

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

STÉFANY NAYANE SALES DIAS



**ESTUDO DE UM PROBLEMA DE ROTAS DE UMA EMPRESA DE  
CONFEÇÃO DE ROUPAS INFANTIS**

JANDAIA DO SUL

2018

STÉFANY NAYANE SALES DIAS

**ESTUDO DE UM PROBLEMA DE ROTAS DE UMA EMPRESA DE  
CONFECÇÃO DE ROUPAS INFANTIS**

Monografia apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Bacharel em Engenharia, no Curso de Graduação em Engenharia de Produção, Campus Avançado da Universidade Federal do Paraná em Jandaia do Sul.

Orientador: Prof. Dr. Jair da Silva

JANDAIA DO SUL

2018

D541e Dias, Stéfany Nayane Sales  
Estudo de um problema de rotas de uma empresa de confecção de roupas infantis. / Stéfany Nayane Sales Dias. – Jandaia do Sul, 2018. 70 f.

Orientador: Prof. Dr. Jair da Silva  
Trabalho de Conclusão do Curso (Graduação) – Universidade Federal do Paraná. Campus Jandaia do Sul. Curso de Graduação em Engenharia de Produção.

1. Rotas. 2. Problema do Caixeiro Viajante. 3. Métodos exatos e heurísticos. II. Título. III. Universidade Federal do Paraná.

CDD: 658.5



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

PARECER N° 001/2019/2019/UFPR/R/JA  
PROCESSO N° 23075.003877/2019-01  
INTERESSADO: JAIR DA SILVA

**TERMO DE APROVAÇÃO DE TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO**

Título: ESTUDO DE UM PROBLEMA DE ROTAS DE UMA EMPRESA DE CONFECÇÃO DE ROUPAS INFANTIS

Autor(a): STÉFANY NAYANE SALES DIAS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado como requisito parcial para a obtenção do grau no curso de Engenharia de Produção, aprovado pela seguinte banca examinadora.

- Jair da Silva
- Juliana Verga Shirabayashi
- William Rodrigues dos Santos

Jandaia do Sul, 13 de dezembro de 2018.



Documento assinado eletronicamente por **JULIANA VERGA SHIRABAYASHI, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 28/01/2019, às 07:47, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **WILLIAM RODRIGUES DOS SANTOS, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 28/01/2019, às 09:36, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



Documento assinado eletronicamente por **JAIR DA SILVA, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 28/01/2019, às 19:02, conforme art. 1º, III, "b", da Lei 11.419/2006.



A autenticidade do documento pode ser conferida [aqui](#) informando o código verificador **1529262** e o código CRC **16E20923**.

Dedico esta dissertação à minha mãe Loanda Sales Barbosa, meu pai Wilson Francisco Dias e ao meu irmão João Guilherme Dias que me apoiaram e me fazem ser uma pessoa melhor todos os dias.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus por ter me dado saúde e força para superar as dificuldades.

A Universidade Federal do Paraná, pela oportunidade de fazer o curso.

Ao meu orientador Jair da Silva, pelo suporte no pouco tempo que lhe coube, pelas suas correções e incentivos.

Aos meus pais, pelo amor, incentivo e apoio incondicional.

Ao meu namorado Lucas Heckert Machado Bayer por todo carinho, amor e companheirismo nesses cinco anos de graduação.

E a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigada.

“Não importa o que aconteça,  
continue a nadar.”

(WALTERS, GRAHAM; **PRO  
CURANDO NEMO**, 2003.)

## RESUMO

Nesta presente monografia apresentamos um estudo de caso sobre o problema de rotas de veículos com o interesse de investigar um planejamento logístico de transporte de uma empresa de confecção de roupas infantis. Além do algoritmo exato *Branch-and-Bound*, foi utilizado algoritmos heurísticos como *Nearest-Neighbor*, *Farthest-Insertion* e *K-opt* para a resolução do problema de rotas e apresentado a coleta de dados da empresa seguidos da melhor solução encontrada comparando os resultados do método exatos com os heurísticos, utilizando conceitos do caixeiro viajante que é um problema que define a menor rota para percorrer uma série de cidades visitando uma única vez cada uma delas e retornando à cidade de origem.

**Palavras-chave:** Rotas. Problema do Caixeiro Viajante. Métodos exatos e heurísticos.

## **ABSTRACT**

In this monograph we present a case study on the problem of vehicle routes with the interest of investigating a transportation logistic planning of a children's clothing company. In addition to the exact Branch-and-Bound algorithm, heuristic algorithms such as Nearest-Neighbor, Farthest-Insertion and K-opt were used to solve the problem of routes and presented the data collection of the company followed by the best solution found comparing the results of the method using the concepts of the traveling salesman that is a problem that defines the smallest route to travel through a series of cities by visiting once each one of them and returning to the city of origin.

**Key-words:** Routes. Traveling Salesman Problem. Exact and heuristic methods.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 - EXEMPLO DE PCV .....	19
FIGURA 2- REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DAS SOLUÇÕES DE P E PL .....	24
FIGURA 3 - PARTICIPAÇÃO DO PROBLEMA P .....	26
FIGURA 4 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DAS SOLUÇÕES DE $P^1$ .....	27
FIGURA 5 - PARTIÇÃO DO PROBLEMA $P^1$ .....	28
FIGURA 6 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA $P^3$ E $P^4$ .....	29
FIGURA 7 - FLUXOGRAMA B&B .....	30
FIGURA 8 - FLUXOGRAMA NEAREST-NEIGHBOR .....	31
FIGURA 9 - FLUXOGRAMA FARTHEST-INSERTION .....	33
FIGURA 10 - EXEMPLO DE HEURÍSTICA TWO-OPT .....	34
FIGURA 11 - FLUXOGRAMA.....	36
FIGURA 12 - IMAGEM DO ROTEIRO 1 EXATO .....	41
FIGURA 13 - IMAGEM DO ROTEIRO 2 EXATO .....	43
FIGURA 14 - IMAGEM DO ROTEIRO 3 EXATO .....	45
FIGURA 15 - IMAGEM DO ROTEIRO 4 EXATO .....	48
FIGURA 16 - IMAGEM DO ROTEIRO 5 EXATO .....	50
FIGURA 17 - IMAGEM DO ROTEIRO 6 EXATO .....	52
FIGURA 18 - IMAGEM DO ROTEIRO 1 HEURÍSTICO .....	55
FIGURA 19 - IMAGEM DO ROTEIRO 2 HEURÍSTICO .....	58
FIGURA 20 - IMAGEM DO ROTEIRO 3 HEURÍSTICO .....	61
FIGURA 21 - IMAGEM DO ROTEIRO 4 HEURÍSTICO .....	61
FIGURA 22 - IMAGEM DO ROTEIRO 5 HEURÍSTICO .....	63
FIGURA 23 - IMAGEM DO ROTEIRO 6 HEURÍSTICO .....	65

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - MATRIZ DAS DISTÂNCIAS ENTRE AS CIDADES DO ROTEIRO 1 .....	39
TABELA 2 - ROTEIRO 1 EXATO .....	41
TABELA 3 - MATRIZ DAS DISTÂNCIAS ENTRE AS CIDADES DO ROTEIRO 2 .....	42
TABELA 4 - ROTEIRO 2 EXATO .....	43
TABELA 5 - ROTEIRO 3 EXATO .....	45
TABELA 6 - MATRIZ DAS DISTÂNCIA ENTRE AS CIDADES DO ROTEIRO 4 .....	47
TABELA 7 - ROTEIRO 4 EXATO .....	48
TABELA 8 - ROTEIRO 5 EXATO .....	51
TABELA 9 - ROTEIRO 6 EXATO .....	52
TABELA 10 - RESULTADOS DAS HEURÍSTICAS PARA CADA ROTEIRO ...	54
TABELA 11 - ROTEIRO 1 HEURÍSTICO .....	55
TABELA 12 - ROTEIRO 2 HEURÍSTICO .....	57
TABELA 13 - ROTEIRO 3 HEURÍSTICO .....	60
TABELA 14 - ROTEIRO 4 HEURÍSTICO .....	61
TABELA 15 - ROTEIRO 5 HEURÍSTICO .....	62
TABELA 16 - ROTEIRO 6 HEURÍSTICO .....	64
TABELA 17 - MÉTODO EXATO X MÉTODO HEURÍSTICO .....	66

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

PCV – Problema do Caixeiro Viajante

CNT – Confederação Nacional de Transportes

PL – Programação Linear

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>14</b>
1.1	OBJETIVOS.....	15
1.1.1	Objetivo Geral.....	15
1.1.2	Objetivos Específicos.....	15
1.2	JUSTIFICATIVAS.....	15
1.3	ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO.....	16
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	<b>17</b>
2.1	PROGRAMAÇÃO LINEAR.....	17
2.1.1	Exemplo de Programação Linear.....	18
2.2	PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE (PCV).....	18
2.3	MODELAGEM DO PROBLEMA.....	19
2.3.1	Exemplo do Problema do Caixeiro Viajante.....	20
2.4	APLICAÇÕES.....	21
<b>3</b>	<b>MÉTODOS DE RESOLUÇÃO</b> .....	<b>24</b>
3.1	ALGORITMO EXATO.....	24
3.1.1	<i>Branch-and-Bound</i> .....	24
3.1.1.1	Algoritmo de <i>Branch-and-Bound</i> .....	30
3.2	ALGORITMOS HEURÍSTICOS.....	32
3.2.1	<i>Nearest-Neighbor</i> .....	32
3.2.2	<i>Farthest-Insertion</i> .....	33
3.2.3	<i>K-opt</i> .....	34
3.3	LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO JULIA.....	35
3.3.1	Pacote <i>Travelingsalesmanheuristics</i> .....	36
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA DE SOLUÇÃO</b> .....	<b>37</b>
4.1	DESCRIÇÃO DO CASO.....	38
<b>5</b>	<b>ANÁLISE DE DADOS</b> .....	<b>39</b>
5.1	MÉTODOS DE COLETA.....	39
5.2	RESULTADOS DO MÉTODO <i>BRANCH-AND-BOUND</i> .....	39
5.3	RESULTADOS UTILIZANDO MÉTODOS HEURÍSTICOS.....	54

5.4	COMPARAÇÃO DE RESULTADOS.....	66
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	68
	REFERÊNCIAS.....	70

## 1 INTRODUÇÃO

O estado do Paraná é a quinta maior economia do Brasil (BANCO CENTRAL DO BRASIL, 2018), e segundo a nota de divulgação do IPARDES (Instituto Paranaense de Desenvolvimento Econômico e Social) do ano de 2018, o PIB (Produto Interno Bruto nacional) do estado equivaleu a 6,31% do PIB brasileiro. Ele também é um dos maiores exportadores do Brasil (IPARDES, 2018), ocupando uma posição geográfica estratégica para onde convergem fluxos importantes do comércio inter-regional e internacional e conta com importantes conexões terrestres com os estados vizinhos como São Paulo, Mato Grosso do Sul e Santa Catarina e também com a Argentina e o Paraguai. Mesmo com a posição estratégica favorável para a entrega de mercadorias, o transporte rodoviário é um dos principais fatores de custo para as empresas (CNT, 2016), e a logística que é o processo de planejar, executar e controlar de forma eficiente o transporte, vem em contrapartida para otimizar essa questão, visando sempre a redução dos custos.

Uma ferramenta de otimização para buscar eficiência na área do transporte é o Problema do Caixeiro Viajante (PCV). Este problema tem grande relevância para o campo da logística e da produção, entre outros. Ele consiste na procura de um circuito que possua a menor distância, começando numa cidade qualquer, entre várias, visitando cada uma precisamente uma vez e retornando à cidade inicial.

O transporte rodoviário sendo um dos recursos mais caros atualmente (CNT, 2016), faz com que as empresas procurem meios de otimiza-lo, reduzindo assim os gastos com o processo de logística de entrega de produtos.

Nesta presente monografia apresentamos um estudo de caso sobre o problema de rotas de veículos com o interesse de investigar um planejamento logístico de transporte de uma empresa de confecção de roupas infantis com algoritmos clássicos para a resolução do PCV.

A empresa que estamos investigando o planejamento logístico está localizada no norte do Paraná e atualmente faz seu planejamento de transporte de forma empírica, que é uma prática comum em empresas de pequeno e médio

porte. A finalidade do presente trabalho é encontrar rotas mais econômicas e de menor distância utilizando métodos de otimização e comparar com os resultados da tática de entrega adotada pela empresa.

Deste modo observa-se o surgimento da pergunta de pesquisa consolidada em: Como o Problema do Caixeiro Viajante contribui para a resolução de um problema de rotas para minimizar a distância, tempo e custo de uma empresa de confecção de roupas?

## 1.1 OBJETIVOS

### 1.1.1 Objetivo geral

A pesquisa objetiva-se a estudar as rotas de entrega de uma empresa de confecção de roupas infantis com procedimentos da área de Pesquisa Operacional, por meio do Problema do Caixeiro Viajante e seus métodos exatos e heurísticos, com o intuito de demonstrar que é possível melhorar a logística da empresa por meio de algoritmos de otimização.

### 1.1.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos do trabalho são:

- a) Estudar métodos de otimização e a linguagem de programação Julia;
- b) Identificar os problemas de transporte da empresa;
- c) Coletar dados e modelar o problema como uma variante do PCV;
- d) Utilizar o *software solver* e pacotes de otimização da linguagem de programação Julia para estudar o problema de rotas da empresa.

## 1.2 JUSTIFICATIVAS

A primeira justificativa para a realização deste trabalho é a sua relevância acadêmica, pois configura uma oportunidade notável de reunir os conhecimentos adquiridos na área de Pesquisa Operacional àqueles provenientes da área de logística.

As Pequenas e Médias empresas (PMEs) são as que giram grande parte do mercado brasileiro, entretanto, a maioria têm carência na gestão da logística. O transporte rodoviário sendo um dos recursos mais caros de uma empresa que necessita desse meio para a entrega de seus produtos, é de extrema importância o conhecimento das variáveis que envolvem o processo de programação desse recurso para a área operacional da empresa.

### 1.3 ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO

Esta monografia está estruturada em 6 (seis) capítulos, conforme especificado a seguir:

**Capítulo 1:** apresenta uma conjuntura do tema seguida da problemática da pesquisa, objetivos e justificativas.

**Capítulo 2:** expõe um referencial teórico sobre o PCV, seguido de uma modelagem geral e aplicações.

**Capítulo 3:** apresenta um método exato e três heurísticos de resolução do PCV.

**Capítulo 4:** apresenta a metodologia de solução, com enquadramento metodológico e os passos a serem percorridos para alcançar os objetivos propostos.

**Capítulo 5:** apresenta a especificação dos métodos de coleta e análise dos dados, os resultados computacionais a partir do algoritmo exato e heurísticos.

