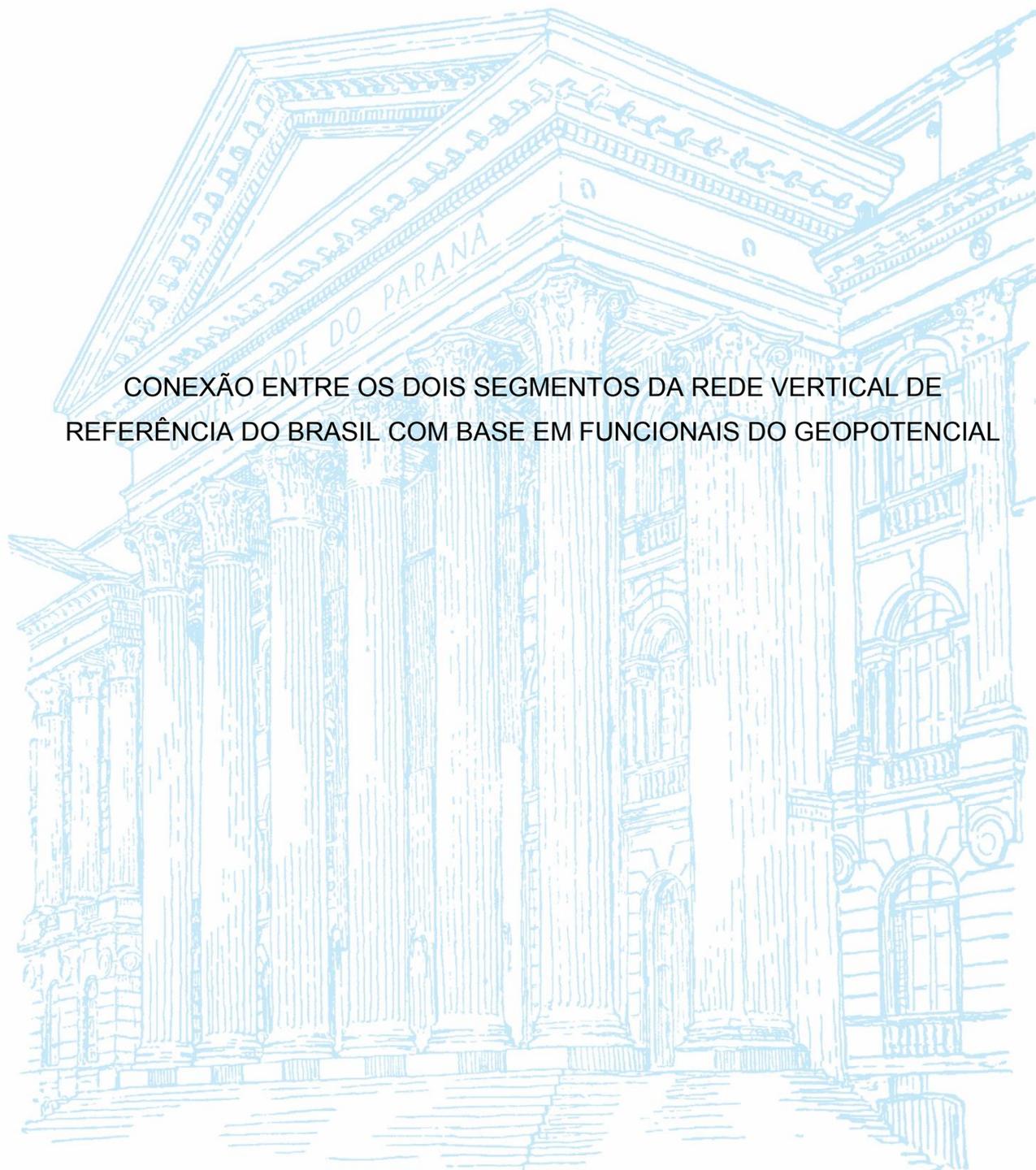


UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ANDREA GALUDHT SANTACRUZ JARAMILLO

CONEXÃO ENTRE OS DOIS SEGMENTOS DA REDE VERTICAL DE  
REFERÊNCIA DO BRASIL COM BASE EM FUNCIONAIS DO GEOPOTENCIAL



CURITIBA

2021

ANDREA GALUDHT SANTACRUZ JARAMILLO

CONEXÃO ENTRE OS DOIS SEGMENTOS DA REDE VERTICAL DE REFERÊNCIA  
DO BRASIL COM BASE EM FUNCIONAIS DO GEOPOTENCIAL

Tese apresentada como requisito parcial à  
obtenção do título de Doutora em Ciências  
Geodésicas, no Curso de Pós-Graduação em  
Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra,  
Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Sílvio R. Correia de Freitas  
Co Orientador: Prof. Dr. Vagner Gonçalves Ferreira

CURITIBA

2021

CATALOGAÇÃO NA FONTE – SIBI/UFPR

---

J37c

Jaramillo, Andrea Galudht Santacruz

Conexão entre os dois segmentos da rede vertical de referência do Brasil com base em funcionais do geopotencial [recurso eletrônico]/  
Andrea Galudht Santacruz Jaramillo - Curitiba, 2021.

Tese (Doutorado) - Curso de Pós-Graduação em Ciências  
Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná.  
Orientador: Prof. Dr. Silvio R. Correia de Freitas  
Coorientador: Prof. Dr. Vagner Gonçalves Ferreira

1. Geodésia. 2. Altitudes – Levantamento. I. Freitas, Silvio R. Correia  
de. II. Ferreira, Vagner Gonçalves. III. Título. IV. Universidade Federal  
do Paraná.

CDD 526

---

Biblioteca: Vilma Machado CRB9/1563



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SETOR DE CIÊNCIAS DA TERRA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO CIÊNCIAS  
GEODÉSICAS - 40001016002P6

## TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em CIÊNCIAS GEODÉSICAS da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **ANDREA GALUDHT SANTACRUZ JARAMILLO** intitulada: **CONEXÃO ENTRE OS DOIS SEGMENTOS DA REDE VERTICAL DE REFERÊNCIA DO BRASIL COM BASE EM FUNCIONAIS DO GEOPOTENCIAL**, sob orientação do Prof. Dr. SÍLVIO ROGÉRIO CORREIA DE FREITAS, que após terem inquirido a aluna e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de doutor está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 25 de Fevereiro de 2021.

Assinatura Eletrônica

25/02/2021 14:53:10.0

SÍLVIO ROGÉRIO CORREIA DE FREITAS

Presidente da Banca Examinadora

Assinatura Eletrônica

25/02/2021 17:28:32.0

GABRIEL DO NASCIMENTO GUIMARÃES

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA)

Assinatura Eletrônica

26/02/2021 17:08:57.0

ROBERTO TEIXEIRA LUZ

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO)

Assinatura Eletrônica

01/03/2021 21:46:15.0

MARCELO TOMIO MATSUOKA

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA)

Assinatura Eletrônica

25/02/2021 16:03:54.0

REGIANE DALAZOANA

Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

---

Centro Politécnico - Caixa Postal 19001 - CURITIBA - Paraná - Brasil

CEP 81531-980 - Tel: (41) 3361-3153 - E-mail: cpgcg@ufpr.br

Documento assinado eletronicamente de acordo com o disposto na legislação federal Decreto 8539 de 08 de outubro de 2015.

Gerado e autenticado pelo SIGA-UFPR, com a seguinte identificação única: 77366

**Para autenticar este documento/assinatura, acesse <https://www.prppg.ufpr.br/siga/visitante/autenticacaoassinaturas.jsp> e insira o código 77366**

Ao meu filho David Alejandro, minha maior inspiração. Aos meus pais Álvaro e Galudht, aos meus irmãos Belén, Carla e Carlos Andrés.

À minha *abuelita* Laura, por seu amor puro e verdadeiro. Meu coração sempre vai sentir saudade de você.

## **AGRADECIMENTOS**

À minha família, a base da minha vida. Agradeço a meus pais e irmãos por todo o amor, apoio, preocupação e força que me deram durante todo o tempo que fiquei longe de casa e nos momentos difíceis que se apresentaram. A meu pai Álvaro por seu incentivo, a minha mãe Galudht por seu amor, à minha irmã Belén por seu apoio, à minha irmã Carla por sua força, ao meu irmão Carlos por sua positividade. Amo vocês com todo meu coração. Espero que a vida me dê a oportunidade de retribuir tudo o que vocês fizeram por mim e por meu filho.

Ao meu filho David Alejandro, que me acompanhou nesta longa caminhada, me apoiando, cuidando de mim, me motivando, me dando muita alegria, amor e preocupações também. Obrigada por ser meu companheiro de vida, por estar comigo nos momentos bons e ruins, criando e vivendo experiências únicas que vamos levar para o resto das nossas vidas. Saiba que eu te amo e sou muito orgulhosa da pessoa que você é e a pessoa que você se está transformando.

Ao resto de minha maravilhosa família, a meus avós, tios e tias, primos e primas e ao meu cunhado, por seu apoio e carinho, por acreditar em mim e por torcer por meu sucesso.

Ao Leone, pelo seu carinho, ajuda e apoio incondicional. Certamente não teria conseguido terminar minha Tese sem a sua ajuda. Obrigada por todos os anos juntos, pelos momentos e experiências vividas, por me ajudar a me tornar uma melhor pessoa. Apesar de que nossas vidas continuem por caminhos separados, saiba que sempre vou desejar o melhor para você, e que sempre terei um carinho e admiração por tudo o que você fez por nós. Agradeço também a toda a família do Leone, em especial à Senhora Salete e ao Senhor Sebastião pelo carinho para mim e para meu filho.

Ao Professor Dr. Sílvio R. Correia de Freitas, por me orientar durante todos estes anos de estudo (mestrado e doutorado). Não tenho palavras para descrever o agradecimento e a admiração que tenho a você. Você é um profissional admirável, foi realmente uma honra poder estudar e formar parte do grupo de pesquisadores do Laboratório de Referenciais Geodésicos e Altimetria por Satélites (LARAS). Também

por ser um ser humano incrível, que não mede esforços para ajudar e apoiar às pessoas. Obrigada pelas experiências acadêmicas recebidas, por acreditar em mim, por me brindar suporte profissional e pessoal quando mais precisei. Obrigada por me entender, por me incentivar e por não desistir de mim quando se apresentaram as maiores dificuldades na minha vida. Saiba que meu coração sempre será grato a você, à Senhora Lindamir e a toda sua família, por me brindar amizade e carinho para mim e para meu filho.

Ao Professor Dr. Vagner Gonçalves Ferreira pela orientação, disponibilidade, preocupação e ajuda no processo do meu doutorado.

Aos membros da banca examinadora: Prof. Dra. Regiane Dalazoana, Prof. Dr. Roberto Teixeira Luz, Prof. Dr. Gabriel do Nascimento Guimarães e Prof. Dr. Marcelo Tomio Matsuoka, pela sua disponibilidade, por todas as sugestões, correções e observações realizadas na Tese.

Ao Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) pela disponibilização dos dados geodésicos necessários para o desenvolvimento do presente estudo e pela assessoria técnico-científica fornecida. Um agradecimento especial para os profissionais: Dra. Sonia Costa, Dr. Roberto Luz, Eng. Marcelo Nunes, Eng. Salomão Soares, Eng. Jéssica Siqueira e Eng. Maíra Lima.

À *Secretaría Nacional de Educación Superior, Ciencia, Tecnología e Innovación* (SENESCYT) pela bolsa de estudos para a realização do meu mestrado e doutorado.

Aos excelentes professores e pessoal administrativo do Programa de Pós-graduação em Ciências Geodésicas (PPGCG) da UFPR, por seu respeito, apoio e conhecimentos transmitidos. Em especial: Prof. Dra. Regiane Dalazoana, Prof. Dra. Silvana Camboim, Prof. Dra. Luciene Delazari, Prof. Dra. Cláudia Krueger, Prof. Dr. Jorge Silva Centeno, Mônica Kleuser e Fabiane Oshikawa.

Aos colegas e amigos do LARAS: Ruth, Túlio, Ruy, Eurico, Samoel e Laís. Foi muito gratificante poder trabalhar com vocês e obrigada pela ajuda oferecida. Em especial ao José Luis pela amizade, pela ajuda e apoio durante a minha Tese. Ao Henry, pela amizade e pela ajuda profissional e pessoal.

Aos todos os colegas e amigos que conheci no PPGCG, em especial: Rhaíssa, Fabi, Daiane, Nalva, Caísse, Suzana, Cynthia, Ilich, Niedja, Jorge, Adriana, Gabriel, Renata. Agradeço pelas risadas, conselhos e pelos bons momentos compartilhados.

Aos meus amigos equatorianos: Mario, Sebas, Lucy, José e Christian, por deixarem mais leve a estadia longe da família. Obrigada pela grande amizade, preocupação, confiança, carinho e apoio durante todos os anos morando em Curitiba.

À Aligia e ao Edson, amigos incríveis que a vida me presenteou. Obrigada por seu apoio, preocupação e carinho. Em especial à Aligia, por nossa maravilhosa amizade e parceria que vai continuar apesar do tempo e da distância.

Ao Felipe e à Carolina, pela sua imensa amizade, por todo seu carinho e preocupação para mim e para meu filho. Agradeço nossas conversas profissionais e pessoais que sempre acrescentaram coisas boas e me ajudaram a tomar as melhores decisões.

A todas as pessoas maravilhosas que conheci no Brasil: Vânia, Bianca, Pri, Eddie, Hellen, Bruno, Thiago, Manu, Daniel, Cris, Cláudia, Letícia, André e May. Em especial à Daphne por sua amizade, por me escutar e acalmar meus pensamentos e meu coração.

Ao Prof. Dr. Alfonso Tierra, por me incentivar para continuar estudando.

Às minhas queridas amigas e irmãs de coração: Ange, Rous e Lore. Por estar sempre presentes na minha vida, pela força e apoio incondicional que sempre me brindaram desde o Equador.

Aos meus queridos amigos que sempre me apoiaram e torceram por mim: Paty, Lali, Jorge, Geova, Rami, Jean, Janisse, Dario, Ricardo, Pancho, César, Franz, Juan, Mariela, Pauli, Lida, Brilli, Siur, Caro, Gaby, Gice e Andrea.

Agradeço por todas as oportunidades de participar em eventos científicos nacionais e internacionais durante todo meu doutorado. E, finalmente, agradeço a todos os que ajudaram a deixar as coisas mais leves e melhores durante toda minha estadia no Brasil.

## RESUMO

Um único Sistema Vertical de Referência com consistência global é o pressuposto do *International Height Reference System* (IHRF) e da sua futura realização (*Frame*) IHRF. O Brasil desenvolve grandes esforços na modernização de seu Sistema Vertical de Referência visando a sua realização com consistências interna e global. Em 2018 o IBGE estabeleceu uma nova realização da Rede Vertical de Referência do Brasil (RVRB) com base em números geopotenciais e altitudes normais. A RVRB é ainda constituída por dois segmentos independentes, com suas origens nos marégrafos de Imbituba e Santana (DVB-I e DVB-S respectivamente), carecendo ainda de linhas de nivelamento conectando as duas redes. Busca-se com a presente Tese contribuir com a conexão física dos segmentos na região Amazônica e entender suas relações com o IHRF. Para isto, utilizou-se dados de gravidade associados com dados GNSS, novas linhas de nivelamento na região de conexão e observações aerogravimétricas. Em um primeiro momento, uma conexão física preliminar é desenvolvida na presente pesquisa. Esta envolve dois novos ramais: uma linha de nivelamento baseada em posicionamento GNSS associado a gravimetria, iniciando em RN em Altamira - PA, vinculada ao DVB-I, com 315 km de extensão, envolvendo 23 pontos; uma linha de nivelamento convencional com cerca de 268 km, e com gravimetria em todos os pontos nivelados, partindo do DVB-S e terminando também em Laranjal do Jari - AP. O controle desta solução sobre linhas de nivelamento abertas é estabelecido com base em Modelos Globais do Geopotencial (MGGs) mais atuais. Os resultados desta conexão física preliminar são confrontados no presente trabalho com estudos anteriores baseados em estimativas indiretas, predominantemente realizadas no espaço geométrico, com base em ajustes regionais de GNSS/Nivelamento, MGGs, análises de efeitos gravimétricos da topografia regional entre outras estratégias. Como sequência à solução preliminar realiza-se a conexão dos segmentos com base no Problema de Valor de Contorno da Geodesia (PVCG) em suas formas livre e fixada. Determina-se o potencial anômalo nos pontos de conexão referidos de Altamira, Laranjal do Jari e DVB-S. Determina-se então o geopotencial nestes pontos em referencial global e, por conseguinte, números geopotenciais também em referencial global. Assim, pôde ser estabelecido um

controle efetivo dos ramais mencionados no espaço do geopotencial, assim como nas discrepâncias entre si. Destaque-se como aspectos fundamentais para o desenvolvimento da pesquisa, atividades relacionadas como a obtenção de funcionais a partir de dados brutos de aerogravimetria regional como também pela compatibilização de Sistemas Geodésicos de Referência (SGRs) e de Sistemas de Marés Permanentes (SMP) para a solução do PVCG. Estas atividades foram amparadas no recente Modelo Digital de Altitudes (MDA) MERIT e o MGG XGM2019. Na solução do PVCG empregou-se a decomposição espectral envolvendo: funcionais do geopotencial gerados a partir da aerogravimetria (anomalias da gravidade de Molodensky e distúrbios da gravidade); as respectivas funcionais obtidas do MGG XGM2019; e as respectivas funcionais relacionadas com a topografia residual na região geradas com a técnica “*Residual Terrain Model*” (RTM) com auxílio do MDA MERIT nos preceitos atuais associados à obtenção de sinal gravimétrico a partir da topografia.

Palavras-chaves: Conexão de redes verticais. PVCG. Potencial anômalo. Altitudes normais. Aerogravimetria. IHRS/IHRF. XGM2019. MERIT. RTM.

## ABSTRACT

A single Vertical Reference System with global consistency is the assumption of the International Height Reference System (IHRF) and its future realization (Frame) IHRF. Brazil has made great efforts to modernize its Vertical Reference System aiming to achieve internal and global consistencies. In 2018, IBGE established a new accomplishment in the Brazilian Vertical Reference Frame (BVRF) based on geopotential numbers and normal heights. BVRF is also made of two independent segments, with its origins in the tide gauges the of Imbituba and Santana (BVD-I and BVD-S respectively), still lacking leveling lines connecting the two networks. This thesis has the objective to contribute to the physical connection of the segments in the Amazon region and to understand their relations with the IHRF. For that, gravity data associated to GNSS data were used, as well as new leveling lines in the connection region and aerogravimetry. At first, a preliminary physical connection is developed in the present research. It involves two new branches: a leveling line based on GNSS positioning associated to gravimetry, starting at RN in Altamira - PA, linked to BVD-I, with 315 km long, involving 23 points; and a conventional leveling line of approximately 268 km, associated to gravimetry data at all level points, starting from the BVD-S and ending at Laranjal do Jari – AP as well. The control over these opened leveling lines solution is established based on the most current Global Geopotential Model (GGMs). The results of this preliminary physical connection are compared on the present work to previous studies based on indirect estimates, predominantly performed in geometric space, based on regional adjustments of GNSS / Leveling, GGMs, analysis of gravimetric effects of the regional topography, among other strategies. As a sequence to the preliminary solution, the segments are connected based on the Boundary Value Problem (GBVP) on its free and settled forms. The anomalous potential is determined at the connection points referred to Altamira, Laranjal do Jari and BVD-S. It is then the geopotential on these points in global reference and, accordingly, geopotential numbers also in global reference. Thus, it could be established an effective control of the branches mentioned in the geopotential space, as well as in the discrepancies between them. It has been highlighted as fundamental aspects for the development of this research, activities that are related to the acquirement of functionalities from raw data of regional aerogravimetry as well as the compatibility with Geodetic Reference

Systems (GRSs) and Permanent Tide Systems (PTSs) for the GBVP solution. These activities were supported by the recent Digital Elevation Models (DEM) MERIT and GGM XGM2019. At GBVP's solution it was used, spectral decomposition involving: geopotential functionalities generated from aerogravimetry (Molodensky anomalies and gravity disturbances); the respective functionalities obtained from the MGG XGM2019; and the respective functionalities related to the residual topography in the region generated with the technique "Residual Terrain Model" (RTM) with the support of DEM MERIT within the current norm associated with obtaining a gravimetric signal from the topography.

Key-words: Connection of vertical networks. GBVP. Anomalous potential. Normal heights. Aerogravimetry; IHRS/IHRF. XGM2019. MERIT. RTM.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - SEGMENTOS DA RVRB.....	11
FIGURA 2 - CONNECTION AREA, EXISTING DATA AND NEW SURVEYS BETWEEN THE SEGMENTS LINKED TO BVD – I AND BVD – S (REFERRED TO THE BVRF). .....	24
FIGURA 3 - POINT A POSITION AND RELATED PHYSICAL AND GEOMETRIC REFERENCE SURFACES.....	26
FIGURA 4 - POINT C POSITION AND RELATED PHYSICAL AND GEOMETRIC REFERENCE SURFACES.....	26
FIGURA 5 - HEIGHT ANOMALY MAPS DERIVED FROM (A) SATELLITE ONLY GGM GOCO 05S; (B) EGM2008 HIGH RESOLUTION COMBINED GGM; (C) ENHANCED GECO GGM; (D) NEXT GENERATION COMBINED PROVISORY XGM2016 GGM .....	34
FIGURA 6 - NORMAL HEIGHT DISCREPANCIES AT POINT B.....	35
FIGURA 7 - HEIGHT ANOMALIES IN SOLUTIONS 2, 4 AND 5 (m) .....	35
FIGURA 8 - ANÁLISES DAS PRECISÕES RELATIVAS DO HGEOHNOR PARA O SEGMENTO DA RVRB VINCULADA AO DVB-S. ....	40
FIGURA 9 - ANÁLISES DAS PRECISÕES RELATIVAS DO HGEOHNOR PARA O SEGMENTO DA RVRB VINCULADAS AOS DVB-I E DVB-S.....	41
FIGURA 10 - ANOMALIA DE ALTITUDE ORIUNDA DO MGG XGM2019.....	42
FIGURA 11 - PROPOSTA DAS ESTAÇÕES DE REFERÊNCIA IHRF.....	47
FIGURA 12 - DISTRIBUIÇÃO DE DADOS GRAVIMÉTRICOS TERRESTRES.....	48
FIGURA 13 - ESTAÇÕES IHRF NA AMÉRICA LATINA .....	50
FIGURA 14 - REDE VERTICAL DE REFERÊNCIA DO BRASIL (RVRB) E SEGMENTOS DE ESTUDO.....	56
FIGURA 15 – SUPERFÍCIES DE REFERÊNCIA EM RELAÇÃO AO PONTO P .....	60
FIGURA 16 - ESPECTRO DA GRAVIDADE E FONTE DE DADOS.....	64
FIGURA 17 - CONTRIBUIÇÕES DE DIFERENTES FONTES DE DADOS PARA A DETERMINAÇÃO DO GEOIDE LOCAL .....	66
FIGURA 18 - PERFIL DE ANOMALIAS DE GRAVIDADE COM A TÉCNICA DA DECOMPOSIÇÃO.....	66

FIGURA 19 - CONTRIBUIÇÃO DOS TRÊS DIFERENTES COMPRIMENTOS DE ONDA NA ANOMALIA DE ALTITUDE .....	68
FIGURA 20 - USO DA DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL NO PVCG.....	68
FIGURA 21 - DIFERENTES FONTES DE DADOS PRESENTES NA ÁREA DE ESTUDO .....	69
FIGURA 22 - FONTES DE DADOS .....	70
FIGURA 23 - ESQUEMÁTICO-CGEM-SANTANA-2016 .....	74
FIGURA 24 - ESQUEMÁTICO-CGEM-SANTANA-2019 .....	75
FIGURA 25 - DADOS GRAVIMÉTRICOS TERRESTRES DO BGI .....	76
FIGURA 26 - MAPA DO BANCO NACIONAL DE DADOS GRAVIMÉTRICOS TERRESTRES .....	76
FIGURA 27 - DADOS GRAVIMÉTRICOS OCEANICOS DO BGI .....	77
FIGURA 28 - DADOS AEROGRAVIMÉTRICOS DA ANP .....	78
FIGURA 29 - ANÁLISE E TRATAMENTO DE DADOS E INFRAESTRUTURA GEODÉSICA.....	90
FIGURA 30 - REGIÃO DA EC-A ANTES E DEPOIS DA ELIMINAÇÃO DE OUTLIERS .....	93
FIGURA 31 - RAIOS DE INTEGRAÇÃO NAS ESTAÇÕES DE CONEXÃO .....	94
FIGURA 32 - SEGMENTOS DA RVRB NA ÁREA DE ESTUDO .....	108
FIGURA 33 - DEFINIÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO EM FUNÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DO LEVANTAMENTO AEROGRAVIMÉTRICO E DE RAIOS DE INTEGRAÇÃO. .	112
FIGURA 34 - FUNCIONAIS PARA A DETERMINAÇÃO DA GRAVIDADE NA SF. .	113
FIGURA 35 - DEPURAÇÃO DOS DADOS NA REGIÃO DA EC-A. (A) ALTITUDES QUE VARIAM DE 1293,2 m A 1540,1 m; (B) ALTITUDES NO TERRENO VARIANDO DE 0,2 m A 252,8 m; (C) ALTITUDES DE VOO APÓS DEPURAÇÃO COM VARIAÇÃO DE 1381 m A 1437,5 m.....	117
FIGURA 36 - DETERMINAÇÃO DE $\Delta N$ EM FUNÇÃO DAS ESPECIFICIDADES DOS TESTES.....	118
FIGURA 37 - SUPERFÍCIES DE ANOMALIAS DE BOUGUER E DE DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE DETERMINADAS MEDIANTE: DADOS INTERPOLADOS (A, D); DADOS ORIUNDOS DO MGG XGM2019 (B, E); E RMS DAS DIFERENÇAS DAS SUPERFÍCIES (C, F). .....	123
FIGURA 38 - DETERMINAÇÃO DE ANOMALIAS DE BOUGUER .....	125

FIGURA 39 - ANOMALIAS DE BOUGUER DA EC-B DETERMINADAS MEDIANTE: DADOS INTERPOLADOS (A); DADOS DO MGG XGM2019 (B); E DIFERENÇAS DAS SUPERFÍCIES (C). .....	126
FIGURA 40 - ANOMALIAS DE BOUGUER DA EC-C DETERMINADAS MEDIANTE: DADOS INTERPOLADOS (A); DADOS DO MGG XGM2019 (B); E DIFERENÇAS DAS SUPERFÍCIES (C). .....	127
FIGURA 41 - ANOMALIAS DA GRAVIDADE DE MOLODENSKY DA EC-A DETERMINADAS MEDIANTE: DADOS INTERPOLADOS (A); DADOS DERIVADOS DO MGG XGM2019 (B); E AS DIFERENÇAS DAS SUPERFÍCIES (C). .....	128
FIGURA 42 - DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE E ANOMALIAS DA GRAVIDADE DE MOLODENSKY DA EC-B DETERMINADAS MEDIANTE: DADOS INTERPOLADOS (A, D); DADOS ORIUNDOS DO MGG XGM2019 (B, E); EAS DIFERENÇAS DAS SUPERFÍCIES (C, F). .....	128
FIGURA 43 - DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE E ANOMALIAS DA GRAVIDADE DE MOLODENSKY DA EC-C DETERMINADAS MEDIANTE: DADOS INTERPOLADOS (A, D); DADOS ORIUNDOS DO MGG XGM2019 (B, E); E AS DIFERENÇAS DAS SUPERFÍCIES (C, F). .....	129
FIGURA 44 - RESUMO DO PROCESSO DA PESQUISA .....	130
FIGURA 45 - DESENVOLVIMENTO DA DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL .....	131
FIGURA 46 - ANOMALIAS DA GRAVIDADE DE MOLODENSKY DO XGM2019 PARA: EC-A (A); EC-B (B); EC-C (C) .....	132
FIGURA 47 - DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE DO XGM2019 PARA: EC-A (A); EC-B (B); EC-C (C).....	133
FIGURA 48 - DISCRETIZAÇÃO DA INTEGRAÇÃO DE MASSAS PARA AS QUATRO GEOMETRIAS .....	134
FIGURA 49 – ALTITUDES ELIPSOIDAIS DOS PONTOS DA GRADE DE 1°X1' COM ESPAÇAMENTO DE 1'X1' NO ENTORNO DA EC-A .....	135
FIGURA 50 - MDAS PARA $r_1$ E $r_2$ AO REDOR DA EC-A: (A) DETAILED DEM; (B) DETAILED REF; (C) DETAILED RTM .....	135
FIGURA 51 - MDAS PARA $r_3$ AO REDOR DA EC-A: (A) TESS DEM; (B) TESS REF; (C) TESS RTM .....	136
FIGURA 52 - MDAS PARA $r_4$ AO REDOR DA EC-A: (A) COARSE DEM; (B) COARSE REF; (C) COARSE RTM .....	136

FIGURA 53 - ALTITUDES DOS PONTOS DA GRADE DE 1°X1' COM ESPAÇAMENTO DE 1'X1' NO ENTORNO DA EC-B .....	137
FIGURA 54 - MDAS AO REDOR DA EC-B: (A) DETAILED DEM; (B) DETAILED REF; (C) DETAILED RTM; (D) COARSE DEM; (E) COARSE REF; (F) COARSE RTM..	137
FIGURA 55 - ALTITUDES DOS PONTOS DA GRADE DE 1°X1' COM ESPAÇAMENTO DE 1'X1' NO ENTORNO DA EC-C .....	138
FIGURA 56 - MDAS AO REDOR DA EC-C: (A) DETAILED DEM; (B) DETAILED REF; (C) DETAILED RTM; (D) COARSE DEM; (E) COARSE REF; (F) COARSE RTM..	138
FIGURA 57 - REDUÇÃO DE ANOMALIAS PARA O NÍVEL DO PONTO P .....	139
FIGURA 58 - $\Delta g_{MRES}$ PARA: (A) EC-A; (B) EC-B; (C) EC-C.....	140
FIGURA 59 - $\delta g_{RES}$ PARA: (A) EC-A; (B) EC-B; (C) EC-C .....	140
FIGURA 60 - ALTITUDES NORMAIS DO IBGE E DA SOLUÇÃO LIVRE DO PVCG (EC-A E EC-B) .....	145
FIGURA 61 - ALTITUDES NORMAIS DO IBGE E DA SOLUÇÃO LIVRE DO PVCG (EC-A E EC-C) .....	145
FIGURA 62 - LOCALIZAÇÃO DAS ESTAÇÕES AUXILIARES.....	150
FIGURA 63 - ANOMALIAS DE BOUGUER DA EC-B DETERMINADAS MEDIANTE: DADOS INTERPOLADOS (A); DADOS DO MGG XGM2019 (B); E DIFERENÇAS DAS SUPERFÍCIES (C). .....	151
FIGURA 64 - ANOMALIAS DE BOUGUER DA ESTAÇÃO EC-B1 DETERMINADAS MEDIANTE: DADOS INTERPOLADOS (A); DADOS DO MGG XGM2019 (B); E DIFERENÇAS DAS SUPERFÍCIES (C). .....	151
FIGURA 65 - ANOMALIAS DE BOUGUER DA ESTAÇÃO B2 DETERMINADAS MEDIANTE: DADOS INTERPOLADOS (A); DADOS DO MGG XGM2019 (B); E DIFERENÇAS DAS SUPERFÍCIES (C). .....	152
FIGURA 66 - ANOMALIAS DE BOUGUER DA ESTAÇÃO B3 DETERMINADAS MEDIANTE: DADOS INTERPOLADOS (A); DADOS DO MGG XGM2019 (B); E DIFERENÇAS DAS SUPERFÍCIES (C). .....	152
Figura 67 - DIFERENÇAS DE ALTITUDE ENTRE MERIT E ETOPO1.....	154

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - DETAILS OF THE SEGMENTS .....	23
TABELA 2 - INFORMATION RELATING TO THE INITIAL POINTS OF THE LEVELED SEGMENTS .....	24
TABELA 3 - DIFFERENT COMPUTED OFFSETS BETWEEN BVD-I AND BVD-S..	27
TABELA 4 - NORMAL HEIGHTS AND GEOPOTENTIAL NUMBERS OF POINT B USING DIFFERENT SOLUTIONS .....	33
TABELA 5 - ALTITUDES NORMAIS E NÚMEROS GEOPOTENCIAIS DO PONTO B USANDO A SOLUÇÃO RELATIVA COM BASE NO XGM2019.....	42
TABELA 6 - DISTRIBUIÇÃO DE DADOS GRAVIMÉTRICOS SEGUNDO RAIOS DE INTEGRAÇÃO.....	49
TABELA 7 - INTERVALOS DE COMPRIMENTOS DE ONDA E TÉCNICAS SEGUNDO SANSÒ (1995) .....	64
TABELA 8 - DIVISÃO ESPECTRAL DO CAMPO DA GRAVIDADE SEGUNDO HIRT, GRUBER E FEATHERSTONE (2011) .....	64
TABELA 9 - PONTOS DO SEGMENTO 1 .....	71
TABELA 10 - PONTOS DO SEGMENTO 2.....	72
TABELA 11 - ESPECIFICIDADES DO LEVANTAMENTO AEROGRAVIMÉTRICO .	79
TABELA 12 - MGGS UTILIZADOS .....	80
TABELA 13 - VALORES DEPURADOS EM CADA REGIAO DAS ECS .....	93
TABELA 14 - DIFERENÇAS DOS $\Delta N_1$ NA REGIÃO DA EC-A. ....	119
TABELA 15. RMS DOS TESTES PARA A DETERMINAÇÃO DA SUPERFÍCIE DE TRANSFORMAÇÃO COM DIFERENTES MGGS PARA A EC-A. ....	120
TABELA 16. VARIAÇÃO DO RMS EM FUNÇÃO DOS PARÂMETROS UTILIZADOS NO GEOGRID EM GRADE INTERPOLADA PARA ANOMALIAS DE BOUGUER. ....	122
TABELA 17 - RMS DA GRADE INTERPOLADA DE ANOMALIAS DE BOUGUER REFERENTE A CADA ECS .....	126
TABELA 18 - RMS DE DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE E ANOMALIA DA GRAVIDADE DE MOLODENSKY DAS ECS .....	127
TABELA 19 - POTENCIAL ANÔMALO DAS ECS.....	141
TABELA 20 - VALORES DE ANOMALIA DE ALTITUDE RESTAURADOS.....	141
TABELA 21 - ANOMALIAS DE ALTITUDE COM O TGZ EM MT.....	142

TABELA 22 - ALTITUDE NORMAL DE CADA EC EM MT, NO IHRS.....	142
TABELA 23 - ANÁLISE DAS ALTITUDES NORMAIS DO IBGE E AS CALCULADAS MEDIANTE SOLUÇÃO DO PVCG LIVRE COM BASE EM ANOMALIAS DA GRAVIDADE DE MOLODENSKY .....	144
TABELA 24 - ANÁLISE DAS ALTITUDES NORMAIS DO IBGE E AS CALCULADAS MEDIANTE SOLUÇÃO DO PVCG FIXADA COM BASE EM DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE.....	145
TABELA 25 - DIFERENÇAS ENTRE SOLUÇÕES EM METROS.....	146
TABELA 26 - NOVOS PONTOS DE CÁLCULO.....	149
TABELA 27 - DISTÂNCIA APROXIMADA DA EC-B EM LINHA RETA.....	150
TABELA 28 - RMS DAS ANOMALIAS DE BOUGUER EM CADA ESTAÇÃO AUXILIAR .....	152
TABELA 29 – RMS DE DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE E ANOMALIA DA GRAVIDADE DE MOLODENSKY DAS ESTAÇÕES AUXILIARES .....	153
TABELA 30 - POTENCIAL ANÔMALO DAS ESTAÇÕES AUXILIARES .....	154
TABELA 31 - ANÁLISE DAS ALTITUDES NORMAIS DO IBGE E AS CALCULADAS MEDIANTE SOLUÇÃO DO PVCG LIVRE COM BASE EM ANOMALIAS DA GRAVIDADE DE MOLODENSKY PARA EA-B1 .....	155
TABELA 32 - ANÁLISE DAS ALTITUDES NORMAIS DO IBGE E AS CALCULADAS MEDIANTE SOLUÇÃO DO PVCG FIXADA COM BASE EM DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE PARA B1 .....	155
TABELA 33 - ANÁLISE DAS ALTITUDES NORMAIS DO IBGE E AS CALCULADAS MEDIANTE SOLUÇÃO DO PVCG LIVRE COM BASE EM ANOMALIAS DA GRAVIDADE DE MOLODENSKY PARA B2.....	155
TABELA 34 - ANÁLISE DAS ALTITUDES NORMAIS DO IBGE E AS CALCULADAS MEDIANTE SOLUÇÃO DO PVCG FIXADA COM BASE EM DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE PARA B2 .....	155
TABELA 35 - ANÁLISE DAS ALTITUDES NORMAIS DO IBGE E AS CALCULADAS MEDIANTE SOLUÇÃO DO PVCG LIVRE COM BASE EM ANOMALIAS DA GRAVIDADE DE MOLODENSKY PARA B3.....	156
TABELA 36 - ANÁLISE DAS ALTITUDES NORMAIS DO IBGE E AS CALCULADAS MEDIANTE SOLUÇÃO DO PVCG FIXADA COM BASE EM DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE PARA B3 .....	156

TABELA 37 - DISCREPÂNCIAS ENTRE SOLUÇÕES EM METROS.....	156
TABELA 38 - ESTUDOS PARA DETERMINAR A DISCREPÂNCIA ENTRE DV-S E DV-I (NA EC-B) E ESTAÇÕES AUXILIARES EA-B1, EAB2 E EA-B3).....	157

## LISTA DE SIGLAS

AAGP	- Ajustamento Altimétrico Global Preliminar
ANP	- Agência Nacional de Petróleo
AP	- Estado do Amapá - Brasil
BGI	- <i>Bureau Gravimetrique International</i>
BM	- <i>Benchmark</i>
BNDG	- Banco de Nacional de Dados Gravimétricos Terrestres
BRAZ	- Estação RBMC Brasília no Distrito Federal
CAPES	- Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CGEM	- Controle Geodésico da Estação Maregráfica
CEFT	- Estação RBMC Fortaleza no Estado do Ceará
CMQ	- Colocação por Mínimos Quadrados
CNPq	- Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
CUIB	- Estação RBMC Cuiabá no Estado do Mato Grosso
DGNSS	- <i>Differential GNSS</i>
DORIS	- <i>Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite</i>
DV	- <i>Datum Vertical</i>
DVB-I	- <i>Datum Vertical Brasileiro de Imbituba</i>
DVB-S	- <i>Datum Vertical Brasileiro de Santana</i>
DVL	- <i>Data Vertical Local</i>
EC	- Estações de Conexão
EIGEN-6C4	- <i>European Improved Gravity model of the Earth by New techniques – 6C4</i>
EG	- Estações Gravimétricas
EGM96	- <i>Earth Gravitational Model 1996</i>
EGM2008	- <i>Earth Gravitational Model 2008</i>
EOP	- <i>Earth Orientation Parameters</i>

FAGS	- <i>Federation of Astronomical and Geophysical Data Analysis Services</i>
FIG	- <i>International Federation of Surveyors</i>
GAGRS	- <i>Global Absolute Gravity Reference System</i>
GECO	- <i>GOCE data and EGM2008 Combination</i>
GGCE	- <i>Global Geodetic Centre of Excellence</i>
GGMplus	- <i>Global Gravity Model plus</i>
GGOS	- <i>Global Geodetic Observing System</i>
GGRF	- <i>Global Geodetic Reference Frame</i>
GGRS	- <i>Global Geodetic Reference System</i>
GNSS	- <i>Global Navigation Satellite System</i>
GOCO	- <i>Gravity Observation Combination</i>
GOCE	- <i>Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer</i>
GNSS	- <i>Global Positioning System</i>
GRS67	- <i>Geodetic Reference System 1967</i>
SGR1980/GRS80	- <i>Geodetic Reference System 1980</i>
IAG	- <i>International Association of Geodesy</i>
IBGE	- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
ICGEM	- <i>International Centre for Global Earth Models</i>
IERS	- <i>International Earth Rotation and Reference Systems Service</i>
IGRF	- <i>International Gravity Reference Frame</i>
IGFS	- <i>International Gravity Field Service</i>
IGSN-71	- <i>International Gravity Standardization Net 1971</i>
IHRF	- <i>International Height Reference Frame</i>
IHRS	- <i>International Height Reference System</i>
IMBT	- Estação RBMC Imbituba no Estado de Santa Catarina
ITRF	- <i>International Terrestrial Reference Frame</i>
IUGG	- <i>International Union of Geodesy and Geophysics</i>
LARAS	- Laboratório de Referenciais Geodésicos e Altimetria por Satélites
MARA	- Estação RBMC Marabá no Estado do Pará
MAPGEO	- Modelo De Ondulação Geoidal

MCTG	- Modelo de Correções Topográficas Global
MDA	- Modelo Digital de Altitudes
MDT	- Modelo Digital do Terreno
MERIT	- <i>Multi-Error-Removed Improved-Terrain</i>
MGG	- Modelo Global do Geopotencial; <i>Global Geopotential Model (GGM)</i>
MT	- <i>Mean Tide</i>
NGA	- <i>National Geospatial-Intelligence Agency</i>
NMM	- Nível Médio do Mar
NVRS	- <i>National Vertical Reference System</i>
PA	- Estado do Pará - Brasil
PPTTE	- Estação RBMC Presidente Prudente no Estado de São Paulo
PVCG	- Problema do Valor de Contorno da Geodesia; <i>Geodetic Boundary Value Problem (GBVP)</i>
RAAP	- Rede Altimétrica de Alta Precisão
RBMC	- Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo
RMS	- <i>Root Mean Square</i>
RN	- Referência de Nível
RTM	- <i>Residual Terrain Model</i>
RVRB	- Rede Vertical de Referência do Brasil; <i>Brazilian Vertical Reference Frame (BVRF)</i>
SAD69	- <i>South American Datum 1969</i>
SCoG	- Subcomitê em Geodesia do UN-GGIM
SENESCYT	- Secretaría de Educación Superior, Ciencia, Tecnología e Innovación
SF	- Superfície Física
SGR	- Sistema Geodésico de Referência
SGB	- Sistema Geodésico Brasileiro
SGA	- Sistema Global de Altitudes
SIR-C	- <i>Spaceborne Imaging Radar C-band</i>
SIRGAS	- Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas

SIRGAS-GTIII	- Grupo de Trabalho III de SIRGAS: <i>Datum Vertical</i>
SLR	- <i>Satellite Laser Ranging</i>
SMP	- Sistema de Maré Permanente
SRTM	- <i>Shuttle Radar Topography Mission</i>
TAI	- Tempo Atômico Internacional
TF	- <i>Tide Free</i>
TGF	- <i>Terrain Gravity Field</i>
TGZ	- Termo de Grau Zero
TNMM	- Topografia do Nível Médio do Mar; <i>Sea Surface Topography (SSTop)</i>
UFPR	- Universidade Federal do Paraná
UHS	- <i>Unified Height System</i>
UN	- <i>United Nations</i> ; Nações Unidas
UN-GGIM	- <i>United Nations Global Geospatial Information Management</i>
USGS	- <i>United States Geological Survey</i>
VLBI	- <i>Very Long Baseline Interferometry</i>
WGM2012	- <i>World Gravity Map 2012</i>
WGS84	- <i>World Geodetic System 1984</i>
XGM2016	- <i>Experimental Gravity Field Model 2016</i>
XGM2019	- <i>Experimental Gravity Field Model 2019</i>
ZT	- <i>Zero Tide</i>

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>6</b>
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	6
1.2	CONTRIBUIÇÕES DA TESE .....	11
1.3	ESTRUTURA DA TESE .....	12
1.4	PROBLEMA ENVOLVIDO.....	16
1.5	HIPÓTESE DE PESQUISA .....	16
1.6	JUSTIFICATIVA.....	16
1.7	OBJETIVOS .....	17
1.7.1	Objetivo Geral.....	17
1.7.2	Objetivos Específicos .....	17
<b>2</b>	<b>PHYSICAL CONNECTION BETWEEN BVRF SEGMENTS BASED ON LEVELING ASSOCIATED WITH GRAVIMETRY (CONEXÃO FÍSICA ENTRE SEGMENTOS DA RVRB COM BASE EM NIVELAMENTO ASSOCIADO A GRAVIMETRIA)</b> .....	<b>19</b>
2.1	INTRODUCTION .....	20
2.2	AMAZONIAN CONNECTION AREA AND DESCRIPTION OF INVOLVED DATABASE .....	23
2.2.1	Database Analysis .....	27
2.3	METHODOLOGY AND RESULTS .....	28
2.3.1	Strategies for computing normal heights and geopotential numbers .....	29
2.3.2	Proposed Solutions.....	31
2.4	REMARKS, CONCLUSIONS AND OUTLOOK.....	36
2.5	APÊNDICE AO ARTIGO COM ATUALIZAÇÃO DE ANÁLISE .....	38
<b>3</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>43</b>

3.1	A GEODESIA MODERNA E SEU PAPEL NOS SISTEMAS DE OBSERVAÇÃO TERRESTRE .....	43
3.1.1	<i>International Height Reference System/Frame (IHRF/IHRF)</i> e suas atividades .....	44
3.1.1.1	<i>Convenções para o IHRF</i> .....	45
3.1.1.2	<i>Critérios para a configuração da rede de referência do IHRF</i> .....	47
3.1.1.3	<i>Estabelecimento de estações IHRF no Brasil</i> .....	49
3.1.2	<i>International Gravity Standardization Net 1971 (IGSN71)</i> e sua tendência de evolução para o Sistema Global de Referência de Gravidade Absoluta ( <i>Global Absolute Gravity Reference System - GAGRS</i> ).....	51
3.2	SISTEMA VERTICAL DE REFERÊNCIA MODERNO .....	52
3.2.1	Sistema Vertical de Referência baseado no Geopotencial .....	53
3.2.2	Unificação dos Sistemas Verticais de Referência.....	54
3.2.2.1	<i>Grupo de Trabalho III: Datum Vertical do SIRGAS na atualidade</i> .....	54
3.2.3	Evolução da Rede Vertical de Referência do Brasil (RVRB) .....	55
3.3	PROBLEMAS DO VALOR DE CONTORNO DA GEODESIA (PVCG) .....	57
3.3.1	Solução do PVCG segundo a Teoria de Molodensky (escalar livre) .....	58
3.3.2	Solução do PVCG segundo a Teoria de Brovar (forma fixada) .....	61
3.4	TÉCNICA DE DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL NA SOLUÇÃO DO PVCG NO DOMÍNIO DO ESPAÇO.....	63
3.4.1	Técnica <i>Remove-Restore</i> e Funcionais Residuais .....	65
<b>4</b>	<b>INFRAESTRUTURA DE DADOS E METODOLOGIAS EMPREGADAS ....</b>	<b>69</b>
4.1	FONTES DE DADOS .....	69
4.1.1	Observações Terrestres .....	71
4.1.1.1	<i>Oriundas do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE)</i> .....	71
4.1.1.2	<i>Oriundas do Bureau Gravimétrique International (BGI)</i> .....	75
4.1.2	Observações Gravimétricas Oceânicas.....	77
4.1.3	Aerogravimetria .....	78
4.1.4	Modelos Globais do Geopotencial (MGGs) .....	79
4.1.4.1	<i>EGM2008</i> .....	81

4.1.4.2	XGM2016 .....	81
4.1.4.3	XGM2019 .....	82
4.1.5	Modelos Digitais de Altitude (MDA) .....	83
4.1.5.1	<i>Shuttle Radar Topography Mission (SRTM)</i> .....	83
4.1.5.2	<i>MERIT</i> .....	83
4.1.5.3	<i>ETOPO1</i> .....	84
4.1.6	Recursos Computacionais .....	84
4.1.6.1	<i>Centro Internacional para Modelos Terrestres Globais (ICGEM)</i> .....	84
4.1.6.2	<i>GEOGRID</i> .....	85
4.1.6.3	<i>Modelo De Correções Topográficas Global (MCTG)</i> .....	85
4.1.6.4	<i>Terrain Gravity Field (TGF)</i> .....	87
4.2	Contextualização do uso de dados no desenvolvimento da pesquisa .....	88
4.3	ANÁLISE DE DADOS E DA INFRAESTRUTURA GEODÉSICA EMPREGADA .....	90
4.3.1	Análise e depuração de dados .....	91
4.3.1.1	<i>Detecção de Outliers nas observações aerogravimétricas</i> .....	91
4.3.2	Raios de Integração .....	93
4.3.3	Compatibilização de Dados .....	95
4.3.3.1	<i>Sistema Geodésico de Referência (SGR)</i> .....	95
4.3.3.2	<i>Sistema de Maré Permanente (SMP)</i> .....	96
4.3.3.3	<i>Termo de Honkasalo</i> .....	97
4.3.3.4	<i>Correção da gravidade atmosférica</i> .....	97
4.3.3.5	<i>Termo de Grau Zero (TGZ)</i> .....	98
<b>5</b>	<b>GERAÇÃO DE FUNCIONAIS DA GRAVIDADE A PARTIR DE AEROGRAVIMETRIA E NOVOS MODELOS GLOBAIS</b> .....	<b>103</b>
5.1	INTRODUÇÃO .....	105
5.2	Geração de Base de Dados a partir da aerogravimetria .....	108

5.2.1	Principais características da base de dados aerogravimétricos originais ...	108
5.3	Estratégias para a geração da base de dados para solução do PVCG.....	110
5.3.1	Caracterização da região de conexão e delimitação da base de dados.....	110
5.3.2	Compatibilização de Sistemas geodésicos de referência e deformação permanente de maré .....	112
5.3.3	Testes de aderência da superfície de transformação com base em MGGs e MDAs.....	116
5.3.4	Geração de grade de distúrbios da gravidade a partir de anomalias de Bouguer .....	121
5.4	<b>DISCUSSÕES E CONCLUSÕES.....</b>	<b>124</b>
5.5	<b>ANÁLISES COMPLEMENTARES AO ARTIGO ENVOLVENDO TODAS AS ESTAÇÕES DE CONEXÃO .....</b>	<b>125</b>
5.5.1	Metodologia para o cálculo das anomalias de Bouguer .....	125
5.5.2	Comparação de anomalias de Bouguer em grades .....	126
5.5.3	Grades de distúrbios da gravidade e anomalia da gravidade de Molodensky das estações de conexão B e C .....	127
<b>6</b>	<b>CONEXÃO DOS SEGMENTOS DA RVRB COM BASE NO PVCG .....</b>	<b>130</b>
6.1	<b>DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL PARA DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE E ANOMALIAS DA GRAVIDADE DE MOLODENSKY.....</b>	<b>131</b>
6.1.1	Obtenção dos funcionais a partir de observações .....	132
6.1.2	Funcionais oriundos do MGG XGM2019 .....	132
6.1.3	Determinação do campo da gravidade residual mediante o TGF .....	133
6.2	<b>DESENVOLVIMENTO DAS SOLUÇÕES DO PVCG .....</b>	<b>139</b>
6.3	<b>RESULTADOS E ANÁLISE.....</b>	<b>143</b>
6.3.1	Consistência das soluções do PVCG .....	143
6.3.2	Síntese da comparação das altitudes normais do IBGE com as determinadas com base no PVCG referenciado ao IHRS.....	144
6.3.3	Análises das soluções do PVCG em cada EC e suas comparações com altitudes normais do SGB - IBGE .....	146
6.4	<b>OUTROS TESTES REALIZADOS.....</b>	<b>149</b>
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES .....</b>	<b>158</b>

7.1	CONCLUSÕES.....	158
7.2	RECOMENDAÇÕES .....	160
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>161</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Nas três últimas décadas, as técnicas associadas às observações geodésicas têm evoluído rapidamente em termos de acurácia e cobertura espaço-temporal. Atualmente, a Geodesia assume um papel fundamental no monitoramento dos processos do Sistema Terra (GGOS, 2019a). Observações geodésicas, oriundas por exemplo de plataformas baseadas em satélites artificiais da Terra, podem alcançar acurácia milimétrica em distância de vários milhares de quilômetros com tempo de revisita de poucos dias. Com isto, diversas aplicações estão sendo desenvolvidas para apoiar estudos relacionados com a geodinâmica e com as mudanças globais, sejam naturais e/ou antrópicas (e.g., variação do nível médio do mar, transporte de massa, atmosfera, grandes obras de engenharia, ocupação territorial, entre outros). Distúrbios do Sistema Terra podem ser monitorados mediante a detecção de movimentos de massa que afetam o campo da gravidade. Portanto, é importante a interpretação e modelagem das influências dos processos terrestres nas medições geodésicas (KUTTERER, NEILAN e BIANCO, 2012; MONTECINO et al., 2017; FERREIRA et al., 2018a). Assim, a Geodesia moderna fundamenta todas suas observações geocinemáticas à figura da Terra considerando a sua geometria, seu campo de gravidade e sua dinâmica em relação ao espaço inercial, com ênfase em sua rotação e orientação. Estes três aspectos são conhecidos como os "três pilares" da Geodesia atual (PLAG et al., 2009). As grandezas geodésicas associadas aos "três pilares" estão envolvidas nos Sistemas Geodésicos de Referência (SGRs) mais atuais.

As observações terrestres são um elemento essencial para estabelecer uma conexão representativa e confiável dos dados locais aos processos globais e vice-versa (RUMMEL et al., 2009). Os SGRs devem ser estáveis e consistentes ao longo do tempo, mantendo sua acurácia (IAG, 2017). Atualmente, com os requisitos de monitoramento global, a tendência mais atual dos SGRs é que além da componente

geométrica, envolvam também a componente física associada ao campo da gravidade.

Percebida a importância do levantamento e tratamento dos dados espaciais relacionados com os sistemas de observação terrestre, a *International Association of Geodesy* (IAG), propôs em 2003 o *Global Geodetic Observing System* (GGOS), como gerenciador e integrador das informações geodésicas. Desde então, a IAG estabeleceu diversas resoluções e convenções para atingir aos novos pressupostos da Geodesia exigidos pelas necessidades atuais da ciência e da sociedade. Foram definidos alguns requisitos globais para adicionar a componente física em associação às realizações do *International Terrestrial Reference System* (ITRS), e os seus bem conhecidos *Frames* ITRFyyyy, onde predominam características geométricas e orientação de referenciais a favor da Terra, devidamente estabelecidas em relação ao espaço inercial, em dada época de referência yyyy (0 h TU do ano de referência) pelos denominados “*Earth Orientation Parameters* (EOP)”, conforme IERS (2020). Em fevereiro de 2015, a Assembleia Geral das Nações Unidas (UN, 2015), aprovou a Resolução A/RES/69/266 para a definição do *Global Geodetic Reference System* (GGRS) e de sua materialização através do *Global Geodetic Reference Frame* (GGRF), envolvendo além da componente geométrica, a componente física relacionada com o geopotencial. Em julho de 2015, a IAG estabeleceu com sua Resolução No 1, os preceitos do *International Height Reference System* (IHRIS) a ser complementado pelos padrões de sua realização (*Frame*) IHRF (IAG, 2015a). O IHRIS tem definida como superfície de referência a superfície equipotencial do campo da gravidade com geopotencial  $W_0 = 62\,636\,853,4 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ , e como coordenada primária de cada ponto nivelado P, o número geopotencial  $C_P = W_0 - W_P$  (IHDE et al., 2017). Sua realização no espaço do geopotencial é prevista ser efetivada por um conjunto de estações do IHRF, distribuídas globalmente e ora em execução, das quais seis são previstas para o Brasil (BLITZKOW, MATOS e COSTA, 2017; GUIMARÃES, 2020). Da mesma forma, encontra-se em desenvolvimento o estabelecimento da *Infrastructure for the International Gravity Reference Frame* (IGRF), segundo a resolução N°4 da IAG 2019 (WZIONTEK et al., 2021).

São muitos os esforços envolvidos nesta temática, porque na realidade, a materialização do IHRF é limitada por vários aspectos como a falta de padrões para o estabelecimento de redes verticais em nível global considerando os efeitos do campo

da gravidade, as heterogeneidades e a carência de dados que permitam a determinação de números geopotenciais de forma global com uma acurácia mínima de  $1 \times 10^{-2} \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ , de acordo com os objetivos do GGOS (DREWES et al., 2016). Com base nestas dificuldades, entende-se como fundamental a modernização dos sistemas e redes verticais nacionais, cada qual com suas características particulares. Tais tarefas só são possíveis mediante a existência de metadados que descrevam as características das redes verticais de cada país, e assim desenvolver estratégias de solução para os problemas apresentados (SANTACRUZ e DE FREITAS, 2015). Com isto, pode-se chegar ao objetivo de conhecer os dados levantados para ter a possibilidade de se obter altitudes físicas, nos sistemas particulares existentes, de forma que elas possam ser combinadas com dados GNSS e modelos quase geoidais de forma consistente do ponto de vista global (DREWES et al., 2016).

Existe uma necessidade generalizada de modernização das redes verticais nacionais e de seus vínculos ao IHRF. Com um foco mais regional, o projeto Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS), através do Grupo de Trabalho III: *Datum* Vertical (SIRGAS-GTIII), busca a realização das redes verticais dos países membros no espaço do geopotencial, bem como suas unificações. Num primeiro contexto, busca-se afrontar os problemas nas redes verticais clássicas, as quais foram originadas geometricamente sem considerar os efeitos físicos determinados pelo campo da gravidade, e cada qual vinculada a um ou mais *Datum* Vertical (DV) (DE FREITAS, 2015a; SIRGAS, 2021). Para cumprir com isto, é necessário que a definição do novo sistema de referência vertical para o SIRGAS seja igual à desenvolvida para o IHRF, assim como estabelecer padrões consistentes com os globais para sua realização no contexto do IHRF (SIRGAS, 2017; IAG, 2019a). Estas atividades recentes estão sujeitas a muitos aspectos ainda sob desenvolvimento.

Especificamente, o Brasil continua trabalhando na modernização da Rede Vertical de Referência do Brasil (RVRB). Em julho de 2018, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) concluiu a realização da RVRB com base em números geopotenciais e altitudes normais. Assim a rede, agora com caráter físico, atende alguns dos principais preceitos da IAG/GGOS para o IHRF/IHRF (IBGE, 2018).

Ainda como aspecto a ser superado, a RVRB envolve dois segmentos diferentes com origens em dois *Data* Verticais (DVs) distintos: o *Datum* Vertical

Brasileiro de Imbituba (DVB-I), em Santa Catarina ao qual está vinculado o maior segmento da rede envolvendo cerca de 95% das Referências de Nível (RN); e o DVB de Santana (DVB-S) com o segmento estabelecido no Estado do Amapá. Ambos os segmentos ainda não têm uma conexão que estabeleça de forma inequívoca a discrepância entre eles devido às diferenças entre seus DVs, nem épocas de referência e outros aspectos tal como o da propagação de erros ao longo das redes.

Em vista das características limitadoras de uma região entre os dois segmentos, uma conexão física preliminar foi proposta com base em uma linha de nivelamento não convencional estabelecida por altimetria com GNSS associada com gravimetria e uma linha de nivelamento geométrico convencional, também associada com gravimetria. Ambas as linhas se apresentam na forma de ramais, situadas em uma área no norte do Brasil entre os paralelos  $0,1^{\circ}\text{N} - 3,2^{\circ}\text{S}$  e os meridianos  $50,5^{\circ}\text{W} - 53^{\circ}\text{W}$ . Na FIGURA 1 são apresentadas as linhas referidas. A linha 1, com cerca de 315 km (269 km em linha reta), tem seus 23 desníveis provenientes dos dados GNSS e gravimetria, com início no ponto A em Vitória do Xingu, na região de Altamira no Pará (PA), e com final no ponto B, na região do Laranjal do Jari no estado do Amapá (AP). É vinculada ao DVB-I. O segmento 2, com uma distância aproximada de 268 km (172 km em linha reta), é uma linha de nivelamento geométrico convencional e com gravimetria em todos seus 131 pontos e com controle esporádico com GNSS, tem origem no ponto C associado ao DVB-S e finaliza também em Laranjal do Jari no ponto B.

O tratamento inicial dos dados das duas linhas referidas, visando à determinação do *offset* entre os dois segmentos da RVRB com base na determinação de desníveis geopotenciais, baseia-se em métodos clássicos de propagação de números geopotenciais e altitudes normais, cujas variações de anomalias de altitude são controladas por Modelos Globais do Geopotencial (MGGs) e está pormenorizada por Santacruz, De Freitas e Luz (2019).

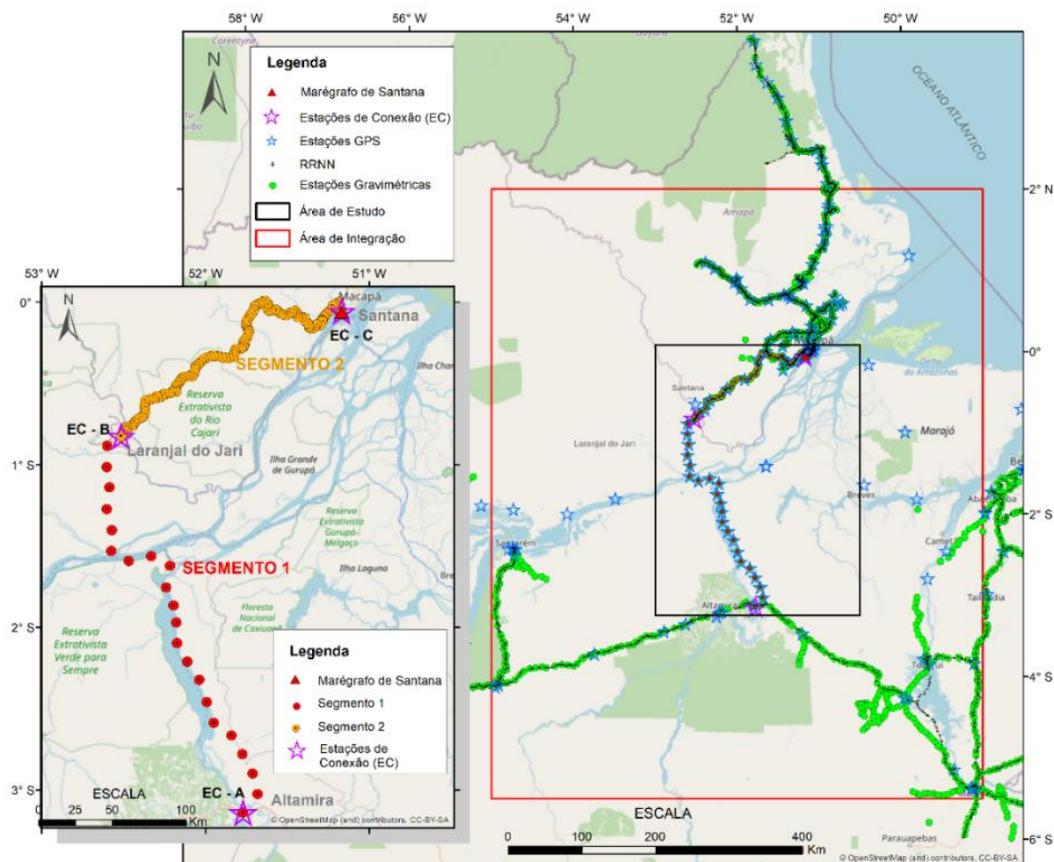
Neste trabalho, mesmo com incertezas associadas aos procedimentos de análises pontuais, propagações ponto a ponto por estar baseado em linhas de nivelamento abertas, obtiveram-se resultados comparados com trabalhos precedentes baseados em métodos indiretos com ajustamento regional sobre realizações anteriores da RVRB, conforme descrito por De Freitas, Ferreira e Luz (2018). Porém, para um atendimento mais amplo aos preceitos do IHRB/IHRF,

procura-se que a determinação do *offset* e a conexão física entre os dois segmentos, sejam controlados com a solução do Problema do Valor de Contorno da Geodesia (PVCG), integrando dados regionais e globais com base em solução escalar livre, baseada em anomalias da gravidade de Molodensky e com uma solução fixada, baseada em distúrbios da gravidade. As soluções, dadas nesta Tese baseiam-se em funcionais vinculadas a referencial global. Elas têm também abrangência regional, envolvendo observações distribuídas em ambos os segmentos da RVRB e determinando números geopotenciais relacionados com o IHRs.

