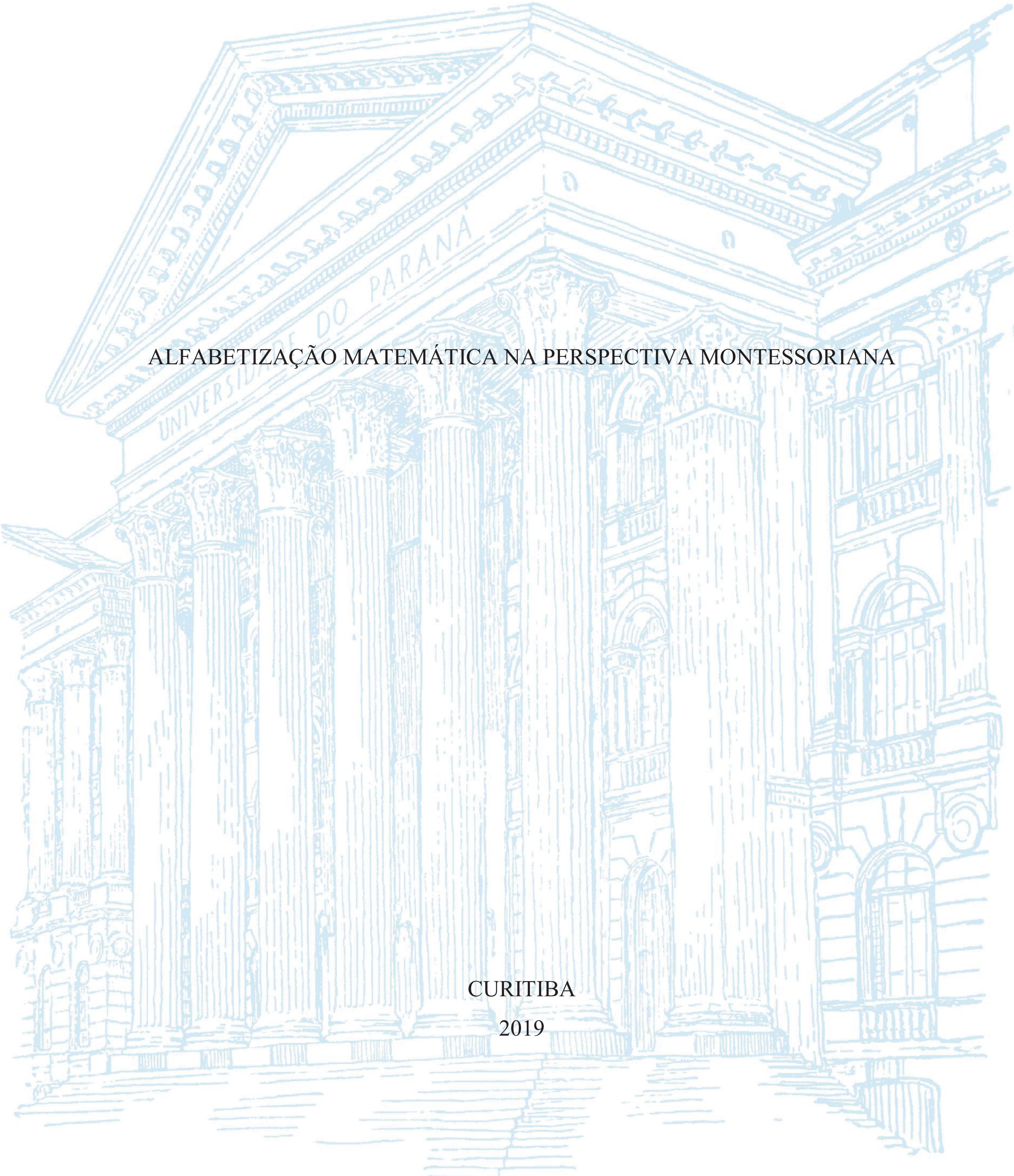
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

LUIZA DESTEFANI ALVES



ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA MONTESSORIANA

CURITIBA

2019

LUIZA DESTEFANI ALVES

ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA MONTESSORIANA

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Mestra em Educação em Ciências e em Matemática, no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática, Setor de Ciências Exatas da Universidade Federal do Paraná.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Luciane Ferreira Mocrosky

CURITIBA

2019

Catalogação na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

A474a Alves, Luiza Destefani
Alfabetização matemática na perspectiva Montessoriana [recurso eletrônico]/ Luiza Destefani Alves. – Curitiba, 2019.

Dissertação – Universidade Federal do Paraná - Setor de Ciências Exatas - Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática, 2019.

Orientadora: Luciane Ferreira Mocrosky.

1. Montessori, Método de educação. 2. Alfabetização matemática. 3. Aritmética.
I. Universidade Federal do Paraná. II. Mocrosky, Luciane Ferreira. III. Título.

CDD - 510

Bibliotecária: Vanusa Maciel CRB- 9/1928

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR DE CIENCIAS EXATAS
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EM MATEMÁTICA - 40001016068P7

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E EM MATEMÁTICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da dissertação de Mestrado de **LUIZA DESTÉFANI ALVES** intitulada: **ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA MONTESSORIANA**, sob orientação da Profa. Dra. LUCIANE FERREIRA MOCROSKY, que após terem inquirido a aluna e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua aprovação no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 13 de Dezembro de 2019.

Luciane Ferreira Mocrosky
LUCIANE FERREIRA MOCROSKY
Presidente da Banca Examinadora

Maria Lucia Panossian
MARIA LUCIA PANOSSIAN
Avaliador Interno (UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ)

Luciana S Oliveira
LUCIANA SCHREINER DE OLIVEIRA
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ)

Ettiène Guérios
ETTIÈNE CORDEIRO GUÉRIOS
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARNÁ)

AGRADECIMENTOS

O primeiro e maior reconhecimento e agradecimento precisa ser à Prof.ª Dr.ª Luciane Ferreira Mocrosky, quem orientou esse trabalho com particular sensibilidade. Acolheu esse tema de bom grado e muitas vezes se encantou junto comigo com tudo que fui desvelando ao longo do mestrado. Possibilitou não só que um sonho se tornasse realidade, mas que pudesse expor de maneira acadêmica um pouco do legado de Maria Montessori. Não sou só eu quem lhe agradece, mas a comunidade montessoriana também!

À minha família que sempre aceitou e apoiou todas as minhas aventuras de estudo e trabalho, em especial à minha mãe que, também pedagoga, muitas vezes se colocou em estudo junto comigo, lendo, opinando e se fazendo presença neste estudo, sem deixar de mencionar que foi quem me deu a primeira oportunidade de viver em Montessori.

A Ir. Maria Cristina de Sion, pela sua resiliência em implantar o método montessoriano numa cidade que ainda o desconhecia e por defendê-lo de maneira muito bela. Sempre me lembrarei das formações consigo, dos relatos riquíssimos de sua própria formação. Agradeço-lhe também por acreditar em meu trabalho, em minhas convicções, dando-me inúmeras oportunidades e por se interessar, apoiar e motivar de modo emocionante minha trajetória.

Agradeço às amigas Joice e Juliana, amizade essa que o mestrado fortaleceu, e que as demandas do mesmo mais ainda, estabelecemos uma parceria não só acadêmica, mas também para a vida. Foi muito bom dividir e compartilhar esse tempo diretamente com vocês. Às também amigas, parceiras e companheiras Jéssica, Lorena e Aline, que trilham comigo desde a graduação. Obrigada por participarem de mais essa.

Agradeço à banca formada pelas Professoras Doutoras Ettiène Guérios, Luciana Schreiner, Maria Lucia Panossian, que se manteve desde a qualificação e com delicadeza leram e contribuíram muito no delinear deste trabalho até o momento da defesa.

O meu muito obrigada especial a toda comunidade montessoriana por se manterem firmes em direção ao propósito de educar sob a ótica de Maria Montessori, pois sabemos que persistir não é fácil. Destaco meu particular agradecimento e reconhecimento profundo à guia mexicana Julie Noriega, pessoa de coração ímpar que compartilhou um pouco de todo seu enorme conhecimento comigo, contribuindo largamente para esse estudo, fiz questão de mencioná-la por diversas vezes, pois advém de você muitas das compreensões e enlaces que se mostraram a mim entre a teoria e a prática da Matemática na perspectiva montessoriana. Sem o curso que ministrou essa pesquisa não seria a mesma!

Tenham todos a certeza de que me inspiraram a estudar ainda mais...

RESUMO

A presente pesquisa teve por meta compreender a alfabetização matemática na obra de Maria Montessori, na intenção de contribuir para a formação inicial e continuada de docentes que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. As inquietações advindas de experiências vividas guiaram para a constituição de uma interrogação diretriz: "o que é isso, a alfabetização matemática na perspectiva montessoriana?", a qual possibilitou vislumbrar o fenômeno alfabetização-matemática-na-perspectiva-montessoriana. Desse modo, assume-se como pesquisa de ordem qualitativa, de postura fenomenológica hermenêutica, valendo-se de estudos analíticos-reflexivos de obras dessa autora, como instrumentos de investigação; caracterizando como um trabalho teórico que se dirige à prática. Expõe-se o estudo da biografia de Maria Montessori sob a orientação de seus próprios relatos e autores que se dedicaram a contar sua vida e obra. Com a leitura de boa parte dos livros deixados pela pesquisadora em estudo, três aproximaram-se mais da interrogação diretriz, sendo então selecionados para análises ideográfica e nomotética. A primeira tem por intencionalidade evidenciar o discurso da própria autora, tecendo fios à espiral hermenêutica determinada na presente pesquisa, apresentando aproximações possíveis à temática, por meio de unidades de significado, enxertos hermenêuticos e articulações. Já a análise nomotética buscou por generalizações, estabelecendo ideias nucleares e sínteses que pudessem mostrar como cada ideia se desdobrou em cada uma das obras. Em sucessivas reduções fenomenológicas, o estudo encaminhou e convergiu a três categorias abertas à interpretação que expressam compreensões, estrutura e caracterização do fenômeno: **princípios para a alfabetização matemática na perspectiva montessoriana**, **movimento de compreensões da aritmética** e **movimento de compreensões da geometria**. No vislumbre de tais categorias, estabeleceram-se diálogos com as demais obras de Montessori, com autores da alfabetização matemática, com trabalhos acadêmicos que abordam aspectos da metodologia montessoriana e com autores da fenomenologia. Os caminhos percorridos pela pesquisa se encerram com a evidência de que a alfabetização matemática na perspectiva montessoriana tem indireta representatividade no meio e que seus entendimentos e intencionalidade na Matemática ultrapassam o mero uso de materiais manipuláveis, intentando a incessante busca pela compreensão do mundo-vida das crianças.

PALAVRAS-CHAVE: Montessori, alfabetização matemática, material manipulável.

ABSTRACT

This research aimed to understand the mathematical literacy in Maria Montessori's work, with the intention of contributed to the initial and continuous formation of teachers who teach Mathematics in the early years of elementary school. The concerns arising from lived experiences led to the constitution of a guiding question: "what is this, mathematical literacy in the Montessorian perspective?", Which made it possible to glimpse the phenomenon of mathematical literacy in the Montessorian perspective. Thus, it is assumed as a qualitative research, with a hermeneutic phenomenological posture, making use of analytical-reflexive of this author works', as instruments of investigation; characterizing as a theoretical work that addresses the practice. The study of Maria Montessori's biography is presented under the guidance of her own reports and authors who dedicate to telling her life and work. From the reading of most of the books left by the researcher under study, three most closer to the guiding question, and were then selected for ideographic and nomothetic analysis. The first has is intentionality the highlight the author's own speech, weaving the hermeneutic spiral determined in the present research, presenting possible approximation to the theme through meaning units, hermeneutic grafts and joints. Already the nomothetic analysis sought for generalizations, establishing nuclear ideas and syntheses that could show how each idea unfolded in each of the works. In successive phenomenological reductions, the study forwarded and converged on three categories open to interpretation that express understandings, the structure and characterization of the phenomenon: **principles for mathematical literacy in the Montessorian perspective**, **movement of understandings of arithmetic** and **movement of understandings of geometry**. In the glimpse of these categories, dialogues were established with the other works of Montessori, with authors of mathematical literacy, with academic works that address aspects of Montessorian methodology and with authors of phenomenology. The paths taken by the research end with the evidence that mathematical literacy in the Montessorian perspective has indirect representativeness in the environment and that their understandings and intentionality in mathematics go beyond the mere use of manipulable materials, intent on the incessant search for understanding the life-world of children.

KEYWORDS: Montessori, mathematical literacy, manipulable material.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Barras vermelhas 134
FIGURA 2 – Escada marrom 135
FIGURA 3 – Torre rosa com suporte térreo e suas projeções 136
FIGURA 4 – Extensão com barras vermelhas, escada marrom e torre rosa 137
FIGURA 5 – Barras vermelhas e azuis e cartelas 138
FIGURA 6 – Fusos com fitas 140
FIGURA 7 – Tábuas de Séguin com material das contas 141
FIGURA 8 – Sistema decimal 142
FIGURA 9 – Livro didático 144
FIGURA 10 – Triângulos construtores 150
FIGURA 11 – Geometric Sticks 151
FIGURA 12 – Equivalências geométricas 152
FIGURA 13 – Multiplicação com contas coloridas 153
FIGURA 14 - Construção vertical e transformação para angular do Decanômio 153
FIGURA 15 – Multiplicação entre binômios 153
FIGURA 16 – Unidade Simples no material de contas e de madeira 171
FIGURA 17 – Dezena simples no material de contas e de madeira 172
FIGURA 18 – Centena simples no material das contas 172
FIGURA 19 – Centena simples no material de madeira 173
FIGURA 20 – Unidade de milhar no material das contas 173
FIGURA 21 – Unidade de milhar no material de madeira 174
FIGURA 22 – Encaixes sólidos 176
FIGURA 23 – Séries de pranchas de áspero e liso 177
FIGURA 24 – Placas de gradação do áspero 178
FIGURA 25 – Tábuas do bárico 179
FIGURA 26 - Escada marrom 180
FIGURA 27 – Projeções da escada marrom 180
FIGURA 28 – Torre rosa 181
FIGURA 29 - Projeções da Torre rosa 182
FIGURA 30 – Gabinete das formas geométricas planas 183
FIGURA 31 – Bandeja de apresentação das formas geométricas planas 184
FIGURA 32 – Projeções das formas geométricas planas 184
FIGURA 33 – Barras vermelhas 185

FIGURA 34 – Algumas variações com as barras vermelhas 185
FIGURA 35 – Barras vermelhas e azuis e suas cartelas 186
FIGURA 36 – Variação das barras vermelhas e azuis 187
FIGURA 37 – Números em lixa 188
FIGURA 38 - Fusos de caixa única e sem fitas 189
FIGURA 39 - Tentos 190
FIGURA 40 - Contas coloridas 191
FIGURA 41 - Semissimbólico (cores de Montessori) 192
FIGURA 42 - Auxiliares positivos 193
FIGURA 43 - Tabela de memorização da adição 195
FIGURA 44 - Tabela de memorização da subtração 198
FIGURA 45 - Tabuleiro da multiplicação 199
FIGURA 46 - Cubo do binômio 201
FIGURA 47 - Cubo do Trinômio 201
FIGURA 48 - Visão de conjunto 202
FIGURA 49 - Tábuas de Séguin 204
FIGURA 50 - Tábua inteira da soma 205
FIGURA 51 - Tábua média da soma 206
FIGURA 52 - Tábua simplificada da soma 206
FIGURA 53 - Tábua muda da soma 207
FIGURA 54 - Jogo dos pontinhos 208
FIGURA 55 - Selos 209
FIGURA 56 - Tábua inteira da multiplicação 210
FIGURA 57 - Tábua média da multiplicação 211
FIGURA 58 - Tábua muda da multiplicação 211
FIGURA 59 - Ábaco pequeno 212
FIGURA 60 - Ábaco grande 213
FIGURA 61 - Ábaco dourado 213
FIGURA 62 - Tabuleiro da divisão 214
FIGURA 63 - Grande divisão 216

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - Exemplo de QI 33
QUADRO 2 - Exemplo de QI com IN em cinza 34
QUADRO 3 - QI do livro 1: Pedagogia Científica (MONTESSORI, 1965) 56
QUADRO 4 - QI do livro 2 Psico-aritmética (MONTESSORI, 1934a) 79
QUADRO 5 - QI do livro 3 Psico-geometria (MONTESSORI, 1934b) 99
QUADRO 6 - Convergência 1 para a categoria "Princípios para a alfabetização matemática na perspectiva montessoriana" 107
QUADRO 7 - Convergência 2 para a categoria "Movimento de compreensões da aritmética" 108
QUADRO 8 - Convergência 3 para a categoria "Movimento de compreensões da geometria" 109
QUADRO 9 - Convergências 110
QUADRO 10 – Cores das Contas coloridas/Semissimbólico 191
QUADRO 11 – Cores das ordens numéricas 202

LISTA DE SIGLAS

ABEM	–	Associação Brasileira de Educação Montessoriana
AMI	–	Association Montessori Internacionale
AMS	–	American Montessori Society
CAPES	–	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior
CEM	–	Centro de Estudios Montessori
CEMJ	–	Centro de Estudos Montessori – Menino Jesus
GEForProf	–	Grupo de Estudo e Pesquisa em Formação de Professores
IN	–	Ideia/s Nuclear/es
OMB	–	Organização Montessori no Brasil
PUCPR	–	Pontifícia Universidade Católica do Paraná
QI	–	Quadro Ideográfico
SciELO	–	Scientific Electronic Library Online
SND	–	Sistema de Numeração Decimal
TCC	–	Trabalho de Conclusão de Curso
UFSC	–	Universidade Federal de Santa Catarina
US	–	Unidade/s de Significado

SUMÁRIO

1 **INTRODUÇÃO** 13
2 **ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS** 21
2.1 A PESQUISA EM MOVIMENTO 32
3 **BIOGRAFIA DE MARIA MONTESSORI** 36
4 **OS DADOS E RESPECTIVAS ANÁLISES** 54
4.1 LIVRO 1 (L1) – PEDAGOGIA CIENTÍFICA: A DESCOBERTA DA CRIANÇA (MONTESSORI, 1965) 55
4.1.1 Síntese das IN evidenciadas na análise do quadro 3 74
4.2 LIVRO 2 (L2) – PSICO-ARITMÉTICA (MONTESSORI, 1934a) 77
4.2.1 Síntese das IN evidenciadas na análise do quadro 4 95
4.3 LIVRO 3 (L3) – PSICO-GEOMETRIA (MONTESSORI, 1934b) 97
4.3.1 Síntese das IN evidenciadas na análise do quadro 5 104
4.4 MOVIMENTO DAS CONVERGÊNCIAS 106
5 **CATEGORIAS ABERTAS** 111
5.1 PRINCÍPIOS PARA A ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA MONTESSORIANA 112
5.2 MOVIMENTO DE COMPREENSÕES DA ARITMÉTICA 130
5.3 MOVIMENTO DE COMPREENSÕES DA GEOMETRIA 148
6 **SÍNTESE COMPREENSIVA** 157
REFERÊNCIAS 162
APÊNDICE 1 – MATERIAL DOURADO 171
APÊNDICE 2 – ENCAIXES SÓLIDOS 175
APÊNDICE 3 – ÁSPERO E LISO 177
APÊNDICE 4 – TÁBUAS DO BÁRICO 179

APÊNDICE 5 – ESCADA MARROM 180

APÊNDICE 6 – TORRE ROSA 181

APÊNDICE 7 – GABINETE DAS FORMAS GEOMÉTRICAS PLANAS 183

APÊNDICE 8 – BARRAS VERMELHAS 185

APÊNDICE 9 – BARRAS VERMELHAS E AZUIS 186

APÊNDICE 10 – NÚMEROS EM LIXA 188

APÊNDICE 11 – FUSOS 189

APÊNDICE 12 – TENTOS 190

APÊNDICE 13 – CONTAS COLORIDAS 191

APÊNDICE 14 – AUXILIARES POSITIVOS 193

APÊNDICE 15 – TABELA DE MEMORIZAÇÃO DA ADIÇÃO 195

APÊNDICE 16 – TABELA DE MEMORIZAÇÃO DA SUBTRAÇÃO 197

APÊNDICE 17 – TABULEIRO DA MULTIPLICAÇÃO 199

APÊNDICE 18 – CUBOS DO BINÔMIO E TRINÔMIO 201

APÊNDICE 19 – VISÃO DE CONJUNTO 202

APÊNDICE 20 – TÁBUAS DE SÉGUIN 204

APÊNDICE 21 – TÁBUAS DE MEMORIZAÇÃO DA ADIÇÃO 205

APÊNDICE 22 – JOGO DOS PONTINHOS 208

APÊNDICE 23 – SELOS 209

APÊNDICE 24 – TÁBUAS DE MEMORIZAÇÃO DA MULTIPLICAÇÃO . 210

APÊNDICE 25 – ÁBACOS 212

APÊNDICE 26 – TABULEIRO DA DIVISÃO 214

APÊNDICE 27 – GRANDE DIVISÃO 215

1 INTRODUÇÃO

> *"[...] não é das Filosofias que deve partir o impulso à investigação, mas, sim, das coisas e dos problemas." (HUSSERL, 1965, apud MOCROSKY, 2015, p. 147).*

Introduzir uma pesquisa, em meu entendimento, solicita expor as inquietações e perplexidades de onde emergiu o interesse pelo tema a ser investigado e esclarecer como elas se mostraram presentes na experiência vivida e assim permaneceram chamando por atenção.

Foi na vivência como educanda, ao longo de quatorze anos, em um colégio na cidade de Curitiba, que adota a metodologia montessoriana, e no contato com pessoas de outras instituições que atentei, ainda criança, para o modo como me ensinavam. Nas conversas com colegas, com os quais compartilhava vivências sociais e culturais fora do ambiente escolar percebia a escola que estudava diferente. Não havia entre os estudantes da instituição a excessiva preocupação com a classificação e seus décimos e centésimos de notas, por exemplo. Retomando agora essa situação, entendo que "no momento em que a experiência ocorre, ela não é ainda refletida. Porém, pode se tornar foco sobre a qual a reflexão se volta, abrindo, no fluxo do vivido, momentos de tomar consciência do vivenciado" (BICUDO, 2011b, p. 33). Como se me conscientizasse de que estava inserida num ambiente com suas próprias especificidades; estas desveladas paulatinamente, ao longo do tempo vivido.

> A autoconsciência é um modo de ser da pre-sença, fundando-se, por conseguinte, numa temporalização específica da temporalidade. A análise do acontecer conduz aos problemas de uma investigação temática da temporalização como tal. (HEIDEGGER, 2005b, p. 180).

Essa temporalidade, como modo de ser no tempo, trouxeram as primeiras inquietações, pois a curiosidade com este modo de ensinar/aprender conduziu-me a estudos que abrissem possibilidades para a docência. Desta maneira, optei por frequentar, na mesma instituição, concomitantemente com o Ensino Médio, o curso de Formação de Docentes (comumente chamado de Magistério), o qual despertou uma série de questionamentos e inquietações sobre as alfabetizações das crianças, visto que nessa instituição, a formação do professor passava necessariamente pelos estudos teóricos da pedagogia montessoriana, que refletiam nos estágios e intervenções de ensino.

Num misto de aluna/professora, tive a oportunidade de estagiar, durante 2006, no mesmo colégio onde estudei. No ano seguinte, cursando a graduação de Licenciatura em Pedagogia, na Pontifícia Universidade Católica do Paraná (PUCPR), fui contratada como professora regente nessa escola. Experiência que nutriu meu interesse e perspectivas profissionais; caminhada essa que se iniciou na Educação Infantil e depois passando a integrar a equipe de docentes do Ensino Fundamental I. Após mais de dez anos de trabalho com o método de Maria Montessori, tendo percorrido por todos os anos do Ensino Fundamental I, reconheci minha maior identificação entre o 1º e o 3º ano, haja vista que é nesta etapa que as ideias iniciais das áreas do conhecimento são construídas, configurando-se como base no ciclo de alfabetização[1].

Com essa identificação permeando minhas leituras, o trabalho de conclusão do curso (TCC) de Pedagogia teve como título "As habilidade básicas para a leitura e a escrita no método montessoriano", no qual pude enredar aspectos pertinentes à alfabetização em língua materna, sob a luz do método montessoriano e inaugurar pesquisas mais direcionadas academicamente acerca da metodologia em questão.

Na intenção de permanecer em formação iniciei, logo em seguida da graduação, uma especialização *lato sensu*, também na PUCPR, intitulada "Modalidades de intervenção no processo de aprendizagem", sendo finalizada em 2012. Neste mesmo ano, fiz um curso de extensão em "Metodologia Montessoriana", na instituição de ensino superior parceira à escola que trabalhava. Ambos os cursos ampliaram visões e possibilidades de práticas em sala de aula. Estive algum tempo afastada da academia, por mais que nutrisse o ímpeto de aprofundar algumas pesquisas por meio do mestrado, mantendo foco no trabalho. Somente em 2016 voltei à universidade determinada a perseguir o desejo já instaurado de estudos no curso de mestrado. Entro, então, em algumas disciplinas isoladas no Programa em que estou inserida no momento. Disciplinas essas em que fui apresentada à fenomenologia. A cada texto lido, percebia certa aproximação e via muitas ideias de Maria Montessori sendo explicadas filosoficamente. Não que os textos abordassem sua metodologia, mas vez ou outra encontrava esclarecimentos de ideias no decorrer da literatura fenomenológica.

Com o mestrado já iniciado, a motivação por conhecer mais do método montessoriano e dialogar com pessoas que também o estudavam e/ou o aplicavam cresceu. Ao atentar às páginas eletrônicas de escolas e centros de estudos da metodologia em estudo, encontrei cursos sendo ofertados no Rio de Janeiro, em São Paulo e em Florianópolis, ao entrar em contato com os responsáveis, a orientação foi que eu pudesse

[1] O ciclo de alfabetização tem sido entendido como os três primeiros anos da escolaridade, ao qual se dedica a inaugurar as primeiras compreensões no ensino das diferentes áreas do conhecimento. Ao longo da história do Brasil, se discute frequentemente os aspectos positivos e negativos das escolas cicladas e seriadas, conforme trazem Andrade e Mocrosky (2018).

percorrer trajeto semelhante ao de Montessori, estudando primeiro as crianças entre 3 e 6 anos de idade.

Optei pelo curso mais próximo de minha localidade, a formação de professores montessorianos, em formato de curso de férias (janeiro/2019), ofertado pelo Centro de Estudos Montessori – Menino Jesus (CEMJ), em Florianópolis, reconhecido pela Organização Montessori no Brasil (OMB), curso que recebe pessoas do Brasil todo de diferentes níveis de escolaridade e com intencionalidades diversas (tanto como formação continuada, quanto pessoas buscando conhecer a metodologia para abrir uma escola). Ao longo desse curso, percebi a formação montessoriana oferecida em Santiago, no Chile, pelo Centro de Estudios Montessori (CEM), sendo bem referenciada por sua qualidade, cuidado em manter todos os princípios montessorianos vivos e com profissionais consagrados internacionalmente. Na procura por mais informações do CEM, deparei-me com o curso "Matemáticas según el Enfoque Montessori, para el trabajo con niños de 6 a 12 años de edad", no formato intensivo de férias (julho/2019) e logo lembrei do livro "Psico-aritmética", de Maria Montessori (1934), que é raro no Brasil, por ainda não ter sido traduzido para o português, então são poucas as pessoas que já o leram. O curso chileno seria uma oportunidade de compartilhar conhecimentos que até então só havia visto no livro, sem que pudesse debater com alguém pessoalmente. Então, não tive dúvidas em me matricular; o público, em sua maioria, foram professores e coordenadores já atuantes na metodologia em questão e outros buscando por novas alternativas de ensino da Matemática. Essas experiências, adquiridas no Brasil e no exterior, possibilitaram o diálogo de muitas questões concernentes à inquietação e a interrogação que já vinha perseguindo no presente estudo, com os colegas e docentes dos cursos.

No contato com meus pares, docentes dos anos iniciais do Ensino Fundamental em diversas escolas (sobretudo as não-montessorianas), com os quais venho me formando permanentemente para ser e continuar sendo professora, percebo que o método ou os materiais atribuídos a Montessori são admirados, mas, percebo também, que os discursos se pautam em alguns aspectos abordados na graduação. Exemplos seriam aqueles que falam das tendências pedagógicas e o concreto para a aprendizagem, o que quer dizer que, na maioria das vezes, o que se evidencia nas falas revela mais o desconhecimento ou um conhecimento raso, informativo, e destacando o fato de que o material dourado (Apêndice 1) tem sido o ícone montessoriano, no que diz respeito à área da Matemática.

Com base em minha experiência com a referida metodologia, como aluna da Educação Básica e da escola inicial para a docência, bem como docente, venho me perguntando cada vez mais sobre o que sustenta tal método. Em que fundamentos ele se assenta? O que preconiza essa abordagem pedagógica? Que possibilidades se abrem com o método montessoriano para a alfabetização matemática? O conhecimento da medicina como área de atuação de Maria Montessori me faz perguntar, ainda, sobre a caminhada profissional desta estudiosa para compreender como seus estudos vieram a refletir na educação, mais especificamente no ensino que visa alfabetizar crianças. O que de alfabetização matemática vem explícito nos trabalhos originais desta cientista? Como a Matemática se presentifica[2] em sua obra? Como o esclarecimento da perspectiva montessoriana para a alfabetização matemática pode se juntar às vozes que já ecoam na academia sob várias alcunhas e contribuir para a formação de professores alfabetizadores?

Ao perguntar sobre a alfabetização, venho enfatizando o que temos estudado no Grupo de Estudo e Pesquisa em Formação de Professores (GEForProf), ela parece ser complexa e que muitos autores[3] vem mostrando compreensões com os quais assumimos ser um ato que inaugura compreensões de uma área e/ou conteúdo específico, ressaltando que não está mais presa apenas à língua materna, como em outros tempos, sendo compreendida também na Matemática, Física, Química, Tecnologia, Ciência, entre outras. A cada momento em que o indivíduo se propõe a aprender algo novo, entende-se que está sendo alfabetizado. Alguns processos de alfabetização encontram-se reunidos no início da escolarização e são personificados nos demais trajetos do ensino.

Olhando mais especificamente para a alfabetização matemática neste trabalho, torna-se importante expor que há estreita aproximação à ideia de Danyluk (1998, p. 20):

> [...] Compreendo a alfabetização matemática, portanto, como fenômeno que trata da compreensão, da interpretação e da comunicação dos conteúdos matemáticos ensinados na escola, tidos como iniciais para a construção do conhecimento matemático. Ser alfabetizado em matemática, então, é compreender o que se lê e escrever o que compreende a respeito das primeiras noções de lógica, de aritmética e de Geometria. Assim, a escrita e a leitura das primeiras ideias matemáticas podem fazer parte do contexto de alfabetização. Ou seja, podem fazer parte da etapa cujas primeiras noções das diversas áreas do conhecimento podem ser enfocadas e estudadas dentro de um contexto geral da alfabetização.

Assumindo ser esse um entendimento de alfabetização matemática e voltando as perguntas já anunciadas, entende-se que elas se apresentam como portas abertas para o adentrar aos estudos que visem esclarecer e desvelar o fenômeno "alfabetização-

---

[2] Presentifica, no sentido heideggeriano, de que se faz presença, porque esteve manifesta em seus estudos iniciais e desde então permanece como endereçamento das obras originais para os seus seguidores.
[3] Andrade (2016), Soares (2012), Smole e Diniz (2001), Dayrell (1996), Danyluk (1991a; 1991b; 1998).

matemática-na-perspectiva-montessoriana"[4]. Para tanto, fez-se necessário interrogar: "o que é isso, a alfabetização matemática na perspectiva montessoriana?", em um movimento interpretativo-compreensivo do que tem aparecido como método montessoriano em estudos publicados por sua precursora e pesquisadores que se dedicam a essa perspectiva, bem como aqueles que tematizam a alfabetização na região de inquérito da Educação Matemática.

A pesquisa aqui proposta pretende contribuir com a formação de professores que ensinam/ensinarão Matemática, isto é, com a formação inicial e contínua de docentes. Contribuirá, assim, com a Educação Matemática ao estudar a perspectiva montessoriana e articulações possíveis com o cenário investigativo da referida área, para abrir possibilidades de entender sentidos desta numa perspectiva atual, que carrega o solo histórico e teórico para a prática. Ideia essa inspirada no que diz Heidegger (2005b, p. 179, grifos do autor) ao mostrar que "liberar a *estrutura do acontecer* e suas condições existenciais e temporais de possibilidade significa conquistar uma compreensão *ontológica* da *historicidade*".

O estudo que se anuncia forte para ser seguido, teve como disparador a experiência vivida. Tratam-se de situações genuínas e particulares que constroem, entre outras coisas, principalmente, as memórias que enredam o caminhar pessoal, profissional e acadêmico; pontuando a presença da subjetividade e intersubjetividade.

> Experiência essa que acolhe o percebido e o enlaça no movimento da consciência que, sendo intendo, efetua a ação de tender em uma direção e que, sendo reflexiva, reflete sobre o percebido, dando-se conta dele, bem como dos atos efetuados. Atos que se desdobram em uma variedade como: sentir, imaginar, fantasiar, comparar, compreender, abstrair, idear, ajuizar, organizar, articular, expressar. (BICUDO, 2001, p. 55).

A experiência vivida por si só é o viver livremente sem ter a preocupação de se autoanalisar. Cabe, então, ressaltar que o momento em que ela ocorre ainda não há uma reflexão, sendo preciso retomá-la para que isso seja possível.

> *Experiência* é compreendida como experiência vivida. É diferente da experiência compreendida enquanto empírica ou informativa. Para essa concepção não é o pragma que importa, enquanto experiência das coisas de que o sujeito se ocupa, mas importa a práxis, enquanto agir e fazer, de modo criativo e crítico.
> O pensar fenomenológico não prescinde da práxis, isto é, da experiência vivida no mundo-vida. (BICUDO, 1994, p. 21, grifo da autora).

---

[4] Tal referência é vista com hífen porque parto da perspectiva relacional entre os termos, apoiada no estudo de Heidegger (2005a; 2005b), o qual nos apresenta diversas palavras unidas por meio do hífen, como em seu livro "Ser e Tempo", que nos apresenta termos como "pre-sença", "ser-no-mundo" e tantos outros. Portanto, para esta pesquisa os termos utilizados (alfabetização-matemática-na-perspectiva-montessoriana) serão percebidos com unidade, caracterizando-os como um único fenômeno.

A experiência pode existir sem o pensar fenomenológico, mas não o contrário. Essa versa sobre a própria vida, a qual se encontra “imersa no horizonte, solo da comunidade de vivências, realidade histórico-social” (DILTHEY[5], 1992, apud BICUDO, 2011b, p. 33). Mas o que seria o mundo-vida? Fini (1994, p. 28, grifos da autora) nos traz que “em termos da experiência vivida, chama-se *Região de Inquérito*”, mostrando em termos de entendimentos de uma pesquisa que se paute ao âmbito de vivências do pesquisador e de suas próprias indagações.

O método montessoriano é falado, o material concreto é trabalhado, mas isso que se mostra dessa perspectiva esconde possibilidades destes para a formação humana, em que o ensino da Matemática tem no seu horizonte formar as pessoas para compreender e se compreender no mundo em que vivem e que, com os outros, o constroem. Intenta-se aprofundar um conhecimento que, de certo modo, comparece nas escolas, mas não se sustenta com bases específicas de modo a nutrir[6] o debate sobre o fenômeno em questão, “alfabetização-matemática-na-perspectiva-montessoriana”.

Em fenomenologia a interrogação abarca “dimensões de interesse do interrogado, segundo questões antecipadas das experiências vividas de quem está perguntando com a dimensão e disponibilidade para percorrer caminhos que conduzam à compreensão sobre o estudado” (MOCROSKY, 2015, p. 147). Ao perseguir a interrogação diretriz supracitada, destaca-se antecipadamente a necessidade de se vislumbrar a história de vida profissional de Maria Montessori e como foi elaborando o que hoje é chamado de método montessoriano, para que o interlocutor possa ter o parâmetro contextual e das condições históricas na qual ela vivia ao estudar o desenvolvimento humano, desaguando, assim, na pedagogia.

Como o foco do estudo é a alfabetização-matemática-na-perspectiva-montessoriana, fez-se necessário ir à bibliografia deixada por Montessori, por esse motivo destinei um capítulo para expor estudos a respeito. Importante, também se fez ir aos escritos de seguidores que mantém viva a proposta. Tais autores foram encontrados na OMB, na Associação Brasileira de Educação Montessoriana (ABEM) e em indicações de leitura nos cursos realizados, pelo que estas entidades publicam, inclusive no que se refere à formação de professores alfabetizadores. Esses são documentos importantes, uma vez que se encontram no centro montessoriano que organiza, reelabora e dissemina os estudos

[5] Referência essa, constando apenas o ano, sem informações de qual obra.
[6] Nutrir entendido aqui com o intuito de dar mais força e sustentação aos sentidos do tema estudado, não apenas nutrir para manter vivo, mas sim contribuir, transformar.

dessa cientista. O corpus do trabalho está no encontro com as obras da referida autora, considerando em paralelo o que as instituições citadas contribuem.

Como o objetivo do estudo é esclarecer o fenômeno em destaque, seguir a interrogação, quer dizer, também, ir ao encontro de pesquisas desenvolvidas fora desse lócus Montessoriano e buscar o que tem sido produzido a respeito na academia e também sobre os entendimentos acerca da alfabetização matemática. Tais pesquisas foram localizadas no banco de dados da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior (CAPES), na Scientific Electronic Library Online (SciELO) e em revistas qualificadas de Educação e Educação Matemática, bem como o banco de dissertações e teses de algumas universidades brasileiras e eventos da área, advindos de uma busca pelos descritores: alfabetização matemática, método montessoriano e Maria Montessori; serão analisados textos que tragam o encontro e/ou aproximações ao referido fenômeno.

Compreender essa obra cultural, de como a alfabetização matemática tem sido cultivada, como foi plantada, tratada e como permanece sendo cultivada torna-se necessário, pois está aí, pulsando, viva, mostrando-se por algumas características nas escolas, nisso que se mostra e o que ainda está velado. Em síntese e frente aos horizontes antevistos da pesquisa, compreendo que a interrogação diretriz traz consigo perguntas de fundo, isto é, que a interrogação suscita:

- Pela biografia de Maria Montessori, focando seu contexto profissional e as possibilidades educacionais que se abriram com estudos no campo da saúde;
- Pela identificação dos textos escritos por Maria Montessori que sinalizem possibilidades para alfabetização matemática e estudo dos mesmos;
- Pelo como escritos da OMB e ABEM apontam a alfabetização matemática na perspectiva montessoriana.

Para mostrar os caminhos percorridos na pesquisa, na intenção de buscar pelos questionamentos das perguntas de fundo acima mencionadas, a escolha foi por dividir em capítulos. O **primeiro capítulo** foi dedicado a expor os encaminhamentos metodológicos que visassem o anunciando, uma vez que busquei explicitar a compreensão de alfabetização matemática na obra montessoriana, o que requereu buscar essas obras e optar por um modo de trabalho.

Num levantamento bibliográfico, trouxe um panorama da vida e obra de Maria Montessori, constituindo assim **o segundo capítulo** deste trabalho.

O **terceiro capítulo** se destinou a expor os dados da pesquisa e respectivas análises, pautadas na fenomenologia, valendo-se da hermenêutica para interpretação-compreensão do encontrado nos textos de Maria Montessori, que sinalizaram possibilidades para a alfabetização matemática. O fenômeno em estudo, nesse capítulo foi evidenciado por categorias abertas à intepretação.

Em atenção ao fenômeno “alfabetização-matemática-na-perspectiva-montessoriana” as categorias que emergiram do movimento analítico-reflexivo serão interpretadas no **quarto capítulo**. Essa interpretação foi elaborada em um diálogo com o próprio texto de Montessori, bem como no encontro com a literatura, pelos autores que se dedicam a obra dessa cientista, situados nos dois grupos montessorianos brasileiros: OMB e ABEM. E também nas experiências vividas nas formações montessorianas frequentadas em Florianópolis e em Santiago, no Chile, ambas no ano de 2019.

2 ENCAMINHAMENTOS METODOLÓGICOS

Este estudo que visa explicitar perspectivas da pedagogia montessoriana para a alfabetização matemática encontra possibilidade de ser desenvolvido na modalidade de pesquisa qualitativa, uma vez que se busca "a compreensão do significado e a descrição densa do[s] fenômeno[s] estudado[s] em seu contexto e não a sua expressividade numérica" (GOLDENBERG, 1997, p. 50). Nessa modalidade, assumo a postura fenomenológica de investigação, a qual procura se precaver de juízos de valores para que o fenômeno "alfabetização-matemática-na-perspectiva-montessoriana" se mostre, ou como menciona Ales Bello (2006), para que ao olharmos atentamente possamos ir percebendo aspectos velados do fenômeno. Isso quer dizer que o conhecimento que o pesquisador tem do tema é que desperta à investigação, mas ao mesmo tempo ele terá que fazer o exercício de não deixar que esse conhecimento, advindo das vivências, interfira, impedindo-o de conhecer o que se busca, o fenômeno, inaugurando uma postura pré-reflexiva.

> Ao mesmo tempo que o fenômeno lhe causa certa estranheza, ele também lhe é familiar pois faz parte de seu "mundo vida". Esta familiaridade, entretanto, não é ainda conhecimento. Assim, delineia-se o primeiro momento da pesquisa fenomenológica que se denomina *pré-reflexivo*, ou seja, há algo sobre o qual o pesquisador tem dúvidas, quer conhecer, mas que ainda não está bem explicado para ele. Quando ele interroga este "algo", tem o fenômeno e a maneira de interroga-lo, indica-lhe o caminho a ser seguido, o que na abordagem fenomenológica denomina-se *trajetória* e não método. (FINI, 1994, p. 27, grifos da autora).

A referida abordagem vem delineando a trajetória e os intentos da presente pesquisa. Mas, ao me questionar o que entendo por fenomenologia, filio-me aos estudos de Martins[7] (1990, apud BICUDO, 1994, p. 15, grifo meu), o qual mostra que

> A fenomenologia é, neste século, um nome que se dá a um movimento cujo objetivo precípuo é a investigação direta e a descrição de fenômenos que são experienciados conscientemente, sem teorias sobre a sua explicação casual e <u>tão livre quanto possível</u>, de pressupostos e de preconceitos.

A afirmação do Prof. Joel Martins evidencia a importância da descrição do fenômeno investigado, mas diz, também, que esta deve ser realizada sem os filtros de uma teoria prévia, "tão livre quanto possível" de conceitos prévios, de juízos de valores que o impeçam de revelar o extraordinário no conhecido ordinariamente. O grifo se fez necessário para dizer que esse "libertar-se" não significa neutralidade ou descompromisso do pesquisador com o investigado, mas um exercício árduo de atenção para não colocar na

---

[7] Conforme anotou Bicudo em aulas proferidas pelo Professor Joel Martins, no curso de Inverno "Fenomenologia e Currículo", PUC-SP, 1990.

frente do dito (em forma de texto, fala, representação pictórica, etc.) o que se sabe sobre o assunto, não ouvindo o que as falas/escritos podem dizer.

Assim, é no vivido pré-reflexivamente que se abrem horizontes para investigar. Horizonte este que compreende múltiplas experiências vividas, que mostra, em concordância com Espósito (1994, p. 191), ser um espaço constituído de diversos fenômenos, entendido como "o âmbito de visão que abarca e encerra tudo que é visível pelo sujeito a partir de um ponto", apresentando possibilidades de aproximação e distanciamento dos aspectos que o compõe.

Um vasto horizonte de interesses se mostrava no campo fenomenal; no entanto, e como explicitado, o horizonte é composto por muitos fenômenos, sendo necessário direcionar meu olhar para um foco, em um movimento de redução. Entendo que o que mais causou perplexidade, o que pulsava e suscitava compreensões, foi o fenômeno "alfabetização-matemática-na-perspectiva-montessoriana" e, para compreendê-lo, interrogar se tornou indispensável. Assim, congrega-se da ideia de Martins[8] (apud FINI, 1994) que entende ser necessário perseguir a interrogação em todos os sentidos e dimensões, pois tem o potencial de manter sempre viva a pesquisa.

"O que é isso, a alfabetização matemática na perspectiva montessoriana?" se destacou no conjunto de minhas inquietações se mostrando como interrogação diretriz. Optar pelo "o que é isso" abrange e amplia os sentidos e as dimensões ontológicas do fenômeno vislumbrado, viabilizando atentar-me também ao "como" e a outros aspectos que possam emergir ao longo das compreensões. Nesse modo de pesquisar, o fenômeno

> não se deixa aprisionar no instante do seu acontecimento; que não é estático; que sempre traz consigo o que antecipa em termos de possibilidades de acontecer e o que realizou em acontecimentos pretéritos retidos na lembrança e em suas expressões sociais, históricas e culturais. Em uma palavra: ele é, sendo. (BICUDO, 2011b, p. 13).

Muito do que se acredita, de senso comum, a respeito desse método de ensino em foco, é na alfabetização em língua materna e dos materiais para o ensino de alguns conteúdos matemáticos escolares. Numa visada geral em algumas das referências textuais de Montessori, a Matemática aparece de forma indubitavelmente sob os aspectos pedagógicos e didáticos, dando a possibilidade de trabalho para o alfabetizador matemático. Assim, a interrogação que orienta este estudo solicita olhar para essa perspectiva buscando além do que já está em evidência, que é aquilo que já comparece nas escolas, sejam montessorianas ou não. Direciona-se a olhar isso que já aparece, mas

[8] Conforme anotado por Fini em aulas do Prof. Joel Martins, nos cursos de Pós-Graduação da Faculdade de Educação/UNICAMP (não há referências específicas sobre a data do mesmo).

desvelar o que se esconde nisso que aparece, como por exemplo, a alfabetização e por ela, a Matemática, entendendo que

> Justo o que *não* se mostra diretamente e na maioria das vezes e sim se mantém *velado* frente ao que se mostra diretamente e na maioria das vezes, mas, ao mesmo tempo, pertence essencialmente ao que se mostra diretamente e na maioria das vezes a ponto de constituir o seu sentido e fundamento. (HEIDEGGER, 2005a, p. 66, grifos do autor).

A inquietação que conduziu a elaborar a interrogação ora expressa se deve a entendimentos correntes nas escolas, da presença de aspectos do trabalho organizado por Maria Montessori, à alfabetização matemática, sem aprofundamentos que permitam favorecer os debates já inaugurados na educação brasileira sobre esse tema e que vem sendo atualizados constantemente. Tais entendimentos e a referida presença emergem como tradição no âmbito escolar,

> O que é consagrado pela tradição e pela herança histórica possui uma autoridade que se tornou anônima, e nosso ser histórico e finito está determinado pelo fato de que também a autoridade do que foi transmitido, e não somente o que possui fundamentos evidentes, tem poder sobre essa base. [...] Os costumes são adotados livremente, mas não criados por livre inspiração nem sua validez nela se fundamenta. (GADAMER, 1999, p. 421).

Penso que conhecer aspectos deste método, que muitas vezes se traduzem pelo material dourado (Apêndice 1), podem favorecer o trabalho do alfabetizador matemático e, por conseguinte, a alfabetização das crianças, pelas possibilidades que a referida abordagem pode propiciar.

Entretanto, mesmo com distância temporal do seu surgimento e das dificuldades de encontro de materiais que subsidiem a prática docente, aspectos do que se mostraram importantes na década de 1960, quando o método foi difundido no Brasil, permanecem na escola, fazendo história, mais pelos materiais manipuláveis e contribuições de pesquisadores que difundem sua obra e sustentam algumas das escolas que intencionam trabalhar nessa perspectiva, do que pelos princípios que norteiam a alfabetização e, mais especificamente aquela protagonizada pela Matemática. Como se o contexto originário dessa pre-sença fosse desbotando diante da viva cor da contemporaneidade da qual a tradição se inclui.

> A tradição assim predominante tende a tornar tão pouco acessível o que ela 'lega' que, na maioria das vezes e em primeira aproximação, o encobre e esconde. Entrega o que legado à responsabilidade da evidência, obstruindo, assim, a passagem para 'fontes' originais, de onde as categorias e os conceitos tradicionais foram hauridos, em parte de maneira autêntica e legítima. A tradição até faz esquecer essa proveniência. [...] A tradição desarraiga de tal modo a historicidade da pre-sença que ela acaba se movendo apenas no interesse pela multiplicidade e complexidade dos possíveis tipos, correntes, pontos de vista da

> filosofia, no interior das culturas mais distantes e estranhas. (HEIDEGGER, 2005a, p. 50).

Buscar por aprofundamento e diferentes leituras da precursora foi como uma redescoberta ao que já tinha como consolidado na experiência vivida, uma vez que havia o sentimento de pertença[9] a essa maneira de ensinar/aprender.

Ao delinear e viabilizar a pesquisa pela interrogação diretriz, a postura de **intérprete** da obra dessa autora se fez pertinente. Interpretar, nesse caso, abrange a técnica lexical, mas a supera por considerar que quem está interpretando e o que se dispõe à interpretação carregam consigo marcas de vivência. Assim, a interpretação abarca o encontro entre o que vem pela tradição histórica e o presente vivido sobre o pesquisado. Enquanto intérprete, entendo que "pensar historicamente significa agora conceder a cada época seu próprio direito à existência e até mesma a uma perfeição própria" (GADAMER, 1999, p. 311). Assumir essa postura foi, primeiramente, resguardar a obra e depois aferir sentido acerca de onde me encontrava no momento, que me remete ao que diz Gadamer (1999) sobre senso comum, ao debater autores:

> Na escolástica, p. ex., para St Tomás – em desenvolvendo o *De anima* – o *sensus comunis* é a raiz comum do sentido exterior, ou ainda, a faculdade que combina, a qual julga o dado, uma capacidade que foi concebida a todos os homens. Para Vico, não obstante, o *sensus comunis* é um sentido para a justiça e o bem comum, que vive em todos os homens, e até, mais do que isso, um sentido que é adquirido através da vida em comum, e determinado pelas ordenações e fins. (GADAMER, 1999, p. 65, grifos do autor).

Trazendo um sentido de comunidade, de herança à expressão, mostrando-me arraigada à tradição de minhas experiências vividas no mundo-vida, manifestando que a tradição é um termo carregado de historicidade e cultura, onde muitas vezes se busca uma validação.

> O que é consagrado pela tradição e pela herança histórica possui uma autoridade que se tornou anônima, e nosso ser histórico e finito está determinado pelo fato de que também a autoridade do que foi transmitido, e não somente o que possui fundamentos evidentes, tem poder sobre essa base, e, mesmo no caso em que, na educação, a "tutela" perde a sua função com o amadurecimento da maioridade, momento em que as próprias perspectivas e decisões assumem finalmente a posição que detinha a autoridade do educador, esta chegada da maturidade vital-histórica não implica, de modo algum, que nos tornemos senhores de nós mesmos no sentido de nos havermos libertado de toda a herança histórica e de toda a tradição. [...] Os costumes são adotados livremente, mas não criados por livre inspiração nem sua validez nela se fundamenta. É isso, precisamente, que denominamos tradição: o fundamento de sua validez. (GADAMER, 1999, p. 421).

---

[9] Pertença entendida como "o momento da tradição no comportamento histórico-hermenêutico, realiza-se através da comunidade de preconceitos fundamentais e sustentadores" (GADAMER, 1999, p. 442).

Dessa maneira, não se trata de uma tentativa de validar ou impor o ponto de vista montessoriano, mas sim de possibilitar a compreensão dos sentidos do fenômeno alfabetização-matemática-na-perspectiva-montessoriana. A busca investigativa se dirige a esclarecimentos, compreensões e não a imposição de uma tese a ser provada. Nos escritos de Gadamer (1999) encontra-se que a compreensão não é um fazer subjetivo do homem e não se tem por objetivo "validar" uma compreensão, intenta-se "conceber a compreensão de um modo tão lato quanto possível" (ESPÓSITO, 1991, p. 103). São os atos de desvelar compreensões e as comunicar, sempre à luz da interrogação, que move esta pesquisa e não uma verdade metódica.

Intencionalmente voltada a explicitar "o que é isso, alfabetização matemática na perspectiva montessoriana?", abriu-se o caminho de percorrer as obras de Montessori e de seus seguidores, buscando conhecer a alfabetização matemática nas possibilidades pedagógicas que se anunciam nos textos. Perseguir a interrogação é a meta, mas o que isso significa em fenomenologia? Bicudo (2005) diz que ela é

> [...] uma pergunta dirigida a algo que se quer saber. É fruto de uma dúvida, de uma incerteza em relação ao que se conhece ou ao que é tido como dado, como certo. Ou ainda pode ser incerteza em relação ao vivido no cotidiano, quando a organização posto ou os acertos mantidos começam a não fazer sentido. O germe da interrogação está no desconforto sentido. (BICUDO, 2005, p. 9).

Qual seria este desconforto? Na presente pesquisa, é a presença de aspectos da pedagogia montessoriana no ensino, principalmente nos anos iniciais do Ensino Fundamental de escolas não-montessorianas, sem conhecimento do entorno que caracteriza a obra educacional dessa cientista. No cuidado para que não se perca de vista a interrogação e pelo que ela pergunta. À primeira vista parece redundante dizer "o que essa interrogação pergunta", no entanto, na fenomenologia, existe distinção entre perguntar e interrogar, mesmo que no léxico sejam próximas. A interrogação é ampla, ela destaca algo num campo de interesse do pesquisador e vai indicando horizontes investigativos. A interrogação é a orientadora do estudo e o primeiro dos tantos movimentos de redução fenomenológica.

> Nesse caminho e no modo de caminhar questões mais pontuais comparecem. Sob a égide da interrogação são constituídas perguntas de fundo a ela consoantes. Assim, em fenomenologia, constantemente pronunciamos: o que a interrogação interroga? E, ao respondermos, novas perguntas podem ser elaboradas como pertinentes às respostas. (MOCROSKY, 2015, p. 149).

Foi assim, que as perguntas de fundo desta investigação foram se constituindo.

Na intenção de mostrar quem foi Maria Montessori, o capítulo dois (Biografia de Maria Montessori) foi dedicado a isso, buscando tecer um panorama com a vida da cientista contextualizando o interlocutor acerca de sua obra.

O que a autora produziu para o ensino da Matemática e o que dessa produção revela para a alfabetização matemática é a questão a ser investigada. Para esclarecê-las, antes de tudo, requereu fazer um levantamento de textos da autora que visem o ensino da Matemática para os estudar, puxando os fios da alfabetização matemática. Foi com esse intuito que se deu o início de uma marcha em torno das perguntas supracitadas.

A alfabetização-matemática-na-perspectiva-montessoriana está inserida num método cunhado entre as décadas de 1900 e 1930 e uma das dificuldades que se impõem é o encontro da bibliografia deixada pela precursora, uma vez que algumas das obras não foram reeditadas e, também, outras que ainda não estão traduzidas para o português.

Numa busca inicial pelos títulos de autoria de Montessori, encontram-se disponíveis (a mim) no momento as obras: Pedagogia Científica, A criança, Mente Absorvente, A Formação do Homem, Manual Práctico del Método Montessori, Psico-Aritmetica, Psico-Geometria, A Educação e a Paz, Educação para um Mundo Novo, Para Educar o Potencial Humano. Tais obras publicadas originalmente entre os anos 1909 e 1952, foram, neste estudo, consideradas de extrema relevância para análise, pois as propostas nelas contidas permanecem refletindo na educação brasileira com estudos que seus seguidores realizam e que, de um modo geral, encontram-se organizados em duas grandes instituições brasileiras: a ABEM e a OMB.

Como tais títulos foram encontrados? Inicialmente da vivência em uma escola montessoriana e de estudos no curso de Pedagogia. Em 2008, soube da existência de tais obras ao pesquisar para elaborar o TCC. O tema tinha como escopo o método montessoriano e ao ler artigos necessários para o trabalho à época, as referências destes remetiam a três livros da autora, os quais elucidavam questões fundamentais ao entendimento da filosofia do método, necessárias ao meu TCC: “Pedagogia científica” (MONTESSORI, 1965), a qual tive acesso na biblioteca da PUCPR; “A criança” (MONTESSORI, 1983) e “Mente absorvente” (MONTESSORI, [1949?]), ambos adquiridos via sebos. No entanto, para o viés trazido ao mestrado, o qual solicita a ampliação das compreensões já inauguradas por experiências anteriores, fez-se necessário ir ao encontro de mais obras da precursora desse método. Por esse motivo, entre os anos de 2017 e 2018, recorri à biblioteca da instituição montessoriana em que trabalhei, encontrando disponíveis os livros: “A Formação do Homem” (MONTESSORI, [1950?]), “A Educação e a Paz” (MONTESSORI, 2004), “Educação para um Mundo Novo” (MONTESSORI, 2015) e “Psico-Aritmetica” (MONTESSORI, 1971), sendo este último uma edição escrita em língua italiana.

O livro “Psico-Geometria” (MONTESSORI, 1934b) foi um dos mais difíceis de encontrar; contei com a colaboração de pessoas que conheciam o intento de minha pesquisa e consequentemente localizei uma versão digitalizada no site do Repositório Institucional da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC)[10]. Tal texto, apenas em língua espanhola, pela digitalização perdeu qualidade, já que aparece apenas em preto e branco e o original tem muitas ilustrações coloridas. Já a obra “Manual Práctico del Método Montessori” (MONTESSORI, 1939), em língua espanhola, encontrei na Biblioteca Pública do Paraná, na sessão de livros raros, sendo permitida apenas consulta local. Para a minha surpresa, nesse mesmo local encontrei outra a versão do original de “Psico-Aritmetica” (MONTESSORI, 1934a), em língua espanhola, visto que na década de 1930 morou em Barcelona e lá produziu alguns materiais na língua local. Por esse motivo, apesar de ser italiana, possui obras escritas originalmente em língua espanhola, como também é o caso de “Psico-Geometria” (MONTESSORI, 1934b). O livro “Psico-Aritmetica” (MONTESSORI, 1934a) em língua espanhola foi priorizado nesta pesquisa, uma vez que foi essa a língua escolhida pela autora para se expressar. Por último, porém não menos importante, “Para Educar o Potencial Humano” (MONTESSORI, 2003) foi encontrado com as colegas do curso de férias de janeiro/2019 “Formação de Professores – Classe Montessori 3 a 6 anos”.

Após ler os referidos livros, um primeiro filtro se deu, mostrando quais deles elucidavam com mais detalhes o tema proposto para essa pesquisa. Entendi que de todos os escritos encontrados, três obras se mostram pertinentes ao estudo, sendo elas: Pedagogia Científica, 1909; Psico-aritmética, 1934; Psico-geometria, 1934 (datadas aqui em sua primeira edição para um parâmetro histórico). Este recorte ocorreu pelo fato desses livros tratarem indireta e diretamente intenções que diziam respeito ao fenômeno a ser investigado.

Tendo as obras em mãos, os rumos foram percorrer um caminho que possibilitasse desvelar a “alfabetização-matemática-na-perspectiva-montessoriana”, concebida aqui como fenômeno. Mas como encontrar /destacar suas características básicas?

---

[10] Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/159258. Acesso em: 21 fev. 2019.

> a essência do fenômeno é mostrada pela realização de uma pesquisa rigorosa que busca as raízes, os fundamentos primeiros do que é visto (compreendido) e o cuidado com cada passo dado na direção da verdade ("mostração" da essência). O rigor do pesquisador fenomenólogo se impõe a cada momento em que interroga o fenômeno e ao seu próprio pensar esclarecedor. Para tanto são básicos dois momentos: *epoché*, quando põe o fenômeno em suspensão, destacando-o dos demais co-presentes ao campo perceptual do pesquisador, e *redução*, quando descreve o visto, seleciona as partes da descrição consideradas essenciais ao fenômeno. [...] Através de comparação no contexto onde o fenômeno está situado, e de eliminações do que julga supérfluo, o pesquisador está capacitado a reduzir a descrição daquelas partes segundo o que vê como essencial, característico, básico. (BICUDO, 1994, p. 20 – 21, grifos da autora).

Pautada em Bicudo (1994), o rigor da presente pesquisa, está no caminho do encontro dos escritos e nas respectivas análises dos textos. Ancorada em Heidegger (2005a; 2005b; 2012) e Gadamer (1999), a hermenêutica se mostrou favorável à interpretação-compreensão dos escritos, uma vez que se caracteriza por "aquela que despertou o estranhamento e causou perplexidade, mas que não foi elucidada" (MOCROSKY, 2015, p. 150).

Na busca por compreensões do fenômeno, tem-se na hermenêutica – compreendida como Teoria da Compreensão (GADAMER, 1999), a qual tem por base estudos heideggerianos – uma possibilidade de investigação analítica-reflexiva do produzido pela autora. Buscando, quando necessário, estabelecer diálogo com os textos de profissionais que estudam e aplicam o método de Maria Montessori, sustentando assim, a permanência e continuidade do que foi idealizado nas primeiras décadas de 1900, oriundas do campo da saúde. Assim, essa investigação tem o intento de esclarecer o alfabetizar matematicamente na ótica de Maria Montessori, mostrando a abrangência do pensar matemático que ela encaminha para o docente orientar sua ação pedagógica e as possibilidades de o estudante aprender.

Mas o que é hermenêutica? Reconhecendo no léxico, é possível compreendê-la como "interpretação ou compreensão do texto, dos sentidos e/ou da significação das palavras que o compõem"[11]. Essa definição marca mais especificamente uma interpretação técnica de texto, que confunde, que traduz, que trata como sinônimos a interpretação e a compreensão, distanciando-se dos intentos deste trabalho. Busca-se interpretar-compreender não como sendo a mesma coisa, mas sim como parte de um mesmo movimento. Nesse sentido, Gadamer (1999) fala de interpretar para compreender e compreender para interpretar, não valorando um sobre o outro. Não só interpretar, como também compreender, num diálogo constante, com um texto. Schleiermacher (não há a

---

[11] Dicio: Dicionário Online de Português. Disponível em: https://www.dicio.com.br/hermeneutica/. Acesso em: 30 mar. 2019.

devida referência a esse autor – apud Palmer, 1969) evidencia que haverá sempre quem elabora a frase e quem a ouve, pontuando que

> O ouvinte recebe uma série de meras palavras, e subitamente, através de um processo misterioso, consegue adivinhar seu sentido. Esse processo misterioso, um processo de adivinhação, é o processo hermenêutico. É o verdadeiro lugar da Hermenêutica. A Hermenêutica é a arte de ouvir. (PALMER, 1969, p. 92-93).

Interpretar-compreender e comunicar o ouvido/visto é o movimento circular que busca evidenciar as características básicas do fenômeno, haja vista que ao ser desvelado mostra facetas até então obliteradas e, no intento de refletir a respeito, podem revelar o desconhecido.

> Distingue nesse círculo hermenêutico do todo a parte e da parte um aspecto objetivo e um aspecto subjetivo. Tal como cada palavra forma parte do nexo da frase, cada texto forma parte do nexo da obra de um autor, e esta forma parte, por sua vez, do conjunto de correspondente gênero literário e mesmo de toda a literatura. Mas por outro lado, o mesmo texto pertence, como manifestação de um momento criador, ao todo da vida da alma de seu autor. A compreensão acaba acontecendo, a cada caso, a partir desse todo de natureza objetiva como subjetiva. [...] Com isso ele transporta um mundo histórico, que desde sempre tem sido um fundamento de toda interpretação textual: que cada texto deve ser compreendido a partir de si mesmo. (GADAMER, 1999, p. 437).

Deste modo, o texto se mostra importante para que não seja preciso “retroceder aos processos cognitivos do autor” (MONDINI, 2013, p. 29). A tradição ora comentada, parte desta ideia, de que o movimento do círculo hermenêutico não é objetivo ou subjetivo, descreve “a compreensão como a interpretação do movimento da tradição e do movimento do intérprete” (GADAMER, 1999, p. 439). Como se encontrasse um elo comum de compreensão entre Montessori e minha inquietação, frisando que essa fusão de horizontes em que a distância espaço temporal entre mim (intérprete) e Maria Montessori não precisam, e não intento, que sejam superadas.

E como acontece esse círculo? Interpretar para compreender e/ou compreender para interpretar? Estabelecido em forma de círculos concêntricos, sempre na tentativa de ampliar as unidades de entendimento, mostrando ambos os termos como partes de um mesmo movimento. Diferentemente do que trouxe o dicionário acerca da hermenêutica, “não se trata de equiparar compreensão e interpretação a um ideal de conhecimento, que determinado em si mesmo não passa de uma degeneração e que, na tarefa devida de aprender o ser simplesmente dado, perdeu-se na incompreensão de sua essência” (HEIDEGGER, 2005a, p. 210). É nesse círculo que se intenta ter acesso a um conhecimento originário, mas aliado à hermenêutica para que se possa explicitar “esse milagre da compreensão, que não é uma comunhão misteriosa das almas, mas uma participação num sentido comum" (GADAMER, 1999, p. 438), em um ir e vir dos textos de Maria Montessori, explorando-os e, no caso da presente pesquisa, analisando-os reflexivamente.

O círculo citado como base para os trajetos metodológicos, reitero, é composto pela interpretação-compreensão, termos caros à fenomenologia. O segundo termo (compreensão), Gadamer (1999) apresenta primariamente como entendimento, que pautado em Heidegger (2005b, p. 132) diz do que "constitui o ser do pre na medida em que uma pre-sença, com base na compreensão, pode, em existindo, formar as múltiplas possibilidades de visão, circunvisão e mera visualização. [...] ser, projetando-se num poder-ser, em função do qual a pre-sença sempre existe". É na compreensão que se percebe a individualidade e se considera as características do fenômeno, um desvelar para além do visto, tendo como condição o projetar-se aos sentidos que vão se fazendo (GADAMER, 1999).

A interpretação, na hermenêutica, esteve por anos ligada à religião, como maneira de interpretar a Bíblia, no entanto vem sendo utilizada na contemporaneidade também em áreas como História, Filosofia, Direito, Arte, entre outras. "O que é público numa primeira aproximação da interpretação do hoje deve ser aprendido de maneira tal que, através de uma interpretação remissiva que parta desse ponto de partida, seja possível ter nas mãos certo *caráter ontológico* da facticidade" (HEIDEGGER, 2012, p. 42, grifo do autor). Ao abordar a interpretação, Heidegger (2005a), ao longo de sua obra mostra fortalecer cada vez mais a ligação da mesma à compreensão: "a interpretação se funda existencialmente na compreensão e não vice-versa. Interpretar não é tomar conhecimento de que se compreendeu, mas elaborar possibilidades projetadas pela compreensão" (HEIDEGGER, 2005a, p. 204). O projetar pela compreensão é revisto diversas vezes e "justamente todo esse constante reprojetar, que perfaz o movimento de sentido do compreender e do interpretar, é o que constitui o processo que Heidegger descreve" (GADAMER, 1999, p. 402). Isso indica indiretamente que todo compreender já foi de alguma maneira interpretado, possivelmente por isso se traga o movimento circular no intuito de ampliação de perspectivas e/ou entendimentos. Nesse sentido, o comunicado revela a interpretação-compreensão sobre esta Gadamer (1999, p. 578) nos diz: "uma interpretação correta em si seria um ideal sem pensamentos incapaz de conhecer a essência da tradição. Toda interpretação está obrigada a entrar nos eixos da situação hermenêutica a que pertence".

Ao vislumbrar e estudar repetidas vezes o círculo descrito, compreendo-o mais por uma **espiral** do que propriamente por círculo. Considero que uma vez que interpreto, compreendo, para então comunicar o visto (o entendido do fenômeno, o percebido, num movimento analítico-reflexivo), já não posso estar novamente no mesmo "lugar"; nesse movimento, estou constante e continuamente a reelaborar entendimentos que se fazem cada vez que me volto ao mesmo fenômeno, lembrando ser este perspectival. Mas, a perspectiva do mesmo não se dá apenas entre pessoas diferentes, mas também entre momentos diferentes que uma mesma pessoa possa se deparar com ele, sobretudo em vias de compreensão.

> Compreender não é um compreender melhor, nem de saber mais, no sentido objetivo, em virtude de conceitos mais claros, nem no da superioridade básica que o consciente possui com respeito ao inconsciente da produção. Bastaria dizer que, *quando se logra compreender*, compreende-se de um modo *diferente* (GADAMER, 1999, p. 444, grifos do autor).

