

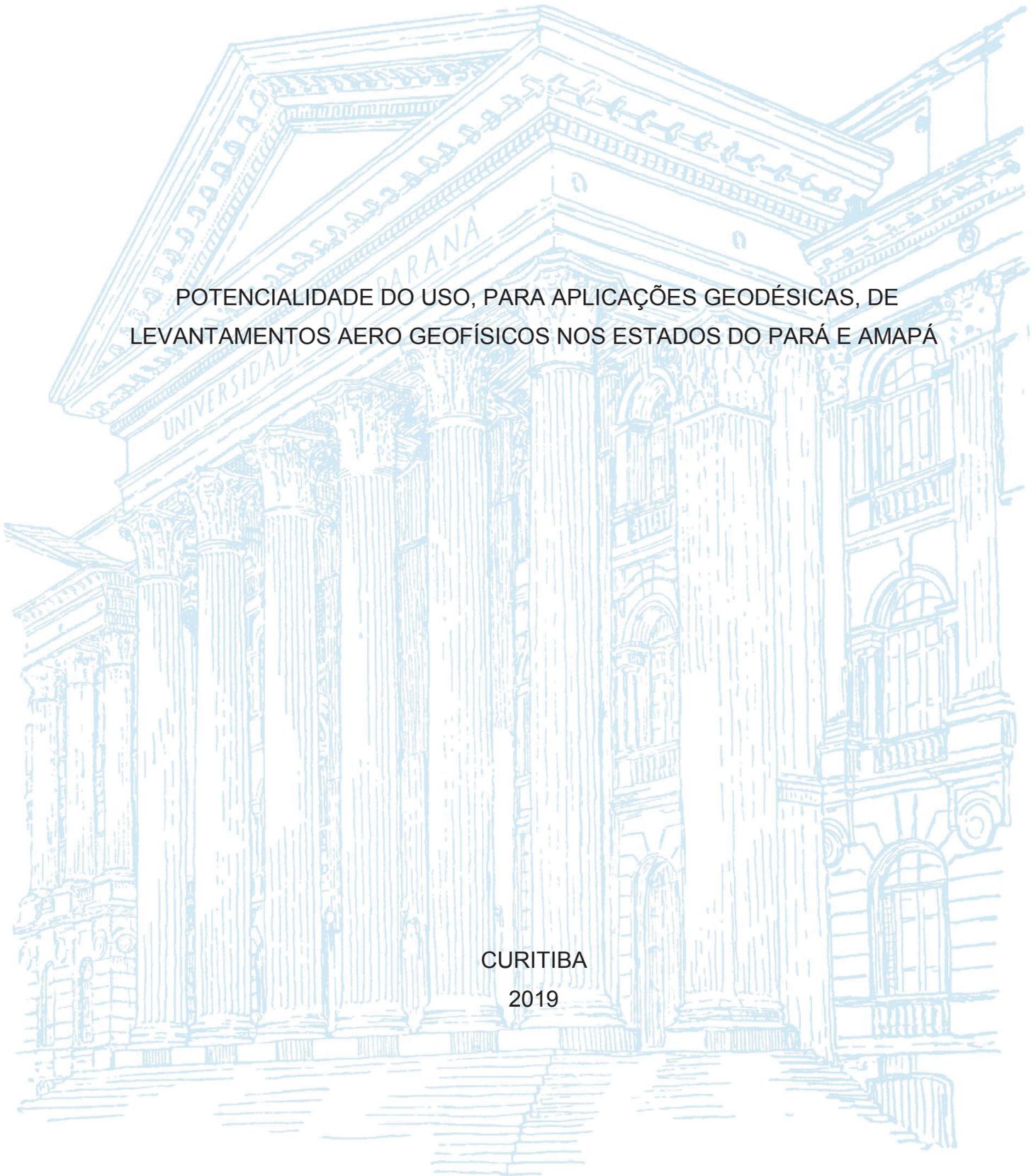
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

RUY MELGAÇO LUCAS DE JESUS

POTENCIALIDADE DO USO, PARA APLICAÇÕES GEODÉSICAS, DE  
LEVANTAMENTOS AERO GEOFÍSICOS NOS ESTADOS DO PARÁ E AMAPÁ

CURITIBA

2019



RUY MELGAÇO LUCAS DE JESUS

POTENCIALIDADE DO USO, PARA APLICAÇÕES GEODÉSICAS, DE  
LEVANTAMENTOS AERO GEOFÍSICOS NOS ESTADOS DO PARÁ E AMAPÁ

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Ciências Geodésicas.

Orientador: Prof. Dr. Sílvio Rogerio Correia de Freitas

Co orientador: Prof. Dr. Vagner Gonçalves Ferreira

CURITIBA

2019

Catálogo na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR  
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

J58p	<p>Jesus, Ruy Melgaço Lucas de Potencialidade do uso, para aplicações geodésicas, de levantamentos aero geofísicos nos estados do Pará e Amapá [recurso eletrônico] / Ruy Melgaço Lucas de Jesus. – Curitiba: UFPR, 2019.</p> <p>Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências da Terra, Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, 2019.</p> <p>Orientador: Sílvio Rogerio Correia de Freitas. Coorientador: Vagner Gonçalves Ferreira.</p> <p>1. Gravidade (Física) – Medição. 2. Interpolação. 3. Geodésia. I. Universidade Federal do Paraná. II. Freitas, Sílvio Rogerio Correia de. III. Ferreira, Vagner Gonçalves. VI. Título.</p> <p>CDD: 526.1</p>
------	---



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SETOR DE CIÊNCIAS DA TERRA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO CIÊNCIAS  
GEODÉSICAS - 40001016002P6

## TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em CIÊNCIAS GEODÉSICAS da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **RUY MELGAÇO LUCAS DE JESUS** intitulada: **POTENCIALIDADE DO USO, PARA APLICAÇÕES GEODÉSICAS, DE LEVANTAMENTOS AERO-GEOFÍSICOS NOS ESTADOS DO PARÁ E AMAPÁ**, sob orientação do Prof. Dr. SÍLVIO ROGÉRIO CORREIA DE FREITAS, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua **Aprovação** no rito de defesa. A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 04 de Dezembro de 2019.

SÍLVIO ROGÉRIO CORREIA DE FREITAS

Presidente da Banca Examinadora (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

PEDRO LUIS FAGGION

Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

ANA CRISTINA OLIVEIRA CANCORO DE MATOS

Avaliador Externo (UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO)

Aos meus filhos Bernardo, Miguel e Rogério, minha esposa Monique, meus pais  
Rogerio e Rosangela.

## AGRADECIMENTOS

A Deus por conservar a minha saúde física e mental, zelando por mim e pelos meus entes queridos não só nesses dois anos como em todo o caminho percorrido até aqui.

A minha esposa Monique, pelo companheirismo e parceria nessa caminhada chamada vida, por ser a melhor mãe que meus filhos poderiam ter e ser uma esposa que me conquista a cada dia. Amo você muito mais do que ontem e muito menos do que amanhã.

Ao Bernardo, Miguel e Rogério, pelos sorrisos, pela bagunça, pelas mamadeiras no meio da madrugada, interrompendo alguns cálculos, por me tirarem do sério algumas vezes, mas principalmente por serem fonte diária e inesgotável de carinho, amor e motivação.

Aos meus pais por todas as oportunidades e apoio concedidos nesses 35 anos de vida. A caminhada nunca foi fácil, mas com certeza, teria sido muito mais difícil se não tivessem colocado a mim e meu irmão como o centro de sua vida. Amo vocês.

Ao Exército Brasileiro, ao Departamento de Ciência e Tecnologia e à Diretoria do Serviço Geográfico, pela oportunidade de realizar o Curso de Mestrado em Ciências Geodésicas na Universidade Federal do Paraná.

Ao Professor Dr. Sílvio Rogério Correia de Freitas pela recepção no início da condução dos trabalhos, pela amizade, disponibilidade e orientação segura, por dispor de seu tempo, inclusive, ministrando aulas de Geodésia Física, fora do horário, afim de transmitir parte de seu conhecimento.

Ao Professor Dr. Vagner Gonçalves Ferreira pela cordialidade, pelos conhecimentos transmitidos ao longo do curso ministrado e pelo apoio nesta dissertação mesmo estando na República Popular da China.

Ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná, personificado por todos os seus professores, funcionários e colegas discentes.

Ao amigo Eurico Lourenço Nicacio Junior pelo apoio inestimável e constante, pelas discussões teóricas da madrugada e pela amizade demonstrada ao longo de todo o curso.

Ao Professor Dr. Vagner Braga Nunes Coelho, pelos conhecimentos teóricos passados durante a graduação e pelas conversas durante a execução do Mestrado,

bem como pelo convívio, amizade e conhecimento profissional passado durante o seu período de chefia frente ao 4º Centro de Geoinformação.

Ao Professor Dr. Leonardo Castro Oliveira e Professor Dr. Ivanildo Barbosa do Instituto Militar de Engenharia, pelos conhecimentos passados durante a graduação e pelo envio da Carta de Recomendação à UFPR, por ocasião do Processo de Seleção do Mestrado.

Ao Professor Dr. Pedro Faggion e a Professora Dra. Ana Cristina Oliveira Cancoro de Matos, por se disporem a participar da Banca de Qualificação e pelas sugestões apresentadas que contribuíram muito para o engrandecimento do trabalho.

Ao amigo Tulio Alves Santana, pelas broncas devido as madrugadas viradas, pelas constantes repreensões, pelo apoio constante ao longo desta dissertação, mas principalmente pela amizade construída nos últimos 2 anos.

A todos os professores e comandantes que tive em minha trajetória escolar, acadêmica e profissional pela construção do meu conhecimento até aqui.

A Mônica Kleuser, pelo apoio dispensado sempre que foi necessário.

A Laís, Daniel Andrade, Andrea e Samoel pelo convívio e amizade diária.

*“Conheça todas as teorias, domine todas as técnicas, mas ao tocar uma alma humana, seja apenas outra alma humana.”*

*(Carl Jung)*

*“A força não provém da capacidade física e sim de uma vontade indomável.”*

*(Mahatma Gandhi)*

## RESUMO

Em sua Resolução 1/2015 a Associação Internacional de Geodesia (IAG, do inglês *International Association of Geodesy*), no intuito de prover a infraestrutura geodésica necessária para monitorar o Sistema Terra, orienta o estabelecimento de um Sistema Vertical de Referência Global (SVRG) definido e realizado no espaço do campo da gravidade com base no geopotencial. No Brasil, a nova realização da Rede Vertical de Referência do Brasil (RVRB), em 2018, incorporou os dados gravimétricos sobre as linhas de nivelamento geométrico. Assim, suas coordenadas primárias passaram a ser números geopotenciais, parte referida ao Datum Vertical de Imituba (DVB-I), parte referida ao Datum Vertical de Santana (DVB-S). De forma complementar ao processo de modernização necessita-se a conexão física dos dois segmentos da rede e referenciá-los ao *International Height Reference System* (IHRIS). Porém, a RVRB apresenta ainda limitações técnicas como: distribuição espacial heterogênea; existência de ramais inviabilizando seu ajustamento integral; e observações gravimétricas associadas às linhas de nivelamento insuficientes. Devido à dificuldade de acesso na área de conexão dos segmentos da RVRB, torna-se necessário buscar alternativas para a medição ou predição de valores da gravidade. Nesse contexto, a aerogravimetria, adequadamente realizada, permite a obtenção de dados gravimétricos compatíveis aos requisitos de precisão, resolução e distribuição espacial necessários à Geodesia. Nos países desenvolvidos, a aerogravimetria já possui o seu uso consolidado por permitir a obtenção de um conjunto de dados gravimétricos com alta resolução espacial, distribuídos de forma homogênea e sem apresentar limitações para a execução de medições em áreas inacessíveis, sendo fundamental para a integração das Redes Verticais Nacionais a um SVRG. Esta pesquisa irá verificar potencialidades do uso geodésico de funcionais gravimétricas e valores de gravidade observada ao longo das faixas de voo obtidas por Levantamento Aerogeofísico realizado nos Estados do Amapá e Pará e disponibilizados ao Laboratório de Referenciais Geodésicos e Altimetria por Satélites (LARAS), em vista dos trabalhos conjuntos com o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), relativos à modernização da RVRB. Para tanto, através de uma metodologia específica utilizando: valores de gravidade observada na altura de voo; valores de altitudes provenientes de um Modelo Digital de Altitudes (MDA) e funcionais obtidas de um Modelo Global do Geopotencial (MGG) foram realizadas as reduções dos valores da gravidade para superfície física. Anomalias ar livre e de Bouguer foram calculadas e comparadas com as disponibilizadas no banco de dados do levantamento contratado. Concluiu-se que as anomalias disponibilizadas não são adequadas para aplicações geodésicas, por terem sido calculadas a partir de altitudes elipsoidais. As funcionais calculadas com especificações geodésicas no presente trabalho, a partir das altitudes advindas do MDA, superam estas deficiências. Posteriormente, os valores de gravidade reduzidos para a Superfície Física foram interpolados, através dos softwares PREDGRAV e GEOGRID, para Pontos de Controle compostos por Estações Gravimétricas, pertencentes a Rede Gravimétrica do IBGE. Dos testes conduzidos para a Região de Estudos, concluiu-se que, após a execução das devidas compatibilizações, é viável utilizar os valores de gravidade observada, ao longo das faixas de voo, para aplicações geodésicas.

Palavras-chave: Geopotencial 1. Gravimetria 2. Aerogravimetria 3. Interpolação/Predição gravimétrica 4.

## ABSTRACT

In its Resolution 1/2015, the International Association of Geodesy (IAG) in order to provide the necessary geodetic infrastructure to monitor the Earth System guides the establishment of an International Height Reference System defined and realized in the geopotential space. In Brazil, the new realization of the Brazilian Vertical Reference Network (RVRB) in 2018 incorporated the gravimetric data on the geometric leveling lines. Thus, their primary coordinates became geopotential numbers, part referred to Imbituba Vertical Datum (DVB-I), part referred to Santana Vertical Datum (DVB-S). Complementary to the modernization process, it is necessary to do the physical connection of the two network segments and refer them to the International Height Reference System (IHRS). However, RVRB still has technical limitations such as: heterogeneous spatial distribution; existence of extensions making their integral adjustment unfeasible; and insufficient gravimetric observations associated with leveling lines. Due to the difficulty of access in the RVRB segment connection area, it is necessary to look for alternatives for measuring or predicting gravity values. In this context, properly performed, airborne gravimetry allows the obtaining of gravimetric data compatible with the precision, resolution and spatial distribution requirements necessary for geodesy. In developed countries, airborne gravimetry is already well established because it allows the obtaining of a gravimetric data set with high spatial resolution, homogeneous distribution and without limitations for performing measurements in inaccessible areas. Airborne Gravimetry allows the elaboration of local geoids and the integration of National Vertical Networks into an International Height Reference System. This research will verify potentialities of the geodetic use of gravimetric functionalities and gravity values observed along the flight ranges obtained by an airborne geophysical survey conducted in the States of Amapá and Pará and made available to the Laboratory of Geodetic Reference and Satellite Altimetry (LARAS), in view of the joint work with the Brazilian Institute of Geography and Statistics (IBGE), regarding the modernization of RVRB. Therefore, through a specific methodology using: observed gravity values at flight height; altitude values from a Digital Elevation Model (DEM) and functional values obtained from a Global Geopotential Model (GGM), the gravity values were reduced to the earth surface. Free air and Bouguer anomalies have been calculated and compared with those available in the contracted survey database. It was concluded that the available anomalies are not suitable for geodetic applications, as they were calculated from ellipsoidal altitudes. The functional ones calculated with geodetic specifications in the present work, based on the MDA altitudes, overcome these deficiencies. Subsequently, the reduced earth surface gravity values were interpolated, through the software PREDGRAV and GEOGRID, for Control Points composed by Gravimetric Stations, belonging to the IBGE Gravimetric Network. From the tests conducted for the Study Region, it was concluded that, after the appropriate compatibilities, it is feasible to use the observed gravity values over the flight ranges for geodetic applications.

Keywords: Geopotential 1. Gravimetry 2. Airborne Gravimetry 3. Interpolation / Gravimetric prediction 4.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - ACELERAÇÃO CENTRÍFUGA EM UM PONTO $P$ .....	31
FIGURA 2 - GEOIDE E ELIPSOIDE DE REFERÊNCIA.....	35
FIGURA 3 - REDUÇÃO GRAVIMÉTRICA.....	38
FIGURA 4 - REDUÇÃO DE AR LIVRE.....	39
FIGURA 5 - REDUÇÃO DE BOUGUER.....	41
FIGURA 6 - REDUÇÃO DE BOUGUER COMPLETA .....	42
FIGURA 7 - MÉTODO DA QUEDA LIVRE .....	45
FIGURA 8 - ELEVAÇÃO E QUEDA SIMÉTRICA .....	46
FIGURA 9 - INTERFEROMETRIA DE MICHELSON.....	48
FIGURA 10 - MEDIÇÃO DE TEMPO DAS "VARIAÇÕES DE FRANJA" .....	49
FIGURA 11 -PRINCÍPIO DA CORDA VIBRANTE COM MASSA SUSPensa .....	51
Figura 12 - VIGUETA HORIZONTAL E MOLA RESTAURADORA INCLINADA.....	56
FIGURA 13 - CURVAS DOS MOMENTOS DE UM GRAVÍMETRO ASTATIZADO ..	57
FIGURA 14 - PRINCÍPIOS DA AEROGRAVIMETRIA.....	59
FIGURA 15 - CORRELAÇÃO DAS ANOMALIAS DE AR LIVRE COM O TERRENO .....	71
FIGURA 16- ELEMENTOS ENVOLVIDOS NA DEFINIÇÃO DAS ALTITUDES FÍSICAS.....	73
FIGURA 17- REDE GRAVIMÉTRICA DO SGB.....	75
FIGURA 18- REDE ALTIMÉTRICA DO SGB .....	76
FIGURA 19- ESTAÇÕES GRAVIMÉTRICAS CONECTADAS ÀS RRNN .....	77
FIGURA 20 - ÁREA SOBREVOLADA NO AEROLEVANTAMENTO GEOFÍSICO .....	78
FIGURA 21- ANOMALIAS DA GRAVIDADE EGM 96 (GRAU MÁXIMO 360) .....	82
FIGURA 22- GEOIDE EMG96 .....	83
FIGURA 23 - REGIÃO DE ESTUDO .....	85
FIGURA 24 - ÁREA DE TESTES.....	86
FIGURA 25 - CARACTERIZAÇÃO DA ÁREA DE TESTES.....	87
FIGURA 26 - ÁREA DE ESTUDOS.....	88
FIGURA 27 - CARACTERIZAÇÃO DA ÁREA DE ESTUDOS .....	89
FIGURA 28 - DADOS AEROGRAVIMÉTRICOS UTILIZADOS NA ÁREA DE ESTUDOS.....	90
FIGURA 29- METODOLOGIA EMPREGADA .....	91

FIGURA 30- EXPERIMENTO METODOLÓGICO REALIZADO .....	96
FIGURA 31- REDUÇÃO AR LIVRE PARA ÁREA DE TESTES.....	100
FIGURA 32- REDUÇÃO MÉTODO ITERATIVO INTEGRAL DE POISSON PARA ÁREA DE TESTES .....	101
FIGURA 33 - ALTITUDES E SUPERFÍCIES DE REFERÊNCIA ENVOLVIDAS NA AEROGRAVIMETRIA .....	103
FIGURA 34- Avaliação das Funcionais Gravimétricas do ANP/GRAV/AM .....	105
FIGURA 35- Avaliação dos Valores de Gravidade Observada na Altura de Voo....	108
FIGURA 36- Avaliação dos Valores de Gravidade Observada de Outras Fontes...	110
FIGURA 37- Avaliação de Grids de Distúrbios da Gravidade.....	112
FIGURA 38- Avaliação de Grids de Anomalias de Molodensky .....	114
FIGURA 39- Gráfico das Anomalias de Ar Livre- Estado do Amapá .....	117
FIGURA 40- Anomalia de Ar Livre Calculada x Anomalia de Ar Livre ANP/GRAV/AM na Área de Testes.....	118
FIGURA 41- Anomalia de Ar Livre Calculada x Anomalia de Ar Livre ANP/GRAV/AM Área de Estudos .....	119
FIGURA 42 - Anomalia de Bouguer Calculada x Anomalia de Bouguer ANP/GRAV/AM na Área de TESTES.....	120
FIGURA 43- Anomalia de Bouguer Calculada x Anomalia de Bouguer ANP/GRAV/AM na Área de Estudos .....	121
FIGURA 44- Distúrbio da Gravidade Calculado x Anomalia de Ar Livre ANP/GRAV/AM na Área de Testes.....	125
FIGURA 45- Distúrbio da Gravidade Calculado x Anomalia de Ar Livre ANP/GRAV/AM na Área de Estudos .....	126
FIGURA 46- Distúrbio da Gravidade Calculado x Anomalia de Bouguer ANP/GRAV/AM na Área de Testes .....	129
FIGURA 47- Distúrbio da Gravidade Calculado x Anomalia de Bouguer ANP/GRAV/AM na Área de Estudos.....	130
FIGURA 48- Distúrbio da Gravidade Calculado NA SF NO SMP (MT) x Distúrbio oriundo MGG na Área de Testes.....	133
FIGURA 49- Distúrbio da Gravidade Calculado NA SF NO SMP (MT) x Distúrbio oriundo MGG na Área de Estudo .....	134
FIGURA 50- INTERPOLAÇÃO A PARTIR DE DADOS AEROGRAVIMÉTRICOS UTILIZANDO O PREDGRAV Na área DE testeS.....	137

FIGURA 51- GRAVIDADE PONTO DE CONTROLE – GRAVIDADE INTERPOLADA A PARTIR DE DADOS AEROGRAVIMÉTRICOS UTILIZANDO O PREDGRAV Na área DE testeS .....	137
FIGURA 52- DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DAS DIFERENÇAS DE VALORES DA GRAVIDADE UTILIZANDO O PREDGRAV NA ÁREA DE TESTES.....	138
FIGURA 53- INTERPOLAÇÃO A PARTIR DE DADOS AEROGRAVIMÉTRICOS UTILIZANDO O GEOGRID NA ÁREA DE TESTES .....	139
FIGURA 54- GRAVIDADE PONTO DE CONTROLE – GRAVIDADE INTERPOLADA A PARTIR DE DADOS AEROGRAVIMÉTRICOS UTILIZANDO O GEOGRID NA ÁREA DE TESTES.....	140
FIGURA 55- DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DAS DIFERENÇAS DE VALORES DA GRAVIDADE UTILIZANDO O GEGRID NA ÁREA DE TESTES.....	140
FIGURA 56- INTERPOLAÇÃO DE DADOS AEROGRAVIMÉTRICOS UTILIZANDO O PREDGRAV NA ÁREA DE ESTUDOS.....	142
FIGURA 57- GRAVIDADE PONTO DE CONTROLE – GRAVIDADE INTERPOLADA A PARTIR DE DADOS AEROGRAVIMÉTRICOS UTILIZANDO O PREDGRAV NA ÁREA DE ESTUDOS.....	142
FIGURA 58- DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DAS DIFERENÇAS DE VALORES DA GRAVIDADE UTILIZANDO O PREDGRAV NA ÁREA DE ESTUDOS.. .....	143
FIGURA 59- INTERPOLAÇÃO DE DADOS AEROGRAVIMÉTRICOS UTILIZANDO O GEOGRID NA ÁREA DE ESTUDOS.....	144
FIGURA 60- GRAVIDADE PONTO DE CONTROLE – GRAVIDADE INTERPOLADA A PARTIR DE DADOS AEROGRAVIMÉTRICOS UTILIZANDO O GEOGRID NA ÁREA DE ESTUDOS.....	145
FIGURA 61- DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DAS DIFERENÇAS DE VALORES DA GRAVIDADE UTILIZANDO O GEOGRID NA ÁREA DE ESTUDOS.....	145
FIGURA 62- DADOS GRAVIMÉTRICOS ORIUNDOS DO BGI.....	147
FIGURA 63- INTERPOLAÇÃO DE DADOS GRAVIMÉTRICOS DO BGI UTILIZANDO O GEOGRID NA ÁREA DE TESTES .....	148

FIGURA 64- GRAVIDADE PONTO DE CONTROLE – GRAVIDADE INTERPOLADA A PARTIR DE DADOS DO BGI UTILIZANDO O GEOGRID NA ÁREA DE TESTES .....	149
FIGURA 65- INTERPOLAÇÃO DE DADOS GRAVIMÉTRICOS DO BGI UTILIZANDO O GEOGRID NA ÁREA DE ESTUDOS.....	149
FIGURA 66- GRAVIDADE PONTO DE CONTROLE – GRAVIDADE INTERPOLADA DADOS BGI UTILIZANDO O GEOGRID NA ÁREA DE ESTUDOS	150
FIGURA 67- DADOS ORIUNDOS GGMplus.....	151
FIGURA 68- INTERPOLAÇÃO DE DADOS GRAVIMÉTRICOS DO GGMplus UTILIZANDO O GEOGRID NA ÁREA DE ESTUDOS .....	152
FIGURA 69- GRAVIDADE PONTO DE CONTROLE – GRAVIDADE INTERPOLADA DADOS GGMplus UTILIZANDO O GEOGRID NA ÁREA DE ESTUDOS .....	153
FIGURA 70 - DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE EGM 2008 X DISTÚRBO DA GRAVIDADE INTERPOLADO PARA GRADE NA ÁREA DE ESTUDOS.....	155
FIGURA 71- DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE GGMplus X DISTÚRBO DA GRAVIDADE INTERPOLADO PARA GRADE NA ÁREA DE ESTUDOS.....	157
FIGURA 72- ANOMALIAS DE MOLODENSKY EGM 2008 X ANOMALIAS DE MOLODENSKY INTERPOLADAS PARA GRADE NA ÁREA DE ESTUDOS.....	160
FIGURA 73- VISTA LONGITUDINAL ANOMALIAS DE MOLODENSKY EGM 2008 X ANOMALIAS DE MOLODENSKY INTERPOLADAS PARA GRADE NA ÁREA DE ESTUDOS.....	161

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 - PARÂMETROS DOS ELIPSOIDES DE REFERÊNCIA.....	34
TABELA 2 - EQUIVALÊNCIA DAS UNIDADES DE MEDIDA.....	43
TABELA 3 - COEFICIENTES DOS EFEITOS PERTURBADORES DE UM GRAVÍMETRO RELATIVO .....	55
TABELA 4 - DESCRIÇÃO DOS BANCOS DE DADOS DA GRAVIMETRIA.....	80
TABELA 5 - DESCRIÇÃO DOS DADOS AEROGRAVIMÉTRICOS UTILIZADOS ...	81
TABELA 6 - ANÁLISE DO COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO DE PEARSON .....	95
TABELA 7- REDUÇÃO AR LIVRE X DWC .....	99
TABELA 8 - MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL UTILIZADOS .....	106
TABELA 9- RESULTADO COMPARATIVO ENTRE AS FUNCIONAIS CALCULADAS E ADVINDAS ANP/GRAV/AM.....	116
TABELA 10- RESULTADO COMPARATIVO: DISTÚRBIOS MENOS $C_{Bg}$ X ANOMALIAS DE BOUGUER ANP/GRAV/AM.....	128
TABELA 11- FUNCIONAIS CALCULADAS E ADVINDAS DE MGGS PARA ÁREA DE TESTES .....	131
TABELA 12- FUNCIONAIS CALCULADAS E ADVINDAS DE MGGS PARA ÁREA DE ESTUDOS.....	132
TABELA 13- RESULTADO DAS INTERPOLAÇÕES DOS DADOS DO BGI PARA A REGIÃO DE ESTUDOS.....	148
TABELA 14- RESULTADO DAS INTERPOLAÇÕES DOS DADOS DO GGMPLUS PARA A ÁREA DE ESTUDOS .....	152
TABELA 15- DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE INTERPOLADOS X DISTÚRBIOS ADVINDOS MGGS .....	154
TABELA 16- DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE INTERPOLADOS X DISTÚRBIOS ADVINDOS GGMPLUS.....	156
TABELA 17- ANOMALIAS DE MOLODENSKY INTERPOLADAS X ANOMALIAS ADVINDAS MGGS.....	159

## LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

ANP	- Agência Nacional de Petróleo
BDG	- Banco de Dados Geodésicos.
BGI	- ( <i>Bureau Gravimétrique International</i> ) Escritório Gravimétrico Internacional.
CGED	- Coordenação de Geodésia do IBGE
CNG	- Conselho Nacional de Geografia
CMQ	- Colocação por Mínimos Quadrados
DALTI	- Projeto de Densificação Altimétrica
DV	- Datum Vertical
DVB-I	- Datum Vertical Brasileiro em Imbituba.
DVB-S	- Datum Vertical Brasileiro em Santana.
EGM96	- ( <i>Earth Global Model 1996</i> ) Modelo Global da Terra de 1996
EGM2008	- ( <i>Earth Global Model 2008</i> ) Modelo Global da Terra de 2008
EGs	- Estações Gravimétricas
EIGEN6C4	- ( <i>European Improved Gravity model of the Earth by New techniques</i> ) Modelo Europeu de Gravidade Terrestre melhorado por Novas técnicas.
EOS	- ( <i>Earth Observation Systems</i> ) Sistemas de Observação da Terra
EROS	- ( <i>Earth Resources Observation and Science</i> ) Ciência e Observação dos Recursos da Terra
GGOS	- ( <i>Global Geodetic Observing System</i> ) Sistema Geodésico de Observações Globais.
GNSS	- ( <i>Global Navigation Satellite System</i> ) Sistema de Navegação Global por Satélite.
GPS	- ( <i>Global Positioning System</i> ) Sistema de Posicionamento Global.
GRAV-D Project	- ( <i>Gravity for the Redefinition of the American Vertical Datum</i> ) Projeto de Redefinição por Gravimetria do Datum Vertical Norte Americano

GRAVSOFT	- <i>Geodetic Gravity Field Modelling Programs</i>
GSFC	- ( <i>Goddard Space Flight Center</i> ) Centro de Voo Espacial de Goddard
GT-III SIRGAS	- Grupo de Trabalho "Datum Vertical" (GT-III) do Projeto SIRGAS.
GUBKIN	- ( <i>Russian State University of Oil and Gas</i> ) Universidade Estatal Russa de Petróleo e Gás de GUBKIN
IAG	- ( <i>International Association of Geodesy</i> ) Associação Internacional de Geodésia.
IAG-USP	- Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo),
IBGE	- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.
ICGEM	- ( <i>International Centre for Global Earth Models</i> ) Centro Internacional para Modelos Terrestres Globais.
IHRF	- ( <i>International Height Reference Frame</i> ) Rede Internacional de Referência Altimétrica.
IHRS	- ( <i>International Height Reference System</i> ) Sistema Internacional de Referência Altimétrico.
IGG	- Instituto Geográfico e Geológico de São Paulo
INDE	- Infraestrutura Nacional de Dados Espaciais.
LARAS	- Laboratório de Referenciais Geodésicos e Altimetria por Satélites
MDE	- Modelo Digital de Elevação.
MDA	- Modelo Digital de Altitudes.
MGG(s)	- Modelo (s) Global (is) do Geopotencial.
MIIP	- Método Iterativo da Integral de Poisson.
NASA	- ( <i>National Aeronautics and Space Administration</i> ) Administração Nacional do Espaço e da Aeronáutica
NAVD 88	- ( <i>North American Vertical Datum of 1988</i> ) Datum Vertical Norte Americano de 1988

NIMA	- ( <i>National Imagery and Mapping Agency</i> ) Agência Nacional de Mapeamento e Imageamento
NGA	- ( <i>United States National Geospatial-Intelligence Agency</i> ) Agência Nacional de Inteligência Geoespacial dos Estados Unidos.
NGS	- ( <i>United States National Geodetic Survey</i> ) Serviço Geodésico dos Estados Unidos
NMM	- Nível Médio dos Mares.
NOAA	- ( <i>National Oceanic and Atmospheric Administration</i> ) Administração Nacional dos Oceanos e Atmosfera
OSU	- ( <i>Ohio State University</i> ) Universidade do Estado de Ohio
POLI-USP	- Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
PVCG	- Problema de Valor de Contorno da Geodesia.
RITLA	- Rede de Informação Tecnológica Latino Americana
RN	- Referência de Nível.
RRNN	- Referências de Nível.
RVRB	- Rede Vertical de Referência do Brasil
SGB	- Sistema Geodésico Brasileiro.
SGE	- Serviço Geográfico do Exército
SIRGAS	- Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas
SRTM	- ( <i>Shuttle Radar Topography Mission</i> ) Missão Topográfica por Radar Transportado
SVRG	- Sistema Vertical de Referência Global
SVRN	- Sistema(s) Vertical(is) de Referência Nacional(is)
SMP	- Sistema de Maré Permanente
UFPR	- Universidade Federal do Paraná

- USGS - (*United States Geological Survey*) Serviço Geológico dos Estados Unidos
- WGS84 - (*World Geodetic System 84*) Sistema Geodésico de Referência Mundial de 1984
- XGM2016 - (*Experimental Gravity Field Model 2016*) Modelo Experimental do Campo de Gravidade da Terra 2016

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>22</b>
1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO .....	22
1.2 PROBLEMA .....	26
1.3 OBJETIVOS.....	26
1.3.1 Objetivo Geral .....	26
1.3.2 Objetivos Específicos .....	27
1.4 JUSTIFICATIVAS.....	27
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	<b>30</b>
2.1 POTENCIAL DA GRAVIDADE E TEORIA DO POTENCIAL .....	30
2.1.1 Força e Potencial Centrífugo.....	30
2.1.2 Força e Potencial Gravitacional.....	32
2.1.3 Esferopotencial e Gravidade Normal.....	33
2.1.4 Potencial Anômalo, Anomalia e Distúrbio da Gravidade.....	35
2.2 REDUÇÕES GRAVIMÉTRICAS .....	36
2.2.1 Redução De Ar Livre .....	39
2.2.2 Redução de Bouguer .....	40
2.3 MEDIÇÕES DA GRAVIDADE .....	43
2.3.1 Medições Absolutas da Gravidade: Princípios Fundamentais .....	44
2.3.1.1 Queda livre e equações fundamentais.....	44
2.3.1.2 Elevação e queda simétrica.....	45
2.3.1.3 Queda livre em um campo da gravidade não homogêneo.....	46
2.3.1.4 Medição de tempo e distância .....	47
2.3.1.5 Erros devidos à pressão atmosférica e microssismos .....	49
2.3.2 Medições Relativas da Gravidade .....	50
2.3.2.1 Métodos dinâmicos de medição .....	50
2.3.2.2 Métodos estáticos de medição .....	52
2.3.2.3 Equação de equilíbrio em gravímetros relativos .....	53
2.3.2.4 Astatização.....	55
2.4 AEROGRAVIMETRIA .....	57
2.4.1 Fundamentos da Aerogravimetria .....	59
2.4.2 Acelerações Perturbadoras Verticais .....	61
2.4.3 Acelerações Perturbadoras Horizontais .....	62

2.4.4 Acelerações Inerciais Devido a Rotação da Terra .....	63
2.4.5 Métodos de Redução do valor da Gravidade para a Superfície Física .....	64
2.5 INTERPOLAÇÕES NO CAMPO DA GRAVIDADE .....	66
2.5.1 Método de Colocação por Mínimos Quadrados .....	67
2.5.2 Função de Covariância na Colocação por Mínimos Quadrados .....	69
2.5.3 Correlação das Anomalias De Ar Livre e Bouguer com o Terreno .....	70
<b>3 MATERIAIS E MÉTODOS .....</b>	<b>72</b>
3.1 FONTES DOS DADOS UTILIZADOS NA PESQUISA .....	72
3.1.1 Rede Vertical de Referência do Brasil .....	72
3.1.2 Dados Aerogravimétricos ANP/GRAV/AM .....	78
3.1.3 <i>Earth Gravitational Model 96 (EGM96)</i> .....	81
3.1.4 <i>Shuttle Radar Topography Mission (SRTM)</i> .....	84
3.2 REGIÃO DE ESTUDO .....	85
3.2.1 Delimitação da Área de Testes .....	86
3.2.1.1 Disponibilidade e caracterização dos dados na Área de Testes .....	87
3.2.2 Delimitação da Área de Estudos .....	88
3.2.2.1 Disponibilidade e caracterização dos dados na Área de Estudos .....	89
3.3 METODOLOGIA EMPREGADA .....	91
3.3.1 Compatibilização de Sistemas de Maré Permanente .....	92
3.3.2 Erro Médio Quadrático e Coeficiente de Correlação de Pearson .....	94
3.3.3 Experimento Metodológico: Redução Ar Livre X <i>Downward Continuation</i> .....	95
3.3.4 Redução Ar Livre de Valores da Gravidade Para a Superfície Física .....	102
3.3.5 Procedimentos Adotados para Avaliação da Base de Dados Gravimétrica ...	104
3.3.5.1 Avaliação das funcionais gravimétricas do ANP/GRAV/AM .....	104
3.3.5.2 Comparação entre funcionais gravimétricas calculadas e advindas de MGGs .....	105
3.3.5.3 Avaliação dos valores de gravidade observada na altura de voo .....	106
3.3.5.4 Avaliação dos valores de gravidade observada advindas de outras fontes	109
3.3.5.5 Avaliação de grids de distúrbios da gravidade .....	111
3.3.5.6 Avaliação de grids de anomalias de Molodensky .....	112
<b>4 EXPERIMENTOS CONDUZIDOS E DISCUSSÃO DE RESULTADOS .....</b>	<b>115</b>
4.1 COMPARAÇÃO ENTRE VALORES DE FUNCIONAIS CALCULADAS E ADVINDAS DO ANP/GRAV/AM .....	115

4.1.1 Diferenças Apresentadas no Cálculo das Anomalias de Ar Livre e de Bouguer .....	115
4.1.2 Diferenças Apresentadas nos Cálculos da Gravidade Normal .....	122
4.1.3 Verificação do Cálculo Realizado pelo ANP/GRAV/AM para Disponibilização das Anomalias de Ar Livre .....	123
4.1.4 Verificação do Cálculo Realizado pelo ANP/GRAV/AM para Disponibilização das Anomalias de Bouguer .....	127
4.2 COMPARAÇÃO ENTRE VALORES DE FUNCIONAIS CALCULADAS E OBTIDAS ATRAVÉS DE MGGS .....	131
4.3 INTERPOLAÇÕES A PARTIR DE DADOS AEROGRAVIMÉTRICOS PARA OS PONTOS DE CONTROLE .....	135
4.3.1 Interpolações para a Área de Testes.....	135
4.3.2 Interpolações para a Área de Estudos .....	141
4.4 INTERPOLAÇÕES DE DADOS GRAVIMÉTRICOS ADVINDOS DE OUTRAS FONTES PARA OS PONTOS DE CONTROLE .....	147
4.4.1 Interpolação de Dados Advindos do BGI.....	147
4.4.2 Interpolação de Dados Gravimétricos Oriundos do GGMplus .....	151
4.5 INTERPOLAÇÃO DE DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE CALCULADOS PARA GRADES GERADAS POR MGGS.....	153
4.6 INTERPOLAÇÃO DE ANOMALIAS DE MOLODENSKY CALCULADAS PARA GRADES GERADAS POR MGGS.....	158
<b>5 CONCLUSÕES.....</b>	<b>162</b>
<b>6 RECOMENDAÇÕES FUTURAS.....</b>	<b>165</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>166</b>

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

A Geodésia é a Ciência da medição e representação da Terra, incluindo seu campo de gravidade, e suas variações no espaço-tempo” (VANICECK; KRAKIWSKY, 1982). Em uma visão mais contemporânea, segundo Plag e Pearlman (2009), a Geodésia é responsável por prover a base e a estrutura sobre a qual Sistemas de Observação da Terra (EOS, do inglês *Earth Observation Systems*) são construídos. Assim, a Geodésia Moderna provê observações de grandezas e a obtenção de constantes físicas associadas com a Geometria da Terra, bem como seu Campo da Gravidade e Movimento de Rotação: os “três pilares” da Geodésia que devem ser integrados a um Sistema de Referência.

A evolução tecnológica experimentada pela humanidade, a partir da segunda metade do século XX, possibilitou que a Geodésia seja utilizada para o cumprimento de objetivos de alta complexidade e importância. Entre eles, a Definição de um Sistema de Referência com uma precisão que permita realizar o acompanhamento de Mudanças Geodinâmicas e Globais; Variações do Campo da Gravidade advindas de Redistribuições de Massas no Interior da Crosta Terrestre; a Unificação de Sistemas Verticais de Referência; o Monitoramento de Falhas e Perigos Geológicos; o Aumento do Nível Médio dos Mares; as Deformações, entre outros (DREWES, 2006).

Em termos de Unificação de Sistemas Verticais de Referência para um referencial global, os países da América Central e do Sul trabalham, desde 1997, sob orientação do Grupo de Trabalho III do SIRGAS (Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas), buscando a homogeneização de padrões, procedimentos e atividades visando a definição e realização de Sistemas Verticais de Referência Nacionais (SVRN) que atendam requisitos internacionais e permitam a sua integração em um Sistema Vertical de Referência Global (SVRG) (DE FREITAS, 2015).

As redes verticais dos países latino americanos foram, em um primeiro momento, desenvolvidas através de nivelamento geométrico, referidas a um (ou mais) *Datum* Vertical (DV). Estes DVs, em sua maioria referidos ao Nível Médio do Mar (NMM) local, foram determinados a partir de séries temporais obtidas por marégrafos referidos a um determinado período de observações. Todavia esses Sistemas

Verticais não consideraram alguns efeitos da influência da gravidade ao longo das linhas de nivelamento geométrico como, por exemplo, o não paralelismo das superfícies equipotenciais, efeitos sistemáticos de cada *Datum* e sua época de referência. Estes fatores geram inconsistências na conexão entre Redes Verticais com origens distintas associadas ao NMM ou outra espécie de DV local (DE FREITAS; BLITZKOW, 1999), podendo tais aspectos estarem associados a diferentes segmentos em um mesmo país ou entre países distintos.

A IAG, através da Resolução 1/2015, orienta que o IHRS (*International Height Reference System*), deve ser realizado e definido no espaço do geopotencial  $W$ , com a origem em uma superfície equipotencial do campo da gravidade com o valor  $W_0 = 62.636.853,4 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ . As coordenadas verticais do IRHS são dadas pelos números geopotenciais  $C_P$  dos pontos de interesse ( $P$ ) (IHDE et al., 2015). Um número geopotencial é definido pela diferença do valor do potencial  $W_P$  em um ponto  $P$  e o valor do potencial  $W_0$  da superfície vertical de referência (IHDE et al., 2017).

$$C_P = -\Delta W_P = W_0 - W_P \quad (1)$$

As altitudes físicas  $H_P$  dos pontos de interesse são calculadas a partir da divisão de  $C_P$  pelo valor da gravidade  $\hat{g}$  (IHDE et al., 2017).

$$H_P = \frac{C_P}{\hat{g}} = \frac{W_0 - W_P}{\hat{g}}, \hat{g} = \frac{1}{H_P} \int_0^{H_P} g \, dH_P \quad (2)$$

Ressalta-se que  $H_P$  denota uma altitude física genérica. A introdução de diferentes tipos de  $\hat{g}$ , conforme abordado no item 3.1.1 deste trabalho, resulta no cálculo de diferentes tipos de altitudes físicas (IHDE et al., 2017).

Para a realização de um Sistema Vertical de Referência Nacional (SVRN) vinculado ao IHRS são misteres a conexão e a determinação do desnível entre os seus *Data* Verticais (DVs) no espaço do geopotencial. Para isso, torna-se imprescindível associar uma superfície equipotencial global  $W_0$  (a do IHRS, por exemplo) àquela associada a um DV ( $W'_0$ ) local. Tal associação é expressa no espaço geométrico através da Equação 3, onde  $\gamma$  é a gravidade normal no DV considerado (DE FREITAS, 2015).

$$\delta H'_0 = \frac{W_0 - W'_0}{\gamma} \quad (3)$$

Usualmente, a estratégia utilizada para realizar esta conexão reside na solução do Problema do Valor de Contorno da Geodésia (PVCG) para obter o valor de  $W'_0$  de cada DV e, através da Equação 1, seu respectivo número geopotencial  $C'_0$ .

Para a obtenção de  $W'_0$ , além de observações oriundas da altimetria por satélites sobre os oceanos, deve-se buscar a integração de informações gravimétricas de diversas fontes, tais como de missões gravimétricas por satélites, gravimetria terrestre, aérea e marinha, bem como Modelos Globais do Geopotencial (MGGs) e Modelos Digitais de Altitude (MDA). Após a conexão dos DVs ao  $W_0$ , a forma clássica de realizar o nivelamento geométrico deve ser associada a medições gravimétricas e, com isso, permitir o cálculo de números geopotenciais ao longo das linhas. O nivelamento deve possuir uma distribuição espacial homogênea ao longo do território nacional e perfazer circuitos fechados, evitando a execução de ramais, para que a rede possa ser ajustada em sua totalidade de informações.

No Brasil, a distribuição espacial das linhas apresenta-se bastante heterogênea e com uma grande quantidade de ramais em grande parte do território nacional, mais particularmente na Amazônia. Outro aspecto a ser considerado é que a quantidade de medições gravimétricas associada às linhas de nivelamento executadas ainda é muito pequena, carecendo de densificação. Tal necessidade vai de encontro a dificuldade de acesso ocasionada pelo relevo e pela hidrografia brasileira, atrelado ao elevado custo do trabalho de nivelamento com gravimetria. Desta forma, torna-se mister a busca por alternativas para medição ou predição de valores da gravidade em associação a pontos nivelados.

Em vista desta demanda, necessária para a realização da rede no espaço do geopotencial, bem como para o cumprimento dos requisitos necessários para o vínculo da rede ao ITRS, torna-se indispensável a produção de informação gravimétrica adequada tanto em termos de acurácia quanto de distribuição espacial. As técnicas e métodos de interpolação surgem como uma opção para inferir com acurácia aceitável os valores da gravidade de pontos inacessíveis ou de difícil acesso para que sejam realizadas as medições da gravidade no ponto de interesse.

Nos países participantes do Grupo de Trabalho III do SIRGAS é utilizado de forma corrente o programa PREDGRAV, desenvolvido pelo Professor Doutor Hermann Drewes em 1978. Este software trabalha com a predição de valores de gravidade, recuperados através da interpolação do valor de anomalias de Bouguer, utilizando o método da Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ) com uma função pré-definida para o ajuste da Covariância Empírica, calculada a partir das anomalias de Bouguer observadas.

Outro programa que tem a utilização difundida, no âmbito da IAG, é o GEOGRID, desenvolvido pelo Professor Doutor Rene Forsberg em 1985, que permite criar grids regulares a partir de dados gravimétricos distribuídos de forma heterogênea ou fazer a predição de funcionais da gravidade em pontos individuais. Essa pode ser feita a partir da Predição por Médias Ponderadas, na qual utiliza-se um algoritmo de vizinho mais próximo combinado com um quadrante com origem no ponto a ser predito, ou pelo método de Colocação por Mínimos Quadrados usando um modelo de covariância de Markov 2ª ordem (FORSBERG, 2008).

Independentemente do método adotado para interpolar e/ou extrapolar os valores da gravidade, a qualidade destes valores é avaliada com base na comparação entre os valores preditos (interpolados) das anomalias da gravidade e gravidade recuperadas sobre pontos com gravidade e suas anomalias devidamente conhecidas (PEREIRA et al., 2011).

Dentro do contexto de prover uma maior resolução gravimétrica de grandes territórios com a realização de observações da gravidade em áreas de difícil acesso ou locomoção, surge a aerogravimetria. Em uma visão simplificada, consiste em realizar medições de valores de gravidade ao longo das linhas de voo, tendo como referência uma estação gravimétrica terrestre, através de gravímetros acoplados a um sistema inercial embarcado em aeronaves, ao longo de faixas de voo previamente estabelecidas.

Com o desenvolvimento dos gravímetros embarcados, a aerogravimetria passou a ter a sua utilização mais difundida. Entre os anos de 1998 e 2001, por exemplo, foram realizados trabalhos de campo, que consistiram em voos de baixa altitude pela costa da Groenlândia, Svalbard e o Mar Báltico. Tais voos complementaram os levantamentos gravimétricos terrestres realizados entre os anos de 1991 a 1997, provendo dados para o desenvolvimento de Modelos Globais do Geopotencial e auxiliando na determinação do geóide através do provimento de dados para solução do PVCG (FORSBERG, 2002).

Em outubro de 2006 a Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis (ANP) firmou convênio com a Escola Politécnica e com o Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo (POLI-USP e IAG-USP), com a *GUBKIN Russian State University of Oil and Gas* (Universidade Estatal Russa de Petróleo e Gás de GUBKIN) e com a Rede de Informação Tecnológica Latino Americana (RITLA) para subsidiar a realização de

aerogravimetria e magnetometria numa área que estendia-se do extremo leste do estado do Amazonas até o norte do estado do Maranhão, cobrindo parte dos estados do Pará e Amapá. Esses levantamentos tiveram como objetivo a realização de levantamentos geofísicos para a prospecção de bacias pouco exploradas. Na sequência deste trabalho, denomina-se o levantamento gravimétrico do referido projeto como ANP/GRAV/AM.

Como um dos produtos finais do ANP/GRAV/AM, foi entregue à ANP, em formato digital, um arquivo contendo valores de funcionais gravimétricas de aproximadamente oito milhões e seiscentos mil pontos georreferenciados ao sistema WGS84. São disponibilizados, entre outros, valores de gravidade observada ao longo da linha de voo, e anomalias da gravidade provenientes de reduções gravimétricas particulares efetuadas pelos contratados.

Dadas as potencialidades advindas do uso da aerogravimetria, e aproveitando a oportunidade criada pela disponibilização dos dados gerados para o Laboratório de Referenciais Geodésicos e Altimetria por Satélites (LARAS) da Universidade Federal do Paraná (UFPR), no presente trabalho busca-se verificar a viabilidade do emprego dos dados gerados no ANP/GRAV/AM em aplicações para fins geodésicos em Região de Estudo nos Estados do Amapá e Pará, onde dispõe-se de informações geodésicas controladas relativas a posicionamento GPS, gravimetria e nivelamento geométrico associados às redes de referência do SGB.

## 1.2 PROBLEMA

Tendo vista tratar-se de um levantamento gravimétrico para prospecção geofísica, é viável a utilização, para fins geodésicos, dos dados gravimétricos da Base de Dados Gerada no Levantamento Aerogravimétrico nos estados do Pará e Amapá?

## 1.3 OBJETIVOS

### 1.3.1 Objetivo Geral

Promover investigação da potencialidade do uso da Base de Dados Gerada no Levantamento Aerogravimétrico nos estados do Pará e Amapá com base em

Região de Estudos e modelos globais do geopotencial (MGGs) e de altitudes (MDAs), tendo em vista a sua adequação para aplicações no âmbito da Geodésia.

### 1.3.2 Objetivos Específicos

- 1) Estabelecer uma Região de Estudos relevante para o objetivo geral da pesquisa;
- 2) Verificar a adequação da estrutura da base de dados aerogravimétricos para fins geodésicos tendo em vista sua concepção para fins de prospecção geofísica e em referenciais distintos ao do Sistema Geodésico Brasileiro;
- 3) Realizar as reduções dos dados aerogravimétricos, considerando os referenciais ora em uso no país e posterior predição/interpolação de valores da gravidade para pontos de controle, com gravidade conhecida e pertencentes as linhas de nivelamento com gravimetria bem como pontos GPS ou GPS/nivelamento com gravimetria do IBGE, utilizando softwares baseados em Colocação por Mínimos Quadrados;
- 4) Realizar a predição/interpolação de valores da gravidade para os pontos de controle escolhidos; a partir de dados terrestres e oceânicos esparsos comparando os valores encontrados visando à detecção de efeitos sistemáticos bem como a qualificação dos levantamentos aerogravimétricos;
- 5) Produzir grades de distúrbios da gravidade e anomalias de Molodensky para a área de estudo e realizar sua avaliação com base nas oriundas de MGGs satélite somente e combinados atuais.

### 1.4 JUSTIFICATIVAS

Por ser uma área do conhecimento com um histórico relativamente recente (década de 1960), além de envolver uma operação complexa tecnicamente que necessita do emprego de equipamentos de alta tecnologia na realização das medições, a aerogravimetria é uma potencialidade pouco explorada no Brasil. As iniciativas e operações desenvolvidas no país que envolvem medições

aerogravimétricas tem como foco principal estudos geofísicos relacionados a prospecção do solo e não a realização de medições para fins geodésicos.

Devido ao elevado custo financeiro deste tipo de operação de levantamento, associado a uma falta de capacitação técnica e domínio de tecnologia para tal realização em solo nacional, o acesso aos dados gerados por voos aerogravimétricos já realizados é altamente restrito. Outro fator impeditivo a este acesso é a natureza dos dados ser, por vezes, sensível aos interesses nacionais. Tal conjuntura nacional dificultou, até o momento, a realização de um estudo acadêmico sobre as potencialidades da utilização para fins geodésicos de dados provenientes da aerogravimetria.

Ressalta-se que no Brasil, a interligação do DV de Imbituba (DVB – I) e o DV de Santana (DVB – S) fica prejudicada pela impossibilidade de se realizar a travessia do Rio Amazonas através da operação de nivelamento com gravimetria. Tal inviabilidade é decorrente da largura do leito do rio e características de acessibilidade da região, que impedem a conexão entre as margens por intermédio de métodos clássicos de nivelamento. Este problema é um dos focos centrais da cooperação entre o Laboratório de Referenciais Geodésicos e Altimetria por Satélites (LARAS) da Universidade Federal do Paraná (UFPR) e o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE).

Desta forma a avaliação da possibilidade de utilização dos dados gerados pelo ANP/GRAV/AM, para fins geodésicos, em área de testes e de estudos nos Estados do Amapá e Pará ganha relevância, pois insere-se nos esforços de modernização da Rede Vertical de Referência do Brasil (RVRB), recentemente realizada no espaço do geopotencial (IBGE, 2018). Assim tem-se a convicção da importância deste estudo devido ao seu ineditismo e principalmente pela pouca quantidade de dados gravimétricos disponíveis na região e quiçá em geral no Brasil, problema esse que seria mitigado com a possibilidade de utilização dos dados levantados, caso possuam os requisitos mínimos de precisão necessários para tal fim.

Como fato bastante evidente, destaca-se, a guisa de exemplos, a necessidade do conhecimento da gravidade sobre as referências de nível para geração do número geopotencial e também de relevância atual, a conexão dos DVB – I e DVB - S no espaço do geopotencial. Neste último, visa-se ao conhecimento do afastamento entre as superfícies equipotenciais que os contém ( $W_{IMB}$  e  $W_{SANT}$ ) e a

superfície equipotencial  $W_0$  do IHRS, de forma a permitir a realização de um SVRN alinhado com o preconizado pela IAG em sua Resolução 1/2015.

Assim, caso os dados aerogravimétricos possam ser empregados para fins geodésicos, permite-se, em uma oportunidade futura, comporem uma base de dados para a solução do PVCG com base em valores gridados de gravidade e de distúrbios da gravidade.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 POTENCIAL DA GRAVIDADE E TEORIA DO POTENCIAL

O campo da gravidade externo da Terra possui um papel fundamental na Geodésia. A modelagem geodésica do planeta, o cálculo de parâmetros de órbitas de satélites, bem como a determinação de um geóide requerem a consideração da gravidade e a análise de sua variação temporal. Com isto, o campo da gravidade contribui com informações que permitem inferir a distribuição e a movimentação das massas na crosta terrestre, provendo também informações significativas para estudos oceanográficos, atmosféricos e hidrológicos (TORGE; MULLER, 2012, p.53).

O potencial da gravidade ou geopotencial ( $W$ ) é uma grandeza escalar e o seu valor em um determinado ponto de coordenadas conhecidas  $(r, \bar{\varphi}, \lambda)$ , pode ser definido como a soma de duas grandezas também escalares: O potencial gravitacional ( $V$ ), resultante da atração das massas que constituem o planeta; e o potencial centrífugo ( $\Phi$ ), efeito do movimento de rotação da Terra em torno de seu eixo de rotação. Essa definição é expressa em um determinado ponto  $P(r, \bar{\varphi}, \lambda)$  na equação (2.1), onde  $r$  é a distância de  $P$  ao geocentro,  $\bar{\varphi}$  a latitude geocêntrica e  $\lambda$  a longitude geocêntrica, similar a longitude geodésica. (TORGE; MULLER, 2012, p.53).

$$W(r, \bar{\varphi}, \lambda) = V(r, \bar{\varphi}, \lambda) + \Phi(r, \bar{\varphi}, \lambda) \quad (2.1)$$

Aplicando-se o operador matemático gradiente na equação (2.1), obtemos as equações (2.2) e (2.3), que fornecem o valor da força da gravidade, ou simplesmente gravidade  $\vec{g}$ , definida como sendo o valor do gradiente do geopotencial  $W$  ou como a força resultante entre a força gravitacional  $\vec{F}_g$  e a força centrífuga  $\vec{F}_c$ , ambas por unidade de massa, e definidas, respectivamente, como os gradientes do potencial gravitacional ( $\vec{\nabla}V$ ) e do potencial centrífugo ( $\vec{\nabla}\Phi$ ).

$$\vec{\nabla}W(r, \bar{\varphi}, \lambda) = \vec{\nabla}V(r, \bar{\varphi}, \lambda) + \vec{\nabla}\Phi(r, \bar{\varphi}, \lambda) \quad (2.2)$$

$$\vec{g}(r, \bar{\varphi}, \lambda) = \vec{F}_g(r, \bar{\varphi}, \lambda) + \vec{F}_c(r, \bar{\varphi}, \lambda) \quad (2.3)$$

#### 2.1.1 Força e Potencial Centrífugo

Devido ao movimento do planeta em torno do seu eixo de rotação, qualquer objeto de massa da Terra encontra-se sob ação de uma força aparente denominada

força centrífuga por unidade de massa  $\vec{F}_c$ . Para o cálculo da aceleração ou da força centrífuga assume-se uma velocidade angular  $\vec{\omega}$  constante e um eixo de rotação planetário fixo, porém os efeitos decorrentes das suas variações temporais podem ser calculados (TORGE; MULLER, 2012, p.60).

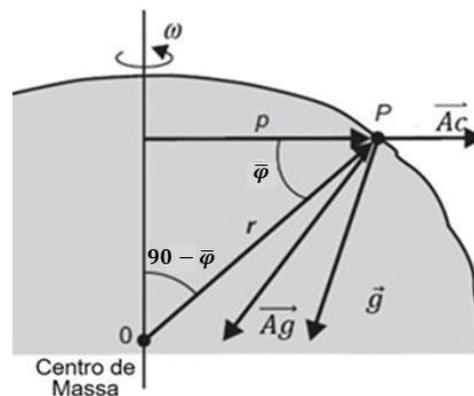
A aceleração centrífuga  $\vec{A}_c$  aplicada sobre uma unidade de massa na Terra é dada pela equação (2.4), sendo a distância  $p$  entre o eixo da rotação planetária e o ponto  $P$  considerado dada pela multiplicação do raio  $r$  e o cosseno de  $\bar{\varphi}$ , a sua latitude geocêntrica. A força centrífuga por unidade de massa  $\vec{F}_c$  é idêntica a  $\vec{A}_c$ . Assim, tem-se de forma escalar:

$$A_c(r, \bar{\varphi}, \lambda) = \omega^2 r \cos \bar{\varphi} \quad (2.4)$$

$$F_c(r, \bar{\varphi}, \lambda) = \omega^2 r \cos \bar{\varphi} \quad (2.5)$$

A aceleração direciona-se na perpendicular ao eixo de rotação com o sentido do eixo para fora, conforme Figura 1, e para ser calculada basta que as coordenadas do ponto  $P$  sejam conhecidas.

FIGURA 1 - ACELERAÇÃO CENTRÍFUGA EM UM PONTO  $P$



FONTE: Adaptada de Torge e Muller (2012).

