

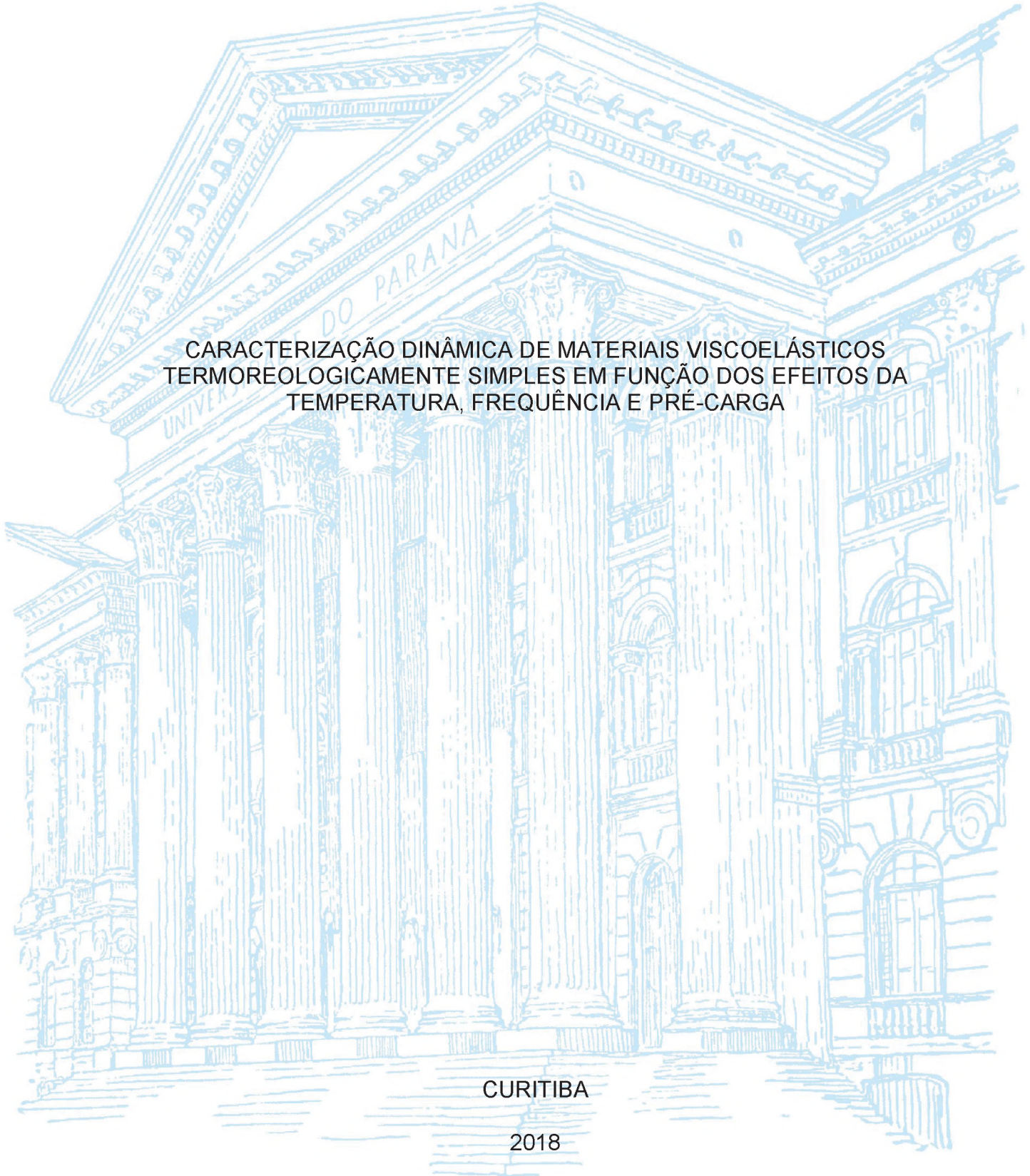
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

EDUARDO GREGORIO OLIENICK FILHO

CARACTERIZAÇÃO DINÂMICA DE MATERIAIS VISCOELÁSTICOS
TERMOREOLOGICAMENTE SIMPLES EM FUNÇÃO DOS EFEITOS DA
TEMPERATURA, FREQUÊNCIA E PRÉ-CARGA

CURITIBA

2018



EDUARDO GREGORIO OLIENICK FILHO

CARACTERIZAÇÃO DINÂMICA DE MATERIAIS VISCOELÁSTICOS
TERMOREOLOGICAMENTE SIMPLES EM FUNÇÃO DOS EFEITOS DA
TEMPERATURA, FREQUÊNCIA E PRÉ-CARGA

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, área de concentração Fenômenos de Transporte e Mecânica dos Sólidos, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como parte das exigências para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto Bavastri
Coorientador: Prof. Dr. Eduardo Márcio de Oliveira Lopes

CURITIBA

2018

Catálogo na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

F481c

Olienick Filho, Eduardo Gregorio

Caracterização dinâmica de materiais viscoelásticos termoreologicamente simples em função dos efeitos da temperatura, frequência e pré-carga / Eduardo Gregorio Olienick Filho. – Curitiba, 2018.

146 p. : il. color. ; 30 cm.

Tese - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, 2018.

Orientador: Carlos Alberto Bavastri – Coorientador: Eduardo Márcio de Oliveira Lopes.

Bibliografia: p. 119-125.

1. Materiais viscoelásticos. 2. Análise de frequência (Dinâmica). 3. Técnicas de otimização. 4. Otimização Matemática. I. Universidade Federal do Paraná. II. Bavastri, Carlos Alberto. III. Lopes, Eduardo Márcio de Oliveira. IV. Título.

CDD: 621.82

Bibliotecário: Elias Barbosa da Silva CRB-9/1894



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENGENHARIA
MECÂNICA

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA MECÂNICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **EDUARDO GREGORIO OLIENICK FILHO** intitulada: **CARACTERIZAÇÃO DINÂMICA DE MATERIAIS VISCOELÁSTICOS TERMOREOLOGICAMENTE SIMPLES EM FUNÇÃO DOS EFEITOS DA TEMPERATURA, FREQUÊNCIA E PRÉ-CARGA**, após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua Aprovação no rito de defesa. A outorga do título de doutor está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 07 de Março de 2018.

CARLOS ALBERTO BAVASTRI
Presidente da Banca Examinadora

JUCÉLIO TOMÁS PEREIRA
Avaliador Interno

EDUARDO AFONSO RIBEIRO
Avaliador Externo

VIVIANA COCCO MARIANI
Avaliador Externo

JOÃO ELIAS ABDALLA FILHO
Avaliador Externo

Dedico esse trabalho aos meus pais, já falecidos, Eduardo Gregorio Olienick e
Delige Appi Olienick

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, prof. Carlos Alberto Bavastri, pelas importantes orientações, sem as quais este trabalho não teria sido possível.

Ao prof. Eduardo Lopes, pelas importantes sugestões para a melhoria deste trabalho.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Paraná pelo apoio e compreensão.

Ao apoio financeiro da Agência Nacional do Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis - ANP – da Financiadora de Estudos e Projetos - FINEP – e do Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação - MCTI - por meio do Programa de Recursos Humanos da ANP para o Setor de Petróleo e Gás - PRH – ANP/MCTI bem como da Petrobrás.

Aos professores do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e do Programa de Pós-graduação em Métodos Numéricos em Engenharia pelas contribuições.

Aos colegas do LAVIBS (Laboratório de Vibrações e Sons) pelo companheirismo e, em particular, aos colegas Igor Fernando Rodrigues, Tiago Silva e Tiago Souza.

As nuvens mudam de posição, mas são sempre nuvens no céu. Assim devemos ser todo dia, mutantes, porém leais com o que pensamos e sonhamos; lembre-se, tudo se desmancha no ar, menos os pensamentos.

Paulo Beleki

RESUMO

O projeto de dispositivos viscoelásticos de controle de vibrações requer o conhecimento preciso das propriedades mecânicas dos materiais dos dispositivos empregados, face à influência destes no comportamento dinâmico dos dispositivos e da estrutura que se deseja controlar. Dentre as propriedades de interesse, podem-se citar os módulos de Young e de cisalhamento complexos. Um modelo matemático de uso consagrado na descrição do comportamento dinâmico em frequência de materiais viscoelásticos é baseado no emprego de derivadas fracionárias com quatro parâmetros. Ao modelo fracionário, no domínio da frequência, é adicionado o efeito da temperatura, com base no princípio da superposição frequência-temperatura, implementado através da equação conhecida como WLF - Williams-Landel-Ferry. Para considerar o efeito da pré-carga, é incorporada a teoria de Mooney-Rivlin para materiais hiperelásticos. São considerados materiais termoreologicamente simples, aqueles cujas respostas ao estímulo mecânico sob condição de temperatura transiente podem ser previstas a partir da resposta sob condições isotérmicas. Neste trabalho é proposta uma metodologia que se baseia na resolução de um problema inverso, usando um modelo experimental-numérico que combina as técnicas de otimização de algoritmos genéticos e algoritmo simplex de procura. O processo de otimização é conduzido até que seja normalizada a função objetivo definida pela soma dos erros quadráticos entre os valores experimentais e numéricos, esses obtidos por intermédio do modelo fracionário. Ao término da otimização, os parâmetros do modelo fracionário e os relativos à influência da temperatura e da pré-carga são conhecidos. Através de dados disponíveis, são obtidos gráficos representativos das propriedades desejadas, na forma de nomogramas. Esses nomogramas, no entanto, até então, só tem incluído as influências da frequência e da temperatura. A metodologia proposta é capaz de prever o comportamento dinâmico de materiais termoreologicamente simples em função da frequência, temperatura e deformação estática, simultaneamente. Os resultados mostram um ajuste bastante consistente entre modelos matemáticos e dados experimentais. É razoável afirmar que a proposta apresentada oferece uma abordagem válida para a caracterização de materiais viscoelásticos considerando os efeitos da frequência, temperatura e carregamento estático. É possível, portanto, construir nomogramas para diferentes condições de pré-carga com o intuito de serem utilizados em estudos e projetos de isolamento de vibrações em que a deformação estática pode provocar mudanças comportamentais, que não podem ser desconsideradas.

Palavras-chave: Materiais Viscoelásticos. Caracterização Dinâmica Integrada. Efeito de pré-carga. Derivadas Fracionárias. Técnica de Otimização Não-Linear (TONL).

ABSTRACT

The design of viscoelastic vibration control devices requires the precise knowledge of the mechanical properties of the materials of the devices used, due to their influence on the dynamic behavior of the devices and the structure to be controlled. Among the properties of interest, one can cite the complex Young and shear moduli. A mathematical model of use consecrated in the description of the dynamic behavior in frequency of viscoelastic materials is based on the use of fractional derivatives with four parameters. To the fractional model, in the frequency domain, the temperature effect is added, based on the frequency-temperature superposition principle, implemented through the equation known as WLF-Williams-Landel-Ferry. To consider the effect of the preload, the Mooney-Rivlin theory for hyperelastic materials is incorporated. They are considered thermoreologically simple materials, those whose responses to the mechanical stimulus under the transient temperature condition can be predicted from the response under isothermal conditions. This work proposes a methodology that is based on the resolution of an inverse problem, using an experimental-numerical model that combines the techniques of optimization of genetic algorithms and simplex algorithm of search. The optimization process is conducted until the objective function defined by the sum of the quadratic errors between the experimental and numerical values obtained through the fractional model is normalized. At the end of the optimization, the parameters of the fractional model and those related to the influence of temperature and preload are known. Through available data, graphs representing the desired properties are obtained, in the form of nomograms. These nomograms, however, until then, have only included the influences of frequency and temperature. The proposed methodology is able to predict the dynamic behavior of thermoreologically simple materials as a function of frequency, temperature and static strain simultaneously. The results show a very consistent fit between mathematical models and experimental data. It is reasonable to say that the presented proposal offers a valid approach to the characterization of viscoelastic materials considering the effects of frequency, temperature and static loading. It is possible, therefore, to construct nomograms for different preload conditions in order to be used in studies and projects of vibration isolation in which static deformation can cause behavioral changes that can not be disregarded

Keywords: Viscoelastic Materials. Integrated Dynamic Characterization. Preload effect. Fractional Derivatives. Nonlinear Optimization Technique.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1	- ISOLAMENTO DA FUNDAÇÃO DE UMA PRENSA.....	27
FIGURA 2	- TIPOS DE ISOLADORES DE VIBRAÇÕES.....	28
FIGURA 3	- VARIAÇÃO DO MÓDULO DINÂMICO E FATOR DE PERDA COM A AMPLITUDE DA DEFORMAÇÃO DINÂMICA.....	29
FIGURA 4	- SUPERPOSIÇÃO DE CURVAS INDIVIDUAIS DE MÓDULO DINÂMICO E FATOR DE PERDA PARA DIFERENTES TEM- PERATURAS.....	46
FIGURA 5	- GRÁFICO DE TEMPERATURA X FATOR DE DESLOCAMEN- TO.....	46
FIGURA 6	- MODELOS CLÁSSICOS DE COMPORTAMENTO VISCOE- LÁSTICO: (a) HOOKE; (b) NEWTON; (c) MAXWELL; (d) VOIGT.....	49
FIGURA 7	- MODELO DE MAXWELL GENERALIZADO.....	52
FIGURA 8	- MODELO DE ZENER (A) MAXWELL+MOLA;(B) VOIGT+ MO- LA.....	55
FIGURA 9	- MÓDULO DINÂMICO E FATOR DE PERDA.....	58
FIGURA 10	- VARIAÇÃO DO MÓDULO E DO FATOR DE PERDA COM A TEMPERATURA.....	59
FIGURA 11	- GRÁFICOS DE CARACTERIZAÇÃO DINÂMICA PARA A BORRACHA BUTÍLICA: (a) FATOR DE DESLOCAMENTO X TEMPERA-TURA; (b) NOMOGRAMA DE FREQUÊNCIA RE- DUZIDA.....	61
FIGURA 12	- WICKET PLOT.....	62
FIGURA 13	- INFLUÊNCIA DO NEGRO DE FUMO NA VARIAÇÃO DO MÓ- DULO DINÂMICO COM A AMPLITUDE DA DEFORMAÇÃO.....	64
FIGURA 14	- VARIAÇÃO DO MÓDULO DINÂMICO COM A FREQUÊNCIA E A AMPLITUDE DE DEFORMAÇÃO.....	65
FIGURA 15	- VARIAÇÃO DO FATOR DE PERDA COM A FREQUÊNCIA E A AMPLITUDE DE DEFORMAÇÃO.....	65
FIGURA 16	- ENSAIO DE TRAÇÃO UNIAXIAL COM BORRACHA (SBR).....	67
FIGURA 17	- VARIAÇÃO DO MÓDULO DINÂMICO COM A AMPLITUDE DA DEFORMAÇÃO.....	69

