

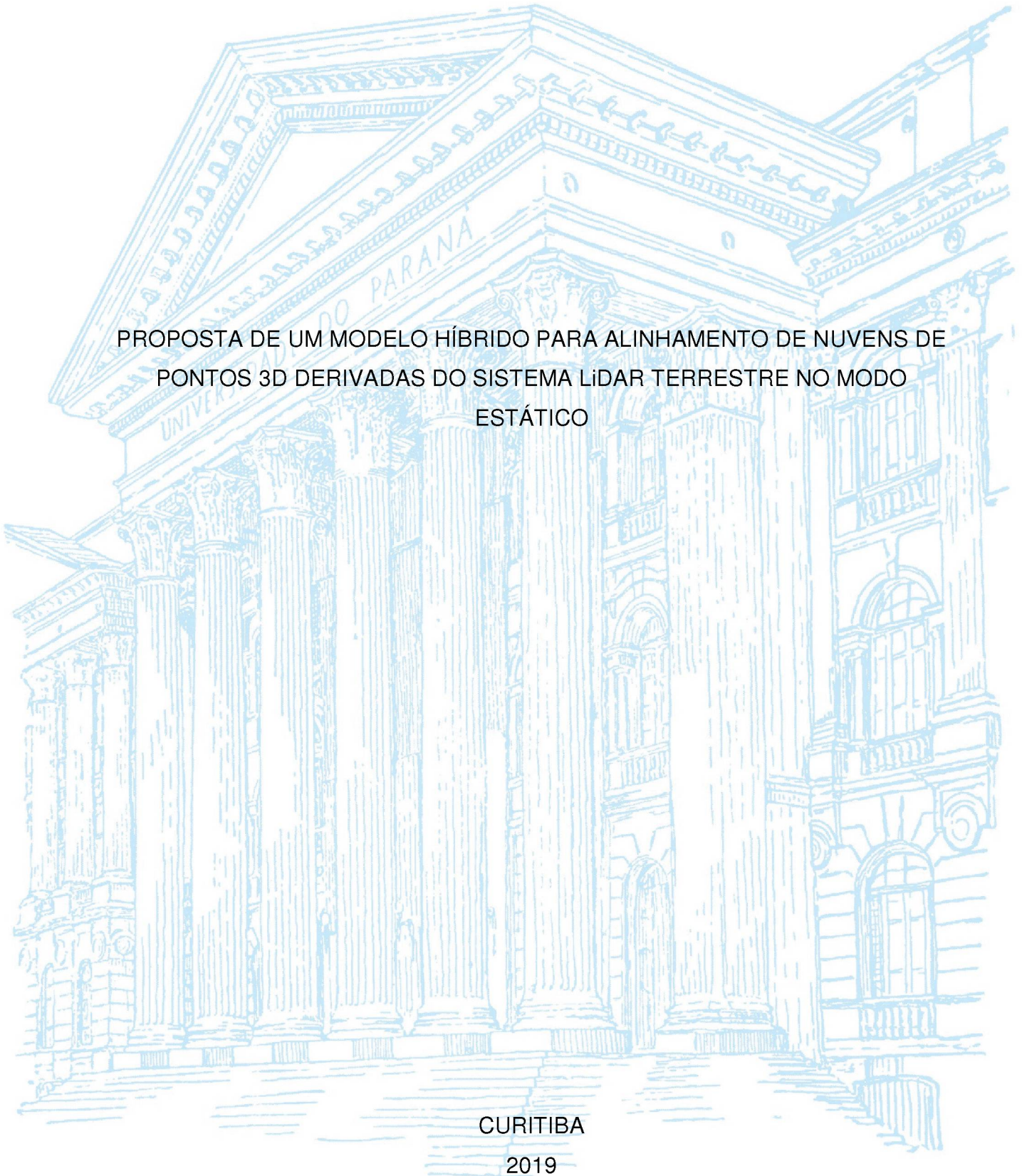
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

GIOVANA ANGÉLICA ROS MIOLA

PROPOSTA DE UM MODELO HÍBRIDO PARA ALINHAMENTO DE NUVENS DE
PONTOS 3D DERIVADAS DO SISTEMA LIDAR TERRESTRE NO MODO
ESTÁTICO

CURITIBA

2019



GIOVANA ANGÉLICA ROS MIOLA

PROPOSTA DE UM MODELO HÍBRIDO PARA ALINHAMENTO DE NUVENS DE
PONTOS 3D DERIVADAS DO SISTEMA LIDAR TERRESTRE NO MODO
ESTÁTICO

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de Ciências da Terra, da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Ciências Geodésicas.

Orientador: Prof. Dr. Daniel Rodrigues dos Santos

CURITIBA

2019

Catálogo na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

M669p Miola, Giovana Angélica Ros

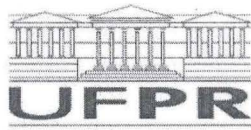
Proposta de um modelo híbrido para alinhamento de nuvens de pontos 3d derivadas do sistema lidar terrestre no modo estático [recurso eletrônico] / Giovana Angélica Ros Miola, 2019.

Tese - Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas,
Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná.
Orientador: Prof. Dr. Daniel Rodrigues dos Santos

1. Imagens de sensoriamento remoto. 2. Fotogrametria aérea. I.
Universidade Federal do Paraná. II. Santos, Daniel Rodrigues dos.
III. Título

CDD 526.9825

Bibliotecária: Vilma Machado CRB9/1563



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR SETOR DE CIÊNCIAS DA TERRA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO CIÊNCIAS
GEODÉSICAS - 40001016002P6

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em CIÊNCIAS GEODÉSICAS da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **GIOVANA ANGELICA ROS MIOLA** intitulada: **PROPOSTA DE UM MODELO HÍBRIDO PARA ALINHAMENTO DE NUVENS DE PONTOS 3D DERIVADAS DO SISTEMA LIDAR TERRESTRE ESTÁTICO**, após terem inquirido a aluna e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua Aprovação no rito de defesa.

A outorga do título de doutor está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 22 de Fevereiro de 2019.

DANIEL RODRIGUES DOS SANTOS
Presidente da Banca Examinadora (UFPR)

MAURICIO GALO
Avaliador Externo (UNESP/PP)

HENRIQUE CANDIDO DE OLIVEIRA
Avaliador Externo (UNICAMP)

LUIS AUGUSTO KOENIG VEIGA
Avaliador Interno (UFPR)

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho incondicionalmente aos meus amores,
marido Juliano Miola e
filha Yasmin Ros Miola

AGRADECIMENTOS

A Deus.

A meu marido e a minha filha pelo amor, compreensão, dedicação, apoio e paciência.

A minha família, em especial meus pais Luciano e Eunice, irmãos Renato e Alex, cunhadas Ana e Adriana e sobrinhas Laura e Vitória.

Ao meu orientador Professor Dr. Daniel Rodrigues dos Santos, pela orientação, incentivo, compreensão e paciência.

Aos colegas do LAPE - Laboratório de Aquisição e Processamento de Dados Espaciais em especial Elizeu de Oliveira Martins Junior, Gabriel Dresch, Fabiano Freiman e Nadisson Luis Pavan pelo compartilhamento de conhecimentos.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas.

Também agradeço aos familiares Eunice, João, Kelli e Isabel que me acolheram em Curitiba.

EPÍGRAFE

*"A educação é a arma mais poderosa que você
pode usar para mudar o mundo."
Nelson Mandela*

RESUMO

Com o avanço tecnológico, o SLT tem sido cada vez mais empregado em levantamentos topográficos da superfície física da Terra. Esta tese tem como objetivo apresentar uma proposta de um modelo híbrido para alinhamento de nuvens de pontos tridimensionais derivadas do SLT no modo estático. Primeiramente, o método proposto encontra valores aproximados entre pares de nuvens de pontos 3D usando uma combinação do algoritmo SIFT3D e PFH. Em seguida, linhas retas, pontos e planos são empregados para estimar os parâmetros de orientação relativa (rotação e translação) entre os pares de nuvens de pontos. Finalmente, a posição do SLT é refinada usando um ajustamento sequencial de nuvens de pontos baseado em um modelo híbrido e estrutura em grafo. Para avaliar a potencialidade do método proposto foram conduzidos experimentos usando dados derivados do SLT no modo estático de uma área urbana. Os resultados obtidos na etapa de estimativa de valores iniciais dos parâmetros de orientação relativa, propiciaram aproximações suficientemente adequadas para o modelo de refinamento híbrido proposto para determinação dos parâmetros de rotação e de translação para os pares de nuvens de pontos, obtendo uma rápida convergência para um mínimo local. Finalizando foi realizado o refinamento das estações de observação do SLT em um sistema de referência global usando uma abordagem ponto-a-plano (híbrida) e comparado o método proposto com o de Lu e Milios (1997), apresentando melhor acurácia, justificando a relevância desta abordagem.

Palavras-chave: Registro de nuvens de pontos 3D; LASER Scanning Terrestre; SIFT3D+PFH; combinação de pontos, linha retas e planos.

ABSTRACT

With the technological advance, SLT has been increasingly used in topographic surveys of the physical surface of the Earth. This thesis aims to present a proposal of a hybrid model for the alignment of three-dimensional point clouds derived from the SLT. First, the proposed method identifies approximate values between pairs of 3D point clouds using a combination of the SIFT3D and PFH algorithm. Then, straight lines, points and planes are used to estimate the relative orientation parameters (rotations and translations) between pairs of point clouds. Finally, the position each SLT is refined using a sequential adjustment of point clouds based on a hybrid model and graph structure. To evaluate the potentiality of the proposed method, experiments were conducted using a data set derived from a SLT in the static mode over an urban area. The obtained results in the initial values estimation of the relative orientation parameters provided suitable approximations for the proposed hybrid refinement model to determine the rotations and translations parameters for the point cloud pairs, obtaining a fast convergence for a local minimum. Finally, the SLT position stations were refined in a global reference system using a point-to-plan approach (hybrid) and compared the proposed method with Lu and Milios approach (1997), presenting a better accuracy, which justifies the relevance of the proposed methodology.

Keywords: Registration of 3D point cloud, Terrestrial Laser Scanning, SIFT3D+PFH, combination of points, straight lines and planes.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - DESLOCAMENTO DE UM SLT NO MODO ESTÁTICO EM UM AMBIENTE 3D.....	16
FIGURA 2 - ETAPAS DA PRODUÇÃO DE MODELOS 3D GLOBALMENTE CONSISTENTES	18
FIGURA 3 - PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO <i>TIME-OF-FLIGHT</i>	30
FIGURA 4 - PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO POR DIFERENÇA DE FASE.....	31
FIGURA 5 - PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO POR TRIANGULAÇÃO	32
FIGURA 6 - REMOÇÃO DE PONTOS ESPÚRIOS. (A) DETERMINAÇÃO DAS DISTÂNCIAS ENTRE OS PONTOS DE VIZINHANÇA. (B) ANÁLISE ESTATÍSTICA E DESCARTE DOS PONTOS CLASSIFICADOS ESPÚRIOS	33
FIGURA 7 - ARQUITETURA DO ALGORITMO RANSAC.....	35
FIGURA 8 – AGRUPAMENTO DAS DIFERENÇAS DAS GAUSSIANAS POR ESCALA	41
FIGURA 9 – PONTOS EXTREMOS DETECTADOS PELO ALGORITMO SIFT 3D.....	43
FIGURA 10 – VETORES NORMAIS EM VERMELHO DE UMA NUVEM DE PONTOS.....	44
FIGURA 11 – ATRIBUTOS DO DESCRITOR LOCAL E O SRL EM X	45
FIGURA 12 – EXEMPLO DE HISTOGRAMA PFH. (A) NUVEM DE PONTOS COM VÁRIOS PONTOS EXTREMOS (B) DESTAQUE DE PONTOS EXTREMOS (C) HISTOGRAMA (D) VOXEL.....	47
FIGURA 13 – ILUSTRAÇÃO DA EXECUÇÃO DO ALGORITMO ICP	49
FIGURA 14 - REDE DE ESTAÇÃO DO SENSOR	52
FIGURA 15 – ARQUITETURA DO MÉTODO PROPOSTO.....	58
FIGURA 16 – FLUXO DAS ETAPAS NO PROCESSO DE APROXIMAÇÃO INICIAL DAS NUVENS DE PONTOS.....	59
FIGURA 17 – FLUXO DAS ETAPAS DA PROPOSTA DO MODELO HÍBRIDO PARA ESTIMATIVA DO PARÂMETRO DE ROTAÇÃO.....	61
FIGURA 18 – PLANOS EXTRAÍDOS PELO ALGORITMO RANSAC	62
FIGURA 19 – BUSCA DE PLANOS QUE SE INTERCEPTAM NO ESPAÇO	62
FIGURA 20 – INTERSECÇÃO DE PLANOS – (A) LINHAS RETAS VERTICAIS. (B) LINHAS RETAS HORIZONTAIS.....	63
FIGURA 21 – DETERMINAÇÃO DA FORMAÇÃO DOS PONTOS pl E pl' EM \mathcal{X}' E \mathcal{Y}'	64
FIGURA 22 – EXEMPLO DE ESTRUTURA EM GRAFO FORMULADA PARA AJUSTAMENTO SEQUENCIAL DE NUVENS DE PONTOS 3D.....	71
FIGURA 23 – ESTAÇÕES DE OBSERVAÇÃO DO SLT PARA LEVANTAMENTO DA ÁREA DE INTERESSE	74
FIGURA 24 – NUVENS DE PONTOS REMANESCENTES APÓS O EMPREGO DO ALGORITMO DE DETECÇÃO E REMOÇÃO DE OUTLIERS.....	75
FIGURA 25 – PONTOS EXTREMOS 3D: (A) PONTOS EXTREMOS 3D DETECTADOS NA NUVEM DE PONTOS DE REFERÊNCIA (EM VERDE); (B) PONTOS EXTREMOS 3D DETECTADOS NA NUVEM DE PONTOS DE DESTINO (EM AZUL)	76
FIGURA 26 – RESULTADO DA APROXIMAÇÃO INICIAL ENTRE \mathcal{X}' E \mathcal{Y}' . (A) ANTES DA APROXIMAÇÃO INICIAL. (B) APÓS A APROXIMAÇÃO INICIAL.	77
FIGURA 27 - PLANOS SEGMENTADOS USANDO O ALGORITMO RANSAC	79

FIGURA 28 - ESTATÍSTICA DOS RESULTADOS OBTIDOS COM O MODELO HÍBRIDO PARA A ORIENTAÇÃO RELATIVA DOS PARES DE NUVENS DE PONTOS.....	81
FIGURA 29 – MÉDIA DAS DISTÂNCIAS PONTO-A-PLANO ANTES E DEPOIS DO AJUSTAMENTO SEQUENCIAL DAS NUVENS DE PONTOS 3D	83
FIGURA 30 – DISCREPÂNCIAS POSICIONAL ENTRE OS VÉRTICES LEVANTADOS COM A TC2002 E OS VALORES OBTIDOS COM O MÉTODO DE LUM E O PROPOSTO	84
FIGURA 31 – MODELO 3D GLOBALMENTE CONSISTENTE CONSTRUÍDO COMO MÉTODO PROPOSTO	85

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – MÉTODOS DE SEGMENTAÇÃO E ESTABELECIMENTO DE CORRESPONDÊNCIAS	21
QUADRO 2 – MÉTODOS DE ORIENTAÇÃO RELATIVA DE PARES DE NUVENS DE PONTOS	22
QUADRO 3 – MÉTODOS DE AJUSTAMENTO SEQUENCIAL	23
QUADRO 4 – ESPECIFICAÇÕES TÉCNICAS DO SLT.....	56

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – RESULTADO DA REMOÇÃO DE OUTLIERS.....	75
TABELA 2 – VALORES LIMIARES DAS VARIÁVEIS DO ALGORITMO SIFT3D E NÚMERO MÉDIO DE PONTOS EXTREMOS EM CADA PAR DE NUVENS DE PONTOS.....	76
TABELA 3 – RESULTADOS DA SEGMENTAÇÃO DE PLANOS	78
TABELA 4 – VALORES DAS VARIÁVEIS PARA ESTABELECIMENTO AUTOMÁTICO DE LINHAS RETAS E PLANOS USANDO O MÉTODO PROPOSTO.....	80
TABELA 5 – VALORES RESULTANTES DE DISCREPÂNCIA ENTRE SLT E TC2002 ANTES E APÓS O AJUSTAMENTO SEQUENCIAL DAS NUVENS DE PONTOS 3D	82
TABELA 6 – OS VALORES DO DESVIO PADRÃO DA MÉDIA DAS DISCREPÂNCIAS ENTRE SLT E TC2002 ANTES E APÓS O AJUSTAMENTO SEQUENCIAL DAS NUVENS DE PONTOS 3D	82

LISTA DE SIGLAS

3D	- Tridimensional
4-PCS	- <i>4-Points Congruent Sets</i>
BIM	- <i>Building Information Modeling</i>
DoG	- <i>Difference of Gaussian</i>
FPFH	- <i>Fast Point Feature Histograms</i>
GNSS	- <i>Global Navigation Satellite System</i>
ICP	- <i>Iterative Closest Point</i>
INS	- <i>Inertial Navigation System</i>
K-4PCS	- <i>Key-point based 4-Points Congruent Sets</i>
LASER	- <i>Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation</i>
LiDAR	- <i>Light Detection and Ranging</i>
MMQ	- Método dos Mínimos Quadrados
PFH	- <i>Point Feature Histograms</i>
RANSAC	- <i>RANdon SAmples Consensus</i>
SIFT	- <i>Scale Invariant Feature Transform</i>
SLT	- Sistema LiDAR Terrestre
SVD	- <i>Singular Valor Decomposition</i>

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO DO PROBLEMA.....	15
1.2	ESTADO DA ARTE EM ALINHAMENTO DE NUVENS DE PONTOS 3D	17
1.2.1	Orientação relativa de pares de nuvens de pontos	18
1.2.2	Ajustamento sequencial de nuvens de pontos	19
1.2.3	Discussão do estado da arte	21
1.3	HIPÓTESE E OBJETIVOS	23
1.4	JUSTIFICATIVA E POTENCIAL DE CONTRIBUIÇÃO DA SOLUÇÃO PROPOSTA	24
1.5	ESTRUTURA DO TRABALHO	27
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	29
2.1	SISTEMA LIDAR TERRESTRE.....	29
2.1.1	Princípio de funcionamento do SLT	30
2.1.2	Método por diferença de fase.....	31
2.1.3	Método de triangulação	31
2.2	REMOÇÃO DE OUTLIERS	32
2.3	ALGORITMO RANSAC	34
2.3.1	Estimativa dos coeficientes do plano.....	37
2.4	MULTIPLICADORES DE LAGRANGE	38
2.5	ALGORITMO SIFT 3D.....	40
2.6	DESCRITOR LOCAL BASEADO EM VETORES NORMAIS	43
2.7	HISTOGRAMA DE INTERSECÇÃO DE KERNEL.....	46
2.8	MÉTODO DE ORIENTAÇÃO RELATIVA DE NUVENS DE PONTOS 3D.....	48
2.9	AJUSTAMENTO SEQUENCIAL DE NUVENS DE PONTOS 3D	50
2.9.1	Otimização por Grafos.....	50
2.9.2	Método de LUM.....	52
3	MATERIAIS E MÉTODO.....	56
3.1	MATERIAIS.....	56
3.1.1	Recursos de Hardware.....	56
3.1.2	Recursos de Software e Bibliotecas Computacionais	56
3.2	MÉTODO PROPOSTO	57
3.2.1	Estratégia Proposta para Aproximação Inicial de Nuvens de Pontos.....	58

3.2.2	Modelo Proposto para Orientação Relativa de Pares de Nuvens de Pontos	61
3.2.3	Modelo Híbrido Proposto para Ajustamento Sequencial de Nuvens de Pontos.....	71
4	EXPERIMENTOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	74
5	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	86
	REFERÊNCIAS.....	90

1 INTRODUÇÃO

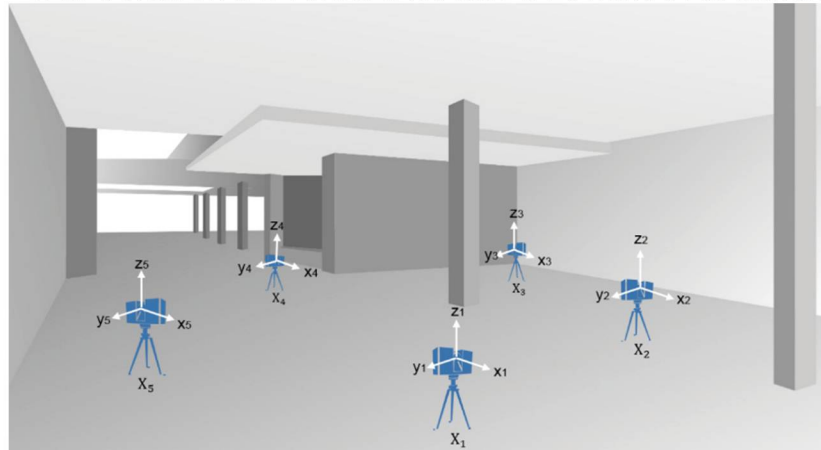
1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DO PROBLEMA

Em aplicações de Geociências, Arqueologia, entretenimento, projetos de engenharia, operações forenses, entre outras, há grande demanda um conjunto de coordenadas tridimensionais, comumente chamada de nuvem de pontos 3D. Por exemplo, a modelagem com o conceito BIM (*Building Information Modeling*) exige nuvens de pontos 3D globalmente consistentes e acuradas, que representam os objetos contidos na superfície física com o maior nível de detalhe possível, permitindo, desta forma, o planejamento apurado dos gestores de obras públicas e privadas.

O Sistema LiDAR Terrestre (SLT)¹, no modo estático, é uma ferramenta capaz de propiciar nuvens de pontos 3D do objeto de interesse, com alto nível de detalhe, de forma rápida, precisa e com segurança. Devido ao avanço tecnológico, o SLT tem sido cada vez mais empregado em levantamentos topográficos da superfície física da Terra. Na prática, quando o SLT é usado para documentar objetos de estruturas complexas ou perfilar áreas com média e grandes extensões na superfície, é necessário que o sensor seja estacionado em diferentes estações de observação, principalmente, em razão das limitações de alcance do SLT (X) e das possíveis áreas de oclusão. Por exemplo, a Figura 1 mostra o SLT estacionado em diversas estações de observações (X_1, \dots, X_5) com a finalidade de coletar medidas angulares, no plano horizontal e vertical, e medidas de distâncias. Para cada estação de observação é definido um sistema de coordenadas local, com origem e orientação no centro óptico/mecânico do equipamento, tipicamente aleatória – ao contrário do que ocorre com sistemas dinâmicos (aéreo), uma vez que estes utilizam a informação posicional dos sensores GNSS/INS (*Global Navigation Satellite System/Inertial Navigation System*). O resultado é um conjunto de nuvens de pontos com desalinhamento angular e deslocamento linear provocados pela técnica usada que demandou o escaneamento de diversas posições. Os pares de nuvens de pontos devem ser alinhados e referenciados à um sistema de coordenadas global.

¹ O Sistema LiDAR Terrestre (SLT) é uma ferramenta capaz de propiciar milhares de pontos com coordenadas x, y, z de forma rápida, segura e com precisão (SHAN e TOTH, 2010).

FIGURA 1 - DESLOCAMENTO DE UM SLT NO MODO ESTÁTICO EM UM AMBIENTE 3D



FONTE: O autor (2019).

O problema de alinhar um conjunto de nuvens de pontos para produzi-lo globalmente consistente e de forma acurada, representando a superfície física mapeada é dividido em duas partes, isto é, a orientação relativa de pares de nuvens de pontos e o ajustamento sequencial dos pares de nuvens de pontos 3D. A orientação relativa de pares de nuvens de pontos 3D, também conhecida como registro de nuvens de pontos, consiste em estimar os parâmetros de orientação relativa (três rotações R e três translações t) entre cada par de sistema de referência local. Já o ajustamento sequencial das nuvens de pontos, também conhecido como análise de consistência global, consiste em refinar simultaneamente os parâmetros de rotação e translação e definir um sistema de referência global para o conjunto de dados.

Desde que nuvens de pontos estejam disponíveis e a natureza dos objetos presentes no ambiente mapeado é imprevisível, isto é, com presença de regiões homogêneas e heterogêneas, e com riqueza e deficiência de informações, uma alternativa muito empregada, para alinhamento de pares de nuvens de pontos é o algoritmo ICP (*Iterative Closest Point*). O algoritmo ICP foi proposto por Besl e Mckay (1992) para estabelecimento de correspondências, cuja solução é feita em duas etapas. Primeiro, o algoritmo estabelece pseudo-correspondências entre pares de nuvens de pontos. Então, a soma do quadrado das distâncias entre as pseudo-correspondências é minimizada, iterativamente, usando o MMQ (Método dos Mínimos Quadrados). Os valores estimados de rotação são usados para calcular os parâmetros de translação. Isto é feito repetidamente até o algoritmo atingir um critério de convergência. Como desvantagem, o algoritmo ICP pode convergir para um número

infinito de soluções quando os pares de nuvens de pontos são esparsas e apresentam pontos de vista fortemente variáveis (sobreposição longitudinal entre pares de nuvens de pontos inferior a 40%) (Rabbani et al., 2007). Ainda vale ressaltar que o algoritmo ICP não é robusto à presença de *outliers*.