Como aluna e professora que por muitos anos se valeu da pedagogia montessoriana para aprender e ensinar, as leituras e a prática com o método me eram comuns. Toda a base dessa perspectiva de ensino chegou em minha vida, fez-se presença e permaneceu presente, o que trouxe uma familiaridade, na qual deixei de me estranhar com as questões reflexivas e pertinentes, levando a uma caminhada inautêntica[12]. Agora, entranhada nas obras que a precursora dessa abordagem deixou, percebo que constituiu mais do que história, é "o acontecer específico da pre-sença existente que se dá no tempo. É esse acontecer que vale, como história, em sentido forte, tanto o 'passado' como também o 'legado', que ainda influi na convivência" (HEIDEGGER, 2005b, p. 184).

---

[12] Com base em Heidegger (2005a), o termo em destaque traz suportes existenciais e ontológicos em seu entendimento, o qual aqui foi aplicado por considerar que, imbuída de tal familiaridade, já não refletia acerca dos processos metodológicos que estava a aplicar. Frisando que a escolha desse termo não deve aludir à falta de valor à situação, mas sim de possíveis desvios dos sentidos originários do método montessoriano.

2.1 A PESQUISA EM MOVIMENTO

Direcionando-me para um trabalho teórico pautado na leitura guiada pela hermenêutica gadameriana, na tessitura da Teoria da Compreensão, de Gadamer (1999). Fundamento-me da premissa da hermenêutica filosófica tratada por Mondini, Mocrosky e Bicudo (2016), amparadas pelo estudo de alguns autores da área, com o intuito de uma "abertura mundana", ou seja, uma abertura para o mundo, para a compreensão.

Ao me dirigir às obras selecionadas da precursora do método (MONTESSORI, 1965; 1934a; 1934b), no intuito de buscar compreensões acerca da pergunta de fundo: "como a alfabetização matemática se mostra na obra montessoriana?", assento-me em Bicudo (1994; 2011b) para as análises que, segundo a fenomenologia, ocorrem em dois grandes momentos não estanques: análise ideográfica e análise nomotética. A primeira diz da análise pautada na individualidade das ideias expressas em cada uma das obras e a segunda refere-se ao encontro de generalização que visam a estrutura do fenômeno em estudo.

Iniciando o trabalho de análise, o caminho foi de ler, mais de uma vez os livros de Maria Montessori, para me familiarizar com o dito. A opção foi por analisar as obras por uma ordem cronológica de seus escritos, onde busquei destacar, na "voz" da autora, trechos dos escritos como elementos que respondessem a interrogação, denominados de Unidades de Significado (US). Enfatizando que esse responder não é um ato que finaliza o indagado, advém da espiral supraexplicitada, que também precisaram ser expostas para evitar que os recortes das citações não prejudicassem a compreensão do todo, bem como o porquê considerei que o trecho se aproximou de minha pergunta de fundo. Por esse motivo, organizei um quadro ideográfico (QI) para cada texto, no qual pudesse explicitar com maior clareza todo esse movimento.

Foram elaborados três QI (conforme o quadro 1 na sequência), os quais possuem todos um padrão de três colunas, sendo:

- A primeira trazendo US por meio de uma referência criada por mim, o que seria uma codificação para que posteriormente possa mencioná-la (por exemplo, quando coloco "L2.27", refiro-me à 27ª US do segundo livro analisado, "Psico-aritmética"). Junto dessa referência, encontra-se a citação do livro em questão com trechos sublinhados por mim, os quais mostram, de alguma forma, aproximações à interrogação. Ressalto o fato de colocar apenas a página em questão e não colocar a referência completa em cada citação para que não poluísse a escrita, assim, opto por apresentar o livro antes de cada QI e deixar a referência completa no final do presente trabalho, nas Referências.

- A segunda coluna trata do enxerto hermenêutico, lugar que resguardo para especificar aspectos gerais do método montessoriano e complementar com outras citações (da autora, que podem ser da mesma obra analisada ou de outras, como também algumas contribuições de seus seguidores; nessas duas últimas situações a referência é mostrada completa) que possam facilitar a compreensão do trecho destacado como US. Nesta coluna, eventualmente, há referências de aproximações entre as próprias US.
- A última coluna seria a articulação da US, isto é, minha explicitação de como se dá essa aproximação da "voz" de Montessori ao fenômeno da alfabetização-matemática-na-perspectiva-montessoriana.

QUADRO 1 - Exemplo de QI

US	Enxerto hermenêutico	US articulada
L1.7: "A criança, com os olhos fechados, <u>toca</u>, sucessivamente, as diversas faixas da tabuinha <u>e vai aprendendo assim a calcular as distâncias, de acordo com o movimento do braço</u>" (p. 116).	Este material pode ser chamado de tábuas de lixa, todas do mesmo tamanho com suporte de madeira retangular, que consiste em uma série de quatro tábuas: 1- tábua divida em dois, um lado com textura lisa (que pode ser a própria madeira envernizada, ou um papel que apresente lisura) e o outro com textura àspera, possibilitado pela fixação de uma lixa; 2- tábua com diversas faixas alternadas de liso e áspero (com os mesmos recursos da tábua anterior); 3- tábua com faixas que possibilitem a graduação do mais áspero ao menos áspero (indica usar tipos de lixa); 4- tábua com faixas de papel que mostram do menos liso ao mais liso. Para o uso desse material, Montessori indica a possibilidade de se vendar os olhos, mais informações no Apêndice 3.	A importância do tocar para estimular os sentidos (controle e refinamento) de seus próprios movimentos, bem como também estimular a estimativa desses movimentos.

Fonte: a autora (2019).

Essa análise prioriza aspectos individuais dos textos de Maria Montessori e de acordo com Bicudo (2011b, p. 104)

> Se expressam um momento de reflexão vivida no experienciado, atualizam todos os sentidos que contribuíram para que aquela fala falasse. Se não bastasse esse passado-presente, parece que toda fala cabe dentro de um todo de possibilidades que corre junto, como fundo estruturado e estruturante dos significados, para quem fala e para quem ouve.

Ao final do movimento de análise ideográfica, que originou os QI, cada um deles foi retomado, visando principalmente para as US e suas respectivas articulações. Assim, voltei a buscar significados, a estrutura do que foi articulado das obras, perguntando-me o que elas diziam, na intenção de destacar o que era nuclear em cada US, que neste estudo está sendo chamado de Ideias Nucleares (IN). Tais IN foram apresentadas no próprio quadro, marcadas com grifos em cinza, conforme quadro 2.

QUADRO 2 - Exemplo de QI com IN em cinza

US	Enxerto hermenêutico	US articulada
L1.7: "A criança, com os olhos fechados, toca, sucessivamente, as diversas faixas da tabuinha e vai aprendendo assim a calcular as distâncias, de acordo com o movimento do braço" (p. 116).	Este material pode ser chamado de tábuas de lixa, todas do mesmo tamanho com suporte de madeira retangular, que consiste em uma série de quatro tábuas: 1- tábua divida em dois, um lado com textura lisa (que pode ser a própria madeira envernizada, ou um papel que apresente lisura) e o outro com textura àspera, possibilitado pela fixação de uma lixa; 2- tábua com diversas faixas alternadas de liso e áspero (com os mesmos recursos da tábua anterior); 3- tábua com faixas que possibilitem a graduação do mais áspero ao menos áspero (indica usar tipos de lixa); 4- tábua com faixas de papel que mostram do menos liso ao mais liso. Para o uso desse material, Montessori indica a possibilidade de se vendar os olhos, mais informações no Apêndice 3.	A importância do tocar para estimular os sentidos (controle e refinamento) de seus próprios movimentos, bem como também estimular a estimativa desses movimentos. Sentidos físicos sustentam o conhecimento espacial da criança

Fonte: a autora (2019).

Essas IN, compreendidas como as primeiras convergências de tantas outras que podem ser feitas, inaugurando a transição entre análise ideográfica (individual) e nomotética (geral), que são apresentadas no mesmo QI para não perder a cadência do movimento analítico-reflexivo. Tais ideias, que não foram estabelecidas previamente, constituem o marco da análise nomotética, pois

> Indica o movimento de reduções que transcendem o aspecto individual da análise ideográfica. Esse termo vem de nomos, que diz da construção de leis de seu uso. Nas ciências empíricas se refere à normatividade ou às generalizações decorrentes do tratamento de dados fatuais e que são tomados como princípio, operando como lei. Fenomenologicamente, indica a transcendência do individual articulada por meio de compreensões abertas pela análise ideográfica, quando devemos atentar às convergências e divergências articuladas nesse momento e avançar em direção ao seguinte, quando perseguimos grandes convergências cuja interpretação solicita insights, variação imaginativa, evidências e esforço para expressar essas articulações pela linguagem. Solicita, enfim, compreensão da estrutura do fenômeno interrogado, tomando os individuais como casos de compreensões mais gerais que dizem agora de ideias estruturais concernentes à região de inquérito (BICUDO, 1994, p.42)

Para favorecer a compreensão do feito e das IN constituídas pela pesquisadora, no final de cada quadro, estas foram listadas e acompanhadas de uma síntese do que cada uma congrega na análise da obra em questão.

Dando continuidade à análise, saindo de aspectos particulares da "voz" de Maria Montessori (1965; 1934a; 1934b), o movimento foi de busca por generalizações, assim foi dada sequência ao segundo momento da análise, a nomotética, que visa mover aspectos gerais da manifestação do fenômeno, atenta à descrição das US estabelecidas anteriormente.

Ao todo foram evidenciadas 84 US, as quais evidenciaram 7 IN. Colocando todas essas IN lado a lado e retomando a pergunta pelo que elas diziam à luz da pergunta orientadora do estudo, estas possibilitaram novos movimentos de convergência, deixando cada vez mais em destaque caraterísticas básicas do fenômeno determinado. O que resultou da impossibilidade de novas convergências, revelam a estrutura do fenômeno, neste estudo chamado de categorias abertas: "abertas porque são dadas à compreensão e interpretação do fenômeno na região de inquérito investigada" (BICUDO, 1994, p. 22). Estão abertas e à espera de uma nova "volta" na espiral, para permanecer contínua e progressivamente a interpretar-compreender e comunicar, assim como aponta Bicudo (2011b, p. 58–59, grifo da autora),

> Fenomenologicamente, indica a transcendência do individual articulada por meio de compreensões abertas pela análise ideográfica, quando devemos atentar às convergências articuladas nesse momento e avançar em direção ao seguinte, quando perseguimos grandes convergências cuja interpretação solicita *insights*, variação imaginativa, evidências e esforço para expressar essas articulações pela linguagem. Solicita, enfim, compreensão da estrutura do fenômeno interrogado, tomando os individuais como casos de compreensões mais gerais que dizem agora de ideais mais estruturais concernentes à região de inquérito.

Abertas à interpretação, as categorias, neste estudo, foram discutidas no diálogo, á luz dos escritos de Montessori, com os escritos de pesquisadores que se dedicam ao tema e da literatura que abrange alfabetização matemática.

No capítulo três, o movimento analítico descrito será exposto em sua integralidade.

3 BIOGRAFIA DE MARIA MONTESSORI

Um dos principais nomes da Escola Nova[13], Maria Tecla Artemísia Montessori nasceu em 31 de agosto de 1870, em Chiaravalle, na província de Ancona, na Itália (GARCIA; MANDOLINI; MORETTI, 2019). Radicou-se em Roma, juntamente com sua família aos doze anos por ideia de seu pai com o intuito de propiciar-lhe melhores condições de estudo. Como apresentou clara aptidão às disciplinas de exatas, aos dezessete anos conclui o curso de Engenharia, contra vontade de seus pais, que alvitravam vê-la como professora, profissão mais aberta às mulheres da época (ALMEIDA, 1984). Três anos depois, graduou-se em Licenciatura de Física-Matemática, mas não atuou na área diretamente, talvez fosse uma tentativa de agradar seus pais; seguiu com seus estudos, diplomando-se também em Ciências Naturais aos 22 anos.

Mas, notoriamente possuía certa compreensão social e das minorias que a compunham, fato que, analisando sua trajetória, pareciam lhe inquietar. "As condições sociais, produto da nossa civilização, colocam evidentemente obstáculos no desenvolvimento normal do homem. Não foram criadas ainda para o espírito as mesmas defesas criadas para a higiene física" (MONTESSORI, [1950?], p. 15). Tocada pela falta de condições (sociais, de infraestrutura e saneamento) das crianças marginalizadas de Roma, segundo Almeida (1984), inscreve-se no terceiro ano do curso de "Medicina e Cirurgia", na Universidade de Roma (não foram encontradas evidências do porquê, mas ao que parece matricula-se já no terceiro ano como uma forma de aproveitamento das disciplinas que cursou anteriormente nos outros cursos). O motivo pelo qual a fez procurar pela medicina já aponta diretamente para o conceito de cuidado na fenomenologia, trazido "no sentido de ajuda, de estar junto com o outro, de solicitude, para que a *pre-sença* seja liberada na direção de tornar-se *sua cura*, isto é, para que seja também na dimensão ontológica" (BICUDO, 2011a, p. 91, grifo da autora). Essa aproximação à fenomenologia é indiretamente confirmada por Montessori Junior ([1984?], p. 21), quando afirma que sua avó nutria "profundo interesse pelo ser humano, tanto como ser social quanto como

[13] Conforme afirma Aranha (2006, p. 167), a "Escola Nova surge no final do século XIX justamente para propor novos caminhos à educação, que se encontra em descompasso com o mundo no qual se acha inserida. Representa o esforço de superação da pedagogia da essência pela pedagogia da existência. Não se trata mais de submeter o homem a valores e dogmas tradicionais e eternos, nem de educá-lo para a realização de sua 'essência verdadeira'. A pedagogia da existência volta-se para a problemática do indivíduo único, diferenciado, que vive e interage em um mundo dinâmico". Ferrière foi um dos precursores do movimento escolanovista, o qual teve muitos adeptos, dentre eles Maria Montessori, a qual aponta, por diversas vezes, aproximações à Claparede, Pestalozzi, Froebel e Tolstói, também pertencentes à mesma tendência educacional. Destaco o nome de John Dewey, que deu encaminhamento a essa tendência na América do Norte, bem como Lourenço Filho e Anísio Teixeira, aqui no Brasil.

participante de uma ordem ontológica fundamental", entre tantos outros trechos que fazem referência direta ou indireta a essa abordagem filosófica.

De acordo com Almeida (1984), seu ingresso na referida Universidade causa furor, haja vista que a academia ainda era um âmbito pensado para o público masculino, tanto na Itália como em muitos outros países no século XIX. Maria Montessori sofre muito por essa questão, mas não se deixa abater, mesmo com a oposição do diretor da faculdade e também chefe de gabinete do Ministério da Educação, Guido Bacelli. Seu pai, muito envergonhado com a situação, deixa de falar com a filha por longos anos. Mas, mesmo assim, ela seguiu resiliente, como acadêmica do curso que escolhera, uma vez que enfrentou o menosprezo e perseguição de colegas e professores (na contemporanidade poderíamos chamar o que sofreu de "preconceito de gênero"). Como não podia deixar de ser, preocupa-se com a situação da mulher, "já que ela estava ainda em situação de absoluta inferioridade diante dos homens, em diversos setores da sociedade. Durante sua permanência na Universidade de Roma deu inúmeras provas dessa preocupação" (ALMEIDA, 1984, p. 12).

Em 1896, gradua-se médica[14], finalizando o curso com um estudo sobre teses experimentais em psiquiatria: "Contributo clínico allo stúdio dele alucinazione a contenuto antagonistico". Logo no ano seguinte, é indicada como médica assistente na Clínica Psiquiátrica da Universidade de Roma (que na época comumente chamavam de manicômio, hospício, asilo, sanatório e/ou outras denominações, que já não são mais utilizadas), juntamente com Giuseppe Montesano[15] e Sante De Sanctis, onde sua função

---

[14] Ao contrário de muitas fontes utilizadas nesse estudo, que dizem que ela fora a primeira médica italiana, Francesco Mandolini (jornalista e relações públicas sênior na Fondazione Chiaravalle-Montessori) e Erica Moretti (historiadora, PhD em Estudos Italianos, atualmente desenvolvendo um projeto de livro que explora mudanças no pensamento pacifista na primeira metade do século XX na Europa, influenciadas pelo trabalho de Montessori), na "Jornada Internacional da Maria Montessori: uma vida dedicada à educação", realizada no dia 26/10/2019, afirmaram que os documentos oficiais italianos mostram que Montessori não foi a primeira médica formada na Itália, está entre as dez primeiras. Comentaram também ser essa uma informação realmente distorcida na academia e entre a comunidade montessoriana.

[15] Montessori, no início de sua carreira, manteve um relacionamento com o Dr. Giuseppe Montesano, que as referências biográficas não esclarecem se ele foi professor de Montessori ou se apenas trabalhou no hospital psiquiátrico consigo, mas independente disso, o que ficou claro é que não quis assumir o relacionamento com ela, uma vez que já havia se comprometido com outra mulher, mesmo depois de dizer-lhe que esperava um filho. Dr. Montesano, compromete-se em dar seu nome ao filho, contribuir financeiramente, mas jamais assumiu publicamente seu caso com Montessori ou o filho que teve com ela. Mario Montesano Montessori nasce por volta de 1898, secretamente, pois nem os pais da médica aceitam a situação da filha ser mãe solteira. Mario cresce num dos municípios da região metropolitana de Roma, sem saber quem são seus pais. Posteriormente, é colocado interno em um colégio até completar todos os seus estudos. Maria Montessori nunca deixou de visitar seu filho, não revelou que era sua mãe até que ele terminasse a Educação Básica, tudo indica que por medo de represálias e cortes nos fundos das pesquisas que coordenava. Mario, quando jovem, recebe bem a notícia de que Maria é sua mãe e passa a viver com ela. Anos mais tarde, torna-se seu braço direito e continuador do método de sua mãe, criando alguns institutos e associações com a mesma filosofia que o método propõe. Um de seus filhos, Mario Montesano Montessori Jr. também se torna um continuador e propagador do método; os descendentes permaneceram envolvidos em questões relacionados

seria visitar os hospitais psiquiátricos e selecionar os casos para a clínica (ALMEIDA, 1984). Esta experiência foi a mais marcante, e porque não dizer determinante, de sua carreira, pois a partir dela emerge a inquietação para com as crianças reclusas ao âmbito hospitalar, um ambiente que não recebia adaptações para recebê-las. Montessori (1983, p. 117) percebe que a atuação do adulto frente à criança também era de suma importância, "sem qualquer noção da importância da atividade motora da criança, o adulto limitou-se a impedi-la, como se ela pudesse ser causa de perturbações". Afirma que, em sua época, os estudos da psicologia apontavam que todo ser humano tem imperfeições, por conseguinte as estatísticas revelavam quantidade crescente de pessoas consideradas "loucas", criminosas e de crianças consideradas "difíceis", o que a fazia refletir acerca do "fenômeno da delinquência dos menores" (MONTESSORI, [1950?]) e os danos que desencaminham a humanidade. "O tempo passado com essas crianças lhe permite constatar que suas necessidades e seu desejo de brincar permaneceram intactos, o que a leva a buscar meios para educá-los" (RÖHRS, 2010, p. 13).

Mas, como eram selecionadas as crianças para a Clínica? Esta é uma questão muito polêmica, uma vez que sugere inúmeras interpretações das traduções que se têm acesso, pois se utilizam de termos para se referirem a tais crianças que aludem determinar como eram, como por exemplo: idiota (MONTESSORI, 1939; 1965), deficiente (MONTESSORI 1983; 1965. ALMEIDA, 1984), anormal (ALMEIDA, 1984), excepcional (MONTESSORI, 1965), de mentalidade inferior (MONTESSORI, 1965), débil (MONTESSORI, 1983; [1949?]) e retardada (MONTESSORI, 1965); conforme o relato de Montessori (1965, p. 27):

> Interessei-me pelas crianças idiotas recuperadas no próprio estabelecimento hospitalar. Nesta época, estando a organoterapia tireoidiana ainda em fase de desenvolvimento, as diferentes respostas clínicas obtidas com seu emprego solicitavam constante e cuidadosa atenção dos médicos para as crianças retardadas submetidas a essa terapêutica. [...] tive atenção voltada especialmente para o estudo das doenças da infância. [...] Foi assim que, interessando-me pelas crianças mentalmente deficientes, vim a conhecer o método especial de educação idealizado por Édouard Séguin.

Neste trecho, do livro "Pedagogia Científica", o tradutor utiliza a expressão "idiotas", "retardadas" e "mentalmente deficientes", o que restringe o quórum, mas não o determina; atualmente sabemos que existem inúmeras patologias, transtornos e síndromes que poderiam se encaixar nos termos utilizados. Nesse mesmo livro é utilizado também o

---

ao legado de Maria. (Informações obtidas mediante interpretações do livro de Talita de Almeida (1984) e da "Jornada Internacional da Maria Montessori: uma vida dedicada à educação", realizada no dia 26/10/2019, por Francesco Mandolini e Erica Moretti).

termo “excepcional”, que entre as décadas de 1980 e 1990, foi atribuído à Síndrome de Down, o que fez com que pessoas próximas a mim, que estudaram os livros de Montessori nesse período, interpretassem como sendo esse o público inicial de seu trabalho. Já em Almeida (1984), encontram-se registros de que poderiam ser também deficientes de ordem física, mas como não desenvolve a afirmação, não é possível apontar alguma justificativa.

Fez-se necessário, então, recorrer à história da psiquiatria, para que pudesse compreender como a saúde mental infantil era entendida na mesma época em que Montessori teve contato com as crianças na Clínica. Inoui e Brehm (2017, p. 983) expõem um parâmetro histórico interessante e esclarecedor:

> Historicamente, a psiquiatria levou muito tempo para distinguir distúrbios em crianças, sendo tardia a constatação para qualquer quadro de alterações de desenvolvimento. Porém, em 1867, Maudsley, um psiquiatra britânico, incluiu em seus estudos e pesquisas sobre patologias da mente em crianças, as quais denominou como “Insanidade no princípio da vida”, o que foi considerado um grande marco na história da psiquiatria infantil. Após vários estudos e pesquisas na Itália, em 1906, De Sanctis concluiu que algumas crianças portadoras de deficiência mental poderiam desenvolver sintomas psicóticos, enquanto que outras, sem mutações neurológicas e com desenvolvimento intelectual normal, também. Desse modo, entendeu-se que existe a associação de diferentes quadros clínicos sob o mesmo diagnóstico.

Levando em consideração de De Sanctis foi seu professor de psicologia[16] (bem como médico na Clínica onde ela era assistente) e entendendo que Montessori provavelmente congregava de suas ideias, compreendo que realmente não se pode afirmar quais eram as patologias específicas que Montessori atendeu, uma vez que o termo “deficiência mental” utilizado na citação acima (INOUI; BREHM, 2017, p. 983) aponta abranger diversas patologias. Há de se considerar o avanço da área da psiquiatria em determinar cada diagnóstico, hoje um campo bastante vasto, minucioso e, principalmente, cuidadoso até mesmo com as terminologias utilizadas, para não denotar quaisquer estigmas e/ou estereótipos. Por este motivo, a presente pesquisa não determina com exatidão quais eram as patologias com que Montessori teve contato, apenas expressa estudos primários, mas em observância à área da psiquiatria tomará o devido cuidado ao se referir às crianças atendidas na Clínica Psiquiátrica na Universidade de Roma, no referido período histórico.

Noto que os termos “deficiente”, “idiota” e “débil” foram os mais utilizados; para compreender o sentido das palavras escolhidas pelos tradutores das obras de Montessori, recorri à etimologia. Observo que as duas últimas apresentam proximidade. Sendo “idiota”

[16] Segundo Almeida (1984), após Maria Montessori participar do II Congresso Pedagógico de Nápoles, em 1904, é admitida na Faculdade de Letras e Filosofia, por intermédio de Nasi (Ministro da Educação Pública), na Universidade de Roma, onde De Sanctis foi seu professor de psicologia; assim como Antonio Labriola, Barzelloti e Ragnisco ensinaram-lhe Filosofia; e Credaro foi seu professor de Pedagogia.

proveniente do grego *idios*[17], em vias literais, "privado" ou "pessoal", mas com modificação na Grécia Antiga para *idiotes*, que definia pessoas que não exerciam cargos públicos ou pessoas "comuns"; com o passar do tempo e a popularização do termo, passam a ser considerados *idiotes* (ou idiotas, em português), aqueles com pouca inteligência. Já a palavra "débil", vem do latim *debilis*[18], contração de *de* e *habilis*, que seria "privado ou desprovido de habilidades". Dessa maneira, compreendo que realmente há uma referência indireta ao que diz respeito à mente e às questões possivelmente cognitivas. Mas, na história da psiquiatria se observa que houve um longo caminho para que pudessem determinar laudos e nomear cada caso; importante lembrar que as crianças e adolescentes destinadas aos hospitais psiquiátricos, nos primeiros anos de 1900 na Itália, eram aquelas com realmente alguma patologia específica que inspiravam cuidados médicos maiores, mas também aquelas consideradas difíceis de lidar e com comportamento ou aprendizagem fora dos padrões aceitos para o dado período histórico.

Maria Montessori (1965), no intuito de conhecer melhor os estudos já inaugurados na academia a respeito dos pacientes que atendia, desloca-se até Paris, em 1897, ao Bourneville Institute, permanecendo lá por três anos. Nesse instituto pôde conhecer e compreender os trabalhos de Jean Marc Gaspard Itard[19] e Édouard Séguin[20], ambos com trabalhos consolidados e reconhecidos, na época, na área da psiquiatria.

É necessário evidenciar que Itard foi discípulo de Dr. Philipe Pinel[21], famoso até mesmo na contemporaneidade, por diversos feitos em sua área. Um dos estudos desenvolvidos por Itard, ao qual Maria Montessori (1965) dá especial atenção, é o caso do

---

[17] Dicionário Etimológico. Disponível em: <https://www.dicionarioetimologico.com.br/idiota/> Acesso em: 17 out. 2018.

[18] Etimología. Disponível em: <http://etimologias.dechile.net/?de.bil> Acesso em: 17 out. 2018.

[19] Nasceu em 24/04/1774, em Oraison, no Vale de Durance, na França. Médico psiquiatra, considerado um dos pais da Educação Especial; conhecido pelo tratamento de uma criança encontrada em Aveyron (1801 – 1807) e também por ter descrito pela primeira vez o que hoje chamamos de Síndrome de Tourrette de uma de suas pacientes (1825). Morreu aos 64, em Paris, deixando tudo que tinha ao Instituto para Surdos-Mudos de Paris (TEZZARI, 2009).

[20] Nasceu em 20/01/1812, em Clarency, na França e morreu aos 68 anos em Nova Iorque, nos Estados Unidos; descende de uma família de médicos, mas estudou inicialmente Direito, para depois render-se à medicina como era o costume de sua família. Seu pai foi colega de Jean Itard, o que possibilitou seu contato imediato com este médico já famoso na época. Foi o primeiro a descrever o que hoje chamamos de Síndrome de Down, considerado o um dos pais da Educação Especial, principalmente para pessoas com deficiência intelectual. Foi também professor, pois criou um método para educar seus pacientes. Destacou a importância das noções, por meio de experiências perceptivas diretas (comparação de pesos, texturas, cores entre objetos, por exemplo) (TEZZARI, 2009).

[21] Nasceu em 1745 e morreu em 1826 na França. Médico respeitado, muitos autores atualmente atribuem a Pinel a primeira reforma na psiquiatria, pois por volta do ano de 1792 reorganiza o espaço dos internos no hospital psiquiátrico que trabalhou, assim como também procurou formas mais humanas de tratá-los (PORTAL EDUCAÇÃO. Quem foi Philippe Pinel e Esquirol. 05 fev. 2013. Disponível em: <https://www.portaleducacao.com.br/conteudo/artigos/educacao/quem-foi-philippe-pinel-e-esquirol/32125> Acesso em: 15 nov. 2017).

"Selvagem de Aveyron", onde ele dedicou cuidados a uma criança, que hoje seria considerada deficiente intelectual; Montessori observa ser ele um dos primeiros a por em prática a observação ao estudante, aspecto esse que ela se propõe a incutir em suas experiências, pois afirma que ele deduz "*uma série de exercícios capazes de modificar a personalidade*, corrigindo defeitos que mantinham determinados indivíduos em estado de inferioridade" (MONTESSORI, 1965, p. 29, grifo da autora). Mas, aponta que Séguin, o qual se baseou em Itard por ter sido seu aluno, é quem detém o mérito de ter completado todo um método educativo para crianças e adolescentes com deficiência intelectual, com rico material manipulável e preocupação com a formação de professores, que ia além de meros conhecimentos e sim de uma conduta sedutora aos estudantes.

A doutora abriu frente de pesquisa maior ao método especial desenvolvido por Séguin, chamado de Método Fisiológico, o qual preconiza o estudo da atividade motora, para condições como surdez, paralisia, deficiência intelectual, raquitismo, entre outras. (MONTESSORI, 1965). Montessori comenta ainda que ele não fora compreendido por seus contemporâneos, uma vez que foi pouco citado nas publicações análogas a sua. O método que ele criou, ao que parece, ficou de lado, haja vista que afirma que nas escolas regulares, que recebiam crianças de inclusão, intentavam ensiná-las com o método igual às das demais, ditas "normais", fato este que há tempos Séguin havia demonstrado não ser eficiente.

> Notei o desejo de todos os professores, tanto em Paris, quanto em Londres, de conhecer novas experiências, de estudar novos rumos, pois o fato enunciado por Séguin, isto é, que, realmente, era possível educar os deficientes aplicando os seus métodos, permanecia praticamente no terreno das quimeras. (MONTESSORI, 1965, p. 31).

Aos olhos da autora parece evidente o motivo, pois os professores nivelavam-se às crianças, e aplicavam métodos de ensino que não permitiam flexibilidade curricular e adequações metodológicas condizentes às condições de cada uma. Por esse motivo, participa do Congresso Pedagógico de Turim, em 1898, defendendo a tese de uma educação moral, pois notara que o problema acometido pelas crianças e adolescentes da Clínica "era mais de ordem *pedagógica* do que médica" (MONTESSORI, 1965, p. 27, grifo da autora), algo bastante novo para a época, o que fez com que sua ideia fosse rapidamente divulgada, tanto na área médica, quanto na área educacional. Depois desse feito, dedicou alguns anos à formação das crianças e adolescentes com deficiências e orientou os professores que com eles também lidavam. Nota-se que Maria Montessori, percebeu-se criando uma nova maneira de ensinar, apesar de encontrar registros em que comenta não ter criado um método (MONTESSORI, 2004, GARCIA; MANDOLINI; ERICA, 2019), que continha princípios de uma educação mais racional (pois tornava a mentalidade suscetível ao desenvolvimento) do que aqueles que vinham sendo aplicados nas escolas, algo comentado por ela mesma no livro "Pedagogia Científica" (1965, p. 28), e prossegue afirmando que: "pouco a pouco adquiri a certeza de que métodos semelhantes, aplicados às crianças normais, desenvolveriam suas personalidades de maneira surpreendente".

Os estudos e experiências de Montessori junto às crianças e adolescentes internas no hospital psiquiátrico foram além de Itard e Séguin, no sentido de dar aos pacientes a possibilidades de se alfabetizar, não somente em sua língua materna, mas também cientificamente e matematicamente. Tendo seus fundamentos consolidados em ambos os autores e construindo compreensões crescentes acerca da motivação espontânea dos estudantes para com a aprendizagem. Encontrei em seus escritos direta aproximação aos construtos de Pestalozzi[22] e Froebel[23], sempre de forma crítica, mostrando novas formas de trabalho com as crianças. Neste último, ela pôde estudar o material manipulável que criara, uma vez que ele se dedicou à atividade manual. Já nos escritos de Pestolozzi, estabelece relação de profundo estudo às questões íntimas do ser.

> La grandeza de Pestalozzi radica en haber "vislumbrado" el alma del niño que obra "por sí solo" haciendo "progresos gigantescos", y en haber experimentado la impotencia del "adulto" respecto a la fuerza que "iba por sí sola". Fue sólo un episodio en la vida de Pestalozzi, "un relámpago que deslumbra y se desvanece", un intento prodigioso cuyos resultados eran independientes y que le habría arredrado de no haber estado ciego: "No sé ni llego a comprender como pude lograrlo". (MONTESSORI, 1939, p. 18).

O que denota que buscava leituras que tendessem a um olhar mais apurado à autonomia e à humanização dos processos educativos, buscando considerar cada educando

[22] Johann Heirich Pestalozzi (1746 – 1827) nasceu em Zurique (Suíça), com ascendência italiana. Inicia sua vida na carreira eclesiástica e depois como agricultor, mas não obtém sucesso. Alcançou notoriedade após publicar alguns livros e lecionar em classe elementar (o que na contemporaneidade chamamos de Ensino Fundamental), possibilitando que criasse alguns métodos, pontuando suas influências no trabalho de Herbart. Destaque se dá ao método intuitivo, como o próprio nome sugere, contava com a intuição das crianças ao lhes proporcionar a observação e reflexão do fenômeno que suas atividades mostravam. "A percepção, para Pestalozzi, tem um sentido global e não se restringe apenas à percepção sensorial. Além dos sentidos, ela atinge o intelecto e o sentimento. A razão, o sentimento e os sentidos devem ser estimulados simultaneamente. Todas as capacidades interiores se interagem organicamente e precisam ser estimuladas simultaneamente para ocorrer o desenvolvimento integral e harmonioso do ser." (BARROS et al., 2016, p. 621 – 2).

[23] Friederich Froebel (1782 – 1852), alemão, professor universitário que se destacou na área da educação por expor a experiência de crianças em trabalhos práticos, abrindo espaço para que criasse o "jardim de infância" (Kindergarden, em sua língua materna), lugar que propiciava às crianças, em idade que corresponde a nossa Educação Infantil, autonomia de se autoperceberem participantes do meio. Para que esse ideal fosse possível criou alguns brinquedos e jogos que pudessem favorecer a ação e observação infantil (PILETTI; PILETTI, 2006).

como ser único e capaz de evoluir por meio de seus próprios esforços. Ideia esta que dialoga com Heidegger quando discorre sobre pre-sença:

> [...] a pre-sença se compreende em seu ser, isto é, sendo. É o próprio deste ente que seu ser se lhe abra e manifeste com e por meio de seu próprio ser, isto é, sendo. *A compreensão do ser é em si mesma uma determinação do ser da pre-sença.* O privilégio ôntico que distingue a pre-sença está em ser ela ontológica. (HEIDEGGER, 2005a, p. 38, grifo do autor).

A observar a quantidade de congressos que é convidada a participar e honrarias que a doutora ganha ao longo de sua vida, pude presumir que seus feitos eram reconhecidos em meio acadêmico. Segundo Almeida (1984), a partir de sua participação nos Congressos Ortofrênicos de Londres e Paris, é convidada a dirigir a Escola Ortofrênica, onde se une aos colegas da escola nas pesquisas acerca da criança considerada anormal na época. Fruto dessa investigação surge o "Método de Classificação dos Deficientes", com base nos trabalhos de Itard, Séguin e do próprio Bourneville (o qual esteve à frente do instituto que levou seu nome e que Montessori trabalhou por um tempo), a partir das análises dos métodos empregados para a educação dos sentidos físicos (tato, olfato, paladar, visão e audição).

Apesar de ir além de seus precursores, Montessori não deixa de enfatizar uma frase de Séguin: "Conduzir a criança como que pela mão, partindo da educação do sistema muscular à do sistema nervoso e dos sentidos" (SÉGUIN – não há a devida referência ao autor em questão –, apud MONTESSORI, 1965, p. 34), frase esta que se encontra incutida no método que a médica cunhou. Na leitura do método como um todo, nota-se aproximação da educação dos sentidos à função essencial da percepção para Merleau-Ponty (1999, p. 40) "que é a de fundar ou de inaugurar o conhecimento, e a vemos através de seus resultados".

Quando atendeu os pacientes da Clínica de forma mais pedagógica pode constatar que dar-lhes liberdade e espontaneidade, de certa forma, os acalmava e disciplinava naturalmente, no sentido de se compreenderem num coletivo e em um ambiente que os instigava a entender como agir de forma funcional e saudável.

> Tanto o gênio quanto o mais comum dos indivíduos deve ter certas funções estabilizadas "normalmente", deve ser psiquicamente sadio.
> As crianças comumente conhecidas (instáveis, preguiçosas, desordenadas, violentas, teimosas, desobedientes, etc.), são "funcionalmente doentes" e podem sarar seguindo uma forma higiênica de vida psíquica, isto é, podem "normalizar-se" parecendo então com essas crianças disciplinadas que se revelaram a princípio trazendo tanta surpresa. Nessa normalização, as crianças não parecem "obedientes a um professor que as instrui e as corrige", mas encontram ajuda nas leis da natureza, isto é, voltam a funcionar normalmente e assim podem revelar ao exterior aquela espécie de **fisiologia** que, como para o corpo, **tem lugar**

> **dentro**, no labirinto complicado dos órgãos da alma. (MONTESSORI, [1950?], p. 35, grifos da autora).

O termo "normalização" tornou-se muito comum no método montessoriano, mas nem sempre compreendido em sua essência; numa década onde pessoas/crianças poderiam ser referidas como "anormais", Montessori deu provas que poderia educa-las de maneira que pudessem atingir o mais próximo possível da "normalidade" dos demais. Esse ato mostra o quanto cuidou para que as crianças da Clínica pudessem sair da fatia dos marginalizados, rumando para uma ressocialização dos mesmos, mostrando-lhes o quanto eram capazes de ações do cotidiano e de aprender um ofício. A normalização foi aos poucos considerada como "disciplina ativa" e também como "disciplina espontânea", uma vez que sugere ao indivíduo um autopertencimento e uma responsabilidade com quem e com aquilo que o cerca (MONTESSORI, 1965; [1950?]; 1983; [1949?]; 2004; 2003; 2015).

Considera-se pertinente comentar que, segundo Almeida (1984), na Clínica do Hospital Psiquiátrico, as crianças e adolescentes recebidas eram consideradas incapazes de aprender, no entanto, receberam a educação por meio de métodos especiais; como Montessori as via em constante progressão cognitiva e social, passou a se dedicar ao estudo da pedagogia. Aplicou neste grupo, que agora além de pacientes também eram estudantes, novas experiências, utilizando algo mais original que lhes permitissem avançar em conteúdos escolares, fato este que seus antecedentes ainda não haviam feito. Foi permitido que seu grupo prestasse o exame nacional[24], como as demais escolas públicas, e seu êxito foi tamanho que cogitou estender o que criara às escolas regulares também.

Por volta de 1904, quando obtém a "Livre Docência em Antropologia", torna-se professora dessa mesma disciplina na Faculdade de Ciências Físicas, Matemáticas e Naturais, da Universidade de Roma, mantém também um consultório particular e o trabalho em clínicas e hospitais públicos. Notadamente, apesar de estar bastante atarefada, "sua grande preocupação é ainda o problema educacional e, até 1906, aprofunda suas pesquisas pedagógicas que incluem agora, também crianças normais" (ALMEIDA, 1984, p. 16).

Como o trabalho de Maria Montessori estava em evidência, recebeu a oportunidade de ter um espaço só seu num bairro pobre de Roma, San Lorenzo, encarregando-se da educação das crianças da comunidade, inicialmente entre 3 e 7 anos. Funda, então, a "Casa dei Bambini", em janeiro de 1907; logo perceberia a importância

---

[24] Exame de larga escala, com o intuito de aferir o nível educacional das instituições de ensino, naquela época, em Roma.

social e pedagógica de sua instituição (MONTESSORI, 1965). Foi sua primeira escola e percebo que um grande marco para o método, pois ali pode mostrar à sociedade que independente da condição física, psíquica, econômica ou social, a criança é capaz de aprender se tiver oportunidades e estímulos, demonstrando imenso respeito à criança e ao seu ritmo de aprendizagem, considerado por ela também como "vida interior" por tratar de um fator deveras íntimo, que se mostra por meio da necessidade.

> Pode-se dizer que a idade infantil é uma idade de "vida interior" que conduz ao engrandecimento, à perfeição; e o mundo externo tem valores somente enquanto oferece meios necessários para atingir o fim da natureza. Por isso a criança não deseja nada mais que as coisas que se adaptam às suas necessidades, e as usam só com as finalidades que reconhecem como úteis aos seus objetivos. (MONTESSORI, [1950?], p. 36).

A primeira medida que toma ao receber a possibilidade de atuar com crianças ditas "normais", na época, é estudar o ambiente que as outras escolas propunham, que no caso seria a completa imobilidade (já que as carteiras eram fixas ao pavimento e não havia liberdade de "ir e vir" para os educandos) para que a aprendizagem pudesse ocorrer, fato esse que parece lhe remeter à forma como os internos do hospital psiquiátrico ficavam; o que Montessori fez a respeito? Exatamente o contrário! A Casa dei Bambini foi toda pensada para as crianças (em oposição ao hospital psiquiátrico e às escolas da época), com móveis pequenos e leves (a ponto de uma criança de quatro anos, por exemplo, poder transportar sua própria cadeira), estantes e prateleiras acessíveis aos seus olhos, materiais que estimulassem a educação sensório-motora – tudo planejado e encomendado por ela, condizentes com o público que receberia – em um ambiente amplo, preconizando todos os outros princípios que concebia como fundamentais numa educação. Tudo isso em especial atenção ao modo como Montessori ([1950?], p. 67 – 68) concebia o ambiente:

> Parece pois "natural ao homem" que a criança comece por absorver o ambiente completando com o seu trabalho, com as experiências gradativas sobre o ambiente que a circunda, o seu desenvolvimento infantil. É com absorção inconsciente e depois com atividades sobre as coisas externas que ela nutre e desenvolve sua qualidade humana. Ela constrói-se, forma suas características, alimentando seu espírito. [...] Um dos trabalhos mais urgentes na reconstrução da sociedade é a reconstrução da educação que deve ser feita, dando à criança um ambiente preparado para sua vida.

Esse é um dos pilares da abordagem montessoriana, o qual se configura como base para a sua correta aplicação, sendo esse um tema abordado em diferentes obras da autora (MONTESSORI, 1965; 1983; [1949?]; [1950?]; 1939; 2004). Na contemporaneidade noto que o ambiente com móveis adaptados à faixa etária foi algo bem aceito e inclusive incorporado pela maioria das instituições de ensino que atendem crianças, no entanto, nem sempre reconhecem e referenciam a origem dessa ideia. Já na área da arquitetura residencial e de design de interiores, observo grande popularização do ambiente montessoriano refletido nos quartos infantis, evidenciando sua idealizadora, uma vez que esse planejamento de espaço recebeu o nome que se remete diretamente a ela: "quarto montessoriano", mostrando que a arquitetura teve o cuidado de pesquisar os fundamentos e benefícios desse princípio, estimulando que seus clientes busquem também conhecer mais da abordagem criada por Maria Montessori.

O referido ambiente escolar, como dito anteriormente, fora minuciosamente pensado para que as crianças aprendam a se mover e a adquirir controle e habilidade de seus próprios movimentos, bem como a autonomia de agir e pensar por si mesma. Isso provoca liberdade em diversos aspectos, a qual é considerada um dos princípios do método criado, em consonância com o ambiente.

> Sua liberdade deve ter como limite o interesse coletivo, e como forma aquilo que denominamos educação das maneiras e dos gestos. Devemos, pois, interditar à criança tudo o que pode ofender ou prejudicar o próximo, bem como todo o gesto grosseiro ou menos decoroso. Tudo o mais – qualquer iniciativa, útil em si mesma ou de algum modo justificável – deverá ser-lhe permitido; mas deverá igualmente ser observada pelo mestre; eis o ponto essencial. [...] Segundo nossa metodologia, deverá [o professor] ser mais "paciente" que "ativo"; e sua paciência se alimentará de uma ansiosa curiosidade científica e de respeito pelos fenômenos que há de observar. É necessário que o mestre entenda e viva seu papel de observador. (MONTESSORI, 1965, p. 45 – 46).

Liberdade esta que não envolve o sentido de livrar ou liberar. Não se trata apenas de um princípio para a sala de aula e sim uma compreensão que a autora traz e que se desvelou pouco a pouco em sua trajetória acerca do objetivo da educação como um todo. A autora costumava estudar e explicitar ao máximo a cada princípio que enumerava, mostrando que não se tratava apenas de uma mera regra a ser seguida e sim com caráter de missão dos educadores que porventura adotassem sua metodologia.

> Ou a educação contribui para um movimento de libertação universal, indicando o modo de defender e elevar a humanidade, ou tornar-se-á semelhante a um órgão que se atrofiou por não ter sido usado durante a evolução do organismo. [...] Creiam-me, as tentativas da assim dita educação moderna, que procuram simplesmente livrar as crianças das supostas repressões, não são o melhor caminho. Deixar o aluno fazer aquilo que quer, diverti-lo com leves ocupações, leva-lo quase a um estado de natureza selvagem, não é o suficiente. Não se trata de "liberar" algumas leis, é preciso **reconstruir** e a reconstrução requer a elaboração de uma "ciência do espírito humano". É um trabalho paciente, um trabalho feito de pesquisas, para o qual devem contribuir milhares de pessoas que se dedicam a esse intento. (MONTESSORI, [1950?], p. 19, grifo da autora).

Percebe-se uma valorização da discreta, porém sensível e delicada ação docente, pautando-se, não somente, mas principalmente, na observação; essa postura assumida pelo educador reflete diretamente em como Montessori concebe a aprendizagem, uma vez que aponta ser esta postura esperada também para os estudantes. “Alguns de seus raciocínios revelam um acúmulo de observações, uma espécie de ‘pedra de toque’ que nós [adultos] não possuímos. Elas *confrontam* as coisas exteriores com as imagens que estão fixadas em seu espírito, externando apreciações de surpreendente exatidão” (MONTESSORI, 1965, p. 164, grifo da autora).

Pautada nos estudos de Itard, a doutora propõe a educação dos sentidos, no intuito de formar homens observadores. Desde tenra[25] idade recomenda instigar seus sentidos para preparar o indivíduo para sua própria atuação no ambiente (não somente o escolar, mas para todos que porventura frequente), como uma forma de conscientização/compreensão. Tal educação dos sentidos se dá por meio de três eixos externos: o professor com atuação discreta e atenta, o ambiente preparado como supracitado, bem como um material que Montessori (1983) chama de científico, que possibilita ao estudante a análise não só de seus movimentos, mas a experiência da ordem e do conhecimento envolvido em cada um desses materiais manipuláveis. Apesar destes eixos serem denominados externos, o método preconiza muito a personalidade e o espírito humano. Portanto, a análise indireta que propõe em seus escritos sobre a palavra “sentido”, vai além das percepções físicas (tato, olfato, paladar, visão e audição), transcende para o ser, num viés de pacificador. Uma[26] vez que viveu e sofreu as consequências políticas da segunda Guerra Mundial, por isso considera a paz como fator essencial e que perpassa os princípios que regem seu método; em um ambiente com diversidade de pessoas/ideias, acredita-se que devem ser ensinados a conviver com respeito e compreensão às diferenças. “Devemos organizar nossos esforços para a paz e prepara-la [a criança] cientificamente por uma educação que indique o novo mundo a conquistar: o do espírito humano” (MONTESSORI, 2004, p. 52). Essa forma de pensar infere maior sensibilidade ao ato de educar.

> Estou persuadida de que é a própria criança que deve ser o pivô de sua educação. Ao dizer criança, não estou me referindo à criança como as pessoas a veem habitualmente, mas principalmente a sua alma profunda, vista de uma perspectiva sem precedente. (MONTESSORI, 2004, p. 102).

---

[25] Considero necessário esclarecer o uso deste termo, haja vista que Maria Montessori utiliza muito em seus livros e acabo por me utilizar também em alguns momentos do texto. Como não há uma definição expressa do termo, fiz uma análise contextual daquilo que ela escreve e percebi que está sempre sendo relacionado/utilizado como um sinônimo de “pouca idade”.

[26] Deste ponto do texto até o findar do próximo parágrafo tratam-se de um trecho, na íntegra, do trabalho de minha autoria com Luciane Mocrosky e Fabiane Mondini, intitulado “Iniciação à álgebra: uma proposta pedagógica na perspectiva Montessoriana”, apresentado no VI Simpósio Nacional de Ensino de Ciências e Tecnologia (SINECT) e presente nos Anais, em 2018. Disponível em: <http://www.sinect.com.br/2018/selecionados.php> Acesso em: 13 dez. 2018.

Todo esse estudo, pautado na especificidade do ser, dialoga com a postura científica que Montessori propõe que seja possibilitada aos estudantes, que se sintam capazes de, por meio de uma experiência sensorial, vivenciarem descobertas e por esse viés motivador busquem mais a respeito. Crescendo num meio que propicie cada vez mais o envolvimento do seu ser com o conhecimento.

Desse modo, estabelece mais dois princípios: a individualidade e a atividade. O que me dá suporte para compreender, e retomar ideia já citada nesse texto, que seu método é todo construído sob a luz do cuidado, de si e do outro. O que comunga diretamente com o estudo da fenomenologia, onde o filósofo Heidegger discorre acerca da cura e da preocupação: “A condição existencial de possibilidade de ‘cuidado com a vida’ e ‘dedicação’ deve ser concebida como cura num sentido originário, ou seja, ontológico” (HEIDEGGER, 2005a, p. 265). Como também versa e complementa Hastenreiter (2011, p. 51):

> O estar-aí é estar-no-mundo como cuidado, isso quer dizer que o ser humano só existe no mundo e ele é cuidado, mesmo na impropriedade. O cuidado é uma condição prévia do Ser, o que não quer dizer que ser cuidado já seja uma forma autêntica, correta de vida, pois na inautenticidade o cuidado também está presente. O cuidado se refere a si mesmo e ao mundo, à vida em geral.

Na perspectiva do conceito de estar-aí, Montessori utiliza-se da educação dos sentidos, que envolve quase todos os pilares do método, possibilitada pela utilização de materiais manipuláveis criados por Séguin e Froebel, bem como a criação de um grande arsenal de novos materiais, os quais foram criados pouco a pouco, provenientes de sua atenta observação das necessidades de seus educandos, isso se deu a partir de 1899, na clínica psiquiátrica (MONTESSORI, 1965; ALMEIDA, 1984).

Há notória valorização da educação dos sentidos em seu método. Mas, por quê? A resposta se mostra ligada aos seus antecedentes, na área médica, uma vez que de lá vem seus primeiros contatos com esse estudo; primeiramente, cita algumas vezes leituras que fez de De Vries (sem fazer referência direta a uma publicação específica ou o ano em que ele apresentou suas investigações), pesquisador que primeiro identificou os períodos sensíveis nos animais. Com base fortemente solidificada nesse autor e em Séguin e Froebel, Montessori (1983; [1949?]; [1950?]; 1934a; 1934b; 1939; 1965; 2015) expõe suas compreensões a respeito da educação dos sentidos em quase todos os seus livros corroborando sua importância na abordagem que desenvolveu. “Os primeiros órgãos que começam a funcionar são os sensoriais, e a criança normal absorve tudo, ainda não distinguindo cada som, cada objeto; primeiro ela apreende o mundo, depois ela o analisa”

(MONTESSORI, 2015, p. 53). Considera como a primeira conquista da criança a utilização de seus próprios sentidos, evidenciando ser uma atividade psíquica e uma etapa importante.

> O crescimento não é um processo vago, uma fatalidade hereditária inata nos seres vivos, mas um trabalho minuciosamente orientado por instintos periódicos, ou passageiros, que servem de guias porque impelem a uma atividade determinada, a qual por vezes difere de maneira evidente da atividade do indivíduo em estado adulto. [...] A criança realiza suas aquisições nos períodos sensíveis, que se poderiam comparar a um farol aceso que ilumina interiormente, ou a um campo elétrico que ocasiona fenômenos ativos. [...] Cada esforço é um acréscimo de poder. O torpor da indiferença, a fadiga, só ocorrem depois que a aquisição foi completada no período sensível.
> E quando uma dessas paixões psíquicas se esgota. Outras se ascendem, de modo que a infância passa de conquista em conquista, numa contínua vibração vital. (MONTESSORI, 1983, p. 52-54).

Montessori incorporou estudos advindos da psiquiatria e psicologia para seu método no intuito de provocar os estudantes a avançar não apenas em conteúdos formais da escolarização, mas que pudesse também progredir psíquica e espiritualmente, sendo os sentidos a via de contato com o ambiente e a mente (MONTESSORI, [1949?]). E é na educação dos sentidos que almeja imprimir e estimular a atividade, outro princípio do método, o qual veio a contrapor sua observação de que as crianças eram impedidas de se manter em atividade durante sua estada no hospital psiquiátrico ou nas escolas.

Como o ambiente que planejou era todo proporcional às crianças, somado ao material meticulosamente estudado e preparado disposto de forma livre, suscitavam a elas a ânsia por tocar e se apropriar do funcionamento de cada elemento, pois afirmou que "a criança precisa de um ambiente que lhe dê motivos de atividade, porque ulteriores desenvolvimentos psíquicos devem suceder nesta época formativa" (MONTESSORI, [1949?], p. 142). Atividade essa que tem por finalidade provocar não só o interesse e a curiosidade, mas também a autonomia dos estudantes, para que busquem espontaneamente por atividades, observando a satisfação que lhes dá em cumprir sozinhos com a proposta. Esse princípio encontra-se diretamente imbricado a outro, a independência, a qual é bem evidenciada, devido a seu grau de importância.

Levando em consideração que o bebê nasce em completa dependência de seus responsáveis, Montessori pontua a conquista da independência infantil acontece de acordo com seu próprio desenvolvimento, uma vez que lhe confere, aos poucos, subsídios para agir por si mesmo. E, cada vez mais, condenando a atitude servil do adulto em suas atividades. "Quem é *servido*, em vez de ser *ajudado*, está, em certo sentido, *lesado* em sua independência. [...] Para ser eficaz, uma atividade pedagógica deve consistir em ajudar as crianças a avançar no caminho da independência" (MONTESSORI, 1965, p. 52, grifos da autora). Tal ação servil do adulto pode denotar um cuidado/uma preocupação para com a criança/o estudante, no entanto,

> [...] Ela [a preocupação] pode, por assim dizer, retirar o "cuidado" do outro e tomar-lhe o lugar nas ocupações, *substituindo-o*. Essa preocupação assume a ocupação que o outro deve realizar. Este é deslocado de sua posição, retraindo-se, para posteriormente assumir a ocupação como algo disponível e já pronto ou então se dispensar totalmente dela. Nessa preocupação, o outro pode tornar-se dependente e dominado mesmo que esse domínio seja silencioso e permaneça encoberto para o dominado. Essa preocupação substitutiva, que retira do outro o "cuidado", determina a convivência recíproca em larga escala e, na maior parte das vezes, diz respeito à ocupação do manual. (HEIDEGGER, 2005a, p. 173 – 174, grifo do autor).

Em relato de uma situação vivida e analisada pela doutora ela comenta que parecia que as crianças lhe diziam: "Quero bastar-me a mim mesmo, não me ajudem" (MONTESSORI, [1949?], p. 143) frase esta que se tornou a máxima de seu método, denotando que o docente deveria proporcionar aos discentes possibilidades de agir sozinhos, o que não quer dizer que o professor não lhes ensina nada, por este motivo, faz-se necessário mostrar sua variação: "Ajudem-me a fazer sozinho" (MONTESSORI, 1983, p. 232), que acabou por se popularizar exatamente por indicar que o adulto preparado pode proporcionar essa independência que a criança parece solicitar.

A Casa dei Bambini, notória até os dias atuais por todos que conhecem a obra da doutora, não foi apenas uma, pois em abril, do ano seguinte (1908) da primeira Casa, inaugurava-se seu segundo espaço, no bairro operário Vila Solari, de Milão, com o mesmo nome, sob a direção de Anna Maccheroni, que colaborara muito na anterior, de Roma. Durante este ano muitas outras foram fundadas Itália afora.

Em 1909, devido ao crescente número de escolas a adotarem o método que desenvolveu, sentiu necessidade de publicar "Il metodo dela pedagogia scientífica", que trata de suas teorias e experiências; rapidamente se populariza e chama atenção em diversos países. Importante se faz frisar que somente em 1911 começa a experimentar a ampliação do método para além das alfabetizações, que era o que tinha até o momento, precisou de três anos para elaborar compreensões acerca da continuidade da escolaridade a partir de seu método (ALMEIDA, 1984), que noto que vem se fazendo ao longo de sua experiência vivida. Inicia, em 1913, a formação de professores para atuarem em classes montessorianas com bastante rigidez, haja vista que queria professores diferentes daqueles da tendência tradicional de ensino, pois afirmou que

> nem instrução, nem ameaças, nem prêmios, nem castigos, são permitidos. A professora deve manter-se silenciosa e quieta, numa expectativa paciente, quase se retraindo para anular a própria personalidade, para que o espírito da criança

> possa ter campo onde se expandir livremente. [...] Devemos ter presente que o fenômeno da disciplina interior é algo que deve cumprir-se, não o que quer que seja preexistente. A nossa finalidade é guiar no caminho da disciplina. A disciplina nascerá quando a criança concentrar a sua atenção no objeto que atrai e permite não só um útil exercício, mas a verificação do erro. [...] Só quando a professora adquiriu um poder de discriminação pode tornar-se observadora e guia. (MONTESSORI, [1949?], p. 218-219).

Seus cursos para professores foram ministrados em diversos países, os quais acabaram implantando seu método pedagógico em suas nações. Um deles foi o Estados Unidos, onde proferiu palestra e organizou um grupo de interessados em suas ideias, na década de 1910, na presença de Graham Bell, Thomas Edison, Helen Keller e John Dewey, em demonstração de apoio e admiração. Na década seguinte, o grupo se rompe com a publicação de críticas negativas de William Heard Kilpatrick (1914), seguidor de Dewey. Somente em 1960, funda-se em definitivo a American Society Montessori (AMS), por Nancy McCormick Rambusch, uma das alunas de Montessori.

Apesar das ideias de Montessori serem difundidas em solo italiano na época, com o fim da I Guerra Mundial, quando se torna um país fascista, sob a direção de Benito Mussolini, a liberdade dos italianos começa a se esvair e algumas escolas montessorianas começam a fechar. Mas, Mussolini, com a finalidade de não contrariar tanto seu povo, convida Montessori para uma entrevista, na qual ela se mantém reservada; conversa/entrevista essa que resultou na permissão para o funcionamento de suas escolas (ALMEIDA, 1984). Em 1926, quatro anos após tal conversa com o líder fascista, vê-se obrigada a sair de sua pátria acompanhada de seu filho, uma vez que Mussolini começa a impor barreiras ao prosseguimento de suas pesquisas. Permanece na Holanda por um tempo e em 1929 funda a Association Montessori Internacionale (AMI), na intenção de resguardar seu legado e promover, entre outras atividades, congressos e formações de professores.

Recebe a solidariedade de diversas pessoas públicas da época, uma delas Mahatma Gandhi, que se considerava admirador de seu trabalho, com quem se encontra pessoalmente na década de 1930. Década esta marcada por muitos acontecimentos determinantes. Mussolini volta a aparecer em sua vida ao se utilizar de seu prestígio internacional para propaganda política, fato este repreendido por Montessori e em represália ele ordena que todas as instituições italianas que utilizam seu método sejam fechadas. A Alemanha nazista também proíbe escolas com essa metodologia, por não estar de acordo com as teorias de seu ditador (ALMEIDA, 1984). Passa, então, a viver em Barcelona, onde rende frutos acadêmicos, a publicação de livros importantes para a compreensão da Matemática em seu método, por exemplo, e sua participação em muitos congressos internacionais.

Com a chegada da Guerra Civil Espanhola, Montessori encontra-se presa no país, mas Rei George VI, grande admirador de suas obras, utiliza-se de um protocolo internacional que ordena que um dos barcos da Real Armada Inglesa resgatem a doutora e sua família. Mas, radica-se na Holanda. Ainda referindo-me à década de 1930, Maria Montessori profere sete conferências sobre o tema "Educar para a Paz" (que anos depois é compilado e publicado como livro), na Dinamarca, e segue falando sobre o tema em outros locais logo antes de eclodir a II Guerra Mundial.

Ao ser convidada para dar curso em Adyar, na Índia, no qual participam cerca de 300 professores de todas as partes do país, é surpreendida com o fato da Itália aderir à Guerra e estar em posição inimiga à Índia, uma vez que esse era parte do Império Britânico, na época. Fica então confinada na Sociedade Teosófica Internacional, onde ministrava seus cursos, enquanto seu filho Mario encontra-se num campo de civis, na cidade de Amednagar (ALMEIDA, 1984). Parece irônico que alguém que passou quase dez anos dedicada a fazer conferências pela paz, tenha ficado privada da sua. Somente ao completar 70 anos de idade, recebe uma carta do Vice-Rei da Índia concedendo o direito de voltar a ver seu filho. Em 1943, dá dois cursos de formação de professores, que resultam em dois livros: Educação para um mundo novo e Como educar o potencial humano. "No segundo curso, Maria Montessori ilustra seu plano de educação cósmica. Segundo ela, cada criatura pertence à matéria ou à vida, obedece a um trabalho inconsciente em respeito às exigências que regulam a economia geral do cosmo" (ALMEIDA, 1984, p. 27). Plano esse elaborado ao observar e admirar a cultura indiana.

Somente em 1946 retorna à Europa, onde pode divulgar melhor suas últimas pesquisas e compreensões e é recebida com grandes honrarias. A Durhan University, na Inglaterra, confere-lhe o título de Doutora em Letras Ad Honorem. Foi nomeada Membra Honorária da Educational Institute of Scotlant, em Edimburgo. É condecorada com a Legião de Honra, em Paris. Recebe a ordem Orange Nassau e também a láurea Ad Honorem, em Letras e Filosofia da Universidade de Amsterdam.

Em 1952, seu filho Mario, na tentativa de preservar a saúde de sua mãe, convence-a de não viajar mais devido sua idade avançada, pois ela se mantinha sempre com o ímpeto de ajudar na formação de professores onde quer que fosse; ano este em que acaba por falecer, em Nordwjik, na Holanda, onde residia há tempos. Seu legado permanece vivo nas associações e organizações que levam seu nome, mas principalmente na AMI e AMS.

4 OS DADOS E RESPECTIVAS ANÁLISES

Esse capítulo se destina à exposição dos dados e às análises que foram efetuadas tendo por orientação a interrogação "o que é isso, a alfabetização matemática na perspectiva montessoriana" e em atenção à pergunta de fundo "como a alfabetização matemática se mostra na obra montessoriana". O fenômeno investigado foi alfabetização-matemática-na-perspectiva-montessoriana e o modo de desvelá-lo foi evidenciar a referida pergunta e descrever a maneira como os livros mostraram o fenômeno, segundo a intencionalidade da pesquisadora.

4.1 LIVRO 1 (L1) – PEDAGOGIA CIENTÍFICA: A DESCOBERTA DA CRIANÇA (MONTESSORI, 1965)

Sua primeira foi edição publicada em 1909, na Itália. A edição (não numerada) que tenho acesso é datada de 1965, apresenta como subtítulo "a descoberta da criança", com tradução de Aury Azélio Brunetti. Nesta obra, o filho de Maria Montessori, Mario, faz uma introdução, que deve ser levada em conta ao analisar o livro em questão, a qual conta que na mesma época em que a primeira edição francesa é publicada, em 1926, nomeada como o original "Pedagogia Científica", sua mãe obteve a "descoberta da criança" ampliando seus estudos acerca do desenvolvimento psíquico e intelectual da criança, que ia além dos relatos que fez em seu livro a respeito de suas experiências na Casa dei Bambini:

> O livro, esgotado há muitos anos, torna a ser editado agora. O texto foi refundido e escoimado de tudo que se tornou ultrapassado durante esses últimos quarenta anos de experiência. Todavia, o relato de determinados ensaios, de certas descrições de materiais já em desuso não era de desprezar. Fizemos questão de conservá-los como respostas às frequentes questões 'Por que assim e não de outro modo?...'
> Essas sucessivas experiências vêm provar que nada foi editado pela reação da própria criança e o método nasceu calcado segundo suas necessidades.
> Em compensação, determinado número de adjunções figuram na presente edição, trazendo uma grande série de reflexões nascidas da experiência, assim como novos materiais devidos à doutora Montessori e a mim próprio. (MONTESSORI, 1965, p. 7).

Por esse motivo, encontramos o livro com três possibilidades de título: Pedagogia Científica; A descoberta da criança; Pedagogia Científica: a descoberta da criança. Sendo que o último se apresenta de forma revisada e ampliada, conforme explicita Mario.

Esse livro apresenta os primeiros entendimentos da autora ao aplicar seu método, contendo também suas compreensões posteriores, conforme sua experiência ao longo de décadas. Assim se justifica a escolha por iniciar a análise-reflexiva do presente trabalho pela referida obra. Para tanto, realizei uma leitura guiada por minha pergunta de fundo (como a alfabetização matemática se mostra na obra montessoriana), destacando o que essa obra desvela da temática apontada.

