

A detailed architectural line drawing of the main facade of the University of Paraná. The drawing shows a grand neoclassical structure with a prominent portico supported by tall, fluted columns. The pediment above the columns is inscribed with the university's name. To the right, a multi-story building with arched windows and balconies is visible. The entire drawing is rendered in a fine-line, etched style.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

MARIANGELA JOCELITA FRIGO DE CAMPOS

FILMAR, ASSISTIR E PROBLEMATIZAR: CONTRIBUIÇÕES PARA A
APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA.

CURITIBA

2019

MARIANGELA JOCELITA FRIGO DE CAMPOS

FILMAR, ASSISTIR E PROBLEMATIZAR: CONTRIBUIÇÕES PARA A
APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação: Teoria e Prática de Ensino, Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção de título de Mestre em Educação.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Neila Tonin Agranionih

CURITIBA

2019

Ficha catalográfica elaborada pelo Sistema de
Bibliotecas/UFPR-Biblioteca do Campus Rebouças
Maria Teresa Alves Gonzati, CRB 9/1584

Suzana Zulpo Pereira, CRB 9/1560
com os dados fornecidos pelo(a)
autor(a)

Campos, Mariangela Jocelita Frigo de.

Filmar, assistir e problematizar : contribuições para a aprendizagem da
matemática / Mariangela Jocelita Frigo de Campos, 2019.

130 f.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Paraná. Setor de
Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação: Teoria e Prática de
Ensino.

Orientadora: Prof.^a Dr.^a Neila Tonin Agranionih

1. Tecnologia educacional. 6. Ensino audiovisual. 3. Jogos em
educação matemática. 4. Matemática - Ensino fundamental. 5. Matemática
– Estudo e ensino. I. Título. II. Universidade Federal do Paraná.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR DE EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EDUCAÇÃO: TEORIA E
PRÁTICA DE ENSINO - 40001016080P7

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em EDUCAÇÃO: TEORIA E PRÁTICA DE ENSINO da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado Profissional de **MARIANGELA JOCELITA FRIGO DE CAMPOS**, intitulada: **FILMAR, ASSISTIR E PROBLEMATIZAR: CONTRIBUIÇÕES PARA APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA**, sob orientação da Profa. Dra. NEILA TONIN AGRANIONIH, após terem inquirido a aluna e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de Mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 11 de Dezembro de 2019.


ETTIENE CORDEIRO GUÉRIOS
Presidente da Banca Examinadora


SIMONE REGINA MANOSSO CARTAXO
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE ESTADUAL DE PONTA GROSSA)


NEILA TONIN AGRANIONIH
Orientador - Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)


MARCOS AURÉLIO KALINKE
Avaliador Externo (UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ)

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela vida e pela oportunidade de estudar na UFPR.

À minha doce filha Eloísa, a quem me dedico todos os momentos da minha vida.

Ao meu amor Vilmar, que sonhou, desejou e vibrou a cada etapa concluída, me ajudando a enfrentar os desafios de uma pesquisa acadêmica.

Aos meus pais e familiares, que oraram pelo meu caminhar durante toda a pesquisa.

Ao nosso Raul, que está a caminho.

Aos estudantes pelo desejo de aprender sobre todas as coisas do universo.

Aos amigos de profissão, pela ética, comprometimento e persistência à Educação, e a tantos outros que estiveram ao meu lado me apoiando e torcendo por mim.

Aos Amigos do Grupo de Estudos Joana de Angelis do Centro Espírita Recanto da Prece, pelas vibrações de amor e companheirismo.

Ao Grupo de Pesquisa em Ensino e Aprendizagem de Ciências e Matemática – GPEACM – UFPR, pelo estímulo, apoio e valorização ao trabalho docente.

Aos Professores que participaram da banca de qualificação e defesa, Prof.^a Dr.^a Ettiène Guérios, Prof.^a Dr.^a Simone Regina Manosso Cartaxo e ao Prof. Dr.^o Marco Aurélio Kalinke, pelas leituras e importantes contribuições nesta pesquisa.

E principalmente, a Minha Orientadora Prof.^a Dr.^a Neila Tonin Agranionih, que se dedicou na construção dessa pesquisa, acompanhando meu desenvolvimento acadêmico e profissional.

“Aprender mais, para servir melhor”

Bezerra de Menezes

RESUMO

O objetivo desta pesquisa é analisar as contribuições da prática de filmar, assistir e problematizar situações vivenciadas durante o desenvolvimento de jogos para a aprendizagem de cálculos matemáticos em uma turma de 3º ano do Ensino Fundamental. A pesquisa caracteriza-se como qualitativa e envolveu uma intervenção composta de três etapas: jogo antes da reflexão, reflexão coletiva e jogo pós-reflexão. Envolveu 32 estudantes, com idades entre 7 a 9 anos, de um terceiro ano de uma Escola Municipal de Curitiba, sendo que dentre estes, 16 estudantes foram sorteados para participar do primeiro momento da pesquisa (jogo). Os momentos do jogo foram gravados em áudio e vídeo para análise dos diálogos estabelecidos entre os estudantes no processo de formulação de estratégias resolutivas dos cálculos. Após o jogo foram realizadas edições nas gravações e as mesmas foram apresentadas para todos os 32 estudantes. A análise de dados envolveu três categorias prévias: estratégias de cálculo, processos reflexivos e mudanças de atitudes. Dentre as estratégias de cálculo foram identificadas: cálculo nos dedos, contagem termo a termo, cálculo mental, uso de apenas uma operação, e o uso de duas operações. Foram observados processos reflexivos em relação ao início da partida; à organização da vez de jogar; às possibilidades de estratégias de resolução de cálculos; à percepção e à compreensão sobre os objetivos do jogo. As mudanças de atitudes se deram em relação ao erro, à competitividade, à interação com os colegas, ao envolvimento no jogo; ao cálculo e seus registros, ao cálculo mental, à postura do estudante em relação ao tabuleiro, às estratégias de jogo, à postura quanto à conferência dos resultados dos cálculos. Os resultados desta pesquisa evidenciaram que o momento de reflexão coletiva sobre o jogo contribuiu para o envolvimento nas atividades propostas e para que os estudantes assumissem a responsabilidade pela construção do conhecimento, à medida que refletem sobre as jogadas na busca por soluções estratégicas. Também revelaram que o momento de reflexão coletiva contribuiu para a construção de estratégias mais elaboradas de cálculo, para o maior envolvimento dos estudantes no jogo, gerando interesse, atenção e concentração nas possibilidades da matemática. E, ainda, concluímos que ao trabalhar com essa metodologia estamos oportunizando que o estudante seja protagonista do/no seu processo de aprendizagem.

Palavras-chave: Vídeo na sala de aula. Jogo matemático. Estratégias de cálculo.

ABSTRACT

This research aims to analyze the contributions of the practice of filming, watching, and bringing to discussion situations experienced during the development of games for learning mathematical calculations in a 3rd grade elementary school class. The research is qualitative and involved an intervention carried along three stages: considerations prior to the game, collective considerations and considerations after the game. The research involved 32 students, aged 7 to 9, from a third year of Municipal School in Curitiba. Among these, 16 students were drawn randomly to participate in the first stage of the research (game). The students were recorded in audio and video while playing, so that it was possible to analyze the dialogues established among them in the process of formulation of solving strategies for the calculations. After the game, a few edits were made on the recordings, and later displayed to all 32 students. Data analysis involved three previous categories: calculations strategies, reflective processes, and changes in attitudes. Among the calculation strategies finger calculations, element by element counting, mental calculation, use of only one operation, and the use of two operations were identified. Reflective processes were observed at the start of the match, as play turn organization, the possibilities of calculations resolution strategies, and the perception and understanding of the goals of the game. The changes in the students' attitudes were related to error, competitiveness, interaction with classmates, involvement in the game; to the calculations and its records, the mental calculations, the students' stance in relation to the board, to the game strategies, to the posture regarding the calculations results verification. The outcomings of this research showed that the moment of collective considerations on the game contributed to the students' involvement in the proposed activities and to their responsibility in the construction of knowledge, for they thought carefully on the moves in search of strategic solutions. They also revealed that the moment of collective considerations contributes to the construction of more elaborate calculation strategies and to the greater involvement of students in the game, which enhances interest, attention and concentration on the mathematical possibilities. Hence, we concluded that by working with this methodology we are allowing the student to be a protagonist of / in their learning process.

Keywords: Video in the classroom. Mathematical game. Calculations strategies.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Número de vezes que a Estratégia Cálculo nos dedos esteve presente nas jogadas	51
Tabela 2 - Número de vezes que a Estratégia Contagem termo a termo esteve presente nas jogadas	57
Tabela 3 - Número de vezes que a Estratégia Cálculo Mental esteve presente nas jogadas	63
Tabela 4 - Número de vezes que a Estratégia Uso de apenas uma operação esteve presente nas jogadas.....	69
Tabela 5 - Número de vezes que a Estratégia Uso de duas operações esteve presente nas jogadas	77
Tabela 6 - ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO	79

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - JOGO DA COLMEIA.....	38
QUADRO 2 - A PRÁTICA DE FILMAR, ASSISTIR E PROBLEMATIZAR	43
QUADRO 3 - GRUPO 1 ANTES DA REFLEXÃO	119
QUADRO 4 - GRUPO 2 ANTES DA REFLEXÃO	120
QUADRO 5 - GRUPO 3 ANTES DA REFLEXÃO	121
QUADRO 6 - GRUPO 4 ANTES DA REFLEXÃO	122
QUADRO 7 - GRUPO 1 PÓS-REFLEXÃO	123
QUADRO 8 - GRUPO 2 PÓS-REFLEXÃO	124
QUADRO 9 - GRUPO 3 PÓS-REFLEXÃO	125
QUADRO 10 - GRUPO 4 PÓS-REFLEXÃO	126

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	15
2.1 TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO	15
2.2 JOGOS MATEMÁTICOS NA ESCOLA.....	20
2.3 O USO DA FILMAGEM PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM	25
3 METODOLOGIA	32
3.1 PROCEDIMENTOS DE COLETA DE DADOS	35
3.1.1 Primeira etapa da pesquisa – Jogo da Colméia.....	36
3.1.2 Segunda etapa da pesquisa - Reflexão coletiva do jogo	40
3.1.3 Terceira etapa da pesquisa - Jogo pós-reflexão.	43
3.2 PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE DE DADOS.....	44
4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS	46
4.1 ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO	46
4.1.1 CÁLCULO NOS DEDOS (Es1).....	47
4.1.2 CONTAGEM TERMO A TERMO (Es2).....	53
4.1.3 CÁLCULO MENTAL (Es3).....	59
4.1.4 USO DE UMA OPERAÇÃO (Es4).....	65
4.1.5 USO DE DUAS OPERAÇÕES (Es5)	71
4.2 PROCESSOS REFLEXIVOS	82
4.3 MUDANÇAS DE ATITUDES FRENTE AO JOGO E AO JOGAR.....	95
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	103
REFERÊNCIAS.....	111
APÊNDICE 1 - TABULEIROS DO JOGO.....	113
APÊNDICE 2 - RASCUNHOS DOS CÁLCULOS DOS ESTUDANTES	115
APÊNDICE 3 – QUADROS DE ESTRATÉGIAS ANTES DA REFLEXÃO COLETIVA	119
APÊNDICE 4 – QUADROS DE ESTRATÉGIAS APÓS A REFLEXÃO COLETIVA	123
ANEXO 1.....	127

1 INTRODUÇÃO

Comunicação e relações sociais, nisso eu me destacava! Vinda de uma família de professores eu desejava cursar Direito. No ano de 2000 conclui o Ensino Médio – Educação Geral e no ano seguinte, prestei vestibular em uma cidade vizinha, Francisco Beltrão – Paraná, que ofertava cursos de graduação. Passei somente em minha segunda opção, Licenciatura em História, e optei por cursar porque acreditava que era o que mais se aproximava do que desejava. Em 2001, quando iniciei a graduação na Licenciatura em História percorria aproximadamente 200 quilômetros por dia para estudar, durante 4 anos.

No segundo do curso de História, muito ativa, comecei um estágio na secretaria de uma Escola Municipal, em Santo Antonio do Sudoeste - Paraná. O convívio diário com as crianças, professores e funcionários da escola despertou minha curiosidade em conhecer melhor como os pequenos estudantes construam conhecimentos. Com isso alguns questionamentos fizeram, e a ainda fazem, parte da minha vida.

O tempo foi passando e meu desejo em conhecer sobre a criança e seu desenvolvimento foi aumentando. Assim, concomitante à graduação em História, em 2003, matriculei-me no curso profissionalizante, Ensino Médio de Magistério, com o objetivo de estudar, conhecer e conviver com crianças pequenas para aprender sobre a primeira infância. Em dezembro de 2005 concluí meus estudos, e em abril de 2006 mudei-me para Curitiba onde encontrei um mundo novo de oportunidades de estudo e desenvolvimento profissional, além da minha história pessoal.

Em maio de 2007 comecei a trabalhar na Rede Municipal de Ensino (RME) de Curitiba, com Educação Infantil, na função de Educadora e tinha como principais atribuições observar, acompanhar e promover, práticas educativas inclusivas, individual e coletivamente, de modo que contribuísse para o desenvolvimento físico, psíquico, afetivo, social e intelectual da criança, considerando seus limites, potencialidades, interesses e valores, a partir do fortalecimento das relações de afeto e respeito às diferenças.

Outra atribuição pertinente ao Educador era a participação nas formações condizentes com o desempenho das atividades, visando o aprimoramento e ampliação de conhecimentos, de acordo com critérios preestabelecidos, buscando o próprio desenvolvimento profissional e a qualidade de atuação no exercício do cargo. Os estudos eram desenvolvidos com foco na formação integral das crianças, com temas relacionados à aprendizagem e suas relações com o meio, por meio dos jogos.

A partir desses estudos e das práticas pedagógicas vivenciadas no Centro Municipal de Educação Infantil (CMEI) compreendi a importância do desenvolvimento pessoal e relacional das crianças, o que motivou o interesse em aprofundar meus estudos e ampliar conhecimentos para poder mediar à aprendizagem com assertividade, fato que me conduziu à segunda Licenciatura, agora em Pedagogia, em 2011.

Em 2012 fiz um novo concurso público na RME para atuar como docente nos anos iniciais do Ensino Fundamental, onde atuo atualmente. Quando iniciei na escola, a percepção que tive era de que poucos professores utilizavam os jogos como estratégia de ensino, prática que eu trazia da Educação Infantil como educadora e desejava continuar em sala de aula.

Optei por utilizar frequentemente esse recurso didático como metodologia de ensino porque pensava em estratégias que envolvessem os estudantes para que não fizessem as atividades por obrigação e sim por prazer, experiência essa que trazia da Educação Infantil.

Durante a prática dos jogos com as crianças identifiquei a necessidade de registrar como as crianças estavam trabalhando e passei a utilizar o celular para gravar alguns momentos. Após essas filmagens os estudantes queriam ver como ficavam os vídeos, se e como eles apareciam na tela, o que causava grande tumulto porque a imagem do celular é pequena para uma turma de 30 estudantes. Surgiu então a ideia de assistirmos juntos na televisão e refletirmos sobre as jogadas coletivamente com a turma.

Com objetivo de aproveitar esse momento de reflexão com as crianças eu problematizava algumas situações que emergiram das observações das cenas gravadas, como por exemplo: se no momento da jogada com dados fossem 3 ao invés de 2 dados a serem jogados simultaneamente, o que aconteceria? Perguntas para estimular o desenvolvimento do raciocínio e da criatividade das crianças.

Desde então desenvolvo esta prática na sala de aula quando trabalho com jogos: a filmagem dos estudantes jogando, e a reflexão sobre o jogo filmado e as jogadas após a reflexão sobre as cenas analisadas. Essa prática deu origem a essa pesquisa. Mais detalhadamente, ela ocorre da seguinte forma: - no momento do planejamento realizo uma reflexão e análise para verificar o que os alunos sabem sobre o conteúdo e o que precisam aprender. A seguir realizo uma verificação de conteúdo, com perguntas orais, escritas e algumas atividades junto aos estudantes.

O momento que antecede o jogo na sala de aula é de expectativa, pois os estudantes ficam curiosos para saber qual jogo será escolhido. Apresento o jogo e uma breve história da sua origem, quando relevante. Em seguida leio as regras junto com os estudantes e comentamos coletivamente, e na sequência organizamos os grupos para iniciar o jogo. Neste instante iniciamos a filmagem de um grupo enquanto eles jogam, discutem regras e organizam os encaminhamentos, como os demais. Em todo momento circulo entre os grupos para observar atitudes, ouvir as falas e, por vezes, mediar conflitos e esclarecer as regras.

Assisto e faço a análise da filmagem antes de reproduzi-la aos estudantes, assim consigo detalhar pontos antes não percebidos para retomada de estratégias por eles utilizadas. Na sequência assistimos cenas das filmagens no coletivo. Nesse momento eles expressam suas percepções em relação às regras e as estratégias das jogadas.

Em outro dia, proponho que joguem novamente e procedo do mesmo modo em relação às filmagens, às discussões e mediações. É perceptível o

envolvimento de todos os estudantes e a seriedade, principalmente após as reflexões sobre o jogo.

Em certas ocasiões solicito a representação de estratégias realizadas durante as jogadas através do desenho, também é possível fazer análises e intervenções necessárias à aprendizagem dos conceitos matemáticos. Após, eles apresentam para a turma as estratégias utilizadas e explicam o que entenderam, como foi a expectativa antes da filmagem e após a filmagem e o que perceberam durante o momento de reflexão. Os estudantes sugerem jogos de seu repertório aos colegas (Este momento também é filmado).

O desejo e a necessidade de refletir sobre esta prática de sala de aula e analisar suas possibilidades pedagógicas, verificando se realmente promove a aprendizagem e de que modo isso acontece, foi o que motivou esta pesquisa que culminou em uma dissertação. Desta forma, me propus a investigar a seguinte questão: Quais as contribuições da prática de filmar, assistir e problematizar situações vivenciadas durante o jogo matemático para a aprendizagem de cálculos matemáticos de uma turma de 3º ano do Ensino Fundamental? Assim, a pesquisa tem como objetivo geral:

- Analisar as contribuições da prática de filmar, assistir e problematizar situações vivenciadas durante o desenvolvimento de jogos matemáticos para a aprendizagem de estratégias em uma turma de 3º ano do Ensino Fundamental.

E, como objetivos específicos:

- Identificar as estratégias de cálculo utilizadas antes e após a reflexão sobre o jogo;
- Analisar o movimento reflexivo dos estudantes sobre o jogo e as repercussões do mesmo para a elaboração de novas estratégias ao jogar;
- Verificar mudanças de atitudes dos estudantes em relação ao jogo e ao jogar.

A partir da delimitação da pesquisa por meio da questão e dos objetivos o relatório de pesquisa foi organizado em cinco capítulos. No primeiro capítulo exibimos a introdução. No segundo capítulo apresentamos a fundamentação teórica do trabalho em relação aos seguintes aspectos: tecnologias na educação, jogos matemáticos na escola e uso da filmagem para o ensino e a aprendizagem. No terceiro capítulo discorremos sobre a metodologia utilizada durante a pesquisa em suas três etapas: a filmagem do jogo, a reflexão pós-jogo e a filmagem do jogo após a reflexão. No quarto capítulo apresentamos e analisamos os dados e, por fim, apresentamos as considerações finais.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo apresentamos a fundamentação teórica do trabalho em relação aos seguintes aspectos: o uso de tecnologias na educação, jogos matemáticos na escola e o uso da filmagem para o ensino e a aprendizagem.

2.1 TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO

A tecnologia, de uma maneira ou outra, está inserida na vida das pessoas, e com o passar dos anos percebemos as mudanças que ocorrem diariamente em nossa sociedade devido ao seu uso. Na medicina destacam-se os aparelhos sofisticados de exames, como a tomografia computadorizada ou a ressonância magnética, que são utilizadas para auxiliar em diagnósticos de doenças de alta complexidade. Na comunicação, os televisores que, em menos de 70 anos, surgiram em um único modelo e nos últimos tempos evoluíram com tantos novos recursos. E assim, podemos discorrer tantos outros exemplos que comprovam a velocidade de sua inserção em nossas vidas, quase que imperceptíveis aos nossos olhos. E devido a sua forte presença no cotidiano das pessoas, nem sempre é fácil diferenciar o que é tecnologia do que não é.

É comum ouvirmos dizer que os aparelhos eletrônicos, como celulares, televisores e computadores, são tecnologias. O que não deixa de ser uma afirmação correta. Porém o conceito de tecnologia vai muito além, como o uso dos lápis, cadernos, giz, livros, talheres e muitos outros utensílios, produtos, equipamentos e processos que foram planejados e construídos para que possamos ler, escrever, utilizar, nos informar e tantas coisas que deixam a vida mais prática. Para Kenski (2012, p. 22) é necessária a compreensão de que tecnologias não são só as “máquinas”, ela engloba a totalidade das coisas como a criação, formas de uso e suas aplicações.

Consideramos aqui, por tecnologia, a definição de Kenski (2012):

Ao conjunto de conhecimentos e princípios científicos que se aplicam ao planejamento, à construção e à utilização de um equipamento em um determinado tipo de atividade. Para construir qualquer

equipamento – uma caneta esferográfica ou um computador -, os homens precisam pesquisar, planejar e criar o produto, o serviço, o processo. Ao conjunto de tudo isso chamamos de tecnologias. KENSKI (2012, p. 24)

Para Kenski, a linguagem, por exemplo, é um tipo específico de tecnologia, criada e desenvolvida pela inteligência humana, como a criação de diferentes idiomas que caracterizam a identidade de uma determinada cultura.

Assim como na medicina e na comunicação, e em tantas outras áreas é possível encontrar tecnologias na educação, inclusive por recomendação de documentos nacionais norteadores da Educação Básica. Trazemos aqui alguns enfoques relevantes sobre a tecnologia no documento da BNCC e em pesquisas na área da Educação.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento normativo que se propõe a definir o conjunto de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, contempla 10 competências. A 5ª competência aborda especificamente a tecnologia na educação:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BNCC, 2019. p.11)

Kenski (2012) nos diz que as tecnologias de informação e comunicação (TIC) surgiram da necessidade de expressar sentimentos e opiniões e de registrar experiências. Para isso o homem criou um tipo especial de tecnologia, a “tecnologia de inteligência”, como é chamada por Pierre Lévy. Para a Kenski, a base da inteligência é imaterial, ou seja, ela não existe como máquina, mas como linguagem.

Para a produção e propagação de informações, a interação e a comunicação em tempo real são essenciais e com isso, o uso da linguagem. Baseada em estudos de Pierre Lévy, Kenski (2012, p. 28) explica os três tipos de linguagens: oral, escrita e digital. A autora comenta cada uma delas, apresentando suas características próprias.

A linguagem oral é a mais antiga forma de expressão, por meio dos signos comuns de voz. A fala possibilitou o estabelecimento de diálogos, a transmissão de informações, avisos e notícias, e ainda é a nossa principal forma de comunicação e de troca de informações.

Na escola, professores e alunos usam preferencialmente a fala como recurso de interagir, ensinar e verificar a aprendizagem. Em muitos casos o aluno é o que menos fala. A voz do professor, a televisão e o vídeo e outros tipos de “equipamentos narrativos” assumem o papel de “contadores de histórias” e os alunos, de seus “ouvintes”. (KENSKI, 2012, p. 29)

Conforme Kenski (2012) a escrita, por sua vez, surge quando os homens deixam de ser nômades e passam a ocupar de forma mais permanente um determinado espaço, onde praticam a agricultura e necessitam dos suportes de escrita para prever o tempo para plantação e colheita. Na sociedade da escrita há necessidade de compreensão do que está sendo comunicado graficamente, pois o autor pode não estar presente no momento da leitura e interpretação.

Para Kenski (2012) a linguagem digital articula-se com as tecnologias eletrônicas de informação e comunicação, baseada em códigos binários, que é um composto de duas unidades ou dois elementos, por meio das quais é possível informar, comunicar, interagir e aprender. Para a autora essa linguagem apresenta um fenômeno descontínuo, fragmentado, e ao mesmo tempo dinâmico, aberto e veloz, criando uma nova cultura e uma outra realidade informacional.

[...] O poder da linguagem digital, baseado no acesso a computadores e todos os seus periféricos, à internet, aos jogos eletrônicos etc., com todas as possibilidades de convergência e sinergia entre as mais variadas aplicações dessas mídias, influencia cada vez mais a constituição de conhecimentos, valores e atitudes. (KENSKI, 2012, p. 33)

Assim, as tecnologias da informação e comunicação visam a apropriação do conhecimento baseado nas tecnologias, referindo-se não apenas ao quesito compreensão e utilização, mas que o estudante seja capaz de desenvolver meios para a produção de conhecimento e exerça autonomia e autoria na vida pessoal e coletiva.

Quanto ao uso da tecnologia em sala de aula, encontramos diferentes opiniões que estão relacionadas à cultura escolar. Para Ponte (2000) atualmente alguns professores procuram adiar o máximo possível o momento do encontro indesejado com a tecnologia. O caso mais nocivo é a negação do uso da calculadora (D'AMBRÓSIO, 2015). Outros, usam-na na sua vida diária, mas não sabem muito bem como as integrar na sua prática profissional. Outros, ainda, procuram usá-la nas suas aulas sem, contudo, alterar as suas práticas. Na visão do autor há uma minoria dedicada que desbrava o caminho, explorando incessantemente novos produtos e ideias, porém defronta-se com muitas dificuldades como também perplexidades.

[...] Toda técnica nova só é utilizada com desenvoltura e naturalidade no fim de um longo processo de apropriação. No caso das TIC, este processo envolve claramente duas facetas que seria um erro confundir: a tecnológica e a pedagógica. (PONTE, 2000, p. 64)

Conforme Ponte (2000), a face pedagógica considera fundamental a construção de conhecimentos, competências, atitudes e valores que vão muito além daquilo que se pode aprender por simples memorização e prática repetitiva. A tecnológica, por sua vez, limita-se às interações sociais, desprezando o papel fundamental dessas na aprendizagem. Na verdade, diz o autor que o simples domínio de uma técnica não garante o uso com naturalidade, desembaraço e espírito crítico. As duas são importantes e se complementam no decorrer do processo.

Para Ponte (2000) o uso crítico de uma técnica exige o conhecimento do seu modo de operação e das suas limitações, exige também uma profunda interiorização das suas potencialidades, em relação aos objetivos e desejos, e uma apreensão das suas possíveis conseqüências no modo de pensar, agir e sentir.

Ponte (2000) considera duas condições fundamentais: amplo acesso e o protagonismo dos professores. O autor diz que as TICs podem ser usadas nas escolas como uma ferramenta de trabalho, com programas específicos para o ensino, que permitem uma utilização em cunho exploratório e investigativo.

[...] O uso das novas tecnologias como ferramenta conduz ao seu domínio instrumental, mas ficam a sombra os propósitos e as condições fundamentais da sua plena integração na atividade humana. (PONTE, 2000, p.74)

Masseto (2000) esclarece a diferença entre o ensino e a aprendizagem. No seu entendimento, o ensino está mais ligado a um sujeito, professor, que transmite conhecimentos e experiências a um aluno, que por sua vez, tem a obrigação de receber, absorver e reproduzir o que lhe foi ensinado. A aprendizagem está diretamente ligada ao aprendiz, dando significado ao conhecimento, produzindo reflexões e conhecimentos próprios. Embora, admita que seja possível pensar num processo integrativo de “ensino e aprendizagem”.

A partir do momento que se decide por usar qualquer tipo de tecnologia é fundamental que se reflita sobre o uso em sala de aula. Para Pastre (2015) há que planejar como serão as atividades nesse novo cenário e que mudanças serão efetivas a partir da definição de uma estratégia que considere sua presença, pois os ambientes informatizados podem ser utilizados de diferentes formas em favor do conhecimento.

[...] Ao preparar sua estratégia didática com o uso de tecnologias digitais, o professor agrega a dimensão transformadora da intervenção dos alunos, que experimentam, trocam e modificam as representações dos objetos de estudo em uma configuração integrada em relação às mídias de referência. (PASTRE, 2015, p. 487)

O uso da tecnologia pode contribuir como instrumento potencializador do aprendizado. Nas salas de aula, assim como em pesquisas, com as análises de situações que exijam investigação, reflexão e observação por diferentes focos, e em diferentes momentos. O ato de assistir várias vezes uma determinada cena pode afirmar uma hipótese ou mesmo auxiliar na interpretação dos dados coletados.

A Lei das Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDBEN nº9394/96 atualizada em 2018, no artigo 32, inciso II, trata a obrigatoriedade da tecnologia na educação enquanto formação básica do cidadão. Essa lei define direitos e objetivos de aprendizagem para os diferentes níveis de ensino, por

meio das tecnologias. Além disso, há a preocupação da integração das áreas do conhecimento de Linguagens, matemática e ciências da natureza, com o uso das tecnologias, conforme diretrizes do Conselho Nacional de Educação. A preocupação maior é o uso da tecnologia como possibilidade de garantir o surgimento de estudantes produtores e desenvolvedores de tecnologias, não somente usuários dela.

O professor Jim Knight (2019), chefe de Educação da Tes Global e ex-ministro da Educação e Emprego do Reino Unido, numa entrevista à Revista Época Negócios, afirma que a tecnologia na educação tem sido usada de forma errada, uma vez que faltam estratégias para colocá-la à disposição do professor, o que acaba tornando, os professores, reféns de métodos tradicionais de ensino. Ou seja, falta colocar as novas ferramentas úteis para a educação ao alcance do professor.

Em relação a isto, Pontes (2000) refere que:

[...] mais complicado do que aprender a usar este ou aquele programa, é encontrar formas produtivas e viáveis de integrar as TIC no processo de ensino e aprendizagem, no quadro dos currículos atuais e dentro dos condicionalismos existentes em cada escola. (PONTES, 2000, p. 76)

Na realidade tecnológica em que vivemos é importante que recursos avançados e atualizados constantemente, estejam disponíveis ao professor. Entretanto, isso não basta. É fundamental a formação e sensibilização dos profissionais, principalmente aqueles que atuam de forma direta e diariamente com os estudantes em sala de aula. Para que possam conhecer, compreender e flexibilizar o uso das tecnologias como recurso pedagógico para o processo de desenvolvimento do conhecimento.

2.2 JOGOS MATEMÁTICOS NA ESCOLA

Os jogos são atividades de recreação muito antigos utilizados por povos de diferentes culturas. A necessidade de reinvenção do divertimento do

ser humano permite encontrar uma variedade infinita em qualquer momento histórico.

Huizinga (1990) identifica uma atividade como sendo jogo, da seguinte forma:

Atividade livre, conscientemente tomada como não-séria e exterior à vida habitual, mas ao mesmo tempo capaz de absorver o jogador de maneira intensa e total. É uma atividade desligada de todo e qualquer interesse material, com a qual não se pode obter qualquer lucro, praticada dentro dos limites espaciais e temporais próprios, segundo uma certa ordem e certas regras. (HUIZINGA, 1990 p.16)

A partir desta definição, podemos considerar jogo, a maioria das situações que envolvem a ludicidade, ou seja, que visa mais ao divertimento que a qualquer outro objetivo. Muitos deles ajudam a desenvolver habilidades práticas, geralmente envolvem estimulação mental ou física e muitas vezes ambos.

Na educação o jogo é utilizado como recurso metodológico pertencente ao processo de ensino e aprendizagem, a partir dos avanços no campo da Psicologia, em que o indivíduo passa a ser o agente principal no desenvolvimento do seu próprio conhecimento. Ele pode ser utilizado em diferentes disciplinas, até mesmo na integração delas. A ênfase dessa pesquisa será dada a disciplina de Matemática, em que o jogo tem grande potencial para atingir os objetivos de aprendizagem, sendo capaz de envolver o aluno na sua completude física, emocional, moral e cognitiva.

Há questionamentos que são considerados relevantes ao utilizar esse recurso em sala de aula. O primeiro deles é saber qual a importância enquanto proposta pedagógica eficaz para a aprendizagem. Outro ponto é compreender como ele pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem nas suas diversas possibilidades. Há uma linha sutil entre os dois pontos, assim é fundamental a análise e a compreensão do processo.

Grando (2004) considera possíveis vantagens e desvantagens do uso do jogo no contexto da sala de aula. Quanto ao benefício evidencia os desafios de aprender a tomar e avaliar as decisões; a relação entre as diferentes disciplinas; a interação social entre os alunos e a conscientização do trabalho

em grupo; a participação ativa do aluno na construção do seu próprio conhecimento; o desenvolvimento da criatividade, do senso crítico, da participação, da competição “sadia”, da observação, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do prazer em aprender; a desenvolver habilidades de que os alunos necessitam; o trabalho com alunos de diferentes níveis de aprendizagem; a identificação de algumas dificuldades dos alunos. Refere a ineficiência dessa metodologia quando há desorganização do tempo; as falsas concepções de que se devem ensinar todos os conceitos através dos jogos; a perda da “ludicidade” pela interferência constante do professor; a coerção do professor, exigindo que o aluno jogue, mesmo que ele não queira, destruindo a voluntariedade pertencente à natureza do divertimento; a dificuldade de acesso e disponibilidade de material sobre o uso no ensino, que possam vir a subsidiar o trabalho docente. Para tanto, o professor precisa conhecer e considerar a complexidade do jogo na escola para melhor planejar suas estratégias pedagógicas por meio destes.