Para o valor escalar do potencial centrífugo ser obtido em um determinado ponto  $P$  da superfície,  $\Phi(P)$ , basta a aplicação das considerações constantes das equações (2.6) e (2.7) e posterior integração em (2.5) que resultará em (2.8) (TORGE; MULLER, 2012, p.61).

$$\vec{F}_c(r, \bar{\varphi}, \lambda) = \vec{\nabla} \Phi \quad (2.6)$$

$$p = r \cos \bar{\varphi} \quad (2.7)$$

$$\Phi(P) = \frac{\omega^2}{2} p^2, \lim_{p \rightarrow 0} \Phi = 0 \quad (2.8)$$

### 2.1.2 Força e Potencial Gravitacional

A lei de gravitação universal proposta por Isaac Newton em 1687, define que dois corpos distintos de massa  $m_1$  e  $m_2$ , atraem-se mutuamente por uma força gravitacional proporcional às suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os seus centros de gravidade. Subsequentemente, através do desenvolvimento de experimentos posteriores, foi possível estabelecer que o valor da força da gravidade é dado pela equação (2.9), sendo também proporcional a uma constante. Essa constante, chamada de Constante de Gravitação Universal  $G$ , teve o seu valor calculado ao longo dos anos por cientistas como o britânico Henry Cavendish, porém, é atualmente adotada, por exemplo, pela Agência Nacional de Inteligência Geoespacial dos Estados Unidos da América (NGA), para compor a constante gravitacional geocêntrica  $GM$  do WGS 84, através do valor expresso em (2.10) (NGA, 2008, p.2).

$$\vec{F}_g = -G \frac{m_1 m_2}{|\vec{r}|^2} \frac{\vec{r}}{|\vec{r}|} \quad (2.9)$$

$$G = 6,673 \cdot 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2} \quad (2.10)$$

Destaque-se que a (2.9) é válida apenas para duas partículas ou duas distribuições esféricas de massa. Para possibilitar o cálculo da força gravitacional exercida pelo planeta Terra sobre um ponto  $P$  em sua superfície, é necessário que sejam consideradas e somadas a força exercida por cada unidade infinitesimal de massa ( $dm$ ) que compõe o planeta sobre o referido ponto  $P$ . Desta forma definimos que  $P$  possua massa unitária e o raio  $r$  como vetor posição de coordenadas  $(X, Y, Z)$  em sistema tridimensional cartesiano e a unidade de massa tenha a distância  $r'$  advinda de seu vetor posição dado em função das coordenadas  $(X', Y', Z')$ . Outrossim, sendo a Terra uma superfície tridimensional contínua composta por infinitos elemento de massa  $dm$ , temos a solução analítica para o valor da Força Gravitacional em um ponto  $P$  expressa por Torge e Muller (2012, p.54) em (2.11) e (2.12) onde o valor  $dm$  é substituído pelo produto da unidade infinitesimal de volume  $dv$  multiplicado pelo valor da densidade volumétrica  $\rho$ .

$$\vec{F}_g = -G \iiint_{Terra} \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} dm \quad (2.11)$$

$$\vec{Fg} = -G \iiint_{Terra} \frac{\vec{r} - \vec{r}'}{|\vec{r} - \vec{r}'|^3} \rho dv \quad (2.12)$$

A igualdade expressa em (2.12) pode ainda ser demonstrada, efetuando a aplicação do operador gradiente evidenciada em (2.13) e explanada no item 2.1 deste trabalho, após a substituição do valor de  $l$  por suas componentes cartesianas através da (2.14) na equação 2.15, que é a equação definidora do valor do Potencial Gravitacional, dada por Hofman-Wellenhof e Moritz (2005, p.6).

$$\vec{Fg} = \vec{\nabla}V \quad (2.13)$$

Sendo:

$$l = |\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{(X - X')^2 + (Y - Y')^2 + (Z - Z')^2} \quad (2.14)$$

Tem-se:

$$V = G \iiint_{Terra} \frac{dm}{l} = G \iiint_{Terra} \frac{\rho dv}{l} \quad (2.15)$$

### 2.1.3 Esferopotencial e Gravidade Normal

Devido as dificuldades envolvidas no pleno conhecimento das propriedades gravitacionais da Terra, principalmente pelo desconhecimento da distribuição de densidades no interior do planeta, realiza-se à adoção de um modelo físico, com suficiente aproximação denominado Terra Normal (GEMAEL, 1999, p.77). A este modelo elipsoidal atribuem-se propriedades físicas iguais às do planeta, como a mesma massa  $M$ , mesma velocidade angular  $\omega$ , uma superfície equipotencial externa igual à do elipsoide de referência do Sistema Geodésico de Referência à qual se atribui um potencial da gravidade normal ou esferopotencial  $U$ .

Essa é uma grandeza escalar e o seu valor em um determinado ponto de posição conhecida  $(r, \bar{\varphi}, \lambda)$ , pode ser definido como a soma de duas grandezas também escalares: O potencial gravitacional da Terra Normal ou esferopotencial de atração ( $Z$ ), resultante da atração das massas que constituem o modelo; e o potencial centrífugo da Terra Normal ou esferopotencial centrífugo ( $\Phi$ ), efeito do movimento de rotação do modelo, sobre aquele ponto. Essa definição é expressa na equação (2.16).

$$U(r, \bar{\varphi}, \lambda) = Z(r, \bar{\varphi}, \lambda) + \Phi(r, \bar{\varphi}, \lambda) \quad (2.16)$$

Aplicando-se o operador matemático gradiente na equação (2.16), a exemplo da operação matemática realizada na equação do Geopotencial, obtemos as equações (2.17) e (2.18) sendo definida a gravidade normal  $\vec{\gamma}$  como sendo o valor do gradiente de  $U$  ou como a força resultante entre a força gravitacional normal  $\overrightarrow{Fg_n}$  e a força centrífuga normal  $\overrightarrow{Fc_n}$  gradientes do potencial gravitacional normal ( $\vec{\nabla}Z$ ) e do potencial centrífugo normal ( $\vec{\nabla}\Phi$ ) respectivamente.

$$\vec{\nabla}U(r, \bar{\varphi}, \lambda) = \vec{\nabla}Z(r, \bar{\varphi}, \lambda) + \vec{\nabla}\Phi(r, \bar{\varphi}, \lambda) \quad (2.17)$$

$$\vec{\gamma}(r, \bar{\varphi}, \lambda) = \overrightarrow{Fg_n}(r, \bar{\varphi}, \lambda) + \overrightarrow{Fc_n}(r, \bar{\varphi}, \lambda) \quad (2.18)$$

A gravidade normal  $\gamma$  pode ser matematicamente calculada a partir dos parâmetros do elipsoide de referência adotado conforme a Tabela 1. Tal cálculo é realizado para um ponto de latitude  $\varphi$  sobre o elipsoide, independentemente do valor da longitude  $\lambda$ . As formulações mais comumente utilizadas para obter o valor de  $\gamma$  são as advindas do Teorema de Clairaut (2.19), sendo  $\beta$  e  $\beta'$  valores derivados de parâmetros do elipsoide calculados por (2.20) e (2.21). Já a Fórmula proposta por Somigliana é apresentada em (2.22). O desenvolvimento matemático para a obtenção destas equações é apresentado detalhadamente em Hofmann-Wellenhof e Moritz (2005, p.69-73).

TABELA 1 - PARÂMETROS DOS ELIPSOIDES DE REFERÊNCIA

CONSTANTES (UNIDADE)	DESCRIÇÃO	SGR 67	SGR 80	WGS 1984
$a$ (m)	Semieixo Maior	6.378.160	6.378.137	6.378.137
$b$ (m)	Semieixo Menor	6.356.774,5161	6.356.752,3141	6.356.752,3142
$f$	Achatamento	0,0033529237	0,003352813	0,003352810
$\omega$ (rad/s)	Velocidade Angular de Rotação	$7.292.115 \times 10^{-11}$	$7.292.115 \times 10^{-11}$	$7.292.115 \times 10^{-11}$
$m$		0,0034498014	0,003449894	0.0034497865
$\gamma_e$ (mGal)	Gravidade Normal no Equador	978.031,84558	978.032,67715	978.032,53359
$\gamma_p$ (mGal)	Gravidade Normal no Polo	983.217,72792	983.218,63685	983.218,49378

FONTE: International Gravimetric Bureau

$$\gamma_0 = \gamma_e (1 + \beta \sin^2 \varphi + \beta' \sin^2 2\varphi) \quad (2.19)$$

$$\beta = \frac{5}{2}m - f - \frac{17}{14}mf \quad (2.20)$$

$$\beta' = \frac{f^2}{8} - \frac{5mf}{8} \quad (2.21)$$

$$\gamma_0 = \frac{a\gamma_e \cos^2 \varphi + b\gamma_p \sin^2 \varphi}{(a^2 \cos^2 \varphi + b^2 \sin^2 \varphi)^{1/2}} \quad (2.22)$$

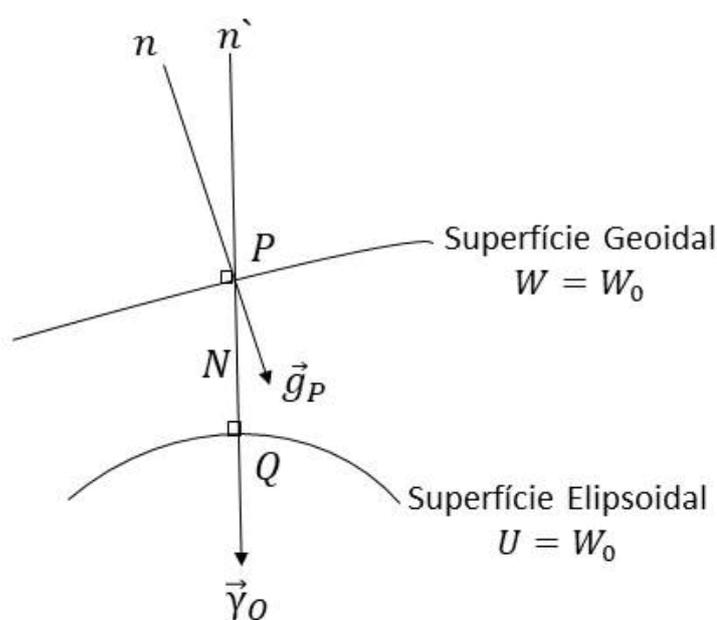
#### 2.1.4 Potencial Anômalo, Anomalia e Distúrbio da Gravidade

O potencial anômalo ou perturbador é definido como a diferença entre o geopotencial  $W$  e o esferopotencial  $U$ , em um determinado ponto  $P$ . Este potencial anômalo ( $T$ ) inserido na equação (2.23), apresentada em Hofmann-Wellenhof e Moritz (2005, p.90), é definido como o potencial derivado da presença de massas anômalas que geram o afastamento da Terra Real do Modelo Terra Normal adotado.

$$W(X, Y, Z) = U(X, Y, Z) + T(X, Y, Z) \quad (2.23)$$

Conforme descrito em Hofmann-Wellenhof e Moritz (2005, p.91), e ilustrado na Figura 2, podemos realizar comparações entre o geóide de potencial  $W_0$  com um elipsoide de referência cujo esferopotencial  $U_0$  possui o mesmo valor de  $W_0$ . Projetando determinado ponto  $P$  no geóide em um ponto  $Q$  sobre o elipsoide ao longo de  $n'$  (normal ao elipsoide) podemos apresentar conceitos importantes e que serão utilizados ao longo desta pesquisa.

FIGURA 2 - GEOIDE E ELIPSOIDE DE REFERÊNCIA



FONTE: Adaptada de Hofmann-Wellenhof & Moritz (2005)

Observando a Figura 2 temos a distância  $PQ$ , também denominada altitude geoidal representada por  $N$ . Considerando o vetor gravidade  $\vec{g}_P$  no ponto  $P$ , o vetor gravidade normal  $\vec{\gamma}_Q$  no ponto  $Q$ , tem-se, por definição, o vetor anomalia da gravidade  $\vec{\Delta g}$  dado em (2.24) (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 91).

$$\vec{\Delta g} = \vec{g}_P - \vec{\gamma}_Q \quad (2.24)$$

Sabe-se que um vetor é caracterizado pela sua magnitude e sua direção. A magnitude do vetor  $\vec{\Delta g}$  fornece o valor escalar da anomalia da gravidade  $\Delta g$  dado pela diferença entre a magnitude dos valores da gravidade  $g_P$  e da gravidade normal  $\gamma_Q$ . Já a diferença na direção entre os vetores  $\vec{g}_P$  e  $\vec{\gamma}_Q$  fornece a deflexão da vertical (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 91).

Também é possível realizar a comparação entre os vetores gravidade  $\vec{g}_P$  e gravidade normal  $\vec{\gamma}_P$  no mesmo ponto de interesse  $P$ . Essa diferença, representada em (2.25), fornece o valor do vetor distúrbio da gravidade  $\vec{\delta g}$  (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 92).

$$\vec{\delta g} = \vec{g}_P - \vec{\gamma}_P \quad (2.25)$$

A magnitude do vetor  $\vec{\delta g}$  fornece o valor escalar do distúrbio da gravidade  $\delta g$  dado pela diferença entre a magnitude dos valores da gravidade  $g_P$  e da gravidade normal  $\gamma_P$ . Já a diferença na direção entre os vetores  $\vec{g}_P$  e  $\vec{\gamma}_P$  fornece a deflexão da vertical, já que as direções de  $\vec{\gamma}_P$  e  $\vec{\gamma}_Q$  são virtualmente coincidentes (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p. 92).

## 2.2 REDUÇÕES GRAVIMÉTRICAS

A obtenção dos valores da anomalia da gravidade vai de encontro a uma questão prática no que se refere a dificuldade de realizar a medição de tal valor diretamente sobre a superfície geoidal. Por outro lado, conforme discorrido anteriormente, o valor de  $\gamma$  em um determinado ponto sobre a superfície elipsoidal pode ser obtido com relativa simplicidade através do uso das fórmulas de Clairaut (2.19) ou Somigliana (2.22). Para que o valor da gravidade de um determinado ponto  $P$ , localizado sobre o geoide ou outra superfície de referência de difícil acesso, possa

ser obtido, é necessário fazer uso de reduções gravimétricas a partir de um ponto sobre o qual seja possível mensurar o valor da gravidade.

Segundo Hofmann-Wellenhof e Moritz (2005, p.129), a utilização da redução gravimétrica permite, entre outras atividades, a determinação do geoide (ou quase geoide), a interpolação ou extrapolação de valores da gravidade e a investigação da crosta terrestre.

Conforme preconizado por Barthelmes (2013) e citado por Nicacio (2017, p.41), funcionais do geopotencial são grandezas físicas derivadas da expressão do geopotencial, tais como a própria gravidade real  $g$ , a gravidade normal  $\gamma$ , o potencial perturbador  $T$ , a anomalia da gravidade  $\Delta g$ , a anomalia de altitude  $\xi$ , a altitude geoidal  $N$ , entre outros. Tradicionalmente, por intermédio de diferentes abordagens do Problema de Valor de Contorno da Geodésia, é possível obter valores das referidas funcionais segundo procedimentos de cálculo diferencial e integral (NICACIO, 2017, p.41).

A fórmula clássica de Stokes, apresentada em Hofmann-Wellenhof e Moritz (2005, p.104), para a altitude geoidal  $N$ , permite, através de uma aproximação esférica, modelar a separação entre as superfícies geoidal e elipsoidal em função de anomalias da gravidade  $\Delta g$ . Esta modelagem é apresentada em

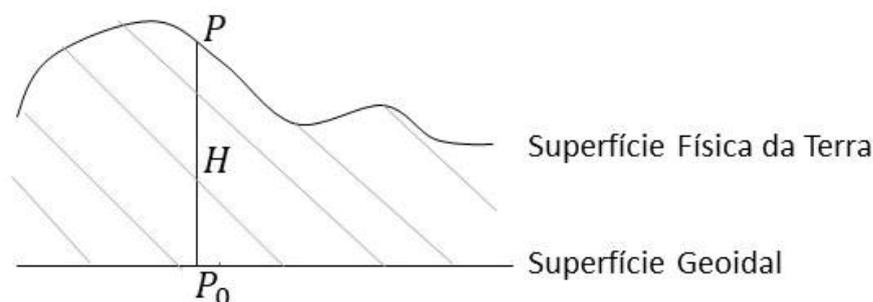
$$N = \frac{R}{4\pi\gamma_0} \oiint \Delta g S(\psi) ds \quad (2.26)$$

onde  $R$  é o raio da esfera considerado na aproximação;  $\gamma_0$  o valor da gravidade normal sobre a projeção do ponto de cálculo na superfície elipsoidal de referência;  $ds$  é o elemento de área considerado multiplicado pela sua respectiva função de Stokes  $S(\psi)$  dependente da distância esférica de cada elemento de área ao ponto de cálculo.

Consoante com a teoria de Stokes, cabe ressaltar que as anomalias da gravidade  $\Delta g$  devem representar valores de contorno no geoide. Esta implicação resulta então em duas condições (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p.129):

- As massas topográficas acima da superfície geoidal são completamente removidas ou deslocadas para baixo da superfície geoidal;
- A estação gravimétrica no ponto  $P$  é reduzida da superfície física da Terra até a superfície geoidal no ponto  $P_0$ , conforme observado na Figura 3.

FIGURA 3 - REDUÇÃO GRAVIMÉTRICA



FONTE: O autor (2019).

Para a obtenção dessas anomalias através do uso de valores observados e reduzidos a superfície geoidal é mister a realização de considerações, como a densidade das massas topográficas e a distribuição da matéria que preenche a crosta terrestre entre o ponto de gravidade observada e o ponto de redução sobre a superfície geoidal. Tais considerações, associadas às simplificações realizadas e modelagens específicas, associadas ao “tipo” de redução permitem o cálculo de diferentes “tipos” de anomalias.

No trabalho a ser desenvolvido ao longo desta pesquisa serão calculados valores de Anomalias de ar livre e de Bouguer, pois como citado no capítulo introdutório, as anomalias de Bouguer serão as funcionais utilizadas em processo de interpolação para a obtenção de valores da gravidade em pontos da Rede Gravimétrica Brasileira. Isto decorre das variações muito mais suaves destas anomalias quando comparadas às anomalias do ar livre ou da própria gravidade em vista dos efeitos da crosta terrestre.

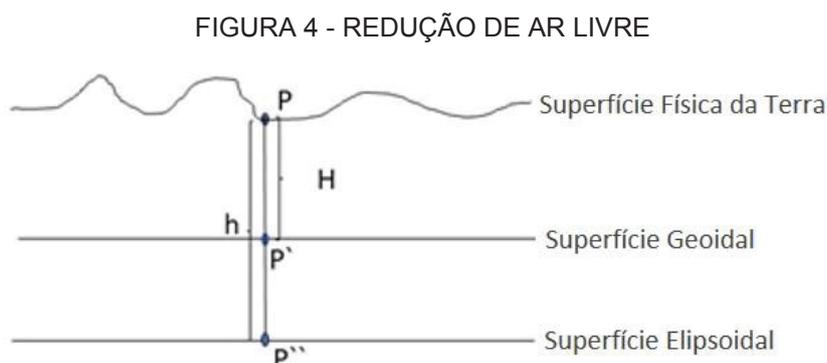
O processo envolvido na redução para obtenção dessas anomalias é explanado a seguir, entretanto, cabe ressaltar que existem outras reduções gravimétricas com modelagens físico-matemáticas distintas, mas que por não serem utilizadas no decorrer deste trabalho não serão abordadas em suas particularidades tais como a Redução de Poincaré e Prey, Redução Topo-Isostática de Pratt-Hayford, Redução Topo-Isostática de Airy-Heiskanen e o método de condensação de Helmert. Tais reduções encontram-se explanadas detalhadamente em Jamur (2012).

Destaque-se ainda que na atualidade buscam-se métodos geodésicos baseados em funcionais associadas à gravimetria que independam de reduções hipotéticas tais como as de anomalias da gravidade. Este é o caso dos distúrbios da

gravidade e das anomalias da gravidade de Molodensky, funcionais estas que se utilizam apenas de reduções perfeitamente controladas no espaço geométrico e do esferopotencial.

### 2.2.1 Redução De Ar Livre

A redução do ar livre (ou *free-air* como usual em Inglês e adotada por muitos autores em língua portuguesa) da gravidade medida na superfície até o geóide, pressupõe basicamente a inexistência de massas externas ao geóide, conforme representado na Figura 4. Desta forma, esta redução é feita utilizando apenas o gradiente vertical da gravidade  $\frac{\partial g}{\partial H}$ .



FONTE: O autor (2019)

Sendo  $g_0$  o valor da gravidade do ponto  $P'$ , reduzido ao geóide a partir da gravidade  $g$  do ponto  $P$ , temos que seu valor pode ser obtido através de uma expansão de Taylor demonstrada em (2.27). Para maioria das aplicações, exceção feita a aerogravimetria (FORSBERG et al., 2012), onde a redução deve obrigatoriamente contemplar o termo de grau 2 do gradiente vertical da gravidade  $\frac{\partial^2 g}{\partial H^2}$ , essa redução pode ser feita negligenciando todos os termos maiores que os de grau um na expansão.

$$g_0 = g - \frac{\partial g}{\partial H} H + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 g}{\partial H^2} H^2 + \dots \approx g - \frac{\partial g}{\partial H} H \quad (2.27)$$

Cabe ressaltar que para muitos propósitos práticos, o valor de  $\frac{\partial g}{\partial H}$  pode ser aproximado pelo gradiente médio da gravidade normal  $\frac{\partial \gamma}{\partial h}$  associado a altitude

elipsoidal  $h$  e de valor - 0,3086 mGal (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p.133). Desta forma, temos que a anomalia ar livre da gravidade ( $\Delta g_{AL}$ ) é calculada pela equação (2.28), onde  $H_P$  é a altitude ortométrica e  $\gamma_{P''}$  o valor da gravidade normal sobre o ponto  $P''$  sobre a superfície elipsoidal de referência.

$$\Delta g_{AL} = g_0 - \gamma_{P''} = g - \frac{\partial g}{\partial H} H_P - \gamma_{P''} = g + 0,3086 H_P - \gamma_{P''} \quad (2.28)$$

Em caso de ser requerida maior precisão para o cálculo de  $\frac{\partial \gamma}{\partial h}$ , utiliza-se (2.29), onde  $\omega$  é a velocidade angular de rotação da Terra Normal e  $J$  representa a curvatura média da equipotencial do ponto considerado. O cálculo de  $J$  é realizado conforme (2.30), onde  $M$  e  $N$  são, respectivamente, a Seção Meridiana e Seção 1º Vertical GEMAE (1999, p.92-94).

$$\frac{\partial \gamma}{\partial H} = -2\gamma J - 2\omega^2 \quad (2.29)$$

$$J = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{M} + \frac{1}{N} \right) \quad (2.30)$$

Analogamente, caso seja necessário realizar o cálculo rigoroso de  $\frac{\partial g}{\partial H}$ , deve-se utilizar (2.31). Esta fórmula, apresentada em Gemael (1999, p. 116) e Hoffman-Wellenhof e Moritz (2015, p.51), é chamada Equação de Bruns e decorre da equação de Poisson generalizada, onde  $\rho$  é a densidade. Ressalta-se, entretanto que a (2.31) é de difícil aplicação por demandar uma série de parâmetros locais nem sempre disponíveis. Na prática, quando se busca maior precisão para  $\frac{\partial g}{\partial H}$  utiliza-se uma aproximação para  $\frac{\partial \gamma}{\partial h}$ , calculada através de (2.29), que em comparação com (2.31), apresenta simplificações em vista da regularidade da Terra Normal. Maiores considerações sobre o cálculo de  $\frac{\partial g}{\partial H}$  podem ser obtidas em Hoffman-Wellenhof e Moritz (2015, p.44-51).

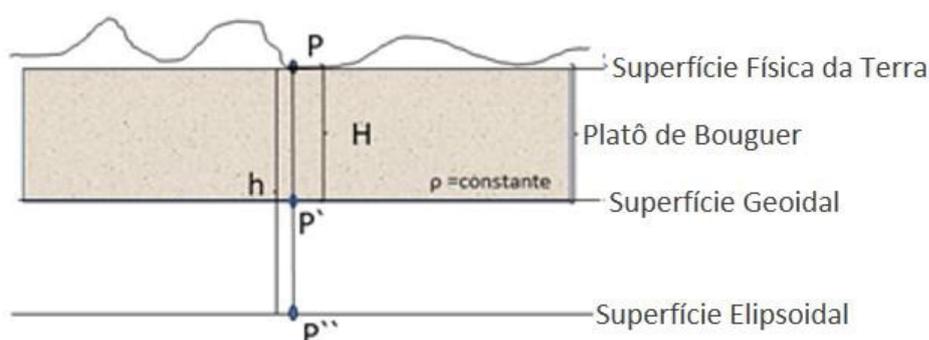
$$\frac{\partial g}{\partial H} = -2gJ + 4\pi G\rho - 2\omega^2 \quad (2.31)$$

### 2.2.2 Redução de Bouguer

O objetivo da redução de Bouguer incompleta ou simplificada é realizar a remoção parcial das massas topográficas externas ao geoide (HOFMANN-

WELLENHOF; MORITZ, 2005, p.135). Para que isso seja feito, introduz-se um elemento auxiliar chamado de Platô de Bouguer, que consiste em assumir que a área ao redor da estação gravimétrica  $P$  seja completamente plana e horizontal, e que as massas entre a superfície geoidal e a superfície física terrestre tenham densidade constante conforme representado na Figura 5.

FIGURA 5 - REDUÇÃO DE BOUGUER



FONTE: O autor (2019).

Após a utilização de cálculos matemáticos e a consideração de que a referida placa, além de plana, seja definida como um cilindro de raio infinito e espessura  $H$ , obtemos que o valor da atração devido ao platô de Bouguer no ponto  $P$  é dada por Gemael (1999) em (2.32).

$$A_B = 2\pi G\rho H = 0,1119 H_P \quad (2.32)$$

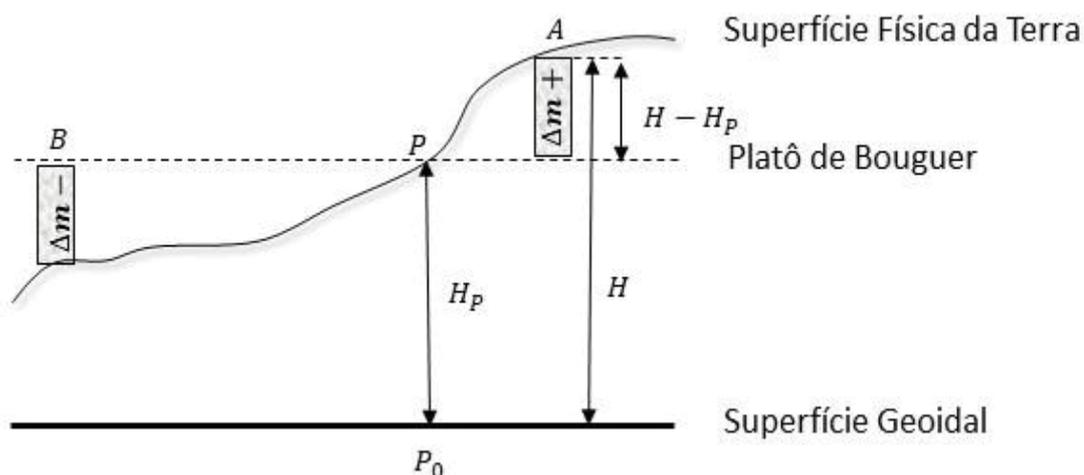
Para o cálculo do valor da gravidade no ponto  $P'$  sobre a superfície geoidal, é realizada então a combinação da redução ar livre com a redução de Bouguer simplificada demonstrada em (2.33). O cálculo da anomalia de Bouguer simplificada é feito então com a subtração do valor de  $\gamma_{P''}$  sobre o elipsoide conforme representada em (2.34).

$$g_B = g_0 - A_B = g - \frac{\partial g}{\partial H} H_P - A_B = g + 0,3086 H_P - 0,1119 H_P = g + 0,1967 H \quad (2.33)$$

$$\Delta g_B = g_B - \gamma_{P''} = g + 0,1967 H_P - \gamma_{P''} \quad (2.34)$$

Ressalta-se que para o cálculo da redução de Bouguer completa ou rigorosa, além de serem computadas as reduções apresentadas previamente, leva-se também em conta o desvio da topografia em relação ao platô no seu processo de redução, conforme ilustrado na Figura 6. Esse processo denomina-se correção do terreno ou correção topográfica (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p.136).

FIGURA 6 - REDUÇÃO DE BOUGUER COMPLETA



FONTE: Adaptada de Hofmann-Wellenhof & Moritz (2005).

Para o cálculo da correção do terreno, leva-se em consideração o desvio da topografia real em relação ao platô de Bouguer no ponto  $P$ . Desta forma, o excesso de massa  $\Delta m +$  em  $A$  que atraem o ponto  $P$  para cima, são removidos causando incrementos no valor da gravidade em  $P$ . Outrossim, as deficiências de massa  $\Delta m -$  em  $B$  são compensadas, pois já haviam sido computadas inicialmente no cálculo do platô, causando novo incremento no valor da gravidade em  $P$ . Ressalta-se que com a consideração da Terra na forma plana, a correção do terreno será sempre de valor positivo e será computada como a soma dos efeitos individuais das áreas  $A$  abaixo e acima do platô conforme descrito na equação (2.35) (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p.138).

$$c_t = \sum \Delta A \quad (2.35)$$

O cálculo da correção do terreno é mais comumente efetivado utilizando Modelos Digitais de Altitude (MDA). Tem, portanto, a sua precisão atrelada tanto à qualidade dos dados gravimétricos quanto à resolução do MDA utilizado. Tal fato, pode ser observado na (2.36), que permite o cálculo numérico dos dois primeiros termos da expansão em série binomial para a obtenção do valor da correção do terreno  $c_t$ . O valor de  $\Delta H$ , representa a diferença entre a altitude  $H_p$  do ponto de cálculo  $P$  em relação ao geóide e a altitude  $H_A$  do ponto de integração  $A$  e  $d$  representa o valor da distância geométrica destes pontos em coordenadas polares. Desta forma o

cálculo da anomalia de Bouguer completa é então dada pela (2.37) (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p.137).

$$c_t = G\rho \iint \left[ \frac{1}{2} \frac{\Delta H^2}{d^3} - \frac{3}{8} \frac{\Delta H^4}{d^5} \right] dx dy \quad (2.36)$$

$$\Delta g_B = g_B - \gamma_P = g + 0,1967 H_P + c_t - \gamma_P \quad (2.37)$$

## 2.3 MEDIÇÕES DA GRAVIDADE

A Gravimetria pode ser definida como a técnica utilizada na medição da gravidade próxima ou sobre a superfície terrestre, bem como em outros corpos celestes (TORGE, 1989, p.1). O Sistema Internacional de unidades (SI), define a unidade de medida da gravidade em  $\text{ms}^{-2}$ , porém as unidades auxiliares medidas em Gal, homenagem feita a Galileu Galilei, são mais utilizadas na Geodésia e Geofísica, sendo apresentadas na Tabela 2.

TABELA 2 - EQUIVALÊNCIA DAS UNIDADES DE MEDIDA

Gal (usual em Geodésia)	SISTEMA INTERNACIONAL
1 Gal	$10^{-2}\text{ms}^{-2}$
1 miligal - 1 mGal	$10^{-5}\text{ms}^{-2}$
1 microgal – 1 $\mu\text{Gal}$	$10^{-8}\text{ms}^{-2}$

FONTE: O autor (2019).

As primeiras medições da gravidade remontam aos séculos XVII e XVIII, tendo sido realizadas através de pêndulos e associadas ao desenvolvimento de estudos para a fundamentação físico-teórica sobre a mecânica da rigidez e deformação dos corpos. Esses estudos e a constatação de que os valores da gravidade eram dependentes da latitude sobre o planeta alicerçaram as investigações iniciais sobre a forma da Terra e seu achatamento polar (TORGE, 1989, p.3).

A prevalência das medições gravimétricas através de instrumentos pendulares perdurou até a primeira metade do século XX quando foram desenvolvidos os primeiros gradiômetros e gravímetros mecânicos estáticos (TORGE, 1989, p.3). Na segunda metade do século XX foram criados os primeiros gravímetros com aparatos de medição por queda livre sendo mais precisos. Posteriormente, com a construção de gravímetros transportáveis de precisão semelhante aos estacionários e dos

primeiros gravímetros oceânicos tornou-se factível o estabelecimento das primeiras redes gravimétricas de precisão, auxiliando na solução de problemas relacionados aos estudos da Geodésia, Geofísica e Geodinâmica. Outro aspecto de destaque é o fato de que suas possibilidades de obtenção não mais se restringiram aos métodos terrestres, pois valores da gravidade passaram a ser obtidos com gravímetros embarcados em navios e aeronaves ou através da análise da órbita perturbada de satélites e de missões satelitais gravimétricas.

A medição da gravidade em âmbito terrestre é feita em grande parte através da utilização de gravímetros absolutos e relativos, que realizam as suas medições utilizando princípios físicos distintos decorrentes da ação da gravidade. No prosseguimento deste trabalho os aspectos físicos mais gerais envolvidos na obtenção de dados gravimétricos serão abordados, porém informações com maiores especificidades sobre os princípios fundamentais de funcionamento de gravímetros são encontrados em Rosier (1993).

### 2.3.1 Medições Absolutas da Gravidade: Princípios Fundamentais

As medições da gravidade na forma absoluta são realizadas baseadas na medição da distância e do tempo. Os gravímetros absolutos utilizam, como base para os seus cálculos, o princípio da queda livre, sendo os dispositivos pendulares considerados obsoletos desde o advento desta última tecnologia (TORGE, 1989, p.128).

#### 2.3.1.1 Queda livre e equações fundamentais

Este princípio consiste na medição do tempo necessário, através da utilização das equações do movimento (2.38), (2.39) e (2.40), para que uma partícula percorra uma distância conhecida no local da mensuração, sendo  $z'_0$  e  $z_0$  as constantes de integração velocidade e posição do corpo em queda quando o tempo  $t$  é igual a 0.

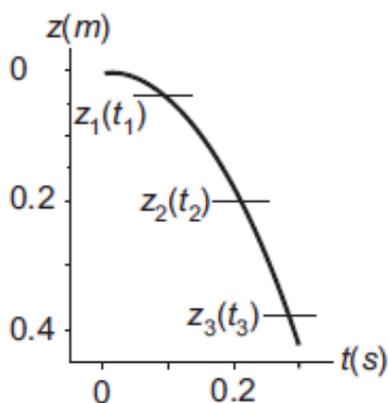
$$m \frac{dz^2}{dt^2} = mz'' = mg \quad (2.38)$$

$$z' = \frac{dz}{dt} = z'_0 + gt \quad (2.39)$$

$$z = z_0 + z'_0 t + \frac{g}{2} t^2 \quad (2.40)$$

Devido a imprecisão na medição de  $z_0$  e  $z_0$  a determinação de  $g$  é realizada através da medida do tempo da queda do corpo lançado em três posições conhecidas, conforme a Figura 7 (TORGE, 1989, p.128).

FIGURA 7 - MÉTODO DA QUEDA LIVRE



FONTE: Torge (1989).

Posteriormente, os valores de  $z_0$  e  $z_0$  são eliminados matematicamente e a gravidade pode ser obtida através da equação (2.41) descrita em Torge (1989, p.129).

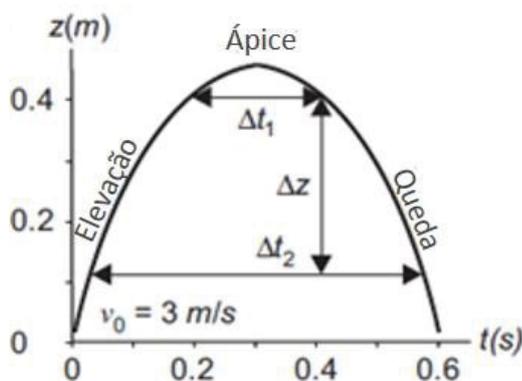
$$g = 2 \frac{(z_3 - z_1)(t_2 - t_1) - (z_2 - z_1)(t_3 - t_1)}{(t_3 - t_1)(t_2 - t_1)(t_3 - t_2)} \quad (2.41)$$

Entretanto, os gravímetros absolutos modernos atualmente empregados utilizam mais do que as três medidas descritas, realizando experimentos multiposicionais de forma a permitir a obtenção de um valor da gravidade ajustado pelo método dos mínimos quadrados (MMQ) (TORGE; MULLER, 2012, p.176).

### 2.3.1.2 Elevação e queda simétrica

Este método se baseia na utilização das equações (2.38), (2.39) e (2.40), sendo a sua diferença fundamental a realização do arremesso de um corpo em ascensão com velocidade inicial conhecida e o acompanhamento de sua descida após atingir o ponto de máximo do movimento descrito (TORGE; MULLER, 2012, p.176), conforme demonstrado na Figura 8.

FIGURA 8 - ELEVAÇÃO E QUEDA SIMÉTRICA



FONTE: Adaptada de Torge e Muller (2012).

A diferença fundamental deste método em relação ao anterior é a adoção do eixo  $z$  como positivo em direção ao Zênite, implicando que o valor da gravidade apresentado nas equações associadas a queda livre passe a apresentar sinal negativo. Desta forma considerando tratar-se de um sistema isolado e conservativo, que a velocidade vertical da partícula lançada assume no ponto de máximo valor instantâneo de altura, velocidade igual a zero, e que o movimento de queda se comporta de maneira simétrica ao da elevação. Com a realização de desenvolvimento algébrico descrito em Torge e Muller (2012, p.177), obtém-se que valor da gravidade através da equação (2.42) necessitando apenas de duas posições de medição. Cabe ressaltar, porém, que a exemplo dos gravímetros de queda livre, são também realizados diversos lançamentos, afim de permitir experimentos multiposicionais de forma para a obtenção de um valor da gravidade ajustado pelo método dos mínimos quadrados (MMQ) (TORGE; MULLER, 2012, p.177).

$$g = \frac{8\Delta z}{\Delta t_2^2 - \Delta t_1^2} \quad (2.42)$$

### 2.3.1.3 Queda livre em um campo da gravidade não homogêneo

Conforme citado no item 2.2.1 deste trabalho e descrito em Hofmann-Wellenhof e Moritz (2005, p.133), o campo da gravidade terrestre não é homogêneo. Assim, o valor de  $g$  sofre variações ao longo da sua direção normal. Essa variação, para muitos propósitos práticos, pode ser aproximada pelo gradiente da gravidade normal de valor  $-0,3086$  mGal. Esta não homogeneidade também é levada em

consideração nas medições realizadas pelos gravímetros, evitando, assim, a ocorrência de erros grosseiros e sistemáticos.

Conforme descrito em Torge (1989, p.131), considerando este comportamento e aplicando o termo  $g_z$ , componente vertical do gradiente da gravidade  $\partial g / \partial z$ , na equação da queda livre (2.42), temos a equação (2.43). Desenvolvendo matematicamente tal expressão e embasado nos princípios físicos que regem o movimento vertical partículas, obtém-se as equações (2.44) e (2.45), onde são calculados, respectivamente, o valor médio da gravidade após  $n$  experimentos de queda livre e o valor médio da gravidade para o de lançamento e queda simétrica.

$$\frac{dz^2}{dt^2} = z'' = g(z) = g_0 + g_z z \quad (2.43)$$

$$\bar{g} = \frac{1}{t_n} \int_0^{t_n} (g_0 + \frac{g_z}{2} g_0 t^2) dt = g_0 (1 + \frac{g_z}{6} t_n^2) \quad (2.44)$$

$$g = g_0 (1 + \frac{g_z}{6g_0} (\Delta z + 2z_1)) \quad (2.45)$$

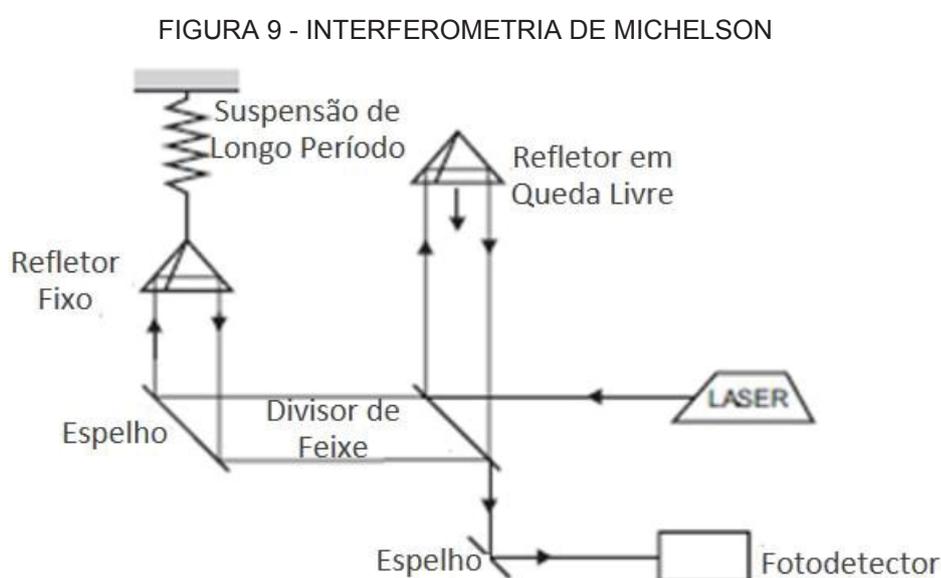
Ressalta-se que o valor de  $g_z$  pode utilizar-se do valor do gradiente da gravidade normal nos cálculos, porém tal consideração pode acarretar um erro de até 0,01 mGal devido as distribuições irregulares de massa no local da medição. Desta forma, para medições mais precisas deve-se aplicar um valor de  $g_z$  local, ou um fator de correção adicional  $\Delta g / \Delta z$ , obtido com a utilização de gravímetros relativos (TORGE, 1989, p.132).

#### 2.3.1.4 Medição de tempo e distância

O objetivo proposto pelo GGOS de obter-se Sistemas de Referência com a precisão nominal de  $10^{-9}$  m, demanda que a precisão a ser obtida pelos gravímetros tenha a mesma ordem de grandeza. Para exemplificar a complexidade da tarefa é necessário, por exemplo, que em uma distância de queda de cinquenta centímetros, a precisão das medições de distância e tempo realizadas não excedam  $0,5 \times 10^{-9}$  m e  $0,2 \times 10^{-9}$  s respectivamente.

Atualmente, os gravímetros de queda livre atingem tal precisão com a medição de distâncias sendo realizada por interferometria a laser e as de tempo por técnicas eletrônicas associadas a um relógio atômico. Para a realização da

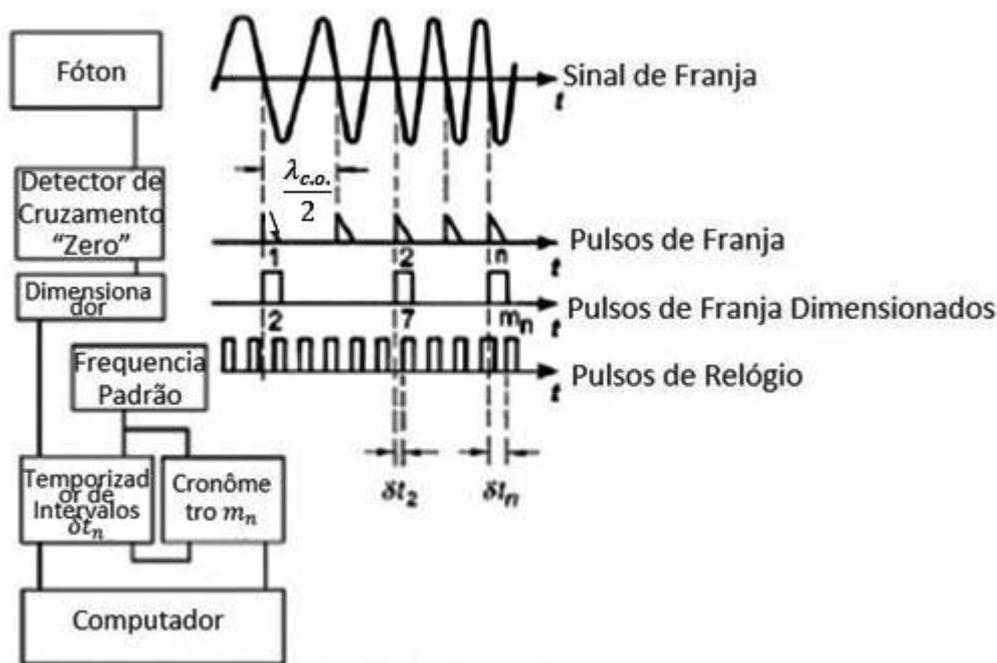
interferometria utiliza-se o princípio de Michelson, ilustrado na Figura 9 e descrito em Torge e Muller (2012, p.178), onde um refletor fixo é utilizado como referência e o outro funciona como a massa de teste em queda livre. Uma fonte emite um laser que é então dividido em dois feixes que são posteriormente sobrepostos após sofrer a reflexão paralela dos dois refletores. Esta divisão e sobreposição acarreta uma defasagem de distância de metade do comprimento de onda  $\lambda_{c.o.}$  do laser e é chamada, em uma tradução mais literal, de “cruzamentos zero do sinal de franja” que variam em frequência devido a velocidade do refletor em movimento.



FONTE: adaptada de Torge e Muller (2012)

Essas variações sensibilizam um fotodetector, sendo convertidas para um sinal eletrônico que é amplificado e contabilizado através do procedimento ilustrado na Figura 10 onde um relógio atômico realiza a medição do tempo necessário para que ocorra uma quantidade “ $n$ ” dessas variações.

FIGURA 10 - MEDIÇÃO DE TEMPO DAS "VARIÇÕES DE FRANJA"



FONTE: Adaptada de Torge e Muller (2012).

Simultaneamente, através da equação (2.46), é então obtido o valor correspondente da distância vertical  $z$  percorrido pelo refletor em queda, com elevada precisão.

$$z = n \frac{\lambda_{c.o.}}{2} \quad (2.46)$$

### 2.3.1.5 Erros devidos à pressão atmosférica e microssismos

As medições absolutas da gravidade, realizadas pelo princípio da queda livre, tem nas condições de pressão atmosférica e na existência de sismos os efeitos perturbadores mais representativos.

A pressão atmosférica, complementada pela flutuabilidade da massa de teste em queda agem como uma força de sentido contrário ao movimento do corpo e podem acrescentar erros de até  $10^{-3} \text{ ms}^{-2}$  nas medições realizadas em pressão atmosférica normal. Existem diferentes métodos para redução dos efeitos da pressão atmosférica com a criação de situações de vácuo. Medições realizadas em uma pressão atmosférica de  $10^{-3}$  Pascal, em equipamento com câmaras livres de arrasto, permitem que o arrasto sofrido pela massa de teste seja modelado e os efeitos do mesmo sobre

a gravidade sejam reduzidos para ordem de  $10^{-9} \text{ ms}^{-2}$ , resultado similar aos obtidos quando da realização do experimento em alto vácuo ( $10^{-3} \text{ Pa}$ ) que é um procedimento altamente custoso (TORGE, 1989, p.137).

O efeito perturbador causado pelos sismos está diretamente associado a mudança provocada ao refletor utilizado como referência vertical nos gravímetros. A movimentação causada pelos tremores altera sua posição vertical e conseqüentemente afeta as medições de tempo e distância executado pelos gravímetros. Assim, as estações gravimétricas ocupam locais de mínima atividade sísmica e realizam diversas medições por períodos temporais superiores aos dos microsismos, possibilitando a redução do erro causado por essas perturbações para valores entre 1/10 e 1/30 dos erros inicialmente introduzidos (TORGE, 1989, p.138).

### 2.3.2 Medições Relativas da Gravidade

Em medições relativas da gravidade, é realizada a observação direta ou indireta de apenas uma das duas grandezas fundamentais, tempo ou distância, envolvidas na medição. A solução deste problema indeterminado se dá com a observação da variação de uma dessas grandezas em um segundo ponto de observação, enquanto a outra grandeza é mantida fixa. Desta forma, o valor medido, por um gravímetro relativo, é o da diferença de gravidade em relação a uma estação onde o valor da gravidade é conhecido (TORGE, 1989, p.184). Em uma classificação mais geral, os gravímetros relativos possuem dois métodos de medição, dinâmico e estático, que funcionam de forma distinta.

#### 2.3.2.1 Métodos dinâmicos de medição

O princípio deste método consiste na observação da oscilação de sensores em movimento livre ou restrito. Os primeiros gravímetros relativos dinâmicos utilizados entre o final do século XVIII utilizavam pêndulos posicionados de forma direta e inversa, porém para que fossem obtidas melhores precisões, com cerca de 1 a 5 mGal era necessária a observação de diversos pêndulos simultâneos por aproximadamente trinta minutos.

Atualmente as medições realizadas pelo método dinâmico são efetuadas por gravímetros relativos mais modernos, a exemplo do gravímetro Gráviton GMB-3,

embarcado na aeronave utilizada no Levantamento Aerogravimétrico na área de estudos. Esse tipo de sensor utiliza o princípio da “Corda Vibrante”, caracterizada pela observação da frequência da oscilação transversa de uma corda elástica colocada verticalmente tensionada por uma massa suspensa (TORGE, 1989, p.191).

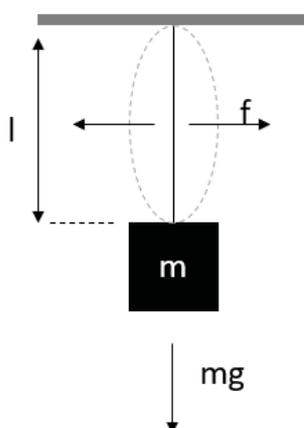
As equações, descritas em Torge (1989, p.192), para a obtenção do valor da diferença de gravidade entre um ponto ocupado  $P_2$  e um ponto de gravidade conhecida  $P_1$ , utilizando um sensor gravimétrico de massa suspensa livre, conforme a Figura 11, são explicitadas em (2.48) e (2.49) e advém da equação (2.47). Sendo  $f$  a frequência fundamental de vibração da corda,  $l$  o comprimento da corda,  $mg$  o produto da massa suspensa pelo valor da gravidade local e  $\rho q$  o produto da densidade da corda pela área da sua seção transversal, permite-se que a partir do valor da gravidade conhecida no ponto de partida  $P_1$ , as diferenças de  $g$  sejam obtidas à partir das frequências de vibração da corda, medidas eletronicamente pelos sensores gravimétricos, em cada local ocupado.

$$f = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{mg}{\rho q}} \quad (2.47)$$

$$\frac{g_2}{g_1} = \frac{f_2^2}{f_1^2} \quad (2.48)$$

$$\Delta g_{1,2} = g_1 - g_2 = \frac{g_1}{f_1^2} (f_2^2 - f_1^2) \quad (2.49)$$

FIGURA 11 -PRINCÍPIO DA CORDA VIBRANTE COM MASSA SUSPensa



FONTE: Torge (1989).

Cabe ressaltar, que a exemplo de outros sensores gravimétricos, a acurácia obtida para os valores de  $\Delta g_{1,2}$  (aqui variação da gravidade entre dois pontos) está relacionada à precisão atingida pela medição de tempo. Neste caso, associado ao período de cada frequência. As equações supracitadas modelam o comportamento de sensores que trabalham com a massa de teste suspensa e livre. Porém, existem sensores que utilizam o princípio de corda vibrante com especificações distintas, tais como um pré-tensionamento da mola ou um sistema duplo de cordas vibrantes. Esse último caso foi o sistema utilizado na realização das observações envolvidas nesta pesquisa, com o sensor localizado em um sistema termicamente estabilizado. No mesmo, a massa encontra-se em contato com um óleo de alta viscosidade com a função de amortecer altas frequências causadas pela aeronave. Nestes sensores, as equações (2.44), (2.45) e (2.46) possuirão termos e modelagens físicas acrescentadas de acordo com as suas particularidades. Mais detalhes acerca dos cálculos envolvidos podem ser encontrados em TORGE (1989, p.193).

### 2.3.2.2 Métodos estáticos de medição

O princípio elementar deste método consiste na observação e mensuração da ação de compensação, normalmente aplicada por uma mola, para que seja mantido o equilíbrio na suspensão de uma massa de teste sob ação da força da gravidade. Em linhas gerais, nos sensores que utilizam o princípio de equilíbrio por mola vertical, a grandeza observável consiste na deformação causada a mola utilizada para contrapor a gravidade.

Supondo  $l_0$  o comprimento inicial da mola e  $l_1$  seu comprimento após a deformação causada pela acoplagem da massa de teste, temos pela lei de Hooke que após o sistema assumir o equilíbrio é satisfeita a condição apresentada em (2.50), onde  $k$  é uma constante elástica associada à mola. Desta forma, a relação entre o comprimento da mola e a gravidade apresenta-se de forma quase linear. Porém, é necessária a realização de uma calibração para que a mudança de tamanho na mola possa ser associada aos valores decorrentes das mudanças de valores de gravidade (TORGE, 1989, p.193).

$$k(l_1 - l_0) = mg \quad (2.50)$$

Os métodos estáticos de medição contemplam, como no dinâmico, sensores gravimétricos que apresentam termos e modelagens físicas acrescentadas de acordo

com as particularidades de cada sistema, como o sistema de balanço vertical onde o sistema massa mola funciona como uma mola pendular, mas que diferentemente do método dinâmico, o período de oscilação da mola empregada não se relaciona com o valor da gravidade e sim com a constante  $k$ . Tal consideração torna necessária, por exemplo, a formulação específica para cálculo da frequência de oscilação da mola e seu respectivo amortecimento. Tais sensores encontram-se melhor descritos em suas particularidades em Torge (1989) e Rosier (1993).

### 2.3.2.3 Equação de equilíbrio em gravímetros relativos

O estado de equilíbrio estático de um gravímetro de mola rotacional, sendo considerados os principais fatores de perturbação, é descrito por Rosier (1993, p. 13) e Gemael (1999), através da (2.51).

$$M_g(\alpha, g, \theta, B, w) + M_f(\alpha, \theta, Mag, T) = 0 \quad (2.51)$$

Nesta equação  $M_g$  é o módulo do momento devido ao peso da massa de teste (momento gravitacional) e  $M_f$  é o módulo do momento que a força de origem elástica exerce no sistema, em relação ao mesmo eixo (momento elástico). Dentre os fatores de perturbação considerados:  $\alpha$  é o ângulo de inclinação entre a haste que segura massa de teste e a vertical;  $g$  o módulo da gravidade local;  $\theta$  a temperatura do meio onde se encontra o sensor;  $B$  a pressão atmosférica do meio;  $w$  a inclinação do instrumento;  $Mag$  a intensidade do campo magnético no qual o gravímetro opera e  $T$  o tempo decorrido de produção da mola.

Conforme descrito por Rosier (1993, p. 14) e exposto em (2.51), sobre a grandeza  $M_g$  atuam fatores constituídos por perturbações de origem não-gravitacional, tais como variações na temperatura do meio que envolvem o sensor alterando o valor do momento; variações da pressão atmosférica, causando variações na densidade do meio onde se encontra instalado o sensor, e que alteram o empuxo sobre a massa de testes (lei de Arquimedes); o desnivelamento do gravímetro, fazendo com que os sistemas local e instrumental não estejam mais em coincidência e sendo interpretado pelo sensor como uma perturbação da gravidade.

O momento  $M_f$  também pode apresentar perturbações de origem térmica (vinculadas as propriedades termo elásticas do material que constitui a mola), bem como perturbações não-gravitacionais provocadas por variações na intensidade e

direção do campo magnético, terrestre ou artificial, reinante, além das perturbações conhecidas como deriva instrumental (*drift*) caracterizadas como a variação do momento elástico com o tempo e relacionada ao envelhecimento da mola (ROSIER, 1993, p.14).

Dentre as perturbações propriamente gravitacionais que influem no gravímetro convém mencionar a oscilação vertical da crosta terrestre sob o efeito das marés, a atração gravitacional variável da massa atmosférica na região onde o aparelho está instalado, a alteração da distribuição das massas nas vizinhanças do gravímetro, causadas, por exemplo, pelas mudanças no nível do lençol freático, bem como a variação na velocidade angular de rotação da terra e o movimento do polo que também constituem fatores que alteram a gravidade num determinado local (ROSIER, 1993, p.15).

A equação fundamental do sistema elástico do gravímetro, ou equação geral de equilíbrio do sistema, descrita por Rosier (1993, p.16), resulta da diferenciação de (2.51).

$$dM_g(\alpha, g, \theta, B, w) + dM_f(\alpha, \theta, Mag, T) = 0 \quad (2.52)$$

Aplicando a diferenciação dos momentos em função de suas perturbações, temos:

$$dM_g(\alpha, g, \theta, B, w) = \frac{\partial M_g}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial M_g}{\partial g} dg + \frac{\partial M_g}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial M_g}{\partial B} dB + \frac{\partial M_g}{\partial w} dw \quad (2.53)$$

$$dM_f(\alpha, \theta, Mag, T) = \frac{\partial M_f}{\partial \alpha} d\alpha + \frac{\partial M_f}{\partial \theta} d\theta + \frac{\partial M_f}{\partial Mag} dMag + \frac{\partial M_f}{\partial T} dT \quad (2.54)$$

Resultando em:

$$\left[ \frac{\partial}{\partial \alpha} (M_g + M_f) d\alpha + \frac{\partial}{\partial \theta} (M_g + M_f) d\theta + \frac{\partial M_g}{\partial g} dg + \frac{\partial M_g}{\partial B} dB + \frac{\partial M_g}{\partial w} dw + \frac{\partial M_f}{\partial Mag} dMag + \frac{\partial M_f}{\partial T} dT \right] = 0 \quad (2.55)$$

Da equação fundamental do equilíbrio elástico do sistema, explicitada em (2.55), e após a realização de manipulações algébricas e as considerações físico matemáticas adequadas, como a da constância de determinadas variáveis descritas em Gemael (1999, p. 233-243), permite-se obter o valor dos coeficientes relacionados as perturbações e descritos na Tabela 3.

TABELA 3 - COEFICIENTES DOS EFEITOS PERTURBADORES DE UM GRAVÍMETRO RELATIVO

COEFICIENTE	NOME	DESCRIÇÃO	FORMULAÇÃO
$\frac{d\alpha}{dg}$	Sensibilidade do Gravímetro	Capacidade do Gravímetro de Reagir as Variações da Gravidade	$\frac{d\alpha}{dg} = - \frac{\frac{\partial M_g}{\partial g}}{\frac{\partial}{\partial \alpha} (M_g + M_f)}$
$\frac{dg}{dB}$	Coefficiente Barométrico	Fornece a influência da variação de Pressão	$\frac{dg}{dB} = - \frac{\frac{\partial M_g}{\partial B}}{\frac{\partial M_g}{\partial g}}$
$\frac{dg}{d\theta}$	Coefficiente de Temperatura	Fornece a influência da variação térmica sobre o gravímetro	$\frac{dg}{d\theta} = - \frac{\frac{\partial}{\partial \theta} (M_g + M_f)}{\frac{\partial M_g}{\partial g}}$
$\frac{dg}{dw}$	Coefficiente de Inclinação	Fornece a influência da inclinação de um ângulo $w$ sobre o gravímetro	$\frac{dg}{dw} = g \tan w$

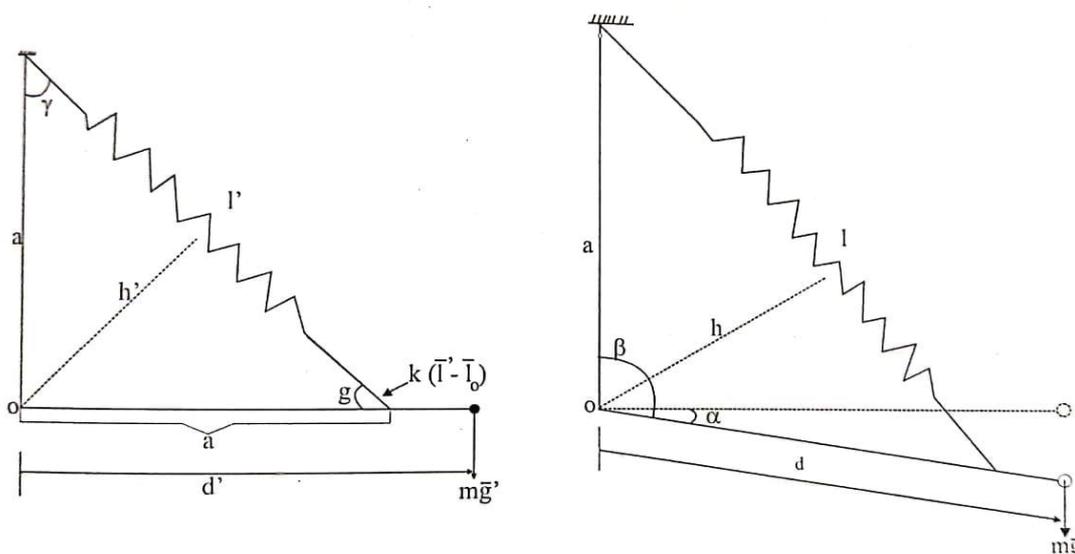
FONTE: O autor (2019).

