Símbolo</b>	<b>Definição</b>
<i>Índices</i>	
$i$	Ponto inicial do trecho
$j$	Ponto final do trecho
$d$	Motorista
$t$	Viagem
$i_0$	Ponto inicial (residência) do motorista
$j'$	Indica que o ponto final de um trecho é o inicial de outro trecho
$i'$	Indica que o ponto inicial de um trecho é o final de outro trecho
$i''$	Ponto inicial (residência) do motorista que também é o ponto inicial de um trecho que possui ligação com outro trecho
$t'$	Viagem que possui ligação com outra viagem
<i>Conjuntos</i>	
$N$	Conjunto de pontos (Cidades)
$T$	Conjunto de viagens
$R$	Conjunto de motoristas que residem no ponto $i$
$T'$	Conjunto de viagens que possuem ligação
$N'$	Conjunto de pontos com ligação viável entre si por meio do horário de saída dos trechos. Por exemplo, existe o trecho 1-2 da viagem 0 e o trecho 2-3 da viagem 1. Se o horário de chegada ao ponto 2 na viagem 0 for menor ou igual ao horário de saída de 2 na viagem 1, então 2 pertence à $N'$
<i>Parâmetros</i>	
$C_i$	Coordenadas $x$ e $y$ de cada ponto $i$
$H_{ij}^t$	Horário de saída do ponto $i$ na viagem $t$ em direção ao ponto $j$
$\alpha$	Penalidade por horas a mais trabalhadas
$\beta$	Penalidade por utilização do motorista
$\gamma$	Penalidade por realizar pernoite
$\delta$	Penalidade por percorrer um trecho de carona
$\varepsilon$	Penalidade por trocar de viagem sem necessidade
$\omega$	Penalidade por estar dirigindo em uma viagem e passar a percorrer o trecho seguinte de carona sem necessidade
$Q$	Quantidade máxima de motoristas de carona no trecho $i, j$ da viagem $t$
$M$	Máximo de horas extras no dia
$L$	Tempo de trabalho total desejável
$K$	Tempo máximo de espera para realizar conexão entre trechos de viagens não finalizadas

FONTE: A autora (2021)

TABELA 2 - VARIÁVEIS DO MODELO

<b>Variável</b>	<b>Definição</b>
$X_{tij}^d$	Variável binária que indica se o trecho $i, j$ da viagem $t$ é realizado pelo motorista $d$
$Y_{tij}^d$	Variável binária que indica se o trecho $i, j$ da viagem $t$ é realizado pelo motorista $d$ de carona
$H_d^+$	Variável inteira que indica quanto tempo em minutos o motorista trabalhou a mais
$H_d^-$	Variável inteira que indica quanto tempo em minutos o motorista

$I_{i_0jt}^d$	trabalhou a menos Variável binária que indica se o motorista d iniciou trabalho no trecho $i_0,j$ da viagem v
$O_d$	Variável binária que indica se o motorista realizou pernoite
$W_{tti'ij}^d$	Variável binária que indica se houve espera entre a viagem t e t'
$S_{tti'ij}^d$	Variável binária que indica se o motorista d trocou da viagem t para t' no ponto i em sentido ao ponto j sem necessidade
$P_{tij}^d$	Variável binária que indica se o motorista d que estava dirigindo na viagem t passou a pegar carona nela no próximo trecho

FONTE: A autora (2021)

A função objetivo do modelo é apresentada na equação (1) e possui seis termos:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } z = & \alpha \sum_{d \in D} H_d^+ + \beta \sum_{d \in D} \sum_{t \in T} \sum_{j \in N} I_{i_0jt}^d + \gamma \sum_{d \in D} O_d + \delta \sum_{d \in D} \sum_{t \in T} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} Y_{tij}^d + \\
 & + \varepsilon \sum_{d \in D} \sum_{t \in T} \sum_{i \in N} \sum_{t' \in T} S_{tt'ij}^d + \omega \sum_{d \in D} \sum_{t \in T} \sum_{i \in N} P_{tij}^d
 \end{aligned} \quad (1)$$

O modelo está sujeito às restrições:

$$\sum_{d \in D} X_{tij}^d = 1 \quad \forall t \in T, i \in N, j \in N \quad (2)$$

$$\sum_{d \in D} Y_{tij}^d \leq Q \quad \forall t \in T, i \in N, j \in N \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{t \in T} \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} D_{ij} (X_{tij}^d + Y_{tij}^d) + \sum_{t \in T} \sum_{i' \in N'} \sum_{j \in N} \sum_{t' \in T'} \sum_{i \in N} (H_{i'j}^{t'} - H_{ii'}^t - D_{ii'}) W_{tti'ij}^d \\
 & = L \sum_{t \in T} \sum_{j \in N} I_{i_0jt}^d - H_d^- + H_d^+ \quad \forall d \in D
 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\sum_{t' \in T'} \sum_{j \in N} W_{tti'ij}^d \leq X_{tii'}^d + Y_{tii'}^d \quad \forall t \in T, i' \in N', i \in N, d \in D \quad (5)$$

$$\sum_{t \in T} W_{tti'ij}^d + I_{tti'ij}^d = X_{tti'ij}^d + Y_{tti'ij}^d \quad \forall t' \in T, i' \in N', j \in N, d \in D \quad (6)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{j \in N} (X_{ti_0j}^d + Y_{ti_0j}^d) - \sum_{t \in T} \sum_{i \in N} (X_{tii_0}^d + Y_{tii_0}^d) = 0_d \quad \forall d \in D \quad (7)$$

$$H_d^+ \leq M \quad \forall d \in D \quad (8)$$

$$\sum_{t' \in T'} \sum_{i \in N} (X_{t'ii'}^d + Y_{t'ii'}^d) + I_{ti''j}^d \geq X_{ti'j}^d + Y_{ti'j}^d \quad \forall d \in D, t \in T, i' \in N', j \in N \quad (9)$$

$$\sum_{t \in T} \sum_{j \in N} I_{i_0jt}^d \leq 1 \quad \forall d \in D \quad (10)$$

$$X_{tij'}^d + X_{t'j'j}^d - 1 \leq S_{tt'j'}^d \quad \forall d \in D, t \in T, t' \in T', i \in N, j \in N, j' \in N', t \neq t' \quad (11)$$

$$Y_{tij'}^d + Y_{t'j'j}^d - 1 \leq S_{tt'j'}^d \quad \forall d \in D, t \in T, t' \in T', i \in N, j \in N, j' \in N', t \neq t' \quad (12)$$

$$X_{tij'}^d + Y_{t'j'j}^d - 1 \leq P_{ti}^d \quad \forall d \in D, t \in T, i \in N, j \in N, j' \in N' \quad (13)$$

$$X_{tij}^d \in \{0,1\}, Y_{tij}^d \in \{0,1\}, I_{ijt}^d \in \{0,1\}, 0_d \in \{0,1\}, S_{tt'i'}^d \in \{0,1\}, P_{ti}^d \in \{0,1\}, W_{tt'ij}^d \in \{0,1\}, H_d^+ \in Z^+, H_d^- \in Z^+ \quad (14)$$

A função objetivo (1) é composta por seis termos. O primeiro termo minimiza a quantidade de horas extras realizadas pelos motoristas. No segundo termo é minimizada a quantidade de motoristas utilizados. O terceiro termo minimiza a realização do pernoite. O quarto termo minimiza a penalização por utilizar carona, com o intuito de que a carona seja utilizada somente quando necessário. O quinto termo realiza a penalização por troca de viagem pelo motorista. Por fim, o último termo penaliza seguir de carona em um trecho subsequente de uma viagem em que o motorista estava dirigindo. Os dois últimos termos foram adicionados para estabilizar a solução com base na realidade operacional em caso de múltiplas soluções.



Na restrição (2) é determinado que cada trecho de cada viagem deve ser realizado por um motorista dirigindo.

Na restrição (3) é determinada a quantidade máxima de motoristas que podem estar de carona em um trecho de uma viagem.

Na restrição (4) é realizado o controle do horário do motorista. O tempo total de trabalho é a soma dos dois primeiros termos. O primeiro termo é a soma dos trechos percorridos e o segundo termo é o tempo de espera entre viagens. O tempo de espera entre as viagens é calculado multiplicando a variável de tempo de espera ao horário de saída do trecho e após, subtraído do horário de saída do trecho anterior e da distância percorrida até chegar ao ponto. O tempo total de trabalho é igualado ao tempo de trabalho desejado, e caso o tempo total seja menor, é contabilizado nas horas a menos trabalhadas, caso maior, nas horas extras. Na restrição, o  $i'$  simboliza que o ponto inicial da viagem  $t'$  é o ponto final da viagem  $t$ .

As restrições (5) e (6) em conjunto determinam o tempo de espera dos motoristas nos pontos. Em (5) determina-se que se o motorista percorreu o trecho  $i, i'$  da viagem  $t$ , ele somente poderá realizar espera com uma outra viagem ou nenhuma, caso seja o seu ponto final. Em (6) é definido que se o motorista está saindo de uma determinada viagem, ele só pode ter realizado espera com apenas uma viagem ou ter iniciado a jornada de trabalho nesse trecho. Em ambas as restrições é utilizado  $i'$  para indicar que o ponto final da viagem  $t$  é o inicial da viagem  $t'$ .

A restrição (7) determina que o motorista realizou pernoite caso não tenha retornado ao seu ponto de origem. A realização do pernoite é penalizada na função objetivo para que preferencialmente, o motorista termine o dia em seu ponto de origem.

Na restrição (8) é determinada a quantidade máxima de horas extras permitidas ao motorista em um dia de trabalho.

A restrição (9) garante que o motorista  $d$  somente poderá ser utilizado no ponto  $i$  se estiver no ponto até o horário de saída da viagem. Na restrição o conceito de  $i'$  segue indicando que o ponto inicial de uma viagem é o final de outra viagem, porém, quando esse ponto representa também o ponto de residência do motorista ( $i_0$ ), é apresentado por  $i''$ .

Na restrição (10) é definido que o motorista poderá iniciar a jornada de trabalho em seu ponto inicial em apenas uma viagem ou nenhuma.

As restrições (11), (12) e (13) em conjunto com as penalizações adicionadas à função objetivo visam impedir que o motorista realize a troca de viagem sem necessidade ou que percorra de carona em um trecho da própria viagem. Nas restrições (11) e (12),  $j'$  representa que o ponto inicial de  $t'$  é o ponto final de  $t$ . E na restrição (13)  $j'$  indica que há conexão entre os trechos da viagem  $t$ .

Por fim, em (14) são definidos os domínios das variáveis utilizadas no modelo.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Esse capítulo apresenta os resultados obtidos com a resolução do modelo proposto. O modelo foi programado utilizando a linguagem de programação C#. Os testes foram realizados em um computador intel core i5-8250U, com 8gb de memória RAM, utilizando o *solver* Gurobi 9.1 em suas configurações padrões.

Os parâmetros de viagens, motoristas por ponto e distância entre pontos variam entre as instâncias, já alguns parâmetros possuem peso fixo em todos os testes e são apresentados na TABELA 3.

A penalização por utilização de um motorista é superior à penalização por pernoite para que o modelo dê preferência ao pernoite ao invés da utilização de outro motorista.

TABELA 3 - PARÂMETROS FIXOS

Parâmetro	Descrição	Peso
$\alpha$	Penalidade por hora extra	1.8
$\beta$	Penalidade utilização do motorista	900
$\gamma$	Penalidade por pernoite	480
$\delta$	Penalidade por circular de carona	10
$\varepsilon$	Penalidade por troca de viagem sem necessidade	1
$\omega$	Penalidade por circular de carona em uma viagem que estava dirigindo	1
M	Máximo de hora extra permitido (minutos)	120
L	Tempo de trabalho desejado (minutos)	480
Q	Quantidade máxima de motoristas de carona em uma viagem	1

FONTE: A autora (2021).

Esses valores foram mantidos fixos durante a resolução do problema, sendo que sua variação e impacto no modelo podem ser objeto de estudos futuros. Algumas penalidades possuem peso 1, logo, não seria necessário adicionar um parâmetro de penalidade, porém, a alteração de seus valores também pode ser alvo de pesquisas futuras.

#### 4.1 VALIDAÇÃO DO MODELO PROPOSTO

Primeiramente, o modelo foi validado utilizando 7 exemplos. Foram escolhidos exemplos que representam as características principais do modelo.

Para o cálculo da distância entre os pontos foi utilizada a fórmula de *Haversine*. Esta consiste em calcular a distância entre dois pontos considerando suas latitudes e longitudes e o raio da terra (CHOPDE; NICHAT, 2013). O valor obtido pela fórmula é ajustado utilizando um fator de correção  $\mu$ . Portanto, a distância em quilômetros é calculada pela equação (15):

$$d = \mu \left( 2r \sin^{-1} \left( \sqrt{\sin^2\left(\frac{\theta_2 - \theta_1}{2}\right) + \cos(\theta_1) \cos(\theta_2) \sin^2\left(\frac{\vartheta_2 - \vartheta_1}{2}\right)} \right) \right) \quad (15)$$

Onde  $r = 6371$ ,  $\mu = 1,15$ ,  $\theta_2$  e  $\theta_1$  a latitude e  $\vartheta_2$  e  $\vartheta_1$  longitude dos pontos de origem e destino.

Para o cálculo da distância em minutos foi considerado que os ônibus trafegam a 80 km/h, pois segundo as normas para projetos e estradas instituída pelo Ministério dos Transportes é a velocidade recomendada em trechos ondulados e com pistas duplas (BRASIL, 1973).

Os cinco primeiros exemplos apresentam os resultados considerando que não deve existir tempo de espera para realizar conexão entre trechos de viagens não finalizadas, ou seja,  $K = 0$ . O sexto e sétimo exemplos apresentam a diferença das respostas com a variação do  $K$ .

##### 4.1.1 Exemplo 1 – *Relay* simétrico

No primeiro exemplo buscou-se demonstrar a realização do *relay* entre duas viagens que percorrem os mesmos pontos em sentidos opostos.

A TABELA 4 apresenta a viagem com os caminhos a serem percorridos e o horário de saída do ponto inicial. A TABELA 5 contém quais motoristas estão disponíveis nos pontos e a TABELA 6 apresenta a matriz com a distância entre os pontos.

TABELA 4 – VIAGEM DO EXEMPLO 1

Viagem	Caminho	Horário
0	0-1-2-3	300
1	3-2-1-0	325

FONTE: A autora (2021).

TABELA 5 – MOTORISTAS DO EXEMPLO 1

Ponto	Motoristas
0	0
3	1

FONTE: A autora (2021).

TABELA 6 - DISTÂNCIAS DO EXEMPLO 1

i/j	0	1	2	3
0	0	86	192	369
1	86	0	117	288
2	192	117	0	178
3	369	288	178	0

FONTE: A autora (2021).

A FIGURA 6 representa as viagens do exemplo. A viagem 0 com início no ponto 0 e término no ponto 3 é representada pela cor azul. Enquanto a viagem 1 com origem em 3 e destino 0 é representada pela cor bege.

FIGURA 6 - VIAGENS DO EXEMPLO 1



FONTE: A autora (2021).

A TABELA 7 contém os resultados do exemplo 1. É apresentado o valor da função objetivo, o tempo computacional em segundos para a resolução do problema, e os dados dos motoristas utilizados: horas extras ou horas a menos em minutos e se foi preciso realizar pernoite. Sendo que no exemplo, os dois motoristas trabalharam menos do que o tempo desejável e não realizaram pernoite.

TABELA 7 - RESULTADO DO EXEMPLO 1

Instância	FO	Tempo(s)	Motorista	Hora extra (min)	Horas a menos(min)	Pernoite
1	1803	0,0078477	0	-	74	Não
			1	-	124	Não

FONTE: A autora (2021).