QUADRO 3 - QI do livro 1: Pedagogia Científica (MONTESSORI, 1965)

US	Enxerto hermenêutico	US articulada
L1.1: "[...] <u>objetos-auxiliares</u> que favorecem o aprendizado das ocupações da 'vida prática', há outros muitos (cada vez mais me convenço disso) necessários ao desenvolvimento gradativo da inteligência e aquisição da cultura." (p. 59).	Objetos auxiliares: Segundo a própria obra "trata-se de sistemas combinados para a educação dos sentidos, para o ensino do alfabeto, números, escrita, leitura e aritmética." (p. 59). Esses objetos são considerados pela capacidade que abrem ao contato da criança, que ao manipular tem possibilidade de aprender as ideias escolares e os ressignificar para a compreensão das vivencias cotidianas, o que evolve o cultivo da genuinidade do seu ambiente sociocultural. A autora traz dois termos bastante importantes, inteligência e cultura, os quais são passíveis de diversas interpretações, por esse motivo o entendimento foi procurado nas obras da própria autora. Inteligência: A obra que está sendo analisada não apresentou a incidência desse termo de forma específica, no entanto, no livro "A criança", Montessori (1983, p. 77) explicita no que embasa seu entendimento de inteligência: "a criança nos demonstrou que a inteligência não se elabora lentamente, do exterior, como foi concebido por uma psicologia mecanicista, que ainda exerce a máxima influência prática tanto na ciência pura como na educação e, consequentemente, no tratamento da criança, isto é: as imagens dos objetos exteriores batem à porta dos sentidos e quase entram à força, penetrando por transmissão devida a um impulso externo, instalando-se lá dentro, no campo psíquico, reunindo-se e associando-se paulatinamente, organizando-se, influindo na elaboração da inteligência.". Reforça constantemente o envolvimento de quem aprende, valendo-se dos múltiplos sentidos sensoriais para que a compreensão vá se fazendo. Cultura: mais adiante no livro "Pedagogia Científica", Montessori, ao dar diretrizes aos docentes que porventura apliquem seu método, menciona que "nossos objetivos educativos para a primeira infância consistem em ajudar o desenvolvimento, e não ministrar cultura. Eis porque, depois de apresentado à criança o material destinado a provocar o desenvolvimento de seus sentidos, devemos esperar o aparecimento, nela, da atividade observadora." (p. 163). Cultura, portanto, não é um conteúdo de ensino, algo a ser disciplinarizado, mas cultivado genuinamente em cada contexto vivido.	Importância de materiais manipuláveis, tidos como auxiliares não só no aprendizado, como também na inteligência e na aquisição de cultura. Material manipulável para a compreensão das ideias escolares e do mundo que circunda a criança
L1.2: "<u>O desenvolvimento dos sentidos precede o das atividades superiores intelectuais</u>" (p. 98).	Para Montessori (p. 98, grifo da autora), "a criança, dos 3 aos 6 anos de idade, acha-se num período de formação. [...] Toda educação da primeira infância deve estar penetrada deste princípio: *auxiliar o desenvolvimento natural da criança*". Sendo que por desenvolvimento natural ela se refere ao que não é forçado, que o adulto não insiste. Sentidos tratados como físicos: tato, olfato, visão, paladar e audição. Atividades superiores intelectuais: Montessori não especifica diretamente esse conceito, mas na leitura pode-se entender como conhecimento formal e em alguns momentos como abstração sem apoio de materiais manipulativos.	O conhecimento proporcionado pelos sentidos antecede e sustenta o conhecimento formal, intelectualizado. Sentidos físicos sustentam o conhecimento

L1.3: “Cada um desses conjuntos acusa a mesma qualidade, mas num grau diferente e, quando possível, deverá ser estabelecida matematicamente” (p. 103).	Por conjunto entendo que se trata dos objetos auxiliares para se trabalhar determinados tópicos, assim, tais objetos pertencem a um mesmo grupo, mas trata-se, pois, de uma graduação em que a diferença de objeto a objeto varia regularmente em sua complexidade e/ou qualidade. “Objetos idênticos em tudo, menos numa qualidade, que deve variar” (p. 104). Na obra como um todo, ela vem falando dos objetos que são materiais que a criança pode lançar mão de múltiplos sentidos, sempre com possibilidades diferentes, estruturando-se matematicamente, uma vez que eles contêm propriedades matemáticas. O termo “matematicamente” se refere a padrões e linguagem da própria Matemática, estruturadas concretamente nos materiais, sobretudo pelas grandezas e pensamento algébrico. Destaco o uso que faz do termo “quando possível”, uma vez que pontua muito essa questão do tempo próprio que cada criança tem de avançar cognitivamente, isto é, no trecho ao lado e na leitura das outras obras também, Montessori mostra que o docente só estabelecerá matematicamente os conceitos que o material traz com aqueles que demonstrem já ter experienciado largamente o mesmo sensorialmente ou apresentem certa necessidade de progressão (um novo olhar) às experiências ora proporcionadas.	Os materiais manipuláveis apresentam qualidades diferenciadas e características próprias, os quais se mostram de forma variada enfatizando o que é central a ser aprendido no dado momento, o que pode variar de acordo com a necessidade que a criança mostra, que no caso poderia ser estabelecer matematicamente o que o material em questão traz. Material manipulável para aflorecer as ideias matemáticas
L1.4: “É necessário que o material oferecido à criança contenha em si mesmo o ‘controle do erro’” (p. 105).	Por controle do erro ela exemplifica com o uso do material dos encaixes sólidos: “nos encaixes sólidos, os blocos de madeira, em que se fazem buracos para colocar cilindros de dimensões graduadas, devem ter cavidades proporcionadas às dimensões dos sólidos cilíndricos. Tendo sido cometido um erro qualquer, já não será mais possível colocar todos os cilindros em sua gradação perfeita; um ou outro cilindro ficará sobrando, denunciando o erro cometido.” (p. 105). Há mais informações desse material no Apêndice 2. Utilizando ainda o mesmo material, traz a questão repetição espontânea ligada ao controle do erro: “Esse sistema de encaixe, que favorece o controle do erro, é repetido num exercício análogo: os quatro encaixes que, à primeira vista, não se distinguiram uns dos outros, apresentam suas sutis diferenciações às crianças, aumentando sempre mais seu interesse e atenção, à medida em que os exercícios se processam. A repetição do exercício é então uma necessidade, pois aguçará o espírito de observação da criança, regulará e orientará sua atenção; conduzida sistematicamente, essa repetição provocará um raciocínio que se dá conta do erro e o corrige; pode-se dizer que a pessoa psíquica da criança é empenhada pelos sentidos; a repetição, por sua vez, possibilita um exercício constante e profundo” (p. 125 – 126). Expôs aqui a observação, a qual não se vale apenas da visão, mas do tato também, em movimentos intencionais. “O ‘material de desenvolvimento’ substitui o ensino verbal; contém o controle do erro e possibilita a cada criança instruísse graças às suas próprias iniciativas” (p. 297). Montessori justifica a presença do erro e seu controle apontando, no item “A técnica das lições”, que “este erro é originado do fato de a criança, apesar de toda a sua vontade, não conseguir realizar acertadamente um determinado exercício, pela simples razão de que sua capacidade é ainda insuficiente para efetuá-lo com exatidão; ou porque ainda não consegue distinguir, sensorialmente, os diferentes estímulos; ou então, porque não consegue executar certos movimentos cujo mecanismo ainda não	A importância de material manipulável elaborado intencionalmente para que a criança tenha possibilidade de dar-se conta do que está fazendo, controlando seus erros. Material manipulável sendo promotor do controle do erro Observa-ação

	desenvolveu suficientemente. [...] Esses erros são controlados pelo material que não permite mais à criança prosseguir em seu exercício, se já foi cometido algum erro essencial anteriormente; esses erros só serão evitados mediante um trabalho de aperfeiçoamento da criança: a 'modificação' será a consequência de um paciente exercício com o material. Tais erros poderão ser incluídos entre aqueles que são salutares. A boa vontade os sobrepujará, graças à ajuda de outros meios externos" (p. 148). Em sua obra "Mente absorvente" ([1949?]), traz um capítulo todo dedicado ao erro e seu controle, ao qual utiliza entre aspas no título da sessão e em algumas partes do texto, o que pode ser devido ao seu entendimento de que "isto [o controle do erro] não significa perfeição, mas conhecimento das próprias possibilidades, portanto, torna-se capaz de fazer alguma coisa. [...] a criança deve dar-se conta por si daquilo que faz, e impõe-se dar-lhe, juntamente com a possibilidade de se desenvolver, a de controlar os próprios erros. [...] Esse 'controle' é mais atraente que o próprio exercício" ([1949?], p. 207).	
L1.5: "ora, se eu me lembrei sempre muito mais das bonecas do que dos processos de operação aritmética, que seria das crianças?" (p. 110).	Tal asserção encontra-se inserida ao exemplo a seguir: "Lembro-me de ter assistido a uma lição de aritmética em que se ensinava às crianças que 2 + 3 são 5. Para demonstrá-lo, serviam-se de um tabuleiro de jogo de damas em que colocavam rodelinhas de madeira. Colocavam-se duas rodelinhas de um lado e três de outro; depois juntavam-nas para formar cinco. A mestra deveria colocar ao lado das duas pequenas rodelinhas uma boneca de papel vestida de azul, batizada com o nome de uma criança da classe: 'Esta é a Mariazinha'; e depois, do lado das outras três rodelinhas, outra boneca vestida com cor diferente e que se chamava 'Zizinha'. Não me lembro muito bem do modo como a mestra chegava ao total da operação de aritmética; o que sei é que ficava a conversar longamente com estas bonecas; ora, se eu me lembrei sempre muito mais das bonecas do que dos processos de operação aritmética, que seria das crianças? Se elas chegaram, por tal processo, a aprender que 2 + 3 são cinco, foi-lhes necessário grande esforço mental para chegar a essa conclusão, como também foram precisas muitas horas de prosa com as bonecas!" (p. 110). Destaco que por lição ela se refere ao ensino de determinado conteúdo. Apontando que a "brevidade, simplicidade e veracidade" (p.109) devem ser o foco das lições preparadas pelo docente que utiliza o método dela, mostrando que a canalização da observação da criança nem sempre é para onde o docente planeja.	Destaca que o foco não deve ser a estratégia ou o objeto manipulável para o ensino, mas o que se aprende com eles. Intencionalidade do ensino
L1.6: "Sou de opinião que é precoce qualquer explicação ou noção que queiramos dar às crianças sobre as formas geométricas planas, precisamente porque nós temos delas uma concepção matemática" (p. 112).	Montessori apresenta uma analogia para mostrar uma ideia contida na geometria: "Suponde, dizia eu à mestra, que um arquiteto vos mostre uma cúpula cuja forma vos interessa; ele poderia fornecer-vos duas espécies de explicações: ou faria com que notásseis a beleza dos contornos, a harmonia das formas, convidando-vos a subir e descer ao redor da cúpula para apreciar melhor suas proporções, ou, então, convidar-vos-ia a contar suas janelas, as cornijas largas e retas, e, finalmente, desenhar a construção, ilustrar as leis estáticas com exemplos e enunciar fórmulas algébricas necessárias para a solução de problemas arquitetônicos mediante cálculos relacionados com suas leis. No primeiro caso, vós reteríeis em vossa imaginação o formato da cúpula; no segundo, não entenderíeis nada; e ficaríeis com a impressão de que o tal arquiteto imaginava estar falando a engenheiros quando, na realidade, os seus ouvintes eram turistas. É este um caso análogo ao que estáveis a fazer com as crianças; pois, ao invés de dizer-lhes: 'Isto é um quadrado', fazendo-as, ao mesmo tempo, tocar a figura para constatarem	Para Montessori, iniciar o ensino de geometria com definições seria impor qualidades matemáticas preconcebidas para os entes geométricos. Assim, o ensino de geometria necessita se pautar na ação observadora do aluno. Observa-ação

	materialmente seus contornos, estáveis a fazer-lhes verdadeiras análises geométricas. Sou de opinião que é precoce qualquer explicação ou noção que queiramos dar às crianças sobre as formas geométricas planas, precisamente porque nós temos delas uma concepção matemática" (p.111-112). Posteriormente ela comenta que as crianças, espontaneamente, indicam objetos com o formato apresentado.	Intencionalidade do ensino
L1.7: "A criança, com os olhos fechados, toca, sucessivamente, as diversas faixas da tabuinha e vai aprendendo assim a calcular as distâncias, de acordo com o movimento do braço" (p. 116).	Este material pode ser chamado de tábuas de lixa, todas do mesmo tamanho com suporte de madeira retangular, que consiste em uma série de quatro tábuas: 1- tábua divida em dois, um lado com textura lisa (que pode ser a própria madeira envernizada, ou um papel que apresente lisura) e o outro com textura àspera, possibilitado pela fixação de uma lixa; 2- tábua com diversas faixas alternadas de liso e áspero (com os mesmos recursos da tábua anterior); 3- tábua com faixas que possibilitem a graduação do mais áspero ao menos áspero (indica usar tipos de lixa); 4- tábua com faixas de papel que mostram do menos liso ao mais liso. Para o uso desse material, Montessori indica a possibilidade de se vendar os olhos, mais informações no Apêndice 3.	A importância do tocar para estimular os sentidos (controle e refinamento) de seus próprios movimentos, bem como também estimular a estimativa desses movimentos. Sentidos físicos sustentam o conhecimento espacial da criança
L1.8: "Eis porque é-nos instintivo esse movimento de 'sopesar'; mas, esse movimento há de ser reduzido ao mínimo possível se se quiser chegar a uma averiguação mais exata do peso real do objeto" (p. 118).	Trecho referindo-se ao material "bárico", ao qual descreve da seguinte maneira "Para a educação do sentido bárico servimo-nos de tabletes retangulares de 6 cm X 8 cm e de 1/2 cm de espessura, de três qualidades diferentes de madeira: glicínia, nogueira e abeto. Seus respectivos pesos são: 24, 18 e 12 gramas; isto é, divergem entre si com 6 gramas de diferença. Devem ser lisas e envernizadas incolormente, de modo a deixar bem visível a côr natural da madeira. A criança, observando esses tabletes, sabe que eles são de pesos diferentes; pode, pois, ter uma prévia orientação para a efetivação desse exercício. [...] Aconselhe-se a criança a manter os olhos fechados enquanto procede à avaliação do peso dos tabletes; assim, habituar-se-á a realizar esses exercícios sozinha, com grande interesse, para ver se 'adivinha'" (p. 117). Comenta sopesar ao perceber que "O mover a mão do alto para baixo altera o peso, alterando a pressão atmosférica, tornando-o assim mais sensível." (p. 118), modo esse que comunga com a educação que propõe (dos sentidos). Há mais informações desse material no Apêndice 4.	Ênfase no movimento intuitivo, nesse caso para a classificação do objeto. Observa-ação Material manipulável para experienciar grandezas
L1.9: "O primeiro material empregado foram os pequenos cubos e os grandes tijolos de Froebel. [...] colocar os cubos à direita e os tijolos à esquerda, 'sem olhar'" (p. 120).	Expõe livremente suas primeiras inspirações e experiências ao aplicar os "jogos" de Froebel. Mais adiante na obra, apresenta materiais com fortes influências desse autor. "A escada marrom — Eis um exercício análogo ao anterior. Consiste em justapor sobre um pequeno tapete uma série de prismas de cor marrom, todos do mesmo comprimento (20 cm), mas de secções quadradas diferentes; 10 cm para o lado maior até 1 cm para o lado menor; os prismas, do mais grosso ao mais fino, serão dispostos um ao lado do outro em graduação, de maneira a obter-se uma espécie de escada em miniatura, ou um em cima do outro para erguer torres bem altas. [...] A torre rosa — Finalmente, uma série de dez cubos, de cor rósea viva, e que variam em suas três dimensões. Coloca-se o maior deles sobre o tapete, depois os outros nove, um em cima do outro, de molde a formar uma espécie	Enfatiza a importância de materiais manipuláveis que possibilitem o encontro com experiência sensorial de ideias matemáticas. Material manipulável para experienciar grandezas

	de torre, partindo do ‘maior’ como base, até o ‘menor’. Demolida, deverá ser novamente construída” (p. 126 – 127). A palavra “molde” utilizada aqui no sentido de “modo de”, num português mais arcaico empregado pela tradução da época. Há mais informações da Escada marrom no Apêndice 5 e da Torre rosa no Apêndice 6.	
L1.10: “Começaram por retomar, sistematicamente, todo o material suscetível de ser reconhecido mediante a apalpação; por exemplo, os sólidos, como as formas geométricas ou as três séries de cilindros. As crianças, que, havia muito tempo, tinham-nos abandonado para passar a exercícios superiores” (p. 121).	Essa retomada denota a liberdade e autonomia que tinham na Casa dei Bambini, uma vez que já faziam exercícios ditos “superiores”, que possivelmente se referem às abstrações. No exemplo abaixo se explicitam modos de retomada de alguns materiais, mostrando possibilidades diferentes das que foram propostas na apresentação dos mesmos. “Voltavam a tomar os encaixes sólidos e, com os olhos vendados, apalpavam os pequenos cilindros e as cavidades correspondentes, pegando de uma vez os três blocos e misturando os cilindros das três séries. Ou então, retomavam as formas geométricas e, com os olhos fechados, apalpavam cuidadosamente os seus contornos, como que reproduzindo-os na imaginação, procurando os desenhos correspondentes entre os encaixes. Não raro, estendiam-se pelo pavimento, sobre os pequenos tapetes, apalpando e repetindo os gestos ao longo das barras, fazendo os dedinhos deslizarem de um lado para outro, como que constatando a extensão do movimento do braço; ou, ainda, sentados, amontoavam ao seu redor os cubos da torre rosa, e começavam a construi-la, com os olhos vendados” (p. 121). Em outros livros como Psicoaritmética (MONTESSORI, 1934a) e Psicogeometria (MONTESSORI, 1934b), a autora sugere que os docentes retomem materiais utilizados na Educação Infantil com alunos do Fundamental para análises mais específicas; ideia também abordada na US L1.3.	Retomada dos materiais manipuláveis que contêm propriedades geométricas, em outros períodos etários e itinerários de ensino para a abertura de novas propostas pedagógicas. Material manipulável sustentado o movimento de compreensão da geometria Intencionalidade do ensino
L1.11: “A manipulação desses objetos compridos e embaraçosos obrigará a criança a um movimento de todo o seu corpo. Ela deverá ir e vir, para transportar essas barras e pô-las umas ao lado das outras, por ordem de comprimento, dispondo todo o conjunto como tubos de um órgão” (p. 126).	A descrição do material em questão seria esta: “As barras vermelhas — Têm, as dez, a mesma secção quadrada de 13 mm de lado; pintadas de vermelho, diferenciam-se umas das outras de 10 em 10 cm: a mais comprida da série mede um metro; a mais curta terá, consequentemente, um decímetro” (p. 126). Material também conhecido por “Barras de Séguin”, apontando inspiração em Edouard Séguin e experiência com seus estudos (Apêndice 8). Mostra que o envolvimento corporal necessário traz experiências matemáticas.	A importância de materiais manipuláveis que possibilitem experiência sensorial de ideias matemáticas. Material manipulável para experienciar grandezas Sentidos físicos sustentam o conhecimento
L1.12: “Se se consideram as diferenças relativas nas séries de blocos, descobre-se nelas uma proporção matemática. [...] Números [...] Quadrado dos números	As séries de blocos seriam: “Com efeito, as dez barras, denominadas ‘barras vermelhas’, têm entre si uma relação igual à da série dos números: 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10. Os dez prismas de um mesmo comprimento, chamados ‘escada marrom’, e que, pelo contrário, variam de conformidade com a secção quadrada, estão entre si com uma relação igual ao quadrado dos números: $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, 6^2, 7^2, 8^2, 9^2, 10^2$.	Retomada dos materiais manipuláveis, em outros períodos etários no intuito de novos estudos.

[...] Cubo dos números [...]E quando elas chegarem à aritmética e à geometria dos cursos elementares, <u>retomarão os blocos de sua primeira infância e os reestudarão em suas proporções relativas, aplicando-lhes a ciência dos números</u>” (p. 128).	Finalmente, os dez cubos — a ‘torre rosa’, cujas três dimensões são diferentes, relacionam-se analogamente ao cubo dos números: 1^3, 2^3, 3^3, 4^3, 5^3. 6^3, 7^3, 8^3, 9^3, 10^3. Estas proporções, é verdade, não são acessíveis à criança senão sensorialmente, mas, seu espírito se desenvolve sobre bases exatas, suscetíveis de preparar as aptidões matemáticas. As crianças acharão o exercício dos cubos (diferença máxima) o mais fácil de todos; o mais difícil será o das barras (diferença mínima)” (p.128). Cita ciência dos números como uma alusão à aritmética, corroborando o que traz em livro posterior de modo mais direto (MONTESSORI, 2015). Friso que essa relações das dimensões desse trio de materiais se dá como uma maneira de retomada, explicitada também nas US L1.3 e L1.10.	Material manipulável para aflorecer as ideias matemáticas
L1.13: “Suscetível de lhe reter a atenção durante longo tempo, as peças [encaixes geométricos], que são misturadas sobre a mesa, e convida-se a criança a colocá-las, cada uma em seu lugar, em sua moldura própria. Este jogo é acessível às crianças, mesmo antes dos três anos. [...] <u>deve reconhecer a forma e observá-la longamente</u>” (p. 133).	Importante se faz destacar o trecho que antecede essa US: “Esta ideia encontra-se nas obras de Séguin. Assim, pois temos: a moldura de apresentação, a coleção das formas geométricas e a coleção das três séries de cartões que as reproduzem, de cheio, por um contorno da espessura de 1 cm, e por um simples traço” (p. 132), uma vez que declara inspiração direta em Séguin. Também conhecido na contemporaneidade como “projeções” (Apêndice 7).	Ênfase no reconhecimento, mas principalmente a observa-ação das formas geométricas planas. Observa-ação
L1.14: “<u>Escolhe os dois extremos</u> [do material dos encaixes sólidos] e diz: ‘Este é o mais grosso’; ‘Este é o mais fino’ depois, aproxima-os para tornar a confrontação mais evidente; então, pegando-os pelo botão que os encima, <u>fá-los girar sobre a base a fim de realçar a diferença; depois, coloca-os lado a lado, justapondo-os em sentido</u>	Essa situação se aplica após certa experiência da criança com o material em questão. “Quando a criança já estiver bastante exercitada no manejo dos quatro encaixes sólidos, e tiver obtido certa segurança neste exercício [...]” (p. 152). Há mais informações desse material no Apêndice 2. Esta US expõe um exemplo de aplicação à “lição dos três tempos”, encontrada em Séguin sem um nome específico. Sendo que, na leitura se considera que elas tratariam de: No 1º tempo: ampliação vocabular com associação à percepção sensorial. Exemplo: isto é fino. No 2º: distinção do objeto, observação. Exemplo: dê-me (ou mostre-me) o mais fino. No 3º: verificação das anteriores, por meio da descrição. Exemplo: como é este? Aplicável a quase todos os materiais que Montessori utiliza, principalmente àqueles contidos na área sensorial.	A importância de material manipulável elaborado intencionalmente para que a criança tenha possibilidade de verbalizar o que/como é aquilo que está manipulando. Material manipulável para experienciar grandezas Sentidos físicos sustentam o conhecimento

vertical, para mostrar como têm idêntica altura: e vai repetindo várias vezes: 'grosso', 'fino'. A cada vez deve seguir-se um tempo de verificação durante o qual a mestra pede: 'Dê-me o mais grosso'; 'o mais fino'; e, para fazer uma prova de linguagem: 'Como é este?'" (p. 152).		
L1.15: "Não ensinará todos os nomes relativos às figuras geométricas, mas somente alguns principais [...] Aconselho a não relevar as diferenças entre ovais e elipses senão mais tarde, e, assim mesmo, não a todas as crianças: unicamente àquelas que parecem interessar-se particularmente pelas formas" (p. 153 – 154).	Exemplifica dizendo que "os quadrados são iguais em todos os seus lados e não podem ser senão grandes ou pequenos. Isto é muito fácil de ser demonstrado por meio dos encaixes: com efeito, se se vira a peça quadrada, ela sempre entrará em seu encaixe; pelo contrário, o retângulo sobreposto em má posição não poderá ser colocado dentro do encaixe. [...] Aconselho a não relevar as diferenças entre ovais e elipses senão mais tarde, e, assim mesmo, não a todas as crianças: unicamente àquelas que parecem interessar-se particularmente pelas formas, seja pela frequência da sua escolha, seja pelas perguntas que formulam sobre elas; seria preferível que estas diferenças fossem percebidas espontaneamente pelas outras crianças, mais tarde, nas classes elementares" (p. 153 – 154). Esse "interessar-se" se mostra importante, uma vez que ela não limita o conteúdo a ser trabalhado com o material, desde que esse interesse esteja emergindo espontaneamente do estudante. Material conhecido na contemporaneidade como "gabinete das formas geométricas planas", no Apêndice 7 há mais informações sobre ele.	O ensino de geometria deve se pautar nas referencias principais das figuras a serem estudadas. A ampliação do vocabulário deve seguir o interesse dos alunos pelas características dos objetos geométricos. Intencionalidade do ensino
L1.16: "Observar uma forma geométrica, não é analisá-la" (p. 157).	Montessori faz essa afirmação ao descrever a situação: "Muitas professoras pensam que ensinando, por exemplo, as formas geométricas, ensina-se também a geometria, e que tal estudo é prematuro em classes infantis. Outras observam que, para apresentar as formas geométricas, conviria servir-se de sólidos antes que de figuras planas. Uma palavra se faz, pois, necessária, a fim de combater esses preconceitos. Observar uma forma geométrica, não é analisá-la; ora, é com a análise que as dificuldades começam. Se se falasse às crianças, por exemplo, sobre lados e ângulos, explicando os seus respectivos conceitos, entrar-se-ia realmente no domínio da geometria, o que certamente, seria prematuro para a primeira infância. Mas a observação da forma pode ser adaptada aos petizes: o plano da mesa ante a qual a criança se assenta para tomar sua sopa é, sem dúvida, um retângulo; o prato que contém alimentos é um círculo; e cremos que há meninos suficientemente maduros para observar a mesa e o prato" (p. 157 – 158).	Observar objetos geométricos não pode ser confundido com analisar as caraterísticas antecipadas pela ciência, no caso pela matemática. Importância da observa-ação e relação com objetos de seu cotidiano. Observa-ação: objeto do cotidiano sustentado a construção do conhecimento

		escolar
L1.17: "[Crianças são] espontaneamente observadoras. [...] Não se formam observadores com dizer apenas: 'observa', mas sim, dando o meio para observar; e este meio é a educação dos sentidos" (p. 161 – 162).	Trecho contido em: "Eis o que devemos esperar das crianças normais: uma espontânea pesquisa do ambiente exterior, ou, como costumo exprimir-me, uma exploração voluntária do ambiente. As crianças encontram uma alegria a cada nova descoberta: desenvolve-se em seu íntimo um sentimento de dignidade e de satisfação que as encoraja indefinidamente a procurar ao redor de si sensações novas, o que as torna espontaneamente observadoras. [...] Não se formam observadores com dizer apenas: 'observa', mas sim, dando o meio para observar; e este meio é a educação dos sentidos" (p. 161 – 162). Observa-ação tida como "pedra de toque" no âmbito dessa metodologia, tendo um capítulo todo dedicado a ela. Ação esta que não se remete só ao sentido da visão, é um ver e fazer ao mesmo tempo de forma intencional e reflexiva, é experimentar as possibilidades, bem como fazer suas próprias relações. Faz-se importante destacar que "normais" em todas as obras de Montessori, referem-se às crianças que não possuíam quaisquer tipo de déficit e encontravam-se em escolas regulares. O termo "educação dos sentidos" é bastante recorrente na obra em questão, buscando compreensões nesse mesmo livro encontrei algumas ideias a respeito, dou especial atenção a esta: "A mente de uma criança certamente não está vazia de conhecimentos nem de ideias quando se inicia a educação dos seus sentidos; mas as imagens mantêm-se confusas, 'à beira do abismo'. O caos de uma alma não necessita de coisas novas, mas somente de que se ponha ordem naquelas que já lá existem. A criança começa a distinguir as propriedades dos objetos, a quantidade da qualidade; separa o que é forma do que é cor; distingue dimensões, segundo a sua predominância, em objetos compridos ou curtos, grossos e finos, grandes e pequenos" (p. 166).	Ênfase na abrangência da observa-ação, tendo como meio a educação dos sentidos. Observa-ação
L1.18: "Se queremos ajudá-las [as crianças], devemos elevar-nos a um grau superior. Cumpre dar-lhes mais do que elas seriam capazes de adquirir com suas próprias forças" (p. 169).	Há um exemplo seguido do trecho destacado ao lado que descreve a ideia da autora, sobretudo para o entendimento de "grau superior": "Urge dar-lhes uma filosofia das coisas. Comecemos pela abstração: as ideias abstratas são concepções sintéticas do espírito tornadas independentes das coisas reais; elas fazem a abstração de certas qualidades comuns que não existem em si, mas sim nos objetos reais. Por exemplo, o peso é uma abstração porque ele não existe em si, mas somente nos 'objetos pesados'" (p. 169). "Se conseguíssemos 'materializar' a ideia abstrata, apresentando-a sob uma forma adequada à criança, isto é, sob a forma de objetos palpáveis, seria o seu espírito capaz de apreciá-la e interessar-se profundamente por ela? O material sensorial pode ser considerado, sob este ponto de vista, como uma 'abstração materializada'. Ele apresenta a 'cor', a 'dimensão', a 'forma', o 'odor', o 'ruído', de um modo tangível e distinto, classificados em graduações que permitem observar-lhes e analisar-lhes a qualidade. Quando a criança se encontra ante o material, empenha-se num trabalho concentrado, sério, que parece extraído do melhor de sua consciência. Dir-se-ia na verdade que as crianças se colocam em condições de atingir a mais elevada conquista de que seu espírito é capaz: o material descortina à inteligência caminhos que, sem ele, seriam inacessíveis nessa idade" (p. 170). Nesse momento trata os "objetos auxiliares" por "material sensorial" e segue assim até o findar da obra. Valoriza a autonomia não só em saber cuidar-se, mas também certa autonomia de aprendizado.	Oferece atividades desafiadoras com o material manipulável que utiliza no método, como modo de provocar os estudantes a refletir para além do que está posto. Sentidos físicos sustentam o conhecimento Material manipulável para aflorecer as ideias matemáticas
L1.19: "O fato de, do	Continuando com sua ideia de numeração, segue explicando que: "O agrupamento das unidades, que, na	Desafio do acréscimo de um

acréscimo de um elemento novo, aumentar-se um grupo, e ser necessário considerar esse grupo que cresce, constitui, precisamente, o obstáculo que dificulta a numeração, quando se ensinam crianças com menos de três anos e meio ou quatro" (p. 242).	realidade, são separadas umas das outras, é um trabalho mental que, inicialmente, é inacessível à criança; muitas contam, falando de cor [barras vermelhas e azuis] a série natural dos números; mas, ficam confusas ante as quantidades que lhes correspondem. Contar suas mãos, seus pés e seus dedos, é já qualquer coisa de mais concreto para a criança, porque ela sempre poderá reencontrar os mesmos objetos invariavelmente reunidos nesta quantidade determinada" (p. 243). (Ideia também encontrada nas p. 246 e 247, mas com uma descrição mais detalhada do uso do material). Justifica que como já possuem valores determinados pela pintura das peças, as Barras vermelhas e azuis se constituem como o primeiro material apresentado da área da Matemática, pois não acresce elementos soltos, fato que considera um obstáculo. (Apêndice 9).	elemento novo na numeração às crianças menores de quatro anos, no entanto atividades que partam de seu próprio corpo podem facilitar esse processo. Sentidos físicos sustentam o conhecimento
L1.20: "As barras [vermelhas e azuis apontam] [...] aos primeiros estudos de aritmética. [...] E que é esta combinação de quantidades senão a finalidade das operações matemáticas?" (p. 243 – 244).	Na íntegra o trecho seria: "As barras [vermelhas e azuis], correspondendo cada uma a um número, crescem, gradativamente, em comprimento, de unidade em unidade; favorecem, consequentemente, não só a ideia absoluta, mas também a ideia relativa do número; e as proporções, já estudadas nos exercícios sensoriais, se determinam aqui matematicamente, dando lugar aos primeiros estudos de aritmética. Esses números, que se podem manejar e comparar, prestam-se logo a combinações e confrontos. Assim, colocando-se a barra do 1 ao lado da barra de 2, obtém-se um comprimento igual à barra do 3. [...] O exercício mais interessante consiste em colocar todas as barras uma ao lado da outra, assim como, antes, colocavam-se justapostas as barras vermelhas dos exercícios sensoriais. Dessa disposição resulta uma figura semelhante aos tubos de um órgão, em que as cores azuis e vermelhas se correspondem, formando belas estrias transversais. Colocando, então, a barra do 1 logo depois da barra do 9 (isto é, acrescentando a que estiver mais afastada à que estiver mais perto da barra do 10), e assim por diante, a barra do 2 em seguida à do 8, a do 3 à do 7, a do 4 à do 6, obtêm-se comprimentos iguais ao da barra do 10. E que é esta combinação de quantidades senão a finalidade das operações matemáticas? É ao mesmo tempo um jogo agradável, que consiste em deslocar objetos; em lugar de fazer um esforço inútil de conceber grupos de unidades separadas, como quantidades que representam um número, a inteligência gasta suas jovens energias num exercício superior: constatar as quantidades e adicioná-las. E o progresso avança até os limites extremos que a idade infantil permite" (p. 243 – 244). Mais adiante, demonstra: "Este exercício deve ser repetido muitas vezes; e, a pouco e pouco, dever-se-á ir ensinando à criança uma linguagem mais técnica: nove mais um fazem dez; oito mais dois fazem dez; sete mais três fazem dez; seis mais quatro fazem dez; e, finalmente, duas vezes cinco fazem dez. Por fim, a criança será convidada a refazer essas operações, sendo-lhe ensinados os sinais tradicionais: mais, igual, multiplicado" (p. 151 – 152). Logo em seguida traz a subtração e a ideia de metade, mostrando certa ordem de apresentação das operações: "Sua atenção deverá ser ainda voltada para uma nova tarefa a realizar: quando todas as barras estiverem formando uma barra de comprimento igual ao da barra 10, se se tirar a barra quatro sobrará somente a barra seis; tire-se a barra três, e ficará sobrando a sete; tire-se a dois, e sobrará a oito; tire-se a barra número um, e ficará sobrando a número 9. Adotemos então uma terminologia mais técnica e digamos: dez menos quatro é igual a seis; dez menos três é igual a sete; dez menos dois é igual a oito;	A relevância do material manipulável em questão para inaugurar compreensões concernentes à aritmética. Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética

	dez menos um é igual a nove. Quanto ao cinco, é a metade de dez; é o resultado que se obteria se se dividisse a barra mais comprida em duas partes iguais: dez divididos por dois dão cinco" (p. 152). (Apêndice 9).	
L1.21: "Algarismos recortados em lixa [...] tocam-nos, para aprender a escrevê-los e para aprender seus nomes. [...] Cada algarismo conhecido [dessa vez apenas impresso] é colocado sobre a barra [do material das barras vermelhas e azuis] correspondente" (p. 244).	Utiliza-se o tato para compreender o "caminho" da escrita do algarismo, juntamente com o ensino de seu respectivo nome, destacando que uma das opções é a "lição dos três tempos", descrita na US L1.14. (Ideia também encontrada na p. 247, mas com uma descrição mais detalhada, abordada como um apoio docente; Apêndice 10).	A representação do algarismo deve estar ligada diretamente com o tocar e suas respectivas nomenclaturas e quantidades. Material manipulável para construção das ideias de número Sentidos físicos sustentam o conhecimento
L1.22: "Um desses grupos [de objetos] se destina a ensinar a contar as unidades separadas e a iniciar o espírito na concepção de grupos numéricos e, ao mesmo tempo, a fixar a sucessão de sinais de 0 a 9, ante os olhos da criança. Compõe-se de fusos, que se colocam em compartimentos preparados para cada um dos algarismos, em ordem de sucessão; nestes compartimentos a criança deverá ajuntar, em grupos correspondentes ao algarismo, longos bastonetes em forma de fusos; isto é, ela há de agrupar as unidades separadas." (p. 244).	O material descrito recebe o nome fusos, bem como os itens que o compõe, que se tratam da peça contida na roca de fiar, exatamente onde se enrola o fio. (Ideia também encontrada na p. 247, mas como uma descrição mais detalhada, abordada como um apoio docente; Apêndice 11).	Importância da manipulação de objetos que viabilizem o encontro com ideias matemáticas, neste caso a quantificação em ordem de sucessão. Material manipulável para construção das ideias de número Sentidos físicos sustentam o conhecimento

L1.23: "Põe assim em <u>evidência, instintivamente, a diferença entre números pares e números ímpares.</u>" (p. 245).	Seria o material dos tentos, descrito da seguinte maneira: "Outro desses grupos consiste em pequenos cartões reunidos numa caixa com pequenos objetos; os cartõezinhos, em que se acham escritos os algarismos de 0 a 9, são misturados. É necessário, de início, que a criança disponha, ela mesma, os cartões, em ordem, provando assim que sabe a série numérica e que reconhece os algarismos. Em seguida, coloca ao lado de cada algarismo uma quantidade correspondente de pequenos objetos, ordenando-os de dois em dois, isto é, um par sob o outro." (p. 245). (Ideia também encontrada na p. 249, mas como uma descrição mais detalhada e/ou no Apêndice 12).	Importância da manipulação de objetos que viabilizem o encontro com ideias matemáticas, neste caso a diferenciação entre números pares e ímpares. Material manipulável para construção das ideias de número
L1.24: "<u>quando queremos formar combinações, deveremos sempre reduzir as quantidades em dezenas.</u>" (p. 245).	O trecho destacado encontra-se inserido no texto da seguinte maneira: "Outro grupo, finalmente, tem por objetivo, de um lado, a construção de grandes operações, graças ao material do sistema decimal, e, do outro, o conhecimento das 'tabuadas', porque, quaisquer que sejam as operações a efetuar, basta conhecer as combinações de 0 a 9. Nenhuma combinação superior a 9 + 9 ou a 9 X 9 poderá figurar em alguma coluna; quando queremos formar combinações, deveremos sempre reduzir as quantidades em dezenas, isto é, deveremos formar grupos de dezenas, e, depois, certo número de unidades acompanhando as dezenas." (p. 245). É importante salientar que utiliza como instrumento, para os números de 1 a 9, o que chama de barrinhas de contas coloridas ou apenas contas coloridas (contas presas a um arame com a quantidade correspondente, sendo cada número de uma cor; Apêndice 13) e o material do sistema decimal, que seriam o que também chama material de contas douradas (Apêndice 1) ao longo da obra, apesar de ainda não tê-lo apresentado propriamente até o momento dessa obra. Conforme a asserção apontada nos manuais de Almeida (2017; 2018), Lenval ([1948?]) produziu uma versão em madeira e o denominou "material dourado", tornando-o popular nessa versão; Lenval ([1948?]) também fez a versão em madeira das barrinhas de contas coloridas e se refere a elas como material "semissimbólico".	Compor dezenas por meio de materiais manipuláveis se mostra um ponto fundamental para o ensino e aprendizagem da Matemática no método montessoriano. Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética Intencionalidade do ensino
L1.25: "Lições sôbre o zero — [...] <u>sentir o que é nada.</u>" (p. 248).	Como Montessori parte sempre de uma experiência sensível e/ou sensorial, seu texto mostra como fazer lições sobre algo que denota a ausência. "Lições sôbre o zero — Esperamos que a criança nos pergunte, mostrando o compartimento do número 0 [material dos fusos]; 'E aqui, que se deve pôr?', para responder: 'Nada: zero significa nada'. Não basta, porém; é necessário ainda fazer sentir o que é nada. Para isto, servimo-nos de exercícios que divertem muito as crianças. Por exemplo: coloco-me no meio delas, sentada numa de suas cadeirinhas; volto-me para uma delas, que já praticou os exercícios dos números, e lhe digo: 'Venha, meu bem; venha até mim zero vez". A criança, quase sempre, vem até mim, e depois retorna ao seu lugar. 'Você veio uma vez, e eu lhe disse que viesse zero vez!' A admiração começa: 'Mas, então, que é que eu devo fazer?' — 'Nada! Zero significa nada!' — 'Mas, como se faz nada?' — 'Não se faz coisa alguma; você não se devia mexer; zero vez, nenhuma vez!' E repetíamos o exercício: 'Você aí, meu bem, com a ponta dos dedinhos, mande-me zero beijo!' A criança se mexe um pouco, sorri e fica quieta. 'Você compreendeu?' E, então, repito com insistência:	Experiência sensorial da ideia de zero. Sentidos físicos sustentam o conhecimento Material manipulável para construção das ideias de número

	'Mande-me zero beijo!' Ela fica imóvel! Risos gerais!" (p. 248). Há mais informações sobre o material dos fusos no Apêndice 11.	
L1.26: "Esses números são chamados pares, porque podem ser colocados em pares, de dois em dois; e a divisão por dois é muito fácil, porque para tanto será bastante separar as duas fileiras de pequenos objetos, colocados um na frente do outro. Contendo os objetos de cada fila, obtém-se o quociente. Para recompor em seguida os números primitivos, basta avizinhar as duas filas; por exemplo: 2X3 = 6." (p. 253).	Anterior ao destaque feito, Montessori se põe a explicitar como idealiza alguns conceitos: "A barra dois, com relação à quatro, tem igual função que a barra cinco com relação á dez; isto é, a barra dois, fixada por uma das suas extremidades no meio da barra quatro, poderá atingir ora uma ora outra extremidade desta última, o que quer dizer que duas barras número dois fazem uma barra número quatro: 4:2= 2; 2X2 = 4. Agora, vejamos com quantas barras poder-se-á fazer o mesmo jogo: com a barra 3, fará a 6; com a quatro, fará a 8; isto é: 2 X 2 = 4; 3 X 2 = 6; 4X2 = 8; 5 X 2 = 10; e 10 : 2 = 5; 8:2 = 4; 6:3 = 2; 4:2 = 2. A esta altura, podemos acrescentar pequenos objetos, para intensificar a memorização dos números. 2 4 6 8 10 x x/x x x x/x x x x/x x x x/x x x x/x x x/x x x x/x x x x/x x x x/x x x/x x x x/x x x x/x x x/x x x x/x x x/x Pela sua própria disposição no clichê acima, vê-se num relance quais os números que podem ser divididos por dois: todos aqueles que não têm, no final dos grupos, um pequeno objeto isolado (no clichê, representado pelo x sozinho)." (p. 252 – 253). A disposição apontada remete ao material dos tentos, explicitada na US L1.23, as referidas barras remetem-se ao material das Barras vermelhas e azuis na L1.20.	Importância da manipulação de objetos que viabilizem a experiência de ideias matemáticas, neste caso o reconhecimento de números pares e ímpares. Material manipulável para construção das ideias de número Sentidos físicos sustentam o conhecimento
L1.27: "Quando os números são superiores a 10, será conveniente voltar ao início e retomar o número 1." (p. 254).	O destaque feito mostra sua compreensão do sistema decimal, apoiado em alguns materiais, foi retirado do trecho a seguir: "O material necessário para essas preleções compreende dois painéis retangulares em que se acha impresso o número 10 repetido nove vezes, em colunas; como também pequenos cartões em que se acha impresso, em cada um deles, um número, de 1 até 9. Colocam-se em fila os números simples, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Este material é acompanhado de barrinhas de contas, descritas, mais adiante (página 258), quando falarmos do 'jogo da serpente'. Quando os números são superiores a 10, será conveniente voltar ao início e retomar o número 1. Este 1 assemelha-se ao segmento que, no jogo das barras, vem depois da barra número 9; trata-se de um recurso adotado para poder, depois do 9, recomeçar novamente a numeração, partindo do 1; mas, como é necessário distinguir este 1, que vem depois do 9, do 1 inicial, então, coloca-se atrás dele um sinal que não vale nada: o zero. E, assim, surge o número 10. Cobrindo o zero com os números indicados pelos cartõezinhos quadrados, na ordem de sua sucessão, eis que se formam outros números: 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19. Estes números podem ser obtidos com as 'barrinhas de contas', acrescentando-se a barra de 1 conta à de 10; depois, tira-se a barra de 1 conta, e, em seu lugar, põe-se a de duas; depois, a de três, etc., até a barra de nove; obter-se-á, assim, uma barra mais comprida e, contando-se as contas, verificar-se-á que somam um total de dezenove." (p. 254 – 255). A preleção a que ela se refere são as operações que ultrapassam o número 10, sendo necessário antes	Compor números por meio de materiais manipuláveis se mostra um ponto fundamental para o ensino e aprendizagem da Matemática no método montessoriano. Material manipulável para construção das ideias de número Intencionalidade do ensino

	conhecer que números e quantidades são essas. O material aqui descrito é chamado de tábuas de dez ou de Séguin (Apêndice 20), uma vez que é proveniente de seus estudos, Montessori agregou como mais uma possibilidade de aprendizado, por meio de manipulação de material concreto, o estudo do sistema decimal. Os demais utilizados em paralelo são as barrinhas de contas coloridas (Apêndice 13), também chamado por ela de barrinhas numéricas mais adiante nessa obra, que seria o material também encontrado na versão em madeira e chamado por Lenval ([1948?]) de semissimbólico, e o jogo das barras, por interpretação do texto, seria o material de contas douradas, no entanto ela costuma se referir a ele como “material das contas” (Apêndice 1). As tábuas possuem duas séries, sendo a primeira apenas com números 10 e a segundo com as nove primeiras dezenas (10, 20, 30,...).	
L1.28: “Preparei também, para os maiorzinhos do curso elementar (no qual fora experimentado, desde o início, um método que dera excelentes resultados), <u>um material destinado a representar os números sob a forma geométrica, bem como mediante objetos móveis que se poderiam combinar</u>. Trata-se do excelente material denominado ‘material das contas’.” (p. 257).	Essa ideia é seguida da explicitação do material em questão: “As unidades são representadas por pequenas contas amarelas; a dezena — ou 10 — é formada por uma barra de dez contas enfiadas num arame bem duro; esta barra é repetida dez vezes, em dez outras barras ligadas entre si, formando um quadrado, ‘o quadrado de 10’, e somando um total de 100. Finalmente, dez quadrados sobrepostos e ligados formam um cubo — ‘o cubo de 10’, isto é, 1.000. Aconteceu de crianças de quatro anos de idade ficarem atraídas por esses objetos brilhantes e facilmente manejáveis; para surpresa nossa, puseram-se a combiná-los, imitando as crianças maiorzinhas. Surgiu, assim, tamanho entusiasmo pelo ‘trabalho com os números’, particularmente pelo sistema decimal, que se pôde afirmar que os exercícios de aritmética tinham-se tornado os mais apaixonantes. As crianças foram compondo números até 1.000, O desenvolvimento ulterior foi maravilhoso, a tal ponto que houve crianças de cinco anos que fizeram as quatro operações com números de vários milhares de unidades. O professor Mário Montessori muito contribuiu para esse desenvolvimento, interpretando e materializando muitos exercícios de aritmética, até mesmo o da extração da raiz quadrada de 2, 3, e 4 algarismos. A combinação das barras de conta permitiu uma iniciação nas primeiras operações algébricas” (p. 257). Em tempo, o referido professor é o filho de Maria Montessori. Trata-se do que hoje se tem por “material dourado” (LENVAL, [1948?]), explicitado também na US L1.24, mas Montessori o chama de “material das contas” sempre, uma vez que fora construído originalmente com contas douradas como a cor da pedra de âmbar (o tradutor coloca como amarelas, mas pode-se questionar) presas em arames e não em madeira como é comum na contemporaneidade. Mais informações no Apêndice 1.	Representação geométrica e palpável dos números, mediante materiais manipuláveis atraentes, a fim de provocar interesse nas crianças, bem como seu envolvimento com ideias matemáticas. Material manipulável para a articulação aritmética-geometria Intencionalidade do ensino
L1.29: “Eis porque, conservando o mesmo princípio e orientação, preparamos outro material, de formato menor, <u>acessível a várias crianças que</u>	O que ela chama de barrinhas de contas, nesse caso as coloridas, apesar não mencionar isso explicitamente (abordado também nas USs L1.24 e L1.27). Como seria ele? “Há barras de 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10 contas diversamente coloridas. Na de 10 contas, estas são de cor dourada; na de 9, as contas são de cor azul-escura; na de 8, são da cor da malva; na de 7, são brancas; na de 6, marrons; na de 5, azul-claras; na de 4, amarelas; na de 3, róseas; na de 2, verdes; uma conta isolada,	Representação visual e palpável dos números, mediante material manipulável atraente e acessível, a fim de provocar interesse nas crianças, bem como seu envolvimento com

trabalham ao mesmo tempo. Consiste ele em barrinhas de contas ligadas entre si por um arame duro; este, nas extremidades, acha-se guarnecido por voltas apropriadas para serem encaixadas e ligadas umas às outras." (p. 258).	vermelha, representa a unidade." (p. 258). Observo que nesse ponto do texto o tradutor mostra a barra de 10, a qual é a mesma que compõe o material das contas, como sendo dourada, sendo que anteriormente a designou com a cor amarela (brevemente comentado na US anterior, L1.28).	ideias matemáticas. Material manipulável para construção das ideias de número Intencionalidade do ensino
L1.30: "Enquanto ela executa e repete este jogo [serpente], as combinações se fixam na memória. [...] Os primeiros exercícios com as barras numéricas têm assegurado a aquisição rápida do cálculo mental." (p. 258).	O jogo da serpente é feito por meio do material de barrinhas de contas coloridas (descrito na US L1.29 e no Apêndice 13), onde a criança compõe quantidades diversas com mais de uma barra colorida. De que forma ela estabelece o cálculo mental? "A lei do menor esforço acaba por levar a criança, pouco a pouco, a reconhecer o número de contas não já pela contagem das unidades, mas sim pela sua cor: dourada, 10; marrom, 6... E faz verdadeiros cálculos mentais; ultrapassou assim o material, de que não mais necessita." (p. 258).	Compor números por meio de materiais manipuláveis se mostra um ponto fundamental para aquisição do cálculo mental. Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética Intencionalidade do ensino
L1.31: "Esta verificação é um novo exercício que proporcionamos à criança e que deve auxiliá-la a aprender todas as combinações que têm como resultado o número 10. Ela retoma as barrinhas de cor que depositara na caixa e, tomando de cada vez duas barrinhas que somam 10, ela as repõe ao longo das dezenas que compõem sua 'serpente' dourada." (p. 259).	A descrição mais detalhada encontra-se aqui: "Outra série semelhante de barrinhas de contas pretas e brancas é utilizada no exercício da 'serpente'. Nesta segunda série, as barrinhas, até à de 5, são formadas por contas pretas. Nas outras, as contas, até à quinta, são pretas, e, as seguintes, brancas. Isto foi feito para que se pudesse mais rapidamente reconhecer, com um lance de olhos, as barrinhas que têm mais de cinco contas. Só existe uma série destas contas pretas e brancas. A criança faz uma 'serpente' com as barrinhas coloridas, tão comprida quanto possível, trabalho esse que lhe agrada. Ela conta, então, as duas primeiras barrinhas de contas. Suponhamos que conte 17; pega então uma barrinha amarela de 10 e a barrinha preta e branca de 7, tira as duas barrinhas já contadas e as guarda numa caixa. Suponhamos agora que a barrinha seguinte tenha 8 contas. À criança conta o total da barrinha preta e branca e a nova barrinha de 8, e substitui estas 15 por uma dezena amarela e uma barrinha preta de 5. Repõe a barrinha preta e branca de 7 em seu lugar e a de 8 na caixa em que já se acham as duas primeiras. Procedendo desta forma até o fim da 'serpente', a criança acaba por ter todas as barrinhas coloridas numa caixa, ao passo que uma comprida serpente dourada substitui, aos poucos, a serpente multicor. Às crianças querem sempre fazer 'serpentes', cada vez mais compridas, até atingir a classe do milhar, Sobrevém, então, a verificação, o controle do erro, Aqui, a questão da exatidão torna-se importante, porque se trata de adquirir uma precisão." (p. 258 – 259). Na contemporaneidade pode-se encontrar como "auxiliar positivo", há mais informações no Apêndice	Compor dezenas e números agrupados por elas, por meio de materiais manipuláveis, se mostra um ponto fundamental para o ensino e aprendizagem da Matemática no método montessoriano. Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética Intencionalidade do ensino

	14.	
L1.32: "Por meio do 'jogo da serpente', a criança adquirira um conhecimento subconsciente dessas operações: este exercício toma, agora, esse conhecimento consciente. É um fenômeno comparável à imersão de um cristal numa solução supersaturada: de repente, toda a substância líquida e transparente, que parecia nada conter, se cristaliza." (p. 260).	A maneira como concebe esse conhecimento consciente vem explicitada juntamente com a descrição de outro material manipulável: "O material usado pela criança para preencher essas tabuadas [de adição] compõe-se de um painel dividido em quadros; acima da primeira fileira acham-se os números de 1 a 18; compõe-se ainda de duas séries de pequenas ripas de madeira. Nove ripas azuis e nove vermelhas. As ripas azuis vão de 1 a 9 em comprimento (a unidade de comprimento é o comprimento dos quadros desenhados no painel); a mesma medida deverá ser adotada quanto às ripinhas vermelhas; a sua largura é igual ao lado dos quadros do painel. Assim, a ripa '1' é igual a um quadrado; a '2' é igual a dois quadrados, e assim por diante. As ripas vermelhas são subdivididas, em sentido longitudinal, em tantos quadrados quantos seu comprimento representa. Assim, a ripa 9 é dividida em nove quadrados, etc. O número que indica o comprimento de cada ripa acha-se inscrito na sua extremidade direita; sobre as ripas azuis, o número é escrito em vermelho; nas vermelhas, em azul. A criança deve efetuar com essas ripas as adições que se encontram impressas sobre suas tabuadas. Estando as operações já impressas, só falta anotar o resultado. A ripa azul serve para o primeiro número; as vermelhas para todos os números que serão necessários para a operação; assim, por exemplo, para fazer a tabuada do 7, coloca-se a ripa azul '7' sobre a primeira linha de quadrados do painel; depois, em seguida, a ripa vermelha '1'; o resultado '8' poderá ser lido em cima, e deve ser anotado no quadro da tabuada. Então, a criança tira a ripa vermelha, põe outra em seu lugar e continua desse modo, até preencher a tabuada inteira." (p. 260). Pode-se também ser sorteada ao azar. Atento ao fato de que há uma caixa de cada uma das operações, no interior de cada uma encontram-se fichas com as possibilidades da operação em questão entre os números de 1 a 9. Cada caixa possui uma cor de tampa diferente, para que seja encontrada com mais facilidade pelos educandos, sendo adição em vermelha, subtração em verde, divisão em azul e multiplicação em amarela. Mostra qual seria o conceito de adição desenvolvida; inaugurada no jogo da serpente e sendo estendida no material da tabela da memorização da adição (Apêndice 15), ora descrito. Demonstra que paulatinamente a sistematização das adições em algoritmos vão tomando corpo, pois cada vez mais sugere que sejam trabalhadas concomitantemente ao material manipulável. Isto é, ao utilizar o jogo da serpente está trabalhando com um conhecimento subconsciente, mas o registro no algoritmo (e o cálculo mental também) são tratados por ela como conhecimento consciente; denotando mais uma vez que primeiro deixa à livre experiência, para somente depois de explorado o conhecimento em questão seja sistematizado e reproduzido com a simbologia própria da Matemática.	A experiência com os materiais manipuláveis possibilita que o conhecimento matemático passe do subconsciente ao consciente. Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética Intencionalidade do ensino Sentidos físicos sustentam o conhecimento
L1.33: "'A serpente negativa' — Este exercício é análogo ao precedente, mas seu objetivo é, desta vez, uma preparação às	Após desenvolver possibilidades de adição com diferentes materiais, chega à subtração, retomando materiais. "O material empregado é o mesmo que o da 'serpente positiva', mas acrescido com um material de contas cuja forma é diferente das outras (cúbicas, por exemplo). Essas contas são chamadas 'negativas'; todas as quantidades representadas por elas deverão ser eliminadas em lugar de acrescentadas. Esta serpente negativa é também uma preparação indireta à álgebra." (p. 261).	A relevância do material manipulável para inaugurar compreensões concernentes à aritmética.

<u>tabuadas de subtração.</u>" (p. 261).	A preparação às tabuadas da subtração ficam ainda mais evidentes no uso do material da tabela de memorização da subtração (Apêndice 16).	Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética Sentidos físicos sustentam o conhecimento
L1.34: "A criança é iniciada em tabuadas de multiplicação com um material igual ao da serpente. Efetivamente, cinco barrinhas de sete, por exemplo, não se contam mais: 7-7-7-7-7, mas cinco vezes sete, ou: 7 x 5. <u>Há de ser um conhecimento de todas essas combinações</u>, desde 1 x 1 até 10 x 10, o que a criança adquirirá <u>mediante o material das tabuadas de multiplicação</u>: este material se compõe, por um lado, de uma prancha quadrada perfurada com cem buraquinhos dispostos em dez fileiras de dez." (p. 261).	O exercício que sugere deve ser feito da seguinte maneira: "Em cima da primeira fileira acham-se inscritos, horizontalmente, os algarismos: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. À esquerda, há uma pequena janela quadrada em que se pode enfiar um cartão onde há impresso um algarismo, de 1 até 10, que indica o multiplicador. Por outro lado, há as contas soltas e um pequeno disco vermelho, que a criança colocará em cima de um dos algarismos da primeira fila, no alto, para indicar o multiplicando. Este material é acompanhado de tabuadas de multiplicação impressas, em que a criança deverá anotar o resultado. [...] A pouco e pouco, será ensinada a verificar seus resultados mediante o uso da Tábua de Pitágoras." (p. 261 – 262). Conhecimento favorecido pela articulação das ideias matemáticas em sintonia com a visualização e manipulação de materiais. Destaco o fato de que apesar de fixar a multiplicação ser amarela (relação com a tampa da caixa com algoritmos; L1.32), as contas utilizadas e o disco do para o multiplicando são da cor vermelha, isso provavelmente se deve ao fato de que considera a multiplicação uma "soma especial". Material que na contemporaneidade se chama tabuleiro da multiplicação (Apêndice 17).	Representação geométrica e palpável dos números nos algoritmos, mediante materiais manipuláveis. Movimento de compreensão acerca da aritmética Articulação aritmética-geometria
L1.35: "Manejando esse material, forma-se a imagem visual da disposição dos sólidos bem como se fixa a lembrança de sua quantidade e de sua ordem. <u>Trata-se, por conseguinte, de uma preparação sensorial do espírito</u>. [...] [Crianças] <u>conservem a lembrança da</u>	O material em questão é uma série de três cubos (binômio, trinômio - Apêndice 18 - e quadrinômio). Tal série obteve direta influência de Froebel, uma vez que ela mesma relata: "Inspirada pelo efusivo interesse que as crianças manifestavam por esses exercícios, e pelo instinto que elas revelavam manejando pequenos cubos geométricos (Froebel igualmente intuíra esse interesse infantil e, por isso, preparara seus célebres cubinhos e prismas reunidos numa caixa cúbica), tive a ideia de preparar objetos semelhantes. Somente que, em lugar de fazer todos os cubos e todos os prismas iguais, resolvi dividir um cubo grande (10 cm de aresta) em duas partes desiguais; depois, foi outro dividido em três partes desiguais, e ainda um terceiro, em quatro partes desiguais; separando as partes em conformidade com suas divisões, resultam cubos e prismas retangulares de formas variadas. É a representação material das sínteses algébricas, isto é, o cubo de um binômio, de um trinômio e de um quadrinômio." (p. 262 - 3). Na	Importância da experiência sensorial dos materiais manipuláveis como marco das compreensões algébricas. Material manipulável para a articulação aritmética-geometria Sentidos físicos sustentam o conhecimento

fórmula algébrica do cubo de um quadrinômio, sem precisar mais olhar o material, porque a memória visual da disposição dos diversos objetos já está fixa na memória. [...] Eis mais uma prova para que o ensinamento da aritmética seja transformado, tomando-se como ponto de partida a preparação sensorial do espírito baseada em relações concretas." (p. 263 – 4).	sequência segue descrevendo a maneira como pensou desenvolver essa ideia, mostrando que cada cubo da caixa seria pintado de uma cor e que os demais prismas que compõe essa mesma caixa teriam correspondência entre cor e dimensões pareadas às dos cubos. Preparação sensorial do espírito: como se aquilo que explora por meio de seus sentidos deixa-se uma marca profunda, por isso o uso da palavra "espírito". Resumidamente, Montessori propõe que a criança classifique as peças por tipo e cor, alinhando-as, e que em seguida remonte o cubo. Sugere ainda que possa ser contada uma história: "esses objetos multicores são fascinantes; trata-se de, inicialmente, reagrupá-los pela cor, depois, dispô-los de um modo diferente, inventando uma pequena história; por exemplo: os três cubos são três reis; cada um deles têm seus seguidores, da mesma altura que seus respectivos soberanos. Há ainda os guardas negros. Desta história nascem muitas consequências; entre outras, a ordem da fórmula algébrica: $a^3 + 3a^2b + 3a^2c + b^3 + 3ab^2 + 3b^2c + c^3 + 3 + ac^2 + 3bc^2 + 6abc$. Por fim, os pequenos cubos são colocados em certa ordem na caixa, formando um grande cubo colorido com todas as cores acima enumeradas: $(a + b + c)^3$." (p. 263). Observo, no caso especificamente da história que ela sugere contar acerca das peças do material, pode haver uma contradição, pois conforme a US L1.5, Montessori criticou o uso de histórias envolvendo a Matemática para ensinar as crianças, afirmando que ela mesma lembrava mais das personagens do que propriamente do conceito matemático. Ou detalhes não descritos de tal história que podem denotar sua intencionalidade para tal uso.	
L1.36: "Mesmo que prescindíssemos por um momento desse nosso método, em que intervém, a todo instante, o gesto da mão que desloca objetos, fazendo-se, assim, incessantemente, um exercício de educação sensorial, é preciso pensar nas 'aptidões peculiares do espírito da criança' face às matemáticas. Urge revelar a facilidade com que, deixando o material de lado, elas se põem a anotar os resultados das operações; entregam-se, então, a um trabalho mental abstrato, e adquirem disposições para o	Exemplifica contando uma situação real: "Assim, ocorreu, certo dia, em Londres: um menino, saindo do ônibus com sua mãe, exclamou: 'Se todos os passageiros cuspissem, poder-se-iam recolher 34 libras...' O garoto havia lido um cartaz em que estava escrito: 'É proibido cuspir dentro do ônibus, sob multa de...'. Durante todo o trajeto, o pequeno fez mentalmente os cálculos, traduzindo o resultado geral em libras esterlinas." (p. 264, grifos meus). Ressalto a questão dos conhecimentos subconsciente e consciente, já explicitados na US L1.32.	Importância da educação sensorial viabilizada pelos materiais manipuláveis e que, com o passar do tempo promove o cálculo mental espontâneo. Material manipulável para a articulação aritmética-geometria Sentidos físicos sustentam o conhecimento Intencionalidade do ensino

cálculo mental espontâneo." (p. 264).		
L1.37: "As crianças das 'Casa dei Bambini' são iniciadas em quatro disciplinas — desenho, escrita, leitura e aritmética, que prosseguirão depois nas escolas elementares. Estas quatro matérias têm seu ponto de partida na educação sensorial; sua iniciação propulsiva irrompe com intensiva violência. A aritmética, com efeito, se origina de um exercício sensorial que avalia as dimensões, isto é, as relações quantitativas entre as coisas." (p. 300).	Continua explicitando que "estas conquistas, que sobrevêm graças às energias interiores em atividade, manifestam um caráter explosivo: a impetuosidade das atividades superiores é, na criança, acompanhada de alegria e entusiasmo. Não se trata, pois, de um árido aprendizado, mas de manifestação triunfante da personalidade que encontra seus meios de corresponder às profundas necessidades da vida." (p. 300). É importante lembrar que na Casa dei Bambini atendia a faixa etária de 3 a 7 anos, posteriormente Montessori expande seu método para classes de estudantes mais velhos, ampliando as disciplinas envolvidas no ensino que propõe.	Desenho, escrita, leitura e aritmética são os pontos deflagradores do ensino escolar e todos estes se expandem pela educação dos sentidos. Sentidos físicos sustentam o conhecimento Observa-ação

Fonte: autora (2019).

4.1.1 Síntese das IN evidenciadas na análise do quadro 3

Material manipulável[27]: Objetos intencionamente elaborados ou inventariados para ação do aprender pela exploração das características físicas, em função do ensino, que tenha como espinha dorsal ideias escolares, no caso deste estudo as matemáticas. Essa intencionalidade se dirige aos materiais que possam sucitar que o estudante veja além do que o objeto pode ser em si, na fisicalidade. Algumas facetas do material manipulável foram destacadas:

- *Material manipulável para a compreensão das ideias escolares e do mundo que circunda a criança*: os materiais, os objetos externos, não são impostos para uma internalização mecânica. Ao contrário, abrem a possibilidade para que o estudante se compreenda em seu solo histórico-cultural e ora reconhecendo no objeto aspectos vividos, ora buscando no vivido ressignificar objetos. Um enlace entre suas observa-ações e seu mundo vida.
- *Material manipulável para aflorecer as ideias matemáticas*: os materiais manipuláveis contêm propriedades matemáticas que são a todo momento experienciadas sensorialmente e muitas vezes tidas como desafiadoras, mas somente "reveladas" diretamente à criança quando demonstra interesse e necessidade. Fato esse afirmado por Montessori ao sugerir a retomada dos materiais em outros períodos etários.
- *Material manipulável sendo promotor do controle do erro*: o material manipulável detém o controle do próprio erro intencionalmente, para oportunizar a reflexão de seus movimentos e/ou dos procedimentos a seguir com o mesmo.
- *Material manipulável para experienciar grandezas*: sentir as grandezas sensorialmente nos materiais manipuláveis e na cotidianidade é algo muito valorizado nessa obra de Maria Montessori, percebo que a tem como a experiência que inaugura compreensões de ideias matemáticas.
- *Material manipulável sustentado o movimento de compreensão da geometria*: a obra analisada mostrou o intuito da autora em propor materiais com propriedades geométricas às crianças da Educação Infantil, para que pudessem se familiarizar com os entes geométricos somente pelo toque e pela exploração das possibilidades do material em

[27] Há de se dizer que Montessori organizou diversos tipos de materiais, procurando contemplar as mais diversas áreas de conhecimento, no entanto a presente pesquisa segue a linha de perseguir o fenômeno "alfabetização-matemática-na-perspectiva-montessoriana", por esse motivo, quando utilizar o termo "materiais manipuláveis" estarei sempre me referindo àqueles que contemplam o referido fenômeno.

questão. Montessori percebeu ter provocado nelas um súbito interesse, em etapas posteriores, em conhecer as especificidades daquilo que experienciaram.

- *Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética*: a autora demonstra a importância que inicial a experiência com as grandezas com as crianças de Educação Infantil. Assim, sutilmente são inseridas às ideias matemáticas concernentes à aritmética, para que esse conhecimento passe do subconsciente ao consciente. Pouco a pouco se mostra um caminho à aritmética aliada inicialmente ao material manipulável, sobretudo ao compor/decompor/reunir dezenas, ao representar multiplicações geometricamente e promover (ou estimular?) cálculos mentais; entendimentos esses que já se situam como marco de compreensões algébricas.
- *Material manipulável para construção das ideias de número*: no decorrer do livro é possível entender um encaminhamento ao estudo do número, que transcorre (por meio dos materiais manipuláveis) pelo entendimento de:

  - ✓ algarismos, mostrando a quantificação de números com um só algarismo, o toque de sua representação gráfica e o conhecimento da nomenclatura em questão;
  - ✓ ordem de sucessão, que remete à sequenciação;
  - ✓ números pares e ímpares, diferenciando e os reconhecendo;
  - ✓ ausência de quantidades, número zero: mostrando maneiras de se experienciar sensorialmente;
  - ✓ composição de números, principalmente, uma vez que isso é repetidamente mencionado, de forma visual e atraente, algumas vezes até mesmo geométrica.
- *Material manipulável para a articulação aritmética-geometria*: Montessori fundamenta essa articulação no entendimento de que as quantidades numéricas podem ser representadas por entes geométricos dependendo da maneira como são organizadas, incita que isso provoca o interesse das crianças, pois considera que este estudo se torna mais atraente.

Sentidos físicos que sustentam o conhecimento: diz respeito às possibilidades que se abrem para o conhecimento pelo corpo próprio, com as percepções possíveis pela articulação dos múltiplos orgãos físicos que permitem sentir o mundo. Montessori aborda que os sentidos educam, mas é possivel educar os sentidos (olhar educa, mostra, mas é possível educar o olhar para ver além das aparências) e refletir com base nas experiências proporcionadas. O corpo próprio é um termo usado por Merleau-Ponty (1996) ao explicitar que o corpo de cada um é o “pivô do mundo”, ideia essa que será trazida com mais detalhes no decorrer da presente dissertação.

Sentidos físicos sustentam o conhecimento espacial da criança: destacou-se a importância do tocar para estimular os sentidos, numa perspectiva de controle e refinamento de seus próprios movimentos.

Observa-ação: OBSERVA-ação e observa-AÇÃO, num jogo entre observar para agir e agir que permite novas observações, num movimento contínuo em que agir se abre ao ver cada vez com mais clareza o que se tem à frente. O que se vê, se toca, ao que o corpo sente e que vai tecendos sentidos para o estar aprendendo. Educar os sentidos para que não permaneçam no plano da intuição e sim para que encaminhem a formalização dos conhecimentos.

Observa-ação: objeto do cotidiano sustentado a construção do conhecimento escolar: a autora promove que o estudante possa inserir seus conhecimentos casualmente adquiridos em sua trajetória escolar, sem que necessariamente faça relações com dados e conceitos científicos.

Intencionalidade do ensino: atenção ao planejamento e a sua realização para que o foco incida em quem aprende e não nos meios para o esino da Matemática. Preocupação com a efetividade do ensino para quem está aprendendo. A efetivação do planejamento não pode perder de vista o estudante aprendente.

4.2 LIVRO 2 (L2) – PSICO-ARITMÉTICA (MONTESSORI, 1934a)

A primeira edição publicada em 1934, em Barcelona/ES, em língua espanhola; período em que morou na referida cidade. Na versão que tenho não se pode saber ao certo qual seria a edição, uma vez que o livro não mostra essa informação; pontuo que tive acesso também à primeira edição italiana, de 1971, que tem um prefácio escrito por Mario Montessori e a introdução por Camillo Grazzini, um dos tradutores, ambos apresentam aspectos históricos e a informação de que a edição italiana foi realizada em comemoração aos 40 anos da publicação da referida obra e o centenário de Maria Montessori, sendo revisada e ampliada, pois contém a inserção de alguns poucos materiais agregados à área ao longo do tempo. Sendo minha pergunta de fundo: como a alfabetização matemática se mostra na obra montessoriana, direciono meu olhar para a voz da própria autora, dessa maneira faz-se coerente optar pela versão espanhola, que foi a língua pela qual a autora optou escrever e publicar. Trata-se de uma obra recheada de ilustrações coloridas e fotos em preto e branco.

Logo no prefácio já se encontram marcas de seu intuito em escrever esta obra, apontando que a aritmética tem se apresentado de forma estigmatizada, como algo de difícil compreensão.

