

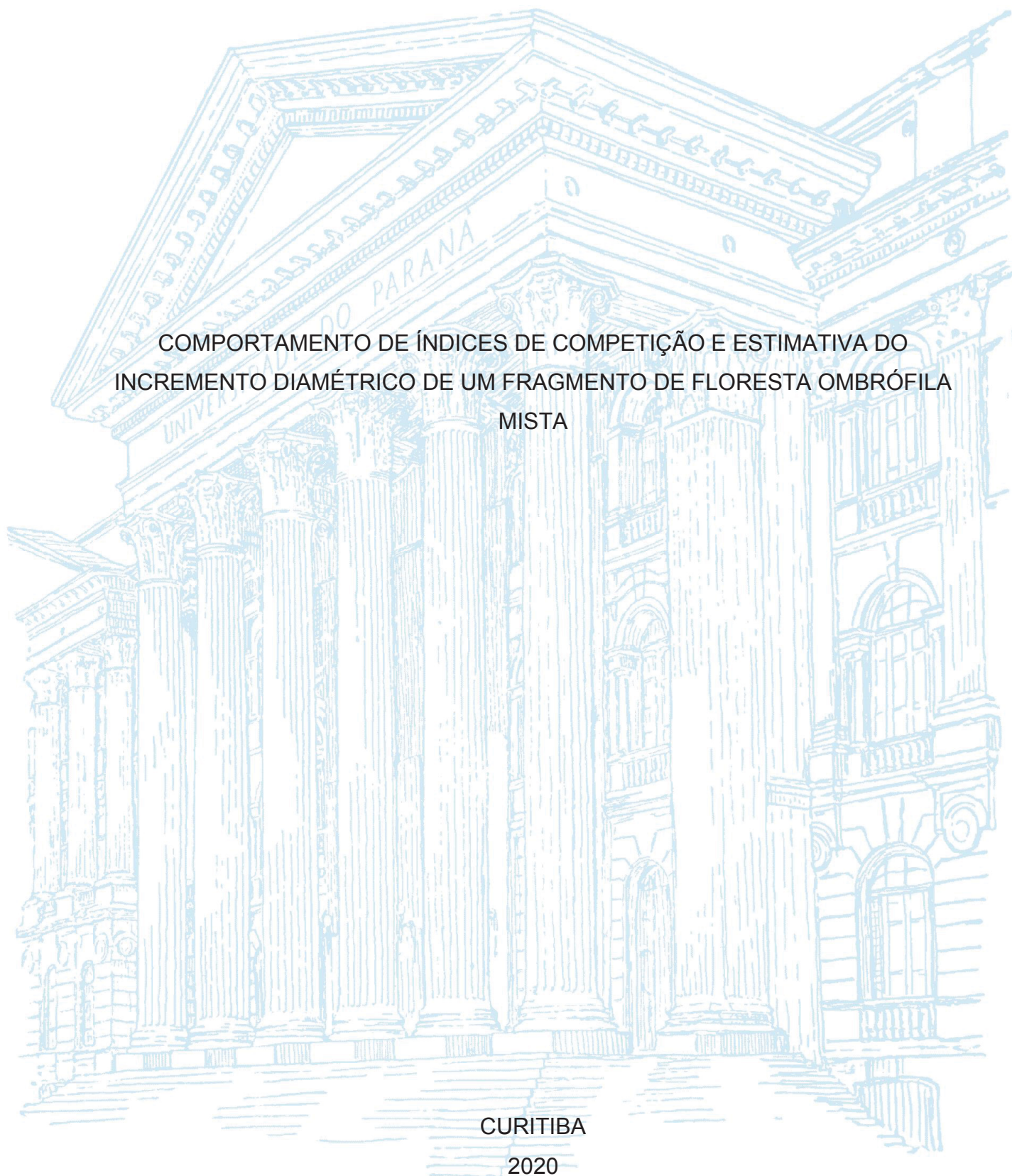
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

GABRIEL AGOSTINI ORSO

COMPORTAMENTO DE ÍNDICES DE COMPETIÇÃO E ESTIMATIVA DO  
INCREMENTO DIAMÉTRICO DE UM FRAGMENTO DE FLORESTA OMBRÓFILA  
MISTA

CURITIBA

2020



GABRIEL AGOSTINI ORSO

COMPORTAMENTO DE ÍNDICES DE COMPETIÇÃO E ESTIMATIVA DO  
INCREMENTO DIAMÉTRICO EM UM FRAGMENTO DE FLORESTA OMBRÓFILA  
MISTA

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Setor de Ciências Agrárias, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Florestal.

Orientador: Prof. Dr. Sebastião do Amaral Machado

CURITIBA

2020

Ficha catalográfica elaborada pela  
Biblioteca de Ciências Florestais e da Madeira - UFPR

Orso, Gabriel Agostini

Comportamento de índices de competição e estimativa do incremento diamétrico de um fragmento de Floresta Ombrófila Mista / Gabriel Agostini Orso. - Curitiba, 2020.

92 f. : il.

Orientador: Prof. Dr. Sebastião do Amaral Machado

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Agrárias, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal. Defesa: Curitiba, 17/02/2020.

Área de concentração: Manejo Florestal.

1. Florestas - Medição. 2. Dendrometria. 3. Árvores - Crescimento. 4. Florestas - Métodos estatísticos. 5. Teses. I. Machado, Sebastião do Amaral. II. Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Agrárias. III. Título.

CDD – 634.9

CDU – 634.0.524



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SETOR DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENGENHARIA  
FLORESTAL - 40001016015P0

## TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA FLORESTAL da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **GABRIEL AGOSTINI ORSO** intitulada: **COMPORTAMENTO DE ÍNDICES DE COMPETIÇÃO E ESTIMATIVA DO INCREMENTO DIAMÉTRICO DE UM FRAGMENTO DE FLORESTA OMBRÓFILA MISTA**, sob orientação do Prof. Dr. SEBASTIÃO DO AMARAL MACHADO, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 17 de Fevereiro de 2020.

SEBASTIÃO DO AMARAL MACHADO

Presidente da Banca Examinadora (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

DENISE JETON CARDOSO

Avaliador Externo (EMPRESA BRASILEIRA DE PESQUISA AGROPECUÁRIA)

NELSON YOSHIHIRO NAKAJIMA

Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

## RESUMO

Avaliar o crescimento das florestas é uma necessidade básica para o seu manejo e conservação. Embora a literatura florestal possua um grande acervo sobre o crescimento de povoamentos equiâneos, as florestas naturais ainda apresentam carência de conhecimento sobre os mecanismos que determinam seu crescimento. Atualmente, a ciência florestal tem voltado sua atenção ao emprego de modelos de crescimento de árvores individuais, como forma de avaliar com detalhe as interações ambientais com as árvores. Dentro desses modelos estão os índices de competição, muito utilizados como medidas de quantificação da carga ou estresse competitivo sofrido por uma determinada árvore, para assim explicar ao menos parcialmente o crescimento da floresta. Essas estimativas do crescimento, no entanto, ainda são caracterizadas por uma baixa acurácia, e o uso adequado dos índices de competição pode ser uma boa alternativa para melhorar as estimativas. Foram objetivos deste estudo avaliar o comportamento de índices de competição e estimar o incremento periódico anual em diâmetro de árvores de um fragmento de Floresta Ombrófila Mista. Para isso, foram utilizados dados de 12 parcelas permanentes de um remanescente situado na região de Curitiba – PR, com quatro medições realizadas a cada três anos até a data deste estudo. Foram utilizadas as variáveis diâmetro à altura do peito (DAP), espécie, estrato de inserção da copa no dossel da floresta, qualidade da copa, localização dos indivíduos na parcela, além de diversos índices de competição dependentes e independentes de distância. Foi avaliado o comportamento dos índices de competição diante de diferentes tamanhos de parcela e raios de seleção de vizinhas competidoras, bem como diante de modificações na formulação dos índices. Para a estimativa do incremento periódico anual em diâmetro, as observações foram classificadas baseadas em uma estratificação em dois estágios, orientada aos indivíduos e não às espécies. Esses grupos foram submetidos a uma análise discriminante utilizando, entre outras variáveis, os índices de competição para verificação *a posteriori* dos grupos formados. A estimativa do incremento ocorreu por meio do uso de um estimador de razão, calculado para cada grupo. Os resultados mostraram que os índices de competição apresentam comportamento distinto para diferentes tamanhos de parcela, indicando a necessidade de avaliação prévia do melhor tamanho de parcela para sua utilização em modelos de crescimento. Mudanças na formulação também forneceram melhorias na performance dos índices de competição. A estratificação em dois estágios foi satisfatória para formar grupos homogêneos visando à estimativa do incremento periódico anual, e os índices de competição foram importantes para a classificação das observações nos grupos pela análise discriminante. A variável estrato de inserção da copa no dossel foi adequada como *proxy* da altura para o estudo da competição. O estimador de razão por grupo forneceu boas estimativas do incremento diamétrico, que aliado ao método de formação de grupos possibilitou identificar grupos nos quais a estimativa do incremento é menos precisa, permitindo a adoção de medidas específicas para esses grupos.

Palavras-chave: Análise Discriminante. Estimador por razão. Floresta de Araucária. Modelos de crescimento. Modelos individuais.



## ABSTRACT

To assess forest growth is a basic need in forest management and conservation. Although the forest research has a large collection on even-aged stands, uneven and mixed stands still lack knowledge on the mechanisms that drive their growth. Over the past few years, forest science has focused on individual-based models to evaluate environmental and tree interactions inside the forest. Inside these models are the competition indices, widely used as measures to quantify the load or competitive stress suffered by a given tree, at least to partially explain the growth of the forest. These growth estimates, however, are still characterized by low accuracy, and an appropriate use of competition indices may be a good alternative to improve growth estimates. The aim of this study was to evaluate the behavior of competition indices and to estimate the diameter annual periodic growth of an *Araucaria* Forest remnant. We used data from 12 permanent plots of a remnant located in Curitiba - PR, with four measurements taken at every three years to the date of this study. We used the variables diameter at breast height (DBH), species, canopy insertion stratum, crown quality, coordinates of the trees inside the plot, and several distance dependent and independent competition indices. The behavior of the competition indices was evaluated in relation to different plot sizes and selection radii of competing neighbors, as well as changes in the formulae of these indices. To estimate the annual periodic increment in diameter, all observations were classified based on a two-stage stratification based on observations rather than species. These groups were submitted to a linear discriminant analysis using, among other variables, the competition indices for *a posteriori* verification for the groups. The diametric increment estimates were assessed using a ratio estimator, calculated for each group. The results showed that the competition indices have different behavior for different plot sizes, indicating a need for an evaluation of the best plot sizes prior their use in growth models. Changes in formulation also provided improvements in competition indices performance. The two-stage stratification created homogeneous groups to estimate the annual periodic increment, and the competition indices were relevant to correctly classify the observations. The stratum canopy insertion variable was adequate as a proxy for a height measure. The ratio estimator provided good estimates of the diameter growth. The ratio estimator combined to the grouping method made it possible to identify groups where the growth estimates are less accurate, allowing the adoption of specific approaches in these groups.

Keywords: *Araucaria* forest. Individual-based. Linear discriminant analysis.  
Ratio estimator. Tree-level growth models.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 -	MÉTODO DE CÁLCULO DOS ÍNDICES DE COMPETIÇÃO INDEPENDENTES DE DISTÂNCIA G, BAL E GH. ....	21
FIGURA 2 -	EXEMPLO DE CONSTRUÇÃO DOS ÍNDICES DE ÁREA POTENCIALMENTE DISPONÍVEL COM BASE EM DIAGRAMAS DE VORONOI. ....	26
FIGURA 3 -	ZONAS DE INFLUÊNCIA COMPETITIVA. ....	27
FIGURA 4 -	LOCALIZAÇÃO DO FRAGMENTO DE FLORESTA OMBRÓFILA MISTA EM QUE OPRESENTE ESTUDO FOI CONDUZIDO.....	33
FIGURA 5 -	REPRESENTAÇÃO DAS CATEGORIAS DE ESTRATO DE INSERÇÃO DA COPA NO DOSSEL NA FLORESTA.....	34
FIGURA 6 -	REPRESENTAÇÃO DA CLASSIFICAÇÃO UTILIZADA PARA DEFINIR A QUALIDADE DAS COPAS DOS INDIVÍDUOS DA ÁREA DE ESTUDO. ....	35
FIGURA 7 -	DIVISÃO E SELEÇÃO DO CONJUNTO DE DADOS DE TREINO E VALIDAÇÃO DO FRAGMENTO DE FLORESTA OMBRÓFILA MISTA DO PRESENTE ESTUDO.....	36
FIGURA 8 -	DISPERSÃO ENTRE INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL (IPA) E DIÂMETRO A 1,3 m (A) E DIÂMETRO PADRONIZADO (B). ....	41
FIGURA 9 -	EXEMPLO DO SEGUNDO NÍVEL DE ESTRATIFICAÇÃO PARA A CLASSE DE dpad 30%-40% ANTES (A) E DEPOIS (B) DA FORMAÇÃO DOS GRUPOS DE RAZÃO. ....	43
FIGURA 10 -	FUNCIONAMENTO DO ALGORITMO DE NELDER-MEAD.....	47
FIGURA 11 -	FLUXOGRAMA DA ESTRATIFICAÇÃO EM DOIS ESTÁGIOS E ESTIMATIVA DO INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL (IPA) EM DIÂMETRO. ....	49
FIGURA 12 -	DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA DO REMANESCENTE DE FLORESTA OMBRÓFILA MISTA PARA CADA ANO DE MEDIÇÃO. ....	53
FIGURA 13 -	DISPERSÃO DOS INDIVÍDUOS COM A CLASSIFICAÇÃO DOS GRUPOS PÓS ANÁLISE DISCRIMINANTE EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO PADRONIZADO (dpad) (A) E DIÂMETRO A 1,3 m (B)..	61
FIGURA 14 -	COMPORTAMENTO DO DIÂMETRO A 1,3 m PARA AS CLASSES DE dpad 30%-40% E 70%-80%.....	64

FIGURA 15 - GRÁFICOS DE DISPERSÃO DOS RESÍDUOS DA ESTIMATIVA DO INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL PARA CADA INDIVÍDUO POR GRUPO.....	68
FIGURA 16 - GRÁFICOS DE RESÍDUOS DA ESTIMATIVA DO INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL PARA TODO O BANCO DE DADOS.....	70
FIGURA 17 - CURVA DA CARACTERÍSTICA DE OPERAÇÃO DO RECEPTOR (COR) DAS FUNÇÕES DE LIGAÇÃO TESTADAS PARA A REGRESSÃO LOGÍSTICA. ....	72
FIGURA 18 - GRÁFICOS DE RESÍDUOS DA ESTIMATIVA DO INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL (IPA) COM INCLUSÃO DA REGRESSÃO LOGÍSTICA.....	73
FIGURA 19 - GRÁFICOS DE RESÍDUOS DA ESTIMATIVA DO DIÂMETRO DA TERCEIRA MEDIÇÃO (2013) A PARTIR DA PRIMEIRA MEDIÇÃO (2007).....	75
FIGURA 20 - COMPARATIVO DOS DESVIOS ABSOLUTOS (A) E RELATIVOS (B) DA FREQUÊNCIA POR CLASSE ESTIMADA PELOS MÉTODOS DE RAZÃO E MATRIZ DE TRANSIÇÃO. ....	76
FIGURA 21 - RESÍDUOS POR GRUPO DA ESTIMATIVA DO INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL PARA CADA INDIVÍDUO DO BANCO DE DADOS DE VALIDAÇÃO.....	78
FIGURA 22 - GRÁFICOS DE RESÍDUOS DA ESTIMATIVA DO DIÂMETRO DA QUARTA MEDIÇÃO (2016) DO BANCO DE DADOS DA VALIDAÇÃO.....	79



## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 -	EXEMPLOS DE ÍNDICES DE COMPETIÇÃO INDEPENDENTES DE DISTÂNCIA COMUMENTE UTILIZADOS NA LITERATURA FLORESTAL. ....	20
TABELA 2 -	EXEMPLOS DE ÍNDICES DE COMPETIÇÃO DEPENDENTES DE DISTÂNCIA COMUMENTE UTILIZADOS EM MODELOS EM NÍVEL DE ÁRVORE INDIVIDUAL. ....	24
TABELA 3 -	FORMULAÇÕES DOS ÍNDICES DE COMPETIÇÃO INDEPENDENTES DE DISTÂNCIA UTILIZADOS PARA CÁLCULO DA COMPETIÇÃO NO FRAGMENTO DE FLORESTA OMBRÓFILA MISTA. ....	37
TABELA 4 -	FORMULAÇÕES DOS ÍNDICES DE COMPETIÇÃO DEPENDENTES DE DISTÂNCIA UTILIZADOS PARA CÁLCULO DA COMPETIÇÃO NO FRAGMENTO DE FLORESTA OMBRÓFILA MISTA. ....	38
TABELA 5 -	EXEMPLO DE MATRIZ DE CLASSIFICAÇÃO PARA UMA CLASSE COM QUATRO GRUPOS. ....	44
TABELA 6 -	ESTRUTURA HORIZONTAL DAS 10 ESPÉCIES COM MAIORES ÍNDICES DE VALOR DE COBERTURA (IVC) DO FRAGMENTO DE FLORESTA OMBRÓFILA MISTA NA PRIMEIRA MEDIÇÃO (2007). ....	52
TABELA 7 -	ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS DO DIÂMETRO A 1,3 m DO SOLO (DAP), NÚMERO DE ÍNDIVÍDUOS E ÁREA BASAL POR HECTARE PARA OS ANOS DE MEDIÇÃO DO FRAGMENTO DE FLORESTA OMBRÓFILA MISTA. ....	53
TABELA 8 -	CORRELAÇÃO ENTRE ÍNDICES DE COMPETIÇÃO INDEPENDENTES DE DISTÂNCIA E INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL (IPA) PARA DIFERENTES TAMANHOS DE PARCELA. ....	54
TABELA 9 -	CORRELAÇÃO ENTRE ÍNDICES DE COMPETIÇÃO DEPENDENTES DE DISTÂNCIA E INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL (IPA) PARA DIFERENTES RAIOS DE SELEÇÃO DE COMPETIDORES. ....	54
TABELA 10 -	CORRELAÇÃO ENTRE AS DEMAIS VARIÁVEIS UTILIZADAS E O INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL (IPA). ....	55

TABELA 11 - VALOR DO ESTIMADOR DE RAZÃO $RG$ E SUA SIGNIFICÂNCIA AO NÍVEL DE 95% DE PROBABILIDADE PARA CADA GRUPO. ....	61
TABELA 12 - PRIMEIRA FUNÇÃO LINEAR CANÔNICA PADRONIZADA RESULTANTE DA ANÁLISE DISCRIMINANTE DE CADA CLASSE DE $dpad$ DO FRAGMENTO DE FLORESTA OMBRÓFILA MISTA. ...	62
TABELA 13 - ERRO PERCENTUAL POR GRUPO E CLASSE DE $dpad$ DAS OBSERVAÇÕES UTILIZANDO VALIDAÇÃO CRUZADA <i>LEAVE-ONE-OUT</i> NO REMANESCENTE DE FLORESTA OMBRÓFILA MISTA. ....	63
TABELA 14 - ORDEM DE CONTRIBUIÇÃO POR CLASSE DE $dpad$ DAS VARIÁVEIS UTILIZADAS NA ANÁLISE DISCRIMINANTE PARA CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES NOS GRUPOS.....	64
TABELA 15 - RAIZ DO ERRO QUADRÁTICO MÉDIO (REQM) DA ESTIMATIVA DO INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL POR GRUPO E PARA CADA CLASSE DE $dpad$ . ....	66
TABELA 16 - RAIZ DO ERRO QUADRÁTICO MÉDIO PERCENTUAL (REQM%) DA ESTIMATIVA DO INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL POR GRUPO E PARA CADA CLASSE DE $dpad$ . ....	66
TABELA 17 - RELAÇÃO DE ESTUDOS VOLTADOS PARA A ESTIMATIVA DO INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL (IPA) DIAMÉTRICO POR TIPOLOGIA FLORESTAL, ESPÉCIE, LOCAL E ERRO ENCONTRADO.....	67
TABELA 18 - SENSITIVIDADE E ESPECIFICIDADE ÓTIMAS PARA AS FUNÇÕES DE LIGAÇÃO TESTADAS NA REGRESSÃO LOGÍSTICA.....	72
TABELA 19 - RAIZ DO ERRO QUADRÁTICO MÉDIO ABSOLUTA E RELATIVA PARA AS ESTIMATIVAS DO INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL PARA OS DADOS DA VALIDAÇÃO DO REMANESCENTE DE FLORESTA OMBRÓFILA MISTA. ....	77

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>12</b>
1.1	OBJETIVOS .....	14
<b>2</b>	<b>REVISÃO DE LITERATURA</b> .....	<b>15</b>
2.1	MODELOS DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO .....	15
2.1.1	Modelos globais ou do povoamento .....	15
2.1.2	Modelos de classe de tamanho .....	16
2.1.3	Modelos de árvore individual .....	18
2.1.3.1	Modelos independentes de distância.....	20
2.1.3.2	Modelos dependentes de distância .....	22
2.2	ÍNDICES DE COMPETIÇÃO .....	24
2.2.1	Medidas de densidade e estocagem .....	24
2.2.2	Relação de tamanhos.....	25
2.2.3	Área potencialmente disponível.....	25
2.2.4	Zonas de influência competitiva .....	26
2.2.5	Outros índices .....	27
2.3	MODOS DE COMPETIÇÃO .....	27
2.4	ANÁLISE DISCRIMINANTE .....	29
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS</b> .....	<b>33</b>
3.1	DESCRIÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO.....	33
3.2	ESTIMATIVA DO INCREMENTO .....	35
3.2.1	Variáveis utilizadas .....	35
3.2.1.1	Índices de competição .....	36
3.2.2	Estratificação .....	39
3.2.2.1	Otimização da análise discriminante .....	45
3.2.3	Estimativa por razão.....	47
3.3	COMPARAÇÃO COM MATRIZ DE TRANSIÇÃO .....	50
3.4	VALIDAÇÃO .....	51
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> .....	<b>52</b>
4.1	ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS DA ÁREA DE ESTUDO .....	52
4.2	ÍNDICES DE COMPETIÇÃO .....	53
4.3	ANÁLISE DISCRIMINANTE .....	60
4.4	ESTIMATIVA DO INCREMENTO .....	65

4.4.1	Indivíduos sem incremento .....	71
4.5	ESTIMATIVA DO DIÂMETRO FUTURO .....	74
4.6	COMPARAÇÃO COM MATRIZ DE TRANSIÇÃO .....	76
4.7	VALIDAÇÃO .....	77
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>80</b>
<b>6</b>	<b>RECOMENDAÇÕES .....</b>	<b>81</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>82</b>
	<b>APÊNDICE 1 – INFORMAÇÕES COMPLEMENTARES DOS GRUPOS E</b>	
	<b>ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DO ESTIMADOR DE RAZÃO .....</b>	<b>91</b>

## 1 INTRODUÇÃO

O conhecimento da taxa de crescimento da floresta é uma necessidade básica para o manejo florestal, seja para definir o ciclo de corte em um plano de manejo florestal sustentável ou para avaliar o tempo de recuperação de uma área degradada. Para isso, a ciência florestal tem se dedicado ao estudo do crescimento e da produção, com pesquisas voltadas tanto para florestas plantadas quanto para florestas naturais.

Embora exista um considerável histórico de exploração, as florestas naturais ainda apresentam um déficit no conhecimento sobre os fatores que influenciam seu crescimento, quando em comparação com o conhecimento sobre florestas plantadas. Algumas razões justificam essa defasagem: (i) a existência de inúmeras espécies, (ii) a ocorrência de árvores com idades distintas, (iii) o baixo crescimento e tempo de resposta para avaliar experimentos em longo prazo, (iv) limitações de acesso e medição em determinadas situações, dentre outros fatores.

O conjunto desses elementos torna impraticável a utilização de algumas variáveis comumente utilizadas no manejo de povoamentos florestais (PENG, 2000; ZHAO *et al.*, 2004), o que dificulta o controle dos fatores que atuam na floresta e mais especificamente nos indivíduos, tornando as estimativas de crescimento menos acuradas.

Para essas situações, algumas pesquisas têm voltado sua atenção ao emprego de modelos de crescimento de árvores individuais, nos quais o objeto de estudo e escala de saída das respostas é o próprio indivíduo arbóreo. Algumas vantagens dessa abordagem são a habilidade de captar e quantificar as mudanças na estrutura da floresta e os fatores que podem alterar seu desenvolvimento (CANETTI *et al.*, 2016), ao custo de uma maior complexidade e exigência computacional (JUDSON, 1994).

O uso de variáveis denominadas de índices de competição é algo comum à maioria dos trabalhos que trata de modelos de árvores individuais, as quais buscam explicar ou resumir o nível de interferência local sofrido por um determinado indivíduo perante as árvores vizinhas e relacionar essa informação com seu crescimento (WEINER, 1984, 1988). Essas medidas podem se dar em função das relações de tamanho ou ocupação e distância entre cada árvore e suas vizinhas, o que eventualmente se resume a uma disputa por recursos (WEINER, 1990; WEINER *et*



*al.*, 1997; LIN *et al.*, 2013; POMMERENING; SÁNCHEZ-MEADOR, 2018; KUEHNE *et al.*, 2019).

Apesar de existir uma grande variedade de índices de competição desenvolvidos ao longo do tempo, atualmente não há consenso sobre qual índice ou qual grupo de índices é mais apropriado. Considerando-se que o comportamento de cada índice de competição varia de acordo com a quantidade de vizinhos ou a área selecionada para compô-lo, pequenas mudanças nas suas formulações podem melhorar seu desempenho para fins de estimativa do crescimento diamétrico.

No Brasil existem diversos trabalhos nessa temática para florestas nativas, com exemplos de aplicação desde para a Floresta Amazônica (CUNHA *et al.*, 2013) até a Floresta Ombrófila Mista (CANETTI *et al.*, 2016).

A Floresta Ombrófila Mista, também chamada de Floresta de Araucária, tem ocorrência predominante no Sul do Brasil, com fragmentos que se distribuem até o estado de Minas Gerais (BEHLING; PILLAR, 2007). Com o passado de exploração principalmente de araucária (*Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze) e Imbuia (*Ocotea porosa* (Nees & Mat.) Barroso) e a conversão irrestrita da vegetação em outros usos, hoje a distribuição dessa formação florestal é restrita a fragmentos de menores dimensões e Unidades de Conservação (BITTENCOURT; SEBBENN, 2009; INZA *et al.*, 2018). Esses impactos causaram prejuízos para a floresta, como perda da riqueza e fragmentação da cobertura florestal original (SILVA; SCHMITT, 2015).

Dada a importância da Floresta Ombrófila Mista, é imprescindível uma determinação acurada da taxa de crescimento da floresta. Porém, a quantidade de espécies da Floresta Ombrófila Mista garante uma exaustiva possibilidade de relações intrae e interespecíficas. Analisar o crescimento desse tipo de formação florestal, então, requer uma redução da escala dos modelos (BARTELINK, 2000), de forma a incorporar essas influências de pequena escala no comportamento de cada indivíduo. Para isso, os modelos de árvore individual são apropriados.

Muitos dos trabalhos sobre essa temática utilizam apenas uma ou algumas espécies para estudo. No entanto, quando toda a floresta é alvo de estimativa, é comum a formação de grupos de espécies com base em uma determinada classificação (GOURLET-FLEURY; HOLLIER, 2000). Essas estimativas são comumente marcadas por uma baixa acurácia, dada a heterogeneidade da floresta.

A formação desses grupos também é alvo de debate no meio florestal, visto que a não segmentação em grupos remete ao manuseio de dados extremamente

variáveis e discrepantes. Quando esses dados são utilizados, os grupos resultantes muitas vezes não são bem definidos e podem fornecer resultados diferentes, dependendo do objetivo do estudo (GOURLET-FLEURY *et al.*, 2005; PICARD *et al.*, 2012). Logo, a metodologia utilizada para formar grupos deve ser criteriosamente selecionada para gerar resultados satisfatórios.

Uma classificação orientada aos indivíduos para a formação de grupos visando a estimativa do incremento diamétrico individual pode ser uma melhor alternativa em relação a metodologias de agrupamento de espécies.

## 1.1 OBJETIVOS

Os objetivos gerais deste estudo foram avaliar o comportamento de índices de competição e estimar o incremento periódico anual em diâmetro de um fragmento de Floresta Ombrófila Mista. Para isso, foram traçados alguns objetivos específicos, a saber:

- Avaliar o efeito do tamanho de parcela e raio de seleção de vizinhas competidoras nos índices de competição;
- Testar modificações na formulação dos índices de competição;
- Encontrar uma metodologia adequada para a formação de grupos de indivíduos voltada para a estimativa do incremento periódico anual em diâmetro;
- Identificar as variáveis que mais contribuíram para a formação dos grupos de indivíduos;
- Obter a precisão das estimativas de incremento periódico anual em diâmetro.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

### 2.1 MODELOS DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO

Modelos são representações simplificadas da realidade que procuram conceitualizar interações chaves de um sistema (VANCLAY, 1994; WEISKITTEL *et al.*, 2011). Permitem projetar de forma lógica esses processos ou comportamentos, gerando informações relevantes para o modelador (PENG, 2000). Ressalta-se que, para fins de explicação, modelos se referem a qualquer representação de um processo, seja essa representação de natureza matemática ou não.

Florestas, de um modo geral, efetuam uma infinidade de processos biológicos em constante mudança, o que se configura em um sistema complexo e dinâmico (PENG, 2000). Esses processos e relações, por sua vez, também são passíveis de representação por meio de um modelo (com maior ou menor grau de representatividade). Assim, modelos de crescimento e produção são ferramentas que auxiliam na mensuração e na compreensão dos processos dinâmicos da floresta, e para encontrar os fatores mais relevantes nesse processo (WEISKITTEL, 2011).

