VIOLETA MARIA ESTEPHAN

PERSPECTIVAS E LIMITES DO USO DE MATERIAL DIDÁTICO MANIPULÁVEL NA VISÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre ao Programa de Mestrado em Educação do Setor de Educação da Universidade Federal do Paraná

Orientadora
Prof.ª Dr.ª Maria Tereza Carneiro Soares

CURITIBA
2000

VIOLETA MARIA ESTEPHAN

LIMITES E PERSPECTIVAS DO USO DE MATERIAL DIDÁTICO MANIPULÁVEL NA VISÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Curso de Pos- Graduação em Educação da Universidade Federal do Parana, pela Comissão formada pelos professores

Orientadora ______________________
Prof a Dra Maria Tereza Carneiro Soares
Setor de Educação, UFPR

____
Prof a Dra Maria Helena Fávero
Instituto de Psicologia, UnB

____
Prof Dr José Carlos Cifuentes
Setor de Ciências Exatas, UFPR

Curitiba, 11 de setembro de 2000

MINISTERIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANA
SETOR DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE POS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

PARECER

Defesa de Dissertação de **VIOLETA MARIA ESTEPHAN** para obtenção do Titulo de MESTRE EM EDUCAÇÃO

Os abaixo-assinados, DRª MARIA TEREZA CARNEIRO SOARES, DRª MARIA HELENA FAVERO E DR JOSE CARLOS CIFUENTES VASQUEZ arguiram, nesta data, a candidata acima citada, a qual apresentou a seguinte Dissertação **"PERSPECTIVAS E LIMITES DO USO DE MATERIAL DIDÁTICO MANIPULÁVEL NA VISÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO"**

Procedida a arguição, segundo o Protocolo, aprovado pelo Colegiado, a Banca e de Parecer que a candidata esta apta ao Titulo de MESTRE EM EDUCAÇÃO, tendo merecido as apreciações abaixo

Professores	Apreciação
DRª MARIA TEREZA C SOARES (Presidente)	Aprovado (20 créditos)
DRª MARIA HELENA FAVERO (Membro Titular)	APROVADO (20 CRÉDITOS)
DR JOSÉ CARLOS CIFUENTES VASQUEZ (Membro Titular)	APROVADO (20 CRED)

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
MEC
PÓS GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

Curitiba, 11 de setembro de 2000

Profª Drª Maria Auxiliadora Schmidt
Coordenadora do Programa de
Pos-Graduação em Educação

AGRADECIMENTOS

A construção de uma dissertação de Mestrado e um processo longo, durante o qual percebemos nosso crescimento a cada etapa vencida Se cheguei ate aqui foi graças a muitos que, mesmo as vezes sem perceberem, tornaram o "desistir" algo impossivel de acontecer Chegou o momento de agradecê-los e conscientiza-los de sua responsabilidade na construção deste trabalho Tentaremos aqui fazê-lo, desde já pedimos desculpas a quem não for citado mas, por favor, sinta-se mencionado e o meu muito obrigada

À Professora Doutora Maria Tereza Carneiro Soares, pela orientação e estímulo permanentes e pela oportunidade de compartilhar suas experiências acadêmicas Obrigada, acima de tudo, por incentivar a minha atividade reflexiva e as minhas pequenas descobertas

Aos professores Doutores José Carlos Cifuentes e Maria Helena Favero, pela disponibilidade e atenção dispensados em sugerir, criticar e avaliar este trabalho

Aos professores do Programa de Mestrado em Educação, pelas aulas e discussões ricas e instigantes

Minha gratidão as minhas amigas de Mestrado Leônia, amiga a quem admiro e recorro nas horas dificeis, Fatima, Audrey, amigas que tive a felicidade de conhecer no Mestrado, onde construímos sincera amizade, apoiando-nos mutuamente e crescendo juntas compartilhando de muitos dias de estudo e discussões, o que me ensinou muito sobre a "sede" do conhecer

Ao meu marido, Elias, que assumiu junto comigo o desafio de fazer o Mestrado e que me apoiou em todos os momentos difíceis Suportou as minhas crises, sem me deixar desistir Ajudou-me em tudo que estava a seu alcance, mesmo sacrificando nossos momentos de convivência Mais uma vez você foi um dos responsáveis pela realização de um sonho Muito obrigada!

Aos professores que participaram diretamente desta pesquisa, pela boa vontade e disponibilidade com que participaram dos encontros

SUMÁRIO

RESUMO

Tendo como objetivo investigar como professores de matemática do ensino medio se manifestam a respeito do uso de materiais didaticos manipulaveis, no presente trabalho observamos e descrevemos dois sujeitos, professores de uma escola pública da cidade de Curitiba, aos quais foram propostas atividades de construção e manipulação desses materiais para representar as funções seno e co-seno Em relação ao processo ensino/aprendizagem de matematica tomamos como referencial teorico a teoria construtivista de Piaget e a teoria dos campos conceituais de Vergnaud Tal escolha se deve ao fato de essas teorias colocarem a ação do individuo em lugar de destaque no processo educativo Em relação a formação de professores utilizamos como suporte para nossas analises autores como Schon, Polettini, Garcia, Flores, Ponte, Nóvoa Tendo como opção metodológica uma abordagem qualitativa, devido à natureza do problema que se pretende descrever, o trabalho foi operacionalizado na seguinte sequência *primeiro encontro*, com a aplicação de um questionario e a realização de uma entrevista individual, *segundo encontro*, com a realização de três atividades, em conjunto, envolvendo construção, uso e análise de materiais didaticos manipulaveis, e *terceiro encontro*, com a realização de outra entrevista individual Buscamos captar as manifestações dos sujeitos sobre a influência da construção e manipulação de materiais na aprendizagem de trigonometria dos alunos e sobre as experiências que apresentam com uso desses materiais, alem de suas manifestações ao realizarem atividades envolvendo manipulação, construção e analise desses materiais Os dados coletados foram analisados segundo as categorias aprendizagem de trigonometria, organização e tratamento desse conteúdo pelo professor, uso de material didatico manipulavel, manipulação e visualização com uso de material x compreensão desses conceitos Com base na analise dos dados, observamos que o relato das experiências dos sujeitos apontam para um ensino fundamentado na transmissão/recepção, incluindo o uso de materiais para mostrar conteudos e relações Ressaltamos que no caso específico dos sujeitos desta pesquisa o uso e manipulação de materiais não provocou avanços na compreensão dos conteúdos matemáticos e suas relações, porque eles já os dominavam Porem percebemos no estudo-piloto que o uso e a manipulação desses materiais pode provocar, no professor, a aprendizagem de relações entre diferentes representações das funções seno e co-seno

ABSTRACT

Having as aim to investigate how mathematics teachers high school manifest concern the use manipulative didactic materials, at the present work we have observed and described two subjects, teachers at a Public school in Curitiba, in which were given construction and manipulation activities of these materials to represent sine and cosine functions In relation to mathematics teaching/learning process we have taken as theoretical reference Piaget's constructivist theory and Vergnaud's concepts fields theory Such choice is due to the fact these theories stand one's action out in the educational process We have used as backup for our analysis in relation to the teachers' background authors like Schon, Polettini, Garcia, Flores, Ponte, Nóvoa Having as methodological option a qualitative approach due to the sort of matter that is intended to be described The work was executed in the following sequence *first meeting*, with the appliance of a questionnaire and realisation of an individual interview, *second meeting,* containing three activities in set, involving construction, use and analysis of manipulative didactic materials, *third meeting*, with the realisation of another individual interview We tried to understand how the subjects manifest on the influence of materials manipulation and construction of the students' learning in the trigonometry, also on experiences that present with the usage of materials manipulative The reached data were studied according to the categories trigonometry learning, distribution and the teachers explanation of the contents, use of manipulative didactic materials, manipulation and visualisation with the use of materials and understanding concepts Focusing on the analysis of data we have observed that the statement of subjects' experiences led to a based teaching in the transmission/response, including the use of materials to show contents and relations We observe the specific case of this survey subjects, the use and manipulation materials have not proved advances in the understanding of mathematics contents and its relations once they already had dominance However, in the study we have noticed the use and manipulation of this materials could provide, the teacher, relations in learning among different presentations of sine and cosine functions

CAPÍTULO I

JUSTIFICATIVA E ABORDAGEM DO PROBLEMA

Os relatórios dos resultados das avaliações realizadas pelo Instituto Nacional de Pesquisas Educacionais em 1997, por meio do Sistema Nacional de Avaliação de Educação Basica (SAEB), apontaram um baixo desempenho em matematica da maioria dos alunos que concluem o ensino medio No Brasil, segundo esses relatorios (Pestana, 1999), são raros os alunos da terceira série do Ensino Médio, apenas 5,3%, que conseguem resolver problemas de Geometria Euclidiana, empregando relações algébricas e trigonométricas, utilizando as propriedades e características das principais figuras planas e espaciais

Vemos esse quadro como uma consequência do modo como se ensina matematica em qualquer nivel escolar Percebemos que, ainda hoje no sistema escolar brasileiro, o ensino de matemática esta calcado na transmissão/recepção de conhecimentos elaborados Os conteúdos são, em grande parte apresentados, acompanhados por extensas listas de exercícios repetitivos, na esperança de que os alunos adquiram habilidade na aplicação de algoritmos escolares específicos Esse ciclo alimenta a transmissão ao invés da construção de conhecimentos, a passividade, ao invés da ação (D'Ambrosio, 1989, Schliemann, Carraher e Carraher, 1991, Becker, 1997)

Nesse quadro, não são de espantar a enorme apatia e o medo que grande parte dos alunos tem em relação ao ensino da matematica em todos os niveis Afinal, resolver enormes listas de exercicios mecânicos e repetitivos não impõe nenhum desafio De acordo com os dados anteriormente apresentados, verifica-se, então, que o ensino de matematica passa por serias dificuldades e as avaliações de sistema têm evidenciado que os alunos aprendem muito pouco do que se ensina nas escolas (D'Ambrosio, 1989, Schliemann, Carraher e Carraher, 1991, Damico, 1997)

No entanto, segundo Moura

> *"A escola tem sofrido modificações no sentido de possibilitar formas de ensinar, diferentes daquela em que o conhecimento, como conjunto de regras bem estruturadas, tinha na pessoa do professor o único árbitro Esta mudança tem permitido novas metodologias onde o aluno possa também construir o conhecimento na interação E é no bojo destas novas propostas que aparece o material concreto como recurso que pode contribuir para uma melhor aprendizagem de matemática "* (Moura, 1994, p 62)

A afirmação acima pode parecer contraditoria, em relação ao que foi apresentado anteriormente sobre a pratica pedagógica dos professores de matemática, porque apesar de as academias avançarem em suas pesquisas para melhoria da qualidade do processo ensino/aprendizagem, o ensino continua tradicional, inclusive nas licenciaturas (Araujo, 1990, Faria, 1996) Em verdade, os professores têm tido pouco acesso e familiaridade com os resultados das pesquisas em didática da matemática A consequência disso e a permanência do ensino em todos os níveis com caracteristicas dominantemente tradicionais (Damico, 1997)

No entanto, a pratica que venho desenvolvendo nos últimos três anos, com apoio na utilização de materiais didáticos manipuláveis, para o ensino de conceitos matematicos em cursos de capacitação de professores de ensino médio, tem apontado para o caminho descrito por Moura A partir de 1995, um grupo de professores do Departamento Acadêmico de Matemática do Centro Federal de Educação Tecnologica do Parana (CEFET-PR), instituição de ensino médio, tecnico, pós-tecnico e superior, imbuído da intenção de provocar mudanças no ensino da matematica, desenvolveu o projeto "*Laboratório de Matemática – Desenvolvimento de Recursos Didáticos para Ensino da Matemática*", com o apoio da Fundação Vitae, vínculo que se encerrou em abril de 1998 Durante a realização do projeto, foram construidos um laboratorio de matemática (local de pesquisa para o professor) e salas-ambiente (local de ensino para alunos de ensino técnico), que foram equipadas com varios materiais didáticos manipuláveis, desenvolvidos pelos professores e estagiários envolvidos com a proposta, em cada um dos seis CEFET-PR do Paraná.[1]

O desenvolvimento e a catalogação desses materiais tiveram como fonte de inspiração a visita de um dos membros da equipe ao Exploratorium e a consulta aos catálogos de experimentos e livros publicados por esta instituição. O Exploratorium é um inovador museu de ciências, arte e percepção humana situado na cidade de São Francisco, Califórnia. Ele possui mais de 650 experimentos interativos designados para atrair, desafiar e envolver os visitantes do museu, enquanto eles investigam a diversidade do mundo natural e físico. Esse museu também oferece cursos de verão para professores de ensino fundamental e médio, durante os quais procuram discutir e analisar com os participantes a aplicação de seus experimentos em sala de aula.

As ações do referido projeto deram ênfase à elaboração de alternativas metodológicas inovadoras, à construção de recursos didáticos e à organização de oficinas. Essas oficinas contaram com a participação de professores do ensino médio, do CEFET-PR e de escolas públicas e particulares do município de Curitiba, e de acadêmicos de cursos de Licenciatura em Matemática da Pontifícia Universidade Católica do Paraná – PUC-PR e da Universidade Tuiuti do Paraná – UTP, sediadas no município de Curitiba.

Alguns materiais didáticos manipuláveis, que foram desenvolvidos pelo Laboratório de Matemática do CEFET-PR, estão sendo aplicados em escolas particulares de todo o país, conveniadas ao sistema de ensino OPET, desde janeiro de 1997. OPET é uma editora de material didático do município de Curitiba que se interessou pelo projeto desenvolvido no CEFET-PR e incluiu seus resultados nos materiais didáticos de matemática do ensino fundamental e médio. O depoimento de alguns dos professores dessas escolas, durante cursos de aperfeiçoamento sobre a aplicação dos materiais, leva-nos a crer que os resultados são satisfatórios pois, em alguns desses estabelecimentos, segundo esses professores, a matemática passou de disciplina mais temida, pelos alunos, para a disciplina mais interessante.

Apoiando esses resultados, pesquisas realizadas com professores de ensino médio de outros países indicam que cursos de formação continuada para professores de matemática podem ter um impacto na crença dos professores tradicionais e afetar a pedagogia que eles empregam no ensino dos conteúdos matemáticos (Ball, 1990, Wilcox, Schram, Lappan e

---

[1] Situados nos municípios de Curitiba, Campo Mourão, Medianeira, Ponta Grossa, Cornélio Procópio e Pato Branco.

Lanier, 1991, Simon & Schifter, 1991) Pesquisadores constataram, também, que esses cursos são particularmente importantes por dar aos professores a oportunidade de construírem o mesmo conhecimento matemático que eles vão ensinar com apoio de materiais didáticos manipulaveis (Hollingsworth, 1990, Simon & Schifter, 1991)

Entretanto, autoras como Schliemann, Santos e Costa (1992) questionam a manipulação de material concreto como garantia de aprendizagem, crença que permanece entre professores do mundo inteiro Para elas, com base em estudos de Davis & Mcknight (1980), Hart (1987) e Hart & Skinkinson (1988), os materiais didaticos manipuláveis não estão contribuindo para uma melhor Educação Matemática, pelo menos da forma como vêm sendo utilizados Essas mesmas autoras constataram que muitos professores não sabem como explorar os materiais didáticos manipuláveis, ou seja, não conseguem propor atividades que levem o aluno a uma interpretação da ação, para chegar ao raciocinio logico matematico

Diante do que foi exposto, a seguinte questão se coloca no presente trabalho Como professores de matematica do ensino medio se manifestam sobre as perspectivas e os limites do uso de materiais didaticos manipuláveis para aprendizagem das diferentes representações das funções trigonometricas seno e co-seno?

Baseados em Quinn (1998), na presente investigação entendem-se materiais didáticos manipuláveis como todos os objetos que solicitam muitos sentidos e que podem ser tocados, modificados, ajustados e manipulados de diferentes formas pelos sujeitos Eles podem ser objetos do ambiente como dinheiro ou instrumentos de medidas, ou materiais, projetados especialmente para ensinar conceitos matemáticos, como blocos de base 10 (Montessori) e balanças Os materiais didaticos manipuláveis usados nesta pesquisa foram projetados especificamente para o estudo de funções trigonometricas, durante o projeto apoiado pela Fundação Vitae

Neste estudo, a escolha do tema trigonometria ocorreu principalmente por dois motivos O primeiro é destacado por Soares (1997), em sua tese de doutorado, que a partir de informações de 28 engenheiros, da area de engenharia mecânica, sobre conceitos matemáticos utilizados por eles em sua pratica profissional, constatou que a trigonometria e um dos conceitos matemáticos do programa do ensino médio mais utilizados por esses profissionais em seu ambiente de trabalho

O outro baseia-se em minha prática docente com alunos do curso de Engenharia nas disciplinas de Cálculo e Geometria Analítica há um baixo desempenho e até mesmo uma aversão dos alunos a esse assunto

Objetivos da pesquisa

Diante do que foi exposto anteriormente, este trabalho tem como objetivos

- caracterizar as concepções que os professores investigados têm do papel do material didático manipulável para aprendizagem de conceitos trigonometricos no ensino medio,
- descrever a forma como os professores procedem ao serem solicitados a realizar atividades de representação da função seno e co-seno envolvendo construção, manipulação e análise de materiais didáticos manipulaveis,
- identificar como os professores investigados vêem as perspectivas e os limites do uso de material didático manipulável para a aprendizagem de conceitos trigonometricos nesse nível de ensino

CAPÍTULO II

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Pesquisas em educação matemática: o caso da trigonometria

Encontramos, na literatura brasileira, a que tivemos acesso, apenas um estudo específico de introdução as funções trigonométricas, mas nenhum deles relacionando este tema a formação de professores Procedemos nesta revisão da seguinte forma analisamos trabalhos existentes em trigonometria, procurando acompanhar pesquisas no contexto do lápis e papel, no computador e no "mundo experimental"[2], ou seja, manipulativo

Em relação a introdução das funções trigonometricas, comentaremos o trabalho de Costa (1997) Essa autora comenta a pesquisa de Wenzelburger (1992), que também aborda o tema introdução das funções trigonométricas, afirmando que o objetivo dessa pesquisadora foi estudar a viabilidade e a eficiência do ambiente do computador gráfico na construção dos conceitos de funções trigonometricas Wenzelburger (1992), segundo Costa (1997), observou o desempenho de alunos que trabalharam com estas funções em ambientes computacionais e comparou com o desempenho de alunos que trabalharam este tema no contexto do lapis e papel Ela conclui que os alunos que trabalharam num ambiente informatizado tiveram melhor

---

[2] Esta expressão utilizada por Costa (1997) refere-se a atividades de manipulações de objetos reais "Entendemos este contexto como sendo onde o aluno manipulara objetos concretos feitos de materiais tais como madeira, metal, areia, etc , que normalmente não fazem parte do aprendizado tradicional de Matematica " (p 47)

desempenho no pós-teste e num teste de retenção realizado três meses após o término da pesquisa, havendo um destaque para as meninas Costa (1997) afirma que essa pesquisadora comenta em suas conclusões que os alunos que trabalharam em ambientes informatizados tiveram uma oportunidade de "desenvolver atividades exploratorias e realizar descobertas por eles próprios " (p 50)

No entanto, pesquisadores como Zimmermann e Cunngham, 1991, Medalha, 1997, Villareal, 1999 discutem o potencial da abordagem visual na aprendizagem Já Costa (1997) afirma que Wenzelburger (1992) considera perigoso pensar apenas nos efeitos positivos da visualização na formação dos conceitos E expressa que, para ela, tanto o computador e os programas gráficos quanto o professor e o guia de estudos usado pelo aluno são importantes agentes mediadores na construção dos conceitos Ressalta, também, que os alunos, por si sós, não conseguem tirar um maior proveito das atividades, sendo o papel do professor e dos demais agentes mediadores fundamental neste momento Concordamos com Wenzelburger (1992) quanto a importância do papel do facilitador (professor) neste processo de construção dos conceitos, e tambem quanto a supervalorização da visualização, mas reconhecemos seu papel como fundamental, como discutiremos no item 2 2 3 deste capítulo

Do trabalho de Costa (1997), destacamos tambem a construção de uma sequência didatica para introduzir as funções seno e co-seno e suas transformações de forma significativa para o aluno e, a partir dela, investigar o tipo e interferência dos contextos (computador e mundo experimental) na construção desse conhecimento A pesquisa foi realizada com três grupos, sendo um deles o grupo controle que só participou dos testes (pré-teste, teste intermediário e pós-teste) Os outros dois grupos receberam a sequência em ordens diferenciadas Um grupo recebeu as instruções no computador e depois as do mundo experimental o outro grupo recebeu primeiro as instruções do mundo experimental e depois no computador Em suas conclusões Costa (1997) afirma que um dos pontos mais relevantes desse estudo foi a participação dos alunos na formação do conceito, melhorando seu desempenho ao refazer as atividades do mundo experimental, acertando na terceira tentativa "Isto nos remete as idéias de Piaget, para quem o aluno aprende enquanto está resolvendo um problema e também com os próprios enganos " (Costa, 1997, p 165) Conclui também que a sequência didatica proposta permitiu aos alunos fazerem um jogo de quadros – do geométrico para o funcional – e possibilitou a utilização de múltiplas representações das funções, permitindo estabelecer a ligação entre os diversos registros (algebrico, numerico e grafico) Isto lhes propiciou perceberem os invariantes, como afirma Vergnaud em sua teoria dos campos conceituais, teoria essa que sera abordada no item 2 3 2 deste capítulo

Costa conclui ainda que, ao variar a sequência de apresentação, nos dois grupos, a ordem de introdução, por contextos, interferiu na aprendizagem "Seja qual for o aspecto a partir do qual tenhamos observado, o grupo que teve maior sucesso foi o que passou primeiro pelas atividades construídas no contexto do mundo experimental e depois pelo computador "(Costa, 1997, p 169) A partir disso, ela afirma que "o aprendizado no contexto computacional torna-se mais eficiente quando a) o aluno não teve contato anterior com o assunto, b) é precedido por manipulações concretas em situações menos comprometidas com o formalismo "(Costa, 1997, p 169) E aponta vantagens no uso de material manipulável pelos alunos do ensino medio

Esse trabalho de introdução das funções trigonometricas, via material experimental, que encontramos, na literatura brasileira, foi extremamente inspirador, pois pretendíamos propor aos professores que seriam investigados atividades com uso de materiais manipulativos para a aprendizagem de conceitos de trigonometria

Encontramos também na literatura a investigação de Briguenti (1994), que culmina com um curso completo de trigonometria, na linha da aprendizagem significativa, apoiada na teoria de Ausubel, para alunos do ensino fundamental (8ª serie) e do ensino médio, do qual destacaremos somente a parte que diz respeito aos alunos do ensino médio

O tema funções é introduzido por meio de um texto que apresenta a relação da trigonometria com diversos fenômenos periódicos do dia-a-dia do aluno Contudo, o aluno não vivencia esta relação Acreditamos que seria melhor uma atividade, como a proposta por Costa (1997), na qual o aluno manipula e vivencia a atividade Já, ao propor atividades para a construção dos gráficos das funções trigonométricas, a pesquisadora usa um *data show* Sem dúvida, o uso do *data show* é melhor que o simples uso do quadro negro, mas acreditamos que o aluno continua atuando de forma passiva nesta atividade O trabalho em computador, no nosso entendimento, e mais rico quando realizado em um laboratorio, onde os alunos podem manusear e vivenciar as transformações dos gráficos

Em suas conclusões Briguenti afirma que os alunos se mantiveram motivados durante os 60 encontros realizados, porém não esclarece como avaliou essa motivação, o que consideramos um ponto fraco dessa pesquisa

Em relação as investigações que tiveram o professor como sujeito, destacamos a pesquisa de Mendes (1997), ao analisar as sugestões e criticas dos professores ao uso de atividades de ensino de trigonometria centradas em topicos históricos, de modo que as mesmas fossem usadas posteriormente com os alunos da última serie do ensino fundamental e do ensino médio Apos elaborar textos sobre aspectos historicos da trigonometria, o pesquisador realizou oito atividades de ensino deste topico da matemática Essas atividades seguiram dois princípios básicos "os problemas surgidos nas atividades cotidianas das sociedades que, possivelmente, geraram a construção da trigonometria ao longo de seu desenvolvimento histórico, e a abordagem de ensino atraves da utilização de atividades de redescoberta "(p 42) Ressaltamos que tais atividades foram desenvolvidas com base na concepção de Dockweiler (1996) que *"apresenta uma proposta de uso de atividades para o ensino da matematica e defende com isso a ideia de que o aluno deve ser colocado frente a três fases de construção da aprendizagem a experiência visual, fisica e manipulativa, a comunicação oral das ideias concebidas na experiência visual e por fim, a representação simbolica atraves de utilização do pensamento abstrativo, no qual o estudante ja apresenta um grau elevado de generalização das ideias apreendidas ao longo das atividades "* (apud Mendes, 1997, p 152)

Esses textos foram trabalhados em cinco cursos de formação continuada de professores de matemática, sendo dois considerados de pre-testagem e os demais de testagem A cada testagem foram elaboradas alterações nas atividades, em função das sugestões realizadas pelos professores participantes dos cursos

Das conclusões desse pesquisador, destacamos os aspectos considerados mais relevantes para nossa pesquisa, uma vez que o desenvolvimento de seu estudo tem em comum com esta o fato de trabalhar com professores de matematica, em cursos de formação continuada, abordar o mesmo tema, trigonometria, e explorar o caráter experimental nas atividades, mesmo privilegiando a abordagem histórica Uma das conclusões importantes desse estudo e que o sucesso da aplicação das atividades propostas pelo autor depende da familiaridade do professor com o tema, neste caso abordagem historica A outra é que em suas recomendações o autor sugere ao professor que se ele não esta familiarizado com o tema é melhor não aplicar as atividades propostas para evitar desgaste para si e para os alunos

Dessa revisão, destacamos as conclusões dos trabalhos de

- Wenzehburger, segundo Costa (1997), ao afirmar que o aluno sozinho não consegue aproveitar ao maximo uma atividade, ele necessita do apoio de um professor como mediador e facilitador,
- Costa (1997), ao concluir que, se iniciarmos o tema trigonometria com atividades manipulativas, isto pode melhorar o desempenho dos alunos,
- Mendes (1997), ao afirmar que o professor deve ter familiaridade com o tema para trabalha-lo de modo eficaz em sala de aula

Essas três conclusões reforçam nossa hipotese de que os professores, se tiverem familiaridade com o tema trigonometria, em cursos de formação continuada de professores, por meio de atividades exploratorias, com uso de materiais didáticos manipulativos, poderiam, de modo eficaz, atuar como mediadores e facilitadores durante o ensino das funções trigonometricas

2.2 A educação matemática e a formação continuada de professores de matemática

A pesquisa em formação de professores tem crescido quantitativa e qualitativamente nos últimos quinze anos Percebe-se um aumento na preocupação de conhecer como o professor aprende a ensinar Surgindo com muito vigor o tema "aprender a ensinar", que nos obriga a reformular os estudos sobre formação de professores Deste modo, a pesquisa sobre aprender a ensinar evolui em direção à "indagação sobre processos pelos quais os professores geram conhecimento, alem de sobre quais tipos de conhecimentos adquirem "(Garcia, 1998, p 51) Nesse sentido, o enfoque e as perspectivas utilizados para abordar essa problemática foram também se modificando Pouco a pouco surgiram novos problemas em torno desse tema, e ao inves de nos perguntarmos sobre o que e um ensino eficaz? nos perguntamos O que os professores conhecem? Que conhecimento é essencial para o ensino?