FIGURA 18 -	VARIAÇÃO DO MÓDULO DINÂMICO E DO FATOR DE PERDA COM O AUMENTO DA PRÉ-CARGA.....	70
FIGURA 19 -	CONJUNTO DE CORPOS DE PROVA OBTIDOS POR VULCANIZAÇÃO PARA A VALIDAÇÃO DO MODELO.....	83
FIGURA 20 -	ARRANJO EXPERIMENTAL COM MÁQUINA MTS 831.50.....	84
FIGURA 21 -	FLUXOGRAMA DO PROGRAMA DE CARACTERIZAÇÃO DINÂMICA	92
FIGURA 22 -	COMPARATIVO ENTRE AS CURVAS EXPERIMENTAL E AJUSTADA DO MÓDULO COMPLEXO DE YOUNG PARA 70°C - 7% DE DEFORMAÇÃO DE PRÉ-CARGA COMPRESSIVA ($\lambda=0,93$)	96
FIGURA 23 -	COMPARATIVO ENTRE AS CURVAS EXPERIMENTAL E AJUSTADA DO MÓDULO COMPLEXO DE YOUNG PARA 40°C - 7% DE DEFORMAÇÃO DE PRÉ-CARGA COMPRESSIVA ($\lambda=0,93$)	96
FIGURA 24 -	NOMOGRAMA DO MATERIAL FICTÍCIO USADO PARA VALIDAR A METODOLOGIA: SEM PRÉ-CARGA ($\lambda=1$), COM DEFORMAÇÃO DE -7% DEVIDA À PRÉ-CARGA COMPRESSIVA ($\lambda=0,93$).....	97
FIGURA 25 -	WICKET PLOT DE DADOS EXPERIMENTAIS: BORRACHA BUTÍLICA COM DEFORMAÇÃO ESTÁTICA $\varepsilon = -0,01$ ($\lambda=0,99$)	99
FIGURA 26 -	WICKET PLOT DE DADOS EXPERIMENTAIS: BORRACHA BUTÍLICA COM DEFORMAÇÃO ESTÁTICA $\varepsilon = -0,03$ ($\lambda=0,97$)	99
FIGURA 27 -	WICKET PLOT DE DADOS EXPERIMENTAIS: BORRACHA BUTÍLICA COM DEFORMAÇÃO ESTÁTICA $\varepsilon = -0,05$ ($\lambda=0,95$)	100
FIGURA 28 -	WICKET PLOT DE DADOS EXPERIMENTAIS: BORRACHA BUTÍLICA COM DEFORMAÇÃO ESTÁTICA $\varepsilon = -0,07$ ($\lambda=0,93$)	100

FIGURA 29 - WICKET PLOT DE DADOS EXPERIMENTAIS: BORRACHA BUTÍLICA COM DEFORMAÇÃO ESTÁTICA $\varepsilon = -0,10$ ($\lambda=0,90$)	101
FIGURA 30 - WICKET PLOT DE DADOS EXPERIMENTAIS: BORRACHA BUTÍLICA COM DEFORMAÇÃO ESTÁTICA $\varepsilon = -0,12$ ($\lambda=0,88$)	101
FIGURA 31- WICKET PLOT DE DADOS EXPERIMENTAIS: BORRACHA BUTÍLICA COM DEFORMAÇÃO ESTÁTICA $\varepsilon = -0,15$ ($\lambda=0,85$)	102
FIGURA 32 - COMPARATIVO MÓDULO COMPLEXO DE YOUNG X FREQUÊNCIA – AJUSTADO X EXPERIMENTAL COM $\varepsilon = -0,05$ ($\lambda = 0,95$) E TEMPERATURA DE -40°C	107
FIGURA 33 - COMPARATIVO MÓDULO COMPLEXO DE YOUNG X FREQUÊNCIA – AJUSTADO X EXPERIMENTAL COM $\varepsilon = -0,07$ ($\lambda = 0,93$) E TEMPERATURA DE -20°C	107
FIGURA 34 - COMPARATIVO MÓDULO COMPLEXO DE YOUNG X FREQUÊNCIA – AJUSTADO X EXPERIMENTAL COM $\varepsilon = -0,1$ ($\lambda = 0,90$) E TEMPERATURA DE 0°C	108
FIGURA 35 - COMPARATIVO MÓDULO COMPLEXO DE YOUNG X FREQUÊNCIA – AJUSTADO X EXPERIMENTAL COM $\varepsilon = -0,12$ ($\lambda = 0,88$) E TEMPERATURA DE 20°C	108
FIGURA 36 - COMPARATIVO MÓDULO COMPLEXO DE YOUNG X FREQUÊNCIA – AJUSTADO X EXPERIMENTAL COM $\varepsilon = -0,15$ ($\lambda = 0,85$) E TEMPERATURA DE 70°C	109
FIGURA 37 - WICKET PLOT COMPARATIVO ENTRE DADOS EXPERIMENTAIS E AJUSTE COM $\varepsilon = -0,05$ ($\lambda = 0,95$)	110
FIGURA 38 - WICKET PLOT COMPARATIVO ENTRE DADOS EXPERIMENTAIS E AJUSTE COM $\varepsilon = -0,07$ ($\lambda = 0,93$)	110
FIGURA 39 - WICKET PLOT COMPARATIVO ENTRE DADOS EXPERIMENTAIS E AJUSTE COM $\varepsilon = -0,1$ ($\lambda = 0,90$)	111
FIGURA 40 - WICKET PLOT COMPARATIVO ENTRE DADOS EXPERIMENTAIS E AJUSTE COM $\varepsilon = -0,12$ ($\lambda = 0,88$)	111

FIGURA 41 - WICKET PLOT COMPARATIVO ENTRE DADOS EXPERIMENTAIS E AJUSTE COM $\varepsilon = -0,15$ ($\lambda = 0,85$)	112
FIGURA 42- NOMOGRAMA DA BORRACHA BUTÍLICA PARA DEFORMAÇÃO POR PRÉ-CARGA COMPRESSIVA DE 15% ($\lambda=0,85$) EM RELAÇÃO AO COMPRIMENTO INICIAL DO CORPO DE PROVA.....	113
FIGURA 43 - NOMOGRAMA DA BORRACHA BUTÍLICA PARA DEFORMAÇÃO POR PRÉ-CARGA COMPRESSIVA DE 7% ($\lambda=0,93$) EM RELAÇÃO AO COMPRIMENTO INICIAL DO CORPO DE PROVA.	114
FIGURA 44 - NOMOGRAMA DA BORRACHA BUTÍLICA PARA DUAS CONDIÇÕES DE DEFORMAÇÃO POR PRÉ-CARGA – 0 E 15% EM COMPRESSÃO ($\lambda=1$ e $\lambda=0,85$).....	115

APÊNDICE 1

FIGURA A 1 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = -40°C – PRÉ-CARGA $\lambda= 0,95$	126
FIGURA A 2 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = -40°C – PRÉ-CARGA $\lambda= 0,93$	126
FIGURA A 3 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = -40°C – PRÉ-CARGA $\lambda= 0,90$	127
FIGURA A 4 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = -40°C – PRÉ-CARGA $\lambda= 0,88$	127
FIGURA A 5 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA= -40°C – PRÉ-CARGA $\lambda= 0,85$	128
FIGURA A 6 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = -20°C – PRÉ-CARGA $\lambda= 0,95$	128
FIGURA A 7 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = -20°C – PRÉ-CARGA $\lambda= 0,93$	129
FIGURA A 8 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = -20°C – PRÉ-CARGA $\lambda= 0,90$	129

FIGURA A 9 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = -20°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,88$	130
FIGURA A10 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = -20°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,85$	130
FIGURA A11 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 0°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,95$	131
FIGURA A12 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 0°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,93$	131
FIGURA A13 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 0°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,90$	132
FIGURA A14 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 0°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,88$	132
FIGURA A15 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 0°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,85$	133
FIGURA A16 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 20°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,95$	133
FIGURA A17 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 20°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,93$	134
FIGURA A18 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 20°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,90$	134
FIGURA A19 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 20°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,88$	135
FIGURA A20 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 20°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,85$	135
FIGURA A21 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 70°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,95$	136
FIGURA A22 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 70°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,93$	136
FIGURA A23 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 70°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,90$	137
FIGURA A24 - MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 70°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,88$	137

FIGURA A25 - $\ \text{MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO} \ \times \text{FREQUÊNCIA}$: TEMPERATURA = 70°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,85$	138
FIGURA A26 - SÍNTESE DO COMPORTAMENTO DO MÓDULO COMPLEXO DE YOUNG PARA TEMPERATURAS E PRÉ-CARGAS DIVERSAS DO MÓDULO DE YOUNG PARA TEMPERATURAS.....	139

APÊNDICE 2

FIGURA B1 - NOMOGRAMA DE FREQUÊNCIA REDUZIDA PARA BORRACHA BUTÍLICA: $\lambda = 0,95$	140
FIGURA B2 - NOMOGRAMA DE FREQUÊNCIA REDUZIDA PARA BORRACHA BUTÍLICA $\lambda = 0,93$	140
FIGURA B3 - NOMOGRAMA DE FREQUÊNCIA REDUZIDA PARA BORRACHA BUTÍLICA $\lambda = 0,90$	141
FIGURA B4 - NOMOGRAMA DE FREQUÊNCIA REDUZIDA PARA BORRACHA BUTÍLICA $\lambda = 0,88$	141
FIGURA B5 - NOMOGRAMA DE FREQUÊNCIA REDUZIDA PARA BORRACHA BUTÍLICA $\lambda = 0,85$	142

LISTA DE TABELAS

TABELA 1	- OS QUATRO CASOS DA EQUAÇÃO OPERADORA.....	55
TABELA 2	- MATERIAIS COM ALGUMA RESPOSTA AO EFEITO MULLINS	68
TABELA 3	- CONDIÇÕES PARA REALIZAÇÃO DOS ENSAIOS.....	84
TABELA 4	- RESULTADOS DA CURVA REOMÉTRICA.....	85
TABELA 5	- VALORES DOS PARÂMETROS DO MATERIAL VIR TUAL GERADOS NUMERICAMENTE	94
TABELA 6	- RESULTADO DO PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MODELO FRACIONÁRIO E INFLUÊNCIAS DE TEMPERATURA E PRÉ-CARGA.....	95
TABELA 7	- VALORES EFETIVOS CONSIDERADOS PARA IDEN- TIFICAÇÃO INTEGRADA	104
TABELA 8	- RESULTADOS DO PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO: AG E O-TIMIZAÇÃO NÃO LINEAR (TONL)	105

LISTA DE ABREVIATURAS OU SIGLAS

AG	- Algoritmo Genético
ASTM	- <i>American Society for Testing and Materials</i>
DET	- Determinante
EQ	- Equação
FDMM	- Modelo de Maxwell de Derivadas Fracionárias
FRF	- Função Resposta-Frequência
FTS	- Princípio da Superposição Frequência-Temperatura
LN	- Logaritmo de Base Neperiana
LOG	- Logaritmo de Base Decimal
MG	- Modelo de Maxwell Generalizado
MK-V	- Modelo Clássico de Kelvin-Voigt
MM	- Modelo Clássico de Maxwell
MN	- Modelo Clássico de Newton
MVE	- Material Viscoelástico
PI	- Problema Inverso;
PNL	- Programação Não Linear
RAND	- Randômico;
SBR	- Borracha com Adição de Sílica
SLS	- Modelo Sólido Linear

TONL	- Técnica de Otimização Não Linear
TTS	- Princípio da Superposição Tempo-Temperatura
WLF	- Modelo de Williams, Landel e Ferry

LISTA DE SÍMBOLOS

Alfabeto Latino

- a_k, b_k - Parâmetros do modelo fracionário
- B - Tensor de deformações de Cauchy-Green à esquerda
- C_1, C_2 - Parâmetros materiais do fator de deslocamento de carga dinâmica
- C_3, C_4 - Parâmetros materiais do fator de deslocamento de pré-carga
- D - Operador diferencial
- ${}_cD$ - Operador derivada de Caputo
- ${}_{RL}D$ - Operador derivada de Riemann-Liouville
- e - Base exponencial natural ($\sim 2,718281828$)
- E, E_n - Módulo de elasticidade de Young
- E_o - Módulo elástico de Young
- E_∞ - Módulo vítreo de Young
- $\bar{E}(\Omega)$ - Módulo complexo de Young, em função da frequência
- $\bar{E}(\Omega, T)$ - Módulo complexo de Young, em função da frequência e da temperatura
- $\bar{E}(\Omega, \lambda)$ - Módulo complexo de Young – em função da frequência e deformação estática
- $\bar{E}(\Omega, T, \lambda)$ - Módulo complexo de Young, em função da frequência, temperatura e deformação estática

- $\bar{E}(\Omega, T, \varepsilon, \lambda)$ - Módulo complexo de Young em função da frequência, temperatura e deformações dinâmica e estática
- $E(\Omega)$ - Módulo dinâmico (Young) em função da frequência
- $E(\Omega, \lambda)$ - Módulo dinâmico (Young) em função da frequência e da deformação estática
- $E(\Omega, T)$ - Módulo dinâmico (Young) em função da frequência e da temperatura
- $E(\Omega, T, \lambda)$ - Módulo dinâmico (Young) em função da frequência, temperatura e deformação estática
- $E(\Omega, T, \varepsilon, \lambda)$ - Módulo dinâmico (Young) em função da frequência, temperatura, deformações dinâmica e estática
- $E'(\Omega)$ - Módulo de perda (Young) em função da frequência
- $E'(\Omega, \lambda)$ - Módulo de perda (Young) em função da frequência e da deformação estática
- $E'(\Omega, T)$ - Módulo de perda (Young) em função da frequência e da temperatura
- $E'(\Omega, T, \lambda)$ - Módulo de perda (Young) em função da frequência, temperatura e da deformação estática
- $E'(\Omega, T, \varepsilon, \lambda)$ - Módulo de perda (Young) em função da frequência, temperatura, e das deformações dinâmica e estática
- \bar{E}_{EXP} - Módulo de Young complexo medido experimentalmente
- \bar{E}_{EST} - Módulo de Young complexo obtido numericamente
- e_{ijk} - Erro absoluto entre valores de modulo de Young complexo experimental e numérico;

$\bar{\epsilon}_{ijk}$	- Erro relativo entre valores de modulo de Young complexo experimental e numérico;
f	- Frequência (ciclos/seg)
$f(x)$	- Função de x.
\mathbf{F}	- Tensor gradiente de deformações
\mathbf{F}^T	- Transposta do gradiente de deformações
$Q(\Omega)$	- Componente de tensão devido à pré-carga
G	- Módulo de cisalhamento
\bar{G}	- Módulo complexo de cisalhamento
G_o	- Módulo elástico de cisalhamento
G_∞	- Módulo vítreo de Cisalhamento
$\bar{G}(\Omega)$	- Módulo complexo de Cisalhamento em função da frequência
$G(\Omega)$	- Módulo de cisalhamento, parte real, em função da frequência
$G'(\Omega)$	- Módulo de cisalhamento, parte imaginária, em função da frequência
i	- Unidade imaginária ($i = \sqrt{-1}$)
J	- Determinante de \mathbf{F}
$\Im m$	- Parcela imaginária de um número complexo
I_1	- Primeiro invariante do tensor de deformação de Green
I_2	- Segundo invariante do tensor de deformação de Green
I_3	- Terceiro invariante do tensor de deformação de Green

k	- Constante de rigidez de um elemento
k_{pc}	- Fator de pré-carga substituto de C_3 e C_4 ($=C_4/C_3$)
l	- Comprimento inicial sujeito a carga
nf	- Número de frequências do ensaio
npc	- Número de pré-cargas do ensaio
nt	- Número de temperaturas do ensaio
\mathbf{P}	- Tensor de Piola-Kirchhoff
$Q(\Omega)$	- Componente de tensão devido à frequência com separação de variáveis
\Re	- Parcela real de um número imaginário
T, t	- Tempo
T_o	- Tempo inicial ou de referência
tr	- Traço de uma função
x_s	- Deformação/deslocamento da mola
x_d	- Deslocamento do amortecedor
W	- Densidade de energia

