

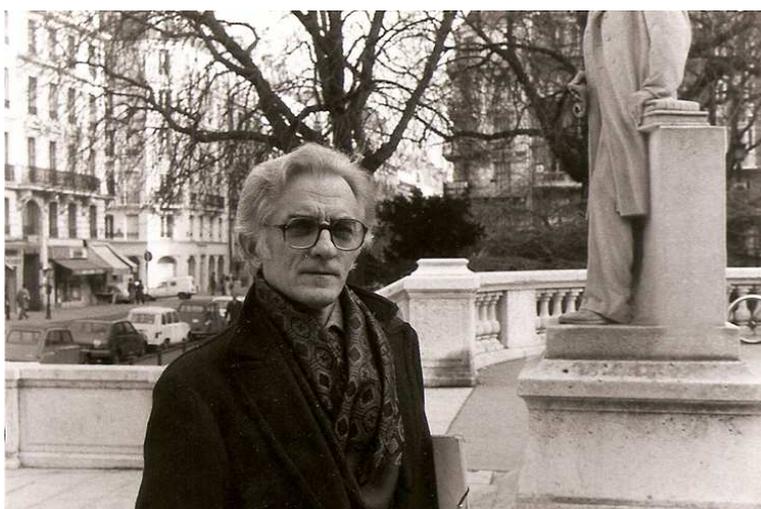


TEXTOS DE MATEMÁTICA  
EDITORA INSTITUTO DE MATEMÁTICA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO



# A VIDA ACADÊMICA E A INFLUÊNCIA DO MATEMÁTICO LUIS ADAUTO DA JUSTA MEDEIROS

— CLOVIS PEREIRA DA SILVA —



Clovis Pereira da Silva

**A Vida Acadêmica e a  
Influência do Matemático  
Luis Aduato da Justa Medeiros**

Inclui capítulo de *Manuel Milla Miranda* contendo comentários  
sobre trabalhos de Luis Aduato da Justa Medeiros

2020

Pereira da Silva, Clovis -

P436 A Vida Acadêmica e a Influência

do Matemático Luis Adauto da Justa Medeiros / Clovis Pereira da Silva.

Rio de Janeiro: UFRJ/IM, 2020.

188p.; 23cm.

Inclui Bibliografia.

ISBN: **978-65-86502-01-5**

I. Universidade Federal do Rio de Janeiro. Instituto de Matemática.

II. Título.

**Prof. Dr. Luis Aauto Medeiros**



**Figura 1.** Cortesia do prof. Luis Aauto Medeiros

*É impossível estudar as obras dos grandes matemáticos, e mesmo as dos pequenos, sem notar e sem distinguir duas tendências opostas, ou antes, dois tipos de espíritos inteiramente diferentes. Uns estão, antes de tudo, preocupados com a lógica; ao ler suas obras, somos tentados a crer que só avançaram passo a passo, com o método de um Vauban, que investe com seus trabalhos de abordagem contra uma praça forte, sem abandonar o que quer que seja ao acaso. Outros se deixam guiar pela intuição, e na primeira investida fazem conquistas rápidas, mas algumas vezes precárias, como se fossem ousados cavaleiros na linha de frente.*

*Henri Poincaré*

*La valeur de la Science.*

# Sumário

<b>Prefácio.</b>	ix
<b>Preface.</b>	xiii
<b>Introdução.</b>	1
<b>Introduction.</b>	7
<b>Capítulo 1.</b>	13
A Jovem Senhora, a Faculdade Nacional de Filosofia	13
Os Estudos de Graduação de Luis Adauto Medeiros: de Pacatuba (CE) para a Cidade do Rio de Janeiro	20
<b>Capítulo 2.</b> Aproximação de Luis Adauto Medeiros com Leopoldo Nachbin	27
<b>Capítulo 3.</b> Os Estudos de Luis Adauto Medeiros com Felix E. Browder na Yale University, na University of Chicago e seu Doutorado no IMPA	31
<b>Capítulo 4.</b> Os Estudos de Espaços de Sobolev, de Análise Funcional, de Equações Diferenciais Parciais e de Mecânica do Contínuo	41
<b>Capítulo 5.</b> Criação, Estruturação, Consolidação e Desenvolvimento do Instituto de Matemática da UFRJ (IM/UFRJ)	51
<b>Capítulo 6.</b> O Trabalho Acadêmico e Administrativo de Luis Adauto Medeiros, sua Influência Científica	63
<b>Capítulo 7.</b> Aproximação de Luis Adauto Medeiros com Jacques-Louis Lions	97
<b>Capítulo 8.</b> A Descendência Matemática, em 1 <sup>a</sup> Geração, de Luis Adauto Medeiros	105
<b>Capítulo 9.</b> Notas Sobre os Trabalhos Matemáticos do Professor Luis Adauto Medeiros	123
<b>Capítulo 10.</b> Considerações Finais	161
<b>Referências.</b>	170



# Prefácio

*Se quisermos saber o que os matemáticos entendem por um contínuo, não é à Geometria que devemos recorrer. O geômetra procura sempre, mais ou menos, imaginar as figuras que estuda, mas suas representações só lhe servem de instrumentos; usa o espaço na Geometria como usa o giz; também devemos evitar atribuir demasiada importância a acidentes que não são mais importantes do que a brancura do giz.*

*O analista puro não tem que temer essa escolha. Ele desbastou a Matemática de todos os elementos estranhos, e pode responder a nossa pergunta: o que é, precisamente, esse contínuo sobre o qual os matemáticos raciocinam?*

*Henri Poincaré*

Nosso primeiro contato com o prof. dr. Luis Adauto Medeiros foi por carta nos anos 1970, quando nos candidatamos via inscrição formal, para uma vaga no curso Mestrado do programa de pós-graduação em Matemática do Instituto de Matemática da UFRJ (IM/UFRJ). Obviamente que já tínhamos, desde o tempo de aluno do curso de matemática na UFPR, conhecimento de seus textos didáticos escritos para os alunos dos cursos de graduação e de pós-graduação em Matemática. Também tínhamos conhecimento de suas ações e sua atuação como professor do Departamento de Matemática da FNF<sub>i</sub> e depois do IM/UFRJ e, participação nas reuniões do Colóquio Brasileiro de Matemática, em especial, do 6º Colóquio Brasileiro de Matemática realizado em 1967, do qual ele foi o coordenador.

Ao recebermos carta do prof. dr. Luis Adauto Medeiros nos informando que havíamos sido aceitos para o programa, ficamos contentes e, de imediato solicitamos nosso afastamento, com remuneração, ao Departamento de Matemática da UFPR para realizarmos o curso de Mestrado no IM/UFRJ; na época éramos recém-contratados como professor Auxiliar de Ensino do Departamento de Matemática da UFPR.

Ao obtermos a autorização solicitada, viajamos para a cidade do Rio de Janeiro e nos apresentamos ao prof. dr. Luis Aduato Medeiros no IM/UFRJ que, de imediato, nos produziu uma boa impressão por seu jeito educado, decente e fidalgo no trato com as pessoas. Perguntou-nos se tínhamos bolsa de estudos, dissemos que havíamos solicitado uma bolsa a UFPR, por meio do recém-criado Programa Institucional de Capacitação de Docentes (PICD), mas que não tínhamos recebido confirmação, pois a UFPR ainda estava em fase de organização de sua Pró - Reitoria de Pesquisa e Pós-Graduação (PRPPG) e as bolsas de estudos oriundas do PICD ainda não haviam chegado à UFPR. Nessa fase dos anos 1970, o governo federal havia recém- concluído a reforma da universidade brasileira.

Então ele nos disse o seguinte: vou te dar uma bolsa temporária do IM, quando passar a receber sua bolsa pela UFPR avise-me para que eu cancele a bolsa do IM. E assim foi feito. Ele também nos perguntou se já havíamos providenciado onde morar e, também que um orientador acadêmico já havia sido designado para nós e que, na primeira oportunidade falássemos com o orientador. Assim fizemos.

Quando já estávamos no período regular de aulas no IM, certo dia o prof. L. A. Medeiros nos informou que levaria nossa turma no dia seguinte (era uma pequena turma formada em sua maioria por professores Auxiliares de Ensino oriundos de várias universidades públicas), para que tivéssemos contato com a parte administrativa do IM; segundo suas palavras, vocês regressarão a suas universidades e, quem sabe, um dia poderão assumir cargos administrativos. E o fez com satisfação e presteza. Muito aprendemos a partir desse exemplo do mestre.

Esse é o comportamento civilizado, generoso, decente e de bem, além de sua competência, que caracteriza uma pessoa educada, de bons princípios e conhecedora de suas responsabilidades acadêmicas. É este tipo de comportamento que marca a personalidade afável e simples do insigne mestre prof. dr. Luis Aduato Medeiros.

Ao término do nosso curso no IM/UFRJ, e após voltarmos a Curitiba para assumir nossa posição acadêmica no Departamento de Matemática da UFPR, continuamos mantendo contato via cartas (nessa época não havia a internet), com o mestre L. A. Medeiros que sempre nos orientou em procedimentos acadêmico-administrativos, como por exemplo, compra de livros e assinaturas de revistas para a biblioteca do Setor de Ciências Exatas da UFPR; apresentação de projetos ao CNPq, para realização de atividades acadêmicas, procedimento para obtenção de bolsas de iniciação científica para alunos de graduação (nos anos 1970 não existia o Programa Institu-

cional de Bolsas de Iniciação Científica - PIBIC), incentivar alunos talentosos a realizarem cursos de verão, a realizarem o mestrado, o doutorado etc. Realizamos essas e outras atividades, no Departamento de Matemática da UFPR, nos anos 1970, 1980 e 1990.

A vida acadêmica ou profissional dos cientistas de elite merece ser conhecida pelos membros da sociedade. Dentre os cientistas brasileiros, alguns deles participaram do período de ebulição, efervescência criativa e da formação da comunidade científica do país. Nosso homenageado é um desses cientistas, a sociedade brasileira precisa conhecê-lo. Os matemáticos brasileiros o conhecem muito bem. L. A. Medeiros ao participar ativamente do período de formação e da consolidação da comunidade científica brasileira, a partir dos anos 1950, passou a mostrar qualidades incomuns inerentes aos que lutam bons e decisivos combates.

Há cientistas para os quais o uso do martelo se transforma na única ferramenta que sabem usar. Para estes, todo e qualquer problema se reduz a um prego. O mestre L. A. Medeiros não é um desses. Ele é um cientista de espírito analítico, um intelectual que tem se dedicado à atividade acadêmica como um dever ou, uma missão recebida de Deus, desempenhando-a muito bem, em prol da boa qualidade da universidade brasileira, em particular, da boa qualidade do ensino de Matemática na UFRJ.

Creemos que a paixão de L. A. Medeiros por sua querida UFRJ e pela boa qualidade do sistema universitário brasileiro, consiste no amor à ciência, à boa qualidade do ensino de Matemática, à formação de discípulos.

L. A. Medeiros também contribuiu para a consolidação do sistema universitário brasileiro com ideias, ações, discussões, cursos, conferências e textos em níveis de graduação e de pós-graduação. Podemos visualizar as atividades da pequena comunidade matemática brasileira dos anos 1950, 1960, 1970, 1980 com a leitura dos números do Noticiário Brasileiro de Matemática (NBM), periódico que fora publicado pelo Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA). Aquele foi um período de muita atividade científica nas universidades sediadas principalmente no eixo: São Paulo - Rio de Janeiro - Brasília.

Em nossa visão cremos que L. A. Medeiros nunca esteve dividido entre o amor pela Análise Matemática moderna e rigorosa e a criativa Análise Matemática clássica, que ele tomara conhecimento quando ainda era aluno da Faculdade Nacional de Filosofia (FNFi). Cremos que o desenrolar de suas ações acadêmicas, de sua escolha pelos estudos da Análise Matemática, em particular, pelos estudos das Equações Diferenciais Parciais (EDP) e de sua dedicação à pesquisa científica foram em função de seu comporta-

mento acadêmico, seu desejo de ensinar e da compreensão da necessidade de formação de recursos humanos qualificados em Matemática.

O primeiro artigo publicado por L. A. Medeiros foi em 1950 na Revista Científica, intitulado “Sobre Funções Monógenas Areolares”, um tipo especial de funções de variável complexa, ver Medeiros (1950). No capítulo 1 daremos mais informações sobre este artigo. A partir de 1960, L. A. Medeiros passou trabalhar em Teoria Espectral das Transformações Lineares em Espaços de Hilbert. Ainda nos anos 1960 ele publicou resultados significativos em EDP, que foram obtidos quando desenvolvia estudos e pesquisa com o matemático F. E. Browder na Yale University e na University of Chicago, USA; ver Medeiros (1969). Dentre os recentes trabalhos de L. A. Medeiros citamos o artigo “On nonlinear wave equations of Carrier type”, J. Math. Anal. Appl., vol. 432, p. 565-582, 2015, e escrito em conjunto com seus ex-alunos M. Milla Miranda e A. T. Lourêdo. Ver (MIRANDA, LOURÊDO; MEDEIROS, 2015).

Foi nos estudos da Matemática com sua preparação para o ensino universitário que o temperamento de L. A. Medeiros teve sua expressão mais livre: curioso, otimista, crítico, teimoso, exigente, generoso, visão aguçada, honesto. Transformando-se finalmente em um cientista, em um excelente expositor.

A força de seu trabalho foi combinada com seu entusiasmo como professor. Os alunos que ele treinou no IMPA e depois no IM/UFRJ fizeram contribuições essenciais para muitas áreas das EDP. L. A. Medeiros tem vivido intensamente no mundo da Matemática. Ele foi e continua sendo: curioso, otimista, teimoso, exigente, elegante, educado e amigo.

Expressamos nossa gratidão ao prof. dr. L. A. Medeiros por sua extraordinária obra acadêmica, inclusive sua perseverança, em prol da boa qualidade da universidade brasileira, em prol do ensino de graduação e de pós-graduação de boa qualidade e, em prol da formação de jovens talentosos em Matemática. Obra que foi produzida durante seus mais de 60 anos de vida profissional trabalhados em universidades brasileiras sediadas principalmente no Estado do Rio de Janeiro, mas com ramificações em diversos outros Estados do Brasil e em universidades situadas no exterior.

Curitiba, Verão de 2018.

Clovis Pereira da Silva.

# Preface

*Ce qui me frappe le plus dans la carrière mathématique de Weierstrass,  
c'est l'unité remarquable de sa pensée, persévérant dans la durée et la  
variété de son travail*

*Henri Poincaré  
Savants et Écrivains*

Our first contact with prof. dr. Luis Aduino Medeiros was by letter in the 1970s, when we applied, through a formal registration, for a post, in the Masters, of the postgraduate program in Mathematics of the Institute of Mathematics of Federal University of Rio de Janeiro (IM/UFRJ in Portuguese). Obviously, we had, since the time of student of the mathematics course at Federal University of Paraná (UFPR in Portuguese), knowledge of his didactic texts written for undergraduate and graduate students in Mathematics. We were also aware of his actions and teaching at the Mathematics Department of National Faculty of Philosophy of the University of Brazil (FNFi/UB in Portuguese) and IM/UFRJ, and participated in the meetings of the Brazilian Colloquium on Mathematics, especially the 6th Brazilian Colloquium of Mathematics held in 1967, of which he was the coordinator.

When we receive the letter from prof. dr. Luis Aduino Medeiros informing us that we had been accepted for the program, we are pleased and immediately requested our removal, with remuneration, to the Department of Mathematics of UFPR to carry out the course Master in IM/UFRJ; at the time we were newly hired as Auxiliary Teacher Professor of the Department of Mathematics of Federal University of Paraná.

When we obtained the authorization requested, we traveled to the city of Rio de Janeiro and presented ourselves to prof. dr. Luis Aduino Medeiros in the IM/UFRJ that immediately produced a good impression for his educated, decent and noble manner in dealing with students. He asked us if we had a scholarship, we said that we had applied for a scholarship to UFPR,

through the newly created Institutional Teacher Training Program (PICD in Portuguese), but that we had not received confirmation because UFPR was still in the organizing phase of its Pro - Rectory for Research and Post - Graduation (PRPPG in Portuguese), and scholarships from the PICD had not yet arrived at UFPR. In this phase of the 1970s, the federal government had just completed the reform of the Brazilian university.

Then he told us the following: I will give you a temporary IM/UFRJ grant, when you receive your scholarship through UFPR, let me know so I can cancel the IM/UFRJ scholarship. And so it was done. He also asked us if we had already arranged where to live and also that an academic advisor had already been assigned to us and that, at the earliest opportunity we would speak with the academic advisor. This was done.

When we were in the regular period of classes in the IM/UFRJ, one day L. A. Medeiros informed us that it would take us the next day (to us students of the small group formed mostly by Auxiliary Teachers Professor from various public universities), to know the administrative part of the IM/UFRJ; according to your words, you will return to your universities and, one day, you may take administrative positions. And he did it with satisfaction and readiness. Much we learn from this example of the master L. A. Medeiros.

This is civilized, generous, decent behavior, beyond its competence, which characterizes a person educated, with good principles. It is this type of behavior that marks the affable and simple personality of the prof. dr. Luis Aduato Medeiros.

At the end of our course at IM/UFRJ, and after returning to Curitiba to assume our academic position in the Department of Mathematics at UFPR, we continued to maintain contact through letters (in that time there was no internet), with the master L. A. Medeiros who always guided us in academic-administrative procedures, for example, purchase of books and subscriptions of magazines for the library of the Sector of Exact Sciences of UFPR; presentation of projects to the National Council for Scientific and Technological Development (CNPq in Portuguese), with funding to carry out academic activities, procedure to obtain scientific initiation scholarships for undergraduate students (in the 1970s did not exist Institutional Program of Scientific Initiation Fellowships –PIBIC in Portuguese), encourage talented students to take summer courses, masters, doctorate etc. We performed these and other activities, after our return to the Department of Mathematics of Federal University of Paraná in the 1970s, and continued them in the 1980s and 1990s.

The academic or professional life of elite scientists deserves to be known to

members of Brazilian society. Among the Brazilian scientists, some of them participated in the period of boiling, creative effervescence and the formation of the scientific community of the country. Our honoree is one of these scientists. Brazilian society needs to know him. Brazilian mathematicians know him very well. By actively participating in the period of formation and consolidation of the Brazilian scientific community, from the 1950s onwards, he began to show unusual qualities inherent to those who fight good and decisive battles.

There are scientists for whom hammer use becomes the only tool they can use. For these, every problem is reduced to a nail. Master L. A. Medeiros is not one of those. He is an analytical-minded scientist, an intellectual who has devoted himself, while active in his professional life, to academic activity as a duty or, a mission received from God, and doing it very well for the good quality of the university, in particular, the good quality of mathematics teaching at UFRJ.

We believe that the passion of L. A. Medeiros for its beloved Federal University of Rio de Janeiro and, by extension, for the good quality of the Brazilian university system, consists in the love of science, especially the good quality of Mathematics teaching, the formation of disciples.

L. A. Medeiros also contributed to the consolidation of the Brazilian university system with ideas, actions, discussions, courses, conferences and texts at undergraduate and postgraduate levels. We can visualize the activities of the small Brazilian mathematical community of the 1950s, 1960s, 1970s, 1980s by reading the numbers of the Brazilian Mathematical News (NBM in Portuguese), a journal that was published by the Institute of Pure and Applied Mathematics (IMPA in Portuguese). That was a period of a lot of scientific activity in the universities based mainly in the axis: São Paulo - Rio de Janeiro - Brasília.

In our view we believe that L. A. Medeiros was never torn between the love of modern and rigorous Mathematical Analysis and the creative classical Mathematical Analysis, which he had learned as a student of the National Faculty of Philosophy (FNF $\phi$ ). We believe that the development of his academic actions, his choice for studies of Mathematical Analysis, in particular, the studies of Partial Differential Equations (PDE) and his dedication to scientific research were due to his academic behavior, his desire to teach and understanding the need for training of qualified human resources in mathematics.

The first article published by L. A. Medeiros was in 1950 in the Scientific Journal, entitled “Sobre Funções Monógenas Areolares”, a special type of

complex variable functions. In this paper the author presented, in the form of two theorems, important results concerning this class of functions. At the time this was a current topic in Mathematical Analysis; see Medeiros (1950). From 1960, L. A. Medeiros began to work in Spectral Theory of Linear Transformations in Hilbert Spaces. Still in the 1960s he published significant results in PDE, which were obtained while developing studies and research with the mathematician F. E. Browder at Yale University and the University of Chicago, USA, see Medeiros (1969). Among the recent works of L. A. Medeiros we cite the article “On nonlinear wave equation of Carrier type”, *J. Math Anal. Appl.*, Vol. 432, p. 565-582, 2015, and written together with his alumni M. Milla Miranda and A. T. Lourêdo. See (MIRANDA, LOURÉDO; MEDEIROS, 2015).

It was in the studies of mathematics with its preparation for university education that the temperament of L. A. Medeiros had its freest expression: curious, optimistic, critical, stubborn, demanding, generous, keen vision, honest. Finally becoming a scientist, an excellent exhibitor.

The strength of his work was combined with his enthusiasm as a teacher. The students he trained at IMPA and later at IM/UFRJ made essential contributions to many areas of EDP. L. A. Medeiros lived intensely in the world of Mathematics while he was active in his professional life. He was and remains: curious, optimistic, stubborn, demanding, elegant, educated and friend.

We express our gratitude to prof. dr. L. A. Medeiros for his outstanding academic work, including his perseverance, in favor of the good quality of the Brazilian university, in favor of good quality undergraduate and graduate education and in the formation of talented young students in mathematics. Work that was produced during its more than 60 years of professional life, worked in Brazilian universities, mainly located in the state of Rio de Janeiro, but with branches in several other states of Brazil and in universities located

Curitiba, Summer of 2018.

Clovis Pereira da Silva.

# Introdução

*Je suis mathématicien. Les mathématiques ont rempli ma vie:  
une passion pour la recherche et l'enseignement, tour à tour  
comme professeur à l'université et à l'École polytechnique.  
J'ai en même temps réfléchi au rôle des mathématiques, de la  
recherche et de l'enseignement, dans ma vie et celle des autres,  
aux processus mentaux de la recherche, et je me suis consacré  
pendant des décennies aux réformes bien nécessaires de  
l'Université et des grandes écoles [...].*

*Laurent Schwartz*

*Un Mathématicien Aux Prises Avec le Siècle*

O objetivo central deste livro é fazer a reconstrução, em sentido amplo, da vida acadêmica e, em particular, da influência científica do mestre Luis Adauto da Justa Medeiros junto à comunidade matemática brasileira e internacional, no período que vai desde o final dos anos 1940 até o ano de 2017. Não abordamos os projetos de pesquisa em Equações Diferenciais Parciais (EDP) desenvolvidos pelo homenageado, porque não é nosso objetivo neste livro. A esse respeito o leitor poderá consultar ZbMath. e Math. Reviews. O texto está organizado por cronologia e tema. Mas a abrangência geral é histórica.

A ideia de escrever este livro nos ocorreu há algum tempo, isto é, em novembro de 2013, quando participamos de um evento científico intitulado Encontro Paranaense de Matemática<sup>1</sup>, em comemoração aos 60 anos de existência da Sociedade Paranaense de Matemática (SPM); evento que foi realizado na Universidade Estadual de Maringá (UEM), pelo seu Departamento de Matemática. Nessa reunião científica o prof. dr. L. A. Medeiros foi homenageado pela UEM. Naquela oportunidade conversamos muito. Ficamos hospedados no mesmo hotel na bela, próspera e culta cidade de Maringá (PR).

---

<sup>1</sup>Evento anual que criamos nos anos 1980, quando éramos presidente da SPM

Porém, o livro só foi materializado nos dias atuais, pela conjugação de alguns fatos, dentre os quais o transcurso dos 90 anos de idade de L. A. Medeiros. Desses anos, mais de 60 deles foram dedicados à vida acadêmica; sendo grande parte dessa esplendorosa vida profissional dedicada à sua querida UFRJ, antes Universidade do Brasil (UB).

Outro fato que nos motivou a escrever este texto é o de ser vital para a sociedade brasileira recuperar, preservar e divulgar a memória do saber nacional, focalizando, em especial, os cientistas de elite que são os que produziram importantes trabalhos científicos em suas especialidades e que podem dizer a seus discípulos ou, não discípulos, mas que trabalham na mesma área de sua especialidade, o que de importante na ciência merece a atenção para a pesquisa científica em determinado momento. Esses são os homens que têm autoridade moral e científica para dizer a alguém que não perca tempo realizando pesquisa em tópicos periféricos da ciência. Nosso homenageado é um desses cientistas.

Com este texto estamos disponibilizando para a sociedade brasileira, em particular para as futuras gerações, uma parte preciosa da memória do saber nacional, na pessoa do prof. dr. Luis Aduauto Medeiros, um brasileiro que vem trabalhando há vários anos, sem interrupções, em diversos problemas oriundos da Análise Matemática, em particular, em Equações Diferenciais Parciais (EDP) e suas aplicações, com foco em Mecânica dos Sólidos e dos Fluidos. Julgamos ser importante para a sociedade brasileira saber que o prof. dr. L. A. Medeiros formou um grande contingente de especialistas em EDP, seus descendentes matemáticos em 1ª geração que, por sua vez, têm formado seus próprios descendentes matemáticos, que são os continuadores do trabalho iniciado pelo mestre L. A. Medeiros.

O prof. dr. L. A. Medeiros durante sua longa vida acadêmica contribuiu e, continua contribuindo - mesmo aposentado oficialmente como Professor Titular da UFRJ -, com trabalho sério, árduo e correto para o bom ensino de graduação e de pós-graduação em Matemática, na formação de jovens matemáticos e com ações administrativas apropriadas para desenvolver a universidade brasileira.

Com este livro o leitor terá uma visão panorâmica do perfil acadêmico do prof. dr. L. A. Medeiros por meio de seus diversos trabalhos (científico e administrativo) em prol da consolidação, do desenvolvimento, do ensino e da pesquisa em EDP no Brasil e de sua influência junto à comunidade matemática brasileira e internacional. O trabalho universitário de L. A. Medeiros não se restringiu apenas a UFRJ. Diversas outras instituições públicas do país foram beneficiadas com sua contribuição profissional.

O livro está formado por 10 capítulos, cada um dos quais aborda um aspecto da vida acadêmica de L. A. Medeiros. No capítulo 1, informamos ao leitor sobre a criação da FNFi da Universidade do Brasil, em 1939, seu Departamento de Matemática, e sobre as condições estruturais do sistema universitário brasileiro dos anos 1940. Ao leitor interessado em informações mais detalhadas sobre o sistema universitário brasileiro antes dos anos 1940, ver (SILVA, 2013, Cap. 1-2).

Na continuação do capítulo 1, apresentamos informações sobre a ida do jovem L. A. Medeiros para a cidade do Rio de Janeiro, então o mais importante centro cultural do Brasil, para cursar o ensino médio (na época chamado curso científico) e realizar, após esses estudos, exame vestibular na Universidade do Brasil (UB). Informamos ainda sobre a formação de L. A. Medeiros em Matemática, em nível de graduação, que foi realizada na FNFi da UB.

Logo em seguida informamos sobre o ingresso, a convite do prof. José Abdelhay (1917-1996), de L. A. Medeiros como professor Auxiliar de Ensino no Departamento de Matemática da FNFi e, posteriormente, seu estágio de dois anos, no IMPA, por sugestão de José Abdelhay, sob orientação de Leopoldo Nachbin, se preparando para o doutorado nos Estados Unidos da América. Lembramos que nessa época não havia sido institucionalizado no Brasil o ensino em nível de pós-graduação *stricto sensu*<sup>2</sup>.

Nos capítulos 2 e 3 narramos à aproximação científica entre L. A. Medeiros e L. Nachbin que culminou com a amizade dos dois que passaram a trabalhar juntos no IMPA e depois no Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (IM/UFRJ). Nesta unidade da UFRJ ambos desenvolveram árduos e profícuos trabalhos em prol da estruturação, consolidação, desenvolvimento, prestígio e visibilidade do IM/UFRJ, com a oferta de cursos de graduação e de pós-graduação de boa qualidade.

No capítulo 4 abordamos a fase de estudos e as pesquisas realizadas por nosso homenageado, sobre Espaços de Sobolev, Análise Funcional, EDP e Mecânica do Contínuo. Nos capítulos 5 e 6 informamos ao leitor sobre o trabalho administrativo de L. A. Medeiros no sentido de estruturar, consolidar e desenvolver as atividades do IM/UFRJ e credenciar, junto ao MEC/CAPES, os recém-criados programas de pós-graduação *stricto sensu* do Instituto de Matemática.

No capítulo 7 abordamos a aproximação científica de nosso homenageado com Jacques - Louis Lions, matemático francês. No capítulo 8 informamos sobre a descendência matemática, de 1ª geração, de L. A. Medeiros e repro-

---

<sup>2</sup>Ao leitor interessado sugerimos a leitura do Parecer CFE/CES nº 977/65, de 03/12/1965.

duzimos transcrições de depoimentos feitos por colegas, ex-alunos e familiares de L. A. Medeiros, por ocasião de evento realizado pelo IM/UFRJ em 2016, em homenagem ao transcurso dos 90 anos de idade de nosso homenageado. No capítulo 9 são comentados, pelo prof. dr. Manuel Milla Miranda, alguns dos trabalhos publicados por L. A. Medeiros.

O capítulo 10 é dedicado às considerações finais. Nesse capítulo resumimos as principais ações de L. A. Medeiros em sua vida profissional e algumas das homenagens por ele recebidas. Apresentamos também uma lista contendo as referências utilizadas e as sugeridas ao leitor.

Ao juntarmos todos os capítulos do livro obteremos um belo quadro que nos mostra claramente a formação acadêmica de L. A. Medeiros em nível de graduação e de pós-graduação, sua vida profissional, bem como os matemáticos que exerceram forte influência em sua formação profissional. O quadro também nos mostra o trabalho administrativo e a influência de nosso homenageado junto à comunidade matemática brasileira e mundial. O leitor atento perceberá, ainda, quatro características da vida profissional de nosso homenageado, as quais serão explicitadas no capítulo 10.

Para escrever este livro usamos somente fontes primárias referentes à vida acadêmica ou profissional de L. A. Medeiros. Nosso propósito é fornecer um contexto histórico dessa vida e resolver as inevitáveis inconsistências de um passado que está sendo lembrado.

Queremos agradecer ao prof. dr. Luis Aduato Medeiros pela aprovação de nosso projeto sobre o presente livro, pela generosidade do envio de fotos, documentos e informações sobre seu trabalho profissional, por nossa intensa conversa via internet, cartas e também pela leitura e pelas correções feitas ao longo da escrita dos capítulos do livro, indicando-nos as incorreções. Contudo, as incorreções resilientes são de nossa responsabilidade.

Agradecemos à senhora Lourdes Medeiros e a Sergio Medeiros pelo trabalho de transcrição dos depoimentos dados por colegas e familiares de L. A. Medeiros durante o evento realizado, pelo IM/UFRJ, em 2016, quando do aniversário de 90 anos de nosso homenageado.

Agradecemos ao prof. dr. Haroldo Clark e à prof<sup>a</sup>. dr<sup>a</sup>. Sandra Malta pela elaboração do texto sobre as conversas, a criação e a estruturação, em conjunto com nosso homenageado, do Encontro Nacional de Análise Matemática e Aplicações (ENAMA); à prof<sup>a</sup>. dr<sup>a</sup>. Ângela Rocha dos Santos por nos fornecer informações sobre L. A. Medeiros, inclusive foto do mesmo. Ao prof. dr. Dinamérico P. Pombo Jr. e ao prof. dr. Flávio Dickstein pela elaboração de textos em forma de depoimentos sobre o mestre L. A. Medeiros. Ao

prof. dr. Manuel Milla Miranda por ter aceitado nosso convite para escrever o capítulo 9.



# Introduction

*Si tous les hommes sont mes frères,  
Que me sont désormais ceux-là!*

*Sully Prudhomme*

*Repentir*

The purpose of this book is to reconstruct, in a broad sense, the academic life or unreal life and of the scientific influence of the prof. dr. Luis Aduato Medeiros with the Brazilian and international mathematical community, in the period that goes since the end of the 1940s, when he was admitted to the undergraduate course in Mathematics at the National Faculty of Philosophy of the University of Brazil (FNF<sub>i</sub>/UB in Portuguese), by the end of 2017. We do not address the research projects in Partial Differential Equations (PDE) developed by the honoree, because it is not our goal in this book. In this respect the reader may consult ZbMath and Math Reviews. The text is organized by chronology and theme. But the general scope is historical.

The idea of writing this book honoring the mathematician Luis Aduato Medeiros occurred some time ago, that is to say, in November of 2013, when we participated in a scientific event entitled Paranaense Meeting of Mathematics<sup>3</sup>, in commemoration of the 60 years of existence of the Mathematical Society of Paraná (SPM in Portuguese); an event that was held at the State University of Maringá (UEM in Portuguese), by its Department of Mathematics. At this scientific event, L. A. Medeiros was honored by UEM. At that time we talked a lot. We stayed in the same hotel in the beautiful, prosperous and cultured city of Maringá - Paraná.

However, the book was only materialized in the present day, by the conjugation of some facts, among them the 90 years of age of L. A. Medeiros. More than 60 of them have been dedicated to academic life; being a great part of

---

<sup>3</sup>Annual event that we created in the 1980s, at Federal University of Paraná (UFPR in Portuguese), when we were president of SPM.

this splendid professional life dedicated to his beloved Federal University of Rio de Janeiro, before University of Brazil, with undergraduate and post-graduate education, in the formation of disciples, in the scientific production and in the organization and structuring of the Institute of Mathematics of UFRJ (IM/UFRJ in Portuguese).

Another fact or motive that has impelled us to write this text, besides the honor and privilege in doing so, is that it is vital for Brazilian society to recover, preserve and disseminate the memory of national knowledge, focusing, in particular, the scientists of elite who are the ones who have produced important scientific works in their specialties and who can tell their disciples or not disciples but who work in the same area of their specialty, what is important in science and in their work specialty deserves attention for scientific research at a particular time in science. These are men who have moral and scientific authority to tell someone not to waste time conducting research on peripheral topics of science. Our honoree is one of those elite scientists.

With this text we are making available to Brazilian society, in particular for future generations, a precious part of the memory of national knowledge, in the person of prof. dr. Luis Adauto Medeiros, a Brazilian who has been working without interruption for several years, with several problems arising from Mathematical Analysis, in particular in Partial Differential Equations (PDE) and their applications, focusing on Solid and Fluid Mechanics. We think it is important for Brazilian society to know that prof. dr. L. A. Medeiros has trained a large contingent of PDE specialists, his 1st generation mathematical descendants who, in turn, have formed their own mathematical descendants, who are the continuators of the work begun by Master L. A. Medeiros.

The prof. dr. L. A. Medeiros during his long academic life contributed and continues to contribute - even officially retired as a Full Professor at UFRJ - with serious, hard and correct work for good undergraduate and graduate teaching in mathematics; in the formation of young mathematicians and, with appropriate administrative actions to recover the Brazilian university.

With this book the reader will have a panoramic view of prof. dr. L. A. Medeiros through his various works (scientific and administrative) in favor of the consolidation, development, teaching and research in PDE in Brazil and its influence with the Brazilian and international mathematical community. L. A. Medeiros's university work was not restricted to UFRJ alone. Several other public universities in the country have benefited from their professional contribution.

The book is composed of 10 chapters, each of which addresses an aspect of

the academic life of L. A. Medeiros. In chapter 1, we inform the reader about the creation of the FNFi of the University of Brazil in 1939, its Department of Mathematics, and the structural conditions of the Brazilian university system of the 1940s. To the reader interested in more detailed information about the Brazilian university system before the 1940s, see (SILVA, 2013, Chapter 1-2).

In the continuation of chapter 1, we present information about the trip from L. A. Medeiros to the city of Rio de Janeiro, then the most important cultural center of the country, to attend high school (at the time called scientific course) vestibular exam for the medical course of the National Medical School of the University of Brazil, a project idealized by his parents and that was not accomplished by the young L. A. Medeiros. We also report on the formation of L. A. Medeiros in Mathematics, at undergraduate level, which was held at FNFi, in the period from the late 1940s to the early 1950s.

Soon after we informed about the entrance, at the invitation of prof. José Abdelhay, of L. A. Medeiros as an Auxiliary Teachers Professor in the Mathematics Department of FNFi, and later his two-year internship at Institute of Pure and Applied Mathematics (IMPA in Portuguese), at the suggestion of José Abdelhay, under the guidance of Leopoldo Nachbin, preparing for his doctorate in the United States of America.

In chapters 2 and 3 we narrate the scientific approach between L. A. Medeiros and L. Nachbin that culminated in the friendship of the two who started working together at IMPA and later at the Institute of Mathematics of the Federal University of Rio de Janeiro (IM/UFRJ). In this unit of UFRJ both worked hard and profitable work for the structuring, consolidation, development, prestige and visibility of IM/UFRJ, with the offer of good quality undergraduate and postgraduate courses.

In chapter 4 we approach the study phase and the research done by our honoree on Sobolev Space, Functional Analysis, PDE and Continuous Mechanics. For readers who would like to explore this material or to further investigate the topics covered in these chapters, the references contain a number of appropriate entries. In chapters 5 and 6 we inform the reader about the administrative work of L. A. Medeiros in order to structure, consolidate and develop IM/UFRJ activities and to accredit, together with MEC/CAPES, the newly created postgraduate programs *stricto sensu* of IM.

In chapter 7 we approached the scientific approach of our honoree with Jacques-Louis Lions, creative French mathematician. In chapter 8 we report on the 1st generation mathematical descent of L. A. Medeiros and, we reproduce transcripts of statements made by colleagues and relatives of

L. A. Medeiros, at an event held by IM/UFRJ in 2016, in honor of the during the 90 years of our honored. In chapter 9 they are commented on by prof. dr. Manuel Milla Miranda, some of the works published by L. A. Medeiros.

Chapter 10 is devoted to the final considerations. In this chapter we summarize the main actions of L. A. Medeiros in his professional life, and some of the honors received by him. We also present a list containing the references used and suggested to the reader.

By joining all the chapters of the book we get a beautiful picture that clearly shows us the academic background - by L. A. Medeiros - at undergraduate and postgraduate level, his professional life, as well as mathematicians who had a strong influence on his professional training. The picture also shows us the administrative work, and the influence of our honoree with the Brazilian and world mathematical community. The attentive reader will also perceive four characteristics of the professional life of our honoree, which will be explained in chapter 10.

To write this book we use only primary sources concerning L. A. Medeiros' academic or professional life. Our purpose is to provide a historical context of this life and to resolve the inevitable inconsistencies of a past that is being remembered.

We would like to thank prof. dr. Luis Adauto Medeiros for the approval of our project on this book, for the generosity of sending photos, documents and information about his professional work; by our intense conversation via internet, letters and also by reading and corrections made throughout the writing of the chapters of the book, indicating us the inaccuracies. However, resilient inaccuracies are our responsibility.

We are grateful to Lourdes Medeiros and Sergio Medeiros for the transcription of the testimonies given by colleagues and relatives of L. A. Medeiros during the event held by IM/UFRJ in 2016, on the 90th anniversary of our honor. This book grew out of the loving efforts of L. A. Medeiros and his wife Lourdes Medeiros.

We thank prof. dr. Haroldo Clark and Prof. dr. Sandra Malta for writing the text on conversations, creating and structuring, together with our honoree, the National Meeting on Mathematical Analysis and Applications (ENAME); to profa. dra. Ângela Rocha dos Santos for providing us with information about L. A. Medeiros, including a photo of him. To prof. dr. Dinamérico P. Pombo Jr., and to prof. dr. Flavio Dickstein for writing texts in the form of testimonials to master L. A. Medeiros. To prof. dr. Manuel Milla

Miranda for accepting our invitation to write chapter 9.



# Capítulo 1

*A Universidade diz respeito a toda a nação, e me dirijo a todos os cidadãos para que eles colaborem para levantar a Universidade em crise [...]. A Universidade não está integrada na vida nacional, no mundo produtivo; ela vive voltada sobre si mesma, e é provavelmente aí que está a fonte de todos os seus males [...]. Não há exemplo de país desenvolvido que possua uma Universidade subdesenvolvida; a degradação da Universidade nos conduz ao subdesenvolvimento, à perda de nossa identidade nacional e nossa cultura, uma das mais belas do mundo, enfraquecendo nossa tecnologia e baixando nosso nível de vida [...].*

*Laurent Schwartz*

*Pour sauver l'Université*

## 1. A Jovem Senhora, a Faculdade Nacional de Filosofia

Neste capítulo daremos breves informações históricas sobre a criação da Faculdade Nacional de Filosofia (FNF<sub>i</sub>) da Universidade do Brasil, instituição na qual Luis Adauto Medeiros fez seus estudos de graduação e iniciou sua carreira acadêmica como professor. Para que o leitor entenda o contexto do ambiente acadêmico no Brasil da época, no qual estudou e trabalhou nosso homenageado, daremos também informações sucintas sobre a estrutura do sistema universitário brasileiro no período entre os anos 1940 e 1970.

O Decreto Federal nº 1.190, de 04/04/1939, criou a FNF<sub>i</sub>, como uma unidade da Universidade do Brasil (UB). Dentre os cursos que seriam ofertados por essa nova instituição, foi criado, pelo Decreto citado, o curso de bacharelado em Matemática, sob a responsabilidade do Departamento de Matemática. Este curso tinha uma grade curricular de três anos, para detalhes, ver (SILVA, 2013, p. 204-205).

A condição de oferta, pela FNFi, de um único curso de graduação em Matemática, com grade curricular de três anos permaneceu durante o período de 1939 a 1946. O objetivo de seus criadores era formar professores e pesquisadores em Matemática para o ensino superior. Naquele momento não houve a preocupação com a necessidade de formação de professores de Matemática para o ensino básico (fundamental e médio).

Em 1947 foi criado outro curso denominado licenciatura em Matemática, com grade curricular de quatro anos. Este curso tinha por propósito formar professores de Matemática para o ensino fundamental e médio, segundo Silva (2002, p. 112), mas *”a ênfase nos conteúdos específicos da Matemática era muito grande. Visava realmente à preparação de um professor que poderia dar continuidade aos estudos para aprofundar-se na pesquisa matemática”*. Assim, a partir de 1947, passaram a ser ofertados na FNFi dois cursos de graduação em Matemática: licenciatura, de quatro anos e bacharelado, de três anos, de duração.

O Departamento de Matemática da FNFi com as Cátedras seguintes: Análise Matemática e Superior, Geometria, Complementos de Matemática, foi criado com parte de professores oriundos do Departamento de Matemática da Escola de Ciências, da Universidade do Distrito Federal (UDF)<sup>4</sup>, que havia sido extinta no mesmo ano de criação da FNFi. Lélío Gama (1892-1981)<sup>5</sup>, um dos professores da UDF, ficou responsável pelas disciplinas da Cátedra de Análise Matemática e Superior. Outro professor oriundo da UDF foi Francisco de Oliveira Castro (1902-1993), que trabalhava junto com Lélío Gama. Posteriormente, Lélío Gama optou por se dedicar integralmente ao Observatório Nacional, onde assumiu o cargo de Diretor, pois tinha preferência pela Astronomia e F. de Oliveira Castro se fixou no Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF).

O Departamento de Matemática da FNFi herdara também do Departamento de Matemática da Escola de Ciências da UDF uma atmosfera de gosto pela pesquisa básica associada ao ensino de graduação de boa qualidade, e continuou com essa herança. Portanto, uma das características do Departamento de Matemática da FNFi em seus primórdios era que seus docentes voltavam-se, em suas atividades, para a formação de professores

---

<sup>4</sup>A UDF, uma instituição estadual, foi criada no ano de 1935, por iniciativa, dentre outros, de Anísio Teixeira, via Decreto assinado pelo então prefeito do DF, Pedro Ernesto. Ela existiu por apenas quatro anos e foi extinta como parte de acordo entre o governo federal e o governo do Distrito Federal.

<sup>5</sup>Na época, Lélío Gama se dedicava a pesquisa científica em linhas atuais desenvolvidas por matemáticos franceses como: H. Poincaré, E. Goursat, E. Borel, H. Lebesgue, R. Baire, G. Darboux, dentre outros.

universitários, professores do ensino básico (fundamental e médio) e para a pesquisa científica básica.

Segundo relatos de L. A. Medeiros em correspondência privada e em Medeiros (1984), os Departamentos de Matemática, Física, Química e História Natural da FNF*i* criaram, nos anos 1950, o periódico *Revista Científica*, uma ideia do prof. Armando Dias Tavares. Com a criação dessa revista, cujo objetivo era registrar as atividades acadêmicas de professores e alunos, pretendia-se estimular o ambiente de pesquisa acadêmica nos Departamentos acima citados e também nos Departamentos análogos de outras Faculdades localizadas em diversos Estados. A ideia central era estimular, com a *Revista Científica*, a criação no Brasil de um bom ambiente científico.

Voltemos à FNF*i* antes do ingresso de L. A. Medeiros como aluno. Enquanto perdurou na FNF*i* a oferta de um único curso de graduação em Matemática, o bacharelado, para manter um bom padrão de qualidade desse curso e incentivar a pesquisa científica básica, no ano de 1940, em plena 2<sup>a</sup> Guerra Mundial, a UB contratou dois matemáticos italianos como professores visitantes, para o Departamento de Matemática da FNF*i*, que foram: Gabrielle Mammana (1893-1980), analista especializado em Cálculo das Variações, para reger a Cátedra de Análise Matemática e Superior e Achille Bassi (1909-1979), para reger a Cátedra de Geometria.

Achille Bassi introduziu na FNF*i* as primeiras noções de Topologia Algébrica, uma novidade para os estudantes brasileiros. G. Mammana<sup>6</sup> introduziu tópicos de Análise Matemática clássica como: Equações Diferenciais Ordinárias, Cálculo das Variações, Equações Integrais, Funções Complexas.

Vários dos resultados das pesquisas de G. Mammana em Análise Matemática foram publicados nos Anais da Academia Brasileira de Ciências (ABC) da época (anos 1940 e 1942). Ele exerceu forte influência científica no Departamento de Matemática da FNF*i* nesse período, culminando com o fato de que alguns jovens professores e alunos talentosos desenvolvessem projetos de pesquisa científica.