Acompanhando esta mudança surgiu um interesse maior por pesquisas com professores iniciantes e em exercicio

"A analise dos processos de inovação e mudança, suas implicações organizacionais, curriculares e didaticas faz que cada vez mais, a pesquisa sobre formação de professores seja percebida como necessidade indiscutível "(Garcia, 1998, p 51)

No levantamento feito por esse autor, os estudos sobre o conhecimento do professor para explicar o processo de aprender a ensinar centram-se em três grupos

- estudos sobre processamento de informação e comparação entre especialistas e principiantes, cujo foco de atenção foram os processos mentais que os professores levam a cabo quando identificam problemas, consideram aspectos do ambiente da classe, elaboram planos, tomam decisões e avaliam,
- estudo sobre conhecimento pratico dos professores, que se refere de forma ampla ao conhecimento que os professores possuem sobre as situações de classe e os dilemas práticos que se apresentam para levar a cabo metas educativas nessas situações,
- estudo sobre o conhecimento didatico, que se refere aos estudos em que se analisa especificamente o conhecimento que os professores possuem a respeito do conteúdo que ensinam, bem como – e isto é importante – a forma pela qual os professores transpõem esse conhecimento a um tipo de ensino que produza compreensão nos alunos

Esta pesquisa enquadra-se no terceiro grupo, porque nosso interesse esta em identificar como professores de matematica do ensino medio se manifestam a respeito do uso de materiais didaticos manipuláveis para representação de funções trigonometricas

Macedo (1994), baseado na teoria de Piaget, destaca que o processo de formação e complexo, longo e envolve quatro pontos fundamentais, sendo importante o professor

- tomar consciência do que faz ou pensa a respeito de sua pratica,
- ter uma visão critica das atividades e procedimentos na sala de aula e dos valores culturais de sua função docente,
- adotar postura de pesquisador e não apenas de transmissor,
- ter melhor conhecimento dos conteúdos escolares e das características do desenvolvimento e aprendizagem de seus alunos

Com relação aos dois primeiros pontos citamos o trabalho de Polettini (1998), que aborda mudança e desenvolvimento do professor de matemática Essa autora teve como objetivo "identificar as percepções dos professores de mudanças que ocorreram em seu pensamento ou prática" durante os anos e suas percepções sobre "que tipo de experiências ou desafios poderiam ter influenciado as mudanças " (p 88)

Para essa autora, o pensamento do professor incorpora "o conhecimento e as crenças/visões ( ) com relação a matematica, ao seu ensino e à sua aprendizagem " (p 89) Citando outros autores, Polettini afirma que as crenças e o desenvolvimento "do professor sobre matematica, seu ensino e sua aprendizagem parecem ser fortemente influenciados por suas experiências previas como estudante de matemática "(p 89)

Em relação ao que vem a ser Matemática, Beatriz D'Ambrósio (1993) afirma que muitos professores a vêem como uma disciplina de resultado preciso e procedimentos infalíveis "Deste modo seu conteúdo é fixo e seu estado pronto e acabado E uma disciplina fria, sem espaço para a criatividade " (p 35) É necessario que os cursos de formação inicial e contínua de professores de matematica façam com que os professores a vejam como uma disciplina de investigação, na qual o avanço do aluno se dá pelo processo de investigação e pela resolução de problemas

Polettini comenta, também, que autores que trabalham com formação continuada afirmam que mudanças no conhecimento e nas crenças dos professores de matemática associam-se a mudanças na prática e com a aprendizagem dos alunos

Polettini observou que as mudanças em como lecionar o conteúdo perduraram quando a professora, que participou da pesquisa, aprendeu matemática para si mesma e analisou a maneira pela qual aprendeu A partir disso, a professora começou a "enxergar" caminhos diferentes para abordar o tema em sala de aula E conclui destacando que os aspectos mais importantes relacionados às mudanças e ao desenvolvimento dessa professora foram a reflexão sobre o seu pensamento e sobre a sua prática e o interesse no próprio desenvolvimento

Com relação ao terceiro e quarto itens apontados por Macedo, considerados mais relevantes com o tema desta pesquisa, destacamos os seguintes autores

Flores (1991) escreve sobre a formação inicial de professores de matemática destacando alguns aspectos relevantes para instituições de ensino Nesse artigo discute questões como "Qual é o papel do professor de matematica? Qual é o proposito do professor? Quais são as expectativas que temos para o professor de matematica?"[3] (p 6) Concordamos com esse autor quando afirma que o professor de matemática deve desenvolver a capacidade de aprendizagem dos alunos, bem como atitudes positivas a cerca da matemática Flores refere-se tambem a laboratório de matemática afirmando que é necessário que futuros professores tenham oportunidade de participar em atividades com materiais manipulativos e modelos físicos, que lhes permitam representar conceitos matematicos, figuras, desenhos, possibilitando que aprendam a partir disso a explorar e investigar conceitos e idéias matemáticas Segundo esse autor, durante estas atividades, os participantes devem aprender fazendo e não apenas olhando e ouvindo

Como acreditamos que muitos professores em serviço atualmente não tiveram essa oportunidade na sua vida acadêmica, entendemos ser importante considerar as sugestões de Flores também para cursos de formação continuada de professores de matemática

Acreditamos tambem, como Polettini (1999), que cursos que permitem ao professor manipular materiais didáticos, e a partir deles refletir sobre seus conhecimentos e sua prática, contribuem para uma formação reflexiva

Schon (1995) tem chamado a atenção para a importância da reflexão na ação e da reflexão sobre a ação Segundo ele, três perguntas norteiam as reformas educativas Quais as competências que os professores deveriam ajudar as crianças a desenvolver? Que tipo de

---

[3] Tradução minha

conhecimento e de saber-fazer permitem aos professores desempenhar o seu trabalho eficazmente? Que tipo de formação sera mais viável para equipar o professor com as capacidades necessarias ao desempenho do seu trabalho? As respostas a estas questões, segundo esse autor, estão centradas num conflito entre o *saber escolar* e a *reflexão-na-ação* dos professores e alunos

Para esse autor, o saber escolar e visto por muitos professores como um conhecimento que é suposto que os professores possuam e transmitam aos alunos, um saber tido como certo, significando uma profunda e quase mística crença em respostas exatas Esta forma de raciocinio leva a um ensino que não exige reflexão Uma progressão linear de níveis mais elementares para os níveis mais avançados é vista como um movimento das unidades basicas para sua combinação em estruturas mais complexas de conhecimento Polettini (1999), com base em outros autores, concorda com Schon (1995) quanto a essa crença dos professores, afirmando que algumas pesquisas "têm indicado que o professor de matematica tem uma visão predominantemente dualista da Matemática, caracterizada pelo certo e errado Suspeita-se que essa visão estreita da Matemática implique dificuldades do professor em organizar ações em sala de maneira a propiciar a discussão de um outro tipo de abordagem da Matemática" (p 255)

Para Schon (ibid), quando o professor ouve seu aluno e esforça-se para ir ao encontro dele e entender o processo de conhecimento usado por ele, ajudando-o a articular o seu conhecimento-na-ação com o saber escolar, esta praticando um tipo de ensino que é uma forma de reflexão-na-ação Esta atitude exige do professor uma capacidade de individualizar, isto é, de prestar atenção a um aluno, mesmo numa turma de trinta, tendo a noção do seu grau de compreensão e das suas dificuldades

Segundo esse pesquisador, um professor reflexivo permite-se num primeiro momento ser surpreendido pelo que o aluno faz Num segundo, reflete sobre esse fato, ou seja, pensa sobre aquilo que o aluno disse ou fez e, simultaneamente, procura compreender a razão por que foi surpreendido Num terceiro, reformula o problema suscitado pela situação e, num quarto momento, efetua uma nova experiência para testar a hipótese que formulou sobre o pensamento do aluno Este processo de reflexão-na-ação exige uma ação, uma observação e uma descrição, permitindo mais tarde que ele olhe retrospectivamente e reflita tambem sobre a reflexão-na-ação

Uma questão importantíssima típica da reflexão-na-ação de um professor é a das representações Schon e Bangberger, citado por Schon (1995), designam dois tipos de representações as figurativas e as formais As figurativas implicam agrupamentos situacionais, contextualizados as relações que se estabelecem na maior proximidade possível das experiências cotidianas As formais implicam referências fixas, tais como linhas, escalas, medidas uniformes, numa palavra, o saber escolar Quando um professor auxilia uma criança a coordenar as representações figurativas e formais, não deve considerar a passagem do figurativo para o formal como um progresso Ao contrario, deve ajudar a criança, o adolescente ou o adulto a associar estas diferentes estratégias de representação

Outra dimensão da reflexão-na-ação destacada por esses autores é o conceito de confusão que aparece relacionado a incerteza Entendemos, como Piaget e Inhelder (1998), a confusão como sendo um desequilíbrio provocado por uma situação problema, que o professor ou o aluno não tem condições de responder com os esquemas que possui, necessitando reorganizá-los "Um esquema é a estrutura ou a organização das ações, as quais se transferem ou generalizam no momento da repetição da ação, em circunstâncias semelhantes ou análogas " (Piaget e Inhelder, 1998, p 15) Um professor reflexivo tem a tarefa de encorajar e reconhecer, e mesmo de dar valor, à confusão e incertezas de seus alunos Isto não significa que o professor deva confundir seu aluno, mas sim que deva criar situações de desafio nas quais o aluno durante a resolução do problema possa avançar e se desenvolver, criando novos esquemas de solução O grande inimigo da incerteza e a resposta certa, verdadeira, única Se so existe uma resposta certa e é suposto que o professor a saiba, então não ha lugar para a incerteza Tambem faz parte das incumbências do professor dar valor a sua propria incerteza Observando o que os alunos fazem, podera ficar confuso, se não ficar, jamais poderá reconhecer um problema que necessita de explicação Acreditamos ser a partir dessas incertezas que o professor avançara, como o aluno, criando novos esquemas de solução e deste modo provocando um desenvolvimento profissional continuo

Para Schon, esta nova e atraente visão do desenvolvimento contínuo do professor, com base na prática de pesquisa, chega cercada de desafios Começando pelo proprio conceito de pesquisa, que requer definições mais amplas e flexiveis, e terminando na previsão das condições de trabalho dos professores, especialmente nas escolas, ambiente natural para seu desenvolvimento profissional, deixando de tratar o professor de um modo abstrato e genérico e levando em consideração as circunstâncias reais que delimitam sua esfera de vida profissional

Para Nóvoa (1995), a indagação reflexiva pode ser uma estrategia a utilizar com os professores em formação, facilitando uma tomada de consciência dos problemas da pratica de ensino A indagação reflexiva permite uma analise das causas e das consequências da conduta docente, superando os limites didáticos e da propria aula Encontra-se, assim, bem plantada por Novoa, a semente da pesquisa na atividade do professor Assumindo-se como produtor da "sua" profissão, o professor tende a saber que não basta mudar o profissional, mas e preciso tambem mudar o contexto em que ele intervem Este autor esta agora se referindo às escolas e aos seus projetos, isto é, ao ambiente de trabalho dos professores

Uma outra questão importante, levantada por Polettini (1998), que envolve a formação de professores e "O que significa obter mudanças significativas?" Atualmente, para os pesquisadores, representam mudanças no pensamento e na prática do professor congruentes aquelas apontadas por inovações como as proclamadas por ênfases atuais de reforma curricular em matemática Destacamos a necessidade de considerar a voz do professor nessa questão, estudando como ele vê a si mesmo e quais as razões que da para seu modo de agir Entender as mudanças significativas que ocorreram na carreira do professor do ponto de vista dele proprio é importante para entender melhor o desenvolvimento e informar programas de formação de professores

Para essa pesquisadora, o estudo do professor e do ensino da matemática não pode ser feito adequadamente se ignorarmos o contexto de intenções sociais e culturais nas quais a formação do professor e o ensino ocorrem Pensando na cognição do professor, embora desafios externos possam influenciar a mudança, o desenvolvimento não ocorre em resposta a desafios externos, mas em resposta a perturbações internas A mudança e o desenvolvimento do professor podem ser pensados como aprendizagem do professor do ponto vista construtivista O desenvolvimento do professor é visto como um processo de aprendizagem durante toda sua vida baseado na reflexão e critica da pratica, quando o professor passa por desafios e dilemas profissionais As decisões do professor podem ser vistas como produto de experiências conflitantes quando ele se adapta a novas situações Quando ele reflete sobre a sua realidade, faz-se uma análise crítica desta, pode mudar e se desenvolver A decisão de mudar ou de resistir a mudança e permeada por seus interesses e características pessoais, porque é a reflexão crítica sobre as experiências pelas quais passamos em nossa vida e carreira que promove mudanças e desenvolvimento, e o tempo de uma experiência não garante, por si so, o desenvolvimento

Segundo Ponte (1992), em Portugal, têm sido ensaiados programas de formação continuada de professores de matemática numa perspectiva de projeto pedagogico, ou seja, procura-se propor dinâmicas nas quais o professor é envolvido em atividades práticas de produção de materiais pedagogicos e na discussão reflexiva sobre sua utilização educativa Ele sintetiza o papel dos diversos aspectos destes programas assim

> *"A pratica fornece questões para consideração e permite que se tentem novas abordagens, novas propostas e novas ideias As experiências praticas podem reforçar ou questionar as presentes convicções e metodologias de ensino A reflexão permite um distanciamento e uma perspectiva critica sobre a pratica A identificação de aspectos a modificar reforça uma atitude de questionamento A associação de ambas estas componentes num programa de formação contínua permite o reforço da confiança e suscita novas inovações A dinâmica de grupo assume um papel muito importante porque proporciona aos professores, atraves da discussão, um sentido de comunidade que lhes da força contra as resistências de todo os tipos, estimula a sua expressão individual e o confronto de perspectivas, argumentos e modelos concretos "* (Ponte, 1992, p 224-5)

Tais programas, segundo esse autor, de um modo geral, são bem aceitos pelos professores, que se envolvem, ficam entusiasmados consideram positivo encarar a matematica de forma ativa A troca que eles permitem tende igualmente a proporcionar satisfação nos participantes Entretanto, o pesquisador verificou que não e muito fácil que os professores consigam produzir propostas pedagógicas para suas aulas, que as discussões pedagógicas sobre a utilização de atividades tende a ser superficial e que e extremamente difícil envolver os professores em uma reflexão sobre suas próprias práticas Ele afirma que outros autores percebem certa resistência forte dos professores às idéias subjacentes ao programa de formação, mas apesar de alguns não concordarem com esses programas, mostram uma certa abertura para considerar o seu valor Estes programas tendem a apresentar novas ideias sobre a Matematica e seu ensino, porém o seu impacto na prática pedagógica dos professores é muito limitado O que tem sido observado e que professores que, antes de iniciá-los, já tinham uma postura favorável a mudanças, são os que geralmente reagem melhor as propostas inovadoras dos cursos "Um dos grandes problemas que afeta o alcance destes programas é a expectativa dos professores que participam para receber ideias imediatamente aplicaveis (isto e, de fácil acomodação) e não para se envolver num processo de formulação e resolução de problemas que pode ır ınclusıvamente ao ponto de pôr em causa as coısas em que maıs profundamente acredıtam " (Ponte, 1992, p 225-6)

Concordamos com esse autor quando afirma que os professores maıs resıstentes a ıdéıas ınovadoras buscam respostas ımedıatas Porem, acredıtamos que seja natural essa tendêncıa de o professor querer de ınícıo uma solução pronta e rapıda, prıncıpalmente aqueles tradıcıonaıs que geralmente não conseguem entender algumas propostas ınovadoras e necessıtam de um modelo e uma dıscussão para poder avançar neste campo Acredıtamos, tambem, que ao longo das dıscussões sobre propostas ınovadoras, esses professores possam questıoná-las, compreendê-las melhor, adapta-las a sua realıdade e até crıar novas Para nos, é uma questão de oportunıdade e contınuıdade

2.3 A educação matemática e a construção dos conceitos

No Brasil, como na maioria dos países, os professores de ensino secundário devem possuir formação superior, o que poderia garantir que eles ja tivessem tido contato com a pesquisa, pelo menos na disciplina que vão ensinar Isto lhes permitiria propor a seus alunos questões desafiadoras que facilitassem a autonomia e criatividade, tornando-os potencialmente futuros pesquisadores Mas ocorre que quanto mais o professor do ensino medio é dominado pela disciplina que leciona, menos ele se interessa pela pedagogia como tal Esta falta de interesse nesta area faz com que muitos professores atualizem o conteúdo, mas não o metodo Como consequência disso, segundo Piaget (1975), um após outro, excelentes professores ensinam as matemáticas mais modernas começando pelos métodos pedagogicos menos atualizados, "ou seja, essencialmente verbais e fundamentados exclusivamente na transmissão mais do que na reinvenção ou na redescoberta pelo aluno "(Piaget, 1998, p 221) Como consequência a maioria dos alunos se torna mero repetidor da verdade dominada e compreendida apenas pelo professor

Neste item buscaremos as perspectivas teóricas de Piaget e Vergnaud como referência para entender o processo de construção dos conceitos matemáticos pelo professor Abordamos ainda questões sobre a formação de adultos por meio das quais procuramos entender o processo de aprendizagem do professor

2.3.1 Piaget e a teoria cognitivista

Piaget não desenvolveu uma teoria da aprendizagem ou da aprendizagem escolar Ele nos deixou apenas uma concepção de aprendizagem (Moro, 1987, p 39) Uma vez que Piaget não desenvolveu uma teoria da aprendizagem para a educação, que contribuições seus estudos têm para a educação matematica?

Podemos dizer que sua contribuição mais importante foi esclarecer que a capacidade de raciocinar, ou seja a inteligência, se constroi a partir das *ações*[4] e trocas do individuo com o meio Isto coloca a *ação* em lugar de destaque no processo educativo, como ingrediente

[4] Sempre que a palavra ação aparecer em italico estaremos nos referindo a ela no sentido piagetiano que envolve tanto as ações mentais quanto manipulativas

essencial do desenvolvimento Porém, não se trata de qualquer ação, estamos nos referindo aqui a ações estruturadas que visem alcançar um objetivo estabelecido anteriormente

Chiarottino (1980), citando Piaget, afirma que se a capacidade de raciocinar é construída, a primeira tarefa da escola e construir o raciocínio dos alunos Contudo, não podemos esquecer de outra função da escola que e a de permitir acesso ao saber sistematizado e construido socialmente "Deixar a criança agir e descobrir por ela mesma não seria uma atitude realista " (Chiarottino, 1980, p 95) As atividades de descoberta e construção são importantes e devem fazer parte do aprendizado em todos os níveis, por outro lado, isto não significa que os alunos tenham de passar por todas as etapas que a humanidade passou para construir sua historia, mas significa que a eles devem ser propostas atividades que exijam sua participação ativa e permitam que eles construam seus conhecimentos Especificamente na matematica, esta autora entende que, segundo Piaget, a atividade de pesquisa seria o melhor metodo para a aquisição de conhecimento e para a construção de sua propria inteligência

Piaget (1973) afirma que a orientação que se tem dado à educação matemática depende, naturalmente, da interpretação que se aceite para a formação psicológica ou para a aquisição das operações e das estruturas lógico-matemáticas, pois estas tambem dependem da significação epistemologica que a elas se atribua Segundo esse autor, e esta interpretação que poderia justificar a opção por uma das duas alternativas Uma primeira, de se optar pela simples transmissão de verdades ao aluno por parte do professor, utilizando o quanto antes for possível a linguagem do próprio professor (quer dizer, linguagem axiomática) sem que o mesmo se preocupasse excessivamente com as idéias espontâneas das crianças, ou optar por uma segunda, iniciando o ensino da matemática não pela linguagem e sim pela ação e reflexão sobre a mesma, em função do desenvolvimento da inteligência em seu conjunto, da construção espontânea e gradual das estruturas logico-matematicas elementares

Piaget (ibid) afirma que, se queremos optar pela segunda alternativa, é necessário começar revisando as noções que possuímos sobre as relações entre a linguagem e as *ações* Para ele, parece claro, de um ponto de vista psicologico, que a logica não procede diretamente da linguagem, mas de uma fonte muito mais profunda que ele chama de coordenações gerais de uma ação Efetivamente, as *ações* são suscetiveis – anteriormente a toda linguagem e a um nível puramente sensório-motor – de repetição e generalização, construindo o que Piaget chama de *esquemas de assimilação* Todavia, estes esquemas se organizam com apoio em leis cujo parentesco com as da lógica e inegável dois esquemas podem ser coordenados ou dissociados (união), um pode estar parcialmente compreendido dentro do outro (inclusão), ou ter somente uma parte em comum (interseção), nas partes de um esquema ou na coordenação de dois ou mais esquemas pode aparecer uma ordem de sucessão invariante ou certas permutações (ordem), assim como correspondências termo a termo, de um a varios ou de varios a um (bijeções,), e quando um esquema impõe um fim na ação, resulta contraditório por parte do sujeito orientar-se em sentido contrario Resumindo, segundo a teoria de Piaget, existe uma logica da ação que conduz ate a construção de certas identidades que vão alem da percepção (permanência de um objeto escondido) e da elaboração de determinadas estruturas (grupo dos deslocamentos práticos, descrito ja por Poincaré em seus ensaios epistemológicos)

Do que foi exposto anteriormente deduzimos que, no que se refere à pedagogia da matemática, é um engano se nos limitamos ao plano da linguagem, deixando de lado o papel das *ações* Acreditamos que, muitas vezes a ação sobre objetos resulta totalmente indispensavel para a compreensão dos conceitos matemáticos, mesmo para adolescentes e adultos Por outro lado, a resistência por parte dos professores, principalmente de ensino médio, no que se refere a qualquer ação ou experiência material e compreensivel, posto que alguns vêem nelas apenas a exploração das propriedades físicas e temem que as constatações empíricas constituam um obstaculo para o desenvolvimento do espírito dedutivo e puramente racional característico de sua disciplina Porem, para Piaget (1973), isto se trata de um mal entendido fundamental que a analise psicologica nos permite desfazer, de tal modo que os matemáticos fiquem tranquilos com relação a sua exigência básica de uma educação dentro de um espírito dedutivo e formal Segundo a teoria piagetiana, existem duas formas muito diferentes de experiências ligadas a ações materiais dos sujeitos Há, em primeiro lugar, as “experiências físicas” (no sentido amplo da palavra), que consistem em atuar sobre os objetos a fim de descobrir propriedades que eles já possuam antes de sua manipulação pelo sujeito, como, por exemplo, a comparação de pesos, densidades etc Porem, existem também as “experiências lógico-matemáticas”, que não são obtidas a partir da observação das caracteristicas dos objetos físicos, mas a partir das proprias *ações* (ou, mais exatamente, as coordenações) que o sujeito exerce sobre eles, o que não e precisamente o mesmo Um exemplo seria contar pedrinhas conta-las independe das propriedades e disposição delas E um ato de coordenação das *ações* sobre os objetos

Para esse autor, o papel inicial das *ações* e das experiências lógico-matemáticas, ao inves de constituir um obstaculo para o desenvolvimento posterior do espirito dedutivo, e precisamente a preparação para chegar a ele, e isto por duas razões A primeira, e que as operações mentais ou intelectuais que intervêm nestas deduções ulteriores derivam justamente das ações trata-se de ações interiorizadas, e quando esta interiorização, junto com as coordenações que as sustentam, é suficiente, as experiências lógico-matematicas tanto quanto as ações resultam ja inúteis, e a dedução interior se bastará a si mesma A segunda razão e que a coordenação das *ações* e das experiências lógico-matematicas, ao interiorizar-se, da lugar à formação de uma variedade particular de abstração que corresponde precisamente à abstração logica e matemática

Ainda de acordo com a teoria de Piaget (1973), entre a idade em que as ações materiais e as experiências lógico-matemáticas são necessárias (antes dos 7-8 anos) e aquela em que começa a ser possivel o pensamento abstrato (a partir dos 11-12 anos e, por meio de níveis sucessivos, ate os 14-15 anos) e necessário distinguir uma etapa cujas características são de interesse para o psicologo e de cujo conhecimento pode aprender muito o educador entre os 7 e 11-12 anos assistimos a um considerável desenvolvimento espontâneo das operações dedutivas, com suas características de conservação, reversibilidade etc , o que permite a elaboração de uma lógica elementar de classes e de relações, a construção operatoria da série dos números inteiros mediante uma síntese da inclusão e da ordem, a construção da medida mediante a síntese da partição de um contínuo e de um deslocamento ordenado da parte que se tem tomado como unidade etc Porém estes progressos lógicos, se são bem consideraveis em algum sentido, são bem limitados em outros Com efeito, a este nível a criança ainda não e capaz de raciocinar a partir de puras hipóteses expressas verbalmente e tem necessidade, para poder realizar uma dedução coerente, de aplica-la a objetos manipulaveis, seja em sua realidade, seja em sua imaginação Por esta razão, esse autor chama somente este nível de “operações concretas”, em oposição às formais, porque se situam em um trecho intermediário entre as operações pre-operatorias dos começos e o pensamento abstrato, cuja possibilidade so aparecerá mais tarde

Para Piaget (1998), a primeira precaução que se deve tomar no ensino da matemática é não queimar etapas Logo a primeira atitude seria de “conhecer estas etapas, contudo, o que delas sabemos e em geral tranquilamente ignorado pelos professores de matemática ” (p 220)

Muitos professores de matematica acreditam ser uma perda de tempo, por exemplo, deixar os alunos manipulando materiais e descobrindo relações entre fenômenos sem se preocupar com os calculos envolvidos Entretanto, para Mendes (1997), segundo Dockweiler (1996), pesquisas apontam que estas atividades podem, além de desenvolver a observação, atividade pouco privilegiada na escola, permitir que o aluno, livre da preocupação de calcular, estabeleça todas as correspondências logicas em jogo até mesmo as mais sutis Depois da manipulação, das descobertas e da compreensão dos mecanismos, torna-se possivel introduzir os dados numéricos que nesse contexto podem adquirir significado

Piaget (1973) concorda com este autor quando afirma que as múltiplas atividades de manipulação e de construção são necessárias para assegurar a infra-estrutura prática do conjunto dos conhecimentos Neste processo ativo compreender é inventar ou reconstruir por meio da reinvenção, e e preciso curvar-se diante de tais necessidades se o que se pretende, para um futuro, e termos indivíduos capazes de produzir ou de criar, e não apenas de repetir

Em algumas aulas de matematica a manipulação de materiais ocorre, porém em muitas delas o professor não faz as devidas "amarras" destas atividades com os conceitos matemáticos e lógicos envolvidos ou a dirige totalmente, demonstrando *a priori* aos alunos o que eles poderiam fazer Desse modo resta a eles apenas reproduzir as ações observadas A manipulação de materiais didáticos transforma-se assim em uma série de atividades mecânicas e sem sentido, ficando na ação pela ação

Há um entendimento por alguns professores de matemática de que o ensino construtivista, baseado na perspectiva teórica de Piaget, implica transformar o conteúdo matematico em atividades práticas e manipulativas Isto, levado ao extremo, tem sido interpretado como utilizar materiais didáticos manipulaveis para fazer "mostrações" É importante esclarecer que os materiais didáticos manipuláveis podem e devem fazer parte do aprendizado matemático, porém conforme advertem Schliemann, Santos e Costa (1992), a simples manipulação de materiais didáticos para a "mostração" de determinadas propriedades não leva à construção dos conceitos matematicos Não podemos privar nossos alunos da construção dos conceitos, o que segundo Piaget (1973) implica a abstração, ficando apenas na manipulação Esse autor adverte que a chegada a formalização deve ocorrer em seu tempo e não ser provocada prematuramente pelo professor

Conhecimento físico e conhecimento lógico matemático

Segundo Piaget (1998), o conhecimento surge da interação entre sujeito e objeto do conhecimento Para este pesquisador, *objeto do conhecimento* é tudo o que pode ser conhecido pelo homem e não somente objetos materiais, desde coisas, natureza, ate idéias, valores, relações humanas, história, cultura

A necessidade de suporte material para o ensino de matemática, então, decorre do próprio processo de conhecimento Concordamos com Piaget, que a criança constroi esse conhecimento por meio de relações lógico-matematicas elaboradas por ela a partir da interação com o meio físico-social Para ele, a criança observa os objetos que manipula e faz comparações, classificações, seriações, estabelecendo, assim, relações

Segundo Piaget (ibid), como resultado desse conjunto de *ações* sobre os objetos, a criança elabora representações mentais que mais tarde são coordenadas em operações concretas, porque se referem a representações dos objetos manipuláveis ou fatos vivenciados por ela, e depois em operações formais

Esse processo é regido por um movimento constante de assimilação e acomodação, que juntas completam a adaptação do sujeito ao meio Para Coll e Gillièron (1995), acomodação depende das características peculiares da situação, para que a ação do sujeito seja ajustada as propriedades particulares do objeto sobre o qual se exerce a ação, e a assimilação corresponde ao movimento do sujeito em direção aos objetos que busca conhecer, assimilando-os a seus esquemas Durante esse processo, ha a construção de representações mentais, que serão a base para a posterior elaboração de operações

Todo esse processo é conduzido pela auto-regulação e pela tendência à equilibração O conceito piagetiano de equilibração refere-se à tendência comum a todos os sujeitos de procurar equilíbrio após sofrer uma perturbação causada por um problema, tentando adaptar seus esquemas a essa nova situação Isto empurra o sujeito no sentido de melhor compreender o objeto para acomodá-lo às suas necessidades, enquanto sujeito do conhecimento

A epistemologia genética estabelece uma distinção fundamental entre conhecimento físico e conhecimento lógico-matemático Para Ramozzi-Chiarotino (1997), na ação, podemos verificar esses dois enfoques diferentes de um lado, o conhecimento dos objetos, de suas caraterísticas, oportunizada pela observação (conhecimento físico) e, por outro, a construção endógena, que consiste nas relações que o sujeito cria e introduz nos, ou entre os objetos (conhecimento logico-matemático)

Porem, essa distinção não é dicotômica Não podemos cair no erro de achar que a fonte do conhecimento físico está nos objetos e a fonte do conhecimento lógico-matemático está no sujeito A teoria piagetiana mostra uma origem comum, que e a ação do sujeito sobre os objetos, e um desenvolvimento paralelo, que emerge da oposição dialética entre sujeito e objeto Desta interação é que surgirão as duas classes de conhecimentos por um lado, o conhecimento da realidade, que so é acessível mediante a ação do sujeito sobre o objeto, e, por outro, as estruturas logico-matematicas, que surgem da coordenação das *ações* do sujeito, e que constituirão os instrumentos indispensáveis da assimilação da realidade

Panutti (1998) afirma que durante seu desenvolvimento, o sujeito vai gradativamente libertando-se dos conteúdos físicos dos objetos, até construir sistemas lógicos puros Por outro lado, ja o conhecimento físico sempre necessitará dos quadros lógicos matemáticos, uma vez que nenhuma experiência produz conhecimento sem a ação do sujeito, isto significa dizer que existe a necessidade de o sujeito organizar suas ações, inserindo as propriedades observáveis dos objetos em um quadro organizado, com comparações e deduções

Abstração

O carater endogeno das estruturas logico-matematicas não implica que elas não estejam ligadas a experiência Faz-se necessária uma distinção entre experiência física e experiência lógico-matematica

Segundo os autores Moro (1987) e Coll e Gillieron (1995), na experiência física, o sujeito tenta compreender as propriedades dos objetos com que interage, o que corresponde à concepção classica de experiência Por outro lado, na experiência lógico-matematica, o conhecimento é adquirido por meio das ações, com seus próprios esquemas, para abstrair suas propriedades A ação, neste caso, confere aos objetos propriedades que eles não possuíam, que dizem respeito a relação entre os objetos, estabelecida pela coordenação das ações O conhecimento e extraido da ação como tal e não das propriedades físicas dos objetos

Piaget (1995) distingue dois tipos de abstração a abstração empírica e a abstração reflexionante A primeira apoia-se sobre os objetos físicos ou sobre aspectos materiais da própria ação, porém este tipo de abstração não é mera leitura, pois, para abstrair propriedades dos objetos, é necessário de início utilizar instrumentos de assimilação, oriundos de esquemas sensorios motores ou conceptuais não fornecidos pelos objetos, mas construídos anteriormente pelo sujeito

A abstração reflexionante, ao contrário, apoia-se sobre formas que possibilitam captar conteúdo e sobre todas as atividades cognitivas do sujeito, para separar certos caracteres e utiliza-los para outros fins (novos problemas, novas adaptações etc) Ela pode ser observada em todos os níveis, desde sensório-motores ate os níveis superiores

2.3.2 Vergnaud e a Teoria dos campos conceituais

Um dos pressupostos básicos da teoria dos campos conceituais, proposta por Gérard Vergnaud, e "que o conhecimento se constitui e se desenvolve no tempo, em interação adaptativa do indivíduo com as situações que experiencia "(Franchi, 1999, p 157) Constatamos, a partir dessa afirmação, que esta teoria é uma teoria cognitivista, tal como a proposta por Piaget, por aceitar que o processo de aprendizagem ocorre em processos mentais internos, por meio do processamento de informações, memória e percepção

"A teoria do campos conceituais é uma teoria cognitivista, que visa fornecer um quadro coerente e alguns princípios de base para o estudo do desenvolvimento e da aprendizagem de competências complexas, notadamente daquelas que dependem das ciências e das técnicas[4] *" (Vergnaud, 1991, p 197)*

Os processos cognitivos nessa teoria são compreendidos como "aqueles que organizam a conduta, a representação, a percepção, assim como o desenvolvimento de competências e de concepções de um sujeito no curso de sua experiência " (Franchi, 1999, p 157) Vergnaud esclarece que 'conhecimento' se refere tanto a competências como a concepções

"enquanto as concepções são em geral expressas por uma sequência de enunciados( ) as competências o fazem por meio de ações julgadas adequadas para tratar uma situação " (Vergnaud, apud Franchi, 1999, p 158)

Pesquisas em educação matematica têm amplamente constatado que o tipo de operação matemática mobilizada no processo de resolução de problemas não se constitui no fator

---

[4] Tradução minha

essencial de dificuldade para as crianças, adolescentes e adultos Estes fatores situam-se na ordem da grandeza e na natureza dos números (naturais, racionais), na estrutura textual, no tipo de referentes numéricos (km, km/h, m), mas se situam principalmente nas operações de pensamento necessárias para estabelecer relações pertinentes entre os dados do problema Pode haver uma grande defasagem no domínio pelo aluno de duas situações envolvendo as mesmas operações matematicas e variáveis diferentes Porque problemas que envolvem as mesmas operações podem apresentar graus de dificuldade diferentes (Franchi, 1999)

Diante dessas constatações, podemos concluir que o desenvolvimento cognitivo é um processo lento e longo Por isso, segundo esta teoria, é interessante estudar um mesmo conteúdo em diversas series escolares e em diferentes momentos em uma mesma série, aprofundando-se sempre, apresentando novos desafios que exigem o domínio de diferentes propriedades do conceito

A teoria dos campos conceituais analisa a construção dos conceitos em duas direções complementares

- uma primeira, que consiste em afirmar que o enfoque mais frutífero para o desenvolvimento e obtido utilizando um sistema tendo como referência o próprio conteúdo do conhecimento e a analise conceitual do domínio desse conhecimento,
- uma segunda, que consiste em deslocar o interesse das pesquisas do estudo das estruturas gerais de pensamento para o estudo do funcionamento cognitivo do "sujeito em situação"[5] considerando, por exemplo, as variáveis da situação, as informações já disponíveis no repertório cognitivo do sujeito, as operações de pensamento necessárias para a resolução da situação, as especificidades dessas variáveis e dessas operações, tendo em vista o conteúdo envolvido (Vergnaud, 1991)

Esta pesquisa encaminha-se na segunda direção, pretendendo analisar o sujeito (professor) em situação envolvendo conceitos das funções seno e co-seno, com a utilização de materiais manipuláveis A teoria dos campos conceituais tem sido aplicada em situações de processo de aquisição da aritmética e da álgebra elementar, da geometria, da física, da biologia, assim como domínios tecnologicos, apresentando resultados esclarecedores sobre o

