SÔNIA FIRETTE NUNES DA SILVA

MATEMÁTICA E GEOMETRIA: PROCURANDO NA HISTÓRIA AS CONEXÕES NECESSÁRIAS ENTRE A MATEMÁTICA E A REALIDADE

Monografia apresentada para a obtenção do título de Especialista em Organização do Trabalho Pedagógico, Departamento de Planejamento e Administração Escolar, Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná.

CURITIBA
2002

SUMÁRIO

LISTA DE SIGLAS

FUNBEC	-	Fundação Brasileira para o Desenvolvimento do Ensino de Ciências
INEP	-	Instituto Nacional de Estudos Pedagógicos
SBEM	-	Sociedade Brasileira de Educação Matemática
UNESP	-	Universidade Estadual de São Paulo

RESUMO

Este estudo se desenvolve em torno de duas idéias ou metas fundamentais. A primeira é entender a gênese histórica da Ciência da Geometria, partindo da hipótese de suas origens gregas; compreender a importância secular do Sistema Euclidiano no conjunto da produção científica e intelectual ocidental até o século XIX e as suas implicações na atual organização do ensino da Geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental. Essa meta histórica levou a identificar nas pesquisas da Etnomatemática (século XX) a hipótese da gênese empírica e experimental para a Ciência Geométrica e o caráter social da sua produção. A segunda meta discute a concepção do conhecimento matemático: são examinados os pressupostos da Educação Matemática favoráveis à relação conhecimento e significado e uma abordagem inicial em torno da natureza e do papel cognitivo da percepção em sua articulação com as operações conceituais, tendo a Alegoria como recurso para a compreensão e produção das idéias geométricas. O objetivo do estudo é reunir elementos teóricos para entender o discurso e a prática pedagógica que produzem o que esta pesquisa define como seu problema de investigação: o silêncio dos alunos nas aulas de Geometria e as conseqüências para a organização espacial e intelectual dos alunos das séries iniciais.

Palavras-chave: Gêneses da Ciência da Geometria; Gênese do Pensamento; Geométrico; Conhecimento e Significado; Abstração; Alegoria.

1 INTRODUÇÃO

... a geometria, discurso interminável, imensa récita, cujo fluxo de resultados nunca mais cessou de crescer, até nós, como a abundância contínua da escrita sobre as páginas e paredes do trigo pelos campos, da guerra fora das trincheiras e dos ritos nos templos.
Michel Serres

O estudo desta monografia é sobre o papel da Geometria, enquanto conteúdo e linguagem matemática de representação e construção da realidade, nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

Chamar à Geometria e, portanto à Matemática, esse papel é reafirmar a sua presença no currículo como uma disciplina que se propõe a desenvolver o pensamento, que propicia a imaginação e a criatividade.

No entanto, é preciso interrogar se a Matemática ensinada à grande maioria dos alunos tem promovido o raciocínio. O ensino oferecido às maiorias, quase sempre enfatiza o cálculo suas técnicas, a memorização e a repetição de procedimentos, que vão do estudo do número, passando pelo entendimento formal das medidas, à Geometria, como um punhado de conceitos sem significados e distanciados da experiência real e vivida dos alunos e longe de promover a capacidade de abstrair.

São necessários esforços teóricos e práticos e rever as concepções de ensino adotadas comumente nas séries iniciais de escolarização para fazer a Matemática cumprir seu papel escolar e cultural de desenvolver a capacidade de ler e compreender a realidade, através dos fatos matemáticos.

Neste estudo pretende-se discutir essas modificações, particularmente as que envolvem o ensino da Geometria, e podem contribuir para a elaboração da abstração das noções geométricas sem deixar de promover a contextualização do saber.

O ensino da Geometria em nossas escolas está muito distante de se fazer como experiência viva e estimuladora do discurso do aluno. O discurso possibilita ao aluno dar significado à realidade, através de textos orais ou escritos o aluno interage e expressa o conhecimento que tem sobre a realidade.

Procurar entender o silêncio, ou a ausência do **discurso** do aluno nas aulas de Matemática é o problema discutido nesta pesquisa. Não há lugar para a emergência da palavra e, por ela, das idéias, se o ensino da Geometria se limitar à transmissão do conhecimento matemático formal. A Geometria pode ser um convite ao pensamento e à capacidade de criação com as formas. Essa outra concepção de Geometria e do seu ensino requer mudanças de natureza epistemológica e inclui um conceito de contexto que não se limite ao concreto e único.

A exploração dos conceitos e procedimentos relativos a espaço e forma é o caráter essencial da geometria a ser trabalhada nas séries iniciais. Esse caráter se contrapõe à rigidez dos modelos do ensino formal da matemática, ainda consagrados em nossas escolas.

Perceber a Geometria como o conteúdo matemático da **(trans)formação** é acessar à compreensão de tudo o que na realidade é mutante, fluidio, possível. É desenvolver condições de pensar e expressar pela palavra, pelo desenho, por materiais diversos, conceber e projetar o tridimensional que se planifica, o qual de novo se espacializa, quer nas relações lógico-matemáticas, quer estéticas, naturais ou sociais. Relações todas que são passíveis de reversibilidade, sujeitas à intencionalidade do imaginado, do possível, imagem metafórica do movimento a História do Homem e do Mundo.

Ao contrário, se limitado a reproduzir conceitos extraídos do livro didático, o ensino da Geometria se dá de modo estático e acabado de repasse de definições e classificações. Essa Geometria é desprovida de importância porque não leva o aluno a construir significados sobre a realidade. A realidade é a referência do conhecimento. A realidade não se limita as exigências do dia-a-dia. O imaginário e o concebido são também objetos reais do conhecimento geométrico e a base material de toda atividade criadora.

Este estudo pretende se orientar pela História da Geometria e por ela procurar compreender a gênese de alguns problemas teóricos e metodológicos, que são presentes no ensino dos conteúdos geométricos nas séries iniciais.

Objetiva ainda entender e questionar se a Geometria, que é ensinada na escola, nega a capacidade inventiva e criadora que cabe à Matemática provocar e favorecer.

Persegue, este estudo, a convicção de que a Geometria se constitui numa Ciência que pode contribuir para tirar o ensino da Matemática do seu isolamento, enquanto disciplina escolar. A compreensão espacial é uma interface necessária para interpretar, compreender e expressar o mundo e, portanto, presente em tarefas relacionadas à Matemática, às Artes, à Literatura, à Geografia, ao conhecimento da natureza, à História. Operar com símbolos e representações é uma função fundamental da escola. Deste papel ela não pode fugir, sob pena de se negar e ser dispensada.

A estrutura deste trabalho quer conter o estudo das seguintes temas, organizados em partes:

a) explicitar os pressupostos da História da Geometria, procurando entender os equívocos teóricos e práticos presentes no seu ensino;
b) evidenciar algumas conexões entre a Geometria e os diversos blocos de conteúdo da Matemática e outras áreas do conhecimento;

c) analisar e avaliar os conteúdos da Geometria, presentes na *Coleção Novo Caminho Matemática* de Luiz Márcio Imenes, José Jakubovic e Marcelo Lellis para as quatro séries iniciais do primeiro grau;

d) concluir com o levantamento das dificuldades e possibilidades de se trabalhar com a Geometria nas classes iniciais do ensino fundamental.

2 O QUE ME PROVOCA A ESTUDAR A GEOMETRIA E O SEU ENSINO NAS SÉRIES INICIAIS DA ESCOLA FUNDAMENTAL

A razão que leva a este estudo é impregnada de vários sentidos. Há a questão prática relacionada ao trabalho que desenvolvo como professora do magistério, formadora de professores para o ensino fundamental. Esta prática tem me levado a constatar que nas classes das séries iniciais o ensino da Geometria é quase sempre relegado à desconsideração ou ao repasse de conceitos prontos. Portanto, uma instigação importante é que este estudo possa contribuir para a transformação de uma prática docente através da formação de professores capazes de entender o significado da Geometria.

Admito, porém, que no âmbito desta monografia, esta questão não será prioritária. Penso que este estudo deverá ser preponderantemente uma viagem conceitual e teórica pela História da Geometria e do seu despertar no pensamento humano.

O que me instiga é querer desvendar um princípio filosófico, ainda pouco claro para mim, e muito realçado nos documentos oficiais, norteadores das propostas curriculares, de que os conceitos geométricos desenvolvem um tipo especial de pensamento. Quero compreender o papel reflexivo e analítico da Matemática através do ensino da Geometria na educação de crianças.

Coloco-me, pois, diante de algumas questões:

1. O estudo da História da Geometria pode contribuir para a discussão das concepções correntes no ensino da geometria na escola fundamental?
2. Que componentes epistemológicos devem ser considerados para um ensino analítico da Geometria?

3. Quais os pressupostos teóricos necessários a um currículo de Matemática, visando um ensino de Geometria capaz de desenvolver a compreensão de conceitos?

Penso que respostas a essas questões poderiam fazer deste estudo mais do que uma tarefa acadêmica e trazer uma contribuição para aclarar o papel da Matemática como instrumento a favor da construção da cidadania.

Tal objetivo precisa ser percebido e assumido coletivamente pelo conjunto dos profissionais da educação, mas precisa também passar pela consciência de cada profissional. No âmbito desta monografia me revejo e me avalio como profissional. Em que medida terei contribuído para a realização desse objetivo? Isto é, ao ensinar como ensinar Geometria contribuí para a formação de homens vivos e plenos? É a questão de **foro pessoal** para esse estudo.

Homem vivo e pleno é aquele que não se satisfaz em ter rudimentos práticos do conhecimento. É quem sabe questionar e perceber problemas. É aquele que tem criatividade e imaginação para encaminhar soluções. Vive inquietações que não são restritas ao seu cotidiano. O cotidiano de um homem pleno abrange a contemplação de questões pouco usuais e, nem por isso, menos humanas e significativas como pensar, abstrair, criar. É saber interagir com conhecimentos científicos, artísticos e tecnológicos com competência e sensibilidade para apreciá-los, discuti-los e inseri-los no seu cotidiano. É enriquecer e ampliar o cotidiano de saberes, tornando-os valores capazes de qualificar a cidadania.

Em que medida a Educação Matemática através dos conteúdos geométricos pode conduzir à formação desse homem vivo, livre e despertar sua cidadania plena?

3 A HISTÓRIA DA GEOMETRIA: COMPREENDENDO OS CAMINHOS DO ENSINO DA GEOMETRIA

> Embora Euclides não tivesse qualquer pretensão de natureza didática, caracterizando seu trabalho como uma sistematização a posteriori de um conhecimento construído ao longo de vários milênios, muitas vezes costuma-se considerá-lo como ponto de partida, tanto para a apresentação da Geometria em atividades didáticas, quanto em estudos sobre a gênese do conhecimento geométrico.
>
> Nilson José Machado

Este capítulo traz informações sobre a História da Matemática e da origem da Geometria, baseadas em Barker e Struik. Nesses estudos estão presentes teses em favor da gênese euclidiana da Geometria como ciência e presente a visão ocidental dos autores sobre o desenvolvimento do conhecimento científico.

Barker faz um recorte filosófico do pensamento euclidiano e analisa os procedimentos metodológicos de Euclides e a pertinência das suas leis em sistemas filosóficos e científicos até o século XIX.

Struik faz um estudo da História da Matemática abrangendo os primórdios das noções matemáticas, os grandes sistemas desde a antiguidade clássica até o século XX e considera de passagem alguns sistemas desenvolvidos pelos povos orientais. Nesse estudo há um predomínio de informações que ajudam a entender o significado da tradição clássica ocidental e seu peso para o nascimento do pensamento científico moderno.

3.1 PREPARANDO E REVELANDO O PENSAMENTO EUCLIDIANO

Egito, 3000 anos a.C. medir terras, fixar limites e refaze-los após enchentes do Nilo são as tarefas dos "medidores de terras".

Funcionários prestigiados, os medidores eram habilidosos nas atividades de delimitar terras, na Geo-Metria, originariamente – medida da terra.

Por meio dessa atividade os **geo-metras** foram descobrindo e utilizando princípios relativos às linhas, formas e ângulos presentes nas configurações dos terrenos medidos.

Esses conhecimentos se referiam a problemas de natureza práticos. Aos egípcios interessavam o caráter prático e utilitário da Geometria.

É no ano VI a.C. que entram os gregos nessa história e dão à Geometria um novo caráter. Assimilam os princípios empíricos da Geometria egípcia, sistematizam e demonstram um grande número de **leis** sobre o espaço.

Para os gregos não interessam as aplicações práticas da Geometria. Era a importância intelectual, o significado metafísico desses princípios que importavam. A Geometria grega se constituiu então, num objeto de estudo, tanto para matemáticos como Pitágoras (575 a.C.), quanto para filósofos como Platão (427 a.C.).

Orientado por essa significação teórica da Geometria, Euclides (300 a.C.) produziu seus *Elementos*, cuja importância transcende o campo da Matemática.

"Esta obra é um dos clássicos que maior influência exerceu no pensamento ocidental nos tempos antigos, na Idade Média, no período Moderno, até o século XIX, os *Elementos* de Euclídes foram não apenas o livro texto da Geometria, mas o modelo daquilo que o pensamento científico devia ser." (BARKER, 1976, p. 28)

Para reconstituir e entender o significado de Euclídes na História da Geometria é necessário compreender os seus procedimentos metodológicos.

Para Euclides não bastava enunciar as leis geométricas. Nos *Elementos* ele faz mais: demonstra essas leis. O procedimento que propõe não é, porém que se façam experimentos ou observações com linhas, ângulos ou formas. É o caráter dedutivo do pensamento geométrico que interessa a Euclides.

Euclides distingue entre as leis geométricas:

a) as que recebem demonstrações e as denomina de **teoremas** ou **proposições**;

b) as que não recebem demonstrações – as **leis** ou premissas básicas – que são utilizadas para demonstrar os teoremas.

Euclides não desconhecia que **obstáculos reais** impediam o traçado de seus postulados. A ele e à sua concepção de Geometria, não interessavam tais condições concretas. Os postulados euclidianos têm validade num espaço que inexistem tais obstáculos ou fronteiras. É nesse universo de conhecimento geométrico que ele estabelece os seus elementos básicos:

a) uma linha reta pode ser traçada de um para outro ponto qualquer;

b) qualquer segmento de reta pode ser prolongado para constituir uma reta.