Todas as observações e modelos empregados são compatibilizados em um mesmo SGR global e em um mesmo Sistema de Maré Permanente (SMP) seguindo às recomendações da IAG (IAG, 2016; IHDE et al., 2017). Cabe aqui ser destacado que uma atividade bastante extensa foi desenvolvida no contexto desta Tese para a utilização da base de observações gravimétricas mais densa disponível na região de conexão: os levantamentos aerogravimétricos para fins geofísicos de cerca de 8.500.000 pontos da Agência Nacional do Petróleo (ANP), envolvendo áreas do Amapá e Pará. Os funcionais originais obtidos no referido levantamento não são aplicáveis para finalidades geodésicas (JESUS e DE FREITAS, 2020). Assim, foram retomados dados gravimétricos brutos do aerolevante e reduzidos à Superfície Física (SF) com compatibilização de SGRs e SMPs e gerados funcionais necessários à solução do PVCG nos pontos notáveis de conexão A, B e C conforme a FIGURA 1 (SANTACRUZ e DE FREITAS, 2020).

Para as soluções do PVCG nos pontos A, B e C foram envolvidas aproximadamente 160.000 observações de gravidade no entorno de cada ponto de conexão para a redução da gravidade à SF, e aproximadamente um milhão de observações nos processos de integração numérica, a qual consta com uma área de integração entre os paralelos  $2^{\circ}\text{N} - 5,5^{\circ}\text{S}$  e os meridianos  $49^{\circ}\text{W} - 55^{\circ}\text{W}$ .

FIGURA 1 - SEGMENTOS DA RVRB



FONTE: A autora (2021).

## 1.2 CONTRIBUIÇÕES DA TESE

As contribuições realizadas durante o desenvolvimento dessa Tese foram:

- Determinação de desníveis normais com o auxílio de Modelos Globais do Geopotencial (MGGs) para determinar variações de anomalias de altitudes.
- Foram desenvolvidos vários processos de depuração e análise de observações aerogravimétricas visando a geração de funcionais geodésicos.
- Emprego de MGGs e Modelos Digitais de Altitude (MDAs) mais recentes para realizar compatibilizações das observações em um mesmo SGR, mesmo Sistema de Maré Permanente (SMP) e Termo de Grau Zero (TGZ) compatível com IHRS.

- Adequação de modelos mais atuais, os quais contêm melhoras relativas a seus predecessores. Exemplo: SRTM (WGS84) → MERIT (SGR1980); EGM96 → (EGM2008, EIGEN6C-4, GECO2015, XGM2016) → XGM2019. Aplicação desses como infraestruturas e dados complementares.
- Explorar as potencialidades da técnica RTM (nova perspectiva dada por Hirt et al., 2019 e Yang et al., 2020) para a determinação de efeitos gravimétricos dos curtíssimos comprimentos de onda da topografia com diferentes geometrias.
- Explorar estratégias de vanguarda bem como modelos e ferramentas modernas.

### 1.3 ESTRUTURA DA TESE

A possibilidade de estruturar a Tese em termos de artigos científicos foi devidamente deliberada em 12 de setembro de 2019 pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Assim, adotada esta opção na presente Tese, assume particular importância destacar de forma mais aprofundada ainda nesta seção, os conteúdos dos Capítulos e suas concatenações. Esta Tese é estruturada em sete Capítulos dos quais dois estão calcados sobre artigos científicos liderados pela autora e, quando necessário, são inseridos destaques e complementos a esses artigos em itens adicionais no mesmo Capítulo. Estes artigos constam em periódicos do QUALIS/CAPES e ainda, um terceiro deverá ser submetido logo após a defesa. Assim é que se busca manter os aspectos inerentes à formatação normalizada pela UFPR e os preceitos da Metodologia Científica, com poucas exceções devido normas próprias dos periódicos. Busca-se o destaque da contribuição em cada um dos estágios envolvidos. Valoriza-se a lógica da sequência adotada e a importância dos conteúdos tratados à consecução da pesquisa.

No Capítulo 2, busca-se caracterizar os problemas relacionados com a conexão dos dois segmentos da RVRB, onde estes estão fundamentados e delimitados. Também são apresentadas as estimativas do *offset* entre os dois segmentos com base em funcionais associados ao campo da gravidade. O corpo central do Capítulo 2 é um artigo publicado com a liderança da autora da Tese (SANTACRUZ, DE FREITAS e LUZ, 2019). A base das análises está assentada sobre os dois ramos de

nivelamento já referidos, envolvendo as Estações de Conexão (EC) que são os pontos A, B e C ao longo dos quais são determinados desníveis geopotenciais com base em gravimetria e desníveis observados. Utiliza-se como elemento de controle adicional as variações relativas de anomalias de altitude oriundas de MGGs modernos com resoluções espaciais de até 9km. Os resultados são confrontados com estudos anteriores desenvolvidos pelo Laboratório de Referenciais e Altimetria por Satélites da Universidade Federal do Paraná (LARAS-UFPR), e baseados na utilização de bases de dados existentes na região, principalmente estações GNSS sobre RN. Os estudos precedentes são caracterizados por diversos métodos, predominantemente geométricos, em associação a MGGs. De forma central, por deficiências associadas a múltiplos referenciais envolvidos na região, priorizam-se análises com base em MGGs satélite somente oriundos da missão “*Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer (GOCE)*” ou MGGs combinados melhorados (“*enhanced models*”) com base na missão GOCE. Também foram envolvidas análises com determinações dos efeitos da topografia regional na busca da discrepância entre os dois segmentos no espaço do geopotencial. Uma discussão importante sobre as discrepâncias de SGRs e distintas realizações com as dificuldades envolvidas na região de conexão, é apresentada no referido artigo. Em complementação aos resultados obtidos por Santacruz, De Freitas e Luz (2019), é ainda apresentada como complemento do Capítulo 2 a atualização dos resultados do referido artigo em vista do atual MGG XGM2019 (ZINGERLE et al, 2019), este com excelente desempenho na região de conexão da RVRB, conforme evidenciado em IBGE (2021).

O Capítulo 3 contém um aprofundamento dos aspectos mais atuais da Geodesia e suas perspectivas, conforme os pressupostos do IAG/GGOS, bem como os objetivos centrais do GGRS/GGRF (UN, 2020) e IHRS/IHRF (IAG, 2019a). Também é apresentada a fundamentação para a determinação do número geopotencial (coordenada vertical primária do IHRS), em ponto ou em conjunto de pontos na SF com base na solução do PVCG. Duas vertentes de solução deste problema: Solução escalar livre com base na teoria de Molodensky com anomalias da gravidade de superfície (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2006); Solução fixada com base na solução Brovar sobre distúrbios da gravidade (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2006; HECK, 2011). Estas soluções são obtidas a partir de anomalias da gravidade de superfície residuais (ou anomalias da gravidade de Molodensky

residuais) e distúrbios da gravidade residuais com base em decomposição espectral. É dada ênfase à técnica “*Residual Terrain Model (RTM)*” desenvolvida por Forsberg e Tscherning (1997), que foi retomada por Hirt, Featherstone e Marti (2010), e bastante aprimorada por Yang, Hirt e Pail (2020), com base em estratégias e cobrindo uma diversidade de arranjos para incorporação de efeitos, tal como contido na metodologia do “*Terrain Gravity Field (TGF)*”, para a obtenção de efeitos gravitacionais para curtos comprimentos de onda, além daqueles atendidos por MGGs ditos de “alta resolução”. Cabe destacar que para atender a tal objetivo nesta Tese, busca-se a utilização de ferramentas bastante atuais no contexto da Geodesia, para tal modelagem com base no Modelo Digital de Altitude (MDA) MERIT (YAMAZAKI et al., 2017), o qual resolve algumas das limitações do SRTM (USGS, 2019). As técnicas de integração numérica utilizadas nas soluções do PVCG com as respectivas particularidades para a solução livre e solução fixada, são apresentadas em consonância com a técnica de decomposição espectral difundida na literatura internacional com a denominação de “*Remove-Restore*”. Neste Capítulo são destacados aspectos relativos aos preceitos mais atuais na solução do PVCG, visando as anomalias de altitude em pontos de conexão.

O Capítulo 4 foi introduzido para evidenciar e esclarecer os aspectos relativos às bases de dados empregadas bem como os aspectos metodológicos. Este Capítulo atua como um complemento de informações ao longo das análises, principalmente no contexto dos artigos científicos que compõem esta Tese. São aprofundados os aspectos relativos às bases de dados geodésicos existentes na região, bem como outras fontes indiretas de dados gravimétricos são apresentadas. Estas fontes são associadas então com modelos bastante atuais. Desta forma, busca-se evidenciar formas alternativas aplicáveis aos problemas inerentes à conexão pretendida, o porquê da adoção de somente alguns dos levantamentos existentes e o emprego de outras fontes de dados e modelos globais atuais. A compatibilização dos SGRs de cada uma das fontes de dados disponíveis bem como os SMPs envolvidos e o Termo de Grau Zero (TGZ), têm seus fundamentos apontados.

No Capítulo 5, estruturado sobre artigo científico, já publicado sob a liderança da autora, são apresentadas as metodologias para: formação da base de dados a partir de observáveis (principalmente a gravimetria aérea); geração de anomalias da gravidade de superfície e distúrbios da gravidade em grade; detecção de *outliers* a

partir de bases de dados globais mais generalizadas. É mostrado neste capítulo ser de fundamental importância, a compatibilização dos SGRs envolvidos, enfatizando a compatibilização das observáveis e funcionais em um mesmo SMP, de acordo com os preceitos da IAG (SANTACRUZ e DE FREITAS, 2020). No artigo referido, com objetivos centrais voltados aos aspectos metodológicos, são tratadas as reduções, compatibilizações de SGRs, interpolação, geração de funcionais para a solução do PVCG a partir da infraestrutura e fontes dos dados utilizados com todo tratamento necessário para formação da base de dados fundamental à pesquisa. São abordados principalmente os aspectos relativos aos preceitos mais atuais para interpolação de funcionais em grade e análises de consistência. Estas atividades foram amparadas nos recentes MDA MERIT e MGG XGM2019, os quais são considerados com destaque para o presente trabalho. Complementa-se ainda neste Capítulo 5, o artigo mais circunscrito à metodologia. São inseridas em adição as atividades de depuração e formação de grades de funcionais residuais para as 3 estações de conexão já mencionadas. As aderências das grades de funcionais geradas relativamente a estruturas globais são também discutidas.

O Capítulo 6 envolve os aspectos relativos às soluções dadas ao PVCG na região de conexão, os resultados obtidos e as análises finais relacionadas com as soluções desenvolvidas. São apresentados os aspectos operacionais envolvidos para as soluções do PVCG nas formas livre e fixada utilizadas e os resultados obtidos nos pontos de conexão A, B e C. Os resultados são então analisados em vista das soluções anteriores já referidas no Capítulo 2, bem como em função das expectativas do IBGE e do contexto do IHRS e IHRF.

No Capítulo 7 apresentam-se as conclusões e recomendações à luz das pesquisas realizadas nas atividades de doutorado. Assim são retratados os aspectos inerentes às dificuldades envolvidas, o apoio recebido de pessoas e Instituições, e a contribuição esperada da pesquisa. São citados alguns futuros estudos que poderão ser desenvolvidos em sequência à presente pesquisa.

#### 1.4 PROBLEMA ENVOLVIDO

Como realizar a conexão física dos segmentos Imbituba e Santana da Rede Vertical de Referência do Brasil consideradas as características de terreno na região de conexão?

#### 1.5 HIPÓTESE DE PESQUISA

Se pode-se calcular desníveis geopotenciais baseados em linhas de nivelamento abertas e na solução do PVCG para a determinação do potencial anômalo em estações de conexão (A, B e C) entre dois segmentos da RVRB na região Amazônica, com base em anomalias da gravidade de superfície e distúrbios da gravidade gerados a partir de observações aerogravimétricas existentes na região, então a referida conexão pode ser efetivada no espaço do geopotencial considerando os preceitos do IHRF/IHRF, eliminando limitações anteriores tais como falta do controle efetivo de erros e soluções muito dependentes de referenciais locais em poucos pontos.

#### 1.6 JUSTIFICATIVA

As redes verticais clássicas foram originadas com levantamentos convencionais de observação de desníveis e vinculadas a DVs locais. Em geral tais redes possuem problemas intrínsecos associados aos dados coletados, à falta de reduções gravimétricas, diferentes metodologias empregadas nos levantamentos, técnicas de ajustamento e características específicas associadas ao DV local e sua época de realização. Com a evolução da Geodesia, os problemas referidos devem ser erradicados no sentido da superação da dependência de dados locais e conseguir assim, homogeneizar e unificar as redes verticais em um referencial global. Para isto, busca-se a modernização em nível mundial das redes verticais para atingir os preceitos da IAG/GGOS com respeito ao IHRF/IHRF. O Brasil já conta com um dos passos para ter a RVRB referida ao espaço do geopotencial, mas a rede ainda se encontra com dependência de dois distintos DVs locais. Portanto, o presente trabalho

foca-se na realização da conexão física dos segmentos da RVRB mediante a solução do PVCG para obter uma rede unificada, para determinar as discrepâncias dos seus segmentos com respeito ao referencial local para assim poder vincular ao referencial global (IHRS/IHRF).

## 1.7 OBJETIVOS

### 1.7.1 Objetivo Geral

O objetivo geral dessa tese foi realizar a conexão dos dois segmentos da Rede Vertical de Referência do Brasil (RVRB) no espaço do geopotencial com base na associação de nivelamento, gravimetria e GNSS, bem como a solução do Problema de Valor de Contorno da Geodesia (PVCG) atendendo aos preceitos do IHRS/IHRF.

### 1.7.2 Objetivos Específicos

São objetivos específicos:

- a. Depurar as bases de dados derivadas de diferentes fontes de informações gravimétricas envolvendo observações de superfície, aéreas e as espaciais sintetizadas em MGGs;
- b. Reduzir observações aerogravimétricas à superfície física, promovendo a vinculação a referencial e sistema de maré permanente consistentes, para gerar os funcionais necessários para cálculos subsequentes em referencial global;
- c. Determinar os desníveis geopotenciais, números geopotenciais e altitudes normais com base em nivelamento associado a gravimetria e em variações modeladas das anomalias de altitude;
- d. Calcular anomalias da gravidade de Molodensky e distúrbios da gravidade residuais a partir observações existentes com auxílio de MGGs, e MDAs;
- e. Realizar as soluções escalar livre e fixada do PVCG visando à determinação do geopotencial em pontos de interesse na SF;

- f. Determinar a altitude normal em cada estação de conexão pertencentes aos dois segmentos da RVRB na região de estudos a partir do potencial perturbador advindo das soluções obtidas para o PVCG;
- g. Determinar a conexão dos segmentos da RVRB a partir das discrepâncias calculadas entre os dois *Data* Verticais Brasileiros com referência global implícita no IHRS.

## 2 PHYSICAL CONNECTION BETWEEN BVRF SEGMENTS BASED ON LEVELING ASSOCIATED WITH GRAVIMETRY (CONEXÃO FÍSICA ENTRE SEGMENTOS DA RVRB COM BASE EM NIVELAMENTO ASSOCIADO A GRAVIMETRIA)

Andrea Santacruz Jaramillo<sup>1</sup> – ORCID: 0000-0002-6648-9879

Sílvio Rogério Correia de Freitas<sup>1</sup>– ORCID: 0000-0003-0830-6541

Roberto Teixeira Luz<sup>2</sup>– ORCID: 0000-0002-0686-952X

<sup>1</sup> Universidade Federal do Paraná, Curso de Pós-graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, Paraná, Brasil

E-mail: andrea.santacruz@ufpr.br; sfreitas@ufpr.br

<sup>2</sup> Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, Coordenação de Geodésia, Rio de Janeiro, Brasil E-mail: roberto.luz@ibge.gov.br

**DOI 10.1590/s1982-21702019000100006**

### **Abstract:**

Considering the efforts to establish Global Reference Systems linked to the geopotential space, new alternatives are sought to address the problems found in the classic national vertical networks. The Brazilian Vertical Reference Frame (BVRF) was materialized in two different segments with independent datums (Imbituba and Santana tide gauges) due to the terrain difficulties for conventional leveling. The 2018 BVRF realization, in the geopotential space, still remains without interoperability between its segments. We analyze alternatives for physical connection based on the new precepts of the International Association of Geodesy (IAG) involving the geopotential space. Some proposed solutions for physical connection based on GNSS leveling associated with gravimetry are presented. These solutions were developed with the aim of evidencing the discrepancy between the two BVRF segments, now carried out in terms of geopotential numbers and normal heights. The results indicate differences ranging from about 45 cm to 140 cm between the two segments depending on the strategy employed. Comparisons with previous determinations based on indirect strategies and involving previous BVRF realizations are made.

**Keywords:** Geopotential Space; Geopotential level differences; Normal heights; Geopotential Numbers; BVRF.

**Resumo:**

Considerando os esforços no estabelecimento de Sistemas de Referência Globais vinculados ao geopotencial, buscam-se novas alternativas para abordar os problemas apresentados nas redes verticais clássicas nacionais. A Rede Vertical de Referência do Brasil (RVRB) foi materializada em dois segmentos distintos, com origens independentes (marégrafos de Imbituba e Santana), devido às dificuldades do terreno para métodos convencionais de nivelamento. A realização 2018 da RVRB, no espaço do geopotencial, ainda permanece sem interoperabilidade entre seus segmentos. Com estes antecedentes investigam-se alternativas para conexão física com base nos novos preceitos da *International Association of Geodesy* (IAG), envolvendo o espaço do geopotencial. Algumas soluções referentes à conexão física baseadas em nivelamento com GNSS associado com gravimetria são apresentadas. As soluções foram desenvolvidas buscando evidenciar a discrepância entre os dois segmentos da RVRB ora realizada em termos de números geopotenciais e altitudes normais. Os resultados apontam diferenças variando de 45 cm a 140 cm entre os dois segmentos dependendo das estratégias empregadas. São apresentadas comparações com determinações indiretas das discrepâncias, efetivadas anteriormente e relacionadas com realizações prévias da RVRB.

**Palavras-chave:** Espaço do Geopotencial; desníveis geopotenciais; Altitudes Normais; Números Geopotenciais; RVRB.

## 2.1 INTRODUCTION

Earth System change monitoring activities demand accuracy and reliability in realized spatial position referencing. The requirements for quantifying the dynamical process within the planet are strongly dependent on modeling the mass flux inside the Earth's System based on changes in its geometry, rotation and gravity field (KUTTERER, NEILAN, and BIANCO 2012). In this sense, the quality of Geodetic Reference Systems (GRS), involving positions, gravity, and geodynamical aspects, must support accuracy requirements tending to 1 ppb in the forthcoming years (PLAG et al., 2009). These aspects refer to the main present challenges in the global Geodesy.

Considering the need for an effective Earth Observing System for monitoring global changes, in 2003 the International Association of Geodesy (IAG) established the Global Geodetic Observing System (GGOS) as a central element for integrating all global geodetic infrastructure composed by systems involved at diverse levels of observation, conventions, databases, and models as well as new geodetic methods and services. GGOS Theme 1 - Global Unified Height System - was established in 2010 as a fundamental element for integrating geometry and gravity field aspects. These aspects were reinforced by United Nations General Assembly Resolution A/RES/69/266 in February 2015. This resolution established “A Global Geodetic Reference Frame for Sustainable Development”, within the “United Nations Global Geospatial Information Management (UN-GGIM)” by recognizing the coordinated approach of IAG with regard to GGOS. IAG Resolution 1/2015 defined the International Height Reference System (IHRIS) with the meaning of a global equipotential surface as a common global vertical reference with geopotential value  $W_0 = 62\,636\,853,4\text{ m}^2\text{s}^{-2}$  and the geopotential number  $C_p = W_0 - W_p$ , as the primary vertical coordinate (IAG, 2015a). IAG Resolution 2/2015 related to the “Global Absolute Gravity Reference System” (GAGRS) intended to replace the “International Gravity Standardization Net 1971 - IGSN71” (IAG, 2015b). As a consequence of this, the Global Geodetic Reference System (GGRS) and its realization (GGRF) were defined, where each point P is described by its geometric coordinate vector  $\vec{X}_p (X, Y, Z)$  referring to the space-oriented Earth involved in the realization of the International Terrestrial Reference System (ITRS), and also by the geopotential  $W_p$ , the physical height  $H(\text{CP})$ , and the gravity vector  $\vec{g}$  involved in IHRIS. GGRS thus includes the geometry, gravity field, and the Earth’s orientation in space (IAG, 2016).

Several efforts are currently underway for realizing the global IHRIS (IHRF) frame. There are still several limitations for establishing IHRF, such as heterogeneities in standards for realizing National Vertical Reference Systems (NVRS) and the lack of geodetic information with adequate metadata for supporting the solution of the Geodetic Boundary Value Problem (GBVP) independent of local reference frames and with qualification of data and elimination of outliers (SANTACRUZ and DE FREITAS, 2015). These backgrounds are fundamental for the determination of geopotential

numbers with a minimum accuracy of  $1 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$  coherent with IHRs and GGOS purposes (DREWES et al., 2016).

The coordination of activities related to the IHRs realization is done by the “IAG/GGOS WG 0.1.2 on the Strategy for the Realization of the IHRs” in which the SIRGAS Working Group III (Vertical Datum) takes part. In this context the following SIRGAS WGIII protocols are distributed to member countries:

- Strategies for the establishment of vertical networks by physical heights [ $H_p = f(C_p)$ ];
- Link of national vertical networks to the SIRGAS GNSS Continuous Stations;
- Integration of national vertical networks of members countries in the geopotential space;
- Approaches for referring the SIRGAS Vertical Frame to the  $W_0$  value of IHRs;
- Association to a specific epoch by considering the realization epoch and temporal variations in coordinates;
- Planning of activities for establishing a GGRF/IHRF station profile in the SIRGAS region.

Argentina, Brazil, and Uruguay achieved partial relevant results related to the SIRGAS WG III protocols by realizing their NVRS in the geopotential space although still linked to local Vertical Datums. However, several problems remain when IHRs standards are considered.

The Brazilian Geographic and Statistics Institute (IBGE) is working to surpass some structural problems for modernizing the Brazilian Vertical Reference Frame (BVERF). One of these problems is related to the realization of the network in two different segments. Most benchmarks are linked to the southern Brazilian Vertical Datum of the Imbituba tide gauge (BVD – I) and about five percent of stations are linked to the northern Vertical Datum of the Santana tide gauge (BVD – S). It is almost impossible to link the two segments by conventional spirit leveling because of the difficulties in surpassing the Amazon River mouth and large inaccessible portions of the Amazon Rainforest involving distances over three hundred kilometers of inaccessible wet regions.

The studies conducted described in this manuscript aim to provide solutions to several problems based on data coming from different modern geodetic techniques. A

fundamental step is to restrict data to the same Geodetic Reference System and permanent tide System. These conditions are essential in order to observe the interoperability condition. The reference frames mentioned above are followed in this work and it is in accordance with IAG recommendations for realizing IHRS and for modernizing NVRS (SÁNCHEZ et al., 2017; SÁNCHEZ and SIDERIS 2017).

IBGE's strategies and current activities in cooperation with the Federal University of Paraná (UFPR) for solving the connections between the two BVRF segments in the geopotential space and the results obtained are presented in this paper.

## 2.2 AMAZONIAN CONNECTION AREA AND DESCRIPTION OF INVOLVED DATABASE

During the course of the historical cooperation between IBGE and UFPR related to BVRF modernization (DE FREITAS, FERREIRA, and LUZ 2018), an area  $10^\circ \times 10^\circ$  was delimited in the Amazonian region involving the states of Amapá and Pará with the aim of establishing a physical connection between the two BVRF segments (Figure. 2). New strategies for leveling associated with gravimetry were considered.

In order to enable a better understanding, the data set was divided into two segments as per Figure 2 and Table 1.

TABELA 1 - DETAILS OF THE SEGMENTS

	Leveled Segment 1	Leveled Segment 2
Reference	From point A to point B	From point C to point B
Number of leveled points	23	131
Vertical Datum	Imbituba (IMBT)	Santana (SANT)
Involved Data	$(\varphi, \lambda, h, g_{obs})$	$(\varphi, \lambda, \Delta n, g_{obs})$
Source of Data	GNSS + Gravimetry	Spirit Leveling + GNSS + Gravimetry
Distance Involved	269.254 km	172.428 km

FIGURA 2 - CONNECTION AREA, EXISTING DATA AND NEW SURVEYS BETWEEN THE SEGMENTS LINKED TO BVD – I AND BVD – S (REFERRED TO THE BVRF).

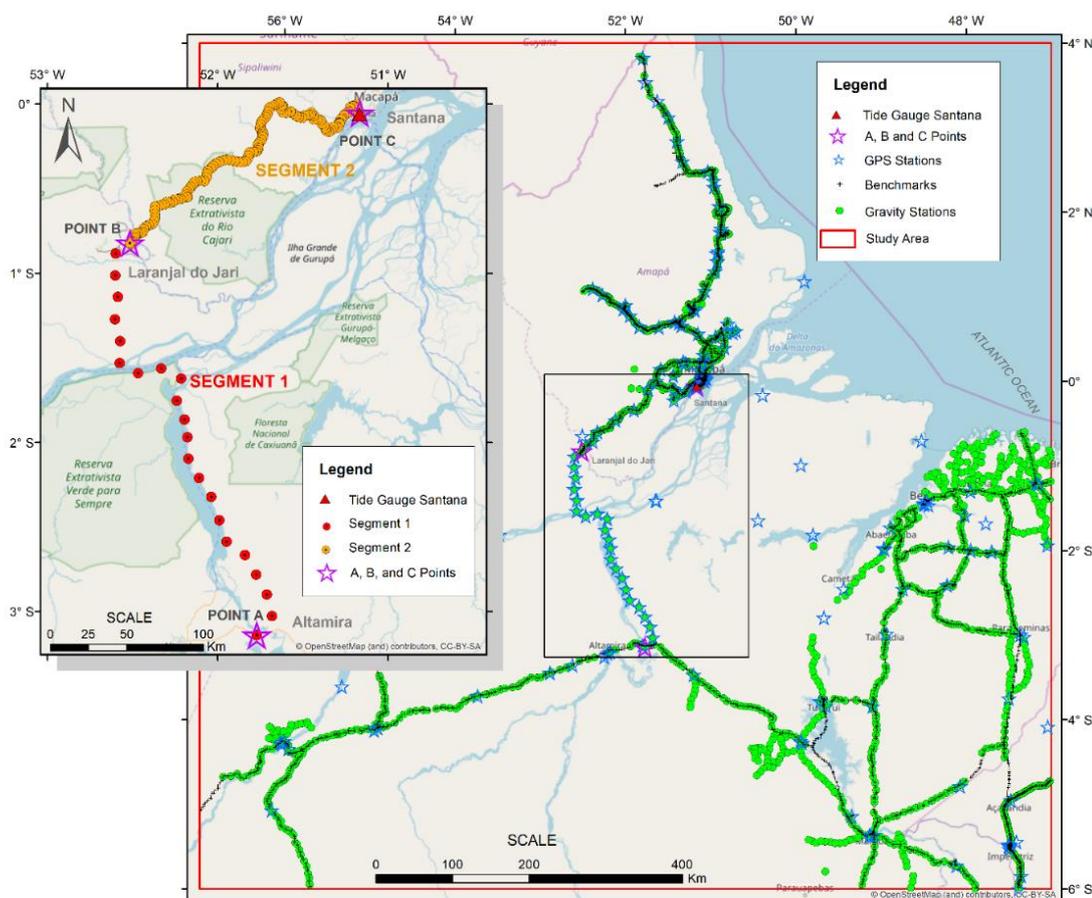


Table 2 shows specific information relating to the initial points of the leveled segments.

TABELA 2 - INFORMATION RELATING TO THE INITIAL POINTS OF THE LEVELED SEGMENTS

	Point A	Point B	Point C
Place	Altamira	Laranjal do Jari	Santana
Latitude	-3° 8' 20.3788"	-0° 49' 19.0841"	-0° 3' 16.0643"
Longitude	-51° 46' 16.8785"	-52° 30' 56.3711"	-51° 10' 2.1606"
GNSS Station #	96284	99500	99619
BM name	BM104	5006J	4027E
Gravity Station #	8123121	8122995	8078214

Figures 3 and 4 present the reference surfaces of the initial points of the leveled segments by considering the geoid height as well as height anomaly computed from

the Global Geopotential Model (GGM) XGM2016 (PAIL et al., 2016) in its maximum degree and order (d/o). We justify the use of this model because of its performance in the region, even considering its medium resolution (NICACIO, DALAZOANA and DE FREITAS, 2018).

IBGE's Geodesy Coordination carried out the surveys related to the two connection segments mentioned. In segment 1 (A – B in Fig. 2), which relates to BVD – I conventional spirit leveling is impossible. The survey of level differences in this segment was therefore carried out based on GNSS and gravimetry along a stretch of about 269 km, considering the maximum distance of 15 km between two neighboring GNSS stations because of the uneven characteristics of region involved and requirements for gravity frequency measurements at 10 km to 15 km intervals in undulating topography regions according to Ramsayer (1963) and De Freitas and Blitzkow (1999). Spirit leveling associated with gravimetry and sparse GNSS positioning was realized along about 172 km of segment 2 which is linked to the BVD - S. Besides the densification of geodetic observations in the region, this new set of information was established with the aim of improving some studies on connecting the Santana and Imbituba BVD conducted by LARAS (Laboratory of Geodetic Reference Systems and Satellite Altimetry of UFPR). These studies are described in Montecino and De Freitas (2014), Moreira and De Freitas (2016) and De Freitas et al. (2016). These previous works were based on the least square estimation of differences between modeled height anomalies, and GNSS/Lev. differences. Spectral decomposition, Global Geopotential Models (GGMs) enhancement and RTM were applied without observing true physical level differences. The results are synthesized in Table (3) which already includes corrections to previous different BVRF realizations with the aim of making them compatible with the 2018 BVRF realization.

FIGURA 3 - POINT A POSITION AND RELATED PHYSICAL AND GEOMETRIC REFERENCE SURFACES

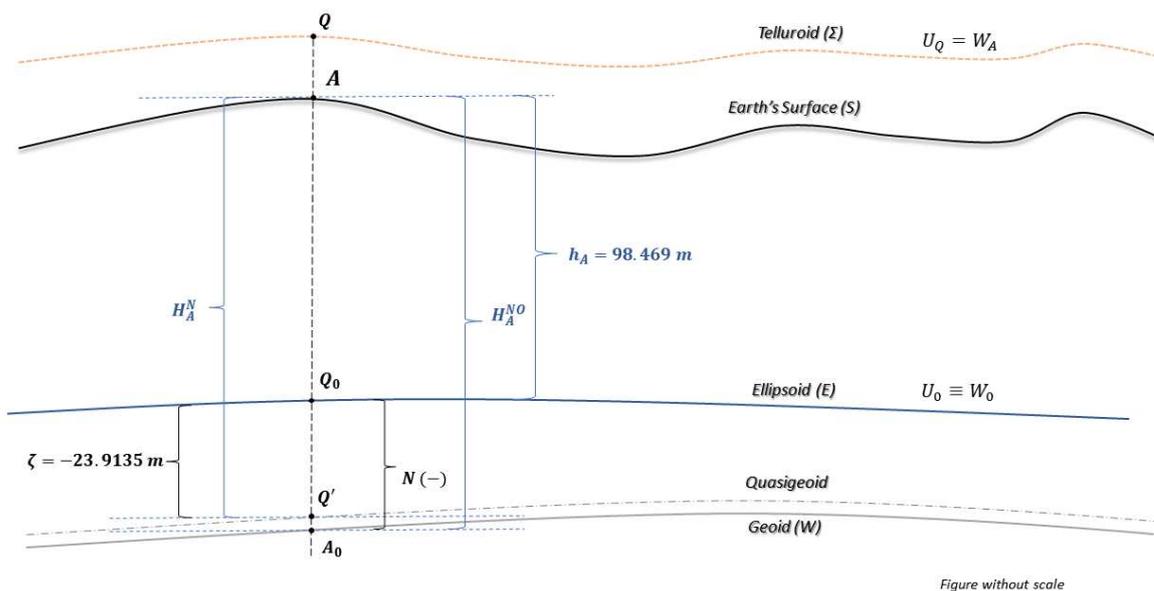


FIGURA 4 - POINT C POSITION AND RELATED PHYSICAL AND GEOMETRIC REFERENCE SURFACES

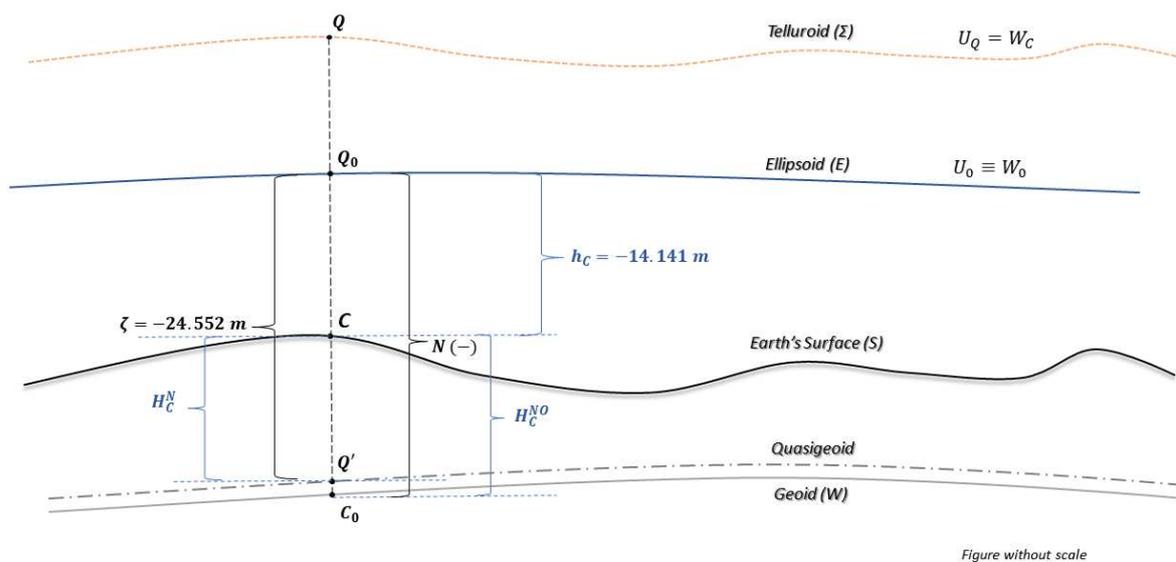


TABELA 3 - DIFFERENT COMPUTED OFFSETS BETWEEN BVD-I AND BVD-S

Previous studies: SANTANA above IMBITUBA				
Authors	Year of Study Completion	Offset (m)	BVRF Realization	Method
Montecino & De Freitas	2014	1.354( $\pm$ 0.59m) *	RAAP/AAGP(1992)	LSA+GGMs+RTM
Moreira & De Freitas	2016	1.084( $\pm$ 0.21m) **	RAAP/2011	LSA+GGM+ $\eta$
De Freitas et al.	2016	1.200( $\pm$ 0.21m) **	RAAP/2011	Mixed LSA and GGMs

\* The offset calculated by Montecino and De Freitas (2014) considering a solution involving GOCE+EGM2008+RTM is 1.420 m ( $\pm$ 0.56m). This offset shows that the Imbituba datum is located below the Santana datum. This offset value took into consideration the discrepancy of 0.15 m at point A (Fig. 1) between AAGP (*Ajustamento Altimétrico Global Preliminar* – Preliminary Global Altimetric Adjustment) and the 2011 adjustment (IBGE, 2011 p. 52), and also the difference of -0.216 m between the 2011 and 2018 adjustments (IBGE, 2018, p. 35). There is no control over the error estimation of heights related to AAGP in the region. We then propagated only the error estimation of about  $\pm$ 0.14 m around point A from the 2011 adjustment (IBGE, 2011, p. 50) and that from the 2018 adjustment ( $\pm$ 0.11 m) according to IBGE (2018, p. 34) even considering that there is a discrepancy involved between AAGP and the 2011 adjustment.

\*\* The offset calculated by Moreira and De Freitas (2016) is 1.30 m ( $\pm$ 0.11 m) and that calculated by De Freitas et al. (2016) is 1.416 m ( $\pm$ 0.12 m). These values took into consideration the difference of -0.216 m at point A between the 2011 and 2018 BVRF realizations. The error estimation of the adjusted heights in the point A region relating to 2011 and 2018 adjustments was propagated for both solutions.

### 2.2.1 Database Analysis

The data obtained for heights and gravity from the two leveled segments were pre-analyzed as to their consistency. Several actions were necessary for correcting above all changes of nomination, duplicity, and several inconsistencies related to different numerical forms for expressing the same kind of measurements (e.g. owing to lack of significative numbers). Analyses were also performed based on GGMs with the aim of detecting possible outliers because of the complex characteristics of the area involved and new techniques employed. It was also necessary to qualify previously available data in several different databases relating to different reference frames and epoch. All the data obtained were reduced to the mean permanent tide system (see e.g. TENZER et al., 2011).

With regard to segment 1, the GNSS survey results of 23 points, the associated gravity observations and the normal height of the initial point were analyzed. It must

be emphasized that initial point A is not part of the official BVRF because of the large destruction of BMs in the region. The starting point used (BM104, Table 2) is a second order point derived from the 2011 BVRF.

In segment 2 it was necessary to recover raw leveling differences referring to BVD – S and in some cases to interpolated gravity information for computing geopotential number differences with a severe discrimination of wrong information.

### 2.3 METHODOLOGY AND RESULTS

In accordance with the conventions for IHRS established in IAG Resolution 1/2015 (IAG, 2015a), the global reference zero level is that associated with the equipotential surface with the conventional value  $W_0 = 62\,636\,853,4\,m^2s^{-2}$  (SÁNCHEZ et al., 2016a). In this system, the primary vertical coordinates of a point P with geopotential  $W_P$  is the geopotential number, already referred in the Introduction, given by (more details in Hofmann-Wellenhof and Moritz 2006, p. 55):

$$C_P = W_0 - W_P \quad (1)$$

Considering a particular NVRS, the geopotential number refers to the particular equipotential surface  $W_{0_i}$  and is given by:

$$C_{P_i} = W_{0_i} - W_P = \int_{0_i}^P g dn \cong \sum g_{mj} \Delta n_j \quad (2)$$

Where the geopotential number can be computed with sufficient approximation by the sum of the products of the mean gravity  $g_m$  value in a leveling section and the observed level differences  $\Delta n$  if the leveling section is not too large (see practical conditions e.g. in DE FREITAS and BLITZKOW, 1999). Because the characteristics of the two segments of leveling used in the connection are quite different (GNSS + gravimetry in segment 1 and spirit leveling + gravimetry + sparse GNSS in segment 2) some strategies were developed for testing the approach used. In segment 1 the ellipsoidal height differences and gravity measurements were considered as the main subject while the raw spirit leveling differences associated with gravity values in each

section were the main subject in segment 2. Different solutions were employed for each segment as set out in the following section.

### 2.3.1 Strategies for computing normal heights and geopotential numbers

The leveling line of each segment started from a point where normal height was determined. At starting point A (BM104, Table 2) of leveling segment 1, a discrepancy of about -216 mm was considered between the normal heights in the 2018 BVRF adjustment and the normal-orthometric height in the 2011 adjustment. The reason is that in the region around point A the interval of the discrepancy detected by the 2018 BVRF adjustment, which was concluded by IBGE on July 30<sup>th</sup>, 2018, ranges from -215 mm to -217 mm. In leveling segment 2 we obtained the normal height at starting point C by considering (HOFMANN-WELLENHOF and MORITZ 2006, p. 326):

$$(H^N - H^{NO}) = (N - \zeta) = \frac{\Delta g_B}{\gamma_m} * H^{NO} \quad (3)$$

Where  $H^{NO}$  and  $H^N$  are respectively the normal-orthometric and the normal heights in the local system,  $(N - \zeta)$  is the difference between the geoid height and height anomaly (see Fig. 2 and Fig. 3),  $\Delta g_B$  is the Bouguer anomaly (computed using GGM XGM2016 in this case) and  $\gamma_m$  is the mean normal gravity value between the telluroid and reference ellipsoid (see Fig. 2 and Fig. 3). In either case (local or global system) normal height is related to the referred mean normal gravity value and the geopotential number according to this equation:

$$H_P^N = \frac{C_P}{\gamma_{m_P}} \quad (4)$$

If the normal height of the initial point  $H_i^N$  is known, then it is possible to obtain the normal heights (and geopotential numbers) along the leveling line if the normal height differences  $\delta H^N$  between neighboring points are known. Provisional values are obtained as follows:

$$H_{2_i}^N = H_{1_i}^N + \delta H_{(1-2)_i} \quad (5)$$

Where  $\delta H_{(1-2)_i}$  is the observed level difference. It is possible to obtain corrected values for normal height if corrected normal height differences  $\delta H_c^N$  are known using an iterative approach by applying the following equation, for example:

$$\delta H_{(1-2)_c}^N = \frac{g_{m(1-2)} * \delta H_{(1-2)_i}}{\gamma_{m_2}} \quad (6)$$

Where the iteration is realized by recomputing the mean normal gravity value and the corrected normal height coming from the corrected normal height difference until there is stabilization in an iterative process, remembering that the mean normal gravity  $\gamma_m$  value between the ellipsoid and the telluroid can be computed by using a simple or a rigorous method.

By using a simple approximation, which is useful for many cases, such as in uneven regions, the simple method is:

$$\gamma_m = (2 * \gamma_{level\ ellipsoid} - 0,3086 * H_i^N) / 2 \quad (7)$$

Or by using a rigorous method such as the one used in this study (GEMAEL, 1999):

$$\gamma_m = \gamma_{level\ ellipsoid} \left[ 1 - (1 + f + m - 2f \sin^2 \varphi) \frac{H_i^N}{a} + \frac{H_i^{N^2}}{a^2} \right] \quad (8)$$

Considering that  $f, m, a$  are constant parameters of the level ellipsoid associated with the GRS under consideration (see numerical values for GRS80 in HOFMANN-WELLENHOF and MORITZ 2006, p. 86).

The determination of  $\gamma_{level\ ellipsoid}$  can be done by applying the Clairaut theorem or the Somigliana formula. Both are functions of geodetic latitude and are based on geometric and physical parameters of the level ellipsoid (see, e.g. HOFMANN-WELLENHOF and MORITZ, 2006, p. 71-72 and 86).

The corrected normal height  $H_c^N$  for each point in the segment is obtained after the convergence of the iterative process (usually two or three loops are sufficient).

$$H_{2_c}^N = H_{1_c}^N + \delta H_{(1-2)_c} \quad (9)$$

The determination of normal heights and geopotential numbers can be based on rigorous Normal Correction (*NC*) to be applied on the observed level difference between two adjacent points in each leveled segment in substitution of Eq. 6 in the following form (HOFMANN-WELLENHOF and MORITZ, 2006, p. 168):

$$NC_{(1-2)} = \sum_1^2 \frac{g-\gamma_0}{\gamma_0} \delta n + \frac{\gamma_{m_1}-\gamma_0}{\gamma_0} H_1^N - \frac{\gamma_{m_2}-\gamma_0}{\gamma_0} H_2^N \quad (10)$$

Its solution considers  $\gamma_0 = \gamma_{45^\circ} = 9.806199203 \text{ ms}^{-2}$  to be the normal gravity value for latitude  $45^\circ$ ,  $\gamma_m$  obtained by the previously mentioned iterative process and  $H_i^N$  of each point. Then  $H_c^N$  is obtained by considering e.g. between two points (1 and 2) the addition of  $NC_{(1-2)}$  to the observed level difference value  $\Delta n_{(1-2)}$ . This approach results in:

$$\Delta H_{(1-2)c}^N = H_{2c}^N - H_{1c}^N = \Delta n_{(1-2)} + NC_{(1-2)} \quad (11)$$

### 2.3.2 Proposed Solutions

**Solution 1:** This solution took into consideration gravity correction on the observed level differences in both leveling segments according to Eq. (6). Even considering that point A is not directly part of BVRF, it was considered that around point A the mean systematic difference previously referred to is observed:

$$H_{2018}^N - H_{2011}^{NO} \cong -216 \text{ mm} \quad (12)$$

It must be emphasized that the condition expressed in Eq. (12) was applied in all subsequent solutions.

**Solution 2:** Heights and geopotential numbers by considering the rigorous *NC* (Eq. 10) and initial conditions expressed in **Solution 1**.

**Observation:** It must be noted that GNSS leveling involves open questions when applied to determine level differences with physical significance. The physical significance is obtained by considering the correction coming from the deflection of the vertical in a direct form on the GNSS + gravimetry level differences or in an indirect form by using height anomaly differences derived from high-resolution GGMs, in a relative form, as explored below. This approach can be useful for improving the

connection computation based on GNSS leveling differences for obtaining normal height differences or geopotential number differences even in the local BVRF. This must be considered because the critical distances involved in the GNSS + gravimetry leveling when comparing the usual sections of spirit leveling and the possibility of existing strong local physical effects coming from local crustal density anomalies.

**Solution 3:** Determination of normal heights in leveling segment 2 only based on GNSS leveling associated with gravimetry and rigorous *NC*. In leveling segment 1 we take the same value for **Solution 2**. The aim of this approach was to test the GNSS leveling procedure in heterogeneous conditions, involving level differences over heterogeneous distances ranging from 0.12km to 33km. This aspect must be explored in a future more rigorous investigation.

**Solution 4:** As per the observation made in **Solution 2** and because of the lack of external control over previous solutions based on GNSS + gravimetry leveling, we introduced height resolution enhanced GGM as part of the solution. The basic selected functional was the differences of height anomaly in each GNSS leveled section by high resolution enhanced GGM GECO 2015 with harmonic development up until degree and order 2190 (GILARDONI, REGUZZONI and SAMPIETRO, 2016). It must be stated that according to these authors this model involves an optimal least-squares combination between the EGM2008 (PAVLIS et al., 2012) and GOCE spherical harmonic coefficients. Comparisons with other recent combined models, such as EIGEN-6C4 (FÖRSTE et al., 2014), and a local geoid/quasigeoid based on new gravity datasets show that the proposed combination, weighting the different input contributions not only on a global basis but also according to some local error information, can perform even better than other more sophisticated combinations in areas where the input global error description is not reliable enough. Solution 4 is more performant than the solution given by De Freitas et al. (2016) because the referred local error was not used in the enhancement of combined model in that solution as described in Ferreira, De Freitas and Heck (2015).

It is possible to observe in Fig. 5 (a, b, c and d) that in the region involved there are severe changes in the height anomaly. Note that all the considered models repeat similar behavior and patterns related to a strong variation of height anomaly in the region of leveling segment 1. It must be emphasized that the model satellite only based GOCO 05s (MAYER-GÜRR, 2015) is independent of some local reference frames and

observations. Thus, the strong variation mentioned is real and reflects even on the satellite orbit of GOCE. This fact is not associated with observation errors. This anomaly evidently affects GNSS + gravimetry leveling. We, therefore, introduced such variations as an indirect way for considering the discrepancies between the level ellipsoid and the geoid/quasigeoid.

**Solution 5:** Same as **Solution 4** but considering GGM XGM2016, with harmonic expansion up until degree and order 719. This model was adopted following suggestions by Nicacio, Dalazoana and De Freitas (2018) relating to the relative good behavior of this model in the region and the new approach used for its computation by considering its regional error behavior and data availability.

Each solution presented had the purpose of testing techniques for determining physical heights and geopotential numbers based on independent GBVP solution approaches. Table 4 presents the computed discrepancies for  $H_B^N$  and  $C_B$  for solutions coming from each leveling segment respectively linked to BVD – I (adopting different solutions at point A) and BVD – S (adopting point C as the origin).

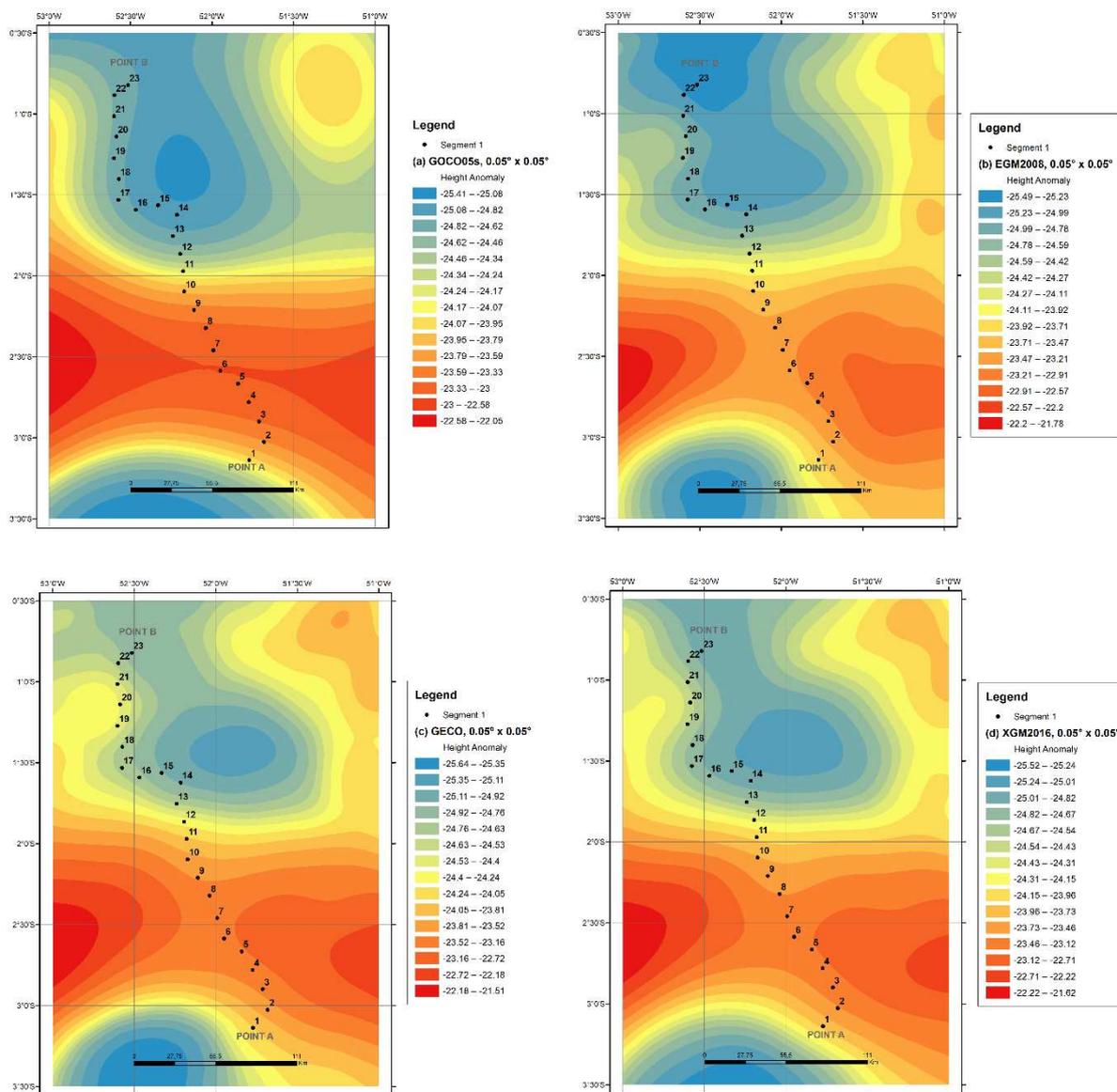
TABELA 4 - NORMAL HEIGHTS AND GEOPOTENTIAL NUMBERS OF POINT B USING DIFFERENT SOLUTIONS

Solution #	Normal Height (m)			Geopotential Number (m <sup>2</sup> s <sup>-2</sup> )		
	Segment 1	Segment 2	Discrepancy	Segment 1	Segment 2	Discrepancy
1	52.3402	51.8889	0.4512 *	511.9046	507.4915232	4.4131
2	52.3476	51.8936	0.4540*	511.9773	507.5371347	4.4401
3	52.3476	51.5543	0.7933*	511.9773	507.218282	7.7590
4	53.1311	51.8936	1.2374**	519.6400	507.5371347	12.1028
5	53.3131	51.8936	1.4195**	521.4203	507.5371347	13.8831

\*In these solutions, we can consider only error estimation of about  $\pm 0.11$  m at the initial point A related to the 2018 BVRF adjustment. Error propagation along segment 1 between points A and B as well as along segment 2 between points C and B cannot be controlled (open leveling lines). Each leveled point in segment 1 has an implicit error coming from the GNSS ellipsoidal height determination of about  $\pm 0.05$  m. There is no possibility of control in segment 2 between points B and C.

\*\* In these solutions there is the possibility of R.M.S estimation only based on the GGM used local determination of commission errors exists. Unfortunately, there are only estimates of such errors based on other GGMs.

FIGURA 5 - HEIGHT ANOMALY MAPS DERIVED FROM (A) SATELLITE ONLY GGM GOCO 05S; (B) EGM2008 HIGH RESOLUTION COMBINED GGM; (C) ENHANCED GECO GGM; (D) NEXT GENERATION COMBINED PROVISORY XGM2016 GGM

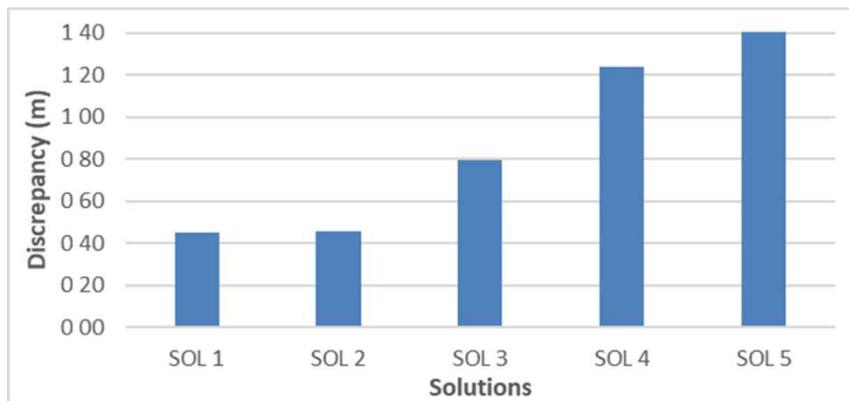


The five solutions explained are linked to level differences based on GNSS ellipsoidal heights associated with gravimetry considering the BVRF 2018 realization. GNSS leveling associated with gravimetry is the only current possibility in solving the physical connection in segment 1. We can note that among the solutions developed, **Solution 4** has more agreement with previous solutions summarized in section 2 (see Table 3). We emphasize that this solution is based on GNSS observed level

differences in segment 1 corrected by the difference of computed height anomalies from local observations and those modeled by GGM GECO.

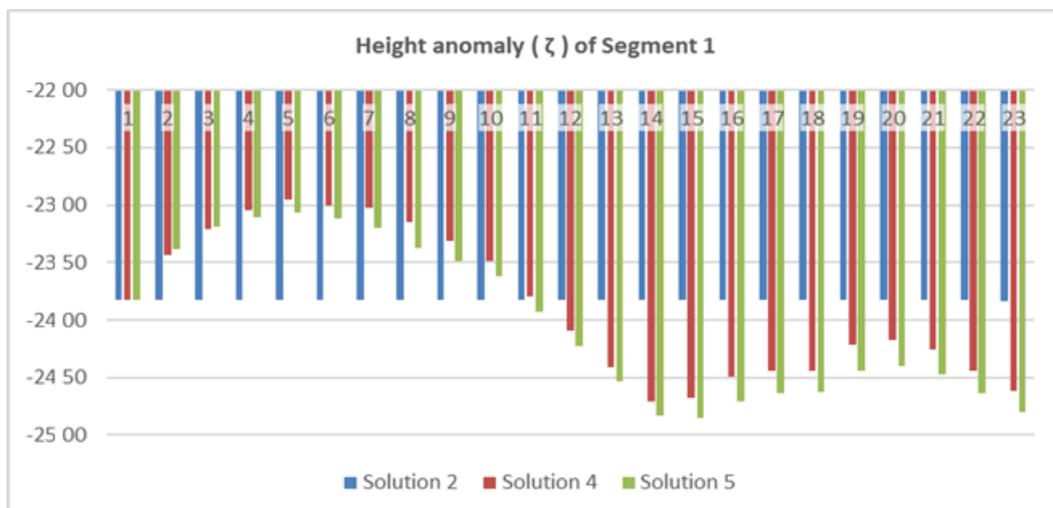
Figure 6 shows the normal height discrepancy (between segment 1 related to BVD – I and segment 2, associated with BVD – S) at point B of all solutions performed in this research, which varies between 0.4512 m and 1.4195 m.

FIGURA 6 - NORMAL HEIGHT DISCREPANCIES AT POINT B



With the aim of checking the consistency of solutions based on GNSS leveling and gravimetry, the recomputed height anomalies were considered in view of the corrections to the GNSS level differences. Fig. 7 shows the height anomalies for Solution 2 (almost constant on the Fig. 7 scale) and Solutions 4 and 5 by considering the physical variations coming from regional existing crustal heterogeneities as shown in Fig. 4 by different GGMs.

FIGURA 7 - HEIGHT ANOMALIES IN SOLUTIONS 2, 4 AND 5 (m)



## 2.4 REMARKS, CONCLUSIONS AND OUTLOOK

Five solutions for establishing the first leveling connection, with physical significance, point to point, between the two parts of BVERF were tested. Two leveling lines were made in the connection region (point A to point B, and point C to point B, as per Fig. 2). Segment A to B is about 270 km long and GNSS associated with gravimetry was performed because of the land characteristics in the region. The other segment is about 170 km long and spirit leveling line associated with gravity was used. The solutions were compared with previous connection attempts based on indirect regional approaches in the geopotential space.

The previous indirect solutions in regional approaches have different characteristics to the new proposed point to point leveling solutions.

The previous solutions involved different realizations of BVERF, distributed GNSS/Lev points with irregular distribution and little information on the BVD Santana side. An allowance was made for some error estimates based on a least square adjustment without, however, considering the possible error sources in the spirit leveling, GNSS observations and commission and omission errors in the GGMs and DEMs used.

The five solutions proposed here depend strongly on point-based observations, mainly at points A, B, and C. It must be emphasized that GNSS leveling aiming level differences with physical meaning is still an open subject of investigation. It was evidenced that solutions 1, 2 and 3, based on conventional gravity and normal corrections to level differences by GNSS did not appear to address strong lateral heterogeneities in the Earth's gravity field along the leveling lines evidenced in Fig. 5. Solutions 1 and 2 must be tested for short baseline among leveling stations. This is a fundamental step to be accomplished for understanding the viability of GNSS leveling associated only with local gravity corrections.

Solutions 4 and 5 integrate in a relative way the regional characteristics of crust based on two GGMs. Solution 4 is based on the high-resolution GECO enhanced model and Solution 5 is based on medium resolution GGM XGM2016, a previous test-model of the future EGM2020. Both enhanced models involve an optimum combination of harmonic coefficients of existing GGMs and the weighting of local errors for reducing local commission errors. This represents the cutting edge of development for

generating a new generation of GGMs. Given the characteristics of the GECO model and comparisons with other recent models referred to, we consider Solution 4 to be the most controlled one.

It must be emphasized that Solution 4 shows good agreement with the previous solutions presented in Table 3. We emphasize the previous solution developed by De Freitas et al. (2016) in the determination of the offset between the two parts of BVRF, respectively 1.237 m (Solution 4, Table 4) and 1.200 m (Table 3). However, there is no clear possibility for quality control of these because they are based on open leveling lines.

A real possibility for establishing control on the connecting leveling lines is to determine geopotential numbers (or height anomalies) related to IHRS/IHRF and to check their discrepancies related to the height anomalies computed in the five solutions proposed. This approach assumes the resolution of the GBVP based on Molodensky gravity anomalies (also known as free-air surface gravity anomalies) or based on surface gravity disturbances. A minimum control could be established by resolving GBVP at least at points A, B, and C.

## **ACKNOWLEDGEMENT**

Author Andrea Santacruz thanks the National Secretary of Higher Education, Science, Technology, and Innovation (SENESCYT) - Ecuador for the scholarship received; author Silvio de Freitas thanks the Brazilian National Council for Scientific and Technological Development (CNPq - Grant process N. 306936/2015-1). The authors thank the following institutions for their fundamental support: Brazilian Geography and Statistics Institute (IBGE) for providing the data necessary for this research, and special mention to Dra. Sonia Costa Alves IBGE Geodesy Coordinator by the support, Federal University of Paraná (UFPR), Curitiba - Brazil and Prof. Vagner Ferreira of Hohai University (HU), Nanjing - China.