Tradicionalmente, os modelos de crescimento e produção são divididos em: modelos globais ou do povoamento, modelos de classe de tamanho e modelos em nível de árvore individual (VANCLAY, 1994; PENG, 2000; PRETZSCH, 2009; WEISKITTEL *et al.*, 2011). No entanto, essa divisão não é consensual entre os pesquisadores, existindo diversas outras classificações que são utilizadas (PORTÉ; BARTELINK, 2002). Cada um desses grupos possui suas peculiaridades, como a abordagem utilizada, variáveis de entrada ou objeto de modelagem.

#### 2.1.1 Modelos globais ou do povoamento

Talvez as mais antigas representações de uma floresta são as tabelas de produção, baseadas inteiramente em observações da produção ao longo do tempo. Com o passar dos anos, a simples observação da tendência de crescimento deu lugar às curvas de crescimento (PENG, 2000).

Considerados como geralmente mais simples e robustos, os modelos globais ou do povoamento pertencem ao grupo mais disseminado e utilizado para florestas. A principal característica desses modelos é a utilização de variáveis que caracterizam

todo o povoamento, como a área basal, a densidade, o sítio, a idade ou o grau de estocagem, e possuem como unidade básica de modelagem o povoamento (CAMPOS; LEITE, 2017). Por justamente fazer uso de informações de larga escala, esse grupo de modelos necessita de relativamente pouca informação para simular o crescimento (VANCLAY, 1994), e para povoamentos monoespecíficos e equiâneos o grupo oferece resultados satisfatórios. O modelo mais conhecido e utilizado desse grupo é, sem dúvida, o modelo de produção de Clutter (CLUTTER, 1963; CAMPOS; LEITE, 2017), que é tomado como exemplo em (2.1):

$$\begin{cases} \ln(V_2) = \beta_0 + \beta_1/I_2 + \beta_2 S + \beta_3(\ln G_2) + e_i \\ \ln(G_2) = \ln G_1(I_1/I_2) + \alpha_1(1 - (I_1/I_2)) + \alpha_2((1 - (I_1/I_2))S) + e_i \end{cases} \quad (2.1)$$

Em que:  $V_2$  é o volume na segunda ocasião, em;  $m^3 \cdot ha^{-1}$   $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  e  $\beta_3$  são os parâmetros do modelo volumétrico;  $I_1$  é a idade na primeira ocasião, em meses ou anos;  $I_2$  é a idade na segunda ocasião, em meses ou anos;  $S$  é o índice de sítio, em metros;  $G_1$  é a área basal na primeira ocasião, em  $m^2 \cdot ha^{-1}$ ;  $G_2$  é a área basal na segunda ocasião, em  $m^2 \cdot ha^{-1}$ ;  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  são os parâmetros do modelo de área basal; e  $e_i$  é o erro aleatório.

Esse modelo utiliza informações comuns de todo o povoamento para prever a produção futura, como área basal, idade e índice de sítio. Embora úteis na estimativa de florestas monoespecíficas e equiâneas, tais modelos não oferecem praticamente qualquer detalhe sobre as árvores dentro do povoamento. Além disso, são de uso limitado para florestas mistas e inequiâneas, uma vez que, ao receberem informações médias ou totais como entrada, acabam por generalizar a floresta (VANCLAY, 1994; PENG, 2000).

### 2.1.2 Modelos de classe de tamanho

De acordo com Alder (1995), essa é o método mais antigo desenvolvido para projeções do crescimento em florestas tropicais. Considerada como intermediária, visto que se posiciona entre os modelos globais e os de árvore individual, a unidade básica de modelagem são as classes de árvores, que podem ser agrupadas com base

em atributos métricos, como diâmetro ou altura, bem como por grupos ecológicos, espécies ou outros fatores convenientes. Vanclay (1994) explica a amplitude das classes de modelos, exemplificando que modelos globais podem ser considerados modelos de classe de tamanho com uma única classe, ao passo que modelos de árvores individuais podem ser considerados modelos de classe de tamanho onde cada árvore representa uma classe. Assim, a abordagem por classes de tamanho representa os modelos que dividem a floresta em duas ou mais classes, porém com menos classes que o número total de árvores.

A partir desses modelos por classe, já se torna evidente uma abordagem mais detalhada da floresta, como a inclusão de estimativas de sobrevivência e recrutamento, o que considera detalhamento suficiente para diversas aplicações florestais (VANCLAY, 1994; PENG, 2000).

Uma clara diferença dos modelos globais é o uso de diferentes valores de uma mesma variável para compor o sistema, como diferentes diâmetros, alturas, ou informações categóricas (e.g., espécie). No grupo anterior, apenas informações médias do povoamento participam do modelo.

A modelagem em classe de diâmetro é muito utilizada para florestas plantadas, mas tem a idade como base da modelagem (CASTRO et al., 2016). Para florestas nativas, a projeção da distribuição é feita com base nos incrementos das classes diamétricas, utilizando, por exemplo, a razão de movimentação (AUSTREGÉSILO et al., 2004), que utiliza a razão entre o incremento periódico anual (IPA) da classe e a amplitude da classe (2.2).

$$RM_C = \left( \frac{\overline{IPA}_C}{I} \right) \cdot 100 \quad (2.2)$$

Em que  $RM_C$  é a razão de movimentação da classe  $C$ ;  $\overline{IPA}_C$  é o incremento periódico anual médio da classe em  $\text{cm.ano}^{-1}$ ;  $I$  é a amplitude da classe em  $\text{cm}$ .

O quociente de De Liocourt (De Liocourt (1898) apud Alder (1995)) é uma das mais antigas representações de projeção do crescimento entre classes, na qual o autor introduz uma razão de movimentação com base em uma série geométrica.

Outro método empregado é o método de Wahlenberg, que consiste em calcular o incremento de cada indivíduo na classe e somar ao diâmetro das árvores



da classe. A proporção de movimentação é feita contabilizando os indivíduos que cresceram o suficiente para avançar de classe (AUSTREGÉSILO et al., 2004).

Posteriormente, outros métodos passaram a ser utilizados, como as Matrizes de Transição. Estas buscam estimar a probabilidade de indivíduos se moverem para outra classe (PORTÉ; BARTELINK, 2002; ALDER, 1995). Em (2.3) há uma rápida representação de uma matriz de transição adaptada de Vanclay (1994). Nela, existe o número inicial de indivíduos em cada classe ( $V_1$ ), a probabilidade de um indivíduo se mover para outra classe ( $M$ ), e o número final de indivíduos no final do período ( $V_2$ ).

$$\begin{matrix} \begin{bmatrix} 0,75 & 0 & 0 & 0 \\ 0,25 & 0,75 & 0 & 0 \\ 0 & 0,25 & 0,75 & 0 \\ 0 & 0 & 0,25 & 1 \end{bmatrix} & \times & \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} 3 \\ 2,5 \\ 1,25 \\ 0,25 \end{bmatrix} \\ M & & \times V_1 & = & V_2 \end{matrix} \quad (2.3)$$

Outro tipo de modelo que pode ser enquadrado nessa classificação são os modelos de coorte, que agrupam indivíduos com base em grupos de espécies e seus hábitos além de variáveis dendrométricas, e geram estimativas e projeções para esses grupos (ALDER; SILVA, 2000; ORELLANA, 2014).

### 2.1.3 Modelos de árvore individual

Os modelos em nível de árvore individual são considerados os mais complexos quanto ao nível de informação requerida para seu funcionamento. Sendo o indivíduo a unidade básica da modelagem, é natural que as informações que dão entrada nesses modelos sejam referentes às próprias árvores (WEISKITTEL *et al.*, 2011; POMMERENING; SÁNCHEZ-MEADOR, 2018).

Apesar do afunilamento do alvo da modelagem, esse grupo não se isenta de variáveis explanatórias que também são necessárias nos demais grupos, como informações de dimensão ou capacidade produtiva, por exemplo. No entanto, essas informações possuem agora uma expressão local, podendo estar representadas indiretamente ou agrupadas em uma mesma variável, e variam de indivíduo a indivíduo. Esse maior detalhamento propicia a utilização desse grupo de modelos para florestas mistas e inequidâneas. Modelos de povoamento, por exemplo, são inadequados para florestas mistas, visto que as características referentes a cada

espécie são perdidas ao se trabalhar com a floresta como um todo. Em modelos individuais essas informações podem ser inseridas no modelo (PENG, 2000).

Entre as desvantagens da utilização de modelos em nível de árvore individual, se destacam a necessidade de dados mais detalhados, além de um maior custo operacional e financeiro para sua construção (WEISKITTEL *et al.*, 2011).

No Brasil, existem diversos trabalhos nessa temática para florestas nativas, com exemplos de aplicação para a Floresta Amazônica (PHILLIPS *et al.*, 2004; CUNHA; FINGER, 2013; CUNHA *et al.*, 2013; NASCIMENTO, 2016; VATRAZ *et al.*, 2018a, VATRAZ *et al.*, 2018b), Floresta Estacional (DELLA-FLORA *et al.*, 2004; CASTRO *et al.*, 2014; SILVEIRA *et al.*, 2015) e Floresta Ombrófila Mista (CHASSOT *et al.*, 2011; TÉO *et al.*, 2015; CANETTI *et al.*, 2016; ORELLANA *et al.*, 2016; ORELLANA *et al.*, 2017; CHASSOT; FLEIG, 2018; RICKEN *et al.*, 2018; WEBER *et al.*, 2018; LAMBRECHT *et al.*, 2019). A maioria dos trabalhos dessa linha, no entanto, busca estudar uma ou algumas espécies para a estimativa do crescimento, que são analisadas separadamente (LORIMER, 1983; PUKKALA; KOLSTRÖM, 1987; DELLA-FLORA *et al.*, 2004; ADAME *et al.*, 2008; KIERNAN *et al.*, 2008; LHOTKA; LOEWENSTEIN, 2011; EASDALE *et al.*, 2012; CUNHA; FINGER, 2013; SILVEIRA *et al.*, 2015; CANETTI *et al.*, 2016; CHASSOT; FLEIG, 2018; LAMBRECHT *et al.*, 2019; OBOITE; COMEAU, 2019). Trabalhos que buscam determinar o crescimento de todos os indivíduos da floresta muitas vezes recorrem à formação de grupos de espécies ou indivíduos, com base em uma determinada classificação (GOURLET-FLEURY; HOULLIER, 2000; PHILLIPS *et al.*, 2004; CASTRO *et al.*, 2014; NASCIMENTO, 2016; ORELLANA *et al.*, 2017; HUI *et al.*, 2018; RICKEN *et al.*, 2018; KUEHNE *et al.*, 2019).

Nessa classe de modelos surgem os índices de competição, que são responsáveis por fornecer informações sobre o estresse competitivo, e podem ser analogamente descritos como redutores do potencial de crescimento do indivíduo arbóreo naquele local (BURTON, 1993). Existem inúmeros índices de competição que utilizam diferentes abordagens ecológicas e matemáticas para avaliar o estado competitivo da floresta.

Dado seu leque de abrangência, os modelos de árvore individual são comumente divididos em dois grupos, com base na natureza do índice de competição utilizado: modelos independentes de distância e modelos dependentes de distância.

### 2.1.3.1 Modelos independentes de distância

Também chamados de modelos não espaciais ou não dependentes, eles utilizam índices de competição que não fazem uso de uma medida de distância entre a árvore alvo e as vizinhas (Índices Independentes de Distância - IID). Como não há medida de distância entre os indivíduos, todas as árvores da parcela são consideradas competidoras. Assim, esses índices assumem uma mesma intensidade competitiva para toda a parcela, e são calculados com base nas informações médias da parcela ou do povoamento. Exemplos de índices de competição não espaciais são o índice *BAL* (área basal das árvores maiores que a árvore alvo - *Basal Area in Larger Trees*) (SCHÜTZ, 1975), área basal *G* ( $\text{m}^2.\text{ha}^{-1}$  ou  $\text{m}^2.\text{parcela}^{-1}$ ), e Glover & Hool (*GH*) (WEISKITTEL *et al.*, 2011) dispostos na Tabela 1.

TABELA 1 - EXEMPLOS DE ÍNDICES DE COMPETIÇÃO INDEPENDENTES DE DISTÂNCIA COMUMENTE UTILIZADOS NA LITERATURA FLORESTAL.

IC	Fórmula	Fonte
<i>BAL</i>	$BAL_i = \sum_{j=1}^{n_j} g_j \quad \forall g_j > g_i$	Schütz (1975)
<i>G</i> ( $\text{m}^2$ )	$G = \sum_{i=1}^{n_p} g_i$	-
Glover & Hool	$GH_i = \frac{d_i^2}{\bar{d}^2}$	Weiskittel <i>et al.</i> (2011)

FONTE: o autor (2020).

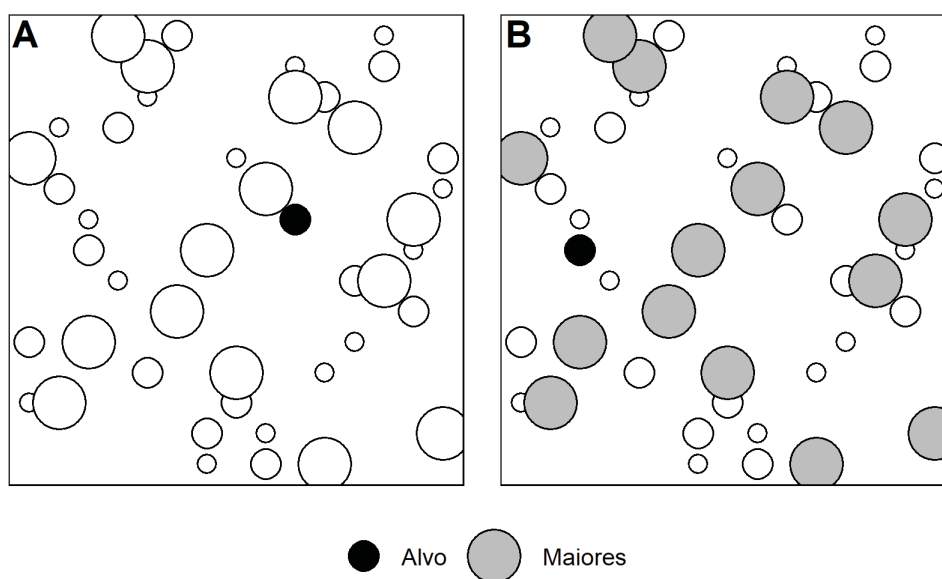
LEGENDA:  $BAL_i$  é a área basal das árvores maiores que a árvore alvo  $i$ ;  $g_j$  é a área transversal da árvore competidora  $j$ ;  $n_j$  é o número de árvores vizinhas  $j$  maiores que a árvore alvo;  $G$  é a área basal da parcela  $p$ ;  $g_i$  é a área transversal de cada árvore pertencente à parcela  $p$ ;  $GH_i$  é o índice Glover & Hool;  $d_i$  é o diâmetro da árvore alvo, e  $\bar{d}^2$  é a média dos diâmetros quadráticos da parcela.

Existem ainda diversos outros índices que se enquadram como independentes de distância, porém os destacados na Tabela 1 são bons exemplos do funcionamento dessa classe de índices, além de serem amplamente utilizados na pesquisa florestal.

Na Figura 1 estão representadas duas parcelas idênticas com  $n$  indivíduos amostrados. Os círculos pretos em ambos os painéis são a árvore alvo  $i$ , aquela que se deseja calcular os índices. Para determinar a área basal ( $G$ ), por exemplo, basta

calcular as áreas transversais de cada árvore da parcela e somá-las. Para calcular o índice *BAL*, somam-se somente as áreas transversais das árvores que satisfazem a condição  $g_j > g_i$ , exemplificadas em tom de cinza no painel direito da figura. Já para o índice de Glover & Hool (*GH*) se divide o quadrado do diâmetro da árvore alvo  $d_i$  pela média dos diâmetros quadráticos da parcela  $\overline{d^2}$ .

FIGURA 1 - MÉTODO DE CÁLCULO DOS ÍNDICES DE COMPETIÇÃO INDEPENDENTES DE DISTÂNCIA *G*, *BAL* E *GH*.



FONTE: o autor (2020).

Uma noção essencial para a utilização desse tipo de índice é a percepção de que eles levam em conta informações médias. Em ambos os painéis da Figura 1 as árvores alvo possuem o mesmo diâmetro e estão na mesma parcela. Com base nessas informações, em ambos os painéis as árvores possuem os mesmos valores de *BAL*, *G* e *GH*.

Essa característica aparenta uma falta de representatividade dos índices para árvores próximas da borda da parcela, de forma que quanto mais próxima da borda está a árvore alvo, menos representativo será o índice de competição. Contudo, os índices independentes de distância frequentemente fornecem as maiores contribuições em modelos individuais, e não há evidências concretas sobre a melhor classe de índices (TOMÉ; BURKHART, 1989; PENG, 2000; SILVEIRA *et al.*, 2015).

Essa representatividade também depende de outros fatores, como características da floresta e da parcela. Em plantios homogêneos e equiâneos, a probabilidade de uma área adjacente, fora da parcela, ser similar em densidade e dimensão dos indivíduos à parcela amostrada é consideravelmente maior que em uma floresta nativa. Em outras palavras, as redondezas de uma parcela de inventário em uma floresta plantada tendem a ser parecidas com o interior da parcela. Isso melhora a precisão do índice e aumenta sua contribuição no modelo de crescimento. Além disso, o tamanho e formato da parcela (da qual se retirarão as informações médias dos índices) exerce efeito notável na qualidade do índice, uma vez que parcelas muito pequenas podem ser pouco representativas para avaliar a competição local, e parcelas demasiadamente grandes se tornam generalistas para mensurar efeitos locais.

Ademais, é comum observar na literatura científica adaptações na utilização dos índices, como o aumento ou diminuição da potência no índice de Glover & Hool. A própria variável utilizada pode ser diferente, como a altura ou área da copa em vez de diâmetro. Outras informações e exemplos a respeito de índices independentes de distância, adaptações e limitações podem ser encontradas em Tomé e Burkhart (1989) e Burton (1993).

Como exemplo de utilização de índices de competição não espaciais, cita-se o trabalho de Silveira *et al.* (2015), no qual foram testados diversos índices para *Trichilia claussoni* C.DC., uma espécie arbórea recorrente na Floresta Estacional Semidecidual, sendo o *BAL* o índice de competição de maior expressão para a espécie estudada pelos autores. Como resultado, esses autores definiram a equação (2.4).

$$id = \beta_0 \cdot IS - \beta_1 \cdot BAL \quad (2.4)$$

Em que: *id* é o incremento diamétrico;  $\beta_0$  e  $\beta_1$  são os parâmetros do modelo; *IS* é o índice de saliência (diâmetro da copa/diâmetro à altura do peito); e *BAL* é o índice de competição *Basal Area in Larger Trees*.

#### 2.1.3.2 Modelos dependentes de distância

Essa classe de modelos requer, como o nome evidencia, a utilização de índices dependentes de distância como variável de entrada dos modelos.



Teoricamente, os índices dependentes deveriam apresentar melhor desempenho na avaliação da competição, e fornecer resultados mais acurados nas estimativas de crescimento. Essa superioridade, entretanto, ainda não é consenso na literatura científica (PENG, 2000). Alguns trabalhos precursores nessa linha foram desenvolvidos por Newnham (1964) e Staebler (1951) *apud* Newnham (1964), nos quais foram apresentados índices relacionados com zonas de influência e sobreposição de copas entre árvores.

A principal diferença dos índices dependentes de distância dos anteriores reside na abordagem da competição. Estes normalmente se baseiam em comparações com pares de árvores, e, em decorrência disso, também necessitam da delimitação de uma vizinhança, ou quais árvores nos arredores interagem de alguma forma com a árvore alvo (POMMERENING; SÁNCHEZ-MEADOR, 2018).

A restrição de indivíduos para quantificar a competição é ainda hoje palco de diversas metodologias e tentativas de avaliar até que ponto uma árvore vizinha pode ser considerada competidora, e como se dá a interação entre árvores. A maneira mais usual de seleção de competidoras é delimitando um raio fixo partindo do centro da árvore alvo, e todas as árvores vizinhas posicionadas à uma distância menor que esse raio são consideradas competidoras (KUEHNE *et al.*, 2019). Não há valor exato para essa delimitação.

Também é recorrente na literatura a definição de índices dependentes apenas aqueles que incluem diretamente uma medida de distância no cálculo do índice, mas alguns tipos de índices dependem exclusivamente da localização das árvores, sem necessariamente utilizar o valor da distância no cálculo. Por isso, essa definição pode ser generalizada para quando é necessário o conhecimento da localização das árvores dentro da parcela, independentemente de como essa localização é manuseada.

Na Tabela 2 estão representados dois índices que incorporam a localização das árvores de maneiras diferentes. O índice de Hegyi, amplamente utilizado na literatura florestal, pondera a razão entre os diâmetros das árvores em função da distância euclidiana entre elas. Em contrapartida, a Área Potencialmente Disponível (APD) reflete a área passível de ser ocupada pela copa da árvore avaliada, normalmente estimada com base nos diagramas de Voronoi, que necessitam de pontos localizados no espaço.

TABELA 2 - EXEMPLOS DE ÍNDICES DE COMPETIÇÃO DEPENDENTES DE DISTÂNCIA COMUMENTE UTILIZADOS EM MODELOS EM NÍVEL DE ÁRVORE INDIVIDUAL.

IC	Fórmula	Fonte
Hegyí	$H_i = \sum_j \left( \frac{d_j}{d_i} \cdot L_{ij}^{-1} \right)$	Tomé e Burkhart (1989)
APD	$APD_1 = \frac{A_i}{\bar{A}_j}$	Daniels <i>et al.</i> (1986)

FONTE: o autor (2020)

LEGENDA:  $H_i$  é o valor do índice de Hegyi para a árvore alvo  $i$ ;  $d_j$  e  $d_i$  são os diâmetros da árvore competidora e alvo, respectivamente;  $L_{ij}$  é a distância euclidiana entre as árvores  $i$  e  $j$ ;  $APD_i$  é a área potencialmente disponível de ocupação para a árvore  $i$ ;  $A_i$  é a área do polígono ocupado pela árvore  $i$ , com base nos polígonos de Voronoi;  $\bar{A}_j$  é a média das áreas potencialmente disponíveis das árvores cujos polígonos tocam o polígono da árvore alvo.

## 2.2 ÍNDICES DE COMPETIÇÃO

Existem diversas classificações baseadas nos princípios de construção e funcionamento dos índices de competição. Para esta revisão, será utilizada uma breve classificação baseada em Vanclay (1994) e Pommerening e Sánchez-Meador (2018).

### 2.2.1 Medidas de densidade e estocagem

Índices que envolvem a densidade de indivíduos e estocagem estão dentre as medidas mais antigas de competição. Nesse grupo entram variáveis conhecidas na ciência florestal, como área basal, *BAL* (SCHÜTZ, 1975), o índice de densidade de Reineke (1933) e a medida de densidade de Spurr (SPURR, 1962; MCTAGUE; WEISKITTEL, 2016; CHASSOT; FLEIG, 2018).

Esses índices consistem em medir quão populosa é a parcela ou a área e, conseqüentemente, indicar o nível de disputa por recursos. É importante notar que esse grupo geralmente se relaciona negativamente com o crescimento, uma vez que à medida que aumenta a ocupação e a densidade de árvores no local, maior é a competição e disputa por recursos.

Exemplos de trabalhos que fazem uso desse tipo de medida de competição são os de Della-Flora *et al.* (2004), Adame *et al.* (2008), Martins *et al.* (2011), Vanclay *et al.* (2013) e Kahrman *et al.* (2018).

### 2.2.2 Relação de tamanhos

Esse grupo de índices busca comparar a dimensão da árvore alvo com as árvores vizinhas, seja essa dimensão em diâmetro, altura, diâmetro de copa, ou outra variável de interesse. Os principais índices desse grupo são o índice de Hegyi (Tabela 2) e o índice de Glover & Hool (Tabela 1). A comparação se dá, geralmente, por razão entre as dimensões, mas a diferença entre as dimensões também é passível de utilização (TOMÉ; BURKHART, 1989). A relação entre tamanhos fornece valores mais detalhados e específicos para cada árvore alvo, uma vez que, diferentemente dos índices de densidade, estes ponderam o efeito de cada competidora com base no seu tamanho, assumindo que competidoras maiores causam uma maior influência no crescimento que as menores.

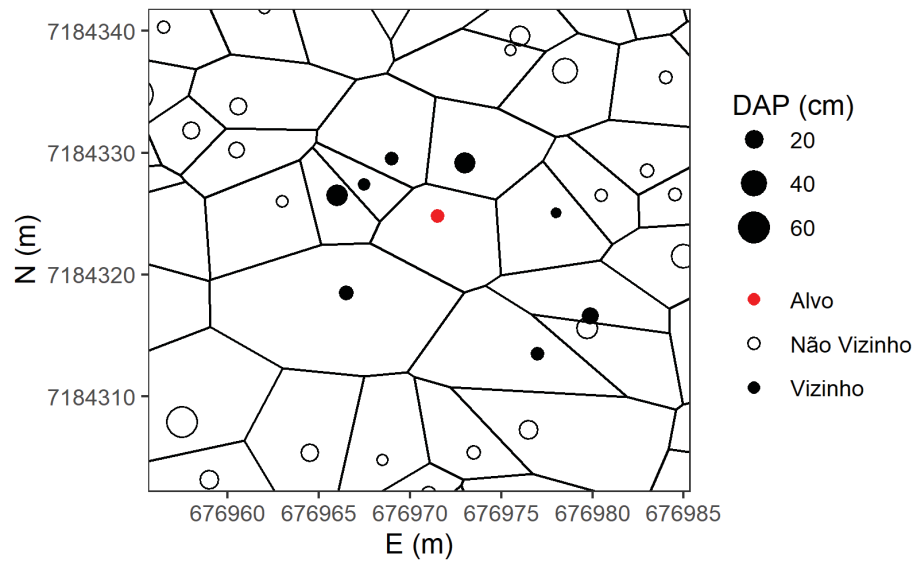
### 2.2.3 Área potencialmente disponível

Índices que computam a área potencial de ocupação de uma árvore requerem a localização dos indivíduos nas parcelas, a fim de definir a proporção de área passível de ocupação pela árvore alvo, com base na distância entre os indivíduos (DANIELS *et al.*, 1986). Um método usual de cálculo dessas áreas é por meio dos diagramas de Voronoi (Figura 2). Neles, os lados de cada polígono são traçados na metade da distância entre os pontos adjacentes.

Também é possível ponderar a bissetriz que divide os pontos com base em algum atributo, como diâmetro ou altura e, conseqüentemente, ponderar a área do polígono. No entanto, essa ponderação raramente é implementada em *software*.

Apesar de aparentemente ser uma boa alternativa para a definição das dimensões da copa das árvores, essa abordagem perde precisão em florestas inequidâneas, uma vez que a área potencialmente disponível para um indivíduo recém recrutado já estará parcialmente ocupada pelas vizinhas competidoras. Ocasionalmente, essa técnica também é utilizada para a definição da vizinhança (BÉRUBÉ-DESCHÊNES *et al.*, 2017).

FIGURA 2 - EXEMPLO DE CONSTRUÇÃO DOS ÍNDICES DE ÁREA POTENCIALMENTE DISPONÍVEL COM BASE EM DIAGRAMAS DE VORONOI.



FONTE: o autor (2020).

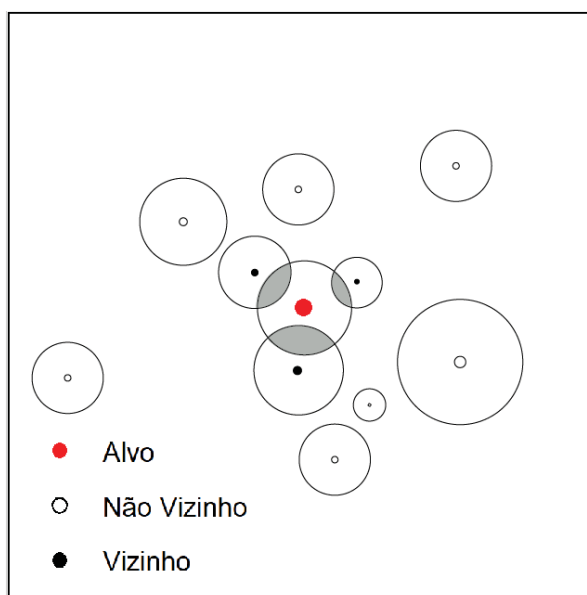
LEGENDA: E e N se referem às coordenadas UTM, em metros.

#### 2.2.4 Zonas de influência competitiva

Também conhecida como método de sobreposição, essa metodologia procura identificar e quantificar a competição com base na sobreposição de áreas ocupadas pelas árvores (NEWNHAM, 1964; TOMÉ; BURKHART, 1989; VANCLAY, 1994).

O exemplo da Figura 3 retrata a árvore central com uma área estabelecida em sua volta, definida como zona de influência competitiva (ZIC, ou *Zone of Influence - ZOI*). Os competidores, nesse método, são todos os indivíduos cuja zona de influência invade a da árvore alvo, e a competição é medida por meio da soma de área invadida (destacadas em tom de cinza), ou alguma proporção relacionada a essas áreas.

FIGURA 3 - ZONAS DE INFLUÊNCIA COMPETITIVA.



FONTE: o autor (2020).

### 2.2.5 Outros índices

Existem ainda outras categorias de índices não tratadas nesta revisão, como índices que quantificam o ângulo de um arco formado entre a base da copa da árvore alvo e as copas das vizinhas (VANCLAY, 1994), ou que incluam uma informação sobre a direção cardinal das árvores competidoras (MIINA; PUKKALA, 2002). Mas é provável que, eventualmente, a maioria possa ser alocada em algum dos grupos previamente referidos.

## 2.3 MODOS DE COMPETIÇÃO

Além do cálculo da competição entre indivíduos, é comum a definição das maneiras como um indivíduo arbóreo pode interferir na captação de recursos de outro indivíduo (WEINER, 1988). Existem dois grandes modos de competição tratados na literatura científica: competição simétrica e competição assimétrica.