Além desses postulados, em número de cinco, Euclides apresenta axiomas ou cinco noções comuns que tratando de comparações de grandezas são úteis para muitas ciências e na apenas à Geometria.

Os axiomas seriam, para o pensamento grego, fundamentais. Não admiti-los é mostrar incapacidade para qualquer atividade intelectual, afirmavam os gregos "já que a noção de grandeza é indispensável para quase todas as disciplinas". (BARKER, 1976, p. 33).

Para Euclides os axiomas são tão evidentes que dispensam demonstração. São, porém, a base para a demonstração de outras leis menos evidentes.

Euclides não deixou definidos todos os termos que empregou. Os definidos são os que denominamos primitivos (1, 2, 4). Há os termos introduzidos por relação a outros termos e que aparecem nas demonstrações (10, 15, 23) e alguns termos dúbios (8).

O principal propósito de Euclides foi aperfeiçoar o conhecimento sobre as leis geométricas e dar a essa ciência matemática uma forma dedutiva sistemática rigorosa, ampliando-lhe a possibilidade de novas descobertas. Tudo envolvido sob a aura da transparência e elegância; qualidades essas que fazem parte do paradigma do pensamento grego e fio condutor de tantas outras criações gregas no campo da Educação, da Arte, ou do entendimento do comportamento humano.

O pensamento euclidiano foi, uma importante conquista intelectual. Euclides não colocou questões filosóficas às suas proposições geométricas, porém, muitos filósofos antigos e modernos levantaram tais questões, acerca de seu sistema.

Até o século XIX parte dos filósofos e matemáticos tinham em comum que os postulados e teoremas de Euclides deviam ser tomados como pertinentes. Eram tomados como verdadeiros, não somente para a Geometria mas também para o conhecimento científico. Para a grande maioria desses pensadores, o conhecimento geométrico tem caráter *a priori*, não empírico: ele não está assentado em qualquer evidência sensorial.

PLATÃO (1970, p. 81) afirma no *Mênon*: nunca vemos linhas, pontos e figuras geométricas. A sua explicação sobre a visão ou conhecimento das leis geométricas aponta para um entendimento de que esse conhecimento resulta de um esforço intelectual de lembrança dessas percepções vividas anteriormente pela mente, em outro **estado metafísico**.

Em KANT, segundo BARKER (1976, p. 46), a penetração da mente nas verdades geométricas resultaria da capacidade interna da mente de perceber que tudo o que é sentido deve ser espacial, acomodando-se, pois às leis euclidianas.

Durante séculos, muitos pensadores tentaram formular um outro sistema geométrico considerando a possibilidade de eliminação do 5º postulado de Euclides: "Se uma reta cortar outras duas retas de modo que a soma dos dois ângulos interiores, de um mesmo lado, seja menor que dois ângulos retos, então as outras duas retas cruzam, quando suficientemente prolongadas, do lado da primeira reta em que se acham os dois ângulos". (BARKER, 1976, p. 30)

Esse postulado não parece ser tão claramente verdadeiro ou dotado de igual credibilidade quanto os demais. É esse fato que desequilibra a organização da Geometria grega e abre espaço à possibilidade de novos sistemas.

No século XIX os matemáticos conseguiram provar que o 5º postulado de Euclides é independente dos demais, ou seja, outros sistemas geométricos poderiam ser concebidos, se esse postulado fosse substituído.

Surgem no final do século XVIII, novas e precursoras concepções de Geometria, diversas da euclidiana com Gauss na Alemanha, Lobachevski na Rússia e Bolyai na Hungria. Depois, no decorrer do século XIX, o fazem Riemann e Helmhotz.

A expressão de Gauss **Geometria Não Euclidiana** passou a ser aplicada às Geometrias de Lobachevski e Riemann.

Essas geometrias surgiram com um significado intelectual revolucionário. É que, até então, só havia para os filósofos e matemáticos uma só Geometria – a Euclidiana.

Com o surgimento das novas geometrias, algumas questões passam a ser postas: qual é a noção de verdade em Matemática? São as novas geometrias igualmente verdadeiras? A Matemática abandona o objetivo de buscar a verdade sobre o espaço?

O objetivo das Geometrias Não Euclidianas é aprofundar o caráter dedutivo apresentando demonstrações cuja validade dependa exclusivamente de sua forma lógica, não se dando atenção à verdade dos axiomas e teoremas. Afirmam as Teorias Não Euclidianas que essa preocupação com a verdade pode desviar o pensamento das conexões lógicas. As ligações dedutivas estabelecidas entre os axiomas e teoremas são os principais focos das novas geometrias.

Esses novos sistemas são denominados **não interpretados** em contraste com o **sistema interpretado**, que é como passa a ser denominado o Sistema de Euclides.

3.2 ANTES DE EUCLIDES, ENTRE OS GREGOS

Muito antes de Euclídes, os gregos já colocariam as bases do racionalismo matemático através de questões: **como?** e **por quê?**.

Para os gregos e a partir de Tales, considerado o pai da Matemática (VI a.C.), essa ciência seria o instrumento racional pelo qual o homem consegue compreender o seu lugar no universo. A mais racional de todas as ciências, a Matemática, permitiria encontrar a ordem no caos, ordenar em seqüência as idéias lógicas e encontrar princípios fundamentais.

No século V a.C., sob Péricles, e sua civilização – a Idade de Ouro da Grécia - um grupo de homens - os sofistas, defensores de um novo ideal educacional - democrático[1], e menos preocupados com a tradição, abordavam problemas de natureza matemática como parte de uma investigação filosófica do mundo natural e moral. Com os sofistas a Matemática grega se torna mais distante de questões da utilidade, tornando-se afinada aos problemas do pensamento exato. Assim por exemplo, em fragmentos deixados por Hipócrates de Quios há raciocínios de elevado grau de perfeição relacionado a assunto pouco prático, nem por isso menos curiosos e válidos teoricamente – *lunulae* (as pequenas luas ou crescentes delimitados por dois arcos circulares). Esse assunto relaciona-se diretamente com um dos problemas centrais da matemática grega – quadratura do círculo. Os matemáticos gregos desse período já

---

[1] "para satisfazer os ideais do homem da Polis (...) encarando como descendentes da estirpe ática todos os cidadãos livres e tornando-os (pela educação) membros conscientes da sociedade estatal." (JAGER, [19--], p. 313)

tinham um sistema ordenado de geometria plana e bem aceito o princípio da dedução lógica (*apagoge*[2]). Era o início da axiomática, como é indicado no livro supostamente escrito por Hipócrates, o tratado de todos os axiomas gregos.

Precedendo Euclides de um século Hipócrates já se situa no que se denomina tradição pré-euclidiana.

Um outro grupo de filósofos, chamados pitagóricos, se relacionava com tendências políticas aristocráticas. Os pitagóricos salientavam o estudo dos elementos imutáveis da natureza e da sociedade. Dividiam os números em pares, ímpares, primos, compostos etc, estabeleciam ligações entre a Aritmética e Geometria (números triangulares, quadrados). Dotados de uma postura mística colocavam os números como centro de uma filosofia cósmica que reduzia tudo a relações numéricas.

Os pitagóricos atribuíam a seu mestre a descoberta do famoso teorema de Pitágoras (V a.C.). Esse teorema já era conhecido, por exemplo, pelos babilônicos. Aos pitagóricos se deve o fato de terem obtido a prova não mediante medições, como fizeram os babilônicos, mas como um teorema geométrico abstrato.

A descoberta mais importante atribuída aos pitagóricos foi a dos números irracionais, o que perturbou a harmonia da Aritmética e Geometria.

No chamado período helenístico surgem os chamados cientistas profissionais, isto é, que recebiam um salário para se dedicar à procura do conhecimento. Entre eles, destaca-se Euclídes e cuja contribuição importante já foi citada na primeira parte deste estudo.

Segundo STRUIK (1992, p. 93), o maior de todos os matemáticos do período helenístico foi Arquimedes (287-212 a.C). Ao contrário dos seus contemporâneos platônicos, Arquimedes tinha grande interesse em aplicar na prática, os conhecimentos

---

[2] apagoge (es) do verbo apago (desviar, distrair): ação de levar de uma para outra parte, ação de desviar (LALLANDE, 1996, p. 74).

matemáticos. A mais importante contribuição foi no domínio do que chamamos **cálculo integral** – teoremas sobre áreas de figuras planas e volumes de corpos sólidos.

3.3 UMA NOVA SOCIEDADE – AINDA EUCLIDES

Com a dominação romana (III a.C.) dá-se o último período da sociedade antiga e Alexandria permaneceu como o centro da matemática antiga, cuja produção se limitava a compilações e comentários sobre o que havia sido produzido anteriormente. A parte mais desenvolvida do Império Romano sempre foi a sua parte oriental. Para o lado ocidental bastavam rudimentos de Aritmética, Astronomia e medidas aplicadas ao Comércio e Agricultura.

A Igreja Católica se apresenta como a detentora do poder espiritual e temporal, através de seus Papas. Depois de 476 d.C. (queda do Império Romano do Ocidente) a Igreja cumpre o papel histórico de manter viva a civilização greco-romana. Boécio (VI d.C.), por exemplo, que escreveu textos matemáticos considerados por mil anos como fonte de conhecimento no mundo ocidental, era uma tradução da parte da teoria dos números pitagóricos (*Institutio Arithmetica*). Esse texto integrava o quadro das chamadas sete artes liberais (*trivium* e *quadrivium*) do currículo do ensino medieval.

Nos primeiros séculos do feudalismo ocidental há pouco interesse pelas matemáticas cujo uso era mínimo. Até mesmo na sua aplicação mais prática se resumia ao cálculo do calendário da Páscoa.

Durante a Idade Média permanece em uso a notação romana para os numerais. A introdução dos numerais indo-árabes encontrava forte oposição da Igreja Católica. Foi com a extensão do comércio que o interesse pela Matemática e pelos traços característicos de sua origem árabe se estabeleceram na Europa Medieval.

A Matemática teórica era cultivada exclusivamente pelos filósofos escolásticos. Estudos de Platão e Aristóteles, combinados com meditações sobre a Divindade produziam inúmeras especulações sobre o movimento, o contínuo, o infinito. Santo Agostinho, São Tomás de Aquino foram alguns desses filósofos.

Com a queda de Constantinopla (1453 d.C.) sábios gregos imigram para cidades ocidentais gerando um grande interesse pelos originais gregos.

Foi com a ascensão do prestígio científico da Universidade de Bolonha (séc. XV) que novas teorias matemáticas começaram a se desenvolver e buscar a possibilidade de soluções não percebidas pelos gregos e árabes. No século XVI e início do XVII, um dos grandes nomes foi o de Galileu Galilei (1564-1642) a quem se deve o espírito da ciência moderna baseada na harmonia da experimentação e da teoria com destaque para o uso da Matemática.

No século XVII Descartes (1596-1650) colocou o campo da Geometria Clássica no domínio de ação dos algebristas (*La Géométrie*).

O texto *La Géométrie* é publicado inicialmente como apêndice do *Discours de la Méthode*. Neste livro Descartes expõe sua concepção racionalista sobre a natureza, cuja chave de compreensão era a Matemática.

Pascal (1623-1662) e Fermat (1601-1665) foram os fundadores da teoria da Matemática das Probabilidades. Parecem ter sido questões bem específicas como o desenvolvimento dos seguros e os jogos de acaso com dados e cartas que teriam motivado a origem do cálculo de probabilidades.

Newton (1642-1727), Leibniz (1646-1716), Euler (1736-1813) e Laplace (1749-1827) são nomes ligados à produção matemática do século XVIII. Com eles se relacionavam os filósofos do iluminismo. Esse é o tempo dos chamados **déspotas iluminados** que se rodeavam desses intelectuais e davam apoio às suas produções e delas procuravam tirar proveito para modernização na produção de manufaturas e aumentar a eficácia dos equipamentos bélicos.

Euler é considerado um dos maiores matemáticos do século pela enorme fertilidade intelectual e pela diversidade dos temas que discute: da hidráulica até a construção de barcos de artilharia, passando à teoria musical, da óptica à filosofia das ciências naturais.

É interessante observar que no final do século XVIII, tal era a intensidade e importância da produção matemática que alguns de seus principais matemáticos expressaram o sentimento de que o campo dessa ciência estava saturado. As gerações seguintes haveriam de encontrar apenas problemas menores, pensavam eles.

3.4 SUPERANDO EUCLIDES

O período da Revolução Francesa, período napoleônico, a abertura do caminho para a Revolução Industrial criaram condições favoráveis ao desenvolvimento das matemáticas.

Mas só gradualmente a pesquisa matemática se emanciparia da tendência anterior de ver na mecânica e astronomia a meta final das ciências exatas. Aos poucos, surgiu uma nova geração de especialistas menos interessados com a aplicação da matemática às exigências da vida econômica e da guerra e mais com a própria ciência.

Os especialistas do século XIX eram empregados das Universidades ou de Escolas Técnicas e não mais de academias. A Matemática passa a ser ensinada. Os especialistas eram professores e tinham de se ver como educadores. Os matemáticos passam a trabalhar em campos especializados. A geração de **matemáticos** e **geômetras**, segundo o paradigma do século XVIII havia se extinto com Leibniz, Euler e D'Alambert.

A especialização só seria quebrada por grandes gênios. E foi deles que a Matemática do século XIX recebeu sua maior contribuição. Entre eles: Gauss, Riemann, Klein, Poincaré e Cantor.

Estudos desses grandes matemáticos permitiram o desenvolvimento da Álgebra, da Análise e também da Geometria. É nesse século que a Geometria pode de fato se desprender de Euclides na medida em que os seus matemáticos conseguiram finalmente encontrar resposta a um problema que se arrastava desde a antiguidade: a questão de saber se o postulado das paralelas de Euclides é um axioma independente ou derivado de outros.

A **Geometria Não Euclidiana**, cujo nome é devido a Gauss, permaneceu ignorada durante décadas.

A filosofia Kantiana então dominante se recusava tomá-la a sério.

