

Universidade Federal do Paraná
Setor de Ciências Exatas
Departamento de Estatística
Programa de Especialização em *Data Science* e *Big Data*

Anderson Andolfato Filho

Previsão de Volatilidade para o Mini Índice Bovespa

**Curitiba
2020**

Anderson Andolfato Filho

Previsão de Volatilidade para o Mini Índice Bovespa

Monografia apresentada ao Programa de Especialização em Data Science e Big Data da Universidade Federal do Paraná como requisito parcial para a obtenção do grau de especialista.

Orientador: José Luiz Padilha

Curitiba
2020

Previsão de Volatilidade para o Mini Índice Bovespa

Anderson Andolfato Filho¹

José Luiz Padilha²

Resumo

Um ensaio sobre o índice futuro do Ibovespa utilizando-se de modelos da família GARCH, de forma a estimar a volatilidade sobre os retornos da série semanalmente e mensalmente. No período analisado, os modelos utilizaram-se de dados intra diários em segunda diferença. Percebe-se a característica leptocurtica da série e é escolhido o modelo TGARCH para estudo da série e estimativa da volatilidade; resultando em estimativa em 33 dias para volatilidade da série, em comparação com a volatilidade dos dados observados.

Palavras-chave: TGARCH, Futuros Bovespa, Volatilidade, Mercados Eficientes.

Abstract

An essay on the Ibovespa's futures index, using model from the GARCH family, in a way to study and predict the volatility over the returns of a weekly and monthly data. On the analyzed period, the data is intra daily in second difference of the logarithm. The data shows a leptocurtic characteristic, and the model chosen among some trials was the TGARCH for the study over the predicting volatility; resulting in a 33 day prediction for the series volatility, in comparison with the actual data ocured.

Keywords: JTGARCH, Ibovespa's Futures, Volatility, Efficient Markets.

1 Introdução

O objetivo deste trabalho é testar modelos paramétricos para previsão semanal e mensal do preço de ações na B3, Bolsa de Valores de São Paulo, utilizando-se dos modelos Garch os quais são modelos para volatilidade e variância condicional; contudo, não em detrimento de análises fundamentalistas ou técnicas que já tem seu histórico no mercado de ações. Modelos de previsão e de volatilidade, em mercados emergentes, tem chamado muita atenção nos últimos anos e, o possível ganho financeiro por escolher o movimento correto que um ativo

terá no futuro gerou um grande interesse no desenvolvimento de sistemas para prever tais comportamentos. O preço de um ativo qualquer em negociação representa o equilíbrio entre oferta e demanda em um mercado de ações, sendo que diversas teorias econômicas tentam explicar o comportamento e escolhas de compra. Uma delas, afirma que as expectativas em relação a uma variável qualquer são ditas racionais quando ela depende precisamente das mesmas coisas que a teoria econômica elenca atualmente para determinar esta variável. Ainda, em Begg (1982), afirma-se que um ponto crucial das expectativas racionais os agentes não devem persistir em erros sistemáticos, contudo, reforça que movimentos aleatórios ocorrerão, mas que as estimativas sobre o futuro devem ser na média, corretas. Lucas (1977) citado por Bartosz (2009), é um dos proponentes da teoria das expectativas racionais, afirma que em situação de risco, a hipótese de um comportamento racional por parte dos agentes tem um conteúdo útil, contudo, em casos de incertezas, o raciocínio econômico não tem valor. Outra visão que aborda a formação de preços e tem seu cerne na eficiência informacional - no sentido de que à medida que os agentes detêm novas informações e por consequência revisam suas expectativas sobre o futuro e Cutler et al.(1988) ressalta que os preços dos ativos reagem além dos dados contábeis das empresas para informações com efeitos indiretos ou em cascata nas mesmas, é a hipótese dos mercados eficientes. A hipótese dos mercados eficientes apresenta implicações das expectativas racionais no sentido de que os indivíduos utilizam todo conjunto de informações para evitar erros de previsão e que não haverá ganhos ou lucros anormais, uma vez que a teoria assume que não deva existir padrão sistemático nas mudanças dos preços; Fama (1970) indica que em mercados eficientes os preços dos ativos são um espelho de toda informação disponível aos agentes, e com a presunção de não haver padrão sistemático na mudança dos preços, os retornos dos ativos devem apresentar independência sendo linearmente independentes. Contudo, trabalhos recentes, pautados no arcabouço teórico da economia e utilizando-se de maior poder computacional tem provado e evoluído em termos de estimar com alguma precisão os preços de ativos no mercado acionário, como em Oliveira et al. (2011), em pesquisa sobre a estabilidade de preços no mercado acionário brasileiro, utiliza-se de redes neurais e modelos paramétricos não lineares Arch e Garch,

¹Aluno do programa de Especialização em Data Science & Big Data, andolfato.flh@gmail.com.

