

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

CLEDER MARCOS SCHENEKEMBERG

INTEGRAÇÃO DE PROBLEMAS DE ROTEIRIZAÇÃO, ESTOQUE, PRODUÇÃO E  
GERENCIAMENTO DE FROTAS EM CADEIA DE SUPRIMENTOS DE DOIS ELOS

CURITIBA

2019

CLEDER MARCOS SCHENEKEMBERG

INTEGRAÇÃO DE PROBLEMAS DE ROTEIRIZAÇÃO, ESTOQUE, PRODUÇÃO E GERENCIAMENTO DE FROTAS EM CADEIA DE SUPRIMENTOS DE DOIS ELOS

Tese de doutorado apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Doutor em Ciências, no Curso de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, Setores de Ciências Exatas e de Tecnologia, da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Cassius Tadeu Scarpin  
Coorientador: Prof. Dr. José Eduardo Pécora Junior

CURITIBA

2019

Catálogo na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR  
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

S324i

Schenekemberg, Cleder Marcos

Integração de problemas de roteirização, estoque, produção e gerenciamento de frota em cadeia de suprimentos de dois elos [recurso eletrônico] / Cleder Marcos Schenekemberg. – Curitiba, 2019.

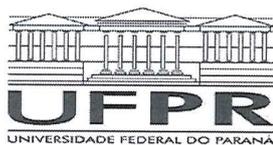
Tese - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia, 2019.

Orientador: Cassius Tadeu Scarpin – Coorientador: José Eduardo Pécora.

1. Veículos a motor – Frotas. 2. Rotas comerciais. 3. Controle de estoque. 4. Logística empresarial. 5. Algoritmos. I. Universidade Federal do Paraná. II. Scarpin, Cassius Tadeu. III. Pécora, José Eduardo. IV. Título.

CDD: 518.1

Bibliotecário: Elias Barbosa da Silva CRB-9/1894



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO MÉTODOS NUMÉRICOS  
EM ENGENHARIA - 40001016030P0

## TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em MÉTODOS NUMÉRICOS EM ENGENHARIA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **CLEDER MARCOS SCHENEKEMBERG** intitulada: **Integração de Problemas de roteirização, estoque, produção e gerenciamento de frotas em cadeia de suprimentos de dois elos**, sob orientação do Prof. Dr. CASSIUS TADEU SCARPIN, que após terem inquirido o aluno e realizada a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de doutor está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 17 de Dezembro de 2019.

CASSIUS TADEU SCARPIN  
Presidente da Banca Examinadora

LEANDRO CALLEGARI COELHO  
Avaliador Externo (UNIVERSITÉ LAVAL)

GUSTAVO VALENTIM LOCH  
Avaliador Interno (UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ)

LEONARDO SILVA DE LIMA  
Avaliador Externo (CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECN. CELSO  
SUCKOW DA FONSECA)

EDUARDO ALVES PORTELA SANTOS  
Avaliador Externo (PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO  
PARANÁ)

*Este trabalho é dedicado à minha família.*

## AGRADECIMENTOS

À Deus, pela oportunidade de realizar este trabalho.

À Camila L. Schenekemberg, por entender a minha limitação de tempo para brincar durante o doutorado. Vamos recuperar isso a partir de agora. Te amo filha.

À Cristiane L. S. Schenekemberg, pelo apoio durante esses longos anos de pós-graduação, muito obrigado por tudo.

À minha família, em especial a minha mãe (Verônica), meu pai (Altevir) e meus irmãos (Carlos e Rober), por sempre acreditarem em mim.

À dona Rita e ao meu tio José R. Ricken, sem a ajuda de vocês tudo ficaria mais difícil.

Ao meu orientador, Dr. Cassius Tadeu Scarpin, e ao meu coorientador, Dr. José Eduardo Pécora Júnior, por todo o suporte dado durante o doutorado.

Ao Dr. Thiago A. Guimarães e ao Dr. Leandro C. Coelho, pelas inúmeras contribuições dadas nos artigos submetidos.

Aos professores Arinei C. L. da Silva e Gustavo V. Loch, pelos ensinamentos.

Aos demais professores e funcionários do PPGMNE.

Ao C3SL (Centro de Computação Científica e *Software* Livre) da UFPR, por fornecer as facilidades computacionais para a realização deste trabalho.

Ao DAGA (Departamento de Administração Geral e Aplicada) da UFPR, por permitir a utilização do laboratório de computadores.

Aos secretários do DAGA, pelo auxílio diário com o laboratório.

Aos amigos Alexandre C. Choueiri, Deidson V. Kurpel, Deison T. Prêve, Kellen D. Endler, Nathália C. O. da Silva e Talita M. P. Schimidt, por fazerem parte desta caminhada.

À todos os membros do GTAQ, por toda a ajuda e troca de conhecimento.

À todos que torceram por essa conquista.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

*Cada sonho que você deixa para trás, é um pedaço do seu futuro que deixa de existir.*

*Steve Jobs*

## RESUMO

Este trabalho apresenta uma integração dos problemas de roteirização, estoque, produção e gerenciamento de frotas em uma cadeia de suprimentos de dois elos. Os problemas integrados emergem no paradigma dos sistemas *vendor-managed inventory*, quando as decisões são centralizadas em múltiplos depósitos, que devem decidir quando e quanto coletar de matéria-prima dos fornecedores, quanto estocar de produto final e como atender as demandas dos clientes ao longo do horizonte de planejamento. Quando a frota é terceirizada, os depósitos devem determinar quando alugar os veículos, quando efetuar a limpeza desses veículos, a fim de habilitar novas rotas, e quando devolvê-los para a locadora. Adicionalmente, em virtude da estrutura da cadeia de suprimentos, atividades de produção podem ser incorporadas na tomada de decisão, de modo a determinar quando e quanto produzir por ocasião de produção. O presente trabalho combina essas características e deriva duas novas variantes do problema de estoque e roteirização. A primeira variante avalia o gerenciamento de frota na tomada de decisão, onde é apresentado um algoritmo *branch-and-cut*, uma metaheurística e uma abordagem híbrida baseada em técnicas de computação paralelizada para resolver o problema. Na segunda variante as atividades de produção compõem o quadro geral do problema, que é resolvido novamente por um *branch-and-cut* e por uma abordagem exata inédita que combina programação matemática com procedimentos de busca local. As abordagens propostas para ambas as variantes foram avaliadas em conjuntos de testes gerados e em dados de problemas semelhantes da literatura. Os resultados obtidos mostram interessantes perspectivas gerenciais para as variantes estudadas, além de validar e avaliar a qualidade das abordagens apresentadas.

**Palavras-chaves:** estoque e roteamento. gerenciamento de frota. produção. *branch-and-cut*. metaheurísticas

## ABSTRACT

This study presents an integration of the routing, inventory, production and fleet management problems in a two-echelon supply chain. Integrated problems emerge in the vendor-managed inventory systems paradigm, when the decisions are centralized in multiple depots, which must decide when and how much to pick up of raw materials from suppliers, how much to stock from final product, and how to meet customer demands during the planning horizon. When the fleet is outsourced, the depots must determine when to rent vehicles, when to clean the vehicles to allow new routes, and when to return them to the rental company. Additionally, due to the supply chain structure, production activities can be incorporated into decision-making to determine when and how much to produce from the final product at the time of production. The present study combines these characteristics and derives two new variants of the inventory-routing problem. The first variant evaluates fleet management in decision making, which presents a branch-and-cut algorithm, a matheuristic approach, and a hybrid approach based on parallel computing techniques to solve the problem. In the second variant, the production activities make up the overall framework of the problem, which is solved again by a branch-and-cut and by a new exact approach that combines mathematical programming with local search procedures. The proposed approaches for both variants were evaluated on sets of generated test and similar problem data from the literature. The obtained results show interesting managerial perspectives for the studied variants, besides validating and evaluating the quality of the presented approaches.

**Key-words:** inventory-routing. fleet management. production. branch-and-cut. matheuristics.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO 2E-IRPFM . . . . .	25
FIGURA 2 – EXEMPLO DO PROCEDIMENTO GERAL DE MELHORIA, ANTES (a) E DEPOIS (b) DAS MODIFICAÇÕES . . . . .	39
FIGURA 3 – ESQUEMA DO ALGORITMO HÍBRIDO H-B&C . . . . .	42
FIGURA 4 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO 2E-PRP . . . . .	59
FIGURA 5 – REPRESENTAÇÃO DO MÉTODO BL-B&C . . . . .	68

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – COMPARAÇÃO ENTRE B&C E H-B&C NOS DADOS DO 2E-IRPFM	44
TABELA 2 – RESULTADOS MÉDIOS PARA OS MÉTODOS EXATOS B&C E H-B&C NOS DADOS DO 2E-IRPFM, ONDE B&C OBTIVE SOLUÇÃO	45
TABELA 3 – COMPARAÇÃO ENTRE A Mat-ALNS E O H-B&C NOS DADOS DO 2E-IRPFM	45
TABELA 4 – COMPARAÇÃO ENTRE AS POLÍTICAS DE ESTOQUE COM BASE NAS MELHORES SOLUÇÕES OBTIDAS PARA O 2E-IRPFM	46
TABELA 5 – CUSTO DE GESTÃO DE FROTA COMO PERCENTUAL DO CUSTO TOTAL PARA A POLÍTICA ML	46
TABELA 6 – CUSTO DE GESTÃO DE FROTA COMO PERCENTUAL DO CUSTO TOTAL PARA A POLÍTICA OU	47
TABELA 7 – COMPARAÇÃO DOS CUSTOS DE GESTÃO DE FROTA	47
TABELA 8 – INDICADORES DE DESEMPENHO	49
TABELA 9 – USO MÉDIO DA FROTA	49
TABELA 10 – COMPARAÇÃO ENTRE B&C DE Guimarães et al. (2019), NOVO B&C E H-B&C PARA O 2E-MDIRP, POLÍTICA ML	50
TABELA 11 – COMPARAÇÃO ENTRE B&C DE Guimarães et al. (2019), NOVO B&C E H-B&C PARA O 2E-MDIRP, POLÍTICA OU	51
TABELA 12 – COMPARAÇÃO ENTRE A MATEURÍSTICA DE Guimarães et al. (2019) E A Mat-ALNS	52
TABELA 13 – DEFINIÇÃO DAS VIZINHANÇAS	66
TABELA 14 – RESULTADOS PARA O 2E-PRP, POLÍTICA ML-ML	71
TABELA 15 – RESULTADOS PARA O 2E-PRP, POLÍTICA ML-OU	71
TABELA 16 – RESULTADOS PARA O 2E-PRP, POLÍTICA OU-ML	72
TABELA 17 – RESULTADOS PARA O 2E-PRP, POLÍTICA OU-OU	72
TABELA 18 – COMPARAÇÃO DO CUSTO DA SOLUÇÃO ENTRE AS POLÍTICAS DE ESTOQUE PARA O 2E-PRP	73
TABELA 19 – COMPARAÇÃO ENTRE AS POLÍTICAS DE ESTOQUE PARA O 2E-PRP EM CADA COMPONENTE DE CUSTO, $ \mathcal{T}  = 3$ .	73
TABELA 20 – COMPARAÇÃO ENTRE AS POLÍTICAS DE ESTOQUE PARA O 2E-PRP EM CADA COMPONENTE DE CUSTO, $ \mathcal{T}  = 6$ .	74
TABELA 21 – EFEITO PERCENTUAL NO CUSTO TOTAL MÉDIO QUANDO O CUSTO DE ESTOQUE MUDA DE BAIXO PARA ALTO.	74
TABELA 22 – ESTATÍSTICAS COMPARATIVAS PARA O 2E-MDIRP	75
TABELA 23 – RESULTADOS COMPARATIVOS PARA O 2E-MDIRP	75

TABELA 24 – RESULTADOS COMPARATIVOS PARA O MV-PRP, POLÍTICA ML	76
TABELA 25 – RESULTADOS COMPARATIVOS PARA O MV-PRP, POLÍTICA OU	76
TABELA 26 – RESULTADOS GERAIS PARA O MV-PRP . . . . .	77
TABELA 27 – RESULTADOS PARA O GRUPO B1 DE Boudia, Louly e Prins (2005)	78
TABELA 28 – RESULTADOS PARA O GRUPO B2 DE Boudia, Louly e Prins (2005)	79

## LISTA DE ABREVIATURAS E DE SIGLAS

**2E-IRPFM** *Two-Echelon Inventory-Routing Problem with Fleet Management*

**2E-MDIRP** *Two-Echelon Multi-Depot Inventory-Routing Problem*

**2E-PRP** *Two-Echelon Production-Routing Problem*

**ALNS** *Adaptive Large Neighborhood Search*

**B&B** *Branch-and-Bound*

**B&C** *Branch-and-Cut*

**BL** *Busca Local*

**GRASP** *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*

**IRP** *Inventory-Routing Problem*

**LI** *Limitante Inferior*

**LS** *Limitante Superior*

**ML** *Maximum Level*

**MSC** *Melhor Solução Conhecida*

**MSC-Excl** *Melhor Solução Conhecida Exclusiva*

**MV-PRP** *Multi-Vehicle Production Routing Problem*

**OU** *Order-Up-to Level*

**PCV** *Problema do Caixeiro Viajante*

**PIM** *Programação Inteira Mista*

**PMG** *Procedimento de Melhoria Geral*

**PMS** *Procedimento de Melhoria de Solução*

**PSI** *Procedimento de Solução Inicial*

**RES** *Restrições de Eliminação de Sub-Rotas*

**SA** *Simulated Annealing*

**UBF** *Uso Bruto da Frota*

**ULF** Uso Líquido da Frota

**VMI** *Vendor-Managed Inventory*

**VMND** *Variable MIP Neighborhood Descent*

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>16</b>
1.1	OBJETIVOS DO TRABALHO	18
1.1.1	Objetivo Geral	18
1.1.2	Objetivos Específicos	18
1.2	ESTRUTURA DO TRABALHO	18
<b>2</b>	<b>PROBLEMA DE ROTEIRIZAÇÃO, ESTOQUE E GESTÃO DE FROTAS EM CADEIA DE SUPRIMENTOS DE DOIS ELOS</b>	<b>19</b>
2.1	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	21
2.2	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	23
2.3	ALGORITMO BRANCH-AND-CUT	30
2.4	MATEURÍSTICA	31
2.4.1	Mecanismo ALNS	32
2.4.2	Subproblemas de Programação Inteira Mista	34
2.4.2.1	Procedimento de Solução Inicial	35
2.4.2.2	Procedimento de Melhoria de Solução	35
2.4.2.3	Procedimento de Melhoria Geral	37
2.4.3	Estrutura geral da Mat-ALNS	39
2.5	ABORDAGEM HÍBRIDA EXATA	40
2.6	EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS	43
2.6.1	Resultados gerais para o 2E-IRPFM	43
2.6.2	Análise de custo para o 2E-IRPFM	45
2.6.3	Análise de gestão de frota	48
2.6.4	Resultados para o 2E-MDIRP	49
<b>3</b>	<b>PROBLEMA DE ROTEIRIZAÇÃO, ESTOQUE E PRODUÇÃO EM CADEIA DE SUPRIMENTOS DE DOIS ELOS</b>	<b>53</b>
3.1	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	56
3.2	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA	57
3.3	ALGORITMO BRANCH-AND-CUT	63
3.4	MÉTODO PARALELIZADO	63
3.4.1	Procedimento de Solução Inicial	64
3.4.2	Mecanismo de Busca Local	65
3.4.3	Procedimento de Melhoria Geral	66
3.4.4	Esquema geral do BL-B&C	67

		15
3.5	EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS . . . . .	68
3.5.1	Resultados para o 2E-PRP . . . . .	69
3.5.2	Resultados para o 2E-MDIRP . . . . .	74
3.5.3	Resultados para o MV-PRP . . . . .	75
<b>4</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS . . . . .</b>	<b>80</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>82</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, a escalada competitiva global e a conseqüente redução das margens de lucro ensejam uma maior coordenação dos processos e atores no âmbito da cadeia de suprimentos. Ao mesmo tempo, o advento da indústria 4.0 e a disponibilização de dados em tempo real, possibilitam uma agenda cada vez mais colaborativa nas atividades logísticas, com especial ênfase no elos formados entre fornecedores, plantas e clientes. Neste sentido, paradigmas que requerem a troca de informações e que esbarravam nos obstáculos tecnológicos de anos atrás, assumem um protagonismo cada vez mais transversal. Não apenas pela redução nos custos dos sistemas de troca eletrônica de dados, mas também na robusta minimização de erros e incertezas que esses sistemas possibilitam, em comparação com técnicas indiretas de quantificação das demandas.

Os sistemas *Vendor-Managed Inventory* (VMI), ou sistemas de estoque gerenciados pelo fornecedor, configuram uma prática gerencial colaborativa entre planta e cliente, com inúmeros relatos de sucesso em diferentes segmentos (ANDERSSON et al., 2010). Sob o VMI, a planta controla o estoque do cliente, de forma a decidir quando atendê-lo e quanto entregar por ocasião de atendimento. A dinâmica dos estoques é diretamente dependente da demanda do cliente, que pode ser estimada por métodos de previsão, ou observada de forma precisa, através dos supracitados sistemas de troca eletrônica de dados. Segundo Govindan (2013), o VMI é uma prática mutuamente benéfica, pois os clientes não precisam dispendir recursos para controlar seus estoques e emitir pedidos de ressuprimento, enquanto as plantas ganham pela maior coordenação das suas atividades logísticas, especialmente na composição dos roteiros de entrega.

De uma perspectiva operacional, a implementação de um sistema VMI implica na resolução de um problema de otimização combinatorial complexo, denominado problema de roteirização e estoques. Esse problema integra, em um mesmo arcabouço, o problema de gerenciamento de estoques e o problema de roteamento de veículos com múltiplos períodos. Nesta abordagem conjunta, compete a planta decidir: quando servir um cliente, quanto entregar a cada atendimento e como definir as rotas de entrega. Tais decisões devem garantir que o cliente tenha sua demanda plenamente atendida, seja pelos estoques mantidos e/ou pelas quantidades recebidas.

Embora a literatura sobre o problema de roteirização e estoques reporte diversas variantes (COELHO; CORDEAU, J. F.; LAPORTE, 2014), a estrutura logística mais comum é bastante simplificada, com apenas uma planta para atender múltiplos clientes. Todavia, em um contexto mais realístico, múltiplas plantas estão habilitadas a realizar

os atendimentos, o que eleva consideravelmente o número de opções distintas de servir cada cliente. Ademais, estruturas logísticas mais complexas requerem a coleta de insumos em fornecedores certificados. Esses aspectos definem um problema de roteirização e estoques com múltiplas plantas em dois elos, recentemente introduzido por Guimarães et al. (2019). No primeiro elo, as plantas precisam decidir quando e quanto coletar de cada fornecedor, enquanto as decisões de atendimento e distribuição são tomadas no segundo elo. As plantas, centralizadas entre os elos, também precisam gerenciar os seus próprios estoques e os estoques dos clientes, enquanto evitam a ocorrência de rupturas.

Além do mais, em cadeias de suprimentos modernas, outros aspectos também devem ser observados na tomada de decisão. Segundo Shintani, Konings e Imai (2010), o gerenciamento da frota é uma das atividades mais onerosas do setor logístico. Neste contexto, a principal preocupação é inerente ao dimensionamento da frota, quando um número ilimitado de veículos é considerado, ou à composição da frota, quando diferentes capacidades estão disponíveis para realizar as entregas (BIELLI; BIELLI; ROSSI, 2011). Decisões adjacentes surgem quando as plantas optam por uma frota terceirizada, onde cada veículo alugado, procedente de uma locadora local, pode coletar insumos e/ou entregar produto final aos clientes. Neste caso, decisões de limpeza dos veículos também devem ser consideradas, a fim de habilitar o transporte de materiais distintos sem o risco de contaminação da carga.

Adicionalmente, as atividades de produção ensejam um papel importante dentro da cadeia de suprimentos. Entretanto, na maioria das corporações, as decisões relativas à produção e distribuição são frequentemente planejadas de forma individual (BOUDIA; LOULY; PRINS, 2007). Segundo Darvish e Coelho (2018), essa abordagem não permite obter os benefícios proporcionados por uma maior coordenação entre essas atividades, como redução de custos logísticos e melhoria do nível de serviço. Neste sentido, é de crucial importância responder as questões de quando e quanto produzir por ocasião de produção, de modo a estabelecer o tamanho de cada lote, bem como o período em que serão produzidos.

Este trabalho reformula o problema de roteirização e estoques a fim de incorporar as decisões de gerenciamento de frotas e produção no contexto da cadeia de suprimentos de dois elos. Duas novas variantes são apresentadas para o problema. Na primeira, a frota é terceirizada e as plantas precisam decidir quando alugar um veículo, quando limpar e quando devolver esse veículo para a locadora, enquanto minimizam os custos de coletas, distribuição e gestão de estoque. Na segunda variante, cada planta possui frota própria e as decisões de produção são adicionadas ao problema, de modo a determinar quando e quanto produzir para atender as demandas dos clientes ao longo do horizonte de planejamento.

## 1.1 OBJETIVOS DO TRABALHO

### 1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral desta pesquisa é abordar a integração dos problemas de roteirização, estoque, produção e gerenciamento de frotas em uma cadeia de suprimentos de dois elos, permitindo derivar novas perspectivas gerenciais a partir dessas integrações.

### 1.1.2 Objetivos Específicos

São objetivos específicos deste trabalho:

- Descrever formalmente a integração dos problemas abordados no contexto da cadeia de suprimentos de dois elos;
- Apresentar métodos de otimização para resolver os problemas;
- Derivar perspectivas gerenciais a partir da análise de resultados computacionais.

## 1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO

O restante deste trabalho é dividido da seguinte forma. O Capítulo 2 descreve a primeira variante do problema de roteirização e estoques em dois elos. Neste capítulo, as decisões extras de gerenciamento de frotas são formuladas e métodos de otimização, como um algoritmo *branch-and-cut*, metaheurística e uma abordagem híbrida exata, são apresentados. No Capítulo 3, as decisões de produção são incorporadas e a segunda variante do problema é formalmente descrita. Também são apresentadas as abordagens propostas para resolver o problema, como um novo algoritmo *branch-and-cut* e uma abordagem exata que combina técnicas de programação matemática com procedimentos de busca local. Em ambos os capítulos, as abordagens propostas são avaliadas em conjuntos de testes gerados e em dados de problemas semelhantes da literatura, permitindo analisar a qualidade dos métodos e derivar perspectivas gerenciais para as variantes consideradas. Finalmente, o Capítulo 4 sumariza as principais contribuições deste trabalho.

## 2 PROBLEMA DE ROTEIRIZAÇÃO, ESTOQUE E GESTÃO DE FROTA EM CADEIA DE SUPRIMENTOS DE DOIS ELOS

**NOTA:** um artigo baseado neste capítulo foi submetido para a revista: *Computers & Operations Research*. O *technical report* do material pode ser acessado em: <https://www.cirreлт.ca/DocumentsTravail/CIRRELT-2019-36.pdf>

As cadeias de suprimentos modernas exigem alto nível de coordenação e sincronização de suas decisões (CHABOT et al., 2018), o que pode reduzir os custos logísticos e melhorar o nível de serviço ofertado aos clientes (YULIANG; DRESNER, 2008). Neste contexto, os sistemas VMI configuram uma importante prática colaborativa entre plantas e clientes (ANDERSSON et al., 2010). Sob o VMI, as plantas controlam o estoque dos clientes, de modo a decidir quando atender um cliente e quanto entregar a cada atendimento. De acordo com Govindan (2013), a prática VMI é mutuamente benéfica, pois os clientes não precisam gastar recursos para controlar seus estoques e emitir pedidos de ressuprimentos, enquanto as plantas ganham pela maior coordenação das suas atividades logísticas, especialmente na composição dos roteiros de entrega.

Pelo ângulo operacional, a implementação de um sistema VMI implica na resolução de um problema de otimização combinatorial complexo, denominado *Inventory-Routing Problem* (IRP) ou Problema de Roteirização e Estoques. O IRP integra, em uma mesma estrutura, o problema de gerenciamento de estoques e o problema de roteamento de veículos com múltiplos períodos. Desde que o problema foi introduzido por Bell et al. (1983), uma ampla gama de variantes do IRP tem sido estudada, que envolvem critérios estratégicos, táticos e operacionais (COELHO; CORDEAU, J. F.; LAPORTE, 2014). Apesar desses estudos, duas simplificações são comuns na logística rodoviária. Primeiro, a cadeia de suprimentos geralmente é simplificada em apenas um elo, que envolve uma única planta para atender múltiplos clientes, conhecida como estrutura *one-to-many* (COELHO; CORDEAU, J. F.; LAPORTE, 2014). Segundo, decisões de gerenciamento da frota são frequentemente tomadas sob uma perspectiva tática, como o dimensionamento e composição de diferentes veículos (ANDERSSON et al., 2010).

A gestão da frota é uma das atividades mais onerosas do setor logístico (SHINTANI; KONINGS; IMAI, 2010). Em relação ao roteamento dos veículos, a principal preocupação é inerente ao dimensionamento da frota, quando um número ilimitado de veículos homogêneos é considerado, ou à composição da frota, quando veículos com diferentes capacidades estão disponíveis para realizar as entregas (BIELLI; BIELLI; ROSSI, 2011). Poucos estudos abordam a disponibilidade de veículos a curto prazo.

Fagerholt e Lindstad (2007) apresentam um sistema interativo de suporte à decisão para a programação e roteamento de navios, onde um procedimento de limpeza pode ser levado em consideração quando necessário. Hvattum, Fagerholt e Armentano (2009) descrevem uma abordagem semelhante para um problema de alocação de tanque que surge no transporte de petróleo e produtos químicos por navios-tanque. No transporte rodoviário, a maioria dos estudos considera veículos com vários compartimentos, como o estudo de Oppen, Løkketangen e Desrosiers (2010), que trata o transporte de animais vivos das fazendas aos matadouros, onde a desinfecção dos veículos é realizada entre turnos consecutivos. Mais recentemente, Lahyani, Coelho, Khemakhem et al. (2015) abordaram um problema de roteamento de vários produtos ao longo de múltiplos períodos, inspirados na coleta de azeite na Tunísia. Devido à diferença entre as classes de azeite, os compartimentos podem exigir atividades de limpeza.

Embora o gerenciamento de frota em um contexto integrado seja uma tarefa complexa, a gestão terceirizada da frota permite que as empresas concentrem seus esforços em sua competência principal. De acordo com Rabinovich et al. (1999), a terceirização de funções logísticas integradas permite às empresas reduzir seus custos e melhorar o nível de atendimento ao cliente.

Quando mais elos são considerados, o gerenciamento integrado da cadeia de suprimentos se torna mais complexo e o processo de tomada de decisão é ainda mais difícil. Recentemente, Guimarães et al. (2019) introduziram o *Two-Echelon Multi-Depot Inventory-Routing Problem (2E-MDIRP)*, ou problema de roteirização e estoque com múltiplas plantas em dois elos. O 2E-MDIRP é inspirado na implementação do sistema VMI em um problema real de distribuição de combustível na América do Sul. Nesse problema, as plantas posicionadas em uma camada intermediária controlam o estoque (gasolina) de um conjunto de postos de gasolina, além de seu próprio estoque de insumos (etanol), coletados das instalações de fornecimento. O objetivo é minimizar os custos de estoque e transporte (coleta e distribuição). Apesar dos custos envolvidos, os autores assumem que a frota de veículos está disponível em cada planta e o custo de manutenção e uso dos veículos é omitido do problema.

Para aproveitar as vantagens provenientes da terceirização da frota, permitir que as empresas se concentrem em suas atividades principais e considerar um cenário mais realista, este trabalho estende o 2E-MDIRP, de modo a incorporar as decisões de gerenciamento de frota na tomada de decisão. Considera-se também uma cadeia de suprimentos de dois elos, onde as plantas da camada intermediária são responsáveis por gerir as coletas de insumo dos fornecedores no primeiro elo e as entregas do produto final aos clientes no segundo elo. As plantas operam com uma frota terceirizada não compartimentalizada, que deve ser alugada. As atividades de limpeza devem ocorrer sempre que o veículo troca o produto transportado ou quando é devolvido

à locadora. Além das decisões tradicionais de transporte e estoque, as plantas são responsáveis pela gestão da frota, que incluem aluguel, limpeza e devolução dos veículos. Esses aspectos definem um problema sem paralelo na literatura, que será chamado de *Two-Echelon Inventory-Routing Problem with Fleet Management* (2E-IRPFM), ou problema de roteirização e estoque em dois elos com gestão de frota. O objetivo é minimizar os custos do gerenciamento da frota (aluguel e limpeza), transporte (coletas de insumo e distribuição de produto final) e estoques (insumo e produto final), tal que rupturas de estoque sejam evitadas ao longo do horizonte de planejamento.

As contribuições científicas deste capítulo são:

1. introduzir e definir o IRP em dois elos com gestão de frota, onde as decisões de aluguel, limpeza e devolução dos veículos são incorporadas ao problema;
2. descrever, formular e comparar diferentes combinações de políticas de estoque com diferentes custos de gestão de frota. Além disso, analisar o desempenho dessas configurações com base em seus custos parciais;
3. apresentar um algoritmo *Branch-and-Cut* (B&C), uma heurística e uma abordagem híbrida exata para resolver o 2E-IRPFM;
4. avaliar as abordagens propostas para o 2E-IRPFM em um problema semelhante da literatura.

O restante do capítulo é organizado da seguinte forma. A Seção 2.1 descreve formalmente o 2E-IRPFM, enquanto a Seção 2.2 apresenta uma formulação matemática baseada em Programação Inteira Mista (PIM), junto com desigualdades válidas para o problema. O algoritmo B&C é detalhado na Seção 2.3. A Seção 2.4 descreve a heurística proposta para resolver o 2E-IRPFM, enquanto a Seção 2.5 apresenta a abordagem híbrida exata. A Seção 2.6 detalha os resultados dos testes computacionais realizados para avaliar a qualidade das abordagens, além de derivar perspectivas gerenciais com base nos resultados obtidos.

## 2.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

O 2E-IRPFM é definido sobre um grafo não-direcionado  $G = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ , onde o conjunto de vértices  $\mathcal{V}$  representa a união dos conjuntos de fornecedores ( $\mathcal{F}$ ), plantas ( $\mathcal{P}$ ) e clientes ( $\mathcal{C}$ ), enquanto  $\mathcal{E}$  descreve o conjunto de arcos. O primeiro elo conecta os fornecedores e as plantas e é definido pelo subgrafo  $G' = (\mathcal{V}', \mathcal{E}')$ , em que  $\mathcal{V}' = \mathcal{F} \cup \mathcal{P}$  e  $\mathcal{E}' = \{(u, v) : u, v \in \mathcal{V}', u \in \mathcal{F} \wedge v \in \mathcal{P}\}$ . Já o segundo elo liga as plantas e os clientes e é definido pelo subgrafo  $G'' = (\mathcal{V}'', \mathcal{E}'')$ , com  $\mathcal{V}'' = \mathcal{P} \cup \mathcal{C}$  e

$\mathcal{E}'' = \{(u, v) : u, v \in \mathcal{V}'' \wedge u, v \oplus \mathcal{P}, u < v\}$ . A cada arco  $(u, v) \in \mathcal{E}$  está associado um custo não-negativo  $c_{uv}$ , onde  $\mathcal{V} = \mathcal{V}' \cup \mathcal{V}''$  e  $\mathcal{E} = \mathcal{E}' \cup \mathcal{E}''$

O horizonte de planejamento é definido sobre um conjunto  $\mathcal{T} = \{1, \dots, p\}$  de períodos. Em cada período  $t$ , a planta  $j \in \mathcal{P}$  pode alugar até  $|\mathcal{K}|$  veículos homogêneos de capacidade  $Q$  pelo custo de aluguel  $f_w$  por veículo por período. Cada veículo pode ser usado para coletar certa quantidade de insumo ( $\alpha$ ) de um fornecedor e/ou entregar uma certa quantidade de produto final ( $\beta$ ) para os clientes. Sempre que uma visita é programada para um cliente, deve-se determinar a quantidade de produto final a ser transportada. Duas políticas de estoque são frequentemente aplicadas. Na política *Maximum Level* (ML) a planta é livre para decidir quanto entregar, desde que a capacidade do estoque do cliente não seja excedida. Já na política *Order-Up-to Level* (OU), a quantidade entregue deve ser suficiente para completar a capacidade do estoque a cada atendimento.