A Matemática do século XX se desenvolve em torno dos grandes nomes projetados no século XIX e se limita à parte de países da Europa. A maior parte dos matemáticos está ligada às Escolas Técnicas e Universidades. Alguns matemáticos são consultores das companhias de seguros. Um novo tipo surge: matemáticos ligados à produção industrial.

Nesse século os matemáticos organizados em **sociedades especializadas** promovem encontros internacionais.

No século XX cresce consideravelmente o número de jornais com publicações sobre pesquisa matemática. As academias passam a publicar seus materiais.

Dá-se também uma grande transformação no conceito da Matemática: do antigo, como teoria da quantidade, para um novo, o da teoria da estrutura em geral. Essa transformação se deve tanto ao desenvolvimento da própria matemática quanto a fatores científicos extrínsecos à matemática.

Ao longo dessa incursão pela História constatamos a inegável presença e o prestígio da sistematização Euclidiana na História da Geometria Ocidental.

Por séculos, este sistema foi tomado como referência para o conhecimento científico válido e base de todo o conhecimento matemático. Foi também objeto de estudo de muitos filósofos, motivando reflexões sobre o pensamento, questões sobre a verdade e métodos de raciocínio, entre outras.

O movimento científico a partir do século XIX que resultou na superação do sistema euclidiano, dando origem a Novas Geometrias ou Geometrias Não Euclidianas, reafirma o prestígio daquele sistema. Para superar o sistema euclidiano, os matemáticos tiveram, antes, que negar um dos seus postulados.

Por tudo isso, compreende-se o prestígio do pensamento euclidiano no modo de conceber e organizar os conteúdos matemáticos no currículo escolar. Dizemos que os professores são euclidianos na medida em que estão convencidos de que ensinar é apresentar os conteúdos de modo formal, isto é, a partir de conceitos básicos e também na medida em que pensam os conteúdos organizados em uma seqüência denominada dos pré-requisitos.

3.5 FORA DA GRÉCIA E DO SEU MODELO DE RACIOCÍNIO

No entanto, outros podem ser os conhecimentos e os interesses da Geometria se outro for o recorte histórico que fizermos.

Assim, por exemplo, podemos compreender outra História da Geometria e da Matemática se buscarmos sua origem na origem da história da humanidade. Nos seus primórdios a espécie humana vivendo em cavernas, de modo semelhante aos animais, já tinha algumas concepções de número e forma. Esse conhecimento revela interessante compreensão ligada às tarefas para recolher alimentos, construir seus abrigos, artefatos e expressar sentimentos e crenças através de pinturas.

As grandes revoluções técnicas e de atitude do homem diante da natureza foram determinando transformações no conhecimento matemático e promovendo a formação das linguagens.

À medida que a atitude do homem foi se tornando mais ativa, deixando de ser dependente das provisões naturais, ele passa a cultivar seus alimentos e criar os animais, se fixar constituindo povoações, desenvolver ofícios, inventar a roda que o transporta e movimenta instrumentos de trabalho, fundir metais, sofisticar e embelezar seus artefatos, trocar e comerciar, vai também desenvolvendo linguagens e aprendendo a elaborar pensamentos abstratos estabelecendo relações numéricas e entre formas geométricas.

A necessidade de medir o comprimento e o volume de objetos fez o homem tomar partes do seu próprio corpo como referência. Desse período, surgem nomes como **vara**, **braça**, **cúbito**.

O conceito de número também se alarga e complexifica estimulado pelo desenvolvimento comercial.

Impelido por situações concretas aprende a ordenar e agrupar os números em unidades cada vez maiores, criar formas de registros, inventar bases para seus sistemas de numeração.

Por caminhos semelhantes, isto é, determinados por apelos vindos de sua cultura e atividades concretas, o homem aprende a desenvolver a percepção e a preferência por padrões geométricos. As formas presentes nas cerâmicas, cestarias, metais, tecelagem, danças, cerimônias e rituais, habitações, no movimento dos astros, são algumas das atividades que permitem construir a história mais antiga do conhecimento geométrico.

Padrões geométricos foram se estabelecendo e ficando populares através da História. Podem ser encontrados em objetos de períodos históricos mais remotos, se repetindo mais tarde na Grécia, em mosaicos bizantinos, em objetos da cultura árabe e tapeçarias chinesas e persas.

Em períodos coincidentes com o da História do Egito e seu talento para uma Geometria eminentemente prática, outras civilizações se desenvolveram na África, na Ásia e mesmo nas Américas, com suas respectivas matemáticas.

Afirmam muitos historiadores, entre eles Struik, com sua *História Concisa das Matemáticas*, serem os conhecimentos matemáticos dos povos mesopotâmicos mais desenvolvidos que os dos egípcios. Textos antigos mostram que os povos da Mesopotâmia saberiam calcular já no 3º milênio do último período sumério (2100 a.C.). Esses textos contêm tábuas de multiplicação, baseada em complexo sistema sexagesimal. Segundo STRUIK (1992, p. 57) os mesopotâmicos já teriam, neste período, criado um sistema posicional para seus símbolos. O sistema de posição dava à numeração mesopotâmica um caráter de eficiência e simplicidade superior à egípcia ou à romana, o qual mais tarde, abriria espaço à **invenção do zero**.

O sistema sexagesimal foi incorporado pela humanidade. Está presente no modo atual da divisão das horas em minutos e segundos, na divisão da circunferência em 360 graus.

À época de Hammurabi (1750 a.C.) os babilônios resolviam equações quadráticas e lineares com duas variáveis. Os egípcios nesse período seriam capazes apenas de manipular equações lineares simples.

Tal como no Egito, a geometria babilônica estava relacionada a problemas práticos, mas devido ao caráter aritmético-algébrico da sua Matemática, esses problemas eram apresentados como questões algébricas.

Em períodos mais próximos da era cristã (600 a 300 a.C) o conhecimento matemático babilônico alcança alto grau de abstração, estimulado que era pelos problemas da astronomia ou pelo puro prazer do cálculo. Desse período constam: tabelas de multiplicação, listas de recíprocos e raízes quadradas e cúbicas, aproximações de π, entre elas a bíblica (1º Reis, VII:23) ou $\pi = 3\ ^{1}/_{8}$.

Nas matemáticas orientais, segundo STRUIK (1992, p. 63), não há nada semelhante com o que na tradição euclidiana se denomina **demonstração**. Para todos que aprenderam a pensar segundo o raciocínio da argumentação de Euclides, é estranho o modo oriental de raciocinar: **fazer tal, fazer assim**. Porém, parece que tal procedimento faz parte de alguma prática de ensino presente nas escolas técnicas atuais, quando se preocupa mais com as regras da matemática do que com o raciocínio dedutivo que o fundamenta.

Entre os hindus, as fontes sobre o conhecimento da Matemática são mais recentes, data de 300 a.C.. Desse período é o seu sistema de numeração decimal sem notação do valor posicional.

Do período de 500 a.C., datam regras matemáticas encontradas em prescrições rituais, algumas outras relacionadas com a construção de altares, construção de quadrados e retângulos, e expressões para a relação entre a diagonal e os lados do quadrado e para a equivalência de círculos e quadrados.

O estudo da antiga Matemática Chinesa é dificultada pela questão da língua e pela falta de traduções, essas na maioria, em línguas russa e alemã. O *Zhoubei* (*Chou Pei*), datado de 206 a.C. a 220 d.C., é um livro chinês que contém entre outros assuntos uma discussão do Teorema de Pitágoras.

Entre os conhecimentos matemáticos chineses constam seus diagramas (ou *Quadrado Mágico – lo-Shu*), sua numeração de base decimal com nove símbolos e valor posicional, os tabuleiros de contas para efetuação de operações básicas, o sistema sexagesimal para o cálculo do calendário, equações algébricas com coeficientes numéricos, raízes quadráticas e cúbicas, valor de $\pi = 3$, matrizes com números negativos que aparecem pela primeira vez na História para solução de problemas com sistemas de equações lineares.

Conclui-se com esta parte da revisão histórica que antes ou simultaneamente à Civilização Grega e o Pensamento Euclidiano muitos outros povos produziram conhecimentos importantes para a Ciência da Geometria.

Parece ser uma constante na História da Geometria fora da Grécia e do caráter dedutivo de sua Ciência Matemática, a marca experimental e empírica da Geometria produzida, tanto pelo homem primitivo em suas noções rudimentares, quanto pelos Sistemas complexos e bem elaborados dos povos orientais ou dos povos da América Pré-Colombiana.

3.6 OUTRA HIPÓTESE PARA A GÊNESE DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO

Todo objeto pressupõe relações entre nós.
Michel Serres

Diferentemente da concepção mais tradicional que relaciona a gênese das idéias geométricas com a sistematização grega pesquisas atuais permitem estabelecer novas hipóteses sobre essa gênese.

Segundo GERDES (1992) em seu livro *Sobre o despertar do pensamento geométrico*, as idéias geométricas seriam descobertas por diferentes povos em diferentes épocas. Defendendo a tese sobre a unidade do homem no que se refere ao despertar do pensamento geométrico, GERDES (1991, p. 17), apóia-se em Engels e defende: "as idéias de linhas, superfícies, ângulos, polígonos, cubos, esferas, etc são todas derivadas da realidade".

Através do trabalho, isto é transformando a natureza, o homem constrói artefatos que lhe são necessários. Esse processo levaria o homem a perceber padrões geométricos presentes na natureza; fazendo comparações entre formas vai definindo a melhor e a mais bela forma para cada objeto. Esse processo de observação e comparação dos padrões geométricos faz evoluir a capacidade de abstração das idéias geométricas.

GERDES (1991) lembra que na natureza não existem padrões geométricos exatos. É no pensamento que os padrões vão se estabelecendo como regulares. A **forma em si dos corpos**, isto é, a forma desligada das características qualitativas dos objetos é o que denominamos abstração. O desenvolvimento dessa capacidade cognitiva vai gradativamente dando ao homem condições de fabricar artefatos mais bem feitos e também permite a evolução da sua inteligência.

É o acúmulo de experiências e tradições de muitas gerações que define a forma e as características técnicas e estéticas dos objetos. Esse longo e complexo processo coletivo é que, segundo FROLOV, mencionado por GERDES (1992, p. 19) que vai dando ao homem a capacidade de imprimir ordem, simetria, lógica, harmonia naquilo que eram impressões caóticas do mundo.

Ao contrário da hipótese grega e dedutiva para a gênese da Geometria, pesquisadores filiados à linha da Etnomatemática, afirmam uma hipótese empírica, experimental e social para a Ciência da Geometria. Segundo essa compreensão a Sistematização Euclidiana só foi possível após "ter sido reunido suficiente material factual respeitante às formas espaciais mais simples" o que resultaria na transformação de Ciência Empírica em Ciência Matemática (GERDES, 1992, p.17).

Para concluir: a Etnomatemática, como linha de investigação científica desenvolvida nas últimas décadas do século XX, entre os povos do Terceiro Mundo, nega uma origem única para a Ciência Matemática e a Geometria. A Etnomatemática afirma a dependência das idéias geométricas aos fatores sociais-culturais, econômicos, políticos e antropológicos que lhe dão origem e significação. Portanto, haveria tantas geometrias quantos os povos e grupos sociais pesquisados nas suas tradições, interesses e tecnologias. Segundo os pesquisadores da Etnomatemática o projeto teórico-científico de resgatar e sistematizar a Geometria de cada povo implica também num procedimento de natureza política porque **descongelar o pensamento congelado** é parte de uma luta contra o subdesenvolvimento matemático e também social e político de povos e grupos sociais subalternos e oprimidos.

3.7 BUSCANDO NA HISTÓRIA INDICATIVOS PEDAGÓGICOS PARA O ENSINO DA GEOMETRIA

O objetivo deste estudo é identificar na História desta Ciência o conjunto de idéias geométricas e concepções sobre o conhecimento geométrico presente nos currículos e práticas escolares.

Neste estudo não há a pretensão de esgotar a História da Matemática e da Geometria.

A História contribui para uma reflexão sobre o significado educativo desses conteúdos e suas relações com as necessidades e interesses dos alunos na faixa etária do Ensino Fundamental.

O recorte que este estudo faz, portanto da História da Matemática, não é a mesma do especialista ou do pesquisador. Diferentemente do interesse com a Matemática Pura, o objetivo deste estudo recai sobre o Ensino e a Educação que ela permite.

Fica transparente nesse resumo histórico o predomínio da chamada Matemática **Pura** e seus grandes temas, nos diversos contextos políticos e filosóficos até aqui examinados.

Não é, porém, a Matemática aplicada em contraposição à Matemática Pura que será o objeto desta monografia.

A dicotomia entre os dois campos é antiga e recorrente ao longo de toda História da Matemática. Desde os gregos, passando pelo **modelo curricular** do *trivium* e *quadrivium* romano, passando pelas chamadas **artes liberais** da Idade Média, se mantendo presente no alvorecer da Idade Moderna (séc. XV), nos currículos das suas Universidades, passando pelas academias (séc. XVIII) e pelas Sociedades Especializadas (séc. XIX e XX), mantêm-se o paradoxo entre os ramos puro e aplicado da Ciência Matemática.

Para tomar apenas um exemplo, a *História da Matemática* de Euler, registra sua notável contribuição para a álgebra e o cálculo infinitesimal. No entanto suas incursões em temas cuja aplicação prática certamente podem contribuir para os campos da Ótica, da Música ou das Ciências Naturais, não têm o mesmo prestígio e, muito menos, presença nos currículos escolares.

Não se quer afirmar que a Matemática não tenha seus objetivos próprios e sem ligação imediata com o cotidiano. No entanto, de algum modo, mesmo os temas mais teóricos e **desinteressados** da Ciência tem seus fundamentos fincados na vida real.

A História da Matemática está repleta de casos em que a ousadia do raciocínio e formulações axiomáticas são confirmadas com o passar das décadas, senão de séculos, demonstrando o caráter antecipador e criativo do conhecimento científico.

Dessas considerações, para os objetivos deste estudo, importa que a Matemática ensinada se refere a um corpo de conhecimentos sobre o mundo. É necessário que o professor tenha clareza de que idéias e proposições ensina e o que elas dizem sobre o mundo, para seus alunos. O conhecimento crítico desses conteúdos pode dar ao professor ousadia e competência de iniciar os alunos em temas e áreas da matemática, para além dos conteúdos com objetivos puramente pragmáticos.