A TABELA 8 contém as variáveis escolhidas no modelo que determinam quais trechos foram realizados por cada motorista.

TABELA 8 - VARIÁVEIS DO EXEMPLO 1

Variáveis		
$X_{001}^0$	$X_{012}^0$	$X_{121}^0$
$X_{110}^0$	$X_{132}^1$	$X_{023}^0$

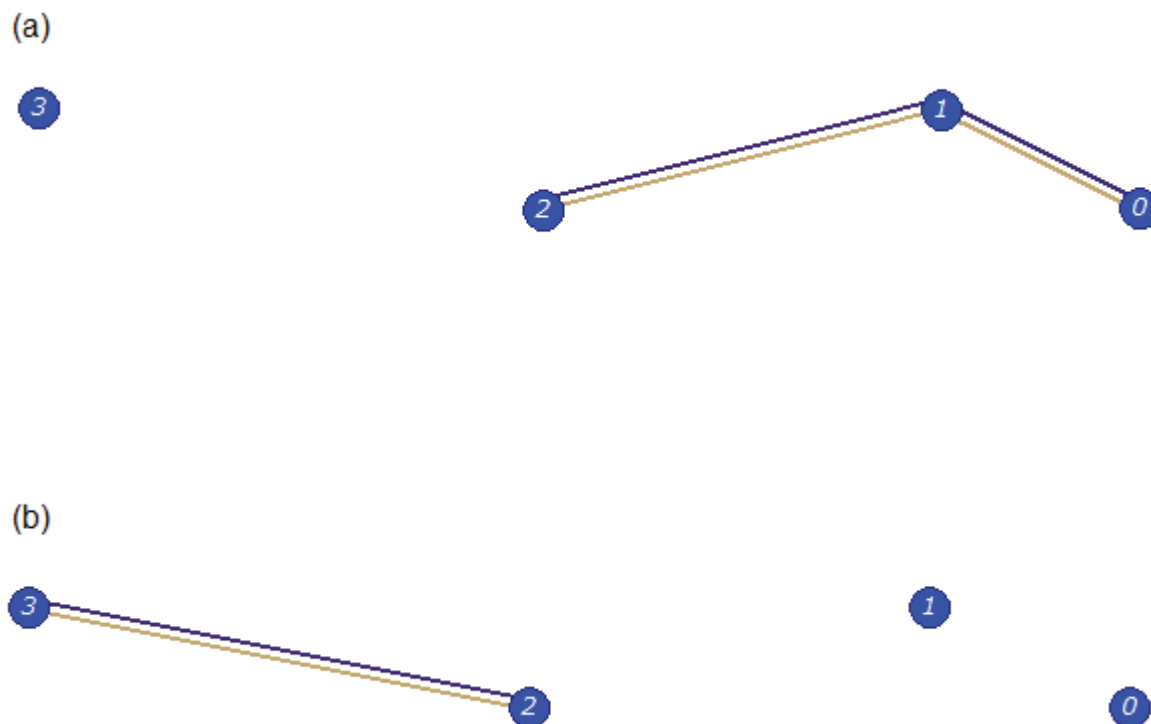
FONTE: A autora (2021).

A FIGURA 7 (a) representa a rota realizada pelo motorista 0 e a FIGURA 7 (b) o caminho percorrido pelo motorista 1. A cor das linhas possuem a mesma cor das viagens para uma melhor visualização de quais viagens os motoristas percorreram.

Portanto, pelo resultado apresentado é possível observar que o motorista 0 realizou os trechos 0-1 e 1-2 da viagem 0 e após, os trechos 2-1 e 1-0 da viagem 1, retornando para o ponto inicial. E o motorista 1 realizou os trechos 3-2 da viagem 1 e 2-3 da viagem 0, retornando ao seu ponto inicial.

No exemplo, foi possível realizar o *relay* pois ambos os motoristas chegam no ponto 2 no instante de tempo de 503 minutos.

FIGURA 7 - RESULTADO DO EXEMPLO 1



FONTE: A autora (2021).

#### 4.1.2 Exemplo 2 – *Relay* assimétrico

O segundo exemplo teste possui duas viagens não equivalentes em sentidos opostos, pois a viagem 0 possui mais paradas. O intuito do exemplo foi demonstrar a possibilidade de retorno para o ponto de origem sem a utilização do *relay* convencional entre duas viagens de mesmo trecho e sentidos opostos.

As TABELAS 9, 10 e 11 apresentam respectivamente os parâmetros de viagem, motoristas e distância entre pontos do exemplo.

TABELA 9 - PARÂMETROS DO EXEMPLO 2

Viagem	Caminho	Horário
0	0-1-2-3-4-2	300
1	2-1-0	500

FONTE: A autora (2021).

TABELA 10 – MOTORISTAS DO EXEMPLO 2

Ponto	Motoristas
0	0
2	1

FONTE: A autora (2021).

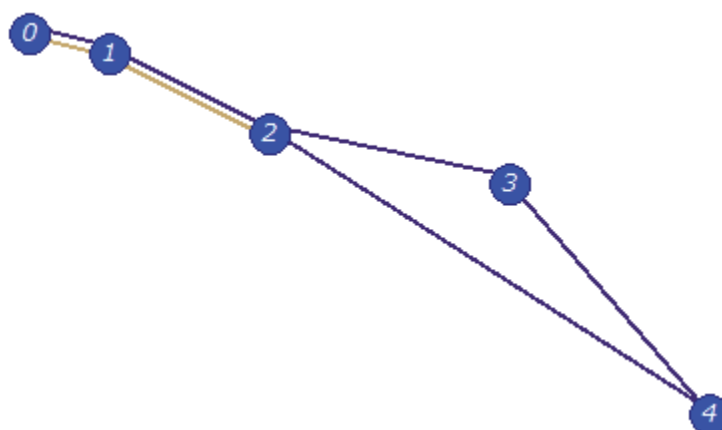
TABELA 11 - DISTÂNCIAS DO EXEMPLO 2

i/j	0	1	2	3	4
0	0	33	98	186	286
1	33	0	65	152	254
2	98	65	0	88	192
3	186	152	88	0	117
4	286	254	192	117	0

FONTE: A autora (2021).

A FIGURA 8 apresenta as viagens do exemplo. A viagem 0 é representada pela cor azul e tem início em 0 e término em 2 e a viagem 1 representada pela cor bege tem início em 2 e final em 0.

FIGURA 8 - VIAGENS DO EXEMPLO 2



FONTE: A autora (2021).

As TABELAS 12 e 13 apresentam os resultados obtidos. Foram utilizados dois motoristas que percorreram horas a menos de trabalho e não realizaram pernoite.

TABELA 12 - RESULTADO DO EXEMPLO 2

Instância	FO	Tempo(s)	Motorista	Hora extra (min)	Horas a menos(min)	Pernoite
2	1802	3,3873624	0	-	182	Não
			1	-	83	Não

FONTE: A autora (2021).



TABELA 13 - VARIÁVEIS DO EXEMPLO 2

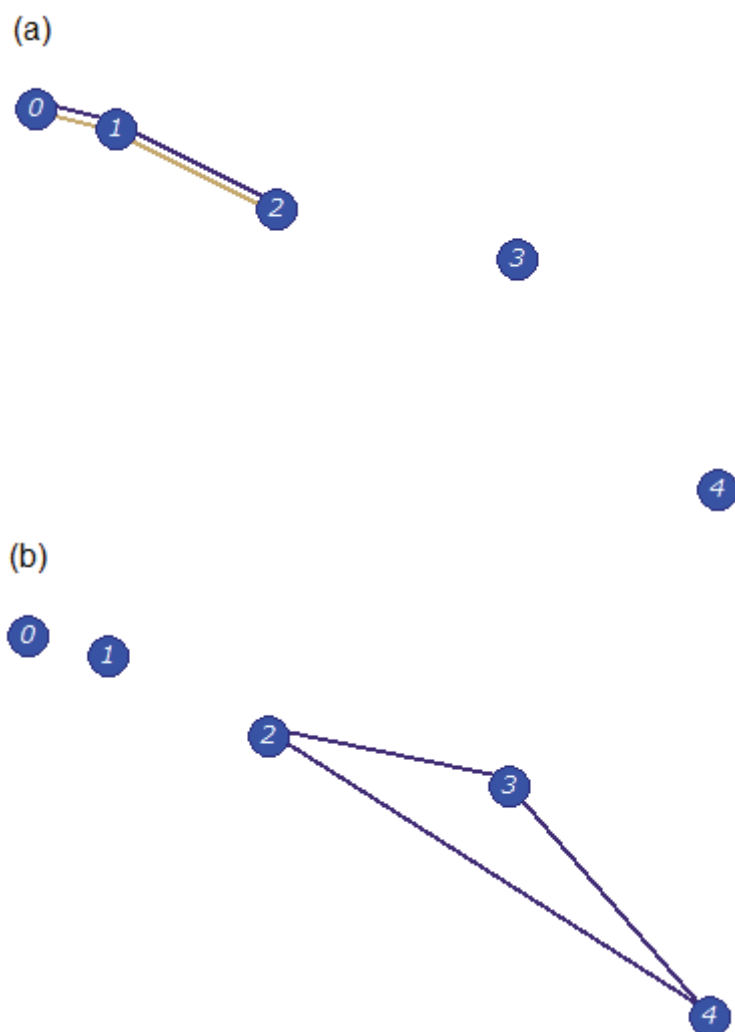
Variáveis			
$X_{001}^0$	$X_{012}^0$	$X_{121}^0$	$X_{110}^0$
$X_{023}^1$	$X_{034}^1$	$X_{042}^1$	

FONTE: A autora (2021).

A FIGURA 9 (a) ilustra a rota do motorista 0 e a FIGURA 9 (b) o caminho no motorista 1. Nessa instância é importante ressaltar no resultado que o motorista 0 iniciou a viagem 0, porém, não finalizou, pois iniciou a viagem 1 no ponto 2, retornando assim ao seu ponto de origem. A continuação da viagem 0 foi realizada pelo motorista 1 que reside em 2 e que no fim do percurso, também pôde retornar para o seu ponto inicial.

O motorista 0 chegou no ponto 2 aos 398 minutos, aguardando por 102 minutos para realizar a viagem 1 que inicia aos 500 minutos, logo, o tempo total de trabalho do motorista 0 são os 196 minutos dirigindo mais os 102 minutos de espera. O motorista 1 não precisou esperar, pois realizou uma única viagem.

FIGURA 9 - RESULTADO DO EXEMPLO 2



FONTE: A autora (2021).

#### 4.1.3 Exemplo 3 – Carona para retornar à origem

Outro conceito abordado é a possibilidade de utilizar carona para retornar para casa ou para prosseguir em uma próxima viagem. Na instância três o conceito de retorno para casa de carona é apresentado, para tanto são utilizadas três viagens. Os parâmetros da instância são demonstrados nas TABELAS 14,15 e 16.

TABELA 14 - PARÂMETROS DO EXEMPLO 3

Viagem	Caminho	Horário
0	0-3-2	300
1	4-2-1-0	600
2	0-1-2-4	920

FONTE: A autora (2021).

TABELA 15 - MOTORISTAS DO EXEMPLO 3

Ponto	Motoristas
0	0,2
4	1

FONTE: A autora (2021).

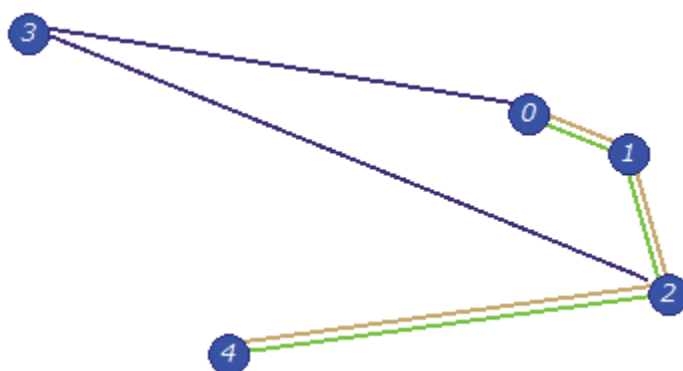
TABELA 16 - DISTÂNCIAS DO EXEMPLO 3

i/j	0	1	2	3	4
0	0	38	79	167	138
1	38	0	58	204	163
2	79	58	0	222	148
3	167	204	222	0	117
4	138	163	148	117	0

FONTE: A autora (2021).

Na FIGURA 10 é possível verificar as viagens apresentadas, sendo a viagem 0 representada pela cor azul, a viagem 1 pela cor bege e a viagem 2 pela cor verde.

FIGURA 10 - VIAGENS DO EXEMPLO 3



FONTE: A autora (2021).

As TABELAS 17 e 18 apresentam os resultados da instância. Pode-se verificar que não foram utilizados os três motoristas disponíveis para as três viagens,

foi necessário a utilização apenas do 0 e do 1, tendo ambos realizado hora extra de 67 e 84 minutos, respectivamente e não realizaram pernoite.

TABELA 17 - RESULTADO DO EXEMPLO 3

Instância	FO	Tempo(s)	Motorista	Hora extra (min)	Horas a menos(min)	Pernoite
3	2088,4	4,3445085	0	64	-	Não
			1	84	-	Não

FONTE: A autora (2021).

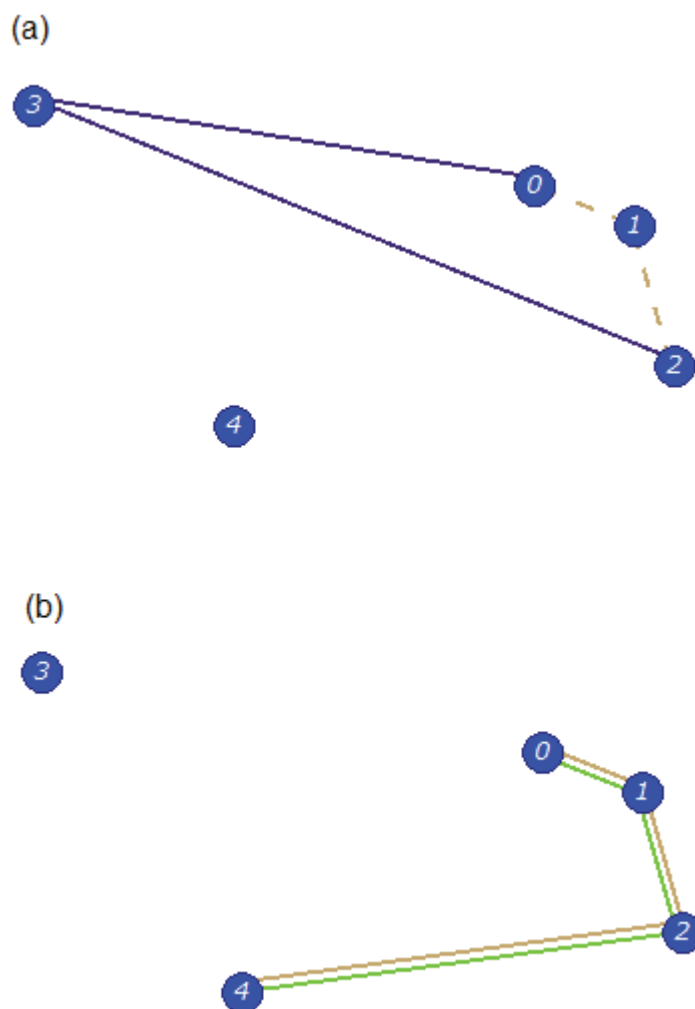
TABELA 18 - VARIÁVEIS DO EXEMPLO 3

Variáveis				
$X_{003}^0$	$X_{032}^0$	$X_{142}^1$	$X_{121}^1$	$X_{110}^1$
$X_{201}^1$	$X_{212}^1$	$X_{224}^1$	$Y_{121}^0$	$Y_{110}^0$

FONTE: A autora (2021).