> Se ha repetido siempre que la aritmética, y en general las ciencias matemáticas, tienen en la educación el oficio importante de ordenar la mente juvenil, preparándola, con rigurosa disciplina, para ascender a las alturas de la abstracción. Pero esta importancia doble, es decir, de <<medio de desarrollo mental>> y <<necesaria y elemental cultura>>, no se alcanzaba con eficacia en las escuelas elementales. En efecto, la aritmética se consideraba un <<escollo>> difícil de superar, una <<dificultad>> que requería un esfuerzo penoso, <<una disciplina árida>>. (MONTESSORI, 1934a, p. V).

Ainda hoje encontramos na academia alguns discursos parecidos, que reforçam tal estigma do “escollo”, que entendo aqui como a expressão “pedra no sapato” na língua portuguesa. Pautada na educação dos sentidos que promove às crianças do início da Educação Infantil, Montessori consegue elaborar novos meios para emergir o conhecimento da aritmética.

> Presentando al niño un <<material científicamente determinado>>, que le ofrece de un modo <<claro, evidente>>, el fundamento sobre el cual debe levantarse la actividad razonadora, entonces se facilita no solamente el aprendizaje de la aritmética, dándole una forma elevada, sino también el desarrollo de una profundidad lógica que se hubiera creído imposible de alcanzar en los niños. Los materiales de la aritmética pueden compararse a <<una palestra de gimnasia mental>>. En el minucioso análisis realizado sobre la evidencia de las cosas y sobre el ejercicio activo, todos los detalles acompañan al desarrollo psíco, como si la aritmética fuese el medio más práctico para un verdadero tratamiento

> psicológico del niño, un arsenal maravilloso de psicología experimental. (MONTESSORI, 1934a, p. V – VI).

Envolvida pelos princípios de seu método, propõe um novo olhar para a Matemática, demonstrando usos avançados dos materiais que criou, apontando contribuições de seu filho Mario.

QUADRO 4 - QI do livro 2 Psico-aritmética (MONTESSORI, 1934a)

US	Enxerto Hermenêutico	US articulada
L2.1: "<u>El primer material que se presenta a los niños para el aprendizaje de la Aritmética, es un sistema de diez bastones</u>." (p. 11).	Material esse já trazido nas USs L1.19, L1.20 e L1.21, as Barras vermelhas e azuis (Apêndice 9).	Material manipulável como recurso que inaugura os processos de aprendizagem da aritmética. Material manipulável para experienciar grandezas
L2.2: "Los pequeños se habían acostumbrado a <u>distinguir a simple vista las longitudes diversas de los bastones</u>, poniendo uno junto a otro y comprobando, de este modo, que <u>la longitud crecía de un modo uniforme</u>. Los niños que realizaban los ejercicios sensoriales eran de la edad de tres años." (p. 11 – 12).	Aponta a semelhança entre os materiais. "Un material semejante, pero no marcado con dos colores distintos, sino, donde todos los bastones eran del mismo color, fue usado durante largo tiempo por los niños en un período precedente, cuando efectuaban los ejercicios sensoriales." (p. 11). Encontrado registro também na US L1.11.	Importância da manipulação de objetos que viabilizem a experiência de ideias matemáticas. Material manipulável para experienciar grandezas Sentidos físicos sustentam o conhecimento
L2.3: "Con los bastones de la Aritmética que llegan a un máximo de diez, no se pretende hacer una revelación, sino, más bien, <u>ordenar y precisar ideas vagas adquiridas casualmente</u>. Y para precisar estas ideas numéricas <u>se recurre a un instrumento que fue ya utilizado</u> en el período primitivo de ejercicios sensoriales. [...] El hecho de obtener, con relación al nombre del número, la cantidad correspondiente en	Aqui, os escritos de Montessori, apontam qual é o objetivo do material das Barras vermelhas e azuis, ressaltando partir de algo já conhecido pela criança (que seria a semelhança entre o referido material e as Barras vermelhas – Apêndice 8 – , encontradas nas US L1.11 e L1.12).	A "memória sensorial" como um conhecimento prévio para inaugurar compreensões de ideias matemáticas. Sentidos físicos sustentam o conhecimento Material manipulável para construção das ideias de número

una apariencia rígida y clara, facilita la comprensión de los conceptos de la unidad y de las relaciones recíprocas entre diversas cantidades, así como las relaciones entre éstas y la unidad.” (p. 12).		
L2.4: “Conviene unir a su enseñanza el conocimiento de los símbolos numéricos y ponerlos en relación con las, cantidades.” (p. 13).	Aponta diretamente qual seria o modo de se ensinar os algarismos em seu método (presente também nas US L1.7 e L1.21), com o suporte de números em lixa (Apêndice 10). “Un material, análogo al usado para enseñar las letras del alfabeto, está unido al sistema. Se trata de diez pequeños cartones lisos, sobre cada uno de los cuales, está fijada en papel de lija una de estas cifras: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0. Dichos números se hacen palpar repetidamente en el sentido de la escritura mientras se aprende el nombre: uno, dos, tres, etc. Así queda en la memoria la figura de la cifra en relación, con su nombre y, a la par, se acostumbra la mano a reproducir el trazado de cada una; esto es, a escribirla.” (p. 13). Destaco o uso da palabra “repetidamente”, una vez que é utilizado sob a luz dos principios independencia e autonomía do método. Isto quer dizer que é a criança que, espontaneamente, repetirá o exercício e não o docente que a obrigará. E isso se deve ao interesse e à maturação de cada um. Mas, Montessori salienta que saber o nome e o modo de escrever não é o bastante: “El hecho de que a toda símbolo numérico pueda hacerse corresponder la cantidad total que aquel representa, bajo la forma de un objeto único, al igual que la cifra es un único signo, hace clara y fácil la asociación entre el símbolo numérico y la cantidad. Basta colocar, entonces, la cifra junto al bastón correspondiente para lograr, con presteza la memorización de su correspondencia.” (p. 13).	A experiência sensorial com o material da representação numérica deve estar ligada diretamente com sua nomenclatura e quantidade. Material manipulável para construção das ideias de número Sentidos físicos sustentam o conhecimento
L2.5: “Del sistema, puesto en orden, pueden derivar estudios hechos a base de decomposiciones y recomposiciones, de cotejos, etc. Se pueden efectuar ejercicios de desplazamiento y de comparación, ya sea con todo el sistema o con una parte de él, sea con los bastones largos o con los cortos. Lo único que hace falta vigilar es, que todas las combinaciones sean dentro de la decena, es decir, no pasar	O material das Barras vermelhas e azuis (Apêndice 9) possibilita, também, a compreensão de conceitos da adição e subtração, restringindo-se à dezena, uma vez que a tem como referência nos referidos exercícios de manuseio das barras. Na US L1.20 a autora já trazia esta mesma ideia. “Es evidente, que cada vez que se unen varios bastones, se hace una suma y cada vez que esta suma se descompone, se efectúa una sustracción. El interés lo despierta, por ejemplo, el encontrar dos bastones que, unidos, constituyen la longitud de otro bastón mayor. Por ejemplo: 4 + 3 = 7, de los cuales, volviéndolos a su estado anterior, se obtiene: 7 – 3 = 4 o también 7 – 4 = 3. Si después, estos ejercicios primitivos se llevan a cabo con todo el sistema, uno de los más claros consiste en la composición de todas las combinaciones iguales a diez, poniendo el 1 sobre el 9, el 2 sobre el 8, y así sucesivamente.” (p. 14). “En el sistema de los bastones están contenidos otros principios, que pueden ser utilizados en lo futuro; dicho sistema presenta como en un núcleo el sistema decimal y juntamente con éste, el sistema métrico, porque, el bastón del 10 tiene un metro de longitud y las unidades que se descomponen los diversos bastones, son su décima parte o sea el decímetro.	Compor dezenas por meio de materiais manipuláveis se mostra um ponto fundamental para o ensino e aprendizagem da Matemática no método montessoriano. Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética Intencionalidade do ensino

del bastón mayor, porque ello traería consigo una complicación en lugar de un progreso." (p. 14).	Pero estos particulares, no accesibles aún al niño, permanecen en el sistema sin complicarlo y es evidente, que el desarrollo mental y cultural sabrá descubrir y utilizar más tarde le que pasó inadvertido en la primera infancia." (p. 15).	
L2.6: "Este ejercicio es casi una comprobación de la que se aprendió con el sistema de los bastones; e1 niño, en efecto, reconoce la cifra y compone por sí mismo el número acumulando las unidades (de cualquier clase) cuya suma aquélla representa." (p. 16).	O exercício referido seria outra possibilidade de se estudar a contagem. Descrição do uso do material denominado "Fusos" (também encontrada na US L1.22; Apêndice 11): "Un segundo material repite el hecho de contar las unidades relativas a los varios grupos de la sucesión numérica de uno a diez, mejor, de 0 a 9. En este caso, sin embargo, las unidades vienen representadas por objetos separados, todos iguales entre sí y consisten en pequeños husos fácilmente manejables y que, atados en grupos por una cinta, aparecen de un grosor que va en aumento. Tales grupos se deben colocar en dos cajitas, dividida cada una, en cinco espacios y en correspondencia en cada espacio, está escrita una cifra. [...] El ejercicio consiste en reunir primeramente, en un solo grupo de conjunto, toda la masa de husillos y colocar en cada espacio, contándolos uno a uno, la cantidad correspondiente al número señalado. Concluido el ejercicio y comprobado que no existen errores, cada grupo de husillos se ata con una cinta encarnada." (p. 16). Ressalta ainda a situação do zero: "Las cifras están representadas todas ellas, pero no existe el 10 que, en cambio, existía en el sistema de los bastones, y esto sucede porque el material expone a la atención del niño las cifras en sí. Estas van como indicaciones concretas del uno al nueve. Antes de todas está el cero, que en sí mismo no representa cantidad alguna, como lo comprueba el hecho de que el primer espacio que a él corresponde permanece vacío. Las cifras son en número de diez, pero, los grupos de husillos, son nueve solamente." (p. 16 – 17).	Materiais manipuláveis apresentando sequência pedagógica de uso, a fim de que a criança tenha condições de comprovar o que aprendeu no material seguinte, bem como de ampliar suas compreensões das ideias matemáticas. Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética Intencionalidade do ensino
L2.7: "Este ejercicio es una comprobación total de lo aprendido, es decir, ver si se conocen las cifras en su serie numérica y en la cantidad que representan. [...] se le proporciona instintivamente la noción de los números pares e impares." (p. 17).	O trecho selecionado encontra-se inserido no seguinte contexto: "Existe, finalmente, un tercer material consistente en diez pequeños carteles separados, sobre cada uno de los cuales aparece escrita una cifra respectivamente, o sea: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 45 pequeños objetos separados que pueden ser pequeños marcos de color o pequeños juguetes iguales, como muñequitas, pequeñas bolas, etc. El ejercicio consiste en colocar primeramente los carteles – que están mesclados – según el orden normal de sucesión y después situar al pie de cada cifra, los objetos, en la cantidad correspondiente. Este ejercicio es una comprobación total de lo aprendido, es decir, ver si se conocen las cifras en su serie numérica y en la cantidad que representan. Para colocar un nuevo concepto al alcance del niño, conviene colocar a doble fila los objetos, lo cual es posible solamente, en los números pares, mientras en los impares, queda uno sin compañero y, de este modo, se le proporciona instintivamente la noción de los números pares e impares." (p. 17). O material descrito está contido também na US L1.23.	Materiais manipuláveis apresentando sequência pedagógica de uso, a fim de que a criança tenha condições de comprovar o que aprendeu no material seguinte, bem como de ampliar suas compreensões das ideias matemáticas. Material manipulável para construção das ideias de número Intencionalidade do ensino

L2.8: "Los tres ejercicios recuerdan la lección psicológica de los tres tempos [...] Con esto se cierra el periodo preelemental para la Aritmética." (p. 17).	O trecho encontra-se inserido à seguinte explanação: "Los tres ejercicios recuerdan la lección psicológica de los tres tiempos (Véase, Pedagogía Científica de la misma autora). En efecto; en el primer tiempo está la representación de le cosa, en sí mismo (la cantidad y los signos numéricos). En el segundo, se pide cual cantidad correspondiente a la cifra. En el tercer tiempo, se pide tanto la sucesión de los números, como la cantidad correspondiente a ellos. Con esto se cierra el periodo preelemental para la Aritmética. (Para mayores detalles véase la Pedagogía Científica precitada)." (p. 17). Os três exercícios: Barras vermelhas e azuis (inicia-se o reconhecimento numérico e a regularidade de uma sequência), Fusos (inicia-se a quantificação de acordo com o número dado já em sequência) e Tentos (inicia-se o conceito de par e ímpar, bem como a organizar sozinho a sequência numérica). Na análise realizada de Pedagogia Científica, realmente encontra-se um detalhamento das referidas Lições, nessa pesquisa encontrada na US L1.14.	A importância de material manipulável elaborado intencionalmente para que a criança tenha possibilidade de verbalizar o que/como é aquilo que está manipulando. Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética Intencionalidade do ensino Observa-ação
L2.9: "El cálculo, después, no es sino una ulterior abreviación de la operación de contar." (p. 18).	Aponta como considera a ideia de calcular em seu método, a qual teve como introdução: "El fundamento, sobre el cual nos basamos para ordenar las cantidades numéricas, es el sistema decimal. Su introducción entre nosotros, que data de los árabes, en la edad media, constituye una facilidad en el cálculo, tan sorprendente, que permite contar, incluso al niño, grandes cantidades." (p. 18). Continua ao mostrar de que maneira indica iniciar esse trabalho: "Simplicidad y claridad, son, precisamente, las cualidades necesarias para colocar los hechos al alcance del niño. Por esto, el primer paso debe ser: facilitar al niño la construcción del sistema decimal en sí mismo y no el contar ni calcular, porque estas dos cosas, se consiguen con los fáciles mecanismos que ofrece el sistema decimal." (p. 18). Ideia essa encontrada também na US L1.5, uma vez que relata uma lição que não proporcionava as qualidades que considera necessárias.	Mostra suas compreensões e diálogo entre as ideias matemáticas, sempre guiadas pela experiência vivida com os materiais manipuláveis. Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética Intencionalidade do ensino
L2.10: "Es en el 10 dónde aparece esta dificultad y de ello la necesidad de recurrir a un componente. El 10 no es, sino, un retorno a contar nuevamente de uno a nueve." (p. 18).	Introduz o sistema decimal ao dizer: "La clave del sistema decimal consiste en el juego final, entre el nueve y el diez. Es esta clave la que sitúa la organización de las distintas clases de unidades en un cuadro sistemático interesantísimo. En efecto, apenas se supera la cantidad nueve de una unidad, no existen cifras para representar el nuevo grupo y precisa comenzar de nuevo utilizando la cifra uno." (p. 18). E apresenta, em seguida, um quadro composto de três colunas cada uma iniciando por uma letra: C (centena), D (dezena) e U (unidade); cada uma é seguida abaixo pelos números de 1 a 9 (não há explicação do porque não foi colocado o zero). Ideias aqui trazidas apresentaram aproximações à US L1.27.	Mostra suas compreensões e diálogo entre as ideias matemáticas, sempre guiadas pela experiência vivida com os materiais manipuláveis. Material manipulável para construção das ideias de número Intencionalidade do ensino

L2.11: "Existe, pues, un valor absoluto en el sistema decimal que no varía con el relativo representado por las cifras. [...] Precisa, ante todo, situar las jerarquías y darse cuenta exacta de la importancia, de su «valor», para no sufrir error. [...] La diversa posición de los números se denota colocando, sucesivamente, un cero a cada salto jerárquico; uno, diez, ciento, indican posiciones como las señaladas en las líneas U. C. D." (p. 19).	Na leitura como um todo o estudo dos valores absoluto e relativo (ou posicional) encontram-se apoiados à manipulação do material das contas douradas (Apêndice 1) concomitantemente, mesmo que ainda não o tenha apresentado no livro até o momento.	Importância de se abrirem possibilidades de compreensão dos valores absoluto e posicional dos números, tendo como recurso o material das contas douradas. Material manipulável para construção das ideias de número Intencionalidade do ensino
L2.12: "El material que proporcionamos a los niños, para hacerles comprender el sistema decimal, es triple; está compuesto: de objetos, de cifras numéricas y de palabras. [...] Unido al material de perlas está el de cifras. Este consiste en una serie de carteles, cuyas dimensiones son proporcionadas a la jerarquía de los números, y para las varias jerarquías, tienen los números distintos colores." (p. 20).	Os objetos seriam as peças do material das contas douradas (que em espanhol chama de "material de perlas", material das pérolas; há mais informações dele no Apêndice 1), os números em forma de visão de conjunto (chamadas também de "cartelas coloridas"; Apêndice 19) e da nomenclatura (verbal ou escrita) dos mesmos. No segundo material citado, destaco, que opta por uma cor distinta para os números de cada ordem, na página 21 faz um esquema em que as cores para unidade, dezena, centena e milhar têm como cores respectivamente preto, vermelho, azul e amarelo; já na página seguinte o esquema mostra a sequência de cores como sendo azul, vermelho, preto e azul; na página 26 já há outra sequência de cores, fato este denota que o que traz é a importância de se determinar cores distintas às hierarquias numéricas, sejam elas quais forem. No entanto, na contemporaneidade se padronizaram internacionalmente que a ordem das unidades em verde, das dezenas em azul e das centenas como vermelho, independentemente da classe em que estejam posicionadas, estabelecendo esse padrão, fato que corrobora a edição de 1971 quando apresenta esse material, diferentemente da primeira, é documentado por escrito que essas são as cores utilizadas, no entanto sem qualquer justificativa da escolha. Logo em seguida traz a descrição dos materiais que comenta. "Los pequeños carteles para las nueve unidades son iguales entre sí e idénticos en un todo a los usados en la primera numeración (en la que se utilizaban los bastones de madera); los carteles para las nueve decenas, en cambio, tienen doble anchura, porque necesitan espacio para contener el cero; los de las centenas tienen triple anchura que los de las unidades, para dejar espacio para dos ceros, y finalmente, el millar, necesitando espacio para tres ceros tiene cuatro veces la anchura." (p. 21 – 22). Apresenta, na sequência, como compor grandes números, associando a eles objetos (de acordo com sua	Importância de se abrirem possibilidades de compreensão das classes numéricas, tendo como recurso o material das contas douradas concomitantemente ao uso de cores distintas a cada ordem nas cartelas de números e sua respectiva nomenclatura. Material manipulável para construção das ideias de número Intencionalidade do ensino

	hierarquia) manipuláveis, seriam eles as peças do material das contas douradas. Indica que primeiro a criança componha o número em questão, por meio da manipulação do material e depois recorra às visão de conjunto, de forma a sobrepô-las. Mas, considera também a possibilidade de se decompor o mesmo número com as próprias cartelas.	
L2.13: "<u>El poderlos componer y analizar, moviendo los objetos, incita a la repetición del fascinador ejercicio.</u> [...]<u>El estudio de los detalles puede ser hecho simultáneamente. No precisa una sistematización; lo único necesario es estudiar «todos» los detalles.</u>" (p. 26 – 27).	A ideia destacada como US, é desenvolvida com uma analogia ao bordado: "No precisa una sistematización; lo único necesario es estudiar «todos» los detalles. Así, volviendo al mismo ejemplo, quien ejecuta un bordado, dibujado en su conjunto, puede principiar por donde le parezca más conveniente; comenzando por una parte y siguiendo después por otra que no esté ligada con aquélla. Análogamente, los ejercicios de detalle que se refieren al sistema decimal, pueden llevarse a cabo simultáneamente, sin necesidad de precedencia, porque están guiados por un conjunto preestablecido." (p. 27). Dessa maneira, discorre largamente acerca das possibilidades de apresentar as quatro operações aos estudantes, usando o material das contas douradas (Apêndice 1) e se valendo de relatos de suas experiências. Retoma a soma de grandes números, na qual traz a ideia de reunir, segundo o sistema decimal, pois "no hay pues nada que aprender en lo que a las operaciones en sí mismas se refiere, cuando al sistema decimal se le da todo aquello que realmente le pertenece." (p. 54). Logo em seguida a autora dá um exemplo a partir de um relato de sua própria experiência com alguns estudantes. Coloca, então, de forma análoga, a multiplicação, pois é considerada por Montessori (1934a) como uma "soma especial", pois os procedimentos, num primeiro momento, são semelhantes à soma anteriormente apresentada, o que difere é que se somam quantidades iguais determinadas vezes. Só então explicita como proceder para a subtração, mostrando a ideia de tirar, uma vez que sugere que um dos seus educandos represente com o referido material o número que queira e outro que poderá retirar a quantidade que deseje do colega, frisando novamente as regras do sistema decimal, uma vez que não se evidencia a presença de reservas e sim de uma troca entre ordens numéricas para que se possa ser capaz de tirar a quantidade pretendida. (Nesse momento não se trabalham com números negativos.) Chega-se à divisão, a qual é tomada como uma "subtração especial", uma vez que se retiram quantidades sempre iguais do dividendo. Nesse momento, lhes é apresentada a ideia de uma divisão distributiva entre alguns colegas da classe e não se trabalham com números racionais, por esse motivo divide-se até onde se pode e deixa que se sobrem restos/resíduos.	Postura de observador do estudante tratada como importante na aprendizagem das quatro operações básicas de Matemática, uma vez que se deve estar atento aos detalhes mostrados por intermédio do material manipulável. Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética Observa-ação
L2.14: "Uno de los ejercicios paralelos consiste en <u>ilustrar los pasos de una decena a otra</u>. [...] Además, los números están representados por perlas de diversos colores; [...]. De ese modo <u>todas estas</u>	Abordado também nas US L1.27 e L1.29, as contas coloridas são retomadas nessa obra, sendo apresentada da seguinte forma: "El paso de una a otra decena – Uno de los ejercicios paralelos consiste en ilustrar los pasos de una decena a otra. El material de perlas adaptado a este ejercicio representa (análogamente a lo que representaban los bastones) los grupos de las unidades de uno a nueve, reunidos en un conjunto indisoluble. Hay pues, pequeños bastones de dos perlas, de 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, y 9 respectivamente, enfiladas en un alambre que reúne el grupo. Además, los números están representados por perlas de	Compor números por meio de materiais manipuláveis se mostra um ponto fundamental para o ensino e aprendizagem da Matemática no método montessoriano.

<u>perlas tienen una apariencia distinta de los pequeños bastones de las decenas.</u>" (p. 27 – 28).	diversos colores; rojo, el uno, verde el dos, negro el tres, amarillo el cuatro, azul el cinco, marrón el seis, blanco el siete, morado el ocho, azul oscuro el nueve y anaranjado el diez. De ese modo todas estas perlas tienen una apariencia distinta de los pequeños bastones de las decenas, que son todos de color anaranjado y que se utilizaron para construir el cuadro del sistema decimal donde, no los colores, sino la forma de agruparse, constituyen el medio de distinción." (p. 27 – 28). Há diferença entre essas cores adotadas para cada um dos números entre essa obra e a anteriormente analisada, expresso na US L1.29. Na contemporaneidade, padronizaram internacionalmente como sendo 1-vermelho, 2-verde, 3-rosa claro, 4-amarelo, 5-azul claro, 6-lilás, 7-branco, 8-marrom e 9-azul escuro. Educadores adeptos às ideias de Lubienska de Lenval utilizam as cores conforme ela indica (a diferença seria que o 6 é marrom e o 8 é cinza). Prossegue mostrando como apresentar os números maiores que 10 às crianças: "El primer ejercicio consiste en la construcción del cuadro, que comprende las combinaciones de la decena con los varios grupos de unidades; es decir, junto a los pequeños, bastones de decenas, colocados uno debajo del otro se colocan, primero la perla de la unidad y después, la serie de los pequeños bastones inferiores a diez en su sucesión natural. Aquí se ve claramente que más allá del nueve no hay combinación posible entre la decena y los grupos de las unidades; pero comienzan a acumularse sobre la decena y entonces hay que concluir colocando dos bastones anaranjados, uno junto a otro." (p. 29). Contido também na US L1.27, a descrição do material das tábuas de 10 (ou de Séguin; Apêndice 20), bem como a maneira de utilizá-lo: "He aquí un material, todo de cifras que sirve, precisamente, para probar una y otra vez el mismo hecho. Consta de dos marcos iguales; la separación en dos partes está hecha para hacer más visible toda la serie y también para manejar con más facilidad el material. En un marco están dibujadas las cinco primeras decenas, o sea los números 10, 20, 30, 40, 50 y en el otro las cuatro decenas sucesivas, 60, 70, 80, 90. Acompaña al material de marcos la serie de los nueve pequeños carteles que llevan las cifras de las unidades. Estos se pueden hacer resbalar dentro del marco para cubrir el cero. El ejercicio consiste en contar, sustituyendo las nueve cifras de los pequeños carteles, según el orden material numérico, sobre el cero del diez para formar sucesivamente los números 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 Al llegar a este punto precisa formar el veinte y comienza de nuevo en la misma forma para componer sucesivamente los números 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29 y así sucesivamente hasta el fin. Son siempre los mismos pequeños carteles los que sirven de puente entre el 10 y el 20, como entre el 20 y el 30, como entre el 80 y el 90. Cuando se llega al noventa y nueve no es posible continuar con el material." (p. 32).	Material manipulável para construção das ideias de número Intencionalidade do ensino
L2.15: "<u>Al anterior ejercicio hay que asociar el conocimiento de las palabras</u>.	Aponta o trabalho com os números por extenso, apoiada à composição das palavras. "Al anterior ejercicio hay que asociar el conocimiento de las palabras. La máxima dificultad de los términos es la relación a este grupo de paso del diez al veinte, porque la composición de las palabras	Importância da relação entre o estudo do léxico e da composição numérica, sendo

La máxima dificultad de los términos es la relación a este grupo de paso del diez al veinte, porque la composición de las palabras que <u>se refieren a la decena y a las unidades que a ella se unen, oculta los términos componentes haciendo en la fusión palabras nuevas</u>." (p. 30).	que se refieren a la decena y a las unidades que a ella se unen, oculta los términos componentes haciendo en la fusión palabras nuevas. Por ello, esta parte puede ser enseñada de memoria, valiéndose de ejercicios de composición de palabras realizadas par medio de pequeños carteles en que la sílaba ce esta siempre compuesta en el mismo color, mientras que las otras partes de la palabra (que indican el grupo de unidades que está asociado a la decena) está compuesta con color diverso. Esto hasta el número quince, pues a partir del diez y seis se invierten los términos. De este modo tendremos: <u>rojo</u> <u>negro</u> <u>negro</u> <u>rojo</u> on — ce diez — seis do — ce diez — siete tre — ce diez — ocho cator — ce diez — nueve quin — ce" (p. 30). Destaco ser a escrita por extenso um dos detalhes citados na US L2.13.	ambos amparados ao material manipulável. Material manipulável para construção das ideias de número Observa-ação
L2.16: "<u>Contar linealmente</u> es un ejercicio paralelo – Contar linealmente es interesante sólo para la inteligencia que posee ya el cuadro dirigente del grupo de las jerarquías decimales. <u>Partamos de los puntos fundamentales de las jerarquías considerando las unidades que dominan las series del sistema.</u> [...] <u>Descomposición lineal del cuadrado.</u>" (p. 33).	Após descrever as peças do material das contas douradas (vulgo material dourado, conforme explicitado na US L1.24), indicado por Montessori para a tarefa de contagem, ela traz a questão da decomposição. "Descomposición lineal del cuadrado. La cadena del ciento – Si en vez de tener las decenas unidas en un cuadrado, las soltamos, conservándolas unidas solamente por las extremidades, obtendremos una cadena de cien perlas subdividida en decenas, es decir, en pequeños bastones que se suceden. La cadena del ciento impresiona por su longitud más que el cuadrado por su superficie. Aquella representa el camino de las unidades que van, a través de las decenas, a constituir la centena." (p. 34). Mas como isso acontece? Sendo a dezena do material das contas douradas, oficialmente, formada por 10 miçangas alaranjadas/translúcidas perpassadas por um arame finalizado em cada extremidade com um gancho, a decomposição da centena se torna um "caminho/serpente". Quando se juntam 10 delas formam a centena, haja vista que estão enganchadas com a peça (argola) logo ao seu lado, e posicionadas lado a lado verticalmente. E, ao puxar a ponta da última, as dez dezenas desmancham o quadrado que formavam a centena para tornarem-se um "caminho", uma linha. Esse processo pode ser feito de maneira inversa, a criança conta a dezena e engancha mais delas até que chegue ao 100, depois as agrupa lado a lado formando o quadrado. Exercício esse, que pode ser feito também com a unidade de milhar. Atento para o fato que a centena e o milhar podem ser facilmente encontrados com as peças fixas, mas a leitura indica que para cada finalidade é oferecido o material adequado. No Apêndice 1 há mais informações sobre o material em questão.	Representação geométrica e palpável dos números, mediante materiais manipuláveis, que possibilitem a contagem linear das quantidades. Material manipulável para a articulação aritmética-geometria Sentidos físicos sustentam o conhecimento
L2.17: "Un ejercicio que puede llevarse a cabo paralelamente al anterior y que sirve para que se hagan casi mecánicamente las	Montessori apresenta nessa obra o jogo da serpente, também trazido na US L1.27. Material a que se refere trata-se das barrinhas de contas coloridas (Apêndice 13), o qual a criança se serve de forma livre para formar sua serpente (não há limite de quantidade ou tamanho). O trecho que segue ao destacado ao lado corrobora sua ideia ao apresentar tal jogo. "El ejercicio se inicia volviendo en fila, una gran cantidad de estos bastones tomados al azar entre el	Compor números até a primeira dezena, por meio de materiais manipuláveis, mostra-se um ponto fundamental para aquisição do

pequeñas sumas de unidades preparando los niños para el cálculo mental, se hace por medio del material de perlas que representa los grupos numéricos inferiores a la decena." (p. 36).	grupo; se les alinea bien, sea sobre una mesa larga o sobre el pavimento y para que no ocupen un espacio excesivo se les dispone en una línea sinuosa que recuerda el cuerpo de una serpiente." (p. 36). No entanto a explicitação desse jogo, nessa obra aparece de forma mais completa e detalhada: "Se comienza, pue, a contados, y apenas se suman diez unidades, se separan los bastones sumados y se les sustituye por un bastón de diez, que son como sabemos, de color anaranjado. Después y a partir del diez se cuenta nuevamente hasta sumar otros diez y he aquí que otro bastón de color anaranjado viene a sustituir los bastoncillos sumados que se separan de la figura de serpiente y así se prosigue hasta el fin. Se ve, entonces, que el color anaranjado va devorando aquella fila multicolor y, que bastones de igual longitud, todos ellos, van ocupando el lugar de los bastones de distinta longitud. En este caso, el contar ha consistido en transformar en decenas las cantidades menores que están destinadas a fundirse en el diez, base del sistema decimal." (p. 36 e 39). Como observo ainda não ter Montessori deixado claro de que forma o cálculo mental se faz presente, sendo esse o objetivo principal do jogo, recorro a mais um trecho: "Pero la memorización se logra a través de un largo trabajo de contar unidades y de comprobación de sumas alrededor del diez, es decir, que obliga a reflexionar y a realizar una porción de pequeñas operaciones, de sustracciones que deben realizarse a la par que las sumas, para calcular el exceso que queda después de constituida la nueva decena. Es sobre este detalle sobre el que se desarrolla el ejercicio a través de las variaciones resultantes de los grupos diversos que se encuentran a lo largo de la línea de bastones." (p. 39).	cálculo mental. Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética Intencionalidade do ensino
L2.18: "Representan lo que materialmente se puso aparte (ya que el bastón utilizado parcialmente no se podía romper) pero que queda aún por contar. Para esta representación de restos existe un material complementario que evita toda posibilidad de confusión." (p. 40).	Aqui se apresenta uma continuação da US anterior; Montessori não deixa de considerar que duas peças (das barrinhas de contas coloridas) seguidas uma da outra excedam a dezena, sendo necessário calcular seu excesso, com um material análogo, o auxiliar positivo (Apêndice 14). "Este material consiste: El uno – Una perla negra. El dos – Das perlas negras. El tres – Tres perlas negras. El cuatro – Cuatro perlas negras. El cinco – Cinco perlas negras. El seis – Cinco perlas negras y una blanca. El siete – Cinco perlas negras y dos blancas. El ocho – Cinco perlas negras y tres blancas. El nueve – Cinco perlas negras y cuatro blancas. Esta distribución en blanco y negro facilita la selección de piezas, que se reconocen a primera vista." (p. 41).	Importância do uso de materiais manipuláveis análogos para o ensino e aprendizagem da Matemática no método montessoriano. Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética Intencionalidade do ensino
L2.19: "Este cuadro tiene por objeto, hacer ver, claramente, el paso a través del 10. [...]Se pone entonces a continuación	Nomeado pela autora como quadro de passos e na contemporaneidade como tabela de memorização da adição (Apêndice 21), o trecho em destaque veio acompanhado da descrição do referido material. "Otro material permite estudiar particularmente estos pasos analizándolos. Se trata de un cuadro dividido en 19 fajas o litas de 19 cuadraditos, con una línea vertical oscura de	A importância de material manipulável elaborado intencionalmente para que a criança tenha possibilidade de

<u>una de las fajas que tienen subdivisiones, las cuales se pueden contar.</u>" (p. 44 – 45).	división entre el 10º y el 11º cuadrado, que divide en dos el total. Las subdivisiones están señaladas por números en la parte superior que, en correspondencia de los pequeños cuadrados, van de 1 a 10 a la izquierda de la línea de división y de 1 a 9 a la derecha. En esta último, además de los números 1, 2, 3... 9, están encima de éstos y en correspondencia con ellos los números 11, 12, 13, 14... 19. Este cuadro tiene por objeto, hacer ver, claramente, el paso a través del 10. Le acompaña una serie de listas o fajas de cartón de la altura de los cuadrados y de la misma longitud, que van del 1 al 9, en las que están señalados pequeños cuadrados del mismo tamaño que los del cuadro y una serie de listas de la misma altura y de longitud respectiva, de 1 a 10 cuadrados, en los cuales, no van marcados éstos. El uso de este material es el siguiente: se coloca una de las fajas o listas sin señal alguna sobre el cuadro de la izquierda y se lee la longitud de la faja observando el nivel que alcanza; ocho, por ejemplo. Se pone entonces a continuación una de las fajas que tienen subdivisiones, las cuales se pueden contar; por ejemplo, 6. Se ve que esta faja llega, en la otra parte del cuadro al número 4, o leyendo el número superior, al 14. Se observa de este modo que la suma 8 + 6 es igual a 14." (p. 44 – 45). Esse "hacer ver", remete diretamente ao entendimento de observação para a autora, já abordado na US L1.4.	dar-se conta do que está fazendo, numa postura observadora. Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética Observa-ação
L2.20: "<u>Se ofrece un material escrito que conduce a la memorización necesaria para calcular rapidamente.</u>" (p. 45).	A partir desse trecho, introduz o que chama de tábuas de cálculo, todas acompanhadas de figuras na obra, mostrando sua linha de raciocínio para provocar tal memorização (Apêndice 21). A primeira descrita é chamada de tábua T, referente às adições entre os números 1 e 9. "Para completar el ejercicio, se ofrece un material escrito que conduce a la memorización necesaria para calcular rápidamente. Una serie de tablas o cuadros están preparados. Sobre las líneas transversales a la izquierda, se debe repetir siempre el mismo número que viene sumado con números en serie de uno a nueve; a la derecha, se escriben las cifras totales así obtenidas" (p. 45). Seguida da tábua S, que propõe que se vá excluindo um dos algoritmos envolvidos na comutatividade, tornando a tábua mais enxuta. Segue construindo possibilidades de memorização: "Constrúyase, pues, un marco que contenga la serie de números, desde el 1 al 9 tomando 0 para el ángulo. Se obtiene así, un cuadro correlativo de las sumas, que se pueden consultar, leyéndolo, como se leen las tablas pitagóricas." (p. 50 – 51). Tábua Z: "Por lo tanto, no es, necesario aprender de memoria más que la mitad de la tabla, esto es, 45 combinaciones. La tabla puede reducirse así: en ésta los números terminan en su duplicación; se ven, pues, los números iguales, dispuestos sobre N ángulos que cortan en sentido contrario a los de los dobles." (p. 51). Reduzindo ainda mais, a tábua correlata, se obtém a tábua Y, composta apenas pelos números que ficam na diagonal e abaixo dela, além de trazer uma imagem da mesma, coloca um exemplo: "Efectuando muchas sumas, se halla, que los resultados, son siempre números que se encuentran sobre la diagonal números pares, o inmediatamente debajo, números impares. Estas dos filas de números son, por esta razón, suficientes para indicar todos los totales de las sumas hasta el 20 (Tabla Y). Sea la suma: 5 + 8. Se sigue horizontalmente hasta encontrar los respectivos números dobles: 10 – 16;	Importância da participação do estudante no processo de memorização de cálculos, atividade essa possibilitada pelo uso de materiais manipuláveis. Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética Intencionalidade do ensino

	se avanza sobre la diagonal, en sentido contrario en las casillas sucesivas, llegando a 12 – 14. La suma se halla en la casilla que hay entre 12 – 14, en los números impares: 13." (p. 51 – 52).	
L2.21: "Los ejercicios que se llevan a cabo con el material de perlas para realizar una <u>sustracción, muestran el lado inverso de la clave del sistema decimal, es decir; un grupo de la jerarquía superior puede escindirse en diez unidades inferiores, cuando alguna de éstas deba sustraerse al conjunto.</u>" (p. 59).	Retoma essa ideia que foi trazida de forma breve anteriormente em seu texto, que se encontra expressa na US L2.13. Acompanhado de uma imagem, um exemplo é dado para explicitar a ideia destacada para a presente US, mostrando de forma detalhada o modo de se conceber a ideia da reserva na subtração, de maneira totalmente prática e visual, demonstrando apenas a decomposição de um elemento de uma ordem superior para a ordem inferior (decompor a dezena em 10 unidades soltas, por exemplo). Complementa afirmando que: "Para facilitar los ejercicios individuales de sustracción, se han construido pequeños carteles de colores, todos ellos de iguales dimensiones, en los que aparece impresa la figura, de un cubo o la de un cuadrado, una línea o un punto. Estos carteles indican el sustraendo y representan billetes que dan derecho a apropiarse, de la correspondiente cantidad de perlas. Dados los dos elementos, de la sustracción, se compone la cantidad efectiva indicada por el minuendo, con el, material de perlas y en correspondencia con él, se colocan debajo los carteles que indican el sustraendo." (p. 60). Destaco no texto as palavras utilizadas por Montessori para se referir à decomposição: desfazer e dividir.	Importância do uso do material manipulável na resolução e compreensão das ideias e mecanismos envolvidos nas operações matemáticas. Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética Sentidos físicos sustentam o conhecimento
L2.22: "También <u>en la división existe una sola cantidad</u> efectiva, aquella que se divide, y el número que la representa se llama dividendo." (p. 62).	Retirado do seguinte trecho: "También en la división existe una sola cantidad efectiva, aquella que se divide, y el número que la representa se llama dividendo. El otro número (divisor) indica, en cambio, simplemente, en cuántas partes iguales debe subdividirse el dividendo. [...] Esto es: la cantidad primitiva permanece siempre en su totalidad, ha cambiado de forma solamente, porque al principio era una cantidad sola y después, en cambio, se ha separado." (p. 62). Seguido por um exemplo detalhado da tarefa em grupo que propõe com o material das contas douradas.	No uso do material manipulável emergem conceitos de operações matemáticas. Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética
L2.23: "<u>Paralelamente</u> a estos ejercicios con los grandes números, realizados con el material de las perlas (ejercicios que son primarios y fundamentales, porque se realizan con cantidades efectivas.) <u>se presentan otros que sirven para demostrar los mismos hechos, operando sobre las cifras escritas.</u>" (p. 67).	Apresenta duas opções para essa tarefa, sem nomeá-los propriamente, resumo seu processo para melhor entendimento: • Numa tabela contendo as hierarquias (classes e ordens numéricas) em cada linha, as parcelas registradas na mesma coluna (onde se pode marcar com pequenos pontos/bolinhas desenhadas as respectivas quantidades, aponta que se podem fazer com as parcelas separadas ou misturadas), uma coluna para registro do total com riscos/palitos desenhados, seguido de uma coluna em sua extremidade da direita com o resultado registrado em algarismos. Na contemporaneidade é comumente chamado de "exercício dos pontos" ou "jogo dos pontinhos" (Apêndice 22). • Tiras de papel cada uma com a cor que corresponde a sua própria hierarquia com inscrições sucessivas de um mesmo número, por exemplo: nas tiras das unidades simples, uma sucessão de vários quadrados com número 1; nas tiras das dezenas simples, sequência de vários números 10; e assim por diante. O estudante deve recortar o quanto que precisa de cada hierarquia para formar os números	Progressão para abstração das operações matemáticas, utilizando diferentes maneiras de registro das mesmas. Intencionalidade do ensino Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética

	envolvidos na operação em questão, para então pensar o que deve fazer. Na adição, aponta juntar as quantidades recortadas de cada hierarquia e para subtração, compor o minuendo e recortar fora a quantidade referente ao subtraendo; ressaltando o fato de que pode e deve recorrer às tiras novamente caso precise de reservas nos algoritmos. Não há exemplos de multiplicação e divisão, no entanto, explica sobre a divisão: "La división es una aplicación de este principio; en ella se forman tantas divisiones parciales y sucesivas sobre los residuos que van dejando cada una de las operaciones. Existe, pues, una perfecta correspondencia, entre la operación de restar o sustraer (fragmentación de un conjunto en partes desiguales entre sí) y la división fragmentaria de un todo en partes iguales entre sí. La diferencia consiste, en que en la sustracción, no se procede simultáneamente, si no, sucesivamente. En la segunda, va quedando sucesivamente una sola sustracción. De modo que la diferencia consiste en el hecho, no en el cálculo o en la operación, sino en el procedimiento." (p. 74). Na contemporaneidade é chamado de "Selos" (Apêndice 23), alusão a como era concebido originalmente, uma vez que agora é comercializado em quadrados de madeira já separados entre si e respeitando a cor das hierarquias numéricas. Lubienska de Lenval adaptou esse material, compondo-o com unidades (em iguais dimensões às do material dourado), apenas coloridas com a cor referente às hierarquias numéricas e sem a inscrição de quaisquer números; chamou-o de "simbólico".	
L2.24: "Las operaciones con los números, contienen una demostración exacta del hecho que <u>nada se crea ni se destruye, sino, que todo se mueve.</u> La cifra parece correr tras la materia y con su mecanismo podría simbolizar el ciclo." (p. 75).	O trecho destacado segue com as ideias sobre as operações: "Aquella acumulación de cantidades diferentes, como en la suma, o de cantidades iguales, como en la multiplicación, o el escindirse una cantidad en dos partes diversas, de las cuales, una sola es conocida y la otra representa una incógnita, como en la sustracción; o finalmente, la equitativa distribución de una cantidad en partes tan rigurosamente iguales que, si existe un resto, antes se abandona que se utiliza en provecho de unos pocos, todo ello atrae como hecho práctico en sí mismo." (p. 75). Aponto que existe uma menção indireta aos exercícios feitos com o material manipulável, quando utiliza o termo "move", mesmo que aqui esteja se referindo à representação escrita das operações.	Observa-ação de que a quantidade contida na operação matemática não se cria nem se destrói e sim que apenas se move, em atenção ao trabalho anterior realizado com os materiais manipuláveis. Observa-ação Intencionalidade do ensino Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética
L2.25: "Ni el número, ni el sistema numérico, tienen que ver con tales situaciones. <u>Parecen hechos relacionados más bien con la vida y con los principios morales, que con la aritmética.</u> [...] <u>Esta existencia</u>	Por "tais situações" se refere a sua explicitação dos conceitos matemáticos contidos nas operações matemáticas, a qual vem logo antes do trecho selecionado ao lado. Dentre os muitos exemplos que Montessori o trecho em destaque parece resumir seu pensamento, o qual é seguido de: "Allí se encuentra el hombre frente a la materia. Mirando a través de esta luz aparece la vida social con sus acontecimientos. El negociante que ha ingresado durante el día, muchas sumas diversas, por la noche hará una suma. En cambio, el taquillero de un teatro a precio fijo y, que por lo mismo, ha	Relação entre cotidianidade e aritmética. Material manipulável para a compreensão das ideias escolares e do mundo que circunda a criança

<u>del número en la vida ordinaria, abre la puerta a los problemas de la aritmética.</u>" (p. 75).	recibido muchas cantidades iguales, efectuará una multiplicación." (p.75).	
L2.26: "El rasgo saliente de la multiplicación es el de una <u>suma cuyos términos (sumandos) son iguales entre sí y es por ello la repetición de la misma cosa que se acumula.</u> Otra característica es que repitiéndose el todo, se repiten las partes que lo componen. Y por último, se observa en ella que repitiéndose la misma cantidad, las partes pueden componerse en una forma rectangular. <u>En la segunda característica se ve su aspecto algebraico, y en la tercera el geométrico.</u>" (p. 76).	Em sua obra demonstra exemplos, acompanhados de imagens, apoiados aos materiais manipuláveis, entre eles o das contas douradas e as barrinhas de contas coloridas (Apêndice 13), principalmente. A respeito do enlace entre aritmética e geometria, expõe que: "El concepto geométrico de la multiplicación revela, pues, un orden en la disposición de los números que es la trabazón, el enlace entre la aritmética y la geometría. [...] Cada una, de las cosas antes descritas no se presentan al niño como definiciones, sino que se les ofrece bajo la forma de ejercicios distintos uno de otro, que se realizan utilizando el material y que se siguen paralelamente." (p. 78).	Enlace entre aritmética, álgebra e geometria possibilitado pela multiplicação e indiretamente pela álgebra, afirmando ser viabilizado por meio da manipulação de materiais. Material manipulável para a articulação aritmética-geometria Sentidos físicos sustentam o conhecimento
L2.27: "<u>Al mismo tiempo que el niño realiza lo arriba descrito [utilização da tábua de multiplicar], escribe las multiplicaciones en unas hojas especiales que coloca a la derecha del objeto que utiliza para multiplicar.</u>" (p. 87).	Anterior ao trecho em destaque na US é explicado que: "Los ejercicios analíticos deben finalizar en sí mismos, y representan cada uno una labor completa más o menos sencilla, pero siempre interesante. El primer ejercicio paralelo para la memorización de la repetición de todos los números de uno a nueve, repetido cada uno de una a nueve veces, es decir, el conjunto de la tabla de multiplicación, es tan sencillo, que se puede efectuar con niños de cinco años y medio a seis." (p. 87). O tabuleiro da multiplicação (Apêndice 17) é um material composto por contas vermelhas de aproximadamente 8mm e uma tábua perfurada (tendo suas colunas numeradas de 1 a 9 acima e um compartimento na lateral direita para o encaixe de um cartão indicando o número de fatores da multiplicação em questão), bem como expressou a US L1.34. Inclusive ratifico o exposto no enxerto nesta US L1.34 das contas serem vermelhas em alusão a sua consideração de que a multiplicação é "soma especial".	Importância do uso de material manipulativo concomitante às sistematizações de algoritmo, como uma representação de sua atividade, no intuito de memoriza-lo. Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética
L2.28: "El niño posee ahora la <u>tabla pitagórica como el</u>	A sequência do destaque traz informações que explicitam sua ideia em utilizar a tábua pitagórica: "Podrá entonces llenar de memoria con los productos los lugares vacíos; la única dificultad que tiene	Utilização de materiais manipuláveis que provoquem

resultado de muchos trabajos parciales y será fácil enseñarle a «leerla», como una tabla de multiplicar, pues la sabe ya de memoria." (p. 91).	que vencer consiste en reconocer en cuál casilla que corresponda al mismo tiempo al multiplicando y al multiplicador, tendrá que escribir el número. En el material completo se hallan diez modelos en blanco para da tabla de Pitágoras. Cuando el niño es dueño de entregarse a estos ejercicios cómo y cuando quiere, y los ejecuta todos, puede afirmarse que ha aprendido la tabla de multiplicar." (p. 91). Faz um trabalho próximo às tábuas de memorização da adição, no entanto com a multiplicação Apêndice 20: "Sentado que el orden de factores no altera el producto, y que para da memorización es el producto lo que precisa tener en cuenta, la tabla de multiplicación puede simplificarse incluyendo en ella solamente los productos distintos. Ahora bien, la mayor parte de los productos están repetidos simétricamente por encima y por debajo de aquellos que se encuentran a lo largo de la diagonal que va del uno al ciento; a lo largo de dicha diagonal se encuentran los productos del número multiplicado por sí mismo, es decir, los cuadrados de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Eliminando las repeticiones simétricas resulta la tabla N donde, para cada número, están las sucesivas combinaciones con la serie natural de los números hasta el cuadrado del que se considera." (p. 92). "Las combinaciones que precisa memorizar son 45. [...] La tabla de multiplicar así simplificada, en beneficio del cálculo, se puede integrar completando todas las combinaciones, distinguiendo, sin embargo, los que están más allá de los cuadrados (que son una repetición simétrica, casi una imagen vista en un espejo) con números todos iguales, como una sombra de las combinaciones esenciales. Tal estudio de observación es distinto del ejercicio necesario para la memorización de los resultados." (p. 95).	a observa-ação e a memorização de aspectos da aritmética. Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética Observa-ação
L2.29: "Aquí, solo se estudia la posición del número, posición que es relativa al «lugar» y no a la cantidad. [...] Hemos de encontrar, pues, un material que difiera por la, posición y no por la cantidad y para ello recurrimos a representar la cantidad bajo forma de «símbolos»." (p. 99).	A US L2.11, traz também fragmentos do entendimento de valores absoluto e relativo. Para introduzir essa ideia nesse momento da obra, Montessori aponta que: "En estos ejercicios [anteriormente descritos acerca das quatro operações básicas] no entran ya las cantidades efectivamente representadas por los objetos (cubo, cuadrado, etc.) y que escindiéndose o uniéndose demuestran en la realidad cuantitativa los cambios que se hacen según el sistema decimal, o grupos esparcidos en un plano que se reúnen en una torre de cubos; todo este material atrayente no entra en juego." (p. 99). Seguindo seu raciocínio, complementa: "Lo que hay que tener siempre presente, es este triple agrupamiento. Punto. Línea. Cuadrado. que siempre se repite, pero en niveles diversos, y que la unidad que resulta de la elevación del cuadrado precedente, es la que determina el nivel de los tres grupos. Ahora, pues, los números tienen diverso valor según su posición y se distinguen yendo de derecha a izquierda; unidades, decenas, centenas. Cada tres cifras, un espacio, un signo cualquiera de separación, que podría ser un punto o una coma, distingue los niveles diversos de los sucesivos grupos de tres. [...] Ahora precisa recordar, que las cifras son siempre nueve, las categorías son tres, pero las castas,	Relações entre materiais manipuláveis e suas respectivas representações gráficas e posicional dos números, proponho uma possibilidade de progressão para abstração das operações matemáticas. Material manipulável para construção das ideias de número Sentidos físicos sustentam o conhecimento

	divididas rígidamente y pertenecientes a niveles distintos, pueden ser infinitas." (p. 102 – 103). Faz relação ao material das contas douradas: o ponto representa a peça das unidades, a linha representa a peça das dezenas e o quadrado representa a peça das centenas. Há mais informações sobre ele no Apêndice 1.	
L2.30: "El niño no aprende oyendo una explicación, profundiza el conocimiento solamente siguiendo un trabajo activo." (p. 105).	Bem como expõe a US L1.5, nessa obra a ideia se mantém. Quando Montessori utiliza a palavra "trabalho" é no sentido de "atividade produtiva ou criativa, exercida para determinado fim" (TRABALHO, 2010, p. 763). O trecho destacado ao lado, é precedido de uma breve explicação. "Y con frecuencia, se ejercita larga y pacientemente sobre la misma cosa (ya, comprendida), lo que manifiesta una actitud mental, una necesidad psíquica, que hasta entonces no había sido tenida en cuenta. Nosotros, pues, ofrecemos un «material» para los ejercicios individuales sobre las jerarquías de los números." (p. 105). Percebendo a necessidade de "ativez" do estudante frente à aprendizagem, propõe (como exemplificação da ideia dessa US) o material referido na página 105, que chama de bastidor (bem semelhante a um ábaco com 10 contas em cada arame, no entanto respeitando a cor que estabelece às ordens numéricas, há ilustração a respeito), para que possa experienciar de uma outra maneira a ideia da hierarquia numérica (Apêndice 25).	Conhecimento acessível por meio de um trabalho ativo. Sentidos físicos sustentam o conhecimento
L2.31: "Los ejercicios colectivos con los juegos de perlas del sistema que sirven para una primera representación material de la división, con cubos de mil, cuadrados, etc., son substituidos en un ejercicio paralelo por otro material, que se presta a trabajos individuales inicia en las operaciones escritas." (p. 127).	Segue mostrando o uso do material do tabuleiro da divisão (Apêndice 26): "En el primer ejercicio (division de pequeños números por una cifra) accesible a niños pequeños, se utiliza un material análogo al empleado para aprender la tabla de multiplicación, mas, para la iniciación se pueden usar las mismas tablas descritas, apropósito de la memorización de la tabla pitagórica; solamente son distintas las hojas donde se anotan los cálculos." (p. 127). As contas aqui são verdes, pois como verde foi atribuído a operação de subtrair e a divisão foi considerada como "subtração especial" (bem como mostrou a US L1.32), parece então haver intencionalidade na cor das referidas contas. A explicitação do procedimento indicado para essa tarefa vem mais adiante: "Este trabajo que aclara los procedimientos de las operaciones, es casi una aritmética racional que se sobrepone a la empírica, la cual reduce el mecanismo de las operaciones abstractas a una simple rutina. Estos «pasatiempos» abren el camino a la aritmética, que espera al niño en los grados superiores. [...] Aquí, en cambio, (como se ha visto para la multiplicación) las cantidades están representadas simbólicamente, una perla puede simbolizar las cantidades numéricas más diversas, decenas de millar o millones, pero es el lugar que ocupa la perla el que indica el valor representado." (p. 131). O material apontado é muito parecido com a tábua de multiplicar, uma vez que é uma tábua perfurada, numerada acima e com espaço para um cartão ao lado; juntamente com pérolas/miçangas coloridas conforme sua devida ordem/hierarquia; mostrando aqui outra intencionalidade nos detalhes do material que oferece. Para dividir por números com mais algarismos, o material da grande divisão (Apêndice	Importância de oferecer o material manipulável que se adapte às necessidades do educando na aritmética. Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética

	27), semelhante a esse descrito, cumpre essa função.	
L2.32: “Esta relación entre la multiplicación y la división es causa de que la multiplicación (inversa de la división) sea una prueba de ésta. En efecto, la división no altera la cantidad a repartir, sino que la dispone en partes iguales. [...] Este hecho conduce a que se pueda utilizar la tabla de multiplicar en la ejecución práctica de la división.” (p. 151).	O porquê os materiais de multiplicação e divisão são semelhantes: “Mientras la multiplicación es una acumulación sucesiva de cantidades iguales, lo que trae consigo un crecimiento gradual de la cantidad, en la división la cantidad permanece inmutable, solamente se la ordena en forma diversa. Este hecho conduce a que se pueda utilizar la tabla de multiplicar en la ejecución práctica de la división.” (p. 151).	Dinamismo do material manipulável. Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética
L2.33: “El juego que sigue llamado «Juego del Banquero» permite la visión completa de todas las particularidades del procedimiento de una multiplicación y es paralelo a los ejercicios con marcos o bastidores. [...] El ejercicio que ahora describiremos, es un ejercicio colectivo que hace necesaria la colaboración de dos o tres niños. [...] El «material bancario» consiste en carteles que tienen escritas las series de los números en todas las jerarquías, desde la unidad simple, hasta las centenas de millar.” (p. 211 – 212).	O destaque encontra-se inserido a seguir: “El juego que sigue llamado «Juego del Banquero» permite la visión completa de todas las particularidades del procedimiento de una multiplicación y es paralelo a los ejercicios con marcos o bastidores. [...] El material es de cartón y se sitúa en una especie de «Mesilla de juego». El ejercicio que ahora describiremos, es un ejercicio colectivo que hace necesaria la colaboración de dos o tres niños y llama en torno a la mesa un pequeño público vivamente interesado. Pero son dos los principales personajes de esta acción compleja; el niño que efectúa la operación y el «Banquero» que tiene en depósito todos los valores y efectúa los «cambios» que se hacen necesarios de vez en cuando. Además hay un tercer personaje secundario que anota los números. El «material bancario» consiste en carteles que tienen escritas las series de los números en todas las jerarquías, desde la unidad simple, hasta las centenas de millar.” (p. 211 – 212).	Importância do uso do material manipulável na resolução e compreensão dos conceitos e mecanismos envolvidos nas operações matemáticas. Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética Sentidos físicos sustentam o conhecimento

Fonte: autora (2019).

4.2.1 Síntese das IN evidenciadas na análise do quadro 4

Material manipulável: recurso didático imbuído de detalhes e dinamismo que possibilita inaugurar/ampliar processos de aprendizagem da aritmética e geometria, muitas vezes mostrando o enlace entre ambas, viabilizando a experiência de ideias matemáticas, mediante uma sequência pedagógica de uso de diferentes materiais sugeridos por Maria Montessori. Por esse motivo apresenta ser elaborado/inventariado intencionalmente, em atenção/observa-ação às necessidades dos estudantes. Apresentam-se, muitas vezes, paralelo a registros escritos de algoritmos ou de representações simbólicas, o que supõe a possibilidade de progressão para abstração das operações matemáticas. Inserido nesse contexto algumas perspectivas do material manipulável foram evidenciadas:

- *Material manipulável para experienciar grandezas:* valorização deste ato, considerado primordial para inaugurar os processos de compreensão da aritmética, álgebra e geometria, uma vez que a experiência sensorial com objetos favorece a familiaridade com as ideias matemáticas, mesmo que, em um primeiro momento, indiretamente.
- *Material manipulável para construção das ideias de número***:** Montessori utiliza como conhecimento prévio a "memória sensorial", sobretudo das grandezas experienciadas anteriormente, para que se possa prosseguir ampliando continuamente o entendimento acerca das ideias matemáticas, tendo como ponte o material manipulável e o vivido com ele. Ficou nítido, na leitura dessa obra, que há uma sequência pedagógica de uso dos materiais manipuláveis, na intenção de provocar e favorecer a autonomia ao estudante frente aos desafios que um novo material possa vir a lhe proporcionar. Ou seja, pouco a pouco desvela um estudo das especificidades dos números de forma visual e palpável possibilitando que a criança possa ir e voltar ao conteúdo de forma independente, tal como sugere seu progresso. A sequência de uso de materiais mencionada mostra uma parte do estudo de especificidades dos números: representação dos números em paralelo com a sua respectiva nomenclatura e quantificação; compreensão de valor absoluto e posicional; ordens e classes numéricas; composição e decomposição de números; paralelo entre o léxico e a propriedade numérica; as operações matemáticas que mostram a movimentação de quantidades.
- *Material manipulável sustentando as ideias matemáticas em aritmética:* o contínuo movimento de compreensões acerca da aritmética vai se fazendo, segundo Montessori, por experiências vividas com os materiais manipuláveis e observa-ações. Alguns pontos

fundamentais foram apontados ao longo dessa obra mostrando certo trajeto sugerido pela autora para o desvelar da aritmética para os estudantes, que denota uma ampliação constante de compreensões. Destaco a composição e a decomposição da dezena revelando-se importantes no referido movimento, haja vista que estão sempre sendo mencionadas e retomadas ao longo do livro, como base para qualquer operação matemática que esteja inserida no sistema decimal. Para tanto, Montessori favorece e conta com a postura de observador do estudante, atento aos detalhes que congregam a aritmética, utilizando a metáfora do bordado para elucidar a intencionalidade dos materiais manipuláveis e dos exercícios por ela elaborados, bem como o trajeto sugerido para se chegar ao cálculo mental (mostrando assim a emancipação do estudante frente ao material manipulável).

- *Material manipulável para a articulação aritmética-geometria:* modos de representação geométrica dos números no uso de materiais manipuláveis, sobretudo na ideia de multiplicação, possibilitando um enlace entre aritmética, geometria e apresentando nuances da álgebra.
- *Material manipulável para a compreensão das ideias escolares e do mundo que circunda a criança:* relação que o educando faz entre as observa-ações feitas por si mesmo em sala de aula e situações de seu cotidiano, ampliando seu conhecimento de mundo e abrindo frente às ideias matemáticas.

Sentidos físicos sustentam o conhecimento: sentidos físicos que possibilitam, por meio do material manipulável, experiências sensoriais de ideias matemáticas, tornando o conhecimento acessível de diferentes maneiras, mediante o papel ativo do estudante. O que mostra o corpo próprio como marco zero dos processos de aprendizagem, bem como se apontou também na síntese do quadro 3.

Intencionalidade do ensino: materiais/atividades planejadas para que o estudante possa estar, progressivamente, à frente de seus processos de aprendizagem, uma vez que se mostrou imprescindível, na metodologia montessoriana, experienciar ideias matemáticas.

Observa-ação: em consonância com o que foi colocado na síntese do quando 3, aqui também se percebeu um observar para além do simples ver. Ação essa tomada como uma postura, tanto do discente, quanto do docente. O primeiro observa com o objetivo de aprender e o segundo para ensinar.

4.3 LIVRO 3 (L3) – PSICO-GEOMETRIA (MONTESSORI, 1934b)

Bem como o livro Psico-Aritmética (MONTESSORI, 1934a), a obra Psico-Geometria também foi publicada originalmente em 1934, em Barcelona/ES, em língua espanhola. Este foi um dos livros mais difíceis de encontrar, conforme expus no item dos Encaminhamentos Metodológicos, no site do repositório da UFSC consta na descrição ser essa a 1ª edição, mas isso não aparece exposto na digitalização da obra.

No primeiro capítulo, intitulado "Generalidades", traz perspectivas do que lhe conduziu a escrever a presente obra.

> Los métodos de enseñanza sólo se ocuparon, hasta hoy, de *transmitir* el conocimiento y por ello se encaminan directamente a la mente del niño siguiendo consideraciones de orden psicológico.
> La mente del niño fue considerada independientemente de todo conocimiento anterior que no tuviera su origen en la escuela; es decir, como si estuviera *vacía*. En efecto, los conocimientos empíricos que puedan ser adquiridos casualmente y desordenadamente, tienen escaso valor en la formación de una mente culta – esto es, lógicamente cultivada. Ello sucede en toda forma de cultura. (MONTESSORI, 1934b, p. 7, grifos da autora).

Em observância ao momento em que viveu, onde se considerava que a criança não possuía conhecimento algum ao adentrar a escola, Montessori coloca-se contra essa ideia mostrando a importância do conhecimento empírico, uma vez que o conhecimento científico passa pelo empírico, "de lo conocido a lo desconocido" (MONTESSORI, 1934b, p. 8). Destaco o apontamento que faz sobre a formação de uma mente culta ser aquela logicamente cultivada; essa relação entre "ser culto" e "cultivo" é vista sob uma ótica de cuidado, a qual é relevante aos princípios de seu método.

Assim como em seu livro "Psico-Aritmética" (MONTESSORI, 1934a), nesse a autora também pontua os estigmas negativos que a disciplina de Matemática carrega, sobretudo quando diz respeito à abstração.

> La pretendida abstracción fue casi siempre la respuesta forzada de una facultad simplemente mnemónica sometida a tortura. Las palabras *dificultad, obstáculo, escollo*, se aplican a un lamentable fracaso en la enseñanza de las matemáticas elementales que son los primeros escalones de la cultura. (MONTESSORI, 1934b, p. 8, grifo da autora).

Para esta questão, a doutora reverbera que o interesse e o entusiasmo na aprendizagem tornam-se fundamentais, cabendo ao adulto o exercício de observação às necessidades do estudante para que possa provocar seu interesse. Nesse ponto, ela traz o aspecto da compreensão:

> Todo lo que el niño ha *comprendido* resulta ineficaz y se esfuma. Puede comprender muchas cosas y forjar en su mente un almacén, un caos de cosas comprendidas, sin que se *despierte* su Yo activo con sus energías constructivas de interés y de entusiasmo. El *esfuerzo* del trabajo, del estudio, de aprender, es fruto del interés y nada se asimila sin esfuerzo. (MONTESSORI, 1934b, p. 9, grifos da autora).

Esforço tal que remete à “educação dos sentidos” presente em seus estudos, mencionando o espírito exploratório que a criança tem e que só emerge se tiver sua liberdade garantida e seus processos de aprendizagem respeitados no decorrer de sua escolarização, mostrando mais um aspecto importante de seu método.