²Professor do Departamento de Estatística - DEST/UFPR, jlpadilha@ufpr.br.

demonstrando que as redes neurais estão mais próximas das expectativas racionais, uma vez que conseguem incorporar uma quantidade maior de informações, em termos de ajuste e previsão ambos modelos paramétricos e não paramétricos obtiveram um RMSE e TIC - sendo a raiz do erro quadrático médio e o índice de theil de desigualdade, consecutivamente, muito próximos de zero indicando um bom ajuste e boas previsões.

2 Trabalhos Empíricos

Há diversas aplicações práticas e teóricas sobre modelos de volatilidade, sendo um campo de bastante aplicabilidade e interesse nas ciências econômicas e estatísticas. Mól et al. (2014), analisaram os índices de small e large caps da bolsa de são paulo, utilizando-se de modelagem ARIMA-GARCH, indicando que ambas as séries tem assimetria na volatilidade, obtendo estacionariedade dos dados e sem raiz unitária, concluindo que as séries do estudo se comportam como ruído branco; os autores testaram três modelos GARCH, o GARCH(1,1), TARCH(1,1) e EGARCH(1,1). Além da constatação da assimetria, concluiu-se que choques de volatilidade podem levar meses para se dissipar. Mota e Fernandes (2004), avaliaram o desempenho da IBOVESPA fazendo extrações em cortes de períodos, propondo duas amostras, sendo a primeira de 1994 até 1998 e a segunda de 1998 até 2001, resultando em comparações entre modelos GARCH e modelos alternativos, concluindo que, neste corte, modelos alternativos mais simples tiveram a mesma performance de um modelo GARCH e para época, menos trabalhosos em termos de carga computacional. Sáfadi et al. (2005), fizeram uma análise da volatilidade de preços de commodities, sendo os casos do café e da soja. Os dados utilizados neste trabalho são mensais indo de 1967 a 2002, evidenciando um efeito ARCH através do multiplicador de Lagrange nos resíduos do modelo AR, e portanto, operando com AR(1) em modelos GARCH (1,1), TARCH(1,1) e TARCH(1,2), os autores concluíram que ambas as séries tem comportamentos similares em termos de volatilidade, e que ambas as séries tem sinais de assimetria de volatilidade, indicando que choques positivos e negativos tem efeitos adversos sobre os dados e que repercutem sobre longos períodos. Rughi e Ceretta(2013), mais especificamente sobre a crise subprime - crise das hipotecas americanas, e levantaram a hipótese de transmissão da volatilidade internacional sobre o IBOVESPA; os autores utilizaram-se de um GARCH bivariado - podendo se explicitado por : $R_t = \alpha_{R,0} + \sum_{a=1}^A \beta_{R,a} R_{t-a} + \sum_{b=1}^B \gamma_{R,b} V_{t-b} + \epsilon_{R,t}$, onde R é o retorno da ação no tempo t, V é o volume de negociação no tempo T e o lag na equação é escolhido conforme o critério de AIC. Ademais, o estudo dados do mercado americano, mexicano, argentino e chinês e os autores chamam atenção para a inversão do sinal com o Brasil tendo uma influência maior sobre os outros mercados. Retornando a ativos mais puramente financeiros, Jiang et al. (2018), utilizaram-se de modelos

GARCH com modificações, introduzindo medidas de risco calculadas a partir de retornos intradiários. Os autores reportaram melhorias significativas na estimação e previsão da volatilidade do índice SP 500, da bolsa norte americana; indicando que a volatilidade futura tem forte relação com o presente momento. Em suma, e de forma geral, os trabalhos citados tem prevalescência de ordens baixas em seus modelos ARMA-GARCH e assimétricos. Percebe-se que a volatilidade de mercados externos tem efeito adverso no mercado nacional de ações, e apresentam de forma geral, efeitos diretos no índice, conforme o esperado para um mercado de capitais aberto.