## 2.5 APÊNDICE AO ARTIGO COM ATUALIZAÇÃO DE ANÁLISE

Na subseção 2.3.2, foram propostas 5 soluções para a conexão dos dois segmentos da RVRB com base em duas linhas de nivelamento abertas na região amazônica. Em uma visão inicial optou-se pelas soluções 4 e 5, onde MGGs foram utilizados, de forma relativa, como estimadores das variações das anomalias de altitude em cada seção nivelada. Neste contexto, foram considerados dois MGGs com resoluções espaciais distintas: O GECO, com grau e ordem de desenvolvimento de 2190, utilizado na solução 4; o XGM2016, com grau e ordem de desenvolvimento de 719, utilizado na solução 5. Tais modelos pertencem a uma geração mais atual de MGGs onde são introduzidas ponderações regionais para os ajustes de quadratura dos coeficientes harmônicos, em vista de possíveis fontes de erros de comissão introduzidos por bases de dados locais heterogêneas. Tais aspectos não eram contemplados, por exemplo, nos modelos amplamente difundidos EGM2008 e EIGEN-6C4. No artigo inclinou-se pela solução 4, conforme apresentado na TABELA 4, uma vez que envolvia o GECO com maior resolução espectral. No entanto, uma série de estudos subsequentes, principalmente aqueles desenvolvidos por Nicácio, Dalazoana, De Freitas (2018), demonstraram que o XGM2016 exibia uma boa aderência na região amazônica, em função da incorporação de observações mais recentes e melhor tratamento dos SGRs envolvidos em diversas bases de dados inseridas no seu desenvolvimento. Recentemente, foi disponibilizado o XGM2019 (ZINGERLE et al, 2019) que envolve um aprimoramento do XGM2016 em termos de resolução espectral (ver mais do XGM2019 na Seção 4.1.4.3 conforme apresentação dos autores e também discussões de adequação deste MGG à base de observações aerogravimétricas empregada nesta pesquisa, conforme TABELA 15 na Seção 5.3.3).

No contexto da RVRB, um passo bastante importante foi dado com a proposição de fatores de conversão entre altitudes normais da RVRB e altitudes elipsoidais em SIRGAS2000, obtidas com GNSS. O IBGE promoveu em 10 e 11 de novembro de 2020, o evento de consulta direcionado a um grupo de 22 representantes da comunidade científica nacional e de grandes usuários da RVRB, muitos dos quais efetivaram apresentações de suas análises sobre material previamente disponibilizado pelo IBGE. O evento abordou o denominado hgeoHNOR “Modelo de conversão de altitudes geométricas (GNSS) em altitudes normais (SGB)” que gera

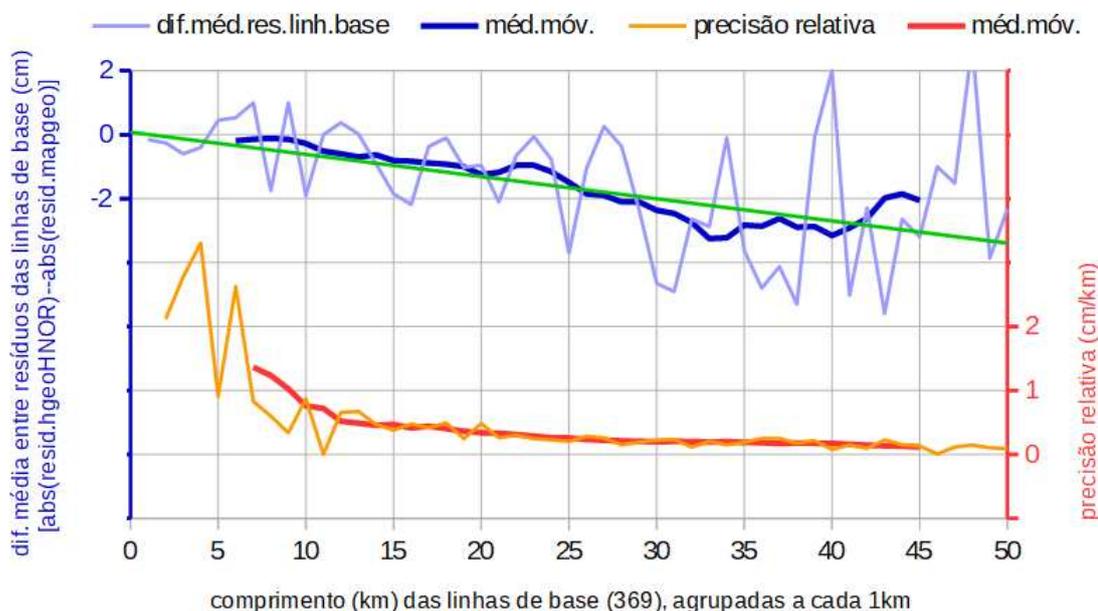
fatores de conversão, com base em CMQ, a partir de dados de altimetria, gravimetria e observações GNSS para grande parte do território brasileiro, excetuando a porção mais a oeste da Amazônia. Estes fatores podem ser obtidos para os dois segmentos da RVRB vinculados respectivamente ao DVB-I e DVB-S. Os resultados ainda não são públicos. No entanto, cabe esta inserção pois o grupo do LARAS/UFPR efetivou um confronto dos fatores de conversão gerados pelo hgeoHNOR em 3600 pontos na região de conexão envolvida nesta Tese, com as anomalias de altitude nos mesmos pontos produzidas no SGR1980 e SMP *Mean Tide*, já incluso termo de grau zero, para os mesmos 3600 pontos com base no XGM2019 (DALAZOANA e DE FREITAS, 2020). Nesta análise obteve-se como discrepância máxima 0,088 m, discrepância mínima -0,323 m, discrepância média de - 0,099m e RMS de 0,066m. Este fato é, no entender da autora desta Tese, outro fator que reforça a viabilidade do uso do MGG XGM2019 nos estudos de conexão dos dois segmentos da RVRB, agora também suportada pelos novos aspectos introduzidos pelo hgeoHNOR.

É importante destacar que a consistência interna do hgeoHNOR podem ser evidenciadas com base em análises relativas efetivadas pelo IBGE. Estas análises foram realizadas mediante consulta do LARAS/UFPR em meados de dezembro de 2020, e serão incorporadas à documentação do hgeoHNOR, em fase de publicação pelo IBGE, conforme comunicação pessoal recebida (IBGE, 2021). Na sequência são apresentadas duas figuras sintetizando a avaliação relativa efetivada pelo IBGE:

Na FIGURA 8, é apresentada a análise de precisão relativa dos fatores de conversão determinados com o hgeoHNOR sobre 369 linhas de base, com comprimentos variando de 1 a 50 km na região do DVB-S. São utilizados valores de referência da estrutura geodésica disponível na região. Na Figura, evidencia-se que sobre distâncias na ordem de 50 km a precisão relativa do hgeoHNOR atinge ao valor aparentemente assintótico de cerca de 0,1 cm/km. Este valor pode ser classificado como excelente.

Outra análise importante introduzida na FIGURA 8, é a da aderência com o MAPGEO2015. Nesta representação pode ser constatada uma tendência de afastamento progressiva das diferenças médias entre valores absolutos dos resíduos das linhas de base abordadas com o hgeoHNOR e as do MAPGEO2015, quando considerado o aumento do comprimento das linhas de base, atingindo cerca de -3 cm em 50 km.

FIGURA 8 - ANÁLISES DAS PRECISÕES RELATIVAS DO HGEOHNOR PARA O SEGMENTO DA RVRB VINCULADA AO DVB-S.



Fonte: IBGE (2021).

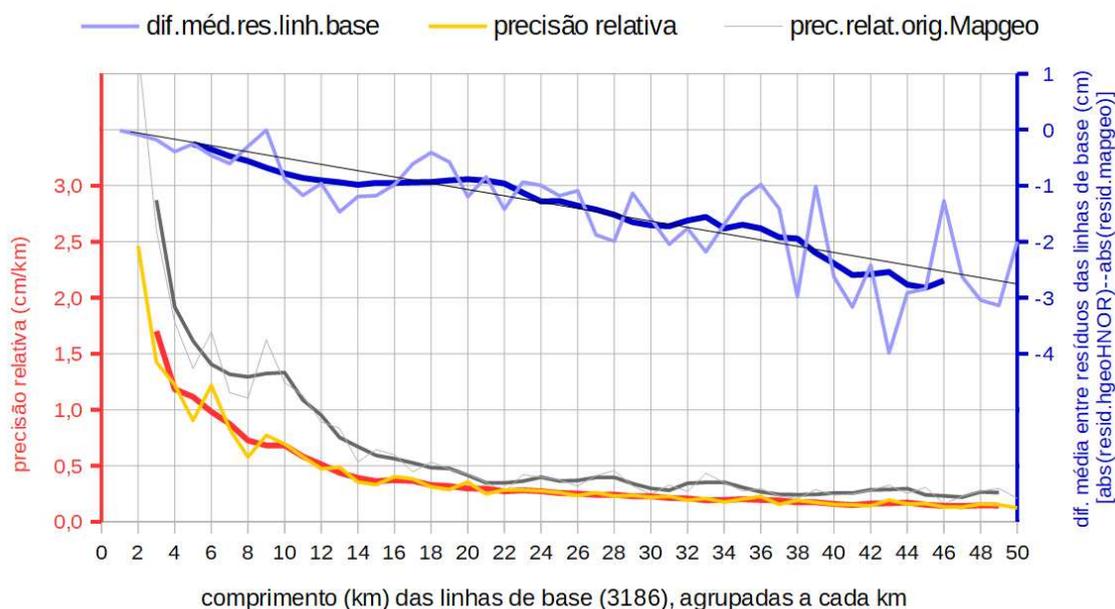
Na FIGURA 9, envolvendo 3186 linhas de base em ambos os segmentos a serem integrados (DVB-I e DVB-S), no intervalo de 1 a 50 km, efetivam-se análises similares às precedentes. Assim, evidencia-se uma precisão relativa com valor assintótico de cerca de 0,2 cm/km para linhas base com cerca de 50 km de comprimento, o qual também pode ser considerado excelente. Cabe ser destacado que o segmento vinculado ao DVB-I, tem aspectos de sua realização bastante diversos daquele do segmento ligado ao DVB-S, quando se confrontam seus períodos de realização. O segmento vinculado ao DVB-I, tem linhas que remontam à década de 1970 e outras muito mais recentes implicando em possíveis variações temporais significativas.

A análise de aderência com o MAPGEO2015 evidencia também uma tendência de afastamento progressiva das diferenças médias entre valores absolutos dos resíduos das linhas de base abordadas com o hgeoHNOR e as do MAPGEO2015, neste caso atingindo também cerca de -3 cm em 50 km.

Destaque-se o comportamento assintótico dos erros relativos do hgeoHNOR para linhas de base já a partir de 30 km, estabilizando em ambos os casos abaixo de 0,2cm por km, fato que pode ser percebido nas figuras precedentes. Isto mostra que

existe uma influência pequena das regiões mais distantes sobre os erros relativos nas linhas de base. Este aspecto introduz fundamento importante para as discussões relativas a raios de integração a serem empregados nas soluções do PVCG, conforme abordado em seções posteriores nesta Tese. Foram adotados raios máximos de integração de 50 km, em vista da disponibilidade de dados (Ver considerações na Seção 4.3.2).

FIGURA 9 - ANÁLISES DAS PRECISÕES RELATIVAS DO HGEOHNOR PARA O SEGMENTO DA RVRB VINCULADAS AOS DVB-I E DVB-S.



Fonte: IBGE (2021).

Com esses aspectos complementares introduzidos, justifica-se a análise adicional com base no MGG XGM2019 apresentada na sequência relativamente à conexão de ambos os segmentos com base nas duas linhas de nivelamento abordadas nas seções precedentes neste Capítulo. Assim é que na sequência insere-se a TABELA 5, em complemento à TABELA 4, com altitudes normais e desníveis geopotenciais obtidos com apoio do XGM2019. Deve-se considerar que esta nova solução foi realizada com base no novo valor de altitude elipsoidal do Ponto A (98,439 m), como é apresentada no Banco de dados do IBGE (2019). Foi considerado também o valor de -23,809 m, determinado mediante o hgeoHNOR (DALAZOANA e DE FREITAS, 2020).

A FIGURA 10 apresenta os valores de anomalia de altitude determinados do MGG XGM2019 para a área do segmento 1, a qual pode ser comparada com a Figura 5 que contém valores de anomalia de altitude de outros MGGs.

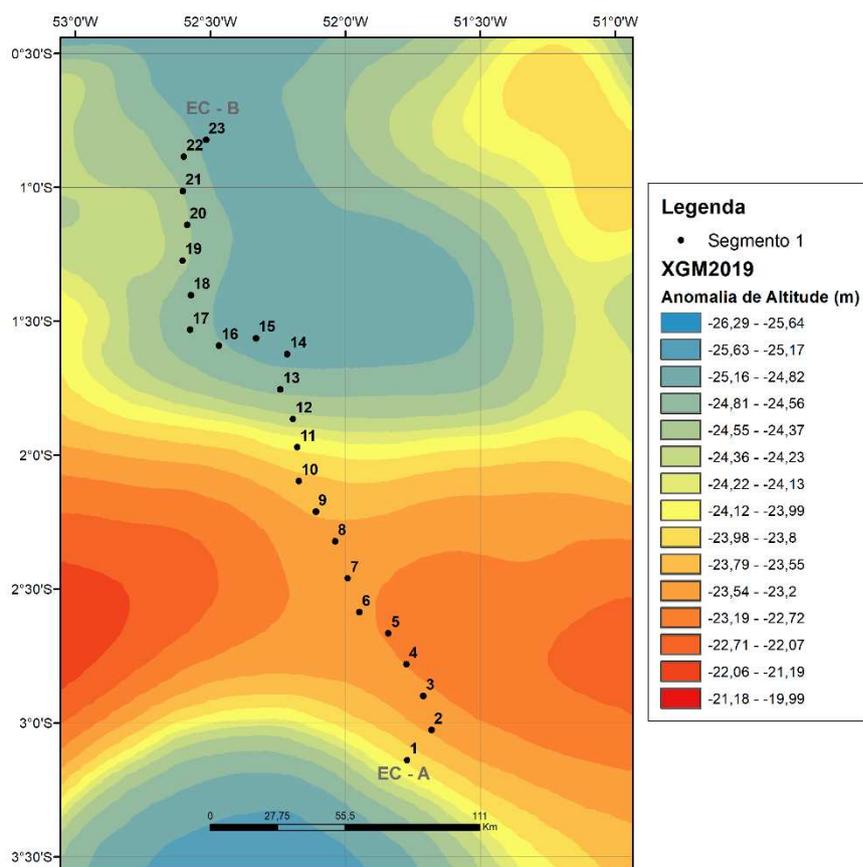
TABELA 5 - ALTITUDES NORMAIS E NÚMEROS GEOPOTENCIAIS DO PONTO B USANDO A SOLUÇÃO RELATIVA COM BASE NO XGM2019

Solução #	Altitude Normal (m)			Número Geopotencial ( $m^2s^{-2}$ )		
	Segmento 1	Segmento 2	Discrepância	Segmento 1	Segmento 2	Discrepância
6	53,3325	51,8936	1,4389	521,6099	507,5371	14,0727

FONTE: A autora (2021).

NOTA: As mesmas ponderações a respeito da estimativa de erros inseridas na TABELA 4 são também aqui válidas pois referem-se a ramais abertos e erros de comissão não explicitados.

FIGURA 10 - ANOMALIA DE ALTITUDE ORIUNDA DO MGG XGM2019



Fonte: A autora (2021).

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

#### 3.1 A GEODESIA MODERNA E SEU PAPEL NOS SISTEMAS DE OBSERVAÇÃO TERRESTRE

Com a tecnologia atual é possível avaliar com acurácia a dinâmica existente no Sistema Terra através de seu monitoramento geodésico. Para isto, são necessárias informações de alta qualidade e confiabilidade. Como foi descrito na Seção 2.1, o GGOS é uma estrutura que abrange dados geodésicos com a precisão necessária para a determinação, quantificação e monitoramento das mudanças do sistema terrestre em função do tempo e do espaço (GGOS, 2019a). Os dados que integram o GGOS devem ser globais, interoperáveis e de acesso a todos os países envolvidos, e para manter esse sistema é necessário aprimorar vários projetos já estabelecidos.

Em 2016, foi apresentado um plano/roteiro (*Road Map*) com a finalidade de primeiramente, implementar o GGRS, o qual é um sistema de referência geodésico global que permita a medição e monitoramento simultâneos, consistentes e precisos da geometria da Terra, do campo de gravidade terrestre e da orientação da Terra no espaço exterior (SÁNCHEZ e BARZAGHI, 2020). Assim mesmo, desenvolver um GGRF preciso, acessível e sustentável para apoiar a sociedade e a ciência. (UNGGRF, 2015; UNGGRF, 2016; UNGGRF, 2017).

Em 2017 adotou-se a decisão 7/103 para a criação de um Subcomitê em Geodesia (SCoG) dentro do UN-GGIM o qual tem como um de seus objetivos, implementar o plano desenvolvido no nível mundial em cooperação com a IAG e a *International Federation of Surveyors* (FIG), mais informação sob UN-GGIM SCoG, ver: UN-GGIM *Subcommittee on Geodesy* (UNGGRF, 2021). Em 2018, o SCoG apresentou o plano de implementação do *Road Map*. Com isto, observou-se o trabalho inicial e o progresso por parte dos Estados Membros do GGRF para continuar com o compromisso de melhorar o GGRF. Em 2019, o UN-GGIM solicitou ao Subcomitê que estabelecesse um centro de excelência geodésico global (*Global Geodetic Centre of Excellence* - GGCE) em mútua cooperação, para poder cumprir com os objetivos de curto, médio e longo prazo, sem duplicar esforços (UN-GGIM, 2020; IAG, 2020). Atualmente, o GGRF é o tema número 6 na agenda do UN-GGIM.

O SCoG procura a sustentabilidade e qualidade da infraestrutura, priorizando (UN, 2020):

- Infraestrutura geodésica com o GGOS e a IAG;
- Políticas, Padrões e Convenções para compartilhamento de dados;
- Educação, Treinamento e Capacitação;
- Comunicação e Divulgação para a sociedade;
- Governança, incluída a colaboração e a coordenação.

### 3.1.1 *International Height Reference System/Frame* (IHRS/IHRF) e suas atividades

O IHRS é definido como um sistema de referência no espaço do geopotencial em co-rotação com a Terra em seu movimento diurno no espaço (IHDE et al., 2015). Sob esta definição, considera-se que as coordenadas dos pontos ligados à superfície sólida da Terra são dadas por (IHDE et al., 2017):

- **Componente geométrica:** Coordenadas cartesianas geocêntricas  $X$  e com suas alterações com o tempo  $dX/dt$ , referidas ao ITRS (considera-se altitudes elipsoidais para fins práticos);
- **Componente física:** Valores do geopotencial  $W(X)$  com suas respectivas mudanças em função do tempo  $dW(X)/dt$ , definidos no campo de gravidade da Terra. Para este caso se pode trabalhar com números geopotenciais.

Parte das convenções do IHRS foram apresentadas na Seção de Introdução do Capítulo 2 do presente trabalho (para mais informação ver: IHDE et al., 2015; DREWES et al., 2016; IHDE et al., 2017). Devido à importância de unificar os sistemas de referência verticais em nível mundial, tema relevante para GGOS, foi necessário estabelecer alguns objetivos para o Sistema Unificado de Altitudes (*Unified Height System*, GGOS-FA-UHS) em função da definição e a materialização de um sistema de referência vertical global (SÁNCHEZ e BARZAGHI, 2020; GGOS, 2021):

- Unificar todos os sistemas verticais existentes, através da referência das diferenças do geopotencial em relação a uma mesma superfície equipotencial  $W_0$ ;

- Compilar padrões, convenções e diretrizes detalhadas para tornar aplicável a Resolução atual, neste caso seria a Resolução N°3 da IAG 2019 (IAG, 2019a), definição e realização de um sistema físico de altitudes global;
- Estabelecimento do IHRF como a realização do IHRS;
- Avaliar a precisão alcançável nas condições atuais (disponibilidade de dados, métodos de cálculo etc.);
- Identificar as ações-chave para melhorar a determinação das coordenadas IHRF;
- Manter e utilizar na prática o sistema de altitude mundial para ser aplicado em: mudanças temporais, atualização de definição e realização de acordo com novos desenvolvimentos geodésicos, aplicações multifinalitárias onde se tem necessidade de datas verticais em outras geociências.

Algumas das atividades 2019 - 2023 planejadas para o GGOS-FA-UHS segundo Sánchez e Barzaghi (2020) são:

- Elaborar um documento de normas e convenções para o IHRS, baseado nos resultados do experimento Colorado que começou na Assembleia Científica da IAG/IASPEI em 2017;
- Criação de vários grupos de trabalho para promover o estudo da qualidade na determinação de valores potenciais, determinação de mudanças potenciais com o tempo e realização do IHRS em áreas marinhas;
- Desenvolver uma infraestrutura operacional no *International Gravity Field Service* (IGFS) para garantir a manutenção e disponibilidade do IHRF a longo prazo (BARZAGHI, GAETANI e BETTI, 2020).

#### 3.1.1.1 *Convenções para o IHRF*

Uma vez definido o IHRS, sua materialização mediante o IHRF, dependerá da vinculação das coordenadas verticais (números geopotenciais) com a geometria terrestre. Para isso é necessário contar com uma rede global de estações, Modelos Geodésicos Globais e parâmetros do IHRF (IHDE et al., 2017).

Segundo Ihde et al. (2017), a proposta resumida dos elementos que compõem o IHRF são:

- O valor  $W_0$  deve ser determinado mediante as melhores estimativas, isto deve ser documentado para assegurar sua reprodução se acontecer alguma mudança;
- Considera-se um elemento principal o uso de MGGs com dados oriundos só de satélite para uma aproximação homogênea vinculada aos longos e médios comprimentos de onda do potencial de gravidade da Terra, o qual deve ser completado com dados gravimétricos. O uso de MGGs com maior resolução espectral é recomendada em regiões com pouca informação ou pouco estudadas;
- Determinar a diferença entre o geopotencial convencional  $W_0$  no DV e o geopotencial em  $W_p$  (sendo  $-\Delta W_p = C_p = W_0 - W_p$ ) mediante transporte ao longo de uma rede vertical associada com gravimetria, com acurácias suficientes para a resolução pretendida ou a partir da solução do PVCG conforme será discutido na sequência (SÁNCHEZ et al., 2016a);
- A rede IHRF deve seguir a mesma hierarquia que o ITRF. Isto quer dizer que deve ser uma rede global com densificações regionais/nacionais. O IHRF deve ser estabelecido mediante: marégrafos (Data Verticais Locais – DVLs), pontos nodais principais das redes de nivelamento, pontos de fronteira que ligam zonas de dados verticais vizinhos, estações de referência geométricas (ITRF e densificações), observatórios geodésicos fundamentais com conexão entre  $W_0$ , TAI (Tempo Atômico Internacional) e gravidade absoluta.

As condições desejáveis para as estações IHRF são: contar com um monitoramento contínuo para detectar possíveis deformações da rede, estar referidas ao ITRS/ITRF (posicionamento acurado das coordenadas geométricas), desejável conexão dos DVLs por nivelamento para obter números geopotenciais acurados no sistema local, assim como também desejável medição de gravimetria absoluta nas estações IHRF

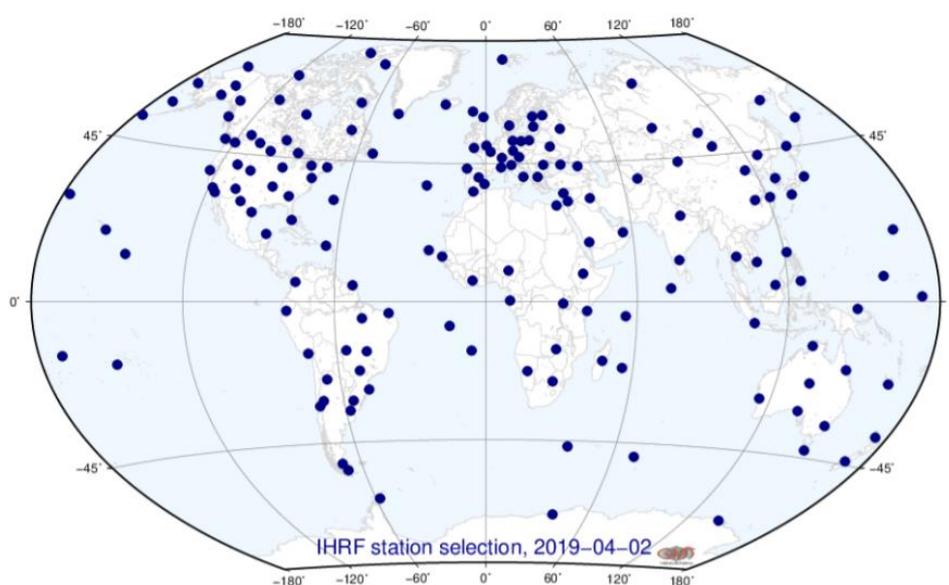
As convenções apresentadas por Ihde et al. (2017) ainda se encontram vigentes, segundo foi evidenciado em algumas apresentações recentes, (e.g

SÁNCHEZ, BARZAGHI e VERGOS, 2020) e que foram atualizadas por Sánchez et al. (2021).

### 3.1.1.2 Critérios para a configuração da rede de referência do IHRF

Com os avanços para a realização do IHRS, foram propostas até 2020, aproximadamente 170 estações de referência IHRF no Globo todo (ver FIGURA 11).

FIGURA 11 - PROPOSTA DAS ESTAÇÕES DE REFERÊNCIA IHRF



FONTE: Sánchez e Barzaghi, (2020).

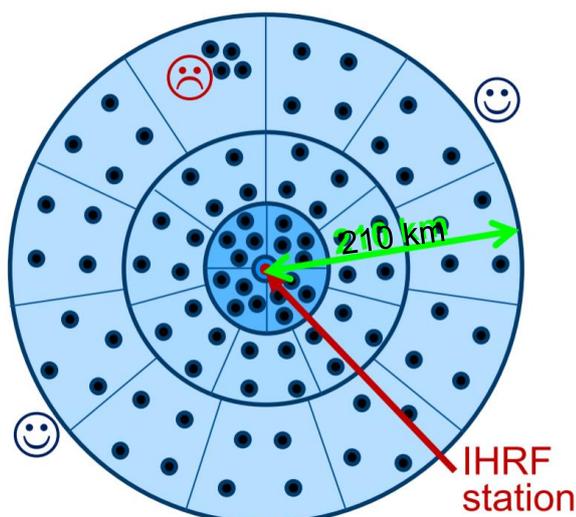
Esta rede preliminar de referência do IHRF, deve contar com uma hierarquia determinada mediante uma rede primária para estabilidade a longo prazo, assim como também, densificações regionais e nacionais. Estas estações devem ser co-localizadas com observatórios geodésicos fundamentais, com estações de monitoramento contínuo, marégrafos de referência, redes verticais regionais e com estações do *International Gravity Reference Frame* (IGRF). Outro requerimento primordial é a disponibilidade de gravimetria (terrestre/aérea) ao redor das estações para a determinação precisa dos valores do potencial ( $W$ ), que segundo os termos de referência de GGOS, a expectativa da acurácia de  $W$  em posição deve ser de aproximadamente 3 mm e em velocidades deve ser de 0,3 mm/a, sendo que atualmente o objetivo é ter uma acurácia de quase 1 cm (SÁNCHEZ, BARZAGHI e

VERGOS 2020). As estações para a rede IHRF foram selecionadas com o apoio do GGOS *Bureau of Networks and Observations*, do IERS, do *Bureau Gravimétrique International* (BGI) e das subcomissões regionais da IAG para as redes de referência e modelagem do geóide (SÁNCHEZ e BARZAGHI, 2020).

Com base na necessidade de dispor de dados gravimétricos ao redor das estações IHRF, é necessário considerar alguns requerimentos mínimos ainda em discussão, referente especificamente, aos dados gravimétricos terrestres (SÁNCHEZ, et al., 2016b):

- Estação IHRS preferencialmente em um ponto da Rede Vertical e ITRF;
- Os dados da gravidade podem existir ou devem ser observados;
- Pontos gravimétricos distribuídos homogeneamente ao redor das estações de referência do IHRF até uma distância de 210 km ( $\sim 2^\circ$ );
- Precisão desejável dos valores de gravidade:  $\pm 1 \mu\text{ms}^{-2}$  ( $\pm 100 \mu\text{Gal}$ ) ou melhor;
- Precisão das altitudes elipsoidais dos pontos gravimétricos com GNSS melhor que  $\pm 10\text{cm}$ ;
- Em áreas montanhosas  $\sim 50\%$  adicional de pontos gravimétricos;
- Incertezas oriundas do MGG e MDA devem ser consideradas.

FIGURA 12 - DISTRIBUIÇÃO DE DADOS GRAVIMÉTRICOS TERRESTRES



FONTE: Sánchez et al. (2016b).

Dependendo da precisão dos valores de potencial  $W_p$  (e de suas variações com o tempo  $\dot{W}_p$ ) nas estações do IHRF, será possível assinalar diferentes ordens nas estações. Por exemplo: uma rede de referência fundamental (central ou principal), uma rede de primeira ordem, redes de densificação, entre outras (SÁNCHEZ, 2016b). Para um melhor entendimento, a FIGURA 12 apresenta um exemplo do tipo de distribuição sugerida dos dados de gravimetria terrestre.

A TABELA 6, contém o número de dados gravimétricos sugeridos por compartimentos determinados por radiais e circunferências de raios de integração.

TABELA 6 - DISTRIBUIÇÃO DE DADOS GRAVIMÉTRICOS SEGUNDO RAIOS DE INTEGRAÇÃO

Esquema de acordo com o efeito da gravidade no geóide ( $\Delta g = 1 \cdot 10^{-6} \text{ ms}^{-2} \rightarrow 1 \text{ mm}$ )		
Distância	Células	No. de pontos plano/montanha
10 km	1	4/8
50 km	4	20/30
110 km	7	30/45
210 km	11	50/75
Soma	23	104/158

FONTE: Sánchez, (2019).

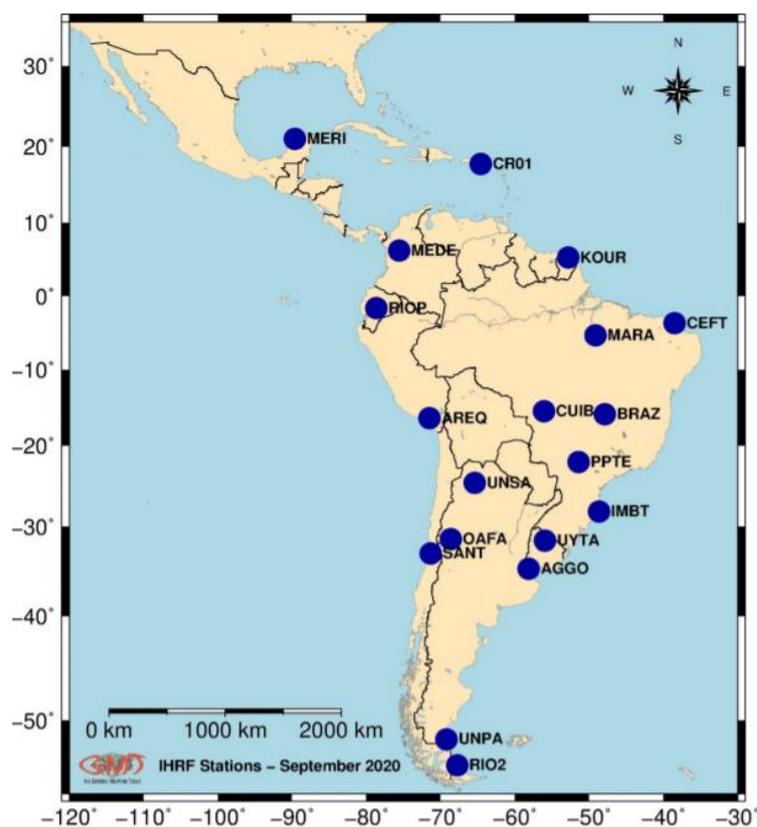
### 3.1.1.3 Estabelecimento de estações IHRF no Brasil

Como o estabelecimento de estações IHRF é um objetivo global, inicialmente cada país fez uma seleção das possíveis estações IHRF, segundo as convenções citadas na Seção 3.1.1.1, assim como também dependendo da distribuição das estações VLBI, SLR e DORIS associadas a estações GNSS (SÁNCHEZ e BARZAGHI, 2020). Portanto, estas estações podem ser substituídas, agregadas ou retiradas, dependendo de requerimentos específicos já apontados.

Para América Latina, foram escolhidas 19 estações IHRF, como pode-se observar na FIGURA 13. Atualmente, no Brasil, o IBGE vem executando a implementação de seis possíveis estações IHRF (Figura 13), as quais pertencem à Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC) (BLITZKOW, MATOS e COSTA, 2017; GUIMARÃES, 2020):

- Brasília (BRAZ), Distrito Federal;
- Fortaleza (CEFT), no Estado do Ceará;
- Cuiabá (CUIB), no Estado do Mato Grosso;
- Imbituba (IMBT), no Estado de Santa Catarina;
- Marabá (MARA), no Estado do Pará;
- Presidente Prudente (PPTE), no Estado de São Paulo.

FIGURA 13 - ESTAÇÕES IHRF NA AMÉRICA LATINA



FONTE: Guimarães, (2020).

Para cumprir com os requisitos da densificação dos dados de gravidade terrestre (TABELA 6), o Brasil tem realizado campanhas desde 2017, e continua trabalho em cada *situ* selecionado das estações IHRF (em torno das estações) para

continuar levantando-se novos dados de gravidade. Maiores informações contidas na apresentação de Guimarães (2020) relativa a atividades do SIRGAS GTIII.

Já foram realizados muitos esforços para a modernização da RVRB e alinhamento ao IHRS (DE FREITAS, FERREIRA e LUZ, 2018). Em 2018 foi desenvolvido um dos primeiros cálculos do potencial perturbador mediante integração numérica e uso de MGGs nas estações IHRF do Brasil. Foram utilizados vários tipos de dados gravimétricos com o apoio de diversas organizações, universidades e institutos de pesquisa (mais informação em BLITZKOW et al., 2017).

### 3.1.2 *International Gravity Standardization Net 1971 (IGSN71) e sua tendência de evolução para o Sistema Global de Referência de Gravidade Absoluta (Global Absolute Gravity Reference System - GAGRS)*

A rede mundial IGSN71 foi constituída por 24000 observações com gravímetros, 1200 observações com pêndulos e 10 medidas absolutas coletadas durante 20 anos sobre 1854 estações globalmente distribuídas, e ajustada com o método dos mínimos quadrados. A incerteza da IGSN71 é de  $\pm 0,1$  mGal (MORELLI et al., 1974) e é ainda a base predominante para a determinação das variações de gravidade dependentes da localização.

A IGSN71 foi adotada em agosto de 1971, durante a XV Assembleia Geral da *International Union of Geodesy and Geophysics* (IUGG) para substituir o *Datum* de Gravidade Potsdam de 1909. Ao longo dos anos, foram detectadas várias discrepâncias entre as precisões da determinação da gravidade absoluta e a IGSN71, e devido também aos requerimentos da Geodesia moderna com respeito ao monitoramento de mudanças globais ao longo do tempo através de referenciais estáveis e precisos (DREWES, 2012; WILMES, 2016), um novo Sistema Global de Referência de Gravidade Absoluta deve ser materializado. Considerando que as precisões de medição melhoraram de 100  $\mu$ Gal para “poucos  $\mu$ Gal”, e que o uso de padrões e convenções consistentes são necessários para a comparação de observações geométricas e gravimétricas no âmbito do GGOS, foi resolvido (IAG, 2015b):

- Adotar o documento *Strategy for Metrology in Absolute Gravimetry* (MARTI et al., 2014) como base metrológica da gravimetria absoluta;
- Iniciar um grupo de trabalho para compilar padrões para a definição de um sistema de referência geodésico de gravidade baseado nas comparações internacionais de gravímetros absolutos;
- Estabelecer um referencial gravitacional por meio de estações de referência distribuídas globalmente e conectadas para comparações internacionais de gravímetros absolutos, onde a referência de gravidade precisa é disponível a qualquer hora;
- Conectar as estações de referência ao ITRS com técnicas espaciais e geodésicas;
- Iniciar a substituição da IGSN71 e a mais recente Rede Internacional de Estações Base de Gravidade Absoluta pelo novo GAGRS.

A Resolução N°4 da IAG 2019: *Establishment of the Infrastructure for the International Gravity Reference Frame* (IGRF), sinaliza a importância da participação ativa das instituições nacionais e internacionais para estabelecer estações de gravimetria absoluta, e participar de comparações/calibrações de gravímetros absolutos para assegurar sua compatibilidade, além de disponibilizar os resultados em acesso aberto (IAG, 2019b).

### 3.2 SISTEMA VERTICAL DE REFERÊNCIA MODERNO

Devido às heterogeneidades das redes verticais em relação aos dados de nivelamento, gravidade e GNSS, ainda não é possível estabelecer padrões unificados para a determinação do potencial em P ( $W_P$ ). Portanto, a estimativa dos valores de  $W_P$  poderia depender de (SÁNCHEZ e SIDERIS, 2017):

- Nivelamento com reduções gravimétricas:  $W_P = W_0 - C_P$ ;
- Estimativa do potencial anômalo (ou potencial perturbador)  $T_P$  resolvendo o PVCG (modelagem do geoide ou quase geoide):  $W_P = U_P + T_P$ ;

- Combinação de coordenadas ITRF com Modelos Globais do Geopotencial em termos de harmônicos esféricos  $(C_{nm}, S_{nm})$  de alto grau de desenvolvimento:

$$W_P = f(X_P, C_{nm}, S_{nm}).$$

Cada uma dessas alternativas tem suas vantagens e limitações que dependerão dos dados disponíveis, precisão, densificação das redes de cada país, considerando seu desenvolvimento no espaço do geopotencial.

### 3.2.1 Sistema Vertical de Referência baseado no Geopotencial

Como foi descrito em Santacruz, De Freitas e Camboim (2015), a determinação do número geopotencial  $C_P$  em um sistema vertical convencional  $i$ , resultava do nivelamento associado com dados gravimétricos. Agora com a visão global da Geodesia moderna, o cálculo do  $C_P$  vem associado à solução do PVCG. Assim, a relação entre o método da determinação do  $C_{P_i}$  que se apresenta na equação (2) do Capítulo 2 e  $C_P$  sob a visão global do IHRS é dada por (DE FREITAS et al., 2016):

$$C_P - C_{P_i} = W_0 - W_{0_i} = \delta W_i \cong W_P - W_{P_i} \cong (U_P + T_P) - \sum g_{mj} \Delta_{n_j} \quad (13)$$

Onde considera-se que o  $C_{P_i}$  que é derivado de nivelamento associado com gravimetria pode ser calculado com dados levantados em campo, e que o esferopotencial  $U_P$  (ou potencial da gravidade normal) é matematicamente determinável. Então, o aspecto central é a determinação do potencial perturbador  $T_P$  no ponto P na SF da Terra mediante o PVCG, como será discutido na Seção 3.3. Destaque-se que o esferopotencial em P é obtido do potencial normal da gravidade no elipsoide de referência (ou modelo Terra Normal)  $U_0$  e da altitude elipsoidal ( $h_P$ ) na forma (ver mais detalhes em HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2006, p.79 e seguintes):

$$U_P = U_0 + \frac{\partial U_0}{\partial h} h_P \quad (14)$$

Na (13) se relacionam os *data* verticais local e global em função de números geopotenciais e o geopotencial no DV ou em cada ponto na SF. São assim consideradas a integração de abordagens locais convencionais e abordagens globais,

ambas no espaço do geopotencial para a determinação da discrepância (*offset*). De forma sintética, o *offset* métrico do DV local relativamente ao IHRS é dado por:

$$\delta H = \frac{\delta W_l}{\gamma} \quad (15)$$

### 3.2.2 Unificação dos Sistemas Verticais de Referência

#### 3.2.2.1 Grupo de Trabalho III: Datum Vertical do SIRGAS na atualidade

O Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS) é uma organização baseada em projetos comuns aos países da América Latina, Caribe e América do Norte, envolvendo protocolos e trabalhos vinculados à criação, realização, manutenção e modernização dos sistemas de referência vinculados ao ITRS e ao vertical, agora com a busca de vínculo ao IHRS (DE FREITAS, 2015a). Na Seção 2.1, apresentou-se os protocolos e aportes que são sugeridos aos países para a realização do IHRS e vínculos de suas redes nacionais a este sistema.

Segundo SIRGAS (2021), a definição do novo sistema de referência vertical do SIRGAS é idêntica à definição do Sistema de Referência de Altitude Internacional (IHRS) dado pela Resolução n° 1 de 2015 da IAG. A realização do novo sistema de referência vertical do SIRGAS deve ser uma densificação regional da realização do Sistema de Referência de Altitude Internacional (IHRF), o qual precisa:

- Estar referenciado ao valor de  $W_0$  convencional preconizado na Resolução N°. 1 de 2015 da IAG;
- Ser dado por altitudes físicas apropriadas (derivadas do nivelamento geométrico associado a reduções gravimétricas ou a análises do campo de gravidade de alta resolução);
- Estar associada a uma época de referência específica, isto é, deve considerar as mudanças de altitude e seu nível de referência em relação ao tempo. A respectiva superfície de referência (geoide ou quase geoide) deve ser determinada de maneira unificada em todo o continente.

O SIRGAS-GTIII (*Datum Vertical*), trabalha no diagnóstico do estado das redes verticais dos países membros do SIRGAS, as quais apresentam algumas

características em comum como: origens dos data verticais com diferentes marégrafos em diferentes épocas de referência; falta de correção dos efeitos da gravidade nas redes de nivelamento geométrico de alta precisão; falta de monitoramento da variação das altitudes ao longo do tempo; discrepâncias de altitudes entre países vizinhos, além de heterogeneidades de metodologia, processamento e armazenamento de geoinformação, o qual não permite uma interoperabilidade entre países, o qual é uma limitante para a modernização das redes verticais (SIRGAS, 2021).

Como já foi citado em Santacruz, De Freitas e Luz (2019) (Capítulo 2), o Brasil, é um dos países que se destaca pela série de avanços para a modernização da RVRB, considerando as dificuldades devido à grande extensão de território, logística necessária, recursos financeiros e tempo.

### 3.2.3 Evolução da Rede Vertical de Referência do Brasil (RVRB)

O Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) é composto pelas redes altimétrica, planimétrica e gravimétrica. Considerando uma definição clássica, a Rede Altimétrica de Alta Precisão (RAAP) se encontra formada pelas Referências de Nível (RN) levantadas ao longo do sistema viário do território nacional pelo método conhecido como nivelamento geométrico de alta precisão (IBGE, 2018). Segundo Alencar (1990), Luz (2008) e IBGE (2011), a RAAP foi iniciada no ano de 1945 e em 1946 foi conectada ao *Datum* de Torres, no estado do Rio Grande do Sul. Já no período entre 1949 e 1959 o *Datum* foi mudado para o de Imbituba (que tinha 9 anos de observações de nível do mar), o qual foi materializado pela estação maregráfica do Porto de Imbituba, no estado de Santa Catarina, previamente instalada pela agência militar de mapeamento dos Estados Unidos (hoje a *National Geospatial-Intelligence Agency* - NGA). Por outra parte, cita-se em Luz e Guimarães (2001), que devido à limitante de levantar estações RN próximas ao Rio Amazonas para conectar o segmento pertencente ao estado do Amapá com o DVB-I, optou-se por dar origem ao *Datum* Santana, com período de observação entre 1957 e 1958.

Ao longo dos anos, foram realizados vários ajustamentos da rede em função de: novos dados de nivelamento levantados; de possíveis discrepâncias encontradas nos dados já ajustados; do particionamento da rede (que acabou com o ajustamento

simultâneo de 2011), assim como mudança de programas computacionais. Hoje em dia, com a visão atual da Geodesia, a modernização da Rede Altimétrica do Brasil tem sido priorizada com a finalidade de atingir os objetivos planejados pela IAG para a implementação do IHRS/IHRF e sua vinculação com outras redes verticais dos países vizinhos. Desde o ano 2000 foram realizados trabalhos envolvendo já um significado físico para a conexão dos *Data* Verticais Brasileiros, (FERREIRA, 2011; DE FREITAS, FERREIRA E LUZ, 2018). Em julho de 2018, o IBGE divulgou o reajustamento da Rede Altimétrica com números geopotenciais (iniciado em 2015 pelas recomendações do SIRGAS/GGOS-IAG) considerando novas observações de nivelamento associadas à gravimetria para converter desníveis observados em diferenças de geopotencial, com a visão de obter altitudes com significado físico (IBGE, 2018). Com tais antecedentes, pode-se dizer que o Brasil atualmente conta com uma Rede Vertical de Referência Brasileira (RVRB) determinada no espaço do geopotencial (ver FIGURA 14). Como foi descrito na Seção 1.1, a RVRB ainda não tem uma conexão física entre seus *Data* Verticais (DVB-I e DVB-S), o qual é o objetivo principal desta pesquisa.

FIGURA 14 - REDE VERTICAL DE REFERÊNCIA DO BRASIL (RVRB) E SEGMENTOS DE ESTUDO



Fonte: IBGE, Diretoria de Geociências, Coordenação de Geodésia.

FONTE: Adaptado do IBGE (2018).

### 3.3 PROBLEMAS DO VALOR DE CONTORNO DA GEODESIA (PVCG)

O Problema do Valor de Contorno da Geodesia (PVCG) determina o campo da gravidade externo às massas, sendo a superfície limitante  $S$  desconhecida (potencial gravitacional  $V$  considerado como uma função harmônica).

A Fórmula de Graff-Hunter e Molodensky (SÁ, 1979, equação 17), que representa a equação completa ou fundamental do PVCG, é obtida da 3ª Identidade de Green (GEMAEL, 2012):

$$\int_v \frac{1}{l} \Delta V dv = -pV_p + \int_S \left[ \frac{1}{l} \frac{\partial V}{\partial n} - V \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{1}{l} \right) \right] dS \quad (16)$$

fazendo  $U = \frac{1}{l}$  sendo  $l$ , a distância a um ponto fixo  $P$  (distância entre o ponto de cálculo e o ponto de integração), o qual pode ocupar as seguintes posições:

- $p = 4\pi$  para  $P$  interior a  $S$ ;
- $p = 0$  para  $P$  exterior a  $S$ ;
- $p = 2\pi$  para  $P$  sobre  $S$ .

Assim, aplicando a eq (16) a um ponto  $P$  situado sobre a superfície física  $S$ , e substituindo  $V$  harmônico, por  $W$  não harmônico, considerando a sua derivada normal

$\frac{\delta W}{\delta n} = -g_n$ , então:

$$-2\pi[W_p - \Phi] + 2\omega^2 \int \frac{dv}{l} - \int \left[ \frac{g_n}{l} + W \frac{d}{dn} \left( \frac{1}{l} \right) \right] S = 0 \quad (17)$$

Esta equação representa a formulação matemática completa do PVCG estabelecida pela Teoria de Molodensky quando se considera que  $\Delta\Phi = 2\omega^2$ , e, portanto, que o geopotencial não é harmônico devido à inclusão do potencial centrífugo  $\Phi$ . Assim esta fórmula relaciona  $S$  (objetivo principal da Geodesia Física) com o potencial da gravidade  $W$  e a sua derivada normal  $g_n$  (HEISKANEN e MORITZ, 1967; GEMAEL, 2012). Isto deve ser encarado na aplicação desta teoria, conforme será destacado na sequência, com a sua utilização para o cálculo do potencial perturbador  $T$ . Esta teoria tem sido base para a solução do PVCG em sua forma escalar livre e fixada, esta última com a solução tipo Brovar com base na Integral de Hotine, conforme será discutido também em seções a seguir. Tem sido

particularmente útil na determinação do potencial perturbador e anomalias de altitude a partir de observações gravimétricas e de posicionamento GNSS realizados na SF da Terra, de forma independente de reduções hipotéticas, tal como acontece na solução clássica do PVCG com base na Integral de Stokes.

A equação (18) apresenta a diferença entre o já conhecido geopotencial  $W$  (também chamado potencial real ou potencial da gravidade) e o esferopotencial  $U$ :

$$T = W - U = (V + \Phi) - (V_N + \Phi) \quad (18)$$

Deve-se realçar que  $V$  é o potencial gravitacional real da Terra,  $\Phi$  o potencial centrífugo e  $V_N$  o potencial gravitacional normal do elipsoide de referência, ao qual é atribuída a mesma massa da Terra. Com a modelagem de mais de que 99,9% (TSCHERNING e RAPP, 1974) do campo do geopotencial através de  $U$ , a modelagem dos efeitos anômalos pode ser efetivada de forma acurada considerando a determinação do potencial perturbador  $T$  de forma linear.

Devido à relação do  $T$  com o PVCG, são apresentadas na sequência as duas abordagens usadas no presente trabalho e que são entendidas como as mais adequadas na atualidade para a solução do PVCG em vista de evitarem reduções hipotéticas devidas às estruturas crustais e superfícies desconhecidas.

### 3.3.1 Solução do PVCG segundo a Teoria de Molodensky (escalar livre)

Na visão clássica do PVCG escalar livre, considerava-se (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2006, p.296):

- Superfície de contorno  $S$  (superfície física da Terra) desconhecida, sendo o objeto do PVCG neste caso;
- Coordenadas geodésicas  $(\varphi, \lambda)$  conhecidas em função de métodos astrogeodésicos, em um referencial local, mediante métodos de triangulação, trilateração ou poligonização clássicas;
- Altitude elipsoidal desconhecida ou somente estimada de forma arbitrária;
- Desníveis desde o *Datum* vertical local propagados por nivelamento geométrico;
- Gravidade conhecida ou interpolada nos pontos de nivelamento;

- Nesta abordagem, o geopotencial nos pontos pode ser determinado por nivelamento e gravimetria e, portanto, referidos a referencial local com dependência de rede de nivelamento;
- Relacionava-se com as anomalias da gravidade de superfície ou de Molodensky em um referencial local.

Na atualidade, tem-se a possibilidade de abordar a solução escalar livre no âmbito de um referencial global, de forma independente das redes de nivelamento clássicas, uma vez que as coordenadas tridimensionais  $(\varphi, \lambda, h)$  dos pontos na SF são consideradas agora todas conhecidas. As anomalias da gravidade de superfície (ou anomalias da gravidade de Molodensky)  $\Delta g_M$  podem então, ser geradas em um referencial global a partir do posicionamento GNSS, e visa-se à determinação do geopotencial  $W$  (ver equação 18) com base no potencial anômalo  $T$  nos pontos da superfície  $S$ .

Cabe destacar que, considerando-se um ponto  $P$ , a anomalia da gravidade de superfície ou de Molodensky  $\Delta g_M$  é definida pela diferença da gravidade em  $P$  na SF  $g_P$  e a gravidade teórica no teluroide  $\gamma_\Sigma$  (MOLODENSKII et al. 1960):

$$\Delta g_M = g_P - \gamma_\Sigma \quad (19)$$

Na FIGURA 15 pode se observar a superfície  $\Sigma$ , conhecida como o teluroide, formado pela condição  $U_Q = W_P$ , onde  $U_Q$  é o esferopotencial no ponto  $Q$  o qual situa-se sobre a mesma normal que passa pelo ponto  $P$ . O conjunto de pontos  $Q_i$  forma a superfície  $\Sigma$ , conhecido como teluroide.

A  $\gamma_\Sigma$  (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2006) da equação (19) é calculada da forma:

$$\gamma_\Sigma = \gamma_0 \left[ 1 - 2(1 + f + 2f \operatorname{sen}^2 \varphi) \frac{H^N}{a} + 3 \left( \frac{H^N}{a} \right)^2 \right] \quad (20)$$

onde  $\gamma_0$  é a gravidade teórica no elipsoide (na equação (8) chamada de  $\gamma_{level\ ellipsoid}$ ), e  $H^N$  a altitude normal.



$Z_1$  em (24) representa o efeito da topografia, o qual é igual a (GEMAEL, 2012; DE FREITAS, 2015b):

$$Z_1 = \frac{R^2}{2\pi} \int_{\sigma} \frac{h-h_p}{l_0^3} \left[ \Delta g_M + \frac{3\bar{g}}{2R} \zeta_0 \right] d\sigma \quad (25)$$

e assim sucessivamente. Observar que  $\bar{g}$  representa o valor médio da gravidade para a Terra esférica e  $\zeta_0$  termo de ordem zero da anomalia de altitude do termo 0. Destaque-se que  $S(\psi)$  é a função de Stokes escrita para a distância angular geocêntrica  $\psi$  como:

$$S(\psi) = \frac{1}{\sin\left(\frac{\psi}{2}\right)} - 6\sin\left(\frac{\psi}{2}\right) + 1 - 5\cos\psi - 3\cos\psi \cdot \ln \left[ \sin\left(\frac{\psi}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{\psi}{2}\right) \right] \quad (26)$$

onde  $R$  é o raio médio da Terra,  $h$  e  $h_p$  são as altitudes elipsoidais do elemento de massa anômala e do ponto de cálculo respectivamente,  $l_0$  é a distância Euclidiana entre o ponto de cálculo e o elemento de integração. O  $\psi$  é a distância angular geocêntrica entre os raios do ponto de cálculo e do ponto variável onde é conhecida a anomalia da gravidade, obtido em função das coordenadas do ponto de cálculo e do ponto de amostragem da anomalia, respectivamente  $(\varphi, \lambda)$  e  $(\varphi', \lambda')$ , usando a expressão (HEISKANEN e MORITZ, 1967, p. 234:

$$\psi = \arccos(\sin\varphi \cdot \sin\varphi' + \cos\varphi \cdot \cos\varphi' \cdot \cos\Delta\lambda) \quad (27)$$

### 3.3.2 Solução do PVCG segundo a Teoria de Brovar (forma fixada)

Para uma solução do PVCG na forma fixada segundo Brovar (1964), é necessário usar uma superfície generalizada para representar  $T$  no espaço fora do limite da superfície física da Terra  $S$ , agora conhecida (ou fixada). Para isto, considera-se (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2006; HECK, 2011):

- Superfície de contorno  $S$  conhecida *a priori*;
- Altitude elipsoidal conhecida (bem como a latitude e a longitude, condição existente a partir da aplicação do GNSS no posicionamento em referencial global);

- Pressupõe observações GNSS associadas com gravimetria com distribuição adequada na superfície;
- Independente do nivelamento clássico;
- Não depende de nenhum tipo de redução baseada em hipóteses simplificativas sobre a estrutura da crosta;
- Relaciona-se com distúrbios da gravidade na SF da Terra.

O gradiente do potencial perturbador  $\vec{\nabla}T$  é igual ao vetor do distúrbio da gravidade:

$$\vec{\nabla}T = \vec{\nabla}W - \vec{\nabla}U = \vec{g} - \vec{\gamma} = \delta\vec{g} \quad (28)$$

O distúrbio da gravidade  $\delta g$  em um ponto P na forma escalar vem da diferença (dos módulos) da gravidade observada em P ( $g_P$ ) e a gravidade normal também no ponto P ( $\gamma_P$ ):

$$\delta g = g_P - \gamma_P \quad (29)$$

Destaque-se que esta grandeza é fundamental para a solução do PVCG pois possibilita uma condição de contorno, a qual estabelece uma relação direta entre o potencial perturbador e o distúrbio da gravidade aqui expressa para uma aproximação esférica como:

$$\left(-\frac{\delta T}{\delta n}\right) = \delta g \quad (30)$$

O potencial perturbador  $T$  pode ser expresso como uma aproximação esférica como envolvido na condição de contorno mencionada, em função de distúrbios da gravidade mediante uma extensão da integral de Hotine (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2006, p. 115), com a solução Brovar baseada na concepção contida na Teoria de Molodensky (Heck, 2011):

$$T = \frac{R}{4\pi} \iint_{\sigma} (\delta g + \mu_1 + \dots) H(\psi) d\sigma \quad (31)$$

onde  $\mu_1$  é o termo de correção de primeira ordem (linear) para efeitos de massas topográficas:

$$\mu_1 = \frac{R^2}{2\pi} \iint_{\sigma} \frac{h-h_P}{l_0^3} \delta g d\sigma \quad (32)$$

Assim como no problema de Molodensky, a ‘correção’ do termo de primeira ordem é equivalente à correção do terreno, se o distúrbio da gravidade estiver linearmente relacionado com a altitude, sendo  $l_0$  a distância espacial entre o ponto de cálculo fixo P e o elemento de integração, expresso em termos da distância angular  $\psi$ .  $H(\psi)$  é a função de Hotine-Koch escrita para  $\psi$  como (HOTINE, 1969, p.311; HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ 2006, p.115):

$$H(\psi) = \frac{1}{\text{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right)} - \ln \left[ 1 + \frac{1}{\text{sen}\left(\frac{\psi}{2}\right)} \right] \quad (33)$$

### 3.4 TÉCNICA DE DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL NA SOLUÇÃO DO PVCG NO DOMÍNIO DO ESPAÇO

O campo da gravidade pode ser entendido como constituído por uma pluralidade de sinais com diferentes frequências em diferentes domínios espectrais. Por exemplo, segundo Schwarz (1984), o espectro da gravidade pode ser dividido em frequências (baixas, médias, altas e altíssimas). É assim que existem várias categorias para dividir o espectro, dependendo do método que vai ser aplicado para a sua modelagem, assim como das características da fonte de dados gravimétricos e as diferentes resoluções espectrais dos dados disponíveis. Na presente Tese, o campo da gravidade da Terra será dividido em classes segundo os comprimentos de onda. Portanto, consideramos que a expansão esférica harmônica do potencial gravitacional usando Modelos Globais do Geopotencial (MGGs), representa uma decomposição espectral do campo gravitacional (TORGE, 2001).

Segundo Sansò (1995), para a solução numérica do PVCG o espectro do potencial da gravidade deve ser dividido segundo apresenta a TABELA 7, considerando grau e ordem 2 do desenvolvimento de harmônicos esféricos (meio comprimento de onda).

TABELA 7 - INTERVALOS DE COMPRIMENTOS DE ONDA E TÉCNICAS SEGUNDO SANSÒ (1995)

Classificação	Comprimento de onda
Modelagem global	100 a 20000 km
Modelagem local	1 a 100 km
Modelagem topográfica	0,1 a 1 km

FONTE: Adaptado Ferreira (2011).

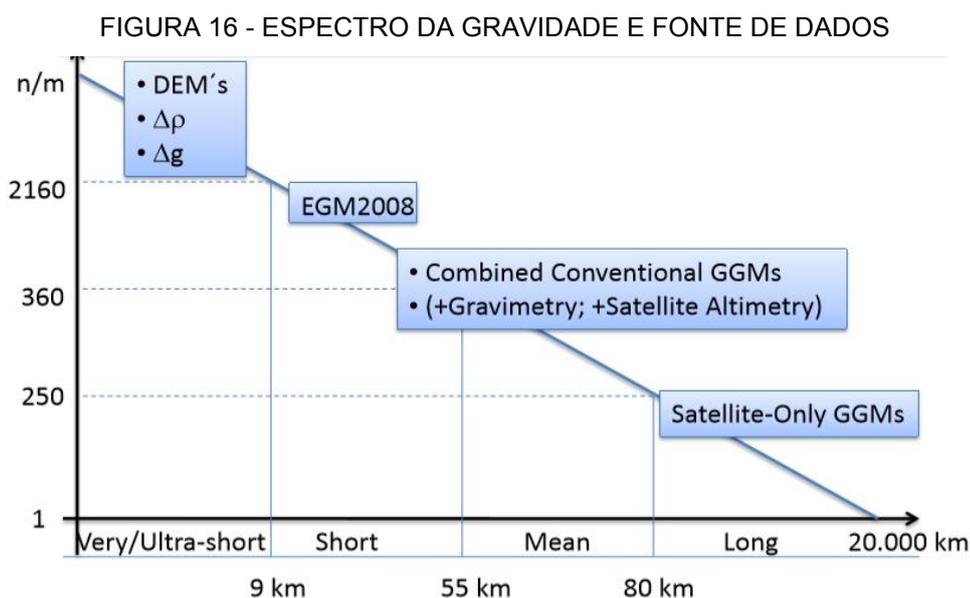
De acordo com Hirt, Gruber e Featherstone (2011), a classificação pode ser dada por longos, médios, curtos e curtíssimos comprimentos de onda (ver TABELA 8).

TABELA 8 - DIVISÃO ESPECTRAL DO CAMPO DA GRAVIDADE SEGUNDO HIRT, GRUBER E FEATHERSTONE (2011)

Classificação	Grau dos harmônicos esféricos	Comprimento de onda	Resolução Espacial
Longo	2 a 100	> 400km	> 200km
Médio	100 a 200	400 a 200km	< 200km
Curto	200 a 2190	200 a 18 km	100 a 9km
Curtíssimo	> 2190	< 18km	< 9km

FONTE: Adaptado de Moreira (2015).

Também se considera a classificação feita por Jamur et al. (2014), a qual foi feita para o MGG EGM2008, considerando o grau máximo do modelo 2190, e comparando o espectro da gravidade com a fonte de dados.



FONTE: Jamur et al. (2014).

Para entender a classificação por comprimentos de onda, a qual expressa o potencial do campo da gravidade em termos de uma série de harmônicos esféricos com um grau máximo ( $n$ ) e ordem ( $m$ ), e que associa o menor comprimento de onda ( $\lambda$ ), considera-se (SEEBER, 2003):

$$\lambda = \frac{2\pi}{n} = \frac{360^\circ}{n} \quad (34)$$

E para a determinação da resolução espacial correspondente ao comprimento de onda ( $\lambda$ ) ou a metade do ( $\lambda$ ) (SEEBER, 2003):

$$resolução\ espacial = \frac{180^\circ}{n} = \frac{20.000\ km}{n} \quad (35)$$

As equações acima apresentadas, são relevantes para um maior entendimento dos desenvolvimentos dos MGGs e sua segmentação na decomposição espectral (mais dos MGGs na Seção 4.1.4).

De forma prática, para modelar os curtíssimos comprimentos de onda, aplica-se a técnica de decomposição espectral. Em geral, um MGG não representa esta parte do espectro. Entre as técnicas de decomposição espectral desenvolvidas, podemos citar a *Remove-Restore* (FORSBERG, 1984), onde as funcionais residuais do campo da gravidade são geradas a partir das observações gravimétricas disponíveis das quais subtrai-se os valores oriundos da modelagem contida no MGG de referência e também o sinal associado com a topografia dita anômala em relação àquela implícita no MGG. Assim, os comprimentos de onda oriundos da topografia residual são na atualidade obtidos com a técnica *Residual Terrain Model* (RTM), a qual possibilita o resgate do sinal gravitacional dos curtíssimos comprimentos de onda (JAMUR et. al, 2014).