#### 2.3.2.4 Astatização

Conforme exposto na Tabela 3, a variação do ângulo  $\alpha$  em relação a gravidade recebe o nome de sensibilidade do gravímetro. Desta forma, significa dizer, que uma sensibilidade elevada indica o fato de uma pequena variação na gravidade acarretar uma variação relativamente grande no ângulo  $\alpha$ , ou seja, uma elevada deformação no sistema elástico.

A construção dos gravímetros objetiva então tornar a sensibilidade do instrumento a mais elevada possível, a qual pode ser alcançada pela adoção de uma maior massa de teste ou com a diminuição da rigidez da mola (GEMAEL, 1999, p.238). Assim quanto maior for o deslocamento da vigueta para uma dada variação da gravidade, conforme pode ser observado na Figura 12, maior será a resolução instrumental obtida pelo gravímetro.

FIGURA 12 - VIGUETA HORIZONTAL E MOLA RESTAURADORA INCLINADA



FONTE: Gemael (1999)

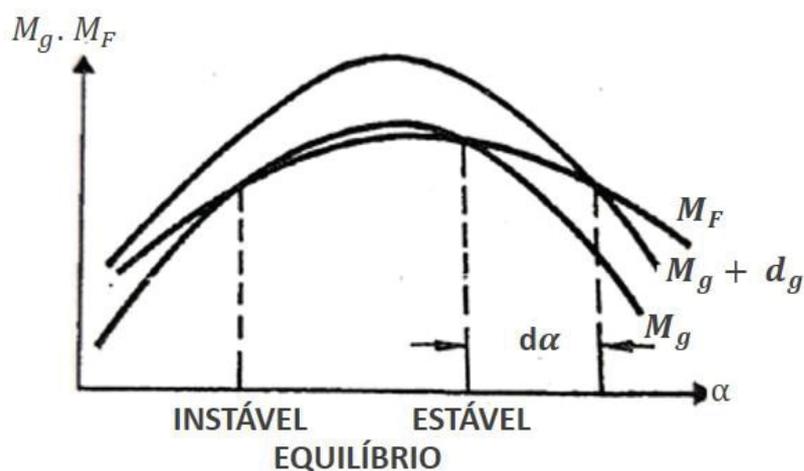
Observa-se na equação (2.56), já exibida na Tabela 3 e denominada equação da sensibilidade de um gravímetro de mola, que devido a contingências de ordem prática não pode ter seu numerador elevado além de certos limites; também, os termos do denominador, por possuírem sinais opostos e apresentarem valores absolutos similares, podem proporcionar uma condição de sensibilidade muito elevada (astatização). Cabe ressaltar que caso o denominador se anule, a sensibilidade tenderá ao infinito, tornando impossível a realização de um registro preciso, pois qualquer variação ou perturbação na gravidade tenderia a provocar um deslocamento excessivo da vigueta causando um equilíbrio indiferente, impossibilitando que o sistema atinja a sua estabilização (ROSIER, 1993, p.18).

$$\frac{d\alpha}{dg} = - \frac{\frac{\partial M_g}{\partial g}}{\frac{\partial}{\partial \alpha} (M_g + M_f)} \quad (2.56)$$

A astatização é o resultado de um processo utilizado para elevar a sensibilidade de um gravímetro, podendo ser descrito sumariamente como o processo realizado para a aproximação das curvas  $M_g$  e  $M_f$ , conforme pode ser observado na Figura 13, para uma determinada variação de  $\alpha$  e que assinala a região de astatização do instrumento (TORGE, 1989). De acordo com o descrito por Rosier (1993, p. 18), a condição geral para que isso ocorra é que os momentos gravitacional e elástico sejam funções do mesmo tipo em relação a  $\alpha$ . Desta forma, o processo de astatização na

construção de um gravímetro encontra sua importância no fato de que sua resolução, dada uma determinada sensibilidade, se vincula a resolução do sistema que permite observar uma determinada variação de  $\alpha$ .

FIGURA 13 - CURVAS DOS MOMENTOS DE UM GRAVÍMETRO ASTATIZADO



FONTE: Adaptada de Torge (1989)

## 2.4 AEROGRAVIMETRIA

A gravimetria terrestre esbarra muitas vezes na complexidade de realizar-se medições em áreas de difícil acesso, como oceanos, massas d'água, regiões polares, selvas ou áreas desérticas. Conforme citado na introdução deste trabalho, a dificuldade imposta pelo terreno atrelada ao elevado custo do trabalho das operações de nivelamento com gravimetria, demanda alternativas para a que seja realizada a observação de valores de gravidade distribuídos regularmente em grandes territórios.

Dentro deste contexto, no início da segunda metade do século XX, surgem as primeiras iniciativas de realizar a instalação de gravímetros em plataformas móveis como navios, submarinos, boias náuticas, helicópteros e aeronaves. Ao passo que a instalação destes sensores nas citadas plataformas promoveu a possibilidade de uma aquisição de dados gravimétricos com maior agilidade, resolução espacial e melhor custo-benefício, surge também o desafio de realizar a modelagem de novas acelerações perturbadoras provenientes de choques e das acelerações inerciais as quais estão submetidos os referidos veículos. Atendidas certas condições de controle,

as medições embarcadas são capazes de atingir precisões da ordem do miligal (TORGE, 1989, p.258).

Dentre as plataformas móveis utilizadas para instalação de sensores gravimétricos, as aeronaves destacam-se pelo seu potencial de cobrir áreas de difícil acesso tanto em ambiente terrestre como marítimo, sua alta resolução e sua atrativa relação custo-benefício na execução de projetos (OLESEN, 2003).

A aerogravimetria foi utilizada experimentalmente na década de 1960 (LACOSTE, 1967), porém o seu emprego como uma forma operacional de medir a gravidade foi impulsionado e operacionalizado na década de 1990 juntamente com o desenvolvimento do posicionamento cinemático através do Sistema de Posicionamento Global (GPS), que passou a permitir posicionamento com uma cobertura ininterrupta e global. Com o desenvolvimento dos receptores GPS e sensores gravimétricos embarcados, possibilitando a mensuração de dados com maior acurácia posicional e gravimétrica, a aerogravimetria passou a ter a sua utilização mais difundida.

A difusão deste emprego refletiu-se na sua adoção por parte de alguns Serviços Geográficos Nacionais como o antigo *National Survey and Cadastre (KMS)* da Dinamarca, hoje a cargo do *Danish Geodata Agency*, e o *NOAA's National Geodetic Survey (NGS)* dos Estados Unidos da América na complementação de levantamentos gravimétricos terrestres e para o provimento de dados auxiliares ao desenvolvimento de Modelos Globais do Geopotencial (FORSBERG, 2002).

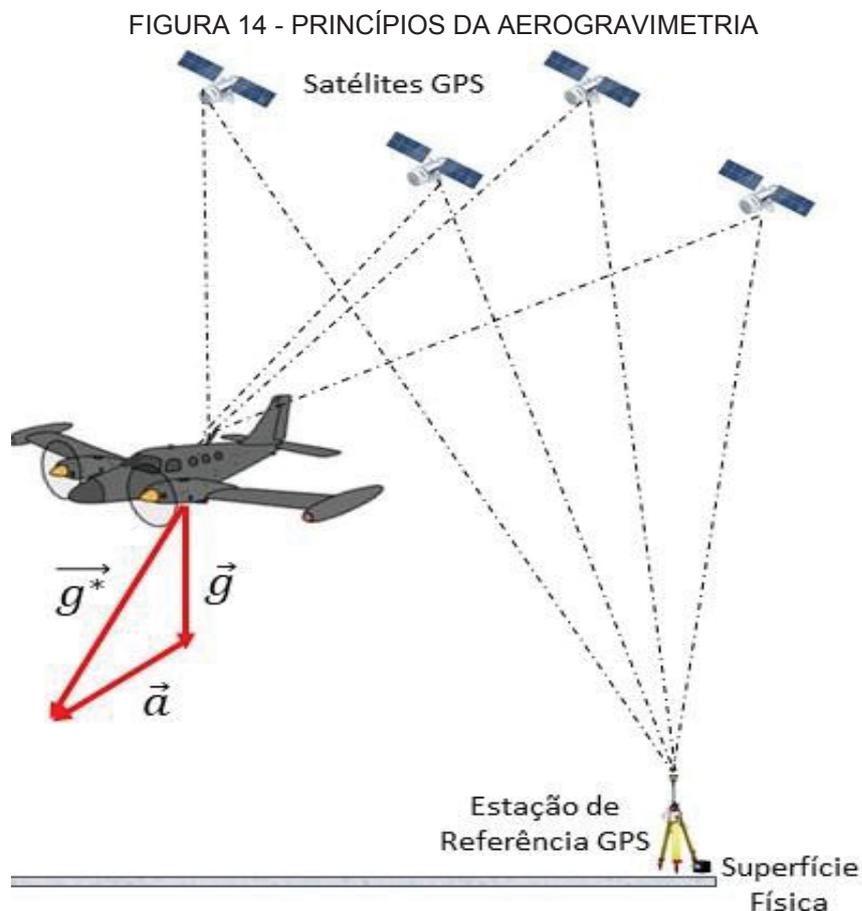
Conforme discorrido, a aerogravimetria, em uma visão deveras simplista, consiste na iniciativa de realizar medições de valores de gravidade, ao longo de faixas de voo previamente estabelecidas, através de gravímetros acoplados a um sistema inercial (Inertial Navigation System – INS) associado ao GPS e embarcado em uma aeronave. Tais medições tem como referência gravimétrica, um gravímetro estacionado sobre uma estação gravimétrica terrestre e uma referência posicional obtida a partir de um posicionamento diferencial GPS (FORSBERG et al., 2012).

Entretanto, a execução de tal procedimento importa algumas complexidades relacionadas ao processamento dos dados gerados em voo. A primeira dificuldade encontrada é realizar a separação das acelerações gravitacionais das acelerações cinemáticas decorrentes dos movimentos e mudanças de atitude da aeronave. Tal separação só é possível de ser executada com a modelagem matemática adequada das respostas dos sensores gravimétricos e inerciais embarcados, bem como dos

erros advindos do Sistema GPS (OLESEN, 2003). O acompanhamento da orientação dos sensores durante o voo torna-se imprescindível, pois será crucial para a recuperação dos comprimentos de onda mais longos campo de gravidade e, portanto, para o uso geodésico dos dados.

#### 2.4.1 Fundamentos da Aerogravimetria

Atualmente os fundamentos básicos aplicados a aerogravimetria, empregada com objetivos geodésicos, podem ser representados na Figura 14. Em um ponto da aeronave é realizada, isoladamente ou pela combinação de um gravímetro e três acelerômetros inerciais de alto desempenho, a medição da aceleração total resultante  $\vec{g}^*$ , que é composta pela gravidade  $\vec{g}$  devido ao campo da gravidade terrestre e a aceleração  $\vec{a}$  relacionada ao movimento do avião em relação a superfície (FORSBERG et al., 2012).



FONTE: Adaptada de Forsberg et al. (2014).

A aceleração  $\vec{a}$  é recuperada através de métodos de posicionamento relativo a partir da combinação das observações dos receptores GPS embarcados e as provenientes do receptor estacionado em terra utilizado como base. A medição de  $\vec{g}$ , componente vertical de  $\vec{g}^*$ , é realizada pelo gravímetro relativo instalado sobre uma plataforma de amortecimento, giro-estabilizada e bi-axial (FORSBERG et al., 2012).

As correções referentes aos erros de inclinação, causados pelo desnível sofrido pela plataforma estabilizadora do gravímetro durante o movimento e chamados de erros de nivelamento (termo em inglês, tilt errors), são aplicadas a partir da combinação das componentes horizontais de  $\vec{a}$  e  $\vec{g}^*$  medidos por acelerômetros horizontais na plataforma (FORSBERG et al., 2012).

A medição do valor escalar da gravidade  $g$ , realizada na altura de voo da aeronave, é dada pela equação (2.57) descrita em Olesen (2003).

$$g = grav_z - \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} + \delta g_{Eotvos} + \delta g_{tilt} - grav_{z_0} + g_0 \quad (2.57)$$

Nesta formulação  $g_0$  é o valor da gravidade conhecida no ponto onde serão realizadas as medições pelo gravímetro no aeroporto,  $grav_z$  é a leitura do gravímetro embarcado,  $grav_{z_0}$  a leitura do gravímetro em solo,  $\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}$  a aceleração vertical obtida pelo processamento dos receptores GPS,  $\delta g_{Eotvos}$  a correção devido ao movimento de rotação da Terra e  $\delta g_{tilt}$  a correção da inclinação da plataforma.

Entretanto, devido a efeitos dinâmicos pertinentes ao voo, mesmo aeronaves conduzidas por pilotos experientes e em altitude nivelada sofrem constantes variações de altitude e atitude, que acarretarão em ruídos nas leituras de  $g$  que depende diretamente da altitude. Devido a essa condição, torna-se necessária a aplicação de um filtro passa-baixa em uma funcional menos dependente da altitude, como anomalias free-air ou distúrbios da gravidade, cujos processos de redução são respectivamente representadas por (2.58) e (2.59).

$$\Delta g = grav_z - \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} + \delta g_{Eotvos} + \delta g_{tilt} - grav_{z_0} + g_0 - \left( \gamma_0 + \frac{\partial \gamma}{\partial h} (h - N_{MGG}) + \frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2} (h - N_{MGG})^2 \right) \quad (2.58)$$

$$\delta g = grav_z - \frac{\partial^2 h}{\partial t^2} + \delta g_{Eotvos} + \delta g_{tilt} - grav_{z_0} + g_0 - \left( \gamma_0 + \frac{\partial \gamma}{\partial h} h + \frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2} h^2 \right) \quad (2.59)$$

Nestas equações  $h$  é a altitude elipsoidal,  $N$  a altitude geoidal e  $\frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2}$  o termo de segunda ordem do gradiente vertical da gravidade normal de valor igual a  $7,2 \times 10^{-8}$  mGal/m (FORSBERG et al., 2012).

Cabe ressaltar que apesar dos distúrbios parecerem uma escolha mais natural devido as altitudes elipsoidais serem provenientes do GPS, as anomalias de ar livre, mesmo incorporando o valor da altitude geoidal  $N$  proveniente de um MGG, são os produtos mais comumente requisitados. Outro aspecto a ser observado é que para redução de ar livre de dados aerogravimétricos, conforme abordado na seção 2.2.1 deste trabalho, os efeitos de segunda ordem oriundos da Expansão de Taylor representada na equação (2.27) devem ser considerados para uma redução acurada. Outrossim, a partir da observação das equações (2.58) e (2.59) verifica-se que tanto os distúrbios da gravidade como o valor absoluto da gravidade podem ser obtidos a partir das anomalias de ar livre filtradas (FORBERG et al., 2012).

Os conceitos físicos das acelerações perturbadoras envolvidas nas medições aerogravimétricas serão apresentados no decorrer deste trabalho de forma simplificada. Para maiores detalhes acerca dos cálculos envolvidos para modelagem física da navegação, dos sistemas de referência com suas equações de rotação tri-axiais, das equações gravimétricas dos sistemas de plataformas de estabilização vertical, bem como a formulação matemática envolvida na estimativa dos ângulos associados aos erros de nivelamento sugere-se consultar Olesen (2003).

#### 2.4.2 Acelerações Perturbadoras Verticais

A modelagem para separação entre os valores da gravidade e os provenientes das acelerações perturbadoras verticais em plataformas móveis é realizada de maneira bem sucedida através do conhecimento da faixa de frequência das perturbações permitindo a filtragem do sinal obtido ou através da consideração de informações provenientes de outras medições como gradientes da gravidade e dados da navegação da plataforma utilizada (TORGE, 1989, p.264).

No que tange a influência dos movimentos verticais sobre as acelerações verticais, seus efeitos são modelados pela formulação descrita por Torge (1989, p. 264) na equação (2.60) onde  $T$  é o período da perturbação dado em segundos e  $\Delta h$  a amplitude em metros do movimento vertical.

$$a_z = \frac{4\pi^2}{T^2} \Delta h \quad (2.60)$$

Tais efeitos podem ser reduzidos em até  $10^{-5}$  com a utilização de equipamento aperiódico de amortecimento no gravímetro. Este amortecimento possui

um efeito linear que permite que seja realizada a filtragem dos efeitos perturbadores com curtos comprimentos de onda.

Cabe ressaltar, entretanto, que nas medições realizadas especificamente nas aeronaves, as incertezas causadas pela navegação provocam perturbações com períodos de vários minutos causando alterações nos longos comprimentos de onda do sinal e tornando a técnica de filtragem ineficaz para a modelagem dessas perturbações (TORGE, 1989, p.267).

Assim, conforme relatado em Torge (1989), na aerogravimetria as acelerações perturbadoras verticais devem ser obtidas e computadas com o auxílio de instrumentos de medição de altitude precisos. Atualmente a aceleração perturbadora vertical  $\frac{\partial^2 h}{\partial t^2}$ , presente na equação (2.57) é obtida com a precisão requerida através do processamento dos dados advindos dos receptores GPS (FORSBERG et al., 2012).

#### 2.4.3 Acelerações Perturbadoras Horizontais

Em medições gravimétricas realizadas em aeronaves os efeitos de acelerações perturbadoras horizontais, representadas por  $a_{hor}(t)$  e descritas de maneira simplista na equação (2.61) por Torge (1989, p.267).  $a_{(x)}$  e  $a_{(y)}$  são normalmente controlados com o uso de uma plataforma mecanizada controlada por um acelerômetro e um giroscópio via a aplicação de torque externo. Um sinal do acelerômetro é enviado ao giroscópio, para compensar a rotação da Terra e as mudanças no nível local conforme a plataforma viaja sobre a superfície curva do planeta.

$$a_{hor}(t) = (a_{(x)}^2 + a_{(y)}^2)^{1/2} \quad (2.61)$$

As acelerações horizontais não podem ser evitadas na prática e erros graves podem ser induzidos pelo desalinhamento da plataforma. A mesma atua como um pêndulo amortecido e responde às acelerações impostas (OLESEN, 2003), que são descritas através de modelagem físico matemática específica, desenvolvidas por Lacoste (1967) e Olesen et al. (1997).

Com efeito, a plataforma estabilizadora atua com um filtro passa alta para as acelerações horizontais, pois permite determinar os fatores de calibração dos acelerômetros horizontais utilizados para a modelagem dos dados de entrada do voo.

Desta forma, o comportamento espectral da plataforma compensa as acelerações horizontais de longo período, enquanto é insensível a impactos de curto prazo, tornando-se fundamental para que possa ser derivado um termo de correção  $\delta g_{tilt}$  para os erros de nivelamento sofridos pelo gravímetro durante o movimento (OLESEN, 2003).

Este fator de correção  $\delta g_{tilt}$  pode ser calculado pela equação (2.62) (FORSBERG et al., 2001).

$$\delta g_{tilt} = grav_z - (grav_z^2 + A_x^2 + A_y^2 - a_x^2 - a_y^2)^{1/2} \quad (2.62)$$

Nesta formulação  $grav_z$  é a leitura do gravímetro embarcado e 'a' e 'A' denotam as acelerações cinemáticas horizontais sofridas pela aeronave e medidas pelo sistema GPS e pelos acelerômetros, respectivamente. Devido as altas amplitudes das acelerações horizontais, e a pequena diferença entre as acelerações medidas pelo acelerômetro e pelo GPS, o efeito de inclinação  $\delta g_{tilt}$  calculado é bastante sensível ao tratamento numérico dos dados. Nesse aspecto ressalta-se a já citada relevância quanto ao cálculo dos fatores de calibração dos acelerômetros que são atualmente realizados pelo emprego de uma técnica que utiliza uma Transformada Rápida de Fourier (FFT) e é baseada no comportamento dependente da plataforma estabilizadora em relação a frequência das perturbações (FORSBERG et al., 2001).

#### 2.4.4 Acelerações Inerciais Devido a Rotação da Terra

Conforme abordado no Item 2.1.1 deste trabalho, devido ao movimento do planeta em torno do seu eixo de rotação, qualquer objeto de massa da Terra encontra-se sob ação de uma força por unidade de massa denominada força centrífuga  $\vec{F}_c$ . Entretanto para a formulação das acelerações inerciais devido ao movimento de rotação do planeta, considera-se o deslocamento relativo da aeronave, com a Terra encontrando-se em repouso. Conseqüentemente surgem na modelagem deste movimento relativo duas acelerações a serem consideradas, sendo a primeira a já mencionada Aceleração Centrífuga e uma nova denominada Aceleração de Coriolis, que atua sobre corpos em movimento em relação ao sistema de orientação fixo à Terra (HARLAN, 1968).

À componente vertical dessa aceleração inercial, que afeta as medições gravimétricas realizadas na aeronave, dá-se o nome de efeito de Eötvös, representado por  $\delta g_{Eotvos}$ . Para medições realizadas em aeronaves este efeito pode ser calculado através de uma aproximação elipsoidal descrita por Harlan (1968), pela equação (2.63) (TORGE, 1989, p.271).

$$\delta g_{Eotvos} = \left(1 + \frac{h}{a}\right) \left(2 \omega v \cos \varphi \operatorname{sen} \alpha + \frac{v^2}{r}\right) - f \frac{v^2}{a} (1 - \cos^2 \varphi (3 - 2 \operatorname{sen}^2 \alpha)) \quad (2.63)$$

Sendo  $h$  o valor da altitude elipsoidal;  $v$  a velocidade em relação ao solo;  $\varphi$  a latitude do ponto medido;  $a$  o semieixo maior do elipsoide de referência;  $f$  o achatamento do elipsoide;  $\omega$  a velocidade angular de rotação;  $r$  o raio terrestre e  $\alpha$  o ângulo do azimute de voo.

#### 2.4.5 Métodos de Redução do valor da Gravidade para a Superfície Física

Devido à possibilidade de determinar as correções dinâmicas com base em posicionamento GPS, as missões aerogravimétricas mostraram-se inicialmente capazes de atingir um nível de precisão de 2 a 3 mGal nos anos 90 (BROZENA, 1991), e devido a isso a gravimetria aerotransportada voltou ao foco de interesse dos geodestas na década de 1990. De acordo com Keller e Hirsch (1993), a aplicação da redução de ar livre, apresentada no item 2.4.1 através das Equações (2.58) e (2.59), é normalmente aplicada para a redução dos dados gravimétricos medidos da altitude do avião até o chão. No entanto existem discussões se tal procedimento é capaz de manter o nível da precisão da gravimetria no ar, principalmente para voos realizados em altitude mais elevada e sobre áreas com intensa variação do relevo natural, ou se uma redução mais sofisticada é necessária.

Neste contexto, foram desenvolvidos ao longo dos anos métodos de redução utilizando uma técnica clássica, porém instável, denominada continuação para baixo (termo em inglês, *Downward Continuation*) (FORSBERG, 2002). A partir deste momento tal método será chamado pelo acrônimo DWC. Na tentativa de estabilizar essa técnica, minimizando seus erros decorrentes e objetivando alcançar melhores resultados, torna-se necessário o uso, por exemplo, de dados gravimétricos da superfície mapeada para que sejam feitas correções de curtos comprimentos de onda e de informações provenientes dos MGGs para correção dos longos comprimentos

de onda. Neste aspecto destacam-se os trabalhos apresentados por Keller e Hirsch (1993), Blaha et al. (1996), Liu et al. (2017), Forsberg (2002) entre outros.

Contudo, com a gravimetria aerotransportada alcançando atualmente precisões de 1 a 2 mGal torna-se um desafio realizar um teste confiável utilizando-se da continuação para baixo, pois a gravimetria aérea é especialmente adequada para a determinação do geoide em regiões montanhosas e polares, onde normalmente não se dispõe de informações gravimétricas sobre a superfície (FORSBERG, 2002).

Devido a instabilidade apresentada por esse processo, algumas formas de abordagem para suavização e estabilização desse tipo de operação vem sendo elaboradas e testadas pela comunidade científica. Em uma explanação simplista, as técnicas de DWC propõe a aplicação de soluções baseadas em Transformadas de Fourier quando objetiva-se trabalhar no domínio das frequências.

No contexto das soluções numéricas, foram desenvolvidos ao longo dos anos métodos de redução utilizando técnicas diferentes, porém baseadas fundamentalmente na inversa da Integral de Poisson, demonstrada por Zhao et al. (2017) na Equação (2.64).

$$\delta g^{ar}(r, \bar{\varphi}, \lambda) = \frac{R^2 (r^2 - R^2)}{4\pi r} \int_{\varphi' = -\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\lambda' = 0}^{2\pi} \frac{\delta g^{solo}(R, \bar{\varphi}', \lambda')}{l^3(r, \bar{\varphi}, \lambda; R, \bar{\varphi}', \lambda')} \cos \bar{\varphi}' d\bar{\varphi}' d\lambda' \quad (2.64)$$

Sendo  $\delta g^{ar}(r, \bar{\varphi}, \lambda)$  o distúrbio da gravidade em um ponto de latitude esférica  $\bar{\varphi}$ ; longitude  $\lambda$ ; e raio  $r = R + h$  onde  $h$  é a altitude elipsoidal de voo.  $R$  é o raio médio da Terra;  $\delta g^{solo}(R, \bar{\varphi}', \lambda')$  é o distúrbio da gravidade do ponto de integração variável sobre a superfície de redução. A distância entre o ponto medido em voo e o ponto de integração é dada por  $l$ , calculada conforme (2.65), onde  $\psi$  é o ângulo entre os pontos sobre a superfície esférica apresentada em (2.66) (ZHAO et al., 2017).

$$l = \sqrt{r^2 + R^2 - 2rR \cos \psi} \quad (2.65)$$

$$\cos \psi = \sin \bar{\varphi} \sin \bar{\varphi}' + \cos \bar{\varphi} \cos \bar{\varphi}' \cos (\lambda - \lambda') \quad (2.66)$$

Todavia, salienta-se, que os métodos apresentados até o momento demandam elevado custo computacional, sendo usualmente necessária a utilização de *clusters* dedicados para os cálculos, devido a quantidade dos dados usualmente associados à aerogravimetria. Outro óbice citado é a necessidade da existência de dados gravimétricos terrestres com boa distribuição e resolução espacial, para prover a estabilização necessária ao DWC.

Ainda assim, de forma a validar a estratégia da redução dos dados gravimétricos gerados no ANP/GRAV/AM através dos métodos clássicos, expostos nas equações (2.58) e (2.59) foram conduzidos testes de DWC conforme os apresentados e desenvolvidos por Liu et al. (2017), a partir de dados dados simulados do MGG EGM 2008 para a Região de Estudo deste trabalho.

Tais testes, realizados com altitudes de voo diferentes, serão apresentados e discutidos na Metodologia. Será demonstrado que, aliado a falta de recursos computacionais disponíveis para a execução de DWC em dados gravimétricos reais não gridados e à insuficiência de dados de gravimetria terrestre na área de estudo, os métodos clássicos de redução por ar livre, adotados no desenvolvimento deste trabalho, não acarretam perda significativa de precisão para os valores de gravidade reduzidos para a superfície física.

## 2.5 INTERPOLAÇÕES NO CAMPO DA GRAVIDADE

Consoante ao exposto na introdução deste trabalho, a demanda da gravidade associada aos pontos de redes de nivelamento para sua realização no espaço do geopotencial, bem como dos requisitos necessários para o vínculo das redes ao IHRS, torna-se indispensável a produção de informação gravimétrica adequada tanto em termos de acurácia quanto de distribuição espacial sobre a superfície física.

De fato, segundo Hofmann-Wellenhof e Moritz (2005, p.345), problemas importantes envolvendo gravimetria na Geodesia são solucionados por integrais envolvendo toda a superfície terrestre. Tal condição impõe, em princípio, a necessidade de se conhecer o valor da gravidade em cada ponto da superfície. Entretanto, em 1969, Torben Krarup desenvolveu um trabalho denominado, em tradução literal, de “Uma Contribuição para a Fundamentação Matemática da Geodésia Física”. Neste artigo, Krarup afirma que tradicionalmente, os geodestas analisavam o problema da determinação do potencial da Terra como um problema de valor de contorno onde, naquela época, poderia medir-se algumas propriedades locais do potencial, como a gravidade, exclusivamente na superfície da Terra. Krarup também adverte, que mesmo com o lançamento de satélites artificiais que tornaram possível medir os efeitos do potencial também no espaço exterior, nunca seríamos capazes de fazer medições de gravidade em mais do que um número finito de pontos

e, desta forma, talvez fosse mais natural olhar para o problema principal da geodésia física como um problema de interpolações (BORRE,2016).

Corroborando com a teoria exposta por Krarup, observa-se que nos dias de hoje, passados aproximadamente cinquenta anos de sua publicação, mesmo em redes gravimétricas de elevada resolução espacial, a quantidade de pontos com valor de gravidade associado é relativamente pequena, sendo necessária a estimação de valores de  $g$  ou  $\Delta g$  para outros pontos. Nesse contexto as técnicas e métodos de interpolação surgem como uma opção viável para que seja possível inferir tais valores com acurácia aceitável, para pontos de interesse como RRNN ou pontos de uma grade. Porém, torna-se necessário que o método de interpolação escolhido permita a estimação dos erros esperados para a funcional interpolada ( $\Delta g$  ou  $\delta g$ ), bem como a propagação desses erros para quantidades fundamentais associadas como a altitude geoidal  $N$  ou as componentes da deflexão da vertical. A estimação desses erros, bem como os efeitos de sua propagação permitem determinar o melhor método de interpolação a ser empregado em cada problema apresentado.

Todavia, até o trabalho desenvolvido por Krarup em 1969, a integração de dados provenientes dos métodos satelitais, adequados para prover uma informação mais global, e os de medição da gravidade na superfície da Terra, adequados para prover informações locais, encontrava grandes obstáculos devido a sua grande heterogeneidade. A imposição dessa integração levou geodestas a utilizarem, de maneira indevida, métodos de ajuste empregados em geodésia geométrica, não tendo sido capazes de encontrar, até aquele momento, um método de ajuste que pudesse combinar esses dois tipos de dados.

No decorrer deste trabalho será abordado o método da Colocação por Mínimos Quadrados (CMQ), concebido inicialmente por Krarup (1969). Esta abordagem ocorre em vista dos softwares PREDGRAV e GEOGRID que serão utilizados nesta pesquisa, realizarem a interpolação do valor de anomalias de Bouguer com base na CMQ.

### 2.5.1 Método de Colocação por Mínimos Quadrados

Conforme descrito em Gemael, Machado e Wandresen (2015, p.283) a CMQ é um método de ajustamento que tem como uma de suas aplicações prioritárias, a manipulação de grandezas que constituem o campo anômalo da gravidade. O CMQ

teve como trabalhos embrionários os realizados por Kaula (1959) e Moritz (1963) que vinculam o MMQ a problemas de interpolação de anomalias da gravidade. Seu desenvolvimento, como generalização do MMQ, foi realizado principalmente por Krarup (1969), que permitiu estabelecer as bases teóricas que reuniram, num mesmo contexto matemático, a interpolação, filtragem e o ajustamento.

Visando-se às necessidades relacionadas com o espaço do geopotencial, naturalmente os objetos predominantemente envolvidos serão os relacionados com as observáveis e parâmetros relacionados com o potencial perturbador advindo da solução do PVCG. O princípio empregado pela CMQ para determinar o potencial anômalo ou perturbador  $T$  parte da condição de que este potencial é harmônico no exterior das massas e, portanto satisfaz a equação diferencial de Laplace (ou laplaciano do potencial perturbador) conforme apresentado em (2.67), e que pode ser representada analiticamente para um determinado ponto  $P$  por (2.68), onde  $f(P)$  representa a combinação linear entre as  $\varphi_k$  (funções de base harmônicas) e os coeficientes  $b_k$  que representam o valor das funcionais associadas às observáveis (anomalias da gravidade  $\Delta g$ , distúrbios da gravidade  $\delta g$  e componentes meridiana e primeiro vertical da deflexão da vertical,  $\xi$  e  $\eta$  respectivamente) (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p.369).

$$\Delta T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0 \quad (2.67)$$

$$T(P) = f(P) = \sum_{k=1}^q b_k \varphi_k(P) \quad (2.68)$$

Partindo da discretização realizada em (2.68), os  $q$  valores medidos são considerados funções lineares  $L_1 T, L_2 T, \dots, L_q T$  de  $T$ . Nesta notação  $L_i T$ , o operador  $L_i$  representa o relacionamento linear entre as observáveis  $\delta g, \Delta g, \xi, \eta$  e  $T$ , descritos em (2.69), (2.70), (2.71) e (2.72). (HOFMANN-WELLENHOF; MORITZ, 2005, p.370).

$$\xi = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial T}{\partial x} \quad (2.69)$$

$$\eta = -\frac{1}{\gamma} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (2.70)$$

$$\Delta g = -\frac{\partial T}{\partial z} - \frac{2}{R} T \quad (2.71)$$

$$\delta g = -\frac{\partial T}{\partial z} \quad (2.72)$$

Desta forma, considerando  $l$  o vetor contendo as quantidades do potencial perturbador, tem-se:

$$L_i T = L_i f = l_i \quad (2.73)$$

Substituindo em (2.68)

$$\sum_{k=1}^q B_{ik} \varphi_k = l_i \quad (2.74)$$

Onde

$$B_{ik} = L_i \varphi_k \quad (2.75)$$

Assim a solução do problema consiste em encontrar  $T$ , a partir da medição de  $q$  funcionais lineares  $L_i T$ . Porém, durante a realização de medições é esperada a introdução de algum tipo de erro. Tal efeito é representado em (2.76) e (2.77) com a inclusão dos erros de medição aleatórios  $n_i$  em (2.73). Para solução do problema apresentado, a CMQ considera, então, o potencial perturbador como uma observação qualquer  $l$ , podendo então ser modelado com a introdução de uma componente sistemática  $AX$  e a parametrização do valor de  $BT$  para o sinal  $s$ , contendo as quantidades residuais de  $l$ , chegando em (2.78) (PEREIRA, 2009, p. 49).

$$l_i = L_i T + n_i \quad (2.76)$$

$$l = BT + n \quad (2.77)$$

$$l = AX + s + n \quad (2.78)$$

### 2.5.2 Função de Covariância na Colocação por Mínimos Quadrados

A função de covariância advém de conceitos ligados a teoria dos erros e é aplicada na CMQ aos sinais do potencial perturbador para descrever, por meio de uma matriz de covariância  $C$ , o comportamento estatístico dos erros aleatórios  $n$  e sistemáticos  $s$  decorrentes das medições realizadas (TORGE; MULLER, 2012, p.301).

A CMQ é um problema sobredeterminado no que se refere aos parâmetros (número de observações excede o de parâmetros), porém subdeterminado no que diz respeito ao sinal do campo da gravidade (mais sinais a serem preditos do que observados). A solução para essa subdeterminação é melhor descrita em Moritz (1980), com a aplicação de uma técnica chamada condição mínima para o ajustamento dos mínimos quadrados na soma quadrática ponderada do sinal e do

ruído, combinando assim o ajuste e a predição. Da teoria do ajustamento, a solução para o vetor dos parâmetros  $X$  é dada por (2.79) e o vetor  $s$  da componente do sinal para um ponto predito  $P$  é dado por (2.80), sendo  $C$  a denominada Matriz de Covariância (TORGE; MULLER, 2012, p.302).

$$X = (A^T C^{-1} A)^{-1} A^T C^{-1} l \quad (2.79)$$

$$s_P = C_P^T C^{-1} (l - AX) \quad (2.80)$$

Na CMQ, aplicada à estimativa do campo da gravidade, os elementos da matriz de covariância de sinal  $C$  são fundamentais para descrever a correlação entre grandezas residuais do campo gravimétrico de características heterogêneas. Como todas essas quantidades pertencem ao mesmo campo da gravidade, os elementos da matriz são derivados de uma função harmônica de covariância e da propagação de covariâncias (TORGE; MULLER, 2012, p.302).

Isto posto, as etapas da solução pela CMQ são brevemente descritas por Pereira et al. (2011) e envolvem primeiramente o cálculo de uma função de covariância empírica em razão das observações. Posteriormente ajusta-se uma função qualquer que modele o comportamento da Covariância Empírica, através do ajustamento paramétrico apresentado em (2.79). Em seguida utiliza-se a função ajustada para o cálculo da Matriz Covariância  $C$ , cujos elementos se apresentam como função da distância  $d$  entre os pontos (observado e a predizer). Por fim a etapa de predição é dada pela equação (2.80). Os cálculos detalhados para o cálculo da covariância empírica, bem como das funções para o seu ajuste são melhor descritos em Heiskanen e Moritz (1967, Seção 7.2) e Torge e Muller (2012, Seção 6.8).

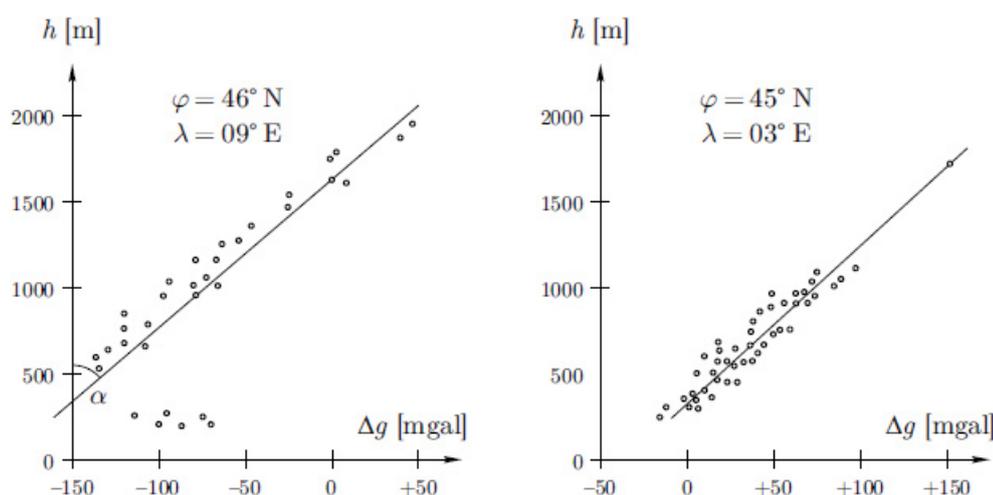
### 2.5.3 Correlação das Anomalias De Ar Livre e Bouguer com o Terreno

Conforme exposto no Item 2.5, o método de interpolação a ser utilizado deve permitir a estimação dos erros esperados para a funcional interpolada ( $\Delta g$  ou  $\delta g$ ), bem como a propagação desses erros para quantidades fundamentais associadas como a altitude geoidal  $N$  ou as componentes da deflexão da vertical. Para que essa predição seja eficaz e a formulação apresentada seja válida, torna-se necessário que as funcionais interpoladas não apresentem correlação com o terreno, como as anomalias isostáticas ou, para regiões de pequena extensão, a anomalia de Bouguer. O uso das anomalias de ar livre para interpolação deve ser evitado, podendo ser

utilizado moderadamente em terrenos predominantemente planos, devido a sua alta correlação com terreno para curtas distâncias (HEISKANEN; MORITZ, 1967, p.281).

Tal comportamento pode ser observado na Figura 15, desenvolvida por Uotila (1960) e extraída de Heiskanen e Moritz (1967, p.282), onde as anomalias de ar livre da gravidade são plotadas em função da altitude. Através do gráfico, observa-se a sua alta correlação com o terreno e a tendência do incremento linear no valor das anomalias com o aumento da elevação. Para viabilizar a interpolação dessas anomalias, a formulação matemática para a predição deve levar em consideração as elevações da área de estudo. Essa modelagem, com o acréscimo de tal fator, encontra-se descrita com mais detalhes em Heiskanen e Moritz (1967, p.283-285).

FIGURA 15 - CORRELAÇÃO DAS ANOMALIAS DE AR LIVRE COM O TERRENO



FONTE: Heiskanen e Moritz (1967).

As anomalias de Bouguer, em geral, apresentam-se menos correlacionadas com a altitude do que as de ar livre do ponto de vista estatístico bruto, onde refinamentos, como correção de terreno, também podem ser desconsiderados na interpolação. Desta forma é possível considerar a redução de Bouguer como um meio de obter anomalias gravitacionais que não dependem da elevação para pequenas regiões e, portanto, mais estáveis que as anomalias de ar livre para realização de interpolação (HEISKANEN; MORITZ, 1967, p.285). Convém destacar, ainda, que é possível realizar a obtenção do valor de anomalias de ar livre dos pontos preditos a partir das anomalias de Bouguer interpoladas e de um MDA adequado a área de estudo.

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

#### 3.1 FONTES DOS DADOS UTILIZADOS NA PESQUISA

##### 3.1.1 Rede Vertical de Referência do Brasil

A componente vertical do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), denominada pelo IBGE de RAAP, teve seu estabelecimento iniciado no ano de 1945, sob a coordenação do então Conselho Nacional de Geografia (CNG). Nos primeiros anos, foram realizados trabalhos de conexão com as redes de nivelamento implantadas pelo Serviço Geográfico do Exército (SGE, 1950, apud Luz, 2008) e pelo Instituto Geográfico e Geológico de São Paulo (IGG, 1962, apud Luz, 2008), principalmente na região Sul do país (NICACIO, 2017).

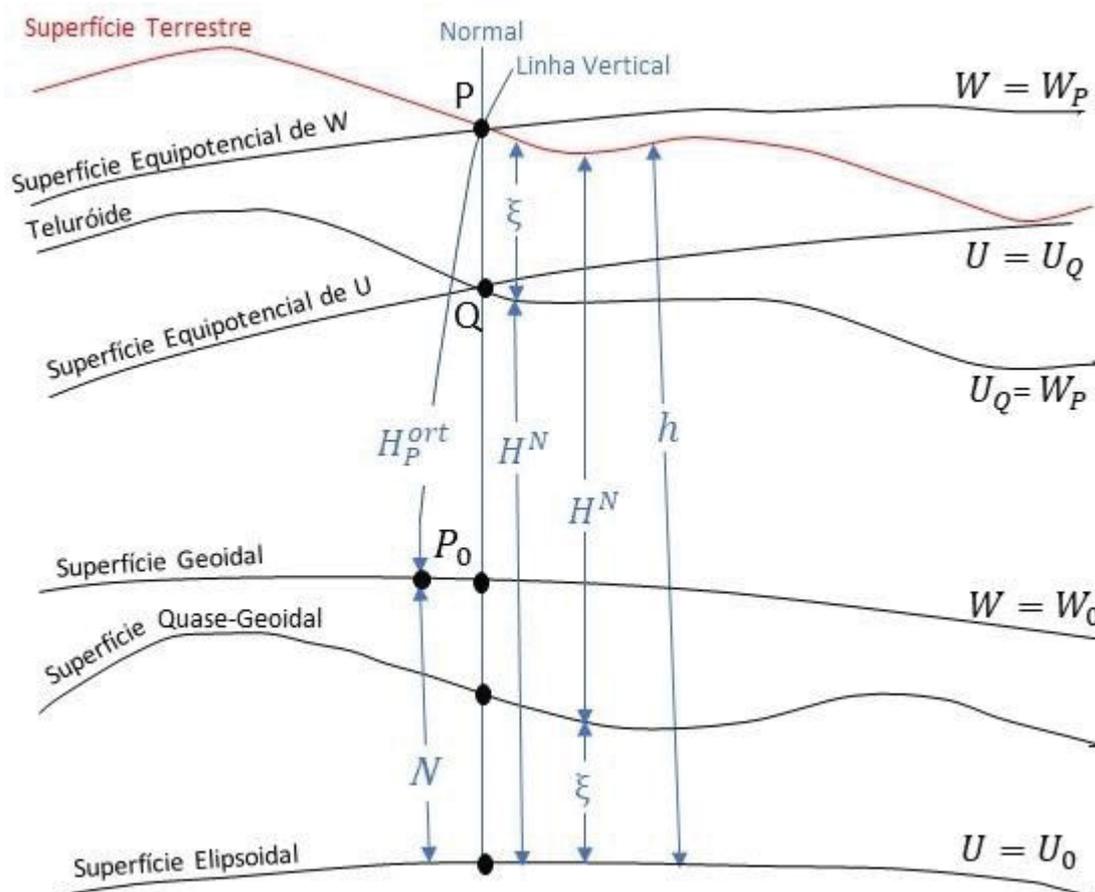
A RVRB é formada pelas estações geodésicas altimétricas tradicionalmente denominadas Referências de Nível (RRNN), implantadas ao longo da malha viária (IBGE, 2018). Ao longo dos anos, com a realização das operações de nivelamento, novas linhas foram sendo agregadas a RVRB que teve suas altitudes periodicamente reajustadas sequencialmente através do método dos mínimos quadrados.

Entretanto, conforme consta no Relatório do Reajustamento da Rede Altimétrica com Números Geopotenciais (IBGE, 2018), alinhado aos preceitos regulados pela Resolução 1/2015 da IAG, que define a necessidade do estabelecimento de um Sistema Vertical de Referência Global definido e realizado no espaço do geopotencial, desenvolveu-se, durante 30 meses, a partir do início de 2015, o Projeto Densificação Altimétrica (DALTI) da Coordenação de Geodésia (CGED) do IBGE. Para a nova realização da RVRB foram considerados, pela primeira vez, valores da gravidade nas RRNN, visando à obtenção de desníveis geopotenciais e destes, altitudes com significado físico. Tal procedimento, tornou-se possível com a utilização de dados gravimétricos, que por ocasião do até então último ajustamento realizado, no ano de 2011, não foram considerados. Aos desníveis foram aplicadas apenas as correções dos efeitos sistemáticos causados pelo não paralelismo das superfícies equipotenciais. Esta estratégia era o padrão adotado para os casos de cobertura gravimétrica insuficiente, que em uma abordagem mais rigorosa, ensejava que as altitudes físicas calculadas sobre as RRNN deveriam ser denominadas altitudes ortométricas-normais ou normais-ortométricas. Porém, amparado na teoria

descrita por Bowie e Avers (1914, p. 51), o IBGE, desde o início da RVRB, manteve as altitudes até então obtidas com a tipologia de altitudes ortométricas (IBGE, 2018).

Durante as atividades conduzidas por ocasião da realização do REALT-2018 (IBGE, 2018) e a confecção de seu relatório, foram abordados três tipos de altitudes físicas representadas na Figura 16, onde  $H_P^{ort}$  é definida como a Altitude Ortométrica Rigorosa do ponto P e medida entre o geóide e a superfície física ao longo da linha vertical real do ponto de interesse;  $H^N$  representa a altitude normal ou a altitude normal ortométrica de um ponto sobre a Superfície Terrestre, medida ao longo da linha vertical normal, ortogonal às superfícies equipotenciais do campo normal, e por não considerar o campo real, a altitude normal não se refere rigorosamente ao geóide, mas sim a uma superfície próxima a ele, denominada superfície quase-geoidal.

FIGURA 16- ELEMENTOS ENVOLVIDOS NA DEFINIÇÃO DAS ALTITUDES FÍSICAS



FONTE: Adaptada de Nicacio (2017).

As diferenças conceituais entre as altitudes ortométrica, normal e normal-ortométrica, representadas na Figura 16, apresentam-se resumidamente, no tipo de

gravidade (observada ou normal) utilizada nas duas etapas dos cálculos realizados. Na primeira etapa são calculadas as diferenças de geopotencial entre os trechos de um nivelamento qualquer entre os pontos  $P_1$  e  $P_2$ , através da (3.1), sendo utilizado um valor de gravidade média ( $g_{P_1P_2}^{obs}$ ) entre os pontos na SF multiplicado pelo valor do desnível  $\Delta H_{P_1P_2}^{obs}$ ; já na segunda etapa, apresentada em (3.2), é realizada a conversão do número geopotencial de um ponto P em altitude física sendo utilizado um valor médio da gravidade ( $grav_{med}$ ) ao longo da vertical do referido ponto (IBGE, 2018).

$$\Delta C_{P_1P_2} = C_{P_2} - C_{P_1} = W_0 - W_{P_2} - (W_0 - W_{P_1}) = -(W_{P_2} - W_{P_1}) \approx g_{P_1P_2}^{obs} \Delta H_{P_1P_2}^{obs} \quad (3.1)$$

$$H^{física} = \frac{C_P}{grav_{med}} \quad (3.2)$$

Para a altitude ortométrica rigorosa, utiliza-se a gravidade real observada ou interpolada para os pontos de interesse em (3.1) e a gravidade média sobre a vertical real de P em (3.2). Porém, considerando que inexistente, em geral, a medição da gravidade no interior da crosta, tornando-se praticamente impossível o conhecimento da gravidade média na vertical e, conseqüentemente, da respectiva altitude ortométrica de acordo com sua definição. Assim, existem aproximações usuais desta altitude tal como a altitude de Helmert. Para a altitude ortométrica-normal, emprega-se a gravidade normal em ambas as equações. Por fim, no caso das altitudes normais, aplica-se a gravidade real, observada ou interpolada, para o cálculo das diferenças de geopotencial e a gravidade normal média para a obtenção da altitude física (IBGE, 2018). Maiores considerações sobre os aspectos teóricos e a formulação matemática envolvidos nos cálculos da gravidade teórica e teórica média ao longo da vertical, bem como do relacionamento entre as superfícies demonstradas na Figura 16 são melhor descritos na documentação do REALT-2018 (IBGE 2018, p.4 -9).

Em um procedimento anterior ao processo de interpolação dos valores de gravidade para as RRNN não gravimetradas pelo IBGE, foi realizada uma análise prévia e posterior correção nos valores de coordenadas horizontais das RRNN proporcionando um maior controle das discrepâncias posicionais ocorridas. Tais erros ocorreram, em sua maioria, devido à diferença na fonte das coordenadas de RRNN sucessivas, pois em uma mesma linha de nivelamento podem existir RRNN com coordenadas extraídas de cartas topográficas em escalas padrão IBGE e outras com coordenadas oriundas de levantamentos GNSS (IBGE, 2018, p. 25).

Destarte, cabe salientar que os pontos de controle desta pesquisa serão constituídos pelas Estações Gravimétricas (EGs) do IBGE. Atualmente, encontram-se disponibilizadas no Banco de Dados Geodésicos do IBGE, acessíveis em seu *site* oficial, 53.221 EGs (Figura 17) e 69.277 RRNN (Figura 18), das quais 17.554 apresentam-se como pontos de conexão das RRNN e das EGs (Figura 19).

FIGURA 17- REDE GRAVIMÉTRICA DO SGB



FONTE: IBGE (2019).

FIGURA 18- REDE ALTIMÉTRICA DO SGB



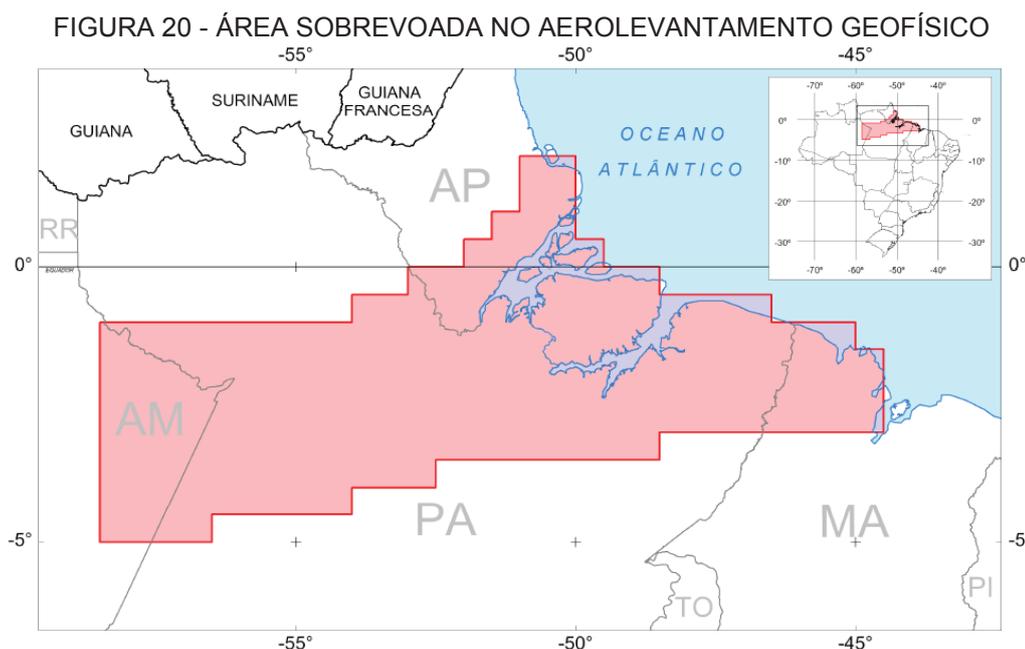
FONTE: IBGE (2019).



### 3.1.2 Dados Aerogravimétricos ANP/GRAV/AM

Nesta subseção é apresentado um resumo do relatório acerca dos dados aerogravimétricos. Estes dados são fruto de um convênio firmado pela ANP para a realização de um aerolevamento e de uma capacitação técnica de equipes brasileiras. Nesta capacitação ocorreu a transferência de tecnologia em aerolevamentos geofísicos, nos métodos Gravimétrico e Magnetométrico.

A área sobrevoada tem aproximadamente quinhentos e noventa e dois mil quilômetros quadrados, com linhas de voo e de controle espaçadas de 6 km e 24 km, respectivamente, orientadas nas direções E-W e N-S, estendendo-se do leste do Estado do Amazonas até o norte do estado do Maranhão, cobrindo parte dos estados do Pará e do Amapá, conforme pode ser visualizado na Figura 20 (ANP, 2008).



FONTE: ANP (2008).

Na execução do projeto foram usadas duas aeronaves Cessna, modelo C-208 B Grand Caravan, equipadas com magnetômetro de bombeamento óptico de vapor de césio da SCINTREX, modelo CS-3, gravímetro GRAVITOM GMB3, composto por dois sensores gravimétricos do tipo corda vibrante, e sistema de navegação GPS, com receptor Javad Euro GD de dupla frequência e 12 canais, além de sistemas auxiliares.

Para o posicionamento geodésico, segundo o relatório do ANP/GRAV/AM (ANP, 2008) foram utilizados entre dois e cinco receptores GPS, do modelo

supracitado, com operação contínua durante toda a missão na base de operações e/ou nas proximidades da área de cada levantamento, em uma região isenta de fatores que pudessem interferir no registro das leituras GPS. O registro das medições foi feito a cada um segundo, com uma resolução de  $0,000001^\circ$  (aproximadamente onze centímetros). As estações foram posicionadas de modo a garantir uma linha de base de no máximo trezentos quilômetros de distância entre os pontos de amostragem aero geofísica e a estação GPS fixa.

O sistema gravimétrico do projeto, conforme prevê a teoria explanada no Item 2.4 deste trabalho, foi composto por uma plataforma inercial, responsável por manter os sensores gravimétricos próximos à direção vertical a partir de sistemas de giroscópios e acelerômetros e assegurando a operacionalidade das medições para ângulos de inclinação da aeronave inferiores a quinze graus, e pelos sensores gravimétricos propriamente ditos. Os dois sensores gravimétricos foram instalados em paralelo, de modo a estarem trabalhando em regime de redundância. Deste modo, a gravidade observada foi obtida da média das medidas dos dois gravímetros, quando em funcionamento normal. Essa configuração permitiu também avaliar a consistência das medidas a partir do desvio destas e a média, podendo ser esse critério usado para a detecção de mau funcionamento de algum dos sensores ou mesmo da presença de perturbações indevidas ou excessivas no sinal gravimétrico (ANP, 2008).

Os gravímetros empregados são basicamente compostos de um tubo, termicamente estabilizado, contendo em seu interior um sistema de massa-corda. A massa permanece em contato com óleo de alta viscosidade, que tem a função de amortecer altas frequências. A corda é permanentemente excitada com uma frequência fundamental que é alterada na medida em que ocorrem variações da gravidade (ANP, 2008). A variação da gravidade é determinada a partir das medidas de frequência, conforme verificado em (2.48) e (2.49). A gravidade é então determinada pela soma do valor de gravidade determinado em um ponto da pista de taxiamento da aeronave onde a linha gravimétrica é aberta e fechada e pelas acelerações perturbadoras descritas no item 2.4 e demonstradas em (2.57).

O produto final do projeto consistiu, em um Relatório contendo um texto técnico e seus anexos, dos quais incluem-se noventa e seis mapas temáticos coloridos nas escalas 1:500.000, segundo o corte cartográfico da Carta Internacional ao Milionésimo, e na escala 1:1.000.000 em folha única. Além dos mapas acima mencionados, foram também entregues, em formato digital, duzentos e sessenta e

seis mapas na escala 1:250.000, em formato GEOSOFT Map e PNG, bem como os arquivos contendo os dados finais corrigidos de todos os perfis, em formato de banco de dados padrão Geosoft e ANP2B.

Conforme descrito no Relatório, os dados finais dos perfis do levantamento aerogravimétrico foram entregues à ANP, de acordo com as especificações ANP-2B, porém adicionalmente foram disponibilizados arquivos nos formatos XYZ, ASCII, e em formato gdb (padrão GEOSOFT).

TABELA 4 - DESCRIÇÃO DOS BANCOS DE DADOS DA GRAVIMETRIA

CAMPO	DESCRIÇÃO	UNIDADE
Line	Número da Linha de Voo	#
Voo	Número do Voo	#
Date	Data	AAAAMMDD
Fiducial	Fiducial	#
Time	Tempo GPS	HHMMSS.ss
Lon_WGS	Longitude WGS84	GG.gggggg
Lat_WGS	Latitude WGS84	GG.gggggg
Alt_WGS	Altitude WGS84	m
Lon_SAD69	Longitude SAD69	GG.gggggg
Lat_SAD69	Latitude SAD69	GG.gggggg
Alt_SAD69	Altitude SAD69	m
X_SAD69	Coordenada UTM Leste (Z23S)	m
Y_SAD69	Coordenada UTM Norte (Z23S)	m
Gf1	Anomalia Ar-Livre do gravímetro 1	mGal
Gf2	Anomalia Ar-Livre do gravímetro 2	mGal
Gf3	Anomalia Ar-Livre do gravímetro 3	mGal
Gfi	Anomalia Ar-Livre Resultante	mGal
Gf_lev	Anomalia Ar-Livre nivelada	mGal
Gb	Anomalia Bouguer	mGal
Gb_lev	Anomalia Bouguer Nivelada	mGal
Gn	Gravidade Normal	mGal
Gobs	Gravidade Observada	mGal

FONTE: ANP (2008).

De forma a reduzir do tamanho do arquivo original e permitir o processamento computacional dos dados disponibilizados, com a execução das reduções e o cálculo de funcionais necessárias junto ao ICGEM, foi realizada uma adequação. Assim, o Banco de Dados Gravimétricos a ser trabalhado, passou a apresentar as informações

observadas na Tabela 5, sendo as informações adicionais consideradas desnecessárias, como projeções para SAD 69 e UTM, entre outras, desprezadas.