O primeiro modo, por vezes chamado de *two-sided competition*, implica que a divisão e captação de recursos é proporcional ao tamanho dos indivíduos. Em outras palavras, não só árvores maiores interferem no crescimento de árvores menores, como o oposto também é proporcionalmente factível. Weiner (1990) e Weiner *et al.* (1997) definiram ainda variações na simetria da competição: (i) simetria absoluta, que

ocorre quando os indivíduos recebem a mesma quantidade de recursos, independentemente de seu tamanho; e (ii) simetria relativa, quando os recursos são divididos proporcionalmente à algum atributo dos indivíduos.

Na competição assimétrica (também chamada de *one-sided competition*), os indivíduos maiores possuem uma vantagem desproporcional na captação de recursos. Nesse modo, os indivíduos maiores interferem de forma mais intensa nos indivíduos menores do que no sentido contrário, quebrando a proporcionalidade da alocação de recursos. Esse modo pode ser especificado em (iii) assimetria relativa, quando os recursos são divididos e alocados desproporcionalmente nos indivíduos maiores; e (iv) assimetria absoluta, quando o maior indivíduo obtém todo o recurso competido (WEINER, 1990; WEINER *et al.*, 1997), *i.e.*, o indivíduo menor não exerce influência no maior.

Dentro da floresta se espera que exista não apenas um modo, mas uma gama de interações que variam desde simetria absoluta até assimetria absoluta (WEINER, 1990), e que talvez seja necessária a inclusão de medidas que avaliem os dois modos de competição para estimar de maneira apropriada o crescimento dos indivíduos (KUEHNE *et al.*, 2019). Além disso, a ocorrência de competição simétrica é compatível com a coexistência de espécies, enquanto competição assimétrica força a espécie mais fraca a ocupar lacunas de habitat ainda não ocupados e evoluir para nichos diferentes da espécie dominante (KEDDY, 2001; POMMERENING; SÁNCHEZ-MEADOR, 2018).

O modo de competição também está relacionado com o recurso competido pelas plantas. A luz é frequentemente assimétrica, pois plantas maiores impedem que a luz seja interceptada pelas árvores menores, mas o contrário não é verdadeiro (POMMERENING; SÁNCHEZ-MEADOR, 2018). No entanto, a disputa por recursos como água e nutrientes, dada a dificuldade de quantificação, ainda é palco de estudos e suposições sobre o modo de competição, com evidências de que a competição abaixo de solo é simétrica (WEINER *et al.*, 1997; LIN *et al.*, 2013).

A estrutura dos índices também determina, teoricamente, o modo de competição avaliado. O índice *BAL*, por exemplo, leva em consideração somente as árvores maiores que a árvore alvo, presumindo que árvores menores não afetam o crescimento da árvore alvo, o que remete a um modo assimétrico de competição. A área basal pode ser entendida como medida de competição simétrica, uma vez que todos os indivíduos compõem o cálculo da medida, com pesos proporcionais à sua

dimensão. Pequenas mudanças na estrutura do índice, como a restrição de seleção de indivíduos, podem conduzir a interpretações diferentes sobre como a competição é avaliada.

## 2.4 ANÁLISE DISCRIMINANTE

A análise discriminante (*Linear Discriminant Analysis - LDA*) é uma das principais técnicas de classificação utilizadas, sendo muito explorada em aplicações de aprendizado de máquina e reconhecimento de padrões (THARWAT *et al.*, 2017). Alguns exemplos de uso na ciência florestal são Kilca *et al.* (2015), que utilizaram a técnica para classificar fitofisionomias do bioma Pampa, e incentivam a aplicação da técnica na área florestal. Outro exemplo foi a utilização por Trautenmüller (2019) para a delimitação *a posteriori* de grupos de indivíduos, com fins de minimizar a heteroscedasticidade das estimativas de biomassa para florestas no sul do Brasil. A análise discriminante também foi utilizada neste trabalho, e este item da revisão bibliográfica foca em uma breve demonstração do funcionamento da técnica.

A autoria da análise discriminante remete a Fisher (1936), que definiu funções lineares (2.5) para a separação de grupos. A técnica consiste em projetar os valores observados em um novo eixo, a fim de minimizar a variância dentro de cada grupo ( $S_W$ ) e maximizar a variância ou distância entre grupos ( $S_B$ ) por meio de uma transformação linear ( $w$ ) (2.6). Entretanto, foi Rao (1948) que possibilitou a generalização do método, podendo ser aplicado para mais de duas classes (também chamada de análise discriminante múltipla).

$$y = w^T x \quad (2.5)$$

$$S = \frac{(\mu_1 - \mu_2)^2}{S_1^2 + S_2^2} = \frac{S_B}{S_W} \quad (2.6)$$

Em que  $y$  é a projeção da amostra  $x$ ;  $w$  é o vetor de transformação linear,  $S_B$  é a variância entre grupos,  $S_W$  é a variância dentro dos grupos,  $\mu_1$  e  $\mu_2$  são as médias dos grupos; e  $S_1^2$  e  $S_2^2$  são as variâncias das variáveis dentro dos grupos.

Com base em (2.5) é possível encontrar a média projetada  $m_k$  de cada grupo e a média geral  $m$ .



$$\mu_k = \frac{\sum_{x_i \in \omega_k} x_i}{n_k} \quad \text{e} \quad \mu = \frac{\sum_{\forall x} x_i}{N}$$

$$m_k = \frac{\sum_{y_i \in \omega_k} y_i}{n_k} = \frac{\sum_{x_i \in \omega_k} W^T x_i}{n_k} = W^T \mu_k \quad \text{e} \quad m = W^T \mu$$

Em que  $n_k$  é o número de observações no grupo  $k$ ,  $N$  é o número total de observações,  $\omega_k$  é a matriz de observações do grupo  $k$ . É importante observar que  $w$  é o vetor de projeção resultante, quando a análise é aplicada para somente dois grupos. Para três grupos ou mais, é empregada a matriz de transformação/projeção  $W$ , que possui no máximo  $c - 1$  dimensões, como será tratado mais adiante.

A variância ou distância entre grupos  $S_B$  é calculada da seguinte forma:

$$S_{Bk} = (\mu_k - \mu)^2 \quad \text{e} \quad S_B = \sum_{k=1}^c n_k S_{Bk}$$

Em que  $c$  é o número de grupos. Da mesma forma, a distância projetada é calculada como:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{Bk} &= (m_k - m)^2 \\ &= (W^T \mu_k - W^T \mu)^2 \\ &= W^T (\mu_k - \mu) (\mu_k - \mu)^T W \\ &= W^T S_{Bk} W \\ \tilde{S}_B &= W^T S_B W \end{aligned}$$

Em que  $W$  é a matriz de transformação, e  $(m_k - m)$  é a distância entre a média projetada do grupo  $k$  e a média projetada geral.

A variância dentro dos grupos é dada por:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_W &= \sum_{k=1}^c \sum_{y_i \in \omega_k}^{n_k} (y - m_k)^2 \\ &= \sum_{k=1}^c \sum_{x_i \in \omega_k}^{n_k} (W^T x_i - W^T \mu_k)^2 \end{aligned}$$

$$= \sum_{k=1}^c \sum_{x_i \in \omega_k}^{n_k} W^T (x_i - \mu_k)(x_i - \mu_k)^T W$$

$$\tilde{S}_W = W^T S_W W$$

Com isso, 2.6 pode ser reformulada, obtendo-se, assim, de acordo com a equação 2.7.

$$\arg \max_W = \frac{W^T S_B W}{W^T S_W W} \quad (2.7)$$

Onde  $\arg \max_W$  se refere aos valores de  $W$  que maximizam a função. Para encontrar  $W$  que maximiza a separação dos grupos, é possível derivar 2.7 e igualar a zero, resultando na equação 2.8:

$$\frac{d}{dW} [f(W)] = \frac{d}{dW} \left[ \frac{W^T S_B W}{W^T S_W W} \right] = 0$$

$$[W^T S_W W] \frac{d[W^T S_B W]}{dW} - [W^T S_B W] \frac{d[W^T S_W W]}{dW} = 0$$

$$[W^T S_W W] 2S_B W - [W^T S_B W] 2S_W W = 0$$

Dividindo por  $W^T S_W W$

$$\left[ \frac{W^T S_W W}{W^T S_W W} \right] 2S_B W - \left[ \frac{W^T S_B W}{W^T S_W W} \right] 2S_W W = 0$$

Em que  $\frac{W^T S_B W}{W^T S_W W} = \lambda$

$$2S_B W - \lambda 2S_W W = 0$$

$$S_B W = \lambda S_W W \quad (2.8)$$

A equação 2.8 representa um problema de autovetor generalizado (GHOJOGH *et al.*, 2019), uma vez que não é mais a matriz identidade que acompanha os autovalores, e sim  $S_W$ . A solução desse problema pode ser obtida calculando-se os autovalores e autovetores de  $W = S_W^{-1} S_B$ , desde que  $S_W$  não seja uma matriz singular (THARWAT *et al.*, 2017).

Cada eixo é um autovetor de  $W$ , enquanto os autovetores informam o sentido da projeção, seus respectivos autovalores informam a capacidade de separação de grupos de cada autovetor. Portanto, a matriz  $W$  que melhor separa os grupos é aquela

cujas colunas são os autovetores correspondentes aos maiores autovalores do problema de autovetor generalizado apresentado em (2.8). É importante notar que a matriz  $S_B$  possui posto  $\leq c - 1$ , logo o número de autovalores maiores que zero será sempre  $c - 1$  ou menos. Isso significa que a análise discriminante reduz o número de dimensões para no máximo  $c - 1$ .

Da análise discriminante múltipla resultam  $c - 1$  funções lineares (2.9). Cada função linear representa a projeção do grupo  $k$  na dimensão  $d$ . A classificação é feita com base nas médias (centroides) projetadas dos grupos, onde cada observação é classificada no grupo cuja média esteja mais próxima, normalmente com base na distância de Mahalanobis ou euclidiana.

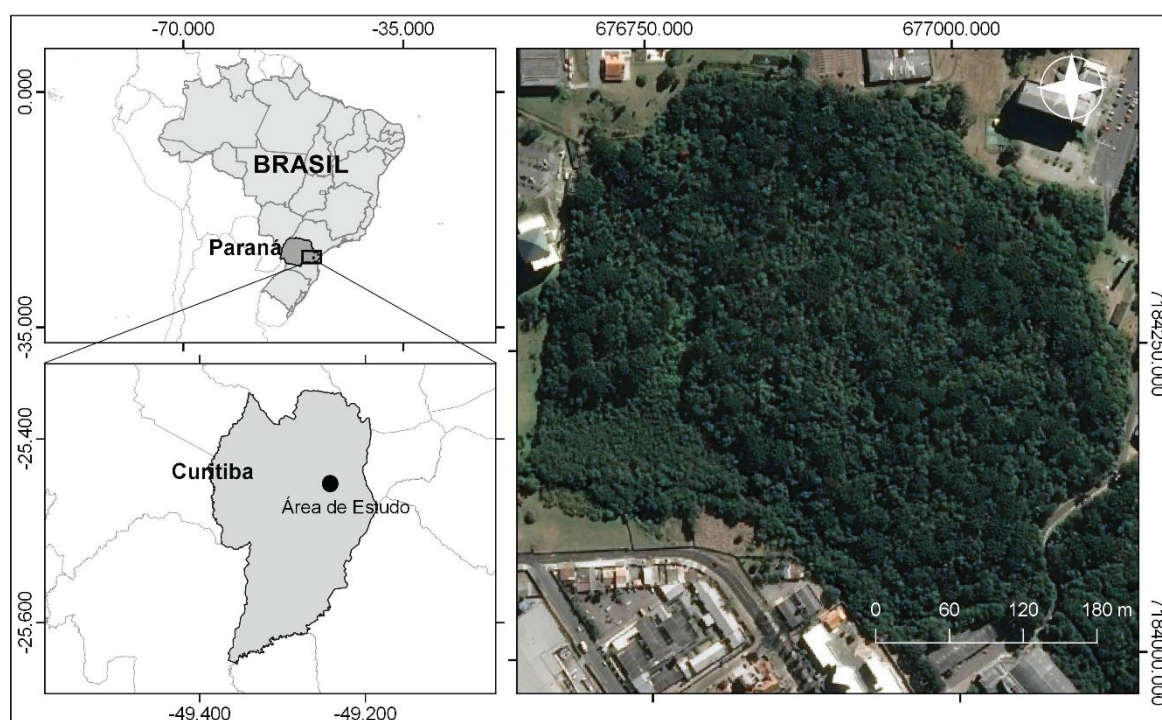
$$y_{ik} = W_d^T \omega_k \quad \forall d \in \{1, \dots, c - 1\} \quad (2.9)$$

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1 DESCRIÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO

Os dados utilizados neste estudo são oriundos de um fragmento florestal pertencente à fitofisionomia Floresta Ombrófila Mista, situado no Campus III (Jardim Botânico) da Universidade Federal do Paraná – UFPR (Figura 4). As coordenadas geográficas do fragmento são 25° 26' 50"S e 49° 14' 16"W. A área total do fragmento é de 15,24 hectares, sendo que desse montante, 12,96 hectares são ocupados por floresta, de acordo com Machado *et al.* (2008). O clima da região é subtropical úmido, classificado como Cfb segundo a classificação de Köppen-Geiger (ALVARES *et al.*, 2013).

FIGURA 4 - LOCALIZAÇÃO DO FRAGMENTO DE FLORESTA OMBRÓFILA MISTA EM QUE OPRESENTE ESTUDO FOI CONDUZIDO.



FONTE: Google Earth ([earth.google.com/web](http://earth.google.com/web)).

Censos na área foram realizados nos anos de 2007, 2010, 2013 e 2016. Para fins de operacionalização, o fragmento foi dividido em blocos quadrados com 50 m de lado, dispostos nos valores múltiplos de 50 das coordenadas UTM. De todos os indivíduos arbóreos com DAP  $\geq 10$  cm foram obtidas as circunferências a 1,3 m e

posteriormente transformadas em DAP, e referenciadas as suas posições geográficas. Além do diâmetro, também foram medidas as seguintes informações qualitativas dos indivíduos nos anos de 2007, 2010 e 2013:

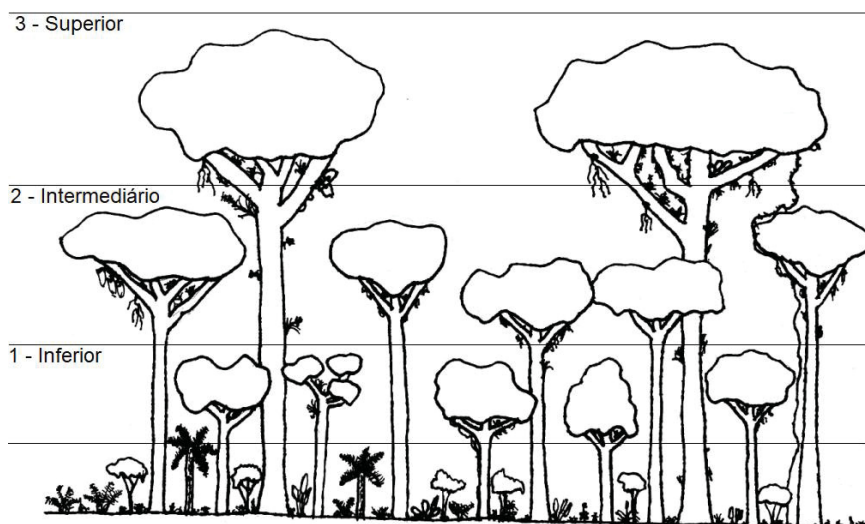
Estrato de inserção da copa no dossel (Figura 5);

- 1 – Inferior;
- 2 – Médio;
- 3 – Superior.

Qualidade da copa (Figura 6).

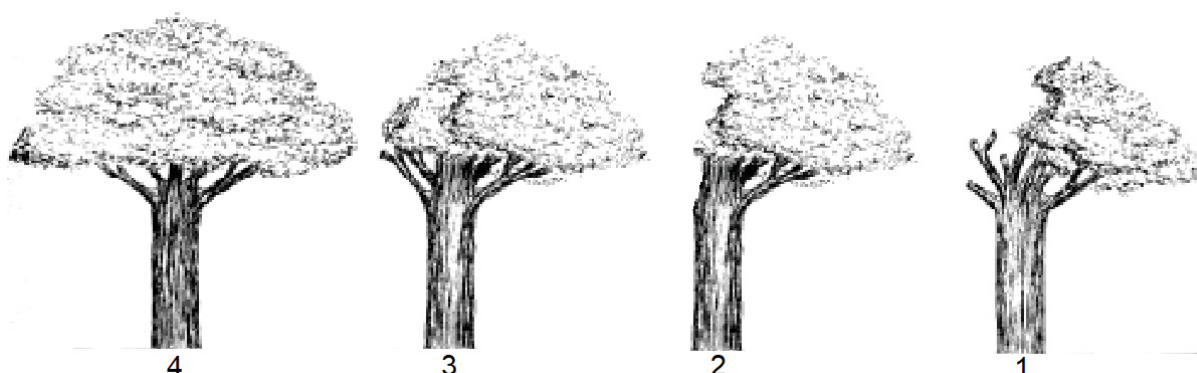
- 1 – Quebrada;
- 2 – Não vigorosa;
- 3 – Vigorosa de tamanho reduzido;
- 4 – Vigorosa de tamanho normal.

FIGURA 5 - REPRESENTAÇÃO DAS CATEGORIAS DE ESTRATO DE INSERÇÃO DA COPA NO DOSSEL NA FLORESTA.



FONTE: adaptado de Lozano *et al.* (2018).

FIGURA 6 - REPRESENTAÇÃO DA CLASSIFICAÇÃO UTILIZADA PARA DEFINIR A QUALIDADE DAS COPAS DÓS INDIVÍDUOS DA ÁREA DE ESTUDO.



FONTE: adaptado de Imazon (2015).

Por estar localizado em uma área urbana, o fragmento sofreu diversas ações antrópicas ao longo do tempo. Desde 1980, quando foi adquirido pela UFPR, a área é protegida e utilizada para fins de pesquisa e educação ambiental (MACHADO *et al.*, 2008). Uma análise descritiva e fitossociológica da área de estudo foi realizada com base nos cálculos descritos por Souza e Soares (2013).

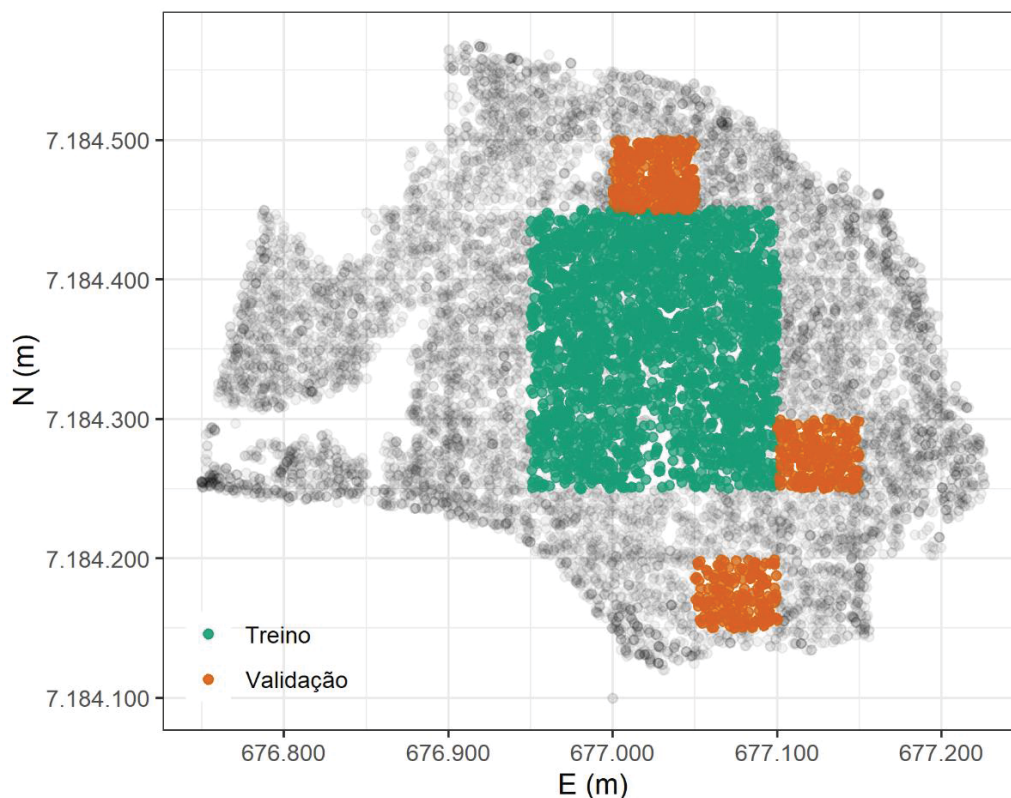
## 3.2 ESTIMATIVA DO INCREMENTO

### 3.2.1 Variáveis utilizadas

Foram utilizados 12 blocos do interior do fragmento para ajuste do modelo (totalizando 2.353 indivíduos). Três blocos que não fizeram parte do banco de dados do ajuste foram selecionados aleatoriamente para compor o banco de dados para validação (Figura 7), totalizando uma área de 3 ha para o ajuste e 0,75 ha para a validação.

A área transversal ( $g$ ) foi calculada por meio da equação (3.1) e o incremento periódico anual ( $IPA$ ) em diâmetro ( $DAP$ ) com a equação (3.2). Das quatro medições realizadas, optou-se por calcular o incremento com base nas medições um e três (2007-2013). A quarta medição (2016) foi reservada para comparar a projeção dos incrementos estimados para um período não utilizado para o ajuste. Foram utilizadas ainda outras variáveis categóricas, além das mencionadas na seção anterior, como a espécie e a classificação sucessional da espécie com base na literatura.

FIGURA 7 - DIVISÃO E SELEÇÃO DO CONJUNTO DE DADOS DE TREINO E VALIDAÇÃO DO FRAGMENTO DE FLORESTA OMBRÓFILA MISTA DO PRESENTE ESTUDO.



FONTE: o autor (2020).

$$g_i = \frac{DAP_i^2 \cdot \pi}{40000} \quad (3.1)$$

$$IPA_i = \frac{DAP_{i_{t+\Delta t}} - DAP_{i_t}}{\Delta t} \quad (3.2)$$

Em que  $g_i$  é a área transversal da árvore  $i$  ( $m^2$ );  $DAP_{i_t}$  e  $DAP_{i_{t+\Delta t}}$  são o diâmetro a 1,30 m no início e fim do período, respectivamente (cm);  $t$  é o início do período avaliado;  $\Delta t$  é o intervalo do período analisado (anos).

### 3.2.1.1 Índices de competição

Para os índices de competição, foram utilizados tanto índices dependentes quanto independentes de distância (Tabelas 3 e 4). Para a área potencialmente disponível, foram criados polígonos de Voronoi com base na localização dos indivíduos. Esses polígonos tiveram sua área calculada, em que foram considerados



vizinhos os polígonos com alguma divisa em comum com o polígono da árvore alvo. Existem ainda outros métodos para delimitação de vizinhos competidores, como a delimitação de um raio proporcional à dimensão da árvore alvo (VANCLAY *et al.*, 2013) ou com base em um fator de área basal (SPURR, 1962; MCTAGUE; WEISKITTEL, 2016), porém esses procedimentos não foram aplicados neste estudo.

TABELA 3 - FORMULAÇÕES DOS ÍNDICES DE COMPETIÇÃO INDEPENDENTES DE DISTÂNCIA UTILIZADOS PARA CÁLCULO DA COMPETIÇÃO NO FRAGMENTO DE FLORESTA OMBRÓFILA MISTA.

ÍNDICE DE COMPETIÇÃO	FONTE
$G = \sum_{i=1}^{n_p} g_i$	-
$G_m = \sum_{j \neq i}^{n_p-1} g_j$	-
$BAL = \sum_j g_j \quad \forall g_j > g_i$	Schütz (1975)
$\overline{d}_p = \frac{\sum_{i=1}^{n_p} d_i}{n_p}$	-
$\overline{d}_{p m} = \frac{\sum_{j \neq i}^{n_p-1} d_j}{n_p - 1}$	-
$GH = \frac{d_i}{d_p}$	Weiskittel <i>et al.</i> (2011)

FONTE: o autor (2020).

LEGENDA:  $i$  é a árvore alvo;  $j$  é a árvore vizinha competidora;  $g$  é a área transversal ( $m^2$ ),  $d$  é o diâmetro na altura do peito (cm);  $n_p$  é o número de árvores da parcela  $p$ .

Para complementar a avaliação dos índices, foram testadas algumas modificações em suas formulações, em que foram incluídas restrições de inclusão de um indivíduo como competidor. As versões modificadas serão indicadas pela letra  $m$  no símbolo do índice de competição.

Os índices independentes de distância testados foram área basal ( $G$ ) ( $m^2 \cdot \text{parcela}^{-1}$ ), área basal das árvores maiores que a árvore alvo ( $BAL$ )

( $m^2 \cdot \text{parcela}^{-1}$ ), diâmetro médio da parcela ( $\overline{d_p}$ ) (cm) e índice Glover & Hool ( $GH$ ) (Tabela 3). As versões modificadas  $G_m$  e  $\overline{d_p}m$  consistiram na exclusão da árvore alvo do cálculo do índice. Tradicionalmente, todas as árvores da mesma parcela recebem o mesmo valor de  $G$  e  $\overline{d_p}$ . Com a modificação, cada árvore recebe um valor único, além de evitar a influência da própria árvore alvo na composição do índice. Nesse sentido, o índice  $BAL$  pode ser descrito como uma restrição da área basal, adicionando a condição de que somente as árvores maiores que a árvore alvo sejam incluídas no somatório.

TABELA 4 - FORMULAÇÕES DOS ÍNDICES DE COMPETIÇÃO DEPENDENTES DE DISTÂNCIA UTILIZADOS PARA CÁLCULO DA COMPETIÇÃO NO FRAGMENTO DE FLORESTA OMBRÓFILA MISTA.

ÍNDICE DE COMPETIÇÃO	FONTE
$H = \sum_j \left( \frac{d_j}{d_i} \cdot L_{ij}^{-1} \right)$	Pommerening e Sánchez-Meador (2018)
$H_m = \sum_j \left( \frac{d_j}{d_i} \cdot L_{ij}^{-1} \right) \quad \forall st_j \geq st_i$	Adaptado de Pommerening e Sánchez-Meador (2018)
$TB = \sum_j \left( (d_j - d_i) \cdot L_{ij}^{-1} \right)$	Tomé e Burkhart (1989)
$TB_m = \sum_j \left( (d_j - d_i) \cdot L_{ij}^{-1} \right) \quad \forall st_j \geq st_i$	Adaptado de Bérubé-Deschênes <i>et al.</i> (2017)
$ME_m = \sum_j \left( \frac{d_j}{d_i} \cdot e^{\frac{L_{ij}}{d_i + d_j}} \right) \quad \forall st_j \geq st_i$	Adaptado de Daniels <i>et al.</i> (1986)
$APD_1 = \frac{A_i}{A_j}$	Adaptado de Daniels <i>et al.</i> (1986)
$APD_2 = \sum_j \frac{A_i}{A_j}$	Adaptado de Daniels <i>et al.</i> (1986)

FONTE: o autor (2020).

LEGENDA:  $i$  é a árvore alvo;  $j$  é a árvore vizinha competidora;  $d$  é o diâmetro na altura do peito (cm);  $L_{ij}$  é a distância euclidiana entre a árvore alvo e a vizinha competidora (m);  $st$  é a posição da copa no estrato do dossel;  $A$  é a área potencialmente disponível ( $m^2$ ).

Os índices dependentes de distância (Tabela 4) testados foram índice de Hegyi ( $H$ ), Tomé & Burkhart ( $TB$ ), área potencialmente disponível ( $APD_1$  e  $APD_2$ ) e

Martin & Ek modificado ( $ME_m$ ). Foi testada também a inclusão de uma restrição de seleção de vizinhos para os índices  $H$  e  $TB$ , selecionando apenas os indivíduos situados em um estrato igual ou superior ao da árvore alvo ( $st_j \geq st_i$ ). O índice  $ME_m$  foi calculado diretamente com a restrição de estrato.

Além disso, o raio ou a área de abrangência também foi testada, a fim de identificar a distância mais representativa para as árvores competidoras. Para os índices independentes de distância, foram testadas parcelas quadradas com 10, 15, 20, 25, 50 e 100 m de lado (com áreas variando de 100 m<sup>2</sup> até 10.000 m<sup>2</sup>). Essas foram delimitadas particionando a amplitude das coordenadas UTM da área de estudo, de acordo com o tamanho de parcela definido. Para os índices dependentes da distância, foram testados os raios de 3, 5, 7, 10, 12, 15, 17 e 20 m no entorno da árvore alvo, com áreas variando de 28,27 m<sup>2</sup> até 1.256,64 m<sup>2</sup>.

Para definir o melhor tamanho de parcela foi calculada a correlação de Spearman (3.3) entre cada índice e sua respectiva área com o incremento periódico anual (IPA) em diâmetro, para um nível de 95% de probabilidade (3.4), para todos os 2.353 indivíduos que compuseram o conjunto de treino. A versão do índice que apresentava a maior correlação com o incremento era escolhida para futuras inclusões em modelos.

$$\hat{r}_{xy} = \frac{6 \sum dif_i^2}{n(n^2-1)} \quad (3.3)$$

$$t_{\hat{r}_{xy}} = \hat{r}_{xy} \sqrt{\frac{n-2}{1-\hat{r}_{xy}^2}} \quad (3.4)$$

Em que:  $\hat{r}_{xy}$  é o valor estimado de correlação de Spearman;  $dif_i^2$  é a diferença entre os dois postos de cada observação;  $n$  é o número de observações; e  $t_{\hat{r}_{xy}}$  é o valor da distribuição t de student com  $n - 2$  graus de liberdade.

### 3.2.2 Estratificação

O elevado número de espécies garante uma grande variabilidade de incrementos e diâmetros na floresta, e por isso é usual a formação de grupos de espécies ou de indivíduos que compartilham alguma característica similar (WEISKITTEL, 2011).