A FIGURA 11 (a) ilustra o caminho do motorista 0 e a FIGURA 11 (b) o caminho do motorista 1. O motorista 0 iniciou o trabalho no ponto 0 e percorreu os trechos 0-1 e 3-2 da viagem 1. Para não realizar pernoite, o motorista 0 seguiu de carona nos trechos 2-1 e 1-0 da viagem 1. A carona é representada por linhas tracejadas. O motorista 0 terminou a viagem 0 aos 689 minutos, aguardou por 59 minutos até iniciar carona na viagem 1 e retornar para sua origem. E o motorista 1 conseguiu realizar dentro do tempo máximo estipulado duas das três viagens apresentadas e retornar para a sua origem, pois saiu do ponto 4 aos 600 minutos, terminou a viagem no ponto zero aos 844 minutos, aguardou por 76 minutos e iniciou a viagem 2, retornando assim para a origem. Em ambos os casos os motoristas realizaram hora extra.

FIGURA 11 - RESULTADO EXEMPLO 3



FONTE: A autora (2021).

#### 4.1.4 Exemplo 4 – Carona entre viagens

No exemplo 4 é apresentado outro conceito da carona, a sua utilização para realizar uma viagem. Diferentemente do exemplo anterior onde o motorista percorreu trechos de carona para retornar à sua origem, nesse exemplo, o motorista seguiu de carona para dirigir outra viagem.

A instância possui 6 viagens e foram adicionados um motorista em cada ponto, como pode ser observado nas TABELAS 19 e 20. Como nos outros exemplos, são apresentadas as distâncias entre os pontos, nesse caso, na TABELA 21.

TABELA 19 - VIAGENS EXEMPLO 4

Viagem	Caminho	Horário
0	0-1	300
1	4-5-0	520
2	0-6	670
3	6-0	760
4	3-2-1-4	275
5	4-1-2-3	520

FONTE: A autora (2021).

TABELA 20 - MOTORISTAS EXEMPLO 4

Ponto	Motoristas
0	0
3	1
1	2
4	3
5	4
6	5
2	6

FONTE: A autora (2021).

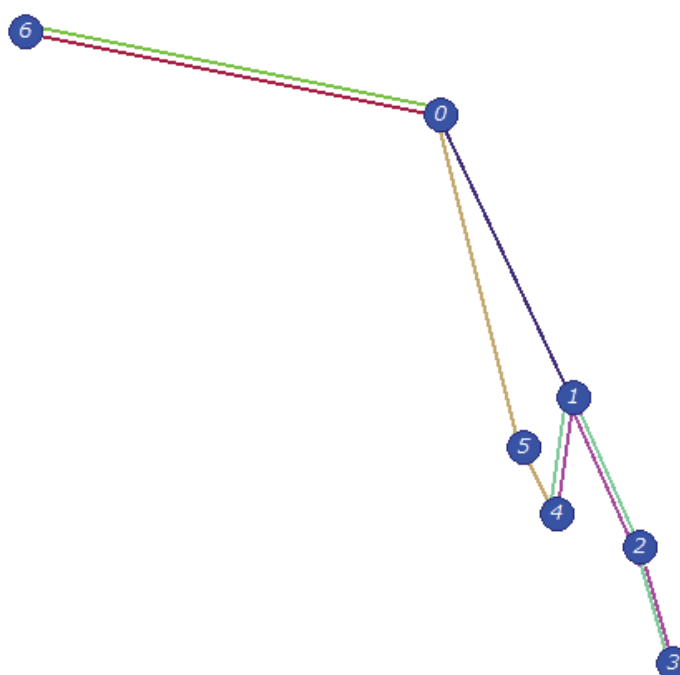
TABELA 21 - DISTÂNCIAS EXEMPLO 4

i/j	0	1	2	3	4	5	6
0	0	91	158	215	141	102	86
1	91	0	68	125	59	25	163
2	158	68	0	58	38	61	224
3	215	125	58	0	79	114	276
4	141	59	38	79	0	38	197
5	102	25	61	114	39	0	164
6	86	163	224	276	197	164	0

FONTE: A autora (2021)

A FIGURA 12 apresenta todas as viagens da instância. A viagem 0 é representada pela cor azul, a viagem 1 pela cor bege, a viagem 2 está em verde, a viagem 3 em bordô, as viagens 4 e 5 em azul claro e roxo, respectivamente.

FIGURA 12 - VIAGENS EXEMPLO 4



FONTE: A autora (2021)

As TABELAS 22 e 23 apresentam os resultados obtidos. Mesmo sendo disponibilizada uma quantidade de seis motoristas, o modelo utilizou apenas dois para a solução. O motorista 0 necessitou realizar 66 minutos de hora extra, enquanto o motorista 1 prosseguiu com 50 minutos a menos.

TABELA 22 - RESULTADO EXEMPLO 4

Instância	FO	Tempo(s)	Motorista	Hora extra (min)	Horas a menos (min)	Pernoite
4	1930,8	5,4026833	0	66	-	Não
			1	-	50	Não

FONTE: A autora (2021).

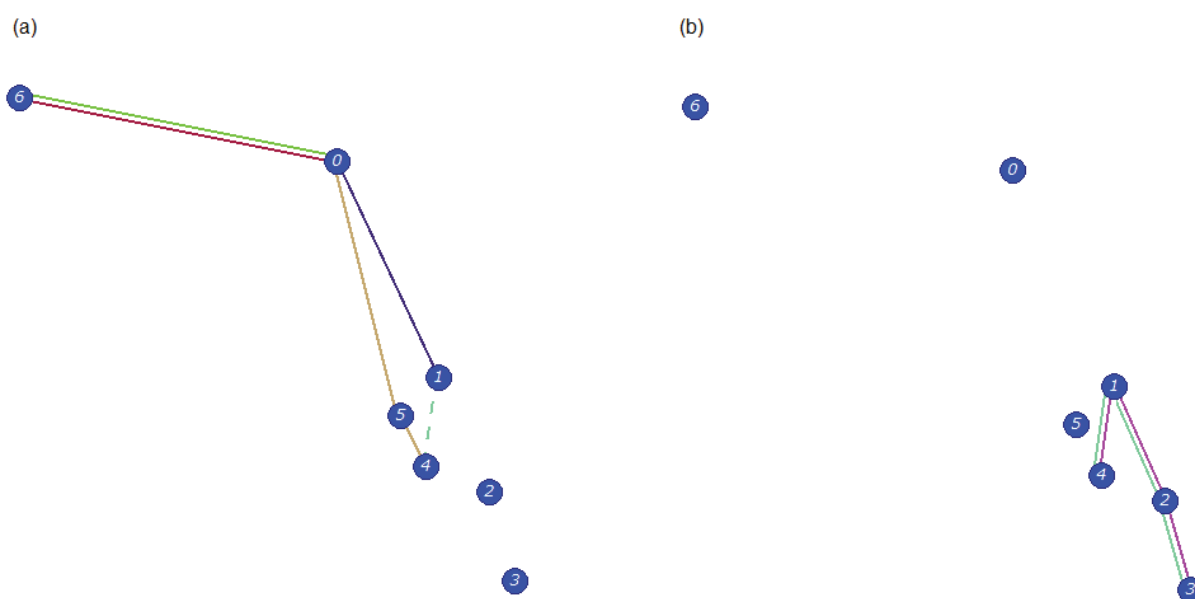
TABELA 23 - VARIÁVEIS EXEMPLO 4

Variáveis					
$X_{001}^0$	$X_{145}^0$	$X_{150}^0$	$X_{206}^0$	$X_{360}^0$	$X_{432}^1$
$X_{421}^1$	$X_{414}^1$	$X_{541}^1$	$X_{512}^1$	$X_{523}^1$	$Y_{414}^0$

FONTE: A autora (2021)

A FIGURA 13 (a) apresenta as rotas percorridas pelo motorista 0. Por se tratar de viagens com curtas distâncias, o motorista 0 atuou dirigindo em 4 das viagens disponíveis. O motorista 0 iniciou a sua jornada de trabalho no trecho 0-1 da viagem 0 onde pegou carona na viagem 4, percorrendo o trecho 1-4 para assim, seguir dirigindo a viagem 1. Ao chegar em sua origem, como ainda havia tempo disponível, realizou as viagens 2 e 3. E o motorista 2 realizou as viagens 4 e 5 e tem sua rota apresentada na FIGURA 13 (b).

FIGURA 13 - RESULTADO DO EXEMPLO 4



FONTE: A autora (2021)

#### 4.1.5 Exemplo 5 - Pernoite

Outro possível cenário do problema apresentado é a realização do pernoite, pois o retorno ao ponto de origem não é um requisito obrigatório do problema. As TABELAS 24, 25 e 26 apresentam os parâmetros do exemplo. Que consiste em duas viagens e dois motoristas disponíveis.



TABELA 24 - VIAGENS DO EXEMPLO 5

Viagem	Caminho	Horário
0	0-1-2-3	300
1	3-2-1-0	700

FONTE: A autora (2021).

TABELA 25 - MOTORISTAS DO EXEMPLO 5

Ponto	Motoristas
0	0
3	1

FONTE: A autora (2021).

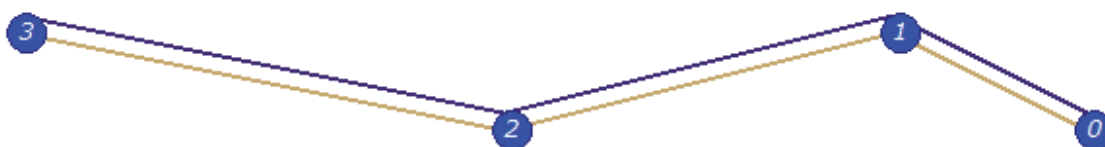
TABELA 26 - DISTÂNCIAS DO EXEMPLO 5

i/j	0	1	2	3
0	0	86	192	369
1	86	0	117	288
2	192	117	0	178
3	369	288	178	0

FONTE: A autora (2021).

Na FIGURA 14 são apresentadas as duas viagens. Sendo a linha azul a viagem 0 e a linha bege a viagem 1.

FIGURA 14 - VIAGENS DO EXEMPLO 5



FONTE: A autora (2021).

Nas TABELAS resultado 27 e 28 pode-se observar que os dois motoristas foram utilizados e realizam pernoite, percorrendo horas a menos de trabalho equivalentes, pois realizam os mesmos trechos em sentidos opostos.

TABELA 27 - RESULTADO EXEMPLO 5

Instância	FO	Tempo(s)	Motorista	Hora extra (min)	Horas a menos (min)	Pernoite
5	2760	0,035	0	-	99	Sim
			1	-	99	Sim

FONTE: A autora (2021).

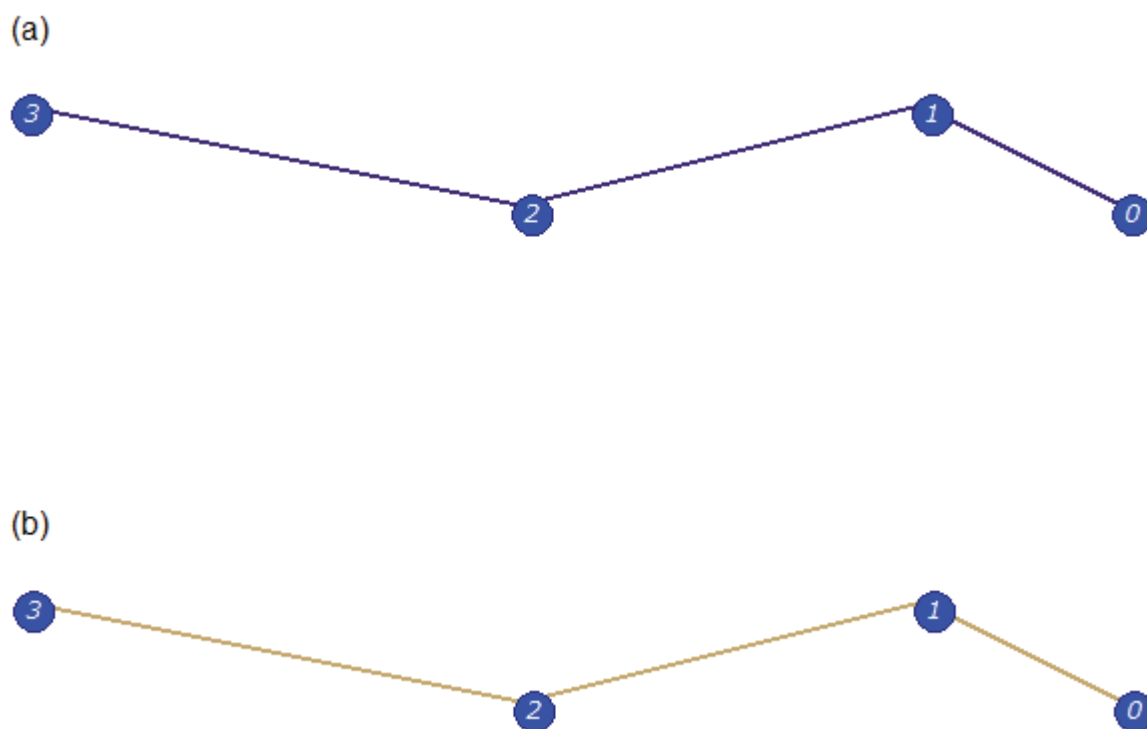
TABELA 28 - VARIÁVEIS DO EXEMPLO 5

Variáveis		
$X_{001}^0$	$X_{012}^0$	$X_{023}^0$
$X_{132}^1$	$X_{121}^1$	$X_{110}^1$

FONTE: A autora (2021).

No exemplo 5 o pernoite ocorre para atender as regras de legislação impostas. Pois o motorista 0 parte do ponto 0 no instante de tempo 300 e percorre uma distância de 381 minutos, portanto, chega no ponto 3 aos 681 minutos, tempo suficiente para seguir a viagem 1, porém seria percorrida uma distância diária de 776 minutos, que é proibida pela restrição (8) do modelo. Na FIGURA 15 (a) é apresentada a rota do motorista 0 que realizou a viagem 0 e na FIGURA 15 (b) a viagem 1 realizada pelo motorista 1.

FIGURA 15 - RESULTADO DO EXEMPLO 5



FONTE: A autora (2021).

#### 4.1.6 Exemplos 6 e 7 – Variação do parâmetro K

Outra comparação realizada nas instâncias testes foi em relação ao K, que é o tempo máximo de espera para realizar uma conexão entre viagens não finalizadas. Se o K for zero, a única possibilidade de dois motoristas realizarem *relay* sem ter finalizado a viagem é com a chegada dos dois motoristas no ponto exatamente no mesmo horário. Portanto, foram criadas duas instâncias testes para verificar a diferença entre utilizar o K com valor zero ou com um tempo de 30 minutos.

Os parâmetros de viagem, disponibilidade de motoristas e distância para as duas instâncias são apresentadas nas TABELAS 29, 30 e 31. O exemplo contém dois motoristas, cada um com residência no ponto inicial das duas viagens e viagens que passam pelos mesmos pontos em sentidos opostos e iniciam no mesmo horário.

TABELA 29 - VIAGENS DO EXEMPLO 6

Viagem	Caminho	Horário
0	0-1-2-3	300
1	3-2-1-0	300

FONTE: A autora (2021).

