

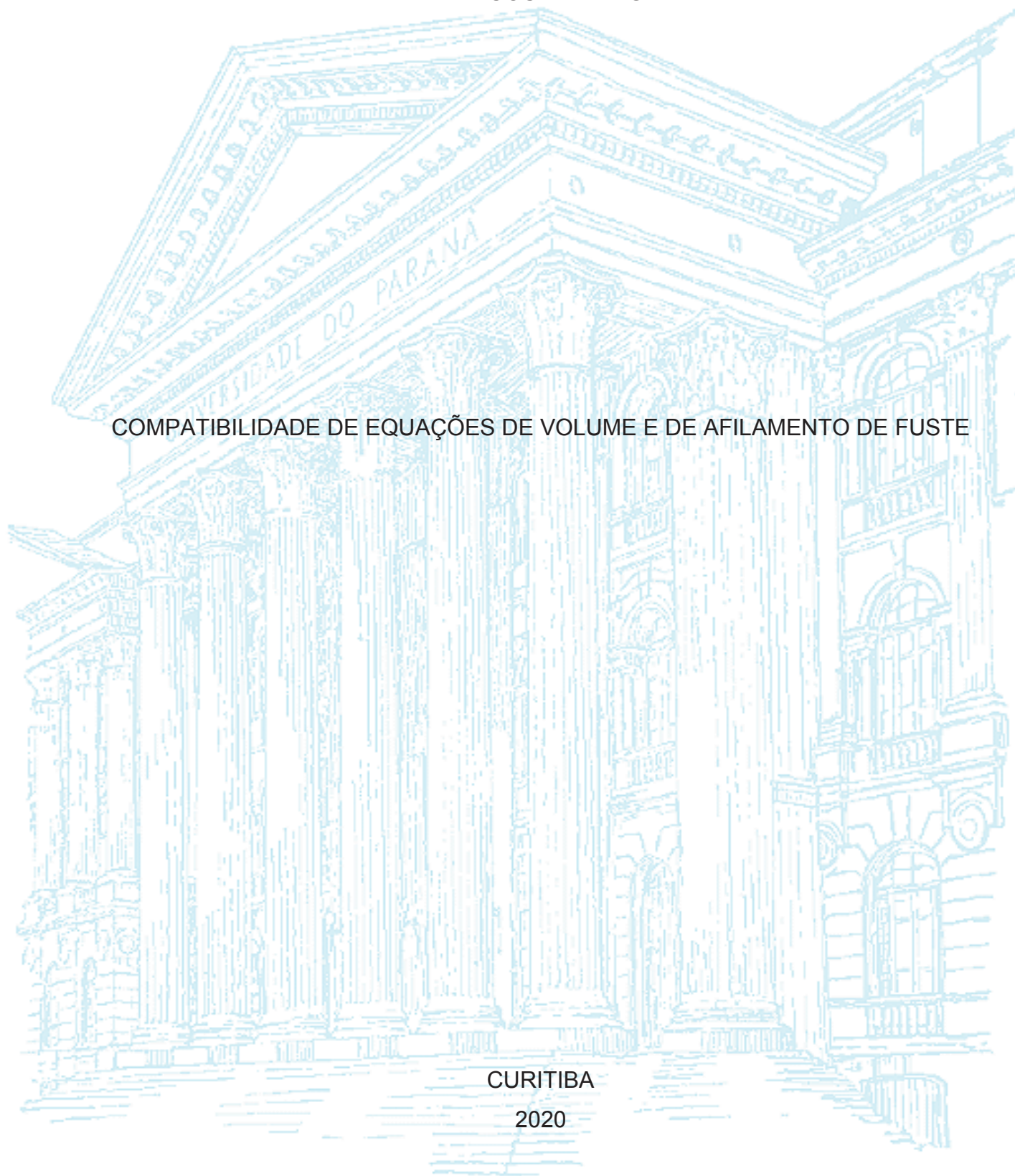
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

MARCOS BEHLING

COMPATIBILIDADE DE EQUAÇÕES DE VOLUME E DE AFILAMENTO DE FUSTE

CURITIBA

2020



MARCOS BEHLING

COMPATIBILIDADE DE EQUAÇÕES DE VOLUME E DE AFILAMENTO DE FUSTE

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Área de concentração de Manejo Florestal, Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Florestal.

Orientador: Prof. Dr. Henrique Soares Koehler

Coorientador: Prof. Dr. Alexandre Behling

CURITIBA  
2020

Ficha catalográfica elaborada pela  
Biblioteca de Ciências Florestais e da Madeira - UFPR

Behling, Marcos

Compatibilidade de equações de volume e de afilamento de fuste /  
Marcos Behling. - Curitiba, 2020.

55 f. : il.

Orientador: Prof. Dr. Henrique Soares Koehler

Coorientador: Prof. Dr. Alexandre Behling

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de  
Ciências Agrárias, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal.

Defesa: Curitiba, 27/07/2020.

Área de concentração: Manejo Florestal.

1. Troncos (Botânica) - Medição. 2. Árvores - Medição. 3. Modelos matemáticos. 4. Equações. 5. Dendrometria. 6. Acácia. 7. Teses. I. Koehler, Henrique Soares. II. Behling, Alexandre. III. Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Agrárias. IV. Título.

CDD – 634.9

CDU – 634.0.526



## TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA FLORESTAL da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **MARCOS BEHLING** intitulada: **COMPATIBILIDADE DE EQUAÇÕES DE VOLUME E DE AFILAMENTO DE FUSTE**, sob orientação do Prof. Dr. HENRIQUE SOARES KOEHLER, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 27 de Julho de 2020.

Assinatura Eletrônica

06/08/2020 10:12:15.0

HENRIQUE SOARES KOEHLER

Presidente da Banca Examinadora (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica

06/08/2020 12:45:44.0

ANA PAULA DALLA CORTE

Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

Assinatura Eletrônica

05/08/2020 14:06:49.0

PYRAMON ACCIOLY

Avaliador Externo (PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ)

À minha esposa Janice e às minhas filhas Laura e Helena  
por todo amor, pelo incentivo aos estudos,  
por quem sou e por tudo que alcancei,  
e ao meu afilhado Benjamin,  
dedico.

## **BIOGRAFIA DO AUTOR**

Marcos Behling, filho de Bruno Behling e Lorena Behling, nasceu em Tucunduva, Estado do Rio Grande do Sul, no dia 27 de setembro de 1978, é o quarto entre os seis filhos. Seus pais agricultores, residiam na localidade de Três Pedras hoje pertencente ao município de Novo Machado.

Concluiu o Curso Primário em 1993 na Escola Estadual Roque Gonzales na localidade que nasceu.

Dando sequência aos seus estudos, ingressou na Escola Técnica Estadual Visconde de São Leopoldo em 1995. De maneira integrada ao ensino médio, realizou o curso técnico florestal, concluindo em 1997.

Ao finalizar o curso técnico florestal, obteve a oportunidade de realizar um estágio nas áreas de pesquisa e desenvolvimento florestal, silvicultura e colheita florestal na empresa TANAGRO S.A., uma empresa da TANAC S.A. que exerce atividades de plantio e colheita da espécie acácia negra para fins industriais.

Após a conclusão do estágio e também do curso Técnico Florestal iniciou suas atividades profissionais nesta empresa por 18 anos, entre os anos de 1999 e 2017. Durante este período desenvolveu e coordenou atividades na área de pesquisa e desenvolvimento florestal, melhoramento genético da espécie acácia negra, inventário florestal, viveiro, silvicultura, colheita, e uma das atividades de destaque foi o desenvolvimento de protocolo de clonagem para acácia negra.

Juntamente com a atividade profissional, em 2008, deu continuidade aos estudos, ingressou no curso de engenharia agrícola na Universidade Luterana do Brasil finalizando em 2013. Período que possibilitou vivenciar grandes experiências que proporcionaram crescimento profissional e pessoal.

Dando continuidade aos estudos, e seguindo os passos do seu irmão Alexandre, em 2018 ingressou no mestrado em Engenharia Florestal com especialização na Área de Manejo Florestal, concluindo os requisitos para o grau de M.Sc. em julho de 2020.

Ainda em 2018, passou a exercer atividades profissionais como analista de negócios florestais na empresa VERACEL S.A., indústria de celulose localizada no estado da Bahia.

## AGRADECIMENTOS

Deus, força superior que me guia.

A Universidade Federal do Paraná que permitiu a realização do Curso de Pós-graduação em Engenharia Florestal.

Ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Florestal da Universidade Federal do Paraná, por possibilitar a realização deste curso e do presente trabalho.

Ao orientador, Professor Dr. Henrique Soares Koehler, pela amizade, orientação, ensinamentos, estímulos, compreensão e confiança na realização deste estudo.

Ao Professor Dr. Alexandre Behling, meu amigo e irmão, pelos incentivos, orientações, ensinamentos, e confiança para a realização desta etapa.

Aos professores da pós, obrigado pelos ensinamentos e por todos os conhecimentos transmitidos.

Janice, minha esposa, obrigado pelas filhas lindas e por todo seu apoio, incentivo e por mostrar que a vida tem sentido e por fazerem na minha vida um caminho cheio de alegria, esperança e luz.

Ao meu pai Bruno (In memoriam) e minha mãe Lorena, aos meus irmãos e minhas irmãs, obrigado por tudo, obrigado por sempre estarem juntos em tudo.

TANAC S.A. e TANAGRO S.A., por todos os anos que trabalhei nesta empresa, pelo meu crescimento profissional e pessoal, e pela concessão dos dados para a realização da pesquisa.

VERACEL S.A. pelo incentivo e por disponibilizar o tempo necessário para conciliar a atividade profissional com o desenvolvimento deste estudo.

Ao amigo, engenheiro florestal, Augusto Arlindo Simon, simplesmente, obrigado por tudo.

Ao professor Antônio R. Higa, pela amizade, incentivo, ensinamentos e por todos estes anos de convivência.

Enfim, a todos os colegas e amigos que encontrei nesta jornada, que me incentivaram e contribuíram para a realização deste curso de Pós-Graduação.

“A tarefa não é tanto ver aquilo que ninguém viu, mas pensar o que ninguém ainda pensou sobre aquilo que todo mundo vê.”

(Arthur Schopenhauer)



## RESUMO

Um sistema de equação para volumetria por multiprodutos, utilizado por pesquisadores consiste na combinação de uma função volumétrica com uma função de afilamento, visando compatibilizar as estimativas volumétricas. No caso do sistema, compreendendo a função de volume e de afilamento, o resultado do volume estimado por essas duas funções deve ser compatível, ou seja, o volume obtido pela função volumétrica não deve diferir do volume obtido por meio de integração valendo-se da função de afilamento. Esses sistemas são complexos e este trabalho visa propor uma alternativa para obter a compatibilidade de maneira simplificada, mantendo-se a qualidade das estimativas volumétricas. Assim, os objetivos desta pesquisa foram: 1 - Aplicar e discutir os procedimentos de sistemas de equações na modelagem do volume do fuste por meio de função volumétrica total e de afilamento visando assegurar sua compatibilidade; 2 - Quantificar e avaliar a incompatibilidade das estimativas volumétricas obtidas por equações de função volumétrica e de afilamento ajustadas de forma independentes; 3 - Comparar as estimativas volumétricas de equações ajustadas independentemente e por meio de sistemas de equações compatíveis; 4 - Propor uma nova abordagem de compatibilização simples para obter estimativas volumétricas compatíveis utilizando uma função de volume total e de afilamento. Os procedimentos propostos foram testados em um conjunto de dados de 343 árvores, com idade variando de 5 a 10,75 anos em dados da espécie *Acacia mearnsii* De Wild (acácia-negra) amostradas no estado do Rio Grande do Sul. Os procedimentos testados foram: 1) Procedimento 1: volume de equações de afilamento e volume do fuste obtido por equações independentes – ajuste dos modelos de Spurr e de Kozak de maneira independente; 2) Procedimento 2: volume de equações de afilamento de Kozak combinado com o volume de Spurr e ajustados por meio de sistemas de equações; 3) Procedimento 3: proposta para compatibilizar o volume de equações de afilamento de Kozak e Polinômio de quinto grau por meio de relação de volumes estimados com o volume do cilindro do fuste. A avaliação dos procedimentos foi realizada por meio das estatísticas coeficiente de determinação, erro-padrão, gráfico de valores observados e estimados e compatibilidade das estimativas. Os três procedimentos testados são apropriados para estimar volumes e diâmetros ao longo do fuste. As estatísticas em relação a qualidade do ajuste para as equações de volume e de afilamento ajustadas para os três procedimentos são similares, o que revela o potencial dos três métodos para modelar o volume. O procedimento 1 não é indicado devido à falta de compatibilidade. A não compatibilidade do volume, em termos absolutos da unidade de medida, aumenta exponencialmente em função do tamanho da árvore. Os Procedimentos 2 e 3 resultam em estimativas do volume obtidas por meio de uma função volumétrica e também de afilamento compatíveis. O procedimento 3 é um sistema menos complexo quando comparado ao procedimento 2. Assim, recomenda-se o procedimento 3 como um método simplificado e com resultados de estimativas compatíveis para volume total e por partes.

**Palavras-chave:** Incompatibilidade do volume. Regressão aparentemente não relacionada. Correlação dos resíduos. Compatibilização simples.

## ABSTRACT

A system of equations for volumetry by multi-products used by researchers consists of a combination of a volumetric function and a taper function, with the purpose of making volume estimates compatible. When using the volume function and the taper function in a single system, the result of the volume estimated by the two functions should be compatible, meaning that the volume estimated by the volumetric function should not differ from the volume obtained by integrating the taper function. These systems are rather complex, and the purpose of this paper is to propose an alternative to achieve compatibility in a simplified manner, yet keeping the quality of the volume estimates. Thus, the objectives of this research were: 1 – Apply and discuss the procedures of systems of equations to model the stem volume using total volume and taper functions, aiming to ensure their compatibility; 2 – Quantify and assess the incompatibility of volume estimates obtained from volume and taper functions fitted separately; 3 – Compare the volume estimates obtained from equations fitted separately to those obtained using systems of compatible equations; 4 – Propose a new simple approach for compatibility to obtain compatible volume estimates using a total volume function and a taper function. The procedures proposed were tested using a set of data from 343 trees ranging from 5 to 10.75 years of age on the *Acacia mearnsii* De Wild. (black wattle) sampled in the state of Rio Grande do Sul. The procedures tested were: 1) Procedure 1: taper equations' volume and stem volume obtained from independent equations – fitting Spurr's and Kozak's model in an independent fashion; 2) Procedure 2: Kozak's taper equations' volume combined with Spurr's volume and fitted using systems of equations; 3) Procedure 3: proposed to make fifth-degree polynomial and Kozak's taper equations volume compatible using the relation of the volumes estimated to the stem cylinder volume. The procedures were assessed using statistics such as coefficient of determinations, standard error, estimated and observed values graph, and estimates compatibility. The three procedures tested are appropriate to estimate volumes and diameters along the stem. The statistics regarding the quality of the fitting for the fitted volume and taper equations for the three procedures are similar, which shows the three methods' potential to model the volume. Procedure 1 is not recommended owing to the lack of compatibility. The volume incompatibility, in absolute terms of the measuring unit, exponentially increases with the size of the tree. Procedures 2 and 3 result in volume estimates obtained using compatible volume function and taper function. Procedure 3 is a less complex system when compared to Procedure 2. Thus, Procedure 3 is recommended as a simplified method that generates compatible estimate results for both total volume and volume in parts.