Os critérios utilizados para a delimitação dos grupos variam de acordo com o objetivo do estudo e da natureza dos dados utilizados (GOURLET-FLEURY, 2005). Para este trabalho, foram testados previamente três métodos buscando diminuir a grande variabilidade dos dados para melhorar a estimativa do incremento periódico anual, sendo os dois primeiros testes considerados não eficientes para este trabalho, e por isso serão citados apenas brevemente.

O primeiro buscou delimitar grupos de espécies com a mesma classificação sucessional com base na literatura, formando grupos de espécies pioneiras, secundárias iniciais e tardias, e climáticas, e uma análise prévia mostrou que essa classificação se provou ineficiente devido a uma grande variabilidade dos dados mesmo dentro dos grupos formados.

A segunda tentativa se baseou em Alder *et al.* (2002), também utilizada por Orellana *et al.* (2017) na Floresta Ombrófila Mista. Esse método consiste em avaliar a dispersão entre o incremento médio das espécies em função do diâmetro a 1,3 m (DAP) que representa o percentil 95% da distribuição diamétrica acumulada para aquela espécie. Esperava-se que diferentes regiões desse gráfico de dispersão representassem grupos ecológicos distintos (ALDER *et al.*, 2002). Entretanto, dessa metodologia resultaram grupos em que algumas espécies não compartilham muitas características semelhantes em termos de ritmo de crescimento e posição no estrato da floresta, e por isso esse método também foi considerado ineficiente.

Diferentemente dos dois anteriores, o terceiro método busca agrupar indivíduos, e não espécies. A metodologia foi baseada em Trautenmüller (2019), e prevê uma estratificação em dois estágios; o primeiro estágio é a formação de classes de DAP; e o segundo age dentro de cada classe de DAP, delimitando grupos baseados em uma razão entre atributos dos indivíduos. Originalmente, o autor utilizou a razão entre a biomassa total acima do solo e o volume para a estratificação, a fim de diminuir a heteroscedasticidade do estimador de razão utilizado pelo autor no estudo. Para o presente trabalho, essa metodologia foi adaptada conforme explicado a seguir.

Devido à ocorrência de indivíduos de espécies e tamanhos diferentes no fragmento, foi proposta para a primeira estratificação (que consiste na formação de classes de DAP em Trautenmüller (2019)) uma padronização dos diâmetros com base no maior diâmetro de cada espécie (3.5). Essa padronização escala todos os indivíduos entre 0 e 1 (0% a 100%).

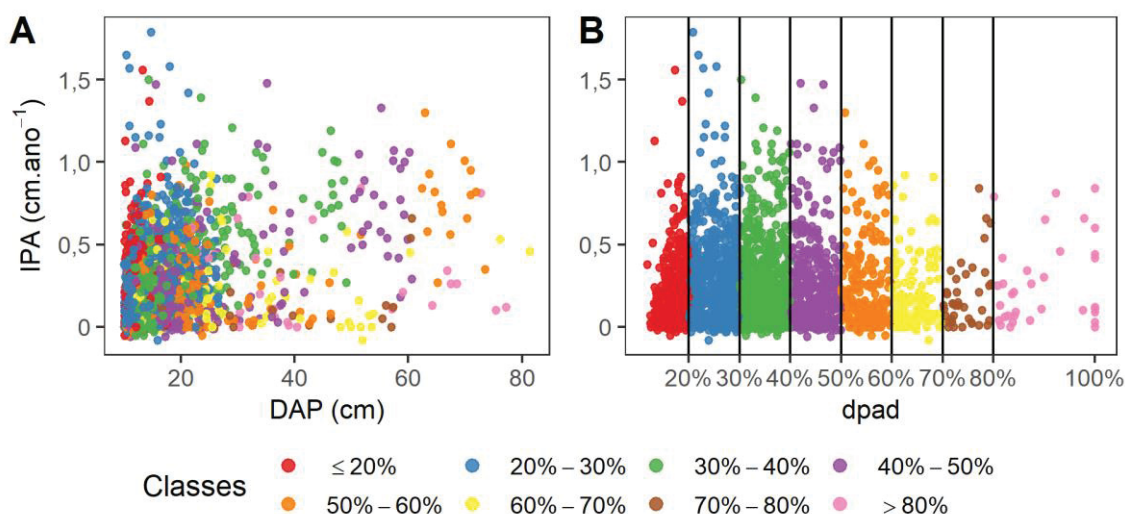
$$dpad_i = \frac{DAP_{ik}}{DAP_{max_k}} \quad (3.5)$$

Em que  $dpad_i$  é o diâmetro padronizado do indivíduo  $i$ ;  $DAP_{ik}$  é o diâmetro a 1,3 m acima do solo do indivíduo  $i$  da espécie  $k$ ; e  $DAP_{max_k}$  é o maior diâmetro observado da espécie  $k$ .

Dada a localização urbana e histórico passado da área de estudo, os valores máximos de cada espécie foram complementados com dados oriundos da Floresta Nacional de Irati, Irati-PR. A FLONA de Irati possui um histórico de proteção de mais de 70 anos (ORELLANA, 2014), situada na mesma formação fitogeográfica e com composição florística semelhante à da área do presente estudo.

A variável  $dpad$  foi utilizada em substituição ao DAP para a formação de classes, e foram estabelecidas classes com amplitude de 0,2 (20%) nos extremos, e 0,1 (10%) nas classes intermediárias, a saber: 0%-20%, 20%-30%, 30%-40%, 40%-50%, 50%-60%, 60%-70%, 70%-80% e 80%-100%. Na Figura 8 está representada uma comparação entre a dispersão do incremento periódico anual (IPA) em função tanto do DAP quanto do diâmetro padronizado ( $dpad$ ), com exemplo para o modo de separação das classes na primeira estratificação.

FIGURA 8 - DISPERSÃO ENTRE INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL (IPA) E DIÂMETRO A 1,3 m (A) E DIÂMETRO PADRONIZADO (B).



FONTE: o autor (2020).

Para o segundo nível de estratificação, foi calculada a razão (3.6) entre o incremento periódico anual (IPA) e diâmetro padronizado ( $dpad$ ) de cada indivíduo. Essa razão equivale ao coeficiente angular da relação entre as duas variáveis (TRAUTENMÜLLER, 2019).

$$R_i = \frac{IPA_i}{dpad_i} \quad (3.6)$$

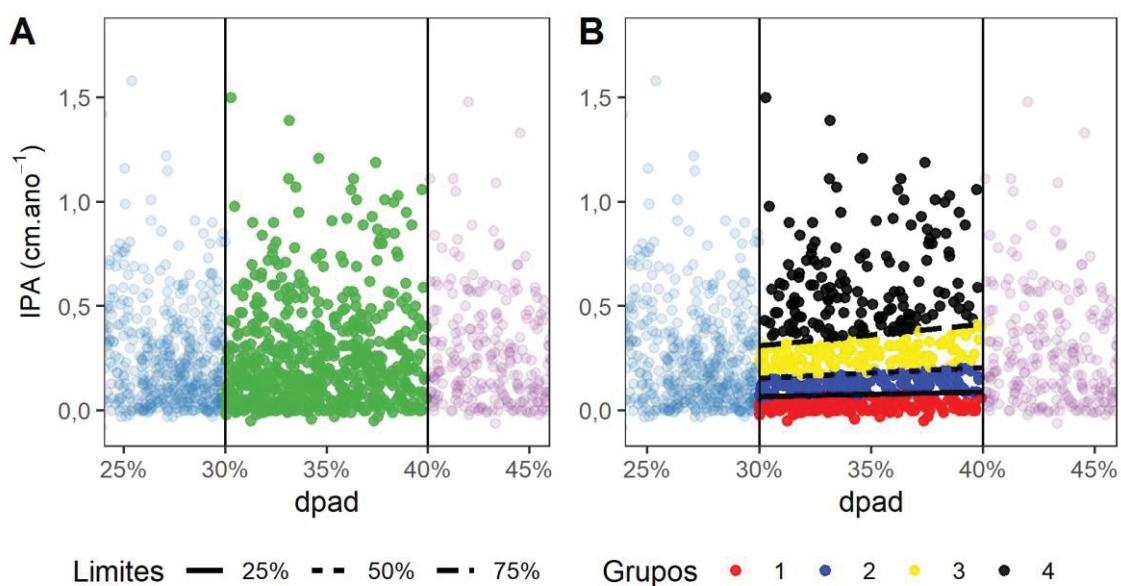
Em que  $R_i$  é a razão entre IPA e  $dpad$  do indivíduo  $i$ ;  $IPA_i$  é o incremento periódico anual da árvore  $i$ , em  $\text{cm.ano}^{-1}$ ;  $dpad_i$  é o diâmetro padronizado da árvore  $i$ .

Após o cálculo da razão para os indivíduos, cada classe de  $dpad$  foi estratificada em grupos de indivíduos com base no coeficiente angular  $R$ , como mostra a Figura 9. Esses grupos são compostos por árvores de diferentes espécies e de diferentes dimensões, mas que possuem a mesma proporção entre IPA e  $dpad$ .

Dada a amplitude dos valores de  $R$ , cada classe foi inicialmente segmentada em quatro grupos com base nos quartis 25%, 50% e 75% da distribuição acumulada de  $R$  na classe (Figura 9), porém tanto o número de grupos quanto os limites entre grupos foram modificados por otimização (apresentada a seguir), a fim de encontrar a melhor disposição para cada classe de  $dpad$ . Como são equivalentes ao coeficiente angular de um modelo linear, os limites se assemelham a retas que partem da origem e segmentam a classe de  $dpad$  nos diversos grupos.

A formação de grupos com base na razão  $R_i$  foi elaborada de forma a conciliar com o estimador de razão que foi utilizado para estimar os incrementos (PÉLLICO NETTO; BEHLING, 2019; TRAUTENMÜLLER, 2019). É importante notar que essa razão  $R_i$  não é a variável utilizada para estimar os incrementos, mas apenas uma forma de agrupar os indivíduos em grupos que favoreçam a utilização do estimador por razão, que será tratado posteriormente.

FIGURA 9 - EXEMPLO DO SEGUNDO NÍVEL DE ESTRATIFICAÇÃO PARA A CLASSE DE *dpad* 30%-40% ANTES (A) E DEPOIS (B) DA FORMAÇÃO DOS GRUPOS DE RAZÃO.



FONTE: o autor (2020).

Após a formação dos grupos, cada classe de *dpad* foi submetida a uma análise discriminante, a fim de averiguar a classificação *a posteriori* dos indivíduos nos grupos (TRAUTENMÜLLER, 2019), além de avaliar a capacidade dos índices de competição de classificar as observações nesses grupos. Compuseram a análise discriminante as variáveis DAP no início e final do período, estrato de inserção da copa no dossel, qualidade da copa, espécie, classificação sucessional, além dos índices de competição selecionados com base na correlação com o incremento.

O resultado da análise discriminante é a classificação das observações nos grupos com base nas variáveis inseridas na análise. Os indivíduos classificados (*a posteriori*) em grupos diferentes dos reais (*a priori*) representam um erro de classificação. Assim, é possível determinar a taxa de erro de classificação da análise, tanto de cada um dos grupos quanto a taxa de erro geral da análise, que representa o erro geral da classe de *dpad*. Isso está representado na Tabela 5, que foi utilizada para compor o erro de classificação por meio das equações 3.7 e 3.8.

A análise discriminante foi realizada por meio de validação cruzada pelo método *leave-one-out*, onde cada observação é deixada de fora da análise, e é então classificada em um grupo.



A Tabela 5 representa a chamada matriz de confusão, e resume os resultados da classificação. Essa matriz foi construída para cada uma das classes de *dpad*, submetidas à análise discriminante. A diagonal principal da Tabela 5 representa o número de indivíduos classificados corretamente nos grupos. Com exceção dos valores da diagonal principal, qualquer valor diferente de zero representa um erro de classificação. A célula  $c_{2/1}$ , por exemplo, representa o número de indivíduos classificados no grupo 2, porém pertencentes ao grupo 1.

TABELA 5 - EXEMPLO DE MATRIZ DE CLASSIFICAÇÃO PARA UMA CLASSE COM QUATRO GRUPOS.

		Grupos Reais			
		$G_1$	$G_2$	$G_3$	$G_4$
Grupos Classificados	$G_1$	$c_{1/1}$	$c_{1/2}$	$c_{1/3}$	$c_{1/4}$
	$G_2$	$c_{2/1}$	$c_{2/2}$	$c_{2/3}$	$c_{2/4}$
	$G_3$	$c_{3/1}$	$c_{3/2}$	$c_{3/3}$	$c_{3/4}$
	$G_4$	$c_{4/1}$	$c_{4/2}$	$c_{4/3}$	$c_{4/4}$

FONTE: o autor (2020).

LEGENDA:  $G_i$  são os grupos formados;  $c_{i/j}$  é o número de indivíduos pertencentes ao grupo real  $j$  porém classificados no grupo  $i$ .

O erro de classificação de cada grupo (3.7) foi calculado como um menos a razão entre o número de indivíduos corretamente classificados e o número total de indivíduos no grupo. Já para o cálculo do erro geral de toda a análise discriminante (3.8), foi calculado o complemento da razão entre o número total de acertos (diagonal principal da matriz de confusão) e o número total de observações da classe (somatório dos elementos da matriz).

$$E_j = 1 - \left( \frac{c_{j/j}}{\sum_i c_{i/j}} \right) \cdot 100 \quad (3.7)$$

Em que:  $E_j$  é o erro de classificação percentual do grupo  $j$ .

$$E = 1 - \left( \frac{\sum_{i=j} c_{i/j}}{\sum_i \sum_j c_{i/j}} \right) \quad \text{ou} \quad E = 1 - \frac{tr(M)}{\sum M} \quad (3.8)$$

Em que:  $E$  é o erro geral da classe;  $tr$  é o traço da matriz de confusão; e  $M$  é a matriz de confusão.

Das funções lineares resultantes da análise discriminante é possível ainda determinar as variáveis mais importantes ou que mais contribuíram para a discriminação dos grupos, valendo-se dos parâmetros da matriz de transformação  $W$  (equação 2.9) estimados para cada variável em cada função.

Essa avaliação foi realizada atribuindo um escore aos parâmetros de cada função linear, de forma que o parâmetro com o maior valor absoluto recebeu a primeira colocação, o segundo maior com a segunda colocação, e assim sucessivamente. A seguir, foi somada a colocação de cada variável nas funções lineares, e a variável que obteve o menor valor dessa soma é a que mais contribuiu para a separação dos grupos.

Uma questão importante é a multicolinearidade das variáveis utilizadas na análise discriminante. Quando presente, a multicolinearidade diminui o poder de classificação das observações adicionando ruído nos menores autovalores, sendo que esse efeito é mais intenso na classificação dos menores grupos (MARDIA *et al.*, 1979; NÆS; MEVIK, 2001).

Neste trabalho, as variáveis foram centradas na média para sua utilização na análise discriminante, e ainda assim é esperada uma alta correlação entre algumas variáveis, como o DAP no início e final do período de crescimento. No entanto, as variáveis foram mantidas por: (i) serem relevantes na classificação dos grupos, como no caso de  $DAP_i$  e  $DAP_f$  (apresentado no item 4.2), e porque (ii) índices de competição, mesmo com estruturas similares, tendem a medir a competição com diferentes nuances, como, por exemplo, índices mais apropriados para quantificar a competição simétrica ou assimétrica (KUEHNE *et al.*, 2019).

### 3.2.2.1 Otimização da análise discriminante

Conforme apresentado na Figura 9, os limites dos grupos foram estabelecidos de forma arbitrária, sem garantia de que uma determinada divisão fosse a mais apropriada ou que garantisse grupos distintos entre si.

Para amenizar esse efeito de arbitrariedade, foi incorporada uma medida de otimização na análise discriminante, de forma a encontrar os limites entre grupos que minimizassem o erro de classificação (3.9). Foram testadas duas funções objetivo, a primeira objetivando minimizar o erro geral da classe, e a outra buscando minimizar o

somatório dos erros dos grupos. Em uma análise prévia, a segunda opção forneceu resultados mais satisfatórios.

$$f(l_1, l_2, l_3, \dots, l_{k-1}) = \min \left( \sum_{j=1}^k E_j \right) \quad (3.9)$$

sujeito a  $l_1 < l_2 < \dots < l_{k-1}$

Em que  $l_i$  são os valores de  $R_i$  limites entre os  $k$  grupos de uma mesma classe de  $d_{pad}$ ;  $E_j$  é o erro de classificação do grupo  $j$ .

Para a minimização, foi utilizado o algoritmo de Nelder-Mead (NELDER; MEAD, 1965), um método que utiliza somente os valores da função objetivo, sem necessidade de aproximação de gradiente. O algoritmo pertence à classe dos métodos de busca direta baseado no conceito matemático de simplex (NELDER; MEAD, 1965).

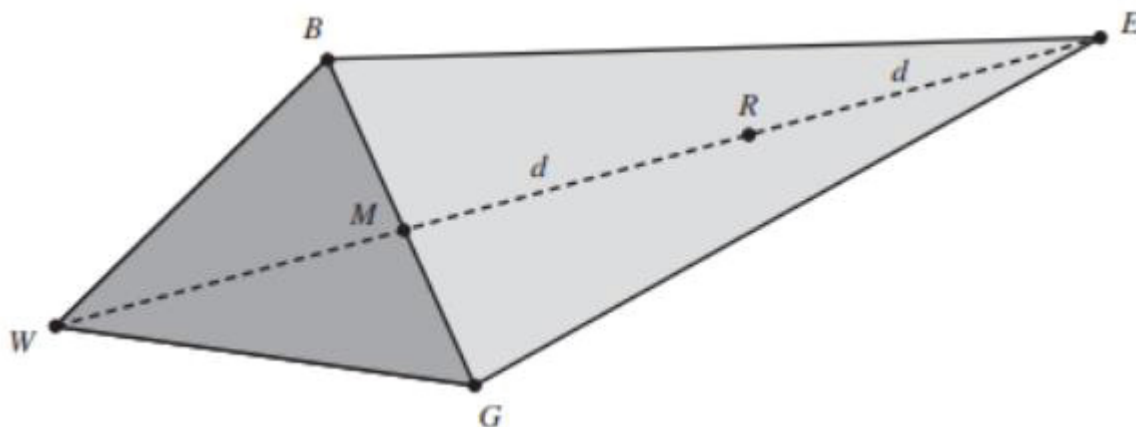
Suponha a função  $f(x, y)$  a ser minimizada. O algoritmo consiste em fornecer valores iniciais de três pontos no plano cartesiano formado pelas variáveis  $x$  e  $y$ . Cada ponto  $k$  possui as coordenadas  $(x_k, y_k)$ , além do valor  $z_k$  da função ao inserir as variáveis na função (MATHEWS; FINK, 2004). Esses três pontos, quando conectados, representam os vértices de um triângulo, e cada vértice possui um valor  $z$  associado, o qual se tenta minimizar. Com base no valor de  $z$ , é possível nomear cada vértice, de forma que um possui o menor valor dos três (e conseqüentemente a melhor das três soluções), um possui um valor de  $z$  intermediário, e outro possui o maior valor (a pior combinação das variáveis dentre esses três pontos), respectivamente, os pontos  $B$ ,  $G$  e  $W$  da Figura 10.

Definindo os vértices do triângulo, o próximo passo é calcular o ponto médio  $M$  no lado  $\overline{BG}$ , traçar uma reta de tamanho  $d$  entre  $W$  e  $M$ , e então estendê-la pelo mesmo comprimento  $d$ , atingindo o novo ponto  $R$  (MATHEWS; FINK, 2004). O objetivo desse passo é se afastar da região com o pior valor da função objetivo.

O próximo passo é calcular o valor  $z$  da função no ponto  $R$ . Caso o valor de  $R$  seja menor que  $W$ , o segmento de reta é estendido por mais uma vez o comprimento  $d$  e atinge o ponto  $E$ . Caso o valor do ponto  $E$  seja menor que  $R$ , então uma nova

iteração começa, e os vértices  $B$ ,  $G$  e  $W$  são redefinidos. Caso seja menor, o novo triângulo é formado utilizando o ponto  $R$  (MATHEWS; FINK, 2004).

FIGURA 10 - FUNCIONAMENTO DO ALGORITMO DE NELDER-MEAD.



FONTE: Mathews e Fink (2004).

Existem ainda outros passos e situações para caso o ponto  $R$  não seja adequado, e explicações mais detalhadas podem ser encontradas em Mathews e Fink (2004). Para esse estudo, foram utilizadas como variáveis os limites entre os grupos.

Em resumo, cada classe de  $dpad$  foi dividida em grupos diversos, que foram submetidos a uma análise discriminante. Como a formação dos grupos é arbitrária, foram testadas diferentes quantias de grupos para cada classe de  $dpad$ , e a delimitação dos limites foi feita por meio de otimização, de forma a encontrar o número e tamanho de grupos que resultassem no menor erro de classificação.

### 3.2.3 Estimativa por razão

Depois de classificados, foi calculada uma razão média de cada grupo utilizando os indivíduos dos grupos classificados *a priori* (3.10), apresentada em Péllico Neto & Behling (2019). Depois, essa razão foi utilizada para estimar o incremento dos mesmos grupos classificados *a posteriori* (3.11), e foi realizada em cada um dos grupos das classes de  $dpad$ . As estatísticas de ajuste do estimador por razão  $R_G$  e da estimativa do incremento foram calculados com base em Péllico Neto & Behling (2019).

$$R_G = \frac{\sum_{i=1}^{n_G} IPA_{Gi}^{Pri}}{\sum_{i=1}^{n_G} dpad_{Gi}^{Pri}} \quad (3.10)$$

$$\widehat{IPA}_{Gi}^{Pos} = R_G \cdot dpad_{Gi}^{Pos} \quad (3.11)$$

Em que  $R_G$  é a razão entre IPA e  $dpad$  de cada grupo  $G$ ;  $IPA_{Gi}^{Pri}$  é o incremento periódico anual observado dos indivíduos do grupo  $G$  *a priori* em  $\text{cm.ano}^{-1}$ , e  $dpad_{Gi}^{Pri}$  é o diâmetro padronizado dos indivíduos do grupo  $G$  *a priori*;  $\widehat{IPA}_{Gi}^{Pos}$  é o incremento estimado de cada observação para o grupo  $G$  classificado *a posteriori*;  $dpad_{Gi}^{Pos}$  é o diâmetro padronizado de cada observação do grupo  $G$  classificado *a posteriori*.

É importante destacar que o foco da estratificação foi viabilizar uma utilização eficiente desse estimador (TRAUTENMÜLLER, 2019), e a estratificação, a análise discriminante e a estimativa de razão devem ser vistas de maneira conjunta.

Para avaliar a estimativa do incremento, foi calculada a raiz do erro quadrático médio absoluto e percentual para cada grupo (3.12 e 3.13) e para cada classe (3.14 e 3.15), além da análise gráfica de resíduos.

$$REQM_G = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_G} (y_i - \hat{y}_i)^2}{n_G}} \quad (3.12)$$

$$REQM\%_G = \frac{REQM_G}{\bar{y}_G} \cdot 100 \quad (3.13)$$

$$REQM_C = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n_C} (y_i - \hat{y}_i)^2}{n_C}} \quad (3.14)$$

$$REQM\%_C = \frac{REQM_C}{\bar{y}_C} \cdot 100 \quad (3.15)$$

Em que:  $REQM_G$  é a raiz do erro quadrático médio do grupo  $G$  ( $\text{cm.ano}^{-1}$ );  $REQM\%_G$  é a raiz do erro quadrático médio relativo do grupo  $G$ ;  $REQM_C$  é a raiz do erro quadrático médio geral da classe  $C$  ( $\text{cm.ano}^{-1}$ );  $REQM\%_C$  é a raiz do erro quadrático médio relativo geral da classe  $C$ ;  $y_i$  e  $\hat{y}_i$  são os incrementos periódicos anuais observados e estimados, respectivamente, dos indivíduos do grupo  $G$  classificado *a posteriori* ( $\text{cm.ano}^{-1}$ );  $n_G$  é o número de indivíduos no grupo;  $n_C$  é o número de indivíduos na classe.

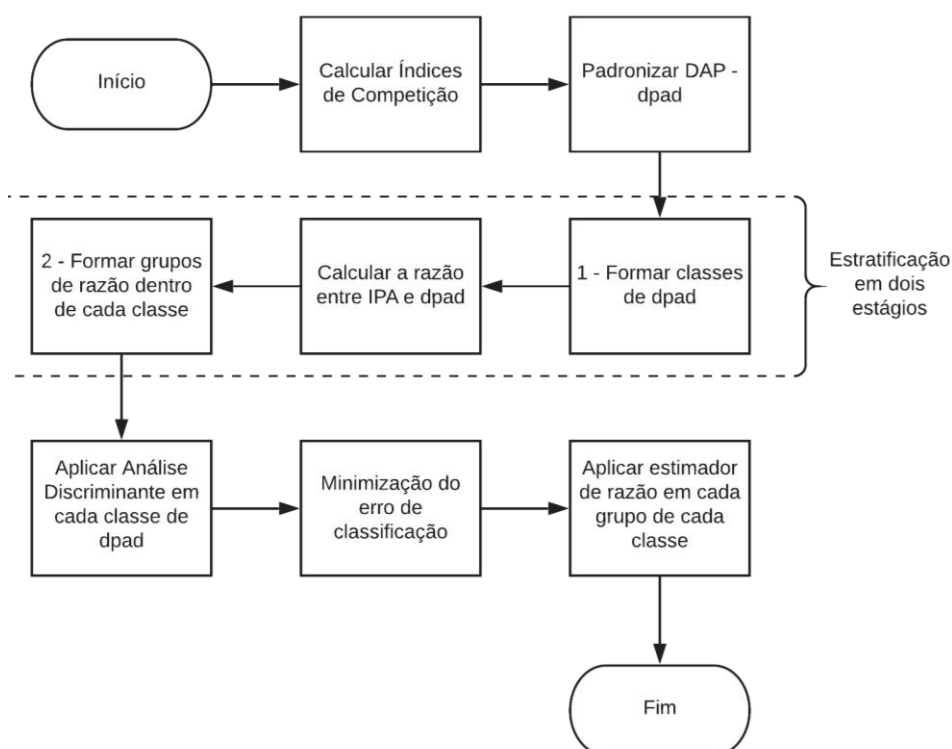
Após a estimativa de incrementos, foi estimado o diâmetro da terceira medição (2013) multiplicando o incremento estimado pelo tempo desejado e somando ao DAP da primeira medição (3.16). Esse cálculo também teve a raiz do erro quadrático médio calculada e gráficos de resíduos avaliados, no entanto, tais medidas foram calculadas somente para todo o banco de dados, e não para cada grupo ou classe.

$$\widehat{DAP}_f = DAP_i + \widehat{IPA} \times \Delta t \quad (3.16)$$

Em que  $\widehat{DAP}_f$  é o diâmetro a 1,3 m estimado no fim do período;  $DAP_i$  é o diâmetro à altura do peito no início do período avaliado;  $\widehat{IPA}$  é o incremento periódico anual estimado; e  $\Delta t$  é o intervalo de tempo entre o início e o fim do período.

Na Figura 11 está um fluxograma que resume os passos da formação dos grupos de indivíduos e a estimativa de incremento periódico anual (IPA).

FIGURA 11 - FLUXOGRAMA DA ESTRATIFICAÇÃO EM DOIS ESTÁGIOS E ESTIMATIVA DO INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL (IPA) EM DIÂMETRO.



FONTE: o autor (2020).

### 3.3 COMPARAÇÃO COM MATRIZ DE TRANSIÇÃO

Para complementar o resultado da estimativa de razão, foi construída uma matriz de transição (3.17) com base em Vanclay (1994). As classes diamétricas foram compostas por 15 classes com 5 cm de amplitude, sendo 10 cm o limite inferior de inclusão na primeira classe. Todos os limites inferiores foram fechados e os superiores abertos. A estrutura da matriz foi composta de uma diagonal principal ( $a$ ), uma secundária ( $b$ ) e uma terciária ( $c$ ), com as probabilidades de, respectivamente, uma árvore se manter viva na mesma classe, avançar uma classe e avançar duas classes diamétricas. A multiplicação da matriz pelo vetor de frequências  $C$  por classe no tempo  $t$  (3.18) resulta em um vetor de mesma dimensão com as frequências por classe no tempo  $t + \Delta t$ .

Para uma comparação completa com a matriz de transição, são necessárias também informações sobre o recrutamento da área de estudo, e neste trabalho foram utilizados os valores observados para as comparações. As probabilidades foram calculadas com base na primeira e segunda medição (2007 e 2010) e projetadas para o ano da terceira medição (2013), a fim de possibilitar a comparação com a estimativa de razão.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & \dots & & 0 \\ b_{21} & a_{22} & 0 & \dots & & 0 \\ c_{31} & b_{32} & a_{33} & \dots & & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & c_{n,m-2} & b_{n,m-1} & a_{n,m} \end{bmatrix}_{(n,m)} \quad (3.17)$$

$$C_t = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{bmatrix}_{(n,1)} \quad (3.18)$$

Para comparação com a matriz de transição, foram estimados os diâmetros da terceira medição (2013) aos moldes de (3.16). Esses diâmetros foram alocados em classes diamétricas iguais às da matriz de transição, e à cada classe foi incluído o número de ingressantes no período 2007-2013, isto é, aqueles que não existiam na primeira medição, e passaram a contar na terceira medição. Não foi incluída uma



medida de sobrevivência, pois a estimativa de razão obrigatoriamente necessita de árvores que tenham se mantido vivas em todo o período analisado, portanto as árvores mortas não foram incluídas nas frequências de classe.

As frequências de indivíduos das classes diamétricas estimadas pela matriz de transição e estimativa de razão foram comparadas com as frequências observadas na medição de 2013 conforme (3.19) e (3.20).

$$DA_j = |FO_j - FE_j| \quad (3.19)$$

$$DR_j = \frac{DA_j}{FO_j} \cdot 100 \quad (3.20)$$

Em que:  $DA_j$  é o desvio em módulo do número de indivíduos da classe  $j$ ;  $FO_j$  é a frequência observada na classe;  $FE_j$  é a frequência de indivíduos estimada na classe pela matriz de transição ou estimativa de razão;  $DR_j$  é o desvio relativo da classe  $j$ .