Um dos jovens professores de Análise que se aproximou de G. Mammana foi José Abdelhay (1917-1996). Ele iniciou sua vida acadêmica como professor na FNF*i*, em 1940, como Assistente de G. Mammana. Para detalhes sobre a vida acadêmica de José Abdelhay, ver Medeiros (1996).

Um dos alunos talentosos que tinha forte interesse em Matemática e que se aproximara de G. Mammana, mesmo não sendo seu aluno formal, foi

---

<sup>6</sup>A FNF*i* também contratou outro professor visitante italiano, L. Sobrero (1907-1973), que era físico teórico.

Leopoldo Nachbin (1922-1993), então aluno da Escola Nacional de Engenharia da UB. Para mais informações sobre as atividades do Departamento de Matemática da FNFI nessa época, ver (MEDEIROS, 1984). Segundo Medeiros (1996b): “A influência de Mammana foi marcante nesta fase inicial do Departamento de Matemática da FNFI”.

Para situar o leitor interessado no contexto universitário do Brasil da época, entenda-se, eixo São Paulo-Rio de Janeiro, cabe lembrar o que segue. Na história da Matemática no Brasil, as organizações elaboradas pelos gestores do sistema universitário da época surgiram em duas fases de um processo, que se complementam.

A primeira fase foi a parte necessária para a transferência do saber matemático estabelecido na época. Isto aconteceu com a contratação de bons matemáticos por instituições de ensino superior sediadas em São Paulo e no do Rio de Janeiro. Em 1934 a FFCL/USP contratou como professores visitantes dois matemáticos e um físico teórico, todos italianos, para iniciarem o processo de ensino e pesquisa científica nessa unidade. Foram L. Fantappiè (1901-1956), analista, G. Albanese (1890-1948), geômetra. G. Albanese chegou à USP em 1936. E o físico teórico G. Wathagin (1899-1986).

Em 1940, a FNFI contratou também dois matemáticos e um físico teórico, todos italianos, como acima citamos. E, logo após a 2ª Guerra Mundial, algumas instituições de ensino superior localizadas no estado de São Paulo, contrataram, como professores visitantes, diversos matemáticos estrangeiros. Estas instituições foram o ITA e a Escola de Engenharia da USP de São Carlos, atual ICMC/USP de São Carlos. Na continuação de suas atividades acadêmicas, estas instituições sediaram importantes eventos científicos em Matemática.

Nessa primeira fase, o propósito central dos gestores do incipiente sistema universitário brasileiro e do governo federal era iniciar o processo de criação de bons cursos de graduação, treinar e formar discípulos e encetar a fase de pesquisa científica básica associada ao ensino em Matemática e em Física. Na segunda fase do processo, o propósito desses gestores era iniciar a pesquisa científica avançada e a pesquisa tecnológica.

O objetivo da primeira fase foi alcançado, pois todos os professores estrangeiros que trabalharam no Brasil nesse período muito contribuíram para a fase de formação de matemáticos e físicos brasileiros. Eles, além de ministrarem disciplinas em cursos de graduação, ministraram também disciplinas avançadas em nível de pós-graduação, organizaram e dirigiram seminários de formação. Alguns deles orientaram teses de doutorado de estudantes brasileiros. Já os objetivos relativos à segunda fase do processo não foram

totalmente alcançados. Em verdade, não houve continuidade do processo para o pleno desenvolvimento da pesquisa avançada em Matemática visando aplicação à tecnologia. Após o término da 2ª Guerra Mundial, faltou ao governo federal visão estratégica de futuro para criar no Brasil um excelente sistema universitário<sup>7</sup>.

Na cidade do Rio de Janeiro, a FNFi contratou, a partir de 1945, como professores visitantes, os matemáticos que trabalhavam no exterior: Antônio Monteiro (1907-1980), português; M. Stone (1903-1989); A. A. Abert<sup>8</sup> (1905-1972); W. Ambrose (1914-1995). Os três últimos trabalhavam em universidades norte-americanas e, a partir de 1952, a FNFi contratou, como professores visitantes, os matemáticos franceses L. Schwartz<sup>9</sup> (1915-2002), que ministrou curso sobre Teoria das Distribuições; J. Dieudonné (1906-1992), ministrou curso sobre Análise Harmônica clássica; C. Ehresman (1905-1979), que ministrou curso sobre Geometria Diferencial. Para detalhes técnicos ver Medeiros (1984).

Nessa fase da FNFi, M. Stone ministrou um curso sobre Anéis de Funções Contínuas, tópico que foi muito estimulante para alunos e professores do Departamento de Matemática da FNFi. W. Ambrose ministrou um curso sobre Representação de Grupos Localmente Compactos. Este curso foi também muito profícuo para alunos e professores do Departamento de Matemática da FNFi.

Façamos um parêntese para lembrar ao leitor o que segue. No período de 1949 aos anos 1950, emergiram lutas internas que visavam o poder na FNFi da UB, não apenas pela direção da instituição, ou do Departamento de Matemática, mas principalmente pelo poder de visibilidade da área de conhecimento de um determinado grupo de professores, e também por disputa de posições acadêmicas de prestígio. Essas lutas começaram a aflorar no

---

<sup>7</sup>Os gestores do Brasil na época deveriam, se tivessem tido interesse, ter lido o documento escrito pelo professor V. Bush para o governo dos Estados Unidos da América, intitulado “Science: The Endless Frontier”, elaborado em 25 de julho de 1945, pelo Dr. Vannevar Bush, Diretor do Office of Scientific Research and Development, órgão ligado à Presidência dos Estados Unidos da América. Neste documento, dentre outras propostas e recomendações ao Presidente dos Estados Unidos da América, o Dr. V. Bush definiu a estruturação do sistema norte-americano de pesquisa.

<sup>8</sup>A. A. Albert ministrou na FNFi o primeiro curso regular de Álgebra Abstrata (na época chamada Álgebra Moderna). Como texto ele utilizou seu livro intitulado *Modern Higher Algebra*, University of Chicago Press, 1937.

<sup>9</sup>As notas de aulas do curso ministrado por L. Schwartz, na FNFi, sobre Teoria das Distribuições não foram publicadas. Ele publicou o artigo *Division par une Fonction Holomorphe sur une Variété Analytique Complexe*, *Summa Brasiliensis Mathematicae*, v. 3, fasc.0, p.181-209, 1955.

Departamento de Matemática da FNF*i*, conforme nos lembra Silva (2002, p. 105), quando diz o seguinte:

*Uma vez que a formação de pesquisadores em Matemática foi estimulada na FNF*i*, começaram a surgir embates de disputa pelo poder. No campo científico, que ainda estava na sua fase inicial de formação, é visível uma luta de interesses e de demarcação de espaços por parte daqueles que começaram a exercer liderança no meio acadêmico. [...].*

Um desses embates que existiu no Departamento de Matemática da FNF*i*, a partir do ano de 1949, gerou um ambiente de convivência muito difícil, hostil até, entre colegas do Departamento. A hostilidade se agravou naquele ano, com a não renovação, pela Reitoria da UB, do contrato de trabalho do professor visitante António Monteiro e, se intensificou a partir do ano de 1950.

Outro embate que existiu no Departamento de Matemática da FNF*i* e que estava ligado ao embate anterior diz respeito ao seguinte. Devido a impasse administrativo de difícil solução nos anos 1950, a luta entre grupos de professores do Departamento de Matemática chegou à justiça federal. Este fato ocorreu em função da abertura de concurso público, em 1950, para preencher o cargo de professor Catedrático, da Cátedra de Análise Matemática e Superior do Departamento de Matemática.

G. Mammana, ao regressar à Itália em 1942, indicou seu assistente José Abdelhay (1917-1996) para assumir interinamente a cadeira de Análise Matemática e Superior do Departamento de Matemática da FNF*i*. Em 1950 a FNF*i* abriu concurso público de provas e títulos para preencher a cátedra em questão. Dois candidatos se inscreveram ao concurso José Abdelhay que apresentou a tese intitulada Bases para os Espaços de Banach, Rio de Janeiro, 1950<sup>10</sup>, e Leopoldo Nachbin que apresentou a tese intitulada Topologia e Ordem, University of Chicago Press, 1950<sup>11</sup>. Eles pertenciam a grupos

---

<sup>10</sup>Em sua tese o prof. José Abdelhay abordou os seguintes tópicos: Bases absolutas e regulares; Complementos e aplicações; Bases para subespaços; Bases para espaços conjugados; Bases para os espaços de Banach complexos, ver (ABDELHAY, 1950). Para escrever esta tese José Abdelhay foi fortemente influenciado pelo livro de S. Banach, intitulado Théorie des Opérations Linéaires. Para mais informações sobre este concurso, ver (MEDEIROS, 2001).

<sup>11</sup>Em Topologia e Ordem, sua tese para o concurso, Leopoldo Nachbin introduziu os conceitos de: Espaço Topológico Normalmente Ordenado, Espaço Compacto Ordenado e Espaço Uniforme Ordenado. Ele generalizou a estes espaços os resultados da teoria já obtidos por P. Urysohn e A. Weil. Para detalhes técnicos, ver (MEDEIROS, 2001, p.19-27). Este trabalho de L. Nachbin foi reimpresso em 1976 pela Editora Krieger, USA, sob o título Topology and Order. Este trabalho foi aplicado posteriormente por outros matemáticos

de professores distintos. Para detalhes sobre a história desse concurso, ver (SILVA, 2013, p. 230-231 e 247-248).

Fechemos o parêntese. A segunda fase do processo acima referido e que diz respeito ao ensino universitário de Matemática foi iniciada a partir de 1950 e ampliada nos anos 1960, quando da criação, pelo governo federal, dos programas de pós-graduação *stricto sensu*, Mestrado e Doutorado. Ver Parecer CFE/CES nº 977/65, de 03/12/1965.

Essa fase do processo principiou quando os matemáticos estrangeiros que trabalhavam em instituições situadas no eixo São Paulo – Rio de Janeiro tiveram que regressar a seus países de origem. Os discípulos desses professores assumiram os postos acadêmicos de seus mestres e iniciaram um processo nos anos 1950 e início dos anos 1960, com o objetivo de selecionar estudantes talentosos para realizarem o Doutorado em Ciências (Matemática) em áreas previamente escolhidas e em boas universidades localizadas no exterior.

Os jovens selecionados receberam orientações acadêmicas em instituições sediadas em São Paulo e na cidade do Rio de Janeiro antes de viajarem para o exterior, como foi o caso de L. A. Medeiros. Nessa época, o governo federal estava dando os primeiros passos na direção de criação, organização e implementação de programas de bolsas de estudos para o apoio em Ciência & Tecnologia. A CAPES e o CNPq eram órgãos recém-criados.

As estratégias acima referidas visavam ainda a criação e oferta de programas de pós-graduação em nível de excelência. Nesse contexto foi criado e executado, nos anos 1970, o Programa Institucional de Capacitação de Docentes (PICD).

No ano de 1964 foi criado o Instituto de Matemática da UB (IM/UB), com a junção dos Departamentos de Matemática da FNFi, da ENE e dos Departamentos de Matemática das outras Faculdades e Escolas da UB. Os professores dos Departamentos foram transferidos para o IM/UB. A UB foi transformada em 1965, em UFRJ, ver (FÁVERO, 2000). No Capítulo 5 daremos informações detalhadas a respeito dessa transformação. É no contexto universitário acima descrito que se insere nosso homenageado L. A. Medeiros.

---

em: Equações Diferenciais Parciais, Probabilidade e em Economia Matemática.

## 2. Os Estudos de Graduação de Luis Adauto Medeiros: de Pacatuba (CE) para a Cidade do Rio de Janeiro

*O que eu temo? A mim mesmo? Não há ninguém por perto.*

*William Shakespeare*

*Ricardo III, ato 5, cena 3*

Luis Adauto Medeiros nasceu em Fortaleza (CE), no dia 24 de fevereiro de 1926. Após os estudos primário e ginasial (atual ensino fundamental) no Ceará, ele foi, em janeiro de 1944, com seus pais para a cidade do Rio de Janeiro, então Distrito Federal, para continuar os estudos. Deveria inicialmente matricular-se no então curso científico (atual ensino médio), com três anos de duração, visando sua preparação para fazer o exame vestibular à Faculdade de Medicina da Universidade do Brasil. Era projeto de seus pais que L. A. Medeiros obtivesse a graduação em Medicina na UB. Como médico, o projeto dos pais incluía seu regresso ao Ceará para continuar o trabalho de alguns de seus parentes que exerciam a Medicina na cidade de Fortaleza.

Chegaram à cidade do Rio de Janeiro, após uma viagem terrestre épica que durou 22 dias (em plena 2ª Guerra Mundial eram precários no Brasil os transportes marítimo e aéreo). Seus pais conseguiram matricular o jovem L. A. Medeiros no Colégio Anglo Americano, situado à Praia de Botafogo (o desejo de seus pais era matricular o filho no Colégio Santo Inácio, pois seus primos estudavam nesse Colégio, mas não havia mais vaga quando eles chegaram ao Colégio).

No Colégio Anglo Americano o jovem L. A. Medeiros fez o curso científico que o habilitava a se inscrever no exame vestibular para ingressar no curso de Medicina da Universidade do Brasil. Porém, a exemplo do projeto de família do jovem francês Sully Prudhomme, o jovem L. A. Medeiros não realizou o projeto de seus pais, como veremos a seguir.

Ao mostrar habilidades e muito interesse pela matemática básica e talento para resolver problemas apresentados durante o curso científico, seu professor de matemática do Colégio Anglo Americano, Silvio Pinto Lopes, com quem estudou durante três anos, o incentivou a realizar o exame vestibular para o curso de Matemática da FNFi. Ele assim o fez.

Ao ser aprovado nesse exame, onde foram realizadas provas escritas e provas orais, Luis Adauto Medeiros matriculou-se em 1948 no curso de licenciatura em Matemática da FNFi. Ele contrariou o projeto de família e

de grande parte dos amigos da família<sup>12</sup>, ao acatar a sugestão de seu mestre para fazer os estudos superiores em Matemática. Para informações sobre a grade curricular do curso de licenciatura em Matemática ofertado pela FNFi no período de 1947 a 1955, ver (SILVA, 2002, p. 112).

Em 1951, Luis Aduato Medeiros concluiu o curso de licenciatura em Matemática e recebeu o grau de licenciado em Matemática. Como era praxe para o licenciado que assim desejasse, posteriormente, ele se matriculou no curso de bacharelado em Matemática da FNFi e, em 1956, recebeu o grau acadêmico de bacharel em Matemática.

Consciente, desde idade precoce, de seu talento para os estudos de matemática, L. A. Medeiros apenas descobriu o quanto esse talento contribuiu para o desenvolvimento de seus dons. Com o interesse amadurecido nos estudos da Álgebra clássica ainda no Colégio, seu pragmatismo o atraiu, após a graduação, para a Análise Matemática e aí poderia escolher como especialidade estudar Equações Diferenciais Parciais (EDP), pois pretendia estudar alguns fenômenos físicos utilizando ferramentas da Análise Matemática.

Um dos Seminários realizados, em 1950, no Departamento de Matemática da FNFi, foi orientado pelo prof. Carlos Alberto Aragão de Carvalho (1924-1982) e intitulado Teoria das Funções. Neste Seminário Luis Aduato Medeiros apresentou o trabalho “Sobre Funções Monógenas Areolares”. Ver Medeiros (1950). Neste trabalho o autor estudou um tipo especial de funções de variável complexa, chamadas funções monógenas areolares, e apresentou dois importantes resultados, a saber:

**Teorema 1:** *Se  $f(z)$  é monógena no domínio  $D$ , então ela é monógena areolar em  $D$ . Isto é, a classe das funções monógenas areolares é mais abrangente que a classe das funções monógenas.*

---

<sup>12</sup>Lembramos que o pensador e poeta francês Sully Prudhomme (1839-1907), a exemplo de L. A. Medeiros, também contrariou sua família e amigos íntimos, quando ao término do ensino secundário no Liceu Bonaparte, em Paris, escolheu seguir os estudos de ciências, quando todos esperavam e desejavam que ele escolhesse os estudos em letras. Mas S. Prudhomme acatou os conselhos de seu mestre da pensão (internato) onde morava. Posteriormente, quando se preparava para os exames da Escola Politécnica de Paris, desistiu dos exames por causa de uma infecção em um dos olhos que o impediu de estudar. Assim, voltou para sua casa em Lyon e, ao recuperar a saúde, preparou-se para os exames na especialidade de letras. Prudhomme escreveu uma obra sobre a filosofia da Matemática. Esta obra foi posteriormente analisada por H. Poincaré. Aos interessados sugerimos a leitura de “Sully Prudhomme Mathématicien”, Rev. gén. sci. pures et appl., p. 657-662, 1909. Ao leitor interessado sobre S. Prudhomme sugerimos a leitura do livro de Jorge Sotomayor, intitulado “Um poeta, um Matemático e um Físico: Três Ensaio Biográficos por Henri Poincaré”, São Paulo: EdUSP, 2008.

**Teorema 2:** *Se  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  é uma função monógena areolar em  $D$  e possui nesse domínio derivadas até a quarta ordem contínuas, então suas partes real e imaginária são funções bi-harmônicas em  $D$ .*

Isto quer dizer que a parte real e a parte imaginária de uma função monógena areolar satisfazem a uma condição menos restritiva, porém análoga das que verificam as correspondentes parte real e parte imaginária de uma função monógena. Isto é, elas são bi-harmônicas.

Ao leitor interessado na demonstração dos dois teoremas sugerimos Medeiros (1950).

Este foi o primeiro artigo científico publicado por Luis Adauto Medeiros. Ele ainda era aluno da FNFfi. Lembramos que o assunto abordado no artigo por L. A. Medeiros era atual nos estudos da Análise Matemática da época.

Nosso homenageado foi aluno de bons professores que ministravam aulas no curso de Matemática da FNFfi. Ele teve uma boa formação matemática em nível de graduação. Dentre os que foram seus professores citamos: José Abdelhay (1917-1996), António A. Monteiro<sup>1</sup> (1907-1980), português (professor visitante da UB), Alvércio Moreira Gomes (1916-2003), Carlos Alberto Aragão de Carvalho (1924-1982) e Leopoldo Nachbin (1922-1993). Para que o leitor visualize a boa qualidade em ensino que existia no Departamento de Matemática da FNFfi, reproduzimos dois depoimentos de ex-alunos de António Monteiro. Assim se expressou a professora Maria Laura Mouzinho L. Lopes (1917-2013), ver (LOPES, 2007. p. 17):

*A vinda do Professor António Monteiro, em 1945, como Professor Visitante da Faculdade Nacional de Filosofia (FNFfi) da Universidade do Brasil, foi para mim um Encontro Essencial [...]. Por extensão, ouse afirmar que um Encontro Essencial para a Matemática do Rio de Janeiro. Os seus cursos e seminários sobre Topologia Geral, Espaços de Hilbert, Análise Funcional e, principalmente, Conjuntos Ordenados, Reticulados e Álgebras de Boole atraíam os jovens professores da FNFfi e da Escola Nacional de Engenharia e também estudantes de ambas as instituições. Era a atualização desejada em Matemática e abriam as perspectivas para a pesquisa.*

Outro aluno de António Monteiro foi o professor Paulo Ribenboim que disse o seguinte sobre seu mestre (RIBENBOIM, 2007, p.19):

*Em 1947 fui aluno do António Monteiro, na Faculdade Nacional de Filosofia do Rio de Janeiro, onde ele ministrou um curso sobre equações integrais. Segui também com grande interesse o seminário que ele fez sobre filtros e ideais e, a pedido de Monteiro, redigi o segundo fascículo que foi publicado na coleção brasileira “Notas de Matemática”. Inspirado pelo seminário*

*fiz o meu primeiro trabalho de pesquisa onde provei que a variedade dos reticulados de Brouwer pode ser definida por equações.*

*O contato com Monteiro era muito fácil e o interesse que ele tinha pelos seus estudantes de pesquisa constante e generoso.*

*Aos jovens, o carisma e a honestidade intelectual de Monteiro eram exemplares e um modelo que não me abandonou.*

L. A. Medeiros também assistiu aulas e conferências de vários professores visitantes, que foram contratados pelo Departamento de Matemática e pelo Departamento de Física da FNF*i*, entre os quais: Marshall Stone, A. A. Albert e W. Ambrose, L. Schwartz, J. Dieudonné, C. Ehresmann.

Segundo informações que nos passou, em correspondência privada, o prof. L. A. Medeiros, o período que vai de 1945 até o ano de 1953 foi extremamente importante para o Departamento de Matemática da FNF*i* e para o desenvolvimento da matemática no Brasil.

Em 1952 L. A. Medeiros foi convidado pelo professor José Abdelhay para exercer, via contrato anual, a função de professor Auxiliar de Ensino, na Cátedra de Análise Matemática e Análise Superior, da FNF*i*, da qual José Abdelhay era o responsável. Cabe lembrar que um convite dessa natureza não era feito, pelo professor responsável pela Cátedra, a qualquer ex-aluno.

Na época, para pertencer ao corpo docente efetivo da UB, L. A. Medeiros teria que ser aprovado em concurso público de provas e títulos para o cargo inicial de professor Assistente, o que foi feito posteriormente.

Em 1976, L. A. Medeiros fez concurso público de provas e títulos para o cargo de Professor Titular do Departamento de Métodos Matemáticos do IM/UFRJ. Sua tese constou da análise de modelos matemáticos para escoamento de fluidos, intitulada “Alguns Modelos para o Estudo da Equação de Benjamin–Bona–Mahony”. Ver Medeiros (1976b). Para mais detalhes ver capítulo 4.

Voltemos à FNF*i*. Por falta de recursos financeiros adequados oriundos do governo federal, não houve continuidade no bom trabalho que foi desenvolvido a partir dos anos 1940, no Departamento de Matemática da FNF*i*, da Universidade do Brasil. Desse modo, no início de 1958 o Departamento de Matemática da FNF*i* entrou em fase de estagnação. No dizer de Medeiros (1984, p.14):

*Provavelmente a crise no nosso sistema universitário da época fosse um fator marcante para a crise de novos objetivos dentro do próprio Departamento. Não havia, nesta fase, possibilidades de oferecer condições de*

*trabalho semelhantes aos de outras instituições, resultando daí dificuldade em contratar novos professores de boa qualificação, os quais procuravam outros locais de trabalho com melhores condições. O nível das disciplinas lecionadas no Departamento de Matemática era excelente. Esta unidade desempenhou papel importante na preparação de matemáticos de 1939 a 1960, aproximadamente. Os efeitos deste trabalho podem ser constatados se observarmos o grande número de docentes de algumas universidades do Rio de Janeiro que por lá passaram, assim como de outros estados na época. Além de professores universitários, vários estatísticos famosos do Rio de Janeiro tiveram sua formação básica em matemática naquele departamento destacando-se, entre outros, Rio Nogueira e Jessé Montello, fundador da Escola Brasileira de Estatística do IBGE no Rio de Janeiro.*

Prédio onde funcionou a FNFi da UB, entre 1943-1968.  
Av. Presidente Antônio Carlos, 40, Centro – Rio de Janeiro.



Figura 2

Foto: Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática,  
Número especial, 2007.

**Professores do Departamento de Matemática da FNFi da UB e Professores Visitantes do Departamento de Matemática da FNFi da UB, 1948.**



**Figura 3**

Sentados da esquerda para a direita: Antônio A. Monteiro, A. A. Albert, Marshall Stone, Luis Ernesto de O. Junior, José Abdelhay. Em pé da esquerda para a direita: Alvércio M. Gomes, Maria Laura Mousinho, Leopoldo Nachbin, Marília Peixoto, Carlos Alberto A. de Carvalho.

Foto: Cortesia do prof. dr. Luis Aduino Medeiros

# Capítulo 2

## Aproximação de Luis Aduato Medeiros com Leopoldo Nachbin

*Será que compreender a demonstração de um teorema é examinar sucessivamente cada um dos silogismos que a compõem e constatar que ele está correto, de acordo com as regras do jogo? Para alguns sim; quando tiverem feito essa constatação, dirão: compreendi. Para a grande maioria, não. Quase todos são bem mais exigentes, querem saber não apenas se todos os silogismos de uma demonstração estão corretos. Mas por que eles se articulam em certa ordem e não em outra. Não acham que compreenderam enquanto lhes parecer que os silogismos são fruto do capricho e não de uma inteligência constantemente consciente do objetivo a atingir. Sem dúvida, não perceberam muito bem o que querem reclamar e não saberiam formular o que desejam.*

*Jacques Hadamard*

*Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique*

Neste capítulo daremos informações sucintas sobre o processo de aproximação de L. A. Medeiros com Leopoldo Nachbin, quando era aluno de graduação e, a partir desse período, como L. Nachbin passou a ser orientador acadêmico de L. A. Medeiros durante dois anos. Esta orientação acadêmica visava à preparação de L. A. Medeiros para os estudos de doutorado em uma boa universidade do exterior.

No ano de 1951, Luis Aduato Medeiros foi um dos alunos de Leopoldo Nachbin nas aulas ministradas por este, sobre Teoria das Distribuições, assunto muito novo na época e que foi desenvolvido pelo matemático francês Laurent Schwartz<sup>13</sup>. Este tópico fazia parte, mesmo de forma elementar,

---

<sup>13</sup>Em 1940 L. Schwartz foi um dos ganhadores do prestigiado Prêmio Medalha Fields,

do programa da disciplina de Física Matemática, da Cátedra de Mecânica, da FNFi. Por meio da citação desse tópico, Teoria das Distribuições, que era ofertado como disciplina para o curso de Matemática da FNFI, podemos avaliar a boa qualidade do curso.

Posteriormente, ainda como um dos alunos de Leopoldo Nachbin, Luis Aduato Medeiros assistiu a suas aulas na disciplina de Análise Funcional. A Análise Funcional é uma subárea da Análise Matemática, que aborda o estudo de espaços de funções e utiliza conceitos da Álgebra Linear, uma subárea da Álgebra Abstrata, com ênfase em Espaços Vetoriais de dimensão infinita. Dentre os resultados importantes da Análise Funcional está o conhecido Teorema de Hahn-Banach, que é encontrado na literatura matemática. Este teorema em sua forma no corpo  $\mathbb{R}$  dos números reais é um resultado fundamental da Análise Funcional, pois ele permite que funcionais lineares contínuos definidos em um subespaço de um espaço normado sejam estendidos, linear e continuamente, a todo o espaço.

Um dos tópicos abordados por Leopoldo Nachbin na disciplina ministrada e acima referida foi a Teoria das Distribuições. Dessa feita, segundo palavras de Luis Aduato Medeiros, Leopoldo Nachbin apresentou um curso mais avançado, com um formalismo bem elaborado de Espaços Vetoriais Topológicos.

Após alguns meses de trabalho de L. A. Medeiros como professor Auxiliar de Ensino do Departamento de Matemática da FNFi, o prof. José Abdelhay pediu que ele elaborasse um projeto de estudos, em conjunto com Leopoldo Nachbin, com duração de dois anos, que seriam estudos complementares de graduação, para ser desenvolvido na forma de estágio, sob orientação de Leopoldo Nachbin.

L. Nachbin percebera o talento de L. A. Medeiros para os estudos de Matemática e concordou com o projeto. Cabe lembrar ao leitor que nesta época, anos 1950, o governo federal não havia ainda institucionalizado no país os programas de pós-graduação *stricto sensu*.

Assim, durante dois anos, L. A. Medeiros desenvolveu estudos complementares à graduação, em forma de estágio, no IMPA, sob orientação de Leopoldo Nachbin, visando viajar para os Estados Unidos da América, para lá desenvolver pesquisas para escrever sua tese de doutorado.

O objetivo do projeto de Leopoldo Nachbin nessa época era, além de

---

por ter desenvolvido a Teoria das Distribuições, uma nova noção de função generalizada motivada pela função delta de Dirac, da física Teórica. A Teoria das Distribuições tem forte uso em várias subáreas da Matemática, como EDP, Topologia e Análise de Fourier, e em física teórica.

ajudar jovens talentosos em Matemática, estimulá-los a obter o doutorado em boas universidades do exterior, para que com seus retornos ao Brasil, fosse possível criar massa crítica de doutores pesquisadores em subáreas da Matemática, especialmente em Análise Matemática e, desse modo iniciar no país, de modo correto, a fase de instalação dos programas de pós-graduação *stricto sensu* e, simultaneamente, fazer com que o sistema universitário brasileiro passasse a ofertar bons cursos de graduação em Matemática com disciplinas contendo programas atualizados.

Ao concluir, no início dos anos 1960, seu estágio de estudos e, com o apoio científico de L. Nachbin, L. A. Medeiros se inscreveu e foi aceito na Yale University para lá desenvolver estudos e pesquisas no Departamento de Matemática, sob orientação do matemático Felix E. Browder, visando a obtenção do doutorado em Matemática. Para tal L. A. Medeiros ganhou uma bolsa de estudos do CNPq. No capítulo a seguir falaremos sobre os estudos de L. A. Medeiros sob orientação de F. E. Browder na Yale University e na University of Chicago, USA.



# Capítulo 3

## Os Estudos de Luis Adauto Medeiros com Felix E. Browder na Yale University, na University of Chicago e seu Doutorado no IMPA

*A própria possibilidade da ciência matemática parece uma contradição insolúvel. Se essa ciência só é aparentemente dedutiva, de onde lhe vem esse perfeito rigor que ninguém pensa em pôr em dúvida? Se, pelo contrário, todas as proposições que ela enuncia se podem deduzir uma das outras pelas regras da Lógica Formal, como é que a Matemática não se reduz a uma imensa tautologia? O silogismo não pode nos ensinar nada de essencialmente novo e, se tudo devesse advir do princípio de identidade, tudo deveria, também, poder ser a ele reduzido.*

*Henri Poincaré*

*La Science et l'Hypothèse*

O propósito deste capítulo é dar informações gerais sobre o período de estudos pós-graduados de L. A. Medeiros, nos Estados Unidos da América, que visavam à obtenção de seu doutorado em Ciências (Matemática). Na continuação o leitor perceberá a forte influência de L. Nachbin que muito contribuiu para que L. A. Medeiros fosse aceito, por Felix E. Browder (1927-2016), no Departamento de matemática da Yale University, para orientá-lo nesses estudos.

Após concluir seus estudos complementares de graduação, Luis Adauto Medeiros foi aceito no Departamento de Matemática da Yale University, USA, para desenvolver estudos visando à obtenção de seu doutorado.

Algumas informações sobre Felix. E. Browder. Ele obteve o Ph. D. em Matemática, em 1948, pela Princeton University USA. Sua tese intitulada

The Topological Fixed Point Theory and Its Applications in Functional Analysis, foi orientada por Solomon Lefschetz e por Witold Hurewicz. F. E. Browder recebeu no ano 2000, do Presidente Bill Clinton, a Medalha Nacional de Ciências. Ele foi Presidente da American Mathematical Society (AMS), no período 1999 a 2000. Faleceu em 10 de dezembro de 2016, com 89 anos de idade.

Em 1962, L. A. Medeiros viajou para os Estados Unidos da América, com bolsa de estudos do CNPq, onde passou dois anos na Yale University e um ano na University of Chicago, realizando estudos e pesquisas, sob orientação de F. E. Browder (nesse período F. E. Browder se transferiu da Yale University para a University of Chicago), com o objetivo de escrever sua tese de doutorado. Nessa fase de seus estudos L. A. Medeiros passou a trabalhar em equações semilineares de evolução de segunda ordem, do tipo:

$$u'' + A(t)u + M(u) = 0,$$

quando obteve, no ano de 1964, resultados significativos, ver (MEDEIROS, 1969). Foi nesse período que L. A. Medeiros conheceu o prof. Jerry Goldstein, que trabalhava em problemas semilineares com o emprego de outras técnicas e se tornaram amigos.

Felix E. Browder, especialista em Análise Funcional não Linear, estava, nesta época, muito interessado em contribuir para a recém-criada Teoria dos Operadores Monótonos. Nos anos 1960 os Operadores Monótonos já se mostravam, para os especialistas da área, uma ferramenta importante no estudo de certas Equações Diferenciais Parciais não Lineares, tendo os matemáticos Haim Brézis e Felix E. Browder como pesquisadores da área de EDP que muito contribuíram para seu desenvolvimento.

Cabe lembrar que o matemático Ralph T. Rockafellar, que trabalha com Operadores Monótonos, Análise Convexa, Cálculo das Variações, observou que vários problemas de otimização também poderiam ser tratados sob o ponto de vista teórico por meio da teoria dos Operadores Monótonos.

Os avanços obtidos na teoria dos Operadores Monótonos nos anos 1960, 1970 e 1980 levaram a um grande desenvolvimento dessa teoria em espaços de Hilbert e de Banach reflexivos, desenvolvimentos que foram motivados por aplicações em Equações Diferenciais Parciais.

Os resultados do trabalho de L. A. Medeiros, sob orientação de F. E. Browder, formaram sua tese de doutorado intitulada: Equação Não Linear de Ondas, com Coeficientes Variando com o Tempo, em Espaços de Hilbert. Tese que foi defendida e aprovada, com louvor, no IMPA, em 1965. Para esta tese foram os seguintes os seus orientadores. Orientador 1, F. E. Brow-

der; Orientador 2, Leopoldo Nachbin. Os membros da banca examinadora foram: Leopoldo Nachbin, IMPA/CNPq, Chaim S. Hönl, IME/USP, André Martineau, Université de Montpellier, France.

Essa tese de Luis Adauto Medeiros sobre equações semilineares de evolução de segunda ordem, do tipo:

$$u'' + A(t)u + M(u) = 0,$$

foi publicada na forma de um artigo intitulado The initial value problem for nonlinear wave equations in Hilbert space. Transactions of the American Mathematical Society, v. 136, February 1969, p. 305-327. Para detalhes técnicos, ver Medeiros (1969).

Na introdução desse artigo, assim se expressou o autor:

*The primary purpose of this paper is to generalize Browder's results contained in [1], to the case of wave equations with time variable coefficients. The origin of this problem may be presented as follows. In the applications of mathematical methods to physics, one is often concerned with the study of nonlinear partial differential equations, for example, the Klein-Gordon equation*

$$(1) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \Delta u + \mu^2 u + \eta^2 u^3 = 0,$$

where  $\mu, \eta$  are constants and  $\Delta$  is the Laplace operator.

*K. Jörgens in Math. Z. 77, (1961), pp. 295-308, has studied the Cauchy initial value problem for equations of the form*

$$(2) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \Delta u + F'(|u|^2)u = 0,$$

which are generalizations of (1), where  $F$  is a numerical function with derivative  $F'$ . Jörgens used concrete analytical methods in order to obtain his results.

*Browder in [1], has given the proof of the solvability of the Cauchy initial value problem for a class of operator differential equations in an abstract Hilbert space, which contains the equation (2) as a particular case. Following is a summary of Browder's ideas contained in [1]. Given a Hilbert space  $H$ , let  $A$  be a selfadjoint and positive semibounded operator with domain  $D(A)$ , dense in  $H$ , and range in  $H$  and  $M(u)$  be a nonnecessarily linear mapping from  $D(A^{1/2})$  into  $H$  satisfying certain conditions (cf. [1, conditions I, II, III, IV]). Let us consider the vector functions  $M, u : \mathbb{R} \rightarrow$*

$D(A)$ , where  $\mathbb{R}$  is the field of real numbers, twice strongly continuously differentiable in  $H$  and the operator differential equations:

$$(3) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + Au + M(u) = 0.$$

Browder has given the proof of the solvability of the Cauchy initial value problem for the strict solutions of (3), when the initial data  $(u(0), u'(0))$  is prescribed in  $D(A) \times D(A^{1/2})$ . He used the operational calculus for self-adjoint operators in Hilbert spaces and the Picard method of successive approximations. An application is given when  $A$  is a selfadjoint realization of an elliptic partial differential operator on the Hilbert space  $L^2(\mathbb{R}^N)$  and  $M(u) = F(|u|^2)u$  with convenient hypothesis on  $F$ , and then he obtained Jörgens results.

The equations (3) are taken as the model for our study. The unique novelty, in this step of our research, is the perturbation that shall be introduced in the coefficients of (3), i.e., we shall consider equations of the form

$$(4) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + A(t)u + M(u) = 0,$$

where  $A(t)$  is a family of operators with domain and range in  $H$  and for technical reasons, we shall assume  $M(u)$  is a map from  $D(A(0)^{1/2})$  into  $D(A(0)^{1/2})$ . The method used by Browder, cannot be adapted naturally to the case of equations (4). Instead, by a convenient change of variable, the Cauchy problem for (4) shall be transformed in a nonlinear first order system (cf. §5, (20) and (21)), and the latter system can be considered as a nonlinear first order equation (cf. §5 (24) and (25)), in the Hilbert space  $H$  which is the direct sum of  $H$  with  $H$ . To solve the nonlinear Cauchy problem, we have used the Kato's results, (cf. [6]) and the Picard-Banach fixed point theorem. [...].

I take this opportunity, to express my appreciation to Professor Felix E. Browder, who proposed this question to me, for his assistance and valuable suggestions during the period of research on the problem.

To Professor Leopoldo Nachbin, I express my personal gratitude for his constant assistance and encouragement, particularly when I was research assistant at the Institute for Pure and Applied Mathematics (Rio de Janeiro, Brasil), during the years 1959-1961.

*I would also like to express my appreciation to Professor Frank J. Hahn, for his many discussions with me on the subject, when I was at Yale University during the years 1962-1964.*

Ainda em 1969, L. A. Medeiros publicou outro artigo intitulado *On non-linear differential equations in Hilbert space*, ver Medeiros (1969b), no qual ele demonstra o teorema abaixo citado. Para o Teorema 1 e os teoremas de Naguno e Osgood mencionados a seguir, ver Medeiros (1969b).

*The theorems of Naguno [4] and Osgood [5] on uniqueness of the solutions for the Peano theorem in the finite dimensional case are well known. In this paper, we give an infinite dimensional version of those theorems in case in the Hilbert space.*

**Theorema 2.** *If in Theorem 1, besides the weak continuity of  $f$ , we suppose that*

$$\Re(f(t, u) - f(t, v) | u - v) \leq \frac{1}{2t} \|u - v\|^2, \quad \forall u, v \in H,$$

*and  $0 < t \leq \alpha(t)$ , then is unique the solution of*

$$\frac{du}{dt} = f(t, u), \quad 0 \leq t \leq T, \quad u(0) = u_0.$$

Resultados que tratam de soluções de equações diferenciais ordinárias em espaços de dimensão infinita podem ser encontrados no livro “Uniqueness and Nonuniqueness Criteria for Ordinary Differential Equations”, R. P. Argawal; V. Lakshmikantham, World Scientific, Singapore, 1988.

O interesse de Luis A. Medeiros por Espaços de Sobolev e aplicações e a leitura do livro de J. L. Lions, intitulado “Problèmes aux Limites dans les Equations aux Derivées Partielles”, Univ. Montreal, 1965, os levaram a organizar e ministrar cursos e seminários no Departamento de Matemática do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas (CBPF), sobre Espaços de Sobolev e suas aplicações às Equações Diferenciais Parciais, atividades que, nos anos 1970, foram estendidas ao IM/UFRJ, como uma das atividades acadêmicas do programa de pós-graduação dessa unidade da UFRJ.

Em 1966 L. A. Medeiros publicou o texto intitulado Introdução às Álgebras de Banach, em Notas de Matemática nº 36, 1966. Em 1968 ele publicou o texto intitulado Tópicos de Análise Funcional, IM/UFPE contendo notas de aulas e seminários por ele ministrados no IMPA. Sobre este texto foi publicada uma resenha por J. Lesmes, em ZbMATH, ver a resenha em Zbl 0195.12501.

Em artigo publicado em 2004, intitulado *Finite approximate controllability for semilinear heat equations in noncylindrical domains*, em conjunto com colaboradores, ver (MENEZES; LIMACO; MEDEIROS, 2004), assim se expressaram os autores:

*Este artigo é dedicado ao estudo da controlabilidade finito-aproximada para a equação não linear de transferência de calor em domínios com fronteira móvel. A demonstração do resultado principal baseia-se no princípio de continuação única de Carolina Fabre 1996 e em argumentos de ponto fixo do tipo Leray-Schauder.*

L. A. Medeiros escreveu textos expositivos, ou de divulgação, e também livros didáticos abordando determinados assuntos que fazem parte de programas da disciplina Análise Matemática para os primeiros anos dos cursos de graduação. Ele realizou conferências de divulgação destinadas a alunos de graduação. Na continuação daremos exemplos de alguns textos referentes a esse contexto.

1. – *Centenário da Integral de Lebesgue*. Originalmente este texto foi escrito para uma conferência ministrada por L. A. Medeiros no IM/UFF, no LNCC, no ICE da UFRRJ e no IM/UERJ. Posteriormente, ele ampliou o texto para publicação em uma revista de artigos expositivos. Para detalhes, ver (MEDEIROS, 2011, p. 166-186).

Neste texto, inicialmente L. A. Medeiros faz uma referência ao Teorema Fundamental do Cálculo, muito conhecido dos alunos de um curso de Matemática. Na continuação, ele faz referência a Cauchy com sua definição de integral, refere-se a uma função  $f$  contínua no intervalo  $[a, b]$  em  $\mathbb{R}$ , fala em partição de  $[a, b]$  e se refere a  $f$  sendo integrável à Riemann. Após esta introdução L. A. Medeiros se refere à integral de Lebesgue e a define. Faz referência às integrais impróprias segundo Cauchy, Riemann e Lebesgue. Na parte final do texto, L. A. Medeiros aborda aspectos históricos dos temas que foram tratados.

2. – *D'Alembert*. Texto escrito em conjunto com M. Milla Miranda e A. T. Lourêdo. Neste texto os autores fazem uma dedução do modelo de D'Alembert para pequenas vibrações de uma corda elástica. Na introdução os autores fixam a nomenclatura a ser utilizada, referem-se a equilíbrio dinâmico e fornecem exemplos. Na parte central do texto, eles trabalham sobre vibrações de cordas elásticas e apresentam a solução de D'Alembert, a função (2), para a equação:

$$(1) \quad \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}.$$

Na continuação, os autores obtêm a função:

$$(2) \quad u(x, t) = \frac{1}{2} [\phi(x + ct) + \psi(x - ct)],$$

onde  $\phi$  e  $\psi$  são funções suficientemente regulares e a função  $u(x, t)$  é solução de d'Alembert para (1).

Na parte final do texto os autores abordam informações históricas sobre d'Alembert.

3. – *Introdução às Funções Complexas*. Livro que reúne diversos cursos por ele ministrados desde a época da FNFi da UB até o IM/UFRJ. O texto aborda, de modo simples, assuntos de certa complexidade para o aluno que está iniciando suas atividades acadêmicas em um curso de graduação em Matemática ou em Física, e que tenha tido noções iniciais de Análise Real. Assim se expressa o autor no Prefácio, ver Medeiros (1972):

*Sob o título Introdução às Funções Complexas, reunimos vários cursos que lecionamos sobre esse assunto [...].*

*Destina-se a um primeiro estudo da Análise Complexa [...]. Ao escrevermos este texto, tivemos em mente apresentar certo número de teoremas da Análise Complexa já bem conhecidos e indubitavelmente importantes na Matemática, assim como em suas múltiplas aplicações.*

*Assim procedemos por estarmos convictos de que, sem precipitação imatura, devemos ensinar aos jovens, o mais cedo possível, tais aspectos da Matemática.*

4. – *Sobre o Modelo Matemático de Navier-Stokes*. Texto referente a uma conferência de divulgação que ele proferiu em 2006 no IM/UFRJ. Na Introdução assim se expressa L. A. Medeiros:

*Tem-se como objetivo principal fazer uma dedução do modelo matemático para o escoamento de fluidos homogêneos, incompressíveis e viscosos, por meio de argumentos elementares e intuitivos, dirigido às pessoas interessadas em ciência, em geral.*

*Inicia-se com considerações físicas geométricas, intuitivas para obter o que se entende por fluxo de fluido através de uma superfície, para obter a equação de continuidade que traduz, matematicamente, o princípio de conservação de massa. Por meio desta equação, define-se o que se entende por fluido incompressível.*

*Da lei de conservação de quantidade de movimento encontra-se o modelo que se procura, conhecido sob a denominação de equações de Navier-Stokes.*

*Concluindo, descreve-se o método para o estudo matemático do modelo,*

*distinguindo-se os casos em que a dimensão do espaço é  $n = 2$  e os casos  $n = 3$  ou  $4$ .*

5. - *Joaquim Gomes de Souza*. No ano de 1998, L. A. Medeiros realizou a convite uma conferência sobre Joaquim Gomes de Souza, na UFMA. J. G. de Souza é o primeiro matemático brasileiro. Trata-se, portanto, de um tema relacionado com a História da Matemática no Brasil, no século XIX.