Desse modo, o jogo pode e deve ser visto como um instrumento capaz de integrar o processo de desenvolvimento do conhecimento para atingir, com eficácia, os objetivos da aprendizagem. É importante que ao planejar o professor faça uma reflexão a partir do interesse dos estudantes, que nem sempre são facilmente notados. O diálogo pode ser um caminho que desvende importantes indícios iniciais sobre a descoberta do interesse do estudante para a prática da aprendizagem no contexto da sala de aula.

Os jogos em grupo também são considerados importantes no processo de desenvolvimento do conhecimento. Kamii (2009) destaca a importância desses, desde a Educação Infantil. Evidencia algumas características que os jogos proporcionam ao desenvolvimento do estudante, como: a autonomia e a habilidade de descentrar e coordenar diferentes pontos de vista. Identifica no jogo, em relação a aprendizado, que:

[...] é desejável que as crianças sejam atentas, curiosas, críticas e confiantes em sua capacidade de imaginar algo e dizer o que realmente pensam. Deseja-se também que elas tenham iniciativa, elaborem ideias, perguntas e problemas interessantes e relacionem uma informação a outra. (KAMII, 2009, p. 35)

Essas habilidades desenvolvidas por meio dos jogos serão internalizadas pelos estudantes para toda a vida. Por esse motivo são essenciais no ensino e no processo de construção da aprendizagem. Para Kamii (2009 p. 45) uma das qualidades mais importantes para o desenvolvimento do conhecimento é a “confiança na própria capacidade de encontrar soluções”.

Em grupo, o estudante tem a oportunidade de integrar seus saberes aos dos demais colegas, e nessas trocas ele aprende e ensina simultaneamente, mesmo desconhecendo o jogo proposto. A autoconfiança acontece naturalmente no decorrer das jogadas, o aluno observa, faz tentativas de erros e acertos e durante todo o tempo faz relações de possíveis estratégias assimiladas em seu repertório e na construção de novas estratégias. Esse processo é constituído também através de incentivos dos colegas e reafirmado pelo professor quando esse apoia, esclarece e incentiva-o a pensar sobre o jogo e o ato de jogar, ressaltando os princípios básicos do respeito e da valorização da tomada de atitude.

Outra importante contribuição em pesquisa com jogos é feita por Macedo (2005), que concebe o brincar como algo que é próprio da criança, como condição indissociável a característica infantil. O autor trata o brincar e o jogar como sinônimos. Para tanto, considera a importância do lúdico no processo de desenvolvimento e aprendizagem escolar, definindo o ato de jogar:

Jogar não é simplesmente apropriar-se das regras. É muito mais do que isso! A perspectiva do jogar que desenvolvemos relaciona-se com a apropriação da estrutura, das possíveis implicações e tematizações. Logo não é somente jogar que importa (embora seja fundamental!), mas refletir sobre as decorrências da ação de jogar para fazer do jogo um recurso pedagógico que permita a aquisição de conceitos e valores essenciais a aprendizagem. (MACEDO, 2005 p.105)

Macedo (2005, p. 15) diz que “o jogo é uma brincadeira que evoluiu”, ou seja, quando criança, brincamos com regras que ensinam, depois disso evoluímos para o jogo, que conseqüentemente, acompanha as fases de crescimento junto ao indivíduo, fazendo parte da sua constituição enquanto

ser humano. É bom e prazeroso recordar de momentos que jogamos com amigos e familiares, pois essa é uma aprendizagem que marca positivamente, o conhecimento está implícito, nem parece que estamos adquirindo conhecimento, e tudo não passa de um divertimento.

É comum ouvirmos dizer que a matemática é “muito difícil”. Para Rivière (1995, p. 145), uma das causas que tornam a Matemática difícil para um número tão grande de crianças pode consistir no fato de que ela “[...] implica um alto grau de integração de habilidades cognitivas que não são específicas da matemática, mas intervêm em sua aprendizagem”. Para tanto, nesta pesquisa, é possível relacionar o prazer do jogar ao contexto escolar enquanto recurso pedagógico a fim de criar vínculos positivos na aprendizagem. Essa impressão, da matemática ser difícil, pode ser ressignificada a partir da metodologia por meio dos jogos, que permite a desenvolvimento do conhecimento a partir do caráter lúdico e de divertimento relacionado à aprendizagem. O processo do jogo permite a elevação de conceitos e valores essenciais, ressalta características importantes na formação, assim como no processo de desenvolvimento do conhecimento. Por isso é importante um olhar amplo às diferentes possibilidades de aprendizagens caracterizadas na formação do ser humano. Ainda estimula as interações sociais, que já acontecem num ambiente de dois ou mais indivíduos e são fundamentais para o convívio social e escolar. Momentos como esse, promovem a aprendizagem e formam o ser. Relações que podem ser marcadas por atitudes positivas, de afirmação da identidade do aluno, com a mediação do professor.

O erro pode marcar, negativamente ou não, a vida de um aluno. É importante viabilizar meios para que ele aprenda a resolver situações problemas, desmistificando a cultura popular de que “não pode errar” e que “errar é feio”. O erro faz parte do processo de desenvolvimento do conhecimento e a escola tem papel fundamental de esclarecer e vivenciar o erro como forma natural de aprendizagem e de descobertas de outras possibilidades. Para Grando (2004) no jogo, o erro surge como fonte de informação, estimulando cada um a analisar a sua própria produção,

compreendendo seus erros e buscando corrigi-los.

Nesta perspectiva, Luckesi (1999) afirma que os erros da aprendizagem, que emergem a partir de um padrão de conduta cognitivo ou prático já estabelecido pela Ciência ou pela Tecnologia, servem positivamente de ponto de partida para o avanço, na medida em que são identificados e compreendidos, e sua compreensão é o passo fundamental para a sua superação.

Então, percebemos que trabalhar com jogos, em sala de aula, mesmo sendo um desafio ao professor, pode ser esse um instrumento para ajudá-lo na construção do trabalho positivo referente ao erro. Para os profissionais que decidirem por essa prática pedagógica é necessário conhecimentos, além de ter objetivos claros de ensino e aprendizagem, flexibilização para mediar situações que nem sempre estão relacionadas ao jogo propriamente dito, mas que emergem em diferentes momentos. Esses conhecimentos são fundamentais para que essa metodologia seja prazerosa e eficiente ao aluno, criando assim um conceito positivo em relação ao ensino e a aprendizagem.

2.3 O USO DA FILMAGEM COMO METODOLOGIA PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM

A câmera de vídeo surgiu no Brasil na década de 50. É um dispositivo dotado de mecanismos que captura imagens em tempo real. Diferentemente da câmera fotográfica, a câmera de vídeo é capaz de registrar movimentos, trazendo assim uma maior dinâmica ao resultado final da produção. Desde então essa tecnologia vem sendo utilizada em diferentes áreas do conhecimento, com os mais variados objetivos.

Na educação não é diferente, as filmagens são aplicadas por alguns professores, também com objetivos distintos. Utilizam como recurso metodológico para encaminhamentos que podem favorecer a construção de linhas de ações, outros como recursos didático, compreendido como componentes do ambiente educacional que estimulam os educandos,

facilitando e enriquecendo o processo de ensino e aprendizagem, e ainda existem os que utilizam a filmagem das salas de aula para fins de pesquisas.

Encontramos também outras formas de exploração dessa tecnologia no campo educacional, como produções a partir de um filme, ou seja, o uso do vídeo como disparador de um tema central, e a partir disso, a desenvolvimento de conhecimentos. Também observamos esse recurso em aulas expositivas, como introdutórias seguidas de explicações orais, e trabalhos em que a prática do uso do vídeo com estudantes é encontrada de uma maneira passiva, em que o professor propõe o vídeo, o estudante assiste, e faz alguma atividade posterior, referente ao vídeo.

Na verdade, nota-se que o recurso tecnológico da filmagem pode ser utilizado em diferentes aspectos, voltado à formação de professores, com objetivos diferenciados, como para pesquisas referentes à prática da sala de aula. Destacamos aqui os dois cenários. Discorreremos sobre o uso da filmagem para a formação de professores. Logo, tratamos sobre o uso dessa tecnologia em sala de aula.

A filmagem para a formação de professores é objeto de pesquisa do Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Formação de Professores que Ensinam Matemática (GEPEFOPEM), descrita por Powell, 2015. O grupo desenvolve um projeto de cooperação entre a Universidade Estadual de Londrina (UEL) e a Universidade de Lisboa (UEL) em que compartilham da mesma prática de filmagem das aulas para a reflexão na formação de docentes pesquisando fatores que interferem no desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática. Nesse caso, os participantes da pesquisa são estudantes do Ensino Fundamental II e do Ensino Médio, idades que variam entre 10 e 17 anos aproximadamente, como agentes indiretos do processo. As gravações acontecem no horário regular das aulas de matemática, sendo filmadas as aulas, propriamente dita, professores e alunos no cotidiano. O objetivo dessas captações de imagens, sons e movimentos serve para serem analisadas por estudantes do curso de formação de professores.

Nesse curso participam professores em formação inicial e professores

em formação continuada, ou seja, que já estão atuando em sala de aula. A metodologia do curso ocorre da seguinte forma: as aulas gravadas são assistidas pelo grupo de professores participantes desse curso, para que juntos possam refletir e explorar as possíveis possibilidades de ensino que acontecem durante a aula, aprimorando a atuação, intervenção e mediação do professor junto aos estudantes.

Percebe-se que essa metodologia pode ser aplicada a estudantes de todos os níveis de ensino. Esse recurso tecnológico é um instrumento que demonstra potencial para auxiliar o professor na dinâmica do processo de ensino.

Outro grupo de estudos e pesquisas, nacionais e internacionais, como o GEPFPM – Grupo de Estudos e Pesquisas sobre Formação de Professores de Matemática, junto ao Grucomat: Grupo colaborativo de Matemática, vinculado a Universidade São Francisco (Itatiba, SP) e o Grupo de Pesquisa em Comunicação, Tecnologia e Aprendizagem de Matemática em um projeto de Nova Jersey, EUA, corroboram quanto ao uso das multimídias no ensino e na aprendizagem, com experiências, relatos, contribuições e desafios estudados. Esses foram publicados em um livro com especificações detalhadas do processo de filmagem das salas de aula, inclusive com os desafios enfrentados pelos docentes com o uso desse recurso. O livro foi organizado por Arthur Powell em 2015, a partir de um trabalho apresentado na ANPED (Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação) ocorrida em Caxambu, MG, em 2008, que gerou o interesse de pesquisadores da área da matemática. Com isso os autores que participaram da ampliação da obra abordam o uso do vídeo, assim como as limitações dessa tecnologia na perspectiva de levantar reflexões metodológicas sobre o “porquê” de usar vídeos em pesquisas de Educação Matemática. Nessa pesquisa, de Powell, foi realizada uma abordagem com as possibilidades do uso do vídeo, como o registro de aula no sentido de observar a prática docente, registro de observação no contexto social da aprendizagem, potencialidade no processo de análise e interpretação dos dados, registro de argumentos não verbais e,

até mesmo, exibição de dados em vídeos de momentos posteriores dentro da própria pesquisa.

Os pesquisadores da obra que constituíram esse livro discorrem detalhadamente sobre os momentos gravados e que possibilidades de registrar comportamentos e interações complexas, de modo a permitir ao pesquisador reexaminar continuamente os dados; a interpretação de dados a partir da análise do vídeo sob múltiplos pontos de vista, com diferentes observadores. Quanto às limitações destacam que a utilização deste recurso não está livre de falhas técnicas, limitações mecânicas e edições, sabendo-se que a escolha é seletiva, e a definição de onde posicionar a câmera, que imagem capturar e o que quadro que deixará sem gravar.

Nesta mesma proposta de formação de professores Nacarato e Grandó (2015) relatam a importância do uso de aulas vídeogravadas, professores observam e refletem suas práticas pedagógicas nas salas de aula, aprimorando assim a qualidade assertiva das intervenções do docente nas aulas de matemática. A análise do vídeo possibilita diversas reflexões, como:

[...] possibilita recontar a história do que aconteceu na sala de aula, do ponto de vista da teoria que sustenta as diferentes ideias probabilísticas dos alunos e que aparece nas estratégias de resolução dos alunos. Ao mesmo tempo, possibilita-nos identificar as dificuldades e os limites para a utilização da videogravação de atividades em sala de aula como instrumento de pesquisa. (NACARATO; GRANDÓ, 2015, p.96)

Portanto evidencia-se que durante as gravações não é possível pegar todos os movimentos e comentários dos estudantes. Nisso o vídeo facilita, podendo retomar o que muitos estudantes pensam e falam rapidamente e nem sempre é possível lembrar ou registrar no desenvolvimento da aula.

Em relação ao uso do vídeo na sala de aula trazemos Ferrés (1996), que considera relevante o potencial deste recurso para o ensino. O autor categoriza o uso do vídeo em seis modalidades de uso: 1) Vídeolição: Equivalente a uma aula expositiva; 2) Vídeopoio: Imagens isoladas em movimento, como apoio; 3) Vídeoprocesso: O vídeo nas mãos do próprio aluno; 4) Programa motivador: Programa audiovisual feito em vídeo; 5)

Programa monoconceitual: programa breve, mudo e tema específico; 6) Vídeo interativo: Encontro das duas tecnologias vídeo e informática. Das modalidades listadas o vídeoprocesso é o que mais se aproxima desta pesquisa, pois o vídeoprocesso é definido como a modalidade de uso na qual a câmera de vídeo possibilita uma dinâmica de ensino em que os alunos se sentem como criadores ou, pelo menos, sujeitos ativos por fala de participação, de criatividade, de compromisso, de dinamismo, ou seja, “[...] a modalidade na qual os alunos se sentem protagonistas.” (FERRÉS, 1996, p.23).

Também há registros de pesquisas de Powell e Quintaneiro (2005), com objetivos de observar a sala de aula para o ensino da matemática, numa perspectiva qualitativa, com foco em produção de dados. Os autores reconhecem que as tecnologias de vídeo proporcionam modos de recolher, compartilhar, estudar, apresentar e arquivar casos detalhados de práticas para apoiar o ensino, o aprendizado e o estudo intensivo e prolongado dessas práticas. Sobre os dados, consideram que: “[...] os dados não são como flores, à espera de serem coletados, pois cabe ao pesquisador selecionar e criar um recorte para analisar tais dados. (POWELL; QUINTANEIRO, 2005, p.7).

Com a possibilidade de gerar grandes volumes de dados através do uso do vídeo em sala de aula, os autores ressaltam a importância de refletir metodologicamente a respeito do tratamento dos dados, e ainda sobre “como” e “por quê” usar filmagens em pesquisas. Powell (2015) descreve sobre o uso do vídeo na Educação Matemática nos mais variados objetivos: desde interrogar práticas de ensino até entender os pormenores do ensino. A investigação gira em torno de pensamentos matemáticos dos alunos, como contribuição para a formação de professores que ensinam matemática, possibilitando reflexões sobre a prática de professores, principalmente para a prática profissional e científica dos educadores de matemática, de estudos que tentam explorar novos caminhos e novos olhares e significados sobre: formação e desenvolvimento profissional. Em 2002 o uso da prática de filmar e assistir a aula de Matemática foi considerado uma inovação à formação de professores, por apresentar uma visão real da sala de aula.

Arcavi (2016) desenvolve um estudo em Israel sobre as contribuições do uso do vídeo em sala de aula. O projeto que teve início em 2013 aspira desenvolver a capacidade da reflexão acerca das práticas da sala de aula com base na observação e análise de vídeos de aulas. Esse projeto está organizado com objetivos pré-estabelecidos e abrange seis componentes: ideias matemáticas e meta-matemáticas da lição; objetivos explícitos e implícitos atribuíveis ao professor; tarefas atribuídas e seu desenvolvimento na classe; interações professor-aluno; dilemas do professor durante a aula e a sua resolução; crenças de professor sobre matemática; seu ensino e aprendizagem infértil da lição. O objetivo principal desses estudos é apontar as melhores práticas pedagógicas e instrumentar professores com ferramentas que se convertam em seu arsenal profissional através das suas próprias práticas através da filmagem das aulas de matemática.

As pesquisas de Arcavi (2016) são similares às de Powell (2015) no que se refere ao uso de filmagens de aulas. Pesquisas que aproximam o leitor da prática do uso do vídeo nas escolas, que enfatizam o uso deste recurso como ferramenta para o desenvolvimento e melhoria das práticas didáticas. Assim mesmo, o estudo se propõe a desenvolver e aperfeiçoar técnicas específicas da prática, como o uso eficiente da lousa, tempo de espera de resposta, postura do docente frente aos alunos, clareza das explicações. Arcavi (2016) também promove conversas entre docentes através de aulas filmadas de matemática, com o objetivo de oportunizar um diagnóstico de avaliação individual e imediato do desempenho do docente pelos colegas, supervisores e aspirantes a professores.

Ainda assim, com possibilidades visíveis e constatadas, é importante considerar aspectos críticos da inserção da tecnologia nas escolas que merecem atenção. Moran (2000) sinaliza aspectos que se referem ao marketing da escola tecnológica. O autor demonstra preocupação com o contexto escolar diante da exploração comercial de uma escola moderna pelo uso da tecnologia. As propagandas das escolas enfocam a inclusão digital voltada ao consumo de aparelhos físicos móveis, como: celulares, iPads, tablets, Kindles. Esta visão não é o objetivo do ensino, diz o autor, pois quando

pensamos em tecnologia digital educacional, priorizamos o uso como instrumento de ensino e aprendizagem, ou seja, um recurso que promove o conhecimento.

A gravação permite registrar, armazenar e produzir essas situações e episódios que nem sempre são lembrados. O acesso às tecnologias portáteis, como o celular com capacidade de filmar, está mais presente no cotidiano e conta com a facilidade de poder enviar essas informações em tempo real. Os resultados dessas pesquisas permitem visualizar a possibilidade de preparar o docente e indiretamente privilegiar o estudante. E, projetando reflexões mais ambiciosas, contribuem para um saber científico, passando pelas más práticas à uma educação melhor.

Como vemos, o uso do vídeo é importante para investigar as particularidades do ensino e a aprendizagem da matemática. Nesse contexto, vemos um grande potencial através do uso do vídeo na escola para, através dele, desenvolver o conhecimento dos estudantes.

Em geral, docentes que utilizam a filmagem visualizam nesse equipamento, um potencial plausível para fazer as análises das salas de aula, de um modo real, é possível as cenas serem investigadas com rigor de detalhes, como os sons, as falas, reações físicas: corporais e faciais, e os sentimentos. Também enxergam possibilidade das gravações serem visualizadas quantas vezes forem necessárias, sendo possível observar diferentes coisas, de diferentes ângulos, por distintas pessoas, como descobrir as estratégias para resolver determinada situação ou desafio; e como se manifestam diante de algo novo, qual é o desempenho individual e coletivo; relações sociais de um ambiente escolar; e outras múltiplas e possíveis de serem exploradas a partir desse recurso tecnológico.

3 METODOLOGIA

Neste capítulo, apresentamos o percurso metodológico da pesquisa e os instrumentos utilizados para a coleta de dados. Expomos considerações sobre pesquisa qualitativa, a fim de delinear as características da presente investigação. Explicitamos os procedimentos realizados, e os instrumentos de coleta de dados, apresentando um panorama geral da trajetória realizada. Descrevemos o campo da pesquisa, ou seja, características da escola onde a pesquisa foi desenvolvida e, na sequência, os alunos participantes. Descrevemos o processo de organização e análise dos dados e, por fim, apresentamos o jogo matemático realizado durante a pesquisa e discorremos sobre como foi explorado ao longo da mesma.

A pesquisa relatada na presente dissertação apresenta uma abordagem qualitativa. Conforme Bicudo (2011, p. 21) nesse método de pesquisa “[...] o fenômeno investigado é sempre situado/contextualizado”. Toda investigação requer responsabilidade no que se refere à realidade do investigado. Esse é um cuidado prévio, a ser assumido pelo pesquisador, no momento que vai explicitar os procedimentos de investigação. É algo que transcende as análises apenas baseadas em cálculos e em explicação de métodos e procedimentos.

Bogdan e Biklen (1994, p. 47-50) destacam características da pesquisa qualitativa. Entre elas:

1. Na investigação qualitativa a fonte direta de dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal. Os dados são coletados e complementados pela informação que se obtém do contato direto. Os investigadores qualitativos frequentam os locais de estudo porque consideram o contexto. A presente pesquisa será realizada na Escola, ambiente natural do pesquisador e dos participantes colaboradores da mesma, os alunos. Os dados serão coletados no ambiente natural da sala de aula.

2. Os dados coletados são predominantemente descritivos. Os pesquisadores analisam os dados em toda sua riqueza, respeitando, tanto

quanto possível, a forma em que estes foram registrados ou transcritos, visualizando nesses um potencial para constituir uma pista que nos permita estabelecer uma compreensão mais esclarecedora. Cabe então ao pesquisador analisar os dados obtidos considerando suas particularidades e respeitando o modo como foram registrados. Em nossa pesquisa as atividades realizadas em sala de aula durante e após o jogo, bem como nos momentos de reflexão sobre o jogo em que foram filmadas em áudio e vídeo e posteriormente descritas para análise.

3. O interesse pelos processos é maior do que com os resultados ou produtos. Compreender o sujeito em seu meio permite o melhor entendimento nas situações em que serão analisadas. Considerar a ênfase qualitativa no processo é mais importante do que os resultados obtidos. A pesquisa que desenvolvemos priorizou visualizar o movimento reflexivo dos estudantes durante e após o jogo e também nos momentos em que assistiam aos vídeos produzidos pela pesquisadora. Ou seja, o processo reflexivo e o movimento por ele produzido na elaboração das estratégias de cálculo pelos alunos foram o objeto da pesquisa.

4. Os investigadores tendem a analisar os dados de forma indutiva. Os dados não são coletados para confirmar ou invalidar hipóteses, ao invés disso, são construídos à medida que os dados particulares vão se agrupando. Embora tenhamos partido da hipótese implícita ao problema de pesquisa em função da experiência já vivenciada com a prática de “filmar, assistir e problematizar” de que a mesma contribuía para o processo de aprendizagem da matemática, nesta pesquisa nos propomos a desenvolver um olhar crítico sobre a mesma e suas possibilidades pedagógicas. Nessa direção, no decorrer da organização da presente dissertação, nosso olhar esteve atento ao modo como os alunos resolvem os cálculos matemáticos, que estratégias construíram para desenvolver as jogadas antes e após a reflexão sobre o jogo sobre quais relações estabeleceram entre os conteúdos matemáticos frente à necessidade de vencer os desafios do jogo.

Tendo definido a presente pesquisa como qualitativa, explicitamos agora a trajetória metodológica realizada.

A pesquisa foi realizada em uma Escola da rede pública de ensino do município de Curitiba, estado do Paraná. A Escola atende alunos da Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental, nos períodos da manhã e tarde.

O critério utilizado para escolha da turma pesquisada foi orientado pelo Comitê de Ética em Pesquisa, que nos aconselhou a realizar a pesquisa em uma turma em que a professora não fosse a pesquisadora, uma vez que a mesma é professora regente de uma turma do mesmo ano a ser pesquisado, na mesma Escola, embora seja no período contrário (manhã). Em conversa com as colegas professoras da Escola, a professora do terceiro ano da tarde aceitou o convite para participar da pesquisa.

Com isso, ficou decidido que a pesquisa seria realizada numa turma de 32 estudantes de um terceiro ano do Ensino Fundamental, com idades entre 7 a 9 anos, que frequentam a escola no turno da tarde. Destes, 16 foram escolhidos por sorteio para participarem das filmagens dos momentos de jogo, sendo que estes e os demais participaram nos momentos de reflexão dos jogos realizados com toda a turma.

Foi encaminhado o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – (TECLE) para a autorização dos pais e/ou responsáveis para participar da pesquisa. Todos foram autorizados e envolvidos nas análises. A pesquisa foi aprovada pelo Comitê de ética. Número do Parecer: 2.675.170 CAAE: 87170318.3.0000.0102, em 25 de maio de 2018.

Antes de iniciarmos a pesquisa, realizamos um estudo piloto com algumas crianças para verificar as necessidades de adequação do recurso metodológico escolhido para desenvolver a pesquisa: o jogo da Colmeia. O objetivo foi buscar adequações referentes à compatibilidade à idade dos estudantes e também refletir se o jogo escolhido possuía atributos que seriam essenciais para analisar possíveis contribuições à aprendizagem da matemática. Observamos a necessidade de algumas modificações, tais como a adaptação do jogo, assim como da filmagem para garantir o rigor esperado

em uma pesquisa acadêmica comprometida com a fidedignidade de todo o processo. Identificamos três situações que consideramos necessárias adequar antes de iniciar a pesquisa:

1. Redução do tabuleiro do jogo: neste primeiro momento foi observado que o tamanho do tabuleiro não era o ideal para a idade de crianças de 7, 8 e 9 anos e se fazia necessário uma adaptação. Reduzimos pela metade o número de “colmeias” que compõe o mesmo a fim de otimizar as jogadas. Outro fator determinante para a redução do tabuleiro foi percebido pelo cansaço dos jogadores desvendados em suas falas: - *Esse jogo nunca acaba!* - *Parece não ter fim.*

2. Filmar um grupo de cada vez: por questões de qualidade de áudio e imagem fez-se necessário a coleta de dados de grupos isolados para fins de pesquisa;

3. Problematizações reais dos próprios jogadores. Provocar e proporcionar problematizações sobre as jogadas a partir da realidade vivenciada por eles, que torna o processo mais interessante, estimulando a imaginação e a criatividade dos jogadores.

A partir desse momento prévio com o jogo, também avaliamos a importância do tempo aproximado que cada equipe levaria até a conclusão das jogadas. Tempo esse que não poderia ser curto demais, para que os alunos conseguissem desenvolver estratégias durante o jogo, e nem muito longo, para que não se tornasse um jogo cansativo e desinteressante.

3.1 PROCEDIMENTOS DE COLETA DE DADOS

Para a coleta de dados, durante a pesquisa, foram utilizados os seguintes recursos tecnológicos: o aparelho celular e o tablet, ambos com recursos de gravar áudio e vídeo e a televisão. Todos os momentos do jogo e reflexões foram filmados, proporcionando o uso do recurso auditivo e ao mesmo tempo visual, permitindo que as transcrições e análises do processo fossem registradas com rigorosos detalhes, dentro do possível.

A pesquisa foi realizada em três etapas: jogo, reflexão coletiva do jogo e jogo após reflexão.

3.1.1 Primeira etapa da pesquisa – Jogo da Colmeia

Realizamos um sorteio com os 32 estudantes para saber quem seriam os 16 participantes do primeiro momento. Definido isso, organizamos os estudantes em quatro grupos, os quais denominamos de G1, G2, G3 e G4. Cada grupo foi formado por duas duplas, ou seja, quatro alunos. As duplas foram identificadas pelos números 1 e 2. Atendendo ao compromisso de preservar a identidade dos alunos, atribuímos a cada um uma letra preservando a ordem alfabética, seguida de uma numeração que corresponde a dupla pertencente. Exemplificando:

G1A1, G1B1 são alunos do Grupo 1 que formam a dupla 1.

G1C2 e G1D2 são alunos do Grupo 1 que formam a dupla 2.

Para referir a fala da pesquisadora, tanto nos diálogos como nas problematizações, utilizamos a letra P. Para indicar a fala da Professora Regente utilizamos a letra R e para apontar a fala de todos os estudantes de uma maneira geral, utilizamos a letra T. Os demais participantes da pesquisa (pertencentes à turma pesquisada mas que não compuseram os Grupos de filmagem) foram codificados por P1 para participante 1, P2 para participante 2, e assim sucessivamente até concluir os 16 participantes.

Julgamos importante informar os estudantes sobre o planejamento das atividades a serem realizadas durante a pesquisa para que tivessem conhecimento da proposta como um todo. Informamos que a pesquisa iniciaria com os 16 estudantes sorteados para compor os quatro grupos que seriam filmados durante a realização do Jogo da Colméia. Após seria realizada uma rodada com o Jogo da Colméia com os 32 estudantes para que todos conhecessem o jogo. Esclarecemos que na filmagem dos grupos algumas intervenções seriam feitas pela pesquisadora, caso precisasse esclarecer alguma dúvida. Tais intervenções seriam necessárias para ampliar as

discussões e possibilidades de estratégias que pudessem ser utilizadas posteriormente.

A professora regente recebeu as mesmas orientações para realizar as mediações junto aos estudantes, de acordo com planejamento prévio entre ambas, para que assim todos os grupos fossem orientados e problematizados de modo semelhante durante situações como: esclarecimentos de dúvidas, interpretação de regras do jogo, incertezas quanto aos conhecimentos matemáticos, certificação de um resultado de um cálculo ou de uma possível estratégia para o determinado jogo.

A mediação é um processo que ocorre naturalmente durante as aulas, e a função do professor é intervir no sentido de mediar uma ação pedagógica, quando necessário. Essa mediação deve ser dotada de sensibilidade do professor, pois ela deve ser feita na hora certa que o professor considerar mais adequada, sem antecipações para não interromper o processo de construção de conhecimento.

A pesquisadora também orientou a professora regente para que sempre que possível, não interrompesse o raciocínio do estudante com respostas prontas, e no caso de dúvida dos estudantes, que essa fosse apenas problematizada para que os eles conseguissem chegar a uma conclusão, sozinhos ou em equipe.

Não é possível mediar todos os momentos do jogo, por isso a dinâmica da filmagem é eficiente no sentido de rever algumas situações que passaram despercebidas, porém são importantes no processo de aprendizagem e podem ser retomadas no momento da reflexão pós-jogo.

O primeiro momento da coleta de dados aconteceu em três dias. No primeiro dia, foi realizado o sorteio dos quatro primeiros jogadores que compuseram o Grupo 1 e estes se deslocaram para uma sala adequada para a filmagem do jogo, junto à pesquisadora. No dia seguinte os Grupos 2 e 3 jogaram, um de cada vez e foram filmados. O Grupo 4 jogou e foi filmado no terceiro dia.

No quarto dia organizamos a rodada coletiva para que todos os estudantes conhecessem o jogo e pudessem participar do segundo momento, quando seriam realizadas as reflexões coletivas a partir de episódios filmados dos grupos jogadores.

O recurso metodológico escolhido para a pesquisa é uma sugestão da equipe de matemática da Sme e foi compartilhada durante cursos de formação: “JOGO DA COLMEIA” adaptado a partir de Kamii (1997). Para conhecer o jogo, no Quadro 1 descrevemos os objetivos, materiais necessários, tabuleiro e regras.

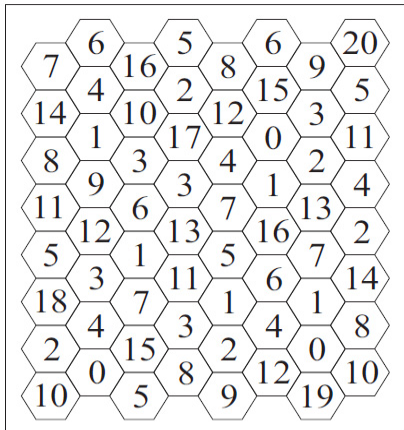
QUADRO 1 - JOGO DA COLMEIA

JOGO DA COLMEIA

Objetivo do jogo: formar uma linha contínua (com a ideia de pequenos segmentos de reta) ou uma coluna, de uma única cor, ligando um lado qualquer ao lado oposto do tabuleiro, contendo 4 hexágonos contínuos.

Material: tabuleiro; 3 dados comuns (numerados de 1 a 6); dois lápis de cor, de cores diferentes, colorindo os hexágonos. A quantidade de jogadores: 2 a 4 participantes ou equipes um lado qualquer ao lado oposto do tabuleiro, contendo 4 hexágonos contínuos.

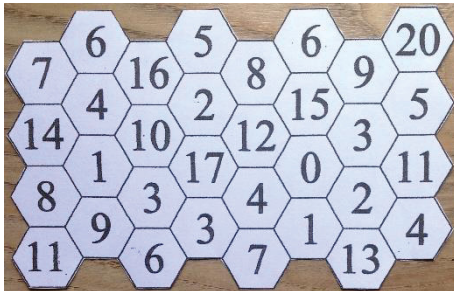
JOGO DA COLMEIA



Tabuleiro da testagem

adaptação

→



Tabuleiro do jogo para pesquisa

Regras do jogo:

- Cada jogador, na sua vez, lança os três dados simultaneamente.