### 3.4 VALIDAÇÃO

A validação foi realizada em três blocos amostrais não utilizados no conjunto de treino da estimativa do incremento, totalizando 0,75 ha e 560 indivíduos. Foram calculados os diâmetros padronizados ( $dpad$ ) de cada observação, e em seguida construídas as classes de  $dpad$  com as mesmas amplitudes do conjunto de treino.

As observações foram classificadas diretamente nos grupos de razão *a posteriori*, utilizando as funções lineares da análise discriminante, com seus parâmetros ajustados com o banco de dados de treino. Isso permite avaliar se as variáveis utilizadas na análise discriminante se mantêm capazes de separar as observações para outro conjunto de dados.

Após a classificação, cada grupo teve sua razão média calculada. Foi estimado o incremento periódico anual no período 2007-2013, bem como os diâmetros a 1,3 m (DAP) para a quarta medição (2016). A avaliação foi feita por meio da raiz do erro quadrático médio geral de cada classe e da avaliação dos resíduos.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS DA ÁREA DE ESTUDO

Na área foram identificadas 101 espécies arbóreas nativas, 10 exóticas e uma sem identificação confirmada. Assim, como em diversos levantamentos fitossociológicos realizados na Floresta Ombrófila Mista (SEGER *et al.*, 2005; CORDEIRO; RODRIGUES, 2007; SONEGO *et al.*, 2007), a espécie *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze é a mais expressiva (Tabela 6). O cafezeiro (*Casearia sylvestris* Sw.) é a espécie com o segundo maior valor de cobertura da área em questão. Apesar de raramente apresentar indivíduos de grande porte, a alta densidade de indivíduos de *C. sylvestris* (91,21 ind.ha<sup>-1</sup>) garante sua posição expressiva na lista. Outras espécies comuns dessa formação florestal, como a açoita-cavalo (*Luehea divaricata* Mart. & Zucc.), canela-guaicá (*Ocotea puberula* (Rich.) Ness) e o cedro (*Cedrela fissilis* Vell.) também compõem o estrato arbóreo do fragmento.

TABELA 6 - ESTRUTURA HORIZONTAL DAS 10 ESPÉCIES COM MAIORES ÍNDICES DE VALOR DE COBERTURA (IVC) DO FRAGMENTO DE FLORESTA OMBRÓFILA MISTA NA PRIMEIRA MEDIÇÃO (2007).

Espécie	DA	DR	DOA	DOR	IVC
<i>Araucaria angustifolia</i> (Bertol.) Kuntze	21,98	6,59	5,07	37,17	21,88
<i>Casearia sylvestris</i> Sw.	91,21	27,34	1,39	10,19	18,77
<i>Luehea divaricata</i> Mart. & Zucc.	50,00	14,99	1,94	14,22	14,61
<i>Ocotea puberula</i> (Rich.) Nees	29,19	8,75	1,33	9,75	9,25
<i>Symplocos tetrandra</i> Mart.	33,79	10,13	0,92	6,74	8,44
<i>Schinus terebinthifolius</i> Raddi	28,35	8,50	0,67	4,91	6,71
<i>Jacaranda puberula</i> Cham.	29,46	8,83	0,55	4,03	6,43
<i>Myrcia hatschbachii</i> D.Legrand	16,40	4,92	0,64	4,69	4,81
<i>Cedrela fissilis</i> Vell.	13,39	4,01	0,74	5,43	4,72
<i>Casearia obliqua</i> Spreng.	19,88	5,96	0,39	2,86	4,41

FONTE: o autor (2020).

LEGENDA: DA é a densidade absoluta, em ind.ha<sup>-1</sup>; DR é a densidade relativa, adimensional; DOA é a dominância absoluta, em m<sup>2</sup>.ha<sup>-1</sup>; DOR é a dominância relativa, adimensional; IVC é o índice valor de cobertura, expresso pela média entre DR e DOR.

Em relação ao DAP dos indivíduos, percebe-se o aumento da média do diâmetro ao longo dos anos (Tabela 7), indicando aumento dos indivíduos de maior porte ou diminuição do número de indivíduos nas classes inferiores ao longo dos anos.

Essa última possibilidade fica em evidência na distribuição diamétrica dos indivíduos (Figura 12). A distribuição diamétrica possui formato exponencial negativo, padrão comumente encontrado em formações florestais naturais.

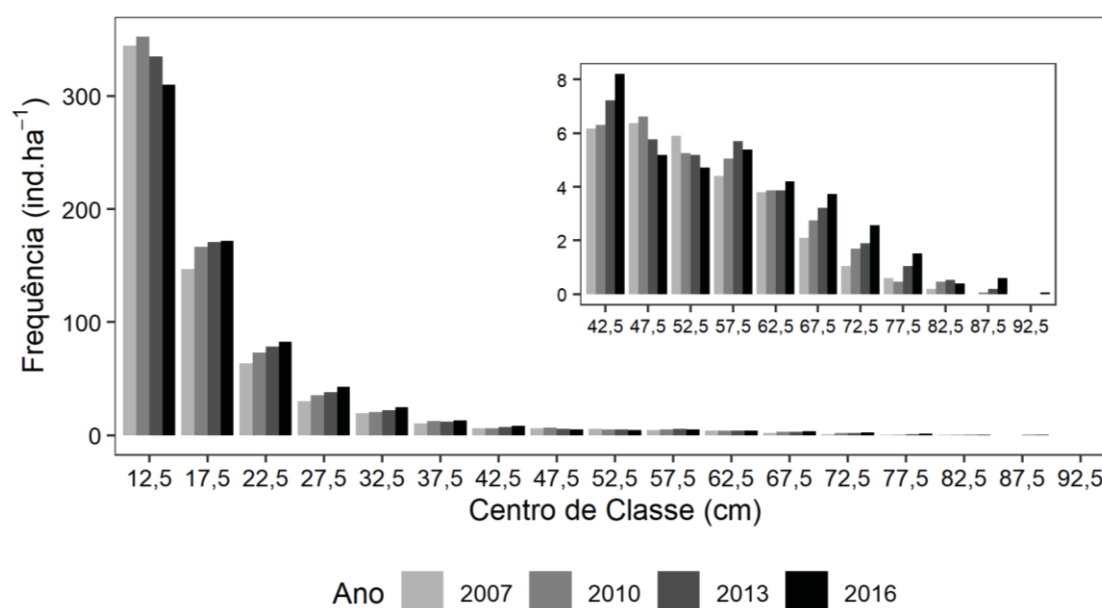
TABELA 7 - ESTATÍSTICAS DESCRITIVAS DO DIÂMETRO A 1,3 m DO SOLO (DAP), NÚMERO DE INDIVÍDUOS E ÁREA BASAL POR HECTARE PARA OS ANOS DE MEDIÇÃO DO FRAGMENTO DE FLORESTA OMBRÓFILA MISTA.

Ano	Mínimo (cm)	Média (cm)	Máximo (cm)	CV (%)	N (ind.ha <sup>-1</sup> )	G (m <sup>2</sup> .ha <sup>-1</sup> )
2007	10,00	17,99	83,56	10,12	645,21	21,59
2010	10,00	18,28	86,93	10,27	693,31	23,94
2013	10,00	18,72	88,17	10,64	691,34	25,17
2016	10,00	19,26	91,35	11,08	682,09	26,45

FONTE: o autor (2020).

LEGENDA: CV é o coeficiente de variação do DAP; N é o número total de indivíduos por hectare no respectivo ano; G é a área basal por hectare no respectivo ano.

FIGURA 12 - DISTRIBUIÇÃO DIAMÉTRICA DO REMANESCENTE DE FLORESTA OMBRÓFILA MISTA PARA CADA ANO DE MEDIÇÃO.



FONTE: o autor (2020).

LEGENDA: ind.ha<sup>-1</sup> é o número de indivíduos por hectare.

## 4.2 ÍNDICES DE COMPETIÇÃO

O uso da correlação com o incremento é uma das ferramentas mais utilizadas para avaliar os índices de competição. Exemplos de seu emprego vão desde Lorimer

(1983), Weiner (1984) e Daniels *et al.* (1986) até Martins *et al.* (2011), Castro *et al.* (2014) e Vatrás *et al.* (2018). Neste estudo, a correlação, utilizando todos os indivíduos mostrou que praticamente todos os índices que tiveram sua área variada resultaram em correlações significativas a 95% de probabilidade (Tabelas 8 e 9), com exceção da área basal ( $G$ ) e diâmetro médio ( $\bar{d}_p$ ) para alguns tamanhos de parcela.

TABELA 8 - CORRELAÇÃO ENTRE ÍNDICES DE COMPETIÇÃO INDEPENDENTES DE DISTÂNCIA E INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL (IPA) PARA DIFERENTES TAMANHOS DE PARCELA.

Lado (m)	N. Par	$G$	$G_m$	$\bar{d}_p$	$\bar{d}_p m$	$BAL$	$GH$
10	301	-0,007 <sup>ns</sup>	-0,081*	0,050*	-0,053*	-0,204*	0,307*
15	154	-0,029 <sup>ns</sup>	-0,085*	0,008 <sup>ns</sup>	-0,051*	-0,228*	0,326*
20	88	-0,054*	-0,100*	-0,025 <sup>ns</sup>	-0,070*	-0,267*	0,333*
25	50	-0,050*	-0,089*	-0,040 <sup>ns</sup>	-0,082*	-0,277*	0,338*
50	14	-0,028 <sup>ns</sup>	-0,071*	-0,023 <sup>ns</sup>	-0,065*	-0,323*	0,333*
100	6	0,024 <sup>ns</sup>	-0,056*	-0,026 <sup>ns</sup>	-0,097*	-0,321*	0,330*

FONTE: o autor (2020).

LEGENDA: N. Par é o número de parcelas resultante da divisão da área de estudo em subparcelas;  $G$  e  $G_m$  são a área basal e área basal excluindo a árvore alvo, respectivamente, em  $m^2.parcela^{-1}$ ;  $\bar{d}_p$  e  $\bar{d}_p m$  são o diâmetro médio com e sem a árvore alvo no cálculo, respectivamente, em cm;  $BAL$  é o somatório das áreas transversais das árvores maiores que a árvore alvo, em  $m^2.parcela^{-1}$ ;  $GH$  é o índice de competição Glover & Hool; \* é significativo ao nível de 95% de probabilidade; <sup>ns</sup> é não significativo ao nível de 95% de probabilidade.

TABELA 9 - CORRELAÇÃO ENTRE ÍNDICES DE COMPETIÇÃO DEPENDENTES DE DISTÂNCIA E INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL (IPA) PARA DIFERENTES RAIOS DE SELEÇÃO DE COMPETIDORES.

Raio (m)	Área ( $m^2$ )	$H$	$H_m$	$TB$	$TB_m$	$ME_m$
3	28,27	-0,118*	-0,240*	-0,260*	-0,204*	-0,254*
5	78,54	-0,204*	-0,331*	-0,300*	-0,266*	-0,353*
7	153,94	-0,234*	-0,367*	-0,318*	-0,286*	-0,384*
10	314,16	-0,265*	-0,396*	-0,331*	-0,314*	-0,403*
12	452,39	-0,274*	-0,404*	-0,336*	-0,323*	-0,408*
15	706,86	-0,287*	-0,414*	-0,343*	-0,335*	-0,416*
17	907,92	-0,292*	-0,416*	-0,344*	-0,337*	-0,415*
20	1256,64	-0,298*	-0,419*	-0,346*	-0,343*	-0,413*

FONTE: o autor (2020).

LEGENDA: Raio é o valor do raio no entorno da árvore alvo utilizado para definir as vizinhas competidoras, em metros; Área é o valor da área resultante do raio de busca, em  $m^2$ ;  $H$  e  $H_m$  são o índice de Hegyi sem e com a restrição de seleção de competidores, respectivamente;  $TB$  e  $TB_m$  são o índice de Tomé & Burkhart sem e com a restrição de seleção de competidores, respectivamente;  $ME_m$  é o índice de competição de Martin & Ek com a restrição de seleção de competidores; \* é significativo ao nível de 95% de probabilidade; <sup>ns</sup> é não significativo ao nível de 95% de probabilidade.

As correlações das demais variáveis utilizadas na análise discriminante estão dispostas na Tabela 10. Tanto o índice  $APD_1$  quanto  $APD_2$  não apresentaram uma correlação significativa ao nível de 95%, enquanto as variáveis DAP (inicial e final), estrato e copa foram significativas.

TABELA 10 - CORRELAÇÃO ENTRE AS DEMAIS VARIÁVEIS UTILIZADAS E O INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL (IPA).

$DAP_i$	$DAP_f$	Estrato	Copa	$APD_1$	$APD_2$	Espécie	Classif
0,333*	0,532*	0,413*	0,289*	0,013 <sup>ns</sup>	0,026 <sup>ns</sup>	0,060*	0,123*

FONTE: o autor (2020).

LEGENDA:  $DAP_i$  e  $DAP_f$  são os diâmetros no início e fim do período de medição, respectivamente, em cm; Estrato é o estrato de inserção da copa no dossel da floresta, variando nos níveis 1, 2, 3; Copa é a qualidade da copa da árvore, com níveis de 1 a 4;  $APD_1$  e  $APD_2$  são os índices de área potencialmente disponíveis; Espécie é o nome científico; Classif é o estágio sucessional da espécie com base na literatura; \* é significativo ao nível de 5% de probabilidade; *ns* é não significativo ao nível de 5% de probabilidade.

Um ponto que merece explicação é o sinal da correlação, sendo negativo para alguns índices e positivo para outros. Isso se deve à estrutura do índice e de que forma a competição é efetivamente obtida com ele. O índice *BAL*, por exemplo, aumenta com o aumento do número de indivíduos com área transversal maior que a da árvore alvo, logo, se o valor do índice é alto, então a árvore alvo é pequena e, de certa maneira, sofre pressão das vizinhas maiores, o que a faz ter um ritmo menor de crescimento e garante o sinal negativo da correlação; quanto menor a planta, mais vizinhos maiores ela tem e, conseqüentemente, aumenta sua desvantagem na busca por recursos.

Efeito contrário ocorre no índice Glover & Hool (*GH*), uma vez que apresenta correlação positiva com o incremento. A formulação desse índice é simplesmente o diâmetro da árvore alvo dividido pelo diâmetro médio da parcela, em que se espera que seu valor oscile próximo de 1. Em outras palavras, o índice *GH* avalia se, em média, a árvore alvo é maior ou menor que as demais com base no DAP. A existência de correlação positiva é indício de que árvores abaixo da média crescem menos, e árvores acima da média crescem mais.

Na literatura é comum encontrar outras versões desse mesmo índice, como, por exemplo, a mesma formulação utilizada neste trabalho, porém com o numerador e o denominador elevados ao quadrado. Nessa utilização, a relação entre diâmetros é até certa forma perdida. Uma formulação mais adequada para essa versão seria

alterar o denominador de forma a representar a média do quadrado dos diâmetros em vez da média elevada ao quadrado, o que implicaria na comparação de áreas transversais em vez de diâmetros

Outro índice similar é atribuído a Stage (1973), que utiliza o diâmetro da árvore alvo dividido pelo diâmetro da árvore de área basal média da parcela. Não foram encontrados trabalhos que expliquem as diferenças entre as formulações, mas uma possível distinção ocorre ao comparar áreas transversais, em que o índice se torna mais sensível às diferenças entre a árvore alvo e a média.

O diâmetro médio da parcela ( $\overline{d_p}$ ) não é adequado para representar a competição. Além de apresentar uma correlação extremamente baixa, o sinal se altera conforme aumenta a abrangência da parcela. Isso ocorre porque a influência do DAP da árvore alvo na média é maior em parcelas pequenas que em parcelas grandes. Para parcelas pequenas, quando o DAP da árvore alvo for alto,  $\overline{d_p}$  será alto, e quando o DAP for baixo, assim será o valor da média.

Para grandes parcelas, a contribuição da árvore alvo diminui, e há uma tendência de regressão à média dos diâmetros, onde uma árvore pequena pertencerá a uma parcela cujo diâmetro médio ( $\overline{d_p}$ ) provavelmente será maior que seu próprio DAP, e o inverso ocorre para uma árvore grande. Essa variável também carece de qualquer relação de distância entre a árvore alvo e a média, ou quão maior/menor é a árvore alvo em relação à média da parcela.

Ainda referente ao tamanho das parcelas, como os diâmetros médios tendem a se aproximar conforme aumenta o tamanho das parcelas (parcelas cada vez maiores e mais homogêneas), o resultado é uma grande amplitude de incrementos e uma baixa amplitude de  $\overline{d_p}$ , e a consequente correlação não significativa. Uma saída para essa inadequabilidade do diâmetro médio da parcela como medida de competição é a inclusão de uma variável que informe quão abaixo ou acima da média está a árvore alvo, tal como no índice *GH* citado anteriormente. Efeito similar ocorre com o uso da área basal (*G*) como medida de competição, uma vez que os valores de correlação foram extremamente baixos.

Por esse motivo, foi adicionada uma restrição ao cálculo de *G* e  $\overline{d_p}$ , omitindo a árvore alvo do somatório. Esperava-se que a omissão da árvore alvo evitaria o efeito citado anteriormente, de a árvore alvo refletir sua dimensão no índice e mascarar a real pressão competitiva exercida pelas árvores vizinhas.

Na Tabela 8 foi observado aumento de correlação ao incluir a restrição no cálculo dos índices. Para a área basal,  $G_m$  apresentou valores desde aproximadamente duas vezes maiores ( $L = 20$  m e  $100$  m) para até mais de 10 vezes maiores ( $L = 10$  m) que sua versão original. A restrição alterou o sinal da correlação para as menores parcelas, comprovando o efeito causado pela árvore alvo, e tornou significativa a correlação em todas as parcelas. De maneira geral, as correlações ainda são extremamente baixas para essas duas variáveis, mas ao mesmo tempo elas são muito sensíveis a qualquer mudança e adaptação da sua formulação, e fornecem bons indicadores dos efeitos da árvore alvo no cálculo.

A melhoria dos índices com a inclusão de uma restrição também é observada no índice  $BAL$ , no qual entram no somatório apenas os indivíduos maiores que a árvore alvo. O índice apresentou um resultado superior que os demais. Considerando que a restrição de inclusão é a única diferença entre os índices  $G$  e  $BAL$ , percebe-se que essa restrição resulta em um ganho considerável de correlação com o incremento.

O aumento da correlação do índice  $BAL$  à medida em que aumenta a área da parcela evidencia a necessidade de testes de diferentes tamanhos de parcela, a fim de contabilizar todas as árvores que eventualmente interagem com a árvore alvo. Para este estudo, a correlação do índice  $BAL$  aparentemente estabiliza com uma parcela quadrada de 50 metros de lado. No entanto, esse tamanho pode não ser o ideal para outras formações florestais, e a literatura aponta diferentes tamanhos de parcela para o mesmo índice (BURTON, 1993). O índice  $GH$ , por outro lado, não aparenta ser afetado pelo tamanho da parcela.

Sobre os índices dependentes de distância, todos foram significativos e apresentam uma tendência de aumento da correlação com o incremento diamétrico, conforme aumenta o raio de inclusão de competidores. Os índices  $H$  e  $TB$  expressam o somatório das relações de tamanho entre a árvore alvo e as vizinhas, relações essas ponderadas pela distância alvo-vizinha. Para o índice de Hegyi ( $H$ ), essa relação é dada na forma de razão entre a vizinha e a árvore alvo, e para o índice de Tomé e Burkhart ( $TB$ ) a relação é na forma de subtração entre as dimensões.

A versão de Tomé e Burkhart (1989) representa um ganho de correlação em relação ao índice de Hegyi. O uso da subtração como medida de escala entre a árvore alvo e vizinhas possibilita a ocorrência de resultados negativos, o que talvez permita



a medição de outras interações entre plantas, além da competição (POMMERENING; SÁNCHEZ-MEADOR, 2018).

Além das formulações originais, foi aplicada uma restrição sobre esses dois índices ( $H_m$  e  $TB_m$ ). A restrição foi a seleção de somente os indivíduos situados no mesmo estrato ou em um estrato superior do dossel em comparação com a árvore alvo. Assim como a seleção de somente os indivíduos maiores propicia maior correlação com o incremento para os índices independentes de distância, esperava-se que essa restrição tivesse efeito semelhante na correlação.

Para o índice de Hegyi, a restrição melhorou a correlação, porém para  $TB$  não houve grande contribuição para o desempenho do índice. Algumas considerações podem ser feitas diante disso e, para fins de explicação, a ponderação pela distância entre as árvores foi desconsiderada.

O índice de Hegyi ( $H$ ) utiliza a razão de tamanhos como medida de competição, logo, quando a árvore competidora for maior que a árvore alvo, essa razão será maior que 1, e quando a competidora for menor, a razão será menor que 1. Nesse raciocínio, pode-se pensar que quanto maior o valor dessa razão, maior a pressão exercida por essa vizinha, e, analogamente, quanto menor a razão (abaixo de 1), maior a facilitação que essa vizinha fornece, uma vez que por ser menor é mais facilmente suprimida. Uma razão igual a 1 significa que tanto a vizinha quanto a árvore alvo possuem a mesma capacidade de obtenção de recursos. Entretanto, a natureza somatória do índice força uma relação de competição de todas as vizinhas, independentemente do seu tamanho; algo típico de estruturas que visam mensurar competição simétrica.

Em contrapartida, o índice de Tomé e Burkhart ( $TB$ ) contorna essa problemática, pois o somatório das diferenças não altera a natureza da relação entre os diâmetros. Uma maneira de manter a relação entre as diferentes razões do índice de Hegyi seria a utilização do produto das razões dos diâmetros, porém tal modificação não foi testada nesse trabalho.

Isso também explica o efeito da restrição nos índices. A restrição do estrato de inserção da copa até certa medida exclui as árvores menores do cálculo, presumindo que uma árvore situada em um estrato inferior, terá um menor diâmetro que a árvore alvo. Isso acaba por retirar do índice de Hegyi as vizinhas inadequadamente atribuídas como influenciadoras ou que exerciam competição.

Também deve ser ressaltada a adequabilidade da variável estrato de inserção da copa no dossel. Uma maneira ideal de seleção dos maiores indivíduos basear-se-ia na utilização da altura das árvores, porém a medição dessa variável em florestas nativas é um processo dispendioso, além de muitas vezes impreciso. A utilização do estrato de inserção da copa no dossel como alternativa à altura foi satisfatória para a melhoria do índice de competição, e é de fácil obtenção no inventário.

Essa suposição de que árvores menores não exercem competição nas árvores maiores está fundamentada na ideia de competição assimétrica, tratada no item 2.3. O ganho de correlação resultante da adição da restrição é indício de que a competição assimétrica prevalece para a área de estudo, e corrobora com a problemática mencionada sobre o uso de somatório na estrutura do índice do Hegyi.

O índice de Tomé e Burkhart (1989) não teve seu desempenho melhorado com a restrição, uma vez que a natureza aditiva do índice já contorna essa problemática. O índice de Martin & Ek ( $ME_m$ ) foi calculado diretamente com a inclusão da restrição de estrato, portanto o efeito da adição da restrição não foi observado, mas com base nos valores de correlação obtidos é razoável presumir que a restrição foi benéfica para esse índice. Assim como o índice de Hegyi, a razão de tamanhos do índice de Martin & Ek é uma maneira apropriada de avaliar a relação competitiva entre indivíduos.

Para as demais variáveis avaliadas na Tabela 10, a maior correlação com o incremento periódico foi do diâmetro no fim do período. Curiosamente, o estrato de inserção da copa no dossel ocupa a segunda posição da Tabela 10, com correlação de 0,413.

Os índices de área potencialmente disponível ( $APD_1$  e  $APD_2$ ) não aparentam possuir qualquer relação com o incremento. Sabendo que a dimensão da copa é um atributo muito relacionado com o crescimento de árvores (CUNHA *et al.*, 2013), é possível afirmar que as áreas dos polígonos não representam adequadamente a dimensão da copa dos indivíduos. Esse resultado pode ser explicado pelo fato de que o arranjo formado pelos polígonos só refletirá a área disponível quando todos os indivíduos começarem a ocupar a área ao mesmo tempo, tal qual em um plantio homogêneo. Daniels *et al.* (1986) avaliaram medidas de competição para plantios de *Pinus taeda* L. e concluíram que a área potencialmente disponível é um bom índice para modelos de predição do crescimento quando outros atributos da árvore e do povoamento já são conhecidos, corroborando com a justificativa aqui discutida.

Dentre as variações dos índices de competição testadas para compor a análise discriminante, foram escolhidas as versões de cada índice que mais apresentaram correlação com o incremento, a saber:  $G_m$  com parcela de 20 m de lado,  $\overline{d_p}m$  com parcela de 100 m,  $BAL$  com 50 m,  $GH$  com 25 m,  $H_m$  com 20 m de raio,  $TB$  com 20 m de raio e  $ME_m$  com 15 m de raio. Além dos índices de competição, também compuseram a análise discriminante as variáveis da Tabela 10 ( $DAP_i$ ,  $DAP_f$ , estrato de inserção da copa no dossel, qualidade da copa,  $APD_1$ ,  $APD_2$ , espécie e classificação sucessional).

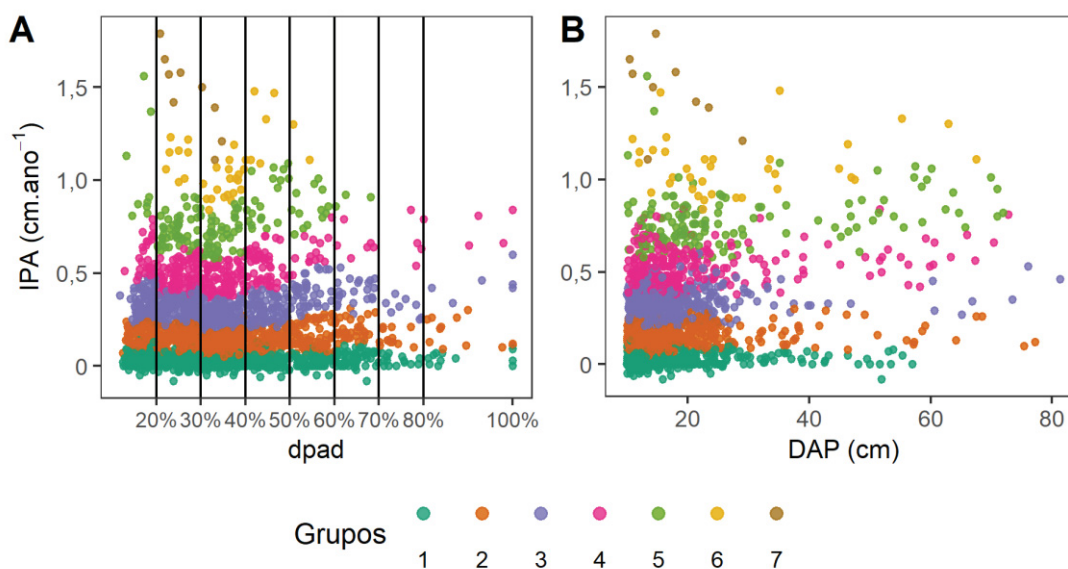
### 4.3 ANÁLISE DISCRIMINANTE

Os grupos classificados de acordo com a análise discriminante podem ser conferidos na Figura 13, com a dispersão dos incrementos periódicos anuais (IPA) em função do diâmetro padronizado ( $d_{pad}$ ) e diâmetro a 1,3 m (DAP). Ao todo foram formados 44 grupos, distribuídos nas oito classes de  $d_{pad}$  e numerados do menor para o maior incremento.

Com base na Figura 13 nota-se que a padronização diminui a concentração de indivíduos nos menores valores de DAP, e aproxima indivíduos de diferentes dimensões, além de dispersar as espécies a ocuparem praticamente todas as classes.

Na Tabela 11 estão os valores do estimador  $R_G$  e sua respectiva significância para cada grupo. Os grupos da Tabela 11 estão ordenados do maior para o menor dentro de cada classe, a fim de conciliar a visualização com a Figura 13.

FIGURA 13 - DISPERSÃO DOS INDIVÍDUOS COM A CLASSIFICAÇÃO DOS GRUPOS PÓS ANÁLISE DISCRIMINANTE EM FUNÇÃO DO DIÂMETRO PADRONIZADO (dpad) (A) E DIÂMETRO A 1,3 m (B).



FONTE: o autor (2020).

TABELA 11 - VALOR DO ESTIMADOR DE RAZÃO  $R_G$  E SUA SIGNIFICÂNCIA AO NÍVEL DE 95% DE PROBABILIDADE PARA CADA GRUPO.

Grupo	Classe							
	1	2	3	4	5	6	7	8
7		6,9837*	3,9726*					
6		4,6131*	2,8013*	3,0336*	2,2926 <sup>ns</sup>			
5	5,8971*	3,0596*	2,0445*	2,0373*	1,5541*	1,4086*		
4	3,3743*	1,9387*	1,3189*	1,2356*	1,1151*	1,0142*	0,8519*	0,8144*
3	1,9138*	1,2052*	0,7824*	0,6766*	0,7261*	0,6329*	0,4196*	0,4773*
2	0,9254*	0,5776*	0,3662*	0,3103*	0,2907*	0,3122*	0,2092*	0,1939*
1	0,2116*	0,1129*	0,0561*	0,0449 <sup>ns</sup>	0,0408 <sup>ns</sup>	0,0690 <sup>ns</sup>	0,0396 <sup>ns</sup>	0,0455 <sup>ns</sup>

FONTE: o autor (2020).

O menor número de grupos foi de quatro para as duas últimas classes de *dpad* (Tabela 11), e as classes 20%-30% e 30%-40% foram classificadas com sete grupos cada. O número de grupos acompanhou a amplitude de incrementos de cada classe, uma vez que as classes intermediárias possuem indivíduos com maiores valores de IPA. No Apêndice 1 estão listados os números de indivíduos e espécies alocados em cada grupo, quando é possível perceber que a maioria dos indivíduos se concentra na segunda e terceira classe, que juntas acumulam 54,18% das observações.