6. - *Álgebra Vetorial e Geometria*, Editora Campus LTDA, Rio de Janeiro, 1981. Livro escrito em conjunto com N. G. de Andrade e A. M. Wanderley, destinado a alunos de graduação em Matemática. No Prefácio assim se expressam os autores:

*Este livro foi organizado a partir de aulas lecionadas pelos autores, sobre o assunto, nos últimos anos, na UFRJ. O objetivo principal é retornar aos métodos de Fermat e Descartes para o estudo da Geometria Euclidiana. Durante algum tempo, os assuntos aqui tratados foram distribuídos nos vários programas de Cálculo Diferencial e Integral, bem como nos de Álgebra Linear. Constatou-se que para certos tipos de cursos, como para a licenciatura ou para o bacharelado em matemática, necessário seria uma disciplina separada tratando com mais cuidado aqueles assuntos, sem, todavia cometer exageros tão frequentes e prejudiciais no passado. Nossa ideia, ao prepararmos o presente texto, foi auxiliar o entendimento dos conceitos de Álgebra Linear e do Cálculo Diferencial e Integral evitando toda e qualquer argumentação supérflua [...].*

7. - *Lições de Análise Matemática, Parte 1*. Ver (MEDEIROS; MALTA; LIMACO; CLARK, 2006). Texto escrito para alunos dos cursos de graduação em Matemática e Física, com a preocupação de ofertar um bom livro para orientação dos que iniciam um curso de Análise na graduação. No Prefácio assim se expressam os autores:

*Estas Lições de Análise Matemática estão divididas em duas partes e contêm as exposições feitas pelos autores em 1999 no IM/UFF e nos verões de 2001 e de 2003 no LNCC-MCT. O objetivo da Parte 1 é examinar as noções básicas da análise matemática em dimensão um, iniciando com o processo construtivo dos números reais segundo Dedekind. A seguir, são examinadas as noções de limite, continuidade, continuidade uniforme, derivada e a integral no sentido de Riemann. Convém salientar a quem pretender empregar este texto no ensino que o capítulo sobre números reais deve ser visto como introdutório, não entrando em detalhes sobre a construção dos números reais. Deve-se explorar o aspecto geométrico da natureza do corte de Dedekind e as operações vistas sem muitos detalhes. É suficiente apenas*

*que seja entendida a noção de número real por meio dos cortes de Dedekind e a noção de classes contíguas de números reais e sua equivalência com o corte. Esta ideia aparecerá nas várias demonstrações que se seguem nos capítulos posteriores. No ensino da matemática as figuras geométricas são fundamentais para o entendimento das ideias. A Parte 2 contém alguns complementos e uma coleção de exercícios com resolução que permitem ao aluno visualizar os conceitos introduzidos na Parte 1 aplicados em exemplos objetivos. Acredita-se que num primeiro estudo esta é uma boa metodologia de ensino. Os exames aplicados durante os cursos para a verificação da aprendizagem constaram da demonstração de um resultado da Parte 1 e de dois exercícios da Parte 2 ou de exercícios análogos. Agradecemos ao colega Nelson Nery, professor do DM-UFPB, pelas sugestões e observações ao texto inicial, as quais melhoraram substancialmente esta segunda tiragem.*

No capítulo 1 do texto, os autores fazem um esboço da construção dos números reais, a partir dos números racionais, pelo método dos cortes idealizados por J. W. R. Dedekind. Os autores iniciam com o exemplo da dificuldade em resolver a equação  $x^2 - 2 = 0$  nos números racionais como objetivo para motivar a definição dos números irracionais. Os autores alertam para o fato de que os alunos tenham necessidade de conhecer a aritmética dos números naturais  $\mathbb{N}$ , dos números inteiros  $\mathbb{Z}$  e dos números racionais  $\mathbb{Q}$ , para o bom desempenho na leitura do texto.

Após a obtenção do doutorado, em 1965, L. A. Medeiros passou a se dedicar fortemente ao ensino de graduação, de pós-graduação, à pesquisa científica, a reuniões científicas e também à parte administrativa de organização e estruturação da recém-criada UFRJ com seu IM, conforme citaremos no Capítulo 5.

Em 1966, ele publicou o texto Introdução às Álgebras de Banach, ver Medeiros (1966). Nesse livro, antes de demonstrar de modo elegante e didático o Teorema de Aproximação de Weierstrass-Stone, assunto não trivial para o aluno dos anos iniciais da disciplina Análise Matemática de um curso de Matemática, L. A. Medeiros define o que é uma Álgebra Separadora. Para detalhes técnicos ver (MEDEIROS, nº 36, 1966).

Para o estudo do Teorema de Weierstrass-Stone utilizando Álgebras de Banach, L. A. Medeiros inicia substituindo o intervalo compacto  $[a, b]$  por um espaço topológico compacto  $K$ , de Hausdorff. Considera ainda a Álgebra de Banach  $C(K, \mathbb{R})$  das funções reais contínuas definidas em  $K$ . Reproduzimos o enunciado do Teorema de Weierstrass-Stone que está em (MEDEIROS, nº 36, 1966, p. 25).

**Teorema de Weierstrass-Stone.** *Seja  $A$  uma subálgebra de  $C(K, \mathbb{R})$  con-*

*tendo a unidade e. Para que  $A$  seja densa em  $C(K, \mathbb{R})$  é necessário e suficiente que  $A$  seja separadora.*

Em 1967, ainda vinculado ao IMPA, L. A. Medeiros fez parte da Comissão Organizadora e coordenou o 6º Colóquio Brasileiro de Matemática, evento que foi realizado na cidade de Poços de Caldas – MG, no período de 2 a 22 de julho de 1967, ver Medeiros (1967). Durante esse evento, além de suas atividades próprias, houve quatro reuniões preliminares que foram realizadas nos dias 12, 13, 14 e 15 de julho, que tinham como objetivo criar a Escola Latino-Americana de Matemática (ELAM), ver (IMPA - NBM, nº 26, 1967).

A ELAM teve sua origem em julho de 1967, quando o Departamento de Assuntos Científicos da Organização dos Estados Americanos (OEA) convidou um grupo de matemáticos latino-americanos para organizar uma reunião concebida como atividade de pós-graduação, na qual pudessem participar pesquisadores, professores e estudantes provenientes de todos os países membros da OEA, com a finalidade de estimular a pesquisa em Matemática na América Latina. A ELAM foi idealizada por: Heitor Gorgolino de Souza (OEA), Leopoldo Nachbin (IMPA) e L. A. Medeiros (IMPA), para ser realizada a cada dois anos. A 1ª ELAM foi realizada em julho de 1968 no IMPA que era situado à Rua Luis de Camões, 68, Centro, Rio de Janeiro. A 2ª ELAM foi realizada em 1978 na Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Peru.

No ano de 1983 L. A. Medeiros coordenou a Sessão de Análise do 14º Colóquio Brasileiro de Matemática.

# Capítulo 4

## Os Estudos de Espaços de Sobolev, de Análise Funcional, de Equações Diferenciais Parciais e de Mecânica do Contínuo

*Depois de falar dos estudantes, passemos agora aos próprios matemáticos, aqueles capazes não só de compreender as teorias matemáticas, mas também de procurar novas. Além de serem diferentes dos estudantes, são também diferentes entre si. Uma distinção capital foi destacada: alguns matemáticos são “intuitivos”, outros são “lógicos”. Poincaré falou dessa distinção, assim como o matemático alemão Klein.*

*Jacques Hadamard*

*Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique*

No presente capítulo daremos ainda informações gerais sobre o período de estudos e pesquisas de L. A. Medeiros na Yale University e na University of Chicago, e sobre o projeto de estudos elaborado por ele e por L. Nachbin para a obtenção de seu doutorado. Quando estudava com F. E. Browder na Yale University, L. A. Medeiros passou a se interessar por Espaços de Sobolev, EDP e Mecânica do Contínuo. O leitor perceberá, a seguir, o desejo de L. A. Medeiros de ao concluir os estudos pós-graduados retornar ao Brasil para dar continuidade a seu projeto de trabalho acadêmico.

Quando Luis Adauto Medeiros estava na Yale University, realizando estudos para escrever sua tese de doutorado, o prof. Felix E. Browder (1927-2016) sugeriu-lhe fazer alguns cursos, dentre os quais um por ele ministrado sobre Equações Diferenciais Parciais. Ao iniciar o curso e em poucas aulas ministradas, Felix E. Browder fez uma revisão da Teoria das Distribuições. Para este curso facilitou muito a L. A. Medeiros, o fato de que havia participado,

no Brasil, do curso ministrado por L. Nachbin, em 1951, na FNF $\hat{i}$ , que abordou o mesmo assunto.

Na continuação das aulas, rapidamente Felix E. Browder definiu os Espaços de Sobolev que, segundo L. A. Medeiros, foi seu primeiro contato com essa teoria. Os espaços de Sobolev têm correlação com Teoria da Medida, com Análise Funcional e com Teoria das Distribuições.

Transcrevemos a seguir um texto escrito por L. A. Medeiros em 2008, no qual aborda o período de estudos com L. Nachbin.

### Espaços de Sobolev no IM/UFRJ

*Em 1951 assistimos a uma série de exposições de Leopoldo Nachbin, sobre Distribuições, na disciplina de Física Matemática da Faculdade Nacional de Filosofia da Universidade do Brasil. Esta disciplina era da Cátedra de Mecânica dirigida por Plínio Sussekind Rocha. As exposições seguiam o fascículo primeiro de um curso escrito por Laurent Schwartz. Posteriormente saíram no livro Méthodes Mathématiques pour les Sciences Physiques, Hermann, Paris, 1965. O fascículo mencionado corresponde ao Cap. II deste livro.*

*As aulas de Leopoldo Nachbin eram perfeitas. Copiava-se do quadro negro aquela caligrafia redonda e clara. Não se fazia necessário o livro. Não alcançávamos a importância da teoria das distribuições. Aparecia como um ente matemático que possuía muitas derivadas e dizia-se que generalizava a noção de medida, o que não tínhamos com clareza. O tempo passou e novamente sentávamos no banco de aluno do Leopoldo para assistir, desta vez, um longo curso de Análise Funcional. Inserido neste curso, entre outros tópicos, apareceu a teoria de Laurent Schwartz das distribuições, desta vez com um formalismo bem elaborado de espaços vetoriais topológicos. Reencontrava-se a noção de convergência introduzida no curso elementar da Cátedra de Mecânica.*

*Toda esta informação foi aprendida e com apoio de Leopoldo Nachbin, fomos para a Yale University, em setembro de 1962 para preparar uma tese de doutorado sob a orientação de Felix E. Browder. Sugeriu-nos que seguíssemos duas disciplinas, uma de Análise Funcional, ministrada por Frank J. Hahn e outra sobre Equações Diferenciais Parciais, por ele ministrada. Indicava como leitura seu artigo On Spectral Theory of Elliptic Differential Operator I, Math. Annalen, vol. 142 (1961) pp. 22-130. Em poucas aulas fez uma revisão de teoria das distribuições, com a metodologia das aulas do Leopoldo em 1951, na FNF $\hat{i}$ , sem o emprego de limites indu-*

*tivos. Rapidamente definiu os Espaços de Sobolev, que vi pela primeira vez. Ensino muito esquemático. Logo iniciou o estudo de problemas elíticos sob a forma mais geral possível, de acordo com o seu espírito. Neste ponto não tínhamos uma bibliografia diferente para seguir. Descobrimos na biblioteca por ele indicado, o livro S. L. Sobolev, Applications of Funcional Analysis in Mathematical Physics, A.M.S., 1963 (tradução do russo por Felix E. Browder). Este livro melhorou um pouco a compreensão das aulas ainda muito obscura. O período foi concluído, mas faltava muito para entender a metodologia empregada.*

*Posteriormente, encontramos o livro de J.-L. Lions, Problèmes aux Limites dans les Equations aux Derivées Partielles, Univ. Montreal, 1965. Este foi o texto onde entendemos os Espaços de Sobolev e várias aplicações. De posse deste livro, iniciamos o ensino destes espaços e suas aplicações às equações diferenciais parciais no Departamento de Matemática do CBPF em 1968 e em 1970 no Instituto de Matemática da UFRJ. Juntamente com Pedro Humberto Rivera, planejamos um texto introdutório ao livro do Lions, op, Cit., para facilitar o estudo dos alunos. Assim, iniciamos uma coleção no IM-UFRJ, intitulada Textos de Métodos Matemáticos. Saiu nesta coleção: L. A. Medeiros & P. H. Rivera, Espaços de Sobolev e Equações Diferenciais Parciais, Texto nº 9, Rio de Janeiro – RJ, 1975. Uma nova edição: L. A. Medeiros & M. Milla Miranda, Espaços de Sobolev (Introdução aos problemas elíticos não homogêneos), IM-UFRJ, 2000. Este livro marca a organização de uma equipe no IM-UFRJ dedicada ao estudo dos Espaços de Sobolev e aplicações às Equações Diferenciais não Lineares. Os métodos não lineares se baseiam no livro: J.-L. Lions, Quelques méthodes de resolution des Problèmes aux limites non linéaires, Dunod, Paris, 1969.*

*Organizou-se, a partir desta data, uma equipe trabalhando na formação de recursos humanos, com resultados satisfatórios, como pode ser observado nos vários arquivos e relatórios. Salienta-se a estreita colaboração com a escola de J.-L. Lions, o que pode ser constatado no artigo: Jacques-Louis Lions and his influence in the Mathematics in Brazil, IM-UFRJ, julho de 2001. Ver Medeiros (2010, p.49).*

*É oportuno lembrar que no presente ano de 2008, comemora-se o centenário de nascimento de Sergei L'vovich Sobolev (6 de outubro de 1908 – 3 de janeiro de 1989). Em homenagem ao centenário houve um congresso Internacional, de 5 a 12 de outubro em Novosibirsk, Rússia. Em 1963, S. Sobolev proferiu uma conferência no Departamento de Matemática da Yale. Muito difícil foi a liberação de seu visto de entrada nos Estados Unidos ao*

*chegar ao aeroporto de Nova York. Este fato decorreu devido à “Guerra Fria” existente entre os dois países, pois, ele era membro de Parlamento Soviético.*

*Rio de Janeiro, dezembro de 2008.*

*Luis Aduato Medeiros*

Os livros de L. A. Medeiros e M. Milla Miranda, intitulados: *Introdução aos Espaços de Sobolev e às Equações Diferenciais Parciais*, Editora IM, Rio de Janeiro 2011; *Espaços de Sobolev, Iniciação aos Problemas Elípticos Não Homogêneos*, Editora IM, Rio de Janeiro, IM/UFRJ, 2011, são boas referências para o leitor interessado em estudar os Espaços de Sobolev e suas aplicações.

A seguir daremos rápidas informações sobre os espaços de Sobolev. Em um estudo introdutório aos espaços de Sobolev, podemos dizer que os espaços de Sobolev são definidos (uma definição formal será apresentada abaixo) sobre domínios  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ , e são subespaços vetoriais dos espaços  $L^p(\Omega)$ . Apresentamos a definição de espaço vetorial, que é a usual dada em um curso de graduação sobre Álgebra Linear. Para detalhes técnicos sugerimos a leitura de (HALMOS, 1978). Na continuação, apresentamos uma definição para espaços de Sobolev.

**Definição de espaço vetorial.** *Um espaço vetorial é um conjunto  $V$  não vazio, cujos elementos são chamados vetores satisfazendo os seguintes axiomas:*

1. *A cada par  $x, y$  de vetores em  $V$  corresponde um vetor  $x + y$ , chamado soma de  $x$  e  $y$ , de modo que:*
  - (a) *a adição é comutativa, isto é,  $x + y = y + x$ , para  $x, y \in V$ ,*
  - (b) *a adição é associativa, isto é,  $x + (y + z) = (x + y) + z$ , para  $x, y, z \in V$ ,*
  - (c) *existe em  $V$  um único vetor  $0$  (chamado origem) tal que  $x + 0 = x$ , para todo vetor  $x$ ,*
  - (d) *para cada vetor  $x$  em  $V$  corresponde um único vetor  $-x$  tal que  $x + (-x) = 0$ .*
2. *Para cada par  $\alpha, x$  onde  $\alpha$  é um escalar e  $x$  é um vetor em  $V$ , corresponde um vetor  $\alpha x$  em  $V$ , chamado produto de  $\alpha$  e  $x$ , de modo que:*

- (a) a multiplicação por escalares é associativa, isto é,  $\alpha(\beta x) = (\alpha\beta)x$ ,
- (b)  $1x = x$  para qualquer vetor  $x$ .
3. a multiplicação por escalares é distributiva com relação à adição de vetores, isto é,  $\alpha(x + y) = \alpha x + \alpha y$ ,
4. a multiplicação por vetores é distributiva com relação à adição de escalares, isto é,  $(\alpha + \beta)x = \alpha x + \beta x$ .

Os espaços de Sobolev formam uma ampla classe de espaços vetoriais. A seguir apresentamos a definição de um desses espaços para o caso de funções de uma variável.

**Definição.** O espaço de Sobolev  $W^{1,p}(0,1)$  é o conjunto de todas as funções  $u \in L^p(0,1)$  que possuem derivada fraca (ou derivada generalizada)  $u' \in L^p(0,1)$ .

Voltemos aos estudos de L. A. Medeiros na Yale University. Em seu período de aulas, segundo L. A. Medeiros, Felix E. Browder iniciou o estudo de problemas elípticos sob a forma mais geral. Na biblioteca da Yale University, L. A. Medeiros encontrou o livro indicado por F. E. Browder, de autoria de S. Sobolev (1908-1989) intitulado *Applications of Functional Analysis in Mathematical Physics*, AMS, 1963, traduzido do russo para o inglês por F. E. Browder. Para seus estudos L. A. Medeiros passou a usar esse livro.

Não contente com o livro, L. A. Medeiros ao procurar outros livros encontrou o texto de Jacques-Louis Lions intitulado *Problèmes aux Limites dans les Equations aux Dérivées Partielles*, Univ. Montreal, 1965. Com este texto ele passou a entender os Espaços de Sobolev e diversas aplicações.

Quando ainda estava na Yale University e estimulado por F. E. Browder, Luis Adauto Medeiros deu início a um trabalho sobre Equações Diferenciais Parciais Hiperbólicas não Lineares. Dessa feita ele fez contato com o matemático francês J-L. Lions (1928-2001), pois já conhecia seu livro acima citado. Um dos frutos desse relacionamento científico foi a ida para Paris, de L. A. Medeiros, nos anos 1970, para fazer um estágio de pós-doutorado com J. L. Lions. Outro fruto foi a forte amizade entre os dois que durou por 36 anos. J-L. Lions faleceu em Paris, em 17 de maio de 2001.

No ano de 1971, L. A. Medeiros foi convidado pelo Professor Walter A. Strauss, como professor visitante da Brown University, USA, onde realizou pesquisa em equações semilineares de onda em domínios com fronteira variável. No período de 17 de setembro a 15 de dezembro de 1973,

L. A. Medeiros participou do evento Summer School on Mathematical and Numerical Methods in Fluid Mechanics, que foi realizado na Università Degli Studi Di Trieste, Itália. A partir desse evento ele passou a se interessar por problemas relativos à existência de soluções periódicas de uma equação do tipo Sobolev, chamada de equação de Benjamin-Bona-Mahony (BBM). Durante o evento L. A. Medeiros teve a oportunidade de discutir com T. B. Benjamin a respeito do modelo da equação introduzida em Mecânica de Fluidos por T. B. Benjamin, equação que atualmente é conhecida por equação Benjamin-Bona-Mahony (BBM).

Ao regressar ao Brasil L. A. Medeiros passou a estudar com colegas do IM/UFRJ esse tipo de equação. Vários dos resultados que ele obteve nesse tópico foram incorporados posteriormente, em sua tese apresentada, em 1976, em concurso público de provas e títulos, para o cargo de Professor Titular do Departamento de Métodos Matemáticos do IM/UFRJ.

No Prefácio da tese assim se expressa o autor:

*Nesta tese apresentamos, de modo autosuficiente, certos resultados que obtivemos sobre uma equação não linear de evolução que aparece no estudo de Mecânica dos Fluidos, consulte Benjamin [1]. Observe que os números entre colchetes referem-se à ordem na bibliografia deste trabalho. Escolhemos este assunto para tema de nossa tese, porque ele reflete o trabalho que vem sendo realizado pela equipe de Equações Diferenciais Parciais do Instituto de Matemática da UFRJ. Deste modo, faz-se o estudo de alguns aspectos da equação*

$$(*) \quad u_t + uu_{xx} - u_{xxt} = 0,$$

*conhecida sob a denominação de equação de Benjamin-Bona-Mahony, veja [2] [...].*

*Neste trabalho prova-se a existência e unicidade de soluções periódicas regulares, usando o método de semidiscretização e certos resultados de compacidade. [...].*

No capítulo III da tese, o autor estuda soluções do problema não periódico. Assim, ele aborda a existência, unicidade e regularidade das soluções fracas da equação de Benjamin-Bona-Mahony sob a forma geral

$$u_t + (f(u))_x - \delta u_{xxt} = g(x, t),$$

sendo  $0 < x < 1$  e  $0 \leq t < T$ ,  $0 < T < +\infty$ .

Na terceira e última seção do capítulo III, o autor estuda, de modo sucinto, as soluções regulares do problema. Ao leitor interessado em detalhes técnicos sugerimos a leitura de Medeiros (1976b).

Ao se interessar pelos estudos e pesquisas pela equação BBM e pelos Espaços de Sobolev, L. A. Medeiros despertou nos jovens matemáticos brasileiros o interesse no estudo da equação BBM. Esse fato resultou em uma série de relevantes contribuições ao estudo da equação BBM e espaços de Sobolev.

Nessa fase, L. A. Medeiros iniciou no Departamento de Matemática do CBPF um seminário de formação sobre Espaços de Sobolev e Equações Diferenciais Parciais, com o objetivo de despertar nos participantes o interesse para estudos das Equações Diferenciais Parciais, formulados em termos de Espaços de Sobolev. Para as aulas desse seminário L. A. Medeiros utilizou como texto as notas intituladas *Espaços de Sobolev e Equações Diferenciais Parciais*, IM/UFRJ, 1965, escritas por L. A. Medeiros e P. R. Rivera.

Os objetivos de L. A. Medeiros sobre o seminário foram alcançados e, com a participação de mais alunos, o plano de trabalho foi estendido às atividades de pós-graduação do IM/UFRJ.

Nesse íterim, L. A. Medeiros reuniu as notas de aulas da nova fase do seminário com as notas anteriores do CBPF na forma de um livro intitulado *Espaços de Sobolev*, publicado em 1975. Em função de bons resultados obtidos nas aulas do novo seminário, L. A. Medeiros e M. Milla Miranda, revisaram e ampliaram o livro acima citado, visando uma segunda edição do mesmo.

Assim, no ano de 2000 foi lançada a 2ª edição do livro intitulado *Espaços de Sobolev*. Iniciação aos Problemas Elípticos não Homogêneos, ver (MEDEIROS; MIRANDA, 2000).

Na introdução do Capítulo 2, do livro assim se expressaram os autores:

*Este é o capítulo fundamental deste texto, pois nele serão demonstrados os resultados básicos para aplicação às equações diferenciais parciais [...] finalizando o capítulo com a demonstração de uma versão simples do teorema do traço e uma generalização do teorema de Green.*

Ainda na 2ª edição desse livro, os autores fizeram com que o Capítulo 3, abordando um estudo introdutório dos Problemas Elípticos não Homogêneos, versasse sobre os Problemas de Dirichlet e de Neumann, para o Laplaciano<sup>14</sup> no caso não homogêneo com escolhas gerais das condições de fronteira.

---

<sup>14</sup> Para o leitor não familiarizado com esta parte da Matemática, daremos a seguir algumas indicações sobre o Laplaciano escalar em coordenadas cartesianas. O Laplaciano é a soma de todas as derivadas parciais simples de segunda ordem. Define-se também o Laplaciano em coordenadas esféricas. E, de modo análogo, define-se o Laplaciano vetorial em coordenadas cartesianas, em coordenadas cilíndricas, em coordenadas esféricas. P. S. Laplace(1749-1827).

Assim, mesmo limitando-se ao caso do Laplaciano  $-\Delta$  o método empregado pelos autores é geral, podendo ser adaptado à operadores elícticos mais gerais que o Laplaciano.

Também no Capítulo 3 acima referido, e após apresentar e discutir o Problema de Dirichlet e o Problema de Neumann, os autores apresentam o Teorema do Traço e a Fórmula de Green. Para detalhes técnicos, ver (MEDEIROS; MIRANDA, 2000).

Na trilha da preocupação com a oferta de bons cursos de graduação e de pós-graduação pelo IM/UFRJ, em especial um curso de graduação que ofertasse tópicos relacionados com problemas fundamentais da Matemática, L. A. Medeiros em colaboração com o professor Nirzi G. de Andrade, escreveu o livro, ver (MEDEIROS; ANDRADE, 1978), intitulado *Iniciação às Equações Diferenciais Parciais*, Rio de Janeiro, LTC, 1978.

Em Nota Explicativa no início do livro, os autores informam o seguinte:

*Este livro contém parte de vários cursos que tivemos oportunidade de lecionar sobre métodos matemáticos para físicos e engenheiros no Departamento de Matemática do Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas e na Universidade Federal do Rio de Janeiro.*

*Muito nos tem preocupado a estrutura dos atuais cursos de graduação em nossas universidades, mormente os do Instituto de Matemática da UFRJ, onde trabalhamos. Um exame nos currículos mostra uma ausência completa dos problemas fundamentais da Matemática, ligados à sua história, cuja supressão dos cursos elementares acarreta um prejuízo irreparável para a formação de futuros professores de Matemática da escola média, dos matemáticos, dos físicos e mesmo dos engenheiros que, em geral, não retornam às universidades para uma atualização. Tais problemas fundamentais a que nos referimos são simples quando olhados sob o seu aspecto primitivo, como foram estudados no passado e colocados apenas numa linguagem atual.*

*Para a solução de tais questões, são necessários alguns elementos de cálculo diferencial e integral das funções reais. Por esse motivo foi criada, no Instituto de Matemática da UFRJ, ao nível de graduação, uma disciplina denominada Métodos de Matemática Aplicada, que se dedica ao estudo de alguns desses problemas. Assim, entre outros, tomamos três dos mais importantes, que constituem cada um, os três capítulos deste livro [...].*

O livro contém os seguintes assuntos: Capítulo 1 – Equação Diferencial

para Pequenas Oscilações de uma Corda<sup>15</sup> e de uma Membrana<sup>16</sup>: Capítulo 2 – Equação de Transferência de Calor. Capítulo 3 – Equação de Laplace. Neste capítulo os autores apresentam o problema de Dirichlet e informam que seu estudo no  $\mathbb{R}^2$  está relacionado ao estudo das funções complexas.

Observamos na Nota Explicativa acima citada a preocupação, o zelo e o cuidado de L. A. Medeiros com a construção de boas grades curriculares para os cursos de graduação (licenciatura e bacharelado) em Matemática ofertados pelo IM/UFRJ. Esta é uma das marcas na vida profissional de L. A. Medeiros.

Lembremos um pouco da história referente ao problema de Dirichlet<sup>17</sup> para a equação de Laplace (problema que é estudado no capítulo 3 do livro acima citado). Ele é um bom exemplo de problemas que surgiram relacionados a questões da Física Matemática em uma fase de grande desenvolvimento da Mecânica Celeste. Os cientistas que trabalharam com o problema de Dirichlet, em suas tarefas para resolvê-lo criaram vários métodos. Citaremos alguns desses métodos que foram criados: o método de Fourier, o método da função de Green, o método das equações integrais, o método de Fredholm e o método de Perron (que se aplica a regiões mais gerais).

Mas foi a partir da segunda metade do século XIX, com a introdução do rigor na Análise Matemática, que foram feitas demonstrações rigorosas do problema de Dirichlet. Essas demonstrações são utilizadas nos dias atuais. O problema de Dirichlet surgiu em função dos estudos dos seguintes assuntos:

1. Campos de forças gravitacionais (século XVII).

Depois que Isaac Newton enunciou a Lei da Gravitação Universal, cientistas passaram a estudar os chamados campos de forças gravitacionais criado por distribuições de massas.

2. Potenciais Newtonianos (século XVIII).

Em 1773, Lagrange observara que alguns campos de força estudados derivam de um potencial. Em outras palavras, que existe uma função real  $V$  definida em  $\mathbb{R}^3$ , excetuando os pontos onde estão as massas, cujo gradiente é o campo.

3. Potencial de camada dupla (século XVIII).

A Lei da Gravitação Universal estimulou diversos cientistas do século XVIII a obterem princípios gerais análogos em outras subáreas da

---

<sup>15</sup> Um fio fino e flexível.

<sup>16</sup> Uma folha fina muito pequena, formada de material flexível, e supostamente esticada.

<sup>17</sup> P. G. L. Dirichlet (1805-1859).

Física. Assim, em 1790, Coulomb enunciou a Lei que leva seu nome, a qual rege a atração ou a repulsão de partículas magnéticas.

4. Equação de Laplace e equação de Poisson (séculos XVIII e XIX).  
Em 1785, Laplace mostrou que os Potenciais Newtonianos satisfazem a equação  $\Delta V = 0$  em todos os pontos onde não há massas. Em 1813, Poisson mostrou que o potencial volumétrico

$$V(x) = \int_{\Omega} \frac{\rho(y)}{|x-y|} dy, \quad V : \mathbb{R}^3 \setminus \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3,$$

satisfaz a equação  $\Delta V(x) = -4\pi\rho(x)$  nos pontos  $x \in \Omega$ .

Destacamos algo importante em Matemática oriundo dos estudos do problema de Dirichlet, a saber, o fato de que ele influenciou desenvolvimentos da Matemática da época, pois cada método criado por cientistas do passado (matemáticos e físicos), com o propósito de resolver o problema de Dirichlet, deu origem a uma nova subárea da Matemática.

Daremos alguns exemplos de novas subáreas da Matemática que foram criadas a partir dos estudos do problema de Dirichlet: o Cálculo das Variações, com as integrais múltiplas; a Teoria de Fourier, com as séries de Fourier; representação de funções em séries de seno e cosseno de um ângulo; Integral de Fourier; grande parte da Análise Funcional; Teoria das Equações Integrais do tipo de Fredholm.

Enunciaremos na continuação o problema de Dirichlet<sup>18</sup>. Antes vejamos algumas notações utilizadas:  $\Omega$  é um subconjunto aberto e conexo do  $\mathbb{R}^n$ <sup>19</sup>,  $\partial\Omega$  é a fronteira de  $\Omega$  e  $\bar{\Omega}$  é a aderência de  $\Omega$ . Para  $k \geq 0$  inteiro,  $C^k(\Omega)$  é o conjunto das funções reais  $u : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$  com derivadas parciais contínuas e limitadas até a ordem  $k$  em  $\Omega$ .  $C^0(\bar{\Omega})$  é o conjunto das funções reais  $u : \bar{\Omega} \rightarrow \mathbb{R}$  contínuas.

Enuncia-se o problema de Dirichlet para a equação de Laplace do seguinte modo. *Dada uma função contínua  $f : \partial\Omega \rightarrow \mathbb{R}$ , obter a função  $u \in C^2(\Omega) \cap C^0(\bar{\Omega})$  tal que  $\Delta u = 0$  em  $\Omega$  e  $u = f$  em  $\partial\Omega$ .*

De modo geral, podemos dizer que o problema de Dirichlet consiste em encontrar uma solução para a equação de Laplace satisfazendo uma condição de fronteira dada.

<sup>18</sup> Em (CHURCHILL, 1960, p. 244) o leitor interessado poderá encontrar informações sobre o problema de Dirichlet para o círculo.

<sup>19</sup> Se  $\Omega$  é um subconjunto aberto conexo limitado, então o problema é conhecido como problema de Dirichlet interior.

# Capítulo 5

## Criação, Estruturação, Consolidação e Desenvolvimento do Instituto de Matemática da UFRJ (IM/UFRJ).

*A França ocupa um lugar honroso na pesquisa científica mundial. Podemos constatá-lo em diversos índices. Os prêmios Nobel: a França está bem representada em biologia e em medicina, menos bem nas outras disciplinas [...]. Em matemática, congressos internacionais são organizados a cada quatro anos. A França para lá envia regularmente de 10 a 12% dos conferencistas [...].*

*A sociedade deveria, ao contrário, cuidar de proteger seus pesquisadores, uma vez que se terá compreendido que seu trabalho exige disponibilidade, concentração a cada instante. Foi precisamente quando pôde ser beneficiada com um ambiente favorável que a pesquisa francesa conheceu um verdadeiro florescimento.*

*Laurent Schwartz*

*Pour sauver l'Université*

Nosso propósito neste capítulo é dar ao leitor informações gerais sobre a criação do Instituto de Matemática da Universidade do Brasil (IM/UB), depois transformado em Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (IM/UFRJ). Na continuação informaremos sobre as corretas escolhas feitas por L. A. Medeiros, como professor dessa unidade da UFRJ, visando a estruturação e o funcionamento do IM/UFRJ, dando continuidade a seu projeto de contribuir para a criação de um bom sistema universitário para a UFRJ.

O Instituto de Matemática da UB (IM/UB), depois Instituto de Matemática da UFRJ (IM/UFRJ), foi criado pela Resolução nº 22 do Conselho Universitário da Universidade do Brasil, em 19 de março de 1964, e foi mantido pelo Decreto nº 60455-A, de 13 de março de 1967, que aprovou o Plano

de Reestruturação da UFRJ. Assumiu interinamente a Direção do IM/UB o prof. José Abdelhay. Posteriormente, foi nomeado Diretor Pró Tempore do IM/UB o prof. Lindolpho de Carvalho Dias, que pertencia ao Departamento de Matemática da Escola Nacional de Engenharia (ENE), e depois se deligou da UB para assumir a Direção do Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), órgão do CNPq. Em seu lugar assumiu a Direção do IM/UB o prof. Chafi Hadad, que pertencia ao Departamento de Matemática da Escola de Arquitetura e Belas Artes da UB. Este foi depois substituído pelo prof. Othon Nogueira, que era docente do Departamento de Matemática da ENE da UB.

Quando da implantação da Reforma da Universidade Brasileira, feita pelo governo federal no final dos anos 1960 e início dos anos 1970, o IM/UFRJ foi oficializado como Unidade do Centro de Ciências Matemáticas e da Natureza (CCMN) da UFRJ, pelo Decreto nº 66.536, de 06 de maio de 1970, que aprovou o Estatuto da UFRJ.

O IM/UFRJ foi organizado contendo quatro Departamentos: Matemática Pura, Métodos Matemáticos, Métodos Estatísticos, Ciência da Computação. Em 1989 foi criado no IM o Departamento de Matemática Aplicada.

Segundo (BRAGA; SANGLARD, 2007).

*O Instituto de Matemática mantém 6 cursos de graduação e 6 programas de pós-graduação e tem por objetivo ministrar o ensino e coordenar a pesquisa em matemática na UFRJ, atendendo em média a 25.000 inscrições em disciplinas por ano. Desde a sua criação, desenvolvem-se no IM/UFRJ diversas atividades de pesquisa que se consolidam e fortalecem a cada ano. Estas atividades se refletem no aumento da produção científica dos diversos grupos de pesquisadores e na formação de recursos humanos*

O Programa de Pós-Graduação do Instituto de Matemática existe desde 1968, data na qual foi criado. Ele é o mais antigo dos programas atualmente existentes no IM/UFRJ.

Todos os Programas de Pós-Graduação do IM têm um bom conceito junto à comunidade científica nacional e internacional e são reconhecidos como cursos de excelência na formação de recursos humanos qualificados. Este reconhecimento se refletiu, por exemplo, na avaliação periódica feita pela CAPES, em 2017, na qual o Programa de Pós-Graduação em Matemática do IM/UFRJ recebeu nota 7, a nota máxima. Nos anos 1970, o IM/UFRJ foi uma das primeiras instituições brasileiras a ofertar estágios para o pós-doutoramento em Matemática.

No início de 1970, o prof. Guilherme M. De La Penha, que era professor da COPPE/UFRJ, foi indicado como Diretor *Pró Tempore* do IM/UFRJ e, juntamente com Luis Adauto Medeiros, trabalhou arduamente para estruturar esta unidade, que acolheu em sua plenitude o Programa de Pós-Graduação em Engenharia Matemática, com seus professores e alunos, que pertencia e funcionava no Instituto Alberto Luiz Coimbra de Pós-Graduação e Pesquisa de Engenharia da UFRJ (COPPE). Este órgão da UFRJ foi criado em 1967<sup>20</sup>. Na cerimônia de comemoração dos 50 anos de existência da COPPE/UFRJ, o mestre L. A. Medeiros foi homenageado, veja Figura 4 ao final deste capítulo.

O Programa de pós-graduação do IM/UFRJ, com os cursos de Mestrado e Doutorado em Matemática, foi credenciado pelo Conselho Federal de Educação (CFE) em 09/04/1976. Segundo relato de L. A. Medeiros, ver Medeiros (1996c), esse acontecimento deixou Guilherme M. De La Penha, então Diretor do IM, muito contente a ponto de lhe dedicar um livro com as seguintes palavras “A Luis Adauto pela contribuição que tornou possível o credenciamento de nossa pós-graduação. G. M. De La Penha”.

Nos primórdios do IM, Luis Adauto Medeiros esteve muito preocupado com a formação de seu corpo docente, com o engajamento de seus professores e com seu projeto para criar uma excelente unidade de ensino e pesquisa básica em Matemática na UFRJ. Muitos dos docentes lotados no IM eram horistas, isto é, ganhavam por hora de trabalho e, obviamente, tinham outros empregos e interesses. Este fato preocupava L. A. Medeiros e se apresentava como um obstáculo para seu projeto de construção de um IM com nível de excelência. Paulatinamente, ele e os gestores do IM responsáveis pela contratação de professores, conseguiram renovar o corpo docente do IM.

L. A. Medeiros reconheceu na internacionalização das atividades dos programas de pós-graduação do IM um aspecto extremamente relevante, com reflexos na qualidade da produção científica e na formação dos seus alunos. Dessa forma, ele passou a considerar em seu projeto administrativo os diversos aspectos da internacionalização nas avaliações da área que seriam feitas pela CAPES e nos objetivos dos programas ofertados pelo IM. L. A. Medeiros sabia que a internacionalização de uma instituição envolve dois níveis: 1) a inserção internacional e 2) as ações que visam à atuação internacional dos programas dessa instituição.

L. A. Medeiros também sabia da importância que os programas de pós-graduação recém-criados no IM desempenhariam no processo de intercâmbio

---

<sup>20</sup> Durante a estruturação dos programas de pós-graduação desse órgão da UFRJ, L. A. Medeiros contribuiu fortemente para o desenvolvimento dos cursos desses programas, ministrando aulas e orientando alunos.

de docentes e alunos de outras universidades do Brasil e do exterior. Esse esforço deveria ser mais constante e marcante para que o programa de Matemática obtivesse nota máxima na avaliação CAPES.

L. A. Medeiros sabia que o programa de pós-graduação em Matemática do IM deveria se qualificar e ser ampliado para estimular a atração de alunos, de pós-doutores (em programas específicos) e de pesquisadores visitantes do exterior.

Nos primórdios do IM, L. A. Medeiros organizou e criou na instituição, com a cooperação de ex-alunos, um grupo de pesquisa que passou a trabalhar na formação de recursos humanos qualificados em Equações Diferenciais Parciais e Mecânica do Contínuo. Nessa época ele organizou com a ajuda de Pedro H. Rivera (1941-1983) um texto introdutório de um livro do matemático francês J. L. Lions. Este texto tinha por objetivo facilitar aos alunos de pós-graduação do IM o estudo do livro intitulado *Problèmes aux Limites dans les Equations aux Derivées Partielles*, ver Lions (1965).

No dia 27 de agosto de 1971 a Congregação da IM nomeou Luis Aduato Medeiros para ocupar o cargo, recém-criado, de Diretor Adjunto para Graduação e Pesquisa do IM. Em 21 de dezembro do mesmo ano, a Congregação do órgão aprovou a criação do Conselho de Coordenadores dos Programas de Pós-Graduação do IM; nesta oportunidade Luis Aduato Medeiros foi indicado e aprovado para ocupar a função de Coordenador desse Conselho.

Percebemos que L. A. Medeiros, ao se engajar no processo administrativo de consolidação do IM, formulou um plano com uma estratégia de desenvolvimento em longo prazo, para escapar ao hábito da improvisação imediatista, que sacrifica o futuro ao presente, por não compreender o passado. Assim, em conjunto com outros colegas da administração do IM, idealizou uma programação de investimentos para racionalizar e melhor coordenar a ação dos diversos órgãos do IM, incluindo um conjunto de indicações sobre as políticas gerais de orçamento: verbas do MEC, CNPq, CAPES, FINEP, CEPG/UFRJ; de contratação de docentes; de programas de professores visitantes; de grupos de pesquisa necessários para compatibilizar a promoção do desenvolvimento; de consolidação e visibilidade do IM junto à comunidade científica nacional e internacional.

O plano de metas e ações elaborado pelos gestores do IM na época não era um episódio, e sim um processo, um roteiro; não era uma mordada e sim uma inspiração, uma proposta com metas e ações calculadas. Os gestores do IM à época sabiam que planejar é disciplinar prioridades, e priorizar significa postergar uma coisa em favor de outra.

L. A. Medeiros sabia que os programas de pós-graduação com notas máximas devem apresentar produção científica de destaque nos estratos de avaliação da CAPES. Ele sabia também que outros critérios considerados para um excelente programa de pós-graduação incluem: inserção na comunidade científica internacional, liderança e reconhecimento internacional da produção científica, mobilidade internacional de docentes e discentes, liderança nacional e nucleação. Com respeito à nucleação, L. A. Medeiros tinha conhecimento que o programa de pós-graduação em Matemática do IM deveria apresentar capacidade de nucleação com egressos do IM sendo contratados em instituições de ensino e pesquisa e vinculados a programas de pós-graduação na qualidade de docentes e de orientadores.

Em seu trabalho administrativo, com o objetivo de consolidar e desenvolver a pesquisa científica no IM e no país, bem como fortalecer os grupos de pesquisa recém-criados no órgão, Luis Aduato Medeiros buscou e obteve o apoio científico de matemáticos de diversos países, como: Estados Unidos da América, França, Japão, Itália, Rússia, Israel. Ele organizou e implementou no IM Programas Anuais de Professores Visitantes. Dentre os primeiros professores que visitaram o IM, destacamos os seguintes: Felix E. Browder, Jacques-Louis Lions, Haim Brézis, Y. Ebihara, A. Pazy, G. Duvaut, W. A. Strauss, N. Larkin, François Brezzi, Thierry Cazenave, Otared Kavian, Sergio Spagnolo, François Murat, Jim Douglas, Maria J. Esteban, Jerome A. Goldstein, Jean-Claude Lédélec, Jean-Pierre Puel.

No início dos anos 1970 L. A. Medeiros participou, junto com colegas de outras universidades, da criação do Seminário Brasileiro de Análise - SBA. Ele incentivou e participou da criação do Encontro Nacional de Análise Matemática e Aplicações (ENAMA), evento que é realizado anualmente. Também participou ativamente, durante vários anos, das reuniões do Colóquio Brasileiro de Matemática. Por exemplo, foi membro da comissão organizadora e coordenador do 6º Colóquio Brasileiro de Matemática, realizado no período de 2 a 22 de julho de 1967, na cidade de Poços de Caldas (MG).

No IM, outra das preocupações e ações de L. A. Medeiros foi detectar alunos talentosos para incentivá-los a estudar matemática, selecionando-os, preparando-os e enviando-os para realizar o doutorado em excelentes universidades do país e do exterior. São dessa época os seguintes alunos: Adilson Gonçalves, Manuel Milla Miranda, Marcos Antonio Raupp, Carlos Antonio de Moura, Beatriz Rocha Pereira das Neves, Gustavo Perla Menzala, Felipe Acker, Flávio Dickstein, Rolci Cipolatti. Vários desses alunos, ao completarem seus Doutorados, ingressaram no corpo docente do IM/UFRJ.

Em Medeiros (1976, p.2) é feito um relato das atividades do IM no

biênio 1975-1976, contendo resultados alentadores com respeito ao desempenho do órgão. Observa-se, por exemplo, para o programa de professores visitantes recém-implantado no ano de 1975 o seguinte: quatro (4) professores visitantes. No ano de 1976 houve cinco (5) professores visitantes no IM. A partir dessa fase inicial de árduo e planejado trabalho administrativo, L. A. Medeiros conseguiu que 28 professores visitantes trabalhassem no IM, em suas especialidades em EDP e Controle. Assim se expressa L. A. Medeiros com respeito às atividades do IM:

*Aquele que acompanha a evolução das atividades matemáticas na UFRJ deduz ser positivo e animador os resultados obtidos no biênio 1975/76. Simples é justificar esta afirmativa. Iniciando pela Graduação, nota-se o bom nível intelectual de boa parte dos estudantes do Ciclo Básico, mormente aqueles que se dirigem à Escola de Engenharia da UFRJ. Os que procuram os cursos Matemático e Licenciado ainda não são de boa qualidade em sua maioria, embora seja possível recuperá-los da carência de educação matemática originária da má formação nos cursos que antecederam o ingresso na universidade [...]. Evidentemente este é um trabalho penoso que requer muita paciência e dedicação, porém terá que ser feito, pois resultará no elevado nível dos estudantes da pós-graduação [...].*

*Ao nível de Pós-Graduação, podemos garantir que sua boa qualidade depende da Graduação, razão porque tanto preocupa aos docentes do IM/UFRJ a reestruturação da Graduação. Dos docentes de Pós-Graduação espera-se que trabalhem em pesquisa, procurando permanentemente se aperfeiçoar, tentando melhorar cada vez mais sua formação cultural [...].*

*Deste modo, procura-se comprometer os docentes do IM/UFRJ com o ensino de graduação, de pós-graduação e fortemente com a pesquisa matemática, bem como com o planejamento e organização destas atividades [...].*

Desde sua criação, no início dos anos 1970, desenvolvem-se no IM/UFRJ diversas atividades de pesquisa que se consolidam e se fortalecem a cada ano. Estas atividades se refletem no aumento da produção científica dos diversos grupos de pesquisadores que trabalham no órgão na formação de recursos humanos qualificados.

Outra atividade criada por L. A. Medeiros no IM em 1972, que atualmente é uma tradição, foi a oferta de Programas de Verão. As versões desse Programa têm como objetivos: servir de treinamento básico ao aluno de graduação, facilitar a seleção de alunos de pós-graduação do IM e aproveitar as férias de aulas para ofertar cursos de aperfeiçoamento aos docentes do

Estado do Rio de Janeiro. O Programa de Verão do IM/UFRJ compreende a oferta de atividades de pesquisa, ensino do pós-graduado, divulgação das atividades do IM, cursos de extensão universitária, cursos de nivelamento. A série histórica indica uma média em torno de 150 alunos, a cada ano, que frequentam os cursos ofertados no Programa de Verão do órgão.

Outro objetivo do Programa de Verão do IM é o de completar a formação dos alunos do próprio órgão, mediante apresentação de tópicos que não são cobertos de maneira habitual nas grades curriculares dos vários cursos de graduação ofertados pelo IM.