TABELA 30 - MOTORISTAS DO EXEMPLO 6

Ponto	Motoristas
0	0
3	1

FONTE: A autora (2021).

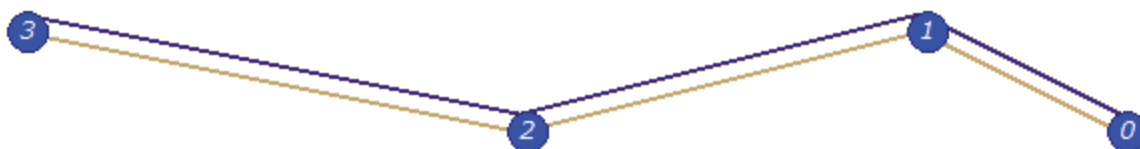
TABELA 31 - DISTÂNCIAS EXEMPLO 6

i/j	0	1	2	3
0	0	86	192	369
1	86	0	117	288
2	192	117	0	178
3	369	288	178	0

FONTE: A autora (2021).

A FIGURA 16 ilustra as viagens da instância, sendo um exemplo simples, com apenas duas viagens. A 0 representada pela cor azul e a 1 pela cor bege.

FIGURA 16 - VIAGENS EXEMPLO 6



FONTE: A autora (2021).

O exemplo 6 representa os resultados utilizando  $K = 0$ . Nesse caso, os dois motoristas são utilizados e ambos trabalham 99 minutos a menos da carga total diária e realizam pernoite.

TABELA 32 - RESULTADO DO EXEMPLO 6

Instância	FO	Tempo(s)	Motorista	Hora extra (min)	Horas a menos (min)	Pernoite
6	2760	0,061	0	-	99	Sim
			1	-	99	Sim

FONTE: A autora (2021).

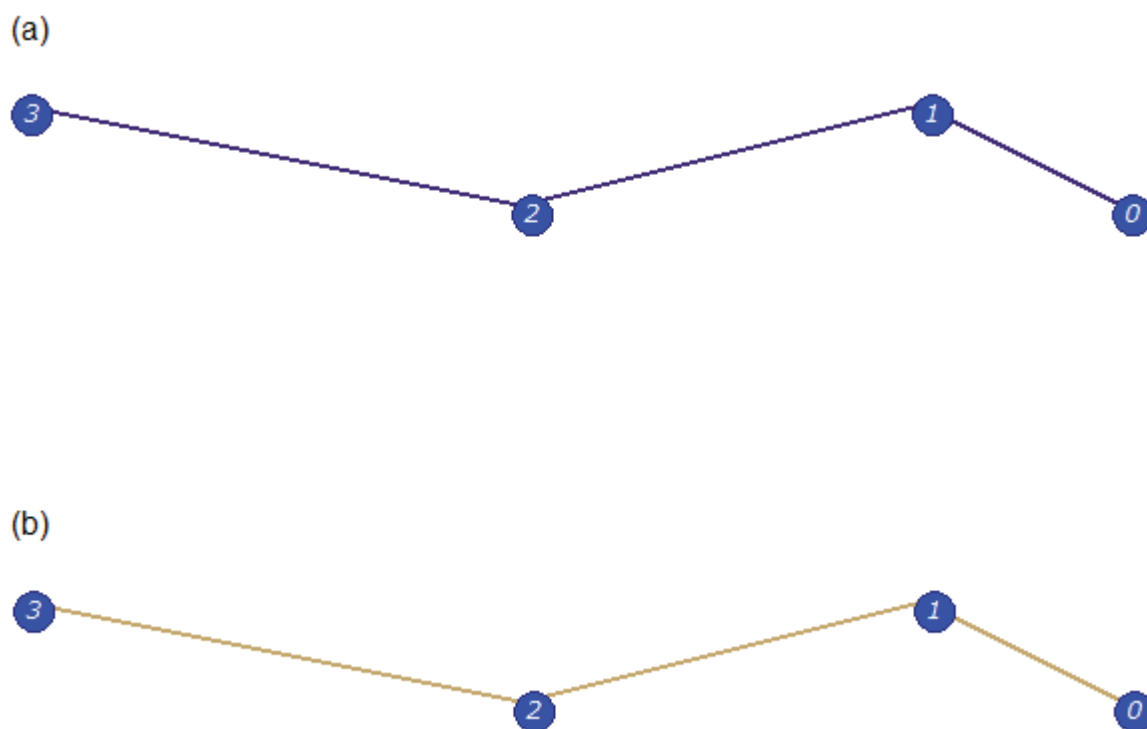
TABELA 33 - VARIÁVEIS DO EXEMPLO 6

Variáveis		
$X_{001}^0$	$X_{012}^0$	$X_{023}^0$
$X_{132}^1$	$X_{121}^1$	$X_{110}^1$

FONTE: A autora (2021).

Existem diversos pontos em comum nas duas viagens que poderiam possibilitar o *relay*, uma vez que as duas iniciam no mesmo horário, porém as distâncias entre os pontos de encontro não são equivalentes, por isso, com  $K = 0$ , não foi possível realizar o *relay*, como pode-se observar na FIGURA 17, que em (a) apresenta a rota do motorista 0 e em (b) do motorista 1.

FIGURA 17 - RESULTADO EXEMPLO 6



FONTE: A autora (2021).

A instância 7 possui os mesmos parâmetros da instância 6, exceto pelo  $K$  que foi utilizado com valor de 30 minutos. Nesse caso, como demonstram os resultados nas TABELAS 34 e 35, também foram utilizados dois motoristas, porém,

os dois não realizaram pernoite e houve uma redução no tempo de horas a menos trabalhadas pelo motorista 0. Esse resultado foi possível pois o motorista 1 chegou no ponto 2 no instante 478 e o motorista 0 chegou no instante 508, portanto, o motorista 1 aguardou 25 minutos e pôde realizar o *relay* com o motorista 0 que não precisou realizar espera. É importante ressaltar que deve ser avaliado o tempo de espera entre *relays*, para que não haja espera excessiva por parte dos passageiros.

TABELA 34 - RESULTADO EXEMPLO 7

Instância	FO	Tempo(s)	Motorista	Hora extra (min)	Horas a menos (min)	Pernoite
7	1803	0,066	0	-	74	Não
			1	-	99	Não

FONTE: A autora (2021).

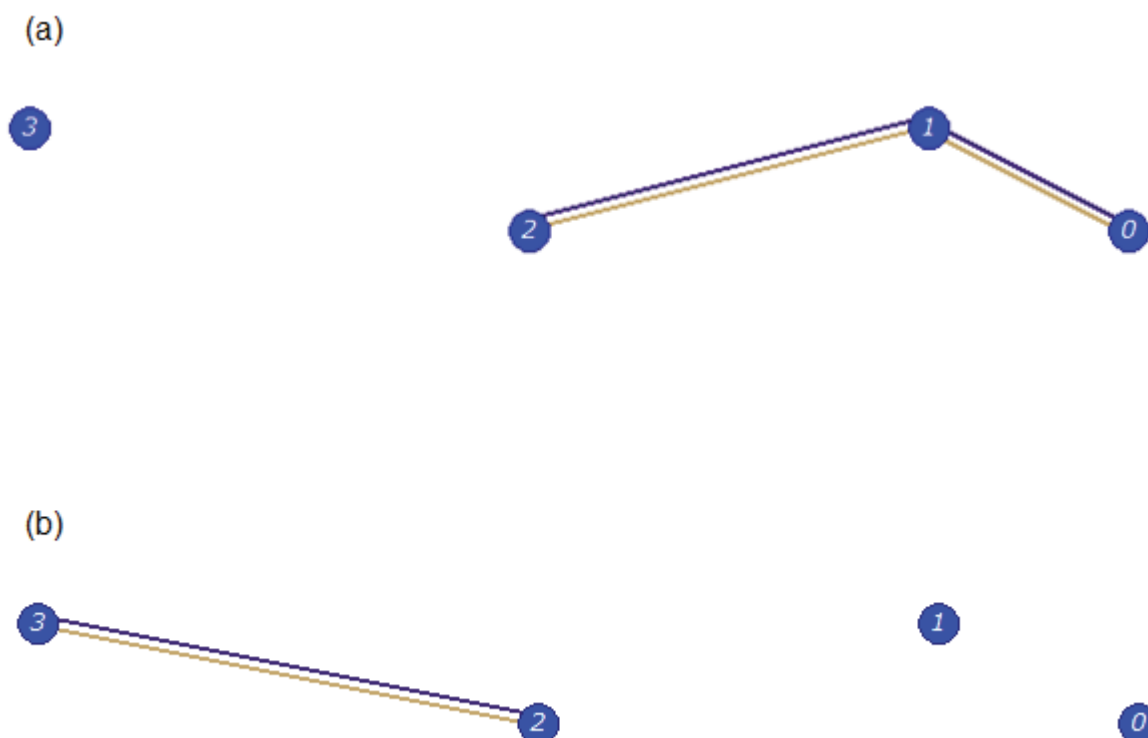
TABELA 35 - VARIÁVEIS DO EXEMPLO 7

Variáveis		
$X_{001}^0$	$X_{012}^0$	$X_{121}^0$
$X_{110}^0$	$X_{023}^1$	$X_{132}^1$

FONTE: A autora (2021).

Na FIGURA 18 (a) é apresentada as quatro rotas percorridas pelo motorista 0 e na FIGURA 18 (b) as rotas do motorista 1, sendo possível observar o *relay* entre os motoristas 0 e 1 no ponto 2.

FIGURA 18 - RESULTADO EXEMPLO 7



FONTE: A autora (2021).

## 4.2 RESOLUÇÃO DAS INSTÂNCIAS

Após os testes de validação, foram realizados testes no modelo a fim de verificar seu limite de resolução, portanto, foram geradas 38 instâncias contendo de 2 até 186 viagens. Foi determinado o tempo máximo de 24 horas (86400 segundos) para obtenção de uma resposta.

A TABELA 36 contém os resultados obtidos, nela são apresentadas a instância, quantidade de pontos e viagens, quantidade inicial de motoristas, função objetivo, *GAP*, quantidade de motoristas utilizados, quantidade de motoristas que retornaram ao seu ponto inicial e o tempo computacional para obter a solução. Em algumas instâncias, como é o caso de 3, 7, 9, 10, 11 e 12 foram adicionados mais motoristas nos pontos para verificar que o modelo utiliza apenas o necessário. Instâncias em que não foi possível obter a solução no tempo máximo estipulado apresentam “-“ nos resultados. Os valores de motoristas utilizados por instância, bem como hora extra e pernoite se encontram no APÊNDICE 1 e 2. No primeiro conjunto de testes o *K* foi considerado zero.

TABELA 36 - RESULTADO GRUPO 1 DE TESTES

Instância	Pontos	Viagens	Quantidade inicial de Motoristas	FO	GAP(%)	Motoristas utilizados	Retornaram ao ponto inicial	Tempo (s)
1	4	2	2	1803	0	2	2	0,0078477
2	4	4	4	3606	0	4	4	0,0864336
3	5	3	5	1945,2	0	2	2	12,2488606
4	5	2	2	1802	0	2	2	3,3873624
5	5	3	2	1966,6	0	2	2	0,4211651
6	5	3	2	2088,4	0	2	2	4,3445085
7	7	6	7	1930,8	0	2	2	5,4026833
8	7	12	5	4633,8	0	5	5	7,0297852
9	7	16	7	5534,8	0	6	6	6,5545903
10	16	19	12	12186	0	11	7	0,4296221
11	16	21	13	13097	0	12	8	0,3720576
12	16	26	17	16813,4	0	16	12	0,3817675
13	16	36	25	22368,6	0	22	18	0,9924072
14	16	50	31	31787,2	0	30	23	14,173049
15	16	54	35	33063,2	0	32	26	61,4847887
16	16	59	39	35271	0	34	28	60,1473567
17	16	69	49	41206	0	40	33	217,2998451
18	16	79	59	49703,6	0	47	36	3281,587467
19	16	86	67	48033,8	0,5821	-	-	Tempo excedido
20	16	89	75	52818	2,1974	-	-	Tempo excedido
21	16	99	8	56963	2,4433	-	-	Tempo excedido
22	16	107	81	59452,7	2,7669	-	-	Tempo excedido
23	8	14	8	9004	0	8	5	0,1322365
24	8	28	16	18008	0	16	10	2,3683932
25	8	6	16	6364	0	6	4	0,1184728
26	8	12	14	11224,8	0	10	6	1,5110028
27	8	16	16	13024,8	0	12	8	1,5208192
28	8	20	18	13197,6	0	12	8	1,8227532
29	8	24	16	13363,2	0	12	8	1,76071
30	8	4	4	4102	0	4	3	0,0698862
31	8	112	64	72032	0	64	40	1853,770531
32	8	56	32	36016	0	32	20	41,1424327
33	8	70	40	45020	0	40	25	369,0363078
34	8	75	45	50060	0	44	26	214,6357032
35	8	150	90	100120	0	88	52	8068,260063
36	8	178	106	118128	0	104	62	24630,74503
37	8	186	113	-	-	-	-	Out of Memory
38	8	187	117	-	-	-	-	Out of Memory

FONTE: A autora (2021).



Com os resultados obtidos pode-se verificar que o modelo resolve instâncias de até 59 viagens, 16 pontos e 39 motoristas iniciais em aproximadamente um minuto. À medida que a quantidade de viagens, pontos e motoristas aumentam, o problema se torna complexo e não é possível obter uma resposta dentro dos 86400 segundos estabelecidos, como é o caso das instâncias 19, 20, 21 e 22. O modelo proposto resolveu 32 das 38 instâncias apresentadas. Sendo que as instâncias 37 e 38 obtiveram o erro de “Out of Memory”, pois a quantidade de variáveis geradas para a resolução do modelo não foi suportada devido a limitações computacionais.

Na TABELA 37 foram resolvidas as mesmas instâncias da TABELA 36, porém, utilizando o K com valor de 30 minutos.

TABELA 37 - RESULTADO GRUPO 2 DE INSTÂNCIAS

Instância	Pontos	Viagens	Quantidade inicial de Motoristas	FO	GAP(%)	Motoristas utilizados	Retornaram ao ponto inicial	Tempo (s)
1	4	2	2	1803	0	2	2	3,4295039
2	4	4	4	3606	0	4	4	0,3455216
3	5	3	5	1945,2	0	2	2	0,6173035
4	5	2	2	1802	0	2	2	1,4238773
5	5	3	2	1966,6	0	2	2	47,7292863
6	5	3	2	2087,4	0	2	2	93,924326
7	7	6	7	1930,8	0	2	2	158,4467589
8	7	12	5	4633,8	0	5	5	1424,40079
9	7	16	7	5534,8	0	6	6	6029,816325
10	16	19	12	12186	0	11	7	0,0530481
11	16	21	13	13096	0	12	8	0,1562253
12	16	26	17	16812,4	0	16	12	2,3077087
13	16	36	25	22367,6	0	22	18	0,136504
14	16	50	31	30337,6	0	29	23	1,520504
15	16	54	35	31853,2	0	31	25	1,6452177
16	16	59	39	34513,4	0	33	26	1,7305287
17	16	69	49	40145,8	0	38	29	1,4817402
18	16	79	59	46179,4	0	44	34	0,1027642
19	16	86	67	48033,8	0,5821	-	-	Tempo excedido
20	16	89	75	52818	2,1974	-	-	Tempo excedido
21	16	99	8	56963	2,4433	-	-	Tempo excedido
22	16	107	81	59452,7	2,7669	-	-	Tempo excedido
23	8	14	8	9004	0	8	5	0,0839899
24	8	28	16	18008	0	16	10	60,6782874
25	8	6	16	6364	0	6	4	114,0764733
26	8	12	14	11224,8	0	10	6	176,5506526

27	8	16	16	13024,8	0	12	8	
28	8	20	18	13197,6	0	12	8	1,0411627
29	8	24	16	13363,2	0	12	8	0,1760379
30	8	4	4	4102	0	4	3	0,1067664
31	8	112	64	720032	0,002063	-	-	Tempo excedido
32	8	56	32	36016	0	32	20	0,0848706
33	8	70	40	45020	0	40	25	0,7881351
34	8	75	45	50060	0	44	26	0,773987
35	8	150	90	100120	0,864119	-	-	Tempo excedido
36	8	178	106	-	-	-	-	Out of Memory
37	8	186	113	-	-	-	-	Out of Memory
38	8	187	117	-	-	-	-	Out of Memory

FONTE: A autora (2021).