- Relacionar os três números que saíram nos dados com uma ou duas operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação ou divisão).
 - Calcular o resultado, cobrindo-o com uma de suas fichas no tabuleiro (ou colorindo o hexágono). (Exemplo: se sair os números: 2, 3 e 5, o jogador pode cobrir o número 10 ($2 + 3 + 5$); ou, o número zero ($3 + 2 - 5$); ou, o número 13 ($2 \times 5 + 3$), etc.
 - Jogar alternadamente (uma jogada para cada jogador), podendo cobrir qualquer número aberto, desde que os três números dos dados sejam usados apenas uma vez cada. Se isto não for possível passa a vez para o outro jogador.
- Obs.: O jogador escolhe que operação quer utilizar após cada lançamento dos dados.
- Vence o jogo, o jogador que primeiro formar uma linha ou uma coluna contendo os quatro hexágonos contínuos, atravessando de um lado do seu tabuleiro ao seu lado oposto.

FONTE: Adaptado de KAMII (1997)

Após este dia assistimos aos vídeos e fizemos a análise dos mesmos selecionando as cenas que julgamos relevantes de serem assistidas e problematizadas junto aos alunos e realizamos a edição das mesmas. As cenas escolhidas foram as que eram possíveis de serem exploradas na aprendizagem matemática.

A partir deste momento, levamos as filmagens já editadas à escola para as reflexões junto à turma pesquisada.

3.1.2 Segunda etapa da pesquisa - Reflexão coletiva do jogo

A segunda etapa aconteceu com todos os 32 estudantes da turma e consistiu no momento oportunizado aos estudantes pensarem sobre o jogo, sobre as estratégias utilizadas ao jogar, sobre os cálculos realizados e sobre as atitudes de todos durante o jogo. Ou seja, no momento de questionarem, argumentarem, enfim, refletirem sobre o que aconteceu durante o jogo. Para essa etapa foi necessária uma organização específica da turma. A regra foi clara e objetiva: levantar a mão e esperar a pesquisadora chamar pelo nome do estudante para poder comentar sobre o vídeo.

Acordadas as regras com a turma para a organização deste momento iniciamos a apresentação dos episódios do jogo do Grupo 1. A filmagem foi transmitida na ordem da captação da gravação dos grupos. Os alunos puderam levantar a mão sempre que desejaram para fazer as inferências necessárias aos seus entendimentos, ou comentários que considerassem importantes e relevantes a partir dos seus próprios critérios, e estimular para novas estratégias.

Os momentos em que os estudantes opinavam, relatavam e descreviam oralmente o que percebiam na filmagem dos grupos foram registrados através da filmagem. Em conjunto com a professora regente intervimos com problematizações que geraram interrogações aos estudantes e que os fizeram pensar em estratégias para resolverem uma situação que nem sempre aparecem no jogo e que poderiam aparecer.

Citamos exemplos da mediação da pesquisadora no momento da explicação do jogo: (P- Pesquisadora; T- todos os estudantes)

P- Caiu no dado os números: 5; 3 e 3. O jogador pode escolher qual sinal ele quer usar.

P- Qual são os sinais gráficos que vocês conhecem?

T- Mais, menos, multiplicação e aquele que divide.

P- Então, com esses três números dos dados podemos chegar a qual resultado?

T- 11. (rapidamente um aluno responde 11).

P- Por quê?

T- Porque $5+3+3$ é igual a 11.

P- Muito bem!

P- Podemos chegar a outro resultado com essa mesma jogada?

A pergunta feita pela pesquisadora estimulou os estudantes a pensarem como resolver tais situações que os levam a criar novas estratégias de resolução de problemas. Além desse exemplo citado, podemos discorrer mais situações exemplos que demandam raciocínio lógico matemático a partir de perguntas problematizadas pela pesquisadora:

- Se tivesse saído os números 5, 6 e 3 nos dados, quais seriam os números que poderiam resultar? ou

- Que outras estratégias podem utilizar para chegar neste mesmo resultado?

As problematizações foram propostas com o objetivo de ampliar as possibilidades de estratégias dos jogadores, com perguntas que permitam o estudante a pensar sobre o jogo, como exemplo:

- Que números caíram nos dados? Poderiam ser feitas outros cálculos utilizando esses mesmos números?

- E se fosse feito o cálculo a partir da subtração?

- Com esses números é possível chegar ao resultado 10?

- Quais seriam as outras possibilidades de cálculos (conta)?

- Qual seria a melhor estratégia (como resolveu) neste caso? Por quê?

Problematizações que desencadeiam dúvidas, respostas distintas uns dos outros e que promovem novas maneiras de pensar sobre o jogo, e possíveis estratégias que não foram pensadas anteriormente por todos os jogadores. Perguntas como essas faziam os alunos pensar em como poderiam realizar cálculos que permitiriam chegar ao melhor resultado no tabuleiro para vencer o jogo. Para Behrens (2006) os estudantes podem ser despertados para produção do conhecimento, e esta foi a intenção deste momento da pesquisa. Desse modo, os alunos foram estimulados a pensar em estratégias como: cálculos diferentes para chegar a resultados diferentes; e caminhos diferentes para chegar ao mesmo resultado.

Normalmente na escola o professor propõe o cálculo e o aluno procura o resultado. Neste jogo, o resultado está no tabuleiro, ou seja, o aluno tem o resultado e precisa decidir quais cálculos deve fazer com os números que caíram nos dados para obter o resultado que quer marcar no tabuleiro. Essas

estratégias podem ser atingidas por meio das reflexões coletivas, a partir do conhecimento de um colega o aluno pode construir um novo caminho.

Assim como as problematizações feitas pela pesquisadora durante a reflexão coletiva do jogo, outras situações destacaram-se nesse processo de reflexão. O recurso do uso do vídeo para pausar cenas do jogo durante a reflexão apresenta interessante subsídio de pesquisa para a pesquisadora e para os alunos. Para McLuhan o *Instant Replay* é uma importante invenção para as comunicações (citado por FERRÉS, 1996, p.57). O *Instant Replay* significa a Repetição instantânea. Esse recurso foi eficiente para esclarecer dúvidas em determinadas jogadas. Como nesta situação o aluno solicita o *Instant Replay* ao pedir para voltar (repetir) o vídeo para esclarecer uma dúvida. Por exemplo:

P- Prestem atenção nos dados, não tirem os olhos dos dados.
P- A primeira vez que ela (G1A1) disse que deu 8.
P- Olhem o braço dela passando em cima dos dados G3L2- ela mexeu e virou
P- Será que na hora do jogo alguém percebeu isso?
G1B1- Profª, volta um pouquinho o filme que daí da pra ver
P- Boa ideia!
T- Eu vi!
P14- Tava o 3 ali (no dado)
P- Nesse momento ela virou 2 dados
G1B1- É o amarelo e o vermelho?
P- Quanto que tava marcando no amarelo?
T- 3
P- E o vermelho tinha 2
P- E o verde?
P- 3+2+5 deu 8, estava certa
P2- Eu percebi que ela roubou pra o time dela fazer ponto
P- Será que ela roubou?
T- Não
G1D2- Foi sem querer
G1A1- Isso foi só um engano
P- A colega explica isso na hora do jogo, ela não estava trapaceando

A repetição de uma cena durante a reflexão do jogo pode ser decisiva para esclarecimento de uma jogada. Os alunos ficam atentos a filmagem para não errar no julgamento de uma ação. Quando constatarem alguma opinião contraditória querem logo rever a cena para tirar a dúvida. Por isso a importância do Replay, que já é muito usado nas partidas de outros tipos de jogos, como futebol e voleibol.

3.1.3 Terceira etapa da pesquisa - Jogo após-reflexão

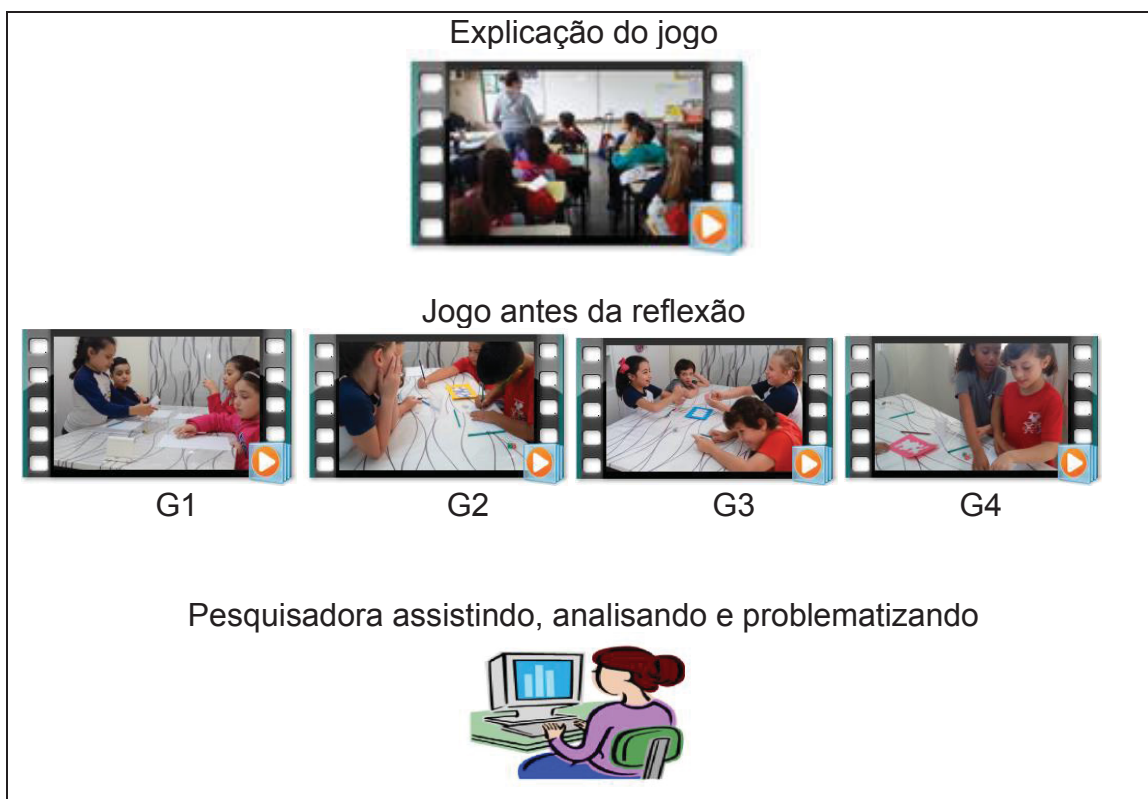
Na terceira e última etapa os 16 jogadores que haviam participado da primeira etapa foram convidados a jogar novamente, repetindo as duplas e o mesmo jogo, para que assim pudéssemos observar mudanças possíveis nas estratégias de jogo e de cálculos derivadas do ato de refletir a própria prática.

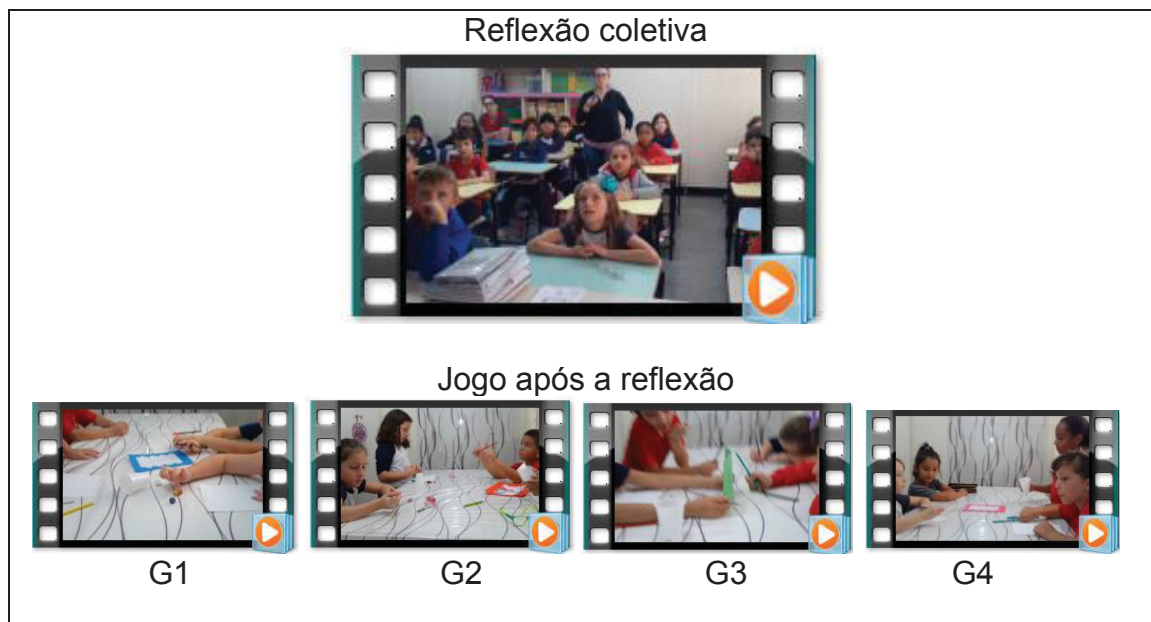
Fizemos o uso da mesma metodologia anterior: mesmos grupos e integrantes, também foram filmados um grupo de cada vez. Na conclusão da partida o grupo filmado retornava à sala de aula e outro grupo se dirigia ao local da filmagem, de modo consecutivo.

O objetivo específico dessa etapa foi analisar se houve ou não mudanças nas estratégias, nas atitudes e nas tomadas de decisão do jogo após as reflexões coletivas. Nesta fase a intervenção foi menor que as intervenções anteriores devido ao objetivo da etapa.

No Quadro 2 apresentamos uma síntese esquemática da intervenção realizada. O objetivo é mostrar passo a passo a sequência operacional da pesquisa.

QUADRO 2 - A PRÁTICA DE FILMAR, ASSISTIR E PROBLEMATIZAR





FONTE: A autora (2019).

3.2 PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE DE DADOS

A partir dos objetivos definimos três categorias prévias de análise: estratégias de cálculo, processos reflexivos e mudanças de atitudes frente ao jogo e ao jogar.

A categoria “estratégias de cálculo” diz respeito aos diferentes processos de cálculo realizados pelos alunos durante as jogadas. Nesta categoria foram identificadas cinco estratégias de cálculo, que denominamos subcategorias: cálculo nos dedos, contagem termo a termo, cálculo mental, uso de apenas uma operação, e o uso de duas operações.

Já na categoria “processos reflexivos” diz respeito aos momentos em que os estudantes evidenciaram questionar, analisar, reconsiderar processos de cálculo e modos de jogar, ou seja, refletir sobre as jogadas e estratégias de cálculo.

A categoria “mudanças de atitudes frente ao jogo e ao jogar” diz respeito às atitudes dos estudantes durante o jogo em relação: às estratégias de jogo, ao cálculo e seus registros, ao cálculo mental, ao erro, à competitividade, à interação com os colegas ao envolvimento no jogo, , à

postura do estudante em relação ao tabuleiro, à postura quanto à conferência dos resultados dos cálculos, e por fim, às análises feitas antes e após as reflexões coletivas.

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS

O objetivo a que nos propomos neste trabalho é o de analisar as contribuições da prática de filmar, assistir e problematizar situações vivenciadas durante o desenvolvimento de jogos matemáticos para a aprendizagem de cálculos matemáticos em uma turma de 3º ano do Ensino Fundamental. Para isto, consideramos como objetivos específicos: identificar as estratégias de cálculo utilizadas antes e após a reflexão sobre o jogo; analisar o movimento reflexivo dos estudantes sobre o jogo e as repercussões do mesmo para a elaboração de novas estratégias ao jogar; verificar mudanças de atitudes dos estudantes em relação ao jogo e ao jogar.

Os dados que substanciaram as análises foram extraídos do movimento dos estudantes durante o jogo proposto, das discussões coletivas promovidas na exibição de episódios filmados dos próprios estudantes e das problematizações que promoveram as reflexões.

A partir dos objetivos definimos três categorias prévias de análise: estratégias de cálculo, processos reflexivos e mudanças de atitudes frente ao jogo e ao jogar.

Nessas categorias buscamos evidenciar o movimento reflexivo realizado pelos estudantes sobre estes aspectos.

4.1 ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO

A categoria “estratégias de cálculo” diz respeito aos diferentes processos de cálculo realizados pelos alunos durante as jogadas. Nesta categoria foram identificadas cinco estratégias de cálculo, que denominamos subcategorias: cálculo nos dedos, contagem termo a termo, cálculo mental, uso de apenas um sinal na operação, e o uso de duas operações.

Para esta categoria inserimos um código: “Es”, ou seja, as iniciais da palavra “Estratégia” e para subcategoria um número de 1 a 5. Então consideramos o código Es1 para o cálculo nos dedos, Es2 para contagem

termo a termo; Es3 para cálculo mental; Es4 para a estratégia que denominamos cálculo com apenas uma operação; e por fim, Es5 para cálculos com duas operações.

4.1.1 CÁLCULO NOS DEDOS (Es1)

Lopes e Leivas (2017, p. 166) esclarecem que ao contar nos dedos, a criança transcende a visualização e abstração dos números, pois sente os números através de seu tato. Portanto, coibir a criança de contar nos dedos é podar sua necessidade de tornar o número algo concreto, ao invés de algo puramente abstrato, como uma simbologia numérica.

Neste sentido valorizamos a estratégia de “cálculo nos dedos”, e por ela consideramos quando o estudante usa os dedos das mãos como auxílio para realizar algum cálculo ou contagem, adicionando ou subtraindo parcelas. Exemplo:

A estudante levantou 7 dedos e em seguida baixou 3 deles, apresentando o cálculo de 7 menos 3 cuja resposta é 4.

A seguir apresentamos momentos em que os alunos calcularam tendo os dedos como recurso, antes e após o momento de reflexão coletiva sobre o jogo.

a) Jogo antes da reflexão coletiva

Antes da reflexão coletiva, no Grupo 1, identificamos que em quatro jogadas (3, 4, 8 e 15) os estudantes usaram os dedos para contar. Apenas a estudante G1D2 não fez uso dessa estratégia para a resolução dos cálculos.

Exemplo: Jogada 3 (G1Eq1Jg3):

O estudante G1B1 jogou os dados e caíram 6, 4 e 5. A estudante da equipe adversária repete os números em voz alta enquanto a jogadora G1A1 conta nos dedos em silêncio os números que saíram nos dados de um em um, e fala o resultado em voz alta: 15.

O estudante G1B1 foi direto ao tabuleiro para procurar o número 15 e fica repetindo o número 15 várias vezes como se estivesse fazendo torcida para que, no tabuleiro, tivesse o número 15. Nesse momento é possível perceber que os estudantes não observaram o tabuleiro

antes de jogar, e sim, após fazerem o cálculo e obterem o resultado final.

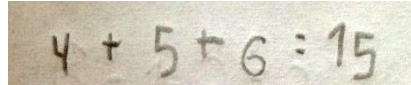
A estudante G1D2 demonstra impaciência pedindo para a equipe 1 escolher o sinal que iriam usar para fazer a conta, como se o cálculo através da contagem nos dedos não fosse um resultado válido.

A estudante G1A1 pega o tabuleiro em mãos e rapidamente encontra o número 15 e vibra.

Os outros três estudantes pedem calma para ela e dizem que ela precisa fazer a conta no papel para ver se dá o número 15, não considerando a contagem anterior.

A estudante G1A1 não considera a necessidade da conta ser feita novamente, e quem faz isso é o colega da sua equipe.

Ele usa o esquema de



$$4 + 5 + 6 = 15$$

calcular a partir dos dedos e a colega G1A1 sussurra a resposta do cálculo no ouvido dele. Ele, porém, não aceitou a resposta dada e insistiu em acabar de contar e encontrar o resultado por si só.

A estudante G1D2 pediu se já haviam contado e ele conclui o raciocínio e diz: - Ahhhh vai dar 15, demonstrando a conclusão da conta.

A estudante G1A1 pediu para ele pintar a colmeia com o número 15.

Antes de colorir o tabuleiro o estudante G1B1 confirma com os colegas se havia dado 15 mesmo, demonstrando que ele não havia concluído o raciocínio.

A estudante G1C2 da equipe adversária mostrou que no tabuleiro havia o número 15 e afirmando que esse era o resultado correto.

Os estudantes demonstravam pressa em colorir o tabuleiro a fim de que a outra equipe pudesse jogar.

No Grupo 2 observamos que em 13 jogadas a estratégia de cálculo a partir dos dedos foi o modo encontrado para realizar a adição, por todos os jogadores do Grupo 2, nas jogadas: 3, 4, 5, 8, 9, 12, 16, 18, 19, 20, 23, 24 e 25.

Exemplo: Jogada 3 (G2Eq1Jg3):

G2E1 jogou os dados, seu colega G2G2 apontou e disse: 6 mais 3 mais 1. Porém não conseguiu resolver a conta. Sugiro que escrevam o cálculo na folha rascunho para auxiliar o processo. Enquanto o jogador G2G2 faz a conta no rascunho, G1E1 colocou uma das mãos embaixo da mesa e **conta nos dedos** a partir do número 6. 6 mais 3 que caiu em um dos dados, e mais um que havia caído no terceiro dado, ficando compreendido da seguinte forma: 6, 7, 8, 9, 10. Quando ele acaba de contar, fala a resposta para G2G2 que estava fazendo um cálculo no papel rascunho.

G1E1 insiste que o resultado é 10. G1G2 questiona: como assim? Porque o seu cálculo havia dado outra resposta.

G1E1 foi contar nos dedos para mostrar que tinha dado a resultado 10. E G1G2 pergunta se é adição ou multiplicação? A conta é de vezes.

G1E1 coloca as mãos embaixo da mesa novamente para contar nos dedos sem que os colegas percebessem.

G2H2 disse que sabia a resposta de 6 vezes o 3.

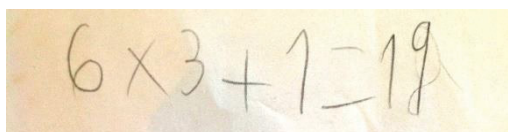
G2E1 fala que a resposta é 18. G2G2 não consegue concluir o raciocínio, apenas confia no colega e escreve a resposta. Mas G2E1 lembra que ainda é preciso calcular o número um que saiu em um

dos dados. Ele corrige a folha rascunho e me pergunta se estava correta a resposta, não dando credibilidade ao colega.

Eu pergunto qual foi o cálculo para ver se ele faria a conta. A colega da equipe 2 fala como ficou a conta: 6 vezes 3 mais 1, mas não diz a resposta.

Pergunto o que eles acham e G2E1 diz que acha que a conta está certa. O estudante diz que o colega G2E1 disse que estava certa. Pergunto ainda o que ele (G2G2) acha e ele diz que "acha que não". G2G2 em nenhum momento demonstra pensar em fazer o cálculo. Questiono a equipe 2 para saber se o cálculo do estudante G1E1 estava correto. G2H2 responde com muita segurança que o cálculo está certo, porque elas fizeram a conta nos dedos e deu esse resultado.

O cálculo da equipe 1 ficou da seguinte forma:



$$6 \times 3 + 1 = 19$$

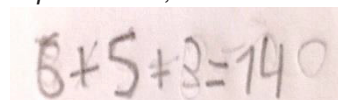
G2G2 fica tranquilo com a resposta da outra equipe e pede para G2E1 achar o número 19 no tabuleiro e pintar.

No Grupo 3 observamos que a estratégia de cálculo nos dedos esteve presente em 3 situações, por todos os jogadores, nas jogadas 7, 11 e 18.

Exemplo: Jogada 7 (G3Eq1Jg7)

G3J1 jogou os dados, caíram 5, 6 e 3, enquanto pensava em qual a estratégia iria utilizar. G3L2 já se adiantava pensando em alguma maneira para tirar seis e completar logo a coluna.

G3J1 depois de calcular, chegou ao resultado 14. A colega de equipe disse para ele esperar, porque teve uma ideia para fazer a conta. Pensou e disse que achava que não daria certo, pergunto o porquê e ela disse que queria que desse o resultado 16, mas do jeito que ela pensou não daria, porque um dos dados tinha que ter caído um. Novamente a jogadora G3I1 disse ter uma nova ideia e agora acreditava que daria certo. A ideia era fazer o número 6 vezes o 5 que daria 20, no mesmo instante percebe que não estava certa e corrige pedindo calma aos colegas. Depois disso, ela fez várias tentativas, apagando várias vezes o papel rascunho e fala que o cálculo ficou assim: 6 mais 5 daria 11, levantou os **dedos** e contou a partir do 11 mais 3, dizendo em voz alta 12, 13, 14. Ela conclui dizendo: - Pronto, o resultado deu 14.

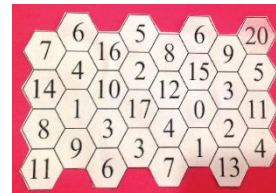


$$6 \times 5 + 3 = 14$$

No Grupo 4, três estudantes calcularam por meio dos dedos em 7 situações, nas jogadas: 1, 5, 10, 17, 23, 26 e 27, durante a realização de cálculos de adição, multiplicação e subtração. Ou seja, não esteve presente em cálculos de divisão.

Exemplo: Jogada 1 (G4Eq1Jg1)

A jogadora G4M1 iniciou o jogo, nos dados caíram os números 5,5 e 3. Percebemos que nesse grupo ninguém tentou sair jogando ou ao menos perguntou quem iniciaria o jogo, apenas deixaram a situação como estava, ou seja, seguindo a iniciativa da jogadora. Pergunto que número saiu nos dados, G4M1 diz os números e que já estava decidindo o cálculo que faria. Complementa dizendo que acreditava que seria de multiplicação: 5 vezes o 3 mais 5. A colega de equipe G4N1 se aproximou e ajudou a fazer os cálculos, 5 vezes 3 é 15 e **contou nos dedos** até chegar no número 20, notamos que essa estudante não conseguiu calcular mentalmente 15 mais 5, então precisou dos dedos para calcular, chegando ao resultado final 20, após confirma com o movimento da cabeça o resultado obtido. A estudante G4M1 fala em voz alta: - Eu fiz 5 vezes 3 mais 5 e deu 20. G4N1 aponta o local que ela deveria colorir.



b) Após a reflexão coletiva

Constatamos que no jogo após a reflexão coletiva sobre o jogo, a estratégia do cálculo nos dedos não foi identificada em nenhuma das jogadas do Grupo 1.

No Grupo 2, o cálculo nos dedos foi utilizado em 6 ocasiões, por todos os jogadores nas jogadas 1, 5, 11, 15, 18 e 19.

Exemplo: Jogada 1 (G2Eq2Jg1P)

G2H2 jogou os dados, caíram os números 6, 1 e 4. G2F1 fala os números em voz alta. G2E1 diz que acha que pode dar 11. G2F1 **levanta os dedos** e começa a contar 6, 7, 8, 9, 10, 11 e diz que só pode dar 11 se for conta de mais. O estudante usou desta estratégia para conferir o resultado da equipe adversária. Sem dizer uma só palavra a estudante G2H2 que havia jogado os dados, foi colorir o tabuleiro. Logo G2F1 diz que ele não havia feito a conta. Como resposta G2H2 diz que fez de cabeça. E G2G2 complementa: - cálculo mental, meu querido! G2F1 diz que ele também iria fazer de cabeça a partir de agora. Pergunto qual o cálculo que eles fizeram e G2H2 responde que foi 6 vezes o 1 mais 4. E G2F1 complementa: - que dá 10!

No Grupo 3, essa estratégia surgiu em três jogadas: 8, 10 e 11, por três estudantes.

Exemplo: Jogada 8 (G3Eq2Jg8P)

G3L2 jogou os dados e caíram nos dados os números 3, 2 e 6. G3I1 da equipe adversária comenta que acha que já caiu esses números. G3K2 pede calma parecendo pensar numa estratégia diferente. Logo diz que 2 vezes o 6 é 12 e levanta as mãos e começa a **contar nos**

dedos: 13, 14, 15, demonstrando estar adicionando 3 ao cálculo, o que daria 15. E esse foi a definição de cálculo feita pela equipe.

No Grupo 4, a estratégia da contagem nos dedos esteve presente em três jogadas, 8 e 12 pelo mesmo jogador, G4M1e pelo estudante G4O2 na última jogada. Notamos que nos três momentos os dedos foram usados como apoio para os cálculos da subtração.

Exemplo: Jogada 8 (G4Eq1Jg8P)

G4M1 jogou os dados e caíram os números 5, 4 e 3. Enquanto a jogadora pensa que o que fazer, G4O2 disse que esse jogo é bem legal e G4Q2 concorda dizendo que ela estava dizendo a verdade. G4N1 disse aos colegas que o cálculo seria 3 mais 4, dá 7 e **levanta 7 dedos** das mãos e começa a baixar um de cada vez e e vai contando até 1, 2, 3, 4, 5, e sobram 2 dedos. G4O2 da equipe adversária disse que desejava que o time adversário ganhasse o jogo, assim ficaria empatado, porque na primeira partida, antes da reflexão, a equipe 2 já havia ganho o jogo, e ainda conclui que caso contrário, se elas voltassem a ganhar, o placar seria 2 a 0.

$$3 + 4 - 5 = 2$$

Em síntese notamos que o cálculo nos dedos foi realizado por vários estudantes como estratégia para resolução dos cálculos, como podemos ver na Tabela 1.

Tabela 1 - Número de vezes que a Estratégia Cálculo nos dedos esteve presente nas jogadas

Grupo	Estudantes	Antes da reflexão coletiva	Depois da reflexão coletiva
Grupo 1	G1A1	1	0
	G1B1	1	0
	G1C2	2	0
	G1D2	0	0
Grupo 2	G2E1	3	1
	G2F1	3	1
	G2G2	6	2
	G2H2	1	2
Grupo 3	G3I1	0	0
	G3J1	2	1
	G3K2	1	1
	G3L2	1	1
Grupo 4	G4M1	5	2
	G4N1	0	0
	G4O2	2	1
	G4Q2	0	0
		29	12

Fonte: dados da pesquisa

É possível observar a partir da Tabela 1 que antes da reflexão coletiva os estudantes do Grupo 1: G1A1, G1B1 e G1C2 realizaram cálculos nos dedos, e apenas G1D2 não fez o uso dessa estratégia. Após a reflexão coletiva, nenhum dos estudantes do Grupo 1 utilizou a estratégia do cálculo nos dedos.

Já no Grupo 2 todos os estudantes mobilizaram essa estratégia antes da reflexão coletiva e, após, observamos que o uso dessa estratégia pelos estudantes G2E1, G2F1 E G2G2 foi reduzido à terça parte sendo que apenas G2H2 dobrou o número de vezes que utilizou dessa estratégia.

No Grupo 3 os estudantes G3J1, G3K2 e G3L2 calcularam com apoio dos dedos antes da reflexão coletiva. Após, G3K2 e G3L2 mantiveram o mesmo número de vezes que calcularam nos dedos e enquanto o jogador G3J1 reduziu a uma única vez o uso dessa estratégia após a reflexão. O jogador G3I1 não utilizou essa estratégia.

No Grupo 4 apenas dois dos estudantes o fizeram antes da reflexão coletiva. Após os jogadores G4N1 e G4Q2 não mobilizaram essa estratégia. Já o estudante G4M1 reduziu de 5 para 3 o número de vezes que usou essa estratégia, e G4O2 reduziu de 2 para 1 vez.

Observamos que o uso da contagem nos dedos foi mais presente antes da reflexão coletiva e praticamente ausente após esse processo.

Conforme Lopes e Leivas (2017) é fundamental que o professor tenha consciência de que o fato de contar nos dedos é um modo de transição do material para o abstrato celebrado pela criança, não sendo uma prática que vá se perpetuar, mas sendo um processo de suma importância para o aprendizado com significado.

4.1.2 CONTAGEM TERMO A TERMO (Es2)

Por “contagem termo a termo” consideramos ações em que o estudante aponta com o dedo ou com a ponta do lápis para contar cada ponto do dado, de um em um. Exemplo:

O estudante contou os pontos dos dados apontando o dedo e dizendo um, dois, três e continua no próximo dado contando a partir do número quatro e cinco e continua no terceiro dado até concluir o número seis, colorindo a colmeia com o resultado final da contagem, que seria seis.

Em outras palavras, chamamos de contagem termo a termo a estratégia de realizar somas contando um a um cada ponto dos dados, mantendo uma sequência na contagem. A contagem termo a termo é identificada como um dos princípios fundamentais da contagem no processo de compreensão do número (GELMAN; GALLISTEL, 1978).