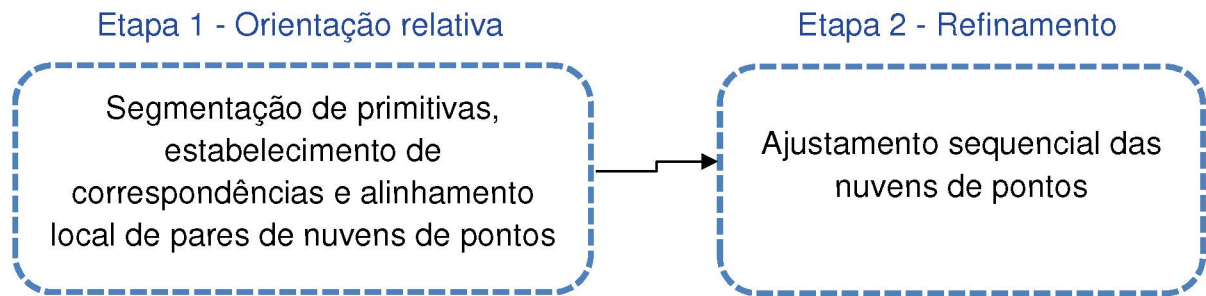
Já a etapa de ajustamento sequencial e a definição de um sistema de referência global para o conjunto de nuvens de pontos 3D têm sido realizadas por meio de estruturas em grafos Grisetti et al. (2010). Uma estrutura em grafo envolve um conjunto de vértices e arestas. Na abordagem baseada em grafos, os vértices representam as nuvens de pontos, enquanto as arestas apresentam as injunções geométricas que descrevem as relações entre dois vértices (LU e MILIOS, 1997; BORRMANN et al., 2008; GRISSETTI et al., 2010; PATHAK et al., 2010; THEILER et al., 2015; WEBER et al., 2015; PAVAN e DOS SANTOS, 2017). A solução do problema de ajustamento sequencial baseado em grafos tem como vantagem evitar a formação convencional de sub-blocos da matriz das equações normais no MMQ, tornando o processo de otimização computacionalmente mais simples e eficiente.

1.2 ESTADO DA ARTE EM ALINHAMENTO DE NUVENS DE PONTOS 3D

Nessa Subseção é apresentado o estado da arte em alinhamento de nuvens de pontos 3D. A aquisição de nuvens de pontos pode ser feita por meio de sensores passivos e/ou ativos e, em ambos os casos, cada etapa do alinhamento de nuvens de pontos² é importante para a construção de modelos 3D globalmente consistentes. Para exemplificar, os trabalhos relacionados são divididos de acordo com as etapas destacadas na Figura 2.

² A etapa de alinhamento de nuvens de pontos 3D é dividida em duas etapas, isto é, a etapa de orientação relativa dos parâmetros de rotação e translação entre cada par de nuvens de pontos e a etapa de ajustamento sequencial de nuvens de pontos Grisetti et al. (2010).

FIGURA 2 - ETAPAS DA PRODUÇÃO DE MODELOS 3D GLOBALMENTE CONSISTENTES



FONTE: O autor (2019).

1.2.1 Orientação relativa de pares de nuvens de pontos

Como descrito anteriormente, o processo de estimativa dos parâmetros de rotação e translação entre pares de nuvens de pontos é conhecido como orientação relativa. Para isto, é necessário encontrar um conjunto de primitivas³ (p_i) na nuvem de referência (\mathfrak{N}) e seus correspondentes (p_i') na nuvem de pesquisa (\mathfrak{N}'). Na literatura, o método mais usado para tal tarefa é o algoritmo ICP e suas variantes. Rusu et al. (2008a) propuseram uma abordagem de correspondência ponto-a-ponto para orientação relativa de pares de nuvens de pontos. Os autores desenvolveram um algoritmo denominado PFH. A principal característica desse algoritmo é codificar as propriedades geométricas da vizinhança de um ponto $p \in \mathfrak{N}$ generalizando a curvatura média em torno de seu ponto correspondente $p' \in \mathfrak{N}'$, usando um histograma multidimensional de valores de orientação. Para isto, é estabelecido um sistema de referência local para uma região de vizinhança em torno de um ponto p , com origem nele mesmo e estimada suas normais e a curvatura da região em que o ponto se encontra. O mesmo procedimento é feito para seu ponto homólogo p' . A partir das normais e dos valores de curvatura são determinados os descritores locais invariantes à rotação, escala e mudança de ponto de vista. Então, os descritores locais são binarizados em um histograma de orientações e suas correspondências são automaticamente estabelecidas. A estimativa inicial dos parâmetros de transformação é feita pelo algoritmo RANSAC (FISCHLER e BOLLES, 1981) e, posteriormente, os

³ Neste trabalho, o termo “primitivas” representa linhas retas, planos e pontos.

coeficientes da transformação estimados com o RANSAC são refinados com o algoritmo ICP.

Aiger et al. (2008) desenvolveram um método de orientação relativa de pares de nuvens de pontos denominado *4-Points Congruent Sets* (4PCS). Theiler et al. (2014) adaptaram o método 4PCS para a orientação relativa de pares de nuvens de pontos adquiridas com um SLT, denominado de K-4PCS. Para torná-lo computacionalmente mais robusto, os autores propuseram a extração de pontos chaves a partir do operador DoG (*Difference of Gaussian*), com reamostragem executada a partir de estruturas denominadas de *voxels* (*volum x elements*). Os parâmetros de transformação são obtidos por aproximação e, posteriormente, refinados com o emprego do ICP.

Cheng et al. (2013) desenvolveram um método de orientação relativa de pares de nuvens de pontos de diferentes perspectivas de áreas de cobertura e diferentes resoluções espaciais, utilizando dados do Sistema Laser Aéreo e SLT, combinando pontos e linhas. A extração de linhas retas para estabelecimento de correspondências, é avaliada por meio de valores limiares, para ângulo distância e comprimento.

1.2.2 Ajustamento sequencial de nuvens de pontos

A etapa do ajustamento sequencial de nuvens de pontos é essencial para minimizar os erros aleatórios oriundos do sensor, que se acumulam ao longo do processo de orientação relativa dos pares de nuvens de pontos. Lu e Milios (1997) propuseram um método de ajustamento sequencial, conhecido como método de LUM. A principal contribuição dos autores é o desenvolvimento de uma estratégia para organizar o conjunto de dados em uma estrutura baseada em grafos. O grafo é uma estrutura matemática composta por dois elementos, isto é, vértices e arestas. A definição do problema é realizada da seguinte forma: para cada vértice da estrutura é associado uma estação ocupada pelo sensor no momento da aquisição dos dados, enquanto as arestas se referem à relação espacial entre as mesmas. A principal vantagem de uma estrutura em grafos é a redução significativa do custo computacional no processo de ajustamento sequencial, ao contrário do que ocorre no processo convencional de ajustamento simultâneo de observações, onde são necessários a formação de sub-matrizes bloco diagonal. Baseado nessa abordagem,

diversas outras estratégias foram propostas para ajustamento sequencial de nuvens de pontos 3D (BORRMANN et al., 2008; PATHAK et al., 2010; THEILER et al., 2015; WEBER et al., 2015; PAVAN e SANTOS, 2017).

Borrmann et al. (2008) adaptaram o método de LUM para o caso 3D. A estimativa dos parâmetros de rotação e translação é feita usando o algoritmo ICP e o ajustamento sequencial é baseado no método de LUM. Pathak et al. (2010) desenvolveram uma metodologia baseada em correspondência plano-a-plano. Na etapa de ajustamento sequencial o algoritmo proposto por Pathak et al. (2010) considera que as rotações determinadas no processo de orientação relativa são precisas, logo, são sequencialmente ajustados apenas os valores relativos à translação entre cada par de nuvens de pontos.

Weber et al. (2015) desenvolveram uma abordagem ponto-a-ponto para a ajustamento sequencial de dados provenientes de sensores Kinect. Os descritores locais são determinados empregando o algoritmo FPFH e os parâmetros de transformação iniciais são estimados a partir de uma transformação de corpo rígido 3D solucionada por SVD (*Singular Valor Decomposition*), sendo os parâmetros refinados com o algoritmo ICP. O ajustamento sequencial foi realizado com base na proposta apresentada por Borrmann et al. (2008). Theiler et al. (2015) propuseram o ajustamento sequencial de múltiplas nuvens de pontos a partir de um processo iterativo. Primeiro, são estimados valores iniciais de rotação e translação a partir do algoritmo K-4PCS, sendo os mesmos posteriormente refinados com o algoritmo ICP. A etapa de ajustamento sequencial é otimizada a partir da aplicação do método de LUM adaptado para o caso 3D.

Ji et al. (2015) desenvolveram um método automático de ajustamento sequencial de nuvens de pontos. Os autores instalaram alvos artificiais na cena a ser mapeada. Os alvos são automaticamente detectados e os parâmetros de rotação e translação são estimados pelo modelo combinado do MMQ, com injunções. Como desvantagem, esse método necessita da pré-sinalização de alvos no ambiente. Pavan e dos Santos (2017) utilizaram a otimização por grafos e a representação da matriz de rotação a partir de quatérnios baseado em uma abordagem plano-a-plano para a determinação dos parâmetros de rotação e translação entre pares de nuvens de pontos. O método é feito em duas etapas. Primeiro, os parâmetros de rotação são calculados por SVD e globalmente refinados com uma estratégia proposta baseada nas propriedades de rotação dos quatérnios unitários. Em seguida é usado o método

de LUM adaptado para o caso 3D no ajustamento sequencial apenas dos parâmetros de translação.

Já em Pavan e Dos Santos (2017) é encontrado um método analítico que refina globalmente os dados SVLT (Sistema de varredura LASER terrestre) em duas etapas, sendo primeiro refinados os parâmetros de rotação e em seguida os parâmetros de translação. Os autores empregam as propriedades bilineares da multiplicação de quatérnios para resolver o problema de refinamento dos parâmetros de rotação e o método de Lu e Milios (1997) para refinar os parâmetros de translação.

1.2.3 Discussão do estado da arte

Os métodos de alinhamento de nuvens de pontos 3D, apresentados na literatura, têm como característica em comum: a etapa de extração e segmentação de primitivas e estabelecimento de correspondências, seguido da etapa de orientação relativa de pares de nuvens de pontos e o ajustamento sequencial de nuvens de pontos. Um resumo dos métodos apresentados no estado da arte em segmentação e estabelecimento de correspondências entre primitivas pode ser observado no Quadro 1.

QUADRO 1 – MÉTODOS DE SEGMENTAÇÃO E ESTABELECIMENTO DE CORRESPONDÊNCIAS

Métodos	Observações
Rusu et al. (2008a)	Análise da vizinhança dentro de uma área esférica de raio r , permitindo a determinação de correspondências mesmo com presença de pontos espúrios. Apresenta alta complexidade computacional.
Diez et al. (2012)	Agrupa pontos hierarquicamente de acordo com a distribuição de seus vetores normais. Essa hierarquia orienta a busca por pontos correspondentes sem a intervenção do usuário. Apresenta menor custo computacional para o estabelecimento de correspondências. O algoritmo apresenta sensibilidade a presença de pontos espúrios.
Cheng et al. (2013)	Extraí linhas retas para estabelecimento de correspondências, avaliando-as por meio de valores limiares, para ângulo distância e comprimento.
Wei et al. (2015)	Realiza a descrição geométrica do plano a partir dos valores de curvatura dos pontos. Apresenta maior robustez a presença de pontos espúrios.
Pavan e Santos (2015)	Apresenta maior robustez a presença de pontos espúrios. Realiza a descrição geométrica do plano a partir da análise dos vetores normais ao plano. Alguns planos extraídos podem não apresentar correspondências devido a sensibilidade do algoritmo a oclusões.

FONTE: O autor (2019).

No Quadro 2 estão descritas as principais observações relacionadas a cada método de orientação relativa apresentado na Subseção 1.2.1.

QUADRO 2 – MÉTODOS DE ORIENTAÇÃO RELATIVA DE PARES DE NUVENS DE PONTOS

Métodos	Observações
Chen e Medioni (1992) Besl; Mckay (1992)	Abordagem ponto-a-plano e ponto-a-ponto, respectivamente. É eficiente quando os parâmetros iniciais são próximos aos valores reais. Alto custo computacional, baixa robustez a presença de pontos espúrios e necessita de grandes áreas de sobreposições.
Aiger et al. (2008) e Theiler et al. (2014)	Abordagem ponto-a-ponto. Apresenta alta eficiência computacional. Necessita da aplicação de outro método para a realização do refinamento dos parâmetros estimados. Não necessita de alta sobreposição entre os pares de nuvens de pontos.

FONTE: O autor (2019).

Como descrito no Quadro 2, grande parte das aplicações estabelecem correspondências por meio de abordagens ponto-a-ponto e somente são eficientes quando o conjunto de dados apresenta característica ótima, como por exemplo, alta densidade de pontos/m² e ausência de *outliers* (Theiler et al., 2014). Outro fator que influencia negativamente essa abordagem é a presença de efeitos sistemáticos e aleatórios provenientes do processo de aquisição dos dados em conjunto com aqueles gerados no próprio processo de orientação relativa. Segundo Rusinkiewicz e Levoy (2001), em conjuntos de dados com baixa densidade de pontos e com presença de *outliers* a abordagem ponto-a-ponto não é robusta. Neste caso, é necessário adotar abordagens ponto-a-plano (ou plano-a-plano), uma vez que fornecem melhor precisão. Além disso, conforme Khoshelham (2016), as abordagens de correspondência ponto-a-plano ou plano-a-plano são menos suscetíveis a ruídos, são facilmente encontradas em ambientes antrópicos e são robustas a ambientes com superfícies homogêneas. Neste sentido, Wei et al. (2015) realizaram a correspondência entre planos a partir da análise dos valores da curvatura da superfície. Os parâmetros de transformação são estimados via MMQ e refinados pelo Método de Levenberg-Marquart. Pavan e dos Santos (2015) utilizaram o algoritmo RANSAC para a extração de planos e propuseram uma estratégia de análise de direções e de ângulos formados entre seus vetores normais para estabelecimento automático de correspondência plano-a-plano, sendo a estimativa dos parâmetros de transformação é realizada em duas etapas. Na primeira, os componentes da matriz de rotação são determinados aplicando as propriedades dos quatérnios. Na segunda, os valores de translação são determinados via MMQ, sendo os parâmetros de rotação fixados na solução. No Quadro 3 é apresentado o resumo dos métodos discutidos na Subseção 1.2.2.

QUADRO 3 – MÉTODOS DE AJUSTAMENTO SEQUENCIAL

Métodos	Observações
Lu e Milios (1997)	Abordagem baseada em grafos, apresentando alta eficiência computacional. Ajusta somente translação.
Borrmann et al. (2008), Pathak et al. (2010) e Weber et al. (2015)	Utiliza apenas os valores relativos à translação entre cada par de nuvens de pontos, no processamento do ajustamento sequencial. Abordagem baseada em grafos, apresentando alta eficiência computacional.
Ji et al. (2015)	Abordagem aplicada ao monitoramento de estruturas. Melhora a estimação dos parâmetros de transformação com a inserção de restrições geométricas externas. O ponto negativo é a necessidade de inserção de alvos na cena perfilada.
Theiler et al. (2015)	Realiza a reamostragem dos pontos em estruturas denominadas de <i>voxels</i> em uma abordagem baseada em grafos, apresentando alta eficiência computacional. Ajusta somente translação.
Pavan e dos Santos (2017)	Abordagem baseada em grafos, apresentando alta eficiência computacional. Ajusta translação e rotação em duas etapas.

FONTE: o autor (2019).

Como descrito anteriormente, a etapa de ajustamento sequencial de nuvens de pontos que minimiza os resíduos, tem como objetivo redistribuir uniformemente os erros de fechamento acumulados no processo de orientação relativa para se obter, desta forma, as nuvens de pontos 3D globalmente consistente do ambiente mapeado. Como pode ser notado no Quadro 3, a maioria dos métodos presentes no estado da arte em ajustamento sequencial de nuvens de pontos são capazes de ajustar simultaneamente apenas os parâmetros de translação, uma vez que, por um lado, admitem que os parâmetros de rotação são localmente estimados com melhor precisão que os parâmetros de translação e, por outro lado, o método de LUM não permite a inclusão dos parâmetros de rotação no modelo funcional, uma vez que considera apenas as posições das estações dos sensores em um modelo matemático linear. Também, vale notar que os métodos de alinhamento de nuvens de pontos se diferem nas abordagens de estimativa dos parâmetros de rotação em dois casos: 1) No método de Arun et al. (1987) a matriz de rotação é estimada por SVD e; 2) No método de Horn (1987) são utilizados os quatérnios unitários para a representação dos componentes da matriz de rotação.

1.3 HIPÓTESE E OBJETIVOS

Após avaliação os métodos existentes, suas características e limitações, o trabalho em questão apresenta a seguinte hipótese:

“Dado um conjunto de nuvens de pontos tridimensionais, irregularmente espaçados, é possível, realizar a orientação relativa entre os pares de nuvens de pontos, não apenas com uma primitiva e sim com três: pontos, linhas retas e planos”.

Com isso, o objetivo geral desta proposta consiste em propor um modelo híbrido, utilizando as primitivas ponto, linhas retas e planos para a orientação relativa das nuvens de pontos e também uma solução para o ajustamento sequencial da posição relativa entre cada estação SLT. Para alcançar o objetivo deste trabalho, a seguir são elencados os objetivos específicos:

- Adaptar os algoritmos SIFT (*Scale Invariant Feature Transform*) 3D e PFH (*Point Feature Histograms*) para extração de pontos homólogos, construção de descritores locais e estabelecimento automático de correspondências para estimativa de valores iniciais entre os pares de nuvens de pontos 3D;
- Desenvolver um modelo híbrido baseado na combinação de pontos, linhas retas e planos para orientação relativa de pares de nuvens de pontos 3D.
- Desenvolver uma abordagem ponto-a-plano para ajustamento sequencial dos valores de rotação e translação, usando uma estrutura baseada em grafos.
- Avaliar a qualidade dos resultados obtidos com o método.

1.4 JUSTIFICATIVA E POTENCIAL DE CONTRIBUIÇÃO DA SOLUÇÃO PROPOSTA

Na prática, o recobrimento da superfície física usando o SLT no modo estático é feito da seguinte maneira: 1) Alvos pré-sinalizados são alocados fisicamente na superfície de interesse; 2) O sensor é estacionado em uma posição de visada do objeto a ser mapeado; 3) A nuvem de pontos 3D é gerada com o perfilamento da superfície de forma aleatória e discreta; 4) Pontos com coordenadas 3D correspondentes são coletados na nuvem de pontos e nos alvos pré-sinalizados; 5) Uma transformação de corpo rígido 3D é empregada para estimar os parâmetros de rotação e translação do par de nuvens de pontos, minimizando a soma do quadrado da distância entre os pontos correspondentes. As etapas 2-5 são repetidas até que não exista mais pares de nuvens de pontos. O método descrito além de ser

operacionalmente moroso exige a alocação de alvos artificiais e não garante confiabilidade na estimativa dos parâmetros, uma vez que a natureza do dispositivo de varredura é aleatória e a amostragem dos dados é discreta. Outros fatores que desafiam a investigação deste trabalho são:

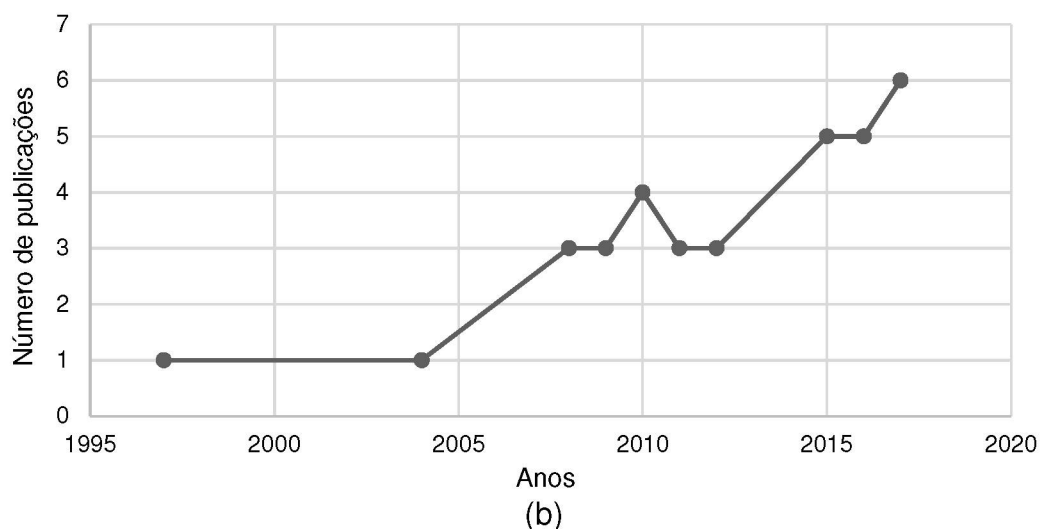
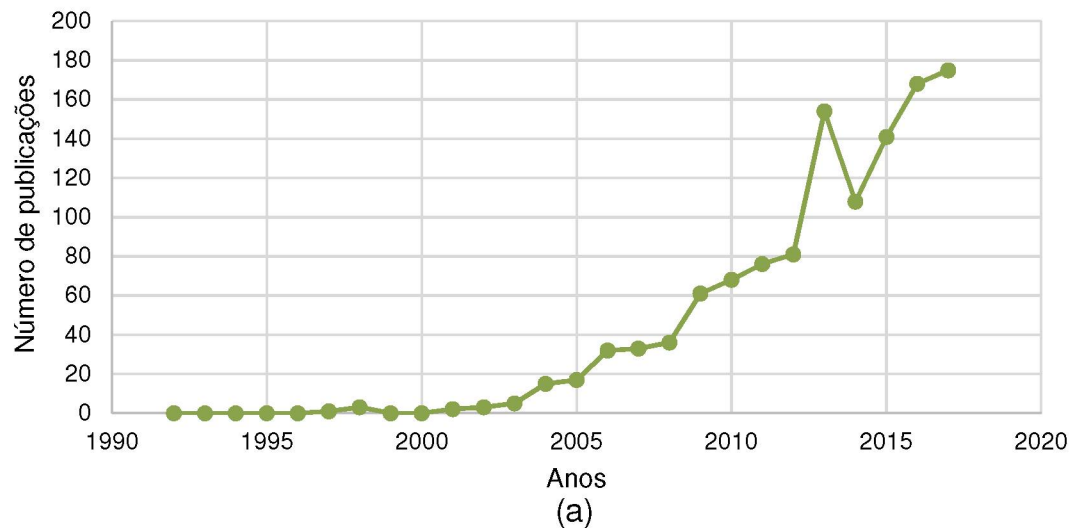
- a) O modo de operação do SLT é estático, fazendo com que cada nuvem de pontos esteja em um sistema de referência local, sendo também variavelmente confrontado com uma grande quantidade de pares de nuvens de pontos para garantir o recobrimento completo da superfície a ser mapeada;
- b) SLT no modo estático não são complementados por sensores adicionais de posicionamento e navegação GNSS/INS. Isto significa que a etapa de orientação relativa nunca é simplificada, uma vez que não dispõe de valores aproximados de rotação e translação entre os pares de nuvens de pontos 3D;
- c) Colocar alvos artificiais na cena, requer tempo adicional e não é uma tarefa trivial, pois é necessário assegurar a visibilidade dos alvos em diversas varreduras (pelo menos três por par de varredura) e garantir que os mesmos não tenham sua posição alterada ao longo do levantamento;
- d) O uso de alvos artificiais na cena influencia outras tarefas de pós-processamento, tais como, a modelagem de objetos ou a visualização de dados. Por isso, eles podem ser removidos da nuvem de pontos;
- e) A massa de dados produzida por um SLT exige métodos de processamento robustos e eficientes; e
- f) Para aumentar a eficiência e reduzir o custo em campo, as vezes, os operadores de campo tendem a reduzir o tempo de captura dos dados, da seguinte forma: 1) Diminuem a frequência de perfilamento a LASER; 2) Aumentam a distância entre as estações de exposição do sensor. O primeiro, resulta em nuvens de pontos esparsas, enquanto o segundo produz pares de nuvens de pontos com pouca quantidade de sobreposição. Ambos os casos não são apropriados para a execução adequada do algoritmo ICP.

Uma proposição lógica é evitar o uso de alvos artificiais na cena procurando manter a robustez e a confiabilidade das etapas de orientação relativa e ajustamento

sequencial das nuvens de pontos 3D, além de buscar alternativas que tratem de nuvens de pontos com as características apresentadas nos itens e-f.

Para analisar um panorama histórico do processo de orientação relativa e de pares de nuvens de pontos e ajustamento sequencial dos dados, realizou-se uma pesquisa no banco de dados da plataforma *online Scopus*⁴, com as seguintes palavras-chave: *point cloud registration* e *globally consistent registration of 3D point cloud*. Os resultados são apresentados nos Gráficos 1a e 1b, respectivamente.

GRÁFICO 1 - NÚMERO DE PUBLICAÇÕES. (a) ORIENTAÇÃO RELATIVA DE PARES DE NUVENS DE PONTOS. (B) AJUSTAMENTO SEQUENCIAL DE NUVENS DE PONTOS 3D.



FONTE: O autor (2019).

⁴ Banco de dados online de resumos e citações de artigos de jornais/revistas acadêmicos.

Observa-se no Gráfico 1a que as pesquisas relacionadas a orientação relativa de pares de nuvens de pontos 3D, tiveram um significativo crescimento a partir do ano de publicação do algoritmo desenvolvido por Besl e Mckay (1992). A ocorrência do crescimento do número de publicações se deu devido a simplicidade de funcionamento desse algoritmo e principalmente, o desenvolvimento tecnológico e o avanço computacional (principalmente após os anos 2000). Já no caso do método de ajustamento sequencial de nuvens de pontos 3D, o número de publicações relacionado a este tema é significativamente menor que os métodos de orientação relativa de pares de nuvens de pontos, avaliasse que há possibilidade de mais investigações.

Motivado pela ideia de produzir nuvens de pontos 3D globalmente consistentes em ambientes externos e internos da superfície física da Terra, três contribuições principais serão discutidas neste trabalho:

- Uma estratégia não iterativa de aproximação inicial dos pares de nuvens de pontos evitando que o algoritmo ICP encontre infinitos mínimos locais na estimativa dos parâmetros de rotação (R) e translação (t), feita na etapa de orientação relativa de pares de nuvens de pontos;
- A proposição de um modelo de orientação relativa de pares de nuvens de pontos, baseado em uma nova variante do algoritmo ICP. A principal característica deste modelo, é a combinação de uma variante do algoritmo ICP, baseado em uma abordagem ponto-a-plano e um modelo de correspondência reta-a-reta para estimativa de R e t que seja robusto à *outliers* e capaz de trabalhar com nuvens de pontos esparsas; e
- Uma nova solução para ajustamento sequencial da posição relativa entre cada estação do SLT usando uma abordagem ponto-a-plano.