2.1 Referencial Teórico

O início dos estudos acerca de heterocedasticidade condicional em modelos com fatores auto regressivos, tiveram seu início em 1980, dadas as necessidades dos estudos financeiros e econômicos, considerando além do primeiro momento da série temporal; Bueno (2008,2011), argumenta que estes modelos auto regressivos e de heterocedasticidade condicional surgiram dado que os modelos tradicionais consideravam apenas o primeiro momento condicional e desconsideravam a existência de clusters de volatilidade. Observa-se com grande frequência, no mercado financeiro, tendência de alta e baixa e grandes volatilidades entre períodos. Em Silva et al. (2005), os autores indicam que tal volatilidade, principalmente em momentos de depressão econômica, acarretam intensidades diferentes de perturbações ao longo da série. No ano de 1982 apresentou-se o pioneirismo nesta área de estudo, por Engle. Introduziu-se o modelo ARCH (autoregressive conditional heteroskedasticity), método o qual modela a variância condicional através do quadrado dos retornos passados ao quadrado. O modelo ARCH(p), é o qual p é o número de defasagens do retorno da série estudada, e o erro v_t , configuram duas variáveis randômicas com média zero e variância 1.

$$\epsilon_t = \sigma_t v_t, v_t \text{ i.i.d (1)}$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \epsilon_{t-p}^2 \text{ (1.1)}$$

Tratando-se de análise do modelo, o coeficiente α_p é o indicativo da volatilidade da série, em outras palavras quanto tempo necessário para se perceba a volatilidade. A persistência da volatilidade dos retornos é observada de forma geral em séries financeiras, o que implica na estimação de muitos parâmetros em um modelo ARCH. Assim, Bollerslev (1986) sugere a generalização do modelo, introduzindo o Garch(p,q), sendo uma técnica capaz de capturar a influência de diversos fatores nas séries, aglomerados de volatilidade, excesso de curtose e heterocedasticidade. O modelo Garch pode ser definido como:

$$\epsilon_t = \sigma_t v_t, v_t \text{ i.i.d (1.2)}$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \epsilon_{t-p}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_q \sigma_{t-q}^2 \text{ (1.3)}$$

Uma vez que q tem o papel de representar a as defasagens da variância condicional da série; de forma analítica, o β_q representa a persistência passada da volatilidade no momento atual. Conforme Swaray (2002), a inclusão da defasagem das variâncias condicionais tem a capacidade de capturar a aprendizagem que caracteriza o processo. Morettin e Tolo (2006) indicam que os modelos em que a heterocedasticidade condicional seja abordada por modelos ARCH ou GARCH, supõe efeitos simétricos sobre os retornos da série, uma vez que a relação é dada pelos quadrados dos retornos. Os modelos Garch contemplam diversas variantes, contudo, Granger e Engle (1993) através de um processo de simulação de monte carlo que o modelo original desenvolvido por Bollerslev (1986) consegue reproduzir o padrão de autocorrelação de dados financeiros; sendo o modelo mais comumente utilizado AR(1)-Garch(1,1):

$$y_t = \phi_0 + \phi_1 y_{t-1} + v_t \sqrt{(\alpha_0 + \alpha_1 \zeta_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2)} \quad (1.4)$$

3 Aplicação da Metodologia

Primeiramente calcula-se a volatilidade da série a ser estudada como o retorno diário. Sendo o a diferença, $1, 2, \dots, n$, do logaritmo da série e pode ser descrita como:

$$\text{retorno}_t = \ln(X_t) - \ln(X_{t-p}) \quad (2.0)$$

Subsequentemente, faz-se um teste de raiz unitária para checar a estacionariedade da série. Neste trabalho foi utilizado o teste de dickey fuller aumentado (ADF) (1979). A formalização do teste segue:

$$\Delta Y = \alpha + \beta t + \gamma Y_{t-1} + \sum_{i=1}^m \delta_i \Delta Y_{t-1} + \varepsilon_t \quad (2.1)$$

Percebe-se que a equação 2.1 inclui todos termos característico para testar a série de tempo, como a diferença da série, o beta representando a tendência angular da série, o gamma representando a raiz unitária - sendo a tendência estocástica, implicando em flutuações da série, ou a presença de, e o termo de erro aleatório epsilon.