Gelman e Gallistel (1978) e Orrantia (2006, p. 162) esclarecem que a contagem envolve o desenvolvimento do conhecimento dos princípios conceituais da contagem. Esses princípios são: correspondência termo a termo, que envolve considerar cada elemento de um conjunto uma vez e apenas uma vez; ordem estável, que estipula que para contar é imprescindível estabelecer uma ordem coerente; cardinalidade, que estabelece a quantidade total de elementos contidos no conjunto; abstração que determina que os princípios acima possam ser aplicados a qualquer tipo de conjunto; e por último, irrelevância da ordem que indica que a ordem pela qual os elementos do conjunto começam a ser enumerados é irrelevante para sua designação cardinal, não alterando o resultado da contagem. Esses princípios estabelecem as regras processuais sobre como contar um conjunto de objetos. Para Orrantia (2006), a partir das experiências com as contagens a criança vai adquirindo a sequência numérica convencional e isso permitirá que ela estabeleça quantos elementos um conjunto tem o que é conhecido pelo nome da enumeração.

Em nossa pesquisa observamos a contagem termo a termo como estratégia para o cálculo antes e após o momento de reflexão coletiva.

a) Antes da reflexão coletiva

No Grupo 1, observamos que os estudantes somaram os dados usando o esquema de contar de um em um os números que caíram nos dados, como exemplo: 2 mais 3 eles contaram 1, 2, 3, 4 e 5, fazendo corresponder um número falado, a cada ponto dos dados, contando todos os pontos dos dados.

A contagem termo a termo apareceu em 8 jogadas pelas duas duplas. Esse esquema foi observado nas jogadas 1, 3, 5, 6, 8, 9, 11 e 16.

Exemplo: Jogada 1 (G1Eq1Jg1):

*A estudante G1A1 disse ao grupo que ela e o colega G1B1 da equipe 1 iniciariam o jogo. Ela jogou os dados e caiu 6, 1 e 2. E o estudante G1B1 fez rapidamente o cálculo mental de adição e disse 9. Ela olhou para os dados e **contou de um a um** os pontos dos dados e confirmou a resposta de seu colega de equipe: falando o número 9.*

A estudante G1D2 disse que agora eles precisavam escolher um sinal para fazer o cálculo. Como se o cálculo mental não fosse válido. Os jogadores da equipe 1 se debruçaram sobre os dados e ficaram indecisos sobre qual sinal usariam para fazer a conta diante das sugestões da equipe adversária. Pensaram em usar o sinal de adição, subtração e multiplicação.

Na hora do registrar o cálculo no papel rascunho a estudante G1A1 escreveu os números que saíram nos dados e fez algumas tentativas com sinal de adição e subtração. As tentativas feitas pela estudante G1A1 eram diferentes ao cálculo mental inicial.

Na conclusão decidiram usar a adição, percebemos que acharam mais fácil e representaram no rascunho da seguinte forma: 6 mais 1 menos 2 é igual a 9.

Sem dizer uma só palavra a estudante G1A1 ficou olhando fixamente à equipe adversária e aguardou elas conferirem sua resposta.

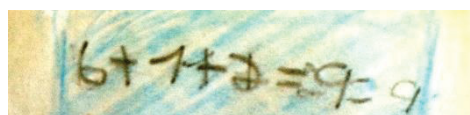
A estudante G1D2 fez o cálculo mental e disse que 6 mais 1 menos 2 é 5.

A equipe 1 percebeu o erro na resposta e o estudante G1B1 riu de sua colega. A estudante G1A1 também percebeu o seu erro e pediu a borracha emprestada para a estudante G1C2 e disse que estava com preguiça de pegar a sua borracha.

Os outros três estudantes ficaram debatendo qual seria a melhor conta para a estudante G1A1 fazer, e optando por um ou outro sinal.

A estudante G1A1 ficou preocupada com a filmagem do grupo diante da discussão dos estudantes e alertou os colegas com a voz baixa e os dentes entreabertos sobre a pesquisadora estar filmando tudo e que essa filmagem iria para a rede social com certeza. Esse comentário foi motivo de risos entre o grupo de estudantes.

Após esse comentário a estudante G1A1 se concentrou e corrigiu a conta que ficou representada da seguinte forma:



Depois de feitas as diferentes tentativas e definirem o cálculo os estudantes foram olhar o tabuleiro, não se atentando a esse até o momento. Pegaram o tabuleiro e

Depois de feitas as diferentes tentativas e definirem o



foram logo colorindo o primeiro número 9 que encontraram no tabuleiro. Nenhum deles percebeu que havia duas opções, ou seja duas colméias com o número nove.

A preocupação de todos era que a estudante G1A1 colorisse rapidamente a colmeia para dar continuidade ao jogo.

No Grupo 2, o cálculo pela contagem termo a termo apareceu em três jogadas: 6, 11 e 23, pelos dois jogadores da equipe 1.

O estudante G2E1 joga os dados, caiu 6, 1 e 1. Ele conta a partir do número 6, 7, 8. E o estudante G2G2 **conta usando a ponta do dedo** e apontando para cada ponto do dado também iniciando a partir do número 6, 7, 8 para adicionar ao valor do outro dado

O estudante G2E1 pegou o papel rascunho e disse 6 menos 1 e colocou um sinal de mais após o número 1 aparentando ficar da seguinte forma: $6-1+1$.

O estudante G2G2 pediu por favor para fazer as duas contas de subtração, eles concordaram, apagaram o sinal de adição e escreveram o sinal de subtração.

O estudante G2G2 explica que quer fazer a conta de subtração porque as outras contas anteriores a essa foram feitas de adição.

O estudante G2E1 resolve a conta e diz que deu 6. O estudante G2G2 não concorda e vai conferir e diz $6-1$ é $5-1$ é 4.

O estudante G2E1 quer deixar assim mesmo: $6-1+1=6$. Porém o estudante G2G2 apaga a conta o sinal de adição e faz o sinal de subtração, também corrige o resultado final, que ficou expresso da seguinte maneira:

Eles observam o tabuleiro e acham uma colmeia com o número 4 e antes de colorir a estudante G2H2 da equipe adversária os alerta sobre ter outra colmeia com o número 4. O estudante G2E1 pinta aleatoriamente a colmeia número 4 apontada pela estudante da equipe adversária.

A contagem termo a termo não apareceu em nenhum momento do jogo do Grupo 3. Já no grupo 4 o esquema foi identificado nas jogadas: 13, 21 e 23, somente pelos jogadores do Grupo 1.

Exemplo: Jogada 13 (G4Eq1Jg13)

G4O2 jogou os dados, caíram os números 6, 4 e 1. O jogador da mesma equipe imediatamente responde que daria 11. Percebemos que esse cálculo mental foi feito por meio da adição. Pergunto como ele havia chegado a resposta, ele não responde. G4O2 diz

que queria fazer da seguinte maneira: apontou ao dado com 1 ponto e depois continuou a **contagem de um em um** 2, 3, 4, 5, 6, 7 menos 4, e continua o raciocínio: 1 mais 6 dá 7, com as mãos mostrou os 7 dedos e baixou quatro deles, ficou apenas com 3 dedos erguidos. A estudante G4Q2 pediu um tempo para eles decidirem qual seria o melhor resultado. Nesse momento eles olharam o tabuleiro e





decidiram por colorir e optaram por colorir a colmeia de número 3 que estava situada na mesma coluna da colmeia de número 16, que essa equipe já havia colorido anteriormente.

Depois de concluírem a jogada, G4N1 levanta a hipótese de haver outro número para eles optarem que facilitaria a conclusão do jogo, inclusive eles venceriam.

Porém as estudantes G4M1 e G4N1 não viram essa possibilidade e quando perceberam argumentaram que não escolheriam essa colmeia porque depois ficaria mais difícil vencer, pois faltaria completar o número 17, e esse era mais difícil de conseguir tirar nos dados. Elas não souberam dizer o porquê seria mais difícil, mas elas achavam que sim.

b) Após a reflexão coletiva

Após as reflexões verificamos que a contagem termo a termo aconteceu em duas situações, durante o jogo no Grupo 1, nas jogadas 2 e 6.

Exemplo: Jogada 2 (G1Eq1Jg2P):

G1A1 jogou os dados, caíram os números 5, 4 e 2. Ela utiliza a mesma maneira para contar os pontos dos dados da jogada antes da reflexão, fazendo uso do lápis para contar, e a **contagem é feita de um em um**, ou seja, um ponto de cada vez.



Percebendo a necessidade de ajuda para G1A1 a estudante G1C2, da equipe adversária, sugere que eles coloquem a folha rascunho entre os dois jogadores e assim eles possam se ajudar na hora de calcular.

A primeira preocupação da equipe 1 era para fazer o cálculo usando a divisão. G1A1 recomenda que G1B1, que já estava fazendo as tentativas no papel rascunho, fizesse a conta da seguinte forma: 5 divididos por 4. Porém ele pensa um pouco e escreve no papel da seguinte maneira:

$$4 \times 2 + 5 = 13$$

Observamos no papel rascunho da equipe 1 que eles fizeram o cálculo de multiplicação e de adição sem usar a borracha, demonstrando segurança no cálculo. Durante o raciocínio de G1B1 percebemos que ele fazia movimentos com os braços e mãos de frente para trás como se estivesse contando um por um. No final ele diz em voz alta que 4 vezes o 2 mais 5 é igual a 13.

As duas jogadoras da equipe 2 foram conferir os cálculos para ver se estavam corretos e depois disso a equipe 1 foi procurar o número no tabuleiro.

No Grupo 2, após as reflexões coletivas, a estratégia de cálculo termo a termo surgiu em 5 momentos. Nas jogadas 2, 6, 10, 14 e 17. Em quatro

dessas jogadas, essa estratégia foi mobilizada pelo jogador G2E1. E na última jogada em que apareceu essa estratégia ela foi usada pelo estudante G2H2.

Exemplo: Jogada 10 (G2Eq1Jg10P):

*G2E1 jogou os dados e caíram os números 3, 3 e 4, esse observou atentamente o tabuleiro. O estudante G2F1 disse que se ele tirasse 10 mais 7 mais 1 daria 18. Enquanto isso G2E1 fala: - Opaaa!!! G2F1 pergunta o que havia acontecido, o que ele tinha percebido. G2E1 disse que iria completar antes, mas... G2F1 pergunta se a resposta era 10? G2E1 diz que sim, porque 3 mais 3 é igual a 6 e prossegue dizendo 7,8,9,10 **apontando os pontos dos dados de um em um**. E conclui dizendo: -Yés! E em continua o raciocínio dizendo que talvez eles ainda possuem uma chance de completar a coluna.*

No grupo 4, a contagem termo a termo foi utilizada pelo estudante G4N1, nas jogadas 6, 8 e 10.

Exemplo: Jogada 6 (G4Eq1Jg6P)

*G4N1 jogou os dados e caíram os números 6, 5 e 2. Enquanto ele pensa, G4O2 fez um comentário sobre o jogo, dizendo que seu time já estava ganhando, porque só faltava 2 colmeias para completarem o jogo. Logo, G4N1 disse aos colegas o cálculo que seria feito, 5 mais 6 menos o número 2. Então para calcular o número 5 mais o número seis, o estudante apontou com o dedo para os pontos do lápis e **contou uma a um**, a partir do número 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. 11 menos 2 daria 9.*

Em síntese, a estratégia de contagem termo a termo foi utilizada por vários estudantes como estratégia para resolução dos cálculos, como podemos ver na Tabela 2.

Tabela 2 - Número de vezes que a Estratégia Contagem termo a termo esteve presente nas jogadas

Grupo	Estudantes	Antes da reflexão coletiva	Depois da reflexão coletiva
Grupo 1	G1A1	5	2
	G1B1	0	1
	G1C2	3	0
	G1D2	0	0
Grupo 2	G2E1	2	4
	G2F1	1	0
	G2G2	0	0
	G2H2	0	1
Grupo 3	G3I1	1	0
	G3J1	0	0
	G3K2	0	0
	G3L2	0	0

<i>Grupo 4</i>	<i>G4M1</i>	<i>1</i>	<i>0</i>
	<i>G4N1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
	<i>G4O2</i>	<i>0</i>	<i>0</i>
	<i>G4Q2</i>	<i>0</i>	<i>0</i>
		<i>15</i>	<i>11</i>

Fonte: dados da pesquisa

É possível observar a partir da Tabela 2 que antes da reflexão coletiva os estudantes do Grupo 1, G1A1 e G1C2, se valeram desta estratégia em 5 e 3 situações, respectivamente, num total de 8. Após as reflexões coletivas percebemos que no Grupo 1 o estudante G1A1 reduziu de 5 para 2 vezes em que utilizou desta estratégia. Já o estudante G1B1 apenas empregou essa estratégia uma vez após a reflexão coletiva.

No Grupo 2, esteve presente em 3 situações, nas jogadas dos estudantes G2E1 e G2F1. Após a reflexão coletiva, o estudante G2B1 que antes havia mobilizado esta estratégia em 2 situações, dobrou o número de vezes, de 2 vezes para 4.

No Grupo 3 foi a estratégia menos utilizada, apenas uma vez, pelo estudante G3I1. Após a reflexão coletiva não foi mobilizada pelos estudantes. No Grupo 4 o estudante G4N1 aumentou o número de vezes, de 2 para 3 vezes que mobilizou essa estratégia. Após a reflexão coletiva esteve presente 3 vezes, uma das vezes nos cálculos de G4M1 e as outras duas de G4N1.

Constatamos que a estratégia de contagem termo a termo foi pouco mobilizada antes e após a reflexão. A compreensão dos princípios de contagem é um conhecimento fundamental para os conhecimentos matemáticos posteriores e as pesquisas evidenciam que o princípio da correspondência termo a termo é um dos mais precocemente desenvolvidos pelas crianças e aos poucos vai dando lugar a outras formas de contar e de calcular. (DORNELES, 2019). Para Orrantia (2006, p.161) do ponto de vista cognitivo, a contagem não é uma tarefa simples, constituindo um enorme desafio para crianças, e sua aquisição é um processo longo que pode não atingir até os sete ou oito anos de idade.

Conforme Nunes e Bryant (1997), as estratégias de contagem passam a ser usadas na medida em que os padrões de contagem vão sendo

compreendidos pela criança e à medida que as crianças as desenvolvem, se tornam mais hábeis na realização de cálculos mais complexos.

4.1.3 CÁLCULO MENTAL (Es3)

Buys (2008, apud Morais, 2013, p. 77) caracteriza o cálculo mental como: a) o trabalho com números e não com dígitos, uma vez que os números são vistos como um todo; b) com utilização de propriedades de cálculos elementares e de relações numéricas; c) apoiado num bom conhecimento dos números e dos fatos numéricos básicos com números até 20 e até 100; e d) podendo ser utilizadas notas intermediárias de acordo com a situação.

Nesta pesquisa consideramos o cálculo mental realizado “de cabeça”, sem utilizar os dedos e nem registro do cálculo sistematizado no papel, apenas olhando os dados e calculando mentalmente.

a) Antes da reflexão coletiva

O cálculo mental nem sempre é expresso verbalmente ou algo simples e explícito de se perceber. É preciso analisar cuidadosamente as expressões faciais e corporais dos estudantes para caracterizar essa estratégia de calcular. O cálculo mental foi realizado 13 vezes do início ao fim da partida do Grupo 1 por ambas equipes, nas jogadas: 1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17.

Exemplo: Jogada 2 (G1Eq2Jg2):

*A estudante G1D2 jogou os dados e caíram 5, 6 e 5. A estudante G1C2 da mesma equipe disse que 5 mais 5 mais 6 é 16, realizando esse **cálculo mentalmente**, sem apoio de qualquer material. G1D2 disse que 5 mais 5 é 10 mais 6 é 16, confirmando a resposta da colega.*

G1A1 pergunta para a equipe 2 se tem 16 no tabuleiro e o colega G1B1 chama sua atenção e diz para ela continuar pintando o número 9 da rodada anterior porque ela estava atrasada.

Enquanto isso G1D2 pede para a colega esperar um pouco e pega o lápis e inicia as tentativas e cálculos escritos no rascunho. Primeiro faz os números que caíram nos dados com o uso da adição: 5 mais 6 pensa por um instante e decide trocar



o sinal de adição para o

$$5 * 6 - 5 = 25$$

sinal da multiplicação.

E pergunta para a colega G1C2 se 5 vezes 6 é 30, a estudante conta em voz alta de 5 em 5 para descobrir os múltiplos de 5, iniciando no número 5, 10, 15 e assim sucessivamente até chegar ao número 30 e confirma que sim, 5 vezes 6 é 30. Na sequência a estudante G1C2 fala que é 16 a resposta do cálculo mental anterior.

G1D2 insiste em fazer um cálculo com o uso da multiplicação, mas percebe que não tem o número 25 no tabuleiro. Mesmo assim pergunta para a pesquisadora se a conta está correta: 5 vezes 6 menos 5 é 25 para demonstrar que sabia fazer conta de multiplicação.

G1C2 pinta o número 16. Percebemos o tom suave de rosa como se não estivesse certa de sua atitude, tanto que não conclui a pintura da colmeia de número 16.

A estudante G1D2 quis me explicar como pensou em fazer utilizando a multiplicação, mas que não deu certo porque não tinha o número 25 no tabuleiro e então a colega G1C2 coloriu a colmeia de número 16 que havia sido o primeiro cálculo da equipe. Durante a explicação de G1D2, G1C2 ficou insistindo para sua colega fazer somente contas de adição para ser mais rápido. A estudante G1D2 não aprovou a postura da colega.

No grupo 2, o cálculo mental também apareceu significativamente. Nesse grupo essa estratégia foi realizada por três, dos quatro jogadores. Observamos que os estudantes jogavam os dados, calculavam mentalmente e falavam a resposta calculada, porém esse cálculo não era considerado na hora de registrar a resposta final. Os estudantes faziam um novo cálculo, com registros escritos no papel rascunho para validar a conta.

Notamos essa estratégia de cálculo mental nas jogadas: 1, 2, 6, 10, 13, 14, 17, 21, 22 e 25.

Exemplo: Jogada 1 (G2Eq1Jg1):

Os jogadores iniciam a partida por ordem de quem pegou os dados por primeiro, não discutem quem seria o primeiro a iniciar o jogo. Nesse caso iniciou por G2G2.

*G2G2 fala quais foram os números que caíram nos dados 3 e 3 são 6 mais 1 são 7, **calculando mentalmente**. G2E1 repete o cálculo dizendo que 3 mais 3 são 6, e 6 mais 1 são 7 e procuram no tabuleiro esse resultado. G2G2 decide fazer 3 vezes 3 são 9, 9 mais 1 são 8. Percebe que se confundia e logo corrige, são 10. Procura a colmeia número 10 e fica esperando para pintar. Aparentemente os estudantes da equipe 1 não observaram se haveria uma outra opção com o número 10.*

Nesse momento o aluno que já havia colorido a colmeia número 10 me pergunta se era para pintar o número 9 até chegar ao número 10, demonstrando a falta de compreensão das regras. Faço algumas perguntas para ele com o objetivo que compreenda o jogo:

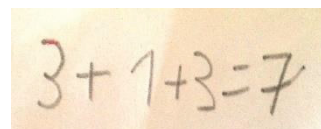
- Quanto você tirou nos dados?
- Qual foi o cálculo que você fez?

Ele responde que achou a resposta número 10 através do cálculo 3 vezes 3 mais 1. Em seguida ele foi colorir toda a coluna onde estava o número 10, ficando clara a falta de compreensão do estudante. Retomo com ele que apenas o resultado do cálculo deve ser colorido. Ele pergunta se é só o número 10, confirmo que sim.

No Grupo 3 notamos que o cálculo mental foi realizado por três jogadores em 18 jogadas. Esse esquema só não apareceu nas jogadas: 7 e 11. Notamos que o jogador G3J1 não fez o uso de cálculo mental para resolução dos cálculos em nenhum momento do jogo.

Exemplo: Jogada 1 (G3Eq1Jg1)

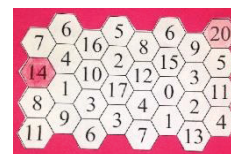
*Os alunos decidiram por iniciativa própria, iniciar por meio da brincadeira: joquempô para ver quem seria o primeiro a iniciar o jogo. G3I1 jogou contra a aluna G3L2, e G3J1 jogou contra G3K2. Quem venceu a brincadeira e iniciou o jogo foi G3I1, que jogou os dados e caíram os números 3, 1 e 3. O estudante G3K2 **fala em voz baixa, como se estivesse pensando alto**, que 3 mais 1 mais 3, estava fácil de resolver. A jogadora G3I1 pensa, pensa e diz já saber, afirmando que faria uma conta de adição, em que 3 mais 1 mais 3 daria 7. Ela repetiu o mesmo cálculo no papel rascunho.*



$$3 + 1 + 3 = 7$$

No Grupo 4, verificamos forte presença do cálculo mental em quase todas as jogadas, pelos 4 jogadores, com exceção das jogadas: 5, 21 e 24. Exemplo: Jogada 3 (G4Eq1Jg3):

*G4N1 iniciou o jogo, caíram nos dados os números 3, 2 e 4. Ela logo compartilha sua ideia com sua colega de equipe e mostra o desejo de iniciar pela multiplicação seguido da adição. A colega concorda e ela inicia o cálculo. G4N1 diz que 4 vezes o 3 é 12 e continua 13, 14, **calcula mentalmente**. Depois de chegar a resposta, olha no tabuleiro e diz "Yés" confirmando que tinha o número esperado por ela. G4Q2 ficou olhando admirada! G4N1 faz uma pergunta para saber o que aconteceria se duas pessoas tirassem o mesmo número. Respondo que vai marcar é quem tirar o número primeiro, pois depois de colorida a colmeia essa não pode ser colorida novamente. Ela pensa e continua a questionar se nesse caso quem tirar o número da colmeia que já estiver colorida passará a vê, confirmo que sim.*



b) Depois da reflexão coletiva

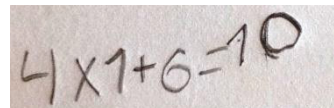
Após as reflexões coletivas, percebemos no Grupo 1 o uso do cálculo mental nas jogadas: 1, 3, 4, 5 e 7, por ambas equipes.

Exemplo: Jogada 4 (G1Eq1Jg4P):

G1B1 jogou os dados, caíram os números 4, 6 e 1. Aparentemente ele fez o cálculo mental, viu que deu 11 e foi dar uma olhada no tabuleiro para ver se tinha alguma colmeia com o número 11.

G1C2 disse que eles não poderiam pintar porque não haviam feito a conta, voltamos a teoria cultural de que é necessário fazer o cálculo no papel para considerarmos uma conta.

G1C2 confere o cálculo da equipe adversária. Depois 1 realiza a pintura da colmeia número 10 do tabuleiro.



$$4 \times 7 + 6 = 10$$

No grupo 2, o cálculo mental utilizado para resolver os cálculos dos dados foi observado na maioria das jogadas, no entanto, o que percebemos de mudança, após as reflexões, foi que essa maneira de calcular foi considerada como estratégia de cálculo válida pelos jogadores do grupo. Ou seja, quando algum deles realizava o cálculo mental antes das reflexões eles não consideravam que aquele jeito de calcular era certo. Durante as reflexões evidenciamos o cálculo mental como estratégia importante na matemática. Notamos que isso fez com que os estudantes valorizassem o raciocínio e a maneira de pensar de cada um deles.

Exemplo: Jogada 3 (G2Eq2Jg3P)

*G2G2 jogou os dados e caíram os números 3, 1 e 4. Ela olha, observa e diz aos colegas que se tivesse caído mais um número 3 daria o mesmo cálculo que no jogo anterior da sua colega de equipe. Depois disso, ela suspirou profundamente e falou algo no ouvido da colega, demonstrando realizar **um cálculo mentalmente**, pois não fez uso do papel rascunho nessa situação. A colega reage com ar de surpresa. Em seguida G2G2 diz que o cálculo delas foi 1 vez o número 4 mais 3 que daria 7.*

No grupo 3, o cálculo mental foi utilizado pelas duas equipes, em todas as jogadas, após a reflexão. Vale ressaltar que essa estratégia de cálculo mental esteve presente nos cálculos da maioria dos jogadores, após as reflexões. O que pode ter contribuído para tal foi o fato de ter sido um tema amplamente discutido por nós, durante as reflexões.

Exemplo: Jogada 1 (G3Eq1Jg1P)

*G3I1 jogou os dados e caíram os números 6, 4 e 4. Ela olha atentamente o tabuleiro e já pensa numa maneira de fazer, **calculando mentalmente**, e diz que vai usar a multiplicação, 4 vezes 4 é 16 menos 6 é 10. Enquanto isso o colega da equipe G3J1vai anotando os números para depois resolverem. G3I1 disse 4 vezes 4 daria 16 menos 6, não conclui a fala e vai logo colorir o tabuleiro.*

Lembrando que esse cálculo foi feito mentalmente, apenas foi registrado no rascunho os números que deveriam usar para calcular. Depois de colorido a colmeia, eles registraram os sinais utilizados para chegar à resposta final que foi o número 10.

$$4 \times 4 - 6 = 10$$

No grupo 4, após a reflexão coletiva essa também foi a estratégia mais usada por todos os jogadores do grupo. Exemplo: Jogada 1 (G4Eq2Jg1P)

G4Q2 jogou os dados e os números que caíram foram 3, 4 e 2. Ela observa atentamente ao tabuleiro e expressa já saber o que fazer e logo diz que 2 vezes o número 3 mais 4 daria 10, realizando o **cálculo mental** para chegar ao resultado final. Logo parte para colorir a colmeia com o resultado encontrado após o cálculo mental. Depois disso, por decide registra na folha rascunho.

$$2 \times 3 + 4 = 10$$

Em síntese notamos que o uso de cálculos mental foi a estratégia mais utilizada pelos estudantes como resolução nos cálculos, como podemos ver na Tabela 3.

Tabela 3 - Número de vezes que a Estratégia Cálculo Mental esteve presente nas jogadas

Grupo	Estudantes	Antes da reflexão coletiva	Depois da reflexão coletiva
Grupo 1	G1A1	0	0
	G1B1	6	1
	G1C2	3	2
	G1D2	7	4
Grupo 2	G2E1	1	2
	G2F1	4	4
	G2G2	0	3
	G2H2	5	5
Grupo 3	G3I1	8	6
	G3J1	0	0
	G3K2	7	4
	G3L2	5	2
Grupo 4	G4M1	7	2
	G4N1	4	1
	G4O2	7	3
	G4Q2	7	4
		71	43

Fonte: dados da pesquisa

É possível observar a partir da Tabela 3 que antes da reflexão coletiva no Grupo 1 o estudante G1B1 fez uso em 6 situações do cálculo mental, G1C2 em 3 situações e G1D2 em 7 situações. Após a reflexão coletiva percebemos

que no Grupo 1 houve uma redução no cálculo mental para a realização dos cálculos a partir dos números que caíam nos dados. O estudante G1A1 continuou sem utilizar essa estratégia, os demais estudantes deste grupo reduziram o número de vezes. O estudante G1B1 reduziu de 6 para 1 vez, G1C2 reduziu de 3 para 2 vezes e G1D2 reduziu de 7 para 4 vezes.

No Grupo 2, G2E1 fez uso apenas em uma jogada. Após a reflexão coletiva observamos que o estudante G2E1 mobilizou esta estratégia apenas uma vez antes e 2 após, G2F1 e G2H2 continuaram com o mesmo número de vezes antes e após a reflexão coletiva e G2G2 que não havia usado, após o processo reflexivo usou em 3 momentos.

No grupo 3 notamos que o estudante G3I1 usou 8 vezes essa estratégia, já o estudante G3J1 não utilizou nenhuma vez, G3K2 usou em 7 situações, e G3L2 em 5 situações. Após a reflexão Grupo 3 notamos que G3J1 se manteve sem utilizar dessa estratégia, os demais desse grupo reduziram o uso dessa estratégia, talvez por ter diminuído o número de jogadas após as reflexões coletivas. Então observamos que G3I1 reduziu de 8 para 6 vezes, G3K2 de 7 para 4 vezes, e G3L2 de 5 para 2 vezes.

No Grupo 4 observamos que os estudantes G4M1, G4O2 e G4Q2 mobilizaram 7 vezes essa estratégia cada um deles e o estudante G4N1 usou em apenas 4 situações. Após a reflexão coletiva o estudante G4M1 usou 2 vezes a estratégia, G4N1 utilizou 1 única vez, G4O2 usou em 3 situações, e G4Q2 usou em 4 situações.

Verificamos que, em diversas situações, ao jogar, os estudantes visualizavam os dados assim que arremessados e, logo realizavam o cálculo mental como estratégia de resolução para chegar ao resultado de um cálculo. Porém, na maioria das vezes, sentiam necessidade de registrar os números de maneira escrita. E nessa escrita, por vezes, acabavam realizando outros cálculos, que nem sempre eram os mesmos realizados no cálculo mental. Em outras palavras, os estudantes faziam o cálculo mental, mas não o consideravam como cálculo. Sentiam a necessidade de fazer os cálculos no papel.

De acordo com Zunino (1995, p.88), se os estudantes conhecem o cálculo mental e consegue realizá-lo por que desconfiam tanto de suas próprias possibilidades de calcular um resultado de maneira aproximada? Sentem esta desconfiança de modo geral ou só na escola? Pensarão que a estimativa de um resultado possível serve para vida cotidiana, porém não é válida na escola, onde muitas vezes os problemas e as contas se avaliam levando em conta só a exatidão dos resultados, sem considerar a correção das estratégias utilizadas? Algo a considerar e pensar, pois esta pesquisa mostra evidências desse comportamento questionado pela autora.

Após o momento de reflexão coletiva esse pensamento mudou. As falas dos estudantes nos levam a pensar que estão mais confiantes e seguros dos cálculos que realizam. Neste aspecto pensamos como Dalsasso e Bassoi (2016, p. 139) [...] conceitos e habilidades aprendidos a partir de estratégias de cálculo mental influem positivamente na capacidade de resolver problemas, pois dão maior confiança às crianças”. E consideramos isso uma contribuição dessa metodologia de filmar, assistir e problematizar. Os autores compreendem que a habilidade com o cálculo mental pode contribuir para a aprendizagem de conceitos matemáticos e para o desenvolvimento e compreensão da formação dos algoritmos escolares desenvolvidos na escola.

4.1.4 USO DE UMA OPERAÇÃO (Es4)

Consideramos “cálculo de apenas uma operação” quando o estudante usou somente a adição ou a subtração ou a multiplicação ou a divisão durante uma jogada para definir o resultado do cálculo que assinalaria no tabuleiro. Denominamos assim, por envolver uma única operação nos cálculos realizados a partir dos números que caíam nos dados. Por exemplo:

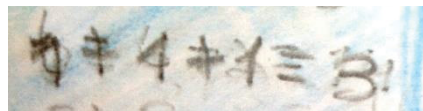
G4N1 Lançou os dados e caíram os números 2, 2 e 4. G4M1 decide pela dupla, e resolve fazer o seguinte cálculo: 2 mais 2 é 4, e 4 mais 4 é 8. Pronto! O resultado é 8.

a) Antes da reflexão coletiva

Antes das reflexões, no Grupo 1, o cálculo de uma única operação apareceu nas jogadas: 1, 3, 5, 7, 9 e 13. Foi possível observar os cálculos através das análises das filmagens, assim como alguns registros feitos no papel rascunho. De todas as jogadas do Grupo 1, o uso desta estratégia foi notado em 6 jogadas, sempre na adição.

Exemplo: Jogada 5 (G1Eq1Jg5):

A estudante G1A1 jogou os dados bem do alto e caíram relativamente longe um do outro, a estudante os aproximou para contar. Caíram os números 6,6e2. Ela colocou a **ponta do lápis no ponto do dado** e começou a contar iniciando do um. Porém se confundiu e contou duas vezes o mesmo dado somando 6 mais 6 mais 2 e mais outra vez o número 6 resultando no número 20. Nesse momento os demais estudantes estavam rindo e distraídos. A estudante G1A1 falou em voz alta o resultado 20 e moveu os dados para o centro da mesa. Nesse movimento, os dados ficaram em outra posição. G1A1 percebeu e tentou arrumá-los, mas não conseguiu. Passou a mão no rosto e repetiu o resultado afirmando ter somado e resultado em 20. A estudante G1D2 que ainda estava colorindo o tabuleiro da rodada anterior direcionou o olhar para os dados e questionou a estudante G1A1 sobre o resultado. A estudante G1A1 foi conferir e disse que deu 14 e que havia contado ao contrário e sorriu envergonhada. Foi para o papel rascunho escrever a conta e fez de adição e disse que havia dado 14. G1B1 perguntou se ela iria fazer de mais. Ela olhou fixamente para ele e mudou de ideia e disse que faria de menos. Refez a conta de adição e após dizer que havia dado 14 novamente ela apagou a conta e na rodada seguinte escreveu em cima da conta anterior. Podemos observar o resultado apagado e escrito em cima em outra rodada. G1D2 disse que o grupo estava fazendo muita piadinha durante o jogo.



No grupo 2, a estratégia de uma única operação esteve presente em 13 jogadas. Notamos que em 11 delas para realizar o cálculo da adição e foram nas jogadas: 4, 5, 6, 8, 9, 10, 14, 16, 22, 24 e 25. Em apenas duas situações foi usada para a subtração, nas jogadas: 7 e 23.