A primeira dissertação de mestrado do Programa de Pós-graduação do Instituto de Matemática da UFRJ foi na área de Álgebra, tendo por título *Cohomologia de Amitsur*, defendida por Bernardo Felzenszwalb em 13 de setembro de 1972, sob orientação dos professores André T. Kitchen e Karl-Otto Stöhr; a primeira tese de doutorado foi na área de Análise, tendo por título *Germes de Aplicações Holomorfas em Espaços Localmente Convexos*, defendida por Augusto J. M. Wanderley em 26 de agosto de 1974, sob orientação do professor Leopoldo Nachbin.

Nessa fase inicial, a segunda tese de doutorado foi na área de EDP, defendida em 1975. Foi a tese de Beatriz Rocha Pereira das Neves (1935-1986) intitulada *Solução Regular de um Problema não Linear de Evolução* e orientada por L. A. Medeiros. Esta foi a primeira orientação de tese de doutorado de L. A. Medeiros defendida no IM/UFRJ.

Em sua tese a autora unificou resultados obtidos sobre mecânica dos fluidos e sobre um modelo matemático de ondas unidimensionais e publicados por L. A. Medeiros, G. P. Menzala e M. Milla Miranda. Na tese a autora provou dois teoremas de existência e unicidade para soluções periódicas da equação:

$$u_t - (f(u))_x - \delta u_{xxt} = 0, \quad \delta > 0,$$

na qual  $x$  é uma variável real e  $t$  a variável tempo.

Dando continuidade ao trabalho iniciado por L. A. Medeiros, o programa anual de professores visitantes continua no IM. Pesquisadores de vários centros mundiais visitam com frequência o IM/UFRJ, proferindo conferências, ministrando cursos de curta duração e desenvolvendo tópicos de pesquisa com os pesquisadores do IM.

Também conferências semestrais e Seminários são organizados pelos diversos grupos de pesquisa do IM ao longo do ano acadêmico, o que tem sido de fundamental importância para o desenvolvimento e visibilidade produzidos por docentes do IM, além de contribuir na formação dos estudantes.

Atualmente o IM/UFRJ está composto pelos seguintes Departamentos: Departamento de Matemática; Departamento de Ciência da Computação; Departamento de Métodos Estatísticos; Departamento de Matemática Aplicada. São as seguintes as linhas de pesquisa desenvolvidas por grupos de pesquisadores do IM/UFRJ:

- Análise Numérica;
- Aritmética de Corpos e Funções;
- Complexidade e Fundamentos da Matemática Computacional;
- Equações Diferenciais Parciais;
- Física Matemática;
- Geometria Diferencial;
- Análise Funcional;
- Teoria de Anéis e Teoria de Grupos;
- Sistemas Dinâmicos;
- Teoria Geométrica das Folheações;
- Topologia Algébrica;
- Probabilidade e Estatística.

Em 23 de junho de 2008, foi realizada uma reunião no salão da Decania da UFRJ para homenagear o Prof. Dr. Jorge Alberto Barroso, do IM/UFRJ, pelo transcurso de seus 80 anos. Luis Adauto Medeiros usou a palavra para saudar o colega com as seguintes palavras:

*Consideramos louvável esta reunião, no salão nobre da Decania da UFRJ em homenagem ao Jorge Alberto Barroso, por ocasião de seu aniversário [...]. Neste período, por volta dos anos 70, após o colapso da Universidade de Brasília, Leopoldo Nachbin teve a oportunidade de organizar uma pós-graduação no IMPA, nos moldes que imaginava desenvolver no Departamento de Matemática de Brasília, do qual era o coordenador. Este projeto teve apoio financeiro da FINEP, pois o desenvolvimento científico do país fazia parte do projeto tecnológico do governo da época.*

*Quando tudo parecia estável no IMPA, surgiram negações e a equipe que lá se organizava se estebeleceu na COPPE com apoio de Guilherme de La Penha sendo Jorge Alberto, que homenageamos, o primeiro a ser admitido no novo programa da COPPE denominado – Programa de Engenharia Matemática [...].*

*Da COPPE, a equipe se localizou no Instituto de Matemática, o lugar natural. Nesta época, o Instituto vivia um momento de completa desorganização. O número de alunos era enorme e a falta de professores maior. Assim, o encarregado da administração do IM contratava horistas para ministrar as aulas. Eles não tinham qualificação para desempenhar suas funções.*

*Com a vinda do Programa de Engenharia Matemática, foi organizada a pós-graduação no IM com bom financiamento da FINEP. Criou-se, Mestrado e Doutorado, nos moldes que havia sido pensado para Brasília, oferecendo bolsa e tempo integral. A maioria dos horistas desitiu e os novos professores eram os alunos de pós-graduação; qualificados, trabalhando em tempo integral.*

*Neste período do IM Jorge Alberto teve atuação destacada, na administração, no ensino de pós-graduação e na orientação de estudantes desenvolvendo projetos de pesquisa [...]. Desenvolveu-se um programa de visitantes e organizou-se um instituto bem estruturado que se mantém, com certas restrições, até hoje [...].*

*Pois é, Jorge Alberto, o tempo passou e aqui estamos para homenagear você aos seus 80 anos. Nesta idade sabemos que muitos desenganos foram superados e que carregamos com entusiasmo as esperanças. Parabéns.*

*Luis Aduino Medeiros*

*Rio de Janeiro, 23 de junho de 2008.*

Cerimônia de comemoração dos 50 anos de existência do Programa de Pós-Graduação em Engenharia da UFRJ (COPPE/UFRJ), em 2017, na qual foi homenageado o prof. dr. L. A. Medeiros.



Figura 4. Cortesia do prof. dr. Luis Adauto Medeiros

Atual Fachada de entrada do IM/UFRJ.



Figura 5. Cortesia do prof. dr. Luis Paulo Braga



# Capítulo 6

## O Trabalho Acadêmico e Administrativo de Luis Aduato Medeiros, sua Influência Científica.

*Claparède, no já mencionado discurso de abertura do colóquio do Centro de Síntese, observa que há dois gêneros de invenções: um consiste, conhecida a finalidade, em encontrar os meios para chegar a ela, de modo que o espírito vai da finalidade ao meio, da questão à solução; o outro, inversamente, consiste em descobrir um fato e então imaginar para o que ele pode servir, de modo que, neste caso, o espírito vai do meio à finalidade; a resposta chega antes da pergunta.*

*Jacques Hadamard*

*Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique*

Neste capítulo o leitor perceberá o dedicado trabalho de L. A. Medeiros em prol da boa evolução do IM/UFRJ para que esta unidade da UFRJ se transformasse, com o passar dos anos, em um dos principais centros de estudos e pesquisa em Matemática do país e da América Latina. Com a estruturação do IM a UFRJ passou a ser uma das poucas universidades brasileiras a ofertar programa de Doutorado em Matemática a partir da primeira metade dos anos 1970.

Luis Aduato Medeiros possui diversas qualidades dignas de um ser humano civilizado, culto, educado e bem informado. Uma delas é sua sintonia com o compromisso histórico do país e, em particular, da UFRJ, para transformar de modo continuado o coletivo que o envolve. Outras de suas qualidades são: ajudar o neófito nos estudos de Matemática, que busca seu apoio acadêmico; o compromisso com a educação brasileira de boa qualidade, por meio da qual influenciou e formou diversas gerações de jovens estudantes em Matemática, que foram acolhidos pelo IM/UFRJ para completarem suas formações em nível de graduação e em nível de pós-graduação; partilhar seus

conhecimentos. Neste particular, muitos de seus artigos e livros publicados o foram em conjunto com alunos e com colegas. A vida acadêmica de Luis Adauto Medeiros é um bom exemplo de ética, moral, decência, sabedoria e urbanidade.

Nosso homenageado participou do período de efervescência criativa para a formação da comunidade matemática brasileira e de formação do ambiente universitário do país, por meio do trabalho no silêncio de seu gabinete na UFRJ, em sua residência, por meio da orientação de seus discípulos e travando também alguns combates silenciosos e outros não silenciosos, em reuniões científicas e administrativas.

Ao juntarmos suas qualidades pessoais a sua excelente formação acadêmica em Matemática e em administração universitária, teremos como resultado o mestre Luis Adauto Medeiros que, mesmo aposentado oficialmente como prof. Titular da UFRJ, continua com atividades de pesquisa no IM/UFRJ e continua acompanhando com muito interesse a evolução profissional de seus descendentes em Matemática.

A partir dos anos 1950, L. A. Medeiros ministrou e tem ministrado cursos e proferiu palestras em diversas universidades brasileiras e estrangeiras. Por exemplo, no período de 01 de novembro a 20 de dezembro de 1959, a convite da Universidade do Ceará, atual Universidade Federal do Ceará (UFC), L. A. Medeiros esteve em Fortaleza proferindo conferências e ministrando cursos de curta duração. No dia 04 de dezembro daquele ano ele proferiu a palestra intitulada *Algumas Generalizações do Conceito de Integral*.

No período de novembro de 1998 a outubro de 1999 ele foi professor visitante do Departamento de Análise do IM/UFF, onde ministrou disciplinas nos cursos de graduação e interagiu com diversos setores do IM/UFF em atividades como: pesquisa, orientação de seminários, conversando com vários professores da instituição. Destacou-se junto aos alunos de graduação como conselheiro, amigo, orientador.

Luis Adauto Medeiros dedicou mais de 60 anos de sua vida ao trabalho sério e contínuo em ensino e pesquisa em Matemática, não só no IM/UFRJ, mas também em outras universidades do Brasil e do exterior. Ele também se preocupou e, se preocupa, com a recuperação e a divulgação da memória do saber matemático nacional. Neste particular, ele escreveu diversos textos sobre matemáticos brasileiros e sobre as origens dos estudos de Matemática em instituições de ensino superior sediadas na cidade do Rio de Janeiro, ver Medeiros (1984).

Em 1976, L. A. Medeiros inscreveu-se em concurso público de provas

e títulos para o cargo de Professor Titular do Departamento de Métodos Matemáticos do IM/UFRJ. Ele apresentou a tese intitulada *Alguns Métodos Matemáticos para o Estudo da Equação de Benjamin-Bona-Mahony*. Ao ser aprovado ele foi nomeado para o cargo de Professor Titular. Para detalhes técnicos ver (MEDEIROS, 1976b). No Prefácio da tese assim se expressou L. A. Medeiros:

*Nesta tese apresentamos, de modo auto-suficiente, certos resultados que obtivemos sobre uma equação não linear de evolução que aparece no estudo de Mecânica dos Fluidos [...]. Escolhemos este assunto para tema de nossa tese, porque ele reflete o trabalho que vem sendo realizado pela equipe de Equações Diferenciais Parciais do Instituto de Matemática da UFRJ. Deste modo, faz-se o estudo de alguns aspectos da equação.*

$$(*) \quad u_t + uu_x - u_{xxt} = 0,$$

*conhecida sob a denominação de equação de Benjamin-Bona-Mahony [...]. Neste trabalho prova-se a existência e unicidade de soluções periódicas regulares, usando o método de semidiscretização e certos resultados de compacidade [...].*

Em 10 de julho de 1996 Jacques - Luis Lions enviou uma carta à comunidade acadêmica do IM/UFRJ e à Reitoria da UFRJ, na qual recomenda fortemente a concessão do título de Professor Emérito da UFRJ a L. A. Medeiros. A seguir reproduzimos em fac-simile a carta enviada por J.-L. Lions em língua inglesa e em língua portuguesa (ver Figuras 6, 7 e 8 ao final do capítulo).

Em agosto de 1997 a UFRJ outorgou ao prof. dr. Luis Adauto Medeiros o título de Professor Emérito da UFRJ, A seguir reproduzimos *fac-simile* do convite que foi distribuído pela Reitoria da UFRJ, antes da realização da sessão solene de outorga do título (ver Figura 9). A Figura 10 ao final do capítulo mostra um momento de confraternização após a cerimônia de outorga do título de Professor Emérito.

Transcrevemos na continuação trechos do discurso proferido pela prof<sup>a</sup>. dr<sup>a</sup>. Neyde Ribeiro, do IM/UFRJ, na sessão solene de entrega do título de Professor Emérito da UFRJ ao prof. dr. Luis Adauto Medeiros, realizada em 12 de agosto de 1997.

*Antigos poetas — grandes poetas — começavam seus extraordinários poemas rogando às musas que lhes ofertassem “engenho e arte” para poder expressar a realidade, a imensa e complexa rede de vida e história que imaginavam exprimir [...].*

*Modestamente, como convém a uma professora de matemática, a quem coube o privilégio de pronunciar essa oração, modestamente — repito — peço não às musas, porque possivelmente não me ouviriam, mas à paciência generosa deste auditório, que ouça algumas palavras nesse momento em que também pretendemos desenhar a trajetória de uma vida [...].*

*Ao Ilustre Professor Doutor Luis Aduino da Justa Medeiros, meu ex-orientador e permanente mestre, é concedido o título de Professor Emérito da Universidade Federal do Rio de Janeiro, por unanimidade de seus pares, por consenso entre seus ex-alunos e alunos, por justiça e, sobretudo, em nome de uma trajetória de vida coerente, toda ela dedicada à reflexão, à criação e à ação. Dedicada a construir, indicando caminhos, apontando horizontes.*

*O reconhecimento público de seu trabalho vem sendo traduzido nas várias homenagens de que tem sido objeto ao longo de sua vida [...].*

*Nos anos de 60 iniciou seus estudos com o professor Leopoldo Nachbin, que o encaminhou ao matemático americano, Doutor Felix Browder, com quem trabalhou na Yale University e na Universidade de Chicago, concluindo sua tese de doutorado em 1965 [...].*

*O professor Luis Aduino é o matemático brasileiro que mais contribuiu para o desenvolvimento do Estudo das Equações Diferenciais Parciais não Lineares, nos seus primórdios. Este estudo é de fundamental importância na física e na engenharia [...].*

*Mas a atenção aos cursos de graduação não era relegada, muito pelo contrário, a eles dedicou vários textos, que vêm servindo de orientação a inúmeros estudantes brasileiros e aulas inesquecíveis [...].*

*Assíduo e pontual, fiel à rotina estabelecida pela disciplina que assegura a execução dos projetos, o professor Luis Aduino sempre cumpriu o papel de pesquisador engajado, orientador exigente, mas atento, dedicado e presente [...].*

*O conceituado livro americano dos matemáticos Agarwal e Lakshmikantham, sobre critérios de unicidade para equações diferenciais ordinárias, dá um importante destaque ao teorema sobre critérios de unicidade em dimensão infinita demonstrado pelo professor Luis Aduino, dito Teorema de Unicidade de Medeiros.*

*Idealizou e organizou uma série de importantes encontros internacionais e nacionais, dentre eles o Seminário Brasileiro de Análise, que contribuíram significativamente para que a Análise Matemática e, em particular as EDP avançassem, atingindo a qualidade e o respeito que merecem hoje o inte-*

resse de um grande número de prestigiosos pesquisadores [...].

*Sensível às aspirações dos jovens, jamais perdeu a oportunidade de envolver em algum projeto o estudante de graduação interessado em aprender, conduzindo-o para Iniciação Científica ou alguma outra oportunidade adequada ao interesse e vocação do estudante.*

*Dotado de fino espírito crítico, suas aulas são ricas em conteúdo, bem organizadas, letra grande e redonda, bonita. É o gosto de ser professor, de ensinar, de transmitir conteúdos complexos, tornando-os claros e simples [...].*

*Grande e frondoso é o conhecimento do professor Luis Adauto, que, para além das lições de matemática, deu uma lição de vida que inclui o orgulho de ser brasileiro, o zelo pela preservação da memória e tradição de nossos valores culturais.*

*Neyde Martins Ribeiro*

Ao usar a palavra nesta sessão solene de outorga do título de Professor Emérito da UFRJ, assim se expressou o prof. dr. Luis Adauto Medeiros, ver (MEDEIROS, 2010, p. 36-44).

*Difícil é saber por onde iniciar um histórico, principalmente quando se trata de nossa própria vida. O Braz Cubas escolheu iniciar pelo fim, enquanto o Rei ordenou ao Coelho Branco, na imaginativa ficção de Lewis Carrol, que lesse o poema começando do começo, fosse até o final e então parasse. Entre os dois extremos, escolhamos começar de uma data que mais próxima para não ficar cansativo para as pessoas generosas que nos ouvem prometendo ir até o final.*

*Assim, começamos em 1944 quando chegamos ao Rio de Janeiro, acompanhado de nossos pais. Deveríamos concluir o curso científico, em três anos, ingressando, a seguir, na Faculdade Nacional de Medicina. Após a conclusão do curso deveríamos retornar à Fortaleza, no Ceará, nos dedicando à arte de curar continuando o trabalho de médicos da família que estavam próximos a serem substituídos: um Justa, outro Medeiros. Sendo nós Justa Medeiros teríamos o caminho facilitado, afirmava meu pai.*

*Ingressamos no Colégio Anglo Americano onde deveríamos cumprir a primeira etapa do projeto. Lembramo-nos de Raul Pompeia “Vais encontrar o mundo disse meu pai à porta do Ateneu. Coragem para a luta” [...]. Encontramos um excelente corpo de professores entre eles o de matemática. Silvio Pinto Lopes, antigo assistente do Dr. Lélcio Gama na UDF, que nos ensinou durante três anos. Certa vez conversando consigo contamos o*

*nosso plano. Ele observou que na Faculdade de Medicina não estudaríamos matemática. O local apropriado para a formação de matemáticos e de professores era a Faculdade Nacional de Filosofia.*

*Em 1947 ingressamos, como aluno, no Departamento de Matemática da FNFfi, sendo esta etapa decisiva em nossa educação num sentido geral. O ambiente cultural desta unidade da Universidade do Brasil era excelente. Convivíamos com colegas de vários cursos e de múltiplos interesses. Às sextas, à noite, havia o educativo “Clube de Cinema” dirigido por Plínio Rocha, nosso professor de Mecânica [...].*

*Concluimos a licenciatura em Matemática no ano de 1952 e José Abdelhay, catedrático da cadeira de Análise Matemática e Superior, nos convidou para seu assistente [...]. Acredito que os administradores da época ainda não viam com clareza a importância do tempo integral pelo menos para os jovens que iniciavam a carreira acadêmica.*

*É oportuno mencionar que em 18 de dezembro de 1948, José Leite Lopes, ao tomar posse na cátedra de Física Teórica e Superior na FNFfi, se dirigiu à Congregação e entre outras observações significativas, chamou a atenção para a importância do tempo integral na Faculdade, imprescindível aos Departamentos que desenvolviam pesquisa básica e ensino.*

*Note-se como tudo no país caminha lento, quando se trata de educação. O que Leite Lopes sugeriu em 1948 só começou a ser efetivado, mesmo timidamente, apenas nos anos de 70 e hoje não sabemos o rumo que tomará.*

*Após entendimentos com José Abdelhay fomos trabalhar com Leopoldo Nachbin o que seria uma continuação natural de nossa formação anterior. Recebemos uma bolsa do CNPq e, após dois anos, Nachbin sugeriu-nos que fossemos para os Estados Unidos. Desenvolvemos um projeto de pesquisa com Felix Browder, durante dois anos na Yale University e um ano da Universidade de Chicago. Os resultados de nosso trabalho de pesquisa com Browder constituíram-se de nossa tese de doutorado aprovada por uma comissão organizada pela direção do IMPA [...].*

*De volta ao Brasil em 1965 estava o país totalmente modificado. Não mais encontramos os colegas de trabalho que deixamos nem alguns antigos professores. Havia sido aposentados.*

*Nachbin tinha em mente organizar, de modo formal, a pós-graduação no IMPA já iniciada por Maurício Matos Peixoto. Ainda não tínhamos tempo integral. Lindolpho de Carvalho Dias obteve financiamento do BNDE para o IMPA que passou a funcionar à Rua Luiz de Camões, 68, centro do Rio de Janeiro. Houve uma grande procura de excelentes alunos que*

concluíram, nesta fase, seus estudos no IMPA.

*Tudo caminhava muito bem naquele “engano da alma ledo e cego que a fortuna não deixa durar muito”, quando surgiram as contradições e tivemos que sair do IMPA indo para o CBPF, onde tivemos forte apoio de Alfredo Marques, Diretor Científico do CBPF na época.*

*Posteriormente todos os que compunham a equipe que trabalhava no IMPA transferiram-se para o IM/UFRJ, tentando erguer novamente o rochedo ao topo do monte qual Sísifo em seu absurdo castigo [...].*

*Foi fundamental o apoio de vários matemáticos com quem mantínhamos correspondência, originários dos Estados Unidos, da França, de Israel, do Japão, da Itália e da União Soviética. Entre eles destacamos Jacques Louis Lions, Haim Brézis, Felix Browder e Walter Strauss, cujo apoio ao nosso trabalho no IM foi e continua sendo decisivo [...]. Em uma das visitas de Lions ao IM o apresentamos ao Lindolpho, Diretor do IMPA na época. Daí o apoio que deu a alguns matemáticos do IMPA e ao desenvolvimento da matemática no país por meio da União Internacional de Matemática da qual era presidente [...].*

*No momento, com a crise de recursos para a educação, a Universidade é fortemente atingida e, por conseguinte o Instituto de Matemática [...].*

*Durante estes anos de trabalho procuramos abrir os olhos de nossos alunos para o aspecto cultural da matemática. Nunca estimulamos este exagero de publicações de trabalhos. Usamos como método procurar entender os grandes resultados da ciência estando sempre atento ao que existe de novo, realmente de qualidade sem esquecer, todavia o processo criativo.*

*Costumamos sempre dizer que a matemática como ciência ou arte é um forte instrumento de comunicação entre homens e mulheres independente de religião, convicções políticas ou grupos étnicos e que jamais deve ser usada como objeto de dominação. Acima de tudo está a educação no país que deve ser prioritária [...].*

*Ao longo desta caminhada sem fim, alguns amigos desapareceram. Todos estão guardados, com saudade, na memória.*

*Concluindo, lembramo-nos do Padre José Maria, do Memorial de Maria Moura da Rachel de Queiroz, ao dizer “A gente por onde anda cria amor e desamor e vai deixando atrás de si aqueles pedaços de coração – Bem querer ou ódio”.*

*Muito obrigado.*

A consolidação e o desenvolvimento dos estudos e pesquisa no Brasil, das

Equações Diferenciais Parciais aconteceram graças ao persistente trabalho desenvolvido por Luis Aduino Medeiros a partir do IM- UFRJ. Seu valioso legado tem sido muito importante para o desenvolvimento e a consolidação da pesquisa em Análise Matemática em nosso país, em especial nas Equações Diferenciais Parciais não Lineares.

Lembramos também que L. A. Medeiros participou ativamente, na segunda metade dos anos 1960, na organização e ministrando cursos no Departamento de Matemática da UnB, em conjunto com Leopoldo Nachbin. Aliás, o nome de Luis Aduino Medeiros não é mencionado nos principais textos referentes à criação e manutenção do Departamento de Matemática e depois Instituto Central de Matemática da UnB nos anos 1960.

Cabe lembrar ainda que, nos primórdios do IMPA, nos anos 1950 e 1960, quando era estagiário orientando de Leopoldo Nachbin e depois como pesquisador do IMPA, Luis Aduino Medeiros e Leopoldo Nachbin trabalharam na organização para a implantação do programa de pós-graduação daquela instituição. Eles foram os responsáveis pela organização da biblioteca do IMPA, quando a instituição já estava sediada na Rua Luis de Camões, 68, Centro, Rio de Janeiro, ver (NACHBIN; MEDEIROS, 1969).

A partir da segunda metade dos anos 1950, os matemáticos que trabalhavam em Análise Matemática em instituições sediadas no eixo São Paulo - Rio de Janeiro organizaram atividades científicas em forma de reuniões periódicas. Uma delas era chamada Quinzenas de Análise Funcional e Equações Diferenciais Parciais, que foram criadas no IME/USP por iniciativa do prof. dr. Chaim S. Hönl (1926-2018). A 2ª Quinzena foi realizada no ITA, no período de 19 de fevereiro a 01 de março de 1969. Nesta reunião Luis Aduino Medeiros proferiu a conferência intitulada: Problema de Cauchy em Espaços de Banach.

No início do ano de 1980, quando assumimos a presidência da Sociedade Paranaense de Matemática (SPM), solicitamos e prontamente obtivemos o apoio acadêmico e científico do prof. dr. Luis Aduino Medeiros. Nesta oportunidade ele passou a ser um dos membros da Comissão Editorial do Boletim da SPM.

Como professor visitante do Departamento de Análise da UFF, onde ministrou disciplinas em curso de graduação, no período de 1998-1999, Luis Aduino Medeiros foi escolhido pela turma, com a qual trabalhava, para ser paraninfo da mesma.

Em seu discurso de Saudação aos Formandos em Matemática do IM/UFF em 1999, assim se expressou L. A. Medeiros, ver (MEDEIROS, 2010, p. 86):

*Ao iniciarmos nossas atividades como professor visitante no Departamento de Análise da UFF em fins de 1998, nosso projeto de trabalho continha uma parte dedicada à pesquisa básica e outra dedicada ao ensino fundamental. Ensinar é imprescindível à vida do professor universitário sendo isto o que fazemos durante esses 50 anos de vida acadêmica o que, aliás, nos traz certo alento. O professor universitário deve fazer pesquisa, ensinar e auxiliar na administração. São atividades decisivas à vida saudável dos departamentos [...].*

No período de 26 a 29 de julho de 2006 foi realizado no Departamento de Matemática da UFPA, na cidade de Belém (PA), o International Meeting on Differential Equations (ver Figuras 11 e 12 ao final do capítulo), que foi dedicado a Luis Adauto Medeiros, na ocasião da celebração de seus 80 anos de idade, ver Corrêa (2007). Neste evento quarenta (40) conferencistas, do Brasil e do exterior, fizeram conferências. Ver Corrêa (2007). Nesta oportunidade o então Presidente da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), prof. dr. João Lucas Barbosa, pronunciou um eloquente discurso em homenagem ao mestre L. A. Medeiros. Este discurso está reproduzido no capítulo 10.

As contribuições de Luis Adauto Medeiros em Análise Matemática e seu trabalho de pesquisa em Equações Diferenciais Parciais não Lineares levaram a resultados que foram incorporados à literatura matemática mundial. Citamos como exemplo, o conhecido *Medeiros' Uniqueness Theorem*, ver (MEDEIROS, 2011, p. 44).

Em 1987, Luis Adauto Medeiros foi agraciado com o título de Professor Honorário da Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Peru e, em 1990, ele recebeu o título de Doutor Honoris Causa, da mesma universidade (ver Figuras 13, 14 e 15).

Em despacho ao prof. dr. Luis Adauto Medeiros, com data de 08 de março de 1990, quando da outorga do Título de Doutor Honoris Causa, assim se expressou o Reitor Wilson Reategui Chavez da Universidad Nacional Mayor de San Marcos:

*Por su notable contribución a la integración de los matemáticos latino-americanos y en reconocimiento al permanente apoyo a la Facultad de Ciencias Matemáticas de la Universidad Nacional Mayor de San Marcos. (MEDEIROS, 2011, p. 15).*

Os títulos acima mencionados foram outorgados em função de seu trabalho realizado na segunda metade dos anos 1960, na Faculdade de Ciências daquela instituição. Com financiamento da Ford Foundation, L. A. Medeiros

passou três meses na Universidad Nacional Mayor de San Marcos, em Lima Peru, onde ministrou um curso de Análise Funcional, abrangendo os seguintes tópicos: Espaços de Banach e de Hilbert, teoremas básicos como o teorema espectral para operadores limitados em um Espaço de Hilbert. Nesta oportunidade ele selecionou alguns alunos da instituição, todos de excelente nível acadêmico, sugerindo que eles poderiam fazer cursos de pós-graduação na cidade do Rio de Janeiro.

Posteriormente, os alunos selecionados por L. A. Medeiros ganharam bolsa de estudos da Ford Foundation para estudar no Brasil. Foram os seguintes alunos selecionados por L. A. Medeiros: Pedro H. Rivera Rodrigues (1941-1983), Manuel Milla Miranda, Uberto Luyo dos Santos e Gustavo Perla Menzala. Todos eles fizeram o mestrado no IMPA sob a orientação de L. A. Medeiros. No ano de 2003, L. A. Medeiros recebeu o Diploma de Professor Honorário da Universidad Nacional del Callao, Callao, Peru.

*Diploma de Reconocimiento*

*Por su valioso aporte a la humanidad e inagotable Producción Científica que se otorga al Dr. Luis Aduato Medeiros, ilustre Professor Honorario visitante de nuestra Universidad durante la Semana de Aniversario de la Facultad.*

*Callao, 03 de Diciembre del 2003.*

Em 1996 foi realizado no IM/UFRJ a II Jornada de EDP e Análise Numérica (ver Figura 18), evento científico do qual participaram vários conferencistas convidados, do Brasil e do exterior. Este evento foi uma homenagem que o IM/UFRJ prestou a L. A. Medeiros pelo transcurso de seus 70 anos de idade (Figura 16).

Em 1999, L. A. Medeiros foi agraciado com *The Prize of the Tenth International Colloquium on Differential Equations*, realizado em Plovdiv, Bulgária (ver Figura 17).

Em 2009, L. A. Medeiros recebeu o título de Doutor Honoris Causa da Universidade Estadual de Maringá (UEM) (ver Figuras 18 e 19). Esta instituição é tida por ele como uma extensão da UFRJ, pois a acompanha desde o sua criação nos anos 1960. Vários dos professores do Departamento de Matemática da UEM são descendentes de L. A. Medeiros, de 1ª e de 2ª gerações.

Citamos trechos do discurso do prof. dr. Cícero Lopes Frota, da UEM, durante a Sessão Solene de outorga, pela UEM, do título de Doutor Honoris Causa ao prof. dr. L. A. Medeiros.

*Coube a mim, por ofício de chefia de Departamento, fazer-lhes a apresentação do nosso ilustre homenageado, Professor Doutor Luis Aduino Medeiros, tarefa sobremodo honrosa, mas não muito simples dada a amplitude de importância do trabalho por ele desenvolvido e a profunda emoção que nos envolve num momento como este [...].*

*Sua notável contribuição para o estudo das Equações Diferenciais Parciais o levou a trabalhar com Jacques Louis Lions (Presidente da União Internacional de Matemática), na Universidade de Paris, onde cumpriu seu pós-doutorado com bolsa do governo Francês. Foi fundador do Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, onde trabalha há 46 anos ocupando atualmente a posição máxima de Professor Emérito. Por meio de diversos intercâmbios proporcionou a visita, ao Brasil, de renomados pesquisadores gerando considerável desenvolvimento para a Matemática no país [...].*

*Nossa argumentação até o momento é mais do que suficiente para que os senhores e senhoras tenham a ideia da amplitude do trabalho de Professor Luis Aduino. Entretanto, não posso terminar sem comentar o que, em minha opinião, é sua “marca” principal. A arte de ensinar e formar novos grupos de pesquisa! Professor completo, que transforma conteúdos duros e complexos em ideias e conceitos claros. Espositor fantástico que transforma suas aulas em verdadeiros espetáculos. Não se trata de espetáculos de pirotecnia ou da arte de contar piadas, mas espetáculos de clareza, organização, síntese e respeito ao aluno e à academia [...].*

*Prezado Professor Luis Aduino Medeiros, por toda sua notável contribuição para o desenvolvimento do Departamento de Matemática da UEM, pelo incansável trabalho em prol da Matemática no Brasil, nossa eterna gratidão, respeito e consideração! Por meio do título de Doutor Honoris Causa a Universidade Estadual de Maringá valoriza e reconhece a sua grande trajetória acadêmica.*

*Muito obrigado.*

*Cícero Lopes Frota*

Reproduzimos parte do discurso do prof. dr. L. A. Medeiros proferido na ocasião em que recebeu o título de Doutor Honoris Causa pela UEM.

*Professores Membros do Conselho Universitário Amigos e colegas da UEM A primeira vez que visitamos a UEM, em 1982, foi a convite do Professor Emerson Arnaut de Toledo. Tudo parecia iniciar. Encontramos a Professora Carla Montorfano que vinha do IM/UFRJ. Ela se transferiu*

*para cá encantada com a cidade e com os colegas. Fizemos duas conferências – uma para os alunos e outra para os professores [...].*

*Posteriormente visitamos a UEM várias outras vezes. A Catedral ficava fora da cidade. Não havia esta segunda parte composta de enormes edifícios. Um trem cruzava o caminho do centro da cidade para a Universidade.*

*A seguir, reitores de grande visão administrativa, estabeleceram planos de capacitação de docentes, permitindo à Universidade, em particular ao Departamento de Matemática, atingir o atual estágio de desenvolvimento cultural e administrativo. Por sorte nossa, muitos docentes de Matemática e Estatística se dirigiram ao IM/UFRJ, para completar sua formação retornando para o Departamento de Matemática da UEM. O atual Reitor, Décio Sperandio é pós-graduado por nosso Instituto.*

*Tivemos oportunidade de lecionar, com entusiasmo e otimismo, como sempre fizemos, a todos que cursaram matemática no IM/UFRJ. Com alguns mantemos projetos de pesquisa até o presente como Cícero Frota e Alfredo Cousin.*

*Fato interessante que gostaríamos de destacar. Em 1989 recebemos uma carta de um professor do Centro de Matemática da Sibéria, antiga URSS, fazendo comentários sobre um trabalho que publicamos relacionado ao seu.*

*Este é o Professor Nikolai Larkin aqui presente, Visitou-nos no Instituto de Matemática da UFRJ por dois meses e se mostrou interessado em vir com a família para o Brasil.*

*Consultamos os Professores Cícero Frota e Alfredo Cousin sobre a possibilidade de convidá-lo para o Departamento de Matemática da UEM o que foi possível com o apoio do Reitor na época. Deve ter passado por algumas dificuldades de adaptação, mas hoje ele se constitui em substancial fortalecimento para o Departamento.*

*O trabalho científico e a organização administrativa, de bom nível acadêmico do Departamento, permitiram o credenciamento de sua pós-graduação de Matemática incluindo recentemente o Doutorado.*

*Claro que foi consequência do trabalho de docentes, competentes e dedicados [...]. Esses feitos nos deixam muito feliz porque trabalhamos sempre com os ensinamentos da parábola do semeador. As sementes que aqui caíram foram em boa terra e deram bons frutos (MEDEIROS, 2010).*

*Muito obrigado*

Desde 15 de março de 1977 Luis Aduato Medeiros é Membro Associado da Academia Brasileira de Ciências – ABC.

Outra característica do trabalho de L. A. Medeiros visualiza-se em seu interesse e atuação prática em elaborar determinados tópicos de Matemática em uma linguagem escrita compreensível a alunos iniciantes dos cursos de graduação em Matemática e em Física. Além de escrever alguns textos nesse sentido, ele realizou conferências em atividades acadêmicas denominadas de Semana de Matemática, não só no IM/UFRJ, mas também no LNCC, UERJ, UFRRJ, UFF.

O trabalho científico e acadêmico desenvolvido no IM/UFRJ por L. A. Medeiros contribuiu para que a referida instituição atingisse o grau de excelência, como pode ser verificado pelas notas das três últimas avaliações da Capes: nota 6 em 2010, nota 7 em 2013 e nota 7 em 2017.

A seguir informaremos o número de doutores titulados em Matemática pelo IM/UFRJ, até o ano de 2016. A Tabela 2 mostra o número de doutores titulados em Matemática pelo IM/UFRJ no período de 1974 a 2016. No período que vai de 1978 a 1986, o IM/UFRJ tituló 16 doutores em Matemática. No período de 1988 a 1996 o IM/UFRJ tituló 53 doutores. No período que vai de 1998 a 2006, o IM/UFRJ tituló 51 doutores em Matemática.

<b>Ano</b>	<b>Número de doutores titulados</b>
1974	1
1975	1
1976	3
1987	4
1997	6
2007	4
2018	10
2009	8
2010	9
2011	7
2012	6
2013	5
2014	12
2015	9
2016	11

**Tabela 1.**

Não explicitamos, na Tabela 1, os períodos mencionados no parágrafo

anterior, para evitar que a mesma ficasse com um grande número de linhas.

L. A. Medeiros, com visão de futuro, estimulou a criação do evento científico intitulado Encontro Nacional de Análise Matemática e Aplicações (ENAMA). A possibilidade de criação desse evento foi discutida com os professores Haroldo Clark e Sandra Malta.

A Figura 22 no final do capítulo mostra os participantes do I ENAMA na entrada do Centro de Ciências matemáticas e da Natureza da UFRJ.

A seguir reproduzimos o texto sobre as origens e criação desse evento científico, que foi escrito pelos professores Haroldo Clark e Sandra Malta.

### LAM e o ENAMA - ENAMA e o LAM

(Uma conversa)

Haroldo Clark - UFPI; Sandra Malta - LNCC.

*Entre 2005 e 2006 Luis Aduino Medeiros, Sandra Malta e Haroldo Clark começaram a planejar, mesmo que informalmente, a criação de um evento científico que propiciasse, principalmente aos jovens Matemáticos do Brasil, um canal de apresentação e discussão de suas pesquisas nas áreas de Análise Matemática e Aplicações com colegas de outras instituições. O objetivo era colocar em contato grupos “novos” de pesquisa, dando vez e voz àqueles que estavam começando suas carreiras profissionais.*

*Após várias reflexões, lideradas entusiasticamente por Luis Aduino Medeiros, chegou-se ao formato inicial do que hoje, consolidado, é denominado de ENAMA-Encontro Nacional de Análise Matemática e Aplicações.*

*Luis Aduino Medeiros, como sempre, pensando em difundir a Matemática de boa qualidade, não hesitou em buscar apoio junto ao Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro-UFRJ, para viabilizar o primeiro evento, o I ENAMA. Convenceu seus pares da necessidade deste formato de encontro e o I ENAMA ocorreu nas dependências da Decania do CCMN-UFRJ, em 2007, na Ilha do Fundão. Os recursos financeiros foram obtidos graças a Professora Ângela Rocha, Decana do CCMN-UFRJ na época. Foram aprovadas solicitações de recursos submetidas à Fundação José Bonifácio e ao Banco do Brasil-UFRJ. Além disso, houve também recurso da FAPERJ. Ali estava dado o ponta-pé-inicial de um botafoguense (nem tudo é perfeito na vida de um homem) apaixonado sim, pela ideia de dar voz aos jovens pesquisadores espalhados pelo Brasil, e por que não, também, aos sul-americanos.*

*Para o I ENAMA foram convidadas as lideranças atuantes nas áreas de Análise Funcional, Análise Numérica, Equações Diferenciais Parciais*

*de Evolução e Estacionária, Equações Diferenciais Ordinárias e Equações Funcionais, de quase todas as Universidades do Brasil, e a aceitação foi surpreendente.*

*Durante o I ENAMA, houve uma “assembleia”, num salão do Hotel Debret, em Copacabana-RJ, com a presença de aproximadamente 40 Matemáticos de instituições brasileiras de todas as regiões do país, e também de alguns países vizinhos. Foram então apresentadas, pelo Luis Aduino Medeiros, as propostas e ideias do que seria o ENAMA, as composições do Conselho, Comitê Científico, objetivos e etc, tudo que hoje se encontra divulgado na página do evento, em <http://www.enama.org>.*

*O ENAMA “não parou desde então” e está indo para o décimo segundo evento em 2018, na UnB-DF, ininterruptamente. E cada evento sendo realizado em diferentes Universidades brasileiras: UFRJ, UFPB, UEM, UFPA, USP, UFS, UFPE, UNIRIO, UNIOESTE, UFF e UFG.*

*O ENAMA é na atualidade um dos eventos de alta qualidade científica no Brasil com um amplo espectro científico-social e descentralizador. Hoje durante cada edição do evento há pelo menos três universidades brasileiras solicitando, por meio de seus professores/pesquisadores, a organização do ENAMA em suas instituições. Esse interesse deve-se, sem dúvida, não somente ao baixo custo para a realização do evento, mas também, principalmente, ao intuito de despertar e difundir para os alunos iniciantes em pesquisa de suas Universidades a importância das áreas contempladas no ENAMA.*

*Dito isso, é oportuno ressaltar que o ENAMA é um sucesso graças à sensibilidade intuitiva nata de um dos maiores formadores de professores, humanizados, em Matemática há pelo menos sessenta anos no Brasil. O ENAMA é, sem dúvida, mais uma criação norteada pelo professor Luis Aduino Medeiros – “nosso” LAM.*

Reproduzimos dois depoimentos sobre nosso homenageado, que foram escritos por dois professores que foram alunos do IM/UFRJ e são colegas do L. A. Medeiros. Ambos trabalharam com nosso homenageado.

**Luiz Aduino da Justa Medeiros: criar, formar, encaminhar e acompanhar.**

Dinamérico P. Pombo Jr.  
Instituto de Matemática e Estatística - UFF.

*Luiz Aduino da Justa Medeiros, ao qual costumamos nos referir como Luiz Aduino, nasceu em Fortaleza, Ceará, em 24 de fevereiro de 1926.*

*Em 1944, com o objetivo de se preparar para o vestibular de ingresso à Faculdade Nacional de Medicina, como desejava sua família, mudou-se para o Distrito Federal com o propósito de cursar o Científico no Colégio Anglo Americano. Entretanto, no referido colégio, teve a influência de seu professor Sílvio Pinto Lopes, que, aliada a sua vocação para a matemática, o motivou a optar pelo vestibular para o Departamento de Matemática da Faculdade Nacional de Filosofia (FNFi) da Universidade do Brasil, onde ingressou em 1948, concluiu a Licenciatura em Matemática em 1951 e o Bacharelado em Matemática em 1956 (por coincidência, ele e meu pai foram contemporâneos na FNFi). Desde 1954, é casado com Lourdes Maria Palma Medeiros, Licenciada em Física pela FNFi, em 1953; eles têm quatro filhos, oito netos e um bisneto.*

*Em 1952, Luiz Adauto assumiu a função de assistente da cátedra de Análise Matemática e Superior, dirigida pelo professor José Abdelhay, iniciando assim o seu ininterrupto e inquebrantável vínculo com o Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro (IMUFRJ), ao qual dedicou grande parte de sua carreira (apesar de ter trabalhado em várias outras instituições) e do qual se aposentou como Professor Titular, em 1996. No início dos anos 60 iniciou estudos com o professor Leopoldo Nachbin, que o encaminhou para fazer o doutorado sob a orientação de Felix Browder, com quem trabalhou nas universidades de Yale e Chicago. Sua tese “Temporally inhomogeneous nonlinear wave equations in Hilbert spaces” foi defendida no IMPA, em 1965, e publicada nos Transactions of the American Mathematical Society. A segunda metade da década de 60 marca o início de sua profícua colaboração com o grupo liderado por Jacques-Louis Lions (aluno de Laurent Schwartz), professor do Collège de France e da École Polytechnique. Essa colaboração, de grande abrangência e fôlego, continua ativa até os nossos dias. Ela contribuiu para a solidificação do grupo de Equações Diferenciais Parciais e Controle Ótimo, liderado pelo Luiz Adauto, e abriu (e continua a abrir) horizontes para a carreira de vários profissionais. Ele possui uma produção científica regular de aproximadamente sessenta anos. A leitura dos comentários sobre seus artigos, publicados no Mathematical Reviews e no Zentralblatt für Mathematik, bem como o significativo número de citações que eles têm recebido, atestam o padrão de Matemática que ele pratica. Ele também participou da organização de vários eventos científicos, entre os quais se destaca o congresso “Mecânica do Contínuo e Equações Diferenciais Parciais”, realizado na UFRJ em 1977, cujas atas foram publicadas em “Contemporary Developments in Continuum Mechanics and Partial Differential Equations, North-Holland Math. Studies 30, 1977”.*

*Sua contribuição no que concerne à formação de recursos humanos é ampla e duradoura. Foi o primeiro Diretor Adjunto de Pós-graduação do IMUFRJ, entre 1972 e 1977, fato importante para o desenvolvimento futuro do Programa de Pós-graduação do IMUFRJ. Escreveu vários livros, alguns de nível elementar e outros de nível avançado, que têm contribuído para a formação de várias gerações de alunos e nos quais seu estilo elegante se faz notar (consultar, por exemplo, “Introdução às Funções Complexas, McGraw-Hill do Brasil, 1972”). Ele vem orientando alunos de mestrado desde a década de 60 (alguns foram encaminhados por ele para fazer o doutorado no exterior) e alunos de doutorado desde a década de 70. Sua descendência matemática (filhos, netos, bisnetos e trinotos) é muito significativa, podendo ser notada nos corpos docentes de várias instituições. Cabe também mencionar que ele continua acompanhando a carreira daquelas que ajudou a formar ou encaminhar.*

*Devido a sua contribuição maiúscula em prol da Educação, especialmente em prol da Matemática, o professor Luiz Aduino da Justa Medeiros vem recebendo prêmios, honrarias e homenagens. Em particular, a UFRJ lhe outorgou o título de Professor Emérito, em 1997, e a Universidad Nacional Mayor de San Marcos (com a qual possui uma antiga e forte ligação) lhe outorgou o título de Doutor Honoris Causa, em 2003.*

*Finalmente, gostaria de agradecer a oportunidade de escrever este pequeno depoimento em homenagem ao Luiz Aduino, por quem tenho grande respeito e consideração.*

**Obrigado, Luiz Aduino.**

Flávio Dickstein.

Instituto de Matemática - UFRJ.