QUADRO 5 - QI do livro 3 Psico-geometria (MONTESSORI, 1934b)

US	Enxerto Hermenêutico	US articulada
L3.1: "Vemos, por ejemplo, a la aritmética y a la geometría tan pronto unidas como separadas antes de adquirir su completo desarrollo y recorrer separadamente su camino propio." (p. 15).	Trecho esse antecedido por "Toda materia de cultura se asemeja a un arroyuelo que tiene su origen en un manantial; aumenta de caudal, desaparece algún trecho oculto bajo las piedras, más allá sale de nuevo a la superficie, se une a otros arroyuelos y se aísla una y otra vez antes de convertirse en río que concluya por labrar su propio cauce. Es esto análogo, por lo demás, a los orígenes históricos de toda disciplina." (p. 15). Na US L1.1 mostro todo o entendimento da autora acerca do termo "cultura" ao longo de sua bibliografia.	Aproximação inicial entre aritmética e geometria, para então seguirem seu próprio caminho. Articulação aritmética-geometria
L3.2: "No preocupan los análisis ni las definiciones, pero el mundo externo se va concretando a través de las sensaciones y de la continua actividad motriz que se ejercita sobre los objetos que le rodean." (p. 16).	Propõe o estudo da geometria na mente infantil e aponta nesse primeiro momento que os sentidos e a atividade motriz são conquistas importantes. O trecho ao lado é seguido pela explicitação: "El niño va ordenando las imágenes, establece la diferenciación entre los objetos y se va moviendo con sorprendente posibilidad de perfeccionamiento en la coordinación de movimientos finos y delicados" (p. 16), já mostrando que o primeiro material a trabalhar sensorialmente a geometria seriam o que chamou nessa obra de moldes geométricos, o qual também é encontrado hoje em dia como gabinete das formas geométricas planas (Apêndice 7).	Compreensão do mundo por meio das experiências sensoriais e atividade motriz. Sentidos físicos sustentam o conhecimento Material manipulável para a compreensão das ideias escolares e do mundo que circunda a criança
L3.3: "He aquí, pues, objetos que atraen la actividad del niño, actividad compleja que es conjuntamente la de la mano que aparta, la del ojo que reconoce, la de la mente que juzga. Y un elemento abstracto comienza ya a aparecer como eje en toda acción; aquel contorno común, aquella identidad existente entre objetos diversos y opuestos." (p. 18).	Objetos: materiais manipuláveis Prossegue dando exemplo de comparação e do contorno das formas planas, ainda se valendo do uso do material dos moldes geométricos.	Materiais manipuláveis que contemplem os múltiplos sentidos, atrativos à observa-ação do estudante acerca da geometria. Observa-ação Material manipulável sustentado o movimento de compreensão da geometria
L3.4: "Esta imposibilidad material de error es el control de error colocado en los mismos objetos, razón por la	Utilizando como exemplo o material dos moldes geométricos, inicia a explicação do controle do erro: "En efecto todas las figuras deben estar construidas de tal modo que tengan la misma extensión lineal: 10 centímetros. El triángulo equilátero tiene 10 centímetros de lado y el círculo 10 centímetros de diámetro. De este modo no podrá entrar en el círculo el triángulo por no ser inscrito, ni con mayor	A importância de material manipulável elaborado intencionalmente para que a criança tenha possibilidade de

cual el niño, una vez conocido el uso de aquellos, puede trabajar sin necesidad de maestro." (p. 19).	razón, el círculo en el triángulo." (p. 19). Na US L1.4 há o estudo do entendimento de controle do erro para Montessori.	dar-se conta do que está fazendo, controlando seus erros e se emancipando da figura docente. Material manipulável sendo promotor do controle do erro Intencionalidade do ensino
L3.5: "No se trata solamente pues de un conocimiento que penetra en la mente del niño. En él se desarrolle algo que entra a formar parte de su vida mental, es un sentido geométrico que se identifica con su organismo psíquico en camino de activa creación. Los ojos del niño se sienten atraídos por la parte geométrica del ambiente que le rodea; se sienten cautivados por una luz que les penetra sin violencia." (p. 21).	Trecho precedido pela explicação da exploração do material dos moldes geométricos, bem como de sua nomenclatura. Utilizado posteriormente com cartelas contendo o nome de cada figura para pareamento.	Conhecimento amplia o entendimento das diferentes perspectivas dos objetos que rodeiam a criança. Sentidos físicos sustentam o conhecimento Material manipulável para a compreensão das ideias escolares e do mundo que circunda a criança
L3.6: "la observación espontánea fruto de una sensibilidad interior – es algo de muy distinto de lo que consideramos aprehensión lógica de conocimientos. Unir algún fundamento de una disciplina a los períodos sensitivos, es lo mismo que preparar en la personalidad actitudes que predisponen a comprender, depositar gérmenes permanentes del interés en la inteligencia." (p. 22 – 23).	Observação espontânea: interesse	A importância da observa-ação e dos sentidos trabalhados concomitantemente para provocar o interesse do estudante. Observa-ação Sentidos físicos sustentam o conhecimento

L3.7: “Sus conocimientos son intuiciones de conjunto recibidas a través de una experiencia activa.” (p. 23).	Trecho fazendo referência ao exercício desempenhado por crianças entre 3 e 4 anos de idade com os moldes geométricos.	Conhecimento pela intuição, viabilizada pelos sentidos físicos. Sentidos físicos sustentam o conhecimento intuitivo
L3.8: “Lo primero que se enseña es a no rebasar con los trazos de línea el contorno de la figura. Esto conduce indirectamente a una observación repetida y minuciosa de los contornos.” (p. 27).	Aqui, refere-se ao material das formas metálicas, muito parecido visualmente com o material dos moldes geométricas, no entanto com finalidades distintas. As formas metálicas, de acordo com Montessori, intentam preparar para a escrita, uma vez que a criança deve desenhar o contorno da forma com o suporte externo e repetir com a forma de dentro contornando-a, deve preenchê-la com lápis de cor sem que ultrapasse as linhas que determinou, no entanto a própria autora mostra o quanto a criança fica atenta ao contorno da forma em questão.	Material manipulável favorece a observa-ação de aspectos geométricos inerentes ao objetivo principal do mesmo. Material manipulável sustentado o movimento de compreensão da geometria Observa-ação
L3.9: “La definición debe ser posterior al conocimiento y no a la inversa. La definición es un paso más allá del conocer, y entonces, corresponde a una tendencia natural de la mente que es, la de precisar y ordenar lo conocido.” (p. 30).	Conhecimento: aqui no sentido de conhecer o objeto (material manipulável, no caso), explorá-lo. Definição: seria a linguagem matemática envolvida e também análises possíveis contidas no material em questão. Corroborando o que trouxe a US L1.6, de que é precoce o ensino aprofundado das formas no período “pré-elementar”, que corresponde à atual Educação Infantil. “En el período elemental con el estudio analítico de las figuras, con la iniciación de un lenguaje científico y preciso para las definiciones, se han obtenido elementos indispensables, términos necesarios de expresión, sin los cuales no sería posible proseguir.” (p. 63).	Proporcionar a exploração do material manipulável, para depois fazer possíveis definições matemáticas a respeito. Material manipulável sustentado o movimento de compreensão da geometria
L3.10: “Nosotros, pues, no damos un material para demostrar de modo claro y concreto lo que se enseña de un modo abstracto en las escuelas comunes. Ofrecemos solamente con objetos materiales, figuras geométricas relacionadas entre sí; figuras plásticas y manejables capaces de demostrar o revelar, con su aproximación, con la comparación entre ellas,	No entanto como esse material é oferecido? “Lo que nosotros hacemos pues, es preparar las condiciones exteriores, un ambiente que ponga en contacto con la periferia de la individualidad activa, algunos medios que el centro puede utilizar según sus energías. Es la oferta a la periferia y no la acción directa sobre el centro lo que caracteriza nuestro método y lo diferencia de los demás. En vez de recurrir, al poder de comprensión, del razonamiento y a los mecanismos mentales para transmitir una cosa hecha a la inteligencia del discípulo, nosotros exponemos a su periferia, que está en contacto con el ambiente, los medios que se prestan a un ejercicio espontáneo de la mente.” (p. 65).	Material manipulável oferecido em um ambiente preparado para provocar a íntima atividade com a geometria. Material manipulável sustentado o movimento de compreensão da geometria

relaciones evidentes. Ello estimula íntima actividad del espíritu, porque el ojo ve y la mente advina cosas que un maestro no sabría transmitir a una inteligencia no madura que no se encontrase en un estado de viva actividad. Solamente así se hace posible un trabajo mental, que parece prematuro, superior a la edad infantil." (p. 64).		
L3.11: "Además del material, nosotros le hemos proporcionado palabras — vocabulario — y definiciones, pero sólo en cantidad apenas suficiente para que el niño pueda expresarse en lenguaje científico cuando tenga que exponer un teorema o manifestar una relación descubierta entre las cosas." (p. 65).	Importante ainda colocar que, para Montessori, "El lenguaje preparado es la vía libre de la expresión. Y de este modo la cultura que se va adquiriendo, en vez de producir fatiga, se convierte en un medio de desarrollo que provoca una gimnasia mental vigorizante." (p. 65).	Repertoriar o estudante de acordo com a observação de sua necessidade de expressão. Intencionalidade do ensino Material manipulável sustentado o movimento de compreensão da geometria
L3.12: "No hay que fijar el pensamiento sobre una idea sino manejar un objeto, retenerlo en contacto con los sentidos, desplazarlo constantemente, reproducirlo con imágenes sensibles (dibujos, pinturas, trabajos en papel, etc.). De este modo la mente se pone en contacto y se fija en él utilizando la periferia hasta que ésta reciba todo lo que el objeto puede darle." (p. 67).	Acrescenta ainda que: "La mano toca la evidencia y la mente descubre el secreto." (p. 67).	Relação entre material manipulável e a mente, apontando caminhos à geometria. Material manipulável para a articulação aritmética-geometria

L3.13: "Nosotros, sin embargo, queremos hacer otro trabajo; un trabajo de razonamiento en vez de la simple comprobación material" (p. 116).	Neste trecho, pertencente ao capítulo dedicado aos triângulos e suas equivalências, mostra que o material manipulável usado isoladamente não tem todo o significado que propõe.	Importância do raciocínio diante do material manipulável. Material manipulável sustentado o movimento de compreensão da geometria
L3.14: "La equivalencia no puede percibirse con los sentidos, es sólo un razonamiento sobre la construcción de las figuras el que nos lleva a dicha conclusión" (p. 125).	Propondo o uso de papel e plástico, Montessori mostra possibilidades de se compreender a equivalência de diferentes entes geométricos.	O raciocínio como aspecto da observa-ação, mostra-se importante para a compreensão da equivalência de entes geométricos. Observa-ação Material manipulável para a articulação aritmética-geometria

Fonte: autora (2019).

4.3.1 Síntese das IN evidenciadas na análise do quadro 5

Articulação aritmética-geometria: Montessori expõe seu entendimento entre as duas áreas da Matemática, mostrando necessária aproximação entre ambas nos seus conceitos primários.

Sentidos físicos sustentam o conhecimento: a compreensão do mundo que rodeia o estudante e a ampliação do conhecimento torna-se possível por meio das experiências proporcionadas pelos sentidos, para tanto, muitas vezes Montessori aponta como recurso os materiais manipuláveis. Nesse sentido foi encontrada uma faceta desta ideia:

- *Sentidos físicos sustentam o conhecimento intuitivo*: mediante a postura ativa do discente sobre o material manipulável, nessa obra, o conhecimento foi colocado como primariamente intuitivo, para que posteriormente seja revisitado e ampliado.

Material manipulável: apresentam-se de forma atrativa, para que suscitem possibilidades de exploração sensorial individual e íntima de tal maneira, que se pode dizer que nem sempre a figura docente se faz necessária. Este, por sua vez, aparece somente quando se observa que o estudante precisa se valer de linguagem matemática (para a geometria, no caso dessa obra) para se expressar, uma vez que Montessori aponta que há uma relação entre os materiais e a mente/raciocínio, mas quando chega ao plano da linguagem, a presença do professor é pontual. O material manipulável, assim como nas sínteses anteriores, aqui também foi apresentando em diferentes perspectivas:

- *Material manipulável para a compreensão das ideias escolares e do mundo que circunda a criança:* entendimento de que a compreensão de mundo advém das experiências sensoriais no mundo que rodeia a criança, viabilizando que tenha acesso às diferentes perspectivas de um objeto ou mesmo situação.
- *Material manipulável sustentando o movimento de compreensão da geometria:* mediante um ambiente preparado, a autora propõe o uso de materiais manipuláveis, com propriedades geométricas, atrativos e que motivem experiências sensoriais e o interesse acerca dos entes geométricos e as relações com objetos do cotidiano do estudante. Afirma, mais de uma vez, que nenhuma definição ou explicação de cunho formal deve preceder a exploração material e a observa-ação, sendo necessária no momento em que o educando se expressa verbalmente, no intuito de ampliação vocabular (Matemática).
- *Material manipulável sendo promotor do controle do erro:* em concordância com a síntese do QI 3, a presente obra também apresentou a incidência da mesma ideia do

erro como possibilidade de aprendizagem, demonstrando que o material contém em si certo controle do próprio erro, possibilitando que aquele que o utiliza possa dar-se conta do que está fazendo, em um movimento contínuo de observa-ação.

- *Material manipulável para a articulação aritmética-geometria:* Ao mencionar a relação entre material manipulável e mente, mostra a importância de viabilizar que o próprio estudante perceba a articulação aritmética-geometria.

Observa-ação: diante do material manipulável, a ação dos movimentos é notória, juntamente com ela está, de maneira intrínseca, a ação da mente/do raciocínio, que revisitam conhecimentos prévios no intuito de elaborar e reelaborar a todo o momento o conhecimento que o material desvela para si.

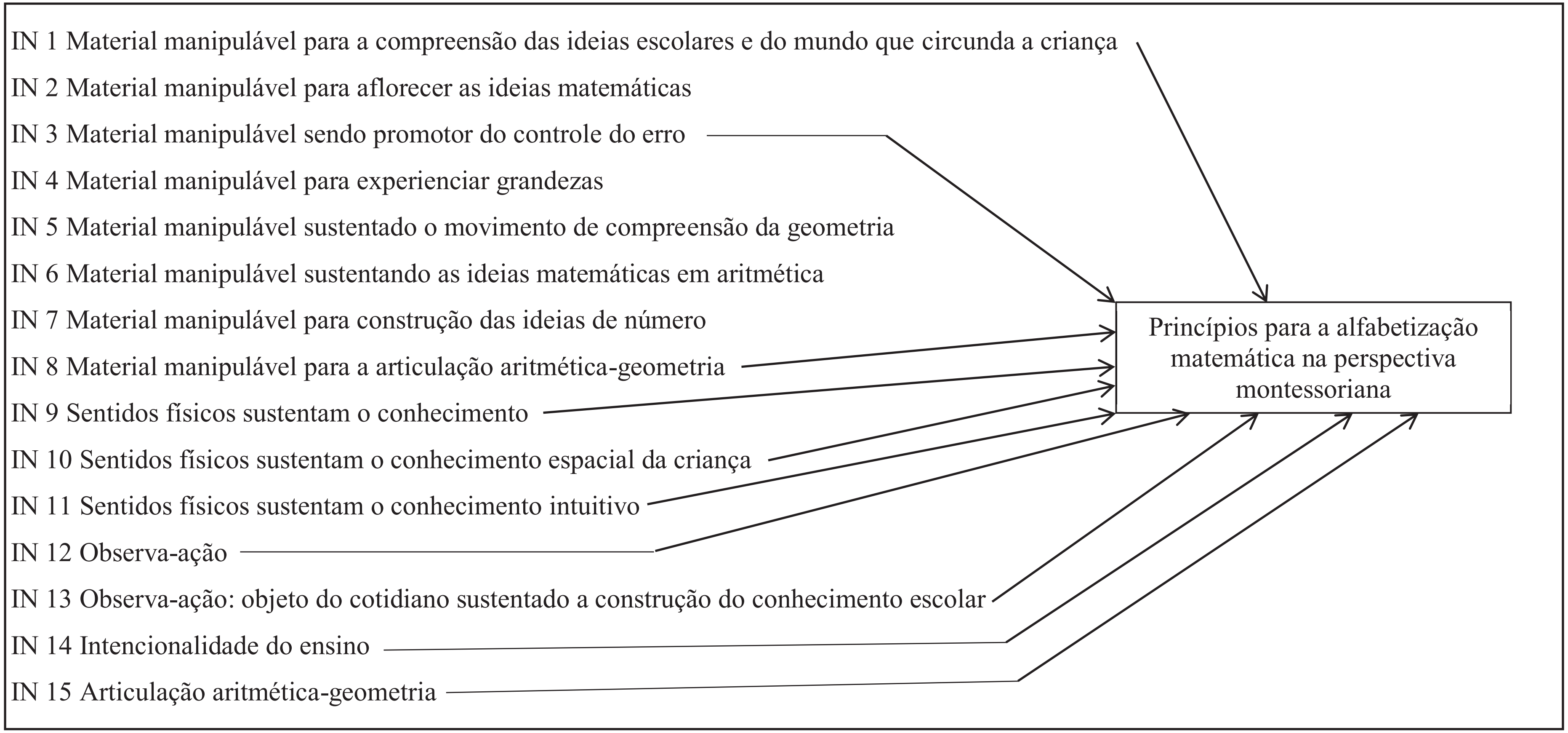
Intencionalidade do ensino: em consonância com o que foi explicitado no item "material manipulável" da presente síntese, a figura docente faz presença quando se observa a necessidade de repertoriar o estudante de acordo com sua necessidade de expressão, por esse motivo os materiais são apresentados intencionalmente de acordo com o planejamento pedagógico do docente para com o educando. Torna-se evidente que o próprio material manipulável detém forte intencionalidade.

4.4 MOVIMENTO DAS CONVERGÊNCIAS

Há de se fazer acontecer as convergências supracitadas no item “Pesquisa em movimento” na análise nomotética (levando em consideração que foram encontradas 84 US, já convergidas em 15 IN), a qual encontra-se apoiada na pergunta de fundo “como a alfabetização matemática se mostra na obra montessoriana?”. Isto é, vislumbrando as IN destacadas questiono-me a que confluem.

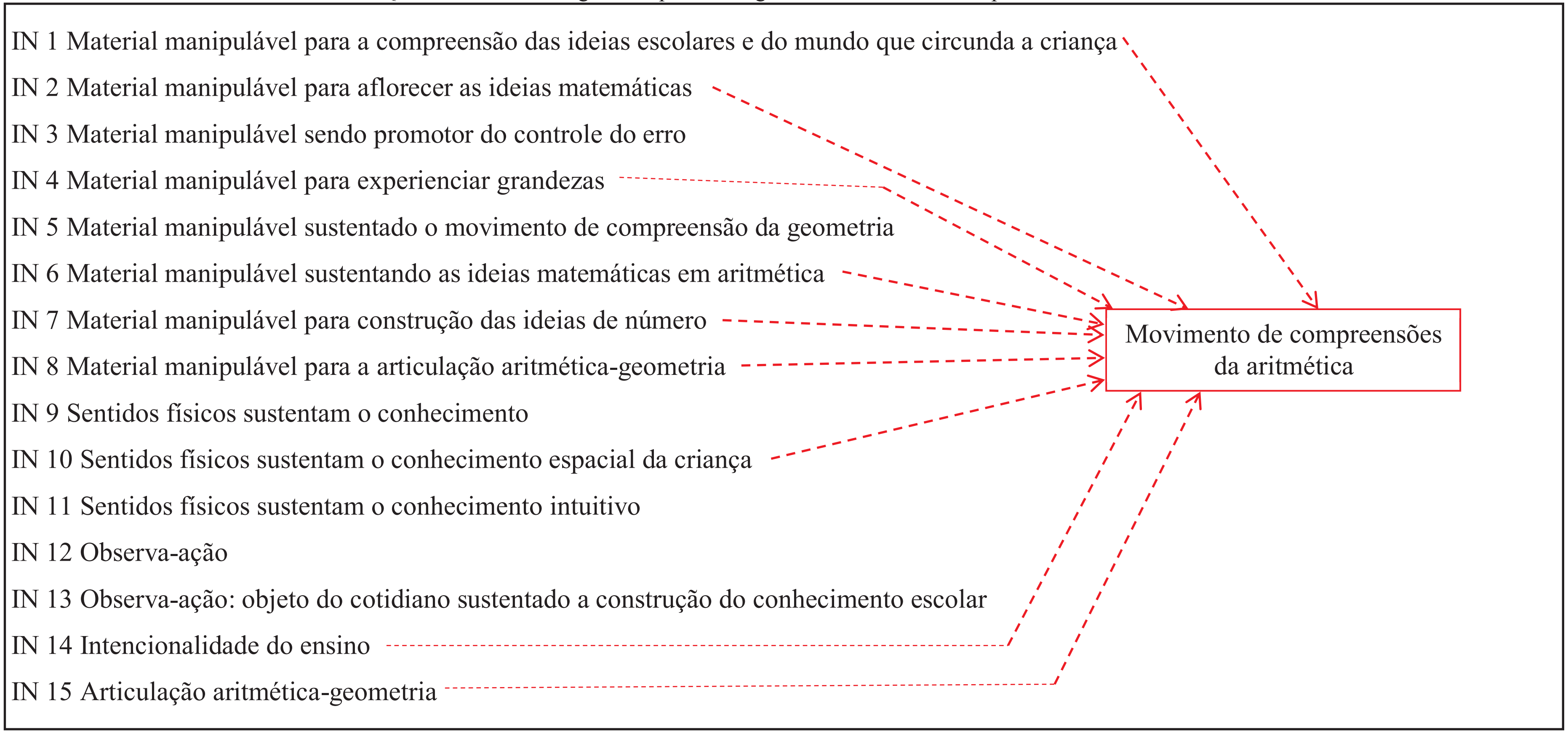
No intuito de favorecer a compreensão do interlocutor, opto por fazer as convergências em etapas, as quais vêm traduzidas em esquemas puramente visuais nas páginas seguintes, desvelando a redução fenomenológica sucessiva até que possa chegar nas categorias abertas a serem discutidas no próximo capítulo.

QUADRO 6 - Convergência 1 para a categoria “Princípios para a alfabetização matemática na perspectiva montessoriana”



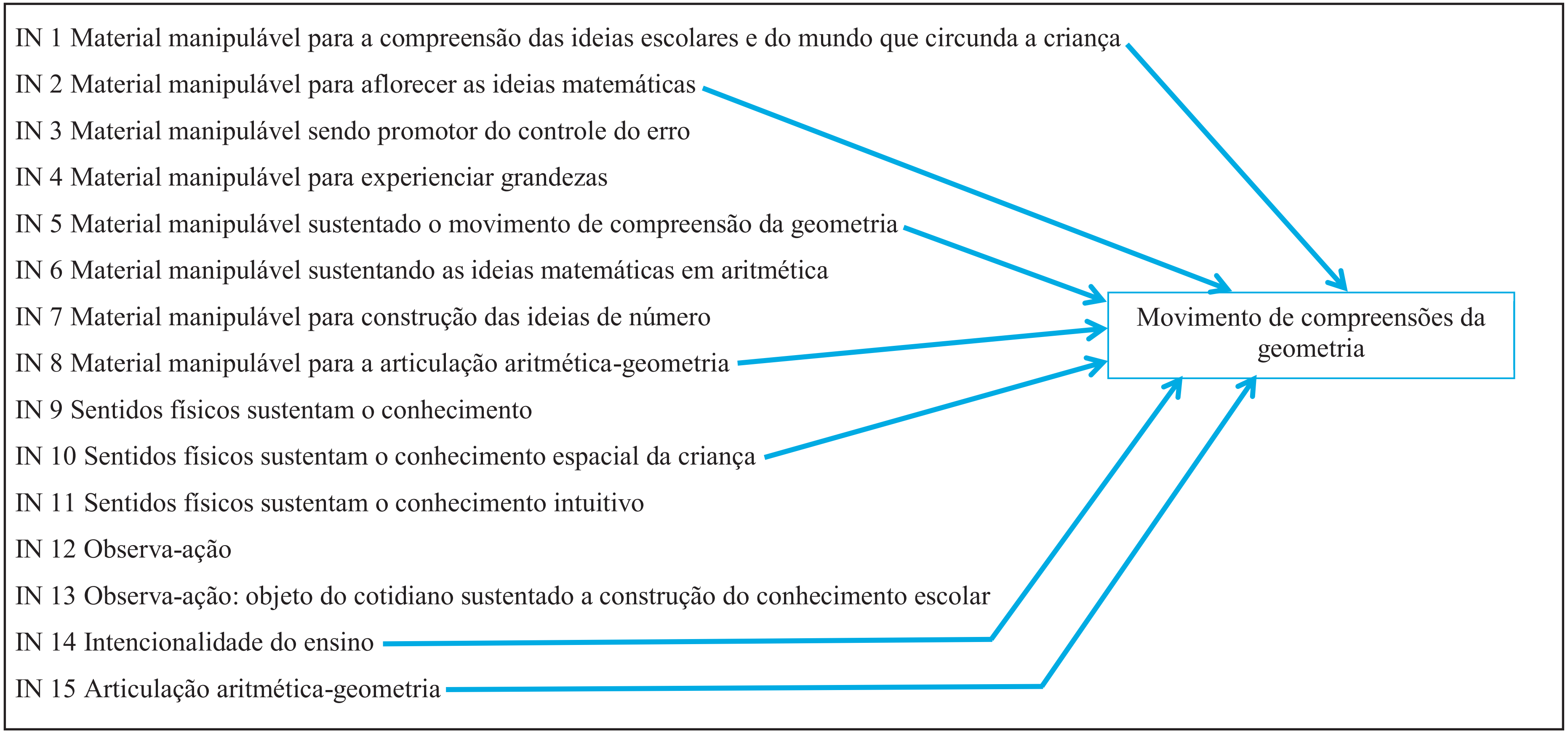
Fonte: autora (2019).

QUADRO 7 - Convergência 2 para a categoria “Movimento de compreensões da aritmética”



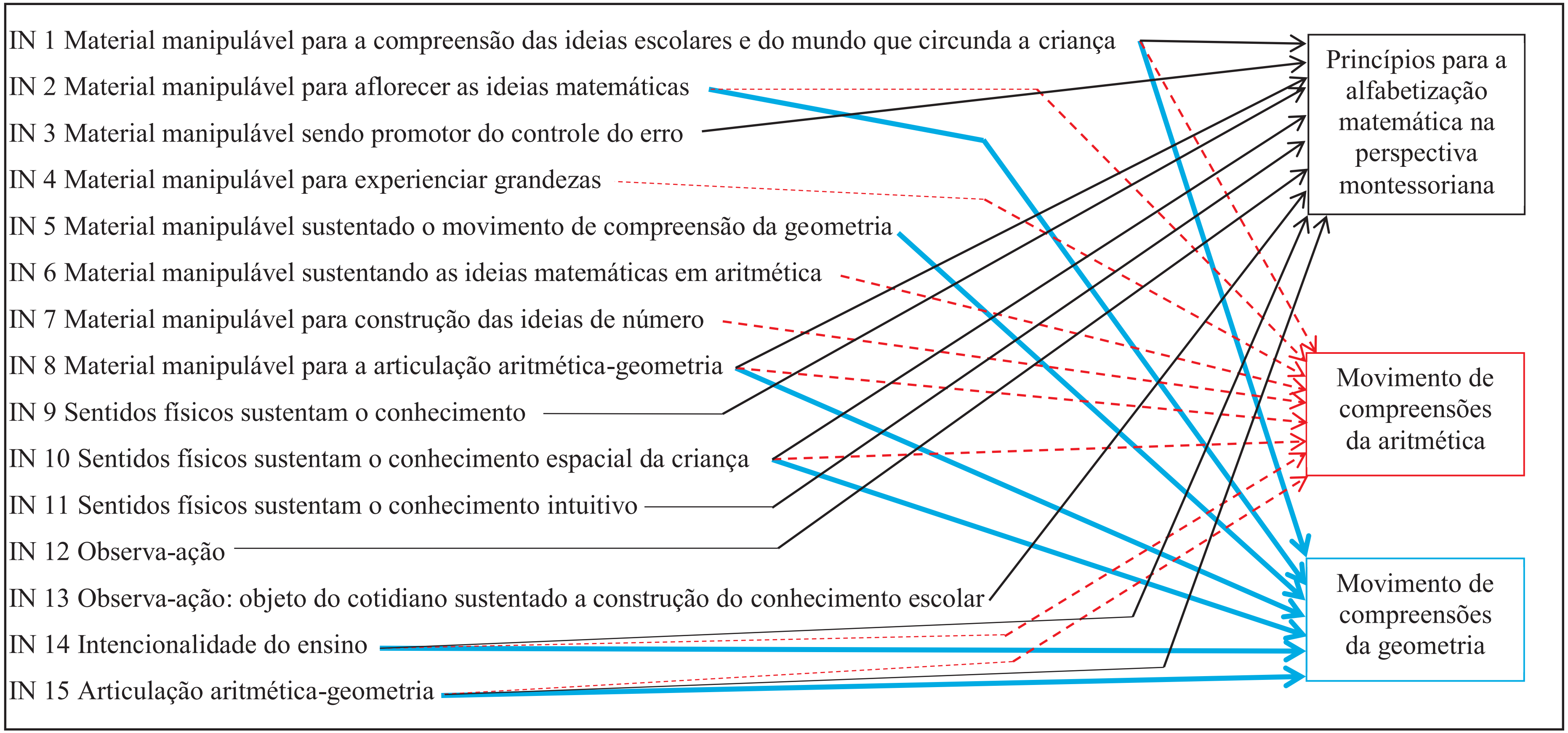
Fonte: a autora (2019).

QUADRO 8 - Convergência 3 para a categoria “Movimento de compreensões da geometria”



Fonte: a autora (2019).

QUADRO 9 - Convergências



Fonte: a autora (2019).

5 CATEGORIAS ABERTAS

Para discutir as categorias (evidenciadas nos quadros 6, 7, 8 e 9), retomar-se-á a obra de Maria Montessori para lançar luz sobre o que se revelou como estruturante do fenômeno "alfabetização-matemática-na-perspectiva-montessoriana", as categorias intituladas: *Princípios para a alfabetização matemática na perspectiva montessoriana*, *Movimento de compreensões da aritmética* e *Movimento de compreensões da geometria*.

Os fios da discussão serão os escritos que convergiram para estas categorias[28], mas na discussão buscar-se-á dialogar com autores que estudam a obra de Montessori, encontrados na OMB e ABEM, bem como em artigos publicados sobre e pesquisas que abordem o tema alfabetização matemática, Montessori nos anos iniciais ou, ainda alfabetização montessoriana/Montessori para a alfabetização e também os cursos de formação Montessoriana que participei em Florianópolis e em Santiago/Chile.

As categorias supracitadas tratam-se de categorias abertas, uma vez que se abrem à interpretações e compreensões sobre o pesquisado (BICUDO, 1994; 2011b) para colaborar com os discursos acadêmicos que, visando a prática de sala de aula, versam acerca do ensino da Matemática, e por ela a alfabetização. Visando dar continuidade ao movimento de espiral hermenêutica, as compreensões possibilitarão ampliar os entendimentos do método de Maria Montessori e suas contribuições para o ensino da referida disciplina na contemporaneidade.

[28] Ressalto que quando for necessário retomar algum trecho bibliográfico que anteriormente foi trazido como uma US, irei reescrever como referência terá apenas o código da US em questão: L3.9, por exemplo, para que possa evidenciar que foi algo já analisado nesse estudo. Somente quando estritamente necessário a US em questão será descrita.

5.1 PRINCÍPIOS PARA A ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA MONTESSORIANA

A primeira categoria a ser discutida advém do encontro de 10 IN[29], bem como expressa o quadro 6, as quais mostram que Maria Montessori (1939; [1949?]; [1950?]; 1965; 1983; 2003; 2004; 2015) determinou princípios[30] que posso considerar "gerais" para a aplicação de seu método, no entanto a análise dos livros "Pedagogia Científica" (MONTESSORI, 1965), "Psico-aritmética" (MONTESSORI, 1934a) e "Psico-geometria" (MONTESSORI, 1934b) desvelaram princípios que regem a alfabetização matemática em sua perspectiva. Importante se faz dizer que tais princípios não foram encontrados de forma direta, como os "gerais" em suas obras. Foi necessário estar em constante movimento de interpretar e compreender o período que a autora viveu e cunhou seu método. Somente dessa maneira tornou-se coerente expressar e discutir a presente categoria.

As IN que apresentaram facetas do material manipulável ficaram evidentes, mostrando ser então, esse tipo de material, determinante para os processos de alfabetização matemática, na perspectiva montessoriana, sendo considerado em suas inúmeras potencialidades. "[...] objetos-auxiliares que favorecem o aprendizado das ocupações da 'vida prática', há outros muitos (cada vez mais me convenço disso) necessários ao desenvolvimento gradativo da inteligência e aquisição da cultura" (L1.1). A autora traz inicialmente como "objetos-auxiliares", mas auxiliares a quê? Na própria obra "Pedagogia Científica" (MONTESSORI, 1965) encontram-se nuances que auxiliam o desenvolvimento da criança, não só na área da Matemática, mas em todas as demais também. Faz uma pequena distinção dos materiais que envolvem a "vida prática" e os que envolvem diretamente uma área do conhecimento, referindo-se a eles como "material de desenvolvimento"[31]; entendendo ser esse

---

[29] IN1: Material manipulável para a compreensão das ideias escolares e do mundo que circunda a criança; IN3: Material manipulável sendo promotor do controle do erro; IN8: Material manipulável para a articulação aritmética-geometria; IN9: Sentidos físicos sustentam o conhecimento; IN10: Sentidos físicos sustentam o conhecimento espacial da criança; IN11: Sentidos físicos sustentam o conhecimento intuitivo; IN12: Observa-ação; IN13: Observa-ação: objeto do cotidiano sustentado a construção do conhecimento escolar; IN14: Intencionalidade do ensino; IN15: Articulação aritmética-geometria.

[30] Ambiente e adulto preparados, Atividade, Liberdade, Autonomia, Independência, Normalização e Individualidade. Destacando que não há um grau de importância entre eles; todos foram explicitados com mais detalhes no capítulo dois da presente dissertação.

[31] Na formação chilena de 2019, a professora Julie Noriega comentou esse fato, mostrando que ao nos referirmos a eles como "materiais didáticos", indiretamente nos referimos a um material que está a serviço docente para o cumprimento de um plano de aula. No entanto, o entendimento e a interpretação dela é de que o material de desenvolvimento montessoriano está muito além disso, uma vez que os educadores nessa perspectiva buscam melhores condições para que os estudantes possam se desenvolver natural e espontaneamente.

seu real propósito: estar à serviço do desenvolvimento de cada criança inserida no ambiente montessoriano.

> Os materiais de Montessori apresentam-se como oportunidade de a criança construir o conhecimento matemático através da atividade concreta sistematizada compatível com sua mente (da criança), cuja necessidade de ordenação se impõe ao mesmo tempo em que justamente por ser criança, não possui o necessário cabedal de experiência que lhe permita extrair unicamente da própria vivência diária os conceitos matemáticos para o seu avanço nessa área do conhecimento. Por outro lado, é preciso que acostume sua mente ao trabalho ordenado desde o início de sua atividade formal na escola. (DOMENICO, 1988, p. 78-79).

Cada uma se "servirá" de modo particular, pois são considerados como relevantes nesse método a individualidade, o ritmo de aprendizagem e os diferentes entendimentos e interpretações que fazem do uso do referido material. "A atividade individual é a única faculdade que por si estimula e produz o desenvolvimento" (MONTESSORI, [1949?], p. 11). O que chama atenção, pois parece suscitar o intenso estudo do professor às inferências feitas por seus estudantes para que possa proporcionar experiências condizentes às necessidades individuais.

> A criança precisa aprender por meio de suas próprias atividades individuais, sendo dada uma liberdade mental para que ela obtenha o que precisa, e que ela não deve ser questionada em sua escolha. Nossa forma de ensino deverá somente responder às necessidades mentais da criança, nunca ditá-las. (MONTESSORI, 2003, p. 13).

Isso denota que o adulto estará imerso aos processos de desenvolvimento da criança de tal maneira que poderá compreender as ações educativas que mais lhe favoreçam. O que retoma a ideia de pre-ocupação na fenomenologia, que vem de um caráter ontológico à ocupação, mostrando não ser

> próprio do ser-com, embora esse modo de ser seja um *ser para* os entes que vêm ao encontro dentro do mundo como ocupação. O ente, com o qual a pre-sença se comporta enquanto ser-com, também não possui o modo de ser do instrumento à mão, pois ele mesmo é pre-sença. Desse ente não se ocupa, com ele se *preocupa*. (HEIDEGGER, 2005a, p. 173, grifos do autor).

Dessa maneira Montessori (1939; [1949?]; 1965; 1983) faz, repetidas vezes, a ressalva de que isso não significa se preocupar a ponto de fazer pelo educando, condenando veementemente a servidão para com as crianças. Afirma que isso pode lesar a independência infantil, prejudicar a espontaneidade e desestimular as atividades.

> [...] Quando *servimos* as crianças, cometemos um ato *servil* para com elas; isto é tão nefasto quanto querer sufocar algum de seus movimentos espontâneos úteis. [...] Uma pessoa que se faz servir com frequência não somente vive em dependência, mas definha na inação e acaba por perder a sua atividade natural. Inoculamos, assim,

> na alma infantil, o pecado da preguiça. (MONTESSORI, 1965, p. 53, grifos da autora).

O que é corroborado em Heidegger (2005a), que ao se referir ainda sobre a preocupação, mostra duas possibilidades extremas: cuidado no sentido de substituição dominadora do outro e no sentido de anteposição libertadora do outro, como se lhe devolvesse o cuidado de si mesmo, ideia considerada por ele como "cura". A partir dessa perspectiva se pode compreender o porquê Montessori visa garantir que o docente esteja atento à criança, mas com a cautela de não a substituir, respeitando seus limites individuais.

O que parece dialogar com Danyluk (1998), pois ela evidencia a importância de se considerar os processos íntimos e próprios de cada estudante entender e representar seus entendimentos acerca da Matemática. Dispor materiais que provoquem não só atividade do educando, como também sua particular aprendizagem é uma ideia também encontrada em Nacarato (2005), a qual discute a intencionalidade com que os materiais manipuláveis são utilizados na contemporaneidade e a concepção pedagógica assumida pelo docente, fatores que determinam se tais materiais cumprirão seu papel ou não, apresentando essa ideia de maneira enfática: "um uso inadequado ou pouco exploratório de qualquer material manipulável pouco ou nada contribuirá para a aprendizagem matemática. O problema não está na utilização desses materiais, mas na maneira como utilizá-los" (NACARATO, 2005, p. 4). Na perspectiva montessoriana há específica intencionalidade com os materiais utilizados; Almeida (1979, p. 64, grifo meu). apresenta sua crítica à má utilização deles:

> [...] e se retorne às salas "homogêneas" [seriadas e não agrupadas] com <u>aulas tradicionais "enfeitadas" por material Montessori</u>. Isto é uma descaracterização do sistema, empobrecimento da metodologia, fazendo com que as pessoas que desconhecem o método considerem-no um "pouporri" de noções avulsas ou um conjunto de brinquedos didáticos facilmente substituíveis.

O que parece mostrar a realidade do descompasso entre o conhecimento do professor acerca dos materiais e da metodologia em questão e o ato de deixar, ou talvez permitir, que seus estudantes possam explorá-los com a finalidade de elaborar suas próprias inferências, sem que o adulto antecipe ideias, conceitos e/ou fórmulas; entendimento esse que corrobora com Montessori (2003, p. 28) quando diz: "enquanto os professores impuserem suas conclusões às crianças eles nunca alcançarão a finalidade esperada, que é o interesse espontâneo da criança e sua aplicação".

A exploração deve estar em primeiro lugar, o que se aproxima dos princípios montessorianos de liberdade e atividade, no qual, mesmo que o professor mostre uma possibilidade de uso do material, permite que o educando possa avançar para ideias talvez mais complexas, ou relacionar com ideias anteriormente trabalhadas de modo natural e espontâneo, uma vez que o interesse em permanecer em atividade com o material manipulável advém dessa atitude docente (MONTESSORI, 1965; [1950?]; 1983; [1949?]; 2004; 2003; 2015).

Todo esse entendimento do uso do material manipulável parece estar incutido no estudo de Montessori acerca da importância da mão na aprendizagem, a ponto de considera-la como um órgão vital do corpo. Mão, no sentido de que é preciso tocar e ser tocado pelas coisas. Esse tocar diz do sentir, tocar com as mãos, com os ouvidos, com os olhos, com o que cada um tem a disposição, pois é assim que tocamos e somos tocados pelo mundo.

> A mão é sentida no subconsciente da humanidade como uma manifestação do seu eu interior. [...] O primeiro avanço daquela mãozinha em direção às coisas, o lançar daquele movimento que representa o esforço do *eu* para ingressar no mundo, deveria encher de admiração o espírito do adulto. Pelo contrário, porém, o homem *tem medo* daquelas pequeninas mãos estendidas na direção de objetos sem valor e sem importância que o cercam, de modo que assume uma atitude de defesa dos objetos contra a criança. Afana-se em repetir-lhe para não tocá-los, da mesma forma que lhe repete para não se movimentar, não falar! (MONTESSORI, 1983, p. 99, grifos da autora).

A referida autora afirma que é pelas mãos, uma figura entendida como o corpo em sua totalidade, que a faz conhecer o mundo que a cerca, como um instrumento e extensão da mente; experimentar e refletir parecem serem condições *sine qua non* para que a criança possa progredir qualitativamente no contexto em que se encontra inserida. O que remete à ideia de Merleau-Ponty (1996, p. 3 – 4, grifo meu) de mundo percebido:

> Minha experiência não provém de meus antecedentes, de meu ambiente físico e social, ela caminha em direção a eles e os sustenta, pois <u>sou eu quem faz ser para mim</u> (e portanto ser no único sentido que a palavra possa ter para mim) essa tradição que escolho retomar, ou este horizonte cuja distância em relação a mim desmoronaria, visto que ela não lhe pertence como uma prioridade, se eu não estivesse lá para percorrê-la com o olhar.

A experiência será única e, em decorrência desse fato, a reflexão também. Uma vez que se está em planos de compreensão diferentes, o refletido acontece de maneira distinta, isso quer dizer que cada indivíduo se encontra em um plano de compreensão da espiral hermenêutica e quanto mais vivencia, mais amplia seu plano, numa constante reflexão. Pois, “a reflexão não pode ser plena, não pode ser um esclarecimento total de seu objeto se não toma consciência de si mesma ao mesmo tempo que de seus resultados” (MERLEAU-PONTY, 1996, 97). Como um infinito de possibilidades a serem refletidas e reconsideradas.

O que chama atenção é como Montessori (1965) organiza as classes de modo a favorecer o constante ir e vir do conhecimento; o que é observado quando indica que as classes sejam multiseriadas, compreendendo três idades consecutivas agrupadas no mesmo espaço. Esse fato mostra que os estudantes têm possibilidade de revisitar ideias matemáticas que o currículo prescrito coloca para as idades mais novas, bem como o inverso é verdadeiro, pois permite que a criança que apresenta condições e disponibilidade para avançar um pouco mais do que foi prescrito para sua idade também o faça. A autora classifica seus materiais por objetivos diretos: vida prática, sensorial, linguagem, História, Geografia, Ciências e Matemática. Destaco que os sensoriais ganharam uma área própria, o que não quer dizer que os demais não sejam sensoriais também, mas não como objetivo direto. Assim como os materiais da referida área, detêm objetivos indiretos direcionados à Matemática, por exemplo, considerados preparações a ela. Na classe entre 3 e 5 anos, encontram-se na área sensorial materiais com objetivo indireto à Matemática, como por exemplo: Barras Vermelhas (Apêndice 8), Torre Rosa (Apêndice 6), Escada Marrom (Apêndice 5), Encaixes sólidos (Apêndice 2), Cilindros Coloridos, Sólidos Geométricos, Gabinete das Formas Geométricas Planas (Apêndice 7), Triângulos Construtores, Cubo de Binômio (Apêndice 18), Cubo de Trinômio (Apêndice 18), Cubo de Potência de Dois e Classificação de Objetos; a manipulação deles desde os 3 anos de idade, familiariza a criança com grandezas e formatos geométricos para que possa retomar posteriormente, na classe seguinte. "Estas proporções, é verdade, não são acessíveis à criança senão sensorialmente, mas, seu espírito se desenvolve sobre bases exatas, suscetíveis de preparar as aptidões matemáticas" (MONTESSORI, 1965, p. 128). A autora demonstra ciência dos processos próprios das crianças em cada faixa etária, porém resguarda a cada criança seu momento próprio de progressão. Isso foi confirmado pela US L1.10, em que diz:

> Começaram por retomar, sistematicamente, todo o material suscetível de ser reconhecido mediante a apalpação; por exemplo, os sólidos, como as formas geométricas ou as três séries de cilindros. As crianças, que, havia muito tempo, tinham-nos abandonado para passar a exercícios superiores.

Nesse sentido, nos deparamos com a Matemática, a qual parece vir interpretada como uma maneira de compreensão do mundo que circunda a criança na obra montessoriana, algumas US trouxeram essa ideia:

> Ni el número, ni el sistema numérico, tienen que ver con tales situaciones. Parecen hechos relacionados más bien con la vida y con los principios morales, que con la aritmética. [...] Esta existencia del número en la vida ordinaria, abre la puerta a los problemas de la aritmética. (L2.25).
> No preocupan los análisis ni las definiciones, pero el mundo externo se va concretando a través de las sensaciones y de la continua actividad motriz que se ejercita sobre los objetos que le rodean. (L3.2).

> No se trata solamente pues de un conocimiento que penetra en la mente del niño. En él se desarrolle algo que entra a formar parte de su vida mental, es un sentido geométrico que se identifica con su organismo psíquico en camino de activa creación. Los ojos del niño se sienten atraídos por la parte geométrica del ambiente que le rodea; se sienten cautivados por una luz que les penetra sin violencia. (L3.5).

Evidenciou-se a que o estudo da Matemática de nada vale se não estiver se dirigindo a própria vida. Dialogando com as ideias de Skovsmose (1994), que mostra que quando essa área do conhecimento é entendida como linguagem, traduz ou interpreta uma realidade, pontuando considerar existirem realidades diversas, será que então teria sentido “pensar a linguagem não somente como um meio flexível de expressão de ideias, mas também como um filtro para a formulação de ideias?” (SKOVSMOSE, 1994, p. 2). O referido autor dá a entender que sim, apontando para o conhecimento matemático como maneira de aprender e interpretar a realidade, em um viés crítico. Em consonância com esse entendimento, D’Ambrósio (1999) comunga da ideia de que a Matemática é viabilizada pelo contexto, sobretudo histórico, pois o conhecimento matemático se desenvolve concomitantemente à história da própria humanidade.

> As ideias matemáticas comparecem em toda a evolução da humanidade, definindo estratégias de ação para lidar com o ambiente, criando e desenhando instrumentos para esse fim, e buscando explicações sobre os fatos e fenômenos da natureza e para a própria existência [da matemática]. (D’AMBRÓSIO, 1999, p. 97).

Notoriamente há uma relação entre interpretação de mundo e a Matemática para esse autor, uma vez que expõe entendimentos acerca da etnomatemática, tratando-a como “Matemática viva” mostrando a dinâmica que vai se fazendo no decorrer da vida não só do indivíduo, mas da comunidade como um todo. E a comunidade, com o passar do tempo, vai se refazendo e mudando suas demandas, fato esse também comentado por D’Ambrósio (2004, p. 36), no que se refere à função social da Matemática, situada nos meandros do letramento:

> Poucos discordam do fato que a alfabetização e contagem são insuficientes para o cidadão de uma sociedade moderna. Necessárias até certo ponto, mas insuficientes se não forem acompanhadas pelos instrumentos analíticos e tecnológicos, que dão significado ao que é feito por indivíduos que dispõem dos instrumentos comunicativos. Em outros termos, lidar com números, como aparecem nos preços e medidas, nos horários e calendários e, mesmo, ser capaz de efetuar algumas operações elementares, é insuficiente para o cidadão. É enganador crer que a mera alfabetização conduza ao pleno exercício da cidadania. (D’AMBROSIO, 2004, p. 36).

Entende-se que há um anúncio de que o ensino se destina a formar pessoas para interpretação de mundo e a Matemática contribui para que essa meta educacional se cumpra. Ideia essa que parece não ser nova, uma vez que Montessori, no início do século XX já apontava tal endereçamento, no entanto parece que ser uma questão com muito a ser discutido, haja vista que a perspectiva de uma alfabetização e letramento matemático ainda é tema de muitos trabalhos acadêmicos na última década. Agregada à alfabetização e letramento matemático encontra-se a recorrência do debate de uso dos materiais manipuláveis, além de Nacarato (2005) já citada, também em: Fiorentini e Lorenzato (2006); Lorenzato (2009); Sousa e Oliveira (2010); Freitas e Arnaldi (2010); Militz, SeerSplett e Martins (2013); Santos, Oliveira e Oliveira (2013); Wanzeler et al. (2015); Mocrosky, Orlovski e Zontini (2016); Jacinto (2016); Silveira (2016); entre outros.

Mas, de que forma o material manipulável deve ser proposto? Existe um modo correto? Dentro da perspectiva montessoriana, sua precursora versa a respeito mostrando como concebe a utilização dos mesmos e quais são suas características básicas.

O controle do erro é um aspecto que compareceu nas obras dela analisadas, onde se encontra expresso nas US L1.4, mas sobretudo na L3.4 (grifos meus): "Esta imposibilidad material de error es el <u>control de error</u> colocado en los mismos objetos, razón por la cual el niño, una vez conocido el uso de aquellos, <u>puede trabajar sin necesidad de maestro</u>". O que denota que após a apresentação docente de qualquer material montessoriano, o adulto se retira, uma vez que parece partir do estudante a percepção do erro, como uma maneira de autoavaliação.

> Uma vez alcançada a concentração, ela [a criança] poderá mantê-la através de toda espécie de atividades, e mais será ativa a criança, menos o será quem a ensina, até ao ponto de vir a pôr-se quase à parte. [...] Só a experiência e o exercício corrigem os erros. [...] Correções e aperfeiçoamento surgem somente quando a criança pode exercitar-se à vontade por longo tempo. (MONTESSORI, [1949?], p. 203 – 204).

Sendo assim, o erro e o estudo de como o cometeu fazem parte do trabalho com o material manipulável, o qual foi concebido já com esse aspecto para que o educando tenha possibilidade de pesquisar o objeto que manipula por meio do exercício que lhe foi proposto. Na perspectiva montessoriana o erro é tido como algo que endereça e estimula questionamentos empíricos e científicos por parte da criança. "Todo indivíduo sofre com o erro consciente, mas é atraído e fascinado pelo erro ignorado, pois este contém o segredo do aperfeiçoamento além dos limites conhecidos e ambicionados, e eleva a um nível superior." (MONTESSORI, 1983, p. 22). Fato esse que provoca intensamente a inquietação pessoal, e leva o estudante a repetir seu trabalho diversas vezes até que consiga compreender onde está o erro e, nessa ação repetitiva, aprimora sua atenção e refina seu raciocínio acerca dos movimentos ou etapas de realização com o material em questão.

> O controle material do erro leva a criança a acompanhar seus exercícios com certa dose de raciocínio; seu senso crítico e sua atenção se intensificam sempre mais no

> sentido de uma maior exatidão, de uma figura que lhe permite distinguir as mais ínfimas diferenciações; a consciência da criança vai assim predispondo-se ao controle de seus erros, mesmo quando estes não forem mais de ordem material. Tudo em seu ambiente, e não só os objetos destinados à educação sensorial e à cultura, é feito e organizado de modo a facilitar esse controle. Os objetos, desde a mobília até o material de desenvolvimento, são todos uns denunciadores, sendo impossível fugir às acusações de suas vozes vigilantes. (MONTESSORI, 1965, p. 105).

O material de desenvolvimento imbuído do controle de erro, muitas das vezes apareceu de maneira a se dirigir à articulação aritmética-geometria, mostrando o entendimento de Montessori de que muitas ideias matemáticas poderiam ser observadas por meio da geometria. Na US L1.18, ela comenta que representar números de maneira geométrica torna o exercício mais atraente às crianças, entendimento este corroborado por Cardoso, Paulo e Dalcin (2014, p. 16) quando expõem compreensões sobre a beleza da Matemática:

> Se entendermos que o ver é mais do que um simples enxergar, então não se trata de reduzir o fazer matemático a apreciação estética, a exploração intuitiva (dada na percepção) ou ao fazer técnico. Trata-se de abrir possibilidades para que a matemática faça sentido ao aluno.

O que se nota na obra montessoriana é a busca e a elaboração de significações progressivas por parte dos estudantes, fundamentadas em experiências vividas e, sobretudo, manipuladas na fisicalidade. Tais experiências, viabilizadas pela estética e a contemplação do belo contidos na geometria enredam o caminhar para um raciocínio em busca de padrões, que poderão ser respondidos pela análise geométrica e/ou aritmética do ente.

> O conhecimento aparece como um sistema de substituições em que uma impressão anuncia outras sem nunca dar razão delas, em que palavras levam a esperar sensações, assim como a tarde leva esperar a noite. A significação do percebido é apenas uma constelação de imagens que começam a reaparecer sem razão. As imagens ou as sensações mais simples são, em última análise, tudo o que existe para se compreender nas palavras, os conceitos são uma maneira complicada de designá-las, e, como elas mesmas são impressões indizíveis, compreender é uma impostura ou uma ilusão, o conhecimento nunca tem domínio sobre seus objetos, que se ocasionam um ao outro, e o espírito funciona como uma máquina de calcular que não sabe por que seus resultados são verdadeiros. (MERLEAU-PONTY, 1996, p. 38).

Entendimento esse encontrado nas US L1.35 e L3.12, que sugerem que a visão geométrica de ideias matemáticas podem, por exemplo, familiarizar a criança entre 4 e 7 anos com fórmulas de binômio, trinômio – Apêndice 18 – e quadrinômio, apenas pela manipulação dos materiais criados por Montessori sem que para isso precisem sistematizar e realizar exercícios que os envolvam. A exatidão das formas e associação das cores com as dimensões demonstradas do material parece encantar as crianças na referida faixa etária; não só para as fórmulas comentadas, mas em muitas outras ideias matemáticas. Montessori (1965, p. 128) mostra que “estas proporções, é verdade, não são acessíveis à criança senão sensorialmente, mas, seu espírito se desenvolve sobre bases exatas, suscetíveis de preparar as aptidões matemáticas”. Essa preparação denota ser um ponto importante para o ato de alfabetizar matematicamente em seu método, todos os detalhes de seu material mostram ter um por que, sendo a todo momento retomados para novos estudos e provocando novas inquietações aos estudantes. Algo que encaminha os estudantes a desenvolver a “mente matemática”[32], terminologia que a autora dedica aos seus estudos de Pascal, uma vez que “ele dizia que a forma da mente humana é matemática: a apreciação das coisas exatas permite o conhecimento e o progresso” (MONTESSORI, [1949?], p. 155), o que me faz refletir que realmente suas intenções para a Matemática iam além de mera resolução e manipulação técnica de algoritmos, algo promissor para as primeiras décadas do século XX.

Segundo Merleau-Ponty (1996), a percepção é tida empiricamente também como um recordar, uma vez que ao vislumbrar algo, nos deparamos com sua fisionomia e suas características perceptíveis, as quais marcam nossas mentes na medida em que nos interessamos e o ato de recordar pode assim vir a complementar a percepção. Levando em consideração que “a significação nasce no berço do sensível” (MERLEAU-PONTY, 1996, p. 45), o desenvolvimento do ser humano aponta na direção do que Montessori chamou de “educação dos sentidos”, no entanto dialoga com o Merleau-Ponty (1996, p. 47 – 48, grifo meu) quando ele diz que

> Perceber não é experimentar um sem-número de impressões que trariam consigo recordações capazes de completá-las, é ver jorrar de uma constelação de dados um sentido imanente sem o qual nenhum apelo às recordações seria possível. Recordar não é trazer ao olhar da consciência um quadro do passado subsistente em si, é enveredar no horizonte do passado e pouco a pouco desenvolver suas perspectivas encaixadas, até que as experiências que ele resume sejam como que vividas novamente em seu lugar temporal. <u>Perceber não é recordar-se</u>.

No trecho em destaque o autor mostra de forma enfática que apesar de serem aspectos que juntos se enriquecem, não podem ser considerados com entendimentos próximos. O recordar, como dito anteriormente, pode complementar a percepção, mas não se trata de uma condição existenciária para ela.

A educação dos sentidos encontra-se expressa nas IN 9, 10 e 11, indicando que os múltiplos sentidos, para Montessori, sustentam o conhecimento, considerando que “os sentidos, sendo os exploradores do ambiente, abrem caminho à consciência”

[32] E que comparece no título que deu a seus livros “Psicoaritmética” e “Psicogeometria”, como sufixo *psico*; uma referência direta a essa terminologia que adota.

(MONTESSORI, [1949?], p. 153). Educam-se então os sentidos para que se alcance à consciência, dando subsídios/aberturas a tal caminho, pois o indivíduo não está fadado aos infortúnios do que sente, mas sim influenciado, "os sentidos existem e trabalham ao serviço do seu possessor, segundo uma guia" (MONTESSORI, [1949?], p. 90); inclusive são quem, segundo a autora, estruturam a inteligência.

> Como fenômeno da pre-sença, a consciência não é um fato que ocorre e que, por vezes, simplesmente se dá. Ela "é" e está apenas no modo de ser da pre-sença e, como fato, só se anuncia com e na existência de fato. [...] A consciência dá "algo" a compreender, ela abre. (HEIDEGGER, 2005b, p. 54).

A consciência assim concebida aproxima-se do entendimento montessoriano, sendo seu principal instrumento o corpo, com o qual pode experienciar ideias matemáticas, conforme indicam as US L1.2, L1.11, L1.21, L1.22, L1.25, L1.35, L1.36, L2.2, L2.3, L2.16, L2.21, L2.26, L2.30, L3.2, L3.5 e L3.6. Uma vez possibilitado o livre movimento no ambiente previamente preparado, o corpo se depara com um horizonte de possibilidades, mostrando que por meio de movimentos intencionais, a criança se põe a conhecer.

> A primeira operação da atenção é portanto criar-se um *campo*, perceptivo ou mental, que se possa "dominar" (Ueberschauen), em que movimentos do órgão explorador, em que evoluções do pensamento sejam possíveis, sem que a consciência perca na proporção daquilo que adquire, e perca-se a si mesma nas transformações que provoca. (MERLEAU-PONTY, 1996, p. 57, grifo do autor).

A expansão compreensiva viabilizada pela ação do corpo no referido campo parece estar direcionada às transformações interna e externa, indicando a importância de se estar sempre em íntimo contato com o local em que se desenvolve. As US envolvidas na IN 9 indicam diretamente a importância de provocar os indivíduos inicialmente de maneira sensorial, pois "sua iniciação propulsiva irrompe com intensiva violência" (MONTESSORI, 1965, p. 300). Isso se deve a acessibilidade que a experiência sensorial mostra, como se os materiais manipuláveis, por exemplo, estivessem apenas aguardando que alguém se sirva dele. Atentando-se para o fato corroborado por Merleau-Ponty (1996, p. 134),

> Os objetos exteriores só me mostram um de seus lados, escondendo-me os outros, mas pelo menos posso escolher à vontade o lado que eles me mostrarão. Eles só podem aparecer para mim em perspectiva, mas a perspectiva particular que a cada momento obtenho deles só resulta de uma necessidade física, quer dizer, de uma necessidade da qual posso me servir e que não me aprisiona.

Porque a qualquer momento posso me servir de tal objeto novamente, mas essa segunda vez não será como a primeira, uma vez que meu corpo todo já esteve em uma perspectiva e não me interessaria ter uma experiência igual. A mente tem a tendência por buscar aquilo que lhe é novo e procurar interpretar e/ou aprimorar, fazendo com o que o indivíduo se coloque em uma nova perspectiva sempre que esteja diante de algo que já tem prévia familiaridade, sendo a repetição algo previsto no método, não como uma imposição à criança e sim como a necessidade que ela mesma tem de explorar mais e espontaneamente os materiais (MONTESSORI, 1965; [1949?]; 1983). Dessa maneira se faz possível a aprendizagem na perspectiva montessoriana, pois

> O fato de que a experiência seja válida enquanto não foi contradita por uma nova experiência (*ubi non reperitur instantia contradictoria*) caracteriza evidentemente a essência geral da experiência, independentemente de que se trate de sua organização científica no sentido moderno ou da experiência da vida cotidiana tal como se vem realizando desde sempre. (GADAMER, 1999, p. 517).

Assim não se trata simplesmente de refutar uma ou outra experiência, mas de abrir possibilidades e detalhes antes não percebidos. A vivência pessoal parece cada vez mais permear a aprendizagem para Montessori, mostrando a importância das inferências que cada um pode fazer com suas próprias condições do momento e contexto em que vive. Nesse aspecto o movimento emerge como condição necessária para que a educação dos sentidos possa ultrapassar os limites de uma mera coordenação mecânica do mesmo. “O nosso conceito é que a criança desenvolva a coordenação dos movimentos necessários à sua vida psíquica para enriquecer com eles a parte prática e executiva, pois de outro modo o cérebro desenvolve-se por sua conta, quase estranho às realizações efetuadas só pelo movimento” (MONTESSORI, [1949?], p. 126), desvelando a finalidade pela qual se move intencionalmente, exemplo seria a importância da mão supracitada no texto.

A autora versa que a mente, considerada por ela absorvente (sobretudo até os 6 anos de idade), é construída sob as sólidas bases de suas experiências vividas no ambiente, recebendo o direcionamento da educação dos sentidos, sendo o movimento “a última parte que completa o ciclo do pensamento” (MONTESSORI, 2015, p. 69). Esse movimento remete principalmente ao tocar, sentir, mostrando mais uma vez a educação dos sentidos protagonizando um dos princípios que essa discussão se propõe. Os sentidos, físicos ou não, são possibilidades próprias, modo de ser, que abrem para o conhecer e, principalmente, interpretar e compreender. Mas, o que se concebe por sentido vai além da fisicalidade, encontro em Heidegger (2005a, p. 208, grifos do autor) um entendimento que vai ao encontro dos pressupostos montessorianos:

> Se junto com o ser da pre-sença o ente intramundano também descobre, isto é, chega a uma compreensão, dizemos que ele tem *sentido*. Rigorosamente, porém, o que é compreendido não é sentido, mas o ente e o ser. Sentido é aquilo em que se sustenta a compreensibilidade de alguma coisa. Chamamos de sentido aquilo que pode

> articular-se na abertura da compreensão. *O conceito de sentido* abrange o aparelhamento formal daquilo que pertence necessariamente ao que é articulado pela interpretação que compreende. *Sentido é a perspectiva em função da qual se estrutura o projeto pela posição prévia, visão prévia e concepção prévia. É a partir dela que algo se torna compreensível como algo.* [...] Sentido é um existencial da pre-sença e não uma propriedade colada sobre o ente, que se acha por "detrás" dela ou que paira não se sabe onde, numa espécie de "reino intermediário". A pre-sença só "tem" sentido na medida em que a abertura do ser-no-mundo pode ser "preenchida" por um ente que nela pode se descobrir. *Somente a pre-sença pode ser com sentido ou sem sentido.* Isso significa: o seu próprio ser e o ente que se lhe abre podem ser apropriados na compreensão ou recusados na incompreensão.

Toda essa ideia parte do corpo único, indivisível e próprio, como o marco zero de toda possível compreensão. No entanto, segundo Meleau-Ponty (1996), não se é sozinho no mundo, é com o mundo e tudo que possa ter nele, o mundo muitas vezes mostra como ser nele e se refazendo a cada momento o corpo próprio busca incessantemente acompanha-lo.

> Antes de ser um fato objetivo, a união entre a alma e o corpo, devia ser então uma possibilidade da própria consciência, e colocava-se a questão de saber o que é sujeito que percebe se ele deve poder sentir um corpo como o seu. Ali não havia mais fato ao qual nos submetemos, mas um fato assumido. Ser uma consciência, ou, antes, *ser uma experiência*, é comunicar interiormente com o mundo, com o corpo e com os outros, ser com eles no lugar de estar com eles. (MERLEAU-PONTY, 1996, p. 142, grito do autor).

O grifo do autor é pertinente à presente discussão, pois mostra que mais do que corpo próprio que está com o mundo, ele é uma experiência, única. Mesmo que alguém, o professor, por exemplo, propicie o mesmo exercício ou atividade a toda uma classe, a experiência vivida não será a mesma para cada indivíduo. Ao refletir sobre isso na alfabetização-matemática-na-perspectiva-montessoriana, noto que as vivências matemáticas proporcionadas em suas obras aproximam-se dos pensamentos merleaupontyanos no que concerne ao respeito às experiências íntimas dos educandos com o que é proposto. Não há expectativa de um pensamento e/ou desenvolvimento uno. "A criança parece seguir fielmente um severo programa imposto pela natureza, e com tão pontual exatidão que nenhuma escola, por mais sabiamente dirigida, resistiria ao confronto" (MONTESSORI, [1949?], p. 9). Ao educador cabem as tarefas de preparar o ambiente e guiar a criança para que supra suas necessidades cognitivas por meio de atividades que provoquem inquietações e lhe dê subsídios para seguir buscando avidamente por seu próprio progresso.

Para essas tarefas docentes, a observação se torna um elemento essencial, tratado em diversos momentos das obras analisadas, muitas vezes recebendo especial atenção da autora; na presente pesquisa, por esse motivo acabou por tornar-se uma das IN. Considerada como "pedra de toque", a observação ganhou destaque e visibilidade nas mais diversas obras de Montessori (1934a; 1934b; 1939; 1965; 1983; [1949?]; 2003; 2004; 2015), não só como tarefa do adulto, mas da criança também. Para ambos, parece um jogo entre as palavras "observar" e "ação", pois as US envolvidas aqui mostram a necessidade de observar para agir e, inversamente proporcional, agir para observar. Um observar que vai além do simples ver com os olhos, mas que envolve seus sentidos e significados internos do que (ou de quem) se observa. Um agir que remete a delicadeza de um ato intencional refletido. E nessa observa-ação, tecem-se caminhos possíveis ao ato educativo e à aprendizagem única, elevando-se do simples plano da intuição e partindo a algo que se abre a conhecer o que se mostra e desvela para si. Configura-se então como uma postura para o educador e também para o educando.

A observa-ação esteve presente desde os primórdios do método, quando ainda a autora atuava no âmbito da medicina, Montessori Junior ([1984?], p. 16) reafirma, logo na introdução (com contribuições de Paula Polk Lillard), que sua avó fora precursora nisso:

> Todas as perspectivas correntes no século XX possuíam um aspecto em comum – nenhuma delas derivava da observação direta do comportamento e desenvolvimento da criança. Montessori por sua vez percebeu que o caminho para a verdadeira compreensão da natureza humana dá-se através da observação do comportamento infantil.

Aparentemente, as outras perspectivas não tiveram a observa-ação como cerne de sua concepção por estarem mais relacionadas à pura aquisição de conhecimentos, algo que Montessori mostra como crucial para que pudesse elaborar ações educativas concernentes com o público que se recebe, mas principalmente compreender o desenvolvimento infantil e, incutido nele, a aprendizagem. Ela se propôs a estudar a criança de maneira científica, mas relata que

> Quando estou entre as crianças, não me vejo como uma cientista, uma teórica. Na realidade, quando estou com elas, não sou ninguém e meu grande privilégio quando as abordo é até mesmo esquecer que existo; privilégio, porque isso permitiu descobrir coisas que, quando somos alguém, não vemos – pequenas coisas, verdades simples, porém preciosas. Não é sempre necessário descobrir grandes coisas, mas é de importância capital descobrir os princípios. [...] A criança é um embrião espiritual que se desenvolve espontaneamente. (MONTESSORI, 2004, p. 111).

Na medida em que, na Clínica de psiquiatria, percebia seus pacientes privados de certas possibilidades de se desenvolver, a autora procurou suprir tais obstáculos com ações e/ou materiais manipulativos inventariados ou criados por ela. "Habituada" a observar as mais diferentes crianças dessa Clínica e a partir disso, e somente disso, agir para favorecer e provocar ações educativas, pareceu-lhe óbvio que seria o ato de observar o item que desvelaria as necessidades infantis e tinha tônus para permear todo um caminho pedagógico nas escolas regulares. Montessori (1965; 2015) comenta que os fatos observados foram organizados em dois grupos: um que mostra a capacidade infantil na aquisição da cultura por meio de sua atividade e outro que envolve o desenvolvimento do caráter.

> Ficamos muitas vezes estupefatos por ver crianças não somente observar espontaneamente o seu ambiente, percebendo agora coisas que antes não distinguiam, como também fazer comparações com aquelas guardadas na memória. Alguns de seus raciocínios revelam um acúmulo de observações, uma espécie de "pedra de toque" que nós não possuímos. Elas confrontam as coisas exteriores com as imagens que estão fixadas em seu espírito, externando apreciações de surpreendente exatidão. (MONTESSORI, 1965, p. 164).

Essa relação entre o raciocínio e a observa-ação é algo que chama atenção pelo modo que a autora mostra compreender os processos mentais da aprendizagem. Ao que parece, as observa-ações geram inferências internas, agregam-se e tem potencial de sinapses próprias, uma vez que os caminhos de compreensão de cada indivíduo são únicos. "A compreensão só se converte numa tarefa especial no momento em que esta vida natural experimenta alguma distorção no co-visar do visado, [...] o então o esforço da compreensão vai perceber a individualidade do tu e considerar sua peculiaridade" (GADAMER, 1999, p. 282 – 283, grifo do autor), o que denota que a compreensão vem de um desvelar pela estranheza de algo já anteriormente familiarizado. Na perspectiva montessoriana a observa-ação se mostra determinante para os trajetos da espiral hermenêutica, sendo que "a necessidade de uma hermenêutica aparece, pois, com o desaparecimento do compreender-por-si-mesmo" (GADAMER, 1999, p. 287), aferindo importância à experiência (o agir) e o que ela pode significar e/ou resignificar.

O observar discente, de uma forma geral e não só à área da Matemática, está relacionado ao apetite mental e a necessidade de ratificar, refutar ou até mesmo ampliar algo que esteja em seu campo de interesse, assim como indicou a US L1.17, a observação se inicia com a educação dos sentidos, e nela inclusa está a lição dos três tempos referida em diferentes momentos das obras de Montessori, e posteriormente o estudo dos detalhes mediante manipulação de material específico que expressam ideias matemáticas. Já o observar docente é no sentido de deixar aflorar na própria criança o ímpeto pela busca do que sente necessidade, pois somente assim atingirá a concentração e interesse. "Não observará com o fim de fazer com que a sua presença se sinta, ou assistir aos mais fracos com a sua força: observará para conhecer a criança que consegue agora concentrar sua atenção e para contemplar o glorioso renascimento do espírito" (MONTESSORI, [1949?], p. 226). Dessa maneira, poderá ponderar o momento correto em avançar o currículo com a criança que observa, por meio dos recursos próprios ou em potenciais que ela mostra.

A postura docente inaugurada pelas compreensões de Montessori foi um dos fatores que mais chamou atenção na época em que cunhou seu método, haja vista que iniciou suas primeiras ações educativas em uma Clínica psiquiátrica da qual seu principal instrumento científico foi a observação. No entanto, ao propor seu feito a uma classe propriamente escolar, sentiu a necessidade de expor qual seria a atitude adulta a ser adotada por seus colaboradores diante de tão nova perspectiva educacional. Por esse motivo, fica evidente em suas obras que a pesquisadora em estudo tem o cuidado de mostrar de que maneira esse instrumento científico seria válido para uma sala de aula e qual seria a importância de mudança de perspectiva entre educando-educador. Num discurso enfático, que se opõe veementemente ao ensino tradicional, a autora coloca seus entendimentos a respeito:

> Nem instrução, nem ameaças, nem prêmio, nem castigos, são permitidos. A professora deve manter-se silenciosa e quieta, numa expectativa paciente, quase se retraindo para anular a própria personalidade, para que o espírito da criança possa ter campo onde se expandir livremente. (MONTESSORI, [1949?], p. 218).