A seguir serão apresentados, a hipótese, os objetivos: geral e específicos deste trabalho.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho está dividido em cinco capítulos. O primeiro refere-se à apresentação do tema a ser discutido, justificativa, objetivo geral e objetivos

específicos. No segundo capítulo, é realizado o levantamento e descrição dos principais conceitos relacionados a temática de estudo e os principais métodos abordados no estado da arte. No terceiro capítulo são descritos os materiais utilizados e o método proposto neste trabalho. No quarto capítulo são apresentados os ensaios experimentais e a discussão dos resultados. No quinto capítulo são apresentadas a conclusão e recomendações para trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo tem como objetivo, apresentar os fundamentos teóricos necessários para compreensão do problema discutido no trabalho. Primeiramente é apresentado o estado da arte em alinhamento de nuvens de pontos 3D. Em seguida são abordados os conceitos relacionados ao SLT e seu princípio de funcionamento, seguido pela apresentação do processamento de nuvens de pontos, em particular o processo de remoção de pontos espúrios, segmentação de planos utilizando o algoritmo RANSAC, o MMQ e as etapas de orientação relativa e ajustamento sequencial de nuvens de pontos.

2.1 SISTEMA LIDAR TERRESTRE

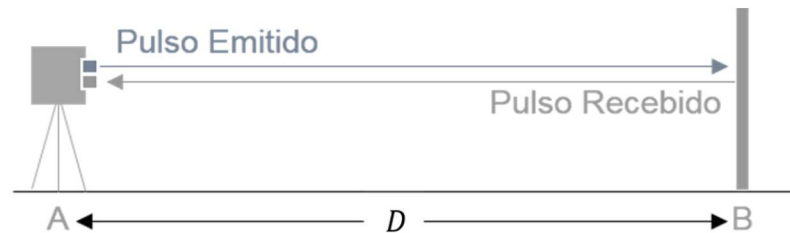
O SLT é capaz de propiciar milhares de pontos com coordenadas tridimensionais x, y, z de forma rápida, segura e com precisão. Basicamente, quando ativado por uma fonte de energia, o sensor produz uma radiação eletromagnética monocromática, sendo todas as ondas colimadas no espaço e no tempo (SHAN e TOTH, 2010). A nuvem de pontos é gerada por meio de medições simultâneas de um conjunto de distâncias inclinadas (D) entre o sensor e a superfície do objeto perfilado. Concomitantemente com a determinação das distâncias, o sensor rotaciona em torno do seu eixo vertical e simultaneamente com a oscilação dos espelhos que compõem o sistema, o que resulta em uma varredura sistemática de cima para baixo sobre o objeto perfilado. A partir desses movimentos obtém-se os ângulos horizontais (θ) e verticais (α) e a distância inclinada (D) entre o sensor e o objeto de interesse, para cada ponto adquirido $x, y, z = f(\theta, \alpha, D)$, respectivamente.

A determinação dessas grandezas pode ser realizada por três métodos distintos, que definem seu princípio de funcionamento: *time-of-flight* (TOF); diferença de fase e; triangulação.

2.1.1 Princípio de funcionamento do SLT

O sistema que utiliza o princípio TOF aciona um temporizador simultaneamente à emissão do pulso LASER para a superfície física. Ao atingi-la, o pulso interage com o objeto perfilado e retorna ao sensor, como mostra a Figura 3.

FIGURA 3 - PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO *TIME-OF-FLIGHT*



FONTE: Adaptado de SHAN e TOTH (2010).

Conhecendo-se a velocidade da luz no ar ($c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s), utiliza-se a Equação 1, para determinar a distância (D) entre o sensor e os pontos adquiridos (SHAN e TOTH, 2010), sendo t o tempo de emissão e retorno do pulso LASER ao sensor.

$$D = \frac{c \cdot t}{2} \quad (1)$$

Com o perfilamento da superfície obtém-se uma grande quantidade de dados regularmente amostrados, denominada de nuvens de pontos, as quais são referenciadas em um sistema de coordenadas polar. Para transformá-las para um sistema de coordenadas cartesiano 3D, basta aplicar as Equações 2, 3 e 4, como segue:

$$x = D \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\theta) \quad (2)$$

$$y = D \cdot \sin(\alpha) \cdot \cos(\theta) \quad (3)$$

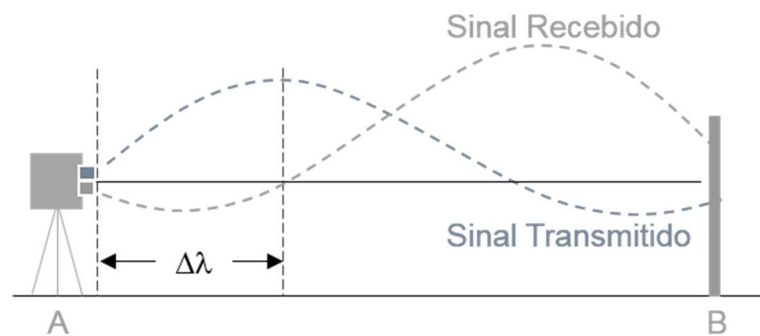
$$z = D \cdot \sin(\alpha) \quad (4)$$

sendo x, y, z as coordenadas cartesianas de um ponto.

2.1.2 Método por diferença de fase

Neste método, o sensor transmite um feixe contínuo de radiação em vez de um pulso eletromagnético. Para a determinação da distância entre o sensor e o objeto perfilado, o SLT compara as ondas transmitidas e recebidas (Figura 4), medindo a diferença de fase entre a emissão e recepção das mesmas (SHAN e TOTH, 2010).

FIGURA 4 - PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO POR DIFERENÇA DE FASE



FONTE: Adaptado de SHAN e TOTH (2010).

A distância (D) entre do sensor e o objeto é calculada conforme a Equação 5, a saber:

$$D = M \cdot \lambda + \Delta\lambda \quad (5)$$

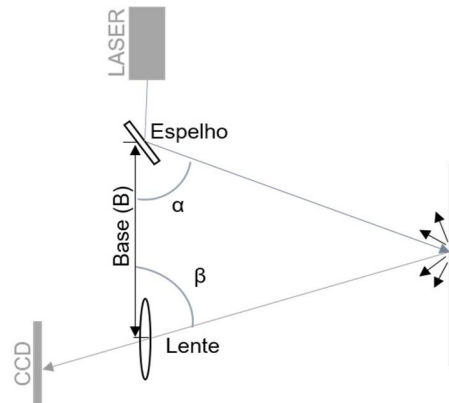
sendo M o número inteiro de comprimento de onda, $\Delta\lambda$ a parte fracional do comprimento de onda e λ o comprimento de onda.

2.1.3 Método de triangulação

Nesse método associa-se o SLT com uma ou mais câmaras digitais. Os pulsos eletromagnéticos gerados pelo sensor ativo são emitidos sobre o objeto, os quais são refletidos pela superfície perfilada e registrados pelo CCD da câmara associada. Conforme Bernardini e Rushmeier (2002), para a determinação das coordenadas dos pontos adquiridos são utilizados algoritmos que calculam uma série de valores de profundidade, os quais são transformados em coordenadas

tridimensionais com origem no centro óptico do sistema SLT. Os equipamentos devem ser configurados de forma que permaneçam sob um ângulo constante, formando um triângulo entre os sensores e o objeto de interesse. A Figura 5 esquematiza a configuração básica do princípio de triangulação.

FIGURA 5 - PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO POR TRIANGULAÇÃO



FONTE: Adaptado de Boehler et al. (2001).

Como pode ser observado na Figura 5, para a determinação da profundidade de cada ponto é necessário o conhecimento da distância entre os sensores (B), do ângulo (α) e o ângulo (β), formados, respectivamente, entre o SLT e o sensor CCD com o alvo perfilado. Esses valores fornecem a forma e o tamanho do triângulo, informações que possibilitam a determinação dos valores de profundidade.

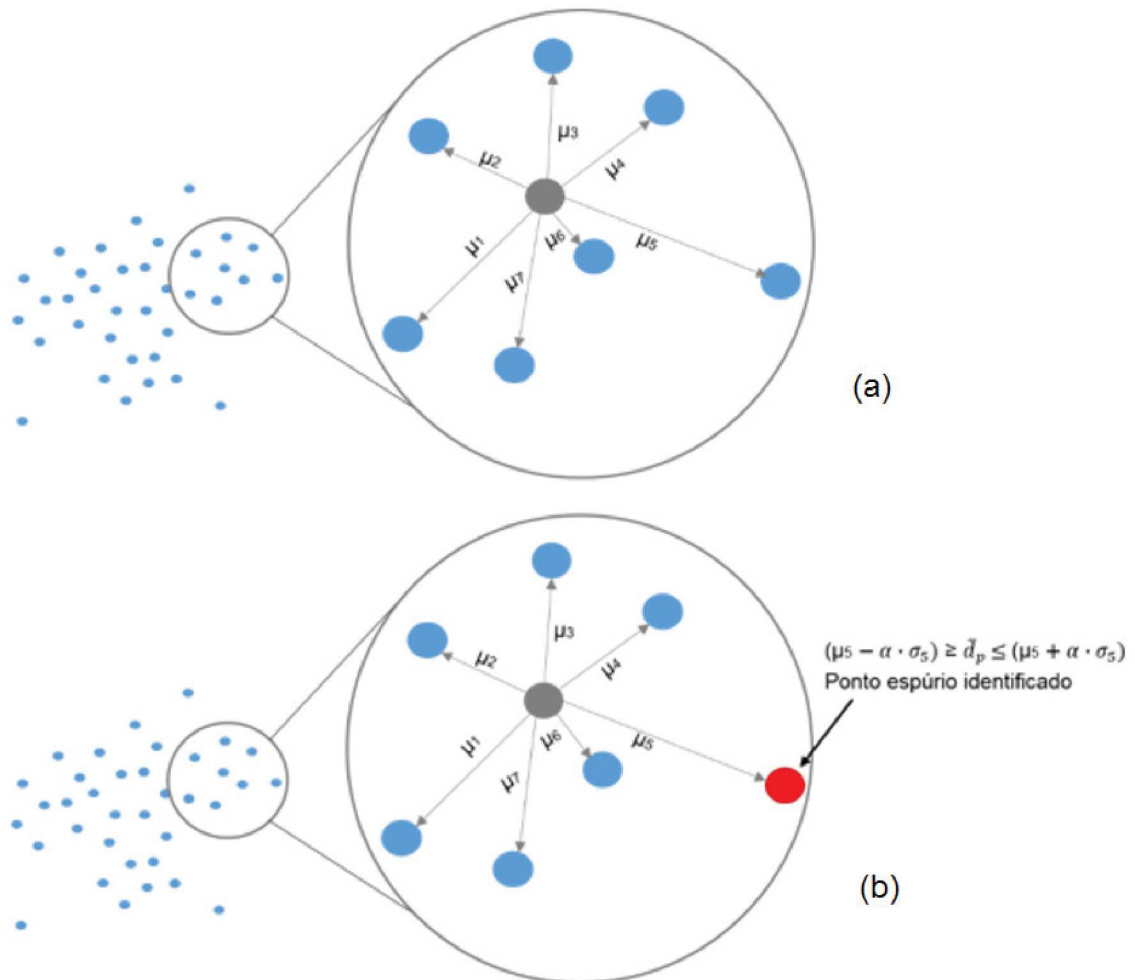
2.2 REMOÇÃO DE *OUTLIERS*

De acordo com Rusu et al. (2008b), a natureza discreta e as diferentes densidades pontuais associadas a erros de medições dos sensores levam à obtenção de pontos discrepantes em relação ao restante da amostra, fato que causa inconsistências em processamentos futuros. Para removê-los, deve-se analisar as características de um ponto p em relação aos seus k vizinhos, verificando se o conjunto de dados representa adequadamente a superfície mapeada.

Rusu et al. (2008b) propuseram um método para a identificação e remoção de pontos espúrios (*outliers*) de nuvens de pontos (\mathcal{Q}). O primeiro passo desse método, como pode-se observar na Figura 6a, é a análise estatística de k pontos

vizinhos (pontos em azul) de $p \in Q$ (ponto em cinza), obtidos a partir de um raio (r) de busca previamente definido pelo usuário.

FIGURA 6 - REMOÇÃO DE PONTOS ESPÚRIOS. (A) DETERMINAÇÃO DAS DISTÂNCIAS ENTRE OS PONTOS DE VIZINHANÇA. (B) ANÁLISE ESTATÍSTICA E DESCARTE DOS PONTOS CLASSIFICADOS ESPÚRIOS



FONTE: O autor (2019).

A análise inicia-se com a estimativa das distâncias médias ($\mu_1, \mu_2, \mu_3, \dots, \mu_k$) entre o ponto p e os k vizinhos. Após essa estimativa, calcula-se a distância média (\bar{d}_p) e seu respectivo desvio padrão da amostra (σ_k) relativos ao espaço de busca (r). As grandezas são, respectivamente, determinadas a partir das Equações 6 e 7.

$$\bar{d}_p = \sum_{i=1}^n \frac{\mu_i}{n} \quad (6)$$

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{\sum_1^n (d - \bar{d}_p)^2}{n}} \quad (7)$$

sendo n o número de distâncias computadas pelo algoritmo.

O objetivo do algoritmo é obter um novo conjunto de dados (\aleph) que seja composto por pontos (p') que se apresentem dentro do intervalo estabelecido, conforme a Equação 8. Caso essa condição não seja satisfeita, o ponto será classificado como ponto espúrio (ponto em vermelho na Figura 6(b) e descartado da amostra. Neste algoritmo deve-se atentar à escolha do tamanho do raio de busca, uma vez que o mesmo influenciará diretamente no resultado.

$$\aleph = \{p' \in Q | (\mu_k - \alpha \cdot \sigma_k) \leq \bar{d}_p \leq (\mu_k + \alpha \cdot \sigma_k)\} \quad (8)$$

sendo α um fator de densidade dos pontos (fornecida pelo usuário).

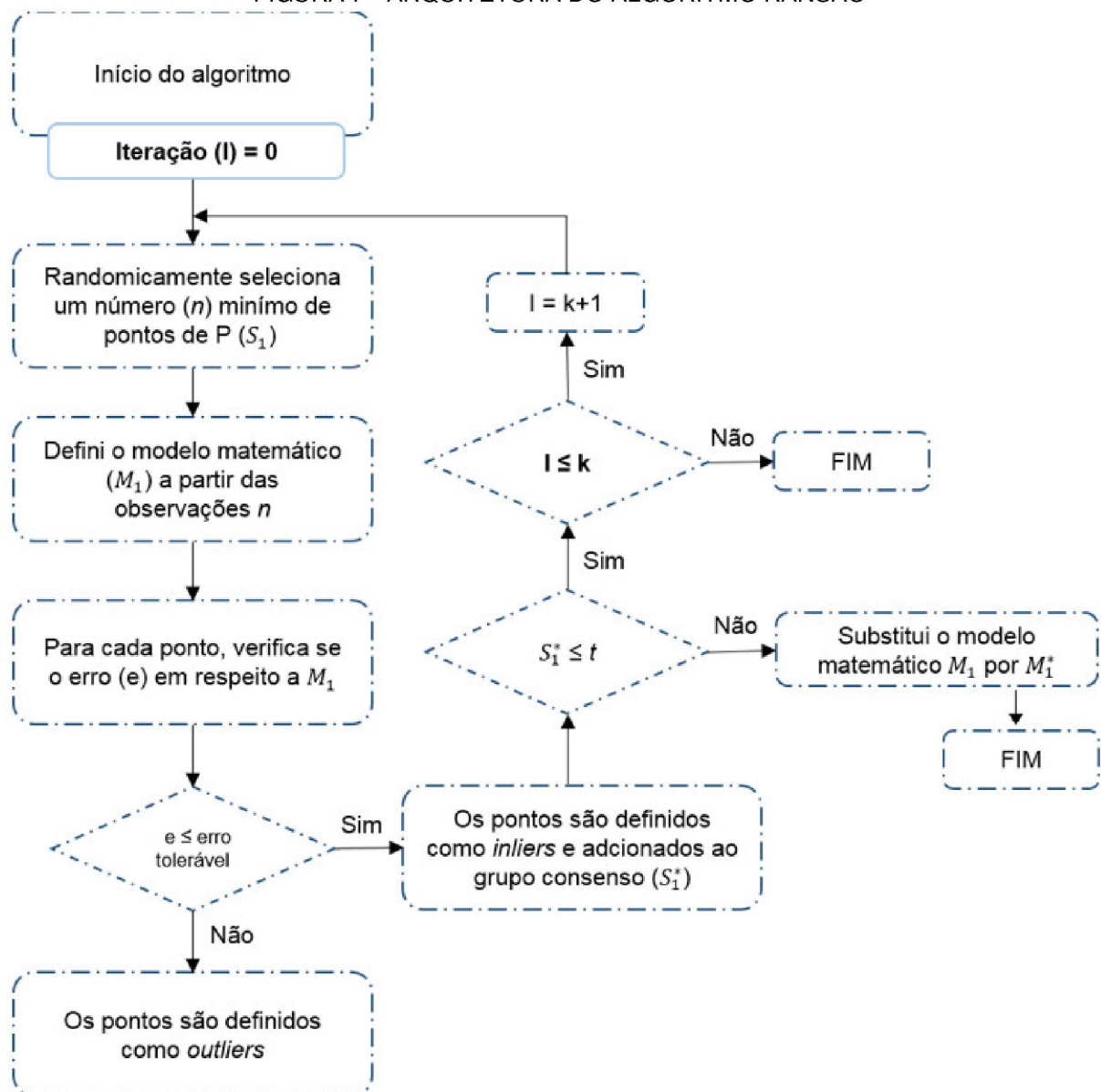
2.3 ALGORITMO RANSAC

O algoritmo RANSAC, desenvolvido por Fisher e Bolles (1981), é um método iterativo para a estimação de modelos parametrizados. Para essa tarefa, o algoritmo seleciona aleatoriamente um conjunto mínimo de pontos (n) pertencentes ao conjunto de dados \aleph para a geração de soluções candidatas e estimação dos parâmetros de um modelo, onde $\aleph \geq n$. Fischler e Bolles (1981), descrevem o algoritmo da seguinte forma:

- a) Dado um modelo que requer o mínimo de n observações (subconjunto S_1), com $\aleph \geq n$, para a estimação de um modelo matemático M_1 , a partir do qual determina-se um subconjunto de observações S_1^* , constituído de todos os pontos de \aleph que apresentam um erro igual ou inferior a um erro tolerável (e) pré-estabelecido. A esse grupo nomeia-se de consenso e é constituído por pontos denominados de *inliers*. Aos que permanecem acima do erro tolerável, são considerados como *pontos espúrios*;

- b) Se S_1^* for maior que um limiar t (estimado em função dos pontos espúrios presentes no conjunto \mathfrak{X}), será determinado um novo modelo matemático M_1^* , a partir da aplicação do MMQ. Caso não seja a última iteração (k) do processo, retorna-se a etapa (a);
- c) Caso S_1^* não se apresente abaixo do limiar t , o algoritmo realiza randomicamente uma busca de um novo subconjunto (S_2), inicializando novamente o processo.

FIGURA 7 - ARQUITETURA DO ALGORITMO RANSAC



FONTE: O autor (2019).

Como pode ser observado na Figura 7, a inicialização do processo depende da identificação de três variáveis, isto é, do erro tolerável (e), do limiar (t) e do número

de iterações (k). A variável e permite decidir se um ponto qualquer pertence ou não ao subconjunto S_1 , geralmente determinado a partir de evidências experimentais. O limiar (t) indica o número mínimo de pontos que pertençam a um grupo consenso para se estimar corretamente o modelo matemático. A quantidade de iterações será determinada a partir do número esperado de tentativas necessárias para selecionar um subconjunto com n pontos a partir de uma análise probabilística (w) de que qualquer ponto pertencente a \aleph esteja abaixo de e . Logo, a probabilidade em que uma dada observação gere um erro menor do que o tolerável é de w^{-n} . Portanto, existe uma probabilidade de $(1 - w^{-n})$ de que um ponto pertença ao modelo. Para k iterações, a probabilidade é multiplicada por k vezes, correspondendo à probabilidade $(1 - p)$ de o algoritmo selecionar qualquer amostra de n pontos válidos a cada iteração (FISHER; BOLLES, 1981), obtendo a igualdade apresentada na Equação 9.

$$(1 - w^{-n})^k = (1 - p) \quad (9)$$

sendo w a probabilidade de se encontrar uma boa amostra inicial e p a probabilidade de se encontrar um ponto válido a cada iteração.

Sabendo que a probabilidade de se encontrar um ponto (*inlier*) em cada iteração é o número de pontos que constituem o grupo consenso dividido pelo total de pontos do conjunto de dados \aleph , o número de iterações pode ser estimado de acordo com a Equação 10.

$$K = \frac{\log(1 - p)}{\log(1 - w^{-n})} \quad (10)$$

A probabilidade (p) é determinada dentro do intervalo $0,95 \leq p \leq 0,99$. Na última iteração os parâmetros do modelo matemático são ajustados pelo MMQ. Maiores detalhes sobre o algoritmo podem ser obtidos em Fisher e Bolles (1981).

2.3.1 Estimativa dos coeficientes do plano

De acordo com lezzi (2006), a equação paramétrica de um plano π é dada como segue:

$$n \cdot p_0p = 0 \quad (11)$$

onde vetor normal e suas componentes $n = (a, b, c)$ e a distância entre as coordenadas de um ponto até a sua origem $p_0p = (x - x_0, y - y_0, z - z_0)$.

Pathak et al (2010), propuseram que a estimativa dos coeficientes dos planos seja realizada de forma analítica, utilizando o Método dos Mínimos Quadrados, minimizando o somatório dos quadrados dos resíduos (observações ajustadas e medidas) de cada ponto num plano, como segue:

$$\sum_{i=1}^n \frac{s_i^2}{\hat{\sigma}_i^2} = \min \quad (12)$$

onde s_i (superfície plana) representa o resíduo do ponto $p_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$ com $i = 1, 2, \dots, m$, sendo m a quantidade de pontos pertencentes ao plano e $\hat{\sigma}_i^2$ a variância da distância do ponto p_i à origem, indicando para cada ponto p_i um valor de peso.

Reescrevendo o somatório da Equação 12 e utilizando a Equação 11, tem-se:

$$\sum_{i=1}^n \frac{s_i^2}{\hat{\sigma}_i^2} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\hat{\sigma}_i^2} \left([p_i \ 1] \begin{bmatrix} n \\ d \end{bmatrix} \right)^T [p_i \ 1] \begin{bmatrix} n \\ d \end{bmatrix} \right) = \min \quad (13)$$

onde d é a distância de um ponto à origem.

Utilizando as propriedades de multiplicação de matrizes tem-se:

$$[n \ d] \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{\hat{\sigma}_i^2} \left(\begin{bmatrix} p_i \\ 1 \end{bmatrix} [p_i \ 1] \right) \right) \begin{bmatrix} n \\ d \end{bmatrix} = [n \ d] M \begin{bmatrix} n \\ d \end{bmatrix} = \min \quad (14)$$

Desenvolvendo a matriz M , como segue:

$$M = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\hat{\sigma}_i^2} \left([p_i \ 1]^T [p_i \ 1] \right) = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\hat{\sigma}_i^2} \begin{pmatrix} x_i^2 & x_i y_i & x_i z_i & x_i \\ y_i x_i & y_i^2 & y_i z_i & y_i \\ z_i x_i & z_i y_i & z_i^2 & z_i \\ x_i & y_i & z_i & 1 \end{pmatrix} \quad (15)$$

A matriz $M = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} ([p_i \ 1]^T [p_i \ 1])$ é uma matriz 4×4 simétrica, logo essa matriz tem os autovalores reais, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ sendo $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \lambda_4$ com os correspondentes auto-vetores v_1, v_2, v_3, v_4 unitários e ortogonais entre eles.

Segundo Pathak et al. (2010), dada uma matriz semi-definida positiva simétrica M , seus autovetores são as direções unitárias v , onde o produto quadrático $v^T M v$ alcança um mínimo ou máximo, desta forma o autovetor (v_4) correspondente ao autovalor (λ_4) mínimo da matriz simétrica semi-definida simétrica M e a obtenção dos coeficiente do plano é dada pelas componentes v_4 , que são normalizados de forma que o vetor normal ao plano seja unitário como é demonstrada:

$$[\vec{n}] = \frac{1}{\sqrt{1-v_4^2}} [v_4]^T \quad (16)$$

onde o autovetor v_4 representa as coordenadas v_{4_x}, v_{4_y} e v_{4_z} .

2.4 MULTIPLICADORES DE LAGRANGE

O método dos multiplicadores de Lagrange consiste na identificação do valor máximo e do valor mínimo de uma função, suscetível a restrições de igualdade impostas ao problema (STEWART, 2006).

Na seção anterior foi apresentado o processo de segmentação de planos de uma nuvem de pontos e a partir da interseção de planos adjacentes obtém-se uma linha reta, para realizar o cálculo de linhas, pode ser utilizada a equação da reta em \mathbb{R}^3 , a saber:

$$\vec{l}(t) = p + t \cdot \vec{v\bar{d}} \quad (17)$$

onde, p é um ponto qualquer pertencente à reta $\vec{l}(t)$, t é o parâmetro da reta e $\vec{v\bar{d}}$ é o vetor diretor da reta obtido pelo produto vetorial entre as normais de dois planos que se interceptam.

A obtenção de pontos de uma reta está sujeita a intersecção de dois planos, sendo assim o interesse é definir uma solução única como segue:

$$\begin{aligned}\vec{n}_1^T p - d_1 &= 0 \\ \vec{n}_2^T p - d_2 &= 0\end{aligned}\tag{18}$$

sendo:

\vec{n}_1 e \vec{n}_2 as normais dos respectivos planos (1 e 2);
 d_1 e d_2 a distância do plano à origem.