*Já se vão quase 44 anos desde que eu conheci o Luiz Aduino. Eu mudei muito, de lá para cá. O Luiz Aduino, não. Continua vigoroso, jovem, risonho e bem humorado. O segredo, ele ainda tem que me revelar.*

*Ingressei no programa de Mestrado em Matemática da UFRJ em julho de 1974. Fui atraído pela oportunidade de estudar Análise e, em particular, as Equações Diferenciais Parciais, que nós costumamos abreviar por EDP. Era uma área que me encantava, pelas suas conexões com as aplicações das áreas afins, como a Física e a Engenharia. O grupo de EDP da UFRJ era liderado pelo Luiz Aduino. À época, as EDP estavam em plena transformação, com as novas ideias de Laurent Schwartz ligadas à Teoria das Distribuições. Um dos motores destas transformações era Jacques-Louis*

*Lions, aluno de Schwartz. Luiz Adauto era um grande entusiasta da escola francesa, incentivando todos nós a beberem desta fonte.*

*Foi neste contexto que eu tive a sorte e o prazer de desenvolver minha dissertação de mestrado sob a orientação de Pedro Humberto Rivera Rodrigues. Rivera, um excelente matemático, e uma ótima pessoa, chegou ao Brasil e à UFRJ graças a Luiz Adauto, que o conheceu no Peru e o trouxe para o Mestrado em Matemática da UFRJ, com o apoio financeiro da Fundação Ford. Obrigado, Luiz Adauto.*

*Rivera fez seu mestrado e o seu doutorado sob a orientação de Luiz Adauto. Mais tarde, passou um ano em pós-doutorado sob a orientação de Jacques-Louis Lions. O assunto da minha dissertação de mestrado foi o da existência e regularidade de certas equações hiperbólicas não lineares. Era uma questão que mereceu a atenção de Lions à época. Digo isto para mostrar o envolvimento do grupo de EDP com os temas candentes daquele momento. Lamentavelmente, Rivera faleceu de forma prematura. Foi uma perda que marcou a todos nós, e a Luiz Adauto em particular.*

*Em 1977, Luiz Adauto coordenou o Simpósio Internacional de Mecânica do Contínuo e Equações Diferenciais Parciais. Foi um momento especial da Matemática brasileira, com a vinda de vários expoentes internacionais. Dentre muitos outros, estiveram presentes Jacques-Louis Lions e vários pesquisadores de primeiro nível de seu grupo. Pela profundidade e abrangência das palestras e da troca de ideias, este simpósio deixou profundas e duradouras marcas entre nós. Para mim, em particular, este encontro foi decisivo. Luiz Adauto promoveu um encontro entre eu e Roland Glowinski, um jovem pesquisador do grupo francês. Mais uma vez, Luiz Adauto teve a sensibilidade de fazer as escolhas corretas. Glowinski era um analista numérico, que trazia o rigor matemático ao estudo da resolução numérica das EDP. Era um assunto no qual eu tinha grande interesse. Desta forma, fui fazer meu doutoramento na Universidade de Paris VI, sob a orientação de Glowinski. (Mais tarde, trabalhei também com Henri Berestycky, de modo que o meu doutoramento foi feito sob duas orientações) Obrigado, Luiz Adauto.*

*Meu doutoramento definiu a minha vida profissional. Até hoje, mantenho um vínculo estreito com diversos pesquisadores franceses, em particular com o grupo da Universidade de Paris VI que hoje está abrigado no Laboratório Jacques-Louis Lions. E até hoje mantenho meu duplo interesse, nos aspectos teóricos e nos aspectos numéricos ligados às EDP. Obrigado, Luiz Adauto.*

*Há uma outra faceta que moldou a minha vida profissional, e que tem a*

*influência de Luiz Adauto. Trata-se do interesse no ensino e na formação dos alunos. Na UFRJ, encontrei um ambiente de valorização das atividades docentes, um entendimento da importância que a Educação tem em nosso país e da responsabilidade que nós, professores universitários, temos na formação de nossos jovens. É uma marca do nosso instituto, e esta marca tem o dedo do Luiz Adauto. Obrigado, mestre, por isto também.*

*Encerro dizendo que a admiração pelo Luiz Adauto não é só minha. Meus colegas franceses estão sempre me perguntando por ele, e eu sou testemunha do carinho e do respeito que estes colegas têm pela personalidade e pelo trabalho dele. Em particular, Pierre-Louis Lions, filho de Jacques-Lions, me revelou que o pai dele tinha grande consideração por tudo o que o Luiz Adauto fez pela Matemática. Obrigado Luiz Adauto.*

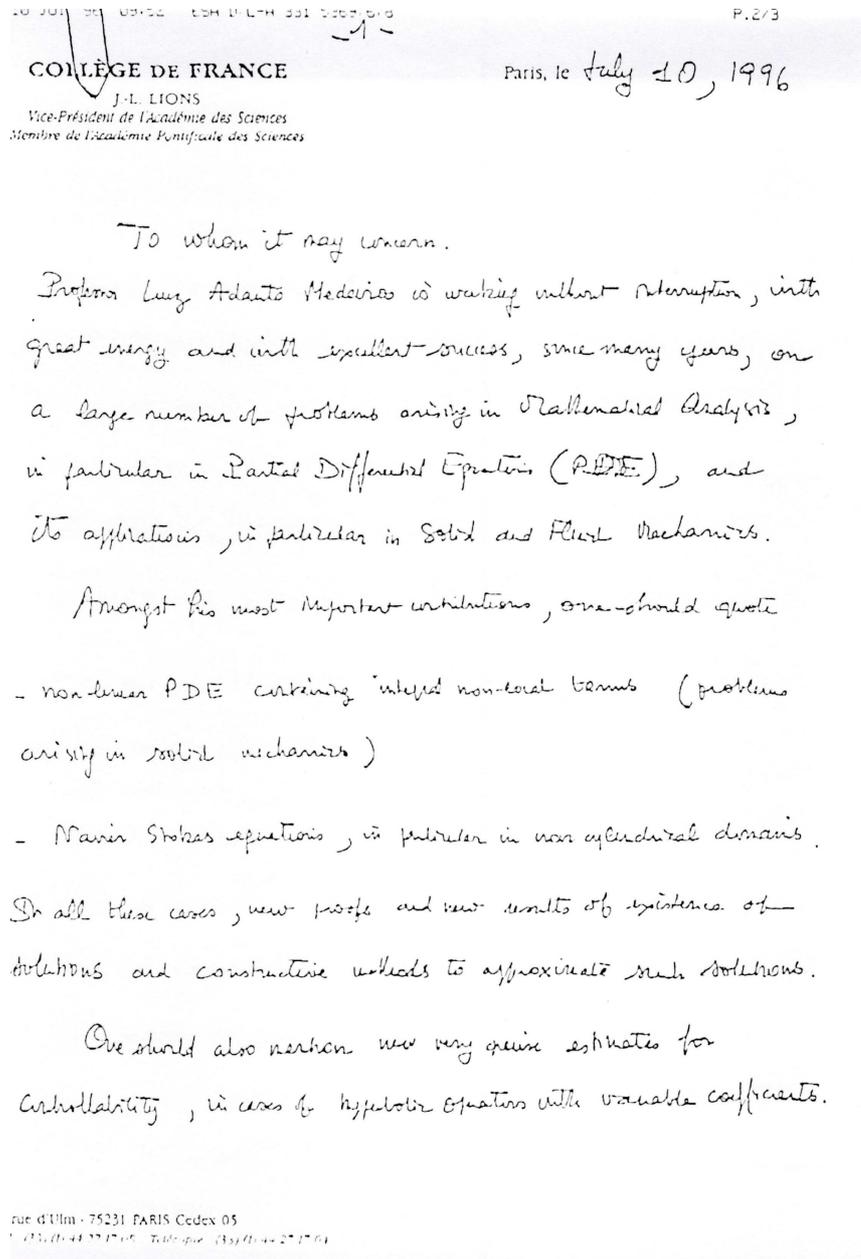


Figura 6.

10 JUL 196 09:52 ESA D-L-W 331 6369703 P. 3/3

LAM is a worldwide recognized expert in these topics and, in his capacity, he is invited to many international conferences. He had the energy and the capacity to train many research students, to attract some international research workers at UFRJ and in Brazil.

Many of his former students are now professors of well recognized stature in various Universities.

LAM keeps working with the same energy, I would say as a young man! and teaching and training young mathematicians.

This is why I have no hesitation in making the very strong recommendation that Luiz Alberto's decision be made.

Henrique Dworkin at UFRJ.



J. L. Lewis

Figura 7.

COLLÈGE DE FRANCE

J.L.Lions

Vice-Presidente da Academia de Ciências  
Membro de Academia Pontefícia de Ciências

Paris, 10 de julho, 1996.

A quem interessar possa

O Professor Luiz Adauto Medeiros está trabalhando sem interrupção, com grande energia e com excelentes resultados, há muito anos, sobre um grande número de problemas vindos de Análise Matemática, em particular em Equações Diferenciais Parciais (EDP), e suas aplicações, em particular em Mecânica dos Sólidos e dos Fluidos.

Entre suas mais importantes contribuições, poderíamos citar

- Equações Diferenciais Parciais não lineares contendo termos integrais não-locais (Problemas vindos da Mecânica dos Sólidos).
- Equações de Navier-Stokes, em particular em domínios não cilíndricos.

Em todos esses casos, novas provas e novos resultados de existência de soluções e métodos construtivos para aproximar tais soluções.

Poderíamos também mencionar novas estimativas muito precisas para Controlabilidade, nos casos de operadores hiperbólicos com coeficientes variáveis.

L.A.M. é um especialista reconhecido mundialmente nesses tópicos sendo por isso convidado para muitas conferências internacionais - Ele tem a energia e a capacidade de treinar muitos estudantes pesquisadores e atrair muitos pesquisadores internacionais para trabalhar na UFRJ e no Brasil.

Muitos de seus ex alunos são agora professores de valor bem reconhecido em várias Universidades.

L.A.M. se mantém trabalhando com a mesma energia de um jovem!- ensinando e treinando jovens matemáticos.

Pelas razões expostas é que eu não tenho dúvida alguma em recomendar fortemente que Luiz Adauto Medeiros seja Professor Emérito da UFRJ.

J.L.Lions

Figura 8



*O Reitor da Universidade Federal do Rio de Janeiro e o Diretor do Instituto de Matemática têm o prazer e a honra de convidar V.Exa e Exma. Família para a sessão solene da Assembléia Universitária em que será entregue o título de Professor Emérito ao Prof. LUIZ ADAUTO DA JUSTA MEDEIROS, dia 12 de agosto de 1997, às 18 horas, no Salão Pedro Calmon do Fórum de Ciência e Cultura.*

*Av. Pasteur 250 - 2º andar  
Praia Vermelha - RJ*

---

**Figura 9**

Cerimônia de outorga do título de Professor Emérito da UFRJ,  
em agosto de 1997, ao prof. dr. Luis Aduato Medeiros.



**Figura 10.** Ao centro Luis Aduato Medeiros e sua esposa Lourdes Medeiros. Da esquerda para a direita seus filhos: Luiz Henrique, Laura, Kathia e Sergio. Foto do Acervo pessoal de Luis Aduato Medeiros.

Professores que participaram do International Meeting on Differential Equations que foi realizado na UFPA em 2006. Na segunda fila, da esquerda para a direita, a quinta pessoa é o prof. dr. Luis Aauto Medeiros, ao lado sua esposa Senhora Lourdes Maria Palmas Medeiros.



**Figura 11.** Cortesia de prof. dr. Luis Aauto Medeiros

Foto obtida na UFPA durante o evento International Meeting on Differential Equations em 2006. Da esquerda para a direita: prof. dr. Francisco Júlio A. Corrêa, prof. dr. João Lucas Barbosa, prof. dr. L. A. Medeiros, prof. dr. Antônio Gervásio Colares.



Figura 12. Cortesia de prof. dr. Luis Aduato Medeiros

Cerimônia de entrega do título de Doutor Honoris Causa pela Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima Peru, ao prof. dr. Luis Adauto Medeiros, 2003. Da esquerda para a direita: prof. dr. Oswaldo Ramos Chumpitaz (Decano), prof. dr. L. A. Medeiros, prof. dr. Gustavo Solís (Secretário geral), prof. dr. Raul Moysés Izaguirre (Reitor). Na foto de baixo, prof. dr. Flavio Vega Vilanueva (Diretor da Faculdade de Ciências) ao lado de prof. dr. L. A. Medeiros



Figura 13. Cortesia de prof. dr. Luis Adauto Medeiros

=====  
fig14

Cerimônia de entrega do título de Doutor Honoris Causa pela Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Peru, ao prof. dr. Luis Adauto Medeiros.



Figura 14. Cortesia de prof. dr. Luis Adauto Medeiros

Da esquerda para a direita, prof. dr. Luis Aauto Medeiros, sua esposa Senhora Lourdes Medeiros e o prof. dr. Victor Cabannillas, na Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima Peru, 2003.



Figura 15. Cortesia de prof. dr. Luis Aauto Medeiros

Cartaz de divulgação da II Jornada de EDP e Análise Numérica que foi realizada no IM/UFRJ em 1996.

  
 UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO  
 INSTITUTO DE MATEMÁTICA  


## II JORNADA DE EDP E ANÁLISE NUMÉRICA

HOMENAGEM ESPECIAL AO PROF. LUIZ ADAUTO DA JUSTA MEDEIROS  
PELA PASSAGEM DOS SEUS 70 ANOS

**Conferencistas convidados**

Benilan, Ph.	Iório, R.	Saut, J. C.
Brezis, H.	Kapitunov, B.	Serre, D.
Cazenave, T.	Kavian, O.	Shatah, J.
Foias, C.	Larkin, M. A.	Temam, R.
Frid, H.	Lions, J. L.	Vazquez, L.
Escobedo, M.	Lopes, O.	Zuazua, E.
Esteban, M.	Marchesin, D.	Zubelli, J. P.
Figueiredo, D. de	Murat, F.	Nachbin, A.
Harauz, A.	Bedrikovetsky, P.	Plohr, B.
Honig, C. S.	Puel, J. P.	

**Data:** 10 a 13 de setembro 1996  
**Local:** Instituto de Matemática  
 Ilha do Fundão - CT - Bloco C  
 CEP: 21445-970  
 Telefone: (021) 260-1884  
 Fax: (021) 290-1095

**Comissão organizadora:**  
 Nelsi Cipolatti (coordenadora)  
[elipo@im.uff.br](mailto:elipo@im.uff.br)  
 Flavio Dickstein  
[flavio@im.uff.br](mailto:flavio@im.uff.br)  
 Neide Fellaberto  
[neide@im.uff.br](mailto:neide@im.uff.br)  
 Eliana Maschlyugler  
[eliano@im.uff.br](mailto:eliano@im.uff.br)  
 Eduardo Siqueira  
[eduardo@im.uff.br](mailto:eduardo@im.uff.br)  
 Manoel Milla Miranda

**Apoio:**  
 CNPq  
 SBMAC  
 PETROBRÁS  
 FAPERJ  
 CAPES  
 SR 1/UFRJ  
 FULB  
 VARIO  
 BANCO DO BRASIL

34

Figura 16. Cortesia de prof. dr. Luis Adauto Medeiros

Prof. Dr. Luis Aduato Medeiros em sala de conferência em um Congresso Internacional realizado, 1999, em Plovdive, Bulgária.

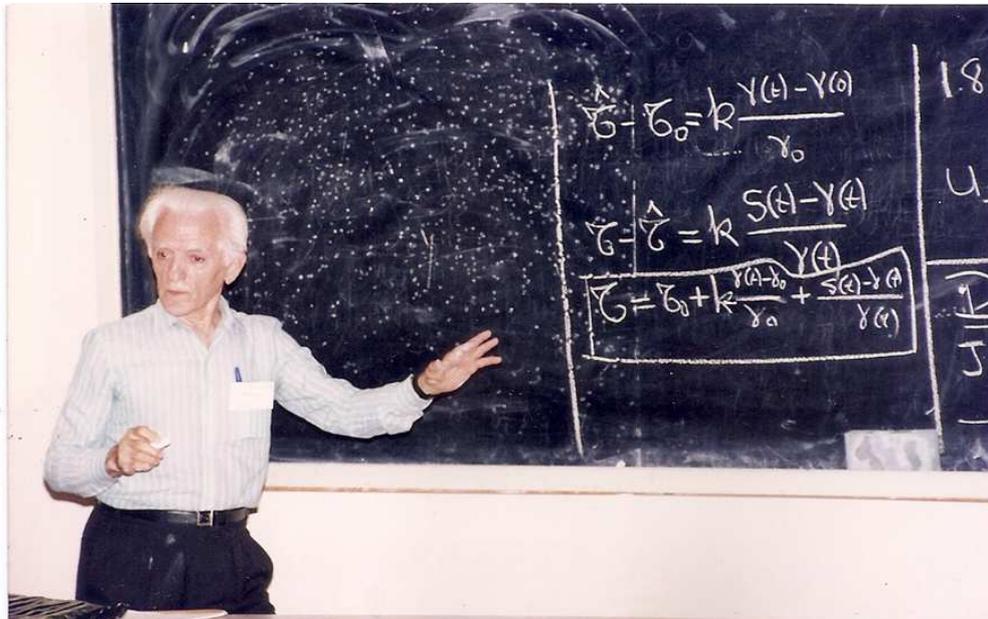


Figura 17. Cortesia de prof. dr. Luis Aduato Medeiros

Cerimônia de entrega do título de Doutor Honoris Causa pela UEM ao prof. dr. Luis Aduino Medeiros em 2009. A seu lado sua esposa, Senhora Lourdes Maria Palma Medeiros.



**Figura 18.** Cortesia de prof. dr. Luis Aduino Medeiros.

Diploma do título de Doutor Honoris Causa concedido pela UEM  
ao prof. dr. L. A. Medeiros.

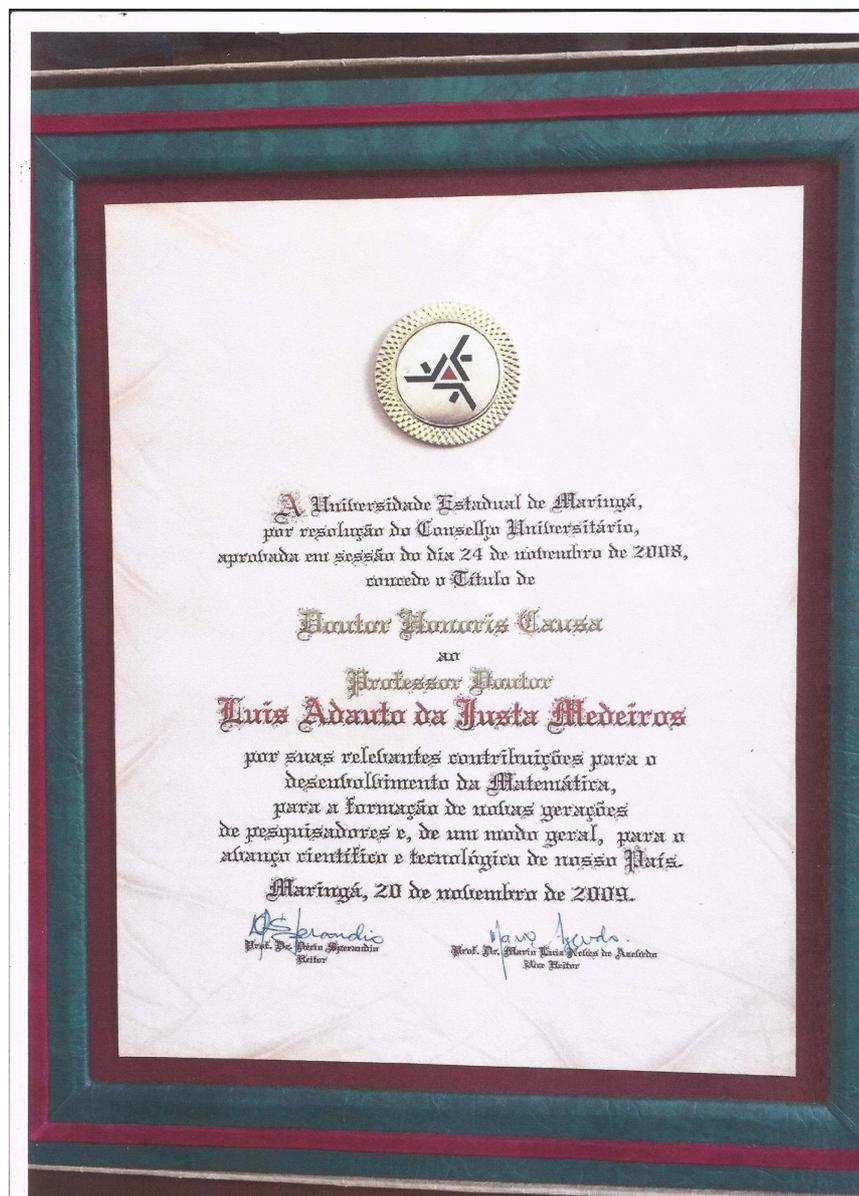


Figura 19. Cortesia do prof. dr. Luis Adauto Medeiros.

Professores participantes do I ENAMA que foi realizado na Decania do CCMN/UFRJ, em 2007, na Cidade Universitária, Ilha do Fundão. Na terceira fila, no centro, o prof. dr. Luis Aduino Medeiros.



Figura 20. Cortesia de Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Sandra Malta.

# Capítulo 7

## Aproximação de Luis Adauto Medeiros com Jacques-Louis Lions.

*Para inventar é preciso pensar fora do previsto. Mesmo na matemática — embora, nessa área, ela tenha um significado bem diferente do que tem nas ciências experimentais —, podemos lembrar a declaração de Claude Bernard: “Quem tem uma fé excessiva em suas ideias não está bem preparado para fazer descobertas”.*

*Jacques Hadamard*

*Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique*

O propósito deste capítulo é dar informações sobre a aproximação de L. A. Medeiros com o matemático francês J. L. Lions. O primeiro contato de L. A. Medeiros com J. L. Lions foi quando ainda estava estudando na Yale University. Posteriormente, ambos desenvolveram uma profícua e duradoura amizade pessoal e profissional. Essa amizade muito beneficiou, com o passar dos anos, a comunidade matemática brasileira.

Quando estava trabalhando com F. E. Browder, na Yale University, em 1965, Luis Adauto Medeiros fez os primeiros contatos com o matemático francês J. L. Lions. Em 26 de outubro de 1965, J. L. Lions enviou uma carta para L. A. Medeiros dizendo o seguinte, ver (MEDEIROS, 2010, p. 49):

*Browder showed me a preprint of your paper on nonlinear wave equations. Could you kindly send me a copy of it, if available? [...]. That became the starting point a strong friendship that lasted for 36 years.*

Já com o doutorado e trabalhando no IM/UFRJ, Luis Adauto Medeiros viajou para Paris, França, em 1971, para realizar com J. L. Lions um estágio de pós-doutorado no Laboratoire d'Analyse Numérique de l'Université de Paris VI (Figura 21). Para este pós-doutorado Luis Adauto Medeiros ganhou

uma bolsa de estudos do governo francês e o apoio científico dos matemáticos Laurent Schwartz e Leopoldo Nachbin.

A partir de então, de volta ao Brasil e trabalhando no IM/UFRJ, Luis Adauto Medeiros manteve profícuo contato científico com J. L. Lions, inclusive trazendo-o ao Brasil para participar de simpósios e para realizar conferências em várias instituições brasileiras sediadas no eixo São Paulo - Rio de Janeiro - Brasília. Este contato foi muito valioso e profícuo para o Brasil, pois abriu a possibilidade para que vários matemáticos estrangeiros viessem, como professores visitantes, para algumas instituições brasileiras, em especial para o IM/UFRJ. Devido ao prestígio mundial do matemático francês<sup>21</sup>, diversos jovens matemáticos brasileiros devem suas ascensões científicas a J. L. Lions.

Em 1972, Luis Adauto Medeiros e Leopoldo Nachbin estimularam a realização do Colloquium of Analysis no IM/UFRJ, evento científico que foi coordenado por Mario de Carvalho Matos. Este evento foi realizado no período de 15 a 24 de agosto de 1972. Os Anais dessa reunião científica foram publicados por Leopoldo Nachbin com o título *Analyse Fonctionnelle et Applications*, Paris, Editora Hermann, 1975. Para este evento científico Luis Adauto Medeiros convidou, além de outros, o matemático francês J. L. Lions que proferiu várias conferências. No período de 17 de setembro a 15 de dezembro de 1973, L. A. Medeiros participou da Summer School on Mathematical and Numerical Methods in Fluid Mechanics, evento que foi realizado em Trieste, Itália. J. L. Lions foi um dos membros da Comissão Científica desse evento. Durante o evento L. A. Medeiros discutira com T. B. Benjamin a respeito de um modelo em Mecânica dos Fluidos que T. B. Benjamin havia introduzido na literatura, modelo atualmente conhecido como equação Benjamin-Bona-Mahony (BBM). Quando regressou ao IM/UFRJ, L. A. Medeiros iniciou, com colegas, estudos sobre a equação BBM, fato que resultou em várias publicações sobre o assunto. Ver (MEDEIROS; MIRANDA, 1977) e (MEDEIROS; MENZALA, 1977).

Posteriormente, L. A. Medeiros, G. M. de La Penha e L. Nachbin organizaram um plano de trabalho para que os pesquisadores da escola de J. L. Lions pudessem visitar o IM/UFRJ. O objetivo do programa era a consolidação e o desenvolvimento no IM/UFRJ do programa em Análise Matemática, Mecânica do Contínuo e Equações Diferenciais Parciais. A partir daí, L. A. Medeiros propôs a J. L. Lions realizar no IM/UFRJ um

---

<sup>21</sup>J. L. Lions é reconhecido por suas valiosas contribuições ao estudo das Equações Diferenciais Parciais e ao estudo da Análise Numérica. Ele recebeu diversas premiações internacionais por seu trabalho científico.

colóquio internacional em Equações Diferenciais Parciais. Assim foi realizado em agosto de 1977 o Simpósio Internacional em Mecânica do Contínuo e Equações Diferenciais Parciais, com a participação de membros da escola de J. L. Lions (Figuras 22 e 23).

Na estratégia de trabalho para o IM que foi desenvolvida por L. A. Medeiros, a presença de pesquisadores da escola de J. L. Lions seria de grande importância para o desenvolvimento do programa em Análise Matemática, Mecânica e Equações Diferenciais Parciais daquele órgão. Os Anais do evento realizado em agosto de 1977 foram publicados, por G. M. de La Penha e L. A. Medeiros, pela North-Holland, com o título: *Contemporary Developments in Continuum Mechanics and Partial Differential Equations* ver (DE LA PENHA; MEDEIROS, 2000).

Ao organizar este evento científico de 1977, inclusive sua parte científica, Luis Aduato Medeiros contou com a contribuição efetiva de J. L. Lions. Assim se expressou Medeiros (2010, p. 55) a respeito desse Simpósio:

*During that meeting, Lions delivered several lectures on various models arising in Mathematical-Physics and, among others, he discussed about the nonlinear Kirchoff's equation for the small vibrations of elastic bodies (cf. [14], pp.246-284) [...]. In his lectures, Lions reformulated the problem, being inspired on its physical interpretation, and treated it by this own methodology. That symposium opened a large field of research topics and activities.*

Estimulados por Luis Aduato Medeiros e após a realização desse Simpósio vários professores e alunos de pós-graduação do IM foram enviados para a França, para estagiarem com membros da escola de J. L. Lions. Este retornou ao IM/UFRJ por várias vezes, sempre a convite de Luis Aduato Medeiros, onde fez diversas conferências.

Não há excessos em afirmarmos que J. L. Lions exerceu forte influência na formação de vários jovens matemáticos brasileiros. Estimulado por Luis Aduato Medeiros, nos anos 1980, Pedro H. Rivera Rodriguez foi a Paris, onde no Collège de France desenvolveu atividades de pesquisa com J. L. Lions sobre controle de Sistemas Singulares. Em dezembro de 1982, J. L. Lions escreveu para Luis Aduato Medeiros informando o seguinte: “que estava muito satisfeito com o trabalho desenvolvido por Pedro Rivera Rodriguez”.

No período que vai de final do 1990 ao início de 1991, Luis Aduato Medeiros assistiu a um curso no Collège de France, Paris, que foi ministrado por J. L. Lions sobre Sentinels um método introduzido por Lions para tratar problemas de EDP com dados incompletos. Este tópico tornou-se, posteri-

ormente, de grande interesse para estudos do grupo de pesquisas em EDP do IM/UFRJ. Em 1990 L. A. Medeiros publicou um artigo em conjunto com M. Milla Miranda, dedicado ao prof. J. L. Lions, em homenagem ao transcurso de seus 60 anos de idade, ver (MEDEIROS; MIRANDA, 1990). Neste trabalho os autores provam a existência de solução global e amortecimento da equação de onda não linear

$$u'' + M(|A^{1/2}u|^2)Au + A^\alpha u' = f, \quad 0 < \alpha \leq 1.$$

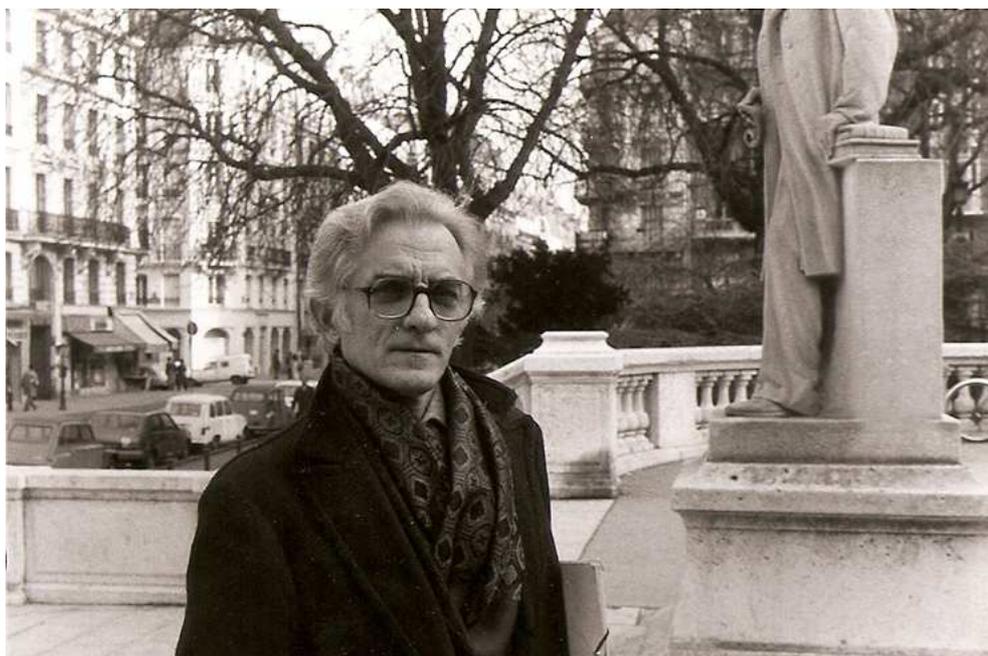
Os autores obtêm singularidade para  $1/2 \leq \alpha \leq 1$ . Eles também provam o decaimento exponencial da energia, quando  $0 < \alpha \leq 1$ .

O contato de Luis Adauto Medeiros com J. L. Lions foi extremamente valioso para o Brasil, em especial para o IM/UFRJ, pois abriu a possibilidade de que outros matemáticos viessem, como professores visitantes, ao IM. Dentre esses citamos: Jean Pierre Puel; Otared Kavian; Roger Ternam; Enrique Zuazua. No plano institucional, Luis Adauto Medeiros apresentou J. L. Lions aos Diretores do Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA) e do Laboratório Nacional de Computação Científica (LNCC).

Posteriormente, foi organizada visita para que J. L. Lions realizasse conferências no IME/USP e no IMPA. A influência científica de J. L. Lions para a formação de parte da comunidade matemática brasileira foi muito forte.

J. L. Lions foi aluno de Laurent Schwartz. Foi professor da École Polytechnique de Paris, foi professor do Collège de France. Foi Presidente da International Mathematical Union, no período de 1991 a 1994. Ele foi Vice-Presidente e Presidente da Academia de Ciências da França; foi Membro da Academia Pontifícia de Ciências; foi Membro da Academia Brasileira de Ciências (ABC), desde 1979. Ele faleceu, em Paris, em 17 de maio de 2001.

Prof. Dr. Luis Aduino Medeiros em Paris, em frente ao Collège de France, Paris.



**Figura 21.** Foto de Felipe Acker. Cortesia do Prof. Dr. Luis Aduino Medeiros.

Participantes do Simpósio Internacional em Mecânica do Contínuo e Equações Diferenciais Parciais. Agosto de 1977, IM/UFRJ. Na 1ª fila prof. dr. Luis Aduato Medeiros (blazer escuro), a seu lado (de camisa e com gravata), prof. dr. J-L. Lions. Local: Decania do CCMN/UFRJ, Cidade Universitária.



Figura 22. Cortesia de Prof. Dr. Luis Aduato Medeiros.

Luis Aduato Medeiros em conversa com Jacques-Louis Lions (sentado), em agosto de 1977. Ao autografar o livro, J.-L. Lions perguntou: Luis é com s ou com z?



**Figura 23.** Foto de Cassio Neri. Cortesia de Prof. Dr. Luis Aduato Medeiros.



# Capítulo 8

## A Descendência Matemática, em 1ª Geração, de Luis Aduato Medeiros.

*Melhorar o meio ambiente e a educação pode favorecer a geração já nascida. Melhorar o sangue poderá favorecer todas as gerações futuras.*

*Herbert E. Walter*

*Genetics: An Introduction to the Study of Heredity*

Neste capítulo daremos informações sobre o que reputamos ser a mais importante das características de L. A. Medeiros em sua vida profissional, sua constante preocupação com a formação de recursos humanos qualificados em Matemática. E assim agindo ele cumpriu um dos seus objetivos propostos ao regressar do exterior após seus estudos de doutorado.

Em verdade, L. A. Medeiros sempre primou em partilhar seus conhecimentos. Uma prova disso é o fato de que muitos de seus artigos e livros publicados o foram em colaboração com alunos e colegas.

Também reproduzimos neste capítulo depoimentos e manifestações de colegas, ex-alunos e parentes de L. A. Medeiros gravados quando do evento realizado em fevereiro de 2016 pelo IM/UFRJ, em comemoração ao aniversário de 90 anos de idade de nosso homenageado.

Quando nos abstermos da vasta produção científica produzida e das conferências proferidas em diversas instituições e em eventos científicos por L. A. Medeiros, e nos concentramos em seu trabalho acadêmico e na formação de recursos humanos qualificados em Matemática, percebemos claramente que esta é a mais importante das contribuições de L. A. Medeiros para o sistema universitário brasileiro.

No início dos anos 1970, ao estruturar o IM/UFRJ, em conjunto com al-

guns colegas, L. A. Medeiros criou o grupo de pesquisa em Equações Diferenciais Parciais e Aplicações, com visão estratégica de futuro para a formação de recursos humanos qualificados em Matemática. Essa sua visão de futuro pode ser visualizada por meio de seus descendentes em Matemática e pelos descendentes desses, que trabalham em diversos grupos de pesquisa situados em diferentes universidades do país e do exterior.

Ao observarmos o mapa da descendência matemática de L. A. Medeiros, intitulado O Grande Formador de Matemáticos Brasileiros, elaborado pelo IM/UFRJ como parte da homenagem pelo transcurso dos 90 anos de idade de L. A. Medeiros, vemos que só não há descendentes seus trabalhando nos seguintes Estados: AC, RR, AP, AM, RN, PE, AL, SE, MT, MS. Nos demais Estados e no Distrito Federal há descendentes seus trabalhando em instituições de ensino superior (ver Figura 24 ao final do capítulo).

A descendência matemática de L. A. Medeiros é expressiva e está espalhada pelo país e no exterior, no Peru. Ele orientou 22 dissertações de Mestrado e 32 teses de Doutorado e co-orientou diversas teses de doutorado, ver (SANTOS, 2016, p. 45-53).

Com seu jeito ético, crítico, educado, correto, bondoso e honesto no trato com colegas, com alunos de graduação e de pós-graduação, L. A. Medeiros jamais os estimulou, em especial os alunos do programa de doutorado, a buscarem a corrente da ânsia da publicação de artigos para efeito de promoção pessoal do pesquisador, no sentido de “quanto mais melhor”. Ele mantém-se ético desde o início de suas atividades acadêmicas, transmitindo a todos sua serenidade, sua decência no trato com o processo criativo em Matemática; com a boa qualidade do ensino universitário, seja de graduação ou de pós-graduação, além de estar atento ao novo de boa qualidade que surge em Matemática.

Na continuação, listamos os alunos que foram orientados por L. A. Medeiros nos cursos de Mestrado e Doutorado no IMPA e no IM/UFRJ.

### 1. Mestrados em Ciências (Matemática)

1 - Nome: **Marco Antônio Raupp**,

Dissertação: *Soluções Fracas das Equações Elípticas*,

Ano da obtenção do grau: 1966.

2 - Nome: **Adilson Gonçalves**,

Dissertação: *Teorema de Gelfand sobre Representações das Álgebras de Banach*,

Ano da obtenção do grau: 1967.

- 3 - Nome: **Manuel Viegas Campbell Moutinho**,  
Dissertação: *Operadores Unitários no Espaço de Hilbert*,  
Ano da obtenção do grau: 1968.
- 4 - Nome: **Luiz Torres Melo**,  
Dissertação: *O Problema de Auto Valores para o Laplaciano*,  
Ano da obtenção do grau: 1968.
- 5 - Nome: **Augusto J. M. Wanderley**,  
Dissertação: *Aplicação do Teorema de Hahn-Banach para a Demonstração da Existência da Função de Green*,  
Ano da obtenção do grau: 1968.
- 6 - Nome: **Uberto Raul L. dos Santos**,  
Dissertação: *Teorema de Hille-Yosida em Espaços Vetoriais Topológicos Localmente Convexos*,  
Ano da obtenção do grau: 1969.
- 7 - Nome: **Pedro. H. Rivera Rodrigues**,  
Dissertação: *Problema de Cauchy para Equações de Ondas*,  
Ano da obtenção do grau: 1969.
- 8 - Nome: **Carlos Antônio de Moura**,  
Dissertação: *Existência e Unicidade de Soluções de Equações Diferenciais em Espaços de Hilbert*,  
Ano da obtenção do grau: 1969.
- 9 - Nome: **Gustavo Alberto P. Menzala**,  
Dissertação: *Soluções Fracas do Problema de Dirichlet*,  
Ano da obtenção do grau: 1969.
- 10 - Nome: **José Raimundo Braga Coelho**,  
Dissertação: *Soluções Fracas das Equações Elíticas*,  
Ano da obtenção do grau: 1969.
- 11 - Nome: **Manuel A. Milla Miranda**,  
Dissertação: *Aplicação da Representação de Gelfand a Decomposição Espectral dos Operadores Normais*,  
Ano da obtenção do grau: 1970.
- 12 - Nome: **Nirzi G. Andrade**,  
Dissertação: *Problema de Cauchy para o Sistema de Navier-Stokes*,  
Ano da obtenção do grau: 1973.
- 13 - Nome: **Regina Célia Heitor Simões**,  
Dissertação: *Sobre uma Classe de Equações Parabólicas Abstratas*,  
Ano da obtenção do grau: 1978.

14 - Nome: **Midori Makino,**

Dissertação: *Sobre as Soluções Fracas de Equações Não Lineares de Evolução,*

Ano da obtenção do grau: 1978.

15 - Nome: **Helvécio Rubens Grippa,**

Dissertação: *Um Problema Não Linear de Evolução,*

Ano da obtenção do grau: 1978.

16 - Nome: **Haroldo Clark,**

Dissertação: *Existência e Unicidade de Solução Fraca Local de uma Equação Diferencial Hiperbólica Não Linear,*

Ano da obtenção do grau: 1985.

17 - Nome: **Mauro Lima Santos,**

Dissertação: *Controlabilidade Exata na Fronteira para Equação de Ondas,*

Ano da obtenção do grau: 1995.

18 - Nome: **Marinaldo Felipe da Silva,**

Dissertação: *Alguns Problemas de Contorno para o Modelo de Kirchoff-Carrier,*

Ano da obtenção do grau: 1995.

19 - Nome: **Jucitiel Dias da Silva,**

Dissertação: *A Localização do Ponto de Torção Máxima de Barras Cilíndricas,*

Ano da obtenção do grau: 1995.

20 - Nome: **Victor Rafael C. Zannini,**

Dissertação: *Sobre um Modelo de Kirchoff para Deformações de Vigas,*

Ano da obtenção do grau: 1997.

21 - Nome: **Loreci Zanardini,**

Dissertação: *Existência, Unicidade e Comportamento Assintótico de uma Equação Hiperbólica Degenerada com Termo Dissipativo,*

Ano da obtenção do grau: 1998.

22 - Nome: **Cleber Araújo Cavalcanti,**

Dissertação: *Sobre as Equações de Benjamin-Bona-Mahony e Burgers com Viscosidade,*

Ano da obtenção do grau: 2003.

## 2. Doutorados em Ciências (Matemática)

1 - Nome: **Pedro Humberto Rivera Rodrigues,**

Tese: *Equação não Linear de Ondas,*

Ano da obtenção do grau: 1971.

- 2 - Nome: **Beatriz Rocha Pereira das Neves**,  
Tese: *Solução Regular de um Problema não Linear de Evolução*,  
Ano da obtenção do grau: 1975.
- 3 - Nome: **Manuel Antolino Milla Miranda**,  
Tese: *Solução Clássica e Análise Numérica de uma Equação Diferencial não Linear*,  
Ano da obtenção do grau: 1976.
- 4 - Nome: **Cid Gesteira**,  
Tese: *Estudo Matemático das Fissuras em Lajes*,  
Ano da obtenção do grau: 1977.
- 5 - Nome: **Neyde Felisberto Martins Ribeiro**,  
Tese: *Problemas de Contorno para Modelo Não Linear de Placas e Vigas*,  
Ano da obtenção do grau: 1979.
- 6 - Nome: **Nirzi Gonçalves de Andrade**,  
Tese: *Soluções Fracas de um Sistema Não-Linear de Equações Diferenciais Parciais*,  
Ano da obtenção do grau: 1980.
- 7 - Nome: **Sonia Maria Durães**,  
Tese: *Soluções Generalizadas de um Modelo Não Linear da Elasticidade*,  
Ano da obtenção do grau: 1985.
- 8 - Nome: **Marcondes Rodrigues Clark**,  
Tese: *Initial Value Problem For a Nonlinear Evolution Equation*,  
Ano da obtenção do grau: 1988.
- 9 - Nome: **Marivaldo Pereira Matos**,  
Tese: *Estudo de um Modelo Abstrato para a Equação da Corda via Integral Hilbertiana*,  
Ano da obtenção do grau: 1989.
- 10 - Nome: **Ângela Cássia Biazutti**,  
Tese: *Sobre uma Equação não Linear de Vibrações, Existência de Soluções Fracas e Comportamento Assintótico*,  
Ano da obtenção do grau: 1990.
- 11 - Nome: **Helvécio Rubens Grippa**,  
Tese: *Sobre um Modelo não Linear de Vibrações Transversais de uma Corda Elástica*,  
Ano da obtenção do grau: 1990.

12 - Nome: **Ricardo Fuentes Apolaya,**

Tese: *Controle Exato de uma Equação de Ondas com Coeficientes Variáveis,*

Ano da obtenção do grau: 1991.

13 - Nome: **Alfredo Tadeu Cousin,**

Tese: *Sobre um Modelo não Linear para Vibrações de Vigas em Domínios não Limitados,*

Ano da obtenção do grau: 1992.

14 - Nome: **Cícero Lopes Frota,**

Tese: *Sobre o Modelo não Linear de Kirchoff-Carrier para as Vibrações de uma Corda Elástica,*

Ano da obtenção do grau: 1992.

15 - Nome: **Eleni Bisogin,**

Tese: *Análise Matemática de um Modelo não-Linear de Vibrações com Coeficientes Variáveis,*

Ano da obtenção do grau: 1992.

16 - Nome: **Ricardo Fuentes Apolaya,**

Tese: *Exact Controllability for Temporally Wave Equations,*

Ano da obtenção do grau: 1994.

17 - Nome: **Lúcia Valéria Cossi,**

Tese: *Controlabilidade Exata para o Sistema de Timoshenko com Coeficientes Variáveis,*

Ano da obtenção do grau: 1995.

18 - Nome: **Sandra Malta Cardoso,**

Tese: *Análise Numérica de Métodos de Elementos Finitos para Deslocamentos Missíveis,*

Ano da obtenção do grau: 1995.

19 - Nome: **Joel Santos Souza,**

Tese: *Homogeneização de Alguns Problemas de Contorno,*

Ano da obtenção do grau: 1995.

20 - Nome: **Cruz Sonia Q. de Caldas,**

Tese: *Sistema de Elasticidade com Coeficientes Dependendo do Tempo e Condições de Fronteira de Tipo Misto,*

Ano da obtenção do grau: 1996.

21 - Nome: **Midori Makino,**

Tese: *Um Problema Misto Para a Equação de Difusão Aplicado à Geotermia Rasa,*

Ano da obtenção do grau: 1996.

- 22 - Nome: **Ângela Rocha dos Santos**,  
Tese: *Sistema da Dinâmica da Elasticidade Linear para Materiais Incompreensíveis com Termo de Pressão*,  
Ano da obtenção do grau: 1996.
- 23 - Nome: **Silvano B. de Menezes**,  
Tese: *Controlabilidade aproximada para a Equação do Calor em Domínios não Limitados. Controlabilidade Nula*,  
Ano da obtenção do grau: 1999.
- 24 - Nome: **Victor Rafael C. Zannini**,  
Tese: *Controlabilidade Nula e Controles Insensitivos para Equações Parabólicas Semilineares em Domínios não Limitados*,  
Ano da obtenção do grau: 2000.
- 25 - Nome: **Marcos Ferreira de Araujo**,  
Tese: *Vibration of an Elastic Membrane with Variable Boundary. Existence and Uniqueness*,  
Ano da obtenção do grau: 2000.
- 26 - Nome: **Liliane Angelina L. Mescua**,  
Tese: *Controle Exato Para a Equação da Viga 1D Semi Discretizada no Espaço por Diferenças Finitas*,  
Ano da obtenção do grau: 2002.
- 27 - Nome: **Gladson Octaviano Antunes**,  
Tese: *Controle Exato de um Modelo Semilinear para Vibrações Verticais de uma Corda Elástica em Domínios não Cilíndricos e Controle Simultâneo para um Sistema Hiperbólico com Termo de Resistência*,  
Ano da obtenção do grau: 2003.
- 28 - Nome: **Maria Darci Godinho da Silva**,  
Tese: *Problema Unilateral para um Modelo de Vibrações Verticais de Cordas Elásticas e de Vigas com Extremos*,  
Ano da obtenção do grau: 2003.
- 29 - Nome: **Fagner Dias Araruna**,  
Tese: *Controlabilidade do Sistema de Kirchoff como Limite do Sistema de Mindlin-Timoshenko*,  
Ano da obtenção do grau: 2003.
- 30 - Nome: **Alexandro Marinho Oliveira**,  
Tese: *Controlabilidade Aproximada e Controle Hierárquico para a Equação de Movimento Moderado de Fluidos de Oldroyd*,  
Ano da obtenção do grau: 2008.