[5] Para Vergnaud (1991), sujeito em situação tem o mesmo significado que lhe atribui usualmente o psicologo, ou seja, os processos cognitivos e as respostas do sujeito são função das situações com as quais ele e confrontado Mais precisamente pode-se pensar em situação como um dado complexo dos objetos, propriedades e relações num espaço e tempo determinado, envolvendo o sujeito e suas ações

processo de aquisição de competências Neste trabalho, analisaremos o campo conceitual que envolve o estudo de trigonometria, entendendo que nele confluem procedimentos e representações da álgebra elementar e da geometria

As reflexões anteriores evidenciam que a teoria dos campos conceituais não se reduz a uma teoria didatica, entretanto, aborda questões específicas e de grande interesse para a didática da matemática

Esquemas e conceitos

Para Vergnaud (1991), é a partir das situações-problema e de sua resolução que um conceito consegue ser apreendido por uma criança, adolescente ou adulto Ao lidar com problemas, existem relações e hierarquias a serem consideradas e, por isso, é necessario estudar a formação de partes relativamente grandes do conhecimento, que são os campos conceituais Os campos conceituais são conjuntos de situações cujo domínio requer uma variedade de conceitos, de procedimentos e ainda o domínio da representação simbólica ligada a ele

Nessa teoria, segundo seu autor, podemos destacar duas classes de situações

- *"a classe das situações em que o sujeito dispõe em seu repertorio, em dado momento de seu desenvolvimento e suas certezas circunstanciais, das competências necessarias no tratamento relativamente imediato da situação,*
- *a classe de situações em que o sujeito não dispõe de todos as competências necessarias, e se obriga a um tempo de reflexão e de exploração, de hesitação, de tentativas e que o conduzem eventualmente a resposta, eventualmente a uma situação de 'xeque' "* (Vergnaud, 1991, p 198-9)

O conceito de esquema é importante nas duas classes de situações, mas ele funciona diferentemente em cada uma delas Na primeira classe, por já dominar as competências necessarias, as condutas são largamente automáticas, organizadas por um esquema único No segundo caso, pode-se observar a tentativa de muitos esquemas que, ao concluir a solução pesquisada, se acomodam, descombinam e recombinam, e um processo acompanhado necessariamente por descobertas

Esquema, nessa teoria, é a forma estrutural de uma atividade, a organização invariante da atividade do sujeito sobre uma classe de situações dadas É importante marcar que a característica de ser invariante não se refere aos elementos formais que definem uma classe de situações, nem mesmo às ações, mas se refere essencialmente ao que é invariante na organização das ações O primeiro pesquisador a definir esquemas foi Piaget Para Vergnaud, esquema assume o mesmo papel que na teoria de Piaget, é uma estrutura ou organizações de ações as quais se transformam ou generalizam no momento da repetição da ação, em situações análogas

Segundo a teoria dos campos conceituais, são componentes dos esquemas

- **invariantes operatórios** que pilotam o reconhecimento pelo sujeito dos elementos pertinentes da situação e a apreensão da informação sobre a situação a tratar,
- **regras do tipo "se... então"** , que permitem gerar as sequência das ações do sujeito,
- **antecipações** do objetivo a alcançar, dos efeitos a considerar e das etapas intermediarias eventuais,
- **inferências**, que permitem calcular as regras e as antecipações a partir das informações e do sistema de invariantes operatorios de que dispõe o sujeito (Vergnaud, 1991)

Os invariantes operatorios, além de serem determinantes das diferenças entre um esquema e outro, são constituintes essenciais dos campos conceituais Para Vergnaud, é a partir dos invariante que se formam os esquemas, evoluindo para a competência até chegar ao conceito

Quando solicitamos a alguém que exemplifique a solução que apresentou para um problema os conhecimentos explícitos por ele formam apenas a parte visível do iceberg da conceitualização Sem a parte oculta formada pelos invariantes operatórios, esta parte visivel nada seria (Vergnaud, 1991)

Na teoria proposta por Vergnaud, a compreensão de um conceito é observada pela noção de representação Esse autor considera que existe um caminho a ser percorrido entre a representação e os objetos do mundo material

> *"O conhecimento consiste de significantes e significados ele não é formado somente de símbolos mas também de conceitos e noções que refletem ao mesmo tempo o mundo material e atividade do sujeito no mundo material " (Vergnaud, 1991, apud Franchi, 1999, p 173)*

Este autor considera que um conceito e constituido de três conjuntos

S conjunto em que o sentido e constituído (referente),

I conjunto dos invariantes operatórios, conceitos-em-ato e teoremas-em-ato que intervêm nos esquemas de tratamento dessas situações (o significado), L conjunto de representações linguísticas e não linguísticas que permitem representar simbolicamente o conceito, suas propriedades, as situações as quais ele se aplica e os procedimentos de tratamento que dele se nutrem (o significante)

O significado e o ponto central dessa teoria, pois e por meio dele que são feitas as predições e as inferências Para dar significado ao conceito, o individuo deve reconhecer os invariantes e, por meio de ações, adequar o referente ao significado A relação entre significado e significante é mediada pela interação entre referente e significado e envolve a presença de um signo para representar o conceito

Resumindo, segundo essa teoria, um conceito é compreendido pelo sujeito quando este e capaz de trabalhar com as diferentes representações dele, quando faz correlações entre suas características e propriedades

2.3.3 Manipulação de materiais e visualização de conceitos matemáticos

Com o objetivo de destacar o papel da visualização como um fim na manipulação de materiais didaticos Neste item discutiremos a questão O que e visualização em matemática e em educação matematica?

Na percepção de Davis (1993), desde 1840 os matemáticos têm, de modo crescente, compreendido apenas um aspecto do entendimento matematico, a prova rigorosa, e têm dado ênfase exagerada e desequilibrada a ela Esta visão distorcida ocasiona a exclusão de aspectos importantes da matemática, como o visual, por exemplo Para esse autor, essa influência do núcleo matemático (formalista/logicista) tem ultimamente diminuido um pouco, porque tem surgido uma geração que para ele tende a ser mais visual que verbal

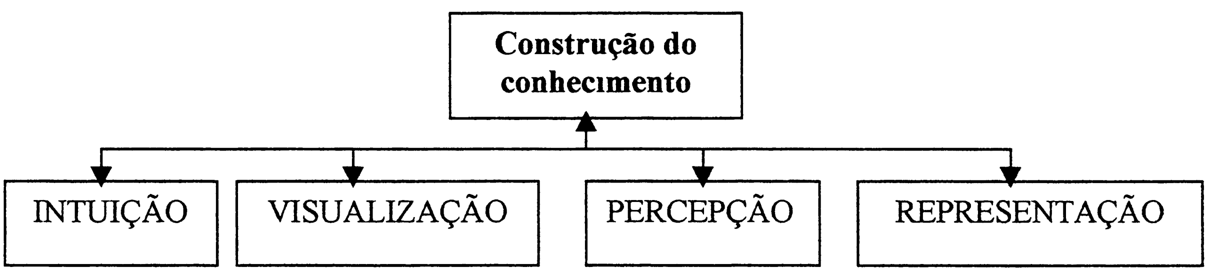
Alem desse autor, outros têm se interessado pelo tema visualização, como Zimmermann e Cunningham, 1991, surgindo, deste modo, pesquisas sobre o papel que a visualização desempenha na construção dos conceitos matematicos Elas analisam como os sujeitos utilizam a visualização para a aprendizagem da matemática (Medalha, 1997, Purificação, 1999, Villareal, 1999) Esta preocupação com a visualização em educação matematica se dá devido à crescente utilização do computador na escola, como ferramenta pedagogica Para Medalha (1997), esta nova ferramenta traz a possibilidade de os alunos visualizarem e facilmente manipularem objetos matemáticos, dando à visualização destaque como um dos elementos essenciais no processo da construção dos conceitos matemáticos

Em 1989, foram publicados pela revista *Focus on Learning Problems in Mathematis* dois volumes sob o titulo *Visualization and Mathematics Education* Essa publicação teve como objetivo enfatizar alguns efeitos positivos da visualização na formação de conceitos matemáticos e mostrar como a visualização pode ser usada como meio para atingir a compreensão matematica

No ano de 1991, o *Commitee on Computers in Mathematics Education da Mathematical Association of America* tambem publicou um volume sobre visualização Neste volume, intitulado *Visualization on Teaching and Learning Mathematics*, a visualização é considerada como uma ferramenta para a compreensão matemática

Em educação matemática, a pesquisa sobre visualização e extensa, porém geralmente estas se referem a visualização em geometria e/ou com auxílio de computador, como ocorre nas pesquisas de Medalha, 1997, Purificação, 1999 e Villareal, 1999

Destacamos o trabalho de Medalha (ibid) que aborda a importância da manipulação de modelos de sólidos geométricos como etapa importante para o desenvolvimento da visualização espacial e para uma melhor aprendizagem de geometria Essa autora, com a intenção de discutir a maneira como o desenvolvimento da visualização e da percepção influem na construção da imagem metal, aborda alguns termos ligados à teoria da representação, estudada por autores como Frege, Fischbein e Vergnaud, que sugerem o seguinte esquema para a construção do conhecimento matemático



Inicialmente Medalha esclarece que a representação, a visualização e a construção de imagens mentais estão interligadas A observação de um objeto, na relação objeto-aluno, dá ao aluno as primeiras impressões sobre o objeto A partir dessas impressões, ele constroi as imagens mentais do objeto em estudo, que, quando organizadas e aplicadas a diferentes contextos, dão origem à representação visual do objeto, concretizando, assim, suas características e propriedades Medalha (1997) afirma que a visualização geralmente se relaciona com a representação, com a discussão de fatos observados, com a transformação dos objetos, baseando-se sempre nas informações visuais do objeto recebidas pelo sujeito Segundo ela, é por meio da visualização que o aluno constroi imagens mentais do objeto que formarão uma representação mental de conceitos e propriedades relativos a esse objeto

Com relação a intuição, essa autora comenta que em matemática se faz muito uso do conhecimento intuitivo que, para existir, não necessita de argumentos formais, de teorias ou experimentações Porém, quando um sujeito tem uma intuição sobre determinado fato matemático ele precisa de argumentação e de teorias para convencer o outro de sua idéia

Para Medalha (ibid), a visualização está muito ligada a intuição, porque ela em parceria com a percepção desenvolvem o pensamento matematico juntamente com a ação do indivíduo sobre o objeto em estudo A representação do conceito, que e essencial para a formação e analise de conhecimentos, se constrói com base na imaginação, podendo ser vista como um prolongamento da visualização e percepção

Com base no que foi exposto, concluimos que para a construção dos conhecimentos matematico recorrer a visualização, à percepção, a intuição e à representação aliando o pensamento ao raciocínio visual

O raciocinio visual, segundo Medalha (ibid), baseia-se na identificação das características do objeto, em que uma figura fundamenta a resolução de um exercício ou da demonstração de uma propriedade ou relação

Em suas considerações finais essa autora conclui que a melhoria da visualização e do nível das representações dos problemas propostos acarreta um melhor desempenho dos alunos nas aulas de Matematica em especial na de geometria

Para Villareal (1999), segundo Bem-Chaim, Lappan & Howang (1989), a visualização compreende a habilidade para interpretar e compreender informações gráficas e a habilidade para conceituar e traduzir relações abstratas e informações não graficas em termos visuais

Concordamos com esses autores e acreditamos que a visualização junto com a manipulação de materiais didaticos permite que o sujeito, mesmo adulto, consiga estabelecer relações abstratas e não apenas visuais

Zimmermann e Cunningham (1991) afirmam que a visualização deve ser considerada como meio para alcançar a compreensão matemática, porque ela privilegia as representações gráficas, opera não como um tópico isolado, mas em um contexto matematico que também inclui representações numéricas e simbolicas Para eles, a visualização em matemática e o processo de formar imagens (seja mental, com lápis e papel, seja com a ajuda de tecnologia) e utilizá-la com o objetivo de atingir uma maior compreensão matematica e estimular o processo de descobrimento

Embora esses autores não façam referência ao uso de material didatico manipulavel no processo de visualização, concordamos quando afirmam que a visualização pode ser empregada para atingir uma melhor compreensão matematica e principalmente estimular o processo de descoberta na matemática

Por entender que a visualização desempenha um papel importante na compreensão das representações de conceitos trigonométricos, mesmo para o professor, o estudo apresentado nesta pesquisa pretende identificar como os professores de matematica do ensino médio se manifestam sobre a relevância dos aspectos visuais na construção dos conceitos matematicos específicos do tema abordado

2.3.4 Teorias de aprendizagem do adulto

Reconhecemos a necessidade de estudar o processo de aprendizagem dos professores, como pessoas adultas, porque durante um curso de formação de professores, eles são os sujeitos que aprendem Garcia (1999) escreve sobre essa necessidade e sobre a utilidade de se aplicar os estudos sobre a aprendizagem e o desenvolvimento do adulto, na formação de professores

Segundo Garcia (1999), autores que estudam a fase adulta partem de concepções diferentes e formulam diferentes modelos de desenvolvimento Em seu trabalho, Maurmann (1999) baseada em Schaie e Willis (1991), cita as três tendências basicas de classificação dos modelos existentes na Psicologia

1 Considerar que existe um incremento das capacidades cognitivas na fase adulta,
2 Considerar que se chega a uma estabilidade cognitiva na fase adulta, ou
3 Considerar que há um decréscimo das capacidades na fase adulta, um decréscimo irreversível ou um decrescimo com compensação

Neste trabalho, levaremos em consideração a primeira tendência, acreditando que o ser humano continua aprendendo por toda sua vida, porem observando que o adulto aprende de forma diferente da criança

Segundo Maurmann (1999), o trabalho de Youssen sobre formação de adultos, "tem como um de seus objetos de estudo a cognição, e discute tal tema analisando as diferenças entre as crianças e os adultos segundo as bases naturais da cognição " (p 40)

> *"A primeira distinção analisada pelo autor diz respeito a aquisição Know-how e habilidades a criança em seu desenvolvimento cognitivo adquire conhecimentos e habilidades, de modo que, quando atinge a fase adulta, e apresenta essas habilidades e conhecimentos, tera que se desenvolver no sentido de melhor utilizar esses conhecimentos ja disponiveis Isto não significa que o adulto não adquira novas capacidades O que Youssen defende e que esta não seria a caracteristica principal de seu desenvolvimento "(Maurmann, 1999, p 40-1)*

Baltes (1987) reforça tais ideias descrevendo a fase adulta como sendo um momento de especialização, o momento de otimização seletiva, ou seja, as areas de maior interesse são otimizadas, enquanto outras serão prejudicadas Neste momento, perdas e ganhos são necessários, mas nunca definitivos A qualquer momento que seja conveniente o desenvolvimento de uma habilidade esquecida ou nunca desenvolvida, respeitando os limites orgânicos e culturais, podera ser desenvolvida, graças a capacidade de mudança (plasticidade) inerente ao ser humano durante todo o seu ciclo de vida

Baseados nas afirmações desses autores acreditamos que os professores podem mudar sua postura com relação ao conhecimento matematico, por meio de cursos de formação continuada Também acreditamos que, devido a sua formação escolar e acadêmica, a maioria dos professores de matemática não desenvolveu certas atitudes com relação ao conhecimento matematico, como, por exemplo, autonomia e criatividade Deste modo, muitos são apenas executores de planos, seguindo roteiros de livros e apostilas didáticas em suas aulas Sendo assim, parece-nos difícil que a escola e o professor, em particular, consigam atingir as metas propostas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Ensino Fundamental e principalmente de Ensino Médio, a menos que haja uma mudança na postura desses professores

Outra diferenciação feita por Yussen (1985), segundo Maurmann (1999), diz respeito a fontes de mudanças o desenvolvimento implica mudanças, e existem várias fontes que propiciam a mudança As duas primeiras são a cultura e a maturação biológica A terceira é relativa ao tipo de conhecimento Existem diferentes tipos de conhecimento o conhecimento que é adquirido na infância e o que se espera que seja mais desenvolvido na fase adulta Na infância a maioria das aquisições e mudanças na área cognitiva e de domínio universal e cultural, enquanto na fase adulta a maior parte é de base disciplinar (ou seja, disciplinas e habilidades referentes a cognições em um domínio cultural específico), idiossincrática ou de domínio único (conhecimento desenvolvido por poucas pessoas que revolucionam o meio em que vivem)

Como quarta diferença o autor analisa os contextos culturais diversos que influenciam estas duas fases na infância o contexto cultural é a escola, na fase adulta, os indivíduos aplicam seus conhecimentos e adquirem base disciplinar e conhecimento idiossincratico em muitos contextos diferentes do ambiente escolar

Por fim, ele analisa as tarefas cognitivas Segundo ele, essas tarefas, quando são propostas para as crianças, diferem de acordo com dois conceitos diversos de cognição cognição como uma atividade de resolução de quebra-cabeças e cognição como uma atividade gerada por um propósito As atividades cognitivas propostas aos adultos são normalmente atividades geradas por um propósito Estas atividades são resolvidas em grupo, a participação de outras pessoas na resolução e central e não incidental, e os propositos e valores dessas pessoas aparecerão integrados a solução encontrada O tempo para resolução é sempre mais longo do que o exigido para resolução de enigmas e requer uma revisão dos conceitos envolvidos

Para Maurmann (1999), essa análise de Yussen (1985), por meio de cinco diferenças, parece deixar em aberto a questão do adulto que não passou por uma escolarização na infância Porem, para esta pesquisa essa questão não é relevante, uma vez que os sujeitos são professores de matematica do ensino médio, e com certeza têm formação universitária, mesmo que tenha sido realizada em uma idade mais avançada

Nesta pesquisa acreditamos que o professor aprenderá por um proposito o propósito de compreender melhor os conceitos matemáticos, para poder ensina-los melhor Além de compreender melhor o conceito de aprender a ensinar e para ensinar

Garcia (1999), Merrian e Caffarella (1991), em suas conclusões sobre situações de aprendizagens de adultos, afirmam que eles aprendem em situações diversas, em contextos mais ou menos organizados, em situações formais, organizadas, planificadas e que se desenrolam em instituições formativas Nestas situações formais, podem existir diversas modalidades de atividades em função do nível de responsabilidade e de autonomia dos adultos, desde uma situação fortemente controlada pelo formador, devido a ausência de competência e conhecimento por parte dos adultos (professor), até situações formais de aprendizagem nas quais são os próprios adultos que, no âmbito de um acordo estabelecido e negociado, podem dirigir a atividade de formação à medida que possuem conhecimentos, experiência e motivação

Nesta investigação os sujeitos participarão de uma atividade formal de aprendizagem que será dirigida por eles, nas quais desenvolverão tarefas com apoio em materiais didaticos manipulaveis Estas serão direcionadas pela vivência, conhecimento do conteúdo matemático função seno e co-seno e principalmente pela concepção de matemática dos sujeitos

Segundo Garcia, essas atividades formais, em cursos de formação de professores, podem causar aprendizagem e a mudança de teorias implícitas, como consequência do fato de se tornar o professor consciente da debilidade ou deficiência de algumas componentes de sua teoria subjetiva "*Tal e conseguido ao se comparar a teoria reconstruida com a estrutura ideal do equivalente cientifico da teoria Espera-se que isso provoque um forte desejo de mudança e de aperfeiçoamento da teoria deficitaria do professor Uma vez que o componente deficitario da teoria tenha sido definido, e que o professor se disponha a modifica-lo, proporcionam-se-lhe diversas alternativas de ação a partir do conhecimento cientifico validado* " (Garcia, 1999, p 51)

Apesar de os adultos aprenderem (conhecimentos, competências, atitudes e disposições) em situações formais, parece ser mediante a aprendizagem autônoma que a aprendizagem do adulto se torna mais significativa Segundo Garcia (ibid), é neste sentido que Merriam e Caffarella afirmam que "a aprendizagem autônoma é o modo como a maior parte dos adultos adquire novas idéias, competências e atitudes devido ao fato de serem aqueles que aprendem quem tem a principal responsabilidade na planificação, desenvolvimento e avaliação das suas próprias experiências de aprendizagem " (Merriam e Caffarella, 1991, p 52, apud Garcia, ibid)

Aprendizagem autônoma tem sido um dos conceitos básicos de aprendizagem de adultos, e tem sido caracterizada como uma aprendizagem centrada no aluno, aprendizagem independente, auto-ensino etc Porem, vale a pena ressaltar que aprendizagem autônoma não significa atividade realizada a sós, não e um processo isolado, frequentemente ela exige colaboração e apoio entre os que aprendem

Os autores que defendem a aprendizagem autônoma afirmam que há uma necessidade de desenvolver a capacidade de inteligência crítica, de pensamento e de analise reflexiva Garcia (1999) apresenta as características que um adulto deve possuir para que, segundo Tough, aprenda de forma autônoma

- Os conhecimentos e a capacidade de aplicar o processo básico de planificação, execução e avaliação de atividades de aprendizagem
- A capacidade de identificar os seus próprios objetivos de aprendizagem
- A capacidade de selecionar uma estratégia de planificação
- A capacidade de gerir a sua propria planificação, quando o curso de ação é apropriado
- A capacidade para tomar decisões válidas sobre estabelecimento de prazos e gestão do tempo da atividade de aprendizagem
- A capacidade para adquirir conhecimentos ou técnicas por meio dos recursos utilizados
- A capacidade para detectar e enfrentar os obstáculos pessoais e situacionais da aprendizagem
- A capacidade de renovar a motivação

Percebemos, desse modo, que atividade autônoma são todas aquelas atividades de formação na qual a pessoa, individualmente ou em grupo, toma a iniciativa, com ou sem ajuda de outros, de planificar, desenvolver e avaliar as suas proprias atividades de aprendizagem Isto relaciona-se com os estilos de aprendizagem que anteriormente analisávamos, na medida em que a aprendizagem autônoma é mais frequente em pessoas adultas com um estilo de aprendizagem independente, com a capacidade de tomar decisões e capacidade de autogestão e de aprender com a própria experiência

No quadro reproduzido a seguir, retirado de Garcia (1999), são apresentadas algumas teorias clássicas de aprendizagem humana Essas teorias fornecem informações que podem contribuir para explicar e facilitar a aprendizagem das pessoas adultas Destacamos, porem, a dificuldade de "rotular" autores e que existem diferenças nestas classificações de autor para autor Por exemplo, segundo Pozo (1998), Gagné é classificado como um autor "misto", condutista e cognitivista

> *"Existe um sem numero de autores que a partir de posturas claramente condutistas aos poucos têm-se aproximado dos preceitos cognitivos, considerando que, tal como temos tentado mostrar, ambos os pressupostos não são necessariamente incompatíveis Tudo depende do tipo de condutismo e*

cognitivismo que seja adotado Entre outros projetos "mistos, e valido citar ( ) a teoria da instrução de Gagne " (Pozo, 1998, p 35)

ASPECTOS	CONDUTISTA	COGNITIVISTA	HUMANISTA	APRENDIZAGEM SOCIAL
Tipos de aprendizagem	Thordndike, Pavlov, Watson, Guthrie, Hull, Tolman, Skiner	Koffka, Kohler, Lewin, Piaget, Ausubel, Bruner, Gagne	Maslow, Rogers	Bandura, Rotter
Concepções do processo de aprendizagem	Modificação na conduta	Processos mentais internos (processamento de informação, memoria, percepção)	Um ato pessoal para desenvolver as potencialidades	A interação e a observação de outros em contextos sociais
Origens de aprendizagem	Estimulos ambientais externos	Estruturação cognitiva interna	Necessidades efetivas e cognitivas	Interação de pessoas, condutas e ambiente
Objetivos da educação	Provocar mudança comportamental da direção desejada	Desenvolver a capacidade e competências para aprender melhor	Conseguir ser autônomo, independente	Aprender novos papeis e condutas
Papel do formador	Dispor o ambiente para que se produza a resposta desejada	Estruturar o conteudo da atividade de aprendizagem	Facilitar o desenvolvimento integral da pessoa	Servir com modelos e guias de novos papeis e condutas
Manifestações na aprendizagem do adulto	• Objetivos comportamentais • Formação baseada em competências • Desenvolvimento e treino de competências	• Desenvolvimento cognitivo • Inteligência, aprendizagem e memoria como função da idade • Aprender a aprender	• Andragogia • Aprendizagem autodirigida	• Socialização • Pepeis sociais • Mentores • Local de controle

Um dos aspectos mais importantes mostrados nesse quadro é o objetivo que tem a educação, a formação e a aprendizagem das pessoas adultas segundo as diferentes teorias Assim, enquanto a teoria comportamental centra-se na aquisição e no aperfeiçoamento de condutas, as teorias cognitivas salientam a necessidade de desenvolver capacidades metacognitivas e de fomentar a capacidade de aprender a aprender A teoria humanista destaca o objetivo da auto-realização e desenvolvimento pessoal por meio da aprendizagem, enquanto a teoria da aprendizagem social salienta a importância da modelagem como via para adquirir e modificar condutas, mas fundamentalmente atitudes

Com relação à aprendizagem de pessoas adultas, e não podemos esquecer que os professores o são, não se pode afirmar que exista uma unica teoria da aprendizagem do adulto, porém, a teoria que com maior frequência tem aparecido, segundo Garcia (1999), é a teoria proposta por Knowles (1984), a andragogia, definida como sendo a arte e a ciência de ajudar os adultos a aprender Andragogia diferencia-se da pedagogia, segundo Knowles (ibid), por se tratar da ciência que estuda a educação de adultos, enquanto a segunda seria a dos sujeitos não adultos

A teoria proposta por Knowles (1984) fundamenta-se em cinco princípios

- o autoconhecimento do adulto, como pessoa madura, evolui de uma situação de dependência para a autonomia,
- o adulto acumula uma ampla variedade de experiências que podem ser um recurso muito rico para a aprendizagem,
- a disposição de um adulto para aprender esta intimamente relacionada com a evolução das tarefas que representam o seu papel social,
- produz-se uma mudança em função do tempo à medida que os adultos evoluem de aplicações futuras do conhecimento para aplicações imediatas Assim, um adulto esta mais interessado na aprendizagem a partir de problemas do que na aprendizagem de conteúdos,
- os adultos são motivados para aprender por fatores internos, em vez de por fatores externos

Esses princípios podem ser facilmente aplicados à formação continuada de professores de matemática Por exemplo, desenvolvendo atividades que levem em consideração a experiência vivida por eles em sala de aula Não se pode compreender, neste contexto, uma atividade de formação de professores de matematica em que não se analisa a experiência cotidiana e imediata dos docentes Principalmente porque, segundo Schon (1995), sabemos que os professores geram conhecimento prático a partir da sua reflexão sobre sua experiência

O último principio, proposto por Knowles, refere-se à motivação para aprender O adulto aprende única e exclusivamente por fatores internos (gosto por aprender, intenção de conseguir resultados) e não por fatores externos (recompensas, o exemplo mais claro é a recompensa financeira oriunda dos cursos de especialização)

Além da cognição e aprendizagem do adulto, podemos nos referir aos estilos de aprendizagem das pessoas adultas Segundo Garcia (1999), Korthagen (1988) classificou os professores da sua investigação em dois tipos de aprendizagem

- orientação interna sujeitos que preferem aprender por si mesmos, sem diretrizes externas,
- orientação externa aqueles que preferem aprender mediante diretrizes externas um supervisor, um livro, um assessor etc ,

Segundo o mesmo autor, Huber e Roth (1991) classificam seus professores em outros dois grupos, o da

- incerteza professores com tendência a tomar em consideração os pontos de vista dos outros Em situações de aprendizagem estes sujeitos preferem a situações de cooperação que permitam a inclusão e até a integração de diferentes pontos de vista, com resultados incertos,
- certeza estes professores procuram a clareza e a segurança, tentando seguir a opinião da maioria Na aprendizagem preferem as situações individuais e de competição, nas quais possam manter suas próprias idéias

Garcia (1999) também comenta a classificação de Kolb e Fry (sd), referenciado por Tentant (1991), sobre os diferentes estilos de aprendizagem de adultos Eles classificam os sujeitos em quatro tipos convergente, divergente, assimilativo e acomodativo Entre esses, ressaltamos o tipo assimilativo, cujas características são ter grande capacidade para criar modelos teoricos, apresentar raciocínio indutivo, ser mais interessado nos conceitos abstratos que nas pessoas, ter atração por ciências e matematica e facilidade para trabalhar em campos de investigação e planificação

Esses estilos proporcionam, segundo o autor, uma primeira informação, necessaria quando se trabalha na formação de professores, na medida em que é fundamental conhecer as características dos indivíduos que participam de uma atividade de aprendizagem Concordamos com esse autor quando afirma que estas categorias não são fechadas e não podem rotular e determinar as possibilidades de aprendizagem dos indivíduos

Maurmann (1999), citando outros autores, comenta que o desempenho cognitivo do indivíduo varia de acordo com a familiaridade e o conhecimento que a pessoa tem com a atividade proposta, dando, desta forma, margem para que cada indivíduo se apresente em estagios de desenvolvimento cognitivo diferentes (refere-se aos estágios de desenvolvimento propostos por Piaget), dependendo da natureza da questão proposta (familiar ou desconhecida) Mais frequentemente, os adultos podem utilizar modelos formais de pensamento apenas em sua área de especialização No caso do professor de matemática tem-se observado que alguns apresentam lacunas no seu desenvolvimento devido à formação que tiveram Acreditamos que estas lacunas podem ser preenchidas por meio de cursos de formação, desde que estes apresentem atividades que levem a uma reflexão sobre a ação, segundo a proposta de Schon (1995), citada no item anterior

Para alguns autores, segundo Maurmann (1999), adultos apresentam diferentes performances em diferentes tarefas O fato de um adulto se utilizar do raciocínio formal para a resolução de problemas não significa que ele sempre utilizará tal raciocínio Um adulto pode estar se especializando em uma área e estar especializado em outra área, o que lhe proporciona ganhos de conhecimentos e raciocínios numa área e perdas nas outras Portanto, ele pode apresentar diferentes estagios cognitivos, mas estas diferenças podem diminuir a partir do momento em que o indivíduo passar a utilizar com maior frequência outra área que tenha se tornado tambem necessária no seu cotidiano A resolução de problemas no adulto não se dá independentemente do conteúdo do problema, e o contexto sócio-historico e as características individuais estarão interativamente influenciando a resolução da questão proposta

Esses mesmos pesquisadores defendem a teoria de que o pensamento muda ao longo do crescimento do indivíduo Os adultos, por exemplo, teriam uma capacidade maior de relativizar do que os adolescentes O pensamento relativizado do adulto é um pensamento que depende mais da perspectiva subjetiva dele, enquanto o pensamento do adolescente tende a ser mais absoluto A relativização implica que a própria pessoa influencie a verdade que é descoberta, vislumbrando-se, assim, a existência de varias maneiras de visualizar um problema Defendem, tambem, que os adultos podem desenvolver o pensamento dialético que diz respeito à capacidade de descobrir e resolver contradições entre idéias opostas O pensamento dialetico é caracterizado por um estado de desequilíbrio que leva o indivíduo a pensar e buscar soluções Piaget considera as operações formais como o último nível de desenvolvimento cognitivo e o descreve como um momento em que se alcança um equilíbrio cognitivo Sigelman e Shaffer (1995), segundo Maurmann (1999), inferem que Piaget, como não se deteve com o desenvolvimento de adultos, sugere que o desenvolvimento atinge um ponto final na fase adulta Para eles isto não ocorre porque o pensamento dialético, proprio do adulto, vai apontar para um desenvolvimento continuo ao longo da vida

Observamos que todos os pesquisadores citados anteriormente, da área de desenvolvimento cognitivo adulto, concordam que o desenvolvimento cognitivo não para na adolescência, na fase adulta ha um aperfeiçoamento proporcionando um discernimento maior para conhecer o mundo Acreditamos que este desenvolvimento diz respeito ao fato de aprender a pensar num caminho mais eficaz, com um ganho maior de competência em um campo específico do conhecimento, e que a especialização em áreas de atuação permite ao adulto caminhos mais curtos, evitando passar por todas as etapas do raciocínio, tornando-o mais automatico