Exemplo: Jogada 4 (G2Eq2Jg4)

G2G2 jogou os dados, caíram 6, 4 e 1. Ela inicia a adição mentalmente e murmura o cálculo, iniciando do dado de número 6 e a contagem fica assim: 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15. Fala em voz alta que deu 15. Pega a Folha rascunho e vai fazer o registro escrito. G2G2 pergunta a ela qual cálculo ele havia feito, ela responde "de mais". Ele continua perguntando se era tudo de mais. G2H2 que era da mesma equipe

pergunta se precisava de ajuda. Ela interrompe o raciocínio e aceita a ajuda.

A estudante pega o papel rascunho e apaga a tentativa de cálculo e faz do seu jeito: 6 vezes 5 mais 4, e pede para G2G2 que jogou os dados para ver se ela quer fazer o cálculo. G2H2 fala em 5 vezes 6 e coloca suas mãos embaixo da mesa para contar. G1G2 aguarda a colega contar.

Enquanto isso inicia um debate com a equipe adversária, pois queriam saber como poderia dar o número zero, porque esse estava no tabuleiro.

A equipe não consegue concluir o cálculo de multiplicação de 6 vezes 5. Então a sugestão é que seja feito o cálculo de adição. G2H2 faz a conta da seguinte maneira e pede para G2G2 fazer o cálculo. Ela faz novamente de adição, com o uso dos dedos para contar. Chega à mesma resposta do cálculo mental inicial: 15.

Conclui o resultado da **conta de adição na soma dos dois termos** e pega o tabuleiro e diz a colega, vamos ver se tem aqui (no tabuleiro).

$$\begin{array}{r} 6 \\ + 5 \\ \hline 11 \\ + 4 \\ \hline 15 \end{array}$$

A estratégia utilizada até o presente momento dessa pesquisa eram cálculos livremente organizados na horizontal. Agora, podemos observar que uma das estudantes inseriu um novo formato na organização dos cálculos, na vertical, mesmo com o uso de 3 termos. Essa mudança estrutural se deve ao próprio aluno. Podemos perceber que o estudante já carrega um conhecimento adquirido anteriormente e agora manifestado. Consideramos importante registrar que não houve reflexão sobre a estrutura das contas com os estudantes. E que essa mudança ocorreu naturalmente.

No grupo 3 o uso de apenas uma operação esteve presente em nove jogadas. Em sete delas para cálculos de adição, em uma para subtração e em uma para multiplicação, nas jogadas: 1, 2, 4, 7, 9, 12, 16, 17 e 20.

Exemplo: Jogada 2 (G3Eq2Jg2)

G3K2 jogou os dados e caíram os números 5, 2 e 1. O estudante pensou e disse que faria de **adição nas duas contas**, assim como a colega na jogada anterior, pegou o tabuleiro e foi colorir o resultado que havia dado em seu cálculo.

$$5 + 2 + 1 = 8$$

Observamos que ele coloriu a colmeia que tinha o número oito que estava na mesma coluna que a equipe adversária havia colorido. Ficamos em dúvida para saber se essa foi uma estratégia de jogo ou apenas falta de atenção do estudante, pois havia outras colmeias com o número oito, que poderiam ser melhores para a equipe.

No grupo 4 percebemos que em 4 jogadas um único estudante, G4N1 usou apenas a adição para resolver o cálculo dos dados. Foi nas jogadas: 7, 13, 21 e 25.

Exemplo: Jogada 7 (G4Eq1Jg7)

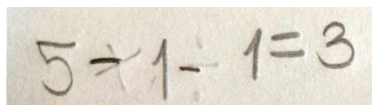
G4N1 jogou os dados, caíram 6, 5 e 2. A colega G4M1 diz ter uma ideia, que seria 5 mais 2 mais 6. Em seguida elas falam que 5 mais 2 é 7, e depois disso usam os dedos para contar o número 7 mais o 6, chegam ao resultado 13. Vão olhar o tabuleiro e percebem que o número 13 já havia sido colorido e então passam a vez.

b) Após as reflexões

Após a reflexão coletiva, no Grupo 1, notamos apenas uma única vez o uso de uma única operação, na jogada 3, que foi empregada duas vezes a subtração (-) entre os valores dos dados, pela equipe 2. A subtração foi a estratégia para chegar ao resultado desejado, pois na primeira jogada tinham preenchido a colmeia de número 2, que estava localizada na mesma coluna da colmeia número 3. Observamos que antes de tentarem subtrair os dados essa dupla havia feito outras tentativas.

Exemplo: Jogada3 (G1Eq2Jg3P):

G1C2 joga os dados, caíram os números 5, 1 e 1. Ela pega o papel rascunho e inicia as tentativas, as duas jogadoras da mesma equipe debatem como fazer para tirar algum dos números da mesma coluna que haviam preenchido na primeira rodada o número 2. As estudantes observavam o tabuleiro e depois observavam o papel rascunho. Quando encontraram uma alternativa foram colorir o tabuleiro. Eu pergunto qual o cálculo feito por elas. Foi da seguinte forma:



$$5 - 1 - 1 = 3$$

*Nessa imagem podemos observar que foram feitas tentativas por meio da troca dos sinais até obter um resultado desejado, que nesse caso poderia ser como resultado os números: 5, 17 ou 3. Fiz a mesma pergunta para saber qual foi a estratégia utilizada pela equipe. Elas me responderam seguras do que haviam feito, pois era ver no tabuleiro o número que precisavam tirar e depois fazer o cálculo para tirar o número desejado, que era o número 3. Para isso fizeram o uso da **subtração nas duas situações**.*

No grupo 2, essa estratégia foi utilizada pelos jogadores da equipe 1 nas jogadas: 2, 4, 10, 12 e 14. Em uma delas percebemos o uso repetido da multiplicação, e discorreremos no exemplo a seguir.

Exemplo: Jogada 12 (G2Eq1Jg12P)

*G2F1 joga os dados e caíram os números 2, 2 e 2. Assim que observa os dados já vai resolvendo o cálculo e diz aos colegas que 2 vezes 2 é 4. Pede um instante e o colega de equipe G2E1 diz para ele olhar uma coisa e acaba desconcentrando o colega. G2E1 prossegue e diz que 4 dá para tirar 2. G2F1 pede silêncio para ele concluir o raciocínio. Ele observa o tabuleiro e pede que deixem-o fazer o cálculo. G2E1 diz que não adianta tentar ajudá-lo se ele não aceita ajuda. Nisso G2F1 concluiu o raciocínio e diz aos colegas que dava 8. O colega pergunta para ele como que poderia dar 8. Ele explica como fez, que 2 mais 2 vezes 2 dá 8. Quando encerra sua fala, percebe que não era esse o cálculo que havia pensado. Na verdade, eles **repetem a multiplicação**, que era 2 vezes 2 que são 4, e 4 vezes 2, que deu 8. G2F1 complementa dizendo que agora só falta eles tirem 2 para vencer o jogo.*

No grupo 3, essa estratégia esteve presente em quatro momentos: na jogada 2 com o uso nos dois cálculos da subtração, na 5 com a adição, na 6 novamente com a subtração e na jogada 11 com a multiplicação, pelos estudantes G3K2 e G3I1.

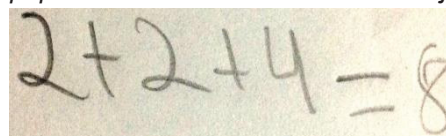
Exemplo: Jogada 6 (G3Eq2Jg2P)

G3K2 jogou os dados e caíram os números 5, 6 e 1. O estudante olhou com atenção ao tabuleiro e disse que precisava pensar. Pede novamente o tabuleiro para observar. Nesse momento todos estavam atentos ao tabuleiro enquanto ele pensava. De repente ele diz que 6 menos 5 menos 1 iria dar o resultado zero. Nesse caso o estudante fez o uso de subtração nos dois cálculos.

No grupo 4, foi utilizada a estratégia de apenas uma operação, a adição, pelo jogador G4N1 em duas jogadas distintas.

Exemplo: Jogada 10 (G4Eq1Jg10P)

*G4N1 jogou os dados e caíram os números 2, 2 e 4. A estudante G4N1 anota esses números no papel rascunho e entre os números já insere o sinal da adição. A colega de equipe, G4M1 diz que **2 mais 2 é 4 mais 4 é 8**. Após isso as jogadoras vão colorir a colmeia no tabuleiro.*



$$2 + 2 + 4 = 8$$

Em síntese notamos que a estratégia do uso de apenas uma operação esteve presente nas jogadas dos Grupos, como podemos ver na Tabela 4.

Tabela 4 - Número de vezes que a Estratégia Uso de apenas uma operação esteve presente nas jogadas

<i>Grupo</i>	<i>Estudantes</i>	<i>Antes da reflexão coletiva</i>	<i>Depois da reflexão coletiva</i>
<i>Grupo 1</i>	<i>A</i>	<i>4</i>	<i>0</i>
	<i>B</i>	<i>2</i>	<i>0</i>
	<i>C</i>	<i>0</i>	<i>1</i>
	<i>D</i>	<i>0</i>	<i>1</i>
<i>Grupo 2</i>	<i>E</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
	<i>F</i>	<i>4</i>	<i>2</i>
	<i>G</i>	<i>4</i>	<i>0</i>
	<i>H</i>	<i>4</i>	<i>0</i>
<i>Grupo 3</i>	<i>I</i>	<i>3</i>	<i>2</i>
	<i>J</i>	<i>1</i>	<i>0</i>
	<i>K</i>	<i>3</i>	<i>2</i>
	<i>L</i>	<i>2</i>	<i>0</i>
<i>Grupo 4</i>	<i>M</i>	<i>0</i>	<i>0</i>
	<i>N</i>	<i>4</i>	<i>2</i>
	<i>O</i>	<i>0</i>	<i>0</i>
	<i>Q</i>	<i>0</i>	<i>0</i>
		<i>33</i>	<i>13</i>

Fonte: dados da pesquisa

É possível observar a partir da Tabela 4 que antes da reflexão coletiva no Grupo 1, G1A1 usou uma única operação para resolver os cálculos dos dados em 4 jogadas, G1B1 em 2 jogadas, G1C2 e G1D2 não mobilizaram essa estratégia. Após a reflexão coletiva percebemos que no Grupo 1 os estudantes G1A1 e G1B1 não construíram essa estratégia, já os estudantes G1C2 e G1D2 utilizaram uma única vez cada um deles.

No grupo 2 notamos em que todos os estudantes desse grupo construíram essa estratégia, G2E1 usou 2 vezes, G2F1 usou 4 vezes, G2G2 e G2H2, 4 vezes cada um. Após a reflexão coletiva os estudantes G2E1 aumentou o número de vezes de 2 para 3, G2F1 reduziu pela metade de 4 vezes antes da reflexão, agora usou apenas 2 vezes, e os estudantes G2G2 e G2H2 não fizeram uso dessa estratégia.

No grupo 3 todos os estudantes mobilizaram essa estratégia, G3I1 usou 3 vezes, G3J1 uma única vez, G3K2 usou 3 vezes, e G3L2 usou 2 vezes. Após a reflexão coletiva, notamos que essa estratégia foi reduzida por todos os jogadores, G3I1 usou 2 vezes, G3J1 não usou, G3K2 usou 2 vezes, e G3L2 não usou.

No Grupo 4 apenas um estudante fez uso dessa estratégia G1N1, em 4 situações. Após a reflexão coletiva, o estudante G4N1 utilizou 2 vezes, os demais jogadores desse grupo em nenhuma outra situação.

Em síntese, constatamos que a estratégia de uso de apenas uma operação foi utilizada em todos os jogos, antes e após a reflexão coletiva. Observamos que após este momento ela foi usada em casos específicos, ou seja, quando o jogador visualizava uma nova possibilidade de estratégia para chegar ao resultado desejado. Porém o que ficou evidenciado é que essa estratégia foi menos utilizada que o uso de duas operações tanto antes, quanto após a reflexão coletiva.

4.1.5 USO DE DUAS OPERAÇÕES (Es5)

Consideramos uso de duas operações quando o estudante elaborou as operações aritméticas de dois números inteiros com sinais diferentes, independentemente da ordem, durante uma jogada para definir o resultado do cálculo que assinalaria no tabuleiro.

a) Antes da reflexão coletiva

Antes da reflexão coletiva, no Grupo 1, o uso de duas operações foi percebido nas jogadas: 2, 4, 6, 8, 10, 11, 12, 14, 15, 16 e 17. Duas vezes com o sinal de multiplicação (x) e subtração (-); oito vezes com os sinais de adição (+) e subtração (-); e apenas uma vez com os sinais de subtração (-) e depois a adição (+). Totalizando 11 jogadas com o uso de duas operações.

Notamos que a multiplicação foi realizada pela 1ª vez na 2ª jogada pela estudante G1D2. Ela usou o símbolo asterisco (*) para representar a multiplicação no cálculo. Essa é a primeira diferença que podemos ver em relação às contas quando a escrevemos no papel, que normalmente se utiliza o sinal "X". Por isso acreditamos que essa estudante possui algum conhecimento referente ao uso da linguagem da informática, que pode ser potencialmente explorado. Aprofundamos nossas pesquisas e percebemos que

este símbolo (*) normalmente é usado no Excel e na calculadora do Sistema operacional Windows. Na sequência das jogadas observamos que esse símbolo (*) não foi mais utilizado em nenhum outro momento por nenhum dos jogadores pesquisados.

Exemplo: Jogada 4 (G1Eq2Jg4):



A estudante G1C2 chacoalhou bem os dados torcendo para tirar bons números. Jogou os dados e caíram 5, 4 e 3. Os organizou lado a lado, do maior para o menor.

Contou nos dedos e falou baixinho 12. G1B1 disse que estava muito fácil. Ela sorriu!

G1A1 perguntou por que eles não faziam de “vezes” e somente a colega G1D2 fazia de vezes. A impressão é que G1A1, G1B1 e G1C2 eram da mesma equipe. G1A1 pensou e reformulou sua fala dizendo que era só ela e a G1D2 que estavam fazendo as contas de multiplicação. Todos ficaram pensativos e nada falaram nesse momento.

$$5 + 4 + 3 = 12$$

G1C2 tentava fazer uma conta de adição no rascunho: $5+4+3= 12$. Porém G1D2 da sua equipe se propôs a ajudar G1C2 a fazer uma conta diferente de adição. Juntas, chegaram a utilizar **dois sinais diferentes**, a adição e a subtração para chegar a outro resultado. G1D2 expressava vontade de tentar usar sinais diferentes à adição para resolver os cálculos.

Quando foram colorir o tabuleiro, cujo resultado havia dado o número 6, G1A1 apontou com cara de espanto a colmeia do número 6 da mesma coluna que eles haviam colorido o número 9, conforme destacado na imagem. G1C2 pegou o tabuleiro e percebeu que

$$6 - 5 - 1 = 0$$



havia duas colmeias com o número seis. G1D2 percebeu o espanto da G1A1 e agradeceu a dica que lhe foi sugerido, que seria colorir o número 6 com o propósito de bloquear a jogada da equipe 2. Porém G1C2 não teve a mesma percepção e começou a colorir o outro número seis que estava na 6ª coluna onde o número 15 já havia sido pintado. Enquanto G1D2 coloria o número 6, G1A1 estava falando assuntos aleatórios, não referentes ao jogo. G1D2 expressou preocupação com o jogo, devido à filmagem.

No grupo 2 observamos que o uso de duas operações apareceu em 11 jogadas. Nas jogadas 1, 2, 3, 11, 12 e 17 surgiram os cálculos de multiplicação seguido da adição. Nas jogadas 13, 18, 19, 20 e 21 observamos o uso da

subtração seguida da adição. Até o presente momento da pesquisa a divisão não apareceu em nenhuma das jogadas.

Exemplo: Jogada 2 (G2Eq2Jg2)

*G2H2 jogou os dados e caíram 4,2e 1. Com a ponta do lápis começa a contar em silêncio e diz que já sabe a resposta. Pergunto quanto deu e ela responde 9. Faço mentalmente o cálculo de adição e percebo que este não havia sido o cálculo escolhido por ela, devido à resposta final. Pergunto qual o cálculo feito e ela explica que usou a **multiplicação e adição**, e o cálculo ficou da seguinte forma: 4 vezes 2 mais 1 são 9. Ela utilizou o esquema de cálculo mental, na multiplicação, sem nenhum registro na folha rascunho.*

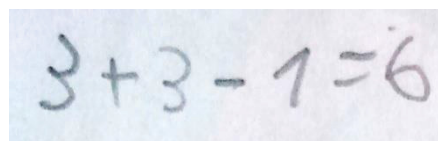
G2G2 pergunta o que acontece se não tiver o número 9 no tabuleiro, digo que quando não tem a resposta é preciso passar a vez para a outra dupla jogar. Enquanto isso G2H2 foi colorir o tabuleiro.

Assistindo a filmagem a impressão que temos é que ela olha todo o tabuleiro e percebe que tem apenas uma colmeia com o número 9 e ela vai colori-la.

No grupo 3 percebemos que o uso de duas operações ocorreu em 11 situações. Nas jogadas 3, 6, 8, 13, 15 e 19 os estudantes mobilizaram a subtração seguida da adição. Nas jogadas 5, 10, 11 e 14 foi usado a adição seguida da subtração. Exclusivamente na jogada 18 foi feita a estratégia da multiplicação seguida da subtração.

Exemplo: Jogada 5 (G3Eq1Jg5)

G3I1 jogou os dados e caíram 3, 3 e 1. G3K2, da equipe adversária, se adiante e diz três, seis, sete. G3I1 nem faz o cálculo e já concorda com a equipe adversária dizendo que deu sete, novamente 7, **adição e subtração**. Pergunto para G3I1 qual o cálculo que ela havia pensado, ela responde que ainda estava pensando. De repente ela diz que já sabe e relata com iria fazer, três mais três menos um é igual a seis, pega o tabuleiro e vai colorir a colmeia com o número seis. A estudante não percebe o erro no cálculo e o jogo prossegue.



$$3 + 3 - 1 = 6$$

Esse foi o segundo erro nos cálculos desse grupo e ninguém percebe. Eu, novamente pergunto como ela havia feito o cálculo e ela repete os números e ninguém percebe o erro, inclusive ela.

Nesse grupo observamos que os jogadores desistiram antes de concluir o jogo. Também notamos que ocorreram erros de cálculos durante as jogadas 3, 5, 12 e 16 pelos jogadores G3I1, por duas vezes, G3L2 e G3K2 que eram estudantes da dupla adversária de G3I1. Observamos ainda que o

estudante G3J1, em dois momentos, não conseguiu pensar em nenhuma estratégia de jogo.

No quarto grupo, o uso de duas operações para resolver o cálculo dos dados foi utilizado na maioria das vezes. Notamos que não apareceu esse esquema em apenas 4 jogadas: 7, 13, 21 e 25, nessas foram utilizados apenas o cálculo de adição para chegar ao resultado.

Exemplo: Jogada 4 (G4Eq2Jg4)

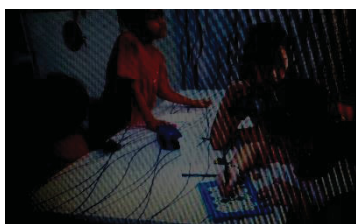
*G4Q2 jogou os dados e caíram os números 6, 2 e 1. Logo decide que vai fazer **6 vezes o 2 mais 1**, olhou para sua colega para que a mesma concordasse, numa troca de olhares acontece a confirmação e o apoio necessário para que ela tentasse dessa maneira. A estudante G4O2 percebe que o esquema utilizado de multiplicação seguido de adição já foi utilizado e conclui que essa deve ser a maneira mais fácil de fazer os cálculos. Em voz alta ela pensa que 2 vezes o seis é a mesma coisa que 6 vezes o 2, a colega olha e estranha aquele pensamento, por desconhecer essa comparação. E diz que é a tabuada do 2. A adversária diz que é 2 vezes o 6, ou seja, 6 mais 6. G4O2 diz que dá 12 e G4Q2 conclui que o resultado é 13, porque se 2 vezes o 6 é 12, e 12 mais 1 é 13. E foram colorir a única colmeia com o número 13 do tabuleiro.*

b) Após a reflexão coletiva

Após a reflexão coletiva, no Grupo 1 também ocorreu o uso de duas operações durante o jogo. Na primeira jogada observamos os sinais de multiplicação e divisão no mesmo cálculo, pela equipe 2. No entanto, em 4 jogadas apareceram os sinais de multiplicação e adição. E em apenas uma das jogadas os sinais de multiplicação seguido da subtração.

Exemplo: Jogada 5 (G1Eq2Jg5P)

G1D2 jogou os dados e caíram os números 4, 4 e 1. Antes de fazer qualquer conta ela pede aos colegas para alcançarem o tabuleiro à ela. G1D2 olha fixamente o tabuleiro e fica pensativa.

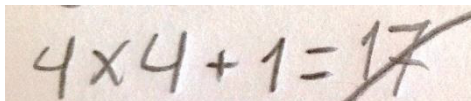


G1A1 demonstra preocupação com a outra equipe, sobre a possibilidade de encontrarem um resultado na mesma coluna em que eles haviam colorido uma das colmeias.

Mas fica claro que o objetivo principal da equipe 2 é fazer um cálculo que dê um resultado para completar a coluna onde elas já haviam preenchido duas colmeias.

Enquanto isso a equipe 1 parece estar distraída e distante do jogo, notamos isso pela expressão corporal dos jogadores. G1A1 está sentada, virada de costas para o jogo, enquanto o jogador G1B1 está de joelhos sobre a banquetela olhando para uma janela que estava localizada em frente a uma sala de aula de turma de quarto ano.

G1D2 continua pensando num jeito de conseguir um resultado que seja 17 ou 5. Quando ela consegue encontrar esse resultado, no caso o número 17, ela vibra e conta para sua colega de equipe. O cálculo fica de seguinte forma: multiplicação seguida de adição.



A photograph of a piece of paper with the handwritten mathematical equation $4 \times 4 + 1 = 17$. The numbers and symbols are written in dark ink on a light-colored background.

O traçado em cima do resultado final desse cálculo é justificado por que na conclusão do jogo a equipe desenhou um coração como forma de comemoração. E essa imagem foi editada após a conclusão do jogo. Notamos nesse grupo que a estudante pediu o tabuleiro com um único objetivo de verificar os números que a dupla precisava calcular e encontrar o resultado para completar a coluna e vencer o jogo.

No grupo 2, em 14 jogadas apareceram o esquema de cálculo a partir de duas operações, por todos os jogadores desse grupo. Os sinais utilizados se diversificaram entre adição, subtração, multiplicação e um caso de divisão seguido da adição. A 16ª jogada em que aparece a divisão como esquema de cálculo seguirá apresentada como exemplo dessa categoria.

Exemplo: Jogada 16 (G2Eq1Jg16P)

G2F1 jogou os dados e caíram os números 2, 4 e 2. G2E1 diz que faria o seguinte cálculo 2 mais 2 que daria 4 mais 4 que daria o total de 8. Ele pensa um pouco e fala em 4 vezes 4 e o colega G2F1 diz 8. G2F1 diz que ainda estava pensando no que faria. De repente muda os planos e decide usar a divisão. E diz que vai fazer 2 divididos por 2 mais 4. Perguntei a ele quanto era 2 divididos por 2, ele disse que não sabia. Tentei ajudá-lo a pensar sobre a divisão e dei um exemplo prático.

P- Eu tenho 2 balas e vou dividir para dois amigos, você e o G2E1. Quantas balas vai dar para cada um?

G2E1- (respondeu imediatamente) 1

G2F1- 2 divididos por 2 (pensou, pensou)

G2F1- é zero?

P- Presta atenção: Eu tenho 2 balas, vou dividir para os dois amigos. Quanto vai dar pra cada um?

Nesse momento peguei as duas borrachas que estavam na mesa como material de apoio para exemplificar.

G2F1- Dá uma para cada um

P- então quanto que é dois divididos por dois?

G2F1- zero

P- quanto?

G2F1- zero

P- mas você acabou de me dizer que daria uma bala pra cada um se eu tivesse duas balas.

G2F1- um pra cada um

P- Então, 2 balas divididas para 2 amigos dá?

G2F1- (pensou) mais 4 dá 5

G2E1- Deu 1 ou 5?

G2F1- É 5, eu fiz mais 4 que tinha no 3º dado.

Notamos que o estudante G2E1 ainda não compreendeu o processo da divisão, mesmo com mediação da pesquisadora.

Percebemos nesse grupo que os jogadores estavam atentos na conferência dos resultados dos próprios cálculos e também na checagem dos resultados da equipe adversária.

No grupo 4, o jogador G3I1 nas jogadas 1, utilizou o sinal de multiplicação seguido da subtração, na terceira jogada com a adição seguida da subtração, na sétima jogada com a multiplicação depois subtração, e por último, na nona jogada o uso da adição e multiplicação. O jogador G3L2 realizou a multiplicação seguida da subtração. E o estudante G3K2 finalizou o jogo, com a multiplicação e subtração para resolver os cálculos.

Exemplo: Jogada 12 (G3Eq2Jg12P)

G3L2 jogou os dados e caíram os números 5, 2 e 4. G3K2 pede que a colega espere para ele pensar uma coisa. E em seguida diz o resultado vai ser 6, porque **2 vezes o 5 menos 4 daria 6**. A estudante G3I1 disse que esse jogo estava complicado, porque aqui, ou seja, nesse grupo, todos eram bons em matemática!

$$2 \times 5 - 4 = 6$$

No grupo 4 percebemos que o uso de duas operações foi mais presente após a reflexão coletiva, por visualizarem possibilidades diferentes das quais estão acostumados a praticar. Analisamos que isso ocorreu após perceberem as várias possibilidades de resultados a partir do uso de diferentes operações para o cálculo.

Exemplo: Jogada 9 (G4Eq1Jg9P)

G4Q2 Chacoalha bem os dados e joga-os, os números que caíram foram 5, 2 e 3. G4M1 da equipe adversária pergunta se foram os números 5, 3 e o número 2. G4Q2 estava tão concentrada que nem responde. G4O2 pergunta o que ela iria fazer, como não houve

resposta ela sugere o seguinte cálculo: 5 vezes o 2 mais 3. G4Q2 concorda com a colega. G4N1 da equipe adversária faz rapidamente o cálculo e percebe que o resultado final seria 13 e já conversa com a sua colega de equipe, demonstrando preocupação com o resultado, pois elas poderiam bloquear a coluna que estava prestes a ser preenchida, ocasionando a vitória da equipe 2. No tabuleiro destacamos com um círculo amarelo a colmeia de número 13 a qual nos referimos.



G4M1 calcula que 2 vezes o número 5 e não conclui. G4O2 diz que 10 mais 3 é 13. G4Q2 já começa a colorir quando percebe que esse resultado estaria favorecendo sua equipe, devido ao bloqueio da equipe adversária. G4N1 questiona a equipe adversária para saber se o cálculo não seria 5 vezes o número 2. G4Q2 disse: - Então! 5 vezes o 2 é 10, é a mesma coisa que 2 vezes o 5.

Em síntese notamos que esta estratégia esteve presente nas jogadas dos Grupos, como podemos ver na Tabela 5.

Tabela 5 - Número de vezes que a Estratégia Uso de duas operações esteve presente nas jogadas

Grupo	Estudantes	Antes da reflexão coletiva	Depois da reflexão coletiva
Grupo 1	A	0	1
	B	3	2
	C	4	0
	D	4	3
Grupo 2	E	3	2
	F	4	3
	G	2	4
	H	2	5
Grupo 3	I	5	4
	J	1	0
	K	4	1
	L	1	2
Grupo 4	M	8	2
	N	2	2
	O	7	3
	Q	7	4
		57	38

Fonte: dados da pesquisa

É possível observar a partir da Tabela 5 que antes da reflexão coletiva os três estudantes do Grupo 1 construíram essa estratégia, o G1A1 foi o único que não o fez, G1B1 em 3 momentos, já os estudantes G1C2 e G1D2 mobilizaram 3 vezes. Após as reflexões percebemos que o estudante G1A1 que não havia utilizado essa estratégia, o fez 1 vez, G1B1, 2 vezes, G1C2 nenhuma e G1D2 3 vezes.

No Grupo 2 esta estratégia esteve presente em todas as jogadas, mobilizada por todos os jogadores desse grupo: G2E1 por 3 vezes, G2F1 por 4 vezes e G2G2 e G2H2 por 2 vezes cada um. Após a reflexão coletiva observamos que dois estudantes diminuíram a quantidade de vezes, G2E1 de 3 para 2 e G2F1 de 4 para 3, enquanto que os outros dois, G2G2 e G2H2 aumentaram de 2 para 4 vezes e de 2 para 5 vezes, respectivamente.

No Grupo 3 percebemos nas jogadas de todos os estudantes, G3I1 em 5 situações, G3J1 e G3L2 em uma única situação, G3K2 em 4 situações. Após a reflexão coletiva o estudante G3I1 reduziu de 5 para 4 vezes, G3J1 de 1 para nenhuma vez, G3K2 de 4 para 1 vez, já o estudante G3L2 aumentou de 1 para 2 vezes que fez o uso dessa estratégia.

No Grupo 4 observamos que todos os jogadores usaram essa estratégia, G4M1 usou em 8 jogadas. G4N1 em 2 jogadas, G4O2 e G4Q2 em 7 jogadas cada um deles. Após a reflexão, os estudantes reduziram a quantidade de vezes que mobilizaram essa estratégia, G4M1 reduziu de 8 para 2 vezes, G4O2 de 7 para 3 e G4Q2 de 7 para 4. G4N1 foi o único estudante que continuou com o mesmo número de vezes que antes da reflexão.

Em síntese, constatamos que a estratégia de duas operações para resolução dos cálculos foi mobilizada por todos os grupos, antes e após a reflexão coletiva. No entanto não apareceu nas estratégias do estudante G4N1 após a reflexão coletiva.

Observamos que os estudantes fizeram mais tentativas com duas operações após a reflexão coletiva, considerando as diversas possibilidades de cálculo através das duas operações. Antes deste momento a preocupação estava em resolver o cálculo e após em resolver o cálculo através da melhor estratégia para atingir o resultado desejado pela dupla.

Na tabela 6 apresentamos uma síntese das estratégias presentes durante todas as jogadas, bem como a incidência das mesmas ao longo das jogadas mesmas de cada Grupo, nos dois momentos da pesquisa.

Tabela 6 - ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO

	Grupo	Cálculo nos dedos	Contagem termo a termo	Cálculo mental	Uma operação	Duas operações	Número total de jogadas
Antes da reflexão	G1	4	8	16	6	11	17
	G2	13	3	10	14	11	25
	G3	4	1	20	9	11	20
	G4	7	3	25	4	24	28
Total antes da reflexão		28	15	71	33	57	90
Após a reflexão coletiva	G1	0	3	7	2	6	7
	G2	6	5	14	5	14	20
	G3	3	0	12	4	8	12
	G4	3	3	10	2	11	13
Total após reflexão		12	11	43	13	39	52

Fonte: dados da pesquisa

Verificamos que o jogo realizado antes da reflexão coletiva envolveu 90 jogadas ao todo, enquanto após, envolveu apenas 52, ou seja, menos jogadas. Podemos considerar que após a reflexão coletiva isso se deu possivelmente pelo fato de estarem mais envolvidos e passarem a acreditar que vencer o jogo era possível. Para isso deveriam mobilizar estratégias eficientes a fim de chegarem a conclusão do jogo.

Diante disso, notamos que a estratégia “cálculo nos dedos” esteve presente 28 vezes em um total de 90 jogadas antes da reflexão coletiva, e 12 vezes em 52 jogadas depois. A “contagem termo a termo” foi mobilizada 15 vezes de um total de 90 jogadas antes da reflexão coletiva, e 11 vezes em 52 jogadas depois. O “cálculo mental”, 71 vezes de um total de 90 jogadas antes da reflexão, e 43 vezes em 52 jogadas depois da reflexão.

Já a estratégia “uso de apenas uma operação” apareceu 32 vezes em 90 jogadas antes da reflexão coletiva, e 13 vezes em 52 jogadas depois, enquanto a estratégia de uso de duas operações esteve presente 57 vezes de um total de 90 jogadas antes e 39 vezes em 52 jogadas depois.

Como vemos na Tabela 6, antes da reflexão coletiva a contagem termo a termo foi a menos mobilizada pelos estudantes, enquanto a mais mobilizada foi a de cálculo mental. Porém nem sempre a estratégia de cálculo mental foi considerada válida pelos jogadores, como resultado final, o que gerou várias estratégias dentro de uma única jogada. Por se tratar de uma pesquisa qualitativa, nós consideramos todas as estratégias que surgiram durante o jogo.

Após a reflexão coletiva evidenciamos que a contagem termo a termo continuou sendo a menos mobilizada e o cálculo mental, por sua vez, destacou-se novamente dentre as estratégias em todos os grupos. Após refletirem sobre diferentes possibilidades de calcular, os estudantes compreenderam que o cálculo mental também é considerado uma estratégia de cálculo que pode ser válida durante o jogo.