**Keywords:** Volume incompatibility. Seemingly unrelated regression. Residual correlation. Simple compatibility.

## LISTA DE FIGURAS

|  |    |
|--|----|
| FIGURA 1 – POVOAMENTOS DE ACÁCIA NEGRA COM 1 E 8 ANOS NO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL.....  | 28 |
| FIGURA 2 – MAPA DE DISTRIBUIÇÃO DAS PARCELAS NAS REGIÕES DOS MUNICÍPIOS DE CRISTAL, ENCRUZILHADA DO SUL E PIRATINI NO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL.....   | 28 |
| FIGURA 3 – DISTRIBUIÇÃO DOS MODELOS PARA OS PROCEDIMENTOS 1, 2 E 3 E MÉTODO UTILIZADO PARA CADA MODELO.....  | 37 |
| FIGURA 4 - VALORES OBSERVADOS DE DIÂMETRO AO LONGO DO FUSTE E VOLUME DO FUSTE UTILIZANDO FUNÇÃO DE KOZAK.....  | 41 |
| FIGURA 5 - VALORES OBSERVADOS DE DIÂMETRO AO LONGO DO FUSTE E VOLUME DO FUSTE UTILIZANDO FUNÇÃO DO POLINÔMIO DE 5° GRAU AJUSTADA.....  | 42 |
| FIGURA 6 - VALORES OBSERVADOS DE DIÂMETRO AO LONGO DO FUSTE E VOLUME DO FUSTE ESTIMADOS POR MEIO DO MODELO AJUSTADO DE KOZAK E DE SPURR EM FUNÇÃO DOS PROCEDIMENTOS 1, 2 E 3 DE ÁRVORES ACÁCIA NEGRA NO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL..... | 44 |
| FIGURA 7 – RESUMO DOS PROCEDIMENTOS TESTADOS PARA COMPATIBILIZAR AS ESTIMATIVAS VOLUMÉTRICAS DA EQUAÇÃO DE VOLUME TOTAL E DE AFILAMENTO PARA ÁRVORES DA ESPÉCIE <i>Acacia mearnsii</i> DE WILD.....                                      | 45 |
| FIGURA 8 - NÃO ADITIVIDADE DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME OBTIDAS POR MEIO DO MODELO AJUSTADO DE SPURR E INTEGRAÇÃO DO MODELO DE AFILAMENTO DE KOZAK (PROCEDIMENTO 1) EM ÁRVORES DE ACÁCIA-NEGRA NO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL.....          | 46 |

## LISTA DE TABELAS

|   |    |
|---|----|
| TABELA 1 – EQUAÇÕES AJUSTADAS POR AUTORES PARA ESTIMAR VOLUME EM <i>Acacia mearnsii</i> .....   | 19 |
| TABELA 2 – EQUAÇÕES AJUSTADAS DE VOLUME E AFILAMENTO PARA A ESPÉCIE <i>Acacia mearnsii</i> .....  | 22 |
| TABELA 3 - COORDENADAS CENTRAIS DAS 24 UNIDADES AMOSTRAIS INSTALADAS EM POVOAMENTOS DE ACÁCIA-NEGRA NO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL, BRASIL..... | 29 |
| TABELA 4 – ANÁLISE ESTATÍSTICA PARA OS VALORES DE DAP, ALTURA, VOLUME E FATOR DE FORMA. ....  | 38 |

## SUMÁRIO

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO.....</b>  | <b>15</b> |
| <b>2</b> | <b>OBJETIVOS.....</b>   | <b>17</b> |
| <b>3</b> | <b>REVISÃO DA LITERATURA.....</b>   | <b>18</b> |
| 3.1      | A ESPÉCIE ACÁCIA-NEGRA.....   | 18        |
| 3.2      | EQUAÇÕES DE VOLUME E DE AFILAMENTO PARA A ESPÉCIE ACÁCIA-NEGRA.....   | 20        |
| 3.3      | ABORDAGEM PARA COMPATIBILIZAR O VOLUME DE EQUAÇÕES DE AFILAMENTO COM O VOLUME DO FUSTE.....                                   | 22        |
| <b>4</b> | <b>MATERIAIS E MÉTODOS.....</b>   | <b>28</b> |
| 4.1      | ORIGEM DOS DADOS.....   | 28        |
| 4.2      | PROCEDIMENTOS PARA AJUSTES DE EQUAÇÕES DE VOLUME TOTAL E DE AFILAMENTO.....   | 30        |
| 4.2.1    | Volume de equações de afilamento e volume do fuste obtido por equações independentes – Procedimento 1 .....                   | 30        |
| 4.2.2    | Volume de equações de afilamento e volume do fuste obtido por meio de sistemas de equações compatíveis – Procedimento 2 ..... | 31        |
| 4.2.3    | Proposta para compatibilizar o volume de equações de afilamento e volume total do fuste – Procedimento 3 .....                | 32        |
| 4.2.3.1  | Compatibilização do volume total com a função de afilamento de Kozak.....   | 32        |
| 4.3      | AVALIAÇÃO DOS PROCEDIMENTOS .....   | 36        |
| 4.4      | RESUMO DOS PROCEDIMENTOS TESTADOS PARA MODELAGEM DE EQUAÇÕES DE VOLUME E AFILAMENTO.....                                      | 36        |
| <b>5</b> | <b>RESULTADOS.....</b>  | <b>38</b> |
| 5.1      | VOLUME DE EQUAÇÕES DE AFILAMENTO E VOLUME DO FUSTE OBTIDO POR EQUAÇÕES INDEPENDENTES – PROCEDIMENTO 1.....                    | 38        |
| 5.2      | VOLUME DE EQUAÇÕES DE AFILAMENTO E VOLUME DO FUSTE OBTIDO POR MEIO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES – PROCEDIMENTO 2.....              | 39        |
| 5.3      | PROPOSTA PARA COMPATIBILIZAR O VOLUME DE EQUAÇÕES DE AFILAMENTO E VOLUME TOTAL DO FUSTE – PROCEDIMENTO 3.....                 | 40        |
| 5.3.1    | Compatibilidade do volume com a função de Kozak.....  | 40        |
| 5.3.2    | Compatibilidade do volume com a função do Polinômio de 5° Grau.....   | 41        |

|          |   |           |
|----------|---|-----------|
| 5.4      | QUALIDADE DO AJUSTAMENTO DAS EQUAÇÕES.....      | 43        |
| 5.5      | COMPATIBILIDADE DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME ..... | 45        |
| <b>6</b> | <b>DISCUSSÕES.....</b>                          | <b>47</b> |
| <b>7</b> | <b>CONCLUSÕES.....</b>                          | <b>50</b> |
|          | <b>REFERÊNCIAS.....</b>                         | <b>51</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

Com o aumento na demanda de produtos madeiráveis no mercado e a potencialização do setor florestal brasileiro, torna-se importante o emprego de técnicas de mensuração para realizar um diagnóstico mais acurado e completo da produtividade. O resultado do uso destas técnicas influenciará diretamente no planejamento e tomadas de decisão para o sucesso do negócio como um todo.

O setor florestal madeireiro tem buscado ampliar as atividades nos mais diversos setores de industrialização da madeira, como para a produção de celulose, moveleiro, serrarias, painéis e outros com o objetivo de garantir uma posição no mercado e sobreviver às suas oscilações utilizando a madeira de forma mais diversificada e garantir a rentabilidade da atividade florestal com a utilização racional das florestas. Contudo, isto requer domínio de técnicas que possam mensurar o volume de uma tora ou do incremento anual da floresta, ou ainda, o volume total de madeira comercial que uma floresta terá de produtividade no seu ciclo.

Desta forma, existem dois métodos principais utilizados para estimar o volume do fuste. O primeiro refere-se ao desenvolvimento de um modelo para estimar o volume do fuste para um diâmetro superior fixo e o outro, consiste em desenvolver uma função para obter estimativas do volume comercial por partes e para o total, por meio da integração da função de afilamento. A primeira abordagem é conhecida como função volumétrica para o volume total do fuste e a segunda, como função de afilamento. Por meio da integração da função de afilamento é possível estimar volumes em diversas seções do fuste, assim como o volume total.

Idealmente, as equações do volume do fuste devem ser compatíveis, ou seja, as estimativas de volume total não devem diferir quando empregadas uma equação de volume total e do volume calculado pela integração da equação de afilamento (CLUTTER, 1980). Muitas vezes essa condição não é observada, ou seja, é evidenciada a falta de compatibilidade das estimativas de volume oriunda dessas duas abordagens. É um problema prático de interesse de empresas e de pesquisadores.

A modelagem de equações de volume compatíveis com a de afilamento tem sido cada vez mais utilizada. Aplicações recentes foram realizadas por López-Martínez et al. (2020), Zhao et al. (2019), Zhao et al. (2018), Corral-Rivas et al. (2017), Lynch et al. (2017), Zheng et al. (2017), Özçelik e Crecente-Campo (2016), Tang et

al. (2016), Özçelik e Göçeri (2015), Özçelik e Brooks (2012), Nunes, Tomé e Tomé (2010) e Crecente-Campo et al. (2009). A utilização dessas equações é muito útil para o manejo das florestas e, especialmente, nos resultados volumétricos dos inventários florestais para estimar o volume total e o volume por partes da árvore, podendo assim atender às demandas das tendências do mercado à medida que as especificações dos produtos mudam. Embora existam vários modelos de equações de volume e afilamento compatíveis, eles são de difícil compreensão e podem dificultar aplicações práticas.

A justificativa da presente pesquisa se alicerça no desenvolvimento e apresentação de uma abordagem mais simples para tornar as equações volumétricas compatíveis. Um sistema de equações compatível é composto por uma equação de volume total e uma equação de afilamento, sendo que as estimativas de volume total por meio dessas duas equações não devem diferir entre si. No sistema de equações, a equação do volume total serve para estimar facilmente o volume total de uma árvore e, por meio da equação de afilamento, estimar os volumes por partes, conforme os sortimentos desejáveis. Nos sistemas de equações utilizados pelos pesquisadores anteriormente citados, a obtenção da compatibilidade se dá por meio da modificação dos modelos de volume e afilamento para forçar a aditividade das estimativas. Na presente proposta, para facilitar a compatibilização, os modelos de volume e afilamento não serão alterados, apenas a forma de realizar os ajustes dos modelos serão modificados.

Assim, foi proposta a seguinte hipótese:

*Um método simples que resulte em estimativas compatíveis e acuradas do volume total e por partes, gerando compatibilidade entre os modelos utilizados de forma simplificada, sejam apropriados quanto aos sistemas de equações considerados complexos, de modo que o uso do novo sistema se torna apropriado e flexível para estimar o volume total e o volume por partes da árvore.*



## 2 OBJETIVOS

O objetivo geral deste estudo foi desenvolver e apresentar procedimentos de um sistema de equações para compatibilizar as estimativas volumétricas da equação de volume total e de afilamento para árvores da espécie *Acacia mearnsii* De Wild.

Os objetivos específicos foram:

- a) Aplicar e discutir os procedimentos de sistemas de equações na modelagem do volume do fuste por meio de função volumétrica total e de afilamento visando assegurar sua compatibilidade;
- b) Quantificar e avaliar a incompatibilidade das estimativas volumétricas obtidas por equações de funções volumétricas e de afilamento independentes;
- c) Comparar as estimativas volumétricas de equações ajustadas de maneira independente e por meio de modelos de equações;
- d) Propor uma abordagem de compatibilização simples para obter estimativas volumétricas compatíveis utilizando uma função de volume total e de afilamento.

### 3 REVISÃO DA LITERATURA

#### 3.1 A ESPÉCIE ACÁCIA-NEGRA

*Acacia mearnsii* De Wild., Fabaceae, conhecida como acácia-negra é natural da Austrália. No Brasil, a espécie foi introduzida no estado do Rio Grande do Sul por Alexandre Bleckmann em 1918, mas só a partir de 1940 iniciou-se a utilização comercial impulsionada pelas empresas de extração de tanino. O gênero Acácia ocupa uma área em torno de 90.000 hectares (AGEFLOR, 2019), sendo a maioria povoamentos de acácia-negra. A madeira é utilizada para energia, carvão, cavaco para celulose, painéis e pellets. Da sua casca é retirado tanino, utilizado em diversos setores industriais (AGEFLOR, 2019).

Os primeiros plantios comerciais foram efetuados por Julio Lohman dez anos mais tarde (OLIVEIRA, 1960, 1968; SCHNEIDER e TONINI, 2003) e em 1930 motivou o aumento das plantações. Em 1941, iniciou-se a utilização comercial da espécie com a criação da Sociedade Extrativa de Tanino de Acácia LTDA – SETA (MÜLLER, 2006) e em 1948 foi fundada a TANAC S.A., sendo a maior empresa brasileira na atividade, líder do mercado interno e grande exportadora (TANAC, s.d).

A cultura da acácia-negra passou a desempenhar um importante papel no setor florestal no estado do Rio Grande do Sul, onde se concentram exclusivamente os plantios. A silvicultura da acácia-negra é uma sólida atividade econômica e tem trazido benefícios e prosperidade a mais de quarenta municípios e para aproximadamente quarenta mil famílias (STEIN e TONIETTO, 1997; SCHNEIDER e TONINI, 2003). A maior parte dos plantios é conduzida em minifúndios, ou seja, por pequenos e médios produtores, que detém aproximadamente 60% das plantações.

A rotação se estende entre sete e dez anos, quando a floresta atinge a máxima produtividade concernente aos componentes da madeira e da casca do fuste. A casca é matéria-prima para a extração do tanino, o qual é a principal fonte em nível mundial (SIMON, 2005). A madeira é utilizada para vários usos. Além do emprego tradicional para energia, ela é principalmente utilizada na fabricação de celulose e papel. Recentemente, passou-se a ter interesse pela biomassa com a finalidade de geração de energia. A produção de madeira aos oito anos é em média de 200 m<sup>3</sup> ha<sup>-1</sup> e de casca na ordem de 16 t.ha<sup>-1</sup> (HIGA, 1996).

Estudo realizado por Mochiutti (2007) demonstrou que a produção da acácia-negra no sistema melhorado (com melhoramento genético) foi significativamente maior que o tradicional (sem melhoramento genético). Florestas com cinco anos do sistema melhorado tiveram produções de 146,9 m<sup>3</sup>/ha, 124,2 m<sup>3</sup>/ha e 24,5 Mg/ha, enquanto que o sistema tradicional apresentou 127,5 m<sup>3</sup>/ha, 107,8 m<sup>3</sup>/ha e 21,6 Mg/ha, respectivamente para volume de madeira com casca, volume de madeira sem casca e biomassa de casca verde. A produção média do sistema melhorado foi 15,2% superior para o volume de madeira com e sem casca e 13,4% para casca verde. Um resumo das produtividades de florestas de acácia-negra com melhoramento genético e sem melhoramento está apresentado na TABELA 1.