Após realizar uma coleta de  $\alpha$  (entrega de  $\beta$ ), o veículo permanece contaminado com  $\alpha$  ( $\beta$ ). Antes de uma nova viagem com um produto diferente, cada veículo deve sofrer um procedimento de limpeza química, o que incorre em custos extras de limpeza  $f_s$ . O procedimento de limpeza pode ocorrer no mesmo período, se  $\alpha$  é coletado no início do período  $t$  e  $\beta$  é distribuído no fim de  $t$  pelo mesmo veículo, ou em diferentes períodos, se o veículo permanece na planta. Um veículo contaminado com  $\alpha$  em  $t$  pode realizar uma nova coleta em  $t'$ ,  $t' > t$ , sem sofrer limpeza química, desde que o veículo não realize nenhuma entrega de  $\beta$  no intervalo  $[t, t']$ . Essa concepção de limpeza também se aplica para  $\beta$ . Como o veículo permanece contaminado com a última carga, quando a planta decide devolvê-lo, um novo custo de limpeza  $f_s$  é acrescentado, pois todo veículo deve estar completamente limpo antes de ser devolvido à locadora de veículos.

Cada planta  $j$  possui capacidade mínima e máxima de estoque para  $\alpha$  dada por  $L_j$  e  $U_j$ , respectivamente, e incorre um custo de estocagem  $h_j$  por cada unidade estocada por período. Da mesma forma,  $L_l$  e  $U_l$  denotam as capacidades de estoque para  $\beta$  no cliente  $l$ , com custo de estocagem dado por  $h_l$ . Cada fornecedor  $i$  dispõe  $\Phi_i$  unidades de  $\alpha$  para todo o horizonte de planejamento, de acordo com contrato pre-estabelecido com as plantas. Cada unidade de  $\beta$  requer uma certa quantidade  $\varphi$  de  $\alpha$  na sua mistura. Em  $t = 0$ , para efeitos de formulação do problema, não existem veículos alugados e os níveis iniciais de estoque  $I_j^0$  nas plantas são conhecidos. Em relação aos clientes, a demanda  $d_l^t$  em cada período  $t$  e os estoques  $I_l^0$  são conhecidos no início do horizonte de planejamento.

As atividades de coleta e entrega seguem uma ordem pre-estabelecida. As coletas de  $\alpha$ , quando ocorrem, são realizadas no início de cada período, enquanto as entregas de  $\beta$  são programadas depois que todas as coletas já foram concluídas. Essa

ordem das atividades é obrigatória para habilitar o processo de mistura para produzir  $\beta$  no mesmo período. Quanto ao veículo, a sua limpeza ocorre no fim do período quando ele retorna para a locadora, ou imediatamente antes de realizar uma coleta (entrega) quando está contaminado com  $\beta$  ( $\alpha$ ).

A fim de evitar entregas fracionadas, cada cliente pode ser visitado no máximo uma vez por período. Do mesmo modo, uma planta pode coletar  $\alpha$  de um único fornecedor com apenas um veículo por período. Cada rota de coleta de  $\alpha$  ou entrega de  $\beta$  deve finalizar na planta de origem. Ademais, como a frota não é compartimentalizada, uma coleta e uma entrega não podem ser combinadas em uma mesma rota. Assim, depois de coletar  $\alpha$  de um fornecedor, o veículo necessita retornar a planta de origem e apenas estará habilitado para realizar uma entrega  $\beta$  se ele sofrer uma limpeza química.

O objetivo do 2E-IRPFM é minimizar o custo total de estoque, transporte e gestão de frota, de modo a determinar para cada planta:

- quando, quanto e de qual fornecedor coletar  $\alpha$ ;
- quando e quanto entregar de  $\beta$  para um cliente;
- quando e quantos veículos alugar, limpar, manter e devolver;
- como combinar as entregas dos clientes dentro das rotas dos veículos.

## 2.2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

A formulação matemática do 2E-IRPFM, baseada em PIM, faz uso das seguintes variáveis de decisão:

- $q_{jl}^{kt}$ : quantidade de  $\beta$  entregue pela planta  $j$  para o cliente  $l$  com o veículo  $k$  no período  $t$ ;
- $r_{ij}^{kt}$ : quantidade de  $\alpha$  coletado pela planta  $j$  no fornecedor  $i$  com o veículo  $k$  no período  $t$ ;
- $I_j^t$ : nível de estoque de  $\alpha$  na planta  $j$  no fim do período  $t$ ;
- $I_l^t$ : nível de estoque de  $\beta$  na planta  $l$  no fim do período  $t$ ;
- $W_j^{kt} = 1$  se o veículo  $k$  é alugado pela  $j$  no período  $t$ , 0 caso contrário;
- $R_j^{kt} = 1$  se o veículo  $k$  alugado pela planta  $j$  é devolvido no período  $t$ , 0 caso contrário;

- $X_{ij}^{kt} = 1$  se o veículo  $k$  alugado pela planta  $j$  coleta  $\alpha$  do fornecedor  $i$  no período  $t$ , 0 caso contrário;
- $Y_{jl}^{kt} = 1$  se o veículo  $k$  alugado pela planta  $j$  entrega  $\beta$  para o cliente  $l$  no período  $t$ , 0 caso contrário;
- $y_{uv}^{kjt} = 1$  se o veículo  $k$  alugado pela planta  $j$  viaja entre os clientes  $u$  e  $v$ ,  $u < v$ , no período  $t$ , 0 caso contrário;
- $y_{jl}^{kjt} \in \{0, 1, 2\}$ . Quando  $y_{jl}^{kjt} = 1$ , o veículo  $k$  alugado pela planta  $j$  viaja da planta  $j$  para o cliente  $l$  no período  $t$ . Se  $y_{jl}^{kjt} = 2$ , uma rota direta de ida e volta é definida, 0 caso contrário;
- $Z_j^{\alpha,kt} = 1$  se o veículo  $k$  alugado pela planta  $j$  termina o período  $t$  contaminado  $\alpha$ , 0 caso contrário;
- $Z_j^{\beta,kt} = 1$  se o veículo  $k$  alugado pela planta  $j$  termina o período  $t$  contaminado com  $\beta$ , 0 caso contrário;
- $S_j^{\alpha,kt} = 1$  se ocorre limpeza química no veículo  $k$  alugado pela planta  $j$  contaminado com  $\beta$  para coletar  $\alpha$  no período  $t$ , 0 caso contrário;
- $S_j^{\beta,kt} = 1$  se ocorre limpeza química no veículo  $k$  alugado pela planta  $j$  contaminado com  $\alpha$  para entregar  $\beta$  no período  $t$ , 0 caso contrário;
- $S_j^{R,kt} = 1$  se ocorre limpeza química no veículo  $k$  alugado pela planta  $j$ , contaminado com  $\alpha$  ou  $\beta$ , para ser devolvido no período  $t$ , 0 caso contrário;
- $S_j^{kt}$ : número total de limpezas do veículo  $k$  alugado pela planta  $j$  no período  $t$ .

Adicionalmente, define-se a variável  $X_{jj}^{kt} = 1$  para indicar que o veículo  $k$ , alugado pela planta  $j$ , realiza coleta em  $t$ , 0 caso contrário. De modo equivalente,  $Y_{jj}^{kt} = 1$  indica a ocorrência de entrega, 0 caso contrário. Sem perda de generalidade, assume-se que as plantas não possuem veículos alugados em  $t = 0$ , isto é, as variáveis  $W_j^{k0}$ ,  $R_j^{k0}$ ,  $Z_j^{\alpha,k0}$  e  $Z_j^{\beta,k0}$  são previamente definidas com o valor zero.

Uma representação gráfica do 2E-IRPFM é mostrada na FIGURA 1. Sejam dois períodos consecutivos,  $t$  e  $t + 1$ , a figura ilustra a sequência das decisões para um dado veículo  $k$  alugado pela planta  $j$ . Para simplificar a ilustração, os índices  $k$  e  $j$  são omitidos das variáveis. Inicialmente, o veículo é alugado no período  $t$ , o que obviamente implica em  $W^t = 1$ . Então, este veículo realiza uma coleta, de modo a caracterizar uma contaminação com  $\alpha$ . Antes que o veículo possa ser designado para uma entrega, uma limpeza química é realizada, isto é,  $S^{\beta,t} = 1$ . O veículo então parte da planta contaminado com  $\beta$ , retorna e permanece na planta no período seguinte,

tal que  $Z^{\beta,t} = 1$  indica a contaminação do veículo ao fim do período  $t$  e  $W^{t+1} = 1$  determina um aluguel adicional em  $t + 1$ . No início de  $t + 1$ , uma limpeza é aplicada ao veículo para realizar uma nova coleta ( $S^{\alpha,t+1} = 1$ ). Após retornar a planta de origem, uma última limpeza é efetuada ( $S^{R,t+1} = 1$ ) e o veículo é devolvido para a locadora ao fim do período  $t + 1$ .

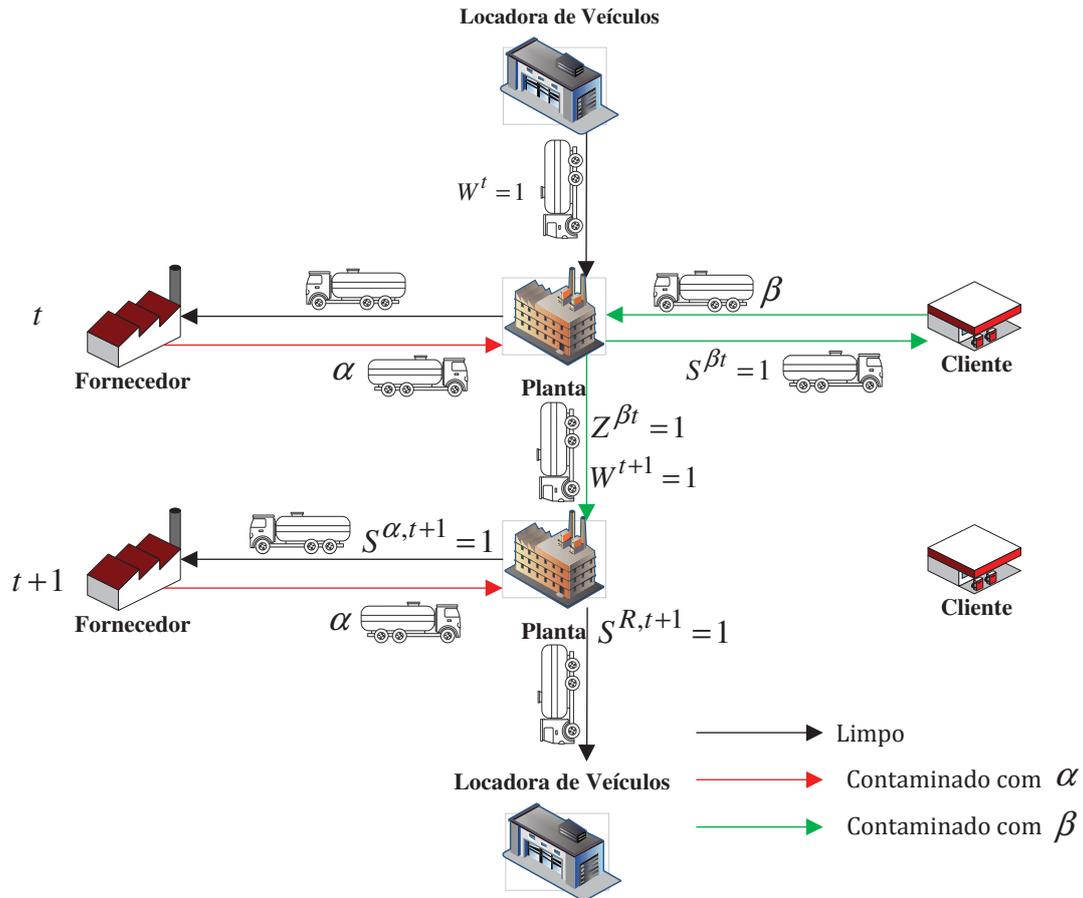


FIGURA 1 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO 2E-IRPFM  
FONTE: O autor (2019).

A formulação matemática do 2E-IRPFM é dada por (2.1)–(2.42).

$$\begin{aligned} \min \sum_{t \in T} \sum_{j \in P} \sum_{k \in K} f_w W_j^{kt} + \sum_{t \in T} \sum_{j \in P} \sum_{k \in K} f_s S_j^{kt} + \sum_{t \in T} \sum_{j \in P} h_j I_j^t + \\ \sum_{t \in T} \sum_{l \in C} h_l I_l^t + \sum_{t \in T} \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in E'} 2c_{ij} X_{ij}^{kt} + \sum_{t \in T} \sum_{j \in P} \sum_{k \in K} \sum_{(u,v) \in E''} c_{uv} y_{uv}^{kjt} \end{aligned} \quad (2.1)$$

sujeito a

$$\sum_{t \in T} \sum_{j \in P} \sum_{k \in K} r_{ij}^{kt} \leq \Phi_i \quad i \in \mathcal{F} \quad (2.2)$$

$$I_j^t = I_j^{t-1} + \sum_{i \in \mathcal{F}} \sum_{k \in \mathcal{K}} r_{ij}^{kt} - \sum_{l \in \mathcal{C}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \varphi q_{jl}^{kt} \quad j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T} \quad (2.3)$$

$$I_l^t = I_l^{t-1} + \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} q_{jl}^{kt} - d_l^t \quad l \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} \quad (2.4)$$

$$L_l \leq I_l^t \leq U_l \quad l \in \mathcal{V}'', t \in \mathcal{T} \quad (2.5)$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{i \in \mathcal{F}} X_{ij}^{kt} \leq 1 \quad j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T} \quad (2.6)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{F}} \sum_{k \in \mathcal{K}} r_{ij}^{kt} \leq U_j - I_j^{t-1} \quad j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T} \quad (2.7)$$

$$r_{ij}^{kt} \leq Q X_{ij}^{kt} \quad j \in \mathcal{P}, i \in \mathcal{F}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.8)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} q_{jl}^{kt} \leq U_l - I_l^{t-1} \quad l \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} \quad (2.9)$$

$$q_{jl}^{kt} \leq U_l Y_{jl}^{kt} \quad l \in \mathcal{C}, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.10)$$

$$\sum_{l \in \mathcal{C}} q_{jl}^{kt} \leq Q Y_{jj}^{kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.11)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} Y_{jl}^{kt} \leq 1 \quad l \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} \quad (2.12)$$

$$\sum_{\substack{u \in \mathcal{V}'' \\ u < l}} y_{ul}^{kjt} + \sum_{\substack{u \in \mathcal{V}'' \\ l < u}} y_{lu}^{kjt} = 2Y_{jl}^{kt} \quad l \in \mathcal{V}'', j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.13)$$

$$\sum_{l \in S} \sum_{\substack{u \in S \\ l < u}} y_{lu}^{kjt} \leq \sum_{l \in S} Y_{jl}^{kt} - Y_{jm}^{kt} \quad S \subseteq \mathcal{C}, |S| \geq 2, m \in S, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.14)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{F}} X_{ij}^{kt} = X_{jj}^{kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.15)$$

$$X_{jj}^{kt} \leq W_j^{kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.16)$$

$$Y_{jj}^{kt} \leq W_j^{kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.17)$$

$$R_j^{kt} \leq W_j^{kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.18)$$

$$Z_j^{\alpha, k, t-1} \leq W_j^{kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.19)$$

$$Z_j^{\beta, k, t-1} \leq W_j^{kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.20)$$

$$Z_j^{\alpha, kt} + Z_j^{\beta, kt} + R_j^{kt} = W_j^{kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.21)$$

$$X_{jj}^{kt} - Y_{jj}^{kt} - R_j^{kt} \leq Z_j^{\alpha, kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.22)$$

$$Z_j^{\alpha, k, t-1} - Z_j^{\beta, kt} - R_j^{kt} \leq Z_j^{\alpha, kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.23)$$

$$Y_{jj}^{kt} - R_j^{kt} \leq Z_j^{\beta, kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.24)$$

$$Z_j^{\beta, k, t-1} - Z_j^{\alpha, kt} - R_j^{kt} \leq Z_j^{\beta, kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.25)$$

$$W_j^{k, t-1} - R_j^{k, t-1} \leq W_j^{kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.26)$$

$$X_{jj}^{kt} + Z_j^{\beta, k, t-1} - 1 \leq S_j^{\alpha, kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.27)$$

$$Z_j^{\beta, k, t-1} + Z_j^{\alpha, kt} - 1 \leq S_j^{\alpha, kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.28)$$

$$Y_{jj}^{kt} + X_{jj}^{kt} - 1 \leq S_j^{\beta, kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.29)$$

$$Y_{jj}^{kt} + Z_j^{\alpha, k, t-1} - 1 \leq S_j^{\beta, kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.30)$$

$$Z_j^{\alpha, k, t-1} + Z_j^{\beta, kt} - 1 \leq S_j^{\beta, kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.31)$$

$$R_j^{kt} \leq S_j^{R, kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.32)$$

$$S_j^{\alpha, kt} + S_j^{\beta, kt} + S_j^{R, kt} = S_j^{kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.33)$$

$$I_j^t, r_{ij}^{kt} \geq 0 \quad i \in \mathcal{F}, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.34)$$

$$I_l^t, q_{jl}^{kt} \geq 0 \quad l \in \mathcal{C}, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.35)$$

$$Y_{jj}^{kt}, S_j^{R,kt}, S_j^{\beta,kt}, S_j^{\alpha,kt}, R_j^{kt}, Z_j^{\beta,kt}, Z_j^{\alpha,kt}, W_j^{kt} \in \{0,1\} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.36)$$

$$S_j^{kt} \in \{0,1,2,3\} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.37)$$

$$X_{ij}^{kt} \in \{0,1\} \quad i \in \mathcal{F}, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.38)$$

$$X_{jj}^{kt} \in \{0,1\} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.39)$$

$$Y_{jl}^{kt} \in \{0,1\} \quad l \in \mathcal{C}, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.40)$$

$$y_{jl}^{kjt} \in \{0,1,2\} \quad l \in \mathcal{C}, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.41)$$

$$y_{uv}^{kjt} \in \{0,1\} \quad u, v \in \mathcal{C}, u < v, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}. \quad (2.42)$$

A função objetivo (2.1) minimiza o custo total, dado por seis termos: aluguel da frota, limpeza dos veículos, estoque de insumo nas plantas, estoque de produto final nos clientes e os custos de coleta e entrega. As restrições (2.2) limitam a disponibilidade de insumo, de acordo com os contratos pre-estabelecidos entre os fornecedores e as plantas. As restrições (2.3)–(2.4) garantem a conservação de fluxo, enquanto (2.5) definem os limites de estoque. As restrições (2.6) permitem no máximo uma coleta por planta por período, ao passo que as restrições (2.7) asseguram a política de estoque ML para  $\alpha$ . As restrições (2.8) garantem que a capacidade do veículo não seja excedida em cada coleta. A política ML para  $\beta$  é formulada por (2.9). As restrições (2.10) conectam as variáveis de visita com as quantidades transportadas. As restrições (2.11) garantem que a quantidade total transportada não exceda a capacidade do veículo, enquanto (2.12) evita entregas fracionadas. As restrições (2.13) e (2.14) estabelecem a conectividade dos vértices e proíbem a formação de sub-rotas, respectivamente, enquanto as restrições (2.15) conectam a coleta com a utilização do veículo. As restrições (2.16)–(2.33) formulam as decisões de aluguel e retorno da frota. Em particular, as restrições (2.16) e (2.17) exigem o aluguel de um veículo se uma coleta de  $\alpha$  e/ou uma entrega de  $\beta$  ocorre. As restrições (2.18) garantem que apenas veículos alugados podem ser devolvidos. As restrições (2.19) e (2.20) garantem que se um veículo permanece alugado, a sua conservação de aluguel é preservada. As restrições (2.21) definem as condições mutuamente exclusivas para um veículo ao fim do período  $t$ : contaminado com  $\alpha$ , contaminado com  $\beta$  ou devolvido para a locadora. No último caso, o veículo deve sofrer uma limpeza química. As restrições (2.22) e (2.23) preservam o fluxo de contaminação de  $\alpha$ , enquanto (2.24) e (2.25) preservam a contaminação de  $\beta$ . Já as restrições (2.26) garantem o fluxo de conservação dos veículos. As restrições (2.27) e (2.28) englobam todas as exigências de limpeza do veículo, a fim de habilitar uma coleta. Similarmente, as restrições (2.29)–(2.31) fazem o mesmo para as entregas, enquanto as restrições (2.32) garantem a ocorrência de uma limpeza caso o veículo seja devolvido. As restrições (2.33) indicam o número total de limpezas. Por fim, as restrições (2.34)–(2.42) definem o domínio das variáveis.

A política de estoque OU conecta as decisões de *quando* e *quanto* servir um cliente. Sempre que uma planta realiza uma entrega, a quantidade total enviada deve ser igual a disponibilidade do estoque do cliente:

$$\sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} q_{jl}^{kt} \geq U_l \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} Y_{jl}^{kt} - I_l^{t-1} \quad l \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (2.43)$$

Archetti, Bertazzi, Laporte et al. (2007), Bertazzi et al. (2019) e Coelho e Laporte (2014) apresentam um conjunto de desigualdades válidas para as variantes básicas do IRP. Essas desigualdades são adaptadas para o contexto do 2E-IRPFM, com o objetivo de fortalecer a formulação e melhorar a qualidade do seu limitante *dual*, da seguinte forma.

$$y_{jl}^{kjt} \leq 2Y_{jl}^{kt} \quad l \in \mathcal{C}, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.44)$$

$$y_{ul}^{kjt} \leq Y_{jl}^{kt} \quad u, l \in \mathcal{C}, u < l, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.45)$$

$$y_{lu}^{kjt} \leq Y_{jl}^{kt} \quad u, l \in \mathcal{C}, l < u, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.46)$$

$$Y_{jl}^{kt} \leq Y_{jj}^{kt} \quad l \in \mathcal{C}, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}. \quad (2.47)$$

As desigualdades (2.44) fortalecem a formulação quando um cliente  $l$  é atendido por uma rota direta pelo veículo  $k$  alugado pela planta  $j$  no período  $t$ . Analogamente, as desigualdades (2.45) e (2.46) representam o caso de múltiplos clientes servidos na mesma rota. As desigualdades (2.47) asseguram que o cliente  $l$  poderá ser atendido pelo veículo  $k$  que parte da planta  $j$  no período  $t$  somente se esse veículo for utilizado.

As desigualdades (2.48)–(2.50), adaptadas para o 2E-MDIRP por Guimarães et al. (2019), definem o número mínimo de entregas, a fim de evitar rupturas de estoque no cliente  $l$  no intervalo  $[t_1, t_2]$ . Os autores também formulam as desigualdades (2.51), que indicam o menor intervalo  $[t_1, t_2]$  no qual a planta  $j$  deve realizar uma coleta.

$$\sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=t_1}^{t_2} Y_{jl}^{kt} \geq \left\lceil \frac{\sum_{t=t_1}^{t_2} d_l^t - U_l}{\min\{Q, U_l\}} \right\rceil \quad l \in \mathcal{C}, t_1, t_2 \in \mathcal{T}, t_2 > t_1 \quad (2.48)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=t_1}^{t_2} Y_{jl}^{kt} \geq \frac{\sum_{t=t_1}^{t_2} d_l^t - I_l^{t_1-1}}{\min\{Q, U_l\}} \quad l \in \mathcal{C}, t_1, t_2 \in \mathcal{T}, t_2 > t_1 \quad (2.49)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=t_1}^{t_2} Y_{jl}^{kt} \geq \frac{\sum_{t=t_1}^{t_2} d_l^t - I_l^{t_1-1}}{\sum_{t=t_1}^{t_2} d_l^t} \quad l \in \mathcal{C}, t_1, t_2 \in \mathcal{T}, t_2 > t_1 \quad (2.50)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{F}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=t_1}^{t_2} X_{ij}^{kt} \geq \frac{\sum_{l \in \mathcal{C}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=t_1}^{t_2} (\varphi) q_{jl}^{kt} - I_j^{t_1-1}}{\min\{Q, U_j\}} \quad j \in \mathcal{P}, t_1, t_2 \in \mathcal{T}, t_2 > t_1. \quad (2.51)$$

Baseado nas características do 2E-IRPFM, é possível introduzir as seguintes desigualdades.

$$\frac{\sum_{l \in \mathcal{C}} \sum_{k \in \mathcal{K}} q_{jl}^{kt}}{Q} \leq \sum_{k \in \mathcal{K}} W_j^{kt} \quad j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T} \quad (2.52)$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} Y_{jj}^{kt} \leq \sum_{k \in \mathcal{K}} W_j^{kt} \quad j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T} \quad (2.53)$$

$$Y_{jj}^{kt} + X_{jj}^{kt} \leq W_j^{kt} + S_j^{\beta, kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}. \quad (2.54)$$

O lado esquerdo da desigualdade (2.52) expressa o número mínimo de veículos utilizados, com base na quantidade total transportada em  $t$ . Já o lado direito define o limitante inferior para o número de veículos alugados na planta. De modo equivalente, o limitante inferior também pode ser obtido de acordo com número de veículos agendados para as entregas, que partem de cada planta, como apresentado pelas desigualdades (2.53). Finalmente, as desigualdades (2.54) asseguram que se o veículo  $k$  está designado para uma coleta e uma entrega no período  $t$ , então este veículo deve ser alugado e uma limpeza deve ser efetuada neste período.

É conhecido da literatura que a regra de consumo de estoque *first-in, first-out* pode ser associada com uma solução ótima do IRP. Com base nisso, Desaulniers, Rakke e Coelho (2015) introduzem a seguinte notação. Seja  $I_l^{0,s} = \max \{0, I_l^0 - \sum_{t=1}^s d_l^t\}$  a quantidade remanescente do estoque inicial do cliente  $l$  no fim do período  $s \in \mathcal{T}$ . As demandas residuais ( $\bar{d}_l^s$ ) definem a demanda não atendida pelo estoque inicial e são descritas por:

$$\bar{d}_l^s = \begin{cases} \max \{0, d_l^1 - I_l^0\} & \text{se } s = 1 \\ \max \{0, d_l^s - I_l^{0,s-1}\} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \forall s \in \mathcal{T}. \quad (2.55)$$

Adicionalmente, Desaulniers, Rakke e Coelho (2015) combinam o nível máximo de estoque ( $U_l$ ), a demanda ( $d_l^s$ ) e a demanda residual ( $\bar{d}_l^s$ ) em  $s \in \mathcal{T}$  para cada cliente  $l$ , de modo a definir o seguinte conjunto  $P_{lt}^+$ , que contém todos os períodos em que uma sub-entrega de  $\beta$  para um cliente  $l$  no período  $t$  pode ser usada para satisfazer a demanda atual ou para ser estocada para atender demandas futuras.

$$P_{lt}^+ = \left\{ t | \bar{d}_l^t > 0 \right\} \cup \left\{ s > t | \bar{d}_l^s > 0 \text{ e } \sum_{t'=t}^{s-1} d_l^{t'} < U_l \right\} \cup \left\{ p+1 | \sum_{t'=t}^p d_l^{t'} < U_l \right\}. \quad (2.56)$$

Finalmente, seja  $P_{ls}^- = \{t \in \mathcal{T} | s \in P_{lt}^+\}$  o conjunto de períodos no qual uma entrega pode ser programada para satisfazer a demanda de  $l$  em  $s \in \mathcal{T}$ . Desaulniers,

Rakke e Coelho (2015) apresentam desigualdades válidas para o IRP, derivadas do número mínimo de sub-entregas por demanda, que são adaptadas para o 2E-IRPFM por:

$$\sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in P_{ls}^-} Y_{jl}^{kt} \geq 1, \quad l \in \mathcal{C}, s \in \mathcal{T}, \text{ com } P_{ls}^- \neq \emptyset. \quad (2.57)$$

Lefever (2018) formula um conjunto de desigualdades válidas para o IRP com transbordo. As desigualdades são úteis para limitar o número mínimo de rotas de entrega ao longo do horizonte de planejamento  $\mathcal{T}$  e podem ser facilmente adaptadas para o 2E-IRPFM, como:

$$\sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=1}^s Y_{jj}^{kt} \geq \left\lceil \frac{\sum_{l \in \mathcal{C}} \sum_{t=1}^s \bar{d}_l^t}{Q} \right\rceil, \quad s \in \mathcal{T}. \quad (2.58)$$

Para fortalecer a formulação da componente de gerenciamento de estoque do IRP, Lefever et al. (2018) usam as quantidades remanescentes para restringir os limitantes das variáveis contínuas  $I_l^t$  e  $q_{jl}^{kt}$ . Os limitantes podem ser definidos como segue.

$$I_l^t \geq I_l^{0,t}, \quad l \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} \quad (2.59)$$

$$q_{jl}^{kt} \leq U_l - I_l^{0,t}, \quad j \in \mathcal{P}, l \in \mathcal{C}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}. \quad (2.60)$$

### 2.3 ALGORITMO BRANCH-AND-CUT

Por conta de sua característica combinatorial, o número de subconjuntos necessários para gerar todas as Restrições de Eliminação de Sub-rotas (RES) em (2.14) é demasiadamente grande, o que torna o processo enumerativo pleno impraticável. Para superar essa limitação, essas restrições precisam ser geradas e adicionadas ao longo da otimização do problema. Nesta seção é apresentada uma abordagem exata para resolver o modelo da seção 2.2, onde as RES são adicionadas à árvore de busca, sempre que sub-rotas forem identificadas na solução corrente. Esta técnica é conhecida como *Branch-and-Cut* (B&C) e combina a clássica metodologia *Branch-and-Bound* (B&B) com algoritmos de planos de corte.

No início do processo de busca, todas as desigualdades válidas são geradas e adicionadas ao nó raiz da árvore do B&B. A cada nó resolvido pelo método B&B, um algoritmo de busca por RES violadas é então aplicado. O pacote CVRPSEP,

desenvolvido e disponibilizado por Lysgaard, Letchford e Eglese (2004), é usado para essa finalidade, que, ao identificar RES violadas, gera um conjunto de cortes e desigualdades válidas. Esse pacote possui uma coleção de funções capazes de fazer a separação de várias classes de cortes em algoritmos do tipo B&C. Nesse ponto, um novo subproblema é gerado pela ramificação de uma nova variável fracionária selecionada e o problema original é então re-otimizado a partir de um novo nó da árvore de busca. O processo é finalizado após um limite de tempo estabelecido ou ao término da exploração dos nós gerados pela árvore de busca. Um esquema para o algoritmo B&C é apresentado no **Algoritmo 1**.

---

**Algorithm 1** Pseudocódigo do algoritmo B&C proposto para o 2E-IRPFM

---

```

1: No nó raiz da árvore de busca, gerar (2.1)–(2.13), (2.15)–(2.42) e todas as desigualdades válidas
   (2.44)–(2.54), (2.57)–(2.60).
2: Resolver o problema relaxado de programação linear associado ao nó.
3: Critério de parada:
4: if Não existem mais nós para avaliar then
5:   Pare.
6: else
7:   Selecionar um novo nó da árvore B&B.
8: end if
9: while A solução do problema relaxado atual contém sub-rotas do
10:  Adicionar as RES associadas.
11:  Resolver o problema relaxado associado ao nó.
12: end while
13: if A solução do problema relaxado é inteira then
14:  Ir para o critério de parada.
15: else
16:  Escolher e ramificar uma variável fracionária.
17:  Ir para o critério de parada.
18: end if

```

---

## 2.4 MATEURÍSTICA

O 2E-IRPFM possui complexidade  $\mathcal{NP}$ -Hard, uma vez que generaliza o clássico problema de roteamento de veículos. Sendo assim, métodos exatos tradicionais, como algoritmos B&C, são capazes de resolver apenas problemas pequenos ou médios. Para abordar problemas grandes, uma abordagem mateurística é apresentada nesta seção, que combina técnicas de programação matemática com procedimentos de busca local. Mateurísticas são amplamente adotadas para resolver problemas de roteamento (ARCHETTI; SPERANZA, 2014). Em particular, Archetti, Boland e Speranza (2017) combinam técnicas de programação inteira com busca tabu para resolver o IRP com múltiplos veículos. Mais recentemente, Bertazzi et al. (2019) apresentam uma mateurística de três fases para abordar o IRP com múltiplos depósitos e entregas fracionadas.