A partir da Equação 18 é utilizado o Método dos Multiplicadores de Lagrange para obtenção de um valor mínimo sujeito a restrição de que um determinado ponto seja o mais próximo de um determinado ponto de referência. Este valor mínimo se baseia na distância entre o ponto $p(x, y, z)$ e o ponto de referência $r(x, y, z)$, como segue:

$$\|p - r\| = f(x, y, z) = \sqrt{(p_x - r_x)^2 + (p_y - r_y)^2 + (p_z - r_z)^2}\tag{19}$$

A Equação 18 é utilizada como a primeira e segunda restrição para o cálculo do valor mínimo da função objetivo, a saber:

$$g(x, y, z) = \vec{n}_1^T p - d_1\tag{20}$$

$$h(x, y, z) = \vec{n}_2^T p - d_2\tag{21}$$

Desta forma, a partir da Equação 19, 20 e 21 é obtida a função de Lagrange como segue:

$$k(x, y, z) = f(x, y, z) + \lambda g(x, y, z) + \mu h(x, y, z)\tag{22}$$

onde $f(x, y, z) = \|p - r\|$, $\lambda g(x, y, z) = \lambda(\vec{n}_1^T p - d_1)$ e $\mu h(x, y, z) = \mu(\vec{n}_2^T p - d_2)$, sendo λ e μ os multiplicadores de Lagrange.

Segundo Stewart (2006), calculando as derivadas parciais e igualando-se a zero, visando determinar o ponto crítico da função de Lagrange k em relação as coordenadas de um ponto e dos multiplicadores de Lagrange, resulta num sistema de cinco equações e cinco incógnitas, como segue:

$$\begin{cases} k_x = f_x + \lambda g_x + \mu h_x = 0 \\ k_y = f_y + \lambda g_y + \mu h_y = 0 \\ k_z = f_z + \lambda g_z + \mu h_z = 0 \\ k_{d_1} = f_{d_1} + \lambda g_{d_1} + \mu h_{d_1} = 0 \\ k_{d_2} = f_{d_2} + \lambda g_{d_2} + \mu h_{d_2} = 0 \end{cases} \quad (23)$$

Resolvendo este sistema obtém-se as coordenadas do ponto p .

2.5 ALGORITMO SIFT 3D

O algoritmo SIFT, foi idealizado por Lowe (1999) e LIU et al, propuseram a uma adaptação para o caso 3D.

Baseado na sequência de tarefas supracitadas, primeiramente, um espaço-escala Gaussiano 3D é criado como uma função 4D $L(x, y, z, \sigma)$ obtida pela convolução de um Kernel Gaussiano $G(x, y, z, \sigma) = \frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^3} e^{-\frac{(x^2+y^2+z^2)}{2\sigma^2}}$ com a entrada $p'_q \in \mathfrak{N}'$, como segue (LIU et al., 2015):

$$L(x, y, z, \sigma) = G(x, y, z, \sigma) * p'_q \quad (24)$$

onde σ representa o espaço-escala, $*$ a convolução de $G(x, y, z, \sigma)$ e p'_q .

A Diferença de Gaussianas (*Difference-of-Gaussians - DoG*) é calculada separando σ por um fator multiplicativo constante c , tomando os pontos extremos candidatos em 4D no espaço-escala como os extremos locais (máximo ou mínimo) do *DoG* (LIU et al., 2015), a saber:

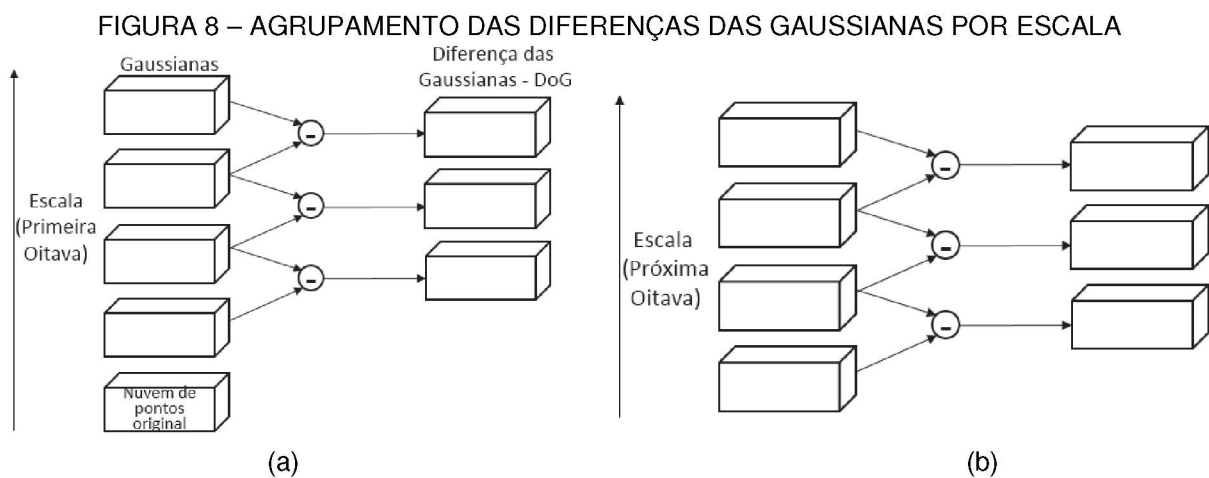
$$\text{DoG}(x, y, z, c^i \sigma) = L(x, y, z, c^{i+1} \sigma) - L(x, y, z, c^i \sigma) \quad (25)$$

para $i \in [0, s + 2]$ e s denota o tamanho da vizinhança local.

De acordo com Liu et al. (2015), a razão para utilizar esta função é para calcular nuvens de pontos (L) suavizadas, ou seja, ocorre a eliminação de ruídos e

portanto, DoG pode ser calculado, por meio de uma subtração de nuvens de pontos suavizadas, resultando em pontos, onde a variação é considerada relevante.

A utilização da função gaussiana, tem o objetivo de obter amostras da nuvem de pontos onde detalhes indesejados e ruídos são eliminados e as características fortes são realçadas. Variando σ é possível encontrar tais características em diferentes escalas, como mostra a FIGURA 8, onde as nuvens de pontos tridimensionais são representadas pela estrutura de *supervoxels* (altura x largura x profundidade), que possui um conjunto de *voxels* (volume x elemento).



FONTE: O autor (2018).

A FIGURA 8, apresenta o agrupamento das Diferenças das Gaussianas por escala. A nuvem de pontos original é convoluída com as Gaussianas para produzir nuvens separadas por uma constante k no espaço-escala, como mostrado na coluna da esquerda na FIGURA 8a. As nuvens de pontos adjacentes são subtraídas para gerar as nuvens de pontos da Diferença da Gaussiana, apresentada na coluna da direita na FIGURA 8b. A partir desse filtro, é possível detectar detalhes indesejados e ruídos na nuvem de pontos, como por exemplo, bordas. Esse processo gera as oitavas (*octaves*), que representa um conjunto de nuvens de pontos (L) e DoG em diferentes escalas. Todo esse procedimento repete-se para um determinado número de oitavas. Assim, quando uma oitava é processada, a nuvem de pontos será redimensionada para a metade do seu tamanho, de tal forma que ela seja a entrada para o processamento da próxima oitava, como ilustra a FIGURA 8b. Um número de intervalos para as oitavas deve ser previamente definido. Terminada esta etapa, é

gerada uma pirâmide com as Diferenças de Gaussianas calculadas com base nas oitavas.

Os valores de máximo ou mínimo locais (pontos extremos) devem ser detectados para cada $DoG(x, y, z, c^i \sigma)$ obtido. Este procedimento é baseado na comparação de todos os *voxels* (*volum x elements*) do $DoG(x, y, z, c^i \sigma)$ corrente, com seus *voxels* vizinhos em relação aos *voxels* vizinhos correspondentes nos $DoG(x, y, z, c^{i+1} \cdot \sigma)$ e $DoG(x, y, z, c^{i-1} \cdot \sigma)$ totalizando 80 *voxels* vizinhos ($27+26+27=80$), sendo 27 *voxels* do $DoG(x, y, z, c^{i+1} \cdot \sigma)$, 26 *voxels* no $DoG(x, y, z, c^i \cdot \sigma)$ e 27 *voxels* na vizinhança de $DoG(x, y, z, c^{i-1} \cdot \sigma)$.

Posteriormente, os pontos extremos devem ser localizados e se não forem estáveis, devem ser descartados. A localização exata dos pontos extremos é determinada através do ajustamento de uma função quadrática 3D. Na prática, a função DoG apresenta resposta forte ao longo das curvaturas, fazendo com que os pontos sejam instáveis. Isto implica em extremos mal definidos que apresentam alta curvatura principal ao longo das bordas, porém, com pequena curvatura em sua direção perpendicular. Basicamente, as curvaturas principais são determinadas através da matriz Hessiana (H), como segue (GIBBINS, 2009):

$$H(\hat{x}, \sigma) = \begin{bmatrix} S_{xx}(\hat{x}, \sigma) & S_{xy}(\hat{x}, \sigma) & S_{xz}(\hat{x}, \sigma) \\ S_{yx}(\hat{x}, \sigma) & S_{yy}(\hat{x}, \sigma) & S_{yz}(\hat{x}, \sigma) \\ S_{zx}(\hat{x}, \sigma) & S_{zy}(\hat{x}, \sigma) & S_{zz}(\hat{x}, \sigma) \end{bmatrix} \quad (26)$$

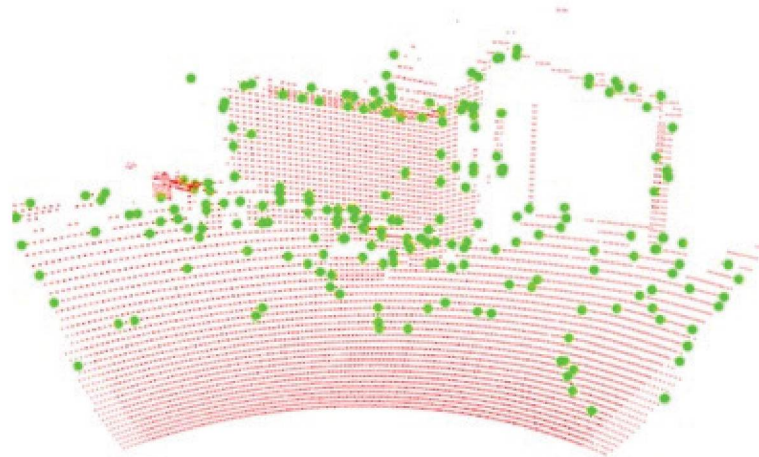
sendo $S_{xx}(\hat{x}, \sigma) = DoG(x, y, z, k^i \cdot \sigma) \otimes \frac{\partial^2}{\partial x^2} G(x, y, z, \sigma)$.

Calculando $H(\hat{x}, \sigma)$ em várias escalas e procurando por máximos locais, um conjunto de pontos extremos X pode ser obtido (GIBBINS, 2009):

$$X = arg_{\hat{x}, \sigma} |det(H(\hat{x}, \sigma))| \quad (27)$$

Como exemplo, a Figura 9 mostra pontos extremos 3D resultante do algoritmo SIFT 3D em uma nuvem de pontos 3D.

FIGURA 9 – PONTOS EXTREMOS DETECTADOS PELO ALGORITMO SIFT 3D



FONTE: o autor (2019).

Em seguida, os candidatos a pontos extremos 3D são encontrados comparando cada ponto de amostragem com seus k vizinhos. Se um ponto tiver o maior ou o menor valor de DoG entre todos os k vizinhos em seu próprio DoG , assim como em seus vizinhos DoG inferiores ou superiores, ele é selecionado como candidato a ponto extremo 3D.

2.6 DESCRITOR LOCAL BASEADO EM VETORES NORMAIS

Desde que pontos extremos 3D são detectados em pares de nuvens de pontos \mathcal{X}' e \mathcal{Y}' é necessário construir uma coleção de atributos capaz de descrever localmente a vizinhança dos pontos extremos, podendo ser feito através de histogramas de distribuição dos pontos ou da variabilidade de seus vetores normais. Um descritor local tem como objetivo, contribuir para o poder de discriminar os pontos extremos no processo de estabelecimento automático de correspondências, sendo fundamental que eles sejam invariantes à escala, a rotação e mudança de ponto de vista para evitar o estabelecimento de falsos positivos.

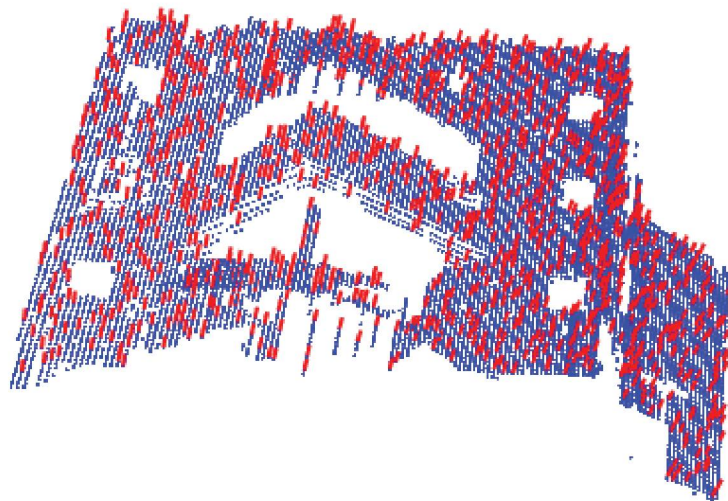
Rusu et al. (2008a) formularam um descritor local chamado PFH, cujo objetivo é codificar as propriedades geométricas da vizinhança de um determinado ponto extremo ($X_j \in \mathcal{Y}'$) generalizando a curvatura média ao redor de X_j usando um histograma multi-dimensional de valores. O PFH, além de ser invariante à escala, rotação e translação também, é robusto a diferentes níveis de ruídos presentes na

vizinhança dos pontos extremos. A representação do PFH é baseada na relação entre pontos $p_i \in \mathfrak{N}'$ e seus vetores normais n_i . Por exemplo, dado um conjunto de pontos extremos $X_i \in \mathfrak{N}'$ e seus pontos vizinhos p_i , com $i \in [0, \dots, sv_i]$, sendo sv_i o tamanho da vizinhança; como passo preliminar, deve ser determinado o vetor normal n_i de cada ponto extremo com vizinhança sv_i . Isto é feito da seguinte forma: primeiramente, considerando que um plano é representado por um ponto extremo X_i e n_i , e a distância de um ponto $p_i \in \mathfrak{N}'$ ao plano é definida como $d_i = (p_i - X_i)n_i$, a solução para n_i pode ser dada pela análise dos autovalores e autovetores da matriz de covariância $C \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ de sv_i , como segue:

$$C = \sum_{i=1}^m (p_i - X) (p_i - X)^T, Cv_j = \lambda_j v_j, j \in \{0,1,2\} \quad (28)$$

Para C , determina-se os autovalores $\lambda_j \in \mathbb{R}$ e os autovetores correspondentes v_j . Caso $0 \leq \lambda_0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2$, o autovetor v_0 corresponde ao autovalor λ_0 que representa uma aproximação de $+n_i = \{n_x, n_y, n_z\}$ ou n_i e sv_i representa uma vizinhança local de X_i . O mesmo procedimento deve ser feito para $X_j \in \mathfrak{N}'$ com a finalidade de se obter n_j vetores normais. Na Figura 10 é apresentada uma nuvem de pontos (cor azul) e os vetores normais de pontos extremos 3D estimados (linhas em vermelho), usando a Equação 28.

FIGURA 10 – VETORES NORMAIS EM VERMELHO DE UMA NUVEM DE PONTOS



FONTE: o autor (2019).

Em seguida, para determinar a diferença relativa entre cada par de pontos

$\langle X_i, X_j \rangle$ e seus vetores normais associados, n_i e n_j , é definido um sistema de referência local (SRL) com origem em X_s , da forma que segue (RUSU et al., 2008a):

$$se: \arccos(n_i \cdot p_{ji}) \leq \arccos(n_j \cdot p_{ij}), p_{ji} = p_j - p_i, p_{ij} = p_i - p_j \quad (29)$$

$$ent\tilde{a}o \begin{cases} X_s = p_i, n_s = n_i \\ X_t = p_j, n_t = n_j \end{cases} \quad (30)$$

$$sen\tilde{a}o \begin{cases} X_s = p_j, n_s = n_j \\ X_t = p_i, n_t = n_i \end{cases} \quad (31)$$

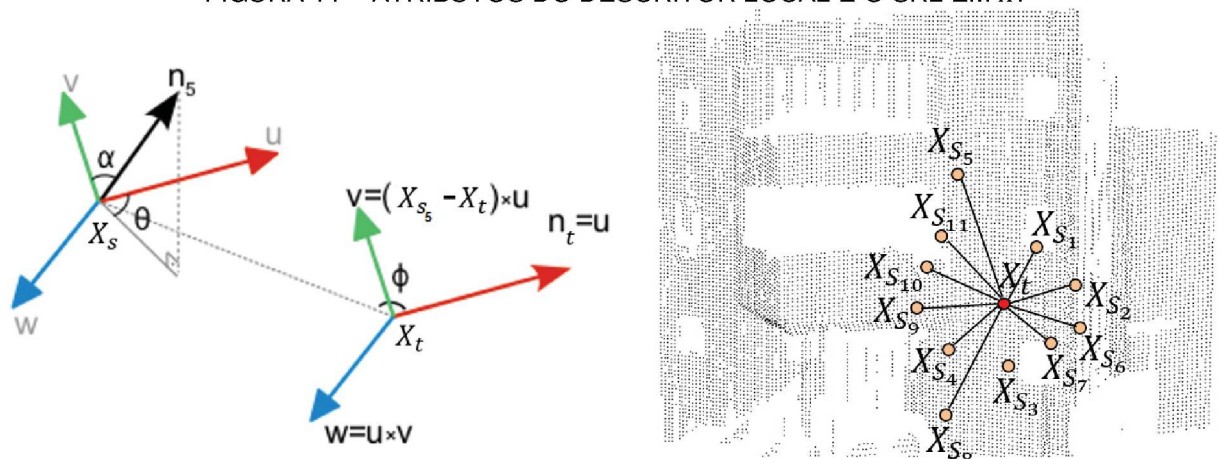
onde \cdot representa o produto escalar, X_s é o ponto extremo em \mathcal{X}' e X_t é o ponto extremo em \mathcal{X} .

O ponto extremo X_s é escolhido tal que o ângulo entre seu vetor normal e a linha conectando os dois pontos é mínimo, como segue (RUSU et al., 2009):

$$\begin{cases} u = n_s \\ v = u \times \frac{(X_t - X_s)}{\|X_t - X_s\|^2} \\ w = u \times v \end{cases} \quad (32)$$

onde \times denota o produto vetorial e n_s representa a superfície normal de X_s . A Figura 11 mostra o SRL e todos os atributos do descritor local.

FIGURA 11 – ATRIBUTOS DO DESCRITOR LOCAL E O SRL EM X .



FONTE: O autor (2019).

Os ângulos α, ϕ, θ representam os atributos do descritor local dado pela relação entre X_s e X_t , em função de seus respectivos vetores normais n_s e n_t . Para

todos os pares de pontos $\langle X_s, X_t \rangle$ dentro de sv_i , três vetores unitários (u, v, w) podem ser usados para expressar a relação entre eles. Então, três medidas angulares (α, ϕ, θ) podem ser calculadas para expressar a diferença entre n_s e n_t (RUSU et al., 2008):

$$\begin{aligned}\alpha &= \arccos(v \cdot n_t) \\ \phi &= \arccos\left(u \cdot \frac{(X_t - X_s)}{\|X_t - X_s\|^2}\right) \\ \theta &= \arctan(w \cdot n_t, u \cdot n_t)\end{aligned}\tag{33}$$

onde \cdot representa o produto escalar.

A quádrupla $\langle \alpha, \phi, \theta, \frac{(X_t - X_s)}{\|X_t - X_s\|^2} \rangle$ é calculada para cada par de pontos X_s e X_t no sv_i , reduzindo de 12 atributos (x, y, z, n_x, n_y, n_z) para cada ponto extremo) para 4 atributos $\left(\alpha, \phi, \theta, \frac{(X_t - X_s)}{\|X_t - X_s\|^2}\right)$.

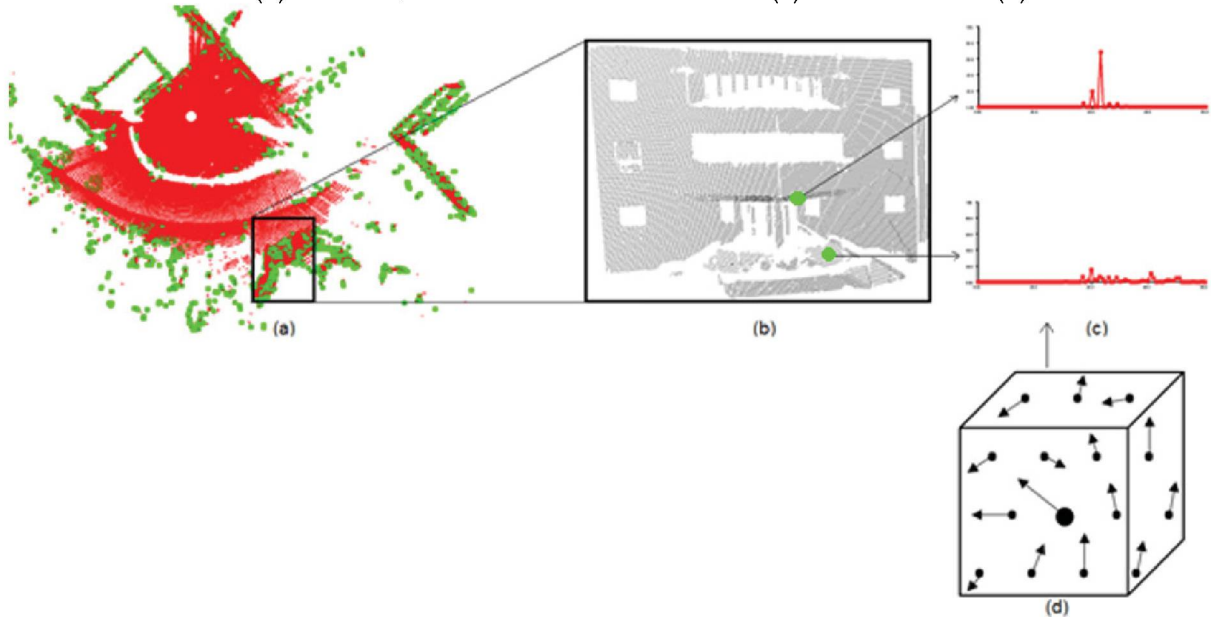
2.7 HISTOGRAMA DE INTERSECÇÃO DE KERNEL

Para criar a representação do PFH de um ponto extremo qualquer $X_i \in sv_i$ (vizinhança local de X_i), o conjunto de todas as tuplas $\langle \alpha_i, \phi_i, \theta_i \rangle$ é armazenado em um histograma. A construção do histograma PFH é feita da seguinte forma (RUSU et al., 2010):

- Para cada tupla $\langle \alpha, \phi, \theta \rangle$ são definidos os limites teóricos máximo e mínimo (f_{max}, f_{min}) ;
- Essa variação é dividida em q subdivisões de igual tamanho. Então, é contado o número de ocorrências em cada subdivisão, definindo um total de q^3 divisões. Desde que os três atributos definidos na quádrupla são medidas de ângulos entre vetores normais, seus valores devem ser normalizados para o mesmo intervalo em um círculo trigonométrico.

A Figura 12 mostra um exemplo de histograma PFH gerado usando 45 subdivisões para α , ϕ , θ , mais 45 subdivisões para $\frac{(X_t - X_s)}{\|X_t - X_s\|^2}$ e 128 subdivisões para uma componente calculada em função da direção de ponto de vista que o histograma de ângulos forma com cada normal do ponto, resultando em um vetor de valores de 308-byte.

FIGURA 12 – EXEMPLO DE HISTOGRAMA PFH. (a) NUVEM DE PONTOS COM VÁRIOS PONTOS EXTREMOS (b) DESTAQUE DE PONTOS EXTREMOS (c) HISTOGRAMA (d) VOXEL



FONTE: O autor (2019).

Na nuvem de pontos apresentada na Figura 12a, são apresentados os pontos extremos na cor verde e uma região selecionada, mostrada com mais detalhes na Figura 12b, dois histogramas na Figura 12c, indicando a contagem do número de ocorrência das características de cada ponto extremo. Já a Figura 12d ilustra as orientações e magnitude de alguns pontos extremos.

Para verificar a similaridade entre as feições presentes nos histogramas é usado uma métrica conhecida como Histograma de Intersecção de Kernel (SWAIN e BALLARD, 1991). Por exemplo, considere $Hist^{\mathfrak{N}'}(i)$ e $Hist^{\mathfrak{P}'}(i)$ os histogramas de \mathfrak{N}' (nuvem de pontos filtrada de Referência) e \mathfrak{P}' (nuvem de pontos filtrada de Pesquisa), respectivamente, com o mesmo número m de bins (classes), então:

$$K(Hist^{\kappa'}, Hist^{\tau'}) = \frac{\sum_i (Hist^{\kappa'}(i) - \mu^{\kappa'}) (Hist^{\tau'}(i) - \mu^{\tau'})}{\sqrt{(\sum_i (Hist^{\kappa'}(i) - \mu^{\kappa'})^2) (\sum_i (Hist^{\tau'}(i) - \mu^{\tau'})^2)}} = \sum_{i=1}^{q^3} \min(Hist_{\mu^{\kappa'}}^i, Hist_{\mu^{\tau'}}^i) \quad (34)$$

onde $\mu = \frac{1}{nn} \sum_j Hist(j)$ e nn denota o número total de histogramas. Maiores detalhes podem ser obtidos em SWAIN e BALLARD (1991).