Em contra-partida, o aligeiramento de conteúdos no Ensino Fundamental pode estar evidenciando uma seleção em favor dos interesses pragmáticos dominantes no modelo de sociedade capitalista, em prejuízo da emancipação cultural e social das classes populares.

É importante que professor tenha presente uma compreensão não isolada, mas, integrada da Matemática com as outras áreas de conhecimento, do mesmo modo como a História revela as afinidades da Matemática com este ou aquele campo de conhecimento, de acordo com cada contexto histórico.

Outra conclusão que a História impõe é sobre a influência da Sistematização Euclidiana no modelo de ensino da Geometria.

Não resta dúvidas de que essa influência está presente. Essa marca é visível se considerarmos os conteúdos que são trabalhados nas atividades escolares e também nos estudos sobre a origem do conhecimento geométrico cuja concepção marca o discurso e a prática pedagógica dominantes entre os professores.

Não se pode dizer que da parte dos professores haja uma reflexão sobre a concepção **Euclidiana**, subjacente em sua prática. Ou seja, o ensino privilegia o contato com as idéias e postulados geométricos, no entanto, não se pode afirmar que com essa prática se efetive a formação de conceitos.

Para que esse modelo fosse tomado como referência seria necessário que a prática escolar propusesse situações de aprendizagem em que as noções geométricas se encadeassem umas com as outras e que à fase empírica seguisse a de elaboração de conceitos, por mais incipiente e provisória que fosse. Para efetivar-se em conceitos é necessário que o ensino da geometria se dê de modo mais estruturado, como por exemplo, em forma de projetos e não tome a sistematização como ponto de partida, no ensino das séries iniciais.

Se as atividades didáticas não se estruturam, não permitindo o trânsito das situações perceptivas para as de sistematização, não se pode dizer que esse ensino leve à abstração que, em última análise, seria um objetivo do Modelo Euclidiano.

Deparamo-nos, através da História, da simultaneidade e também da diversidade de caminhos que os povos, em diferentes épocas e lugares, constituíram seus conhecimentos para a elaboração das idéias geométricas.

Essa constatação obriga o professor a entender que o caminho euclidiano é importante, mas não é único e nem mesmo o mais adequado em se tratando do Ensino Fundamental.

Um projeto de ensino que procura compreender a lógica presente nos temas e objetos geométricos selecionados por cada povo e grupo social dá outro significado a História no ensino da Matemática. Para a perspectiva da Etnomatemática a História não é um mero recurso à ilustração ou à cronologia; é um recurso didático e educativo porque determinado não por razões intra-escolares e sim pela realidade material no qual o conteúdo matemático se insere, oportunizando ao aluno informações e a formação de atitudes e valores.

É importante considerar que, especialmente nas últimas décadas do século XX, a pesquisa matemática passa a se ocupar do seu ensino e de como ele pode se dar de modo significativo.

Entre essas pesquisas é importante considerar a contribuição da Etnomatemática. Com o professor Ubiratan D'ambrósio, podemos afirmar que a pesquisa da Etnomatemática permite "ir na direção do reconhecimento de que diferentes modos de pensar podem conduzir a diferentes formas de matemática" (BICUDO, [198-], p. 85).

A Etnomatemática leva a rever a crença comum da universalidade da Matemática, crença, aliás, reforçada pela leitura continuista que se pode fazer da sua História.

É verdade também que essa História mostra que determinadas atividades humanas levam necessariamente a determinados conteúdos. Mas é preciso aprender a questioná-los em função dos interesses, motivações e necessidades de cada segmento etário, profissional, étnico e social.

4 O ENSINO DA GEOMETRIA E SEU VALOR EDUCATIVO

A busca das finalidades formativas do ensino da matemática e em particular da geometria é um esforço antigo perseguido desde os gregos e alimenta hoje discussões, positividades, bem como parece ser responsável por alguns equívocos presentes na educação matemática.

Encontramos em Platão, da tradição recebida dos sofistas, um alto apreço às matemáticas e principalmente à Geometria. Segundo este filósofo, nas matemáticas se pode encontrar o conhecimento que orienta e arrebata o pensamento, "purifica e estimula a alma" (JAEGER, [19--], p. 343). A eficácia da Matemática está em estimular a agudeza da compreensão intelectual. O esforço que o pensamento realiza para superar as dificuldades próprias das idéias matemáticas e compreendê-las, qualificaria quem as estuda habilitando-o para a excelência intelectual, proporia Platão.

Ao contrário dos sofistas que enalteciam o valor prático das matemáticas, Platão via nessa ciência e no aspecto metódico de seus problemas, um modelo para Ciência Dialética[3], por ele elaborada. A Matemática, portanto, impulsionou o desenvolvimento da Filosofia desse período e principalmente das operações realizadas com objetos noéticos[4], como eram as idéias platônicas. Ao mesmo tempo, para Platão a Matemática e seu exercício selecionariam os espíritos superiores e futuros filósofos formando-os e preparando-os para seus futuros trabalhos.

Durante o período romano, o latim daria à educação clássica seu caráter predominante e a Matemática continua sendo um privilégio de minorias.

---

[3] Platão introduz na filosofia os processos da Matemática: opor a uma síntese a toda análise. (PLATÃO, 1970, p. 32)

[4] noética – *noese(noeses)*: estudo geral do pensamento. Na Fenomenologia é o aspecto subjetivo da vivência constituído por todos os atos que tendem a apreender o objeto: pensamento, imaginação, percepção, etc. (PEREIRA, 1976, p. 390)

Após longo período em que a matemática ficou reduzida a rudimentos de cálculos do calendário litúrgico, o seu valor especulativo é restaurado com Carlos Magno (VIII d.C.), abrindo caminho para a Escolástica (X a XV d.C.).

A Escolástica encontraria na lógica aristotélica a única forma científica válida e é ela que daria base ao pensamento filosófico cujo objetivo era justificar racionalmente a fé cristã. A lógica passa a ser a disciplina propedêutica por excelência e a base da educação superior. Durante séculos, a organização dos currículos escolares está baseada na lógica dos conteúdos e não no desenvolvimento mental dos alunos.

Paradoxalmente seriam as discussões escolásticas que abririam condições para a recuperação da chamada Matemática Especulativa. Levados a especular sobre a natureza do movimento, do infinito, do contínuo propostos pela meditação à divindade, os filósofos influenciariam a invenção do cálculo infinitesimal.

O ensino da Matemática sofreu profundas modificações na Europa graças ao avanço das grandes navegações e o desenvolvimento das atividades comerciais e industriais. Sem atingir a estrutura do ensino das Universidades ou das Escolas subordinadas à Igreja, esses novos e práticos conhecimentos matemáticos originariam tendências pedagógicas e científicas importantes, entre elas, o humanismo.

O humanismo é um movimento intelectual inovador cujo maior objetivo era a restauração da cultura clássica e, portanto, de oposição à cultura dominante das Universidades e da Escolástica.

Desse movimento nascem duas propostas distintas de Educação e de Homem. Uma preocupada com a formação para as novas profissões emergentes e a outra preocupada com a formação dos homens nascidos livres e nobres, cuja educação se daria através das ciências clássicas. Para este humanismo, o estudo da Matemática tinha apenas um valor formal sem preocupação com suas aplicações práticas. O que interessa é o desenvolvimento do raciocínio e das faculdades mentais. Para esse tipo de educação, os Elementos de Euclides eram os mais indicados e utilizados. Essa concepção dominaria a educação secundária até o século XIX.

A valorização do valor experimental da Matemática teve poucos e ilustres defensores como Bacon (séc. XIII) e Leonardo da Vinci (séc. XV). Da Vinci vinculava a importância da Matemática à observação e à experiência, distanciando-se do platonismo e de Euclides.

A influência da obra de Euclides durante o renascimento era tão grande que qualquer tentativa de modificar o modo de ensinar Geometria ou de introduzir-lhe outros conteúdos, encontrava fortes resistências.

Mesmo assim surgem trabalhos de natureza didática que pretendiam romper com essa abordagem euclidiana, entre eles: Bouelles (1470–1553 d.C.), Ramée (1515–1572 d. C.).

Com a Ciência Moderna, o método científico passa a combinar o experimental e o indutivo, com a dedução Matemática.

A Matemática passa a desempenhar um papel instrumental, isto é, necessária à aplicação no estudo dos fenômenos. Aos poucos, ia sendo abandonada a tradição euclidiana, que resguardava o caráter teórico da Geometria.

Em 1739, o francês Lê Clerc realiza em uma obra *A Geometria*, verdadeira revolução substituindo as demonstrações, por figuras representadas em quadros ou pinturas.

Realidade e não palavras (*Res non verba*) seria, no século XVII, a síntese da polêmica entre os defensores da Ciência Tradicional e os da Ciência Moderna; entre o humanismo clássico e o pensamento defensor das motivações produtivas e culturais modernas.

No século XVIII, o das Revoluções, Jean Jacques Rousseau (1712-1778) lança as idéias que delineariam o perfil da Nova Pedagogia, pondo o estudo da Criança como o centro e a finalidade da Educação.

Desse modo, o ensino da Matemática perde o significado disciplinar. Aos poucos, a Matemática Formal cujo conteúdo e a organização do seu ensino tinha o mérito de exercitar as faculdades da mente, independentemente da relação que pudesse ter com a realidade ou a experiência do aluno, passa a ser questionada.

Foram os Enciclopedistas, como Diderot (1713-1784), que no verbete **art** da **Enciclopédia** mostra a importância que eles davam à Geometria das oficinas.

Essa mudança de concepção se refletiria no ensino da Geometria, por exemplo, em vigor nas escolas francesas do século XVIII, ainda fortemente atreladas ao sistema euclidiano.

Clairaut (1713-1765) em sua obra *Eléments de Géométrie* (1741), mostra sua posição contrária aos estudos geométricos segundo a visão de Euclides. Segundo Clairaut ela explicaria as dificuldades e o desinteresse dos alunos com a Matemática.

> Ho pensato Che questa scienza, come tutte le altre, dovesse essersi formata per gradi(...) Prevenuto da questa idea mi sono preposto de risalire a ciò che poteva aver dato nascita allá geometria, ed ho cercato di sviluppare i principi com um método abbastanza naturale perchè si possa suppore che sia lo stesso di quello dei primi inventori, avendo cura soltanto di evitare tutti i falsi tentativi che essi necessariamente dovettero fare. Mi è sembrato che la mesura dei terreni dovesse aver fato le prime proposizioni di geometría(...) e delle distanze accessibili e non accessibili (CASTELNUOVO, 1948, p. 2).

Fica claro que Clairaut encontrou na história, o caminho para sua proposta de ensino: escolheu a questão da medida de terras como tema gerador do ensino da Geometria, sem apresentar a Geometria como um sistema dedutivo e nem mostrar a preocupação com o rigor de Euclides. Segundo CASTELNUOVO (1948, p. 3), Clairaut tira definições e proposições de observações, com situações-problema, sem no entanto, deixar de apresentar um encaminhamento lógico das proposições. Cuida para que as conclusões sejam tiradas a partir de condição anteriormente provadas e por meio de evidências, ou através de uma linguagem simples, detalhando passos e justificativas.

A obra de Clairaut se tornaria uma referência para todas as futuras propostas de reformulação do ensino da Geometria que levassem em conta uma preocupação com a eficiência psicológica, ou seja, a compreensão do aluno e não apenas o rigor lógico, objeto preferencial da concepção Euclidiana.

A modernização do ensino da Matemática se daria através de um longo e contraditório processo. No século XIX se iniciou a tarefa complicada de passar à prática, os ideais nascidos com as revoluções do século XVIII. Neste contexto, passou a ser necessário, também, discutir a educação da classe trabalhadora. Prepará-la para o trabalho produtivo, através da iniciação no ensino da Escrita e da Matemática; formar técnicos capazes de dar conta das modernas formas de produção; estender universalmente o direito à Educação.

A modernização da Educação Matemática não se esquivou de enfrentar conflitos como os postos pela divisão de classes: uma Educação para os trabalhadores, definida por oferecer-lhes os rudimentos, e outra para a classe dominante, com acesso à cultura geral.

No bojo de toda a polêmica da Educação Moderna ressurge a antiga questão da Teoria Matemática e sua função como disciplina mental. Para os seus defensores a Matemática seria a matéria através da qual o pensamento poderia ser treinado. A Matemática representou a disciplina que permitiu o corte ideológico com o passado, portanto, sinalizadora da Modernidade, fundamental para a concepção de uma nova sociedade – a capitalista – e do seu paradigma humano.

Nesse contexto da modernização do ensino da Matemática ainda se colocam as disputas entre matemáticos puros e aplicados.

Para defender a importância do ensino da Matemática e de programas que incluiriam em seu ensino conteúdo de Aritmética Prática e Geometria Intuitiva surge em 1895 a Associação Mathesis. Essa entidade seria responsável por estimular reformas importantes no ensino da Matemática em diversos países europeus.

A Educação Matemática Moderna reflete a preocupação com o caráter intuitivo do ensino, tornando-o mais simples e próximo dos interesses dos alunos da escola elementar. Defende a necessidade de introduzir novos conteúdos nos programas escolares contemplando temas de natureza científica e tecnológica oriundas da sociedade capitalista emergente. Propõe uma maior articulação entre a Geometria e Aritmética.

Felix Klein foi um dos grandes nomes da Matemática nos séculos XIX e XX. Além de se preocupar com o desenvolvimento da Matemática Pura se dedicou também com o seu Ensino. A ele se reputa o mérito de lançar as bases de uma Educação Matemática Contemporânea em favor da conciliação de contrários: formação geral e prática, tradição culta e artesanal, desenvolvimento do raciocino e atividades práticas.