TABELA 1 – PRODUTIVIDADE DE VOLUME DE MADEIRA E BIOMASSA DE CASCA PARA *Acacia mearnsii* COM MELHORAMENTO GENÉTICO E SEM (TRADICIONAL) PARA IDADES DE 3,4 E 5 ANOS

| Idade | Volume com casca     |             | Volume sem casca     |             | Casca verde |             |
|-------|----------------------|-------------|----------------------|-------------|-------------|-------------|
|       | (m <sup>3</sup> /ha) |             | (m <sup>3</sup> /ha) |             | (Mg/ha)     |             |
|       | Melhorado            | Tradicional | Melhorado            | Tradicional | Melhorado   | Tradicional |
| 3     | 75,4                 | 63,5        | 63,5                 | 53,4        | 13,4        | 11,6        |
| 4     | 120,1                | 103,9       | 101,5                | 87,5        | 20,4        | 17,8        |
| 5     | 146,9                | 127,5       | 124,2                | 107,8       | 24,5        | 21,6        |

Fonte: MOCHIUTTI, (2007), adaptado pelo autor.

Rawchal et al. (2001) destaca a produção de madeira de acácia-negra com idade de sete anos em plantios no sistema tradicional para diferentes sítios, estudado no município de Piratini, no Estado do Rio Grande do Sul em plantios comerciais da empresa Tanagro SA. Sítios caracterizados como bons, a produção de madeira sem casca é maior que 160 m<sup>3</sup> / ha, sítios intermediários a produção é entre 100 e 160 m<sup>3</sup>/ha e sítios caracterizados como ruins, a produção de madeira sem casca é menor que 100 m<sup>3</sup>/ha.

### 3.2 EQUAÇÕES DE VOLUME E DE AFILAMENTO PARA A ESPÉCIE ACÁCIA-NEGRA

Plantas com o mesmo diâmetro e a mesma altura podem apresentar volumes e sortimentos diferentes devido a forma dos fustes. Essa é uma das questões que levam pesquisadores a evoluir em trabalhos buscando a melhor forma de modelar essas variações e estudar a forma das árvores para melhorar a estimativa de volume total e de afilamento.

Estudos do perfil do tronco de árvores, tradicionalmente, baseiam-se em equações que permitem estimar o diâmetro em qualquer altura ao longo do tronco, tais como as pesquisas realizadas por: López-Martínez et al. (2020), Zhao et al. (2019), Zhao et al. (2018), Corral-Rivas et al. (2017), Lynch et al. (2017), Zheng et al. (2017), Schikowski (2016), Özçelik e Crecente-Campo (2016), Tang et al. (2016) e Özçelik e Göçeri (2015). Os modelos estatísticos destinados para isso possuem uma grande variação quanto ao grau de complexidade de seus ajustes, da aplicação da equação e também quanto à qualidade das equações (ASSIS et al., 2001). Esses resultados também são observados para equações de volume total.

Equações de afilamento são utilizadas para revelar informações com relação ao número de toras com determinadas dimensões dos produtos desejados do povoamento (SOARES, 2002), permitindo desta forma, valorar a floresta por sortimento e também o planejamento da indústria. Quanto mais os sortimentos forem especificados, ainda mais necessário será a utilização das equações de afilamento (SOUZA, 2007).

Além da informação do volume do sortimento, destaca-se o volume total da madeira. Muitas vezes, no processamento de dados de inventário florestal, se estabelece a equação de afilamento e também uma equação de volume total. Dessa forma, o volume dos sortimentos da floresta são obtidos por meio da função de afilamento, enquanto que o volume total se estima por meio da função volumétrica. Em outras situações, dado o conhecimento da incompatibilidade entre os volumes obtidos por meio dessas funções (volume da equação de afilamento comparado com o da equação de volume total), o volume total é calculado também por meio da função de afilamento. Idealmente, os volumes devem ser compatíveis.

Geralmente, a modelagem do volume total e também do afilamento é realizada quando é necessário qualificar os produtos madeireiros em sortimentos.

Entretanto, isso também pode ser realizado visando outros objetivos, como evidenciado para a espécie *Acacia mearnsii*, para qual boa parte do uso da madeira é destinada, como lenha e cavaco. Para essa espécie, existe o interesse em estimar o volume do toco para saber o quanto de volume não está sendo aproveitado, volume das ponteiros do fuste para estimar o resíduo, volume de madeira para a indústria de cavaco e também o volume total. Daí a importância do desenvolvimento equações de volume total e também de afilamento, especialmente com compatibilidade. O motivo para isso é que a incompatibilidade das funções as vezes pode ser maior até mesmo que o volume de uma parte do fuste, tal como do toco ou da ponteira. Ainda, a compatibilidade é requerida devido a um aspecto biológico, na qual a soma das partes não deve ser diferente do todo.

Trabalhos na área de volumetria para a espécie *Acacia mearnsii* no Brasil são realizados há mais de 40 anos. Destaca-se o pioneirismo do trabalho de Schneider (1978), na qual equações para o peso de casca foram desenvolvidas, o trabalho de Schneider e Hosokawa (1978) que estabeleceram equações volumétricas com e sem casca para a acácia-negra, a pesquisa de Silva e Schneider (1979) em que foi realizado um estudo de equações de volume para a espécie e o apresentado por Schneider e Oesten (1989) e Maestri (1992) que realizaram pesquisas sobre a produção de volume de madeira e peso de casca para povoamentos de acácia-negra.

Outras pesquisas referentes a volumetria da acácia-negra foram conduzidas por Schneider e Tonini (2003), Schneider et al. (2003), Tonini et al. (2006), Péllico Netto e Behling (2019). Denota-se a atenção ao trabalho conduzido por Schikowski (2016), no qual técnicas de aprendizado de máquina foram utilizadas para modelar o volume total do fuste e também o afilamento, comparando-se com os modelos tradicionais de análise de regressão aplicada para a espécie. Este foi o único trabalho encontrado em que foi abordada a modelagem de afilamento. Um resumo das equações está apresentado na TABELA 2.

TABELA 2 – EQUAÇÕES AJUSTADAS DE VOLUME E AFILAMENTO PARA A ESPÉCIE *Acacia mearnsii*.

| Modelo                          | Equação  | R <sup>2</sup> | S <sub>yx</sub> % |
|---------------------------------|--|----------------|-------------------|
| Schneider e Tonini (2003)       | $v = 0,012202 + 3,9 \times 10^{-5} d^2 h$  | 0,963          | 9,06              |
| Caldeira (2011)                 | $\text{Log } v_{cc} = -4,20076 + 0,9494568 \times \text{log}(d^2 \times h)$  | 0,95           | 2,9               |
| Caldeira (2011)                 | $\text{Log } v_{sc} = -4,29654 + 0,9562276 \times \text{log}(d^2 \times h)$  | 0,93           | 2,7               |
| Schikowski (2016)               | $\ln(v) = -9,733 + 1,853 \ln(dap) + 0,985 \ln(ht) + \epsilon_i$  | 0,988          | 7,827             |
| Schikowski (2016)               | $\frac{di}{d} = 18,382 + 17,598 \left(\frac{h_i}{h}\right)^{0,005} - 0,613 \left(\frac{h_i}{h}\right)^2 + 0,374 \left(\frac{h_i}{h}\right)^{10} + 0,189 \left(\frac{h_i}{h}\right)^{15}$ | 0,988          | 7,565             |
| Pélico Netto and Behling (2019) | $\ln(v) = -1,09547 + 1,91096 \ln(d) + 0,99479 \ln(h)$  | 99,19          | ---               |

Fonte: O autor (2020)

Nota: Em que:  $v$  = volume (m<sup>3</sup>);  $d$  = diâmetro à altura do peito;  $h$  = altura total (m);  $b$  = coeficiente;  $v_{cc}$  = volume com casca;  $v_{sc}$  = volume sem casca;  $\text{log}$  = logaritmo de base 10.

Para a espécie acácia-negra foram realizadas pesquisas para modelar o volume total e o afilamento. Pesquisas que contemplam a compatibilidade das funções de volume total com as obtidas por meio de afilamento, não foram observadas na literatura para a espécie.

### 3.3 ABORDAGEM PARA COMPATIBILIZAR O VOLUME DE EQUAÇÕES DE AFILAMENTO COM O VOLUME DO FUSTE

Artigos publicados por Demaerschalk (1971, 1972, 1973), Munro e Demaerschalk (1974), Goulding e Murray (1975) e Byrne e Reed (1986), apresentaram abordagens para compatibilizar os volumes estimados por meio da equação de volume total e com a integração da função de afilamento. Essa abordagem ficou conhecida como equações de volume compatíveis, sendo aplicada e aprimorada por diversos pesquisadores, tais como: Zhao et al. (2019), Zhao et al. (2018), Corral-Rivas et al. (2017), Lynch et al. (2017), Zheng et al. (2017), Özçelik e Crecente-Campo (2016), Tang et al. (2016), Tang et al. (2016), Krisnawati (2016) e Rodríguez et al. (2013). Nessas pesquisas encontram-se vários modelos para tornar

as equações volumétricas compatíveis e, com base nesses trabalhos, será apresentada um desses modelos dada a familiaridade dos modelos de volume de Spurr e de afilamento de Kozak. Ainda, como as funções podem ser ajustadas.

A forma mais comum utilizada para assegurar a compatibilidade é expressar o coeficiente  $\beta$  do modelo da variável combinada de Spurr (Spurr, 1952) sem o termo independente, expressão 1, com base nos parâmetros estimados em uma função de afilamento ou vice-versa, utilizando, para tanto, uma proporção de compatibilidade entre duas equações. Um exemplo desse tipo de compatibilidade é o sistema de estimação de volume derivado da função de afilamento proposta por Kozak et al. (1969), conforme expressão 2.

$$v = \beta d^2 h \quad (1)$$

$$d_i^2 = \left[ \beta_1 \left( \frac{h_i^2}{h^2} - 1 \right) - \beta_2 \left( \frac{h_i}{h} - 1 \right) \right] d^2 \quad (2)$$

Em que:

$v$  = volume total, em m<sup>3</sup>.

$d$  = diâmetro à altura do peito, em centímetro (cm).

$h$  = altura total, em metros (m).

$d_i$  = diâmetro do fuste na altura  $h_i$ , em cm.

$h_i$  = altura do fuste em uma determinada seção, em m.

$\beta$  = parâmetros do modelo a serem estimados.

A integração da função 2 entre a base e o ápice do fuste revela-se uma expressão similar do modelo da variável combinada de Spurr, conforme demonstrado em 3.

$$\begin{aligned} v &= \int_0^h \frac{\pi}{4} d_i^2 dh_i \\ v &= \int_0^h \frac{\pi}{4} \left[ \beta_1 \left( \frac{h_i^2}{h^2} - 1 \right) - \beta_2 \left( \frac{h_i}{h} - 1 \right) \right] d^2 dh_i \\ v &= \frac{\pi}{4} d^2 h \left( \frac{\beta_2}{2} - \frac{2\beta_1}{3} \right) \\ v &= \beta d^2 h, \text{ sendo } \beta = \frac{\pi}{4} \left( \frac{\beta_2}{2} - \frac{2\beta_1}{3} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

Assim, a compatibilidade entre a função de volume total e a função de afilamento, deve-se ao fato de que o parâmetro  $\beta$  da função de volume total é dado pela relação com os parâmetros  $\beta_i$  da função de afilamento, conforme apresentado em 4.

$$\beta = \frac{\pi}{4} \left( \frac{\beta_2}{2} - \frac{2\beta_1}{3} \right) \quad (4)$$

A compatibilidade entre a função de afilamento e função de volume total não depende do método de estimativas dos parâmetros, podendo ser utilizadas três abordagens para o ajuste das equações:

- i) Estimar os parâmetros da função de afilamento usando os dados de árvores com medições de diâmetros em diferentes alturas, posteriormente, calcular o valor do parâmetro  $\beta$  usando a relação de compatibilidade na expressão 4.
- ii) Estimar os parâmetros  $\beta$  da função de volume total utilizando os dados de diâmetro à altura do peito, altura total e volume total dos fustes e, posteriormente, estimar os parâmetros da função de afilamento utilizando os dados de diâmetros em diferentes alturas do fuste, mas forçando a compatibilidade por meio da condição apresentada na expressão 4.
- iii) Ajustar ambas as equações (função de volume total e função de afilamento) por meio de um sistema de equações, devendo-se substituir o parâmetro  $\beta$  da função de volume total pela função expressa em 4.

As duas primeiras abordagens permitem obter a melhor estimativa de diâmetros em uma determinada altura ou a estimativa do volume total, dependendo do que é priorizado no ajuste das funções. Se inicialmente for ajustada a função de afilamento, esse ajuste é que define a função de volume total, portanto, nesse caso prioriza-se as estimativas de diâmetros ao longo do fuste. Se inicialmente for ajustada a função de volume total, as estimativas de volume total são priorizadas e a função de afilamento é obtida por meio dessa.

A terceira abordagem permite obter uma soma de quadrados de erro mínimo do sistema composto pelas duas funções (volume total e afilamento) como um todo, ou seja, minimiza simultaneamente os erros de diâmetros em diferentes alturas (da



função de afilamento) e dos erros de estimativa do volume (da função de volume total).

Um dos problemas em relação à terceira abordagem na compatibilização do volume das duas funções, referente ao ajustamento simultâneo, é que o número de observações utilizadas em cada uma das funções não é o mesmo. Para cada árvore existe apenas uma observação de volume total para ajustar a função de volume total, entretanto, existe mais que uma observação por árvore para expressar os diâmetros em diferentes alturas.

Para resolver esse problema, cria-se uma estrutura especial para acomodar os dados em uma tabela: a observação de volume total de cada árvore é repetida a cada uma das observações de diâmetros nas diferentes alturas da mesma árvore. Para evitar o problema de adicionar novos dados em um número diferente para cada árvore (uma vez que o número de observações de diâmetro ao longo da altura de cada árvore pode diferir), a cada observação de volume é atribuído um peso no ajuste correspondente ao inverso do número de observações em cada árvore ( $n_i$ ). Nos casos em que é realizada uma coleta com um número fixo de diâmetros ao longo do fuste, isso não necessita ser realizado.

A estimativa dos parâmetros, conforme a terceira abordagem, no sistema de equações pode ser realizada valendo-se de regressões aparentemente não relacionadas (*seemingly unrelated regressions* - SUR), desenvolvido por Zellner (1962).

Por exemplo, o sistema de equações compatíveis de volume definido em 1 e 2 refere-se ao sistema de equação de volume de Spur combinado com a equação de afilamento de Kozak. As funções podem ser estimadas por meio de SUR. No Brasil, essa técnica é conhecida na área florestal devido às aplicações na modelagem de biomassa de árvores, conforme realizado por Sanquetta et al (2015).

Assim, o sistema de equações em 1 e 2 pode ser reescrito conforme 5 ou alternativamente em 6.

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & X_2 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$y = X \beta + \varepsilon \quad (6)$$

Em que:

$y_1$  = volume do fuste, em m<sup>3</sup>.

$y_2$  = diâmetro do fuste em uma altura  $h_i$ , em cm.

$X_1 = d^2 h$ , em cm<sup>2</sup>m.

$X_2 = d$ , em cm,  $\frac{h_i^2}{h^2} - 1$  e  $\frac{h_i}{h} - 1$ , adimensionais.

$\beta_1$  = coeficientes do modelo de volume total do fuste.

$\beta_2$  = coeficientes do modelo de afilamento.