**Capítulo 6:** traz as considerações finais do trabalho.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo definimos os problemas de Programação Linear e apresentamos uma revisão dos principais conceitos do PCV assim como sua modelagem e as possíveis aplicações no cotidiano.

### 2.1 PROGRAMAÇÃO LINEAR

De acordo com Goldbarg e Luna (2000) a Programação Linear (PL) apresenta algoritmos eficientes que podem ser facilmente resolvidos utilizando um computador. É uma técnica que utiliza métodos matemáticos que permitem a otimização de operações, e é amplamente utilizada na resolução de problemas que tenham sua representação por expressões lineares.

Segundo Garcia et al. (1997), matematicamente, o modelo de um problema de otimização linear pode ser formulado de acordo com o esquema abaixo:

Maximizar ou minimizar

$$Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 \dots + C_n X_n \quad (1)$$

Sujeito a

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n < b_1 \quad (2)$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n < b_2$$

...

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n < b_m$$

$$x_i \geq 0 \text{ e } b_j \geq 0, \text{ para } i = 1, 2, \dots, n \text{ e } j = 1, 2, \dots, m$$

Sendo:

(1) a função objetivo e (2) restrições.

$Z$  é a função a ser maximizada ou minimizada, geralmente sendo ganho ou custo seguindo o conjunto de restrições;

$x_i$  são as variáveis de decisão que representam os recursos ou quantidades para otimizar o resultado final;

$C_i$  são os coeficientes de ganho ou custo que cada variável;

$b_i$  é a quantidade disponível de cada recurso;

$a_{ij}$  é a quantidade de recurso consumida de cada variável decisória.

A seguir apresentaremos um Problema de Programação Linear (PPL).

### 2.1.1 Exemplo de um problema de Programação Linear

$$\text{maximizar} = 2,5x + 3y$$

Sujeito a

$$4x + 5y \leq 200$$

$$6x + 3y \leq 210$$

$$x, y \geq 0$$

Na próxima seção explanaremos os principais conceitos do Problema do Caixeiro Viajante.

### 2.2 PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE (PCV)

Goldbarg e Luna (2000) descrevem o Problema do Caixeiro Viajante (PCV) como um dos mais tradicionais de programação matemática. Segundo o autor, sua origem é atribuída a William Rowan Hamilton, que em 1857 desenvolveu um jogo chamado *Around the World* no qual seu principal objetivo era elaborar um roteiro através dos vértices de um dodecaedro, que equivalem as cidades, com a regra de iniciar e terminar no mesmo vértice passando uma única vez em cada cidade.

Cunha, Bonasser e Abrahão (2002), definem que o PCV é um problema que procura encontrar a rota de menor custo que interliga um conjunto de

vértices de um grafo, partindo de um ponto inicial, percorrendo os demais uma única vez e, retornando ao ponto de partida.

Uma forma de resolver o PCV seria enumerar todas as soluções possíveis e escolher aquela que tem a menor distância. Com o auxílio de um computador seria elaborar todas as rotas possíveis e seus respectivos comprimentos assim reduzindo um problema de otimização para um problema de enumeração. (TAUFER e PEREIRA, 2011).

Nos últimos anos foi notável o progresso alcançado referente a métodos de solução para o PCV. O progresso é devido ao surgimento de *softwares* de computadores, e principalmente através do desenvolvimento da teoria matemática e de algoritmos mais eficientes. Atualmente os algoritmos solucionam problemas de otimização de modo satisfatório, porém, em alguns casos onde há uma grande quantidade de cidades, o algoritmo fica sobrecarregado e pode exigir muitas horas de CPU mesmo em computadores mais sofisticados. Isso se dá pelo fato de que as possíveis rotas podem ser calculadas através da fórmula:  $R(n) = (n - 1)!$ , ou seja, cresce fatorialmente com o valor de  $n$ , onde  $n$  é o número de cidades.

### 2.3 MODELAGEM DO PROBLEMA

Segundo Arenales et al. (2015) o problema pode ser descrito da seguinte forma: considere um grafo não orientado  $G = (N, E)$  em que o conjunto  $N$  consiste de  $n$  cidades e  $E$  simboliza o conjunto de arestas entre as cidades. Considere  $G$  um grafo completo, ou seja, para qualquer par de cidades  $i, j \in N, i \neq j$ , existe uma aresta  $(i, j)$ . A distância entre as cidades  $i$  e  $j$  é  $c_{ij}$ , e quando  $c_{ij} = c_{ji}$ , o problema é denominado como simétrico; do contrário é denominado como assimétrico. O caixeiro deve visitar  $n$  cidades, passando apenas uma vez por cada uma delas, e retornando a cidade de origem. Esse roteiro é chamado de ciclo Hamiltoniano do grafo  $G$ , e o problema é constituído em encontrar o menor trajeto.

Definição das variáveis

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o caixeiro vai diretamente da cidade } i \text{ a cidade } j, i \neq j \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

e considere o seguinte modelo:

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j>i} c_{ij} x_{ij} \quad (FO1)$$

$$\sum_{j<i} x_{ji} + \sum_{j>i} x_{ij} = 2, i = 1, \dots, n \quad (FO2)$$

$$x \in B^{n(n-1)/2} \quad (FO3)$$

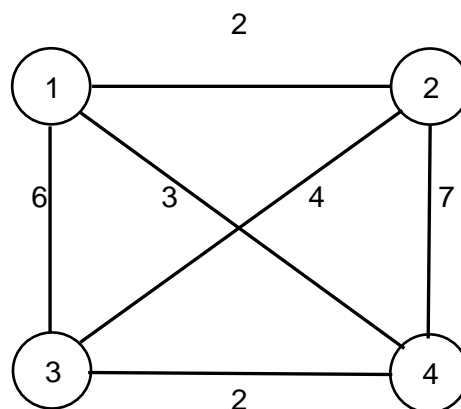
A função objetivo (FO1) expressa a minimização da distância total da rota, e as restrições (FO2) impõem que cada cidade tenha uma cidade subsequente e uma cidade precedente imediata. E por último a restrição (FO3) indica os tipos de variáveis. Uma solução para o modelo anterior pode gerar sub-rotas desconexas, onde a eliminação da mesma é dada pela seguinte restrição:

$$\sum_{i \in S} \sum_{\substack{j \in S \\ j > i}} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad S \subset N,$$

### 2.3.1 Exemplo do Problema do Caixeiro Viajante

Para exemplificar o conceito do PCV, consideramos o grafo da Figura 1, com  $n = 4$  (vértices), sendo o 1 o vértice de origem.

FIGURA 1 - EXEMPLO DE PCV



FONTE: A autora (2018).

A abordagem padrão define que cada vértice corresponde a uma cidade, e cada aresta corresponde a uma estrada com peso igual ao comprimento da

mesma. Em termos de custo, cada aresta corresponde a um valor, e a melhor solução é aquela que possui menor custo. O exemplo apresentado na Figura 1 contém seis trajetos possíveis:

$$1-2-3-4-1= 11$$

$$1-2-4-3-1= 17$$

$$1-3-4-2-1= 17$$

$$1-4-3-2-1= 11$$

$$1-4-2-3-1= 20$$

$$1-3-2-4-1= 20$$

O objetivo específico do caixeiro viajante é encontrar a menor rota dado um conjunto de  $n$  cidades, passando em cada uma delas apenas uma vez e retornando à cidade de origem. Assim o trajeto de menor custo é  $1-2-3-4-1=11$ . Portanto, os números de possíveis percursos crescem conforme o número de vértices do grafo aumenta. Para  $n = 4$  temos 6 percursos possíveis, portanto para  $n = 14$  se tem mais de 6 bilhões de percursos possíveis. O número de possíveis percursos é encontrado pela fórmula:

$$R(n) = (n - 1)!$$

## 2.4 APLICAÇÕES

Nessa seção apresentamos alguns exemplos de como o PCV pode ser aplicado em diversos problemas matemáticos do cotidiano, tais como:

- a) Cristalografia;
  - b) Distribuição de encomendas em armazéns;
  - c) Sequenciamento de DNA;
  - d) Reposicionamento de Satélites;
  - e) Just-in-time Scheduling;
- a) Segundo Bland e Shallcross (1989) na cristalografia que é o estudo de cristais, são efetuados inúmeros testes com raio X. O tempo total de experiências pode ser otimizado se a ordem dos testes a realizar for

escolhida de forma adequada. As escolhas podem ser obtidas pela resolução do PCV associado ao problema, em que os vértices representam as posições do cristal dentro do dispositivo e as arestas  $\{i, j\}$  representam o tempo necessário para mudar da posição  $i$  para a posição  $j$ .

- b) Ascheuer, Grötschel e Hamid (1981) relatam que em armazéns de grandes dimensões para que a entrada e saída de encomendas decorra de forma eficaz, é necessária uma gestão automatizada da distribuição dentro do armazém. Essa gestão de encomendas pode ser efetuada através da resolução de Problemas do Caixeiro Viajante. Neste caso, os vértices representam os pedidos das encomendas, em que  $1 \in V$  representa o pedido a ser realizado no momento, e o arco  $(i, j)$  representa a possibilidade de realizar o pedido  $j$  seguido do pedido  $i$ . O custo  $C_{ij}$  representa o tempo de viagem da grua sem encomendas, desde o destino da encomenda  $i$  à origem da encomenda  $j$ . O objetivo é minimizar o tempo total de viagem da grua sem encomendas.
- c) No caso de sequenciamento de DNA, o PCV pode ser utilizado para o mapeamento de cromossomos. Considerando os vértices como as sequências locais e o custo de viagem como a medida de confiança de que uma sequência local seja imediatamente seguida de outra específica, o PCV é utilizado para reconstruir mapeamento de radiação híbridos. (Agarwala et al., 2000).
- d) Bailey, McLain e Beard (2000) descreve que o PCV também pode ser utilizado para otimizar a sequência de objetos celestiais a serem visionados num programa da NASA. Neste caso cada vértice corresponde a uma posição e orientação dos satélites, associados a uma determinada estrela. Os custos  $c_{ij}$  correspondem à quantidade de combustível necessária para o reposicionamento dos dois satélites. O objetivo é minimizar a utilização de combustível necessários à visualização dos objetos celestiais.
- e) Segundo Araújo, Santos e Arroyo (2009) o algoritmo genético combinado à busca local para tratar o problema de *Just-in-time Scheduling*, o qual indica

que a execução de uma determinada tarefa em um ambiente deve terminar o mais próximo possível da sua data de entrega objetivando a não permanência do bem em estoque, o que gera um custo adicional para a empresa. A definição do problema denominado de *Just-in-time Job Shop Scheduling* (JITJSSP) é tal que existem  $n$  tarefas,  $J=\{J_1, J_2, \dots, J_n\}$  e um grupo de  $m$  máquinas  $M=\{M_1, M_2, \dots, M_m\}$ . Cada tarefa  $J_i$  possui uma sequência de operações  $O_i = \{O_{1i}, O_{2i}, \dots, O_{mi}\}$ , onde  $O_{ki}$  é a  $k$ -ésima operação da tarefa  $J_i$  e a função objetivo possui dois coeficientes  $\alpha$  e  $\beta$ , para adiantamento e atraso, respectivamente, que são aplicados para denotarem as penalidades inerentes ao não cumprimento da janela de tempo específicos.

Analisando os diversos exemplos, é notável que as aplicações do PCV são possíveis para diferentes assuntos do cotidiano, visando sempre otimizar o tempo e o custo que são prioridades das empresas que buscam ser competitivas no mercado atual.

### 3 MÉTODOS DE RESOLUÇÃO

O Algoritmo influencia diversas atividades cotidianas, como a procura de atalhos no trânsito com a ajuda de aplicativos de celular. Eles costumam ser vistos como objetos intangíveis pela população em geral que sente seus efeitos, mas geralmente não conhece o seu formato e modo de ação.

Um algoritmo nada mais é do que uma sequência de etapas para resolver um problema ou realizar uma tarefa de forma automática, pode ser apenas uma dezena de linhas de programação ou milhões delas empilhadas em uma espécie de pergaminho virtual.

A construção de um algoritmo de solução segue em três etapas. A primeira consiste em identificar o problema a ser resolvido, e encontrar uma solução teórica para ele. A segunda etapa ainda não envolve operações matemáticas, porém, consiste em descrever a sequência de passos no idioma corrente, para compreensão geral. E por último é traduzida para uma linguagem de programação para que o computador consiga executar os comandos.

#### 3.1 ALGORITMO EXATO

Nessa seção descreveremos o método exato *Branch-and-Bound*.

##### 3.1.1 *Branch-and-Bound*

Segundo Arenales (2015) considere os problemas  $P$  (problema discreto) e  $PL$  sendo um problema relaxado. Se o poliedro  $\bar{P} = \{Ax \leq b, x \in R_+^n\}$  é fechado, então o número de soluções inteiras factíveis é finito. Então uma forma de reduzir o espaço de busca consiste em usar conhecimento do problema de programação linear para executar um procedimento chamado de enumeração implícita, em que subconjuntos de solução são descartados. Esses subconjuntos são encontrados pela estratégia de dividir para conquistar, que separa o problema original  $P$  em problemas menores de fácil resolução. Esta estratégia é

usada no método *Branch-and-Bound* (B&B), cujo os conceitos serão demonstrados no seguinte exemplo dado em Arenares (2015).

$$z = \max 5x_1 - x_2$$

$$7x_1 - 5x_2 \leq 13$$

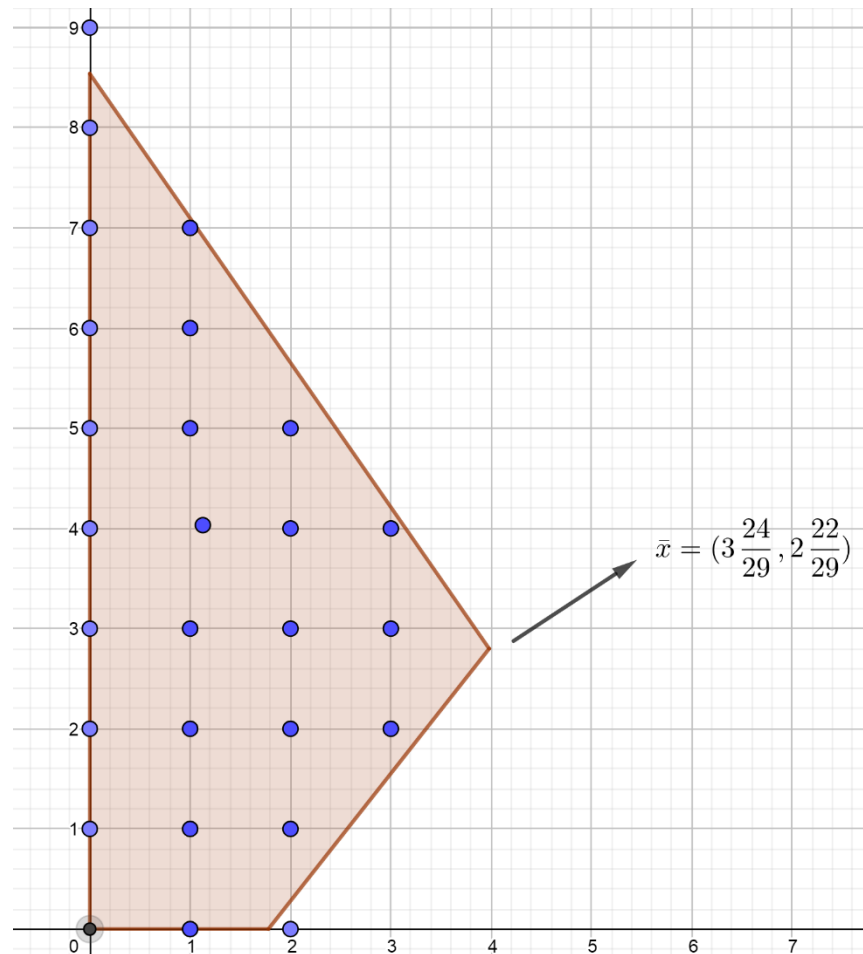
$$3x_1 - 2x_2 \leq 17$$

$$x \in Z_+^2$$

### *Resolução gráfica do exemplo*

A Figura 2 mostra a região factível do problema  $P$ , a direção do gradiente da função objetivo (5, -1) e a solução ótima real do problema relaxado  $PL$ ,  $\bar{x}^T = (\bar{x}_1, \bar{x}_2) = (3 \frac{24}{29}, 2 \frac{22}{29})$  com valor  $\bar{z} = 16 \frac{11}{29}$ , que é um limitante superior para o valor ótimo  $z$ .