Constatamos que houve alterações referentes ao tempo cronológico durante as partidas dos grupos antes e após a reflexão coletiva. Antes o tempo médio de cada grupo foi de aproximadamente 50 minutos por grupo. Após esse tempo foi reduzido há aproximadamente 25 minutos por grupo, que seria em média uma redução de 50% do tempo. Consideramos que essa redução se refere à compreensão dos estudantes do objetivo principal do jogo, que era formar uma linha contínua (com a ideia de pequenos segmentos de reta) ou uma coluna, de uma única cor, ligando um lado qualquer ao lado oposto do tabuleiro, contendo 4 hexágonos contínuos. Depois de esclarecido e compreendido o objetivo final do jogo os estudantes assumiram outra postura referente as estratégias nos cálculos, gerando pensamentos mais elaborados para estratégias mais complexas, em que o jogador primeiro analisava o tabuleiro para posteriormente realizar a resoluções dos cálculos, o que explica o fato de ter havido menos jogadas, e conseqüentemente menos estratégias

após a reflexão. Isto foi objeto de reflexão, pois analisamos que ocorreram várias jogadas que poderiam ter sido melhores aproveitadas tendo em vista os objetivos do jogo.

Observamos que menos estudantes contaram nos dedos, assim como menos estudantes usaram a correspondência termo a termo após a reflexão coletiva e consideramos isto positivo, pois percebemos que a metodologia contribui no avanço qualitativo das estratégias de cálculo. Para Pires (2014), em uma entrevista na Revista Nova Escola, é comum que os estudantes recorram à contagem para resolver operações matemáticas, seja com a utilização dos dedos, seja de desenhos, bolinhas e pauzinhos, mas quando constatado isso, é necessário realizar a passagem da contagem para adotar procedimentos de cálculos mais elaborados

Menos alunos usaram uma única operação antes da reflexão coletiva. Este tema esteve presente durante as conversas entre os estudantes para observar as novas possibilidades de cálculos com o uso de sinais diferentes ou mesmo, com o uso do mesmo sinal durante a reflexão coletiva. Observamos que no início, os estudantes utilizavam um único cálculo que lhes parecia mais fácil e seguro. Nas problematizações dos cálculos abordados eles perceberam que apenas deveriam “gastar” mais tempo pensando na estratégia do que em tentativas.

Isto também contribuiu para que as possibilidades de cálculo fossem ampliadas e para a mobilização de estratégias numa mesma jogada. Por exemplo:

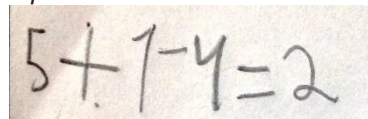
Jogada 23 (G2Eq2Es23)

*A estudante G1D2 jogou os dados e caíram os números 5, 4 e 1. Enquanto a estudante G1C2 contava de **um em um**, iniciando no número 5 e seguindo até o número 8 a estudante G1D2 interrompe apresentando o cálculo final da adição totalizando 10 através do **cálculo mental**.*

A estudante G1C2 voltou a fazer a contagem. O estudante da equipe 1 G1B1 confirmou que dava 10. E a estudante G1C2 disse que havia entendido.

Na 6ª rodada do jogo do Grupo 1 a estudante G1C2 sugere que seja feito o cálculo usando a divisão. Esse é primeiro momento do jogo que aparece o termo divisão. A estudante G1D2 que aparentemente gosta de desafios, adorou a ideia e já fez tentativas com 5 divididos

por 1 é 5. A estudante G1C2 ficou pensativa e dando risadas, demonstrando insegurança em fazer cálculo de divisão, mesmo sendo sugerido por ela. A equipe 2 desistiu de fazer o cálculo de divisão por insegurança. Na sequência a estudante G1D2 resolveu fazer o cálculo da seguinte forma:



A photograph of a piece of paper with the handwritten equation $5 + 7 - 4 = 2$ written in black ink.

A estudante G1A1 insistiu na ideia para que a equipe adversária fizesse um cálculo com o uso da divisão. E diz por que Vocês não fazem 5 divididos por um e segue perguntando ao grupo se tem o número 1 na tabuada do 5 e ninguém responde.

A estudante G1C2 pergunta quantas vezes... e não conclui o raciocínio.

Portanto há indícios que o grupo de estudantes apresentam uma noção da ideia da divisão que vem sendo estudada nos anos anteriores no momento que a estudante G1A1 busca na memória os múltiplos de 5 e a estudante G1C2 inicia fazendo a pergunta de quantas vezes... e não conclui.

A estudante G1D2 fica pensativa, pega o tabuleiro e procura quantas vezes o número dois aparece. Escolhe aleatoriamente uma das colmeias com o número dois e pinta.

No exemplo, o estudante utiliza a estratégia de contagem termo a termo referente às unidades 5, 4 e 1 que na adição totaliza 10. O colega de equipe resolve através do cálculo mental confirmando o resultado final da adição, 10. Com este exemplo podemos perceber que durante uma única jogada duas estratégias ficaram evidenciadas.

Parra e Saiz (2001, p. 210) comentam sobre a passagem da contagem ao cálculo observando que a passagem da utilização de procedimentos ligados à contagem é demorada, raramente definitiva para o aluno e nunca simultânea para todos os alunos. Nesta direção, acreditamos que o professor precisa apoiar e motivar, propondo diferentes situações a fim de promover com êxito esse avanço nos procedimentos matemáticos possibilitando estratégias mais elaboradas nas resoluções de situações. As autoras complementam ainda dizendo que não propõem ao professor ensinar esta propriedade, mas que favoreçam o intercâmbio entre os alunos de maneira que os “jeitos de resolução” de cada aluno se convertam em um terreno comum.

4.2 PROCESSOS REFLEXIVOS

Após as filmagens dos quatro grupos para coleta de dados, e a aplicação do jogo com toda a turma do terceiro ano, iniciamos um importante

momento dessa metodologia: o processo de reflexão coletiva. Momento em que toda a turma assiste aos vídeos produzidos pela pesquisadora a partir das filmagens realizadas durante os jogos e iniciam as reflexões sobre as jogadas.

Então, com todo o material dos jogos coletado, iniciamos o processo de transcrição dos dados e edição dos vídeos para apresentar aos alunos. Sentimos a necessidade de assistirmos mais de uma vez as filmagens para que os vídeos formatados ficassem compactos e direcionados às questões que consideramos relevantes para serem discutidas no processo de reflexão coletiva.

Esse momento de organização dos dados dos quatro grupos, reflexão e problematização demandaram um tempo considerável de aproximadamente 10 horas. Os vídeos originais foram armazenados para futuras análises, caso necessário.

Para este momento da pesquisa também foi necessário que formulássemos as problematizações que seriam utilizadas durante as reflexões coletivas. Isto foi feito analisando os dados coletados nas filmagens dos jogos e registros escritos feitos durante as gravações. Anotamos algumas situações com o objetivo de chamar a atenção para aspectos referentes ao jogo que consideramos importantes.

Os estudantes refletiram sobre como definiriam quem iniciaria a partida; quem seria o próximo a jogar; quais as possibilidades de estratégias de resolução de cálculos; a percepção e a compreensão sobre os objetivos do jogo na ótica dos estudantes. Anotações realizadas durante o jogo e transcrições foram relevantes para extrair as problematizações de situações reais que emergiram durante as jogadas.

A reflexão coletiva aconteceu com a presença dos 32 estudantes do 3º ano do Ensino Fundamental I. Os mesmos códigos criados para os participantes da pesquisa foram utilizados durante as transcrições e citações de alguns trechos no decorrer dessa dissertação.

Todos os estudantes da turma assistiram ao vídeo produzido pelos episódios filmados e editados. Durante a sessão fizemos análises e reflexões coletivamente, promovidas a partir das problematizações prévias.

Para nossa melhor organização estabelecemos o seguinte combinado com a turma: toda vez que alguém desejasse falar deveria levantar a mão para que o vídeo fosse pausado, assim todos poderiam escutar e participar ajudando a esclarecer as dúvidas e questionamentos.

Iniciamos apresentando os vídeos na mesma ordem da edição dos mesmos: Grupo 1, Grupo 2, Grupo 3 e Grupo 4. Nesse momento da dissertação vamos descrever, comentar e analisar seguindo essa ordem dos grupos. Optamos por essa organização porque consideramos o momento da reflexão coletiva o ápice da metodologia por valorizar o movimento dos estudantes para o desenvolvimento do conhecimento, em que eles aprendem uns com os outros, e por vezes por meio da mediação advinda das propostas de problematizações que surgirem da própria prática pedagógica.

Dado o **play**, ou seja, o toque para iniciar o primeiro vídeo editado foi quando percebemos um silêncio geral, pois diante de uma turma de 32 estudantes, ativos, isso é quase improvável que aconteça, mas aconteceu. Nesse momento os olhos diziam mais do que palavras. Estavam muito atentos e curiosos para ver quem aparecia nas imagens e o que os jogadores falariam.

Esta categoria, “processos reflexivos”, diz respeito aos momentos em que os estudantes questionam, analisam, reconsideram processos de cálculo e modos de jogar. Tais processos se deram ao longo das três etapas da pesquisa, mas em especial, durante os momentos de reflexão coletiva, ou seja, na segunda etapa da pesquisa, que destacamos a seguir.

4.2.1 Processo reflexivo a respeito das diferentes possibilidades de iniciar a partida

Observamos que cada grupo iniciou o jogo de uma maneira diferente. No Grupo 1 os estudantes optaram por iniciar a jogada a partir da fala de uma das jogadoras, que por ter saído seu nome por primeiro no sorteio ela seria a Equipe 1 e deveria ser a primeira a jogar. A estudante G1A1 disse que ela e o colega G1B1 iriam iniciar o jogo. Perguntei à turma por que foram eles que iniciaram e não a outra dupla. Como resposta G2F1 argumentou dizendo que as duas equipes juntas não poderiam iniciar o jogo, então teria que ser primeiro uma e depois a outra equipe. Questionei se não poderia ser a outra equipe a começar. G1D2 explicou que eles iniciaram por serem o time A. P6 completa dizendo que G1A1 queria começar primeiro, para ser mais adiantada que os outros. No Grupo 2 os jogadores iniciaram a partida por ordem de quem pegou os dados por primeiro, não discutem quem será o jogador a iniciar. Nesse caso iniciou pelo jogador G2G2. No terceiro a decisão partiu de um dos jogadores propondo que o início da partida fosse decidido a partir de **Joquempô**¹. No último grupo, o início da partida, não foi disputado por nenhum dos estudantes, apenas a jogadora G4M1 pegou os dados e saiu jogando, dando início a partida.

Passado uns três minutos, paramos o vídeo e lançamos uma pergunta à turma, com o objetivo de problematizar a questão referente ao início da partida: - Afinal, como os jogadores decidiam quem iniciaria a partida? Deveriam os estudantes decidir por conta própria ou deveriam acordar entre os jogadores, antes de iniciarem a partida, sobre quem iria iniciar o jogo? Problematizações como essa, foram consideradas importantes durante o decorrer da pesquisa, como possível potencial para promover as reflexões coletivas.

Os estudantes refletiram sobre a importância de seguir as regras do jogo. No entanto, no “Jogo da Colmeia”, não existe a regra específica para dar o início à partida. Isso os deixou livres para escolher como começariam o jogo,

¹Uma brincadeira antiga (entre 206 a.C. e 220 d.C.). Muito antes de Sheldon Cooper nos apresentar o jogo “Pedra, Papel, Tesoura, Lagarto, Spock” (criado por [Sam Kass](#)) em *The Big Bang Theory*, o joquempô já acumulava milênios de tradição. No século 17, o jogo com os elementos que conhecemos hoje já era popular na China e no Japão, e no século 20 já havia se espalhado pelo mundo. (SUPERINTERESSANTE, <https://super.abril.com.br/blog/superlistas/conheca-a-origem-de-6-brincadeiras-populares/>22/07/2019 às 11:49.

ou seja, eles acabaram usando o conhecimento existente de outros jogos para dar início à partida. Constatamos isso devido aos diferentes jeitos de iniciar esse jogo e as falas que ocorreram quando estavam assistindo como cada grupo começou a jogar. Um exemplo disso é a fala do estudante G2E1 *“Eu li a regra e não dizia como que era para começar esse jogo”*.

Um momento de reflexão foi percebido quando questionamos se os estudantes observaram que cada grupo iniciou a partida de uma maneira diferente e se algum deles saberia dizer qual era a maneira correta de se iniciar o jogo. Para chegar a um consenso da melhor maneira de iniciar a partida, nos reportamos às regras do jogo escolhido, ao item que mais se aproximava a dúvida: “Jogar alternadamente (uma jogada para cada jogador), podendo cobrir qualquer número aberto, desde que os três números dos dados sejam usados apenas uma vez cada. Se isto não for possível passa a vez para o outro jogador.” Ou seja, nas regras não estava descrito quem iniciaria o jogo, tendo em vista que para jogar era necessário mais de um jogador, esses deveriam decidir juntos qual seria o melhor jeito que julgassem ser correto, sem favorecer ou prejudicar as equipes.

4.2.2 Reflexões sobre: de quem é a vez de jogar?

Depois de discutirem sobre o início do jogo, outra pergunta foi feita para saber quem seria o próximo a jogar, considerando o iniciante da partida de cada grupo. Observamos nas filmagens que esse momento ficou um pouco confuso porque todos queriam jogar ao mesmo tempo e foi necessário intervenção da pesquisadora, com reflexões sobre a regra do jogo, que seria uma jogada para cada jogador, alternadamente.

Essa intervenção aconteceu porque percebemos a dúvida que surgiu logo no início da partida. Alguns deles chegaram a lançar rapidamente os dados com tamanha agilidade que o adversário não tivesse tempo para pensar de quem seria a vez de jogar. E quando questionados pelos colegas, reagem como se não estivessem entendendo a pergunta. Por vezes foi necessário que

os colegas tomassem em mãos os dados que já haviam sido lançados e parassem o jogo para ser ouvidos, e juntos, com mediação da pesquisadora refletissem de quem era a vez de jogar.

4.2.3 Reflexões sobre diferentes estratégias de cálculo

No decorrer do vídeo realizamos algumas paradas programadas para observar as estratégias de cálculos, observamos os dados que foram lançados, e a partir deles quais as jogadas realizadas pelos estudantes. Após essa observação, analisamos quais as outras possibilidades de estratégias que poderiam ser realizadas. Nesse momento observamos que existiam muitas possibilidades de estratégias de cálculos no lançamento de três dados. Por exemplo: os dados foram lançados, caíram os números 6, 1 e 2. A estratégia de cálculo escolhida pela dupla foi de fazer uma única operação, a adição. No momento da reflexão exploramos mais possibilidades, como o 6 vezes o 1 mais dois, que resultaria em 8; o 6 vezes o 2 mais 1, que resultaria em 13; o 6 dividido por 2 mais o número 1, que resultaria em 4; o 6 divididos por 2 menos 1, que resultaria em 2; o 6 vezes o 2 menos 1, que daria 11; 6 vezes 1 menos 2, que daria 4. Diante dessas diferentes possibilidades os estudantes puderam perceber que era possível chegar a outros resultados, o que os deixou aguçados para tentar novas possibilidades de cálculos.

Quando perguntamos aos estudantes sobre a chance de fazer um cálculo diferente ao que o jogador havia feito, percebemos que surgiram várias possibilidades diferentes, inclusive do próprio grupo que estava jogando e que, durante o jogo, não havia percebido tais possibilidades.

P- Na segunda jogada, caíram nos dados os números 5, 5 e 6. A jogadora disse que se fosse de mais (adição) seria 16. Vocês acham que existe outra maneira de fazer esse cálculo?

T- sim

P- Como?

G4H2- Dá pra fazer de vezes e mais.

P- Como?

G4H2- 5 vezes 5 mais 6

P- E quanto daria? 5 vezes o 5

[...]

P- É 25

P- E 25 mais o número que caiu no outro dado?

T-31

Notamos que alguns contaram nos dedos para chegar ao resultado final.

P- Além dessa possibilidade que G4H2 sugeriu, existe outra possibilidade?

T- Sim

G3I1- De mais, uma de mais e uma de menos

P- 5 mais 5

T- 10

P- 10 menos 6

T- 4

Durante essas reflexões foi possível ver a alegria dos estudantes por poderem participar e sugerir novas possibilidades. Aos poucos foram percebendo que após uma sugestão e outra, muitas, ainda eram possíveis. Percebendo isso, fomos explorando cada vez mais essas possibilidades.

P- Ainda assim existe outro jeito de fazer?

G1A1- Uma de divisão e uma de vezes

P- Como que poderiam fazer a divisão?

P- 5 divididos por 5 mais 6?

G1A1- Não! É vezes o 6

P- Vamos ver, 5 divididos por 5 quanto dá?

G2E1- Zero!

P- Eu tenho 5 balas e vou dividir para 5 pessoas. Quantas balas vai dar para cada pessoa?

T- 1

P- Então 5 divididos por 5 é 1

P- E 1 vezes o número 6 quanto dá?

T- 6

Antes do processo de reflexão percebemos que a divisão ficou praticamente ausente, aparecendo apenas uma vez durante a pesquisa. Ponto esse que percebemos a necessidade de refletir com os alunos.

P- Mas o que aconteceu na hora do jogo?

P2- Fizeram a conta errada

P- Não está errada, 16 está correto

P- Mas o que aconteceu ali no momento do jogo?

P14- Fizeram outra conta

P- Por que será que fizeram outra conta?

G2E1- Porque eles acharam mais fácil fazer

G4Q2- Foi feita conta de vezes e mais?

G1D2- 5 mais 5 mais 6

P- Esse foi o cálculo, mas agora sabemos que existem outras possibilidades que podem ser utilizadas na hora de calcular.

E assim fizemos durante todo o processo reflexivo, aproveitando momentos considerados significativos para aprendizagem matemática e sugerindo reflexões. Notamos que as noções de operações de adição e

subtração, que são contempladas no currículo escolar desde o primeiro ano e que deveriam ser adquiridas pelos estudantes, ainda não estavam consolidadas. Então essas foram anotadas e problematizadas com o objetivo de auxiliar no processo de construção de conhecimento.

Além de explorar essas estratégias de cálculos em diversos momentos do vídeo, com o objetivo de reflexão para ampliação das possibilidades dos estudantes na hora do cálculo, julgamos que outras situações decorrentes do jogo tinham potencial para serem ampliadas.

Notamos também que os estudantes jogavam os dados, faziam os cálculos e depois procuravam no tabuleiro o resultado. Julgamos que o movimento contrário, de primeiro olhar o tabuleiro e depois fazer o cálculo poderia ajudá-los a atingir o objetivo mais rapidamente, nesse caso, o objetivo do jogo era completar a coluna ou a linha do tabuleiro por primeiro e vencer o jogo. Para isso buscamos trazer essa situação para discussão.

Agora com uma proposta um pouco mais delimitada, motivamos os estudantes ao desafio de usar o cálculo de subtração para os números que saíram nos dados simultaneamente.

P- Nessa jogada caíram os dados de números 5, 5 e 6. Quero saber se com esses números é possível usar a subtração

T- Sim

P- Como?

P10- Tem 3 números e pode usar 2 símbolos

P- Certo! E como você faria?

P10- A divisão primeiro

P10- 5 divididos por 5 daí eu ia fazer uma de mais

P- E fazendo dessa maneira você estaria usando a subtração?

P10- Não!

P- Atenção no desafio! Com esses 3 dados posso usar a subtração?

G1D2- Prô, tem que ser nessa ordem?

P- Não, pode fazer do jeito que você quiser

P- O desafio é saber se posso usar a subtração com esses números.

P12- Sim!

P4- 5 mais 5 menos o número 6 dá 4

P- Muito bem, esse jeito dá certo. Ainda existe algum outro jeito?

G3I2- Sim! 5 menos 5 mais 6 que é igual a 6

Uma estudante fez uma pergunta inesperada, um tanto quanto curiosa, ela desejava saber como nós tínhamos colocado o filme deles na televisão. Explicamos que o processo é feito depois da filmagem deles jogando.

Salvamos o filme no celular, depois enviamos para a televisão. Consideramos importante essa reflexão para nós pesquisadoras, porque muitas vezes nos preocupamos com tantos detalhes e os estudantes nos abordam com outras questões, que de certo modo, são importantes para eles compreenderem como as coisas funcionam.

Depois dessa curiosa pergunta, continuamos a explorar o uso da subtração do cálculo anterior, e deixamos que os estudantes percebessem que com os três dados existem vários cálculos que poderiam ser feitos, e como conseqüência resultados diferentes seriam encontrados.

P- Existe mais alguma maneira de resolver essa conta com a subtração?

T- Sim

P9- 5 vezes o 5 mais 6

P- E assim estaremos usando a subtração?

Notamos que esse cálculo já havia sido discutido nessa mesma problematização.

T- Não!

G4O2- 5 divididos por 5 menos 6

P- Será que dá?

G1D2- Não dá, dá número negativo

P- Isso mesmo

P14- 5 divididos por 5 mais 6

Novamente o mesmo cálculo proposto, 5 divididos por 5 mais 6. A falta de atenção é evidente em alguns dos estudantes da turma, tanto no que se refere ao cálculo, como na proposta de utilizar a subtração. Observamos que os próprios colegas comentavam quando a sugestão de cálculo não estava sendo adequada a subtração.

G1D2- E a subtração, você não está usando a subtração!

G4Q2- 5 vezes 5 menos 6

P- 5 vezes 5?

T- 25

P- 25 menos 6?

T- hãããã 19

Reparamos que apenas 3 estudantes da turma responderam a esse cálculo de 25 menos 6.

P- Muito bem! Achamos mais uma possibilidade

G1D2- 6 vezes 5 menos 5
P- 6 vezes o 5?
T- 30
P- 30 menos 5
T- É 25
P2- Eu sei outra profe, 5 vezes o 5 mais 6
P- Você está usando a subtração?
T- Não!
P10- 5 vezes o 5 mais 5
P- E a subtração?
P- Quero que pensem em uma estratégia para usar a subtração
G2F1- 5 menos 5 mais 6
P- Muito bem, mas essa maneira já está no quadro. Quero ver uma possibilidade que não foi descoberta ainda
G2E1- 5 divididos por 6
P8- Não dá porque o 5 é menor que o 6.
G3I2- Só se fosse o 6 dividido por 5, porque o 5 é menor do que o 6
G4N1- 5 vezes 5 menos o número 6
P- Essa já está no quadro também
G4M1- 6 menos 5 mais 5
P- 6 menos 5
T- Dá 1
P- E 1 mais o número 5
T- 6

Tentamos encerrar o diálogo elogiando os estudantes pelas várias probabilidades de cálculo encontradas pela turma. Perguntei o que eles perceberam com tudo isso que tínhamos visto até agora. A empolgação foi tamanha que simplesmente eles prosseguiram tentando estimar mais possibilidades de usar a subtração com esses três números: 5, 5 e 6.

G2H2- 6 mais 5 menos 5
P- 6 mais 5
T- 11
P- 11 menos 5
T- 6
P- O que podemos notar aqui?
P- Quantos resultados encontramos?
T- 6

Pensamos em propor a questão dos cálculos por estimativa para ajudá-los a construir um esquema para facilitar o cálculo. Como por exemplo: - Se eu somar os três dados 5 mais 5 mais 6 o total será 16. Se usar a subtração junto à adição o resultado final deve ser menor que 16?

4.2.4 Reflexões sobre a importância de observar o tabuleiro antes de realizar os cálculos

Entendemos que os estudantes precisam pensar no resultado estimado para saber quais os cálculos devem realizar.

Abordamos a questão de realizar o cálculo e depois olhar o tabuleiro e propomos que fizessem a tentativa de usar o tabuleiro para visualizar e pensar em uma maneira de calcular e chegar a um resultado desejado.

Numa das jogadas percebemos que um dos jogadores havia mexido os dados. Aproveitamos, editamos esse episódio e trouxemos ao grupo, para tratar da questão da atenção durante o jogo ou diante de qualquer outra atividade que nos dispusermos a fazer. Questionamos os estudantes para ver se essa atitude, de mexer os dados, foi proposital ou se havia sido um descuido. Também levantamos a questão de ninguém ter percebido que os dados haviam sido modificados e que a jogadora não tinha errado o cálculo, é que antes eram outros números nos dados.

*G1B1- Profe, volta um pouquinho o filme que daí da pra ver
P- Boa ideia!*

Aqui temos um exemplo prático, sugerido pelo estudante, do uso do **replay** durante a aplicação da metodologia de filmar, assistir e problematizar. Nesse momento esse recurso nos auxiliou na repetição da cena e esclarecimento de uma dúvida da turma, na hora da jogada dos dados.

*T- Eu vi
P14- Estava o 3 ali no dado
P- Nesse momento, a estudante virou 2 dos dados
G1B1- É o dado amarelo e o dado vermelho
P- Quanto que estava marcando no dado amarelo?
T- 3
P- E no vermelho?
T- 2
P- E o verde?
T- 5
P- Então 3 mais 2 mais 5 dá 8, estava certa*

O termo “roubo” aparece durante as jogadas. Aproveitamos esse vocabulário para contextualizar a linguagem verbal ao jogo. A seguir apresentamos um excerto do momento que a palavra aparece.

*P2- Eu percebi que ela “roubou” pra o time dela fazer ponto
P- Será que ela roubou?
T- Não!*

G1D2- Foi sem querer
G1A1- Isso foi só um engano

No processo de reflexão a colega explica que ela não estava trapaceando, apenas aconteceu um possível descuido dela com os dados.

Observamos que durante as jogadas dos quatro grupos as conversas paralelas desviaram a atenção e a concentração dos estudantes. Durante a reflexão os próprios alunos chegaram a essa conclusão que para jogar precisam de atenção e concentração.

4.2.5 Reflexões sobre as atitudes durante o jogo

Os termos usados pelos estudantes nos remetem a pensar que já estão habituados com a prática dos jogos porque percebemos que usaram palavras que estão inseridas culturalmente nos jogos, como “roubo” no sentido de estar prejudicando propositalmente a outra dupla, como trapacear, no sentido de enganar, trancar para a outra equipe não conseguir continuar a coluna ou linha do tabuleiro, revanche para se referir a dar o troco. Além de escutarmos esses termos, falamos outros com o objetivo de ampliar o vocabulário dos estudantes.

No final da reflexão perguntamos o que eles haviam aprendido com tudo o que refletimos.

G4N1- Esse jogo é bom pra aprender as continhas
G4Q2- Aprender mais
G3K2- Fazer as contas melhores
P14- A gente aprendeu que todo mundo estava fazendo as continhas certas, mas que às vezes estavam se confundindo
P- Por quê?
P14- Porque não estão prestando atenção
P9- Porque eles ficavam brincando e fazendo bobeira
G4O2- Porque fica brincando e acontece igual antes, o colega da dica
P2- Eles ficaram fazendo bobeira e ninguém vence agindo assim

Para concluir questionamos os estudantes para saber como terminava o jogo em questão, assim nós poderíamos entender como os eles haviam compreendido qual era o objetivo do jogo.

P- Quem vence o jogo?
P2- É quem fica concentrado
G1C2- Quem completa uma linha ou uma coluna
P- Isso mesmo
P- Tem que completar os dois (linha e coluna)?
T- Sim... Não... (dúvidas)
P- Vamos lembrar as regras: vence o jogo, o jogador que primeiro formar uma linha ou uma coluna
P2- Vence quem estiver concentrado. Presta atenção, acerta a conta e vence.
P- Outra pergunta: pode ser na diagonal?
T- Não!
P- Alguma dúvida?
T- Não

Após a conclusão do processo reflexivo fomos apresentar para a turma pesquisada como o HD externo estava conectado na televisão. Uma estudante G1D2 tirou o celular da mochila e tirou uma foto da televisão para mostrar para a família que ela estava aparecendo na televisão. Ela julgou necessário registrar para a família acreditar.

As expressões faciais foram importantes durante as análises para compreendermos o contexto real da situação. Observando os estudantes podemos analisar com segurança as falas, as expressões corporais e faciais no contexto, exatamente na hora do jogo. Um olhar desatento pode refletir o quão distante estão naquela hora. Também observamos quando estão calculando mentalmente, através da leitura corporal, para chegar a uma resposta desejada. Outros traços corporais podem dizer sobre a atenção ou falta dela ao jogo, a pressa em concluir as estratégias de cálculos com êxito.

Em síntese, percebemos o movimento reflexivo dos estudantes quando eles observam alguma situação e comentam, opinam, criticam, e ainda, quando exploram outras possibilidades de estratégias para resoluções de situações.

Contudo percebemos o papel do professor mediador ao incentivar e encorajar os estudantes no processo reflexivo de construção do conhecimento matemático. Portanto, “a tarefa do professor é a de encorajar o pensamento espontâneo da criança, o que é muito difícil, porque a maioria de nós (professores) foi treinada para obter das crianças a produção de respostas ‘certas’” (KAMII, 2012, p. 40).

4.3 MUDANÇAS DE ATITUDES FRENTE AO JOGO E AO JOGAR

Durante o Jogo da Colmeia observamos mudanças de atitudes dos estudantes frente a vários aspectos, dentre eles: em relação ao erro; à competitividade; à interação com os colegas; ao envolvimento no jogo; à realização de um cálculo e registro de outro; à preocupação em usar sinais diferentes nos cálculos, ao desejo do desafio; ao desconsiderar o cálculo mental; ao fato de passar a analisar o tabuleiro antes de fazer o cálculo; às preocupações referentes à filmagem, à exposição nas redes sociais (Facebook) quando estavam falando “coisas” não relacionadas ao jogo; à possibilidade de bloquear a equipe adversária e ao modo de conferir o resultado da equipe e do adversário. As mudanças de atitudes foram analisadas durante os jogos realizados antes e depois do momento do processo reflexivo. A seguir discorreremos sobre algumas mais significativas.

4.3.1 Mudanças de atitudes em relação ao erro

Nas análises notamos que antes da reflexão coletiva o erro nos cálculos esteve presente em diferentes situações. Para tanto é , diante da constatação desses erros, a análise sobre os mesmos com a possibilidade de desvelarmos possíveis mediações que permitam promover avanços na aprendizagem. Depois de notado e explorado este aspecto observamos que após a reflexão coletiva do jogo houve uma notável diminuição nos erros.

Antes da reflexão coletiva constatamos algumas situações em que erros ocorriam na hora de calcular a partir dos valores que caíam nos dados: nos cálculos de adição e subtração, no cálculo mental, na contagem dos pontos dos dados, uso de números aleatórios.

A estudante G1A1 jogou os dados, caiu 6, 6 e 1 e ficou pensando. G1C2 da outra equipe disse que $6+6$ dá 12. A jogadora G1A1 vibrou e disse 13, visualizando a possibilidade de bloquear a equipe 2.

$$6+6-1=12$$

O estudante G1B1 pediu para ela esperar que ele faria outro cálculo e assim o fez: E chegou a resposta 12. Na análise é possível observar o raciocínio do jogador G1B1. Ele pensou que $6+6+1$ é 13. Então fez o seguinte cálculo: Se a soma dos dados é 13. $13-1$, que era o valor do último dado dá 12. Ninguém o questionou. Apenas a equipe 1 vibrou com a possibilidade do colega G1B1 ter encontrado a resposta 12. Marcaram no tabuleiro. Já a equipe 2 ficou triste porque não venceram, mesmo percebendo a melhor desenvoltura nos cálculos e não perceberam o erro do colega G1B1.

Após a reflexão coletiva também notamos alguns dos mesmos erros identificados antes, porém esses foram percebidos e sanados pelos estudantes antes da finalização das jogadas.

4.3.2 Mudanças de atitudes em relação à competitividade

A competitividade foi percebida em poucos momentos, antes da reflexão coletiva. Por exemplo:

Para acompanhar o andamento do jogo e perceber como estavam visualizando a partida num contexto geral lancei algumas perguntas sobre o jogo, mais pontualmente sobre quem estava ganhando o jogo. G1A1 disse que a equipe 1 estava ganhando o jogo e pôde constatar isso porque contou quantas colmeias estavam coloridas para cada equipe e disse que quem estava na vencendo era a equipe que mais tinha colmeias coloridas. Para aproveitar o momento de descontração eu pergunto aos jogadores o que deve acontecer para a dupla vencer o jogo. G1D2 disse que a dupla vencedora deverá completar o tabuleiro por primeiro, a linha ou a coluna. G1A1 mostra que a equipe 2 poderia completar a coluna se a equipe 1 não tivesse trancado elas, colorindo o número 15. É na 12ª rodada que aparece o termo "TRANCAR". A partir desse momento a preocupação dos estudantes voltou-se para impedir que a outra equipe ganhasse o jogo, já que eles não estavam conseguindo vencer. A impressão que o vídeo nos deixa é que eles têm a noção clara do que devem fazer para vencer o jogo. Assim como para dificultar a vitória da equipe adversária. Até o momento do jogo não ficou claro o uso de técnicas iniciantes consideradas básicas para otimizar o tempo e nem foco em vencer o jogo. G1D2 lançou os dados, caiu 5, 4 e 6, deu 15. A equipe adversária já havia colorido o número 15.