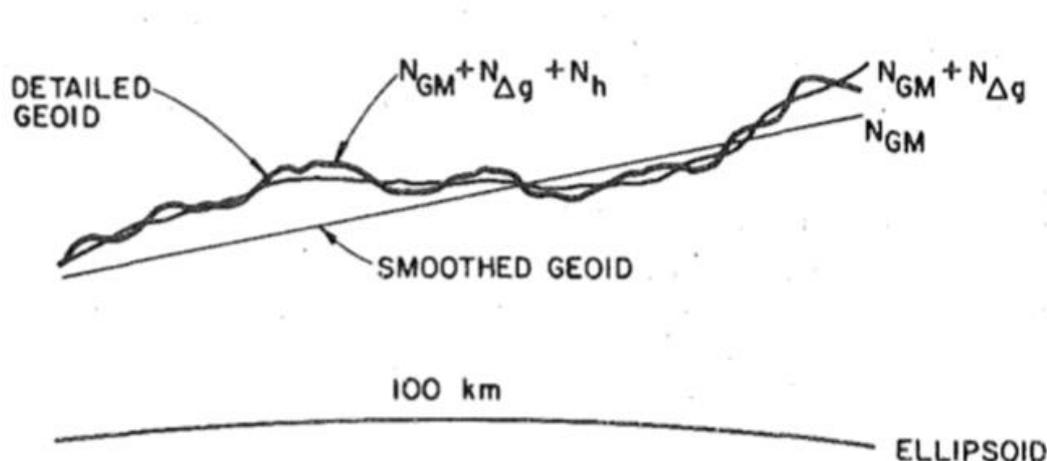
#### 3.4.1 Técnica *Remove-Restore* e Funcionais Residuais

Para aplicar esta técnica desenvolvida por Forsberg (1984), é necessária a extração da influência das massas anômalas das observações gravimétricas locais com ajuda de outras fontes de observações que podem ter diferentes comprimentos de onda. Por exemplo, o sinal gravimétrico proveniente de um MGG vai modelar os longos, médios e até curtos comprimentos de onda através da expansão de um modelo em harmônicos esféricos (como foi apresentado na seção precedente).

Também através de um Modelo Digital de Altitudes (MDA) pode-se modelar o efeito da topografia (curtos e curtíssimos comprimentos de onda).

A Fig. 17, mostra as diferentes contribuições para representar o geóide de 100 km de comprimento em terreno montanhoso. Onde o  $N_{GM}$ ,  $N_{\Delta g}$  e  $N_h$  representam os longos, médios e curtos comprimentos de onda respectivamente.

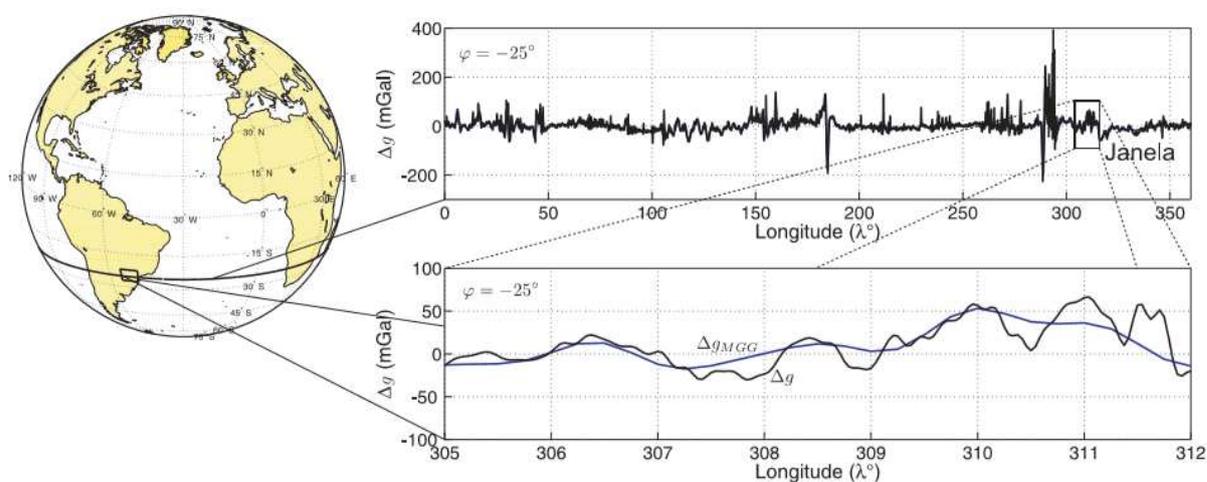
FIGURA 17 - CONTRIBUIÇÕES DE DIFERENTES FONTES DE DADOS PARA A DETERMINAÇÃO DO GEOIDE LOCAL



FONTE: Schwarz (1984).

Outro exemplo da composição de diferentes comprimentos de onda, apresenta-se na FIGURA 18, a qual permite identificar os curtos, médios e longos comprimentos de onda do sinal da anomalia de gravidade para este perfil.

FIGURA 18 - PERFIL DE ANOMALIAS DE GRAVIDADE COM A TÉCNICA DA DECOMPOSIÇÃO



FONTE: Ferreira (2011).

Portanto, a técnica *Remove-Restore*, permite separar as fontes de dados gravimétricos para modelagem de efeitos locais, regionais e globais, cada qual contido em uma determinada fonte de informações, de forma a distinguir um sinal residual, usualmente de pequena amplitude, o qual pode ser tratado em uma abordagem linear, tal como anomalias da gravidade residuais e distúrbios da gravidade residuais, os quais podem ser utilizados na solução do PVCG.

Para o presente estudo, foi realizado o *Remove* usando dados gravimétricos observados e dados oriundos de MGG, assim como também de MDA com a técnica RTM, para obtenção de valores residuais tanto na anomalia da superfície  $\Delta g_M$  (36) assim como nos distúrbios da gravidade  $\delta g$  (37), os quais são os funcionais empregados nas soluções do PVCG no contexto desta Tese.

$$\Delta g_{M_{RES}} = \Delta g_{M_{OBS}} - \Delta g_{M_{MGG}} - \Delta g_{M_{RTM}} \quad (36)$$

$$\delta g_{RES} = \delta g_{OBS} - \delta g_{MGG} - \delta g_{RTM} \quad (37)$$

Com as anomalias da superfície residuais  $\Delta g_{M_{RES}}$  e distúrbios da gravidade residuais  $\delta g_{RES}$ , pode-se calcular por exemplo, anomalia de altitude residual  $\zeta_{RES}$  ou potencial anômalo residual  $T_{RES}$  mediante a solução do PVCG da forma livre (22) e fixada (31) respectivamente. Quando é calculado o  $T_{RES}$  pode-se obter a  $\zeta_{RES}$  mediante a fórmula de Bruns:

$$\zeta_{RES} = \frac{T_{RES}}{\gamma_0} \quad (38)$$

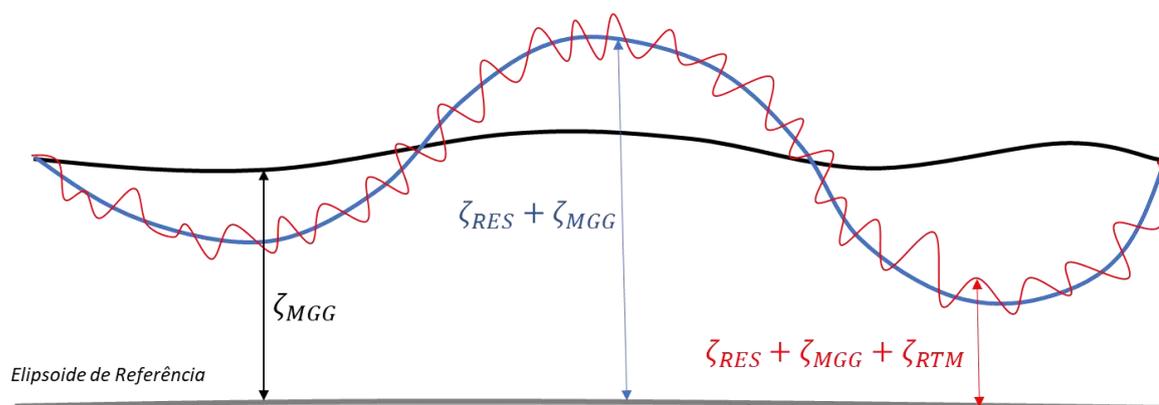
onde  $\gamma_0$  é a gravidade normal no elipsoide.

Ao final, são restaurados (*Restore*) todos os efeitos removidos no primeiro passo. Assim, obtém-se:

$$\zeta_P = \zeta_{RES} + \zeta_{MGG} + \zeta_{RTM} \quad (39)$$

Sendo  $\zeta_{RES}$ ,  $\zeta_{MGG}$  e  $\zeta_{RTM}$  anomalias de altitude residual, oriunda de um MGG e determinada mediante a técnica RTM (ver FIGURA 19).

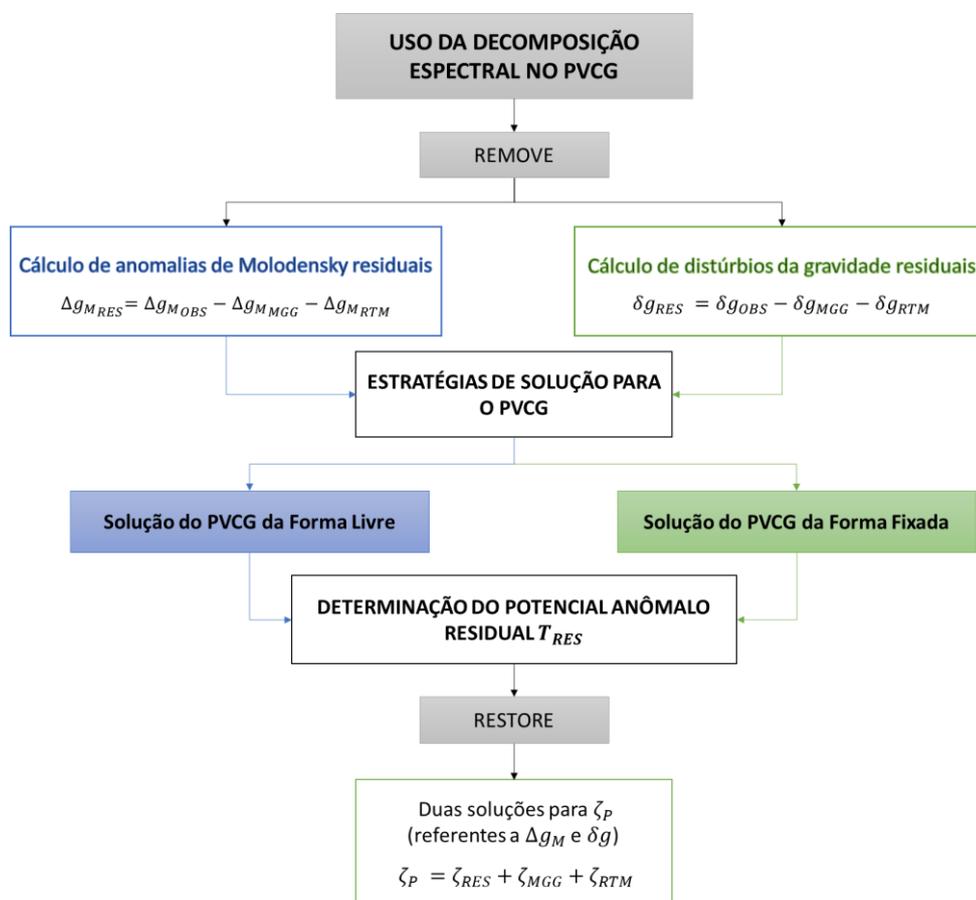
FIGURA 19 - CONTRIBUIÇÃO DOS TRÊS DIFERENTES COMPRIMENTOS DE ONDA NA ANOMALIA DE ALTITUDE



FONTE: Adaptado de Jamur (2012).

Na FIGURA 20, apresenta-se um resumo da metodologia da decomposição espectral no PVCG.

FIGURA 20 - USO DA DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL NO PVCG



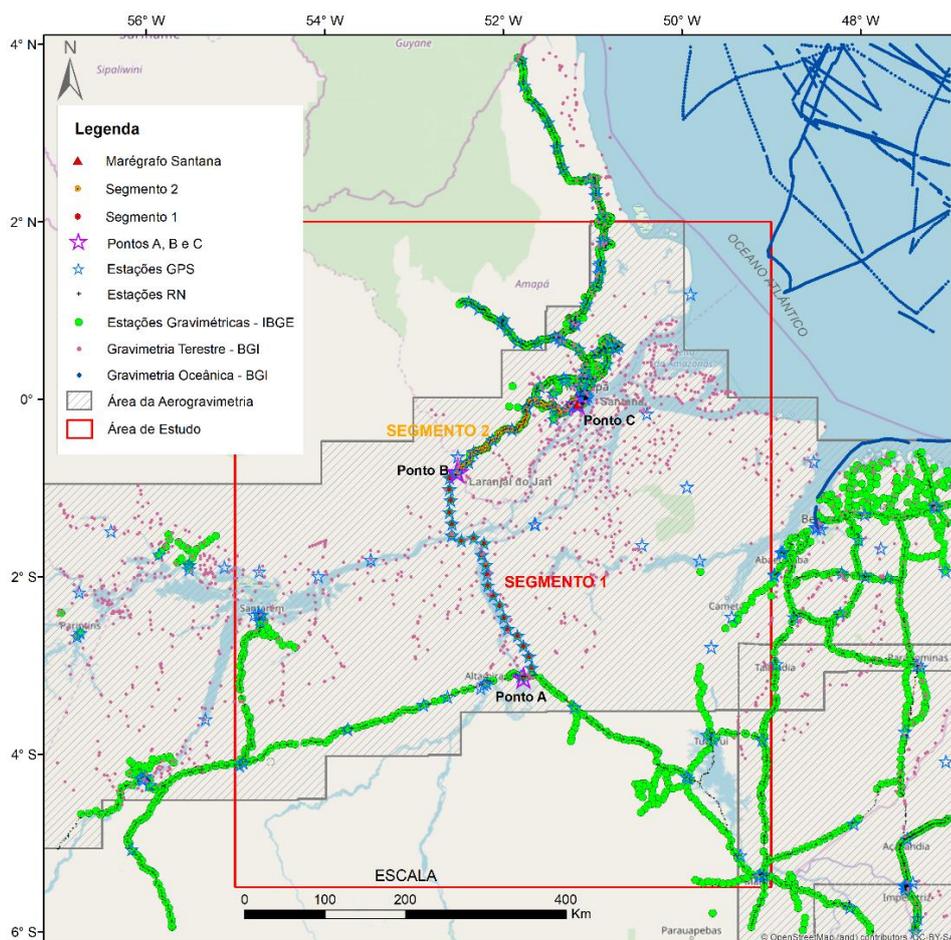
FONTE: A autora (2021).

## 4 INFRAESTRUTURA DE DADOS E METODOLOGIAS EMPREGADAS

### 4.1 FONTES DE DADOS

Para cumprir com o objetivo geral do presente trabalho, inicialmente foram analisadas diferentes fontes de dados disponíveis na área de estudo, além da estrutura da RVRB, para identificar possíveis limitações no seu uso (ver FIGURA 21). Cabe destacar, que a região de conexão apresenta características topográficas regulares, mas com anomalias de distribuição de massas detectadas (SANTACRUZ, DE FREITAS e LUZ, 2019). Além disso, conta com hidrografia densa que limita o acesso terrestre e, portanto, operações convencionais de nivelamento.

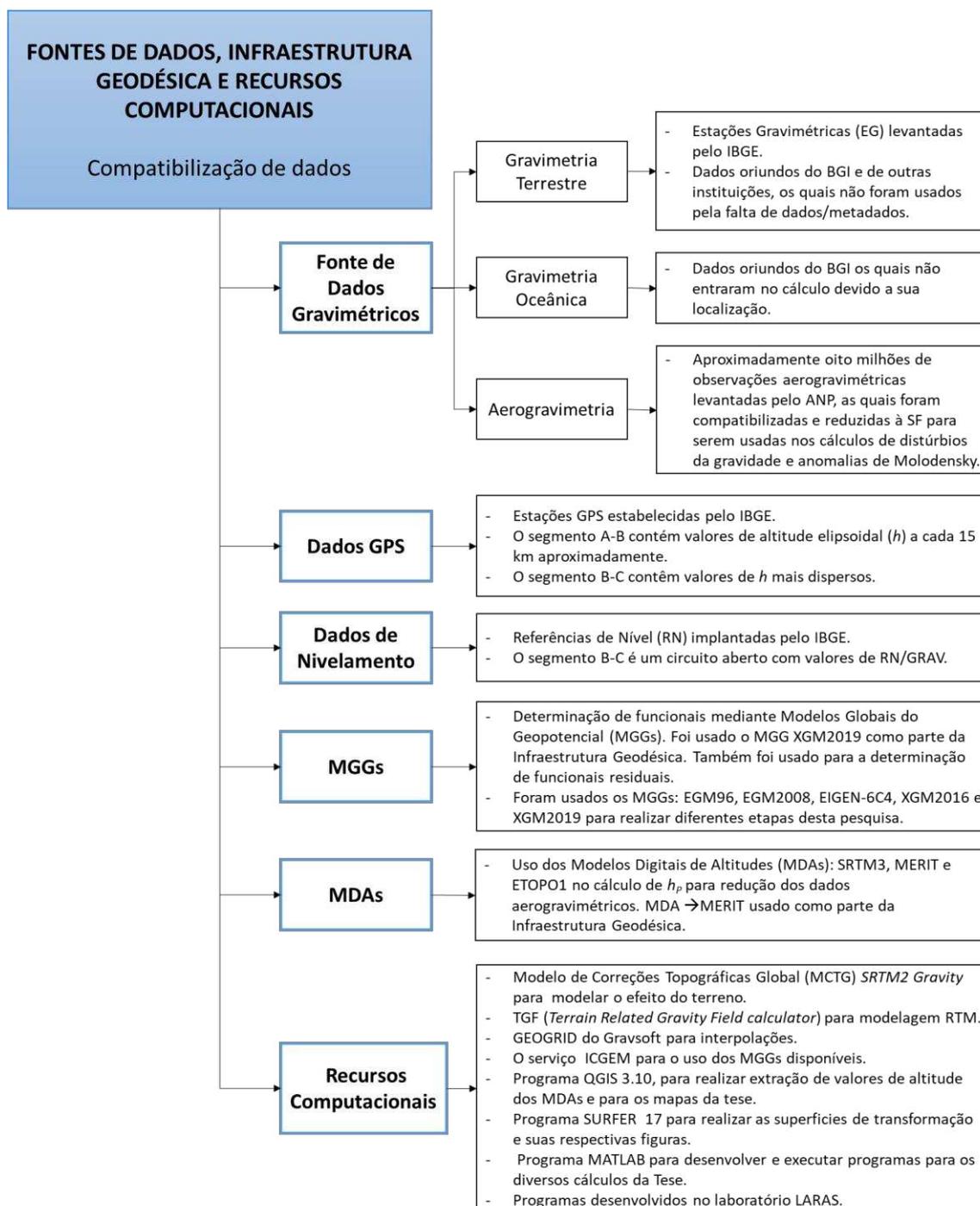
FIGURA 21 - DIFERENTES FONTES DE DADOS PRESENTES NA ÁREA DE ESTUDO



FONTE: A autora (2021).

A FIGURA 22 resume as diferentes fontes de dados, infraestrutura geodésica, modelos e programas considerados para o desenvolvimento da presente pesquisa. Foram procuradas diversas fontes para conseguir preencher os vazios na região de estudo, e um elemento fundamental foi o uso do MGG XGM2019 como infraestrutura geodésica (mais detalhes ver Seção 4.2).

FIGURA 22 - FONTES DE DADOS



FONTE: A autora (2021).

#### 4.1.1 Observações Terrestres

##### 4.1.1.1 Oriundas do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE)

Como foi apresentado nas Seções anteriores, graças à parceria do IBGE com a UFPR através do LARAS, foi possível o acesso aos observações gravimétricos associados com GNSS e nivelamento para o desenvolvimento da presente pesquisa. Detalhes dos segmentos em estudo levantados pelo IBGE são apresentados no Capítulo 2. Também pode-se visualizar na FIGURA 1 a localização das Estações de Conexão (ECs) A, B e C dos segmentos Altamira – Laranjal do Jari – Santana da RVRB. Na TABELA 9, apresentam-se os pontos que conformam o segmento 1 (A-C) que tem valores de gravidade sobre pontos GNSS (GNSS/GRAV).

TABELA 9 - PONTOS DO SEGMENTO 1

ID	ESTAÇÃO GNSS	LATITUDE (°)	LONGITUDE (°)	h (m)	DISTÂNCIA (km)	GRAVIDADE OBSERVADA (mGal)
1	96284	-3,139	-51,771	98,47		977999,5
2	96282	-3,027	-51,681	39,08	15,971	978028,3
3	96281	-2,900	-51,712	23,10	14,471	978031,8
4	96280	-2,781	-51,774	53,36	14,820	978024,1
5	96279	-2,665	-51,840	32,63	14,772	978032,3
6	93829	-2,587	-51,948	-4,40	14,189	978033,9
7	96278	-2,460	-51,991	-12,04	14,809	978034,8
8	96277	-2,322	-52,037	-13,13	16,087	978031,9
9	96276	-2,211	-52,110	-15,87	14,687	978028,3
10	96275	-2,097	-52,172	-18,38	14,407	978029,9
11	96274	-1,970	-52,178	-17,68	13,992	978026,8
12	96273	-1,865	-52,194	-15,99	11,814	978018,4
13	96272	-1,754	-52,240	-18,79	13,291	978007,3
14	96271	-1,622	-52,215	-20,40	14,810	977998,6
15	96270	-1,563	-52,331	-20,06	14,502	978000,6
16	96269	-1,591	-52,468	-19,88	15,334	978003,6
17	93838	-1,531	-52,575	1,45	13,659	977997,3
18	96268	-1,402	-52,572	2,51	14,232	977998,3
19	96267	-1,273	-52,603	35,51	14,754	978005,9
20	96266	-1,140	-52,586	20,35	14,818	978026,3
21	96265	-1,014	-52,602	4,20	14,049	978025,9
22	93677	-0,885	-52,599	182,44	14,249	977963,2
23	99500	-0,822	-52,516	28,58	11,562	977994,5

FONTE: IBGE (2018).

A TABELA 10, contém os pontos pertencentes ao Segmento 2 (B-C), os quais tem valores de gravidade sobre RN (RN/GRAV). Outros detalhes importantes referentes às ECs, como a relação entre superfícies geométrica e física já foram apresentados na Seção 2.2 (também pode-se observar mais informação nos Relatórios das estações geodésicas gerados pelo Banco de Dados Geodésicos (BDG) do IBGE).

TABELA 10 - PONTOS DO SEGMENTO 2

(continua)

ID	ESTAÇÃO RN	LAT (°)	LON (°)	DIST (km)	GRAV OBS (mGal)	ID	ESTAÇÃO RN	LAT (°)	LON (°)	DIST (km)	GRAV OBS (mGal)
1	4027E	-0,054	-51,167		978035,2	67	5002V	-0,212	-51,744	2,26	978026,8
2	9304X	-0,053	-51,180	1,42	978034,6	68	5002X	-0,228	-51,756	2,28	978025,8
3	4010X	-0,054	-51,180	0,14	978035,9	69	5002Z	-0,240	-51,764	1,68	978023,1
4	4010Z	-0,057	-51,181	0,37	978035,5	70	5003A	-0,260	-51,761	2,33	978023,4
5	5040H	-0,048	-51,179	1,08	978034,2	71	5003B	-0,274	-51,767	1,71	978019,5
6	1625B	-0,042	-51,174	1,34	978034,3	72	5003C	-0,283	-51,777	1,66	978026,5
7	5000A	-0,039	-51,179	0,82	978033,9	73	5003D	-0,285	-51,791	1,595	978026,5
8	5000B	-0,019	-51,180	2,43	978033,7	74	5003E	-0,287	-51,813	2,59	978023,7
9	5000C	0,000	-51,182	2,18	978033,4	75	5003F	-0,305	-51,820	2,32	978017,5
10	5000D	-0,011	-51,202	2,5	978036,3	76	5003G	-0,322	-51,825	1,94	978012,9
11	5000E	-0,013	-51,209	1,1	978034,0	77	5003H	-0,339	-51,835	2,43	978013,9
12	5000F	-0,023	-51,223	2,01	978034,1	78	5003J	-0,344	-51,855	2,365	978010,4
13	5000G	-0,047	-51,231	2,88	978037,3	79	5003L	-0,343	-51,877	2,42	978005,3
14	1626L	-0,055	-51,242	1,61	978037,3	80	5003M	-0,338	-51,901	2,85	978002,3
15	5000H	-0,068	-51,258	2,48	978038,1	81	5003N	-0,333	-51,924	2,72	977998,3
16	5000J	-0,084	-51,269	2,47	978038,8	82	5003P	-0,331	-51,949	2,8	977993,5
17	5000L	-0,091	-51,276	1,11	978037,8	83	5003R	-0,334	-51,970	2,485	977987,6
18	1626P	-0,110	-51,285	2,58	978037,3	84	5003S	-0,343	-51,992	2,86	977986,4
19	5000M	-0,114	-51,286	0,5	978036,6	85	5003T	-0,351	-52,012	2,54	977987,4
20	5000N	-0,115	-51,290	0,52	978036,5	86	5003U	-0,366	-52,027	2,57	978000,5
21	5000P	-0,115	-51,286	0,57	978036,8	87	5003V	-0,381	-52,041	2,44	978000,9
22	1626T	-0,117	-51,284	0,31	978037,6	88	5003X	-0,395	-52,058	2,59	978001,6
23	5000R	-0,139	-51,297	3,11	978037,3	89	5003Z	-0,413	-52,063	2,38	977994,3
24	5000S	-0,137	-51,322	3,81	978039,1	90	5004A	-0,435	-52,068	2,53	978007,8
25	5000T	-0,154	-51,333	2,78	978037,5	91	5004B	-0,455	-52,100	2,54	978018,9
26	5000U	-0,164	-51,348	2,91	978036,3	92	5004C	-0,457	-52,079	0,42	978018,0
27	5000V	-0,156	-51,364	2,19	978037,8	93	5004D	-0,455	-52,100	2,44	978014,0
28	5000X	-0,144	-51,367	1,61	978036,5	94	5004E	-0,457	-52,121	2,41	978013,3
29	5000Z	-0,129	-51,376	2,28	978035,9	95	5004F	-0,463	-52,137	1,9	978013,0
30	5001A	-0,116	-51,388	2,1	978037,8	96	5004G	-0,475	-52,147	1,92	978014,3
31	5001B	-0,096	-51,395	2,56	978038,6	97	5004H	-0,491	-52,158	2,37	978003,9

TABELA 10 - PONTOS DO SEGMENTO 2

(conclusão)

ID	ESTAÇÃO RN	LAT (°)	LON (°)	DIST (km)	GRAV OBS (mGal)	ID	ESTAÇÃO RN	LAT (°)	LON (°)	DIST (km)	GRAV OBS (mGal)
32	5001C	-0,090	-51,415	2,75	978038,3	98	5004J	-0,505	-52,169	2,15	978006,9
33	5001D	-0,090	-51,435	2,54	978037,9	99	5004L	-0,518	-52,181	2,05	978005,9
34	5001E	-0,069	-51,438	2,78	978040,4	100	5004M	-0,535	-52,181	2,11	978008,7
35	5001F	-0,051	-51,451	2,66	978035,3	101	5004N	-0,549	-52,177	1,89	978021,1
36	5001G	-0,066	-51,456	1,98	978035,5	102	5004P	-0,550	-52,181	0,57	978011,7
37	5001H	-0,066	-51,471	2,12	978034,6	103	5004R	-0,551	-52,203	2,55	978007,7
38	5001J	-0,069	-51,488	2,02	978032,9	104	5004S	-0,561	-52,217	2,085	978003,5
39	5001L	-0,081	-51,504	2,35	978031,1	105	5004T	-0,563	-52,235	2,11	977999,6
40	5001M	-0,076	-51,524	2,49	978031,3	106	5004U	-0,564	-52,252	2,25	977996,4
41	5001N	-0,069	-51,540	2,05	978033,0	107	5004V	-0,579	-52,265	2,37	977993,6
42	5001P	-0,056	-51,557	2,25	978029,6	108	5004X	-0,584	-52,283	2,19	977987,2
43	1628A	-0,046	-51,571	2,1	978035,7	109	5004Z	-0,579	-52,296	1,83	977982,8
44	5001R	-0,046	-51,572	0,07	978029,9	110	5005A	-0,593	-52,314	2,63	977982,9
45	5001S	-0,051	-51,598	3,39	978025,7	111	5005B	-0,597	-52,329	2,04	977988,0
46	5001T	-0,049	-51,616	2	978026,4	112	5005C	-0,602	-52,347	2,13	977979,2
47	5001U	-0,030	-51,627	2,89	978036,3	113	5005D	-0,608	-52,366	2,51	977975,9
48	5001V	-0,012	-51,618	2,3	978026,7	114	5005E	-0,630	-52,370	2,615	977977,9
49	5001X	-0,009	-51,624	2,55	978032,5	115	5005F	-0,652	-52,368	2,578	977972,2
50	5002A	0,010	-51,637	1,74	978028,8	116	5005G	-0,673	-52,368	2,326	977976,3
51	5002B	0,001	-51,654	2,27	978034,3	117	5005H	-0,691	-52,372	2,112	977979,2
52	5002C	-0,009	-51,669	2,01	978044,4	118	5005J	-0,709	-52,386	2,7325	977978,4
53	5002D	-0,014	-51,684	1,88	978039,8	119	5005L	-0,715	-52,405	2,628	977986,1
54	5002E	-0,026	-51,698	2,11	978033,9	120	5005M	-0,726	-52,421	2,2875	977978,0
55	5002F	-0,045	-51,704	2,38	978029,9	121	5005N	-0,739	-52,434	2,169	977986,4
56	5002G	-0,063	-51,711	2,11	978022,5	122	5005P	-0,757	-52,440	2,148	977987,9
57	5002H	-0,076	-51,720	1,95	978022,7	123	5005R	-0,764	-52,451	1,481	977992,8
58	5002J	-0,092	-51,733	2,28	978026,1	124	5005S	-0,764	-52,473	2,825	977998,1
59	5002L	-0,104	-51,742	1,75	978020,8	125	5005T	-0,769	-52,483	1,898	978000,8
60	5002M	-0,122	-51,749	2,09	978024,5	126	5005U	-0,784	-52,485	1,6965	977996,0
61	5002N	-0,140	-51,751	2,3	978025,9	127	5005V	-0,795	-52,489	1,578	978000,2
62	5002P	-0,154	-51,744	1,84	978030,1	128	5005X	-0,814	-52,497	2,464	977999,3
63	5002R	-0,167	-51,737	1,64	978030,9	129	5005Z	-0,821	-52,501	0,893	977995,9
64	5002S	-0,179	-51,736	1,42	978033,7	130	5006A	-0,829	-52,507	1,189	977996,1
65	5002T	-0,180	-51,734	0,28	978032,4	131	5006J	-0,822	-52,516	1,42	977994,5
66	5002U	-0,195	-51,737	1,83	978030,4						

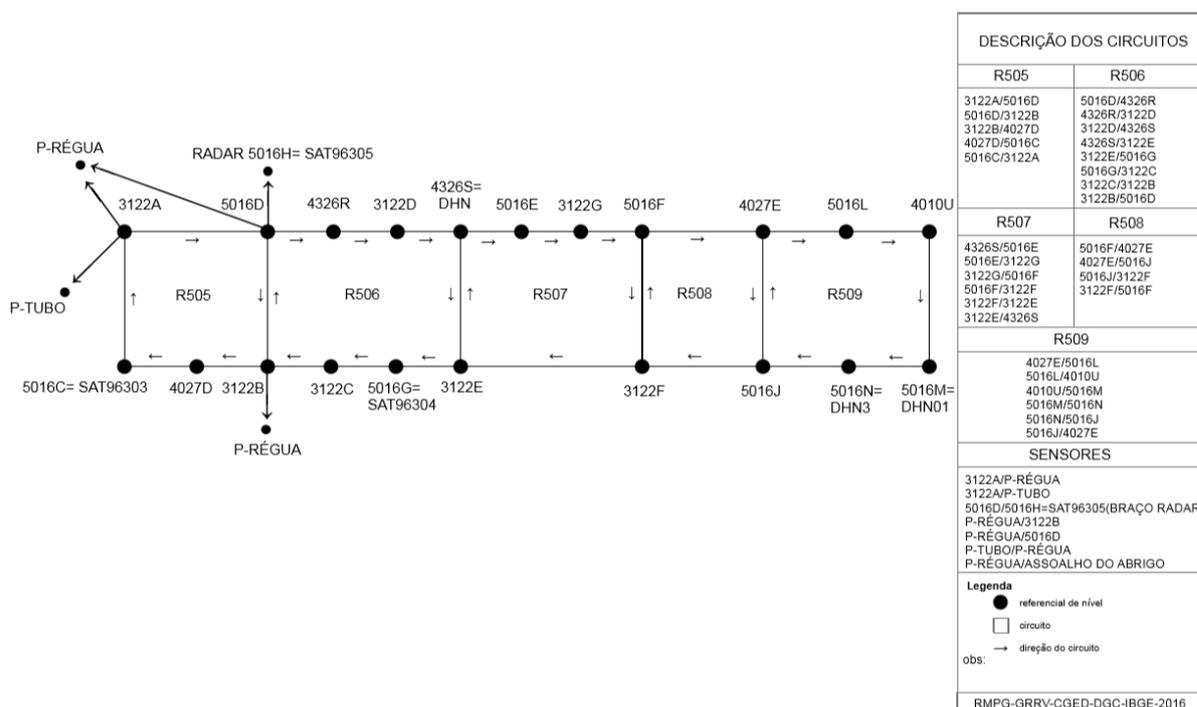
FONTE: IBGE (2018).

Os valores das observáveis geodésicas associados aos pontos apresentados nas TABELAS 9 e 10 foram entregues ao LARAS em 2018, e foram a base para o desenvolvimento do artigo científico de Santacruz, De Freitas e Luz (2019).

Comparando esses valores com os apresentados no BDG do IBGE, notou-se algumas diferenças numéricas, principalmente em valores de gravidade e altitudes elipsoidais. Isto pode ter acontecido devido a alguma atualização ou verificação feita pelo IBGE depois da entrega. Por essa razão, os valores das grandezas são apresentados truncados e de esta forma foram considerados nos cálculos em estações intermediárias onde praticamente não afetaram as correções normais empregadas. Já nas estações de conexão, foram empregados os valores mais atuais do IBGE e com todos os algarismos disponíveis tanto para a gravidade como para a altitude elipsoidal.

Foram realizadas várias atualizações ao redor do DVB-S (entre os anos 2016 e 2019). Informações específicas das medições de Controle Geodésico da Estação Maregráfica de Santana (CGEM - S) de 2016, antes do deslocamento da estação, e dos novos levantamentos são apresentadas na FIGURA 23. A EC-C (estação RN 4027E) faz parte das medições de CGEM – S, e era a estação mais próxima do DVB-S que tinha valores de GNSS, gravimetria e RN, por isso foi selecionada para ser a estação de conexão dos segmentos da RVRB.

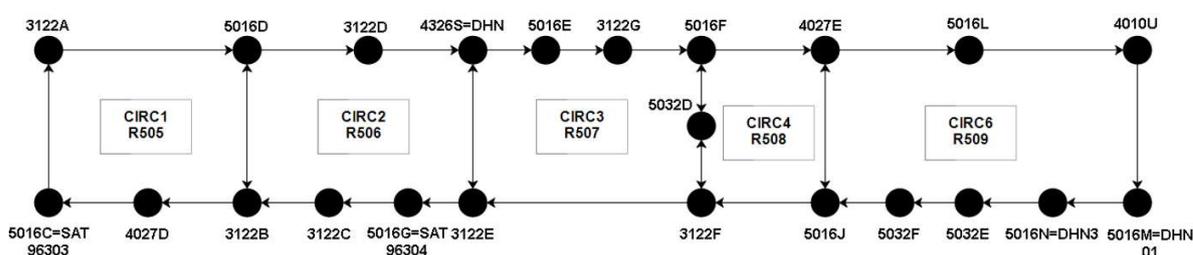
FIGURA 23 - ESQUEMÁTICO-CGEM-SANTANA-2016



FONTE: IBGE (2016).

Na FIGURA 24, apresenta-se a atualização das medições do CGEM – S de 2019 com novos vínculos levantados (estações mais próximas ao DVB-S com valores de GNSS, gravimetria e RN), e a EC-C fazendo parte da nova atualização do DVB-S. Devido a que os primeiros cálculos apresentados para esta problemática (SANTACRUZ, DE FREITAS e LUZ, 2019) foram realizados antes das mudanças realizadas no DV-S, continuamos usando a estação de conexão C. Recomenda-se realizar estudos referentes às mudanças realizadas no DVB-S.

FIGURA 24 - ESQUEMÁTICO-CGEM-SANTANA-2019



FONTE: IBGE (2019).

#### 4.1.1.2 Oriundas do Bureau Gravimetrique International (BGI)

O BGI que forma parte da IAG e da *Federation of Astronomical and Geophysical Data Analysis Services* (FAGS), tem a tarefa de dar acesso à comunidade científica mundial para medições relativas e absolutas do campo de gravidade da Terra e informações relacionadas.

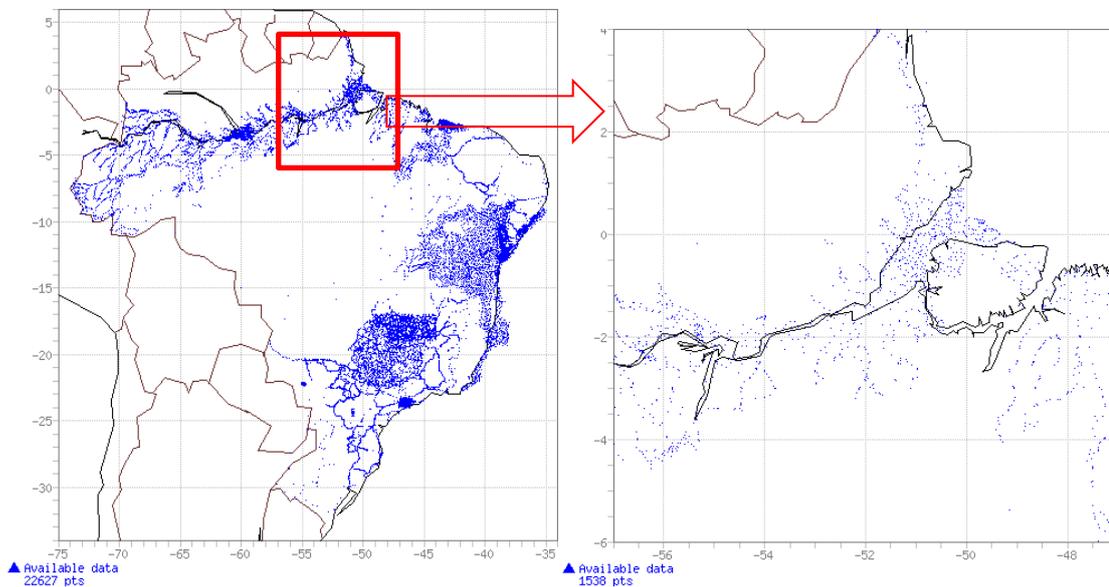
O BGI fornece informações sobre (BGI, 2019):

- Medições relativas e absolutas, dados terrestres, marítimos e aéreos da gravidade da Terra de diferentes instituições em nível mundial;
- Estações base de gravidade;
- Produtos como Grids de modelos globais como WGM2012, GGMplus2013, entre outros;
- Outras informações relacionadas com gravimetria como bibliografia e *software*.

Foram solicitados para o BGI os dados gravimétricos terrestres que se encontram na área de estudo da presente pesquisa (FIGURA 25), os quais são do acervo do Banco Nacional de Dados Gravimétricos Terrestres (BNDG) que é liderado

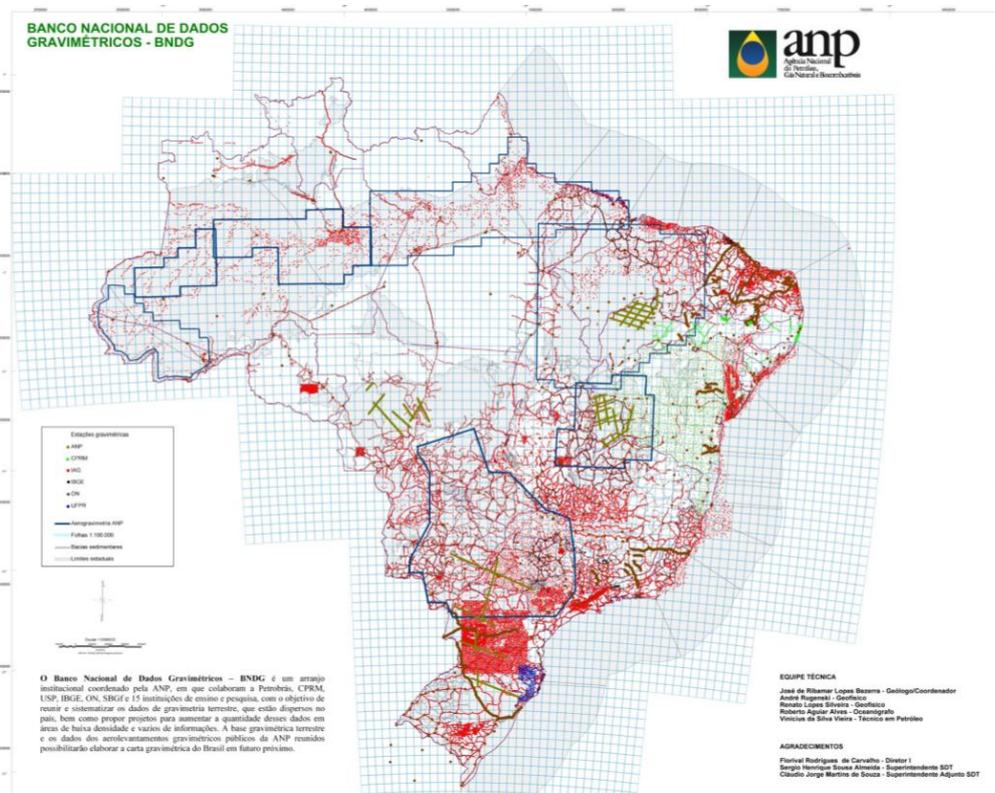
pela Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP) (IAG-USP, 2021).

FIGURA 25 - DADOS GRAVIMÉTRICOS TERRESTRES DO BGI



FONTE: BGI (2020).

FIGURA 26 - MAPA DO BANCO NACIONAL DE DADOS GRAVIMÉTRICOS TERRESTRES

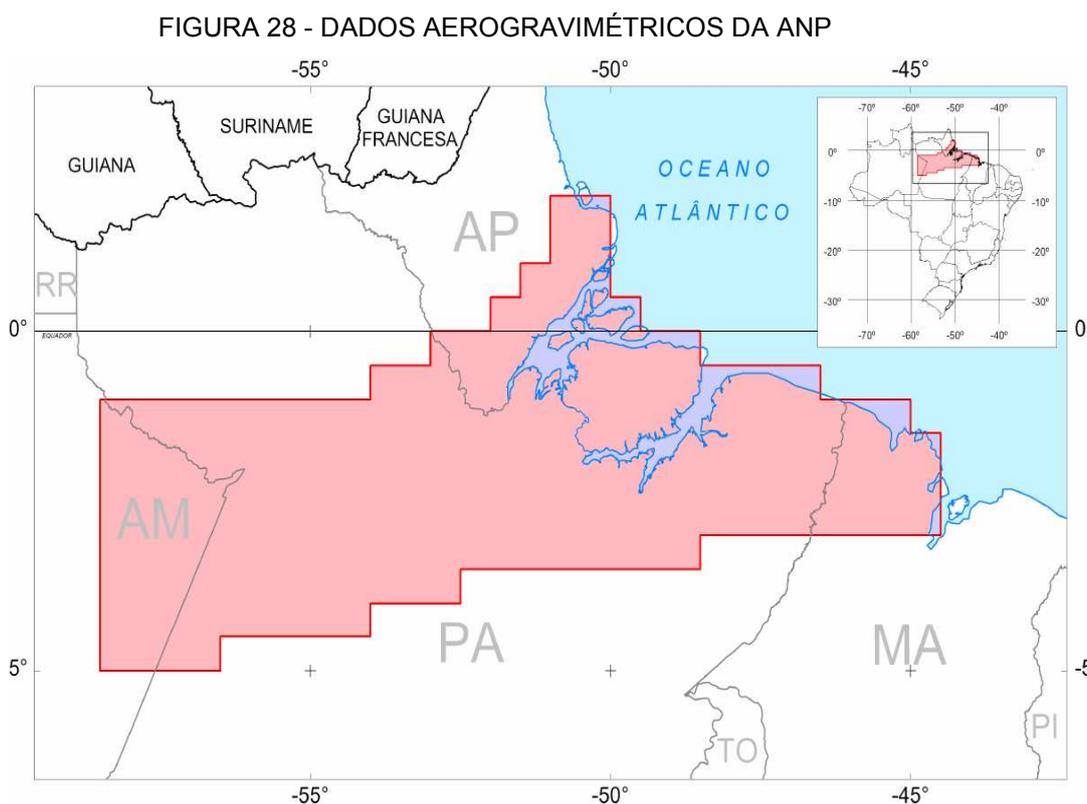


FONTE: BNDG (2011).



### 4.1.3 Aerogravimetria

Para a solução do PVCG na sua forma livre e fixada, foi relevante o uso de todos os possíveis observações de gravidade e GNSS existentes na zona de estudo. Destaque-se que com a colaboração do BNDG, da ANP e com o auxílio do IBGE, foi possível ter acesso ao Aerolevantamento Gravimétrico & Magnetométrico da ANP de março de 2008, desenvolvido para a identificação de áreas com ocorrência potencial de petróleo e gás nas bacias do Amazonas, Marajó e adjacências. Este levantamento tem uma grande quantidade de observações aerogravimétricas na área de estudo e torna-se assim a principal base de dados utilizada (ver FIGURA 28). Realizou-se a análise e preparação dos dados das diferentes bases para reduzi-los a um mesmo sistema de referência e de marés permanentes (ver Seção 5.1 e Seção 5.2).



FONTE: ANP (2008).

A distribuição das observações aerogravimétricas segue as linhas de voo estabelecidas para o projeto, com o qual foram levantados mais de oito milhões de pontos. Só algumas das especificidades do levantamento são apresentadas na

TABELA 11. Não foi apresentado uma análise do levantamento aerogravimétrico e suas aplicações, já que não é o objetivo da presente pesquisa.

TABELA 11 - ESPECIFICIDADES DO LEVANTAMENTO AEROGRAVIMÉTRICO

<b>Gravímetro aeroembarcado</b>	GMB 3
<b>Tipo</b>	Corda Vibrante
<b>Número de Sensores</b>	3 paralelos
<b>Taxa de Amostragem</b>	24Hz (por sensor)
<b>Precisão da Medição</b>	Melhor do que 0,8mGal para filtragem de 120s.
<b>Referência do Levantamento</b>	Estações da Rede Gravimétrica do Brasil vinculadas à IGSN1971
<b>Sistema de Referência</b>	SAD69 e WGS84
<b>Altitude de Amostragem</b>	~1400 m acima do Elipsoide WGS84
<b>Direção de Linhas de Medição</b>	Leste-Oeste
<b>Espaçamento entre Linhas de Medição</b>	~6000m
<b>Direção de Linhas de Controle</b>	Norte-Sul
<b>Espaçamento de Linhas de Controle</b>	~24000m
<b>Espaçamento entre pontos de medição de gravimétrica</b>	~18,7m
<b>Espaçamento entre Pontos de Medição de GNSS</b>	~7,8m
<b>Sistema de Posicionamento Horizontal</b>	DGNSS de dupla frequência com precisão melhor de 1cm
<b>Sistema de Posicionamento Altimétrico</b>	DGNSS de dupla frequência com precisão melhor de 10cm

FONTE: ANP (2008).

#### 4.1.4 Modelos Globais do Geopotencial (MGGs)

O modelo global do campo da gravidade da Terra é um modelo matemático que descreve o potencial do campo gravitacional da Terra no espaço tridimensional (ICGEM, 2021) incluindo a contribuição do potencial centrífugo devido ao movimento de rotação da Terra.

Um MGG consiste num conjunto de valores numéricos para certas constantes geodésicas, relaciones funcionais e algoritmos, assim como de coeficientes do potencial anômalo expresso em harmônicos esféricos determinados a partir de dados obtidos com uso de técnicas terrestres e espaciais (SEEBER, 2003).

Segundo Featherstone (2002), os MGGs podem ser do tipo:

- Modelos com dados somente por satélite, os quais são derivados de dados levantados por satélites artificiais;

- Modelos combinados, que como seu nome descreve, são constituídos por dados de satélites artificiais, observações terrestres, satélites altímetros, gravimetria oceânica e aérea;
- Modelos adaptados.

Os MGGs têm diversas aplicações, em função da precisão e resolução (FERREIRA, 2018):

- Determinação de órbitas de objetos que orbitam a Terra;
- Navegação usando sensores inerciais em trajetória de mísseis;
- Determinação do geoide local/regional;
- Determinação da topografia do nível médio dos mares (TNMM) necessária para o estudo da circulação de água nos oceanos;
- Unificação de *data* locais a um sistema global de altitudes (SGA);
- Determinação da distribuição de massas (prospecção geofísica);
- Caso o MGG descreva as variações temporais do campo, pode ser usado em estudos do sistema Terra (e.g., ciclo hidrológico)

TABELA 12 - MGGs UTILIZADOS

MODELO	ANO	GRAU DE DESENV.	FONTES DE DADOS	REFERÊNCIAS	APLICAÇÃO DOS MGGs
EGM96	1996	360	A, EGM96S, G	Lemoine et al., 1998	Redução da aerogravimetria à SF.
EGM2008	2008	2190	A, G, S(Grace)	Pavlis et al., 2008	Testes para determinação de desníveis geopotenciais e geração de superfícies de transformação.
EIGEN-6C4	2014	2190	A, G, S(Goce), S(Grace), S(Lageos)	Förste et al., 2014	Testes para determinação de desníveis geopotenciais e geração de superfícies de transformação.
GECO	2015	2190	EGM2008, S(Goce)	Gilardoni, et al., 2016	Testes para determinação de desníveis geopotenciais.
GOCO 05s	2015	280	S	Fecher et al., 2017	Testes para determinação de desníveis geopotenciais.
XGM2016	2017	719	A, G, S(GOCO05s)	Pail et al., 2016	Testes para determinação de desníveis geopotenciais
XGM2019	2019	2190	A, G, S(GOCO06s), T	Zingerle. et al., 2019	Infraestrutura Geodésica e base para aplicação da técnica <i>Remove-Restore</i> .

FONTE: ICGEM (2021).

NOTA: As letras A, S, G e T indicam que as fontes de dados dos MGGs provêm de Altimetria, de Satélites (por exemplo, GRACE, GOCE, LAGEOS), de dados terrestres (por exemplo, medições terrestres, em navios e aerotransportadas) e de Topografia, respectivamente.

A TABELA 12 contém os MGGs utilizados ao longo da presente pesquisa. Uma breve descrição de alguns modelos foi apresentada na Seção 2.3.2, e na sequência, são descritos os MGGs mais relevantes no desenvolvimento dos cálculos apresentados.

#### 4.1.4.1 EGM2008

Segundo Pavlis et al. (2012), o MGG *Earth Gravitational Model 2008* – EGM2008, tem como base dados terrestres, aerotransportados, valores derivados de altimetria por satélite, de aerogravimetria e com suplemento de informações gravitacionais implícitas na topografia onde existe carência de valores de gravidade. A partir desses dados foi desenvolvida uma grade global de 5' X 5' de anomalias de Ar-livre, que combinados com o modelo ITG-GRACE03S (com sua matriz variância-covariância) foram ajustados pelo método dos mínimos quadrados em termos de harmônicos elipsoidais. O grau/ordem (n/m) do modelo é de 2190/2159, sendo um dos primeiros modelos a ser desenvolvido a esse nível. Em áreas cobertas com dados de gravidade de alta qualidade, as discrepâncias entre as altitudes geoidais do EGM2008 e os valores independentes de GNSS/Nivelamento são da ordem de  $\pm 5$  a  $\pm 10$  cm.

#### 4.1.4.2 XGM2016

Segundo Pail et al. (2016), o *Experimental Gravity Field Model* - XGM2016 tem como base a mesma metodologia de combinação de seu modelo predecessor GOCO05c (FECHER et al. 2017), o qual apresenta uma solução combinada, com dados de satélite do GOCE em conjunto com anomalias da gravidade advindas de observações globais de múltiplas fontes. Ademais, este foi o primeiro MGG a aplicar ponderações variadas por região. Este é o primeiro MGG que contém dados GOCE de períodos completos da missão e independente do EGM2008. Os resultados mostram que as informações adicionais do GOCE são altamente benéficas em áreas insuficientemente observadas e que, devido ao esquema de ponderação dos dados

individuais, a consistência espectral e espacial do modelo é significativamente melhorada.

Referente ao XGM2016 ( $n/m=719$ ), pode-se dizer que a principal diferença que apresenta com GOCO05c é a adição de um conjunto de dados ( $15' \times 15'$ ) de anomalias da gravidade fornecidas pela NGA, resultando em melhoras significativas com respeito a outros MGGs, principalmente na África e na América do Sul, além de apresentar uma modelagem aprimorada das áreas oceânicas e áreas próximas à costa.

#### 4.1.4.3 XGM2019

O XGM2019 (ZINGERLE et al., 2019) é um modelo combinado representado com base em harmônicos esféricos com  $n/m=5399$ , resolução espacial de  $2' \sim 4$  km. Este MGG tem sido difundido em  $n/m=760$ ,  $n/m=2190$  e  $n/m=5399$ . No ICGEM, o XGM2019 até  $n/m=2190$  pode ser usado para o cálculo direto de funcionais da gravidade. Como fontes de dados, inclui o MGG GOCO06s no domínio dos longos comprimentos de onda combinado com observações gravimétricas de superfície e efeitos RTM para curtos comprimentos de onda. Os dados combinados ao GOCO06s, consistem nas mesmas anomalias de gravidade terrestres e oceânicas empregadas para o XGM2016, complementadas com gravidade derivada da topografia da Terra.

Segundo Kvas et al. (2019), o MGG GOCO06s ( $n/m=300$ ) é baseado em 1.160 milhões de observações de 19 satélites (como GOCE, GRACE, CHAMP, TerraSAR-X, entre outros). A combinação das fontes de dados individuais é realizada com base nos sistemas completos de equações normais, onde a ponderação relativa entre cada constituinte é determinada pela estimativa do componente de variância associada às diversas regiões abrangidas.

Em comparação com GNSS/NIV, o XGM2019 com  $n/m$  menor que 719, apresenta melhoras com respeito aos modelos EIGEN6c4 e EGM2008. Portanto, o desempenho do XGM2019 pode ser considerado globalmente mais consistente e independente dos MGGs referidos. Ademais, nos oceanos o modelo exibe um desempenho aprimorado em todo o espectro (igual ou melhor do que os modelos anteriores). Esta melhora se deve a que o XGM2019 dispõe de informações do campo

da gravidade, em nível global, com resolução em torno de ~4 km, a qual é relevante para o processo da decomposição espectral, especificamente nas zonas onde existem poucos dados gravimétricos (ZINGERLE et al., 2019).

#### 4.1.5 Modelos Digitais de Altitude (MDA)

##### 4.1.5.1 *Shuttle Radar Topography Mission (SRTM)*

O SRTM é um MDA gerado por interferometria por radar, através do SIR-C (*Spaceborne Imaging Radar C-band*). As linhas base para o levantamento tem 60 m e com faixas de 225 km de largura (USGS, 2018).

O SRTM fornece uma resolução espacial de 1" de arco (~ 30 metros), conhecido como SRTM1, o qual tem uma distribuição restrita. Depois foi gerado o produto SRTM3, que é um derivado do SRTM1, mas cuja resolução é de 3" de arco (~ 90m) e com cobertura global, o qual foi disponibilizado no site do *United States Geological Survey* (USGS) <https://earthexplorer.usgs.gov/>.

Algumas especificações do SRTM são relevantes, como:

- Sistemas de coordenadas geográficas;
- WGS84 como *Datum* Horizontal;
- EGM96 como *Datum* Vertical;
- Não contém batimetria.

##### 4.1.5.2 *MERIT*

Segundo Yamazaki et al. (2017), o *Multi-Error-Removed Improved Terrain DEM* – MERIT, foi desenvolvido para eliminar várias fontes de erros (*absolute bias; stripe noise; speckle noise; tree height bias*) que existiam nas versões predecessoras do SRTM (Ver mais na Seção 5.3.3). O MERIT tem algumas características similares ao SRTM3, como seu *Datum* vertical e horizontal, assim como também a sua resolução espacial (~ 90m). Este modelo cobre quase todas as áreas terrestres da Terra entre 90N-60S, exceto a Antártica.

O MERIT apresenta principalmente as elevações de solo descoberto, portanto está tecnicamente próximo a um Modelo Digital do Terreno (MDT). Isso torna o conjunto de dados adequados para aplicações que requerem altitudes do solo descoberto. Áreas de exemplo são hidrologia, hidrodinâmica, geodésia física e geofísica.

#### 4.1.5.3 ETOPO1

O ETOPO1 é um modelo que foi desenvolvido como uma melhoria do ETOPO2v2, a partir de diversas fontes de dados em nível global. ETOPO1 conta com uma resolução espacial de 1' de arco, que corresponde aproximadamente a 1,85 km. Fornece cobertura topográfica e batimétrica global completa entre  $-90^\circ$  a  $+90^\circ$  em latitude e  $-180^\circ$  a  $+180^\circ$  em longitude. (AMANTE e EAKINS, 2009).

O ETOPO1 contém algumas especificidades:

- Sistemas de coordenadas geográficas;
- WGS84 como *Datum* Horizontal;
- O nível do mar como *Datum* Vertical.

#### 4.1.6 Recursos Computacionais

##### 4.1.6.1 Centro Internacional para Modelos Terrestres Globais (ICGEM)

Segundo Barthelmes e Köhler (2016) e Ince et al. (2019), o serviço *International Centre for Global Earth Models* - ICGEM tem como objetivo fornecer à comunidade acesso aos modelos do campo da gravidade global estático e temporal da Terra, e desenvolver e operar serviços de cálculo e visualização interativos das funcionais do campo da gravidade, em forma de grades ou em forma de lista de pontos específicos, através de seu site. Os MGGs armazenados no ICGEM foram coletados de diferentes instituições em nível internacional e depois de um processo de validação foram disponibilizados publicamente.

#### 4.1.6.2 GEOGRID

O GEOGRID, do pacote computacional GRAVSOF (FORBERG e TSCHERNING, 2008), é um programa que prevê valores de uma variável em pontos de uma grade a partir de dados com distribuição heterogênea, mediante o método de Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ). Ele tem recursos complementares por Krigagem ou por média ponderada. Também pode interpolar valores em pontos específicos ou em perfis.

Na presente pesquisa foi utilizado a CMQ com Krigagem (FORBERG e TSCHERNING, 2008), já que se pode calcular o funcional em função de parâmetros determinísticos e estocásticos (sinal e ruído) inseridos no cálculo.

O GEOGRID usa um método de cálculo que divide os dados por quadrantes para melhorar o desempenho computacional. O programa procura os pontos para o cálculo por quadrante mediante vizinhos mais próximos para fazer a predição, ou por interpolação por CMQ junto com Krigagem, usando um modelo de covariância de Markov de 2ª ordem (FORBERG, 2008).

Especificando o método de CMQ, este tem várias aplicações na Geodesia Física, tendo como principal objetivo a obtenção dos sinais do campo da gravidade terrestres mediante seus funcionais como anomalias da gravidade, deflexão da vertical, entre outros (MORITZ, 1972).

Os principais parâmetros a serem definidos para o cálculo são:

- $Nqmax$  que é o número de pontos mais próximos por quadrante usado na predição;
- $Predpar$  que pode ser por CMQ considerando  $xhalf(km)$  como a distância de correlação e  $rms(noise)$  como a precisão associada com os dados do levantamento, ou por média ponderada considerando o peso da predição.

#### 4.1.6.3 Modelo De Correções Topográficas Global (MCTG)

O modelo *SRTM2Gravity* foi desenvolvido por Hirt et al., (2019). Ele tem as seguintes considerações implícitas que foram resgatadas da mesma referência:

- É uma nova fonte global de dados para correções gravimétricas, em vista dos efeitos do terreno, adequadas para reduzir os levantamentos gravimétricos terrestres;
- Tem uma resolução de 3" (~90m), associadas às massas topográficas da Terra;
- Nível de precisão de ~0,2 mGal e densidade da crosta de 2670 kg m<sup>-3</sup>;
- Foram utilizadas aproximadamente 28 bilhões de observações para sua consecução;
- Permite o cálculo do campo da gravidade gerado pela topografia residual com base no SRTM. O *SRTM2Gravity* transforma as altitudes do SRTM para efeitos da gravidade implícita, através da avaliação da integral de Newton;
- Usa o modelo topográfico MERIT para representar o terreno descoberto até o grau e ordem 2160.

Os produtos derivados do *SRTM2Gravity* são:

- *Full Scale Gravity*: representa o efeito linear da topografia na gravidade (platô de Bouguer de espessura igual à altura da estação obtida com MDA) junto com os efeitos de todas as irregularidades da topografia em relação ao platô de Bouguer. Serve para eliminar todos os efeitos da topografia nas medidas de gravidade;
- *Residual Gravity*: representa os efeitos da gravidade de alta frequência (usa o desenvolvimento de harmônicos esféricos, por exemplo, acima do n/m 2160). É aplicado no refinamento da gravidade oriunda dos MGGs usuais, como por exemplo o EGM2008, em escalas espaciais menores que 10km.

Existem algumas limitações e imperfeições do *SRTM2Gravity* que foram detectadas pelos autores do modelo. Como é um modelo do campo da gravidade implícito da topografia pura, não contém valores de gravidade observados e efeitos das heterogeneidades de densidades da crosta. Em escalas espaciais curtas, o *SRTM2Gravity* se aproxima do campo de gravidade real, mas não se deve considerar uma descrição exata do que pode ser medido com técnicas gravimétricas. Ainda não foram modeladas anomalias com densidade diferente como por exemplo: água de lago, oceano, gelo, sedimentos, entre outros.

#### 4.1.6.4 *Terrain Gravity Field (TGF)*

Segundo Yang, Hirt e Pail (2020), o *Terrain Gravity Field* – TGF tem as seguintes características:

- Foi desenvolvido com o objetivo de aplicar a técnica para a modelagem residual do terreno (RTM) em aplicações geodésicas e geofísicas que precisem de dados provenientes do sinal gravitacional de alta frequência devido à distribuição de densidade topográfica terrestre (parte gravitacional do campo da gravidade implícito nas massas do terreno, no domínio espectral);
- O software é capaz de calcular o campo gravitacional gerado por uma distribuição de densidade associada a massas topográficas. Dependendo do caráter de atenuação do campo gravitacional com a distância, o algoritmo divide as massas de integração em quatro zonas de cálculo e combina de forma adaptativa quatro tipos de geometrias:
  - Zona de cálculo 1 para poliedros (TSOULIS, 2012);
  - Zona de cálculo 2 para prismas;
  - Zona de cálculo 3 para tesseróides;
  - Zona de cálculo 4 para ponto-massa.