A mateurística apresentada neste trabalho usa o mecanismo da *Adaptive Large Neighborhood Search* (ALNS) para resolver o 2E-IRPFM. Esse mecanismo é responsável por otimizar as rotas de entrega, enquanto as coletas de insumo, quantidades enviadas, gestão de frota e outras melhorias são determinadas de maneira exata por

subproblemas baseados em PIM. A mateurística proposta, chamada de Mat-ALNS, é uma adaptação da abordagem desenvolvida por Guimarães et al. (2019) para o 2E-MDIRP. A Mat-ALNS integra características adicionais do novo problema, especialmente as decisões de gestão de frota, além de introduzir novos métodos de busca baseados em técnicas de programação matemática.

#### 2.4.1 Mecanismo ALNS

A ALNS foi proposta por Pisinger e Ropke (2007) para resolver o problema de roteamento de veículos. No contexto dos problemas de roteirização e estoque, a ALNS tem sido aplicada com sucesso em diversas variantes: Aksen et al. (2014), Coelho, J.F. Cordeau e Laporte (2012a) Coelho, J.F. Cordeau e Laporte (2012b) e Guimarães et al. (2019). A Mat-ALNS proposta para o 2E-IRPFM aborda diretamente as rotas de entrega, enquanto as quantidades enviadas, coletas e decisões de frota são determinadas por subproblemas baseados em PIM.

O procedimento de busca segue o esquema geral proposto por Pisinger e Ropke (2007) e é dividido em  $\Delta$  segmentos. Dada uma solução, alguns clientes são inseridos, removidos e/ou permutados entre as rotas por operadores específicos em cada iteração. Cada operador  $i$  contém três atributos. O primeiro é o peso, dado por  $\omega_i$ , no qual os valores dependem do desempenho passado. O segundo atributo é o *score*, dado por  $\pi_i$ , que quantifica o efeito na solução quando o operador é aplicado. Este atributo é incrementado por  $\sigma_1$  se o operador encontra uma nova melhor solução, por  $\sigma_2$  se ele obtém uma solução melhor que a solução corrente, e por  $\sigma_3$  se a solução é pior que a solução corrente mas ainda é aceita de acordo a um critério de *Simulated Annealing* (SA). O terceiro e último atributo é  $\varsigma_{ij}$ , que indica o número de vezes que o operador  $i$  foi aplicado no último segmento  $j \in \Delta$ .

Seja  $s$  uma solução e  $s'$  uma solução vizinha obtida de  $s$ . A probabilidade de aceitação de  $s'$ , de acordo com o critério de SA, é  $e^{(z(s)-z(s'))/\tau}$ , onde  $z(\cdot)$  é o custo da solução e  $\tau > 0$  é a temperatura atual. A temperatura inicial, dada por  $\tau_{inicial}$ , é decrescida a cada iteração por um fator de resfriamento  $\phi$ , com  $0 < \phi < 1$ .

Na primeira iteração, todos os *scores* são iguais a zero e todos os pesos iguais a um. Um mecanismo da roleta controla a escolha dos operadores. Dado  $h$  operadores, o operador  $i$  é selecionado com probabilidade  $\omega_i / \sum_{j=1}^h \omega_j$ . Em cada segmento  $\Delta$ , se o operador foi escolhido, um fator de reação  $\eta \in [0, 1]$  é aplicado para equilibrar os pesos entre o desempenho atual e passado, de acordo com (2.61). Depois deste passo, todos os *scores* são redefinidos para zero.

$$\omega_i := \begin{cases} \omega_i & \text{se } \varsigma_{ij} = 0 \\ (1 - \eta)\omega_i + \eta\pi_i/\varsigma_{ij} & \text{se } \varsigma_{ij} \neq 0. \end{cases} \quad (2.61)$$

Uma solução vizinha  $s'$  é obtida quando um operador é selecionado e aplicado em  $s$ . A seguir são apresentados os operadores desenvolvidos para a Mat-ALNS.

1. **Remoção aleatória de  $\rho$  clientes:** Este operador remove aleatoriamente um cliente  $l$  servido pelo veículo  $k$  alugado pela planta  $j$  no período  $t$ . O operador é aplicado  $\rho$  vezes.
2. **Remoção dos  $\rho$  piores clientes:** Este operador determina a redução no custo de transporte de não visitar cada cliente atendido, de acordo com a desigualdade triangular. O operador é aplicado  $\rho$  vezes, de modo a remover, em cada aplicação, o cliente que fornece a maior redução de custo.
3. **Remoção de Shaw:** Este operador seleciona aleatoriamente um período  $t$ , uma planta  $j$ , um veículo  $k$  alugado por esta planta, e um cliente  $l$  servido por este veículo. O operador determina a distancia  $\min(c_{lu})$  para o cliente mais próximo  $u$  também servido pelo mesmo veículo e então remove todos os clientes com  $2 \times \min(c_{lu})$  de distância do cliente  $l$ .
4. **Remoção de um período:** Este operador aleatoriamente seleciona um período  $t$  e remove todas as entregas.
5. **Remoção de um veículo:** Este operador seleciona aleatoriamente um veículo alugado e remove todas as entregas de todas as plantas em todos os períodos realizadas por este veículo.
6. **Remoção de uma planta:** Este operador seleciona aleatoriamente uma planta  $j$  e remove todas as entregas de todos os veículos desta planta ao longo do horizonte de planejamento.
7. **Remoção dos  $\rho$  clientes mais distantes:** Este operador seleciona aleatoriamente um período  $t$ , uma planta  $j$  e um veículo alugado por esta planta e remove o cliente mais distante servido por este veículo, de acordo com a distância direta entre o cliente e a planta. O operador é aplicado  $\rho$  vezes.
8. **Remoção de visitas consecutivas:** A partir de  $t = 1$ , este operador remove a segunda visita de todos os clientes que são atendidos em dois períodos consecutivos.
9. **Remoção das  $\rho$  menores entregas residuais:** Este operador determina a entrega residual para todos os clientes servidos, dada por  $\frac{q_{jl}^{kt}}{U_l - I_l^{t-1}}$ , com  $q_{jl}^{kt} > 0$ , para cada  $l \in \mathcal{C}$  e remove o cliente com a menor entrega residual. Empates são decididos aleatoriamente. O operador é aplicado  $\rho$  vezes.

10. **Remoção dos  $\rho$  clientes mais visitados:** Este operador remove o cliente mais visitado ao longo do horizonte de planejamento. Empates são decididos aleatoriamente. O operador é aplicado  $\rho$  vezes.
11. **Inserção aleatória de  $\rho$  clientes:** Este operador seleciona aleatoriamente um período  $t$ , uma planta  $j$  e um veículo  $k$  alugado por esta planta e insere aleatoriamente um cliente  $l$  não atendido em  $t$ , de acordo com a regra de inserção mais econômica. O operador é aplicado  $\rho$  vezes.
12. **Inserção dos  $\rho$  melhores clientes:** Similar ao **Remoção dos  $\rho$  piores clientes**, este operador insere o cliente que fornece o menor acréscimo no custo de transporte. O operador é aplicado  $\rho$  vezes.
13. **Inserção na planta mais próxima:** Este operador seleciona aleatoriamente um período  $t$  e um cliente  $l$  não servido neste período e, de acordo com a regra de inserção mais econômica, insere  $l$  na rota da planta mais próxima. O operador é aplicado  $\rho$  vezes.
14. **Inserção de Shaw:** Este operador seleciona aleatoriamente um período  $t$  e um cliente  $l$  não servido em  $t$ . Então, o operador determina  $\min(c_{lv})$ , com  $v \in V''$ . Todos os clientes não servidos neste período distantes até  $2 \times \min(c_{lv})$  são inseridos em um veículo alugado em  $t$ , de acordo com a regra de inserção mais econômica. O operador é aplicado  $\rho$  vezes.
15. **Permutação de  $\rho$  clientes:** Este operador seleciona aleatoriamente dois clientes servidos por veículos diferentes e troca as suas designações. O operador é aplicado  $\rho$  vezes.
16. **Permutação inter-rotas de  $\rho$  clientes:** Este operador seleciona aleatoriamente dois clientes servidos pela mesma planta em diferentes veículos em um dado período  $t$  e troca as suas designações. A inserção segue a regra de inserção mais econômica. O operador é aplicado  $\rho$  vezes.
17. **Permutação intra-plantas de  $\rho$  clientes:** Este operador seleciona aleatoriamente dois clientes servidos por plantas diferentes em um dado período  $t$  e troca as suas designações. A inserção segue a regra de inserção mais econômica. O operador é aplicado  $\rho$  vezes.

#### 2.4.2 Subproblemas de Programação Inteira Mista

A Mat-ALNS explora as soluções obtidas de três subproblemas baseados em PIM. O primeiro subproblema fornece uma solução inicial para o 2E-IRPFM, que é posteriormente refinada pelos operadores da ALNS, por um procedimento de melhoria

de solução. Finalmente, após identificar os roteiros de entrega consolidados, aplica-se um procedimento geral de melhoria de rotas.

#### 2.4.2.1 Procedimento de Solução Inicial

O Procedimento de Solução Inicial (PSI) simplifica a formulação matemática do 2E-IRPFM. No PSI as decisões de roteirização são desconsideradas, isto é, as variáveis  $y$  são removidas da formulação e todas as entregas são programadas a partir de rotas diretas entre as plantas e os clientes, enquanto minimiza os custos das coletas, estoque e gestão de frota. Após isso, para cada planejamento das entregas, a sequência das visitas é determinada de maneira exata mediante otimização do Problema do Caixeiro Viajante (PCV) pelo algoritmo B&C proposto por Padberg e Rinaldi (1991). O PSI é formulado por:

$$\min \sum_{t \in \mathcal{T}} \left( \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} f_w W_j^{kt} + \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} f_s S_j^{kt} + \sum_{j \in \mathcal{P}} h_j I_j^t + \sum_{l \in \mathcal{C}} h_l I_l^t + \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{(i,j) \in \mathcal{E}'} 2c_{ij} X_{ij}^{kt} + \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{l \in \mathcal{C}} c_{jl} Y_{jl}^{kt} \right) \quad (2.62)$$

sujeito a (2.2)–(2.12), (2.15)–(2.40) e:

$$Y_{jj}^{kt} \leq \sum_{l \in \mathcal{C}} Y_{jl}^{kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}. \quad (2.63)$$

A função objetivo (2.62) minimiza os custos de gestão de frota (aluguel e limpeza), estoque, coleta e os custos aproximados de transporte ( $c_{jl}$ ), determinados como rotas diretas entre a planta  $j$  e o cliente  $l$ . As restrições (2.63) asseguram que cada veículo realiza uma rota de entrega apenas se algum cliente é servido no período. A política OU, dada por (2.43), e as desigualdades (2.47)–(2.54) e (2.57)–(2.60) também são válidas para o PSI. Após a otimização do PSI, o B&C de Padberg e Rinaldi (1991) é aplicado para resolver o PCV para cada veículo usado na solução.

#### 2.4.2.2 Procedimento de Melhoria de Solução

O Procedimento de Melhoria de Solução (PMS) desempenha um papel central no processo de otimização. O PMS completa a solução do 2E-IRPFM após cada iteração da Mat-ALNS, de modo a determinar a designação da frota, coletas e as quantidades a serem enviadas. O procedimento também pode refinar a solução mediante a remoção ou inserção de visitas aos clientes, replanejamento das coletas e troca de clientes entre rotas. O mecanismo de inserção incorporado ao PMS também pode ser útil para recuperar a factibilidade da solução, que pode ter sido comprometida pela aplicação de um operador da ALNS. Os parâmetros usados são apresentados a seguir.

- $a_{jl}^{kt}$ : custo de redução de transporte se o cliente  $l$  é removido do veículo  $k$  alugado pela planta  $j$  no período  $t$ , onde  $Y_{jl}^{kt} = 1$ . Este custo segue a regra de remoção mais econômica.
- $b_{jl}^{kt}$ : custo de transporte se o cliente  $l$  é inserido na rota do veículo  $k$  alugado pela planta  $j$  no período  $t$ , onde  $Y_{jl}^{kt} = 0$ . Este custo segue a regra de inserção mais econômica.
- $\psi_{jl}^{kt}$ : parâmetro binário igual a 1 se o cliente  $l$  é servido na rota atual do veículo  $k$  alugado pela planta  $j$  no período  $t$ , onde  $Y_{jl}^{kt} = 1$ , 0 caso contrário.

Cabe destacar que os custos são determinados antes de qualquer decisão de remoção ou inserção. Uma vez que depende da sequência da visita, valores reais são válidos apenas para um movimento e representam custos aproximados em casos de duas ou mais alterações. A formulação matemática do PMS preserva todas as variáveis de decisão do 2E-IRPFM, exceto as variáveis de rota  $y$ . Além disso, as variáveis de visita  $Y$  são substituídas por:

- $\delta_{jl}^{kt} = 1$  se o cliente  $l$  é removido da rota existente do veículo  $k$  alugado pela planta  $j$  no período  $t$ , com  $\psi_{jl}^{kt} = 1$ , e 0 caso contrário;
- $\omega_{jl}^{kt} = 1$  se o cliente  $l$  é inserido na rota do veículo  $k$  alugado pela planta  $j$  no período  $t$ , com  $\psi_{jl}^{kt} = 0$ , e 0 caso contrário.

O PMS é então formulado por:

$$\min \sum_{t \in \mathcal{T}} \left( \sum_{j \in \mathcal{P}} h_j I_j^t + \sum_{l \in \mathcal{C}} h_l I_l^t + \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{(i,j) \in \mathcal{E}'} 2c_{ij} X_{ij}^{kt} + \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \left[ f_w W_j^{kt} + f_s S_j^{kt} + \sum_{l \in \mathcal{C}} b_{jl}^{kt} \omega_{jl}^{kt} - \sum_{l \in \mathcal{C}} a_{jl}^{kt} \delta_{jl}^{kt} \right] \right) \quad (2.64)$$

sujeito a (2.2)–(2.9), (2.11), (2.15)–(2.39) e:

$$\omega_{jl}^{kt} \leq 1 - \psi_{jl}^{kt} \quad j \in \mathcal{P}, l \in \mathcal{C}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.65)$$

$$\delta_{jl}^{kt} \leq \psi_{jl}^{kt} \quad j \in \mathcal{P}, l \in \mathcal{C}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.66)$$

$$q_{jl}^{kt} \leq (\psi_{jl}^{kt} - \delta_{jl}^{kt} + \omega_{jl}^{kt}) U_l \quad j \in \mathcal{P}, l \in \mathcal{C}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.67)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} (\psi_{jl}^{kt} - \delta_{jl}^{kt} + \omega_{jl}^{kt}) \leq 1 \quad l \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} \quad (2.68)$$

$$\psi_{jl}^{kt} - \delta_{jl}^{kt} + \omega_{jl}^{kt} \leq Y_{jj}^{kt} \quad j \in \mathcal{P}, l \in \mathcal{C}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.69)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{l \in \mathcal{C}} (\delta_{jl}^{kt} + \omega_{jl}^{kt}) \leq G \quad k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (2.70)$$

$$\omega_{jl}^{kt}, \delta_{jl}^{kt} \in \{0, 1\} \quad j \in \mathcal{P}, l \in \mathcal{C}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}. \quad (2.71)$$

A função objetivo (2.64) minimiza os custos de estoque, coletas, gestão de frotas, remoção e inserção. As restrições (2.65) impedem a inserção de um cliente em uma rota que já serve ele, enquanto (2.66) garantem que um cliente pode apenas ser removido se ele é servido pela rota. As restrições (2.67) conectam as variáveis de remoção e inserção com as quantidades enviadas. As restrições (2.68) evitam entregas fracionadas, enquanto as restrições (2.69) asseguram que cada veículo realiza um rota de entrega apenas se algum cliente é servido no período. As restrições (2.70) limitam o número total de remoções e inserções por uma constante  $G \in \mathbb{Z}^+$ . Esta condição é válida apenas para as entregas. As coletas permanecem livres para serem otimizadas, o que representa uma abordagem menos restrita que a proposta por Guimarães et al. (2019). O domínio das novas variáveis de decisão é definido por (2.71).

O desempenho do PMS é fortemente dependente do parâmetro  $G$ . Quando  $G$  é pequeno, a factibilidade pode não ser recuperada quando um operador de remoção é aplicado na etapa da ALNS. Por outro lado, quando  $G$  é grande, as remoções e/ou inserções nas rotas podem não levar a nenhuma melhoria, devido aos custos aproximados de transporte. A Mat-ALNS considera um arranjo dinâmico para estabelecer um valor apropriado para  $G$ , detalhado na Seção 2.4.3.

A política OU é formulada pelas restrições (2.72).

$$q_{jl}^{kt} \geq (\psi_{jl}^{kt} - \delta_{jl}^{kt} + \omega_{jl}^{kt}) U_l - I_l^{t-1} \quad j \in \mathcal{P}, l \in \mathcal{C}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}. \quad (2.72)$$

Após o PMS, o B&C de Padberg e Rinaldi (1991) é aplicado para fornecer uma sequência ótima das visitas para cada rota existente.

#### 2.4.2.3 Procedimento de Melhoria Geral

Para superar a desvantagem decorrente dos custos aproximados de transporte, presentes nos subproblemas citados acima, esta seção introduz o Procedimento de Melhoria Geral (PMG). O PMG visa otimizar os custos de estoque e gestão de frota, enquanto realiza melhorias de roteirização com base em custos reais de transporte. Este procedimento é inédito e pode ser extremamente útil para outros problemas de roteirização.

O PMG pode aplicar qualquer modificação (remoção, inserção e/ou permutação) em todas as rotas existentes na solução atual, baseado em custos reais de transporte, o que difere o novo procedimento do PMS. Seja  $\mathcal{A}_{jkt}$  o conjunto de clientes  $l \in \mathcal{C}$  servidos pelo veículo  $k$  alugado pela planta  $j$  no período  $t$ , com  $Y_{jj}^{kt} = 1$ . Se  $\mathcal{A}_{jkt} = \emptyset$ , então não existem clientes servidos pelo veículo  $k$ , isto é,  $Y_{jj}^{kt} = 0$ . Considere também um

novo conjunto de arcos dado por  $\mathcal{E}_{jkt} \subseteq \mathcal{E}''$ , com  $\mathcal{E}_{jkt} = \{(u, v) : u, v \in \{j\} \cup \mathcal{A}_{jkt} \cup \mathcal{A}_{jkt}^c\}$ , no qual  $\mathcal{E}_{jkt}$  representa os arcos adjacentes à planta  $j$ , com  $\mathcal{A}_{jkt}^c = \mathcal{C} \setminus \mathcal{A}_{jkt}$  e  $|\mathcal{A}_{jkt}| > 0$ . Cabe destacar que  $\mathcal{A}_{jkt} \cup \mathcal{A}_{jkt}^c = \mathcal{C}$ .

Como as decisões de gestão de frota, fluxos de estoque, coletas e entregas são independentes, o PMG atua de maneira similar ao modelo do 2E-IRPFM, contudo em um espaço de busca mais restrito. No PMG, remoções, inserções e/ou permutações de clientes são possíveis apenas nas rotas existentes, o que evita que os clientes sejam atendidos por novas rotas. Adicionalmente, as variáveis  $q_{jl}^{kt}$ ,  $Y_{jl}^{kt}$  e  $y_{uv}^{kjt}$  são livres para serem otimizadas se e somente se as rotas associadas existem, onde  $(u, v) \in \mathcal{E}_{jkt}$  e  $|\mathcal{A}_{jkt}| > 0$ . Caso contrário,  $q_{jl}^{kt}$ ,  $Y_{jl}^{kt}$  e  $y_{uv}^{kjt}$  são definidas com o valor zero, onde  $(u, v) \in \mathcal{E}_{jkt}$  e  $\mathcal{A}_{jkt} = \emptyset$ . O restante da formulação do 2E-IRPFM não é afetada, com todas as outras variáveis de decisão livres para serem otimizadas.

Embora o PMG explore um espaço de busca menor que o original, mesmo assim pode ser difícil encontrar boas soluções em um tempo computacional aceitável. Para lidar com essa limitação, o número de movimentos (inserção, remoção e/ou permutação) em cada rota existente pode ser limitado com a inclusão de algumas restrições válidas. Sejam uma solução  $\bar{s}$  e um número inteiro positivo  $\mathcal{B}$ . As restrições a seguir, inspiradas das restrições do algoritmo *Local Branching* de Fischetti e Lodi (2003), limitam a região de busca e podem ser adicionadas ao PMG.

$$\sum_{l \in \mathcal{A}_{jkt}} (1 - Y_{jl}^{kt}) + \sum_{l \in \mathcal{A}_{jkt}^c} Y_{jl}^{kt} \leq \mathcal{B} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, |\mathcal{A}_{jkt}| > 0. \quad (2.73)$$

O lado esquerdo das restrições (2.73) computa o número de variáveis binárias que trocam de valor com relação a cada rota existente a partir da solução  $\bar{s}$ , ou de 1 para 0 ou de 0 para 1, respectivamente. O conjunto de soluções do 2E-IRPFM que satisfaz (2.73) define a  $\mathcal{B}$ -OPT vizinhança  $\mathcal{N}(\bar{s}, \mathcal{B})$  de  $\bar{s}$ . O tamanho de  $\mathcal{B}$  deve ser apropriadamente escolhido, tal que a vizinhança  $\mathcal{N}(\bar{s}, \mathcal{B})$  deva ser pequena o suficiente para ser completamente explorada em um tempo computacional razoável, mas suficientemente grande para maximizar a probabilidade de encontrar soluções melhores que  $\bar{s}$ . A política OU, dada por (2.43), e todas as desigualdades válidas (2.44)–(2.60) também são aplicáveis ao PMG.

A FIGURA 2 ilustra um exemplo de como o PMG atua. A FIGURA 2a exemplifica uma solução no qual os conjuntos  $\mathcal{A}_{11t} = \{1, 2, 3\}$ ,  $\mathcal{A}_{21t} = \{7, 8, 9\}$  e  $\mathcal{A}_{22t} = \{5, 6\}$  representam todos os clientes servidos pelo veículo  $k = 1$  alugado pela planta  $j = 1$  e os veículos  $k = 1$  e  $k = 2$  da planta  $j = 2$ , respectivamente. Com  $\mathcal{B} = 2$ , por exemplo, o PMG é capaz de realizar até duas modificações em cada rota. Como mostrado na FIGURA 2b, o cliente não atendido  $l = 4$  e também o cliente  $l = 5$  que era servido

por  $k = 2$  da planta  $j = 2$  são inseridos na rota de  $k = 1$  da planta  $j = 1$ . Esta última inserção remove  $l = 5$  do veículo  $k = 2$ . Como o cliente  $l = 6$  é inserido na rota de  $k = 1$ , estas duas remoções esvaziam o roteiro de entregas do veículo  $k = 2$ , enquanto a remoção de  $l = 8$  conduz a uma inserção e uma remoção no veículo  $k = 1$  da planta  $j = 2$ . Finalmente,  $\mathcal{A}_{11t} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  e  $\mathcal{A}_{21t} = \{6, 7, 9\}$  são os novos conjuntos de clientes servidos em  $t$ , enquanto os outros conjuntos são da forma  $\mathcal{A}_{jkt} = \emptyset$ .

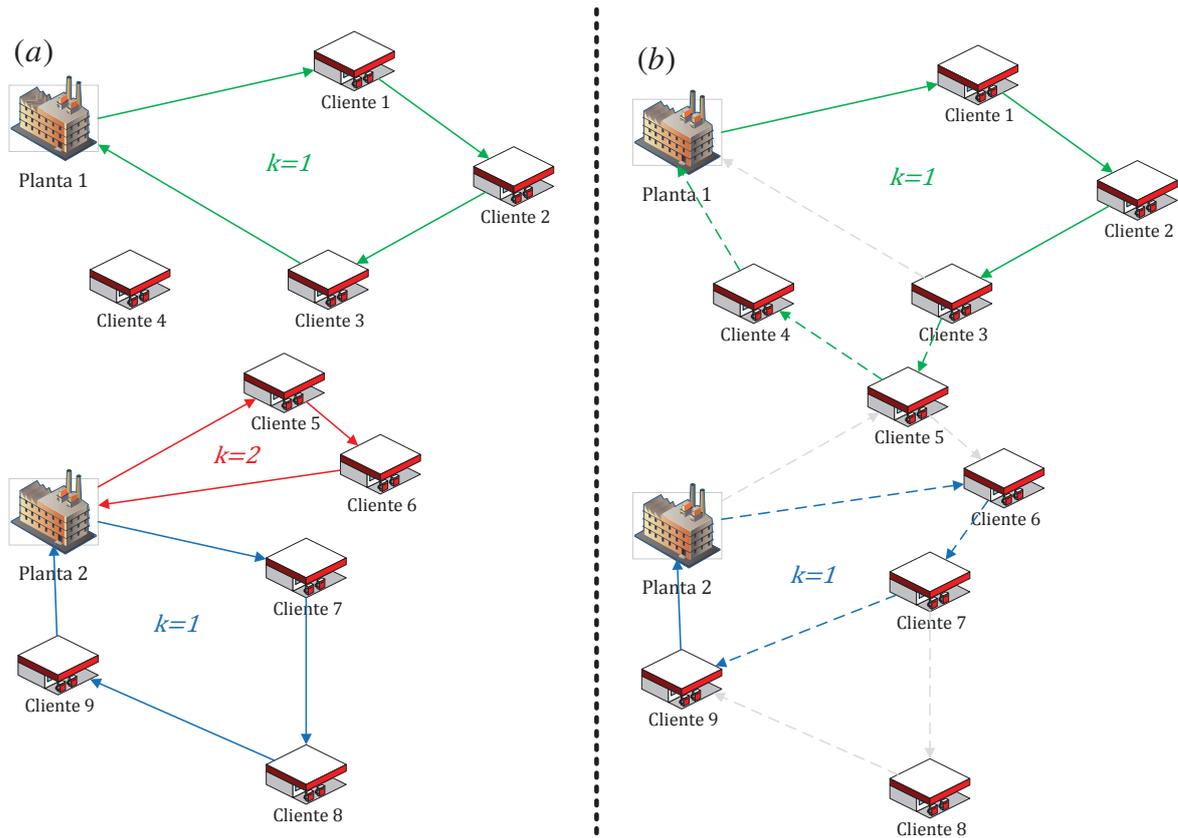


FIGURA 2 – EXEMPLO DO PROCEDIMENTO GERAL DE MELHORIA, ANTES (a) E DEPOIS (b) DAS MODIFICAÇÕES

FONTE: O autor (2019).

### 2.4.3 Estrutura geral da Mat-ALNS

A Mat-ALNS parte do PSI e da otimização de todos os PCVs associados, obtendo uma solução inicial completa  $s_{ini}$  para o 2E-IRPFM. Quando um operador do mecanismo da ALNS é aplicado em uma dada solução  $s$  ( $s_{ini}$  na primeira iteração), uma solução vizinha  $s'$  é obtida pela solução do PMS. Inicialmente define-se  $G = n + m$ , onde  $n = |\mathcal{P}|$  e  $m = |\mathcal{C}|$ , o que permite recuperar a factibilidade caso ela seja deteriorada por um operador de remoção. Enquanto  $z(s') < z(s)$ ,  $G$  é decrementado por uma unidade até atingir  $G = 1$  e o PMS é resolvido depois de cada iteração da ALNS. Caso contrário, se  $z(s') \leq (1 + \epsilon)z(s)$ , onde  $\epsilon \sim U[0.05, 0.15]$ , aceita-se  $s'$  como uma nova solução

corrente. Então, define-se  $G = \max\{\xi * (n + m), 1\}$ , com  $\xi \sim U[0.1, 0.2]$  e o PMS é novamente otimizado. Depois disso, todas as rotas individuais são otimizadas pela solução dos PVCs associados.

Todas as rotas são identificadas a cada nova melhor solução  $s_{melhor}$  encontrada. Após isso,  $s'''$  é obtida da solução do PMG. Devido ao tamanho crítico da vizinhança  $\mathcal{B}$ , a solução vizinha é aceita apenas se  $z(s''') < z(s_{melhor})$ . A Mat-ALNS é executada apenas por 1.000 iterações, dada a complexidade dos subproblemas PMS e PMG. Para esse número de iterações, define-se  $\tau_{inicial} = 8000$  e  $\phi = 0.989$ . Os *scores* são atualizados com  $\sigma_1 = 10$ ,  $\sigma_2 = 5$  e  $\sigma_3 = 2$  e o fator de reação é dado por  $\eta = 0.8$ . Define-se também  $\Delta = 20$ , quando os pesos são atualizados, os *scores* são definidos para zero e o valor de  $\epsilon$  é novamente gerado. Um pseudocódigo da mateurística é fornecido no **Algoritmo 2**.

## 2.5 ABORDAGEM HÍBRIDA EXATA

Testes preliminares mostraram que o algoritmo B&C é muito efetivo para resolver problemas pequenos. Já em problemas médios ou grandes, a qualidade do limitante superior se deteriora dramaticamente, o que era esperado de um método exato tradicional. Por outro lado, a Mat-ALNS é robusta o suficiente para encontrar bons limitantes superior em um tempo computacional relativamente baixo, mesmo para problemas grandes. Com base nisso, propõe-se uma hibridização entre os dois métodos propostos para o 2E-IRPFM, chamada de H-B&C, a fim de permitir que o algoritmo B&C logre dos benefícios das boas soluções da Mat-ALNS e vice-versa.

A partir de técnicas de computação paralelizada, o H-B&C é processado em duas frentes distintas. Uma frente processa o B&C da Seção 2.3 e a outra frente executa a Mat-ALNS descrita no **Algoritmo 2**. Sempre que uma nova melhor solução é encontrada pela frente Mat-ALNS (B&C), esta solução é imediatamente fornecida para o B&C (Mat-ALNS). Esta estratégia é usada para fornecer limitantes superior melhores para o B&C, especialmente em problemas grandes. Dado que a solução ótima é alcançada, o critério de parada do B&C evita a perda de tempo na exploração de novas vizinhanças geradas pela Mat-ALNS, especialmente em problemas pequenos e médios. A abordagem H-B&C é executada por um tempo limite ou até que a otimalidade do problema seja alcançada, o que caracteriza a abordagem híbrida como um procedimento exato. A FIGURA 3 ilustra a dinâmica da H-B&C proposta para o 2E-IRPFM.