5 O CONHECIMENTO MATEMÁTICO E A REPRESENTAÇÃO DO REAL

Coisas! Coisas!...
Damos demasiada importância às palavras; com nossa educação tagarela, não fazemos senão tagarelas.
Rosseau

Longo e complexo é o caminho descrito pela Educação Matemática até definir com clareza os pressupostos da Educação Matemática Moderna. Essa educação erige entre outros pressupostos o primado da experiência e do conhecimento intuitivo do aluno sobre o tradicional conceito de aprendizagem por meio da autoridade e dos livros. Adota, pois, a proximidade com o aluno e a sua experiência pessoal.

A análise desse pressupostos pode contribuir para a leitura e interpretação crítica do discurso e da prática pedagógica vigente na escola e no ensino da Matemática. Esse discurso está preso a uma concepção de conhecimento. Esta sim é a questão relevante que dá veracidade ao discurso e coerência à ação pedagógica

Para a educação moderna o conhecimento esta intimamente ligado à questão do significado.

DEWEY[5], mencionado por MACHADO (1999, p. 35), considera a relação conhecimento e significado quando afirma: "Compreender é apreender a significação... Aprender a significação de uma coisa, de um acontecimento ou situação é ver a coisa em suas relações com outras coisas... Contrariamente aquilo a que chamamos coisa bruta, a coisa sem sentido para nós, é algo cujas relações não foram apreendidas".

Independentemente do paradigma de conhecimento a que o educador moderno se filie sempre terá de considerar que o significado se constrói através de relações. A questão fundamental é conceber a construção do significado.

[5] DEWEY, J. **Como pensamos**, São Paulo: Nacional, 1979.

Para compreender como se dá esse processo no pensamento do aluno das séries iniciais, é necessário analisar os métodos didáticos preocupados com a compreensão.

Nesta análise, não há a preocupação com a evolução cronológica desses métodos. Do mesmo modo que continuamos encontrando os chamados métodos antigos nas práticas pedagógicas atuais assim também, a origem dos métodos ativos pode ser encontrada no passado do pensamento filosófico e pedagógico.

Os grandes mestres em todos os tempos, mostraram desconfiança em relação à recitação de memória e sempre fizeram esforço em estimular a sua transformação em idéias. Euclides, Platão, Aristóteles, por exemplo, apelavam para a contribuição da razão lógica no processo de aquisição do conhecimento.

No século XIX começam a surgir nos manuais didáticos o esforço de seus autores em substituir termos científicos por outros mais ao alcance das crianças. Surge também o empenho em ordenar as matérias tradicionais de modo a torná-las clara e logicamente ordenadas. "O importante são as subdivisões lógicas, o encadeamento do material estudado (...)." (DEWEY, citado por LEIF e RUSTIN, 1968, p. 207)

No entanto, o livro didático levanta outra questão fundamental quando o objetivo da aprendizagem é a compreensão. O ensino mediado pelo livro didático estabelece uma barreira entre o pensamento e a realidade viva. Instruir-se pelo livro é como registrar ou fotografar textos. Compreender um texto é diferente de compreender as idéias sobre as coisas de que ele fala.

É assim que verbalismo e didatismo são princípios que andam juntos. Mas é verdade também que só se aprende a ciência aprendendo-se a língua, porque é com as palavras que as coisas são apreendidas.

Juntamente com o esforço em ordenar logicamente os conteúdos a serem ensinados, outro progresso pedagógico se deu orientado pelo cuidado em despertar o interesse do aluno.

A História da Educação registra em diferentes épocas nomes de educadores que tiveram a intuição de utilizar os interesses e necessidades da criança como meios para a aquisição do conhecimento. Platão mostra na suas *Leis* que se pode ensinar o cálculo através do brinquedo e do divertimento. Quintiliano recomenda que se ensine o mais possível brincando. Citados por LEIF e RUSTIN (1968), ERASMO lembra que os antigos "moldavam em forma de letras gulodices de que as crianças gostavam" (p. 214). LOCKE afirma poder fazer do "estudo um brinquedo e uma distração para as crianças e levá-las a desejar ser ensinadas" (p. 219).

Levados pelo compromisso com um ensino ativo, ou o ensino pelos interesses da criança, desenvolveram-se inúmeros recursos didáticos contendo ensinamentos como os jogos, a conversação, as histórias, os livros ilustrados.

Fröebel, sem dúvida, foi o educador que desenvolveu a teoria e experimentou na prática uma educação orientada pelo jogo. Organizou grande quantidade de jogos com bolas, dados, cilindros, bastonetes, figuras, modelagens, dobraduras, tecelagens, ferramentas etc. Froebel dá aos jogos uma graduação sucessiva para as quatro diferentes classes iniciais. Esses jogos deveriam influenciar os materiais produzidos por Maria Montessori e Decroly.

Essa tendência em ensinar divertindo, se expandiu para outras séries mais adiantadas e se diversificou extraordinariamente. Fazer passeios, assistir a sessões de cinema e vídeo, usar cartas, brincar de mercado, de bilheteria de estação, fazer palavras cruzadas, colecionar figuras são apenas algumas dessas estratégias atraentes e que de algum modo constatamos nas salas de aula.

Não resta dúvidas de que o esforço acumulado por todas as iniciativas de educadores e editores aproximou o ensino do ideal lúdico e atrativo, mas a diversão é diferente de interessar a criança e portanto de conseguir o objetivo de uma aprendizagem pela compreensão.

O atrativo pode ser apenas um recurso de dissimulação que não consegue o principal objetivo que é despertar a verdadeira curiosidade e o desejo de conhecer as coisas. O espírito crítico e a compreensão inteligente das coisas e fatos não são necessariamente estimulados pelo fato dos alunos brincarem e se instruírem divertidamente. O dogmatismo e verbalismo podem estar sendo exercidos pelo professor sobre seus espíritos, ainda que pesem os recursos atraentes por ele utilizados.

Contradizendo o movimento pedagógico em favor de um ensino alegre e recreativo, desenvolveu-se outro, contrário, reafirmando o papel formador da escola, através do trabalho e pelo prazer conquistado a custo. "Cumpre que a própria criança procure a dificuldade e recuse ajuda e assistência." (COMENIUS, citado por LEIF e RUSTIN, 1968, p. 212)

Segundo os pedagogos defensores de que só o esforço forma o homem, a escola deve ensinar de modo semelhante às práticas esportivas, ginásticas e musicais, sem o recurso a estratégias diversionistas. São inúmeras as assertivas de pedagogos e filósofos em favor da instrução pelo esforço.

No *Emílio*, ROUSSEAU (1995, p. 231) afirma: "Emílio é laborioso, sóbrio, paciente, firme, cheio de coragem". Ainda em ROUSSEAU: "A lei da necessidade, sempre renascente, ensina desde cedo o homem a fazer o que não lhe agrada a fim de prevenir um mal que lhe desagradaria mais ainda" (1995, p. 189).

Em KANT, citado por LEIF e RUSTIN (1968, p. 227): "É da maior importância que as crianças aprendam a trabalhar. E onde será dado o gosto do trabalho, senão na escola? É extremamente prejudicial habituar a criança a considerar tudo como brinquedo. Deve ter tempo para brincar e distrair-se, mas o momento do trabalho deve chegar por sua vez".

Se for verdade que o ensino não deva ser distanciado dos interesses do aluno, é verdade também que o caminho da compreensão e do conhecimento significativo não é atingido pelo uso de meios que o façam atraente e divertido. Não se pode confundir instrução com diversão. Os jogos e recursos atrativos podem servir de incentivos, mas a escola verdadeiramente deve ser capaz de passar desse estágio para o do trabalho e o da curiosidade intelectual genuína.

Desse modo, a Pedagogia se põe a questão fundamental dos interesses dos alunos. Se Herbart (1776–1841) e W. James (1842–1910) já haviam lançado importantes idéias sobre o interesse da criança. Foram Dewey (1859–1952) e Kerschensteiner (1854–1932) que fizeram a análise mais importante do interesse, avançando em relação a uma compreensão mecânica que os primeiros tinham do interesse.

Dewey e Kerschensteiner afirmam que o interesse é ativo apenas quando comporta um caráter afetivo, isto é, quando ao incidir sobre o objeto, desencadeia ações que correspondam às necessidades e preocupações do aluno em cada idade. Por isso, a ação desencadeada pelo interesse se distingue pela obstinação, pelo esforço e dispêndio de energia e não pode ser confundia por ações artificialmente provocadas.

Há uma certa concordância de que nas séries iniciais do ensino fundamental predominam nas crianças, os interesses mecânicos e construtivos sobre as coisas; nessa faixa etária tem curiosa necessidade de saber como são constituídas e quais são as propriedades das coisas. O gosto pelas coleções de objetos e sua classificação surgem nessa idade e são mecanismos importantes, dos quais dependem outros como as abstrações e a constituição de idéias gerais sobre as coisas.

Esse significado dado à intuição, como princípio condutor de ações pedagógicas implica em fazer o aluno observar sensorialmente formas e figuras, por exemplo, se o objetivo é ensinar Geometria. Manipulando objetos cujas formas sejam esféricas, cúbicas, cilíndricas etc. A criança ao mesmo tempo brincando estaria aos poucos acessando às idéias gerais sobre elas. Observando suas qualidades matéria, forma, peso, cor, som, números de partes etc, por comparação elaboraria noções de semelhança e diferença e assim elaboraria conceitos abstratos.

Essas atividades empíricas teriam sua predominância nas chamadas atividades preparatórias do ensino da geometria e sua vigência maior nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

A sistematização do conhecimento geométrico se daria a seguir. As séries mais adiantadas seriam o período em que o ensino privilegiaria o exercício lógico, a elaboração dos elementos conceituais com definições, enunciados e demonstrações.

"É como se o estágio perceptivo inicial estivesse destinado exclusivamente a atividades infantis, conduzindo depois a uma ruptura tal que possibilitaria a elaboração do conhecimento geométrico apenas no âmbito do pensamento lógico, no nível das concepções!" (MACHADO, 1999, p. 52)

Vejamos os equívocos resultantes do conceito comum de ensino intuitivo e do processo de produção do conhecimento geométrico dele conseqüente. As atividades experimentais são admitidas apenas nas etapas iniciais da Educação Matemática.

As atividades superiores do ponto de vista da elaboração conceitual secundarizam e dispensam as formas de manipulação e experimentação.

Do mesmo modo, tal compreensão conduz ao entendimento de que percepção e conhecimento lógico são operações distintas e separadas. Como dimensões tão distintas do pensamento poderiam se suceder conjugando-se no processo de elaboração de conceitos geométricos?

Não é a seqüência do perceptivo para o conceitual, tal qual se acredita e pratica em nossas escolas que há de garantir a significação do ensino da geometria. A passagem da etapa perceptiva para a conceitual não se dá nessa relação mais temporal do que epistemológica, tal qual vem sendo entendida e praticada nas escolas.

Não podemos dizer que os nossos alunos tenham se iniciado de modo elaborado e conceitual em geometria porque tiveram alguma vez acesso a exercícios práticos, com seus elementos e conteúdos. Não é verdade também que percepção e abstração sejam categorias excludentes. Toda atividade dita empírica e também intelectual do mesmo modo que toda abstração não pode dispensar alguma relação com a realidade concreta.

É preciso pois entender a intuição e o conhecimento concreto sob outra perspectiva.

A intuição pode, como vimos nos parágrafos iniciais deste capítulo, se prestar a significações diversas e diversas podem ser as formas de tê-la como referência pedagógica. Metaforicamente diz-se intuitivo para o raciocínio indutivo que conduz o pensamento à organização racional dos conhecimentos empíricos, mediante a aplicação dos métodos da observação e segundo as regras da indução.

Não basta a experiência, isto é, o contato direto com a **coisa**. Partir da experiência mas com a mediação de um método que leve à realização de operações intelectuais, como distinguir e refazer percepções, aplicar e dar destreza a movimentos, elaborar idéias refletindo sobre os dados empíricos.

"Desde muito cedo tais atividades relacionam-se diretamente com a construção de objetos em sentido físico... Ocorre, no entanto, que essas atividades intermediárias, sobretudo as correspondentes à representação, não costumam ser suficientemente valorizadas como elementos fundamentais dos processos cognitivos". (MACHADO, 1999, p.54)

O texto de MACHADO (1999) nos remete a algumas questões fundamentais. Uma delas é a de que as atividades experimentais com objetos geométricos, em que pese se iniciarem cedo na Educação Matemática, não são suficientemente exploradas. Nas séries mais adiantadas, há como que um preconceito em relação à manipulação e atividades de representação. Para o senso comum escolar, elas se reportariam a procedimentos próprios da educação infantil e importa abandoná-las em favor de outras mais elaboradas e próximas da organização conceitual desejada. Implícita também a esse senso comum está a compreensão de que as experiências e o conhecimento que delas resultam são de ordem intelectual inferior, é apenas admitidas como preparatórias à organização conceitual.

Postas essas críticas ao entendimento comum sobre a percepção e seu papel na construção das idéias geométricas é necessário considerar-se o conceito de concreto ou de real, subjacentes à concepção de ensino da Geometria.

O que é o concreto? O concreto é mais do que o palpável, ou o perceptível. Concreto é a realidade. Realidade que só pode ser apreendida não imediatamente. É só mediante sucessivos esforços de abstração que a realidade pode ser compreendida na sua complexidade.

"Ao que tudo indica, a compreensão do processo de construção do significado e do conhecimento não pressupõe a eleição clara de uma das alternativas anteriormente citadas." (MACHADO, 1999, p. 39)

Para o empirismo, a eleição recai sobre a experiência e, portanto, o concreto é o ponto de partida desse processo. Para o marxismo se dá uma inversão de perspectivas. RAMBALDI (1988, p. 214) empresta de Marx a posição de que o método que se propõe "partir do abstrato em direção ao concreto é a forma como o pensamento se apropria do concreto e o reproduzir como um concreto espiritual".

Para MACHADO (1999, p. 41), "as abstrações nunca poderiam ser consideradas um ponto de chegada, nem um ponto de partida. Elas se situam no meio do processo, constituem-se mediações necessárias, nunca início ou fim".

O conhecimento geométrico será pois resultado de diferentes e sucessivas operações de abstração realizadas pelo pensamento, frente à realidade, isto é, às coisas, nas formas e relações que chegam ao aluno.

Desse modo, as percepções, palavras, representações, relações às diferentes formas de agir sobre as coisas mediante projeto, são mediações, isto é, são níveis e características da abstração que permitem a construção do conhecimento.