Pode-se verificar que em algumas instâncias foi possível reduzir a quantidade de motoristas ao possibilitar a espera para realização do *relay*, logo, houve a redução da função objetivo, como é o caso das instâncias 14 a 18. Porém, o tempo computacional aumenta e é possível resolver instâncias de tamanho menor, como por exemplo, a instância 31 que excedeu o tempo limite de 86400 segundos para  $K = 30$  minutos enquanto pode ser resolvida em aproximadamente 1853 segundos quando o  $K = 0$ . Isso ocorre, pois, quanto maior o tempo de espera, maior a viabilidade entre conexões, sendo geradas mais variáveis e restrições para o modelo, elevando assim a complexidade do problema. Porém, a utilização do  $K$  aproxima o modelo da realidade operacional.

Foi gerada uma instância (instância 39) contendo 76 viagens reais coletadas de uma empresa que atua no Sul no país. Os dados da cidade inicial, final e horário de saída das viagens são apresentados na TABELA 38.

TABELA 38 – VIAGENS

Viagem	Trecho	Horário de Saída (min)
0	Curitiba - Blumenau	460
1	Curitiba - Blumenau	600
2	Curitiba - Blumenau	840
3	Curitiba - Blumenau	1005
4	Curitiba - Blumenau	1065
5	Curitiba - Blumenau	1080
6	Curitiba - Blumenau	1215
7	Blumenau - Curitiba	405

8	Blumenau - Curitiba	580
9	Blumenau - Curitiba	630
10	Blumenau - Curitiba	765
11	Blumenau - Curitiba	870
12	Blumenau - Curitiba	1000
13	Blumenau - Curitiba	1170
14	Balneário Camboriú – Foz do Iguaçu	1055
15	Balneário Camboriú – Foz do Iguaçu	1055
16	Balneário Camboriú – Foz do Iguaçu	1155
17	Balneário Camboriú – Foz do Iguaçu	1155
18	Balneário Camboriú – Foz do Iguaçu	1020
19	Balneário Camboriú – Foz do Iguaçu	1020
20	Balneário Camboriú – Foz do Iguaçu	1125
21	Balneário Camboriú – Foz do Iguaçu	1125
22	Balneário Camboriú – Foz do Iguaçu	1205
23	Curitiba - Foz do Iguaçu	480
24	Curitiba - Foz do Iguaçu	480
25	Curitiba - Foz do Iguaçu	600
26	Curitiba - Foz do Iguaçu	1275
27	Curitiba - Foz do Iguaçu	1305
28	Curitiba - Foz do Iguaçu	1305
29	Curitiba - Foz do Iguaçu	1080
30	Curitiba - Foz do Iguaçu	1260
31	Curitiba - Foz do Iguaçu	1260
32	Curitiba - Foz do Iguaçu	1290
33	Curitiba - Foz do Iguaçu	1290
34	Curitiba - Foz do Iguaçu	1335
35	Curitiba - Foz do Iguaçu	1335
36	Curitiba - Foz do Iguaçu	1365
37	Foz do Iguaçu - Curitiba	420
38	Foz do Iguaçu - Curitiba	420
39	Foz do Iguaçu - Curitiba	555
40	Foz do Iguaçu - Curitiba	720
41	Foz do Iguaçu - Curitiba	720
42	Foz do Iguaçu - Curitiba	900
43	Foz do Iguaçu - Curitiba	1190
44	Foz do Iguaçu - Curitiba	1190
45	Foz do Iguaçu - Curitiba	1215
46	Foz do Iguaçu - Curitiba	1260
47	Foz do Iguaçu - Curitiba	1260
48	Foz do Iguaçu - Curitiba	1290
49	Foz do Iguaçu - Curitiba	1290
50	Curitiba - Florianópolis	135
51	Curitiba - Florianópolis	135
52	Curitiba - Florianópolis	390
53	Curitiba - Florianópolis	390

54	Curitiba - Florianópolis	450
55	Curitiba - Florianópolis	450
56	Curitiba - Florianópolis	510
57	Curitiba - Florianópolis	510
58	Curitiba - Florianópolis	540
59	Curitiba - Florianópolis	600
60	Curitiba - Florianópolis	600
61	Curitiba - Florianópolis	750
62	Curitiba - Florianópolis	750
63	Curitiba - Florianópolis	780
64	Curitiba - Florianópolis	780
65	Florianópolis - Curitiba	55
66	Florianópolis - Curitiba	135
67	Florianópolis - Curitiba	135
68	Florianópolis - Curitiba	390
69	Florianópolis - Curitiba	390
70	Florianópolis - Curitiba	450
71	Florianópolis - Curitiba	450
72	Florianópolis - Curitiba	510
73	Florianópolis - Curitiba	510
74	Florianópolis - Curitiba	540
75	Florianópolis - Curitiba	585

FONTE: a autora (2021).

Na TABELA 39 são apresentados os motoristas utilizados em cada um dos pontos. Os dados não refletem os motoristas que realmente são utilizados pela empresa, pois não foi possível obter acesso aos dados da solução real.

TABELA 39 - MOTORISTAS

<b>Pontos</b>	<b>Motoristas</b>
Curitiba	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20,21,64,65,66,67,68
Blumenau	22,23,24,25,26,27,28
Florianópolis	51,52,53,54,55,56,57,58,59,60,61,62,63
Balneário Camboriú	29,30,31,32
Foz do Iguaçu	33,34,35,36,37,38,39,40,41,42,43,44,45,46,47,48,49,50

Fonte: A autora (2021)

Por fim, os dados das distância em minutos entre os pontos são apresentados na TABELA 40.

TABELA 40 – DISTÂNCIA

	Curitiba	Blumenau	Florianópolis	Balneário Camboriú	Foz do Iguaçu
Curitiba	0	137	216	158	459
Blumenau	137	0	84	40	488
Florianópolis	216	84	0	58	552
Balneário Camboriú	158	40	58	0	528
Foz do Iguaçu	459	488	552	528	0

Fonte: A autora (2021)

As TABELAS 41, 42 e 43 apresentam os resultados obtidos. Na TABELA 41 é possível observar que dos 69 motoristas iniciais, 55 foram utilizados. O tempo computacional para a resolução do problema foi relativamente baixo, de aproximadamente 171 segundos. Porém, é importante ressaltar que por não possuir pontos intermediários entre a origem e o destino, a instância tem sua complexidade reduzida, pois é gerada uma quantidade menor de variáveis e restrições.

TABELA 41 – RESULTADO INSTÂNCIA 39

Instância	Pontos	Viagens	Motoristas iniciais	FO	Motoristas Utilizados	Retornaram ao ponto inicial	Tempo
39	5	76	69	70641,2	55	16	170,9538

Fonte: A autora (2021)

Na TABELA 42 são apresentados os motoristas, quantidade de horas a mais ou a menos realizadas e se o pernoite foi necessário, sendo que 16 dos motoristas conseguiram retornar para o seu ponto de origem. Os tempos são apresentados em minutos.

Os dados obtidos da empresa não apresentam os trechos intermediários das viagens, portanto, inviabiliza uma resposta contendo *relay* entre viagens não finalizadas.

TABELA 42 – RESULTADO POR MOTORISTA

<b>Motorista</b>	<b>Tempo extra</b>	<b>Tempo a menos</b>	<b>Pernoite</b>
0	51	-	não
1	51	-	não
2	-	21	sim
5	-	48	não
8	-	21	sim
9	32	-	sim
10	-	178	não
12	-	21	sim
13	-	21	sim
14	-	21	sim
15	-	21	sim
16	-	21	sim
17	-	21	sim
18	-	21	sim
19	-	21	sim
22	-	127	sim
24	116	-	sim
27	92	-	não
28	-	133	não
29	48	-	sim
30	48	-	sim
31	48	-	sim
32	48	-	sim
33	-	21	sim
34	-	21	sim
35	116	-	sim
36	-	21	sim
37	-	21	sim
38	-	21	sim
39	-	21	sim
40	-	21	sim
41	-	21	sim
42	48	-	sim
43	-	21	sim
44	-	21	sim
45	-	21	sim
46	-	21	sim
47	48	-	sim
48	48	-	sim
49	48	-	sim
50	48	-	sim
51	71	-	não
52	111	-	não
53	111	-	não

54	51	-	não
55	51	-	não
57	-	24	não
59	6	-	não
60	-	48	não
61	-	48	não
63	-	24	não
64	-	21	sim
65	43	-	sim
67	-	21	sim
68	-	21	sim

Com os resultados apresentados foi possível verificar que o modelo resolveu instâncias de até 59 viagens em um tempo computacional baixo (em até 61 segundos) e instâncias com 178 viagens em 24340 segundos. Contudo, algumas instâncias não obtiveram solução no tempo máximo estipulado de 86400 segundos. Outras obtiveram o erro “Out of Memory”, pois a quantidade de variáveis geradas para a resolução do modelo não foi suportada devido a limitações computacionais.

Foi possível realizar o retorno do motorista ao seu ponto de origem, sendo que em todas as instâncias apresentadas, o número de motoristas que retornam à sua cidade de residência é superior a 50%.

Outra constatação dos resultados é a dependência do modelo aos valores dos parâmetros de entrada, como foi possível verificar na modificação do tempo entre conexões ( $K$ ). Com a possibilidade de realizar troca com até 30 minutos de espera, o modelo obteve melhores respostas quanto à função objetivo em relação aos resultados com  $K$  nulo, porém a capacidade de resolução foi reduzida em termos de tempo computacional. Contudo, a utilização do  $K$  diferente de zero pode acarretar uma sequência de atrasos às viagens caso ocorra espera para realizar *relay* diversas vezes ao longo do percurso. De modo geral, esse é um ponto de atenção ao problema em questão, porém, não é relevante no contexto do estudo, visto que são abordadas viagens de distâncias com até 10 horas e diversas viagens com trechos correspondentes (mesmo trecho e sentidos opostos). Podendo esse ser um ponto de melhoria ao modelo em estudos posteriores.

## 5 CONCLUSÕES

O objetivo da pesquisa foi realizar a formulação matemática do problema de escala de motoristas no transporte rodoviário de passageiros com a possibilidade de utilização de pontos de *relay*.

No melhor do conhecimento adquirido na revisão de literatura elaborada, ambos os problemas não foram utilizados para o transporte rodoviário de passageiros. O problema de escala de motoristas possui expressiva representatividade na literatura, porém para a área de transporte de passageiros é comumente utilizado no transporte urbano. Já a utilização de pontos de *relay* no transporte é um tema pouco explorado e aplicado, em sua maioria, para transporte de carga ou veículos elétricos. Ambos os problemas apresentam resultados satisfatórios quanto à redução de custos operacionais e à melhoria da qualidade de vida dos motoristas.

Portanto, a contribuição da pesquisa foi realizar a escala de motoristas para o transporte rodoviário de passageiros integrada ao conceito de utilização de pontos de *relay*. Possibilitando assim, o retorno do motorista ao seu ponto de origem sempre que possível, evitando custos com pernoite e almejando a melhora da qualidade de vida do motorista.

Para tanto, foi formulado um problema de programação linear inteira mista que foi solucionado pelo método exato, utilizando a linguagem de programação C# e o *solver* Gurobi. O modelo tem por objetivo principal realizar a escala diária dos motoristas, visando também minimizar a realização de pernoite, motoristas utilizados e horas extras. Possui como principais restrições operacionais: tempo máximo de trabalho diário e máximo de horas extras diárias, baseadas na legislação brasileira para o setor. Aborda também uma penalização caso o motorista realize pernoite fora de seu ponto de residência. Além disso, o problema permite a possibilidade de utilização de carona pelo motorista para retornar para sua residência ou então, para um ponto intermediário onde poderá prosseguir um próximo trecho de uma viagem dirigindo.

Foram geradas instâncias para a validação do modelo e instâncias para a obtenção da limitação da capacidade de resolução do problema. Os resultados apontam que o modelo se apresentou satisfatório quanto ao principal objetivo proposto, realizando a escala do motorista e seu retorno para a origem sempre que



possível, utilizando *relay* e carona quando necessário. Este fato é o resultado esperado quanto ao aumento da qualidade de vida para os motoristas ou, pelo menos, parte deles. Foi possível obter respostas para instâncias com até 178 viagens em um tempo computacional de 24340 segundos.

Foi elaborada uma instância baseada em dados reais de uma companhia de transporte situada no sul do país. O tempo de resolução para a instância de 76 viagens foi de aproximadamente 171 segundos. Porém não foi possível obter acesso à quantidade de motoristas utilizados e aos pontos de parada intermediários das viagens, prejudicando assim os resultados em relação à realização do *relay* e reduzindo a complexidade da instância.

Para estudos futuros, sugere-se realizar uma avaliação quanto a variações nos parâmetros de entrada do modelo, bem como abordar mais restrições que aproximem o problema da realidade operacional, tais como: tempo de descanso, tempo de almoço, tempo de descanso interjornada e horizonte de planejamento superior a um dia. Pode-se abordar também a escala dos motoristas e a roteirização dos veículos de forma integrada.

Como foi possível verificar na revisão de literatura apresentada, tanto o problema de pontos de *relay* quanto o de escala de motoristas são problemas complexos e que apresentam melhores resultados em instâncias maiores com a utilização de heurísticas ou métodos híbridos. Portanto, outra possibilidade para trabalhos futuros é a formulação de uma abordagem para a resolução de instâncias maiores e redução do tempo computacional.

## REFERÊNCIAS

ALI, T. H.; RADHAKRISHNAN, S.; PULAT, S.; GADDIPATI, N. C. Relay network design in freight transportation systems. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 38, n. 6, p. 405–422, 2002.

ANTT. **Resolução nº 4.770, de 25 de junho de 2015. Dispõe sobre a regulamentação da prestação do serviço regular de transporte rodoviário coletivo interestadual e internacional de passageiros, sob o regime de autorização.** Brasília, DF, 2015.

ANTT. Agencia Nacional de Transportes Terrestres. Disponível em: <<http://www.antt.gov.br/passageiros/Apresentacao.html>>. Acesso em: 7/12/2019a.  
ANTT. **MANUAL DE FISCALIZAÇÃO DO TRANSPORTE RODOVIÁRIO REGULAR INTERESTADUAL DE LONGA DISTÂNCIA DE PASSAGEIROS.** , 2018b.  
BAKER, K. R. Workforce allocation in cyclical scheduling problems: a survey. **Operational Research Quarterly**, v. 27, p. 155–167, 1976.

VAN DEN BERGH, J.; BELIËN, J.; DE BRUECKER, P.; DEMEULEMEESTER, E.; DE BOECK, L. Personnel scheduling: A literature review. **European Journal of Operational Research**, v. 226, n. 3, p. 367–385, 2013. Elsevier B.V. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2012.11.029>>.