A primeira função linear de cada análise discriminante pode ser conferida na Tabela 12. O resultado da classificação da análise discriminante está apresentado na Tabela 13, que mostra os erros de classificação de cada grupo dentro de cada estrato.

TABELA 12 - PRIMEIRA FUNÇÃO LINEAR CANÔNICA PADRONIZADA RESULTANTE DA ANÁLISE DISCRIMINANTE DE CADA CLASSE DE *dpad* DO FRAGMENTO DE FLORESTA OMBRÓFILA MISTA.

Classe	Função Discriminante	Wilks Lambda
0% - 20%	$Z = -0,02.Copa + 0,269.Estrato - 3,999.DAP_i + 3,962.DAP_f + 0,151.Espécie + 0,127.Classif - 0,076.APD_1 - 0,094.APD_2 + 0,138.G_m - 0,017.BAL + 0,072.d_p m + 0,121.GH + 0,458.H_m - 0,2.TB - 0,173.ME_m$	0,087*
20%-30%	$Z = -0,031.Copa + 0,055.Estrato - 11,025.DAP_i + 11,16.DAP_f + 0,075.Espécie - 0,069.Classif + 0,013.APD_1 + 0,037.APD_2 + 0,03.G_m - 0,021.BAL + 0,075.d_p m - 0,078.GH + 0,011.H_m + 0,059.TB - 0,067.ME_m$	0,038*
30%-40%	$Z = -0,018.Copa - 0,018.Estrato - 18,78.DAP_i + 18,997.DAP_f + 0,018.Espécie + 0,011.Classif - 0,079.APD_1 + 0,102.APD_2 - 0,012.G_m - 0,04.BAL - 0,103.d_p m + 0,031.GH - 0,093.H_m + 0,144.TB + 0,012.ME_m$	0,033*
40%-50%	$Z = -0,23.Copa - 0,021.Estrato - 25,1.DAP_i + 25,251.DAP_f - 0,174.Espécie - 0,071.Classif + 0,302.APD_1 - 0,153.APD_2 - 0,038.G_m + 0,062.BAL - 0,064.d_p m + 0,199.GH + 0,087.H_m + 0,186.TB - 0,149.ME_m$	0,035*
50%-60%	$Z = 0,113.Copa + 0,137.Estrato + 0,098.DAP_i - 0,169.Espécie + 0,248.Classif + 0,215.APD_1 - 0,282.APD_2 - 0,011.G_m + 0,284.BAL + 0,033.d_p m + 1,23.GH + 0,229.H_m + 0,207.TB - 0,149.ME_m$	0,346*
60%-70%	$Z = -0,421.Copa - 0,615.Estrato + 1,6.DAP_i + 0,36.Espécie - 0,265.Classif + 0,367.APD_1 - 0,442.APD_2 - 0,251.G_m + 1,054.BAL - 0,247.d_p m - 0,001.GH + 0,448.H_m + 0,395.TB - 0,302.ME_m$	0,514 <sup>ns</sup>
70%-80%	$Z = -0,502.Copa + 0,073.Estrato + 1,461.DAP_i - 0,211.Espécie - 0,356.Classif - 0,129.APD_1 + 1,99.APD_2 + 0,392.G_m - 0,737.BAL - 0,597.d_p m + 3,157.GH - 3,09.H_m + 4,999.TB + 2,609.ME_m$	0,312 <sup>ns</sup>
80%-100%	$Z = 0,381.Copa + 1,693.Estrato - 1,448.DAP_i - 0,463.Espécie + 0,054.Classif - 0,04.APD_1 + 0,131.APD_2 + 0,649.G_m - 1,325.BAL + 1,386.d_p m + 1,62.GH + 1,993.H_m + 1,38.TB - 1,105.ME_m$	0,173 <sup>ns</sup>

FONTE: o autor (2020).

A Tabela 13 mostra que as variáveis utilizadas foram satisfatórias para discriminar os grupos com um erro geral máximo de 23,08% para a classe 70%-80%.

Em nível de grupo, o máximo atingido foi de 50% no grupo 6 da classe 50%-60%. No entanto, esse grupo possui apenas dois indivíduos, e um foi erroneamente classificado em outro grupo pela análise discriminante. Além disso, nesse grupo o estimador de razão não foi significativo (Tabela 11). Para os demais grupos, o maior erro de classificação foi de 28,57%.

TABELA 13 - ERRO PERCENTUAL POR GRUPO E CLASSE DE *dpad* DAS OBSERVAÇÕES UTILIZANDO VALIDAÇÃO CRUZADA *LEAVE-ONE-OUT* NO REMANESCENTE DE FLORESTA OMBRÓFILA MISTA.

Grupo	Erro de classificação (%)							
	Classe de <i>dpad</i>							
	≤ 20%	20%-30%	30%-40%	40%-50%	50%-60%	60%-70%	70%-80%	> 80%
7	-	0,00	25,00	-	-	-	-	-
6	-	0,00	6,25	16,67	50,00	-	-	-
5	18,18	8,51	20,83	10,00	0,00	0,00	-	-
4	16,22	25,66	8,33	7,84	5,26	0,00	25,00	0,00
3	16,30	9,49	13,51	8,79	0,00	4,76	16,67	0,00
2	25,32	15,13	7,06	9,38	9,84	23,53	28,57	6,25
1	7,69	3,31	4,23	8,24	10,34	3,85	20,00	12,50
Geral	15,87	11,61	9,31	8,88	6,83	9,48	23,08	5,71

FONTE: o autor (2020).

O baixo erro de classificação é evidência de que, para indivíduos situados na mesma faixa de *dpad*, existem ainda variações na capacidade de crescimento, e essas variações são em parte explicadas pelos índices de competição utilizados na análise discriminante. As variáveis que mais contribuíram para a separação dos grupos estão dispostas na Tabela 14.

Tanto  $DAP_i$  quanto  $DAP_f$  propiciaram as maiores contribuições para a análise discriminante em praticamente todas as classes, e isso é condizente dada a estreita relação entre incremento e DAP (LORIMER, 1983; DANIELS *et al.*, 1986; TOMÉ; BURKHART, 1989). Índices como Glover & Hool (*GH*) e Hegyi ( $H_m$ ) também aparecem ambos em 6 das 8 classes como as variáveis mais relevantes da análise.

Para as últimas duas classes a maior contribuição na análise discriminante é de índices de competição. Calculando a correlação  $DAP_i$  e IPA para cada classe, há um decréscimo do valor conforme aumenta a classe de *dpad*, variando de um máximo de 0,457 na classe 30%-40% para um valor mínimo de -0,128 na classe 70%-80%, esta última não significativa a 95% de probabilidade.

TABELA 14 - ORDEM DE CONTRIBUIÇÃO POR CLASSE DE  $dpad$  DAS VARIÁVEIS UTILIZADAS NA ANÁLISE DISCRIMINANTE PARA CLASSIFICAÇÃO DAS OBSERVAÇÕES NOS GRUPOS.

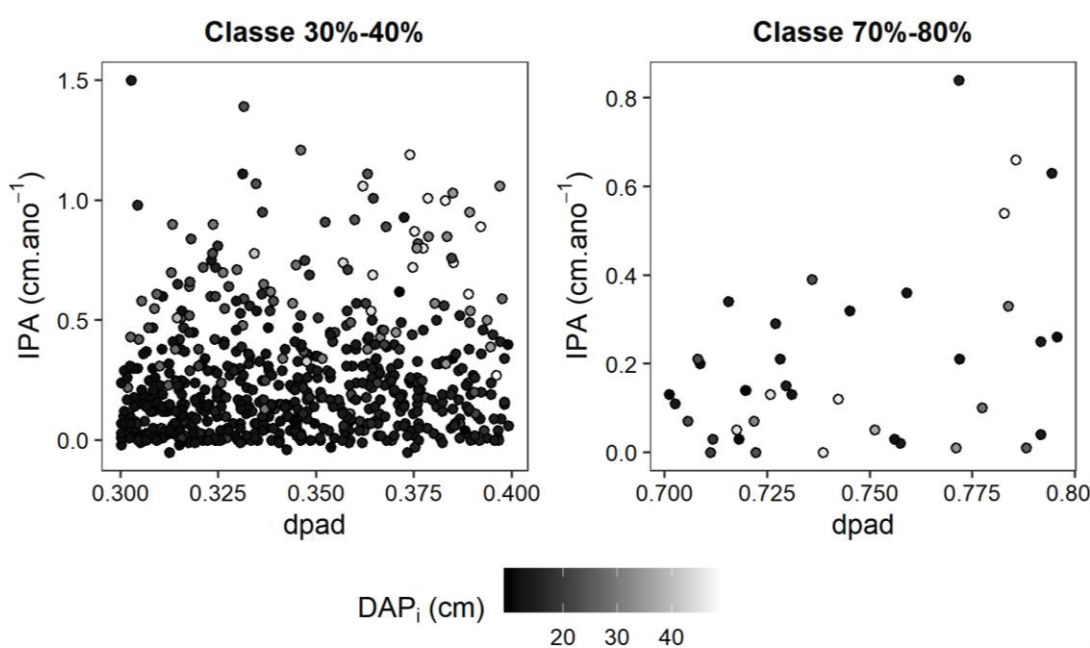
Ranking	Classe de $dpad$							
	0%-20%	20%-30%	30%-40%	40%-50%	50%-60%	60%-70%	70%-80%	80%-100%
1	$DAP_i$	$DAP_i$	$DAP_i$	$DAP_i$	$DAP_i$	$DAP_f$	$TB$	$ME_m$
2	$GH$	$GH$	$DAP_f$	$DAP_f$	$DAP_f$	$DAP_i$	$DAP_i$	$H_m$
3	$DAP_f$	$DAP_f$	$TB$	$TB$	$H_m$	$BAL$	$DAP_f$	$DAP_f$
4	$TB$	$ME_m$	$GH$	$GH$	$GH$	$APD_1$	$H_m$	$Estrato$
5	$BAL$	$H_m$	$H_m$	$H_m$	$APD_2$	$GH$	$ME_m$	$DAP_i$

FONTE: o autor (2020).

LEGENDA:  $DAP_i$  e  $DAP_f$  são os diâmetros a 1,3 m no início e final do período, respectivamente;  $GH$  é o índice de Glover & Hool;  $TB$  é o índice de Tomé & Burkhart;  $BAL$  é a área basal das árvores maiores que a árvore alvo, em  $m^2.parcela^{-1}$ ;  $ME_m$  é o índice de Martin & Ek modificado;  $H_m$  é o índice de Hegyi modificado;  $APD_1$  e  $APD_2$  são as medidas de área potencialmente disponíveis;  $Estrato$  é o estrato de inserção da copa no dossel da floresta.

O comportamento do DAP nessas classes pode ser observado na Figura 14. Para a classe 30%-40%, os menores diâmetros se situam majoritariamente nos menores incrementos, enquanto na classe 70%-80% tal comportamento não é verificado.

FIGURA 14 - COMPORTAMENTO DO DIÂMETRO A 1,3 m PARA AS CLASSES DE  $dpad$  30%-40% E 70%-80%.



FONTE: o autor (2020).



Isso é evidência de que, para indivíduos situados nas classes intermediárias, os de maior tamanho tendem a ter maiores taxas de crescimento. Em contrapartida, os maiores indivíduos de cada espécie (maior *d<sub>pad</sub>*) tender a se situar na fase senil da curva de crescimento, onde as taxas de incremento independem do seu tamanho, e essa baixa relação entre DAP e IPA nessas classes realça a contribuição dos índices de competição.

Para a última classe há ainda uma considerável contribuição do estrato de inserção da copa no dossel da floresta (correlação de 0,42, significativa a 95% de probabilidade), de forma que os indivíduos situados no estrato inferior do dossel apresentaram menor incremento.

#### 4.4 ESTIMATIVA DO INCREMENTO

Realizada a classificação, foram estimados os incrementos com base na estimativa por razão dos 44 grupos formados. Cada grupo teve sua razão média calculada, e as árvores do grupo tiveram o incremento estimado com base nessa razão.

A raiz do erro quadrático médio (REQM) em  $\text{cm.ano}^{-1}$  e em termos percentuais podem ser observados nas tabelas 15 e 16, respectivamente. O maior erro foi de  $0,2695 \text{ cm.ano}^{-1}$  para o quinto grupo da classe 0% - 20%, e o menor de  $0,0237 \text{ cm.ano}^{-1}$  para o primeiro grupo da classe 70%-80%, cerca de 10 vezes menor que o erro máximo encontrado. Na Tabela 15 também é perceptível, dentro de cada classe, uma tendência de aumento do erro conforme aumenta o incremento, uma vez que os grupos de maior numeração se situam em regiões de maior incremento.

Em termos relativos os valores se invertem, pois os incrementos dos menores grupos são menores. Nos mesmos grupos de erro máximo e mínimo absolutos citados, os erros percentuais são de 26,33% e 81,00%, respectivamente (Tabela 16). O primeiro grupo de cada classe é onde se concentram as maiores taxas relativas do erro de estimativa, atingindo um máximo de 144,17%. Enquanto os erros absolutos seguem uma tendência crescente com o avanço dos grupos, para os erros percentuais o padrão é o oposto.

TABELA 15 - RAIZ DO ERRO QUADRÁTICO MÉDIO (REQM) DA ESTIMATIVA DO INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL POR GRUPO E PARA CADA CLASSE DE *dpad*.

Grupo	Raiz do erro quadrático médio (cm.ano <sup>-1</sup> )							
	Classe de <i>dpad</i>							
	≤ 20%	20%-30%	30%-40%	40%-50%	50%-60%	60%-70%	70%-80%	> 80%
7	-	0,2147	0,2021	-	-	-	-	-
6	-	0,1201	0,088	0,1463	0,1376	-	-	-
5	0,2695	0,1019	0,0721	0,0978	0,0858	0,0367	-	-
4	0,0853	0,0716	0,0691	0,0903	0,0651	0,0789	0,1137	0,099
3	0,0783	0,0573	0,0509	0,0606	0,0685	0,0594	0,0529	0,0661
2	0,0491	0,0462	0,0399	0,0416	0,0626	0,0493	0,0395	0,0805
1	0,0354	0,033	0,0257	0,0317	0,0305	0,0392	0,0237	0,0288
Geral	0,0734	0,0601	0,0524	0,0615	0,0588	0,0489	0,0512	0,0694

FONTE: o autor (2020).

TABELA 16 - RAIZ DO ERRO QUADRÁTICO MÉDIO PERCENTUAL (REQM%) DA ESTIMATIVA DO INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL POR GRUPO E PARA CADA CLASSE DE *dpad*.

Grupo	Raiz do erro quadrático médio (%)							
	Classe de <i>dpad</i>							
	≤ 20%	20%-30%	30%-40%	40%-50%	50%-60%	60%-70%	70%-80%	> 80%
7	-	13,40	15,52	-	-	-	-	-
6	-	10,71	8,93	11,56	11,42	-	-	-
5	26,33	13,85	10,26	10,90	10,08	4,10	-	-
4	14,29	14,73	15,01	16,78	10,56	11,96	17,03	13,21
3	22,71	18,42	18,50	19,99	17,47	14,74	16,66	14,80
2	30,33	30,18	30,57	29,67	38,18	25,04	25,9	45,53
1	95,77	104,21	124,12	144,17	112,17	88,28	81,00	71,88
Geral	31,86	22,57	20,34	22,47	23,86	23,63	26,27	26,64

FONTE: o autor (2020).

Considerando todos os grupos e classes, o erro médio geral foi de 0,0599 cm.ano<sup>-1</sup>, ou 23,58% em termos percentuais.

Outros estudos sobre crescimento diamétrico também mostram grande variação no erro relativo (Tabela 17), e dentre os estudos para florestas naturais da tabela, os de maior erro relativo (TECK; HILT, 1991; STADT *et al.*, 2007) ajustaram modelos por espécie para a estimativa. No menor erro para estimativas em florestas naturais (MALEKI *et al.*, 2015) as florestas eram compostas de seis espécies na região da Estônia, e o modelo ajustado por meio de modelagem mista.

O painel A da Figura 13 mostra que conforme aumenta o incremento periódico anual, a amplitude dos grupos também aumenta. Essa característica, aliada à estimativa de razão, resulta em maiores taxas de erro absoluto para os grupos situados nos maiores incrementos, conforme observado na Tabela 15.

TABELA 17 - RELAÇÃO DE ESTUDOS VOLTADOS PARA A ESTIMATIVA DO INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL (IPA) DIAMÉTRICO POR TIPOLOGIA FLORESTAL, ESPÉCIE, LOCAL E ERRO ENCONTRADO.

Literatura	Tipologia Florestal	Espécie	Local	Medida	Erro (cm.ano <sup>-1</sup> )	Erro (%)
Teck & Hilt (1991)	Natural	Várias	EUA	REQM	0,17 - 0,40*	60,29 - 120,31
Cao (2000)	Plantada	<i>Pinus taeda</i>	EUA	EMA	1,11-1,08	**
Zhao <i>et al.</i> (2004)	Natural - Aluvial	Várias	EUA	REQM	0,28 - 0,32***	**
Stadt <i>et al.</i> (2007)	Natural – Boreal	Várias	Canadá	Syx	0,06 - 0,14	160,53 - 381,58****
Uzoh & Oliver (2008)	Plantada	<i>Pinus ponderosa</i>	EUA	EMA	0,40-0,41	21,00-24,00
Pommerening & Maleki (2014)	Plantada e Natural	Várias	Canadá, Suíça e Áustria	REQM	0,07 - 0,17	**
Maleki <i>et al.</i> (2015)	Natural	<i>Betula pendula</i>	Estônia	REQM	0,08-0,09****	31,04-35,14****
Silveira <i>et al.</i> (2015)	Natural - Estacional	<i>Trichilia clausenii</i>	Brasil	Syx	0,12	**
Weiskittel <i>et al.</i> (2016)	Natural	Várias	EUA	REQM	0,11 - 0,22	47,90 - 73,26****
Moreno <i>et al.</i> (2017)	Natural	<i>Nothofagus</i> sp.	Chile	REQM	1,35-1,36	44,16-45,13

FONTE: o autor (2020).

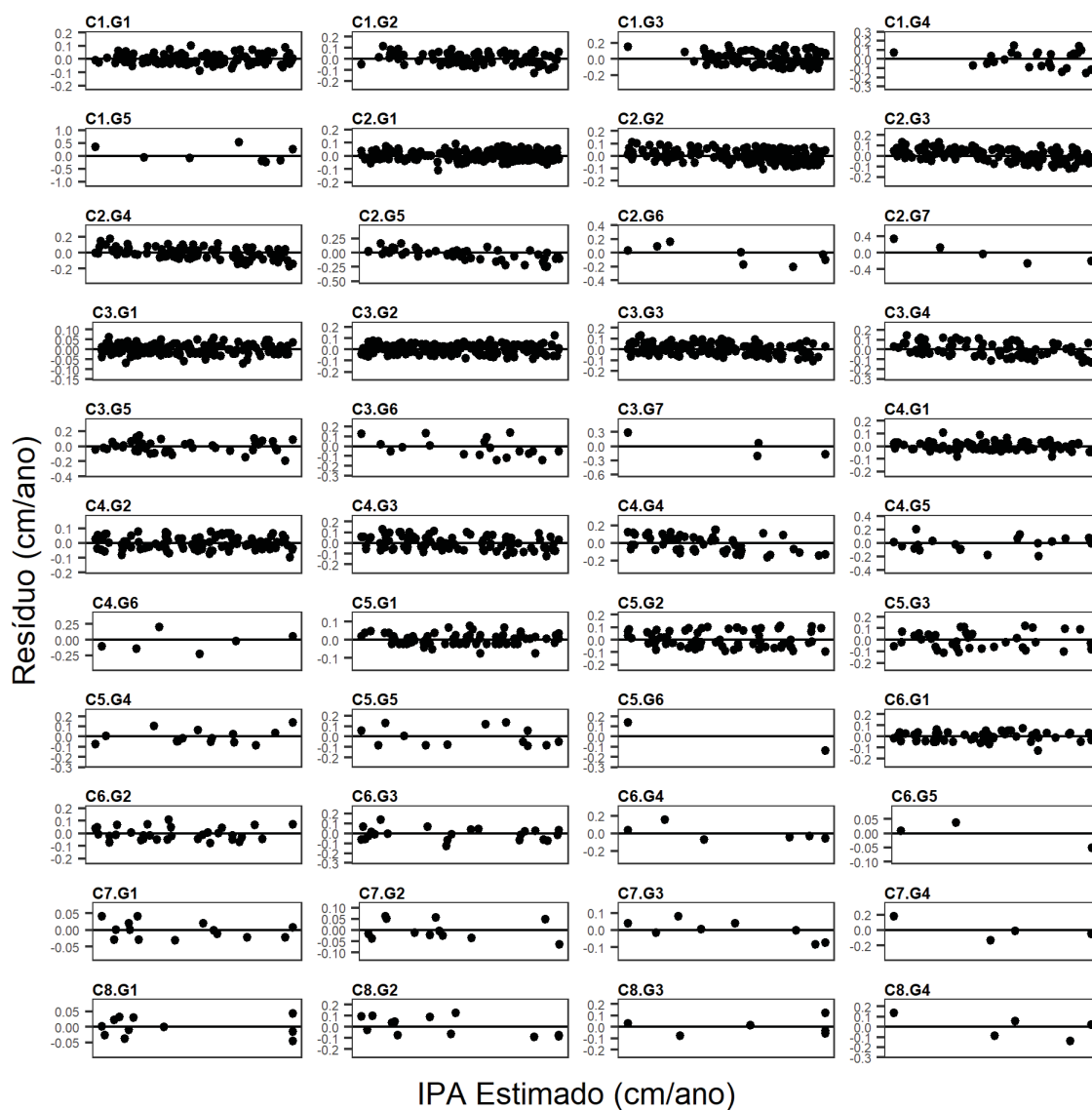
LEGENDA: REQM é a raiz do erro quadrático médio; EMA é o erro médio absoluto; Syx é o erro padrão de estimativa (análogo ao REQM porém corrigido pelo número de parâmetros); \*Valor transformado do original em pol.ano<sup>-1</sup>; \*\*Não informado e sem possibilidade de calcular manualmente; \*\*\*Valor transformado do original em ln (cm<sup>2</sup>.5anos<sup>-1</sup>); \*\*\*\*Valor calculado com base nas informações disponíveis no artigo.

Analogamente, os grupos de razão com as menores taxas de incremento possuem as menores taxas de erro absoluto. Nesses grupos, além da ocorrência de pequenos incrementos, existem também observações com incremento negativo, algumas sem incremento no período analisado, e outras com incrementos positivos próximos de zero. Esses fatores combinados resultam em um valor de razão  $R_G$  próximo de zero (ver equações 3.10 e 3.11 e Tabela 11) para esses grupos; quando utilizadas as estimativas para compor o erro relativo (equação 3.15), esses números

geram erros relativos elevados. A partir do segundo grupo o erro percentual diminui consideravelmente.

A dispersão dos resíduos em função do incremento estimado por grupo está disposta na Figura 15.

FIGURA 15 - GRÁFICOS DE DISPERSÃO DOS RESÍDUOS DA ESTIMATIVA DO INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL PARA CADA INDIVÍDUO POR GRUPO.



FONTE: o autor (2020).

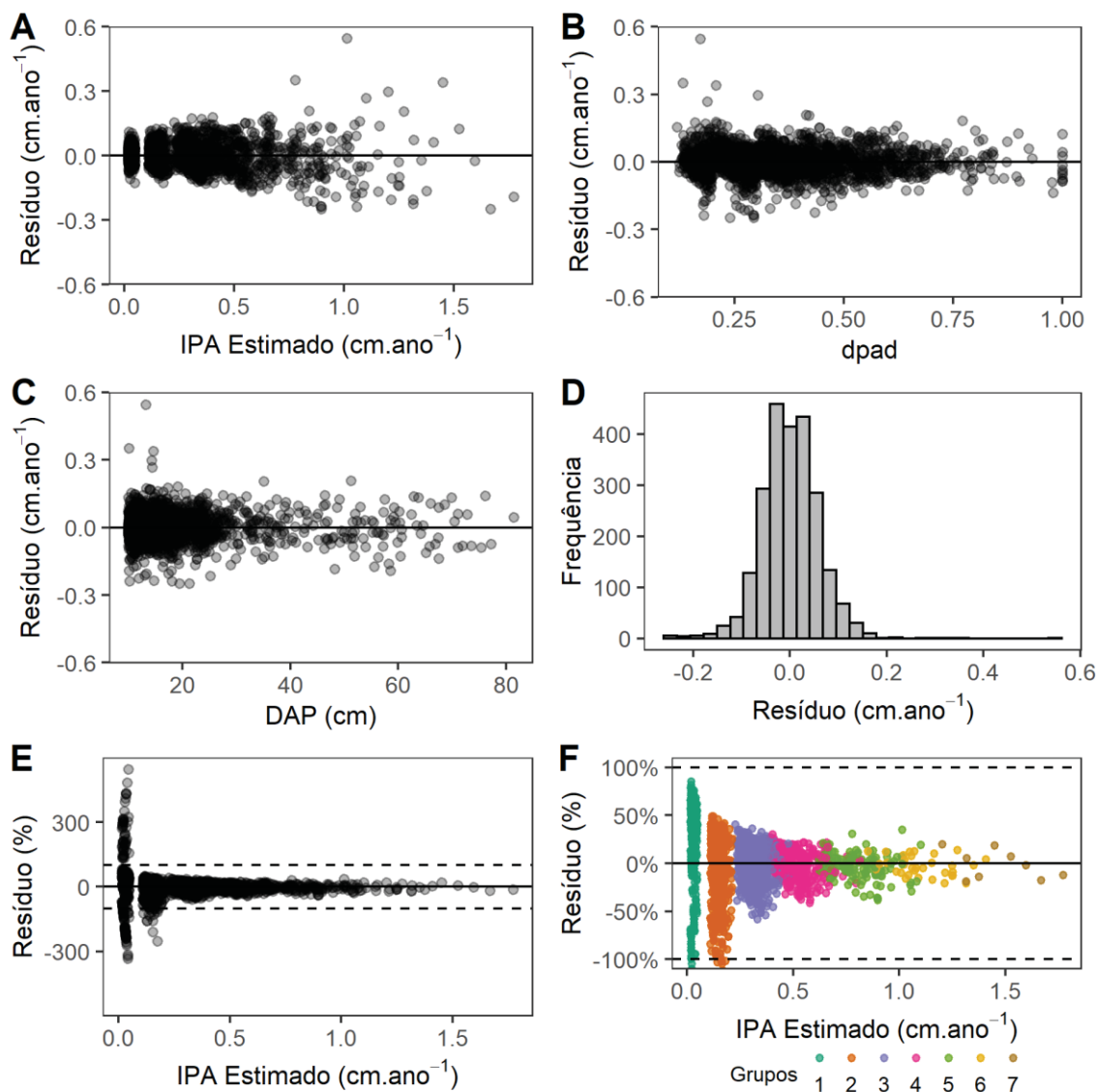
LEGENDA: No eixo das abcissas se encontra o incremento periódico anual (IPA) estimado, e no eixo das ordenadas está o resíduo simples (IPA observado – IPA estimado). “C1.G1” significa Classe 1 Grupo 1, e assim sucessivamente. As classes estão ordenadas de acordo com a variável *dpad*, de forma que a Classe 1 é a classe 0%-20%, a Classe 2 representa a classe 20%-30%, e assim sucessivamente.

É perceptível uma pequena tendência na distribuição dos resíduos nos gráficos da segunda classe. Esse efeito é característico do estimador de razão utilizado, e diminui com o aumento da amostra (PÉLLICO NETTO *et al.*, 2018). Para a maioria dos casos, pode ser desconsiderado (COCHRAN, 1977). Trautenmüller (2019) avaliou o uso do estimador de razão para grupos estratificados por classe de DAP e biomassa, e relatou a boa performance do método para dados de grande variabilidade.

No painel A da Figura 16 estão os resíduos da Figura 15 de forma agrupada. A aparente heteroscedasticidade ocorre em virtude de que os menores incrementos estimados pertencem aos grupos de menor amplitude de variação, e os maiores incrementos aos grupos de maior amplitude, gerando, conseqüentemente, resíduos de diferentes amplitudes ao longo dos incrementos. A estimativa, no entanto, foi realizada por grupo, e a homogeneidade da distribuição dos resíduos é atestada pela Figura 15. O maior resíduo foi de  $0,5452 \text{ cm.ano}^{-1}$  (35% em valores relativos), o que resulta em um erro de aproximadamente 3,28 cm se considerado o fim do período de 6 anos analisado, e o maior resíduo relativo foi de 544,62%, referente a um indivíduo cujo incremento observado foi de  $-0,01 \text{ cm.ano}^{-1}$ .

Essa característica de maior erro relativo para menores incrementos também é evidente nos painéis E e F da Figura 16, que retratam os resíduos relativos de todos os grupos. A maior amplitude residual pertence ao primeiro grupo, que possui diversos indivíduos com resíduos acima de 100% (linhas tracejadas nos painéis). O segundo grupo possui poucos indivíduos acima de 100%, e a partir do terceiro grupo praticamente não há resíduos acima de 50%. Além disso, 131 dos 2353 indivíduos avaliados (5,57%) não apresentaram incremento observado ( $IPA_i = 0 \text{ cm.ano}^{-1}$ ), e seus desvios relativos não puderam ser computados.

FIGURA 16 - GRÁFICOS DE RESÍDUOS DA ESTIMATIVA DO INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL PARA TODO O BANCO DE DADOS.



FONTE: o autor (2020).

Apesar de em escala absoluta não serem elevados, é notável a dificuldade em estimar baixos valores de incremento de forma acurada, ao menos para a metodologia empregada neste estudo. Em contrapartida, se o método não é adequado para pequenos incrementos, é satisfatório para identificar os grupos de indivíduos, cujo erro é maior, permitindo soluções focadas nesses grupos. Uma tentativa de redução do erro nesses grupos de baixo incremento está apresentada no item 4.4.1.