Alfabeto Grego

λ_{ii}	- Alongamentos principais
η	- Coeficiente de amortecimento
θ_1, θ_2	- Constantes empíricas da equação de Williams-Landel-Ferry

- ρ - Densidade de referência
- $\varepsilon(t)$ - Deformação específica em função do tempo
- ε - Deformação específica (ou “da engenharia”)
- ε_d - Deformação específica dinâmica
- ε_o - Deformação específica dinâmica de referência
- λ - Deformação extensional ($\lambda=\varepsilon+1$)
- $\alpha_\varepsilon(\varepsilon)$ - Fator de deslocamento devido à deformação dinâmica
- $\alpha_T(T)$ - Fator de deslocamento devido à temperatura
- $\eta_G(\Omega)$ - Fator de perda no cisalhamento em função da frequência
- $\eta_E(\Omega)$ - Fator de perda longitudinal (Young) em função da frequência
- $\eta_E(\Omega, T)$ - Fator de perda longitudinal (Young) em função da frequência e temperatura
- $\eta_E(\Omega, \lambda)$ - Fator de perda longitudinal (Young) em função da frequência e deformação estática
- $\eta_E(\Omega, T, \lambda)$ - Fator de perda longitudinal (Young) em função da frequência, temperatura e da deformação estática
- $\eta_E(\Omega, T, \varepsilon, \lambda)$ - Fator de perda longitudinal (Young) em função da frequência, temperatura, das deformações dinâmica e estática
- Ω - Frequência em radianos/segundo
- Ω_{red} - Frequência reduzida ($\Omega_{red} = \alpha_T \cdot \Omega$ ou $\alpha_T \cdot \alpha_\varepsilon \cdot \Omega$)
- Γ - Função Gama
- Ψ - Função de energia livre

- $\phi(x)$ - Função de x
- ∂ - Operador derivada parcial
- α, β - Parâmetro(s) do modelo fracionário para propriedades dinâmicas
- τ - Tempo de relaxação $\left(\tau = \frac{\eta}{E} \right)$
- σ - Tensão normal
- σ_u - Tensões principais ($i=1..3$)
- $\sigma(t)$ - Tensão normal em função do tempo

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	27
1.1	O PROBLEMA.....	32
1.2	ESTADO DA ARTE	32
1.2.1	Aplicação do Modelo Fracionário na Caracterização de MVEs.....	33
1.2.2	Identificação Dinâmica de MVEs no Domínio da Frequência.....	35
1.3	OBJETIVOS.....	37
1.3.1	Objetivo Geral.....	37
1.3.2	Objetivos Específicos	38
1.4	CONTEÚDO DO TRABALHO	38
2	REVISÃO CONCEITUAL	40
2.1	CÁLCULO FRACIONÁRIO.....	40
2.1.1	Derivada Fracionária de Riemann-Liouville.....	41
2.1.2	Derivada Fracionária de Caputo.....	43
2.1.3	Considerações sobre os Modelos de Derivadas Fracionárias.....	44
2.2	MATERIAL VISCOELÁSTICO.....	44
2.2.1	Princípio da Superposição Frequência-Temperatura (FTS).....	45
2.2.2	Equação Constitutiva (Derivada de Ordem Inteira).....	47
2.3	MODELOS CLÁSSICOS DE COMPORTAMENTO VISCOELÁSTICO....	48
2.3.1	Modelo Clássico de Hooke (MH).....	48
2.3.2	Modelo Clássico de Newton (MN).....	49
2.3.3	Modelo Clássico de Maxwell (MM).....	50
2.3.3.1	Modelo de Maxwell Generalizado (MG)	52
2.3.4	O Modelo Clássico de Kelvin-Voigt (MK-V).....	53
2.3.5	O Modelo de Zener ou Sólido Linear Padrão (SLS).....	54
2.4	MODELO VISCOELÁSTICO COM DERIVADA FRACIONÁRIA.....	56
2.5	INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA NO MVE	59
2.5.1	Material Termoreologicamente Simples	60
2.5.2	Introdução da Influência da Temperatura no Modelo Fracionário	62
2.6	INFLUÊNCIA DA DEFORMAÇÃO NO COMPORTAMENTO DO MVE....	63
2.6.1	Efeitos de Carregamento Cíclico (Deformação Dinâmica).....	63
2.6.2	Efeito Mullins.....	66
2.6.3	Efeito Payne.....	68

2.6.4	Efeitos da Pré-carga (Deformação Estática)	70
2.6.5	Materiais Hiperelásticos	71
2.6.5.1	Modelo de Mooney-Rivlin	73
2.6.5.2	Modelo Neo-Hookean	73
2.6.5.3	Modelo de Ogden.....	73
2.6.5.4	Modelo de Arruda-Boyce.....	74
2.6.5.5	Modelo Polinomial	74
2.6.6	O Efeito da Pré-carga no Modelo Fracionário	75
2.6.7	Combinação de Efeito Estático Não Linear com Efeito Dinâmico	77
2.6.8	Caso Geral - Influências de Carga Dinâmica (Cíclica), Pré-Carga (Estática), Temperatura e Frequência	80
3	MATERIAIS E MÉTODOS	82
3.1	INTRODUÇÃO	82
3.2	MATERIAIS	82
3.3	METODOLOGIA EXPERIMENTAL	83
3.4	IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DE IDENTIFICAÇÃO	85
3.5	METODOLOGIA COMPUTACIONAL.....	86
3.5.1	Função Objetivo	87
3.5.2	Problema de Otimização	88
3.5.3	Rotina Computacional	91
3.5.4	Simulação Numérica de Ensaios Experimentais	93
4	RESULTADOS E ANÁLISES	98
4.1	INTRODUÇÃO.....	98
4.2	RESULTADOS EXPERIMENTAIS EM BORRACHA BUTÍLICA.....	98
4.2.1	<i>Wicket Plot</i> dos Dados Experimentais	99
4.2.2	Análise dos Dados Experimentais	102
4.3	RESULTADOS NUMÉRICOS	103
4.4	ANÁLISE DOS RESULTADOS	106
4.4.1	Norma (Módulo Complexo de Elasticidade de Young) x Frequência	106
4.4.2	<i>Wicket Plot</i> – Dados Experimentais x Ajuste.....	109
4.4.3	Nomograma.....	112
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	117
5.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	117
	REFERÊNCIAS	119

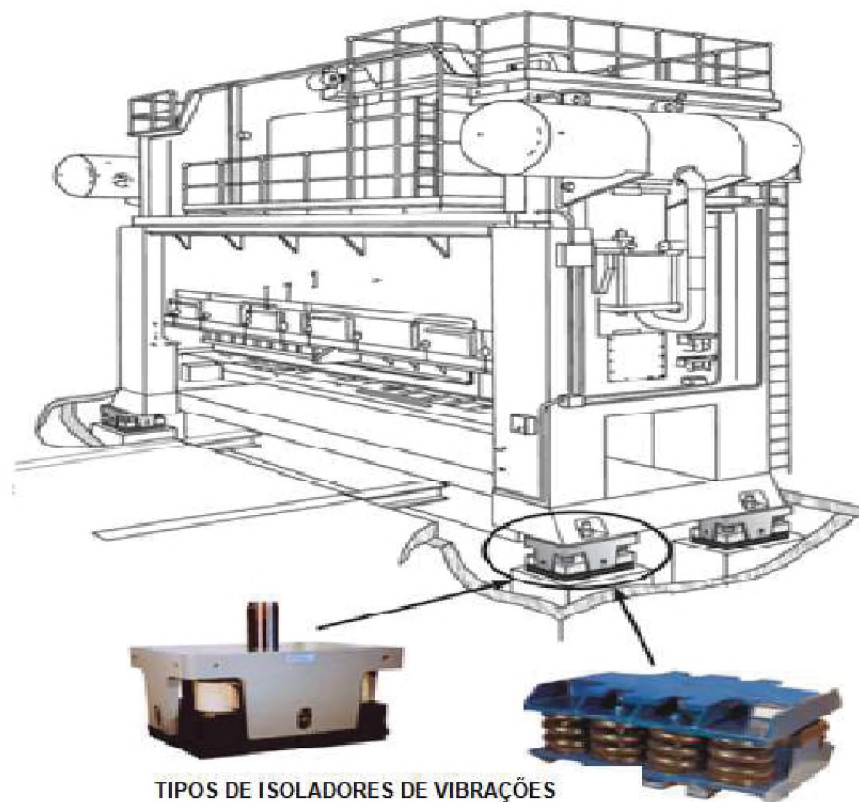
APÊNDICE 1 – RESULTADOS - CURVAS DE NORMA DO MÓDU- LO DE YOUNG COMPLEXO PARA TODAS AS PRÉ-CARGAS E TEMPERATURAS.....	126
APÊNDICE 2 – RESULTADOS – NOMOGRAMAS PARA VALORES DE DEFORMAÇÕES DE PRÉ-CARGA: $\lambda = 0,95 - 0,93 - 0,90 - 0,88$ - 0,85	140
ANEXO 1 – MATERIAL INFORMATIVO SOBRE A BORRACHA BUTÍLICA.....	143

1 INTRODUÇÃO

O uso de materiais viscoelásticos (MVEs) no controle de vibrações vem sendo cada vez mais comum FIGURA 1. Lopes et al. (2004) observam que projetos eficazes de controle de vibrações demandam conhecimento preciso das propriedades dinâmicas desses materiais FIGURA 2. Por propriedades dinâmicas, entende-se o módulo dinâmico de elasticidade e o fator de perda correspondente, que podem ser reunidos numa grandeza complexa, qual seja, o módulo de elasticidade complexo

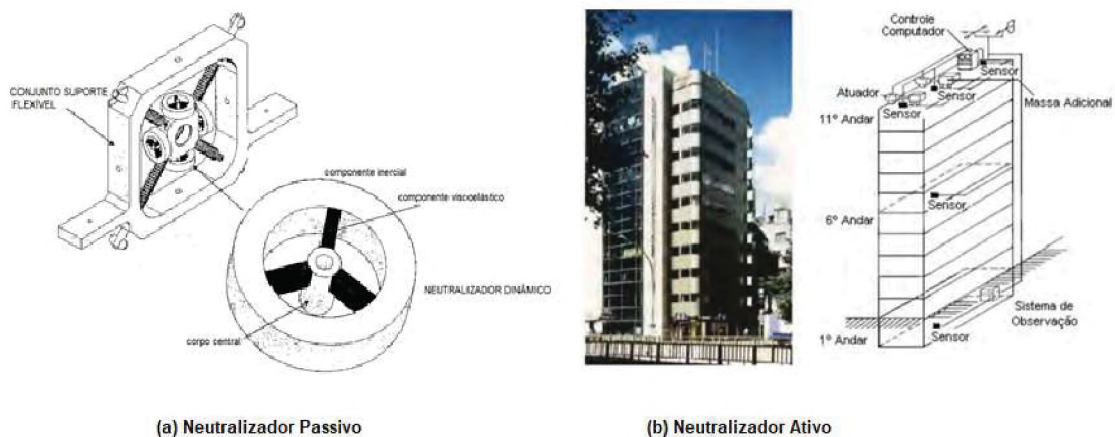
Conforme Pritz (1998), o “módulo complexo de elasticidade” é uma ferramenta poderosa e amplamente usada para a caracterização dinâmica de propriedades elástico-lineares e de amortecimento de materiais sólidos no domínio da frequência. Tem-se tornado cada vez mais comum o uso do modelo matemático baseado no cálculo fracionário para representar o comportamento dos materiais viscoelásticos.

FIGURA 1 - ISOLAMENTO DA FUNDAÇÃO DE UMA PRENSA



FONTE: Vibrodynamics Corp. (2018)

FIGURA 2 - TIPOS DE ISOLADORES DE VIBRAÇÕES



FONTES: (a) Espindola et al (2003);(b) Sakamoto (1994)

Em Bagley e Torvik (1986), foi examinado o modelo matemático do fenômeno da viscoelasticidade empregando derivadas de ordem fracionária sob a ótica da consistência do modelo em relação aos princípios da termodinâmica. Segundo os autores, o estabelecimento de restrições com relação à taxa de dissipação de energia não negativa e trabalho interno não negativo proporcionam ao modelo respostas realistas em relação à representação de fenômenos harmônicos ou dependentes do tempo.

As propriedades dinâmicas dos MVEs são influenciadas por diversos fatores, entre eles, frequência, temperatura, carga estática (pré-carga) e amplitude de carregamentos dinâmicos. Nashif, Jones e Henderson (1985) analisam o problema da pré-carga de duas maneiras: pré-carga pura e pré-carga combinada com carga dinâmica.

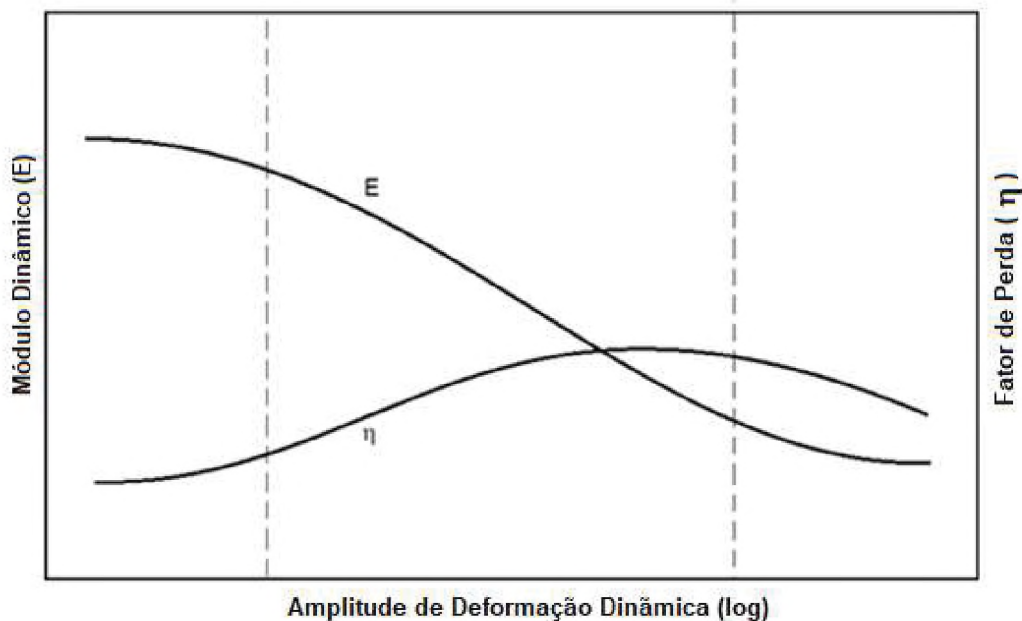
Atualmente, a caracterização dinâmica tem sido feita com a consideração simultânea da variação de apenas dois fatores externos, sendo um inerente ao modelo fracionário de quatro parâmetros, a frequência; e o outro, agregado ao mesmo modelo, a temperatura. Constata-se que o efeito da temperatura sobre o comportamento viscoelástico do material se apresenta como um fator de deslocamento na frequência para materiais termoreologicamente simples. O efeito da temperatura é bem representado pelo chamado “princípio da superposição tempo-

temperatura” (TTS), no domínio do tempo; ou princípio de superposição frequência-temperatura (FTS), no domínio da frequência (CINIELLO, 2015)

Em determinados casos, outros efeitos, além da temperatura e frequência, podem estar presentes de forma marcante. Por exemplo, o isolamento de uma base de máquina é uma das aplicações mais comuns no controle de vibrações e, neste caso, é comum haver uma grande pré-deformação estática, acompanhada de uma deformação dinâmica pequena, devido à amplitude da vibração. Em termos de caracterização do comportamento dinâmico de MVEs, a abordagem do efeito das deformações, sejam elas estáticas ou dinâmicas, ainda é pouco explorada.