O próximo passo é tido pela estimação de um modelo ARMA para capturar as dependência da série no tempo, sendo um processo auto regressivo e de médias móveis. Um modelo geral Arma(p,q) pode ser definido como um tempo constante, mais um parâmetro auto regressivo multiplicado pela série em período(s) passados, somado a um parâmetro de médias móveis multiplicado pelo erro em períodos passados. Conforme:

$$Y_t = c + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} \quad (2.2)$$

A definição do modelo ocorre pela utilização das funções de autocorrelação (ACF) e autocorrelação parcial (PACF), bem como o critério de Akaike (AIC), $AIC(p, q) = -2 \ln(\hat{L}_{max}) + 2(m + n)$. A função de autocorrelação (ACF) é utilizada para a identificação do

grau de diferenciação necessário para que a série se torne estacionária, conforme MAKRIDAKIS et al. (1998), se é observado decrescimentos exponenciais nas correlações, faz-se a diferenciação da série até um corte abrupto, quando será considerada a estacionariedade. O critério de Akaike será usado para a seleção do melhor modelo, sendo o menor valor o mais indicado para escolha.

$$Y_t = c + \sum_{i=1}^p \phi_i y_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} \quad (2.3)$$

Um passo anterior a modelar o Garch é fazer a checagem da heterocedasticidade condicional nos resíduos do modelo ARMA; e Engle (1982), sugere o método ARCH-LM - multiplicador de lagrange, teste que tem o intuito de verificar se as covariância condicional é constante. Sendo um teste baseado na distribuição qui-quadrado com p graus de liberdade e hipótese nula sendo a homocedasticidade. Baseando-se na equação $Y_t = \beta_1 + \beta_2 * Y_{t-1} + \mu_t$, fazendo o modelo através de um OLS e salvando o resíduo e_t , estimando através de um FGLS a seguinte equação:

$$e_t^2 = \omega_1 + \omega_2 e_{t-1}^2 + \zeta \quad (2.4)$$

4 Resultados

Os dados utilizados neste trabalho vão de 2005 até 2020 em periodicidade diária, sobre o mini índice futuro do IBOVESPA. Tendo o total de 3850 observações. Os dados foram obtidos através do yahoo finance, e foi calculado a segunda diferença do logaritmo natural da série $r_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-2})$, ainda, conforme indica Tsay (2002), há dois motivos para se trabalhar com os retornos ao invés da série de preços; sendo a primeira é que para o investidor médio, o retorno de um ativo financeiro diz por completo e de forma independente, relativamente a ao leque de oportunidades de investimento. Segundo, que estas séries de retorno são mais fáceis de manipular que os preços não transformados, tendo propriedades estatísticas desejáveis para modelagem.

Partindo do princípio de log-normalidade dos preços, o retorno foi calculado a partir da diferença do logaritmo em dois dias entre os dados observados dos futuros do Ibovespa; resultando em 3848 observações. Dessa forma, substitui-se a série original para os testes estatísticos e modelos de predição.

O primeiro passo da análise consistiu em um análise estatística descritiva da série de dados, com intuito de checar a amplitude dos dados

Tabela 1: Resumo dos dados

	Estatísticas	Valor
1	Mínimo	24 126
2	Máximo	119 808
3	Mediana	58 004
4	Dp	18 929
5	Media	60 584

A seguir, o gráfico da série completa em nível:

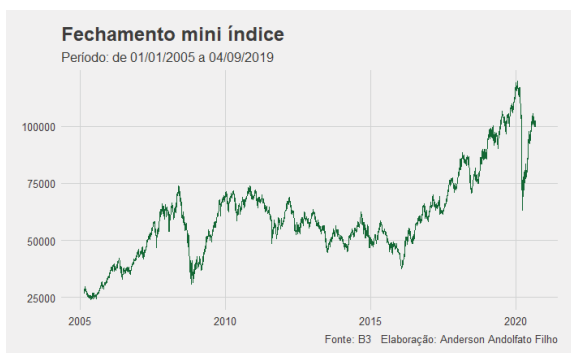


Figura 1: Preço de encerramento das negociações diárias do mini índice futuro.