Esta característica difere dos outros programas já disponíveis, os quais trabalham com apenas uma técnica para RTM;

- Pode trabalhar com MDAs de diferentes resoluções espaciais;
- Suporta dois tipos de entradas de densidade (valor de densidade constante e mapa de densidade);
- Considera a curvatura da Terra envolvendo aproximação esférica e aproximação elipsoidal;
- O TGF permite calcular dez funcionais do campo da gravidade independentes como: anomalia de altitude, altitude geoidal, deflexão da vertical, tensores da gravidade, anomalia da gravidade e distúrbio da gravidade;
- Os resultados de experimentos de validação numérica interna e externa do TGF confirmaram sua precisão no nível sub-mGal;

- O TGF foi testado no projeto SRTM2gravity para converter a topografia SRTM global de 3" em efeitos de gravidade implícita em 28 bilhões de pontos de computação. Portanto, este programa lida com grande quantidade de dados;

#### 4.2 CONTEXTUALIZAÇÃO DO USO DE DADOS NO DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

Referente aos MGGs:

- As altitudes geoidais do MGG EGM96 foram utilizadas para a determinação de altitudes elipsoidais dos pontos aerogravimétricos. Este MGG foi utilizado já que este é referência vertical do MDA MERIT;
- Na Seção 2.3.2, foram mencionados alguns trabalhos com base no EGM2008 realizados no Brasil, portanto, este modelo foi testado nos cálculos realizados e comparados com outros MGGs (Ver Seção 5.3);
- Devido aos antecedentes apresentados para o MGG XGM2016, e pela análise realizada por Nicacio, Dalazoana e De Freitas (2018), este modelo também foi considerado na primeira etapa dos cálculos realizados na presente pesquisa (ver mais no Capítulo 2);
- O MGG XGM2019 é fundamental para o desenvolvimento da presente Tese, já que este forma parte da Infraestrutura Geodésica escolhida para gerar os dados de entrada necessários para preencher as regiões com escassez de dados e/ou com heterogeneidades na distribuição destes. Foram realizados alguns testes para avaliar a consistência do XGM2019, como a apresentada na Seção 2.5, como o cálculo de altitudes normais e números geopotenciais da EC- B com base no segmento 1 usando a solução relativa com base no XGM2019. Também, no Capítulo 5, apresenta-se uma análise da aplicação dos MGGs para diferentes testes, sendo que com XGM2019 obteve-se uma melhoria nos resultados em relação ao EGM2008 e EIGEN- 6C4.

Referente aos MDAs:

- Inicialmente, foram determinadas altitudes ortométricas  $H_p$  com ajuda do MDA SRTM3 para o cálculo de altitudes elipsoidais das observações aerogravimétricas e, desta forma, se conseguir a redução do valor da gravidade

à SF (mais detalhes na Seção 5.3.2). Em vista de usar os modelos mais atuais para o desenvolvimento da Tese, e com base nos resultados promissores relatados em Hirt, Yang e Kuhn (2019), foi realizado um Teste entre MDAs, sendo que os funcionais baseados no MERIT apresentaram menor RMS. Portanto, foi considerado como elemento complementar à Infraestrutura Geodésica no presente trabalho. Ele foi fundamental para realizar-se a redução das observações gravimétricas oriundas da aerogravimetria para a superfície física, com melhores resultados devidos à eliminação de erros encontrados no SRTM, principalmente nos corpos de água (Ver mais detalhes na Seção 5.3.3). Cabe destacar que devido à falta de dados batimétricos destes MDAs, percebeu-se algum tipo de erro na determinação do RTM, especificamente na EC-C, em cujo entorno existem valores negativos de altitudes elipsoidais;

- O MERIT foi utilizado para gerar superfície mais detalhada no TGF, para determinação do RTM;
- Inicialmente, o ETOPO1 foi usado implicitamente nos cálculos realizados no *site* do ICGEM, já que este MDA fornece informação topográfica para a determinação de certos funcionais derivados da gravidade. Por outra parte, este MDA também foi utilizado para gerar uma superfície mais generalizada no TGF para a determinação do RTM.

Referente aos Recursos Computacionais:

- O serviço do ICGEM é uma plataforma completa (contém informação detalhada sobre os MGGs) e fácil de usar. Foi fundamental para a realização dos cálculos baseados nos diferentes MGGs usados (ver Seção 4.1.4) na presente pesquisa;
- O GEOGRID foi utilizado para a geração de uma grade regular de anomalias de Bouguer. O método usado para esta interpolação foi CMQ associada com Kriging. Foram necessários vários testes para determinar corretamente os parâmetros a serem utilizados (ver mais detalhes na Seção 5.3.4);
- Realizou-se alguns testes para poder usar os produtos do SRTM2Gravity (*Full Scale Gravity*, e *Residual Gravity*), tanto para a determinação de anomalias de Bouguer completas (com correção topográfica) como para a determinação do RTM na técnica de decomposição espectral. Porém, os testes realizados com

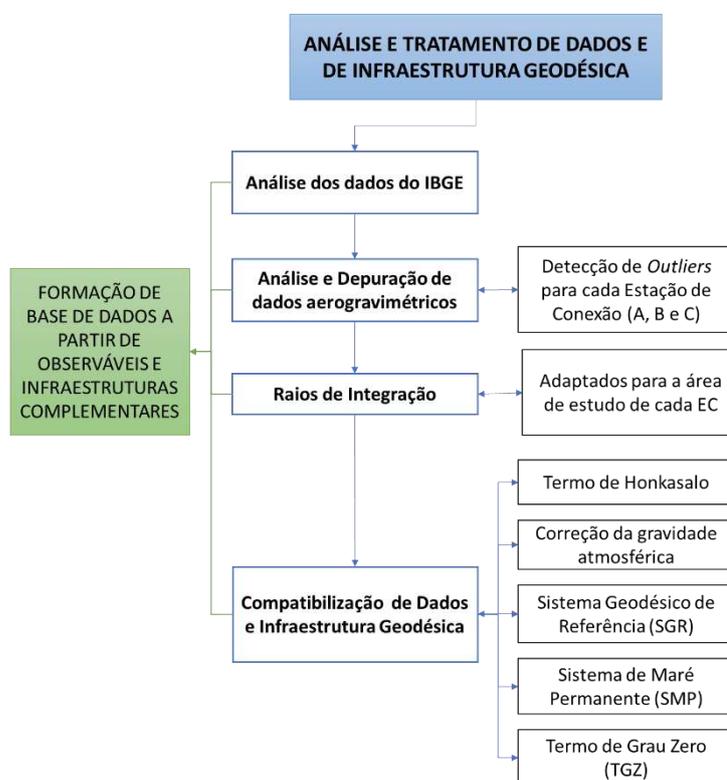
este modelo não foram satisfatórios, devido à existência de um componente implícito no cálculo final, que influenciava negativamente nos resultados. Tal problema, não foi esclarecido pelos autores do modelo;

- O TGF trabalha no domínio espacial (ver Seção 3.4.1) e é uma potente ferramenta para a determinação do efeito RTM. A parte computacional é bastante rápida e o código do programa é livre, para poder ser adaptado dependendo das necessidades do usuário. Para a presente pesquisa o código foi modificado para o reconhecimento de outros tipos de arquivos de entrada tanto para a grade como para os MDAs. A Seção 6.1.3 detalha o desenvolvimento computacional realizado sobre este programa.

#### 4.3 ANÁLISE DE DADOS E DA INFRAESTRUTURA GEODÉSICA EMPREGADA

Na sequência, resume-se o passo a passo da análise e tratamento dos dados aerogravimétricos e os fornecidos pelo IBGE, assim como da Infraestrutura Geodésica empregada na presente pesquisa (Ver FIGURA 29).

FIGURA 29 - ANÁLISE E TRATAMENTO DE DADOS E INFRAESTRUTURA GEODÉSICA



FONTE: A autora (2021).

#### 4.3.1 Análise e depuração de dados

Foi necessário realizar uma depuração e uma análise prévia dos arquivos fornecidos pelo IBGE no ano 2018 e dos arquivos existentes no BDG-IBGE. Esta depuração já foi parcialmente abordada no Capítulo 2, e certamente é fundamental para análises dos resultados do PVCG no Capítulo 6. Destaque-se que existiram alterações dos dados apresentados no BDG-IBGE durante a pesquisa. Assim, as análises foram direcionadas para se detectar:

- Completude dos dados para os cálculos de desníveis geopotenciais;
- Consistência dos arquivos com dados de nivelamento (RN) em relação às coordenadas e códigos identificadores (GNSS e/ou EG);
- Existência e consistência de valores de gravidade;
- Pontos muito próximos ou duplicidade (diferentes códigos de identificação da estação, mas com o mesmo valor de gravidade);
- Expressão do número de decimais das altitudes elipsoidais;
- Heterogeneidade do número de decimais da altitude ortométrica ou normal-ortométrica;
- Referência à metodologia de cálculo de altitudes identificada no arquivo;
- Unicidade de bases de dados e respectivas atualizações.

Referente aos dados aerogravimétricos, também foi realizada uma análise qualitativa, a qual é descrita na sequência.

##### 4.3.1.1 *Detecção de Outliers* nas observações aerogravimétricas

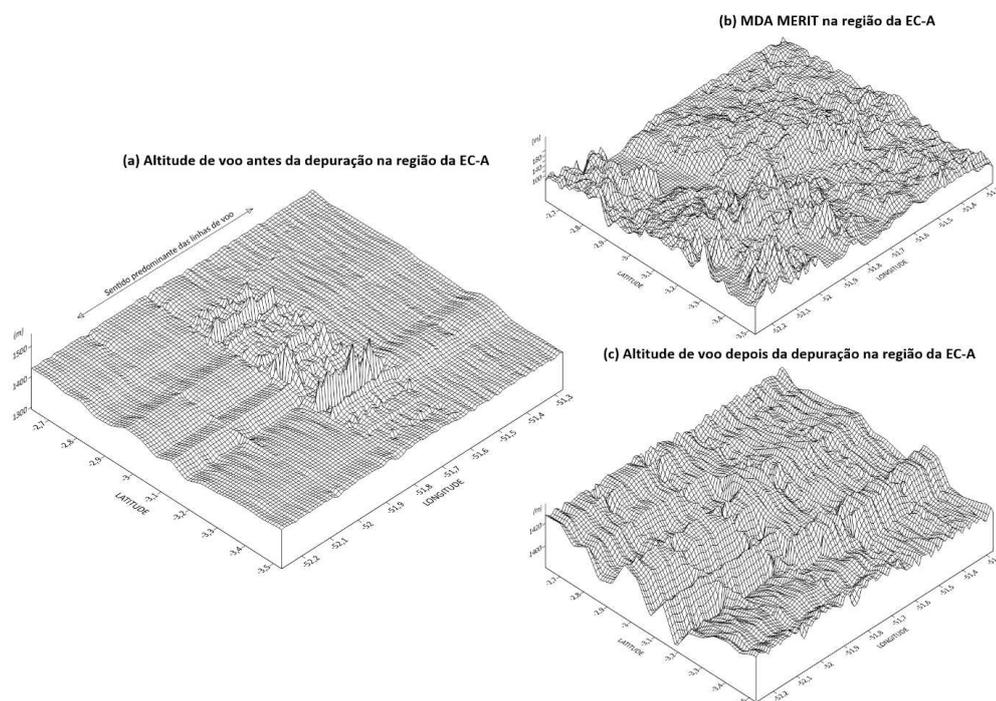
Devido ao grande volume de observações aerogravimétricas envolvidas nos cálculos e à preocupação de inserir possíveis erros advindos destes, foi necessário realizar uma filtragem e detecção de *outliers*. Inicialmente foram realizadas análises estatísticas que envolviam uma área de 1° ao redor de cada EC (aproximadamente 1 milhão de pontos para cada estação). Estas análises foram realizadas com distúrbios da gravidade calculados em cada ponto, tanto das observações aerogravimétricas como dos valores obtidos do MGG EGM2008. Este modelo apresentou menores

inconsistências na região que o EIGEN-6C4 também testado. Foi utilizado critério de 3RMS das diferenças para filtrar os *outliers*. Logo foi analisado o antes e o depois desta depuração e observou-se que existiam ainda sequencias de *outliers* inseridos nas observações aerogravimétricas que evidenciavam, por exemplo, linhas de levantamento com discrepância sistemática em relação às vizinhanças, e que não foram eliminados com o critério de 3RMS. Também foi discutida a perda de dados (eliminação de informação relevante considerada como um possível *outlier*), ao gerar uma “dependência” dessa filtragem com referência ao MGG utilizado que certamente tem resolução espacial menor que a base de dados aerogravimétrica. Por esta razão, foi necessário realizar outro tipo de filtragem.

Foram plotadas as superfícies com as altitudes de voo para analisar o comportamento dos valores de altitude em função da gravidade observada. Esta depuração foi realizada considerando um raio de cobertura de 0,5° ao redor de cada ECs (ver seção 4.3.2). A análise visual foi muito importante para se detectar valores perturbados com discrepâncias consideráveis nos valores de altitude (ver FIGURA 30). O modelo MERIT ajudou como guia no entendimento da topografia de cada região de forma a verificar-se “justificativas” para saltos observados. Foram analisadas todas as linhas de voo para se verificar se existiam duplicidades e também para analisar a coerência das observações. Neste estágio de análise, foi possível a detecção e eliminação de linhas de levantamento anômalas com incoerências nos valores observados, principalmente os associados a altitude de voo. A depuração foi realizada manualmente, eliminando as faixas com mais perturbações e incoerências nos valores das observações (Ver mais na Seção 5.3.3).

Observe-se que a FIGURA 30(a) apresenta pontos com altitudes variando entre o intervalo de 1.300 m e 1.500 m, após a depuração, conforme a FIGURA 30(c), o intervalo de variação das altitudes de voo foi reduzido dentro do intervalo de 1400-1420m.

FIGURA 30 - REGIÃO DA EC-A ANTES E DEPOIS DA ELIMINAÇÃO DE OUTLIERS



FONTE: A autora (2021).

A TABELA 13 apresenta as quantidades de observações em cada região das ECs antes e depois da depuração.

TABELA 13 - VALORES DEPURADOS EM CADA REGIAO DAS ECS

Região de cálculo	# de pontos antes da depuração	# de pontos depois da depuração	# de pontos excluídos
EC-A	167.954	142.537	25.417
EC-B	169.022	169.022	não foram detectadas perturbações
EC-C	190.299	170.016	20.283

FONTE: A autora (2021).

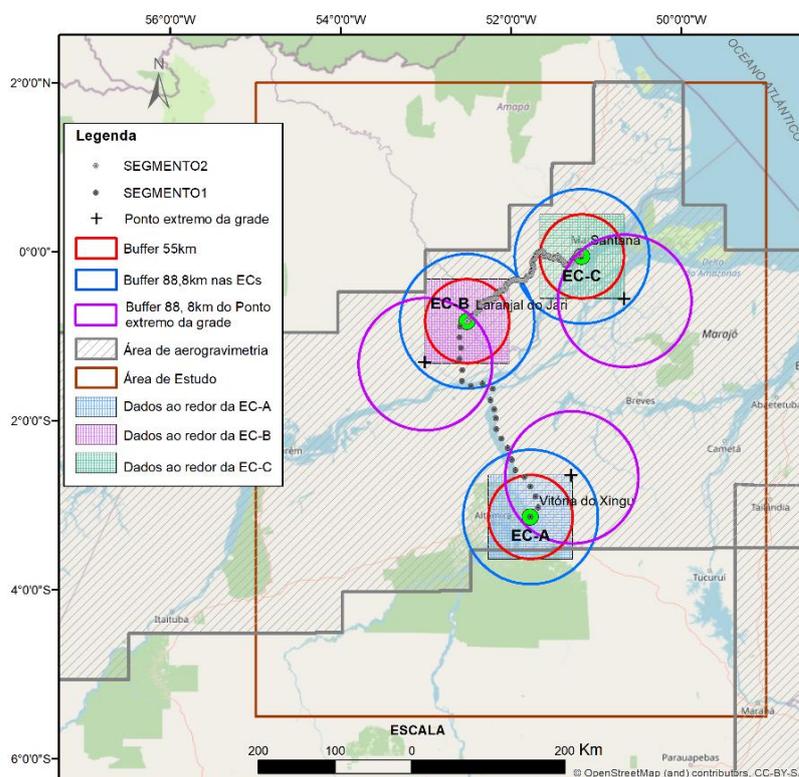
#### 4.3.2 Raios de Integração

Realizou-se uma análise das regiões ao redor das três estações de conexão, definidas em Altamira (EC-A), Laranjal do Jari (EC-B) e Santana (EC-C), com base na metodologia desenvolvida para a determinação de estações “IHRF”, visando a solução preconizada do PVCG (IHDE et al., 2017), envolvendo raios de integração de até aproximadamente 2° (~210 km). No entanto, este raio “preconizado” não é

exequível na área de estudos em vista da disponibilidade limitada de observações aerogravimétricas conforme a FIGURA 31.

Com a realidade dos dados existentes no entorno de cada uma das ECs, foram escolhidos dois raios de integração. Um primeiro raio de integração de  $0,5^\circ$  (~55 km) é definido a partir de cada EC. Portanto, está inserido nas grades geradas de distúrbios da gravidade e anomalias da gravidade de Molodensky a serem empregadas na solução do PVCG com base em integração numérica. Cada uma dessas grades foi conformada por 3.600 pontos, espaçados de  $1' \times 1'$  de arco. O segundo raio de integração adotado é de  $0,8^\circ$  (~88,8 km) em torno de cada ponto de cada uma das grades para os cálculos relacionados com o RTM a partir dos MDAs MERIT e ETOPO1 e com apoio das rotinas computacionais do TGF (ver mais na Seção 6.1.3). Para melhor entendimento, foram incorporados 3 exemplos de raio de integração de  $0,8^\circ$  em algum dos extremos das grades das ECs.

FIGURA 31 - RAIOS DE INTEGRAÇÃO NAS ESTAÇÕES DE CONEXÃO



FONTE: A autora (2021).

Destaque-se que o raio de integração adotado para a solução do PVCG, mesmo que em desacordo com as convenções IHRs/IHRF, não deve produzir efeitos

adversos na solução. Justifica-se esta percepção pela alta densidade de observações dentro do raio de integração de  $0,5^\circ$  (aproximadamente 1 ponto com informação gravimétrica a cada  $3,5 \text{ km}^2$ ), bem como as características topográficas suaves das áreas envolvidas, e também em vista dos efeitos pouco significativos de regiões mais afastadas, conforme já abordado na Seção 2.5. destaque-se que as convenções do IHRS/IHRF aceitam 1 ponto com informação gravimétrica a cada  $1.332 \text{ km}^2$  para regiões planas e 1 ponto a cada  $887 \text{ km}^2$  para regiões montanhosas.

#### 4.3.3 Compatibilização de Dados

A compatibilização dos dados é muito importante para evitar embutir algum erro devido as diferenças de referencial de cada um dos diferentes tipos de dados. É fundamental considerar para a compatibilização os preceitos estabelecidos desde a Resolução 1/2015 da IAG (IHDE et al. 2017):

- Todas as observações devem estar no *Permanent Mean Tide System*;
- Realizar todos os cálculos das grandezas relacionadas com o geopotencial no sistema *Zero Tide* (ZT), uma vez que só efeitos indiretos da crosta devam ser considerados neste estágio, e depois os valores obtidos da solução do PVCG devem ser convertidos para o sistema *Mean Tide* (MT). Por exemplo, obtém-se o potencial perturbador e deste a anomalia de altitude no ZT e assim se converte este valor para o MT, o qual considera a denominada crosta média, em geral, estão vinculadas às redes verticais de referência, como é o caso da RVRB.
- No caso de ter dados no sistema *Tide Free* (TF) (por exemplo, altitudes elipsoidais com GNSS), tem que se converter para o sistema (MT).

##### 4.3.3.1 Sistema Geodésico de Referência (SGR)

Para seguir com as convenções descritas, foi realizado primeiramente uma compatibilização de sistemas de referência durante a redução e depuração dos dados. Esta compatibilização, envolveu aspectos geométricos, bem como aspectos vinculados ao campo da gravidade inseridos no Sistema Geodésico de Referência

(SGR). O SGR1980 foi adotado neste trabalho por ser a base do SIRGAS2000, o qual é a base geométrica do SGB desde 2005 (IBGE, 2005; IBGE, 2015) e também é a base para as discussões associadas ao geopotencial e esferopotencial. A maioria das observações, com exceção dos dados oriundos do IBGE, encontravam-se em WGS84 e SGR1967, sem compatibilização em SMP.

#### 4.3.3.2 Sistema de Maré Permanente (SMP)

A compatibilização dos Sistemas de Maré Permanente é muito importante já que devido a influência das marés (influência da lua e do sol), existem alterações na forma e no campo da gravidade terrestre. Os efeitos de maré permanentes produzidos para o campo da gravidade podem se classificar nos sistemas: *Mean Tide* (MT), *Zero Tide* (ZT) e *Tide Free* (TF) (mais detalhes em MÄKINEN e IHDE, 2009).

Com base nas convenções descritas no início desta seção, realizou-se a conversão das altitudes elipsoidais que se encontram no sistema TF, para o sistema MT. Em um primeiro momento, isto promove a compatibilização com os dados de gravidade fornecidos no sistema MT. Na sequência dos cálculos, os funcionais a serem utilizados na solução do PVCG (anomalia da gravidade de Molodensky e distúrbios da gravidade), foram calculados no SMP ZT, atendendo às recomendações do IHRS/IHRF (IHDE et al. 2017) já mencionadas na Seção 4.3.3.

Apresentam-se na sequência as equações aplicadas na conversão de altitudes, observações gravimétricas e altitudes geoidais nos diferentes SMPs (mais informação em EKMAN, 1989; TENZER et al. 2011) segundo as convenções da IAG.

Para transformação de altitudes:

$$H_{MT} = H_{TF} - (1 + k - h) \frac{\Delta W_{ZT}}{g} \quad (40)$$

$$H_{ZT} = H_{TF} - (k - h) \frac{\Delta W_{ZT}}{g} \quad (41)$$

$$H_{MT} = H_{ZF} - \frac{\Delta W_{ZT}}{g} \quad (42)$$

onde  $h$  e  $k$  são os número de Love com valores 0,6 e 0,3 respectivamente. O termo

$\frac{\Delta W_{ZT}}{g}$  calcula-se mediante (HEIKKINEN, 1978):

$$\frac{\Delta W_{ZT}}{g} \approx -0,198 \left( \frac{3}{2} \text{sen}^2 \bar{\varphi} - \frac{1}{2} \right) [m] \quad (43)$$

sendo  $\bar{\varphi}$  a latitude geocêntrica.

Para transformação de observações gravimétricas em [ $\mu gal$ ] (EKMAN, 1989):

$$g_{MT} - g_{ZT} = -30,4 + 91,2 * \text{sen}^2 \bar{\varphi} \quad (44)$$

$$g_{ZT} - g_{TF} = (\delta - 1)(-30,4 + 91,2 * \text{sen}^2 \bar{\varphi}) \quad (45)$$

$$g_{MT} - g_{TF} = \delta(-30,4 + 91,2 * \text{sen}^2 \bar{\varphi}) \quad (46)$$

com o valor de  $\delta = 1,53$ .

Para transformação de altitudes geoidais em [ $cm$ ] (EKMAN, 1989), também utilizadas para transformação de anomalias de altitude:

$$N_{MT} - N_{ZT} = -9,9 - 29,6 * \text{sen}^2 \bar{\varphi} \quad (47)$$

$$N_{ZT} - N_{TF} = k (9,9 - 29,6 * \text{sen}^2 \bar{\varphi}) \quad (48)$$

$$N_{MT} - N_{TF} = (1 + k) * (9,9 - 29,6 * \text{sen}^2 \bar{\varphi}) \quad (49)$$

#### 4.3.3.3 Termo de Honkasalo

O termo de Honkasalo é aplicado para a correção das observações gravimétricas referidas ao IGSN71, já que remove a média das forças de maré. A recomendação da IAG para este termo é a remoção do mesmo para evitar introduzir erros no cálculo do geóide mediante as observações gravimétricas (HEIKKINEN, 1979). A equação (50) apresenta este termo em [ $mGal$ ], sendo  $\varphi$  a latitude da estação gravimétrica:

$$\Delta g_H = 0,0371 * (1 - 3 * \text{sen}^2 \varphi) \quad (50)$$

#### 4.3.3.4 Correção da gravidade atmosférica

A correção da gravidade atmosférica ( $\delta g_{atm}$ ) representa o efeito gravitacional da atmosfera na Terra, mesmo as vezes pequena, recomenda-se ser corrigida nas

observações gravimétricas. A consideração da aplicação da  $\delta g_{atm}$  foi reconhecida na definição do SGR1980 (MORITZ, 1992) e recomendada pela IAG (TENZER, et al. 2010).

A equação (51) adaptada por Wenzel (1985), representa o valor nominal da correção da gravidade atmosférica ao nível do mar, considerando  $H$  como a altitude em metros do ponto de cálculo.

$$\delta g_{atm} = 0,874 - 9,9 * 10^{-5}H + 3,5625 * 10^{-5}H^2 \quad (51)$$

#### 4.3.3.5 Termo de Grau Zero (TGZ)

Uma discussão relevante nas diversas vertentes adotadas na solução do PVCG é a do significado do denominado termo de grau zero associado ao desenvolvimento harmônico do geopotencial. Este termo usualmente aparece como um valor a ser inserido na fase final da determinação gravimétrica da altitude geoidal ou na determinação da anomalia de altitude. O fato relevante é o de que ele está associado a uma discussão dos parâmetros físicos dos SGRs envolvidos na solução utilizada. Os funcionais a serem empregados na solução do PVCG podem ser afetados pelos referenciais geométricos e físicos em que são obtidos bem como pelo SMP e também correções empregadas sobre observações gravimétricas tal como o termo de Honkasalo (MÄKINEN, 2017).

Diferentes interpretações são assim adotadas. Desde arranjos para dar consistência em soluções clássicas até interpretações mais atuais. O ICGEM – *International Center for Global Earth Models* destaca que, infelizmente, não existe um significado unívoco para o termo de grau zero nem uma descrição unívoca para ele. Como ilustração, refere-se à modelagem clássica de um geoide gravimétrico regional baseada em anomalias da gravidade. Usualmente essas anomalias eram determinadas com base em informações altimétricas locais e alguma fórmula da gravidade teórica referida a algum SGR. Portanto as anomalias eram afetadas pelo Datum local, pelo referenciamento dos dados gravimétricos empregados (teóricos e observados). A solução do PVCG, usual com base em decomposição espectral (*Remove-Restore*) faz uso de um MGG que permite modelar os termos de longo e médio comprimentos de onda. O MGG é determinante na modelagem da altitude

geoidal ou anomalia de altitude, representando cerca de 90% da sua amplitude (SCHWARZ, 1984). No entanto, em geral o MGG é estabelecido em SGR distinto daqueles empregados na obtenção dos funcionais referidos e do SGR no qual se pretende a apresentação dos resultados. Usualmente na solução final inseria-se um “termo de grau zero” para ajustar a solução obtida à área de interesse através de uma parcela a ser adicionada/subtraída da solução obtida do PVCG. Muitas vezes esta parcela era induzida a partir da diferença média entre as altitudes geoidais obtidas em pontos da rede de nivelamento com altitude conhecida onde dispunha-se de observações de altitudes elipsóidicas com GNSS. A diferença média entre as altitudes geoidais da solução obtida do PVCG e as “altitudes geoidais” obtidas da diferença  $h_{\text{observada}_{GPS}} - H_{\text{nivelada}}$  era “injunctionada” como termo de grau zero na solução final. É evidente que a aproximação adotada supria parcialmente a discordância entre os diferentes SGRs envolvidos. Certamente possuía uma certa validade uma vez que promovia a melhor aderência da solução obtida à região de interesse.

Na atualidade esta visão de aderência local, apresentada à guisa de exemplo, está superada. Assim é que se delimita a interpretação atual do termo de grau zero no âmbito de duas correntes principais de pensamento que são mencionadas por Nicácio (2017) e Carrión (2017): a visão adotada pelo NGA – *National Geospatial-Intelligence Agency*, baseada em LEMOINE et al. (1998), onde são consideradas diferentes hipóteses para o valor do geopotencial no geoide  $W_0$  e para o esferopotencial  $U_0$  de referência associado ao elipsóide de nível do SGR em tela; a visão adotada pelo ICGEM, onde, em essência, o geopotencial do geoide  $W_0$  é igual ao esferopotencial  $U_0$  associado ao elipsoide de nível do SGR1980. Recorde-se que o elipsoide de nível é definido como o elipsoide de revolução oblato, com superfície equipotencial, melhor ajustado no sentido dos mínimos quadrados à parte oceânica da figura da Terra. A ele se atribui a mesma massa e velocidade angular  $\omega$  da Terra. Frequentemente este modelo é denominado de Terra Normal. O esferopotencial na superfície deste modelo é definido como (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2006, p.69):

$$U_0 = \frac{GM}{b} \left( 1 - \frac{1}{3}e'^2 + \frac{1}{5}e'^4 \right) + \frac{1}{3}\omega^2 a^2 \quad (52)$$

com

$$e' = \frac{(a^2 - b^2)^{1/2}}{b} \quad (53)$$

sendo  $a$  o semieixo equatorial do elipsoide,  $b$  o semieixo polar,  $GM$  (constante gravitacional geocêntrica, sendo  $G$  a constante universal da gravitação e  $M$  a massa da Terra incluída a atmosfera). Assim,  $U_0$  deve ser, em princípio o valor que melhor aproxima  $W_0$  por ocasião da definição do SGR. Esta é a denominada definição física do geóide. Destaque-se que nesta definição o aspecto crítico é a grande dependência dos parâmetros geométricos do elipsoide de referência. No entanto deve ser enfatizado que o conhecimento do valor de  $W_0$  é cada vez mais aprimorado em decorrência das determinações de  $W$  sobre a superfície  $\sigma$  dos oceanos graças principalmente à altimetria por satélites, que faz cada vez mais presente a aplicação da definição de geóide dada por Gauss-Listing (LISTING, 1873 apud HECK, 2004):

$$\int_{\sigma} (W - W_0)^2 d\sigma = \min \quad (54)$$

onde  $W$  é o geopotencial amostrado no oceano,  $W_0$  é o geopotencial do geóide. Esta definição tem sido considerada como preferencial por ser realizável pela altimetria por satélites combinada com outras técnicas que independam dos sistemas de referência locais de altitude ou parâmetros geométricos do elipsoide de referência (DE FREITAS et al, 2007). Também, esta definição independe do SMP por estar vinculada a observações diretas do NM que se associa ao potencial perturbador  $T$ , o qual expressa em determinado ponto P o afastamento da Terra verdadeira do modelo Terra normal como:

$$T_P = W_P - U_P \quad (55)$$

As considerações precedentes são importantes para manifestar que mesmo com a adoção de um SGR específico, seja ele o WGS84, seja ele o SGR 1967 seja ele o SGR1980, o conhecimento físico da Terra está sempre em evolução, conforme já manifestado para o valor de referência para o  $W_0$ . As soluções trabalhadas nesta Tese a partir de funcionais obtidos de observações em campo e de modelos globais empregados buscaram sempre a compatibilidade com o SGR1980 e IHRS. Assim é que foram utilizados os preceitos da IAG relativos aos cálculos relacionados com o geopotencial no SMP *Zero Tide*, altitudes no SMP *Mean Tide* e todas as observações

convertidas ao SGR1980, o qual é base do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB).

Neste sentido, a opção de tratamento do termo de grau zero é aquela preconizada pela FAQ 16 do ICGEM (ICGEM, *Service Frequently Asked Questions – FAQs*, conforme <http://icgem.gfz-potsdam.de/faq>, em 18/12/2020). Deve-se ter em mente que na medida que o conhecimento do valor de  $W_0$  evolui, novas considerações devem ser introduzidas. Apresenta-se a seguir uma síntese desta abordagem, inserindo-se considerações em vista dos pressupostos do IHRS que preconiza um valor de geopotencial de referência  $W_0$  distinto daquele do SGR1980. Um modelo do geopotencial é dado por:

$$W(\varphi, \lambda, r_p) = V(\varphi, \lambda, r_p) + \Phi(\varphi, r_p, \omega) \quad (56)$$

tal como os disponibilizados pelo ICGEM, envolve uma parte referente ao desenvolvimento em harmônicos esféricos do potencial gravitacional  $V$ , uma parte referente ao potencial centrífugo  $\Phi$  associado à rotação da Terra, as constantes geodésicas fundamentais associadas ao SGR bem como o SMP escolhido para sua utilização prática. O potencial gravitacional é desenvolvido em termos dos coeficientes harmônicos de Stokes  $C_{nm}$  e  $S_{nm}$ , os quais são plenamente normalizados de forma que  $C_{00} = 1$ , com  $n$  e  $m$  sendo respectivamente o grau e a ordem do desenvolvimento harmônico. A constante gravitacional geocêntrica  $GM$  está associada com o SGR adotado e utiliza-se como fator de escala, o raio equatorial da Terra  $R$ , referente ao SGR adotado. Assim é que o termo preponderante do desenvolvimento do potencial gravitacional é dado por:

$$V_{00} = \frac{GM}{R} * C_{00} \quad (57)$$

A mudança de SGR implica em variações significativas neste termo as quais devem ser consideradas nas aplicações dos MGGs. Na sequência apresenta-se a formulação geral abordada na referida FAQ 16, devidamente adaptada para expressar o termo de grau zero da anomalia de altitude  $\zeta_z$ , a qual está associada a variações no potencial perturbador impostas pelo uso de diferentes SGRs, que pode ser expressa através da equação de Bruns na forma:

$$\zeta_z = \frac{T_z}{\gamma} \quad (58)$$

onde  $\gamma$  é o valor da gravidade normal para a latitude considerada e  $T_Z$  expressa a discrepância no potencial perturbador introduzida pela mudança de SGR.

O termo de grau zero da anomalia de altitude, com as considerações precedentes, envolvidos dois SGRs distintos ( $SGR_1$  e  $SGR_2$ ) é dado por:

$$\zeta_Z = \frac{GM_1 - GM_2}{\gamma R} - \frac{(W_0 - U_0)}{\gamma} \quad (59)$$

Esta é uma formulação geral para o termo de grau zero, aplicável tanto para anomalias de altitude quanto para altitudes geoidais. No entanto, algumas abordagens distintas podem ser agora exploradas. O ICGEM, conforme já antecipado, desconsidera o segundo termo do segundo membro pois assume conforme a definição física de geoide que  $W_0$  é igual a  $U_0$ . Na disponibilização de seus MGGs e de funcionais associados a esses, podem ser escolhidos em qual SGR deseja-se expressar o resultado e em qual SMP. De acordo com o SGR do MGG e aquele solicitado o primeiro termo do segundo membro é calculado e incorporado ao produto pretendido quando for o caso. O NGA em seu serviço “NGA EGM96 *geoid calculator*”, necessariamente irá utilizar os dois termos do segundo membro. No caso do presente trabalho, todos os funcionais empregados nas soluções do PVCG foram compatibilizados ao SGR1980 e adequados ao SMP *Zero Tide* conforme preconizado pela IAG. Então, no processamento do ICGEM, quando se opta por expressar o MGG em SGR1980, e pela inclusão do TGZ para a devida compatibilização com o SGR no qual foi inicialmente gerado o MGG, o primeiro termo do segundo membro é automaticamente calculado e incluso no resultado do processamento. No entanto deve-se refletir que o segundo termo do segundo membro deva ser interpretado em vista da introdução do valor  $W_{0_{IHRs}} = 62\,636\,853,4\, m^2s^{-2}$ , o qual é distinto do valor de  $U_{0_{SGR1980}} = 62\,636\,860,850\, m^2s^{-2}$ . Deve ser enfatizado que o sinal do termo de grau zero é fundamental e deve ser incorporado após da etapa *Restore*, ainda no SMP *Zero Tide*, na determinação da anomalia de altitude final (ver equação 74 e 75). O valor final da anomalia de altitude para ser empregado nas análises da conexão conforme já descrito no Capítulo 2, deve ser expresso no SMP *Mean Tide*.

## 5 GERAÇÃO DE FUNCIONAIS DA GRAVIDADE A PARTIR DE AEROGRAVIMETRIA E NOVOS MODELOS GLOBAIS

### *Generation of gravity functionalities from aerogravimetry and new global Models*

Andrea Galudht Santacruz Jaramillo <sup>1</sup>, Sílvio Rogério Correia de Freitas <sup>2</sup>

<sup>1</sup> UFPR, Programa de Pós Graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, Brasil.  
andrea.santacruz@ufpr.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6648-9879>

<sup>2</sup> UFPR, Programa de Pós Graduação em Ciências Geodésicas, Curitiba, Brasil.  
sfreitas@ufpr.br

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0830-6541>

**ISSN 1808-0936 | <https://doi.org/10.14393/revbrascartogr>**

Recebido: Out.2020 | Aceito: Dez.2020

#### **Resumo:**

A Rede Vertical de Referência do Brasil – RVRB é estruturada em dois segmentos distintos com discrepância entre si (offset). Cada qual é vinculado a um *Datum* Vertical – DV distinto: Imbituba e Santana. Sobre a realização 2018 da RVRB já existem determinações do offset no espaço do geopotencial com base em gravimetria e nivelamento. Estas soluções têm como pontos fracos a utilização de levantamentos sobre ramais abertos e DVs locais. A visão atual é a de que cada segmento deva ter seu offset referido a uma mesma referência global. Para tanto, é recomendada tal determinação com base em soluções do Problema do Valor de Contorno da Geodesia em referencial global. Para estas soluções são necessárias funcionais da gravidade (e.g. distúrbio da gravidade) independentes de reduções em referencias locais. Na região de conexão dos segmentos, nos estados do Pará e do Amapá, se dispõe de um extenso levantamento aerogravimétrico para finalidades geofísicas, devendo receber profunda depuração para aplicações em Geodesia. No presente trabalho são apresentadas todas as atividades de depuração e compatibilização com referencial global deste levantamento aerogravimétrico. O Modelo Digital de Altitude MERIT substituiu ao SRTM nas reduções da gravidade. O Modelo Global do Geopotencial XGM2019 em substituição ao EGM96 e a modelagem

das marés permanentes, foram requisitos fundamentais para o vínculo ao espaço do geopotencial e a um único referencial global. Com as estratégias empregadas, foi obtida uma melhora significativa na aderência das funcionais geradas com modelos globais da Geodesia (RMS melhor que 7mGal).

**Palavras-chave:** Rede Vertical de Referência do Brasil. Aerogravimetria. Compatibilização de SGRs e Sistemas de Marés Permanentes. MERIT. XGM2019.

**Abstract:**

The Brazilian Vertical Reference Frame - BVRF is structured in two different segments with offsets between them. Each one is linked to a different local Vertical Datum – VD: Imbituba and Santana. There are, already, some determinations about the referred offset in the geopotential space related to BVRF last realization in 2018, in general, based in gravimetry and leveling associated with GNSS positioning. These solutions have as limitations the use of surveys on available open leveling lines and local VDs. The current view is that each segment should have its offset referred to a same global reference surface. Such determination must be based on solutions of the Geodetic Boundary Value Problem. For this kind of solution is mandatory gravity functionals (for example, gravity disturbances) independent of reductions in local reference systems. In the connection region (in the states of Pará and Amapá), an extensive aerogravimetric survey for geophysical purposes is available. It should receive deep depuration for applications in Geodesy. This work presents the depuration activities and compatibilization with a global reference system on the aerogravimetric survey. The DEM MERIT replaced the SRTM in gravity reductions and the GGM XGM 2019 replaced the EGM96. It was introduced the modeling of the permanent tides. These actions were done aiming to accomplish the fundamental requirements related to data base for the linking BVRF segments to an only global reference. With employed strategies, a significant improvement in the adherence of gravity functionals with global geodetic models was obtained (RMS better than 7mGal).

**Keywords:** Brazilian Vertical Reference Frame. Aerogravimetry. GRS Compatibility and Permanent Tide Systems. MERIT. XGM2019.

## 5.1 INTRODUÇÃO

Visando atender às demandas globais em termos da infraestrutura geodésica necessária ao monitoramento do Sistema Terra, a Assembleia Geral das Nações Unidas (UN, 2015), com a Resolução A/RES/69/266, estabeleceu o *Global Geodetic Reference System* – GGRS. Este visa atender às novas exigências em termos de Sistemas Geodésicos de Referência – SGRs globais, que associem o necessário referenciamento de processos planetários ao espaço geométrico, bem como ao espaço do geopotencial, considerando os aspectos da rotação/orientação da Terra relativamente ao espaço exterior (IAG, 2016). A realização (Frame) do GGRS (o GGRF) pressupõe envolver: 1) o referenciamento geométrico, com base no *International Terrestrial Reference System* – ITRS e suas realizações (*Frames*) ITRFyyyy, onde yyyy denota a época de referência (IERS, 2020); 2) o referenciamento ao espaço do geopotencial deve ser cumprido pelos preceitos do *International Height Reference System* – IHRS, com a sua respectiva realização (Frame – IHRF), conforme estabelecido pela Resolução #1 de 2015 da *International Association of Geodesy* – IAG (IAG, 2015a); e 3) os aspectos da dinâmica planetária e sua rotação no espaço externo de referência, que são realizados pelos Parâmetros de Orientação da Terra, mantidos pelo *International Earth Orientation and Reference Systems Service* – IERS (IERS, 2020).

Com os preceitos estabelecidos desde 2003 e aprimorados até a atualidade pelo *Global Geodetic Observing System* – GGOS da IAG, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE estabeleceu um projeto de modernização da Rede Vertical de Referência do Brasil – RVRB. Em 2018, sua realização foi efetivada no espaço do geopotencial dotando as altitudes ajustadas de significado físico, característica até então não existente nas realizações anteriores, tal como na Rede Altimétrica de Alta Precisão – RAAP, e realizada em termos de altitudes normais-ortométricas (IBGE, 2018).

Ainda persistem na RVRB aspectos a serem superados para obter seu vínculo a um sistema global de altitudes, bem como a unificação de seus dois segmentos. Cada segmento é ainda vinculado a um distinto *Datum* Vertical – DV, devido a dificuldades de conexão convencional na região Amazônica: o de Imbituba - SC (DV-I) envolvendo a porção majoritária da RVRB e; a porção no Estado do Amapá

vinculada ao marégrafo de Santana (DV-S). Ainda, ambos os segmentos são vinculados a distintos DVs locais. Existe uma discrepância (offset) entre eles, a qual já foi estimada no espaço do geopotencial, porém, com base em linhas de nivelamento abertas, associadas com gravimetria em um único ponto de conexão e aplicação de modelos quase geoidais de forma relativa como elementos de controle (SANTACRUZ, DE FREITAS e LUZ, 2019). No entanto, problemas ainda persistem na RVRB, como a conexão, que é baseada somente em dois ramais de nivelamento abertos sem controle de fechamento, um de Altamira no Pará até Laranjal do Jari no Amapá, e outro de Santana no Amapá até Laranjal do Jari (FIGURA 13). Ambos os segmentos são referidos a DVs locais vinculados à observação do Nível Médio do Mar – NMM em épocas e locais distintos. Na presente forma, as funcionais do geopotencial geradas com base nas altitudes da RVRB, têm apenas caráter local e são inconsistentes entre si e, também com referenciais globais, tal como acontece com as anomalias da gravidade utilizadas para diversas aplicações. Se observados os pressupostos atuais da IAG (IHDE, SÁNCHEZ e BARZAGHI, 2017; BARZAGHI, DE GAETANI e BETTI, 2020), a substituição dos DVs locais por um único DV global implica na solução do problema do offset entre os segmentos e os vincula ao IHRG/IHRF, tornando a RVRB consistente com todas as redes verticais globais realizadas em consonância com os mesmos critérios.

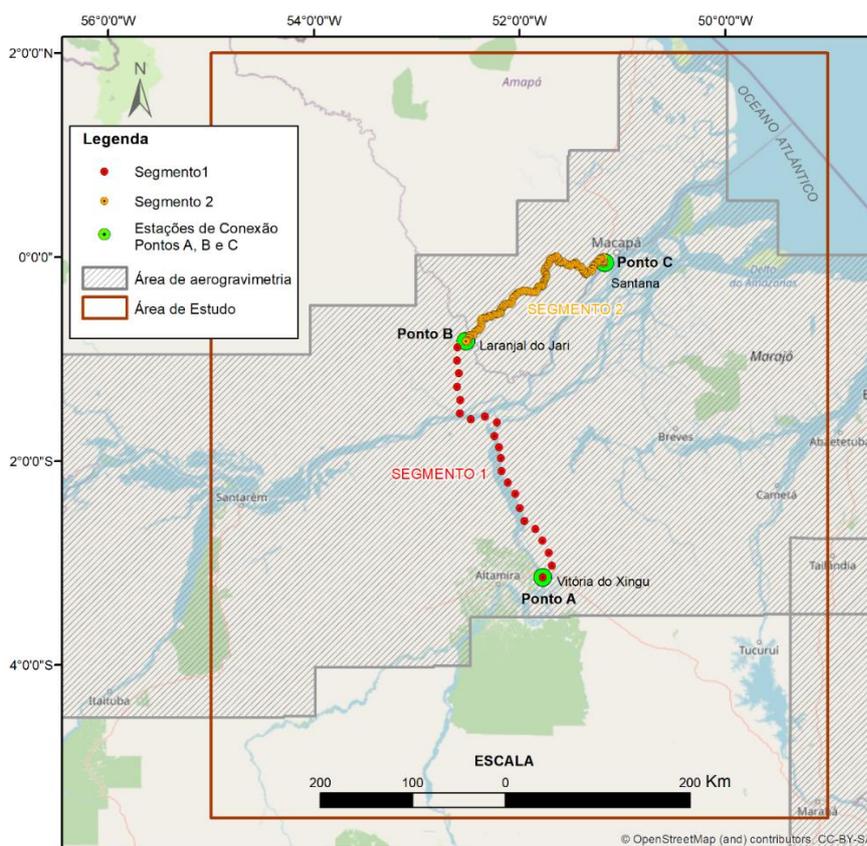
Dentre as estratégias usuais para conexão de Redes Verticais – RVs, tais como as descritas por Lehmann (2000), a forma ideal para conexão é aquela que não faça uso de funcionais baseadas em referenciais e reduções locais, dependentes somente de observações restritas a linhas ou pontos de conexão. Assim aparecem como adequadas as soluções do Problema do Valor de Contorno da Geodesia – PVCG que envolvam observações globais e regionais de duas formas. A primeira, a forma escalar livre baseada em anomalias da gravidade de Molodensky, que utiliza observações da gravidade referidas à Superfície Física da Terra – SF, devidamente posicionadas em referencial global e valores teóricos da gravidade obtidos sem hipóteses simplificativas no denominado teluroide. A segunda forma, a fixada na SF, é baseada na Integral de Hotine, que utiliza como funcionais os distúrbios da gravidade. Esta advém da diferença da gravidade real e da gravidade teórica no mesmo ponto, portanto, se considerada na superfície física, tais funcionais são facilmente obtidas em referencial global e sem reduções locais com base em hipóteses simplificativas. As soluções do

PVCG mencionadas são usualmente obtidas com base em decomposição espectral das funcionais, visando à geração de componentes residuais. São necessárias observações regionais com distribuição espacial adequada, assim como a utilização de Modelos Globais do Geopotencial – MGGs para modelagem de longos e médios comprimentos de onda e, Modelos Digitais de Altitude – MDAs para a modelagem dos efeitos de curto comprimento de onda relacionados com a topografia regional no entorno dos pontos de cálculo.

Na região de conexão dos segmentos, conforme a FIGURA 32, se dispõe como única alternativa de observações gravimétricas, com distribuição regional apta ao estabelecimento de soluções do PVCG, aquelas advindas de extenso levantamento aerogravimétrico (aproximadamente oito milhões de pontos) para finalidades geofísicas, realizado em 2006 sob os auspícios da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis – ANP. Sobre este levantamento aerogravimétrico já foi realizado um estudo para avaliar sua potencialidade para fins geodésicos (JESUS e DE FREITAS, 2020). Nesta avaliação detectou-se certas incompatibilidades geradas pelos SGRs envolvidos e superfícies de redução utilizadas na determinação das funcionais derivadas dos dados do levantamento, envolvendo erros em altitude na ordem de 25 m ou mais. Funcionais originais apresentavam discrepâncias acentuadas relativamente a observações esparsas disponíveis na região. Assim é que se optou por novos cálculos com base em dados dos sensores gravimétricos e posicionais embarcados, e a partir destes efetivar-se todas as compatibilizações de referenciais e de sistemas de marés permanentes (TENZER et al, 2011), bem como reduções e interpolações necessárias para obtenção das funcionais adequadas para a solução do PVCG nas formas mencionadas. Assim é que foram concentrados os esforços no referenciamento de todas as observações no GRS80 (TORGE e MÜLLER, 2012), na obtenção de altitudes físicas dos pontos de observação com auxílio do MGG XGM2019 (ZINGERLE et al, 2019) e do MDA *Multi-Error-Removed Improved-Terrain* – MERIT (YAMAZAKI et al, 2017). Visou-se, assim, superar as principais limitações do MGG EGM96 (LEMOINE et al, 1998) e do MDA SRTM (USGS, 2019) originalmente empregados nas reduções e interpolações, bem como distintos SGRs envolvidos inicialmente e não compatibilizados (WGS84 e SGRS67). Também se realizaram depurações de outliers e de redundâncias espúrias das observações originais, gerando as funcionais em grades adequadas. As interpolações de gravidade para os

pontos de interesse devem ter por base anomalias da gravidade de Bouguer de acordo com os critérios mais usados no contexto da IAG (FORSBERG e TSCHERNING, 2008). Assim, a partir de anomalias da gravidade interpoladas, foram obtidos os valores da gravidade nos pontos da grade requerida à solução do PVCG. Neste trabalho são discutidos os distúrbios da gravidade em grade. As melhorias com as estratégias adotadas foram significativas. Todos os detalhes dos cálculos, testes de consistência dos dados reduzidos e análises encontram-se na sequência deste artigo.

FIGURA 32 - SEGMENTOS DA RVRB NA ÁREA DE ESTUDO



FONTE: Os autores (2020).

## 5.2 GERAÇÃO DE BASE DE DADOS A PARTIR DA AEROGRAVIMETRIA

### 5.2.1 Principais características da base de dados aerogravimétricos originais

Para a solução do PVCG na sua forma livre e fixada, é relevante o uso de todos os possíveis dados de gravidade e GNSS existentes na zona de estudo. Destaque-se

que com a colaboração do Banco Nacional de Dados Gravimétricos – BNDG, da ANP e com o auxílio do IBGE, foi possível ter acesso ao “Aerolevanteamento Gravimétrico & Magnetométrico”, projeto desenvolvido em março de 2006, para a identificação de áreas com ocorrência potencial de petróleo e gás nas bacias do Amazonas, Marajó e adjacências. Este levantamento tem uma grande quantidade de observações aerogravimétricas com aplicação na Geofísica, e por se concentrar na área de estudo da presente pesquisa, torna-se assim a principal base de dados utilizada.

É importante conhecer algumas das especificidades do levantamento (ANP, 2008):

a) foram utilizados 3 sensores gravimétricos aeroembarcados modelo GMB3. A aquisição do dado aconteceu com um espaçamento de aproximadamente 18,7 m entre pontos de medição, em função de uma taxa de amostragem de 24 Hz por sensor, tendo uma precisão declarada melhor do que 0,8 mGal para filtragem de 120s. A referência do levantamento relaciona-se com estações da Rede Gravimétrica do Brasil vinculadas à IGSN1971;

b) foi utilizado o método GNSS diferencial dupla frequência com precisão declarada melhor de 1 cm no sentido horizontal e com precisão melhor de 10 cm no posicionamento altimétrico;

c) os Sistemas de Referência do levantamento foram o SAD69 e WGS84;

d) as altitudes de amostragem das observações foram aproximadamente a 1400 m acima do elipsoide WGS84;

e) a distribuição das observações aerogravimétricas segue as linhas de voo estabelecidas para o projeto, com o qual foram levantados mais de oito milhões e seiscentos mil pontos;

f) o espaçamento entre Linhas de Medição (sentido Leste-Oeste) foi de aproximadamente 6000 m, enquanto o espaçamento de Linhas de Controle (sentido Norte-Sul) foi de ~24000 m.

Uma análise completa das observações aerogravimétricas e seu uso potencial para fins geodésicos pode ser encontrada em Jesus e De Freitas (2020). Aqui foram analisados e comparados valores derivados da gravidade observada na altura de voo contra valores obtidos mediante MGG EGM96 e MDA SRTM, o qual teve como

conclusão de que as funcionais anomalias da gravidade *Free-Air* e de Bouguer, advindas do levantamento aerogravimétrico original, não podem ser aplicadas para fins geodésicos, por apresentar inconsistências tanto no uso dos elipsoides de referência, nas superfícies de redução, no cálculo de algumas funcionais e na desconsideração do Sistema de Maré Permanente – SMP necessários às reduções altimétricas (IHDE et al. 2017). Para o aproveitamento do levantamento, foram determinados valores da gravidade reduzidos à SF adequada em função dos valores de gravidade na aeronave (dados observados “brutos” nos sensores embarcados). Foram realizadas todas as compatibilizações de SGRs, SMPs e reduções à SF, de acordo com os preceitos mais atuais da Geodesia, conforme apresentado na sequência deste trabalho. Desta forma, visou-se determinar funcionais do campo da gravidade com as características desejáveis para finalidades geodésicas.

Em paralelo com o estudo apresentado anteriormente, foi realizado outra análise e depuração específica dos dados, devido que foram encontradas algumas incongruências em algumas linhas de voo como: segmentação da linha sem sequência nos valores ou de gravidade ou de altitude de voo; valores muito diferentes entre pontos de quase as mesmas coordenadas, entre outros. Os erros referidos foram evidenciados ao gerar uma superfície em função dos valores de gravidade e altitude da aeronave. Toda essa depuração é apresentada na Seção 5.3.3.

### 5.3 ESTRATÉGIAS PARA A GERAÇÃO DA BASE DE DADOS PARA SOLUÇÃO DO PVCG

#### 5.3.1 Caracterização da região de conexão e delimitação da base de dados

Inicialmente foram definidos os pontos A, B e C, como Estações de Conexão – ECs, as quais determinam o início e o fim dos segmentos a conectar na RVRB (Ver FIGURA 14). Estas estações contêm dados de nivelamento referidos a diferentes segmentos da RVRB, dados de posicionamento GNSS em GRS80 e gravimetria em IGSN71, que servirão para avaliação do *offset* entre os segmentos em função das funcionais objetos de discussão no presente trabalho. Para o estabelecimento de grades de funcionais a serem utilizadas na solução PVCG, foram definidos raios de

integração de:  $0,5^\circ \sim 55$  km,  $1^\circ \sim 110$  km e  $2^\circ \sim 220$  km ao redor das ECs segundo a metodologia para a determinação de estações “IHRF” apresentada por Sánchez (2016b).

Devido à falta de dados ou à distribuição heterogênea destes, o uso de cada raio de integração poderia variar em cada EC. Entretanto, para uma correta análise em função da distribuição dos dados (Ver FIGURA 33), julgou-se que a melhor cobertura que abrange as três ECs, é o raio de integração de  $0,5^\circ$ . Também é importante considerar que a área de estudo se encontra numa região onde foram detectados gradientes anômalos que certamente influenciam as funcionais envolvidas e têm alcance nos resultados dos cálculos (SANTACRUZ, DE FREITAS e LUZ, 2019). Este aspecto é marcante no segmento 1 (ECs A-B).

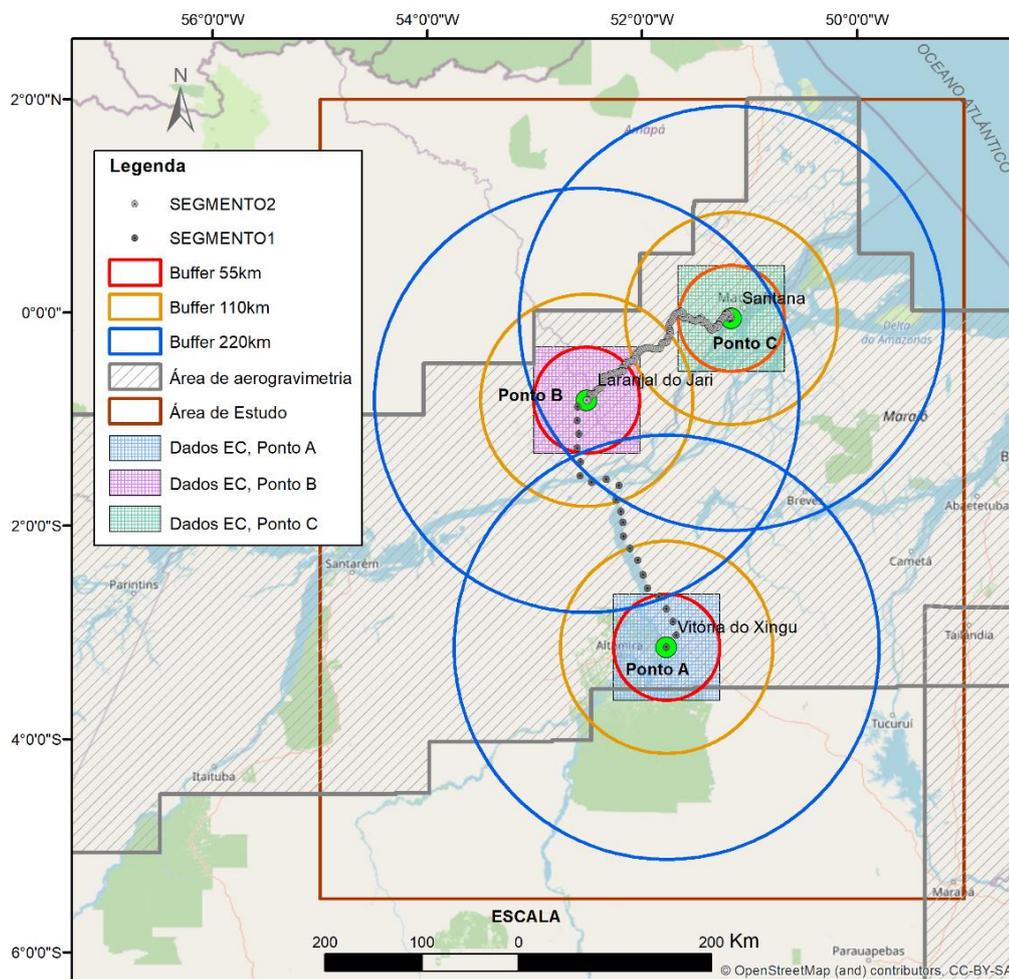
Para cada EC realizou-se uma análise individual:

a) a EC-A vinculada ao do DV-I, a qual contém a maior porção da RVRB. Na sua região, não existe uma boa distribuição de dados gravimétricos, porém as observações aerogravimétricas são os únicos disponíveis com razoável distribuição regional. Portanto, o uso de um raio de integração maior do que  $0,5^\circ$ , poderia gerar uma distorção na interpolação e geração de grades e por consequência, nos cálculos;

b) a EC-B é um ponto de cálculo fundamental para determinar o offset existente entre os dois segmentos da RVRB. A distribuição e quantidade de observações gravimétricas na sua região é satisfatória já que a grade de  $1^\circ \times 1^\circ$  em função do raio de integração adotado de  $0,5^\circ$ , é 100% atendida na cobertura das observações aerogravimétricas;

c) a EC-C é a estação mais próxima à DV-S, a qual vincula-se ao segmento da RVRB pertencente a Santana. Tem uma boa distribuição e preenchimento dos dados no raio de integração  $0,5^\circ$ , entretanto se encontra numa área com maior influência de água (doce e salgada) e no limite costeiro, fatores que implicam de forma geral em perturbações nos dados oriundos dos MGGs e MDAs.

FIGURA 33 - DEFINIÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO EM FUNÇÃO DA DISTRIBUIÇÃO DO LEVANTAMENTO AEROGRAVIMÉTRICO E DE RAIOS DE INTEGRAÇÃO.



FONTE: Os autores (2020).

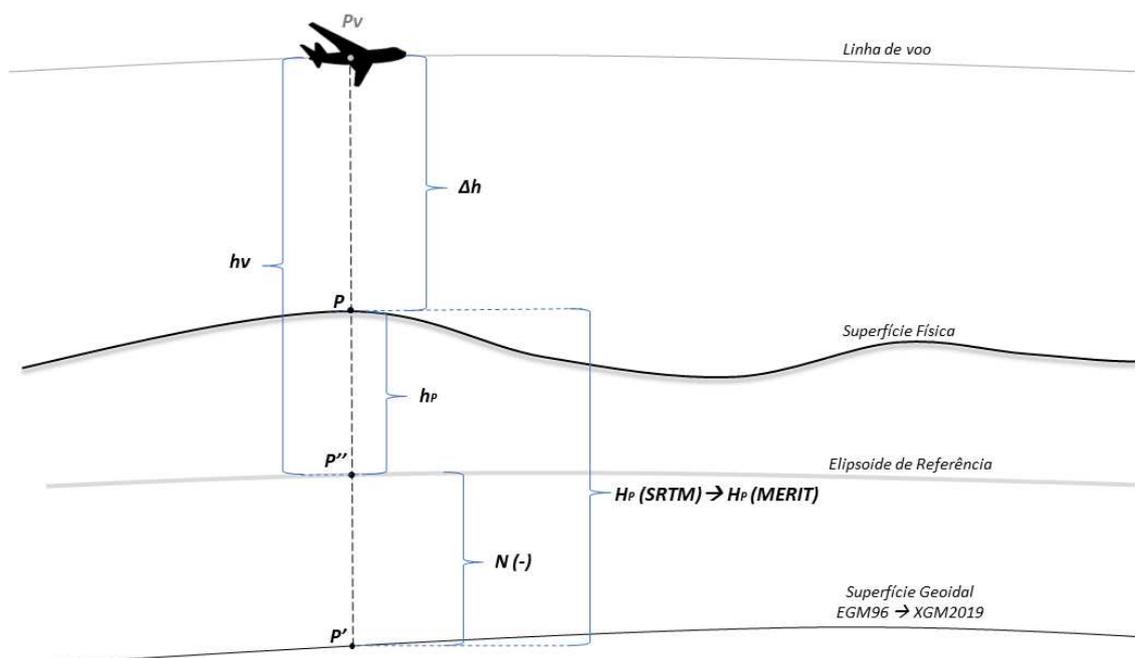
### 5.3.2 Compatibilização de Sistemas geodésicos de referência e deformação permanente de maré

O levantamento aerogravimétrico (ANP), tem um papel fundamental na presente pesquisa. Graças à densidade e a distribuição de dados disponíveis, pode-se elaborar grades homogêneas com valores de distúrbios da gravidade e de anomalias de Molondensky (muitas vezes referidas como anomalias ar livre de superfície - do inglês *free-air surface anomalies*) a serem aplicados na solução do PVCG. Para isto, é imprescindível a redução dos valores da gravidade levantada na aeronave para a SF da Terra.