Após a reflexão coletiva, em nossas análises, evidenciamos um aumento significativo em relação à competitividade que consideramos positiva no que se refere a mudança de atitude, pois revelou o maior interesse do grupo no jogo e nas interações entre os colegas. Apresentamos a seguir um exemplo de jogada que notamos a competição entre os jogadores.

A estudante G1A1 lançou os dados e caíram os números 5, 2 e 1. Ela usou a mesma estratégia contando nos dados com o uso de um lápis. Enquanto isso G1B1 lança o olhar ao tabuleiro procurando achar alguma colmeia que preenchesse a coluna. Existe ainda a preocupação de G1C2 em cobrar da equipe 1 para fazer o cálculo no papel. G1D2 diz que isso não é necessário. Mesmo assim G1A1 faz a conta no papel rascunho. Na sequência ela direciona ao G1B1 para ele fazer o resultado alegando que ela considera que tem condições de fazer esse cálculo. G1B1 diz para a colega G1A1 fazer o seguinte cálculo: 5 vezes o número 2 mais 1 que daria 11. Ela não quer fazer dessa maneira e demonstra competitividade entre os jogadores, e continua pensando em quanto dá para fazer outro cálculo que resulte no número desejado. Ela usa da estratégia de contagem termo a termo e diz a que a resposta é 7. E vai colorir o tabuleiro.

$$5 \times 2 + 1 =$$

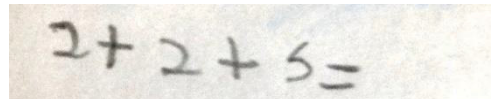
Quanto à competitividade consideramos os momentos em que o estudante falava sobre a jogada torcendo a favor da equipe ou torcendo contra a equipe adversária. Também usamos análises das expressões físicas e corporais para essa categoria, como é o caso de estudantes que “fecharam a cara” após alguma jogada, ou “cerravam os dentes” demonstrando insatisfação com a jogada. O principal objetivo analisado aqui em relação à competitividade é em relação ao estímulo ao raciocínio. Antes da reflexão, a competitividade foi percebida em 23% das jogadas. Na pós-reflexão notamos um aumento considerável, atingiu 71% das jogadas.

4.3.3 Mudanças de atitudes em relação à interação entre os colegas

Em relação à interação com os colegas, antes da reflexão, observamos que os jogadores apresentaram um comportamento muito parecido entre os diferentes grupos, demonstrando individualidade entre os pares. Cada estudante realizava sua própria jogada, foram poucos os momentos que notamos essa interação. Em um dos grupos as interações foram percebidas

num total de 7 jogadas. A seguir um exemplo de interação antes da reflexão coletiva.

*O estudante G1B1 lançou os dados e caíram os números 2, 2 e 5. A estudante G1D2 fez o cálculo mental e disse que era 9. G1A1 pegou o papel para registrar o cálculo e G1B1 falou faz de mais mesmo. G1A1 fez a conta, mas não colocou a resposta. G1B1 foi colorir o tabuleiro, mas sua colega de equipe G1A1 quis fazê-lo, com o objetivo de ajudá-lo, evidenciando a **interação entre os pares**. Ela visualizou uma colmeia aleatória com o número 9 e pintou. Não atentou para o detalhe de ter duas opções para colorir. No decorrer do jogo os estudantes demonstraram tranquilidade para resolver os cálculos. Apareceu mais o cálculo mental como estratégia de jogo.*



A photograph of a small piece of white paper with the handwritten mathematical expression $2 + 2 + 5 =$ in black ink. The paper is slightly wrinkled and has some faint smudges.

Após a reflexão as mudanças das atitudes em relação às interações entre os colegas foram expressivas. Percebemos que os jogadores conversavam mais entre as duplas para decidirem uma jogada ou outra. Em quase todas as jogadas dos quatro grupos foi possível observar essa mudança de antes e após a reflexão coletiva.

Nesta perspectiva, de um ensino preocupado com o estudante em desenvolvimento de suas habilidades e competências, nós analisamos as relações nas interações entre os colegas quando esses se ajudavam para fazer o cálculo, ensinando uma estratégia, ou visualizando uma jogada melhor do que estava sendo percebida. Em praticamente metade das jogadas, tanto antes como após as reflexões, foi possível perceber essa interação entre os pares.

4.3.4 Mudanças de atitudes em relação ao envolvimento no jogo

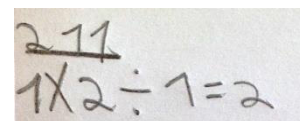
Em relação ao envolvimento do jogo, antes da reflexão, percebemos que em diferentes momentos alguns aspectos que caracterizam esse envolvimento se modificaram após a reflexão coletiva. Antes, percebemos aspectos na expressão corporal em que os estudantes demonstravam certa inquietude corporal, ficavam desligados, outras vezes apresentavam euforia e entusiasmo. Já na expressão verbal, outras características foram percebidas, como nas falas explícitas ou implícitas durante as jogadas.

Apresentamos um exemplo que surgiu durante uma das jogadas antes da reflexão: “G1D2 disse que o grupo estava fazendo muita piadinha durante o jogo”. Isso demonstra a preocupação da estudante em relação ao jogo. Outras situações foram observadas, como a preocupação na exposição e julgamento externo sobre as brincadeiras que ocorreram durante as partidas do jogo, como a preocupação em usar uma operação diferente para mostrar que sabiam matemática.

Consideramos o envolvimento no jogo dos estudantes que demonstraram alguma afinidade com o jogo alguma preocupação relacionada a eles enquanto jogadores com diferenças antes e depois da reflexão coletiva. Antes os estudantes apresentavam uma preocupação excessiva de exposição nas redes sociais relativo às brincadeiras e bobagens que estavam falando durante as jogadas. Uma estudante pediu para que eu “editasse” a filmagem antes de postar no “facebook” (O que não era o proposto e menos ainda o objetivo da pesquisa).

Outro exemplo que apresentamos na presente pesquisa é o desejo do desafio, de usar a divisão pela 1ª vez no jogo. Essa foi à mudança de atitude da estudante referente a usar a divisão, mesmo quando estava sem o apoio dos colegas. Ela apenas visualiza a possibilidade e tenta a divisão como estratégia de cálculo na operação.

A estudante G1D2 joga os dados e cai 2, 1 e 1. Ela diz em voz alta os números que caíram nos dados. Em seguida pega o papel e começa a escrever os números que caíram nos dados sem colocar



nenhum sinal gráfico entre os números, como forma de estratégia para pensar e escolher o melhor cálculo a fazer. A estudante G1C2 da mesma equipe faz um cálculo mental e diz que dá 4 (suponho que seja em caso de adição) apontando para o tabuleiro a colmeia 4. No entanto a jogadora G1D2 ignora a sugestão e continua o raciocínio lógico em silêncio, apenas escrevendo no rascunho. Ela faz o cálculo da seguinte forma:

Chega ao resultado 2 e vai procurar no tabuleiro a colmeia com o respectivo número. Questiono se a jogadora pensou no tabuleiro antes de fazer o cálculo ou primeiro fez a conta e depois foi procurar o número no tabuleiro. Pois essa situação havia sido refletida como estratégia, durante as reflexões coletivas. A resposta da jogadora G1D2 foi que primeiro ela observou o tabuleiro e depois fez o cálculo. Mesmo com a confirmação da jogadora isso não ficou visível na filmagem. A impressão é que primeiro foi feito o cálculo e depois

procurado o número no tabuleiro. Nesse caso não seria relevante esse raciocínio porque era a primeira rodada da partida. A dupla da equipe 2 observa que tem duas colmeias com o número 2 e escolhe aleatoriamente uma das colmeias. Isso também se justifica por ser a primeira rodada da partida, onde nenhuma das colmeias tinham sido pintadas.

É importante considerarmos os detalhes, por mais sutis que pareçam caracterizam aspectos de uma pesquisa qualitativa, principalmente quando se trata de educação. Nos pequenos detalhes também é possível perceber o processo de construção do conhecimento em que o estudante se encontra, e com isso pode-se mediar os avanços na aprendizagem.

Após as reflexões coletivas notamos que o envolvimento do jogo se caracterizou de outra maneira. O que nos leva a pensar sobre a importância da proposta que envolve o estudante na compreensão e no envolvimento do jogo, que resulta no desenvolvimento do processo de aprendizagem.

4.3.5 Mudanças de atitudes em relação a fazer um cálculo e registrar outro.

Antes da reflexão notamos que os estudantes expressavam verbalmente um cálculo após o lançamento dos dados, porém observamos que na hora de registrar esse cálculo, ele era substituído por outro. Por exemplo, num lançamento dos dados caíram os números 6, 3 e 1. O estudante falava 6 mais 3 menos 1 dá 8. Ao invés de colorir a colmeia, cujo resultado era 8, ele optava por escrever no papel rascunho a conta $6 + 3 + 1 = 10$. Aí sim, tomava a atitude de colorir a colmeia de número 10. Observamos que esse procedimento ocorreu em muitas jogadas.

Após a reflexão, essa postura de falar um cálculo e registrar outro foi menos incidente. Esse fato foi tratado em nossas reflexões coletivas, podendo ser um fator preponderante na diminuição dessa atitude. Julgamos que isso possa estar relacionado à insegurança quanto aos cálculos no primeiro momento do jogo. Neste aspecto, concordamos com Parra e Saiz (2001, p.199) para que os alunos possam confiar em seus procedimentos, devem ter oportunidades de articulá-los com as situações de trabalhos que lhe são

propostas e, ao mesmo tempo, para que avancem na construção de seus conhecimentos, devem participar de sessões de análise e reflexão, nas quais sejam alcançadas novas produções.

4.3.6 Mudanças de atitudes em relação ao cálculo mental

Antes da reflexão esse aspecto apareceu, com destaque, em várias jogadas. Observamos que os estudantes consideravam inválida essa estratégia do cálculo mental. Notamos que por quase todas as jogadas o procedimento do cálculo mental acontecia, porém ele era descartado em seguida para que fossem realizados cálculos escritos, esses sim, validados pelos jogadores.

Após as reflexões notamos que esse fator de desconsiderar o cálculo mental foi esclarecido. Esse também foi um assunto que abordamos nas problematizações da reflexão coletiva. Não conseguimos dizer se o fato dessa atitude existir seja por algo construído culturalmente ou de caráter de entendimento de cada um, mas consideramos importante essa percepção, de considerar o cálculo mental, na fase de construção escolar dos conhecimentos matemáticos.

4.3.7 Mudanças de atitudes analisar o tabuleiro antes de fazer o cálculo

Essa atitude foi debatida por nós, na reflexão coletiva, por considerarmos importante essa postura diante do jogo. Poder observar e direcionar os cálculos ao resultado desejado resulta no jogo mais objetivo e atrativo. Foi o que aconteceu nas jogadas após a reflexão coletiva.

A conferência do resultado da própria equipe e da equipe adversária nos cálculos também foi notada. Antes da reflexão, percebemos que os jogadores estavam muito preocupados com seus cálculos e suas jogadas, e por esse motivo alguns erros poderiam ser evitados. Na reflexão coletiva

abordamos esse assunto para que os estudantes percebessem a importância de conferir um cálculo antes de finalizar a jogada.

4.3.8 Mudanças de atitudes as preocupações referentes à filmagem

Apresentamos o exemplo da preocupação relacionada a filmagem e exposição social em redes sociais.

A estudante G1A1 demonstrou atenção a filmagem do grupo diante da discussão dos estudantes e alertou os colegas com a voz baixa e os dentes entreabertos sobre a pesquisadora estar filmando tudo e que essa filmagem poderia ir para a rede social facebook. Esse comentário foi motivo de risos entre o grupo de estudantes.

Após a reflexão coletiva, notamos que ocorreu essa mudança de atitude, inclusive entre os pares, um ajudando o outro a conferir os resultados, o que acabou envolvendo mais os integrantes ao jogo, motivando e estimulando a calcularem para que a equipe adversária não ganhasse o jogo, por erro de cálculo.

Em síntese, percebemos o movimento reflexivo dos estudantes quando observamos que durante a intervenção, antes e após as reflexões coletivas, alguns aspectos são visíveis e, acima de tudo, importantes no processo de construção do conhecimento. Após as análises conseguimos fazer comparações entre a situação que os estudantes estavam durante o jogo, antes de refletir sobre o jogo, e avanços que consideramos significativos no processo de construção do conhecimento da matemática, a partir do jogo. Nesse processo devemos considerar que nem sempre notamos a mudança de atitude do estudante na prática escolar, mas após constatar a contribuição desta metodologia de ensino de filmar, assistir e problematizar, e que oportunizou condições favoráveis para o melhor aproveitamento do processo de aprendizagem.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As metodologias de ensino da matemática têm sido discutidas e defendidas por muitos pesquisadores, sobretudo nas últimas décadas, com a inclusão da tecnologia no ambiente escolar. Destacamos Orrantia (2006, p. 178) quando afirma que é preciso tornar o ensino e a aprendizagem mais significativa e adaptada a necessidade de cada aluno em função dos conhecimentos e possibilidades.

Por essa razão, o ensino de Matemática por meio dos jogos pode ser um trabalho que, potencialmente, auxilia os alunos na motivação de conteúdos escolares e na construção de conhecimentos, respeitando a necessidade de cada um deles, por meio de desafios, do estabelecimento de relações e do lúdico. Destacamos em Kamii (2009) que o trabalho com jogos matemáticos desencadeia a aprendizagem de novos conceitos e a reestruturação de outros já existentes. Por essa razão priorizamos esse recurso pedagógico de ensino para nortear nossa pesquisa.

Além disso, movidas pela necessidade de aproximar a teoria à prática de ensino, buscamos bases teóricas que possam subsidiar o trabalho da sala de aula da professora pesquisadora diante da inclusão de uma metodologia aplicada em sua própria prática escolar, a partir de jogos matemáticos, do uso de tecnologias e da filmagem para o ensino e a aprendizagem, buscando delinear um entendimento do uso dessa metodologia de ensino.

Nessa direção, esta pesquisa teve como problemática evidenciar quais as contribuições da prática de filmar, assistir e problematizar situações vivenciadas durante o jogo matemático para a aprendizagem de cálculos matemáticos de uma turma de 3º ano do Ensino Fundamental.

Vale ressaltar que esta pesquisa apresenta uma abordagem qualitativa. Desse modo, o termo qualitativo serve para dar ênfase a essa abordagem e não para submetê-la a um status de exclusividade. Consentimos com Bicudo (2004, p.104) que o pesquisador utiliza seu entendimento subjetivo para conhecer a realidade, passível de expor sensações e opiniões. Nessa direção,

munidos de conhecimentos adquiridos por meio dos estudos teóricos que fundamentaram essa dissertação, apresentamos reflexões formuladas a partir de nossas percepções acerca dos dados coletados.

Definimos como objetivo geral analisar as contribuições da prática de filmar, assistir e problematizar situações vivenciadas durante o desenvolvimento de jogos matemáticos para a aprendizagem de cálculos matemáticos em uma turma de 3º ano do Ensino Fundamental.

Como objetivos específicos, elencamos: identificar as estratégias de cálculo utilizadas antes e após a reflexão sobre o jogo; analisar o movimento reflexivo dos estudantes sobre o jogo e as repercussões do mesmo para a elaboração de novas estratégias ao jogar; e verificar mudanças de atitudes em relação ao jogo e ao jogar.

O recurso pedagógico utilizado para compor a pesquisa foi o “Jogo da Colmeia”, adaptado de Kamii (1997), enquanto proposta de estratégias a partir de cálculos matemáticos, sugerido pela Secretaria Municipal de Educação de Curitiba. Assim, no trabalho com a metodologia de ensino aplicamos esse recurso pedagógico.

Defendemos que ao utilizar como base o jogo na ação didática propomos estímulos aos interesses dos estudantes, principalmente quando eles se tornam o personagem principal no processo reflexivo das ações didáticas. A partir da análise dos dados coletados sentiram-se agentes ativos no processo de ensino e aprendizagem.

A metodologia da sala de aula que foi objeto de investigação neste estudo é organizada em três etapas, o jogo antes da reflexão, o processo reflexivo e por fim, o jogo após a reflexão.

Na primeira etapa, após filmar os quatro grupos durante o jogo, associando ao processo das transcrições dos dados, observamos que emergiram diferentes possibilidades de esquemas de resolução de cálculos que poderiam ser mais bem aproveitadas no sentido de ampliar as

possibilidades de resoluções de cálculos e contagens. Para isso elaboramos reflexões que promovessem essa ampliação e a diversificação dessas estratégias, que possivelmente auxiliariam no processo de construção do conhecimento matemático. Em vista disso, emergiram estratégias de cálculo. Dessas, categorizamos em: cálculos nos dedos; contagem termo a termo; cálculo mental; uso de apenas uma operação; e uso de duas operações.

Os resultados dessas estratégias foram analisados durante as jogadas, antes e após o processo reflexivo e comparados. A conclusão no que se refere ao cálculo nos dedos foi que principalmente antes da reflexão coletiva esteve presente em mais jogadas. Após as reflexões constatamos uma redução no uso dessa estratégia. Nessa direção, acolhemos as palavras de Lopes e Leivas (2017, p. 173) no que se refere ao uso dos dedos para calcular como um modo de transição do material para o abstrato, sendo um processo de suma importância para o aprendizado com significado.

A contagem termo a termo foi utilizada antes da reflexão poucas vezes. Após o processo reflexivo constatamos que essa estratégia quase não apareceu. Nesse sentido, aproximamos a fala de Orrantia (2006, p.161) que a aquisição da contagem é um processo longo que pode não atingir até os sete ou oito anos de idade. Além do mais, o processo de contagem é automaticamente abandonado pela criança que processualmente vai adquirindo estratégias mais elaboradas. Em vista disso, defendemos a importância do professor em conhecer os processos de construção do conhecimento matemático pela criança para promover este processo. Nesta pesquisa, fica evidenciado que após o uso dessa metodologia os estudantes passaram a utilizar o maior número de estratégias através do cálculo, diminuindo gradativamente o uso da contagem.

Constatamos que o cálculo mental foi a estratégia mais utilizada antes e após o processo reflexivo. Notamos que essa ação passou a ser validada pelos estudantes após o movimento de reflexão. Sob a ótica de Buys (2008), o cálculo mental caracteriza-se como um movimento rápido e flexível no mundo dos números. O cálculo mental está contemplado na Base Nacional Curricular

Comum - BNCC (BRASIL,2017, p. 268): “[...] espera-se que os alunos desenvolvam diferentes estratégias para a obtenção dos resultados, sobretudo por estimativa e cálculo mental, além de algoritmos e uso de calculadoras”.

Analisamos o uso de apenas uma operação como estratégias de cálculos e verificamos que foi menos utilizada que o uso de duas operações tanto antes, quanto após as reflexões coletivas. No entanto, compreende-se que antes de refletirem usaram essa estratégia por considerarem mais fácil de resolver a soma dos números e nas situações analisadas após refletirem, os estudantes demonstraram que usaram desta estratégia porque desejavam um resultado que possivelmente, encontrariam através deste cálculo. Constatamos que os estudantes perceberam que numa adição de três ou mais parcelas, podemos associar as parcelas de formas diferentes, que os resultados serão iguais, além de darem-se conta de outras propriedades das operações e da possibilidade de usar mais de uma operação para encontrar o resultado esperado.

E, por fim, no uso de duas operações, conferimos que os estudantes fizeram mais tentativas com duas operações após a reflexão coletiva. Observamos que antes a preocupação estava em resolver o cálculo e chegar a um resultado qualquer. Após o foco passou a ser direcionado às operações que permitissem a melhor estratégia para atingir o resultado desejado pela dupla a ser marcado no tabuleiro.

Na segunda etapa, proporcionamos a reflexão coletiva, momento em que os estudantes poderiam refletir sobre o jogo e analisar de sua perspectiva, provocada pela mediação da pesquisadora, respeitando o estudante com papel central no processo de aprendizagem. Com isso, percebemos que os estudantes concentram seus esforços para resolver os cálculos através das possibilidades de estratégias que conheciam nas primeiras jogadas. Nessa etapa exploramos as estratégias resolutivas dos colegas e inserimos algumas novas possibilidades de cálculos que foram refletidas coletivamente, ampliando assim o repertório de estratégias a partir da troca de experiências entre os colegas. Os jogos, enquanto recursos didáticos têm um papel essencial para a

compreensão e utilização das noções matemáticas. Entendemos que esse movimento dos estudantes, do jogar aliado ao processo reflexivo promove aprendizagens. A BNCC (BRASIL, 2017) contempla a importância dos mesmos ao dizer que, os jogos precisam estar integrados a situações que levem à reflexão e à sistematização, para que se inicie um processo de formalização.

Acreditamos que ao direcionar a atenção para a reflexão dos jogos, os estudantes compreendem a importância das relações entre os pares, buscando compartilhar e elaborar estratégias resolutivas com autonomia. Embora em determinados momentos alguns coloquem em evidência a individualidade, no momento da reflexão tal atitude é retomada por eles, e passam a valorizar o processo de trocas com os colegas.

Concluimos que ao trabalhar com essa metodologia estamos proporcionando ao estudante vez e voz, sendo ele o personagem central do processo de construção das suas aprendizagens. O momento da reflexão coletiva é importante porque o estudante tem um momento dedicado a socializar conhecimentos e dúvidas, questionar, esclarecer e sugerir novas práticas que possam contribuir e ampliar a linguagem matemática atrelada a outros acontecimentos.

E, por fim, na última etapa, convidamos os mesmos estudantes a jogar novamente o mesmo jogo, para assim, analisarmos possíveis mudanças de atitudes referentes às estratégias do jogo após as reflexões. Mudanças de atitudes com o propósito de buscar a elaboração de novas estratégias ao jogar foram observadas, juntamente a aspectos em relação ao erro, à competitividade, à interação aos colegas, ao envolvimento no jogo, ao falar um cálculo e registrar outro, ao realizar o cálculo mental, ao olhar o tabuleiro antes de fazer o cálculo e à conferência dos resultados da equipe e do adversário.

Após essas análises evidenciamos que após a reflexão coletiva reduziram-se notavelmente os erros nos cálculos. Constatamos um aumento na competitividade, o que consideramos positivo, pois os estudantes estavam mais atentos e entusiasmados pelo desejo de vencer o jogo. Em relação à

interação com os colegas percebemos que os estudantes que antes não interagiam durante as decisões de estratégias, após mudaram a atitude e fizeram alguns debates pertinentes entre os pares.

Quanto ao envolvimento no jogo, os estudantes ousaram na prática de novas estratégias, como o uso da divisão e multiplicação. Sobre o fato de falarem um cálculo e registrarem outro não houve nenhum registro, nos pareceu que os estudantes estavam mais seguros quanto as estratégias utilizadas. O cálculo mental foi utilizado com frequência antes e após a reflexão coletiva. Após este momento ele foi assumido pelos jogadores. Outro aspecto importante que analisamos foi referente ao tabuleiro, antes usado apenas para marcação dos pontos, após a reflexão coletiva foi usado como estratégia de jogo, pois os estudantes observavam atentamente o tabuleiro inicialmente e depois disso estudavam estratégias que pudessem obter o resultado desejado para vencer o jogo. E, por fim, a conferência dos cálculos que foi discutida coletivamente, agora sim, percebida e verificada tanto pela equipe, para evitar erros, quanto pelos adversários, também com o objetivo de não serem enganados.

Assim, consideramos a reflexão coletiva como uma etapa importante para a aprendizagem. Nesta pesquisa observamos que os estudantes se envolveram mais com o jogo após este momento, possivelmente, pelo fato de perceberem as diversas estratégias possíveis para chegar ao resultado desejado. Assim, ao se posicionarem como jogadores assumiram a responsabilidade da dupla pela busca da vitória do jogo, envolvendo-se, coletiva ou individualmente, na elaboração de estratégias resolutivas, apresentando uma postura ativa na construção do conhecimento.

Defendemos que o ensino por meio dos jogos permite aos estudantes a discussão com seus pares, a elaboração coletiva de estratégias para resolver problemas e avaliar resultados obtidos. Por outro lado, permite ao professor questionamentos e observações que ajudam a analisar e compreender os processos de aprendizagem e de construção de conceitos dos alunos. A este propósito, retomamos as palavras de Macedo (2000, p.27) “As aquisições

relativas a novos conhecimentos e conteúdos escolares não estão nos jogos em si, mas dependem das intervenções realizadas pelo profissional que conduz e coordena as atividades”.

Por vezes, percebemos que o papel de mediador do conhecimento também pode ser realizado pelos próprios alunos nos momentos de interação. No diálogo entre os pares, os alunos refletem sobre as estratégias na busca coletiva por soluções de cálculos. Assim, a construção de conhecimento dá-se também pela interação, na medida em que ideias e saberes são compartilhados.

Em vista disso, defendemos a importância de valorizar os conhecimentos anteriores do estudante, sem que isso signifique limitar seu pensamento. Assim, consideramos que a escola precisa oportunizar aos alunos momentos que viabilizem a investigação, a reflexão e a apropriação de conceitos matemáticos que compõem o saber escolar sistematizado, ampliando seus conhecimentos e como utilizá-los para resolver situações estratégicas.

Por apresentar um caráter lúdico, o jogo proposto foi atrativo e desafiador, e, conseqüentemente, prazeroso. Nessa direção, podemos afirmar que os estudantes se posicionaram no centro do processo de aprendizagem assumindo o papel de construtores do conhecimento através do processo reflexivo e mobilizaram saberes (cognitivos e sociais) para resolver estratégias de cálculos e contagem.

Contudo, não é nosso objetivo afirmar que todo e qualquer conteúdo de Matemática precisa ser abordado a partir da metodologia de filmar, assistir e problematizar, tampouco por meio do recurso pedagógico de jogos, pois reconhecemos que muitos são os caminhos para ensinar e aprender Matemática. No entanto, podemos afirmar que o ensino por meio dessa metodologia contribuiu para a aprendizagem de cálculos matemáticos em uma turma de 3º ano do Ensino Fundamental e, também desenvolve habilidades e competências propostas ao ensino.

Por fim, esperamos que os resultados dessa pesquisa estimulem professores a utilizarem essa metodologia de filmar, assistir e problematizar na aulas de Matemática, tornando-as mais atrativas e possibilitando ao estudante um processo de aprendizagem em que ele participe ativamente da construção do conhecimento gerando assim, prazer em aprender os conteúdos matemática e a desenvolver estratégias cognitivas essenciais para a vida.

REFERÊNCIAS

- ARCAVI, A. **Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática**: Promoviendo conversaciones entre docentes acerca de clases filmadas de matemáticas. Costa Rica, 2016.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.
- BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília MEC/SEF, 1997.
- CARVALHO, R. **Calcular de cabeça ou com a cabeça?** Profemat, 2011.
- D'AMBRÓSIO, U. **Etnomatemática**: Elo Entre as Tradições e a Modernidade. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2015. 112 p. (Coleção Tendências em Educação Matemática, 1).
- DAMIANI, M. F. **Sobre pesquisas do tipo intervenção**. In: ENDIPE – Encontro nacional de didática e práticas de ensino, 16., 2012, Campinas. Anais, Campinas: Junqueira e Marins Editores, 2012. Livro 3. p. 002882.
- FERRÉS, J. **Vídeo e Educação**. 2a ed., Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.
- DORNELES, B. V. **Princípios da contagem: uma construção progressiva**. Disponível em: <https://docplayer.com.br/8251180-Principios-da-contagem-numerica-uma-construcao-progressiva-1-resumo.html>. Acesso em: out 2019.
- GELMAN, R., & GALLISTEL, C. R. (1978). **The child's understanding of number**. Cambridge, MA: Harvard University Press
- KAMII, C. **Jogos Em Grupo na Educação Infantil**: Implicações da Teoria de Jean Piaget. Porto Alegre: Artmed, 2009.
- KAMII, C.; JOSEPH, L. L. **Aritmética**: Novas Perspectivas – Implicações da teoria de Piaget / Contance Kamii. Tradução: Marcelo Cestari T. Lellis, Marta Rabioglio e Jorge José de Oliveira – 6ª Ed. Campinas, SP – Papyrus, 1997.
- KAMII, C. **A criança e o número**: Implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação com escolares de 4 a 6 anos. Tradução de Regina A. de Assis. 39. ed. Campinas: Papyrus, 2012.
- KNIGHT, J. **Tecnologia na educação**. Disponível em: <https://epocanegocios.globo.com/Tecnologia/noticia/2019/04/tecnologia-na-educacao-tem-sido-usada-da-forma-errada-diz-especialista-britanico.html>. Acesso em: 12 abril 2019.

LOPES, T & LEIVAS, J. (2017). **Contar nos dedos: a conceitualização de número e a operação da adição**. Pedagogia em foco. 12. 157-174.

LÜDKE, M. ANDRÉ, M. D. E. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. Rio de Janeiro: E.P.U., 2013.

LUCKESI, C. C. **Avaliação Escolar**. São Paulo: Cortez, 1999.

MACEDO, L; PETTY, A. L S.; PASSOS, N.C. **Os jogos e o lúdico na aprendizagem escolar**. Porto Alegre: Artmed, 2005.

MASETTO, Marcos T. Mediação pedagógica e o uso da tecnologia. In: Moran, José Manuel (org.). **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Campinas, SP: Papirus, 2000.

MORÁN, J. M. O Vídeo na Sala de Aula. **Comunicação e Educação**. São Paulo, (2): 27 a 35, 1995

MORÁN, J. M. MASETTO, M. e BEHRENS, M. **Novas Tecnologias e Mediação Pedagógica**. Campinas, SP: Papirus, 2003.

NACARATO, A. M., LIMA, C. N. do M. F. de. **A investigação da própria prática: mobilização e apropriação de saberes profissionais em Matemática**. Educação em Revista, Belo Horizonte. v. 25, n. 2, p. 241-266, ago. 2009. Disponível em: < <http://www.scielo.br/pdf/edur/v25n2/11.pdf> >. Acesso em: 16 mar. 2017.

PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). **Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

POWELL, A. B. **Métodos de Pesquisa Em Educação Matemática: Usando Escrita, Vídeo e Internet**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2015.

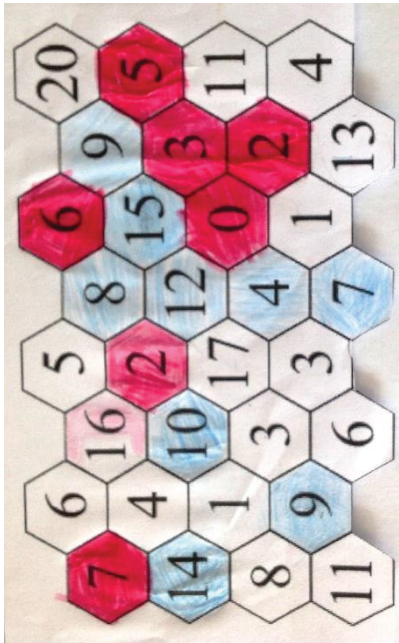
RIVIÈRE, A. Problemas e Dificuldades na Aprendizagem da Matemática: uma Perspectiva Cognitiva. In: COLL, C.; PALACIOS, J.; MARCHESI, E. A. (Orgs.), **Desenvolvimento psicológico e educação: necessidades educativas especiais e aprendizagem escolar**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995, v. 3.

ROCHA, M. I., MENINO, H. A. “**Desenvolvimento do Sentido do Número na Multiplicação: Um estudo de caso com crianças de 7/8 anos**”, Revista Latino americana de Investigación en Matemática Educativa, vol. 12, n.o 1, pp. 103-134, 2009.

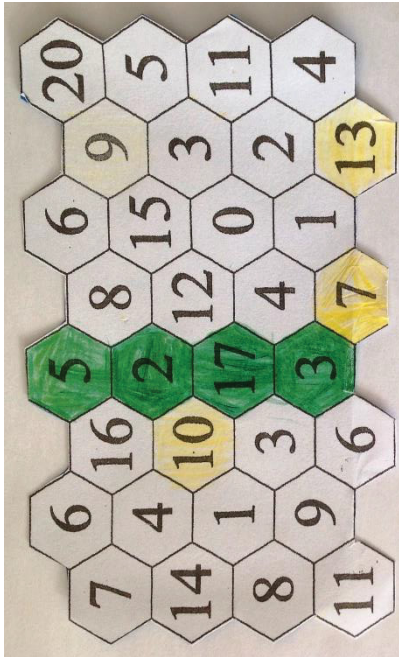
ZUNINO, D. L. de. **A Matemática na Escola: Aqui e Agora**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 1995.