A partir da análise gráfica, há indícios de clusters de volatilidade, contudo, para verificação destes clusters, foi calculado a segunda diferença do logaritmo, conforme o gráfico a seguir:

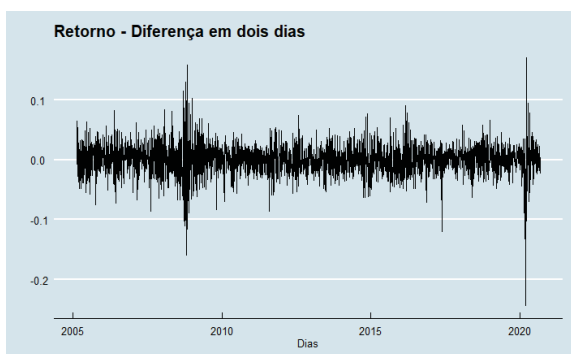


Figura 2: Diferença em dois dias dos retornos

Percebe-se alguns clusters de volatilidade na série de interesse, e uma típica característica destes dados se dá por períodos de alta ou baixa volatilidade, bem como períodos de crise, como os anos de 2008 e 2009, representando cluster de forte volatilidade.

Usualmente a autocorrelação dos retornos diários é insignificante, muitas vezes devido as estratégias dos operadores baseadas em tendências. Entretanto, a função de autocorrelação dos retornos ao quadrado, se mantém positiva durante alguns dias e tende vagarosamente a zero:

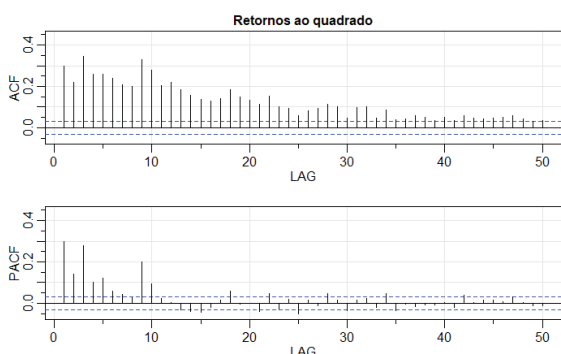


Figura 3: ACF e PACF - Retornos ao quadrado

O histograma dos retornos demonstra indícios de leptocurtose e, para o teste foi calculado o coeficiente de curtose, o qual retornou 6.19, ademais o teste de normalidade de jarque-bera (1987) indica que a série não apresenta distribuição normal, dado que o p-valor do teste está abaixo de 0.05, ainda foi realizado o teste de shapiro o qual também aceita a hipótese de não normalidade. O alto valor da curtose e a não normalidade já eram esperados em uma série como o Ibovespa.

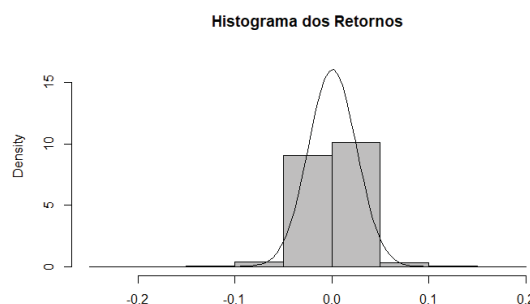


Figura 4: Histograma dos retornos

Para testar se a série é estacionária, utilizou-se o teste de Dickey-Fuller (1979), e os dados não possuem raiz unitária, dado que há rejeição da hipótese alternativa para valores de 0.01 em significância e ordem de defasagens em 15. Uma vez com a série estacionária, seguiu-se com a modelagem arima, de forma a encontrar o melhor modelo, sendo um AR(1) e também apresenta o melhor critério de Akaike. A função de autocorrelação, como alternativa, também indica para a especificação AR(1)

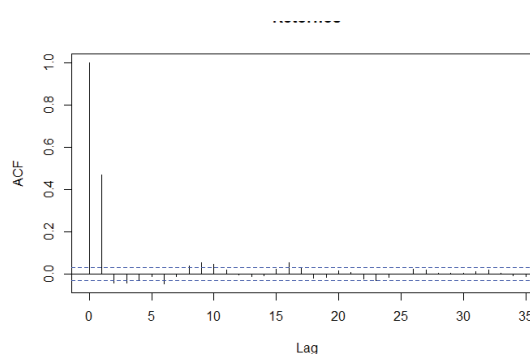


Figura 5: ACF dos retornos

Subsequentemente, foi realizado o teste de Arch-Lm, proposto em 1982 por Engle, o qual tem o objetivo de verificar o efeito ARCH nos resíduos de um modelo autoregressivo. O quadrado dos resíduos do modelo AR(1) demonstram que a variância não demonstra um comportamento constante, observando o gráfico 6; contudo, para confirmar a veracidade da hipótese, foi utilizado o pacote DYNLM, para rodar uma regressão sobre os resíduos ao quadrado do primeiro modelo, contra os resíduos em primeira defasagem