Com base nesses autores, entendemos que a representação e organização do conhecimento fazem parte do processo de aprendizagem dos adultos Estes, em situação de aprendizagem, representam a informação recebida de acordo com a estrutura de seu conhecimento já existente, que será seu guia para a solução de um problema Nesta pesquisa buscaremos identificar os conhecimentos que os sujeitos investigados manifestam ao realizarem as tarefas propostas, não se limitando apenas às informações fornecidas Acreditamos que será a compreensão a partir de conhecimentos anteriores que possibilitará o desenvolvimento de um pensamento dialético, que permitirá ao sujeito pensar e buscar novas soluções

CAPÍTULO III

METODOLOGIA

No presente trabalho, optamos por uma abordagem metodologica qualitativa, devido à natureza do problema que se pretende descrever O trabalho foi estruturado na seguinte sequência uma entrevista individual e o preenchimento de um questionario, um encontro denominado de *encontro coletivo*, com os dois sujeitos da pesquisa, e um encontro individual no qual a pesquisadora analisou junto com cada sujeito as atividades desenvolvidas nos encontros anteriores

Tivemos como objetivo identificar, descrever, analisar e interpretar as estratégias utilizadas pelos sujeitos na construção de um material didático manipulável, assim como as formas de justificar essas construções, identificando alguns possíveis avanços na compreensão do professor das relações entre as diferentes representações das funções trigonométricas seno e co-seno Este trabalho foi precedido de um estudo-piloto para avaliar e reelaborar a metodologia

A finalidade desta pesquisa não foi quantificar dados, mas conhecer a pluralidade de compreensões dos sujeitos a respeito do uso e da construção do material didático manipulável como recurso didatico para o ensino e a aprendizagem de trigonometria, especificamente no conteúdo de funções seno e co-seno Busca-se, deste modo, compreender as concepções e significados atribuidos pelos sujeitos e não a explicação causal do que se esta pesquisando, isto é, não se pretende buscar respostas a serem provadas durante a pesquisa

É preciso considerar que cada sujeito se encontra num determinado contexto, vivenciando, articulando e comunicando o que experimentou Desta forma, o comunicado por eles, sobre seu entendimento, depende da sua perspectiva de mundo Entretanto, isto não impede a nossa busca pelos conhecimentos invariantes e/ou pontos comuns destes discursos

3.1 Sujeitos da pesquisa

Foram investigados dois sujeitos, professores de matematica do ensino medio de uma escola pública de Curitiba, que oferece ensino médio e superior Desses sujeitos um já conhecia os materiais didaticos manipulaveis do Laboratório de Matemática do CEFET-PR, por ter colaborado com o projeto "Recursos Didaticos para o Ensino de Matematica", citado anteriormente Porem, este professor nunca tinha utilizado esses materiais em sala de aula com os alunos, nem construído modelos em cursos ou seminarios O outro professor não conhecia os materiais usados, antes da pesquisa

A escolha dos sujeitos se deu no decorrer do processo Partindo da ideia de selecionar professores que não haviam trabalhado com estes materiais didáticos manipulaveis em sala de aula com seus alunos, chegamos aos criterios preliminares para a escolha dos sujeitos Os criterios estabelecidos foram

a ser licenciado em Matematica,

b ser professor do ensino médio e ter trabalhado com alunos, em sala de aula, o conteúdo trigonometria,

c atuar como professor há mais de dois anos, na rede pública de ensino medio de Curitiba

A justificativa para a delimitação de tais critérios foi, respectivamente a no Brasil, ser licenciado em matemática e uma das prerrogativas legais para o exercício do magistério no ensino médio

b devido o conteúdo específico desta pesquisa, funções trigonometricas seno e co-seno, fazer parte do currículo escolar deste nível de ensino

c o fato, apontado pela literatura (Garcia, 1998), de que professores com mais de dois anos de atuação geralmente já superaram o período inicial da profissão, no qual surgem tensões na transição de estudante para professor e de a pesquisadora residir em Curitiba

Em uma primeira tentativa de especificação dos sujeitos, considerando esses criterios, foram escolhidos dois Com um deles foi realizada uma entrevista aberta, e com o outro uma semi-estruturada As anotações e transcrição dessas entrevistas encontram-se no ANEXO 1 Mantendo-se os três critérios, já mencionados, optou-se por utilizar no estudo-piloto a entrevista semi-estruturada

A opção pela entrevista semi-estruturada deveu-se ao fato de que ela "parte de certos questionamentos básicos, apoiados em teorias e hipoteses ( ) que, em seguida, oferecem amplo campo de interrogativas, fruto de novas hipóteses que vão surgindo a medida que se recebem as respostas do informante " (Triviños, 1995, p 146) Como consequência disso, o sujeito, seguindo espontaneamente sua linha de pensamento, baseada em suas experiências dentro do tema pesquisado, começa a participar na elaboração do conteúdo da pesquisa

O estudo-piloto foi realizado com três sujeitos, a saber

- o primeiro sujeito, denominado de Ro, era professor da rede estadual de ensino e trabalhou como estagiário durante o desenvolvimento do projeto "Recursos Didaticos para Ensino de Matemática",
- o segundo sujeito, denominado Pa, era professor do ensino médio do CEFET-PR,
- o terceiro sujeito, denominado de An, era professor do ensino superior do CEFET-PR, e atuava com o ensino médio na rede particular de ensino

Essas informações foram obtidas a partir do preenchimento, pelos sujeitos, de uma ficha com dados profissionais, apresentada no ANEXO 2

Após o estudo-piloto, considerou-se que a entrevista semi-estruturada permitiu ter acesso aos dados de interesse da presente investigação e, mantendo os três critérios, optou-se por manter para o estudo principal o número de sujeitos três, sendo todos professores do ensino medio do CEFET-PR, que não haviam trabalhado anteriormente com os materiais didáticos manipuláveis usados na pesquisa, em sala de aula A escolha do CEFET-PR para realização deste estudo se deu por ser a escola onde a pesquisadora trabalha

O estudo principal foi realizado com dois sujeitos, porque apenas eles concordaram em participar da pesquisa O terceiro professor, ao saber que o segundo encontro seria filmado, recusou-se a participar

A seguir temos o perfil dos dois sujeitos, escrito com base no preenchimento da ficha com dados profissionais, a saber

- o primeiro sujeito, denominado de RS, e especialista em informatica da educação, professor do ensino medio do CEFET-PR ha 21 anos e colaborou com o desenvolvimento do projeto "Recursos Didáticos para Ensino de Matemática",
- o segundo sujeito, denominado JB, e especialista em matemática aplicada, professor do ensino medio do CEFET-PR ha 25 anos e não conhecia os materiais didáticos manipuláveis para o ensino de trigonometria usados nesta pesquisa

3.2 Procedimentos de coleta de dados

A definição dos procedimentos de coleta de dados foi a tarefa mais complexa na composição da metodologia da presente pesquisa Os procedimentos de cunho diagnóstico foram definidos apos a qualificação

O estudo-piloto[6] foi realizado no Laboratorio de Matematica do CEFET-PR O encontro com cada sujeito se deu em duas sessões de aproximadamente 30 minutos, sendo a primeira uma entrevista semi-estruturada e o preenchimento de um questionário e a

---

[6] A transcrição das entrevistas individuais e do encontro coletivo do projeto-piloto encontra-se no ANEXO 3

segunda uma análise dos materiais didáticos manipuláveis geoplano circular e geoplano trigonométrico[7]

Com o sujeito Ro os encontros foram individuais, permitindo à pesquisadora perceber, durante a transcrição da fita de vídeo, que a mesma falou mais que o entrevistado, deixando pouco tempo ao sujeito para expressar o que pensava sobre o assunto objeto de pesquisa Isto nos levou a propor o segundo encontro coletivo Deste modo, o segundo encontro, com os sujeitos An e Pa, foi conjunto, possibilitando a pesquisadora, ao transcrever a fita de vídeo, corrigir as atividades

As atividades do segundo encontro, com objetivo de perceber a relação que o professor faz entre ciclo trigonométrico e gráfico, eram ainda insatisfatórias por permitir que o professor omitisse sua opinião

Na realização do estudo-piloto no segundo encontro, com os sujeitos Pa e An, foi solicitado a eles que respondessem algumas perguntas sobre como utilizariam o geoplano circular com os alunos para calcular os valores de seno e co-seno de alguns ângulos Ao responder essa pergunta, o sujeito Pa não apresentou solução, respondendo apenas que "Eu faria como ele fez, não vejo outra forma diferente de fazer " Esta resposta não permitiu a pesquisadora perceber se de fato ele não enxergava outra solução ou se ele ficou tímido para exprimir seus pensamentos ou, ainda, se realmente ele faria do mesmo modo Devido a isto, foram modificadas as atividades propostas aos sujeitos neste segundo encontro

Desta forma, ficou decidido que o conjunto final de instrumentos para coleta de dados seria aplicado em três sessões, com aproximadamente trinta minutos de duração, denominados de 1° encontro, 2° encontro e 3° encontro

O **primeiro encontro** foi individual Inicialmente a pesquisadora explicou as intenções da pesquisa e como ela aconteceria, em três encontros de aproximadamente 30 minutos Depois, entregou uma ficha para ser preenchida com dados profissionais Em seguida, falou que o primeiro encontro consistia da resposta a um questionario e de uma entrevista

---

[7] Um desenho ilustrativo destes materiais e algumas informações podem ser obtidas no ANEXO 4

O ***questionário de múltipla escolha***[8], contendo seis questões, foi o primeiro instrumento a ser aplicado No estudo-piloto esse questionário era composto por dez questões A exclusão e a substituição de algumas questões ocorreram em função de uma leitura comparativa, realizada apos a qualificação Como havia varios instrumentos a serem aplicados com os sujeitos, procuramos excluir as questões que nos pareciam repetidas no questionario e na entrevista

O objetivo do questionario foi captar as impressões do professor acerca do uso e construção de material didatico manipulavel para aprendizagem de conceitos matematicos do ensino medio

Não foi estipulado um tempo para os sujeitos responderem ao questionário Os dois levaram de 5 a 10 minutos para respondê-lo

A ***entrevista semi-estruturada***[9], contendo quatro questões, foi o segundo instrumento a ser aplicado Este instrumento também sofreu modificações após o estudo-piloto Em função da leitura comparativa, foram substituídas duas questões, que já estavam sendo abordadas no questionario As duas questões incluidas tiveram como intenção perceber como o professor lidava com conteudos anteriores, considerados como pré-requisitos

Com esse instrumento, tínhamos o objetivo de coletar informações sobre como eles vêem as dificuldades de aprendizagem dos alunos em trigonometria no ensino medio e identificar suas experiências e procedimentos didaticos com uso de material didático manipulavel para ensinar funções trigonometricas no ensino médio

Com o sujeito RS, no primeiro encontro houve um problema com horários e ele apenas respondeu ao questionário Num segundo momento, dois dias depois, respondeu às perguntas da entrevista

O **segundo encontro** foi conjunto e consistiu da realização de três tarefas Elas são adaptações de tarefas desenvolvidas em cursos de formação continuada de professores de

---

[8] As questões do questionario encontram-se no ANEXO 5
[9] As questões da entrevista encontram-se no ANEXO 6

matemática, ministrados pela investigadora antes de iniciar esta pesquisa Essas adaptações ocorreram principalmente em função do estudo-piloto O objetivo destas atividades foi o de avaliar as relações que os sujeitos faziam entre as diferentes representações da função seno e co-seno no ciclo trigonometrico e no grafico cartesiano, bem como coletar informações sobre os limites e as perspectivas que os sujeitos apontavam para o uso e construção de materiais didáticos manipulaveis no ensino e aprendizagem de trigonometria, no ensino médio

Inicialmente a pesquisadora explicou as três atividades e entregou folhas impressas com as orientações[10] Dentre elas estavam as folhas padrão do geoplano circular e do geoplano trigonométrico[11] Estas folhas foram desenvolvidas durante a realização do projeto do Laboratorio de Matematica do CEFET-PR e são modelos inspirados nos catálogos do Exploratorium O objetivo desta folha e orientar os professores na construção dos modelos desenvolvidos pela equipe do projeto Elas contêm seis itens basicos nome do material, introdução, instruções (para construção), tome nota, materiais (necessarios para a construção) e Você quer saber mais? No item introdução são dadas algumas informações sobre as principais aplicações do material em sala de aula e estas são complementadas no item tome nota No item Você quer saber mais? são fornecidas referências bibliográficas, nas quais os professores podem encontrar informações sobre o material, em questão, ou sobre atividades que podem ser desenvolvidas com a ajuda dele

Não foi estipulado um tempo para a realização das tarefas, porém anteriormente havia sido comentado que cada encontro seria de aproximadamente 30 minutos No total os sujeitos gastaram 50 minutos para a realização das três tarefas

A primeira tarefa realizada foi a **construção do geoplano circular** Ela envolveu conhecimentos de desenho geometrico, como, por exemplo, divisão da circunferência em vinte e quatro partes iguais e traçado de perpendiculares Essa atividade teve como objetivo dar ao professor a oportunidade de vivenciar a construção de um material didático manipulável Porem, os professores não construíram o geoplano circular em madeira, eles

[10] As folhas de instrução das três atividades encontram-se no ANEXO 7
[11] As folhas padrão do geoplano circular e do geoplano trigonometrico encontram-se no ANEXO 4

desenharam em uma folha de sulfite a circunferência e a dividiram em 24 arcos iguais Tomamos esta decisão durante a programação desta atividade, apos a qualificação, percebendo que ela iria demorar muito

A segunda atividade proposta foi a **construção de uma tabela trigonométrica**, com apoio do geoplano circular O objetivo dela era perceber a relação que o professor fazia entre a representação da função no ciclo trigonometrico e a definição das mesmas, uma vez que ele podia usar outros conceitos para construir a tabela Durante o encontro entre os sujeitos Pa e An, no estudo-piloto, observamos que eles utilizaram as razões trigonometricas do triângulo retângulo, em partes de polígonos regulares (triângulo equilátero, hexágono regular, quadrado), para construir a tabela trigonométrica com valores notaveis e não a definição de função seno e co-seno E percebemos, tambem, que esta forma de construir a tabela, com valores notáveis, partindo de polígonos regulares é adotada em livros didáticos atualmente no mercado

A última tarefa a ser solicitada foi a **análise do geoplano trigonométrico** As instruções dela continham duas perguntas 1) Como podemos construir este material didatico manipulável, chamado de geoplano trigonométrico? Seu objetivo era, por meio das falas dos sujeitos, perceber as relações que eles faziam entre as representações, no ciclo trigonométrico e no gráfico cartesiano, das funções seno e co-seno 2) Como podemos usar este material em sala de aula? O objetivo era perceber os procedimentos didáticos que o professor usaria com este material e se ele achava que era viável levá-lo para a sala de aula, apontando em sua fala os limites e as perspectivas para o seu uso didatico

No **terceiro encontro**, foi discutido com cada sujeito as atividades desenvolvidas nos encontros anteriores A opção por este encontro ocorreu na qualificação, quando foi discutida a influência da pesquisadora durante o encontro coletivo Lendo e analisando as transcrições, observou-se que algumas vezes ela parecia direcionar o trabalho dos professores

Durante esse encontro a pesquisadora questionou os sujeitos principalmente sobre a viabilidade de as atividades, a construção do geoplano circular e o preenchimento da tabela trigonométrica serem utilizados em sala de aula com os alunos O objetivo principal deste encontro era captar possíveis mudanças nas concepções do professor sobre uso e construção de materiais didaticos manipulaveis em sala de aula com alunos do ensino médio após terem vivenciado esse processo

TABELA DAS ATIVIDADES REALIZADAS COM OS SUJEITOS

<table>
<tr><th>sujeito</th><th>1º encontro</th><th>2º encontro</th><th>3º encontro</th></tr>
<tr><td>JB</td><td>06/07/2000 - questionario e entrevista semi-estruturada</td><td rowspan="2">13/07/2000 - realização das três atividades com materiais didaticos manipulaveis</td><td>25/07/2000 - analise de questões sobre as atividades realizadas nos encontros anteriores</td></tr>
<tr><td>RS</td><td>04/07/2000 - questionario
06/07/2000 - entrevista semi-estruturada</td><td>26/07/2000 - análise de questões sobre as atividades realizadas nos encontros anteriores</td></tr>
</table>

Instrumentos para registros dos dados

As entrevistas foram gravadas em áudio e posteriormente transcritas e analisadas

O encontro coletivo foi gravado em vídeo e posteriormente transcrito e analisado, permitindo a visualização das expressões do sujeitos durante a realização das atividades

No último encontro a pesquisadora fez anotações das respostas e imediatamente após o término da entrevista complementou-as

3.3 Procedimentos de análise dos dados

3.3.1 Dados que foram analisados:

a) Respostas assinaladas pelos sujeitos ao questionário de múltipla escolha, aplicado no primeiro encontro
b) Respostas verbais as perguntas e complementações da pesquisadora, de cada sujeito na entrevista individual, no primeiro encontro
c) Procedimentos e falas dos sujeitos apresentados durante a realização das três atividades envolvendo material didático manipulável, no segundo encontro
d) Respostas verbais de cada sujeito no último encontro individual

3.3.2 Forma de análise dos dados

Cada evento foi analisado isoladamente, para depois ser relacionado aos demais Nas relações buscou-se avanços na compreensão dos professores com relação a conteúdos de trigonometria e mudanças nas concepções dos professores investigados sobre o papel do material didático manipulavel para aprendizagem de conceitos trigonometricos no ensino médio

ANÁLISE DO PRIMEIRO ENCONTRO

QUESTIONARIO

Foram priorizados os seguintes indicadores

- como os sujeitos vêem o uso dos materiais didaticos manipulaveis na compreensão e superação de dificuldades no ensino de trigonometria, especificamente da função seno e co-seno, inclusive em relação à superação de dificuldades anteriores,

- como consideram que esses materiais permitem a visualização e se possibilitam a compreensão,
- os limites e as perspectivas que vêem no uso e na construção desses materiais para a formalização dos conceitos,
- considerações sobre o uso desses materiais, em cursos capacitação de professores, pode auxiliar na elaboração de situações de aprendizagem da função seno e co-seno

ENTREVISTA

Nas respostas verbais de cada sujeito expressas na entrevista, foram priorizados os seguintes indicadores

- como os sujeitos se manifestam sobre aprendizagem de trigonometria dos alunos da primeira serie do ensino medio,
- os sujeitos consideram que há pre-requisitos necessarios para a compreensão do conceito em questão,
- como os sujeitos relacionam conteudos anteriormente aprendidos (razões trigonometricas no triângulo retângulo) com os conteúdos de trigonometria, em geral ensinados na primeira serie do ensino medio (função seno e co-seno no ciclo trigonométrico)
- experiências com uso de material didático manipulavel

ANÁLISE DO SEGUNDO ENCONTRO

Os procedimentos e falas dos sujeitos durante a realização das três atividades envolvendo materiais didaticos manipulaveis foram analisados priorizando-se os seguintes indicadores

- manifestações verbais dos sujeitos ao serem solicitados a realizar três atividades envolvendo uso e construção de materiais didáticos manipulaveis,
- falas que expressem os limites e perspectivas do uso e construção desses materiais para a aprendizagem de conceitos trigonometricos, no ensino médio

A análise da sequência de procedimentos e falas permitiu a divisão dos dados em oito etapas

- Estabelecendo o acordo
- Tomando decisões
- Trocando ideias
- Lendo e interpretando as instruções
- Cumprindo a tarefa definindo papeis
- Restabelecendo o acordo
- Comentando sobre a construção do material
- Incentivando relações

ANÁLISE DO TERCEIRO ENCONTRO

Foram analisadas as respostas verbais de cada sujeito a perguntas feitas pela pesquisadora, tendo como referência a leitura das transcrições, priorizando-se os seguintes indicadores

- possíveis mudanças na compreensão do professor sobre a utilização de materiais,
- relações entre essas mudanças e o fato do professor ter vivenciado uma atividade de construção e uso de materiais didaticos manipuláveis para a aprendizagem de conceitos trigonometricos

3.3.3 Categorias

Todos os dados coletados foram analisados com base em quatro categorias

- aprendizagem de trigonometria,
- organização e tratamento desse conteúdo pelo professor,
- uso de material didatico manipulavel,
- manipulação e visualização com uso de material x compreensão desses conceitos

CAPÍTULO IV

APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DE DADOS

Este capítulo será iniciado pela análise dos dados obtidos no questionário, seguido da análise da entrevista do primeiro encontro Depois, serão analisados os dados obtidos durante a realização das atividades envolvendo materiais e por ultimo os dados da entrevista do terceiro encontro

Os dados serão apresentados de forma descritiva, seguidos da análise segundo as quatro categorias

- aprendizagem de trigonometria,
- organização e tratamento desse conteúdo pelo professor,
- uso de material didático manipulável,
- manipulação e visualização com uso de material x compreensão desses conceitos

Tais dados foram organizados em quadros relativos a cada instrumento e foram subdivididos em recortes quando necessario

4.1 Análise do primeiro encontro

No primeiro encontro foram aplicados dois instrumentos questionário e entrevista

4 1 1 QUESTIONÁRIO

A seguir apresentamos as respostas dadas pelos dois sujeitos ao questionário

AFIRMAÇÕES	**RESPOSTAS**	
	SUJEITO RS	**SUJEITO JB**
O uso de material didatico manipulavel no ensino medio pode auxiliar os alunos a compreender melhor a função seno e co-seno	*Concordo totalmente*	*Concordo parcialmente*
A visualização, que o material didatico manipulavel proporciona, pode facilitar a assimilação do aluno do ensino medio do conteudo função seno e co-seno	*Concordo totalmente*	*Concordo parcialmente*
Os alunos que apresentam dificuldades em trigonometria poderiam sana-las com apoio em materiais didaticos manipulaveis	*Concordo parcialmente*	*Concordo parcialmente*
O uso de materiais didaticos manipulavel na sala de aula do ensino medio pode auxiliar os alunos a superar dificuldades que trazem das series anteriores	*Concordo parcialmente*	*Concordo parcialmente*
No ensino medio, o uso e a construção de materiais didaticos manipulaveis, em aulas de matematica, podem dificultar a chegada do aluno a abstração, ou seja, ao conhecimento formal desta disciplina	*Discordo totalmente*	*Concordo parcialmente*
O uso e construção de materiais didaticos manipulaveis, em cursos de formação de professores de matematica do ensino medio, pode auxilia-los na elaboração de situações de aprendizagem do conteudo de função seno e co-seno	*Concordo totalmente*	*Concordo parcialmente*

Em relação as respostas dadas pelo sujeito RS ao questionário de múltipla escolha, observamos que

- ele impõe restrições quanto ao uso de materiais para compreensão e superação de dificuldades que os alunos trazem de series anteriores,
- aceita que o material e a visualização que ele permite possam auxiliar positivamente a compreensão dos alunos da função seno e co-seno,
- não acredita que o uso e construção de materiais possa prejudicar a chegada do aluno a formalização dos conceitos,

- aceita, tambem, que o uso e construção de materiais, em cursos de formação de professores, pode auxiliar na elaboração de situações de aprendizagem da função seno e co-seno

Na nossa interpretação, as respostas do sujeito RS apontam para uma aceitação do uso do material didático manipulável na sala de aula do ensino medio e em cursos de formação de professores

Em relação ao sujeito JB, consideramos importante ressaltar que, ao entregar o questionario, procurou justificar suas respostas Disse que não conhecia materiais concretos para o ensino de trigonometria, para serem usados com alunos, e que não tinha prática com eles, por isso "sua contribuição seria pouca" Comentou, tambem, que "talvez ele não fosse a pessoa mais indicada para essa pesquisa e que deveriam ser entrevistados professores que já conhecessem o material, porque eles, sim, poderiam falar sobre o tema "

Na nossa interpretação o sujeito JB se coloca numa posição reservada com relação à aceitação do uso do material didatico manipulável no ensino medio

4 1 2 ENTREVISTA

Na entrevista, individual com cada sujeito, foram feitas quatro perguntas (anotadas em negrito), porém a pesquisadora incluiu perguntas complementares, diferentes para cada sujeito (anotadas em itálico), em função das respostas obtidas

Apresentamos, nas tabelas a seguir, as perguntas e respostas dos sujeitos organizadas segundo as categorias e analisadas

APRENDIZAGEM DE TRIGONOMETRIA

Considerações sobre aprendizagem dos alunos da primeira série do ensino medio

Sujeito JB	
PERGUNTAS	RESPOSTAS
Os alunos da primeira série do ensino medio apresentam dificuldades em trigonometria?	Sim
Por quê? O conteúdo é difícil? Falta base, interesse ou estudo?	Não e so em trigonometria, e em toda a matematica Eu acredito que e normal uma parcela de alunos apresentar dificuldades em matematica

Sujeito RS	
PERGUNTAS	RESPOSTAS
Os alunos da primeira serie do ensino médio apresentam dificuldades em trigonometria?	Apresentam dificuldades para enxergar, principalmente os valores das funções Porque o seno e cosseno variam de 1 ate –1 Eu percebo que eles ficam em duvida, por mais que você mostre o ciclo trigonometrico
O conteúdo é difícil? Abstrato?	O conteudo e difícil e abstrato para eles que saem de uma escola bem concreta De repente, eles pegam no 2° grau um conteudo bem abstrato Eles sentem dificuldade

Comentário: Nas falas dos sujeitos percebemos que ambos acreditam que a dificuldade apresentada pelos alunos na aprendizagem não so de trigonometria, mas de toda a matemática é normal, pelo menos a uma parcela deles Esta crença parece apoiar-se numa determinada concepção de matematica e de como ensina-la A expressão "*Apresentam dificuldades para enxergar principalmente os valores das funções* " revela tambem uma certa concepção do conhecimento matemático

Quanto JB afirma que " *é normal que uma parcela de alunos apresente dificuldades em matemática* ", parece-nos que se refere àquela parcela de alunos que não se adapta aos metodos de ensino utilizados Como afirma Piaget (1975), esses metodos ainda são em sua maioria essencialmente verbais e fundamentados exclusivamente na transmissão/recepção

A fala do sujeito RS "*Eu percebo que eles ficam em dúvida, por mais que você* ***mostre*** *o ciclo trigonométrico* ", parece indicar um conceito de aprendizagem que fundamenta-se na transmissão/recepção As respostas parecem indicar que para o sujeito RS a construção dos conceitos não esta centrada na ação dos alunos e sim na transmissão, ou seja, que os conceitos são "passados" para serem impressos na mente dos alunos

Os sujeitos não apresentam em suas falas informações referentes a métodos de ensino ou comentários sobre uma busca de novos métodos para saná-las As respostas nos levam a crer que para os sujeitos a dificuldade e gerada somente pelo conteúdo, não pelo método ou níveis de compreensão e de dificuldade envolvidos nos problemas ou conteúdos

A pergunta se o conteúdo é abstrato feita pela pesquisadora parece ter induzido a resposta

ORGANIZAÇÃO E TRATAMENTO DO CONTEÚDO

Que pre-requisitos são necessarios para a compreensão dos conceitos em questão?

SUJEITO JB	
PERGUNTAS	RESPOSTAS
O que você considera pré-requisito para a compreensão dos conceitos de função trigonometrica?	Conhecimentos de função e basico Dominio, imagem e contradominio Conhecimentos de arcos e medidas de ângulos Reconhecer as representações das funções, seu grafico e a construção de graficos

SUJEITO RS	
PERGUNTAS	RESPOSTAS
O que você considera pre-requisito para a compreensão dos conceitos da função trigonométrica seno e coseno?	Pre-requisito de função conteudos? Bom, função e basico, dominio, imagem, interpretar o que e isso O que mais ele tem que saber Trabalhar bem com sinais, eles fazem muita confusão Eu percebo que eles têm muita dificuldade com sinais No 1° ano eles têm dificuldade de saber qual e o numero maior Assim como −1000 e maior do que 500? Numeros com valores absolutos diferentes Os sinais, ou seja, numeros relativos As razões trigonometricas que eles vêem no 1° grau, eu acho que ficam muitas duvidas, que são trabalhadas de modo vago Talvez se eles trabalhassem mais com materiais (concreto) eles enxergariam melhor e talvez fosse mais facil partir dali para a trigonometria do ensino medio

Comentário: Embora saibamos que essa pergunta tem uma conotação bem tradicional, pois a discussão sobre pré-requisitos e bastante polêmica, pois pode ser interpretada como uma forma linear de organizar conteúdos, decidimos fazê-la porque em nossa prática a idéia da necessidade de pré-requisitos é ainda muito presente Em função das respostas, talvez um pouco induzidas pela pergunta, observamos que existe nos sujeitos uma crença de que se os conteúdos foram trabalhados, os alunos devem ter esses conteúdos dominados para serem utilizados na série seguinte Isto parece ser evidenciado na fala de RS "*Eu acho que ficam muitas dúvidas, que são trabalhadas de modo vago Talvez se eles trabalhassem mais com materiais (concreto) eles enxergariam melhor e talvez fosse mais fácil partir dali para a trigonometria do ensino médio*" Nesta fala não percebemos uma preocupação em retomar conteudos e conhecimentos anteriores (razões trigonometricas) e sim dar continuidade a partir do que já deveria ter sido conhecido e trabalhado anteriormente, inclusive com uso de materiais

ORGANIZAÇÃO E TRATAMENTO DESSE CONTEÚDO PELO PROFESSOR
Os sujeitos relacionam conteúdos anteriormente aprendidos com os conteúdos de trigonometria, em geral ensinados na primeira série do ensino médio?