Para materiais viscoelásticos não lineares abaixo da região de transição, os efeitos de grandes amplitudes de deformação dinâmica são equivalentes aos efeitos a baixas frequências, enquanto os efeitos de baixas amplitudes de deformação dinâmica são equivalentes aos de altas frequências. Assim, os efeitos causados por deformações dinâmicas cíclicas são semelhantes aos da temperatura, razão pela qual a implementação do princípio da superposição frequência-deformação dinâmica pode ser usada de maneira semelhante ao da frequência-temperatura FIGURA 3 (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985) .

FIGURA 3 - VARIAÇÃO DO MÓDULO DINÂMICO E FATOR DE PERDA COM A AMPLITUDE DA DEFORMAÇÃO DINÂMICA



FONTE: Nashif, Jones, Henderson (1985)

Em termos comparativos, o efeito das deformações dinâmicas, apesar de elas terem ação semelhante sobre as propriedades dinâmicas, é quantitativamente bem menor que o da temperatura. Devido à semelhança dos efeitos de temperatura e carregamento dinâmico, é muito difícil separar um do outro, pois as grandes amplitudes dinâmicas produzem um efeito térmico sensível, com rápida elevação da temperatura no MVE.

Um importante efeito, presente especialmente nas borrachas com adição de outros materiais, é o “efeito Mullins” (MULLINS, 1969). Esse efeito é caracterizado por um amolecimento da borracha de forma tal que a primeira curva tensão-deformação é única e não pode ser reproduzida. A repetição do carregamento causa uma estabilização assintótica na borracha. O efeito se apresenta de forma mais intensa em borrachas preenchidas, mas está presente em todas as borrachas, vulcanizadas ou não.

Outro efeito não linear, agora associado ao carregamento dinâmico, é o efeito Payne (PAYNE, 1962). Este efeito, notado nos carregamentos cíclicos, se manifesta como uma dependência do módulo dinâmico de elasticidade do MVE em relação à amplitude da deformação aplicada. Acima de um determinado valor de amplitude de deformação, que varia conforme a adição de outros elementos, como negro de fumo ou sílica, o módulo diminui rapidamente com o incremento da amplitude da deformação. Em um determinado valor de deformação (~ 20%), o módulo se aproxima de um mínimo, enquanto o fator de perda chega ao máximo. Assim, o efeito Payne é atribuído normalmente a borrachas com algum tipo de preenchimento e está presente, em uma escala menor, nas borrachas puras.

A identificação dos parâmetros do modelo matemático do comportamento viscoelástico baseado em derivadas fracionárias com quatro parâmetros requer duas etapas distintas. Na primeira, são realizados ensaios destinados à medição da propriedade desejada - módulo de Young ou de cisalhamento complexo – em condições de frequência e temperatura preestabelecidas. A segunda etapa, no modelo clássico de caracterização, requer a construção de diversas curvas de propriedade dinâmica (módulo dinâmico e fator de perda) em função da temperatura e da frequência. Aplica-se, na sequência, o princípio da superposição, em que as diversas curvas, a temperaturas distintas, são superpostas, em uma determinada temperatura de referência, compondo um par único de curvas mestre, reunido num

gráfico denominado nomograma de frequência reduzida (ESPÍNDOLA, SILVA NETO E LOPES, 2003).

Lopes et al. (2004) propuseram uma nova abordagem para a caracterização dinâmica, em que ela é feita de forma simultânea para todos os dados experimentais do material ensaiado, de uma só vez, e que foi denominado de “caracterização dinâmica”. A identificação do módulo complexo de cisalhamento pode ser feita de maneira indireta a partir da transmissibilidade. Esta metodologia se baseia no ajuste de curvas de transmissibilidade numéricas e experimentais, a diferentes temperaturas e frequências, usando uma técnica de otimização não linear. Na otimização, o vetor projeto é formado, em essência, pelos parâmetros do modelo de derivadas fracionárias e do fator de deslocamento devido à temperatura.

Neste trabalho, será abordada a identificação dinâmica de MVEs termoreologicamente simples, ou seja, MVEs em que se pode aplicar o princípio designado por FTS, conforme o modelo de derivadas fracionárias de quatro parâmetros, considerando os efeitos da frequência, temperatura e do carregamento estático, simultaneamente, no material. O efeito da frequência é introduzido por meio de uma excitação harmônica de frequência variável de amplitude pequena e constante, em todos os ensaios. Nesta situação, o problema poderá ser definido como sendo uma combinação de carregamento estático não linear com carregamento dinâmico linear. Os ensaios são realizados em uma máquina MTS 831.50 no laboratório do CETEPO/RS. O carregamento é de compressão, o que permite estimar o módulo de Young. O conjunto de dados experimentais será analisado simultaneamente, usando a técnica de identificação integrada proposta por Lopes et al. (2004). O processo de identificação é concluído com a obtenção do conjunto de parâmetros do modelo proposto, o que permitirá obter um nomograma para o MVE para cada situação de pré-carga.

Como resultado, informações mais precisas do material em estudo estarão disponíveis, já que os nomogramas que resultarão deste trabalho permitirão conhecer o comportamento deste material para valores desejados de frequência, temperatura e pré-carga. Em um significativo número de casos, em que o carregamento estático está presente, espera-se que a técnica desenvolvida traga apreciáveis contribuições para projeto de controle das vibrações, em especial nos casos de isolamento.

A utilização do método proposto para a caracterização dinâmica do módulo complexo de cisalhamento com as considerações de influências de temperatura e pré-

carga simultaneamente ainda requer uma análise sobre os aspectos específicos do caso.

1.1 O PROBLEMA

O problema da identificação das propriedades mecânicas dos MVEs tem sido explorado por diversos pesquisadores, tanto no domínio do tempo quanto da frequência. Em alguns casos, principalmente quando é preciso realizar estudos de controle de vibrações, o enfoque no domínio da frequência revela-se como mais interessante (NASHIF, JONES E HENDERSON, 1985).

As influências externas nas propriedades dinâmicas dos MVEs constituem uma parcela significativa dos motivos que levam muitos pesquisadores a se dedicarem a esse estudo. Entre outros fatores, podem-se citar a frequência (tempo), temperatura, pressão, carregamento dinâmico (deformação dinâmica) e estático (pré-carga, ou pré-deformação).

Na base deste trabalho, está o modelo fracionário (BAGLEY e TORVIK, 1979) acrescido das influências de temperatura (WILLIAMS; LANDEL e FERRY, 1955) e pré-carga (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985). O carregamento dinâmico, embora presente nos experimentos, na forma de excitação harmônica será controlado de maneira que a deformação decorrente, em termos de desdobramento, seja mantida constante. Essa abordagem permitirá que o efeito associado à carga dinâmica seja considerado constante, evidenciando desse modo, o efeito do carregamento estático.

A base teórica relativa à introdução do efeito da pré-carga é a teoria da hiperelasticidade de Mooney- Rivlin (MOONEY, 1940; RIVLIN, 1948). Em relação à metodologia de identificação, a abordagem do problema inverso (dados experimentais fornecendo parâmetros materiais) fará uso de uma técnica híbrida de otimização, combinando algoritmos genéticos e otimização não linear. Ressalte-se que os dados experimentais serão obtidos através de uma máquina de ensaios universal, sob condições controladas.

1.2 ESTADO DA ARTE

Nesta seção, é feita uma abordagem dos trabalhos relacionados aos temas mais relevantes para o trabalho questão. Inicialmente, será feita uma revisão sobre a

aplicação do cálculo fracionário na descrição do comportamento dos MVEs. No segundo momento, serão vistas as iniciativas de identificação dinâmica dos MVEs no domínio da frequência.

1.2.1 Aplicação do Modelo Fracionário na Caracterização de MVEs

O modelo de derivadas fracionárias é um dos modelos mais efetivos e adotados por pesquisadores, no intuito de descrever as propriedades mecânicas dos MVEs (BAGLEY; TORVIK, 1983a). Mainardi (2012) considera a viscoelasticidade linear como um dos campos mais promissores na aplicação do cálculo fracionário, tendo em vista sua habilidade em modelar fenômenos em que a memória dos eventos é relevante.

Na linha de caracterização de MVEs, as primeiras contribuições remontam ao século XX, com Gemant (1936, 1938), culminando mais tarde, em 1950, com a publicação de um livro, denominado *Frictional Phenomena*, em que os diversos trabalhos até aquela data foram reunidos. Em um dos seus artigos, usando suas próprias investigações, Gemant justificou a necessidade do uso de operadores diferenciais para analisar o perfil das curvas de relaxação de alguns fluidos viscoelásticos.

Scott-Blair (1944, 1947 e 1949), baseando-se nos desenvolvimentos de Nutting (1921, 1943, 1946), usou a abordagem do cálculo fracionário para demonstrar que o fenômeno da tensão de relaxação poderia ser descrito por potências fracionárias no tempo. Scott-Blair percebeu que as derivadas de ordem fracionária modelavam simultaneamente as observações de Nutting, para a tensão de relaxação, e as de Gemant, em função da frequência.

Gerasimov (1948) propôs usar derivadas fracionárias de maneira a definir seu modelo de viscoelasticidade. Já Rabotnov (1948) usou operadores integrais de Volterra com núcleo fracamente singular, que poderiam ser interpretados em termos de integrais e derivadas fracionárias. Caputo (1966, 1967, 1969) e Caputo e Mainardi (1971a, 1971b) sugeriram que as derivadas parciais do tipo de Caputo poderiam ser bem-sucedidas para modelar a dissipação de energia em sismologia e metalurgia.

O começo das aplicações modernas de cálculo fracionário em viscoelasticidade linear é atribuído a Bagley (1979). Esse trabalho, é seguido por vários artigos, a saber, Bagley e Torvik (1979, 1983a, 1983b) e Torvik e Bagley (1984).

Moshrefi-Torbati e Hammond (1998) apresentaram um estudo com algumas conclusões sobre os operadores fracionários. Segundo eles, os operadores fracionários podem ser agrupados como filtros com memória parcial e são capazes de modelar sistemas com dissipação parcial. A ordem fracionária de uma integral fracionária é uma indicação da permanência ou preservação de energia e, de maneira similar, a ordem fracionária de uma diferenciação reflete a taxa daquela porção de energia que foi perdida.

Ainda na linha do cálculo fracionário, Mainardi (2010) apresentou um livro com uma abordagem acessível a interessados em se aprofundar em cálculo fracionário e suas aplicações. Há particular ênfase com relação à aplicação em viscoelasticidade.

Pritz (2001) investigou o fator de perda de materiais viscoelásticos usando o modelo fracionário sobre o modelo mecânico de Zener e evidenciando a relação entre magnitude e largura do pico do fator de perda (existe uma proporcionalidade inversa entre eles). Pritz demonstrou que é possível aumentar o fator de perda enquanto, simultaneamente, se alarga o pico. Demonstrou-se também que a magnitude e largura do fator de perda são inter-relacionados através da dispersão do módulo dinâmico e taxa de variação de frequência do fator de perda medido longe do pico.

Surguladze (2002) tratou da aplicação do cálculo fracionário em modelos de representação para MVEs. É abordado o problema da escolha de um modelo matemático que, acoplado a um modelo mecânico adequado (como Voigt), permita obter de maneira adequada, tanto qualitativa como quantitativamente, uma estimativa de um sistema físico de interesse com certo grau de acurácia. Este problema da escolha do modelo matemático é resolvido pela comparação dos resultados de estudos teóricos com dados experimentais.

Birk e Song (2010) apresentaram um método não clássico de solução para equações diferenciais fracionárias no domínio da frequência. A proposta consistiu em representar a potência não inteira como uma integral de uma função racional de forma complexa, em função da frequência $(i.\Omega)^\alpha$, onde i é a unidade imaginária, Ω , a frequência, em radianos por segundo e α é o índice do operador da derivada fracionária que varia entre 0 e 1. Uma expansão da fração parcial é obtida após examinar a integral imprópria por uma regra de quadratura. Cada termo da expansão corresponde a uma fração de decaimento exponencial no domínio do tempo. Os principais benefícios desse método são: a) uma estrutura unificada para métodos não

clássicos é estabelecida; b) a formulação apresentada prevê um modo simples de avaliar o desempenho de um método não clássico pelo exame de sua acurácia na adequação da função $(i.\Omega)^\alpha$. c) variáveis internas não são introduzidas, conduzindo a uma solução numérica eficiente.

Arikoglu (2014) propôs um novo modelo baseado nas derivadas fracionárias com 10 parâmetros, que são determinados via algoritmo genético (AG). O autor faz uma comparação com os modelos pré-existentes, com bons resultados na comparação com dados obtidos experimentalmente.

1.2.2 Identificação Dinâmica de MVEs no Domínio da Frequência

A abordagem da identificação dinâmica dos MVEs tem dois aspectos importantes a serem considerados: o primeiro é a parte experimental, na qual se obtém os dados para a análise; o segundo é relativo ao modelo matemático sobre o qual se pretende reproduzir o comportamento dinâmico do MVE. Na parte experimental, existem muitas técnicas ou arranjos para cada característica dinâmica procurada.

Hashin (1970) apresentou um desenvolvimento teórico e experimental para a obtenção do módulo complexo de Young de MVEs. Já Pritz (2000) apresentou uma análise da precisão da medição do coeficiente de Poisson, concluindo que a medição de dois módulos complexos - especificamente, os módulos complexos de cisalhamento e volumétrico - são o meio mais efetivo para se obter o coeficiente dinâmico de Poisson.

Willis, Wu e Berthelot (2001) propuseram uma metodologia experimental em que os módulos de Young e de cisalhamento complexos são obtidos através da excitação de um corpo de prova ligado a uma base acoplada a um atuador piezoeletrico, em uma câmara com pressão e temperatura controladas. Os módulos foram estimados através de um código computacional que minimiza a diferença entre os dados e a predição obtida por elementos finitos. Os parâmetros de elementos finitos vão sendo ajustados progressivamente.