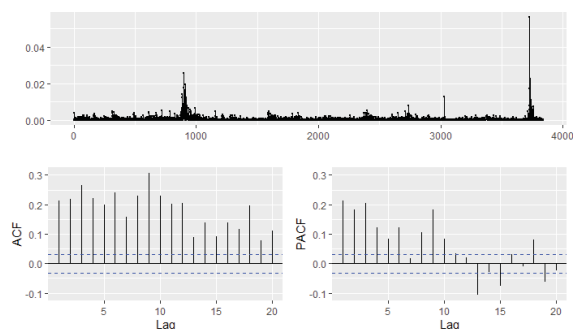


Figura 6: AR1 - Quadrado dos erros

A tabela a seguir demonstra que o coeficiente em lag dos resíduos ao quadrado é significativo; também foi utilizado o Arch Test com multiplicador de langrage e 12 lags, resultando em uma estatística de valor 133.51 e significativa a 0.01, confirmando a heterocedasticidade condicional.

Tabela 2: Teste Arch

	Estimate	Std. Error	t value	Pr(> t)
(Intercept)	0.00	0.00	15.21	0.00
L(auto_resid2)	0.21	0.02	13.58	0.00

Confirmado a Heterocedasticidade condicional, foram estimados modelos da família GARCH. Foram estimados os modelos ARMA (1,2)-EGARCH(1,1), ARMA (1,2)-TGARCH(1,2) e ARMA (1,2)- GARCH(1,1); para os quais os critérios de seleção foram AIC e BIC, conforme a tabela a seguir :

Tabela 3: Escolha dos Modelos

Modelo	AIC	Bayes
1 GARCH(1,1)	-5.4076	-5.3928
2 EGARCH(1,1)	-5.4177	-5.4013
3 TGARCH(1,1)	-5.4182	-5.4018

Conforme os critérios de seleção, ficou escolhidos como modelo mais interessante para a previsão o TGARCH com distribuição SSTD dos dados, neste modelo todos os parâmetros são estatisticamente diferentes de zero. Ademais, o coeficiente γ_1 - que representa o choque de volatilidade no tempo t sendo propagado na volatilidade do próximo período, tem valor de 0.09, sendo positivo, e indicando efeitos assimétricos nos dados, e conforme a literatura, esta assimetria causa maior volatilidade em períodos pós retornos negativos, causando este efeito alavanca, ou alavancagem. O modelo escolhido, Threshold, é um caso particular não linear de modelo ARCH, modelando o desvio-padrão condicional, pode ser escrito como:

$$\sigma_t = \omega + \alpha|\epsilon_{t-1}| + \beta\sigma_{t-1} + \gamma_t\epsilon_{t-1} \quad (3.0)$$

Com o modelo escolhido, faz-se o gráfico do desvio-padrão condicional, de forma a explorar as previsões do modelo, estimando a variabilidade, demonstrando

que, em poucos pontos a estimativa não consegue cobrir toda variabilidade em determinado período. Como por exemplo, perto do ponto 1000, na crise subprime e mais recentemente, os efeitos da pandemia.

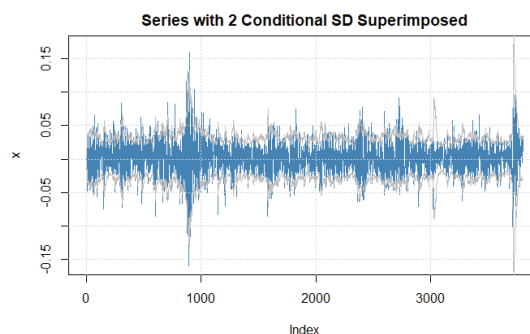


Figura 7: SD - Condicional

O passo seguinte foi a avaliação dos resíduos, utilizando-se de um qqplot e a distribuição dos mesmos em relação a uma curva normal. Após algumas rodadas de avaliação dos resíduos e algumas exclusões de dados geradores de outliers, os resíduos do modelo escolhido ficou conforme a figura 8:

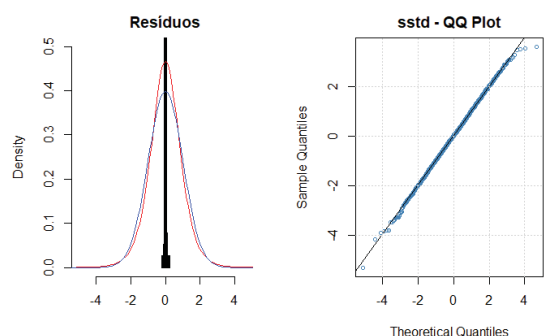


Figura 8: Dist. Erros

Os gráficos de análise residual, acima, evidenciam um bom ajuste pelo modelo Garch.