SUJEITO JB	
PERGUNTAS	RESPOSTAS
Como você trabalha a passagem do triângulo retângulo para o ciclo trigonometrico?	Deixe eu pensar um pouco Eu começo este conteudo definindo ciclo trigonometrico Que existem os arcos e para cada arco existente um par ordenado associado A abscissa e o coseno e a ordenada e o seno Defino que para cada arco existe um unico valor, seno ou coseno, defino a função seno e coseno O triângulo eu uso depois, quando eu faço o estudo das relações metricas e trigonometricas, como $sen^2 x + cos^2 x = 1$

SUJEITO RS	
PERGUNTAS	RESPOSTAS
Como você trabalha em sala de aula com a passagem do triângulo retângulo para o ciclo trigonométrico?	Não foi trabalhado em especial, foi trabalhado direto os conteudos, porque nos seguimos o livro texto, direto nos conceitos

Comentário: Baseados na fala *"O triângulo retângulo eu uso depois, quando eu faço o estudo das relações métricas e trigonométricas, como* $sen^2 x + cos^2 x = 1$*"* acreditamos que o sujeito JB não tenha compreendido totalmente a segunda pergunta Parece-nos que ele não pensou nas razões trigonométricas do triângulo retângulo e apenas no teorema de Pitagoras Tínhamos a idéia de que esta pergunta faria sentido neste contexto, mas reconhecemos que se substituíssemos a expressão "triângulo retângulo" por "razões trigonométricas no triângulo retângulo" talvez ela apresentasse respostas mais assertivas dentro do que nós esperávamos

Com relação à resposta do sujeito JB, observamos que ele inicia o conteúdo função seno e coseno, no ciclo trigonométrico, pela definição e nos parece que sem fazer referência ao conteúdo razões trigonométricas no triângulo retângulo

Quando RS fala sobre como foi iniciado o estudo de trigonometria é importante enfatizar que o livro ao qual se refere trata os conteúdos de modo muito tradicional, teoria seguida de exercícios Além disso, ao se referir a conceitos, parece considerar conceito como definição

USO DE MATERIAL DIDÁTICO MANIPULAVEL

Relato de experiência

SUJEITO JB	
PERGUNTAS	RESPOSTAS
Você já usou material didatico em suas aulas para o ensino médio para trabalhar funções trigonométricas?	Não, para trigonometria, eu desconheço materiais concretos que possam ser utilizados para mostrar aplicações deste conteudo
E em outros conteúdos, como, por exemplo, geometria espacial, você já usou material concreto?	Sim, sempre que eu trabalhava com geometria espacial eu carregava a sacola de solidos
Dessas aulas em que você usou material concreto, existe algum detalhe que você gostaria de relatar? Algo diferente com os alunos?	Para os alunos, tudo que e mais proximo de sua realidade e mais facil para compreender, para entender Vou falar sobre uma vez que eu estava pintando a casa e faltou tinta Fui a uma loja comprar uma lata com 18 litros Como não havia a cor que eu queria, cor de concreto, fiz uma encomenda para ser entregue a tarde em minha casa Quando chegou em minha casa a encomenda a forma da lata era diferente da lata que eu havia comprado da primeira vez Isto me chamou a atenção, porque da primeira vez que comprei a lata tinha forma de prisma e a lata que entregaram em minha casa era cilindrica Observei então que o galão registrava 16 litros e não 18 litros, como eu havia encomendado e pago Abri o galão e usando um pau medi a altura da tinta e calculei o seu volume, afinal poderia haver uma diferença ou folga Para evitar de reclamar sem razão, calculei o volume exato de tinta que havia no galão Deu uma diferença, para menos, de mais ou menos 2 litros Fui a loja e expus ao gerente a situação e diante dos fatos e detalhes ele me devolveu o

SUJEITO RS	
PERGUNTAS	RESPOSTAS
Você já usou material didático manipulável em suas aulas para o ensino médio para o ensino de funções trigonometricas seno e coseno?	Não, porque quando eu trabalhei trigonometria eu segui o livro
E você já usou em algum outro conteudo? Geometria espacial? Sólidos?	Eu usei, o ano passado, não numa aula de estudo dirigido, uma coisa que todos manipulassem o material para o estudo Eu usei material demonstrativo Eu levei materiais para a sala de aula, mas não para os alunos manipularem
E nessas aulas que você fez as demonstrações, você tem algum relato interessante? Uma diferença para as outras aulas?	Eu acho que para eles a aula e mais motivadora, eles gostaram de material Agora, tambem, percebi que não pode ser toda aula Eu levei em duas aulas, na terceira eu não levei, porque na segunda aula eu percebei que eles disseram vem de novo material Eu acho que para eles a novidade e interessante, mas não pode ser uma rotina Se eu tivesse levado o material de uma forma diferente, talvez fosse mais interessante Como eu não tinha tempo disponivel, so podia fazer o que chamamos "mostrações", porque não dava para eles manipularem, era rapidinho, então eu acho que cansou E importante variar a forma, dai eles gostam, fica motivador

	dinheiro da diferença imediatamente Depois, relatei esta experiência com os alunos, em sala de aula Não usei o material concreto, mas a situação era real Acho que fica mais interessante quando o aluno enxerga para que ele usa aquilo que esta aprendendo Quando ele sabe por que esta aprendendo Talvez fosse mais interessante se eu tivesse levado o latão na sala, mostrado para eles como fariam para obter as medidas do galão		

Comentário: Observamos no relato, principalmente do sujeito RS, o uso do material didatico manipulável somente para mostrar conteúdos e relações Esta forma de utilizar materiais em sala pode ser resultado da compreensão dos sujeitos de experiências ligadas a ações manipulativas, entendendo apenas uma das dimensões propostas por Piaget Essa dimensão seria a da experiência física e não da experiência lógico-matemática, que, segundo seu autor, está ligada diretamente as ações do sujeito sobre o objeto Por outro lado, esse uso demonstrativo do material manipulativo pode ser tambem uma consequência da interpretação que se aceite para a formação dos conceitos ou para a aquisição do conhecimento e para a construção da própria inteligência, como afirma Piaget (1973)

Nesse ponto concordamos com Schiliemann, Santos e Costas (1992), quando afirmam que da forma como estão sendo usados os materiais não contribuem em nada para uma melhor Educação Matemática Embora entendamos que não é a manipulação pelo aluno do material que garante a compreensão do conteúdo em questão, ressaltamos que o relato de RS aponta para uma aplicação dos materiais que nos parece não provocar a reflexão dos alunos, o que para nos é o que leva a construção dos conceitos Nessa perspectiva, embora a fala de JB sobre o exemplo da lata de tinta seja um relato interessante, parece-nos que a situação poderia tomar outro caminho, mais desafiador para o aluno, se fosse proposta de modo diferente Não apenas como relato de experiência e sim como um problema a ser resolvido por eles

No relato de RS, como ele mesmo aponta, acreditamos que a empolgação da primeira aula talvez tenha sido provocada por uma esperança de um trabalho mais participativo, porem ao perceber que o material era apenas para ser visto, houve a reação expressada por "*vem de novo material*", pois já tinham visto

4.2 Análise do segundo encontro

Apresentamos a seguir os dados obtidos nesse encontro, organizados nas seguintes etapas

- Estabelecendo o acordo
- Tomando decisões
- Trocando Idéias
- Lendo e interpretando as instruções
- Cumprindo a tarefa definindo papeis
- Restabelecendo o acordo
- Comentando a construção do material
- Incentivando relações

A descrição de cada etapa foi organizada em quadros com duas colunas A primeira foi destinada à descrição dos procedimentos dos sujeitos Nesta coluna as falas dos sujeitos e da pesquisadora foram escritas em itálico e a essas foram intercaladas explicações dos procedimentos usados, usando letra normal Quando foram necessárias explicações sobre falas, essas foram feitas entre parênteses e também com letra normal, no meio ou no fim da fala Na segunda coluna foram feitas as observações da pesquisadora quanto aos procedimentos e decisões dos sujeitos Apos cada quadro segue a analise dos dados que ele contém

4 2 1 ESTABELECENDO O ACORDO

Descrição dos procedimentos do sujeitos	**Observações da pesquisadora**
Inicialmente a pesquisadora explicou aos sujeitos	
"A intenção e que vocês troquem ideias o maximo possivel Tudo que vocês puderem expressar verbalmente, o que vocês estão pensando, "	
Depois, entregou as folhas com a descrição das três atividades que eles teriam que resolver Explicou que a primeira atividade se tratava da construção do geoplano circular e mostrando a eles um modelo semelhante que havia no Laboratorio de Matematica, disse	
"Exatamente este geoplano a gente não tem no laboratorio Foi, não uma invenção, uma modificação feita depois que os modelos estavam prontos, sem os pontos do circulo do meio, mas e o mesmo material "	Mostrar um material semelhante ao que eles tinham que construir da uma certa liberdade de criação, não induzindo a mera copia do modelo
A seguir, falou que eles não iriam construi-lo, mas que fariam apenas o desenho da circunferência dividida em 24 arcos iguais Isto por causa do tempo que os sujeitos dispunham e do tempo que a pesquisadora havia programado para a atividade A ultima etapa, que seria furar a chapa e colocar os pininhos, eles não precisaram fazer Depois, pediu que pegassem a folha padrão do geoplano circular e explicou com detalhes o que eles deveriam fazer, dizendo	Executar a construção do modelo solido não envolve conceitos matematicos A questão do problema proposto esta na escolha do raio e na divisão da circunferência

"Aqui atras vocês tem uma folha, que talvez o JB não conheça, mais RS ja conhece, chamada de folha padrão Essas folhas contêm as indicações de como o professor poderia construir esse material As instruções contêm algumas informações que vocês não vão precisar, como preparar a madeira com lixa fina, no caso uma madeira de 30 cm x 30 cm Traçar uma circunferência de raio 13 cm, como a folha e menor vocês vão ter que adaptar o raio Um raio menor para desenhar a circunferência Dividir esta circunferência em 24 arcos iguais e colocar um preguinho em cada uma destas divisões Na verdade, a atividade de vocês vai se concentrar nas instruções 3 e 4, traçar a circunferência e dividi-la em 24 arcos "	Percebemos que a pesquisadora não precisava explicar as atividades com tantos detalhes, inclusive destacando instruções que ja constavam na folha de orientações Questões como perceber que o raio tinha que ser menor para caber na folha, poderiam ter sido deixadas para os sujeitos
Apos esta explicação o sujeito RS fez a seguinte observação	
RS – O arquiteto JB sabe fazer bem isto	
Ao explicar a segunda atividade a pesquisadora falou	
"Então agora, usando o geoplano circular construir uma tabela ( ) Construir uma tabela colocando os valores do ângulo, seno e coseno A intenção e que vocês traduzam isto como normalmente vocês fazem em sala de aula ( ) Eu imagino que seja a partir do ciclo trigonometrico, mas se não for, tambem gostaria que vocês conversassem sobre isso e completassem Para isto foi deixado ali uma serie de materiais lapis, regua, compasso, esquadro, fios de lã, elastico A calculadora e	As falas da pesquisadora demonstrando suas expectativas com relação as decisões dos sujeitos, parecem induzir um caminho a ser traçado pelos sujeitos

uma opção, eu não sei se vocês usam ou não, se não utilizarem não ha problema nenhum "	
Em seguida, comentou que a terceira atividade tinha como objetivo a analise do material chamado de geoplano trigonometrico, dizendo	
"( ) não e uma construção, mais uma analise deste material grande, podem chama-lo de geoplano trigonometrico Ele contem o ciclo trigonometrico e o grafico das funções seno e coseno "	Novas explicações desnecessarias a primeira ja estava nas folhas de instrução e a segunda e obvia para professores de matematica
Falou, tambem, que as duas perguntas dessa atividade tinham como objetivo nortear a analise A pesquisadora finalizou, dizendo	
"Como eu não vou participar das atividades eu vou ficar aqui ao lado a disposição para qualquer pergunta "	

Comentário: Nesta primeira etapa houve apenas uma fala dos sujeitos que revela questões mais para uma analise de gênero do que para a análise que nos propomos

Com relação às falas da pesquisadora, observamos que em vários momentos elas parecem indicar um caminho a ser seguido pelos sujeitos como se ela quisesse descrever o que iria acontecer Falas como *"Eu imagino que seja a partir do ciclo trigonométrico,* ", demonstram suas expectativas quanto às decisões dos sujeitos, o que pode ter direcionado suas decisões

4 2 2 TOMANDO DECISÕES

Descrição dos procedimentos do sujeitos	Observações da pesquisadora
Imediatamente os sujeitos começaram a atividade Tomando as seguintes decisões	
JB – Vamos construir um ou dois? *RS – Um* *JB – Um, ne Por que fazer dois?* *RS – Fazer dois iguais não tem sentido* *JB – Primeira tarefa nossa seria* *RS – Construir o geoplano circular* *JB – Numa folha de sulfite, que não tem 30 cm* *RS – Então nos temos que fazer uma adaptação, porque nos não temos 30 cm* *JB – E*	A decisão por fazer em conjunto não implicou, desde o inicio, uma situação de cooperação mutua que permitisse a inclusão e ate a integração de diferentes pontos de vista A partir dessa decisão JB direciona a atividade e RS assume uma atitude passiva, com poucas contribuições nas tomadas de decisões
Os sujeitos leram as instruções para a atividade e JB mediu a folha usando uma regua	
JB – So uma questão, nos temos que construir uma tabela e na tabela completar os diversos ângulos e valores de seno e coseno O ideal seria que esse circulo tivesse um raio que fosse o mais facilmente entendido como unitario Por isso, eu pensei no raio 10 cm, 100 ou raio 1000 *RS – Eu tambem pensei* *JB – Ou, se eu tivesse uma escala de arquitetura, de desenho, que você coloca na escala direto* *RS – E* *JB – E se não tiver raio 10, se eu tiver raio 13, raio 18, o que vai acontecer na hora de*	Os sujeitos ao decidirem prontamente por um raio, que pudesse ser facilmente entendido como unitario, demonstraram dominio dos esquemas necessarios para resolver a situação, que envolve conceitos de razões trigonometricas no triângulo retângulo e de ciclo trigonometrico

construir a tabela	
RS – Nos vamos ter problemas Com raio 10 e mais facil Eu acho *JB – Nos temos que fazer uma correção na leitura dos valores de seno e co-seno Certo?*	Interpretamos que o problema, ao qual RS se refere, e a correção, que JB comenta, referem-se a divisão dos resultados das medições das projeções retangulares dos arcos, feitas com a regua, por 13 ou 18 para obter os valores de seno e co-seno Deste modo, no nosso entendimento, a decisão dos sujeitos por um raio 10 esta relacionada a facilidade de dividir por 10 Consideramos importante ressaltar que havia uma calculadora a disposição dos professores e que eles optaram por não usa-la
RS – Ta certo *JB – E isso Ne* *RS – E Assim e mais facil*	
JB – E e isso em termos didaticos não seria adequado Eu poderia fazer com raio 10, e por tanto eu vou fazer um quadrado de lado 20 cm Isto? Me empresta o compasso	Entendemos que a preocupação didatica esteja relacionada ao fato de os sujeitos não retomarem conceitos de razões trigonometricas ao tratar o conteudo função seno e co-seno no ciclo trigonometrico, como foi dito na entrevista Porque, no nosso entendimento, dividir a medida do cateto pela medida da hipotenusa e um invariante de razões trigonometricas que e discutido e analisado tambem com raio 10 ou unitario, como e apontado mais adiante pelos proprios sujeitos
O professor JB desenhou a circunferência *JB – OK! Tem um esquadro?* *RS – Não, não tem um esquadro* JB desenhou o diâmetro e começou a dividir a circunferência em seis partes iguais usando o raio da circunferência *RS – Um eixo Não, um diâmetro* (Refere-se ao traçado do diâmetro feito por JB, com a regua)	

Comentário: Nesta etapa consideramos que a discussão sobre um raio de 10 revela questões referentes à categoria organização e tratamento do conteúdo pelos sujeitos Parece-nos que o tratamento dado a este conteúdo esta centrado na transmissão/recepção tendo o professor como centro do processo, como já havia sido observado em relatos anteriores Isto acreditamos que possa ser como afirma Schon (1995) consequência de uma visão do saber escolar como um conhecimento que os professores possuem e transmitem aos alunos, um saber tido como certo, significando uma crença em respostas exatas

Nesta discussão sobre o raio observamos que em relação à categoria aprendizagem de trigonometria a perspectiva dos sujeitos quanto ao uso do material é de facilitador Entendemos que os sujeitos vêem que o uso do material pode ser um caminho mais fácil para a compreensão, não observamos referências a ele como uma alternativa para se chegar a uma reflexão sobre os conteúdos, operações e diferentes representações envolvidas E isto também, segundo Schon (1995), pode ser uma consequência da visão dos professores do saber matemático

Nesta etapa, observamos que com relação ao estilo de aprendizagem dos sujeitos, segundo a classificação de Korthagen (1988), apresentada por Garcia (1999), que predomina para JB uma orientação interna, porque ele parece aprender por si mesmo, sem diretrizes externas Por outro lado, RS parece ter uma orientação externa, preferindo aprender mediante diretrizes externas, um supervisor

Para a classificação de Huber e Roth, apresentadas pelo mesmo autor, parece que JB pertence ao grupo da certeza, preferindo situações de aprendizagem individuais e de competição, nas quais possa manter suas idéias Entretanto, RS parece pertencer ao grupo de incerteza, com tendência a tomar em consideração os pontos de vista dos outros

4 2 3 TROCANDO IDÉIAS

Descrição dos procedimentos dos sujeitos	**Observações da pesquisadora**
JB tentou traçar a perpendicular, passando pelo centro da circunferência, usando o raio da mesma, mas não deu certo Então, o sujeito RS pegou o compasso e traçou a perpendicular As falas seguintes referem-se a troca de ideias sobre o traçado da perpendicular	
JB – Hum (expressão ao perceber que o traçado da perpendicular não deu certo)	JB apresenta um desequilíbrio, no sentido apontado por Piaget, quando percebe que seus esquemas referentes ao traçado da perpendicular não resolvem a situação que se apresenta
RS – O que foi? *JB – Para traçar a perpendicular*	Mesmo em desequilíbrio, não percebemos em JB uma atitude de trocar ideias com RS ou de pedir sua ajuda
RS – Pegue dois pontos aqui e faça thum, thum, thum (referindo-se ao processo de dividir um arco ao meio usando compasso)	RS expõe seus esquemas sobre a solução do problema, porem de um modo menos rígido que as explicações de JB, usando uma linguagem bem informal
RS toma o compasso em suas mãos e traça os arcos para o traçado da perpendicular Enquanto isso o sujeito JB, comenta	
JB – Ah! Ta! Eu estava tentando fazer direto neste raio (raio da circunferência) *e ficou inacessível*	JB preocupa-se em justificar o seu insucesso, o que parece ser consequência de seu estilo de aprendizagem, orientação interna e grupo da certeza
RS – Mais facil, ne? Consegui dar uma contribuição (esboça um sorriso de satisfação)	RS parece ter consciência de sua atitude passiva, ressaltando com alegria sua primeira contribuição no processo

JB – Ok	
O sujeito JB continuou o traçado da perpendicular, e disse	JB assume novamente o controle da situação tomando a iniciativa de terminar o traçado que RS iniciou
JB – Feito Temos uma divisão em 4 partes *RS – Nos temos que dividir em 24*	
Depois, JB continuou dividindo a circunferência, usando o raio da mesma, em 12 arcos iguais Enquanto isso RS apagava algumas linhas que julgava desnecessarias	Interpretamos essa atitude como assumir uma posição de assessora, passiva, porque participa do processo não influencia as tomadas de decisão
JB – Agora, temos que dividir cada um desses (arcos) *pela metade Certo?*	JB demonstra mais uma vez seu dominio na situação, decidindo o que deve ser feito nesse momento
RS – Sim *JB – Então?* *RS - Se você fizer em um, você mede o arco e, depois, transporta para os outros*	
JB – Aqui posso fazer, com uma abertura qualquer a divisão pela metade La, la, e você divide pela metade (referindo-se ao processo de divisão de um arco ao meio usando compasso)	O sujeito demonstra dominio de conceitos de desenho geometrico para a divisão de arcos, encontrando rapidamente os esquemas necessarios para resolver a questão
O sujeito JB procedeu a divisão dos arcos pela metade	
JB – No vestibular, eu estava proximo de uma sala que um aluno queria usar regua, compasso e transferidor e não permitiram *RS – Eu tive um aluno que tinha compasso e eu tambem mandei guardar, porque não e permitido*	

A seguir *RS - Divisão em 12 partes Certo? Vamos apagar as linhas* *JB – Vinte e quatro partes, professora* *RS – Ja deu 24 partes Ah, e, nos tinhamos feito a divisão em 6 partes Ta certo* RS apagou as linhas e seguiu falando	
RS - A partir dai nos temos que colocar esta folha em cima da madeira, pegar a furadeira, furar, colocar os pininhos, para a construção do geoplano circular A primeira atividade seria isto, ne? *Pesquisadora – Isto mesmo*	RS insiste em participar demonstrando seus conhecimentos sobre construção de materiais

Comentário: Nesta etapa percebemos novamente uma relação interessante de gênero, porem não comentaremos porque este não é o foco desta analise

Destacamos que estes professores apresentam domínio dos conceitos básicos de desenho geométrico necessários para realizar a atividade, porém nossa prática, com curso de professores, mostra que muitos precisam de ajuda para realizar a divisão da circunferência em 24 partes iguais

Com relação aos estilos de aprendizagem dos sujeitos, esta etapa parece confirmar as observações feitas anteriormente JB, na nossa interpretação, apresenta características de estilo de aprendizagem do grupo da certeza, porque parece apresentar dificuldades em aceitar a contribuição de RS no momento do traçado da perpendicular, além de uma tendência de aprendizagem por orientação interna RS parece apresentar características de estilo de aprendizagem por orientação externa e do grupo da incerteza, uma vez em alguns momentos assume uma postura passiva e em outros tenta participar do processos, buscando trocas com JB

4 2 4 LENDO E INTERPRETANDO AS INSTRUÇÕES

Descrição dos procedimentos dos sujeitos	**Observação da pesquisadora**
JB leu as instruções da segunda atividade em voz alta e em seguida falou	
JB – Deve ter 24 espaços aqui, não e isso? (referindo-se a tabela da folha da segunda atividade e em seguida começou a contar os quadradinhos) *1, 2, 3, 4, 5, , 19 ângulos e a gente vai fazer a leitura de seno e coseno e tal Ai, você faz a leitura, bom, então primeiro a gente vai pegar as unidades importantes Doze e isto, então 90° dividido por 6 e 15°, 30°,* (nesta ultima frase JB narra os procedimentos para descobrir quantos graus em cada uma das 24 partes da circunferência) *RS – Seria interessante que os valores notaveis apareçam na nossa tabela, 30°, 45°, 60° São os que mais trabalham*	A preocupação em trabalhar com os arcos notaveis pode estar relacionada a forma como este conteudo e explorado em sala de aula, com resolução de exercicios padronizados ou problemas tipo, porque geralmente problemas de aplicação pratica dificilmente envolvem apenas ângulos notaveis
JB – 45°, 60° aqui 90°, 180°, 360°, quantos eu falei que tinha? *RS – Dezenove* *JB – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 mais 3 onze, 90° + 15°, 105°, 135°, qual mais? Você escolhe Aqui e 270° - 15°, 255°, 300°, 315°, temos 13*	Estas falas referem-se a decisão sobre quais e quantos ângulos foram preenchidos na tabela trigonometrica, proposta como segunda tarefa JB solicita a participação de RS somente apos descrever o que deveria ser feito nesta etapa de trabalho
RS – Chega, 13 e um numero bonito Eu gosto do 13	Em alguns momentos RS participa, porem suas contribuições não fazem referência ao conteudo matematico
JB – Como e que nos vamos fazer a leitura, agora? A regua	
RS passou a regua a JB, que seguiu falando	

JB – Muito bem Então nos fazemos a leitura do seno Nos precisamos ter perpendiculares, então e so fazer aqui direto, dois arcos para cima dois arcos para baixo Eu tenho a perpendicular, concorda? (Nesta fala ele se refere a traçar uma perpendicular ao eixo x, usando arcos simetricos em relação a horizontal No exemplo narrado ele usou as extremidades dos ângulos de 30° e 330°) *RS – Concordo* *JB – Eu vou traçar as linhas Depois, a gente so coloca a escala em cima para fazer a leitura* Apos esta fala, JB iniciou o traçado das linhas comentando *JB – Eu vou precisar do 15°, tambem do 45° Aqui 60°, aqui 105°, 135° Como eu vou precisar do cosseno, vamos traçar ja as horizontais* *RS – As horizontais* *JB – Então aqui no 15°, 30°, 45°, 60°,* (estas falas estavam acompanhando o traçado das horizontais)	Nessa fala e na seguinte JB descreve toda a solução sem se preocupar em dar chances a RS de contribuir, restando-lhe apenas concordar

Comentário: Nesta etapa encontramos falas referentes à categoria organização e tratamento desse conteúdo São apontadas preocupações em trabalhar com arcos notáveis que em nosso entender podem estar relacionados a forma que esse conteúdo e trabalhado com os alunos

As falas de JB apresentam algumas características como raciocínio indutivo e interesse nos conceitos abstratos Essas segundo Garcia (1999) caracterizam o estilo de aprendizagem assimilativo, descrito por Kolb e Fry

4 2 5 CUMPRINDO A TAREFA DEFININDO PAPÉIS

Descrição dos procedimentos dos sujeitos	**Observação da pesquisadora**
Enquanto JB terminava o traçado das horizontais, ele e RS conversavam	
RS – Este Laboratorio e para conservar professores, ne Que gelo! *JB – Ha duas semanas atras, naquele feriadão que teve Quinta, sexta, sabado Eu fui acampar, fez um frio de quinta para sexta, um frio As 11 horas da noite, tinha gelo em cima das barracas Muito bem* (essa expressão foi dita apos terminar de traçar as linhas horizontais e verticais) *Eu sugiro que a senhora anote aqui nesta tabela Me ajude enquanto fazemos a leitura dos valores* *RS – Sim, senhor*	Novamente JB direciona o trabalho, definindo inclusive qual deve ser o papel de RS no processo, que o aceita sem objeção
JB – Bem, a primeira coisa que fazemos, professora, com certeza e pegar o 30° aqui, e checar para ver se isso aqui (projeção vertical da extremidade do ângulo de 30°) *da 5, ou seja, na nossa escala* (isso representa o valor do seno de 30°) *RS – Esta perfeita* (referindo-se ao fato da medida do comprimento da projeção vertical da extremidade do ângulo de 30° ser exatamente 5 cm)	Como ha dominio das relações JB propõe uma verificação dos procedimentos utilizados
JB - Multiplicar isto por 0,1, ou seja, colocar a virgula uma casa para a esquerda Uma vez que eu peguei 10 ao inves de 1 (Refere-se ao raio da circunferência ser 10 e não unitario) *RS – Certo*	Estas falas revelam uma tendência a estabelecer regras Essa tendência em alguns casos pode substituir a descoberta do aluno Para nos, o ponto crucial na elaboração de situações didaticas esta em encaminhar o aluno para essa descoberta Outro aspecto relevante e que mesmo com a escolha do raio

JB – Então todas as leituras ficam zero vírgula que a gente lê aqui nesta escala *RS – Certo* *JB – Então, 15°, seno que seria 26 Concorda? Portanto 0,26, 30 o seno 0,5, 45°, 71, 0,71, 60°, 0,86, 90 °, 1* *RS – Puxa, que novidade* *JB – 105°, 0,96, 135° Quanto que eu te falei no 45°?* *RS – 0,71* *JB – 0,71 E, aqui a leitura da 70 Acho que e imprecisão do desenho 0,7, 180 , zero, 210, -0,5, 255°, -0,96, 270°, -1,0, 300°, -0,86, 315°, -0,7 e 360°, zero* Medindo novamente, JB disse *JB – Aqui da 0,71 e para ca da 0,70* *RS – Deu uma pequena diferença* *JB – Valores de cosseno começamos com 15°, 0,96, 30°, 0,86, 45°, 0,71, 60°, 0,5, 90°, 0, 105°, -0,26, 135°, -0,71, 180°, 1, 210°, -0,86, 255°, - 0,25, 270°, 0, 300°, 0,49, 315°, 0,71 e 360°, 1*	10 e necessario que seja feita uma correção das medidas obtidas Porem os sujeitos parecem não ter percebido, neste momento, que estão usando conceitos de razões trigonometricas
RS – Este, 1 centesimo acho que e em função da regua, acaba não sendo bem preciso, eu acho *JB – Eu tenho a impressão que e mais no desenho* *RS – Na hora que você pega a regua e vai trabalhar aqui, não marca bem o pontinho, ha uma pequena "desviadinha" na regua para ca, e para la, ja da esta diferença. Muito pouquinho, ne?* *JB – Na verdade, se você pudesse pegar uma lupa e analisar cada interseção desta aqui, você ia perceber pequenas diferenças*	Esses comentarios sobre a imprecisão não fazem referência a limitação do instrumento de medida utilizado, a regua, que apresenta precisão de decimos Eles apontam apenas para a imprecisão do desenho

Comentário: Nesta etapa observamos elementos com relação à categoria organização e tratamento desse conteúdo pelo professor Parece-nos que eles se preocupam em estabelecer regras e não com a explicação do porquê delas Pelo menos nestas falas não foi feita nenhuma referência à relação entre razões trigonométricas no triângulo retângulo e a regra "multiplica por 0,1"

Observamos também que uma limitação desta atividade de construção de material didatico manipulavel com alunos é a imprecisão Como geralmente o desenho dos alunos é mais impreciso que o do professor, isto em casos extremos pode gerar dificuldades a serem contornadas pelo professor na verificação dos resultados

4 2 6 RESTABELECENDO O ACORDO

Descrição dos procedimentos dos sujeitos	**Observações da pesquisadora**
Os sujeitos leram as instruções da terceira atividade Em seguida a pesquisadora falou que era para eles comentarem o que observavam no geoplano trigonometrico, sua construção e sua aplicação em sala de aula Disse que as duas perguntas da folha de instruções eram para ajudar nessa discussão, destacando que na folha padrão, que eles receberam, havia informações sobre a construção do geoplano trigonometrico Em seguida os sujeitos observaram a folha padrão Depois, JB pegou no material e comentou	
JB – Puxa, e pesado isto aqui	
RS – Eu so não entendi uma coisa Como a gente pode construir este material? Você quer saber um material como este, grande, ou um material para o aluno na sala de aula?	Esta pergunta mostra que RS vê a construção do aluno diferente da sua, uma vez que o tamanho do material não altera os procedimentos usados na construção
A pesquisadora respondeu que sim, que era com o grande	
RS – Este grande	
JB – Você quer comentarios em relação ao aspecto construtivo?	
A pesquisadora respondeu que sim, e falou	
Pesquisadora – Construtivo mesmo, ou seja a parte de construção Seriam os conceitos de desenho ( ) envolvidos nesta construção	
Explicando que queria saber como eles faziam a passagem do ciclo trigonometrico para a	Com essas explicações a pesquisadora pretendia, alem de captar questões metodologicas, perceber as

construção dos graficos, por exemplo, da função seno de x, 2 seno x, seno de 2x, que estavam construidos no geoplano trigonometricos com fios de lã coloridos	relações que os sujeitos perceberam entre os ciclo trigonometrico e os graficos cartesianos das funções seno e co-seno

Comentário: Ao restabelecer o acordo com os sujeitos a pesquisadora reforça o que já havia sido explicado antes e o que esta escrito nas folhas de instruções Percebemos mais uma vez uma tendência em direcionar as decisões dos sujeitos

Com relação à categoria aprendizagem de trigonometria, parece-nos que RS não relaciona o seu processo de construção dos conceitos ao processo dos alunos, entendendo que ocorrem de maneira diferente Talvez se RS analisasse a maneira como aprende, pudesse "enxergar" caminhos diferentes para abordar o tema trigonometria em sala de aula, como comenta Polettini (1998)

4 2 7 COMENTANDO A CONSTRUÇÃO DO MATERIAL

Nesta etapa como as falas dos sujeitos são longas apresentamos cada fala seguida da sua análise

Descrição dos procedimentos dos sujeitos	Observações da pesquisadora
JB – Bem, a mim, uma coisa chamou atenção no início, não sei ate que ponto isto tem aspecto positivo ou negativo E que a ideia que se coloca nesta função e que, quanto mais pontos você coloca, mais você se aproxima da curva verdadeiramente Por exemplo tenho aqui 25 pontos	
Você, na verdade, esta desenhando não o grafico da função, mas, sim uma poligonal, que se aproxima do grafico desta função	Neste trecho o sujeito refere-se ao grafico do seno representado no geoplano trigonometrico com um fio
Eu tenho um certo receio, em termos didaticos, o que isto signifique para o aluno Se construisse não este com 24, mais um com 12 Um exercicio em classe, com menos pontos ainda, so para você ter um esboço, se você fizesse um com 5 pontos Ja trabalhei com uma figura totalmente deformada, em relação ao que e a senoide e cossenoide, porque ele estaria ligando pontos com segmentos de reta	Nessas falas e descrita a preocupação do sujeito com a compreensão pelo aluno do que vem a ser o grafico das funções seno e cosseno Parece-nos que para ele a compreensão desse conceito esta relacionada ao ajuste de uma curva aos pontos marcados no plano cartesiano
Na verdade eu procuro sempre colocar para eles, em sala, e que a gente ajusta uma curva aos pontos Uma curva que a gente conhece, a gente ja foi apresentado No começo, a gente faz com mais pontos para poder ter uma melhor aproximação e você ajusta estes pontos na curva, não pega a regua e tchum, tchum e vai fazendo uma poligonal, ta?	Percebemos novamente indicadores de que os conceitos parecem ser passados aos alunos e não construidos por eles, como se a matematica pudesse ser apresentada para o aluno
Então este modelo, eu colocaria uma observação neste sentido, uma preocupação que, de repente, a gente acaba induzindo o aluno a acabar	Expressa um limite na aplicação do modelo do geoplano trigonometrico, acreditando que ele possa induzir o aluno a uma compreensão errada do que

fazendo esta ligação assim (com segmentos de reta), *achando que isto e natural, e não e E que ele perca a informação que e uma ajustagem dos pontos*	seria o grafico da função
Claro que no computador acaba acontecendo isto na verdade Você faz la, digita uma função no programa, ele acaba ligando os pontos com segmentos de reta Como você tem a chance de fazer com muitos pontos facilmente, rapidamente, visualmente acaba se confundindo as coisas Isto acaba sendo aceitavel, mas no dia-a-dia dele, quando ele faz discussão dos dados para analisar as variações, ele faz em forma de esboço Ele tem que ajustar a estes pontos, uma curva, e a mão livre, para poder se aproximar um pouco mais	
No fundo, talvez seja um pouco daquela discussão tambem de você pegar um compasso para fazer a curva, pois não e um arco de circunferência, ou uma moeda para poder simular a parte de cima, parte de baixo, tambem não são verdadeiros Bem em relação ao que mais, RS, a construção	Mostra ter consciência das imprecisões de muitos professores ao tratarem este tema