A métrica de Histograma de Intersecção de Kernel é aplicada para todo descritor para verificar todos os pares de descritores correspondentes. Segundo os trabalhos realizados por Odone et al. (2005), Maji et al. (2008), Uijlings et al. (2013) e Buch e Kraft (2018), com o uso desta métrica, obtêm-se ganhos significativos de desempenho em relação a outras abordagens, tal como, a distância Euclidiana.

2.8 MÉTODO DE ORIENTAÇÃO RELATIVA DE NUVENS DE PONTOS 3D

Em levantamentos com sensores SLT, realiza-se um planejamento de campo com o intuito de determinar a quantidade de estações do sensor, necessário para o recobrimento de todo o objeto de interesse que está contido na superfície física, bem como a identificação das possíveis áreas de sobreposição entre as nuvens de pontos 3D e a definição do sistema de coordenadas que será utilizado. Tradicionalmente, é comum a distribuição de alvos pré-sinalizados (planos ou esferas), disponibilizados pelo próprio fabricante do sensor SLT, pela cena perfilada, com o intuito de obter primitivas comuns entre nuvens vizinhas para possibilitar a compatibilização de todas as estações do sensor em um mesmo referencial. Essa metodologia, devido a necessidade de inserção de alvos, pode tornar o processo de aquisição dos dados mais lenta e insere incertezas no processo.

Para contornar o problema, outras propostas foram desenvolvidas a fim de eliminar a necessidade de inserção de alvos, bem como diminuir custos operacionais e computacionais. Os principais métodos buscam a extração de elementos encontrados naturalmente nos ambientes mapeados. O método mais conhecido para orientação relativa de pares de nuvens de pontos 3D é o ICP. O algoritmo ICP consiste em realizar o registro de nuvens de pontos de forma iterativa minimizando a distância ponto-a-ponto. O ICP foi proposto por Besl e Mckay (1992) e permite a determinação

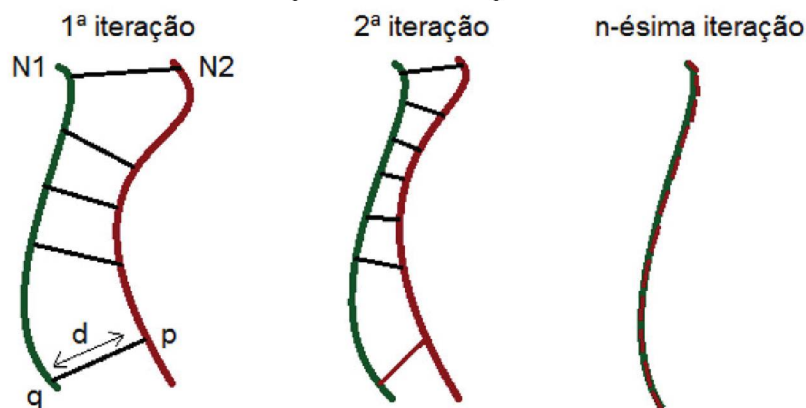
dos parâmetros de transformação (3 rotações e 3 translações) para tornar mínima as distâncias entre os pontos correspondentes de um par de nuvem de pontos. Porém, é necessário informar valores iniciais aproximados e haver alta sobreposição entre o par de nuvens de pontos. Basicamente, dado um par de nuvens de pontos 3D, uma nuvem é considerada de referência $N1$ e a outra de pesquisa $N2$:

- 1) São adotados valores iniciais para rotação e translação, caso não tenha, os valores são definidos como nulos.
- 2) Iterativamente, para cada ponto da nuvem de pesquisa são calculadas as distâncias dos vizinhos mais próximos na nuvem de referência. De acordo com Besl e Mckay (1992), a distância métrica d é calculada entre um ponto individual p da nuvem de pesquisa $N2$ com q pontos da nuvem de referência $N1$, dada pela equação 35:

$$d(p, N1) = \min_{q \in \{1, \dots, N1_q\}} \|N1_q - p\| \quad (35)$$

Sendo que $N1_q$ representa os pontos q da nuvem de pontos de pesquisa e p os pontos da nuvem de referência $N2_p$, como é apresentado na Figura 13.

FIGURA 13 – ILUSTRAÇÃO DA EXECUÇÃO DO ALGORITMO ICP



FONTE: O autor (2019).

- 3) O método proposto por Horn (1987), pode ser usado para estimar os parâmetros de transformação entre o par de nuvens de pontos minimizando a seguinte função objetivo:

$$\min = \sum \left\| Tp'_j - p_i \right\|^2, \text{ para } \forall p_i \in N1, \exists p'_j \in N2 \quad (36)$$

em que Tp'_j é o resultado da transformação na nuvem $N2$ em relação a nuvem $N1$.

Para encerrar a execução do algoritmo é adotado um critério de convergência, enquanto o critério não for atingido o processo continua a iteração da etapa 2 em diante, após aplicar na nuvem de pesquisa os valores dos parâmetros de transformação determinados na etapa 3. Na etapa de encontrar o vizinho mais próximo, pode ser utilizada a estrutura de dados *Kd-Tree*, com o objetivo de reduzir a quantidade de cálculos de distância (BIRN et al., 2010).

2.9 AJUSTAMENTO SEQUENCIAL DE NUVENS DE PONTOS 3D

Devido a presença de erros aleatórios acumulados ao longo do processo de orientação relativa de pares de nuvens de pontos, são causadas inconsistências na qualidade do objeto gerado. Devido a essa situação, deve-se aplicar o processo matemático denominado de ajustamento sequencial de nuvens de pontos. Conforme Theiler et al. (2015), essa etapa é responsável por distribuir uniformemente os erros de fechamento acumulados no processo de orientação relativa, definindo um sistema de referência global e consistente para todo o conjunto de dados. Atualmente, com o avanço computacional e o desenvolvimento de algoritmos, o ajustamento sequencial de nuvens de pontos é frequentemente otimizado com a aplicação da teoria dos grafos.

2.9.1 Otimização por Grafos

O grafo (G) é uma estrutura matemática representada por vértices (X) que representam os parâmetros de transformação entre pares de nuvens de pontos e as arestas (E) que representam as relações de restrição entre as observações que conectam pares de vértices adjacentes no processo de ajustamento sequencial de nuvens de pontos. O interessante dessas estruturas, segundo Grisetti et al. (2010) é

a possibilidade de simplificação do problema, tornando o processo de ajustamento sequencial mais objetivo, computacionalmente mais robusto e menos custoso.

Para o processo de otimização baseado em grafos considera-se um vetor dos parâmetros de transformação $x = [x_1, \dots, x_n]^T$, sendo que x_i descreve a posição e a orientação do vértice i de G e as arestas do grafo contenham os parâmetros de transformação ($L_{i,j}$) e a matriz das incertezas ($P_{i,j}$) de $L_{i,j}$ entre pares de vértices (i e j). A predição da medida ($m_{i,j}$) é a transformação relativa entre dois vértices. O logaritmo da função de verossimilhança é dado conforme Equação 37 (GRISSETTI et al., 2010).

$$m_{i,j}[L_{i,j} - \bar{L}_{i,j}(x_i, x_j)]^T P_{i,j}[L_{i,j} - \bar{L}_{i,j}(x_i, x_j)] \quad (37)$$

A função erro (f) calcula a diferença entre a medida estimada ($L_{i,j}$) e a adquirida pelo sensor ($\bar{L}_{i,j}$) como segue (GRISSETTI et al., 2010):

$$f(x_i, x_j) = L_{i,j} - \bar{L}_{i,j}(x_i, x_j) \quad (38)$$

Seja C um conjunto de pares de índices com pelo menos uma restrição de observação, a otimização do problema é realizada minimizando o somatório dos quadrados dos resíduos de todas as observações ($F(x)$) empregando o critério de máxima verossimilhança conforme Equação 39 (GRISSETTI et al., 2010).

$$F(x) = \sum_{(i,j) \in C} |f_{i,j}^T P_{i,j} f_{i,j}| \quad (39)$$

Para resolver a Equação 39, conforme Grissetti et al. (2010), faz-se:

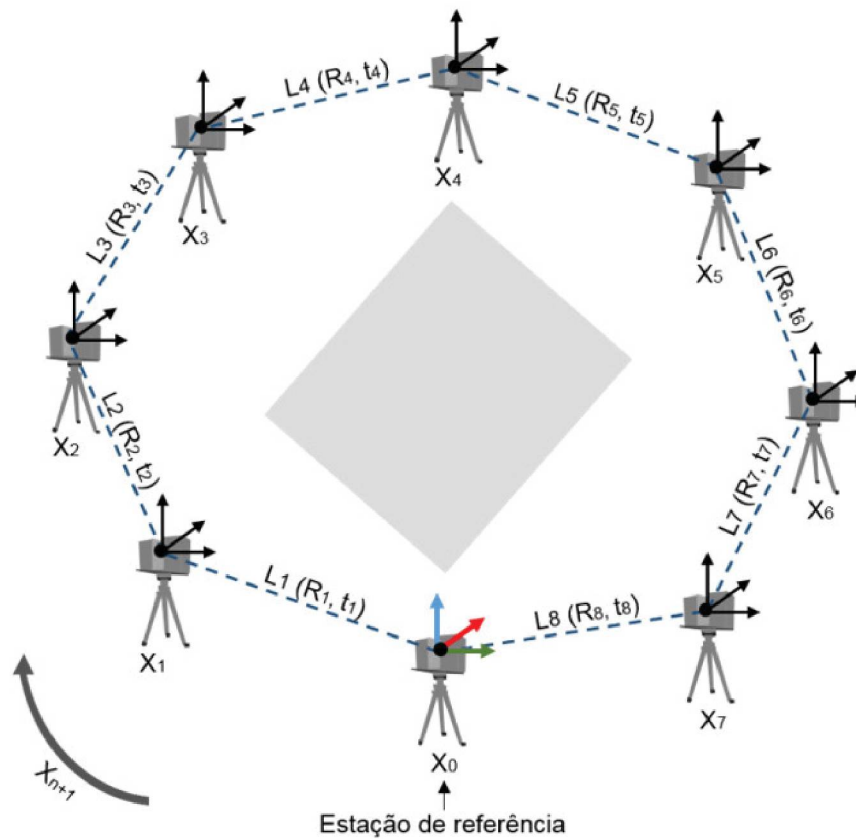
$$X^* = \operatorname{argmin}(F(x)) \quad (40)$$

A seguir é apresentado a resolução da otimização do processo de ajustamento sequencial de nuvens de pontos pelo método de LUM (LU; MILIOS, 1997).

2.9.2 Método de LUM

Lu e Milios (1997) propuseram uma formulação simples para o problema de ajustamento sequencial de nuvens de pontos 3D, que é referenciado na literatura como método de LUM. Nessa formulação considera-se que para mapear um ambiente tridimensionalmente necessita-se realizar um percurso com diferentes estações do sensor. A estação do sensor inicial é denominada X_0 , e ao longo do percurso, a cada mudança de perspectiva, a mesma receberá a denominação de X_{n+1} , como observa-se na Figura 14.

FIGURA 14 - REDE DE ESTAÇÃO DO SENSOR



FONTE: o autor (2019).

A partir da aquisição de dados de diferentes perspectivas ($X_0, X_1, X_2, \dots, X_n \dots X_{n+1}$) é possível definir uma série de relações entre as mesmas. Na estrutura de grafos, os vértices representam os parâmetros de transformação entre pares de nuvens, enquanto que as arestas representam as relações entre estações do sensor consecutivas ($L_{0,1}, L_{1,2}, L_{2,n}, \dots L_{n,n+1}$). Sendo definidas essas relações, a principal

tarefa do processo de ajustamento sequencial é de estimar as posições dos sensores em um sistema de coordenadas globalmente consistente. A mensuração realizada entre cada estação do sensor ($L_{i,j}$), pode ser definida matematicamente, para casos lineares, conforme a Equação 41.

$$F: L_{i,j} = X_i - X_j \quad (41)$$

sendo F o modelo funcional, $L_{i,j}$ o novo conjunto dos parâmetros de translação ajustados, X_i a matriz homogênea dos parâmetros de translação da estação do sensor X_i e X_j a matriz homogênea dos parâmetros de translação da estação do sensor X_j .

Devido aos erros presentes no processo, a observação $L_{i,j}$ é modelada de acordo com a Equação 42.

$$\bar{L}_{i,j} = L_{i,j} + \Delta L_{i,j} \quad (42)$$

sendo $\Delta L_{i,j}$ o erro Gaussiano.

Para determinar a posição ideal da estação do sensor, utiliza-se a estimação por máxima verossimilhança. Isso é realizado a partir da consideração de que todos os erros presentes nas observações são gaussianos e distribuídos de modo independente. Maximizar a probabilidade $P(L_{i,j}|\bar{L}_{i,j})$ é o equivalente a minimizar a distância de Mahalanobis⁵ (LU e MILIOS, 1997), conforme Equação 43.

$$W(x) = \sum_{i,j} (L_{i,j} - \bar{L}_{i,j})^T (L_{i,j} - \bar{L}_{i,j}) \quad (43)$$

⁵ A distância de Mahalanobis é uma métrica que difere da distância Euclidiana por levar em consideração a correlação entre os conjuntos de dados. Maiores detalhes podem ser encontrados em Maesschalck e Massart (2000).

A abordagem de Lu e Milios (1997), considera que cada vértice ($X_0, X_1, X_2, X_n \dots X_{n+1}$) da rede estará conectado com o sucessivo através das arestas ($L_{0,1}, L_{1,2}, L_{2,n}, \dots L_{n,n+1}$). Logo, a equação 43 poderá ser escrita conforme Equação 44.

$$W(x) = \sum_{0 \leq i \leq j \leq n} (X_i - X_j - \bar{L}_{i,j})^T (X_i - X_j - \bar{L}_{i,j}) \quad (44)$$

Para minimização da Equação 44, define-se um dos vértices da rede como referência (geralmente X_0) e orienta-se, relativamente, os demais em relação ao primeiro. Inserindo uma matriz de incidência H , que contém as informações de cada transformação entre as diferentes estações do sensor, a relação entre os vértices é definida conforme Equação 45.

$$L = HX \quad (45)$$

sendo L a relação matemática entre os nós da rede, H a matriz incidência e X a concatenação de X_0 a X_{n+1} , caso considere-se X_0 como referência.

Substituindo a Equação 45 na Equação 44, a distância de Mahalanobis pode ser escrita conforme Equação 46.

$$W = (HX - \bar{L})^T (HX - \bar{L}) \quad (46)$$

sendo \bar{L} a concatenação de todas as observações.

A solução (X) que minimiza a Equação 46 é apresentada na Equação 47.

$$X = (H^T H)^T (\bar{L} - HX) \quad (47)$$

O método de LUM é proposto para a resolução do problema da propagação de erros ao longo da trajetória do sensor, utilizando os valores das translações obtidas na etapa de alinhamento de pares de nuvens de pontos como observações para que

possam ser refinadas em um processo de ajustamento, obtendo uma trajetória com maior rigidez geométrica. Destaca-se também, que os valores de rotação não são empregados no processo de ajustamento sequencial no método de LUM, uma vez que considera que os valores relativos as rotações foram corretamente estimadas. A seguir são apresentados os materiais e método.

3 MATERIAIS E MÉTODO

A seguir serão apresentados os materiais utilizados e o método proposto neste trabalho.


3.1 MATERIAIS

Os recursos de *hardware* e *software* empregados neste trabalho são descritos nos subitens 3.1.1 e 3.1.2.

3.1.1 Recursos de Hardware

- 01 Laptop DELL VOSTRO, com processador Intel Corei7, sistema operacional Windows 8.1;
- 01 Estação Total Leica TC2002 com acurácia angular de $\pm 5''$ e linear de $\pm (1 \text{ mm} + 1 \text{ ppm})$;
- 01 Sistema SLT Faro Focus LS 800, conforme especificações técnicas apresentadas na Tabela 1.

QUADRO 4 – ESPECIFICAÇÕES TÉCNICAS DO SLT

Faro Focus 3D LS 800	Especificações técnicas
	<ul style="list-style-type: none"> • Alcance máximo: 400-15m • Velocidade de medição: 120.000 pontos/segundos • Densidade de pontos: 5 pontos/m² • Classificação do laser: Laser de classe 2 • Erro de variação: $\pm 3 \text{ mm}$ • Tempo de varredura: 233 segundos • Ângulo de varredura: 360° direção horizontal e 120° direção vertical • Peso: 14,5kg

3.1.2 Recursos de Software e Bibliotecas Computacionais

- Linguagem de Programação C++ Ambiente de Desenvolvimento Visual Studio versão Ultimate 2015;

- Biblioteca Point Cloud Library (PCL) é um projeto *opensource* desenvolvido em C++ que disponibiliza ferramentas para capturar, manipular, visualizar e processar nuvens de pontos 3D.
- Sistema interativo Matlab.

3.2 MÉTODO PROPOSTO

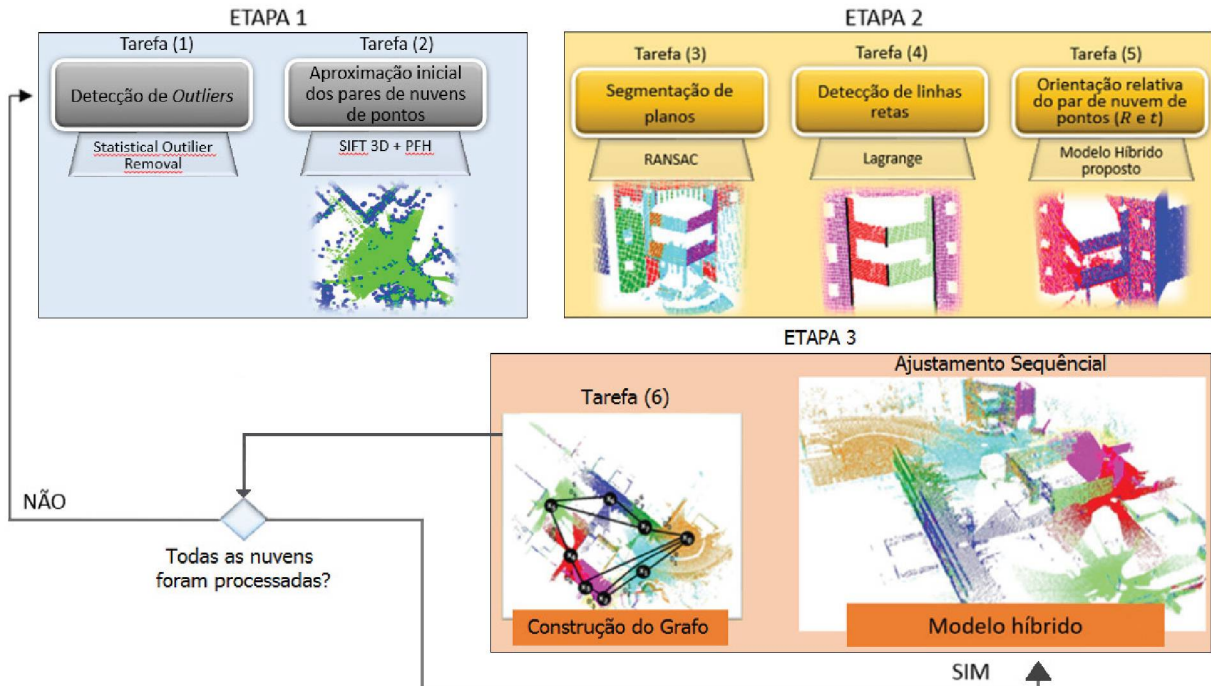
Este trabalho trata da construção de modelos 3D consistentes de ambientes urbanos a partir de três tarefas. A primeira tarefa calcula os valores aproximados iniciais para o par de nuvens de pontos 3D. A segunda tarefa, consiste na orientação relativa⁶ de pares de nuvens de pontos, usando um modelo híbrido, combinando uma abordagem reta-a-reta com uma nova variação do ICP, baseado em um modelo de correspondência ponto-a-plano. A terceira tarefa, consiste em ajustar sequencialmente, os parâmetros de transformação, usando um critério de otimização por grafos. A Figura 15 mostra a arquitetura das etapas a serem executadas pelo método proposto neste trabalho.

A primeira tarefa do método proposto é detectar e remover automaticamente os *outliers* presentes no par de nuvens de pontos. Isto é feito usando o algoritmo *statistical outlier removal*, proposto por Rusu et al. (2009). Em seguida, o algoritmo SIFT 3D extrai pontos extremos no par de nuvens de pontos e um descritor local, conhecido como algoritmo PFH, é usado para criar histogramas representativos das relações de vizinhança entre os pontos extremos e seus respectivos vetores normais.

Consequentemente, as correspondências entre os histogramas são automaticamente estabelecidas e uma aproximação inicial do par de nuvens de pontos é realizada usando uma transformação afim 3D. Então, superfícies planas são extraídas com o algoritmo RANSAC e devidamente ajustadas através de ACP (Análise de Componentes Principais). Posteriormente, o método de Lagrange é empregado para extrair linhas retas a partir da intersecção de planos adjacentes.

⁶Neste trabalho, o termo orientação relativa (terminologia convencional da Fotogrametria), também chamada de alinhamento local, refere-se à tarefa de estimar os parâmetros de transformação baseado em conjuntos de 3 ou mais primitivas correspondentes estabelecendo, desta forma, um sistema de referência comum para o par de nuvens de pontos.

FIGURA 15 – ARQUITETURA DO MÉTODO PROPOSTO



FONTE: o autor (2019).

O modelo híbrido proposto é aplicado para estimar os parâmetros de transformação (R e t) e estabelecer a orientação relativa entre o par de nuvens de pontos. Todos os passos supracitados, são repetidos até que não haja mais pares de nuvens de pontos a serem processados. Finalmente, as posições do SLT são sequencialmente ajustadas a partir de uma abordagem ponto-a-plano (híbrida). O resultado esperado é um modelo 3D consistente do ambiente mapeado, definido em um sistema de referência global. A seguir são discutidas as etapas do método proposto.

3.2.1 Estratégia Proposta para Aproximação Inicial de Nuvens de Pontos

Em levantamentos de campo com SLT, no modo estático, o recobrimento completo da superfície a ser mapeada é feito a partir da mudança de estação de observação. Geralmente, o operador executa esta tarefa de forma mais customizada

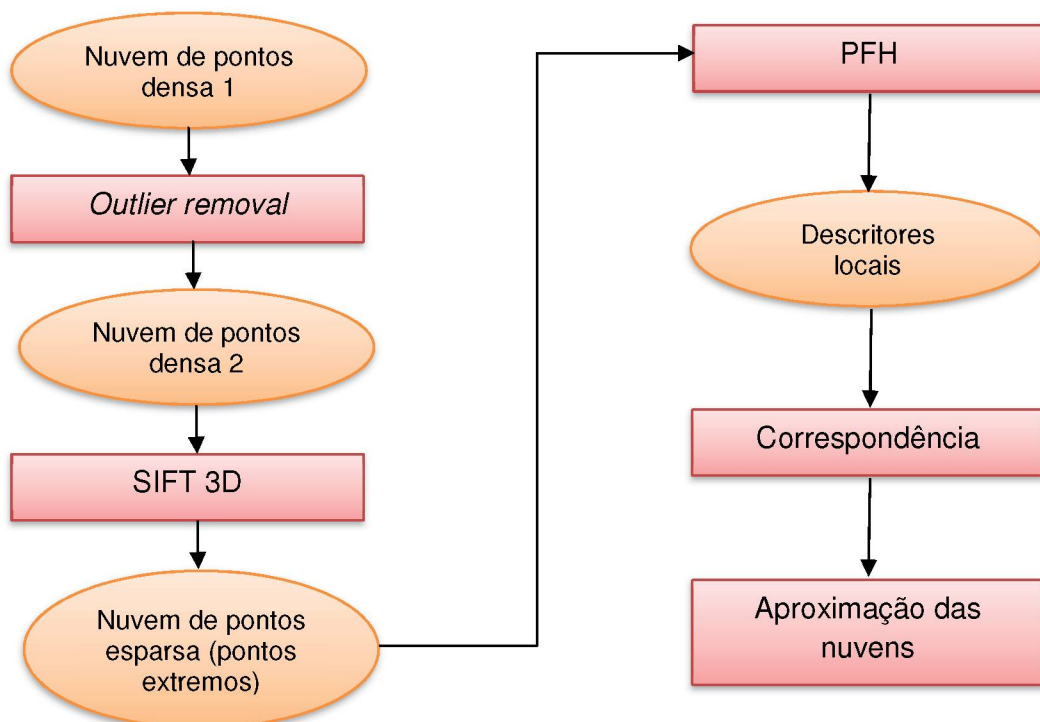
possível obtendo, desta forma, um conjunto de pares de nuvens de pontos com pouca região de sobreposição (~30%).

A porcentagem de sobreposição mencionada, entre os pares de nuvens de pontos, pode resultar em um problema de mínimo local na etapa de orientação relativa, uma vez que os parâmetros de transformação são estimados minimizando, localmente, o somatório dos resíduos ao quadrado entre observações ajustadas e medidas. Esta técnica de otimização é simples e direta, e pode rapidamente convergir para um mínimo local, principalmente, em situações onde não se dispõe de parâmetros iniciais aproximados.

O objetivo desta etapa do trabalho é propor uma estratégia de aproximação inicial dos pares de nuvens de pontos não iterativa, que evita (ou reduz) o problema de mínimo local na orientação relativa de pares de nuvens de pontos.

A Figura 16 apresenta o fluxo das etapas realizadas no processo de aproximação inicial das nuvens de pontos.

FIGURA 16 – FLUXO DAS ETAPAS NO PROCESSO DE APROXIMAÇÃO INICIAL DAS NUVENS DE PONTOS



FONTE: o autor (2019).

Cada etapa apresentada na Figura 16 será explicada em detalhe a seguir.

A técnica de aproximação proposta, consiste em determinar coeficientes de uma transformação matemática, por exemplo, a transformação afim 3D, que relaciona funcionalmente dois sistemas referenciais locais, sendo feito em quatro partes principais.