Lopes et al. (2004) apresentaram uma metodologia para caracterização de MVEs, aplicando o modelo de derivadas fracionárias e considerando as influências de frequência e temperatura. Experimentalmente, utiliza-se um sistema com um grau de liberdade, no qual são medidas funções de transmissibilidade no domínio da

frequência para várias temperaturas, com o intuito de obter o módulo complexo de cisalhamento. Usando técnicas de otimização não linear e uma função objetivo baseada em erro mínimo quadrático para a solução do problema inverso, são obtidos os quatro parâmetros do modelo de derivadas fracionárias do módulo complexo de cisalhamento, além dos parâmetros da dependência em temperatura.

Espíndola, Silva Neto e Lopes (2005) apresentaram uma variação do trabalho de Lopes et al. (2004) em que o tratamento do efeito de deslocamento devido à temperatura é diferente. Uma função de deslocamento $s(T)$, em consonância ao FTS é usada. A função $s(T)$ é definida para cada temperatura a partir de um gráfico de frequência reduzida. (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985).

Pagnacco, Moreau e Lemosse (2007) propuseram uma técnica para identificação de parâmetros elásticos e viscoelásticos de um material viscoelástico isotrópico, através de uma técnica híbrida experimental-numérica. A partir de uma abordagem desenvolvida usando de conceitos de elementos finitos, o módulo complexo de Young e o coeficiente de Poisson são obtidos no domínio da frequência em um único experimento, sem necessidade de outra parametrização.

Kim e Lee (2009) pesquisaram a identificação de parâmetros de modelos fracionários de quatro parâmetros para MVEs, relativos aos módulos complexos de cisalhamento e de Young. O modelo experimental proposto foi baseado em uma viga engastada-livre, acondicionada em uma câmara com temperatura controlada. Frequência e temperatura são consideradas e a identificação é feita através da abordagem do problema inverso, com algoritmo de otimização baseado no gradiente da função objetivo. Há duas etapas: na primeira, são minimizadas as diferenças quadráticas e os picos das FRF, enquanto na segunda, a otimização é feita para os demais pontos.

Boiko et al. (2010) apresentaram uma proposta de medição de propriedades dinâmicas de materiais viscoelásticos através da resposta à vibração forçada de um corpo de prova cilíndrico vazado. A técnica permite calcular o módulo dinâmico de elasticidade, o fator de perda correspondente e o módulo complexo de Poisson. As medições foram realizadas em pequenas amplitudes da região linear das deformações dinâmicas, à temperatura constante de 25°C.

Zopf, Hoque e Kaliske (2014) apresentaram duas abordagens relativas ao uso de derivadas fracionárias baseadas no modelo sólido de Zener, para grandes deformações. Em ambas as abordagens, o modelo de Zener foi composto por uma

mola não linear e por um elemento fracionário de Maxwell. O novo modelo, em suas variações, é desenvolvido sob as considerações da teoria das deformações finitas. A diferença entre as duas abordagens está no algoritmo computacional da derivada fracionária no tempo. Em uma abordagem, foi usada a derivação de Schmidt e Gaul (2002), e na outra, a de Birk e Song (2010). Ambas as formulações apresentadas se mostraram aptas a representar adequadamente o comportamento da borracha não curada, com baixo número de parâmetros, quando comparado a um elemento de Maxwell generalizado.

Xiao, Haitian e Yiqian (2014) propuseram um modelo numérico para identificar os parâmetros constitutivos do modelo fracionário para MVEs. Um modelo numérico explícito semianalítico e o método das diferenças finitas foram derivados para resolver problemas com MVE. Um método baseado na solução do problema inverso de identificação foi desenvolvido. A flexibilidade do modelo foi demonstrada através de uma aplicação numérica de um problema de identificação bidimensional formulado através do modelo fracionário de Kelvin-Voigt.

Bonfiglio et al. (2016) introduziram um novo método para determinação da função módulo complexo de Young para MVEs isotrópicos e homogêneos, no domínio da frequência, usando uma abordagem simplificada de matriz de transferência.

Sousa et al. (2017) apresentaram um método para determinar os parâmetros do modelo fracionário para MVEs e do fator de influência da temperatura em que os dados experimentais são obtidos pela digitalização do nomograma do material fornecido pelo fabricante. São lidos os conjuntos de pontos de duas curvas a diferentes temperaturas, e um programa de otimização é criado, sendo os parâmetros característicos do modelo constitutivo as variáveis de projeto. O problema é resolvido pela aplicação de uma técnica híbrida de otimização.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é aprimorar uma metodologia para caracterização dinâmica de MVEs termoreologicamente simples no domínio da frequência, tendo como base o modelo fracionário de Zener e considerando as influências de frequência, temperatura e pré-carga, simultaneamente.

1.3.2 Objetivos Específicos

O objetivo geral pode ser subdividido nos seguintes objetivos secundários:

- a) ampliar a abordagem proposta por Lopes et al. (2004), inserindo nela o efeito da pré-carga;
- b) desenvolver um código computacional que permita realizar a abordagem de interesse;
- c) propor um nomograma para distintos valores de pré-carga, a ser usado em projetos de controle de vibrações.

1.4 CONTEÚDO DO TRABALHO

Este trabalho está dividido em cinco capítulos.

O Capítulo 1 contém a introdução em que é feita uma contextualização do problema. Apresenta-se nela o tema a ser abordado, com a definição do problema que motivou a realização do trabalho. Uma revisão específica sobre o estado da arte e os objetivos principais e secundários também são encontrados nesse capítulo.

O Capítulo 2 apresenta uma revisão conceitual da literatura, abordando os conceitos importantes relativos a materiais viscoelásticos, modelos mecânicos representativos e modelagem matemática considerando os efeitos de temperatura e pré-carga. De extrema importância, com relação ao efeito da temperatura no comportamento das propriedades dinâmicas dos MVEs, o princípio da superposição frequência-temperatura também é descrito. A formulação matemática do comportamento viscoelástico é descrita. É feita uma breve exposição sobre o cálculo fracionário, com relação aos modelos de integral-derivada fracionária de Riemann-Liouville e Caputo. A apresentação dos modelos de comportamento viscoelástico é concluída com o modelo fracionário de Zener, que será aqui utilizado. Este capítulo é finalizado com uma análise da influência de fatores externos como temperatura e deformação – dinâmica e estática – que são importantes para o desenvolvimento do trabalho.

No Capítulo 3, são apresentados os materiais e métodos usados no desenvolvimento do método empregado. Uma descrição detalhada da abordagem experimental é apresentada com os procedimentos, normas e fluxograma do código

computacional aplicados. Um exemplo numérico-teórico, de um material fictício - em que os parâmetros do modelo são previamente conhecidos - é apresentado visando a validação do método.

O Capítulo 4 contém os resultados obtidos com a identificação de um material real, através de resultados experimentais reais. Os dados experimentais são analisados tendo em vista a possibilidade de problemas durante a realização dos ensaios. Depois de realizada uma análise prévia dos dados, a identificação é conduzida computacionalmente. Os resultados são apresentados de forma gráfica, incluindo os nomogramas com os efeitos da temperatura e pré-carga.

No capítulo 5, são apresentadas as considerações finais juntamente com sugestões para trabalhos futuros.

No final deste trabalho, após as referências bibliográficas, dois apêndices são incluídos. O APÊNDICE 1 possui um conjunto de gráficos em forma de curvas comparativas de norma entre o módulo de Young complexo obtido nos experimentos e os obtidos através da identificação dos parâmetros do modelo. Já o APÊNDICE 2 contém o conjunto de nomogramas para o material analisado, considerando o efeito da pré-carga nas situações testadas.

As características físicas do material usado neste trabalho são apresentadas no ANEXO 1.

2 REVISÃO CONCEITUAL

Em uma estrutura, a dissipação de energia vibratória pode ocorrer de diversas maneiras. Em princípio, uma estrutura amortecida, uma vez submetida a uma excitação dinâmica transitória terá oscilações ao redor do equilíbrio por alguns instantes até parar, no caso da estrutura ser dinamicamente estável e apresentar amortecimento subcrítico. Estas oscilações levarão mais ou menos tempo, dependendo do amortecimento da estrutura. O amortecimento pode ser proporcionado quando a estrutura está exposta a um meio como o ar, água, óleo ou outros meios líquidos. Além disso, pode-se obter amortecimento através de histerese interna no material da estrutura ou de atrito nos elementos de fixação. Outra opção é o amortecimento introduzido em uma estrutura por intermédio de um MVE. Tanto o amortecimento material como o não material podem ainda ser classificados como lineares e não lineares (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985). A revisão abaixo, contempla os diferentes aspectos envolvidos na descrição do comportamento dos MVEs.

2.1 CÁLCULO FRACIONÁRIO

O uso do cálculo fracionário para modelar o comportamento viscoelástico de materiais tem muitas vantagens. O modelo matemático obtido através do cálculo fracionário é fundamentado em teorias moleculares que governam o comportamento do meio viscoelástico. Esse modelo satisfaz a segunda lei da termodinâmica e prediz os laços elípticos da histerese dos MVEs. O modelo viscoelástico pode ter poucos parâmetros e é exato na reprodução de propriedades mecânicas dependentes da frequência.

A abordagem do cálculo fracionário para a modelagem do comportamento viscoelástico começou com a observação de Nutting (1946), indicando que o fenômeno da tensão de relaxação poderia ser modelado por potências fracionárias no tempo. Scott-Blair (1944) notou que as derivadas de ordem fracionária no tempo poderiam simultaneamente modelar as observações de Nutting, quanto à tensão de relaxação e as observações de Gemant (1936), relativas à necessidade de utilização de operadores de ordem fracionária para obter o perfil de curvas de relaxação de alguns fluidos elasto-viscosos (MAINARDI, 2010). Caputo (1966, 1967 e 1969) e

Caputo e Mainardi (1971a, 1971b) sugeriram explicitamente o uso do cálculo fracionário para modelar a dissipação de energia na sismologia e metalurgia.

Contudo, o início das aplicações do cálculo fracionário em viscoelasticidade linear, de fato, é geralmente atribuído a Bagley (1979), em tese supervisionada por Torvik, seguida por trabalhos de Bagley e Torvik (1979, 1983a, 1983b e 1984). Bagley e Torvik (1986), posteriormente desenvolveram um modelo de derivadas fracionárias para modelar o comportamento de MVEs.

Bagley e Torvik (1986) e Bagley (2007) notaram ainda que, na adoção das derivadas fracionárias, os modelos de Caputo e Riemann-Liouville são equivalentes. No entanto, para Mainardi (2010), a abordagem de derivadas fracionárias de Caputo se apresenta como mais adequada, por ser totalmente compatível com a abordagem clássica.

2.1.1 Derivada Fracionária de Riemann-Liouville

A denominação “derivada fracionária” inicialmente se originou da forma da grandeza numérica associada ao operador da derivada – $D^n f(x)$. Usualmente, o índice n é um número inteiro maior que zero. Essa conceituação evoluiu e o índice do operador passou a ser racional ou irracional, positivo ou negativo, real ou complexo. O termo fracionário ficou obsoleto, mas, ainda assim, acabou prevalecendo.

Vários pesquisadores apresentaram suas contribuições para este tema, entre eles, Liouville, que chegou a uma primeira definição, aplicável para qualquer índice n , racional, irracional ou complexo (MILLER E ROSS, 1993). Para chegar a uma definição da derivada fracionária, Liouville partiu de um resultado conhecido para derivadas inteiras, qual seja,

$$D^m e^{ax} = a^m e^{ax}, \quad (2.01)$$

onde D^m denota a derivação de ordem m em relação à variável independente x . Sendo $f(x)$ uma função arbitrária definida como

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n e^{a_n x}, \quad \Re(a_n) > 0, \quad (2.02)$$

a primeira definição da derivada de ordem fracionária de Liouville é dada por

$$D^{\nu} f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n a_n^{\nu} e^{a_n x}, \quad (2.03)$$

A Eq. (2.03) é aplicável para qualquer número ν racional, irracional ou complexo, com limitação às funções exponenciais na forma da Eq. (2.02).

Na sua próxima definição, Liouville fez uso da seguinte integral relacionada à função gama (Γ):

$$I = \int_0^{\infty} u^{a-1} e^{-xu} du, \quad a > 0, x > 0. \quad (2.04)$$

Com a mudança de variável $xu = t$, chega-se a

$$I = x^{-a} \int_0^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt = x^{-a} \Gamma(a), \quad (2.05)$$

sendo a função gama dada por

$$\Gamma(a) = \int_0^{\infty} t^{a-1} e^{-t} dt, \quad (2.06)$$

que permitiu, com a aplicação do operador D^{ν} na Eq. (2.05), a elaboração de sua segunda definição de derivada fracionária, qual seja,

$$D^{\nu} x^{-a} = \frac{(-1)^{\nu} \Gamma(a+\nu)}{\Gamma(a)} x^{-a-\nu}, \quad a > 0. \quad (2.07)$$

Riemann (1892) também apresentou sua própria definição, aplicando a série de Taylor e introduzindo uma função complementar (Ψ) devido a um problema de ambiguidade no limite inferior da integração, c , de modo que:

$$D^{\nu} f(x) = \frac{1}{\Gamma(\nu)} \int_c^x (x-t)^{\nu-1} f(t) dt + \Psi(x). \quad (2.08)$$

Trabalhos de Letnikov, em 1868, e Sonin, em 1869 - seguidos por trabalhos de Letnikov, nos anos seguintes – conduziram a forma atual da integral fracionária de Riemann-Liouville (CAMARGO; OLIVEIRA, 2015), em que

$${}_0D_x^{-\nu} f(x) = \frac{1}{\Gamma(\nu)} \int_0^x (x-t)^{\nu-1} f(t) dt, \quad \Re(\nu) > 0. \quad (2.09)$$

Considerando que a função seja representada no domínio do tempo, o que é pertinente ao presente estudo, a integral de Riemann-Liouville é expressa na forma das Eq.s (2.10) e (2.11), que são denominadas, respectivamente, integral fracionária de Riemann-Liouville à esquerda, de ordem ν (Eq. 2.10), e integral fracionária de Riemann-Liouville à direita (Eq. 2.11). As equações são

$$D_{a,t}^{-\nu} f(t) = {}_{RL}D_{a,t}^{-\nu} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\nu)} \int_a^t (t-s)^{\nu-1} f(s) ds, \quad (2.10)$$

e

$$D_{t,b}^{-\nu} f(t) = {}_{RL}D_{t,b}^{-\nu} f(t) = \frac{1}{\Gamma(\nu)} \int_t^b (s-t)^{\nu-1} f(s) ds. \quad (2.11)$$

Assim, as derivadas fracionárias de Riemann-Liouville, à esquerda e à direita, de ordem ν , com m , um número inteiro positivo tal que $m - 1 \leq \nu < m$ são dadas, respectivamente, por (CINIELLO, 2015):

$${}_{RL}D_{a,t}^{\nu} f(t) = \frac{1}{\Gamma(m-\nu)} \frac{d^m}{dt^m} \int_a^t (t-s)^{m-\nu-1} f(s) ds, \quad (2.12)$$

e

$${}_{RL}D_{t,b}^{\nu} f(t) = \frac{(-1)^m}{\Gamma(m-\nu)} \frac{d^m}{dt^m} \int_t^b (s-t)^{m-\nu-1} f(s) ds. \quad (2.13)$$

2.1.2 Derivada Fracionária de Caputo

As derivadas fracionárias de Caputo (1969), à esquerda Eq. (2.12) e à direita Eq. (2.13), de ordem $n > 0$ para $f(t)$ com $t \in (a, b)$, com m sendo um número real inteiro e positivo tal que $m - 1 \leq n < m$ são dadas, respectivamente, por

$${}_CD_{a,t}^{\nu} f(t) = \frac{1}{\Gamma(m-\nu)} \int_a^t (t-s)^{m-\nu-1} f^{(m)}(s) ds, \quad (2.14)$$

e

$${}_c D_{t,b}^{\nu} f(t) = \frac{(-1)^m}{\Gamma(m-\nu)} \int_t^b (s-t)^{m-\nu-1} f^{(m)}(s) ds. \quad (2.15)$$

2.1.3 Considerações sobre os Modelos de Derivadas Fracionárias

No intento de atingir o objetivo de definir uma forma para a derivada fracionária, diversos autores apresentaram suas contribuições e, da mesma maneira, uma interpretação válida para todas essas definições também foi esboçada. Machado (2003), por exemplo, apresentou uma interpretação para as derivadas fracionárias na qual esse tipo de derivação pode ser interpretado como uma espécie de soma ponderada. No entanto, a incerteza na obtenção de uma interpretação física não é um obstáculo para a aplicação dessa ferramenta na representação de MVEs. São as vantagens da aplicação do cálculo fracionário na representação dos MVEs que justificam sua aplicação.