Para trabalhar inicialmente com a aerogravimetria, foi necessária uma depuração prévia da base de dados fornecida para adequar-se as observações aos SGRs, SMPs previsto nos preceitos atuais na Geodesia (IAG, 2015a,b). Originalmente, as observações posicionais foram vinculadas ao WGS84 (e alternativamente ao SAD69). Os aspectos vinculados ao geopotencial por exemplo, a gravidade normal, foram referidos no levantamento original ao GRS67 e não foram discutidas as correções em função do SMP e superfícies de redução utilizadas não são aquelas adequadas para fins geodésicos.

Para realizar a redução da gravidade à SF, foi necessário analisar as diferentes superfícies de referência, fixar o SGR GRS80 como base de todas as referências posicionais e do geopotencial, e as funcionais agora determinadas. Estes aspectos são discutidos na sequência deste artigo, que têm por base preceitos e modelos fornecidos por técnicas espaciais modernas. Uma visão geral dos aspectos trabalhados e as reduções efetivadas para determinar a gravidade sobre a SF e desta as grades mencionadas, é apresentada na FIGURA 34.

FIGURA 34 - FUNCIONAIS PARA A DETERMINAÇÃO DA GRAVIDADE NA SF.



FONTE: Os autores (2020).

Foram efetivados grupos de cálculo para cada EC (A, B e C), e definido o raio de integração a ser usado, já que não seria possível trabalhar com tão extenso volume de dados aerogravimétricos (FIGURA 33). Inicialmente foi considerado o SRTM3 com resolução espacial de 3" de arco, aproximadamente 90 metros (derivado do SRTM1) para a determinação da altitude ortométrica  $H_{P(SRTM)}$ . Como as funcionais encontram-se em diferentes superfícies de referência, foi necessária a determinação dos valores de altitude geoidal  $N$ , com respeito ao modelo EGM96, já que este é o SGR vertical do SRTM3. Com os valores de  $H_{P(SRTM)}$  e  $N_{EGM96}$ , determinou-se a altitude elipsoidal  $h_P$  em cada ponto sobre o elipsoide de referência (para abreviar as equações, considerar o ponto P como representativo de todos os pontos envolvidos). Para este caso, foi considerado o WGS84 (com SMP em *Tide Free* – TF), já que este elipsoide foi considerado na aerogravimetria e é o SGR horizontal do SRTM3. Assim:

$$h_P = H_{P(SRTM)} + N_{EGM96} \quad (60)$$

Segundo os preceitos do IHRS/IHRF (IAG, 2015a) deve-se trabalhar com o elipsoide de referência do GRS80 e seus demais parâmetros, no SMP MT para as posições verticais e ZT para as grandezas associadas ao geopotencial. É importante destacar que todos os produtos gerados serão transformados para o Sistema MT, possibilitando assim, análises em um único SMP. Pode-se observar na FIGURA 15, que as funcionais se encontram em diferentes referenciais. Portanto, devem ser compatibilizados a um único SGR e SMP. Para isto, foi modelada uma superfície de transformação envolvendo todas as relações de altitude considerados os SGRs, SMP e MGGs envolvidos. Assim, considera-se a altitude geoidal  $N_{MGG_{novo}}$  e altitude ortométrica  $H_{MGG_{novo}}$  proveniente de um novo MGG, a  $N_{EGM96}$  e  $H_{EGM96}$  são derivados do EGM96 e, a diferença de altitudes elipsoidais referidas aos elipsoides de referência envolvidos. Desta forma, considerando-se para os pontos amostrados:

$$(N_{MGG_{novo}} - N_{EGM96}) = (h_{GRS80} - h_{WGS84}) - (H_{MGG_{novo}} - H_{EGM96}) \quad (61)$$

tem-se a possibilidade de gerar uma superfície que modela a transformação necessária na altitude para qualquer ponto dentro da região considerada.

Para a transformação entre elipsoides de referência foi usada a fórmula empírica (RENGANATHAN, 2010):

$$(h_{SGR2} - h_{SGR1}) = \delta h = -((a_{SGR2} - a_{SGR1}) * \cos(\varphi)^2 + (b_{SGR2} - b_{SGR1}) * \sin(\varphi)^2) \quad (62)$$

onde  $a$  e  $b$  representam o semieixo maior e semieixo menor dos dois elipsoides de referência da transformação, respectivamente.

Da superfície de transformação, foi utilizada a  $H_{MGG_{novo}}$  da equação (61) para o novo cálculo de  $h_p$ , que já está compatibilizado conforme aos preceitos desejados. Assim, todos os cálculos subsequentes baseiam-se em:

$$h_{P_{MGG_{novo}}} = H_{P_{MGG_{novo}}} + N_{P_{MGG_{novo}}} \quad (63)$$

Note-se que o  $MGG_{novo}$  pode ser substituído por diferentes MGGs, como é apresentado na Seção 4.3.3.

Conforme a FIGURA 15, os dados aerogravimétricos forneceram a altitude de voo  $h_v$  de cada ponto levantado em WGS84. Com isto, determinou-se a  $\Delta h$ , que é o valor de altitude com base na  $h_{P_{MGG_{novo}}}$ , a qual é necessária para o cálculo da gravidade no ponto P na SF.

$$\Delta h = h_{P_{MGG_{novo}}} - h_v \quad (64)$$

Com o valor de  $\Delta h$  pode-se realizar a redução da gravidade ao ponto P, aplicando o gradiente vertical da gravidade normal, obtendo  $g_p$  com os valores da aerogravimetria  $g_v$ :

$$g_p = g_v + \frac{\partial \gamma}{\partial h} \Delta h \quad (65)$$

onde o gradiente vertical da gravidade normal é dado por (HEISKANEN e MORITZ, 1967, p. 86):

$$\frac{\partial \gamma}{\partial h} = \frac{2\gamma}{a} (1 + f + m - 2 \sin^2 \varphi) \quad (66)$$

Com os valores da gravidade reduzidos à SF em cada ponto da aerogravimetria, é possível o cálculo de anomalias de Bouguer ( $\Delta g_B$ ) conforme mostra a equação (67) (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2006, p. 136). As anomalias de Bouguer são consideradas como as funcionais mais apropriadas para

interpolações em vista da suavidade de sua variabilidade espacial. Assim, são base para interpolação da gravidade na SF em uma grade regular, e a partir destes valores podem ser gerados outras funcionais adequadas para a solução do PVCG, nas Estações de Conexão.

$$\Delta g_B = g_P + 0,3086H_{P_{MGG_{novo}}} - 0,1119H_{P_{MGG_{novo}}} - \gamma_{P''} \quad (67)$$

onde  $\gamma_{P''}$  representa a gravidade normal que pode ser calculada pela fórmula Somigliana ou pelo teorema de Clairaut (ver mais em HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2006, p. 71-72 e 86).

### 5.3.3 Testes de aderência da superfície de transformação com base em MGGs e MDAs

Inicialmente realizou-se a plotagem da superfície gerada a partir das altitudes das estações do aerolevante. Com isto foi possível realizar uma análise visual de perturbações na superfície, possibilitando a detecção de possíveis outliers. Mediante a geração de superfícies dos valores da altitude de voo ( $h_v$ ), foram constatados alguns erros especificamente nas regiões de cálculo das estações de conexão A e C (a FIGURA 35 mostra a EC-A). Como a  $h_v$  tem relação inversa com a gravidade na aeronave, eliminou-se estes outliers da base de dados. Estas incongruências podem ser atribuídas a vários fatores como: mudanças das linhas de voo no levantamento aerogravimétrico; sobreposição de linhas de voo com diferentes valores de altitude e gravidade devido à transição do levantamento; regiões com perturbações nas observações baseadas em DGNSS; entre outros. Na FIGURA 35 pode-se notar o comportamento da topografia na região da EC-A, sendo que especificamente a FIGURA 35(b), representa a topografia determinada pelo MERIT. Com o qual podemos observar que as grandes perturbações das linhas de voo apresentadas na FIGURA 35(a) não justificam os saltos observados, já que estes não acompanham o relevo.

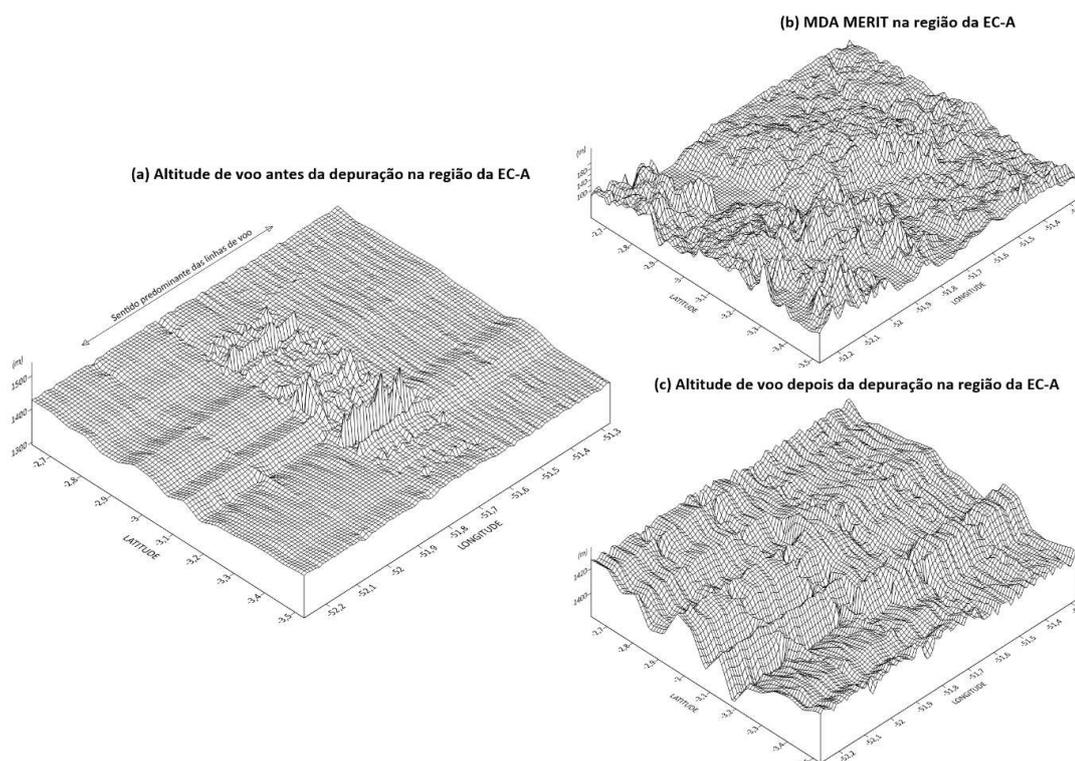
A depuração foi realizada manualmente, eliminando as faixas com mais perturbações e incoerências nos valores dos dados. Os outliers detectados:

a) a região de cálculo da EC-A ( $1^\circ \times 1^\circ$ ) inicialmente tinha 167.954 pontos antes da depuração, sendo que depois foram eliminados 25.417 pontos associados com as anomalias mostradas na FIGURA 35. Portanto, foram utilizados 142.537 pontos para a determinação de anomalias de Bouguer;

b) na região de cálculo da EC-B não foram encontrados outliers expressivos. Os cálculos, portanto, foram realizados com 169.022 pontos;

c) originalmente a região de cálculo da EC-C continha 190.299 pontos de cálculo, depois da depuração, ficaram 170.016 pontos.

FIGURA 35 - DEPURAÇÃO DOS DADOS NA REGIÃO DA EC-A. (A) ALTITUDES QUE VARIAM DE 1293,2 m A 1540,1 m; (B) ALTITUDES NO TERRENO VARIANDO DE 0,2 m A 252,8 m; (C) ALTITUDES DE VOO APÓS DEPURAÇÃO COM VARIAÇÃO DE 1381 m A 1437,5 m.



FONTE: Os autores (2020).

As funcionais originais geradas no levantamento para a ANP possuíam erros sistemáticos advindos principalmente de reduções nas altitudes e a não consideração dos efeitos das marés permanentes. Como teste inicial das reduções gravimétricas no presente estudo, recorreu-se à comparação das  $\Delta g_B$  calculadas com os novos valores

da gravidade reduzida à SF ( $g_p$ ) e das anomalias da gravidade correspondentes oriundas do MGG EGM2008 (PAVLIS. et al, 2008). Foram realizados três testes baseados na geração de superfícies de transformações estabelecidas em função dos SGRs envolvidos e MGGs conforme apresentado na sequência:

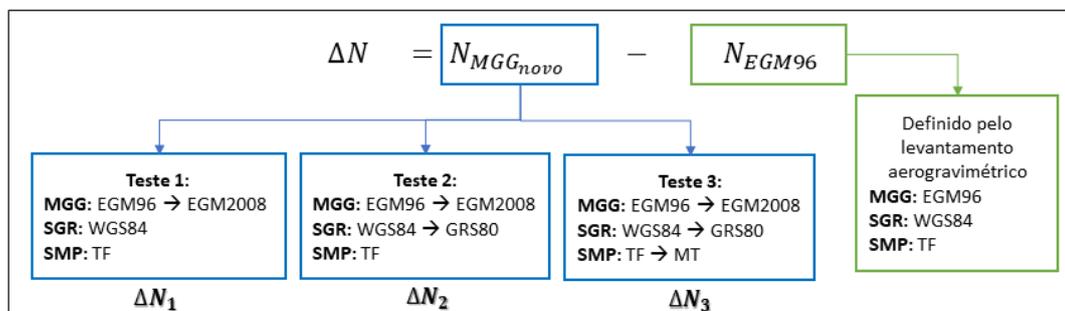
a) o teste 1 considera uma superfície de transformação com o SGR (WGS84) e SMP (TF) dos dados aerogravimétricos originais, portanto, sua única variante é a transformação entre MGGs (EGM96 → EGM2008). Este teste serve de base para avaliar os testes 2 e 3, demonstrando assim a existência de importantes variações quando alterados os SGRs e SMP para adequação ao Sistema Geodésico Brasileiro (SGB);

b) o teste 2 considera transformação de SGRs (WGS84 → GRS80), no mesmo SMP (TF) usando o EGM2008 para a transformação EGM96 → EGM2008;

c) o teste 3 utiliza uma superfície de transformação modelada com base na conversão entre SGRs (WGS84 → GRS80) e SMP (TF → MT), e usando o EGM2008 para a transformação EGM96 → EGM2008.

A maior variação na transformação (equação 60) decorre de  $\Delta N = N_{MGG_{novo}} - N_{EGM96}$ , já que para o cálculo deste funcional necessita-se de informação tanto do MGG, do SGR como do SMP. O  $\delta h$  entre os SGRs WGS84 e GRS80, é obtido com a equação (62). Desta forma, para desenvolver os testes foi indispensável a análise dos  $\Delta N_s$  de cada teste, considerando suas especificidades. Na FIGURA 36 apresenta-se em forma mais detalhada os diferentes  $\Delta N_s$  calculados, cujos resultados estão apresentados na TABELA 14.

FIGURA 36 - DETERMINAÇÃO DE  $\Delta N$  EM FUNÇÃO DAS ESPECIFICIDADES DOS TESTES.



FONTE: Os autores (2020).

Nos testes iniciais, foi considerado o MDA SRTM3 para a obtenção do  $H_{P_{SRTM}}$ , assim como também o EGM2008 como o novo MGG, devido ser este um modelo combinado bastante empregado no Brasil (MELO e DE FREITAS, 2012; NICACIO, DALAZOANA e DE FREITAS, 2018), inclusive foi a base para o desenvolvimento do modelo de ondulação geoidal oficial do Brasil, o MAPGEO2015 (DE MATOS et. al., 2016). Além do descrito, o EGM2008 tem uma resolução espacial de aproximadamente 9 km, correspondente ou grau de desenvolvimento 2190 e ordem 2159 em harmônicos esféricos. Uma avaliação completa deste MGG, incluindo a região de estudos, é realizada por Pavlis. et al (2012).

Para avaliar estes primeiros testes, foram calculadas as médias para os  $\Delta N_s$  correspondentes a cada  $MGG_{NOVO}$  de acordo com o exposto na FIGURA 36. As estatísticas para o  $\Delta N_1$  (teste 1),  $\Delta N_2$  (teste 2) e  $\Delta N_3$  (teste 3) são apresentadas na TABELA 14. Pode-se observar que as médias do teste 2 e teste 3 não têm muita variação, porém a conversão já aporta uma correção de aproximadamente 2 m nas altitudes, mesmo sem considerar a contribuição do resto das funcionais envolvidas na equação (62). Foi considerado o teste 3 como o teste “ideal” já que este apresenta a menor média, além de conter no cálculo o SGRs GRS80 e SMP MT, e com isto tem-se a base para testes com outros MGGs mais atuais, respeitando as características do SGB.

TABELA 14 - DIFERENÇAS DOS  $\Delta N_1$  NA REGIÃO DA EC-A.

Avaliação	Teste 1, $\Delta N_1$ (m)	Teste 2, $\Delta N_2$ (m)	Teste 3, $\Delta N_3$ (m)
Mínimo	-2,546	-3,481	-3,353
Máximo	-0,528	-1,462	-1,334
Média	-1,301	-2,235	-2,107

FONTE: Os autores (2020).

Em vista de estudos recentes (HIRT, YANG e KUHN, 2019) buscou-se testar outro MDA: o MERIT (YAMAZAKI et al., 2017). Este MDA foi desenvolvido removendo várias fontes de erros (*absolute bias* – desvios absolutos; *stripe noise* – ruídos devidos à geometria de aquisição; *speckle noise* – ruídos pontuais; *tree height bias* – variações devidas às copas das árvores) presentes no SRTM3 v2.1, com o objetivo de melhorar as altitudes modeladas. O MDA MERIT é, portanto, bastante promissor para a região dos estudos em vista de corrigir efeitos da cobertura florestal, assim como apresentar melhor resposta relativa a corpos d’água com densidade bastante elevada na região,

os quais não são adequadamente modelados pelo SRTM. Por tratar-se de uma região com topografia predominantemente plana, o SRTM apresenta declives não explicados (YAMAZAKI et al., 2017; HAWKER et al., 2018). Por exemplo, pode-se constatar uma média de aproximadamente 10 m das diferenças entre  $H_{P_{MERIT}}$  e  $H_{P_{SRTM}}$  no entorno da EC-A. O MERIT apresenta algumas especificações iguais ao SRTM3, como sua resolução espacial e os SGRs de base. Deste modo, pode-se usar as mesmas reduções feitas com base no teste 3.

Na sequência, foram realizados três testes adicionais. Foram utilizados dois MGGs combinados mais atuais além do EGM2008: o EINGEN-6C4 (FÖRSTE et al., 2014); e o XGM2019 (ZINGERLE et al., 2019), ambos com grau de desenvolvimento 2190. Estes testes foram realizados com base no  $\Delta N_3$  do teste 3 já referido, porém com o uso do MERIT. Desta forma, foram calculadas as  $\Delta g_B$  conforme a equação (67) para cada novo MGG. Na TABELA 15, são apresentados os RMS que foram calculados das diferenças entre as  $\Delta g_{B_{calculadas}}$  e as  $\Delta g_{B_{MGG}}$ :

TABELA 15. RMS DOS TESTES PARA A DETERMINAÇÃO DA SUPERFÍCIE DE TRANSFORMAÇÃO COM DIFERENTES MGGs PARA A EC-A.

Testes - MGGs	RMS ( $\Delta g_{B_{MGGs}} - \Delta g_{B_{cal}}$ ) (mGal)
Teste 4 -EGM2008	11,56
Teste 5 - EINGEN-6C4	10,63
Teste 6 - XGM2019	7,55

FONTE: Os autores (2020).

Como pode ser observado na TABELA 15, o teste 6 (que utiliza o MGG XGM2019 nos cálculos) é o que tem o menor RMS, e, portanto, entende-se ser ele o mais adequado para ser utilizado na modelagem da superfície de transformação. Deve ser destacado que o RMS contém erros inerentes ao levantamento e também aqueles da resolução espectral do MGG, menor que a do levantamento aerogravimétrico. De todos os testes efetivados, são aqui apresentados os realizados para a EC-A, já que em sua região concentram-se os maiores problemas detectados nos levantamentos aerogravimétricos. As análises para a EC-A permitiram estabelecer a melhor estratégia de modelagem da superfície de transformação, que é um dos aspectos centrais deste trabalho. Esta estratégia é certamente a mais

adequada não só para aplicação nas EC-B e EC-C, assim como também em toda área do levantamento aerogravimétrico.

#### 5.3.4 Geração de grade de distúrbios da gravidade a partir de anomalias de Bouguer

Uma vez calculadas as  $\Delta g_B$  nos conjuntos de dados de cada ECs, foi utilizado o programa GEOGRID do pacote computacional GRAVSOFT (FORSBERG e TSCHERNING, 2008) para a geração de uma grade regular de anomalias de Bouguer, com um espaçamento de 1'x1' dentro de uma área de 1° x 1° (ver FIGURA 33). A partir desta grade interpolada, obtém-se os valores da gravidade para os respectivos pontos na superfície. Com a gravidade, assim interpolada, obtém-se as grades de distúrbios da gravidade ( $\delta g_p$ ) e anomalias da gravidade de Molodensky ( $\Delta g_M$ ), sem o uso de hipóteses simplificativas.

Foram realizados alguns testes para identificar os melhores parâmetros para o uso do GEOGRID, lembrando que estes parâmetros devem variar de acordo com o tipo de funcional a ser interpolado, do método utilizado para a interpolação, da distância para selecionar os pontos de cálculo, da quantidade e distribuição de dados de entrada utilizados, entre outros. Na presente pesquisa foi utilizado o método Colocação por Mínimos Quadrados associado com Kriging (FORSBERG e TSCHERNING, 2008), já que se pode calcular o funcional em função de parâmetros determinísticos e estocásticos (sinal e ruído) inseridos no cálculo.

A TABELA 16 apresenta alguns exemplos na diferença dos resultados em função da variação dos parâmetros de distância de correlação/ruído (DC/R), usados no método de cálculo. Note-se que os RMS foram calculados das diferenças entre as  $\Delta g_{B_{calculadas}}$  e as  $\Delta g_{B_{MGGs}}$  da grade interpolada no GEOGRID, como apresenta as FIGURAS 37(a), 37(b) e 37(c). Como pode-se observar, existem diferenças no RMS para cada MGG utilizado como base de análise. Como foi descrito na Seção anterior, trabalhou-se com as  $\Delta g_B$  calculadas pelo XGM2019, e para o caso das  $\Delta g_B$  interpoladas, continuou-se trabalhando com o teste 6, considerando distâncias de correlação de 15 e 25 km as quais aparentam envolver uma quantidade mais adequada e mais bem distribuída de dados de base para interpolação, em vista das distâncias entre linhas voo e disponibilidade de dados na região. A seleção do nível

de ruído 5 mGal e 10 mGal foi adotada em vista dos resultados obtidos para o teste 6. Observe-se na TABELA 16 que os melhores resultados obtidos foram para o XGM2019 respectivamente com distância de correlação de 25 km e nível de ruído de 10 mGal.

TABELA 16. VARIAÇÃO DO RMS EM FUNÇÃO DOS PARÂMETROS UTILIZADOS NO GEOGRID EM GRADE INTERPOLADA PARA ANOMALIAS DE BOUGUER.

MGGs	RMS da Grade interpolada (mGal)	
	DC/R (15.0/5.0)	DC/R (25.0/10.0)
EGM2008	11,29	11,38
EINGEN-6C4	10,49	10,13
XGM2019	8,04	6,85

FONTE: Os autores (2020).

Na sequência do cálculo das  $\Delta g_B$ , foram recuperados os valores da gravidade reduzida em cada ponto da grade segundo a equação (67), e determinados os distúrbios da gravidade ( $\delta g_P$ ) de acordo com a equação (68):

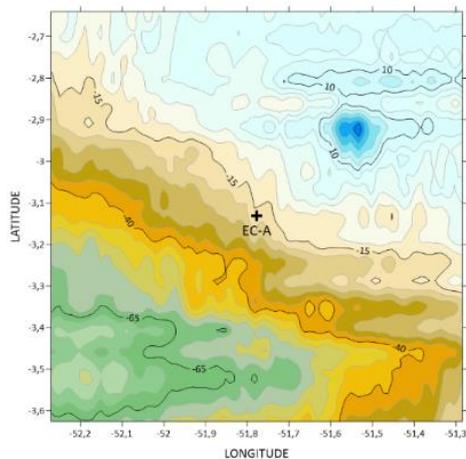
$$\delta g_P = g_P - \gamma_P \quad (68)$$

onde a  $\gamma_P$  é a gravidade normal no ponto P. Destaque-se que esta grandeza é fundamental para a solução do PVCG, pois possibilita uma condição de contorno, a qual estabelece uma relação direta entre o potencial perturbador e o distúrbio da gravidade (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2006, p. 115). Uma vez calculados os  $\delta g_P$  oriundos das observações, pode-se calcular  $\delta g_{RES}$  em função de MGGs, e MDAs, mediante a Técnica *Remove-Restore*, por exemplo, e assim calcular a solução do PVCG.

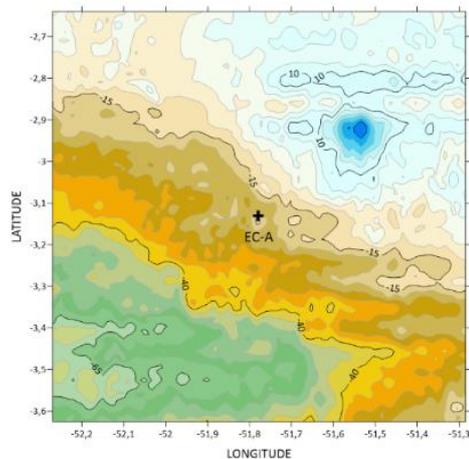
Efetivou-se os cálculos dos RMSs dos distúrbios da gravidade e anomalias da gravidade de Molodensky obtidas a partir das reduções efetivadas com base nos valores modelados pelo XGM2019. O RMS dos distúrbios da gravidade ( $\delta g_P$ ) foi de 6,65 mGal e o RMS para anomalias de Molodensky ( $\Delta g_M$ ) foi de 5,38 mGal. Estes valores de RMS são consistentes com o valor de RMS obtido para as anomalias de Bouguer. Uma visualização para os valores de  $\delta g_P$  é apresentada nas FIGURAS 37(d), 37 (e) e 37(f).

FIGURA 37 - SUPERFÍCIES DE ANOMALIAS DE BOUGUER E DE DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE DETERMINADAS MEDIANTE: DADOS INTERPOLADOS (A, D); DADOS ORIUNDOS DO MGG XGM2019 (B, E); E RMS DAS DIFERENÇAS DAS SUPERFÍCIES (C, F).

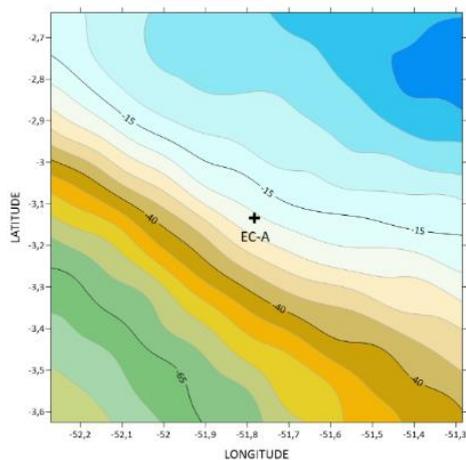
(a) Anomalias de Bouguer interpoladas



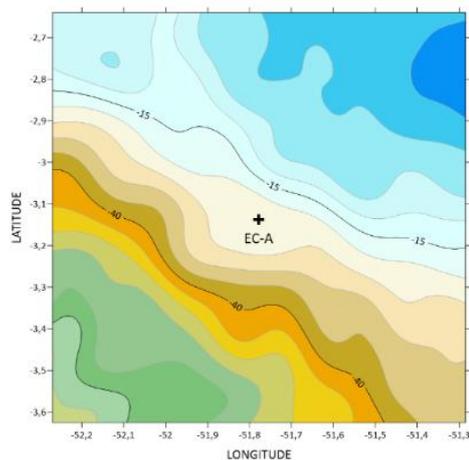
(d) Distúrbios da gravidade interpolados



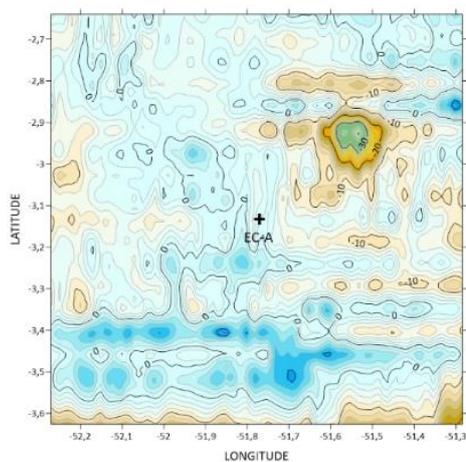
(b) Anomalias de Bouguer do MGG XGM2019



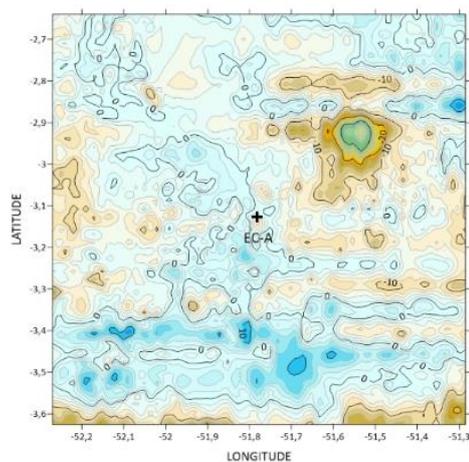
(e) Distúrbios da gravidade do MGG XGM2019



(c) Diferenças de Anomalias de Bouguer (a) - (b)



(f) Diferenças de Distúrbios da gravidade (d) - (e)



FONTES: Os autores (2020).

## 5.4 DISCUSSÕES E CONCLUSÕES

Foram buscadas diferentes alternativas para a determinação de funcionais da gravidade a partir da aerogravimetria. Em vista dos referenciais e reduções empregadas nos levantamentos originais para fins geofísicos, foram necessárias diversas estratégias para obtenção de funcionais adequadas para finalidades geodésicas. Foram testadas alternativas de MGGs e MDAs para compatibilização dos SGRs dentro das expectativas do SGB, bem como para teste das funcionais obtidas a partir das estratégias adotadas no presente trabalho.

Testou-se os MGGs e MDAs mais atuais da Geodesia. Configuraram-se como mais adequados o MGG XGM2019 e o MDA MERIT.

Efetivou-se as compatibilizações necessárias dos SMPs para todas as funcionais trabalhadas.

Foram realizadas várias etapas para a redução da gravidade observada nos sensores na altitude de voo visando sua redução para a SF, e assim determinar uma grade de anomalias da gravidade de Bouguer e de distúrbios de gravidade, estes a serem empregados na solução do PVCG.

Com a geração da superfície de transformação adequada, obteve-se uma melhora significativa nos resultados, como foi demonstrado com o RMS de 6,85 mGal das anomalias da gravidade de Bouguer e 6,65 mGal para os distúrbios da gravidade. Estes valores indicam que a base de dados obtida no contexto deste trabalho, tem uma boa aderência com os pressupostos da Geodesia para emprego em técnicas de decomposição espectral e geração de residuais para emprego na solução do PVCG, de forma independente de SGRs locais.

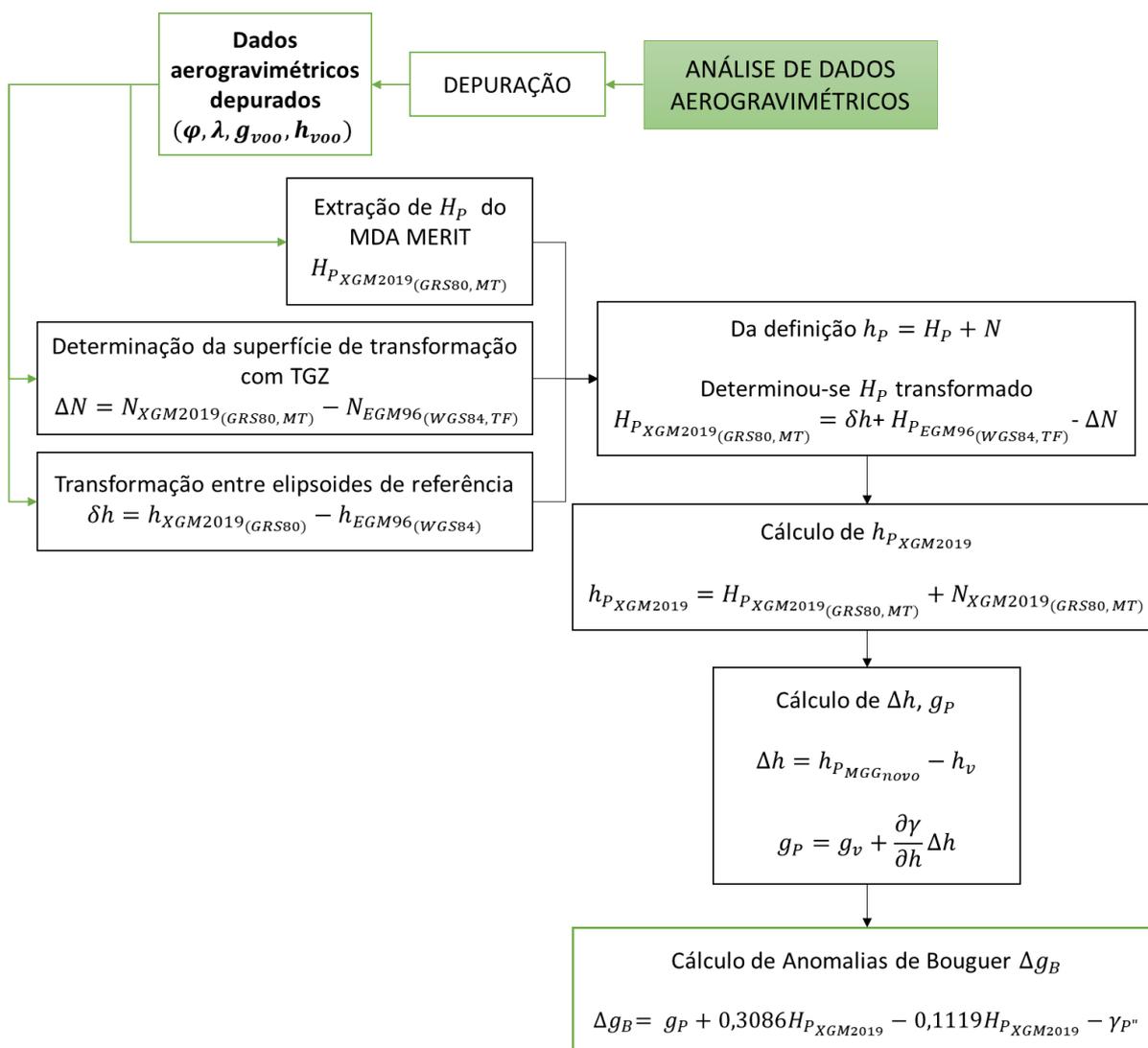
Todos os testes realizados foram importantes para analisar o comportamento dos dados em função de sua distribuição. Concentrou-se as análises na EC-A, cuja região apresentava as maiores perturbações nos dados adquiridos e geometria menos favorável na distribuição de dados. Entende-se que as estratégias desenvolvidas e aplicadas na EC-A apresentam as melhores condições para gerar grades consistentes nas EC-B e EC-C dentro dos preceitos IAG/GGOS/IHRS/IHRF, bem como em toda a área do levantamento.

## 5.5 ANÁLISES COMPLEMENTARES AO ARTIGO ENVOLVENDO TODAS AS ESTAÇÕES DE CONEXÃO

### 5.5.1 Metodologia para o cálculo das anomalias de Bouguer

Na FIGURA 38, apresenta-se um diagrama com a metodologia para a determinação de anomalias de Bouguer.

FIGURA 38 - DETERMINAÇÃO DE ANOMALIAS DE BOUGUER



FONTE: A autora (2021).

### 5.5.2 Comparação de anomalias de Bouguer em grades

A TABELA 17, mostra os RMS que foram calculados das diferenças entre as  $\Delta g_{B_{calculadas}(GRS80,MT)}$  e as  $\Delta g_{B_{XGM2019}(GRS80,MT)}$  da grade interpolada no GEOGRID de cada Estação de Conexão, considerando os parâmetros de distância de correlação/ruído (DC/R) usados na EC-A (Seção 5.3.4).

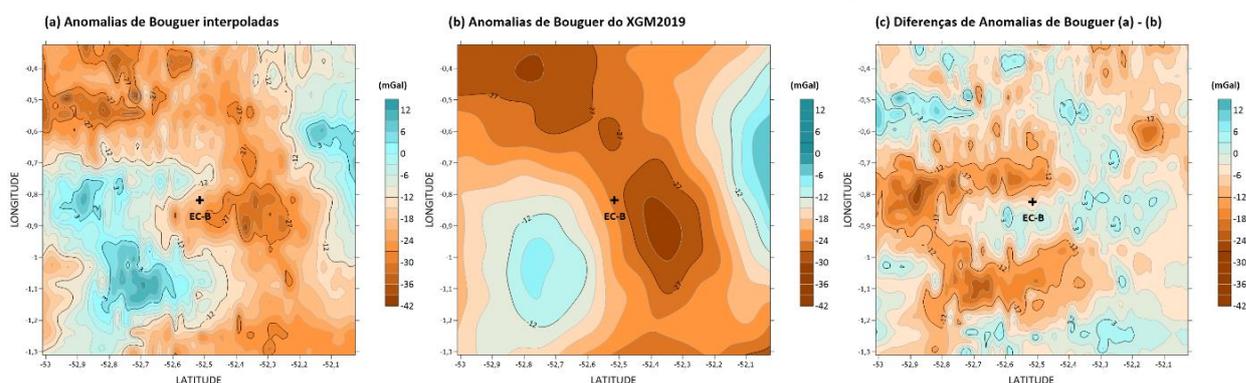
TABELA 17 - RMS DA GRADE INTERPOLADA DE ANOMALIAS DE BOUGUER REFERENTE A CADA ECS

Grade ao redor das Estações de Conexão	RMS das Anomalias de Bouguer (mGal)
	DC/R (25.0/10.0)
EC- A	6,85
EC- B	8,25
EC -C	7,44

FONTE: A autora (2021).

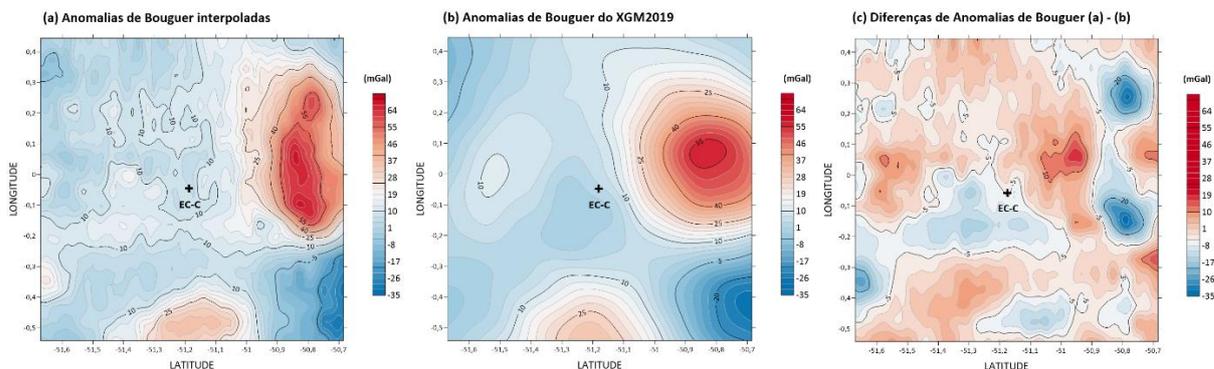
A FIGURA 39 representa as anomalias de Bouguer calculadas e oriundas do MGG com seu respectivo RMS da estação de conexão B. Na sequência, a FIGURA 40 contém a mesma informação para a EC-C.

FIGURA 39 - ANOMALIAS DE BOUGUER DA EC-B DETERMINADAS MEDIANTE: DADOS INTERPOLADOS (A); DADOS DO MGG XGM2019 (B); E DIFERENÇAS DAS SUPERFÍCIES (C).



FONTE: A autora (2021).

FIGURA 40 - ANOMALIAS DE BOUGUER DA EC-C DETERMINADAS MEDIANTE: DADOS INTERPOLADOS (A); DADOS DO MGG XGM2019 (B); E DIFERENÇAS DAS SUPERFÍCIES (C).



FONTE: A autora (2021).

### 5.5.3 Grades de distúrbios da gravidade e anomalia da gravidade de Molodensky das estações de conexão B e C

Na TABELA 18, observa-se os RMS dos funcionais distúrbios da gravidade e anomalia da gravidade de Molodensky, os quais foram calculados para cada grade interpolada das ECs. Considerar que os valores para  $\delta g$  e  $\Delta g_M$  apresentados foram calculados com o SGR1980, no SMP Zero Tide e considerando o termo de Honkasalo e a correção da gravidade atmosférica.

$$\delta g_{RMS} = \delta g_{XGM2019(GRS80,ZT)} - \delta g_{calculadas(GRS80,ZT)} \quad (69)$$

$$\Delta g_{M_{RMS}} = \Delta g_{M_{XGM2019(GRS80,ZT)}} - \Delta g_{M_{calculadas(GRS80,ZT)}} \quad (70)$$

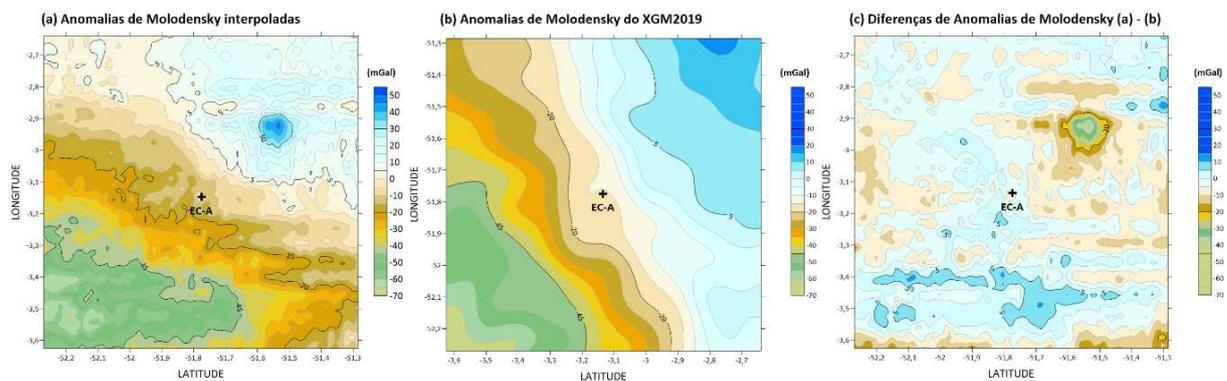
TABELA 18 - RMS DE DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE E ANOMALIA DA GRAVIDADE DE MOLODENSKY DAS ECS

Grade ao redor das Estações de Conexão	RMS dos distúrbios da gravidade	RMS das anomalias da gravidade de Molodensky
	(mGal)	(mGal)
EC- A	7,1197	7,1203
EC- B	9,2205	9,2203
EC - C	7,5732	7,5731

FONTE: A autora (2021).

A FIGURA 41 mostra as diferenças das anomalias da gravidade de Molodensky no entorno da Estação de Conexão A.

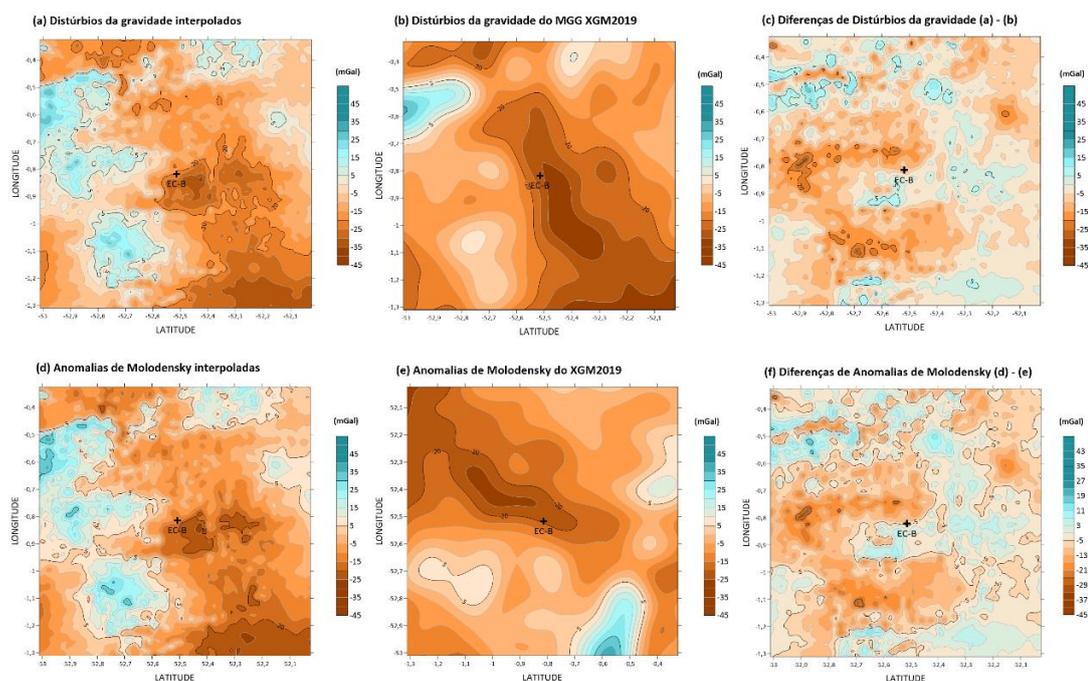
FIGURA 41 - ANOMALIAS DA GRAVIDADE DE MOLODENSKY DA EC-A DETERMINADAS MEDIANTE: DADOS INTERPOLADOS (A); DADOS DERIVADOS DO MGG XGM2019 (B); E AS DIFERENÇAS DAS SUPERFÍCIES (C).



FONTE: A autora (2021).

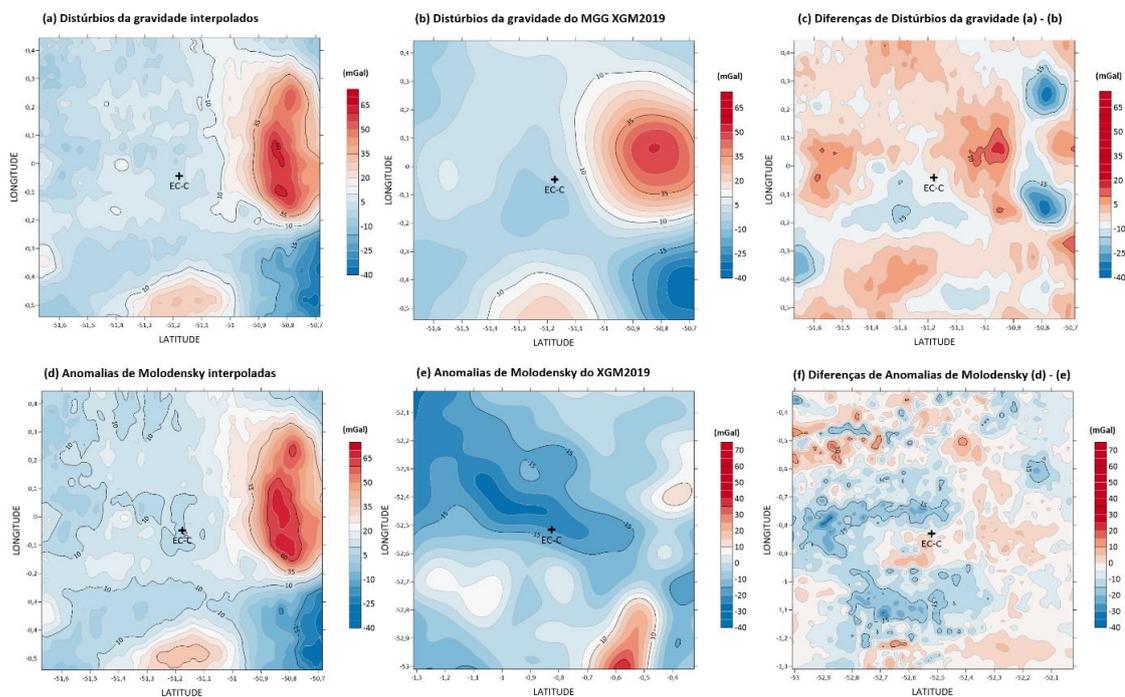
A FIGURA 42, apresenta as diferenças das anomalias da gravidade de Molodensky ao redor da estação de conexão B e na FIGURA 43 pode-se observar as diferenças de anomalia da gravidade de Molodensky no entorno da EC-C.

FIGURA 42 - DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE E ANOMALIAS DA GRAVIDADE DE MOLODENSKY DA EC-B DETERMINADAS MEDIANTE: DADOS INTERPOLADOS (A, D); DADOS ORIUNDOS DO MGG XGM2019 (B, E); EAS DIFERENÇAS DAS SUPERFÍCIES (C, F).



FONTE: A autora (2021).

FIGURA 43 - DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE E ANOMALIAS DA GRAVIDADE DE MOLODENSKY DA EC-C DETERMINADAS MEDIANTE: DADOS INTERPOLADOS (A, D); DADOS ORIUNDOS DO MGG XGM2019 (B, E); E AS DIFERENÇAS DAS SUPERFÍCIES (C, F).

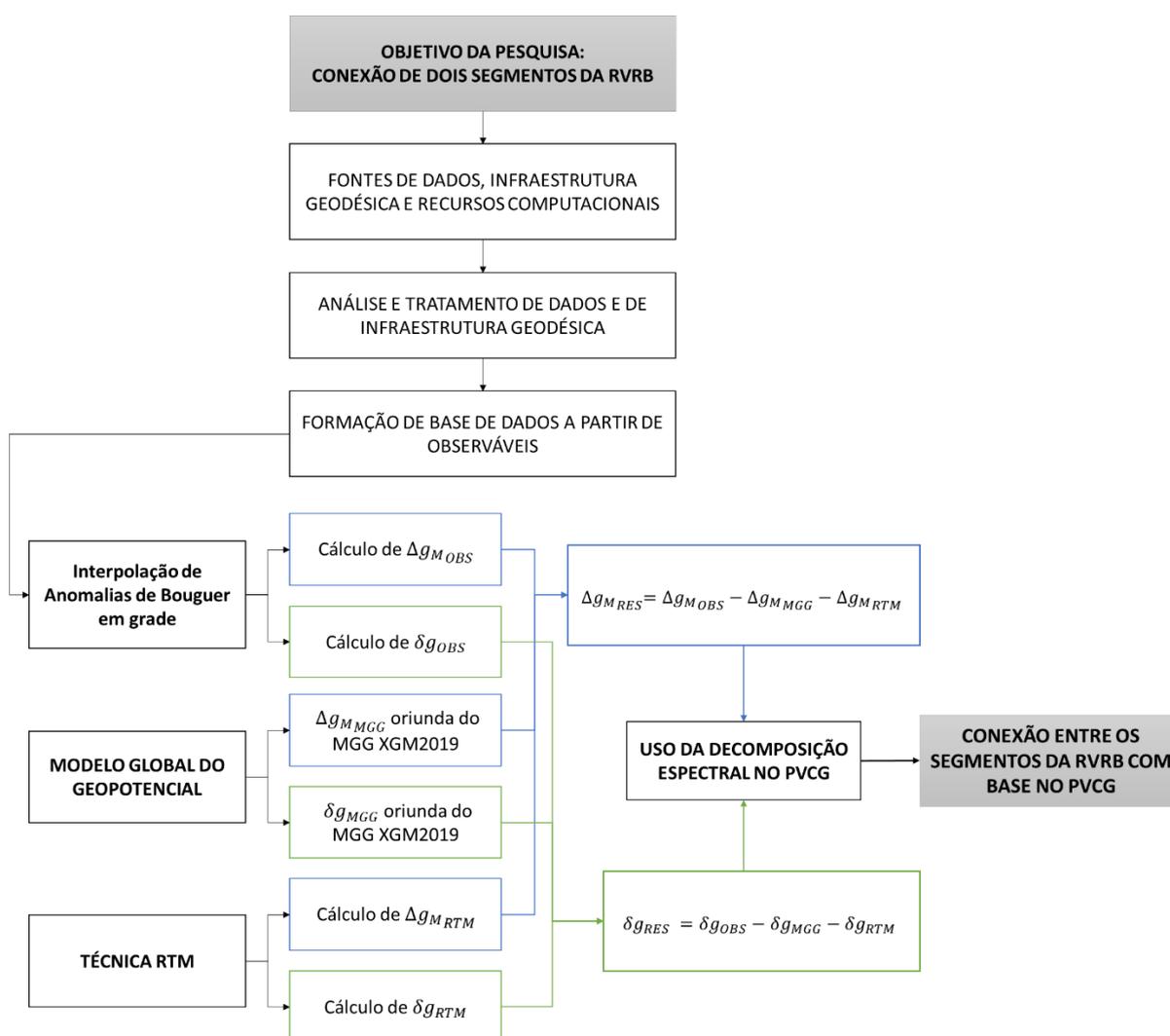


FONTE: A autora (2021).

## 6 CONEXÃO DOS SEGMENTOS DA RVRB COM BASE NO PVCG

Em vista do objetivo geral desta Tese, a conexão dos dois segmentos da RVRB com base em dois ramais de nivelamento associados à gravimetria, abordada no Capítulo 2, é complementada pelos resultados obtidos também nesta pesquisa com base nas soluções do PVCG realizadas nas ECs. Com os antecedentes apresentados ao longo da Tese, pode-se entender os vários estágios realizados para cumprir os objetivos listados no Capítulo 1. A FIGURA 44 traz um resumo do que foi tratado neste Capítulo para complementar o apresentado em capítulos anteriores.

FIGURA 44 - RESUMO DO PROCESSO DA PESQUISA

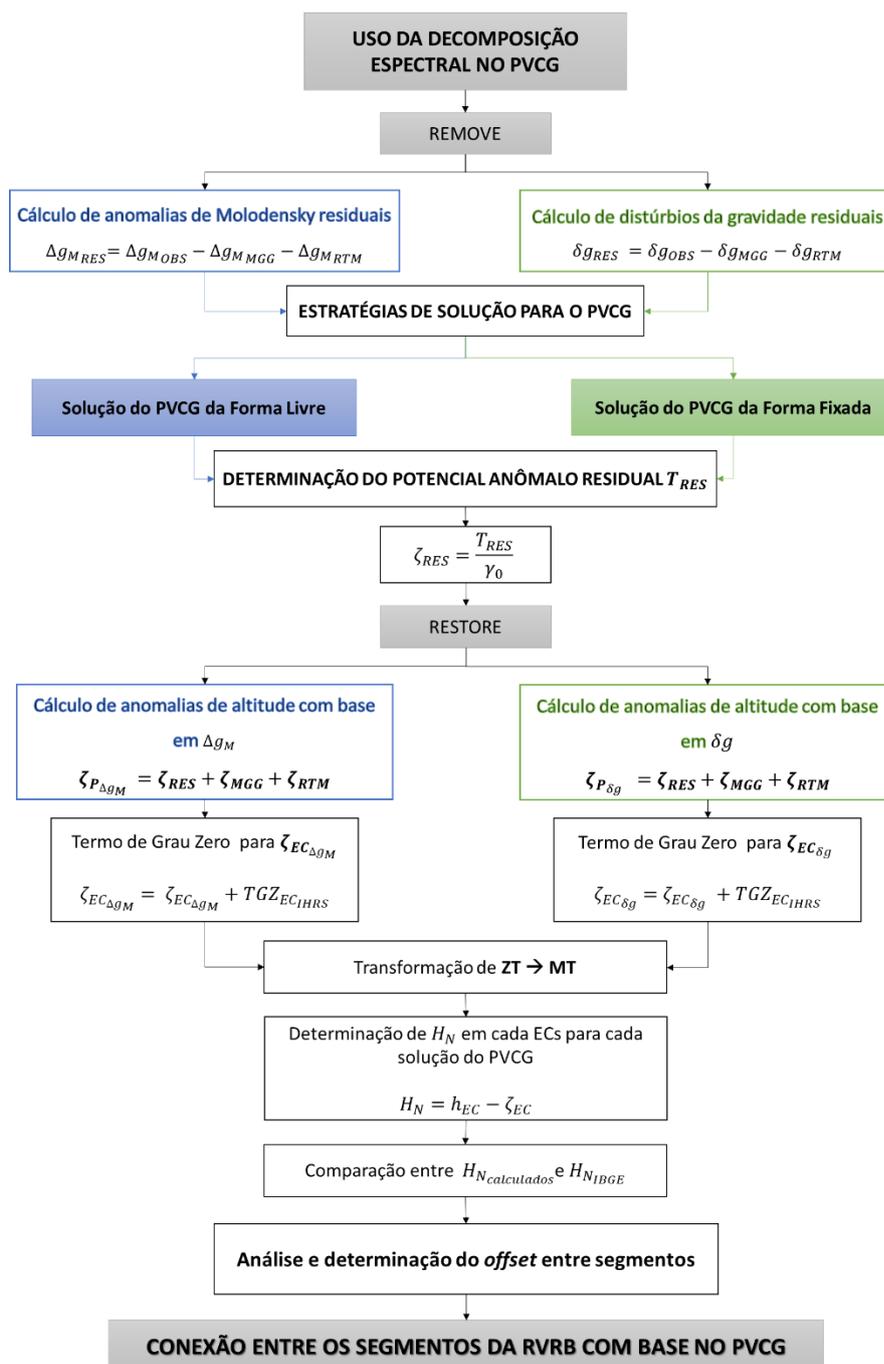


FONTE: A autora (2021).

## 6.1 DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL PARA DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE E ANOMALIAS DA GRAVIDADE DE MOLODENSKY

Na FIGURA 45 apresenta-se o resumo da metodologia referente à decomposição espectral. O detalhe desta temática será discutido na sequência.

FIGURA 45 - DESENVOLVIMENTO DA DECOMPOSIÇÃO ESPECTRAL



FONTE: A autora (2021).

### 6.1.1 Obtenção dos funcionais a partir de observações

Como é apresentado na FIGURA 44, necessita-se de alguns componentes para o cálculo dos funcionais residuais. O primeiro componente refere-se aos funcionais derivados das observações aerogravimétricas, as quais tiveram um árduo processamento para serem aplicados ao longo da presente pesquisa.

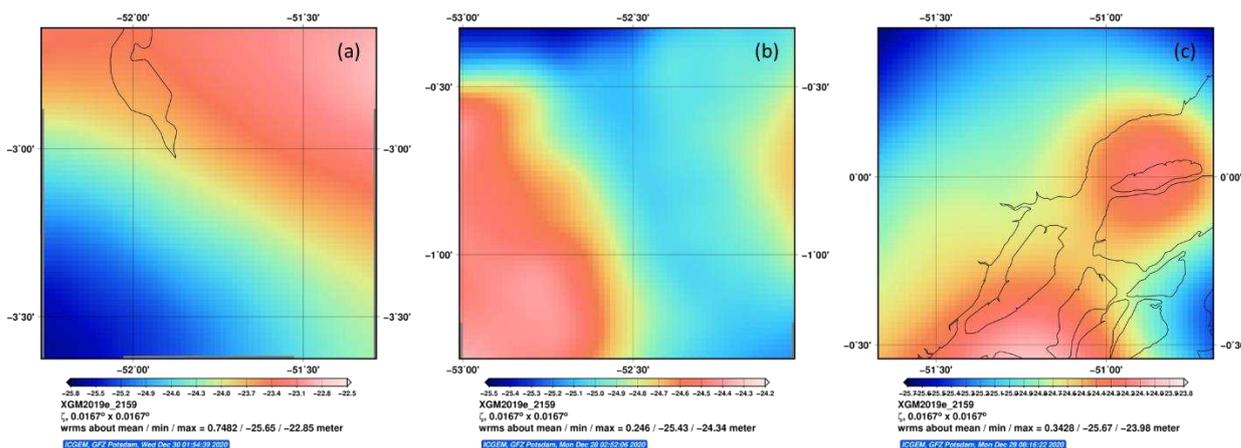
Na Seção 5.5 foram apresentados todos os cálculos associados à formação das grades que envolviam as três ECs, e que são parte integrante na decomposição espectral realizada nas soluções do PVCG em cada EC.

### 6.1.2 Funcionais oriundos do MGG XGM2019

Outros constituintes que fazem parte da decomposição espectral (como pode-se ver na FIGURA 44) são os advindos dos MGGs, os quais foram determinados para os pontos da grade de 1'X1' de espaçamento e 1°X1° de área, com base no XGM2019, no SMP *Zero Tide*, no SGR1980, e com TGZ (do ICGEM) incluso.

A figura a seguir apresenta as anomalias da gravidade de Molodensky nas ECs.

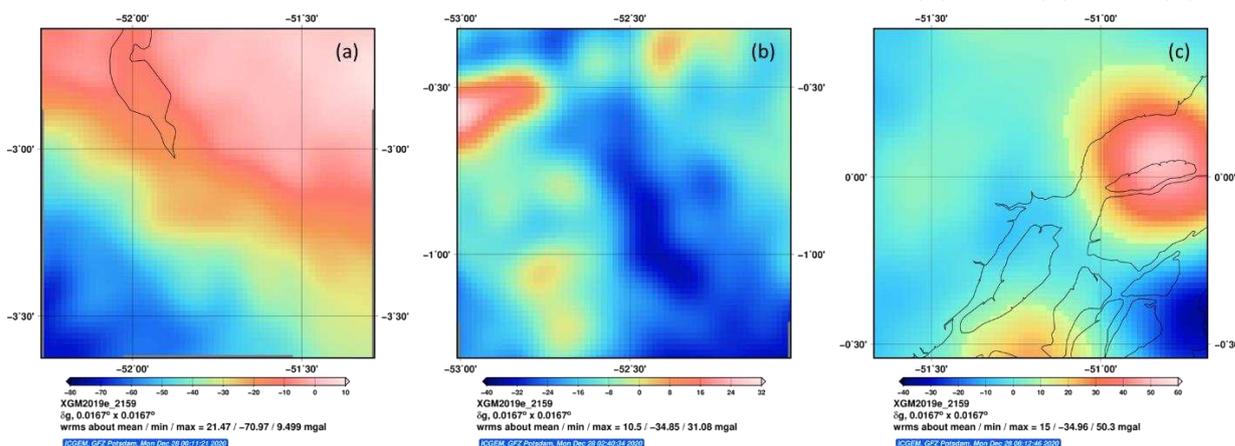
FIGURA 46 - ANOMALIAS DA GRAVIDADE DE MOLODENSKY DO XGM2019 PARA: EC-A (A); EC-B (B); EC-C (C)



FONTE: ICGEM (2021); A autora (2021).

Na continuação é apresentada a FIGURA 47 com os distúrbios da gravidade utilizados como componentes na decomposição espectral em cada ECs.