A partir da definição do modelo SUR em 6, a solução de  $\beta$  é realizada por meio de estimadores mínimos quadrados generalizados – MQG. Tomando as concepções apresentadas por Srivastava e Giles (1987), Fiebig (2001) e Greene (2008), é apresentado na sequência a formulação do estimador para o modelo SUR, conforme 7.

$$\beta = (X' \Omega^{-1} X)^{-1} X' \Omega^{-1} y \quad (7)$$

A matriz  $\Omega$  em 7 contém os elementos da matriz de resíduos das funções de volume total e de afilamento, conforme 8.

$$\Omega = \Sigma \otimes I \quad (8)$$

Em que:

$\Sigma$  = matriz de covariância dos resíduos das funções de volume total e de afilamento, obtidos previamente por meio do ajuste dessas duas funções de maneira independente utilizando um estimador de mínimo quadrado ordinário [ $\beta = (X' X)^{-1} X' y$ ].

$\otimes$  = produto de Kronecker.

$I$  = uma matriz identidade da ordem  $n$  (número de observações).

A matriz de covariância ( $\Sigma$ ) em 8 está definida em 9. Nesse caso, os valores da covariância dos resíduos são oriundos de resíduos obtidos por meio de estimadores de mínimos quadrados. Ou seja, as equações de volume total e de afilamento são estimadas independentes por meio de mínimos quadrados ordinários,

obtendo-se assim os erros associados a cada equação, para então estimar, consistentemente, os elementos que compõem  $\Sigma$ , conforme está apresentado em 9.

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\hat{\sigma}_{ij} = \frac{\varepsilon_i' \varepsilon_j}{[(n - K_i)(n - K_j)]^{\frac{1}{2}}} \quad (10)$$

Em que:

$\sigma_{ij}$  = covariância entre os distúrbios da função de volume total e de afilamento para cada observação da amostra.

$K_i$  e  $K_j$  = número de parâmetros de cada equação  $i$  e  $j$ , sendo no presente caso equivalente a 2.

$n$  = número de observações.

Sendo a matriz  $\Omega$  em 9 dada pelo seu inverso, então essa pode ser redefinida conforme 11, correspondendo ao estimador MQG para o modelo SUR. Esse é o estimador que foi utilizado na presente pesquisa, visando estimar simultaneamente o sistema de equação compatível.

$$\beta = [X'(\Sigma^{-1} \otimes I)X]^{-1} X'(\Sigma^{-1} \otimes I)y \quad (11)$$

Sendo:  $\Omega^{-1} = \Sigma^{-1} \otimes I$

## 4 MATERIAIS E MÉTODOS

### 4.1 ORIGEM DOS DADOS

A amostragem para o desenvolvimento deste trabalho foi conduzida em povoamentos de acácia-negra no Estado do Rio Grande do Sul (FIGURA 1), nas regiões dos municípios de Cristal, Encruzilhada do Sul e Piratini (FIGURA 2). Nessas regiões estão concentradas a maioria dos plantios da espécie destinados a industrialização da casca e da madeira.



FIGURA 1 – POVOAMENTOS DE ACÁCIA NEGRA COM 1 E 8 ANOS NO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL.

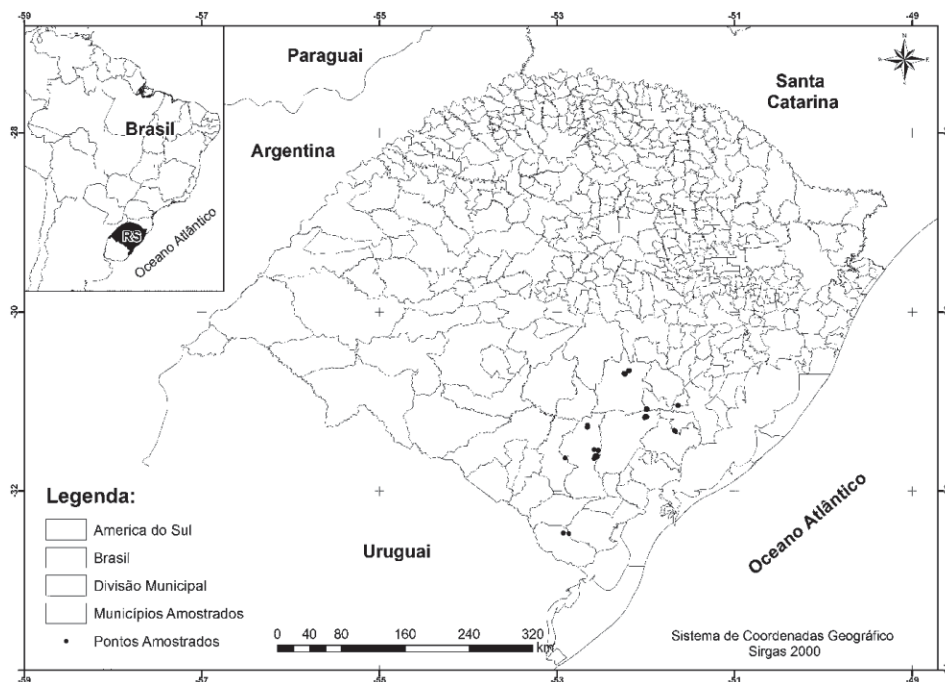


FIGURA 2 – MAPA DE DISTRIBUIÇÃO DAS PARCELAS NAS REGIÕES DOS MUNICÍPIOS DE CRISTAL, ENCRUZILHADA DO SUL E PIRATINI NO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL.

Em cada povoamento foram instaladas de forma aleatória quatro parcelas circulares com raio de 5 m (78,54 m<sup>2</sup>). Nas parcelas, todas as árvores foram derrubadas e mensuradas quanto às características: diâmetro à altura do peito, altura total e cubagem do fuste. Assim, o estudo envolveu a instalação de 24 parcelas temporárias, cujas coordenadas centrais estão apresentadas na TABELA 3 e nelas mensuradas 343 árvores oriundas do mesmo material genético.

TABELA 3 - COORDENADAS CENTRAIS DAS 24 UNIDADES AMOSTRAIS INSTALADAS EM POVOAMENTOS DE ACÁCIA-NEGRA NO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL, BRASIL.

| Cristal |             |             | Encruzilhada do Sul |             |             | Piratini |             |             |
|---------|-------------|-------------|---------------------|-------------|-------------|----------|-------------|-------------|
| I       | S           | O           | I                   | S           | O           | I        | S           | O           |
| 5       | 30°50'42,8" | 52°02'26,4" | 5,75                | 31°04'50,1" | 53°03'28,8" | 5,25     | 31°20'22,4" | 52°56'33,5" |
| 5       | 30°50'42,2" | 52°02'31,1" | 5,75                | 31°05'13,4" | 53°04'19,8" | 5,25     | 31°20'41,5" | 52°56'40,7" |
| 5       | 30°50'50,0" | 52°03'02,9" | 5,75                | 31°03'56,5" | 53°03'56,5" | 5,25     | 31°20'44,0" | 52°56'34,3" |
| 5       | 30°50'49,1" | 52°03'06,8" | 5,75                | 31°05'23,7" | 53°04'05,7" | 5,25     | 31°21'05,4" | 52°56'45,3" |
| 10,08   | 31°08'05,4" | 52°04'35,7" | 10,75               | 30°27'19,9" | 52°35'22,3" | 9,83     | 31°24'34,7" | 52°58'49,1" |
| 10,08   | 31°07'51,3" | 52°04'47,6" | 10,75               | 30°27'34,5" | 52°35'47,3" | 9,83     | 31°24'25,0" | 52°57'39,2" |
| 10,08   | 31°07'36,4" | 52°05'04,1" | 10,75               | 30°27'32,2" | 52°36'23,3" | 9,83     | 31°24'33,6" | 52°57'23,0" |
| 10,08   | 31°07'26,1" | 52°05'10,8" | 10,75               | 30°27'35,8" | 52°36'23,7" | 9,83     | 31°24'46,5" | 52°57'26,7" |

Fonte: O autor (2019)

Nota: Em que: I é a idade do povoamento em anos, S é a coordenada sul e O é a coordenada oeste.

O diâmetro à altura do peito ( $d$ ) foi mensurado utilizando uma fita dendrométrica (tomado em centímetros o cap – circunferência na altura do peito), e a altura total ( $h$ ) uma trena (tomada em metros). A cubagem do fuste foi realizada com uma fita dendrométrica ao longo do fuste nas posições das alturas relativas ( $h_i$ ) de 5%, 15%, 25%, 35%, 45%, 55%, 65%, 75%, 85% e 95% em relação à altura total (sendo os diâmetros  $d_i$  tomados em centímetros).

O volume total do fuste com casca ( $v_f$ ) foi calculado por meio do método Huber. No cálculo do volume total não foi considerado um diâmetro mínimo de topo com casca.

$$v_f = \sum_{i=1}^n \frac{\pi}{4} d_i^2 l_i$$

Em que:

$v_f$  = volume total do fuste com casca, em  $m^3$ .

$d_i$  = diâmetro tomado no meio do segmento da seção  $i$ , em cm.

$l$  = comprimento da seção  $i$ , em m.

Para as variáveis de diâmetro à altura do peito, altura, volume e fator de forma  $\left(f = \frac{v_f}{\frac{\pi}{40000} d^2 h}\right)$ , foi realizada uma estatística descritiva com objetivo de destacar o domínio dos dados.

## 4.2 PROCEDIMENTOS PARA AJUSTES DE EQUAÇÕES DE VOLUME TOTAL E DE AFILAMENTO

As equações de volume total e de afilamento foram estimadas por meio de das equações: i) equações independentes e ii) sistemas de equações compatíveis iii) Nova abordagem para compatibilização.

### 4.2.1 Volume de equações de afilamento e volume do fuste obtido por equações independentes – Procedimento 1

As equações de volume de Spurr e de afilamento Kozak foram ajustadas de maneira independente, aplicando estimadores de mínimos quadrados ordinários, abordagem tradicionalmente empregada em empresas florestais no Brasil.

Spurr:  $v_i = \beta_0 + \beta_1 (d^2 h) + \varepsilon_i$

Kozak:  $\frac{d_i}{d} = \sqrt{\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{h}\right) + \beta_2 \left(\frac{h_i}{h}\right)^2} + \varepsilon_i$

O volume do fuste estimado por meio da equação de afilamento foi obtido pela integral da função de Kozak, tal que:

$$v = \int_0^h \frac{\pi}{4} d^2 \left[ b_0 + b_1 + \frac{h_i}{h} + b_2 \left(\frac{h_i}{h}\right)^2 \right]$$

#### 4.2.2 Volume de equações de afilamento e volume do fuste obtido por meio de sistemas de equações compatíveis – Procedimento 2

Demaerschalk (1971, 1972, 1973), Munro e Demaerschalk (1974) e Goulding e Murray (1975) apresentaram abordagens para compatibilizar os volumes estimados por meio da equação de volume total com os estimados por meio da integração da função de afilamento. Isso ficou conhecido como equações de volume e de afilamento compatíveis, sendo aplicada por diversos pesquisadores nos últimos anos, como já referenciado neste trabalho.

O sistema de equação de volume compatível escolhido para a aplicação no presente trabalho foi a combinação do modelo de volume de Spurr com o de afilamento de Kozak, conforme 12.

Sistema de equação 1:

$$\begin{aligned} \text{Spurr: } v &= \beta d^2 h, \text{ sendo } \beta = \frac{\pi}{4} \left( \frac{\beta_2}{2} - \frac{2\beta_1}{3} \right) \\ \text{Kozak: } d_i^2 &= \left[ \beta_1 \left( \frac{h_i^2}{h^2} - 1 \right) - \beta_2 \left( \frac{h_i}{h} - 1 \right) \right] d^2 \end{aligned} \quad (12)$$

Em que:

$v$  = volume total, em m<sup>3</sup>.

$d$  = diâmetro à altura do peito, em cm.

$h$  = altura total, em m.

$d_i$  = diâmetro do fuste na altura  $h_i$ , em cm.

$h_i$  = altura do fuste em uma determinada seção, em m.

$\beta$  = parâmetros do modelo a serem estimados.

A compatibilidade entre a função de afilamento e função de volume total não depende do método de estimativas dos parâmetros. Entretanto, optou-se por ajustar ambas as equações (função de volume total e função de afilamento) por meio de um sistema, devendo-se substituir o parâmetro  $\beta$  da função de volume total pela função com os coeficientes  $\beta$ .

O ajuste por meio de um sistema de equações permite obter uma soma de quadrados de erro mínimo do sistema composto pelas duas funções (volume total e

afilamento) como um todo, ou seja, minimizar simultaneamente os erros de diâmetros em diferentes alturas (função de afilamento) e dos erros de estimativa do volume (função de volume total).

No desenvolvimento desta operação foi utilizada uma estrutura especial para acomodar os dados em uma tabela, de modo que a observação de volume total de cada árvore foi repetida a cada uma das observações de diâmetros nas diferentes alturas da mesma árvore. Como no presente foi realizada uma coleta com um número fixo de diâmetros ao longo do fuste, não foi necessário a utilização de pesos (inverso do número de observações em cada árvore) para equilibrar as diferenças de quantidade de observações de diâmetro ao longo da altura de cada árvore, como geralmente ocorre.

O sistema de equações foi ajustado simultaneamente por meio de regressão aparentemente não relacionada (*seemingly unrelated regressions* - SUR), conforme Diéguez-Aranda et al. (2006).

#### 4.2.3 Proposta para compatibilizar o volume de equações de afilamento e volume total do fuste – Procedimento 3

Como proposta de uma nova abordagem de compatibilização mais simples, foi proposta a modelagem do volume total por meio do modelo de Spurr, do afilamento de Kozak e Polinômio de quinto grau, os quais são muito utilizados no Brasil. O objetivo foi destacar a ideia para compatibilizar de forma simples os resultados do volume oriundo da função de afilamento com o volume oriundo da função de volume total.