TABELA 5 - DESCRIÇÃO DOS DADOS AEROGRAVIMÉTRICOS UTILIZADOS

Lat_WGS (°)	Lon_WGS (°)	Alt_WGS (m)	Gb (mGal)	Gfi (mGal)	Gn (mGal)	Gobs (mGal)
1,99970227	-51,02131705	1405,07	-5,36	0,5	978038,086	977604,98
1,99970223	-51,02117797	1405,03	-5,35	0,5	978038,086	977604,99
1,99970216	-51,02103888	1404,99	-5,36	0,49	978038,086	977605,00
1,99970203	-51,02089979	1404,95	-5,35	0,5	978038,086	977605,01

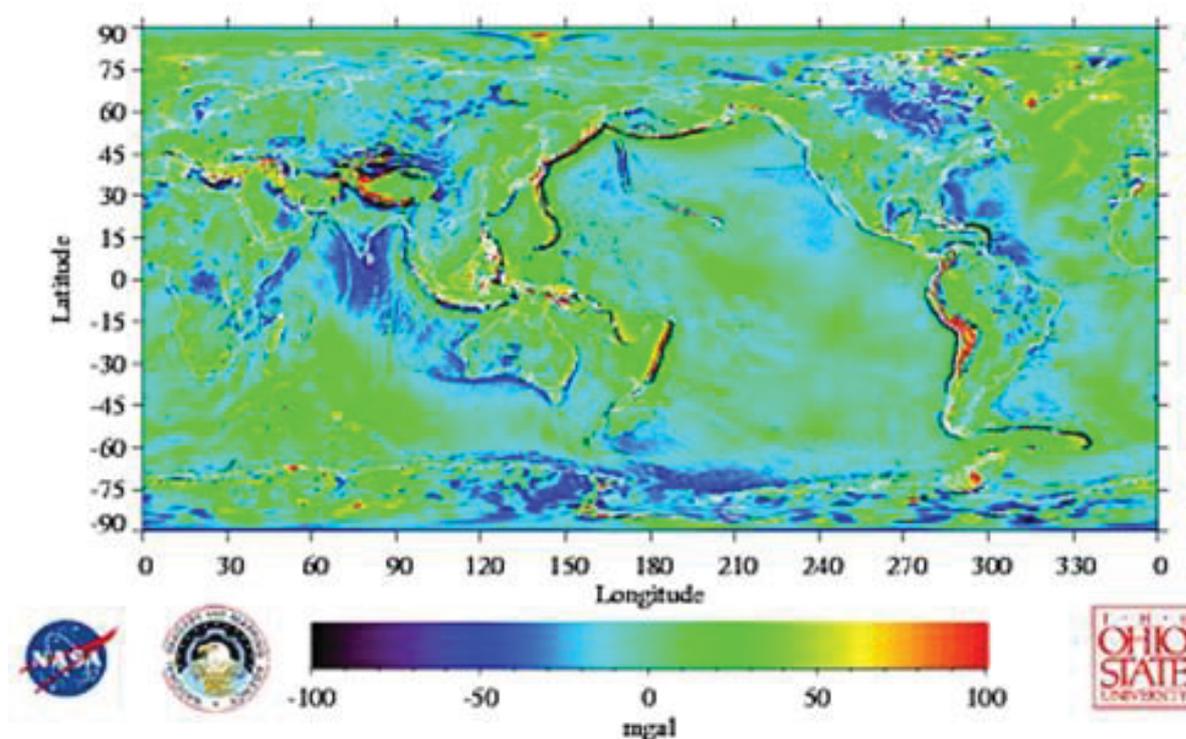
FONTE: O autor (2019).

### 3.1.3 *Earth Gravitational Model 96* (EGM96)

Até o início dos anos 80, para a determinação de órbitas de satélites, uma expansão em harmônicos esféricos até o grau setenta apresentava-se como uma solução suficiente para todas as aplicações necessárias. No entanto, novas missões de detecção de geopotencial, como GRACE, assim como a necessidade de modelos geoidais detalhados, exigiram a representação de um campo gravitacional com melhor resolução. Neste contexto, já na década de 70 foram estimadas expansões até o grau e ordem 180, e, nos anos 80, as expansões até o grau 360 tornaram-se disponíveis (LEMOINE et al., 1997).

O MGG *Earth Gravitational Model 96*, EGM 96, foi o resultado de uma combinação de esforços da antiga *National Imagery and Mapping Agency* (NIMA), hoje denominada *National Geospatial-Intelligence Agency* (NGA), da *Goddard Space Flight Center* (GSFC), pertencente a NASA (*National Aeronautics and Space Administration*) e da *Ohio State University* (OSU). Este MGG contempla uma expansão do potencial gravitacional em harmônicos esféricos até o grau e ordem 360, resultando em uma resolução espacial de trinta minutos de arco ou aproximadamente cinquenta e cinco quilômetros, conforme pode ser visualizado na Figura 21, e contendo, cento e trinta mil, seiscentos e setenta e seis coeficientes (LOPES, 2006). O desenvolvimento do EGM96 deu-se com uso dos dados de gravidade terrestre, dados de anomalias da gravidade do NIMA e do GEOSAT, bem como dados de altimetria por satélite TOPEX/POSSEIDON, ERS1, satélites da NASA/GSFC e dados provenientes do cálculo de órbitas de mais de 20 satélites.

FIGURA 21- ANOMALIAS DA GRAVIDADE EGM 96 (GRAU MÁXIMO 360)

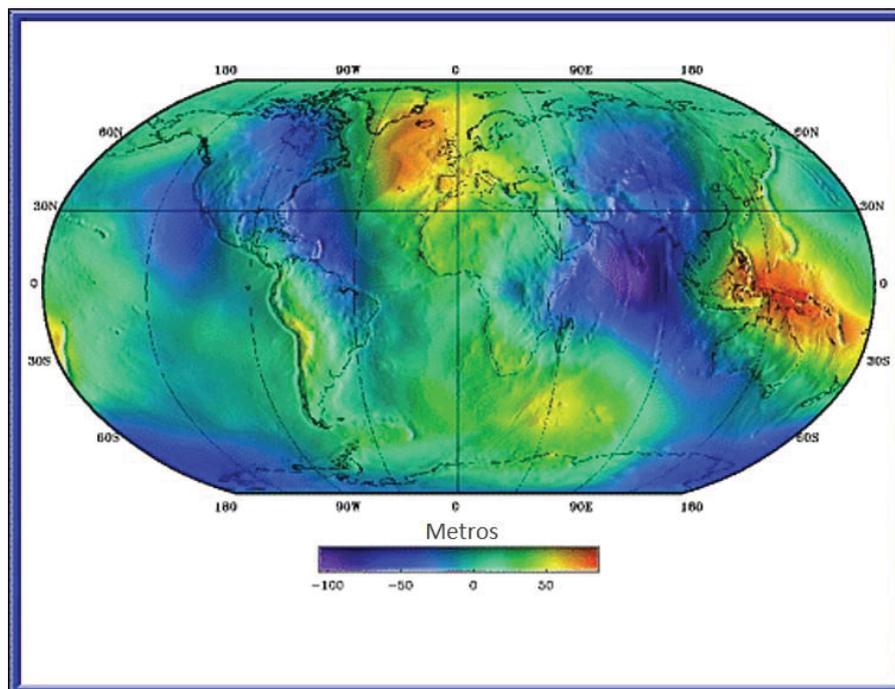


FONTE: Lemoine et al. (1997).

O modelo geométrico tridimensional adotado pelo geóide, determinado a partir do EGM 96 e visualizado na Figura 22, é o *World Geodetic System 1984* (WGS84), portanto suas altitudes geoidais que compõem a ondulação geoidal, são referidas ao elipsoide do WGS 84 (LOPES, 2006). A solução final deste modelo combina uma solução baixo grau (até 70), uma solução por bloco diagonal do grau 71 a 359, e uma solução de quadratura em 360 graus (LEMOINE et al., 1997).

O EGM96 foi concebido para calcular a ondulação geoidal com precisão melhor que um metro, exceção feita às áreas com vazios ou baixa densidade de informações gravimétricas, e seus resultados adicionais incluem modelos da topografia dinâmica do oceano até o grau 20 advindos da combinação de dados do Topex/Posseidon e ERS-1 e do GEOSAT separadamente, bem como prover a determinação de uma órbita melhorada para os satélites em órbita da Terra (LEMOINE et al., 1997).

FIGURA 22- GEOIDE EMG96



FONTE: Lemoine et al. (1997).

Apesar de atualmente existirem MGGs de alta resolução, desenvolvidos até o grau 2190, como por exemplo o EGM 2008 (PAVLIS et al., 2012), EIGEN 6C4 (FÖRSTE et al., 2014), entre outros. O modelo EGM96 foi escolhido por ser o referencial altimétrico vertical do MDA SRTM, utilizado no processamento dos dados aerogravimétricos pelo ANP/GRAV/AM e que também será utilizado para a obtenção das altitudes físicas e geométricas, da superfície da área de estudo, neste trabalho. Tal opção encontra amparo no fato de que o voo realizado, por tratar-se de um levantamento aerogeofísico, não utilizou o radar altímetro que encontrava-se disponível na aeronave em seu processamento, o que possibilitaria, a priori, o cálculo das altitudes físicas e geométricas dos pontos levantados sem a necessidade da vinculação a um MDA, conforme será visualizado no Item 3.3.3.

Ressalta-se que o EGM 96 apresenta um erro quadrático médio global (RMS) de 45,3 cm quando considerados os erros de comissão e omissão, e de 42,1 cm quando considerados apenas o erro de comissão para o cálculo das altitudes geoidais (LEMOINE et al., 1997).

### 3.1.4 Shuttle Radar Topography Mission (SRTM)

O Modelo Digital de Altitudes *Shuttle Radar Topography Mission* (SRTM) é um MDA, que tem como elipsoide de referência o WGS84 e que adota como referencial altimétrico o EGM96. O SRTM foi desenvolvido para fornecer, com cobertura global, dados digitais de elevação com uma resolução de 1 segundo de arco e a disponibilização dos seus produtos é administrada pelo *Earth Resources Observation and Science* (EROS) *Center* USGS. A missão que permitiu a sua aquisição foi realizada a bordo do ônibus espacial Endeavour de 11 a 22 de fevereiro de 2000, pela NASA e NGA como parte de um projeto internacional para aquisição de dados de radar para criar o primeiro conjunto quase global de elevações (USGS, 2019, não paginado).

Os radares usados durante a missão SRTM foram desenvolvidos e utilizados inicialmente em voos de duas missões do Endeavour em 1994, que visavam coletar dados ambientais do planeta Terra. Esta tecnologia foi modificada para a missão da SRTM de coletar dados interferométricos, utilizando uma interferometria de passagem única, realizando a comparação entre duas imagens radar ou dois conjuntos de sinais tomados ao mesmo tempo, em ângulos ligeiramente diferentes. O dispositivo foi montado de forma que uma antena localizada a bordo do ônibus espacial coletou um conjunto de dados e uma segunda antena, localizada no final de um mastro de 60 metros que se estendia ao longo do ônibus espacial, coletava o outro conjunto de dados. A diferença entre estes dois conjuntos de sinais coletados permitiram, após o processamento, o cálculo da elevação da superfície mapeada (USGS, 2019, não paginado).

A Endeavour orbitou a Terra 16 vezes por dia durante 11 dias consecutivos, completando um total de 176 órbitas e permitindo que fossem coletados, com sucesso, dados de radar de mais de 80% da superfície física da Terra entre as latitudes 60° N e 56° S com uma resolução espacial de 1 segundo de arco (aproximadamente 30 metros) (USGS, 2019, não paginado).

Para o cumprimento dos objetivos desta pesquisa o MDA utilizado será o SRTM 1, de resolução espacial nominal de 30 metros na região do Equador, disponibilizado integralmente pelo *U.S. Geological Survey's EROS Data Center* para a Região de Estudos. Ressalta-se que o SRTM apresenta um erro absoluto vertical

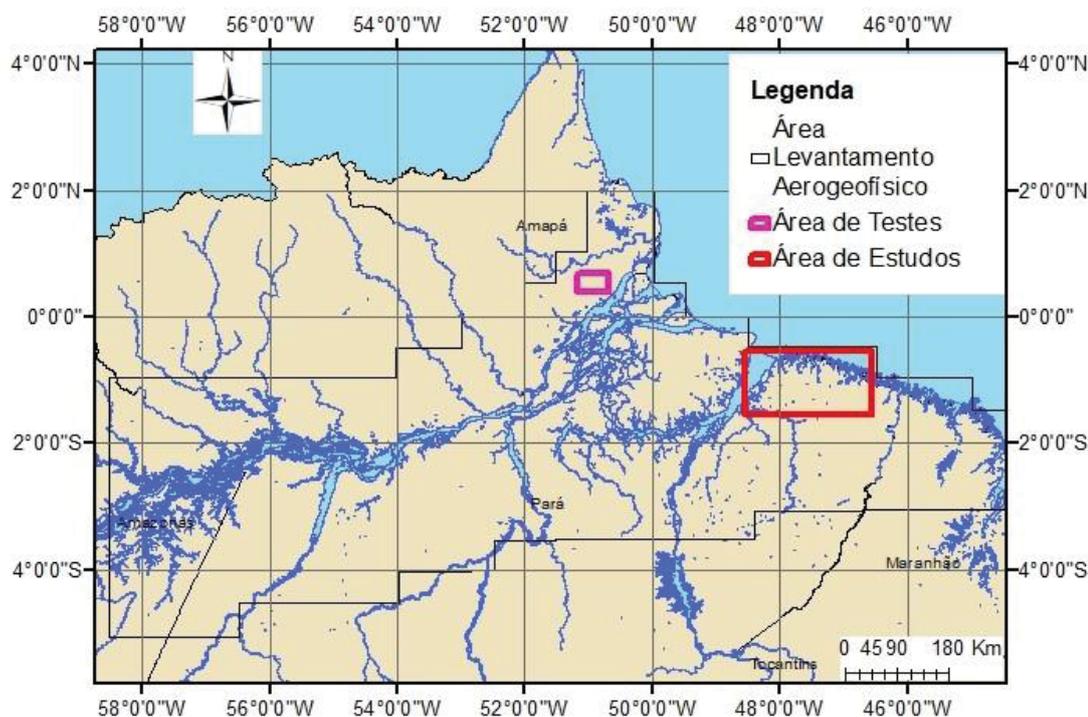
de 6,2 metros, conforme um levantamento de campo realizado oficialmente pela NASA (RODRIGUEZ et al., 2005).

### 3.2 REGIÃO DE ESTUDO

A Região de Estudo desta pesquisa, visualizada na Figura 23, é composta por duas Áreas Distintas. Uma Área de Testes, destacada em Magenta, localizada no estado do Amapá e uma Área de Estudos, destacada em vermelho, localizada no Estado do Pará, onde se encontram as linhas de nivelamento com gravimetria oriundas dos dois *Data Verticais* brasileiros.

Conforme abordado no Item 3.1, os dados (bases materiais) utilizados no presente trabalho foram constituídos por pontos de controle compostos por estações gravimétricas do IBGE, das quais uma parcela encontram-se sobrepostas à RRNN pertencentes a RVRB, dados aerogravimétricos disponibilizados pelo ANP/GRAV/AM e levantados nas proximidades as áreas supracitadas, bem como dados oriundos do SRTM e do EGM96.

FIGURA 23 - REGIÃO DE ESTUDO



FONTE: O autor (2019).

### 3.2.1 Delimitação da Área de Testes

A Área de Testes adotada encontra-se no Estado do Amapá, e possui uma dimensão de  $0,5^\circ$  de longitude por  $0,3^\circ$  de latitude. Essa área de menor extensão, caracterizada na Figura 24, permitiu que a Metodologia proposta para a consecução dos objetivos desta pesquisa fosse preliminarmente analisada, envolvendo um menor número de pontos de controle e uma quantidade mais restrita de dados aerogravimétricos, resultando em um menor custo computacional para os cálculos realizados, tanto nas reduções gravimétricas, quanto posteriormente nas interpolações realizadas pelos softwares PREDGRAV (DREWES, 1978) e GEOGRID (FORSBERG, 2008), os quais, a priori, não se conhecia o comportamento computacional na realização de interpolações com mais de noventa mil observáveis.

Tais aspectos, envolvidos nos cálculos preliminares realizados na Área de Testes, permitiram a adoção de estratégias empregadas na Área de Estudos, caracterizada em 3.2.2, e que serão abordadas na discussão dos resultados.

FIGURA 24 - ÁREA DE TESTES

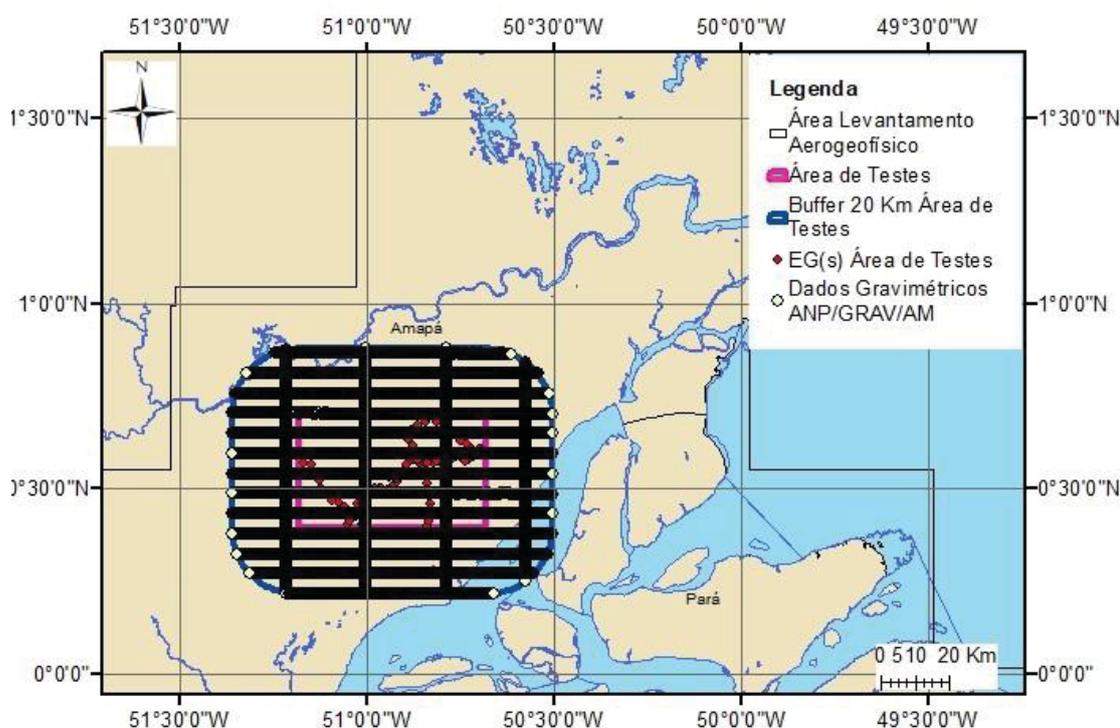


FONTE: O autor (2019).

### 3.2.1.1 Disponibilidade e caracterização dos dados na Área de Testes

A área escolhida encontra-se, integralmente dentro da área sobrevoada conforme pode ser visualizado na Figura 25. Dentro dos seus limites encontram-se presentes 97 estações gravimétricas (EGs), das quais 78 representam pontos de conexão com as RRNN vinculadas ao *Datum* de Santana. Estas 97 EGs foram adotadas como pontos de controle para as interpolações que foram realizadas após a devida compatibilização dos referenciais e redução para a SF dos dados gravimétricos.

FIGURA 25 - CARACTERIZAÇÃO DA ÁREA DE TESTES



FONTE: O autor (2019).

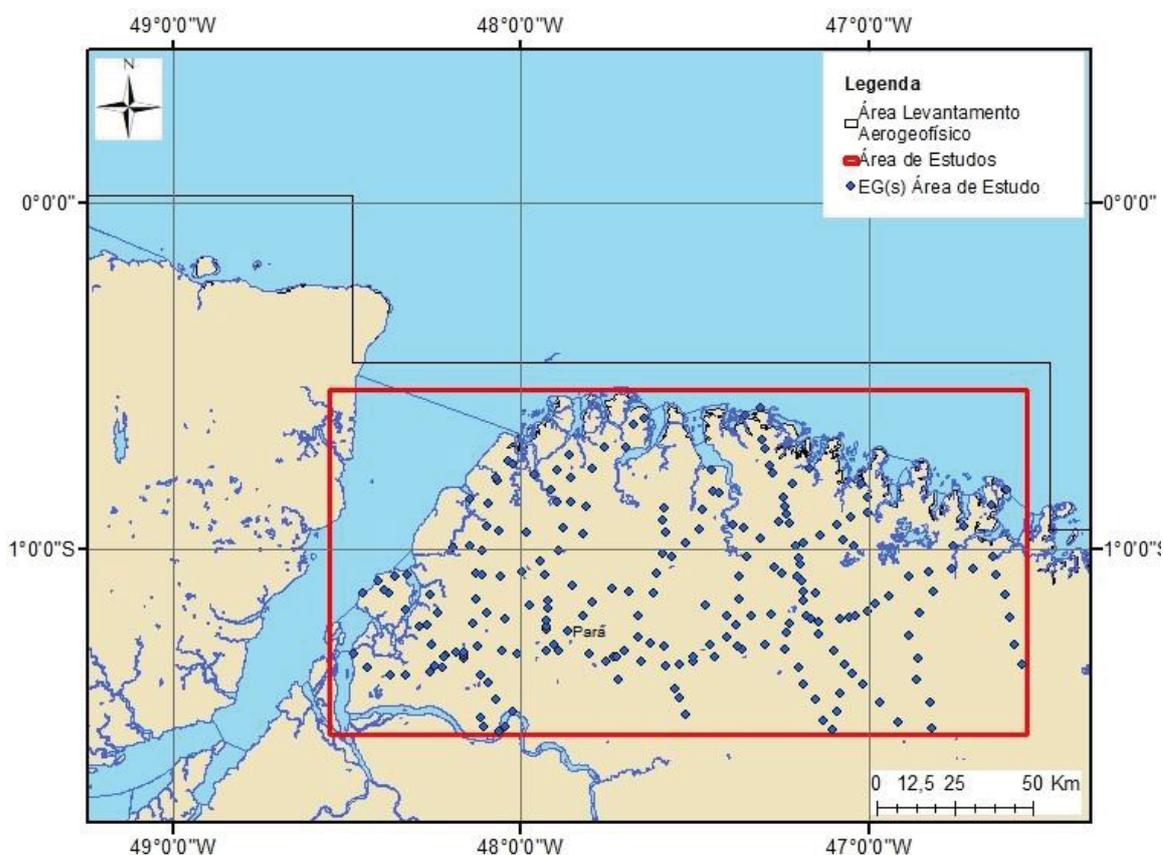
Utilizou-se pontos provenientes do levantamento aerogravimétrico em uma região abrangendo um *Buffer* de 20 quilômetros ao redor da área de testes, de forma a limitar a quantidade de observáveis conforme discorrido em 3.2.1. Essa delimitação resultou na seleção inicial de 93.522 pontos que tiveram sua altitude geoidal  $N$  advinda do MGG EGM96, calculada junto ao IGCEM, e sua altitude física  $H_{P(SRTM)}$ , advinda de duas imagens provenientes do MDA SRTM 1.

### 3.2.2 Delimitação da Área de Estudos

A Área de Estudos adotada encontra-se no Estado do Pará e possui uma dimensão de 2° de longitude por 1 ° de latitude, sendo de maior dimensão que a Área de Testes. Essa área, caracterizada na Figura 26, permitiu a aplicação da Metodologia analisada e testada previamente na Área de Testes, bem como a verificação de sua eficiência para a solução do problema proposto e a consecução dos objetivos desta pesquisa. Isto em uma área de maior extensão e complexidade, com um maior número de pontos de controle e com uma quantidade de dados aerogravimétricos densa e superior, em alguns testes, a um milhão de pontos.

Desta forma, a aplicação da metodologia nessa área permitiu avaliar também estimar a quantidade de observáveis passíveis de serem interpoladas pelos softwares PREDGRAV E GEOGRID.

FIGURA 26 - ÁREA DE ESTUDOS



FONTE: O autor (2019).

### 3.2.2.1 Disponibilidade e caracterização dos dados na Área de Estudos

A Área de Estudos, visualizada na Figura 27, apresenta 216 pontos de controle para as interpolações a serem realizadas, sendo constituídos por Estações Gravimétricas pertencentes a Rede Gravimétrica Brasileira, com coordenadas geodésicas no SGB obtidas com GPS e valor de gravidade conhecidos, dos quais 36 pontos apresentam conexão com RRNN pertencentes a RVRB.



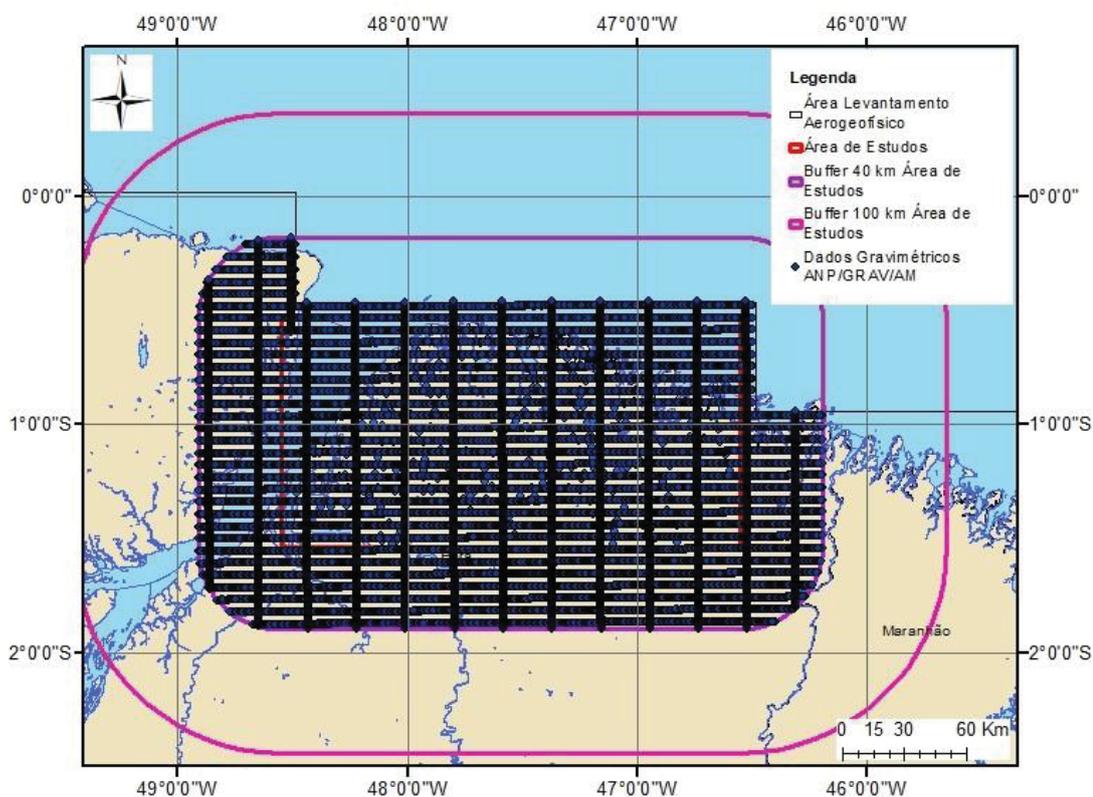
FONTE: O autor (2019).

Optou-se, em um primeiro momento, pela utilização de dados gravimétricos em uma região delimitada por um *Buffer* de 100 quilômetros ao redor da área de estudos. Tal opção justifica-se pela função covariância do software PREDGRAV estabelecer uma predição ótima para raios de até 100 quilômetros e resultou na seleção inicial de 1.308.715 pontos. A exemplo da metodologia aplicada para as observáveis da área de testes, foram obtidos os valores de altitude geoidal  $N$  pelo MGG EGM96 e de altitude física  $H_{P(SRTM)}$  através de quinze imagens provenientes do MDA SRTM 1.

Posteriormente, conforme será apresentado na discussão dos resultados, após a redução dos valores da gravidade para a superfície física e a compatibilização dos referenciais dos dados gravimétricos, foi feita a comparação entre os valores calculados para as anomalias de ar livre e de Bouguer com os valores das mesmas funcionais disponibilizadas no banco de dados do ANP/GRAV/AM.

Em um segundo momento, conforme citado em 3.3.2, em virtude da capacidade de processamento dos softwares interpoladores e a elevada quantidade de pontos selecionada inicialmente, tornou-se necessário reduzir a quantidade dos dados aerogravimétricos a serem empregados na interpolação. Entre os procedimentos de redução adotados, que serão abordados na discussão dos experimentos, foi realizada a diminuição do raio do *buffer* para 40 km ao redor da área de estudos, demonstrado nas Figuras 27 e 28, o que resultou numa seleção de 703.358 pontos e viabilizou a realização das interpolações para os 216 Pontos de Controle através do software GEOGRID.

FIGURA 28 - DADOS AEROGRAVIMÉTRICOS UTILIZADOS NA ÁREA DE ESTUDOS

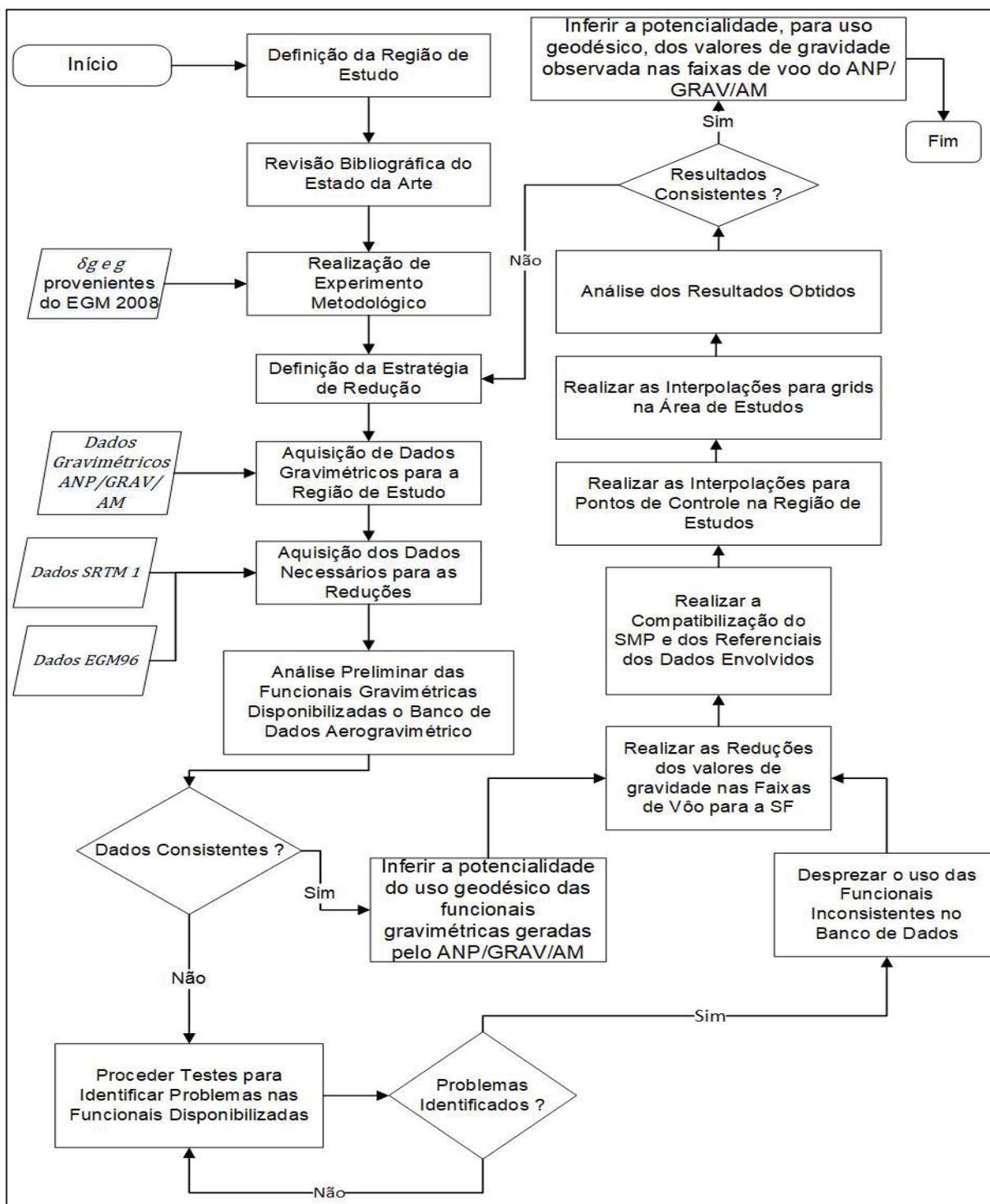


FONTE: O autor (2019).

### 3.3 METODOLOGIA EMPREGADA

De forma resumida, os procedimentos adotados nesta pesquisa, com seus respectivos processos de tomada de decisão, podem ser visualizados na Figura 29.

FIGURA 29- METODOLOGIA EMPREGADA



FONTE: O autor (2019).

### 3.3.1 Compatibilização de Sistemas de Maré Permanente

Primeiramente, antes da execução das reduções gravimétricas dos valores da gravidade em voo para a superfície física, é mister a realização de algumas considerações sobre o Sistema de Maré Permanente (SMP) em que estão realizados os dados envolvidos na execução deste trabalho. Segundo Mäkinen e Ihde (2009), as forças de maré produzidas principalmente pelo Sol e a Lua no corpo planetário (marés terrestres), têm efeitos remanescentes que influem no potencial da Terra e causam uma deformação elástica permanente no planeta.

Em outras palavras, dentre os efeitos das marés terrestres, existem componentes variáveis no tempo e uma componente que não varia periodicamente e pode ser considerada constante. Esta última parte, recebe o nome de efeito de maré permanente e, segundo Ekman (1989), causa alterações no formato da Terra e em seu campo da gravidade devendo, então, ser considerado na determinação e observação de grandezas geodésicas (CARRIÓN, 2017, p.63).

Segundo Mäkinen e Ihde (2009), para o tratamento da deformação causada pelos efeitos de maré permanente, adotam-se três SMP distintos que serão descritos a seguir:

- a) Sistema Sem Maré ou Livre de Maré (*Non Tidal* ou *Tide Free System*): Pode se dizer que a existência do Sol e da Lua pode ser desconsiderada, ou que ambos foram transladados para o infinito. Neste sistema, são eliminados completamente os efeitos da deformação e os efeitos diretos e indiretos do potencial associados a maré permanente. Trata-se de uma questão controversa: por um lado, os efeitos indiretos da maré permanente não podem ser adequadamente determinados (DE FREITAS et al., 2007). Por outro lado, importantes aspectos da pesquisa geodésica atual usam convenções arbitrárias para estabelecer sistemas livres de maré como ocorre, por exemplo, no ITRF, WGS84 e EGM96 (HECK, 2004);
- b) Sistema de Maré Médio (*Mean Tide System*): São considerados os valores médios das deformações da crosta da Terra, bem como seus efeitos diretos e indiretos no potencial associados à maré permanente (DE FREITAS et al., 2007). Este foi o procedimento adotado, por

exemplo, na realização do sistema gravimétrico IGSN-71 (MÄKINEN, 2000);

- c) Sistema de Maré Zero (*Zero Tide System*): Considera apenas o efeito indireto sobre o geopotencial, decorrente da deformação permanente do planeta. O efeito direto, decorrente do potencial de maré, é suprimido. É o sistema recomendado pela IAG durante a XVIII General Assembly of the IUGG, 1983. Foi expresso na sua *Resolution* No. 16. Esta resolução pré-recomenda as correções de marés aplicáveis às observações geodésicas de várias quantidades tais como a gravidade e posições tridimensionais. Isso ocorreu para permitir a comparação entre medições da gravidade realizadas em diferentes épocas, e representar uma solução intermediária entre os dois sistemas anteriores para o potencial da gravidade. Nas aplicações atuais mais frequentes, este sistema é adotado para a gravidade em conjunto com o sistema de maré média para deformações da crosta (DE FREITAS et al., 2007).

Conforme discorrido por Carrión (2017, p.64-65), as expressões para transformação de altitudes entre sistemas de maré são descritas por Rapp (1989) nas Equações (3.3), (3.4) e (3.5). Segundo Heikkinen (1978),  $h$  e  $k$  são os números de Love usualmente adotados com os valores 0,6 e 0,3, respectivamente. Já o termo  $\Delta W_{zero-tide}/g$  pode ser calculado com acurácia sub-centimétrica conforme (3.6), onde  $\bar{\varphi}$  é a latitude geocêntrica.

$$H_{Mean Tide} = H_{Tide Free} - (1 + k - h) \frac{\Delta W_{zero-tide}}{g} \quad (3.3)$$

$$H_{Zero Tide} = H_{Tide Free} - (k - h) \frac{\Delta W_{zero-tide}}{g} \quad (3.4)$$

$$H_{Mean Tide} = H_{Zero Tide} - \frac{\Delta W_{zero-tide}}{g} \quad (3.5)$$

$$\frac{\Delta W_{zero-tide}}{g} \approx -0,198 \left( \frac{3}{2} \text{sen}^2 \bar{\varphi} - \frac{1}{2} \right) \text{ metros} \quad (3.6)$$

As transformações entre os sistemas de maré permanente para as observações gravimétricas são dadas nas Equações (3.7), (3.8) e (3.9), enquanto que para as altitudes geoidais são dadas por (3.10), (3.11) e (3.12), com o fator gravimétrico para efeito permanente  $\delta = 1,53$  (EKMAN, 1989), diferente daquele valor usual de aproximadamente 1,16 para as maré terrestres variáveis no tempo.

$$g_{MeanTide} - g_{ZeroTide} = -30,4 + 91,2 \text{ sen}^2 \bar{\varphi} \text{ } \mu gals \quad (3.7)$$

$$g_{ZeroTide} - g_{TideFree} = (\delta - 1)(-30,4 + 91,2 \text{ sen}^2 \bar{\varphi}) \text{ } \mu gals \quad (3.8)$$

$$g_{MeanTide} - g_{TideFree} = \delta(-30,4 + 91,2 \text{ sen}^2 \bar{\varphi}) \text{ } \mu gals \quad (3.9)$$

$$N_{MeanTide} - N_{ZeroTide} = 9,9 - 29,6 \text{ sen}^2 \bar{\varphi} \text{ } cm \quad (3.10)$$

$$N_{ZeroTide} - N_{TideFree} = (k)(9,9 - 29,6 \text{ sen}^2 \bar{\varphi}) \text{ } cm \quad (3.11)$$

$$N_{MeanTide} - N_{TideFree} = (k + 1)(9,9 - 29,6 \text{ sen}^2 \bar{\varphi}) \text{ } cm \quad (3.12)$$

### 3.3.2 Erro Médio Quadrático e Coeficiente de Correlação de Pearson

A avaliação dos cálculos efetuados nesta pesquisa foi realizada tendo como um de seus parâmetros o valor do Erro Médio Quadrático entre a funcional calculada ou interpolada e os valores das mesmas funcionais consideradas conhecidas nos pontos utilizados como pontos de controle para cada experimento.

O Erro Médio Quadrático (do termo em inglês *Root Mean Square Error*, RMSE), porém comumente denominado RMS, apresenta-se, conceitualmente, como uma medida do afastamento entre duas amostras. Tais amostras são constituídas por um primeiro conjunto de observações denominadas preditas ou calculadas e um segundo conjunto, assumido como correto. O valor do RMS é obtido a partir de (3.14), onde  $n$  é o tamanho da amostra considerada, sendo utilizado como uma forma de avaliação do desempenho dos cálculos executados (PEREIRA, 2009, p.90).

$$resíduo = Observação_{Correta/Conhecida} - Observação_{Calculada/Predita} \quad (3.13)$$

$$RMS = \sqrt{\frac{1}{n} \sum resíduo^2} \quad (3.14)$$

Outro parâmetro de avaliação adotado neste trabalho consiste no Coeficiente de Correlação de Pearson ( $r_{Pearson}$ ), obtido por (3.15), onde  $\bar{x}$  e  $\bar{y}$  são, respectivamente, as médias amostrais de cada conjunto de dados. Este coeficiente é um índice adimensional, com valores situados entre -1 e 1, inclusive, que mede o grau da correlação linear entre dois conjuntos de dados pelo compartilhamento de sua variância (FIGUEIREDO FILHO; SILVA JÚNIOR, 2009).

$$r_{Pearson} = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x - \bar{x})^2 \sum(y - \bar{y})^2}} \quad (3.15)$$

O sinal do Coeficiente de Pearson indica se a correlação apresentada se dá de forma positiva ou negativa. Entretanto, os valores extremos -1 e 1 (correlação

perfeita negativa e correlação perfeita positiva) dificilmente são encontrados na prática. O valor igual a 0 indica que não há relação linear entre as variáveis, mas pode haver uma dependência não linear. Portanto, ao ocorrer esse resultado, deve-se investigar a correlação por outros meios matemáticos (como por exemplo, coeficiente de correlação tau de Kendall ou de Spearmans). Existem discussões sobre a interpretação da magnitude desse coeficiente e que são descritas na Tabela 6 (FIGUEIREDO FILHO; SILVA JÚNIOR, 2009).

TABELA 6 - ANÁLISE DO COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO DE PEARSON

MAGNITUDE DA CORRELAÇÃO	INTERVALO DE VALORES	
	COHEN (1988)	Dancey e Reidy (2005)
Correlação Baixa	0,10 até 0,29	0,10 até 0,39
Correlação Moderada	0,30 até 0,49	0,49 até 0,69
Correlação Alta	0,50 até 1,0	0,70 até 1,0

FONTE: O autor (2019).

### 3.3.3 Experimento Metodológico: Redução Ar Livre X *Downward Continuation*

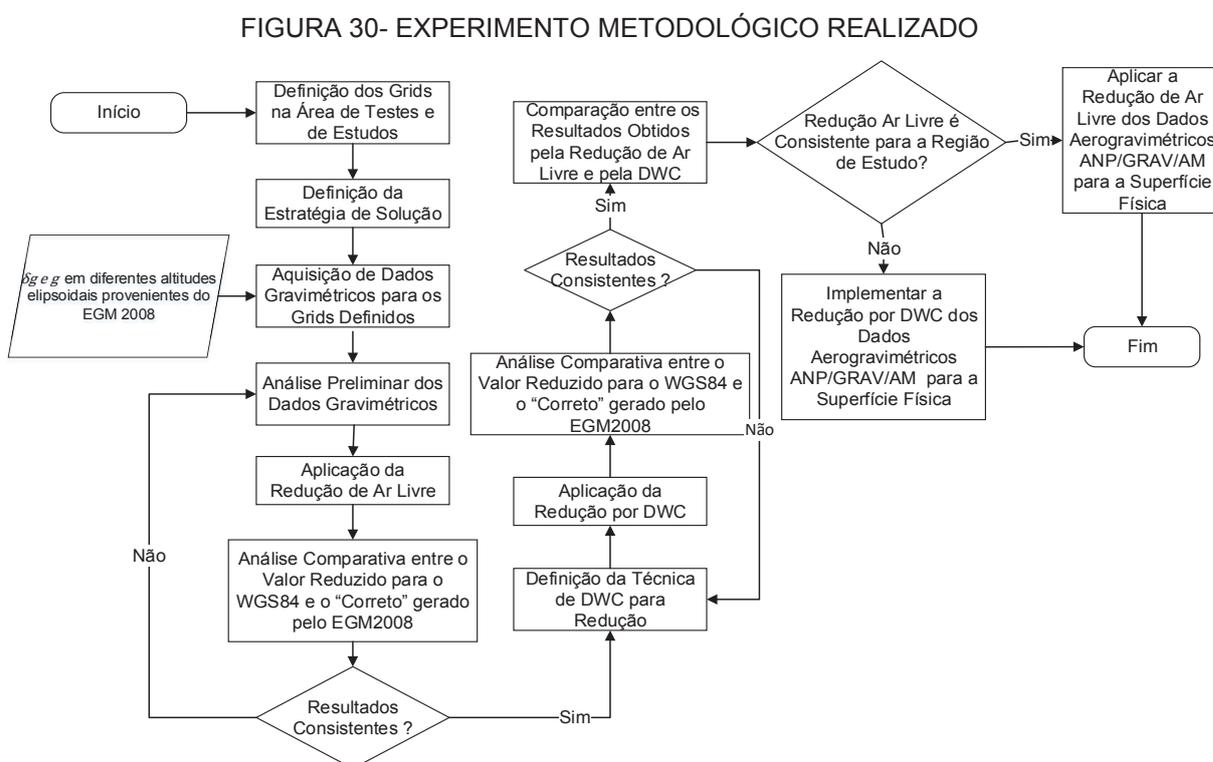
Conforme citado em 2.4, de acordo com Keller e Hirsch (1993), existem discussões sobre a validade da aplicação da redução de ar livre para os dados gravimétricos medidos da altitude do avião até o chão. Tais discussões baseiam-se no questionamento se este procedimento é capaz de manter o nível da precisão da gravimetria no ar, principalmente para voos realizados em altitude mais elevada e sobre áreas com intensa variação do relevo natural, ou se uma redução mais sofisticada é necessária. Neste escopo, foram desenvolvidas soluções numéricas baseadas fundamentalmente na inversa da Integral de Poisson para redução do sinal gravimétrico ao solo, apresentada em (2.64). Usualmente tais soluções numéricas de redução de funcionais do campo da gravidade desde uma altitude até outra são referidas em Inglês como *Downward Continuation* (DWC). A terminologia associada à tradução literal “Continuação para Baixo” não é usual e portanto não a adotamos.

De forma a validar a utilização da redução de Ar Livre dos dados aerogravimétricos para a Região de Estudo, realizou-se um experimento metodológico a partir de dados gerados pelo MGG EGM 2008, visando a verificação da precisão alcançada pela Redução Ar Livre comparativamente à uma Redução utilizando a

técnica de DWC. Ressalta-se que todos os dados foram obtidos no Sistema de Maré Permanente Livre de Maré (*Tide Free System*), por ser este o SMP do EGM2008.

Neste experimento foram gerados valores de distúrbios da gravidade ( $\delta g_h$ ) e gravidade ( $g_h$ ) para a Área de Testes e de Estudos nas altitudes elipsoidais ( $h$ ) de 0, 1500 e 3500 metros. Para a Área de Testes utilizou-se um grid de 0,696° Latitude X 0,896° Longitude, com resolução de 0,008°, resultando em 9944 pontos para cada altitude considerada. Para a Área de Estudos utilizou-se de uma área maior, com um grid de 1° Latitude X 1° Longitude, na mesma resolução, resultando em 15876 pontos por altitude. Este procedimento buscou simular a obtenção de valores de distúrbios e de gravidade em duas altitudes de voo distintas e superiores à altitude elipsoidal média das áreas que compõe a Região de Estudo, de aproximadamente 1415 metros.

Uma visão geral do experimento conduzido, com a descrição sucinta das atividades realizadas, pode ser acompanhada com a observação do Fluxograma apresentado na Figura 30.



FONTE: O autor (2019).

Em uma primeira parte do experimento, foram obtidos os valores dos distúrbios da gravidade na superfície elipsoidal de referência WGS84 ( $\delta g_{0\text{Reduz}1500}$  e

$\delta g_{0\text{ Reduz}3500}$ ), a partir da redução de Ar Livre para as altitudes de voo simuladas de 1500 e 3500 metros, realizadas, respectivamente, em (3.16) e (3.17).

$$\delta g_{0\text{ Reduz}1500} = g_{1500} - \left( \gamma_0 + \frac{\partial \gamma}{\partial h} 1500 + \frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2} 1500^2 \right) \quad (3.16)$$

$$\delta g_{0\text{ Reduz}3500} = g_{3500} - \left( \gamma_0 + \frac{\partial \gamma}{\partial h} 3500 + \frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2} 3500^2 \right) \quad (3.17)$$

Após a obtenção dos valores dos distúrbios da gravidade reduzidos ( $\delta g_{0\text{ Reduz}1500}$  e  $\delta g_{0\text{ Reduz}3500}$ ), foi realizado o cálculo do valor do RMS entre os mesmos e o distúrbio gerado pelo Modelo EGM2008 para a mesma superfície elipsoidal de referência ( $\delta g_0$ ) com  $h = 0$ , e, assumidos como os valores corretos.

Para a segunda parte do experimento, buscou-se realizar a DWC através da Inversão da Integral de Poisson apresentada por Hofman-Wellenhof e Moritz (2005, p.100) com a aplicação do MMQ para execução da Redução. Entretanto, a aplicação deste método obteve resultados inferiores aos obtidos pela Redução de Ar Livre. Cabe ressaltar que na implementação deste método, já pode ser observado um elevado custo computacional, com a ocorrência de um tempo excessivo para o processamento dos cálculos. Além disso, tal implementação exigiu a utilização de dados gridados, característica distinta dos dados disponibilizados pelo ANP/GRAV/AM.

De forma alternativa, foi realizado um estudo sobre outras técnicas para realização da DWC. Dentre às pesquisadas, optou-se por realizar o teste do Método Iterativo da Integral de Poisson (MIIP), apresentado por Liu et al. (2017), e desenvolvido inicialmente para a redução de valores de anomalias da gravidade. Entretanto, para o presente experimento metodológico, optou-se por trabalhar e verificar a sua eficiência para redução de valores de distúrbios da gravidade.

Para a compreensão do MIIP, parte-se da equação (3.18) que apresenta a integral de Poisson, utilizada para a Continuação para Cima (do termo em inglês *Upward Continuation*) para valores de distúrbios da gravidade (LIU et al., 2017).

$$\delta g^{ar}(r, \bar{\varphi}, \lambda) = \frac{R^2 (r^2 - R^2)}{4\pi r} \int_{\lambda'=0}^{2\pi} \int_{\varphi'=0}^{\pi} \frac{\delta g^{solo}(R, \bar{\varphi}', \lambda')}{l^3} \text{sen } \bar{\varphi}' d\bar{\varphi}' d\lambda' \quad (3.18)$$

Nesta equação, a exemplo de (2.64),  $\delta g^{ar}(r, \bar{\varphi}, \lambda)$  é o distúrbio da gravidade em um ponto de latitude esférica  $\bar{\varphi}$ , longitude  $\lambda$ , e raio  $r = R + h$ , onde  $h$  é a altitude elipsoidal de voo.  $R$  é o raio médio da Terra.  $\delta g^{solo}(R, \bar{\varphi}', \lambda')$  o distúrbio da gravidade do ponto de integração variável sobre a superfície de redução. A distância entre o ponto medido em voo e o ponto de integração é dada por  $l$ , calculada conforme (2.65), onde  $\psi$  é a distância esférica entre os pontos de cálculo (integração) e o de medida

sobre a superfície esférica, sendo o ângulo entre as direções radiais destes pontos e apresentada em (2.66) (ZHAO et al., 2017).

Sabendo que  $R/r$  é uma função harmônica, conforme abordado por Liu *et. al.* (2017), pode-se afirmar que:

$$\frac{R}{r} = \frac{R (r^2 - R^2)}{4\pi} \int_{\lambda'=0}^{2\pi} \int_{\varphi'=0}^{\pi} \frac{1}{l^3} \text{sen } \bar{\varphi}' d\bar{\varphi}' d\lambda' \quad (3.19)$$

Porém, multiplicando  $\delta g^{solo}(R, \bar{\varphi}, \lambda)$  em ambos os lados de (3.19), temos:

$$\delta g^{solo}(R, \bar{\varphi}, \lambda) \frac{R}{r} = \delta g^{solo}(R, \bar{\varphi}, \lambda) \frac{R (r^2 - R^2)}{4\pi} \int_{\lambda'=0}^{2\pi} \int_{\varphi'=0}^{\pi} \frac{1}{l^3} \text{sen } \bar{\varphi}' d\bar{\varphi}' d\lambda' \quad (3.20)$$

Realizando a subtração (3.18) – (3.20) (LIU et al., 2017). Temos que:

$$\begin{aligned} \delta g^{ar}(r, \bar{\varphi}, \lambda) = \delta g^{solo}(R, \bar{\varphi}, \lambda) \frac{R}{r} + \frac{R^2 (r^2 - R^2)}{4\pi r} \int_{\lambda'=0}^{2\pi} \int_{\varphi'=0}^{\pi} \frac{1}{l^3} \\ \left[ \delta g^{solo}(R, \bar{\varphi}', \lambda') - \frac{r}{R} \delta g^{solo}(R, \bar{\varphi}, \lambda) \right] \text{sen } \bar{\varphi}' d\bar{\varphi}' d\lambda' \end{aligned} \quad (3.21)$$

Modificando (3.21), temos:

$$\begin{aligned} \delta g^{solo}(r, \bar{\varphi}, \lambda) = \delta g^{ar}(R, \bar{\varphi}, \lambda) \frac{r}{R} + \frac{R (r^2 - R^2)}{4\pi} \int_{\lambda'=0}^{2\pi} \int_{\varphi'=0}^{\pi} \frac{1}{l^3} \\ \left[ \delta g^{solo}(R, \bar{\varphi}', \lambda') - \frac{r}{R} \delta g^{solo}(R, \bar{\varphi}, \lambda) \right] \text{sen } \bar{\varphi}' d\bar{\varphi}' d\lambda' \end{aligned} \quad (3.22)$$

Observa-se, entretanto, que em (3.22) o termo  $\delta g^{solo}(r, \bar{\varphi}, \lambda)$  aparece em ambos os lados da equação. Tal condição permite que (3.22) seja modificada para uma forma iterativa descrita em (3.24), com a primeira aproximação sendo definida em (3.23) (LIU et al., 2017).

$${}_{\text{iteração}}^{(1)} \delta g^{solo}(r, \bar{\varphi}, \lambda) = \delta g^{ar}(R, \bar{\varphi}, \lambda) \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} {}_{\text{iteração}}^{(n+1)} \delta g^{solo}(r, \bar{\varphi}, \lambda) = \delta g^{ar}(R, \bar{\varphi}, \lambda) \frac{r}{R} + \frac{R (r^2 - R^2)}{4\pi} \int_{\lambda'=0}^{2\pi} \int_{\varphi'=0}^{\pi} \frac{1}{l^3} \\ \left[ {}_{\text{iteração}}^{(n)} \delta g^{solo}(R, \bar{\varphi}', \lambda') - \frac{r}{R} {}_{\text{iteração}}^{(n)} \delta g^{solo}(R, \bar{\varphi}, \lambda) \right] \text{sen } \bar{\varphi}' d\bar{\varphi}' d\lambda' \end{aligned} \quad (3.24)$$

A equação (3.24), consiste no método MIIP proposto por Liu et al. (2017). Para a execução deste método, adotou-se como condição para o término das iterações a condição descrita em (3.25), onde a norma do vetor dos resíduos entre 2 iterações consecutivas deve ser menor do que 0,5 mGal. Entretanto, fixou-se um número máximo de 5 iterações, de forma a evitar a ocorrência de um looping infinito para o processo da DWC implementado, caso não houvesse uma convergência de valores.

$$NORMA \left\{ \begin{matrix} (n+1) \\ \text{iteração} \end{matrix} \delta g^{solo}(r, \bar{\varphi}, \lambda) - \begin{matrix} (n) \\ \text{iteração} \end{matrix} \delta g^{solo}(r, \bar{\varphi}, \lambda) \right\} \leq 0,5mGal \quad (3.25)$$

De forma similar ao executado na redução de Ar Livre, a segunda parte do experimento consistiu na redução por DWC dos distúrbios da gravidade gerados para as altitudes elipsoidais de 1500 e 3500 metros para o elipsoide WGS84. Posteriormente, os valores dos distúrbios reduzidos ( $\delta g_{0\text{DWC } 1500}$  e  $\delta g_{0\text{DWC } 3500}$ ) foram comparados, através do cálculo do RMS, com os valores dos distúrbios gerados pelo Modelo EGM2008 ( $\delta g_0$ ) para a mesma superfície e assumidos como corretos.

É relevante observar que a implementação do MIIP obteve resultados um pouco mais acurados que os provenientes da Redução de Ar Livre, conforme é observado na Tabela 7. Entretanto, à exemplo da inversão da Integral de Poisson, apresentada por Hofman-Wellenhof e Moritz (2005, p.100), e implementada em um primeiro momento, a execução do algoritmo proposto por Liu et al. (2017) demandou elevado custo computacional e tempo de processamento. Além disso, os recursos computacionais disponíveis para este trabalho (hardware e software) não foram capazes de efetuar a redução pelo MIIP para uma quantidade superior aos 15.876 pontos simulados, bem como não foi possível obter sucesso na implementação de dados não gridados. Ressalta-se que a quantidade máxima de 15.876 pontos, reduzidos pelo MIIP de forma satisfatória, é muito menor do que os 93.522 e 1.308.715 pontos reduzidos, respectivamente, para a Área de Testes e de Estudos.

Os resultados advindos do experimento metodológico conduzido, são apresentados na Tabela 7, onde observa-se que tanto para a Área de Testes quanto para a Área de Estudos, o método iterativo desenvolvido por Liu et al. (2017), apresentou precisão superior ao da redução de Ar Livre, mesmo sendo considerado o termo de grau 2 do gradiente vertical da gravidade oriundo da expansão de Taylor.

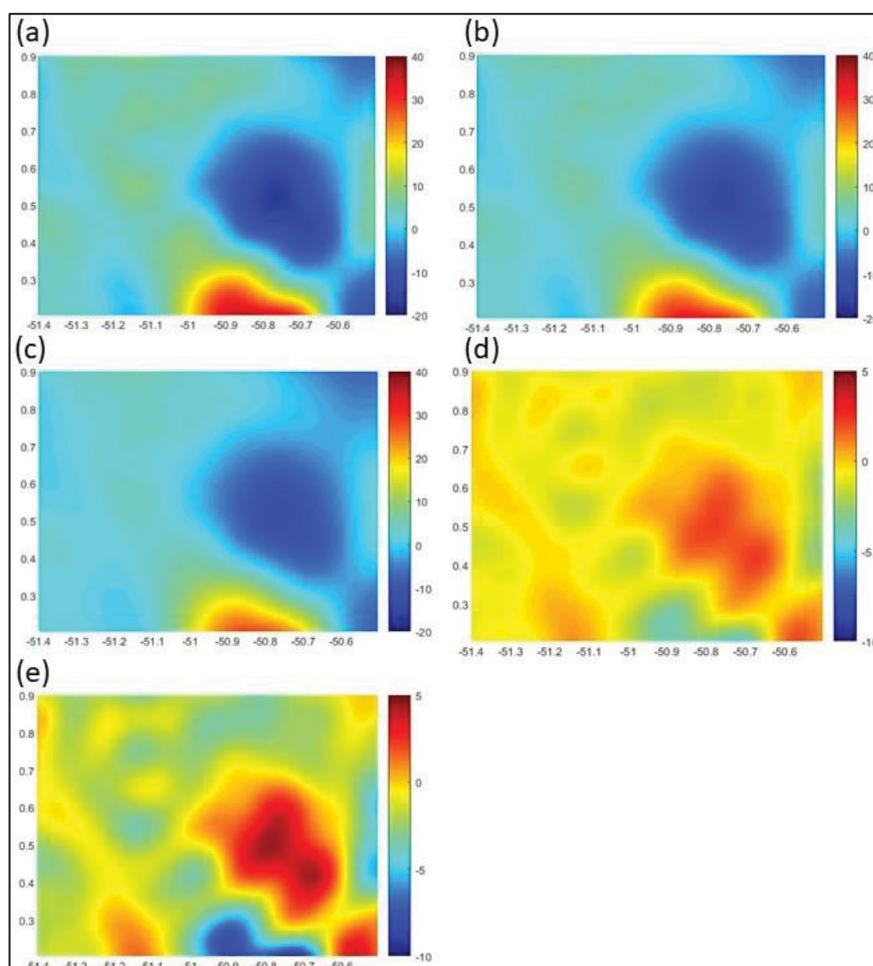
TABELA 7- REDUÇÃO AR LIVRE X DWC

FUNCIONAL COMPARADA	ALTITUDE DE "VOO" SIMULADA	REDUÇÃO	ÁREA DE TESTES - AP	ÁREA DE ESTUDOS - PA
			RMS	RMS
$\delta g_{0\text{Reduz}} \times \delta g_{0\text{EGM2008}}$	1500	Ar Livre	1,140 mGal	1,186 mGal
	1500	DWC	0,436 mGal	0,600 mGal
$\delta g_{0\text{Reduz}} \times \delta g_{0\text{EGM2008}}$	3500	Ar Livre	2,439 mGal	2,483 mGal
	3500	DWC	1,088 mGal	1,387 mGal

FONTE: O autor (2019).

Entretanto, observa-se que, para altitudes de voo simuladas de 1500 metros, ainda superiores as altitudes elipsoidais de voo do ANP/GRAV/AM, a melhora obtida pela DWC nos valores do RMS foi de  $\approx 0,7$  mGal para o Estado do Amapá e 0,58 mGal para o Pará. Os resultados explicitados na Tabela 7 podem ser visualizados nas Figuras 31 e 32, onde são demonstrados, respectivamente, os valores dos distúrbios da gravidade reduzidos pelo Método de Ar Livre e pelo iterativo da Integral de Poisson para o Estado do Amapá. Observa-se que em ambas as ilustrações, a diferença entre os valores reduzidos apresenta valores superiores para as maiores altitudes.

FIGURA 31- REDUÇÃO AR LIVRE PARA ÁREA DE TESTES



FONTE: O autor (2019).

LEGENDA: a)  $\delta g_0$  proveniente EGM 2008.