APÊNDICE 1 - TABULEIROS DO JOGO

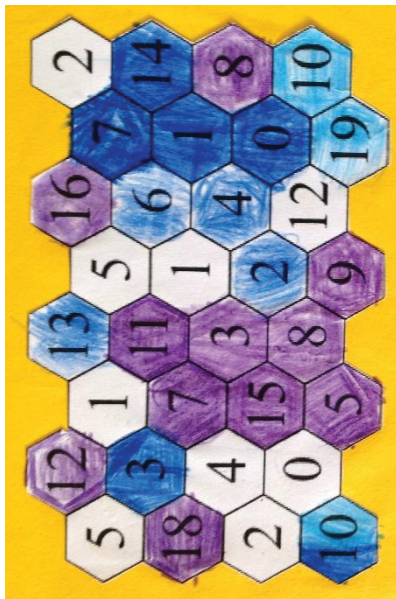
GRUPO 1 – ANTES DA REFLEXÃO



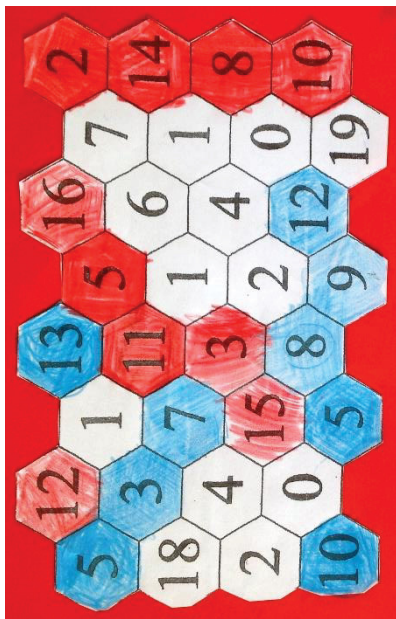
GRUPO 1 – APÓS REFLEXÃO



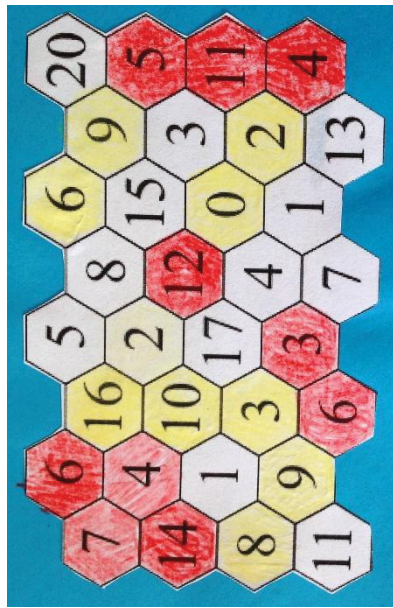
GRUPO 2 – ANTES DA REFLEXÃO



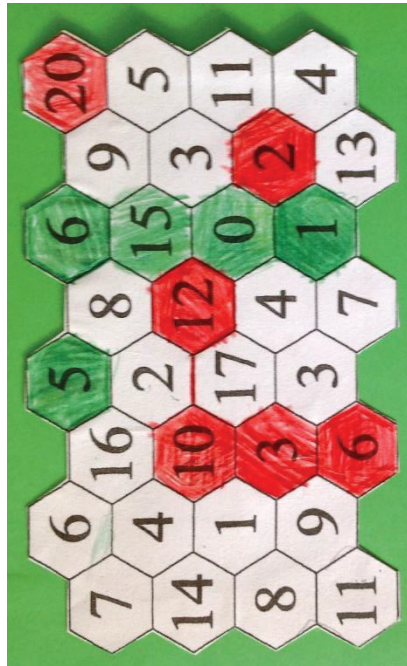
GRUPO 2 – APÓS REFLEXÃO



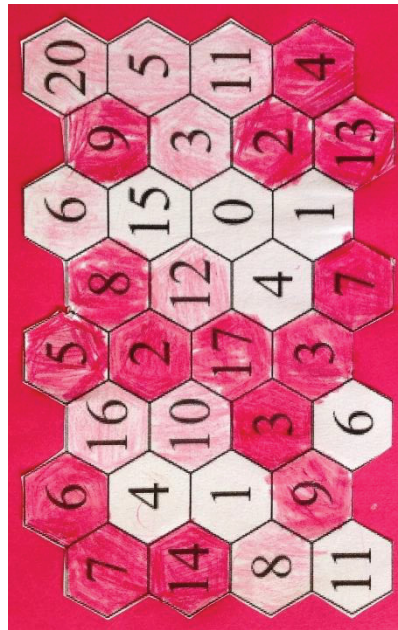
GRUPO 3 – ANTES DA REFLEXÃO



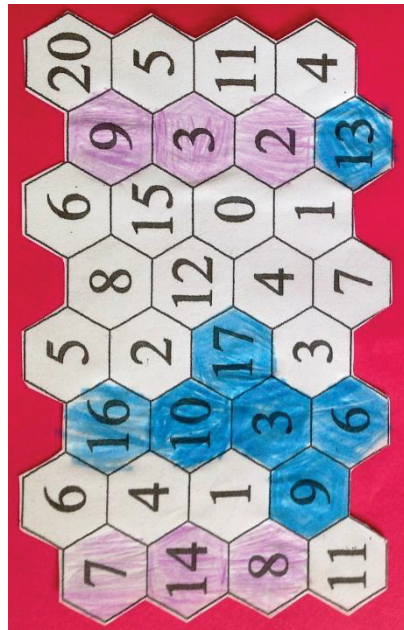
GRUPO 3 – APÓS REFLEXÃO



GRUPO 4 – ANTES DA REFLEXÃO



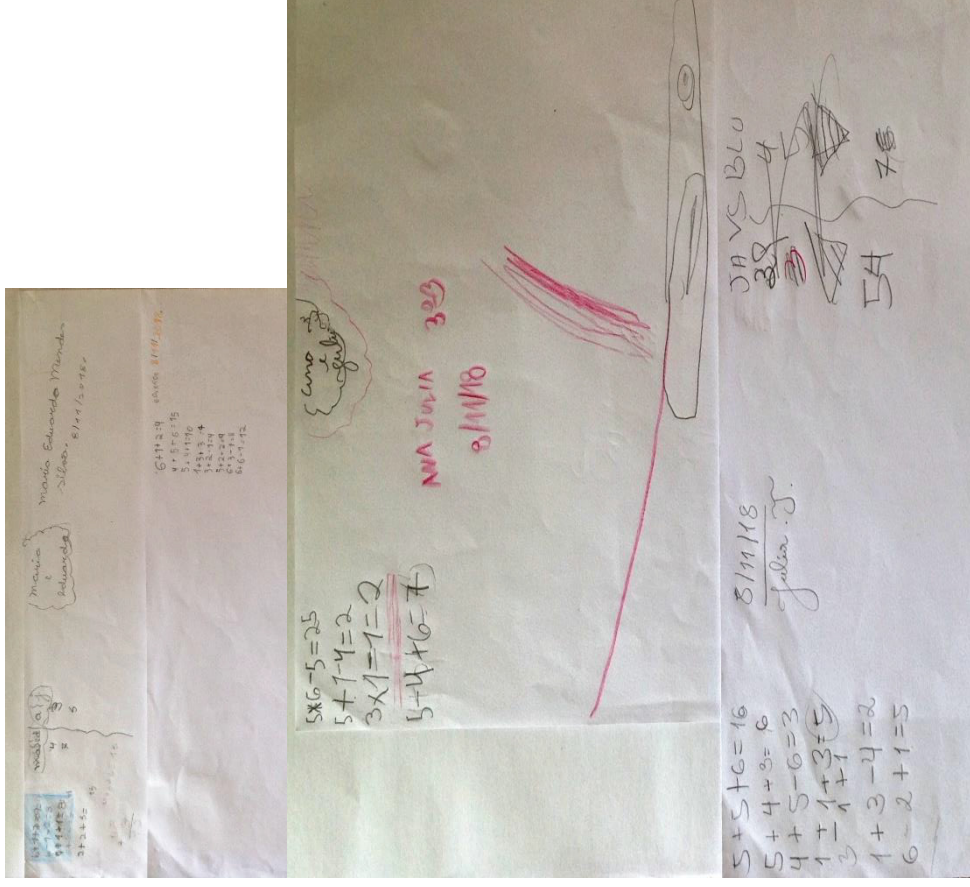
GRUPO 4 – APÓS REFLEXÃO



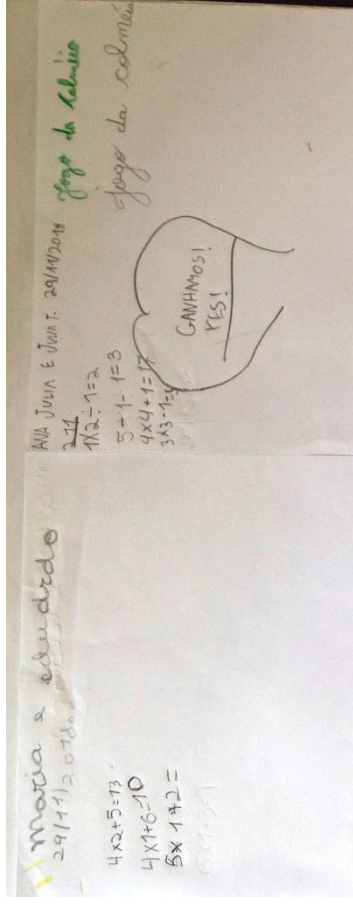
FONTE: Tabuleiros da pesquisa (2019)

APÊNDICE 2 - RASCUNHOS DOS CÁLCULOS DOS ESTUDANTES

GRUPO 1 - ANTES DA REFLEXÃO



GRUPO 1 - APÓS A REFLEXÃO



GRUPO 2 – ANTES DA REFLEXÃO

12/11/18 Segunda - fuzila
 EQUIPE ROXA Gaby & Julia A.
 3.º ANO B

$$\begin{array}{r} 6 \times 5 = 11 \\ 6 \\ + 5 \\ + 4 \\ \hline 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ + 3 \\ + 6 \\ \hline 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \times 3 = 10 \\ 6 \\ - 1 \\ \hline 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \times 2 = 7 \\ 6 \\ - 1 \\ \hline 4 \end{array}$$

$6-5+4=5$
 $6+4+5=11$

HENDRICK JOÃO
 12/11/2018

$6 \times 3 + 7 = 19$
 $5 - 5 + 3 = 3$
 $5 \times 1 - 3 = 2$
 $4 + 2 + 1 = 0$

$6 \times 2 + 7 = 19$
 $6 - 3 + 3 = 6$
 $5 - 5 + 1 = 1$

GRUPO 2 – APÓS A REFLEXÃO

JULIA A. GABY L.
 # FIM DE SEMANA #
 DATA: 29/11/18 # FINAL DE ANO
 # FERIA

$4 \times 2 = 8 - 3 = 6$
 $4 + 5 - 6 = 3$

$6 \times 2 = 12 - 4 = 8$
 $12 - 4 = 8$

$6 \times 2 = 12$
 $12 - 4 = 8$

GRUPO 3 - ANTES DA REFLEXÃO

RENA e MARIA - MAJU

$5+2+1=8$
 $5+3+1=9$
 $5 \times 5 + 3 = 13$
 $3+5-5=8$
 $5-5+3=3$
 $6-2+6=0$

$5+1+3=8$
 $4-2+2=2$
 $4+2+8=14$

$5+2=7$
 $5+2=7$
 $5-2$

12/11/18

MARIA e DAVI 12/11/18

$3+1+3=7$
 $2+2=4$
 $3+3-1=6$
 $3+6=9$
 $6+5+3=14$
 $3+2+1=6$
 $6+5-1=11$
 $6-6+5=5$
 $5 \times 2 = 6$
 $6-5+3=4$
 $7+5+3=15$

$6+6+3=3$
 $2-1=1$
 $4=4$
 $1-2$
 1

GRUPO 3 - APÓS A REFLEXÃO

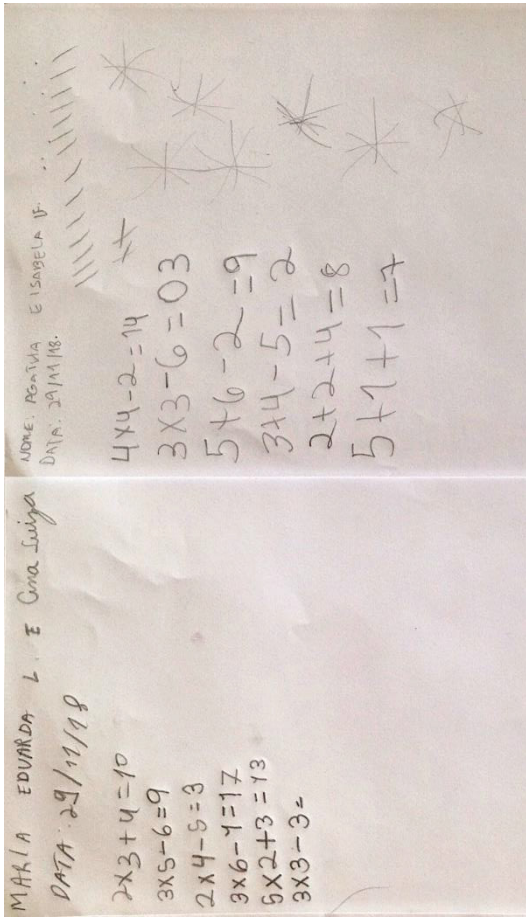
MARIA e DAVI 12/11/18

$6-3-2=1$
 $6-5-1=0$
 4×2
 $2 \times 5-4=6$

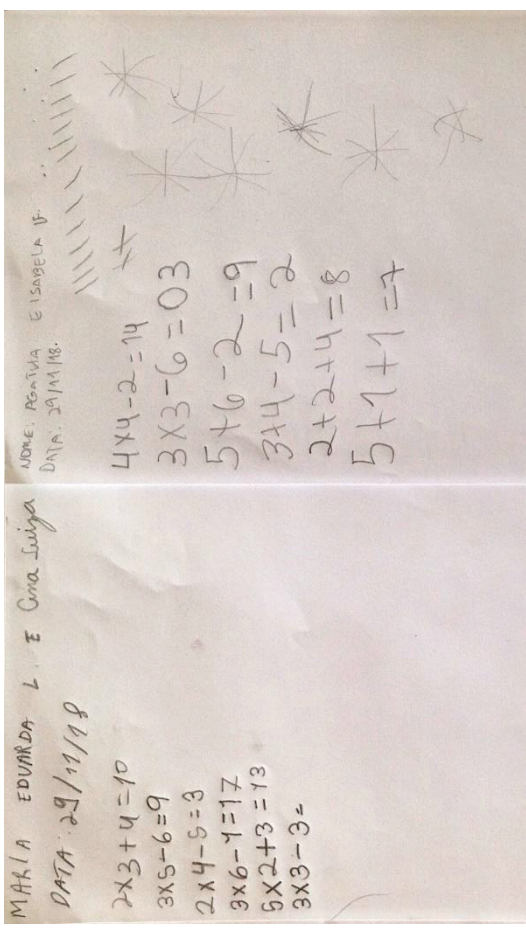
$9^2-5+2=6$
 $14-14=0$
 $5+2-2=5$
 $2+3+5=11$
 $2 \times 6+3=15$

DAVI e MARIANA 12/11/18
 $4+2=6$
 4×2
 $5+2=7$
 $6+5+3=14$
 $3+2+1=6$
 $2 \times 2=4$

GRUPO 4 – ANTES DA REFLEXÃO



GRUPO 4 – APÓS A REFLEXÃO



FONTE: DADOS DA PESQUISA (2019).

APÊNDICE 3 – QUADROS DE ESTRATÉGIAS ANTES DA REFLEXÃO COLETIVA

QUADRO 3 - GRUPO 1 ANTES DA REFLEXÃO

Códigos das estratégias de cada jogada	4.1.1 Cálculo nos dedos (Es1)		4.1.2 Contagem termo a termo / um a um (Es2)		4.1.3 Cálculo mental (Es3)		4.1.4 Uso de apenas uma operação (Es4)		4.1.5 Uso de operações (Es5)		Sinal	Erro
		Cód Estudante		Cód Estudante		Cód Estudante		Cód Estudante		Cód Estudante		
G: Grupo												
Eq: Equipe (dupla)												
Jg: Jogada												
G1Eq1Jg1			X	G1A1	X	G1B1/G1D2	X	G1A1			++	
G1Eq2Jg2			X		X	G1C2/G1D2			X	G1D2	*	-
G1Eq1Jg3	X	G1B1	X	G1A1			X	G1B1				
G1Eq2Jg4	X	G1C2							X	G1C2		
G1Eq1Jg5			X	G1A1	X	G1D2	X	G1A1			++	
G1Eq2Jg6			X	G1C2	X	G1D2/G1B1			X	G1D2		
G1Eq1Jg7					X	G1B1	X	G1B1			++	
G1Eq2Jg8	X	G1C2	X	G1C2					X	G1C2		
G1Eq1Jg9			X	G1A1	X	G1B1	X	G1A1			++	
G1Eq2Jg10					X	G1D2			X	G1D2		
G1Eq1Jg11			X	G1A1	X	G1B1			X	G1B1		
G1Eq2Jg12					X	G1C2			X	G1C2		
G1Eq1Jg13					X	G1D2	X	G1A1			++	
G1Eq2Jg14			X		X	G1D2			X	G1D2		
G1Eq1Jg15	X	G1A1			X	G1B1			X	G1B1		
G1Eq2Jg16			X	G1C2					X	G1C2		
G1Eq1Jg17					X	G1C2			X	G1B1		

FONTE: A autora (2019).

QUADRO 4 - GRUPO 2 ANTES DA REFLEXÃO

Código das estratégias de cada jogada	4.1.1 Cálculo nos dedos		4.1.2 Cálculo termo a termo / um a um		4.1.3 Cálculo mental		4.1.4 Uso de apenas uma operação		4.1.5 Uso de duas operações	
		Código do Estudante		Código do Estudante		Código do Estudante		Código do Estudante	Sinal	Código do Estudante
G2Eq1Jg1				X	G2F1			X	G2F1	X +
G2Eq2Jg2				X	G2H2			X	G2H2	X +
G2Eq1Jg3	X	G2E1						X	G2E1	X +
G2Eq2Jg4	X	G2G2				X	G2G2			
G2Eq1Jg5	X	G2F1				X	G2F1			
G2Eq2Jg6			X		G2E1		G2H2	X	G2H2	X +
G2Eq1Jg7							G2E1	X	G2E1	- -
G2Eq2Jg8	X	G2G2				X	G2G2			
G2Eq1Jg9	X	G2F1				X	G2F1			
G2Eq2Jg10				X	G2H2		G2H2	X	G2H2	X +
G2Eq1Jg11			X		G2E1					
G2Eq2Jg12	X	G2G2						X	G2G2	X +
G2Eq1Jg13						X	G2F1			
G2Eq2Jg14				X	G2H2		G2H2	X	G2H2	- +
G2Eq1Jg15*										
G2Eq2Jg16	X	G2G2					G2G2	X	G2G2	X +
G2Eq1Jg17				X	G2F1					
G2Eq2Jg18	X	G2H2						X	G2H2	- +
G2Eq1Jg19	X	G2E1						X	G2E1	- +
G2Eq2Jg20	X	G2G2						X	G2G2	- +
G2Eq1Jg21				X	G2F1			X	G2F1	- +
G2Eq2Jg22				X	G2H2		G2H2	X	G2H2	X +
G2Eq1Jg23	X	G2E1	X		G2F1		G2E1 e G2F1	X	G2E1 e G2F1	- -
G2Eq2Jg24	X	G2G2					G2G2	X	G2G2	X +
G2Eq1Jg25	X	G2F1		X	G2E1		G2F1	X	G2F1	X +

*Sem bateria no celular

FONTE: A autora (2019).

QUADRO 5 - GRUPO 3 ANTES DA REFLEXÃO

Código das estratégias de cada jogada	4.1.1 Cálculo nos dedos		4.1.2 Cálculo termo a termo / um a um		4.1.3 Cálculo mental		4.1.4 Uso de apenas uma operação		4.1.5 Uso de duas operações			
		Código do Estudante		Código do Estudante		Código do Estudante		Código do Estudante		Código do Estudante	Sinal	ERRO
G1Eq1Jg1			X	G3I1	X	G3I1						
G1Eq2Jg2			X	G3K2	X	G3K2						
G1Eq1Jg3*			X	G3I1			X	G3I1			- +	X
G1Eq2Jg4			X	G3L2	X	G3L2						
G1Eq1Jg5			X	G3I1			X	G3I1			+ -	X
G1Eq2Jg6			X	G3K2			X	G3K2			- +	
G1Eq1Jg7	X	G3J1			X	G3J1						
G1Eq2Jg8			X	G3K2 e G3L2			X	G3L2			- +	
G1Eq1Jg9			X	G3I1	X	G3I1						
G1Eq2Jg10			X	G3K2			X	G3I1			+ -	
G1Eq1Jg11	X	G3J1					X	G3K2			+ -	
G1Eq2Jg12			X	G3L2	X	G3L2						X
G1Eq1Jg13			X	G3I1			X	G3I1			- +	
G1Eq2Jg14			X	G3K2			X	G3K2			+ -	
G1Eq1Jg15*			X	G3I1			X	G3I1			- +	
G1Eq2Jg16			X	G3K2 e G3L2	X	G3K2	X	G3K2	X	X		X
G1Eq1Jg17			X	G3I1	X	G3I1					+ +	
G1Eq2Jg18	X	G3L2 e G3K2			X	G3L2			X			X -
G1Eq1Jg19*			X	G3I1			X	G3I1				- +
G1Eq2Jg20			X	G3K2	X	G3K2			X		+ +	

*O estudante G3J1 não conseguiu chegar a nenhum esquema.

FONTE: A autora (2019).

QUADRO 6 - GRUPO 4 ANTES DA REFLEXÃO

Código das estratégias	4.1.1 Cálculo nos dedos		4.1.2 Cálculo termo a termo / um a um		4.1.3 Cálculo mental		4.1.4 Uso de apenas uma operação		4.1.5 Uso de duas operações		
		Código do Estudante		Código do Estudante		Código do Estudante		Código do Estudante		Código do Estudante	Sinal
G1Eq1Jg1	X	G4M1			X	G4M1			X	G4M1	X +
G1Eq2Jg2					X	G4O2			X	G4O2	X +
G1Eq1Jg3					X	G4N1			X	G4N1	X +
G1Eq2Jg4					X	G4Q2			X	G4Q2	X +
G1Eq1Jg5	X	G4M1							X	G4M1	X +
G1Eq2Jg6					X	G4O2			X	G4O2	- +
G1Eq1Jg7					X	G4N1	X	G4N1			++
G1Eq2Jg8					X	G4Q2			X	G4Q2	- +
G1Eq1Jg9					X	G4M1			X	G4M1	X +
G1Eq2Jg10	X	G4O2 multiplicação			X	G4O2			X	G4O2	- +
G1Eq1Jg11					X	G4M1			X	G4M1	- +
G1Eq2Jg12					X	G4Q2			X	G4Q2	+ -
G1Eq1Jg13			X	G4N1	X	G4M1	X	G4N1			++
G1Eq2Jg14					X	G4O2			X	G4O2	+ -
G1Eq1Jg15					X	G4M1			X	G4M1	+ X
G1Eq2Jg16					X	G4Q2			X	G4Q2	X +
G1Eq1Jg17	X	G4M1 multiplicação			X	G4N1			X	G4N1	+ -
G1Eq2Jg18					X	G4O2			X	G4O2	- +
G1Eq1Jg19					X	G4M1			X	G4M1	X +
G1Eq2Jg20					X	G4Q2			X	G4Q2	- +
G1Eq1Jg21			X	G4N1			X	G4N1			++
G1Eq2Jg22					X	G4O2			X	G4O2	+ -
G1Eq1Jg23	X	G4M1							X	G4M1	X +
G1Eq2Jg24					X	G4Q2			X	G4Q2	+ -
G1Eq1Jg25					X	G4N1	X	G4N1			++
G1Eq2Jg26	X	G4O2			X	G4O2			X	G4O2	- +
G1Eq1Jg27	X	G4M1 subtração			X	G4M1			X	G4M1	+ -
G1Eq2Jg28					X	G4Q2			X	G4Q2	X +

FONTE: A autora (2019).

APÊNDICE 4 – QUADROS DE ESTRATÉGIAS APÓS A REFLEXÃO COLETIVA

QUADRO 7 - GRUPO 1 PÓS-REFLEXÃO

Código das estratégias de cada jogada	4.1.1 Cálculo nos dedos (Es1P)	4.1.2 Contagem termo a termo (Es2P)	4.1.3 Cálculo mental (Es3P)	4.1.4 Uso de apenas uma operação (Es4P)		4.1.5 Uso de duas operações (Es5P)	
	Cód Est	Cód Est	Cód Est	Cód Est	Sinal	Cód Est	Sinal
G1Eq2Jg1P			X			X	X ÷
G1Eq1Jg2P		X				X	X +
G1Eq2Jg3P			X		X		
G1Eq1Jg4P			X			X	X +
G1Eq2Jg5P			X			X	X +
G1Eq1Jg6P		X				X	X +
G1Eq2Jg7P			X			X	X -

FONTE: A autora (2019)

QUADRO 8 - GRUPO 2 PÓS-REFLEXÃO

Código das estratégias de cada jogada	4.1.1 Cálculo nos dedos (Es1P)		4.1.2 Contagem termo a termo (Es2P)		4.1.3 Cálculo mental (Es3P)		4.1.4 Uso de apenas uma operação (Es4P)		4.1.5 Uso de duas operações (Es5P)		
		Cód Est		Cód Est		Cód Est		Cód Est		Cód Est	Sinal
G2Eq2Jg1P*	X	G2F1			X	G2H2			X	G2H2	X +
G2Eq1Jg2P			X	G2E1			X	G2E1			++
G2Eq2Jg3P					X	G2G2			X	G2G2	X +
G2Eq1Jg4P					X	G2F1		X	G2F1		++
G2Eq2Jg5P	X	G2H2			X	G2H2			X	G2H2	X +
G2Eq1Jg6P			X	G2E1					X	G2E1	X +
G2Eq2Jg7P					X	G2G2			X	G2G2	+ X
G2Eq1Jg8P					X	G2F1			X	G2F1	X +
G2Eq2Jg9P					X	G2H2			X	G2H2	X +
G2Eq1Jg10P			X	G2E1			X	G2E1			++
G2Eq2Jg11P	X	G2H2			X	G2G2					
G2Eq1Jg12P					X	G2E1		X	G2F1		X X
G2Eq2Jg13P					X	G2H2			X	G2H2	X -
G2Eq1Jg14P			X	G2E1				X	G2E1		++
G2Eq2Jg15P	X	G2G2							X	G2G2	+ -
G2Eq1Jg16P					X	G2F1			X	G2F1	/ +
G2Eq2Jg17P			X	G2H2			X	G2H2			- +
G2Eq1Jg18P	X	G2E1							X	G2E1	- +
G2Eq2Jg19P	X	G2G2			X	G2F1			X	G2G2	X -
G2Eq1Jg20P									X	G2F1	X -

*Cálculo nos dedos para conferir o resultado do adversário

FONTE: A autora (2019)

QUADRO 9 - GRUPO 3 PÓS-REFLEXÃO

Código das estratégias de cada jogada	4.1.1 Cálculo nos dedos (Es1P)		4.1.2 Contagem termo a termo (Es2P)		4.1.3 Cálculo mental (Es3P)		4.1.4 Uso de apenas uma operação (Es4P)		4.1.5 Uso de duas operações (Es5P)				
		Cód Est		Cód Est		Cód Est		Cód Est	Sinal	Cód Est	Sinal	Erro	
G3Eq1Jg1P			X	G3I1						X	G3I1	X -	
G3Eq2Jg2P			X	G3K2	X	G3K2	--						
G3Eq1Jg3P*			X	G3I1						X	G3I1	+ -	
G3Eq2Jg4P			X	G3L2						X	G3L2		X
G3Eq1Jg5P			X	G3I1	X	G3I1	++						
G3Eq2Jg6P			X	G3K2	X	G3K2	--						
G3Eq1Jg7P*			X	G3I1						X		X -	
G3Eq2Jg8P	X	G3L2	X	G3L2						X		X +	
G3Eq1Jg9P			X	G3I1						X		+ X	
G3Eq2Jg10P	X	G3K2	X	G3K2									
G3Eq1Jg11P	X	G3J1	X	G3I1	X	G3I1	XX						
G3Eq2Jg12P			X	G3K2						X	G3K2	X -	

*O jogador G3J1 não conseguiu organizar nenhum esquema.

FONTE: A autora (2019)

QUADRO 10 - GRUPO 4 PÓS-REFLEXÃO

Código das estratégias de cada jogada	4.1.1 Cálculo nos dedos (Es1P)		4.1.2 Contagem termo a termo (Es2P)		4.1.3 Cálculo mental (Es3P)		4.1.4 Uso de apenas uma operação (Es4P)		4.1.5 Uso de duas operações (Es5P)		
		Código do estudante		Código do estudante		Código do estudante		Código do estudante		Código do estudante	Sinal
G4Eq2Jg1P					X	G4Q2			X	G4Q2	x +
G4Eq1Jg2P					X	G4M1			X	G4M1	x -
G4Eq2Jg3P					X	G4O2			X	G4O2	x -
G4Eq1Jg4P					X	G4M1			X	G4M1	x -
G4Eq2Jg5P					X	G4Q2			X	G4Q2	x -
G4Eq1Jg6P			X				G4N1		X	G4N1	+ -
G4Eq2Jg7P					X	G4O2			X	G4O2	x -
G4Eq1Jg8P*	X	G4M1	X						X	G4N1	+ -
G4Eq2Jg9P					X	G4Q2			X	G4Q2	x +
G4Eq1Jg10P			X					G4N1			+ +
G4Eq2Jg11P					X	G4O2			X	G4O2	x -
G4Eq1Jg12P	X	G4M1			X	G4N1		G4N1	X	G4N1	+ +
G4Eq2Jg13P	X	G4O2			X	G4Q2			X	G4Q2	x -

*Cálculo nos dedos na subtração

FONTE: A autora (2019).

ANEXO 1

JOGO DA COLMEIA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - UM REPENSAR SOBRE A SISTEMATIZAÇÃO DO CONHECIMENTO

a) Objetivos de aprendizagem:

- Estabelecer relações entre três números por meio do uso das operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação, divisão).
- Propiciar a análise das situações de jogo, favorecendo a tomada de decisões de modo a atingir o objetivo do jogo.
- Identificar as melhores estratégias para atingir o objetivo do jogo.
- Desenvolver o cálculo mental.

b) Objetivo do jogo:

- Formar uma linha contínua (com a ideia de pequenos segmentos de reta) ou uma coluna, com as fichinhas de uma única cor, ligando um lado qualquer ao lado oposto do tabuleiro, contendo 8 hexágonos contínuos.

c) Material

- Tabuleiro (pode ser um tabuleiro para cada jogador)
- 3 dados comuns (numerados de 1 a 6)
- 64 fichinhas ou marcadores, sendo 32 de cada cor para cada jogador (Sugestão: Pode-se utilizar dois lápis de cor, de cores diferentes, colorindo os hexágonos).

d) Quantidade de jogadores

- 2 a 4 participantes ou equipes um lado qualquer ao lado oposto do tabuleiro, contendo 8 hexágonos contínuos.

e) Como jogar?

- Cada jogador, na sua vez, lança os três dados simultaneamente.
- Relacionar os três números que saíram nos dados com uma ou duas operações aritméticas (adição, subtração, multiplicação ou divisão).
- Calcular o resultado, cobrindo-o com uma de suas fichas no tabuleiro (ou colorindo o hexágono). (Exemplo: se sair os números: 2, 3 e 5, o jogador pode cobrir o número 10 ($2 + 3 + 5$); ou, o número zero ($3 + 2 - 5$); ou, o número 13 ($2 \times 5 + 3$), etc.
- Jogar alternadamente (uma jogada para cada jogador), podendo cobrir qualquer número aberto, desde que os três números dos dados sejam usados apenas uma vez cada. Se isto não for possível passa a vez para o outro

jogador.

Obs.: O jogador escolhe que operação quer utilizar após cada lançamento dos dados.

- Vence o jogo, o jogador que primeiro formar uma linha ou uma coluna contendo os oito hexágonos contínuos, atravessando de um lado do seu tabuleiro ao seu lado oposto.

2. Problematizando...

a) Ao lançar os dados, saíram esses números:



Usando a divisão como uma das operações, que número você pode marcar no tabuleiro?

b) Ao lançar os dados, saíram esses números:



Usando a divisão como uma das operações, que número você pode marcar no tabuleiro?

JOGO DA COLMEIA

7	6	16	5	8	6	9	20
14	4	10	2	12	15	3	5
8	1	3	17	4	0	2	11
11	9	3	3	7	1	13	4
5	12	6	13	5	16	7	2
18	3	1	11	5	6	7	14
2	4	7	11	1	6	1	14
10	0	15	3	2	4	0	8
10	0	5	8	9	12	0	10

FONTE: Adaptado de KAMII (1997).