BOYER, V.; IBARRA-ROJAS, O. J.; RÍOS-SOLÍS, Y. Vehicle and Crew Scheduling for Flexible Bus Transportation Systems. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 112, p. 216–229, 2018. Elsevier Ltd. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.trb.2018.04.008>>.

BRASIL. Normas para o Projeto das Estradas de Rodagem. , p. 1–16, 1973.

BRASIL. **DECRETO nº 2.521, de marc. 1998. Dispõe sobre a exploração, mediante permissão e autorização, de serviços de transporte rodoviário interestadual e internacional de passageiros e dá outras providencias.** Brasília, DF, 1998.

BRASIL. , **Lei nº 10.233, de 5 de junho de 2001. Dispõe sobre a reestruturação dos transportes aquaviário e terrestre, cria o Conselho Nacional de Integração de Políticas de Transporte, a Agência Nacional de Transportes Terrestres, a Agência Nacional de Transporte.** Brasília, DF, 2001.

BRASIL. **Decreto nº 8083, de 26 de agosto de 2013. Altera o Decreto nº 2.521, de 20 de março de 1998, que dispõe sobre a exploração, mediante permissão e autorização, de serviços de transporte rodoviário interestadual e internacional de passageiros e dá outras providências.** Brasília, DF, 2013.

BRASIL. **LEI Nº 13.103, DE 2 DE MARÇO DE 2015. Dispõe sobre o exercício da profissão de motorista; altera a Consolidação das Leis do Trabalho - CLT, aprovada pelo Decreto-Lei nº 5.452, de 1º de maio de 1943, e as Leis nº 9.503, de 23 de setembro de 1997 - Código d.** Brasília, DF, 2015.

CABRAL, E. A.; ERKUT, E.; LAPORTE, G.; PATTERSON, R. A. The network design problem with relays. **European Journal of Operational Research**, v. 180, n. 2, p. 834–844, 2007.

CEDER, A. A. Bus Estimation of Fleet Size. **Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board**, p. 3–10, 2005.

CHEN, M.; NIU, H. Research on the Scheduling Problem of Urban Bus Crew Based on Impartiality. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, v. 43, p. 503–511, 2012. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.04.123>>.

CHEN, P. W.; NIE, Y. M. Stochastic optimal path problem with relays. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 59, p. 48–65, 2015. Elsevier Ltd. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.trc.2015.06.013>>.

CHOPDE, N.; NICHAT, M. Landmark Based Shortest Path Detection by Using A\* and Haversine Formula. **GH Rasoni College of Engineering and ...**, v. 1, n. 2, p. 298–302, 2013. Disponível em:

<[http://www.ijircce.com/upload/2013/april/17\\_V1204030\\_Landmark\\_H.pdf](http://www.ijircce.com/upload/2013/april/17_V1204030_Landmark_H.pdf)>.

CIANCIO, C.; LAGANÀ, D.; MUSMANNO, R.; SANTORÒ, F. An integrated algorithm for shift scheduling problems for local public transport companies. **Omega (United Kingdom)**, v. 75, p. 1339–1351, 2018.

CNT. Anuário CNT do Transporte - Estatísticas Consolidadas. **SSRN Electronic Journal**, v. 5, n. 564, p. 1–19, 2020.

CONFEDERAÇÃO NACIONAL DO TRANSPORTE - CNT. O transporte move o Brasil: o resumo das propostas da CNT ao país. , 2019. Disponível em: <[goo.gl/HSSwYF](http://goo.gl/HSSwYF)>.

CONSTANTINO, A. A.; DE MENDONÇA NETO, C. F. X.; DE ARAUJO, S. A.; et al. Solving a large real-world bus driver scheduling problem with a multi-assignment based heuristic algorithm. **Journal of Universal Computer Science**, v. 23, n. 5, p. 479–504, 2017.

CYGANCZUK, M. DE S. **Modelo de otimização para o problema de escalonamento dos motoristas de caminhão com base na regulamentação brasileira**, 2017. Universidade Federal do Paraná. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/1884/46304>>.

DOMÍNGUEZ-MARTÍN, B.; RODRÍGUEZ-MARTÍN, I.; SALAZAR-GONZÁLEZ, J. J. The driver and vehicle routing problem. **Computers and Operations Research**, v. 92, p. 56–64, 2018.

ER-RBIB, S.; DESAULNIERS, G.; EL HALLAOUI, I.; BANI, A. Integrated and sequential solution methods for the cyclic bus driver rostering problem. **Journal of the Operational Research Society**, v. 0, n. 0, p. 1–16, 2020. Taylor & Francis. Disponível em: <<https://doi.org/10.1080/01605682.2019.1700187>>.

ERNST, A. T.; JIANG, H.; KRISHNAMOORTHY, M.; SIER, D. Staff scheduling and

rostering: A review of applications, methods and models. **European Journal of Operational Research**, v. 153, n. 1, p. 3–27, 2004.

FREITAS, A. L. P.; REIS FILHO, C. A. C.; RODRIGUES, F. R. Avaliação da qualidade do transporte rodoviário intermunicipal e interestadual de passageiros: uma abordagem exploratória. **Transportes**, v. 19, n. 3, p. 49, 2011.

HU, Z.; ASKIN, R. G.; HU, G. Hub relay network design for daily driver routes. **International Journal of Production Research**, v. 57, n. 19, p. 6130–6145, 2019. Taylor & Francis. Disponível em: <<https://doi.org/00207543.2019.1571253>>.

KAFLE, N.; ZOU, B.; LIN, J. Design and modeling of a crowdsourcing-enabled system for urban parcel relay and delivery. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 99, p. 62–82, 2017. Elsevier Ltd.

KANG, L.; CHEN, S.; MENG, Q. Bus and driver scheduling with mealtime windows for a single public bus route. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 101, n. January 2018, p. 145–160, 2019. Elsevier. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.trc.2019.02.005>>.

KEWCHAROENWONG, P.; ÜSTER, H. Relay network design with capacity and link-imbalance considerations: A lagrangean decomposition algorithm and analysis. **Transportation Science**, v. 51, n. 4, p. 1177–1195, 2017.

LAPORTE, G.; PASCOAL, M. M. B. Minimum cost path problems with relays. **Computers and Operations Research**, v. 38, n. 1, p. 165–173, 2011. Elsevier. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2010.04.010>>.

DE LEONE, R.; FESTA, P.; MARCHITTO, E. A bus driver scheduling problem: A new mathematical model and a GRASP approximate solution. **Journal of Heuristics**, v. 17, n. 4, p. 441–466, 2011.

LI, H.; WANG, Y.; LI, SHI; LI, SUJIAN. A column generation based hyper-heuristic to the bus driver scheduling problem. **Discrete Dynamics in Nature and Society**, v. 2015, 2015.

LI, X.; ANEJA, Y. P.; HUO, J. Using branch-and-price approach to solve the directed network design problem with relays. **Omega**, v. 40, n. 5, p. 672–679, 2012. Elsevier. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.omega.2011.11.006>>.

LI, X.; LIN, S.; CHEN, S.; et al. An iterated metaheuristic for the directed network design problem with relays. **Computers and Industrial Engineering**, v. 113, p. 35–45, 2017. Elsevier Ltd. Disponível em: <<https://doi.org/10.1016/j.cie.2017.08.036>>.

LI, X.; LIN, S.; TIAN, P.; ANEJA, Y. P. Models and column generation approach for the resource-constrained minimum cost path problem with relays. **Omega (United Kingdom)**, v. 66, p. 79–90, 2016. Elsevier. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.omega.2016.01.012>>.

LIN, D. Y.; HSU, C. L. A column generation algorithm for the bus driver scheduling

problem. **Journal of Advanced Transportation**, v. 50, n. 8, p. 1598–1615, 2016.

LIN, D. Y.; JUAN, C. J.; CHANG, C. C. A Branch-and-Price-and-Cut Algorithm for the Integrated Scheduling and Rostering Problem of Bus Drivers. **Journal of Advanced Transportation**, v. 2020, 2020.

MESQUITA, M.; MOZ, M.; PAIAS, A.; et al. A new model for the integrated vehicle-crew-rostering problem and a computational study on rosters. **Journal of Scheduling**, v. 14, n. 4, p. 319–334, 2011.

MESQUITA, M.; MOZ, M.; PAIAS, A.; PATO, M. A decomposition approach for the integrated vehicle-crew-roster problem with days-off pattern. **European Journal of Operational Research**, v. 229, n. 2, p. 318–331, 2013. Elsevier B.V. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2013.02.055>>.

MESQUITA, M.; MOZ, M.; PAIAS, A.; PATO, M. A decompose-and-fix heuristic based on multi-commodity flow models for driver rostering with days-off pattern. **European Journal of Operational Research**, v. 245, n. 2, p. 423–437, 2015. Elsevier Ltd. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2015.03.030>>.

NERI, M.; SOARES, W. L.; SOARES, C. Condições de saúde no setor de transporte rodoviário de cargas e de passageiros: um estudo baseado na Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios. **Cadernos de Saúde Pública**, v. 21, n. 4, p. 1107–1123, 2005.

NETO, T. O.; JOSE, R.; NOGUEIRA, B. Transporte rodoviário de passageiros no Brasil. **Revista Transporte y Territorio**, v. 17, n. 17, p. 229–250, 2017.

OLIVEIRA, J. C. DE; PAULO, S. Centro de Ciências Sociais e Aplicadas Mestrado Profissional em Administração e Desenvolvimento de Negócios Produtividade e Qualidade na Gestão do Transporte Coletivo de Passageiros – Caso Viação Miracatiba Produtividade e Qualidade na Gestão do Transport. , 2019.

ÖZTOP, H.; ELIYI, U.; ELIYI, D. T.; KANDILLER, L. A Bus Crew Scheduling Problem with Eligibility Constraints and Time Limitations. **Transportation Research Procedia**, v. 22, n. 2016, p. 222–231, 2017. Elsevier B.V. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.trpro.2017.03.029>>.

RESPÍCIO, A.; MOZ, M.; VAZ PATO, M. Enhanced genetic algorithms for a bi-objective bus driver rostering problem: A computational study. **International Transactions in Operational Research**, v. 20, n. 4, p. 443–470, 2013.

RODRIGUES, M. M.; DE SOUZA, C. C.; MOURA, A. V. Vehicle and crew scheduling for urban bus lines. **European Journal of Operational Research**, v. 170, n. 3, p. 844–862, 2006.

SARGUT, F. Z.; ALTUNTAŞ, C.; TULAZOĞLU, D. C. Multi-objective integrated acyclic crew rostering and vehicle assignment problem in public bus transportation. **OR Spectrum**, v. 39, n. 4, p. 1071–1096, 2017. Springer Berlin Heidelberg.  
SONG, C.; GUAN, W.; MA, J.; LIU, T. Improved genetic algorithm with gene

recombination for bus crew-scheduling problem. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2015, 2015.

TÓTH, A.; KRÉSZ, M. An efficient solution approach for real-world driver scheduling problems in urban bus transportation. **Central European Journal of Operations Research**, v. 21, n. SUPPL1, p. 75–94, 2013.

ÜSTER, H.; KEWCHAROENWONG, P. Strategic Design and Analysis of a Relay Network in Truckload Transportation. **Transportation Science**, v. 45, n. 4, p. 505–523, 2011. Disponível em: <<http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/trsc.1100.0355>>.

VERGARA, H. A.; ROOT, S. Mixed fleet dispatching in truckload relay network design optimization. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 54, p. 32–49, 2013. Elsevier Ltd. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.tre.2013.04.001>>.

XIE, C.; JIANG, N. Relay Requirement and Traffic Assignment of Electric Vehicles. **Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering**, v. 31, n. 8, p. 580–598, 2016.

XIE, L.; KLIEWER, N.; SUHL, L. Integrated Driver Rostering Problem in Public Bus Transit. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, v. 54, p. 656–665, 2012. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.09.783>>.

XIE, L.; MERSCHFORMANN, M.; KLIEWER, N.; SUHL, L. Metaheuristics approach for solving personalized crew rostering problem in public bus transit. **Journal of Heuristics**, v. 23, n. 5, p. 321–347, 2017. Springer US.

YILDIZ, B.; KARAŞAN, O. E.; YAMAN, H. Branch-and-price approaches for the network design problem with relays. **Computers and Operations Research**, v. 92, p. 155–169, 2018.

ZHOU, W.; LIN, J. An On-Demand Same-Day Delivery Service Using Direct Peer-to-Peer Transshipment Strategies. **Networks and Spatial Economics**, v. 19, n. 2, p. 409–443, 2019.

## APÊNDICE 1 – RESULTADOS DO PRIMEIRO CONJUNTO DE INSTÂNCIAS

Instância	Motorista	Hora extra	Horas a menos	pernoite
1	0	-	74	não
1	1	-	124	não
2	0	-	74	não
2	1	-	124	não
2	2	-	74	não
2	3	-	124	não
3	2	-	284	não
3	0	79	-	não
4	0	-	182	não
4	1	-	83	não
5	0	87	-	não
5	1	-	83	não
6	0	64	-	não
6	1	84	-	não
7	0	66	-	não
7	1	-	50	não
8	0	66	-	não
8	1	-	50	não
8	3	-	44	não
8	2	-	12	não
8	4	-	42	não
9	0	66	-	não
9	1	-	50	não
9	5	-	44	não
9	2	-	12	não
9	4	-	42	não
9	6	-	42	não
10	0	46	-	não
10	1	-	246	não
10	2	83	-	não
10	8	-	9	sim
10	3	23	-	não
10	5	48	-	não
10	9	-	127	sim
10	7	-	302	sim
10	4	-	89	nao
10	11	-	64	nao
10	6	-	313	sim
11	0	46	-	nao
11	1	-	246	nao
11	2	83	-	nao
11	8	-	9	sim

11	3	23	-		nao
11	5	48	-		nao
11	9	-		127	sim
11	7	-		302	sim
11	4	-		89	nao
11	11	-		64	nao
11	10	-		15	nao
11	12	-		138	sim
12	0	46	-		nao
12	1	-		246	nao
12	2	83	-		nao
12	8	-		9	sim
12	3	23	-		nao
12	16	48	-		nao
12	9	-		127	sim
12	7	-		302	sim
12	4	-		108	nao
12	11	-		64	nao
12	10	-		15	nao
12	12	-		122	nao
12	6	-		339	sim
12	13	-		108	nao
12	14	-		278	nao
12	15	63	-		nao
13	0	46	-		nao
13	1	-		246	nao
13	2	83	-		nao
13	8	-		9	sim
13	3	23	-		nao
13	16	48	-		nao
13	9	-		127	sim
13	7	-		302	sim
13	4	-		108	nao
13	12	-		64	nao
13	10	-		15	nao
13	11	-		122	nao
13	6	-		339	sim
13	23	-		108	nao
13	14	-		278	nao
13	15	63	-		nao
13	17	-		140	nao
13	20	-		140	nao
13	13	-		140	nao
13	19	-		140	nao
13	22	-		284	nao
13	21	79	-		nao



14	0	46	-		nao
14	1	-		246	nao
14	2	83	-		nao
14	3	23	-		nao
14	5	48	-		nao
14	16	-		44	nao
14	21	-		127	sim
14	7	-		122	nao
14	4	-		48	nao
14	12	-		64	nao
14	10	-		15	nao
14	11	-		122	nao
14	9	-		339	sim
14	13	-		108	nao
14	14	62	-		sim
14	18	-		278	nao
14	17	63	-		nao
14	15	-		140	nao
14	20	29	-		sim
14	19	-		140	nao
14	23	-		40	nao
14	22	-		284	nao
14	6	79	-		nao
14	8	-		101	nao
14	25	-		68	sim
14	24	-		89	nao
14	26	14	-		nao
14	27	106	-		sim
14	28	95	-		sim
14	29	106	-		nao
15	0	46	-		nao
15	1	-		246	nao
15	2	83	-		nao
15	3	23	-		nao
15	5	48	-		nao
15	16	-		44	nao
15	6	-		46	nao
15	31	-		83	nao
15	7	-		122	nao
15	4	-		108	nao
15	12	-		91	sim
15	9	37	-		sim
15	10	-		15	nao
15	11	-		104	nao
15	13	-		108	nao
15	14	-		278	nao