"A realidade concreta situa-se sempre no limiar dos processos cognitivos; o conhecimento nasce do real e a ele se dirige permanentemente" (MACHADO, 1999, p. 41). Portanto, a compreensão da realidade e a elaboração de significado das idéias geométricas, é um processo que não se esgota, ou seja, é sempre possível fazê-lo avançar mediante novos e diferentes operações de abstração que irão conduzindo o aluno a novos estágios de elaboração intelectual e de representação do real.

A cumplicidade e não a dualidade entre percepções e mediações de abstração é que permite ao pensamento interpretar e tornar simples o objeto conhecido. Ao mesmo tempo em que o torna **simples**, o pensamento pode estabelecer novas relações e um maior número de relações a partir desse objeto. "Um objeto complexo, com propriedades simples, a partir do qual, em outro patamar, novas abstrações transferirão complexidade para as propriedades relacionais." (MACHADO, 1999, p. 46)

7 AULA DE GEOMETRIA – A ALEGORIA DO OLHAR

...mas é preciso estar presente o sonho, não apenas no sentido individual, mas também de utopia e de aposta coletiva. Sonho como esperança que vai se realizando no miúdo, no presente, no todo dia...

Sônia Kramer

Sem a pretensão de discutir neste estudo a relação de impregnação mútua entre a matemática e a língua, empresto para desenhar um perfil de aula de geometria, o recurso da alegoria.

O que é a alegoria? Por que a alegoria como instrumento de elaboração de idéias geométricas?

O dicionário nos remete ao significado de alegoria como "exposição de um pensamento sob forma figurada" ou ficção que representa uma coisa para dar idéia de outra", sentido este mais próximo da etimologia *allos* (outro) e *agourein* (falar).

A alegoria é pois um recurso de que se utiliza o pensamento como meio de juntar coisas ou déias pertencentes a contextos diferentes. Espécie de "pontes entre diferentes contextos, na iluminação de relações estruturais que subjazem a despeito da diversidade dos campos semânticos" (MACHADO, 1992, p. 13).

Eis aí uma interessante solução se a proposta é ensinar Geometria tendo como mediação à abstração. A alegoria como ponte entre o contexto da experiência direta, a coisa tal qual é percebida na sua complexidade ainda caótica e não relacional e o contexto das idéias não acessível às percepções, mas território e relações, do imaginário, do concebível, do metafórico.

Sabemos que o excesso e o rigoroso uso de uma linguagem matemática, dita técnica ou formal, é uma fonte de obstáculos no ensino da Matemática. A dita científica precisão terminológica da qual abusamos nas aulas de Geometria com os alunos do ensino fundamental reflete a cisão, ou seja, a falta de comunicação entre a língua materna do qual o aluno é usuário e a linguagem matemática, da qual ele é aprendiz. Essa distância entre as línguas põe em risco o esforço da escola em iniciar e atrair o aluno para o mundo das formas, das informações visuais, da organização espacial e intelectual que o estudo da Geometria tem por finalidades realizar.

Por isso, a alegoria tem essa dimensão: de recurso didático facilitador da comunicação entre a língua materna e a linguagem matemática.

Mas a alegoria em Matemática é também um caminho para o científico "como o proto-científico... como recurso fundamental para a compreensão do novo." (MACHADO, 1992, p. 38)

"Numa palavra, a permanente transação entre os sentidos literal e figurado é o motor dos processos criativos, das iniciativas diante do novo das transcendências da imaginação" (MACHADO, 1992, p. 39).

Assim sendo, não se trata de escolher ou distinguir entre percepção e abstração, mas na verdade de aproximar as duas faces do conhecimento, modo de raciocinar, juntando "coisas que aprendemos em diferentes contextos". (MACHADO, 1999, p. 23).

> O olho é uma espécie de globo,
> É um pequeno planeta
> Com pinturas do lado de fora.
>
> Mas por dentro há outras pinturas
> Que não se vêem,
> Umas são imagens do mundo,
> Outras são inventadas.
> (MEIRELES, 1994, p. 1388)

O poeta, como a criança, é capaz do deslumbramento do ver. O espetáculo do universo os desperta para inventariar, afagar, aproximar, distinguir... Quanta Geometria na poesia! Que belo geômetra pode ser o poeta! E a criança? Ela também o será: o poeta e o geômetra, se o professor acreditar-se como "Sócrates e Platão evocar com conhecimento de causa os ritmos inspirados dos poetas que os fazem regressar a esses tempos perdidos". (SERRES, 1997, p. 239)

Cabe ao professor fazer o aluno **esquecer** as pinturas do lado de fora, transpondo os limites das memórias algorítmicas, em direção à **memória artificial** cujo saber não se reduz à recordação.

A Geometria: "se preferes não fazer cálculos, nesse caso, mostra!" (SERRES, 1997, p. 244). O geômetra é aquele que pode preencher as **lacunas do gnomon**, inventando e elaborando um conhecimento que não **se conta**, mas se demonstra.

"(...) mas por dentro há outras pinturas, que não se vêem... outras que são inventadas." (MEIRELES, 1994, p. 1388)

A abstração desse mundo de formas tangíveis e cores diversas está do outro lado: é o outro nele mesmo. Das imagens às idéias: "É como se as duas faces – percepção e concepção – constituíssem um diedro que compreendesse todos os aspectos dos processos cognitivos." (MACHADO, 1999, p. 51)

A aula de Geometria é, pois, uma aula de arte em que não falta nenhuma de suas linguagens: da linguagem do olhar poético, da linguagem pictórica, da linguagem da palavra.

> O sábio no jardim sorria
> Do artifício da borboleta
> Convertida em folha amarela
> Até com manchas e defeitos
> (MEIRELES, 1994, p. 1392)

Os adultos, feitos professores, é que rompem a compreensão unitária do cosmos isolando em categorias unívocas o real e o imaginário, como se o imaginário que a borboleta constrói para se proteger não fosse tão real quanto as suas asas.

A criança é capaz do **pensamento mimético**. Sem medo ou estranhamentos, ela viaja entre o real e o imaginário, o racional e o irracional, entre o algoritmo e o geométrico, se nós a estimularmos a experimentar uma linguagem aproximada, articulando significações, verbalizando e esquematizando as etapas de sua pesquisa.

Falante da língua materna, o aluno não se constrange em criar expressões e significados para as palavras. Nas aulas de Matemática, porém, não falar é a regra. Dar voz ao aluno para expressar o que pensa sobre as percepções e imagens que tem sobre as coisas é uma direção essencial do trabalho com Geometria.

Não pode faltar a compreensão de que o aluno está colocado num espaço físico que é geométrico. É nele que se desenvolve, se organiza como ser que constrói conhecimento e elabora idéias sobre as coisas. Compreender e expressa a realidade é, pois, intrinsecamente também fazer a compreensão espacial dessa realidade.

É tarefa da escola e da aula de Geometria planejar situações que permitam ao aluno transitar de experimentações à notação pictórica e representações construtivas com os objetos. Não podem faltar: a discussão e o registro oral e escrito dessas observações, bem como o exercício em tirar conclusões obre o percebido e o imaginado. É assim que o recurso da **alegoria do olhar e conceber** vai engendrando as primeiras noções geométricas, uma primeira nomenclatura que se quer aproximada e não pronta e as noções espaciais que delas se estruturam.

Podemos sem grande dificuldade perceber a relação de intimidade entre o trabalho pedagógico de construção das noções geométricas e o desenvolvimento do esquema corporal do aluno. De algum modo, a aula de Geometria, enseja a expressão performática do aluno que brinca, manipula, representa, desenha, fala, gesticula, declama ou lê com os objetos do espaço onde se situa. A aula de Geometria se faz pelo movimento de um corpo que se situa e se relaciona com o espaço que percebe e pensa.

Sem considerar as diversas propostas pedagógicas ou teorias psicológicas que tem no corpo e no movimento a referência e a manifestação do pensamento infantil, podemos afirmar que não há lugar para um aluno sem corpo e sem voz na aula de Geometria.

Há outra relação importante a considerar: a relação entre o estudo da Geometria, enquanto investigação do espaço físico, e a investigação do espaço intelectual.

O aluno é um sujeito que investiga e expressa a compreensão do espaço físico em que se situa e nesse processo de aprendizagem ele também se faz na sua capacidade de extrapolar o imediatamente percebido.

Então, a Geometria e as aulas de Geometria podem se compor de instrumentos e de conteúdos cujas naturezas transcendam a visão técnica ou de disciplina escolar, como costumam entender o especialista e o senso comum escolar.

De novo, a linguagem metafórica da poesia pode nos ajudar a discutir a imbricação entre o espaço físico e o espaço intelectual:

> Transpassamos o cristal,
> Cristal exato.
> Acima de tudo, exato.
>
> Ascendência e intersecção
>
> (Disciplina? Exercício? Método)
>
> Simetria.
> Correspondência.
>
> Uma ordem profunda arma as arestas,

Determina o polígono das pétalas,
Filtra e faz circular o cromatismo
Por invisíveis artérias.
(MEIRELES, 1994, p. 1396)

Como o poeta, e acompanhando as especulações mais avançadas da epistemologia, pode-se pretender uma função educativa para o ensino da Geometria.

Em outras palavras: a Geometria pode ser pensada como um pré-posto, ou seja, investida de competência para realizar a função de educar a inteligência dos alunos e dos professores. SERRES (1995, p. 139), em sua *Lenda dos Anjos*, leva a refletir sobre o papel das palavras de pequeno porte – as preposições - na construção do discurso. São as preposições que dão flexão ou inclinação (declinação) às grandes e duras palavras que são os verbos e os substantivos.

> Todo mundo e até os grandes filósofos ocupam-se apenas das importantes e grandes: verbos que agem ou fazem tortas, e substantivos cheios de substância, mas só as crianças sabem rir dos saltos e cambalhotas das pequenas! Essas grandes pessoas pensam como se falava antigamente, nos telegramas: Pia oferecer bolo Angélica, suprimindo os passos da dança do sentido, as suaves ligações entre esses esqueletos rígidos. (SERRES, 1995, p. 140)

Do mesmo modo, o discurso matemático pode ser a oratória dos grandes conteúdos, dos importantes e relevantes temas sobre a Geometria, desde Euclides, em favor dos nobres objetivos da disciplina, apesar dos alunos, (a) diante deles, sem eles.

Podem, porém, como diz o poeta: ascendência e intersecção, **Disciplina (?), Exercício (?), Método**, escolher as preposições que hão de ligar o conteúdo ao aluno. Segundo MACHADO (1999, p. 71) essa escolha está vinculada à associação que se pode dar entre pares, como Educação X Inteligência, Projeto X Ilusão.

"Uma ordem profunda arma as arestas, determina o polígono das pétalas" (MEIRELES, 1994, 1396). A que ordem nos propomos a educar os alunos pela Geometria?

Há uma ordem ensinada pela Geometria, escrita numa **língua universal**, "sem memória de nenhuma morada" (SERRES, 1997, p. 11), uma terra sem história, sem relação viva com os homens (crianças, alunos) que com ela raciocinam e demonstram.

Há ordem ditada pelo paradigma do círculo, por exemplo, mais que elemento geométrico, é o desenho de uma relação entre centro e periferia, entre poderosos e excluídos.

Há a ordem apresentada nas pranchetas e telas que de cima apresentam uma realidade fria e estéril:

> São altitudes cinzentas,
> São arestas farpadas,
> São áridas crateras.
> Isto é uma terra morta,
> Uma estrutura de ossos apenas,
> Frios e amarelos.
> (MEIRELES, 1994, p. 1397)

Mas há ordens que entrelaçam, aproximam, distendem, sustentam diálogos, realimentam significações.

> Deve haver na profundidade,
> Para além destes sulcos,
> Destas escarpas, destas fissuras,
> No fim deste abismo de pedra
> Um centro líquido, uma pupila espelhante,
> Por onde passem os nossos rostos, as nuvens,
> E nos desenhos do céu
> A medida do mundo inalcançável.
> (MEIRELES, 1994, p. 1397)

O conhecimento tem um sujeito que conhece. A modernidade põe o conhecimento dentro de um sujeito. Sujeito, que não tem apenas a função de manipular os instrumentos e as fórmulas do conhecimento acumulado. Sujeito, que é a medida do **mundo inalcançável**. Um sujeito que elabora significados sempre que consegue estabelecer relações entre o que aprende e o que já conhece. O aluno, esse terceiro, entre o objeto e o professor, mas não um terceiro sem identidade ou solitário. Um sujeito com marcas próprias e em relação com outros sujeitos...

É preciso, portanto, buscar um novo paradigma de conhecimento, que não se reduza à metáfora da linearidade e todas as implicações pedagógicas e epistemológicas que dela resultam.

Segundo MACHADO (1995, p. 139), é tempo de incorporar concepções mais fecundas e amplas, como as redes cognitivas, propondo um novo elemento na clássica discussão escolar sobre o construtivismo e o inatismo, se o propósito for ensinar, como parte de um projeto de ações docentes em favor do conhecimento representado por teias de significação. A metáfora que propõe: "Em primeiro lugar, a rede descrita subsiste em um espaço de representações" constituindo uma teia de significações. Os pontos (nós) são significados – de objetos, pessoas, lugares, proposições, teses ...; as ligações são relações entre nós, não subsistindo isoladamente, mas apenas enquanto pontes entre pontos".

Há, pois, uma outra ordem pedagógica e epistemológica a buscar. A metáfora da rede de significações, enquanto concepção de conhecimento, implica em uma complexa e diversificada agenda de estudos e deliberações docentes.

Dessa agenda, nos limites deste estudo, vale considerar alguns aspectos pertinentes ao ensino da Matemática e da Geometria e o seu papel na compleição curricular do ensino fundamental.

A metáfora da teia de significações exclui, por exemplo, a irredutibilidade dos objetos matemáticos a um dos seus aspectos: quantitativos ou qualitativos, cálculo ou Geometria. Para o paradigma da teia de significações se exclui distinções radicais entre as disciplinas escolares, enquanto Ciências **Humanas** e Ciências **Exatas**. Outra questão que deve integrar essa agenda pedagógica de discussões e decisões, aberta pela emergência da concepção de conhecimento enquanto rede de significações é o da relação entre Língua e Matemática. Neste contexto destaco apenas um dos aspectos dessa relação: o da possibilidade do ensino da Matemática apoiar-se na oralidade – elemento constitutivo da língua materna e de domínio do aluno falante – como suporte de significações para a elaboração da **língua matemática**.