##### 4.2.3.1 Compatibilização do volume total com a função de afilamento de Kozak

De maneira geral o volume de uma árvore é calculado utilizando o fator de forma, ou seja:

$$v_i = ff_i(d^2h)_i \frac{\pi}{4} \quad (13)$$



O fator de forma ( $ff$ ) de uma árvore  $i$  é obtido pela razão entre o volume do fuste ( $v_i$ ) pelo volume do cilindro, ou seja:

$$ff_i = \frac{v_i}{(d^2 h \frac{\pi}{4})_i} \quad (14)$$

Cada árvore irá resultar em um valor do fator de forma e o valor médio de todas as árvores ( $\overline{ff}$ ) pode ser utilizado para estimar o volume das árvores utilizando-se a expressão:

$$\hat{v}_i = \overline{ff} (d^2 h)_i \frac{\pi}{4} \quad (15)$$

Ao ajustar o modelo de afilamento de Kozak, por exemplo, presume-se que os coeficientes ajustados representam a forma média das árvores ( $\overline{ff}$ ). Tomando-se a integral desta função (afilamento de Kozak) e obtendo-se o volume total ( $\hat{v}K_i$ ). Então este volume é um estimador do volume observado ( $v_i$ ), porém, considerando a forma média das árvores. Então, substituindo-se essas concepções na expressão 16, tem-se:

$$\hat{v}K_i = c (d^2 h)_i \quad (16)$$

O valor de “ $c$ ” deverá ser uma constante e representa uma combinação do fator de forma médio com  $\frac{\pi}{4}$  assumido nos coeficientes na função de afilamento de Kozak, por exemplo. Logo, o volume total de uma árvore a partir da função de afilamento pode ser obtido pela expressão em 19, que é similar a expressão 17.

$$\hat{v}_i = c (d^2 h)_i \quad (17)$$

Assim, a proposta para obter compatibilidade do volume total obtido pelo modelo de afilamento de Kozak com um modelo de volume total é obtida com os seguintes passos:

1 – Ajuste da função de afilamento de Kozak:

$$\text{Kozak: } \frac{d_i}{d} = \sqrt{\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{h}\right) + \beta_2 \left(\frac{h_i}{h}\right)^2} \quad (18)$$

2 – Obtenção do volume do fuste estimado por meio da integral da função de Kozak, tal que:

$$\hat{v}K_i = \int_0^h \frac{\pi}{4} d^2 \left[ b_0 + b_1 \frac{h_i}{h} + b_2 \left(\frac{h_i}{h}\right)^2 \right] \quad (19)$$

3 – Obtenção da constante “c”, sendo:

$$c \frac{\pi}{4} = \frac{\hat{v}K_i}{(d^2 h)_i} \quad (20)$$

Essa razão, quando aplicada individualmente para cada árvore  $i$ , deverá resultar no mesmo valor para todas as árvores, por isso a denominação de constante.

A expressão 20, pode ser reescrita conforme 21, a qual representa uma combinação da forma média com o valor de  $\frac{\pi}{4}$ .

$$c = \frac{\hat{v}K_i}{(d^2 h)_i} \quad (21)$$

4 – O volume total estimado utilizando a expressão  $\hat{v}_i = c (d^2 h)_i$  deverá resultar no mesmo valor que o obtido no passo 2, ou seja,  $\hat{v}_i = \hat{v}K_i$ . Deve-se observar que todas as operações deverão ser realizadas com as variáveis  $d$  e  $h$  em unidade de medida em metros.

#### 4.2.3.2 Compatibilização do volume total com a função de afilamento do Polinômio de quinto-grau

Uma das funções mais utilizadas para modelar o afilamento é o Polinômio de quinto grau conforme 22, daí o interesse em compatibilizar a integral desse modelo com o volume total de Spurr. O ajuste do modelo foi realizado utilizando o método dos mínimos quadrados ordinários.

$$\frac{d_i}{d} = b_0 - b_1 \left(\frac{h_i}{h}\right) + b_2 \left(\frac{h_i}{h}\right)^2 - b_3 \left(\frac{h_i}{h}\right)^3 + b_4 \left(\frac{h_i}{h}\right)^4 - b_5 \left(\frac{h_i}{h}\right)^5 \quad (22)$$

A proposta para obter compatibilidade do volume total obtido pelo modelo de afilamento do Polinômio de quinto grau com um modelo de volume total é obtida conforme os seguintes passos:

1 – Ajuste da função de afilamento do Polinômio de quinto grau

$$\frac{d_i}{d} = b_0 - b_1 \left(\frac{h_i}{h}\right) + b_2 \left(\frac{h_i}{h}\right)^2 - b_3 \left(\frac{h_i}{h}\right)^3 + b_4 \left(\frac{h_i}{h}\right)^4 - b_5 \left(\frac{h_i}{h}\right)^5 \quad (23)$$

2 – Obtenção do volume do fuste estimado por meio da integral da função de Polinômio de quinto grau, tal que:

$$\begin{aligned} \hat{v}P5_i = & \frac{\pi}{4} d^2 \left[ \frac{1}{11} \frac{b_5^2 h_i^{11}}{h^{10}} + \frac{1}{5} \frac{b_4 b_5^{10}}{h^9} + \frac{1}{9} \left( \frac{2 b_5 b_3}{h^8} + \frac{b_4^2}{h^8} \right) h^9 + \frac{1}{8} \left( \frac{2 b_3 b_4}{h^7} + \frac{2 b_5 b_2}{h^7} \right) h^8 + \right. \\ & \frac{1}{7} \left( \frac{2 b_2 b_4}{h^6} + \frac{2 b_5 b_1}{h^6} + \frac{b_3^2}{h^6} \right) h^7 + \frac{1}{6} \left( \frac{2 b_1 b_4}{h^5} + \frac{2 b_3 b_2}{h^5} + \frac{2 b_5 b_0}{h^5} \right) h^6 + \frac{1}{5} \left( \frac{b_2^2}{h^4} + \frac{2 b_4 b_0}{h^4} + \frac{2 b_1 b_3}{h^4} \right) h^5 + \\ & \left. \frac{1}{4} \left( \frac{2 b_3 b_0}{h^3} + \frac{2 b_1 b_2}{h^3} \right) h^4 + \frac{1}{3} \left( \frac{b_1^2}{h^2} + \frac{2 b_2 b_0}{h^2} \right) h^3 + \frac{b_0 b_1 h^2}{h} + b_0^2 h \right]_{h_1}^{h_2} \end{aligned} \quad (24)$$

sendo  $h_1 = 0$  até  $h_2$ , no presente caso  $h_2$  é equivalente a altura total.

3 – Obtenção da constante "c", sendo:

$$c \frac{\pi}{4} = \frac{\hat{v}P5_i}{(d^2 h)_i} \quad (25)$$

Essa razão quando aplicada individualmente para cada árvore  $i$  deverá resultar no mesmo valor para todas as árvores.

A expressão 25, pode ser reescrita conforme 26, a qual representa uma combinação da forma média com o valor de  $\frac{\pi}{4}$ .

$$c = \frac{\hat{v}P5_i}{(d^2 h)_i} \quad (26)$$

4 – O volume total estimado utilizando a expressão  $\hat{v}_i = c (d^2 h)_i$  deverá resultar no mesmo valor que o obtido no passo 2, ou seja,  $\hat{v}_i = \hat{v}P5_i$ . Deve-se observar que todas as operações deverão ser realizadas com as variáveis  $d$  e  $h$  em metros.

### 4.3 AVALIAÇÃO DOS PROCEDIMENTOS

A avaliação dos três procedimentos foi realizada por meio dos seguintes critérios:

i) Qualidade do ajustamento das equações

Foram realizadas estimativas de volume total e de diâmetros ao longo do fuste. Essas estimativas foram comparadas por meio de um teste de Qui-quadrado para testar a hipótese que os valores estimados por meio das duas abordagens não diferem à 95% de probabilidade.

As estatísticas coeficiente de determinação ajustado ( $\bar{R}^2$ , em %) e erro padrão ( $S_{yx}$ , em %) foram computadas e também gráficos dos valores observados em função dos estimados foram construídos.

ii) Compatibilidade das estimativas de volume

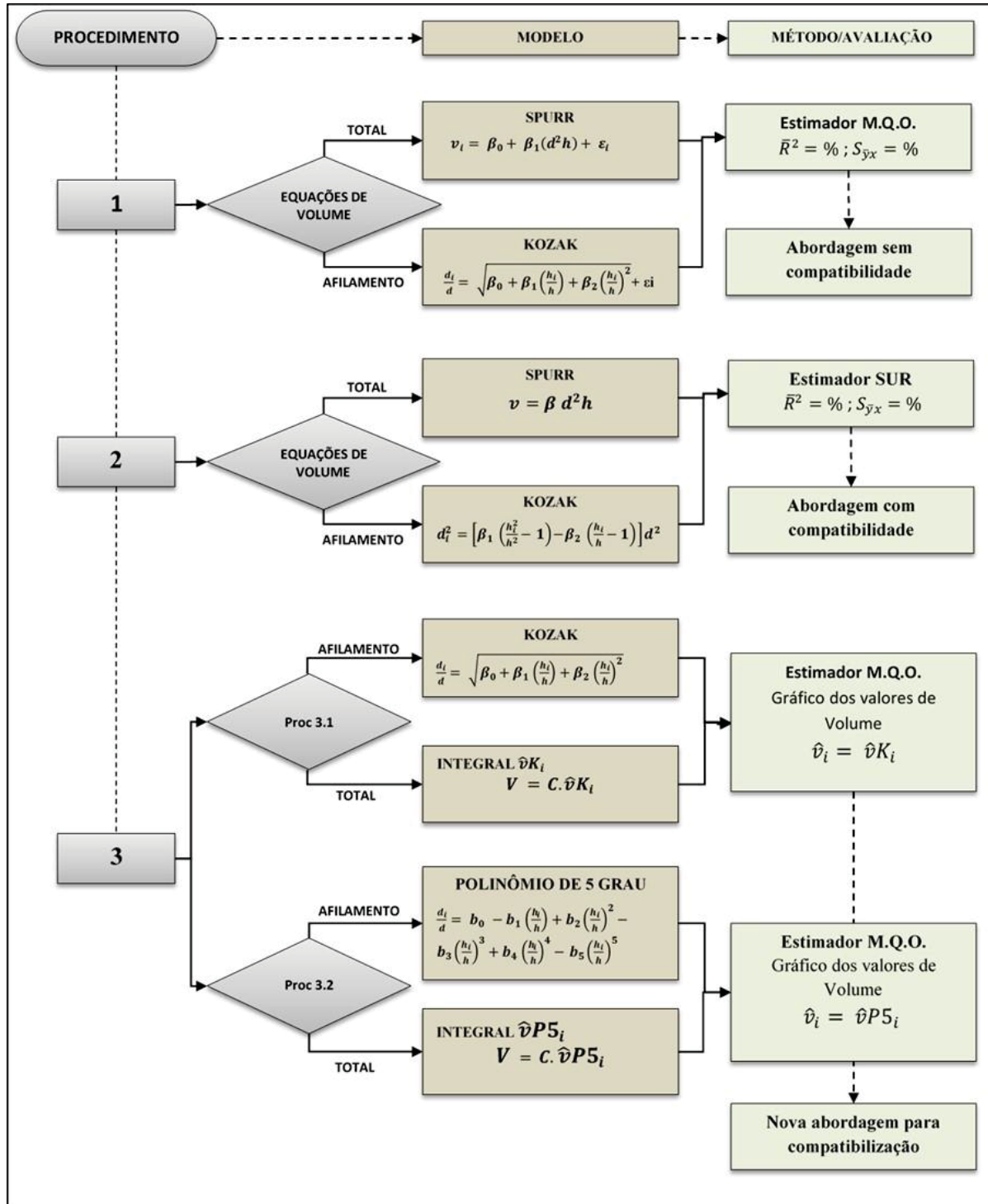
A compatibilidade das estimativas de volume foi avaliada de tal modo que estimativas compatíveis foram definidas se  $\hat{V}_{Total} - \hat{V}_{Afilamento} = 0$ , ou seja, se a diferença entre o volume estimado por meio da equação de Volume ( $\hat{V}_{Total}$ ) e pela integração da função de afilamento ( $\hat{V}_{Afilamento}$ ) fosse igual a zero. Se essa condição não fosse satisfeita, as estimativas de volume não foram consideradas compatíveis.

A incompatibilidade das estimativas (IV) de volume foi calculada por meio da diferença dos volumes em unidades absolutas:  $IV = \hat{V}_{Total} - \hat{V}_{Afilamento}$  e seus respectivos valores em porcentagem  $IRV \left( IRV = \frac{IV}{\hat{V}_{Afilamento}} \right) 100$ .

### 4.4 RESUMO DOS PROCEDIMENTOS TESTADOS PARA MODELAGEM DE EQUAÇÕES DE VOLUME E AFILAMENTO

Na FIGURA 3 está representado um resumo da modelagem realizada neste trabalho, comparando-se os passos seguidos para compatibilização das estimativas dos volumes por meio de modelos de volume e de afilamento.

FIGURA 3 – DISTRIBUIÇÃO DOS MODELOS PARA OS PROCEDIMENTOS 1, 2 E 3 E MÉTODO UTILIZADO PARA CADA MODELO



Fonte: O autor (2020)

Nota: FIGURA 3 – Procedimentos testados para compatibilizar as estimativas volumétricas da equação de volume total e de afilamento para árvores da espécie *Acacia mearnsii* De Wild. Em que: MQO= mínimos quadrados ordinários, SUR= *seemingly unrelated regressions*,  $\hat{V}P5_i$  é o volume total obtido por meio da integral do modelo do Polinômio de quinto grau,  $\hat{V}K_i$  é o volume total obtido por meio da integral do modelo de Kozak.

## 5 RESULTADOS

Uma análise estatística foi realizada e representada na TABELA 4 com os valores observados mínimo, máximo, média, desvio padrão e variância, para os diâmetros à altura do peito, altura, volume e fator de forma para os dados deste estudo.

TABELA 4 – ANÁLISE ESTATÍSTICA PARA OS VALORES DE DAP, ALTURA, VOLUME E FATOR DE FORMA.

| Estatística                | Diâmetro à altura do peito (d) | Altura (h) | Volume (V) | Fator de forma (ff) |
|----------------------------|--------------------------------|------------|------------|---------------------|
| Mínimo                     | 2,55                           | 4,70       | 0,001387   | 0,382062            |
| Máximo                     | 23,55                          | 21,90      | 0,477336   | 0,652689            |
| Média                      | 12,19                          | 15,93      | 0,108021   | 0,504962            |
| Desvio-padrão              | 3,76                           | 3,00       | 0,070909   | 0,044351            |
| Coefficiente de variação % | 30,89%                         | 18,84%     | 65,64%     | 8,78%               |

Fonte: O autor (2019)

Nota: Em que: d dado em centímetro (cm), h em metros (m), o V em m<sup>3</sup> e o coeficiente de variação em porcentagem (%).

### 5.1 VOLUME DE EQUAÇÕES DE AFILAMENTO E VOLUME DO FUSTE OBTIDO POR EQUAÇÕES INDEPENDENTES – PROCEDIMENTO 1

A equação para estimativa do volume resultou nos seguintes coeficientes e estatísticas:

$$v_i = 0,005726 + 0,368386 (d^2 h)$$

$$R^2 = 0,9849, S_{yx} = 7,79\%$$

A equação para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste resultou nos seguintes coeficientes e estatísticas (as quais foram recalculadas para a variável  $d_i$ ):

$$d_i = d \sqrt{1,114527 - 1,392878 \left(\frac{h_i}{h}\right) + 0,267001 \left(\frac{h_i}{h}\right)^2} \quad (27)$$

$$R^2 = 0,9690, S_{yx} = 9,08\%$$

As equações ajustadas para estimar volume do fuste e diâmetros ao longo do fuste são apropriadas, uma vez que as estatísticas para avaliação da qualidade do ajuste foram satisfatórias.