A derivada de Riemann-Liouville apresenta um sério problema para as aplicações na Engenharia, que é a não nulidade da derivada fracionária de funções constantes. Nesse aspecto, a derivada de Caputo é satisfatória, o que é determinante para a sua escolha no estabelecimento de relações constitutivas para os MVEs.

A equivalência das duas abordagens para o modelo fracionário de Zener foi notada por Bagley (2007). No entanto, Mainardi (2010) nota que a derivada de Caputo se apresenta como uma escolha mais ajustada, já que é totalmente compatível com a abordagem clássica. A abordagem pela derivada de Caputo requer, no domínio de Laplace, as mesmas condições iniciais dos modelos clássicos.

2.2 MATERIAL VISCOELÁSTICO

Todo material sólido real apresenta, sob carregamento dinâmico (isto é, variável com o tempo), propriedades de elasticidade e amortecimento. Ambas as propriedades são referidas como propriedades dinâmicas dos sólidos reais.

O conceito de “módulo complexo” é uma poderosa ferramenta, largamente usada para a caracterização dinâmica das propriedades de elasticidade e amortecimento, no domínio da frequência. Os módulos complexos, de Young e de cisalhamento, estabelecem as relações uniaxiais correspondentes entre tensão e deformação.

Nos MVEs, a tensão é geralmente uma função da deformação, das derivadas temporais de ordem superior da deformação e das derivadas temporais da tensão. A relação que envolve estas grandezas é chamada de “constitutiva” ou “reológica de estado”. Quando a equação constitutiva pode ser expressa por meio de uma equação diferencial linear e com coeficientes constantes, o material pode ser considerado viscoelástico linear (CRUZ, 2004).

A teoria mais geral de viscoelasticidade linear foi formulada por Boltzmann em 1874 e está assentada no princípio da superposição de Boltzmann (NAVARRO, 2017).

2.2.1 Princípio da Superposição Frequência-Temperatura (FTS)

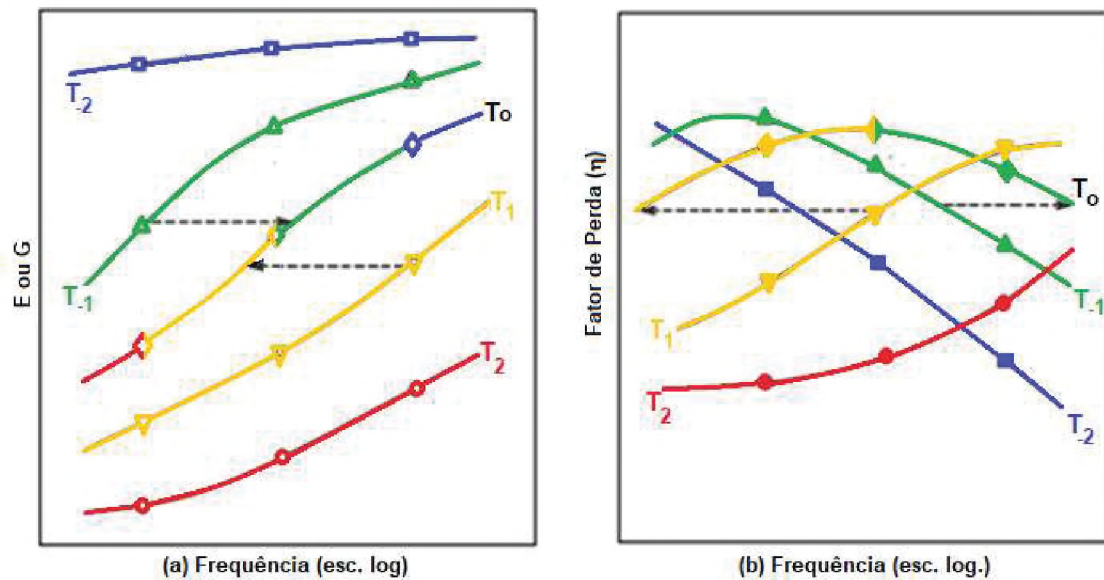
Quando os efeitos da frequência e temperatura devem ser considerados no comportamento dos materiais, uma das técnicas mais utilizadas para consolidar os dados experimentais é o princípio da equivalência “frequência-temperatura” para materiais viscoelásticos. Desta abordagem, resulta um gráfico, em eixos ortogonais, contendo o módulo dinâmico (E ou G) e o fator de perda correspondente em função da frequência reduzida, todos em escala logarítmica. A frequência reduzida é obtida pela multiplicação da frequência (do experimento) com um fator que depende da temperatura absoluta, denominado “fator de deslocamento” (α_T), de modo que

$$\Omega_R = \alpha_T \cdot \Omega. \quad (2.16)$$

O fator de deslocamento tem como referência uma temperatura, (T_o) denominada de “temperatura de referência”, para a qual o fator é igual a 1. A obtenção deste fator é basicamente empírica. Tomando-se como referência um conjunto de dados experimentais obtidos a quatro temperaturas diferentes, em um certo espectro de frequência, por exemplo, de 100 a 1000 Hz, obtêm-se as curvas mestre em função da frequência. O aspecto das curvas experimentais de módulo dinâmico nas diversas temperaturas se parecerá com o da FIGURA 4a. O fator de deslocamento é um valor constante para cada temperatura, o que permite deslocar a respectiva curva de módulo e gerar uma curva única. O mesmo tratamento é dispensado para o fator de perda, tal como na FIGURA 4b. O valor do fator de deslocamento para uma dada temperatura será igual para o módulo dinâmico e para o fator de perda.

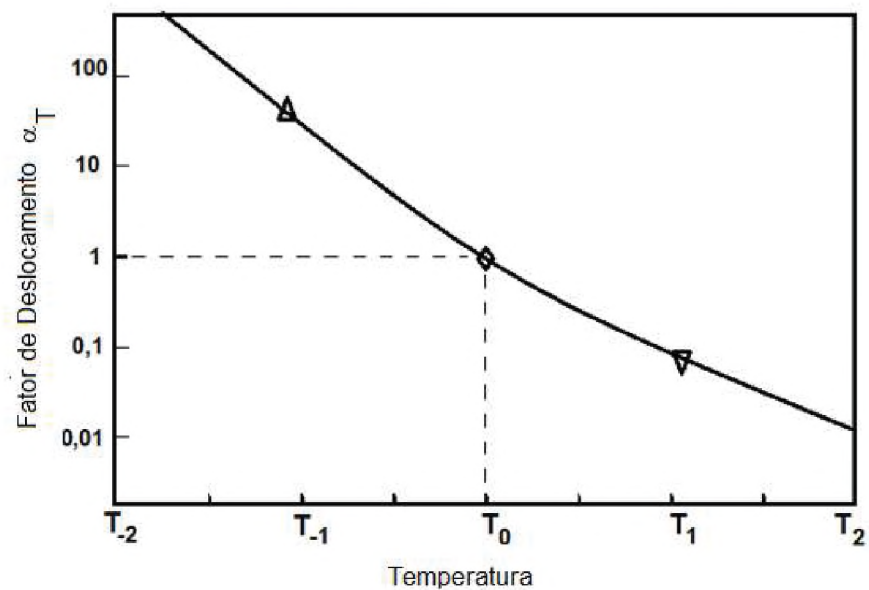
Uma vez que os fatores de deslocamento das curvas de módulo dinâmico e fator de perda são conhecidos, um gráfico fator de deslocamento versus temperatura é obtido FIGURA 5.

FIGURA 4 - SUPERPOSIÇÃO DE CURVAS INDIVIDUAIS DE MÓDULO DINÂMICO E FATOR DE PERDA PARA DIFERENTES TEMPERATURAS



FONTE: Modificado de Nashif, Jones e Henderson (1985)

FIGURA 5 - GRÁFICO DE TEMPERATURA X FATOR DE DESLOCAMENTO



FONTE: Modificado de Nashif, Jones e Henderson (1985)

A curva obtida na FIGURA 5 tem formato exponencial, e o fator de deslocamento pode ser modelado matematicamente pela Eq. (2.17)

$$\log \alpha_T = -\frac{\theta_1(T - T_o)}{\theta_2 + T - T_o}, \quad (2.17)$$

onde θ_1 e θ_2 são constantes do material determinadas experimentalmente, e T_o é a temperatura de referência, também empírica. A equação acima é conhecida como equação WLF (Williams-Landel-Ferry, 1980).

2.2.2 Equação Constitutiva (Derivada de Ordem Inteira)

A equação constitutiva do modelo viscoelástico padrão é dada por uma equação diferencial, também chamada de equação operadora: (MAINARDI, 2010) tal que

$$\sigma(t) + \sum_{m=1}^M b_m \frac{d^m \sigma(t)}{dt^m} = E_o \varepsilon(t) + \sum_{n=1}^N E_n \frac{d^n \varepsilon(t)}{dt^n}. \quad (2.18)$$

A Eq. (2.18) não é única e sua solução depende do conhecimento dos parâmetros M e N que, por sua vez, estão relacionados a modelos mecânicos a serem vistos adiante. Com a aplicação da transformada de Fourier e rearranjando a Eq. (2.18), obtém-se

$$\bar{E}(\Omega) = \frac{\sigma(\Omega)}{\varepsilon(\Omega)} = \frac{E_o + \sum_{n=1}^N E_n (i\Omega)^n}{1 + \sum_{m=1}^M b_m (i\Omega)^m}. \quad (2.19)$$

Na Eq. (2.19), o termo $\bar{E}(\Omega)$ é o módulo complexo de elasticidade (Young). Ele é composto por dois termos, como mostra a Eq. (2.20), em que a parte real é a componente encarregada de armazenar energia elástica do material, $E(\Omega)$, e a imaginária, a componente encarregada de dissipar energia vibratória, $E'(\Omega)$. Assim, tem-se que

$$\bar{E}(\Omega) = E(\Omega) + iE'(\Omega). \quad (2.20)$$

A parcela encarregada de dissipar energia vibratória é usualmente representada na forma de fator de perda do material por

$$\eta(\Omega) = \frac{E''(\Omega)}{E'(\Omega)}, \quad (2.21)$$

o que permite representar a Eq. (2.20) na forma

$$\bar{E}(\Omega) = E(\Omega)[1 + i\eta(\Omega)]. \quad (2.22)$$

Uma característica própria deste modelo de derivadas inteiras é que o número de derivadas temporais em M e N deve ser grande para poder representar, com precisão, o comportamento dinâmico desses materiais em uma ampla banda de frequências. Esta característica tem como consequência um alto custo computacional.

2.3 MODELOS CLÁSSICOS DE COMPORTAMENTO VISCOELÁSTICO

Na Mecânica dos Sólidos, o comportamento dos materiais é definido em termos de tensões e deformações. As relações entre tensões e deformações no regime elástico são ditadas por módulos de elasticidade. O módulo de Young se relaciona com as tensões e deformações normais; o módulo de cisalhamento, com tensões e deformações cisalhantes.

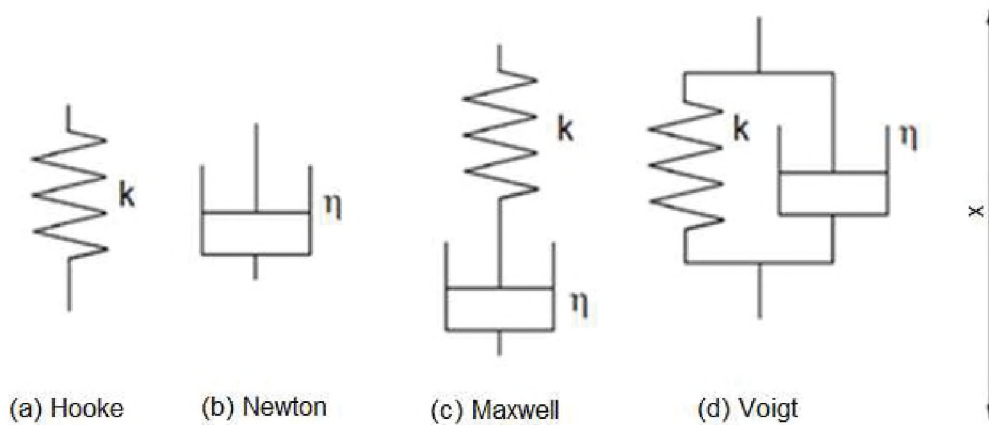
O estudo da teoria básica de MVEs, com o desenvolvimento de modelos dinâmicos, data do início do século XVIII, com Boltzman, Coriolis, Gauss e Maxwell. (SCHER; SCHLESINGER; BENDLER, 1991). Os modelos básicos mostrados na FIGURA 6 foram desenvolvidos e têm servido de base para a simulação do comportamento de MVEs (ZHOU et al., 2016).

2.3.1 Modelo Clássico de Hooke (MH)

Este modelo representa o comportamento elástico perfeito, sendo, por isso, também conhecido como modelo de Hooke. No domínio do tempo, a equação constitutiva para este modelo FIGURA 6a é dada por

$$\sigma(t) = E \cdot \varepsilon(t). \quad (2.23)$$

FIGURA 6 - MODELOS CLÁSSICOS DE COMPORTAMENTO VISCOELÁSTICO: (a) HOOKE; (b) NEWTON; (c) MAXWELL; (d) VOIGT



FONTE: Olienick (2018)

No domínio da frequência, Eq. (2.23) toma a forma

$$\sigma_c(\Omega) = E \cdot \varepsilon_c(\Omega), \quad (2.24)$$

onde E representa o módulo de elasticidade de Young constante no tempo. Deste modo se obtém, por comparação com a Eq. (2.20), que

$$E(\Omega) = E, \quad (2.25)$$

e

$$E'(\Omega) = 0. \quad (2.26)$$

2.3.2 Modelo Clássico de Newton (MN)

Este modelo é representado por um amortecedor, e a força é proporcional à taxa de deformação.