FIGURA 2 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DAS SOLUÇÕES DE P E PL

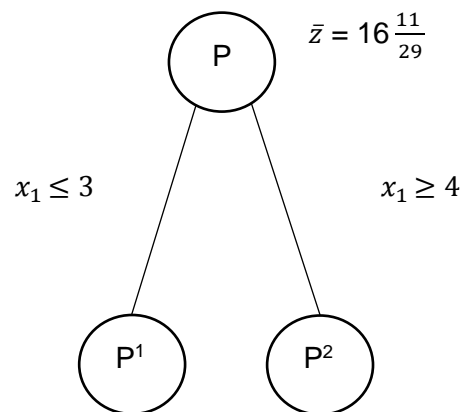


FONTE: Adaptado de ARENALES (2015).

Considere a notação  $\lfloor x \rfloor = \max\{y \in \mathbb{Z}: y \leq x\}$ , o maior valor contido em  $x$ , e  $\lceil x \rceil = \min\{y \in \mathbb{Z}: y \geq x\}$ , o menor inteiro que contém  $x$ . Pensando na divisão do problema  $P$  em dois problemas  $P^1$  e  $P^2$  da seguinte maneira: acrescentando a restrição  $x_1 \leq \lfloor \bar{x}_1 \rfloor = 3$  para gerar o problema  $P^1$ , e a restrição  $x_1 \geq \lceil \bar{x}_1 \rceil = 4$  para gerar o problema  $P^2$ .

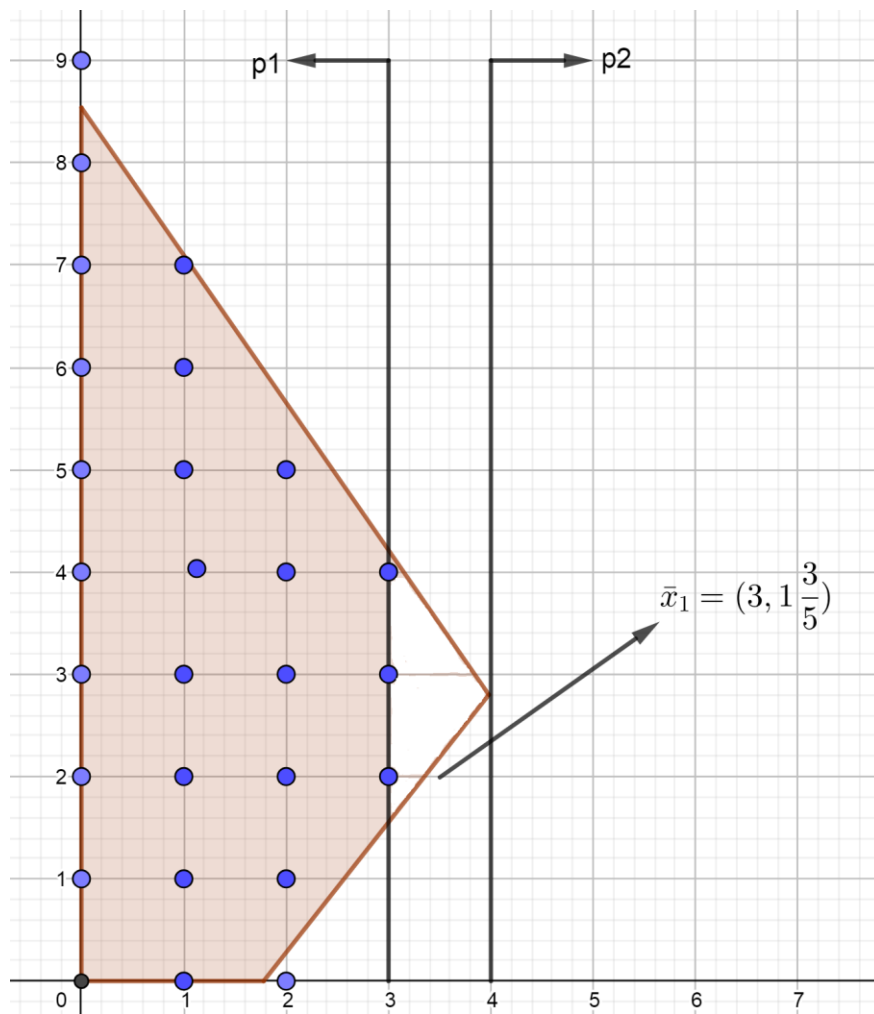
A subdivisão pode ser representada por meio de uma árvore em que cada nó corresponde a um problema. A árvore é denominada árvore *B&B* e está representada na Figura 3. Os nós descendentes de  $P$ ,  $P^1$  e  $P^2$  são chamados de nós filhos.

FIGURA 3 - PARTICIPAÇÃO DO PROBLEMA P



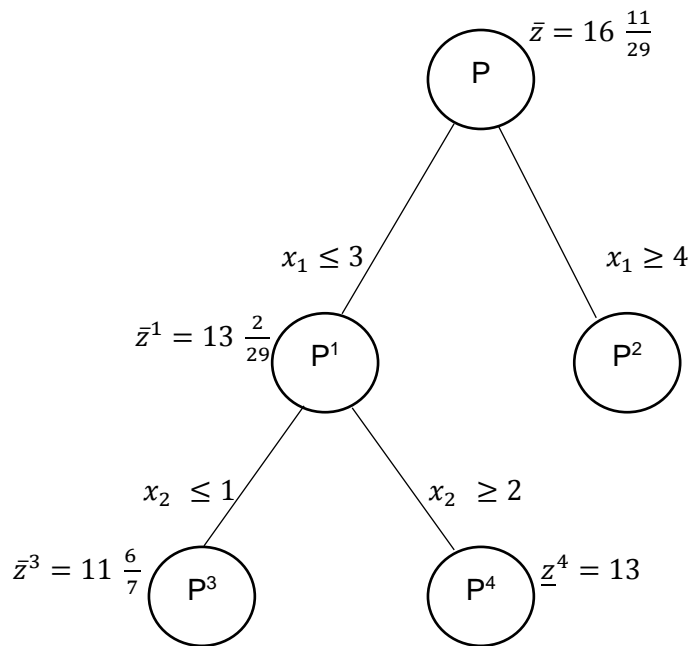
FONTE: Adaptado de Arenales (2015).

A Figura 4 mostra o espaço das soluções de  $P^1$  e  $P^2$ . O espaço de soluções factíveis de  $PL^2$ , que é o relaxamento linear de  $P^2$  é vazio, o que implica que  $P^2$  pode ser eliminado pelo fato de que é vazio. A solução ótima da relaxação linear  $PL^1$  é dada por  $\bar{x}^T = (3, 1 \frac{3}{5})$ , com valor  $\bar{z}^1 = 13 \frac{2}{5}$  que é um limitante superior mais próximo ou apertado do valor ótimo de  $P$ .

FIGURA 4 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DAS SOLUÇÕES DE  $P^1$ 

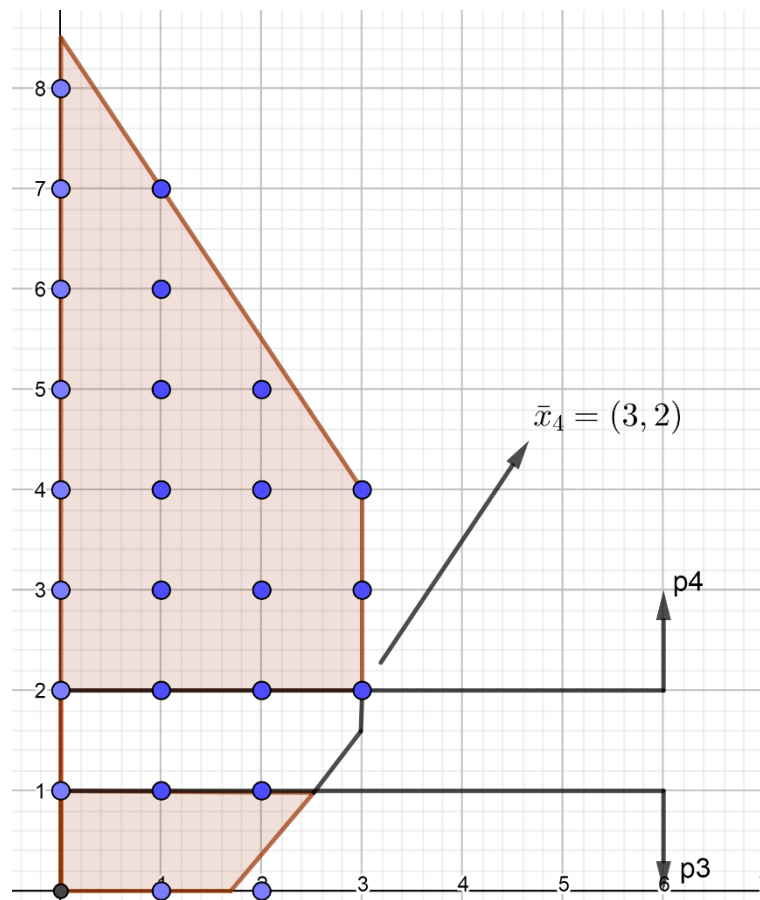
FONTE: Adaptado de Arenales (2015).

Analisando a separação do problema  $P^1$  em dois problemas,  $P^3$  e  $P^4$  da seguinte maneira: Adicionando a restrição  $x_2 \leq [1 \frac{3}{5}] = 1$  para gerar o problema  $P^3$ , e a restrição  $x_2 \geq [1 \frac{3}{5}] = 2$  para gerar o problema  $P^4$ . A divisão é ilustrada na Figura 5.

FIGURA 5 - PARTIÇÃO DO PROBLEMA P<sup>1</sup>.

FONTE: Adaptado de ARENALES (2015).

Suponha que o nó correspondente ao problema  $P^4$  seja escolhido para análise. A relaxação linear  $PL^4$  resulta na solução ótima  $\bar{x}_4^T = (3,2)$  que é solução inteira com valor  $\bar{z}^4 = 13$ . Analisando também o nó correspondente ao problema  $P^3$ , tem-se que a relaxação linear  $PL^3$  fornece a solução ótima  $\bar{x}_3^T = (2 \frac{4}{7}, 1)$ , com valor  $\bar{z}^3 = 11 \frac{6}{7}$ . Como  $\bar{z}^3 < \bar{z}^4$ , declara-se que a solução  $\bar{x}_4^T = (3,2)$  é a solução ótima da problema  $P$ . A Figura 6 mostra o espaço das soluções de  $P^3$  e  $P^4$ , e a solução ótima  $\bar{x}_4$ .

FIGURA 6 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA P<sup>3</sup> E P<sup>4</sup>

FONTE: Adaptado de ARENALES (2015).

### 3.1.1.1 Algoritmo de *Branch-and-Bound*

De acordo com Arenales (2015), o algoritmo básico do método *Branch-and-Bound* se apresenta através da eliminação de nós. O nó raiz representa o problema original de programação inteira P, e o nó limitante superior não eliminado nos testes anteriores realizados e que ainda não foi ramificado, é denominado de nó ativo e são armazenados em uma lista L.

**Passo 0** (Inicialização). Faça  $\bar{z} = \infty$ ,  $z^* = -\infty$ ,  $x^* = \emptyset$ ,  $L = \{P\}$ .

**Passo 1** (Seleção de nó). Selecione o nó ativo, agregado ao problema P, da lista de nós ativos, caso não tenha vá para o passo 6.

**Passo 2** (1º Teste de eliminação). Se a região factível de PL é vazia, retorne ao passo 1.

**Passo 3** (2º Teste de eliminação). Se o valor  $\bar{z}$  da solução ótima de PL é  $\bar{z} \leq z^*$ , retorne ao passo 1.

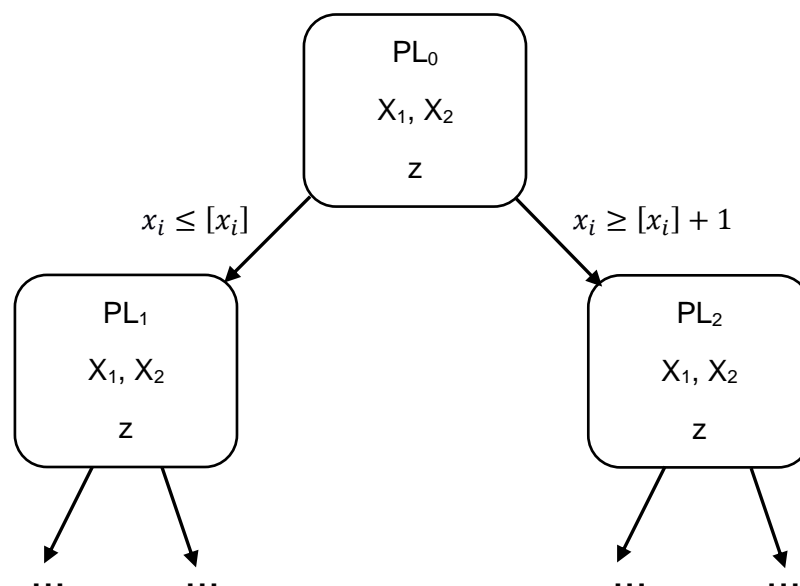
**Passo 4** (3º Teste de eliminação). Se a solução ótima  $\bar{x}$  de PL é inteira e possui valor  $\bar{z}$ , e se  $\bar{z} > z^*$ , faça a atualização de  $x^*$  e  $z^*$ . Elimine os nós ativos da lista L,  $\bar{z} \leq z^*$  e retorne ao passo 1.