31 - Nome: **Beatriz de Souza dos Santos,**

Tese: *Sistema de Eletromagnetoelasticidade,*

Ano da obtenção do grau: 2008.

32 - Nome: **André Vicente,**

Tese: *Equações de Ondas com Condições de Fronteira da Acústica,*

Ano da obtenção do grau: 2010.

A defesa da tese de Pedro Humberto Rivera Rodrigues foi realizada na Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Peru; a tese de Beatriz Rocha Pereira das Neves foi a primeira tese de doutorado orientada por L. A. Medeiros e defendida no IM/UFRJ.

Na continuação reproduzimos depoimentos de colegas, ex-alunos e familiares de L. A. Medeiros, gravados por ocasião do evento realizado pelo IM/UFRJ, em fevereiro de 2016, pelo transcurso dos 90 anos de idade de nosso homenageado. Os depoimentos foram transcritos de Youtube por Lourdes Medeiros e Sergio Medeiros (ver “LAdauto 90”). Há depoimentos que foram dados posteriormente ao evento acima citado.

### Poema a Luis Adauto Medeiros

Autor: Ricardo Kubrusly – HCTE/CCMN/UFRJ

*Basta alguma topologia*

*... e palavras.*

*Os números ainda desnecessários*

*aportarão ao seu tempo*

*sobre os versos macios da aventura.*

*LAdauto caminha as equações que escreverão o mundo,*

*com seus passos largos sublinha as planícies da ilha*

*sonhando invenções de um tempo vermelho*

*na luta vermelha que travamos*

*sob equações que se aninham*

*em um mundo dentro da cabeça*

*que enumerado, vermelho,*

*existe em meio a contínuos misteriosos*

*que em azuis se dissimulam.*

*Quanta coisa de mundo te trouxe nesta hora  
além de teu corpo esguio e bailarino.*

*Quanto pensamento distraído  
nas brechas, nos gritos, nas horas partidas,  
nas flores partidas como verdades de flor  
voavam nas histórias matemáticas  
que a teu lado vivemos?*

*Nesta garrafa infinita retorcida,  
não orientável,  
na qual mergulhamos contigo  
nossos poemas, projetos, amores modelos,  
nossos números  
e as horas deixadas ao vento e as que pacientes  
esperam teus próximos passos.*

*Nesta garrafa sem fundo,  
nesta palavra viva  
que nela escorrega e se esconde,  
guardando dos números sua pele de seda  
e toda a poesia que ainda veste teu corpo matemático.*

**Depoimentos de colegas, ex-alunos e familiares de  
L. A. Medeiros.**

*Walcy Santos - UFRJ*

*A gente está comemorando os 90 anos do Professor Luís Adauto que é um marco na vida de uma pessoa, chegar aos 90 anos, chegar produtivo, chegar com a história que ele tem com nosso instituto. Ele é certamente um dos marcos da nossa formação institucional, na criação do nosso programa de pós-graduação, na criação do nosso instituto em si depois da reforma universitária e se tornou sempre pra gente um exemplo de uma pessoa que, generosamente esteve sempre dedicado ao crescimento da instituição.*

*Luis Pedro San Gil Jutuca - UNIRIO*

*É uma homenagem singela devido à figura importante que o professor Luís Adauto tem para a matemática no Brasil, para a matemática fora do Brasil e principalmente pela constituição de uma massa crítica voltada para a educação. É uma constituição sólida e que nos deixa assim muito orgulhosos por sermos ex-alunos do professor Luís Adauto.*

*Luis Adauto é uma referência no Brasil como educador, matemático, constituidor como eu já disse de uma matemática que se faz no Brasil na área de equações diferenciais parciais.*

*Celso José da Costa - UFF*

*Praticamente em todas as universidades federais brasileiras certamente você tem realmente um traço do professor Luís Adauto. Seja porque ele orientou um professor que atua lá, seja porque tem um aluno de um seu orientando, mas de qualquer maneira certamente se fizer um DNA dá para se perceber que em todos os departamentos de matemática das universidades brasileiras têm um resultado do trabalho profissional do professor Luís Adauto como um formador.*

*Rolci de Almeida Cipolatti – UFRJ*

*O professor Luis Adauto tem uma capacidade muito grande de incentivar as pessoas. Ele tem diversos ex-alunos e vários filhos desses ex-alunos e netos desses ex-alunos espalhados pelo Brasil inteiro e mesmo fora, justamente por essa capacidade que ele tem de orientar e incentivar para o estudo da matemática, não só da área específica dele, mas da matemática de um modo geral.*

*Carlos Antônio de Moura - UERJ*

*A postura nas disciplinas que ele ensina e a consciência de que uma disciplina é um diálogo entre o professor e os alunos então não é o professor conduzir conforme ele acha que deve ser, mas é fundamental a necessidade da turma, a necessidade dos alunos, a possibilidade que eles têm de realmente aprender o que ele está expondo.*

*Geraldo M. de Araújo - UFPA*

*O professor Luis Aduino é uma pessoa muito generosa com todos, e todas as pessoas que o conhecem sabem disso e além do mais, ele é uma pessoa muito preocupada é uma pessoa engajada e comprometida com a educação neste país e contribuiu muito com a nossa instituição (a UFPA).*

*Se hoje nós temos um mestrado consolidado e um doutorado em consolidação, todos esses dois cursos na área em que nós fomos formados aqui, ou seja, diretamente ligados ao professor Luis Aduino é graças exatamente à boa vontade dele, em nos receber aqui de braços abertos e sempre facilitando a nossa vida no que era preciso, não só matematicamente falando, mas até mesmo se a gente precisasse de um local para ficar ele procuraria ajudar de alguma forma.*

*Então, ele é uma pessoa muito, muito generosa e nós não poderíamos deixar de vir prestigiar esse momento único. Não é todo dia que se faz 90 anos e com toda essa vitalidade.*

*Valeria Cavalcanti – UEM*

*A gente não consegue mensurar a importância do professor não só na matemática, mas também na parte pessoal da nossa vida, porque primeiro a gente não consegue ver o professor longe da dona Lourdinha, então a gente já vê uma família e, sempre que a gente teve como exemplo o professor e dona Lourdinha em todos os momentos das nossas vidas, como alunos e agora, como professores e colegas dele.*

*Ducival Carvalho Pereira – UFPA*

*A ideia dele, Luis Aduino, sempre foi essa a de que os ensinamentos que aprendemos, e que eu aprendi particularmente fora do academicismo é que a gente tinha que tomar os alunos não muito bons e transformá-los em alunos bons com uma boa formação.*

*Victor Cabanillas – UNMSM; Lima – Peru*

*Eu estou muito contente em participar aqui nessa comemoração dos 90 anos do professor Luis Aduino e, espero que sejam muitos*

*anos de vida e saúde pra ele. Eu só tenho palavras de agradecimento para ele por tudo que ele fez por mim pela matemática no Peru e no Brasil.*

*Solimá G. Pimentel – UFF*

*Agradeço ao professor Luis Aduino pelo exemplo de pessoa e de matemático e exemplo de vida que ele passa para a gente. É como se eu fosse filha dele. Muitas coisas aprendi não só na minha vida profissional, mas também aprendi na minha vida pessoal.*

*Joel dos Santos – UFSC*

*Luis Aduino é uma inspiração para todos nós e, eu me lembro aqui do episódio em que eu esqueci um livro no trem da Central do Brasil. Ele disse, olha, você tem que dar um jeito. Eu disse pra ele, professor eu vou fazer uma oração, vou pedir a Deus que faça com que esse livro retorne de alguma forma, não sei como, e ele disse está bom.*

*E por incrível que pareça, depois de duas semanas eu recebi um telefonema da bibliotecária da biblioteca do instituto de matemática dizendo, Joel, uma pessoa veio aqui e encontrou esse livro no trem e veio devolver. Eu fui lá e fiquei muito contente e, logo em seguida, fui transmitir essa informação ao professor Luis Aduino e ele me disse assim: É de fato Deus existe e te protege.*

*Laura Medeiros Assef – PUCPR*

*Essa influência que ele exerceu na minha carreira é uma influência tão grande e, a disciplina com que eu conduzo as minhas aulas e, as questões que eu discuto com os meus alunos parecem que estão realmente dentro do meu gene e, que fazem parte da minha história devido ao exemplo que eu tive dentro da minha casa.*

*Então quero agradecer ao meu pai por tudo o que ele fez. Eu fiquei muito impressionada com essa homenagem, porque a gente tem ideia de quanto ele é grande, mas isso se tornou tão sólido hoje pra mim e até me assusta a importância que ele teve dentro da Universidade Federal do Rio de Janeiro.*

*Bianca Medeiros da Matta – neta de Luis Aduino Medeiros*

*O evento que está sendo realizado hoje é mais uma prova do quanto você é querido e amado por todos que estão à sua volta, o quanto influente você é e, a importância que você tem na vida de tantas pessoas. A gente fica muito feliz, muito honrada de ter oportunidade de estar junto de você neste momento e, de você ter acompanhado o crescimento de todas nós, e pela influência que você e a vovó tiveram na nossa vida e nos tornou pessoas que somos hoje.*

*Kathia Medeiros – filha de L. A. Medeiros*

*Parabéns pra você nesta data querida!  
Escrever sobre você parece coisa simples, simples como você. Mas não é! Falar sobre o professor Luiz Aduino não seria muito difícil. Poderíamos descrever como é brilhante em sua carreira, como conquistou tantas honrarias que um professor poderia almejar, como se dedicou a aprender e, como todo verdadeiro professor, se dedicou a ensinar.*

*Porém, isso não seria suficiente para descrever o homem que você é. Aí sim que a coisa complica! Porque não bastaria falarmos de suas conquistas profissionais, mas sim do seu dia a dia que temos o privilégio de desfrutar, e desta forma poderemos dimensionar o quanto você é especial. Conviver com você é aprender a todo instante.*

*Nos nossos finais de semana, especialmente em Teresópolis, conhecemos o professor Luiz Aduino na sua forma mais natural, onde nos brinda a todo o momento com seu conhecimento e cultura, um ávido leitor, sempre fazendo referências aos livros, tendo como o seu escritor predileto Machado de Assis. É lá, em Teresópolis, que você nos diverte, tentando contar piadas, tentando, porque raramente consegue terminar de tanto que ri. É uma satisfação perceber o seu prazer em observar os pássaros, uma de suas paixões. É lá também que compartilha conosco suas memórias – e que memórias! - mesmo as mais distantes, principalmente aquelas da Pacatuba, sua terra natal, que sempre fala com muita saudade.*

*E você não chegou até aqui por acaso, aos 92 anos gozando de excelente saúde que conserva com suas caminhadas e vida regrada, e claro, alimentado pelo amor de sua grande companheira e mulher, Lourdinha. Você é merecedor de muitas felicidades!*

*Viva Luiz Aduino! Amamos-te, Kathia e Toninho.*

*Lourdes Medeiros – esposa de L. A. Medeiros*

*Obrigada, querido por estarmos juntos. Poderia falar de você como o profissional brilhante que é, falar do amigo quais tantos conhecem ou, ainda, descrever o pai que é para nossos filhos. Mas aqui não apenas agradeço a você, mas dedico minhas palavras ao companheiro que é para mim nos últimos 64 anos.*

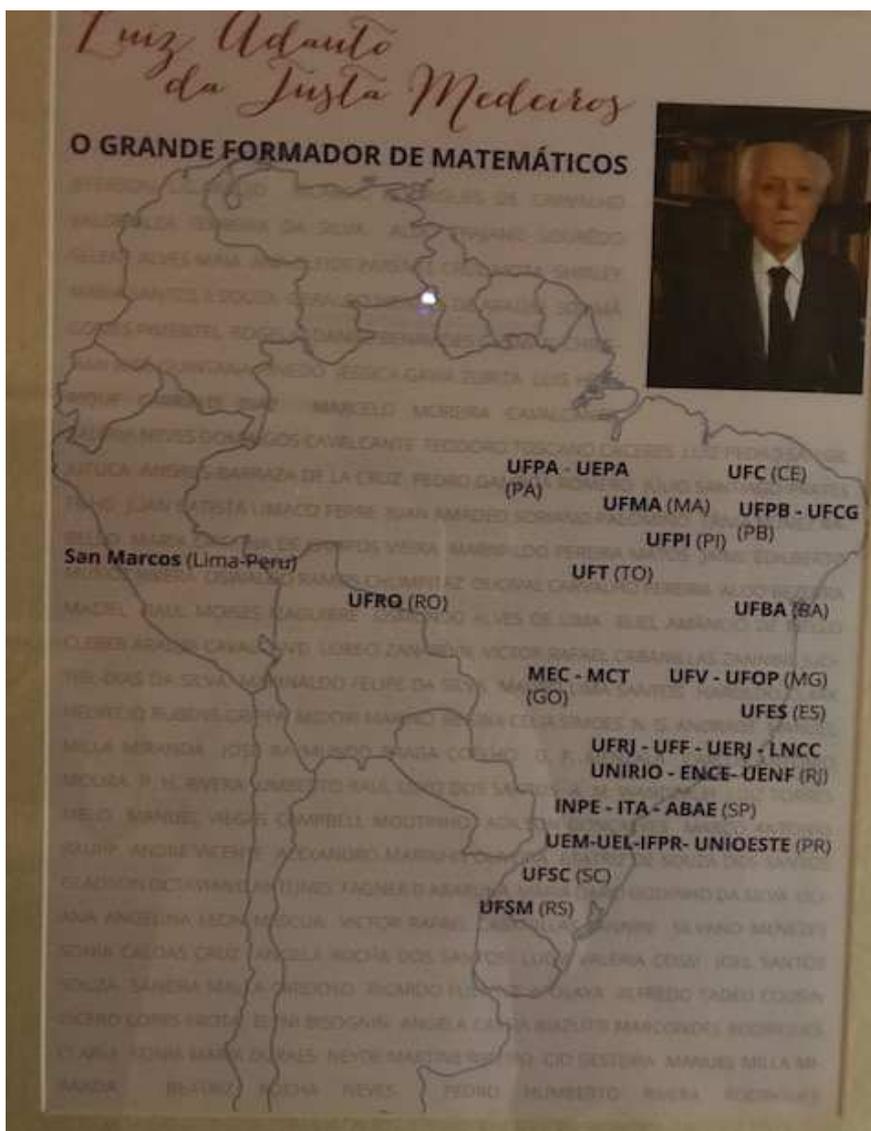
*Mais um aniversário juntos! Outros virão com certeza. Agradeço a Deus o privilégio de ter sido escolhida para acompanhar você nesta vida. Despeço-me como sempre fazemos ao deitar à noite: “Eu te amo muito”.*

*Sua Lourdinha.*

Professores franceses e brasileiros que enviaram pronunciamento, em vídeo por ocasião das comemorações, pelo IM/UFRJ, dos 90 anos de idade de L. A. Medeiros.

- Jean-Pierre Puel – Université de Versailles, Versailles, França;
- Otared Kavian – Université de Versailles, Versailles, França;
- Thierry Casenave – Université Paris VI, Paris, França;
- Flávio Dickstein – Instituto de Matemática da UFRJ, Brasil.

Mapa “Luiz Adauto da Justa Medeiros o Grande Formador de Matemáticos”. No Mapa, que contém o Brasil e países da América do Sul, estão as instituições brasileiras e peruanas nas quais trabalham seus descendentes matemáticos.



**Figura 24.** Cortesia de prof. dr. Luis Adauto Medeiros. Mapa elaborado por prof<sup>a</sup> dr<sup>a</sup> Ângela Rocha Santos.







# Capítulo 9

## Notas Sobre os Trabalhos Matemáticos do Professor Luis Aduino Medeiros

Por Manuel Milla Miranda

O professor Luiz Aduino Medeiros é um matemático nato. A anedota que ilustra bem esse fato, é a seguinte: ele foi enviado pela família ao Rio para estudar Medicina, porém, ele viajou já com a ideia de estudar Matemática. Os pais sabendo da decisão cortaram sua mesada como uma forma de pressioná-lo a seguir a formação em Medicina. Mas ele, convicto, decidiu ir em frente, trabalhando para sustentar-se nos seus estudos de Matemática.

Na universidade ele se apaixonou pela Análise Matemática, pois nela, poderia desenvolver seu espírito profundamente analítico. Mais tarde, dentro da Análise Matemática, escolheu estudar as Equações Diferenciais Parciais, visto que nesta área poderia estudar vários fenômenos físicos utilizando as ferramentas proporcionadas pela Análise Matemática.

A seguir, faremos uma Introdução da atividade matemática do professor Medeiros. O trabalho matemático do professor Luiz Aduino pode ser resumido na expressão: formação de alunos e trabalhos de pesquisa. Os dois com igual importância.

Na primeira parte, pode-se dizer que a quase totalidade dos alunos da UFRJ na área de Equações Diferenciais Parciais, no período 1970-2010, teve seus trabalhos dirigidos direta ou indiretamente por ele. Também formou diversos alunos do IMPA, no período 1965-1970. Decorre disso que o número de seus alunos é muito grande. A maioria com posições de destaque em diferentes universidades brasileiras ou estrangeiras. Um deles chegou a ser Ministro de Ciência e Tecnologia (Dr. Marco Antônio Raupp) no segundo mandato do governo de Dilma Rousseff. No fim da exposição relatarei a importância da visita do professor Medeiros à Universidade de San Marcos,

Lima, Peru, da qual fui testemunha privilegiada.

Como parte da formação de alunos, far-se-á um relato sucinto, dos livros de graduação e pós-graduação escritos por ele, bem como de algumas de suas notas de divulgação de tópicos em Equações Diferenciais Parciais.

Na segunda parte far-se-á uma descrição resumida dos seus principais trabalhos de pesquisa. Fiel a sua tradição de dividir conhecimentos, a maioria de seus trabalhos foi escrita em colaboração com diversos matemáticos.

Divide-se essas notas nos seguintes parágrafos:

1. Trabalhos Didáticos;
2. Trabalhos de Pesquisa;
3. Visita à Universidade de San Marcos.

## Trabalhos Didáticos

Nesta parte listamos os principais livros publicados pelo professor Medeiros bem como algumas de suas notas de divulgação.

### • Livros de Graduação

1. Álgebra Vetorial e Geometria Analítica [49];
2. Lições de Análise Matemática [50];
3. Introdução às Funções Complexas [51];
4. Iniciação às Equações Diferenciais Parciais [52].

Nesta coleção de livros o professor Medeiros apresenta de forma didática, clara e agradável a teoria básica da Análise Real (parte 2) (isto é, o estudo das propriedades geométricas e analíticas do conjunto dos números reais  $\mathbb{R}$ ) e da Análise Complexa (parte 3) com a finalidade de aplicá-las na obtenção de soluções clássicas de Equações Diferenciais Parciais (parte 4). Numerosos exercícios muito imaginativos complementam as teorias desenvolvidas.

Como é conhecido, os matemáticos dos séculos XVIII e XIX tiveram grandes dificuldades em elaborar suas teorias matemáticas devido a não existir uma definição rigorosa dos conceitos de limites de funções numéricas e de número real. A definição de limite de funções numéricas foi dada por Cauchy

[12] em 1822, e a de número real, entre outros, por Dedekind [17]. Em 2 dá-se de forma simples a construção de Dedekind de números reais.

Em 3, destaca-se a parte da teoria dos resíduos de funções complexas e suas aplicações no cálculo de integrais numéricas do Cálculo Diferencial. Parte destes resultados são utilizados na obtenção de soluções de equações diferenciais elíticas em 4.

Um estudo detalhado e completo das principais Equações Diferenciais Parciais da Física-Matemática é encontrado em 4

#### • Livros de Pós-Graduação

1. Tópicos de Análise Funcional [54];
2. Introdução aos Espaços de Sobolev e às Equações Diferenciais Parciais [55];
3. Espaços de Sobolev (Iniciação aos Problemas Elípticos não Homogêneos) [56];
4. Problemas Não Lineares em Equações Diferenciais Parciais [57];
5. Exact Controllability for Wave Equations, Hilbert Uniqueness Method [59];
6. Introduction to Exact Control Theory, Hilbert Uniqueness Method [70].

Nesta coleção, o professor Medeiros está interessado na obtenção de soluções fracas das Equações Diferenciais Parciais (EDP), notadamente, das equações de evolução, isto é, de EDP que dependem do tempo.

A Análise Real permite obter soluções clássicas das EDP, porém para poder aplicar esta teoria é necessário que os dados iniciais (comportamento da solução no instante  $t = 0$ ) sejam funções que possuam um número suficiente de derivadas clássicas ou que a solução seja regular no bordo do domínio de definição. Na maioria dos fenômenos essas condições não são satisfeitas, logo se torna necessário estudar esses problemas num contexto mais geral, mais precisamente, introduzindo o conceito de derivada fraca de funções, que conduzirão ao conceito de soluções fracas do problema. Esses conceitos formam parte da disciplina Espaços de Sobolev.

Os livros 2 e 3 são excelentes referências para o estudo dos Espaços de Sobolev e suas aplicações para obtenções de soluções fracas de EDP lineares. Em 2, livro destinado aos estudantes cursando o final do Mestrado, obtêm-se soluções fracas das equações de evolução quando a variável espacial da

solução está definida num intervalo aberto de reta ou a solução fraca Equação de Laplace está definida em um quadrado finito. No livro 3, estudam-se os mesmos problemas, porém quando a variável espacial da solução de uma EDP de evolução varia num conjunto aberto limitado do espaço  $n$ -dimensional ou quando o domínio de definição da solução da Equação de Laplace é um conjunto aberto limitado do espaço  $n$ -dimensional.

Em 3 é bom assinalar que a parte do prolongamento de funções de um Espaço de Sobolev de funções definidas em  $\Omega$ , a um espaço análogo de funções definidas em  $\mathbb{R}^n$ , é feita de forma clara e engenhosa. Também a parte do traço de funções (funções restritas ao bordo de  $\Omega$ ) é feita de forma didática e elegante. Observe-se que esta parte é de natureza delicada, pois as funções não são necessariamente regulares no bordo de  $\Omega$ . A parte 3 se dedica à obtenção de soluções dos problemas de Dirichlet e de Neumann, num contexto fracionário, isto é, soluções definidas em espaços fracionários. Esta é uma das partes mais importantes de 3.

Os Espaços de Sobolev só podem ser estudados depois do conhecimento da Análise Funcional, isto é, do estudo das propriedades geométricas e analíticas do espaço de funções. Em 1, encontram-se os principais resultados de Análise Funcional. Este livro tem como base o manuscrito de Medeiros [55].

O problema da obtenção de soluções de EDP lineares está resolvido, faz um bom tempo. Existem teorias gerais que permitem obter essas soluções. A situação é bem diferente quando se estuda as EDP não lineares, isto é, quando se tem duas soluções de uma equação e a soma delas não é, necessariamente, uma solução de tal equação. Nesses casos, cada equação diferencial parcial precisa de um tratamento diferenciado.

Em 4, o professor Medeiros, de forma clara, didática e completa, resolve diferentes EDPs não lineares. Entre os métodos utilizados podemos mencionar: o Método de Galerkin, Ponto Fixo, Compacidade, Monotonia, Semi Discretização e o Teorema de Brouwer. Para as pessoas interessadas em estudar as EDP não lineares é altamente recomendável esse livro.

#### • Notas

O professor Medeiros tem publicado notas sobre os mais variados temas de EDP. Entre estas podemos mencionar:

1. Principio de Duhamel;
2. Sobre o Modelo Matemático de Navier Stokes;
3. Alguns Problemas de Contorno Sobre EDP;

4. Operadores Monótonos;
5. Soluções Periódicas;
6. Problemas Hiperbólicos- Parabólicos;
7. Espaço de Funções Relacionadas a um Problema Parabólico com Retardamento;
8. Desigualdade de Carleman;
9. Controle Exato;
10. Controle Nulo;
11. Estratégia de Stackelberg-Nash.

Claramente esta não é uma lista exaustiva.

#### • Trabalhos de Pesquisa

Nesta parte comentar-se-ão os principais trabalhos de pesquisa, segundo nosso critério, do professor Medeiros.

O professor Luis Adauto Medeiros desenvolveu seus trabalhos de pesquisa essencialmente no estudo de soluções de equações hiperbólicas não lineares. Uma equação denomina-se hiperbólica quando sua equação algébrica é uma hipérbole, por exemplo, a equação em derivadas parciais

$$\frac{\partial^2 u}{dt^2} - \frac{\partial^2 u}{dx^2} = 0,$$

tem equação algébrica  $t^2 - x^2 = 0$ , que é uma hipérbole no plano cartesiano de coordenadas  $t$  e  $x$ . Mais geralmente, a equação em derivadas parciais

$$\frac{\partial^2 u}{dt^2} - \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} = 0,$$

tem equação algébrica  $t^2 - (x_1^2 + \dots + x_n^2) = 0$  que é uma hipérbole generalizada no plano cartesiano de coordenadas  $t, x_1, x_2, \dots, x_n$ .

Uma equação hiperbólica e denominada não linear quando contém um termo não linear, isto é, se  $u$  e  $v$  são soluções não nulas da equação então  $u + v$  não é solução da equação.

Dividiremos a exposição dos trabalhos do professor Medeiros nas seguintes partes

1. Primeiros Trabalhos;
2. Equações em Domínios Não Cilíndricos;
3. Equação de Kirchhoff-Carrier;
4. Decaimento de soluções;
5. Outras Equações;
6. Resultados de Controle;
7. Trabalhos Recentes.

## 1. - Primeiros Trabalhos

### • Unicidade de Solução

Um dos primeiros resultados obtidos pelo professor Medeiros, conhecido como o Teorema de Medeiros e que aqui apresentamos, versa sobre a unicidade de soluções de equações diferenciais ordinárias em espaços de dimensão infinita.

Sejam  $f(t, x)$  uma função a valores reais definida em  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}^n$  e o vetor  $u_0 = (u_{01}, u_{02}, \dots, u_{0n})$  de  $\mathbb{R}^n$ . Considere o problema de determinar uma função  $u : [-T, T] \rightarrow \mathbb{R}^n$  ( $T > 0$ ),  $u(t)$  diferenciável em  $(-T, T)$ , tal que  $u(t)$  seja solução do problema

$$\begin{cases} \frac{du}{dt}(t) = f(t, u(t)) & t \in (-T, T) \\ u(0) = u_0 \end{cases} \quad (1)$$

Peano mostrou que se  $f(t, x)$  é contínua numa vizinhança de  $(0, u_0)$ , então o problema (1) tem pelo menos uma solução. Mostra-se, também, que se  $f(t, x)$  é localmente lipschitziana na segunda variável, isto é,

$$|f(t, u - v)| \leq k(t) \|u - v\|_{\mathbb{R}^n},$$

$k(t)$  limitada em  $[-T, T]$ , então a solução de Peano é única. Posteriormente, Nagumo [82] e Osgood [83] deram outras condições a  $f(t, x)$  para que o problema (1) tenha solução.

O resultado do professor Medeiros [43] generaliza os trabalhos de Nagumo e Osgood para soluções de (1), quando (1) é formulado em espaços de dimensão infinita, mais precisamente, em espaços de Hilbert complexos de dimensão infinita.

A seguir formula-se o problema (1) em espaços de Hilbert.

Sejam  $H$  um espaço de Hilbert complexo com produto escalar  $(u, v)_H$ , norma  $\|u\|$  e  $\mathbb{R}^+$  o conjunto dos números reais não negativos. Suponha que  $f(t, x)$  é uma função definida em  $\mathbb{R}^+ \times H$ , com valores em  $H$ , isto é, para cada  $(t, u)$  em  $\mathbb{R}^+ \times H$ ,  $f(t, x)$  é um vetor de  $H$ . Nessas condições tem-se o problema

$$\begin{cases} \frac{du}{dt}(t) = f(t, u(t)), & 0 < t \leq T, \\ u(0) = u_0, \end{cases} \quad (2)$$

onde  $u_0$  (valor inicial) é um vetor fixado de  $H$ .

O método utilizado por Peano, *loc.cit.*, para mostrar a existência de soluções de (1) não pode ser generalizado para mostrar a existência de soluções de (2),  $H$  com sua topologia natural (ou forte), ver Dieudonné [19]. Browder[7] mostrou a existência de soluções para (2) considerando a topologia fraca de  $H$ . O espaço  $H$  equipado com a topologia fraca é denotado por  $H_w$ .

Enunciemos o resultado de Browder

**Teorema 1.** *Seja  $f(t, u)$  uma função contínua de  $\mathbb{R}^+ \times H_w$  em  $H_w$ . Então para cada  $r > 0$ , existe um número real  $\alpha(r) > 0$  tal que para cada  $u_0$  em  $H$  com  $\|u_0\| < r$ , existe uma solução  $u(t)$  de (2) com  $0 \leq t \leq \alpha(r)$ .*

O seguinte resultado é uma generalização do teorema de Nagumo.

**Teorema 2.** (Medeiros) *Se nas condições do Teorema 1 acrescentarmos a hipótese*

$$\Re(f(t, u) - f(t, v), u - v) \leq \frac{1}{2t} \|u - v\|,$$

*quaisquer que sejam  $u, v$  em  $H$  e  $0 \leq t \leq \alpha(r)$ , então a solução do Teorema 1 é única em  $0 \leq t \leq \alpha(r)$ .*

A demonstração do Teorema 2 está baseada na obtenção de certas desigualdades diferenciais, desigualdades integrais e da construção de imaginativas funções reais.

Para enunciar o próximo resultado introduzir-se-á a seguinte definição: Seja  $w(t)$  uma função real definida em  $[0, T]$ . Diz-se que  $w$  é uma função admissível se  $w$  é estritamente crescente em  $[0, T]$ ,  $w(0) = 0$  e para  $0 < \delta < T$ ,

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} \int_{\epsilon}^{\delta} \frac{dz}{dw} = \infty, .$$

O resultado a seguir é uma generalização do trabalho de Osgood, (ver Medeiros [43]).

**Teorema 3.** *Suponha as condições do Teorema 1 satisfeitas e suponha também que é válida a desigualdade*

$$2\operatorname{Re}(f(t, u) - f(t, v), u - v) \leq w(\|u - v\|^2), \quad 0 \leq t \leq \alpha(r),$$

para alguma função admissível  $w$ . Então a solução do Teorema 1 é única em  $0 \leq t \leq \alpha(r)$ .

O Teorema 3 é obtido seguindo argumentos análogos aos utilizados na demonstração do Teorema 2. O Teorema 3 citado em Agarwal e Lakshmikantham [1], pg 229.

### • Problema de Cauchy para a Equação da Onda em Espaços de Hilbert

O deslocamento de massas carregadas em campos eletromagnéticos pode ser estudado pelo modelo matemático

$$\frac{\partial^2 u}{dt^2}(x, t) - \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2}(x, t) + \mu^2 u(x, t) + \eta^2 u^3(x, t) = 0, \quad x \in \Omega, \quad t > 0, \quad (3)$$

onde  $\Omega$  é um aberto limitado de  $\mathbb{R}^n$ ,  $t$  o tempo e  $\mu^2, \eta^2$  são constantes positivas. Esta equação foi introduzida por K. Jörgens [25].

Considere a equação

$$\frac{\partial^2 u}{dt^2}(x, t) - \sum_{i=1}^n \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2}(x, t) + F'(|u(x, t)|^2)u(x, t) = 0, \quad x \in \Omega, \quad t > 0, \quad (4)$$

onde  $F(s)$  é uma função a valores reais com derivada  $F'(s)$ . Escolhendo  $F(s) = \mu^2 s + \frac{1}{3}\eta^3 s^3$  em (4), obtém-se (3).

Uma formulação da equação (2) em espaços de Hilbert  $H$  foi dada por Browder [6], que apresentamos a seguir.

Seja  $H$  um espaço de Hilbert com produto escalar  $(u, v)$  e norma  $\|u\|$ . Considera-se um operador auto-adjunto positivo  $A$  de  $H$ , isto é, um operador  $A$  de domínio  $D(A)$  denso em  $H$  com valores em  $H$  tal que

$$\begin{aligned} (Au, v) &= (u, Av), \quad \forall u, v \in D(A), \\ (Au, u) &\geq k_0 \|u\|^2, \quad \forall u, v \in D(A), \end{aligned}$$

onde  $k_0$  é uma constante.

Seja  $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  uma função contínua. Define-se a função

$$\tilde{f}(\lambda) = \begin{cases} f(\lambda), & \text{se } \lambda \geq 0, \\ 0, & \text{se } \lambda < 0. \end{cases} \quad (5)$$

Pelo cálculo operacional para  $A$  obtém-se um operador auto-adjunto de  $H$ , denotado por  $\tilde{f}(A)$ , e que tem a representação integral

$$\tilde{f}(A)u = \int_0^\infty f(\lambda)dE(\lambda)u, \quad \forall u \in D(\tilde{f}(A)), \quad (6)$$

onde  $\{E(\lambda); \lambda \geq 0\}$  é uma família de projeções ortogonais de  $H$  associada ao operador  $A$ .

Também

$$\|\tilde{f}(A)u\|^2 = \int_0^\infty f^2(\lambda)d(E(\lambda)u, u), \quad \forall u \in D(\tilde{f}(A)). \quad (7)$$

Assim,  $A^{\frac{1}{2}}$  é determinado pela função  $\tilde{f}(\lambda) = \lambda^{1/2}$  e  $A$  por  $\tilde{f}(\lambda) = \lambda$  (ver Milla Miranda [75]).

Nessa mesma ordem de ideias, à função  $f(\lambda) = (\lambda + it)^{-1}$  ( $i^2 = -1, t \in \mathbb{R}$ ), corresponde o operador de  $H$

$$(A + itI)^{-1}, \quad (8)$$

que será utilizado posteriormente.

A formulação de Browder é a seguinte

$$\begin{cases} u''(t) + Au(t) + M(u(t)) = 0, & t > 0, \\ u(0) = \varphi, \quad u'(t) = \psi, \end{cases} \quad (9)$$

onde  $u : [0, \infty] \rightarrow H$ ,  $\varphi \in D(A)$  e  $\psi \in D^{\frac{1}{2}}(A)$  e  $M(u)$  é uma função com domínio contido em  $H$ , com valores em  $H$  e satisfazendo determinadas condições.

Uma solução  $u$  do problema de Cauchy (9) é uma função  $u : [0, \infty] \rightarrow H$  duas vezes continuamente diferenciável em  $(0, \infty)$ , tal que  $u(t) \in D(A)$  para todo  $t \geq 0$  e  $u$  satisfaz (9). Browder obteve uma solução do problema (9).

O resultado obtido por Medeiros [44], que constitui sua Tese de Doutorado, generaliza o resultado obtido por Browder, no seguinte sentido, no lugar de considerar um operador auto-adjunto positivo  $A$  de  $H$ , considera-se uma

família de operadores auto-adjuntos positivos  $\{A(t)\}_{t \geq 0}$  de  $H$  e estuda-se a existência de soluções do problema de Cauchy

$$\begin{cases} u''(t) + A(t)u(t) + M(u(t)) = 0, & t > 0, \\ u(0) = \varphi, \quad u'(0) = \psi, \end{cases} \quad (10)$$

onde  $\varphi \in D(A(0))$  e  $\psi \in D(A^{\frac{1}{2}}(0))$ .

Pela generalidade do problema, a dificuldade de resolvê-lo e a beleza das demonstrações, o resultado obtido por Medeiros, *loc. cit.*, constitui uma contribuição importante na área de Equações Diferenciais Parciais. É bom ressaltar que os métodos utilizados por Browder, para obter uma solução do problema (9), não podem ser generalizados para obter soluções de (10).

A seguir enuncia-se os teoremas demonstrados por Medeiros. Para isso, introduz-se as seguintes hipóteses;

- (H1)  $D(A(t)) = D(A(s))$ , para todo  $s, t \geq 0$ ;
- (H2)  $(A(t)u, u) \geq k_0 \|u\|^2$ , para todo  $u \in D(A(0))$  ( $k_0$  constante);
- (H3) Os operadores limitados  $A(t)A(s)^{-1}$  são uniformemente limitados e são lipschitzianos na segunda variável, isto é,
  - $\|A(t)A(s)^{-1}\| \leq M$ , para todos  $s, t \geq 0$ ;
  - $\|A(t)A(t_0)^{-1}A(s)A(t_0)^{-1}\| \leq k|t - s|$ , quaisquer que sejam  $t, t_0$  e  $s$ , onde  $M$  e  $k$  são constantes positivas.
- (H4) O operador  $A^{1/2}(t)$  é fortemente continuamente diferenciável para todo  $t \geq 0$  e

$$\left[ \frac{d}{dt} A^{1/2}(t) \right] A(t)^{-1/2}$$

é limitado por uma função positiva contínua e limitada.

**Teorema 4.** *Seja  $\{A(t)\}_{t \geq 0}$  uma família de operadores auto-adjuntos de  $H$  satisfazendo as hipóteses (H1) – (H4) e  $M(u)$  satisfazendo as hipóteses (I),(II),(III) e (IV) de Browder [6]. Então o Problema (10) possui solução.*

**Teorema 5.** *Sejam  $\{\varphi, \psi\}, \{\varphi_1, \psi_2\} \in D(A) \times D(A^{1/2})$  e  $u, u_1$  as respectivas soluções obtidas no Teorema 4, com dados iniciais  $\{\varphi, \psi\}$  e  $\{\varphi_1, \psi_2\}$ , respectivamente. Então para cada  $C > 0$  e  $T > 0$ , existe uma constante positiva  $k(C, T)$  tal que*

$$\begin{aligned} & \|A^{1/2}(t)u(t) - A^{1/2}(t)u_1(t)\|^2 + \|u'(t) - u_1'(t)\|^2 \\ & \leq k(C, T) (\|A^{1/2}(0)(\varphi - \varphi_1)\|^2 + \|\psi - \psi_1\|^2), \end{aligned}$$

para todo  $t \in [0, T]$ , onde

$$\|A^{1/2}(0)\varphi\|^2 + \|\psi\|^2 < C, \quad \|A^{1/2}(0)\varphi_1\|^2 + \|\psi_1\|^2 < C.$$

Tem-se um terceiro teorema relacionado com a dependência contínua dos dados iniciais das soluções do Problema (10) e que contém as derivadas segundas com relação ao tempo destas soluções que por ser muito técnico não é relacionado nesta parte.

Claramente a unicidade de soluções do Problema (10) decorre do Teorema 5.

Na demonstração do Teorema 4, a ideia é transformar a equação de segunda ordem, em  $t$ , do Problema (10), num sistema de primeira ordem em  $t$ . Com efeito, considere

$$x = A(t)^{-1/2}u, \quad y = \frac{du}{dt}.$$

Então  $u = A^{-1/2}(t)x$  e

$$\frac{dx}{dt} = \left[ \frac{d}{dt}A^{1/2}(t) \right]u + A^{1/2}(t)\frac{du}{dt} = \left[ \frac{d}{dt}A^{1/2}(t) \right]u + A^{1/2}(t)y.$$

Formalmente,

$$\frac{dy}{dt} = \frac{d^2u}{dt^2} = -A^{-1/2}(t)u - M(u) = -A(t)A^{-1/2}(t)x - M(A^{-1/2}(t)x).$$

Assim, o sistema de primeira ordem considerado é o seguinte:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left[ \frac{d}{dt}A^{1/2}(t) \right]A^{-1/2}(t)x + A^{1/2}(t)y \\ -A(t)A^{-1/2}(t)x - M(A^{-1/2}(t)x) \end{pmatrix}. \quad (11)$$

A seguir aplicam-se os resultados de existência de soluções de Kato [26], para um sistema linear de primeira ordem em  $t$ , e o Teorema de Ponto Fixo de Picard-Banach, para obter uma solução de (11), e conseqüentemente, uma solução de (10).

No trabalho mostra-se também que se a família  $A(t)_{t \geq 0}$  de operadores auto-adjuntos positivos de  $H$  satisfaz certas condições relacionadas com  $A(t)$  e  $\frac{d}{dt}A(t)$ , então esta família  $A(t)_{t \geq 0}$  satisfaz a hipótese (H4) do Teorema 4. Nesta parte utiliza-se a identidade (15), mencionada a seguir.

A identidade integral (15) proporciona outra representação de  $A^\alpha$ ,  $0 < \alpha < 1$ . Esta representação integral tem se mostrado muito útil no estudo das

Equações Diferenciais Parciais (sendo  $A$  um operador auto-adjunto positivo de  $H$  determinado pela função  $f(\lambda) = \lambda^\alpha$ ,  $\lambda \geq 0$  (ver (6))).

Motiva-se esta representação integral:

De (6) resulta

$$A^\alpha u = \int_0^\infty \lambda^\alpha dE(\lambda)u, \quad \forall u \in D(A), \quad 0 < \alpha < 1. \quad (12)$$

Por outro lado,

$$f(\lambda) = (\lambda + it)^{-1} + (\lambda - it)^{-1} = \frac{2\lambda}{\lambda^2 + t^2} \quad (i^2 = -1);$$

portanto, para  $\lambda > 0$ ,

$$\left[ (A + itI)^{-1} + (A - itI)^{-1} \right] u = \int_0^\infty \frac{2\lambda}{\lambda^2 + t^2} dE(\lambda)u,$$

o que implica, para  $0 < t_1 < t_2$ ,

$$\int_{t_1}^{t_2} t^\alpha \left[ (A + itI)^{-1} + (A - itI)^{-1} \right] u dt = \int_0^\infty \left[ \int_{t_1}^{t_2} \frac{2t^\alpha \lambda}{\lambda^2 + t^2} dt \right] dE(\lambda)u.$$

Fazendo as mudanças de variáveis  $s = t/\lambda$ , resulta

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{2t^\alpha \lambda}{\lambda^2 + t^2} dt = 2\lambda^\alpha \int_{t_1/\lambda}^{t_2/\lambda} \frac{s^\alpha}{1 + s^2} ds.$$

Logo, das duas últimas igualdades vem

$$\int_{t_1}^{t_2} t^\alpha \left\{ (A + itI)^{-1} + (A - itI)^{-1} \right\} u dt = \int_0^\infty \left( \lambda^\alpha \int_{t_1/\lambda}^{t_2/\lambda} \frac{2s^\alpha}{1 + s^2} ds \right) dE(\lambda)u. \quad (13)$$

Usando resultados da teoria de resíduos de funções a valores complexos, obtém-se (ver Medeiros [51])

$$\int_0^\infty \frac{2s^\alpha}{1 + s^2} ds = \frac{\pi}{\cos(\alpha\pi/2)}, \quad 0 < \alpha < 1$$

e portanto,

$$\frac{\cos(\alpha\pi/2)}{\pi} \int_{t_1/\lambda}^{t_2/\lambda} \frac{2s^\alpha}{1 + s^2} ds \longrightarrow 1, \quad \text{quando } t_1 \rightarrow 0, t_2 \rightarrow \infty. \quad (14)$$

De (12) e (13), resulta

$$\begin{aligned} & \left\| A^\alpha u - \frac{\cos(\alpha\pi/2)}{\pi} \int_{t_1}^{t_2} t^\alpha \left[ (A + itI)^{-1} + (A - itI)^{-1} \right] u dt \right\|^2 \\ &= \left\| \int_0^\infty \lambda^\alpha \left[ 1 - \frac{\cos(\alpha\pi/2)}{\pi} \int_{t_1/\lambda}^{t_2\lambda} \frac{2s^\alpha}{1+s^2} ds \right] dE(\lambda)u \right\|^2 \\ &= \int_0^\infty \left[ 1 - \frac{\cos(\frac{\alpha\pi}{2})}{\pi} \int_{\frac{t_1}{\lambda}}^{\frac{t_2}{\lambda}} \frac{2s^\alpha}{1+s^2} ds \right]^2 \lambda^{2\alpha} d(E(\lambda)u, u). \end{aligned}$$

Por (14), a expressão que aparece no colchete tende a zero quando  $t_1 \rightarrow 0$  e  $t_2 \rightarrow \infty$ . Assim, para  $0 < \alpha < 1$ ,

$$A^\alpha u = \frac{\cos(\alpha\pi/2)}{\pi} \int_0^\infty t^\alpha \left[ (A + itI)^{-1} + (A - itI)^{-1} \right] u dt, \quad \forall u \in D(A^\alpha), \quad (15)$$

que é a igualdade a ser demonstrada.

### • Aplicações

Seja  $\Omega$  um aberto limitado de  $\mathbb{R}^3$ . Considere  $L^2(\Omega)$  o espaço de Hilbert usual e os espaços de Sobolev  $H_0^1(\Omega)$  e  $H^2(\Omega)$  (ver [56]). Consideram-se funções  $a_{i,j}(x, t)$ , ( $i, j = 1, 2, 3$ ), suficientemente regulares em  $\bar{\Omega} \times (0, \infty)$  tais que

$$a_{i,j}(x, t) = a_{j,i}(x, t), \quad \forall (x, t) \in \bar{\Omega} \times (0, \infty), \quad \forall i, j,$$

e existem constantes positivas  $k_0$  e  $k_1$  tais que

$$k_0 |\xi|^2 \leq \sum_{i,j=1}^3 a_{i,j}(x, t) \xi_i \xi_j \leq k_1 |\xi|^2, \quad \forall (x, t) \in \bar{\Omega} \times (0, \infty), \quad \forall \xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3) \in \mathbb{R}^3.$$

Considera-se o operador auto-adjunto positivo  $A(t)$  de  $L^2(\Omega)$ , definido por

$$A(t) = - \sum_{i,j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ a_{i,j}(\cdot, t) \frac{\partial}{\partial x_j} \right].$$

Então os Teoremas 4 e 5 proporcionam a existência e unicidade de soluções  $u \in C_0([0, \infty); H_0^1(\Omega) \cap H^2(\Omega))$  do problema de valor inicial

$$\begin{cases} u''(t) + A(t)u(t) + u^3(t) = 0, & t > 0 \\ u(0) = u_0, \quad u'(0) = u_1, \end{cases} \quad (16)$$

onde  $u_0 \in D(A(0))$  e  $u_1 \in D(A^{1/2}(0))$ .