Um coeficiente de deformação é inserido multiplicando a taxa de deformação FIGURA 6b de modo que

$$\sigma(t) = \eta \frac{d\varepsilon(t)}{dt}. \quad (2.27)$$

Transformando a Eq. (2.27) para o domínio da frequência obtém-se

$$\bar{\sigma}(\Omega) = i.\Omega.\eta.\bar{\varepsilon}(\Omega), \quad (2.28)$$

onde

$$E(\Omega) = 0, \quad (2.29)$$

e

$$E'(\Omega) = \eta.\Omega. \quad (2.30)$$

2.3.3 Modelo Clássico de Maxwell (MM)

O modelo de Maxwell foi desenvolvido inicialmente para aplicação em gases, tendo sido aplicado mais tarde em sólidos. O MM é composto por uma mola e um amortecedor viscoso em série, como visto na FIGURA 6c (MAXWELL, 1867). Em essência, este modelo assume uma distribuição uniforme de tensões e permite capturar a dependência em frequência do MVE, particularmente em altas frequências. A equação constitutiva (2.18), com $M=N=1$ e $E_o = 0$, é expressa, para esse modelo, na forma

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E} \frac{d\sigma(t)}{dt} + \frac{\sigma(t)}{\eta}. \quad (2.31)$$

Colocando a Eq. (2.31) no domínio da frequência, chega-se a

$$(i.\Omega).\bar{\varepsilon}(\Omega) = \frac{1}{E}(i.\Omega)\bar{\sigma}(\Omega) + \frac{\bar{\sigma}(\Omega)}{\eta}. \quad (2.32)$$

Considerando a definição de tempo de relaxação dada por

$$\tau = \frac{\eta}{E}, \quad (2.33)$$

e substituindo-a na Eq. (2.32), obtém-se:

$$(i.\Omega).\bar{\varepsilon}(\Omega) = \frac{1}{E}(i.\Omega)\bar{\sigma}(\Omega) + \frac{\bar{\sigma}(\Omega)}{\tau.E} = \frac{\tau}{\tau.E}(i.\Omega)\bar{\sigma}(\Omega) + \frac{\bar{\sigma}(\Omega)}{\tau.E}.$$

$$\bar{\sigma}(\Omega) = \frac{i.\Omega.\tau.E}{[1+i.\Omega.\tau]}\bar{\varepsilon}(\Omega) = \frac{i.\Omega.\tau.E}{[1+i.\Omega.\tau]}\frac{[1-i.\Omega.\tau]}{[1-i.\Omega.\tau]}\bar{\varepsilon}(\Omega) =,$$

obtendo-se, assim, o módulo complexo

$$\bar{E}(\Omega) = \frac{i.\Omega.\tau.E + \tau^2.\Omega^2.E}{1 + \tau^2.\Omega^2}. \quad (2.34)$$

Com base na Eq. (2.34), pode-se chegar às seguintes relações, no domínio da frequência:

$$E(\Omega) = \frac{E.\Omega^2.\tau^2}{1 + \Omega^2.\tau^2}, \quad (2.35)$$

e

$$E'(\Omega) = \frac{E.\Omega.\tau}{1 + \Omega^2.\tau^2}. \quad (2.36)$$

Para o módulo de cisalhamento complexo, ter-se-ia

$$G(\Omega) = \frac{G.\Omega^2.\tau^2}{1 + \Omega^2.\tau^2}, \quad (2.37)$$

e

$$G'(\Omega) = \frac{G.\Omega.\tau}{1 + \Omega^2.\tau^2}, \quad (2.38)$$

com

$$\Omega = 2.\pi.f. \quad (2.39)$$

Outro modelo derivado do modelo clássico de Maxwell é o modelo de Maxwell Generalizado, também chamado de “Maxwell-Wiechert” FIGURA 7.

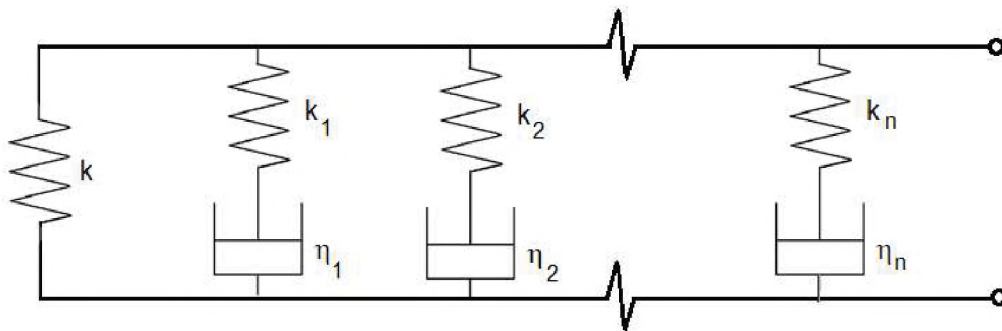
2.3.3.1 Modelo de Maxwell Generalizado (MG)

Basicamente, esse modelo é constituído de vários modelos de Maxwell em paralelo. Com a adição de uma mola em paralelo aos elementos de Maxwell, este modelo também é conhecido como modelo de Wiechert (CINIELLO, 2015) FIGURA 7. Segundo Brinson e Brinson (2008), não é possível representar um MVE de forma adequada, com apenas um elemento de Maxwell. Na maior parte dos casos, são requeridos muitos elementos para se atingir o objetivo.

Tomando-se um elemento arbitrário, pode-se obter a sua contribuição e chegar a equação constitutiva do modelo de Maxwell Generalizado. Assim, para um elemento genérico i , a tensão é dada pela Eq. (2.31), que pode ser reescrita da seguinte forma

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt} = \frac{1}{E_i} \frac{d\sigma(t)}{dt} + \frac{\sigma(t)}{\eta}. \quad (2.40)$$

FIGURA 7 - MODELO DE MAXWELL GENERALIZADO



FONTE: Adaptado de Zhou et al (2016)

Considerando na Eq. (2.40), um total de n elementos, decorre que

$$\sigma(t) = \sum_{m=1}^n \left(\frac{\frac{d}{dt}}{\frac{1}{E_m} \frac{d}{dt} + \frac{1}{\eta_m}} \right) \varepsilon(t). \quad (2.41)$$

Com a transformação para o domínio da frequência, a Eq. (2.41) é reescrita na forma

$$\bar{\sigma}(\Omega) = \sum_{m=1}^n \left(\frac{(i.\Omega)}{\frac{1}{E_m}(i.\Omega) + \frac{1}{\eta_m}} \right) \bar{\varepsilon}(\Omega), \quad (2.42)$$

o que permite obter o módulo complexo de Young, no domínio da frequência, para o modelo de Maxwell generalizado, qual seja,

$$\bar{E}(\Omega) = \sum_{m=1}^n \left(\frac{(i.\Omega)}{\frac{1}{E_m}(i.\Omega) + \frac{1}{\eta_m}} \right). \quad (2.43)$$

A razão do modelo de Maxwell generalizado poder representar melhor as características dinâmicas dos MVEs residem no fato de este permitir a incorporação de mais informações ao agregar várias molas e amortecedores do modelo Maxwell clássico. O MG representa isoladores não lineares com boa exatidão (ZHOU et al., 2016).

2.3.4 O Modelo Clássico de Kelvin-Voigt (MK-V)

O MK-V é constituído por uma mola e um amortecedor em paralelo. FIGURA 6d e assume uma distribuição uniforme de deformação. Existem algumas semelhanças entre os modelos de Maxwell e de Voigt: a deformação nos dois modelos é idêntica, e a tensão total é a soma das contribuições dos dois elementos que os compõem. Outra semelhança é que as propriedades viscoelásticas são descritas por um módulo complexo cuja parte real, também conhecida como módulo de armazenamento, é dependente da frequência.

A representação desse modelo, através das relações de tensão e deformação, é dada por

$$\sigma(t) = E.\varepsilon(t) + \eta.\frac{d\varepsilon(t)}{dt}. \quad (2.44)$$

As vantagens desse modelo são a sua simplicidade e a sua capacidade de definir os parâmetros dinâmicos, em termos de frequência (e também de temperatura, algo que ainda será considerado nesse trabalho) dos módulos envolvidos (ZHOU et al., 2016).

A transformação da Eq. (2.44) para o domínio da frequência conduz a

$$\bar{\sigma}(\Omega) = E\bar{\varepsilon}(\Omega) + \eta \cdot (i\Omega)\bar{\varepsilon}(\Omega), \quad (2.45)$$

o que permite obter as componentes real e imaginária do módulo complexo para este modelo, no domínio da frequência, quais sejam,

$$E(\Omega) = E, \quad (2.46)$$

$$E'(\Omega) = \eta\Omega, \quad (2.47)$$

ou, no caso de cisalhamento,

$$G(\Omega) = G, \quad (2.48)$$

$$G'(\Omega) = \Omega\eta_G. \quad (2.49)$$

2.3.5 O Modelo de Zener ou Sólido Linear Padrão (SLS)

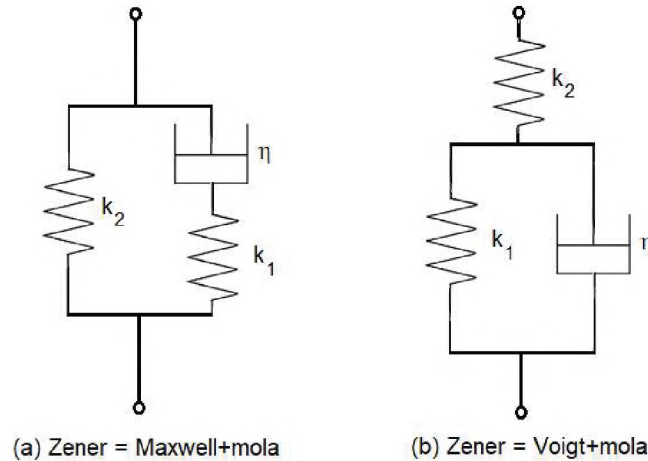
Também chamado de “modelo sólido linear padrão”, é constituído basicamente de dois parâmetros de rigidez e um de amortecimento. A representação do modelo mecânico de Zener pode ser feita através de um modelo simples de Maxwell com uma mola em paralelo FIGURA 8a ou como um modelo simples de Voigt com uma mola em série FIGURA 8b. Foi proposto inicialmente por Zener (1948) e é mais complexo que os modelos clássicos de Maxwell e Kelvin-Voigt.

Os MVEs podem ter seu comportamento classificado quanto às suas respostas instantâneas ou de equilíbrio, quando solicitados. Assim sendo, são reconhecidos quatro tipos de comportamentos diferentes para um corpo viscoelástico simples, segundo as respostas à fluência e à relaxação. Conforme a teoria clássica da viscoelasticidade, segundo Alfrey (1948) e Gross (1953), há uma equação geral para

a representação do comportamento dos vários modelos mecânicos de viscoelasticidade, a saber,

$$\left[1 + \sum_{k=1}^p a_k \frac{d^k}{dt^k} \right] \sigma(t) = \left[m + \sum_{k=1}^q b_k \frac{d^k}{dt^k} \right] \varepsilon(t). \quad (2.50)$$

FIGURA 8 - MODELO DE ZENER (A) MAXWELL+MOLA;(B) VOIGT+MOLA



FONTE: Olienick (2018)

A Eq. (2.50) é denominada “equação operadora dos modelos mecânicos”. As constantes m , a_k , b_k estão sujeitas às restrições que são compatíveis aos princípios da física (MAINARDI, 2010). A TABELA 1 apresenta uma relação das condições em que devem se enquadrar as constantes da Eq. (2.50) em relação a quatro casos representados por ela:

TABELA 1 – OS QUATRO CASOS DA EQUAÇÃO OPERADORA

TIPO	ORDEM	m
I	$q=p$	>0
II	$q=p$	$=0$
III	$q=p+1$	>0
IV	$q=p+1$	$=0$

FONTE: Mainardi (2010).

Como o modelo de Zener se enquadra no Tipo I TABELA 1, a equação constitutiva do modelo mecânico de Zener fica assim escrita:

$$\left[1 + a_1 \frac{d}{dt}\right] \sigma(t) = \left[m + b_1 \frac{d}{dt}\right] \varepsilon(t). \quad (2.51)$$

Através da transformada de Fourier, a Eq. (2.51) pode ser escrita no domínio da frequência da seguinte forma:

$$\left[1 + a_1 (i.\Omega)\right] \bar{\sigma}(\Omega) = \left[m + b_1 (i\Omega)\right] \bar{\varepsilon}(\Omega), \quad (2.52)$$

Portanto,

$$\bar{E}(\Omega) = \frac{m + b_1 (i.\Omega)}{1 + a_1 (i.\Omega)}. \quad (2.53)$$

Como $E_c(\Omega) = E(\Omega) + i.E'(\Omega)$, então

$$E(\Omega) = \frac{m + a_1 b_1 \Omega^2}{1 + a_1^2 \Omega^2}, \quad (2.54)$$

e

$$E'(\Omega) = \frac{(b_1 - a_1 m) \Omega}{1 + a_1^2 \Omega^2}. \quad (2.55)$$

2.4 MODELO VISCOELÁSTICO COM DERIVADA FRACIONÁRIA

O modelo de derivada fracionária é bastante eficiente e tem uma excelente acurácia na reprodução de propriedades mecânicas de materiais poliméricos nas regiões “borrachosa” e de transição, regiões essas descritas por Snowdon (SNOWDON, 1968). A denominação “modelo de derivada fracionária” é aqui aplicada ao modelo de Zener fracionário, em que o cálculo fracionário é aplicado ao modelo clássico de Zener. Uma vantagem do modelo fracionário de Zener é a possibilidade de não só poder representar os casos mais simples, como Maxwell e Voigt, dentre outros, mas também casos particulares (MAINARDI, 2010).

Bagley e Torvik (1985) desenvolveram um modelo baseado nas derivadas fracionárias para MVE homogêneos. A equação constitutiva do modelo de comportamento viscoelástico com derivadas fracionárias apresentada por Bagley e Torvik (1985) é dada por

$$\sigma(t) + \sum_{m=1}^M b_m \frac{d^{\beta m}}{dt^{\beta m}} \sigma(t) = E_o \cdot \varepsilon(t) + \sum_{m=1}^N E_m \frac{d^{\alpha m}}{dt^{\alpha m}} \varepsilon(t). \quad (2.56)$$

Experimentalmente, as características dinâmicas podem ser definidas pelos primeiros termos das séries contendo derivadas fracionárias, como no modelo de derivadas inteiras de Zener, descrito no item anterior. No entanto, a Eq. (2.56), apresentada no estudo de Bagley e Torvik, é uma variação do modelo de equação operadora (MAINARDI, 2010). Para o modelo de Zener, especificamente, pode ser notado na TABELA 1 que não existe necessidade de distinção entre os índices α e β . Por uma questão de compatibilidade física, ambos os índices de ordem da derivada fracionária deverão ser iguais (MAINARDI, 2010).