Comentário: Achamos importante ressaltar que o sujeito JB apresenta domínio dos conceitos de trigonometria e das relações entre as diferentes representações da função seno e coseno, isto fica evidenciado em suas falas

Nesta fala do sujeito encontramos elementos referentes a duas categorias organização e tratamento desse conteúdo pelo professor e manipulação e visualização com uso de materiais x compreensão desses conceitos

Em relação à categoria organização e tratamento desse conteúdo pelo professor, observamos que há uma tendência em seguir uma sequência logica, mostrando exemplos mais detalhados seguidos de exemplos mais diretos que necessitam de uma compreensão e domínio de conceitos trabalhados anteriormente

Com relação à categoria manipulação e visualização com uso de materiais x compreensão desses conceitos, percebemos muito forte uma preocupação com a compreensão correta dos conceitos E devido a isto ele impõe restrições ao uso do geoplano trigonometrico por achar que ele pode, por seu aspecto visual, induzir o aluno a uma compreensão errônea do que vem a ser o grafico da função seno e co-seno

Descrição dos procedimentos dos sujeitos	**Observações da pesquisadora**
RS - Por outro lado, eu vejo uma coisa, se este material não for de uma madeira compacta, que ele possa ter outros elementos aqui (na curva), *outros furos para se colocar outros pinos De repente, tentando usar o proprio ciclo trigonometrico, este ciclo que esta aqui* (refere-se ao ciclo trigonometrico representado no geoplano trigonometrico), *eles podem fazer o que nos fizemos, com outros valores, e ai, ao colocar o fio aqui* (na curva) *para construir esta poligonal, que você falou, ele vai percebendo que os valores vão subindo e descendo e percebendo que ela vai tendendo a ficar uma curva*	Apresenta uma solução para a limitação do material apontada por JB Nesta solução propõe articular três representações diferentes da função seno e co-seno grafico cartesiano, ciclo trigonometrico e tabela Segundo esta fala parece-nos que para RS o material pode auxiliar o aluno a compreender melhor e mais facilmente as relações entre ciclo trigonometrico e grafico
Talvez fosse um material tipo aquele eucatex furadinho Não sei, estou falando do eucatex, mas os furos são muito grandes A ideia e ter uns furinhos onde ele conseguisse colocar os pontos intermediarios, talvez a curva parecesse melhor para ele e relacionando a curva com o ciclo trigonometrico Porque ele teria que calcular la (no ciclo) e colocar aqui na curva, a altura correspondente e ir desenhando a figura	Sua analise do material explicita um dominio das relações entre as diferentes representações das funções seno e co-seno

Comentário: Com relação à categoria manipulação e visualização com uso de materiais x compreensão desses conceitos observamos que o sujeito RS confirma uma postura favorável ao uso do material com os alunos do ensino medio As falas indicam que para RS a manipulação e visualização que o material possibilita podem facilitar a percepção dos alunos com relação às propriedades (crescimento e gráfico) da função seno e co-seno e com relação às diferentes representações ciclo trigonométrico e gráfico cartesiano

4 2 8 INCENTIVANDO RELAÇÕES

Nesta etapa as falas dos sujeitos também são longas, por isso reunimos algumas para realizar as análises

Descrição dos procedimentos dos sujeitos	Observações da pesquisadora
Pesquisadora – Como e que você faria a construção de um material semelhante a partir do ciclo trigonometrico, ( ) fazer a construção do grafico Eu gostaria que vocês comentassem esta passagem do ciclo para a construção do grafico, como vocês fazem esta passagem do ciclo para a função Que iria recair na construção deste material	Nesta fala a pesquisadora pretendia que os sujeitos explicitassem as relações que percebem entre ciclo trigonometrico e grafico e, tambem, seus procedimentos metodologicos com este tema
RS – Na verdade, na sala de aula, quando nos vamos construir o grafico, nos ja estamos trabalhando a função seno Montamos a tabela atraves de uma função	Percebemos que a tabela dos valores e construida sem o apoio visual do ciclo trigonometrico Nos parece que e usado somente a definição desvinculada do ciclo
Pesquisadora – Uma tabela como aquela que a gente construiu?	
RS – Exatamente Então aqueles valores ja estão na tabela, ja foram calculados por uma tabela Eu pelo menos quando trabalhei no primeiro ano, fiz assim Você trabalhou diferente JB? E não na tabela como nos fizemos, nos não construimos o ciclo trigonometrico a tabela ja, e	
Fez uma pausa e continuou a falar	
RS - Eu inclusive uso muitos valores, eu dou outros valores, mas usando a função e a tabela de valores seno e co-seno preparada, dai ele ja fica direto	Percebemos que os procedimentos metodologicos descritos não envolvem explicitamente a relação entre ciclo trigonometrico e grafico cartesiano das funções seno e co-seno, e parecem apontar para uma pratica

	docente tradicional centrada na ação apenas do professor
Por uma questão de tempo Para fazer isto daqui, demanda um tempo que eu pelo menos ate agora não achei viavel aplicar Então usando a tabela os valores estão prontos, então ele pode ajustar nos outros ângulos	Esta fala sobre tempo parece indicar que RS não explora a produção do aluno, mas valoriza a tabela com valores prontos

Comentário: Com relação à categoria organização e tratamento desse conteúdo pelo professor, parece-nos que a pratica do sujeito esta centrada no professor As falas "*eu dou outros valores*", "*usando ( ) a tabela de valores preparada*" indicam essa prática Outro fator relacionado a esta categoria é o tempo Esta preocupação parece indicar a necessidade de cumprir um programa preestabelecido, que em alguns casos não se adapta ao número de aulas da disciplina E o que parece ocorrer no caso desse sujeito

Descrição dos procedimentos dos sujeitos	Observações da pesquisadora
JB – Eu na verdade trabalho bastante, bem a parte didatica, eu costumo fazer um grafico mais detalhado da função seno, função co-seno e função tangente, mais ou menos nestes moldes (apontando para o geoplano circular) *com mais valores para poder ter uma riqueza maior de pontos, mas eu desde o começo tenho me desvinculado da circunferência*	Entendemos que, para JB, ser didatico significa mostrar exemplos bem detalhados para os alunos, que provavelmente os observam atenta e passivamente
Comento a retificação da circunferência e tal, mas faço mais como tabela, de fato, valores reais para x, podiam ser 0,1,2,3, mas aqui nas funções trigonometricas eles ficam mais confortaveis quando eles são obtidos a partir da divisão da circunferência em partes iguais Você pega, por exemplo, o 6,28 que e o 2π, o 3,14 que e o π e vai dividindo isso por exemplo a gente pega uma tabelinha e divide a circunferência em 12 partes iguais Obtem os valores de seno e co-seno desses arcos ou numeros todo, completa e faz uma tabela O π/6, π/4, π/3, π/2, Quanto e o valor de seno desses valores? Constroi o grafico cartesiano, como qualquer outra função, no eixo x você vai marcar valores que vão variar de 0 ate 6,28 , que e 2π, e no eixo y os valores que vão de –1 ate 1	Afirma que não explora explicitamente a relação entre ciclo trigonometrico e grafico cartesiano da função seno e co-seno, que se desvincula da circunferência desde o inicio, porem sua fala evidencia muitas referências a ela Na nossa interpretação ele faz a passagem da circunferência para o grafico, so que não de um modo explicito, mas apoiado na tabela
Mas depois vem uma serie de exercicios em que você varia estas coisas, você passa a trabalhar com funções sen 2x , sen x , sen x/2 , sen x/3 Acrescenta multiplicadores na frente, 2 sen x, 3 sen x, eles fazem esboços para poder perceber as alterações que acontecem devido a estas mudanças na lei e na função	Parece-nos que em sua pratica enfatiza a repetição como um meio para se obter a compreensão
RS – Eu tambem trabalho sempre função e tabela	

Comentário: Com relação a categoria organização e tratamento desse conteúdo pelo professor, a descrição de JB mostra uma preocupação com a compreensão dos alunos, mas se coloca no centro do processo de ensino, como gerente Expressões como *"eu costumo* *fazer*" para nos evidenciam esta postura Por outro lado seu domínio e compreensão profunda do conteúdo são evidenciados pela riqueza de detalhes da descrição, em falas como

- *comento a retificação da circunferência,*
- *os valores de x, podiam ser 0,1,2,3,*
- *você pega 6,28 que é 2π;*
- *o $\pi/6$, $\pi/4$, $\pi/3$, $\pi/2$,   quanto é o valor do seno desses valores*

Nossa prática mostra que esses detalhes geralmente são negligenciados passando despercebidos pelos alunos e por muitos profissionais Parece-nos que o metodo descrito por JB é eficaz, desde que o aluno se submeta a uma posição passiva no processo

Com relação à categoria aprendizagem de trigonometria para o sujeito RS parece que a repetição e um meio para se chegar à compreensão dos conceitos e relações

Descrição dos procedimentos dos sujeitos	**Observações da pesquisadora**
JB – Eu penso que se você for em cada exemplo que você for colocar, construir ciclo, retificar etc, leva um tempo muito grande para que se possa ter uma variedade grande para que eles possam perceber essas variações Então a gente costuma fazer uns dois ou três exemplos Você tem la $y = \frac{1}{2}$ sen x, $y = 2$ sen x, $y = 3$ sen x, multiplica a função por um numero, o que acontece de alterações no grafico? Você compara com o grafico original, o grafico da função seno Neste plano cartesiano, nesta escala, ele ficaria assim de 0 a 2π Bem esta função e 3 sen x o que aconteceu a ela? Ficou mais alta, "encumpridou" a função A gente mostra isso em mais dois ou três exemplos, mesmo na forma de esboço, e eles percebem	Esta fala mostra novamente uma crença de que a repetição pode levar a compreensão Como existe o fator tempo, relacionado ao cumprimento do programa, o trabalho do aluno da percepção das alterações e antecipado e resumido a alguns exemplos
E uma construção mais ou menos rapida, ou seja, eu não posso fazer estes graficos com 12 ou 24 valores, porque fica simplesmente inadmissivel Eu tenho que pegar o ciclo e dividir em 4 partes e pegar 5 pontos, mas ai eles ja conheceram, ja sabem como e uma senoide, como e o "jeitão' da senoide Eles têm esta apresentação do grafico da senoide Feito isto, a gente passa a fazer graficos mais rapidos, a gente sempre divide a circunferência em 4 partes, faz um esboço A gente quer uma resposta mais rapida para analisar conjunto imagem, periodo, analisar dominio e a gente faz isso para seno, para co-seno normalmente	Este trecho reforça o que foi percebido anteriormente, mostra mais uma vez uma preocupação em fazer tudo com certa rapidez para que se possa vencer o programa
Tangente, eu não faço tanto, porque ja dificulta a analise Você analisar o periodo da função tangente no grafico, digo o dominio, fica dificil, fica mais em nivel algebrico Você poderia analisar no grafico o periodo, a imagem, mas eu fico mais no seno e co-seno	O tratamento dado a tangente e modificado no sentido de facilitar a compreensão Parece-nos que para ganhar tempo JB não explora o grafico
Mas não pode ser com muitos valores, porque fica demorado Eu acho essa construção interessante para a primeira ideia de fato, quando você apresenta função seno, função co-seno e seus graficos, você tem a chance de fazer alguma coisa mais rapidamente ja com coisa semipronta	Quando aos limites do uso material, novamente o tempo aparece com fator importante

RS – O tempo e um fator preponderante nessa situação, não e? No ano passado, quando eu trabalhei, eu trabalhei assim Eu apresentei função seno, co-seno, tangente, mas com uma quantidade maior de valores e, depois, so usei 5 pontos O inicio e o fim, para fechar e dar a ideia de que ali para Em algumas eu fiz dois periodos para que eles percebessem que la (refere-se a segunda volta) *ela se repetiria Isso eu mostrei tudo, mas so que com tabelinha Se for realmente para você partir do ciclo, cada vez, o tempo que temos e impossivel*	Nova fala que indica para um processo de ensino demonstrativo, com participação passiva dos alunos Tambem mostra a preocupação com o fator tempo, que parece justificar as escolhas feitas

Comentário: Nestas falas fica evidenciada uma preocupação com o fator tempo E esta é uma limitação imposta por muitos professores ao trabalho com materiais didáticos manipulaveis em sala de aula, que ele exige um tempo maior do que o gasto numa aula expositiva Acreditamos que esta limitação esteja relacionada com a visão conteudista, que nos parece ser uma consequência da necessidade de cumprir um programa imposto pelos livros didáticos, muitas vezes com excesso de informações e conteúdos desnecessarios

Com relação à categoria organização e tratamento desse conteúdo pelo professor, algumas expressões como "*agente costuma fazer*", "*a gente mostra*", "*a gente passa a fazer*", "*a gente sempre divide*" apontam, mais uma vez, para um processo em que o ensino é centralizado no professor e dirigido por ele

Com relação à categoria aprendizagem de trigonometria, observamos que os dois sujeitos parecem ter uma compreensão de que o aluno aprende vendo as relações demonstradas pelo professor Deste modo, essas descobertas são antecipadas, "mostradas" ao aluno, talvez numa tentativa de ganhar tempo para trabalhar com tantos conteúdos

Descrição dos procedimentos dos sujeitos	Observações da pesquisadora
JB – Com relação a esta construção eu tenho algumas coisas que podem contribuir ou não A presença do eixo horizontal, eu colocaria ele visível, não subentendido, imaginario, tanto o eixo x como o eixo y Uma outra coisa que eu acho que facilitaria para o aluno enxergar, e você representar aqui (no ciclo) *a ordenada do π/6, do π/4, do π/3 e assim por diante, e ela repetida aqui* (no grafico) *para que ele pudesse enxergar Para este segmento que e o seno do π/6, ele esta aqui, presente fisicamente, um traço vertical azul* (no ciclo) *e aqui azul* (no grafico) *Pode ter uma reta paralela* (ao eixo x) *para mostrar que essa ordenada daqui* (no ciclo) *foi usada la* (no grafico), *e assim por diante Claro que para as muitas variações 2 sen x, 3 sen x, você não pode colocar com tanta clareza, não, porque ficariam muitas linhas sobrepostas As funções basicas, y = sen x, seria bom você colocar ela para que ele pudesse medir facilmente*	Fica evidente o dominio das relações entre ciclo trigonometrico e grafico das funções seno e co-seno Tambem e evidenciada a visualização que o material permite O sujeito nos sugere que as relações devem ser deixadas mais evidentes, com o uso de segmentos de mesma cor para representar o mesmo elemento em diferentes representações
RS – Com cores para que ele possa identificar facilmente Com cor ele identifica facilmente azul esta aqui (no ciclo), *esta la* (no grafico), *amarelo esta aqui e esta la.*	Para RS a visualização que o material permite, segundo as alterações propostas, tambem pode influenciar positivamente a compreensão do aluno
JB – Bem, eu imagino o aluno, quando você vai começar a explicar para ele, não esta enxergando completamente Essa ordenada aqui, tem de pegar daqui ate aqui, porque isso aqui e igual a isso Ja esta desenhado e tem um monte de pinos e ele esta olhando de uma certa distância e eu imagino que de repente ele possa não entender isso com a mesma clareza que a gente, que tem uma certa vivência com isso	São impostos limites ao uso do material com alunos, com base na pratica do sujeito, que evidenciam a necessidade de ter visualmente bem determinados os elementos que serão envolvidos na atividade e que os aspectos visuais se não forem modificados podem influenciar na compreensão do aluno
RS – Inclusive na curva se não fosse uma curva com uma unica linha, poderia ser colorida em termos de quadrante, tipo que aquela extensão fosse de uma cor, então ate o 90 graus	Esta fala parece indicar que RS acredita que a visualização possa auxiliar na compreensão dos conceitos matematicos

uma cor, para que ele percebesse que aqui os valores diminuiram, mas são os mesmos que estão no lado de la Na realidade a circunferência toda esta aqui , ne? So que colocada de uma outra forma De repente, ele percebe que os valores da circunferência que estavam assim, agora estão assim mostrou com as mãos os sentidos diferentes na circunferência, para a esquerda, e no grafico, para a direita, *mas são os mesmos Uma imagem refletida*	
JB – Imagine que tivesse uma barrinha vertical (mostrando o seno de $\pi/6$), *aqui azul, por exemplo, imantada, aqui* (sen $\pi/4$), *aqui* (sen $\pi/3$), *aqui* (sen $\pi/2$), *aqui* (sen $2\pi/3$), *aqui* (sen π), *e isto tem que ser de um certo tamanho e este tamanho esta razoavel para o material* (referindo-se ao tamanho do geoplano trigonometrico apresentado) *Vamos marcar la* (no grafico) *para $\pi/6$ Quanto e que vale o seno? O valor do seno e a ordenada Pega concretamente a ordenada, tira* (do ciclo), *porque e imantado, vem e cola aqui* (no grafico) *O proximo valor e $\pi/4$ Quanto e o seno de $\pi/4$? E esta ordenada você vem, tira e ela e colorida, você enxerga de longe, e vem e coloca aqui e assim você vai construindo o grafico Vão aparecendo aqui as ordenadas e você vai dando forma a curva Depois, você passa a linha para concretizar a curva em si Depois, você vai e retoma aqui Depois, se forem imantados, você pode inverter e colocar como abscissas e usar o mesmo procedimento para o co-seno, para construir a co-senoide Você usa as mesmas barrinhas imantadas Não sei se e viavel, se existe este material*	Para JB tanto a visualização quanto a manipulação do material podem influenciar a compreensão do aluno

Comentário: Nesta análise da parte física do geoplano trigonométrico relacionada a seu aprimoramento didático, ficamos surpresos com a riqueza das sugestões Acreditamos que isto reforce nossas hipoteses anteriores de que discussões e analises de materiais didáticos manipuláveis, como a propostas aos professores, podem gerar conhecimento Observamos que mesmo o sujeito JB, que não apresentava prática com uso de materiais didáticos manipuláveis e afirmava que iria contribuir muito pouco, colaborou com muitas idéias interessantes Porem, ressaltamos que essas contribuições podem ser frutos da sua grande experiência com o magistério e domínio do conteúdo

Com relação à categoria manipulação e visualização com uso de material x compreensão desses conteúdos parece-nos que os sujeitos acreditam que tanto a visualização como a manipulação possam influenciar positivamente na compreensão dos conteúdos matemáticos

Descrição dos procedimentos dos sujeitos	Observações da pesquisadora
RS – Eu usaria este material numa primeira aula para apresentar, numa aula onde realmente você esta definindo funções, buscando valores Eu não imagino dar todas as aulas de trigonometria com materiais Eu acho que não ha tempo e, inclusive, eu acho que o aluno fica muito ligado ao concreto Acho que concreto e bom porque nessa fase que eles estão trabalhando com trigonometria, ele trabalha o concreto, mas ele tem que aprender a sair do concreto e ir abstraindo Nos sabemos que a matematica, quanto mais alto nivel, mais abstrata e E justamente, eu acho que estamos neste ponto intermediario, ele faz aqui	
(material), *depois, ele faz algebricamente e sabendo que existe uma base concreta, mas ele não tem que estar o tempo todo trabalhando em cima dela* *Agora, eu acho muito interessante, por exemplo, eu utilizei muito material o ano passado quando usei a sala A205* (sala ambiente), *não era bem este material, um outro material, um ciclo trigonometrico*[1]*, e conservar material na sala de aula*	Refere-se a facilidade de se ter material disponivel na sala de aula A sala ambiente (A 205) contem varios materiais a disposição dos professores em armarios e nas paredes o ciclo trigonometrico manipulavel e um deles Nos parece que RS usou o material porque estava a disponivel na sala
Porque na hora que você esta fazendo algebricamente, na algebra, de repente ele tem uma duvida, eu dizia para os meus alunos assim - Vire e olhe la o ciclo trigonometrico, procure la Então ele tinha o material a disposição, ele olhava e trazia de la para o algebrico, eu achei que isso ajudou bastante O material não precisa ser de manuseio direto (pelos alunos), *mas estar disponivel Por isso eu acho que a sala ambiente e muito importante, para alguns assuntos como trigonometria, porque eu percebi com as turmas que eu pude usar eu percebia ate na prova, que alguns olhavam a parede*	Segundo o relato, entendemos que o apoio visual do material influenciou positivamente, permitindo que os alunos fizessem relações entre ciclo trigonometrico e linguagem simbolica
JB – Uma especie de cola concreta, de fato concreta.	

[1] Este material e grande e fica permanentemente na parede da sala ambiente, no ANEXO 8 esta a folha padrão deste material

RS – Tudo bem, uma cola concreta, mais ele olhava e tinha que tirar de la alguma coisa, não era uma colinha assim Era uma forma de estudar era valida Um apoio visual *JB – OK!* *RS – Acho que de contribuição era isso* *Pesquisadora – Muitíssimo obrigada, professores*	

Comentário: Neste trecho RS faz um relato de experiência com uso de material didático manipulável que não havia comentado na entrevista

Com relação a categoria manipulação e visualização com uso de materiais x compreensão desse conteúdo, as falas de RS evidenciam o valor da visualização na construção dos conceitos matemáticos Mostrando que o visual pode apoiar a chegada à formalização dos conceitos Porém, a sequência de afirmações de RS parece indicar que ele não tem consciência disto, evidenciando em alguns momentos uma compreensão de uma passagem linear do visual para o abstrato O que aponta para um entendimento limitado das relações que o material permite

Tambem com relação a esta categoria destacamos as falas

- *ele olhava e trazia de lá para o algébrico*
- *ele olhava e tinha que tirar de lá alguma coisa*

que acreditamos referirem-se principalmente às relações que o aluno fazia entre a representação ciclo trigonométrico e a linguagem simbólica da função seno e co-seno Entendemos que isto esteja relacionado às ações do sujeito sobre o material, como descreve Piaget, na experiência lógico-matematica, e não apenas a uma observação das características físicas do material Isto para nós aponta para uma perspectiva positiva do uso do material didático manipulável com o ensino medio

4.3 Análise do terceiro encontro

Neste terceiro encontro foi realizada uma entrevista individual com cada sujeito O tema central abordado foi a aplicabilidade das atividades construção do geoplano circular e construção da tabela trigonométrica, vivenciadas pelos sujeitos no segundo encontro Com o sujeito RS foi pedido, tambem, para descrever o uso de material didático manipulável para o ensino de trigonometria no ensino médio, citado durante o segundo encontro e que não havia sido relatado na primeira entrevista

As perguntas e respostas foram organizadas em tabelas seguidas de sua analise

Sujeito JB

PERGUNTAS	RESPOSTAS	Observações da pesquisadora
Professor, com relação à atividade que você resolveu junto com o professor RS, gostaria de conversar sobre a primeira atividade Na primeira atividade vocês construíram um ciclo trigonométrico com régua e compasso, dividindo a circunferência em 24 partes iguais Com relação a esta atividade, você acha que é viavel aplicá-la com os alunos?	*Sim, acredito que seja possivel numa primeira aula para que eles tomem conhecimento dos conceitos das funções*	Quando afirma que e possivel que o material seja usado numa primeira aula, JB mostra que entende apenas o aspecto da experiência física em atividades de manipulação Sua afirmação aponta para uma compreensão da aprendizagem como sendo uma sucessão linear de passagens de etapas mais simples para as mais complexas, sendo a visualização a primeira
	Eu sempre desenvolvo um trabalho mais detalhado com as funções seno e co-seno Não uso tantos pontos como você sugere, uso apenas doze, mas acho que e bem possivel Você sugeriu que a circunferência tivesse um raio de 13 cm?	Esta fala evidencia aspectos de uma tendência a gerenciar todo o processo educativo, direcionado e tomando as decisões
Sim, e a indicação da folha padrão A intenção é que o aluno use a definição de razões trigonometricas Porem, achei muito interessante a sugestão de fazer com raio 10 cm.	*Eu tenho medo que usando outro raio você crie outras dificuldades e então o aluno desvia sua atenção do foco principal que e a construção da tabela de valores e passa a ter dificuldade em fazer contas E uma questão didatica*	Acreditamos que a dificuldade apresentada por JB pode ser contornada facilmente com o uso de uma calculadora Existe, por parte de JB, uma compreensão que ser didatico significa facilitar o conteudo para o aluno, evitando as situações mais difíceis que podem gerar duvidas Entendemos que isso seja uma consequência da tendência de fornecer as informações prontas, ja filtradas e na forma mais simples, segundo seu entendimento O que para nos pode dificultar as descobertas dos alunos de seus caminhos e a criação de regras e algoritmos com estrategias pessoais
Realmente concordo com	*É, esta seria minha restrição,*	

você Eles não compreendem por que tem que dividir pelo raio e então passam a achar desinteressante e a pensar que não entenderam nada.	*mas com raio 10 cm acredito que seja bem aceito pelos alunos Outra preocupação e com o tempo Acredito que no nosso modelo de ensino, com todos estes conteudos, não seja possivel fazer um trabalho tão demorado Veja, o grafico que aparece no outro material eu não consigo construir um grafico com muitos pontos, porque demora um tempão, e necessario esperar os alunos, dar um tempo para acompanharem e compreenderem o porquê de todos aqueles pontos*	Esta fala esclarece a questão com o fator tempo, reforçando a nossa afirmação de que ela estaria relacionada a uma visão conteudista
Na atividade do ciclo trigonométrico, você acha interessante entregar uma folha com o desenho pronto, para ganhar tempo, ou deixar que eles construam?	*Eu acredito que e melhor deixar que eles construam usando regua e compasso Isto deve facilitar a compreensão O trabalho pode ser realizado em grupos ou em duplas, ai eu não sei qual e melhor*	Nesta fala JB mostra ter consciência de que quando aluno participa ativamente da atividade isto pode influenciar positivamente sua compreensão Porem, nem isto, como afirmamos acima, parece motiva-lo a alterar o modelo de ensino
Seria melhor em dupla para evitar a dispersão, senão enquanto um desenha os outros dois conversam	*Neste sentido sim, realmente o trabalho em dupla evita este problema Porem, realmente, eu acho bem viavel a aplicação deste material com os alunos, da forma como nos construimos*	JB reforça sua aceitação da atividade de construção e manipulação de materiais didaticos manipulaveis com os alunos

Comentário: Percebemos algumas mudanças de JB, em relação à primeira entrevista e as respostas ao questionário Com relação à categoria uso de material didatico pedagógico, entendemos que ele, após vivenciar as atividades, aceita melhor o uso e a construção de materiais didáticos manipuláveis com o ensino medio, inclusive preferindo a construção do geoplano circular à simples utilização com os alunos

Com relação à categoria organização e tratamento dos conteúdos, confirmamos uma tendência conteudista, que provoca uma preocupação excessiva com o tempo para cumprir um programa

Com relação às colocações da pesquisadora, acreditamos que ela poderia provocar a reflexão de JB se, ao inves de concordar com a escolha do raio 10, a colocasse em questão, perguntando a respeito do uso da calculadora e dos conceitos de razão trigonométrica no triângulo retângulo que são usados com qualquer raio

Sujeito RS

Dividimos as perguntas deste encontro em duas partes uma referente à aplicação da atividade de construção do geoplano circular e construção da tabela trigonométrica e uma segunda referente ao esclarecimento da utilização do ciclo trigonometrico manipulável, comentada durante o segundo encontro

PERGUNTAS	RESPOSTAS	Observações da pesquisadora
Professor com relação à atividade que você resolveu junto com o professor JB, gostaria de conversar sobre a primeira atividade Na primeira atividade vocês construíram um ciclo trigonometrico com regua e compasso, dividindo a circunferência em 24 partes iguais Com relação a esta atividade, você acha que e viável aplicá-la com os alunos?	Eu acho que e viavel aplicar com os alunos, porem existe a questão do tempo, aqui o nosso problema e tempo	O fator tempo parece ser decisivo, para RS, como limitador para qualquer atividade em sala que seja diferentes de sua pratica, inclusive para o uso de materiais didaticos manipulaveis
Você acha que entregar o desenho pronto seria mais interessante?	Não, acredito que seja mais interessante construir com eles a circunferência e dividi-la em 24 partes, porque isto envolve outros conhecimentos traçado de perpendiculares e divisão de circunferência que são de desenho geometrico Promove a interdisciplinaridade Porem, e necessario explicar para eles como fazer O JB e arquiteto domina isto Eu ja estudei desenho, pensando um pouco iria me lembrar de como fazer Acredito que a grande maioria dos alunos não sabe como fazer Você pode desenhar no quadro para eles	RS posiciona-se a favor da construção pelos alunos, porem justifica ressaltando o aspecto da interdisciplinaridade Não faz comentarios sobre a influência, positiva ou não, da atividade na compreensão dos alunos
É seria interessante	Ou, tambem, você poderia preparar uma folha de instrução, tipo uma folha	Demonstra ter consciência de que a aula expositiva pode

	padrão, so que mais detalhada Então eles poderiam resolver em equipes Assim fica menos maçante para os que ja sabem, porque podem fazer mais rapido e os que não sabem ou não têm coordenação motora podem fazer no seu ritmo	inibir o aluno não permitindo que siga o seu ritmo
E com relação ao raio da circunferência ser de 10 cm, você acha que realmente é mais fácil, ou que o raio de 13 cm seria uma barreira por que eles têm que dividir por 13 para obter os resultados do seno e co-seno?	Depende, eu acho que depende da sua intenção se você esta interessada na construção da tabela trigonometrica e melhor sugerir um raio mais facil, como o raio 10 cm Se você esta interessada em fazer uma recuperação dos conceitos de razões trigonometricas então pode ser 13 cm Depende da sua intenção	Demonstra que RS faz uma separação entre razões trigonometricas no triângulo retângulo e funções trigonometricas no ciclo trigonometrico, parece que para ele você trabalha um ou outro, não podendo relaciona-los

Comentário: Com relação a categoria uso de material didático manipulável observamos que, apesar de haver uma preocupação com o tempo, a postura de RS continua sendo favorável ao uso de material, inclusive a construção do material pelo aluno, porém esta alternativa parece não se encaixar na sua prática

Com relação às colocações da pesquisadora, acreditamos que ela provocaria mais reflexões de RS questionado suas respostas, perguntando a respeito das relações entre razões trigonométricas no triângulo retângulo e funções trigonométricas no ciclo trigonometrico

PERGUNTAS	RESPOSTAS	Observações da pesquisadora
Outra questão seria com relação ao uso do ciclo trigonométrico manipulavel da sala A205 Você falou, durante a atividade de análise do geoplano trigonométrico que usou ele com seus alunos. Você usou para introduzir o assunto com os alunos ou depois apenas como referência?	Eu me lembro que expliquei a materia no quadro e depois pedi para eles olharem ao redor O ciclo estava no fundo da sala, então todos viraram a carteira e eu mostrei novamente tudo que havia mostrado no quadro usando o ciclo trigonometrico manipulavel Eu não usei para introduzir os conteudos	Com relação a descrição da utilização do material, percebemos que o uso foi demonstrativo, ou seja, manipulado so pelo professor, como RS ja havia citado com outros materiais

CAPÍTULO V

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

A discussão dos resultados será feita com base nas categorias já apresentadas neste trabalho, ja utilizadas para análise dos dados Tal opção deve-se ao fato de termos como objetivos