15	15	63	-		nao
15	17	-		140	nao
15	23	29	-		sim
15	20	-		140	nao
15	19	-		40	nao
15	22	-		284	nao
15	21	79	-		nao
15	8	-		48	nao
15	25	-		68	sim
15	24	-		89	nao
15	30	14	-		nao
15	27	106	-		sim
15	28	106	-		nao
15	29	95	-		sim
15	32	-		108	nao
15	26	-		139	nao
16	0	8	-		nao
16	29	-		61	nao
16	2	83	-		nao
16	3	23	-		nao
16	5	48	-		nao
16	33	-		127	sim
16	7	-		122	nao
16	4	-		108	nao
16	12	-		64	nao
16	10	-		15	nao
16	11	-		4	nao
16	13	-		108	nao
16	14	-		278	nao
16	15	63	-		nao
16	17	-		140	nao
16	19	29	-		sim
16	20	-		140	nao
16	22	-		284	nao
16	9	79	-		nao
16	8	-		48	nao
16	25	70	-		sim
16	24	-		89	nao
16	35	14	-		nao
16	27	110	-		nao
16	1	106	-		nao
16	28	106	-		nao
16	21	-		146	nao
16	31	-		108	nao
16	26	-		139	nao
16	6	-		40	sim

16	16	95	-		nao
16	32	52	-		sim
16	34	69	-		sim
16	30	-		1	nao
17	0	8	-		nao
17	29	-		61	nao
17	2	83	-		nao
17	3	23	-		nao
17	5	48	-		nao
17	42	-		127	sim
17	7	-		122	nao
17	4	-		89	nao
17	11	-		64	nao
17	39	-		15	nao
17	12	-		122	nao
17	19	-		108	nao
17	14	-		278	nao
17	15	63	-		nao
17	17	-		140	nao
17	20	29	-		sim
17	43	-		140	nao
17	22	-		1	sim
17	9	79	-		nao
17	8	-		48	nao
17	36	70	-		sim
17	24	-		8	nao
17	35	14	-		nao
17	27	110	-		nao
17	1	106	-		nao
17	28	106	-		nao
17	21	-		146	nao
17	32	-		108	nao
17	26	11	-		nao
17	6	-		40	sim
17	23	-		60	nao
17	31	36	-		sim
17	34	69	-		sim
17	30	-		39	nao
17	37	-		64	nao
17	10	-		15	nao
17	41	-		122	nao
17	13	47	-		nao
17	18	-		278	nao
17	45	63	-		nao
18	0	8	-		nao
18	29	-		61	nao

18	2	83	-		nao
18	3	23	-		nao
18	44	48	-		nao
18	9	-		127	sim
18	49	-		127	sim
18	50	-		122	nao
18	4	11	-		nao
18	11	-		64	nao
18	52	85	-		nao
18	38	37	-		nao
18	12	-		22	nao
18	40	-		108	nao
18	14	-		278	nao
18	15	63	-		nao
18	17	-		140	nao
18	23	29	-		sim
18	16	-		140	nao
18	22	-		1	sim
18	55	27	-		nao
18	8	-		48	nao
18	25	70	-		sim
18	24	-		89	nao
18	51	14	-		nao
18	27	110	-		nao
18	28	106	-		nao
18	1	106	-		nao
18	21	-		146	nao
18	31	-		108	nao
18	26	-		8	nao
18	6	-		40	sim
18	43	-		60	nao
18	32	52	-		sim
18	34	69	-		sim
18	30	-		8	nao
18	37	-		64	nao
18	41	31	-		sim
18	19	47	-		nao
18	18	-		278	nao
18	45	63	-		nao
18	33	-		127	sim
18	7	-		99	sim
18	35	-		39	nao
18	53	-		64	nao
18	48	25	-		nao
18	10	-		15	nao
23	0	46	-		nao

23	1	-		246	nao
23	2		83	-	nao
23	4	-		9	sim
23	3		23	-	nao
23	5		48	-	nao
23	6	-		127	sim
23	7	-		302	sim
24	3		46	-	nao
24	12	-		246	nao
24	10		83	-	nao
24	11	-		9	sim
24	4		23	-	nao
24	13		48	-	nao
24	6	-		127	sim
24	15	-		302	sim
24	0		46	-	nao
24	1	-		246	nao
24	2		83	-	nao
24	9	-		9	sim
24	8		23	-	nao
24	5		48	-	nao
24	14	-		127	sim
24	7	-		302	sim
25	0	-		308	nao
25	1	-		246	nao
25	9	-		277	sim
25	4	-		308	nao
25	12	-		246	nao
25	3	-		277	sim
26	0	-		308	nao
26	1	-		246	nao
26	2		83	-	nao
26	10	-		9	sim
26	3	-		277	sim
26	4	-		308	nao
26	12	-		246	nao
26	8		83	-	nao
26	11	-		9	sim
26	9	-		277	sim
27	0	-		308	nao
27	1	-		246	nao
27	2		83	-	nao
27	10	-		9	sim
27	3	-		277	sim
27	5	-		222	nao
27	4	-		308	nao

27	12	-		246	nao
27	8		83	-	nao
27	11	-		9	sim
27	9	-		277	sim
27	13	-		222	nao
28	0	-		308	nao
28	1	-		246	nao
28	2		83	-	nao
28	10	-		9	sim
28	3	-		277	sim
28	5		48	-	nao
28	4	-		308	nao
28	12	-		246	nao
28	8		83	-	nao
28	11	-		9	sim
28	9	-		277	sim
28	16		48	-	nao
29	0		46	-	nao
29	1	-		246	nao
29	2		83	-	nao
29	10	-		9	sim
29	3	-		277	sim
29	13		48	-	nao
29	4		46	-	nao
29	12	-		246	nao
29	8		83	-	nao
29	11	-		9	sim
29	9	-		277	sim
29	5		48	-	nao
30	0	-		308	nao
30	3	-		61	nao
30	1	-		9	sim
30	2	-		246	nao
31	0		46	-	nao
31	1	-		246	nao
31	2		83	-	nao
31	41	-		9	sim
31	3		23	-	nao
31	5		48	-	nao
31	56	-		127	sim
31	31	-		302	sim
31	4		46	-	nao
31	12	-		246	nao
31	8		83	-	nao
31	47	-		9	sim
31	9		23	-	nao

31	13	48	-		nao
31	29	-		127	sim
31	63	-		302	sim
31	10	46	-		nao
31	24	-		246	nao
31	11	83	-		nao
31	44	-		9	sim
31	16	23	-		nao
31	26	48	-		nao
31	28	-		127	sim
31	60	-		302	sim
31	17	46	-		nao
31	25	-		246	nao
31	18	83	-		nao
31	42	-		9	sim
31	19	23	-		nao
31	27	48	-		nao
31	58	-		127	sim
31	15	-		302	sim
31	20	46	-		nao
31	48	-		246	nao
31	21	83	-		nao
31	46	-		9	sim
31	22	23	-		nao
31	52	48	-		nao
31	57	-		127	sim
31	30	-		302	sim
31	23	46	-		nao
31	49	-		246	nao
31	32	83	-		nao
31	45	-		9	sim
31	33	23	-		nao
31	53	48	-		nao
31	59	-		127	sim
31	61	-		302	sim
31	34	46	-		nao
31	50	-		246	nao
31	35	83	-		nao
31	43	-		9	sim
31	36	23	-		nao
31	54	48	-		nao
31	6	-		127	sim
31	62	-		302	sim
31	37	46	-		nao
31	51	-		246	nao
31	38	83	-		nao

31	40	-		9	sim
31	39		23	-	nao
31	55		48	-	nao
31	14	-		127	sim
31	7	-		302	sim
32	0		46	-	nao
32	1	-		246	nao
32	2		83	-	nao
32	17	-		9	sim
32	3		23	-	nao
32	5		48	-	nao
32	28	-		127	sim
32	30	-		302	sim
32	4		46	-	nao
32	20	-		246	nao
32	8		83	-	nao
32	19	-		9	sim
32	9		23	-	nao
32	23		48	-	nao
32	27	-		127	sim
32	31	-		302	sim
32	10		46	-	nao
32	22	-		246	nao
32	11		83	-	nao
32	18	-		9	sim
32	12		23	-	nao
32	24		48	-	nao
32	26	-		127	sim
32	29	-		302	sim
32	13		46	-	nao
32	21	-		246	nao
32	14		83	-	nao
32	16	-		9	sim
32	15		23	-	nao
32	25		48	-	nao
32	6	-		127	sim
32	7	-		302	sim
33	0		46	-	nao
33	1	-		246	nao
33	2		83	-	nao
33	35	-		9	sim
33	3		23	-	nao
33	5		48	-	nao
33	26	-		127	sim
33	7	-		302	sim
33	4		46	-	nao



33	20	-		246	nao
33	8		83	-	nao
33	17	-		9	sim
33	9		23	-	nao
33	23		48	-	nao
33	6	-		127	sim
33	30	-		302	sim
33	10		46	-	nao
33	21	-		246	nao
33	11		83	-	nao
33	18	-		9	sim
33	12		23	-	nao
33	24		48	-	nao
33	38	-		127	sim
33	31	-		302	sim
33	13		46	-	nao
33	22	-		246	nao
33	14		83	-	nao
33	15	-		9	sim
33	33		23	-	nao
33	25		48	-	nao
33	27	-		127	sim
33	29	-		302	sim
33	19		46	-	nao
33	36	-		246	nao
33	32		83	-	nao
33	34	-		9	sim
33	16		23	-	nao
33	37		48	-	nao
33	28	-		127	sim
33	39	-		302	sim
34	0		46	-	nao
34	1	-		246	nao
34	2		83	-	nao
34	33	-		9	sim
34	3		23	-	nao
34	5		48	-	nao
34	38	-		127	sim
34	43	-		302	sim
34	4		46	-	nao
34	20	-		246	nao
34	8		83	-	nao
34	32	-		9	sim
34	9		23	-	nao
34	24		48	-	nao
34	27	-		127	sim

34	39	-		302	sim
34	10		46	-	nao
34	21	-		246	nao
34	11		83	-	nao
34	40	-		9	sim
34	12		23	-	nao
34	37		48	-	nao
34	42	-		127	sim
34	44	-		99	sim
34	13		46	-	nao
34	22	-		246	nao
34	14		83	-	nao
34	19	-		9	sim
34	15		23	-	nao
34	29	-		102	sim
34	25		48	-	nao
34	26	-		127	sim
34	7	-		302	sim
34	16		46	-	nao
34	36	-		246	nao
34	17		83	-	nao
34	35	-		9	sim
34	18		23	-	nao
34	23		48	-	nao
34	34	-		139	nao
34	28	-		127	sim
34	30	-		302	sim
34	6	-		127	sim
34	31	-		302	sim
35	0		46	-	nao
35	1	-		246	nao
35	2		83	-	nao
35	60	-		9	sim
35	3		23	-	nao
35	5		48	-	nao
35	42	-		127	sim
35	86	-		302	sim
35	4		46	-	nao
35	20	-		246	nao
35	8		83	-	nao
35	56	-		9	sim
35	9		23	-	nao
35	23		48	-	nao
35	76	-		127	sim
35	44	-		302	sim
35	10		46	-	nao

35	70	-		246	nao
35	11		83	-	nao
35	59	-		9	sim
35	12		23	-	nao
35	43	-		102	sim
35	24		48	-	nao
35	65	-		139	nao
35	6	-		127	sim
35	85	-		302	sim
35	13		46	-	nao
35	69	-		246	nao
35	14		83	-	nao
35	61	-		9	sim
35	15		23	-	nao
35	25		48	-	nao
35	41	-		127	sim
35	84	-		302	sim
35	16		46	-	nao
35	67	-		246	nao
35	17		83	-	nao
35	57	-		9	sim
35	18		23	-	nao
35	37		48	-	nao
35	78	-		127	sim
35	87	-		302	sim
35	80	-		127	sim
35	89	-		302	sim
35	19		46	-	nao
35	68	-		246	nao
35	32		83	-	nao
35	63	-		9	sim
35	33		23	-	nao
35	71		48	-	nao
35	77	-		127	sim
35	7	-		99	sim
35	34		46	-	nao
35	36	-		246	nao
35	35		83	-	nao
35	64	-		9	sim
35	40		23	-	nao
35	72		48	-	nao
35	26	-		127	sim
35	30	-		99	sim
35	45		46	-	nao
35	66	-		246	nao
35	46		83	-	nao

35	58	-		9	sim
35	47		23	-	nao
35	73		48	-	nao
35	28	-		127	sim
35	31	-		302	sim
35	48		46	-	nao
35	22	-		246	nao
35	49		83	-	nao
35	55	-		9	sim
35	50		23	-	nao
35	74		48	-	nao
35	27	-		127	sim
35	29	-		302	sim
35	51		46	-	nao
35	21	-		246	nao
35	52		83	-	nao
35	54	-		9	sim
35	53		23	-	nao
35	88	-		102	sim
35	75		48	-	nao
35	81	-		127	sim
35	39	-		302	sim
35	62	-		139	nao
35	82	-		127	sim
35	83	-		302	sim
36	0		46	-	nao
36	1	-		246	nao
36	2		83	-	nao
36	62	-		9	sim
36	3		23	-	nao
36	5		48	-	nao
36	102	-		127	sim
36	104	-		302	sim
36	4		46	-	nao
36	20	-		246	nao
36	8		83	-	nao
36	64	-		9	sim
36	9		23	-	nao
36	23		48	-	nao
36	6	-		127	sim
36	86	-		302	sim
36	10		46	-	nao
36	21	-		246	nao
36	11		83	-	nao
36	60	-		9	sim
36	12		23	-	nao

36	24	48	-		nao
36	26	-		127	sim
36	83	-		302	sim
36	13	46	-		nao
36	99	-		246	nao
36	14	83	-		nao
36	96	-		9	sim
36	15	23	-		nao
36	25	48	-		nao
36	28	-		127	sim
36	30	-		302	sim
36	16	46	-		nao
36	67	-		246	nao
36	17	83	-		nao
36	90	-		9	sim
36	18	23	-		nao
36	37	48	-		nao
36	81	-		127	sim
36	31	-		99	sim
36	79	-		127	sim
36	7	-		302	sim
36	19	46	-		nao
36	98	-		246	nao
36	32	83	-		nao
36	97	-		9	sim
36	33	23	-		nao
36	71	48	-		nao
36	80	-		127	sim
36	43	-		302	sim
36	34	46	-		nao
36	66	-		246	nao
36	35	83	-		nao
36	91	-		9	sim
36	40	23	-		nao
36	72	48	-		nao
36	103	-		127	sim
36	39	-		302	sim
36	45	46	-		nao
36	70	-		246	nao
36	46	83	-		nao
36	63	-		9	sim
36	47	23	-		nao
36	73	48	-		nao
36	76	-		127	sim
36	44	-		302	sim
36	48	46	-		nao