---

**Algorithm 2** Pseudocódigo da Mat-ALNS
 

---

```

1: Inicializar os pesos para 1 e os scores para 0 para todos os operadores;
2: Resolver o PSI e todos os PCVs associados, obtendo a solução  $s_{ini}$ ;
3:  $s_{melhor} \leftarrow s \leftarrow s_{ini}$ ;  $\tau \leftarrow \tau_{inicial}$ ;  $iter = 0$ ; Gerar  $\epsilon$ ;
4: while  $\tau \geq 0.01$  e  $iter \leq 1,000$  do
5:   Selecionar e aplicar um operador  $i$  em  $s$ ; Definir  $G = n + m$ ;
6:   Resolver o PMS e todos os PCVs associados, obtendo  $s'$ ;
7:   if  $z(s') < z(s)$  then
8:      $s \leftarrow s'$ ;
9:     Definir  $G = \max\{G - 1, 1\}$ ;
10:    Resolver o PMS e todos os PCVs associados, obtendo  $s''$ ;
11:    if  $z(s'') < z(s)$  then
12:       $s \leftarrow s''$  e siga para o passo (9);
13:    else
14:      if  $z(s'') \leq (1 + \epsilon)z(s)$  then
15:        Definir  $G = \max\{\xi * (n + m), 1\}$  e siga para o passo (10);
16:      end if
17:    end if
18:    if  $z(s) < z(s_{melhor})$  then
19:       $s_{melhor} \leftarrow s$ ;
20:       $\pi_i \leftarrow \pi_i + \sigma_1$ ;
21:      Resolver o PMG, obtendo  $s'''$ ;
22:      if  $z(s''') < z(s_{melhor})$  then
23:         $s_{melhor} \leftarrow s \leftarrow s'''$ ;
24:      end if
25:      Siga para o passo (9);
26:    else
27:       $\pi_i \leftarrow \pi_i + \sigma_2$ ;
28:      if  $z(s'') \leq (1 + \epsilon)z(s_{melhor})$  then
29:        Definir  $G = \max\{\xi * (n + m), 1\}$  siga para o passo (10);
30:      end if
31:    end if
32:    else
33:      if  $e^{(z(s)-z(s'))/\tau} > \Theta$ , onde  $\Theta \sim U[0, 1]$  then
34:         $s \leftarrow s'$ ;
35:         $\pi_i \leftarrow \pi_i + \sigma_3$ ;
36:      end if
37:    end if
38:    if  $(iter \bmod \Delta) = 0$  then
39:      Gerar  $\epsilon$ , atualizar os pesos de todos os operadores e redefinir os scores;
40:       $s \leftarrow s_{melhor}$ ;
41:    end if
42:     $iter \leftarrow iter + 1$ ;
43:     $\tau \leftarrow \phi\tau$ ;
44:  end while
45: return  $s_{melhor}$ ;

```

---

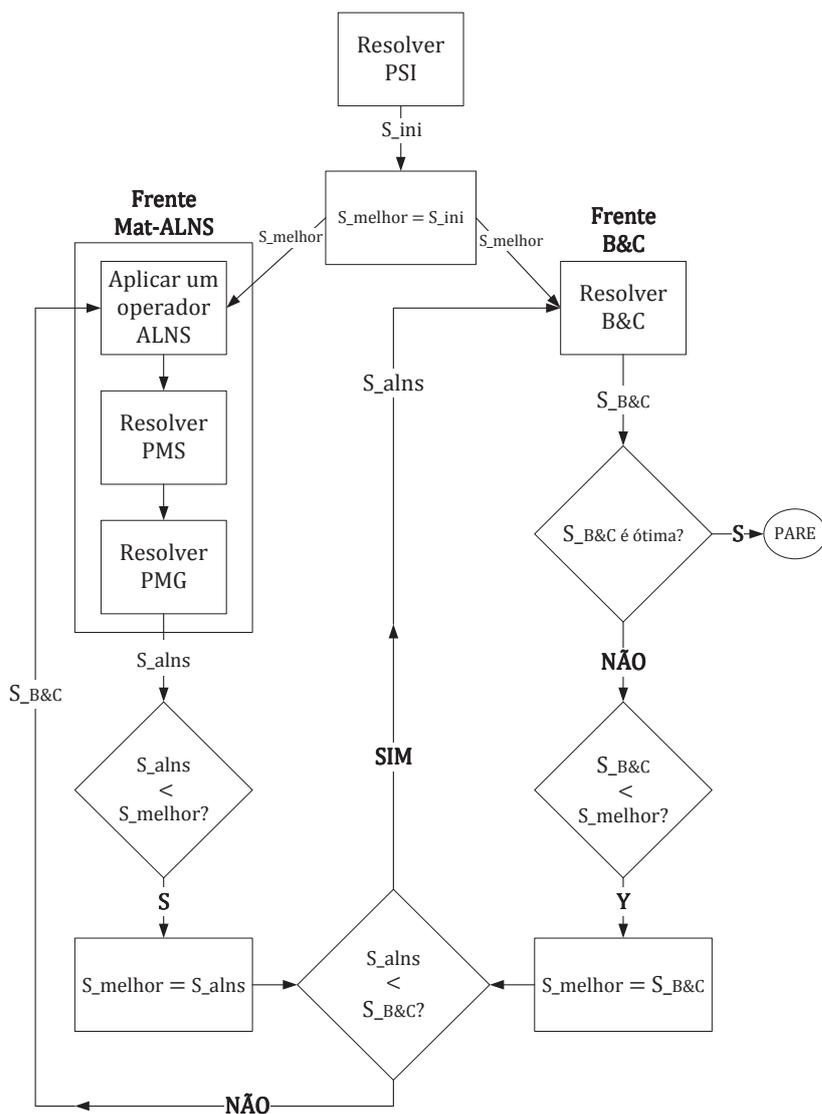


FIGURA 3 – ESQUEMA DO ALGORITMO HÍBRIDO H-B&C  
 FONTE: O autor (2019).

## 2.6 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Todos os algoritmos foram implementados em linguagem de programação C++, executados em processadores Intel(R) Xeon(R) de 2.60GHz com até 16 GB de RAM e sistema operacional CentOS Linux. Os problemas foram resolvidos pelo Gurobi 8.1.0 e ambos B&C e Mat-ALNS foram processados em seis *threads*. Após testes preliminares com a abordagem híbrida H-B&C, definiu-se quatro *threads* para a frente B&C e dois *threads* para a frente Mat-ALNS. O PSI e o PMS foram executados até o ótimo ser alcançado, enquanto um limite de tempo de 200 segundos foi adotado para o PMG. Um tempo limite total de 7.200 segundos foi adotado para todos os experimentos.

### 2.6.1 Resultados gerais para o 2E-IRPFM

Os conjuntos de testes foram adaptados dos dados propostos por Guimarães et al. (2019) para o 2E-MDIRP. Quatro configurações são consideradas: um fornecedor e uma planta, dois fornecedores e duas plantas, dois fornecedores e três plantas e três fornecedores e duas plantas. O número de clientes varia de 5 à 50. Os custos de estoque e o horizonte de planejamento compõem quatro grupos: baixo custo de estoque com três (absH3baixo) e seis (absH6baixo) períodos e alto custo de estoque com três (absH3alto) e seis (absH6alto) períodos. Para gerar uma variedade de cenários de custos de limpeza e aluguel foram criados quatro grupos adicionais: Baixo Aluguel e Baixa Limpeza (BA-BL), Baixo Aluguel e Alta Limpeza (BA-AL), Alto Aluguel e Baixa Limpeza (AA-BL) e Alto Aluguel e Alta Limpeza (AA-AL). Um total de 256 conjuntos de testes foram gerados. Devido à topologia de múltiplos veículos do 2E-IRPFM, foram considerados apenas os dados com três veículos do 2E-MDIRP, com os veículos disponibilizados na locadora no início do horizonte de planejamento. Os parâmetros são calculados como a seguir.

- Alto custo de aluguel:  $f_w = \lceil \Omega Q \rceil$ , onde  $\Omega \sim U[0.4, 0.6]$
- Baixo custo de aluguel:  $f_w = \lceil \Omega Q \rceil$ , onde  $\Omega \sim U[0.2, 0.3]$
- Alto custo de limpeza:  $f_s = \lceil \Omega Q \rceil$ , onde  $\Omega \sim U[0.3, 0.5]$
- Baixo custo de limpeza:  $f_s = \lceil \Omega Q \rceil$ , onde  $\Omega \sim U[0.1, 0.2]$

Inicialmente são apresentados os resultados obtidos com as abordagens exatas. A TABELA 1 mostra uma comparação entre o B&C e a H-B&C para as políticas ML e OU. Em cada linha da tabela existem 16 conjuntos de teste, com quatro combinações (absH3baixo, absH6baixo, absH3alto, absH6alto) em cada grupo de custo de gestão de frota (BA-BL, BA-AL, AA-BL, AA-AL). As três primeiras colunas descrevem a estrutura da cadeia de suprimentos, onde  $|\mathcal{C}|$ ,  $|\mathcal{P}|$  e  $|\mathcal{F}|$  representam o número de clientes, plantas

e fornecedores, respectivamente. Para cada método considerado, as colunas **OT** e **SF** exibem o número de soluções ótimas e factíveis encontradas. A Coluna  $\overline{LI}$  apresenta a média do Limitante Inferior, enquanto  $\overline{T(s)}$  indica a média do tempo de execução.

Devido à complexidade do 2E-IRPFM, o desempenho das abordagens exatas claramente se deteriora quanto mais complexa se torna a cadeia de suprimentos, especialmente para a política OU. A abordagem H-B&C encontra solução factível em todos os experimentos, uma vez que obtém uma solução inicial da frente Mat-ALNS. Além disso, a H-B&C obteve três soluções ótimas a mais que o B&C para a política ML. Os resultados gerais não comprometem a qualidade do LI, o que enaltece a combinação dos métodos B&C e Mat-ALNS. Entre os 512 experimentos avaliados nas duas políticas, a H-B&C obteve 212 soluções melhores que o B&C, com 300 empates.

TABELA 1 – COMPARAÇÃO ENTRE B&C E H-B&C NOS DADOS DO 2E-IRPFM

C	P	F	ML						OU							
			B&C			H-B&C			B&C			H-B&C				
			OT	SF	$\overline{LI}$	$\overline{T(s)}$	OT	$\overline{LI}$	$\overline{T(s)}$	OT	SF	$\overline{LI}$	$\overline{T(s)}$	OT	$\overline{LI}$	$\overline{T(s)}$
5	1	1	16	16	4423,4	0,9	16	4423,4	3,4	16	16	4672,8	1,6	16	4672,8	4,7
	2	2	16	16	4383,5	375,2	16	4383,5	313,1	16	16	4719,0	363,6	16	4719,0	210,9
	2	3	16	16	4343,1	225,7	16	4343,1	417,2	16	16	4679,7	232,1	16	4679,7	233,3
	3	2	14	16	4151,9	1628,4	16	4191,3	1359,1	15	16	4464,8	1276,4	16	4495,1	1024,2
10	1	1	16	16	6128,4	5,9	16	6128,4	10,0	16	16	6460,1	12,8	16	6460,1	23,6
	2	2	8	16	5959,7	3823,2	8	5901,6	3731,6	8	16	6268,0	3812,1	8	6237,0	3857,2
	2	3	8	16	5942,3	3689,3	8	5861,1	3712,1	8	16	6202,9	3773,0	8	6192,5	3814,9
	3	2	8	16	5646,0	3997,0	8	5650,8	4044,8	8	16	5966,7	3733,5	8	5989,5	3693,4
25	1	1	16	16	7898,8	128,9	16	7898,8	144,2	16	16	8635,7	479,2	16	8635,7	633,7
	2	2	8	16	6932,5	4613,3	8	6962,5	4817,4	3	16	7433,2	6803,7	2	7469,8	6966,9
	2	3	8	16	6940,5	4422,6	8	6938,3	4678,1	3	16	7425,5	6668,5	3	7474,6	6816,3
	3	2	4	13	6909,5	6536,3	5	6913,1	6534,9	0	13	7368,5	7200,0	0	7404,9	7200,0
50	1	1	7	16	13239,4	5271,1	7	13317,1	5469,1	0	16	13915,2	7200,0	0	14305,4	7200,0
	2	2	0	8	10923,4	7200,0	0	10964,5	7200,0	0	11	11549,5	7200,0	0	11750,3	7200,0
	2	3	0	8	10771,6	7200,0	0	10921,2	7200,0	0	9	11455,2	7200,0	0	11664,6	7200,0
	3	2	0	8	10891,9	7200,0	0	10928,2	7200,0	0	6	11886,8	7200,0	0	11978,0	7200,0
<b>Total</b>			<b>145</b>	<b>229</b>			<b>148</b>			<b>125</b>	<b>231</b>			<b>125</b>		
<b>Média</b>					<b>7217,9</b>	<b>3519,9</b>		<b>7232,9</b>	<b>3552,2</b>			<b>7694,0</b>	<b>3947,3</b>		<b>7758,1</b>	<b>3954,9</b>

FONTE: O autor (2019).

O desempenho dos métodos exatos também foi analisado nos casos em que o B&C obteve solução. A TABELA 2 possui até 32 conjuntos de testes em cada estrutura da cadeia de suprimentos, com um total de 128 experimentos por linha (64 ML e 64 OU). Na tabela,  $\overline{Z}$ ,  $\overline{GAP}$  e  $\overline{T(s)}$  representam, respectivamente, a média da função objetivo, a média dos *gaps* e a média dos tempos de execução. A abordagem H-B&C gerou limitantes mais justos (menor  $\overline{GAP}$ ), em um tempo computacional equivalente.

A TABELA 3 apresenta os resultados médios obtidos com os métodos Mat-ALNS e H-B&C para os 64 conjuntos de testes em cada política. Com a vantagem da frente do B&C, o H-B&C foi capaz de resolver os problemas pequenos em um tempo computacional muito menor. Os valores do limitantes superior foram equivalentes, o que mostra a qualidade do método mateurístico. Com base em ambas as políticas, cabe destacar que a H-B&C obteve soluções melhores em 54 experimentos, contra 45 da Mat-ALNS. Já quando todos os métodos são considerados, a H-B&C alcançou a

TABELA 2 – RESULTADOS MÉDIOS PARA OS MÉTODOS EXATOS B&amp;C E H-B&amp;C NOS DADOS DO 2E-IRPFM, ONDE B&amp;C OBTEVE SOLUÇÃO

C	SF	B&C			H-B&C		
		$\bar{Z}$	$GAP$	$T(s)$	$\bar{Z}$	$GAP$	$T(s)$
5	128	4488,5	0,2	513,0	4488,5	0,0	445,7
10	128	6520,2	5,3	2855,8	6476,8	5,1	2860,9
25	122	9138,3	12,5	4587,4	8253,3	8,2	4704,7
50	82	12092,9	20,3	6958,9	10583,1	8,0	6983,6
<b>Média</b>		<b>8060,0</b>	<b>9,6</b>	<b>3728,8</b>	<b>7450,4</b>	<b>5,3</b>	<b>3748,8</b>

FONTE: O autor (2019).

melhor solução em 467 casos, contra 458 da Mat-ALNS e 300 do B&C. Além disso, a H-B&C obteve a exclusividade em 51 soluções melhores, seis a mais que a Mat-ALNS.

TABELA 3 – COMPARAÇÃO ENTRE A Mat-ALNS E O H-B&amp;C NOS DADOS DO 2E-IRPFM

C	ML				OU			
	Math-ALNS		H-B&C		Math-ALNS		H-B&C	
	$\bar{Z}$	$T(s)$	$\bar{Z}$	$T(s)$	$\bar{Z}$	$T(s)$	$\bar{Z}$	$T(s)$
5	4335,4	2144,6	4335,4	523,2	4641,6	1807,3	4641,6	368,3
10	6262,2	2771,7	6263,2	2874,6	6690,3	2860,6	6690,5	2847,2
25	8081,4	2873,6	8079,0	4043,6	8852,1	3108,1	8860,1	5404,2
50	12861,3	4388,6	12882,8	6767,3	14289,9	4674,3	14298,4	7200,0
<b>Média</b>	<b>7885,1</b>	<b>3044,6</b>	<b>7890,1</b>	<b>3552,2</b>	<b>8618,5</b>	<b>3112,6</b>	<b>8622,7</b>	<b>3954,9</b>

FONTE: O autor (2019).

Uma vez que a abordagem H-B&C e a Mat-ALNS alcançaram resultados similares, sem existir uma dominância clara, a partir de agora todas as análises do 2E-IRPFM serão realizadas com base na melhor solução obtida, sem distinção do método.

### 2.6.2 Análise de custo para o 2E-IRPFM

Agora é avaliado o impacto da escolha de cada uma das políticas de estoque da perspectiva do custo total. Como mostrado na TABELA 4, a imposição da política OU nas entregas aumenta o custo médio total em quase 8,6% e seu impacto é maior em estruturas mais complexas da cadeia de suprimentos. Esses resultados são consistentes com as conclusões obtidas para o IRP básico por Archetti, Bertazzi, Laporte et al. (2007), para o IRP com múltiplos veículos por Coelho, J.F. Cordeau e Laporte (2012a), para o IRP com transbordo por Coelho, J.F. Cordeau e Laporte (2012b) e para o 2E-MDIRP por Guimarães et al. (2019).

As TABELAS 5 e 6 possibilitam avaliar o efeito da complexidade da cadeia de suprimentos nos custos médios. Para a política ML, é interessante observar que os custos de limpeza são menos representativos em um sistema mais complexo, com mais plantas e fornecedores. Isto é justificado pelo fato que as entregas podem ser

TABELA 4 – COMPARAÇÃO ENTRE AS POLÍTICAS DE ESTOQUE COM BASE NAS MELHORES SOLUÇÕES OBTIDAS PARA O 2E-IRPFM

$ C $	ML	OU	$\Delta\%OU$
5	4335,4	4641,6	7,1
10	6262,2	6688,6	6,8
15	8070,0	8846,2	9,6
50	12851,1	14257,3	11,0
<b>Média</b>	<b>7879,7</b>	<b>8608,5</b>	<b>8,6</b>

FONTE: O autor (2019).

melhor coordenadas entre as diferentes plantas, de modo a reduzir a necessidade de limpeza dos veículos. Outro ponto interessante é que a parcela dos custos de aluguel não muda entre as políticas, enquanto os custos de limpeza não são influenciados pela complexidade do sistema. Este fato pode ser explicado pela perda de flexibilidade das entregas quando a política de estoque é mais rigorosa.

TABELA 5 – CUSTO DE GESTÃO DE FROTA COMO PERCENTUAL DO CUSTO TOTAL PARA A POLÍTICA ML

$ C $	$ P $	$ F $	Custo de Aluguel %				Custo de Limpeza %			
			BA-BL	BA-AL	AA-BL	AA-AL	BA-BL	BA-AL	AA-BL	AA-AL
5	1	1	5,2	7,2	10,7	10,1	3,4	3,3	3,1	6,6
	2	2	6,0	7,0	11,1	11,5	1,6	2,8	1,5	3,4
	2	3	6,1	6,5	10,6	11,2	2,1	3,5	2,0	3,3
	3	2	6,5	8,7	13,1	12,6	4,0	3,6	3,7	6,2
10	1	1	10,2	12,0	19,0	19,2	3,1	4,6	2,7	5,3
	2	2	8,9	10,7	15,8	15,3	2,4	2,6	2,6	4,5
	2	3	9,0	11,0	16,1	15,6	2,4	2,6	2,8	4,0
	3	2	8,6	10,1	15,6	15,5	2,8	3,1	3,0	3,6
25	1	1	13,9	15,7	24,9	22,4	7,8	7,9	6,8	11,7
	2	2	12,7	19,9	21,9	20,4	6,4	2,9	6,1	7,5
	2	3	13,8	17,3	22,4	19,6	4,7	4,7	6,1	6,9
	3	2	12,6	16,9	21,3	21,5	4,9	4,6	5,2	6,7
50	1	1	19,9	25,1	30,7	26,3	9,2	10,5	7,9	19,5
	2	2	19,5	21,1	31,7	30,5	6,3	6,2	5,3	6,4
	2	3	19,2	19,7	33,2	31,9	5,5	7,0	6,0	6,7
	3	2	19,6	20,2	32,7	31,7	2,9	4,9	2,5	5,3
<b>Média</b>			<b>12,0</b>	<b>14,3</b>	<b>20,7</b>	<b>19,7</b>	<b>4,3</b>	<b>4,7</b>	<b>4,2</b>	<b>6,7</b>

FONTE: O autor (2019).

A TABELA 7 mostra uma análise de sensibilidade quando os custos de aluguel e limpeza mudam, com relação ao caso BA-BL. O custo total aumenta 4,5% (ML) e 4,9% (OU) na média, quando os custos de limpeza mudam de baixo para alto. Devido à maior coordenação, é relevante mencionar que a complexidade do sistema pode mitigar esta variação, especialmente quando os problemas são grandes. Para ambas as políticas, o custo total aumenta cerca de 12% quando os custos de aluguel variam de baixo para alto e mais de 18% quando ambos os custos de aluguel e limpeza são altos.

TABELA 6 – CUSTO DE GESTÃO DE FROTA COMO PERCENTUAL DO CUSTO TOTAL PARA A POLÍTICA OU

C	P	F	Custo de Aluguel %				Custo de Limpeza %			
			BA-BL	BA-AL	AA-BL	AA-AL	BA-BL	BA-AL	AA-BL	AA-AL
5	1	1	6,0	7,7	12,4	11,9	2,1	3,2	2,0	5,8
	2	2	5,8	7,9	10,1	11,5	2,7	2,8	2,6	4,4
	2	3	6,5	7,6	9,7	11,1	2,0	3,2	2,7	3,6
	3	2	7,1	10,1	13,5	12,1	3,7	3,4	3,2	6,1
10	1	1	9,7	11,3	18,2	18,3	3,2	5,2	2,9	6,5
	2	2	8,7	10,6	15,5	15,6	2,7	3,0	3,0	4,6
	2	3	9,0	10,4	16,4	16,4	3,4	2,8	3,1	4,7
	3	2	8,7	11,1	15,6	15,6	3,5	3,3	3,1	6,2
25	1	1	14,8	17,0	24,4	22,4	5,7	7,2	4,5	12,4
	2	2	11,9	16,6	22,0	21,8	6,6	5,6	5,3	7,1
	2	3	12,5	14,9	21,6	20,4	6,2	4,8	5,3	8,0
	3	2	12,7	15,9	22,5	21,9	5,4	4,2	5,2	6,8
50	1	1	22,5	24,6	32,0	29,0	5,6	9,7	4,8	12,2
	2	2	17,8	20,6	29,0	28,3	5,2	6,6	4,7	9,0
	2	3	17,8	21,1	30,4	29,7	6,3	7,1	5,7	8,4
	3	2	18,2	20,5	30,6	29,7	5,1	4,9	4,5	7,8
<b>Média</b>			<b>11,9</b>	<b>14,2</b>	<b>20,2</b>	<b>19,7</b>	<b>4,3</b>	<b>4,8</b>	<b>3,9</b>	<b>7,1</b>

FONTE: O autor (2019).

TABELA 7 – COMPARAÇÃO DOS CUSTOS DE GESTÃO DE FROTA

C	P	F	ML				OU			
			BA-BL	$\Delta\%AL$	$\Delta\%AA$	$\Delta\%AA-AL$	BA-BL	$\Delta\%AL$	$\Delta\%AA$	$\Delta\%AA-AL$
5	1	1	4168,7	3,8	7,2	13,4	4395,2	3,1	8,8	13,4
	2	2	4197,9	2,6	6,1	9,0	4508,8	2,6	6,0	10,0
	2	3	4171,2	2,4	5,7	8,3	4482,2	2,5	5,8	9,3
	3	2	3941,8	3,1	8,9	13,3	4217,0	3,1	9,4	13,9
10	1	1	5693,8	3,9	10,5	16,0	6004,0	4,4	10,0	15,9
	2	2	5857,7	3,3	9,6	13,7	6282,0	3,0	9,2	13,6
	2	3	5841,1	2,6	9,7	13,2	6289,7	2,3	9,4	13,2
	3	2	6105,9	2,8	8,6	11,9	6519,1	3,2	8,6	13,1
25	1	1	6951,7	9,1	16,1	29,3	7654,7	7,1	16,8	27,4
	2	2	7201,8	3,9	13,7	21,0	7892,0	5,9	14,0	21,6
	2	3	7346,2	3,6	11,2	17,7	7941,4	5,1	12,5	18,3
	3	2	7862,4	4,0	12,2	18,3	8600,8	4,0	13,6	18,8
50	1	1	11473,9	13,3	16,3	37,4	12771,7	9,8	18,2	31,3
	2	2	11181,6	5,9	18,8	23,5	12230,5	8,3	18,9	27,2
	2	3	10980,4	4,7	22,6	27,5	12259,0	6,8	19,3	27,1
	3	2	11694,7	2,7	18,7	22,9	13011,3	6,3	17,3	24,5
<b>Média</b>			<b>7166,9</b>	<b>4,5</b>	<b>12,3</b>	<b>18,5</b>	<b>7816,2</b>	<b>4,9</b>	<b>12,4</b>	<b>18,7</b>

FONTE: O autor (2019).

### 2.6.3 Análise de gestão de frota

As decisões sobre a gestão de frota também foram analisadas. Com o objetivo de fornecer uma avaliação compacta, investiga-se a relação quantidade-distância ( $q/dist$ ), que calcula o volume entregue por distância percorrida, conforme descreve o indicador apresentado em (2.74).

$$\frac{q}{dist} = \frac{\sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{l \in \mathcal{C}} q_{jl}^{kt}}{\sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{(u,v) \in \mathcal{E}''} c_{uv} y_{uv}^{kj}}. \quad (2.74)$$

Como apontado por Song e Savelsbergh (2007), o indicador  $q/dist$  não é efetivo para medir o desempenho absoluto. Então, introduz-se dois novos indicadores de desempenho, a fim de avaliar as estratégias de gestão de frota com base em diferentes combinações de custos. O Uso Bruto da Frota ( $UBF$ ) descrito em (2.75) calcula a ocupação média da frota alugada. O numerador indica o volume total entregue aos clientes, enquanto o denominador representa a capacidade total alugada. O  $UBF$  é particularmente útil para calcular a ociosidade da frota alugada, derivado da estratégia de entrega e gerenciamento de frota, com diferentes combinações de custos de aluguel e limpeza.

$$UBF = \frac{\sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{l \in \mathcal{C}} q_{jl}^{kt}}{\left( \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} W_j^{kt} \right) Q}. \quad (2.75)$$

Uma vez que os veículos alugados podem ser alojados nas fábricas e não serem usados, o Uso Líquido da Frota ( $ULF$ ) apresentado em (2.76) calcula a ocupação média da frota. Assim, é possível separar a estratégia de entrega das decisões de gerenciamento de frota nas análises a seguir.

$$ULF = \frac{\sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{l \in \mathcal{C}} q_{jl}^{kt}}{\left( \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} Y_{jj}^{kt} \right) Q}. \quad (2.76)$$

Na TABELA 8 cada linha representa a média de 128 conjuntos de dados (64 ML e 64 OU), de acordo com a estrutura da cadeia de suprimentos. Como esperado, o indicador  $q/dist$  não revela nada distinto entre as combinações de custos. No geral, pode ser observado que, em problemas grandes, a frota transporta um volume maior por distância percorrida. A conclusão mais clara está na comparação entre  $UBF$  e

*ULF* na combinação BA-AL. A ocupação média da frota alugada é de 66%, mas para veículos realmente designados sobe para 81%. Quando o custo de limpeza é baixo ou ambos são altos, não há diferença notável entre *UBF* e *ULF*.

TABELA 8 – INDICADORES DE DESEMPENHO

c	UBF				ULF				q/dist			
	BA-BL	BA-AL	AA-BL	AA-AL	BA-BL	BA-AL	AA-BL	AA-AL	BA-BL	BA-AL	AA-BL	AA-AL
5	0,72	0,58	0,75	0,73	0,72	0,72	0,75	0,75	0,28	0,28	0,28	0,28
10	0,80	0,66	0,83	0,81	0,80	0,80	0,83	0,84	0,48	0,48	0,48	0,48
25	0,88	0,67	0,91	0,90	0,88	0,86	0,91	0,91	0,72	0,70	0,71	0,68
50	0,88	0,74	0,88	0,86	0,88	0,87	0,88	0,87	1,27	1,23	1,26	1,19
<b>Média</b>	<b>0,82</b>	<b>0,66</b>	<b>0,84</b>	<b>0,83</b>	<b>0,82</b>	<b>0,81</b>	<b>0,84</b>	<b>0,84</b>	<b>0,69</b>	<b>0,68</b>	<b>0,68</b>	<b>0,66</b>

FONTE: O autor (2019).

Finalmente, a TABELA 9 mostra a decisão de gerenciamento de frota conforme os parâmetros de custo mudam. A colunas representam: **#W** a média dos aluguéis, **#S** a média das limpezas, **#R** a média dos retornos e  **#(X+Y)** a média das rotas de coleta e entrega. Para os custos de baixo aluguel e baixa limpeza (BA-BL), observa-se a ocorrência de cinco aluguéis, três limpezas, dois retornos e seis rotas. Quando os custos de limpeza mudam para alto, torna-se mais vantajoso manter os veículos nas plantas, o que minimiza quantidade de limpezas. Ademais, o número de retornos e de limpezas são 86,6% e 55,6% menores que antes, respectivamente. Quando os custos de aluguel são altos, o custo de limpeza é menos relevante e o número médio de limpezas cai 32% quando os custos de limpeza mudam de baixo para alto. Ao mesmo tempo, observa-se uma diminuição do número de aluguéis, especialmente quando os custos de limpeza são altos, que varia de 6,3 em BA-AL para 5,0 em AA-AL.

TABELA 9 – USO MÉDIO DA FROTA

Custo Aluguel	c	Custo de Limpeza Baixo				Custo de Limpeza Alto				Análise Comparativa			
		#W	#S	#R	#(X+Y)	#W	#S	#R	#(X+Y)	Δ% W	Δ% S	Δ% R	Δ% (X+Y)
Baixo	5	4,2	2,8	1,7	5,2	5,4	1,3	0,3	5,3	30,5	-51,6	-82,4	0,6
	10	5,7	3,0	2,0	6,7	7,1	1,3	0,3	6,8	23,2	-56,1	-87,5	0,8
	25	5,0	3,5	2,4	6,1	6,7	1,3	0,2	6,2	33,1	-63,7	-91,7	1,8
	50	5,1	2,7	1,6	6,2	6,1	1,3	0,3	6,2	20,3	-51,0	-85,0	0,9
<b>Média</b>		<b>5,0</b>	<b>3,0</b>	<b>1,9</b>	<b>6,0</b>	<b>6,3</b>	<b>1,3</b>	<b>0,2</b>	<b>6,1</b>	<b>26,8</b>	<b>-55,6</b>	<b>-86,6</b>	<b>1,0</b>
Alto	5	4,0	2,8	1,8	5,1	4,2	2,1	1,0	5,2	5,3	-27,0	-43,5	1,9
	10	5,5	3,3	2,3	6,5	5,7	2,1	1,1	6,5	4,2	-34,4	-50,9	0,5
	25	4,8	3,7	2,6	5,9	4,9	2,2	1,2	5,9	1,0	-38,0	-52,9	-0,2
	50	5,0	2,8	1,8	6,1	5,1	2,0	0,9	6,1	1,7	-28,9	-42,7	0,0
<b>Média</b>		<b>4,8</b>	<b>3,2</b>	<b>2,1</b>	<b>5,9</b>	<b>5,0</b>	<b>2,1</b>	<b>1,1</b>	<b>5,9</b>	<b>3,0</b>	<b>-32,1</b>	<b>-47,5</b>	<b>0,5</b>

FONTE: O autor (2019).

#### 2.6.4 Resultados para o 2E-MDIRP

Os métodos B&C, Mat-ALNS e H-B&C também foram testados nos conjuntos de dados propostos por Guimarães et al. (2019) para o 2E-MDIRP. Todos os 64 conjuntos de dados com três veículos foram resolvidos sob as políticas de estoque ML e OU no segundo elo, com um total de 128 experimentos em cada método.

A formulação matemática proposta na Seção 2.2 é flexível o suficiente para abordar todas as características do 2E-MDIRP. Para este fim, é suficiente definir todos os custos de gestão de frota para o valor zero, isto é,  $f_s = 0$  e  $f_w = 0$ . Cabe destacar que todas as desigualdades válidas (2.44)–(2.60) e a política OU (2.43) se aplicam em ambos os problemas.