FIGURA 47 - DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE DO XGM2019 PARA: EC-A (A); EC-B (B); EC-C (C)

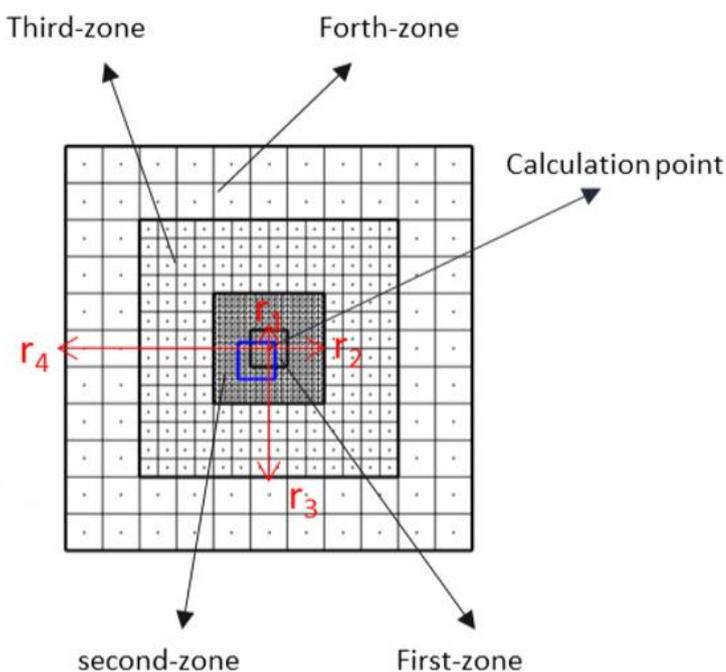


FONTE: ICGEM (2021); A autora (2021).

### 6.1.3 Determinação do campo da gravidade residual mediante o TGF

Como foi indicado na Seção 3.4, a técnica RTM permite a extração dos curtíssimos comprimentos de onda do sinal gravitacional. Para a determinação do RTM para distúrbios da gravidade e anomalias da gravidade de Molodensky, foi utilizado o programa TGF (YANG, HIRT e PAIL, 2020), o qual permite modelar estes componentes com diferentes tipos de geometrias em função da distância  $r$  (ver Seção 4.1.6.4). Este programa necessita como dados de entrada além da grade dos funcionais, um MDA com diferentes resoluções espaciais, mas com o mesmo espaçamento entre os pontos da grade para realizar os cálculos com base em quatro diferentes tipos de geometria inseridas no programa. A parametrização usada no TGF foi a recomendada pelos autores, os quais realizaram alguns testes em diferentes lugares do globo, que fundamentam esta parametrização. Portanto, os parâmetros usados foram:  $r_1(\text{poliedros}) \Rightarrow 0,02^\circ$ ;  $r_2(\text{prismas}) \Rightarrow 0,03^\circ$ ,  $r_3(\text{tesseróide}) \Rightarrow 0,15^\circ$  e  $r_4(\text{ponto - massa}) \Rightarrow 0,8^\circ$ . A FIGURA 48 apresenta as quatro zonas utilizadas no TGF.

FIGURA 48 - DISCRETIZAÇÃO DA INTEGRAÇÃO DE MASSAS PARA AS QUATRO GEOMETRIAS

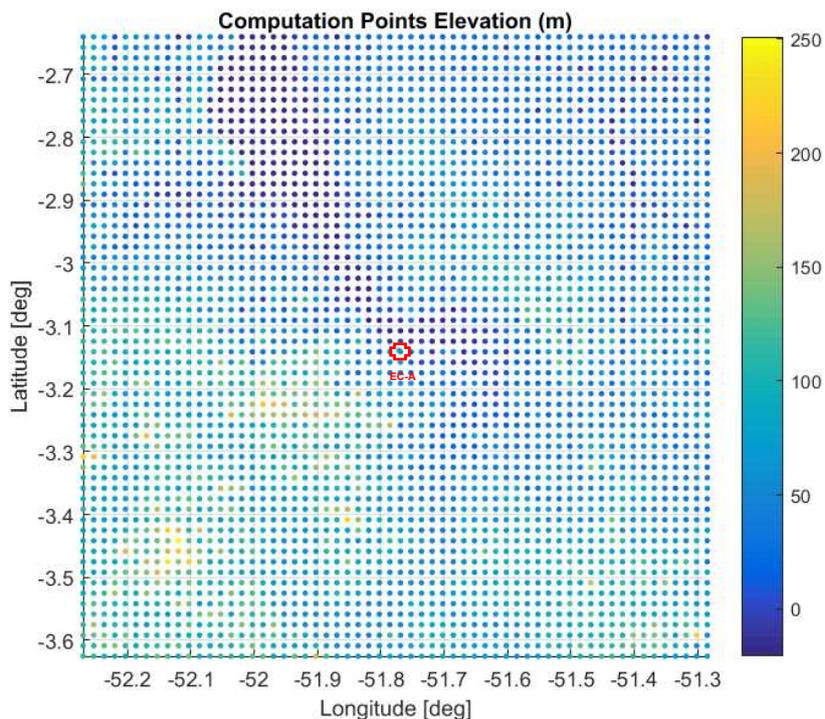


FONTE: Yang, Hirt e Pail (2020).

O TGF necessita que a partir dos MDAs fornecidos (o MERIT de alta resolução e ETOPO1 de referência com  $n/m$  de desenvolvimento igual ao do MGG XGM2019), sejam montados arquivos relacionados com cada uma das geometrias empregadas denominados no TGF de “*Detailed DEM*”, “*Tess DEM*” e “*Coarse DEM*”, e para o MDA utilizado como referência, com resolução compatível com o MGG de base, são gerados os arquivos nomeados como “*Detailed REF*”, “*Tess REF*” e “*Coarse REF*”. Fazendo a diferença entre as superfícies DEM e REF, determina-se o respectivo “*Detailed RTM*”, “*Tess RTM*” e “*Coarse RTM*”. Considerar que o “*Detailed DEM*” e “*Detailed REF*” são utilizados tanto para o  $r_1$  como para o  $r_2$ .

Na FIGURA 49 pode-se observar os dados de entrada da grade da região ao redor da EC-A, cuja área é de  $1^\circ \times 1^\circ$  com espaçamento de  $1' \times 1'$ , em função da altitude elipsoidal.

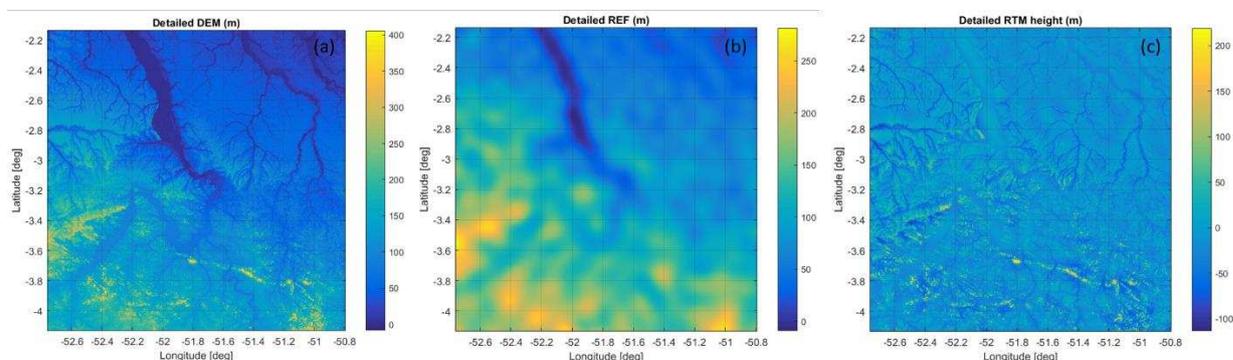
FIGURA 49 – ALTITUDES ELIPSOIDAIS DOS PONTOS DA GRADE DE 1°X1' COM ESPAÇAMENTO DE 1'X1' NO ENTORNO DA EC-A



FONTE: TGF (2021); A autora (2021).

Observa-se na FIGURA 50 as elevações oriundas dos MDAs com maior e menor resoluções utilizados na região da EC-A para o cálculo das zonas com distâncias  $r_1$  e  $r_2$ . Considerar para todas as figuras na sequência, que apesar da escala de cores ser a mesma, os intervalos de cada figura variam dependendo de seus valores máximos e mínimos.

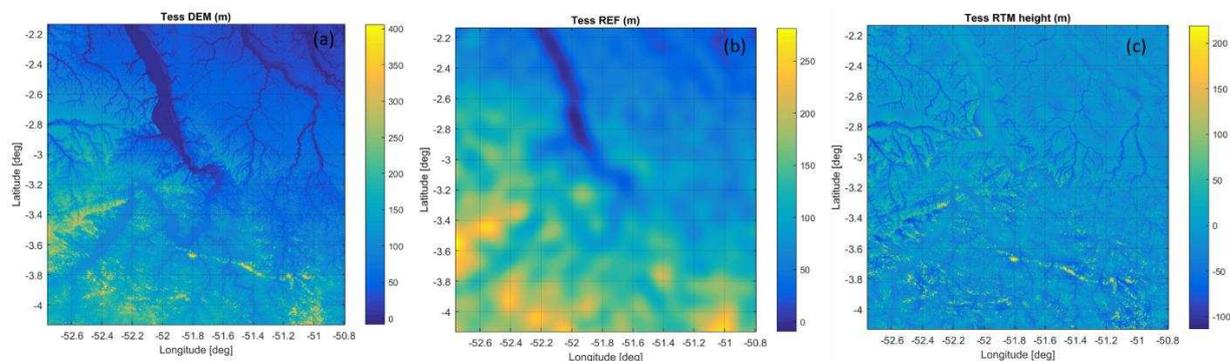
FIGURA 50 - MDAS PARA  $r_1$  E  $r_2$  AO REDOR DA EC-A: (A) DETAILED DEM; (B) DETAILED REF; (C) DETAILED RTM



FONTE: TGF (2021); A autora (2021).

A FIGURA 51 mostra as altitudes oriundas dos MDAs para a geometria dos tesseróides ( $r_3$ ) relativos para EC-A, iguais à aqueles da FIGURA 50.

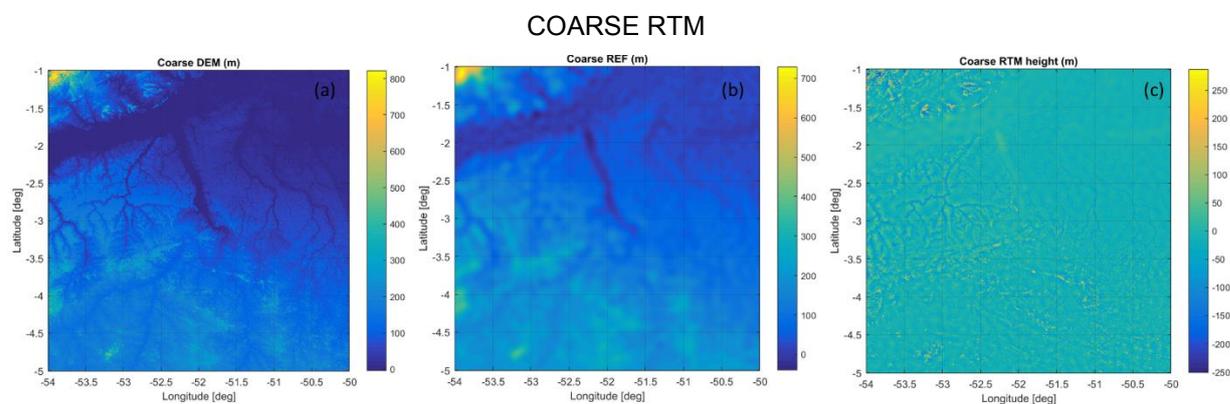
FIGURA 51 - MDAS PARA  $r_3$  AO REDOR DA EC-A: (A) TESS DEM; (B) TESS REF; (C) TESS RTM



FONTE: TGF (2021); A autora (2021).

Na FIGURA 52, apresenta-se as altitudes oriundas dos MDAs para a EC-A, referente ao  $r_4$ .

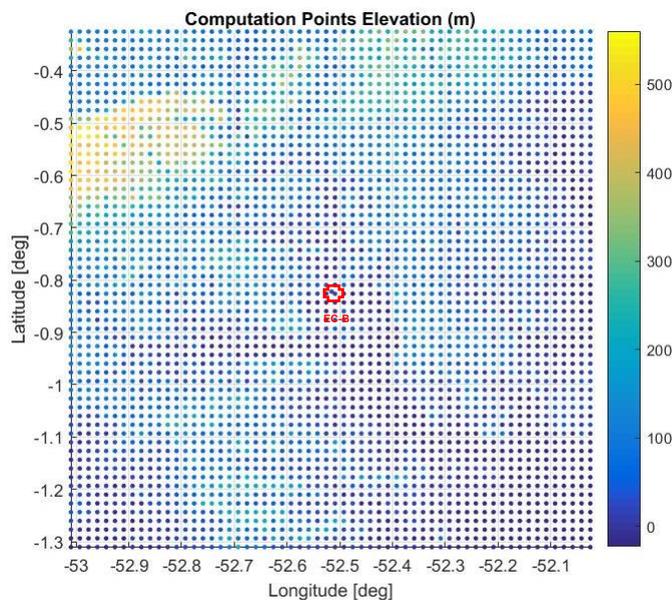
FIGURA 52 - MDAS PARA  $r_4$  AO REDOR DA EC-A: (A) COARSE DEM; (B) COARSE REF; (C)



FONTE: TGF (2021); A autora (2021).

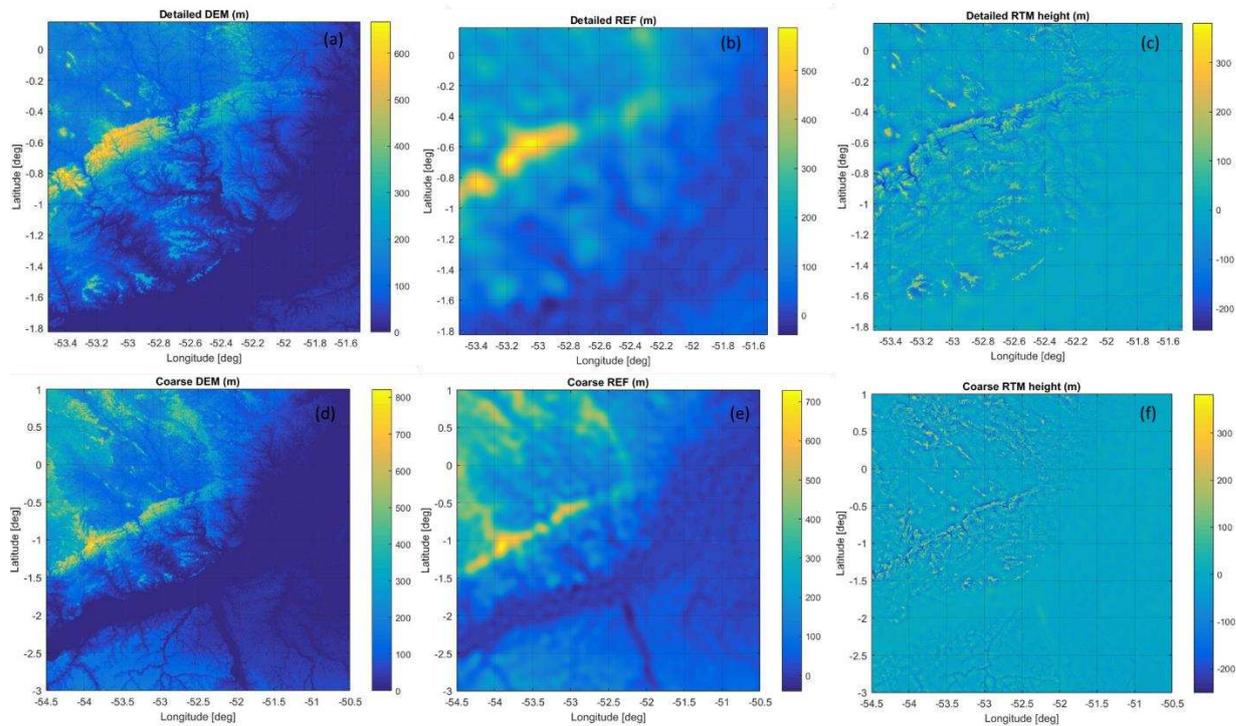
Na sequência, apresenta-se as FIGURAS 53 e 54 referentes à região ao redor da EC-B, e as FIGURAS 55 e 56 para a região da EC-C.

FIGURA 53 - ALTITUDES DOS PONTOS DA GRADE DE 1°X1' COM ESPAÇAMENTO DE 1'X1' NO ENTORNO DA EC-B



FONTE: TGF (2021); A autora (2021).

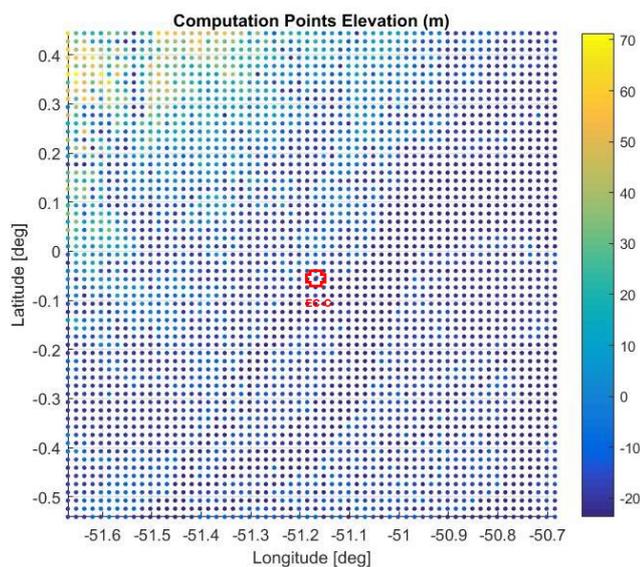
FIGURA 54 - MDAS AO REDOR DA EC-B: (A) DETAILED DEM; (B) DETAILED REF; (C) DETAILED RTM; (D) COARSE DEM; (E) COARSE REF; (F) COARSE RTM



FONTE: TGF (2021); A autora (2021).

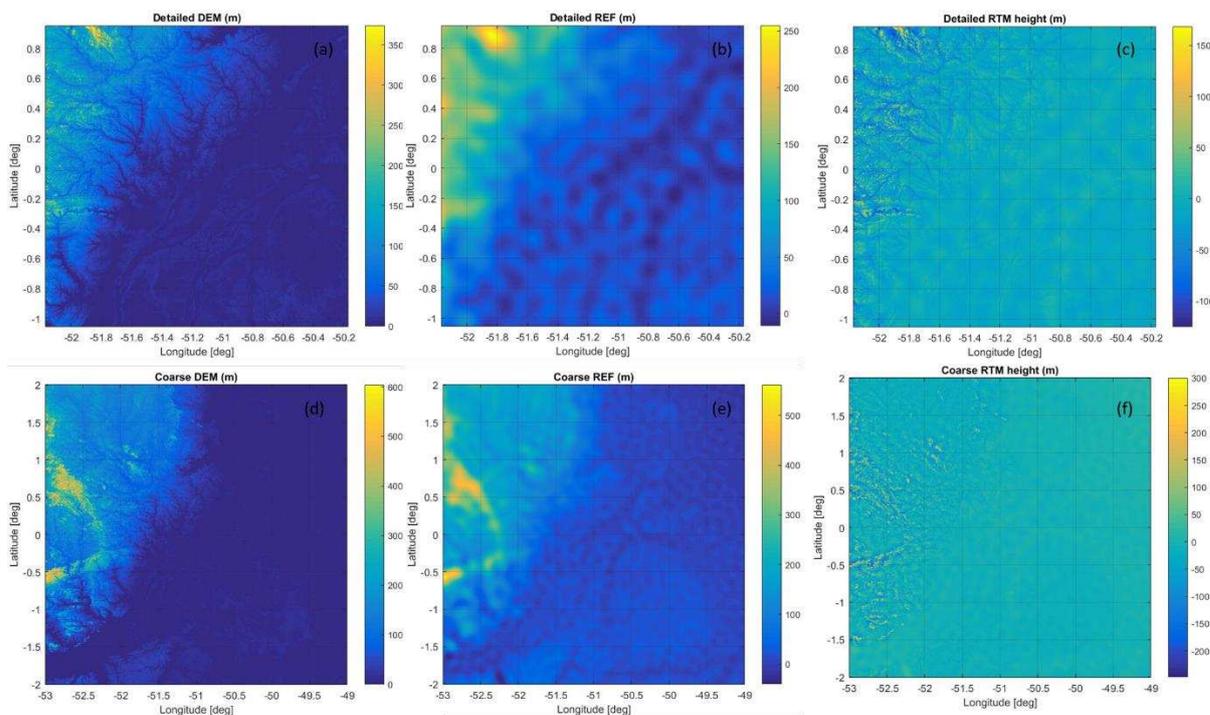
Considerar a falta das figuras indicativas ao *Tess DEM*, *Tess REF* e *Tess RTM*, devido a que estas são exatamente iguais às *Detailed DEM*, *Detailed REF* e *Detailed RTM* (mesmo MDA utilizado, mesma resolução, mesmo espaçamento).

FIGURA 55 - ALTITUDES DOS PONTOS DA GRADE DE 1°X1' COM ESPAÇAMENTO DE 1'X1' NO ENTORNO DA EC-C



FONTE: TGF (2021); A autora (2021).

FIGURA 56 - MDAS AO REDOR DA EC-C: (A) DETAILED DEM; (B) DETAILED REF; (C) DETAILED RTM; (D) COARSE DEM; (E) COARSE REF; (F) COARSE RTM



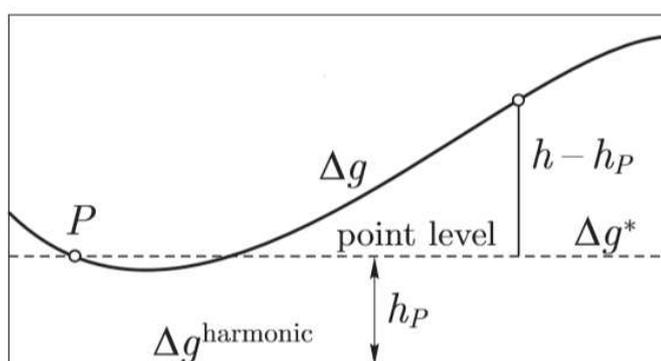
FONTE: TGF (2021); A autora (2021).

Detectou-se uma limitação no TGF quando os pontos a serem calculados, tinham valores de altitudes elipsoidais negativas. Este problema foi evidenciado na EC-C, a qual localiza-se numa área topográfica próxima ao NMM, em região onde as anomalias de altitude têm valores próximos a menos 25 m. Também, a EC-C fica próxima de extensos corpos de água (parte oceânica, rios, estuários). Por outra parte, as aplicações do TGF nas EC-A e EC-B apresentaram bom desempenho.

## 6.2 DESENVOLVIMENTO DAS SOLUÇÕES DO PVCG

Para o cálculo do Potencial Anômalo  $T$  sobre cada uma das estações de conexão, foi necessário empregar uma solução por continuação analítica. Suponha-se que as observações dadas na SF são "reduzidas", ou melhor, "analiticamente continuadas" para cima ou para baixo até uma superfície de nível (nível do mar, nível de referência ou ao nível do ponto) que queremos calcular o  $T$ . Especificamente, a suposta redução ao nível do ponto, que é apresentada na FIGURA 57, foi calculada usando a solução por continuação analítica de primeira ordem. Portanto, a  $\Delta g$  que neste caso representa as observações sobre a SF, são reduzidas para  $\Delta g^*$  ao nível de referência de P, sendo este a altitude elipsoidal  $h_P$ . (HOFMANN-WELLENHOF, 2006).

FIGURA 57 - REDUÇÃO DE ANOMALIAS PARA O NÍVEL DO PONTO P



FONTE: Hofmann-Wellenhof (2006).

Para esse exemplo, tem-se:

$$\zeta = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \iint_{\sigma} \left[ \Delta g - \frac{\partial \Delta g}{\partial h} (h - h_P) \right] S(\psi) \quad (71)$$

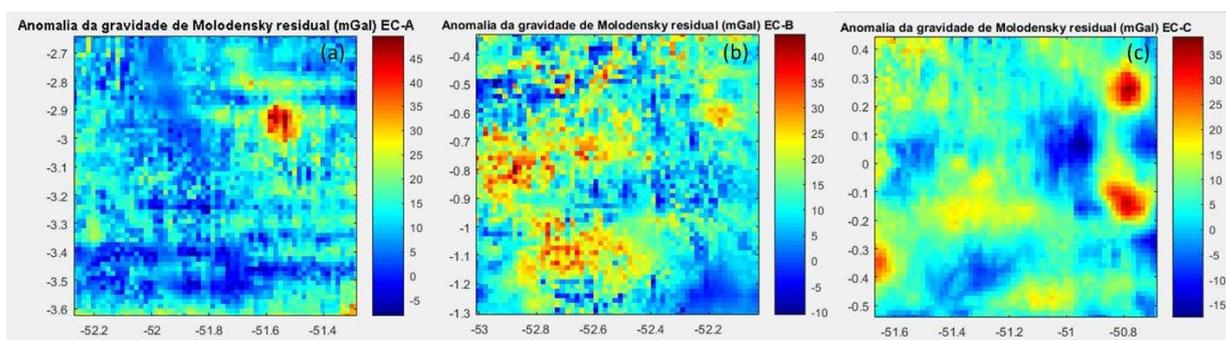
onde  $P$  é o ponto onde a anomalia de altitude  $\zeta$  é calculada. Para o cálculo de  $T$ , simplesmente aplica-se a Equação de Bruns (ver equação 38).

Dessa forma, os funcionais calculados na pesquisa, anomalias da gravidade de Molodensky e distúrbios da gravidade, são reduzidas ao nível das ECs. Assim, o nível de referência é diferente para cada EC.

Foi usado o programa desenvolvido por Ferreira (2018), o qual tem como base a solução por continuação analítica de primeira ordem para a determinação do potencial anômalo.

Na sequência, observe-se que cada figura apresenta diferentes intervalos para a escala de cor. As FIGURA 58, apresentam as Anomalias da gravidade de Molodensky residuais ( $\Delta g_{MRES}$ ) para cada EC.

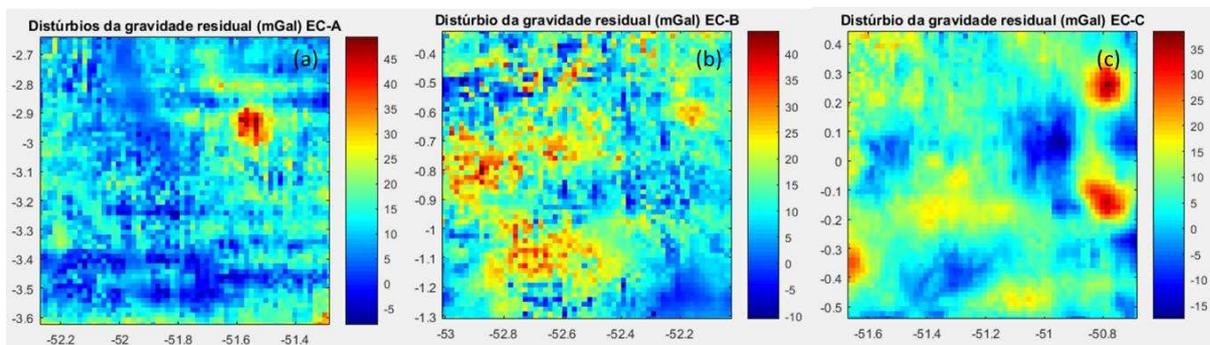
FIGURA 58 -  $\Delta g_{MRES}$  PARA: (A) EC-A; (B) EC-B; (C) EC-C



FONTE: Ferreira (2018); A autora (2021).

A FIGURA 59, mostra os Distúrbios da gravidade residuais ( $\delta g_{RES}$ ) para cada EC.

FIGURA 59 -  $\delta g_{RES}$  PARA: (A) EC-A; (B) EC-B; (C) EC-C



FONTE: Ferreira (2018); A autora (2021).

A TABELA 19 mostra os resultados do cálculo do potencial anômalo segundo a solução do PVCG na forma escalar livre (com anomalias da gravidade de Molodensky) e a solução Brovar do PVCG na forma fixada (com distúrbios da gravidade). O cálculo do  $T$  faz parte do “Restore” dentro da decomposição espectral (ver FIGURA 45). Para fins comparativos, foi necessário aplicar a fórmula de Bruns para a determinação de  $\zeta_{RES\Delta g_M}$  e  $\zeta_{RES\delta g}$  para cada EC.

TABELA 19 - POTENCIAL ANÔMALO DAS ECS

<b>FUNCAIONAIS RESIDUAIS</b>	<b>EC-A</b>	<b>EC-B</b>	<b>EC-C</b>
$T_{P\Delta g_M}$ (m <sup>2</sup> /S <sup>2</sup> )	6,8982	8,4801	4,007
$T_{P\delta g}$ (m <sup>2</sup> /S <sup>2</sup> )	6,5490	8,0669	3,8034
$\zeta_{RES\Delta g_M}$ (m)	0,7053	0,8671	0,4097
$\zeta_{RES\delta g}$ (m)	0,6696	0,8248	0,3889

FONTE: A autora (2021).

Para completar o “Restore”, é necessário adicionar anomalias de altitude do MGG e do RTM:

$$\zeta_{P\Delta g_M} = \zeta_{RES} + \zeta_{MGG} + \zeta_{RTM} \quad (72)$$

$$\zeta_{P\delta g} = \zeta_{RES} + \zeta_{MGG} + \zeta_{RTM} \quad (73)$$

A TABELA 20 mostra os valores restaurados para cada EC.

TABELA 20 - VALORES DE ANOMALIA DE ALTITUDE RESTAURADOS

<b>RESTORE</b>	<b>EC-A</b>	<b>EC-B</b>	<b>EC-C</b>
$\zeta_{MGG}$ (m)	-24,0502	-24,9910	-24,6562
$\zeta_{RTM}$ (m)	0,1113	0,1069	0,0721
$\zeta_{P\Delta g_M}$ (m)	-23,2336	-24,0171	-24,1744
$\zeta_{P\delta g}$ (m)	-23,2693	-24,0594	-24,1952

FONTE: A autora (2021).

Foram calculados os TGZs (ver segundo membro da equação 59 da Seção 4.3.3.5) para cada uma das ECs referentes a mudanças do geopotencial de referência SGR1980 para o valor do IHRS. Os TGZs correspondentes à mudança de SGR original do MGG para o SGR1980 (correspondente ao primeiro termo do segundo membro da equação 59, foram automaticamente efetivadas no site do ICGEM mediante escolhas adequadas. Assim obteve-se valores de anomalias de altitude com

base em anomalia da gravidade de Molodensky (74) e distúrbios da gravidade (75), incluindo todas as considerações relativas aos TGZs para cada estação de conexão.

$$\zeta_{EC\Delta g_M} = \zeta_{EC\Delta g_M} + TGZ_{ECIHRS} \quad (74)$$

$$\zeta_{EC\delta g} = \zeta_{EC\delta g} + TGZ_{ECIHRS} \quad (75)$$

Como todos os cálculos foram realizados no SMP *Zero Tide*, foi necessário realizar uma transformação para *Mean Tide* (ver Seção 4.3.3.2), e assim poder comparar com os valores calculados pelo IBGE. A TABELA 21 contém os valores de  $\zeta_{EC}$  com base em  $\Delta g_M$  e  $\delta g$  no SMP *Mean Tide*.

TABELA 21 - ANOMALIAS DE ALTITUDE COM O TGZ EM MT

<b>FUNCIONAL</b>	<b>EC-A</b>	<b>EC-B</b>	<b>EC-C</b>
TGZ (m)	0,7617	0,7617	0,7617
$\zeta_{EC\Delta g_M-MT}$ (m)	-22,4718	-23,2554	-23,4127
$\zeta_{EC\delta g-MT}$ (m)	-22,5075	-23,2976	-23,4335

FONTE: A autora (2021).

Depois, determinou-se  $H_N$  em cada EC para cada solução do PVCG já adaptada ao IHRS:

$$H_{NECMT} = h_{ECMT} - \zeta_{ECMT} \quad (76)$$

TABELA 22 - ALTITUDE NORMAL DE CADA EC EM MT, NO IHRS

<b>FUNCIONAL</b>	<b>EC-A</b>	<b>EC-B</b>	<b>EC-C</b>
$H_{N\Delta g_{Mol}}$ (m)	120,8722	51,7701	9,2024
$H_{N\delta g}$ (m)	120,9079	51,8124	9,2232

FONTE: A autora (2021).

As análises e resultados dos dados calculados são apresentados nas próximas seções.

## 6.3 RESULTADOS E ANÁLISE

### 6.3.1 Consistência das soluções do PVCG

Merecem destaques alguns aspectos relacionados com as soluções do PVCG em cada uma das ECs.

A região de estudos associada a esta Tese tem uma deficiência acentuada de estruturas geodésicas de controle que permitam validar as grades de funcionais a serem utilizadas nas soluções do PVCG. Assim foram fundamentais as utilizações do MDA MERIT e do MGG XGM2019. Foram desenvolvidas extensas atividades relacionadas com a compatibilização de SGRs e introdução de correções relativas a SMPs. As soluções baseadas em anomalias da gravidade de Molodensky têm alguns aspectos particulares que as tornam potencialmente mais robustas que aquelas advindas dos distúrbios da gravidade. Um destes aspectos é que na geração das anomalias da gravidade de Molodensky existe implicitamente um refinamento nas altitudes iniciais dos pontos da grade obtidas a partir do MDA MERIT. Neste caso, a necessária referência da gravidade normal ao teluroide implica em uma solução iterativa para a determinação da altitude normal em um processo que exige convergência. Esta altitude expressa também a distância do elipsoide de referência ao teluroide e implicitamente também realiza uma estimativa da anomalia de altitude (distância do elipsoide de referência ao quase geoide ou do teluroide à SF, todos sobre a mesma normal ao elipsoide). Já o processo de determinação dos distúrbios da gravidade depende fortemente da altitude elipsoidal derivada da altitude ortométrica advinda do MERIT e da altitude geoidal obtida do MGG XGM2019. Assim é que as incertezas propagadas nas soluções são potencialmente menores na solução livre de Molodensky.

O MGG XGM2019 é ainda experimental e desta forma não é contemplado com extensos trabalhos de validação. Esta falta, no entanto, não inviabiliza sua aplicação na região de estudos. O LARAS/UFPR em articulação com o IBGE promoveu uma avaliação parcial indireta do desempenho deste MGG no entorno da EC-A. Conforme reportado por Dalazoana e De Freitas (2020), a aderência das anomalias de altitude em 3600 pontos quando comparadas com fatores de conversão de altitudes elipsoidais em normais, no contexto da nova plataforma hgeoHNOR do IBGE, teve uma diferença média de -0,099 m e RMS de 0,066. Certamente estes valores mostram uma aderência das funcionais geradas pelo XGM2019 com o SGB. Este fator merece ser destacado em vista do XGM2019 estar presente tanto nas atividades de

compatibilização de SGRs, destacadas no Capítulo 5, como na geração de funcionais a serem utilizados na solução do PVCG. O MGG é fundamental em vista da técnica *remove-restore* adotada.

O efeito RTM é considerado também elemento fundamental para a utilização do sinal gravimétrico associado à topografia. Esta determinação depende fortemente da informação altimétrica. Neste caso fundamenta-se em informações contidas nos MDAs MERIT e ETOPO1 utilizados nesta pesquisa, respectivamente modelo detalhado e modelo de referência, conforme já discutido na Seção 4.1.6.4. Deve ser destacado que o MERIT tem uma resolução espacial na ordem de 90m enquanto o ETOPO1, na forma empregada neste trabalho, tem resolução na ordem de 9.100m (5 min de arco). No entanto, o ETOPO1 contempla a batimetria de grandes corpos d'água enquanto o MERIT não tem esta possibilidade. Estes aspectos devem ser levados em conta nas análises das soluções obtidas.

### 6.3.2 Síntese da comparação das altitudes normais do IBGE com as determinadas com base no PVCG referenciado ao IHRS

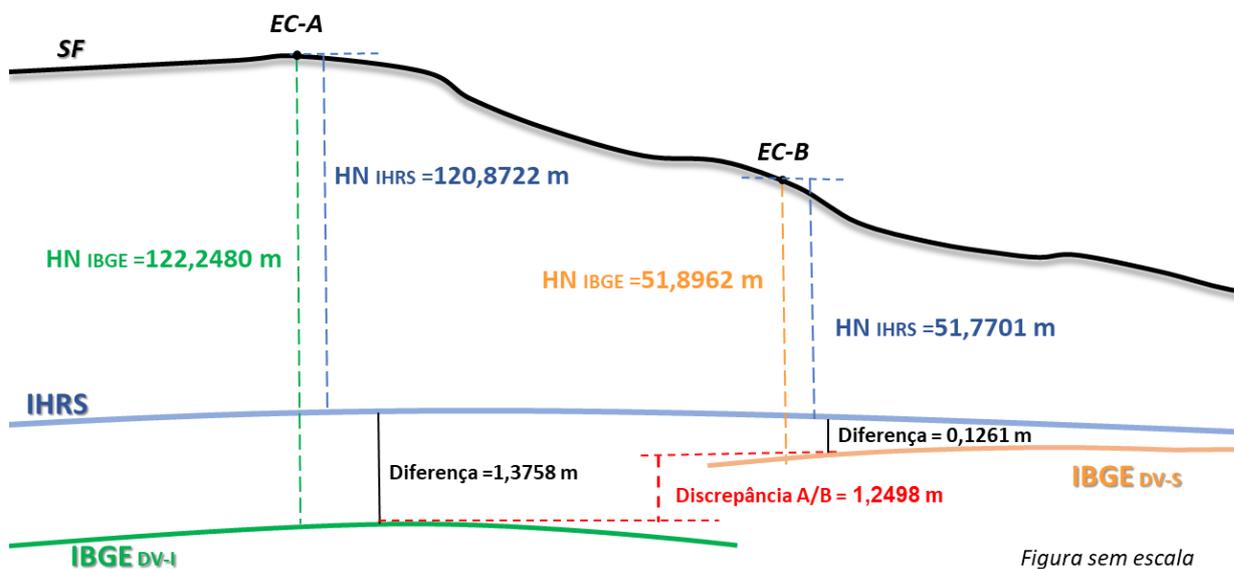
Na sequência são apresentadas as estimativas das discrepâncias entre os dois segmentos da RVRB com base nas ECs. Para tanto, são envolvidos os valores de nos valores de altitudes normais determinados pelo IBGE e aqueles determinados a partir das soluções do PVCG nas duas vertentes empregadas neste estudo (escalar livre e fixada) e referidas ao IHRS. Busca-se também apresentar visualmente as situações envolvidas nas determinações das discrepâncias referidas.

TABELA 23 - ANÁLISE DAS ALTITUDES NORMAIS DO IBGE E AS CALCULADAS MEDIANTE SOLUÇÃO DO PVCG LIVRE COM BASE EM ANOMALIAS DA GRAVIDADE DE MOLODENSKY

ESTAÇÃO DE CONEXÃO	ALTITUDES NORMAIS MT (m)				
	$H_{N_{IBGE}}$	$H_{N_{\Delta g_{Mol}}}$	$H_{N_{IBGE}} - H_{N_{\Delta g_{Mol}}}$	DISCREPÂNCIA DE A/B	DISCREPÂNCIA DE A/C
EC-A	122,248	120,8722	1,3758	1,2498	1,7439
EC-B	51,8962	51,7701	0,1261		
EC-C	8,8343	9,2024	-0,3681		

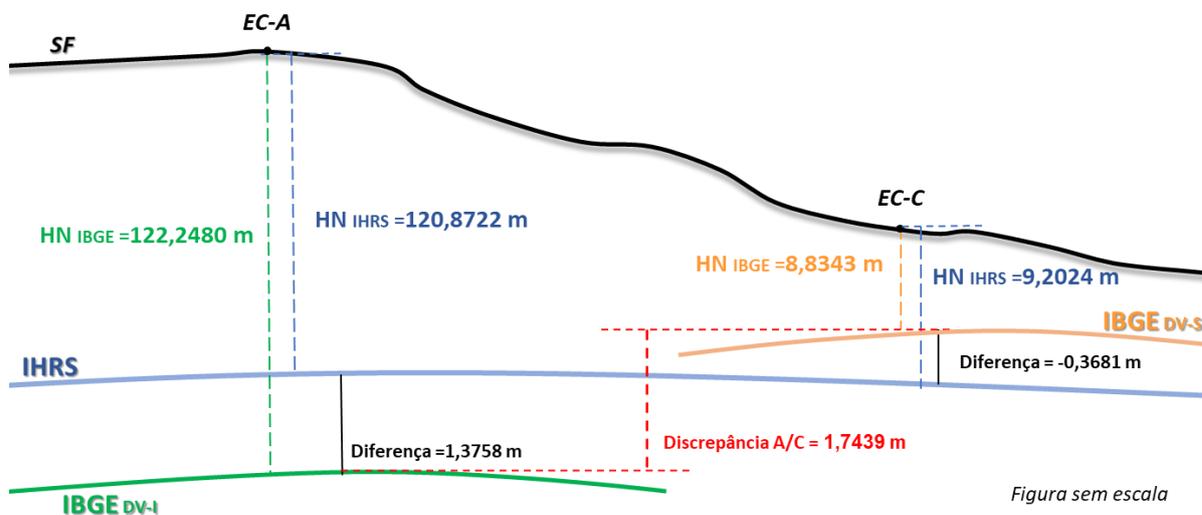
FONTE: A autora (2021).

FIGURA 60 - ALTITUDES NORMAIS DO IBGE E DA SOLUÇÃO LIVRE DO PVCG (EC-A E EC-B)



FONTE: A autora (2021).

FIGURA 61 - ALTITUDES NORMAIS DO IBGE E DA SOLUÇÃO LIVRE DO PVCG (EC-A E EC-C)



FONTE: A autora (2021).

TABELA 24 - ANÁLISE DAS ALTITUDES NORMAIS DO IBGE E AS CALCULADAS MEDIANTE SOLUÇÃO DO PVCG FIXADA COM BASE EM DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE.

ESTAÇÃO DE CONEXÃO	ALTITUDES NORMAIS MT (m)				
	$H_{N_{IBGE}}$	$H_{N_{\delta g}}$	$H_{N_{IBGE}} - H_{N_{\delta g}}$	DISCREPÂNCIA DE A/B	DISCREPÂNCIA DE A/C
EC-A	122,2480	120,9079	1,3401	1,2563	1,7290
EC-B	51,8962	51,8124	0,0838		
EC-C	8,8343	9,2232	-0,3889		

FONTE: A autora (2021).

TABELA 25 - DIFERENÇAS ENTRE SOLUÇÕES EM METROS

ESTAÇÕES DE CONEXÃO	ALTITUDES NORMAIS MT		
	$H_{N_{\Delta g_{Mol}}}$	$H_{N_{\delta g}}$	Diferenças das soluções
EC-A	120,8722	120,9079	0,0357
EC-B	51,7701	51,8124	0,0422
EC-C	9,2024	9,2232	0,0208
			<b>MÉDIA 0,0328</b>

FONTE: A autora (2021).

### 6.3.3 Análises das soluções do PVCG em cada EC e suas comparações com altitudes normais do SGB - IBGE

As soluções livre e fixada do PVCG baseadas respectivamente em anomalias da gravidade de Molodensky residuais e distúrbios da gravidade residuais, estão apresentadas na Seção 6.3.2. São também apresentadas altitudes normais das ECs associadas ao SGB identificadas pelo índice IBGE, na EC-A vinculada ao DVB-I e nas EC-B e EC-C vinculadas ao DVB-S. As altitudes determinadas pelas soluções do PVCG livre (TABELA 23) e fixada (TABELA 24) em cada EC, são confrontadas com as altitudes do IBGE. As diferenças apresentadas nas referidas tabelas, evidenciam as discrepâncias entre o quase geoide como superfície das soluções PVCG vinculadas ao IHRS com as distintas superfícies de referência do SGB vinculadas aos dois DVs. Com isto, foi possível estabelecer as discrepâncias entre os distintos segmentos da RVRB relativamente ao IHRS e por conseguinte, estimar as discrepâncias entre os dois segmentos. Em vista destes pressupostos cabem as seguintes considerações:

- A FIGURA 60 apresenta, à guisa de ilustração das comparações, as altitudes normais determinadas com base em anomalias da gravidade de Molodensky residuais, altitudes normais do IBGE e a suas respectivas discrepâncias. Podemos evidenciar que a altitude normal da EC-A advinda do DVB-I é maior que a calculada pela solução livre, evidenciando uma diferença entre elas de 1,3758 m. Isto implica que a superfície de referência do IBGE associada ao DVB-I situa-se abaixo daquela do IHRS na EC-A. Da mesma forma, a altitude normal da EC-B do IBGE referente ao DVB-S é maior que a calculada com base nas anomalias da gravidade de Molodensky, tendo uma diferença de

0,1261 m. A discrepância entre as duas superfícies de referência de altitudes do IBGE ligadas respectivamente aos DVB-I e DVB-S é de 1,2498 m (ver TABELA 23). Também, a solução do PVCG baseada em distúrbios da gravidade apresenta os resultados expostos na TABELA 24: em correspondência à sequência discutida para a solução livre já apresentada, tem-se na EC-A a diferença de 1,3401 m; na EC-B diferença de 0,08384 m; implicando em discrepância entre o DVB-I e o DVB-S de 1,2563 m. Das duas soluções observa-se que a discrepância estimada pelos dois métodos distintos utilizados para a solução do PVCG é de 0,0065 m. Os valores encontrados nestas análises indicam que a superfície de referência do SGB associada ao DVB-I está, na região de estudos, abaixo daquela associada ao DVB-S. Deve ser destacada a impossibilidade da correta estimativa de erro dessas soluções em vista de todas as variáveis e modelos envolvidos. Recorde-se que não existe uma avaliação formal dos possíveis erros intrínsecos na região de estudos para o ETOPO1, observações aerogravimétricas, MERIT e XGM2019. Existem estimativas de possíveis incertezas para as observações aerogravimétricas por intermédio de funcionais geradas que foram comparadas com suas correspondentes determinadas para os mesmos pontos de grade por intermédio do XGM2019, conforme explorado no Capítulo 5. Conforme a TABELA 18, a média dos RMS de anomalias da gravidade de Molodensky e distúrbios da gravidade no entorno das ECs é de cerca de 7,97 mGal. O desempenho do XGM2019 na região foi estimado como tendo uma incerteza de aproximadamente  $\pm 0,10$  m por Dalazoana e De Freitas (2020), conforme sua aderência em termos de anomalias de altitude que foram comparadas com fatores de conversão do hgeoHNOR do IBGE. No entanto não existem estimativas consistentes do desempenho do MERIT e ETOPO1. Considerando apenas a média de 0,0328 m das diferenças de altitudes entre as soluções distintas do PVCG expostas na TABELA 25 e a estimativa do desempenho do XGM2019 em termos das anomalias de altitude pode-se estimar que as discrepâncias podem ser afetadas por incertezas na ordem de  $\pm 0,11$  m.

- As estimativas de discrepância através do PVCG podem ser comparadas com as discrepâncias observadas na EC-B com base nas duas linhas de nivelamento associadas com gravimetria e injunção de diferenças de anomalias

de altitude oriundas de diferentes MGGs, conforme o Capítulo 2. Devem ser destacadas as soluções 4 e 5 (TABELA 4) e solução 6 (TABELA 5), as quais contemplam a inserção de correções associadas a funcionais do campo da gravidade. Tem-se as seguintes discrepâncias: Solução 4  $\Rightarrow$  1,2374 m; Solução 5  $\Rightarrow$  1,4195 m; Solução 6  $\Rightarrow$  1,4389 m. As altitudes propagadas da EC-A para a EC-B são afetadas por erros devidos tanto ao nivelamento GNSS estimados no intervalo de 2 a 5 cm, aderência do MGG estimada em cerca de 10 cm. Deve-se assinalar também que a altitude normal da EC-B propagada desde o DVB-S, através do ramal aberto de Santana até Laranjal do Jari, tem incerteza estimada em cerca 7,5 cm de acordo com o sugerido em Vanicek e Krakiwsky (1986, p.95). Assim é que a discrepância estimada na EC-B de acordo com as linhas de nivelamento tem uma incerteza na ordem de  $\pm 0,14$  m. Verifica-se, portanto, que a discrepância determinada com base nas soluções livres e fixadas do PVCG envolvendo as ECs A e B, apresenta-se compatível com as soluções baseadas nos ramais de nivelamento bem como com algumas das outras soluções anteriores do LARAS/UFPR (ver TABELA 3 da Seção 2.2);

- Referente às discrepâncias entre EC-A e EC-C, cada uma referenciada a um DV diferente (Imbituba e Santana respectivamente), conforme a FIGURA 61 (referente à solução livre à guisa de exemplo) também é evidenciado que a superfície de referência vinculada ao DVB-I situa-se abaixo daquela associada ao DVB-S. As discrepâncias entre o DVB-I e o DVB-S, determinadas com base nas EC-A e EC-C com anomalias da gravidade de Molodensky residuais e com base em distúrbios da gravidade residuais foram respectivamente 1,7439 m e 1,7290 m. Estas estimativas são muito consistentes entre si, mostrando que as soluções do PVCG foram estáveis. No entanto, devem ser destacados dois problemas distintos que afetaram ambas as soluções do PVCG na EC-C e que certamente afetaram o cálculo do efeito RTM: desempenho inadequado do TGF em regiões com altitude elipsoidal negativa; a desconsideração dos contrastes de densidade relativos ao não tratamento da batimetria no entorno da EC-C. Estes aspectos afetaram de maneira idêntica ambas as soluções e certamente as estimativas das discrepâncias com base nas ECs A e C, não têm a mesma confiabilidade das estimativas com base nas EC A e B;

- Com a análise das altitudes normais determinadas pelas duas soluções do PVCG apresentadas, como pode se observar na TABELA 25, as diferenças na ECs são próximas (na média de 30 mm), a qual sustenta a adequação da(s): transformações de referenciais inclusive daqueles dos MDAs e MGG empregados; compatibilizações de SMPs em todos os dados; complementação da infraestrutura geodésica principalmente com base no MERIT e XGM2019; metodologias de tratamento e processamento empregadas nas soluções desenvolvidas.

Em vista das diferenças acentuadas nas soluções considerando EC-A em confronto com a EC-B ou EC-C, e também nos problemas referidos às características relativas à EC-C, envolvendo predominantemente à ausência ou tratamento da batimetria e das altitudes elipsoidais negativas pelo TGF, buscou-se realizar soluções adicionais com pontos auxiliares partindo-se da EC-B. estes aspectos são tratados na próxima seção.

#### 6.4 OUTROS TESTES REALIZADOS

Com a finalidade de conhecer o comportamento das soluções do PVCG em outros pontos que compõem o ramal aberto com origem no DV-S, EC-C, e saber a variação com respeito aos resultados obtidos na EC-B, realizou-se novos testes em três estações auxiliares.

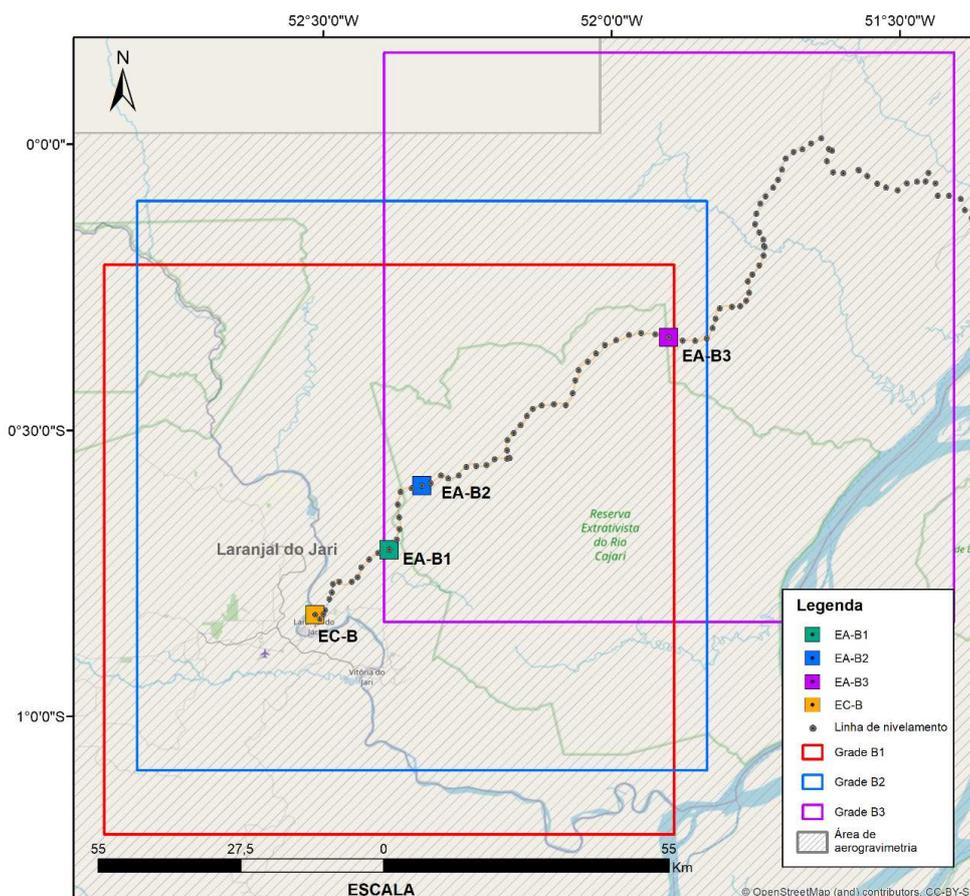
As três novas estações de cálculo foram denominadas como EA-B1, EA-B2 e EA-B3 (Ver FIGURA 62), cujas coordenadas, valores de gravidade, altitude elipsoidal e altitude normal são apresentadas na TABELA 26. Destaque-se que estas estações se situam em regiões com topografias circundantes diversas de aquela EC-B, como se apresenta de forma complementar nas FIGURAS 62 e 67.

TABELA 26 - NOVOS PONTOS DE CÁLCULO

ID	RN	LAT (°)	LONG (°)	$h_{P_{IBGE}}$ (m)	$g_{obs_{IBGE}}$ (mGal)	$h_{N_{IBGE}}$ (m)
B1	5005J	-0,70862	-52,3856	109,816	977978,4	133,2562
B2	5005B	-0,59692	-52,329	75,54	977988	98,937
B3	5003M	-0,33765	-51,9007	51,922	978002,2	75,1981

FONTE: A autora (2021).

FIGURA 62 - LOCALIZAÇÃO DAS ESTAÇÕES AUXILIARES



FONTE: A autora (2021).

A TABELA 27 apresenta as distâncias de cada estação auxiliar respeito à EC-B.

TABELA 27 - DISTÂNCIA APROXIMADA DA EC-B EM LINHA RETA

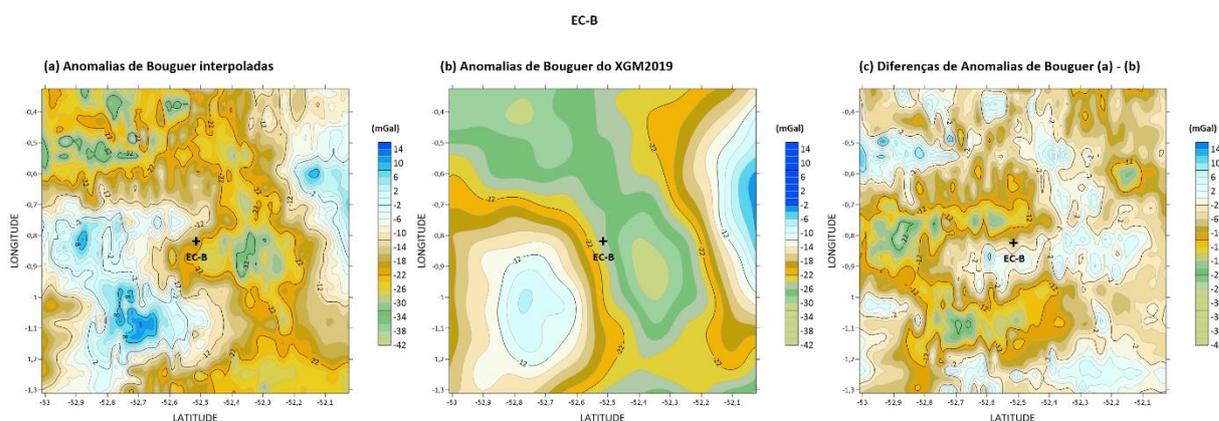
DA EC-B PARA EA-B1	~19 km
DA EC-B PARA EA-B2	~32 km
DA EC-B PARA EA-B3	~87 km

FONTE: A autora (2021).

Foram realizados todos os procedimentos e análises aplicados nas estações de conexão A, B e C. Construiu-se as superfícies de transformação considerando o MGG XGM2019,  $H_p$  do MERIT e o SGR1980 para determinar  $h_p$  em cada observação aerogravimétrica ao redor de cada ponto auxiliar (B1, B2 e B3), para calcular na sequência as respectivas anomalias de Bouguer ( $\Delta g_B$ ). Foram calculadas  $\Delta g_B$  para 161.140 observações ao redor da B1, 169.653 observações ao redor da B2 e 157.350 observações ao redor da B3.

Utilizou-se o GEOGRID do GRAVSOFT para interpolar valores de  $\Delta g_B$  já compatibilizados, em uma grade regular de área de  $1^\circ \times 1^\circ$  e espaçamento de  $1' \times 1'$  ao redor de cada estação auxiliar. Com isto, analisou-se as diferenças  $\Delta g_B$  determinadas pela interpolação e as oriundas do MGG XGM2019. A FIGURA 63 apresenta as  $\Delta g_B$  da EC-B (mesma representação da FIGURA 39) mas com a mesma escala de cores que as subseqüentes figuras para uma melhor interpretação.

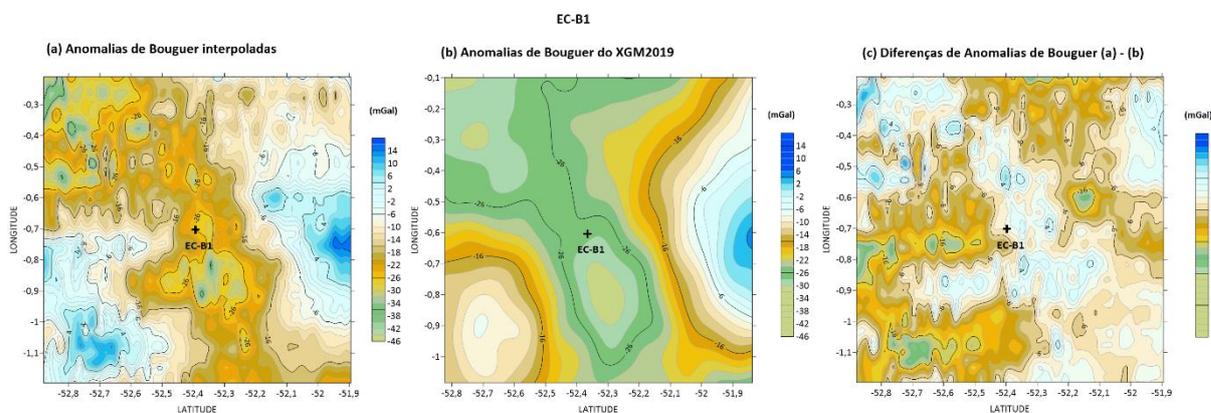
FIGURA 63 - ANOMALIAS DE BOUGUER DA EC-B DETERMINADAS MEDIANTE: DADOS INTERPOLADOS (A); DADOS DO MGG XGM2019 (B); E DIFERENÇAS DAS SUPERFÍCIES (C).



FONTE: A autora (2021).

Comparando a FIGURA 63 com a FIGURA 64, que representa os valores de  $\Delta g_B$  calculados para EA-B1, podemos notar diferenças de  $\Delta g_B$  entre -2 e -22 mGal próximas a cada estação.

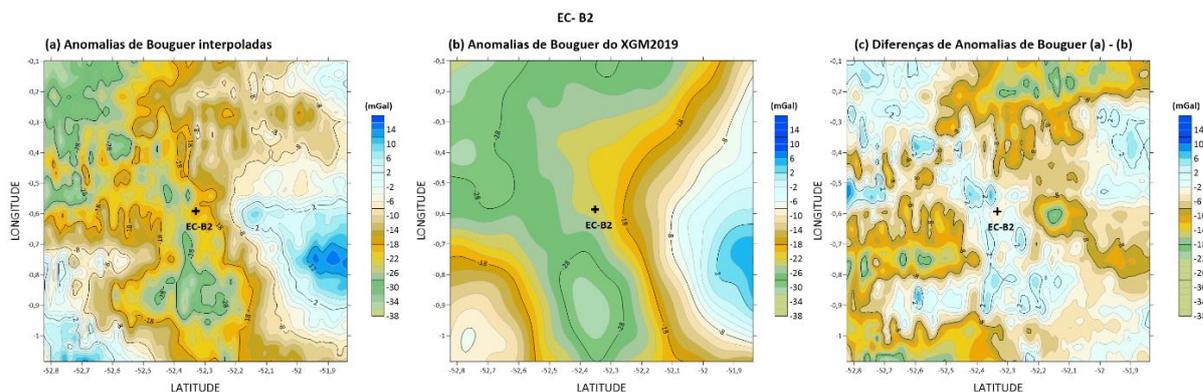
FIGURA 64 - ANOMALIAS DE BOUGUER DA ESTAÇÃO EC-B1 DETERMINADAS MEDIANTE: DADOS INTERPOLADOS (A); DADOS DO MGG XGM2019 (B); E DIFERENÇAS DAS SUPERFÍCIES (C).



FONTE: A autora (2021).

Por outra parte, as FIGURAS 65 e 66, apresentam os valores de  $\Delta g_B$  das estações EA-B2 e EA-B3, respectivamente. Nota-se que as diferenças de  $\Delta g_B$  têm valores predominantemente entre -2 e 6 mGal.