## 5.2 VOLUME DE EQUAÇÕES DE AFILAMENTO E VOLUME DO FUSTE OBTIDO POR MEIO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES – PROCEDIMENTO 2

A equação para estimativa do volume resultou nos seguintes coeficientes e estatísticas:

$$v = d^2 h \left[ \frac{\pi}{4} \left( \frac{1,487297}{2} - \frac{2 \cdot 0,386575}{3} \right) \right] \quad (28)$$

$$R^2 = 0,9833, S_{yx} = 8,20\%$$

A equação para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste resultou nos seguintes coeficientes e estatísticas:

$$d_i = d \sqrt{0,3886575 \left( \frac{h_i^2}{h^2} - 1 \right) - 1,487297 \left( \frac{h_i}{h} - 1 \right)} \quad (29)$$

$$R^2 = 0,9680$$

$$S_{yx} = 9,28\%$$

A matriz de covariância dos resíduos das equações ( $e$ ) de  $v$  e  $d_i$  resultou em:

$$\begin{array}{c} e_v \quad e_{d_i} \\ e_v \left| \begin{array}{cc} 0,0003079 & 0,0000126 \\ 0,0000126 & 0,0000015 \end{array} \right| \quad (30) \\ e_{d_i} \end{array}$$

A matriz de correlação dos resíduos das equações ( $e$ ) de  $v$  e  $d_i$  resultou em:

$$\begin{array}{c} e_v \quad e_{d_i} \\ e_v \left| \begin{array}{cc} 1 & 0,5863 \\ 0,5863 & 1 \end{array} \right| \quad (31) \\ e_{d_i} \end{array}$$

Por meio da matriz de correlação nota-se que os resíduos das equações são correlacionados, portanto, a inclusão da matriz de variância-covariância dos resíduos no ajuste do sistema de equações contribui para melhorar a eficiência das

equações (Diéguez-Aranda et al., 2006), daí a importância em estimar os modelos do Procedimento 2 por meio de SUR.

### 5.3 PROPOSTA PARA COMPATIBILIZAR O VOLUME DE EQUAÇÕES DE AFILAMENTO E VOLUME TOTAL DO FUSTE – PROCEDIMENTO 3

Para o procedimento 3 foi apresentada duas propostas para compatibilizar o volume de equações de afilamento e volume total do fuste, sendo a primeira, a compatibilidade do volume com a função de Kozak e a segunda, a compatibilidade do volume com a função do Polinômio de 5° Grau.

#### 5.3.1 Compatibilidade do volume com a função de Kozak

A equação para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste, utilizando o modelo de Kozak, resultou nos seguintes coeficientes e estatísticas (as quais foram recalculadas para a variável  $d_i$ ), a qual já foi definida no Procedimento 1.

$$d_i = d \sqrt{1,114527 - 1,392878 \left(\frac{h_i}{h}\right) + 0,267001 \left(\frac{h_i}{h}\right)^2} \quad (32)$$

$$R^2 = 0,9690$$

$$S_{\bar{y}_x} = 9,08\%$$

A estimativa do volume total utilizando a função de Kozak ajustada ( $vK_i$ ) foi dada pela integral da função anterior, ou seja:

$$vK_i = \frac{\pi}{4} d^2 \left[ 1,114527 h_i + \frac{-1,392878 h_i^2}{2h} + \frac{0,267001 h_i^3}{3h^2} \right]_{h_1}^{h_2} \quad (33)$$

sendo  $h_1 = 0$  até  $h_2$ , no presente caso  $h_2$  é equivalente à altura total.

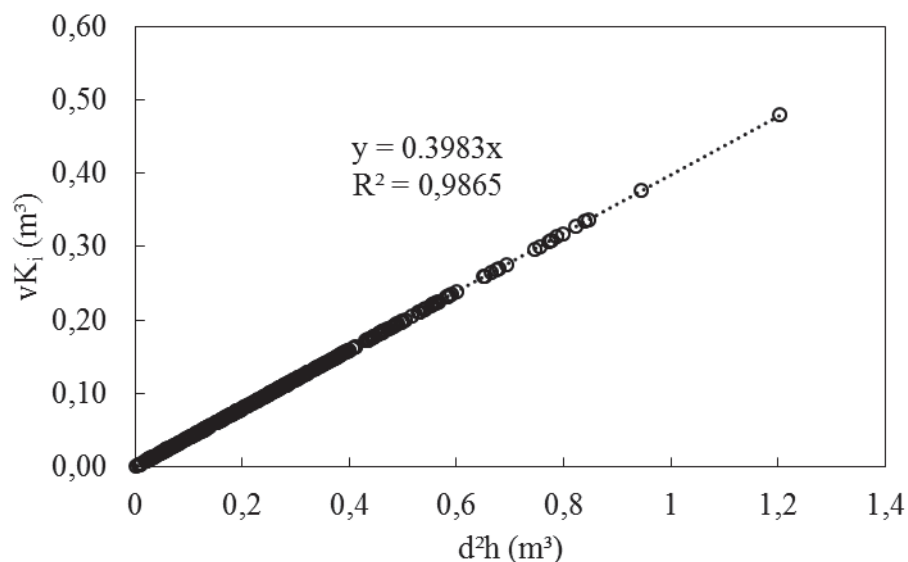
A constante  $c$  resultou em um valor de  $c = 0,3982662$  para todas as árvores (Figura 1). Portanto, o volume total da árvore pode ser obtido pela expressão:

$$\hat{v}_i = 0,3982662 (d^2 h)_i \quad (34)$$



Para a equação em 33, não foi possível calcular  $\bar{R}^2$  e  $S_{\hat{y},x}$ , pois a equação foi ajustada para os valores de  $vK_i$  e não para o volume observado ( $v_i$ ). Assim, foi obtida a correlação ( $r$ ) entre os valores estimados com a equação em 34 com os valores observados e a estatística  $R^2$  foi definida como  $R^2 = r^2$ , obtendo os seguintes resultados:  $r = 0,9932$  e  $R^2 = 0,9865$ .

FIGURA 4 - VALORES OBSERVADOS DE DIÂMETRO AO LONGO DO FUSTE E VOLUME DO FUSTE UTILIZANDO FUNÇÃO DE KOZAK PARA ÁRVORES DE ACÁCIA-NEGRA AMOSTRADAS EM POVOAMENTOS NO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL



Fonte: O autor (2019)

A condição de  $\hat{v}_i = \hat{v}K_i$  foi evidenciada, ou seja, os volumes obtidos com a expressão 33 e 34 são compatíveis.

Ressalta-se que o fator de forma médio observado ( $\overline{ff}$ ) foi de 0,504962. Portanto,  $c = 0,3982662$  é uma aproximação de  $\overline{ff} \frac{\pi}{4} = 0,396596$ .

### 5.3.2 Compatibilidade do volume com a função do Polinômio de 5º Grau

A equação para estimativa dos diâmetros ao longo do fuste, utilizando Polinômio de 5º grau, resultou nos seguintes coeficientes e estatísticas:

$$\frac{d_i}{d} = 1,12878 - 2,03475 \left(\frac{h_i}{h}\right) + 7,02810 \left(\frac{h_i}{h}\right)^2 - 16,16884 \left(\frac{h_i}{h}\right)^3 + 17,33274 \left(\frac{h_i}{h}\right)^4 - 7,33490 \left(\frac{h_i}{h}\right)^5 \quad (35)$$

$$\bar{R}^2 = 96,30\%, S_{\hat{y},x} = 8,05\%$$

A estimativa do volume total utilizando a função do Polinômio de 5° grau ajustada ( $vP5_i$ ), foi dada pela integral da função anterior, ou seja:

$$vP5_i = \frac{\pi}{4} d^2 \left[ \frac{1}{11} \frac{-7,33490^2 h_i^{11}}{h^{10}} + \frac{1}{5} \frac{17,33274(-7,33490)^{10}}{h^9} + \frac{1}{9} \left( \frac{2(-7,33490)(-16,16884)}{h^8} + \frac{17,33274^2}{h^8} \right) h^9 + \frac{1}{8} \left( \frac{2(-16,16884)17,33274}{h^7} + \frac{2(-7,33490)7,02810}{h^7} \right) h^8 + \frac{1}{7} \left( \frac{2 \cdot 7,02810 \cdot 17,33274}{h^6} + \frac{2(-7,33490)(-2,03475)}{h^6} + \frac{(-16,16884)^2}{h^6} \right) h^7 + \frac{1}{6} \left( \frac{2(-2,03475)(17,33274)}{h^5} + \frac{2(-16,16884)(7,02810)}{h^5} + \frac{2(-7,33490)(1,12878)}{h^5} \right) h^6 + \frac{1}{5} \left( \frac{7,02810^2}{h^4} + \frac{2(17,33274)(1,12878)}{h^4} + \frac{2(-2,03475)(-16,16884)}{h^4} \right) h^5 + \frac{1}{4} \left( \frac{2(-16,16884)(1,12878)}{h^3} + \frac{2(-2,03475)(7,02810)}{h^3} \right) h^4 + \frac{1}{3} \left( \frac{-2,03475^2}{h^2} + \frac{2(7,02810)(1,12878)}{h^2} \right) h^3 + \frac{(1,12878)(-2,03475)h^2}{h} + 1,12878^2 h \right]_{h_1}^{h_2} \quad (36)$$

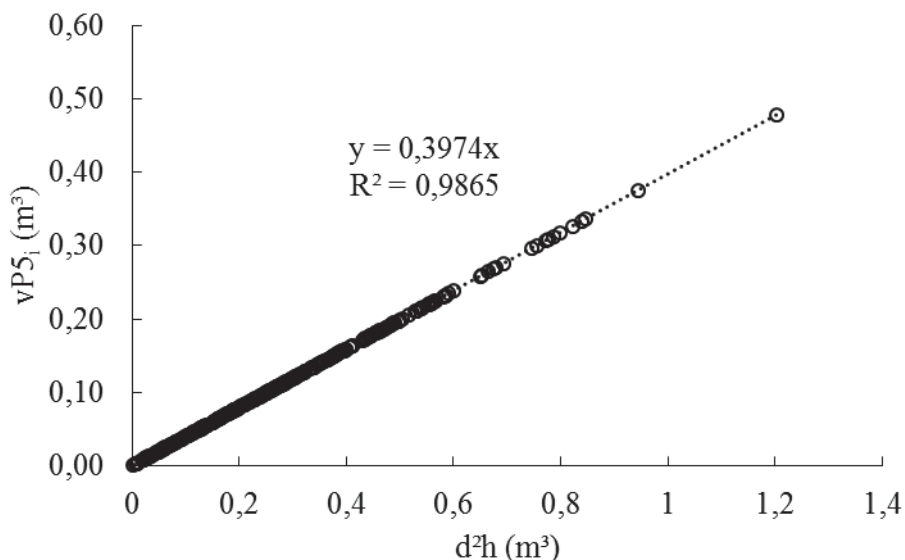
sendo  $h_1 = 0$  até  $h_2$ , no presente caso  $h_2$  é equivalente à altura total.

A constante  $c$  resultou em um valor de  $c = 0,3974451$  para todas as árvores (Figura 3). Portanto, o volume total da árvore pode ser obtido pela expressão:

$$\hat{v}_i = 0,3974451 (d^2 h)_i \quad (37)$$

$$R^2 = 0,9865, S_{\hat{y}x} = 7,59\%$$

FIGURA 5 - VALORES OBSERVADOS DE DIÂMETRO AO LONGO DO FUSTE E VOLUME DO FUSTE UTILIZANDO FUNÇÃO DO POLINÔMIO DE 5° GRAU AJUSTADA PARA ÁRVORES DE ACÁCIA-NEGRA AMOSTRADAS EM POVOAMENTOS NO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL



Fonte: O autor (2019)

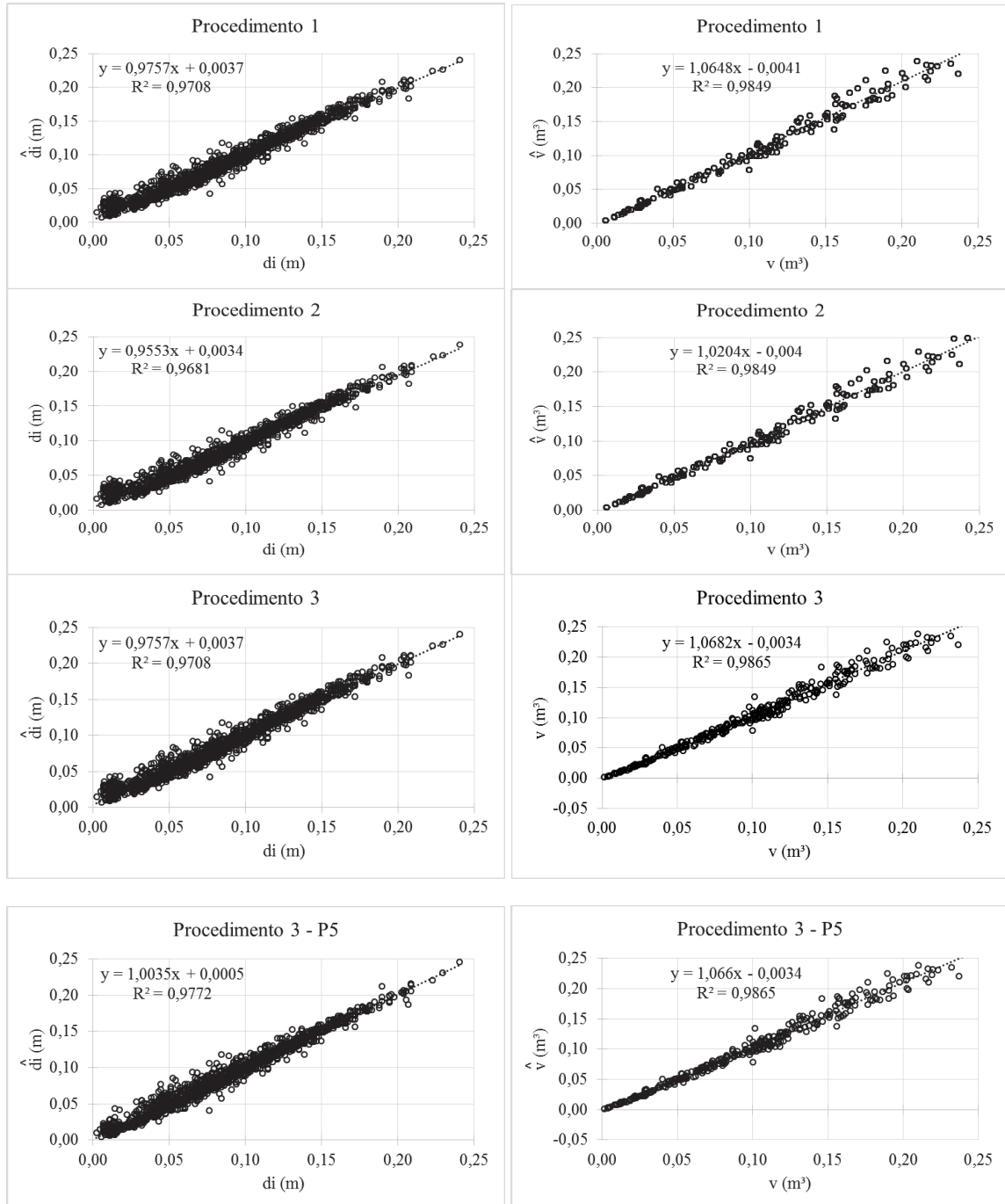
A condição de  $\hat{v}_i = \hat{v}P5_i$  foi evidenciada, ou seja, os volumes obtidos com a expressão 36 e 37 são compatíveis.

Ressalta-se que o fator de forma médio observado ( $\overline{ff}$ ) foi de 0,504962. Portanto,  $c = 0,3974451$  é uma aproximação de  $\overline{ff} \frac{\pi}{4} = 0,396596$ .