#### 4.4.1 Indivíduos sem incremento

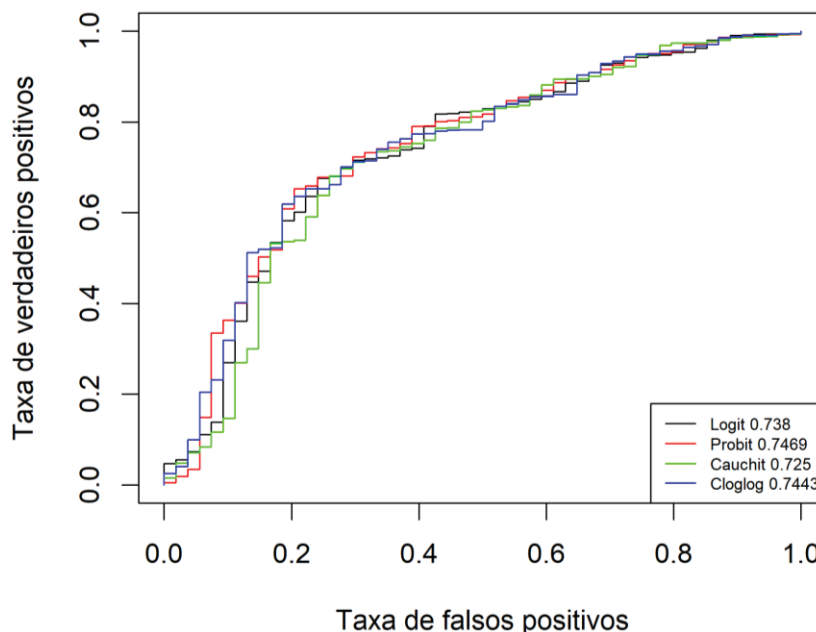
De forma a tentar diminuir o erro de estimativa do primeiro grupo de razão de cada classe de *dpad*, foi realizada uma classificação dos indivíduos sem incremento ou incremento negativo, utilizando uma regressão logística com a família binomial de distribuição (MCCULLAGH; NELDER, 1989) e testando as funções de ligação logit, probit, cauchit e c-loglog. A regressão foi utilizada com as mesmas variáveis, e realizada como uma etapa anterior à análise discriminante. O critério de classificação entre com incremento e sem incremento está representado em 4.2.

$$\begin{cases} 1 & \text{se } (DAP_f - DAP_i) \geq 0,1cm \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.2)$$

Dos 2353 indivíduos, 268 foram previamente classificados como 0, e 2085 como 1. Para evitar uma estimativa enviesada dada a grande diferença de indivíduos entre as categorias (KUHN; JOHNSON, 2013), foram selecionados aleatoriamente 80% dos indivíduos sem incremento, resultando em um banco de dados de treino de 214 indivíduos, e esse mesmo número de indivíduos, porém com incremento foi selecionado aleatoriamente para compor a regressão. Os indivíduos restantes foram utilizados para a validação do modelo. As curvas COR (Característica de Operação do Receptor) com os respectivos valores da área sob a curva para cada função de ligação testada estão apresentadas na Figura 17, e as taxas ótimas de sensibilidade e especificidade estão na Tabela 18. A curva COR é uma representação que demonstra o desempenho de uma classificação binária e, conforme o ponto de corte da classificação é variado, pode ser utilizada para encontrar o ponto de corte ótimo de uma classificação desse tipo.



FIGURA 17 - CURVA DA CARACTERÍSTICA DE OPERAÇÃO DO RECEPTOR (COR) DAS FUNÇÕES DE LIGAÇÃO TESTADAS PARA A REGRESSÃO LOGÍSTICA.



FONTE: o autor (2020).

LEGENDA: Logit, Probit, Cauchit e Cloglog são as funções de ligação testadas. Os valores na legenda se referem à área sob a curva de cada função de ligação.

Para essa análise, sensibilidade é a proporção de indivíduos que tem incremento corretamente identificados como 1 no modelo, e é conhecida como taxa de positivos verdadeiros. Já a especificidade se refere à taxa de negativos verdadeiros, e nessa análise se refere à proporção de indivíduos sem incremento corretamente identificados como tal (ADAME *et al.*, 2010).

TABELA 18 - SENSITIVIDADE E ESPECIFICIDADE ÓTIMAS PARA AS FUNÇÕES DE LIGAÇÃO TESTADAS NA REGRESSÃO LOGÍSTICA.

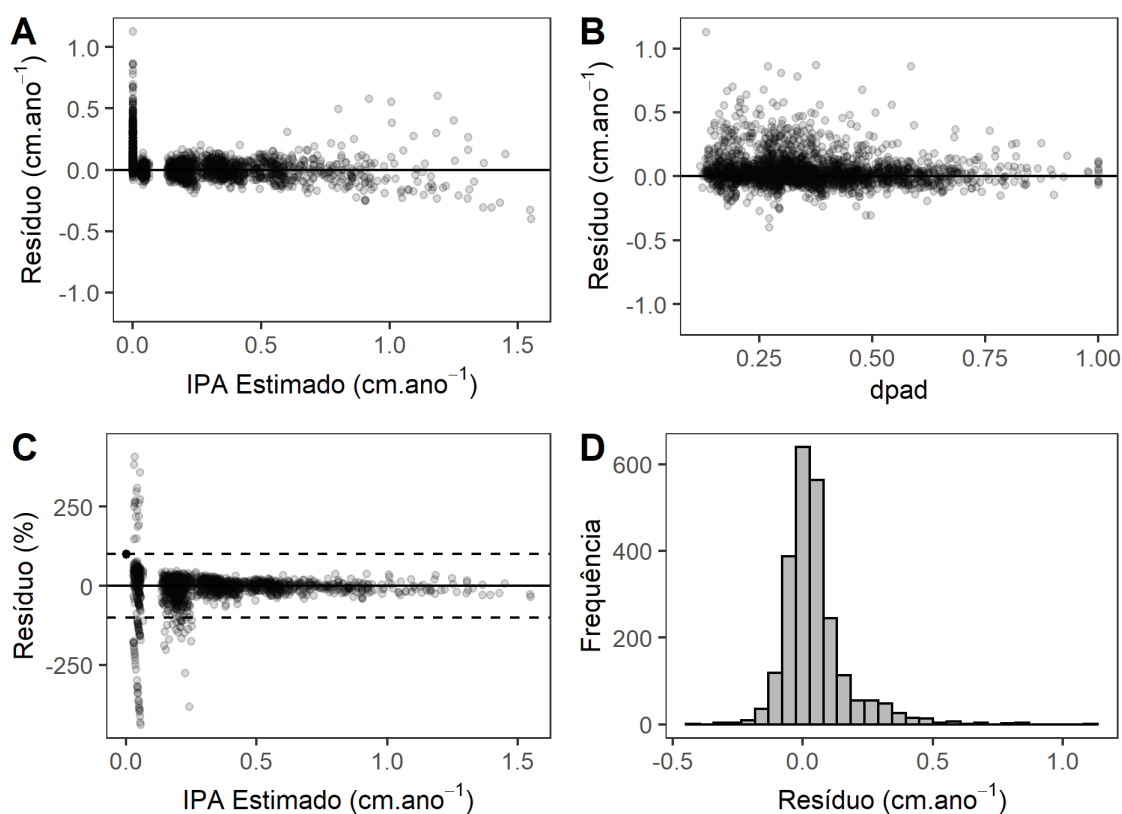
	Sensitividade	Especificidade
<b>Logit</b>	0,6761	0,7592
<b>Probit</b>	0,6531	0,7962
<b>Cauchit</b>	0,6809	0,7407
<b>Cloglog</b>	0,6194	0,8148

FONTE: o autor (2020).

Na Figura 17, o eixo das abcissas representa 1 - especificidade (taxa de falsos positivos), e quanto mais próximo de 0, melhor. O eixo das ordenadas representa a sensibilidade.

Como a probabilidade de incremento varia de 0 a 1, o ponto de corte padrão para a classificação nas categorias é:  $\pi_i \leq 0,5 = 0$  e  $\pi_i > 0,5 = 1$ , onde  $\pi_i$  é a probabilidade estimada de ser um indivíduo com incremento ou não com base no modelo. Assim, as curvas da Figura 18 representam os valores das taxas acima referidas para diferentes pontos de corte (ADAME *et al.*, 2010). Na legenda, está disposta a área sob as curvas de cada função de ligação testada, que varia de 0,5 quando a curva é uma linha reta formando um triângulo retângulo, até 1 quando a curva toca o canto superior esquerdo do gráfico, representando uma classificação perfeita.

FIGURA 18 - GRÁFICOS DE RESÍDUOS DA ESTIMATIVA DO INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL (IPA) COM INCLUSÃO DA REGRESSÃO LOGÍSTICA.



FONTE: o autor (2020).

Os valores de sensibilidade, especificidade e área sob a curva indicam uma capacidade razoável de separação das árvores com incremento das árvores sem incremento. Em estudos que avaliam a sobrevivência em povoamentos homogêneos, valores acima de 90% de sensibilidade são encontrados (YANG *et al.*, 2003; ADAME

*et al.*, 2010; TÉO, 2017). Entretanto, considerando a grande variedade de espécies e idades do banco de dados, os valores encontrados são aceitáveis.

Realizada essa etapa, foi assumido que os indivíduos classificados como sem incremento tiveram um  $IPA_i = 0$ , mesmo para aqueles indivíduos com incremento negativo, e foram deixados de fora da análise discriminante. A análise discriminante apenas com os indivíduos identificados como com incremento levou à uma melhor taxa de classificação dos grupos e menor erro de estimativa do incremento. Mas ao incluir os indivíduos classificados como sem incremento, para uma visão geral de todo o banco de dados, houve aumento da amplitude dos resíduos (Figura 18), além da ocorrência de uma assimetria dos resíduos de incremento (painel D da Figura 18).

Isso ocorreu por ser presumido um valor zero para todas as árvores da categoria sem incremento. O critério de seleção nas categorias "com incremento" ou "sem incremento" é de pelo menos 1 milímetro ao longo de todo o período avaliado, 6 anos (equação 4.2). Isso representa um limite de aproximadamente  $0,017 \text{ cm.ano}^{-1}$ . Diante de tal limite é aparentemente razoável indicar que esses valores extremamente baixos podem ser resultado de pequenos erros de medição, e que incidem sobre árvores que virtualmente não cresceram ou que eventualmente apresentaram um decréscimo no período observado.

No entanto, os resultados apresentados na Figura 18 sugerem que esse "arredondamento" implica em um resultado pior que a inclusão direta desses baixos valores no modelo, mesmo gerando altas taxas de REQm.

Outra possibilidade seria estudar uma abordagem específica para a categoria sem incremento, mas resultados preliminares mostraram uma grande dificuldade em manusear esses valores, por isso não foi dada continuidade nesse estudo. Além disso, essa pequena faixa de incrementos mínimos se confunde com pequenos erros de medição que ocorrem na realização de inventários, dificultando ainda mais a estimativa acurada desses incrementos.

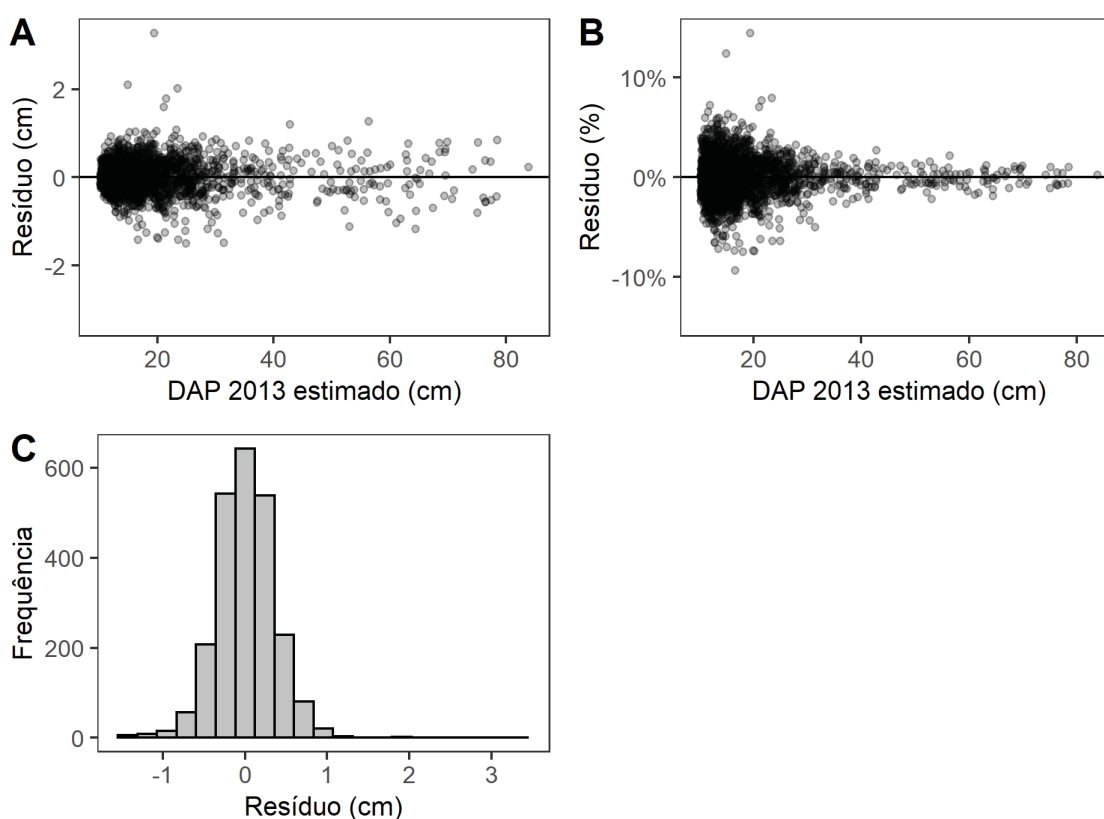
#### 4.5 ESTIMATIVA DO DIÂMETRO FUTURO

Os diâmetros foram estimados conforme (3.16), multiplicando o incremento individual estimado pelo período desejado, e somando ao diâmetro no início do período. Para esse cálculo, foi utilizada a primeira medição (2007) como DAP inicial, e estimado o DAP para a terceira medição (2013), totalizando um período de 6 anos.

Comparando o DAP estimado com o observado na medição, o maior desvio encontrado foi de 3,28 cm, e a raiz do erro quadrático médio absoluto e relativo para todo o banco de dados foi de 0,3589 cm e 1,9%, respectivamente. Não foram calculadas as medidas de erro para os grupos ou classes.

Os gráficos de resíduos (Figura 19) apontam um comportamento homogêneo ao longo dos valores estimados, com a grande maioria abaixo de 10%. A partir de 40 cm de DAP, os resíduos são todos menores que 3%. Além disso, o painel C da Figura 19 também aponta uma boa distribuição dos resíduos. A queda da proporção do erro ao longo dos diâmetros (painel B) também é observável na estimativa do diâmetro futuro para outros trabalhos, como em Reis *et al.* (2016).

FIGURA 19 - GRÁFICOS DE RESÍDUOS DA ESTIMATIVA DO DIÂMETRO DA TERCEIRA MEDIÇÃO (2013) A PARTIR DA PRIMEIRA MEDIÇÃO (2007).



FONTE: o autor (2020).

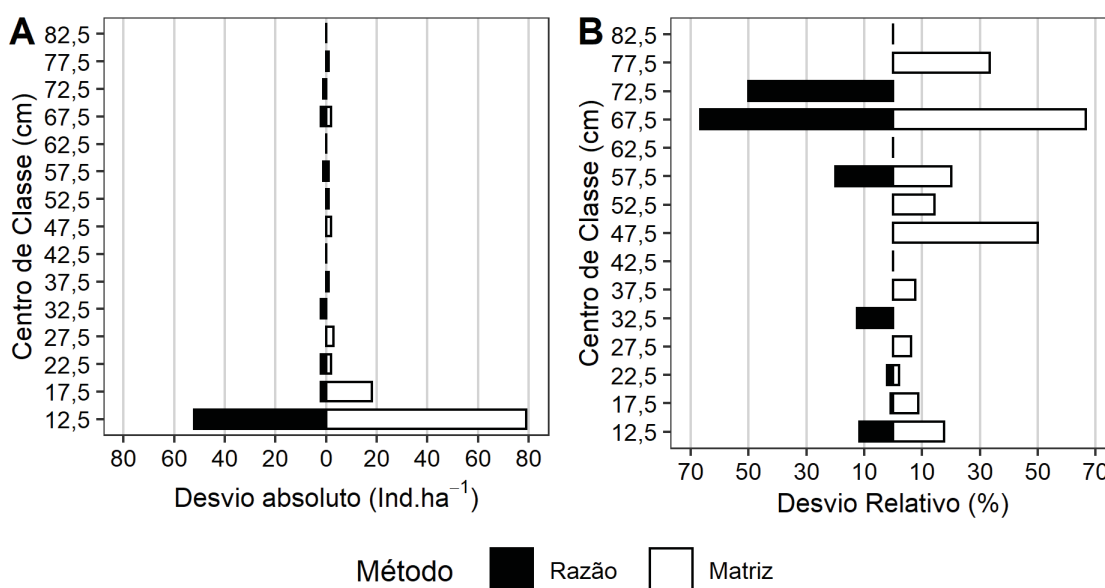
Esse resultado foi possível devido ao método de formação de grupos utilizado, que gerou grupos com tendência linear uniforme e permitiu o uso eficiente da estimativa por razão, tornando clara a importância da inclusão da competição como

medida de alocação dos indivíduos nos devidos grupos, com destaque para os estratos finais, onde ficam as maiores árvores de cada espécie.

#### 4.6 COMPARAÇÃO COM MATRIZ DE TRANSIÇÃO

Comparando com a matriz de transição em classes de 5 cm (Figura 20), os desvios (equações 3.19 e 3.20) mostraram que a maioria das classes apresenta menor erro de estimativa de frequência, quando se utilizou a estimativa por razão que pela matriz de transição, especialmente até a classe de 52,5 cm. Como foram utilizados os valores observados de recrutamento para compor a frequência por classe, a Figura 20 pode ser interpretada como uma comparação da capacidade dos dois métodos em alocar corretamente os indivíduos nas classes de DAP, dentro de um período específico.

FIGURA 20 - COMPARATIVO DOS DESVIOS ABSOLUTOS (A) E RELATIVOS (B) DA FREQUÊNCIA POR CLASSE ESTIMADA PELOS MÉTODOS DE RAZÃO E MATRIZ DE TRANSIÇÃO.



FONTE: o autor (2020).

LEGENDA: Ind.ha<sup>-1</sup> são indivíduos por hectare.

O eixo das abcissas da Figura 20 representa o erro em termos absolutos e percentuais da frequência de indivíduos na respectiva classe de DAP no eixo das ordenadas. Uma média desses desvios resultam em 2,67 ind.ha<sup>-1</sup> (4,62%) e 7,33 ind.ha<sup>-1</sup> (12,72%) para a estimativa por razão e matriz de transição, respectivamente.

Para grandes áreas e visando a exploração sustentável de florestas nativas, essa diferença pode ser economicamente significativa.

Além de fornecer um melhor resultado que a matriz de transição no que tange a capacidade de estimar a correta transição de classes de um determinado indivíduo, a estimativa individual ainda garante o controle de quais possuem maior ou menor incremento.

#### 4.7 VALIDAÇÃO

A Tabela 19 apresenta o erro de estimativa de cada classe para os dados de validação, compostos de blocos da área de estudo não utilizados para o treino da análise discriminante. Para estimativa da validação, foram utilizadas as funções lineares ajustadas da análise discriminante para classificar o novo conjunto de dados.

O maior erro resultante foi de 38,5%, 6,6 pontos percentuais a mais que o maior erro por classe do banco de dados de treino. Em contrapartida, o menor erro da validação foi de 14,4%, 5,9 pontos abaixo do menor erro do treino. Esses valores estão dentro do intervalo encontrado para o banco de dados de treino. A raiz do erro quadrático médio geral foi de 0,0765 cm.ano<sup>-1</sup>, ou 24,25% em termos relativos.

TABELA 19 - RAIZ DO ERRO QUADRÁTICO MÉDIO ABSOLUTA E RELATIVA PARA AS ESTIMATIVAS DO INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL PARA OS DADOS DA VALIDAÇÃO DO REMANESCENTE DE FLORESTA OMBRÓFILA MISTA.

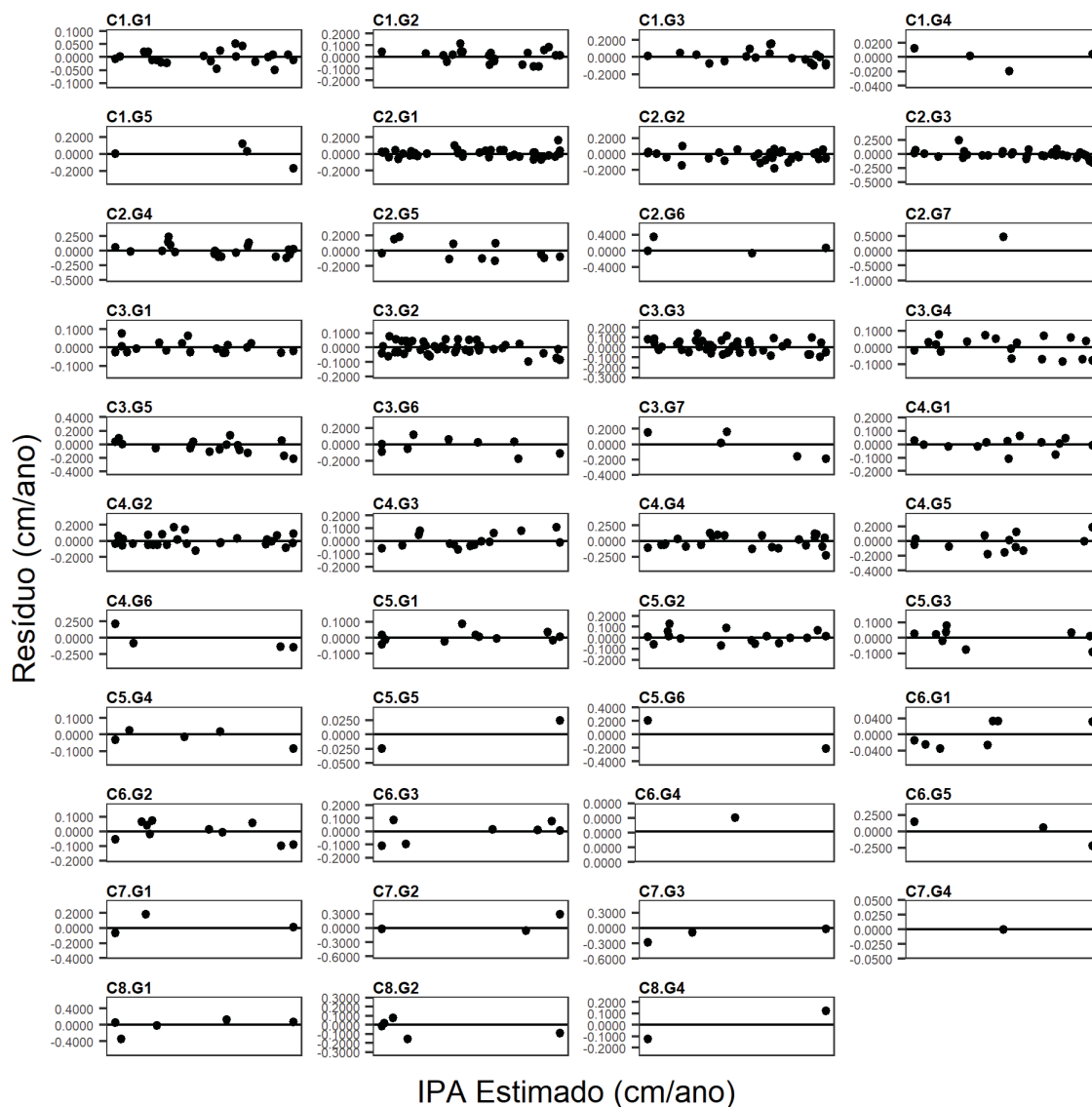
<b>Classe de <i>d<sub>pad</sub></i></b>	<b>REQM (cm.ano<sup>-1</sup>)</b>	<b>REQM (%)</b>
0% - 20%	0,0736	38,5
20% - 30%	0,0740	25,9
30% - 40%	0,0606	26,6
40% - 50%	0,0768	14,4
50% - 60%	0,0839	16,7
60% - 70%	0,1010	15,3
70% - 80%	0,0991	30,6
80% - 100%	0,1360	24,7

FONTE: o autor (2020).

A Figura 21 apresenta os resíduos de cada grupo para o banco de dados de validação. O terceiro grupo da classe 80%-100% não teve observações para o novo banco de dados, bem como nenhum indivíduo foi classificado nesse grupo.

Novamente, é possível verificar na Figura 21 a boa distribuição dos resíduos ao longo das estimativas de incremento.

FIGURA 21 - RESÍDUOS POR GRUPO DA ESTIMATIVA DO INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL PARA CADA INDIVÍDUO DO BANCO DE DADOS DE VALIDAÇÃO.



FONTE: o autor (2020).

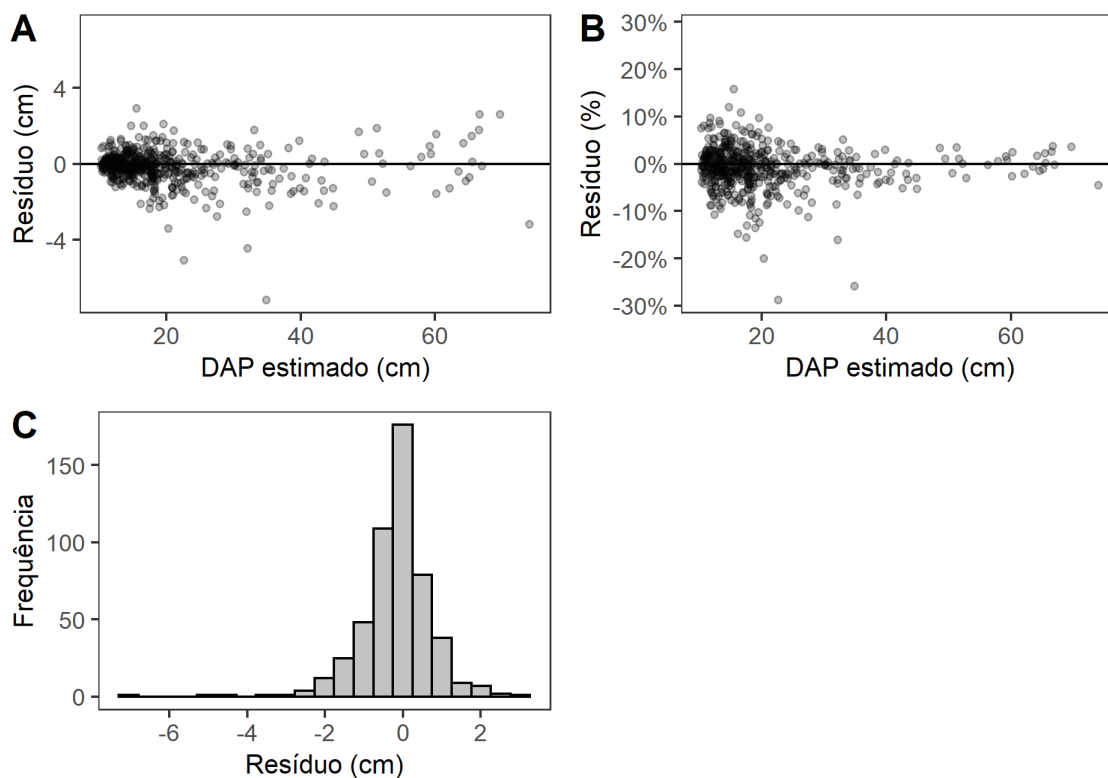
Legenda: "C1.G1" significa Classe 1 Grupo 1, e assim sucessivamente. As classes estão ordenadas de acordo com a variável *dpad*, de forma que a Classe 1 é a classe 0%-20%, a Classe 2 representa a classe 20%-30%, e assim sucessivamente.

Na Figura 22 estão os gráficos de dispersão e histograma de distribuição dos resíduos para a estimativa do diâmetro futuro para a última medição realizada, em 2016, a qual foi reservada para a validação da metodologia testada. Houve um breve aumento na dispersão dos resíduos, com REQM absoluta e relativa de 0,9265



cm.ano<sup>-1</sup> e 4,52%, respectivamente. Acima de 40 cm de diâmetro, o maior desvio encontrado foi de 2,62 cm, ou 3,78%.

FIGURA 22 - GRÁFICOS DE RESÍDUOS DA ESTIMATIVA DO DIÂMETRO DA QUARTA MEDIÇÃO (2016) DO BANCO DE DADOS DA VALIDAÇÃO.



FONTE: o autor (2020).

## 5 CONCLUSÕES

Dentre os índices independentes da distância, a área basal das árvores maiores (*BAL*) aparenta aumentar sua correlação com o incremento conforme aumenta a área da parcela. Essa característica é também comum para todos os índices dependentes da distância testados.

Em sua formulação original, os índices dependentes de distância atingiram valores de correlação similares aos índices independentes de distância comumente utilizados na literatura florestal (*BAL* e Glover & Hool - *GH*). Entretanto, as versões modificadas dos índices dependentes da distância resultaram em valores de correlação superiores aos independentes de distância.

As modificações na estrutura dos índices foram oportunas para melhor quantificar o estresse competitivo sofrido pela árvore alvo. A omissão da árvore alvo do cálculo das variáveis  $G$  e  $\overline{d_p}$  corrigiu de forma adequada o comportamento anômalo das variáveis ao longo de diferentes tamanhos de parcela. As modificações relacionadas à restrição de inclusão de indivíduos geraram ganhos relevantes de correlação para os índices *BAL* e Hegyi ( $H_m$ ), que evidenciam um modo assimétrico de competição como o predominante na área de estudo.