**Passo 5** (Ramificação). Escolha uma variável da solução ótima de PL que possua um valor não inteiro e ramifique em dois problemas e os adicione na lista L e retorne ao passo 1.

**Passo 6** (FIM). Se  $z^* = -\infty$ , não existe solução factível, caso contrário, a solução  $x^*$  é a solução ótima.

O fluxograma apresentado na Figura 7 exemplifica o método *B&B*.

FIGURA 7 - FLUXOGRAMA B&B



FONTE: Adaptado de ARENALES (2015).

O método *B&B* pode ser aplicado em diversos problemas de programação linear, não linear, dinâmica e entre outros. Entretanto, para cada tipo de programação é necessário fazer adaptações, para diminuir ao máximo o número de iterações e o tempo computacional.

## 3.2 ALGORITMOS HEURÍSTICOS

A principal característica dos métodos heurísticos é encontrar boas soluções em tempo computacional relativamente baixo. Além disso, os métodos podem ser moldados para resolver problemas do cotidiano.

As heurísticas podem ser classificadas em três tipos: Construtivas, duas fases e métodos de melhoramento. Nessa seção será contextualizado os tipos de heurísticas utilizadas na resolução do problema, sendo *Nearest-Neighbor* e *Farthest-Insertion* heurísticas construtivas e *K-opt* de melhoramento.

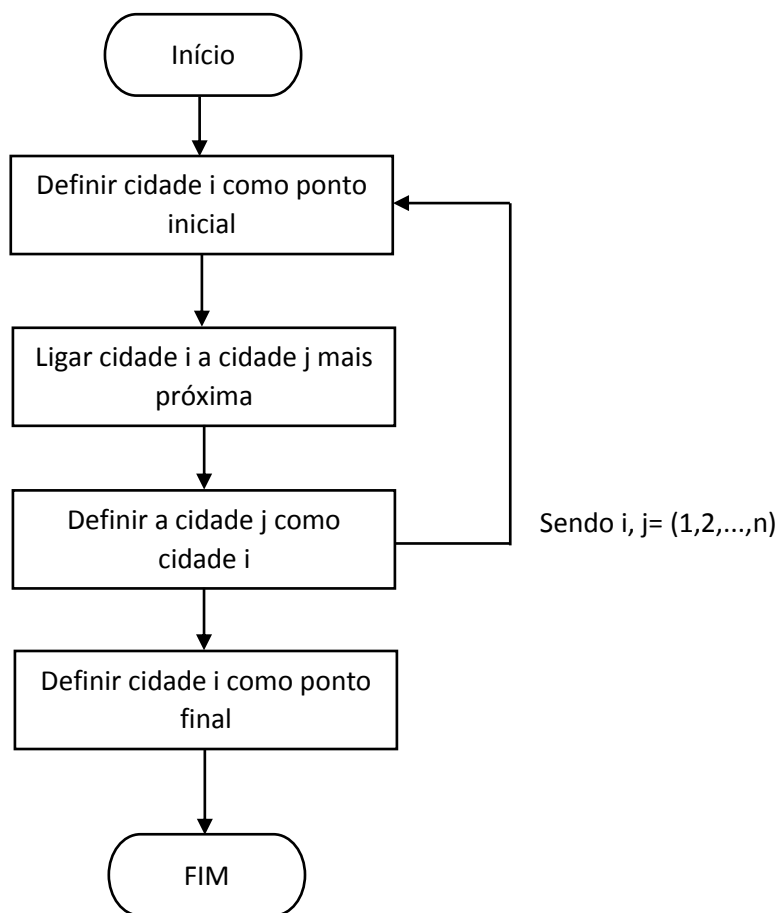
### 3.2.1 *Nearest-Neighbor*

A heurística *Nearest-Neighbor* foi descrita por Solomon (1987) e propõe uma matriz para definir a distância entre os pontos. O percurso inicialmente é construído adicionando o ponto mais próximo da origem e os demais adicionados posteriormente conforme a necessidade do surgimento de novas rotas. Um ponto é adicionado a rota, segundo a sua proximidade em relação ao último ponto adicionado. O processo de adicionar pontos se repete enquanto o limite da capacidade da rota for respeitado.

Teixeira (2014) define a heurística *Nearest-Neighbor* pela escolha da cidade mais próxima até que todas as cidades sejam visitadas pelo caixeiro. O algoritmo tem início pela cidade  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) em seguida ligue a cidade  $i$  com a cidade  $j$  ( $j = 1, 2, \dots, n$ ) mais próxima. Esse procedimento deve ser repetido até que todas as cidades sejam visitadas e o percurso seja concluído.

Esse método é de aplicação simples e rápida, pelo fato de que se inicia em um nó de origem e segue-se para o nó mais próximo ainda não visitado e continua até que todos os nós sejam visitados e o percurso concluído. Este método é um dos mais utilizados para resolver o PCV, entretanto o resultado encontrado pode ser melhorado por métodos de refinamento.

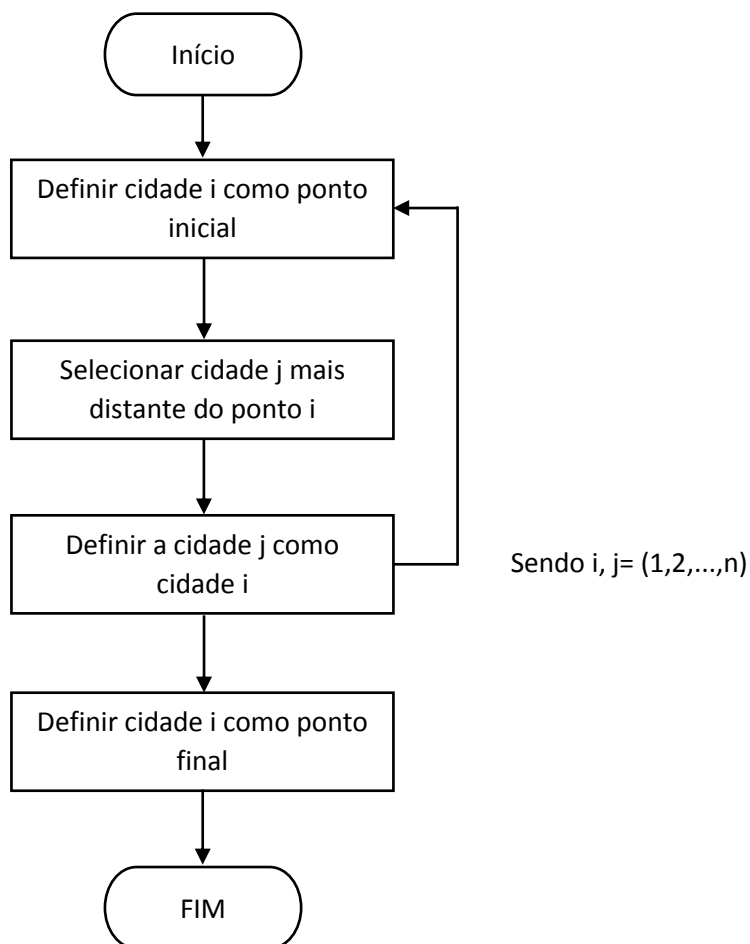
FIGURA 8 - FLUXOGRAMA NEAREST- NEIGHBOR



FONTE: A autora (2018).

### 3.2.2 *Farthest-insertion*

Segundo Cordenonsi (2008), a heurística *Farthest-Insertion* pode ser definida como um conjunto de procedimentos, que partindo de uma solução vazia constrói uma rota tendo como critério de parada a inserção de todos os pontos individualmente alocados na rota. Esse algoritmo tem a abordagem diferente do *Nearest-Neighbor* já que ele leva em consideração o critério da cidade  $j$  que possui a maior distância da cidade  $i$ .

FIGURA 9 - FLUXOGRAMA *FARTHEST-INSERTION*

FONTE: A autora (2018).

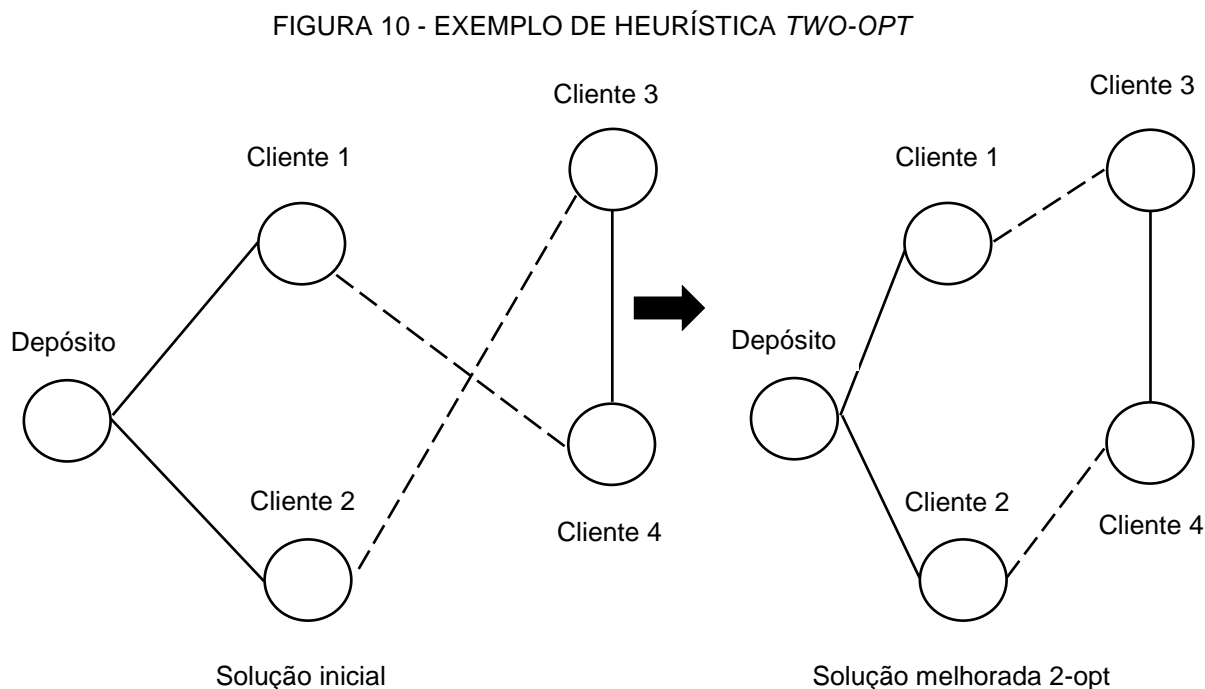
### 3.2.3 *K-opt*

De acordo com Kretzschmar et al (2013), os métodos de melhoria *K-opt* buscam através da substituição de arcos, ou seja, mudanças de roteiro pré-estabelecido, para buscar a refinação encontrada anteriormente.

Esse método é denominado como heurística de melhoramento pelo fato de que promove melhorias em soluções encontradas anteriormente por heurísticas de construção. Foi proposta por Lin (1965) para a solução de um PCV, em que solução atual deleta  $k$  arestas e coloca  $k$  novas arestas, tentando todas as combinações possíveis de percursos. O custo computacional dessa heurística pode ser definido como  $O(n^k)$  onde  $n$  é o número de vértices. Entretanto, segundo o autor Kretzschmar et al (2013), nessa heurística o valor

de  $k$  tem que ser menor que quatro, já que o número de permutações maiores que este, tornam o procedimento computacional inviável.

**Two-opt:** Nessa heurística são utilizadas duas arestas não adjacentes retiradas da solução inicial e testadas todas as combinações possíveis com os outros vértices. A Figura 11 mostra um exemplo da heurística para o problema de transporte com 1 depósito e 4 clientes.



FONTE: A autora (2018).

### 3.3 LINGUAGEM DE PROGRAMAÇÃO JULIA

Segundo Bezanson et al (2015), Julia é uma linguagem de programação compilada (JIT- *Just in time*), relativamente jovem, já que se tornou *open source* em 2012. Essa linguagem foi pensada para ser relativamente rápida e de fácil aprendizado como o MATLAB, conhecido por ser um dos softwares mais clássicos da modelagem matemática. O site oficial pode ser encontrado pelo link <https://juliabox.com/>.

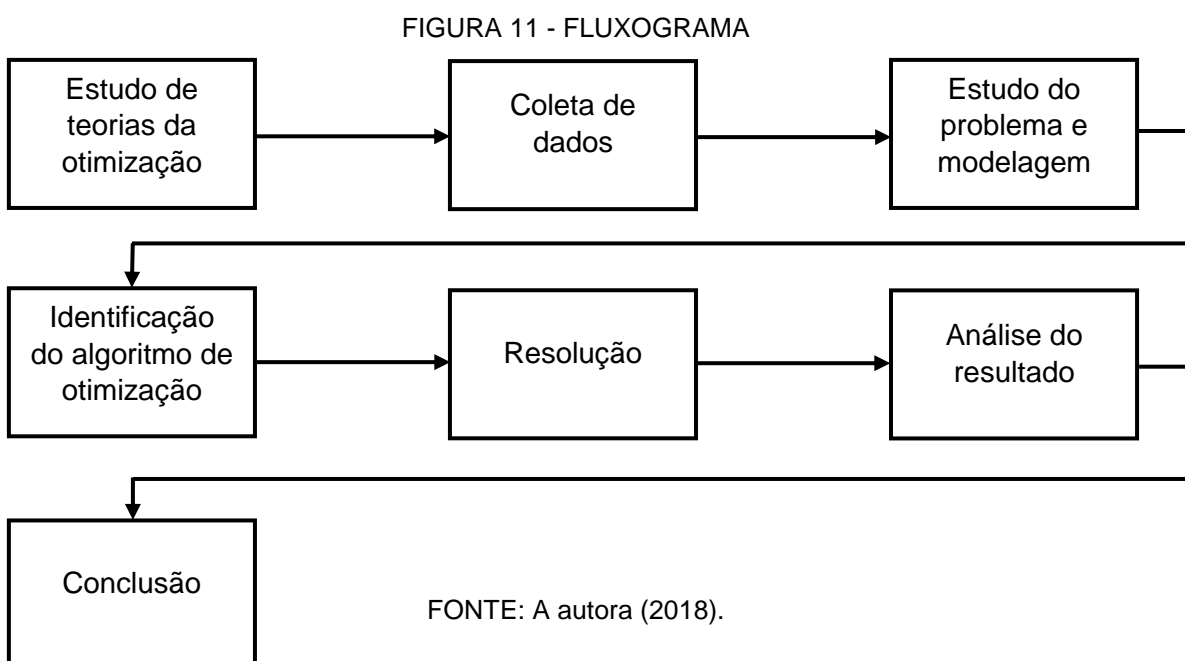
### 3.3.1 Pacote *TRAVELINGSALESMANHEURISTICS*

Pacote utilizado para resolver o problema de rotas. Ele inclui heurísticas de geração de caminho, refinamento de trajetória, repetitiva e para limites inferiores. A presente monografia vai tratar o PCV com duas heurísticas do pacote para geração de caminho que são a *Nearest-Neighbor* e *Farthest-Insertion* e uma de refinamento denominada de *Two-opt*.