Guimarães et al. (2019) apresentam uma formulação assimétrica para o 2E-MDIRP, com o uso de restrições de quebra de simetria para reduzir o espaço de busca. A formulação da Seção 2.2 é sutilmente diferente, visto que o arco  $(i, j)$  existe apenas se  $i < j$ . Essa reformulação é útil para permitir entregas diretas através de um único arco, o que substancialmente reduz o número de variáveis de decisão do modelo. Além disso, um novo conjunto de desigualdades válidas é proposto (2.58)–(2.60). Portanto, é possível analisar o desempenho dos métodos exatos B&C e H-B&C, derivados dessa nova formulação, com o B&C proposto por Guimarães et al. (2019).

A TABELA 10 mostra uma comparação entre os métodos exatos para a política ML. Cabe destacar que o B&C, proposto neste trabalho, foi capaz de encontrar solução factível para todos os conjuntos de dados com até 25 clientes. No geral, os métodos B&C e H-B&C obtiveram 36 soluções ótimas, com sete novos casos em relação ao B&C de Guimarães et al. (2019). Analogamente, a TABELA 11 apresenta os resultados para a política OU, com desempenho similar entre os métodos.

TABELA 10 – COMPARAÇÃO ENTRE B&C DE Guimarães et al. (2019), NOVO B&C E H-B&C PARA O 2E-MDIRP, POLÍTICA ML.

C	P	F	B&C de Guimarães et al. (2019)				B&C				H-B&C			
			OT	SF	$\bar{LI}$	$T(s)$	OT	SF	$\bar{LI}$	$T(s)$	OT	SF	$\bar{LI}$	$T(s)$
5	1	1	4	4	3781,5	1,9	4	4	3781,5	1,2	4	4	3781,5	2,7
	2	2	4	4	3822,5	81,9	4	4	3822,6	52,7	4	4	3822,6	278,4
	2	3	4	4	3786,2	66,9	4	4	3786,2	57,4	4	4	3786,2	430,3
	3	2	4	4	3484,6	238,7	4	4	3484,6	478,3	4	4	3484,6	1461,6
10	1	1	4	4	4897,7	54,1	4	4	4897,7	20,5	4	4	4897,7	48,4
	2	2	2	4	4661,8	3716,2	2	4	4695,6	4326,9	2	4	4674,5	3734,9
	2	3	2	4	4702,7	3697,0	2	4	4707,4	3823,5	2	4	4683,8	3644,8
	3	2	2	4	4421,1	3812,5	2	4	4682,6	5286,7	2	4	4606,9	4120,3
25	1	1	2	4	5305,0	4314,5	4	4	5403,4	626,7	4	4	5403,4	838,7
	2	2	0	2	4538,7	7200,0	2	4	4998,0	3862,0	2	4	4951,8	4126,8
	2	3	1	2	4574,6	6920,0	2	4	4962,2	3854,6	2	4	5012,2	3868,1
	3	2	0	2	4399,8	7200,0	2	4	4971,2	5521,2	2	4	4899,8	5065,9
50	1	1	0	2	7365,1	7200,0	0	3	7468,1	7200,0	0	4	7454,8	7200,0
	2	2	0	0	6500,5	7200,0	0	1	6752,0	7200,0	0	4	6815,2	7200,0
	2	3	0	1	6693,7	7200,0	0	2	6810,2	7200,0	0	4	6729,9	7200,0
	3	2	0	0	6143,6	7200,0	0	1	6727,8	7200,0	0	4	6819,6	7200,0
<b>Total</b>			<b>29</b>	<b>45</b>			<b>36</b>	<b>55</b>			<b>36</b>	<b>64</b>		
<b>Média</b>					<b>4942,4</b>	<b>4131,5</b>			<b>5121,9</b>	<b>3544,5</b>			<b>5114,0</b>	<b>3526,3</b>

FONTE: O autor (2019).

Para tratar problemas grandes, Guimarães et al. (2019) apresentam uma mateurística inspirada no mecanismo da ALNS. Embora a abordagem adotada neste trabalho siga um caminho semelhante, a Mat-ALNS proposta incorpora subproblemas

TABELA 11 – COMPARAÇÃO ENTRE B&amp;C DE Guimarães et al. (2019), NOVO B&amp;C E H-B&amp;C PARA O 2E-MDIRP, POLÍTICA OU.

C	P	F	B&C de Guimarães et al. (2019)				B&C				H-B&C			
			OT	SF	$\overline{LI}$	$T(s)$	OT	SF	$\overline{LI}$	$T(s)$	OT	SF	$\overline{LI}$	$T(s)$
5	1	1	4	4	3998,2	2,1	4	4	3998,2	2,3	4	4	3998,2	5,3
	2	2	4	4	4085,4	431,6	4	4	4085,4	416,9	4	4	4085,4	219,6
	2	3	4	4	4065,7	320,4	4	4	4065,7	319,3	4	4	4065,7	189,6
	3	2	4	4	3733,4	1057,0	4	4	3733,3	1261,1	4	4	3733,5	778,9
10	1	1	4	4	5204,2	114,1	4	4	5204,2	33,1	4	4	5204,2	235,2
	2	2	2	4	4799,2	3700,4	2	4	4927,8	4460,6	2	4	4999,8	3746,3
	2	3	2	4	4811,2	3801,3	2	4	4933,4	3715,0	2	4	4920,8	3765,6
	3	2	2	4	4597,9	3647,5	2	4	4817,8	3660,8	2	4	4831,9	3666,6
25	1	1	1	3	5262,3	5663,3	3	4	5800,4	3462,7	2	4	5767,5	4207,6
	2	2	0	2	4664,8	7200,0	1	4	5452,7	6453,8	1	4	5317,2	6637,6
	2	3	0	2	4548,0	7200,0	0	4	5453,1	7200,0	0	4	5408,5	7200,0
	3	2	0	2	4344,7	7200,0	0	4	5320,9	7200,0	1	4	5297,3	6508,6
50	1	1	0	1	7773,6	7200,0	0	3	8016,2	7200,0	0	4	8044,7	7200,0
	2	2	0	0	7034,9	7200,0	0	1	7413,5	7200,0	0	4	7442,8	7200,0
	2	3	0	0	7178,6	7200,0	0	1	7358,2	7200,0	0	4	7359,7	7200,0
	3	2	0	0	6627,3	7200,0	0	2	7489,8	7200,0	0	4	7539,1	7200,0
<b>Total</b>			<b>27</b>	<b>42</b>			<b>30</b>	<b>55</b>			<b>30</b>	<b>64</b>		
<b>Média</b>					<b>5170,6</b>	<b>4321,1</b>			<b>5504,4</b>	<b>4186,6</b>			<b>5501,0</b>	<b>4122,6</b>

FONTE: O autor (2019).

reformulados. A principal inovação é a formulação do PMG, que possui uma estratégia de exploração baseada em custos reais de transporte, conforme descrito na Seção 2.4.2.3.

A TABELA 12 compara a Mat-ALNS e a mateurística de Guimarães et al. (2019). Cada linha da tabela mostra a média de dezesseis conjuntos de dados, quatro combinações (absH3baixo, absH6baixo, absH3alto, e absH6alto) em cada estrutura da cadeia de suprimentos (um fornecedor e uma planta, dois fornecedores e duas plantas, dois fornecedores e três plantas e três fornecedores e duas plantas). Para cada política de estoque, as colunas  $\overline{Z}_G$  e  $\overline{T(s)}_G$  mostram os resultados médios para o custo total e o tempo de processamento para mateurística de Guimarães et al. (2019), enquanto os resultados da Mat-ALNS são apresentados nas colunas  $\overline{Z}$  e  $\overline{T(s)}$ , respectivamente. O *gap* entre o custo médio total é obtido por  $\left(\frac{\overline{Z}-\overline{Z}_G}{\overline{Z}_G}\right) \times 100$ . Como a Mat-ALNS é uma adaptação do método desenvolvido para o 2E-IRPFM, todas as restrições de gestão de frota são preservadas, o que naturalmente exige mais tempo para resolver os subproblemas associados. Embora a melhoria relativa geral em  $\overline{Z}$  sugere um desempenho equivalente, a Mat-ALNS foi superior, especialmente em problemas grandes. Em geral, ocorreu melhoria em 46 (23 para ML e 23 para OU) dos 128 experimentos, com 81 empates e apenas um resultado inferior.

TABELA 12 – COMPARAÇÃO ENTRE A MATEURÍSTICA DE Guimarães et al. (2019) E A Mat-ALNS

c	ML					OU				
	$\bar{Z}_G$	$\bar{T}(s)_G$	$\bar{Z}$	$\bar{T}(s)$	GAP % ( $\bar{Z}$ )	$\bar{Z}_G$	$\bar{T}(s)_G$	$\bar{Z}$	$\bar{T}(s)$	GAP % ( $\bar{Z}$ )
5	3718,73	280,77	3718,73	1160,18	0,00	3970,70	313,41	3970,70	874,16	0,00
10	5131,25	874,21	5121,70	2075,28	-0,18	5475,60	1320,02	5474,37	1743,51	-0,02
25	5846,60	902,26	5824,61	2633,23	-0,36	6429,30	1029,30	6350,48	2457,46	-1,19
50	8167,46	1246,01	8068,61	3942,77	-1,19	9105,79	2335,23	9076,98	4486,34	-0,32
<b>Média</b>	<b>5716,0</b>	<b>825,8</b>	<b>5683,4</b>	<b>2452,9</b>	<b>-0,4</b>	<b>6245,3</b>	<b>1249,5</b>	<b>6218,1</b>	<b>2390,4</b>	<b>-0,4</b>

FONTE: O autor (2019).

### 3 PROBLEMA DE ROTEIRIZAÇÃO, ESTOQUE E PRODUÇÃO EM CADEIA DE SUPRIMENTOS DE DOIS ELOS

**NOTA 1:** um artigo baseado neste capítulo foi submetido para a revista: *European Journal of Operational Research*.

**NOTA 2:** este capítulo introduz todas as nomenclaturas, formulações e procedimentos de busca usados na segunda variante do problema, mesmo que já tenham sido apresentados no capítulo anterior.

As decisões de produção, controle de estoque e roteirização de veículos são as principais funções da logística. Esses problemas têm sido amplamente estudados de forma individual como o problema de dimensionamento de lote (CÁRDENAS-BARRÓN; CHUNG; TREVIÑO-GARZA, 2014), gestão de estoque (WILLIAMS; TOKAR, 2008) e problemas de roteamento de veículos (LAPORTE, 2009). Muitas integrações desses problemas surgiram nas últimas décadas, como o problema de estoque e roteamento (ANDERSSON et al., 2010; COELHO; CORDEAU, J. F.; LAPORTE, 2014), problema de produção e roteamento (ADULYASAK; CORDEAU, J.-F.; JANS, 2015) e com recursos mais abundantes, como frota heterogênea (CHENG et al., 2017; LOW et al., 2014) e múltiplos depósitos (BERTAZZI et al., 2019; LAHYANI; COELHO; RENAUD, 2018).

As cadeias de suprimentos modernas são compostas por interações complexas entre muitas instalações em diferentes níveis, incluindo depósitos, plantas de produção, centros de distribuição e clientes espalhados por grandes áreas geográficas. Nesses casos, para otimizar suas operações, da aquisição de matéria-prima à entrega do produto final, múltiplos elos estão presente na cadeia de suprimentos. Nesse contexto, surge o problema de distribuição de dois elos. Essa estrutura foi estudada do ponto de vista clássico dos problemas de roteamento por Belgin, Karaoglan e Altiparmak (2018), Crainic et al. (2010) e por Perboli, Tadei e Vigo (2011) e estendido a um contexto de estoque e roteirização por Guimarães et al. (2019).

Contudo, na indústria, as decisões relativas à produção e distribuição são tomadas separadamente e a maioria das empresas lidam com esses dois elos sequencialmente (BOUDIA; LOULY; PRINS, 2007). Essa abordagem não permite obter os benefícios proporcionados por uma integração mais próxima e uma maior coordenação entre produção e distribuição, como redução de custos logísticos e melhoria do nível de serviço (DARVISH; COELHO, 2018).

Um exemplo prático emerge na indústria petroquímica nos países da América do Sul. De acordo com a regulação local, a gasolina comercial vendida em postos de gasolina requer uma certa quantidade de etanol em sua mistura, o que define seu

grau de octanagem (SORDA; BANSE; KEMFERT, 2010). O etanol é produzido pelos fornecedores a partir de cana-de-açúcar, enquanto as refinarias produzem gasolina pura e também fazem a mistura desses dois componentes para produzir gasolina comercial. Devido ao rigoroso controle de qualidade exigido pela regulação, as refinarias gerenciam o sistema completo, o que abrange a coleta nos fornecedores e o controle de estoque de etanol, produção e estoque de gasolina pura e comercial e, por fim, as entregas de gasolina comercial aos clientes finais. Essa estrutura define uma cadeia de suprimentos de dois elos com três camadas (fornecedores de etanol – refinarias – postos de gasolina), todos controlados pela camada intermediária. As decisões de coleta são tomadas no primeiro elo, as decisões de entrega no segundo e as decisões de produção são tomadas entre eles.

Quando os postos de gasolina e as refinarias são colocados em uma cadeia vertical, a empresa proprietária paga pelos custos de estoque nas plantas e nos clientes finais. Essa estrutura permite considerar um sistema VMI, onde as plantas (refinarias) controlam os estoques dos clientes. De acordo com Govindan (2013), o VMI é mutuamente benéfico porque os clientes não precisam gastar recursos para controlar seu estoque, enquanto as fábricas podem obter uma melhor coordenação logística, especialmente na composição das rotas de entrega. Após a programação de atendimento ao cliente, é preciso determinar a quantidade a ser entregue. Duas políticas de estoque são frequentemente aplicadas. Sob a política de estoque *Maximum Level* (ML), a planta é livre para decidir quanto entregar, contanto que a capacidade de estoque do cliente não seja excedida. Já a política de estoque *Order-Up-to Level* (OU) preenche a capacidade de estoque do cliente sempre que ocorre uma entrega.

A integração dessas características descreve um problema ainda não estudado na literatura. Para preencher essa lacuna, este capítulo apresenta o *Two-Echelon Production-Routing Problem* (2E-PRP), ou problema de produção e roteirização de dois elos, no qual um conjunto de refinarias gerencia uma cadeia de suprimentos de dois elos no paradigma VMI, de modo a integrar as coletas, produção, estoque e decisões de entrega simultaneamente. O objetivo é minimizar os custos de transporte (coleta de etanol e entrega de gasolina comercial), produção (gasolina pura e comercial), custos de estoque nas refinarias (etanol, gasolina pura e comercial) e custos de estoque nos postos de gasolina (gasolina comercial), tal que rupturas sejam evitadas ao horizonte de planejamento.

O 2E-PRP combina o conhecido *Multi-Vehicle Production Routing Problem* (MV-PRP) e o *Two-Echelon Multi-Depot Inventory-Routing Problem* (2E-MDIRP) em uma estrutura mais rica da cadeia de suprimentos. O MV-PRP foi inicialmente considerado por Chandra e Fisher (1994) e os primeiros conjuntos de dados foram propostos por Boudia, Louly e Prins (2005), que resolveu o problema via *Greedy Randomized Adaptive*

*Search Procedure* (GRASP) e *path relinking*. Posteriormente, métodos heurísticos foram criados e avaliados nesses dados por Boudia, Louly e Prins (2007), via versão aprimorada do GRASP e *path relinking*, por Boudia e Prins (2009), via algoritmo memético, por Bard e Nananukul (2008), via algoritmo de busca tabu, por Armentano, Shiguemoto e Løkketangen (2011), via combinação de busca tabu e *path relinking*, por Adulyasak, J. F. Cordeau e Jans (2014), via mateurística baseada na *Adaptive Large Neighborhood Search* (ALNS), por Absi et al. (2014), via método iterativo de duas fases, por Solyalı e Süral (2017), via heurísticas de múltiplas fases baseadas em técnicas de programação matemática, por Russell (2017), via combinação de uma mateurística de múltiplas fases com uma abordagem *set partitioning*, por Chitsaz, Cordeau e Jans (2019), via mateurística de decomposição em três fases, e mais recentemente por Li et al. (2019), via método iterativo de duas fases com uma estratégia de reparação e um procedimento *fix-and-optimize*. Ao mesmo tempo, Adulyasak, J.F. Cordeau e Jans (2014) apresentaram um algoritmo *Branch-and-Cut* (B&C) e um novo conjunto de dados, com problemas pequenos e médios. Cabe destacar que nenhum método exato tem sido avaliado nos conjuntos propostos por Boudia, Louly e Prins (2005), além de nenhum limitante inferior ser conhecido para esses dados. O 2E-MDIRP foi introduzido por Guimarães et al. (2019), inspirado na implementação de um sistema VMI de dois elos em um problema real de distribuição de combustível.

As contribuições científicas deste capítulo são:

1. introduzir as decisões de produção no contexto do IRP dois elos;
2. descrever, formular e comparar diferentes políticas de estoque com diferentes estruturas de custos;
3. apresentar um algoritmo B&C e um método exato paralelizado com base na hibridização do B&C com procedimentos de busca local;
4. avaliar o desempenho do método híbrido em problemas semelhantes da literatura, como o 2E-MDIRP de Guimarães et al. (2019) e o MV-PRP de Boudia, Louly e Prins (2005) e Adulyasak, J.F. Cordeau e Jans (2014).

O restante do capítulo é organizado da seguinte forma. A Seção 3.1 descreve formalmente o 2E-PRP, enquanto a Seção 3.2 apresenta uma formulação matemática baseada em Programação Inteira Mista (PIM), junto com desigualdades válidas para o problema. O algoritmo B&C é detalhado na Seção 3.3. A Seção 3.4 descreve o algoritmo exato paralelizado, enquanto a Seção 3.5 detalha os resultados dos testes computacionais, além de derivar perspectivas gerenciais para os resultados obtidos.

### 3.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

O 2E-PRP é definido sobre um grafo não-direcionado  $G = (\mathcal{V}, \mathcal{E})$ , onde o conjunto de vértices  $\mathcal{V}$  é formado pela união dos conjuntos  $\mathcal{F}$  de fornecedores,  $\mathcal{P}$  de plantas e  $\mathcal{C}$  de clientes, enquanto  $\mathcal{E}$  representa o conjunto de arcos. Fornecedores e plantas são conectados no primeiro elo, definido pelo subgrafo  $G' = (\mathcal{V}', \mathcal{E}')$ , onde  $\mathcal{V}' = \mathcal{F} \cup \mathcal{P}$  e  $\mathcal{E}' = \{(u, v) : u, v \in \mathcal{V}', u \in \mathcal{F} \wedge v \in \mathcal{P}\}$ . Já as plantas e os clientes são conectados no segundo elo, definido pelo subgrafo  $G'' = (\mathcal{V}'', \mathcal{E}'')$  com  $\mathcal{V}'' = \mathcal{P} \cup \mathcal{C}$  e  $\mathcal{E}'' = \{(u, v) : u, v \in \mathcal{V}'' \wedge u, v \in \mathcal{P}, u < v\}$ . Um custo não-negativo  $c_{uv}$  é associado a cada arco  $(u, v) \in \mathcal{E}$ , onde  $\mathcal{V} = \mathcal{V}' \cup \mathcal{V}''$  e  $\mathcal{E} = \mathcal{E}' \cup \mathcal{E}''$ .

O horizonte de planejamento é definido sob um conjunto  $\mathcal{T} = \{1, \dots, p\}$  de períodos. Uma frota de  $|\mathcal{K}|$  veículos homogêneos de capacidade  $Q$  está disponível em cada planta  $j$  em cada período  $t$ . Cada veículo  $k \in \mathcal{K}$  é capaz de coletar etanol ( $\alpha$ ) de um fornecedor e/ou entregar gasolina comercial ( $\gamma$ ) aos clientes. A frota é não compartimentalizada, o que impede um veículo de combinar coletas e entregas na mesma rota. Ademais, cada planta pode coletar  $\alpha$  de apenas um fornecedor com um veículo por período, enquanto entregas fracionadas não são permitidas. Finalmente, cada veículo pode realizar no máximo uma coleta e/ou uma entrega por período, com todas as rotas sendo iniciadas e finalizadas na planta de origem.

Em cada período  $t$ , cada planta precisa tomar as seguintes decisões: a coleta de uma certa quantidade de etanol ( $\alpha$ ) de um fornecedor, a produção de uma certa quantidade de gasolina pura ( $\beta$ ), a mistura entre os dois insumos para produzir uma certa quantidade de gasolina comercial ( $\gamma$ ) e o planejamento das entregas de  $\gamma$  aos clientes. O grau de octanagem da gasolina comercial é dado por  $\varphi$ , que mede a proporção de  $\alpha$  na mistura, com  $0 \leq \varphi \leq 1$ . Em outras palavras, cada unidade de  $\gamma$  consiste em uma parte  $\varphi$  de  $\alpha$  e  $(1 - \varphi)$  de  $\beta$ .

De acordo com contratos pre-estabelecidos, cada fornecedor  $i$  dispõe de  $\Phi_i$  unidades de  $\alpha$  para atender todas as plantas ao longo do horizonte de planejamento. Cada planta tem um nível mínimo e máximo de estoque para  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ , dado por  $L_j^\alpha$  e  $U_j^\alpha$ ,  $L_j^\beta$  e  $U_j^\beta$  e  $L_j^\gamma$  e  $U_j^\gamma$ , respectivamente, e incorre um custo de estoque  $h_j^\alpha$ ,  $h_j^\beta$  e  $h_j^\gamma$  por cada unidade estocada por período. Com relação as atividades de produção de  $\beta$  e  $\gamma$ , cada planta é capaz de produzir até  $P_j^\beta$  e  $P_j^\gamma$  unidades em  $t$ , incorrendo em custos fixos ( $f_j^\beta$  e  $f_j^\gamma$ ) e variáveis ( $c_j^\beta$  e  $c_j^\gamma$ ) de produção, sempre que um novo lote é processado. Analogamente, cada cliente  $l$  tem um nível mínimo e máximo de estoque  $L_l^\gamma$  e  $U_l^\gamma$ , respectivamente, e incorre um custo de estoque  $h_l^\gamma$  por unidade estocada. A demanda de cada cliente  $l$  ( $d_l^t$ ) em cada período  $t$  é conhecida no início do horizonte de planejamento. Ademais, em  $t = 0$  também são conhecidos os níveis iniciais de estoque em cada planta  $j$  ( $I_j^{\alpha 0}$ ,  $I_j^{\beta 0}$  e  $I_j^{\gamma 0}$ ) e em cada cliente  $l$  ( $I_l^{\gamma 0}$ ).

Em relação ao cronograma das atividades, sem perda de generalidade, assume-se que uma planta é capaz de coletar  $\alpha$ , produzir  $\beta$  e produzir e entregar  $\gamma$  aos clientes no mesmo período. Embora a coleta de  $\alpha$  e a produção de  $\beta$  possam ser realizadas simultaneamente, sempre que todas as atividades (coleta de  $\alpha$ , produção de  $\beta$  e produção e entrega de  $\gamma$ ) são planejadas no mesmo período, é obrigatório que sigam uma ordem pre-estabelecida. Como a produção de  $\gamma$  é fortemente dependente da disponibilidade de  $\alpha$  e  $\beta$ , o processo de mistura apenas pode ser efetuado depois que todas as coletas de  $\alpha$  e produção de  $\beta$  já foram finalizadas. Isso é obrigatório para permitir o uso das quantidades de  $\alpha$  e  $\beta$  obtidas no período atual. Por último e pelas mesmas razões, as entregas apenas podem ser realizadas depois que todas as decisões de coleta e produção já foram tomadas.

O objetivo do 2E-PRP é minimizar os custos totais de estoque, produção e transporte, de modo a determinar para cada planta:

- quando, quanto e de qual fornecedor coletar  $\alpha$ ;
- quando e quanto produzir  $\beta$ ;
- quando e quanto misturar de  $\alpha$  e  $\beta$  para gerar  $\gamma$ ;
- como gerenciar os estoques de  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  (clientes e plantas);
- quando visitar e quanto entregar de  $\gamma$  aos clientes;
- como combinar as entregas dentro das rotas dos veículos.

### 3.2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

As variáveis da formulação do 2E-PRP são dadas por:

- $r_{ij}^{\alpha kt}$  : quantidade de  $\alpha$  coletado pela planta  $j$  do fornecedor  $i$  no período  $t$  pelo veículo  $k$ ;
- $q_j^{\beta t}$  : quantidade de  $\beta$  produzido na planta  $j$  no período  $t$ ;
- $q_j^{\gamma t}$  : quantidade de  $\gamma$  produzido (misturado) na planta  $j$  no período  $t$ ;
- $q_{jl}^{\gamma kt}$  : quantidade de  $\gamma$  entregue pela planta  $j$  ao cliente  $l$  no período  $t$  pelo veículo  $k$ ;
- $I_j^{\alpha t}$  : nível de estoque de  $\alpha$  na planta  $j$  ao fim do período  $t$ ;
- $I_j^{\beta t}$  : nível de estoque de  $\beta$  na planta  $j$  ao fim do período  $t$ ;

- $I_j^{\gamma t}$ : nível de estoque de  $\gamma$  na planta  $j$  ao fim do período  $t$ ;
- $I_l^{\gamma t}$ : nível de estoque de  $\gamma$  no cliente  $l$  ao fim do período  $t$ ;
- $X_{ij}^{\alpha kt} = 1$  se o veículo  $k$  da planta  $j$  coleta  $\alpha$  do fornecedor  $i$  no período  $t$ , 0 caso contrário;
- $X_j^{\beta t} = 1$  se  $\beta$  é produzido na planta  $j$  no período  $t$ , 0 caso contrário;
- $X_j^{\gamma t} = 1$  se  $\gamma$  é produzido na planta  $j$  no período  $t$ , 0 caso contrário;
- $Y_{jl}^{kt} = 1$  se o veículo  $k$  da planta  $j$  visita o cliente  $l$  no período  $t$ , 0 caso contrário;
- $Y_{jj}^{kt} = 1$  se o veículo  $k$  da planta  $j$  é usado para realizar entrega no período  $t$ , 0 caso contrário;
- $y_{uv}^{kjt} = 1$  se o veículo  $k$  da planta  $j$  viaja entre os clientes  $u$  e  $v$  no período  $t$ , 0 caso contrário;
- $y_{jl}^{kjt} \in \{0, 1, 2\}$ . Quando  $y_{jl}^{kjt} = 1$ , veículo  $k$  atravessa o arco  $(j, l)$  no período  $t$ . Se  $y_{jl}^{kjt} = 2$ , uma rota direta de ida e volta é definida, 0 caso contrário.

A FIGURA 4 apresenta uma representação gráfica do 2E-PRP para uma dada planta em um dado período. A fim de simplificar o exemplo, os índices  $i$ ,  $k$  e  $t$  são omitidos das variáveis. No primeiro elo, a coleta de  $\alpha$  abastece o estoque  $I_j^\alpha$  da planta. Já o segundo elo contém as decisões de entrega de  $\gamma$ , que é fornecido pelo estoque de produto final  $I_j^\gamma$ . As decisões de produção são tomadas entre os dois elos. Quando a produção de um lote de  $\gamma$  ( $q_j^\gamma$ ) é planejada, uma certa quantidade de  $\alpha$  ( $\varphi q_j^\gamma$ ) e  $\beta$  ( $(1 - \varphi) q_j^\gamma$ ) são requisitadas e fornecidas pelo estoque, de acordo com o grau de octanagem  $\varphi$ . Após o término do processo de mistura,  $q_j^\gamma$  está disponível em seu estoque  $I_j^\gamma$  e pode ser entregue aos clientes.

O 2E-PRP é formulado por (3.1)–(3.31):

$$\begin{aligned} \min \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{g \in \{\beta, \gamma\}} f_j^g X_j^{gt} + \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{g \in \{\beta, \gamma\}} c_j^g q_j^{gt} + \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{g \in \{\alpha, \beta, \gamma\}} h_j^g I_j^{gt} \\ + \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{l \in \mathcal{C}} h_l^\gamma I_l^{\gamma t} + \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{(i, j) \in \mathcal{E}'} 2c_{ij} X_{ij}^{\alpha kt} + \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{(u, v) \in \mathcal{E}''} c_{uv} y_{uv}^{kjt} \end{aligned} \quad (3.1)$$

sujeito a

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} r_{ij}^{\alpha kt} \leq \Phi_i \quad i \in \mathcal{F} \quad (3.2)$$

$$I_j^{\alpha t} = I_j^{\alpha t-1} + \sum_{i \in \mathcal{F}} \sum_{k \in \mathcal{K}} r_{ij}^{\alpha kt} - \varphi q_j^{\gamma t} \quad j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T} \quad (3.3)$$

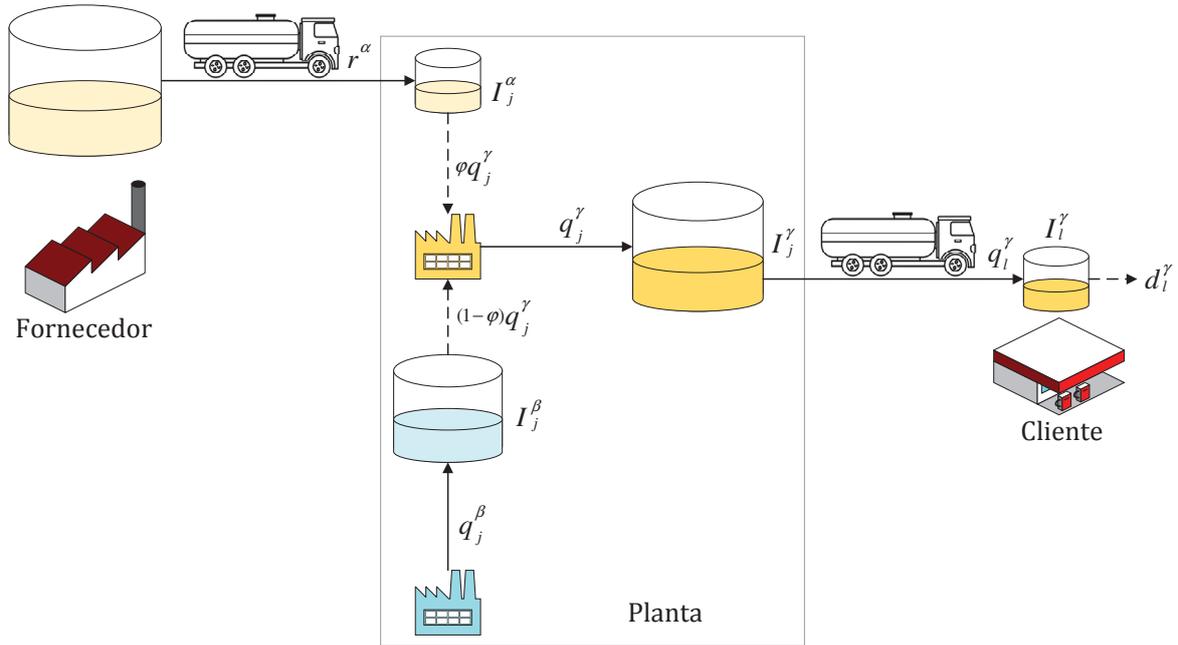


FIGURA 4 – REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DO 2E-PRP  
FONTE: O autor (2019).

$$I_j^{\beta t} = I_j^{\beta t-1} + q_j^{\beta t} - (1 - \phi)q_j^{\gamma t} \quad j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T} \quad (3.4)$$

$$I_j^{\gamma t} = I_j^{\gamma t-1} + q_j^{\gamma t} - \sum_{l \in \mathcal{C}} \sum_{k \in \mathcal{K}} q_{jl}^{\gamma kt} \quad j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T} \quad (3.5)$$

$$L_j^g \leq I_j^{gt} \leq U_j^g \quad j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T}, g \in \{\alpha, \beta, \gamma\} \quad (3.6)$$

$$I_l^{\gamma t} = I_l^{\gamma t-1} + \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} q_{jl}^{\gamma kt} - d_l^{\gamma t} \quad l \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} \quad (3.7)$$

$$L_l^\gamma \leq I_l^{\gamma t} \leq U_l^\gamma \quad l \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} \quad (3.8)$$

$$q_j^{gt} \leq P_j^g X_j^{gt} \quad j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T}, g \in \{\beta, \gamma\} \quad (3.9)$$

$$q_j^{gt} \leq U_j^g - I_j^{gt-1} \quad j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T}, g \in \{\beta, \gamma\} \quad (3.10)$$

$$\sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{i \in \mathcal{F}} X_{ij}^{\alpha kt} \leq 1 \quad j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T} \quad (3.11)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{F}} \sum_{k \in \mathcal{K}} r_{ij}^{\alpha kt} \leq U_j^\alpha - I_j^{\alpha t-1} \quad j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T} \quad (3.12)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} q_{jl}^{\gamma kt} \leq U_l^\gamma - I_l^{\gamma t-1} \quad l \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} \quad (3.13)$$

$$q_{jl}^{\gamma kt} \leq U_l^\gamma Y_{jl}^{kt} \quad l \in \mathcal{C}, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.14)$$

$$r_{ij}^{\alpha kt} \leq Q X_{ij}^{\alpha kt} \quad j \in \mathcal{P}, i \in \mathcal{F}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.15)$$

$$\sum_{l \in \mathcal{C}} q_{jl}^{\gamma kt} \leq Q Y_{jj}^{kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.16)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} Y_{jl}^{kt} \leq 1 \quad l \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} \quad (3.17)$$

$$\sum_{\substack{u \in \mathcal{V}'' \\ u < l}} y_{ul}^{kjt} + \sum_{\substack{u \in \mathcal{V}'' \\ l < u}} y_{lu}^{kjt} = 2Y_{jl}^{kt} \quad l \in \mathcal{V}'', j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.18)$$

$$\sum_{l \in S} \sum_{\substack{u \in S \\ l < u}} y_{lu}^{kjt} \leq \sum_{l \in S} Y_{jl}^{kt} - Y_{jm}^{kt} \quad S \subseteq \mathcal{C}, |S| \geq 2, m \in S, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.19)$$

$$r_{ij}^{\alpha kt} \geq 0 \quad j \in \mathcal{P}, i \in \mathcal{F}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.20)$$

$$I_j^{\alpha t}, I_j^{\beta t}, I_j^{\gamma t} \geq 0 \quad j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T} \quad (3.21)$$

$$I_l^{\gamma t} \geq 0 \quad l \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} \quad (3.22)$$

$$0 \leq q_j^{\beta t} \leq \min \{P_j^\beta, U_j^\beta\} \quad j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T} \quad (3.23)$$

$$0 \leq q_j^{\gamma t} \leq \min \{P_j^\gamma, U_j^\gamma\} \quad j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T} \quad (3.24)$$

$$0 \leq q_{jl}^{\gamma kt} \leq \min \{Q, U_l^\gamma\} \quad l \in \mathcal{C}, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.25)$$

$$X_{ij}^{\alpha kt} \in \{0, 1\} \quad j \in \mathcal{P}, i \in \mathcal{F}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.26)$$

$$X_j^{\beta t}, X_j^{\gamma t} \in \{0, 1\} \quad j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T} \quad (3.27)$$

$$Y_{jl}^{kt} \in \{0, 1\} \quad l \in \mathcal{C}, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.28)$$

$$Y_{jj}^{kt} \in \{0, 1\} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.29)$$

$$y_{jl}^{kjt} \in \{0, 1, 2\} \quad l \in \mathcal{C}, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.30)$$

$$y_{uv}^{kjt} \in \{0, 1\} \quad u, v \in \mathcal{C}, u < v, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}. \quad (3.31)$$

A função objetivo (3.1) minimiza os seguintes custos: custos fixos e variáveis de produção, custos de estoque nas plantas e nos clientes e os custos de transporte (coletas e entregas). As restrições (3.2) limitam a disponibilidade de  $\alpha$  nos fornecedores, de acordo com os contratos pre-estabelecidos com as plantas. As restrições (3.3)–(3.6) equilibram o fluxo e impõem os limites de estoque nas plantas, enquanto (3.7)–(3.8) fazem isso para  $\gamma$  nos clientes. As restrições (3.9)–(3.10) garantem que as decisões de produção nas plantas não excedam as capacidades de produção e estoque para  $\beta$  e  $\gamma$ . As restrições (3.11) habilitam no máximo uma coleta por período. A política ML para  $\alpha$  é formulada nas plantas por (3.12) e para  $\gamma$  nos clientes por (3.13). As restrições (3.14) conectam a quantidade entregue com o atendimento ao cliente. As restrições (3.15)–(3.16) asseguram que a quantidade total coletada e as quantidades enviadas não excedam a capacidade do veículo, enquanto as restrições (3.17) evitam entregas fracionadas. A conectividade dos arcos e as restrições de eliminação de sub-rotas são impostas por (3.18)–(3.19). Por fim, (3.20)–(3.31) definem o domínio das variáveis de decisão.