- caracterizar as concepções que os professores investigados têm do papel do material didático manipulável para aprendizagem de conceitos trigonométricos no ensino médio,
- descrever a forma como os professores procedem ao serem solicitados a realizar três atividade, envolvendo construção, manipulação e análise de materiais didaticos manipuláveis e as diferentes representações da função seno e co-seno,
- identificar as perspectivas e os limites do uso de material didático manipulável para a aprendizagem de conceitos trigonométricos nesse nível de ensino

Em relação a categoria aprendizagem de trigonometria, observamos nos relatos que a prática dos sujeitos implica uma crença da aprendizagem por repetição de modelos apresentados, em geral, pelo professor Seus relatos descrevem aulas essencialmente verbais e fundamentadas mais na transmissão do que na reinvenção ou redescoberta pelo aluno Observamos também alguns indicadores de uma tendência de antecipar a linguagem simbólica Considerando estas questões parece-nos que a concepção de aprendizagem que os sujeitos apresentam não leva em consideração a ação dos alunos e tem o professor como centro do processo Esta postura, como afirma Piaget (1973), é uma consequência da interpretação que se aceite para a formação psicológica ou para aquisição das operações e das estruturas lógico-matemáticas Entendemos então que na visão dos sujeitos o saber escolar e visto com um conhecimento que os professores possuem e transmitem aos alunos, um saber tido como certo, significando uma profunda e quase mística crença em respostas exatas Esta visão do saber, segundo Schon (1995), leva a um ensino que não exige reflexão

Concluímos deste modo que considerações como as de Piaget (1973) e Vergnaud (1991) sobre a ação do aluno ter um lugar de destaque no processo educativo, porque são as ações e as trocas do indivíduo com o meio que constroem a capacidade de raciocinar, são desconhecidas ou ignoradas pelos sujeitos

Retomando brevemente a teoria de Vergnaud (1991), temos que um conceito e compreendido pelo sujeito, quando este e capaz de trabalhar com suas diferentes representações, quando faz correlações entre suas características e propriedades

No caso dos sujeitos desta pesquisa, podemos afirmar que dominam as diferentes representações da função seno e co-seno, o que segundo esta teoria implica a compreensão dos conceitos Observamos também que as relações utilizadas para a realização das atividades e para análise do geoplano trigonométrico não foram despertadas ou percebidas em função do uso ou construção do material, e sim que já eram dominadas anteriormente as atividades Estas afirmações fundamentam-se no fato de os sujeitos apresentarem condutas automáticas organizadas em esquemas únicos, não observamos a tentativa de muitos esquemas, que é necessariamente acompanhada de descobertas

Observamos que o sujeito RS, quando respondeu ao questionário, discordou totalmente que o material didático manipulavel pudesse dificultar a chegada do aluno à formalização dos conceitos, porém durante o segundo encontro falou sobre a preocupação com a chegada a abstração, de não podermos ficar apenas no concreto Interpretamos que para RS pode haver apenas o entendimento da experiência física em atividades manipulativas, considerando que a teoria piagetiana ressalta que a experiência lógico-matematica em atividades manipulativas, ao invés de se constituir um obstaculo para o desenvolvimento do espírito dedutivo, é precisamente uma preparação para chegar a ele Por outro lado, podemos discutir esta preocupação no sentido apontado por Schliemann, Santos e Costa (1992), de que a simples manipulação para a "mostração" não leva à construção dos conceitos matemáticos Neste sentido observamos, nos relatos de RS, uma pratica com uso de materiais quase totalmente dirigida por ele, o que pode ocasionar uma demonstração *a priori* do que os alunos devem fazer e observar O uso de materiais deste modo pode dificultar a chegada à abstração, bem como comprometer o entendimento dos conceitos

Com relação à dificuldade dos alunos na aprendizagem de trigonometria, verificamos que os sujeitos identificam alguns fatores indicados por Franchi (1999), como natureza dos números, operações de pensamento, porém mesmo identificando-os parecem acreditar que a dificuldade em aprender trigonometria e natural, como se isto estivesse relacionado ao conteúdo apenas e não pudesse ser mudado Não observamos ao longo da falas dos sujeitos uma preocupação em mudar estratégias de ensino a fim de reverter este quadro Mesmo quanto ao uso de material didático manipulavel para superar dificuldades em trigonometria e em conteúdos vistos anteriormente, os sujeitos parecem impor restrições

Com relação à categoria organização e tratamento desse conteúdo pelos professores, observamos que para os sujeitos a transmissão dos conteúdos por meio de aulas expositivas é uma solução para conseguir vencer o extenso conteúdo no tempo disponível O que revela, portanto, uma preocupação maior em "vencer" conteúdos do que com a compreensão dos alunos Este extenso conteúdo para nos é ditado pelo status conquistado pelo livro didático no ensino medio nas últimas decadas, ao qual passou-se a atribuir inclusive responsabilidades docentes Esta observação é confirmada principalmente no terceiro encontro

A variável tempo também foi citada pelos sujeitos como um fator que inibe e limita as atividades com uso e construção de material Entretanto, os sujeitos parecem ter consciência de que o trabalho centrado nas ações do aluno, apesar de mais lento, pode levar a uma melhor compreensão do conteúdo Percebemos isto principalmente nas suas falas no terceiro encontro, quando os sujeitos opinam a favor da construção do geoplano circular pelos alunos, ao invés da simples utilização do material Porém, vale ressaltar que, segundo

Ponte (1992), é muito comum professores mostrarem uma certa abertura para considerar o valor de práticas diferentes da sua, apesar de não concordarem com elas

Neste quadro descrito pelos sujeitos, parece que à chegada a formalização tem sido provocada prematuramente pelo professor, o que pode causar a queima de etapas com comenta Piaget

Com relação a introdução dos conceitos de trigonometria, observamos que não há uma preocupação em retomar conteúdos vistos anteriormente, o que pode ser consequência de uma crença de que os conteúdos vistos anteriormente devem ser dominados pelos alunos para serem usados nas série seguintes

Anteriormente ressaltamos que os sujeitos apresentam compreensão das diferentes representações das funções trigonométricas seno e co-seno, como ciclo trigonometrico e grafico cartesiano, e das relações entre elas, porém nas descrições de suas práticas não observamos a preocupação em explorar estas relações em sala de aula com os alunos Quando afirmam que para fazer a construção do gráfico cartesiano eles partem apenas da representação formal das funções seno e co-seno, parece-nos que também não ha uma tendência a retomar os conteúdos vistos nas aulas anteriores como se eles já fossem dominados pelos alunos para serem usados nas aulas posteriores

Com relação a ordem de apresentação dos conteúdos, a presença da crença em pré-requisitos parece indicar que os sujeitos vêem a matemática como uma disciplina de resultados precisos e procedimentos infalíveis, o que isso pode ocasionar uma idéia de que seu conteúdo é fixo A esse respeito Polettini (1999) comenta que essa crença pode estar relacionada a uma visão predominantemente dualista da Matematica, caracterizada pelo certo ou errado A autora também suspeita que essa visão estreita possa implicar dificuldade do professor em organizar ações em sala de maneira a propiciar a discussão de um outro tipo de abordagem da Matemática

Com relação à categoria manipulação e visualização com uso de material x compreensão dos conceitos, observamos que os sujeitos acreditam que tanto a visualização quanto a manipulação que os materiais proporcionam, podem auxiliar na compreensão dos conceitos matemáticos

As sugestões dos sujeitos sobre melhorias no geoplano trigonométrico, como representar segmentos equivalentes com cores iguais, podem promover uma melhor visualização, deste modo facilitando a compreensão, conforme afirma Medalha (1997)

Ao relatarem suas experiências os sujeitos reforçam a tendência do uso de materiais didáticos manipuláveis, no ensino médio, principalmente nas aulas de geometria Apesar de o sujeito RS apresentar uma experiência com uso de materiais em aulas de trigonometria, seus relatos vão no sentido apontado por Medalha (1997), que afirma que a visualização acarreta um melhor desempenho dos alunos na sala de aula de matemática Esclarecemos que não tivemos acesso aos resultados do desempenho dos alunos de RS, mas que suas falas apontam, para este caminho, já que os alunos procuravam o apoio espontaneamente

Com relação à manipulação e visualização com uso de material *versus* a compreensão dos conceitos pelo professor, não observamos nenhum avanço na compreensão dos conceitos de trigonometria nem em RS, nem em JB, que tenha sido proporcionados pelo uso ou construção dos materiais Acreditamos que esse avanço possa ser incentivado pelo material com professores que não tenham domínio total dos conteúdos e das relações Destacamos, portanto, que no estudo-piloto (ANEXO 3), os professores, ao observarem e analisarem os materiais, perceberam relações entre ciclo trigonométrico e gráfico cartesiano de função seno e co-seno que não haviam observado anteriormente, demonstrando uma expressão de surpresa

Com relação à categoria uso de materiais didáticos manipuláveis, observamos nos relatos que os sujeitos apresentam pouca ou nenhuma prática com uso de materiais Percebemos também que esta prática é centrada principalmente no uso demonstrativo, o que pode ser interpretado como utilizar materiais didáticos manipuláveis para fazer "mostrações" Acreditamos que essa prática possa ser uma consequência da tendência de os sujeitos comandarem todo processo na sala de aula No nosso entendimento, uma prática que explora muito pouco as potencialidades do uso de materiais didaticos manipuláveis Entretanto, observamos na análise do geoplano trigonometrico, no segundo encontro, e na entrevista, no terceiro encontro, que os sujeitos parecem demonstrar uma mudança na forma de ver o uso e a construção de materiais com os alunos Baseamos estas afirmações principalmente nos dados do terceiro encontro, no qual os sujeitos acharam que é melhor os alunos construírem o geoplano circular do que apenas usá-lo, o que seria uma boa opção para economizar tempo

Porém, não podemos afirmar que tais mudanças sejam duradouras e que possam de algum modo alterar a prática dos sujeitos, porque sabemos que é difícil envolver professores em uma reflexão sobre sua prática, como afirma Ponte (1992) Por outro lado, após a análise dos dados, percebemos que em vários momentos durante os três encontros que a pesquisadora poderia acrescentar perguntas e observações que poderiam contribuir para reflexões e tomada de consciência dos sujeitos sobre suas práticas, podendo chegar a uma reflexão sobre a maneira como aprendem, o que pode permitir que enxerguem novos caminhos para abordar a trigonometria em sala de aula, como afirma Polettini (1998)

Com relação a postura dos sujeitos frente ao uso e à construção de materiais, percebemos que a riqueza das sugestões na análise do geoplano trigonométricos foram apoiadas principalmente no domínio do conteúdo Mas parecem também terem sido influenciadas pela vivência da atividade envolvendo o uso e a construção do geoplano circular, que permitem uma analise e um conhecimento mais profundo do tema pelo sujeito, segundo Polettini (1998) Entretanto, acreditamos não ser fácil conseguir discussões profundas de analise de atividades e fazer com que os professores consigam produzir propostas pedagógicas para suas aulas, porque a maioria deles não apresenta muitos conhecimentos sobre como se da a aprendizagem de seus alunos Diante disso, parece-nos que é imprescindível que cursos de formação continuada associem questões praticas e teóricas da aprendizagem dos alunos

Com relação ao uso e a construção de materiais didaticos em cursos de formação continuada de professores de matemática, parece-nos que seu uso provocou reflexões nos sujeitos sobre sua prática Não que ele seja o único caminho, mas com certeza é um caminho interessante O que se coloca para nós agora não é a questão do uso ou não de materiais, mas a necessidade de os cursos de formação continuada apresentarem alternativas que provoquem a reflexão do professor nos moldes apresentados por Schon, Polettini, Ponte, Flores

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo se propôs a investigar como professores de matemática do ensino medio se manifestam sobre as perspectivas e os limites do uso de materiais didáticos manipuláveis para aprendizagem de diferentes representações das funções trigonométricas seno e co-seno, tendo os seguintes objetivos

- caracterizar as concepções que os professores investigados têm do papel do material didático manipulável para aprendizagem de conceitos trigonométricos no ensino médio,
- descrever a forma como os professores procedem ao serem solicitados a realizar três atividade, envolvendo construção, manipulação e análise de materiais didáticos manipuláveis e as diferentes representações da função seno e co-seno,
- identificar as perspectivas e os limites do uso de material didatico manipulavel para a aprendizagem de conceitos trigonometricos nesse nível de ensino

O referencial teórico que alicerçou nosso trabalho em questões de aprendizagem matematica constituiu-se da teoria construtivista de Piaget e da teoria dos campos conceituais de Vergnaud Tal escolha se deveu ao fato de essas teoria colocarem a ação do indivíduo em lugar de destaque no processo educativo Em questões referentes à formação de professores, pesquisadores como Schon (1995), Polettini (1999), Garcia (1999), Flores (1991), Ponte (1992), Nóvoa (1995) deram suporte a nossas análises

O trabalho foi operacionalizado na seguinte sequência primeiro encontro, com a aplicação de um questionário e a realização de uma entrevista individual, segundo encontro, com a realização de três atividades em conjunto com construção, uso e análise de materiais didáticos manipuláveis, e terceiro encontro, com a realização de uma entrevista individual

Diante das dados analisados e tendo por base a literatura citada, podemos tecer as seguintes considerações

1 Observamos que o sujeito JB, que não conhecia materiais didaticos manipuláveis para trigonometria, contribuiu e participou intensamente da atividade de analise do geoplano trigonométrico, mostrando que tinha muito a contribuir em função de sua prática Neste sentido concordamos com Flores (1991) quando afirma que é necessário que os futuros professores e os em exercicio tenham a oportunidade de participar de atividades com materiais manipulativos e modelos físicos Pudemos observar que esta prática possibilita a investigação de conceitos e ideias matemáticas, porem ressaltamos que é importante que o professor aprenda fazendo e não apenas olhando e ouvindo

2 Em nossa interpretação, houve mudanças nos dois sujeitos, porém acreditamos que, devido ao curto periodo dos encontros, elas não sejam significativas Segundo Polettini (1991), as mudanças são consideradas significativas quanto alteram a pratica e o pensamento do professor Porém, acreditamos que um trabalho contínuo e que respeite a realidade do professor provoque mudanças profundas e duradouras, ao promover a reflexão sobre seu pensamento e sobre sua prática, acompanhado de um interesse no proprio desenvolvimento

3 Os sujeitos apresentam uma postura passiva diante do conteúdo proposto por livros didáticos, não se sentem à vontade para questioná-los, mesmo percebendo que influenciam diretamente no seu trabalho em sala de aula e por consequência na compreensão dos conceitos matemáticos pelos alunos Os cursos de formação de professores devem levar em consideração esta realidade e incentivar os professores a assumirem um papel que e seu e que há muito vem sendo atribuído aos livros decidir sobre quais são os conteúdos matematicos relevantes para a formação de um cidadão Os Parâmetros Curriculares Nacionais de Ensino Médio chamam os professores a essa responsabilidade, pois não estabelecem um currículo mínimo de matemática, deixando a decisão para os professores e coordenações Percebemos, então, que é necessário que se busquem alternativas para conscientizar os professores de que eles têm condições de decidir sobre esses conteúdos Diante disso, colocamos a seguinte questão Será que a união da prática com a teoria, ou seja, a prática dos professores de ensino medio e a

teoria dos pesquisadores acadêmicos, como observamos no trabalho de Polettini (1998), poderia resolver esta questão?

4 Observamos que os sujeitos desta pesquisa têm domínio do conteúdo e uma grande experiência com magistério, porem percebemos que isto não basta para garantir uma prática eficaz No nosso entender, um programa de formação continuada poderia promover um melhor conhecimento das características do desenvolvimento e da aprendizagem de seus alunos, de modo que surgisse uma postura de pesquisador e não apenas de transmissor, no sentido ressaltado por Macedo (1994)

5 Após a realização desta pesquisa acreditamos com mais intensidade na necessidade dos cursos de formação continuada de professores, com uso ou não de materiais didáticos manipulaveis, para fornecerem, além de novas metodologias e aprofundamento do conteúdo, momentos de reflexão na ação e sobre a ação, no sentido apontado por Schon (1995) Deste modo dando oportunidade ao professor de matemática de repensar sua visão do saber escolar, que, segundo Polettini (1999), é predominantemente dualista

6 Com relação a preparação de cursos de formação de professores, percebemos nesta pesquisa que a intervenção do instrutor e fundamental para promover a reflexão dos professores Nos três encontros observamos que em muitos momentos a pesquisadora poderia ter intervido de modo diferente e provocado mais reflexões dos professores, tanto com relação aos procedimentos metodológicos quando ao entendimento do conteúdo matematico Neste sentido acreditamos que seriam necessarios estudos detalhados sobre os processo de aprendizagem dos professores e quais suas implicações no processo de transposição didática desse conteúdo

A realização deste trabalho ampliou a nossa visão com relação à Educação Matemática Percebemos que o uso e a construção de materiais didaticos manipuláveis em cursos de professores pode melhorá-la, mas enxergamos agora que este não é o único caminho Entretanto, o diferencial proporcionado pelo material didatico manipulável, em cursos de formação de professores de matematica, esta na possibilidade de visualizar objetos matemáticos, bem como suas relações verificando sua validade criar e vivenciar novas soluções para a construção do material, passando por todas as etapas que os alunos irão vivenciar em sala e podendo desta forma altera-la e adaptá-la a sua realidade, incentivando a reflexão sobre sua prática Acreditamos que estes fatores auxiliaram o avanço do pensamento matemático dos professores participantes na pesquisa

Salientamos que este foi um estudo de caso realizado com professores de uma escola pública Futuras pesquisas poderiam ser feitas com um número maior de sujeitos Sugerimos que sejam feitos acompanhamentos do professor na sala de aula Tal procedimento, que não foi incluído em nosso estudo, dadas as limitações e escolhas que são obrigatórias a toda pesquisa, traria novas informações e faria avançar os conhecimentos sobre a prática dos professores com uso de materiais didaticos manipulaveis, contribuindo para uma melhor compreensão da influência desses materiais em cursos de formação continuada de professores de matemática

Este trabalho foi uma tentativa de contribuição para a melhoria do ensino/aprendizagem da trigonometria, de modo particular, e da Matemática, de um modo geral No nosso entender uma melhor Educação Matemática é obtida num processo de ensino/aprendizagem que oportuniza, tanto ao professor quanto ao aluno, mais momentos de reflexão sobre os conceitos, simbologia e relações entre os diferentes conteúdos da matemática

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, A P de **Formação do professor de matemática: realidade e tendências** São Paulo, 1990 Tese de Doutorado em Educação – USP

BALL, D L (1990) **Propective elementary and secundary teachers' understanding of division** Journal of Research in Mathematics Education 21 132-144

BALTES, P B (1987) Theoritical propositions of life-span developmental psychology on dynamics between growth and decline ***Developmental Psychology***, v 23, n 5, p 611-26

BECKER, F **Da ação à operação: o caminho da aprendizagem em J. Piaget e P. Freire.** 2 ed Rio de Janeiro DP&A Editora e Palmarinca, 1997

BRINGUETI, Maria J L (1994) ***Ensino e aprendizagemda trigonometria: Novas perspectivas da educação matemática*** Dissertação de mestrado Orientador Celi Vasques Crepaldi UNESP – Rio Claro, Rio Claro

CHIAROTTINO, Zélia Ramozzi A teoria de Jean Piaget e a educação In PENTEADO, Wilma M A (org) **Psicologia e ensino.** São Paulo Pepelivros, 1980

COLL, C e GILLIÈRON, C (1995) Jean Piaget o desenvolvimento da inteligência e a construção do pensamento racional In Leite, L Banks (org) ***Piaget e a Escola de Genebra.*** 3ed São Paulo Cortez, 1995

COSTA, Nielce Menguelo Lobo (1997) ***Funções seno e coseno: uma sequência de ensino a partir dos contextos de "mundo experimental" e do computador.*** Dissertação de mestrado Orientador Sandra M P Magina PUC – SP, São Paulo

D'AMBROSIO, B (1993) Formação de Professores de Matemática para o século XXI o grande desafio, **Pro-posições** v 4 n 1 ano 10 p 35 – 41

D'AMBRÓSIO, U **A educação matemática no Brasil e no mundo** Anais, I Encontro Paulista de Educação Matemática Campinas sn, 1989

DAMICO, A **Uma alternativa de mudança didático para o ensino de matemática no ensino no segundo** Grau São Paulo, 1997 Dissertação de Mestrado em Educação – USP

DAVIS, P J (1993) Visual theorems ***Educational Studies in Mathematics***, Dordrecht, v 24, n 4, p 333 – 344

FARIA, P C de **A formação do professor de matemática: problemas e perspectivas** Curitiba, 1996 Dissertação de Mestrado em Educação – UFPR

FLORES, A (1991) Formación de maestros de matemáticas para nivel medio superior um marco de referencia para programas escolarizados **Educación Matemática**, v 3, n 2, p 6 – 17

FRANCHI, A Considerações sobre a teoria dos campos conceituais IN Machado, S D A **Educação matemática: uma introdução** São Paulo EDUC, 1999

GARCIA, C M (1999) ***Formação de professores para uma mudança educativa*** Porto – Portugal Editora Porto, 1999 Vol 2 (Coleção Ciências da Educação Século XXI)

GARCIA, C M **Pesquisa sobre a formação de professores: o conhecimento sobre aprender a ensinar** Revista Brasileira de Educação, São Paulo, set/out/nov/dez/,1998, n 9, p 51-75

HOLLINGSWORTH, C (1990) **Maximizing implemention of manipulatives** Arithmetic Teacher 37(9) 27- 29

MACEDO, L de **Ensaios Construtivistas** 3 ed São Paulo Casa do Psicólogo, 1994

MAURMANN, E A C ***Resolução de problemas dedutivos de três termos: um estudo com adultos em processo de alfabetização*** Dissertação de mestrado – Instituto de Psicologia – UnB, Brasília – DF , 1999

MEDALLHA, V L L (1997) ***A visualização no estudo da geometria espacial*** Rio de Janeiro, 1997 Dissertação de mestrado – USU

MENDES, Iran A (1997) ***Ensino de trigonometria através de atividades históricas*** Dissertação de mestrado Orientador John A Fossa UFRN, Natal

MORO, Maria Lúcia F **Aprendizagem operatória: a interação social da criança** São Paulo Cortez, 1987

MOURA, M O de **O jogo na Educação Matemática** Educação Matemática em Revista 1994

NÓVOA, A Formação de professores e profissão docente. IN NOVOA, Antonio (org) **Os professores e a sua formação** 2 ed Lisboa Dom Quixote, 1995 p 93-114

PANNUTI, Maísa P **Conhecimento físico e conhecimento lógico matemático em atividades de manipulação de materiais.** Curitiba, 1998 Dissertação de Mestrado em Educação - UFPR

PESTANA, I G de Sá et al **Saeb 97: primeiros resultados.** Brasília Instituto Nacional de Estados e Pesquisas Educacionais, 1999

PIAGET, Jean e colaboradores **Abstração reflexionante** Porto Alegre Artes Médicas, 1995

PIAGET, Jean e Inhelder, Barbel **A psicologia da criança** 15ed Rio de Janeiro Bertrand Brasil, 1998

PIAGET, Jean **Observaciones sobre la educacion matematica** Proceeding of the Second International Congress on Mathematical Education Cambridge University Press, 1973, 79-87

____________________ **Psicologia e pedagogia** 3ed Rio de Janeiro Florence Universitaria, 1975

____________________ **Sobre Pedagogia** São Paulo Casa do Psicólogo,1998

POLETTINI, Altair F F (Rio Claro) **Mudança e desenvolvimento do professor: o caso Sara** Revista Brasileira de Educação Set/ out/ nov/ dez, 1998, n ° 9 p 88 – 99

____________________ Analise das experiências vividas determinado o desenvolvimento profissional do professor de Matemática IN BICUDO, M A **Educação matemática** São Paulo Fundação Editora da UNESP, 1999, p 247 – 282

PONTE, João P Concepções dos Professores de Matemática e processos de formação **Educação matemática: Temas de investigação** Lisboa IIE, 1992, p 185 – 239

POZO, J I **Teorias cognitivas da aprendizagem** 3 ed Porto Alegre Artes médicas, 1998

PURIFICAÇÃO, Ivonelia C da **Cabri-geomètri e a teoria Van Hiele: possibilidades e avanços na construção do conceitos de quadrilátero.** Curitiba, 1999 Dissertação de Mestrado em Educação – UFPR

QUINN, Robert **Mathematics methods courses** The clearing House Mar /abril v 71 n ° 4 p 236-8

RAMOZZI-CHIAROTINO, Z Organismo, lógica e sociedade no modelo piagetiano do conhecimento In Freitag, B (org) **Piaget: 100 anos** São Paulo Cortez, 1997 p 111 – 22

SCHLIEMANN, A , CARRAHER, D W e CARRAHER, T N **Na vida dez na escola zero.** 6 ed São Paulo Cortez, 1991

SCHLIEMANN, A , SANTOS, C M dos e COSTA, S C **Da compreensão do sistema decimal à construção de algoritmos** In ALENCAR, Eunice S de (org) **Novas contribuições da Psicologia aos Processos de Ensino Aprendizagem** São Paulo Cortez, 1992 p 97-117

SCHON, Donald A Formar professores como profissionais reflexivos IN NÓVOA, Antonio (org) **Os professores e a sua formação** 2 ed Lisboa Dom Quixote, 1995 p 77 – 91

SIMON, M A and SCHIFTER, D (1991) **Towards a constructivist perspective: Na intervention study of mathematics teacher development** Educational Studies in Mathematics 22 309-331

SOARES, Eliana M do S (1997) **Comportamentos matemáticos e o ensino da matemática para os cursos de engenharia.** São Carlos/ Caxias do Sul UFSCar-UCS, 1997 Tese de Doutorado

TRIVINOS, Augusto N S **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação** São Paulo Atlas, 1995

VERGNAUD, G La thèorie des champs conceptuels IN BRUN, J **Didactique des mathématiques** Delachaux et niestle 1991

VILLAREAL, M E **O pensamento matemático de estudantes universitários de cálculo e tecnologias informáticas** Rio Claro UNESP, 1999 Tese de doutorado

WILCOX, S K , SCHRAM, P LAPPAN, G and LANIER, P (1991) **The role of a learning community in charing preservice teachers' knowledge ande beliefs about mathemetics education** For the learning of Mathematics, v 11 n 3, p 31 – 9, 1991

ZIMMERMANN, W , CUNNINGHAM, S (1991) Editors' Introduction What is Mathematical Visualization? In ZIMMERMANN, W , CUNNINGHAM, S ***Visualization in teaching end learning Mathematics*** Washington, DC Mathematical Association of America, p 1- 8

ANEXO 1

TRANSCRIÇÕES E ANOTAÇÕES DOS PRIMEIROS ENCONTROS

Antes de iniciar o estudo-piloto foram desenvolvidas algumas atividades com professores de matemática de ensino medio de escolas do município de Curitiba Detalhamos estas atividades a seguir

- Foi aplicado um questionário escrito para dois professores de ensino técnico do CEFET-PR, para verificar se as perguntas elaboradas pela pesquisadora eram claras e se as respostas eram semelhantes as que a pesquisadora pretendia Observou se que uma professora respondeu mais detalhadamente o questionario e a outra respondeu de forma direta apenas com respostas sim ou não Essas respostas não iriam permitir a pesquisadora avaliar o que se pretendia com a pesquisa Devido a este fato resolvemos modificar o questionario, tornando-o de múltipla escolha Decidimos, também, aplicar este questionario no projeto piloto antes da primeira entrevista (Estas professoras foram escolhidas por serem colegas e por trabalharem na mesma instituição da pesquisadora)

- Foi realizada uma entrevista aberta com um professor de matemática da rede estadual de ensino, da região metropolitana do município de Curitiba Nesta entrevista foram feitas algumas perguntas sobre o ensino de trigonometria e o uso de materiais didáticos manipuláveis A partir desta entrevista selecionamos quatro perguntas que viriam compor a entrevista com os sujeitos da pesquisa (Este professor foi indicado por uma colega da pesquisadora que o conhecia de um curso de especialização em matematica realizado na UFPR)

- Para verificar se realmente estas quatro perguntas permitiam a pesquisadora avaliar o que se propunha, foi realizada uma entrevista semi estruturada com outro professor de matemática do ensino médio da rede estadual e particular de ensino do município de Curitiba Durante esta entrevista observou-se que as quatro perguntas atendiam as necessidades da pesquisa Ainda, neste encontro, a pesquisadora mostrou um dos materiais a serem usados na pesquisa e conversou com o professor a respeito dele Porém, o encontro tornou-se muito demorado, devido a isto, para a pesquisa foi decidido que a atividade com o material seria realizada num segundo encontro (Este professor foi indicado por uma colega da pesquisadora que o conhecia do curso de licenciatura em matemática da UFPR)

A partir destas três atividades foi decidia a metodologia que seria testada no projeto piloto

A seguir são apresentadas as anotações, questionários e transcrições destas atividades

Entrevista aberta com o professor **OM**

Dados do professor entrevistado:

Formação profissional:

Graduação em Licenciatura em Matematica UFPR (1995)

Pós Graduação 1998 UFPR – Matemática
1997 Espirita – Educação

Atividade profissional

Trabalha no magistério há 11 anos e esta lecionando no 2° grau a 4 anos Possui turmas de magistério e de educação geral

- A entrevista ocorreu no dia 3 de agosto de 1999, no colégio em que o professor trabalha, na região metropolitana de Curitiba
- Tempo de duração foi de aproximadamente 40 min
- A pesquisadora esclareceu suas intenções e as dúvidas do professor quanto a pesquisa e confirmou o interesse do professor em participar do trabalho Em seguida iniciou a entrevista
- Esta entrevista não foi gravada, as anotações foram feitas pela pesquisadora durante a entrevista e completadas logo após o termino do encontro

Anotações:

P- Os alunos apresentam dificuldades no estudo de matemática, particularmente em trigonometria?

R- Na opinião do professor as turmas de magistério apresentam maiores dificuldades com a aprendizagem da matemática, porque possuem apenas 2 aulas semanais As turmas de educação geral possuem 4 aulas, tem mais interesse por causa do vestibular Para ele a trigonometria e um assunto dificil para os alunos

P- Você já usou material didático manipulável em suas aulas? Relate sua experiência.

R- Usou na 5° a 8° série algumas vezes o material concreto, na opinião dele algumas vezes foi uma experiência interessante e outras não Exemplo Com fatoração na 7° série não foi uma boa experiência, por que os alunos ficaram passivos o material foi usado para "mostrar" conhecimento Nas experiências em que o aluno participou da construção do material os resultados foram mas satisfatórios, melhor que nas vezes em que o material foi usado só para "mostrar" algo, foi aplicado No 2° grau usou dinheiro nas turmas do curso técnico de administração, porque os alunos não compreendiam as operações Em geometria no 2° grau usou a construção dos sólidos pelos alunos Para ele o material ajudou os alunos a verem os resultados O progresso foi satisfatório (explicou que progresso satisfatório não significa que o aluno atingiu as expectativas do professor, mas que ele melhorou seu desempenho, por exemplo de média 2,0 para 4,0)

P –Você acredita que o material concreto pode auxiliar o aluno do ensino médio a compreender melhor os conceitos matemáticos?

Acredita que em alguns assuntos os materiais podem auxiliar, mas é importante o professor saber preparar o aluno para trabalhar com o material Segundo ele, isto é que deve ser priorizado em um curso com uso de material didático manipulavel, é o que o professor não sabe Acredita que a construção de materiais concretos pode facilitar a compreensão "O aluno deve compreender esta construção, caso contrario o material só atrapalha "

P- Você acredita que o material concreto pode auxiliar o aluno do ensino médio a compreender melhor os conceitos de trigonometria?