#### 4 METODOLOGIA DE SOLUÇÃO

O trabalho de pesquisa envolve uma abordagem quantitativa e de natureza aplicada, já que o processo de coleta de dados descreve o processo de entrega de produtos, e são transformados em valores numéricos de coordenadas de latitude e longitude. A pesquisa quantitativa utiliza métodos de modelagem e simulação para redução dos custos e distâncias (MIGUEL et al., 2012).

A pesquisa se inicia com o estudo das teorias de otimização para o PCV, seguindo para a etapa de coleta de dados. Os dados que serão coletados são os nomes das cidades por qual o proprietário da empresa percorre para a entrega de mercadorias, saindo da cidade origem Jandaia do Sul e retornando ao ponto de partida. Com amostras recentes (2018) de percursos realizados, o passo seguinte é o estudo do problema. O próximo passo é a identificação do algoritmo exato e heurístico a ser utilizado para a realização de simulações afim de verificar possíveis melhorias. Em seguida, será realizada a análise dos resultados e finalizando com a conclusão observando se houve ou não otimização do percurso realizado para a entrega de mercadorias. A Figura 9 apresenta um fluxograma dos passos da pesquisa.



Seguindo o fluxograma apresentado na Figura 11 podemos separar a análise em 3 etapas principais: coleta de dados, análise dos resultados e conclusão. A coleta de dados, foi realizada de modo que, o proprietário da empresa concedia os dados das respectivas cidades de entregas de produto. A análise dos dados para a obtenção dos resultados foi efetuada no algoritmo *Branch-and-Bound* que é um método exato e também nos métodos heurísticos: *Nearest-Neghbor*, *Farthest-Insertion* e *Two-opt* todos encontrados no pacote *travelsallemanheuristics*.

No próximo capítulo será apresentado como a coleta e a análise de dados foram realizados.

#### 4.1 DESCRIÇÃO DO CASO

A empresa no qual o estudo foi realizado está localizada no norte do Paraná e é do ramo de confecção de roupas infantis. Contém cerca de 20 funcionárias, sendo elas costureiras que participam do processo desde a chegada da matéria-prima até finalização de cada peça passando por estágios de desenho no tecido para o corte, costura e acabamento até o empacotamento para o transporte realizado pelo proprietário de forma empírica.

## 5 ANÁLISE DE DADOS

Neste capítulo será especificado como a coleta e o tratamento de dados foram realizados na empresa de confecção de roupas infantis.

### 5.1 MÉTODOS DE COLETA

Inicialmente foi marcada uma reunião para conhecer a empresa, os processos desde a chegada da matéria-prima até a saída do produto acabado para a entrega. Com o conhecimento de que o proprietário realizava as entregas de modo empírico, uma prévia sobre o tema Caminhos Mínimos com direcionamento em rotas foi apresentada juntamente com as possíveis melhorias que o tratamento de dados por meio de algoritmos poderia trazer futuramente, como: distância, tempo e custo. Após o breve conhecimento sobre o assunto, o proprietário assim que realizava uma viagem, agendava uma reunião para apresentar as cidades percorridas para entrega de mercadorias. Os dados fornecidos foram colocados em uma planilha do Excel em ordem, sempre começando com a cidade Jandaia do Sul. Também foi coletado as latitudes e longitudes de cada cidade no Google Maps e a distância entre elas, com estes dados construímos a matriz distância necessária para rodar o método exato *Branch-and-Bound* através de uma extensão do Excel denominada de *open solver* e também os métodos heurísticos tratados no Julia. Por fim, comparou-se as distâncias dos roteiros realizados pela empresa de modo empírico e os resultados dados pelos métodos.

### 5.2 RESULTADOS UTILIZANDO *BRANCH-AND-BOUND*

Nessa seção será apresentado os resultados do método exato *branch-and-bound* para os seis roteiros disponibilizados pelo proprietário. Para a programação e resultados foi utilizado notebook com sistema operacional de 64 bits, processador Intel® Core™ i7. Para obter os resultados pelo método exato *Branch-and-Bound* foi utilizada a extensão do Excel (2013) *open solver 2.9.0* e

o site <https://juliabox.com/>, para desenvolver os métodos heurísticos com a versão Julia 0.6 executada na plataforma.

Todos os roteiros têm a cidade origem Jandaia do Sul onde se localiza a empresa e seus respectivos destinos em ordem de entrega.

**Roteiro 1:** Jandaia do Sul-PR; Palmital-PR; Laranjal-PR; Turvo-PR; Guarapuava-PR; Prudentópolis-PR; Ivai-PR; Irati-PR; União da Vitória-PR; Porto União-SC. Esse percurso realizado pelo proprietário tem a distância total de 1350 km.

A partir disto, coletou-se a distância entre essas cidades no *Google Maps* e elaborada uma Tabela 10x10. A Tabela 1 apresenta o resultado da matriz distância após a manipulação da extensão *open solver* do Excel.

TABELA 1 - MATRIZ DAS DISTÂNCIAS ENTRE AS CIDADES DO ROTEIRO 1

Cidades	DE/PARA	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10
Jandaia do Sul-PR	C1	0	239	270	213	256	317	330	350	452	456
Palmital-PR	C2	239	0	31,8	93,6	136	197	263	230	354	351
Laranjal-PR	C3	270	31,8	0	126	168	229	295	262	386	382
Turvo-PR	C4	213	93,6	126	0	42,2	104	170	136	263	257
Guarapuava-PR	C5	256	136	168	42,2	0	67,9	134	101	218	214
Prudentópolis-PR	C6	317	197	229	104	67,9	0	68,4	46,4	173	177
Ivai-PR	C7	330	263	295	170	134	68,4	0	91,6	191	194
Irati-PR	C8	350	230	262	136	101	46,4	91,6	0	140	143
União da Vitória-PR	C9	452	354	386	263	218	173	191	140	0	6,7
Porto União-SC	C10	456	351	382	257	214	177	194	143	6,7	0

FONTE: A autora (2018).

Após a execução do método *B&B*, a Tabela 2 ilustra os resultados do caminho ótimo.

TABELA 2 - ROTEIRO 1 EXATO

CIDADE	SEQUÊNCIA
Jandaia do Sul-PR	1
Palmital-PR	2
Laranjal-PR	3
Turvo-PR	4
Guarapuava-PR	5
Prudentópolis-PR	6
Irati-PR	7
União da Vitória-PR	8
Porto União-SC	9
Ivaí-PR	10

FONTE: A autora (2018).

Na Figura 12 ilustra o roteiro otimizado.



TABELA 3 - MATRIZ DAS DISTÂNCIAS ENTRE AS CIDADES DO ROTEIRO 2

(continua)

Cidades	DE PARA	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13
Jandaia do Sul-PR	C1	0	104	207	194	199	235	229	180	163	187	275	294	325
Lobato-PR	C2	104	0	130	149	154	167	135	85,8	127	113	186	206	236
Diamante do Norte-PR	C3	207	130	0	24,8	30,9	27,6	62,4	95,2	200	184	201	198	163
Nova Londrina-PR	C4	194	149	24,8	0	6,6	49,8	84,6	117	222	206	23	221	185
Marilena-PR	C5	199	154	30,9	6,6	0	56,1	90,9	124	229	213	230	227	191
Rosana-PR	C6	235	167	27,6	49,8	56,1	0	48,8	81,6	186	171	188	173	137
Euclides da Cunha Paulista-PR	C7	229	135	62,4	84,6	90,9	48,8	0	49,3	154	138	155	175	184
Teodoro Sampaio-PR	C8	180	85,8	95,2	117	124	81,6	49,3	0	105	89	106	104	156
Narandiba-PR	C9	163	127	200	222	229	186	154	105	0	40,9	129	149	179
Pirapozinho-PR	C10	187	113	184	206	213	171	138	89	40,9	0	90,3	110	140
Presidente Venceslau-PR	C11	275	186	201	223	230	188	155	106	129	90,3	0	51,2	81,8
Presidente Epitácio-PR	C12	294	206	198	221	227	173	175	104	149	110	51,2	0	36,4

Cidades	DE PARA	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9	C10	C11	C12	C13
Bataguassu-MS	C13	325	236	163	185	191	137	184	156	179	140	81,8	36,4	0

(conclusão)

FONTE: A autora (2018).

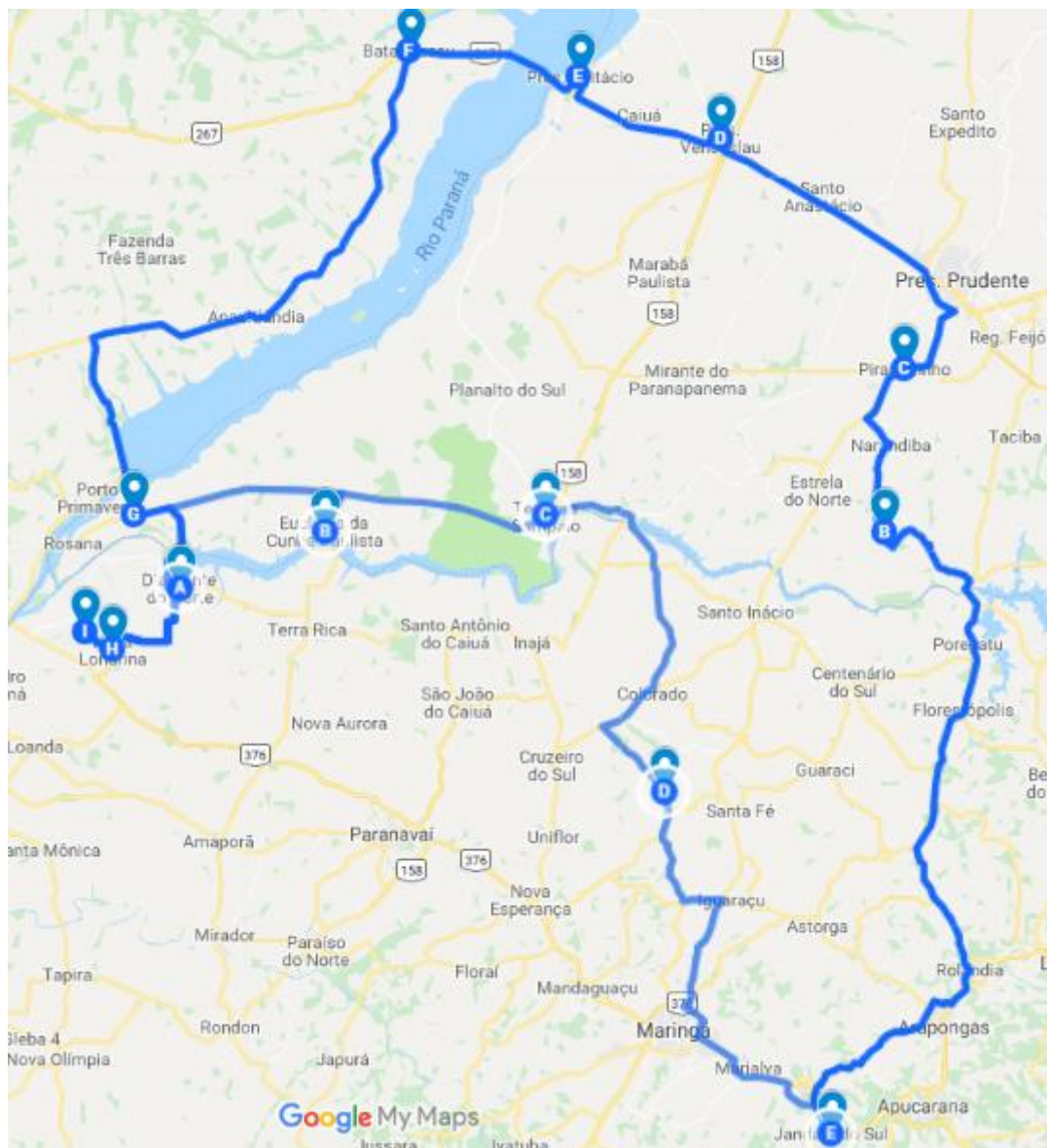
A Tabela 4 mostra o roteiro ótimo.

TABELA 4 - ROTEIRO 2 EXATO	
CIDADE	SEQUÊNCIA
Jandaia do Sul-PR	1
Narandiba-SP	2
Pirapozinho-SP	3
Presidente Venceslau-SP	4
Presidente Epitácio-SP	5
Bataguassu-MS	6
Rosana-SP	7
Nova Londrina-PR	8
Marilena-PR	9
Diamante do Norte-PR	10
Euclides da Cunha-SP	11
Teodoro Sampaio-SP	12
Lobato-PR	13

FONTE: A autora (2018).

Na Figura 13 ilustra o roteiro otimizado.

FIGURA 13 - IMAGEM DO ROTEIRO 2 EXATO



FONTE: Elaborado pela autora via *Google Maps* (2018).

O resultado da quilometragem do roteiro ótimo para o segundo percurso foi de 907,6 km. Observa-se uma redução de 192,4 km. Em termos de porcentagem houve uma redução da distância de 17,49%.

**Roteiro 3:** Jandaia do Sul-PR, Cruzália-SP, Assis-SP, Maracaí-SP, Paraguaçu Paulista-SP, Rancharia-SP, Herculândia-SP, Osvaldo Cruz-SP, Bilac-SP, Araçatuba-SP, Penápolis-SP, Lins-SP, Itápolis-SP, Taquaritinga-SP, Jaboticabal-SP, Matão-SP, Jaú-SP, Bauru-SP e Marília-SP. Esse percurso realizado pelo proprietário tem a distância total de 1450 km.