A política OU para  $\alpha$  nas plantas é formulada por (3.32), enquanto a política OU para  $\gamma$  nos clientes é imposta por (3.33).

$$\sum_{i \in \mathcal{F}} \sum_{k \in \mathcal{K}} r_{ij}^{\alpha kt} \geq U_j^\alpha \sum_{i \in \mathcal{F}} \sum_{k \in \mathcal{K}} X_{ij}^{\alpha kt} - I_j^{\alpha t-1} \quad j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T}. \quad (3.32)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} q_{jl}^{\gamma kt} \geq U_l^\gamma \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} Y_{jl}^{kt} - I_l^{\gamma t-1} \quad l \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T}. \quad (3.33)$$

Archetti, Bertazzi, Laporte et al. (2007) introduzem várias desigualdades válidas para o IRP com único veículo, que foram estendidas para o IRP com múltiplos veículos por Coelho e Laporte (2014) e para o IRP com múltiplos depósitos por Bertazzi et al. (2019). Essas desigualdades são adaptadas para o contexto do 2E-PRP da seguinte forma:

$$y_{jl}^{kjt} \leq 2Y_{jl}^{kt} \quad l \in \mathcal{C}, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.34)$$

$$y_{ul}^{kjt} \leq Y_{jl}^{kt} \quad u, l \in \mathcal{C}, u < l, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.35)$$

$$y_{lu}^{kjt} \leq Y_{jl}^{kt} \quad u, l \in \mathcal{C}, l < u, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.36)$$

$$Y_{jl}^{kt} \leq Y_{jj}^{kt} \quad l \in \mathcal{C}, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T} \quad (3.37)$$

$$Y_{jj}^{kt} \leq Y_{jj}^{k-1,t} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K} \setminus \{1\}, t \in \mathcal{T} \quad (3.38)$$

$$Y_{jl}^{kt} \leq \sum_{\substack{u \in \mathcal{C} \\ u < l}} Y_{ju}^{k-1,t} \quad l \in \mathcal{C}, j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K} \setminus \{1\}, t \in \mathcal{T}. \quad (3.39)$$

As desigualdades (3.34) vinculam as variáveis usadas para executar entregas diretas aos clientes com as correspondentes variáveis de visitas. Analogamente, as desigualdades (3.35) e (3.36) fazem isso para as variáveis de rota entre os clientes  $u$  e  $l$ . As desigualdades (3.37) asseguram que o veículo  $k$  deve partir da planta  $j$  se o cliente  $l$  é servido por este veículo. As desigualdades (3.38) impedem o veículo  $k$  de partir da planta  $j$  se o veículo  $k - 1$  ainda não está em uso, enquanto as desigualdades (3.39) garantem a quebra de simetria, onde clientes representados por índices menores devem ser servidos por veículos com índices menores.

As desigualdades (3.40)–(3.42), propostas por Coelho e Laporte (2014) para o IRP com múltiplos veículos e adaptadas para o 2E-MDIRP por Guimarães et al. (2019), também são válidas para o 2E-PRP. Essas desigualdades determinam o número mínimo de entregas para o cliente  $l$  no intervalo  $[t_1, t_2]$  para evitar rupturas de estoque.

$$\sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=t_1}^{t_2} Y_{jl}^{kt} \geq \left\lceil \frac{\sum_{t=t_1}^{t_2} d_l^{\gamma t} - U_l^{\gamma}}{\min\{Q, U_l^{\gamma}\}} \right\rceil \quad l \in \mathcal{C}, t_1, t_2 \in \mathcal{T}, t_2 > t_1 \quad (3.40)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=t_1}^{t_2} Y_{jl}^{kt} \geq \frac{\sum_{t=t_1}^{t_2} d_l^{\gamma t} - I_l^{\gamma t_1 - 1}}{\min\{Q, U_l^{\gamma}\}} \quad l \in \mathcal{C}, t_1, t_2 \in \mathcal{T}, t_2 > t_1 \quad (3.41)$$

$$\sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=t_1}^{t_2} Y_{jl}^{kt} \geq \frac{\sum_{t=t_1}^{t_2} d_l^{\gamma t} - I_l^{\gamma t_1 - 1}}{\sum_{t=t_1}^{t_2} d_l^{\gamma t}} \quad l \in \mathcal{C}, t_1, t_2 \in \mathcal{T}, t_2 > t_1. \quad (3.42)$$

Desaulniers, Rakke e Coelho (2015) observam que uma solução ótima para do IRP pode estar associada com a regra de consumo *first-in, first-out* e introduzem a notação a seguir. Seja  $I_l^{\gamma 0, s} = \max\{0, I_l^{\gamma 0} - \sum_{t=1}^s d_l^{\gamma t}\}$  o estoque inicial residual no cliente  $l$  no fim do período  $s \in \mathcal{T}$ . A parte da demanda não atendida pelo estoque inicial é conhecida como demanda residual e é formalmente descrita por:

$$\bar{d}_l^{\gamma s} = \begin{cases} \max \{0, d_l^{\gamma 1} - I_l^{\gamma 0}\} & \text{se } s = 1 \\ \max \{0, d_l^{\gamma s} - I_l^{\gamma 0, s-1}\} & \text{caso contrário} \end{cases} \quad \forall s \in \mathcal{T}. \quad (3.43)$$

Os autores também definem o conjunto  $P_{lt}^+$ , que representa todos os períodos em que uma sub-entrega de  $\gamma$  para o cliente  $l$  no período  $t$  pode ser consumida neste período ou estocada para atender demandas futuras.

$$P_{lt}^+ = \left\{ t | \bar{d}_l^{\gamma t} > 0 \right\} \cup \left\{ s > t | \bar{d}_l^{\gamma s} > 0 \text{ e } \sum_{t'=t}^{s-1} d_l^{\gamma t'} < U_l^\gamma \right\} \cup \left\{ p+1 | \sum_{t'=t}^p d_l^{\gamma t'} < U_l^\gamma \right\}. \quad (3.44)$$

Finalmente, o conjunto de períodos no qual uma entrega pode ser realizada para satisfazer a demanda do cliente  $l$  em  $s \in \mathcal{T}$  é definido por  $P_{ls}^- = \{t \in \mathcal{T} | s \in P_{lt}^+\}$ . Com base nas definições acima, Desaulniers, Rakke e Coelho (2015) introduzem as seguintes desigualdades válidas para o IRP, que são adotadas para o 2E-PRP, como segue:

$$\sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t \in P_{ls}^-} Y_{jl}^{kt} \geq 1, \quad l \in \mathcal{C}, s \in \mathcal{T}, \text{ com } P_{ls}^- \neq \emptyset. \quad (3.45)$$

Lefever et al. (2018) usam a quantidade remanescente para limitar o intervalo de variação das variáveis contínuas  $I_l^{\gamma t}$  e  $q_{jl}^{\gamma kt}$  do IRP. Essas desigualdades são automaticamente estendidas ao 2E-PRP por:

$$I_l^{\gamma t} \geq I_l^{\gamma 0, t}, \quad l \in \mathcal{C}, t \in \mathcal{T} \quad (3.46)$$

$$q_{jl}^{\gamma kt} \leq U_l^\gamma - I_l^{\gamma 0, t}, \quad j \in \mathcal{P}, l \in \mathcal{C}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}. \quad (3.47)$$

Ao mesmo tempo que Lefever (2018) formulam um conjunto de desigualdades válidas para o IRP com transbordo, a fim de estabelecer o número mínimo de rotas de entrega ao longo do horizonte de planejamento  $\mathcal{T}$ . Essas desigualdades são adaptadas para o 2E-PRP como:

$$\sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{t=1}^s Y_{jj}^{kt} \geq \left\lceil \frac{\sum_{l \in \mathcal{C}} \sum_{t=1}^s \bar{d}_l^{\gamma t}}{Q} \right\rceil, \quad s \in \mathcal{T}. \quad (3.48)$$

Finalmente, este trabalho apresenta as desigualdades (3.49), com o objetivo de determinar o número mínimo de rotas de entrega que devem ser realizadas pela

planta  $j$  no período  $t$ , de acordo com a quantidade total planejada de  $\gamma$  a ser entregue aos clientes e a capacidade do veículo.

$$\frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{l \in \mathcal{C}} q_{jl}^{\gamma kt}}{Q} \leq \sum_{k \in \mathcal{K}} Y_{jj}^{kt} \quad j \in \mathcal{P}, t \in \mathcal{T}. \quad (3.49)$$

### 3.3 ALGORITMO BRANCH-AND-CUT

A formulação apresentada na Seção 3.2 pode ser completamente gerada apenas para problemas pequenos. Para problemas de tamanho realistas, o número de restrições de eliminação de sub-rotas (RES) (3.19) aumenta exponencialmente e sua enumeração completa é impraticável. Para superar essa limitação, apresenta-se um algoritmo B&C em que essas restrições são geradas dinamicamente e adicionadas ao longo do processo de busca, sempre que sub-rotas são encontradas na solução atual. O B&C funciona da seguinte maneira.

No nó raiz da árvore de busca, todas as restrições (exceto RES) e as desigualdades válidas são geradas. Sempre que um nó é otimizado, é realizada uma busca por RES violadas. Para esse fim, o pacote CVRPSEP de Lysgaard, Letchford e Eglese (2004) é usado. Esse pacote possui uma coleção de funções capazes de fazer a separação de várias classes de cortes em algoritmos do tipo B&C para o problema de roteamento capacitado de veículos. Quando sub-rotas são identificadas pelo pacote, as RES correspondentes são adicionadas na árvore de busca. Esse processo é repetido até que uma solução factível ou dominada seja alcançada ou até que não haja mais cortes a serem adicionados. Nesse ponto, uma nova variável fracionária é escolhida para ramificação e um novo subproblema é gerado e otimizado. O pseudocódigo do B&C é descrito pelo **Algoritmo 3**.

### 3.4 MÉTODO PARALELIZADO

A complexidade  $\mathcal{NP}$ -Hard dos problemas integrados de produção e distribuição leva ao desenvolvimento de métodos heurísticos (BOUDIA; LOULY; PRINS, 2007; BOUDIA; PRINS, 2009; ARCHETTI; BERTAZZI; PALETTA et al., 2011; ABSI et al., 2014; ADULYASAK; CORDEAU, J.; JANS, 2014; SOLYALI; SÜRAL, 2017; CHITSAZ; CORDEAU; JANS, 2019), enquanto algoritmos exatos geralmente são limitados a resolver problemas pequenos (ARCHETTI; BERTAZZI; PALETTA et al., 2011; ADULYASAK; CORDEAU, J.; JANS, 2014). Nesta seção, é apresentada uma abordagem em duas frentes que combina procedimentos de Busca Local (BL) com B&C em uma estrutura paralelizada de processamento, chamada de BL-B&C. No início, uma solução inicial é fornecida à frente BL e à frente B&C e ambas começam a processar, contínua e

---

**Algorithm 3** Pseudocódigo do algoritmo B&C proposto para o 2E-PRP
 

---

```

1: No nó raiz, gerar (3.1)–(3.31), exceto (3.19), e todas as desigualdades válidas
   (3.34)–(3.42)∪(3.45)–(3.49).
2: Resolver o problema relaxado de programação linear associado ao nó.
3: Critério de parada:
4: if Não existem mais nós para avaliar then
5:   Pare.
6: else
7:   Selecionar um novo nó da árvore B&C.
8: end if
9: while A solução do problema relaxado atual contém sub-rotas do
10:  Adicionar as RES associadas.
11:  Resolver o problema relaxado de programação linear associado ao nó.
12: end while
13: if A solução do problema relaxado atual é inteira/binária then
14:  Ir para o critério de parada.
15: else
16:  Escolher e ramificar uma variável fracionária.
17:  Ir para o critério de parada.
18: end if

```

---

independentemente, de modo a compartilhar cada nova melhor solução encontrada. O BL-B&C é um método exato dominado pelo critério de parada do B&C, que finaliza o processo de busca quando uma solução ótima é alcançada ou quando um limite de tempo é atingido.

### 3.4.1 Procedimento de Solução Inicial

No Procedimento de Solução Inicial (PSI) as entregas são agendadas com base em conexões diretas entre as plantas e os clientes, com todas as variáveis de rota  $y$  completamente removidas da formulação da Seção 3.2, enquanto minimiza os custos de coleta, gestão de estoque e produção. Após o PSI, cada plano de entrega é identificado e a sequência das visitas é determinada de maneira exata pelo B&C proposto por Padberg e Rinaldi (1991).

O PSI é formulado por:

$$\begin{aligned}
 \min \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{g \in \{\beta, \gamma\}} f_j^g X_j^{gt} &+ \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{g \in \{\beta, \gamma\}} c_j^g q_j^{gt} + \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{g \in \{\alpha, \beta, \gamma\}} h_j^g I_j^{gt} \\
 &+ \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{l \in \mathcal{C}} h_l^\gamma I_l^{\gamma t} + \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{(i,j) \in \mathcal{E}'} 2c_{ij} X_{ij}^{\alpha kt} + \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{j \in \mathcal{P}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{l \in \mathcal{C}} c_{jl} Y_{jl}^{kt} \quad (3.50)
 \end{aligned}$$

sujeito a (3.2)–(3.17), (3.20)–(3.29) e:

$$Y_{jj}^{kt} \leq \sum_{l \in \mathcal{C}} Y_{jl}^{kt} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}. \quad (3.51)$$

A função objetivo (3.50) minimiza os custos de produção (fixos e variáveis), estoque, coletas e os custos aproximados das entregas, obtidos como custos diretos

de transporte  $c_{jl}$  entre a planta  $j$  e o cliente  $l$ . As restrições (3.51) asseguram que o veículo  $k$  só pode deixar a planta se no mínimo um cliente é servido no período. As desigualdades válidas (3.37)–(3.42) e (3.45)–(3.49) também se aplicam ao PSI e a política OU para  $\alpha$  e  $\gamma$  são formuladas pelas restrições (3.32) e (3.33), respectivamente.

### 3.4.2 Mecanismo de Busca Local

A frente BL reduz o espaço de busca pela decomposição do problema original em vários subproblemas menores, que são resolvidos de maneira exata. Como a frente B&C controla o critério de parada, a abordagem BL-B&C finaliza quando uma solução, procedente da BL ou do B&C, é provada ser ótima. As vantagens da abordagem paralelizada permitem ao BL-B&C lidar com problemas muito grandes, o que seria inviável por algoritmos exatos tradicionais.

A busca local é executada em dois estágios. O primeiro fixa variáveis estratégicas na formulação original, a fim de gerar vizinhanças *ad hoc* (subproblemas de programação inteira mista), que são resolvidas por um *software* matemático. Este estágio é inspirado no algoritmo *Variable MIP Neighborhood Descent* (VMND) de Larrain, Coelho e Cataldo (2017) proposto para resolver uma variante do IRP do setor bancário. O VMND é um procedimento sequencial e alterna entre as fases BL e B&C de tempo em tempo, enquanto a profundidade da vizinhança explorada na busca local é ajustada dinamicamente, de acordo com o desempenho de cada fase. Essa ideia tem sido aplicada com sucesso em outros contextos (DARVISH; COELHO, 2018; DARVISH; ARCHETTI; COELHO, 2019; LARRAIN; COELHO; ARCHETTI et al., 2019). O método BL-B&C é fortemente diferente do VMND, uma vez que a BL e o B&C são executados de forma independente e contínua dentro de uma estrutura paralelizada, com cada nova melhor solução encontrada sendo imediatamente compartilhada entre as duas frentes.

Cada vizinhança  $\mathcal{N}_i$  é definida como as soluções que podem ser geradas pela aplicação de um operador  $i$  em uma dada uma solução. Uma vizinhança conhecida é explorada até um certo limite de tempo ou até que a sua solução ótima seja alcançada. A profundidade da vizinhança depende dos operadores, que são descritos por:

- **Único Período Aleatório (UPA):** Seleciona aleatoriamente um período  $t'$  e fixa as variáveis  $Y_{jl}^{kt} = \bar{Y}_{jl}^{kt}$  e  $y_{uv}^{kjt} = \bar{y}_{uv}^{kjt}$ , com  $u, v \in \mathcal{E}''$  e  $t \neq t'$ , onde  $\bar{Y}_{jl}^{kt}$  e  $\bar{y}_{uv}^{kjt}$  são os valores das variáveis na solução atual;
- **Duplo Período Aleatório (DPA):** Seleciona aleatoriamente dois períodos  $t'_1 \neq t'_2$  e fixa as variáveis  $Y_{jl}^{kt} = \bar{Y}_{jl}^{kt}$  e  $y_{uv}^{kjt} = \bar{y}_{uv}^{kjt}$ , com  $t \neq t'_1$  e  $t \neq t'_2$ ;
- **Planta Aleatória (PA):** Seleciona aleatoriamente uma planta  $j'$  e fixa as variáveis  $Y_{jl}^{kt} = \bar{Y}_{jl}^{kt}$  e  $y_{uv}^{kjt} = \bar{y}_{uv}^{kjt}$ , com  $j \neq j'$ ;

- **Veículo Aleatório (VA):** Seleciona aleatoriamente um veículo  $k'$  e fixa as variáveis  $Y_{jl}^{kt} = \bar{Y}_{jl}^{kt}$  e  $y_{uv}^{kjt} = \bar{y}_{uv}^{kjt}$ , com  $k \neq k'$ ;
- **Planta-Período Aleatório (P-PA):** Seleciona aleatoriamente uma planta  $j'$  e um período  $t'$  e fixa as variáveis  $Y_{jl}^{kt} = \bar{Y}_{jl}^{kt}$  e  $y_{uv}^{kjt} = \bar{y}_{uv}^{kjt}$ , com  $j \neq j', t \neq t'$ ;
- **Veículo-Período Aleatório (VP-A):** Seleciona aleatoriamente um veículo  $k'$  e um período  $t'$  e fixa as variáveis  $Y_{jl}^{kt} = \bar{Y}_{jl}^{kt}$  e  $y_{uv}^{kjt} = \bar{y}_{uv}^{kjt}$ , com  $k \neq k', t \neq t'$ ;
- **Planta-Veículo Aleatório (PV-A):** Seleciona aleatoriamente uma planta  $j'$  e um veículo  $k'$  e fixa as variáveis  $Y_{jl}^{kt} = \bar{Y}_{jl}^{kt}$  e  $y_{uv}^{kjt} = \bar{y}_{uv}^{kjt}$ , com  $j \neq j', k \neq k'$ ;
- **Maiores Entregas (ME):** Fixa as variáveis  $Y_{jl}^{kt} = 1$  para um terço das maiores entregas programadas. Este operador é baseado na observação que entregas menores são facilmente consolidadas em rotas existentes ou em novas rotas;
- **Entregas Aleatórias (EA):** Seleciona aleatoriamente  $\Theta$  variáveis de visita e fixa  $Y_{jl}^{kt} = \bar{Y}_{jl}^{kt}$ , onde  $\Theta$  segue uma distribuição discreta uniforme no intervalo  $\mathcal{U}[1/3 \times |\mathcal{Y}_{jl}^{kt}|; 2/3 \times |\mathcal{Y}_{jl}^{kt}|]$ , com  $|\mathcal{Y}_{jl}^{kt}| = |\mathcal{P}||\mathcal{C}||\mathcal{K}||\mathcal{T}|$ ;
- **Todos os operadores (Todos):** Aplica sequencialmente todos os operadores válidos na ordem descrita acima. O tempo limite é compartilhado uniformemente entre todos os operadores.

A TABELA 13 mostra o tamanho da vizinhança de acordo com o número de variáveis fixas por cada operador escolhido. Cabe destacar que o processamento contínuo permite configurar uma ampla gama de vizinhanças a serem exploradas pela busca local, a fim de alternar entre intensificação e diversificação, com base nas características determinísticas e aleatórias dos operadores.

TABELA 13 – DEFINIÇÃO DAS VIZINHANÇAS

Operador	Variáveis Fixas	Número de Variáveis Fixas	Tamanho da Vizinhança	Não Aplicável
UPA	$Y_{jl}^{kt}$ e $y_{uv}^{kjt}$	$ \mathcal{P}  \mathcal{C}  \mathcal{K} ( \mathcal{T}  - 1) +  \mathcal{E}''  \mathcal{K} ( \mathcal{T}  - 1)$	$ \mathcal{P}  \mathcal{C}  \mathcal{K}  \mathcal{T}  +  \mathcal{E}''  \mathcal{K}  \mathcal{T} $	
DPA	$Y_{jl}^{kt}$ e $y_{uv}^{kjt}$	$ \mathcal{P}  \mathcal{C}  \mathcal{K} ( \mathcal{T}  - 2) +  \mathcal{E}''  \mathcal{K} ( \mathcal{T}  - 2)$	$ \mathcal{P}  \mathcal{C}  \mathcal{K}  \mathcal{T}  +  \mathcal{E}''  \mathcal{K}  \mathcal{T} $	
PA	$Y_{jl}^{kt}$ e $y_{uv}^{kjt}$	$( \mathcal{P}  - 1) \mathcal{C}  \mathcal{K}  \mathcal{T}  + ( \mathcal{E}''  -  \mathcal{P}  \mathcal{C} ) \mathcal{K}  \mathcal{T} $	$ \mathcal{P}  \mathcal{C}  \mathcal{K}  \mathcal{T}  +  \mathcal{E}''  \mathcal{K}  \mathcal{T} $	$ \mathcal{P}  = 1$
VA	$Y_{jl}^{kt}$ e $y_{uv}^{kjt}$	$ \mathcal{P}  \mathcal{C} ( \mathcal{K}  - 1) \mathcal{T}  +  \mathcal{E}'' ( \mathcal{K}  - 1) \mathcal{T} $	$ \mathcal{P}  \mathcal{C}  \mathcal{K}  \mathcal{T}  +  \mathcal{E}''  \mathcal{K}  \mathcal{T} $	$ \mathcal{K}  = 1$
P-PA	$Y_{jl}^{kt}$ e $y_{uv}^{kjt}$	$( \mathcal{P}  - 1) \mathcal{C}  \mathcal{K} ( \mathcal{T}  - 1) + ( \mathcal{E}''  -  \mathcal{P}  \mathcal{C} ) \mathcal{K} ( \mathcal{T}  - 1)$	$ \mathcal{P}  \mathcal{C}  \mathcal{K}  \mathcal{T}  +  \mathcal{E}''  \mathcal{K}  \mathcal{T} $	$ \mathcal{P}  = 1$
V-PA	$Y_{jl}^{kt}$ e $y_{uv}^{kjt}$	$ \mathcal{P}  \mathcal{C} ( \mathcal{K}  - 1)( \mathcal{T}  - 1) +  \mathcal{E}'' ( \mathcal{K}  - 1)( \mathcal{T}  - 1)$	$ \mathcal{P}  \mathcal{C}  \mathcal{K}  \mathcal{T}  +  \mathcal{E}''  \mathcal{K}  \mathcal{T} $	$ \mathcal{K}  = 1$
P-VA	$Y_{jl}^{kt}$ e $y_{uv}^{kjt}$	$( \mathcal{P}  - 1) \mathcal{C} ( \mathcal{K}  - 1) \mathcal{T}  + ( \mathcal{E}''  -  \mathcal{P}  \mathcal{C} )( \mathcal{K}  - 1) \mathcal{T} $	$ \mathcal{P}  \mathcal{C}  \mathcal{K}  \mathcal{T}  +  \mathcal{E}''  \mathcal{K}  \mathcal{T} $	$ \mathcal{P}  = 1$ ou $ \mathcal{K}  = 1$
ME	$Y_{jl}^{kt}$	$1/3 \times  \mathcal{P}  \mathcal{C}  \mathcal{K}  \mathcal{T} $	$ \mathcal{P}  \mathcal{C}  \mathcal{K}  \mathcal{T} $	
EA	$Y_{jl}^{kt}$	$[1/3 \times  \mathcal{P}  \mathcal{C}  \mathcal{K}  \mathcal{T} ; 2/3 \times  \mathcal{P}  \mathcal{C}  \mathcal{K}  \mathcal{T} ]$	$ \mathcal{P}  \mathcal{C}  \mathcal{K}  \mathcal{T} $	

FONTE: O autor (2019).

### 3.4.3 Procedimento de Melhoria Geral

O segundo estágio da frente BL visa melhorar a solução atual mediante um Procedimento de Melhoria Geral (PMG). O PMG, proposto por Schenekemberg et al. (2019) e apresentado na Seção 2.4.2.3, pode executar remoções, inserções

e/ou permutações de clientes apenas nas rotas estabelecidas. Nesse sentido, para todas as variáveis  $Y_{jj}^{kt} = 1$ , seja  $\mathcal{A}_{jkt}$  o conjunto de clientes  $l \in \mathcal{C}$  servidos pelo veículo  $k$  que parte da planta  $j$  no período  $t$ . Os autores também introduzem um subconjunto de arcos, adjacentes à planta  $j$ , dado por  $\mathcal{E}_{jkt} \subseteq \mathcal{E}''$ , com  $\mathcal{E}_{jkt} = \{(u, v) : u, v \in \{j\} \cup \mathcal{A}_{jkt} \cup \mathcal{A}_{jkt}^c\}$  e  $\mathcal{A}_{jkt}^c = \mathcal{C} \setminus \mathcal{A}_{jkt}$ . Formalmente, o PMG libera as variáveis  $q_{jl}^{\gamma kt}$ ,  $Y_{jl}^{kt}$  e  $y_{uv}^{kjt}$  para serem otimizadas se e somente se as rotas associadas existirem, onde  $(u, v) \in \mathcal{E}_{jkt}$  e  $|\mathcal{A}_{jkt}| > 0$ . Caso contrário, as variáveis  $q_{jl}^{\gamma kt}$ ,  $Y_{jl}^{kt}$  e  $y_{uv}^{kjt}$  são definidas como zero, quando  $\mathcal{A}_{jkt} = \emptyset$ . Cabe destacar que todas as outras variáveis de decisão do modelo 2E-PRP continuam livres para serem otimizadas.

Embora o PMG explore um espaço de busca menor que o original, mesmo assim pode ser difícil encontrar boas soluções em um tempo computacional aceitável. Para lidar com essa limitação, o número de movimentos (inserção, remoção e/ou permutação) em cada rota existente pode ser limitado com a inclusão das seguintes restrições.

$$\sum_{l \in \mathcal{A}_{jkt}} (1 - Y_{jl}^{kt}) + \sum_{l \in \mathcal{A}_{jkt}^c} Y_{jl}^{kt} \leq \mathcal{B} \quad j \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}, t \in \mathcal{T}, |\mathcal{A}_{jkt}| > 0. \quad (3.52)$$

As restrições (3.52) são inspiradas nas restrições do algoritmo *Local Branching* de Fischetti e Lodi (2003). O parâmetro inteiro positivo  $\mathcal{B}$  conta o número de variáveis binárias que trocam de valor em cada rota existente de uma dada solução  $\bar{s}$ , de 1 para 0 ou de 0 para 1. O conjunto de soluções que satisfazem (3.52) definem a  $\mathcal{B}$ -OPT vizinhança  $\mathcal{N}(\bar{s}, \mathcal{B})$  de  $\bar{s}$ . O valor de  $\mathcal{B}$  deve ser escolhido adequadamente, pois quando  $\mathcal{B}$  é muito pequeno a probabilidade de encontrar soluções melhores do que  $\bar{s}$  é muito baixa. Por outro lado, um grande valor de  $\mathcal{B}$  pode inviabilizar a exploração completa da vizinhança em um tempo computacional adequado. Todas as desigualdades válidas apresentadas na seção de formulação e as restrições que descrevem a política OU continuam aplicáveis ao PMG.