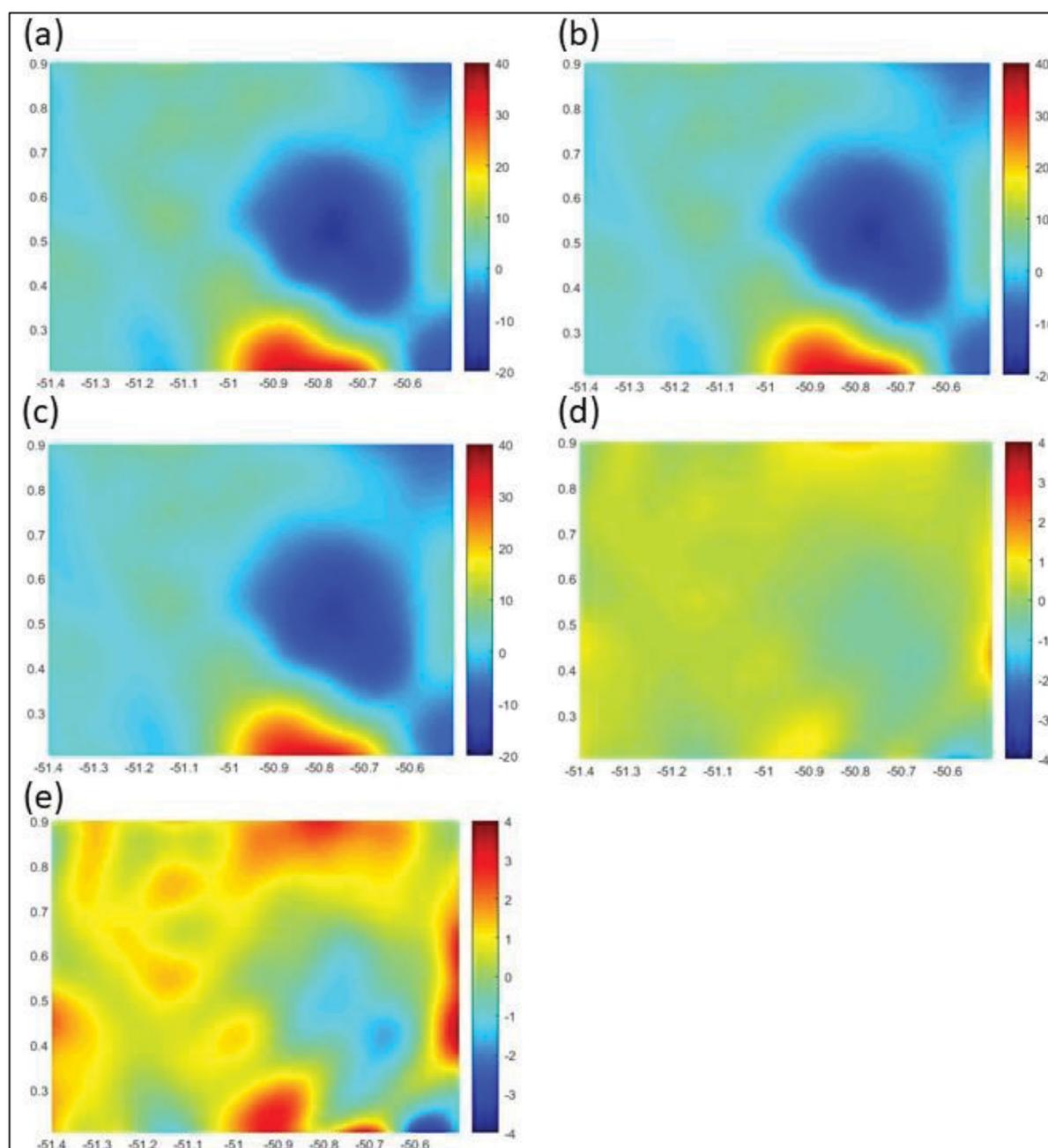
b)  $\delta g_0$  Red AL 1500.

c)  $\delta g_0$  Red AL 3500.

d) (a) – (b).

e) (a) – (c).

FIGURA 32- REDUÇÃO MÉTODO ITERATIVO INTEGRAL DE POISSON PARA ÁREA DE TESTES



FONTE: O autor (2019).

LEGENDA: a)  $\delta g_0$  proveniente EGM 2008.

b)  $\delta g_{0\text{DWC } 1500}$ .

c)  $\delta g_{0\text{DWC } 3500}$ .

d) (a) – (b).

e) (a) – (c).

Os resultados apresentados na Tabela 7, visualizados nas Figuras 31 e 32, corroboram com o comportamento físico discorrido na Fundamentação Teórica deste trabalho, no que se refere a levantamentos aerogravimétricos realizados em altitudes

de voo mais elevadas e condições mais extremas. Pois para os valores de gravidade reduzidos a partir dos 3500 metros, o MIIP apresentou melhor desempenho e uma maior precisão, com o RMS cerca de 1,3 mGal e 1,1 mGal mais convergente, quando comparados com a redução ar livre.

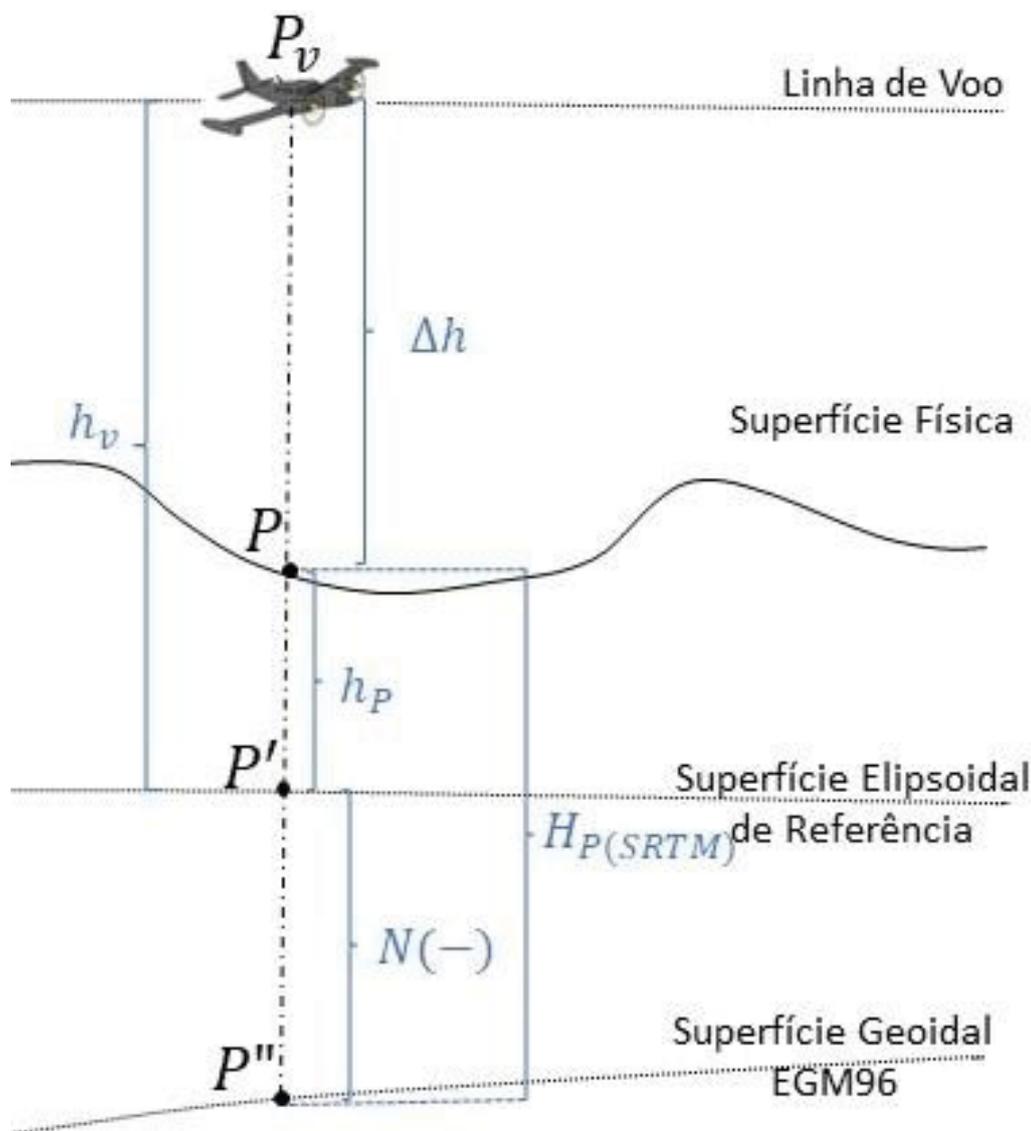
Da execução deste experimento metodológico, cabe ressaltar os seguintes aspectos: o ganho de precisão alcançado com o MIIP, em altitudes similares ao levantamento realizado pelo ANP/GRAV/AM (da ordem de 0,6 mGal); o elevado custo computacional demandado pelo MIIP, evidenciado pela quantidade limitada de pontos efetivamente reduzidos (15.876); a impossibilidade de serem utilizados clusters para tal redução; as dificuldades inerentes a implementação da DWC para dados aerogravimétricos não gridados e a ausência de dados gravimétricos sobre a SF na Região de Estudos, a fim de verificar a eficácia deste método utilizando dados gravimétricos observados. Levando-se em consideração estes fatores e de forma a reproduzir o método adotado pelo ANP/GRAV/AM, para o cálculo das funcionais disponibilizadas, optou-se, pela adoção da redução ar livre na execução do presente trabalho.

#### 3.3.4 Redução Ar Livre de Valores da Gravidade Para a Superfície Física

De acordo com a simulação realizada na Região de Estudo em 3.3.3, foi verificado que a redução de valores da gravidade através da Redução de Ar Livre para dados gravimétricos na Região de Estudo, em altitude de voo similar a altitude do levantamento ANP/GRAV/AM, pode ser considerada uma linha de ação válida. Assim, de forma a permitir o cumprimento dos objetivos desta pesquisa, realizou-se uma preparação para que os dados gravimétricos pudessem ser reduzidos da altura de voo até à SF, cabendo ressaltar a utilização do SRTM 1 como MDA e do EGM96 (referencial altimétrico do SRTM 1) como MGG para a determinação dos valores das altitudes geoidais  $N$ .

Conforme citado previamente no Item 3.1.3, a despeito da existência de MGG(s) desenvolvidos em graus maiores, optou-se por utilizar nas reduções gravimétricas o mesmo MGG utilizado pelo SRTM e pelo referido projeto, evitando assim, o surgimento de desvios advindos da escolha de modelo diverso ao previamente utilizado. Tal procedimento encontra melhor visualização na Figura 33.

FIGURA 33 - ALTITUDES E SUPERFÍCIES DE REFERÊNCIA ENVOLVIDAS NA AEROGRAVIMETRIA



FONTE: Adaptada de Santacruz e De Freitas (2017)

Convém observar que a altitude física  $H_{P(SRTM)}$  advinda do SRTM e a altitude geoidal  $N$ , fornecendo o afastamento entre o EGM96 e o WGS84, encontram-se num SMP *Tide-Free* (LEMOINE et al., 1997). A partir destes valores pode-se determinar a altitude  $h_P$ , no mesmo SMP, sobre o elipsoide de referência (neste caso o WGS 84) conforme a Equação (3.26).

A altitude elipsoidal de voo  $h_v$  é proveniente do receptor GPS da aeronave e conseqüentemente encontra-se também no SMP *Tide Free*. Essa condição valida a sua subtração por  $h_P$ , realizada em (3.27) e a obtenção do  $\Delta h$  que caracteriza a altura de voo da aeronave utilizada em relação a SF. A partir da obtenção de  $\Delta h$ , torna-se

possível realizar, através de (3.28), a redução do valor da gravidade observada na aeronave  $g_{Pv}$  para a SF, obtendo o valor gravidade  $g_P$ .

$$h_P = H_{P(SRTM)} + N \quad (3.26)$$

$$\Delta h = h_v - h_P \quad (3.27)$$

$$g_P = g_{Pv} - \left[ \frac{\partial \gamma}{\partial h} (\Delta h) + \frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2} (\Delta h)^2 \right] \quad (3.28)$$

Entretanto, cabe ressaltar, que o SMP das observações  $g_{Pv}$  e, conseqüentemente, das observações reduzidas  $g_P$ , por características inerentes aos levantamentos aerogravimétricos é o *Mean Tide*. Este aspecto ganha relevância, pois todos os experimentos conduzidos neste trabalho, descritos em 3.3.5 e discutidos no Capítulo 4, foram executados após a devida compatibilização do SMP e do referencial das grandezas envolvidas.

### 3.3.5 Procedimentos Adotados para Avaliação da Base de Dados Gravimétrica

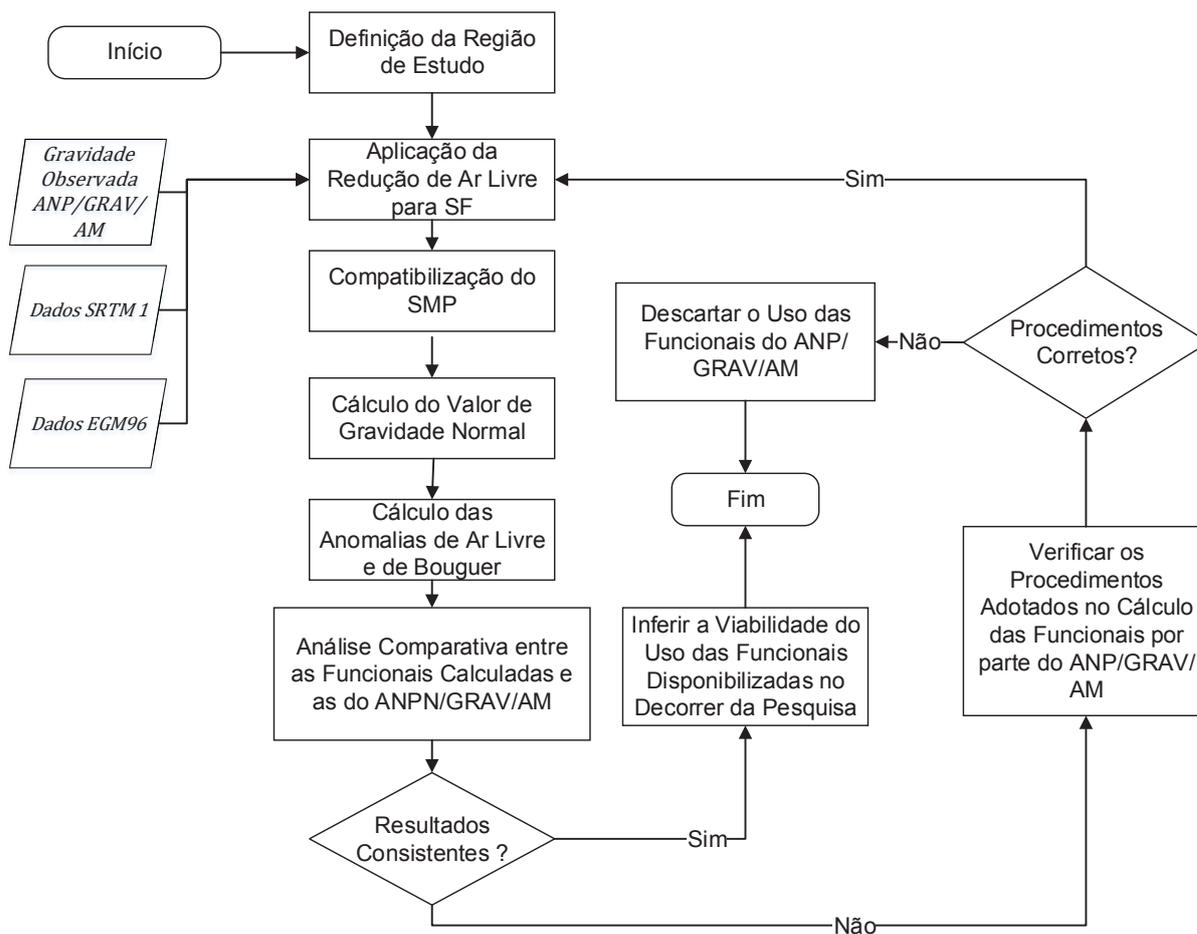
#### 3.3.5.1 Avaliação das funcionais gravimétricas do ANP/GRAV/AM

Após a redução dos valores da gravidade observada nas faixas de voo para a SF, buscou-se realizar a avaliação dos dados gravimétricos disponibilizados pelo Projeto ANP/GRAV/AM, apresentados nas Tabelas 4 e 5, e constituídos pelos valores de  $G_b$  (anomalias de Bouguer),  $G_f$  (anomalias de ar livre) e  $G_n$  (gravidade normal), bem como dos valores de  $G_{obs}$  (gravidade observada nas faixas de voo).

Para a avaliação das funcionais anomalias de ar livre e de Bouguer disponibilizadas no banco de dados, bem como do valor da gravidade normal, buscou-se realizar o cálculo das mesmas funcionais, de forma rigorosa e conforme a formulação exposta ao longo da Revisão Bibliográfica deste trabalho. Após o referido cálculo, os valores obtidos foram então comparados com os do ANP/GRAV/AM através da análise dos valores de RMS e do  $r_{pearson}$  para a Área de Testes e Área de Estudos.

Este procedimento pode ser visualizado, de forma resumida, na Figura 34, e permitiu avaliar se as funcionais obtidas pelo projeto poderiam ser utilizadas no prosseguimento desta pesquisa e auxiliar no cumprimento do seu objetivo geral, de inferir a potencialidade do uso geodésico dos valores da gravidade observada ( $G_{obs}$ ).

FIGURA 34- AVALIAÇÃO DAS FUNCIONAIS GRAVIMÉTRICAS DO ANP/GRAV/AM



FONTE: O autor (2019).

### 3.3.5.2 Comparação entre funcionais gravimétricas calculadas e advindas de MGGs

Conforme será apresentado no Capítulo 4, devido a impossibilidade da utilização das funcionais gravimétricas disponibilizadas, devido a ocorrência de erros conceituais em seus cálculos do ANP/GRAV/AM, e a fim de verificar a metodologia empregada nos cálculos realizados neste trabalho, foram calculados os valores dos distúrbios da gravidade sobre a SF e sobre o elipsoide do WGS84.

Estas funcionais, juntamente com as anomalias de Bouguer calculadas previamente, foram então comparadas com as disponibilizadas pelo ICGEM, para a Área de Testes, através dos MGG(s) combinados expostos na Tabela 8.

TABELA 8 - MODELOS GLOBAIS DO GEOPOTENCIAL UTILIZADOS

<b>MGG</b>	<b>ANO</b>	<b>GRAU/ORDEM</b>	<b>FONTES DE DADOS</b>
EGM 96	1996	360	A, EGM96S, G
EGM 2008	2008	2190	A, G, S(Grace)
EIGEN 6C4	2014	2190	A, G, S(Goce), S(Grace), S(Lageos)
XGM2016	2017	719	A, G, S(GOCO05s)

FONTES: Adaptada de ICGEM (2019).

Destaca-se que esta classificação de modelo combinado advém das “Fontes de Dados” utilizada na construção do MGG. As letras A, G e S apresentadas na última coluna revela que os modelos utilizaram dados oriundos de gravimetria, altimetria (quer seja proveniente de modelos digitais de elevação, em continentes e regiões costeiras, quer seja proveniente de altimetria por satélites, nos oceanos) e de satélites, respectivamente (NICACIO, 2017).

Devido a quantidade de pontos, superior a 1.300.000, reduzidos para a SF na Área de Estudos, o que demandaria elevado tempo de processamento junto ao ICGEM, optou-se por realizar esta comparação apenas com os MGGs EGM2008 e XGM 2016 (PAIL et al., 2018). Estes MGGs foram os escolhidos por terem apresentado melhores resultados quando comparados aos calculados neste trabalho para a Área de Testes.

Os resultados obtidos, para ambas as áreas, assim como sua análise serão apresentados durante a Discussão dos Resultados.

### 3.3.5.3 Avaliação dos valores de gravidade observada na altura de voo

Para a avaliação dos valores de gravidade observada durante o voo, os valores reduzidos foram interpolados, através dos softwares PREDGRAV e GEOGRID, permitindo a obtenção de valores da gravidade sobre as 97 Estações Gravimétricas da Área de Testes e sobre as 216 EG(s) da Área Estudos.

Ressalta-se que estes pontos de controle, com coordenadas GPS e valor de gravidade conhecidos, são pertencentes a Rede Gravimétrica Brasileira e foram utilizados, em conjunto com outras fontes de dados, no Reajustamento da RVRB realizado no ano de 2018, para a interpolação de valores da gravidade sobre as RRNN.

Para a interpolação destes valores, através do software PREDGRAV, foram montados dois arquivos de entrada. O primeiro, composto pelos pontos com valores de gravidade conhecida, contém valores de latitude, longitude, altitude SRTM (compatibilizada para *Mean Tide*) e o valor da gravidade dos pontos aerogravimétricos reduzidos para a SF. O segundo contém os pontos em que se deseja realizar a predição dos valores da gravidade e foi montado com os valores das coordenadas e da altitude advinda do SRTM para os pontos de controle. O arquivo de saída apresenta, além dos dados de entrada do segundo arquivo de entrada, os valores da gravidade interpolada e uma estimativa de desvio padrão.

O software PREDGRAV realiza o cálculo de valores das anomalias de Bouguer, que são interpoladas pelo método da CMQ, tendo como função de covariância empírica a Função de Sánchez (PEREIRA et al., 2011). As anomalias de Bouguer interpoladas são então utilizadas para a recuperação dos valores de gravidade sobre os pontos desejados, disponibilizados no arquivo de saída (LUZ, 2008, p.137).

O software GEOGRID permite a interpolação de valores de gravidade e de outras funcionais, como anomalias e distúrbios. Tal predição pode ser feita a partir da predição por médias ponderadas na qual utiliza-se um algoritmo de vizinho mais próximo combinado com um quadrante com origem no ponto a ser predito ou pelo método de CMQ usando um modelo de covariância de Markov 2ª ordem (FORSEBERG, 2008).

Para a interpolação dos valores de gravidade através do software GEOGRID, montou-se, a exemplo do software PREDGRAV, dois arquivos de entrada. Porém, devido à baixa correlação com o terreno apresentada pelas anomalias de Bouguer, conforme exposto no Item 2.5.3 da Fundamentação Teórica deste trabalho, optou-se por realizar a interpolação desta funcional ao invés dos valores de gravidade reduzidos a SF.

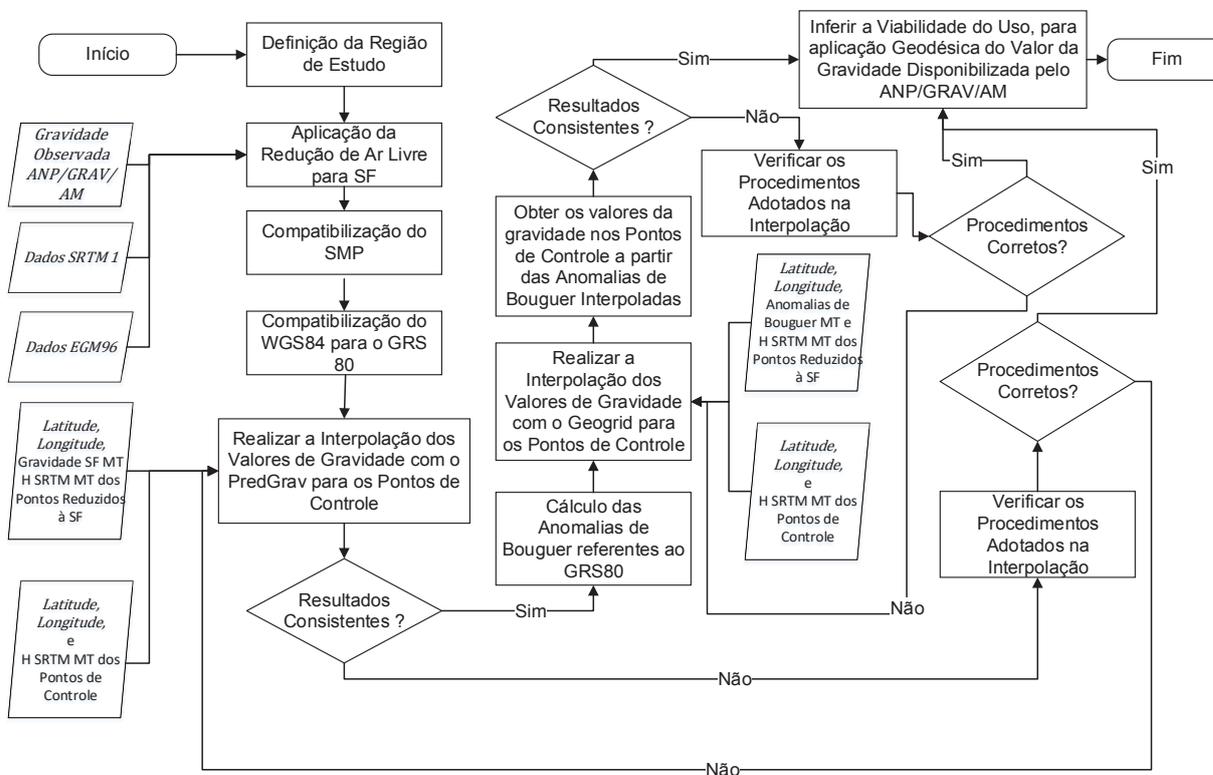
Desta forma, para a execução da predição pelo GEOGRID, o primeiro arquivo de entrada foi construído contendo os valores das coordenadas, altitudes provenientes do SRTM1, compatibilizadas para o SMP *Mean Tide*, e valores das anomalias de Bouguer calculadas para o GRS80. O segundo arquivo de entrada, a exemplo do arquivo de entrada do PREDGRAV, contém os valores das coordenadas e da altitude, proveniente do MDA, para os pontos de controle dos quais se deseja obter o valor interpolado da anomalia de Bouguer.

A partir dos valores das anomalias de Bouguer interpoladas para os pontos de controle ( $\Delta g_{Bgint}$ ), foi realizado o cálculo para obtenção dos valores de gravidade predita ( $g_{Pred\_PC}$ ) nos pontos de controle, através de (3.29), onde  $\gamma_{Somigliana\ GRS80}$  é a gravidade normal sobre o elipsoide GRS80 (o mesmo da estação gravimétrica do IBGE),  $\frac{\partial \gamma}{\partial h}$  e  $\frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2}$  os termos de grau 1 e 2 do gradiente vertical da gravidade, respectivamente e  $H_{SRTM\ 1\_MT}$  a altitude do ponto de controle referente ao EGM96.

$$g_{Pred\_PC} = \Delta g_{Bgint} + \gamma_{Somigliana\ GRS80} + \frac{\partial \gamma}{\partial h} (H_{SRTM\ 1\_MT}) + \frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2} (H_{SRTM\ 1\_MT})^2 + 0,1119 H_{SRTM\ 1\_MT} \quad (3.29)$$

Este experimento encontra visualização na Figura 35, onde os procedimentos adotados podem ser observados de forma resumida. O desempenho de cada software interpolador, bem como os resultados encontrados e o valor do RMS, entre os valores preditos e de controle na Região de Estudo, serão discutidos no Capítulo 4, onde será realizada a discussão dos resultados deste trabalho.

FIGURA 35- AVALIAÇÃO DOS VALORES DE GRAVIDADE OBSERVADA NA ALTURA DE VOO



FONTE: O autor (2019).

#### 3.3.5.4 Avaliação dos valores de gravidade observada advindas de outras fontes

Após a realização das interpolações dos dados aerogravimétricos para os pontos de controle, foram solicitados ao *Bureau Gravimétrique International* (BGI) valores de gravidade no entorno de 100 km das Áreas de Testes e de Estudos, que resultaram na seleção de 344 e 199 pontos, respectivamente. Estes apresentam latitude e longitude (desprovidas de informação sobre o Sistema Geodésico de Referência adotado) e valor de gravidade observada sobre a SF (sem informações a respeito do SMP dos dados). Devido à ausência dessas informações nos metadados do arquivo disponibilizado, considerou-se as coordenadas no sistema WGS84 e o SMP dos dados o *Mean Tide*.

Na realização deste experimento buscou-se comparar as interpolações realizadas a partir de uma base de dados esparsa em comparação com uma base de dados mais densa, como a disponibilizada pelo ANP/GRAV/AM. Após a obtenção dos dados do BGI, foi utilizada a altitude do SRTM, e, após a devida compatibilização do SMP foram calculadas as anomalias de Bouguer. Posteriormente as anomalias calculadas foram interpoladas pelo software GEOGRID para os pontos de controle, onde o valor da gravidade foi recuperado através das anomalias interpoladas, obtendo-se um valor de RMS superior ao encontrado na interpolação a partir dos dados aerogravimétricos, conforme será discorrido a apresentação dos resultados.

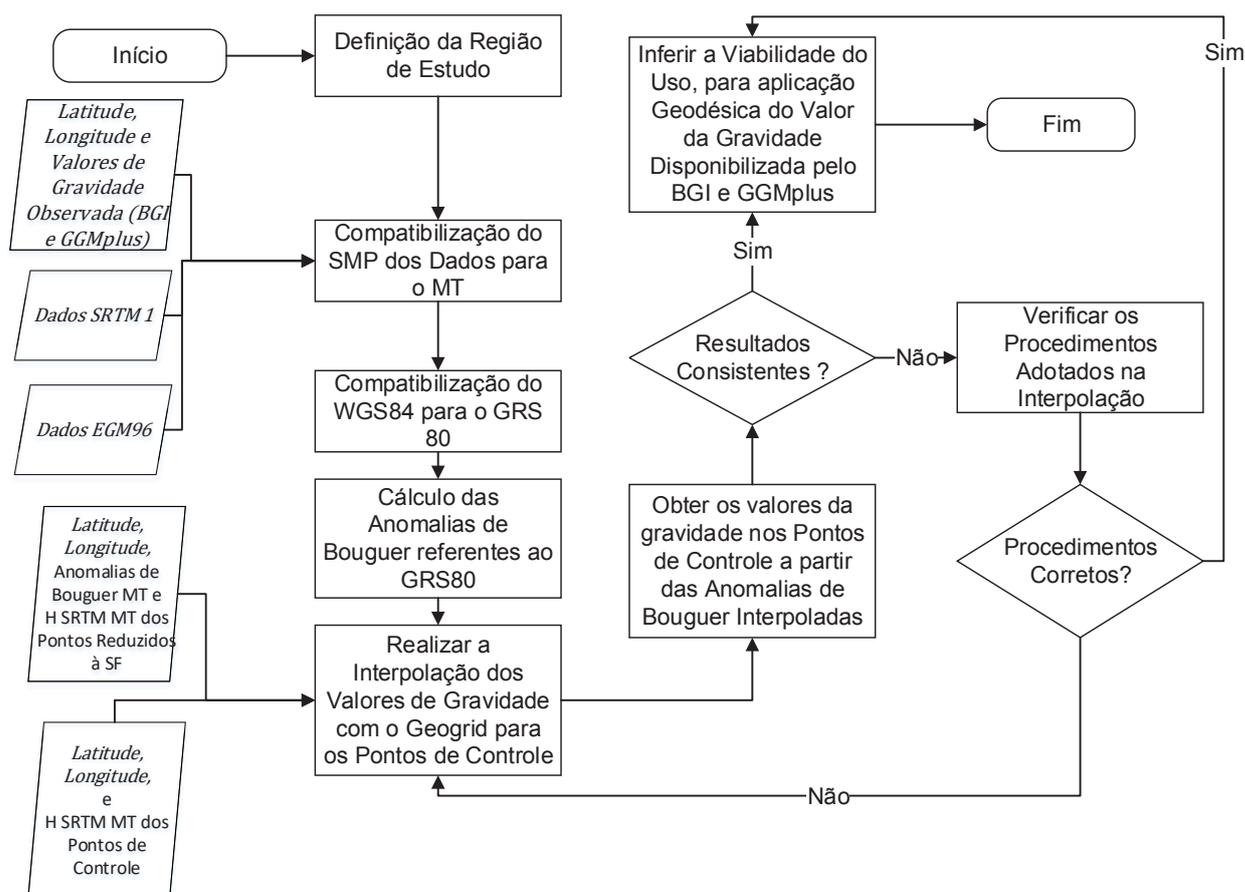
Outro teste executado, afim de se realizar uma comparação com as interpolações executadas a partir dos dados aerogravimétricos, foi realizado com a interpolação de valores da gravidade obtidos a partir do MGG GGMplus, para a Área de Estudos (HIRT et al., 2013).

Este modelo é resultado de uma iniciativa de pesquisa da *Curtin University* (localizada em Perth, Austrália Ocidental) e da *Technical University of Munich* (localizada em Munique, Alemanha). Utiliza dados dos satélites GRACE e GOCE e do MGG EGM2008. O GGMplus apresenta uma resolução espacial de aproximadamente 200 metros para todas as áreas terrestres e costeiras da Terra entre as latitudes de 60° N e 60° S, englobando estimativas de valores de gravidade, distúrbios de gravidade, altitudes quasi-geoidais e componentes da deflexão da vertical, com um Sistema Geodésico de Referência GRS80 e um Sistema de Maré Permanente *Zero Tide* (HIRT et al., 2013).

Os dados gerados para o experimento em questão, consistiram de um grid de resolução de 7,2 segundo de arco, resultando na seleção de 551.339 pontos com valor de gravidade conhecida e localizados no interior da Área de Estudos. Estes pontos, à exemplo dos dados provenientes do BGI, tiveram a sua altitude física obtida do MDA SRTM1. Da mesma maneira, após a compatibilização do SMP dos dados gravimétricos e das altitudes para o SMP *Mean Tide*, foram calculadas as anomalias de Bouguer, afim de serem interpoladas, pelo GEOGRID, para os 216 Pontos de Controle. Posteriormente o valor da gravidade foi recuperado através das anomalias interpoladas, obtendo-se um valor de RMS também superior ao encontrado na interpolação a partir dos dados aerogravimétricos.

Estes experimentos podem ser visualizados, de forma resumida, na Figura 36 e terão seus resultados discutidos no Capítulo 4 deste trabalho.

FIGURA 36- AVALIAÇÃO DOS VALORES DE GRAVIDADE OBSERVADA DE OUTRAS FONTES



FONTE: O autor (2019).

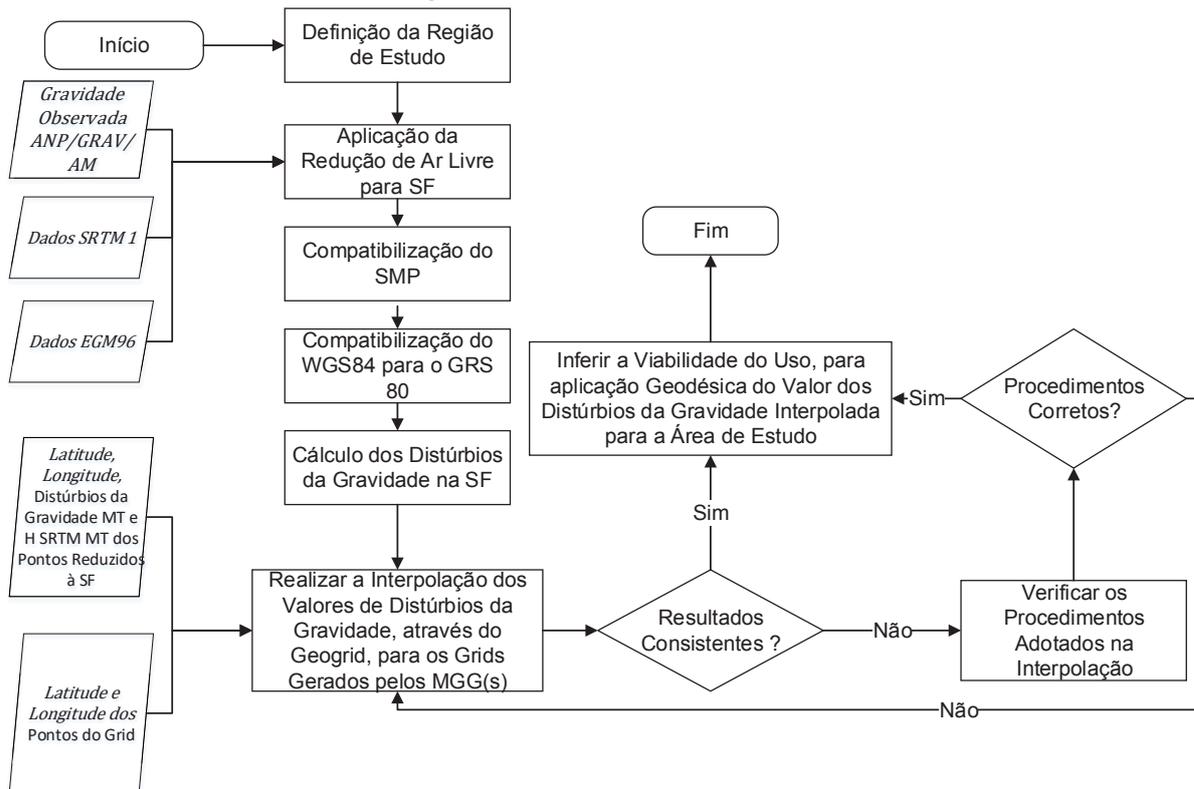
### 3.3.5.5 Avaliação de grids de distúrbios da gravidade

A fim de cumprir outro objetivo específico proposto nesta pesquisa, visando gerar uma Base de Dados que atenda aos requisitos necessários para tornar possível a solução do PVCG na sua forma fixada, realizou-se também a avaliação de grades de distúrbios da gravidade interpoladas pelo GEOGRID, no interior da Área de Estudos, com base nas oriundas de MGGs. Para esta avaliação foram calculados, a partir dos dados aerogravimétricos, os valores de distúrbios da gravidade sobre a SF. Posteriormente, os distúrbios da gravidade calculados foram interpolados para uma grade de 1 minuto de arco de resolução e comparados com os valores disponibilizados pelo EGM2008, EIGEN 6C4 e XGM 2016.

Complementando o teste realizado com valores de distúrbios da gravidade, foram obtidos os valores desta funcional para 551.340 pontos, pertencentes a Área de Estudos, em um grid de resolução de 7,2 segundos de arco através do MGG GGMplus. Posteriormente, os distúrbios calculados a partir dos dados aerogravimétricos foram compatibilizados para o SMP *Zero Tide* (SMP do GGMplus) e interpolados para os pontos gridados disponibilizados por este modelo.

Cabe ressaltar, que a despeito da diferença de resolução dos grids interpolados (1 minuto de arco para os grids gerados pelo ICGEM e 7,2 segundo de arco para o GGMplus), conforme será demonstrado na discussão dos resultados, o valor do RMS entre os grids interpolados pelo GEOGRID e os disponibilizados pelos quatro MGGs comparados apresentaram-se com resultados próximos. Tais experimentos podem ser visualizados, resumidamente, na Figura 37.

FIGURA 37- AVALIAÇÃO DE GRIDS DE DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE



FONTE: O autor (2019).

### 3.3.5.6 Avaliação de grids de anomalias de Molodensky

De forma similar ao experimento conduzido para os distúrbios da gravidade, foram também calculados os valores das anomalias de Molodensky, visando gerar uma base de dados que atenda aos requisitos necessários para tornar possível a solução do PVCG na sua forma escalar livre.

O cálculo das anomalias de Molodensky ou de superfície, é realizado segundo a (3.30), onde  $g_P$  é o valor da gravidade observada na SF,  $\gamma_T$  é o valor da gravidade normal no Teluróide,  $\delta_{atm}$  o fator de correção atmosférica e  $\Delta g_H$  a correção para o termo de Honkasalo (HINZE et al., 2005):

$$\Delta g_{Mky} = g_P - \gamma_T + \delta_{atm} + \Delta g_H \quad (3.30)$$

O valor de  $\gamma_T$  é dado por (3.31), onde  $\gamma_{GRS80}$  é a gravidade normal calculada pela formulação de Somigliana sobre o GRS80,  $a$ ,  $f$  e  $m$  são parâmetros do elipsoide GRS80, descritos na Tabela 1, e  $H^N$  as altitudes normais dos pontos de interesse sobre a SF.

$$\gamma_T = \gamma_{GRS80} \left[ 1 - \frac{2}{a} (1 + f + m - 2f \operatorname{sen}^2 \varphi) H^N + 3 \left( \frac{H^N}{a} \right)^2 \right] \quad (3.31)$$

O valor de  $H^N$  foi obtido conforme a metodologia empregada por Nicacio et al. (2018), por ocasião da apresentação realizada no X Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas em Curitiba-PR. Partindo de (3.32), tem-se (3.33) e (3.34), onde  $N$  é a altitude geoidal,  $\xi$  a anomalia de altitude,  $H^{ort}$  é a altitude ortométrica informada, que foi aproximada para a altitude advinda do MDA SRTM1, compatibilizada para *Mean Tide*, conforme prevê a metodologia apresentada pelos autores.

$$N - \xi \cong \frac{\Delta g_{Bg}}{\gamma_T} H^{ort} = H^{ort} - H^N \quad (3.32)$$

$$H^N = H^{ort} \left( 1 - \frac{\Delta g_{Bg}}{\gamma_T} \right) \quad (3.33)$$

$$H^N = H^{ort} \left( 1 - \frac{g_P + 0,1967 H_{SRTM1} - \gamma_{Somigliana\ GRS80}}{\gamma_T} \right) \quad (3.34)$$

Substituindo (3.31) em (3.34), temos:

$$H^N = H_{SRTM1} \left( 1 - \frac{g_P + 0,1967 H_{SRTM1} - \gamma_{Somigliana\ GRS80}}{\gamma_{Somigliana\ GRS80} \left[ 1 - \frac{2}{a} (1 + f + m - 2f \operatorname{sen}^2 \varphi) H^N + 3 \left( \frac{H^N}{a} \right)^2 \right]} \right) \quad (3.35)$$

Observa-se, entretanto, que em (3.35) o termo  $H^N$  aparece em ambos os lados da equação. Tal condição permite uma modificação para uma forma iterativa descrita em (3.37), com a primeira aproximação sendo definida em (3.36) e a interrupção das iterações ocorre quando a diferença entre  ${}^{i+1}H^N$  e  ${}^iH^N$  for inferior a  $10^{-12}$  metros (Nicacio et al., 2018).

$${}^{1}H^N = H_{SRTM1} \quad (3.36)$$

$${}^{i+1}H^N = H_{SRTM1} \left( 1 - \frac{g_P + 0,1967 H_{SRTM1} - \gamma_{Somigliana\ GRS80}}{\gamma_{GRS80} \left[ 1 - \frac{2}{a} (1 + f + m - 2f \operatorname{sen}^2 \varphi) {}^iH^N + 3 \left( \frac{{}^iH^N}{a} \right)^2 \right]} \right) \quad (3.37)$$

O valor da correção atmosférica é dado por uma formulação aproximada descrita por Carrión (2017) e apresentada por Uotila (1980) em (3.38). Já o valor da correção para o termo de Honkasalo é dado por (3.39).

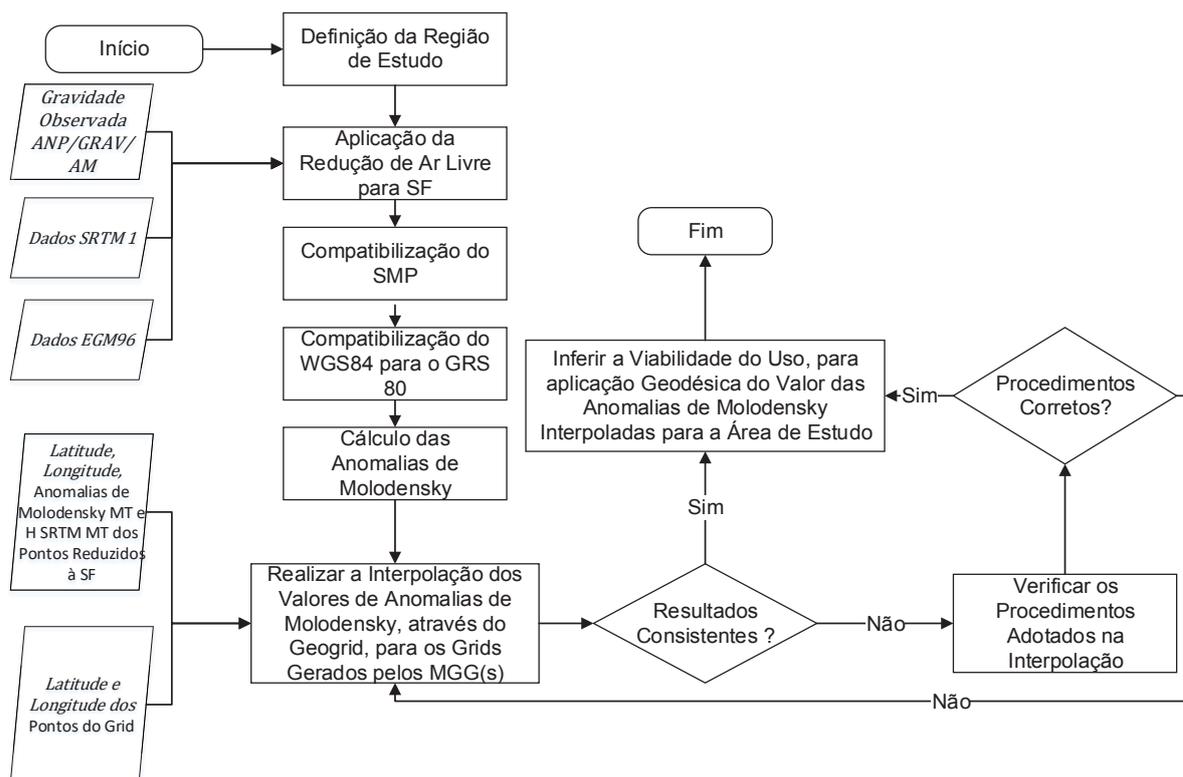
$$\delta_{atm} = 0,874 - 9,9 * 10^{-5} H_{SRTM1} + 3,56 * 10^{-9} H_{SRTM1}^2 \quad (3.38)$$

$$\Delta g_H = 0,0371 (1 - 3 \operatorname{sen}^2 \varphi) \quad (3.39)$$

Após o cálculo das Anomalias de Molodensky para os dados do ANP/GRAV/AM reduzidos para a SF, a partir de (3.30), realizou-se a interpolação de

tais anomalias para um grid de um minuto de arco de resolução, com os resultados obtidos sendo comparados com os advindos dos MGGs EGM2008, EIGEN 6C4 e XGM 2016. Uma descrição sumária do processo conduzido pode ser observada na Figura 38.

FIGURA 38- AVALIAÇÃO DE GRIDS DE ANOMALIAS DE MOLODENSKY



FONTE: O autor (2019).

Maiores análises e considerações, bem como o valor do RMS obtido da comparação realizada entre os valores interpolados e os advindos dos MGG(s) serão discutidas no Capítulo 4 deste trabalho.

## 4 EXPERIMENTOS CONDUZIDOS E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

### 4.1 COMPARAÇÃO ENTRE VALORES DE FUNCIONAIS CALCULADAS E ADVINDAS DO ANP/GRAV/AM

Conforme explanado nos Itens 3.2.1.1 e 3.2.2.1, na delimitação e caracterização das Áreas de Testes e de Estudos, foram selecionados, respectivamente, 93.522 e 1.308.715 pontos pertencentes ao levantamento aerogravimétrico, aos quais foram aplicados a Metodologia proposta. Desta forma, em um primeiro momento, foram realizadas as devidas reduções e obtidos os valores das Anomalias de ar livre e de Bouguer dos referidos pontos. Tais resultados foram então comparados com os valores disponibilizados pelo ANP/GRAV/AM.

#### 4.1.1 Diferenças Apresentadas no Cálculo das Anomalias de Ar Livre e de Bouguer

Para a execução do cálculo das Anomalias de Ar Livre ( $\Delta g_{AL MT}$ ) e de Bouguer ( $\Delta g_{Bg MT}$ ), afim de possibilitar sua comparação com as mesmas funcionais disponibilizadas no Banco de Dados do ANP/GRAV/AM, os valores de gravidade observada na altura de voo ( $g_{Pv}$ ) foram reduzidos para a superfície física conforme demonstrado nas Equações (3.26), (3.27) e (3.28).

A partir dos valores de  $g_P$ , originalmente no SMP *Mean Tide*, foram executadas as reduções ar livre e de Bouguer conforme as Equações (4.1) e (4.2). Porém, cabe ressaltar que para a execução de um cálculo mais rigoroso, as reduções foram executadas após a compatibilização do SMP do valor da altitude física  $H_{SRTM}$ , originalmente em *Tide Free*, para o sistema *Mean Tide* ( $H_{SRTM-MT}$ ) através de (3.3).

$$\Delta g_{AL MT} = g_P - \left( \gamma_{Somigliana} + \frac{\partial \gamma}{\partial h} (H_{SRTM-MT}) + \frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2} (H_{SRTM-MT})^2 \right) \quad (4.1)$$

$$\Delta g_{Bg MT} = g_P - \left( \gamma_{Somigliana} + \frac{\partial \gamma}{\partial h} (H_{SRTM-MT}) + \frac{\partial^2 \gamma}{\partial h^2} (H_{SRTM-MT})^2 \right) - 0,1119 H_{SRTM-MT} \quad (4.2)$$

Conforme exposto no Item 4.1, em um primeiro momento, foram comparados os valores calculados para as funcionais anomalias de Ar Livre e de Bouguer com os valores disponibilizados pelo banco de dados cedido pelo ANP/GRAV/AM ao IBGE. Da análise executada, foram encontrados os resultados descritos na Tabela 9.

TABELA 9- RESULTADO COMPARATIVO ENTRE AS FUNCIONAIS CALCULADAS E ADVINDAS ANP/GRAV/AM

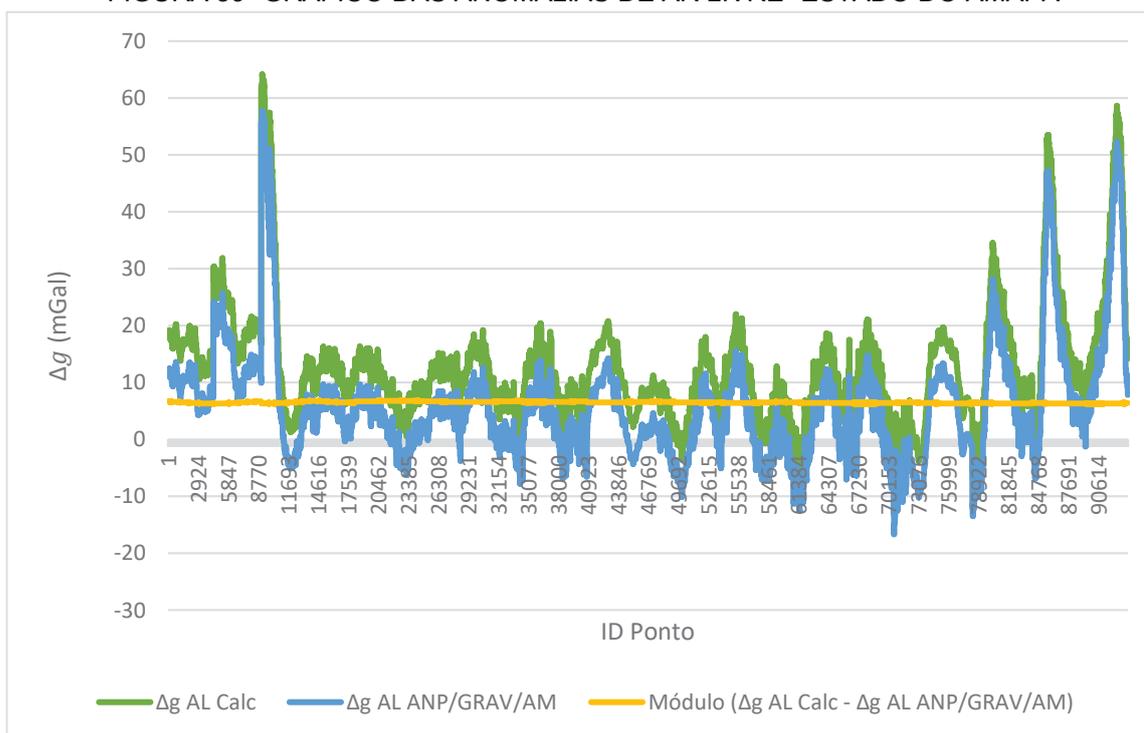
FUNCIONAIS COMPARADAS	ÁREA DE TESTES AMAPÁ (93.522 Pontos)		ÁREA DE ESTUDO PARÁ (1.308.715 Pontos)	
	RMS	PEARSON	RMS	PEARSON
$\Delta g_{AL\_MT\_Calc} \times \Delta g_{AL\_ANP}$	6,4998 mGal	0,9999	6,7002 mGal	0,99994
$\Delta g_{Bg\_MT\_Calc} \times \Delta g_{Bg\_ANP}$	6,1415 mGal	0,9956	6,2922 mGal	0,99825

FONTE: O autor (2019).

Observa-se que em ambas as Áreas, os resultados encontrados para o valor do RMS entre as duas funcionais apresentaram-se próximos e diferindo em décimos de mGal. Considerando que os valores de gravidade observada em voo e o MDA utilizados para os cálculos foram os mesmos que os adotados pelo projeto ANP/GRAV/AM, o valor de RMS encontrado (cerca de 6mGal), a despeito da alta correlação linear apresentada, foi considerado ruim, indicando afastamento sistemático sobre as funcionais do levantamento, pois ao realizar-se a divisão deste valor pelo gradiente da gravidade ao longo da normal, encontra-se um afastamento de aproximadamente 21 metros das superfícies de redução para os pares de funcionais analisados.

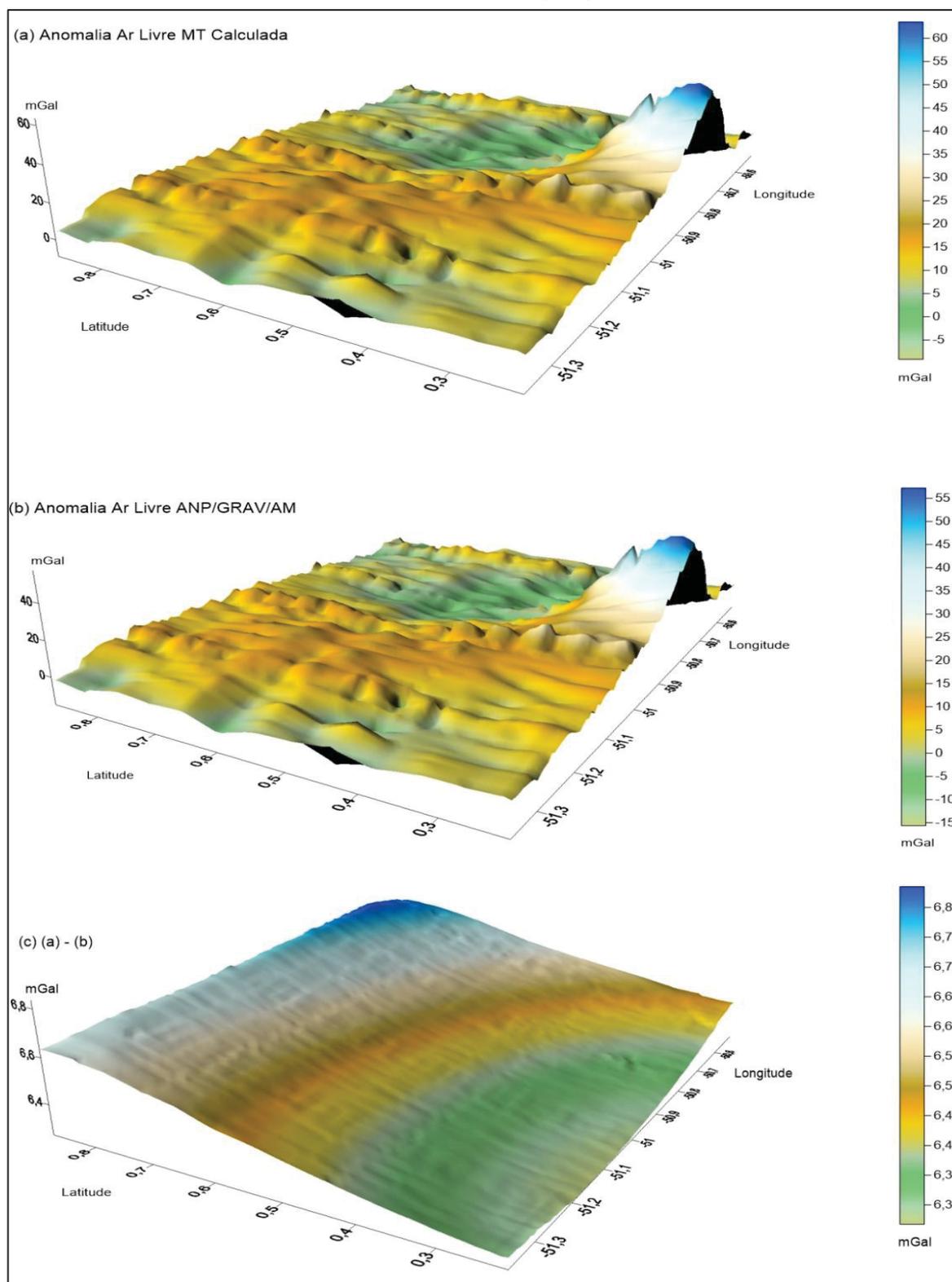
Observando o gráfico da Figura 39, onde são representados os valores das anomalias de Ar Livre (calculada e disponibilizada), para a Área de Testes, constata-se a presença de um erro sistemático de natureza linear, pois o módulo da diferença entre as anomalias é representado por uma curva retilínea. Tal erro também encontra visualização nas superfícies geradas para os valores das anomalias de Ar Livre na Área de Testes (Figura 40), e na Área de Estudos (Figura 41), variando em módulo, na ordem de 6 a 7mGal. Esta discrepância situa-se bem acima dos limites usuais preconizados para a aerogravimetria atualmente de cerca de 2 mGal.

FIGURA 39- GRÁFICO DAS ANOMALIAS DE AR LIVRE- ESTADO DO AMAPÁ



FONTE: O autor (2019).

FIGURA 40- ANOMALIA DE AR LIVRE CALCULADA X ANOMALIA DE AR LIVRE ANP/GRAV/AM NA ÁREA DE TESTES



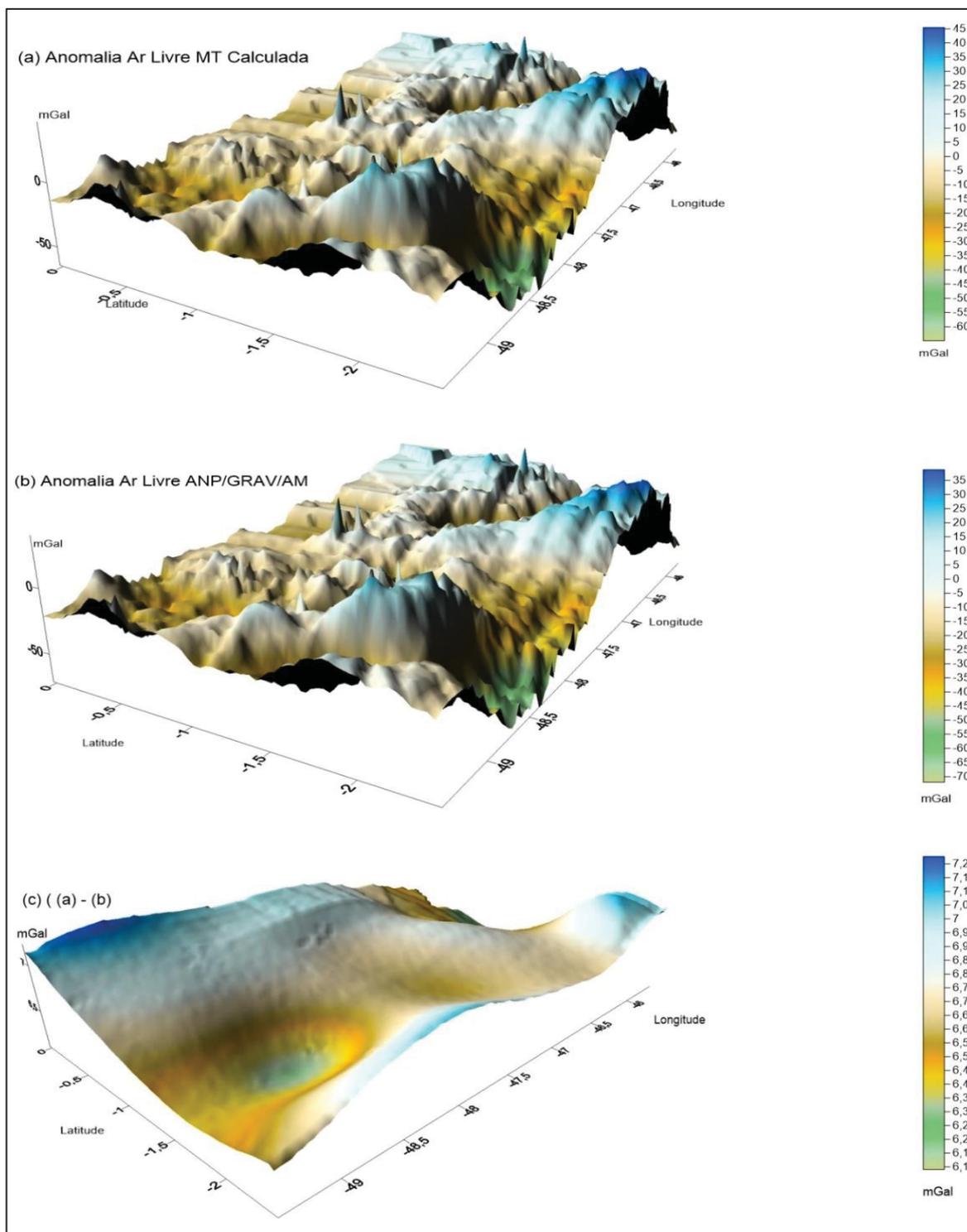
FONTE: O autor (2019).