A matriz distância entre as cidades do roteiro 3 não foi apresentada por ser uma matriz 19x19 não havendo espaço na dimensão da página. Portanto, a Tabela 5 apresenta os resultados do roteiro ótimo para esse percurso.

TABELA 5 - ROTEIRO 3 EXATO

CIDADE	SEQUÊNCIA
Jandaia do Sul-PR	1
Cruzália-SP	2
Maracá-SP	3
Paraguaçu Paulista-SP	4
Rancharia-SP	5
Herculândia-SP	6
Oswaldo Cruz-SP	7
Bilac-SP	8
Araçatuba-SP	9
Penápolis-SP	10
Lins-SP	11
Itápolis-SP	12
Taquaritinga-SP	13
Jaboticabal-SP	14
Matão-SP	15
Jaú-SP	16
Bauru-SP	17
Marília-SP	18
Assis-SP	19

FONTE: A autora (2018).

Na Figura 14 ilustra o roteiro otimizado.



TABELA 6 - MATRIZ DAS DISTÂNCIA ENTRE AS CIDADES DO ROTEIRO 4

CIDADES	DE/PARA	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8
Jandaia do Sul-PR	C1	0	132	270	356	385	372	377	403
Ortigueira-PR	C2	132	0	141	227	256	243	248	274
Ponta Grossa-PR	C3	270	141	0	87,4	117	102	108	134
Campo Largo-PR	C4	356	227	87,4	0	29,2	68,6	26,6	46,9
Curitiba-PR	C5	385	256	117	29,2	0	71,9	28,3	15,6
Lapa-PR	C6	372	243	102	68,6	71,9	0	43,3	69,4
Araucária-PR	C7	377	248	108	26,6	28,3	43,3	0	27,3
São José dos Pinhais-PR	C8	403	274	134	46,9	15,6	69,4	27,3	0

FONTE: A autora (2018).

A Tabela 7 mostra o roteiro ótimo.

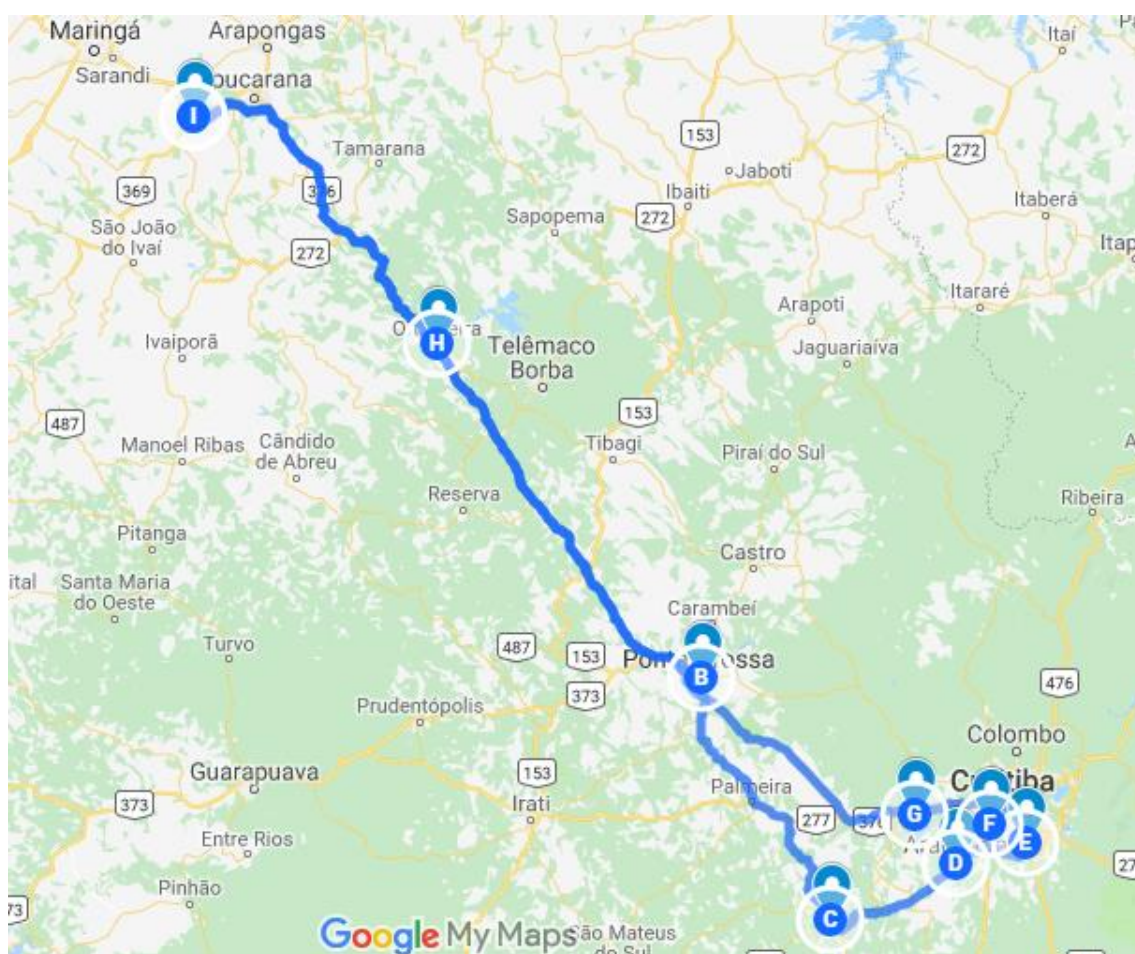
TABELA 7 - ROTЕIRO 4 EXATO

CIDADE	SEQUÊNCIA
Jandaia do Sul-PR	1
Ponta Grossa-PR	2
Lapa-PR	3
Araucária-PR	4
São José dos Pinhais-PR	5
Curitiba-PR	6
Campo Largo-PR	7
Ortigueira-PR	8

FONTE: A autora (2018).

Na Figura 15 ilustra o roteiro otimizado.

FIGURA 15 - IMAGEM DO ROTЕIRO 4 EXATO



FONTE: Elaborado pela autora via *Google Maps* (2018).

O resultado da quilometragem do roteiro ótimo para o quarto percurso foi de 846,4 km. Observa-se uma redução de 503,6 km. Em termos de porcentagem houve uma redução da distância de 37,30%.

**Roteiro 5:** Jandaia do Sul-PR, Astorga-PR, Florestópolis-PR, Porecatu-PR, Primeiro de Maio-PR, Sertanópolis-PR, Cornélio Procópio-PR, Andirá-PR, Cambará-PR, Jacarezinho-PR, Santo Antônio da Platina-PR, Siqueira Campos-PR, Tomazina-PR, Wenceslau Braz-PR, Arapoti-PR, Jaguariaíva-PR, Ventania-PR, Telêmaco Borba-PR e Imbaú-PR. Esse percurso realizado pelo proprietário tem a distância total de 1350 km.

A matriz distância entre as cidades do roteiro 5 não foi apresentada por ser uma matriz 19x19 não havendo espaço na dimensão da página.

A Tabela 8 mostra o roteiro ótimo.

TABELA 8 - ROTEIRO 5 EXATO

CIDADE	SEQUÊNCIA
Jandaia do Sul-PR	1
Imbaú-PR	2
Telêmaco Borba-PR	3
Ventania-PR	4
Jaguariaíva-PR	5
Arapoti-PR	6
Wenceslau Braz-PR	7
Tomazina-PR	8
Siqueira Campus-PR	9
Santo Antônio da Platina-PR	10
Jacarezinho-PR	11
Cambará-PR	12
Andirá-PR	13
Cornélio Procópio-PR	14
Sertanópolis-PR	15
Primeiro de Maio-PR	16
Porecatu-PR	17
Florestópolis-PR	18
Astorga-PR	19

FONTE: A autora (2018).

Na Figura 16 ilustra o roteiro otimizado.



A Tabela 9 mostra o roteiro ótimo.

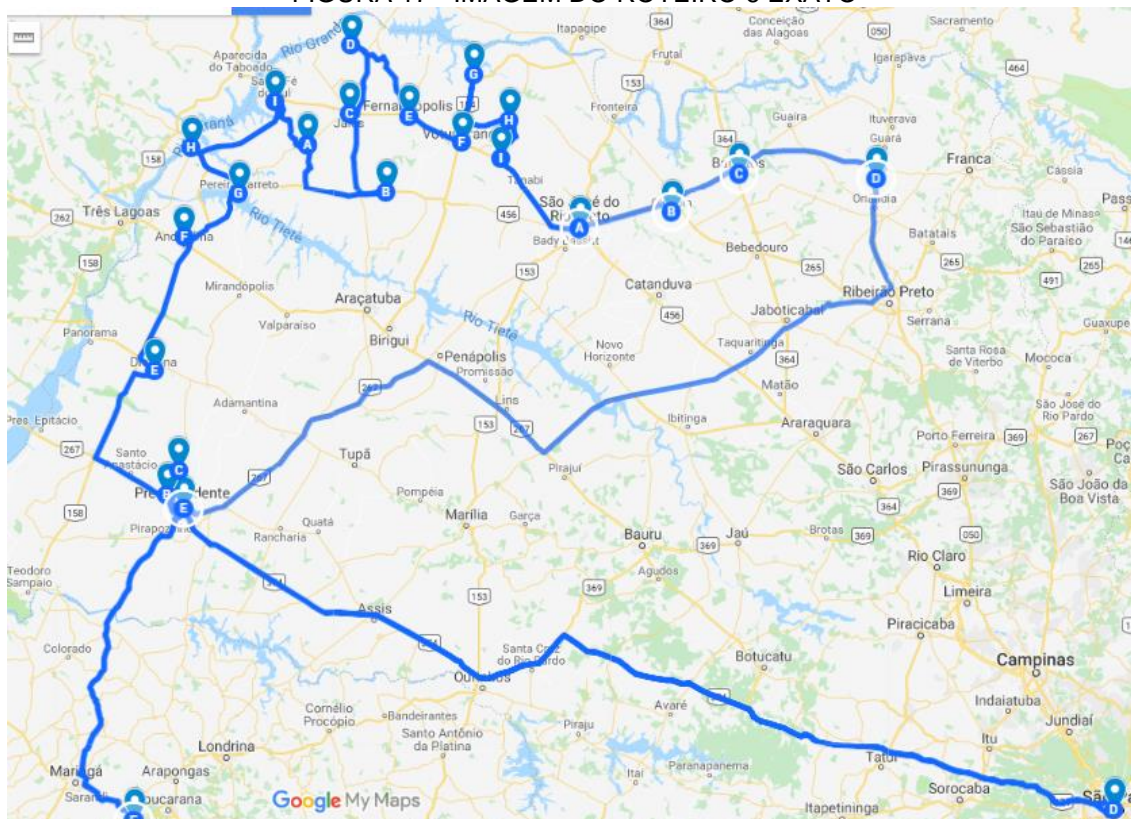
TABELA 9 - ROTEIRO 6 EXATO

CIDADE	SEQUÊNCIA
Jandaia do Sul-PR	1
Alvares Machado-SP	2
Alfredo Marcondes-SP	3
Pacaembu-SP	4
Dracena-SP	5
Andradina-SP	6
Pereira Barreto-SP	7
Ilha Solteira-SP	8
Santa Fé do Sul-SP	9
Palmeira D' Oeste-SP	10
General Salgado-SP	11
Jales-SP	12
Populina-SP	13
Fernandópolis-SP	14
Votuporanga-SP	15
Cardoso-SP	16
Américo de Campos-SP	17
Cosmorama-SP	18
São José do Rio Preto-SP	19
Olímpia-SP	20
Barretos-SP	21
São Joaquim da Barra-PR	22
Pres Prudente-SP	23

FONTE: A autora (2018).

Na Figura 17 ilustra o roteiro otimizado.

FIGURA 17 - IMAGEM DO ROTERO 6 EXATO



FONTE: Elaborado pela autora via *Google Maps* (2018).

O resultado da quilometragem do roteiro ótimo para o sexto percurso foi de 1754,6 km. Observa-se uma redução de 445,4 km. Em termos de porcentagem houve uma redução da distância de 20,24%.

### 5.3 RESULTADOS UTILIZANDO MÉTODOS HEURÍSTICOS

Nessa seção será apresentado os resultados dos métodos heurísticos *Nearest-Neighbor* e *Farthest-Insertion* realizados no Julia para os seis roteiros disponibilizados pelo proprietário.

De modo geral será apresentado uma tabela comparativa dos resultados dos métodos heurísticos juntamente com o método empírico realizado pela empresa. Na Tabela 10 é apresentado a quilometragem que cada roteiro ótimo obteve.

TABELA 10 - RESULTADOS DAS HEURÍSTICAS PARA CADA ROTEIRO

ROTEIROS	ROTEIRO EMPÍRICO	HEURÍSTICA	
		<i>NEAREST-NEIGHBOR</i>	<i>FARTHEST-INSERTION</i>
Roteiro 1	1350 km	1222 km	1222,6 km
Roteiro 2	1100 km	907,6 km	907,6 km
Roteiro 3	1450 km	1397,4 km	1395,3 km
Roteiro 4	1350 km	846,4 km	846,4 km
Roteiro 5	1350 km	919,5 km	919,5 km
Roteiro 6	2200 km	1779,7 km	1989,2 km

FONTE: A autora (2018).

Com a comparação dos resultados dos roteiros, observa-se que em alguns o resultado foi o mesmo para ambos os métodos, porém, a heurística *Nearest-Neighbor* se sobressaiu com melhores resultados no quesito menor percurso. Portanto, os resultados dessa heurística serão apresentados a seguir.

**Roteiro 1:** Jandaia do Sul-PR, Palmital-PR, Laranjal-PR, Turvo-PR, Guarapuava-PR, Prudentópolis-PR, Ivaí-PR, Irati-PR, União da Vitória-PR e Porto União-SC. Esse percurso realizado pelo proprietário tem a distância total de 1350 km.

Para configurar o Julia, foi necessário anexar as matrizes distâncias, latitudes e longitudes de cada cidade. Então para uma melhor análise, os resultados de cada roteiro serão apresentados. A Tabela 11 ilustra os resultados do roteiro 1.