A estratificação em dois estágios foi satisfatória para formar grupos de indivíduos homogêneos para a estimativa do incremento periódico anual. Nessa estratificação, a padronização pelo maior diâmetro da espécie foi oportuna para a primeira estratificação.

Os índices de competição foram importantes para a separação efetiva dos grupos de indivíduos, com destaque para as classes compostas pelos maiores indivíduos de cada espécie, e aliados à estimativa por razão forneceram erros de modo geral baixos e compartimentados, possibilitando a eventual adoção de medidas localizadas para melhorar a estimativa de determinados grupos de indivíduos.

A combinação da dupla estratificação com o estimador por razão foi satisfatória para uma estimativa precisa dos incrementos diamétricos de todas as espécies. No entanto, os indivíduos com baixos incrementos requerem ainda uma metodologia adicional específica, a ser encontrada, para corretamente estimar os valores de incremento.

## **6 RECOMENDAÇÕES**

É sugerido que, quando possível, sejam avaliados diferentes tamanhos de parcela para encontrar a dimensão que melhor represente a vizinhança de indivíduos que competem com a árvore alvo.

## REFERÊNCIAS

- ADAME, P.; HYNYNEN, J.; CAÑELLAS, I.; RÍO, M. del. Individual-tree diameter growth model for rebollo oak (*Quercus pyrenaica* Willd.) coppices. **Forest Ecology and Management**, v. 255, n. 3-4, p. 1011–1022, 2008.
- ADAME, P.; RÍO, M. del; CAÑELLAS, I. Modeling individual-tree mortality in Pyrenean oak (*Quercus pyrenaica* Willd.) stands. **Annals of Forest Science**, v. 67, n. 8, p. 810, 2010.
- ALDER, D. **Growth Modelling for Mixed Tropical Forests**. Oxford: Nuffield Press, 1995. 231 p.
- ALDER, D. **Development of growth models for applications in Guyana**. [S.l.], 2000. 41 p.
- ALDER, D.; SILVA, J. N. An empirical cohort model for management of Terra Firme forests in the Brazilian Amazon. **Forest Ecology and Management**, v. 130, p. 141–157, 2000.
- ALVARES, C. A.; STAPE, J. L.; SENTELHAS, P. C.; GONÇALVES, J. L. M; SPAROVEK, G. Köppen's climate classification map for Brazil. **Meteorologische Zeitschrift**, v. 22, n. 6, p. 711–728, 2013.
- AUSTREGÉSILO, S. L.; FERREIRA, R. L. C.; SILVA, J. A. A.; SOUZA, A. L.; MEUNIER, I. M. J.; SANTOS, E. S. Comparação de métodos de prognose da estrutura diamétrica de uma Floresta estacional semidecidual secundária. **Árvore**, v. 28, n. 2, p. 227-232, 2004.
- BARTELINK, H. H. A growth model for mixed forest stands. **Forest Ecology and Management**, v. 134, n. 1-3, p. 29–43, 2000.
- BEHLING, H.; PILLAR, V. D. P. Late Quaternary vegetation, biodiversity and fire dynamics on the southern Brazilian highland and their implication for conservation and management of modern Araucaria forest and grassland ecosystems. *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences*, v. 362, p. 243–251, 2007.
- BÉRUBÉ-DESCHÊNES, A.; FRANCESCHINI, T.; SCHNEIDER, R. Quantifying competition in white spruce (*Picea glauca*) plantations. **Annals of Forest Science**, v. 74, 2017.
- BITTENCOURT, J. V. M.; SEBBENN, A. M. Genetic effects of forest fragmentation in high-density *Araucaria angustifolia* populations in Southern Brazil. **Tree Genetics and Genomes**, v. 5, n. 4, p. 573–582, 2009.
- BURTON, P. J. Some limitations inherent to static indices of plant competition. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 23, p. 2141–2152, 1993.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal**: perguntas e respostas. 5. ed. Viçosa: Editora UFV, 2017. 636 p.

CAO, Q. V. Prediction of annual diameter growth and survival for individual trees from periodic measurements. **Forest Science**, v.46, n. 1, p. 127-131, 2000.

CANETTI, A.; MATTOS, P. P. de; BRAZ, E. M.; RICKEN, P.; PÉLLICO NETTO, S. Retrospective analysis of competition in a forest remnant: A case study of *Podocarpus lambertii* in the Araucaria Forest. **Dendrochronologia**, v. 40, p. 43–49, 2016.

CASTRO, R. V. O.; ARAÚJO, R. A. A.; LEITE, H. G.; CASTRO, A. F. N. M.; SILVA, A.; PEREIRA, R. S.; LEAL, F. A. Modelagem do crescimento e da produção de povoamentos de *Eucalyptus* em nível de distribuição diamétrica utilizando índice de local. **Árvore**, v. 40, n. 1, p. 107-116, 2016.

CASTRO, R.; SOARES, C.; LEITE, H.; SOUZA, A.; MARTINS, F.; NOGUEIRA, G.; OLIVEIRA, M.; SILVA, F. Competição em Nível de Árvore Individual em uma Floresta Estacional Semidecidual. **Silva Lusitana**, v. 22, n. 1, p. 43–66, 2014.

CHASSOT, T.; FLEIG, F. D. Modelagem do incremento diamétrico para árvores individuais de *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze. **Ciência Florestal**, v. 28, n. 3, p. 1128–1141, 2018.

CHASSOT, T.; FLEIG, F. D.; FINGER, C. A. G.; LONGHI, S. J. Modelos de crescimento em diâmetro de árvores individuais de *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze em floresta ombrófila mista. **Ciencia Florestal**, v. 21, n. 2, p. 303–313, 2011.

CLUTTER, J. L. Compatible growth and yield models for loblolly pine. **Forest Science**, n. 3, p. 354–371, 1963.

COCHRAN, W. G. **Sampling Techniques**. 3. ed. New York: John Wiley & Sons, 1977. 428 p.

CORDEIRO, J.; RODRIGUES, W. A. Caracterização fitossociológica de um remanescente de Floresta Ombrófila Mista em Guarapuava, PR. **Revista Árvore**, v. 31, n. 3, p. 545–554, 2007.

CUNHA, T. A. da; FINGER, C. A. G. Competição assimétrica e o incremento diamétrico de árvores individuais de *Cedrela odorata* L. na Amazônia ocidental. **Acta Amazonica**, v. 43, n. 1, p. 9–18, 2013.

CUNHA, T. A. da; FINGER, C. A. G.; SCHNEIDER, P. R. Linear mixed model to describe the basal area increment for individual Cedro (*Cedrela odorata* L.) trees in occidental **Ciência Florestal** Amazon, Brazil., v. 23, n. 3, p. 461–470, 2013.

DANIELS, R. F.; BURKHART, H. E.; CLASON, T. R. A comparison of competition measures for predicting growth of loblolly pine trees. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 16, p. 1230–1237, 1986.

DELLA-FLORA, J. B.; DURLO, M. A.; SPATHELF, P. Modelo de incremento para árvores singulares - *Nectandra megapotamica* (Spreng.) Mez. **Ciência Florestal**, v. 14, n. 1, p. 165–177, 2004.

EASDALE, T. A.; ALLEN, R. B.; PELTZER, D. A.; HURST, J. M. Size-dependent growth responses to competition and environment in *Nothofagus menziesii*. **Forest Ecology and Management**, v. 270, p. 223–231, 2012.

FISHER, R. A. The use of multiple measurements in taxonomic problems. **Annals of Eugenics**, v. 7, n. 2, p. 179–188, 1936. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1469-1809.1936.tb02137.x>>.

GHOJOGH, B.; KARRAY, F.; CROWLEY, M. **Eigenvalue and Generalized Eigenvalue Problems**: Tutorial. Waterloo, 2019. 8 p. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1903.11240>>.

GOURLET-FLEURY, S.; BLANC, L.; PICARD, N.; SIST, P.; DICK, J.; NASI, R.; SWAINE, M. D.; FORNI, E. Grouping species for predicting mixed tropical forest dynamics: looking for a strategy. **Annals of Forest Science**, v. 62, n. 8, p. 785–796, 2005.

GOURLET-FLEURY, S.; HOULLIER, F. Modelling diameter increment in a lowland evergreen rain forest in French Guiana. **Forest Ecology and Management**, v. 131, p. 269–289, 2000.

HUI, G.; WANG, Y.; ZHANG, G.; ZHAO, Z.; BAI, C.; LIU, W. A novel approach for assessing the neighborhood competition in two different aged forests. **Forest Ecology and Management**, v. 422, p. 49–58, 2018.

INSTITUTO DO HOMEM E MEIO AMBIENTE DA AMAZÔNIA (IMAZON). **Floresta para sempre**: um manual para a produção de madeira na Amazônia. 2019. Disponível em <https://imazon.org.br/floresta-para-sempre-um-manual-para-a-producao-de-madeira-na-amazonia/>. Acesso em 30/11/2019.

INZA, M. V.; AGUIRRE, N. C.; TORALES, S. L.; PAHR, N. M.; FASSOLA, H. E.; FORNES, L. F.; ZELENER, N. Genetic variability of *Araucaria angustifolia* in the Argentinean Parana Forest and implications for management and conservation. *Trees*, **Springer Berlin Heidelberg**, v. 32, p. 1135–1146, 2018.

JUDSON, O. P. The rise of the individual-based model in ecology. **Trends in Ecology and Evolution**, v. 9, n. 1, p. 9–14, 1994.

KAHRIMAN, A.; SAHIN, A.; SONMEZ, T.; YAVUZ, M. A novel approach to selecting a competition index: the effect of competition on individual tree diameter growth of Calabrian pine. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 48, p. 1–10, 2018.

KEDDY, P. A. **Competition**. 2. ed. [S.l.]: Springer Netherlands, 2001. 576 p.

KIERNAN, D. H.; BEVILACQUA, E.; NYLAND, R. D. Individual-tree diameter growth model for sugar maple trees in uneven-aged northern hardwood stands under selection system. **Forest Ecology and Management**, v. 256, p. 1579–1586, 2008.

KILCA, R. V.; LONGHI, S. J.; SCHWARTZ, G.; SOUZA, A. M.; WOJCIECHOVSKI. Application of Fisher's discriminant analysis to classify forest communities in the pampa biome. **Ciência Florestal**, v. 25, n. 4, p. 885-895. 2015.

KUEHNE, C.; WEISKITTEL, A. R.; WASKIEWICZ, J. Comparing performance of contrasting distance-independent and distance-dependent competition metrics in predicting individual tree diameter increment and survival within structurally-heterogeneous, mixed-species forests of Northeastern United States. **Forest Ecology and Management**, v. 433, p. 205–216, 2019.

KUHN, M.; JOHNSON, K. **Applied Predictive Modelling**. 1. ed. New York: Springer-Verlag, 2013. 600 p.

LAMBRECHT, F. R.; BALBINOT, R.; MATTOS, P. P. de; BRAZ, E. M.; TRAUTENMÜLLER, J. W.; CANETTI, A. Competição em floresta natural de araucária na região noroeste do Rio Grande do Sul-Brasil. **Scientia Forestalis**, v. 47, n. 121, p. 131–138, 2019.

LESSARD, V. C.; MCROBERTS, R. E.; HOLDAWAY, M. R. Diameter growth models using Minnesota Forest Inventory and Analysis data. **Forest Science**, v. 47, n. 3, p. 301–310, 2001.

LHOTKA, J. M.; LOEWENSTEIN, E. F. An individual-tree diameter growth model for managed uneven-aged oak-shortleaf pine stands in the Ozark Highlands of Missouri, USA. **Forest Ecology and Management**, v. 261, n. 3, p. 770–778, 2011.

LIN, Y.; BERGER, U.; GRIMM, V.; HUTH, F.; WEINER, J. Plant Interactions Alter the Predictions of Metabolic Scaling Theory. **PLOS One**, v. 8, n. 2, 2013.

LORIMER, C. G. Tests of age-dependent competition indices for individual trees in natural hardwood stands. **Forest Ecology and Management**, v. 6, p. 343–360, 1983.

LOZANO, E. D.; ARIATI, V.; INÁCIO, C. D. Cap. 9: Herbáceas de sub-bosque. Em: **VIII Botânica no Inverno 2018**. São Paulo: Instituto de Biociências da Universidade de São Paulo, 275 p., 2018.

MACHADO, S. A.; NASCIMENTO, R. G. M.; AUGUSTYNCZIK, A. L. D.; SILVA, L. C. R.; FIGURA, M. A.; PEREIRA, E. M.; TÉO, S. J. Comportamento da relação hipsométrica de *Araucaria angustifolia* no capão da engenharia florestal da UFPR. **Pesquisa Florestal Brasileira**, n. 56, p. 5–16, 2008.

MALEKI, K.; KIVISTE, A.; KORJUS, H. Analysis of individual tree competition effect on diameter growth of silver birch in Estonia. **Forest Systems**, v. 24, n. 2, p. 13, 2015.

- MARDIA, K. V.; KENT, T. J.; Bibby J M. **Multivariate Analysis**. Padstow: Academic Press, 1979. 518 p.
- MARTINS, F. B.; SOARES, C. P. B.; LEITE, H. G.; SOUZA, A. L. de; CASTRO, R. V. O. Índices De Competição Em Árvores Individuais De Eucalipto. **Pesquisa Agropecuaria Brasileira**, v. 46, n. 9, p. 1089–1098, 2011.
- MATHEWS, J. H.; FINK, K. D. **Numerical methods using MATLAB**. ed. 4, Pearson: New Jersey.
- MCCULLAGH, P.; NELDER, J. A. **Generalized Linear Models**. 1. ed. [S.l.]: Chapman & Hall, 1989.
- MCTAGUE, J. P.; WEISKITTEL, A. R. Individual-tree competition indices and improved compatibility with stand-level estimates of stem density and long-term production. **Forests**, v. 7, n. 10, 2016.
- MIINA, J.; PUKKALA, T. Application of ecological field theory in distance-dependent growth modelling. **Forest Ecology and Management**, v. 161, p. 101–107, 2002.
- MORENO, P. C.; PALMAS, S.; ESCOBEDO, F. J.; CROPPER, W. P.; GEZAN, S. A. Individual-tree diameter growth models for mixed nothofagus second growth forests in southern chile. **Forests**, v. 8, p. 1–19, 2017.
- NÆS, T.; MEVIK, B. H. Understanding the collinearity problem in regression and discriminant analysis. **J. Chemom.**, v. 15, p. 413–426, 2001.
- NASCIMENTO, R. G. M. **Modelagem e simulação do crescimento e produção de floresta tropical manejada na Amazônia oriental**. 174 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Paraná, 2016.
- NELDER, J. A.; MEAD, R. A Simplex Method for Function Minimization. **The Computer Journal**, v. 7, n. 4, p. 308–313, 1965
- NEWNHAM, R. M. **The Development of a Stand Model for Douglas fir**. 201 p. Tese (Doutorado) — University of British Columbia, 1964.
- OBOITE, F. O.; COMEAU, P. G. Competition and climate influence growth of black spruce in western boreal forests. **Forest Ecology and Management**, v. 443, p. 84–94, 2019.
- ORELLANA, E. **Sucessão florestal, regimes de manejo e competição avaliados por modelos de árvore individual em um fragmento de floresta de Araucária**. 154 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Paraná, 2014.
- ORELLANA, E.; FIGUEIREDO FILHO, A.; PÉLLICO NETTO, S.; VANCLAY, J. K. Predicting the dynamics of a native Araucaria forest using a distance-independent individual tree-growth model. **Forest Ecosystems**, v. 3, p. 1–11, 2016.



ORELLANA, E.; FIGUEIREDO FILHO, A.; PÉLLICO NETTO, S.; VANCLAY, J. K. A distance - independent individual-tree growth model to simulate management regimes in native Araucaria forests. **Journal of Forest Research**, v. 22, n. 1, p. 30–35, 2017.

PÉLLICO NETTO, S.; BEHLING, A. Additivity of tree biomass componentes using ratio estimate. **Anais da Academia Brasileira de Ciências**, v. 81, 31 p., 2019.

PÉLLICO NETTO, S.; PELISSARI, A. L.; RIBEIRO, A.; MACHADO, S. A.; NASCIMENTO, R. G. Sampling system for estimating woody debris in an urban mixed tropical forest. **Anais da Academia Brasileira de Ciências**, v. 90, n. 4, p. 3769–3780, 2018.

PENG, C. Growth and yield models for uneven-aged stands: past, present and future. **Forest Ecology and Management**, v. 132, p. 259–279, 2000.

PHILLIPS, P. D.; De Azevedo, C. P.; DEGEN, B.; THOMPSON, I. S.; SILVA, J. N.; Van Gardingen, P. R. An individual-based spatially explicit simulation model for strategic forest management planning in the eastern Amazon. **Ecological Modelling**, v. 173, n. 4, p. 335–354, 2004.

PICARD, N.; KÖHLER, P.; MORTIER, F.; GOURLET-FLEURY, S. A comparison of five classifications of species into functional groups in tropical forests of French Guiana. **Ecological Complexity**, v. 11, p. 75–83, 2012.

POMMERENING, A.; MALEKI, K. Differences between competition kernels and traditional size-ratio based competition indices used in forest ecology. **Forest Ecology and Management**, v. 331, p. 135–143, 2014.

POMMERENING, A.; SÁNCHEZ-MEADOR, A. J. S. Tamm review: Tree interactions between myth and reality. **Forest Ecology and Management**, v. 424, p. 164–176, 2018.

PORTÉ, A.; BARTELINK, H. Modelling mixed forest growth: a review of models for forest management. **Ecological Modelling**, v. 150, p. 141–188, 2002.

PRETZSCH, H. **Forest Dynamics, Growth, and Yield**. Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. 664 p.

PUKKALA, T.; KOLSTRÖM, T. Competition indices and the prediction of radial growth in Scots pine. **Silva Fennica**, v. 21, n. 1, p. 55–67, 1987.

RAO, R. C. The utilization of multiple measurements in problems of biological classification. **Journal of the Royal Statistical Society**. Series B (Methodological), [Royal Statistical Society, Wiley], v. 10, n. 2, p. 159–203, 1948.

REINEKE, L. H. Perfecting a stand-density index for even-aged forests. **Journal of Agricultural Research**, v. 46, n. 7, p. 627–638, 1933.

REIS, L. P.; SOUZA, A. L. de; MAZZEI, L.; REIS, P. C. M. dos; LEITE, H. G.; SOARES, C. P. B.; TORRES, C. M. M. E.; SILVA, L. F. da; RUSCHEL, A. R. Prognosis on the diameter of individual trees on the eastern region of the amazon using artificial neural networks. **Forest Ecology and Management**, v. 382, p. 161–167, 2016.

RICKEN, P.; HESS, A. F.; BORSOI, G. A. Relações biométricas e ambientais no incremento diamétrico de *Araucaria angustifolia* no planalto serrano catarinense. **Ciência Florestal**, v. 28, n. 4, p. 1592–1603, 2018.

SCHÜTZ, J.-P. Dynamique et conditions d'équilibre de peuplements jardinés sur les stations de la hêtraie à sapin. **Birmensdorf**, v. 126, n. 9, p. 637–671, 1975.

SEGER, C. D.; DLUGOSZ, F. L.; KURASZ, G.; MARTINEZ, D. T.; RONCONI, E.; MELO, L. A. N. de; BITTENCOURT, S. M.; BRAND, M. A.; CARNIATTO, I.; GALVÃO, F.; RODERJAN, C. V. Levantamento Florístico e Análise Fitossociológica de um remanescente de floresta ombrófila mista localizado no município de Pinhais, Paraná-Brasil. **Floresta**, v. 35, n. 2, p. 291–302, 2005.

SILVA, V. L.; SCHMITT, J. L. The effects of fragmentation on Araucaria forest: analysis of the fern and lycophyte communities at sites subject to different edge conditions. **Acta Botanica Brasilica**, v. 29, n. 2, p. 223–230, 2015.

SILVEIRA, B. D.; FLORIANO, E. P.; NAKAJIMA, N. Y.; HOSOKAWA, R. T.; ROSOT, N. C.; GRACIOLI, C. R. Relação da morfometria e competição com o crescimento de *Trichilia clausenii* em um fragmento de floresta semidecidual, RS. **Floresta**, v. 45, n. 2, p. 373–382, 2015.

SONEGO, R. C.; BACKES, A.; SOUZA, A. F. Descrição da estrutura de uma Floresta Ombrófila Mista, RS, Brasil, utilizando estimadores não-paramétricos de riqueza e rarefação de amostras. **Acta Botanica Brasilica**, v. 21, n. 4, p. 943–955, 2007.

SOUZA, A. L. de; SOARES, C. P. B. **Florestas Nativas**: estrutura, dinâmica e manejo. Viçosa: Editora UFV, 2013. 322 p.

SPURR, S. H. A measure of point density. **Forest Science**, v. 8, n. 1, p. 85–96, 1962.

STADT, K. J.; HUSTON, C.; COATES, K. D.; FENG, Z.; DALE, M. R.; LIEFFERS, V. J. Evaluation of competition and light estimation indices for predicting diameter growth in mature boreal mixed forests. **Annals of Forest Science**, v. 64, n. 5, p. 477–490, 2007.

STAGE, A. R. **PROGNOSIS MODEL FOR STAND DEVELOPMENT**. Research paper. [S.I.]: USDA Forest Service, 1973. 40 p.

TECK, R. M.; HILT, D. E. **Individual-Tree Diameter Growth Model for the Northeastern United States**. Research paper. [S.I.]: USDA Forest Service, 1991. 15p.

TÉO, S. J. **Modelagem do crescimento e produção de árvore individual independente da distância, para *Pinus taeda* L., na região meio oeste do estado de Santa Catarina**. 286 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Paraná, 2017.

TÉO, S. J.; FIGUEIREDO FILHO, A.; LINGNAU, C. Análise espacial do estresse competitivo, incremento diamétrico e estrutura de uma floresta ombrófila mista, Irati, PR. **Floresta**, v. 45, n. 4, p. 681–694, 2015.

THARWAT, A.; GABER, T.; IBRAHIM, A.; HASSANIEN, A. E. Linear discriminant analysis: A detailed tutorial. **AI Communications**, v. 30, n. 2, p. 169–190, 2017.

TOMÉ, M.; BURKHART, H. E. Distance-Dependent Competition Measures for Predicting Growth of Individual Trees. **Forest Science**, v. 35, n. 3, p. 816–831, 1989.

TRAUTENMÜLLER, J. W. **Correlações e estimadores de biomassa acima do solo em florestas no sul do Brasil**. 109 p. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Paraná, 2019.

UZOH, F. C. C.; OLIVER, W. W. Individual tree diameter increment model for managed even-aged stands of ponderosa pine throughout the western United States using a multilevel linear mixed effects model. **Forest Ecology and Management**, v. 256, n. 3, p. 438–445, 2008.

VANCLAY, J. K. **Modelling forest growth and yield: applications to mixed tropical forests**. Wallingford: CAB International, 1994. 313 p.

VANCLAY, J. K. Growth models for tropical forests: A synthesis of models and methods. **Forest Science**, v. 41, p. 7–42, 1995.

VANCLAY, J. K.; LAMB, D.; ERSKINE, P. D.; CAMERON, D. M. Spatially explicit competition in a mixed planting of *Araucaria cunninghamii* and *Flindersia brayleyana*. **Annals of Forest Science**, v. 70, p. 611–619, 2013.

VATRAZ, S.; ALDER, D.; SILVA, J. N. M. a Autocorrelação Temporal Do Incremento Em Diâmetro E As Diferenças De Crescimento Entre Grupos De Espécies Em Uma Floresta Ombrófila Densa. **Revista Brasileira De Biometria**, v. 36, n. 2, p. 56–73, 2018.

VATRAZ, S.; SILVA, J. N. M.; ALDER, D. Competição versus incremento de árvores em floresta ombrófila densa no estado do Amapá - Brasil. **Ciência Florestal**, v. 28, n. 3, p. 1118–1127, 2018.

WEBER, V. P.; FINGER, C. A. G.; COSTA, E. A.; ZIMMERMANN, A. P. L.; LONGHI, R. V. Modelagem linear generalizada para descrever o incremento em área transversal de árvores individuais de Imbuia. **Floresta**, v. 48, n. 1, p. 123–132, 2018.

WEINER, J. Neighbourhood Interference Amongst *Pinus Rigida* Individuals. **Journal of Ecology**, v. 72, p. 183–195, 1984.

WEINER, J. Variation in the performance of individuals in plant populations. In: DAVY, A. J.; HUTCHINGS, M. J.; WATKINSON, A. R. (Ed.). **Plant Population Ecology**. Oxford: Blackwell Scientific Publications, 1988. p. 59–81.

WEINER, J. Asymmetric Competition in Plant Populations. **Trends in Ecology and Evolution**, v. 5, n. 11, p. 360–364, 1990.

WEINER, J.; WRIGHT, D. B.; CASTRO, S. Symmetry of below-ground competition between *Kochia scoparia* individuals. **Oikos**, v. 79, n. 1, p. 85–91, 1997

WEISKITTEL, A.; KUEHNE, C.; MCTAGUE, J. P.; OPPENHEIMER, M. Development and evaluation of an individual tree growth and yield model for the mixed species forest of the Adirondacks Region of New York, USA. **Forest Ecosystems**, v. 3, n. 1, p. 1–17, 2016.

WEISKITTEL, A. R.; HANN, D. W.; KERSHAW JR., J. A.; VANCLAY, J. K. **Forest growth and yield modelling**. Chichester: John Wiley & Sons, 2011. 415 p.

YANG, Y.; TITUS, S. J.; HUANG, S. Modeling individual tree mortality for white spruce in Alberta. **Ecological Modelling**, v. 163, p. 209–222, 2003.

ZHAO, D.; BORDERS, B.; WILSON, M. Individual-tree diameter growth and mortality models for bottomland mixed-species hardwood stands in the lower Mississippi alluvial valley. **Forest Ecology and Management**, v. 199, n. 2-3, p. 307–322, 2004.

## APÊNDICE 1 – INFORMAÇÕES COMPLEMENTARES DOS GRUPOS E ESTATÍSTICAS DE AJUSTE DO ESTIMADOR DE RAZÃO

TABELA 20 – NÚMERO DE INDIVÍDUOS E NÚMERO DE ESPÉCIES CLASSIFICADOS EM CADA GRUPO PELA ANÁLISE DISCRIMINANTE.

Grupo	Número de indivíduos (número de espécies)							
	Classe de <i>d<sub>pad</sub></i>							
	≤ 20%	20%-30%	30%-40%	40%-50%	50%-60%	60%-70%	70%-80%	> 80%
7	-	5 (3)	4 (4)	-	-	-	-	-
6	-	8 (6)	19 (8)	6 (5)	2 (1)	-	-	-
5	9 (4)	51 (13)	42 (13)	19 (5)	13 (6)	3 (3)	-	-
4	25 (6)	90 (22)	84 (27)	53 (15)	14 (8)	6 (4)	4 (3)	5 (5)
3	99 (10)	150 (26)	139 (23)	89 (22)	39 (16)	22 (14)	8 (7)	6 (5)
2	90 (11)	167 (24)	187 (22)	97 (24)	69 (24)	31 (16)	13 (9)	13 (11)
1	111 (14)	192 (25)	137 (20)	85 (24)	68 (25)	54 (20)	14 (12)	11 (9)
Total	334 (17)	663 (36)	612 (44)	349 (45)	205 (40)	116 (30)	39 (20)	35 (24)

FONTE: o autor (2020).

LEGENDA: Os valores representam os números de indivíduos classificados em cada grupo, os valores entre parênteses representam o número de espécies que compõem esses indivíduos.

TABELA 21 – ERRO PADRÃO DO ESTIMADOR DE RAZÃO  $R_G$  PARA CADA GRUPO.

Grupo	Classe							
	1	2	3	4	5	6	7	8
7		0,4680	0,3559					
6		0,1701	0,0561	0,1456	0,2618			
5	0,5354	0,0458	0,0328	0,0546	0,0452	0,0408		
4	0,0855	0,0263	0,0196	0,0280	0,0327	0,0542	0,0838	0,0538
3	0,0413	0,0155	0,0120	0,0142	0,0206	0,0188	0,0264	0,0316
2	0,0252	0,0123	0,0078	0,0086	0,0136	0,0142	0,0156	0,0260
1	0,0186	0,0085	0,0061	0,0067	0,0060	0,0084	0,0089	0,0104

TABELA 22 – ERRO PADRÃO DO INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL – IPA ( $\text{cm}\cdot\text{ano}^{-1}$ ) ESTIMADO PARA CADA GRUPO.

Grupo	Classe							
	1	2	3	4	5	6	7	8
7		0,1073	0,1167					
6		0,0419	0,0199	0,0624	0,1376			
5	0,0901	0,0111	0,0112	0,0243	0,0248	0,0260		
4	0,0148	0,0065	0,0068	0,0122	0,0180	0,0353	0,0656	0,0495
3	0,0072	0,0039	0,0041	0,0063	0,0111	0,0121	0,0200	0,0296
2	0,0043	0,0032	0,0027	0,0039	0,0074	0,0091	0,0114	0,0232
1	0,0030	0,0022	0,0021	0,0030	0,0033	0,0054	0,0066	0,0091

TABELA 23 – INTERVALO DE CONFIANÇA DO INCREMENTO PERIÓDICO ANUAL – IPA  
(cm.ano<sup>-1</sup>) ESTIMADO PARA CADA GRUPO.

Grupo	Classe							
	1	2	3	4	5	6	7	8
7		0,2980	0,3714					
6		0,1026	0,0422	0,1733	1,7486			
5	0,2039	0,0224	0,0226	0,0509	0,0540	0,1117		
4	0,0305	0,0129	0,0135	0,0246	0,0390	0,0907	0,2089	0,1375
3	0,0143	0,0078	0,0082	0,0126	0,0225	0,0253	0,0473	0,0760
2	0,0085	0,0064	0,0053	0,0077	0,0148	0,0185	0,0248	0,0506
1	0,0060	0,0044	0,0041	0,0060	0,0066	0,0108	0,0142	0,0203