LEGENDA: a) Anomalia de Ar Livre Calculada ( $\Delta g_{AL_{MT}}$ ).

b) Anomalia de Ar Livre Disponibilizada ( $\Delta g_{AL_{ANP}}$ ).

c) (a) - (b).

FIGURA 41- ANOMALIA DE AR LIVRE CALCULADA X ANOMALIA DE AR LIVRE ANP/GRAV/AM  
ÁREA DE ESTUDOS



FONTE: O autor (2019).

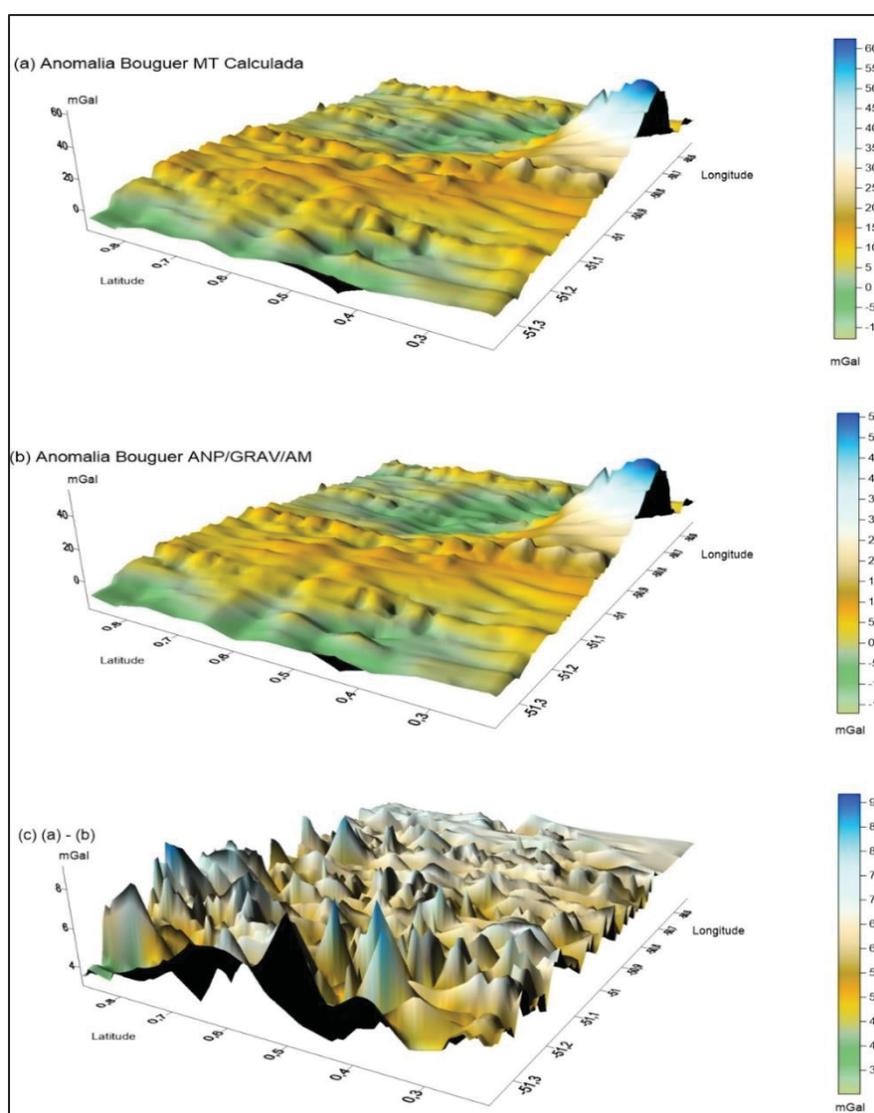
LEGENDA: a) Anomalia de Ar Livre Calculada ( $\Delta g_{ALMT}$ ).

b) Anomalia de Ar Livre Disponibilizada ( $\Delta g_{ALANP}$ ).

c) (a) - (b).

Da observação das superfícies geradas para os valores das anomalias de Bouguer na Área de Testes (Figura 42), e na Área de Estudos (Figura 43), verifica-se a presença de um erro sistemático semelhante ao já apresentado entre os valores calculados e os apresentados pelo relatório para as anomalias de ar livre. Ressalta-se, entretanto que a superfície (c) da Figura 42 apresenta-se mais irregular. Tal fato pode ser explicado pela formulação adotada pelo ANP/GRAV/AM para o cálculo da anomalia de Bouguer, apresentada no Item 4.1.4.

FIGURA 42 - ANOMALIA DE BOUGUER CALCULADA X ANOMALIA DE BOUGUER ANP/GRAV/AM NA ÁREA DE TESTES



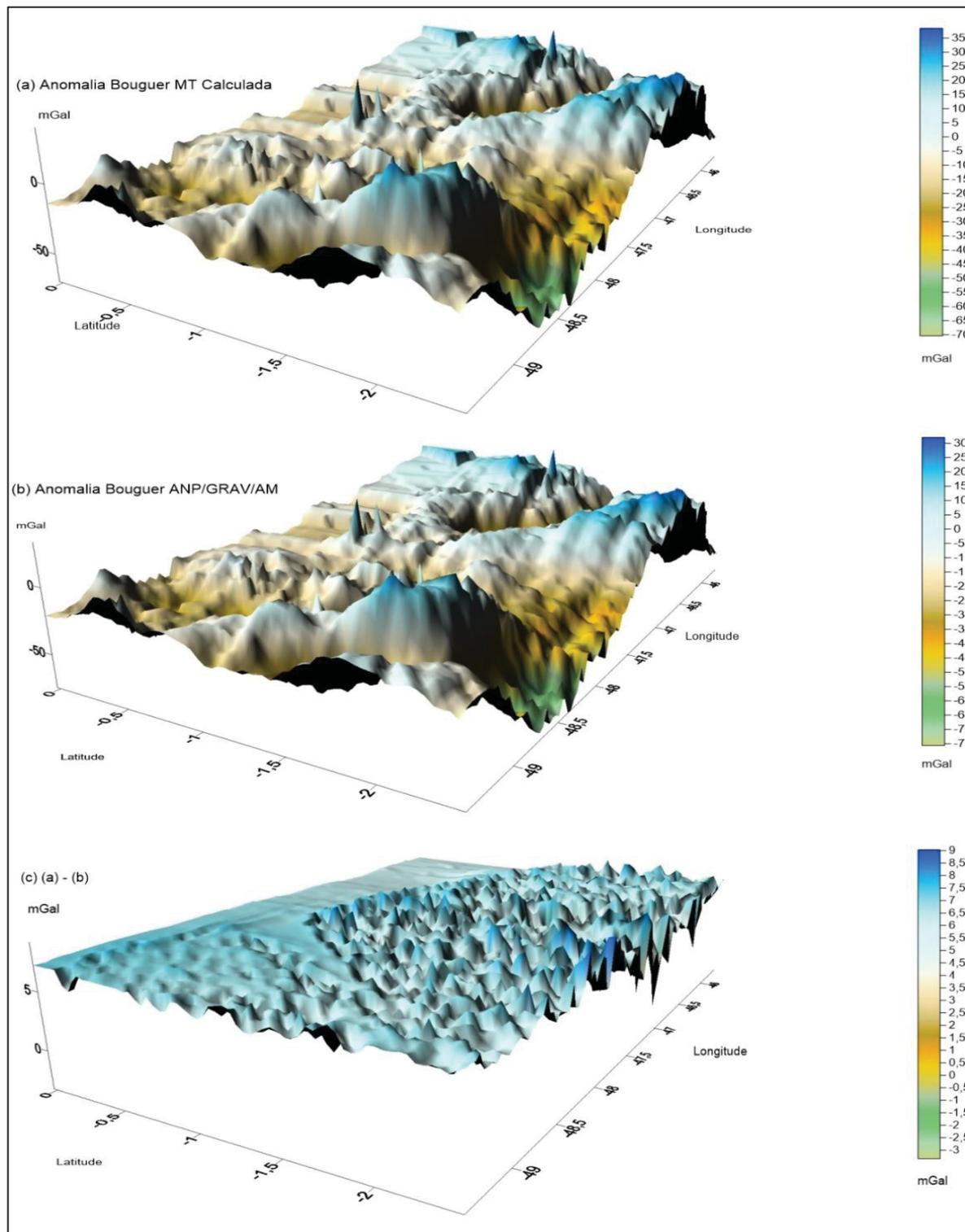
FONTE: O autor (2019).

LEGENDA: a) Anomalia de Bouguer Calculada ( $\Delta g_{Bg_{MT}}$ ).

b) Anomalia de Bouguer Disponibilizada ( $\Delta g_{Bg_{ANP}}$ ).

c) (a) - (b).

FIGURA 43- ANOMALIA DE BOUGUER CALCULADA X ANOMALIA DE BOUGUER ANP/GRAV/AM NA ÁREA DE ESTUDOS



FONTE: O autor (2019).

LEGENDA: a) Anomalia de Bouguer Calculada ( $\Delta g_{Bg_{MT}}$ ).

b) Anomalia de Bouguer Disponibilizada ( $\Delta g_{Bg_{ANP}}$ ).

c) (a) - (b).

Em uma leitura mais atenta do Relatório ANP/GRAV/AM, observou-se a presença de algumas impropriedades conceituais no texto, o que em um primeiro momento, julgou-se tratar de algum equívoco na redação do citado documento. Em virtude das inconsistências apresentadas e da ocorrência de tais impropriedades conceituais, foram realizados novos cálculos a partir da metodologia proposta no aludido relatório afim de se verificar a potencialidade do uso das funcionais disponibilizadas.

#### 4.1.2 Diferenças Apresentadas nos Cálculos da Gravidade Normal

Uma dessas impropriedades, presente no Relatório, diz respeito ao cálculo da gravidade normal utilizada a *posteriori* para o cálculo das anomalias da gravidade disponibilizada no banco de dados. A gravidade normal calculada pelo ANP/GRAV/AM utiliza a Equação (4.3) (Equação de Clairaut na forma linear). Entretanto, os valores adotados para os parâmetros da gravidade normal  $\gamma_e = 978031,8$ ,  $\beta = 0,0053024$ , e  $\beta' = 0,000059$  são referentes ao Elipsoide GRS67, sendo que as coordenadas dos pontos aere levantados (dados de entrada) encontram-se com suas latitudes  $\varphi$  obtidas pelo GPS embarcado e referenciadas ao Elipsoide WGS84.

$$\gamma_0 = 978031,8 ( 1 + 0,0053024 \text{ sen}^2\varphi + 0,0000059 \text{ sen}^2 2\varphi ) \quad (4.3)$$

Com o intuito de verificar se os valores disponibilizados nos dados finais entregues à ANP foram calculados de acordo com (4.3), a gravidade normal dos pontos levantados foi calculada através da mesma formulação. Desta conferência obteve-se a confirmação de que o valor de  $\gamma_0$  foi obtido conforme apresentado no Relatório.

Todavia, cabe ressaltar, que os valores apresentados pelo projeto ( $\gamma_{Relatorio}$ ) e os valores da gravidade normal calculados neste trabalho através da formulação proposta por Somigliana, utilizando os parâmetros referentes ao elipsoide WGS84 ( $\gamma_{Somigliana}$ ), apresentaram-se com um valor máximo do resíduo entre a gravidade calculada e a gerada pelo convênio de 0,7344 mGal e um valor de RMS de 0,7336 mGal.

Convém estabelecer que esta diferença não justifica os valores encontrados na diferença do cálculo das anomalias, e que para os fins a que se destinam o Levantamento Geofísico, bem como a natureza dos produtos gerados para o ANP/GRAV/AM, a inconsistência apresentada, *a priori*, não impacta de forma

relevante os objetivos propostos para o projeto ANP já que visam mais à determinação de contrastes laterais. Porém, deve ser considerada para que os valores de gravidade normal disponibilizados não sejam utilizados para aplicações geodésicas.

#### 4.1.3 Verificação do Cálculo Realizado pelo ANP/GRAV/AM para Disponibilização das Anomalias de Ar Livre

Assim como a apresentação do cálculo para a obtenção da gravidade normal, presente no relatório do ANP/GRAV/AM (ANP, 2008), observou-se a presença de uma impropriedade conceitual na descrição do cálculo das anomalias de Ar Livre executado para o citado projeto. Também, constata-se a inobservância de algumas considerações sobre a redução de dados aerogravimétricos sem a compatibilização do SMP. Na presente investigação tais efeitos foram considerados nas reduções efetuadas, bem como a consideração do Termo de Grau 2 do Gradiente da Gravidade normal que não deve ser desconsiderado em reduções executadas a partir de dados aerogravimétricos.

Desta forma, a redução efetuada pelo ANP/GRAV/AM utilizou a (4.4), a qual demonstra o cálculo da anomalia de ar livre constante do relatório ( $\Delta g_{AL\ ANP}$ ). Esta é dada em função do valor da gravidade observada ( $g_{Pv}$ ) na aeronave, do valor da gravidade normal ( $\gamma_{Relatorio}$ ), calculada anteriormente com a formulação referente ao SGR67, e do valor do gradiente da gravidade normal multiplicada pela altitude elipsoidal da aeronave ( $h$ ) ao invés da altitude da aeronave em relação ao geoide. Ressalta-se que a impropriedade se deve ao fato de que a citada formulação aplicada resulta no cálculo dos distúrbios da gravidade  $\delta g_{ANP}$  sobre o elipsoide.

$$\Delta g_{AL\ ANP} = g_{Pv} - \gamma_{Relatorio} + 0,3086 h \quad (4.4)$$

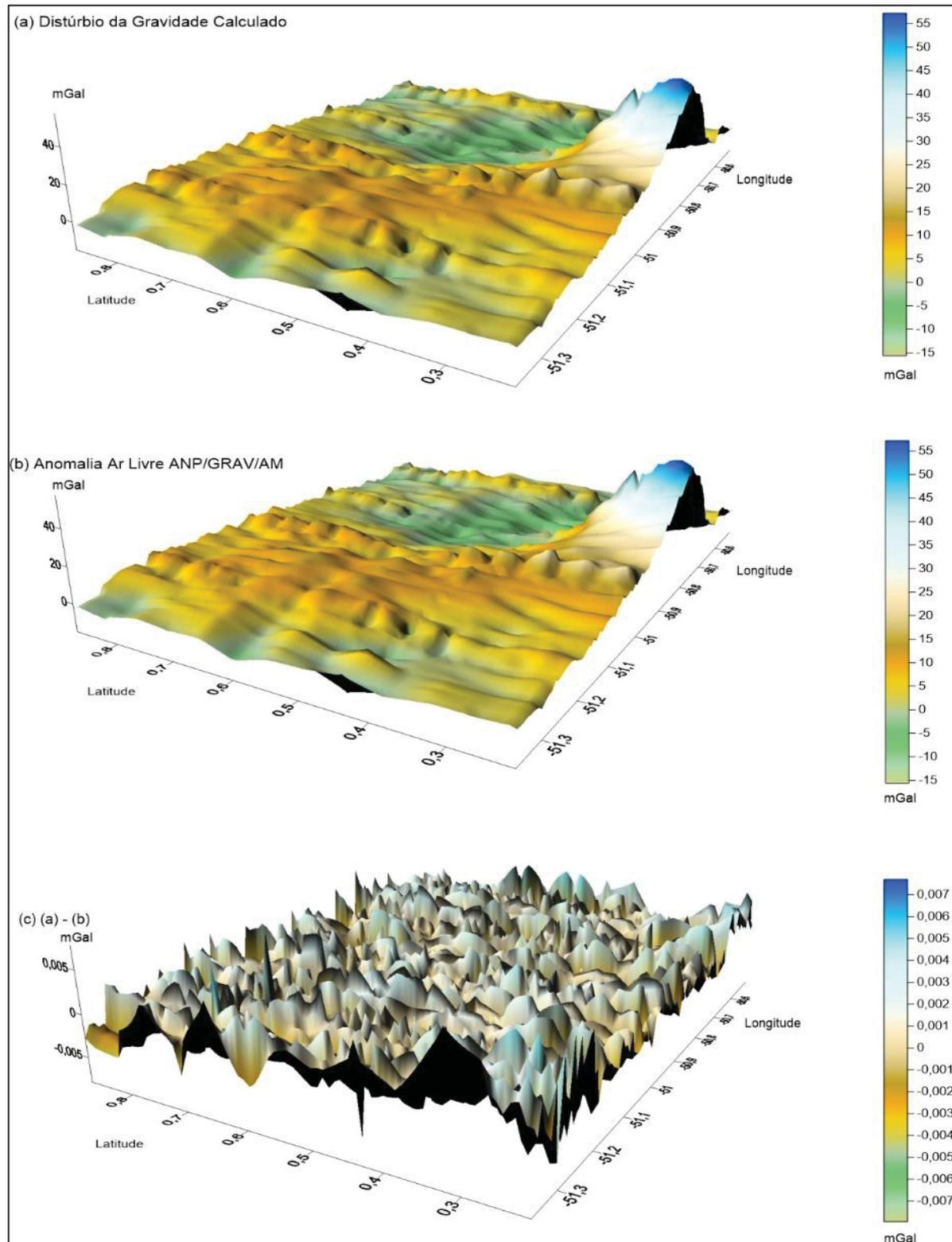
Assim, de forma distinta ao que prevê o estado da arte para o cálculo de distúrbios da gravidade ( $\delta g_{Calc}$ ) para dados aerogravimétricos, mas de forma a comparar o valor calculado com as anomalias de ar livre constantes do banco de dados, foi executada a redução da gravidade observada ( $g_{Pv}$ ) para o elipsoide desconsiderando o termo de grau 2 do gradiente da gravidade normal e negligenciou-se a compatibilização do SMP. Adotou-se ainda, como gravidade normal sobre o elipsoide, o valor disponibilizado pelo relatório ( $\gamma_{Relatorio}$ ), ao invés da formulação apropriada.

Do cálculo citado, foram obtidos os valores de distúrbios da gravidade para as áreas que compõe a Região de Estudo, utilizados para gerar as superfícies demonstradas nas Figuras 44 e 45, onde pode ser observado que a diferença da subtração entre os  $\delta g_{Calc}$  e as  $\Delta g_{Fa ANP}$  disponibilizadas, possui uma ordem de grandeza residual de  $10^{-3}$  mGal.

Os valores encontrados para o RMS e o Coeficiente de Correlação de Pearson foram de aproximadamente 0 e 1 para ambas as áreas, respectivamente. Desta forma, as anomalias da gravidade de ar livre apresentadas devem ser reavaliadas, pois tratam-se, na realidade, de distúrbios da gravidade sobre o elipsoide de referência do WGS84.

Outra conclusão reside no apontamento de que a inconsistência encontrada na Tabela 9, no que se refere a diferença entre as anomalias da Gravidade de ar livre, calculadas neste trabalho na sua forma rigorosa e a presente no Banco de Dados, deve-se à um equívoco conceitual na execução cálculo por parte do citado projeto, inviabilizando o uso desta funcional para aplicações geodésicas.

FIGURA 44- DISTÚRBO DA GRAVIDADE CALCULADO X ANOMALIA DE AR LIVRE ANP/GRAV/AM NA ÁREA DE TESTES



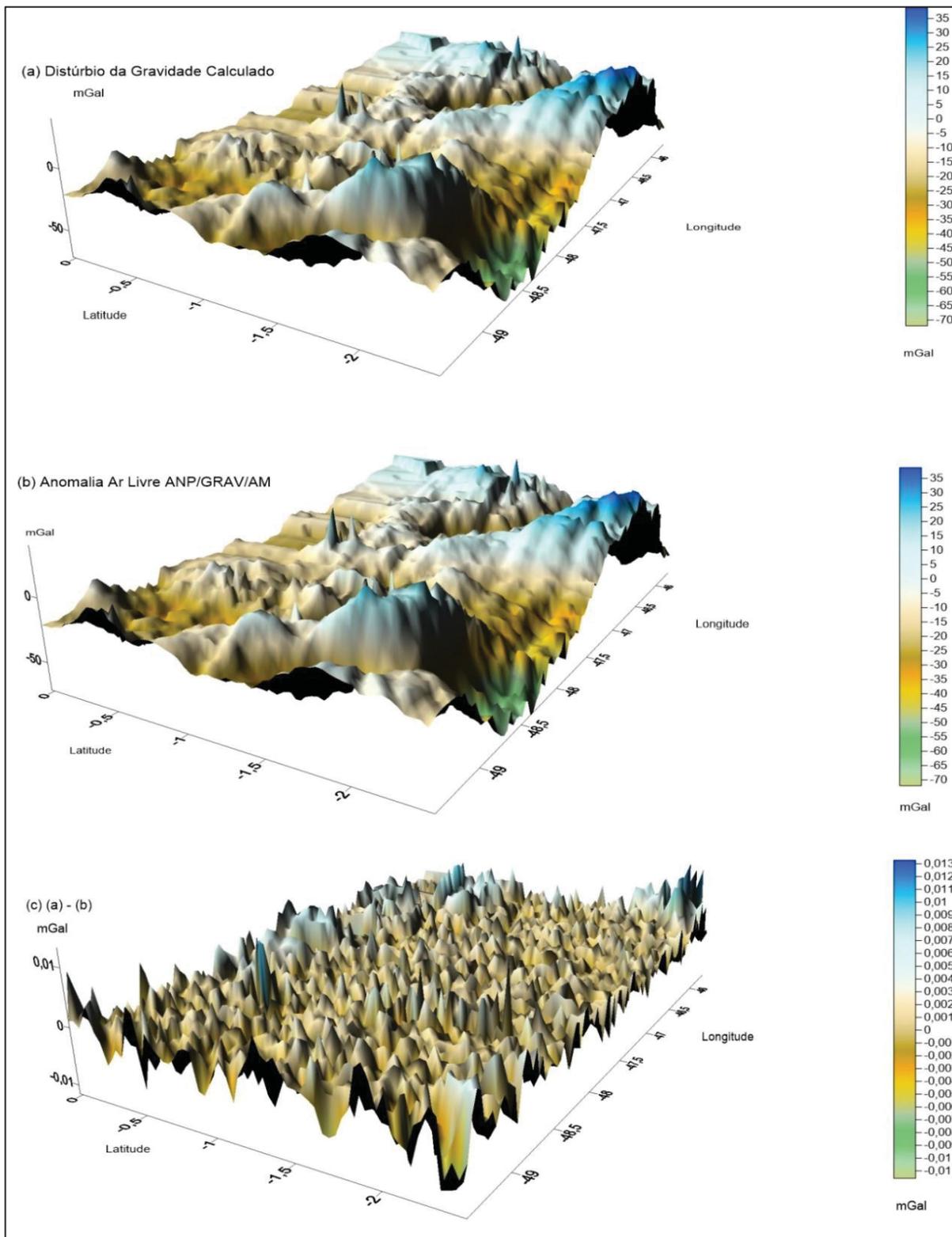
FONTE: O autor (2019).

LEGENDA: a) Distúrbio da Gravidade Calculado ( $\delta g_{Calc}$ ).

b) Anomalia de Ar Livre Disponibilizada ( $\Delta g_{AL\_ANP}$ ).

c) (a) - (b).

FIGURA 45- DISTÚRPIO DA GRAVIDADE CALCULADO X ANOMALIA DE AR LIVRE ANP/GRAV/AM NA ÁREA DE ESTUDOS



FONTE: O autor (2019).

LEGENDA: a) Distúrbio da Gravidade Calculado ( $\delta g_{calc}$ ).

b) Anomalia de Ar Livre Disponibilizada ( $\Delta g_{AL\_ANP}$ ).

c) (a) - (b).

#### 4.1.4 Verificação do Cálculo Realizado pelo ANP/GRAV/AM para Disponibilização das Anomalias de Bouguer

De forma semelhante ao ocorrido no cálculo das anomalias de ar livre, verifica-se no Relatório do ANP/GRAV/AM (ANP, 2008) a ocorrência das mesmas impropriedades nos cálculos das anomalias de Bouguer constantes do Banco de Dados no que se refere a desconsideração do Termo de Grau 2 do Gradiente da Gravidade Normal, na redução da gravidade observada ao elipsoide em vez de redução ao geoide, SGR adotado para a fórmula da gravidade normal, bem como a inobservância quanto a necessidade da compatibilização do SMP dos dados envolvidos.

No Relatório ANP/GRAV/AM, a apresentação do cálculo executado para as anomalias de Bouguer é feita pela (4.5), onde  $C_B$  é descrito como o fator de correção devido ao platô de Bouguer no valor de  $0,1119 H$ , sendo  $H$  a altitude física obtida através do modelo SRTM. São feitas ainda algumas considerações sobre o cálculo da correção do terreno  $c_t$ , realizado integralmente pelo programa ElevGrav com a interpolação de malhas representativas do terreno, que não permitem, entretanto, o entendimento da metodologia adotada para o seu cálculo.

$$\Delta g_{Bg ANP} = g_{obs} - \gamma_{Relatorio} + 0,3086 h - C_B - c_t \quad (4.5)$$

A equação acima descrita, conforme citado previamente, apresenta inconsistências semelhantes às apresentadas na (4.4), com o agravante, entretanto, de o cálculo das anomalias de Bouguer serem efetuados pela diminuição do fator  $C_B$  e  $c_t$  do valor do distúrbio da gravidade sobre o elipsoide, o que, na prática, não representa o valor de nenhuma funcional gravimétrica descritas nos prolegômenos da Geodésia.

Entretanto, de forma a complementar os testes comparativos entre as funcionais calculadas e as disponibilizadas pelo levantamento ANP/GRAV/AM para a Região de Estudos, foi executado o cálculo do distúrbio da gravidade  $\delta g_{calc}$  menos o valor de  $C_B$ , demonstrado através de (4.6), e realizada a comparação com o valor de  $\Delta g_{Bg ANP}$  conforme preconizado pelo convênio em (4.5), diferenciando-se apenas pela não consideração da correção do terreno ( $c_t$ ).

$$\Delta g_{Bg ANP} = g_{obs} - \gamma_{Relatorio} + 0,3086 h - 0,1119 H_{SRTM 1} \quad (4.6)$$

Da comparação entre os cálculos citados e os valores disponibilizados, apresentados resumidamente na Tabela 10, observa-se que os valores do RMS e do  $r_{Pearson}$  dos dois conjuntos de dados, para ambas as áreas, passaram para valores próximos a 1mGal e apresentaram um sutil aumento na correlação linear em comparação com o teste comparativo realizado entre as funcionais calculadas na forma rigorosa e os valores disponibilizados no banco de dados.

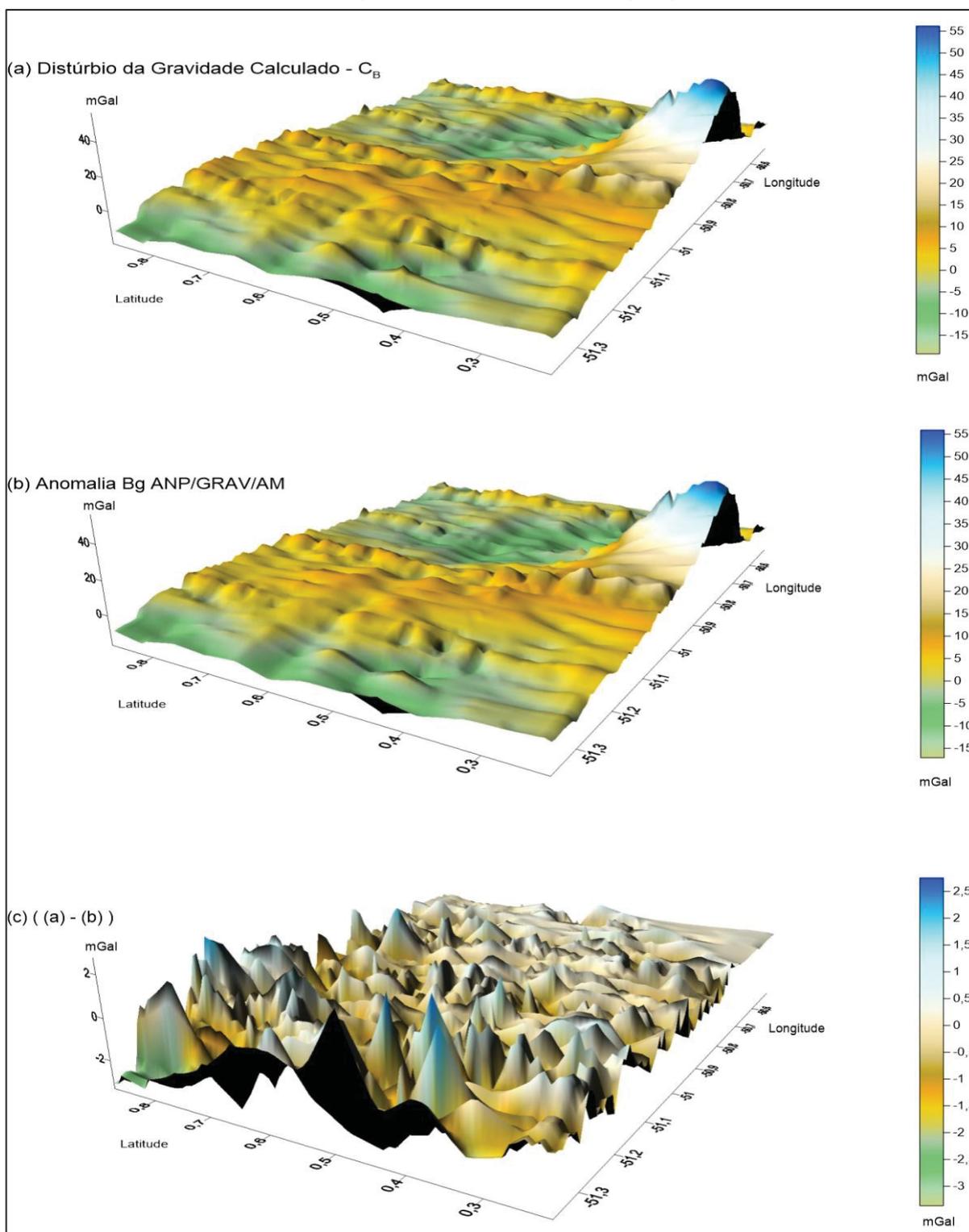
TABELA 10- RESULTADO COMPARATIVO: DISTÚRBIOS MENOS  $C_{Bg}$  X ANOMALIAS DE BOUGUER ANP/GRAV/AM

FUNCIONAIS COMPARADAS	ÁREA DE TESTES AMAPÁ (93.522 Pontos)		ÁREA DE ESTUDOS PARÁ (1.308.715 Pontos)	
	RMS	PEARSON	RMS	PEARSON
$\delta g_{Calc} - C_{Bg}) \times \Delta g_{Bg\_Anp}$	1,0570 mGal	0,9957	1,1090 mGal	0,99831

FONTE: o autor (2019).

Tal comportamento pode ser melhor visualizado nas Figuras 46 e 47, sendo factível, ainda, afirmar que os resíduos encontrados podem ser atribuídos ao fato da impossibilidade de reproduzir os cálculos de correção do terreno desenvolvidos pelo levantamento ANP/GRAV/AM. Mesmo com esta limitação, é clara a opção de considerar que os valores disponibilizados para as anomalias de Bouguer não devam ser utilizados para aplicações geodésicas em vistas das reduções equivocadas ao elipsoide de referência em vez de realizá-las ao geoide.

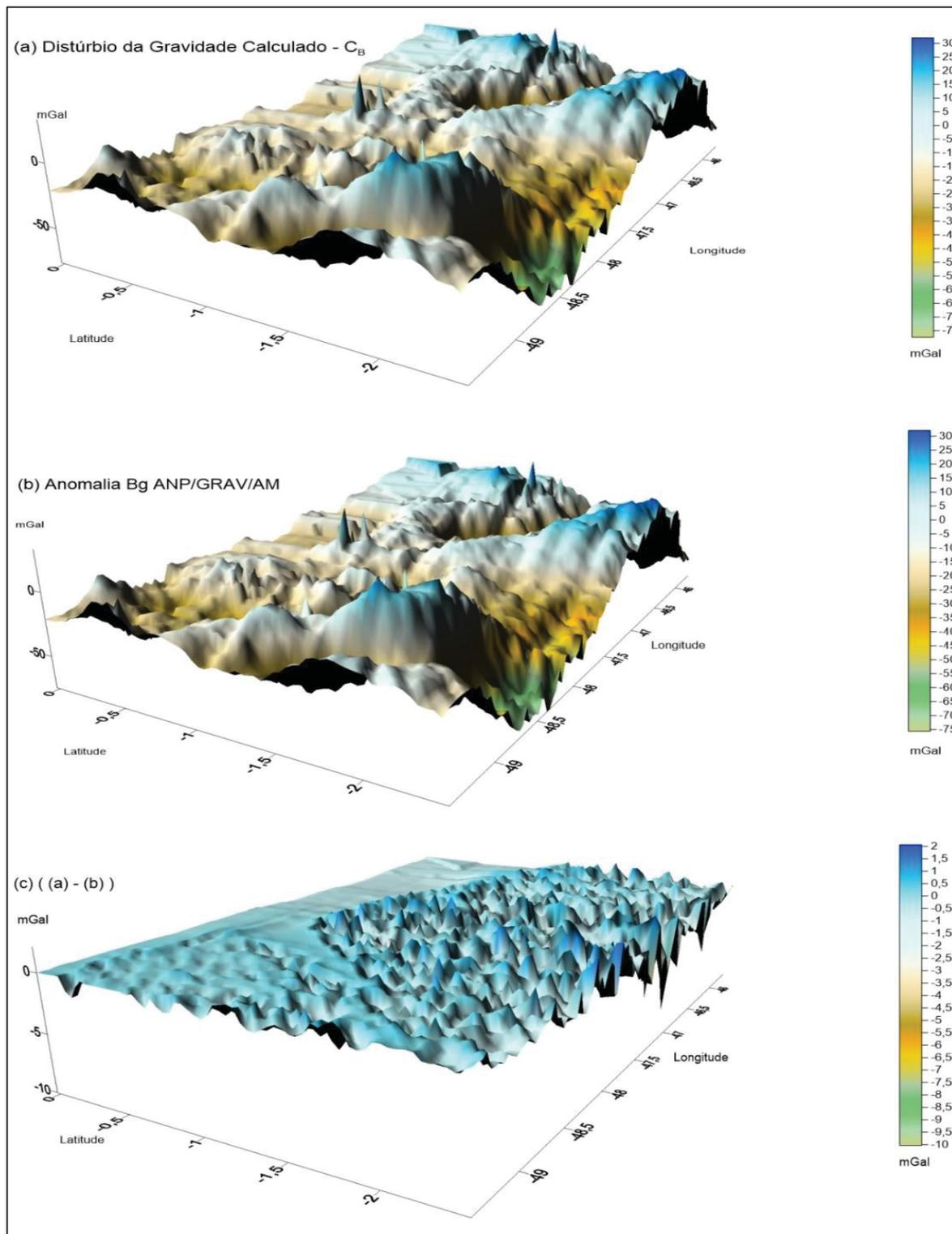
FIGURA 46- DISTÚRPIO DA GRAVIDADE CALCULADO X ANOMALIA DE BOUGUER ANP/GRAV/AM NA ÁREA DE TESTES



FONTE: O autor (2019).

LEGENDA: a) Distúrbio da Gravidade Calculado menos Fator de Bouguer ( $\delta g_{calc} - C_B$ ).  
 b) Anomalia de Bouguer Disponibilizada ( $\Delta g_{Bg\_ANP}$ ).  
 c) (a) - (b).

FIGURA 47- DISTÚRPIO DA GRAVIDADE CALCULADO X ANOMALIA DE BOUGUER ANP/GRAV/AM NA ÁREA DE ESTUDOS



FONTE: O autor (2019).

LEGENDA: a) Distúrbio da Gravidade Calculado menos Fator de Bouguer ( $\delta g_{Calc} - C_B$ ).

b) Anomalia de Bouguer Disponibilizada ( $\Delta g_{Bg\_ANP}$ ).

c)  $(a) - (b)$ .

#### 4.2 COMPARAÇÃO ENTRE VALORES DE FUNCIONAIS CALCULADAS E OBTIDAS ATRAVÉS DE MGGs

Devido a impossibilidade da utilização das funcionais gravimétricas disponibilizadas, e, afim de verificar a metodologia empregada nos cálculos realizados neste trabalho, foram calculados os valores dos distúrbios da gravidade sobre a SF e sobre o elipsoide do WGS84.

Estas funcionais, juntamente com as anomalias de Bouguer, calculadas previamente, foram então comparadas com as disponibilizadas pelo ICGEM através de MGGs combinados para a Área de Testes. Posteriormente, os MGGs que obtiveram o melhor desempenho para a Área de Testes foram também comparados para a Área de Estudos.

Os resultados para a Área de Testes são apresentados na Tabela 11, onde observa-se que, conforme o esperado pela própria definição conceitual e pela formulação físico matemática envolvida, não houveram diferenças significativas no valor do RMS e do  $r_{Pearson}$  com a mudança da superfície de redução para o cálculo dos distúrbios da gravidade ( $\delta g$ ).

Outro aspecto a ser analisado é que a exceção do EGM96, que apresentou um resultado díspar em relação aos modelos mais atuais, o que é justificado pela sua Fonte de Dados, que conta apenas com os dados de satélites utilizados na construção do EGM96S, e coerente com o seu desenvolvimento em um menor grau (360); os resultados obtidos pelos Modelos EGM2008 (grau 2190), EIGEN6C4 (grau 2190) e XGM2016 (grau 719) para os  $\delta g$  e  $\Delta g_{Bg}$  apresentaram valores próximos, com variações do RMS entre 6,77 e 7,3 mGal e uma correlação linear forte com valores próximos a 0,8.

TABELA 11- FUNCIONAIS CALCULADAS E ADVINDAS DE MGGs PARA ÁREA DE TESTES

MGG	$\delta g_{SF\ CALC} \times \delta g_{SF\ MGG}$		$\delta g_{WGS84\ CALC} \times \delta g_{WGS84\ MGG}$		$\Delta g_{Bg\ Calc} \times \Delta g_{Bg\ MGG}$	
	RMS	PEARSON	RMS	PEARSON	RMS	PEARSON
EGM 96	12,6618 mGal	0,2236	12,6597 mGal	0,2239	12,8208 mGal	0,3377
EGM 2008	6,8964 mGal	0,7947	6,8946 mGal	0,7947	6,8459 mGal	0,7951
EIGEN 6C4	7,3027 mGal	0,7990	7,3000 mGal	0,7990	7,2133 mGal	0,7991
XGM 2016	6,7756 mGal	0,8084	6,7772 mGal	0,8082	6,5477 mGal	0,8334

FONTES: o autor (2019).

Para a Área de Estudos, em virtude do tamanho da base aerogravimétrica, superior a 1,3 milhões de pontos, o que demanda um elevado tempo de processamento junto ao ICGEM, optou-se por realizar o estudo comparativo com os MGG(s) EGM 2008 e XGM2016 que obtiveram funcionais com maior aderência aos valores calculados na Área de Testes.

Da mesma forma, os valores não apresentaram diferenças significativas no valor do RMS e do  $r_{Pearson}$  com a mudança da superfície de redução para o cálculo dos distúrbios da gravidade ( $\delta g$ ) que se apresentaram próximos aos valores obtidos na comparação entre as funcionais  $\Delta g_{Bg\_Calc}$  e  $\Delta g_{Bg\_MGG}$ . Porém, cabe ressaltar que os valores do RMS para as funcionais geradas pelo EGM 2008 apresentaram uma menor convergência em relação ao resultado obtido para a área do AP da ordem de 4 mGal. Já o XGM 2016 manteve uma maior aderência, apresentando uma menor convergência da ordem de 1 mGal.

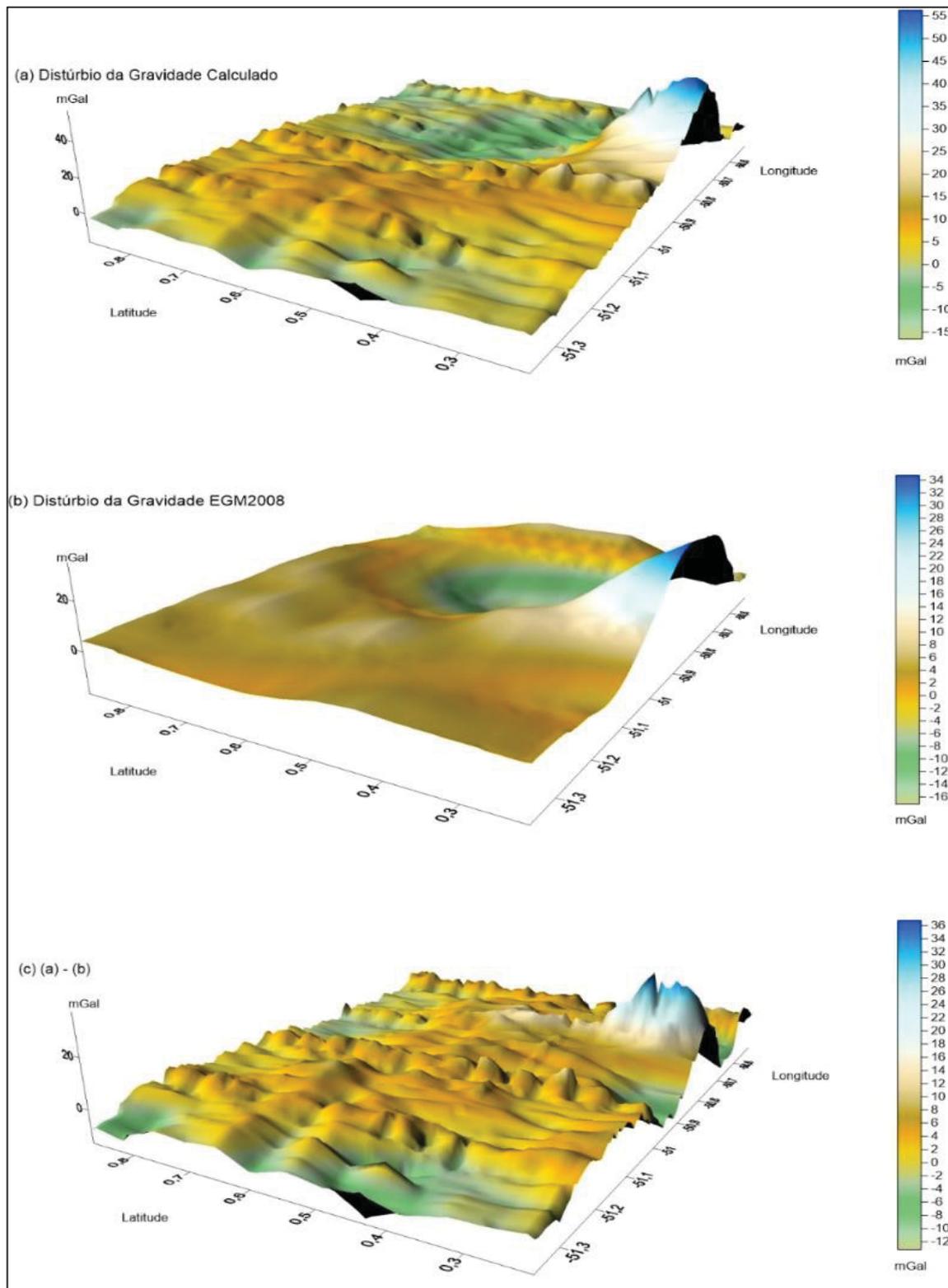
TABELA 12- FUNCIONAIS CALCULADAS E ADVINDAS DE MGGs PARA ÁREA DE ESTUDOS

MGG	$\delta g_{SF\ CALC} \times \delta g_{SF\ MGG}$		$\delta g_{WGS84\ CALC} \times \delta g_{WGS84\ MGG}$		$\Delta g_{Bg\ Calc} \times \Delta g_{Bg\ MGG}$	
	RMS	PEARSON	RMS	PEARSON	RMS	PEARSON
EGM 2008	10,8182 mGal	0,7922	10,7889 mGal	0,7924	10,8182 mGal	0,7824
XGM 2016	7,7632 mGal	0,8997	7,7603 mGal	0,8998	7,8026 mGal	0,8933

FONTE: o autor (2019).

Das comparações realizadas, refletidas nas superfícies geradas nas Figuras 48 e 49, é possível observar a existência de uma forte correlação linear com os gerados pelos MGGs. Essa correlação pode ser observada na visualização das superfícies citadas, que a despeito das limitações impostas pelas resoluções espaciais (erros de truncamento) dos MGGs, demonstram comportamento topológico semelhante na representação das funcionais obtidas a partir dos levantamentos aerogravimétricos. Ressalte-se que os aparentes *outliers* nas representações relativas aos dados do aerolevanteamento, em geral, possuem consistência lateral quando referidas às direções das linhas do aerolevanteamento, repetindo-se em outras linhas, demonstrando, portanto, consistência espacial e assim referir-se à expressão de sinais gravimétricos reais.

FIGURA 48- DISTÚRPIO DA GRAVIDADE CALCULADO NA SF NO SMP (MT) X DISTÚRPIO ORIUNDO MGG NA ÁREA DE TESTES



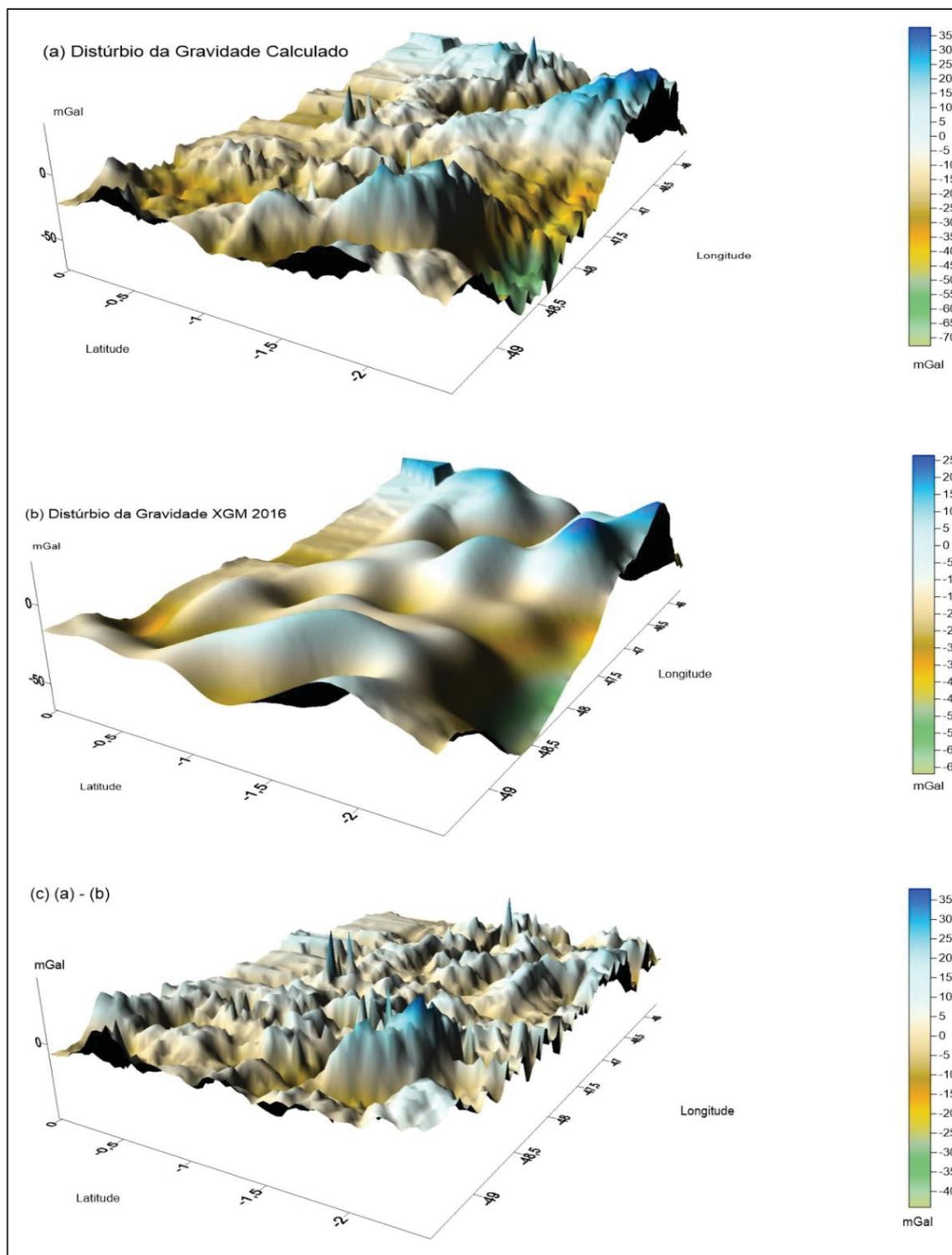
FONTE: O autor (2019).

LEGENDA: a) Distúrbio da Gravidade Calculado SF.

b) Distúrbio da Gravidade SF EGM 2008.

c) (a) - (b).

FIGURA 49- DISTÚRBO DA GRAVIDADE CALCULADO NA SF NO SMP (MT) X DISTÚRBO ORIUNDO MGG NA ÁREA DE ESTUDO



FONTE: O autor (2019).

LEGENDA: a) Distúrbio da Gravidade Calculado SF.

b) Distúrbio da Gravidade XGM 2016.

c) (a) - (b).

### 4.3 INTERPOLAÇÕES A PARTIR DE DADOS AEROGRAVIMÉTRICOS PARA OS PONTOS DE CONTROLE

Os resultados obtidos pelo cálculo das funcionais gravimétricas no Item 4.1 deste trabalho permitiram inferir a impossibilidade do uso das funcionais anomalias da gravidade (ar livre e Bouguer) geradas pelo levantamento ANP/GRAV/AM para o emprego com finalidade geodésica.

Porém, de forma a cumprir o objetivo proposto, de verificar a potencialidade do uso geodésico dos valores de gravidade observada ao longo das linhas de voo em pontos de coordenadas geodésicas referenciadas ao WGS 84, buscou-se, com o auxílio de dados de altimetria extraídos do MDA SRTM1 e do MGG EGM96 realizar a redução dos valores de gravidade na altura de voo para a SF.

Após as devidas compatibilizações de referenciais e SMP dos dados envolvidos, foram realizadas, conforme exposto na Metodologia deste trabalho, as interpolações dos dados gravimétricos reduzidos para os pontos de controle, compostos por estações gravimétricas pertencentes a Rede Gravimétrica do IBGE.

Nos itens 4.3.1 e 4.3.2 serão apresentados os resultados das interpolações executadas, através dos softwares PREDGRAV e GEOGRID, para os pontos de controle das Áreas que compõe a Região de Estudo.

#### 4.3.1 Interpolações para a Área de Testes

Conforme abordado na Descrição e Caracterização da Área de Testes, localizada no Estado do Amapá, foram selecionados 97 pontos de controle compostos por estações gravimétricas pertencentes a Rede Gravimétrica do IBGE e, das quais, se conhecem as coordenadas e valores de gravidade na referida estação.

O primeiro experimento foi conduzido, conforme visualizado na Figura 35 e descrito no Item 3.3.5.3 deste trabalho, utilizando o software PREDGRAV, a fim de realizar a interpolação de valores de gravidade de 93.522 pontos aerogravimétricos reduzidos à SF. Para tal, foram obtidos do SRTM1 o valor das altitudes referidas ao EGM 96 para os pontos reduzidos e para os de controle. Posteriormente, estas altitudes foram compatibilizadas para o SMP *Mean Tide* e foram montados os 2 arquivos de entrada descritos (dos pontos reduzidos de gravidade conhecida e dos pontos de controle a serem preditos).

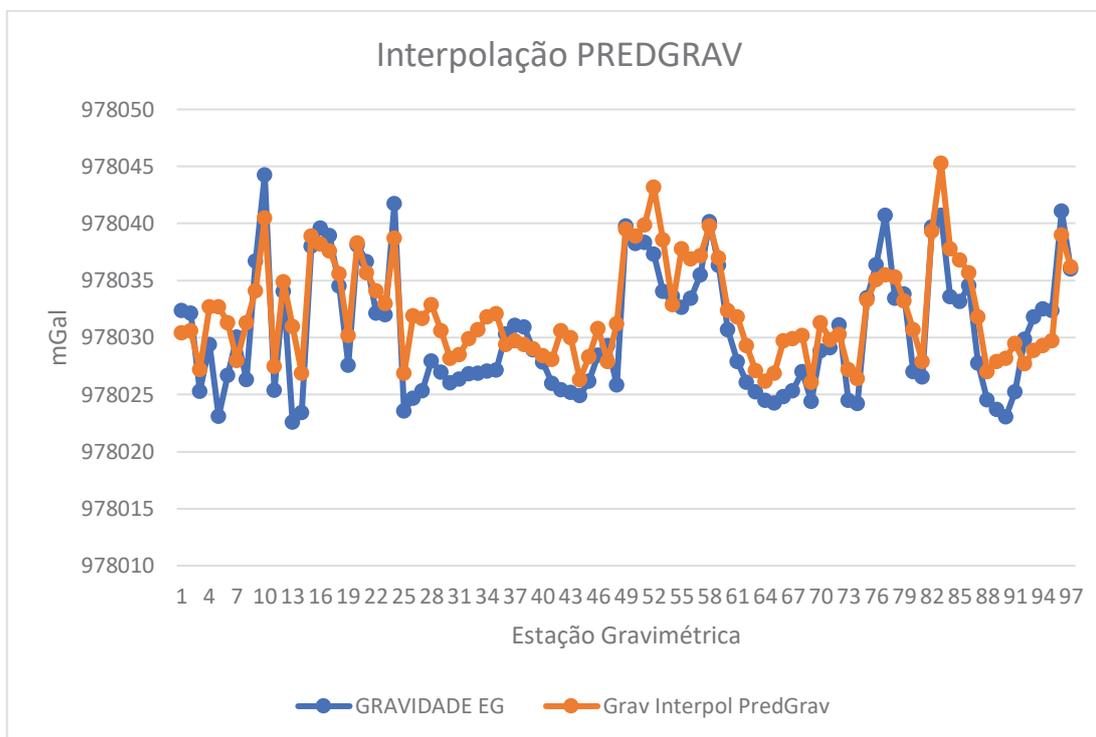
A execução do PREDGRAV não foi exitosa em um primeiro momento, pois devido à alta resolução espacial dos pontos reduzidos a SF, tornou a distância entre os mesmos inferior a 1 arco de segundo ( $\cong 30$  metros). Esta proximidade entre os pontos não permitiu que o software reconhecesse pontos consecutivos como pontos distintos. Desta forma o PREDGRAV apontou que pontos distintos, porém próximos, tratavam-se de pontos de coordenadas iguais e apresentou mensagem de erro impedindo a interpolação.

De forma a possibilitar a utilização do software PREDGRAV, foi desenvolvido um algoritmo para possibilitar o afastamento necessário e uma diminuição da quantidade dos dados de entrada. O algoritmo implementado consistiu na realização de uma interpolação por média simples, onde cada ponto interpolado passou a ter sua latitude, longitude, altitude física e valor de gravidade calculados a partir da média aritmética de 10 pontos consecutivos, inicialmente reduzidos para a SF. Assim, a partir deste procedimento, o primeiro arquivo de entrada passou a conter 9.352 pontos a serem interpolados.

Após a execução deste procedimento, foi realizada uma nova tentativa de interpolação para os pontos de controle. Da interpolação realizada foi obtido um valor de RMS de 3,31 mGal e um  $r_{Pearson}$  de 0,8578 apontando uma alta correlação linear entre os valores preditos e os conhecidos sobre as estações gravimétricas.

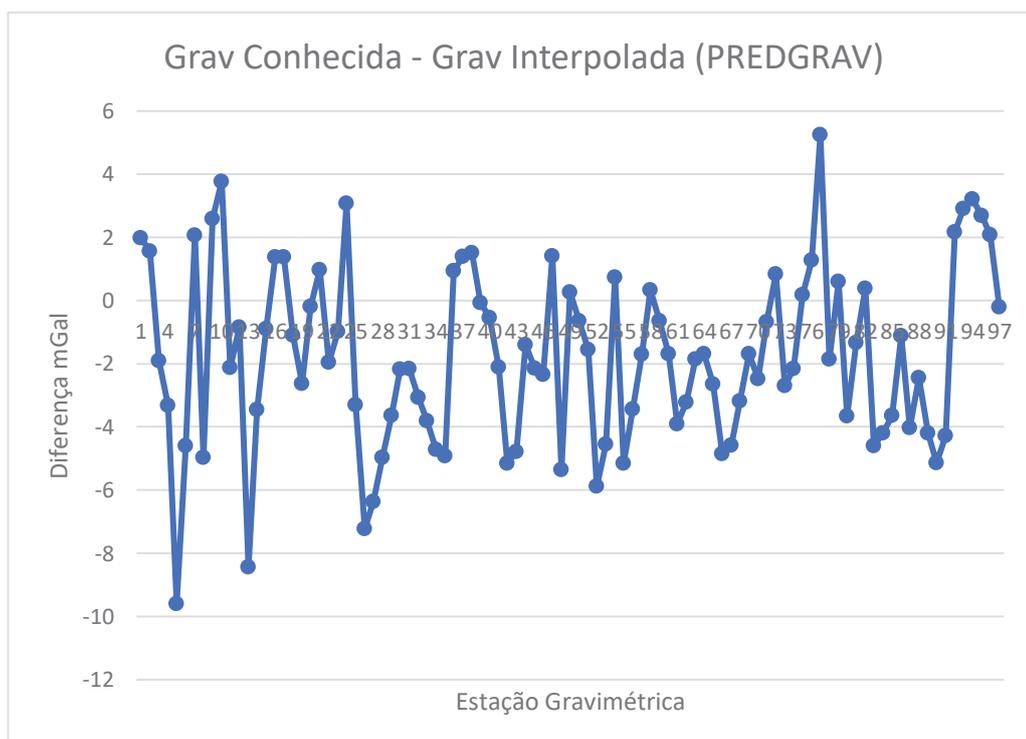
O resultado obtido desta interpolação pode ser visualizado na Figura 50, onde são representados os valores de gravidade conhecidos, advindos do IBGE, e os valores interpolados a partir dos dados aerogravimétricos reduzidos para a superfície física e submetidos previamente ao algoritmo desenvolvido neste trabalho. Neste gráfico pode-se verificar que as curvas discretizadas apresentam comportamento topológico semelhante, compatível com a forte correlação linear (0,8578) encontrada. Na Figura 51 observa-se o afastamento (diferença) entre o valor da gravidade conhecido e o valor interpolado, que se mostra compatível com o valor do RMS (3,31 mGal) encontrado. Na Figura 52 observa-se a distribuição espacial dessas diferenças, dentro das faixas de valores em mGal estabelecidas. Verifica-se a ausência de efeito sistemático relacionado a concentração em uma região específica, dentro da área de testes, da distribuição dessas diferenças de valores da gravidade conhecida e interpolada sobre os pontos de controle.