Claramente, como os Teoremas 4 e 5 são gerais, eles podem ser aplicados a muitas outras situações.

## 2. - Equações em Domínios Não Cilíndricos

Na dedução do modelo matemático para as pequenas vibrações de uma corda elástica de comprimento  $L$ , considera-se que os extremos  $x = 0$  e  $x = L$  da corda permanecem fixos ao longo do movimento. Porém, há situações em que esses extremos estejam submetidos a pequenos movimentos longitudinais; assim, no instante  $t > 0$ , os pontos da corda pertencem ao intervalo  $[\alpha(t), \beta(t)]$ , sendo que para  $t = 0$  os pontos da corda pertencem ao intervalo  $[0, L]$ . Portanto, se  $u(x, t)$  denota a posição do ponto  $x$  da corda no instante  $t$ , esta função será solução do problema

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) = 0, & \alpha(t) < x < \beta(t), \quad 0 < t < T, \\ u(\alpha(t), t) = u(\beta(t), t) = 0, & t > 0 \\ u(x, 0) = u_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = u_1(x), & 0 < x < L. \end{cases} \quad (17)$$

Note que neste caso  $u(x, t)$  está definido no subconjunto  $Q_T$  de  $\mathbb{R}^2$ :

$$Q_T = \bigcup_{0 \leq t \leq T} (\alpha(t), \beta(t)) \times \{t\}.$$

Seja  $B$  a banda de  $\mathbb{R}^{n+1}$  definida por

$$B = \{(x, t); x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n, \quad 0 \leq t \leq T\}. \quad (18)$$

Se  $Q$  é um subconjunto de  $B$ , denota-se por  $\Omega_{t_0}$  a interseção de  $Q$  com o hiperplano  $P_{t_0} = \{(x, t); t = t_0\}$  e por  $\Omega(t_0)$  o interior, em  $\mathbb{R}^n$ , do conjunto  $\Omega_{t_0}$ . A fronteira de  $\Omega(t_0)$  sendo denotada por  $\Gamma(t_0)$ , a versão  $n$ -dimensional do Problema (17) é

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) - \Delta u(x, t) = 0, & x \in \Omega(t), \quad 0 < t < T \\ u(x, t) = 0, & x \in \Gamma(t), \quad 0 < t < T \\ u(x, 0) = u_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = u_1(x), & x \in \Omega(0). \end{cases} \quad (19)$$

O domínio  $Q_T$  acima definido é um domínio não cilíndrico com fronteira lateral

$$\Sigma_T = \bigcup_{0 < t < T} \Gamma(t) \times \{t\}.$$

O primeiro resultado sobre a existência de soluções fracas de um problema não linear para a equação da onda em domínios não cilíndricos foi dado por J.-L. Lions [36].

Seja  $\Omega^*(t)$  a projeção de  $\Omega(t)$  sobre o hiperplano  $P_0 = \{(x, t); t = 0\}$ . Fazem-se as seguintes hipóteses sobre  $Q_T$ :

- (H1) Os conjuntos  $\Omega(t)$  são crescentes no sentido que se  $t \leq s$ , então  $\Omega^*(t) \subset \Omega^*(s)$ ;
- (H2) Para cada  $t \in [0, T]$ ,  $\Omega(t)$  possui a seguinte propriedade de regularidade: se  $U \in H^1(\mathbb{R}^n)$  e  $U = 0$ , quase sempre em  $\mathbb{R}^n \setminus \Omega(t)$ , então a restrição de  $U$  a  $\Omega(t)$  pertence a  $H_0^1(\Omega(t))$ .

Sob as hipóteses (H1) e (H2), J.-L. Lions [36], demonstrou a existência de soluções fracas do problema não linear

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) - \Delta u(x, t) + |u(x, t)|^\rho u(x, t) = 0, & (x, t) \in Q \ (\rho > 0); \\ u(x, t) = 0, & (x, t) \in \Sigma_T; \\ u(x, 0) = u_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = u_1(x), & x \in \Omega(0). \end{cases} \quad (20)$$

Medeiros generalizou os resultados acima de J.-L. Lion em duas direções: Primeiro, em [45], com as hipóteses (H1) e (H2), analisou a existência de soluções de (20), com o termo não linear  $F(u)$  mais geral que  $F(u) = |u^\rho|u$ , isto é,  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  contínua e  $sF(s) \geq 0$ . Segundo, num trabalho conjunto com Cooper [15], determinou a existência de soluções de (20) com  $F(u)$  geral, em conjuntos não cilíndricos  $Q_T$  mais gerais que os considerados por J.-L. Lions.

Comenta-se o primeiro resultado [45]. Para isto, faz-se necessário introduzir certos espaços. Considera-se um domínio não cilíndrico  $Q_T$  com fronteira regular  $\Sigma_T$ . Denota-se por  $L^\infty(0, T; H_0^1(\Omega(t)))$  o espaço de Banach constituído pelas funções  $u : Q_T \rightarrow \mathbb{R}$  mensuráveis tais que  $u(t) \in H_0^1(\Omega(t))$  para todo  $t \in (0, T)$  e satisfazem

$$\sup_{0 < t < T} \text{ess} \|u(t)\|_{H_0^1(\Omega(t))} < \infty,$$

munido da norma

$$\|u\|_{L^\infty(0, T; H_0^1(\Omega(t)))} = \sup_{0 < t < T} \text{ess} \|u(t)\|_{H_0^1(\Omega(t))}$$

e a definição análoga para  $L^\infty(0, T; L^2(\Omega(t)))$ .

Representa-se por  $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  a uma função contínua tal que  $sF(s) \geq 0$ , para todo  $s \in \mathbb{R}$ . Seja

$$G(s) = \int_0^s F(\zeta) d\zeta$$

O resultado obtido por Medeiros é o seguinte:

**Teorema 6.** *Seja  $m$  uma constante positiva. Suponha que as hipóteses (H1) e (H2) sobre  $Q_T$  sejam satisfeitas e  $F(s)$  verifica as condições acima. Sejam  $u_0 \in H_0^1(\Omega(0))$ ,  $G(u_0) \in L^1(\Omega(0))$  e  $u_1 \in L(\Omega(0))$ . Então existe uma função  $u : Q_T \rightarrow \mathbb{R}$  tal que*

$$u \in L^\infty(0, T; H_0^1(\Omega(t))), \quad \frac{\partial u}{\partial t} \in L^\infty(0, T; L^2(\Omega(t))), \quad (21)$$

com  $u$  solução no sentido das distribuições em  $Q_T$  da equação

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \Delta u + m^2 u + F(u) = 0, \quad (22)$$

verificando as condições iniciais

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = u_1(x), \quad x \in \Omega(0). \quad (23)$$

Na demonstração do Teorema 6 utiliza-se de forma fundamental os resultados de J.-L. Lions [36] e de Strauss [89]. Com o método de perturbação singular introduzida por J.-L. Lions, loc.cit, transforma-se a equação (22), definida no domínio não cilíndrico  $Q_T$  em uma equação definida em  $B$  (ver (18)). Como  $F(s)$  é apenas contínua com  $sf(s) \geq 0$ , aproxima-se  $F(s)$ , seguindo as ideias de Strauss, loc.cit, por funções globalmente lipschitzianas  $F_k(s)$ , que têm as mesmas propriedades que  $F(s)$ .

Sejam  $M : B \rightarrow \mathbb{R}$  com

$$M(x, t) = \begin{cases} 0, & \text{se } (x, t) \in Q_T \\ 1, & \text{se } (x, t) \in B \setminus Q_T \end{cases} \quad (24)$$

e  $(F_k(s))$  as aproximações de Strauss de  $F(s)$ . Para cada  $k \in \mathbb{N}$ , tem-se o problema de valor inicial

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 U_k^\varepsilon}{\partial t^2}(x, t) - \Delta U_k^\varepsilon(x, t) + m^2 U_k^\varepsilon(x, t) + \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} M(x, t) \frac{\partial U_k^\varepsilon}{\partial t}(x, t) \\ \quad + F_k(U_k^\varepsilon(x, t)) = 0, \quad (x, t) \in B \\ U_k^\varepsilon(x, 0) = U_0(x), \quad \frac{\partial U_k^\varepsilon}{\partial t}(x, 0) = U_1(x), \quad x \in \mathbb{R}^n, \end{cases} \quad (25)$$

onde  $U_0$  e  $U_1$  representam, respectivamente, as extensões de  $u_0$  e  $u_1$  por zero fora de  $\Omega(0)$ .

Para cada  $k \in \mathbb{N}$ , obtém-se uma solução de (25) usando o método do Galerkin. Se  $\{U_{k,l}^\varepsilon\}_{l \in \mathbb{N}}$  são soluções aproximadas de (25), mostra-se que

$$\|U_{k,l}^\varepsilon\|_{L^\infty(0,T;H^1(\mathbb{R}^n))} \leq C \quad \text{e} \quad \left\| \frac{\partial U_{k,l}^\varepsilon}{\partial t} \right\|_{L^\infty(0,T;L^2(\mathbb{R}^n))} \leq C, \quad (26)$$

onde  $C > 0$  é uma constante independente de  $\varepsilon > 0$  e  $k, l \in \mathbb{N}$ , assim como

$$\left\| \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} M \frac{\partial U_{k,l}^\varepsilon}{\partial t} \right\|_{L^2(0,T;L^2(\mathbb{R}^n))} \leq C_1, \quad (27)$$

onde  $C_1 > 0$  é uma constante independente de  $k$  e  $l$ .

Notando que o dual dos espaços  $L^1(0, T; H^{-1}(\mathbb{R}^n))$  e  $L^1(0, T; L^2(\mathbb{R}^n))$  são, respectivamente, os espaços  $L^\infty(0, T; H^1(\mathbb{R}^n))$  e  $L^\infty(0, T; L^2(\mathbb{R}^n))$ , as três limitações anteriores permitem obter uma subsequência de  $\{U_{k,l}^\varepsilon\}_{l \in \mathbb{N}}$ , ainda denotada pelos mesmos símbolos, tal que para cada  $k$ ,

$$\begin{aligned} U_{k,l}^\varepsilon &\longrightarrow U_k^\varepsilon, \text{ fraco estrela em } L^\infty(0, T; H^1(\mathbb{R}^n)); \\ \frac{\partial U_{k,l}^\varepsilon}{\partial t} &\longrightarrow \frac{\partial U_k^\varepsilon}{\partial t}, \text{ fraco estrela em } L^\infty(0, T; L^2(\mathbb{R}^n)); \\ \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} M \frac{\partial U_{k,l}^\varepsilon}{\partial t} &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} M \frac{\partial U_k^\varepsilon}{\partial t}, \text{ fraco em } L^\infty(0, T; L^2(\mathbb{R}^n)); \\ F_k(U_{k,l}^\varepsilon) &\longrightarrow F_k(U_k^\varepsilon), \text{ fraco estrela em } L^\infty(0, T; L^2(\mathbb{R}^n)). \end{aligned}$$

Das limitações (26) e (27) vem que existe uma subsequência de  $\{U_k^\varepsilon\}_{l \in \mathbb{N}}$ , sempre denotada pelo mesmo símbolo, tal que para  $k \rightarrow +\infty$

$$\begin{aligned} U_k^\varepsilon &\longrightarrow U, \text{ fraco estrela em } L^\infty(0, T; H^1(\mathbb{R}^n)); \\ \frac{\partial U_k^\varepsilon}{\partial t} &\longrightarrow \frac{\partial U}{\partial t}, \text{ fraco estrela em } L^\infty(0, T; L^2(\mathbb{R}^n)), \end{aligned} \quad (28)$$

De (27) resulta

$$\left\| \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} M \frac{\partial U_k^\varepsilon}{\partial t} \right\|_{L^2(0,T;L^2(\mathbb{R}^n))} \leq C_1,$$

onde  $C_1 > 0$  é uma constante independente de  $k \in \mathbb{N}$ , o que implica a

$$\left\| M \frac{\partial U_k^\varepsilon}{\partial t} \right\|_{L^2(0,T;L^2(\mathbb{R}^n))} \leq \sqrt{\varepsilon} C_1.$$

Portanto, para  $k \rightarrow +\infty$ ,

$$M \frac{\partial U_k^\varepsilon}{\partial t} \rightarrow 0, \text{ fraco em } L^2(0, T; L^2(\mathbb{R}^n)).$$

De (26), obtém-se

$$M \frac{\partial U_k^\varepsilon}{\partial t} \rightarrow M \frac{\partial U}{\partial t}, \text{ fraco estrela em } L^2(0, T; L^2(\mathbb{R}^n)), \text{ quando } k \rightarrow +\infty.$$

As duas últimas convergências implicam que  $M \frac{\partial U}{\partial t} = 0$  em  $B$ . Portanto,

$$\frac{\partial U}{\partial t} = 0 \text{ em } B \setminus Q_T. \quad (29)$$

Mostra-se que a sequência  $\{F_k(U_k^\varepsilon)\}_{k \in \mathbb{N}}$  satisfaz as condições do Teorema de Strauss, loc.cit., logo

$$F_k(U_k^\varepsilon) \rightarrow F(U), \text{ fraco em } L^1(0, T; L^1(\mathbb{R}^n)). \quad (30)$$

Denotando por  $u$  a restrição de  $U$  ao domínio não cilíndrico  $Q_T$ , vem de (29), por ser  $Q_T$  crescente, que  $U = 0$  em  $B \setminus Q_T$ . Assim, pela hipótese (H2) resulta

$$\begin{aligned} u &\in L^\infty(0, T; H_0^1(\Omega(t))), \\ \frac{\partial u}{\partial t} &\in L^\infty(0, T; L^2(\Omega(t))). \end{aligned}$$

Passando ao limite em (25) e usando a propriedade (29), obtém-se que  $U$  é uma solução da equação (22). As condições iniciais (23) são uma consequência das convergências (28) e da equação (22).  $\square$

No segundo resultado Medeiros e Cooper consideram a equação

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \Delta u + F(u) = 0 \text{ em } Q_T,$$

onde  $Q_T$  é um domínio não cilíndrico satisfazendo as hipóteses (H1) e (H2) e  $F(u)$  está nas condições de Strauss, loc. cit.

Para ser mais preciso na formulação do resultado, supõem-se que existe uma aplicação regular  $\varphi : B \rightarrow B$ , sobrejetiva com imagem inversa  $\psi$  regular tal que  $\varphi$  é hiperbólica e  $Q^* = \varphi(Q)$  satisfaz as hipóteses (H1) e (H2). Supõe-se também que  $F(x, s)$  é contínua sobre  $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}$ , assim como suas derivadas parciais e que estas satisfazem

$$\left| \frac{\partial F}{\partial x_i}(x, s) \right| \leq C |F(x, s)|, \quad \forall x \in \mathbb{R}^n, \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n), \quad \forall s \in \mathbb{R},$$

onde  $C$  é uma constante positiva,  $sF(x, s) \geq 0$  para todo  $x \in \mathbb{R}^n$  e para todo  $s \in \mathbb{R}^n$  e  $F(x, 0) = 0$  para todo  $x \in \mathbb{R}^n$ . Considere

$$G(s) = \int_0^s F(x, \xi) d\xi.$$

Mantendo-se as notações sobre  $\Omega(t)$  do resultado anterior, tem-se:

**Teorema 7.** *Suponha que as hipóteses acima sobre  $\varphi$  e  $F(x, s)$  sejam satisfeitas. Considere*

$$u_0 \in H_0^1(\Omega(0)), \quad G(u_0) \in L^1(\Omega(0)), \quad u_1 \in L^2(\Omega(0)).$$

*Então existe uma função  $u : Q_T \rightarrow \mathbb{R}$ , na classe (21), que é solução, no sentido das distribuições sobre  $Q_T$ , da equação*

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \Delta u + F(\cdot, u) = 0, \quad (31)$$

*com condições iniciais*

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = u_1, \quad x \in \Omega(0).$$

Na demonstração do Teorema 7, a equação (31) é transformada em outra equação equivalente definida em  $Q^*$  por meio da aplicação  $\varphi(x, t) = (y, s)$ . Note que  $Q^*$  possui as mesmas propriedades de  $Q$  do Teorema 6. Aplicando os mesmos métodos utilizados no Teorema 6, determina-se uma solução  $v$  da equação definida em  $Q^*$ . A função  $u(x, t) = v(\varphi(x, t))$  é a solução procurada.

### 3. - Equação de Benjamin-Bona-Mahoni (BBM)

Um trabalho fundamental sobre o modelo matemático para o movimento de fluidos, em particular, para o movimento da água em canais retangulares, foi feito por Korteweg e de Vries [30]. Este modelo é descrito pela equação (KdV)

$$u_t(x, t) + u(x, t)u_x(x, t) - u_{xxx}(x, t) = 0, \quad -\infty < x < \infty, \quad t > 0,$$

onde  $u_t$  e  $u_x$  denotam respectivamente as derivadas de  $u$  em relação a  $t$  e  $x$ .

Analisando o mesmo fenômeno Benjamin, Bona e Mahony [4] deduziram a equação

$$u_t(x, t) + u(x, t)u_x(x, t) + u_x(x, t) - u_{xxt}(x, t) = 0, \quad -\infty < x < \infty, \quad t > 0. \quad (32)$$

O professor Medeiros introduziu a equação (32) no Brasil em 1975 e, a partir daí, pesquisadores brasileiros publicaram numerosos trabalhos sobre esta equação (ver um resumo destes resultados em [46]).

Entre os diversos trabalhos que Medeiros publicou sobre a equação (32), podemos mencionar o de existência e unicidade de soluções regulares, feito em conjunto com Menzala (ver [46]), o de existência e unicidade de soluções regulares periódicas em  $t$  (ver [47]) e o de uma equação que generaliza (32), (ver [46]).

Na obtenção de soluções periódicas foi utilizado o método de semi-discretização (ver J.-L. Lions [35]).

#### 4. - Equação de Kirchhoff-Carrier

As pequenas vibrações transversais de uma corda elástica esticada de comprimento  $L$ , cujos extremos estão fixados, podem ser estudadas pela equação

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) - \left( \frac{\tau_0}{m} + \frac{k}{2mL} \int_0^L \left[ \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) \right]^2 dx \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) = 0, \quad 0 < x < L, \quad t > 0, \quad (33)$$

onde  $u(x, t)$  denota a posição do ponto  $x$  da corda no instante  $t$ ,  $\tau_0$  é a tensão inicial da corda,  $m$  sua massa e  $k = \sigma E$  ( $E$  é o módulo de Young referente ao material da corda) e onde  $\sigma$  é a área da sua seção reta.

O mesmo fenômeno físico pode ser descrito pela equação

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) - \left( m_0 + m_1 \int_0^L [u(x, t)]^2 dx \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) = 0, \quad 0 < x < L, \quad t > 0, \quad (34)$$

onde  $m_0 > 0$ ,  $m_1 \geq 0$  são constantes.

A equação (33) foi introduzida por Kirchhoff [27]. Posteriormente, usando uma aproximação diferente de [27], Carrier [10] deduziu a equação (34).

Existe uma extensa literatura sobre as equações (33) e (34). Medeiros et al. [61] fizeram uma descrição pormenorizada dos resultados obtidos sobre estas equações até 2002. É importante assinalar que, na linguagem dos “edepistas” (matemáticos que estudam as equações diferenciais parciais), a equação (33) é conhecida como a “equação dos brasileiros”. Isto devido à grande quantidade de trabalhos publicados por pesquisadores nativos sobre a dita equação. Nesta produção a figura do professor Medeiros é central, por seus resultados obtidos e por sua influência no restante dos trabalhos. Aqui podemos mencionar os resultados de Medeiros et al. [63]-[67] e os trabalhos relacionados [5], [8], [11], [24], [40], [41], [71], [78]. Ultimamente o

trabalho [79] foi escolhido pela prestigiosa revista *Journal of Mathematical Analysis and Applications* como um dos cinco melhores trabalhos publicados pela revista no ano de 2015.

Em [62] e [64] é feita a dedução de uma equação que descreve o fenômeno físico modelado por (33), porém, quando os extremos da corda estão sujeitos a pequenos movimentos. Mais precisamente, os autores obtêm a equação (35), descrita a seguir, e estudam o problema de Cauchy

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) - \left[ \frac{\zeta_0}{m} + \frac{k}{m} \frac{(\gamma(t) - \gamma_0)}{\gamma_0} \right. \\ \quad \left. + \frac{k}{2mL} \int_{\alpha(t)}^{\beta(t)} \left( \frac{\partial u}{\partial x}(x, t) \right)^2 dx \right] \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t) = 0, \quad (x, t) \in \widehat{Q} \\ u(x, t) = 0, \quad (x, t) \in \widehat{\Sigma} \\ u(x, 0) = u_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = u_1(x), \quad x \in (\alpha_0, \beta_0). \end{array} \right. \quad (35)$$

Aqui  $(\alpha(t), t)$  e  $(\beta(t), t)$ , com  $\alpha(t) < \beta(t)$ ,  $0 \leq t \leq T$ , denotam as curvas em  $\mathbb{R}^2$ , respectivamente, que os extremos  $x = 0$  e  $x = L$  descrevem no tempo  $t$ , sendo  $\gamma(t) = \beta(t) - \alpha(t)$ ,  $\alpha_0 = \alpha(0)$ ,  $\beta_0 = \beta(0)$ . Também  $\widehat{Q}$  representa o domínio não cilíndrico

$$\widehat{Q} = \{(x, t) \in \mathbb{R}^2; \alpha(t) < x < \beta(t), \text{ para todo } 0 < t < T\},$$

com fronteira lateral

$$\widehat{\Sigma} = \bigcup_{0 < t < T} \{(\alpha(t), t), (\beta(t), t)\}.$$

As notações  $u(x, t)$ ,  $\tau_0$ ,  $m$  e  $k$  são como na equação (33).

De forma muito imaginativa Medeiros et al., loc.cit., por meio de uma mudança de coordenadas, transformam a Problema (35) num Problema definido no cilindro  $Q = (0, 1) \times (0, T)$ .

## 5. - Decaimento de soluções

Considere o problema

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) - \Delta u(x, t) = 0, \quad x \in \Omega, \quad t > 0, \\ u(x, t) = 0, \quad x \in \Gamma, \quad t > 0 \\ u(x, 0) = u_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = u_1(x), \quad x \in \Omega, \end{array} \right. \quad (36)$$

onde  $\Omega$  é um aberto limitado do  $\mathbb{R}^n$  com fronteira  $\Gamma$ .

A energia  $E(t)$  do sistema (36) é dada por

$$E(t) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left( \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) \right)^2 dx + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} \left( \frac{\partial u}{\partial x_i}(x, t) \right)^2 dx, \quad t \geq 0. \quad (37)$$

Sabe-se que a energia  $E(t)$  é conservada no tempo, isto é,

$$E(t) = E(0) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} u_1(x)^2 dx + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} \left( \frac{\partial u_0}{\partial x_i}(x) \right)^2 dx, \quad \forall t \geq 0.$$

Da mesma forma, o problema

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) - \Delta u(x, t) + u(x, t) = 0, & x \in \Omega, t > 0, \\ \frac{\partial u}{\partial \nu}(x, t) = 0, & x \in \Gamma, t > 0, \\ u(x, 0) = u_0(x), \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = u_1(x), & x \in \Omega, \end{cases} \quad (38)$$

(aqui  $\nu(x)$  é a derivada normal unitária exterior em  $x \in \Gamma$ ) também tem a mesma propriedade de conservação da energia, como no caso (36), sendo aqui a energia definida para  $t > 0$  por

$$E(t) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \left( \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) \right)^2 dx + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \int_{\Omega} \left( \frac{\partial u}{\partial x_i}(x, t) \right)^2 dx + \frac{1}{2} \int_{\Omega} u(x, t)^2 dx. \quad (39)$$

Os casos acima descrevem situações ideais, onde não há dissipação de energia. Entretanto, nas aplicações, os modelos mais realistas envolvem dissipação (seja dissipação interna, por exemplo, na forma de calor, ou atrito com o meio ambiente), ou dissipação nas condições de fronteira. Nesse caso, não há conservação de energia e interessa-se saber qual a taxa de decaimento.

Um estudo detalhado do decaimento de soluções das EDP pode ser encontrado em Komornik [28]. Ver também Komornik-Zuazua [29] e Zuazua [90]. O decaimento de uma equação hiperbólica não linear pode ser visto em [63] e [81]. Em [77] mostra-se um novo método para estudar o decaimento da energia do problema (38). Este método está baseado nas aproximações de Galerkin com uma base especial e em novos resultados sobre os traços de funções não regulares sobre  $\Gamma$ . Trata-se de método muito potente, pois tem dado origem a muitos trabalhos sobre o decaimento da energia de problemas hiperbólicos lineares e não lineares (ver, por exemplo, [78]).

## 6. - Outras Equações

Dentre as diversas equações estudadas pelo professor Medeiros, podemos mencionar:

- Equações da Viga [72] (trabalhos relacionados: [86], [84], [88]),
- Equação de Schrödinger [76] (trabalho relacionado: [3]);
- Equação de Navier-Stokes [69];
- Equação de Convecção-Difusão [76]
- Equações sobre Variedades [2] (trabalho relacionado [13]);
- Sistemas de Elasticidade [75];
- Sistema de Timoshenko [60] (trabalho relacionado [16]);
- Equações que degeneram [20] (trabalho relacionado [85]).

Cita-se também um trabalho sobre a regularidade escondida de uma equação hiperbólica não linear [58] que generaliza um trabalho de J.-L. Lions.

## 7. - Resultados de Controle

Em determinados problemas que são modelados por EDP deseja-se que a solução da equação, partindo de uma posição inicial dada (input) atinja uma posição final dada, ou esteja próxima dela, no instante  $T > 0$  (output). Isto é possível escolhendo-se um controle adequado. Problemas desse tipo são denominados Problemas de Controle de Sistemas Distribuídos.

Esquemáticamente, o problema se expressa da seguinte forma: seja  $\mathcal{A}$  um operador diferencial parcial em  $\frac{\partial}{\partial t}$  e  $\frac{\partial}{\partial x_i}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Sejam  $x \in \Omega$  e  $t > 0$ , onde  $\Omega$  é um aberto limitado de  $\mathbb{R}^n$  com fronteira  $\Gamma$ . Considera-se o problema

$$\begin{cases} \mathcal{A}y(x, t) = Bv(y, t), & x \in \Omega, t > 0, \\ y(x, t) = 0, & x \in \Gamma, t > 0, \\ y(x, 0) = y_0(x), & x \in \Omega, \end{cases} \quad (40)$$

A função  $v$ , que é o controle, pertence a um espaço  $\mathcal{U}$ , sendo  $B : \mathcal{U} \rightarrow F$  um dado operador,  $y_0$  um dado inicial pertencente a um espaço  $V$ , onde  $\mathcal{U}$ ,  $F$  e  $V$  são espaços de funções.

De forma análoga para problema do tipo

$$\begin{cases} \mathcal{A}z(x, t) = 0, & x \in \Omega, t > 0, \\ z(x, t) = \mathcal{D}w(x, t), & x \in \Gamma, t > 0 \\ z(x, 0) = z_0(x), & x \in \Omega, \end{cases} \quad (41)$$

fazem-se as mesmas considerações as feitas em (40), sendo aqui  $w$  o controle. para os quais fazem-se considerações análogas às feitas em (40).

Seja  $y_1 \in V$  a posição final desejada em (40). Se existe um controle  $v \in \mathcal{U}$  tal que a solução  $y$  de (40), com este controle  $v$ , atinge a posição final  $y_1$  no instante  $T > 0$ , isto é,

$$y(x, T) = y_1(x), \quad x \in \Omega, \quad (42)$$

diz-se que o sistema (40) é exatamente controlável em  $T > 0$ . Se não existe um controle  $v \in \mathcal{U}$  tal que  $y(x, t)$  verifique (42), porém,  $y(x, T)$  fica próximo de  $y_1(x)$ , para algum controle  $\tilde{v} \in \mathcal{U}$ , diz-se que o sistema (40) é aproximadamente controlável em  $T > 0$ . No caso particular em que  $y_1 = 0$  e existe um controle  $v \in \mathcal{U}$  tal que

$$y(x, T) = 0, \quad x \in \Omega, \quad (43)$$

diz-se que o sistema (40) possui controle nulo em  $T > 0$ . Este último é obviamente um caso particular do problema de controle exato de trajetórias em  $T > 0$ , mas é bastante importante nas aplicações.

Os controles  $v$  de (40) são denominados controles internos e os controles  $w$  de (41) são ditos controles fronteira.

Os problemas mais interessantes são aqueles em que os controles  $v$  de (40) atuam numa parte de  $\Omega \times (0, T)$ , isto é,  $v(x, t)$  atua em  $\mathcal{O} \times (0, T)$  e  $v(x, t) = 0$  fora deste conjunto, onde  $\mathcal{O}$  é um subconjunto de  $\Omega$ . Análogas considerações para o controle  $w$  de (41), ou seja,  $w$  atua em  $\Gamma_0 \times (0, T)$  e  $w(x, t) = 0$  fora deste conjunto, onde  $\Gamma_0$  é uma parte de  $\Gamma$ .

Em alguns problemas é necessário lidar com vários controles ao mesmo tempo, por exemplo, no problema

$$\begin{cases} \mathcal{A}y(x, t) = Bv(y, t) + B_1v_1(y, t) + \cdots + B_nv_n(y, t), & x \in \Omega, t > 0, \\ y(x, t) = 0, & x \in \Gamma, t > 0, \\ y(x, 0) = y_0(x), & x \in \Omega, \end{cases} \quad (44)$$

onde  $v, v_1, \dots, v_n$  são controles. Neste tipo de problema dá-se uma hierarquia aos controles; assim,  $v$  é um controle líder e  $v_1, \dots, v_n$  são os controles seguidores de  $v$ , isto é,  $v$  faz sua escolha independente dos outros controles

e  $v_1, \dots, v_n$  fazem suas escolhas dependendo da escolha de  $v$ . Dá-se uma posição final  $y_1$  e o objetivo é determinar controles  $v, v_1, \dots, v_n$  tais que a solução  $y$  de (44) fique próxima de  $y_1$  no instante  $T > 0$ . Este tipo de problema é denominado controle hierárquico.

Os problemas de controle de sistemas distribuídos, tiveram um grande impulso nestes últimos anos, graças aos resultados e aos métodos introduzidos por J.-L. Lions. Assim, para o problema de controle exato, Lions criou o potente e elegante método HUM (Hilbert Uniqueness Method) [37] (ver também [21], [90],[59] e [28]). O problema de controle aproximado para equações parabólicas foi introduzido por J.-L. Lions [38], onde ele mostrou que este problema poderia ser resolvido utilizando o Teorema de Hahn-Banach. O controle hierárquico foi estudado por J.-L. Lions em 1994 fazendo uso da estratégia de Stackelberg-Nash (ver [39]). Posteriormente foi publicado o livro de Diaz e Lions [18], onde se faz um estudo pormenorizado do controle hierárquico.

No estudo de problemas de controle nulo faz-se uso das Desigualdades de Carleman [23]. Em Medeiros [60] obtém-se controlabilidade exata interna para o sistema de Timoshenko

$$\begin{cases} y'' = ay_{xx} - z_x + y = 0, \\ z'' = bz_{xx} - y_x = 0. \end{cases} \quad (45)$$

Este sistema é motivado por problemas de estabilidade em dimensão um.

Em [76] estuda-se a controlabilidade exata para a equação de Schrödinger

$$\frac{\partial y}{\partial t} - i\Delta y = 0$$

em domínios não cilíndricos e, em Medeiros [68], a controlabilidade exata para uma equação não linear da corda definida num domínio não cilíndrico.

Seguindo as ideias de J.-L. Lions, loc.cit., em [31] e [32] estuda-se a controlabilidade aproximada para equações parabólicas em domínios não cilíndricos e, em [74], a controlabilidade aproximada finita para a equação do calor semilinear em domínios não cilíndricos. Em [70] analisa-se a controlabilidade para a equação do calor em domínios finos.

Sobre o estudo do controle hierárquico podemos citar [33]. Sobre os diferentes problemas de controle podem ser consultados os trabalhos [21], [22], [23], [28] e [91].

## 8. - Trabalhos Recentes

Ultimamente o professor Medeiros, em colaboração com outros colegas, vem trabalhando no estudo das pequenas vibrações transversais de uma barra elástica a qual está fixada num dos seus extremos e no outro está colocada uma massa. Para esse problema, a dedução do modelo matemático e a obtenção de solução tem sido feita.

### Visita do Professor Medeiros à Universidade de San Marcos

Em abril de 1966 se assinava um contrato entre o governo peruano, na época presidido por Fernando Belaunde Terry, e a Fundação Ford para que esta última financie o desenvolvimento científico e tecnológico da Universidade de San Marcos, em Lima, Peru.

Em agosto de 1966 se criava na Escuela de Ciencias Físicas y Matemáticas (ECFM) da Universidade de San Marcos um grupo de estudo com a finalidade de implementar o desenvolvimento de Matemática na Universidade. Participaram desse grupo os professores José Vicente Ampuero, Emilio Isla e os alunos em final de graduação Pedro Humberto Rivera Rodrigues, Uberto Luyo Santos e o autor desse capítulo. Posteriormente, ingressaria no grupo o aluno Armando Espejo Aquije.

Cabe lembrar que o que foi acima citado só foi possível graças à dedicação especial dos professores Flavio Vega Villanueva, na época Decano de la Facultad de Ciências, José Vicente Ampuero e Tomás Nuñez Bazlar da ECFM e de Sousa Peixoto (filho de pais cearenses) da Faculdade de Ciências Básicas da Universidade de San Marcos. Este último era o encarregado de dirigir o apoio da Fundação Ford em San Marcos.

Uma das partes do projeto da Fundação Ford consistia em financiar a vinda de professores estrangeiros para lecionar na ECFM e, posteriormente, a ida de estudantes peruanos para o exterior, com o objetivo de completar sua formação em Matemática. O primeiro professor estrangeiro a lecionar na ECFM foi L. A. Medeiros. Ele passou o período de janeiro a março de 1967, lecionando a disciplina de Análise Funcional [54].

Foi extremamente feliz para San Marcos iniciar o processo de formação de jovens matemáticos com o professor Medeiros, pois com seu conhecimento matemático e seu carisma especial de formador de alunos influenciou de forma decisiva o gosto deles pela Análise Matemática. É oportuno lembrar que o

ambiente da ECFM na época era dominado pela Álgebra Abstrata. Formaram parte da assistência do curso do professor Medeiros os alunos do grupo de estudo anteriormente citado, os estudantes que possuíam uma formação básica anterior, como Miguel Tantalean, Oscar Valverde, S. Ribas, ou que estavam concluindo sua graduação, como Gustavo Perla Menzala.

Posteriormente, visitaram a EFCM os professores Djairo Figueiredo e Pedro Nowosad.

A semente plantada pelo professor Medeiros em San Marcos daria frutos formosos, como veremos a seguir.

Em agosto de 1967, chegou ao IMPA Pedro Humberto Rivera Rodrigues e, em agosto de 1968, chegaram à instituição, Uberto Luyo Santos, Gustavo Perla Menzala e o autor desse capítulo. Todos com a finalidade de fazer o Mestrado.

Com a chegada ao IMPA dos sanmarquinos citados acima se deu o impulso inicial para a vinda de estudantes peruanos ao Brasil, para fazerem seus estudos de pós-graduação em Matemática. Cabe salientar que, antes da visita do professor Medeiros a San Marcos, eram poucos os estudantes peruanos que olhavam para o Brasil como destino para fazer seus estudos avançados. Dentre eles podemos citar os professores peruanos Jorge Sotomayor, César Camacho e Emilio Isla, que estavam realizando ou tinham realizado estágios no IMPA.

Concluído o Mestrado, por opções pessoais, Rivera Rodrigues, Luyo Santos e o autor desse capítulo retornaram a San Marcos, e Perla Menzala seguiu para a Universidade de Brown, USA, para fazer seu Doutorado.

Posteriormente, retornamos ao Brasil para fazer os estudos de Doutorado sob a orientação do professor Medeiros, que na época já trabalhava na Universidade Federal do Rio de Janeiro. Primeiro veio ao Brasil Rivera Rodrigues em 1972 e em 1973 chegaram Luyo Santos e o autor desse capítulo.

Concluídos os estudos de Doutorado, por opção pessoal Rivera Rodrigues optou por defender sua Tese em San Marcos. Lamentavelmente, Luyo Santos nos deixou vindo a falecer em 1974 em Lima, Peru.

Posteriormente, Rivera Rodrigues, Perla Menzala e o autor desse capítulo se tornaram professores da UFRJ.

Em 1983, graças ao apoio do CNPq e da CAPES, foi iniciada a segunda etapa de formação, em pós-graduação em Matemática, de alunos de San Marcos e de outras universidades peruanas, pelo instituto de Matemática da UFRJ. Sempre sob a liderança do professor Medeiros e com a colaboração

do autor desse capítulo. Veio para o Brasil uma quantidade considerável de estudantes peruanos. Com receio de pecar por omissão, mencionaremos apenas alguns nomes como, por exemplo, Raul Moises Izaguirre Maguiña, Oswaldo Ramos Chumpitaz, Luiz Enrique Carrilho Diaz, Eugenio Cabanillas Lapa, Andrés Pérez Salvatierra, Jaime Muñoz Rivera, Juan Limaco Ferrel, Pedro Gamboa Romero, Miguel Caldas Cueva e Sonia Quiroga de Caldas. Vários deles retornaram a San Marcos, exceto os cinco últimos.

A influência na Universidade de San Marcos dos matemáticos peruanos que se formaram na UFRJ e depois retornaram àquela universidade é significativa e isto foi reconhecido pela instituição. Mencionaremos apenas como exemplo Rivera Rodrigues, que foi homenageado com seu nome dado ao Auditório Principal da Facultad de Matemáticas de San Marcos, e Izaguirre Maguiña, que foi Vice-Reitor de San Marcos, cujo nome será dado à Biblioteca da Facultad de Matemáticas. Salientamos que atualmente Cabanillas Lapa é o Decano da Facultad de Matemáticas e Pérez Salvatierra é o Diretor de Pós-Graduação da Facultad de Matemáticas de San Marcos.

Ao resumirmos o acima citado, percebe-se claramente quão profícua foi a semente plantada pelo professor Medeiros na Universidade de San Marcos, cujos frutos se espalharam por diferentes universidades peruanas. Sua influência foi reconhecida pela instituição que, em 2003, outorgou-lhe o Grau de Doutor Honoris Causa da Universidade de San Marcos.

## Bibliografia do Capítulo 9

- [1] R.P. Agarwal and V. Lakshmikantham; Uniqueness and Nonuniqueness Criteria for Ordinary Differential Equations, *World Scientific*, 299.
- [2] G. Antunes, I. Lopes, M.D.G. da Silva, L.A. Medeiros and A. Biazutti; Nonlinear parabolic equation on manifolds, *J. Math. Research* 6(2013), 85-98.
- [3] G. Antunes, M.D.G. da Silva, R. Fuentes Apolaya; Schrödinger equations in noncylindrical domains: exact controllability, *Int. J. Math and Math. Sci. G* (2006), 1-30.
- [4] T.B. Benjamin, J.L. Bona and J.J. Mahony; Model equations for long waves in nonlinear dispersive system. *Phil. Trans. Roy. Soc. London Series A, Mathematical and Physical Sciences* 272 (1972), 47-48.
- [5] E. Bisognin; Hyperbolic-parabolic equations with non linearity of Kirchhoff-Carrier type, *Rev. Mat. Univ. Complutense de Madrid* 8 (1995), 402-430.
- [6] F.E. Browder; On nonlinear wave equations, *Math. Z.* 80 (1962), 249-264.
- [7] F.E. Browder; Nonlinear evolution equations, *Ann. Math.* 80 (1964), 485-523.
- [8] E. Cabanillas Lapa, Z. Huaranga, J. Bernueb, B. Godoy and F. Leon; The Kirchhoff equations with variable exponent of nonlinearity and boundary damping, *Atas do VIII ENAMA* (2014), 53-54.
- [9] S.Q. Caldas; *On an elasticity system with coefficients depending on the time and with mixed boundary conditions*, *Panamerica Math. J.* 7(1997), 91-109.
- [10] G.E. Carrier; On the nonlinear vibrations problem of elastic string, *Q. J. Appl. Mat.* 3 (1945), 157-163.

- [11] L.E. Carrillo Diaz; On blow-up for nonlinear Kirchhoff equation, *Atas do 42º Sem. Bras. Análise* (1996), 513-522.
- [12] A.L. Cauchy; Course d'Analyse de l'École Royale Polytechnique, Paris, 1821.
- [13] M.M.Cavalcanti, V.N. Domingos Cavalcanti and F.A.F. Nascimento; Asymptotic stability of the wave equation on compact manifolds and locally distributed viscoelastic dissipation, *Proc. Amer. Math. Soc.* 141 (2013), 3183-2193.
- [14] H.R. Clark, E. Fernandez-Cara, J. Limaco and L.A. Medeiros; Theoretical and numerical local null controllability for a parabolic system with local and nonlocal nonlinearities, *Applied Mathematics and Computation* 223(2013), 483-505.
- [15] J. Cooper and L.A. Medeiros; The Cauchy problem for non-linear wave equations in domains with moving boundary, *Scuola Normale Superiore de Pisa, Classe di Scienze XXVI*, (1972), 829-838.
- [16] H.R. Crippa and A.C. Biazutti; Global attractors for nonlinear Timoshenko system, *Int. J. Diff. Eq. Appl.* 1(2001), 1-20.
- [17] R. Dedekind; Stetigkeit and Irrationale Zahlen, *F. Vieweg und sohn, Braunfweig*, 1872.
- [18] J.I. Diaz and J.L.Lions; On the approximate controllability of Stackelberg-Nash strategies, *Springer*, 2005, 17-27.
- [19] J. Dieudonné; Deux exemples singuliers d'équations différentielles, *Acta. Sci. Math* (1950), 38-40.
- [20] Y. Ebihara, L.A. Medeiros and M. Milla Miranda; Local solutions for a nonlinear degenerate hyperbolic equation, *Nonlinear Analysis: TMA* 10(1986), 27-40.
- [21] E. Fernández-Cara; The control of evolution PDES: some recent results and open problem, *Minicurso IV ENAMA, Belém, PA, Brasil, novembro*, 2010.
- [22] E. Fernández-Cara, S. Guerrero, O.Yu. Imanuvilov and J.L. Puel; Local exact controllability of the Navier-Stokes system, *J. Math. Pures Appl.* 83 (2004), 1501-1542.

- [23] A.V. Fursikov and O.Yu. Imanuvilov; Controllability of Evolutions, *Equations Lecture Note Series 34, Research Institute of Mathematics, Seoul National University, Seoul*, 1996.
- [24] R.Izaguirre, R. Fuentes and M. Milla Miranda; Existence of local solutions fo the Kirchhoff-Carrier in Banach spaces, *Nonlinear Anal.* 68(2008), 3565-3580.
- [25] Jörgens, K.; Das aufangswert problem in grossen für eine klasse nicht-linearer wallengleichungen, *Math. Zeitschr.* 77 (1961), 295-308.
- [26] J.T. Kato; Integration of the evolution equation in Banach space, *J. Math. Soc. Japan* 5(1953), 208-234.
- [27] G. Kirchhoff; Vorlesungen über Mechanik, *Tauber, Leipzig*, 1883.
- [28] Komornik, V., Exact Controllability and Stabilization, The Multiplier Method, John Wiley & Sons and Masson, 1994.
- [29] Komornik, V and Zuazua, E.; A direct method for the boundary stabilization of the wave equation, *J. Math. Pures Appl.* 69(1990),33-54.
- [30] D.J. Korteweg and G. de Vries; On the change of form of long waves advancing in a rectangular channel and on a new type of long stationary wave, *Phil. Mag.* 39(1895), 422-443.
- [31] J. Limaco, L.A. Medeiros and E, Zuazua; Existence, uniqueness and approximate controllability for parabolic equation in noncylindrical domains, *Matemática Contemporânea 23, part II* (2002), 49-70.
- [32] J. Limaco and L.A. Medeiros; Approximate controllability in noncylindrical domains, *Comm. Appl. Analysis* 3(2002), 375-392.
- [33] J. Limaco, H.R. Clark and L.A. Medeiros; Remarks on hierarchic control, *J. Math. Ana. Appl.* 359 (2009), 368-383.
- [34] J. Limaco, H.R. Clark, S.B. Menezes and L.A. Medeiros; Carleman Inequality and Null Controllability for Parabolic Equations, IM-UFRJ, Rio, 2010
- [35] J.-L. Lions; Quelques Méthodes de Résolution des Problèmes aux Limites Non-Linéaires, Dunod, Paris, 1969.
- [36] J.-L. Lions; Une remarque sur les problèmes d'évolution non linéaires dans des domaines non cylindriques, *Revue Roumaine de Math. Pures et Appliquées* 9(1964), 11-18.