A partir de uma nuvem de pontos densa, os *outliers* são detectados e removidos do conjunto de dados usando o algoritmo *statistical outlier removal* proposto por Rusu et al. (2008), apresentado na Subseção 2.2. Com isto são obtidos pares de nuvens de pontos remanescentes, por exemplo, \mathcal{X}' (referência) e \mathcal{Y}' (pesquisa). Em seguida, cada par de nuvens de pontos densa é reduzida para um conjunto esparsa de pontos, usando o algoritmo SIFT 3D e os descritores locais invariantes à escala, rotação e mudança de ponto de vista são obtidos através do algoritmo PFH. A ideia de combinar o algoritmo SIFT 3D com o algoritmo PFH tem como vantagem reduzir o custo computacional, por meio de operações executadas apenas em pontos extremos (regiões com forte variação de curvatura na nuvem de pontos) e obter uma grande coleção de descritores locais invariante à escala, à rotação e à mudança de ponto de vista. Em seguida, a correspondência entre os pontos extremos 3D X e X' são automaticamente estabelecidas, usando o Histograma de Intersecção de Kernel. Enfim, a transformação afim 3D é empregada para estimativa inicial dos parâmetros de transformação, como mostrado em Press et al. (1992):

$$X = \mathbf{F}X' + \mathbf{b} \quad (48)$$

onde X e X' denotam os pares de pontos extremos correspondentes, \mathbf{F} representa uma matriz de coeficientes de dimensão 3×3 e \mathbf{b} o vetor de translação.

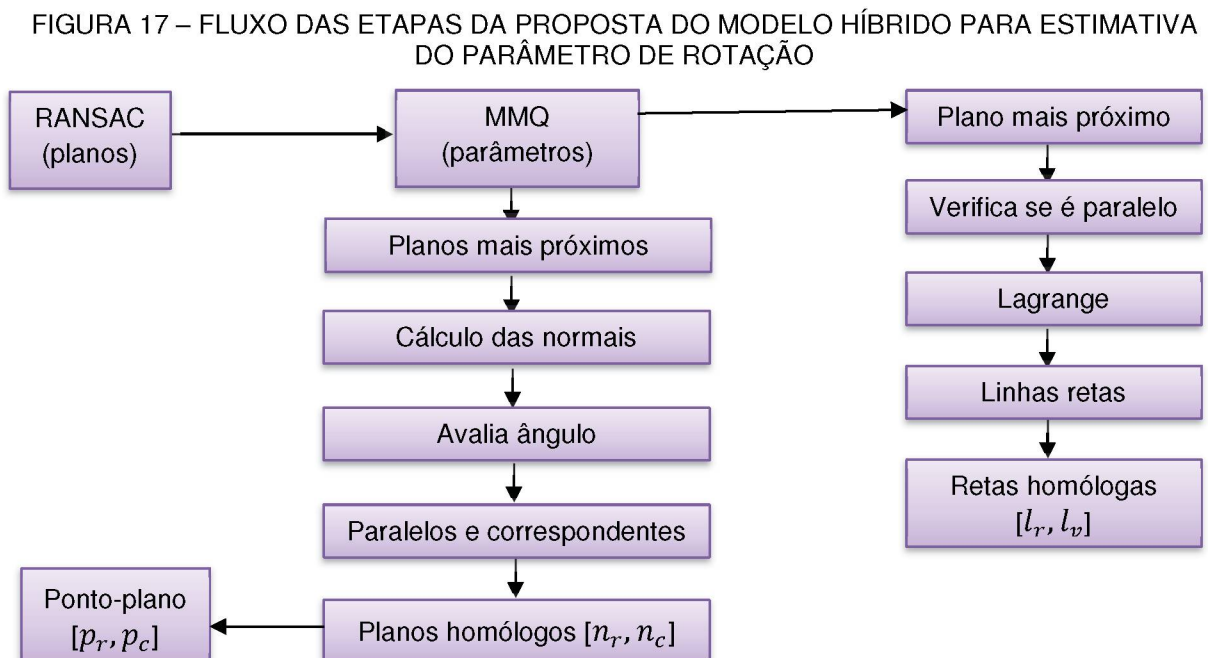
Desde que \mathbf{F} e \mathbf{b} são determinados, basta aplicar a inversa da Equação 42 para transformar todos os pontos (p) contidos em \mathcal{Y}' para \mathcal{X}' . Note que, nesta etapa do método proposto, a aproximação inicial dos pares de nuvens de pontos, deve apenas ser suficiente, para evitar o problema de mínimo local da tarefa de orientação relativa. Em outras palavras, os parâmetros de transformação R e t não são estimados nesta etapa do método.

3.2.2 Modelo Proposto para Orientação Relativa de Pares de Nuvens de Pontos

Nesta etapa do método é proposto um modelo de orientação relativa de pares de nuvens de pontos, baseado numa abordagem híbrida. A principal característica deste modelo, é a combinação de uma variante do algoritmo ICP, baseado em uma abordagem ponto-a-plano e um modelo de correspondência reta-a-reta para estimativa de R e t . A solução proposta, é baseada na dissociação dos parâmetros de rotação (R) e translação (t), para obter um método iterativo com menor custo computacional. Em outras palavras, primeiro é calculado o parâmetro de rotação (R) e, em seguida, é estimado o de translação (t).

3.2.2.1 Modelo Híbrido Proposto para Estimativa do Parâmetro de Rotação

A proposta do modelo híbrido para estimativa de parâmetros de rotação é apresentada pelo fluxo de etapas na Figura 17.

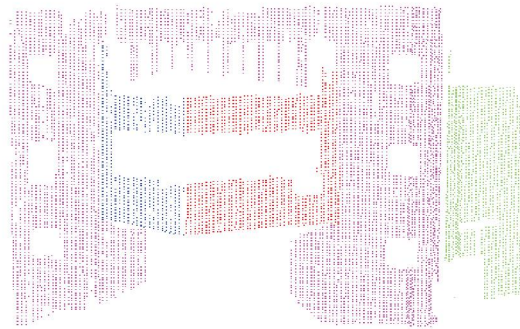


FONTE: o autor (2019).

Todas as etapas na Figura 17 serão explicadas em detalhes a seguir.

Considerando que um conjunto de planos, como mostra a Figura 18, foram extraídos pelo algoritmo RANSAC em \mathfrak{N}' (nuvem de referência) e em \mathfrak{N} (nuvem de pesquisa), para cada plano é atribuído seus coeficientes $n_i = [n_x \ n_y \ n_z]^T$ e d_i - devidamente calculados, usando análise de autovetores e autovalores da matriz de covariância, como descrito na Subseção 2.3.1, e suas respectivas coordenadas do centroide (x_c, y_c, z_c) . Cada cor representa um plano extraído automaticamente pelo algoritmo.

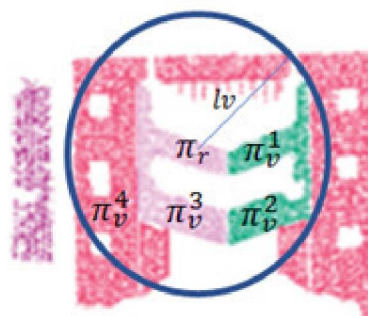
FIGURA 18 – PLANOS EXTRAÍDOS PELO ALGORITMO RANSAC



FONTE: O autor (2019).

O desenvolvimento do modelo híbrido proposto neste trabalho, é dividido em duas partes. Na primeira parte do processo, é executada a etapa de estabelecimento automático de linhas retas correspondentes. Para isto, um plano qualquer em \mathfrak{N}' é selecionado como plano de referência (π_r). Então, é verificado qual plano vizinho (π_v) é mais próximo de π_r , usando um raio de busca por vizinhança (lv), pré-estabelecido pelo operador, e determinando-se a distância entre o centroide de π_r e seus planos vizinhos π_v . A Figura 19 ilustra a ideia de busca por vizinhança.

FIGURA 19 – BUSCA DE PLANOS QUE SE INTERCEPTAM NO ESPAÇO



FONTE: O autor (2019).

Na Figura 19, π_v^1 , π_v^2 , π_v^3 e π_v^4 são planos vizinhos à π_r . O plano considerado mais próximo, é aquele que apresenta a menor distância do plano de referência π_r . Em seguida, é verificado se π_r e π_v não são paralelos, como segue:

$$\theta = \arccos\left(\frac{|n_r \cdot n_v|}{\|n_r\| \|n_v\|}\right) \quad (49)$$

sendo \cdot o operador de produto escalar, n_r o vetor normal de π_r e n_v o vetor normal de π_v .

Se o ângulo θ é diferente de zero (ou menor que um limiar pré-estabelecido), π_r e π_v não são paralelos e deve ser obtido o vetor diretor da linha reta l formado pela intersecção entre esses dois planos. Isto é feito calculando o produto vetorial entre os vetores normais de π_r e π_v , como segue:

$$l = n_r \times n_v \quad (50)$$

sendo \times o operador de produto vetorial e $l = [l_x \quad l_y \quad l_z]$ o vetor diretor da reta.

A equação da linha reta ($r(g)$) formada pela intersecção entre dois planos não-paralelos, em uma determinada região no espaço tridimensional, pode ser determinada a partir de um ponto conhecido $p = [x \ y \ z]^T$ e seu vetor diretor l . Desde que o vetor diretor da reta l já foi determinado na Equação 50, basta calcular as coordenadas x, y, z de p . Isto pode ser feito por meio dos multiplicadores de Lagrange, como mostrado na Subseção 2.4. A Figura 20 mostra um conjunto de linhas retas horizontais e verticais (linhas em preto) obtido com os multiplicadores de Lagrange.

FIGURA 20 – INTERSECÇÃO DE PLANOS – (a) LINHAS RETAS VERTICAIS. (b) LINHAS RETAS HORIZONTAIS.



FONTE: O autor (2019).

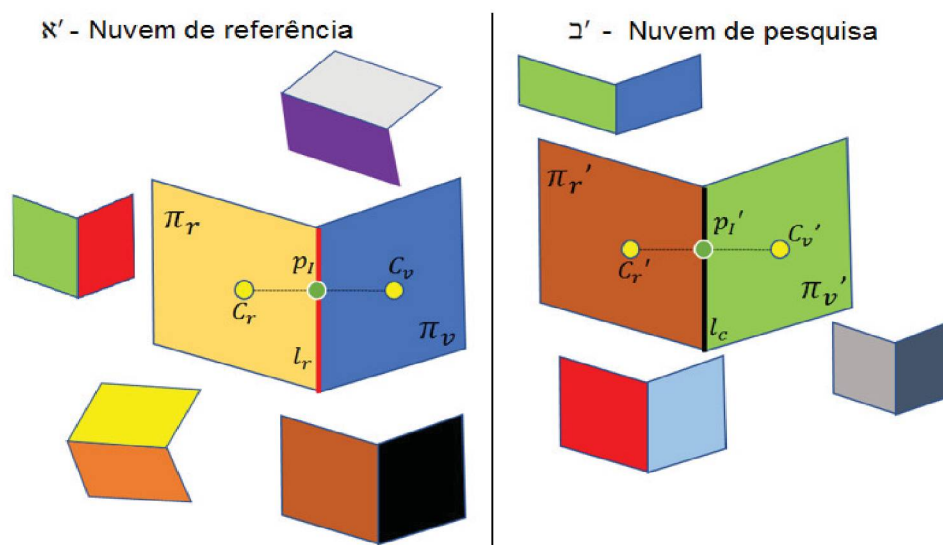
Agora, admitindo que um conjunto de linhas retas $l_r \in \aleph'$ e $l_c \in \beth'$ foi devidamente extraída, o estabelecimento automático de suas correspondências é obtido usando a estratégia proposta em Cheng et al. (2013). Por exemplo, uma vez estabelecido os valores de limiar para $Thre_{ang}$ (valor de limiar angular), $Thre_{dist}$ (valor de limiar de distância) e $Thre_{dif}$ (valor de limiar de diferença de comprimento da reta), haverá correspondência entre l_r e l_c se as seguintes condições forem satisfeitas, a saber:

$$\begin{cases} Ang \leq Thre_{ang} \\ Dist \leq Thre_{dist} \\ Dif \leq Thre_{dif} \end{cases} \quad (51)$$

sendo $Ang = \arccos\left(\frac{l_r \cdot l_c}{|l_r| \cdot |l_c|}\right)$ o ângulo entre as linhas retas candidatas a correspondência, $Dist = \frac{|(l_r \times l_c) \cdot \overline{p_l p_l'}|}{|l_r \times l_c|}$ a distância entre as linhas retas e $Dif = ||l_r| - |l_c||$ a diferença de tamanho das linhas retas.

Os pontos p_l e p_l' referem-se ao ponto médio da reta que liga as coordenadas do centroide (C_r) de π_r às coordenadas do centroide (C_v) de π_v em \aleph' e as coordenadas do centroide (C_r') de π_r' às coordenadas do centroide (C_v') de π_v' em \beth' , respectivamente. A Figura 21 mostra a ideia da determinação dos pontos p_l e p_l' .

FIGURA 21 – DETERMINAÇÃO DA FORMAÇÃO DOS PONTOS p_l e p_l' EM \aleph' e \beth'



FONTE: O autor (2019).

Na segunda parte do processo, é proposto um modelo de correspondência ponto-a-plano usando uma variante do algoritmo ICP. Nesta solução, primeiramente é estabelecida a correspondência entre planos extraídos pelo algoritmo RANSAC em \mathfrak{N}' e \mathfrak{C}' . Por exemplo, dado um plano de referência (π_r) qualquer extraído em \mathfrak{N}' , então, é verificado qual plano (π_c) extraído em \mathfrak{C}' é seu correspondente. Como o par de nuvens de pontos foi inicialmente aproximado - usando a estratégia de aproximação apresentada na Subseção 3.2.1, a correspondência entre π_r e π_c é obtida a partir do cálculo da distância entre seus respectivos centroides. A técnica *Kd-Tree* é usada para reduzir o custo computacional desta tarefa.

Então, a partir do estabelecimento das correspondências entre planos é calculado o ângulo (θ) entre os vetores normais de π_r e π_c , como segue:

$$\theta = \arccos\left(\frac{|n_r \cdot n_c|}{\|n_r\| \|n_c\|}\right) \quad (52)$$

sendo \cdot o operador de produto escalar, n_r o vetor normal de π_r e n_c o vetor normal de π_c candidato à correspondência de π_r .

Se o valor de θ for igual a zero (ou menor que um limiar pré-estabelecido) π_r e π_c são paralelos e correspondentes. Então, para cada ponto de $\pi_r \in \mathfrak{N}'$ é calculado um ponto (p_c) para o plano correspondente (π_c) em \mathfrak{C}' . As coordenadas de p_c são determinadas pela intersecção de π_c com a reta perpendicular ao plano que passa pelo centroide de π_r . Em outras palavras, p_c é calculado em função da projeção perpendicular do centroide de π_r em π_c , como segue (DRESCH e dos SANTOS, 2015):

$$\begin{cases} n_c^T p_c = d_c \\ p_c = p_r + s n_c \end{cases} \quad (53)$$

onde s denota um escalar, d_c é a distância da origem do sistema de referência ao plano corrente em \mathfrak{C}' e n_c é o vetor normal do plano π_c em \mathfrak{C}' .

Para encontrar as coordenadas de p_c basta calcular o escalar s . Isto é feito substituindo o primeiro ($n_c^T p_c = d_c$) pelo segundo termo ($p_c = p_r + s n_c$) da Equação 53, como segue (DRESCH e dos SANTOS, 2015):

$$\begin{cases} s = d_c - n_c^T p_r \\ p_c = p_r + (d_c - n_c^T p_r) n_c \end{cases} \quad (54)$$

Finalmente, admitindo que haja um conjunto de linhas retas (l_r e l_v), pontos (p_r e p_c) e planos (n_r e n_c) correspondentes em \aleph' e \beth' , explorando a ideia de dissociação dos parâmetros R e t , o modelo híbrido proposto neste trabalho para estimativa de R visa minimizar, conjuntamente, a soma da distância entre primitivas do tipo linha, ponto e plano. Seu desenvolvimento é feito como segue:

Seja $\bar{p}_r = \frac{1}{N} \sum_i p_r^i$ o centroide de n_r e $\bar{p}_c = \frac{1}{N} \sum_j p_c^j$ o centroide de n_c para π_r e π_c correspondentes, a função a ser minimizada por MMQ do parâmetro R para a abordagem ponto-a-ponto, é dada por:

$$\sum_i \|(p_c - \bar{p}_c) - R(p_r - \bar{p}_r)\|^2 \quad (55)$$

sendo N o número de planos correspondentes.

Agora, seja $n_c = [n_x \ n_y \ n_z]^T$ o vetor normal unitário do plano $\pi_c \in \beth'$, com $n_x \ n_y \ n_z$ as componentes do vetor n_c no sistema de coordenadas da nuvem de pontos \beth' , a função a ser minimizada por MMQ de R do vetor normal $n_r \in \aleph'$ (nuvem de pontos de referência) para o vetor normal ~~diretor~~ n_c , para a abordagem plano-a-plano, é dada por:

$$\sum_j \|n_c - R n_r\|^2 \quad (56)$$

De modo análogo, seja $l_c = [l_x \ l_y \ l_z]^T$ o vetor diretor do linha reta $r(g)_c \in \beth'$, a função a ser minimizada por MMQ do parâmetro R do vetor diretor $l_r \in \aleph'$ (nuvem de pontos de referência) para o vetor diretor l_c , na abordagem reta-a-reta é dada por:

$$\sum_k ||l_c - Rl_r||^2 \quad (57)$$

Desta forma, para estimar o parâmetro R são combinadas as Equações 55, 56 e 57, como segue:

$$\sum_i ||(p_c - \bar{p}_c) - R(p_r - \bar{p}_r)||^2 + \sum_j ||n_c - Rn_r||^2 + \sum_k ||l_c - Rl_r||^2 = \min \quad (58)$$

Desenvolvendo a primeira expressão da Equação 58 tem-se:

$$\sum_i ||(p_c - \bar{p}_c) - R(p_r - \bar{p}_r)||^2 = \sum_i (p_c - \bar{p}_c) - R \sum_i (p_r - \bar{p}_r) \quad (59)$$

$$R \sum_i (p_r - \bar{p}_r) = \sum_i (p_c - \bar{p}_c) \quad (60)$$

$$R = \sum_i (p_c - \bar{p}_c)(p_r - \bar{p}_r)^T \quad (61)$$

Desenvolvendo a segunda expressão da Equação 58 tem-se:

$$\sum_j ||n_c - Rn_r||^2 = 0 \quad (62)$$

$$\sum_j n_c - R \sum_j n_r \quad (63)$$

$$R \sum_j n_r = \sum_j n_c \quad (64)$$

$$R = \sum_j n_c n_r^T \quad (65)$$

Desenvolvendo a terceira expressão da Equação 58 tem-se:

$$\sum_j ||l_c - Rl_r||^2 = 0 \quad (66)$$

$$\sum_j l_c - R \sum_j l_r \quad (67)$$

$$R \sum_j l_r = \sum_j l_c \quad (68)$$

$$R = \sum_j l_c l_r^T \quad (69)$$

Rearranjando a Equação 58, após o desenvolvimento matemático, representado pelas Equações 61, 65 e 69, em forma de uma matriz H de dimensão 3×3 , tem-se:

$$H = \sum_i (p_c - \bar{p}_c)(p_r - \bar{p}_r)^T + \sum_j n_c n_r^T + \sum_k l_c l_r^T \quad (70)$$

Substituindo o segundo termo da Equação 54 na Equação 70, tem-se:

$$H = \sum_i ([p_r + (d_c - n_r^T p_r) n_c] - \bar{p}_c) (p_r - \bar{p}_r)^T + \sum_j n_c n_r^T + \sum_k l_c l_r^T \quad (71)$$

A Equação 71 descreve o modelo híbrido proposto neste trabalho para a etapa de orientação relativa de pares de nuvens de pontos 3D, no qual a matriz H (representa os parâmetros da rotação R a ser estimado) pode ser obtida via SVD. Sendo assim, $H = UDV^T$ e $D = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$, $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$ (valores singulares). Em suma, R pode ser obtido da seguinte forma, a saber:

$$R = U \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & \det(UV^T) \end{pmatrix} V^T \quad (72)$$

sendo \hat{R} os parâmetros de rotação estimado, UV^T são matrizes ortogonais $U_{m \times n}$ e $U_{n \times n}$. As colunas de V são construídas, a partir de um conjunto $\{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ de autovetores de $H^T H$ e são nomeados de vetores singulares a direita de H (STRANG, 2012).

As colunas de U são autovetores de HH^T e são nomeados de vetores singulares a esquerda da matriz H . Os elementos U são determinados por:

$$u_i = \frac{1}{\sigma_i} H v_i \quad (73)$$

A partir da estimativa de R e fixando sua solução, a estimativa do parâmetro de translação t é obtida como segue:

3.2.2.2 Modelo Híbrido Proposto para Estimativa do Vetor de Translação

Seja $p_c = [x \ y \ z]^T \in \mathfrak{C}'$, na ausência de erros sistemáticos, a transformação de corpo rígido 3D do ponto $p_r \in \mathfrak{R}'$ para o ponto p_c é dada por:

$$p_c = Rp_r + t \quad (74)$$

Na Equação 74 R representa a matriz de rotação, já estimada na etapa anterior, e t os parâmetros de translação a ser estimado. Desta forma, para o caso ponto-a-ponto, os parâmetros t podem ser estimados por MMQ da seguinte forma:

$$t = p_c - Rp_r \quad (75)$$

Como se sabe, a condição para que um ponto $p_c = [x \ y \ z]^T$ pertença ao plano π_c é expressa pela seguinte equação, a saber, (STEINBRUCH e WINTERLE, 2006):

$$n_c^T p_c = d_c \quad (76)$$

Desta forma, para o caso ponto-a-plano, o parâmetro t pode ser estimado por MMQ substituindo a Equação 74, como segue:

$$n_c^T (Rp_r + t) = d_c \quad (77)$$

$$n_c^T Rp_r + n_c^T t = d_c \quad (78)$$

$$n_c^T t = d_c - n_c^T Rp_r \quad (79)$$

Desta forma, para estimar os parâmetros t , são combinadas as Equações 75 e 79, como segue:

$$Q \|t - p_c - Rp_r\|^2 + \sum_j (n_c^T t + n_c^T Rp_r - d_c)^2 \quad (80)$$

sendo Q o número de pontos correspondentes e R a matriz de rotação estimada na etapa anterior.

Substituindo o segundo termo da Equação 54, tem-se:

$$Q \|t - ([p_r + (d_c - n_r^T p_r)n_c] - Rp_r)\|^2 + \sum_j (n_c^T t + n_c^T Rp_r - d_c)^2 \quad (81)$$

A Equação 81 é o modelo proposto neste trabalho para estimar t . Esta solução é definida por um sistema linear quando se tem três ou mais planos correspondentes não-paralelos entre si, a saber:

$$At = L_b \quad (82)$$

sendo t a estimativa do vetor translação, L_b o vetor das observações ($p_r + (d_c - n_r^T p_r)n_c - Rp_r$) e $(n_c^T Rp_r - d_c)$, o parâmetro R é fixado, e A denota a matriz das derivadas parciais em relação ao parâmetro t .

Fazendo algumas considerações matemáticas, a Equação 82 pode ser reescrita da seguinte forma, a saber:

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} t = \begin{pmatrix} L_{b1} \\ L_{b2} \end{pmatrix} \quad (83)$$

$$A_1 = QI_3 \quad (84)$$

$$L_{b1} = Q([p_r + (d_c - n_r^T p_r)n_c] - Rp_r) \quad (85)$$

$$A_2 = \begin{pmatrix} (n_c^T)_1 \\ \vdots \\ (n_c^T)_N \end{pmatrix} \quad (86)$$

$$L_{b2} = \begin{pmatrix} (n_c^T Rp_r - d_c)_1 \\ \vdots \\ (n_c^T Rp_r - d_c)_N \end{pmatrix} \quad (87)$$

sendo I_3 a matriz identidade 3×3 , A_1 e L_{b1} desaparecem se o número de pontos correspondentes Q for zero, enquanto A_2 e L_{b2} desaparecem se o número de planos correspondentes N for zero. Desta forma, a solução da Equação 82 pelo MMQ é obtida como segue:

$$t = (A^T A)^{-1} A^T L_b \quad (88)$$

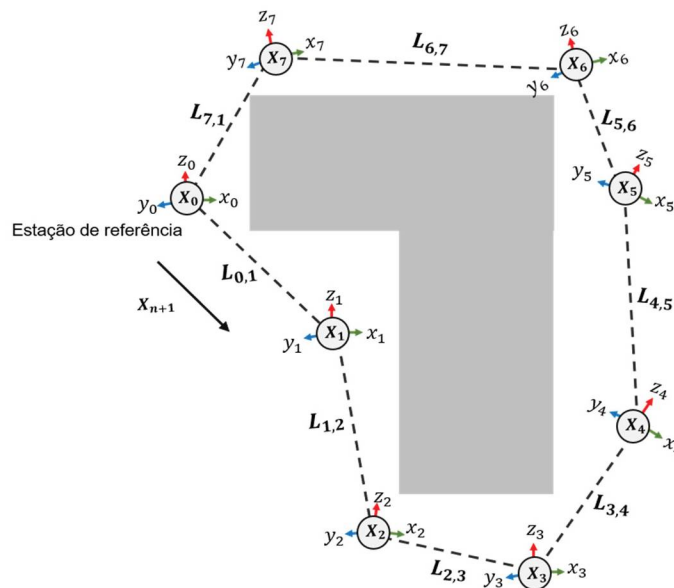
Na Equação 88, não há necessidade de valores iniciais aproximados para estimar t , visto que o modelo de estimativa é linear.

3.2.3 Modelo Híbrido Proposto para Ajustamento Sequencial de Nuvens de Pontos

A etapa de orientação relativa de pares de nuvens de pontos 3D, fornece a estimativa de R e t . Contudo, erros derivados do procedimento de estimativa dos parâmetros são frequentemente acumulados. A etapa de ajustamento sequencial de nuvens de pontos consiste em minimizar a influência dos erros aleatórios introduzidos em R e t durante a etapa de orientação relativa, uma vez que os erros residuais são eventualmente distribuídos no conjunto de dados.