FIGURA 50- INTERPOLAÇÃO A PARTIR DE DADOS AEROGRAVIMÉTRICOS UTILIZANDO O PREDGRAV NA ÁREA DE TESTES



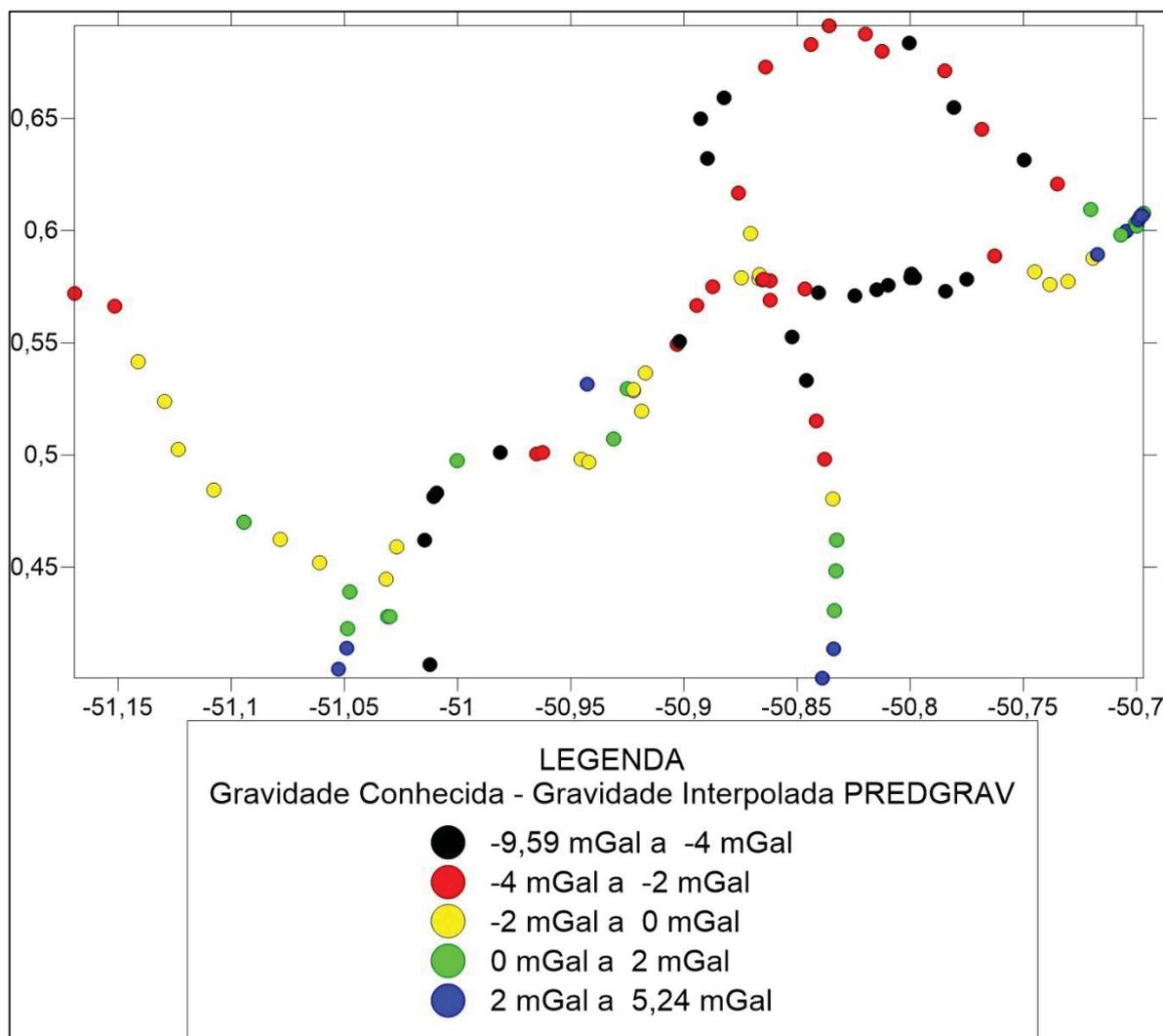
FONTE: O autor (2019).

FIGURA 51- GRAVIDADE PONTO DE CONTROLE – GRAVIDADE INTERPOLADA A PARTIR DE DADOS AEROGRAVIMÉTRICOS UTILIZANDO O PREDGRAV NA ÁREA DE TESTES



FONTE: O autor (2019).

FIGURA 52- DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DAS DIFERENÇAS DE VALORES DA GRAVIDADE UTILIZANDO O PREDGRAV NA ÁREA DE TESTES



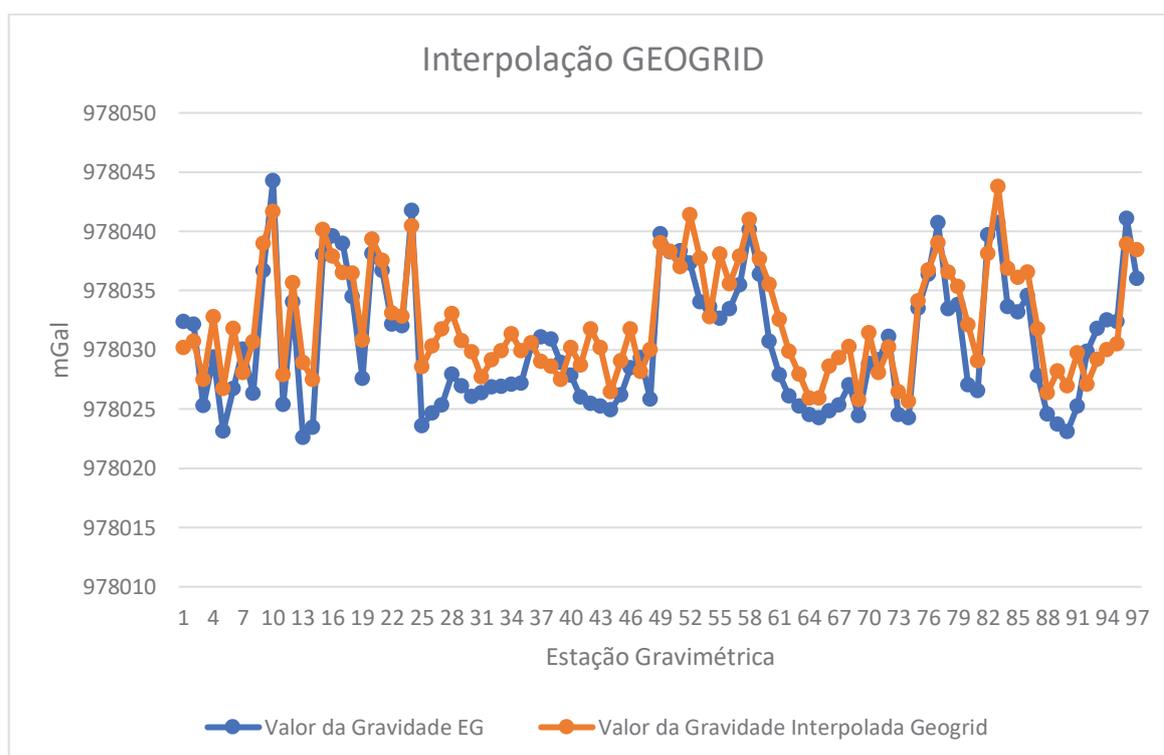
FONTE: O autor (2019).

De forma a complementar o experimento executado para a área localizada no Estado do Amapá, realizou-se a interpolação a partir dos 93.522 pontos aerogravimétricos reduzidos à SF para os pontos de controle através do software GEOGRID. Para esta interpolação foram calculadas as anomalias de Bouguer no SMP *Mean Tide*. Estas anomalias foram então interpoladas para os 97 pontos de controle. A partir das anomalias interpoladas, conforme abordado na Fundamentação Teórica e na Metodologia deste trabalho, foram recuperados os valores de gravidade sobre cada estação gravimétrica. Deste experimento obteve-se um resultado ligeiramente melhor do que o alcançado utilizando o PREDGRAV, com a obtenção de um RMS de 3,0662 mGal e um  $r_{pearson}$  de 0,8942, apontando também uma forte correlação linear ente os valores interpolados e os conhecidos, tido como reais.

Tais resultados encontram visualização nas Figuras 53 e 54, sendo possível observar, inclusive, que os resultados obtidos pelas interpolações efetuadas pelo GEOGRID e PREDGRAV são convergentes, a despeito do tratamento realizado para os dados reduzidos no primeiro experimento. Ressalta-se que os aparentes outliers, representados pelos maiores valores das diferenças de gravidade, observados nas Figuras 51 e 54, encontram-se na mesma faixa de valores para ambos os softwares interpoladores. Quanto a distribuição espacial destas diferenças, observa-se nas Figuras 52 e 55, uma convergência para as interpolações realizadas, bem como a inexistência de efeito sistemático no posicionamento geográfico das diferenças encontradas.

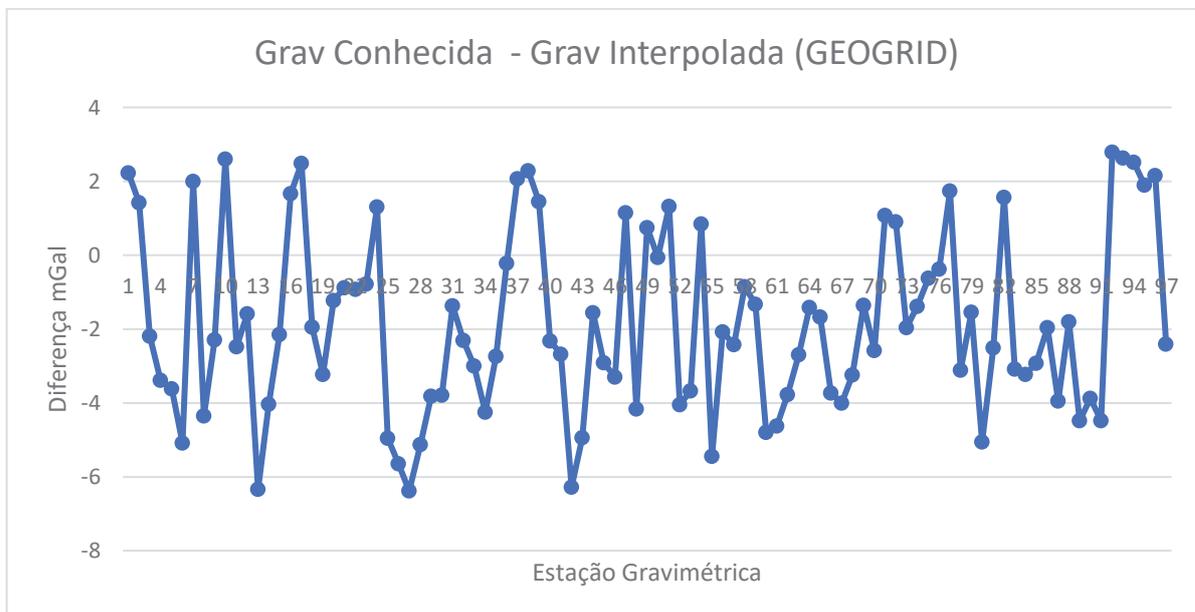
Adicionalmente, a partir dos resultados obtidos com um RMS da ordem de 3 mGal, pode-se inferir que as interpolações foram corretamente executadas. Também é possível avaliar que os valores de gravidade obtidos ao longo das faixas de voo, dentro da Área de Testes, desde que submetidos aos procedimentos corretos para redução para a SF e posterior cálculo das funcionais gravimétricas, reúnem condições mínimas para serem empregados em aplicações na Geodesia.

FIGURA 53- INTERPOLAÇÃO A PARTIR DE DADOS AEROGRAVIMÉTRICOS UTILIZANDO O GEOGRID NA ÁREA DE TESTES



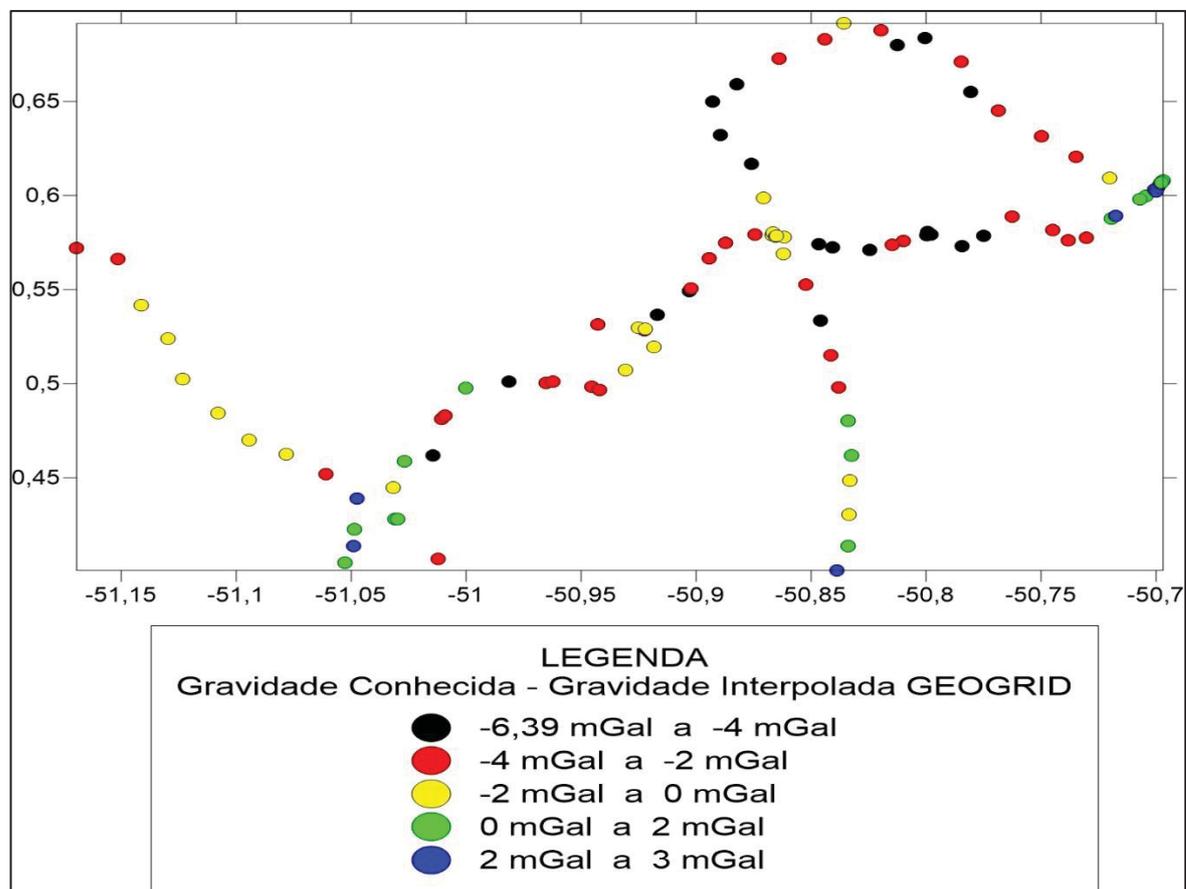
FONTE: O autor (2019).

FIGURA 54- GRAVIDADE PONTO DE CONTROLE – GRAVIDADE INTERPOLADA A PARTIR DE DADOS AEROGRAVIMÉTRICOS UTILIZANDO O GEOGRID NA ÁREA DE TESTES



FONTE: O autor (2019).

FIGURA 55- DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DAS DIFERENÇAS DE VALORES DA GRAVIDADE UTILIZANDO O GEOGRID NA ÁREA DE TESTES



FONTE: O autor (2019).

#### 4.3.2 Interpolações para a Área de Estudos

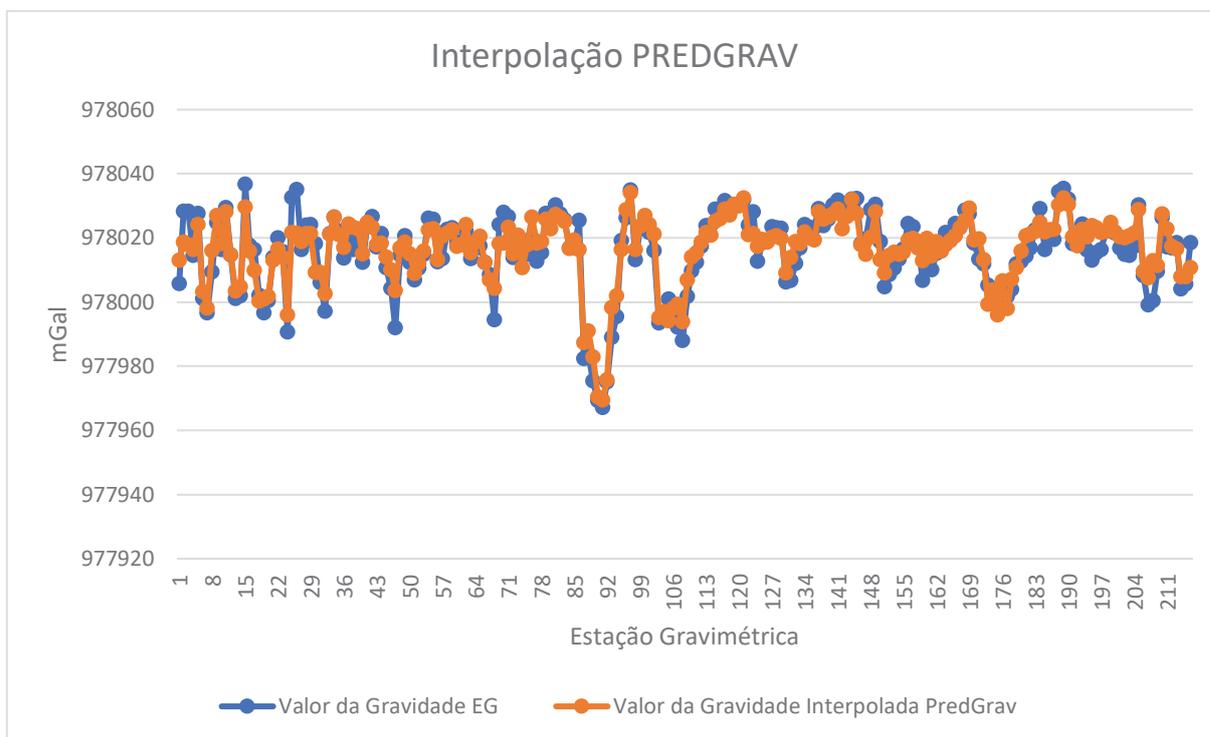
Conforme abordado na Descrição e Caracterização da Área de Estudos no Pará, foram selecionados 216 pontos de controle compostos por estações gravimétricas pertencentes a Rede Gravimétrica do IBGE e, das quais, se conhecem as coordenadas e valores de gravidade.

O primeiro experimento foi conduzido, conforme visualizado na Figura 35 e descrito no Item 3.3.5.3 deste trabalho, utilizando o software PREDGRAV, a fim de realizar a interpolação de valores de gravidade de 1.308.715 pontos aerogravimétricos reduzidos à SF. Para tal, foram obtidos do SRTM1 o valor das altitudes referidas ao EGM 96 para os pontos reduzidos e para os de controle. Posteriormente, estas altitudes foram compatibilizadas para o SMP *Mean Tide* e foram montados os 2 arquivos de entrada descritos (dos pontos reduzidos de gravidade conhecida e dos pontos de controle a serem preditos).

De forma similar ao ocorrido no experimento conduzido na Área de Testes, a execução do PREDGRAV não foi exitosa devido à alta densidade espacial dos pontos reduzidos a SF, sendo necessária a execução do algoritmo para decimação dos pontos. Entretanto, após a execução do algoritmo e a redução para 130.870 pontos, o PREDGRAV passou a apresentar outro erro, devido a quantidade de pontos exceder a sua capacidade de processamento.

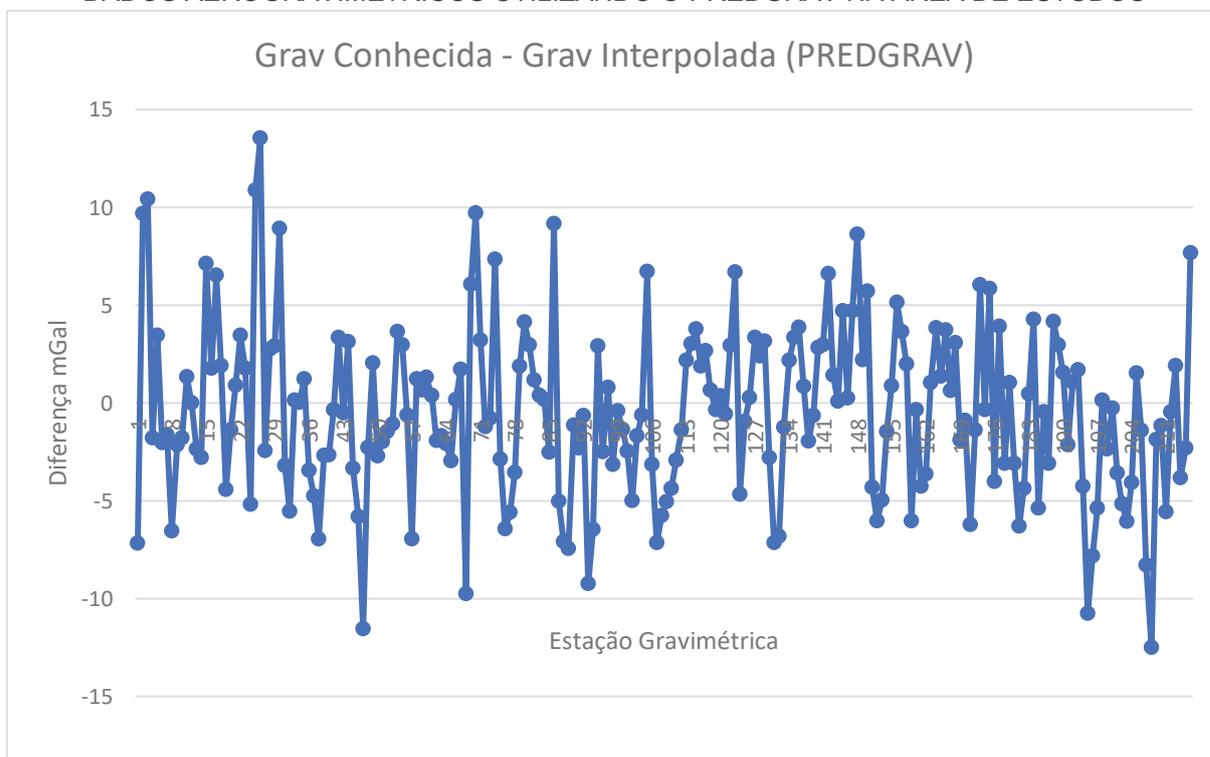
Para que a interpolação utilizando este software pudesse ser realizada, optou-se por submeter os pontos ao procedimento de decimação pela segunda vez, restando 13.087 pontos de gravidade provenientes do ANP/GRAV/AM a serem interpolados. Após a aplicação do segundo procedimento para redução dos dados, foi possível executar a interpolação com o PREDGRAV, obtendo-se um valor de RMS de 4,3732 mGal e um  $r_{pearson}$  de 0,9384, demonstrando uma forte correlação linear entre os dados considerados. Os valores de gravidade conhecidos sobre as EGs, bem como a diferença entre os mesmos são representados nas Figuras 56 e 57, respectivamente. Na Figura 58 é possível observar a distribuição espacial para faixas de valores das diferenças encontradas entre a gravidade conhecida e a interpolada pelo PREDGRAV.

FIGURA 56- INTERPOLAÇÃO DE DADOS AEROGRAVIMÉTRICOS UTILIZANDO O PREDGRAV NA ÁREA DE ESTUDOS



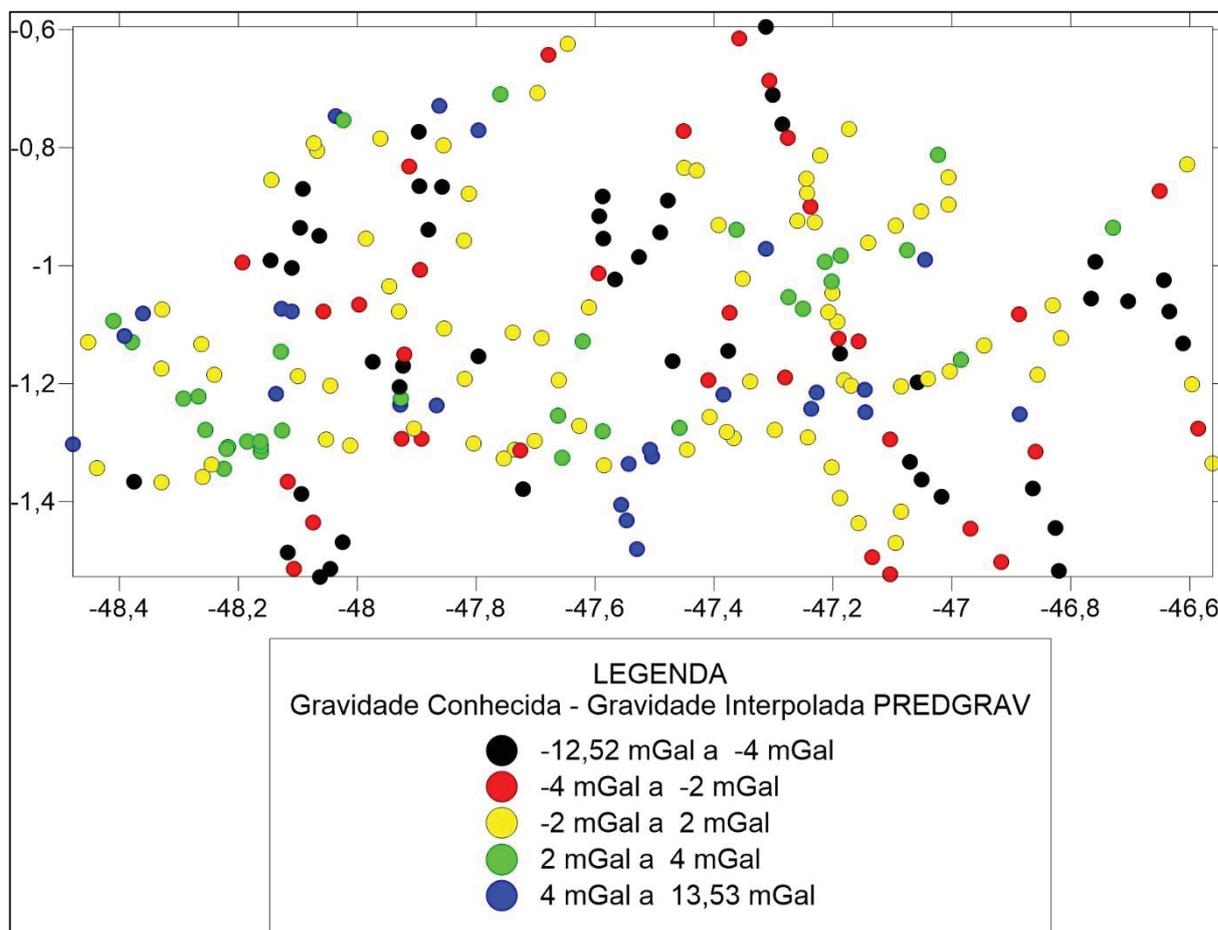
FONTE: O autor (2019).

FIGURA 57- GRAVIDADE PONTO DE CONTROLE – GRAVIDADE INTERPOLADA A PARTIR DE DADOS AEROGRAVIMÉTRICOS UTILIZANDO O PREDGRAV NA ÁREA DE ESTUDOS



FONTE: O autor (2019).

FIGURA 58- DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DAS DIFERENÇAS DE VALORES DA GRAVIDADE UTILIZANDO O PREDGRAV NA ÁREA DE ESTUDOS



FONTE: O autor (2019)

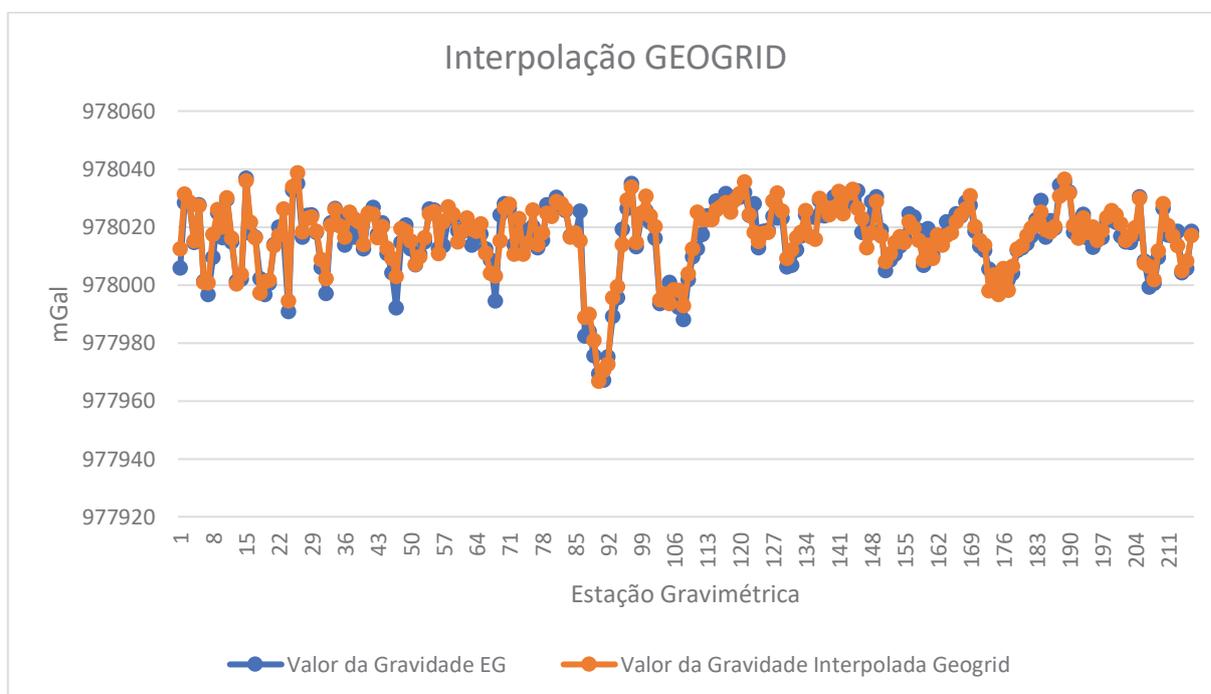
Com o intuito de complementar o experimento, caracterizado pela realização de interpolações de valores da gravidade, para pontos de controle, a partir de softwares baseados no CMQ foram realizadas tentativas para a execução da interpolação dos 1.308.715 pontos aerogravimétricos reduzidos para os 216 pontos de controle. Entretanto, o software GEOGRID não dispôs de capacidade computacional para executar esta operação com tal quantidade de pontos, apresentando erros de processamento.

Em virtude de tal intercorrência, ligada a capacidade de processamento do software interpolador, foram realizados testes variando o raio do *Buffer* em torno da Área de Estudos delimitada em 3.2.2.1. Após a execução de diversos testes, obteve-se um raio máximo em torno da Área de Estudos no valor de 40 km, limitando a quantidade de pontos a serem interpolados em 703.358 Pontos advindos do ANP/GRA/AM.

A partir desta delimitação, conforme exposto em 4.3.1, foram calculadas as Anomalias de Bouguer no SMP *Mean Tide*. Estas anomalias foram então interpoladas para os 216 Pontos de Controle. A partir das anomalias interpoladas, foram recuperados os valores de gravidade sobre cada estação gravimétrica. Deste experimento com o GEOGRID, obteve-se um resultado, a exemplo do obtido para a Área de Testes, ligeiramente melhor do que o alcançado utilizando o PREDGRAV, com a obtenção de um RMS de 3,8323 mGal e um  $r_{Pearson}$  de 0,9512, apontando também uma forte correlação linear ente os valores interpolados e os conhecidos, tido como reais.

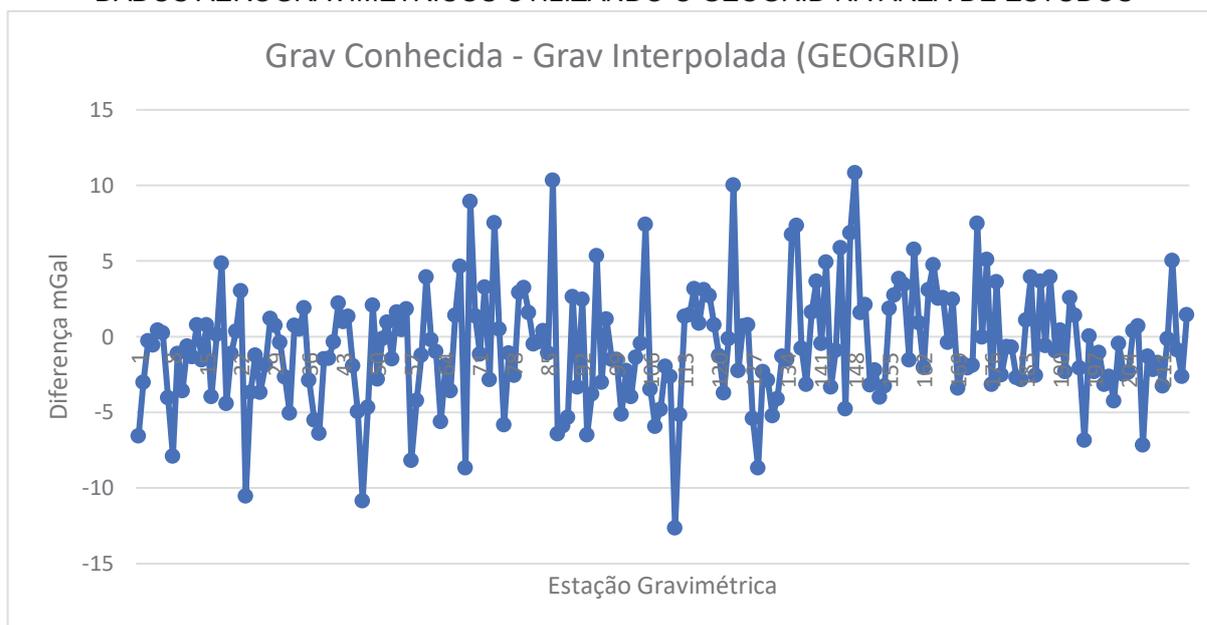
Tais resultados encontram visualização nas Figuras 59 e 60, sendo possível observar novamente, que os resultados obtidos pelo GEOGRID são compatíveis com os obtidos pelo PREDGRAV, à despeito do tratamento realizado para a diminuição (da ordem de  $10^2$ ) da quantidade dos dados aerogravimétricos reduzidos para a SF. Na Figura 61 é possível observar a distribuição espacial para faixas de valores das diferenças encontradas entre a gravidade conhecida e a interpolada pelo GEOGRID.

FIGURA 59- INTERPOLAÇÃO DE DADOS AEROGRAVIMÉTRICOS UTILIZANDO O GEOGRID NA ÁREA DE ESTUDOS



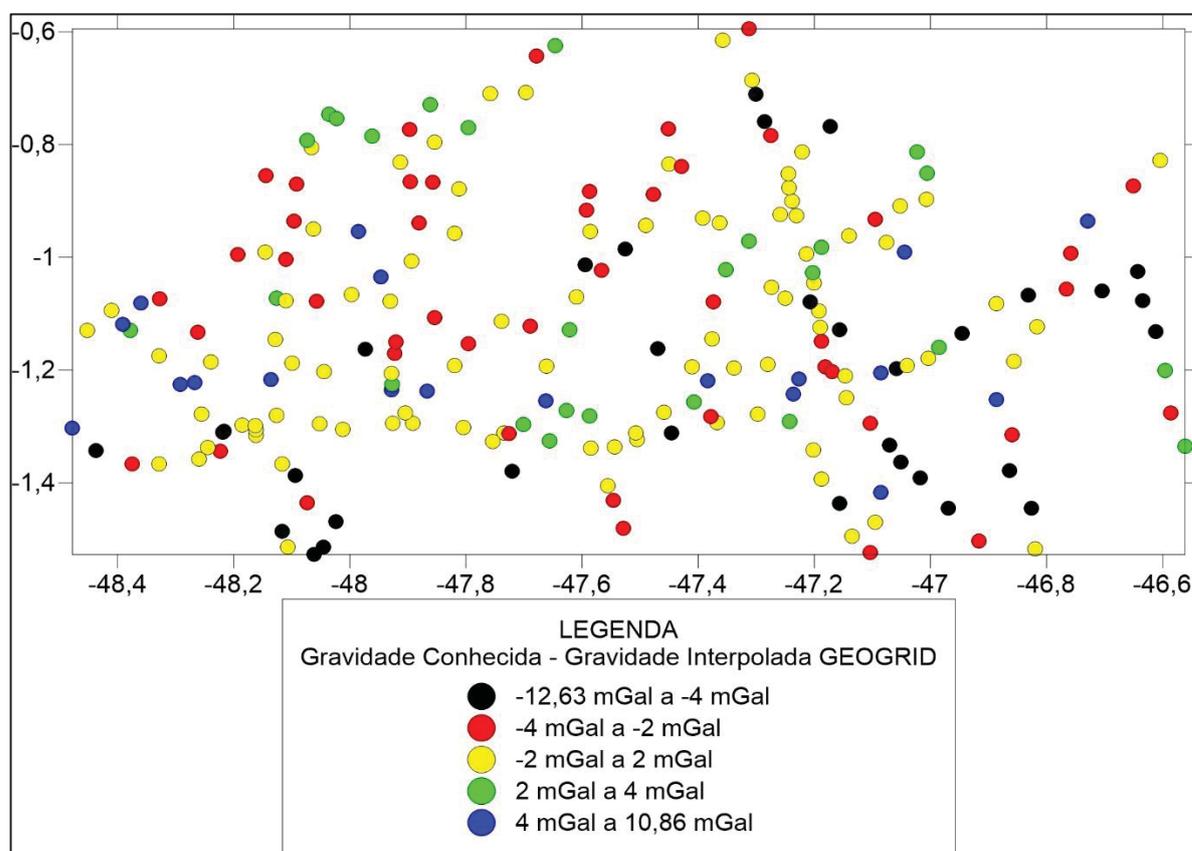
FONTE: O autor (2019).

FIGURA 60- GRAVIDADE PONTO DE CONTROLE – GRAVIDADE INTERPOLADA A PARTIR DE DADOS AEROGRAVIMÉTRICOS UTILIZANDO O GEOGRID NA ÁREA DE ESTUDOS



FONTE: O autor (2019).

FIGURA 61- DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DAS DIFERENÇAS DE VALORES DA GRAVIDADE UTILIZANDO O GEOGRID NA ÁREA DE ESTUDOS



FONTE: O autor (2019)

Convém observar também que os resultados obtidos para a Área de Estudos apresentaram uma menor convergência em aproximadamente 0,76 mGal no valor do RMS para a interpolação realizada com o GEOGRID e de 1,06 mGal para a interpolação realizada pelo software PREDGRAV, em comparação com os valores obtidos para a Área de Testes.

Esta menor convergência no resultado para a interpolação a partir do PREDGRAV pode ser justificada pela execução do algoritmo descrito em 4.3.1 por 2 vezes, visando a diminuição da quantidade de pontos. Outro fator possivelmente causador da piora no desempenho das interpolações realizadas para a Área de Estudos pode ser visualizado na Figura 27, onde observa-se o *buffer* de 100 km e 40 km, utilizados para limitar a quantidade de pontos aerogravimétricos a serem utilizados como base para interpolação, apresenta uma região sobre o oceano atlântico, onde não foi executado o levantamento aerogravimétrico.

Apesar da menor convergência pior resultado encontrado na Região do Estado do Pará, a interpolação executada pelo GEOGRID, com um RMS da ordem de 3,8 mGal, aliada a forte correlação linear encontrada, permite inferir a viabilidade do emprego dos valores de gravidade observada, ao longo das faixas de voo, em aplicações na Geodesia.

A possibilidade desta aplicação geodésica é materializada em:

$$\delta H_P = - \frac{C_P}{G_{m^2}} \delta G_m = - \frac{H_P}{G_m} \delta G_m \quad (4.7)$$

Onde a precisão da altitude nivelada  $\delta H_P$ , decorrente da adoção de uma gravidade média entre as superfícies geoidal e física terrestre  $G_m$  na ordem de 980 Gal, uma altitude nivelada na ordem de 1000 metros e uma variação no cálculo da gravidade média  $\delta G_m$  na ordem de 3 mGal (conforme o valor obtido pelas interpolações), será de aproximadamente 3,06 milímetros (DE FREITAS; BLITZKOW, 1999).

Outro aspecto relevante diz respeito a observação da distribuição espacial da diferença encontrada entre os valores da gravidade conhecida das EGs e dos valores interpolados, por ambos os softwares interpoladores. Verifica-se, através da visualização das Figuras 58 e 61, que as diferenças encontradas, dentro do intervalo das faixas de valores estabelecidas, apresentam-se, de forma geral, distribuídas de forma semelhante sobre os pontos de controle. Entretanto, à exemplo do ocorrido para a Área de Testes, não é possível observar nenhum efeito sistemático no que diz

respeito ao posicionamento espacial dos valores mais extremos das diferenças obtidas, com a ocorrência, por exemplo, de uma concentração das maiores diferenças em uma região específica dentro da Área de Estudos.

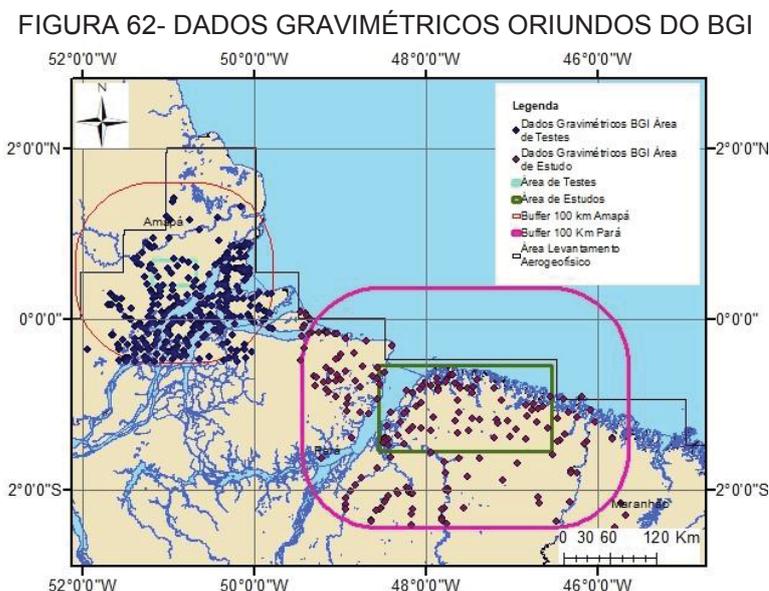
#### 4.4 INTERPOLAÇÕES DE DADOS GRAVIMÉTRICOS ADVINDOS DE OUTRAS FONTES PARA OS PONTOS DE CONTROLE

Conforme abordado em 3.3.5.4, de forma a comparar os resultados obtidos pela interpolação de dados gravimétricos advindos do ANP/GRAV/AM e provenientes de outras fontes, foi solicitado ao BGI valores de gravidade próximas as Áreas de Teste e de Estudos. Também foram adquiridos junto ao GGMplus os valores de gravidade sobre a Superfície Física de pontos no interior da Área de Estudos.

Tais pontos, após as devidas compatibilizações, foram então interpolados para os mesmos pontos de controle, sendo os resultados discutidos em 4.4.1 e 4.4.2.

##### 4.4.1 Interpolação de Dados Advindos do BGI

Como forma de maximizar a quantidade de pontos advindos do BGI a serem interpolados, foram solicitadas informações de gravimetria terrestre numa área de 100 km ao redor das Áreas de Teste e de Estudos resultando na seleção de 344 e 199 pontos, respectivamente, conforme pode ser visualizado na Figura 62.



FONTE: O autor (2019).

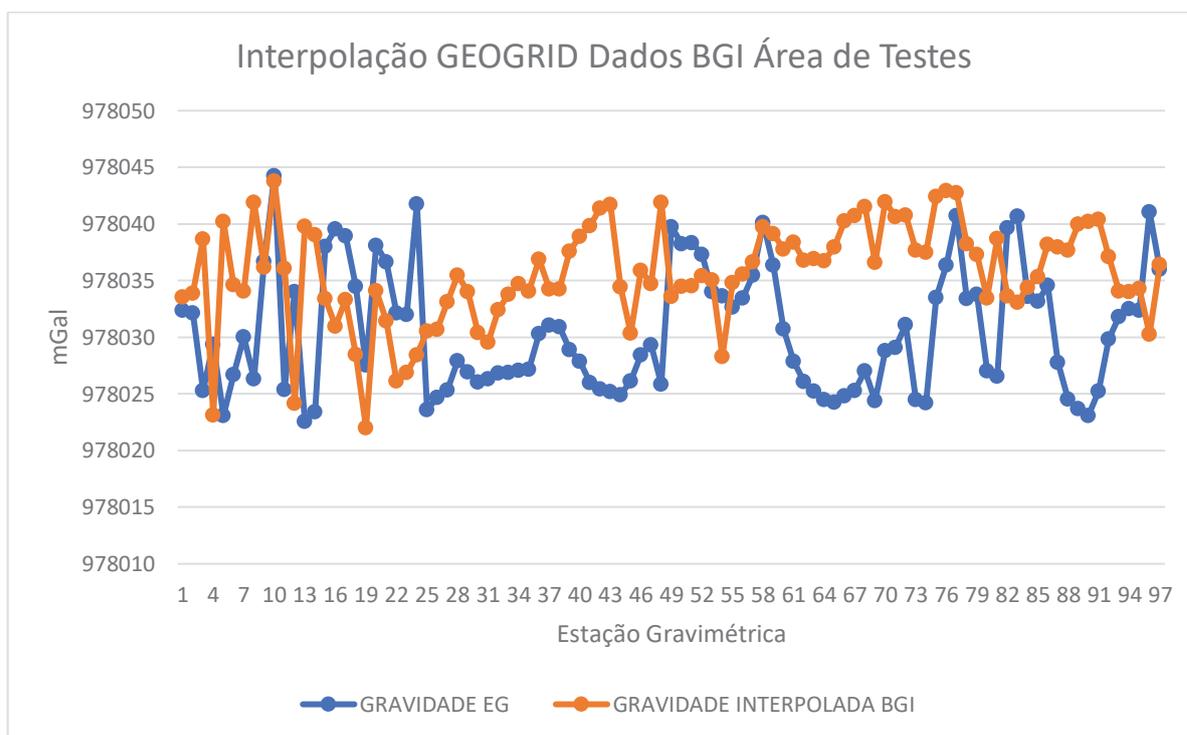
Aos dados de gravimetria advindos do BGI foram inseridos os valores de altitude do SRTM, compatibilizados para *Mean Tide*, posteriormente foram calculadas as anomalias de Bouguer referentes ao GRS80. Usou-se o programa computacional GEOGRID para obtenção das anomalias sobre os pontos de controle. A partir desses valores foram recuperados os valores de gravidade interpolada ( $g_{interpolada}$ ). Os mesmos foram comparados com os valores de gravidade conhecida das estações gravimétricas ( $g_{conhecida}$ ). Os resultados alcançados neste experimento são apresentados na Tabela 13 e podem ser visualizados nas Figuras 63, 64, 65 e 66.

TABELA 13- RESULTADO DAS INTERPOLAÇÕES DOS DADOS DO BGI PARA A REGIÃO DE ESTUDOS

FUNCIONAL COMPARADA	ÁREA DE TESTES NO AMAPÁ (344 Pontos BGI, 96 Pontos de Controle)		ÁREA DE ESTUDO PARÁ (199 Pontos BGI, 216 Pontos de Controle)	
	RMS	PEARSON	RMS	PEARSON
$g_{conhecida} \times g_{interpolada}$	9,1524 mGal	-0,1800	6,1888 mGal	0,8976

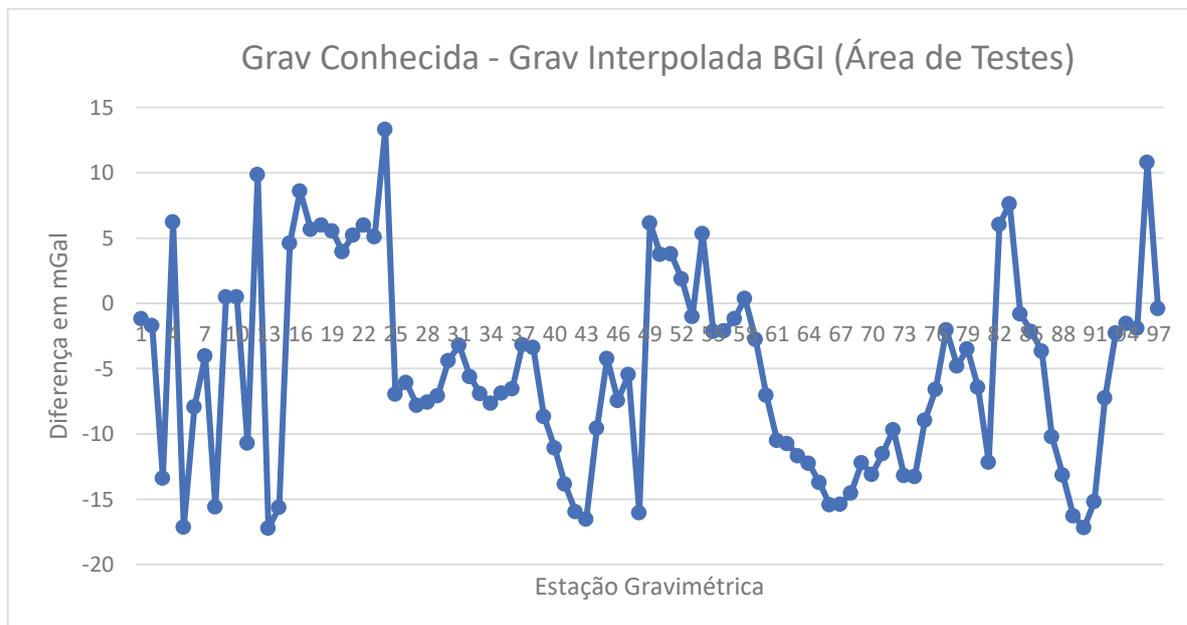
FONTE: O autor (2019).

FIGURA 63- INTERPOLAÇÃO DE DADOS GRAVIMÉTRICOS DO BGI UTILIZANDO O GEOGRID NA ÁREA DE TESTES



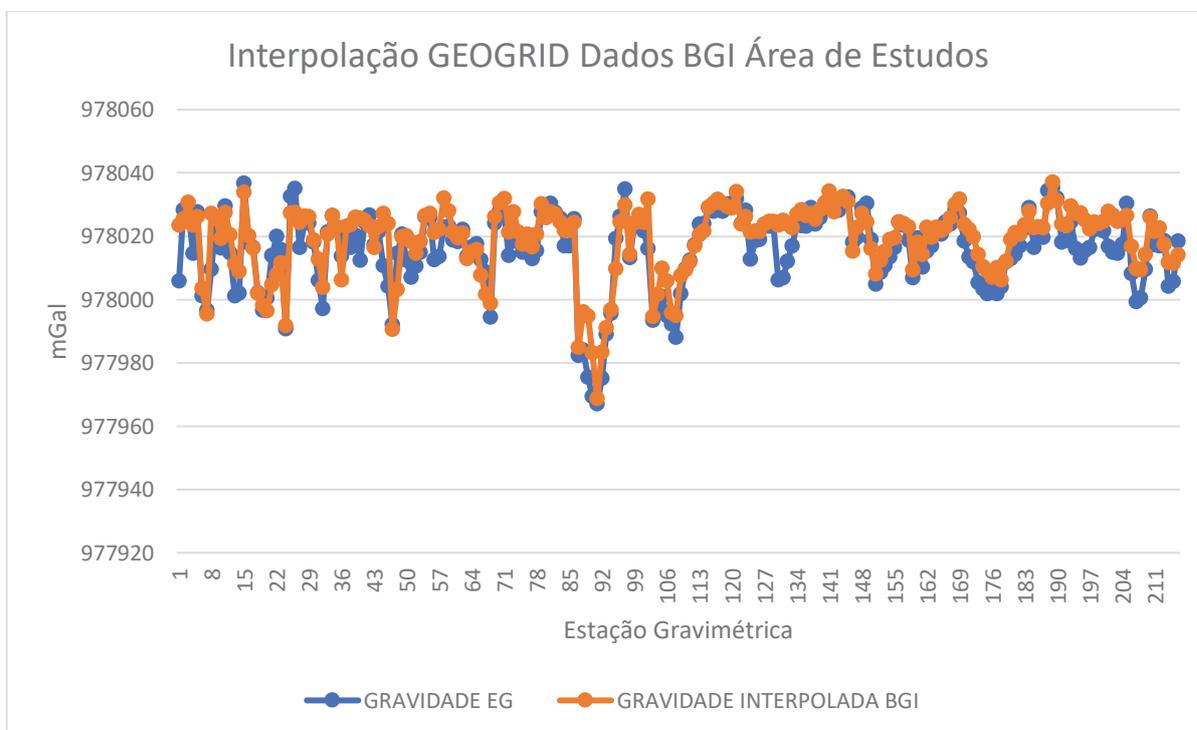
FONTE: O autor (2019).

FIGURA 64- GRAVIDADE PONTO DE CONTROLE – GRAVIDADE INTERPOLADA A PARTIR DE DADOS DO BGI UTILIZANDO O GEOGRID NA ÁREA DE TESTES



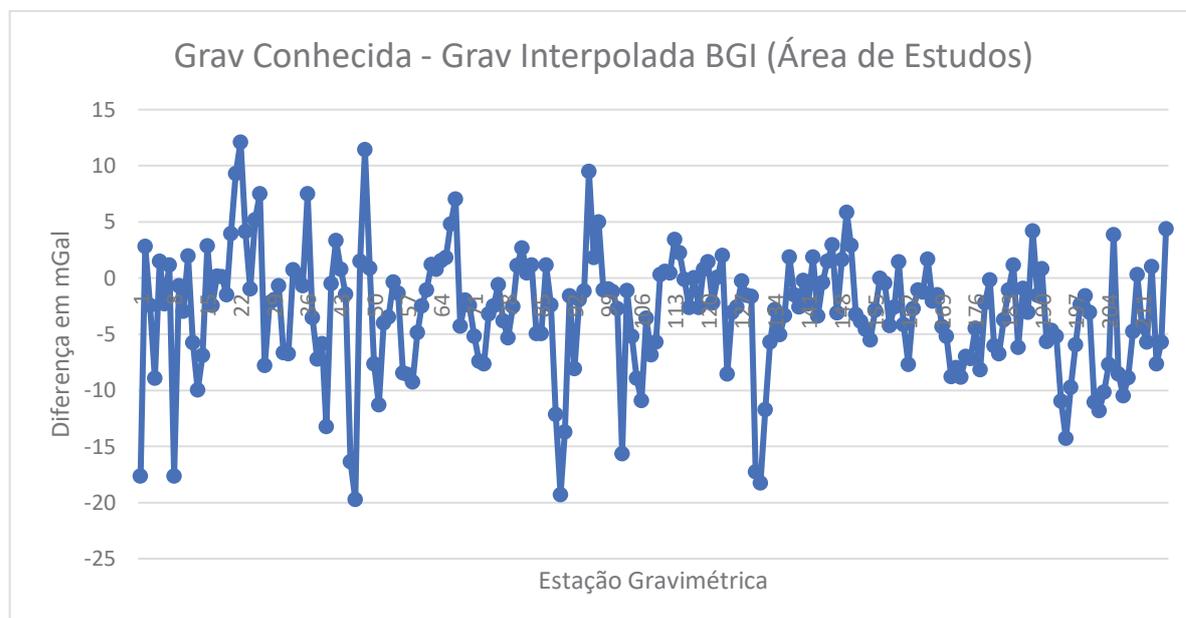
FONTE: O autor (2019).

FIGURA 65- INTERPOLAÇÃO DE DADOS GRAVIMÉTRICOS DO BGI UTILIZANDO O GEOGRID NA ÁREA DE ESTUDOS



FONTE: O autor (2019).

FIGURA 66- GRAVIDADE PONTO DE CONTROLE – GRAVIDADE INTERPOLADA DADOS BGI UTILIZANDO O GEOGRID NA ÁREA DE ESTUDOS



FONTE: O autor (2019).

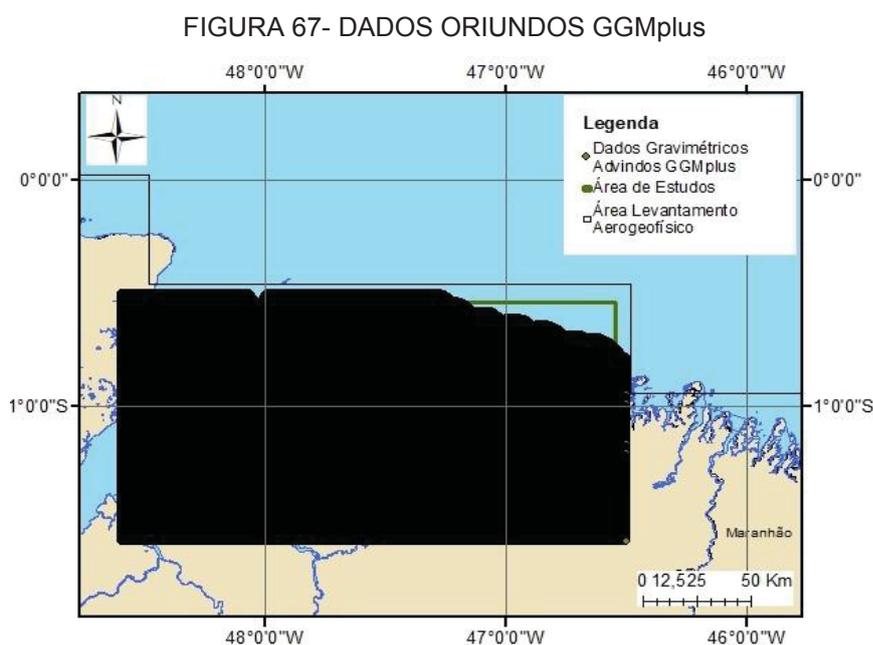
Da interpolação realizada a partir dos dados de gravimetria terrestre disponibilizados pelo BGI, verifica-se que os resultados apresentaram desempenho inferior aos obtidos pela interpolação dos dados oriundos do ANP/GRAV/AM. Na Área de Testes, conforme verificado na Tabela 13 e nas Figuras 63 e 64 o RMS entre os valores de gravidade conhecidos para as Estações Gravimétricas obtido foi de 9,1524 mGal, muito superior ao valor de 3,0662 mGal obtido para os valores interpolados a partir dos dados aerogravimétricos reduzidos para a SF. Ressalta-se o valor de - 0,18 encontrado para o  $r_{pearson}$ , indicando uma correlação linear negativa e de intensidade fraca.

Para a Área de Estudos, conforme verificado na Tabela 13 e nas Figuras 65 e 66, o RMS, obtido para quantificar o afastamento entre os valores de gravidade conhecidos e interpolados para as Estações Gravimétricas, foi de 6,1888 mGal, melhor (menor afastamento) do que o valor encontrado para a Área de Testes, porém maior que o valor de 3,8323 mGal obtido para os valores interpolados a partir dos dados aerogravimétricos reduzidos para a SF em 4.3.2. Ressalta-se, em contrapartida, que diferentemente do experimento conduzido na Área de Testes, o valor de 0,8976 encontrado para o  $r_{pearson}$ , indicou uma correlação linear positiva e forte, apresentando maior compatibilidade com os resultados alcançados através da interpolação dos dados do ANP/GRAV/AM.