R- Acredita que os materiais didáticos manipuláveis podem auxiliar o ensino de trigonometria, mas nunca pensou em usar material concreto neste conteúdo

Parecer da pesquisadora:

O professor tem experiência de magistério e uma formação diferenciada da maioria, com duas pós graduações Apresenta um conhecimento sobre teorias de ensino/aprendizagem, perguntando se quando me refiro a objeto concreto estou me restringindo a materiais manipuláveis Porém, apresenta muitas dúvidas sobre o uso do material didático manipulável

Entrevista semi estruturada com o professor **M.M.**

Dados do professor entrevistado:
Formação profissional:
Graduação Licenciatura em Matemática – UFPR
Especialista em Matemática para 2° grau da UFPR
Atividade profissional
Anos de experiência 4 anos
Escola Particular período diurno
Estadual período noturno
Data do encontro **9 – 12 – 1999**

Alguns trechos da transcrição da entrevista gravada em fita de audio

A pesquisadora explicou a proposta de pesquisa e em seguida fez as perguntas

Os seus alunos apresentam dificuldades no estudo da matemática de um modo geral e particularmente na trigonometria?

Como eu trabalho com as duas escolas (particular e pública) a maior dificuldade que eu sinto é no Estado, porque no primeiro ano e eles vem do fluxo e não sabem tirar mmc, nem a fórmula de Bhaskara No primeiro bimestre, a gente retorna isto e perde tempo ( ) Já no colegio particular não há tanta dificuldade em adaptação, principalmente no colégio que eu dou aula, não sinto dificuldade com os alunos ( ) As turmas do Estado, à noite, por serem muito grandes, você tem que fazer um trabalho muito compacto Você tem que trabalhar o que realmente é necessário, o básico, ( ) Na trigonometria, os alunos de Estado sentem uma dificuldade muito grande, por que eles não conseguem enxergar a trigonometria na circunferência A gente coloca a circunferência e começa pelo triângulo retângulo, que eles já deveriam vir já sabendo da oitava série ( ) E como se simplesmente não tivessem passado pela oitava série, e um absurdo o jeito que eles chegam no segundo grau ( ) Vamos supor um exercício envolvendo trigonometria, você tem que fazer uns 40 exercícios iguais para eles entenderem ou, pelo menos, memorizarem mecanicamente o processo Já tentei usar material, já tentei fazer a circunferência, já tentei fazer com que eles desenhassem no caderno para eles entenderem, eles não conseguem entender que o eixo "y" é seno e o eixo "x" é co-seno, daí tem uma tangente, que vem ali paralela ao eixo "y" Eles não conseguem enxergar isso ( ) No Estado a noite ( ) 90% trabalham, então eles estão ali mesmo por causa da presença, nem tanto por causa do conteúdo

( ) no colegio particular, ( )eles conseguem fazer isto, porque eles ( )ja começa a trigonometria na oitava serie, ( ) no colégio particular já há todo cumprimento do conteúdo, então quando você chega na trigonometria eles conseguem ver o que você esta fazendo, eles conseguem assimilar o triângulo da circunferência que daí e tirado da relação

então na escola particular realmente não há dificuldade assim,

as vezes em ( ) alunos novos na escola, mas os alunos que seguem o currículo da escola não sentem essa dificuldade

A segunda pergunta era: Você já usou material didático manipulável, ou seja, material concreto em suas aulas/ Eu gostaria que você relatasse a experiência, como foi, que série, o conteúdo.

E a trigonometria Eu, como trabalho também com a parte de ginásio, dei isso na oitava série e no nosso currículo no segundo ano do segundo grau, não no primeiro ano do segundo grau Ela é vista, pelo currículo normal,( ) no segundo ano, tanto no Estado quanto no particular ( ) no Estado e difícil você usar material concreto vamos dizer parecido com este (apontando o geoplano circular) ou ate mesmo outro tipo de material ( ) porque as turmas que eu tenho, à noite, são de 60 a 80 alunos Como que você vai usar como as turmas são muito grandes, não tem condições de você trabalhar com material na sala Como um professor vai dominar uma equipe numa sala que reúne 80 alunos Já num colégio particular, eu faço trabalho com eles, eu peço para eles trazerem uma folha de sulfite Nos desenhamos uma circunferência de raio 10, traçamos os eixos e a partir dai nós começamos a traçar ângulos com compasso Eles inclusive ( ) usando parte de desenho geometrico com compasso, construindo ângulos de 30°, 45°, 60° Daí fazendo a medição nos eixos "y" e "x", vendo os valores em cm, como o raio é 10 ( ) daí eles conseguem realmente guardar esse conceito, você verifica isso quando você vai fazer uma prova Sempre esta lá o seno de "x", calcule o co-seno, daí você vê que eles fazem na circunferência, onde esta isso e isso, e fazem a associação dos catetos ( ) daí eles colocam vamos supor 3 riscos, "x" é 3 riscos , cateto oposto sobre hipotenusa aqui vale 5 aqui vale 3 fazendo assim eu calculo o outro, eles conseguem fazer esta associação,

eles associam ,

associam ,

A outra também é parecida, no mesmo sentido, é: Você acredita que o material concreto pode auxiliar o aluno do ensino médio a compreender melhor os conceitos matemáticos? ai as duas últimas a gente pode juntar até porque você já fez um trabalho especifico com trigonometria que seria particularmente a mesma

pergunta só que voltado aos conceitos de trigonometria: Você acha que este bom desempenho deles está associado ao uso desse material ou mesmo que você não usasse essa construção da circunferência , só fizesse uma explanação se eles teriam esse mesmo desempenho,

Não a parte da circunferência é fundamental para eles entenderem onde estão os eixos e o que vem a ser o seno ou co-seno, até mesmo a cosecante, cotangente, ou tangente ( ) para ver no desenho e explicar onde está é difícil, eles entenderem o porquê daquilo Não é simplesmente colocar a fórmula o seno ao quadrado de x mais o seno ao quadrado de x e igual a um , ou seno é tanto e então eu ponho ali e substituo, não e assim, é fundamental para eles, ( )

(...) só para a gente conversar um pouco, pelo que você me falou seu material é bem parecido com este, acho que a única diferença é que ele é desenhado,

é o aluno constrói,

ele desenha? Seria algo semelhante ao que eu trouxe? (...)

isto,

A **pesquisadora mostrou o geoplano circular que havia trazido como modelo e relatou a experiência com uso do material que havia ocorrido no CEFET. Ressaltou que não trabalhavam necessariamente com raio 10, porque exploravam o conteúdo função seno, co-seno e tangente a partir das relações trigonométricas, dividindo os comprimentos dos catetos e hipotenusa.**

Em seguida a professora explicou que também explorava as razões trigonométricas em geometria plana para resolver problemas envolvendo triângulo equilátero e hexágono regular Terminou dizendo que não ensinava fórmula, para seus alunos do colégio particular, em geometria plana e espacial, que ela ensinava eles a pensar com base em fórmulas especificas como base vezes altura sobre dois

ANEXO 2

Ficha com dados profissionais

Data ____

Nome ____

Formação profissional

____
____
____
____
____

Atividade profissional atual

____
____
____
____

Atividade profissional anterior

____
____
____
____

Tempo de experiência com o magistério

____

Observações

____
____
____
____
____

ANEXO 3

Descrição do estudo-piloto e suas implicações

O estudo-piloto foi realizado na semana de 13 a 17 de março de 2000, no Laboratório de Matemática do CEFET-PR, com três professores, sendo dois professores do CEFET-PR (An e Pa) e uma professora da rede estadual de ensino (Ro), ex-estagiária do projeto "Desenvolvimento e Recursos Didáticos para o Ensino de Matemática"[1] Teve por objetivo ajustar as atividade que havíamos elaborado para o trabalho com os professores Estes professores não participaram do estudo definitivo

Foram realizados dois encontros com os três professores No primeiro foi realizada uma entrevista e respondido um questionário No segundo encontro foi realizada a análise do geoplano circular e geoplano trigonometrico

No caso da professora Ro os dois encontros foram individuais, como havia sido planejado inicialmente No primeiro encontro ela preencheu o questionário e respondeu às perguntas da entrevista semi-estruturada, que foi gravada em áudio O primeiro encontro durou aproximadamente 30 minutos Não foi estabelecido um tempo para responder o questionário No segundo encontro, que foi gravado em vídeo, percebemos que as trocas foram poucas, porque a pesquisadora conduziu praticamente sozinha a análise Acreditamos que isto ocorreu também por causa da pouca experiência da professora Ro Este encontro durou aproximadamente 20 minutos

Com os professores Pa e An houve uma primeira entrevista individual, durante a qual preencheram o questionário e responderam a entrevista semi-estruturada, que foi gravada em áudio O primeiro encontro, também, durou aproximadamente 30 minutos e não foi estabelecido um tempo para responder o questionário No segundo encontro, no qual estavam juntos, os professores responderam oralmente como realizariam as atividades propostas pela pesquisadora Este encontro foi gravado em vídeo Este encontro durou aproximadamente 40 minutos

---

[1] Descrito detalhadamente no Capitulo I

Analisando as transcrições dos entrevistados tivemos os seguintes resultados

1 Com relação a dificuldade dos alunos em matemática e particularmente em trigonometria percebemos que

- Ro associa a dificuldade dos alunos a sua imaturidade matematica, ou seja, a sua falta de base

( ) eu vejo, assim, por exemplo, o primeiro ano,( ) apesar de ja serem adultos, a maioria por ser um curso de supletivo, ( ) eles são assim bem imaturos Por exemplo a gente esta fazendo uma revisão de matematica basica e eles têm bastante dificuldade, ja em produtos notaveis Imaturos matematicamente falando ( ) eles tem ( ) uma barreira muito grande para a matematica, e muita gente que parou de estudar e esta voltando agora, parou de estudar por causa da matematica, porque não vinha bem O primeiro teste ( ) que fiz agora com os alunos dos segundos anos, que foi PA, eu ja senti que eles ja tiveram uma boa base no primeiro São alunos nossos do 1° ano, tiveram uma boa base ano passado e ja vieram mais preparados Mas alguns continuam com bastante receio ( ) da matematica e no primeiro teste que eu fiz que foi so sucessão e sequências ( ) uma prova formal sem consulta, a maioria deles foram bem Aqueles que mostraram dificuldade ( ) durante as aulas são os alunos que continuam tendo dificuldade, durante a prova ate maior por ser uma prova formal de uma avaliação ( ) do metodo mais antigo, que a gente usa

- O sujeito Pa afirma que seus alunos têm total liberdade para fazerem perguntas, devido a isto não ficam com dúvidas Apenas os que não perguntam, nas suas palavras "os que não querem aprender", têm dificuldade

eu deixo sempre bem aberto para eles me perguntarem , eu deixo claro quando eu vou dar aula que eu adoro o que eu faço sabe , que eu amo, que adoro matematica , que eu gosto , então eu geralmente procuro passar para os meus alunos que e bom , dificilmente eu chego mal humorada , de mal com a vida ,

então devido ao teu trabalho eles não tem medo ,

então eu sempre chego e passo para eles como se matematica fosse a melhor materia do mundo e dai quando eles falam eu não entendo , dai eu ainda brinco , eu falo o seu problema não e matematica , o seu problema e português , olha aqui lê o que esta escrito aqui , agora escreva o que você acabou de ler , dai eu começo a brincar com isso sempre , tiro sarro digo que o problema dele não e matematica e português e historia , então eu deixo ,

descontrai fica um ambiente bem gostoso,

eles tem um enorme cuidado para vir me perguntar durante a aula o que for , porque eles não perguntam no geral e não erguem a mão , ha não entendi aquilo ali mas quando eu largo para fazer o exercicio eles vem , a professora você vai me xingar , você pensa que eu sou burro mas eu não *entendi , ou eles ainda brincam a professora desculpa eu vir aqui incomodar , eu falo vamos la sou paga para isso , se não vou ta aqui recebendo meu cheque de graça se você não vier , então eu não sinto*

,uma dificuldade mesmo

, tem aqueles que reclamam eu não entendo mais eu deixo aberto sempre para eles perguntarem por mais idiota que seja a pergunta, so não pergunta aquele que não quer mesmo sabe,

- O sujeito Na afirma que os alunos chegam com dúvidas Porém devido ao seu método de ensino com uso de materiais eles superam as dificuldades

  Pelos meus anos de experiência vejo que os alunos estão chegando com muita dificuldade da oitava serie para o segundo grau Mais a gente procura o maximo possivel sanar estas duvidas e sempre com material de apoio para que eles consigam enxergar e visualizar a trigonometria, fica bem mais facil eles entenderem a materia

2 Com relação a prática dos professores com materiais, em sala de aula, e suas implicações na compreensão dos alunos observamos que

- Os três sujeitos apresentam práticas com uso de materiais e acreditam que o uso de materiais possa auxiliar na compreensão dos conceitos matematicos dos alunos

  Ro - Dai nas series anteriores que eu utilizei foi na quinta serie na parte de geometria que a gente construiu os cubos e dai fez um trabalho em equipe vendo as vistas, com os bloquinhos dai a gente pode fazer a construção usando todo os cubos que foram construidos em sala dai a gente pode ver a vista frontal, a vista lateral, a vista superior, foi um trabalho que eu fiz com a quintas series que eram ate duas, so que tinha uma quinta serie que era muito boa em tudo que eles faziam então tudo dava certo, então tem isto tambem, e dai a outra quinta serie foi uma quinta serie que abriu nova vieram alunos de varias localidades diferentes ate de outros estados, então ficou muito misturado, então tinha gente que ja sabia muito e gente que sabia muito pouco e dava muita confusão, era uma turma muito indisciplinada, então o trabalho com eles não deu certo, deu so para construir os cubos, na hora da montagem do exercicio para ver, eles ja tinham ate amassado os cubos e ja tinham brincado na sala

  Nessa turma que deu certo, você acha que o material ajudou, ou por exemplo se tivesse sido uma aula sem material o desempenho seria o mesmo

  Ro- Ajudou e eu acho que seria mais dificil de enxergar as vistas, inclusive com este mesmo material que eu montei para a quinta serie eu utilizei nos exercicios para a sexta serie que na continuação tinha, na sexta serie tinha o mesmo conteudo no livro do Imenes, então a gente utilizou então primeiro com a sexta serie eu deixei que eles vicem sozinhos, so observando no livro e depois quando eu coloquei o material concreto nas equipes, dai eles disseram, a professora porque a *senhora não pos os bloquinhos antes para gente ver agora esta muito mais facil de enxergar, inclusive ate onde os cubos estavam escondidos, tinham alguns exercicios que eles ficavam atras escondidos tinha que pensar bastante para chegar a conclusão de que la atras ainda tem um cubo, então eles acharam muito mais facil de ver com os cubinhos*

- O sujeito Pa ressaltou que acredita que o uso de materiais é mais uma alternativa metodológica, não acha seu uso imprescindível

  eu acho que ajuda , eu so não acho assim porque no questionario tinha umas perguntas , imprescindivel , imprescindivel você diz não e porque se você trabalhar direito , mostrar , da para eles entenderem , não e assim ha sem o material ele não vai compreender nada , vai , dependendo da aula que você der , do jeito que você montar , mas eu acho que ajuda bastante ,

3 Com relação ao uso de materiais didaticos manipulaveis em cursos de formação de professores observamos que

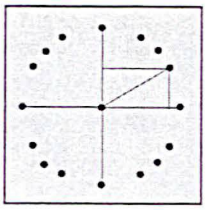
- o sujeito Ro demonstrou surpresa ao perceber determinadas relações entre as representações círculo trigonometrico e gráfico cartesiano das funções seno e co-seno, durante a fala da pesquisadora Este foi o aspecto mais importante gravado em vídeo, porque confirmou nossa hipotese de que o uso de materiais em cursos de formação podem auxiliar os professores a visualizarem determinados conceitos matemáticos que desconhecem e que não foram trabalhados durante sua formação
- os sujeitos Pa e Na afirmaram não terem explorado as relações entre as representações círculo trigonométrico e gráfico cartesiano das funções seno e co-seno e que nunca haviam pensado nelas Eles disseram que constróem o gráfico cartesiano apoiados na representação simbólica (y = sen x e y = cos x) e na construção de tabelas, as vezes com apoio em calculadora
- o uso de materiais didáticos em cursos de professores pode auxiliá-los na elaboração de situações didáticas

  a sim você vai toda que seja a metodologia ou tecnica de estrategia do professor eu vejo que ela tem que ser muito bem trabalhada a gente não se sente a vontade você se sente assim meio arredio ate porque você olha para o material e não sabe muito bem o que fazer com ele então você precisa realmente aliar o que você conhece e de repente ate seria um material para você tirar algumas duvidas tuas umas coisas que de repente você não consegue compreender direito, de repente no material você a então e assim que acontece no livro você so tem parte da visualização do livro *trouxer o resto você mesmo teria que construir então acho que aqui você iria ganhar bastante tempo realmente, alem de ganhando tempo você mostraria com exatidão o que acontece com o seno e com o co-seno e poderia alem disso fazer esta parte que você esta mostrando ai e dai você tambem ja trabalharia com radianos la você trabalharia com os numeros*

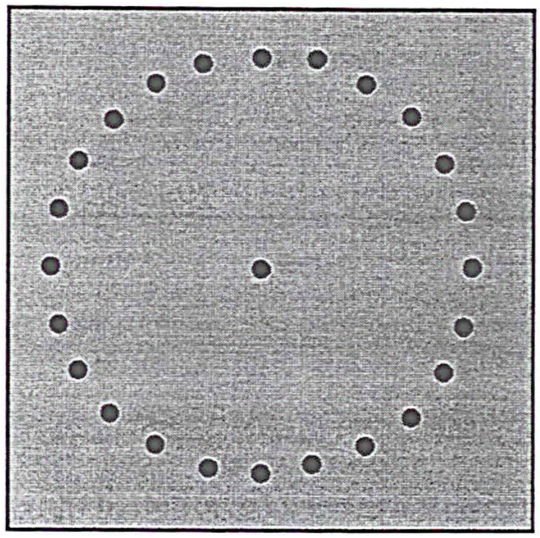
Quanto aos procedimentos desenvolvidos observamos o seguinte

- No encontro coletivo de Pa e An observamos que as perguntas orais não permitiram a pesquisadora perceber de fato como os sujeitos pensavam para resolver as atividades propostas Devido a esta situação decidimos que seria melhor solicitar aos professores que construírem o geoplano circular e a tabela trigonometrica, ao invés de apenas explicarem como fariam

ÁBACO TRIGONOMÉTRICO I



Tabuleiro de madeira aglomerada, formato quadrado, 25 pregos distribuídos sobre uma circunferência divididas em 24 arcos congruentes, conforme figura a seguir.



MATERIAIS:

1. Um quadrado de aglomerado de madeira, medindo 300×300×10 mm;
2. 25 pregos;
3. Elásticos coloridos, diversos tamanhos e cores;
4. Lã para tricô, diversos tamanhos e cores.

INTRODUÇÃO

O **Ciclo Trigonométrico** é um material elaborado para facilitar o desenvolvimento de estudos de trigonometria. Podemos trabalhar as funções seno e cosseno analisando sinais, conjuntos domínio e imagem; valores notáveis; relação fundamental entre seno e cosseno; redução a primeiro quadrante; adição e subtração de arcos; equações e inequações trigonométricas.

INSTRUÇÕES

1. Prepare a madeira, usando uma lixa fina;
2. Marque o centro do quadrado ;
3. Desenhe uma circunferência com centro no ponto marcado e raio 13 cm;
4. Divida a circunferência em 24 arcos congruentes, conforme figura acima;
5. Coloque um prego em cada ponto indicado na figura acima.

TOME NOTA

Na resolução compreensão dos conceitos das funções trigonométricas é importante que o aluno saiba o que representa cada uma. Desta forma ele poderá compreender melhor o estudo dos sinais das funções trigonométricas.

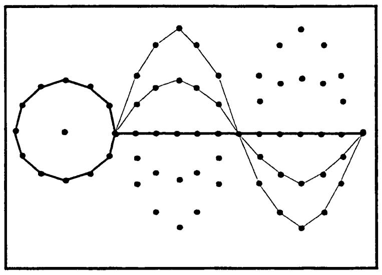
A relação trigonométrica fundamental $\text{sen}^2 x + \cos^2 x = 1$ pode ser demonstrada facilmente com o uso deste material, colocando-se os elásticos coloridos convenientemente.

Para fazermos a redução ao primeiro quadrante, usamos as lãs coloridas encontrando a correspondência entre o arco que não está no 1° quadrante com o seu correspondente no 1° quadrante.

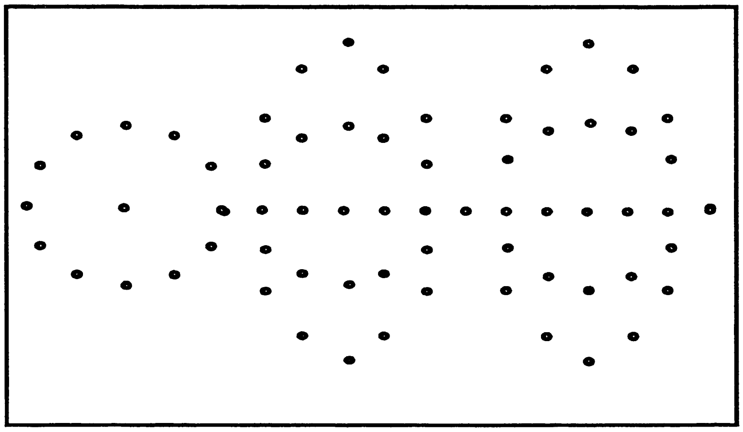
Você quer saber mais ?

- Coleção "O prazer da Matemática", Editora Gradiva, volume Mais Problemas de Matemática.

GEOPLANO TRIGONOMÉTRICO



Tabuleiro de madeira aglomerada, formato retangular, furação de 4mm sobre pontos de uma circunferência e do grafico das funções f(x) = sen x, f(x) = 2 sen x, f(x) = cos x, f(x) = - sen x, etc



MATERIAIS

1 Um retângulo de madeira aglomerada, medindo 1,2 ×0,6 metros e 10 mm de espessura ,
2 Pinos de madeira redonda, medindo 20×4 mm,
3 Linha colorida de diversos comprimentos e variadas cores,
4 Selador para madeira,
5 Tinta esmalte sintetico,
6 Lixa para madeiras

INTRODUÇÃO

A construção dos graficos da funções trigonometricas e uma atividade importante no estudo do dominio, conjunto imagem e periodo, das funções elementares e de suas transformadas No dia a dia de nossa pratica profissional, a construção do grafico demanda muito tempo e não e muito dificil perder o trabalho

A proposta deste material e facilitar o entendimento do aluno desde a retificação da circunferência ate a marcação das coordenadas dos pontos da curva

INSTRUÇÕES

1 Prepare a madeira,
2 Trace o eixo horizontal, dividindo o tabuleiro em duas partes,
3 Desenhe uma circunferência com 13 cm de raio, observe o desenho acima,
4 Divida a circunferência em 24 arcos congruentes,
5 Trace as ordenadas segundo linhas paralelas, no sentido horizontal,
6 Retifique a circunferência e divida o segmento em 24 partes congruentes,
7 Trace as abcissas segundo retas paralelas, no sentido vertical,
8 Faça um furo de 4mm de diâmetro em cada ponto de intersecção destas linhas,
9 Marque as ordenadas do dobro e do triplo daquelas ja marcadas
10 Aplique o selador para madeira,
11 Pinte da cor de sua preferência

TOME NOTA

Alem das aulas de Matemática, o grafico das funções trigonometricas podem ser utilizadas nas aulas de eletrônica e eletrotecnica

Você quer saber mais ?

1 Ciclo Trigonometrico, Laboratorio de Matematica, CEFET-PR

ANEXO 5

Descrição da situação

Apos uma breve conversa com o objetivo de deixar o professor bem à vontade, será entregue um questionario para ele responder

Questionário

1 O uso de material didatico manipulavel no ensino medio pode auxiliar os alunos a compreender melhor a função seno e co-seno

a ( ) concordo totalmente
b ( ) concordo parcialmente
c ( ) discordo totalmente

2 A visualização, que o material didatico manipulavel proporciona, pode facilitar a assimilação do aluno do ensino medio do conteudo função seno e co-seno

a ( ) concordo totalmente
b ( ) concordo parcialmente
c ( ) discordo totalmente

3 Os alunos que apresentam dificuldades em trigonometria poderiam sana-las com apoio em materiais didáticos manipuláveis

a ( ) concordo totalmente
b ( ) concordo parcialmente
c ( ) discordo totalmente

4 O uso de materiais didáticos manipulável na sala de aula do ensino médio pode auxiliar os alunos a superar dificuldades que trazem das series anteriores

a ( ) concordo totalmente
b ( ) concordo parcialmente
c ( ) discordo totalmente

5 No ensino médio, o uso e a construção de materiais didáticos manipuláveis, em aulas de matemática, pode dificultar a chegada do aluno a abstração, ou seja ao conhecimento formal desta disciplina

a ( ) concordo totalmente
b ( ) concordo parcialmente
c ( ) discordo totalmente

6 O uso e construção de materiais didáticos manipulaveis, em cursos de formação de professores de matematica do ensino médio, pode auxilia-los na elaboração de situações de aprendizagem do conteúdo de função seno e co-seno

a ( ) concordo totalmente
b ( ) concordo parcialmente
c ( ) discordo totalmente

ANEXO 6

<u>Descrição da situação</u>

Para iniciar a entrevista a orientação dada será a seguinte *Eu vou fazer quatro perguntas, porque estou interessada em conhecer melhor suas experiências com uso de material didático manipulável em sala de aula e principalmente com trigonometria*

A entrevista

- Os alunos da primeira serie do ensino médio apresentam dificuldades em trigonometria?
- O que você considera pré requisito para a compreensão dos conceitos de função trigonometrica seno e co-seno?
- Como você trabalha em sala de aula com a passagem do triângulo retângulo para o ciclo trigonométrico?
- Você já usou material didático manipulável em suas aulas para o ensino médio para o ensino de funções trigonometricas? Relate sua experiência

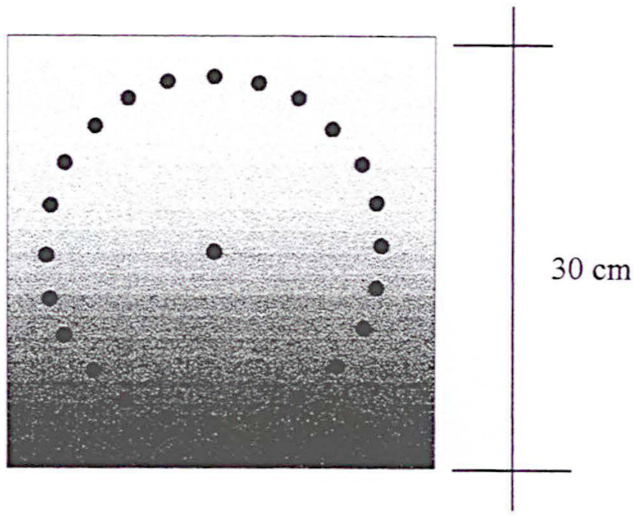
Caso a resposta seja negativa, a pergunta será refeita para saber se já houve trabalho com outros conteúdos Caso não tenha havido, será feita outra pergunta O que você pensa a respeito do uso e construção de material didático manipulável em turmas de ensino médio?

ANEXO 7

Folhas de instrução para a realização de três tarefas que compõe a pesquisa em questão.

1ª atividade: **Construção do geoplano circular**

Com o material disponível (chapa de aglomerado de 30cm x 30cm, pregos, martelo, compasso, lápis, régua) e seguindo as instruções da folha padrão, construa um geoplano circular semelhante a este do desenho.



2ª atividade **Construção de uma tabela trigonométrica**

Agora, usando o geoplano circular, que você construiu, construa uma tabela trigonométrica preenchendo a ficha, com os valores dos ângulos e dos seus respectivos valores de seno e co-seno

Para calcular os valores da tabela trigonométrica você tem a sua disposição régua, lápis, calculadora e fios de lã

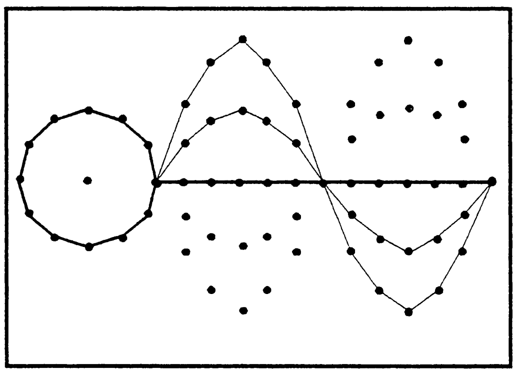
Ficha

Ângulo	seno	co-seno

3ª atividade **Análise do Geoplano Trigonométrico**

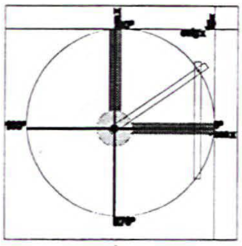
Observe o material desenhado a seguir e seu modelo construído pelos estagiários do Laboratório de Matemática e converse com seu colega sobre as seguintes perguntas

- *Como podemos construir este material?*
- *Como este material pode ser usado em sala de aula?*

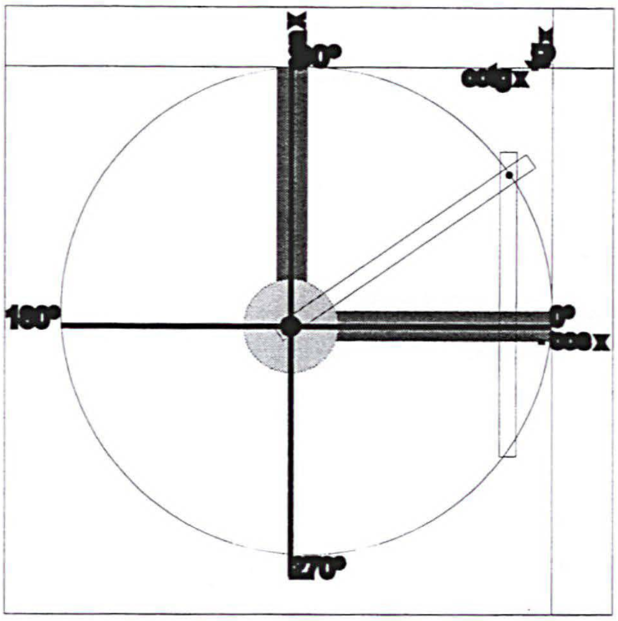


ANEXO 8

CICLO TRIGONOMÉTRICO INTERATIVO



Tabuleiro em policarbonato, formato quadrado, com braços deslizantes, duas réguas e transferidor (360°).



MATERIAIS:

1. Um quadrado de policarbonato, medindo 750x750x3mm;
2. Dois pinos de fixação;
3. Canetas para retro projetor;
4. Régua e compasso(para caneta de retro projetor) ;
5. Duas réguas graduadas (300mm), duas réguas não graduadas e transferidor (360°).

INTRODUÇÃO

A circunferência trigonométrica interativa tem por finalidade apresentar a visualização do estudo das funções trigonométricas, definindo de forma concreta as relações entre ângulos e os seus respectivos valores de seno, cosseno, tangente e cotangente.

Você quer saber mais?
1. Ciclo trigonométrico, Laboratório de Matemática, CEFET-PR.

INSTRUÇÕES

1. Desenhe sobre a chapa de policarbonato uma circunferência de 27,.5 cm de raio (utilizando compasso no qual possa ser encaixado caneta para retro projetor) e escreva os ângulos notáveis de referencial.

2. Ao centro dessa circunferência fixe as réguas com abertura de 90°, o transferidor e um dos braços deslizantes.
3. Na extremidade desse braço deslizante (intersecção deste com a circunferência) , fixe o outro braço.
4. Para perfurar o policarbonato se faz necessário a utilização de furadeira elétrica e para a fixação utilizam-se pinos.

TOME NOTA

Podemos usar a circunferência trigonométrica interativa no estudo da física, no movimento circular.