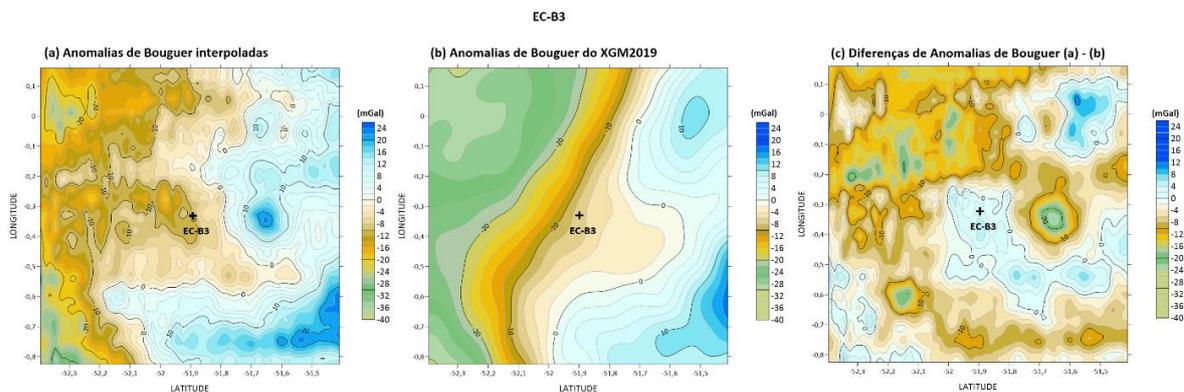
FIGURA 65 - ANOMALIAS DE BOUGUER DA ESTAÇÃO B2 DETERMINADAS MEDIANTE: DADOS INTERPOLADOS (A); DADOS DO MGG XGM2019 (B); E DIFERENÇAS DAS SUPERFÍCIES (C).



FONTE: A autora (2021).

A TABELA 28 resume os RMS das diferenças de  $\Delta g_B$  determinadas com as observações aerogravimétricas e com as grades em cada estação auxiliar.

FIGURA 66 - ANOMALIAS DE BOUGUER DA ESTAÇÃO B3 DETERMINADAS MEDIANTE: DADOS INTERPOLADOS (A); DADOS DO MGG XGM2019 (B); E DIFERENÇAS DAS SUPERFÍCIES (C).



FONTE: A autora (2021).

TABELA 28 - RMS DAS ANOMALIAS DE BOUGUER EM CADA ESTAÇÃO AUXILIAR

ESTAÇÕES	RMS ( $\Delta g_{B_{XGM2019}(GRS80,ZT)} - \Delta g_{B_{calculadas}(GRS80,ZT)}$ ) mGal	
	NAS OBSERVAÇÕES	EM GRANDE
EA-B1	9,0702	8,2377
EA-B2	8,9134	8,0242
EA-B3	8,8101	8,3930

FONTE: A autora (2021).

Logo foram obtidas as grades de distúrbios da gravidade ( $\delta g$ ) e anomalias da gravidade de Molodensky ( $\Delta g_M$ ) para cada estação auxiliar, e comparadas com funcionais oriundos dos MGG XGM2019, obtendo os RMS de cada uma (ver TABELA 29).

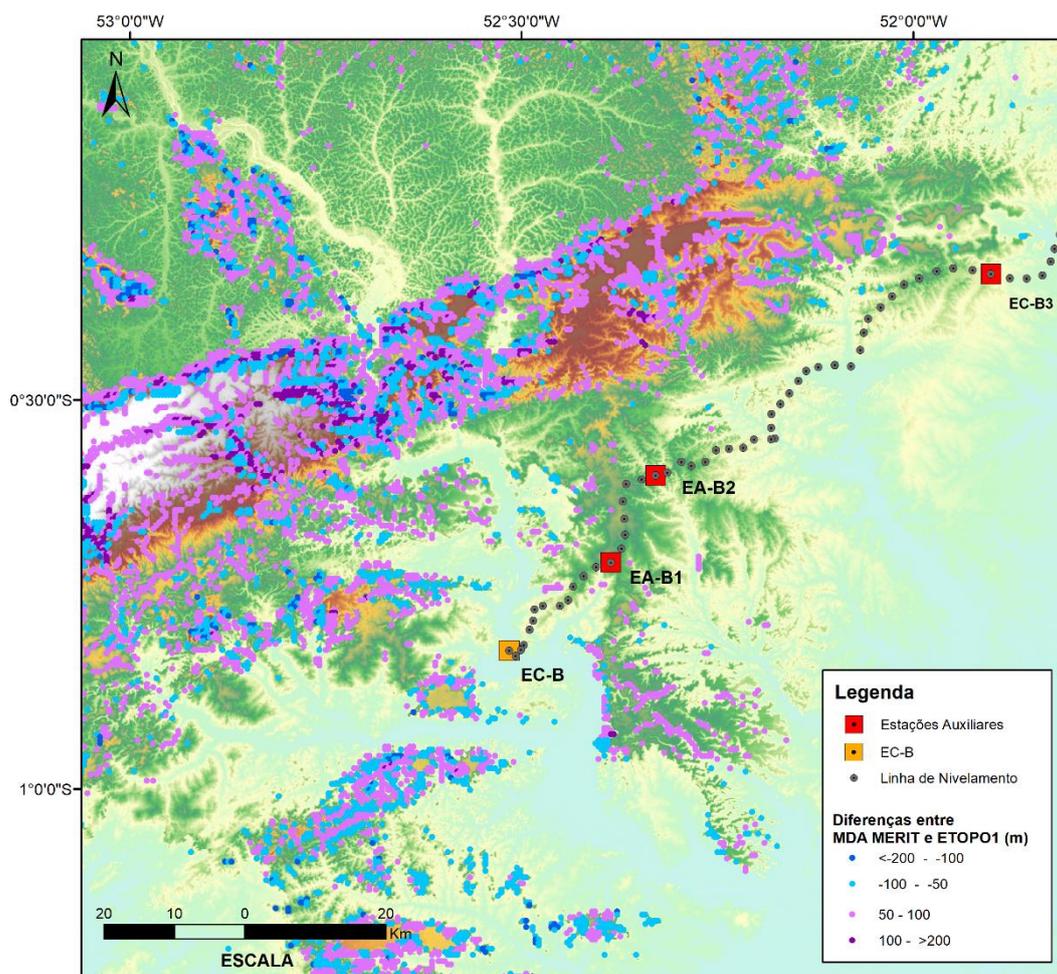
TABELA 29 – RMS DE DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE E ANOMALIA DA GRAVIDADE DE MOLODENSKY DAS ESTAÇÕES AUXILIARES

Grade ao redor das estações auxiliares	RMS das anomalias da gravidade de Molodensky (mGal)	RMS dos distúrbios da gravidade (mGal)
EA-B1	8,9757	8,9760
EA-B2	8,7527	8,7527
EA-B3	8,5991	8,5990

FONTE: A autora (2021).

Na sequência utilizou-se a técnica de decomposição espectral, onde foram determinados os funcionais residuais,  $\delta g_{RES}$  e  $\Delta g_{MRES}$ , para cada estação auxiliar segundo as equações (36) e (37) respectivamente. Durante este processo, analisou-se as diferenças entre as altitudes dos MDAs MERIT e ETOPO1, que compõem as grades para o cálculo RTM no programa TGF. Assim como para os cálculos respectivos realizados para a EC-B, identificou-se grandes diferenças entre altitudes do MERIT e ETOPO1, superando em alguns casos  $\pm 150\text{m}$  entre MDAs em alguns pontos, especialmente ao redor da EC-B e de EA-B1 (ver FIGURA 67). Estas diferenças certamente influenciam o cálculo do RTM, com possível sobre estimação no valor final desse efeito e com implicações nos funcionais residuais, e, portanto, em todo o processo de cálculo do potencial anômalo ( $T$ ), necessário para as soluções do PVCG. Estes aspectos não aparecem de forma destacada nas EA-B2 e EA-B3. Não entanto, no entorno destas duas estações auxiliares, existem regiões baixas com feições hidrográficas com batimetria não considerada por não estarem no MDA MERIT, o que pode subestimar o valor do efeito RTM calculado, também com implicações nos funcionais residuais. Este efeito aumenta progressivamente com a proximidade de Santana. Assim é que se adquire a convicção que uma determinação da discrepância com base na solução do PVCG deva abranger distintas determinações (e.g. solução escalar livre com base em anomalias da gravidade de Molodensky residuais e solução fixada com base em distúrbios da gravidade residuais) envolvendo um conjunto de estações.

FIGURA 67 - DIFERENÇAS DE ALTITUDE ENTRE MERIT E ETOPO1



FONTE: A autora (2021).

Foram calculados os valores do potencial anômalo e anomalia de altitude nas três estações auxiliares com base tanto na solução fixada como na solução livre (Ver TABELA 30).

TABELA 30 - POTENCIAL ANÔMALO DAS ESTAÇÕES AUXILIARES

FUNCIONAIS	EC-B RESIDUAL	EA-B1 RESIDUAL	EA-B2 RESIDUAL	EA-B3 RESIDUAL
$T_{P_{\Delta gM}}$ ( $m^2/S^2$ )	8,4801	8,0074	4,4812	4,01
$T_{P_{\delta g}}$ ( $m^2/S^2$ )	8,0669	8,435	4,7454	4,2657
$\zeta_{RES_{\Delta gM}}$ (m)	0,8671	-24,0864	-24,4133	-24,3338
$\zeta_{RES_{\delta g}}$ (m)	0,8248	-24,0427	-24,3863	-24,3077

FONTE: A autora (2021).

A continuação, foram calculadas as altitudes normais e comparadas com as determinadas pelo IBGE. Assim, as TABELAS 31, 33 e 35 apresentam esta

comparação e as discrepâncias encontradas entre soluções de Molodensky e nas TABELAS 32, 34 e 36 apresentam as soluções baseadas em distúrbios da gravidade.

TABELA 31 - ANÁLISE DAS ALTITUDES NORMAIS DO IBGE E AS CALCULADAS MEDIANTE SOLUÇÃO DO PVCG LIVRE COM BASE EM ANOMALIAS DA GRAVIDADE DE MOLODENSKY PARA EA-B1

ESTAÇÃO DE CONEXÃO	ALTITUDES NORMAIS MT (m)			DISCREPÂNCIA DE A/B1
	$H_{N_{IBGE}}$	$H_{N_{\Delta g_{Mol}}}$	$H_{N_{IBGE}} - H_{N_{\Delta g_{Mol}}}$	
EC-A	122,248	120,8722	1,37580	1,1473
EA-B1	133,2562	133,0277	0,22850	

FONTE: A autora (2021).

TABELA 32 - ANÁLISE DAS ALTITUDES NORMAIS DO IBGE E AS CALCULADAS MEDIANTE SOLUÇÃO DO PVCG FIXADA COM BASE EM DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE PARA B1

ESTAÇÃO DE CONEXÃO	ALTITUDES NORMAIS MT (m)			DISCREPÂNCIA DE A/B1
	$H_{N_{IBGE}}$	$H_{N_{\delta g}}$	$H_{N_{IBGE}} - H_{N_{\delta g}}$	
EC-A	122,248	120,9079	1,34010	1,1553
EA-B1	133,2562	133,0714	0,18478	

FONTE: A autora (2021).

TABELA 33 - ANÁLISE DAS ALTITUDES NORMAIS DO IBGE E AS CALCULADAS MEDIANTE SOLUÇÃO DO PVCG LIVRE COM BASE EM ANOMALIAS DA GRAVIDADE DE MOLODENSKY PARA B2

ESTAÇÃO DE CONEXÃO	ALTITUDES NORMAIS MT (m)			DISCREPÂNCIA DE A/B2
	$H_{N_{IBGE}}$	$H_{N_{\Delta g_{Mol}}}$	$H_{N_{IBGE}} - H_{N_{\Delta g_{Mol}}}$	
EC-A	122,248	120,8722	1,37580	1,5341
EA-B2	98,937	99,09530133	-0,15830	

FONTE: A autora (2021).

TABELA 34 - ANÁLISE DAS ALTITUDES NORMAIS DO IBGE E AS CALCULADAS MEDIANTE SOLUÇÃO DO PVCG FIXADA COM BASE EM DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE PARA B2

ESTAÇÃO DE CONEXÃO	ALTITUDES NORMAIS MT (m)			DISCREPÂNCIA DE A/B2
	$H_{N_{IBGE}}$	$H_{N_{\delta g}}$	$H_{N_{IBGE}} - H_{N_{\delta g}}$	
EC-A	122,248	120,9079	1,34010	1,5254
EA-B2	98,937	99,12231537	-0,18532	

FONTE: A autora (2021).

TABELA 35 - ANÁLISE DAS ALTITUDES NORMAIS DO IBGE E AS CALCULADAS MEDIANTE SOLUÇÃO DO PVCG LIVRE COM BASE EM ANOMALIAS DA GRAVIDADE DE MOLODENSKY PARA B3

ESTAÇÃO DE CONEXÃO	ALTITUDES NORMAIS MT (m)			DISCREPÂNCIA DE A/B3
	$H_{N_{IBGE}}$	$H_{N_{\Delta g_{Mol}}}$	$H_{N_{IBGE}} - H_{N_{\Delta g_{Mol}}}$	
EC-A	122,248	120,8722	1,37580	1,5764
EA-B3	75,1981	75,3987	-0,20055	

FONTE: A autora (2021).

TABELA 36 - ANÁLISE DAS ALTITUDES NORMAIS DO IBGE E AS CALCULADAS MEDIANTE SOLUÇÃO DO PVCG FIXADA COM BASE EM DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE PARA B3

ESTAÇÃO DE CONEXÃO	ALTITUDES NORMAIS MT (m)			DISCREPÂNCIA DE A/B3
	$H_{N_{IBGE}}$	$H_{N_{\delta g}}$	$H_{N_{IBGE}} - H_{N_{\delta g}}$	
EC-A	122,248	120,9079	1,34010	1,5668
EA-B3	75,1981	75,4248	-0,22670	

FONTE: A autora (2021).

A TABELA 37 apresenta a discrepâncias entre as seis novas soluções desenvolvidas junto com a calculada na EC-B e com incerteza das soluções.

TABELA 37 - DISCREPÂNCIAS ENTRE SOLUÇÕES EM METROS

Discrepância de <b>A/B</b> determinada com $\Delta g_M$	1,2498
Discrepância de <b>A/B</b> determinada com $\delta g$	1,2563
Discrepância de <b>A/B1</b> determinada com $\Delta g_M$	1,1473
Discrepância de <b>A/B1</b> determinada com $\delta g$	1,1553
Discrepância de <b>A/B2</b> determinada com $\Delta g_M$	1,5341
Discrepância de <b>A/B2</b> determinada com $\delta g$	1,5254
Discrepância de <b>A/B3</b> determinada com $\Delta g_M$	1,5764
Discrepância de <b>A/B3</b> determinada com $\delta g$	1,5668
<b>MÉDIA</b>	<b>1,3764</b>
<b>INCERTEZA DAS SOLUÇÕES</b>	<b><math>\pm 0,1909</math></b>

FONTE: A autora (2021).

A TABELA 38 apresenta as soluções precedentes realizadas por outros autores e as desenvolvidas na presente Tese, para a determinação das discrepâncias entre a DV-I e DV-S.

TABELA 38 - ESTUDOS PARA DETERMINAR A DISCREPÂNCIA ENTRE DV-S E DV-I (NA EC-B) E ESTAÇÕES AUXILIARES EA-B1, EAB2 E EA-B3).

Referências	Offset (m)	Realização RVRB	Método
Montecino e De Freitas (2014)	1,354(±0,59m)	RAAP/AAGP(1992)	Observações GOCE, MGG EGM2008 e técnica RTM
Moreira e De Freitas (2016)	1,084(±0,21m)	RAAP/2011	Observações somente de satélites e técnica RTM
De Freitas et al. (2016)	1,200(±0,21m)	RAAP/2011	Usando a comparação entre altitude geoidal determinada dos dados do IBGE e a anomalia de altitude determinada a partir dos MGGs GO_CON DIR R5 e EGM2008.
Santacruz, De Freitas e Luz (2020)*	1,420 (o XGM2016 não tem estimativa de incerteza na região)	RAAP/2018	Segmento1 com CI** + GPS + GRAV + XGM2016
Santacruz neste estudo (2021)***	1,439(±0,14m), cf. Seção 6.3.3	RAAP/2018	Segmento1 com CI + GPS + GRAV + XGM2019 (comparação com hgeoHNOR)
Santacruz neste estudo (2021)	1,376(±0,19m)	RAAP/2018	8 soluções do PVCG com base nas EC-A em comparação com EC-B, EA-B1, EA-B2 e EA-B3 (TABELA 37).

FONTE: A autora (2021).

NOTA: As três primeiras soluções preliminares são afetadas pela discrepância entre ajustamentos anteriores da RAAP e a nova realização de 2018.

\*A  $H_{N_{EC-A}}$  foi obtida da condição  $H_{2018}^N - H_{2011}^{NO} \cong -216 \text{ mm}$ , estimada das análises da realização 2018 da RVRB.

\*\*CI=Condição Inicial bruta considerando somente a  $H_{2018}^N = 122,2230$  obtida para a EC-A.

\*\*\* A  $H_{N_{EC-A}} = 122,248 \text{ m}$ .

## 7 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

### 7.1 CONCLUSÕES

A depuração realizada nas observações aerogravimétricas foi elemento chave para evitar a inserção de erros de forma a comprometer os resultados das soluções do PVCG nas vertentes empregadas no estudo.

O uso do MGG XGM2019 e MDA MERIT, como complementação à infraestrutura geodésica na região, foi muito importante para a obtenção de dados fundamentais para os cálculos.

A compatibilização entre os Sistemas Geodésicos de Referência e os Sistemas de Marés Permanentes das bases de dados envolvidas, bem como a introdução de Termo de Grau Zero nos cálculos do potencial perturbador, foram determinantes nas soluções obtidas. Estas soluções atendem integralmente aos requisitos mais atuais da IAG, evitando a introdução de incompatibilidades e/ou discordâncias nos cálculos. A geração de funcionais do campo da gravidade para atender às exigências de acurácia da Geodesia, a partir do grande número de observações aerogravimétricas, ao longo das linhas de voo, exigiu muitas etapas e cuidados. Foram necessárias diversas ações de depuração, compatibilização e conversão para o emprego das observações originais.

Devido à distribuição das observações aerogravimétricas na região, não foi possível atender às convenções formais para estações IHRF. No entanto, devido à alta densidade de observações aerogravimétricas disponíveis, e a estabilização de soluções para raios de integração em cerca de 50 km, conclui-se como adequadas as soluções do PVCG obtidas no presente estudo.

Entende-se que a discrepância calculada para os dois segmentos da RVRB com base nas EC-A e EC-C é duvidosa em vista da ausência de dados batimétricos confiáveis e inadequação da plataforma TGF em regiões com altitudes elipsoidais negativas. Nas soluções complementares, com base nas EA-B1, EA-B2 e EA-B3, constata-se progressivamente os efeitos da ausência da consideração da batimetria e a progressão dos efeitos de altitudes elipsoidais negativas nos cálculos do RTM pelo TGF.

Os MGGs são importantes e acessíveis ferramentas de cálculo. Foram utilizados os MGGs: EGM2008, EIGEN-6C4 e XGM2019 para elaborar-se diferentes superfícies de transformação utilizadas para geração de grades interpoladas para anomalias de Bouguer. O EGM96 foi utilizado especificamente para a redução da gravidade ao longo da linha de voo à SF com ajuda do MDA MERIT. O XGM2019 demonstrou ser um modelo adequado para aplicação na região de estudo, devido à que foram testados outros MGGs ao longo desta pesquisa e a melhor resposta foi dada pelo XGM2019. Demonstra-se sua aderência, por exemplo, mediante a concordância das discrepâncias encontradas entre a EC-A e EC-B determinadas com as soluções do PVCG com aquelas associadas às linhas de nivelamento empregadas (solução 5 e 6). Também, devido à análise realizada para avaliar sua compatibilidade com os fatores de conversão determinados pelo hgeoHNOR.

Foram empregadas duas soluções distintas do PVCG em cada estação de conexão (ECs) e também nas estações auxiliares (EAs). Foi empregada a integração numérica tanto para a solução livre a partir de anomalias da gravidade de Molodensky residuais quanto para a solução fixada a partir de distúrbios da gravidade residuais. Em todas as estações houve uma grande aderência entre ambas as soluções.

Em vista das discrepâncias entre os MDAs ETOPO1 e MERIT, foram realizados novos cálculos em Estações Auxiliares (EA-B1, EA-B2 e EA-B3) cada qual com distintos entornos em termos de topografia e batimetria. Estas estações auxiliares juntamente com a EC-B fornecem um conjunto de soluções com média de 1,376 m ( $\pm 0,19$ m). Este valor pode ser considerado como um indicador adequado da discrepância entre os dois segmentos da RVRB uma vez que engloba solução regional envolvendo diferentes feições topográficas. Destaque-se que esta média é consistente com o valor de discrepância igual 1,439 m ( $\pm 0,14$  m) associado a solução baseada em linhas de nivelamento associadas com gravimetria e trabalhos recentes do IBGE relativos ao hgeoHNOR na região de conexão que permitiram uma avaliação do XGM2019.

## 7.2 RECOMENDAÇÕES

Como existiram atualizações recentes em valores da gravidade e de altitudes no Banco de Dados Geodésicos do IBGE, envolvendo as linhas de conexão empregadas no Capítulo 2, bem como o futuro lançamento do hgeoHNOR recomenda-se realizar uma nova análise quantitativa das discrepâncias obtidas a partir das linhas de nivelamento.

Testar o Método *Downward Continuation* para comparar os resultados da redução das observações aerogravimétricas para a SF em vista da sua potencialidade evidenciada em outros trabalhos na região, e não efetivada no presente trabalho por limitações computacionais.

Recomenda-se analisar os vínculos do DVB-S atual com as novas estações ao redor da estação maregráfica de Santana, os quais, não participaram do reajustamento de 2018. Também, deve-se consolidar estes vínculos com as realizações históricas do DVB-S.

Buscar a validação do MDA MERIT empregado em conjunto com o XGM2019, ambos com resultados expressos no SGR1980 em outras áreas na região Norte do Brasil que apresentem uma topografia similar à da área de estudos, porém com uma infraestrutura geodésica densa contendo várias estações GNSS/RN.

Recomenda-se explorar eventuais modelos batimétricos regionais na foz do Rio Amazonas visando o aprofundamento do cálculo do efeito RTM e na solução do PVCG. Também, recomenda-se realizar o cálculo do RTM com outro programa (e.g TC do GRAVSOFT) buscando-se eliminar as inconsistências do TGF e as limitações do conhecimento batimétrico da região.

Realizar o vínculo oficial da EC-A ao Sistema Geodésico Brasileiro. Desta visa-se estabelecer um valor único para esta estação.

## REFERÊNCIAS

- ALENCAR, J. C. M. Datum Altimétrico Brasileiro. **Separata de Cadernos de Geociências**, Rio de Janeiro, N° 5, 1990.
- AMANTE, C.; EAKINS, B.W. ETOPO1: 1 Arc-Minute Global Relief Model: Procedures, Data Sources and Analysis. **NOAA Technical Memorandum NESDIS NGDC-24**. Colorado, 2009.
- AGÊNCIA NACIONAL DE PETRÓLEO, GÁS NATURAL E BIOCOMBUSTÍVEIS (ANP). **Levantamento Aerogeofísico para a identificação de áreas com ocorrência potencial de petróleo e gás nas bacias do Amazonas, Marajó e Adjacências**. Tomo I: Área Amazonas. Aerolevantamento Gravimétrico & Magnetométrico. São Paulo, 2008.
- BARTHELMES, F.; KÖHLER, W. International Centre for Global Earth Models (ICGEM). In: DREWES H.; KUGLITSCH, F.; ADAM, J. (Ed.). The Geodesists Handbook 2016. [S.l.]: **Journal of Geodesy**, 2016. v. 90, cap. 10, p. 907–1205.
- BARZAGHI, R.; DE GAETANI, C.I.; BETTI, B. The worldwide physical height datum Project, Rendiconti Lincei. **Scienze Fisiche e Naturali**, 2020, p. 1-8. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s12210-020-00948-0>. <http://dx.doi.org/10.1007/s12210-020-00948-0>.
- BANCO DE NACIONAL DE DADOS GRAVIMÉTRICOS TERRESTRES (BNDG). **Mapa do Banco de Nacional de Dados Gravimétricos Terrestres**. Agosto de 2011.
- BLITZKOW, D.; MATOS, A. C. O. C.; COSTA, S. M. A. Primeros esfuerzos para el establecimiento IHRF en Brasil. In SIMPÓSIO SIRGAS 2017, Mendoza – Argentina. **Anais...** Mendoza: SIRGAS, 2017. Disponível em: [http://www.sirgas.org/fileadmin/docs/Boletines/Bol22/20\\_Blitzkow\\_et\\_al\\_Primeros\\_esfuerzos\\_para\\_establecimiento\\_IHRF\\_en\\_Brasil.pdf](http://www.sirgas.org/fileadmin/docs/Boletines/Bol22/20_Blitzkow_et_al_Primeros_esfuerzos_para_establecimiento_IHRF_en_Brasil.pdf). Acesso em: 06 jun.2019.
- BROVAR, V. On the solutions of Molodensky's boundary value problem. **Bulletin Géodésique (1946 - 1975)**, Springer Berlin / Heidelberg, v. 72, p. 167–173, 1964.

BUREAU GRAVIMETRIQUE INTERNATIONAL (BGI). **Why and how to provide data to BGI?** Disponível em: <[http://bgi.obs-mip.fr/overview/why\\_how\\_provide\\_data\\_bgi](http://bgi.obs-mip.fr/overview/why_how_provide_data_bgi)>.

Acesso em: mar. 2019.

CARRIÓN SÁNCHEZ, J. L. C. **Vínculo do Datum Vertical Equatoriano ao International Height Reference System – IHRS**. 2017. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) - Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2017.

DALAZOANA, R.; DE FREITAS, S. R. C. **Novo modelo de conversão de altitudes do IBGE (hgeoHNOR)**. Avaliação de modelo efetivada em evento remoto promovido pela Gerência Geral de Geodésia (GGED), Diretoria de Geociências, IBGE. Rio de Janeiro, 10 de novembro de 2020.

DE FREITAS, S. R. C.; BLITZKOW, D. Altitudes e Geopotencial. **IGeS Bulletin N°.9, International Geoid Service**, p. 47 - 62, Milan, Jun. 1999.

DE FREITAS, S.R.C.; FERREIRA, V.G.; PALMEIRO, A.S.; DALAZOANA, R.; LUZ, R.T.; FAGGION, P.L. Modelagem do potencial anômalo no datum vertical brasileiro visando sua nova definição. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 13, n 2, p.395-419, jul-dez, 2007.

DE FREITAS, S. R. C. SIRGAS-WGIII activities for unifying height systems in Latin America. **Revista Cartográfica**, v. 91, p. 75-92, 2015a.

DE FREITAS, S. R. C. **Sistemas Altimétricos Modernos, Tema 3: Soluções do PVCG**. Disciplina Métodos Físicos em Geodesia. Programa de Pós Graduação em Ciências Geodésicas, UFPR, 2015b.

DE FREITAS, S. R. C.; SANTACRUZ, A. G.; LUZ, R. T.; FERREIRA, V. G.; MONTECINO, H. D. M.; SÁNCHEZ, J. L. 2016. Connection of the two segments of the Brazilian Vertical Reference Network. In: 1st Joint Commission 2 and International Symposium on Gravity, Geoid and Height Systems 2016. Thessaloniki, Grécia.

Disponível em: <http://gghs2016.com/presentation-info/?presentation=988>. Acesso em: 1 agosto 2018.

DE FREITAS, S.R.C.; FERREIRA, V.G.; LUZ, R. Efforts for aligning the Brazilian Height System to the International Height Reference System. Beitrag zur Festschrift für Bernhard Heck, KIT Scientific Publishing, 2018. Disponível em: <https://publikationen.bibliothek.kit.edu/1000080214>. Acesso em: 15 abr. 2020. <https://doi.org/10.5445/KSP/1000080214>.

DE FREITAS, S.R.C. **Sistemas Altimétricos Modernos, Tema 3: Soluções do PVCG**. Disciplina Métodos Físicos em Geodésia no Programa de Pós Graduação em Ciências Geodésicas, UFPR, 2015.

DREWES, H. The Geodesist's handbook 2012. **Journal of Geodesy**, v. 86, n. 10, p. 787–974.

DREWES, H.; KUGLITSCH, F.G.; ADÁM, J.; RÓZSA, S. The Geodesist's Handbook 2016. **Journal of Geodesy**, v. 90, n. 10, p. 907-1205, 2016. Disponível em: [https://gfzpublic.gfz-potsdam.de/rest/items/item\\_1981910\\_3/component/file\\_1985890/content](https://gfzpublic.gfz-potsdam.de/rest/items/item_1981910_3/component/file_1985890/content). Acesso em: 28 out. 2020. <https://doi.org/10.1007/s00190-016-0948-z>.

EKMAN, M. Impacts of Geodynamic Phenomena on Systems for Height and Gravity. **Bulletin Géodésique**, v. 63, n. 3, p. 281-296, 1989. <https://doi.org/10.1007/BF02520477>

FEATHERSTONE, W. E. Expected contributions of dedicated satellite gravity field missions to regional geoid determination with some examples from Australia. **Journal of Geospatial Engineering**, v. 4, n. 1, p. 1-19, 2002.

FECHER, T.; PAIL R.; GRUBER T. GOCO05c: a new combined gravity field model based on full normal equations and regionally varying weighting. **Surveys in geophysics**, v. 38, n. 3, p. 571-590, 2017. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10712-016-9406-y>. <https://doi.org/10.1007/s10712-016-9406-y>.

FERREIRA, V.G. **Solução do tipo Brovar para o Segundo Problema de Valor de Contorno da Geodésia com vistas à modernização de Sistemas de Altitudes.**

2011. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) - Setor de Ciências da Terra - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2011.

FERREIRA, V.G.; DE FREITAS, S.R.C.; HECK, B. Analysis of the Discrepancies Between the Brazilian Vertical Reference Frame and GOCE-Based Geopotential Models. **IAG 150 Years.** Springer, Cham, p. 227-232, 2015. [https://doi.org/10.1007/1345\\_2015\\_20](https://doi.org/10.1007/1345_2015_20).

FERREIRA, V. G. MONTECINO, H. C.; NDEHEDEHE, C. E.; HECK, B.; GONG, Z.; DE FREITAS, S. R. C.; WESTERHAUS, M. Space-based observations of crustal deflections for drought characterization in Brazil. **Science of The Total Environment**, v. 644, p. 256-273, 2018a.

FERREIRA, V. G. **Geodésia Física.** Disciplina de Métodos Físicos em Geodésia no Programa de Pós Graduação em Ciências Geodésicas, UFPR, nov, 2018.

FORSBERG, R. **A study of terrain reductions, density anomalies and geophysical inversion methods in gravity field modelling.** The Ohio State University, Department of Geodetic Science and Surveying, Scientific Report n° 5, April 1984.

FORSBERG, R.; TSCHERNING, C. C. **Topographic effects in gravity field modelling for BVP.** In: Sansò F, Rummel R (eds) Geodetic boundary value problems in view of the one-centimeter geoid. Lecture notes in Earth sciences, vol 65. Springer, Berlin, p.241–272, 1997.

FORSBERG, R.; TSCHERNING, C. C. **An overview manual for the GRAVSOF geodetic gravity field modelling programs.** Contract report for JUPEM, 2008.

FÖRSTE, C.; BRUINSMA, S.L.; ABRIKOSOV, O.; LEMOINE, J.M.; MARTY, J. C.; FLECHTNER, F.; BALMINO, G. BARTHELMES, F. E.; BIANCALE, R. **EIGEN-6C4: The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 2190 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse.** In EGU General Assembly

Conference Abstracts (Vol. 16). 2014. Disponível em: <http://icgem.gfz-potsdam.de/Foerste-et-al-EIGEN-6C4.pdf>. Acesso em: 18 jan. 2018. <https://doi.org/10.5880/icgem.2015.1>.

GEMAEL, C. **Introdução à Geodésia Física**. Curitiba, 2012. Editora UFPR.

GILARDONI, M.; REGUZZONI, M.; SAMPIETRO, D. GECO: a global gravity model by locally combining GOCE data and EGM2008. **Studia Geophysica et Geodaetica**, v. 60, n. 2, p. 228-247. 2016. <https://doi.org/10.1007/s11200-015-1114-4>.

GLOBAL GEODETIC OBSERVING SYSTEM (GGOS). **About GGOS**. Disponível em: <http://176.28.21.212/en/about/ggos-infos/>. Acesso em: 15 de mar. 2019a.

GLOBAL GEODETIC OBSERVING SYSTEM (GGOS). **GGOS Focus Area Unified Height System**. Disponível em: <http://www.ggos.org/en/focus-areas/unified-height-system/>. Acesso em: 15 de mar.2019b.

GLOBAL GEODETIC OBSERVING SYSTEM (GGOS). **GGOS Focus Area Unified Height System**. Disponível em: <https://ggos.org/about/org/fa/unified-height-system/objectives/>. Acesso em: 15 de janeiro de 2021.

GUIMARÃES, G. Actividades del Grupo de Trabajo III (Datum Vertical) en el período 2019-2020. In: Simposio SIRGAS 2020, virtual, octubre, 2020. Disponível em: [http://www.sirgas.org/fileadmin/docs/Boletines/Bol25/10\\_Guimaraes\\_WG\\_III.pdf](http://www.sirgas.org/fileadmin/docs/Boletines/Bol25/10_Guimaraes_WG_III.pdf). Acesso em: 20 dez. 2021.

HAWKER, L.; ROUGIER, J.; NEAL, J.; BATES, P.; ARCHER, L.; YAMAZAKI, D. Implications of simulating global digital elevation models for flood inundation studies. **Water Resources Research**, v. 54, n. 10, p. 7910-7928. <https://doi.org/10.1029/2018WR023279>.

HECK, B. Problems in definition of Vertical Reference Frames. In: **V Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy**. Springer. IAG Series, vol. 127. p. 164-

173.2004. Springer, Berlin, Heidelberg. [https://doi.org/10.1007/978-3-662-10735-5\\_22](https://doi.org/10.1007/978-3-662-10735-5_22).

HECK, B. A Brovar-type solution of the fixed geodetic boundary-value problem. **Studia Geophysica et Geodaetica**, v. 55, n. 3, p. 441, 2011.

HEIKKINEN, M. On the Tide-Generating Forces, Publ. **Finnish Geodetic Inst**, v. 85, p. 1-150, 1978.

HEIKKINEN, M. On the Honkasalo term in tidal corrections to gravimetric observations. **Bulletin Geodésique**, v. 53, n. 3, p. 239–245, 1979.

HEISKANEN, W. A.; MORITZ, H. **Physical Geodesy**. San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1967.

HIRT, C.; FEATHERSTONE, W.E.; MARTI, U. **Combining EGM2008 and SRTM/DTM2006.0 residual terrain model data to improve quasigeoid computations in mountainous areas devoid of gravity data**. *J Geod* 84:557–567, 2010. <https://doi.org/10.1007/s00190-010-0395-1>

HIRT, C.; GRUBER, T.; FEATHERSTONE, W. E. Evaluation of the first GOCE static gravity field models using terrestrial gravity, vertical deflections and EGM2008 quasigeoid heights. **Journal of Geodesy**, v. 85, p. 723–740, 2011.

HIRT, C.; YANG, M.; KUHN, M.; BUCHA, B.; KURSMANN, A.; PAIL, R. SRTM2gravity: An Ultrahigh Resolution Global Model of Gravimetric Terrain Corrections. **Geophysical Research Letters**, v. 46, n. 9, p. 4618-4627. 2019. <https://doi.org/10.1029/2019GL082521>.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; MORITZ, H. **Physical Geodesy**. New York: Springer Wien, 2006.

HOTINE, M. **Mathematical Geodesy**. Washington D.C. **U.S. Environmental Science Services Administration**, 1969. (ESSA monograph).

IHDE, J.; BARZAGHI, R.; MARTI, U.; et al. **Report of the Ad-hoc Group on a International Height Reference System (IHR)**. IAG Reports 2011-2015. Travaux de l'IAG, v. 39, 2015. Disponível em: <https://mediatum.ub.tum.de/doc/1300913/file.pdf>. Acesso em: 11 jun.2019.

IHDE, J.; SÁNCHEZ, L.; BARZAGHI, R.; DREWES, H.; FOERSTE, C.; GRUBER, T.; LIEBSCH, G.; MARTI, U.; PAIL, R.; SIDERIS, M. Definition and proposed realization of the International Height Reference System (IHR). **Surveys in Geophysics**, , v. 38, n. 3, p. 549-570. 38(3), 549-570, 2017. 2017. <https://doi.org/10.1007/s10712-017-9409-3>.

INCE, E. S.; BARTHELMES, F.; REIßLAND, S.; et al. ICGEM–15 years of successful collection and distribution of global gravitational models, associated services, and future plans. **Earth System Science Data**, 2019, vol. 11, no 2, p. 647-674. <https://doi.org/10.5194/essd-11-647-2019>, 2019.

INTERNATIONAL ASSOCIATION OF GEODESY (IAG). **Resolution (No. 1) for the definition and realization of an International Height Reference System (IHR)**. München – Germany, 2015a.

INTERNATIONAL ASSOCIATION OF GEODESY (IAG). **Resolution (No. 2) for the establishment of a Global Absolute Gravity Reference System**. München - Germany, 2015b.

INTERNATIONAL ASSOCIATION OF GEODESY (IAG). Description of the Global Geodetic Reference Frame. Position Paper adopted by the IAG Executive Committee. **IAG Newsletter 2016.**, p. 3-6, 2016.

INTERNATIONAL ASSOCIATION OF GEODESY (IAG). Global Geodetic Observing System. **IAG Newsletter April 2017.** p. 3. 2017.

INTERNATIONAL ASSOCIATION OF GEODESY (IAG). Description of the Global Geodetic Reference Frame. **Resolution 3: Establishment of the International Height Reference Frame (IHRF)**. Montreal, Canada, 2019a.

INTERNATIONAL ASSOCIATION OF GEODESY (IAG). Description of the Global Geodetic Reference Frame. **Resolution 4: Establishment of the Infrastructure for the International Gravity Reference Frame**. Montreal, Canada, 2019b.

INTERNATIONAL ASSOCIATION OF GEODESY (IAG). Global Geodetic Observing System. **IAG Newsletter October 2020**. p. 3-4. 2020.

INTERNATIONAL CENTRE FOR GLOBAL EARTH MODELS (ICGEM). **Calculation of Gravity Field Functionals**. Disponível em: <<http://icgem.gfz-potsdam.de/ICGEM/>>. Acesso em: abr. 2018 a jan. 2021.

INTERNATIONAL CENTRE FOR GLOBAL EARTH MODELS (ICGEM). **Service Frequently Asked Questions**. FAQs, Disponível em: <http://icgem.gfz-potsdam.de/faq> Acesso em: 18 de dez. 2020.

INTERNATIONAL EARTH ROTATION AND REFERENCE SYSTEMS SERVICE (IERS). **The Earth Orientation Parameters**. Disponível em: <<https://www.iers.org/IERS/EN/Science/EarthRotation/EOP.html>>. Acesso em: 20 nov. 2020.

INSTITUTO DE ASTRONOMIA, GEOFÍSICA E CIÊNCIAS ATMOSFÉRICAS (IAG-USP). Banco Nacional de Dados Gravimétricos Terrestres no 12º Congresso Internacional de Geofísica. Disponível em <<http://resenha-on.blogspot.com/2011/11/banco-nacional-de-dados-gravimetricos.html>>. Acesso em: 15 jan. 2021.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Resolução R.PR 01/2005**. Define a data de término do período de transição definido na RPR 01/2005 e dá outras providências sobre a transformação entre os referenciais geodésicos adotados no Brasil, 24 de fevereiro, 2005.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **ESQUEMÁTICO-CGEM-SANTANA-2016. RMPG-GRRV-CGED-DGC-IBGE-2016**. Gerência de Referências Verticais – GRV. 2016

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Ajustamento Simultâneo da Rede Altimétrica de Alta Precisão do Sistema Geodésico Brasileiro**. Rio de Janeiro, 2011. Disponível em [ftp://geoftp.ibge.gov.br/informacoes\\_sobre\\_posicionamento\\_geodesico/rede\\_altimetrica/relatorio/relatorioajustamento.pdf](ftp://geoftp.ibge.gov.br/informacoes_sobre_posicionamento_geodesico/rede_altimetrica/relatorio/relatorioajustamento.pdf). Acesso em: 1 agosto 2018.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Relatório do Reajustamento da Rede Altimétrica com Números Geopotenciais 2018**. Rio de Janeiro, 2018. Disponível em: [ftp://geoftp.ibge.gov.br/informacoes\\_sobre\\_posicionamento\\_geodesico/rede\\_altimetrica/relatorio/relatorio\\_REALT\\_2018.pdf](ftp://geoftp.ibge.gov.br/informacoes_sobre_posicionamento_geodesico/rede_altimetrica/relatorio/relatorio_REALT_2018.pdf). Acesso em: 15 ago. 2018.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). Gerência de Rede de Referência Vertical do SGB – GRRV. Coordenação de Geodésia – CGED. IBGE/DGC - Diretoria de Geociências. Requerimento de dados dos segmentos de conexão da RVRB. [Mensagem pessoal]. Mensagem recebida por: [jessica.siqueira@ibge.gov.br](mailto:jessica.siqueira@ibge.gov.br). 9 ago. 2018.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **ESQUEMÁTICO-CGEM-SANTANA-2019**. Gerência de Referências Verticais – GRV. 2019.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **hgeoHNOR - Modelo de conversão de altitudes geométricas (GNSS) em altitudes normais (SGB)**. Gerência Geral de Geodésia (GGED), Diretoria de Geociências, IBGE. Rio de Janeiro. Comunicação pessoal por Roberto Teixeira Luz a respeito de relatório interno de novas análises desenvolvidas a partir de contribuições de avaliadores externos em 10 e 11 de novembro de 2020 em evento remoto e consultas posteriores da comunidade as quais deverão compor relatório a ser publicado em 2021.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Relatório de Estação Geodésica 96284**. 2019. Disponível em: <http://www.bdg.ibge.gov.br/bdg/pdf/relatorio.asp?L1=96284> Acesso em: 15 jan. 2021.

JAMUR, K.P. **Análise de alternativas para a determinação dos efeitos gravitacionais de massas anômalas na Região do DVB**. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) - Setor de Ciências da Terra - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2012.

JAMUR, K. P.; DE FREITAS, S. R. C.; MONTECINO, H. D. Study of Alternatives for Combining Satellite and Terrestrial Gravity Data in Regions with Poor Gravity Information. In: *Earth on the Edge: Science for a Sustainable Planet*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2014. p. 561-568. [https://doi.org/10.1007/978-3-642-37222-3\\_74](https://doi.org/10.1007/978-3-642-37222-3_74).

JESUS, R. M. L.; DE FREITAS, S. R. C. Potencialidade do Uso de Dados Geofísicos Aerolevantados para Aplicações Geodésicas. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 72, n. 1, p. 19-33. 2020. DOI. 10.14393/rbcv72n1-50760.

KUTTERER, H.; NEILAN, R.; BIANCO, G. Global geodetic observing system (GGOS). In: Drewes, H. Hornik, H. Ádám, J. and Rózsa, S. (eds.) *The geodesist's handbook 2012*. J Geod, v. 86, n.10, p. 915–926. 2012. DOI: 10.1007/s00190-012-0584-1

KVAS, A; MAYER-GÜRR, T; KRAUSS, S; BROCKMANN, J. M; SCHUBERT, T; SCHUH, W; PAIL, R; GRUBER, T.; JÄGGI, A; MEYER, U. **The satellite-only gravity field model GOCO06s**. GFZ Data Services, 2019. <https://doi.org/10.5880/ICGEM.2019.002>.

LEHMANN, R. Altimetry-gravimetry problems with free vertical datum. **Journal of Geodesy**, v. 74, n. 3-4, p. 327-334. 2000. <https://doi.org/10.1007/s001900050290>.

LEMOINE, F. G.; S.C. Kenyon.; J.K. Factor.; et al. **The Development of the Joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) Geopotential Model EGM96**. Goddard Space Flight Center, Greenbelt, Maryland 20771, 1998.

LUZ, R. T.; GUIMARÃES, V. M. 2001. **Realidade e Perspectivas da Rede Altimétrica de Alta Precisão do Sistema Geodésico Brasileiro**. Disponível em: <[http://www.ibge.gov.br/canal\\_artigos](http://www.ibge.gov.br/canal_artigos)>.

LUZ, R. T. **Estratégias para modernização da componente vertical do Sistema Geodésico Brasileiro e sua integração ao SIRGAS**. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) - Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2008.

MÄKINEN, J.; IHDE, J. **The permanent tide in height systems**. In: SIDERIS, M. G. (Ed.), *Observing our Changing Earth*, International Association of Geodesy Symposia 133, p. 8187. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009. [https://doi.org/10.1007/978-3-540-85426-5\\_10](https://doi.org/10.1007/978-3-540-85426-5_10).

MÄKINEN, J. **The permanent tide and the International Height Reference System IHRS**. **IAG-IASPEI Joint Scientific Assembly**, Kobe, July 30 to August 4, 2017.

MARTI, U.; RICHARD, P.; GERMAK, A., VITUSHKIN, L., PÁLINKÁŠ, V., & WILMES, H. (2014). CCM—IAG strategy for metrology in absolute gravimetry. Strategic joined document of Consultative Committee for Mass and related quantities (CCM) and International Association of Geodesy (IAG)—Commission, 2, v. 2, 2014. Disponível em: [https://www1.bipm.org/wg/CCM/CCM-WGG/Allowed/2015-meeting/CCM\\_IAG\\_Strategy.pdf](https://www1.bipm.org/wg/CCM/CCM-WGG/Allowed/2015-meeting/CCM_IAG_Strategy.pdf). Acesso: 14 dez. 2020.

MATOS, A. C. O. C.; BLITZKOW, D.; MACHADO, W. C.; NUNES, M. A.; LENGROBER, N. V.; XAVIER, E. M. L.; FORTES, L. P. S. MAPGEO2015: O novo modelo de ondulação geoidal do Brasil, **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 68, n. 10. 2016.

MELO, L. F. S.; DE FREITAS, S. Avaliação de modelos globais do geopotencial para os estados do Maranhão e Piauí. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 18, n. 2, p. 203-224, 2012. <https://doi.org/10.1590/S1982-21702012000200003>.

MOLODENSKII MS, EREMEEV VF, YURKINA MI. **Methods for study of the external gravitational field and figure of the Earth**. (translated from Russian 1962). Israel program for scientific translations, Jerusalem. DENSKII et al. 1960

MONTECINO, H.; DE FREITAS, S. R. C. Strategies for connecting Imbituba and Santana Brazilian datums based on satellite gravimetry and residual terrain model. RIZOS, P. W. C. (Ed.). **Earth on the Edge: Science for a Sustainable Planet**. Berlin: Springer, v. 139, p. 543–549, 2014.

MONTECINO, D; DE FREITAS, S. R. C; BÁEZ, J; FERREIRA, V. Effects on Chilean Vertical Reference Frame due to the Maule Earthquake co-seismic and post-seismic effects. **Journal of Geodynamics**, v. 112, p. 22-30, 2017.

MOREIRA, R. M. **Conexão de Sistemas Verticais de Referência Locais ao Sistema Geodésico Brasileiro com base em um Sistema Vertical de Referência Global**. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) - Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2015.

MOREIRA, R. M.; DE FREITAS, S. R. C. Conexão de Sistemas Verticais de Referência Locais ao Sistema Geodésico Brasileiro com Base em um Sistema Vertical de Referência Global. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 22, n. 2, 2016.

MORELLI, C. et al. **The International Gravity Standardization Net 1971 (IGSN71)**. IUGG – IAG, Publ. Spec. 4, Paris. 1974.

MORITZ, H. **Advanced Least Squares Methods**, Report No. 175, Dept. of Geodetic Science, Ohio State University, Columbus, Ohio, June, 1972.

MORITZ, H. Geodetic Reference System 1980. **Bulletin Geodesique** v. 66, n.2, p. 187–192, 1992. <https://doi.org/10.1007/BF00989270>.

NICÁCIO, E. L. Alternativa Para Determinação De Altitudes Normais Ortométricas Na Amazônia Legal Brasileira. Dissertação (Programa de Pós Graduação em Ciências Geodésicas). Universidade Federal Do Paraná, Curitiba, 2017.

NICACIO, E.; DALAZOANA, R.; DE FREITAS, S. R. C. Evaluation of recent combined global geopotential models in Brazil. **Journal of Geodetic Science**, v. 8, n. 1, p. 72-82, 2018. <https://doi.org/10.1515/jogs-2018-0008>.

PAIL, R.; FECHER, T.; BARNES, D.; FACTOR, J.; HOLMES, S.; GRUBER, T.; E ZINGERLE, P. **The Experimental Gravity Field Model XGM2016**. In: 1st Joint Commission 2 and International Symposium on Gravity, Geoid and Height Systems 2016. Thessaloniki, Grécia. Disponível em: < <http://gghs2016.com/presentation-info/?presentation=687>>. Acessado em 1 agosto 2018.

PAVLIS, N.K.; HOLMES, S.A.; KENYON, S.C.; FACTOR, J.K. An Earth Gravitational Model to Degree 2160: EGM2008. **EGU General Assembly 2008**, Vienna, Austria, 13–18 Abril, 2008.

PAVLIS, N. K. HOLMES, S. A. KENYON, S. C. E FACTOR, J. K. The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM2008). **Journal of Geophysical Research**, v. 117, n. B04406, p. 1–38, 2012.

PLAG, H-P. BEUTLER, G. GROSS, R. HERRING, T.A. RIZOS, C. RUMMEL, R. SAHAGIAN, D. E ZUMBERGE, J. **Introduction**. In: Plag, H-P. Pearlman, M. (eds.) **The Global Geodetic Observing System: Meeting the Requirements of a Global Society on a Changing Planet in 2020**. Springer, p. 1-13. 2009. DOI: 10.1007/978-3-642-02687-4.

RAMSAYER, K. Über den zulässigen Abstand der Schwerepunkte bei der Bestimmung geopotentieller Koten im Hochgebirge, Mittelgebirge und Flachland. **Verlag der Bayerischen Akademie der Wissenschaften in Kommission bei Beck**. 1963.

RENGANATHAN, V. **Arctic sea ice freeboard heights from satellite altimetry**, v. 71, n. 08. 2010. PhD Thesis – Departamento de Engenharia em Geomática, Universidade de Calgary, Alberta, 2010.

RUMMEL, R.; BEUTLER, G.; DEHANT, V.; et al. Understanding a dynamic planet: Earth science requirements for geodesy. In: **Global Geodetic Observing System**. Springer, Berlin, Heidelbergp, p. 89-133, 2009.

SÁ, N.C. **Aproximações em Geodésia Física pelo Método Das Equações Integrais**. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) - Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1979.

SÁNCHEZ, L.; ČUNDERLÍK, R.; DAYOUB, N.; et al. A conventional value for the geoid reference potential  $W_0$ . **Journal of Geodesy**, v. 90, n. 9, p. 815–835, 2016a. <https://doi.org/10.1007/s00190-016-0913-x>.

SÁNCHEZ, L. **Working Group on the Strategy for the Realization of the International Height Reference System (IHR)**. Trabalho apresentado em: SPLINTER MEETING OF THE WG ON STRATEGY FOR THE IHR REALIZATION, GGHS2016. Thessaloniki – Greece, 2016b.

SÁNCHEZ, L.; IHDE, J.; PAIL, R.; GRUBER, T.; BARZAGHI, R.; MARTI, U.; NOVÁK, P. 2017. **Towards a first realization of the International Height Reference System (IHR)**. In European Geosciences Union General Assembly 2017.

SÁNCHEZ, L. **The International Height Reference System (IHR) and its realisation, the International Height Reference Frame (IHRF)**. Workshop for the Implementation of the GGRF in Latin America Buenos Aires, Argentina, Sep 16-20, 2019. Disponível em: [http://www.sirgas.org/fileadmin/docs/GGRF\\_Wksp/24\\_Sanchez\\_2019\\_IHR\\_IHRF.pdf](http://www.sirgas.org/fileadmin/docs/GGRF_Wksp/24_Sanchez_2019_IHR_IHRF.pdf). Acesso: 14 dez. 2020.

SÁNCHEZ, L.; BARZAGHI, R. **Activities and plans of the GGOS Focus Area Unified Height System**. EGU General Assembly 2020, EGU2020-8625. 2020. Disponível em: <<https://doi.org/10.5194/egusphere-egu2020-8625> > Acesso em: 15 jan. 2021.

SÁNCHEZ, L.; ÅGREN, J.; HUANG, J.; WANG, Y. M.; MÄKINEN, J.; PAIL, R.; ... E LIU, Q. Strategy for the realisation of the International Height Reference System (IHR). **Journal of Geodesy**, v. 95, n. 3, p. 1-33, 2021. <https://doi.org/10.1007/s00190-021-01481-0>.

SÁNCHEZ, L.; BARZAGHI, R.; VERGOS, G. **Infraestructura operacional para el Sistema Internacional de Alturas IHRS (International Height Reference System).**

Simposio SIRGAS2020, 2020-10-23. Disponível em: [http://www.sirgas.org/fileadmin/docs/Boletines/Bol25/11\\_Sanchez\\_et\\_al\\_2020\\_Infraestructura\\_IHRF.pdf](http://www.sirgas.org/fileadmin/docs/Boletines/Bol25/11_Sanchez_et_al_2020_Infraestructura_IHRF.pdf). Acesso em: 15 jan. 2021.

SANSÒ, F. The long road from measurements to boundary value problems in physical geodesy. **Manuscripta Geodaetica**, Springer-Verlag, v. 20, p. 326–344, 1995.

SANTACRUZ, A.; DE FREITAS, S.R.C. Towards a Vertical Reference Frame for South America in View of the GGOS Specifications. **3rd International Gravity Field Service (IGFS) General Assembly**. Shanghai, China. IGFS 2014. Springer, p. 83-91, 2015.

SANTACRUZ, A.; DE FREITAS, SILVIO R. C.; CAMBOIN, S. Integração das Redes Verticais Sul - Americanas: Inventário em vista dos termos de referência do SIRGAS/IAG/GGOS. RBC. **Revista Brasileira de Cartografia (Online)**, v. 67, p. 1279-1295, 2015.

SANTACRUZ, A.; DE FREITAS, S.R.C.; LUZ, R. Physical Connection between BVRF Segments Based on leveling associated with Gravimetry. **Boletim de Ciências Geodésicas**. v. 25, n. 1. 2019. DOI 10.1590/s1982-21702019000100006.

SANTACRUZ, A.; DE FREITAS, S.R.C. Geração de funcionais da gravidade a partir de Aerogravimetria e novos Modelos Globais. **Revista Brasileira de Cartografia**. ISSN 1808-0936| <https://doi.org/10.14393/revbrascartogr>. Recebido: out.2020/Aceito: dez.2020.

SCHWARZ, K. P. **Data types and their spectral properties**. In: SCHWARZ, K. P. (Ed). [S.l]: Beijing International Summer School (BSS). Local gravity field approximation, 1984.

SEEBER, G. **Satellite Geodesy: foundations, methods, and applications**. 2nd ed., Berlin, New-York: Walter de Gruyter, 2003.

SISTEMA DE REFERÊNCIA GEOCÊNTRICO PARA AS AMÉRICAS (SIRGAS). **Definiciones**. Disponível em: <<http://www.sirgas.org/es/sirgas-definition/>>. Acesso: nov. 2017.

SISTEMA DE REFERÊNCIA GEOCÊNTRICO PARA AS AMÉRICAS (SIRGAS). **Grupo de trabajo III: Datum Vertical**. Disponível em: <[http://www.sirgas.org/pt/organizacao/working\\_groups/sirgas-wgiii-vertical-datum/](http://www.sirgas.org/pt/organizacao/working_groups/sirgas-wgiii-vertical-datum/)>. Acesso em: 10 de janeiro de 2021.

SISTEMA DE REFERÊNCIA GEOCÊNTRICO PARA AS AMÉRICAS (SIRGAS). Simposio SIRGAS 2020. 2020-10-23. Disponível em: <[http://www.sirgas.org/fileadmin/docs/Boletines/Bol25/11\\_Sanchez\\_et\\_al\\_2020\\_Infraestructura\\_IHRF.pdf](http://www.sirgas.org/fileadmin/docs/Boletines/Bol25/11_Sanchez_et_al_2020_Infraestructura_IHRF.pdf)>. Acesso em: 15 jan. 2021.

TENZER, R.; MIKUSKA, J.; MARUSIAK, I.; PASTEKA, R.; KARCOL, R.; VAJDA, P.; SIRGUEY, P. Computation of the atmospheric gravity correction in New Zealand. **New Zealand Journal of Geology and Geophysics**, v. 53, n. 4, p. 333-340, 2010. <https://doi.org/10.1080/00288306.2010.510171>.

TENZER, R.; VATRT, V.; ABDALLA, A.; DAYOUB, N. Assessment of the LVD offsets for the normal-orthometric heights and different permanent tide systems - a case study of New Zealand. **Appl. Geomat.**, v. 3, n. 1, p. 1–8, 2011. <https://doi.org/10.1007/s12518-010-0038-5>.

TORGE, W. **Geodesy**. 3rd completely rev. and extended ed. Berlin; New York: Walter de Gruyter, 2001.

TSCHERNING, C.; RAPP, R. H. **Closed covariance expressions for gravity anomalies, geoid undulations, and deflections of the vertical implied by anomaly degree variance models**. Scientific Report, p.89, 1974.

TSOULIS, D. **Analytical computation of the full gravity tensor of a homogeneous arbitrarily shaped polyhedral source using line integrals**. Geophysics 2012, 77, F1-F11. <https://doi.org/10.1190/geo2010-0334.1>.

UNITED NATIONS (UN). **Resolution N. 69/266**: A global geodetic reference frame for sustainable development. United Nation General Assembly, 2015. Disponível em: <<https://undocs.org/en/A/RES/69/266>>.

UNITED NATIONS (UN). Economic and Social Council. **Committee of Experts on Global Geospatial Information Management**. Tenth session New York, 5–7 August 2020 Item 6 of the provisional agenda. Global Geodetic Reference Frame. Disponível em: <[https://ggim.un.org/meetings/GGIM-committee/10th-Session/documents/E\\_C.20-2020\\_26\\_GGRF-E.pdf](https://ggim.un.org/meetings/GGIM-committee/10th-Session/documents/E_C.20-2020_26_GGRF-E.pdf)>. Acesso em: 15 jan. 2021.

UNITED NATIONS GLOBAL GEOSPATIAL INFORMATION MANAGEMENT (UN-GGIM). UNITED NATIONS COMMITTEE OF EXPERTS ON GLOBAL GEOSPATIAL INFORMATION MANAGEMENT. **Draft Document for Consultation. Position Paper on Sustaining the Global Geodetic Reference Frame**. 22 July, 2020 Disponível em: <https://ggim.un.org/meetings/GGIM-committee/10th-Session/documents/DRAFT-Position-Paper-on-Sustaining-the-GGRF-20200806.pdf>. Acesso em 05 dez. 2020.

UN-GGIM GLOBAL GEODETIC REFERENCE FRAME (UNGGRF). **Actions forward – From a UN mandate to a roadmap for global geodesy**. Factsheet, December 2015. Disponível em: <<http://www.unggrf.org/Factsheet-UNGGRF-roadmap.pdf>>. Acesso em: 21 nov. 2019.

UN-GGIM GLOBAL GEODETIC REFERENCE FRAME (UNGGRF). **Highlights of the GGRF Roadmap**. Factsheet GGRF Roadmap, July/August, 2016. Disponível em: <[http://www.unggrf.org/UN\\_GGIM\\_Factsheet\\_Roadmap\\_web.pdf](http://www.unggrf.org/UN_GGIM_Factsheet_Roadmap_web.pdf)>. Acesso em: 21 nov. 2019.

UN-GGIM GLOBAL GEODETIC REFERENCE FRAME (UNGGRF). **New Subcommittee on Geodesy Roadmap Implementation Plan: A Significant Milestone**. Newsletter, July/August, 2017. Disponível em: <<http://www.unggrf.org/Newsletter-july-august2017.pdf>>. Acesso em: 21 nov. 2019.

UN-GGIM GLOBAL GEODETIC REFERENCE FRAME (UNGGRF). **From a UN mandate to commitment for global geodesy**. Newsletter, July/August, 2018. Disponível em: <[http://www.unggrf.org/UN%20GGIM\\_Newsletter\\_08\\_web.pdf](http://www.unggrf.org/UN%20GGIM_Newsletter_08_web.pdf)>.

UN-GGIM GLOBAL GEODETIC REFERENCE FRAME (UNGGRF). **Subcommittee on Geodesy**. Disponível em: <<http://ggim.un.org/UNGGIM-wg1/>>. Acesso em: 15 de janeiro de 2021.

UNITED STATES GEOLOGICAL SURVEY (USGS). **USGS EROS Archive - Digital Elevation - Shuttle Radar Topography Mission (SRTM) 1 Arc-Second Global**. Disponível em: <[https://www.usgs.gov/centers/eros/science/usgs-eros-archive-digital-elevation-shuttle-radar-topography-mission-srtm-non?qt-science\\_center\\_objects=0#qt-science\\_center\\_objects](https://www.usgs.gov/centers/eros/science/usgs-eros-archive-digital-elevation-shuttle-radar-topography-mission-srtm-non?qt-science_center_objects=0#qt-science_center_objects)>. Acesso em: out. 2018.

WENZEL, H.; VITUSHKIN, L.; PÁLINKÁŠ, V.; WZIONTEKS, H.; BONVALOT, S. **Hochauflösende Kugelfunktionsmodelle Für Das Gravitationspotential Der Erde**. Wissenschaftliche arbeiten der Fachrichtung Vermessungswesen der Universität Hannover, n. 137, 1985. Hannover: Universität Hannover.

WILMES, H. Towards the definition and realization of a Global Absolute Gravity Reference System. In: International Symposium on Earth and Environmental Sciences For Future Generations, 2015, Prague - Czech Republic. **Anais...** Prague: Springer, Cham, 2016. p. 25-29.

WZIONTEK, H.; BONVALOT, S.; FALK, R.; GABALDA, G.; MÄKINEN, J.; PÁLINKÁŠ, V.; ... E VITUSHKIN, L. Status of the International Gravity Reference System and Frame. **Journal of Geodesy**, v. 95, n. 1, p. 1-9, 2021. <https://doi.org/10.1007/s00190-020-01438-9>.

YAMAZAKI, D.; IKESHIMA, D.; TAWATARI, R.; YAMAGUCHI, T.; O'LOUGHLIN, F.; NEAL, J. C.; SAMPSON, C.C.; KANAE, K.; BATES, P. D. A high-accuracy map of global terrain elevations. **Geophysical Research Letters**, v. 44, n. 11, p. 5844-5853. 2017. <https://doi.org/10.1002/2017GL072874>.

YANG, M.; HIRT, C.; PAIL, R. **TGF: A New MATLAB-based Software for Terrain-related Gravity Field Calculations**. Remote Sensing, 12(7), 1063, 2020. <https://doi.org/10.3390/rs12071063>.

ZINGERLE, P.; PAIL, R.; GRUBER, T.; OIKONOMIDOU, X. The combined global gravity field model XGM2019e. **Journal of Geodesy**, v. 94, n. 7, p. 1-12. 2020. <https://doi.org/10.1007/s00190-020-01398-0>.