36	69	-		246	nao
36	49		83	-	nao
36	93	-		9	sim
36	50		23	-	nao
36	74		48	-	nao
36	29	-		372	sim
36	61	-		139	nao
36	77	-		127	sim
36	88	-		302	sim
36	51		46	-	nao
36	68	-		246	nao
36	52		83	-	nao
36	95	-		9	sim
36	53		23	-	nao
36	75		48	-	nao
36	42	-		127	sim
36	85	-		302	sim
36	65	-		139	nao
36	27	-		127	sim
36	105	-		302	sim
36	54		46	-	nao
36	22	-		246	nao
36	55		83	-	nao
36	94	-		9	sim
36	56		23	-	nao
36	89	-		102	sim
36	100		48	-	nao
36	38	-		127	sim
36	87	-		99	sim
36	57		46	-	nao
36	36	-		246	nao
36	58		83	-	nao
36	92	-		9	sim
36	59		23	-	nao
36	101		48	-	nao
36	41	-		127	sim
36	84	-		302	sim

## APÊNDICE 2 – RESULTADOS DO SEGUNDO CONJUNTO DE INSTÂNCIAS

Instância	Motorista	Hora extra	Horas a menos	pernoite
1	0	-	74	nao
1	1	-	124	nao
2	0	-	74	nao
2	3	-	124	nao
2	2	-	74	nao
2	1	-	124	nao
3	2	-	284	nao
3	0	79	-	nao
4	0	-	182	nao
4	1	-	83	nao
5	0	87	-	nao
5	1	-	83	nao
6	0	64	-	nao
6	1	84	-	nao
7	0	66	-	nao
7	1	-	50	nao
8	0	66	-	nao
8	1	-	50	nao
8	3	-	44	nao
8	2	-	12	nao
8	4	-	42	nao
9	0	66	-	nao
9	1	-	50	nao
9	5	-	44	nao
9	2	-	12	nao
9	4	-	42	nao
9	6	-	42	nao
10	0	46	-	nao
10	1	-	246	nao
10	2	83	-	nao
10	8	-	9	sim
10	3	23	-	nao
10	5	48	-	nao
10	9	-	127	sim
10	7	-	302	sim
10	4	-	89	nao
10	11	-	64	nao
10	6	-	313	sim
11	0	46	-	nao
11	1	-	246	nao
11	2	83	-	nao
11	8	-	9	sim
11	3	23	-	nao
11	5	48	-	nao

11	9	-	127	sim
11	7	-	302	sim
11	4	-	89	nao
11	12	-	64	nao
11	10	-	15	nao
11	11	-	138	sim
12	0	46	-	nao
12	1	-	246	nao
12	2	83	-	nao
12	8	-	9	sim
12	3	23	-	nao
12	16	48	-	nao
12	6	-	127	sim
12	7	-	302	sim
12	4	-	108	nao
12	12	-	64	nao
12	10	-	15	nao
12	11	-	122	nao
12	9	-	339	sim
12	13	-	108	nao
12	15	-	278	nao
12	14	63	-	nao
13	0	46	-	nao
13	1	-	246	nao
13	2	83	-	nao
13	8	-	9	sim
13	3	23	-	nao
13	16	48	-	nao
13	6	-	127	sim
13	7	-	302	sim
13	4	-	108	nao
13	11	-	82	nao
13	10	-	15	nao
13	12	-	104	nao
13	9	-	339	sim
13	13	-	108	nao
13	14	-	278	nao
13	15	63	-	nao
13	17	-	140	nao
13	23	-	140	nao
13	20	-	140	nao
13	19	-	140	nao
13	22	-	284	nao
13	21	79	-	nao
14	0	-	92	nao
14	27	94	-	nao



14	1	-	61	nao
14	26	83	-	nao
14	28	-	212	sim
14	2	6	-	sim
14	16	48	-	nao
14	9	-	171	nao
14	7	-	122	nao
14	3	-	48	nao
14	12	-	82	nao
14	10	-	15	nao
14	11	-	104	nao
14	21	-	339	sim
14	19	-	108	nao
14	14	62	-	sim
14	17	-	278	nao
14	18	63	-	nao
14	15	-	140	nao
14	13	73	-	sim
14	20	-	140	nao
14	23	-	140	nao
14	22	-	284	nao
14	6	79	-	nao
14	4	-	101	nao
14	25	70	-	sim
14	8	-	108	nao
14	24	14	-	nao
14	29	106	-	nao
15	0	-	92	nao
15	27	94	-	nao
15	1	-	61	nao
15	30	83	-	nao
15	28	-	212	sim
15	2	6	-	sim
15	5	48	-	nao
15	6	-	46	nao
15	32	-	83	nao
15	7	-	122	nao
15	3	-	101	nao
15	12	-	64	nao
15	21	-	175	nao
15	11	-	104	nao
15	13	-	108	nao
15	14	-	278	nao
15	15	63	-	nao
15	17	-	140	nao
15	16	29	-	sim

15	19	-	140	nao
15	22	-	40	sim
15	10	27	-	nao
15	9	-	89	sim
15	23	-	13	nao
15	4	-	48	nao
15	25	70	-	sim
15	8	-	108	nao
15	26	14	-	nao
15	29	106	-	nao
15	31	-	108	nao
15	24	-	139	nao
16	0	46	-	nao
16	27	94	-	nao
16	1	-	262	nao
16	35	-	37	nao
16	2	6	-	sim
16	5	48	-	nao
16	9	-	171	nao
16	34	-	99	sim
16	3	-	89	nao
16	12	-	64	nao
16	10	-	15	nao
16	11	-	4	nao
16	19	-	108	nao
16	14	-	278	nao
16	15	63	-	nao
16	17	-	140	nao
16	16	73	-	sim
16	20	-	140	nao
16	22	-	284	nao
16	33	79	-	nao
16	4	-	48	nao
16	25	32	-	sim
16	8	-	108	nao
16	30	14	-	nao
16	29	106	-	nao
16	21	-	146	nao
16	31	-	108	nao
16	24	-	139	nao
16	6	8	-	sim
16	23	95	-	nao
16	32	4	-	sim
16	7	69	-	sim
16	26	-	1	nao
17	0	-	92	nao

17	27	94	-	nao
17	1	1	-	sim
17	30	-	37	nao
17	2	6	-	sim
17	5	48	-	nao
17	42	-	171	nao
17	7	-	122	nao
17	3	-	8	nao
17	11	-	64	nao
17	12	-	122	nao
17	40	45	-	nao
17	14	-	40	nao
17	15	63	-	nao
17	17	-	39	sim
17	16	73	-	sim
17	20	-	140	nao
17	22	-	40	sim
17	10	27	-	nao
17	9	75	-	nao
17	4	-	48	nao
17	36	32	-	sim
17	8	11	-	nao
17	35	14	-	nao
17	29	106	-	nao
17	21	-	146	nao
17	32	-	108	nao
17	24	-	89	nao
17	6	-	8	sim
17	19	-	60	nao
17	31	5	-	sim
17	34	69	-	sim
17	26	-	1	nao
17	37	-	82	nao
17	41	-	104	nao
17	13	47	-	nao
17	18	-	278	nao
17	45	63	-	nao
18	0	46	-	nao
18	27	94	-	nao
18	29	-	262	nao
18	35	-	37	nao
18	2	6	-	sim
18	5	48	-	nao
18	9	-	171	nao
18	32	-	83	nao
18	34	-	99	sim

18	3	-	8	nao
18	11	-	64	nao
18	39	85	-	nao
18	12	-	122	nao
18	14	-	40	nao
18	15	63	-	nao
18	17	-	39	sim
18	23	73	-	sim
18	56	-	140	nao
18	22	-	40	sim
18	52	27	-	nao
18	38	75	-	nao
18	4	-	48	nao
18	36	32	-	sim
18	8	11	-	nao
18	51	14	-	nao
18	1	106	-	nao
18	33	-	146	nao
18	31	-	108	nao
18	24	-	89	nao
18	6	-	8	sim
18	13	-	60	nao
18	49	-	34	sim
18	50	69	-	sim
18	26	-	39	nao
18	37	-	82	nao
18	53	-	104	nao
18	19	47	-	nao
18	18	-	278	nao
18	45	63	-	nao
18	48	-	171	nao
18	7	-	99	sim
18	30	-	1	nao
18	41	-	64	nao
18	10	-	15	nao
23	0	46	-	nao
23	1	-	246	nao
23	2	83	-	nao
23	4	-	9	sim
23	3	23	-	nao
23	5	48	-	nao
23	6	-	127	sim
23	7	-	302	sim
24	0	46	-	nao
24	12	-	246	nao
24	2	83	-	nao

24	10	-	9	sim
24	3	23	-	nao
24	5	48	-	nao
24	6	-	127	sim
24	7	-	302	sim
24	4	46	-	nao
24	1	-	246	nao
24	8	83	-	nao
24	11	-	9	sim
24	9	23	-	nao
24	13	48	-	nao
24	14	-	127	sim
24	15	-	302	sim
25	0	-	308	nao
25	12	-	246	nao
25	9	-	277	sim
25	2	-	308	nao
25	1	-	246	nao
25	3	-	277	sim
26	0	-	308	nao
26	12	-	246	nao
26	2	83	-	nao
26	11	-	9	sim
26	3	-	277	sim
26	4	-	308	nao
26	1	-	246	nao
26	8	83	-	nao
26	10	-	9	sim
26	9	-	277	sim
27	0	-	308	nao
27	12	-	246	nao
27	2	83	-	nao
27	11	-	9	sim
27	3	-	277	sim
27	5	-	222	nao
27	4	-	308	nao
27	1	-	246	nao
27	8	83	-	nao
27	10	-	9	sim
27	9	-	277	sim
27	13	-	222	nao
28	0	-	308	nao
28	12	-	246	nao
28	2	83	-	nao
28	11	-	9	sim
28	3	-	277	sim

28	5	48	-	nao
28	4	-	308	nao
28	1	-	246	nao
28	8	83	-	nao
28	10	-	9	sim
28	9	-	277	sim
28	16	48	-	nao
29	0	46	-	nao
29	1	-	246	nao
29	2	83	-	nao
29	11	-	9	sim
29	3	-	277	sim
29	13	48	-	nao
29	4	46	-	nao
29	12	-	246	nao
29	8	83	-	nao
29	10	-	9	sim
29	9	-	277	sim
29	5	48	-	nao
30	0	-	308	nao
30	3	-	61	nao
30	1	-	9	sim
30	2	-	246	nao
32	0	46	-	nao
32	1	-	246	nao
32	2	83	-	nao
32	16	-	9	sim
32	3	23	-	nao
32	5	48	-	nao
32	26	-	127	sim
32	31	-	302	sim
32	4	46	-	nao
32	20	-	246	nao
32	8	83	-	nao
32	19	-	9	sim
32	9	23	-	nao
32	23	48	-	nao
32	27	-	127	sim
32	7	-	302	sim
32	10	46	-	nao
32	21	-	246	nao
32	11	83	-	nao
32	18	-	9	sim
32	12	23	-	nao
32	24	48	-	nao
32	6	-	127	sim

32	29	-	302	sim
32	13	46	-	nao
32	22	-	246	nao
32	14	83	-	nao
32	17	-	9	sim
32	15	23	-	nao
32	25	48	-	nao
32	28	-	127	sim
32	30	-	302	sim
33	0	46	-	nao
33	1	-	246	nao
33	2	83	-	nao
33	33	-	9	sim
33	3	23	-	nao
33	5	48	-	nao
33	27	-	127	sim
33	39	-	302	sim
33	4	46	-	nao
33	20	-	246	nao
33	8	83	-	nao
33	34	-	9	sim
33	9	23	-	nao
33	23	48	-	nao
33	38	-	127	sim
33	7	-	302	sim
33	10	46	-	nao
33	21	-	246	nao
33	11	83	-	nao
33	32	-	9	sim
33	12	23	-	nao
33	24	48	-	nao
33	28	-	127	sim
33	31	-	302	sim
33	13	46	-	nao
33	22	-	246	nao
33	14	83	-	nao
33	19	-	9	sim
33	15	23	-	nao
33	25	48	-	nao
33	26	-	127	sim
33	30	-	302	sim
33	16	46	-	nao
33	36	-	246	nao
33	17	83	-	nao
33	35	-	9	sim
33	18	23	-	nao

33	37	48	-	nao
33	6	-	127	sim
33	29	-	302	sim
34	0	46	-	nao
34	1	-	246	nao
34	2	83	-	nao
34	34	-	9	sim
34	3	23	-	nao
34	37	48	-	nao
34	33	-	139	nao
34	38	-	127	sim
34	29	-	302	sim
34	4	46	-	nao
34	20	-	246	nao
34	8	83	-	nao
34	35	-	9	sim
34	9	23	-	nao
34	25	48	-	nao
34	26	-	127	sim
34	30	-	302	sim
34	10	46	-	nao
34	21	-	246	nao
34	11	83	-	nao
34	40	-	9	sim
34	12	23	-	nao
34	5	48	-	nao
34	42	-	127	sim
34	44	-	302	sim
34	13	46	-	nao
34	22	-	246	nao
34	14	83	-	nao
34	19	-	9	sim
34	15	23	-	nao
34	43	-	102	sim
34	23	48	-	nao
34	28	-	127	sim
34	31	-	302	sim
34	16	46	-	nao
34	36	-	246	nao
34	17	83	-	nao
34	32	-	9	sim
34	18	23	-	nao
34	24	48	-	nao
34	27	-	127	sim
34	39	-	99	sim
34	6	-	127	sim



34	7	-	302	sim
35	0	46	-	nao
35	1	-	246	nao
35	2	83	-	nao
35	64	-	9	sim
35	3	23	-	nao
35	5	48	-	nao
35	78	-	127	sim
35	89	-	302	sim
35	4	46	-	nao
35	20	-	246	nao
35	8	83	-	nao
35	58	-	9	sim
35	9	23	-	nao
35	23	48	-	nao
35	26	-	127	sim
35	29	-	302	sim
35	10	46	-	nao
35	21	-	246	nao
35	11	83	-	nao
35	59	-	9	sim
35	12	23	-	nao
35	24	48	-	nao
35	79	-	127	sim
35	44	-	302	sim
35	13	46	-	nao
35	22	-	246	nao
35	14	83	-	nao
35	56	-	9	sim
35	15	23	-	nao
35	25	48	-	nao
35	6	-	127	sim
35	85	-	302	sim
35	16	46	-	nao
35	36	-	246	nao
35	17	83	-	nao
35	57	-	9	sim
35	18	23	-	nao
35	37	48	-	nao
35	80	-	127	sim
35	39	-	99	sim
35	41	-	127	sim
35	31	-	302	sim
35	19	46	-	nao
35	66	-	246	nao
35	32	83	-	nao

35	55	-	9	sim
35	33	23	-	nao
35	84	-	102	sim
35	71	48	-	nao
35	28	-	127	sim
35	30	-	99	sim
35	34	46	-	nao
35	67	-	246	nao
35	35	83	-	nao
35	61	-	9	sim
35	40	23	-	nao
35	72	48	-	nao
35	38	-	127	sim
35	83	-	302	sim
35	45	46	-	nao
35	68	-	246	nao
35	46	83	-	nao
35	62	-	9	sim
35	47	23	-	nao
35	73	48	-	nao
35	82	-	127	sim
35	86	-	302	sim
35	48	46	-	nao
35	69	-	246	nao
35	49	83	-	nao
35	63	-	9	sim
35	50	23	-	nao
35	87	-	102	sim
35	75	48	-	nao
35	27	-	127	sim
35	43	-	302	sim
35	51	46	-	nao
35	70	-	246	nao
35	52	83	-	nao
35	54	-	9	sim
35	53	23	-	nao
35	74	48	-	nao
35	60	-	139	nao
35	77	-	127	sim
35	88	-	302	sim
35	65	-	139	nao
35	81	-	127	sim
35	7	-	302	sim