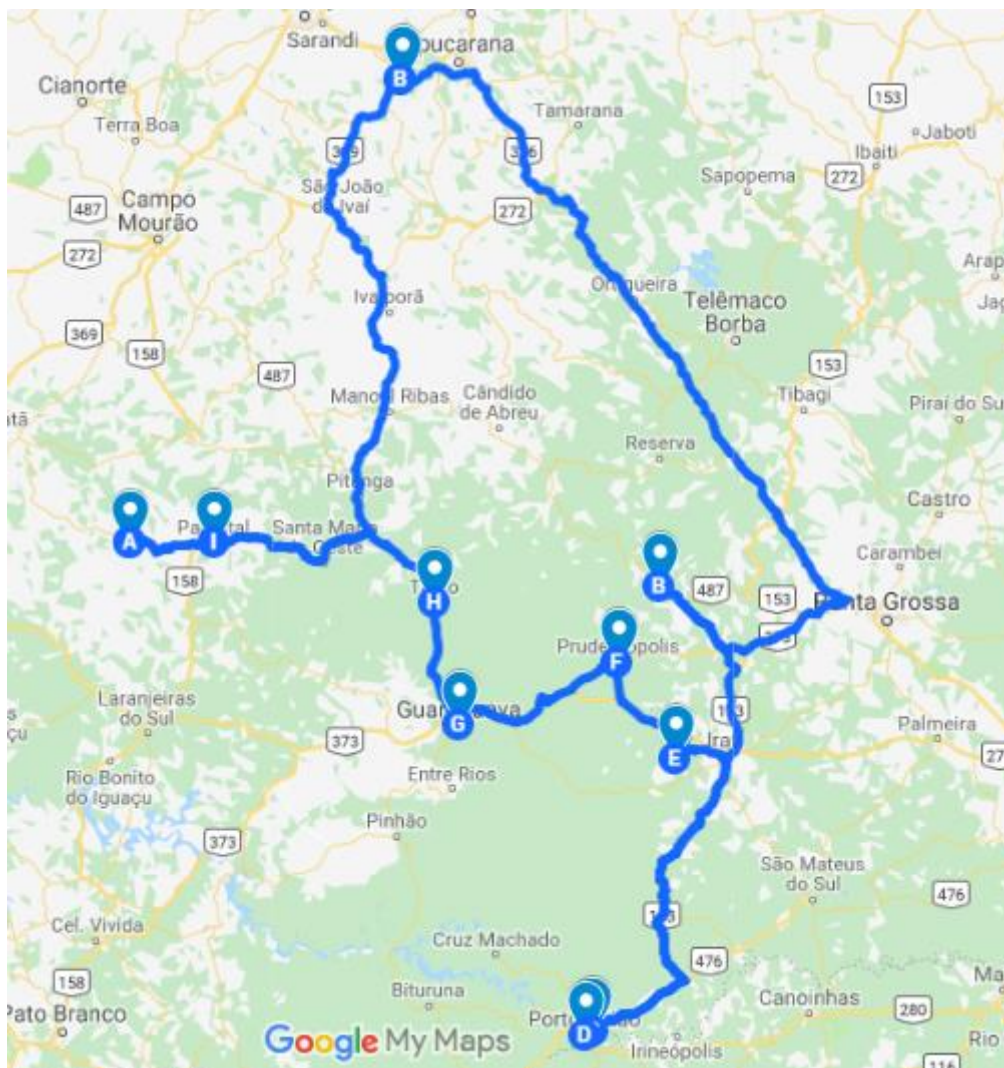
TABELA 11 - ROTTEIRO 1 HEURÍSTICO

CIDADE	SEQUÊNCIA
Jandaia do Sul-PR	1
Ivaí-PR	2
União da Vitória-PR	3
Porto União-SC	4
Irati-PR	5
Prudentópolis-PR	6
Guarapuava-PR	7
Turvo-PR	8
Palmital-PR	9
Laranjal-PR	10

FONTE: A autora (2018).

Na Figura 18 ilustra o roteiro otimizado.

FIGURA 18 - IMAGEM DO ROTЕIRO 1 HEURÍSTICO



FONTE: Elaborado pela autora via *Google Maps* (2018).

A distância do roteiro 1 otimizado foi apresentado na Tabela 10. Houve uma redução da distância de 9,48%.

**Roteiro 2:** Jandaia do Sul-PR, Lobato-PR, Diamante do Norte-PR, Nova Londrina-PR, Marilena-PR, Rosana-SP, Euclides da Cunha-SP, Teodoro Sampaio-SP, Narandiba-SP, Pirapozinho-SP, Presidente Venceslau-SP, Presidente Epitácio-SP e Bataguassu-MS. Esse percurso realizado pelo proprietário tem a distância total de 1100 km.

A Tabela 12 mostra o roteiro ótimo.

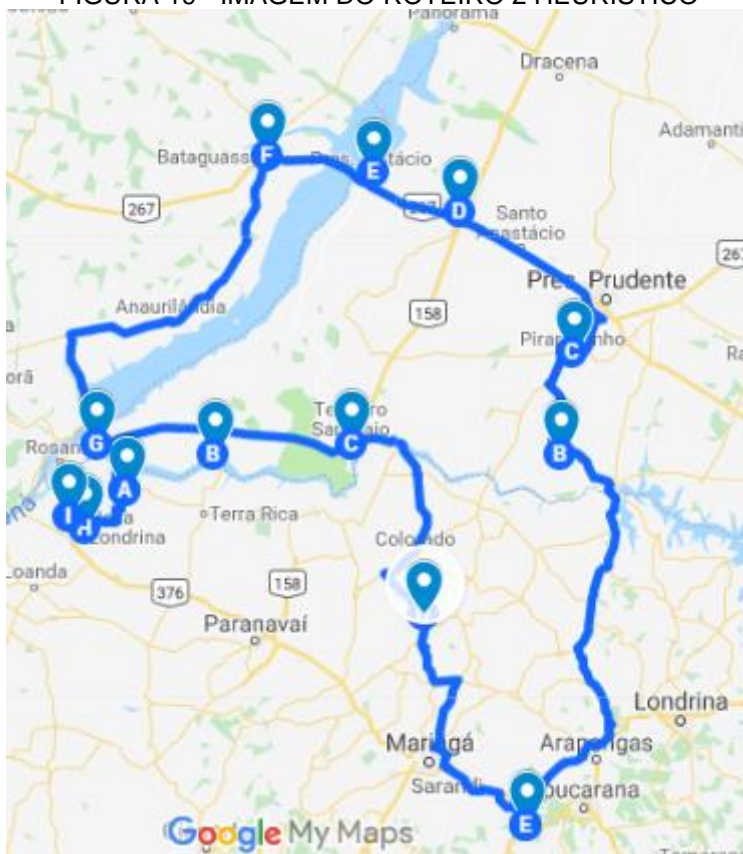
TABELA 12 - ROTEIRO 2 HEURÍSTICO

CIDADE	SEQUÊNCIA
Jandaia do Sul-PR	1
Narandiba-PR	2
Pirapozinho-SP	3
Presidente Venceslau-SP	4
Presidente Epitácio-SP	5
Bataguassu-MS	6
Rosana-SP	7
Nova Londrina-PR	8
Marilena-PR	9
Diamante do Norte-PR	10
Euclides da Cunha Paulista-SP	11
Teodoro Sampaio-SP	12
Lobato-PR	13

FONTE: A autora (2018).

Na Figura 19 ilustra o roteiro otimizado.

FIGURA 19 - IMAGEM DO ROTEIRO 2 HEURÍSTICO



FONTE: Elaborado pela autora via *Google Maps* (2018).

A distância do roteiro 2 otimizado foi apresentado na Tabela 10. Houve uma redução da distância de 17,49%.

**Roteiro 3:** Jandaia do Sul-PR, Cruzália-SP, Assis-SP, Maracaí-SP, Paraguaçu Paulista-SP, Rancharia-SP, Herculândia-SP, Osvaldo Cruz-SP, Bilac-SP, Araçatuba-SP, Penápolis-SP, Lins-SP, Itápolis-SP, Taquaritinga-SP, Matão-SP, Jaú-SP, Bauru-SP e Marília-SP. Esse percurso realizado pelo proprietário tem a distância total de 1450 km.

A Tabela 13 mostra o roteiro ótimo.

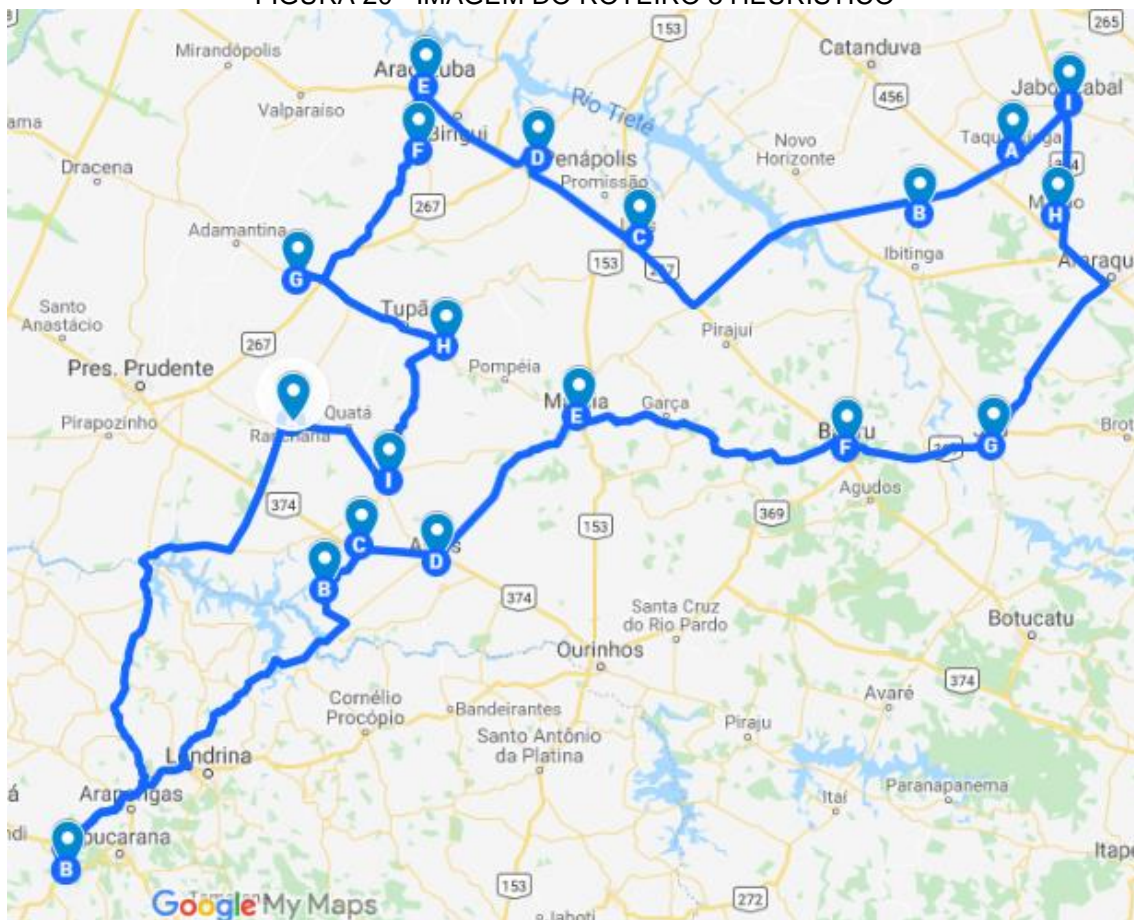
TABELA 13 - ROTEIRO 3 HEURÍSTICO

CIDADE	SEQUÊNCIA
Jandaia do Sul-PR	1
Cruzália-SP	2
Maracá-SP	3
Assis-SP	4
Marília-SP	5
Bauru-SP	6
Jaú-SP	7
Matão-SP	8
Jaboticabal-SP	9
Taquaratinga-SP	10
Itápolis-SP	11
Lins-SP	12
Penápolis-SP	13
Araçatuba-SP	14
Bilac-SP	15
Oswaldo Cruz –SP	16
Herculândia-SP	17
Paraguaçu Paulista-SP	18
Rancharia-SP	19

FONTE: A autora (2018).

A Figura 20 ilustra o roteiro otimizado.

FIGURA 20 - IMAGEM DO ROTЕIRO 3 HEURÍSTICO



FONTE: Elaborado pela autora via *Google Maps* (2018).

A distância do roteiro 3 otimizado foi apresentado na Tabela 10. Houve uma redução da distância de 3,63%.

**Roteiro 4:** Jandaia do Sul-PR, Ortigueira-PR, Ponta Grossa-PR, Campo Largo-PR, Curitiba-PR, Lapa-PR, Araucária-PR e São José dos Pinhais-PR. Esse percurso realizado pelo proprietário tem a distância total de 1350 km.

A Tabela 14 mostra o roteiro ótimo.

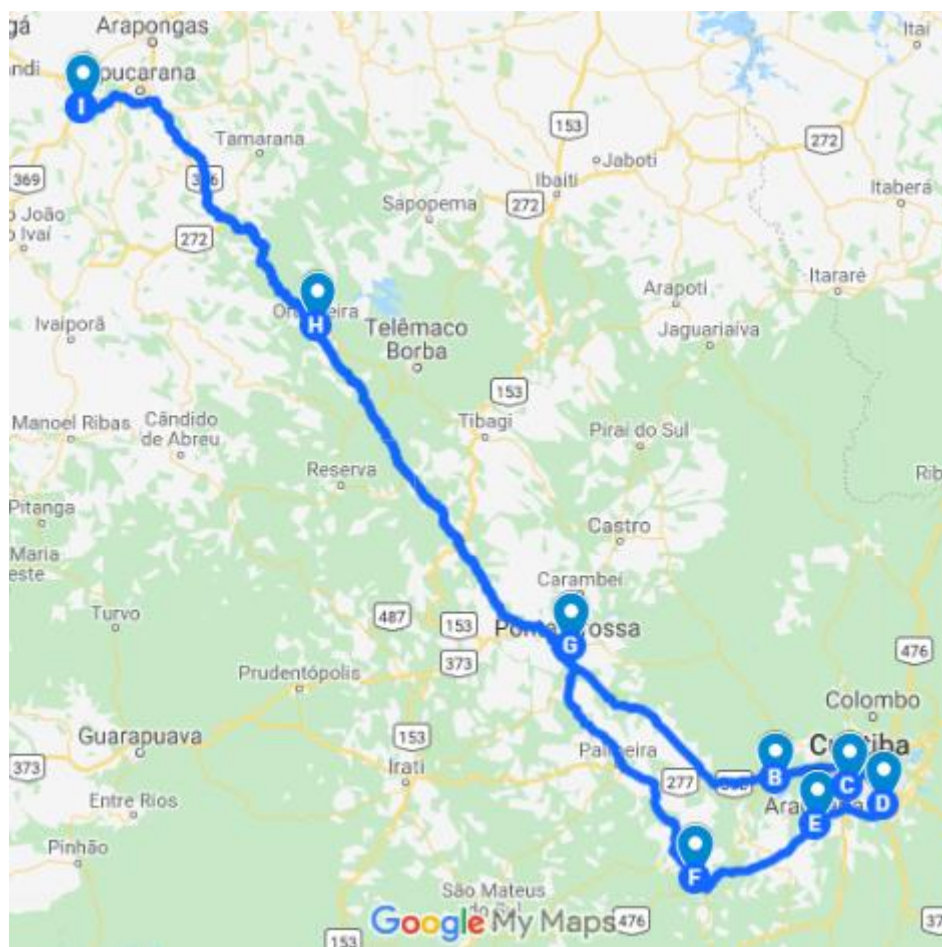
TABELA 14 - ROTEIRO 4 HEURÍSTICO

CIDADE	SEQUÊNCIA
Jandaia do Sul-PR	1
Campo Largo-PR	2
Curitiba-PR	3
São José dos Pinhais-PR	4
Araucária-PR	5
Lapa-PR	6
Ponta Grossa-PR	7
Ortigueira-PR	8

FONTE: A autora (2018).