- [37] J.-L. Lions; Contrôlabilité Exacte, Perturbation et Stabilization des Systèmes Distribués, Tome I, *Masson*, Paris, 1988.
- [38] J.-L. Lions; Remarques sur la contrôlabilité approchéé, *Proceedings of the "Jornadas Hispano-Francesas sobre Control de Sistemas Distribuídos"*, *University of Malaga*, Spain, October, 1990, 77-87.
- [39] J.-L. Lions; Hierarchic Control, *Proc. Indian Acad. Sci.* 1, 104(1994), 245-304.
- [40] A. Maciel and O.A. Lima; Nonlinear pertubation of Kirchoff-Carrier equation, *Atas 42º Sem. Bras. Análise* (1995), 243-300.
- [41] M.P. Matos; Mathematical analysis of the nonlinear model for vibrations of a string, *Nonlinear Analysis* 17(1991), 125-137.
- [42] L.A. Medeiros; Temporally Inhomogeneous Nonlinear Wave Equation in Hilbert Spaces, *Notas de Matemática 31*, *IMPA*, Rio de Janeiro, 1965.
- [43] L.A. Medeiros; On nonlinear differential equations in Hilbert space; *American Math. Monthly* 76 (1969).
- [44] L.A. Medeiros; The initial value problem for nonlinear wave equations in Hibert space, *Transaction American Math. Society* 136(1969), 305-327.
- [45] L.A. Medeiros; Non-linear wave equations in domains with variable boundary, *Arch. Rat. Mech. Anal.* 47(1972), 47-58.
- [46] L.A. Medeiros; Alguns Métodos Matemáticos para o Estudo da Equação de Benjamin-Bona-Mahony, *Tese para Concurso de Professor Titular*, *IM-UFRJ*, Rio de Janeiro, 1976.
- [47] L.A. Medeiros and G.P. Menzala; Existence and uniqueness for periodic solutions of the Benjamin-Bona-Mahony equation, *SIAM J. Math. Anal* 8 (1977), 742-799.
- [48] L.A. Medeiros and G.P. Menzala; On a mixed problemfor a class of nonlinear Klein-Gordon equations, *Acta Math Hung.* 52(1988), 61-69.
- [49] L.A. Medeiros, N.G. Andrade e M. Wanderley; Álgebra Vetorial e Geometria Analítica, Editora Campus, Rio de Janeiro, 1981.
- [50] L.A. Medeiros, S.M. Malta, J. Limaco e H.R. Clark; Lições de Análise Matemática, *IM-UFRJ*, Rio de Janeiro, 2005.

- [51] L.A. Medeiros; *Introdução às Funções Complexas*, Editora Mc Graw Hill do Brasil, 1972.
- [52] L.A. Medeiros e N.G. Andrade; *Iniciação às Equações Diferenciais Parciais*. Editora Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 1978.
- [53] L.A. Medeiros; *Tópicos de Análise Funcional, Texto de Métodos Matemáticos*, Instituto de Matemática, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 1968.
- [54] L.A. Medeiros; *Tópicos de Análise Funcional*, Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Facultad de Ciencias, Lima, Perú, 1967.
- [55] L.A. Medeiros e M. Milla Miranda; *Introdução aos Espaços de Sobolev e às Equações Diferenciais Parciais*, IM- UFRJ, Rio de Janeiro, 2011.
- [56] L.A. Medeiros e M. Milla Miranda; *Espaços de Sobolev, Iniciação aos Problemas Elípticos não Homogêneos*, IM- UFRJ, Rio de Janeiro, 2011.
- [57] L.A. Medeiros e M. Milla Miranda; *Problemas Não Lineares em Equações Diferenciais Parciais*, IM- UFRJ, Rio de Janeiro, 1994.
- [58] L.A. Medeiros e M. Milla Miranda; Hidden regularity for semilinear hyperbolic partial differential equations, *Ann. Fac. Sci. Toulouse* 9(1988), 103-120.
- [59] L.A. Medeiros; *Exact Controllability for the Wave Equations, Hilbert Uniqueness Method*, IM-UFRJ, Rio de Janeiro, 1993
- [60] L.A. Medeiros; *Exact controllability for a Timoshenko model of vibrations of beams*, *Advances Math. Sci. Applications* 2(1993), 47-61.
- [61] L.A. Medeiros, J. Limaco and S.B. Menezes; *Vibrations of elastic strings: Mathematical aspects Part One*, *J. Comput. Appl. Applications* 4(2002), 91-127.
- [62] L.A. Medeiros, J. Limaco and S.B. Menezes; *Vibrations of elastic strings: Mathematical aspects Part Two*, *J. Comput. Appl. Applications* 4(2002), 211-263.
- [63] L.A. Medeiros and M. Milla Miranda; *On nonlinear wave equations with damping*, *Revista de Matemática de la Universidad Complutense de Madrid* 13 (1990), p. 213-231.

- [64] L.A. Medeiros and M. Milla Miranda; Local solutions for nonlinear unilateral problem, *Revue Roumaine de Math. Pures et Appliquées* 31(1986), 371-382.
- [65] L.A. Medeiros and N.A.Larkin; Nonlinear unilateral problem for a nonlinear hyperbolic equation of the theory of elasticity, *Matemática Contemporânea* 3(1992), 109-126.
- [66] L.A. Medeiros; On some nonlinear perturbation of Kirchhoff-Carrier operator, *Comp. Appl. Math* 13(1994), 225-233.
- [67] L.A. Medeiros and M.Milla Miranda; Solutions for the equation of nonlinear vibrations in Sobolev of fractionary order, *Math. Appl. Comp.* 6(1987), 257-276.
- [68] L.A. Medeiros, F. Araruna and G. Antunes; Exact controllability for the semilinear string equation in a noncylindrical domain, *Control and Cybernetics* 33(2004), 237-257.
- [69] L.A. Medeiros, G.M.Araujo and M.Milla Miranda; On the Navier-Stokes equations with variable viscosity in noncylindrical domains, *Applicable Analysis* (2006).
- [70] L.A. Medeiros ; M. Milla Miranda and A. T. Louredo; Introduction to Exact Control Theory. Hilbert Uniqueness Method 1. Ed. Campina Grande: Eduepb, 2014. 153p .
- [71] L.A. Medeiros, A.T. Cousin, C.L. Frota and N. Larkin; On the abstract model of Kirchhoff-Carrier equation, *Comm. Applied Analysis* 1(1997), 389-404.
- [72] L.A. Medeiros; On a new class of nonlinear wave equations, *J. Math. Anal. Appl.* 69(1979), 252-262.
- [73] S.B. Menezes, J. Limaco and L.A. Medeiros; Remark on null controllability for heat equation in thin domains, *Comp. Appl. Math* 21(2002), 47-65.
- [74] S.B. Menezes, J. Limaco and L.A. Medeiros; Finite approximate controllability for semilinear heat equation in noncylindrical domains, *Anais Acad. Brasileira de Ciências* 76(2004), 475-487.
- [75] M. Milla Miranda; Análise Espectral em Espaços de Hilbert, IM-UFRJ, Eduepb- Livraria da Física, 2015.

- [76] M. Milla Miranda and L.A. Medeiros; Controlabilité de l'équation de Schrödinger dans des domaines non cylindriques, *C.R. Acad. Sci. Paris* 319(1994), 685-689.
- [77] M. Milla Miranda and L.A. Medeiros; On a boundary value problem for wave equations: Existence, uniqueness-asymptotic behavior, *Revista de Matemáticas Aplicadas, Universidad de Chile* 17 (1996), p. 47-73.
- [78] M. Milla Miranda and L.P.S.G. Jutuca; Existence and boundary stabilization of solutions for the Kirchhoff equations, *Comm. in PDE* 24(1999), 1759-1800
- [79] M. Milla Miranda, A.T. Louredo and L.A. Medeiros; On nonlinear wave equation of Carrier Type, *J. Math. Anal. Appl* 432(2015), 565-582.
- [80] M. Milla Miranda, A.T. Louredo and L.A. Medeiros; Nonlinear perturbation of the Kirchhoff equation, *Electron. J. Diff. Eq.* 2017(2017), 1-21.
- [81] M. Milla Miranda, A.T. Louredo, M.R. Clark and H.R. Clark; On energy wave equation with non-negative terms, *Int. J. Non-linear Mechanics* 82(2016), 6-16.
- [82] M. Nagumo; Eine hinreichende Bedingugen für, die Unität der Lösung der Differentialgleichungen erster Ordnung, *Japan J. Math* 3(1926), 107-112.
- [83] W.F. Osgood; Beweis der Existence einer Lösung der Differentialgleichung  $y' = f(x, y)$  ohne Hinzunahme der Cauchy-Lipschitzschen Bedingungen, *Monatsh. Math* 9(1898), 331-345.
- [84] D.C. Pereira; Existence, uniqueness and asymptotic behavior for solutions of the nonlinear beam equation, *Nonlinear Anal*, 14(1990), 331-345.
- [85] D.C. Pereira, M.C. Campos and T.M. Rabello; Local solutions of a mixed problem for a degenerate hyperbolic equation, *Acta Math. Hung.* 60(1992), 61-71.
- [86] O. Ramos Chumpitaz; Regularity property for the nonlinear beam operator, *An. Acad. Bras. Ciências*, 61(1989), 15-25.
- [87] P.H. Rivera Rodriguez; On a nonlinear hyperbolic equation partial differential equation, *Rev. Fac. Ciencias Univ. San Marcos*, 74(1986), 5-16.

- [88] V.F. Silva, R.R. Carvalho and M. Milla Miranda; On a beam equation in Banach spaces, *Electronic. J. Qualitative Theory Diff Eq.* 10(2016), 1-24.
- [89] W. Strauss; On weak solutions of semilinear hyperbolic equations, *An. Acad. Brasil. Ciênc.* 42(1970), 645-651.
- [90] E. Zuazua; Controlabilidad Exacta y Estabilización de la Ecuación de Ondas, IM-UFRJ, Rio de Janeiro, 1990.
- [91] E. Zuazua; Exact boundary controllability for the semilinear wave equation, *Nonlinear PDE and their Applications* 10(1989), 357-391.
- [92] E. Zuazua; Uniform stabilization of the wave equation by nonlinear boundary feedback, *SIAM J. Control Optim.* 28(1990), 466-478.

# Capítulo 10

## Considerações Finais

*Eis que um semeador saiu a semear. Quando semeou, uma parte da semente caiu ao longo do caminho, e vieram as aves do céu e comeram-na. Outra parte, porém, caiu em lugar pedregoso, onde não havia muita terra; logo nasceu, porque não tinha raiz, secou, queimou-se. Outra parte caiu entre os espinhos; cresceram os espinhos e a sufocaram. Outra parte caiu em boa terra e frutificou.*

*Mateus 13, 4-8*

Neste último capítulo juntamos comentários sobre a vida acadêmica de nosso homenageado. O primeiro desses comentários que fazemos é o seguinte: no desempenho de suas funções no IM/UFRJ, em ensino, pesquisa, orientação acadêmica e administração, jamais vimos o mestre L. A. Medeiros estomagado no espaço de tempo que vivenciamos o IM/UFRJ como aluno do programa de pós-graduação. Ele sempre se apresentava cordial, cortês, amigo, educado e às vezes um pouco crítico, mas polido. Outro comentário é o seguinte: ao analisarmos a vida acadêmica de L. A. Medeiros observamos claramente quatro características que são as seguintes:

- 1.- a de professor universitário e orientador acadêmico para a formação de recursos humanos qualificados em Matemática e a constante preocupação de acompanhar o desenvolvimento profissional de seus ex-alunos;
- 2.- a de pesquisador;
- 3.- a de autor no sentido de escrever e publicar livros didáticos e textos expositivos com a preocupação de contribuir para a criação da literatura matemática em língua portuguesa, até então insipiente<sup>22</sup>
- 4.- a de administrador universitário.

---

<sup>22</sup>Os livros escritos por L. A. Medeiros são textos rigorosos, completos e muito ricos

Estas características se interligam de modo cíclico. Sem dúvidas, a conjugação delas forma uma identidade profissional incomum no Brasil da época e nos dias atuais.

Não são muitos os exemplos de professores universitários brasileiros que tenham exercido, ao mesmo tempo, as funções de professor, pesquisador, orientador de alunos e administrador. Há vários exemplos de professores que possuíram e possuem as três primeiras características, mas não todas as quatro.

Outro comentário que destacamos é o de L. A. Medeiros sempre procurar compartilhar seus conhecimentos científicos com seus alunos e com colegas. Dessa forma, muitos de seus artigos e livros são escritos em conjunto com alunos e colegas.

Cabe também citar que três excelentes e criativos matemáticos exerceram forte influência na formação matemática e na vida acadêmica de L. A. Medeiros, a saber: Leopoldo Nachbin; Felix E. Browder e Jacques-Louis Lions. Os três possuem vasta produção científica em suas especialidades.

Luis Aduato Medeiros produziu matemática de excelente qualidade. Ele orientou 32 teses de doutorado e 22 dissertações de mestrado. Além disso, ele co-orientou várias teses de doutorado. Nosso homenageado publicou, até o presente, 89 artigos em várias revistas de circulação internacional. Publicou 17 livros e 30 trabalhos completos em anais de congressos científicos. Os livros publicados abordam assuntos em tópicos de Matemática em nível de graduação e em nível de pós-graduação. Seus escritos abarcam as seguintes áreas da Matemática: Análise Funcional, Análise Complexas, Espaços de Sobolev, Álgebra Vetorial e Geometria, Equações Diferenciais Parciais não Lineares, Controlabilidade de Certos Problemas da Física Matemática, Álgebras de Banach.

Seus tópicos de atuação preferidos são: Equações de onda do tipo Timoshenko, Equações não Lineares em Domínios não Cilíndricos, Equações Diferenciais Parciais Hiperbólico-Parabólicas e Sistemas Acoplados de Equações de Onda não Lineares. Nesta área ele trabalhou no IM/UFRJ, durante um ano acadêmico desenvolvendo um projeto de pesquisa em conjunto com o matemático japonês prof. dr. Yuki Yoshi Ebihara. Esse projeto produziu diversos resultados que foram publicados.

Ao trabalhar nos tópicos acima citados, L. A. Medeiros obteve novas provas e novos resultados de existência de soluções e métodos para aproximar

---

no sentido de terem notas históricas, boas referências bibliográficas e tópicos recentes de pesquisa científica. Não são textos triviais.

soluções. Para os casos de operadores hiperbólicos com coeficientes variáveis, L. A. Medeiros obteve novas e precisas estimativas para controlabilidade.

No início de sua carreira como professor nos anos 1950, L. A. Medeiros participou como membro da Comissão Editorial da Revista Científica, uma publicação da FNFfi. Nosso homenageado ministrou em 1965, no IMPA, um curso intitulado Espaços de Hilbert. O programa do curso incluiu os tópicos seguintes: Geometria dos Espaços de Hilbert e Operadores Lineares em Espaços de Hilbert. Ainda em 1965 ele realizou no IMPA a conferência intitulada Equação de Ondas em Espaços de Hilbert. No verão de 1967, L. A. Medeiros ministrou no IMPA o curso intitulado Equações Diferenciais Parciais. No período de janeiro a março de 1967 ele ministrou um curso intitulado Análise Funcional e Aplicações às Equações Diferenciais Parciais, na Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Peru.

L. A. Medeiros participou da 1ª Escola Latino-Americana de Matemática (ELAM) que foi realizada em 1968 no IMPA, da qual ele foi um dos criadores. No período de 12 a 14 de setembro de 1967, a Superintendência do Desenvolvimento do Nordeste (SUDENE) realizou na cidade de Recife (PE) o 1º Encontro de Matemáticos do Nordeste. Luis Aduato Medeiros foi o Coordenador desse Encontro que reuniu matemáticos de diversos Estados da Região Nordeste.

O objetivo do evento foi discutir os problemas da melhoria da qualidade do ensino de Matemática nas universidades federais sediadas na Região Nordeste, e do fomento à pesquisa científica e à pós-graduação em Matemática na Região. O Relatório do Encontro contém recomendações à SUDENE, quanto à sua atuação, em prol do ensino e da pesquisa em Matemática Pura e Matemática Aplicada na Região Nordeste. Para a leitura do documento, (ver IMPA/NBM, nº 26, 1967, p. 25-30).

L. A. Medeiros participou do 3º Congresso Latino-Americano sobre o Ensino de Matemática, que foi realizado em 1973; participou da 2ª ELAM, realizada no período de 01 a 21 de junho de 1978 na Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Peru; participou do 1º Colóquio Brasileiro de Matemática, realizado em 1957, na cidade de Poços de Caldas (MG). Foi membro da Comissão Organizadora e Coordenador do 6º Colóquio Brasileiro de Matemática, realizado em 1967 na cidade de Poços de Caldas (MG). Participou de diversas bancas examinadoras dos cursos de mestrado e de doutorado do IMPA, da UFRJ, da UFF, da UNICAMP. Foi consultor em Matemática, por diversas vezes, dos seguintes órgãos: CNPq, CAPES, FINEP, FAPERJ.

Nosso homenageado participou ativamente, junto com colegas, da estru-

turação, da consolidação, do desenvolvimento e do prestígio do Instituto de Matemática da UFRJ junto à comunidade científica nacional e internacional. Atualmente o IM/UFRJ é uma das mais importantes instituições de ensino superior em Matemática do Brasil e da América Latina. Seu programa de doutorado em Matemática obteve, em 2017, a nota máxima, 7, pela avaliação quadrienal realizada pela CAPES.

Percebemos claramente que a vida acadêmica de nosso homenageado em nada conflitou com sua vida familiar. L. A. Medeiros é casado, há mais de 60 anos, com a Senhora Lourdes Medeiros. O casal possui quatro filhos, vários netos e um bisneto.

O reconhecimento do profícuo trabalho do mestre L. A. Medeiros e de sua influência no contexto acadêmico brasileiro e internacional, se traduz não só na forma da publicação deste modesto livro, mas na forma das diversas homenagens que ele tem recebido ao longo de sua vida profissional, dentre as quais citamos as seguintes.

Em setembro de 1986, durante a realização do 9º Congresso Anual da Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional (SBMAC), realizado na UnB, fora organizada uma Seção Especial em Análise Aplicada, em comemoração ao aniversário de 60 anos do prof. dr. Luis Aduato Medeiros. Nesse evento foram apresentados mais de 25 trabalhos de pesquisa, de pesquisadores brasileiros e estrangeiros, que foram publicados em um volume especial dos Anais do Congresso (veja Figura 25).

Após as homenagens que foram prestadas ao mestre L. A. Medeiros no evento acima citado, assim se expressou o homenageado.

*Palavras de Gratidão*  
— Luis Aduato Medeiros —

*Sinto-me profundamente sensibilizado com esta homenagem que os colegas me fazem por meio da SBMAC. Agradeço, sinceramente, aos que se encarregaram de promover este evento de grande significado para mim, deixando-me deveras enternecido. O trabalho intelectual é de difícil julgamento embora no nosso país sejamos a cada instante submetidos ao parecer dos administradores da ciência. Entretanto, esta homenagem a guisa de julgamento é extremamente significativa para mim, porque vem do seio da comunidade, muito me confortando e estimulando na continuação desta luta tenaz que tenho tido em prol de determinados rumos para a investigação matemática em nosso país [...].*

*Tenho procurado assimilar métodos significativos de matemática próximos às aplicações, elaborando-os e melhorando-os não só como atividades de investigação científica, bem como para transmitir aos mais jovens, na certeza de ser esta uma substancial contribuição à educação nacional. Assim procedo desde 1952 e os resultados me tranquilizam [...].*

*Constata-se em nossa comunidade a existência de várias linhas de pesquisa, algumas robustas e de bom nível de produção científica, o que não se verificava há poucos anos. Neste ponto é fundamental chamar-se a atenção de que nos últimos anos o apoio financeiro diminuiu consideravelmente, pondo em risco certos aspectos positivos mencionados. Sente-se falta de uma realimentação do sistema em seus aspectos básicos, principalmente levando-se em conta a situação complicada a que foram conduzidas nossas Universidades, as quais deveriam abrigar as lideranças científicas, mas não o fazem [...].*

*No que concerne ao que se denomina produção científica é fundamental não cair na armadilha do lema “publica ou então desaparecerás”, tão característicos de uma sociedade consumista, que já começa a germinar aqui. É evidente que um pesquisador deve publicar como resultado de seu trabalho cotidiano e ininterrupto, pois a publicação é um dos indicadores do seu trabalho sem o qual pouco pode ser dito acerca de seu comportamento como pesquisador [...].*

*Concluindo estas palavras de gratidão, lembro-me de Pascal que não acreditava no homem, odiava a vida, mas tinha fé em Deus. Eu vos diria que amo a vida com espírito lírico, tenho poucas reservas ao homem e se existem uma Justiça ou uma Misericórdia, direi com Omar Khayyam, delas não despero, fui sempre um homem sincero. Provavelmente esta postura me tenha ajudado a superar os obstáculos que surgiram conduzindo minha vida para esta alegria que vocês me proporcionaram.*

*Medeiros (2010, p. 128-129).*

Vale salientar o Prêmio do *Tenth International Colloquium on Differential Equations*, que foi realizado em Plovdiv, Bulgária, no período de 18 a 23 de agosto de 1999, foi concedido ao Prof. Medeiros pela relevância de sua atividade científica em EDP.

O Prof. Medeiros recebeu as seguintes honrarias: Título de Professor Emérito da UFRJ; Título de Doutor Honoris Causa da UEM por seus relevantes serviços prestados à UEM; Títulos de Doutor Honoris Causa e de

Professor Honorário da Universidad Nacional Mayor de San Marcos, Lima, Peru; Diploma de Professor Honorário concedido, em 2003, pela Facultad de Ciencias Naturales y Matemática da Universidade Nacional del Callao, Peru.

A 2ª Jornada de Equações Diferenciais Parciais e Análise Numérica, coordenada pelo prof. dr. Rolci Cipolatti, que foi realizada em setembro de 1996, no IM/UFRJ, com a participação de vários conferencistas internacionais, em homenagem aos 70 anos do prof. L. A. Medeiros.

O International Meeting on Differential Equations, que foi realizado no Departamento de Matemática da Universidade Federal do Pará (UFPA) no período de 26 a 29 de julho de 2006, em homenagem aos 80 anos de L. A. Medeiros. O evento contou com 40 conferencistas. As Atas do evento foram editadas pelo prof. dr. Francisco Júlio S. A. Corrêa, como volume 32, da Revista Matemática Contemporânea, Rio de Janeiro: SBM, 2007. Neste evento o então Presidente da Sociedade Brasileira de Matemática (SBM), prof. dr. João Lucas Barbosa proferiu o seguinte discurso.

### *Discurso do Presidente da SBM*

— João Lucas Barbosa —

*Caros Colegas,*

*É um prazer estar aqui na UFPA, com todos vocês, participando deste evento em homenagem ao Luis Aduato. Trata-se de reconhecimento merecido para quem se dedicou de forma tão intensa à matemática, à formação de novas gerações de matemáticos, e à construção de instituições como o Instituto de Matemática da UFRJ.*

*Quero deixar aqui o reconhecimento da Sociedade Brasileira de Matemática pelo trabalho que o Luis Aduato já realizou em prol da matemática brasileira. Tenho me deparado com seus alunos em todos os estados. De fato, a simples realização deste evento sinaliza de forma inequívoca, a influência do trabalho de Luis Aduato em todo o país [...].*

*Estudamos ambos nos Estados Unidos, e tivemos ligações fortes com a França. Mas os eventos sempre ocorreram distanciados nas coordenadas tempo e espaço.*

*Não fui seu colega no dia a dia da profissão de professor. Sempre estive na UFC, por outro lado, todos sabem de sua trajetória na UFRJ que o levou desde o nível inicial até o de Professor Titular e ao reconhecimento do seu enorme e relevante trabalho para aquela instituição, concretizado no título de Professor Emérito [...].*

*De fato, nós todos aqui partilhamos de sua amizade, admiramos sua simplicidade e o poder de sua mente para produzir novos resultados em matemática. E, certamente, todos nós fomos cativados por sua personalidade.*

*Somos, portanto, todos, amigos do Luis. E a este amigo, nos seus 80 anos, eu gostaria de, com todos vocês dedicar uma salva de palmas.*

*Parabéns Luis.*

*Obrigado a todos pela oportunidade.*

Homenagem que foi prestada a L. A. Medeiros durante a Cerimônia realizada em 2017 em comemoração aos 50 anos de existência da COPPE/UFRJ,

Homenagem que o IM/UFRJ lhe prestou quando, em fevereiro de 2016, o mestre L. A. Medeiros completou 90 anos de idade. Nesta oportunidade o evento foi filmado e divulgado no Youtube (ver “LADAUTO 90”).

Destacamos, nestas considerações finais, como a mais importante das características de L. A. Medeiros na vida acadêmica, o profícuo trabalho com a formação de recursos humanos qualificados em Matemática, com a formação e orientação acadêmica e o acompanhamento da vida profissional de seus ex-alunos. Este fato atesta sua visão estratégica de futuro para o sistema universitário brasileiro e, em particular, para a UFRJ.

No início dos anos de 1970, L. A. Medeiros visualizara a necessidade do país para a formação de recursos humanos qualificados em Matemática. A partir de então, ele elaborou um plano de longo prazo para o IM/UFRJ, que foi desenvolvido ao longo de sua vida profissional de 60 anos. O mestre L. A. Medeiros fez muito para o sistema universitário brasileiro, com poucos recursos financeiros disponíveis. Tudo isso graças à escolha correta, princípio com o qual se pode fazer muito com o pouco disponível.

Além de nosso homenageado ser um cientista de elite, ele é um excelente expositor e possui o dom de saber expor de modo compreensível para seus ouvintes, tópicos delicados e difíceis da Matemática.

Podemos dizer que as ações de L. A. Medeiros em sua vida profissional se transformaram em uma avalanche de imagens que se sucedem sem fim no sistema universitário brasileiro, por meio de sua descendência matemática, como as ondas de choque produzidas por uma pedra quando jogada na superfície das águas calmas de um rio. Nesse caso metafórico, não é necessário usarmos as Equações Diferenciais Parciais para calcularmos a intensidade das ondas de choque.

O mestre L. A. Medeiros, a exemplo do semeador, semeou suas ideias

e suas ações em solo fértil. Elas germinaram e deram boas árvores que continuam produzindo frutos que têm enriquecido a comunidade matemática brasileira e internacional. Quando alguém se devota a um ideal tão elevado, como este a que se devotou L. A. Medeiros em sua vida profissional, não pode deixar de se sentir como um pequeno grão de mostarda no vasto universo criado por Deus.

L. A. Medeiros, um ser humano de ampla cultura, produziu e continua produzindo Matemática de excelente qualidade. As resenhas de seus artigos publicados podem ser encontradas nos periódicos ZbMath. e Math. Reviews. As citações de seus artigos são 478, segundo informações do MathSciNet.

Nossos agradecimentos aos membros da Comissão Editorial do IM-UFRJ pelas correções sugeridas e efetuadas no texto.

Capa do número especial do Boletim da SBMAC em homenagem aos 60 anos do prof. dr. Luis Adauto Medeiros.

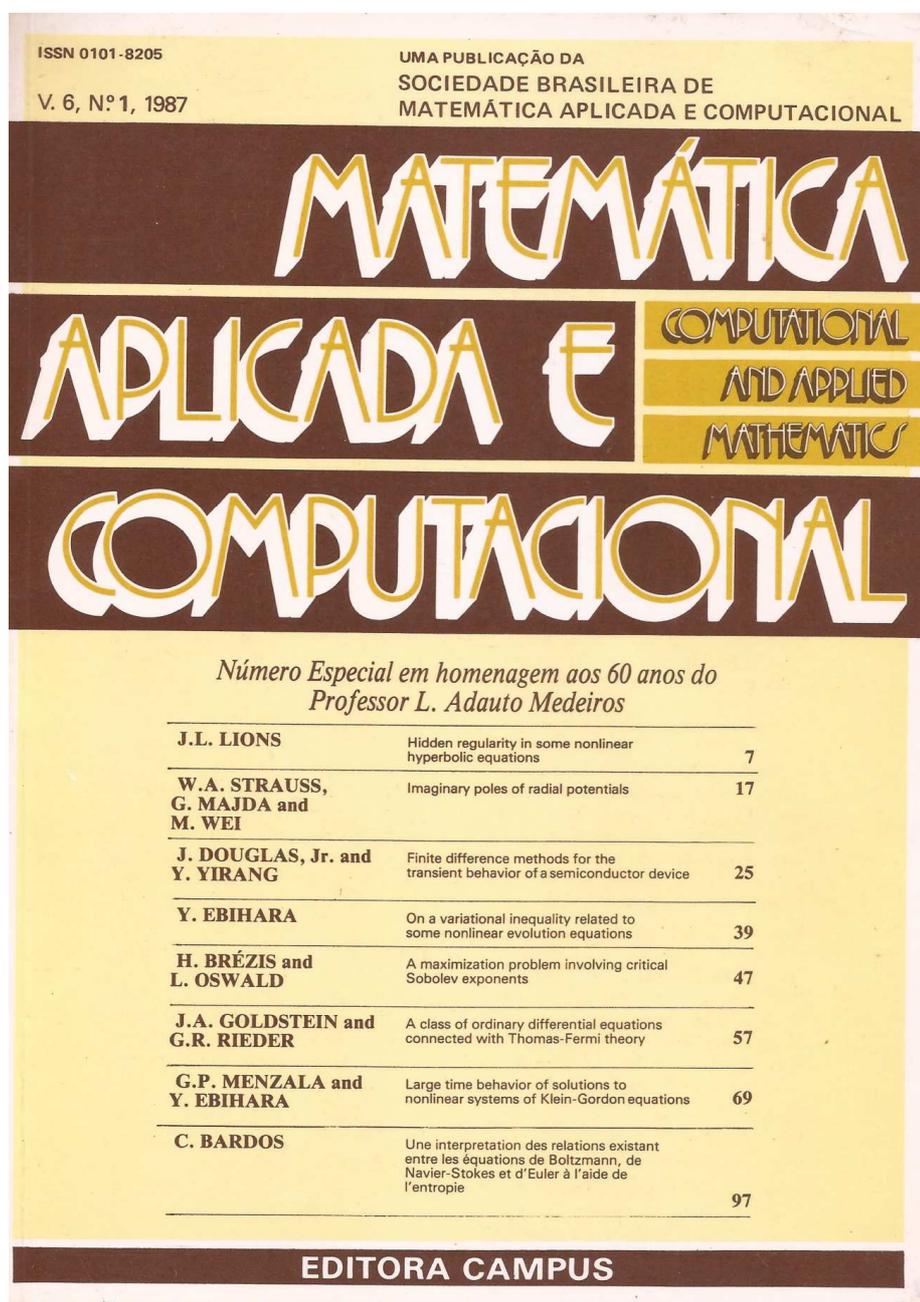


Figura 25. Foto cortesia do Prof. Dr. Luis Adauto Medeiros.

## Referências

ABDELAY, J. Caracterização dos Espaços Topológicos Regulares e Normais por meio de Coberturas. *Gazeta de Matemática*, Ano IX, n° 37-38, p.8- 9, 1948.

\_\_\_\_\_. Bases para os Espaços de Banach. Rio de Janeiro: Tese apresentada à Congregação da FNF<sup>i</sup> para o concurso da Cátedra de Análise Matemática e Superior, 1950. Reprodução de L. A. Medeiros. Rio de Janeiro, 2004.

AGARWAL, R. P.; LAKSHMIKANTHAM, V. Uniqueness and nonuniqueness criteria for ordinary differential equations. Singapore: World Scientific Publishing, 1993.

ANTUNES, G.; LOPEZ, I.F.; SILVA, M.D.G. da; MEDEIROS, L.A.; BIAZUTTI, A. Nonlinear Parabolic Equation on Manifolds. *Journal of Mathematics Research*, v. 6, p. 85-92, 2014.

BRAGA, L.P.; SANGLARD, J.H. Memória Acadêmica. Entrevista a Luis Aduino Medeiros em 28/04/2007. *Jornal da ADUFRJ*, de 02/08/2007.

BRASIL. Decreto Imperial n° 7.247, de 19/04/1879.

\_\_\_\_\_. Decreto n° 8.659, de 05/04/1911.

\_\_\_\_\_. Decreto n° 1.190, de 04/04/1939.

\_\_\_\_\_. Parecer CFE-CES n° 977/65, de 03/12/1965.

\_\_\_\_\_. Lei n° 5.540/69, 28/11/1968.

\_\_\_\_\_. Parecer CFE-CES n° 77/69, de 11/02/1969.

BROWDER, F.E. On nonlinear wave equations, *Math. Zeitschr.* v. 80, n° 1, p. 249-264, 1962,

CHURCHILL, R.V. *Complex Variables and Applications*. Second Edition, New York: McGRAW-HILL Book Company, Inc.,1960.

CORRÊA, F.J.S.A.(Editor). International Meeting on Differential Equations. *Matemática Universitária*, v. 32, 2007.

DE LA PENHA, G.M.; MEDEIROS, L.A. (Editores). *Contemporary Developments in Continuum Mechanics and Partial Differential Equations*. 1st Edition Amsterdam: North-Holland Math. Studies, v. 30, 2000.

DIEUDONNÉ, J. *Análise Harmônica*. Rio de Janeiro: Associação da Revista Científica, publicação n° 9, série A. 1952. Notas de aula redigidas por José Abdelhay.

- DOMINGUES, I. Ciência distorcida. *Ciência Hoje*, nº 310, 2014.
- EBIHARA, Y.; MIRANDA, M.M.; MEDEIROS, L.A. On a variational inequality for a nonlinear operator of hyperbolic type. *Bol. Soc. Bras. Mat.*, v. 16, p. 41-55, 1985.
- EBIHARA, Y.; MEDEIROS, L.A.; MIRANDA, M.M. Local solutions for a nonlinear degenerate Hyperbolic equation. *Nonlinear Analysis*, v. 10, nº 1, p. 27-40, 1986. Citado 111 vezes em artigos correlatos.
- FÁVERO, M. de L. de A. Universidade do Brasil. Guia dos Dispositivos Legais. Rio de Janeiro: EdUFRJ, Comped MEC/Inep, 2000.
- HALMOS, P.R. Espaços Vetoriais de Dimensão Finita. Rio de Janeiro: Editora Campus Ltda., 1978.
- FIGUEIREDO, D.G. O Problema de Dirichlet. Brasília: Departamento de Matemática da UnB, Trabalho de Matemática nº 89, 1975.
- FROTA, C.L.; MEDEIROS, L.A.; VICENTE, A. A mixed problem for semi-linear wave equations with acoustic boundary conditions in domains with non-locally reacting boundary. *Electron. J. Differ. Equ.* 2014, Paper No. 243, 14 p. 2014.
- GROTHENDIECK, A. Lettre. Paris: Le Monde, 04/05/1988.
- HILBERT, D. A Lista de Hilbert. Situação Atual. Disponível em [www.cienciasweb.com.br](http://www.cienciasweb.com.br). Acesso em 29/10/2017.
- HÖNIG, C.S. Teoria das Distribuições. São Paulo: IME/USP, 1967.
- \_\_\_\_\_. *Análise Funcional e Aplicações*. Vol. I, 2ª. Ed. São Paulo: Publicações do Instituto de Matemática e Estatística da USP, 1990.
- HOUNIE, J. Teoria Elementar das Distribuições. Rio de Janeiro: IMPA, 1979.
- IMPA. Noticiário Brasileiro de Matemática (NBM), nº 26. Agosto de 1967.
- JÖRGENS, K. Problema de valor inicial, global, para uma classe de equação de ondas não lineares. *Math. Zeitschr.*, v. 77, nº 1, p. 295-308, 1961. Tradução para o português de L. A. Medeiros.
- KEGEL, G. Condições de Monogeneidade num Ponto. *Rev. Cient.* Ano I, nº 3, p. 11-18, 1950.
- LIGHTHILL, M. J. An introduction to Fourier analysis and generalized functions. Cambridge University Press, 2003.
- LIMACO, J.; MEDEIROS, L.A. Approximate Controllability in Noncylindrical Domains. *Comm. Appl. Analysis*, v. 6, nº 3, p. 375-392, 2002.

LIONS, J.-L. Problèmes aux Limites en Théorie des Distributions. Acta. Math., v. 94, n° 1, p. 13-135, 1955.

\_\_\_\_\_. Equations Différentielles Operationelles et Problèmes aux Limites. Berlin: Springer-Verlag, 1961.

\_\_\_\_\_. Problèmes aux Limites dans les Équations aux Dérivées Partielles. Les Presses de L'Université de Montreal, 1965.

\_\_\_\_\_. Contrôle Optimal de Systèmes Gouvernés par des Equations aux Dérivées Partielles. Paris: Dunod – Gauthiers Villars, 1968.

\_\_\_\_\_. Quelques méthodes de résolution des Problèmes aux limites non linéaires. Paris: Dunod, 1969.

LÜTZEN, J. The Prehistory of the Theory of Distributions. Berlin: Springer-Verlag, 1982.

LOPES, M.L.ML. António Monteiro no Brasil. Boletim da SPM, número especial, Colóquio do Centenário de António Monteiro, p. 17-18, 2007.

MEDEIROS, L.A. Sobre Funções Monógenas Areolares. Rev. Cient. Ano I, n° 3, p. 19-22, 1950.

\_\_\_\_\_. Espaços de Banach uniformemente convexos. Gazeta de Matemática, Ano XXII, n° 84-85, p. 16-23, 1961.

\_\_\_\_\_. Temporally Inhomogeneous Wave Equations in Hilbert Spaces. An. Acad. Bras. Ciênc. v. 37, n° 1, p. 1-82, 1965.

\_\_\_\_\_. Introdução às Álgebras de Banach. Rio de Janeiro: IMPA, Notas de Matemática, n° 36, 1966.

\_\_\_\_\_. Atas do Sexto Colóquio Brasileiro de Matemática. Poços de Caldas, 17 de agosto de 1967.

\_\_\_\_\_. Tópicos da Análise Funcional. Recife: UFPE, Textos de Matemática n° 17, 1968.

\_\_\_\_\_. Lições sobre a Equação de Laplace e do Calor. Instituto de Pesquisas Matemáticas USP. São Paulo, 1968b.

\_\_\_\_\_. The Initial Value Problem for Nonlinear Wave Equations in Hilbert space. Trans. Amer. Math. Soc., Vol, 136, p. 305-327, 1969. (Tese de Doutorado defendida no IMPA em 1965). MR 267282 35.76.

\_\_\_\_\_. On Nonlinear Differential Equations in Hilbert Spaces. Amer. Math. Monthly, v. 76, n° 9, p. 1024-1027, 1969b.

\_\_\_\_\_. Introdução às Funções Complexas. Rio de Janeiro: Editora MacGraw-Hill do Brasil, 1972.

\_\_\_\_\_. Matemática na Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro: Noticiário COPPE, IM/UFRJ, 16/11/1976.

\_\_\_\_\_. Alguns Métodos Matemáticos para o Estudo da Equação de Benjamin-Bona-Mahony. Rio de Janeiro: tese apresentada à Congregação do IM/UFJ, para concurso de Professor Titular, 1976b.

\_\_\_\_\_. Sur Une Equation Non Linéaire de la Physique Mathématique. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences. Série 1, Mathématique, v. 286, p. 277-278, 1978.

\_\_\_\_\_. On a New Class of Nonlinear Wave Equations. Journal of Mathematical Analysis and Applications, v. 69, p. 252-262, 1979.

\_\_\_\_\_. On The Weak Solution of Non Linear Partial Differential Equations. An. Acad. Bras. Ciênc., v. 53, p. 13-15, 1981.

\_\_\_\_\_. Alguns Aspectos da Evolução do Conceito de Derivada. Bol. Soc. Paran. Mat., v. 3, p. 11-32, 1982.

\_\_\_\_\_. Certos Aspectos da Matemática no Rio de Janeiro. Bol. SBMAC, v. 4, nº 3, p.51-64, 1984.

\_\_\_\_\_. José Abdelhay. Trabalhos de Matemática. Obra Póstuma. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 1996.

\_\_\_\_\_. Aspectos da Matemática no Rio de Janeiro. Petrópolis, 3 de novembro de 1996b.

\_\_\_\_\_. Guilherme De La Penha no IM/UFRJ. Teresópolis, fevereiro de 1996c.

\_\_\_\_\_. Trajeto da Matemática no Rio de Janeiro. Rio de Janeiro: CBPF, Ciência e Sociedade nº 003/01, 2001.

\_\_\_\_\_. Núcleo Técnico-Científico de Matemática da Fundação Getúlio Vargas. Rio de Janeiro: 2004.

\_\_\_\_\_. Sobre o Modelo Matemático de Navier-Stokes. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2006.

\_\_\_\_\_. Alfarrábio I. Rio de Janeiro, 2010.

\_\_\_\_\_. Alfarrábio II. Rio de Janeiro, 2011.

\_\_\_\_\_. Pacatuba – Rio de Janeiro (janeiro- 1944). Rio de Janeiro, maio de 2014.

MEDEIROS, L.A.; COOPER, J. The Cauchy problem for nonlinear wave equations in domains with moving boundary. Scuola Normale Superiore, Pisa, Classe di Scienze, v. 26, nº 4, p. 829-837, 1972.

MEDEIROS, L.A.; MIRANDA, M.M. Weak solutions for a Nonlinear Dispersive Equation. *Math. Anal. Appl.* v. 59, n° 3, p. 432-441, 1977.

MEDEIROS, L.A.; MENZALA, G.P. Existence and Uniqueness for Periodic Solutions of the Benjamin –Bonna-Mahony Equations. *SIAM J. Math. Anal.*, v. 8, n° 5, p. 792-799, 1977. Citado 79 vezes em artigos correlatos.

MEDEIROS, L.A.; ANDRADE, N.G.de Iniciação às Equações Diferenciais Parciais. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 1978. Citado 19 vezes em artigos correlatos.

MEDEIROS, L.A.; ANDRADE, N.G.de; WANDERLEY, A.M. Álgebra Vetorial e Geometria. Rio de Janeiro: Editora Campus, 1981.

MEDEIROS, L.A.; MALTA, S.M. Elliptic regularization for convection-diffusion equation. *Lab. Nac. Comp. Científica*, n° 24, p. 1-12, 1997.

MEDEIROS, L.A.; FERREL, J.L.; BIAZUTTI, A.C. Métodos Clássicos em Equações Diferenciais Parciais. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2000.

MEDEIROS, L.A.; MIRANDA, M.M. On a nonlinear wave equation with damping. *Revista Matemática de la Universidad Complutense de Madrid*, n° 2, 3, p. 213-231, 1990.

MEDEIROS, L.A.; MALTA, S.M.; LIMACO, J.; CLARK, H.R. Lições de Análise Matemática, Parte 1. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2006.

MEDEIROS, L.A.; MELLO, E.A. A Integral de Lebesgue. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2008. 6ª Edição em e-book, IM/UFRJ, 2019. Acesso pode ser feito em [www.dm.im.ufrj.br/pt/livros.php](http://www.dm.im.ufrj.br/pt/livros.php)

MEDEIROS, L.A.; MIRANDA, M.M. Introdução aos Espaços de Sobolev e às Equações Diferenciais Parciais. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2011.

\_\_\_\_\_. Espaços de Sobolev, Iniciação aos Problemas Elípticos Não Homogêneos. Rio de Janeiro: IM/UFRJ, 2011.

MEDEIROS, L.A.; LIMACO, J.; FROTA, C.L. On wave equations without global a priori estimates. *Bol. Soc. Paran. Mat.*, v. 30, n° 2, p. 19-32, 2012.

MIRANDA, M.M.; LOURÊDO, A.T.; MEDEIROS, L.A. On nonlinear wave equations of Carrier type. *J. Math. Anal. Appl.* v. 432, n° 1, p. 565-582, 2015.

\_\_\_\_\_. Decay of solutions of a second order differential equation with non-smooth second member. *J. Math. Anal. Appl.* v. 423, n° 2, p. 975-993, 2015.

MIRANDA, M.M.; LOURÊDO, A.T.; MEDEIROS, L.A. On nonlinear wave equations of Carrier type. *J. Math. Anal. Appl.* 432, n° 1, p. 565-582, 2015.

Zbl 1329.35184.

MIRANDA, M.M.; MEDEIROS, L.A. Controlabilidade de l'équation de Schrödinger dans des domaines non cylindriques. C. R. Acad. Sci. Paris, v.319, p.685-689, 1994.

MENEZES, S.B.de; LIMACO, J.; MEDEIROS, L.A. Finite approximate controllability for semilinear heat equations in noncylindrical domains. An. Acad. Bras. Ciênc., v.76, no.3, p. 475-487, 2004.

NACHBIN, L. Lectures on the theory of distributions. UFPE, Textos de Matemática n° 15, 1964.

NACHBIN, L.; MEDEIROS, L.A. A Biblioteca do IMPA. Noticiário do IMPA Rio de Janeiro: IMPA, Notícias IBBD, v.3, n° 2, abril-junho, p. 115-125, 1969.

RIBENBOIM, P. O Teorema de Riemann-Roch para Curvas Algébricas. Rio de Janeiro: Tese apresentada no concurso para provimento de Cátedra na FNFfi, 1959.

\_\_\_\_\_. Lembrando Monteiro. Boletim da Soc. Portuguesa de Matemática, número especial, Colóquio do Centenário de António Monteiro, p. 19, 2007.

RIVERA, J.E.M. Teoria das Distribuições e Equações Diferenciais Parciais. Petrópolis: LNCC, 2004.

SANTOS, A.R.dos. Nossas Raízes: O Instituto de Matemática da UFRJ e a Trajetória do Prof. Luis Aduato da Justa Medeiros. Rio de Janeiro, IM/UFRJ, 2016.

SCHWARTZ, L. Théorie des distributions. Paris: Ed. Hermann, 1966.

\_\_\_\_\_. Un Mathématicien aux Prises Avec le Siècle. Paris: Editons Odile Jacob, 1997.

SCHWARTZMAN, S. Publicar ou perecer. Ciência Hoje, n° 310, 2014.

SILVA, C.P.da. Início e Consolidação da Pesquisa em Matemática no Brasil. 2ªed., Rio de Janeiro: Ed. Ciência Moderna, 2013.

\_\_\_\_\_. Avanços da Matemática no Brasil. Visão Panorâmica. Ponta Grossa: EdUEPG, 2017. (Zbl 1381.01002).

SILVA, C.M.S.da. Formação de Professores e Pesquisadores de Matemática na Faculdade Nacional de Filosofia. Cadernos de Pesquisa, n° 117, p. 103-126, 2002.

SPINAK, E. Ética editorial -- outros tipos de plágio... e contando [online]. SciELO em Perspectiva, 2017 [viewed 30 August 2017]. Available

from: <http://blog.scielo.org/blog/2017/07/20/etica-editorial-outros-tipos-de-plagio-e-contando/>

VIDEIRA, A.A.P. António Monteiro no Brasil (1945-1949). Uma Breve Passagem com Resultados Duradouros. Boletim da Soc. Portuguesa de Matemática, Número Especial, 2007.