#### 5.4 QUALIDADE DO AJUSTAMENTO DAS EQUAÇÕES

As estatísticas de avaliação da qualidade do ajuste  $\overline{R}^2$  e  $S_{\overline{y},x}$ , para as equações de volume e de afilamento, ajustadas por meio dos procedimentos 1 e 2, foram similares. Também obteve-se a mesma tendência de estimativas entre os valores observados e estimados para ambos procedimentos (Figura 4). O valor de Qui-quadrado aplicado para avaliar as diferenças das estimativas de valores de diâmetro ao longo do fuste por meio dos Procedimentos 1 e 2 foi de 0,1298, sendo um valor de menor significância a um nível de  $\alpha = 5\%$ , indicando que as estimativas não diferem entre si. Os valores de diâmetro estimados por meio do Procedimento 1 e 3 são equivalentes, utilizando a mesma equação. Esses resultados também foram evidenciados para a estimativa do volume do fuste, em que o valor de Qui-quadrado foi de 0,3979.

FIGURA 6 - VALORES OBSERVADOS DE DIÂMETRO AO LONGO DO FUSTE E VOLUME DO FUSTE ESTIMADOS POR MEIO DO MODELO AJUSTADO DE KOZAK E DE SPURR EM FUNÇÃO DOS PROCEDIMENTOS 1, 2 E 3 DE ÁRVORES ACÁCIA-NEGRA NO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL.



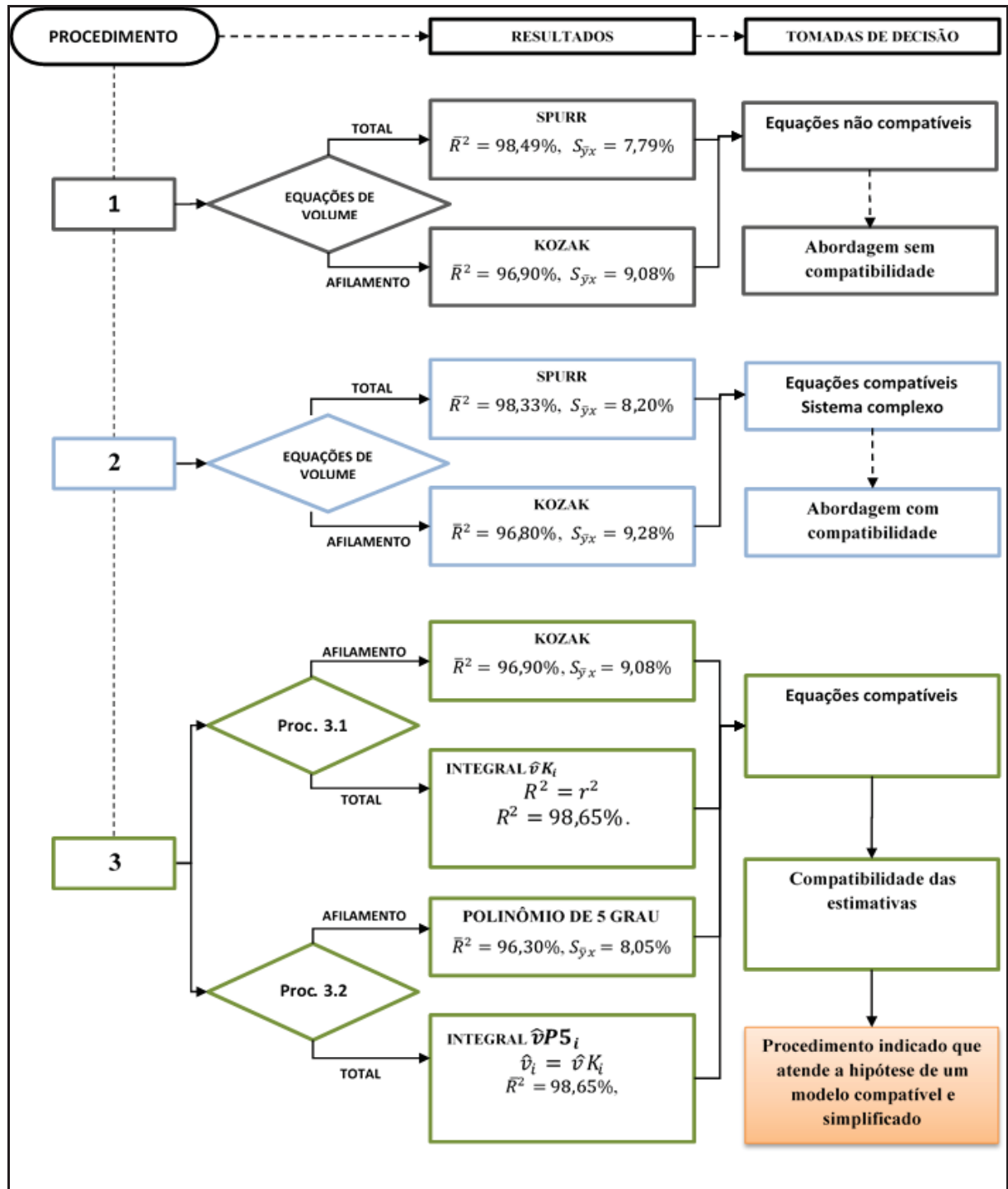
Fonte: O autor (2019)

Outros sistemas compatíveis de volume com a função de afilamento podem ser testados e aplicados, os quais foram propostos por Demaerschalk (1971, 1972, 1973) ou outros recentes propostos por Zhao e Kane (2017) e Zhao et al. (2020).

### 5.5 COMPATIBILIDADE DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME

Os resultados para cada procedimento testado estão apresentados na FIGURA 7.

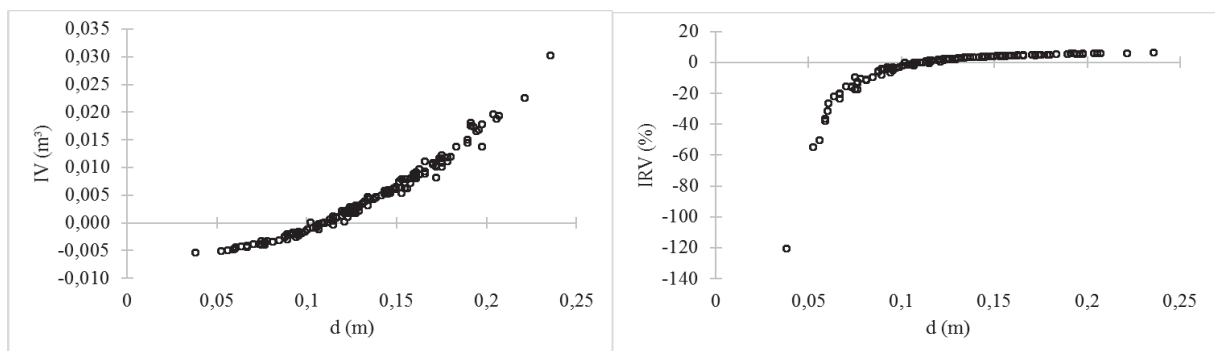
FIGURA 7 – RESUMO DOS PROCEDIMENTOS TESTADOS PARA COMPATIBILIZAR AS ESTIMATIVAS VOLUMÉTRICAS DA EQUAÇÃO DE VOLUME TOTAL E DE AFILAMENTO PARA ÁRVORES DA ESPÉCIE *Acacia mearnsii* DE WILD.



Fonte: O autor (2020)

A restrição de estimativas compatíveis,  $\hat{V}_S - \hat{V}_K = 0$ , somente não foi observada para as equações obtidas por meio do Procedimento 1, sendo essas consideradas sem compatibilidade. A não compatibilidade do volume, em termos absolutos da unidade de medida, aumentou exponencialmente em função do tamanho da árvore. Em termos relativos (IRV), essa relação foi inversa (Figura 8). Essas diferenças a nível de árvore são pequenas (em termos de quantidade de metros cúbicos de madeira), mas quando os estimadores são tomados para a unidade de área em hectare ou para a área total do povoamento tornam-se relevantes, quando se trata do volume de madeira para tal estimativa, sendo que a média da incompatibilidade de volume é de 0,004 m<sup>3</sup> e a média do percentual da incompatibilidade é de - 1,633 %.

FIGURA 8 - NÃO ADITIVIDADE DAS ESTIMATIVAS DE VOLUME OBTIDAS POR MEIO DO MODELO AJUSTADO DE SPURR E INTEGRAÇÃO DO MODELO DE AFILAMENTO DE KOZAK (PROCEDIMENTO 1) EM ÁRVORES DE ACÁCIA-NEGRA NO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL.



Fonte: O autor (2019)

## 6 DISCUSSÕES

Uma característica que se busca na modelagem do volume e de equações de afilamento é alcançar a compatibilidade, ou seja, que os valores da estimativa do volume não difiram dos valores obtidos por meio da integração da função de afilamento. Equações aditivas são necessárias para estimar o volume total (que corresponde ao volume total dos componentes) ou dos componentes do fuste que, para o caso da acácia-negra, pode ser o volume do toco, das ponteiros e o volume da madeira destinada para a indústria de cavaco. Evidentemente, a aplicação dos procedimentos testados para outras espécies em que a madeira é classificada em sortimentos especializados, com alto valor agregado, é mais interessante.

Por meio das estatísticas utilizadas para avaliação da modelagem pode-se observar que a aplicação dos três procedimentos foi apropriada para estimar volumes e diâmetro ao longo do fuste e que os três produzem estimativas semelhantes. Para os procedimentos 2 e 3 a compatibilidade da estimativa do volume foi evidenciada como sendo apropriada, o que é uma característica desejável na modelagem. Desta forma, o procedimento 1 passa a não ser indicado devido à esta falta de compatibilidade entre as funções.

A compatibilidade entre a função de volume com a função de afilamento não depende do processo de estimação dos coeficientes, pois esses dependem das funções de restrição ( $\beta$ ). O estimador utilizado para ajustar as equações apenas refletirá na eficiência das equações. Por exemplo, os modelos do Procedimento 3 foram sendo ajustados por meio de mínimos quadrados ordinários, como realizado para o Procedimento 1. Já os modelos do Procedimento 2 foram ajustados por meio de SUR. A importância de usar um estimador simultâneo para o Procedimento 2 reside na correlação entre os erros aleatórios das equações, que no presente trabalho foi de 0,59, o que é discutido por Diéguez-Aranda et al. (2006) e Zhao et al. (2020).

No Procedimento 2, aditividade das estimativas é obtida porque a equação de volume total é composta pelos mesmos coeficientes que a equação de afilamento. Para obtê-la, ajustes nos modelos originais são necessárias, de modo a forçar a compatibilidade entre as estimativas por meio dos coeficientes. Devido a isso, é necessário obter um sistema de equação para cada tipo de combinação de modelo de afilamento com o modelo de volume, o que não é uma tarefa simples. No

Procedimento 2, a compatibilidade entre a função de volume com a função de afilamento não depende do processo de estimação dos coeficientes, mas sim, das funções de restrição ( $\beta$ ).

Diéguez-Aranda et al. (2006) testaram uma série de sistemas de equações propostos por diversos pesquisadores, cada qual com a modificação necessária nos modelos para forçar a obtenção da compatibilidade. Novos modelos foram propostos recentemente por Zhao et al. (2020), incluindo a estimação dos modelos por SUR. Alguns dos sistemas são complexos, especialmente para serem aplicados de forma rápida na rotina do engenheiro florestal em uma empresa, por exemplo, pois demanda conhecimento aprofundado e específico do tema. Ao contrário, isso não é um problema para aplicações em pesquisa, nas quais os modeladores possuem maior familiaridade com as habilidades exigidas.

Os procedimentos 2 e 3 são apropriados para a modelagem visando a compatibilidade volumétrica, sendo úteis para o manejo prático das florestas e, especialmente, na avaliação de volumes totais e por sortimentos em inventários florestais. No Procedimento 3 a forma de obter a compatibilidade de maneira simplificada, quando comparada ao Procedimento 2.

O Procedimento 2 é utilizado com sucesso por muitos autores (já citados), as estimativas de volume são compatíveis e no ajuste das equações é realizada a inclusão da matriz de correlação de resíduos por meio de SUR. Sua aplicação exige um conhecimento matemático-estatístico específico, devido as exigências complexas oriundas da matemática aplicada nos modelos para garantir a aditividade do volume e também seu ajuste multivariado. Ressalta-se que a compatibilidade no Procedimento 3 é dada pela relação de volumes  $[\hat{v}_{\text{Afilamento } i} = c (d^2 h)_i]$  a compatibilidade do volume é obtida de forma natural utilizando a constante “c” (aproximação de  $\bar{f} \pi/4$ ).

Reconhecidamente nas academias de Engenharia Florestal e também nas empresas florestais frequentemente os modelos de volume mais utilizados são de Spurr e de Schumacher-Hall, para afilamento o de Kozak e Polinômio de quinto grau. Surpreendentemente, ao testar a Procedimento 2 para qualquer combinação desses quatro modelos, seguindo-se os 4 passos apresentados, a compatibilidade também foi obtida (esses resultados não foram apresentados neste trabalho). Isso não seria conseguido facilmente se fosse utilizado a ideia do Procedimento 1,



embora os sistemas já existam e possam ser encontrados consultando os trabalhos de López-Martínez et al. (2020), Péllico Netto e Behling (2019), Zhao et al. (2018), Corral-Rivas et al. (2017), Lynch et al. (2017), Zheng et al. (2017), Özçelik e Crecente-Campo (2016), Tang et al. (2016), Özçelik e Göçeri (2015), Môra et al. (2014), Özçelik e Brooks (2012), Nunes, Tomé e Tomé (2010) e Crecente-Campo et al. (2009), entre outros.

Observa-se que o ajuste do modelo de Schumacher-Hall foi realizado em sua forma linearizada ( $\ln v = \ln b_0 + b_1 \ln d + b_2 \ln h$ ). Nas equações resultantes, foi obtida modificação apenas no coeficiente de intercessão ( $b_0$ ), uma vez que a forma nas equações de afilamento de Kozak e Polinômio de quinto grau é uma constante e não varia com o tamanho da árvore. Ainda, foi denotado um valor de dois para o coeficiente  $b_1$  e um para o  $b_2$ , o que remete aos mesmos expoentes do modelo mais simples para a estimativa de volume de uma árvore ( $\hat{v} = \overline{ff} d^2 h \frac{\pi}{4}$ ). Assim, o valor do coeficiente  $b_0$  é um confundimento de  $\ln \left( \overline{ff} \frac{\pi}{4} \right)$ , em que  $\overline{ff}$  é a forma média modelada pelas funções de afilamento de Kozak ou Polinômio de quinto grau.

Os procedimentos 2 e 3 são melhores em relação ao procedimento 1, porque além de produzir estatísticas semelhantes ao procedimento 1, eles também são compatíveis.

O procedimento 2 e 3 são sistemas compatíveis para estimar o volume e revelaram semelhança nas estatísticas utilizadas para avaliação da qualidade do ajuste. O procedimento 3 é um sistema menos complexo quando comparado ao procedimento 2.

Dessa forma, a hipótese sugerida de um método mais simples, que resultasse em estimativas compatíveis e acuradas para volume total e por partes, com compatibilidade entre os modelos de forma simplificada, está evidenciada no procedimento 3.