Cabe fazer considerações quanto ao papel da oralidade nas aulas de Geometria, tendo em vista o problema estabelecido como fulcro deste estudo: compreender a ausência da oralidade do aluno nas aulas de Geometria e de como essa oralidade pode servir de ponte (recurso alegórico) para ligar as idéias matemáticas às suas representações, estabelecendo relação entre palavra e o pensamento.

A oralidade é a forma da língua materna mais usada pelas crianças e alunos das séries iniciais. É com ela que esses alunos **lêem** os enunciados, expressam a compreensão do que lêem.

Na escola, a oralidade é tomada como o fator estruturante para a aquisição da língua escrita, no entanto é só parcialmente aplicada no trabalho de aprendizagem da Matemática. Primeiro, porque é característica da linguagem matemática, como linguagem científica, voltar-se preponderantemente para a sua escrita. Depois, por inexistir uma **linguagem matemática materna**. Chegando à escola, o aluno deve acessar ao código escrito dessa linguagem sem o recurso de um código anterior, do qual tivesse sido usuário. Ainda e como conseqüência dessas características da linguagem matemática, há um entendimento de que ela deve ser ensinada de acordo com o uso correto e preciso de seus termos e seus sinais.

Existe entre os professores um certo consenso de que a exigência ao uso rigoroso e adequado dos termos e dos sinais matemáticos é um obstáculo para o aluno acessar ao sentido deles. Mas são raros os professores que admitem o uso mais espontâneo de certos termos pelos alunos, possibilitando-lhes a construção de uma linguagem científica, passando por sucessivas etapas de aproximação, em que o importante é articular significações.

Desse modo, o trabalho escolar deve permitir ao aluno situações de aprendizagem em que ele possa observar e operacionalizar com a linguagem matemática, explicitando-a, representando-a, discutindo os termos utilizados, analisando suas ambigüidades e, ao mesmo tempo, familiarizando-o com uma linguagem elaborada, rompendo aos poucos com a linguagem espontânea.

É útil considerar que o silêncio dos alunos nas aulas de Matemática acompanha outro estigma que é o medo de errar. Assim, na medida em que a escola busca formas de estimular a oralidade dos alunos, estará também enfrentando o estigma do erro. O enfrentamento a esse duplo problema não tem repercussões apenas de ordem intrapessoal (medo, ansiedade, baixa estima), mas, o que nos interessa neste estudo, tem influências no âmbito da inteligência e da projeção de valores individuais e coletivos. Como afirma MACHADO (1995, p. 109) as várias formas de expressão e comunicação de que se constituem as linguagens são meios pelos quais os alunos manifestam suas competências e estruturam valores e, portanto, se realizam como pessoas e dão significado as suas ações humanas.

Visando potencializar a relação Matemática e Língua, podemos experimentar caminhos como os viabilizados pela poesia e literatura, a linguagem pictórica, a formulação de enunciados a problemas geométricos pesquisados no ambiente, a construção de formas de representação como croquis, maquetes etc.

Diversos estudos, e entre eles o de HANNOUM, citado por SMOLE (2000, p. 105) indicam que a elaboração da noção de espaço pela criança se dá de modo progressivo e parece percorrer alguns estágios fundamentais: do vivido, do percebido e do concebido. Esse processo se inicia na percepção que a criança tem de si mesma, passa pela percepção dela no espaço ao seu redor, para então atingir o plano da representação espacial em forma de mapas, maquetes, representações planas etc.

Sumariando as principais questões levantadas neste capítulo (aprendizagem da Geometria, sua relação com o aporte físico, oral e intelectual do aluno), podemos indicar alguns suportes pedagógicos do trabalho com Geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental:

a) ter uma abordagem que não se limite a nomear figuras ou definir alguns dos seus elementos, mas propor situações em forma de problemas envolvendo essas noções;
b) o ensino da Geometria deve ser a oportunidade do desenvolvimento de competência espacial, isto é, aprender a situar-se no espaço, mover-se nele, organizá-lo de modo a concebê-lo através de idéias e formas de expressão;
c) a Geometria deve estar integrada aos conteúdos das aulas de cálculos e de medidas;
d) deve vencer os limites das atividades com lápis e papel, articulando-se com atividades expressivas e de construção, integrando-se as demais disciplinas escolares e ensejando manifestações diferenciadas do espectro da inteligência;
e) deve começar se apoiando na linguagem espontânea dos alunos, permitindo uma ruptura que os leve a lidar com a linguagem científica e os conceitos das noções geométricas;
f) deve ser um espaço para experimentação com atividades de manipulação, comparação, representação, construção, concepção e vice-versa;

g) deve ser apresentada em forma de problemas de modo a tornar freqüentes e, a partir de uma malha de representações, a explicitação de questões geométricas.

8 O LIVRO DIDÁTICO, UMA ANÁLISE

Pode parecer reducionista, quando se pensa em discutir o Ensino da Geometria numa perspectiva da Educação Matemática, abrir um espaço especial para considerar e analisar o livro didático. Afinal, o livro didático é apenas um entre muitos outros, e talvez o menos plástico dos recursos pedagógicos. Ele é também um entre outros elementos curriculares e talvez o mais subsidiário entre todos.

No entanto, o livro didático é o recurso didático mais importante para considerável parcela dos professores e até mesmo seu principal guia curricular.

Por essas razões e visando extrair do livro o melhor de suas contribuições para a prática escolar e, ainda, para compreendê-lo como um recurso possível de ajudar o professor a discutir e rever suas concepções de Educação Matemática, é que cabe analisar o livro didático.

Esta análise é orientada por alguns objetivos. O primeiro objetivo é comprovar o caráter relativo do livro didático: ele é relativo às concepções teóricas dos seus autores. O segundo objetivo é avaliar o alcance educativo e não apenas pedagógico do livro didático.

O livro didático é um recurso importante. Importância esta ampliada na organização da escola da Sociedade Capitalista, na medida em que o livro didático tem a função de permitir a veiculação do conhecimento para um maior número possível de alunos. O que pode parecer uma função democratizadora do conhecimento é também um instrumento de massificação e perda de qualidade do ensino, já que os professores que utilizam o livro não são autores ou co-autores do trabalho pedagógico que realizam com ele.

Os autores do livro são os verdadeiros sujeitos do conteúdo do trabalho pedagógico. A grande maioria dos professores apenas reproduz este conteúdo. Essa condição intelectual subalterna é imposta aos professores. As políticas educacionais e a organização da maior parte das escolas não garantem aos profissionais espaço para analisar criticamente o livro didático. Desse modo o livro é usado como Manual (no sentido de ter à mão) sem discuti-lo ou recriá-lo e como Cartilha, apresentando questões e opções teóricas de modo simplificado e esvaziado de significado para os professores.

É portanto necessário, muito mais do que adotar um bom livro didático. É fundamental que Políticas Educacionais e ações escolares garantam aos professores espaços de estudos pedagógicos e dos fundamentos matemáticos.

8.1 O LIVRO DIDÁTICO, UM RECURSO PEDAGÓGICO A SERVIÇO DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

O livro didático escolhido para análise é a *Coleção Novo Caminho - Matemática*, de Luiz Márcio Imenes, José Jakubovic e Marcelo Lellis, para as séries iniciais do 1° Grau, da Editora Scipione.

Os autores, individualmente e/ou com outros profissionais da área, participaram da autoria de coleções didáticas, paradidáticas (1° e 2° graus), de produção de programas de Matemática para a televisão, assessoram e ministram cursos de Matemática e metodologia, com o patrocínio do INEP e FUNBEC. São ligados a SBEM, tem formação em Matemática, sendo o primeiro deles mestre em Educação Matemática pela UNESP.

A coleção se faz acompanhar de um Manual Pedagógico. Nele os autores estimulam os professores a se orientarem pelo manual, como um meio de conseguir a melhor utilização da coleção e, especialmente, como a forma de buscar inovar sua ação pedagógica.

Acompanha o manual um conjunto de informações bibliográficas, sobre fontes e instituições, para atuação e aperfeiçoamento docente e algumas discussões conceituais.

Visando uma avaliação integral desta *Coleção*, no que se refere à sua proposta para o Ensino da Geometria, e procurando ressaltar as principais idéias trabalhadas nesta monografia, tomo o manual da *Coleção* como indicativo das concepções teóricas dos autores e utilizo algumas das principais categorias teóricas, desenvolvidas neste estudo, como critérios de análise.

1. Concepção de Educação:

a) exigências da Sociedade do Futuro;

b) formação do Cidadão: superação das desigualdades;

c) inserir-se no movimento de Educação Matemática;

d) autonomia na aprendizagem, visando a educação permanente.

2. Elaboração do Conhecimento:

a) discutir o conteúdo com o aluno: Do que trata? O que mostra a ilustração?;

b) propor questionamento;

c) resolução em equipes;

d) troca entre equipes: discutir diferentes soluções;

e) problematização de situações.

3. Concepção de Ensino:

a) Construtivista – incorporando pesquisa cognitiva;

b) objetivo: aprender a aprender;

c) privilegiar atividades e a intuição;
d) explicações teóricas fundamentais;
e) cálculo mental;
f) evitar atividades repetitivas e mecânicas;
g) assuntos novos: a partir do texto ou precedido de atividade com jogo ou ação com material.

4. Paradigma Epistemológico:
a) tratamento em espiral;
b) temas são apresentados em diferentes oportunidades;
c) complexidade em diferentes graus;
d) superando organização por pré-requisitos.

5. Objetos Geométricos:
a) cálculo de perímetro, áreas, volumes, vistas, simetrias em: traçados e itinerários, projetos de peças e motores, urbanização, construção de edifícios;
b) propriedades das formas e não nomenclatura ou fórmulas.

6. Organização Conteúdos:
a) numeração, medidas e Geometria;
b) ênfase na Geometria: desenvolver o senso de orientação e organização espacial, leitura de gráficos e informações visuais;
c) medidas: meio de relacionar numeração e Geometria;
d) seqüência proposta: fixação e diversidade de temas;

e) modos raciocínio desenvolvidos no estudo da Geometria complementam os referentes ao estudo dos números: simultaneidade e continuidade de trabalho com os diferentes blocos;

f) integração atividades e conteúdos das outras área.

7. Ações Pedagógicas:

a) estratégia metodológica – resolução de problemas;

b) atividades experimentais: construção e experimentação;

c) interesse lúdico: jogos, esporte, colagem;

d) trabalho cooperativo;

e) interação alunos x alunos x professor.

8. Língua X Matemática:

a) conversas sobre textos ou ilustrações;

b) apresentar e debater soluções seguindo roteiros: secção – *Conversando se aprende*;

c) pesquisa: registro e apresentação de dados, linguagens artísticas, desenho e colagem.

9. Matemática X Inteligência:

Não há explicitação da relação que os autores estabelecem entre o conhecimento lógico-matemático e outras dimensões da inteligência. Indiretamente aludem às relações de mediação com a inteligência pictórica.

Pode-se concluir tratar-se esta coleção de um recurso pedagógico de qualidade, pois considera as principais linhas do pensamento pedagógico contemporâneo como: Construtivismo, Pesquisa Cognitiva, relação Língua X Matemática, entre outras. Esses conceitos são apenas mencionados no manual pedagógico que acompanha o livro, por isso, ainda que pese a qualidade do livro didático a maioria dos professores continuarão a ensinar pelo treino e memorização, enquanto lhes escapar a compreensão dessas categorias teóricas e o significado cognitivo e social das ações matemáticas. Na verdade não é o livro didático que há de transformar uma prática pedagógica e construir o trabalho pessoal e sistemático do aluno.

Por isso é preciso considerar criticamente a crença que os autores da *Coleção* depositam na função do livro didático quando afirmam ser ele o agente de transformação da ação pedagógica. No manual pedagógico os autores fazem a seguinte afirmação: “este livro propõe uma nova forma de ensinar matemática para as séries iniciais do 1° Grau. Os (As) professores (as) que adotam essa proposta estão inovando suas ações. Por isso, foi elaborado este manual.” (IMENES; JAKUBO; LELLIS, 1997, p. 5)

Os autores parecem desconhecer a relatividade das concepções teóricas expressas no manual pedagógico da sua *Coleção*. Na verdade elas refletem as concepções dos autores e não podem ser transferidas automaticamente à ação dos professores.

Uma proposta de formação do profissional do magistério e um programa de formação em serviço é que garantirão oportunidades de construção de uma concepção de ensino e aprendizagem significativa e de fundamentos matemáticos sólidos.

A questão dos fundamentos matemáticos é muito séria especialmente quando se trata do segmento dos professores das séries iniciais. Esses profissionais atuam como generalistas, isto é, devem dar conta de ensinar todas as áreas de conhecimento do currículo. No que se refere à matemática a maioria dos professores têm um domínio superficial dos seus fundamentos e restrito a resolver problemas muito rotineiros. Em geral, apenas os alunos das classes iniciais é que se vêem diante do desconhecido apresentado pelo problema proposto pela atividade didática.

A questão do livro didático traz à baila a relação conteúdo matemático e didática. Esse é um problema para outra investigação teórica e pesquisa de campo e não cabe no contexto desta monografia.

8.2 O LIVRO DIDÁTICO COMO DISPOSITIVO DO ESTUDO MATEMÁTICO

Para que o ensino da Matemática nas séries iniciais possa desenhar uma trajetória de avanços em favor de um ensino de qualidade, além das questões de concepção que já foram tratadas até aqui é necessário também ampliar a compreensão sobre o livro didático.

CHEVALLARD (2001), em sua obra *Estudar Matemáticas*, discute o livro didático como um dispositivo didático e não apenas pedagógico. Por didático, o autor entende todo o dispositivo que privilegia o desenvolvimento do processo de **estudo da matemática**. Estudar Matemática é um processo mais amplo do que aquele que resulta entre aluno e professor dentro da sala de aula. Didático é tudo o que permite entender e analisar os processos relacionados com as aulas de Matemática, mas que também abrange os processos fora delas. Didático é todo processo escolar ou não escolar que leve o indivíduo, seja aluno, professor ou pesquisador, a identificar e estudar problemas matemáticos.