#### 3.4.4 Esquema geral do BL-B&C

O algoritmo BL-B&C parte simultaneamente de ambas as frentes (BL e B&C), após o PSI fornecer uma solução inicial  $Z_{Ini}$ . Quando uma nova melhor solução  $Z_{Melhor}$  é encontrada pelo B&C (BL), a solução é imediatamente compartilhada com a BL (B&C). A frente BL é executada sequencialmente em dois estágios. O primeiro diversifica o processo de busca ao escolher e aplicar aleatoriamente um operador em  $Z_{BL}$ , o que permite que a busca local explore diferentes vizinhanças, enquanto o segundo estágio intensifica a busca ao aplicar o PMG na solução atual. A frente B&C

finaliza a execução do BL-B&C, sempre que o limite de tempo é atingido ou quando uma solução ótima é alcançada. A FIGURA 5 ilustra a abordagem BL-B&C.

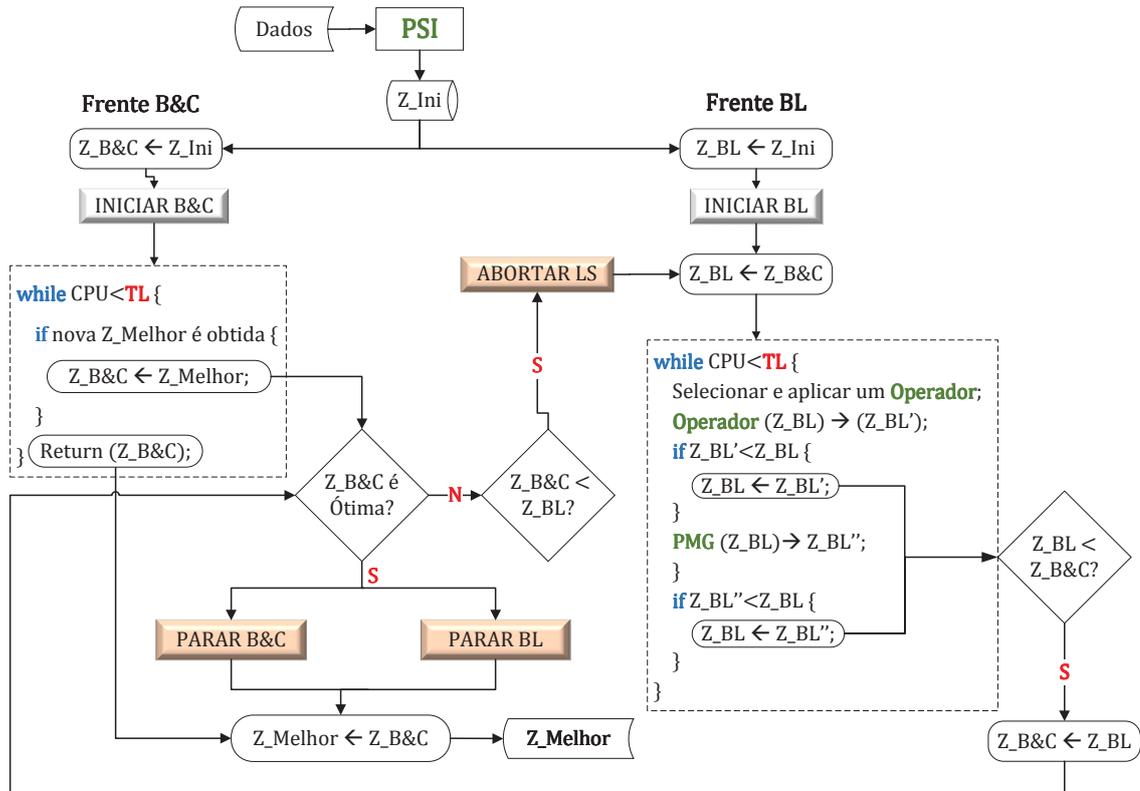


FIGURA 5 – REPRESENTAÇÃO DO MÉTODO BL-B&C  
FONTE: O autor (2019).

### 3.5 EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

Todos os algoritmos foram implementados em linguagem de programação C++, executados em processadores Intel(R) Xeon(R) com 2,60 GHz com até 16 GB de RAM e sistema operacional CentOS Linux. Todos os subproblemas foram resolvidos pelo Gurobi 8.1.0. Para avaliar os métodos propostos para o 2E-PRP, foram gerados conjuntos de testes baseados nos dados de Archetti, Bertazzi, Laporte et al. (2007) para o IRP. Foram avaliadas as políticas ML e OU para  $\alpha$  e  $\gamma$  em quatro diferentes combinações (ML-ML, ML-OU, OU-ML e OU-OU). Após testes preliminares, adotou-se seis *threads* para o algoritmo B&C da Seção 3.3, quatro *threads* dedicados para a frente B&C e dois *threads* para a BL na abordagem BL-B&C.

Os algoritmos propostos neste capítulo também foram avaliados em problemas semelhantes da literatura. Em particular, foram avaliados os conjuntos de dados do 2E-MDIRP de Guimarães et al. (2019) e os dados do MV-PRP, propostos por Boudia, Louly e Prins (2005) e Adulyasak, J.F. Cordeau e Jans (2014). Os conjuntos de testes de Boudia, Louly e Prins (2005) possuem três grupos com 30 exemplos cada: B1 com 50 clientes e 5 veículos, B2 com 100 clientes e 9 veículos e B3 com 200 clientes e 13

veículos, todos com 20 períodos. Do ponto de vista da complexidade, esses conjuntos são considerados de grande porte e muito grande porte, o que justifica a exclusividade de métodos heurísticos e metaheurísticos propostos para resolver o problema. Cabe destacar que o BL-B&C é o primeiro método a resolver esses conjuntos de maneira exata. Já os dados de Adulyasak, J.F. Cordeau e Jans (2014) são considerados de pequeno, médio e grande porte, sendo resolvidos de modo exato e heurístico pelos autores.

Com relação ao tempo de processamento, o B&C e a abordagem BL-B&C foram processados por até 7.200 segundos nos problemas 2E-PRP e 2E-MDIRP. Apesar das diferenças nos recursos computacionais (*hardware*, versão do *software* de otimização e linguagem de programação), os testes foram avaliados com o mesmo limite de tempo de Guimarães et al. (2019). Já nos dados de Adulyasak, J.F. Cordeau e Jans (2014), os experimentos foram efetuados por até 14.400 segundos, um terço do tempo de processamento adotado pelos autores. Igualmente, os conjuntos de Boudia, Louly e Prins (2005) foram processados por até 14.400 segundos. A justificativa de adotar este tempo de execução nos testes de Boudia, Louly e Prins (2005) é que outros métodos exatos têm sido testados por até 86.400 em problemas semelhantes, como em Coelho e Laporte (2013).

Após exaustivos testes preliminares, definiu-se um limite de tempo de 300 segundos para cada operador da busca local, enquanto 900 segundos foi adotado como critério de parada para o PMG nos testes do 2E-PRP, 2E-MDIRP e MV-PRP de Adulyasak, J.F. Cordeau e Jans (2014). Para os testes com os dados de Boudia, Louly e Prins (2005), cada operador foi executado por até 900 segundos, enquanto 1.200 segundos foi adotado para o PMG. Em todos os casos o parâmetro  $\mathcal{B}$  das restrições (3.52) foi definido como  $\left\lceil \frac{|C|}{2} \right\rceil$ , exceto para os grupos B2 e B3 de Boudia, Louly e Prins (2005), onde foi adotado  $\mathcal{B} = \left\lceil \frac{|C|}{10} \right\rceil$  para B2 e  $\mathcal{B} = \left\lceil \frac{|C|}{20} \right\rceil$  para B3.

### 3.5.1 Resultados para o 2E-PRP

Os conjuntos de testes gerados para o 2E-PRP foram adaptados dos dados propostos por Archetti, Bertazzi, Laporte et al. (2007) para o IRP básico. Os conjuntos possuem um e três veículos, três e seis períodos e baixo e alto custo de estoque para os clientes. A estrutura da cadeia de suprimentos define quatro combinações: um fornecedor e uma planta, dois fornecedores e duas plantas, dois fornecedores e três plantas e três fornecedores e duas plantas. Os dados são divididos em 5, 10, 25 e 50 clientes. Todas as informações sobre os clientes (coordenadas geográficas, demanda, estoque inicial, custo e capacidade de estoque) e as coordenadas da primeira planta foram preservadas dos dados originais. Para configurar uma cadeia de suprimentos de dois elos com múltiplos fornecedores e plantas, os parâmetros foram gerados da

seguinte maneira.

- As coordenadas dos fornecedores seguem uma distribuição discreta uniforme no intervalo  $X_i \sim \mathcal{U}[500; 1000]$  e  $Y_i \sim \mathcal{U}[0; 1000]$ ;
- Coordenadas das plantas: quando  $|P| > 1$ ,  $X_j$  e  $Y_j$  seguem uma distribuição discreta uniforme no intervalo  $\mathcal{U}[0; 500]$ ;
- $U_j^\gamma = \left\lceil \frac{1}{|P|} \left( \mathcal{U}[1, 1; 1, 2] \left[ \frac{p(\sum_{l \in \mathcal{C}} U_l^\gamma) - \sum_{l \in \mathcal{C}} I_l^{\gamma 0}}{p} \right] \right) \right\rceil$ ;
- $U_j^\alpha = \lceil \varphi U_j^\gamma \rceil$ ;
- $U_j^\beta = \lceil (1 - \varphi) U_j^\gamma \rceil$ ;
- $P_j^\beta = \lceil \Theta U_j^\beta \rceil$  e  $P_j^\gamma = \lceil \Theta U_j^\gamma \rceil$ , onde  $\Theta$  é aleatoriamente selecionado no conjunto  $\{0, 5; 0, 75\}$ ;
- $Q = \left\lceil \frac{|P| \max\{U_j^\gamma\}}{|\mathcal{K}|} \right\rceil, j \in P$ ;
- $I_j^{\alpha 0} = I_j^{\beta 0} = 0$ ;
- $I_j^{\gamma 0} = \lceil \mathcal{U}[0, 2; 0, 3] U_j^\gamma \rceil$ ;
- $\Phi_i = \left\lceil \Theta \frac{\varphi}{|\mathcal{F}|} \left( p(\sum_{l \in \mathcal{C}} U_l^\gamma) - \sum_{l \in \mathcal{C}} I_l^{\gamma 0} - \sum_{j \in P} I_j^{\gamma 0} \right) \right\rceil$ , onde  $\Theta$  é aleatoriamente selecionado no conjunto  $\{0, 25; 0, 5; 0, 75\}$ ;
- $h_j^\alpha = h_j^\beta = h_j^\gamma = h_j$ ;
- $c_j^\beta = \Theta h_j^\beta$ , onde  $\Theta$  é aleatoriamente selecionado no conjunto  $\{0, 75; 1, 0; 1, 25\}$ ;
- $c_j^\gamma = \Theta h_j^\gamma$ , onde  $\Theta$  é aleatoriamente selecionado no conjunto  $\{0, 75; 1, 0; 1, 25\}$ ;
- $f_j^\beta = 0, 4 \left( \frac{1}{|\mathcal{F}|} \sum_{i \in \mathcal{F}} c_{ij} \right)$ ;
- $f_j^\gamma = 0, 6 \left( \frac{1}{|\mathcal{F}|} \sum_{i \in \mathcal{F}} c_{ij} \right)$ .

De acordo com os grupos de clientes (5, 10, 25 e 50), estrutura da cadeia de suprimentos (um fornecedor e uma planta, dois fornecedores e duas plantas, dois fornecedores e três plantas e três fornecedores e duas plantas), veículos (1 e 3), períodos (3 e 6) e custo de estoque (baixo e alto), foram gerados 128 conjuntos de dados ( $2 \times 4 \times 4 \times 2 \times 2$ ), cada um sendo resolvido pelas quatro combinações de políticas de estoque (ML-ML, ML-OU, OU-ML e OU-OU), com um total de 512 testes em cada algoritmo.

Inicialmente, uma análise compara os resultados obtidos pelo B&C e BL-B&C em cada combinação da política de estoque. As TABELAS 14–17 mostram os

resultados para as combinações ML-ML, ML-OU, OU-ML e OU-OU, respectivamente. Cada linha apresenta os resultados médios para 16 conjuntos de testes, de acordo com a estrutura da cadeia de suprimentos, períodos e custo de estoque. As colunas  $|\mathcal{K}|$  e  $|\mathcal{C}|$  indicam o número de veículos e clientes, respectivamente. A coluna SF registra o número de Soluções Factíveis, isto é, quantas vezes o Limitante Superior (LS) foi obtido pelo B&C, OT representa o número de Soluções Ótimas provadas,  $\overline{LI}$  indica a média do Limitante Inferior para os 16 experimentos, enquanto  $\overline{LS}^*$  é a média do LS apenas para os casos no qual o B&C encontrou solução. Finalmente, a coluna  $\overline{T(s)}$  registra a média do tempo de processamento. Como o PSI fornece uma solução inicial para o BL-B&C, seu valor correspondente para SF é 16 em todas as linhas. Observa-se que a abordagem BL-B&C supera o B&C em ambos os limitantes (LI e LS) para todas as políticas avaliadas em um tempo de processamento equivalente, além de obter duas soluções ótimas a mais para a política OU-ML e uma para a política OU-ML. Com relação aos 512 testes, o BL-B&C obteve 97 soluções melhores de forma exclusiva, contra apenas 14 do B&C.

TABELA 14 – RESULTADOS PARA O 2E-PRP, POLÍTICA ML-ML

$ \mathcal{K} $	$ \mathcal{C} $	B&C					BL-B&C			
		SF	OT	$\overline{LI}$	$\overline{LS}^*$	$\overline{T(s)}$	OT	$\overline{LI}$	$\overline{LS}^*$	$\overline{T(s)}$
1	5	16	16	6549,5	6549,5	306,2	16	6549,5	6549,5	159,4
	10	16	14	9191,1	9280,7	1138,5	14	9192,7	9279,6	1107,1
	25	16	13	9010,9	9182,9	2152,7	13	9005,8	9159,8	2339,6
	50	16	9	13189,8	13740,9	3521,0	9	13167,7	13716,2	3645,3
3	5	16	15	6910,3	6943,1	1127,7	15	6922,8	6943,1	1135,8
	10	16	13	9513,6	9689,4	1527,7	13	9520,0	9685,2	1614,1
	25	16	10	9009,7	9476,7	3121,1	10	9008,1	9443,4	3133,2
	50	11	3	12879,9	11056,2	6344,8	3	12899,6	10903,9	6338,1
<b>Média</b>				<b>9531,9</b>	<b>9489,9</b>	<b>2405,0</b>		<b>9533,3</b>	<b>9460,1</b>	<b>2434,1</b>

FONTE: O autor (2019).

A fim de derivar perspectivas gerenciais, também foram comparadas as políticas de estoque em relação ao resultado médio, de acordo com a melhor solução

TABELA 15 – RESULTADOS PARA O 2E-PRP, POLÍTICA ML-OU

$ \mathcal{K} $	$ \mathcal{C} $	B&C					BL-B&C			
		SF	OT	$\overline{LI}$	$\overline{LS}^*$	$\overline{T(s)}$	OT	$\overline{LI}$	$\overline{LS}^*$	$\overline{T(s)}$
1	5	16	16	7038,3	7038,3	97,2	16	7038,3	7038,3	144,1
	10	16	14	9665,7	9722,9	1392,6	14	9673,1	9722,9	1465,6
	25	16	12	9605,7	9896,5	2238,8	12	9640,8	9874,6	2276,4
	50	15	9	14290,0	14043,7	3489,0	9	14288,4	14018,1	3466,2
3	5	16	15	7328,3	7347,6	738,1	16	7347,6	7347,6	749
	10	16	13	9995,2	10168,0	1759,5	13	9996,3	10147,4	1891,5
	25	16	10	9696,1	10207,5	3574,6	10	9692,5	10196,6	3622,6
	50	10	3	13964,8	10810,4	6412,1	5	13979,3	10805,1	6342,2
<b>Média</b>				<b>10198,0</b>	<b>9904,4</b>	<b>2462,7</b>		<b>10207,0</b>	<b>9893,8</b>	<b>2494,7</b>

FONTE: O autor (2019).

TABELA 16 – RESULTADOS PARA O 2E-PRP, POLÍTICA OU-ML

$\mathcal{K}$	$\mathcal{C}$	B&C					BL-B&C			
		SF	OT	$\overline{LI}$	$\overline{LS^*}$	$\overline{T(s)}$	OT	$\overline{LI}$	$\overline{LS^*}$	$\overline{T(s)}$
1	5	16	16	6583,1	6583,1	273	16	6583,1	6583,1	342,9
	10	16	14	9227,6	9315,4	1095,8	14	9249,2	9314,3	1103,1
	25	16	14	9091,6	9238,4	1951,5	14	9092,3	9210,0	2314,8
	50	16	10	13212,5	13798,4	3224,1	9	13225,3	13738,4	3690,4
3	5	16	15	6929,5	6947,9	1087,7	16	6947,9	6947,9	947,1
	10	16	13	9547,1	9713,3	1464,3	13	9557,1	9711,7	1489,0
	25	16	10	9044,9	9595,4	3061,7	10	9060,3	9510,7	3075,5
	50	10	3	12910,9	9858,8	6203,3	3	12927,0	9777,4	6245,1
<b>Média</b>				<b>9568,4</b>	<b>9381,3</b>	<b>2295,2</b>		<b>9580,2</b>	<b>9349,2</b>	<b>2401,0</b>

FONTE: O autor (2019).

TABELA 17 – RESULTADOS PARA O 2E-PRP, POLÍTICA OU-OU

$\mathcal{K}$	$\mathcal{C}$	B&C					BL-B&C			
		SF	OT	$\overline{LI}$	$\overline{LS^*}$	$\overline{T(s)}$	OT	$\overline{LI}$	$\overline{LS^*}$	$\overline{T(s)}$
1	5	16	16	7042,8	7042,8	71,5	16	7042,8	7042,8	79,6
	10	16	14	9703,0	9777,6	1329,9	14	9714,5	9771,8	1283,7
	25	16	12	9717,3	9945,5	2374	12	9697,2	9941,1	2390,1
	50	15	8	14353,6	14151,7	3755,4	9	14372,2	14051,6	3712,9
3	5	16	16	7388,3	7388,3	722,1	16	7388,3	7388,3	802,3
	10	16	13	10068,9	10224,9	1607,7	13	10080,5	10221,5	1566,6
	25	16	10	9755,7	10357,7	3659,4	10	9725,7	10300,9	3632,1
	50	12	4	14061,5	12896,4	6210,1	4	14044,0	12354,2	6322,5
<b>Média</b>				<b>10261,4</b>	<b>10223,1</b>	<b>2466,3</b>		<b>10258,1</b>	<b>10134,0</b>	<b>2473,7</b>

FONTE: O autor (2019).

obtida por ambos os métodos em cada conjunto de teste. A TABELA 18 apresenta a média do limitante superior para a política ML-ML e também o aumento percentual médio do custo total com a imposição da política OU para  $\alpha$ , para  $\gamma$  e para ambos. Os resultados são consistentes com os experimentos de Archetti, Bertazzi, Laporte et al. (2007) para o IRP básico, Coelho, J.F. Cordeau e Laporte (2012a) para o IRP com múltiplos veículos, Coelho e Laporte (2013) para IRP com transbordo e Guimarães et al. (2019) para o 2E-MDIRP.

A TABELA 19 detalha o custo médio de cada componente para  $|\mathcal{T}| = 3$  e seu desvio percentual ao impor a política de estoque OU para  $\alpha$  nas plantas, para  $\gamma$  nos clientes e ambos. Quando os custos de estoque são baixos e a política OU é imposta para  $\alpha$ , os principais efeitos são limitados ao estoque nas plantas. Apesar de sua baixa representação no custo total, o custo médio de estoque nas plantas aumentou quase 20%. Por outro lado, quando a política OU é imposta aos clientes, todos os custos aumentam (exceto o estoque nas plantas), especialmente os mais representativos, como o custo de entrega (em 11%) e o custo de coleta (em torno de 5%). Como as entregas aos clientes ocorrem no final da cadeia de suprimentos, a política OU cria um efeito em cascata nas outras atividades. Quando o custo do estoque muda de baixo

TABELA 18 – COMPARAÇÃO DO CUSTO DA SOLUÇÃO ENTRE AS POLÍTICAS DE ESTOQUE PARA O 2E-PRP

$ \mathcal{K} $	$ \mathcal{C} $	ML-ML	$\Delta\% \text{OU}(\alpha)$	$\Delta\% \text{OU}(\gamma)$	$\Delta\% \text{OU}(\alpha \text{ e } \gamma)$
1	5	6549,6	0,5	7,5	7,5
	10	9279,6	0,4	4,8	5,3
	25	9159,8	0,5	7,8	8,5
	50	13711,1	0,2	8,6	8,9
3	5	6943,1	0,1	5,8	6,4
	10	9684,8	0,3	4,8	5,5
	25	9441,1	0,7	8,0	9,1
	50	14147,6	0,3	8,1	8,4
<b>Média</b>		<b>9864,6</b>	<b>0,4</b>	<b>6,9</b>	<b>7,5</b>

FONTE: O autor (2019).

para alto, as coletas nos fornecedores são mais frequentes e o número de *setups* de produção é menor.

TABELA 19 – COMPARAÇÃO ENTRE AS POLÍTICAS DE ESTOQUE PARA O 2E-PRP EM CADA COMPONENTE DE CUSTO,  $|\mathcal{T}| = 3$ .

Grupo	Componente do Custo	ML-ML	OU-ML	ML-OU	OU-OU	$\Delta\% \text{OU}(\alpha)$	$\Delta\% \text{OU}(\gamma)$	$\Delta\% \text{OU}(\alpha \text{ e } \gamma)$
Baixo	Estoque na planta	21,1	25,3	18,3	20,5	19,9	-13,4	-2,8
	Produção fixa	962,1	980,0	1028,3	1024,4	1,9	6,9	6,5
	Produção variável	47,5	48,6	56,4	56,3	2,3	18,7	18,5
	Coleta	1284,8	1287,9	1348,0	1354,3	0,2	4,9	5,4
	Entrega	2323,6	2320,9	2579,1	2616,7	-0,1	11,0	12,6
	Estoque no cliente	46,7	47,3	76,6	76,3	1,3	64,1	63,4
	<b>Total</b>	<b>4685,6</b>	<b>4710,0</b>	<b>5106,7</b>	<b>5148,6</b>	<b>0,5</b>	<b>9,0</b>	<b>9,9</b>
Alto	Estoque na planta	201,9	236,3	129,0	167,1	17,0	-36,1	-17,2
	Produção fixa	1160,7	1151,2	1205,5	1205,5	-0,8	3,9	3,9
	Produção variável	549,6	556,3	621,7	622,5	1,2	13,1	13,3
	Coletas	1379,6	1379,8	1520,1	1542,6	0,0	10,2	11,8
	Entrega	2471,4	2491,8	2862,4	2872,9	0,8	15,8	16,3
	Estoque no cliente	469,4	462,0	752,6	754,5	-1,6	60,3	60,7
	<b>Total</b>	<b>6232,7</b>	<b>6277,3</b>	<b>7091,3</b>	<b>7165,1</b>	<b>0,7</b>	<b>13,8</b>	<b>15,0</b>

FONTE: O autor (2019).

A TABELA 20 apresenta os resultados obtidos com  $|\mathcal{T}| = 6$ . Observa-se que, com um horizonte de planejamento mais longo, o efeito em cascata ao impor a política OU é mitigado e permanece concentrado nos extremos da cadeia de suprimentos, ou seja, a principal mudança ocorre nos níveis de estoque. O impacto é ainda mais significativo no estoque dos clientes quando o custo de estoque muda de baixo para alto. Em geral, quando o horizonte de planejamento é maior, os efeitos são dissipados entre os períodos e o impacto no custo total causado por essa mudança é menor, conforme detalhado na TABELA 21.

Dado que a abordagem BL-B&C obteve desempenho superior e também em virtude da sua flexibilidade para lidar com problemas semelhantes ao 2E-PRP, todas as análises a seguir são realizadas com relação aos seus resultados.

TABELA 20 – COMPARAÇÃO ENTRE AS POLÍTICAS DE ESTOQUE PARA O 2E-PRP EM CADA COMPONENTE DE CUSTO,  $|\mathcal{T}| = 6$ .

Grupo	Componente do Custo	ML-ML	OU-ML	ML-OU	OU-OU	$\Delta\%$ OU( $\alpha$ )	$\Delta\%$ OU( $\gamma$ )	$\Delta\%$ OU( $\alpha$ e $\gamma$ )
Baixo	Estoque na planta	71,4	78,0	80,9	84,9	9,2	13,3	18,9
	Produção fixa	3146,2	3163,7	3204,5	3196,5	0,6	1,9	1,6
	Produção variável	225,9	225,9	228,7	227,2	0,0	1,2	0,6
	Coleta	3718,3	3697,9	3783,9	3789,8	-0,6	1,8	1,9
	Entrega	5687,7	5701,4	6047,9	6056,5	0,2	6,3	6,5
	Estoque no cliente	117,9	114,9	170,5	170,9	-2,5	44,6	45,0
<b>Total</b>		<b>12967,4</b>	<b>12981,8</b>	<b>13516,3</b>	<b>13525,8</b>	<b>0,1</b>	<b>4,2</b>	<b>4,3</b>
Alto	Estoque na planta	447,8	496,9	409,8	451,4	11,0	-8,5	0,8
	Produção fixa	2868,4	2872,5	2904,0	2960,0	0,1	1,2	3,2
	Produção variável	2058,1	2060,1	2092,7	2105,1	0,1	1,7	2,3
	Coleta	3474,9	3456,8	3509,6	3477,8	-0,5	1,0	0,1
	Entrega	5754,2	5743,7	5888,3	5891,9	-0,2	2,3	2,4
	Estoque no cliente	973,2	1001,7	1746,5	1746,7	2,9	79,5	79,5
<b>Total</b>		<b>15576,5</b>	<b>15631,6</b>	<b>16550,8</b>	<b>16633,0</b>	<b>0,4</b>	<b>6,3</b>	<b>6,8</b>

FONTE: O autor (2019).

TABELA 21 – EFEITO PERCENTUAL NO CUSTO TOTAL MÉDIO QUANDO O CUSTO DE ESTOQUE MUDA DE BAIXO PARA ALTO.

Política	$ \mathcal{T}  = 3$	$ \mathcal{T}  = 6$
ML-ML	33,0	20,1
OU-ML	33,3	20,4
ML-OU	38,9	22,5
OU-OU	39,2	23,0

FONTE: O autor (2019).

### 3.5.2 Resultados para o 2E-MDIRP

Guimarães et al. (2019) introduziram o 2E-MDIRP e apresentaram um algoritmo B&C para resolver o problema. Os autores também criaram uma mateurística baseada na ALNS para resolver grandes problemas. Todos os 128 conjuntos de testes propostos pelos autores foram executados pela abordagem BL-B&C, cada um resolvido pelas mesmas quatro políticas de estoque considerada no 2E-PRP, com um total de 512 experimentos.

A TABELA 22 compara o B&C e a ALNS proposta por Guimarães et al. (2019) com a abordagem BL-B&C. As colunas SF e OT possuem a mesma definição de antes, enquanto as colunas MSC (Melhor Solução Conhecida) e MSC-Excl (Melhor Solução Conhecida Exclusiva) registram o número de testes em que a abordagem atingiu a melhor solução e a melhor solução de forma exclusiva entre os métodos comparados, respectivamente. Na comparação com o B&C, a BL-B&C foi capaz de provar a solução ótima em 412 casos, contra apenas 298 da abordagem proposta por Guimarães et al. (2019). Além disso, os resultados mostram que o BL-B&C também supera a mateurística, com 111 MSC exclusivos quando a ALNS obtém apenas 22. No geral, BL-B&C obteve 490 MSC de 512.

TABELA 22 – ESTATÍSTICAS COMPARATIVAS PARA O 2E-MDIRP

Política	#	B&C				ALNS		BL-B&C		
		SF	OT	MSC	MSC-Excl	MSC	MSC-Excl	OT	MSC	MSC-Excl
<b>ML-ML</b>	128	103	80	83	0	100	3	104	125	24
<b>ML-OU</b>	128	98	69	70	0	98	1	101	114	28
<b>OU-ML</b>	128	101	80	81	0	97	14	106	127	27
<b>OU-OU</b>	128	95	69	69	0	92	4	101	124	32
<b>Total</b>	<b>512</b>	<b>397</b>	<b>298</b>	<b>303</b>	<b>0</b>	<b>387</b>	<b>22</b>	<b>412</b>	<b>490</b>	<b>111</b>

FONTE: O autor (2019).

Os resultados médios apresentados na TABELA 23 mostram que a abordagem BL-B&C também é muito superior em termos de LI, quando comparada ao B&C de Guimarães et al. (2019). Embora existam diferenças nos recursos computacionais, cabe destacar que o tempo de processamento da BL-B&C é quase metade do tempo do B&C.

TABELA 23 – RESULTADOS COMPARATIVOS PARA O 2E-MDIRP

Política	B&C			ALNS		BL-B&C			
	$\overline{LI}$	$\overline{LS}^*$	$\overline{T(s)}$	$\overline{LS}$	$\overline{T(s)}$	$\overline{LI}$	$\overline{LS}^*$	$\overline{LS}$	$\overline{T(s)}$
<b>ML-ML</b>	4897,1	4508,5	2877,6	5355,7	458,6	5156,8	4432,5	5334,5	1536,7
<b>ML-OU</b>	5179,7	4823,6	3438,9	5847,4	701,2	5539,9	4625,7	5847,8	1783,4
<b>OU-ML</b>	5011,5	4578,0	2879,6	5577,5	426,8	5357,7	4534,1	5544,5	1527,1
<b>OU-OU</b>	5277,8	4881,6	3438,2	6063,9	715,0	5725,7	4659,3	6043,2	1828,3
<b>Média</b>	<b>5091,5</b>	<b>4697,9</b>	<b>3158,6</b>	<b>5711,1</b>	<b>575,4</b>	<b>5445,0</b>	<b>4562,9</b>	<b>5692,5</b>	<b>1668,9</b>

FONTE: O autor (2019).

### 3.5.3 Resultados para o MV-PRP

Como o 2E-PRP é uma generalização do MV-PRP para uma cadeia de suprimentos de dois elos, dois conjuntos de testes para esse problema também foram considerados. Uma variante do MV-PRP é abordada por Adulyasak, J.F. Cordeau e Jans (2014), que apresentam 168 conjuntos de dados, com  $n = 10$  a 50 clientes com três períodos,  $n = 10$  a 40 clientes com seis períodos e  $n = 10$  a 30 clientes com 9 períodos. Quando  $n \leq 25$ , existem apenas 2 veículos, e 3 a 4 veículos quando  $25 < n \leq 50$ . Os autores consideram as políticas ML e OU e apresentam um B&C e uma mateurística baseada na ALNS (chamada Op-ALNS).

A TABELA 24 apresenta os resultados médios para o MV-PRP sob a política ML. O número de clientes é indicado na coluna  $|C|$ , enquanto  $\#$  mostra o número de conjuntos em cada linha da tabela. Em todos os casos o B&C de Adulyasak, J.F. Cordeau e Jans (2014) foi capaz de encontrar uma solução factível. A coluna  $\overline{LS}$  apresenta a média do limitante superior obtido e  $\overline{GAP}(\%)$  a média percentual dos desvios com relação ao limitante inferior. Já  $\overline{T(s)}$  representa a média dos tempos de processamento. A abordagem BL-B&C foi capaz de provar a solução ótima em 134

experimentos, contra apenas 125 de Adulyasak, J.F. Cordeau e Jans (2014), mesmo com o processamento limitado a apenas um terço do tempo computacional dos autores comparados. Além disso, também foi capaz de gerar *gaps* menores em tempos de processamento muito mais baixos. Os resultados gerais corroboram o efeito positivo da abordagem paralelizada. A TABELA 25 apresenta os experimentos para política OU. Os resultados são similares aos obtidos na política ML, no qual a abordagem BL-B&C obteve duas soluções ótimas a mais que o B&C de Adulyasak, J.F. Cordeau e Jans (2014).