A autora dedicou boa parte de sua vida à formação de professores para atuar com seu método, aparentemente com a mesma rigidez que expõe em seus livros a maneira como concebe a atitude docente. Na contemporaneidade, as associações responsáveis (nacionais e internacionais), por formar profissionais para tal finalidade, mantêm esse mesmo rigor, uma vez que quanto maior e mais ampla a certificação que oferecem, maiores e mais rígidas são tais exigências. Isso se deve, aparentemente, pela mudança de paradigma necessária do indivíduo que opta pela pedagogia montessoriana, já que a maioria dos cursistas advém de um ensino e uma cultura tradicional.

> A mestra que desejar consagrar-se a este método educacional, deverá convencer-se disto: não se trata de ministrar *conhecimentos* às crianças, nem dimensões, formas, cores, etc., por meio de objetos. Nem mesmo é nosso objetivo ensinar crianças a servir-se, "sem erro", do material que lhes é apresentado nos diversos métodos de exercícios. Seria reduzir nosso material ao nível de outro qualquer [...]. Numa palavra, queremos dizer que o material não constitui um *novo meio* posto entre as mãos da antiga mestra ativa para ajuda-la em sua missão de instrutora e educadora. [...] A educação é compartilhada pela mestra e pelo ambiente. A antiga mestra "instrutora" é substituída por todo um conjunto, muito mais complexo; isto é, muitos objetos (os meios de desenvolvimento) coexistem com a mestra e cooperam para a educação da criança. (MONTESSORI, 1965, p. 143, grifos da autora).

Indica ser de particular orgulho perceber que se conseguiu ajudar uma criança a fazer por si mesmo, tendo preparado seu caminho para um caminhar espontâneo, diminuindo a atividade docente e ampliando a discente (MONTESSORI, 1939; [1949?]; 1965; 2015). Essa diminuição da atividade docente, ao que mostraram as referidas obras, algumas vezes foi considerada erroneamente como uma retirada da figura do educador, quando na realidade apresentou uma ressignificação dela. Em tempos atuais parece quase óbvio que quando se pensa em educação, pensamos primeiramente no educando, mas reitero que não foi sempre assim, nas primeiras décadas de 1900, período em que Montessori desenvolve seu método, a realidade era bem diferente; juntamente com ela alguns outros grandes educadores lutavam por uma educação que respeitasse o indivíduo, abolindo, sobretudo, os castigos físicos e a submissão total das crianças aos professores.

> O primeiro passo a dar de forma a se tornar um professor Montessori é livrar-se da onipotência e tornar-se um alegre observador. Se o professor puder realmente penetrar no prazer de ver as coisas nascendo e crescendo sob seus próprios olhos e puder vestir-se com o traje da humildade, muitos prazeres – que são negados àqueles que assumem infabilidade e autoridade diante de uma classe – estarão reservados a ele. [...] O professor faz então sua grande renúncia ao poder e à autoridade, para se encontrar imensamente vencedor por essas perdas. Ele atingiu a paciência de um cientista. (MONTESSORI, 2003, p. 123-124).

O ato de assistir compreende a não interferência e uma sedução intencional, uma vez que o adulto deve guiar a criança ao trabalho a ser realizado de modo que a mesma se sinta interessada por ele e ávida por fazê-lo. A figura docente passa a ser, nitidamente, de guia e observadora, com potencial de distinção do que é necessário e do que é supérfluo, haja vista que todo excesso estará na contramão da proposta montessoriana. A autora se propõe um adulto preparado e este se remete às quebras de paradigmas (com relação ao entendimento de educador de sua época) e preparação para guiar toda e qualquer criança que lhe for confiada para seu individual desenvolvimento e educação espontânea. Dessa maneira, Montessori substitui pouco a pouco o termo *professor*/a por *guia*; fato esse que perdura à contemporaneidade, uma vez que ao concluir todo o programa de formação montessoriana, recebe-se um diploma de guia montessoriano/a, por esse motivo, opto, a partir desse momento do texto a me referir ao docente também como *guia*.

Intrínseco a essa metodologia, vem emergindo a intencionalidade, tanto dos materiais ora inventariados ou criados, quanto da concepção de guia e até mesmo de educação:

> Descobrimos assim que a educação não é aquilo que o professor dá, mas é um processo natural que se desenvolve espontaneamente no indivíduo humano; que não se adquire ouvindo palavras, mas em virtude de experiências efetuadas no ambiente. A atribuição do professor não é a de falar, mas preparar e dispor uma série de motivos de atividade cultural num ambiente expressamente preparado. (MONTESSORI, [1949?], p. 11).

A educação a que se refere obtém significados mais amplos do que somente escolarização, uma vez que considera e defende que se inicia ao nascer, valorizando indireta e diretamente a Educação Infantil. O ser humano tem a tendência natural pela conquista da independência, a qual é regida por uma força vital que viabiliza esse impulso, que se refere ao estudo efetuado pela autora acerca do Horme. O simples conhecer enreda a atividade espontânea e direciona o que a autora chamou de “mente absorvente” necessária ao desenvolvimento, que, por sua vez, se dá pela conquista da independência. Esta não trata apenas da liberdade, mas de certa alegria em agir e aperfeiçoamento de si mesmo (MONTESSORI, 2015).

Ao considerar que a primeira conquista é a utilização de seus sentidos em prol da avidez infantil por conhecer o espaço e os objetos que a cercam, Montessori propõe que o guia prepare o ambiente concernente com o período que a criança está, para que favoreça e provoque sua atividade cognitiva. A organização do ambiente montessoriano é de meticuloso planejamento, para que intencionalmente a criança possa agir espontaneamente, em segurança e que promova progresso pessoal. Numa classe, em que se considera cada criança como única, os desafios do educador aumentam, exigindo que esteja atento em conhecer largamente cada um de seus educandos. O dinamismo e o conhecimento do/a guia são imprescindíveis para que a proposta montessoriana seja efetiva; sendo ele/a guardião do ambiente, deve então saber o objetivo de cada detalhe disposto no espaço que ele/a mesmo preparou e quais deles servem de maneira eficaz cada uma das crianças que ali se encontram.

O planejamento docente é feito para cada um dos educandos, estimando quais ações ou apresentações de materiais favorecem a fase de cada criança e se mostra flexível diante das particularidades observadas durante a efetivação do planejamento. É importante destacar que há, em todos os componentes curriculares, uma sequência pedagógica indicada a ser seguida que é exposta nas obras montessorianas indiretamente e de forma direta nos cursos de formação, não por acaso. Há forte intencionalidade nos detalhes de cada ação, movimento e exercício a ser proposto nas classes montessorianas, como se um objetivo geral fosse cumprido a longo prazo pelas minúcias exploradas. Fato esse vivenciado no curso chileno “Matemáticas según enfoque Montessori para clases 6 a 12 años”, em que a guia Julie Noriega enfatizava exaustivamente certos detalhes nas apresentações dos materiais que só ficaram claras ao findar do curso, quando pude vivenciar que eles realmente fazem parte de um todo da concepção matemática envolvida.

Observei, durante os dois cursos que fiz em 2019 sobre a metodologia montessoriana, que a área de vida prática é onde concentra e inauguram as primeiras compreensões e autocompreensões para a criança. O fascínio por replicar a atividade apresentada, a primeira vista soa apenas como imitação, mas ao estar à interrogação diretriz (“o que é isso, a alfabetização matemática na perspectiva montessoriana”), percebo a riqueza envolvida nos exercícios, como por exemplo: organizar, classificar, estimar, distinguir, concentrar, equilibrar, entre tantas outras faculdades que as crianças entre 3 e 6 anos já são capazes de desenvolver com atividades do cotidiano inseridas no ambiente montessoriano. Toda essa preparação reflete na alfabetização matemática, mostrando de forma efetiva que a intencionalidade não se dá somente na preparação/apresentação de um material manipulável já direcionado à Matemática, como ficou evidente nos livros analisados com maior representatividade do tema, uma vez que a IN14 representou a convergência de 19 US.

A intencionalidade comparece no fenômeno alfabetização-matemática-na-perspectiva-montessoriana de forma direta e indireta, mostrando sempre que o educando está imerso em vivências matemáticas que favorecem suas compreensões, as quais se ampliam progressivamente ao longo de sua escolarização. Fato esse que remete à espiral hermenêutica utilizada no presente estudo.

5.2 MOVIMENTO DE COMPREENSÕES DA ARITMÉTICA

De igual modo que quien debe llevar a cabo un fino bordado comienza por el dibujo en su conjunto y después va rellenando con los detalles. (MONTESSORI, 1934a, p. 27).

Durante a análise de dados, ficou evidente a preocupação de Montessori em proporcionar experiências concernentes à aritmética. Sua analogia ao bordado possibilita o vislumbrar de seu entendimento acerca de como tais experiências proporcionam o desenvolvimento da mente matemática. Sugere iniciar indicando o todo, para então propor o desvelar de seus detalhes. Trago então o paralelo dessa ideia à da espiral hermenêutica, pois o fenômeno se mostra da maneira que cada um pode ver no dado momento, sendo necessária uma redução fenomenológica para lograr sua interpretação-compreensão. Este ato é perspectival, no entanto, ao retornar ao mesmo fenômeno numa segunda vez, a interpretação-compreensão tende a ser ampliada, uma vez que se busque por desvelá-lo em suas particularidades.

As ideias matemáticas apresentadas às crianças, no método montessoriano, são inicialmente abrangentes, possibilitando o desvelar de questões mais generalistas, para que bordem o contorno, com uma mesma linha, longa e constante; convida-se a retomar seu bordado, para que, à sua maneira, desvele os detalhes ali contidos, como uma nova volta na espiral, que assume caráter ontológico existencial em todos os processos envolvidos. “O ‘círculo’ da compreensão pertence à estrutura do sentido, cujo fenômeno tem suas raízes na constituição existencial da pre-sença, enquanto compreensão que interpreta” (HEIDEGGER, 2005a, p. 210). Nos meandros desse movimento constante, emerge o sentido, que dentro da analogia montessoriana, poderia ser essa linha que faz com que o bordado apareça para o indivíduo, ele mesmo faz com que aquilo que está no plano de compreensão se mostre de maneira a tornar “visível/palpável” a si mesmo, como se delineasse sentidos.

> Toda interpretação se funda na compreensão. O sentido é o que se articula como tal na interpretação e que, na compreensão, já se prelineou como possibilidade de articulação. Na medida em que a proposição (o “juízo”) se funda na compreensão, representando uma forma derivada de exercício de interpretação, ela também “possui” um sentido. (HEIDEGGER, 2005a, p. 211).

Sentidos esses que vem traduzidos por significados possíveis, pois se leva em consideração que a cada volta na espiral estamos todos sujeito aos erros de opiniões prévias, os quais não são sanados vislumbrando da mesma perspectiva ou condição. “A compreensão somente alcança sua verdadeira possibilidade, quando as opiniões prévias, com as quais ela inicia, não são arbitrárias" (GADAMER, 1999, p. 403). Segundo Montessori (1965; [1949?]; 1983), a repetição dos exercícios pelas crianças são inevitáveis, de 0 a 3 anos elas repetem por gostarem do que estão fazendo, pois descobrem possibilidades, de 3 a 6 anos também repetem porque gostam, mas também porque desejam replicar o movimento adulto com detalhes e ao final dessa faixa etária se inauguram as repetições por inquietações racionais voluntárias, as quais permanecem por mais de cinco anos posteriores da vida da criança, acentuando-se cada vez mais. O que mostra, em vias indiretas, que a criança passa primeiro ao empirismo, para que ao investigar os detalhes avance no que almeja conhecer.

> A concepção do juízo como força psíquica ou como mediação lógica e a teoria da percepção como "interpretação" – este intelectualismo dos psicólogos – são com efeito apenas uma contrapartida do empirismo, mas preparam uma verdadeira <u>tomada de consciência</u>. (MERLEAU-PONTY, 1996, p. 66, grifo meu).

Na perspectiva montessoriana, essa tomada de consciência vem desde a Educação Infantil, com atividades simples, mas com intencionalidades complexas. A área de vida prática emerge de uma maneira sublime em qualquer ambiente montessoriano, sendo muitas vezes considerada o "coração" dessa metodologia, pois é mediante o envolvimento com ela que a criança tem a oportunidade de tornar-se independente, sendo apresentada às tarefas do cotidiano. Tarefas essas que desenvolvem habilidades imbricadas à Matemática, como por exemplo, a ordenação, a seriação, a classificação, a estimativa, entre outras. Uma criança que está concentrada no esforço em servir um copo d´água para si mesma, deverá estar atenta ao estimar quanto será necessário versar ao copo para que não transborde e para que sacie sua própria sede. Organizar a bandeja com os objetos que usou durante sua atividade a fim de devolver da maneira que encontrou, exige que compreenda e raciocine acerca o espaço que dispõe a bandeja e o espaço que cada objeto ocupa na mesma. Sem deixar de mencionar a presença da classificação e seriação direta de objetos, seja qual for o atributo, é algo que se remete diretamente à Matemática. Segundo Montessori (1914, p. 103), "a concepção de identidade e de diferença faz parte da técnica atual de educação dos sentidos, que começou com o reconhecimento de objetos idênticos e continuou com o arranjo na gradação de objetos semelhantes"[33]. Todos esses breves exemplos mostram que estamos em desenvolvimento matemático desde muito novos, "esse contato, embora informal, é de grande importância, pois oferece condições de familiarização com o conceito" (TOLEDO, 1997, p. 21).

[33] Tradução livre minha para o português, original: "The conception of identity and of difference formed part of the actual technique of the education of the senses, which began with the recognition of identical objects, and continued with the arrangement in gradation of similar objects".

De um modo geral, em seu método, Montessori ([1949?], p. 154) considera que “a mente é naturalmente levada a distinguir as qualidades independentemente dos objetos”. Ordenar, classificar e seriar são aspectos importantes à alfabetização matemática, como ideias e habilidades que inauguram os processos do raciocínio lógico-matemático. Mas o que eles significam? Brevemente, e de acordo com Toledo (1997), ordenar seria a capacidade de organizar estabelecendo critérios; classificar está relacionado como o modo que compreendemos aquilo que nos cerca, sendo capazes que separá-los segundo alguns atributos e/ou semelhanças; seriar encontra-se próximo do anterior, uma vez que também revela a compreensão, mas está ligado às diferenças entre os elementos, o que mostra uma forma também de categorizar. Já a estimativa emerge de forma natural e espontânea no cotidiano, conforme supracitado e é algo reconhecido com relevância nos processos envolvidos no ensino da Matemática; compreende em si a proporcionalidade, sendo esse “[...] um dos temas de maior importância no ensino de Matemática, pois é a partir dela que se formam as noções de razão, proporção, número racional, regra de três, porcentagem, probabilidades [...]” (TOLEDO, 1997, p. 137). As ideias expostas no presente parágrafo nos mostram que existem ricas intencionalidades no fato de Montessori propor atividades de vida prática em seus ambientes, pois além de oportunizar a autonomia e a independência, indiretamente se dirige às habilidades de alguns componentes curriculares[34].

Na classe de 3 a 6 anos (no Brasil de 3 a 5, devido à secção entre Educação Infantil e Ensino Fundamental), a criança é convidada também a conhecer trabalhos da área sensorial do ambiente, nele se pode perceber intencionalidades à Matemática considerados de forma indireta, uma vez que o objetivo das atividades dessa área é explorar e refinar os sentidos. Foi possível notar a viabilização de experiências com: grandezas, geometria, proporcionalidade, questões dirigidas ao pensamento algébrico, estimativa, ordenação, classificação e seriação.

Todas as experiências citadas se dão de forma progressiva, isto é, apresenta-se o material em questão e observa ao longo de dias a maneira que a criança fará utilização do mesmo. Na maioria deles se aplica a lição dos três tempos (exposta na US L1.14), na qual se possibilita a ampliação vocabular como instrumento para que a criança seja capaz de distinguir e descrever os objetos e seus atributos, considerado então um momento fundamental na experiência com os materiais dessa área (MONTESSORI, 1965).

Cada conjunto de objetos, sobretudo da área sensorial, tem uma graduação, apresentando o que a autora em estudo chama de “maximum” e “minimum”, os quais expõem

[34] É possível perceber os componentes curriculares envolvidos, no entanto o presente estudo expõe as aproximações à Matemática especificamente, uma vez que se trata do fenômeno em destaque.

os limites, tornando o contraste evidente àquele que faz uso da série em questão. As séries dispostas, na maior parte, apresentam objetos iguais, menos numa dada qualidade, o que a autora chama de "isolamento de qualidade". Tal ideia de isolamento se mostra importante ao uso social que a Matemática proporciona, bem como versa Lorenzato (2009, p. 22)

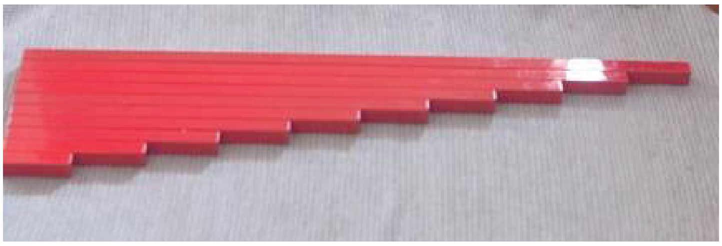
> É muito difícil, ou provavelmente impossível, para qualquer ser humano caracterizar espelho, telefone, bicicleta ou escada rolante sem ter visto, tocado ou utilizado esses objetos. Para as pessoas que já conceituaram esses objetos, quando ouvem o nome do objeto, sem precisarem dos apoios iniciais que tiveram dos atributos tamanho, cor, movimento, forma e peso. Os conceitos evoluem com o processo de abstração; a abstração ocorre pela separação.

Isso traz a possibilidade de observar atentamente os objetos e concluir o que entre eles se difere, contanto que apresente certo tipo de controle de seu próprio erro. O controle do erro leva o estudante a se atentar àquilo que executa, e é nesta atenção que reside o raciocínio, no qual progressivamente se desenvolve à medida que refaz a atividade no intuito de atingir a exatidão, algo que Montessori (1939) apontou diretamente como uma "autoeducação". Mas, como os educadores devem fazer para atingir esse fim? Montessori comenta que "a lição [dos três tempos] é um apelo à atenção. [...] As palavras não são sempre necessárias [...], a característica dessas lições deverá ser a brevidade" (MONTESSORI, 1965, p. 108). A autora dá crédito à Séguin, que já se utilizava dessa ideia, no entanto sem nomeá-la, diante desse fato, relata que ela mesma nominou como "lição dos três tempos".

Os materiais manipuláveis, classificados por Montessori (1965; 1939) na área sensorial, mostraram que a autora tivera particular preocupação de preparar os sentidos físicos já com endereçamento à Matemática (mesmo que não sejam mencionados por ela, com a espiral hermenêutica foi possível considerar dessa maneira[35]), incluindo na execução dos mesmos ideias e experiências importantes ao desenvolvimento da "mente matemática". Tais ideias e experiências envolvem a ordenação, seriação, classificação, estimativa e regularidade aos movimentos corporais e sentidos necessários para a realização de cada trabalho. O exemplo mais elucidativo seria a sequência de blocos, que tem por intuito proporcionar a percepção do crescimento gradual dos objetos em uma, duas e três dimensões. O primeiro desses a ser mostrado à criança são as Barras vermelhas (Figura 1; Apêndice 8), uma vez que se apresentam em crescimento em uma dimensão, no caso o comprimento.

[35] Sendo que aparecem com mais evidência nos materiais sensoriais denominados: Encaixes sólidos (Apêndice 2); Barras vermelhas (Apêndice 8); Escada marrom (Apêndice 5); Torre rosa (Apêndice 6); Cilindros coloridos; Caixa das cores I, II e III; Tábuas do bárico (Apêndice 4); Barras térmicas; Cilindros térmicos e Classificação de objetos. Existem outros materiais sensoriais que abordam ideias matemáticas, mas esses aqui citados apresentaram maior concentração de ideias envolvidas.

FIGURA 1 – Barras vermelhas



Fonte: a autora (2019).

Elas compõem um importante material da autoria de Edouard Séguin, o qual Maria Montessori estudara antes de iniciar seu próprio método, por isso também pode ser chamado de Barras de Séguin; são 10 peças em madeira pintadas de vermelho, apresentando a mesma secção quadrada lateral de 2,5 cm de lado[36], que se diferenciam uma das outras em seu comprimento, crescendo de 10 em 10 cm. A manipulação desses objetos deve ser necessariamente com uma mão em cada extremidade. As primeiras barras são facilmente carregadas; o desafio é quando se carregam as últimas, conforme expressa a L1.11. A experiência corporal da noção de medida de comprimento é intrínseca; para concluir o exercício há de se preocupar com uma sequência, ordenação e regularidade, para organizar todas as 10 barras em ordem crescente, deixando evidente o trabalho com o pensamento algébrico; “a finalidade era fazer com que os olhos se acostumassem a calcular comprimentos graduados” (MONTESSORI, 1965, p. 242). Calcular esse não relacionado ao algoritmo, mas sim a estimativa e comparação (física e visual) entre as barras.

Há possibilidades de extensões diversas, que tanto o educador quanto o educando podem criar (labirinto, sol, empilhamento etc.). Nessa busca, mesmo que indiretamente, as medidas de comprimento estarão em evidência. Na formação realizada em janeiro/2019, em Florianópolis, a guia mostra que o controle do erro é visual e também físico, uma vez que apresenta à criança a possibilidade de conferir o intervalo regular no crescimento de uma barra para outra, pois com a barra de 10cm posicionada ao lado de cada barra se tem o comprimento da barra seguinte.

[36] No livro Pedagogia Científica (MONTESSORI, 1965) essa secção é mencionada como 1,3cm e que terá dimensões iguais a do posterior material nomeado como Barras vermelhas e azuis. No entanto, na edição do livro Psico-Aritmética (1934a) em língua espanhola conforme o original, que inicia abordando exatamente este último, determina que a secção lateral seja de 4cm, já na versão traduzida para a língua italiana (MONTESSORI, 1971), aponta que a medida em questão é de 2,5cm. Ao observar o referido material em algumas classes e formações realizadas, percebo que tem sido comercializada na contemporaneidade com 2,5cm de lado, devido esse desencontro na literatura, sem quaisquer indício de justificativa, opto pelo valor que tem sido utilizado nas instituições montessorianas, que é o mesmo encontrado na referida versão italiana.

O material seguinte é a Escada marrom (Figura 2), uma vez que ela cresce em duas dimensões, mantém a largura de 20cm, e cresce 1cm em cada peça na altura e na profundidade (Apêndice 5). Mostra aproximação/inspiração nos grandes tijolos de Froebel. Como o próprio nome diz, o objetivo principal é formar uma escada em ordem decrescente. Poderá também pedir que o estudante posicione cada peça em um cartão, não por acaso chamado de "projeção", o qual tem desenhado perfeitamente a base (no caso retangular) de cada peça. Aqui o controle do erro é bastante visual, pois se as peças são trocadas por outras, não mostram a regularidade da escada propriamente dita; assim como o material anteriormente descrito, também se pode utilizar a última peça para aferir que com a adição dela com qualquer outra sobrepostas e alinhadas na mesma aresta, ficam com a mesma altura e/ou largura que a próxima peça maior. Notoriamente a Matemática se apresenta de uma forma bastante simples, pois estão evidentes o ordenamento, a regularidade, a grandeza e a geometria na utilização deste material.

FIGURA 2 – Escada marrom

Fonte: HOPTOYS, 2019.

Como nas Barras vermelhas, esse material também possibilita diversas extensões inclusive agregando as referidas barras. A infinidade de maneiras de organizá-los, muitas vezes, ainda se remete às dimensões envolvidas em cada peça.

O terceiro material da série de blocos supracitados é a Torre rosa (Figura 3; Apêndice 6), considerado por muitos adeptos da metodologia montessoriana como ícone nas classes de Educação Infantil, sobretudo a de 3 a 5 anos. Tratam-se de blocos em forma de cubos, também apontando para uma aproximação/inspiração no material de Froebel, que crescem em todas as três dimensões, ou seja, de 1 a 10cm em todas as arestas. A orientação é de que a criança retire as peças uma por uma da estante (ou do suporte térreo encontrados em algumas classes), iniciando pela menor de todas, sempre segurando por cima com a ponta dos dedos da mão de dominância, fazendo com a mão uma pinça para deixar aleatoriamente cada peça no tapete. Esse movimento de pinça não é por acaso, pois é por meio dele que se pode sentir de imediato o crescimento e o peso entre as peças, a ponto de ao deslocar a peça maior talvez seja preciso usar a outra mão como um apoio embaixo.

FIGURA 3 – Torre rosa com suporte térreo e suas projeções

Fonte: SMIRNA, 2019a.

Fica evidente a presença da ideia de grandeza já no primeiro momento do trabalho com esse material ao deslocá-lo, mas o que segue dá ainda mais indícios de experienciar ideias matemáticas. O educando deverá trazer para perto de si o cubo maior, então selecionar, nos que sobraram, qual é o maior agora para que este seja posicionado ao centro da peça anterior e assim sucessivamente, emergindo daí o ordenamento e a classificação. Com a torre formada por si mesmo, passa suas mãos de baixo para cima e o inverso. Nesse ato demonstra claramente o intuito de sentir as peças em crescimento e decrescimento (MONTESSORI, 1965). Sugere-se como controle do erro que a criança alinhe todos os cubos por uma mesma aresta e com o cubo menor possa posicionar no intervalo que ficou entre uma peça e outra, mostrando serem todos esses intervalos iguais a peça menor (1cm). Por isso se ratifica o cuidado com a qualidade do material, para que possa ter suas dimensões exatas. Ao desmontar a torre e dispor novamente as peças no tapete, poderá remontá-la horizontalmente e fazer o uso dos cartões de projeções (contidos na Figura 3), em que se dispõem todos no tapete e faz o pareamento com a peça correspondente.

A variação fica por conta da criatividade como nos dois últimos materiais abordados e a extensão no uso combinado entre todos os blocos da série, conforme mostra o exemplo na Figura 6, ou somente com a Escada marrom.

FIGURA 4 – Extensão com barras vermelhas, escada marrom e torre rosa

Fonte: ESCOLA MONTESSORI DE CAMPINAS, 2016.

Conforme expressa a L1.11, o trabalho com esses três materiais, sejam sozinhos ou associados, possibilita à criança uma experiência sensorial e uma observa-ação do crescimento por dimensões, fato esse valorizado enquanto experiência na metodologia Montessoriana.

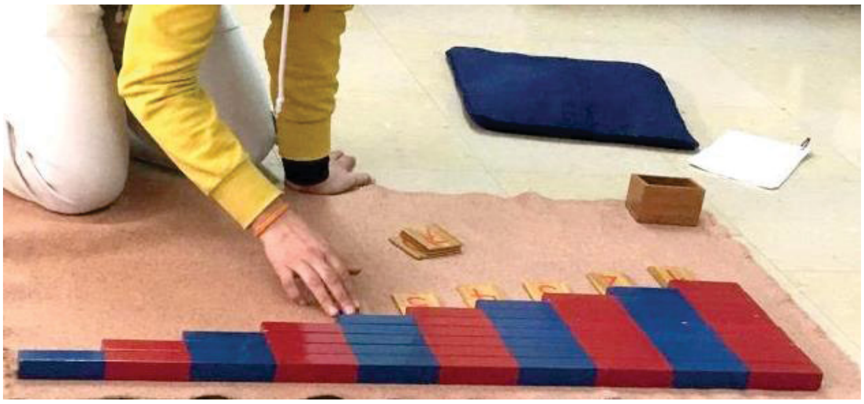
Ao se dirigir especificamente à Matemática, dedica-lhe um dos capítulos do livro Pedagogia Científica (MONTESSORI, 1965): "Ensino da numeração e iniciação à Aritmética", um capítulo do livro Manual práctico del Método Montessori (MONTESSORI, 1939): "Enseñanza de la numeración y encaminamiento a la aritmética" e todo o livroPsico-geometria (MONTESSORI, 1934b) e Psico-aritmética (MONTESSORI, 1934a), em que se evidencia sua sugestão à maneira de delinear junto ao educando uma crescente linha de raciocínio acerca das ideias matemáticas. Conforme explicitado na introdução de cada QI, a autora já buscava minimizar o estigma negativo da disciplina de Matemática diante das demais durante a época em que vivera; nesse sentido relata o modo como compreendeu ser possível:

> Há um outro lado da cultura que não é tão facilmente explicado como a escrita: o campo da matemática. Nós consideramos a matemática sob três aspectos:
> 1- Aritmética – a ciência do número;
> 2- Álgebra – a abstração do número;
> 3- Geometria – a abstração da abstração.
>
> Sob a orientação de nossa experiência com crianças, nós trabalhamos as três ao mesmo tempo, e numa idade quase incrivelmente cedo. Unir os três aspectos foi muito efetivo e de grande ajuda; é como se, em lugar de equilibrar o indivíduo em um único e precário ponto, o colocássemos em três bases fortes que, reunidas, oferecem grande estabilidade. (MONTESSORI, 2015, p. 25).

Os três aspectos mencionados por ela mostram o direcionamento que toma ao elaborar os detalhes de sua metodologia para a disciplina em questão. Não raro, na casualidade, secciona-se cada aspecto para ensinar os estudantes, então uma questão que ronda seria: mas, de que maneira a autora coloca isso em prática, viabilizando tal estabilidade? “Por exemplo, ao dar números os agrupamos em formas geométricas, e o material matemático foi construído para oferecer as três vertentes simultaneamente” (MONTESSORI, 2015, p. 25). Talvez por esse motivo ela se refira ao material que criou como “cientificamente preparado”, pois seu discurso desvela a importância de se valer deles, mas também de se compreender suas especificidades e razões de ser.

Destaco o primeiro material apresentado à criança, considerado com objetivo direto à Matemática, as Barras vermelhas e azuis (Figura 5; Apêndice 9), que também podem ser referidas como Barras numéricas. Estas fazem referência às Barras vermelhas (Apêndice 8) que se encontram na área sensorial, diferem apenas na pintura, haja vista que são pintadas alternadamente em vermelho e azul, em segmentos de 10 cm[37].

FIGURA 5 – Barras vermelhas e azuis e cartelas



Fonte: a autora (2019).

Não por acaso, pois é a partir desse colorido regular que a criança pode estabelecer a contagem biunívoca. Por exemplo, ao ser convidada a tocar na barra 3, toca em cada segmentação e diz o número correspondente à sequência numérica. Montessori (1965, p. 242) esclarece por que esse material deve ser o primeiro da área da Matemática:

> A vantagem desse material é a de poder apresentar, reunidas, se bem que distintas e suscetíveis de ser numeradas, as unidades que compõe cada um dos números que elas representam. A barra do 5, por exemplo, é uma peça que corresponde ao

[37] Nas duas versões do livro Psico-Aritmética (MONTESSORI, 1934a; 1971), todos os primeiros segmentos de cada barra encontram-se em azul, no entanto, na atualidade se tem comercializado, na maioria das vezes, com os primeiros segmentos em vermelho, bem como são encontrados nas escolas e cursos de formação. Não foi encontrado na literatura, até o momento, um motivo específico para tal mudança e como considero que a sequência de cores não interfere nos objetivos a serem atingidos com esse material, utilizo-me de uma foto atual dele e por todo esse estudo aparecerá dessa maneira. Em formação realizada recentemente (final de 2019) com a equipe do Centro de Estudos Montessori do Rio de Janeiro, foi levantada a questão de que Montessori utiliza a cor vermelha para chamar atenção em alguns aspectos (algo também dito na formação chilena/2019), por esse motivo o número 1 do referido material e também o das contas coloridas é vermelho, no entanto, reforço que ainda não foi encontrada na literatura essa afirmação.

> número 5; as cinco unidades, contudo, se distinguem por meio das cores. Por esse meio, ultrapassa-se uma grande dificuldade: a da numeração que aumenta cada vez que se acrescenta, separadamente, uma unidade à outra. Se, para contar, usam-se pequenos objetos iguais, por que, indicando o primeiro dir-se-á 1? E por que, indicando-se o outro, dir-se-á 2, e assim por diante? A criança diz 1 com relação a cada novo objeto que se acrescenta, isto é: 1, 1, 1, 1, 1, em lugar de: 1, 2, 3, 4, 5. [...] O agrupamento das unidades, que, na realidade, são separadas umas das outras, é um trabalho mental que, inicialmente, é inacessível à criança; muitas contam, falando de cor a série natural dos números; mas, ficam confusas ante as quantidades que lhes correspondem. (MONTESSORI, 1965, p. 242-243).

Então, segundo a autora, mostrar uma quantidade determinada e fixa colabora com um dos processos que a criança passa para a compreensão da numeração e, por conseguinte, da quantificação, talvez mais especificamente esta última. Notoriamente a percepção de crescimento gradual de comprimento está presente, inserida nos meandros do pensamento algébrico e em consonância com a geometria.

Após a criança apresentar familiaridade com a contagem e com a disposição das barras organizadas gradualmente, o docente pode iniciar o trabalho da inserção da simbologia matemática, isto é, fazer a relação entre a quantidade e seu respectivo número. Com cartelas indicando o número da cor vermelha (Figura 5), a criança é apresentada ao símbolo matemático correspondente a cada quantidade contada, posicionando-os bem próximos um ao outro, bem como mostra a Figura 5.

O material das Barras vermelhas e azuis possui uma infinidade de apresentações, cada uma mostrando um pouco mais de complexidade dentro do âmbito da Matemática, por exemplo: noções preliminares de adição e subtração; ideia de maior e menor ligada ao número, à quantidade ou ao comprimento; progressão aritmética de razão um[38]. Isso o torna um elemento de forte presença no movimento de compreensão da Matemática, haja vista que viabiliza que seja revisitado e observado sob diferentes óticas e ampliando os níveis de interpretação e compreensão do educando ao longo de sua trajetória escolar. Em concordância com Kamii (1986, p. 16),

> Encorajar a criança a estar alerta e colocar todos os tipos de objetos, eventos e ações em todas as espécies de relações. A pensarem sobre números e quantidades de objetos quando estes sejam significativos para elas. Encorajar a criança a quantificar objetos logicamente e a comparar conjuntos e a fazer conjuntos com objetos móveis.

Ao consolidar a contagem de elemento fixo e o reconhecimento do número correspondente, Montessori sugere o trabalho da contagem de elementos soltos, mediante o

[38] Expressei uma das possibilidades do referido material com a progressão aritmética de razão um em um trabalho de minha autoria com Luciane Mocrosky e Fabiane Mondini, intitulado “Iniciação à álgebra: uma proposta pedagógica na perspectiva Montessoriana”, apresentado no VI Simpósio Nacional de Ensino de Ciências e Tecnologia (SINECT) e presente nos Anais do mesmo, em 2018.

uso dos materiais dos Fusos e Tentos, observando que cada um acrescenta outra ideia matemática também. O primeiro (Figura 6; Apêndice 11), propõe o agrupamento solicitando que a criança amarre os fusos que determinam a quantidade indicada pelo símbolo matemático já determinado em sequência crescente.

FIGURA 6 – Fusos com fitas

Fonte: a autora (2019).

Ao exigir que na contagem a criança segure todos em uma de suas mãos, já incita sensorialmente a facilidade/dificuldade mediante a quantidade, uma vez que segurar 2 poderá ser mais simples que segurar 8. Os Fusos instigam as crianças a questionar o número zero isolado, pois nos outros materiais já aqui citados estava acompanhando o algarismo um para simbolizar o 10. Montessori comenta poder proporcionar experiências acerca da ideia do zero, conforme expressa a L1.25, congregando com a ideia de Merleau-Ponty (1996, p. 282-283): "As sensações, as 'qualidades sensíveis', estão longe de se reduzir à experiência de um certo estado ou de um certo *quale* indivisíveis, elas se oferecem com uma fisionomia motora, estão envolvidas por uma significação vital". Dessa significação emerge a intencionalidade docente, em que atento à maneira da criança se mostrar diante da experiência do zero será capaz de observar sua compreensão a respeito. Já o material dos Tentos (Apêndice 12), permite que a criança explore a espontânea organização da sequência numérica, o agrupamento de peças (originalmente rodelas de madeira pintadas de vermelho, possuindo variação para outros tipos de elementos, desde que sejam iguais ou muito semelhantes), organizando-as, propositalmente, em duas colunas abaixo no numeral correspondente, pois em outro momento poderá ser apresentada a ideia de par/ímpar.

Experienciadas as possibilidades dentro da primeira dezena, algo considerado por Montessori (1934a) como base para o sistema decimal, as ideias de numeração seguem para além da contagem até 10, mostrando novos materiais que podem subsidiar seu movimento constante de compreensão. Com o material das contas coloridas (Apêndice 13) e também o das contas douradas[39] juntamente com as Tábuas de Séguin (ou do dez; Apêndice 20) se possibilita à criança vivenciar essa passagem de uma dezena à outra, evidenciando o Sistema de Numeração Decimal (SND), bem como expôs a L1.27.

FIGURA 7 – Tábuas de Séguin com material das contas

Fonte: SOUTHAMPTON MONTESSORI SCHOOL, 2019.

Tais Tábuas, as quais possuem duas séries, sendo cada uma com duas tábuas, a primeira série com tábuas com sequência de número dez repetido em cada linha (Figura 7) e a seguinte com sequência das dezenas de 10 a 90. Com a cartela isolada da unidade a criança poderá formar números do 1 ao 99, o destaque se faz para o fato de que Montessori (1965; 1934a) indica o trabalho com as Tábuas de Séguin somente mediante o uso paralelo dos materiais das contas, mostrando sempre a representação simbólica aliada à representação da quantidade correspondente; algo que também foi observado nos materiais anteriormente descritos, desvelando ser essa uma condição ao ensino do SND para essa autora.

Na formação chilena foi evidenciado o fato de que sempre se representa primeiro no material das contas para depois compor o número sejam nas referidas Tábuas ou em qualquer

[39] O material das contas douradas seria o que se popularizou como "material dourado", conforme expressa o enxerto da US L1.24, mantenho a nomenclatura da autora para valorizar que me refiro ao material tal como ela o idealizou, com contas. (Apêndice 1)

outro material montessoriano que se possa também compor os números. Para a apresentação do Sistema decimal[40], bem como mostraram L1.28 e L2.12, isso se torna ainda mais importante, pois primeiro se proporcionam experiências sensoriais com o material das contas, para que em outro momento se possa relacionar cada item do material à sua representação simbólica, com as Visão de conjunto (também chamadas de Cartelas numéricas; Apêndice 19).

FIGURA 8 – Sistema decimal

Fonte: MONTESSORI ALBUM, 2014a.

Faz-se necessária a ressalva de que o material das contas douradas, em sua versão em madeira (material dourado, Apêndice 1), tornou-se ícone da Matemática na perspectiva de Montessori, sendo protagonista de inúmeros trabalhos acadêmicos ou mesmo coadjuvante, como em: Ribeiro (2003), Freitas (2004), Sousa e Oliveira (2010); Freitas e Arnaldi (2010); Militz, SeerSplett e Martins (2013); Wanzeler, et al (2015). Comparece também como material pedagógico nos almoxarifados das escolas públicas e algumas particulares de Curitiba.

O que se expõe no presente estudo é a maneira como a própria Montessori (1965; 1934a; 1971) indica o uso do referido material para que atinja seus principais objetivos, que são experienciar e compreender o SND, algumas das ideias contidas nas quatro operações, a porcentagem, a raiz quadrada/cúbica, produtos notáveis, entre tantas outras possibilidades expostas nas obras da autora e evidenciadas nos cursos de formação de professores para o método dela. Ao vislumbrar tais trabalhos acadêmicos, constatou-se que as possibilidades anunciadas não vêm refletindo na prática, ou seja, as ideias recém expostas, pouco

[40] Nome que a autora dá ao trabalho, por isso não foi modificado para SND, como nas outras ocorrências.

comparecem nas escolas, destacando-se o trabalho com o SND, o que significa dizer que as outras ideias mantêm-se veladas no cotidiano educacional. Assim, tais aberturas para o trabalho pedagógico eventualmente aparecem nos estudos de alguns pesquisadores e de forma limitada, como em Freitas (2004), Freitas e Arnaldi (2010) e Sousa e Oliveira (2010). Estes trabalhos acadêmicos consideram que Montessori o utilizou apenas para o SND e as quatro operações fundamentais. Sobre isso, Sousa e Oliveira (2010) acrescentam que o intuito de Montessori era de tornar a aprendizagem mais prazerosa, questão esta, que não aparece na linha de frente do trabalho da pesquisadora em estudo.

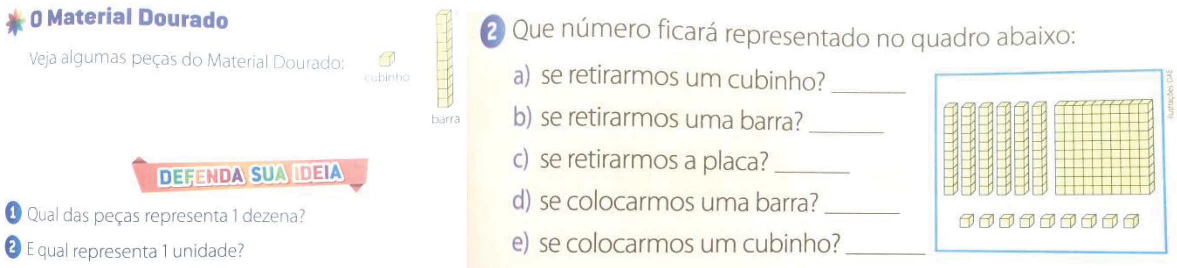
Da pesquisa que vem sendo desenvolvida, é possível afirmar que Montessori (1965; 1934a; 1934b; 1939; 1983) mostra forte intencionalidade em tudo que propõe, sendo seu objetivo maior desenvolver a mente matemática, na inquietação sentida pelas crianças ao explorar seus materiais e no ímpeto delas em uma eterna busca espontânea por atividade, portanto, o prazer se revela pelo e no envolvimento da pessoa e não na proposta e nos materiais. O que comenta relacionado ao prazer discente é exatamente no sentido de satisfação por concluir um trabalho de forma autônoma, algo que impõe desafios internos, não o termo prazer visto como ludicidade e/ou divertimento unicamente.

Neste estudo, o que chama atenção nas publicações que expõem as ideias de Montessori é de não trazerem a "voz" da autora, mas sínteses de metacompreensão do exposto na academia. Ao que parece se valem de autores que falam sobre ela ou falam apenas de aspectos de seus materiais, o que aponta para um descompasso entre o que a autora idealizou e a maneira como vem sendo exposto, uma vez que cada autor faz sua interpretação a respeito e, raramente, neste caso, também possuem leitura das obras de Montessori ou formação direta para a metodologia dela. Talvez isso se deva ao que vinha sendo pontado no início desta dissertação: a dificuldade no encontro das obras de Montessori.

Alguns autores (RIBEIRO, 2003; FREITAS, 2004; SOUSA; OLIVEIRA, 2010; WANZELER, 2015;), por exemplo, ao se referir às peças do material das contas douradas (na versão em madeira, material dourado – Apêndice 1), as chamam reiteradamente de "cubinho", "barra", "placa" e "bloco" ou "cubão", fazendo alusão aos momentos em que a autora se refere a eles como "pérola", "bastão de dez", "quadrado" e "cubo", dando a entender que sua criadora os chamava, ensinava as crianças a se referirem assim também e talvez desprendido da intencionalidade que cada peça carrega, gerando um desconforto entre os que estudam Matemática. Vale dizer que em alguns momentos de Psico-aritmética (MONTESSORI, 1934a), ela chega as nomenclaturas citadas, mas evidenciando seus significados. O desconforto mencionado reflete e pode ser ilustrado em muitos livros didáticos, a exemplo da

"Coleção Novo Bem-Me-Quer: Matemática" (BORDEAUX et al., 2017), integrante do Programa Nacional do Livro e do Material Didático:

FIGURA 9 – Livro didático



Fonte: BORDEAUX et al., 2017, p. 93 e 115, respectivamente.

Se os pesquisadores publicam em seus artigos dessa maneira e nos livros didáticos também, o que chega à sala de aula também pode estar desprendido da análise sensorial dos significados de cada peça desse material. Segundo Montessori (1934a), é de suma relevância trabalhar com a hierarquia numérica, para isso dá-se à criança o nome correto às representações materializadas do conhecimento de cada peça desse material, evidenciando-os como "unidade", "dezena", "centena" e "milhar" ou "unidade de milhar". Sugere inclusive que a criança, após muito explorar manualmente junto com as Visões de conjunto (Apêndice 19), possa representá-los no papel numa simbologia simples, unicamente para vias de registro de raciocínio, sendo ponto para unidade, risco para dezena, quadrado para centena e cubo para o milhar (US L2.29), mas em momento algum sugere que se instiguem os educandos a se referir oralmente às peças desta maneira. A autora valoriza o significado matemático e não a aparência do material, de um modo geral e não apenas ao material das contas douradas.

Posteriormente à experiência da criança das possibilidades de representação manipulativa e simbólica dos números, inicia-se o estudo das diferentes possibilidades de operar com as quantidades. Nesses primeiros cálculos da criança, no entanto, ainda sem o que academicamente se entende por *pensamento numérico*. "O cálculo operacional mecânico não gera pensamento numérico" (MOURA et al., 2016, p. 285). Montessori (1934a, p. 18) frisa que "el cálculo, después, no es sino una ulterior abreviación de la operación de contar", ideia expressa também na US L2.9 e na L2.13, mostrando que primeiro proporciona ao máximo a experiência sensorial de contagem em suas diferentes facetas. Mas então o que seria o pensamento numérico? "O desenvolvimento do pensamento numérico exige que o sujeito que conta o faça intencionalmente, em resposta ao controle de quantidades de um problema que lhe é significativo" (MOURA et al., 2016, p. 286).

Inicialmente é necessário retomar as Barras vermelhas e azuis (Apêndice 9), pois será a partir dela que se desenvolverá às primeiras operações que Montessori indica às crianças, conforme trouxe a US L1.20. Além do supraexplicitado a respeito do trabalho desse material, amplio as possibilidades, exemplificando ainda mais. Por exemplo, o educador seleciona a barra 10 e solicita então que componha a mesma quantidade com duas barras; o controle do erro será visualmente evidente. Depois de feito algumas vezes o estudante é convidado a compor a sentença matemática que elaborou junto às barras com a ajuda das Visões, dessa forma introduzindo os sinais de adição (popularmente chamado de “mais”) e de igual, o que se evidencia em uma “simples conversão do cálculo manual em cálculo escrito manual” (MOURA et al., 2016, p. 286).

Depois de trabalhar junto com o estudante, deve-se deixá-lo livre para fazer suas próprias experiências. Montessori (1965), vez ou outra, comenta que seus alunos chegavam lhe contando que haviam conseguido ajudar suas famílias com cálculos de questões do cotidiano, deixando implícito que os deixava livre para perceber e fazer uso de suas percepções acerca do uso social do que foi proporcionado em ambiente escolar, não excluindo a possibilidade de propor situações problemas de questões do cotidiano que os instigassem a resolver calculando. O que chama atenção é a variedade de possibilidades para experienciar conceitos de cada uma das quatro operações básicas com o suporte de algum dos materiais de desenvolvimento criado por Montessori, os quais foram encontrados em suas obras e/ou nas formações realizadas no ano de 2019.

- Adição: Barras vermelhas e azuis (L1.20; L2.1; L2.2; L2.5; Apêndice 9), contas douradas (L2.13), contas coloridas (L1.29; Apêndice 13), Jogo da serpente positiva (L1.30; L1.31; L1.32; L2.17), Selos (L2.23; Apêndice 23), Tabela de memorização da adição (L2.19; Apêndice 15), Tábua dos pontinhos (L2.23; Apêndice 22), Tábuas de memorização (L2.20; Apêndice 21), Ábaco pequeno (L2.30; Apêndice 25), Ábaco grande (L2.30; Apêndice 25), Ábaco dourado (MONTESSORI, 1971; Apêndice 25), Jogo do banqueiro (L2.33) e Tabuleiro xadrez (MONTESSORI, 1934a);
- Subtração: Barras vermelhas e azuis (L1.20; L2.1; L2.2; L2.5; Apêndice 9), contas douradas (L2.13; L2.21), contas coloridas (L1.29; Apêndice 13), Jogo da serpente negativa (L1.30; L1.32; L1.33), Selos (L2.23; Apêndice 23), Tabela de memorização da subtração (MONTESSORI, 1934a; Apêndice 16), Tábuas de memorização (MONTESSORI, 1934a), Ábaco pequeno (L2.30;

Apêndice 25), Ábaco grande (L2.30; Apêndice 25), Ábaco dourado (MONTESSORI, 1971; Apêndice 25) e Jogo do banqueiro (L2.33);

- Multiplicação: Barras vermelhas e azuis (L1.20; L2.1; L2.2; Apêndice 9), contas douradas (L2.13), contas coloridas (L1.29; L1.34; L2.26; Apêndice 13), Selos (L2.23; Apêndice 23), Tabela de memorização da adição (L2.19; Apêndice 15), Tabuleiro da multiplicação (L1.27; Apêndice 17), Tábua dos pontinhos (L2.23; Apêndice 23), Tábuas de memorização (L2.28; Apêndice 24), Ábaco pequeno (L2.30; Apêndice 25), Ábaco grande (L2.30; Apêndice 25), Ábaco dourado (MONTESSORI, 1971; Apêndice 25), Jogo do banqueiro (L2.33), Jogo do decanômio (MONTESSORI, 1934a) e Tabuleiro xadrez (MONTESSORI, 1934a);
- Divisão: contas douradas (L2.13; L2.22), Selos (L2.23; Apêndice 23), Tabuleiro da divisão (L2.31; Apêndice 26), Tábua perfurada da divisão inteira (MONTESSORI, 1934a), Tábuas de memorização (MONTESSORI, 1971), Ábaco pequeno (L2.30; Apêndice 25), Ábaco grande (L2.30; Apêndice 25), Ábaco dourado (MONTESSORI, 1971; Apêndice 25), Jogo do banqueiro (L2.33) e Grande divisão (L2.31; Apêndice 27).

Isso evidencia o fato de que a autora considera relevante valer-se de materiais manipuláveis para o desenvolvimento do que vem chamando de mente matemática ao longo de suas obras, ratificando que

> El niño no aprende oyendo una explicación, profundiza el conocimiento solamente siguiendo un trabajo activo, y con frecuencia, se ejercita larga y pacientemente sobre la misma cosa (ya comprendida), lo que manifiesta una actitud mental, una necesidad psíquica, que hasta entonces no había sido tenida en cuenta. (MONTESSORI, 1934a, p. 105).

À primeira vista, pode-se pensar que o movimento de compreensão que se mostra proposto por Montessori se resuma em colocar o estudante ativo estudando com materiais de uma maneira determinada e única. No entanto, a autora manteve esforços para expor em suas obras que rege o ensino da Matemática em seu método é exatamente a “atitude mental” e a necessidade psíquica do educando. Mesmo que o docente não seja um neurocientista, por meio da observa-ação viabiliza a compreensão dos processos em que cada um de seus estudantes se encontra, pois toda ação desempenhada por ele no ambiente montessoriano reflete diretamente a maneira como pensa/concebe as ideias matemáticas. O guia montessoriano educa seu olhar a ponto de que mesmo em algumas ações do cotidiano com as crianças lhe mostrem fios do “bordado da compreensão Matemática” de cada um.

Considerando que cada bordado terá suas particularidades, existem materiais que ensinam a mesma ideia Matemática, com detalhes diferentes como é o caso dos Selos e dos Ábacos (pequeno e grande), para que possa abarcar maneiras diferentes de compreensão e também avançar em níveis diferentes de abstração, em um eterno ir e vir de percepções.

5.3 MOVIMENTO DE COMPREENSÕES DA GEOMETRIA

> *Todo lo que el niño ha comprendido resulta ineficaz y se esfuma. Puede comprender muchas cosas y forjar en su mente un almacén, un caos de cosas comprendidas, sin que se despierte su Yo activo con sus energías constructivas de interés y de entusiasmo. (MONTESSORI, 1934b, p.9).*

A geometria foi considerada por Maria Montessori (2015) a abstração da abstração, viabilizada pela compreensão, no entanto não unicamente por ela, mas também pelo interesse e entusiasmo no desvelar dessa área, a qual comenta ter sido vista vulgarmente como penosa de ser aprendida e ensinada. A autora ainda enfatiza o entendimento errôneo, o qual observo comparecer na superfície da Educação Matemática contemporânea, de que "siempre se creyó que todo procedía según una línea recta, de lo sencillo a lo complejo, de lo concreto a lo abstracto, de lo conocido a lo desconocido, de lo imperfecto a lo perfecto, de lo malo a lo bueno" (MONTESSORI, 1934b, p. 11). Em suas obras, aos poucos vem mostrando repensar a lógica dessa ideia, quando ressalta que o crescimento humano é marcado por interesses psíquicos diferentes e nem sempre delineados em "linha reta", isto é, por uma mesma direção, utiliza como exemplo a aquisição da língua materna, pois é adquirida como que naturalmente, mas tentar aprender uma segunda língua depois de adulto aciona processos psíquicos diferentes.

Dessa maneira, afirma que o contato com a geometria deve ser iniciado na Educação Infantil, não de modo a analisar particularidades dos entes geométricos, mas como uma familiarização e, principalmente, uma sensibilização às formas e as possíveis relações com o contexto em que se vive (MONTESSORI, 1934b). Como se a criança recebesse a "permissão" ao acesso à percepção dos entes geométricos, podendo verificar suas possibilidades na medida em que os manipula e os observa. Entende-se que a sensibilização encontra-se no campo do sensível, considerando que

> O sensível é aquilo que se aprende *com* os sentidos, mas nós sabemos agora que esse "com" não é simplesmente instrumental, que o aparelho sensorial não é um condutor, que mesmo na periferia da impressão fisiológica se encontra envolvida em relações antes consideradas como centrais. (MERLEAU-PONTY, 1996, p. 32, grifo do autor).

Quando o simples ver não basta e inquieta, o ímpeto humano, levado pelo interesse, é de se valer de outros meios conscientes para conhecer, num movimento constante de compreender, sendo que "cada consciência nasceu no mundo e cada percepção é um novo nascimento da consciência" (MERLEAU-PONTY, 1996, p. 614), uma nova abertura. A espiral hermenêutica situa-se nesse movimento de ampliação, possibilitando o vislumbrar, nesse caso, das particularidades dos entes geométricos de diferentes perspectivas.

Quando começa o trabalho com a geometria? Por onde? Com o quê? Desde o momento que a criança observar o ambiente que a circunda ela já estará se familiarizando com a geometria. Pois, a ação observadora da criança pautará o trabalho com esse conteúdo matemático, assim como mostraram as US L1.6 e L3.9. Esse mundo circundante que comparece a nós por toda vida parece sustentar o ensino da geometria, não a ponto de que a criança possa modifica-lo, mas que possa aprender com ele (ou nele).

> O próprio mundo permanece o mesmo através de toda minha vida porque ele é justamente o ser permanente no interior de qual eu opero todas as correções do conhecimento, que não é atingido por elas em sua unidade, e cuja evidência polariza, através da aparência e do erro, meu movimento em direção à verdade. Ele está nos confins da primeira percepção da criança como uma presença ainda desconhecida, mas irrecusável, que em seguida o conhecimento determinará e preencherá. (MERLEAU-PONTY, 1996, p. 439).

O conhecimento que possibilitará certa compreensão do mundo estará intimamente ligado à vivência de cada um, evidenciando mais uma vez ser isso um aspecto caro ao presente estudo e à perspectiva montessoriana. A respeito da vivência, ao expor as ideias de Gadamer (1970[41]), Kluth (2011, p. 93) afirma que

> Os atributos etimológicos da palavra vivência contribuem para a compreensão do que é viver o manifesto. Estes residem justamente na mediação de ambos os significados dados à palavra vivência: imediaticidade e transmissão, que permitem compreender a vivência como uma conexão produtiva; algo se transforma em vivência na medida em que somente não foi vivenciado, mas que seu ser vivenciado teve uma ênfase especial, que lhe dá um caráter duradouro.

O questionamento que emerge é: como a criança vivencia o mundo de modo que sua percepção seja "preenchida" pelo conhecimento da geometria? O estudo da L3.2 dá o suporte para compreender que a exploração sensório-motora permeia e perpassa toda a ideia de que o conhecimento chegará à criança pela sua percepção de mundo, bem como expressa a L3.5, pelo encantamento em notar por si mesmo as relações geométricas em seu ambiente (L3.7). A educação dos sentidos cunhada por Montessori vem ao encontro dessa ideia, uma vez que a possibilidade de explorar mantém vivo o interesse e a busca pela compreensão do meio, muitas vezes pela observação da natureza.

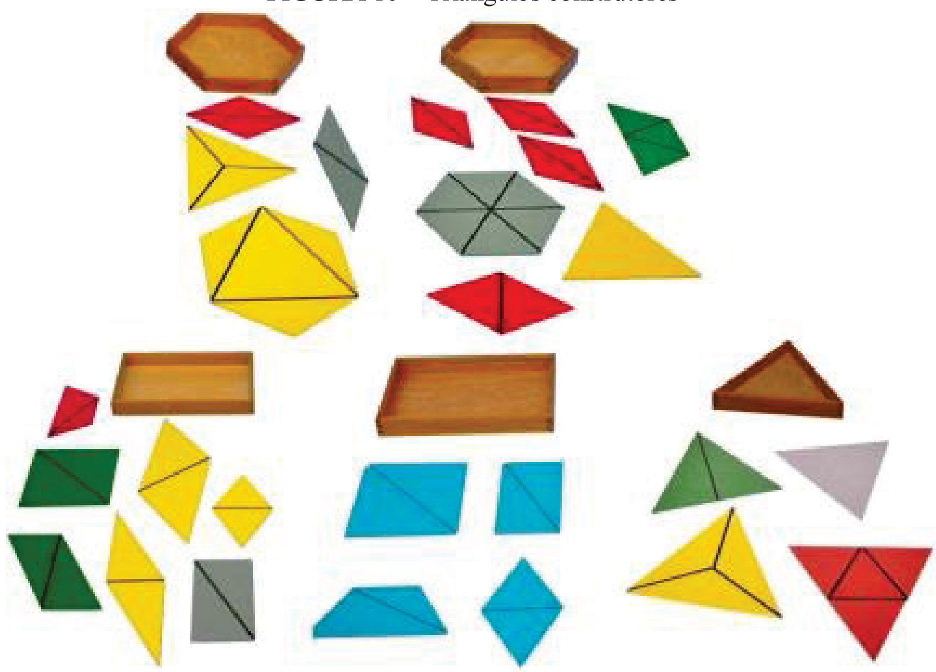
---

[41] Trata-se da mesma referência que utilizo do livro "Verdade e Método", de Gadamer (1999), divergindo apenas em edição e tradutor.

Assim como na aritmética, também existem materiais manipuláveis que envolvem a geometria em específico, sempre em paralelo com a interação com o ambiente, a qual se mostra uma premissa do desenvolvimento para essa vertente da Matemática.

A familiarização com os entes geométricos inicia-se na Educação Infantil, com trabalhos categorizados na área sensorial: Encaixes sólidos (Apêndice 2), Barras Vermelhas, Escada marrom (com as projeções; Apêndice 5), Torre rosa (com as projeções; Apêndice 6), Cilindros coloridos, Sólidos geométricos (com as projeções), Gabinete das formas geométricas planas (com as projeções; Apêndice 7), Triângulos construtores, Cubo do binômio (Apêndice 18), Cubo do trinômio (Apêndice 18) e Cubo da potência de dois. Todos esses mostram aproximações à geometria, seja direta ou indiretamente. A maioria deles aponta à visão geométrica de ideias matemáticas, outros apresentam o ente por si só e os Triângulos construtores (também chamados de Caixas de triangulação – Figura 10), em especial, mostram possibilidade de composição e decomposição geométrica, bem como a equivalência entre figuras geométricas planas, a partir dos diversos tipos de triângulos.

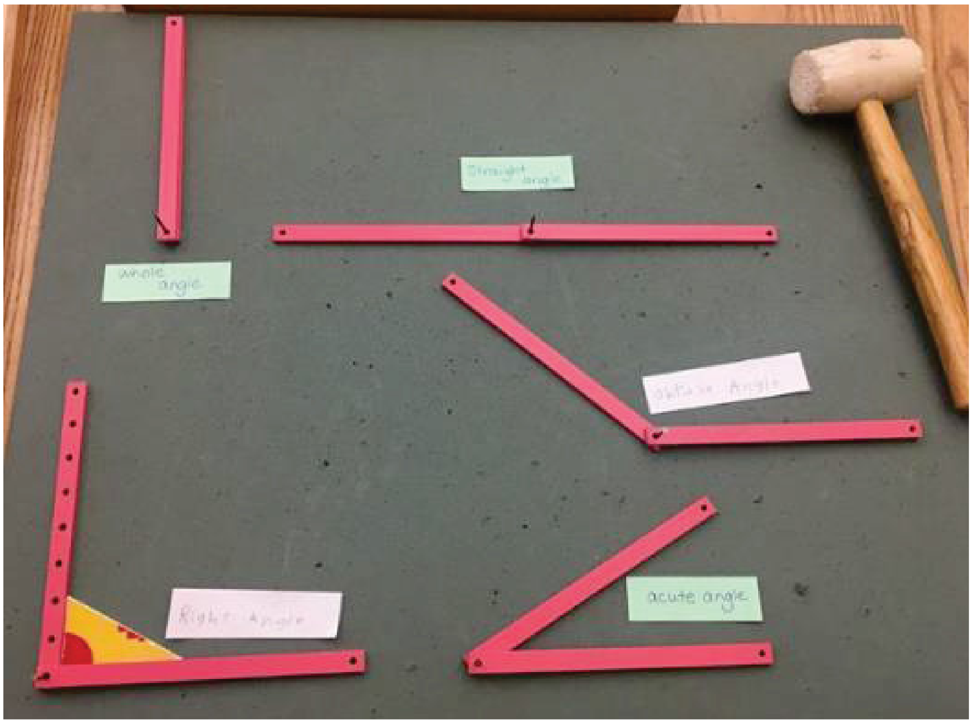
FIGURA 10 – Triângulos construtores



Fonte: SMIRNA, 2019b.

Maria Montessori (1934b) enfatiza muito a possibilidade de extensão à Arte por meio da geometria, inicialmente como uma preparação da mão para a escrita, depois como modo de sensibilização ao mundo que rodeia a criança e finalmente como modo de destacar aspectos importantes do conhecimento, nesse caso da geometria. Por exemplo, ao estudar os tipos de triângulo solicita que o estudante decore com ornamentos os lados iguais; ato já situado no Ensino Fundamental. "Cada niño hace una colección de construcciones geométricas y decorativas del triángulo y la acompaña de carteles, sobre los cuales, escribe las definiciones, los nombres del todo y de las partes y comienza a formar un álbum de geometría que irá aumentando poco a poco" (MONTESSORI, 1934b, p. 45). Sutil e indiretamente se leva ao estudo das linhas e seus posicionamentos ao formarem um ente geométrico, assim como os tipos de ângulos, o qual se estende mediante a manipulação de material específico, Geometric Sticks[42]:

FIGURA 11 – Geometric Sticks



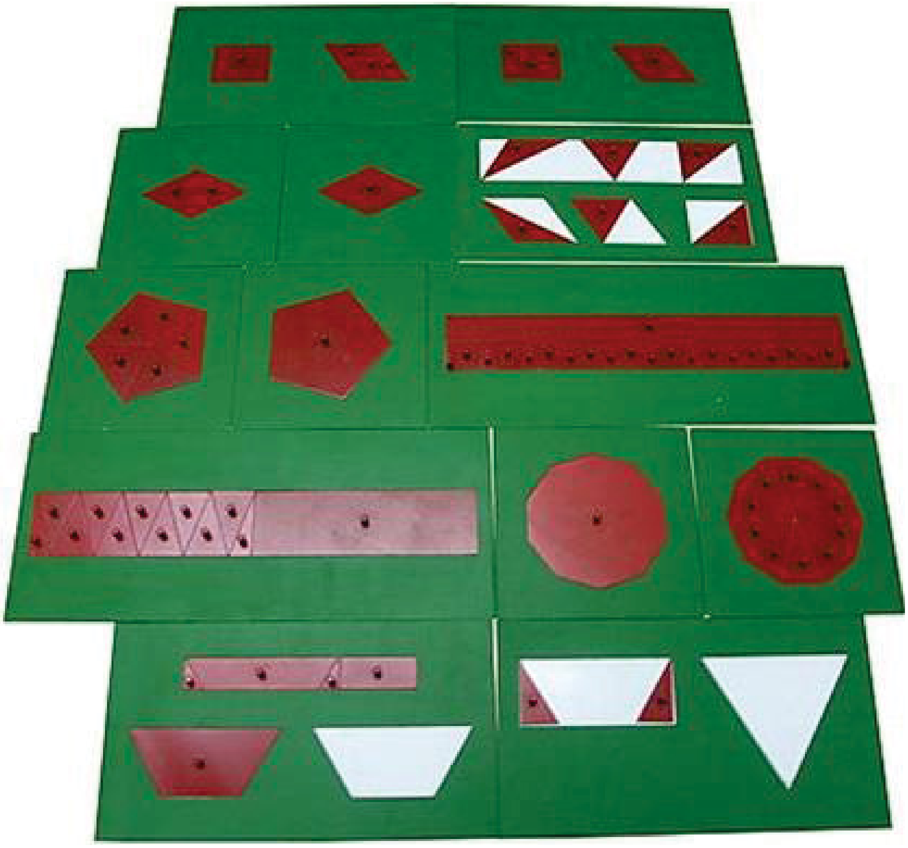
Fonte: imagem cedida por Nathalia Cardoso Teles, guia Montessoriana, formada no American Montessori Society Teacher Education Program dos 6 aos 9 anos, em Orlando/FL/EUA.

A própria criança prega as "réguas" e aos poucos será familiarizada com a terminologia de cada tipo de linha e de ângulo, até que possa registrar e nomear cada um deles. Este material segue sendo retomado de tempos em tempos, ora para o estudo de paralelas, perpendiculares, etc., ora para análises geométricas mais específicas, contando com o apoio do Círculo centesimal, que consiste em um círculo preto de ferro em baixo relevo com cem divisões desenhadas em branco. Concomitantemente esse estudo se estende com o

[42] Este material é raro no Brasil, por isso não foram encontradas incidências de como poderia ser chamado aqui, visto que em inglês o chamam de Geometric Sticks e em espanhol de Caja de regletas; entendendo que a tradução de ambos não se aproxima, adoto nesse estudo o termo em inglês, por considerar que representa de forma mais incisiva seu significado.

material das Equivalências geométricas (ou Figuras de equivalência – Figura 12), o qual possibilita a análise das possibilidades de decompor e compor as formas geométricas, as quais também podem ser vislumbradas pela perspectiva da ideia de fração. O material manipulável de Fração, com o qual se introduz essa ideia, é com círculos que vão do inteiro aos décimos, que podem também inaugurar compreensões acerca das equivalências. Em outro momento, essa ideia é retomada, priorizando o estudo das equivalências para além do círculo na geometria.

FIGURA 12 – Equivalências geométricas



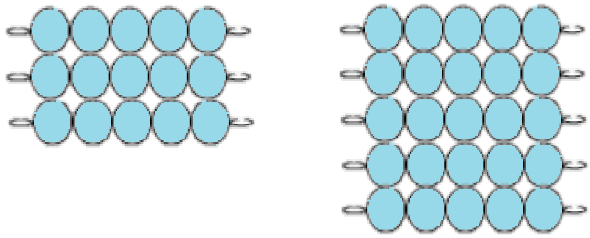
Fonte: MUMUCHU, 2019.

Em conformidade com a L3.14, Montessori mostra que nesse ponto de desenvolvimento, os sentidos ainda se fazem presentes, no entanto o que se sobressai é o raciocínio acerca da ideia matemática envolvida, de modo que a percepção sensorial contribua como certa confirmação. Mas, ressalta na L3.13 que os adultos já nem sempre precisam de tal confirmação, por esse motivo o cuidado se mantém ao se propor ensinar às crianças, para que possam ser respeitadas em seu particular movimento de compreensões.

Movimento esse que é composto também de uma articulação entre aritmética e geometria, mediado pela álgebra. Montessori (1965; 1934a; 1934b) expõe diversas vezes esse entendimento, mostrando o como, não só em suas descrições dos trabalhos exercidos em suas classes como também com esquemas que demonstram sua intencionalidade, esse fato foi corroborado nas formações que realizei em 2019 em âmbitos montessorianos, haja vista que havia conformidade entre a teoria e a prática. Isto é, muito do que se tem nos livros é aplicado na contemporaneidade com a mesma intencionalidade de sua precursora.