"A presença da matemática na escola é uma conseqüência de sua presença na sociedade." (CHEVALLARD, 2001, p. 45)

Segundo o mesmo autor, desconhecer essa relação de subordinação do ensino formal a um processo de estudo é que produziria a **irresponsabilidade matemática dos alunos**.

O processo de estudo da Matemática está, pois, intimamente relacionado com uma concepção criativa da atividade matemática. Desse modo, nas mãos de um professor orientado por uma concepção criativa do processo de estudo da Matemática, o livro didático deve ser uma provocação à descoberta de novos problemas e objetos matemáticos e ainda precisa ser questionado permanentemente nos seus limites e paradoxos. Entre eles, o de não dar conta do processo de estudo do trabalho com a técnica matemática; o de oferecer o risco permanente de estar produzindo a fragmentação do conhecimento matemático; e o de trazer à baila o confronto entre a idéia de criatividade e da atividade rotineira que o ensino impõe.

CHEVALLARD (2001, p. 290) analisa que na escola temos um conceito de criatividade como sendo expressão do **espontâneo** e **livre** e, por isso, distinto de tudo o que possa ser **rotineiro** e **repetitivo**. No entanto, é preciso entender, a partir da idéia do **processo didático**, que a criatividade, como parte de um processo de estudo da atividade matemática, não dispensa dificuldades, uso de técnicas, esforço repetitivo e demais restrições próprias de um processo estruturado de pesquisa e produção de uma nova Matemática. Mesmo as crianças das séries iniciais precisam ser vistas como criadoras de uma nova Matemática. Ainda que não produzam conhecimentos novos são criadoras sempre que recriam formas de resolver problemas e responder questões cujo fim não esteja limitado ao âmbito escolar mas referente ao Estudo da Matemática cuja obra tem 25 séculos e oferece instrumentos para ler a Sociedade e o Mundo.

9 CONCLUSÃO

Para concluir, retorno à questão que motivou este estudo: o ensino da Geometria pode ser uma experiência de organização intelectual e pessoal ao mesmo tempo, desde que esse ensino evolua da transmissão de fórmulas e nomenclaturas para um processo significativo de compreensão, expressão e representação do mundo.

O fulcro desta questão está em desprender o ensino fundamental da Geometria de sua tradição euclidiana e buscar entendimentos e práticas de ensino menos formalista e sem seu rigor dedutivo.

A pesquisa histórica realizada neste estudo apontou para a importância e a presença milenar da tradição Euclidiana, tanto para o pensamento científico, quanto para a organização do currículo escolar.

Porém, a História também mostra que outra pode ser a concepção de gênese do pensamento geométrico se forem consideradas outras fontes e metodologias. Assim, por exemplo, a Etnografia Contemporânea, um dos fundamentos metodológicos da Etnomatemática, reafirma o entendimento de que o conhecimento geométrico é uma experiência individual e coletiva, comum a todos os povos, e resultante da relação do pensamento e ações do homem com a natureza e sua transformação.

No que se refere à gênese do pensamento geométrico entre alunos das classes iniciais, propõe-se considerar tanto as contribuições da Educação Matemática Moderna, bem como o seu acúmulo teórico e prático desde o final do século XIX, quanto a Etnomatemática e a afirmação do aspecto social da produção Matemática.

Procurando extrair desta monografia suas proposições principais, considero algumas, relativas às finalidades educativas da Ciência Matemática.

Na tradição clássica, vimos a sua finalidade relacionada ao estímulo da agudeza e da excelência intelectual, cujo exercício era destinado às minorias superiores.

A Matemática já serviu de paradigma para as especulações de natureza científica e **noética**, fazendo-se acompanhar de organizações escolares, baseadas na lógica dos conteúdos e não no desenvolvimento mental ou da compreensão dos seus conteúdos pelos alunos.

Contemporaneamente, há uma forte tendência em se ver a Ciência Matemática também como uma linguagem e uma técnica, que permitem visualizar e problematizar os objetos matemáticos. Essa mudança de paradigma se faz acompanhar de outra concepção de escola e de ensino da Matemática.

Na discussão em torno do objeto da ciência, a Matemática foi pretexto de polêmicas entre os defensores do seu caráter especulativo e os defensores do caráter aplicativo de seus conhecimentos. No bojo dessas polêmicas subsidiárias de movimentos, como o Renascimento Ocidental, estão as bases das visões de duas vertentes do Humanismo: o Clássico - restaurador do sentido especulativo e desinteressado das ciências - e o Moderno - ligado ao valor instrumental das ciências e sua aplicação nas atividades e desenvolvimento tecnológico da Era Moderna e da Sociedade Capitalista.

Toda essa tradição teoricamente complexa tem tornado difícil e lenta a construção de concepções e práticas orientadas pela Educação Matemática Moderna, visando o equilíbrio entre opostos, como a formação geral e prática, a tradição cultural e a popular, o desenvolvimento de raciocínios e de atividades práticas.

Uma importante tendência epistemológica presente na Educação Matemática é a de que a produção do conhecimento passa necessariamente pela questão do significado. Aprender é apreender o significado, ou seja, é perceber o objeto do conhecimento em suas relações com as coisas, situações, outros conhecimentos, idéias.

A construção histórica do entendimento sobre a aprendizagem significativa tem produzido sistemas e movimentos pedagógicos diversos em todo o conjunto de idéias, paradigmas educacionais, recursos, tecnologia didática, convergências e divergências teóricas e paradoxos conceituais. Esse conjunto efervescente e complexo de idéias chega, de algum modo, à Escola. Um dos grandes desafios da Educação Contemporânea é ampliar e qualificar os meios de permitir aos professores as oportunidades de refletir e rever suas práticas à luz de categorias teóricas que façam avançar a concepção de aprendizagem significativa.

Uma das idéias convergentes das diversas tendências da Educação Moderna é a relativa à forma como as crianças das séries iniciais constituem as noções gerais e elaboram abstrações. Nenhum ensino de Geometria, que se queira significativo, pode desconhecer os interesses mecânicos e construtivos das crianças e a sua curiosidade pela constituição e propriedades dos objetos. A um ensino significativo de Geometria não pode faltar o conhecimento direto dos objetos geométricos, mediado por diferentes níveis de abstração, como a manipulação, a construção, a representação, a reflexão sobre os dados empíricos e elaboração de idéias.

Conclui-se, através deste estudo, sobre o modo como o aluno das séries iniciais pensa e elabora conceitos: ele não é capaz do raciocínio dedutivo, exigido pela concepção euclidiana. Qualquer preocupação com procedimentos dedutivos e rigorosos deve ser descartada ao ensinar Geometria nas classes iniciais. No entanto, é preciso afirmar sobre a capacidade da criança de elaborar idéias, em níveis cada vez mais complexos de abstração, se o ensino for um processo que a faça avançar a estágios crescentes de elaboração intelectual e representação do real, consideradas as características do seu pensamento e garantidas as condições de mediação desse pensamento frente à realidade.

Esta monografia aponta para a alegoria, como recurso didático e científico para a compreensão da realidade.

A transição do pensamento entre sentidos diferentes, níveis distintos de abstração do perceptível para o concebido, é o modo de ser e estar da alegoria, como recurso didático, nas aulas de Geometria. Não há como fazer acontecer essa ligação sem estimular a palavra do aluno. A linguagem, em todas as suas formas de expressão, precisa ser incorporada às aulas de Geometria para o aluno verbalizar e registrar seu ponto de vista, criar expressões, emprestar significado às palavras e, aos poucos, acessar à linguagem conceitual e simbólica da Ciência.

Ao considerar a alegoria como mediação para a abstração das noções geométricas, esta monografia não pretende limitá-la à sua dimensão pedagógica. Nesta conclusão, importa reafirmar o valor ético e intelectual da Educação Matemática, através dos conteúdos e objetos geométricos. Ainda que pareça remota a relação entre Geometria e organização do espaço intelectual.

A supremacia da visão formalista, no tratamento das questões pedagógicas, e a compreensão fragmentada entre as áreas do conhecimento aumentam o abismo entre o conhecer e o ser.

Estreitar essas relações é apostar no sonho e na utopia. Não há educação sem utopia. O menino que rabisca formas também projeta o mundo no qual vive, para ser subalterno ou livre, sujeito ou objeto, como ser privilegiado na solidão orgulhosa do individualismo ou ser em relação.

"Veja aqueles garotos jogando bola: os desajeitados tomam a bola como um objeto, enquanto os mais espertos servem-na como se ela lhes fosse superior: eles se adaptam aos passes e recuos". (SERRES, 1995, p. 47)

Aula de Geometria: o aprendizado de construir com as coisas um mundo imaginário e artificial que prolonga as mãos e o pensamento humanos, para construir as catástrofes da fadiga e da fome ou a totalidade da humanidade solidária.

Finalmente, a conclusão relativa aos recursos pedagógicos. Esta monografia tomou o livro didático, como objeto de análise, e propõe que se amplie o conceito de didático para o extra-escolar.

Nesse estudo não há espaço e investigação suficientes para conceber a importância e as implicações de outros recursos didáticos, como a informática, na organização do conhecimento escolar. Limita-se este estudo a considerar indícios dessa importância, quanto trata da relação entre a língua materna e língua matemática, numa perspectiva de produção do conhecimento pelo paradigma da rede cognitiva.

Nota final: considero que os estudos históricos da Ciência da Geometria e da Educação Matemática são uma oportunidade para sondar os caminhos e o acúmulo do saber filosófico e científico. Não é possível compreender a Ciência Matemática e seu ensino, a partir apenas de um enfoque das ciências exatas ou do conhecimento do especialista.

Considera-se ainda que a transformação do ensino da Geometria passa necessariamente por mudanças na concepção epistemológica, sem o que, modificações na prática escolar são superficiais e apenas de ordem técnica.

Este estudo também não tem a compreensão ingênua de considerar suficientes as mudanças que atinjam apenas o Ensino, para que a aprendizagem da Geometria tenha um significado pessoal e coletivo de organização do espaço físico e intelectual.

Mudanças curriculares envolvem novos paradigmas educacionais, os quais fazem parte de uma **ilusão**[6]: apostar num projeto de Sociedade livre, concebida para a ética e o belo.

---

[6] Do latim *Illusio*, do verbo *illudere* cuja forma simples é *ludere* (*ludusi:* jogo, ação). (KOEHLER, 1942, p. 175)

REFERÊNCIAS

BARKER, S. F. **Filosofia da matemática**. Tradução de: Leônidas Hegenberg e Octanny S. da Mota. 2. ed., RJ. : Zahar, 1976, 141 p.

BICUDO, M. A. (Org.). **Educação matemática**. São Paulo: Moraes, [198-], 140 p.

BOYER, C. B. **História da matemática.** Tradução de: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgar Blücher Editor, 1974, 488 p.

BRUGGER, W. **Dicionário de filosofia**. Tradução de: Antônio Pinto de Carvalho. São Paulo: EPU, 1987.

CASTELNUOVO, E. **Geometria intuitiva**: per le scuole medie inferiori. Roma: R. Carabba, 1948, 322 p.

CHEVALLARD, Y.; BOSCH, M.; GASCON, J. **Estudar matemáticas**: o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Tradução de: Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed, 2001, 336 p.

DUROZOI, G.; ROUSSEL, A. **Dicionário de filosofia**. Tradução de: Marina Appenzella. 2 ed. Campinas: Papirus, 1996, 511 p.

EVES, H. **Estudio de las geometria**. Tradução de: Susana B. de Sipertein. 1 ed. Americana, México: União Editora Hispano, 1969, v. 1, 471 p.

EVES, H. **Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula:** geometria. Tradução de: Higino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992, 77 p.

GERDES, P. **Etnomatemática:** cultura matemática, educação. Maputo: Instituto Superior Pedagogia de Moçambique, 1991, 116 p.

GERDES, P. **Sobre o despertar do pensamento geométrico**. Curitiba: UFPR, 1992, 105 p.

IMEMES, L. M. JAKUBOVIC, J. LELLIS, M. **Novo caminho:** matemática, 1ª. a 4ª. série, primeiro grau. São Paulo: Scipione, 1997, 213 p.

JARGER, W. **Paidéia**: a formação do homem grego. Tradução de: Artur M. Parreira. 2 ed. São Paulo: Herder, [19--], 1131 p.

KOEHLER, H. **Pequeno dicionário escolar latino-português**. Porto Alegre: Globo, 1942, 477 p.

KRAMER, S. Propostas pedagógicas ou curriculares: subsídeos para uma leitura crítica. In: KRAMER, S. **Currículo**: políticas e práticas. Campinas: Papirus, 1999, p. 165-183.

LEIF, J.; RUSTIN,G. **Pedagogia geral pelo estudo das doutrinas pedagógicas**. Tradução de: Luis Damasco Penna. 2 ed. São Paulo: Cia Editora Nacional, 1968, 370 p.

LALLANDE, A. **Vocabulário técnico e crítico da filosofia**. Tradução de: Fátima Sá Correa, Maria Emília V. Aguiar, José Eduardo Torres e Maria Goretie Souza. 2 ed. São Paulo: Martins Fontes, 1996, 1336 p.

MACHADO, N. J. **Matemática e educação**: alegorias, tecnologias e temas afins. São Paulo: Cortez, 1992, 120 p.

MACHADO, N. J. **Epistemologia didática e prática docente**. 3 ed. São Paulo: Cortez 1999, 320 p.

MIORIM, M. A. **Introdução à história da educação matemática.** São Paulo: Atual, 1998, 121 p.

MARROU HENRI, I. **Histoire de i' education dans i' antiquité**. 6 ed. Paris: Seuil, 1965, 645 p.

MEIRELES, C. **Poesia completa**. 4 ed. Rio de Janeiro: Nova Aguilar, 1994, 1469 p.

PEREIRA, I. **Dicionário greco-português e português-grego**. 5 ed. Porto: Livraria Apostolado da Imprensa, 1976, 310 p.