TABELA 24 – RESULTADOS COMPARATIVOS PARA O MV-PRP, POLÍTICA ML

C	#	B&C				Op-ALNS	BL-B&C			
		OT	$\overline{LS}$	$\overline{GAP}(\%)$	$\overline{T}(s)$	$\overline{LS}$	OT	$\overline{LS}$	$\overline{GAP}(\%)$	$\overline{T}(s)$
10	24	24	80437,9	0,0	63,9	81039,8	24	80437,9	0,0	13,2
15	24	20	113757,4	0,4	7734,1	114740,5	20	113749,8	0,2	2540,0
20	24	22	128911,1	0,1	4083,8	129861,5	24	128897,9	0,0	1030,0
25	24	19	152953,4	0,3	10535,4	153894,0	22	152883,5	0,2	1983,9
30	24	14	171515,8	1,2	20621,5	172498,3	16	171044,7	0,6	5787,3
35	16	10	139836,4	0,7	20562,5	141059,9	13	139696,3	0,3	4799,7
40	16	6	175077,3	1,3	29370,3	175763,7	7	174791,3	0,8	9859,8
45	8	5	134771,9	1,1	27798,3	135454,8	2	134570,6	0,9	12652,5
50	8	5	122846,6	0,5	21318,1	123882,6	6	122812,3	0,3	6404,2
<b>Média</b>			<b>135567,5</b>	<b>0,5</b>	<b>15787,5</b>	<b>136466,1</b>		<b>135431,6</b>	<b>0,3</b>	<b>5007,8</b>

FONTE: O autor (2019).

TABELA 25 – RESULTADOS COMPARATIVOS PARA O MV-PRP, POLÍTICA OU

C	#	B&C				Op-ALNS	BL-B&C			
		OT	$\overline{LS}$	$\overline{GAP}(\%)$	$\overline{T}(s)$	$\overline{LS}$	OT	$\overline{LS}$	$\overline{GAP}(\%)$	$\overline{T}(s)$
10	24	24	106038,5	0,0	14,2	106389,7	24	106038,5	0,0	65,1
15	24	23	155475,2	0,0	3610,9	156570,8	22	155475,2	0,4	2198,7
20	24	23	169639,0	0,1	3361,2	170368,3	23	169641,5	0,3	1982,8
25	24	20	215111,0	0,3	13515,8	216681,5	18	215074,2	0,7	6468,1
30	24	9	230555,9	1,4	31419,7	232122,2	12	230013,0	1,6	10128,8
35	16	5	226566,7	2,5	32834,3	227194,2	7	225262,2	1,5	10744,6
40	16	2	298812,1	2,3	42443,1	300725,6	2	297738,8	3,5	13447,6
45	8	0	363779,3	3,8	43225,2	364520,3	0	361468,1	4,0	14400,0
50	8	0	351695,1	4,4	43227,4	351815,9	0	348515,8	4,5	14400,0
<b>Média</b>			<b>235297,0</b>	<b>1,1</b>	<b>23739,1</b>	<b>236265,0</b>		<b>234358,6</b>	<b>1,3</b>	<b>8204,0</b>

FONTE: O autor (2019).

A TABELA 26 apresenta o desempenho geral. A abordagem BL-B&C foi capaz de provar 241 soluções ótimas, 11 a mais que o B&C de Adulyasak, J.F. Cordeau e Jans (2014). Além disso, a BL-B&C obteve 95 MSC exclusivas, contra apenas 10 do B&C, enquanto a Op-ALNS não se mostrou competitiva. Em geral, a BL-B&C alcançou o MSC em 325 casos, o B&C em 241 e a Op-ALNS em apenas 25 experimentos.

Finalmente, o desempenho da abordagem BL-B&C é avaliada nos conjuntos de dados propostos por Boudia, Louly e Prins (2005). Esses conjuntos também foram resolvidos heurísticamente por Boudia, Louly e Prins (2007) (GRASP e *path relinking*), por Boudia e Prins (2009) (algoritmo memético), por Bard e Nananukul (2008) (busca

TABELA 26 – RESULTADOS GERAIS PARA O MV-PRP

Política	#	B&C			Op-ALNS		BL-B&C		
		OT	MSC	MSC-Excl	MSC	MSC-Excl	OT	MSC	MSC-Excl
<b>ML</b>	168	125	130	5	8	0	134	162	38
<b>OU</b>	168	106	111	5	17	0	108	163	57
<b>Total</b>	<b>336</b>	<b>231</b>	<b>241</b>	<b>10</b>	<b>25</b>	<b>0</b>	<b>242</b>	<b>325</b>	<b>95</b>

FONTE: O autor (2019).

tabu), por Armentano, Shiguemoto e Løkketangen (2011) (busca tabu e *path relinking*), por Adulyasak, J. F. Cordeau e Jans (2014) (Op-ALNS), por Absi et al. (2014) (método iterativo de duas fases), por Solyalı e Süral (2017) (heurística de múltiplas fases baseada em técnicas de programação matemática), por Russell (2017) (heurística de múltiplas fases e *set partitioning*), por Chitsaz, Cordeau e Jans (2019) (mateurística de decomposição em três fases) e mais recentemente por Li et al. (2019) (método iterativo de duas fases com reparação e um procedimento *fix-and-optimize*).

A TABELA 27 apresenta os resultados detalhados para o grupo B1, com 50 clientes, 5 veículos e 20 períodos. A primeira coluna mostra o número do conjunto de teste (ID), seguido pelo melhor limitante superior da literatura e sua referência. As colunas LS, LI, Gap% e T(s) apresentam os resultados completos para a abordagem BL-B&C. A última coluna traz o desvio entre os resultados obtidos pela BL-B&C em relação ao melhor limitante superior, calculado por  $\left(\frac{LS - MSC}{MSC}\right) \times 100$ . Cabe destacar que a BL-B&C encontra a melhor solução em todos os 30 experimentos, o que representa todos as MSC nesse grupo, além de fornecer LI pela primeira vez para esses conjuntos de dados.

Para o grupo B2, considerado um grupo com problemas muito grandes com 100 clientes e 20 períodos, a abordagem BL-B&C consegue resolver todos os conjuntos de dados e fornecer o primeiro LI. Como mencionado anteriormente, a BL-B&C foi o primeiro método exato a abordar esses dados, embora nenhuma melhoria em termos de LS foi alcançada. Os resultados são mostrados na TABELA 28. Em relação ao grupo B3, com 200 clientes e 20 períodos, considerou-se até 500 GB de memória RAM, mas não foi suficiente para resolver o nó raiz e nenhum LI foi relatado.

TABELA 27 – RESULTADOS PARA O GRUPO B1 DE Boudia, Louly e Prins (2005)

ID	MSC	Referência	LS	LI	Gap %	T(s)	Δ%LS
1	339391	(RUSSELL, 2017)	<b>337499</b>	258352,4	23,5	14400	-0,56
2	355490	(RUSSELL, 2017)	<b>338961</b>	264283,2	22,0	14400	-4,65
3	343274	(RUSSELL, 2017)	<b>336000</b>	254851,0	24,2	14400	-2,12
4	337265	(RUSSELL, 2017)	<b>330113</b>	248792,4	24,6	14400	-2,12
5	342209	(RUSSELL, 2017)	<b>333413</b>	259757,4	22,1	14400	-2,57
6	346471	(RUSSELL, 2017)	<b>342026</b>	260482,7	23,8	14400	-1,28
7	346178	(RUSSELL, 2017)	<b>337323</b>	258141,3	23,5	14400	-2,56
8	343483	(RUSSELL, 2017)	<b>339326</b>	256474,2	24,4	14400	-1,21
9	343477	(RUSSELL, 2017)	<b>340908</b>	264268,3	22,5	14400	-0,75
10	331606	(RUSSELL, 2017)	<b>330174</b>	250015,1	24,3	14400	-0,43
11	331702	(RUSSELL, 2017)	<b>329559</b>	250243,8	24,1	14400	-0,65
12	337257	(SOLYALI; SÜRAL, 2017)	<b>327727</b>	250601,4	23,5	14400	-2,83
13	336392	(RUSSELL, 2017)	<b>332399</b>	258037,9	22,4	14400	-1,19
14	344009	(RUSSELL, 2017)	<b>332552</b>	253715,9	23,7	14400	-3,33
15	344811	(RUSSELL, 2017)	<b>337187</b>	254364,4	24,6	14400	-2,21
16	338888	(SOLYALI; SÜRAL, 2017)	<b>334062</b>	257236,8	23,0	14400	-1,42
17	345273	(RUSSELL, 2017)	<b>341415</b>	255154,4	25,3	14400	-1,12
18	349145	(RUSSELL, 2017)	<b>349030</b>	254780,1	27,0	14400	-0,03
19	344140	(RUSSELL, 2017)	<b>334833</b>	246369,5	26,4	14400	-2,70
20	335590	(RUSSELL, 2017)	<b>326780</b>	248632,3	23,9	14400	-2,63
21	330425	(RUSSELL, 2017)	<b>324828</b>	256769,5	21,0	14400	-1,69
22	327559	(RUSSELL, 2017)	<b>322572</b>	257887,9	20,1	14400	-1,52
23	339646	(RUSSELL, 2017)	<b>332317</b>	253960,3	23,6	14400	-2,16
24	335753	(RUSSELL, 2017)	<b>334477</b>	250997,7	25,0	14400	-0,38
25	345980	(RUSSELL, 2017)	<b>339938</b>	256081,5	24,7	14400	-1,75
26	344861	(RUSSELL, 2017)	<b>331634</b>	263941,7	20,4	14400	-3,84
27	333767	(RUSSELL, 2017)	<b>324688</b>	253070,3	22,1	14400	-2,72
28	334890	(RUSSELL, 2017)	<b>326480</b>	256618,7	21,4	14400	-2,51
29	361210	(SOLYALI; SÜRAL, 2017)	<b>345272</b>	263189,6	23,8	14400	-4,41
30	334361	(RUSSELL, 2017)	<b>333128</b>	252905,2	24,1	14400	-0,37
<b>Média</b>	<b>340816,8</b>		<b>334220,7</b>	<b>255665,9</b>	<b>23,5</b>	<b>14400</b>	<b>-1,90</b>

FONTE: O autor (2019).

TABELA 28 – RESULTADOS PARA O GRUPO B2 DE Boudia, Louly e Prins (2005)

ID	MSC	Referência	LS	LI	Gap %	T(s)	Δ%LS
1	627481	(SOLYALI; SÜRAL, 2017)	673665	379246,0	43,7	14400	7,36
2	629654	(RUSSELL, 2017)	696327	365296,8	47,5	14400	10,59
3	626168	(ADULYASAK; CORDEAU, J. F.; JANS, 2014)	696474	361480,3	48,1	14400	11,23
4	617529	(LI et al., 2019)	697277	369090,3	47,1	14400	12,91
5	638752	(LI et al., 2019)	703347	353076	49,8	14400	10,11
6	624242	(LI et al., 2019)	695470	344000,2	50,5	14400	11,41
7	612937	(RUSSELL, 2017)	668993	362252,7	45,9	14400	9,15
8	613980	(LI et al., 2019)	679533	360120,7	47,0	14400	10,68
9	629671	(SOLYALI; SÜRAL, 2017)	690379	365830	47,0	14400	9,64
10	628162	(RUSSELL, 2017)	689501	342802,7	50,3	14400	9,76
11	632208	(LI et al., 2019)	696839	365539,9	47,5	14400	10,22
12	639171	(SOLYALI; SÜRAL, 2017)	703374	348985	50,4	14400	10,04
13	627361	(RUSSELL, 2017)	688045	350884,6	49,0	14400	9,67
14	626362	(RUSSELL, 2017)	681686	360691,2	47,1	14400	8,83
15	628841	(RUSSELL, 2017)	682164	358071,7	47,5	14400	8,48
16	634063	(LI et al., 2019)	699943	386378,6	44,8	14400	10,39
17	640918	(RUSSELL, 2017)	711193	355322,1	50,0	14400	10,96
18	624512	(RUSSELL, 2017)	694429	358031,4	48,4	14400	11,20
19	638363	(SOLYALI; SÜRAL, 2017)	703687	342533,9	51,3	14400	10,23
20	641094	(RUSSELL, 2017)	713022	362014,6	49,2	14400	11,22
21	632475	(RUSSELL, 2017)	704632	341909,3	51,5	14400	11,41
22	637021	(RUSSELL, 2017)	699609	367799,3	47,4	14400	9,83
23	618008	(LI et al., 2019)	683665	346167,6	49,4	14400	10,62
24	636148	(RUSSELL, 2017)	698056	342546,1	50,9	14400	9,73
25	631508	(RUSSELL, 2017)	695604	350477,2	49,6	14400	10,15
26	624516	(SOLYALI; SÜRAL, 2017)	683735	350479,7	48,7	14400	9,48
27	617961	(ABSI et al., 2014)	671018	370703,6	44,8	14400	8,59
28	620148	(SOLYALI; SÜRAL, 2017)	672444	346725,3	48,4	14400	8,43
29	629760	(RUSSELL, 2017)	697149	360864,7	48,2	14400	10,70
30	622453	(SOLYALI; SÜRAL, 2017)	693710	359029,2	48,2	14400	11,45
<b>Média</b>	<b>628382,2</b>		<b>692165,7</b>	<b>357611,7</b>	<b>48,3</b>	<b>14400</b>	<b>10,15</b>

FONTE: O autor (2019).

## 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho apresentou a integração de problemas de roteirização, estoque, produção e gerenciamento de frota no contexto da cadeia de suprimentos de dois elos. Inicialmente, no Capítulo 2, as características de gestão de frota foram introduzidas, formuladas e integradas nas decisões do IRP com múltiplos depósitos e dois elos. As decisões de produção foram incorporadas ao problema no Capítulo 3, onde técnicas de otimização para diferentes combinações de políticas de estoque foram apresentadas.

O 2E-IRPFM, introduzido no Capítulo 2, configura uma nova variante do IRP que incorpora o gerenciamento de frota em um sistema logístico de dois elos. Esse problema tem uma estrutura complexa dentro da cadeia de suprimentos, conhecida como *many-to-many*, onde as plantas presentes na camada intermediária do sistema devem controlar as decisões de estoque e roteamento relacionadas à coleta de insumo e entrega de produto final, enquanto gerenciam as decisões táticas e operacionais da frota. Para resolver esta variante do problema foi apresentado um algoritmo B&C capaz de considerar diferentes políticas de estoque e múltiplas combinações de custos de aluguel e limpeza dos veículos. Adicionalmente, foram apresentados uma heurística e uma abordagem híbrida exata para resolver com eficiência problemas de grande porte. Experimentos computacionais realizados em conjuntos de testes do 2E-MDIRP mostraram que as abordagens propostas são muito eficazes, fornecendo as melhores soluções em todos os conjuntos de testes avaliados. No contexto do 2E-IRPFM, os resultados obtidos indicam que as decisões de aluguel, limpeza e devolução dos veículos representam uma parcela significativa dos custos logísticos. Além disso, os resultados mostraram que um sistema logístico mais complexo é mais resiliente em relação à mudança nos custos de aluguel e limpeza, o que leva a uma maior eficiência nas operações logísticas.

O Capítulo 3 apresentou a variante 2E-PRP, inspirada na implementação de um sistema VMI na indústria petroquímica, resultante da integração entre os problemas MV-PRP e o IRP de dois elos. Neste capítulo foram introduzidos um algoritmo B&C e uma abordagem exata, chamada BL-B&C, que combina dentro do paradigma de computação paralelizada as técnicas de busca local e o mecanismo tradicional do B&C. Os resultados computacionais obtidos mostram que a BL-B&C supera o B&C em termos de número de soluções ótimas e qualidade dos limitantes (inferior e superior), sem comprometer o tempo computacional. Uma análise gerencial indicou que a imposição da política OU foi capaz de aumentar o custo total nas mesmas proporções observadas na literatura, com um acréscimo de aproximadamente de 70% nos custos de estoque dos clientes, quando comparada com a política ML. Os custos de transporte também

aumentaram cerca de 7% quando a política OU foi imposta aos clientes.

A BL-B&C proposta para o 2E-PRP é flexível o suficiente para abordar problemas semelhantes da literatura. Testes computacionais com 512 casos (128 conjuntos de dados com 4 diferentes políticas de estoque) do 2E-MDIRP mostraram que a abordagem proposta domina o B&C de Guimarães et al. (2019), com 412 soluções ótimas contra 298 dos autores, o que representa 114 novos ótimos. Em geral, a BL-B&C também se mostrou competitiva quando comparada com a ALNS dos autores, com um total de 490 melhores soluções e 111 novas melhores soluções de forma exclusiva.

Os conjuntos de testes clássicos do MV-PRP também foram usados para avaliar a BL-B&C. Nos 336 casos (168 casos na ML e 168 na OU) propostos e resolvidos por Adulyasak, J.F. Cordeau e Jans (2014), a abordagem BL-B&C obteve 9 soluções ótimas a mais que o B&C da literatura na política ML, além de 22% de melhores soluções obtidas de forma exclusiva. Na política OU, a abordagem superou em dois ótimos os resultados da literatura e conseguiu cerca de 34% de soluções exclusivas. Por fim, a BL-B&C foi o primeiro método exato a resolver os conjuntos de Boudia, Louly e Prins (2005) e também o primeiro a fornecer limitante inferior para os grupos B1 e B2. Ademais, na comparação com métodos consagrados da literatura (heurísticos, metaheurísticos e mateurísticos), cabe destacar que a BL-B&C obteve as melhores soluções em todos os 30 casos do grupo B1 (50 clientes).

## REFERÊNCIAS

- ABSI, N. et al. A Two-Phase Iterative Heuristic Approach for the Production Routing Problem. **Transportation Science**, v. 49, n. 4, p. 784–795, 2014. Citado 3 vezes nas páginas 55, 63, 77, 79.
- ADULYASAK, Y.; CORDEAU, J. F.; JANS, R. Optimization-Based Adaptive Large Neighborhood Search for the Production Routing Problem. **Transportation Science**, v. 48, n. 1, p. 20–45, 2014. Citado 3 vezes nas páginas 55, 63, 77, 79.
- ADULYASAK, Y.; CORDEAU, J.-F.; JANS, R. The production routing problem: A review of formulations and solution algorithms. **Computers & Operations Research**, v. 55, p. 141–152, 2015. Citado 1 vez na página 53.
- ADULYASAK, Y.; CORDEAU, J.F.; JANS, R. Formulations and Branch-and-Cut Algorithms for Multivehicle Production and Inventory Routing Problems. **INFORMS Journal on Computing**, v. 26, n. 1, p. 103–120, 2014. Citado 14 vezes nas páginas 55, 63, 68, 69, 75, 76, 81.
- AKSEN, D. et al. An adaptive large neighborhood search algorithm for a selective and periodic inventory routing problem. **European Journal of Operational Research**, v. 239, n. 2, p. 413–426, 2014. Citado 1 vez na página 32.
- ANDERSSON, H. et al. Industrial aspects and literature survey: Combined inventory management and routing. **Computers & Operations Research**, v. 37, n. 9, p. 1515–1536, 2010. Citado 4 vezes nas páginas 16, 19, 53.
- ARCHETTI, C.; BERTAZZI, L.; LAPORTE, G. et al. A branch-and-cut algorithm for a vendor-managed inventory-routing problem. **Transportation Science**, v. 41, n. 3, p. 382–391, 2007. Citado 6 vezes nas páginas 28, 45, 61, 68, 69, 72.
- ARCHETTI, C.; BERTAZZI, L.; PALETTA, G. et al. Analysis of the maximum level policy in a production-distribution system. **Computers & Operations Research**, v. 38, n. 12, p. 1731–1746, 2011. Citado 2 vez na página 63.
- ARCHETTI, C.; BOLAND, N.; SPERANZA, M. G. A Matheuristic for the Multivehicle Inventory Routing Problem. **INFORMS Journal on Computing**, INFORMS, Institute for Operations Research e the Management Sciences (INFORMS), Linthicum, Maryland, USA, v. 29, n. 3, p. 377–387, 2017. Citado 1 vez na página 31.
- ARCHETTI, C.; SPERANZA, M. G. A survey on matheuristics for routing problems. **EURO Journal on Computing Optimization**, v. 2, p. 223–246, 2014. Citado 1 vez na página 31.

ARMENTANO, V. A.; SHIGUEMOTO, A. L.; LØKKETANGEN, A. Tabu search with path relinking for an integrated production–distribution problem. **Computers & Operations Research**, v. 38, n. 8, p. 1199–1209, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 55, 77.

BARD, J. F.; NANANUKUL, N. The integrated production-inventory-distribution-routing problem. **Journal of Scheduling**, v. 12, n. 3, p. 257, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 55, 76.

BELGIN, O.; KARAOGLAN, I.; ALTIPARMAK, F. Two-echelon vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery: mathematical model and heuristic approach. **Computers & Industrial Engineering**, v. 115, p. 1–16, 2018. Citado 1 vez na página 53.

BELL, W. J. et al. Improving the Distribution of Industrial Gases with an On-Line Computerized Routing and Scheduling Optimizer. **Interfaces**, INFORMS, v. 13, n. 6, p. 4–23, 1983. Citado 1 vez na página 19.

BERTAZZI, L. et al. A matheuristic algorithm for the multi-depot inventory routing problem. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 122, p. 524–544, 2019. Citado 4 vezes nas páginas 28, 31, 53, 61.

BIELLI, M.; BIELLI, A.; ROSSI, R. Trends in Models and Algorithms for Fleet Management. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, v. 20, p. 4–18, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 17, 19.

BOUDIA, M.; LOULY, M.A.O.; PRINS, C. A reactive GRASP and path relinking for a combined production–distribution problem. **Computers & Operations Research**, v. 34, n. 11, p. 3402–3419, 2007. Citado 5 vezes nas páginas 17, 53, 55, 63, 76.

\_\_\_\_\_. Combined optimization of production and distribution. In: PROC. Internat. Conf. Indust. Engrg. Systems Management. Marrakesh, Marrocco: IESM, 2005. v. 5, p. 3–4. Citado 11 vezes nas páginas 54, 55, 68, 69, 76, 78, 79, 81.

BOUDIA, M.; PRINS, C. A memetic algorithm with dynamic population management for an integrated production–distribution problem. **European Journal of Operational Research**, v. 195, n. 3, p. 703–715, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 55, 63, 76.

CÁRDENAS-BARRÓN, L. E.; CHUNG, K.-J.; TREVIÑO-GARZA, G. Celebrating a century of the economic order quantity model in honor of Ford Whitman Harris. **International Journal of Production Economics**, v. 155, p. 16–38, 2014. Citado 1 vez na página 53.

CHABOT, T. et al. Service level, cost and environmental optimization of collaborative transportation. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 110, p. 1–14, 2018. Citado 1 vez na página 19.

CHANDRA, P.; FISHER, M.-L. Coordination of production and distribution planning. **European Journal of Operational Research**, v. 72, n. 3, p. 503–517, 1994. Citado 1 vez na página 54.

CHENG, C. et al. Modeling a green inventory routing problem with a heterogeneous fleet. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 97, p. 97–112, 2017. Citado 1 vez na página 53.

CHITSAZ, M.; CORDEAU, J.-F.; JANS, R. A Unified Decomposition Mathematical for Assembly, Production, and Inventory Routing. **INFORMS Journal on Computing**, v. 31, n. 1, p. 134–152, 2019. Citado 3 vezes nas páginas 55, 63, 77.

COELHO, L. C.; CORDEAU, J. F.; LAPORTE, G. Thirty years of inventory routing. **Transportation Science**, v. 48, n. 1, p. 1–19, 2014. Citado 4 vezes nas páginas 16, 19, 53.

\_\_\_\_\_. Consistency in multi-vehicle inventory-routing. **Transportation Research Part C: Emerging Technologies**, v. 24, p. 270–287, 2012. Citado 3 vezes nas páginas 32, 45, 72.

\_\_\_\_\_. The inventory-routing problem with transshipment. **Computers & Operations Research**, v. 39, n. 11, p. 2537–2548, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 32, 45.

COELHO, L. C.; LAPORTE, G. Improved solutions for inventory-routing problems through valid inequalities and input ordering. **International Journal of Production Economics**, v. 155, p. 391–397, 2014. Citado 3 vezes nas páginas 28, 61.

\_\_\_\_\_. The exact solution of several classes of inventory-routing problems. **Computers & Operations Research**, v. 40, n. 2, p. 558–565, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 69, 72.

CRAINIC, T. G. et al. Two-Echelon Vehicle Routing Problem: A satellite location analysis. **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, v. 2, n. 3, p. 5944–5955, 2010. The Sixth International Conference on City Logistics. Citado 1 vez na página 53.

DARVISH, M.; ARCHETTI, C.; COELHO, L. C. Trade-offs between environmental and economic performance in production and inventory-routing problems. **International Journal of Production Economics**, v. 217, p. 269–280, 2019. Citado 1 vez na página 65.

DARVISH, M.; COELHO, L. C. Sequential versus integrated optimization: Production, location, inventory control, and distribution. **European Journal of Operational Research**, v. 268, n. 1, p. 203–214, 2018. Citado 3 vezes nas páginas 17, 53, 65.

DESAULNIERS, G.; RAKKE, J. G.; COELHO, L. C. A branch-price-and-cut algorithm for the inventory-routing problem. **Transportation Science**, v. 1655, p. 1–17, 2015. Citado 5 vezes nas páginas 29, 61, 62.

- FAGERHOLT, K.; LINDSTAD, H. TurboRouter: An Interactive Optimisation-Based Decision Support System for Ship Routing and Scheduling. **Maritime Economics & Logistics**, v. 9, n. 3, p. 214–233, 2007. Citado 1 vez na página 20.
- FISCHETTI, M.; LODI, A. Local Branching. **Mathematical Programming**, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, v. 98, n. 1-3, p. 23–47, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 38, 67.
- GOVINDAN, K. Vendor-managed inventory: a review based on dimensions. **International Journal of Production Research**, v. 51, n. 13, p. 3808–3835, 2013. Citado 3 vezes nas páginas 16, 19, 54.
- GUIMARÃES, T. A. et al. The two-echelon multi-depot inventory-routing problem. **Computers & Operations Research**, v. 101, p. 220–233, 2019. Citado 27 vezes nas páginas 17, 20, 28, 32, 37, 43, 45, 49–53, 55, 61, 68, 69, 72, 74, 75, 81.
- HVATTUM, L. M.; FAGERHOLT, K.; ARMENTANO, V. A. Tank allocation problems in maritime bulk shipping. **Computers & Operations Research**, v. 36, n. 11, 3051–3060, 2009. Citado 1 vez na página 20.
- LAHYANI, R.; COELHO, L. C.; KHEMAKHEM, M. et al. A multi-compartment vehicle routing problem arising in the collection of olive oil in Tunisia. **Omega**, v. 51, p. 1–10, 2015. Citado 1 vez na página 20.
- LAHYANI, R.; COELHO, L. C.; RENAUD, J. Alternative formulations and improved bounds for the multi-depot fleet size and mix vehicle routing problem. **OR Spectrum**, v. 40, n. 1, p. 125–157, 2018. Citado 1 vez na página 53.
- LAPORTE, G. Fifty Years of Vehicle Routing. **Transportation Science**, v. 43, n. 4, p. 408–416, 2009. Citado 1 vez na página 53.
- LARRAIN, H.; COELHO, L. C.; ARCHETTI, C. et al. Exact solution methods for the multi-period vehicle routing problem with due dates. **Computers & Operations Research**, v. 110, p. 148–158, 2019. Citado 1 vez na página 65.
- LARRAIN, H.; COELHO, L. C.; CATALDO, C. A Variable MIP Neighborhood Descent algorithm for managing inventory and distribution of cash in automated teller machines. **Computers & Operations Research**, v. 85, p. 22–31, 2017. Citado 1 vez na página 65.
- LEFEVER, W. **Stochastic and robust optimization algorithms for the inventory-routing problem and its extensions**. 2018. var. p. Tese (Doutorado) – Ghent University. ISBN 9789463551564. Citado 2 vezes nas páginas 30, 62.
- LEFEVER, W. et al. Analysis of an improved branch-and-cut formulation for the Inventory-Routing Problem with Transshipment. **Computers & Operations Research**, v. 98, p. 137–148, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 30, 62.

- LI, Y. et al. An efficient three-level heuristic for the large-scaled multi-product production routing problem with outsourcing. **European Journal of Operational Research**, v. 272, n. 3, p. 914–927, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 55, 77, 79.
- LOW, C. et al. Coordination of production scheduling and delivery problems with heterogeneous fleet. **International Journal of Production Economics**, v. 153, p. 139–148, 2014. Citado 1 vez na página 53.
- LYSGAARD, J.; LETCHFORD, A. N.; EGLESE, R. W. A new branch-and-cut algorithm for the capacitated vehicle routing problem. **Mathematical Programming**, v. 100, n. 2, p. 423–445, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 31, 63.
- OPPEN, J.; LØKKETANGEN, A.; DESROSIERS, J. Solving a rich vehicle routing and inventory problem using column generation. **Computers & Operations Research**, v. 37, n. 7, p. 1308–1317, 2010. Citado 1 vez na página 20.
- PADBERG, M.; RINALDI, G. A branch-and-cut algorithm for the resolution of large-scale symmetric traveling salesman problems. **SIAM Review**, v. 33, n. 1, p. 60–100, 1991. Citado 4 vezes nas páginas 35, 37, 64.
- PERBOLI, G.; TADEI, R.; VIGO, D. The Two-Echelon Capacitated Vehicle Routing Problem: Models and Math-Based Heuristics. **Transportation Science**, INFORMS, v. 45, n. 3, p. 364–380, 2011. Citado 1 vez na página 53.
- PISINGER, D.; ROPKE, S. A general heuristic for vehicle routing problems. **Computers & Operations Research**, v. 34, n. 8, p. 2403–2435, 2007. Citado 2 vez na página 32.
- RABINOVICH, E. et al. Outsourcing of integrated logistics functions. **International Journal of Physical Distribution & Logistics Management**, v. 29, n. 6, p. 353–374, 1999. Citado 1 vez na página 20.
- RUSSELL, R.-A. Mathematical programming heuristics for the production routing problem. **International Journal of Production Economics**, v. 193, p. 40–49, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 55, 77–79.
- SCHENEKEMBERG, C. M. et al. **The two-echelon inventory-routing problem with fleet management**. Montréal, 2019. Citado 1 vez na página 66.
- SHINTANI, K.; KONINGS, R.; IMAI, A. The impact of foldable containers on container fleet management costs in hinterland transport. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 46, n. 5, p. 750–763, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 17, 19.
- SOLYALI, O.; SÜRAL, H. A multi-phase heuristic for the production routing problem. **Computers & Operations Research**, v. 87, p. 114–124, 2017. Citado 3 vezes nas páginas 55, 63, 77–79.

SONG, J.-H.; SAVELSBERGH, M. W. P. Performance Measurement for Inventory Routing. **Transportation Science**, v. 41, n. 1, p. 44–54, 2007. Citado 1 vez na página 48.

SORDA, G.; BANSE, M.; KEMFERT, C. An overview of biofuel policies across the world. **Energy Policy**, v. 38, n. 11, p. 6977–6988, 2010. Citado 1 vez na página 54.

WILLIAMS, B. D.; TOKAR, T. A review of inventory management research in major logistics journals: themes and future directions. **The International Journal of Logistics Management**, v. 19, n. 2, p. 212–232, 2008. Citado 1 vez na página 53.

YULIANG, Y.; DRESNER, M. The inventory value of information sharing, continuous replenishment, and vendor-managed inventory. **Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review**, v. 44, n. 3, p. 361–378, 2008. Citado 1 vez na página 19.