Um bom exemplo dessa articulação são as adições e multiplicações com números de 1 a 10 com o tabuleiro da multiplicação (Apêndice 17) e com material das contas coloridas (Apêndice 13), os quais compõem retângulos ou quadrados. A intenção é de, primeiramente, compreender a ideia de multiplicação, depois sua memorização, mas indiretamente a autora já indica a sensibilização geométrica.

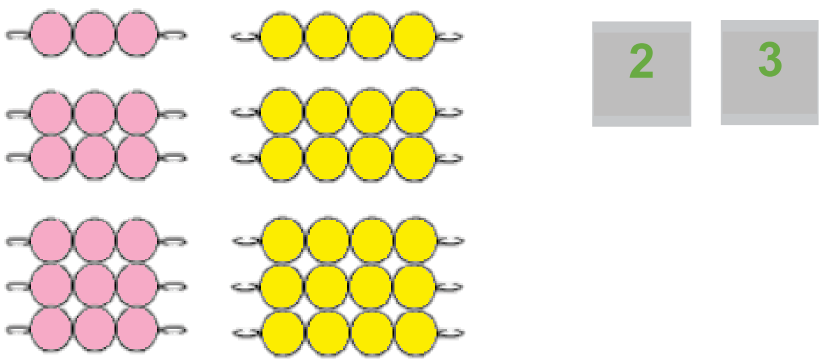
FIGURA 13 – Multiplicação com contas coloridas



Fonte: a autora (2019).

A partir disso, o conhecimento irá se ampliando a ponto de demonstrar o quadrado de binômios e trinômios, inicialmente amarrando elásticos na centena do material das contas douradas e estudando o que as novas secções demonstram matematicamente. Esse trajeto de raciocínio leva a entendimentos como o que mostra a Figura 14, que representa o estudo da multiplicação entre binômios; na Figura o exemplo da execução de: (3+4)(2+3), passível de ser aplicada por uma criança de 7 ou 8 anos (que esteja no movimento montessoriano de compreensões matemáticas).

FIGURA 15 – Multiplicação entre binômios



Fonte: a autora (2019).

Os passos seguintes ao que mostra a Figura 14 seria verificar o resultado de cada conjunto de elementos multiplicados e posicionar um pequeno papel acima com os produtos parciais (no caso: 6; 8; 9; 12), somam-se e se chega ao produto final, a autora comenta que o estudante pode aplicar a comutativa para conferir seus resultados. O que se constata é que Montessori (1934a) observa o conhecimento já adquirido da criança e a variedade de possibilidades de se avançar a respeito. No exemplo exposto na Figura 13, exige a compreensão da adição e da multiplicação e a partir disso se expande para o binômio. Muitos docentes poderiam dizer que ensinar a multiplicação entre binômios pode ser mais simples se lhes disséssemos que devemos apenas somar o que está entre parênteses para depois fazer a multiplicação, mas o que se evidencia na maneira montessoriana são os processos e seus significados pessoais, pois se utiliza de conhecimentos prévios discentes para possibilitar o contato com conteúdos comumente aplicados com educandos com o dobro de sua idade. Isso viabiliza que possam, ao longo dos anos, perceber espontaneamente essa regra se fazendo presente no trabalho realizado; esse é o grande ponto da autora, não dar as ideias prontas, mas propiciar que caminhem passo a passo à abstração com certa independência, o que corrobora com as ideias expostas por Domenico (1988).

Os passos seguintes seriam de demonstrar os cubos de binômio e trinômio (Apêndice 18), material ao qual a criança já está familiarizada desde a Educação Infantil, no entanto, pode e deve ser retomado para o estudo. Montessori (1934a), ao notar o interesse das crianças em solicitar por quadrinômios e outros polinômios, estabelece como jogo a construção do Decanômio, com entendimentos confluentes à tábua de Pitágoras. Composto por fases, esse trabalho leva a uma abstração ao longo dos anos.

FIGURA 15 – Construção vertical e transformação para angular do Decanômio

Fonte: What DID We do All Day?, 2015.

A fase que se segue da Figura 15 seria evidenciar o quadrado de cada número e trocar as peças de modo a formarem quantos quadrados sejam possíveis de cada número. Fato esse que desagua no cubo dos números de 1 a 10, traçando um paralelo muito próximo à Torre rosa (contida na área sensorial da Educação Infantil; Apêndice 6), como um estudo mais detalhado das dimensões da referida Torre. Esse jogo pode se estender até a construção algébrica do decanômio.

Na perspectiva montessoriana, a visão geométrica dos conteúdos matemáticos é o enlace com a aritmética, tendo o pensamento algébrico como ponte. Esta íntima relação, tem por mediadores a observa-ação e a ideia de percepção em Merleau-Ponty (1990), pois

> é na percepção que aquilo que é percebido se impõe como real para todo sujeito que compartilha da mesma situação. A valorização da percepção no âmbito da sala de aula é uma valorização do pré-predicativo ou pré-reflexivo, ou seja, daquilo que visa à compreensão no ato original, a compreensão primeira da experiência do mundo, quando este passa a fazer sentido para quem percebe. É, portanto, a busca da origem, do ato criador original. (CARDOSO; PAULO; DALCIN, 2014, p. 68).

Em comunhão com Montessori (1965; 1934a; 1934b), a qual mostra que o percebido não encerra as experiências e compreensões, inaugura entendimentos e desvela facetas do fenômeno, sendo o estudante convidado a retomá-lo de tempos em tempos para vislumbrar outras faces. A isso, remete-se a interpretação de Cardoso, Paulo e Dalcin (2014) da obra de Merleau-Ponty, quando apontam que não se pode afirmar se o que concebemos e entendemos hoje será o mesmo de sempre, temos a possibilidade de um horizonte de compreensões, em movimento e fluxo constante, segundo as autoras esta ideia seria o primado do conhecimento científico.

Na leitura superficial das obras montessorianas, pode-se pensar erroneamente que se reduz o saber ao sentir, mas, congregando com Merleau-Ponty (1990), seria mais a observa-ação da origem do saber que emerge do ser-aí enquanto consciência, entendendo que a vivência pessoal do saber é de suma importância para inaugurar conhecimento, não para dá-lo por si só. Dessa maneira, Cardoso, Paulo e Dalcin (2014, p. 73, grifo meu) pontuam que

> Se entendermos que o ver é mais do que um simples enxergar, então não se trata de reduzir o fazer matemático à apreciação estética, a exploração intuitiva (dada na percepção) ou ao fazer técnico. <u>Trata-se de abrir possibilidades para que a matemática faça sentido ao aluno</u>.

O trecho em destaque vem a confirmar algo que se encontra no cerne da obra da pesquisadora que é o motivo do presente estudo, quando propõe uma articulação entre aspectos da Matemática, diz, sobretudo, do entendimento que fez, de como a própria Matemática se articula e se desdobra no desenvolvimento particular.

6 SÍNTESE COMPREENSIVA

Ajuda-me a ver a vida através de meus olhos,
a construir com concretude as próprias vivências.
Respeite meus anseios.
Seja fonte de inspiração na realidade circundante,
transformadora sincronização
com a pluralidade da vida.
Ajuda-me a perscrutar as entrelinhas
que ainda desconheço,
a aprender as tramas transversais
que permeiam o caminho.
Seja paciente, não espere que eu compreenda
as trilhas que não percorri.
Trabalho para edificar o ser.
Ajuda-me a construir uma sociedade
mais justa, solidária.
Sei que não é fácil, mas será
se as pessoas enxergarem o mundo
com a simplicidade do olhar de uma criança.
(ROSA, 2016, p. 36)

A inquietação inicial, que mostrava certa não-compreensão e/ou falta de acesso de colegas docentes que ensinam a Matemática acerca da obra montessoriana, delineou a interrogação diretriz "o que é isso, a alfabetização matemática na perspectiva montessoriana?". Dessa maneira, expor particular leitura e interpretação da obra de Maria Montessori fez-se coerente dentro do que o cenário da experiência vivida mostrava.

Ao que parece os entendimentos partiam do momento em que se desconhecia a trajetória da autora em estudo. E a distorção de alguns fatos e detalhes de sua vida determinavam entendimentos entre os educadores de que, por exemplo, trata-se de um método destinado somente às crianças com algum tipo de deficiência, transtorno ou síndrome. Por esse motivo, o segundo capítulo expõe brevemente sua biografia, com apontamentos importantes da constituição dos princípios de sua metodologia, pois com o apoio deles o interlocutor terá a base para a compreensão da Matemática sob a ótica de Montessori.

A constatação de que dos livros publicados da referida pesquisadora, alguns se direcionavam mais à Matemática e ao entendimento das ideias que inauguram essa área do conhecimento, fez com que os livros Pedagogia científica (MONTESSORI, 1965), Psicoaritmética (MONTESSORI, 1934a) e Psicogeometria (MONTESSORI, 1934b) se sobressaíssem diante dos demais, apresentando maior aproximação à interrogação. Delineou-se a análise de dados tendo como abordagem metodológica a fenomenologia e a hermenêutica, para viabilizar uma leitura pautada no que se chamou de espiral hermenêutica, garantindo que a "voz" de Montessori fosse valorizada e utilizada para ampliar os entendimentos que foram se fazendo ao longo da análise e da discussão das categorias. Ora, quem melhor que a própria autora para nos dizer seu modo de conceber a alfabetização matemática no que posteriormente foi considerada uma metodologia de ensino?

A trajetória escolar e profissional somada às formações participadas em 2019 foram de grande valia para que o diálogo entre teoria e prática fosse se consolidando, o que ficou evidente é que com a leitura das obras de Montessori, a linha de raciocínio utilizada nessas formações iluminou a tessitura de sentidos aos trajetos de compreensão.

Para a análise das obras supracitadas, constituiu-se uma pergunta de fundo: "Como a alfabetização matemática se mostra na obra montessoriana?", com a qual foi possível desvelar o que parece sustentar o fenômeno "alfabetização-matemática-na-perspectiva-montessoriana" de maneira a desaguar em categorias, são elas: "Princípios para a Alfabetização Matemática na perspectiva Montessoriana", "Movimento de compreensão da aritmética" e "Movimento de compreensão da geometria".

Na metodologia em questão, emergiram princípios para alfabetizar matematicamente, que se mostraram indissociáveis para que os processos envolvidos nisso caminhem de maneira natural para a independência da aprendizagem, determinando a postura docente como guia e facilitador. A forte intencionalidade ratifica a importância do ambiente preparado, dos materiais manipuláveis estruturados, da observa-ação, do enaltecimento dos sentidos físicos e da articulação aritmética-geometria. Tudo isso parece pairar em equilíbrio, mediante a figura de guias previamente preparados e dispostos a "seguir cada criança" que lhes são confiadas, com o respeito aos processos e entendimentos próprios que expressam. Ideia essa apresentada com aproximações ao entendimento heideggeriano de clamor:

> O clamor justamente não é e nunca pode ser algo planejado, preparado ou voluntariamente cumprido *por nós*. O clamor "se faz" contra toda a espera e mesmo contra toda vontade. Por outro lado, o clamor, sem dúvida, não provém de um outro que é e está no mundo junto comigo. O clamor provém *de* mim e, no entanto, *por sobre* mim. (HEIDEGGER, 2005b, p. 61, grifos do autor).

O paralelo aqui disposto acerca dessa acepção à perspectiva montessoriana se dá na atuação do educador, o qual pratica avidamente a observa-ação de seus educandos a ponto de desvelar clamores audíveis e silenciosos em sua classe. A palavra clamor pode remeter à fala, a um pedido, no entanto a visão fenomenológica a faz compreender como sendo esse um modo de discurso.

> O clamor dispensa qualquer verbalização. Ele não vem primeiro à palavra e, não obstante, nada permanece obscuro e indeterminado. *O discurso da consciência sempre e apenas se dá em silêncio.* [...] A falta de verbalização do que, no clamor, se clama não remete ao fenômeno à indeterminação de uma voz misteriosa, mas mostra apenas que a compreensão não deve se apoiar na expectativa de uma comunicação ou de algo parecido. (HEIDEGGER, 2005b, p. 59, grifos do autor).

Não se exclui o fato dos educandos expressarem-se falando, mas aquilo que não é dito também expressa, também diz, mostrando seus progressos e necessidades. E, somente na senda da observa-ação, reside o cerne do planejamento do guia montessoriano, presentificando a intencionalidade do que se oferece às crianças. As ofertas se baseiam em cada um dos princípios elencados na presente pesquisa para alfabetizar matematicamente. Os trajetos apontados para desvelar o fenômeno em estudo anunciaram categorias, que ao serem discutidas expressaram intenção e direcionamento de Montessori ao sugerir o desenvolvimento do que chamou de mente matemática.

> La producción de nuevas redes neuronales mediante el uso de los materiales Montessori de matemáticas tien un impacto en la conexión permanente del cerebro que estará disponible a tu hijo conforme crece y utiliza su cerebro para el pensamiento analítico y la resolución de problemas. (DUFFY, [2009?], p. 20-21).

Ficou evidente a gama de materiais manipuláveis para esse desenvolvimento, no entanto, conhecê-los intimamente e compreender a razão de ser de cada um é vista de forma muito relevante para que o guia seja capaz de conduzir o conhecimento contido neles, a fim de deixa-lo a serviço dos estudantes e suas necessidades individuais. Dessa maneira, os movimentos de compreensões se formam como a espiral hermenêutica exposta nesse estudo conduzindo a movimentos para aritmética e para a geometria, tendo ambas a álgebra como enlace.

A leitura e estudo dos livros Psico-aritmética (MONTESSORI, 1934a) e Psico-geometria (MONTESSORI, 1934b) mostraram um padrão que parece ser relevante aos trajetos de compreensão, que seria o de proporcionar, sempre na mesma ordem, a manipulação do objeto (seja ele o objetivo que tiver dentro da Matemática) e o despertar para a linguagem simbólica matemática. Algo que comparece em quase todo o transcorrer de seus entendimentos para a mente matemática, o que não indica que determine que só funcione nessa sequência, mas que escolher uma e se manter fiel pode favorecer que a criança se familiarize e em alguns momentos antecipe por si os processos, caminhando sempre à abstração.

A abstração é um ponto desvelado como sendo de muito cuidado da autora. Cuidado no sentido heideggeriano já expresso na presente pesquisa, como aquele que não retira a autonomia e livre arbítrio, envolvendo o indivíduo, viabilizando os subsídios necessários. Isto é, a abstração não é apresentada, mas possibilitada pela intencionalidade das ações educativas e dos materiais manipuláveis, para que o próprio estudante desbrave caminhos para o conhecimento. Enquanto um docente-guia, evidentemente guiará para que as particulares vias estejam de acordo com as ideias matemáticas e não se cristalizem compreensões errôneas, para isso a retomada e novas apresentações dessas ideias são comuns na perspectiva montessoriana, bem como o controle do próprio erro que muitos dos materiais intencionam. A formação chilena de 2019 apontou diversas vezes a importância de se apresentar uma dificuldade por vez ao estudante, corroborando com a ideia indiretamente contida nos livros da autora em estudo, uma vez que acessando uma por vez seria como iluminar um aspecto, vibrando uma inquietação e dedicando seu esforço a interpretar o que ocorre.

Para muitos docentes que atuam em escolas não-montessorianas, a geometria se resume apenas ao conhecimento das formas geométricas e que o estudo dessa vertente se intensifica apenas nas classes do Ensino Fundamental II. No entanto, foi considerada por Montessori (2015) como a abstração da abstração, a qual comparece concomitantemente com a aritmética e a álgebra, estabelecendo fortes bases para a compreensão dos educandos desde o período de alfabetização matemática. O presente estudo desvelou que a tríade aritmética-álgebra-geometria não se endereçam somente às compreensões da Matemática, mas sim às compreensões do mundo e do seu próprio ser-no-mundo, entendimento latente na ideia de educação cósmica de Montessori (2003).

O estudo que se iniciou em um vasto campo fenomenal, com as sucessivas reduções tendo em vista o fenômeno “alfabetização-matemática-na-perspectiva-montessoriana”, mostrou possibilidades, esclareceu, mas também trouxe abertura. Como não poderia deixar de ser, essa leitura guiada pela fenomenologia e hermenêutica, respondeu algumas inquietações, mas constituiu novos horizontes interrogativos, os quais nem sempre a intenção dessa dissertação pôde abraçar, como é o caso dos questionamentos: como a Filosofia se presentifica nas ideias de Montessori? Que possibilidades se abrem com a obra montessoriana para a Filosofia da Educação? Como a obra dessa autora se aproxima à fenomenologia e à hermenêutica? Que possibilidades o material dourado ainda se encontram velados no cotidiano das escolas, tendo em vista o explicitado por Montessori e por estudiosos de sua pedagogia? Os cursos de Pedagogia e de Licenciatura em Matemática apresentam o uso e os estudos dos materiais montessorianos para o ensino da Matemática com a contextualização e linha de raciocínio da autora? Os pesquisadores que expõem entendimentos da Matemática na perspectiva montessoriana estariam dispostos a ler a obra deixada por Montessori? Como a educação cósmica que ela cunhou se propõe a viabilizar o sentimento de pertencimento do indivíduo, por meio da transdiciplinaridade? Quais as aproximações possíveis entre a obra montessoriana e a merleaupontyana?

São inúmeros os questionamentos que mostram a realidade de que a dissertação se finda, mas os estudos não. Meu bordado de compreensões está se fazendo com as vivências e leituras constantemente. Expressar em um único trabalho acadêmico todo horizonte que se abriu mediante a postura fenomenológica acaba não sendo possível, com vistas à vasta obra da médica italiana, a qual nunca intentou compor um método de ensino, mas sim mostrar seus entendimentos e compreensões da criança em sua integralidade e mais ainda, sua dedicação às causas humanitárias, pacifistas e feministas, não como projetos a parte e sim como tudo isso sendo um só.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, T. de. **Maria Montessori**: uma história no tempo e no espaço. Rio de Janeiro: OBRAPE, 1984.

ALMEIDA, T. **Desenvolvimento da Mente Matemática II**: Aritmética Montessoriana 1. 6. ed. Rio de Janeiro: Presence Editora, 2017.

ALMEIDA, T. **Desenvolvimento da Mente Matemática III**: Aritmética 2. 7. ed. Rio de Janeiro: Presence Editora, 2018.

ANDRADE, S. P. **Alfabetização matemática:** o professor em forma-ação. 2016. 225 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2016.

ANDRADE, S. P.; MOCROSKY, L. F. Alfabetização e Ciclo de Aprendizagem: Compreensões Dialogadas. **Revista Temporis [Ação]** (Periódico acadêmico de História, Letras e Educação da Universidade Estadual de Goiás). Cidade de Goiás; Anápolis. V. 18, N. 02, p. 113-134 de 250, jul./dez., 2018. Disponível em: http://www.revista.ueg.br/index.php/temporisacao/issue/archive Acesso em: 10/04/2019.

ARANHA, M. L. de A. **Filosofia da Educação**. 3. Ed. Revista Ampliada. São Paulo, Moderna, 2006.

BARROS et al. As contribuições do estudo de Pestalozzi para a educação contemporânea e as teorias pedagógicas. In: **Anais da V Semana de Integração Inhumas**: UEG, 2016, p. 618-624.

BELLO, A. A. **Introdução à fenomenologia**. Bauru: Edusc, 2006.

BICUDO, M. A. V; ESPOSITO, V. H. C. (Org.) **A pesquisa qualitativa em educação**: um enfoque fenomenológico. Piracicaba: Editora Unimep, 1994.

BICUDO, M. A. V. O cuidado em Heidegger e na psicoterapia. In: **FGR R.**, Belo Horizonte, ano 5, n. 6, p. 50 – 53, 2001.

BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa: significados e a razão que a sustenta. **Revista Pesquisa Qualitativa.** São Paulo, ano 1, n. 1, p. 7-26, 2005.

BICUDO, M. A. V. A fenomenologia do cuidar na educação. In: PEIXOTO, A. J.; HOLANDA, A. F. **Fenomenologia do cuidado e do cuidar**: perspectivas multidisciplinares. Curitiba: Juruá Editora, 2011a.

BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez Editora, 2011b.

BORDEAUX et al. **Novo Bem-me-quer Matemática**: 2º ano. 4. Ed. São Paulo: Editora do Brasil, 2017.

D'AMBRÓSIO, U. A relevância do projeto Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional – INAF como critério de avaliação da qualidade do ensino de matemática, In: FONSECA, M.C.F.R. (org.) **Letramento no Brasil – Habilidades Matemáticas**, São Paulo: Global, Ação Educativa, Instituto Paulo Montenegro, 2004.

D'AMBRÓSIO, U. A história da matemática: questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V. (org.). **Pesquisa em educação matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: Ed. UNESP, 1999.

DANYLUK, O. S. **Alfabetização Matemática: o cotidiano da vida escolar**. Caxias do Sul: UDESC, 1991a.

DANYLUK, O. S. **O ato de ler o discurso matemático**. Leitura: Teoria e Prática. Campinas: ALB, dez., 1991b, p. 17-21.

DANYLUK, O. **Alfabetização Matemática**: As primeiras manifestações da escrita infantil. Porto Alegre: Ediupf, 1998.

DAYRELL, M. M. S. S. **Práticas de alfabetização e suas interferências no ensino da matemática**. 1996. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação da UFMG, Belo Horizonte, 1996.

DOMENICO, E. C. G. **Metodologia de Ensino para a iniciação matemática fundamentada na pedagogia montessoriana**. 1988. Dissertação (Mestrado em Educação) – Setor de Ciências Humanas, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1988.

DUFFY, M. **Montessori Works**: Montessori Math and the developing brain. Tradução livre do inglês para o espanhol: tradutor desconhecido. Altoona/PA: Parent Child Press, [2009?].

ESCOLA MONTESSORI DE CAMPINAS. **Sen**: Torre rosa – Escada marrom – Barras vermelhas. 2016. disponível em: http://www.montessoricampinas.com.br/atividades-montessori/sen-torre-rosa/ Acesso em: 30 set. 2019.

ESPOSITO, V. H. C. Hermenêutica: estudo introdutório e o Trabalho do professor de Matemática. **Cadernos da Sociedade de Estudos e Pesquisas Qualitativos**. v. 2, n. 2. São Paulo, 1991.

ESPOSITO, V. H. C. Interrogações, Horizontes, Compreensões. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. (Org.) **A pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico**. Piracicaba: Editora Unimep, 1994.

FINI, M. I. Sobre a Pesquisa Qualitativa em Educação, que Tem a Fenomenologia como Suporte. In: BICUDO, M. A. V.; ESPOSITO, V. H. C. (Org.) **A pesquisa qualitativa em educação: um enfoque fenomenológico**. Piracicaba: Editora Unimep, 1994.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em Educação Matemática**: percursos teóricos e metodológicos. Campinas: Autores Associados, 2006.

FREITAS, R. C. de O. **Um ambiente para operações virtuais com o material dourado** – Vitória, 2004, 180 f. Dissertação (Mestrado em Informática) – Universidade Federal do Espírito Santo. Programa de Pós-Graduação em Informática. Vitória, 2004.

FREITAS, J. L. M. de; ARNALDI, I. C. Aritmética e álgebra com o material dourado. In: **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática (X ENEM)**: Educação Matemática, Cultura e Diversidade. Salvador, julho de 2010.

GADAMER, H-G. **Verdade e método**: traços fundamentais de uma hermenêutica filosófica. Tradução de Flávio Paulo Meurer. 3ª edição. Petrópolis: Editora Vozes, 1999.

GARCIA, J.; MANDOLINI, F.; MORETTI, E. **Maria Montessori**: Uma Vida Dedicada à Educação. Curitiba: Editora UTP, 2019.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais**. Rio de Janeiro: Record, 1997.

HASTENREITER, F. O cuidado em Heidegger e na psicoterapia. In: **FGR R.**, Belo Horizonte, ao 5, n.6, p. 50-53, 2011.

HEIDEGGER, M. **Ser e Tempo**: parte I. Tradução: Marcia Sá Cavalcante Schuback. 15ª edição. Campinas: Universidade São Francisco; Petrópolis: Vozes, 2005a.

HEIDEGGER, M. **Ser e Tempo**: parte II. Tradução: Marcia Sá Cavalcante Schuback. 13ª edição. Campinas: Universidade São Francisco; Petrópolis: Vozes, 2005b.

HEIDEGGER, M. **Ontologia**: (hermenêutica da facticidade). Tradução de Renato Kirchner. Petrópolis: Vozes, 2012.

HOPTOYS. **Escalier marron Montessori** 2019. Disponível em: https://www.hoptoys.fr/creer-une-salle-de-jeu-d-inspiration-reggio/escalier-marron-montessori-p-12103.html Acesso em: 26 set. 2019.

HUSSERL, E. **A filosofia como ciência de rigor**. Coimbra: Atlântida, 1965.

INOUI, A. Z.; BREHM, C. M. P. Clínica sensorial especializada no tratamento de portadores do Transtorno do Espectro Autista (TEA). In: **V Simpósio Nacional de Gerenciamento de Cidades**. P. 981-986. Várzea Grande/MT, 2017. Disponível em: https://www.amigosdanatureza.org.br/eventos/data/inscricoes/3576/form199011751.pdf Acesso em: 09 out. 2018.

JACINTO, S. S. S. Tecendo rede(s) no processo de alfabetização. In: **Olhares & Trilhas**. Universidade Federal de Uberlândia. Escola de Educação Básica (ESEBA). v4. n4. Uberlândia: EDUFU, 2017.

KAMII, C. **A criança e o número**: implicações da teoria de Piaget para a atuação junto à escolares de 4 a 6 anos. 4°ed. Campinas: Papirus, 1986.

KILPATRICK, W. H. **The Montessori System Examined**. Massachussets: The Riverside Press, 1914.

KLUTH, V. S. A rede de significação: um pensar metodológico de pesquisa. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa qualitativa segundo a visão fenomenológica**. São Paulo: Cortez Editora, 2011.

LENVAL, H. L. de. **A educação do homem consciente**. Tradução de Valeriano de Oliveira. 2ª ed. São Paulo: Livraria Editora Flamboyant, [1948?].

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. (org.) **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. 2ª ed. rev. Campinas: Autores Associados, 2009.

MACHADO, I. de L. **Educação Montessori:** de um homem novo para um mundo novo. São Paulo: Pioneira, 1983.

MERLEAU-PONTY, M. **Ciências do homem e fenomenologia**. São Paulo: Saraiva, 1973.

MERLEAU-PONTY, M. **O Primado da percepção e suas consequências filosóficas**. São Paulo: Papirus,1990.

MERLEAU-PONTY, M. **Fenomenologia da percepção**. Tradução de Carlos Alberto Ribeira de Moura. 2 ed. São Paulo: Martins Fontes, 1999.

MILITZ, M. L.; SEERSPLETT, E.; MATINS, J. C. G. Alfabetização matemática e tecnologia através de atividades lúdicas. In: **Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática (XI ENEM)**. Curitiba, 2013.

MOCROSKY, L. F. **A presença da ciência, da técnica, da tecnologia e da produção no curso superior de Tecnologia em Fabricação Mecânica**. 2010. 365 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociência e Ciências Exatas, Universidade do Estado de São Paulo, Rio Claro, SP, 2010.

MOCROSKY, L. F. A postura fenomenológica de pesquisar em Educação Matemática. In: KALINKE, M. A.; MOCROSKY, L.F. **Educação Matemática**: pesquisas e possibilidades. Curitiba: Editora UTFPR, 2015.

MOCROSKY, L.; ORLOVSKI, N.; ZONTINI, L. Um diálogo na alfabetização matemática: articulando significados do sistema de numeração decimal na construção do quadro numérico. In: **Educação e Fronteiras On-Line**, Dourados/MS, v.6, n.18 p.164-176, set. /dez. 2016.

MOLON, J. V. **Uma releitura dos princípios montessorianos para o ensino de matemática nos anos finais do ensino fundamental** – Porto Alegre, 2015, 127 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Programa de Pós-Graduação em Ensino de Matemática. Porto Alegre, 2015.

MONDINI, F. **A presença da álgebra na legislação escolar brasileira** – Rio Claro, 2013, 433 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP, Rio Claro, 2013.

MONDINI, F; MOCROSKY, L. F.; BICUDO, M. A. V. A Hermenêutica em Educação Matemática: compreensões e possibilidades. In: **REVEMAT**. Florianópolis (SC), v.11, Ed. Filosofia da Educ. Matemática, p. 317-327, 2016.

MONTESSORI, M. **Dr. Montessori's Own Handbook**. Tradução de Frederick A. Stokes. New York: Frederick A. Stokes Company Publishers, 1914.

MONTESSORI, M. **Psico-Aritmetica**. Barcelona: Casa Editorial Araluce, 1934a.

MONTESSORI, M. **Psico-Geometria**. Barcelona: Casa Editorial Araluce, 1934b.

MONTESSORI, M. **Manual práctico del método Montessori**. Barcelona: Casa Editorial Araluce, 1939.

MONTESSORI, M. **Mente Absorvente**. Tradução de Pedro da Silveira. Rio de Janeiro: Portugália, [1949?].

MONTESSORI, M. **Formação do Homem**. Rio de Janeiro: Portugália, [1950?].

MONTESSORI, M. **Pedagogia Científica**: a descoberta da criança. Tradução de Aury Azélio Brunetti. São Paulo: Flamboyant, 1965.

MONTESSORI, M. **Psico-Aritmetica**. Tradução de Aldo Garzanti e Camilo Grazzini. Milão: Aldo Garzanti Editore s. p. a., 1971.

MONTESSORI, M. **A criança**. Tradução de Luiz Horácio da Matta. Rio de Janeiro: Nórdica, 1983.

MONTESSORI, M. **Para educar o potencial humano**. Tradução de Mirian Santini. Campinas: Papirus, 2003.

MONTESSORI, M. **A educação e a paz**. Tradução da publicação em francês: Sonia Maria Alvarenga Braga. Campinas: Papirus Editora, 2004.

MONTESSORI, M. **Educação para um mundo novo**. Tradução do original em língua inglesa: Sonia Maria Alvarenga Braga. Bragança Paulista: Editora Comenius, 2015.

MONTESSORI ALBUM. **Beads ans cards 1**. 2014a. Disponível em: http://www.montessorialbum.com/montessori/index.php?title=File:Beads_and_cards_1.JPG Acesso em: 07 out. 2019.

MONTESSORI ALBUM. **Cards and counters**. 2014b. Disponível em: https://www.montessorialbum.com/montessori/index.php?title=Cards_and_Counters#/media/File:Cards_and_Counters_6.JPG Acesso em: 18 fev. 2020.

MONTESSORI ALBUM. **Addition With Strip Board**. 2014c. Disponível em: https://www.montessorialbum.com/montessori/index.php?title=Addition_With_Strip_Board#/media/File:Add_Strip_Board_22.JPG Acesso em: 18 fev. 2020.

MONTESSORI ALBUM. **Sub Strip Board 12**. 2014d. Disponível em: https://www.montessorialbum.com/montessori/index.php?title=File:Sub_Strip_Board_12.JPG Acesso em: 20 fev. 2020.

MONTESSORI ALBUM. **Addition Finger Chart 1**. 2014e. Disponível em: https://www.montessorialbum.com/montessori/index.php?title=Addition_Finger_Chart_1#/media/File:Addition_Chart_3-2.JPG Acesso em: 21 fev. 2020.

MONTESSORI ALBUM. **Addition Finger Chart 2**. 2014f. Disponível em: https://www.montessorialbum.com/montessori/index.php?title=Addition_Finger_Chart_2#/media/File:Add_Finger_Chart_2-2.JPG Acesso em: 21 fev. 2020.

MONTESSORI ALBUM. **Addition Finger Chart 3**. 2014g. Disponível em: https://www.montessorialbum.com/montessori/index.php?title=Addition_Finger_Chart_3#/media/File:Addition_Finger_Chart_3-2.JPG Acesso em: 21 fev. 2020.

MONTESSORI ALBUM. **Blank Addition Chart**. 2014h. Disponível em: https://www.montessorialbum.com/montessori/index.php?title=Blank_Addition_Chart#/media/File:Blank_Addition_Chart_4.JPG Acesso em: 21 fev. 2020.

MONTESSORI ALBUM. **Multiplication Finger Chart 1**. 2014i. Disponível em: https://www.montessorialbum.com/montessori/index.php?title=Multiplication_Finger_Chart_1#/media/File:Mult_Finger_Chart_1-1.JPG Acesso em: 27 fev. 2020.

MONTESSORI ALBUM. **Multiplication Finger Chart 2**. 2014j. Disponível em: https://www.montessorialbum.com/montessori/index.php?title=Multiplication_Finger_Chart_2#/media/File:Mult_Finger_Chart_2-2.JPG Acesso em: 27 fev. 2020.

MONTESSORI ALBUM. **Blank Multiplication Finger Chart**. 2014j. Disponível em: https://www.montessorialbum.com/montessori/index.php?title=Blank_Multiplication_Chart#/media/File:Blank_Multiplication_Chart_6.JPG Acesso em: 27 fev. 2020.

MONTESSORI EMPORIUM. **Tábua e Séguin 11 a 99**. 2020. Disponível em: https://www.montessoriemporium.com.br/materiais-montessori/matematica/tabua-de-seguin-11-a-99 Acesso em 15 fev. 2020.

MONTESSORI JUNIOR, M. **Educação para o desenvolvimento humano**: para entender Montessori. Tradução de Leonora Corsino. Rio de Janeiro: OBRAPE EDITORA, [1984?].

MOURA, A. R. L. de; LIMA, L. C.; MOURA, M. O. de; MOISÉS, R. P. **Educar com a Matemática**: fundamentos. São Paulo: Cortez, 2016.

MUMUCHU. **Set 13 tablas metálicas figuras de equivalência**: Montessori. 2019. Disponível em: https://www.mumuchu.com/set-13-tablas-metalicas-figuras-de-equivalencia-montessori.html Acesso em: 08 out. 2019.

NIENHUIS. **One Golden bead square of 100 individual beads nylon**. 2020a. Disponível em: https://www.nienhuis.com/int/en/one-golden-bead-square-of-100-individual-beads-nylon/product/2300/#/zoom Acesso em: 15 fev. 2020.

NIENHUIS. **One Golden bead square of 1000 individual beads nylon**. 2020b. Disponível em: https://www.nienhuis.com/int/en/one-golden-bead-cube-of-1000-individual-beads-nylon/product/2393/#/zoom Acesso em: 15 fev. 2020.

NIENHUIS. **Brown stair**. 2020c. Disponível em: https://www.nienhuis.com/int/en/the-brown-stair-brown-lacquer/product/2308/#/zoom Acesso em: 18 fev. 2020.

NIENHUIS. **Pink Tower**. 2020d. Disponível em: https://www.nienhuis.com/int/en/the-pink-tower/product/2114/#/zoom Acesso em: 18 fev. 2020.

NIENHUIS. **Geometric form cards**. 2020e. Disponível em: https://www.nienhuis.com/int/en/geometric-form-cards/product/830/#/zoom Acesso em: 18 fev. 2020.

NIENHUIS. **Sandpaper numerals international version**. 2020f. Disponível em: https://www.nienhuis.com/int/en/sandpaper-numerals-international-version/product/1484/#/zoom Acesso em: 18 fev. 2020.

NIENHUIS. **Spindle box international version**. 2020g. Disponível em: https://www.nienhuis.com/int/en/spindle-box-international-version/product/968/#/zoom Acesso em: 18 fev. 2020.

NIENHUIS. **Colored bead stairs 10 sets individual beads glass**. 2020h. Disponível em: https://www.nienhuis.com/int/en/colored-bead-stairs-10-sets-individual-beads-glass/product/1131/ Acesso em: 18 fev. 2020.

NIENHUIS. **Multiplication board**. 2020i. Disponível em: https://www.nienhuis.com/int/en/multiplication-board/product/1630/#/zoom Acesso em: 18 fev. 2020.

NIENHUIS. **Binomial cube**. 2020j. Disponível em: https://www.nienhuis.com/int/en/binomial-cube/product/2507/#/zoom Acesso em: 18 fev. 2020.

NIENHUIS. **Trinomial cube**. 2020k. Disponível em: https://www.nienhuis.com/int/en/trinomial-cube/product/2019/#/zoom Acesso em: 18 fev. 2020.

NIENHUIS. **Small number cards 1 – 9000 wood**. 2020l. Disponível em: https://www.nienhuis.com/int/en/small-number-cards-1-9000-wood/product/2383/#/zoom Acesso em: 25 fev. 2020.

NIENHUIS. **Dot exercise**. 2020m. Disponível em: https://www.nienhuis.com/int/en/dot-exercise/product/2273/#/zoom Acesso em: 25 fev. 2020.

NIENHUIS. **Stamp game**. 2020n. Disponível em: https://www.nienhuis.com/int/en/stamp-game/product/2181/#/zoom Acesso em: 25 fev. 2020.

NIENHUIS. **Small bead frame**. 2020o. Disponível em: https://www.nienhuis.com/int/en/small-bead-frame/product/1762/#/zoom Acesso em: 25 fev. 2020.

NIENHUIS. **Large bead frame**. 2020p. Disponível em: https://www.nienhuis.com/int/en/large-bead-frame/product/2574/#/zoom Acesso em: 25 fev. 2020.

NIENHUIS. **Flat bead frame**. 2020q. Disponível em: https://www.nienhuis.com/int/en/flat-bead-frame/product/2416/#/zoom Acesso em: 25 fev. 2020.

NIENHUIS. **Unit division board**. 2020r. Disponível em: https://www.nienhuis.com/int/en/unit-division-board/product/1805/#/zoom Acesso em: 26 fev. 2020.

NIENHUIS. **Long division**. 2020s. Disponível em: https://www.nienhuis.com/int/en/long-division/product/1811/#/zoom Acesso em: 26 fev. 2020.

NACARATO, A. M. Eu trabalho primeiro no concreto. In: **Revista de Educação Matemática**. Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM). Ano 9, n.9-10, p. 1-6, 2005.

PALMER, R. E. **Hermenêutica**. Lisboa: Edições 70, 1969.

PILETTI, N.; PILETTI, C. **História da Educação**. 7. ed. São Paulo: Editra Ática, 2006.

RIBEIRO, J. C. de C. e S. **Uma experiência de agentificação aplicada a software educacional** – Porto Alegre, 2003, 197 f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul. Faculdade de Informática. Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação. Porto Alegre, 2003.

RÖHRS, H. **Maria Montessori**. Coleção Educadores MEC. Tradução: Danilo Di Manno de Almeida e Maria Leila Alves. Recife: Fundação Joaquim Nabuco, Editora Massagana, 2010.

ROSA, L. M. **Impressões poéticas, inspirações Montessorianas**. Florianópolis: CEMJ, 2016.

SANTOS, A. O.; OLIVEIRA, C. R.; OLIVEIRA, G. S. de. Material concreto: uma estratégia pedagógica para trabalhar conceitos matemáticos nas séries iniciais do ensino fundamental. In: **Itinerarius Reflectionis**. v1. n14. Jataí/UFG: primeiro semestre de 2013.

SKOVSMOSE, O. **Towards a Philosofy of Critical Matematics Education**. Dordresht: Kluwer Academic Publishers, 1994.

SMIRNA. **Kit completo torre rosa**. 2019a. Disponível em: https://www.montessorimaterial.com.br/kits/kit-completo-torre-rosa-e-escada-marrom Acesso em: 30 set. 2019.

SMIRNA. **Caixas de triangulação**. 2019b. Disponível em: https://images.tcdn.com.br/img/img_prod/628051/caixas_de_triangulacao_84_1_20180510154450.jpg Acesso em: 08 out. 2019.

SMIRNA. **Projeções da escada marrom**. 2020a. Disponível em: https://www.montessorimaterial.com.br/areas-do-conhecimento/sensorial/projecoes-da-escada-marrom Acesso em: 30 jan. 2020.

SMIRNA. **Kit completo torre rosa e escada marrom**. 2020b. Disponível em: https://www.montessorimaterial.com.br/kits/kit-completo-torre-rosa-e-escada-marrom Acesso em: 30 jan. 2020.

SMIRNA. **Gabinete das figuras geométricas**. 2020c. Disponível em: https://www.montessorimaterial.com.br/areas-do-conhecimento/sensorial/gabinete-das-figuras-geometricas Acesso em: 6 fev. 2020.

SMIRNA. **Bandeja de apresentação das figuras geométricas**. 2020d. Disponível em: https://www.montessorimaterial.com.br/areas-do-conhecimento/sensorial/bandeja-de-apresentacao-das-figuras-geometricas Acesso em: 6 fev. 2020.

SMIRNA. **Semissimbólico**. 2020e. Disponível em: https://www.montessorimaterial.com.br/areas-do-conhecimento/matematica/semissimbolico Acesso em: 16 fev. 2020.

SMOLE, K. C. S.; DINIZ, M. I. Ler e aprender matemática. In SMOLE, K.C.S.; DINIZ, M. I. (Orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artemed, 2001. Cap. 3, p. 69-86.

SOARES, M. Alfabetização: a ressignificação do conceito. **Alfabetização e Cidadania**, São Paulo, n. 16, p. 9-17, 2003.

SOARES, M. **Letramento: um tema em três gêneros**. Belo Horizonte: Autêntica, 4.ed. 2012.

SOUTHAMPTON MONTESSORI SCHOOL. **Ten board**. 2019. Disponível em: http://www.southamptonmontessorischool.com/programs/photo-gallery/ten-board/ Acesso em: 07 out. 2019.

SILVEIRA, E. Materiais manipuláveis e alguns riscos que envolvem sua utilização. In: SILVEIRA, E. et al. (org.) **Alfabetização na perspectiva do letramento**: letras e números nas práticas sociais. Florianópolis: UFSC/CED/NUP, 2016.

SOUSA, G. C. de; OLIVEIRA, J. D. S. de. O uso de materiais manipuláveis e jogos no ensino da Matemática. In: **Anais do X Encontro Nacional de Educação Matemática (X ENEM)**: Educação Matemática, Cultura e Diversidade. Salvador, julho de 2010.

TEZZARI, M. L. **Educação Especial e Ação Docente**: da medicina à educação – Porto Alegre, 2009, 243 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Faculdade de Educação. Programa de Pós-Graduação em Educação. Porto Alegre, 2009.

TOLEDO, M. **Didática da Matemática**: como dois e dois – a construção da matemática. São Paulo: FTD, 1997.

TRABALHO. In: HOUAISS, A. **Minidicionário Houaiss da língua portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2010. 1024 p.

VENTURIN, J. A.; SILVA, A. A. A postura fenomenológica nas pesquisas em educação matemática. **BoEM**, Joinville, v. 2, n. 3, p. 98 – 110, ago/dez, 2014.

WANZELER, G. C. B. et al. Jogos Matemáticos na perspectiva de resolução de problemas: o uso do material dourado. In: **Anais do Seminário de Iniciação à Docência** – SID/PIBID. v1. n1. Barretos: março de 2015.

What DID We do All Day?. **Squaring and Cubing: Decanomial**. 2015. Disponível em: http://whatdidwedoallday.blogspot.com/2015/05/squaring-and-cubing-decanomial.html Acesso em: 09 out. 2019.

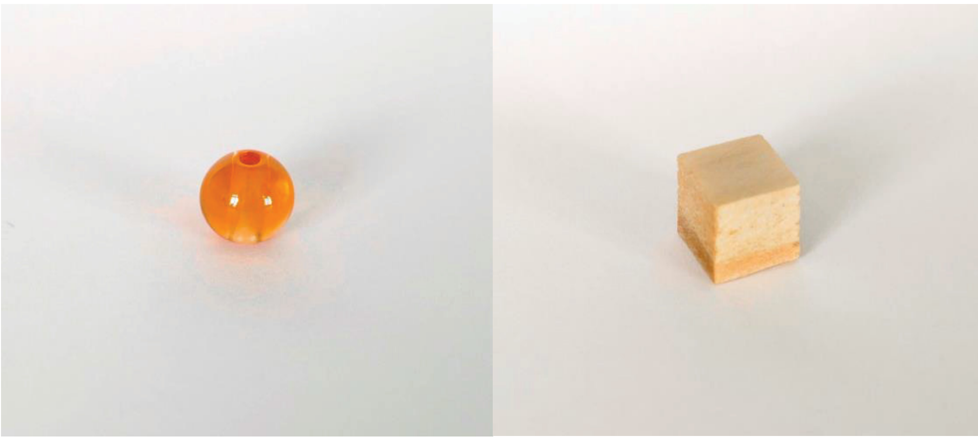
APÊNDICE 1 – MATERIAL DOURADO

Ao longo da obra de Maria Montessori o material dourado não recebe esse nome, é chamado por ela de “material do sistema decimal” ou de ”material das contas douradas”. O termo “material dourado” se deve à sua aluna Helena Lubienska de Lenval (LENVAL, [1948?]), a qual criou a versão em madeira do original, o qual é feito com contas douradas e arame, não há explicação direta do por que Lubienka faz essa versão, o que fica evidente é que o material acaba ficando mais barato e rápido de ser fabricado, facilitando a aquisição das escolas.

Trata-se da representação geométrica e, por sua vez, visual e sensorial do sistema decimal de numeração; devido a sua finalidade direta, estará disposto na área matemática do ambiente. É composto por quatro tipos de peças, as quais representam quatro ordens numéricas: unidade simples, dezena simples, centena simples e unidade de milhar. A versão das contas originais, conta-se informalmente, que eram em vidro alaranjado translúcido (próximo a cor da pedra âmbar), mas não há até o momento confirmação acadêmica dessa informação; na contemporaneidade é comercializado em vidro, acrílico, nylon ou plástico com cor também alaranjada translúcida ou coloração dourada. Já a versão de Lubienska, em madeira, não há uma padronização quanto à madeira utilizada, no entanto é comum encontra-lo em “MDF”. Quanto às dimensões:

Unidade simples: conta de 8mm e/ou cubo de 1cm de arestas;

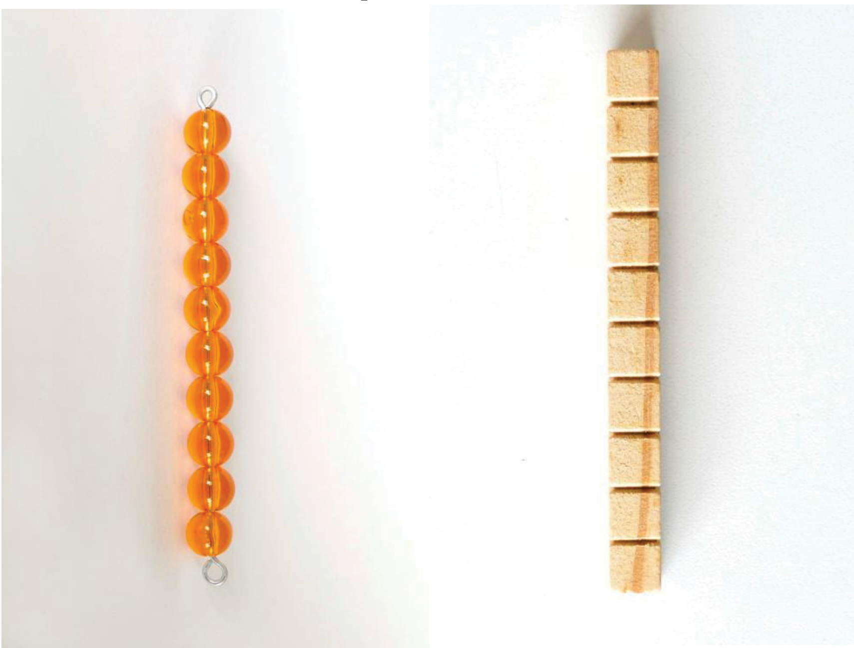
FIGURA 16 – Unidade Simples no material de contas e de madeira



Fonte: a autora (2020).

Dezena simples: 10 contas de 8mm presas por um arame e/ou um prisma regular de base retangular 1cmX1cmX10cm, possuindo sulcos que determinam cada unidade simples que foi "unida";

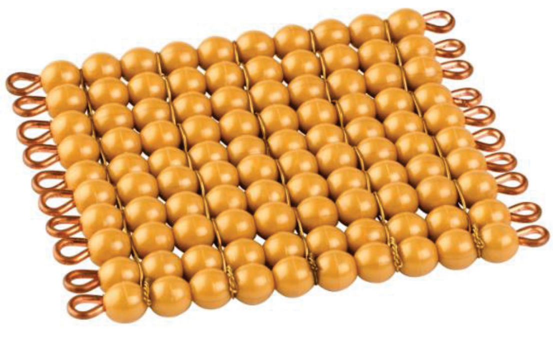
FIGURA 17 – Dezena simples no material de contas e de madeira



Fonte a autora (2020).

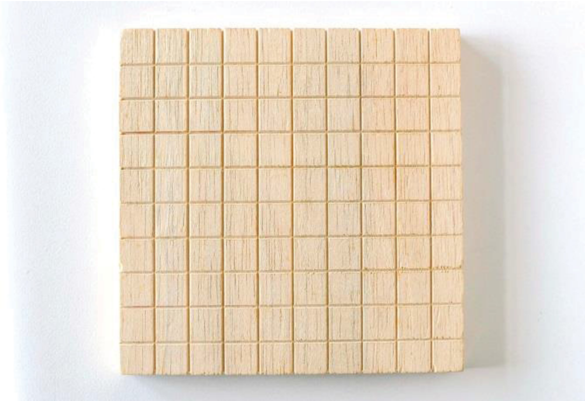
Centena simples: 10 dezenas simples ligadas (como descrito logo acima a versão em contas) por um arame entremeado ou uma espécie de placa longitudinal metálica, de aproximadamente 4mmX9cm, com 10 furos onde se passa o arame de cada uma das dezenas. A versão em madeira trata-se de um prisma regular de base quadrangular 10cmX1cmX10cm, possuindo sulcos em forma de grade que determinam cada unidade simples que foi "unida";

FIGURA 18 – Centena simples no material das contas



Fonte: NIENHUIS, 2020a.

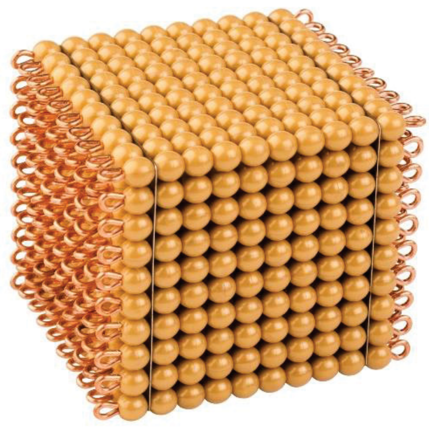
FIGURA 19 – Centena simples no material de madeira



Fonte: a autora (2020).

Unidade de milhar: 100 dezenas simples ligadas (como descrito logo acima a versão em contas) por um arame entremeado ou uma espécie de placa quadrada metálica, de aproximadamente 9cm de aresta, com 100 furos onde se passa o arame de cada uma das dezenas. A versão em madeira trata-se de um cubo de 10cm de aresta, possuindo sulcos em cada uma de suas faces, em forma de grade, que determinam cada unidade simples que foi “unida”.

FIGURA 20 – Unidade de milhar no material das contas



Fonte: NIENHUIS, 2020b.

FIGURA 21 – Unidade de milhar no material de madeira

Fonte: a autora (2020).

APÊNDICE 2 – ENCAIXES SÓLIDOS

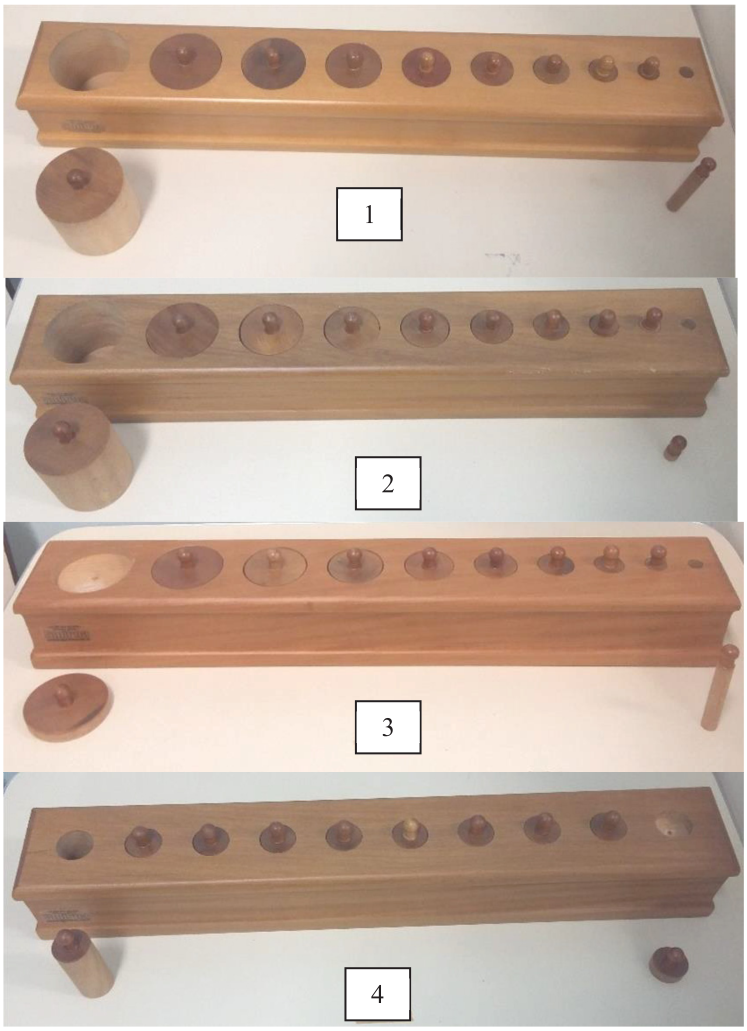
Os encaixes sólidos tratam-se de um material considerado de conjunto, uma vez que possui quatro séries, no entanto os livros (das edições e versões que possuo) sua recorrência indica somente três séries. Não foi encontrado até o momento o porquê e quando se inseriu uma nova série.

> Los tres primeros objetos que atraen la atención del pequeñín de dos años y medio a tres, son las tres sólidas piezas de madera, en cada una de las cuales se inserta una serie de diez pequenos cilindros, o discos, todos provistos de un pequeno botón para coger-los. En el primer caso, hay una serie de cilindros de la misma altura, pero con un diámetro decresciente, desde el más grueso hasta el más delgado. En el segundo hay cilindros que decrecen en todas las dimensiondes, y van de grande a pequeno, pero siempre con la misma forma. Por último, en el tercer caso, los cilindros tienen el mismo diámetro, pero varían en altura, es decir que decrescen en tamaño. Los cilindros van gradualmente disminuyendo hasta la forma de un pequeno disco.
> Los primeros cilindros (en su sección) varían en dos dimensiones; los segundos, en las tres dimensiones; los terceros, en una dimensión (altura). El orden con que los he dado, se refiere al grado de *facilidad* con que los niños hacen estos ejercicios. (MONTESSORI, 1939, p. 82 – 83).

O fato de ser originalmente três séries também foi comentado no livro Pedagogia Científica, de Montessori (1965), no entanto de maneira muito mais sucinta. Montessori (1939) sintetiza que a finalidade do material em questão é educar o sentido da visão, ao proporcionar que a criança distinga as dimensões possibilitando vocabulário para tal (grosso/fino, grande/pequeno, alto/baixo), pertence então à área sensorial do ambiente. Indiretamente há outros propósitos como o preparo para a escrita por meio do movimento pinça realizados ao mover tais cilindros e a sensibilização à direção em que são dispostos, a qual se remete à escrita; destaco que esse objetivo indireto é evidenciado em formações montessorianas.

A série a mais que na contemporaneidade se encontra em algumas escolas montessorianas seria a inversa à segunda descrita, ou seja, crescem em altura e decrescem em diâmetro; sendo assim foi inserida logo em seguida da segunda.

FIGURA 22 – Encaixes sólidos



Fonte: a autora (2020).

APÊNDICE 3 – ÁSPERO E LISO

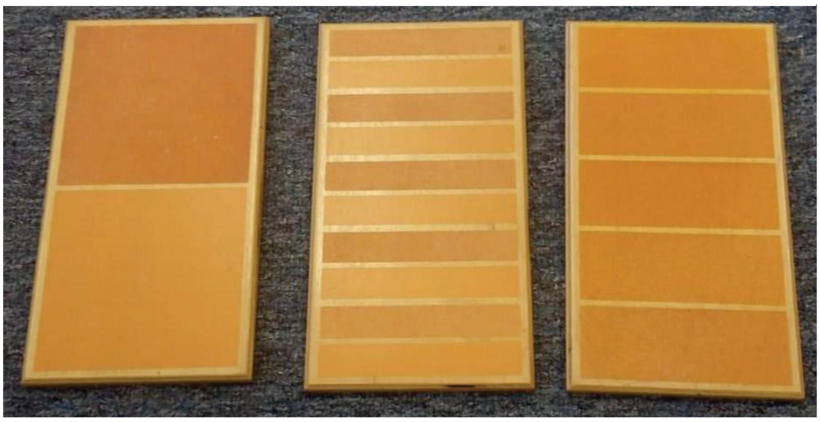
O conjunto de placas de áspero e liso apresenta três séries e é destinado ao refinamento do sentido do tato em específico, por esse motivo se encontra na área sensorial do ambiente, no entanto a presente pesquisa mostrou suas propriedades matemáticas e objetivo indireto direcionado a ela.

O referido material proporciona a sensibilização à regularidade e padrão, presente no pensamento algébrico, a estimativa de seus próprios movimentos, visto o tamanho das faixas que dispõe, principalmente quando a criança é convidada a realizar este trabalho, de passar seus dedos sobre elas com os olhos vendados.

Como mencionado anteriormente tratam-se de três séries, cada uma conta com uma prancha em madeira, sendo:

- 1ª - uma parte da prancha em madeira lisa e polida, a segunda metade da prancha é coberta em lixa áspera;
- 2ª - tem faixas de madeira lisa e faixas de lixa áspera;
- 3ª - formada de uma composição de lixas que variam da mais áspera a menos áspera.

FIGURA 23 – Séries de pranchas de áspero e liso



Fonte: a autora (2020).

As formações montessorianas apontam objetivos indiretos também direcionados à linguagem, uma vez que se evidencia que seja feito na direção da escrita, da esquerda para a direita. Montessori (1965, p. 116) descreve uma quarta série "em que alternam papéis diferentes lisos e uniformes, desde o papel passento até à cartolina lisa da primeira tabuinha", no entanto não foi encontrada nem nas formações montessorianas, nem nos endereços eletrônicos de venda online de materiais montessorianos.

Há também outro material análogo as placas de áspero e liso, o qual traz cada tipo de lixa em pares de placas separadas, sendo referido como “placas de gradação do áspero”, no qual o educando poderá realizar o pareamento e ordenar em crescente/decrescente de nível de aspereza.

FIGURA 24 – Placas de gradação do áspero

Fonte: a autora (2020).

Como continuidade ao refinamento do sentido em questão, é preparado previamente a “caixa de fazendas”, a qual possui pares de tecidos diferentes, recortados em quadrados de igual dimensão, também para o pareamento.

APÊNDICE 4 – TÁBUAS DO BÁRICO

As tábuas do bárico são dezoito placas de madeira retangulares (6 X 8 X 1,2cm) divididas em três grupos, de acordo com o tipo de madeira que são feitas e, consequentemente, sua massa. Este material está presente na área sensorial do ambiente. Sabendo que são elas glicínia, nogueira e abeto, a massa da unidade de cada uma é, respectivamente 24, 18 e 12 gramas (MONTESSORI, 1965). Apesar do material apresentar o refinamento do tato, é nítido que está imbrincado nele conceitos de medida de massa como leve e pesado, oferecendo outras potencialidades matemáticas como a classificação, ordenamento e seriação das placas e também a observação do padrão de regularidade e equivalência entre elas (o intervalo entre cada uma é de 6 gramas e claramente duas placas de abeto, pesam o mesmo que uma de glicínia, por exemplo).

FIGURA 25 – Tábuas do bárico

Fonte: a autora (2020).

APÊNDICE 5 – ESCADA MARROM

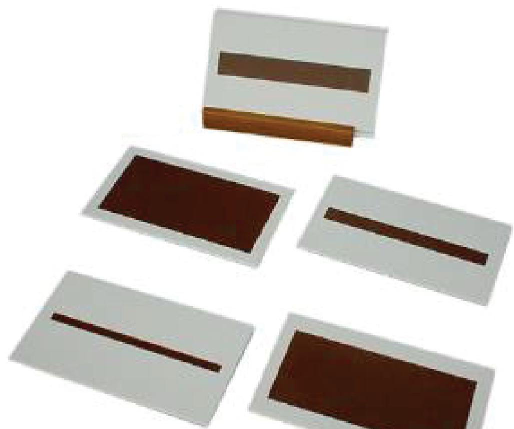
Material que conta com um conjunto de dez prismas regulares de bases retangulares, todos de 20 cm de largura e variam progressivamente de quadrados de 1 a 10 cm² em suas laterais; fica sempre localizado na área sensorial do ambiente.

FIGURA 26 - Escada marrom

Fonte: NIENHUIS, 2020c.

Após experienciar a proposta de dispor a escada respeitando sua regularidade, a criança é apresentada às projeções de cada peça.

FIGURA 27 – Projeções da escada marrom



Fonte: SMIRNA, 2020a.

É comum observar variações e extensões (quando de associam materiais diferentes no mesmo trabalho) da disposição da escada conforme a criatividade da própria criança.

APÊNDICE 6 – TORRE ROSA

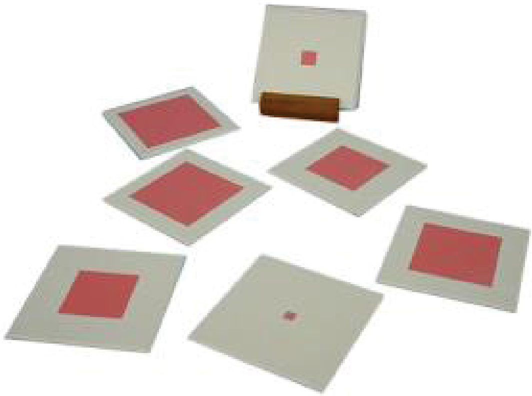
O material da torre rosa pode ser considerado o ícone da Educação Infantil montessoriana e se encontra na área sensorial do ambiente. Ele contém 10 cubos de dimensões diferentes e com crescimento/decrescimento regular de $1cm^3$, sendo que o menor cubo possui $1cm^3$ e o maior $10cm^3$. Sua disposição na área sensorial pode variar, conforme o espaço ou preferência do guia, de horizontal em uma das prateleiras ou vertical sobre um banquinho que lhe é próprio.

FIGURA 28 – Torre rosa

Fonte: NIENHUIS, 2020d.

Após experienciar a proposta de dispor a escada respeitando sua regularidade, a criança é apresentada às projeções de cada peça.

FIGURA 29 - Projeções da torre rosa



Fonte: SMIRNA, 2020b.

É comum observar variações e extensões (quando de associam materiais diferentes no mesmo trabalho) da disposição da torre rosa conforme a criatividade da própria criança.

APÊNDICE 7 – GABINETE DAS FORMAS GEOMÉTRICAS PLANAS

O gabinete das formas geométricas planas é um material da área sensorial e trata-se de um gaveteiro com seis gavetas que comportam no máximo seis formas. Todas elas são de encaixar, ou seja, possuem uma moldura/borda quadrada em que se encontra uma figura geométrica vazada, na qual é possível encaixar perfeitamente a forma correspondente, com ajuda de um pino centralizado em cima. A moldura e o encaixa sempre estão em duas cores que contrastem entre si, não por acaso, pois a é a forma quem deve chamar atenção da criança que o utiliza.

FIGURA 30 – Gabinete das formas geométricas planas

Fonte: SMIRNA, 2020c.

Cada gaveta possui um conjunto diferente de formas:

1ª gaveta: seis círculos que crescem, de maneira regular, em 1 cm em seu diâmetro, considerando o menor com 5 cm e o maior 10 cm;

2ª gaveta: seis triângulos que variam em suas dimensões e ângulos; sendo um equilátero, três isósceles e dois escalenos;

3ª gaveta: seis quadriláteros. Somente um é quadrado;

4ª gaveta: seis polígonos regulares; são eles: pentágono, hexágono, heptágono, octógono, eneágono, decágono;

5ª gaveta: quatro formas com linhas curvas: quadrifólio, oval, elipse e triângulo curvilíneo; e duas formas com linhas retas: trapézio isósceles e paralelogramo;

6ª gaveta: triângulo escaleno, quadrilátero convexo, pipa, trapézio retângulo e rombo; dependendo do fabricante podemos ter um espaço vazio, que conta somente com um quadrado sem nada vazado ao centro.

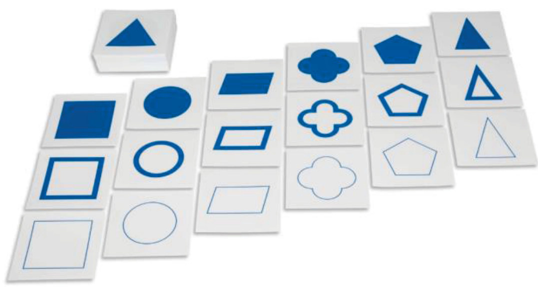
É importante ressaltar que em muitos locais, sobretudo nas classes de Educação Infantil, é comum encontrar a primeira gaveta como sendo a de “apresentação”, a qual se destinam três formas: triângulo equilátero, círculo de 10 cm de diâmetro e quadrado de 10 cm de aresta. Quando essa gaveta de apresentação está no ambiente do Ensino Fundamental, ficam organizadas de maneira crescente de número de lado; o quadrado é o “medidor”, sendo utilizado para comparar o lado de outras formas com o lado dele e o círculo se mostra como o limite dos polígonos regulares, isso quer dizer que todos ficam inscritos no diâmetro do círculo em questão, sendo que o primeiro polígono que prova isso é o triângulo equilátero que também está na bandeja.

FIGURA 31 – Bandeja de apresentação das formas geométricas planas

Fonte: SMIRNA, 2020b.

Parte do conjunto desse material também fazem partes cartões de três diferentes projeções, uma colorida por dentro, outra apenas com o contorno em linha grossa e a última com o contorno em linhas finas; são usadas na sequência descrida a fim de refinar a motricidade ao posicionar o encaixe em cima da projeção.

FIGURA 32 – Projeções das formas geométricas planas

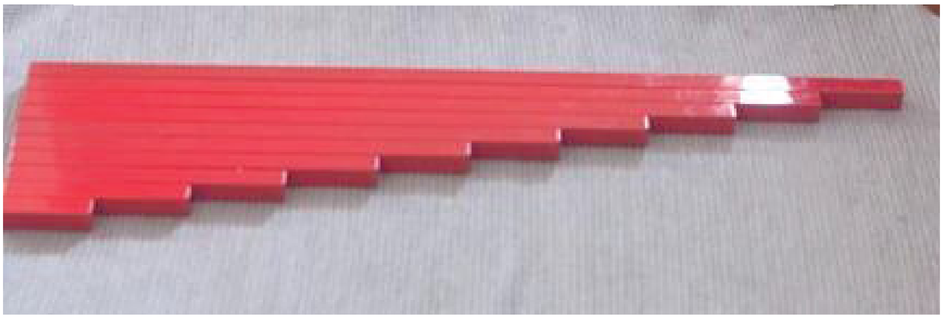


Fonte: NIENHUIS, 2020e.

APÊNDICE 8 – BARRAS VERMELHAS

Conjunto de dez barras (prisma regular de base retangular) em madeira pintadas de vermelho, as quais crescem/decrescem em um decímetro em seu comprimento, tendo todas elas, em suas extremidades, o formato de um quadrado de 2,5 cm de lado. Considerando que a menor tem 10 cm de comprimento e a maior 1 m. Material criado por Edouard Séguin e agregado por Maria Montessori em sua atuação com as crianças, por esse motivo é comum também referir-se a essas barras como “barras de Séguin”. Devido ao seu objetivo principal, que é discriminar a variação do comprimento das barras e a sua regularidade sequencial, será encontrada no ambiente na área sensorial.