#### 4.4.2 Interpolação de Dados Gravimétricos Oriundos do GGMplus

Para aquisição dos dados gravimétricos para o experimento em questão, obteve-se os valores de gravidade sobre a SF através do MGG GGMplus descrito em 3.3.5.4. Este MGG disponibiliza valores de gravidade terrestre, entretanto os valores sobre porções de água são estabelecidos como *Not a Number* (NaN – com tradução literal: Não é um Número). Os valores são disponibilizados em arquivos particionados de tamanho 5° X 5° com valores gridados de resolução de 7,2 segundo de arco. Caso deseje-se obter valores com maior ou menor resolução, cabe ao usuário, alterando o código fonte do algoritmo disponibilizado, optar por uma função interpoladora.

De forma a evitar a obtenção de valores gravimétricos interpolados pelo MGG, optou-se pela aquisição dos dados gravimétricos na resolução padrão para a Área de Estudos. Tal opção resultou na seleção de 551.339 pontos com valor de gravidade conhecida e dispostos em uma distribuição de alta densidade espacial, conforme observado na Figura 67. Ressalta-se que tal distribuição dos dados gravimétricos possui, inclusive, uma maior densidade espacial do que os dados disponibilizados pelo ANP/GRAV/AM, onde foram selecionados 703.358 pontos considerando uma área abrangendo um *buffer* de 40 km ao redor da Área de Estudos. Este fator inviabiliza uma generalização cartográfica de forma a prover uma melhor visualização da Figura 67.



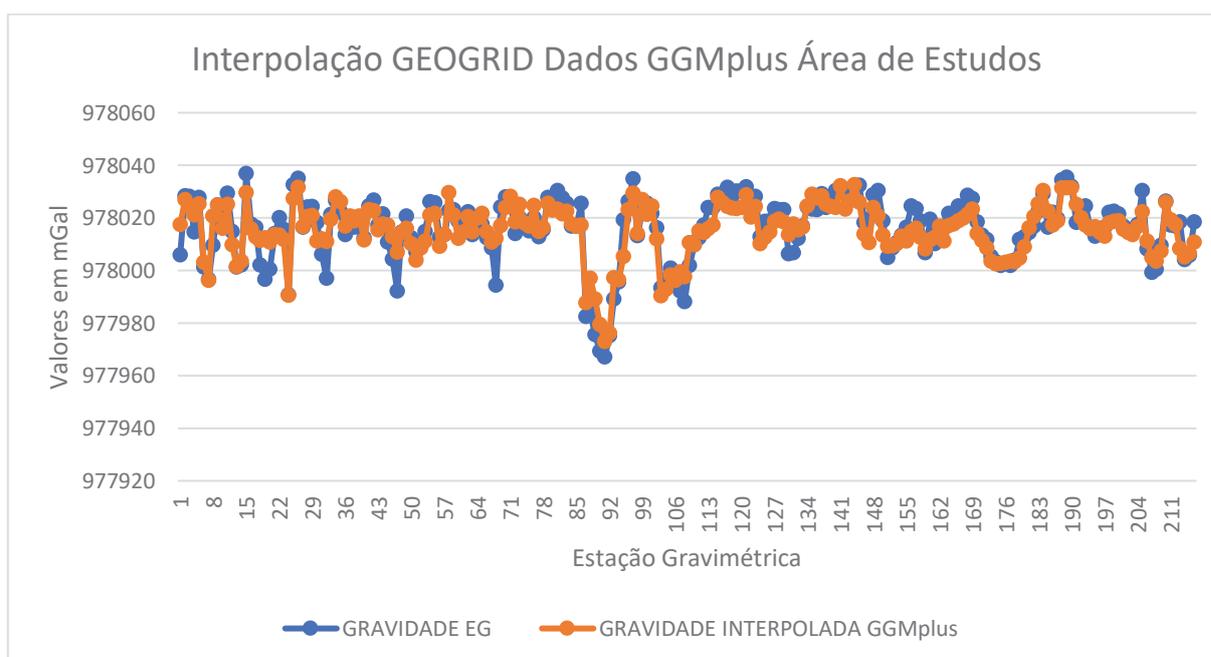
Os dados gravimétricos oriundos do GGMplus, conforme exposto na Metodologia possuem um SMP *Zero Tide*, sendo convertidos para o *Mean Tide* através da Equação (3.7). Em um segundo momento, a exemplo dos dados provenientes do BGI, tiveram a sua altitude física obtida do MDA SRTM1, também compatibilizada para o *Mean Tide*. Após o cálculo das anomalias de Bouguer, interpolou-se, através do GEOGRID anomalias de Bouguer para os 216 pontos de controle, onde os valores de gravidade ( $g_{interpolada\_GGMplus}$ ) foram recuperados a partir das anomalias interpoladas. Da comparação com os valores de gravidade dos Pontos de Controle ( $g_{conhecida}$ ), resultaram os valores visualizados na Tabela 14 e Figuras 68 e 69.

TABELA 14- RESULTADO DAS INTERPOLAÇÕES DOS DADOS DO GGMplus PARA A ÁREA DE ESTUDOS

FUNCIONAL COMPARADA	ÁREA DE ESTUDOS PARÁ	
	RMS	PEARSON
$g_{conhecida} \times g_{interpolada\_GGMplus}$	5,2479 mGal	0,9096

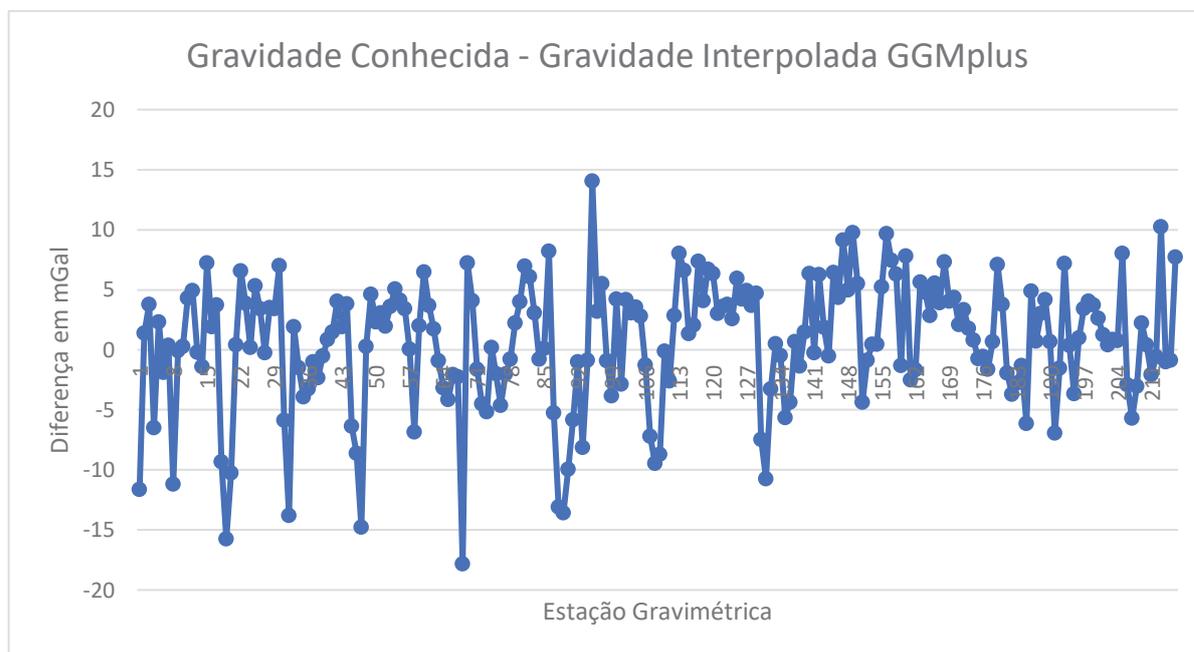
FONTE: O autor (2019).

FIGURA 68- INTERPOLAÇÃO DE DADOS GRAVIMÉTRICOS DO GGMPLUS UTILIZANDO O GEOGRID NA ÁREA DE ESTUDOS



FONTE: O autor (2019).

FIGURA 69- GRAVIDADE PONTO DE CONTROLE – GRAVIDADE INTERPOLADA DADOS GGMplus UTILIZANDO O GEOGRID NA ÁREA DE ESTUDOS



FONTE: O autor (2019).

Observa-se na Tabela 14, bem como nas Figuras 68 e 69, que a interpolação realizada a partir dos dados de gravimetria terrestre disponibilizados pelo GGMplus, obteve um desempenho superior à executada a partir dos Dados do BGI com um RMS de 5,2479 mGal em comparação ao de 6,1888 mGal obtido em 4.4.1. O valor de  $r_{Pearson}$  apresentou uma melhora sutil com 0,9096 frente ao de 0,8976 encontrado para comparação realizada entre os Pontos de Controle e os Dados Interpolados a partir dos valores de gravidade disponibilizados pelo BGI.

Entretanto, convém novamente ressaltar que em comparação com os valores obtidos para as interpolações realizadas a partir dos dados do ANP/GRAV/AM os resultados alcançados por este experimento apresentaram-se inferiores, haja vista o RMS alcançado de 3,8323 mGal e o  $r_{Pearson}$  de 0,9592 para o procedimento realizado a partir dos dados aerogravimétricos reduzidos para a SF.

#### 4.5 INTERPOLAÇÃO DE DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE CALCULADOS PARA GRADES GERADAS POR MGGs

Visando cumprir o objetivo específico proposto neste trabalho de verificar a possibilidade de, a partir dos dados do ANP/GRAV/AM, gerar uma Base de Dados

que atenda aos requisitos necessários para tornar possível a solução do PVCG na sua forma fixada, realizou-se, conforme abordado na Metodologia em 3.3.5.5, a avaliação de grades de distúrbios da gravidade interpoladas pelo GEOGRID para a área de estudos, através da comparação com grades oriundas de MGGs.

Para esta avaliação foram calculados, a partir dos dados aerogravimétricos reduzidos, com o auxílio do SRTM1 e do EGM96, os valores de distúrbios da gravidade sobre a SF para os 703.356 pontos no interior do *buffer* de 40km ao redor da Área de Estudos. Posteriormente, foram calculados, junto ao ICGEM, os distúrbios da gravidade no SMP *Mean Tide* e referenciados ao GRS80, para uma grade de 1 minuto de arco de resolução no interior da Área de Estudos. Devido a adoção desta resolução para o grid, foram calculados pelos MGGs EGM2008, EIGEN 6C4 e XGM 2016 o valor de distúrbios da gravidade ( $\delta g_{SF\ MGG}$ ) para 7.381 Pontos.

Em seguida, os distúrbios da gravidade calculados sobre a SF foram interpolados para uma grade de mesmas coordenadas que a grade gerada pelos MGGs. Da comparação entre os valores dos distúrbios gridados interpolados pelo GEOGRID ( $\delta g_{SF\ INT}$ ) e os  $\delta g_{SF\ MGG}$ , obteve-se os resultados explicitados na Tabela 15.

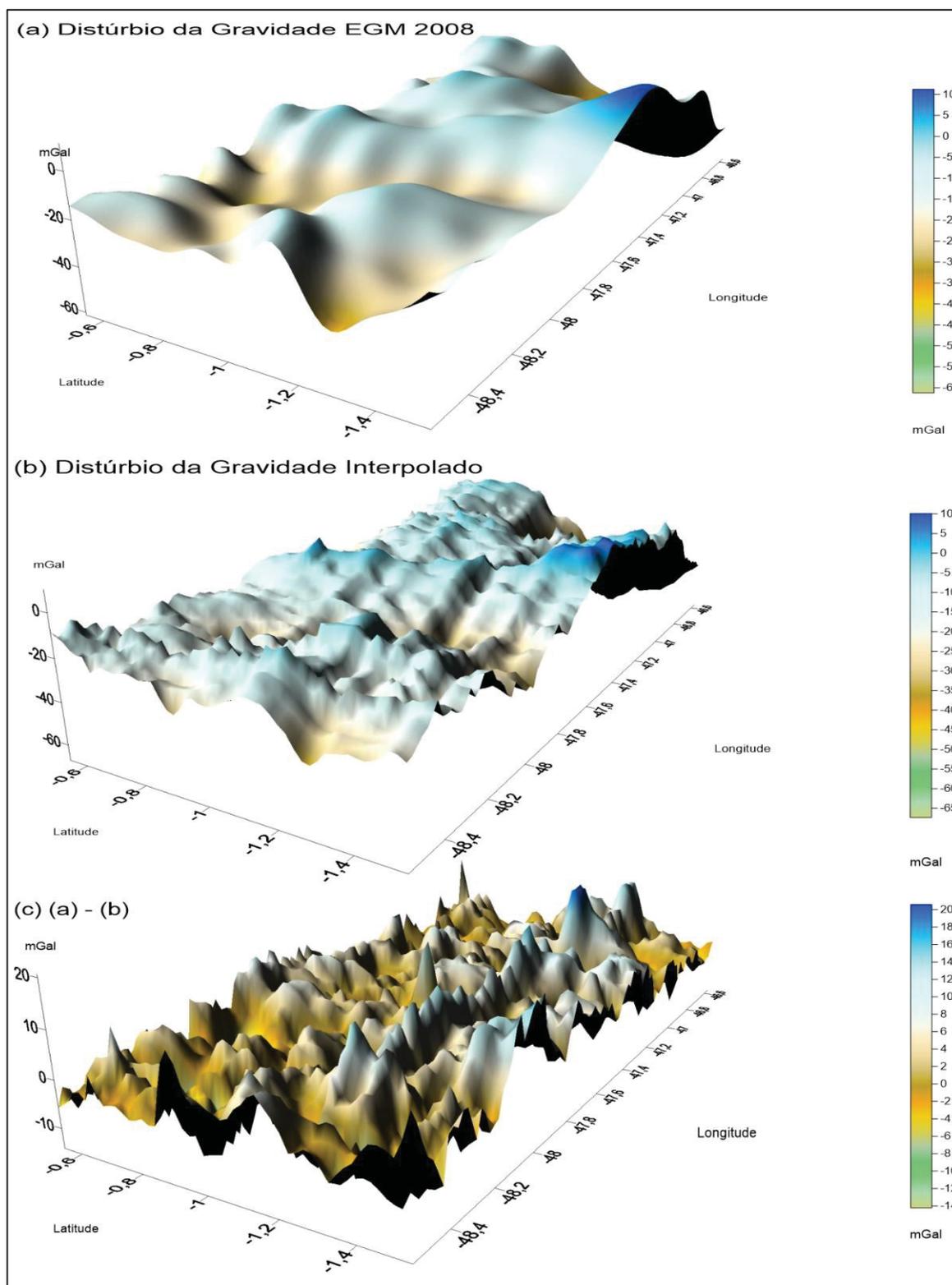
TABELA 15- DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE INTERPOLADOS X DISTÚRBIOS ADVINDOS MGGs

FUNCIONAL COMPARADA	MGG	ÁREA DE ESTUDOS - PARÁ	
		RMS	PEARSON
$\delta g_{SF\ INT} \times \delta g_{SF\ MGG}$	EGM 2008	5,0453 mGal	0,9128
	EIGEN 6C4	5,6799 mGal	0,8892
	XGM 2016	5,1795 mGal	0,9040

FONTE: O autor (2019).

Ressalta-se que os valores do RMS e  $r_{pearson}$  descritos na Tabela 15 apresentaram-se melhores do que os dispostos na Tabela 12, por ocasião da comparação entre os 1.308.715 distúrbios calculados neste trabalho e os advindos de MGGs. Os valores de RMS calculados, próximos a 5 mGal, e a forte correlação linear entre as funcionais em questão, representada por um  $r_{pearson}$  da ordem de 0,9 e observada nas superfícies constantes da Figura 70, permitem inferir a viabilidade da Metodologia adotada para execução do experimento.

FIGURA 70 - DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE EGM 2008 X DISTÚRBO DA GRAVIDADE INTERPOLADO PARA GRADE NA ÁREA DE ESTUDOS



FONTE: O autor (2019).

LEGENDA: a) Distúrbio da Gravidade EGM 2008 Gridado.

b) Distúrbio da Gravidade Interpolado Gridado.

c) (a) - (b).

Para a comparação com o GGMplus, optou-se por gerar a grade com a resolução padrão do MGG de 7,2 segundo de arco. Com a desconsideração dos valores NaN, a exemplo do procedimento adotado para os valores de gravidade na superfície, foram selecionados 551.340 pontos gridados, com valores de distúrbios da gravidade sobre a SF ( $\delta g_{SF\ GGMplus}$ ) no SMP *Zero Tide*, dentro da Área de Estudos.

Entretanto, para a realização desta interpolação, optou-se por converter os dados gravimétricos reduzidos, advindos do ANP/GRAV/AM, bem como as altitudes do SRTM1 e do EGM96, para o mesmo SMP do GGMplus. Desta forma foram calculados os valores de 703.356 distúrbios da gravidade em *Zero Tide*. Consecutivamente, através do GEOGRID, foi realizada a interpolação dos distúrbios calculados para os pontos componentes da grade gerada pelo GGMplus, obtendo-se os resultados descritos na Tabela 16.

TABELA 16- DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE INTERPOLADOS X DISTÚRBIOS ADVINDOS GGMplus

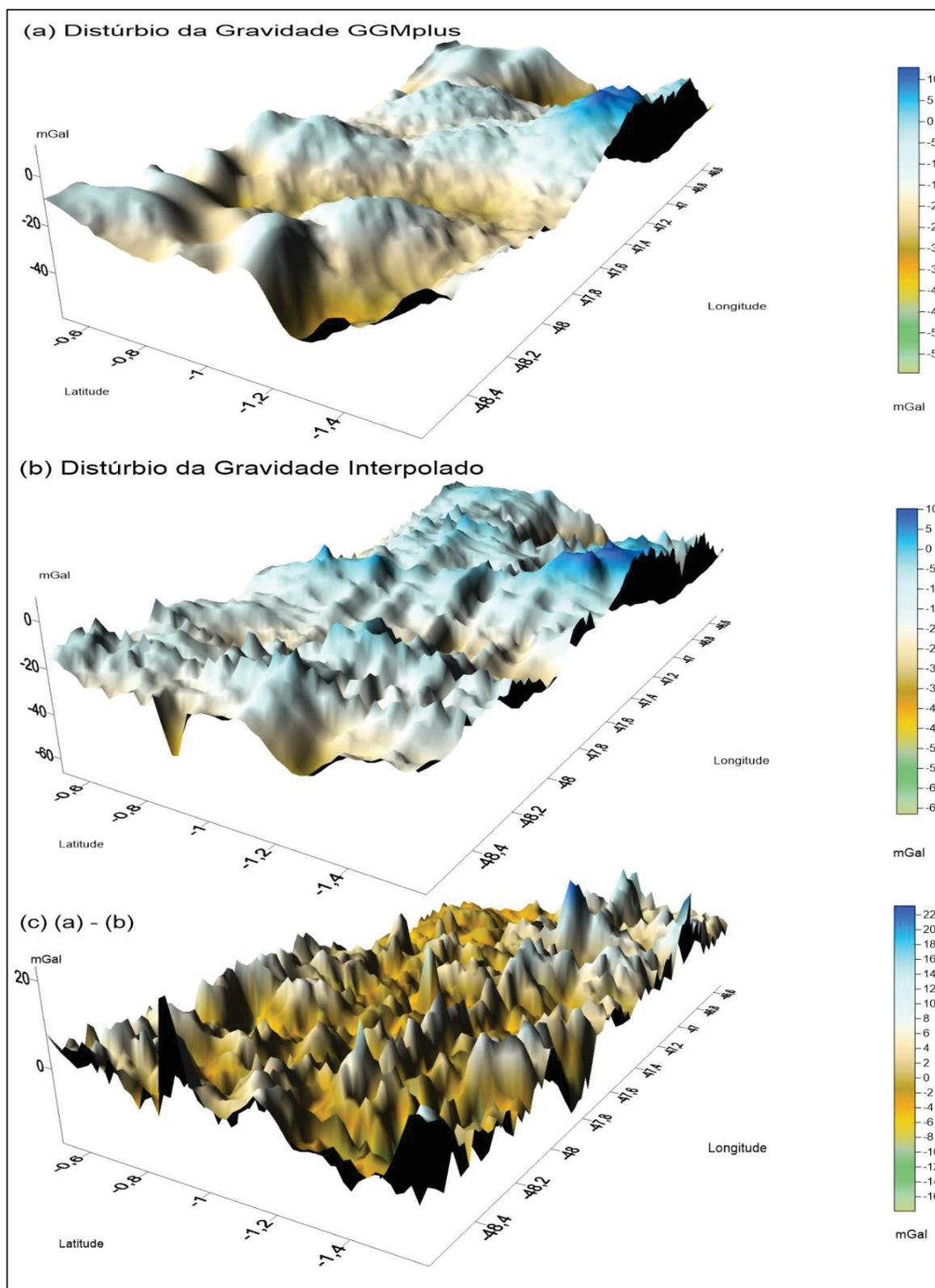
FUNCIONAL COMPARADA	MGG	ÁREA DE ESTUDOS PARÁ	
		RMS	PEARSON
$\delta g_{SF\ INT} \times \delta g_{SF\ GGMplus}$	GGMplus	5,2120 mGal	0,90495

FONTE: O autor (2019).

Verifica-se que a despeito da diferença de resolução dos grids interpolados (1 minuto de arco para os grids gerados pelo ICGEM e 7,2 segundo de arco para o GGMplus), o valor do RMS entre os grids interpolados pelo GEOGRID e os disponibilizados pelos quatro MGGs comparados apresentaram-se com diferenças inferiores a 0,7 mGal, sendo que a diferença entre o RMS obtido para a grade de 1' de resolução gerado pelo XGM2016 e o RMS obtido para a grade mais densa do GGMplus, apresentou-se na ordem de 0,04 mGal.

Estes resultados, obtidos pela comparação entre grids interpolados a partir dos dados aerogravimétricos e os gerados por MGG(s) de diferentes graus, possuidores de fontes de dados diversas e calculados em SMP distintos, permitem inferir a validade da Metodologia aplicada ao longo da pesquisa e reforçam a possibilidade do uso geodésico dos valores de gravidade do ANP/GRAV/AM. O resultado obtido pela comparação entre o grid interpolado e o gerado pelo GGMplus pode ser visualizado na Figura 71.

FIGURA 71- DISTÚRBIOS DA GRAVIDADE GGMplus X DISTÚRBO DA GRAVIDADE INTERPOLADO PARA GRADE NA ÁREA DE ESTUDOS



FONTE: O autor (2019).

LEGENDA: a) Distúrbio da Gravidade GGMplus Gridado.

b) Distúrbio da Gravidade Interpolado Gridado.

c) (a) - (b).

Ressalta-se que das comparações realizadas, refletidas nas superfícies geradas nas Figuras 70 e 71, à exemplo dos experimentos conduzidos em 4.2, onde não foram realizadas interpolações com os dados advindos do ANP/GRAV/AM é possível observar a existência de uma forte correlação linear entre os valores obtidos no trabalho e os gerados pelos MGGs.

#### 4.6 INTERPOLAÇÃO DE ANOMALIAS DE MOLODENSKY CALCULADAS PARA GRADES GERADAS POR MGGs

De forma semelhante a execução do experimento em 4.5, objetivando verificar a possibilidade de gerar uma base de dados que atenda aos requisitos necessários para tornar possível a solução do PVCG, porém na sua forma escalar livre, realizou-se, conforme abordado em 3.3.5.6, a avaliação de grades de anomalias de Molodensky interpoladas pelo GEOGRID, através da comparação com grades oriundas de MGGs.

Conforme discutido na Metodologia deste trabalho, a partir dos das altitudes advindas do SRTM compatibilizadas para *Mean Tide*, utilizando a função implementada por Nicacio et al. (2018), foi possível obter o valor das altitudes normais ( $H^N$ ) para os 703.356 pontos reduzidos a SF. De posse dos valores de  $H^N$  realizou-se o cálculo da gravidade sobre o Teluroide ( $\gamma_T$ ). Após o cálculo da correção para o termo de Honkasalo e da correção atmosférica obteve-se, através de (3.30) o valor das 703.356 anomalias de Molodensky no SMP *Mean Tide*.

Estas anomalias foram então interpoladas pelo GEOGRID, para uma grade de 1 minuto de arco de resolução no interior da Área de Estudos resultando em 7.381 funcionais interpoladas ( $\Delta g_{MKY INT}$ ). Posteriormente os valores obtidos foram comparados com as grades de anomalias de Molodensky geradas pelos MGGs EGM2008, EIGEN 6C4 e XGM 2016 ( $\Delta g_{MKY MGG}$ ).

Da comparação entre os valores gridados destas anomalias, obteve-se os resultados explicitados na Tabela 17.

TABELA 17- ANOMALIAS DE MOLODENSKY INTERPOLADAS X ANOMALIAS ADVINDAS MGGs

FUNCIONAL COMPARADA	MGG	ERRO GLOBAL	ÁREA DE ESTUDOS PARÁ	
			RMS	PEARSON
$\Delta g_{MKY INT} X \Delta g_{MKY MGG}$	EGM 2008	0,073 mGal	4,9688 mGal	0,9126
	EIGEN 6C4	0,072 mGal	6,0184 mGal	0,8898
	XGM 2016	0,076 mGal	5,4847 mGal	0,9039

FONTES: O autor (2019).

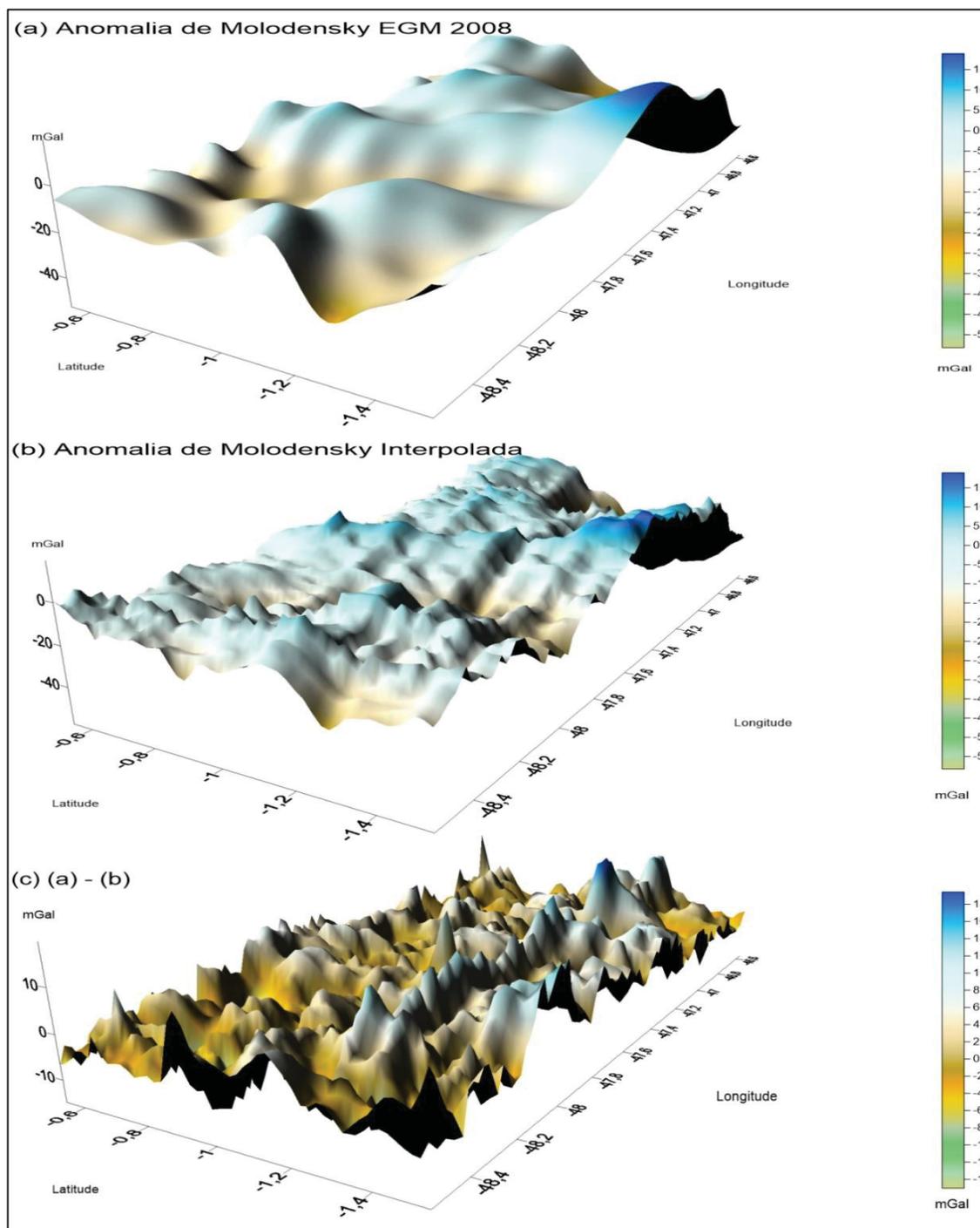
Observa-se na Tabela 17 que os valores dos RMS calculados apresentaram-se próximos a 5 mGal. Já os valores calculados para os  $r_{pearson}$  ficaram próximos a 0,90 indicando alta correlação linear entre os dados interpolados e os advindos de MGG(s). Verifica-se também que os resultados descritos na Tabela 17 apresentaram-se próximos aos descritos na Tabela 15 para a funcional distúrbio da gravidade. A maior diferença de RMS quando confrontados os resultados apresentados em ambas as tabelas foi observado para o MGG EIGEN 6C4, sendo da ordem de 0,4 mGal. Ressalta-se, ainda, que os MGGs adotados neste trabalho apresentam um erro de comissão de aproximadamente 0,07 mGal. Este erro foi calculado a partir do valor do RMS para soluções GPS/nivelamento e anomalias de altitude derivadas dos MGGs globalmente apresentados por Barthelmes e Köhler (2016).

Na Figura 72 foram geradas as superfícies das anomalias de Molodensky advindas do EGM2008, as anomalias interpoladas, bem como a diferença entre as mesmas. Observa-se que as superfícies geradas se apresentam altamente correlacionadas e com comportamento topológico semelhante. Esta correlação pode ser melhor observada na Figura 73, onde as superfícies geradas podem ser visualizadas por um corte longitudinal. Ressalta-se ainda que as superfícies geradas para os valores das anomalias de Molodensky apresentam-se também altamente correlacionadas com as superfícies geradas para os distúrbios da gravidade sobre a superfície física na Figura 70.

Desta forma, a partir dos resultados observados na Tabela 17, obtidos pela comparação entre os valores das  $\Delta g_{MKY INT}$  e  $\Delta g_{MKY MGG}$ , bem como pela visualização das superfícies geradas, representadas na Figura 72, pode-se inferir a validade da

aplicação da Metodologia, adotada neste trabalho, para o cálculo das anomalias de Molodensky, a partir dos dados do ANP/GRAV/AM, e sua posterior interpolação para grades no interior da Área de Estudos.

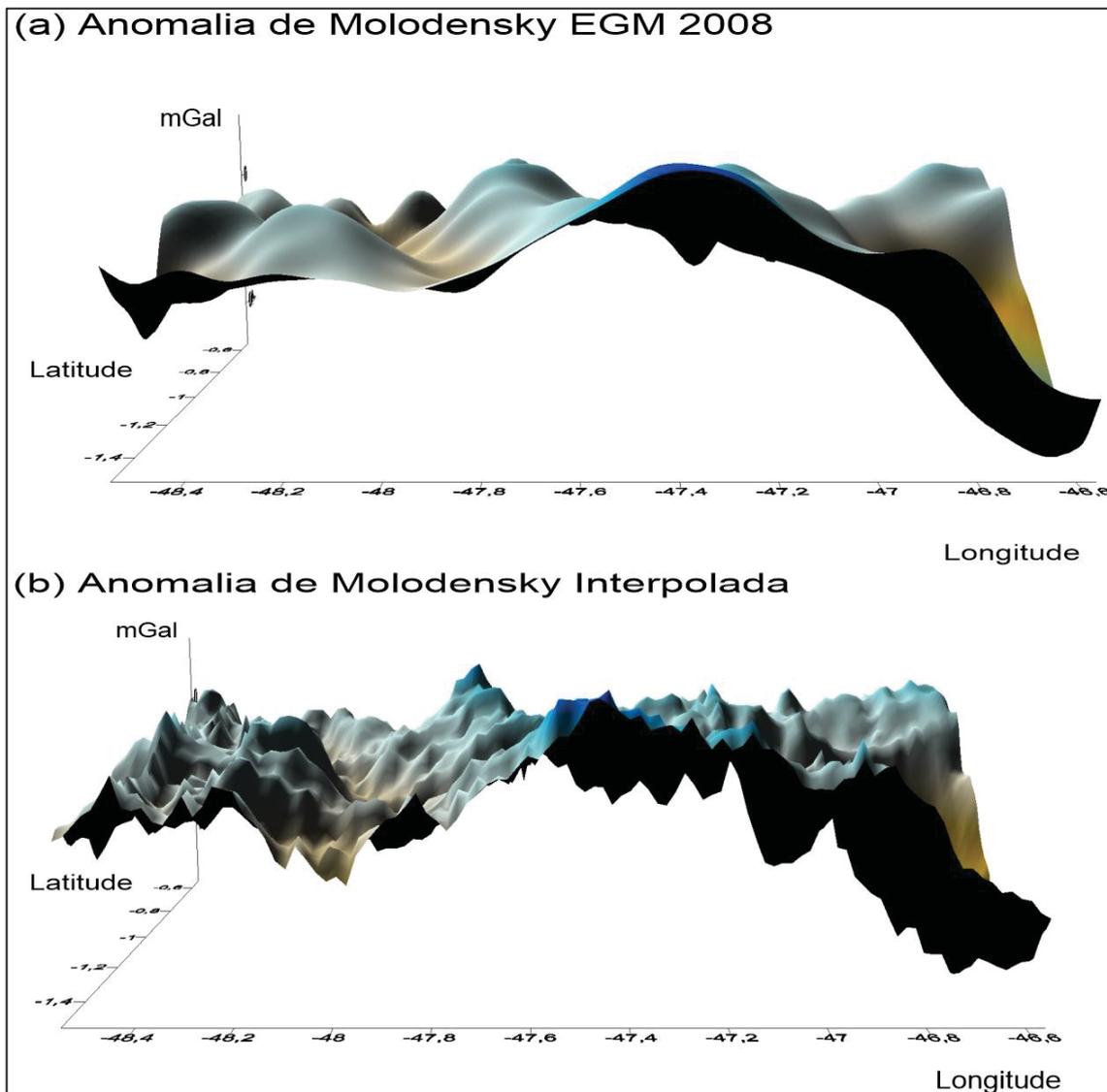
FIGURA 72- ANOMALIAS DE MOLODENSKY EGM 2008 X ANOMALIAS DE MOLODENSKY INTERPOLADAS PARA GRADE NA ÁREA DE ESTUDOS



FONTE: O autor (2019).

LEGENDA: a) Anomalia de Molodensky EGM 2008 Gridada.  
 b) Anomalia de Molodensky Interpolada Gridada.  
 c) (a) - (b).

FIGURA 73- VISTA LONGITUDINAL ANOMALIAS DE MOLODENSKY EGM 2008 X ANOMALIAS DE MOLODENSKY INTERPOLADAS PARA GRADE NA ÁREA DE ESTUDOS



FONTE: O autor (2019).

LEGENDA: a) Anomalia de Molodensky EGM 2008 Gridada.

b) Anomalia de Molodensky Interpolada Gridada.

## 5 CONCLUSÕES

O objetivo geral da pesquisa foi verificar a potencialidade do uso da Base de Dados Gerada no Levantamento Aerogravimétrico nos estados do Pará e Amapá com base em Região de Estudos composta de Área de Testes no AP e Área de Estudos no PA, modelos globais do geopotencial (MGGs) e de altitudes (MDAs). Para o cumprimento deste objetivo, bem como a fim de prover uma estruturação lógica ao presente trabalho, foram traçados 5 objetivos específicos.

O primeiro objetivo específico visava estabelecer uma Região de Estudos relevante para o objetivo geral da Pesquisa. Este objetivo foi cumprido estabelecendo-se uma Região composta por duas áreas distintas, possuidoras de uma quantidade relevante de pontos de controle pertencentes a Rede Gravimétrica. Ressalta-se que a Área de Testes e de Estudos, contemplam os 2 segmentos da RVRB, referenciados, respectivamente ao DVB-S e ao BVB-I.

Para o cumprimento do segundo objetivo específico, foi verificada a estrutura da base dados do ANP/GRAV/AM e a potencialidade, para uso geodésico, dos valores de gravidade normal e das anomalias de ar livre e de Bouguer calculados pelo Projeto, após a execução do Levantamento Aerogeofísico, bem como dos valores de gravidade medida ao longo das faixas de voo.

Para execução desta verificação buscou-se, em um primeiro momento, validar a aplicação da redução de Ar Livre dos dados aerogravimétricos na Região de Estudos, conforme executado pelo ANP/GRAV/AM para geração dos seus produtos. Assim, foi executado um experimento metodológico com dados simulados, provenientes do EGM 2008, sendo comparado o desempenho alcançado por esta redução em comparação com a realizada com o método *Downward Continuation*, baseado num processo iterativo de inversão da Integral de Poisson.

Dos resultados obtidos, verificou-se que com a implementação do algoritmo desenvolvido por Liu et al. (2017), obteve-se um ganho de acurácia de 0,6 mGal. Este baixo ganho de acurácia para a Região de Estudos, aliado ao elevado custo computacional do método iterativo, impossibilitando a redução de uma quantidade de pontos elevada como os provenientes do ANP/GRAV/AM, sem o emprego de um *cluster* dedicado e reformulação do software utilizado para aumento de sua capacidade de processamento, amparou a decisão tomada neste projeto de executar a redução dos dados gravimétricos pelo redução de Ar Livre.

Após a execução da redução dos valores da gravidade medida em voo para a superfície física, foi realizado o cálculo das funcionais gravimétricas, com o auxílio do SRTM e do EGM96, de forma rigorosa e aplicando as devidas compatibilizações. Do cálculo realizado, permitiu-se inferir a impossibilidade do uso da gravidade normal e das funcionais anomalias da gravidade (ar livre e Bouguer), geradas pelo levantamento ANP/GRAV/AM, para o emprego com finalidade geodésica.

Foi possível determinar que as discrepâncias encontradas entre as funcionais calculadas pelo presente trabalho e as disponibilizadas pelo projeto, deveram-se a equívocos conceituais por parte dos executantes do levantamento aerogravimétrico. Existiram falhas nos procedimentos de redução, referenciais empregados, sistemas de marés permanentes e no cálculo da gravidade normal adotados para o cálculo destas funcionais, constantes da base de dados entregue à ANP.

Desta forma, cumprindo o segundo objetivo específico proposto para o trabalho, verificou-se que a estrutura da base de dados disponibilizada, não é adequada para utilização com fins geodésicos.

Convém ressaltar, que essa falha não impede, a priori, o cumprimento dos objetivos propostos pelo projeto, porém inviabiliza a utilização das funcionais disponibilizadas para a realização de aplicações em Geodesia já que apresentam desvios sistemáticos.

A partir do valor da gravidade observada ao longo das linhas de voo em pontos de coordenadas geodésicas referenciadas ao WGS 84, foi possível, após as devidas compatibilizações, realizar a execução do cálculo de distúrbios da gravidade e anomalias de Bouguer para a Região de Estudos os quais têm aderência com outras bases de dados provenientes de modelos globais como o EGM 2008, EIGEN6C4 e XGM2016.

Para a avaliação dos valores de gravidade observada na altura de voo, após a redução dos valores da gravidade para superfície física, realizou-se a interpolação dos valores da gravidade para 97 Pontos de Controle na Área de Testes no Amapá e para 216 Pontos de Controle na Área de Estudos no Pará, cumprindo o objetivo específico de número 3 proposto nesta pesquisa.

Do procedimento adotado e dos resultados alcançados para essas interpolações, verificou-se que o software GEOGRID apresentou melhor desempenho na execução dos experimentos em relação ao PREDGRAV. Ressalta-se que por ocasião da nova realização da RVRB, ocorrida em 2018, o uso do PREDGRAV foi

também inviabilizado devido ao tempo excessivamente longo para o cálculo pontual de funcionais a serem preditas (IBGE, 2018, p.16). Devido a esses aspectos, optou-se, no prosseguimento da pesquisa, utilizar apenas o GEOGRID para execução dos demais experimentos.

O valor do RMS obtido entre os valores de gravidade interpolada e conhecida sobre os pontos de controle, na ordem de 3mGal, bem como os valores de RMS e do coeficiente de correlação de Pearson calculados para as grades interpoladas em comparação as advindas dos MGGs (experimentos conduzidos nos itens 4.5 e 4.6), permitem inferir que, com a aplicação das compatibilizações necessárias, é viável a aplicação geodésica dos valores de gravidade observada em voo, disponibilizados pelo ANP/GRAV/AM na Região de Estudos. Esta viabilidade é demonstrada na Equação (4.7) no Item 4.3.2 do presente trabalho.

Esta viabilidade justifica-se pelo fato de as interpolações realizadas, a partir de outras Fontes de Dados, como os valores de gravidade disponibilizados pelo BGI e pelo GGMplus, terem apresentado resultados bem inferiores para a Área de Testes e de Estudos, respectivamente.

Convém observar que esta comparação, entre as interpolações executadas a partir de Bases de Dados Densas, como as provenientes do levantamento aerogravimétrico, e bases de dados esparsas, como as do BGI, de forma a auxiliar a qualificação dos dados advindos do ANP/GRAV/AM cumpriu o objetivo específico 4 traçado para esta pesquisa

O quinto e último objetivo específico proposto, de produzir grades de distúrbios da gravidade e anomalias de Molodensky para a área de estudo e realizar sua avaliação com base nas oriundas de MGGs foi cumprido com a execução dos experimentos conduzidos em 4.5 e 4.6, onde verificou-se a compatibilidade dos valores dos grids interpolados, quando comparados com as grades dos MGGs disponibilizados pelo ICGEM.

Por fim, destaca-se que a aplicação da Metodologia proposta possibilitou o cumprimento dos objetivos geral e específicos propostos no início da condução desta Pesquisa, através de uma análise quantitativa e qualitativa realizada a partir dos resultados obtidos no decorrer do trabalho.

## 6 RECOMENDAÇÕES FUTURAS

A partir dos resultados alcançados nos experimentos conduzidos nesta Dissertação, vislumbra-se a execução das seguintes atividades como trabalhos futuros:

- 1) Realização de estudos sobre Técnicas de *Downward Continuation*, baseadas na Inversão da Integral de Poisson, de forma a obter melhores resultados na redução de Dados Aerogravimétricos, não gridados, para a Superfície Física;
- 2) Realização de estudos para executar uma filtragem dos dados reduzidos para a SF, buscando obter melhores resultados na execução de interpolações para estações gravimétricas;
- 3) Estudar o emprego de outros softwares interpoladores, ou buscar a implementação do método da Colocação por Mínimos Quadrados, testando Funções de Covariância Empírica distintas para realizar a predição de valores da gravidade para pontos de controle, a partir de dados aerogravimétricos devidamente reduzidos;
- 4) Verificar a potencialidade, para uso geodésico, dos valores de gravidade observada, ao longo das faixas de voo, no entorno da área de conexão dos Data Verticais Brasileiros, permitindo a utilização dos dados do ANP/GRAV/AM na conexão e determinação do desnível entre os *Data* no espaço do geopotencial.

## REFERÊNCIAS

AGÊNCIA NACIONAL DO PETRÓLEO, GÁS NATURAL E BIOCOMBUSTÍVEIS (ANP). **Levantamento Aerogeofísico para a Identificação de Áreas com Ocorrência Potencial de Petróleo e Gás nas Bacias do Amazonas, Marajó e Adjacências**. São Paulo: ANP, 2008.

BARTHELMES, F. **Definition of Functionals of the Geopotential and Their Calculation from Spherical Harmonic Models. Scientific Technical Report STR09/02**. Helmholtz-Zentrum Potsdam, GFZ German Research Centre for Geosciences, 2013.

BARTHELMES, F.; KÖHLER, W. International Centre for Global Earth Models (ICGEM). In: DREWES H.; KUGLITSCH, F.; ADAM, J. (Ed.). **The Geodesists Handbook 2016**. [S.l.]: Journal of Geodesy, 2016. v. 90, cap. 10, p. 907–1205

BLÁHA, T.; HIRSCH, M.; KELLER, W.; SCHEINERT, M. Application of a spherical FFT approach in airborne gravimetry. **Journal of Geodesy**, v. 70, n. 11, p. 663–672, 1996.

BORRE, K. **Mathematical foundation of geodesy**: Selected papers of Torben Krarup, 2006.

BOWIE, W; AVERS, H. G. **Fourth General Adjustment of the Precise Level Net in the United States and the Resulting Standard Elevations**. Special Publication No. 18, Washington: U. S. Coast and Geodetic Survey, 328 p. 1914.

BROZENA, J. M. GPS and airborne gravimetry: Recent progress and future plans. **Bulletin Géodésique**, [s.l.], v. 65, n. 2, p. 116-121, 1991. DOI. 10.1007/bf00806366.

CARRIÓN, J. L. S. **Vínculo do Datum Vertical Equatoriano ao International Height Reference System**. 2017. 268 f. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) – Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal Do Paraná, Curitiba, 2017.

COHEN, J. **Statistical power analysis for the behavioral sciences**. 2<sup>nd</sup> ed. Hillsdale NJ: Erlbaum, 1988.

DANCEY, C.; REIDY, J. **Estatística Sem Matemática para Psicologia: Usando SPSS para Windows**. Porto Alegre, Artmed, 2006.

DE FREITAS, S.R.C; BLITZKOW, D. Altitudes e Geopotencial. IGeS Bulletin N.9 – **International Geoid Service**. Milão, p. 47-62, 1999.

DE FREITAS, S. R. C.; FERREIRA, V. G.; PALMEIRO, A. S.; et al. Modelagem do Potencial Anômalo no Datum Vertical Brasileiro Visando sua Nova Definição. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 13, n. 2, p. 395–419, 2007.

DE FREITAS, S. R. C. SIRGAS-WGIII activities for unifying height systems in Latin America. **Revista Cartográfica**, [s.l.] v. 91, p. 75–92, 2015.

DREWES, H. Experiences with least squares collocation as applied to interpolation of geodetic and geophysical quantities. XII SYMPOSIUM ON MATHEMATICAL GEOPHYSICS. Caracas. 1978.

DREWES, H. The changing objectives in geodetic research. **Zeitschrift für Geodäsie, Geo-Information und Landmanagement**, v. 131, n. 5, p. 1–7, 2006.

EKMAN, M. Impacts of Geodynamic Phenomena. **Bulletin Géodésique**, v. 63, n. 1, p. 281–296, 1989.

FIGUEIREDO FILHO, D. B.; SILVA JÚNIOR, J. A. Desvendando os mistérios do coeficiente de correlação de Pearson ( $r$ ). **Revista Política Hoje**, Recife, v. 18, n. 1, p. 115-146, 2009

FÖRSTE, C. et al. EIGEN-6C4 The latest combined global gravity field model including GOCE data up to degree and order 2190 of GFZ Potsdam and GRGS Toulouse. **GFZ Data Services**, 2014.

FORSBERG, R.; OLESEN, A. V.; KELLER, K.; MØLLER, M.; GIDSKEHAUG, A. et al. Airborne Gravity and Geoid Surveys in the Arctic and Baltic Seas. PROCEEDINGS OF INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON KINEMATIC SYSTEMS IN GEODESY, GEOMATICS AND NAVIGATION (KIS-2001). p.586–593, 2001.

FORSBERG, R. Downward continuation of airborne gravity data - an Arctic case study. Gravity and Geoid 2002. 3RD MEETING OF THE IGGC, p. 51–56, 2002.

FORSBERG, R.; TSCHERNING, C. C. **GRAVSOFT**: Geodetic Gravity Field Modelling Programs, August, 2008.

FORSBERG, R.; OLESEN, V. A.; ALSHAMSI, A.; GIDSKEHAUG, A.; SES, S.; KADIR, M.; PETER, B. Airborne Gravimetry Survey for the Marine Area of the United Arab Emirates. **Marine Geodesy**, [s.l.], v. 35, n. 3, p. 221–232, 2012. DOI. 10.1080/01490419.2012.672874.

GEMAEL, C.; MACHADO, A. M. L.; WANDRESEN, R. **Introdução ao ajustamento de observações**. Curitiba: Editora da Universidade Federal do Paraná, 2015.

GEMAEL, C. **Introdução à geodésia física**. Curitiba: Editora da Universidade Federal do Paraná, 1999.

HARLAN, R. B. Eotvos corrections for airborne gravimetry. **Journal of Geophysical Research**, v.73, Issue 14, p. 4675-4679, 1968.

HECK, B. Problems in the Definition of Vertical Reference Frames. In: V HOTINE-MARUSSI SYMPOSIUM ON MATHEMATICAL GEODESY. IAG Symposia, vol.127. Ed. Sansò F Springer, Berlin, p. 164-173, 2004.

HEIKKINEN, M. On the tide-generating forces. Publ. Finnish Geod. Inst., No. 85, 150 p. Suomen geodeettinen laitos, 1978.

HEISKANEN, W. A.; MORITZ, H. **Physical geodesy**. San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1967.

HINZE, W. J.; AIKEN, C.; BROZENA, J.; et al. New standards for reducing gravity data: The North American gravity database. **Geophysics**, v. 70, n. 4, p. J25–J32, 2005.

HIRT, C.; CLAESSENS, S.; FECHER, T.; KUHN, M.; PAIL, R.; REXER, M. New ultrahigh-resolution picture of Earth's gravity field. *Geophysical Research Letters*, [s.l.], v. 40, n. 16, p. 4279-4283, 2013. DOI. 10.1002/grl.50838.

HOFMANN-WELLENHOF, B; MORITZ, H. **Physical geodesy**. New York: Springer Wien, 2005.

IHDE, J.; BARZAGHI R.; MARTI U.; SÁNCHEZ, L.; SIDERIS, M.; DREWES, H.; FÖRSTE, C.; GRUBER, T.; LIEBSCH, G.; PAIL, R.; **Report of the ad hoc group on an International Height Reference System (IHRIS)**. In: Drewes H, Hornik H (eds) *Travaux de l'AIG 39, IAG Reports 2011–2015*.

IHDE, J.; SÁNCHEZ, L.; BARZAGHI, R.; DREWES, H.; FÖRSTE, C.; GRUBER, T.; SIDERIS, M. Definition and Proposed Realization of the International Height Reference System (IHRIS). **Surveys in Geophysics**, v. 38, n.3, p. 549-570, 2017. Springer Netherlands. DOI. 10.1007/s10712-017-9409-3.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE).

**Reajustamento da Rede Altimétrica com Números Geopotenciais 2018**. Rio de Janeiro: IBGE, 2018. Disponível em:

<[ftp://geofp.ibge.gov.br/informacoes\\_sobre\\_posicionamento\\_geodesico/rede\\_altimetrica/relatorio/relatorio\\_REALT\\_2018.pdf](ftp://geofp.ibge.gov.br/informacoes_sobre_posicionamento_geodesico/rede_altimetrica/relatorio/relatorio_REALT_2018.pdf)>. Acesso em: 25 mar. 2019.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Rede**

**Gravimétrica do Sistema Geodésico Brasileiro**. Rio de Janeiro: IBGE, 2019.

Disponível em: < <https://www.ibge.gov.br/geociencias/downloads-geociencias.html>>. Acesso em: 25 out. 2019.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). **Rede**

**Altimétrica do Sistema Geodésico Brasileiro**. Rio de Janeiro: IBGE, 2019.

Disponível em: < <https://www.ibge.gov.br/geociencias/downloads-geociencias.html>>. Acesso em: 25 out. 2019.

JAMUR, K. P. **Análise de Alternativas para a Determinação dos Efeitos**

**Gravitacionais de Massas Anômalas na Região do DVB**. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas). Universidade Federal Do Paraná, Curitiba, 2012.

KAULA, W. M. Statistical and harmonic analysis of gravity. **Journal of Geophysical Research**, v.64, p. 2401-2421, 1959.

KRARUP, T. **A contribution to the Mathematical Foundation os Physical Geodesy**. Danish Geodetic Institute, Copenhagen, vol 44, 1969.

KELLER, W.; HIRSCH, M. Downward Continuation Versus Free-Air Reduction in Airborne Gravimetry. In: MONTAG, H.; REIGBER, C. **Geodesy and Physics of the Earth**. [s. l.]: Springer, 1993. p. 266-270,

LACOSTE, L. J. B. Measurement of gravity at sea and in the air. **Reviews of Geophysics**, v. 5, n. 4, p. 477–526, 1967.

LEMOINE F. G.; KENYON S. C.; FACTOR J. K.; TRIMMER R. G.; PAVLIS N.K.; CHINN D. S.; COX C. M.; LOSKO S. M.; L UTHCKE S. B.; TORRENCE M. H.; WANG Y. M.; WILLIAMSON R. G.; PAVLIS E. C.; RAPP R. H; OLSON T. R.. **The Development of the Joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) Geopotential Model EGM96**. Greenbelt, Maryland. NASA, 1997.

LIU, X.; SUN, Z.; XU, K.; OUYANG, M. Downward continuation of airborne gravimetry data based on Poisson integral iteration method. **Geodesy and Geodynamics**, v. 8, n. 4, p. 273–277, 2017.

LOPES, A. B. O geoide gravimétrico e o nível médio do mar na região do datum altimétrico brasileiro: um estudo comparativo. **Revista Brasileira de Geofísica**, v. 25, n. 1, p. 96–96, 2006.

LUZ, R. T. L. **Estratégias para modernização da componente vertical do Sistema Geodésico Brasileiro e sua integração ao SIRGAS**. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas), Curitiba, Universidade Federal do Paraná, 2008.

MÄKINEN, J. **A Note on the Treatment of the Permanent Tidal Effect in the European Vertical Reference System (EVRS)**. In: Reports of the EUREF Technical Working Group, n. 9, p. 111-113. München: Bayerischen Akademie der Wissenschaften. 2000.

MÄKINEN, J.; IHDE, J. The Permanent Tide In Height Systems. **International Association of Geodesy Symposia**, v. 133, n. 1, p. 81–87, 2009.

MORITZ, H. **Interpolation and Prediction of point gravity anomalies**. Publications of the Isostatic Institute of the International Association of Geodesy, Helsinki, v.40, 1963.

NATIONAL GEOSPATIAL-INTELLIGENCE AGENCY (NGA). **Office of GEOINT Sciences**: gravity station data format e anomaly computations. Outubro de 2008. Disponível em: < [http://bgi.obs-mip.fr/en/content/download/725/4975/file/computation\\_s.pdf](http://bgi.obs-mip.fr/en/content/download/725/4975/file/computation_s.pdf)>. Acesso em: 04 out. 2019.

NICÁCIO, E. L. **Alternativa Para Determinação De Altitudes Normais-Ortométricas Na Amazônia Legal Brasileira**. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas). Universidade Federal Do Paraná, Curitiba, 2017.

NICACIO, E. L.; CARRIÓN, J. L. S.; DE FREITAS, S. R. C.; DALAZOANA, R. Método iterativo para obtenção de Altitudes Normais a partir de Observações Gravimétricas e Altitudes “Ortométricas”. In: X COLÓQUIO BRASILEIRO DE CIÊNCIAS GEODÉSICAS. Curitiba, Paraná. Junho, 2018. Disponível em: <[http://www.cbcg.ufpr.br/home/wp-content/uploads/2018/06/SMSRVB\\_3\\_NICACIO\\_etal2018\\_XCBCG.pdf](http://www.cbcg.ufpr.br/home/wp-content/uploads/2018/06/SMSRVB_3_NICACIO_etal2018_XCBCG.pdf)>. Acesso em: 25 ago. 2019.

OLESEN A V; R FORSBERG; A GIDSKEHAUG: **Airborne gravimetry using the LaCoste & Romberg gravimeter – an error analysis**. In: M.E. Cannon and G. Lechappelle (eds.). Proc. Int. Symp. On Kinematic Systems in Geodesy, Geomatics and Navigation, Banff, Canada, June 3-6, 1997, Publ.Univ. of Calgary, pp. 613-618, 1997.

OLESEN, A. V. **Improved airborne scalar gravimetry for regional gravity field mapping and geoid determination**. National Survey and Cadastre. 2003. Disponível em: <[ftp://ftp.dsri.dk/pub/avo/AG/DOC/avo\\_techrep.pdf](ftp://ftp.dsri.dk/pub/avo/AG/DOC/avo_techrep.pdf)>, acessado em março de 2019.

PAIL, R.; FECHER T.; BARNES D.; FACTOR J. F.; HOLMES S. A.; GRUBER T.; ZINGERLE P. The Experimental Geopotential Model XGM2016. **Journal of Geodesy**, v. 92, p. 443–451, 2018. DOI: 10.1007/s00190-017-1070-6

PAVLIS, N. K.; HOLMES S. A.; KENYON S. C.; FACTOR J. K. The development and evaluation of the Earth Gravitational Model 2008 (EGM 2008). **Journal of Geophysical Research**, v. 117, n. B04406, p. 1–38, 2012. DOI:10.1029/2011JB008916

PLAG, H-P; PEARLMAN, M. **Global Geodetic Observing System, meeting the requirements of a global society on a changing planet in 2020**, Springer, Berlin, 2009.

PEREIRA, R. A. D.; MONTECINO, H.; DE FREITAS, S. R. C.; DALMOLIN, Q.; FERREIRA, V. G. Determination of local covariance function for the prediction of the Bouguer gravity anomalies in order to obtain geopotential numbers. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 17, n. 2, p. 239–253, 2011.

PEREIRA, R.A.D. **Conexão das Redes Verticais Fundamentais do Brasil e da Argentina com base em números geopotenciais**. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas). Universidade Federal Do Paraná, Curitiba, 2009.

RAPP, R. The treatment of permanent tidal effects in the analysis of satellite altimetry data for sea surface topography. **Manuscripta geodaetica**, v. 14, p. 368–372, 1989.

RODRIGUEZ, E.; MORRIS, C. S.; BELZ, J. E.; CHAPIN, E. C.; MARTIN, J. M.; DAFFER, S. **An assessment of the SRTM topographic products**. Pasadena, CA: JPL, 2005. Disponível em: <[https://www2.jpl.nasa.gov/srtm/SRTM\\_D31639.pdf](https://www2.jpl.nasa.gov/srtm/SRTM_D31639.pdf)>. Acesso em: 10 dez 19.

ROSIER, F. A. **Experimentos de Inclinação com Gravímetros do Tipo Linear**. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas), Curitiba, Universidade Federal do Paraná, 1993.

SANTACRUZ A. J. G.; DE FREITAS, S. R. C. Uso de Dados Aerogravimétricos para Determinação de Distúrbios da Gravidade, Curitiba, 2017. Não publicado.

TORGE, W. **Gravimetry**. Berlin; New York: Walter de Gruyter, 1989.

TORGE, W.; MÜLLER, J. **Geodesy**. 4.<sup>a</sup> ed. Berlin: Boston: Walter de Gruyter, 2012.

UOTILA, U. A. **Investigations on the gravity field and shape of the earth**. Publications of the Isostatic Institute of the International Association of Geodesy, Helsinki, v.33, 1960.

UOTILA, U. A. Note to the users of International Gravity Standardization net 1971. **Bulletin geodésique**, v. 54, n. 3, p. 407–408, 1980. Springer.

UNITED STATES GEOLOGICAL SURVEY (USGS). **USGS EROS Archive - Digital Elevation - Shuttle Radar Topography Mission (SRTM) 1 Arc-Second Global**. Disponível em <[https://www.usgs.gov/centers/eros/science/usgs-eros-archive-digital-elevation-shuttle-radar-topography-mission-srtm-1-arc?qt-science\\_center\\_objects=0#qt-science\\_center\\_objects](https://www.usgs.gov/centers/eros/science/usgs-eros-archive-digital-elevation-shuttle-radar-topography-mission-srtm-1-arc?qt-science_center_objects=0#qt-science_center_objects)>. Acesso em: 20 mar. 2019.

VANICEK, P.; KRAKIWSKY, E. J. **Geodesy: The Concepts**. 2nd. ed. [S.l.]: Elsevier Science Publisher, 1986. ISBN 0444877754.

ZHAO, Q.; STRYKOWSKI, G.; LI, J.; PAN, X.; XU, X. Evaluation and Comparison of the Processing Methods of Airborne Gravimetry Concerning the Errors Effects on Downward Continuation Results: Case Studies in Louisiana (USA) and the Tibetan Plateau (China). **Sensors**, [s.l.], v. 17, n. 6, p.1205-1225, 25 maio 2017. DOI: 10.3390/s17061205.