Neste trabalho, a redistribuição global dos referidos erros é feita somente em função do parâmetro t de translação. Para isto, é proposto uma solução híbrida para ajustamento sequencial da posição relativa entre cada estação do SLT usando uma abordagem ponto-a-plano. Primeiramente, é necessário considerar que o parâmetro R será admitido como isento de erros, sendo fixado no problema. Esta consideração é feita aqui desde que seja admitido que o SLT seja devidamente nivelado em cada estação de posição, obtendo variações angulares muito pequenas, caso não ocorra o nivelamento, não há possibilidade de adotar esta proposta. Em seguida, é imprescindível salientar que os parâmetros t devem ser admitidos como observações a serem ajustadas (\hat{t}). Também vale salientar que, o ajustamento sequencial será formulado usando uma estrutura em grafo, como descrito em Lu e Milios (1997).

FIGURA 22 – EXEMPLO DE ESTRUTURA EM GRAFO FORMULADA PARA AJUSTAMENTO SEQUENCIAL DE NUVENS DE PONTOS 3D



FONTE: o autor (2019).

Na estrutura em grafo, cada $\Phi_i = [t_x \ t_y \ t_z]^T$ representa a estação de posição do SLT, denotado pelo vértice X_i com $i = 1, 2, \dots, n$, enquanto $\Phi_0 = [0 \ 0 \ 0]^T$ representa a posição do vértice X_0 , no qual será usado como origem do sistema de referência global a ser definido pelo processo de ajustamento sequencial. Como exemplo, a Figura 22 mostra um conjunto de vértices X_0, \dots, X_7 e arestas $L_1 = f(R, \hat{t}), \dots, L_8 = f(R, \hat{t})$ construídas, a partir da estação de posição do sensor e dos parâmetros de transformação (R, t) , obtidos na etapa de orientação relativa de pares de nuvens de pontos 3D, respectivamente. Desta forma, ao combinar um par de nuvens de pontos é obtida uma diferença $R\hat{t}$ entre duas estações X_i e $X_{j,0}$, como segue:

$$R\hat{t} = X_i - X_{j,0} \quad (89)$$

sendo R a matriz de rotação com valores fixos, nesta etapa do método, X_i referenciado ao vértice $X_{j,0}$ com valores de rotação e translação estimados na etapa anterior ($i, j = 1, 2, \dots, n$) e \hat{t} o vetor de translação a ser refinado.

Multiplicando a Equação 89 por $n^T R^T$, tem-se:

$$n^T R^T R\hat{t} = n^T R^T (X_i - X_{j,0}) \quad (90)$$

Como $R^T R = I$, então a Equação 90 é escrita da seguinte forma, a saber:

$$n^T \hat{t} = n^T R^T (X_i - X_{j,0}) \quad (91)$$

Substituindo a Equação 79 obtêm-se o modelo híbrido de ajustamento sequencial proposto neste trabalho, como segue:

$$d - n^T R p = n^T R^T (X_i - X_{j,0}) \quad (92)$$

sendo n^T o vetor normal ao plano π_j contido na nuvem de pontos representada pelo vértice X_j , d a distância da origem do sistema ao plano π_j na nuvem de pontos do

vértice X_j e p um ponto qualquer (centroide) de π_i , que está contido na nuvem de pontos com posição no vértice X_i , com $i = j = 1, 2, \dots, n$.

Note que a Equação 92 proposta é linear em relação às componentes de cada vértice (posição) X_1, X_2, \dots, X_n , uma vez que R é considerado como valor fixo, enquanto d , n^T e p são observações. Note também que, $(X_i - X_{j,0})$ representa as observações a serem ajustadas \hat{t} , na Equação 92. Então, desde que a posição $X_0 = [0 \ 0 \ 0]^T$ corresponde a origem do sistema de referência global adotado aqui, a solução de X_1, X_2, \dots, X_n é obtida pelo modelo paramétrico linear do MMQ, como segue:

$$L_b = AX + V \quad (93)$$

sendo L_b o vetor das observações, V o vetor de resíduos, X o vetor das medidas (posições das estações) a serem ajustadas, onde todas as posições X_1, X_2, \dots, X_n do SLT são concatenadas e A a matriz das derivadas parciais em relação às componentes de cada posição X_1, X_2, \dots, X_n , como segue:

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L_b \quad (94)$$

A seguir serão apresentados os experimentos e discussão dos resultados obtidos usando o método proposto neste trabalho.

4 EXPERIMENTOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Como prova de conceito do método híbrido de alinhamento de nuvens de pontos 3D, proposto neste trabalho, foi executado o perfilamento a LASER de um ambiente terrestre usando um SLT da fabricante FARO LS 800, com campo de visão de 360° na direção horizontal e 120° na direção vertical e com alcance máximo entre 15-400m. As especificações do equipamento se encontram na Tabela 1 (ver Subseção 3.1). Para o recobrimento completo da área de interesse, o SLT foi instalado em oito estações de observação diferentes (X_0, \dots, X_7), gerando oito pares de nuvens de pontos 3D com densidade de 5 pontos/m² ($D_1^0, D_2^1, \dots, D_0^1$ arestas), como mostra a Figura 23.

FIGURA 23 – ESTAÇÕES DE OBSERVAÇÃO DO SLT PARA LEVANTAMENTO DA ÁREA DE INTERESSE



FONTE: O autor (2019).

A área de interesse, mostrada na Figura 23, engloba a região do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Vale salientar que a sobreposição entre os pares de nuvens de pontos é em torno de 30% e a distância média entre o SLT e o objeto de interesse, em cada estação, é torno de 20 m.

Como descrito na Subseção 3.2, a primeira etapa do método proposto consiste em detectar e remover *outliers* nas nuvens de pontos, uma vez que a etapa de orientação relativa de pares de nuvens de pontos 3D é sensível à presença desses ruídos. Para avaliação do algoritmo de remoção de *outliers* foram realizados

experimentos com cada nuvem de pontos empregando um valor de $\bar{d} = 0,50$ cm e $\alpha = 0,10$. Os resultados podem ser observados na Tabela 1.

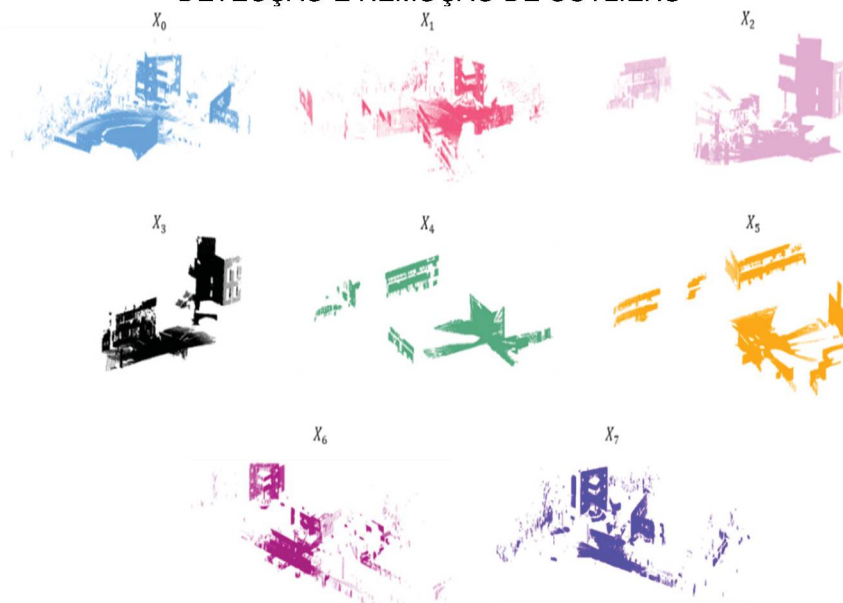
Tabela 1 – RESULTADO DA REMOÇÃO DE OUTLIERS

Nuvens	N° de pontos (dados brutos)	N° de pontos (Após processamento)
X_0	1.258.633	865.630
X_1	1.276.299	875.960
X_2	1.215.492	816.268
X_3	1.492.542	1.036.653
X_4	1.522.622	1.090.977
X_5	1.506.307	1.041.137
X_6	1.481.923	1.035.802
X_7	1.292.298	880.596

FONTE: O autor (2019).

Como pode ser notado na Tabela 1, antes da remoção dos *outliers* as nuvens de pontos apresentavam aproximadamente 1.500.000 pontos. Com o emprego da Equação 8 foram descartados da nuvem de pontos original em torno de 31% dos pontos. Basicamente, esta etapa do método procura remover da amostra todos os pontos fora do intervalo $\mu_k \pm \alpha \cdot \sigma_k$. Neste trabalho, os valores assumidos para as variáveis \bar{d} e α foram determinadas empiricamente, sendo aqueles que melhor representaram a amostragem esperada do objeto na superfície. A Figura 24 mostra as nuvens de pontos 3D sem a presença de *outliers*.

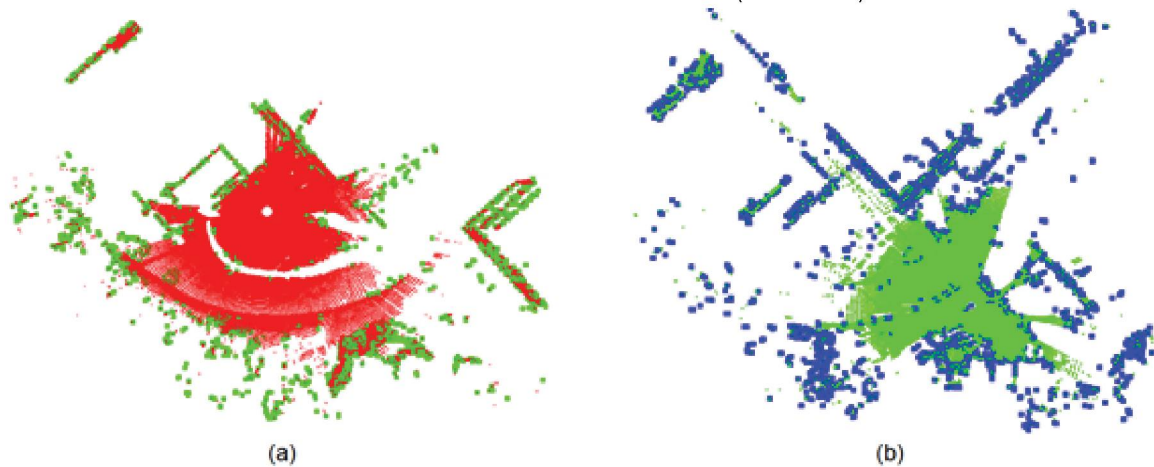
FIGURA 24 – NUVENS DE PONTOS REMANESCENTES APÓS O EMPREGO DO ALGORITMO DE DETECÇÃO E REMOÇÃO DE OUTLIERS



FONTE: O autor (2019).

A segunda etapa do método proposto neste trabalho consiste em encontrar valores iniciais aproximados entre cada par de nuvens de pontos. Como descrito anteriormente, esta abordagem de estimativa de valores iniciais é feita através da combinação do algoritmo SIFT3D com o algoritmo PFH. Para o desempenho do algoritmo SIFT3D é necessário determinar valores limiares para as seguintes variáveis: escala mínima, número de oitavas e número de oitavas por escala. Já a performance do algoritmo PFH é afetada pelo tamanho do raio de vizinhança (sv_i). A Figura 25 mostra pontos extremos (pontos verdes e azuis) detectados na nuvem de pontos 3D de referência e de pesquisa, respectivamente. Como pode ser observado, os pontos extremos representam pontos de borda e variações suaves e abruptas da superfície.

FIGURA 25 – PONTOS EXTREMOS 3D: (a) PONTOS EXTREMOS 3D DETECTADOS NA NUVEM DE PONTOS DE REFERÊNCIA (EM VERDE); (b) PONTOS EXTREMOS 3D DETECTADOS NA NUVEM DE PONTOS DE DESTINO (EM AZUL)



FONTE: o autor (2019).

A Tabela 2 mostra três experimentos realizados com diferentes valores limiares para cada uma das variáveis supracitadas.

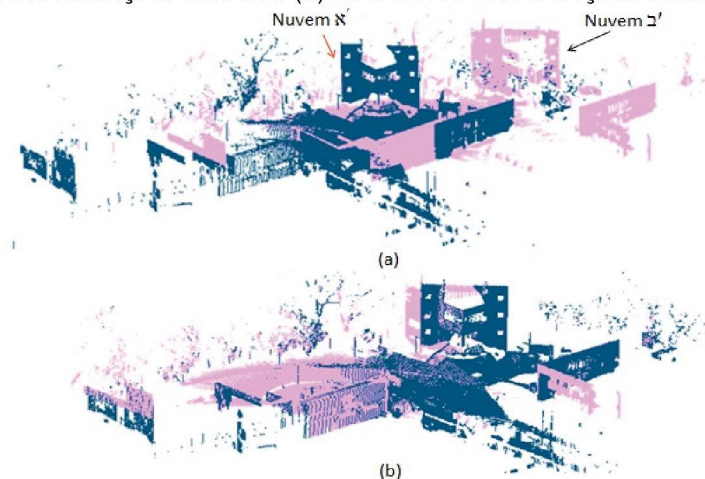
TABELA 2 – VALORES LIMIARES DAS VARIÁVEIS DO ALGORITMO SIFT3D E NÚMERO MÉDIO DE PONTOS EXTREMOS EM CADA PAR DE NUVENS DE PONTOS

Escala Mínima	Número de oitavas	Número de oitavas por escala	sv_i	Número de pontos extremos	Número de correspondências
0,05	6	4	1,0 cm	3009	504
0,005	8	6	5,0 cm	1253	236
0,005	8	6	10,0 cm	67	52

FONTE: O autor (2019).

As variáveis apresentadas na Tabela 2 foram determinadas empiricamente. Essas variáveis são expressamente críticas para o desempenho do algoritmo SIFT3D+PFH, uma vez que o cálculo dos atributos do descritor local depende do vetor normal do ponto extremo, obtido pelo algoritmo SIFT3D. Este vetor normal é determinado em função do ponto extremo e seus pontos vizinhos contidos em uma circunferência de raio sv_1 . O valor da variável sv_i deve ser maior quanto maior a quantidade de pontos e ruídos presentes na nuvem de pontos. No entanto, quanto menor o valor de sv_1 melhor definido é o vetor normal, evitando, desta forma, o emprego de pontos vizinhos que não representam a curvatura da superfície em que se encontra o ponto extremo. Conseqüentemente, os atributos do descritor local (calculados pelo PFH) serão melhores definidos e também deverão ser melhores representados pelo histograma resultante. Como resultado ter-se-á maior quantidade de correspondências verdadeiras estabelecidas e com melhor qualidade estatística. Outra consequência é a redução do tempo de processamento para calcular os atributos dos descritores, uma vez que a complexidade computacional será $O(\text{numero_pontos_vizinhos} \cdot \text{pontos_extremos}^2)$. Em termos práticos, esta etapa do método resultou maior desempenho em termos de estabilidade e estabelecimento de correspondências verdadeiras usando os valores das variáveis apresentados na segunda linha da Tabela 3. A Figura 26 mostra o resultado obtido com a estratégia proposta, para aproximação inicial de um par de nuvens de pontos 3D.

FIGURA 26 – RESULTADO DA APROXIMAÇÃO INICIAL ENTRE \mathcal{N} E \mathcal{N}' . (a) ANTES DA APROXIMAÇÃO INICIAL. (b) APÓS A APROXIMAÇÃO INICIAL.



FONTE: o autor (2019).

Na Figura 26a pode ser observado o par de nuvens de pontos antes da estimativa dos parâmetros iniciais \mathbf{F} e \mathbf{b} . Na Figura 26b é mostrado o par de nuvens de pontos concatenado em um sistema de referência local e com boa aproximação inicial depois de aplicada a transformação inversa da Equação 48, cujo objetivo é transformar todos os pontos de \mathcal{C}' para \mathcal{X}' usando os valores dos coeficientes \mathbf{F} e \mathbf{b} obtidos com o algoritmo SIFT3D+PFH.

Como descrito anteriormente, os parâmetros de orientação relativa R e t não são estimados nesta etapa do método. Na prática, é feito apenas uma aproximação inicial entre os pares de nuvens de pontos. Tal solução propicia robustez do modelo híbrido de correspondência proposto quanto à variação de mudança de ponto de vista, uma vez que a sobreposição entre os pares de nuvens de pontos é de apenas 30%, e evita o problema de convergência do algoritmo em pontos que não são de máximo ou mínimo local na estimativa de R e t .

A terceira etapa do método proposto consiste em estimar os parâmetros de orientação relativa (R e t) usando o modelo híbrido de correspondência linha-a-linha/plano-a-plano. Primeiramente, é executado o processo de segmentação de planos a partir do algoritmo RANSAC. Nesse trabalho considerou-se pontos pertencentes ao plano, aqueles que apresentassem distância inferior a 2.0 cm em relação ao plano analisado em um processo de 1000 iterações. A Tabela 3 apresenta o número de planos obtidos, no processo de segmentação.

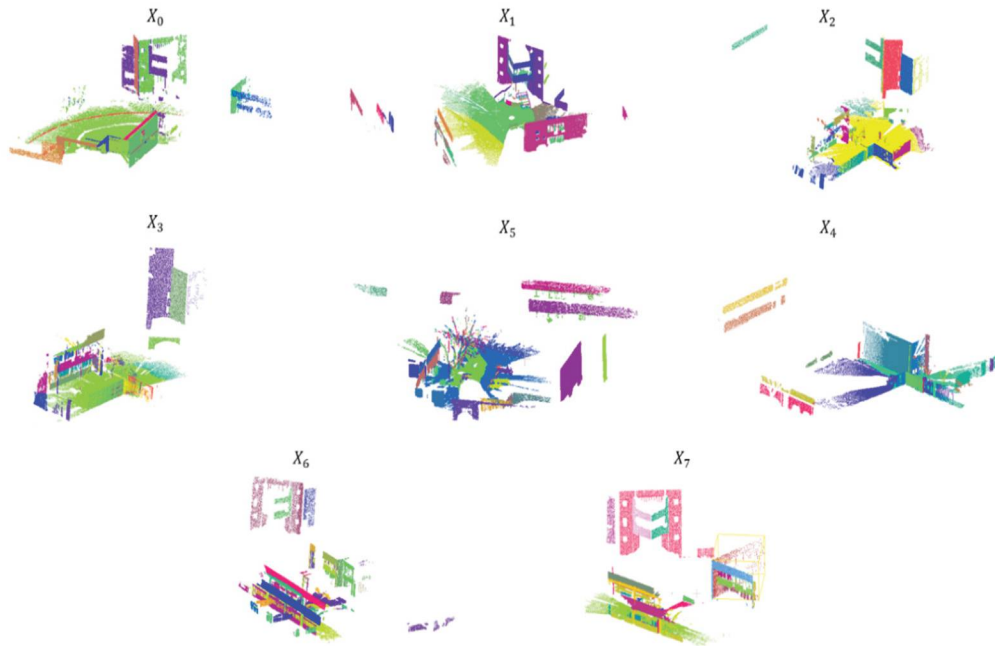
Tabela 3 – RESULTADOS DA SEGMENTAÇÃO DE PLANOS

Nuvens de Pontos 3D	N° de planos
X_0	50
X_1	70
X_2	59
X_3	58
X_4	40
X_5	90
X_6	70
X_7	60

FONTE: O autor (2019).

A Figura 27 mostra os planos segmentados em cada nuvem de pontos.

FIGURA 27 - PLANOS SEGMENTADOS USANDO O ALGORITMO RANSAC



FONTE: O autor (2019).

Como pode ser observado na Tabela 4, a nuvem de pontos X_5 apresentou o maior número de planos segmentados, porém visualmente pode ser observado que grande parte dos planos foram extraídos de regiões com alta densidade de vegetação, devendo-os ser descartados do processo de estabelecimento de correspondências, avaliando uma quantidade mínima de pontos. Observa-se também que, em todas as nuvens de pontos os planos referentes ao solo não foram segmentados como um único plano. Isto pode ser explicado devido à topografia irregular das cenas perfiladas.

Considerando que um conjunto de planos é extraído em \aleph' (nuvem de referência) e em \beth' (nuvem de pesquisa), com seus valores de $n_i = [n_x \ n_y \ n_z]^T$ e d_i , bem como seus respectivos centroides (x_c, y_c, z_c) , como descrito na Subseção 2.3.1, o método de orientação relativa entre pares de nuvens de pontos 3D, proposto neste trabalho, é dividido em duas partes. Na primeira parte desta etapa, o algoritmo estabelece a correspondência automática entre linhas retas usando as Equações 49-51 e os valores do raio de busca por vizinhança (lv) e da distância (ld) entre o centroide de π_r e seus planos vizinhos π_v , bem como os valores de limiares $Thre_{ang}$ (limiar angular), $Thre_{dist}$ (limiar de distância) e $Thre_{dif}$ (limiar de diferença de comprimento da reta). Na segunda parte desta etapa, o algoritmo encontra a correspondência entre os planos extraídos em \aleph' e \beth' usando as Equações 52-54 e o

valor de limiar do ângulo θ . Os valores de limiar e das variáveis supracitadas, assim como o número de linhas retas correspondentes e planos correspondentes, são apresentados na Tabela 4.

TABELA 4 – VALORES DAS VARIÁVEIS PARA ESTABELECIMENTO AUTOMÁTICO DE LINHAS RETAS E PLANOS USANDO O MÉTODO PROPOSTO

Limiares/Variáveis		Pares de Nuvens de Pontos	Número de linhas correspondentes	Número de planos correspondentes
lv	5,0 cm	$X_1 - X_0$	12	27
ld	10,0 cm	$X_2 - X_1$	9	38
$Thre_{ang}$	1,5 °	$X_3 - X_2$	10	19
$Thre_{dist}$	5,0 cm	$X_4 - X_3$	7	11
$Thre_{dif}$	5,0 cm	$X_5 - X_4$	9	12
θ	1,5 °	$X_6 - X_5$	8	16
		$X_6 - X_7$	14	48
		$X_7 - X_0$	10	39
		$X_3 - X_0$	14	17
		$X_2 - X_0$	17	22
		$X_7 - X_5$	7	15

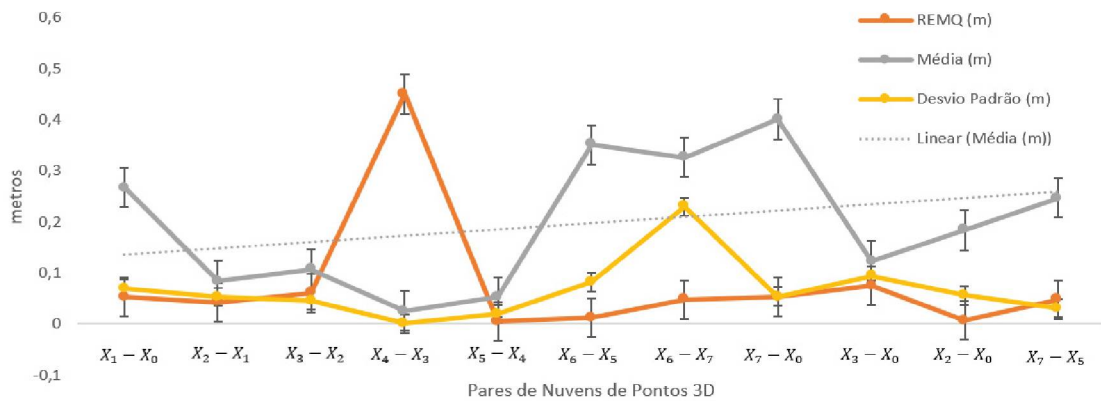
FONTE: O autor (2019).

Como pode ser observado na Tabela 4, para cada par de nuvens de pontos 3D foi estabelecido um número de correspondências linha-a-linha e plano-a-plano maior que o grau de liberdade exigido para aplicação dos critérios de otimização dos parâmetros obtidos pelo MMQ. Conseqüentemente, R e t são estimados usando o modelo híbrido proposto como apresentado nas Equações (71) e (81) de forma dissociativa, isto é, primeiro é estimado o valor de R usando SVD e depois o valor de t é estimado usando o MMQ. Vale salientar que o número de centroides correspondentes é igual ao número de planos correspondentes em cada par de nuvens de pontos.

Para analisar estatisticamente os resultados obtidos com o método proposto para orientação relativa de pares de nuvens de pontos foi calculado o erro de verificação. O erro de verificação é representado pela média absoluta e pelo desvio padrão da distância entre o centroide dos pontos pertencentes a um determinado plano em \mathcal{C}' e seu plano correspondente na nuvem \mathcal{X}' , após a estimativa de R e t . Com a finalidade de verificar a precisão de R e t , também foi calculada a raiz do erro médio quadrático (REMQ) dos resíduos das distâncias dos planos à origem do sistema de referência local de cada par de nuvens de pontos. A Figura 28 apresenta os erros de

verificação (média e desvio padrão) e a REMQ dos resíduos das distâncias dos planos à origem do sistema local.

Figura 28 - ESTATÍSTICA DOS RESULTADOS OBTIDOS COM O MODELO HÍBRIDO PARA A ORIENTAÇÃO RELATIVA DOS PARES DE NUVENS DE PONTOS



FONTE: O autor (2019)

Como pode ser observado na Figura 28, a orientação relativa do par de nuvens de pontos $x_4 - x_5$ produziu o resultado de pior acurácia, devido a geometria dos planos e linhas, uma vez que o REMQ dos resíduos dos parâmetros das distâncias dos planos à origem foi de 0,45 m. Como pode ser observado na Figura 28, os valores da média da distância entre o centroide dos pontos pertencentes a um determinado plano em \mathcal{C}' e seu plano correspondente na nuvem \mathcal{X}' , após a estimativa de R e t , mostram tendência sistemática no resultado (ver linha reta pontilhada em cinza). Isto pode ser explicado pelo acúmulo de erros sistemáticos produzidos pelo sensor durante a etapa de aquisição dos dados e pela inserção de erros aleatórios no processo de estimativa dos parâmetros. O acúmulo desses erros provoca erros de fechamento, resultando na nuvem de pontos 3D com baixo grau de confiabilidade.