A esquerda, apresenta-se um histograma com a dispersão dos resíduos Garch não-padronizados. A densidade da distribuição t-Student parece se ajustar mais adequadamente aos resíduos que a distribuição Normal, dado pico mais proeminente e caudas pouco mais leves.

O gráfico quantil-quantil, a direita, mostra uma adequação interessante dos resíduos, com boa aderência a reta de referência, salvo alguns pontos fugindo no limite superior, e uma variação razoável entre -4 e 3 no geral, com um ponto destacando-se no limite inferior.

O Modelo escolhidos, bem como seus pares, foram modelados com 3800 observações, restando 33 observações, após a retirada de outliers, para backtesting. Subsequentemente, faz-se a estimação dos retornos, com bandas de erros. A linha vermelha sendo a estimativa dos retornos para os futuros da Ibovespa, sendo a expectativa mais provável para a evolução do indicador nos próximos 33

dias, o pontos mais ao externo do gráfico sendo o limite superior e inferior, configurando o cenário mais otimista e pessimista respectivamente. Já os pontos intermediários, demonstram uma expectativa mais conservadora para o valor do índice. Em suma, a estimativa indica que no pior dos cenários, pode-se ter retornos negativos em até 0.04 e positivos em mesma magnitude.

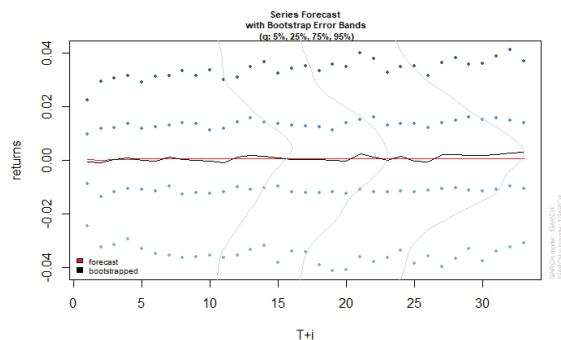


Figura 9: Estimativa para os retornos dos Futuros Ibovespa

De forma a avaliar as volatilidade do índice nos próximos 33 dias, segue-se a análise com o gráfico dos retornos dos futuros, dentro do forecast do modelo TGARCH.

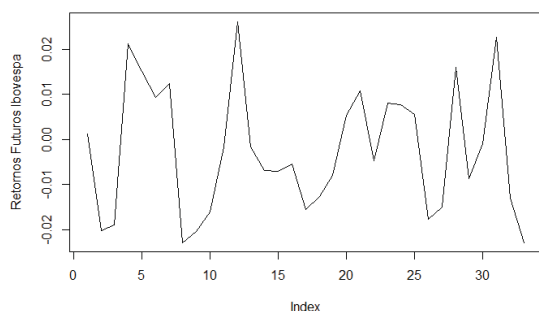


Figura 10: Retornos dos Futuros Ibovespa - Backtest

Através da análise gráfica, percebe-se que os retornos ficaram entre a estimativa conservadora e o limite superior e inferior, ou seja, entre as bandas esperadas do modelo TGARCH, a qual ia de -0.04 até 0.04; estrando a maior parte dos valores entre -0.02 e 0.02.

5 Conclusões

A proposta de modelar a volatilidade da segunda diferença dos Futuros Bovespa, indica primeiramente a característica leptocúrtica dos dados e uma maior similaridade com a distribuição skewed student distribution. Os modelos testados apresentam sobremaneira, grande similariedade, e segue com a perspectiva da inércia da volatilidade passada em períodos posteriores, com a predominância mais latente dos choques negativos tendo maior efeito nos posteriores períodos de volatilidade.

O resultado apresentando enseja, que abordagem estatística econômica, demonstrada pelos modelos ARCH é a que melhor representa a série em estudo, heterocedastica e de formato leptocurtico. Na visão estritamente econômica, percebe-se a assimetria, e a vulnerabilidade dado a volatilidade acarretada por agentes exógenos ao mercado acionário.