## 7 CONCLUSÕES

Os três procedimentos testados são apropriados para estimar volumes e diâmetros ao longo do fuste. As estatísticas em relação a qualidade do ajuste para as equações de volume e de afilamento ajustadas por meio dos procedimentos testados são similares, o que revela o potencial dos 3 procedimentos.

O procedimento 1 não é indicado devido à falta de compatibilidade. A não compatibilidade do volume, em termos absolutos da unidade de medida, aumenta exponencialmente em função do tamanho da árvore.

Os Procedimentos 2 e 3 resultam em estimativas do volume obtidas por meio de uma função volumétrica e também de afilamento.

O procedimento 3 é um sistema menos complexo quando comparado ao procedimento 2 quando se trata em desenvolver os cálculos. Assim, recomenda-se o procedimento 3 como um método simplificado e com resultados de estimativas compatíveis para volume total e por partes, fortalecendo a importância da pesquisa para obter os volumes para cada sortimento desejável, viabilizando a comercialização para diferentes destinos e usos de cada sortimento.

## REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO GAÚCHA DE EMPRESAS FLORESTAIS (AGEFLOR). Disponível em: <http://www.ageflor.com.br/noticias/ageflor/acacia-negra-pode-ter-mais-rendimento-na-producao-de-mudas>. Acesso em: 07 set. 2020.

ASSIS, A. L. Avaliação de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda*. 2000 189p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras, Lavras, MG.

ASSIS, A. L.; SCOLFORO, J. R. S.; MELLO, J. M.; JÚNIOR, F. W. A.; OLIVEIRA, A. D. Comparação de modelos polinomiais segmentados e não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes ao longo do fuste de *Pinus taeda*. Cerne, Lavras, v.7, n.1 p.20-40. 2001.

ASSIS, A. L.; SCOLFORO, J. R. S.; MELLO, J. M.; JÚNIOR, F. W. A.; OLIVEIRA, A. D. Avaliação de modelos polinomiais não-segmentados na estimativa de diâmetros e volumes comerciais de *Pinus taeda*. Ciência Florestal. Santa Maria, Brasil V. 12, n.1, p. 89-107. 2002.

CHICHORRO, J. F.; RESENDE, J. L. P.; LEITE, H. G. Equações de volume e de taper para quantificar multiprodutos da madeira em floresta atlântica. Revista Árvore. Viçosa – MG. v.27, n.6, p.799-809. 2003.

CLUTTER, J. L. Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. Forest Science, v. 26, p. 117-120, 1980.

CONCEIÇÃO, M. B. Comparação de métodos de estimativa de volume em diferentes idades em plantações de *Eucalyptus grandis* Hill Ex – Maiden. 2004. 166 f. Dissertação (Mestre em Ciências Florestais). Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

CORRAL-RIVAS, J. J.; VEGA-NIEVA, D. J.; RODRÍGUEZ-SOALLEIRO, R. et al. Compatible system for predicting total and merchantable stem volume over and under bark, branch volume and whole-tree volume of pine species. Forests, v. 8, p. 1-18, 2017.

DEMAERSCHALK, J. Converting volume equations to compatible taper equations. Forest Science, v.18, n.3, p. 241–245, 1972.

DEMAERSCHALK, J. Integrated systems for the estimation of tree taper and volume. Canadian Journal of Forest Research, v.3, n.1, p. 90–94, 1973.

DEMAERSCHALK, J. P. Taper equations can be converted to volume equations and point sampling factors. The Forestry Chronicle, v. 47, p. 352-354, 1971.

DIÉGUEZ-ARANDA, U.; CASTEDO-DORADO, F.; ÁLVAREZ-GONZÁLES, J. G.; ROJO, A. Compatible taper function for Scots pine plantations in northwestern Spain. Canadian Journal of Forest Research, V. 36, p. 1190-1205, 2006.

FIGUEIREDO FILHO, A. **Influência da resinagem no crescimento de *Pinus elliottii* Engelm. var. *elliottii* e sua avaliação econômica.** Curitiba: UFPR – Setor de Ciências Agrárias, 1991, 138p. (Tese – Doutorado em Engenharia Florestal).

FIGUEIREDO FILHO, A.; BORDERS, B. E.; HITCH, K. L. **Taper equations for *Pinus taeda* plantations in southern Brazil.** Forest ecology and Management, Amsterdam, v.83, n.1/2, p.36-46, June 1996.

FIGUEIREDO FILHO, A.; SCHAAF, L. B. **Comparison between predicted volumes estimated by taper equations and true volumes obtained by the water displacement technique (xylometer).** Canadian Journal of Forest Research, Ottawa, v.29, n.4, p.451-461, Apr. 1999.

FIGUEIREDO, E. O.; SCOLFORO, J. R. S.; OLIVEIRA, A. D. **Seleção de modelos polinomiais para representar o perfil e volume do fuste de *Tectona grandis* L.f.** Acta Amazonica, v.36, n.4, p.465-482, 2006.

GOULDING, C. J.; MURRAY, J. C. **Polynomial taper equations that are compatible with tree volume equations.** New Zealand Journal of Forestry Science, v. 5, p. 313-322, 1975.

HIGA, A. R. **Projeto acácia-negra.** Colombo: Embrapa, n.º1 (1), 11 de dezembro de 1996. 2p.

KRISNAWATI, H. **A compatible estimation model of stem volume and taper for *Acacia mangium* willd. Plantations.** Indonesian Journal of Forestry Research. Pulau Fordate, v. 3, n. 1, p 49 – 64, 2016.

LÓPEZ-MARTÍNEZ, J.O.; VARGAS-LARRETA, B.; AGUIRRE-CALDERÓN, O. A.; AGUIRRE-CALDERÓN, C. G.; MACARIO-MENDOZA, P.A.; MARTÍN MARTÍNEZ-SALVADOR, M.; ÁLVAREZ-GONZÁLEZ, J. G. **Sistemas de volume cônico compatíveis para as principais espécies tropicais em México.** Silvicultura: International Journal of Forest Research. Volume 93, Edição 1, janeiro de 2020, páginas 56–74.

LYNCH, T. B.; ZHAO, D.; HARGES, W.; MCTAGUE; J. P. **Deriving compatible taper functions from volume ratio equations based on upper-stem height.** Canadian Journal of Forest Research, v. 47, p. 1424–1431, 2017.

MACHADO, S. A.; FILHO A. F. **Dendrometria**, 2 ed. Guarapuava: Unicentro, 2006. p.316.

MACHADO, S. A.; URBANO, U.; CONCEIÇÃO, M. B.; FIGUEREDI FILHO, A.; FIGUEIREDO, D. J. **Comparação de modelos de afilamento do tronco para diferentes idades e regimes de desbaste em plantações de *Pinus oocarpa* Shceide.** Boletim de pesquisa florestal. Colombo, PR. N.48, p. 41-64. Jan 2004.

MAESTRI, R. **Estimativa de produção presente e futura de volume de madeira e peso de casca para povoamentos de acácia-negra (*Acacia mearnsii* de Wild).** Tese (Mestrado em Ciência Florestal) Curitiba, Universidade Federal do Paraná - UFPR, 1992. 115p.

MENDONÇA, A. R. **Avaliação de uma metodologia para otimização do volume de toras comerciais de *Eucalyptus* sp. em função da qualidade do fuste.** 91p. Dissertação (Mestrado em Produção Vegetal) Universidade Federal do Espírito Santo, 2006.

MENDONÇA, A. R.; SILVA, G. F.; OLIVEIRA, J. T. S.; NOGUEIRA, G. S.; ASSIS, A. L. **Avaliação de funções de afilamento visando a otimização dos fustes de *Eucalyptus* sp. para multiprodutos.** Cerne, Lavras, v.13, p.71-82, 2007.

ÖZÇELİK, R.; CRECENTE-CAMPO, F. **Stem taper equations for estimating merchantable volume of lebanon cedar trees in the Taurus Mountains, Southern Turkey.** Forest Science, v. 62, n.1, p. 78-91, 2016.

ÖZÇELİK, R.; GÖÇERİ, M. F. **Compatible merchantable stem volume and taper equations for eucalyptus plantations in the Eastern Mediterranean Region of Turkey.** Turkish Journal of Agriculture and Forestry, v. 39, p. 851 – 863, 2015.

PRODAN, M.; PETERS, R.; COX, F. **Mensura florestal.** San José, Costa Rica: IICA, 1997. 586p.

QUEIROZ, D. **Avaliação de funções de afilamento e sortimentos para *Mimosa scabrella* Bentham em povoamentos nativos da região metropolitana de Curitiba/PR.** 134p. (Mestrado em Ciências Florestais). Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, 2006.

RAWCHAL, M. F. G.; DEDECEK, R. A.; CURCIO, G. R.; SIMON, A. A. **Produção de Madeira, Casca e Tanino de *Acacia mearnsii* com Sete Anos, em Solos Derivados de Micaxistos e Arenito no Município de Piratini, RS.** Embrapa Floresta, comunicado técnico nº 54, ISSN 1517-5030, 2001.

RIOS, M. S. **A eficiência das funções polinomiais, da função spiline cúbica e razões de volume para representar o perfil da árvore e estimar os sortimentos de *Pinus elliottii*.** Dissertação (Mestrado em engenharia florestal) 116p. Lavras, UFLA, 1997.

SANQUETTA, C. R.; BEHLING, A.; DALLA CORTE, A. P; et al. **Estimativa simultânea como alternativa à modelagem independente da biomassa arbórea.** Annals of Forest Science 72, 1113 (2015).

SCHNEIDER, P. R. **Modelos de equação e tabelas para avaliar o peso de casca de acácia-negra, (*Acacia mearnsii* de Wild).** Tese (Mestrado em Ciência Florestal) Curitiba, Universidade Federal do Paraná - UFPR, 1978. 149p.

SCHNEIDER, P. R.; FINGER, C. A. G.; KELIN, J. E. M.; TOTTI, J. A.; BAZZO, J. L. **Forma de fuste e sortimentos de madeira de *Eucalyptus grandis* Maiden para o estado do Rio Grande do Sul.** Ciência Florestal, v.6, n.1, p.79-88, 1996.

SCHNEIDER, P. R.; HOSOKAWA, R. T. **Estudo de equações volumétricas para tabelas de volumes com e sem casca para acácia-negra (*Acacia mearnsii* De Wild).** Silvicultura, v. 14, p.90-95, 1978.

SCHNEIDER, P. R.; OESTEN, G. **Determinação da produção de madeira em acácia-negra, (*Acacia Mearnsii* de Wild)**. Ciência e Natura, Santa Maria, 11: 101 - 111, 1989.

SCHNEIDER, P. R.; SCHNEIDER, P. S. P.; SOUZA, C. A. M. **Análise de regressão aplicada à engenharia florestal**. Santa Maria, FACOS-UFSM, 2009. 294p.

SCHNEIDER, P. R.; TONINI, H. **Utilização de variáveis Dummy em equações de volume para *acacia mearnsii* de wild**. Ciência Florestal, Santa Maria, v. 13, n. 2, p. 121-129. ISSN 0103-9954.

SCOLFORO, J. R. S.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Biometria florestal: medição e volumetria de árvores**. Lavras: Universidade Federal de Lavras / Fundação de Apoio ao Ensino, Pesquisa e Extensão. 1998. 310p.

SCOLFORO, J. R. S.; RIOS, M. S.; OLIVEIRA, A. D.; MELLO, J. M.; MAESTRE, R. **Acuracidade de equações de afilamento para representar o perfil do fuste de *Pinus elliottii***. Cerne, Lavras, v.4, n.1, p.100-122, 1998.

SILVA, J. N. M.; SCHNEIDER, P. R. **Comparação de equações de volume para povoamentos de *Acacia mearnsii* de Wild (acácia-negra) no Estado do Rio Grande do Sul**. Revista Floresta Vol.X (1): 36-42, 1979.

SOARES, T. S.; VALE, A. B.; LEITE, H. G.; MACHADO C. C. **Otimização de multiprodutos em povoamentos florestais**. Revista Árvore, v.27, n.6, p.811-820, 2003.

SOARES, T.S. **Otimização do uso da madeira em povoamentos de eucalipto**. 2002. 49 f. Tese (Mestrado em Ciência Florestal). Universidade Federal de Viçosa, Viçosa. 2002.

SOUZA, A. N. **Crescimento, produção e análise econômica de povoamentos clonais de *Eucalyptus* sp. em sistemas agroflorestais**. 203p. Tese (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Lavras – Minas Gerais. 2005.

SOUZA, C. A. M. **Avaliação de modelos de *Taper* não-segmentados e segmentados na estimação de altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus* sp.** 94p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal do Espírito Santo – Espírito Santo. 2007.

SOUZA, C. A. M.; CHASSOT, T.; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. R.; FLEIG, F. D. **Modelos de afilamento para o sortimento do fuste de *Pinnus taeda* L. stem**. Ciência Rural, Santa Maria, v.38, n.9, p.2506-2511, dez, 2008.

SOUZA, C. A. M.; SILVA, G. F.; XAVIER, A. C.; CHICHORRO, J. F.; SOARES, C. P. B.; SOUZA, A. L. **Avaliação de modelos de afilamento segmentados na estimação da altura e volume comercial de fustes de *Eucalyptus* sp.** Revista Árvore, Viçosa – MG, v.32, n.3, p. 453-463, 2008.

SOUZA, C. A. M.; SILVA, G. F.; XAVIER, A. C.; MENDONÇA, A. R.; ALMEIDA, A. Q. **Avaliação de modelos de afilamento não segmentados na estimação da altura**

**e volume comercial de *Eucalyptus* sp.** Ciência Florestal, Santa Maria, v.18, n.3, p.387-399, 2008.

STEIN, P. P.; TONIETTO, L. **Black Wattle Silviculture in Brazil.** In: BROWN, A.G.; KO, H.C. (Ed.). Black Wattle and its Utilisation. Barton: RIRDC, 1997. p. 78-82.

TANG, X.; PÉREZ-CRUZADO, C.; FEHRMANN, L. ÁLVAREZ-GONZÁLES, J. G.; LU, Y.; KLEINN, C. **Development of a compatible taper function and stand-level merchantable volume model for chinese fir plantations.** Plos One, v. 11, n. 1, p. 1 – 15, 2016.

ZHAO, D.; LYNCH, T. B.; WESTFALL, J.; COULSTON, J.; KANE, M.; ADAMS, D. E. **Compatibility, Development, and estimation of taper and volume equation systems.** Forest Science, v. 65, n. 1, p. 1-13, 2018.

ZHAO, D.; LYNCH, T.B.; WESTFALL, J.; COULSTON, J.; KANE, M.; ADAMS, D. E. **Compatibility, Development, and Estimation of Taper and Volume Equation Systems,** Forest Science, Volume 65, Issue 1, February 2019, Pages 1–13.

ZHAO, D.; KANE, M. **New variable-top merchantable volume and weight equations derived directly from cumulative relative profiles for loblolly pine.** Forest Science, v. 63, n. 3: p. 261–269, 2017.

ZHENG, C.; WANG, Y.; JIA, L.; WE, S.; SUN, C.; DUAN, J. **Compatible taper-volume models of *Quercus variabilis* Blume forests in north China.** iForest – Bio geosciences and Forestry, v. 10, p. 567 – 575, 2017.