A Figura 21 ilustra o roteiro otimizado.

FIGURA 21 - IMAGEM DO ROTEIRO 4 HEURÍSTICO



FONTE: Elaborado pela autora via *Google Maps* (2018).

A distância do roteiro 4 otimizado foi apresentado na Tabela 10. Houve uma redução da distância de 37,30%.

**Roteiro 5:** Jandaia do Sul-PR, Astorga-PR, Florestópolis-PR, Porecatu-PR, Primeiro de Maio-PR, Sertanópolis-PR, Cornélio Procópio-PR, Andirá-PR, Cambará-PR, Jacarezinho-PR, Santo Antônio da Platina-PR, Siqueira Campos-PR, Tomazina-PR, Wenceslau Braz-PR, Arapoti-PR, Jaguariaíva-PR, Ventania-PR, Telêmaco Borba-PR e Imbaú-PR. Esse percurso realizado pelo proprietário tem a distância total de 1350 km.

A Tabela 15 mostra o roteiro ótimo.

TABELA 15 - ROTEIRO 5 HEURÍSTICO

CIDADE	SEQUÊNCIA
Jandaia do Sul-PR	1
Imbaú-PR	2
Telêmaco Borba-PR	3
Ventania-PR	4
Jaguariaíva-PR	5
Arapoti-PR	6
Wenceslau Braz-PR	7
Tomazina-PR	8
Siqueira Campos-PR	9
Santo Antônio da Platina-PR	10
Jacarezinho-PR	11
Cambará-PR	12
Andirá-PR	13
Cornélio Procópio-PR	14
Sertanópolis-PR	15
Primeiro de Maio-PR	16
Porecatu-PR	17
Florestópolis-PR	18
Astorga-PR	19

FONTE: A autora (2018).



TABELA 16 - ROTEIRO 6 HEURÍSTICO

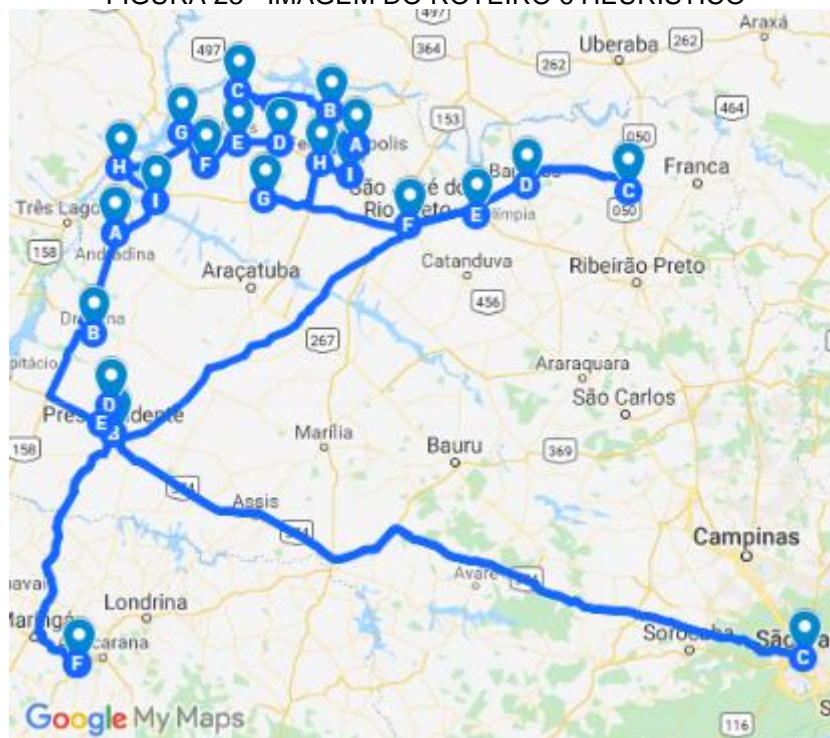
CIDADE	SEQUÊNCIA
Jandaia do Sul-PR	1
Pres. Prudente-SP	2
São Joaquim da Barra-SP	3
Barretos-SP	4
Olímpia-SP	5
São José do Rio Preto-SP	6
Gen. Salgado-SP	7
Votuporanga-SP	8
Cosmorama-SP	9
Américo de Campos-SP	10
Cardoso-SP	11
Populina-SP	12
Fernandópolis-SP	13
Jales-SP	14
Palmeira D' Oeste-SP	15
Santa Fé do Sul-SP	16
Ilha Solteira-SP	17
Pereira Barreto-SP	18
Andradina-SP	19
Dracena-SP	20
Pacaembu-SP	21
Alfredo Marcondes-SP	22
Alvares Machado-SP	23

---

FONTE: A autora (2018).

Na Figura 23 ilustra o roteiro otimizado.

FIGURA 23 - IMAGEM DO ROTEIRO 6 HEURÍSTICO



FONTE: Elaborado pela autora via *Google Maps* (2018).

A distância do roteiro 6 otimizado foi apresentado na Tabela 10. Houve uma redução da distância de 19,10%.

#### 5.4 COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

Nesta seção faremos uma comparação dos resultados dos 6 (seis) roteiros fornecidos pelo proprietário entre o método exato *Branch-and-Bound*, heurístico *Nearest-Neighbor* e empírico. A Tabela 11 ilustra a quilometragem e a redução do percurso em cada roteiro. Sendo EM (empírico), *B&B* (*Branch-and-Bound*) e *N&N* (*Nearest-Neighbor*).

TABELA 17 - MÉTODO EXATO X MÉTODO HEURÍSTICO

ROTEIROS	EMPÍRICO	BRANCH-		NEAREST- NEIGHBOR	N&NxEM
		AND- BOUND	B&BxEM		
1	1350 km	1224 km	9,34%	1222 km	9,48%
2	1100 km	907,6 km	17,49%	907,6 km	17,49%
3	1450 km	1395,3 km	3,77%	1397,4 km	3,63%
4	1350 km	846,4 km	37,30%	846,4 km	37,30%
5	1350 km	919,5 km	31,90%	919,5 km	31,90%
6	2200 km	1754,6 km	20,24%	1779,7 km	19,10%
TOTAL	8800 km	7047,4 km	19,91%	7072,6 km	19,63%

FONTE: A autora (2018).

Podemos observar, que em ambos os roteiros otimizados pelo método exato e heurístico obtiveram melhores resultados que o empírico. No entanto, o método exato *Branch-and-Bound* foi um pouquinho superior em relação ao método heurístico nos roteiros propostos. Com uma redução do percurso 19,91% do atual usado pela empresa.

É importante ressaltar que o tempo computacional para a realização do método exato no *open solver* quanto dos métodos heurísticos pelo pacote *Travelingsalesmanheuristics* no Julia foi de milésimos de segundos para todos os roteiros.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta dissertação apresentamos uma breve revisão sobre o Problema do Caixeiro Viajante, sobre método exato *Branch-and-Bound* e também sobre os heurísticos *Nearest-Neighbor* e *Farthest-Insertion* que usamos para a análise das rotas de uma empresa de confecção de roupas infantis. No Capítulo 4, apresentamos o estudo de caso que motivou o desenvolvimento deste trabalho. Para o estudo das rotas, foi proposto analisar os resultados por meio de um método exato e por dois métodos heurísticos e comparar com a rota realizada de modo empírico pelo proprietário. Para uma melhor análise é imprescindível a coleta de informações específicas da empresa. Em ambos os métodos foi necessário a coleta das coordenadas geográficas de cada cidade e também a distância entre elas. Para isso, foi utilizado o *Google Maps*. Os detalhes da realização da coleta e do tratamento de dados estão apresentados no Capítulo 5.

Os testes pelo método *Branch-and-Bound* foram desenvolvidos em uma extensão do Excel chamada de *open solver*. Para a análise das heurísticas desenvolvidas no Julia, primeiramente foi comparada qual obteve maior desempenho, sendo que a heurística *Nearest-Neighbor* foi a melhor. Em seguida comparamos está com o método *Branch-and-Bound*.

Os resultados obtidos por ambos os métodos foram melhores que o empírico utilizado pela empresa. Porém, o método *Branch-and-Bound* foi superior ao método heurístico com uma redução do percurso total em 19,91% sendo que a do método heurístico foi de 19,63%. É perceptível que o método exato obteve melhor resultado pelo fato de que ele é para problemas com rotas menores. Os detalhes das comparações estão apresentados na Tabela 17.

O objetivo dessa monografia é demonstrar que por meio de algoritmos é possível otimizar as rotas de uma empresa. Este estudo apresenta um exemplo de como a utilização de ferramentas de otimização pode tornar a empresa mais competitiva no mercado, reduzindo um dos fatores que acarretam maiores custos, que é o transporte rodoviário para a entrega de produtos. Portanto, uma organização consegue melhorar seu desempenho focando na gestão de sua logística. Com isso, o intuito é apresentar ao proprietário da empresa na qual foi

realizado o estudo, as melhorias que os algoritmos de otimização podem acarretar na redução de custos com o transporte.

Para finalizar, ressaltamos que as ferramentas de otimização auxiliam os gestores de empresas em como melhorar seus processos. No caso particular dessa monografia, as ferramentas de otimização mostraram que podemos reduzir custo em logística ao serem utilizados.

Para trabalhos futuros sugere-se o desenvolvimento de *softwares* de fácil acesso que encontrem rotas ótimas para pequenas empresas já que são essas que giram grande parte do mercado.

## REFERÊNCIAS

- AGARWALA,R.; APPLGATE,D.L.; MAGLOTT,D.; SCHULER,G.D. AND SCHAFFER A.A, 2000. A fast and scalable radiation hybrid map construction and integration strategy. *Genome Research* 10 350-364.
- ARAÚJO, R. P.; SANTOS, A. G. dos; ARROYO, J. E. C.: Algoritmo Genético e Busca Local para o problema Just-in-Time Job-Shop Scheduling. 2009. In ENIA. 7. 2009, Anais, Bento Gonçalves: SBC, 2009.
- ARENALES, M.; ARMENTANO V.; MORABITO, R.; YANASSE, H.; Pesquisa Operacional: para cursos de engenharia. Rio de Janeiro: Elsevier, 2015.
- ASCHEUER, N., GRÖTSCHEL, M., HAMID, A. 1981 Order Picking in an Automatic Warehouse: Solving Online Asymmetric TSPs Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik Berlin (ZIB), Takustr. 7, D-14195 Berlin Dahlem.
- BAILEY, C., MCLAIN, T., BEARD, R., 2000. Fuel saving strategies for separated spacecraft interferometry Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Denver.
- BLAND, R.G., SHALLCROSS, D.F. 1989. Large traveling salesman problems arising experiments in X-ray crystallography: A preliminary report on computation *Operations Research Letters* 8 125-128.
- BEZANSON, J. et al. Julia Language Documentation. Versión 0.3-dez. Disponível em: <<https://media.readthedocs.org/pdf/julia-es-la/latest/julia-es-la.pdf>>. Acesso em: 19 de nov. 2018.
- Boletim Regional do Banco Centra do Brasil – julho de 2018. Disponível em: <<https://www.bcb.gov.br/pec/boletimregional/port/2018/08/br201807b1p.pdf>> Acesso em: 26 nov. de 2018.
- CUNHA, C. B. da; BONASSER, U. de O.; ABRAHÃO, F. T. M. Experimentos computacionais com heurísticas de melhorias para o problema do caixeiro viajante. In: XVI Congresso da Anpet. Natal: 2002.
- CORDENONSI, A.Z. Ambientes, Objetos e Dialogicidade: Uma Estratégia de Ensino Superior em Heurísticas e Metaheurísticas. Tese de Doutorado: Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2008. Disponível em <[http://wwwusr.inf.ufsm.br/~andrezc/ia/heuristicas\\_construtivas.pdf](http://wwwusr.inf.ufsm.br/~andrezc/ia/heuristicas_construtivas.pdf)>. Acesso em: 19 nov. 2018.
- GARCIA, Solange. GUERREIRO, Reinado, CORRAR, Luis J. Teoria das Restrições e Programação Linear. Trabalho apresentado no V Congresso Internacional de Custos, Acapulco, México, 1997.

GOLBARG, M. C.; LUNA, H. P. R. Otimização Combinatória e Programação Linear. Rio de Janeiro, Campus, 2000.

KRETZSCHMAR, L; NUNES, L; BENEVIDES, P; COSTA, D. Análise de resultados na construção de rota para o problema do caixeiro viajante. Congresso de Matemática Aplicada e Computacional, 2013. Disponível em <<http://www.sbmac.org.br/cmacs/cmac-se/2013/trabalhos/PDF/4374.pdf>>. Acesso em: 19 nov. 2018.

MIGUEL, P. A. C. et al. Metodologia de pesquisa em Engenharia de Produção e gestão de operações. 2ª ed. Rio de Janeiro, 2012.

SHEN LIN. "Computer solutions of the traveling salesman problem". Em: Bell System Technical Journal, The 44.10 (1965).

PIANEGONDA, Natália. Notícia: Cresce custo logístico no Brasil. 2016. CNT – Confederação Nacional do Transporte. Disponível em <<http://www.cnt.org.br/Imprensa/noticia/cresce-custo-logistico-no-brasil-cnt>> Acesso em: 26 nov. de 2018.

PIB DO PARANÁ - RESULTADOS DO 1º TRIMESTRE DE 2018 – IPARDES, instituto paranaense de desenvolvimento Econômico e Social. Disponível em <[http://www.ipardes.gov.br/pdf/nota\\_de\\_divulgacao\\_PIB\\_1\\_Trim\\_2018.pdf](http://www.ipardes.gov.br/pdf/nota_de_divulgacao_PIB_1_Trim_2018.pdf)> Acesso em: 26 nov. 2018.

SOLOMON, Marius. Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Window Constraints. Operations Research, v. 35, n. 2, p. 254-265, 1987.

TAUFER, FERNANDO SOARES GOMES; PEREIRA, ELAINE CORREA. Aplicação do Problema do Caixeiro Viajante na otimização de roteiros. Belo Horizonte, 2011.