Referências

BEGG, D. K. H. The rational expectations revolution in macroeconomics: theories evidence. [S.l.] : The John Hopkins University Press, 1982

SARGENT, T. J.; WALLACE, N. Rational expectations and the theory of economic policy. In: HOOVER, K. D. (Org). The new classical macroeconomics. [S.l.]: Cambridge University Press, 1992. 1. v., p. 275-289.

CUTLER, David M. et al. What Moves Stock Prices?. The Journal of Portfolio Management, Estados Unidos, v. 15, ed. 3, 1 mar. 1988. Disponível em: <https://www.nber.org/papers/w2538>. Acesso em: 9 jul. 2020.

Mackowiak, Bartosz, and Mirko Wiederholt. 2009. "Optimal Sticky Prices under Rational Inattention." American Economic Review, 99 (3): 769-803. Disponível em : <https://www.aeaweb.org/articles?id=10.1257/aer.99.3.769>. Acesso em : 13 jul. 2020

de Oliveira, M. A., Montini, A. d., Mendes da Silva, W. Bergmann, D. R. (2011). Estabilidade de preços de ações no mercado de capitais brasileiro: um estudo aplicando redes neurais e expoentes de Lyapunov, Revista de Administração 46(2): 161 - 177.

BUENO, R. L da S. da Econometria de Séries Temporais. São Paulo: Cengage Learning, 2011

BUENO, R. L. S. (2008). Econometria de séries temporais. São Paulo: Cengage Learning.

SANTOS DA SILVA, W.; SAFADI, T.; CASTRO JUNIOR, L. G. **Uma análise empírica da volatilidade do retorno de commodities agrícolas utilizando modelos ARCH: os casos do café e da soja. Revista de Economia e Sociologia Rural, Brasília, v.43, n.1, 2005.

ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. Econometrica: Journal of the Econometric Society, p. 987-1007, 1982.

BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. Journal of Econome-

trics, v. 31, n. 3, p. 307-327, 1986.

SWARAY, R. B. Volatility of Primary Commodity Prices: Some Evidence from Agricultural Exports in Sub-Saharan Africa, Discussion Papers in Economics, n.2002/06, University of York, 2002.

MORETTIN, P; TOLOI, C. Análise das Séries Temporais. 2. ed. São Paulo. Editora Universidade de São Paulo, 2006.

LUIZ REZENDO DE MÓL, Anderson et al. Volatilidades dos índices de ações mid-large cap e small cap: uma investigação a partir de modelos arima/garch. Revista de Gestão, Finanças e Contabilidade, Salvador, v. 4, n. 1, ed. 1, p. 04-29, 1 abr. 2014. Disponível em: <https://www.revistas.uneb.br/indx.php/financ/article/view/522>. Acesso em: 15 jul. 2020.

SANTOS DA SILVA, Washington et al. Uma análise empírica da volatilidade do retorno de commodities agrícolas utilizando modelos ARCH: os casos do café e da soja. RER, [s. l.], v. 43, ed. 1, 2005. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttextpid=S0103-20032005000100007. Acesso em: 21 ago. 2020.

MOTA, B. S.; FERNANDES, M. Desempenho de estimadores de volatilidade na bolsa de valores de São Paulo. Revista Brasileira de Economia, v. 58, n. 3, p. 429-448, 2004.

RIGHI, M. B.; CERETTA, P. S. Efeito da crise de 2007/2008 na transmissão internacional de volatilidade no mercado de capitais brasileiro. REAd-Revista Eletrônica de Administração, v. 19, n. 2, p. 384-400, 2013.

MONTINI, ALESSANDRA DE ÁVILA et al. Previsão de retornos de ações dos setores financeiro, de alimentos, industrial e de serviços, por meio de rna e modelos arima-garch. RAM - REVISTA DE ADMINISTRAÇÃO DA MACKENZIE, [s. l.], v. 9, ed. 1, p. 130 - 156, 2008.

Oliveira, A.M.B. de, Araújo, A.M. (2018). Investigação sobre persistência na variância e quebra estruturais nas séries de preços da manga e uva exportadas da Bahia, Brasil. *Exacta-EP*, 16(1), 33-42.

Jiang, W. Ruan, Q., Li, Y. (2018). Modeling returns volatility: realized GARCH incorporating realized risk measure. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 500, 249-258.