Minimizar a influência dos erros aleatórios introduzidos em R e t consiste em redistribuir os erros residuais ao longo do conjunto de dados. Neste trabalho é proposta uma solução híbrida para o ajustamento sequencial da posição relativa entre cada estação do SLT usando uma abordagem ponto-a-plano (ver Equação 99). Vale lembrar que R é fixado nesta etapa do método e somente os valores de t são refinados.

Para avaliar a acurácia absoluta dos resultados obtidos com o método proposto, cada estação de posição do sensor SLT foi levantada usando uma estação

total *Leica* TC2002, apresentando acurácia angular de $\pm 5''$ e linear de $\pm (1 \text{ mm} + 1 \text{ ppm})$. As discrepâncias entre os vértices SLT e os vértices TC2002 foram calculadas, bem como a média das discrepâncias, o desvio-padrão da média das discrepâncias e a sua REMQ. É importante salientar que a posição do SLT, obtida na etapa de orientação relativa dos pares de nuvens de pontos 3D, é diretamente comparada com a posição do SLT obtida no levantamento topográfico. A Tabela 5 mostra as discrepâncias para cada vértice (ou par) do SLT calculado antes e depois da etapa de ajustamento sequencial das nuvens de pontos.

TABELA 5 – VALORES RESULTANTES DE DISCREPÂNCIA ENTRE SLT E TC2002 ANTES E APÓS O AJUSTAMENTO SEQUENCIAL DAS NUVENS DE PONTOS 3D

Estações de Observação	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7
Discrepância antes do ajustamento sequencial (m)	0,310	0,370	0,300	0,270	0,157	0,126	0,529	0,466
Discrepância depois do ajustamento sequencial (m)	0,079	0,072	0,083	0,031	0,064	0,058	0,075	0,052

FONTE: O autor (2019).

Na Tabela 5 a discrepância posicional das nuvens de pontos 3D é, após a etapa de ajustamento sequencial, em média inferior a 8,0 cm. Embora as comparações não incluam diretamente as rotações (R), pode ser assumido que perfilamentos com erros posicionais de baixa magnitude também produzem erros rotacionais de baixa magnitude. Esta afirmação está embasada nas próprias características do sensor SLT que contém um FOV (*Field-of-View*) de 360° propiciando pequenas mudanças de variação rotacional na cena. A Tabela 6 mostra a REMQ da média das discrepâncias para cada vértice de estação do sensor.

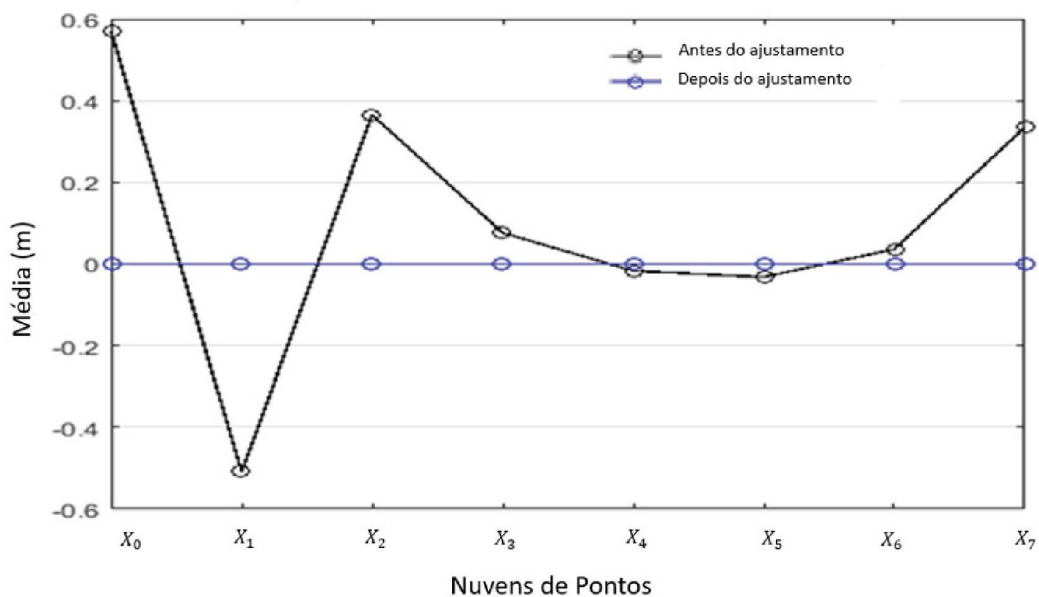
TABELA 6 – OS VALORES DO DESVIO PADRÃO DA MÉDIA DAS DISCREPÂNCIAS ENTRE SLT E TC2002 ANTES E APÓS O AJUSTAMENTO SEQUENCIAL DAS NUVENS DE PONTOS 3D

Estações de Observação	X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7
REMQ antes do ajustamento sequencial (m)	0,013	0,021	0,073	0,156	0,065	0,096	0,014	0,040
REMQ depois do ajustamento sequencial (m)	0,003	0,002	0,004	0,009	0,004	0,005	0,001	0,002

FONTE: O autor (2019).

A Tabela 7 mostra que a etapa de ajustamento sequencial é capaz de propiciar um modelo 3D globalmente consistente e acurado, tendo em vista que o grau de confiabilidade posicional encontrado é melhor que 9 mm. Analisando as Tabelas 4 e 6, quanto maior o número de primitivas (ou feições) empregadas na abordagem híbrida proposta, melhor a acurácia posicional das estações SLT. Vale salientar que, a porcentagem de sobreposição entre os pares de nuvens de pontos, usado neste trabalho (em torno de 30%), é menor que o realizado na prática (~ 60% – 70%). No entanto, foi possível construir três injunções de erro de fechamento (X_2-X_0 , X_3-X_0 , X_5-X_7). Esta informação geométrica (injunção de erro de fechamento) é essencial para melhorar a consistência global da etapa de ajustamento sequencial, como demonstrado nos resultados encontrados nas Tabelas 5 e 6. A Figura 29 mostra a média das distâncias ponto-a-plano antes e depois do ajustamento sequencial das nuvens de pontos 3D.

FIGURA 29 – MÉDIA DAS DISTÂNCIAS PONTO-A-PLANO ANTES E DEPOIS DO AJUSTAMENTO SEQUENCIAL DAS NUVENS DE PONTOS 3D



FONTE: O autor (2019).

Como pode ser observado na Figura 29, a média das discrepâncias entre o SLT e o TC2002, depois da etapa de ajustamento sequencial das nuvens de pontos, é próxima de 0 (zero). Isto mostra que a etapa de ajustamento sequencial redistribuiu, uniformemente, os erros residuais na amostra de dados eliminando a tendência sistemática.

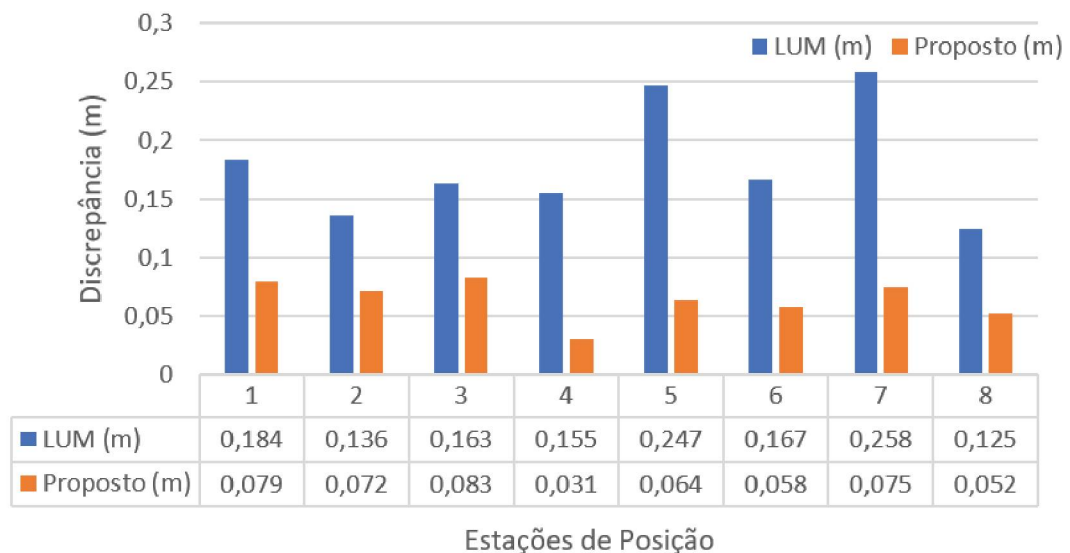
Para avaliar a contribuição do método proposto neste trabalho com relação

aos métodos existentes a literatura, foi realizado um experimento de comparação entre os resultados obtidos com o método de alinhamento proposto e os resultados obtidos com o método de Lu e Milios (1997) – Método de LUM. Para isto, foi realizado a seguinte sequência de experimentos:

- 1) Levantamento topográfico das coordenadas planimétricas das estações de observação do sensor SLT usando a estação total TC2002;
- 2) Aplicado o método de alinhamento de nuvens de pontos 3D proposto;
- 3) Aplicado o método LUM para alinhamento de nuvens de pontos 3D.

Vale notar que as coordenadas planimétricas das estações de observação do sensor SLT obtidas com a estação total, foram transformadas para o sistema de referência global do modelo 3D globalmente consistente do ambiente perfilado obtido com o método proposto e com o método de LUM. A Figura 30 mostra a discrepância posicional resultante entre os vértices levantados com o TC2002 e os valores obtidos pelo método LUM e pelo método proposto.

FIGURA 30 – DISCREPÂNCIAS POSICIONAL ENTRE OS VÉRTICES LEVANTADOS COM A TC2002 E OS VALORES OBTIDOS COM O MÉTODO DE LUM E O PROPOSTO



FONTE: O autor (2019).

A Figura 30 revela que as discrepâncias calculadas entre o método proposto e a TC2002 se encontram na ordem dos centímetros. Já para o método de LUM, as discrepâncias estão na ordem dos decímetros. O método proposto apresenta melhor acurácia que o método de LUM devido aos seguintes fatos (1) a correspondência de superfícies planas é mais estável que a correspondência de pontos, (2) superfícies

planas são facilmente encontradas em ambientes antrópicos, (3) os planos são menos influenciados por ruídos, (4) é robusto à situações com baixa sobreposição entre pares de nuvens de pontos 3D, e (5) não depende da amostragem (ou nível de detalhes) dos dados. A Figura 31 mostra o modelo 3D globalmente consistente e acurado, obtido com o método proposto.

FIGURA 31 – MODELO 3D GLOBALMENTE CONSISTENTE CONSTRUÍDO COMO MÉTODO PROPOSTO



FONTE: O autor (2019).

A seguir serão apresentados as conclusões e recomendações para trabalhos futuros.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Neste trabalho é proposto um método para alinhamento de nuvens de pontos 3D usando uma abordagem híbrida. Três principais contribuições são discutidas. Primeiro, o método proposto encontra valores aproximados entre pares de nuvens de pontos 3D usando uma combinação do algoritmo SIFT3D e PFH evitando um processo iterativo. Em seguida, diferente de outras abordagens encontradas em literaturas específicas, o método proposto obtém linhas retas, pontos e planos, os quais são empregados para estimar os parâmetros de orientação relativa (R e t) entre os pares de nuvens de pontos. Finalmente, a posição do SLT é refinada usando um ajustamento sequencial de nuvens de pontos baseado em um modelo híbrido e estrutura em grafo. Para avaliar a potencialidade do método proposto foram conduzidos experimentos usando dados derivados do SLT no modo estático de uma área urbana. À luz dos resultados obtidos com o método proposto, as conclusões são apresentadas a seguir.

5.1 CONCLUSÕES

As seguintes conclusões são apresentadas após a análise dos resultados obtidos com o emprego do método proposto neste trabalho:

- a) Cálculo de valores aproximados entre pares de nuvens de pontos

Esta etapa do método é essencial para evitar dois problemas: o algoritmo ICP é fortemente propenso a convergir para pontos que não são mínimos locais, principalmente, quando não há sobreposição longitudinal suficiente entre o par de nuvens de pontos (> 70%) e quando a quantidade de pontos presentes na nuvem de pontos é muito densa. Na prática é usado um valor de sobreposição acima de 70%, visto que o algoritmo ICP não converge. Isto implica em alto custo operacional e alto custo computacional no processamento dos dados. Propositamente, neste trabalho, foi usado 30% como valor de sobreposição longitudinal. O problema supracitado é investigado sob a óptica de encontrar valores aproximados usando a combinação SIFT3D+PFH, cuja finalidade é oferecer uma solução que ajude a reduzir o custo operacional, uma vez que um menor número de estações de observação será

necessário para recobrir complemente o objeto de interesse. Usando o mesmo raciocínio, pode-se considerar a redução do tempo de processamento dos dados e maior velocidade na entrega do projeto na aplicação.

Em suma, esta etapa do método é essencial para o alto desempenho da etapa de orientação relativa de pares de nuvens de pontos, desde que a principal fonte de falhas na etapa supracitada é a inexistência de valores iniciais aproximados. Neste trabalho, a combinação SIFT3D+PFH foi capaz de propiciar aproximações suficientemente adequadas para a estimativa dos parâmetros de orientação relativa, como pode ser notado na Figura 25.

b) Orientação relativa dos pares de nuvens de pontos

A principal novidade desta etapa do método é a proposta de um modelo híbrido capaz de combinar em uma função pontos, linhas retas e planos. Embora o modelo híbrido proposto para estimativa dos parâmetros de orientação relativa seja iterativo e a massa de dados ser drasticamente reduzida para centroides, linhas retas e planos, o algoritmo converge rapidamente para um mínimo local, uma vez que boas aproximações são oferecidas na etapa anterior. É muito comum ocorrer falhas na estimativa dos parâmetros de orientação relativa, desde que estruturas repetitivas (padrões de fachada) estão presentes em cenas urbanas. Verificou-se que a falta de superfícies planas e feições lineares com diferentes orientações (verticais e horizontais) afetou o desempenho do método causando inconsistência na etapa de orientação relativa. Outra causa de inconsistência, nesta etapa, é a estimativa dos parâmetros de orientação feita em duas etapas. Neste caso, os erros aleatórios provenientes da estimativa das componentes de rotação são propagados para a estimativa do parâmetro de translação.

A acurácia dos parâmetros de orientação relativa depende da proximidade dos objetos em relação à estação de posição do SLT, uma vez que a precisão dos pontos se deteriora à medida que os mesmos se afastam da origem de sua projeção. O SVD não trata erros sistemáticos e aleatórios existentes nas nuvens de pontos e, por isso, fornece solução aproximada para as rotações. Como principal limitação, o modelo híbrido proposto para orientação relativa de pares de nuvens de pontos, pode apenas ser empregado em ambientes modificados pelo homem.

c) Ajustamento sequencial das nuvens de pontos 3D

A principal contribuição desta etapa do método é a proposta de um modelo híbrido para refinamento das estações de observação do SLT em um sistema de referência global usando uma abordagem ponto-a-plano (híbrida). Como forma de checar a potencialidade do método proposto em relação aos métodos existentes na literatura, foi feita uma comparação do método proposto com uma combinação do algoritmo ICP com o método proposto por Lu e Miliós (1997), para ajustamento sequencial de nuvens de pontos 3D, também conhecido como método de LUM. Considerando que a abordagem usada no método de LUM é iterativa e baseada em um modelo de correspondência ponto-a-ponto, o método proposto neste trabalho tem as seguintes vantagens: (1) é robusto a *outliers*; (2) é independente da massa de dados; (3) a etapa de correspondência entre as primitivas é mais estável; e (4) apresenta melhor acurácia, desde que os planos não estejam em configurações deficientes.

Com a porcentagem de sobreposição longitudinal usada no levantamento entre os pares de nuvens de pontos 3D (<40%) foi possível construir três injunções de erro de fechamento ($X_2 - X_0$, $X_3 - X_0$, $X_5 - X_7$), como mostra na Figura 20, que são causadas devido às inconsistências obtidas na etapa anterior (orientação relativa). Esta informação geométrica (injunção de erro de fechamento) é essencial para melhorar a consistência global da etapa de ajustamento sequencial. Em outras palavras, a injunção de erro de fechamento serve para fortalecer a geometria do bloco de nuvens de pontos no processo de ajustamento de observações, como demonstrado nos resultados encontrados na Tabela 6. Considerando os resultados obtidos, pode-se concluir que o método proposto é adequado para produzir um modelo 3D globalmente consistente e acurado de áreas urbanas perfiladas com o SLT, no modo estático. A principal desvantagem desta etapa do método é a necessidade das tarefas de extração e segmentação de planos.

5.2 RECOMENDAÇÕES

A partir deste trabalho são feitas as seguintes recomendações para trabalhos

futuros:

- a) Investigar a inclusão de ponderações nas observações para as etapas de orientação relativa e ajustamento sequencial de nuvens de pontos;
- b) Investigar um método para analisar a consistência da estimativa dos parâmetros de orientação relativa antes de iniciar a etapa de ajustamento sequencial dos dados;
- c) Adaptar o método proposto para nuvens de pontos derivadas de SLT, no modo dinâmico;
- d) Determinação automática de parâmetros para SIFT 3D + PFH;
- e) Uso de área mínima para descartar planos.

REFERÊNCIAS

- AIGER, D.; MITRA, N. J.; COHEN-OR, D. 4-Points Congruent Sets for Robust Pairwise Surface Registration. **ACM Transactions on Graphics**, v. 27, n. 3, p. 1, 2008.
- ARUN K. S.; HUANG T. S.; BLOSTEIN S. D. Least Square fitting of two 3-D point sets. **IEEE trans. Patt. Anal. Machine Intell.** v. PAMI-9, n. 95, p. 698-700, 1987.
- BERNARDINI, F.; RUSHMEIER, H. The 3D model acquisition pipeline. **Computer Graphics Forum**, v. 21, n. 2, p. 149–172, 2002.
- BESL, P.; MCKAY, N. A Method for Registration of 3-D Shapes. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 14, p. 239-256, 1992.
- BIRN, M., HOLTGREWE, M., SANDERS, P., Singler, J.: Simple and Fast Nearest Neighbor Search. In: 2010 **Proceedings of the Twelfth Workshop on Algorithm Engineering and Experiments**. p. 43–54, 2010.
- BOEHLER, W.; HEINZ, G.; MARBS, A. The Potential of Non-Contact Close Range Laser Scanners for Cultural Heritage Recording. **CIPA - International Symposium, Proceedings**. Potsdam, Germany – 2001.
- BORRMANN, D.; ELSEBERG, J.; LINGEMANN, K.; NÜCHTER, A.; HERTZBERG, J. Globally consistent 3D mapping with scan matching. **Robotics and Autonomous Systems**, v. 56, n. 2, p. 130–142, 2008.
- BUCH, A.G.; KRAFT, D. **Local point pair feature histogram for accurate 3D matching**. In: BMVC (2018)
- CHEN, Y.; MEDIONI, G. Object modeling by registration of multiple range images. **IEEE International Conference on Robotics and Automation Image**, 1991, Sacramento CA. p. 2724-2729. *Vision Comput.*, v. 10, p. 145-155, 1992.
- CHENG, L.; TONG, L.; LI, M.; LIU, Y. Semi-Automatic Registration of Airborne and Terrestrial Laser Scanning Data Using Building Corner Matching with Boundaries as Reliability Check. **Remote Sens**. 2013, 5, 6260-6283.
- DIEZ, Y.; MARTÍ, J.; SALVI, J. Hierarchical Normal Space Sampling to speed up point cloud coarse matching. **Pattern Recognition Letters**, v. 33, n. 16, p. 2127–2133, 2012.
- DRESCH, G.; SANTOS, D. R. **Avaliação automática da acurácia relativa de dados lidar aerotransportado**. *Bol. Ciênc. Geod.* [online]. 2015, vol.21, n.4, pp.730-749.
- FISCHLER, M. A; BOLLES, R. C. Random Sample Consensus: A Paradigm for Model Fitting with Applications to Image Analysis and Automated Cartography. **Communications of the ACM**, v. 24, n. 6, p. 381–395, 1981.
- GIBBINS, D. **3D Target Recognition Using 3-Dimensional SIFT or Curvature**

Keypoints and Local SPIN Descriptors. Defense Applications of Signal Processing. Kauai. 2009.

GRISSETTI, G.; KUMMERLE, R.; STACHNISS, C.; BURGARD, W. A tutorial on graph-based SLAM. **IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine**, v. 2, n. 4, p. 31–43, 2010.

HORN, B. K. P. Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions. **Journal of the Optical Society of America** vol. 4, p. 629–642, 1987.

IEZZI, G. **Fundamentos De Matemática Elementar. Geometria Analítica - Volume 7.** Ed Atual. 2006.

JI, Z.; SONG, M.; GUAN, H.; YU, Y. Accurate and robust registration of high-speed railway viaduct point clouds using closing conditions and external geometric constraints. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**, v. 106, p. 55–67, 2015.

KHOSHELHAM, K. Closed-form solutions for estimating a rigid motion from plane correspondences extracted from point clouds. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**, vol. 114, p. 78-91, 2016.

LU, F.; MILIOS, E. Globally consistent range scan alignment for environment mapping, **Autonomous Robots** 4, p 333–349; 1997.

LIU, M.; LI, X.; DEZERT, J.; LUO, C. (2015) **Generic object recognition based on the fusion of 2D and 3D SIFT descriptors**, Information Fusion (Fusion), 2015 18th International Conference on IEEE, pp. 1085–1092.

MAESSCHALCK R; JOUN-RIMBOUD D; R. DE; MASSART, D. L. The Mahalanobis distance. **Chemometrics and Intelligent Laboratory System**, p. 1-18, 2000.

MAJI, S.; BERG, A. C.; MALIK, J. **Classification using intersection kernel support vector machine is efficient.** In CVPR, 2008.

ODONE, F.; BARLA, A.; VERRI, A. Building kernels from binary strings for image matching. in **IEEE Transactions on Image Processing**, v 14, n 2, pp. 169-180, Feb. 2005.

PATHAK, K.; BIRK, A.; VASKEVICIUS, N.; et al. Online three-dimensional SLAM by registration of large planar surface segments and closed-form graph relaxation. **Journal of Field Robotics**, v. 27, n. 1, p. 52–84, 2010.

PAVAN, N. L.; DOS SANTOS, D. R. An automatic method for registration of terrestrial laser scanning data using planar surfaces. **Boletim de Ciências Geodésicas**, p. 572–589, 2015.

PAVAN, N. L.; DOS SANTOS, D.R. A Global Closed-Form Refinement for Consistent TLS Data Registration. **IEEE GEOSCIENCE AND REMOTE SENSING LETTERS**, v. 14, n. 7, p. 1131–1135, 2017.

PRESS, W.H.; TEUKOLSKY, S.A.; VETTERLING, W.T.; FLANNERY, B.P. **Numerical recipes in C: the art of scientific computing**. Cambridge University Press, Cambridge, U.K., 1992.

RABBANI T., DIJKMAN, S., HEUVEL, V. D.; VOSSSELMAN, G. "An Integrated Approach for Modelling and Global Registration of Point Clouds", **ISPRS journal of Photogrammetry and Remote Sensing**. Vol. 61, (2007), 355-370.

RUSINKIEWICZ, S.; LEVOY, M. Efficient variants of the ICP algorithm. 2001. **Proceedings of Third International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling. IEEE Computer Soc.**, p. 145-152.

RUSU, R. B.; BLODOW, N.; MARTON, Z. C.; BEETZ, M. PFH: Aligning Point Cloud Views using Persistent Feature Histograms. **Robotics and Autonomous Systems**, vol. 56, no. 11, p. 927-941, 2008a.

RUSU, R. B.; MARTON, Z. C.; BLODOW, N.; DOLHA, M.; BEETZ, M. Towards 3D Point cloud based object maps for household environments. **Robotics and Autonomous Systems**, v. 56, n. 11, p. 927-941, 2008b.

RUSU, R. B.; BLODOW, N.; BEETZ, M. Fast Point Feature Histograms (FPFH) for 3D registration. **2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation**, p. 3212-3217, 2009.

SHAN, J. TOOTH, C. **Topographic Laser Ranging and Scanning: Principles and Processing**, 2010.

STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. **Geometria analítica**. 2. ed. - São Paulo: Pearson Makron Books, 2006.

STEWART, J. **Cálculo: volume 2**. 5 ed. São Paulo: Thomson, 2006.

STRANG, G. **Álgebra Linear e suas aplicações**. Editora CENGAGE Learning, São Paulo, tradução da 4a edição norte-americana, 2012.

SWAIN, M. J.; BALLARD, D. H. Color indexing. **Proc. IJCV**. v 7. n 1 pp. 11-32, 1991.

THEILER, P. W.; WEGNER, J. D.; SCHINDLER, K. Keypoint-based 4-Points Congruent Sets - Automated marker-less registration of laser scans. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**, v. 96, p. 149-163, 2014.

THEILER, P. W.; WEGNER, J. D.; SCHINDLER, K. Globally consistent registration of terrestrial laser scans via graph optimization. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**, v. 109, p. 126-138, 2015.

UIJLINGS, J. R.; SANDE, K. E.; GEVERS, T.; SMEULDERS, A. W. Selective Search for Object Recognition. **International Journal of Computer Vision**, v. 104 n. 2, pp. 154-171, September 2013 [doi>10.1007/s11263-013-0620-5].

WEBER, T.; HÄNSCH, R.; HELLWICH, O. Automatic registration of unordered point clouds acquired by Kinect sensors using an overlap heuristic. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**, v. 102, p. 96–109, 2015.

WEI, C.; WU, T.; FU, H. Plain-to-plain scan registration based on geometric distributions of points. **IEEE International Conference on Information and Automation, ICIA 2015 - In conjunction with 2015 IEEE International Conference on Automation and Logistics**, , n. August, p. 1194–1199, 2015.