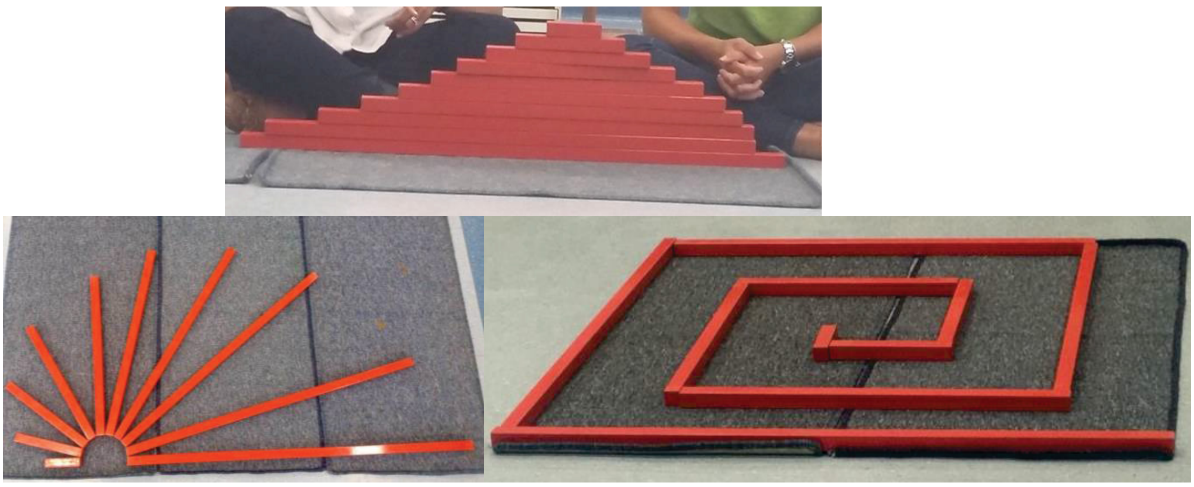
FIGURA 33 – Barras vermelhas



Fonte: a autora (2020).

É comum observar variações e extensões (quando de associam materiais diferentes no mesmo trabalho) da disposição das barras vermelhas conforme a criatividade da própria criança.

FIGURA 34 – Algumas variações com as barras vermelhas



Fonte: a autora (2020).

APÊNDICE 9 – BARRAS VERMELHAS E AZUIS

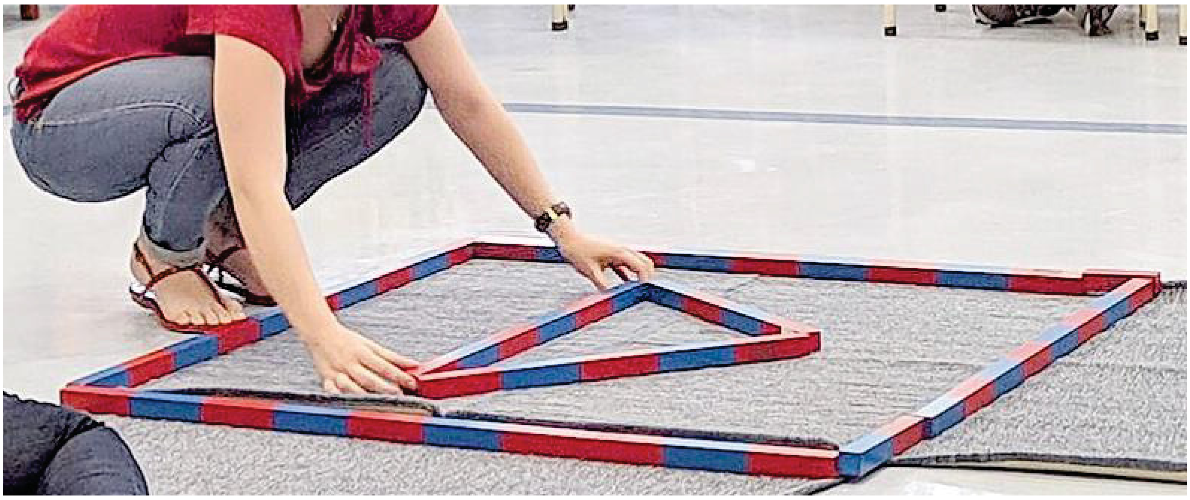
Conjunto de dez barras (prisma regular de base retangular) em madeira, as quais crescem/decrescem em um decímetro em seu comprimento, tendo todas elas, em suas extremidades, o formato de um quadrado de 2,5 cm de lado. Considerando que a menor tem 10 cm de comprimento e a maior 1 m. Material criado por Montessori, com inspiração direta em Edouard Séguin; é comum também referir-se a essas barras como “barras numéricas”. O que a difere das barras vermelhas é a pintura, uma vez que esse criado pela pesquisadora possui alternância de pintura entre as cores vermelha e azul, tendo cada segmento colorido a extensão de 10 cm. Os numerais de 1 a 10 costumam acompanhar as barras, estes são escritos em vermelho sobre madeira crua; em vermelho, pois é com essa cor que a pesquisadora costumava utilizar para chamar atenção do estudante para algo, assim como se mantém os segmentos vermelhos das barras à esquerda, incitando a contagem da esquerda para a direita (como o sentido da escrita) e seria mais uma forma de expor a regularidade presente. Este material está inserido no ambiente na área destinada aos materiais de Matemática, sendo este o primeiro da referida área a ser apresentado à criança.

FIGURA 35 – Barras vermelhas e azuis e suas cartelas

Fonte: a autora (2020).

É comum observar variações e extensões (quando de associam materiais diferentes no mesmo trabalho) da disposição das barras vermelhas e azuis conforme a criatividade da própria criança.

FIGURA 36 – Variação das barras vermelhas e azuis

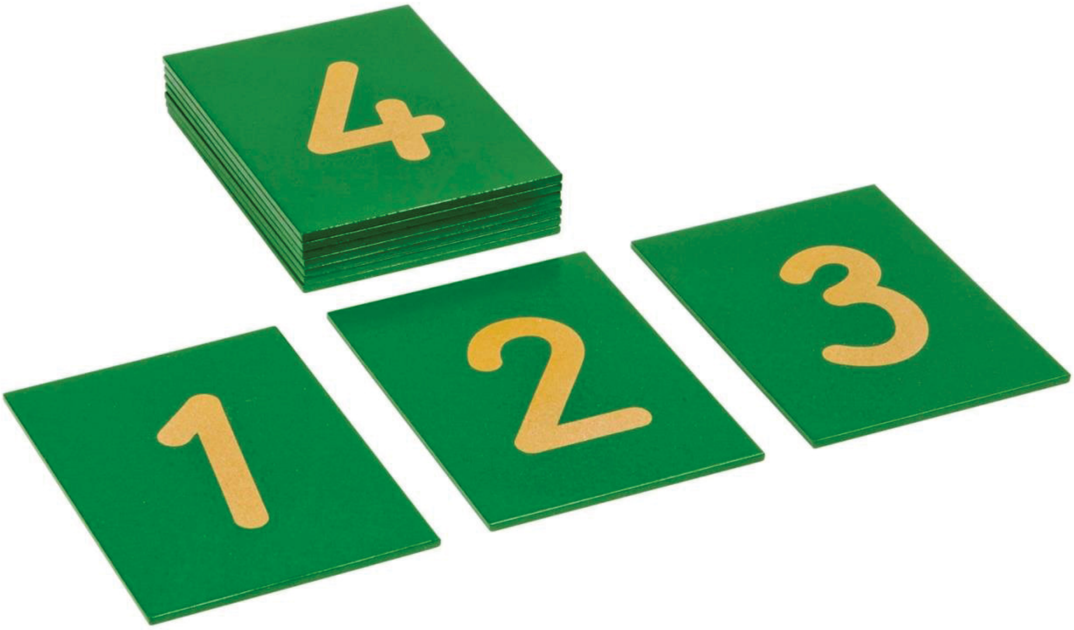


Fonte: a autora (2020).

APÊNDICE 10 – NÚMEROS EM LIXA

Trata-se de um material inspirado nas letras em lixa utilizadas para a alfabetização em língua materna, ambos se destinam a mostrar o “caminho” para se escrever representações/símbolos gráficos, no caso da Matemática, os algarismos. Notoriamente é agregado à área da Matemática no ambiente montessoriano.

FIGURA 37 – Números em lixa



Fonte: NIENHUIS, 2020f.

Algumas escolas optam em elaborar seus próprios números em lixa, para que a criança possa ter acesso ao algarismo conforme a grafia escrita por alguém.

APÊNDICE 11 – FUSOS

Os fusos são conjuntos de 45 fusos, sendo o original da própria roca de fiar, onde se enrola o fio, na contemporaneidade já se utilizam bastões inspirados no formato do fuso original. Apresentam-se com a finalidade de estabelecer contagem um a um e a observa-ação do crescimento de quantidades, bem como sua regularidade e as ideias de mais que e menos que. Seu ponto alto é proporcionar os primeiros entendimentos acerca do zero, fato comentado diversas vezes na obra de Montessori (1965; 1934a; 1939).

FIGURA 38 - Fusos de caixa única e sem fitas

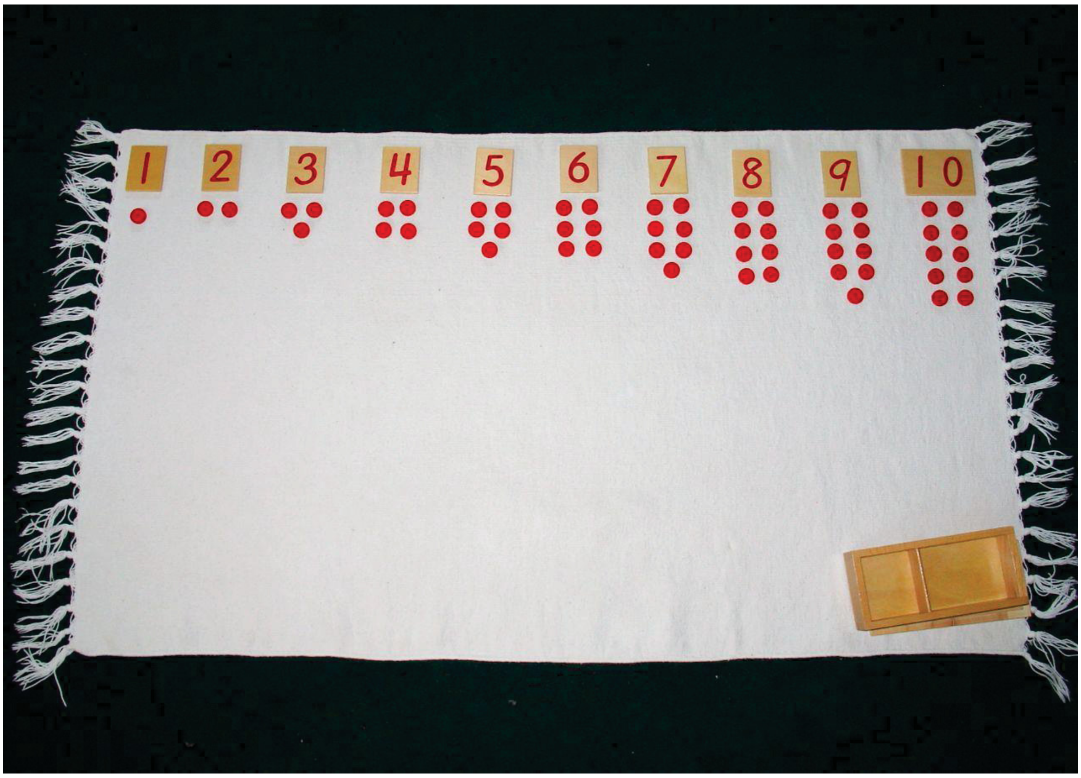
Fonte: NIENHUIS, 2020g.

Algumas lojas vendem com duas caixas de compartimento separadas (de 0 a 4 e de 5 a 9), de maneira que o/a guia possa apresentar de acordo com a necessidade de cada criança. Diferentemente das barras vermelhas e azuis os números não são escritos em vermelho e sim em preto, mostrando que o foco do material não está para o numeral e sim para sua respectiva quantidade. Já é possível encontrar esse material com os números na cor correspondente à unidade (algo que se evidencia em outro momento do estudo de Montessori), no entanto as leituras e formações feitas até o momento mostram que a médica apresentava uma dificuldade por vez e não distraia a criança com estímulos desnecessários para cada etapa do que estudou do desenvolvimento da “mente matemática” (termo muito utilizado por ela em seus escritos). Pode-se dizer que a simplicidade de muitos de seus materiais não se deve à preferência pelo minimalismo, mas sim pela finalidade que expõe para cada um.

APÊNDICE 12 – TENTOS

O Material dos tentos possui um conjunto de numerais de 1 a 10 na cor vermelha (que podem ser vazados em madeira ou impressos um retângulo em madeira crua) e um conjunto de 55 tentos, que nada mais são do que círculos de aproximadamente 2 cm de diâmetro recortados em madeira. Ambos os conjuntos são pintados em vermelho, haja vista que a intenção é estabelecer a sequência numérica de maneira independente, estabelecer a quantidade a cada número e depois classifica-los entre par ou ímpar. É notório que dessa vez todos os elementos apresentam importância em todo processo de desenvolvimento do trabalho proposto, talvez por isso sejam fabricados na cor que Montessori escolheu para fazer chamar atenção.

FIGURA 39 - Tentos



Fonte: MONTESSORI ALBUM, 2014b.

Assim como o material dos fusos, existem escolas que utilizam cores já relacionadas à hierarquia numérica para os numerais principalmente, no entanto isso iria inserir mais um elemento, que para o momento talvez fosse desnecessário e também distrairia a criança dos objetivos já estabelecidos.

APÊNDICE 13 – CONTAS COLORIDAS

Trata-se de um material que representa os números de 1 a 9, confeccionados com contas (de vidro – como as originais –, acrílico ou nylon) de 8 mm de diâmetro e arames, sendo que cada número recebe uma cor diferente, exatamente para facilitar o reconhecimento da criança.

FIGURA 40 - Contas coloridas

Fonte: NIENHUIS, 2020h.

Helena Lubienska de Lenval, aluna de Montessori, criou a versão em madeira inspirada no original, dando-lhe o nome de “semissimbólico” e estabelecendo cores que não correspondem às originais de Montessori (1934a) e nem com a padronização internacional feita; não há até o momento justificativa acadêmica do por que Lubienska fez essa versão, o que fica evidente é que o material acaba ficando mais barato e rápido de ser fabricado, facilitando a aquisição das escolas.

Há divergência entre as cores de acordo com as versões/edições do livro Psico-Aritmética, Pedagogia Científica (da edição que tenho, de 1965) de Montessori, sua aluna Lenval e a padronização internacional utilizada na contemporaneidade, são elas:

QUADRO 10 – Cores das Contas coloridas/Semissimbólico

	Autoras				
	Maria Montessori, livro:			Helena Lubienska de Lenval	Padronização internacional
	Pedagogia Científica, edição de 1965	Psico-Aritmética, edição de 1934	Psico-Aritmética, edição de 1971		
Um	Vermelho	Vermelho	Vermelho	Vermelho	Vermelho
Dois	Verde	Verde	Verde	Verde	Verde
Três	Rosa	Preto	Rosa	Rosa	Rosa

Quatro	Amarelo	Amarelo	Amarelo	Amarelo	Amarelo
Cinco	Azul claro	Azul	Azul	Azul claro	Azul claro
Seis	Marrom	Marrom	Marrom	Marrom	Roxo
Sete	Branco	Branco	Branco	Branco	Branco
Oito	Roxo	Roxo	Azul claro	Cinza	Marrom
Nove	Azul escuro	Azul escuro	Azul escuro	Azul escuro	Azul escuro

Fonte: a autora (2020).

Observo que a única cor realmente excluída da paleta original da autora, considerando ser a de 1934 já que se trata de uma versão original, foi o preto, constato que o material auxiliar positivo apresenta a mesma cor e poderia gerar enganos com o uso de ambos, talvez por isso na versão de 1971 tenha sido escolhida outra cor para designar o número 3, mantido nas outras produções que a sucederam. Não foram encontrados registros do por que são essas as cores padronizadas internacionalmente. Mesmo que o material oferecido seja com as cores padronizadas internacionalmente, se forem feitos em madeira, a tendência é de chama-los de semissimbólico.

FIGURA 41 - Semissimbólico (cores de Montessori)

Fonte: SMIRNA, 2020e.

O material das contas coloridas apresenta-se de maneira versátil, uma vez que é utilizado diversas vezes com finalidades diversas ao longo da obra de Montessori (1934a), até mesmo associados a outros materiais, com grande potencial aritmético, geométrico e, consequentemente, algébrico também.

APÊNDICE 14 – AUXILIARES POSITIVOS

O "jogo da serpente" é um trabalho que envolve a contagem linear e as diversas possibilidades da soma resultadas em dez, entre os números de 1 a 9, no entanto quando a criança elabora suas próprias serpentes se depara com somas que ultrapassam a primeira dezena, como por exemplo: 8 + 6. Então se propõe o uso do material dos auxiliares positivos, no intuito de otimizar a contagem linear no "jogo da serpente".

Como o material das contas coloridas é muito utilizado anteriormente a tal jogo, é comum observar as crianças já pegando do imediato a peça que necessitam, o que quer dizer que já o utilizaram tantas vezes que pegam o número que precisam sem precisar contar, se dirigindo à cor como referência. No caso do material auxiliar, sempre até a 5ª conta a cor será preta e as seguintes brancas, para otimizar a contagem.

FIGURA 42 - Auxiliares positivos

Fonte: a autora (2020).

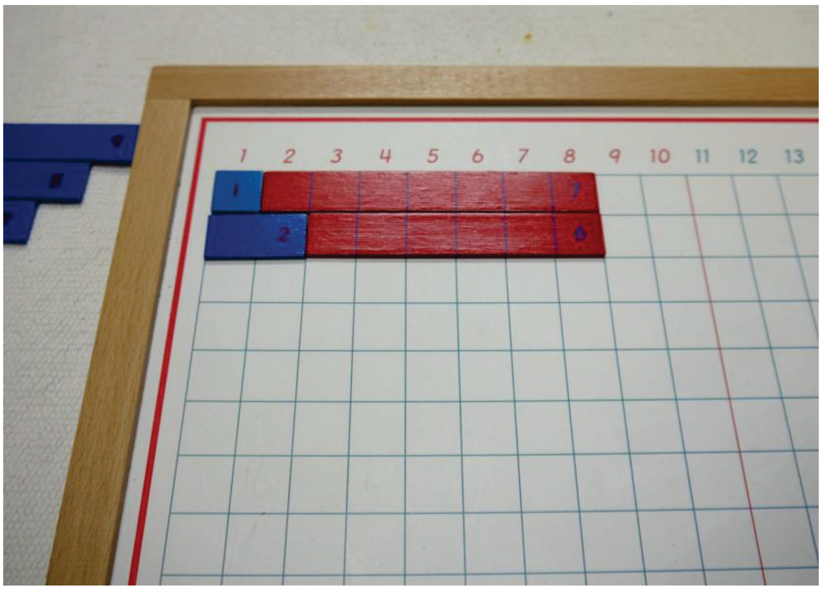
No referido jogo, a criança é apresentada a uma serpente (peças previamente pensadas pelo guia que somem 10 de diversas maneiras) com a expectativa de que ela mudará de cor no decorrer do trabalho. Ao estabelecer a contagem linear, cada vez que se chega ao número dez, trocam-se as contas coloridas por uma peça de dezena (dourada), ao final pode-se contar o valor total da serpente. No entanto, o material fica livre para que a criança explore o trabalho que lhe foi apresentado, então é necessário que compreenda o que fazer caso se exceda o dez na contagem, isto é, quando se chega ao dez e a peça das contas coloridas ainda está no meio. No exemplo da contagem de 8 + 6, o contador (feito em papel cartão, acrílico ou plástico) é encaixado exatamente onde a contagem parou no número dez e ambas as peças são substituídas por uma dezena dourada e o auxiliar quatro. Então, a contagem é retomada sempre onde está o auxiliar.

APÊNDICE 15 – TABELA DE MEMORIZAÇÃO DA ADIÇÃO

O material da tabela de memorização da adição, já possui em seu nome sua finalidade, a memorização dos fatos básicos da adição, ou seja, todas as possibilidades de soma entre os números 1 e 9. Reforço ser essa somente mais uma das estratégias para a memorização. O material em questão é composto por:

- Tabela quadriculada (sendo cada quadrado de 2 cm de aresta) em linhas azuis, com apenas uma linha vermelha vertical mostrando o limite entre os décimos e décimos primeiros quadrados; as colunas são numeradas acima, de 1 a 10 são todos vermelhos, de 11 a 18 são azuis. A formação chilena mostrou que a tabela vai até o número 18 porque é o limite de soma para esse material (9 + 9);
- Conjunto de 9 réguas azuis, crescendo regularmente de 2 em 2 cm de comprimento, o que quer dizer que a menor é um quadrado de 2 cm de lado e a maior é de 18 cm. Cada uma delas é numerada em sua extremidade direita, com a cor vermelha;
- Conjunto de 9 réguas vermelhas, com as mesmas dimensões das azuis, mas com linhas azuis demarcando cada "unidade". Cada uma delas é numerada em sua extremidade direita, com a cor azul.

FIGURA 43 - Tabela de memorização da adição



Fonte: MONTESSORI ALBUM, 2014c.

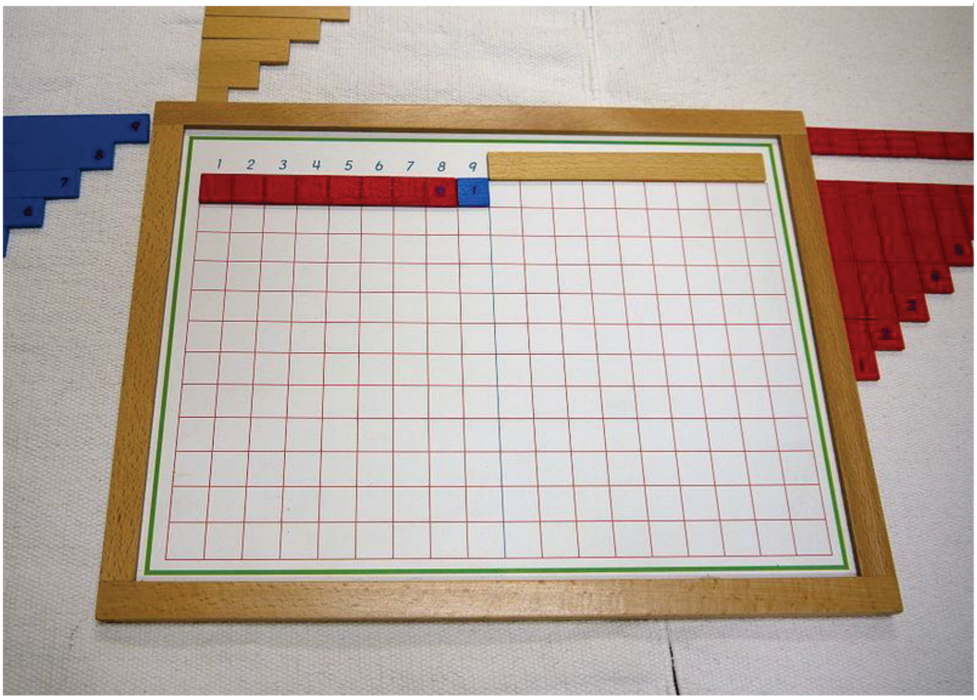
As azuis representam a primeira parcela e as vermelhas a segunda, não por acaso, pois a azul é lisa e somente à direita mostra o número que representa, incitando a conservação de quantidade. Ao posicionar a vermelha ao lado dela há como continuar a contagem linearmente e verificar se confere como o número em que mostra acima na tabela (uma maneira de controle de erro).

APÊNDICE 16 – TABELA DE MEMORIZAÇÃO DA SUBTRAÇÃO

O material da tabela de memorização da subtração, já possui em seu nome sua finalidade, a memorização dos fatos básicos da subtração, ou seja, todas as possibilidades de subtração (exatas, sem restos) com resultados entre os números 0 e 17. Reforço ser essa somente mais uma das estratégias para a memorização. O material em questão é composto por:

- Tabela quadriculada (sendo cada quadrado de 2 cm de aresta) em linhas vermelhas, com apenas uma linha azul vertical mostrando o limite entre os nonos e décimos quadrados; as colunas são numeradas acima, de 1 a 9 são todos vermelhos, de 10 a 18 são azuis;
- Conjunto de 9 réguas azuis, crescendo regularmente de 2 em 2 cm de comprimento, o que quer dizer que a menor é um quadrado de 2 cm de lado e a maior é de 18 cm. Cada uma delas é numerada em sua extremidade direita, com a cor vermelha;
- Conjunto de 9 réguas vermelhas, com as mesmas dimensões das azuis, mas com linhas azuis demarcando cada "unidade". Cada uma delas é numerada em sua extremidade direita, com a cor azul;
- Conjunto de 17 réguas em madeira crua, eventualmente chamadas de "neutras", com as mesmas dimensões das demais, sendo que a maior, nesse caso em particular, tem 34 cm.

FIGURA 44 - Tabela de memorização da subtração



Fonte: MONTESSORI ALBUM, 2014d.

As neutras representam o minuendo, as azuis o subtraendo e as vermelhas o resto/diferença (em algumas escolas opta-se por utilizar as vermelhas como controle de erro, sendo assim, facultativo seu uso, o que quer dizer que fica à critério da criança fazer uso ou não).

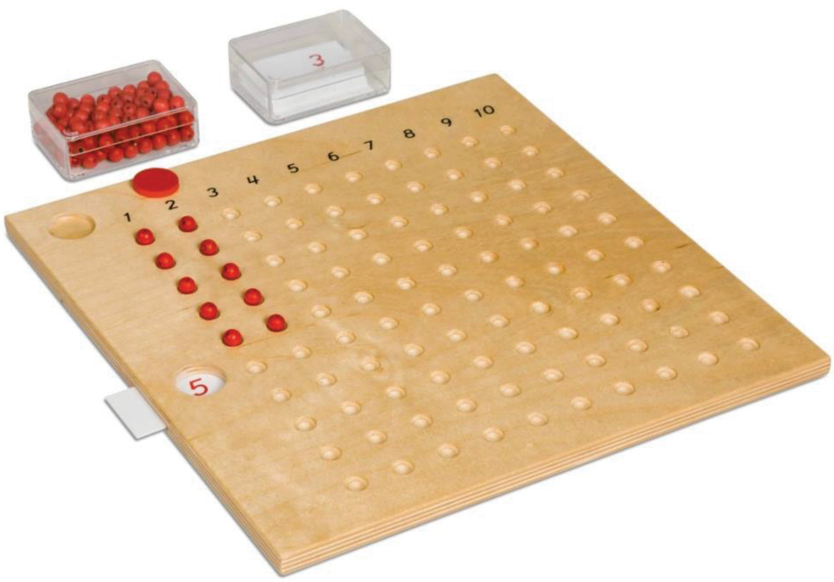
Por exemplo, se o algoritmo for 13 – 4, a régua neutra será sobreposta acima do números 14, 15, 16, 17 e 18, assim fica visível ao estudante somente a quantidade que o minuendo solicita. Posiciona-se a régua 4 azul na primeira linha da tabela, alinhada à direita, abaixo dos numerais 13, 12, 11 e 10 e a criança poderá estabelecer a contagem (a guia sempre mostra essa contagem sendo feita da esquerda para a direita) para saber quanto falta para completar o comprimento de 13, posicionando a régua nove vermelha nesse espaço que foi contado (opcional).

APÊNDICE 17 – TABULEIRO DA MULTIPLICAÇÃO

Trata-se de um material sugerido para o estudo da multiplicação por composições geométricas de retângulos ou quadrados. Ele possui:

- Tabuleiro quadrado de madeira crua contendo no canto superior esquerdo um compartimento arredondado para a ficha vermelha, uma "janela" centralizada do lado esquerdo, boleado 100 vezes (formando um quadrado de 10 boleadas de lado), com números de 1 a 10 em preto, os quais ficam em cima de cada coluna das boleadas;
- Uma ficha circular vermelha, a qual representa o multiplicador e tem em média 2,5 cm de diâmetro. Alguns fabricantes utilizam uma espécie de pino, como os de jogos de tabuleiro. O intuito é representar o multiplicador;
- Dez fichas retangulares com o número escrito em vermelho, as quais representarão o multiplicando em questão;
- Em torno de 110 contas vermelhas de 8 mm.

FIGURA 45 - Tabuleiro da multiplicação



Fonte: NIENHUIS, 2020i.

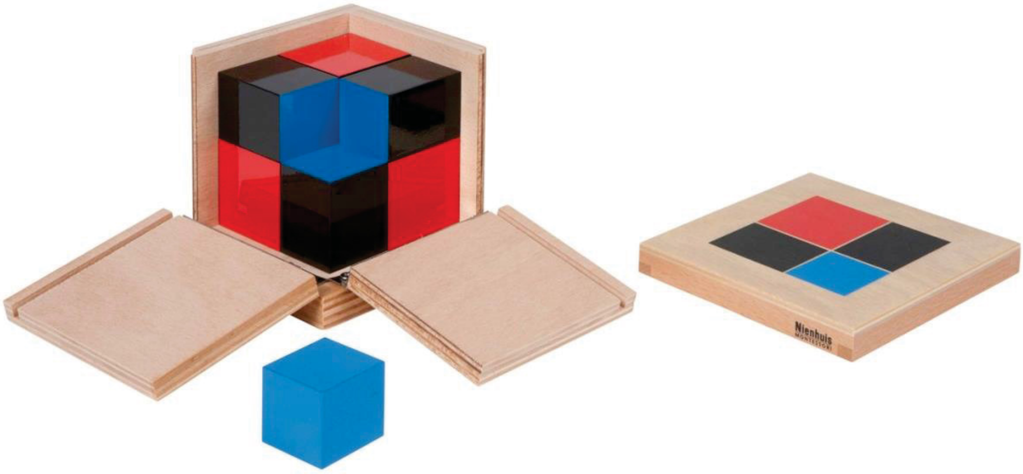
As peças são vermelhas dessa vez não somente para chamar atenção, mas sim porque Montessori estabelece uma cor para a caixa dos algoritmos de cada operação: vermelho para adição, verde para subtração, amarelo para multiplicação e azul para divisão; sendo a multiplicação uma “soma especial”, uma vez que se somam quantidades iguais, então as peças do tabuleiro da multiplicação serão na cor vermelha.

Uma vez que se necessita saber quanto é 5x2, a ficha retangular do 5 é colocada na janela e a ficha circular sobre o número 1, dispõem-se uma coluna de 5 contas, passa a ficha circular para o número 2 e se colocam mais 5 contas na coluna, dessa maneira será possível visualizar o produto.

APÊNDICE 18 – CUBOS DO BINÔMIO E TRINÔMIO

Os cubos do binômio e do trinômio são materiais que representam geometricamente produtos notáveis. Inicialmente a criança (entre 4 e 6 anos) escolhe trabalhar com ele com objetivos sensoriais, por isso ambos se encontram nessa área do ambiente; quase como um quebra-cabeça em 3D. Evidentemente se apresenta primeiro o cubo do binômio para só então o do trinômio, a considerar a quantidade de peças e de complexidade.

FIGURA 46 - Cubo do binômio



Fonte: NIENHUIS, 2020j.

Materiais esses que se bem explorados ao longo da escolarização possibilitam aos educandos a amplitude de compreensões de modo progressivo e gradativo de diversos conteúdos do currículo programático da disciplina de Matemática.

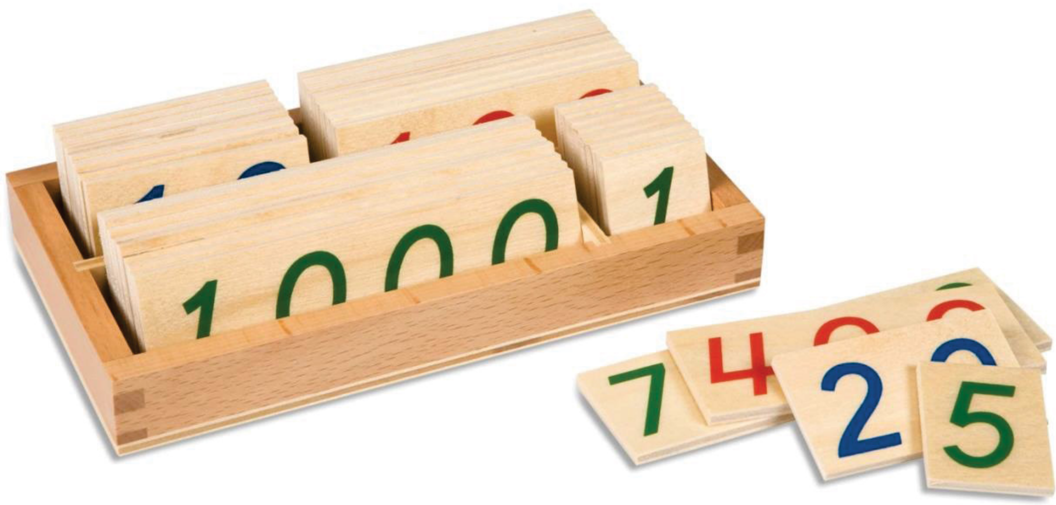
FIGURA 47 - Cubo do Trinômio

Fonte: NIENHUIS, 2020k.

APÊNDICE 19 – VISÃO DE CONJUNTO

A visão de conjunto nada mais é que conjuntos de cartelas numéricas em madeira crua sendo que o tamanho varia conforme a ordem numérica do número que está impresso em cada uma, de maneira que se possam sobrepor para formar um só número. Geralmente utilizado em paralelo ao material das contas douradas, exatamente para que a criança tenha a visão simbólica do número que foi representado no material das contas. Há indícios de que a pesquisadora possa ter se inspirado no material das tábuas de Séguin, para elaborar, devido a proximidade de objetivos e aparência entre ambos, não foram encontradas confirmações acadêmicas a respeito, mas é algo a se considerar.

FIGURA 48 - Visão de conjunto



Fonte: NIENHUIS, 2020l.

Montessori (1934a; 1971) gostaria que cada ordem numérica fosse impressa em uma cor diferente da outra, no entanto livro original (MONTESSORI, 1934a) ela varia as cores com frequência:

QUADRO 11 – Cores das ordens numéricas

	p. 26	p. 71 a 73	p. 107	p. 138	p. 154	p. 211 a 217	p. 318
Unidade							
Dezena							
Centena							

Fonte: a autora (2020).

Já na edição de 1971 de Psico-Aritmética, na primeira vez que esse material aparece no livro já se determinam quais são as cores e se segue utilizando a mesma ao longo de todo o livro: “Consiste in una serie di cartelli, le cui dimensioni sono proporcionali alle gerarchie dei numeri e i cui colori sono i seguenti: verde per la serie da 1 a 9 e da 1000 a 9000, blu per la serie da 10 a 90 e, infine, rosso per la serie da 100 a 900” (MONTESSORI, p. 19, 1971). Sendo assim, as cores padronizadas até a contemporaneidade são essas, o que não impediu que algumas escolas ainda sigam utilizando amarelo para as unidades, azul para as dezenas e vermelho para as centenas, conforme indica a página 211 da primeira versão de Psico-Aritmética, aparentemente não há qualquer justificativa para tal. Há comentários entre os/as guias de que possam ser as cores adotadas por Lenval, mas até o momento não foram encontradas evidências acadêmicas que confirmem. A maioria das empresas que fabricam a visão de conjunto filia-se ao padrão internacional das cores, o que provavelmente dificulta a aquisição daqueles que optam por outras cores.

Na edição de 1971 de Psico-Aritmética já se apresenta, via nota de rodapé, a possibilidade de se ter em sala a visão de conjunto grande e pequena, pois ao realizar a introdução às quatro operações básicas se pode fazer um paralelo se o número é maior que o outro, sobretudo ao mostrar o resultado da operação em questão. Por exemplo, no algoritmo 456 + 312, ambas as parcelas seriam com a visão de conjunto pequena e o resultado disposto com a visão de conjunto grande, pois ao agrega-las a quantidade final foi maior. Bem como em 68 – 45, o minuendo seria formado pela grande e o subtraendo e o resultado final seriam com a pequena, evidenciando visualmente que o valor maior se posiciona no minuendo. Importante lembrar que é algo utilizado para a introdução das ideias contidas em cada operação básica, pois bem se sabe que há a possibilidade de somar números e obter resultado menor que as parcelas, por exemplo, caso esse em que não se utilizaria esse material.

APÊNDICE 20 – TÁBUAS DE SÉGUIN

O material das tábuas de Séguin, também chamado de tábuas do dez, foi inventariado por Montessori e é parte do enxoval de Matemática das classes que utilizam o seu método. Como se trata de um material criado por outrem, a pesquisadora não altera nada em sua composição: tratam-se de duas séries, a primeira com a possibilidade de compor os números de 10 a 19 e a segunda série de 20 a 99. Ele é feito todo em madeira e os números impressos em preto. É provável que Montessori possa ter se inspirado nesse material para a criação do material da visão de conjunto, mas até então não foi comprovado academicamente.

FIGURA 49 - Tábuas de Séguin

Fonte: MONTESSORI EMPORIUM, 2020.

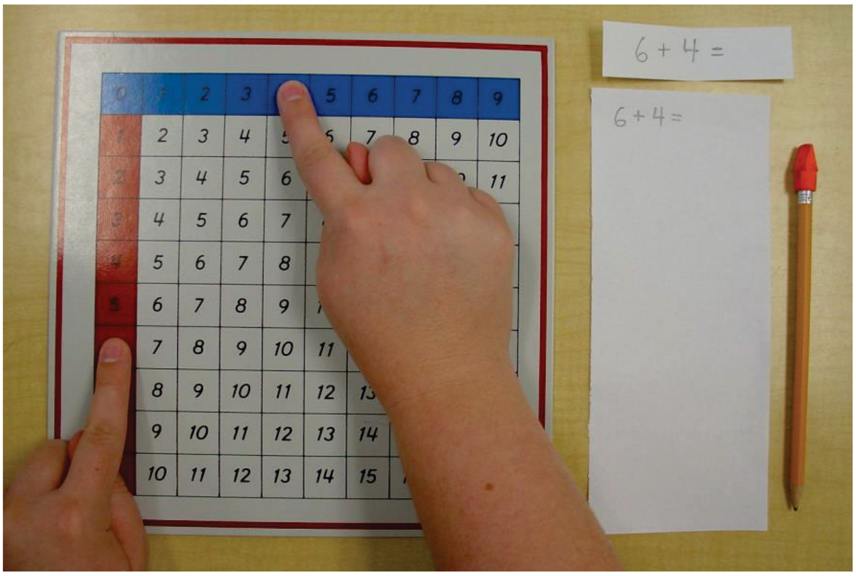
O trabalho é feito juntamente com o material das contas coloridas e douradas, mostrando a representação sensorial e simbólica concomitantemente.

APÊNDICE 21 – TÁBUAS DE MEMORIZAÇÃO DA ADIÇÃO

Após o trabalho com a tabela de memorização da adição, a criança é convidada a conhecer outros modos de memorização dos fatos básicos da adição. Pode também ser conhecida por letras, números romanos ou popularmente como “tábuas dos dedos”. Possuem uma borda vermelha por ser a cor de identificação da operação da adição. São 4 tábuas[43]:

- Tábua inteira da soma: o indicador de cada uma das mãos é posicionado nas parcelas indicadas em vermelho e azul na borda e, ao se moverem (assim como em um plano cartesiano, um dedo para a direita e o outro para baixo), encontram-se em um determinado “ponto” da tábua, no qual se encontrará a resposta. O estudante é levado a compreender a propriedade comutativa;

FIGURA 50 - Tábua inteira da soma



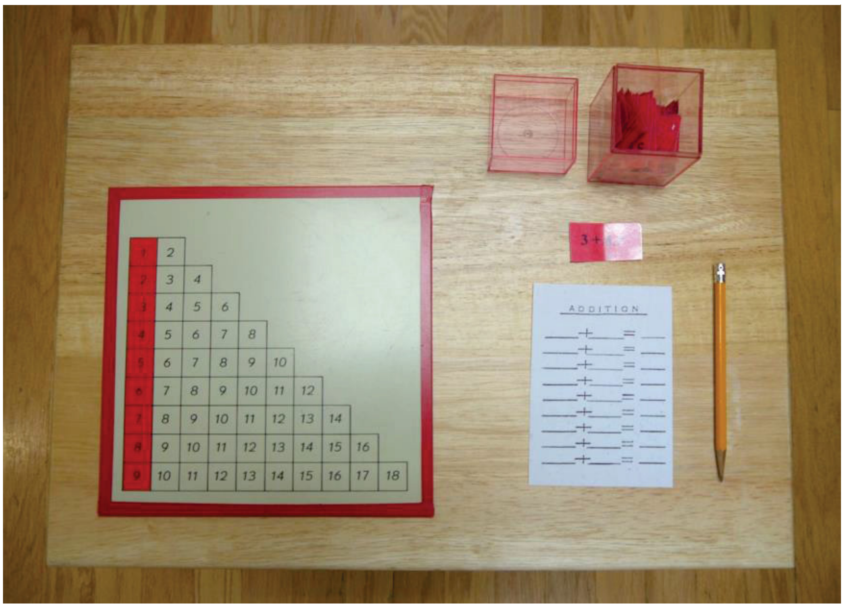
Fonte: MONTESSORI ALBUM, 2014e.

- Tábua média da soma: após compreender a propriedade de comutatividade, essa tábua é apresentada, com 36 menos quadrados, devido à verificação da comutatividade. Para utilizá-la os dois dedos se posicionam ao lado esquerdo da tábua, aquele que está mais para cima desliza até o último número escrito na linha em questão, até que ambos se encontrem conforme o movimento descrito na tábua anterior.

[43] Observando que se pode mostrar três tábuas anteriormente:

1- com a soma de todos os fatos básicos da adição (total de 90), contendo os algoritmos completos de cada um;
2- considerando a comutatividade permanecem somente 45 dos algoritmos dos fatos básicos da adição;
3- com os mesmos algoritmos da anterior, porém com todos aqueles que resultam no número 10 alinhados ao centro.

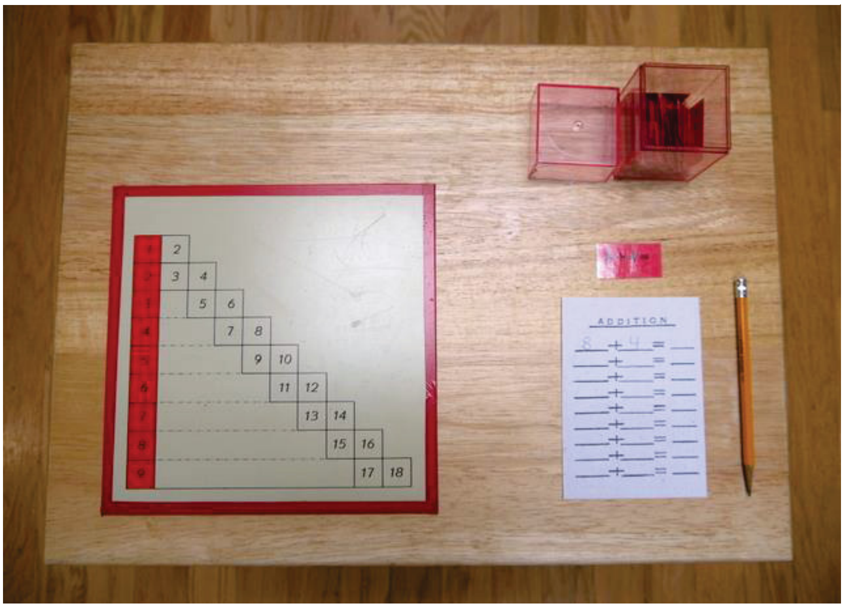
FIGURA 51 - Tábua média da soma



Fonte: MONTESSORI ALBUM, 2014f.

- Tábua simplificada da soma: com ainda menos informações, a habilidade com os dedos chama atenção, pois dessa vez é necessário posicionar os dedos que representam cada parcela na coluna da direita e deslizá-los até a extremidade da linha onde haja algum número escrito. Então, em conjunto se movem, o dedo que está mais acima seguira sempre para baixo e para a direita, enquanto o dedo que está mais abaixo da tábua se move sempre para cima e para a esquerda, até que ambos se encontrem num mesmo "ponto", o qual será a resposta.

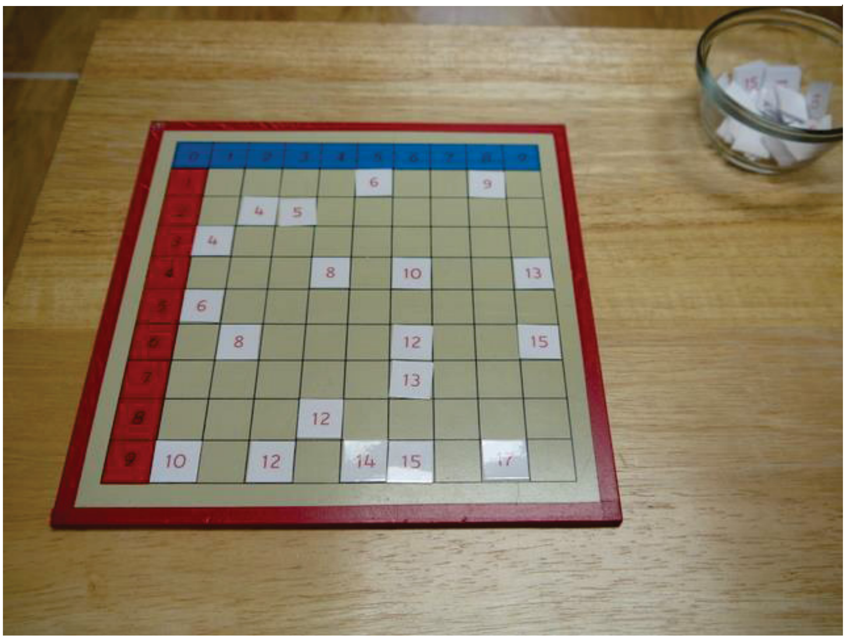
FIGURA 52 - Tábua simplificada da soma



Fonte: MONTESSORI ALBUM, 2014g.

- Tábua muda da soma: Nesta será possível exercitar o cálculo mental, pois ela vem somente com a linha e a coluna que representam as parcelas e com fichas a criança individual ou coletivamente deve preencher toda a tábua.

FIGURA 53 - Tábua muda da soma

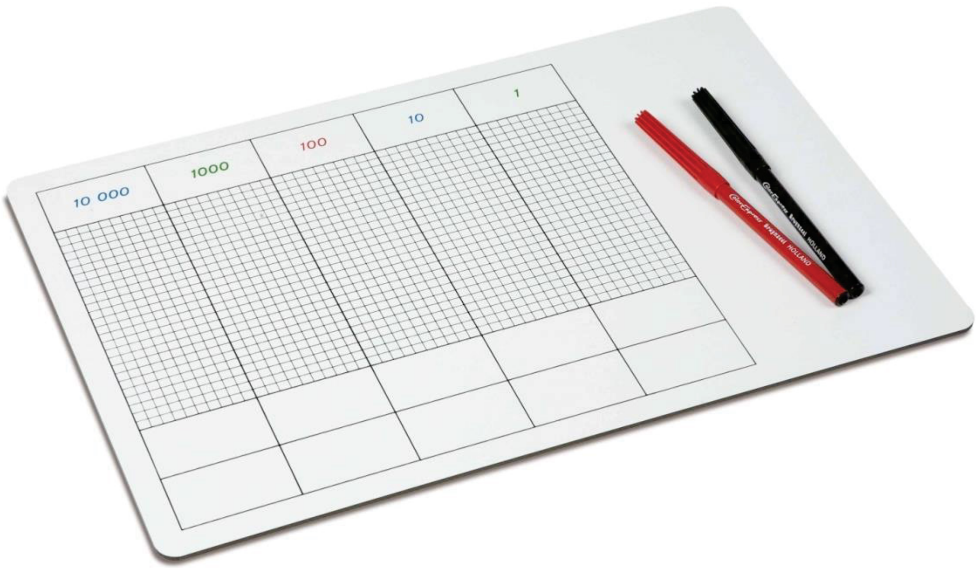


Fonte: MONTESSORI ALBUM, 2014h.

APÊNDICE 22 – JOGO DOS PONTINHOS

O jogo dos pontinhos é sugerido principalmente para adições e multiplicações com grandes números. Com uma tabela confeccionada em material igual ao quadro branco, ou papel plastificado, ou ainda papel enquadrado com vidro por cima, em que se utilizam duas cores de canetinhas, uma para marcar as parcelas ou fatores e a outra para realizar as trocas e anotar os resultados.

FIGURA 54 - Jogo dos pontinhos



Fonte: NIENHUIS, 2020m.

A quantidade de cada ordem é marcada com pontinhos na coluna correspondente. Depois de todas as parcelas representadas se verificam a necessidade de trocas, pois cada vez que se juntam dez elementos em uma mesma ordem, estes devem compor um elemento na ordem diretamente maior, para tanto, com outra cor de canetinha se riscam todos esses dez e se acrescenta um ponto na coluna da esquerda (de uma ordem diretamente superior). Percebido que não existem mais trocas a serem feitas, estabelece a contagem dos pontos que não foram riscados e anota ao final da coluna a quantidade em questão. É possível anotar o resultado parcial de cada coluna (quantos pontos se obteve em cada coluna/ordem, sem ainda realizar as trocas) e depois o resultado final.

APÊNDICE 23 – SELOS

Originalmente o material dos selos eram literalmente selos. Possuía faixas verticais, cada uma da cor correspondente à ordem numérica que representava e em cada um deles a impressão de quanto “valia” (1, 10, 100 ou 1000). No livro original de Montessori (1934a) as cores são vermelho para unidades, azul para dezenas e verde para centenas, já na primeira edição em italiano (MONTESSORI, 1971), as cores são mostradas como verde para unidades, azul para dezenas e vermelho para centenas; sendo essa última sequência considerada como padrão internacional.

Na contemporaneidade o material foi adaptado para quadrados de 2 cm de lado em madeira com as impressões da quantidade relacionada e com alguns itens a mais: círculos de aproximadamente 1,5 de diâmetro (que dependendo do fabricante possui diâmetro diferente; representam a presença do zero) e pinos (como os de jogos de tabuleiro); tudo com as cores acima mencionadas. O trabalho com esse material é feito inicialmente como um passo à abstração do material dourado em paralelo com a visão de conjunto, uma vez que o estudante já não visualiza a representação concreta da quantidade e sim peças iguais que a representa. Posteriormente já será capaz de realizar adições, subtrações, multiplicações e divisões fazendo uso desse material.

FIGURA 55 - Selos

Fonte: NIENHUIS, 2020n.

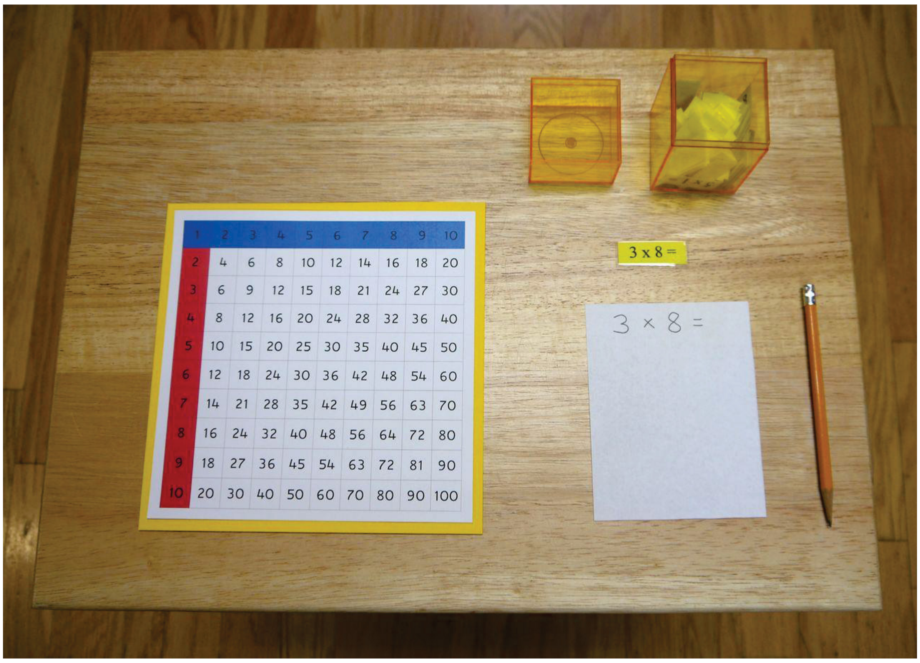
APÊNDICE 24 – TÁBUAS DE MEMORIZAÇÃO DA MULTIPLICAÇÃO

Muito semelhante às tábuas de memorização da adição, as da multiplicação são apresentadas de maneira muito próxima ao que o estudante já experienciou anteriormente. Pode também ser conhecida por letras, números romanos ou popularmente como “tábuas dos dedos”. Possuem uma borda amarela por ser a cor de identificação da operação da multiplicação.

Como opção pode-se iniciar com a tabela completa dos algoritmos dos fatos básicos da multiplicação, nesse caso, totalizam-se 100, para então verificar a comutatividade e simplifica-la em 55. Em seguida se utilizam tábuas específicas:

- Tábua inteira da multiplicação (ou simplesmente tábua de Pitágoras/pitagórica): o indicador de cada uma das mãos é posicionado nos fatores indicadas em vermelho e azul na borda e, ao se moverem (assim como em um plano cartesiano, um dedo para a direita e o outro para baixo), encontram-se em um determinado “ponto” da tábua, no qual se encontrará a resposta. O estudante é levado a compreender a propriedade comutativa;

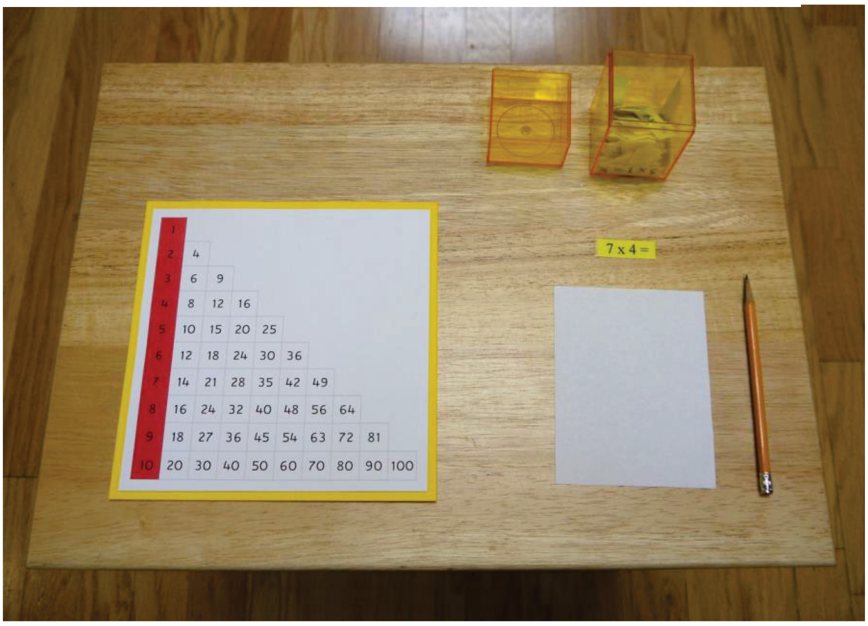
FIGURA 56 - Tábua inteira da multiplicação



Fonte: MONTESSORI ALBUM, 2014i.

- Tábua média da multiplicação: após compreender a propriedade de comutatividade, essa tábua é apresentada, com 45 menos quadrados, devido à verificação da comutatividade. Para utilizá-la os dois dedos se posicionam ao lado esquerdo da tábua, aquele que está mais para cima desliza até o último número escrito na linha em questão, até que ambos se encontrem conforme o movimento descrito na tábua anterior.

FIGURA 57 - Tábua média da multiplicação



Fonte: MONTESSORI ALBUM, 2014j.

- Tábua muda da multiplicação: Nesta será possível exercitar o cálculo mental, pois ela vem somente com a linha e a coluna que representam os fatores e com fichas a criança individual ou coletivamente deve preencher toda a tábua.

FIGURA 58 - Tábua muda da multiplicação

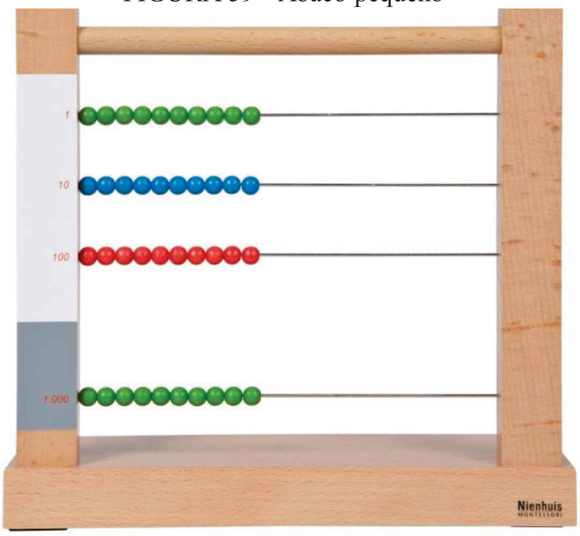
Fonte: MONTESSORI ALBUM, 2014d.

APÊNDICE 25 – ÁBACOS

Montessori (1971) aponta direta inspiração nos antigos chineses para criar uma versão própria de ábacos, a que se refere sempre como “telaios hierárquicos”. Em todos é possível realizar a composição e decomposição numérica, bem como as operações de adição, subtração e multiplicação. Apresentam-se em três níveis:

- ábaco pequeno (representa até as unidades de milhar, com cores para cada ordem);

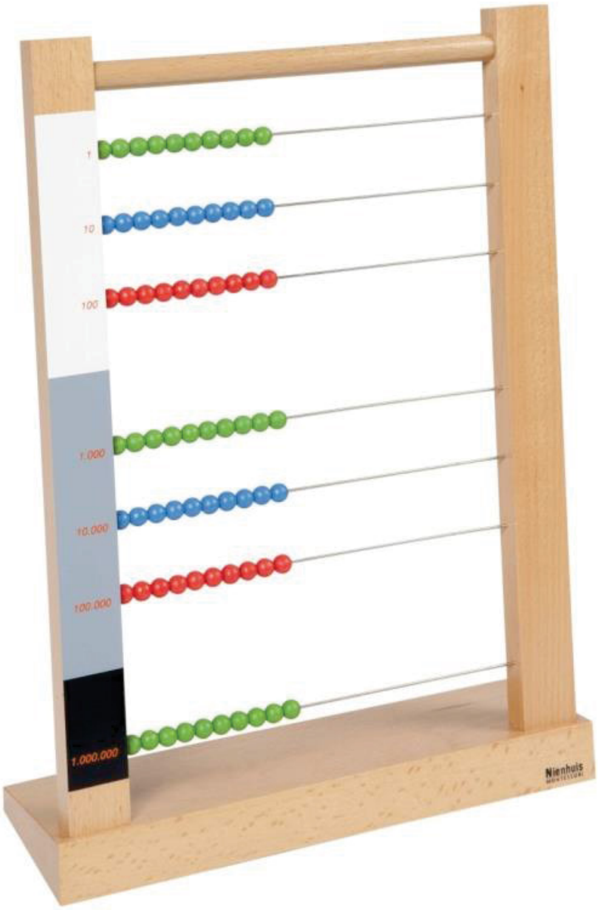
FIGURA 59 - Ábaco pequeno



Fonte: NIENHUIS, 2020o.

- ábaco grande (representa até as unidades de milhão, com cores para cada ordem);

FIGURA 60 - Ábaco grande



Fonte: NIENHUIS, 2020p.

- ábaco dourado (representa até as centenas de milhão).

FIGURA 61 - Ábaco dourado

Fonte: NIENHUIS, 2020q.

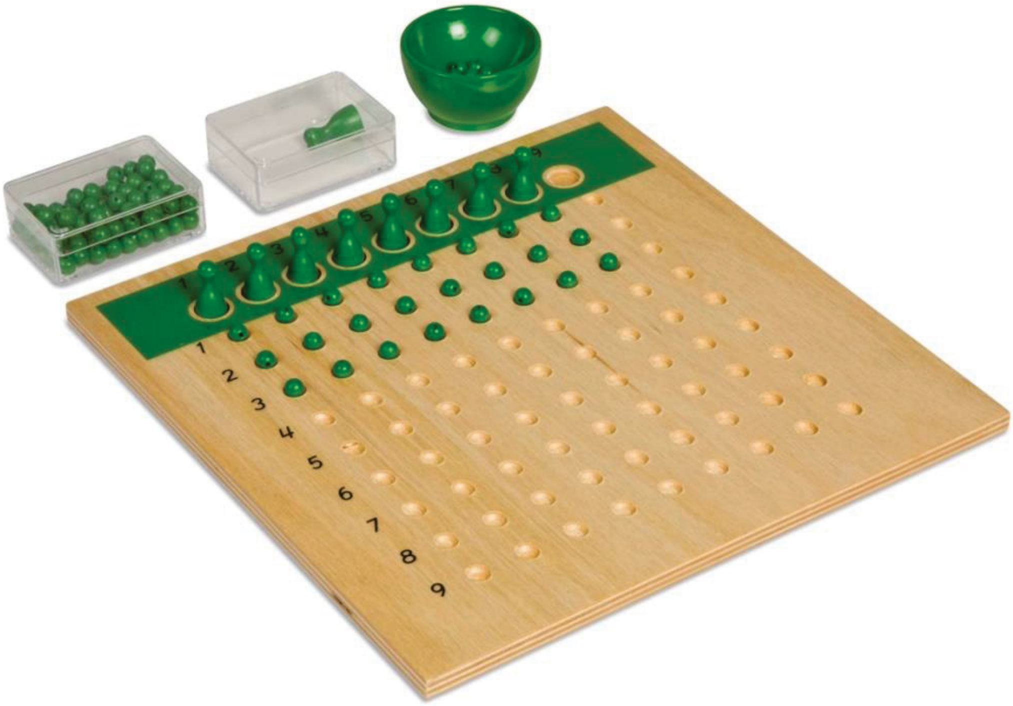
APÊNDICE 26 – TABULEIRO DA DIVISÃO

Trata-se de um material sugerido para o estudo da divisão distributiva por números com um algarismo, por meio de composições geométricas de retângulos ou quadrados. Ele possui:

- Tabuleiro quadrado de madeira crua contendo na primeira linha uma faixa verde com 9 círculos numerados de aproximadamente 2 cm de diâmetro, uma coluna com os números de 1 a 9 impressos em preto direto na madeira, boleado 81 vezes (formando um quadrado de 9 boleadas de lado) ao centro;
- 9 pinos verdes (representam o divisor);
- Em torno de 90 contas verdes de 8 mm (representam a quantidade do dividendo);
- Recipiente verde (para separar a quantidade do dividendo).

As peças são verdes porque Montessori estabelece uma cor para a caixa dos algoritmos de cada operação: vermelho para adição, verde para subtração, amarelo para multiplicação e azul para divisão; sendo a divisão uma "subtração especial", uma vez que se subtraem quantidades iguais, então as peças do tabuleiro da multiplicação serão na cor verde.

FIGURA 62 - Tabuleiro da divisão



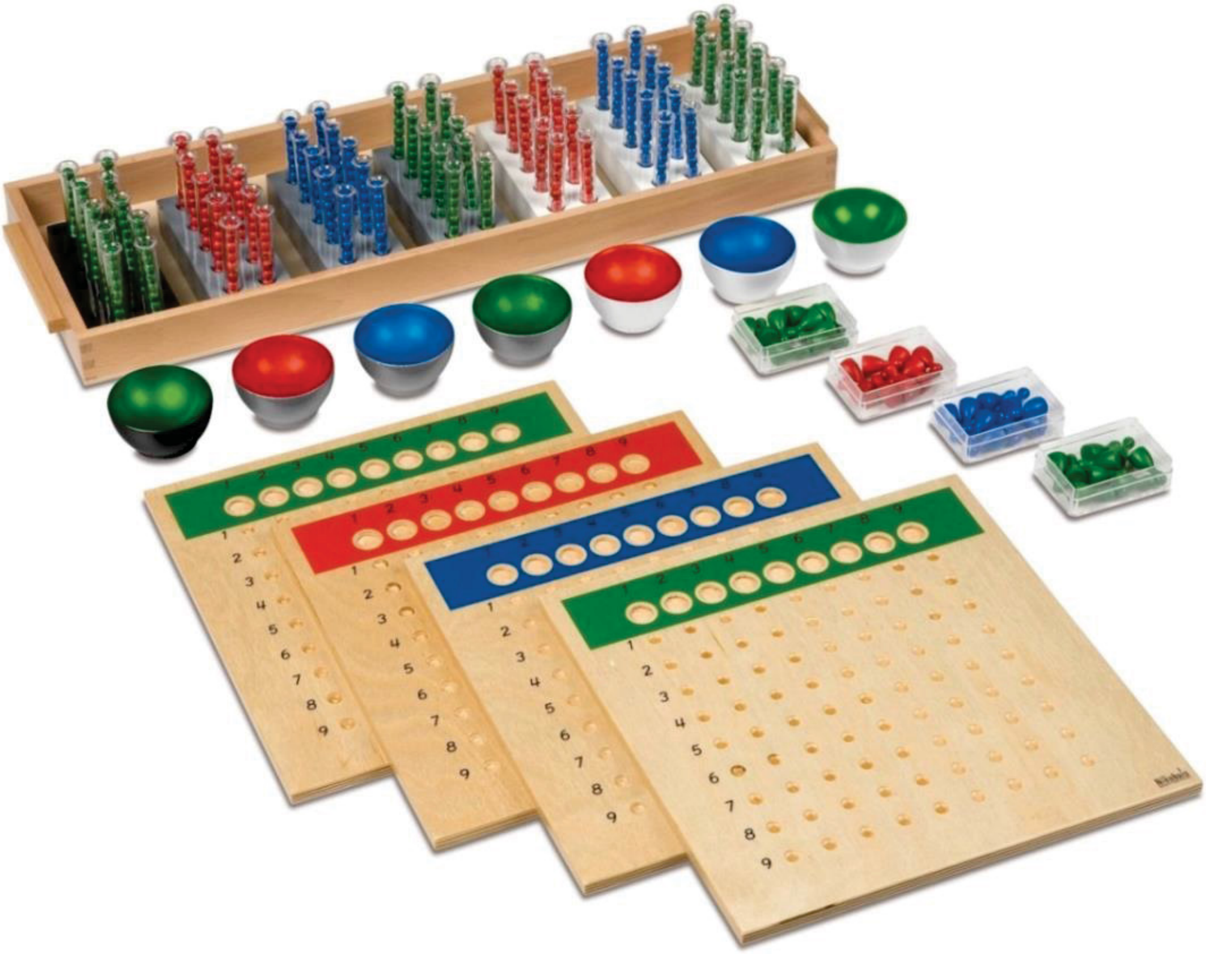
Fonte: NIENHUIS, 2020r.

APÊNDICE 27 – GRANDE DIVISÃO

Para a divisão com mais de um algarismo no divisor, o material da grade divisão é proposto para o conceito distributivo da referida operação. Um dos materiais com mais elementos, sendo eles:

- Conjunto de 70 pipetas, cada uma contendo 10 contas (30 pipetas com contas verdes, 20 com azul e 20 com vermelhas); as pipetas são organizadas de 10 em 10 em suportes de madeira; tudo está colorido propositalmente, cada ordem numérica tem sua própria cor (as contas coloridas: verde para unidades, azul para dezenas e vermelho para centenas) e cada classe numérica também (os suportes de madeira: branco para classe simples, cinza para milhar e preto para milhão); destinam-se a representar o dividendo;
- Conjunto de 7 recipientes que por fora mostram a cor da classe e por dentro a cor da ordem correspondente (cores iguais ao descrito no item anterior), com o intuito de armazenar o dividendo;
- 4 caixas contendo cada uma 10 de pinos de uma mesma cor; duas caixas com pinos verdes, uma com azuis e uma com vermelhos. Esses pinos representam o divisor;
- 4 tabuleiros da divisão, sendo dois com faixa superior horizontal em verde, um em azul e um em vermelho; têm o intuito de operar o valor entre dividendo e divisor.

FIGURA 63 - Grande divisão



Fonte: NIENHUIS, 2020s.