Feitas as devidas considerações, a Eq. (2.56) ficará

$$\sigma(t) + b_1 \frac{d^{\beta}}{dt^{\beta}} \sigma(t) = E_o \cdot \varepsilon(t) + E_1 \frac{d^{\beta}}{dt^{\beta}} \varepsilon(t). \quad (2.57)$$

Pela transformada de Fourier, obtém-se a solução para o domínio frequência da Eq. (2.57), que é

$$\bar{\sigma}(\Omega) + b_1 (\Omega)^{\beta} \bar{\sigma}(\Omega) = E_o \bar{\varepsilon}(\Omega) + E_1 (i.\Omega)^{\beta} \bar{\varepsilon}(\Omega). \quad (2.58)$$

Rearranjando a Eq. (2.58), obtém-se

$$\bar{\sigma}(\Omega) = \frac{E_o + E_1 (i.\Omega)^{\beta}}{1 + b_1 (i.\Omega)^{\beta}} \bar{\varepsilon}(\Omega). \quad (2.59)$$

O módulo complexo de Young é dado por:

$$\bar{E}(\Omega) = \frac{E_o + E_1 (i.\Omega)^{\beta}}{1 + b_1 (i.\Omega)^{\beta}}. \quad (2.60)$$

A expressão acima reflete a propriedade em função da frequência, para uma temperatura constante. Fazendo $E_1 = b_1 \cdot E_\infty$, a Eq. (2.60) fica

$$\bar{E}(\Omega) = \frac{\sigma(\Omega)}{\varepsilon(\Omega)} = \frac{E_o + E_\infty \cdot b_1 (i\Omega)^\beta}{1 + b_1 (i\Omega)^\beta}. \quad (2.61)$$

De maneira análoga, para o módulo complexo de cisalhamento, a Eq. (2.61) pode ser escrita como

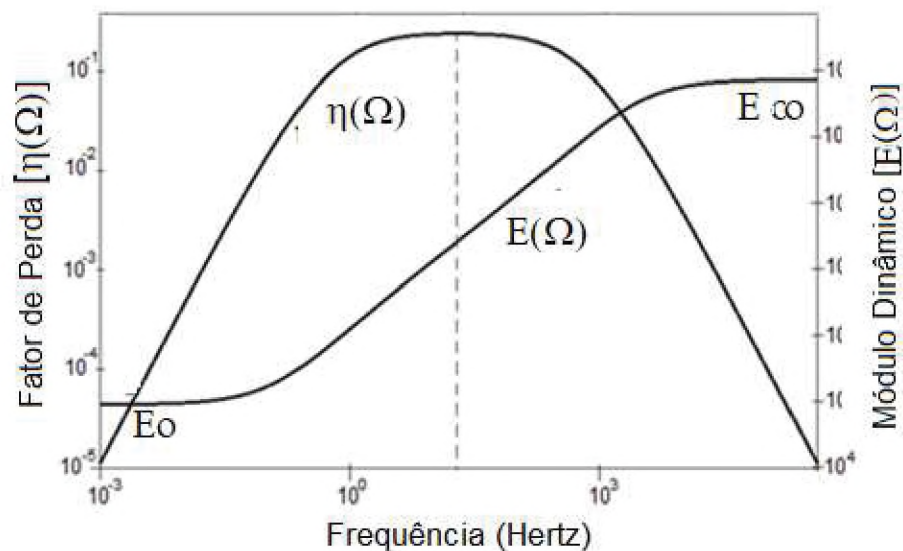
$$\bar{G}(\Omega) = \frac{\tau(\Omega)}{\gamma(\Omega)} = \frac{G_o + G_\infty \cdot b_1 (i\Omega)^\beta}{1 + b_1 (i\Omega)^\beta}, \quad (2.62)$$

com

$$\bar{G}(\Omega) = G(\Omega) \cdot [1 + i\eta_G(\Omega)]. \quad (2.63)$$

Os parâmetros das Eqs. (2.61) e (2.62) são quatro. Como pode ser visto na FIGURA 9, E_o e E_∞ , assíntotas inferior e superior, são os valores de E quando a frequência tende, respectivamente, a zero e a infinito. Ou seja, E_o é o módulo relaxado e E_∞ o módulo não relaxado. Já b_1 , é dita constante de relaxação, enquanto β , é uma constante adimensional do modelo fracionário.

FIGURA 9 - MÓDULO DINÂMICO E FATOR DE PERDA



FONTE: Olienick (2018)

As Eqs. (2.61) e (2.62) são termodinâmica e mecanicamente admissíveis se os parâmetros se sujeitarem às seguintes restrições: $0 < \beta < 1$, $E_o \geq 0$, $E_\infty \geq 0$, $b_1 \geq 0$, $E_\infty \geq E_o$, para o módulo complexo de Young ou, $0 < \beta < 1$, $G_o \geq 0$, $G_\infty \geq 0$, $b_1 \geq 0$, $G_\infty \geq G_o$, para o módulo complexo de cisalhamento (BAGLEY; TORVIK, 1986).

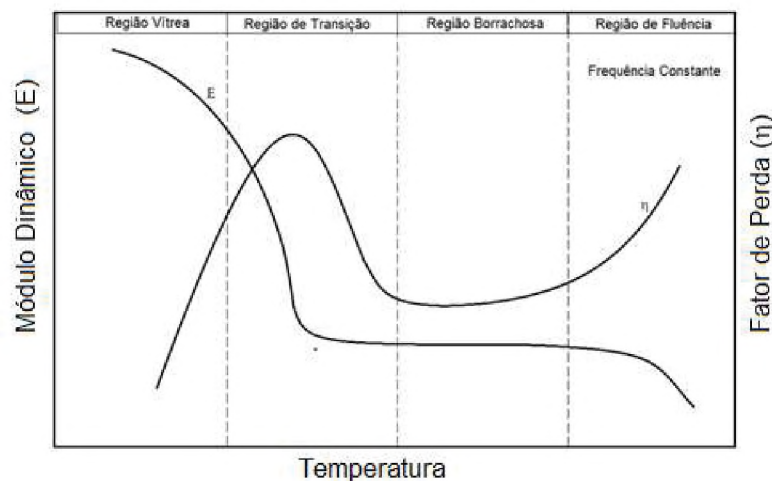
O modelo fracionário é referido como modelo fracionário da viscoelasticidade, com excelentes resultados para fins de ajustes de dados experimentais de diversos polímeros. Usando o modelo fracionário com três parâmetros, Bagley e Torvik (1983a) obtiveram ajustes para os dados experimentais com erro médio de 6% no exame de três materiais, o polibutadieno, butyl B252 e butyl 7081.

2.5 INFLUÊNCIA DA TEMPERATURA NO MVE

Os polímeros são MVEs cujas propriedades mecânicas são fortemente influenciadas pelo meio. No que diz respeito aos fatores externos que estão presentes em um projeto de engenharia relativo a isolamento de vibrações, por exemplo, a temperatura é o fator que mais fortemente afeta as propriedades dinâmicas (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985) FIGURA 10.

Uma das grandes vantagens do modelo fracionário na descrição do comportamento viscoelástico, mostrado no item anterior desse trabalho, é a baixa quantidade de parâmetros necessários para descrever esse comportamento.

FIGURA 10 - VARIAÇÃO DO MÓDULO E DO FATOR DE PERDA COM A TEMPERATURA



FONTE: Adaptado de Nashif, Jones e Henderson (1985)

Assim, é possível acrescentar ao modelo, um ou mais parâmetros para a descrição do efeito da temperatura, sem a preocupação de sobrecarregá-lo.

Alguns problemas na realização de ensaios visando prover o conjunto de informações que permitam a caracterização do material devem ser atentados. Em princípio, o espécime testado deve ser mantido sob temperatura controlada. No entanto, a dissipação de energia no MVE envolve geração de calor e, com isso, uma variação de temperatura pode afetar as propriedades nas camadas internas (KORITES; NELSON, 1969).

Para um expressivo número de materiais, a chave para se obter a caracterização dinâmica, com uma base limitada de dados experimentais, é o princípio da superposição frequência-temperatura, visto neste trabalho no item 2.2.1. Baseado na observação de que os efeitos da temperatura e frequência em MVEs são qualitativa e reciprocamente equivalentes, as curvas de propriedades dinâmicas podem ser superpostas, em uma temperatura de referência pré-definida, por meio de deslocamentos de frequência adequados (LOPES *et al*, 2004). Com base em dados experimentais, as propriedades dinâmicas, uma vez consolidadas, podem ser exibidas por meio de gráficos de caracterização dinâmica, incluindo o gráfico para caracterização do fator de deslocamento devido à temperatura e o nomograma de frequência reduzida do material, que representa o comportamento dinâmico do material para diferentes frequências e temperaturas FIGURA 11 (JONES, 1978).

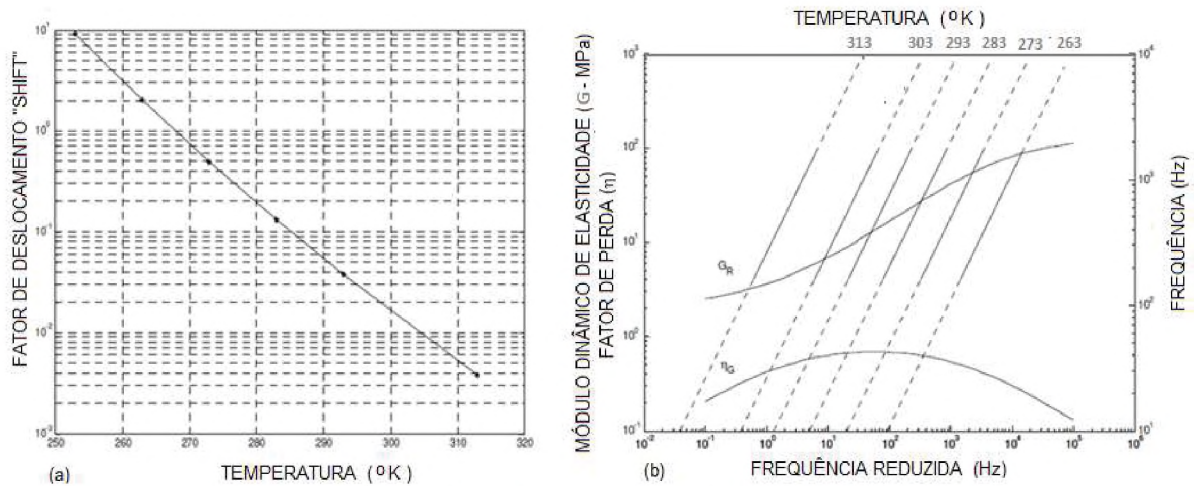
2.5.1 Material Termoreologicamente Simples

O objetivo principal do presente trabalho é a caracterização dinâmica de um material termoreologicamente simples, que é um material para o qual o princípio de superposição frequência-temperatura se aplica. Assim, uma das questões importantes é a definição ou enquadramento do material no conceito de “termoreologicamente simples”. Existem algumas maneiras de se determinar esta conformidade.

No domínio do tempo, a técnica consiste em realizar testes experimentais de relaxação ou fluência a diferentes temperaturas constantes para cada experimento e construir um gráfico logarítmico da propriedade em função do tempo. Se a superposição das curvas a diferentes temperaturas em um mesmo gráfico, em função

da temperatura, permitir a formação de uma única curva, o material é classificado como termoreologicamente simples (SCHWARZL; STAVERMAN, 1952).

FIGURA 11 - GRÁFICOS DE CARACTERIZAÇÃO DINÂMICA PARA A BORRACHA BUTÍLICA: (a) FATOR DE DESLOCAMENTO X TEMPERATURA; (b) NOMOGRAMA DE FREQUÊNCIA REDUZIDA



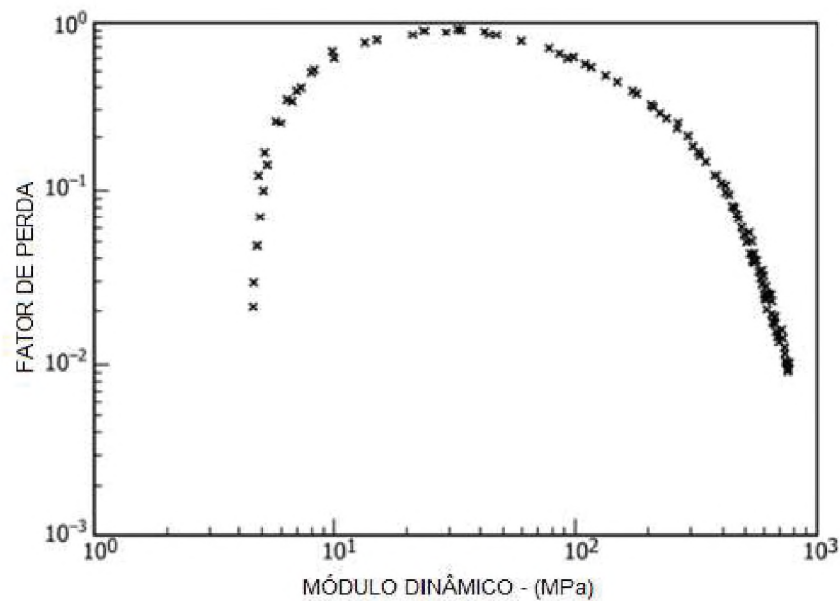
FONTE: Lopes et al. (2004)

No domínio da frequência, os experimentos são realizados para diferentes temperaturas, que devem permanecer constantes em cada experimento durante toda a variação experimental da frequência. Com os dados experimentais da propriedade medida, seja o módulo complexo de Young ou o módulo complexo de cisalhamento, constrói-se um gráfico FIGURA 12. Esse gráfico é denominado *wicket plot* (ASTM E 756-98, 1998).

A constatação de que um material é termoreologicamente simples pode ser obtida através do *wicket plot*. Essa constatação é obtida quando as curvas mestre se apresentam dispostas de maneira que um "u" invertido é facilmente notado (ROULEAU et al., 2014).

Na metodologia clássica de identificação dos parâmetros da propriedade medida, o *wicket plot* permite obter os valores extremos do módulo real, além do maior valor do fator de perda também permitir que se estabeleça a temperatura de referência para a caracterização dinâmica e o respectivo valor de β do modelo fracionário (LOPES et al., 2004).

FIGURA 12 - WICKET PLOT



FONTE: ASTM E 756

Neste trabalho, o *wicket plot* será usado apenas e essencialmente para a confirmação do comportamento termoreologicamente simples do material, pois o método empregado para a caracterização não o utilizará.

Em situação diversa, um material poderá ser denominado termoreologicamente complexo (CAPODAGLI; LAKES, 2008) quando não ocorrer superposição das curvas de propriedades dinâmicas. Em geral, o que ocorre é que a forma das curvas muda, embora os pontos de máximo de fator de perda não mudem. Ainda assim, os máximos das curvas não coincidem quando um fator de deslocamento nas curvas é aplicado para seu alinhamento.

2.5.2 Introdução da Influência da Temperatura no Modelo Fracionário

A influência da variação da temperatura no comportamento do MVE pode ser verificada experimentalmente em ensaios conduzidos a diferentes temperaturas. São realizados diversos experimentos, sendo que em cada um deles uma certa temperatura é mantida constante.

Na equação do módulo - de Young (ou cisalhamento) - complexo do modelo fracionário, um fator de deslocamento devido ao efeito da temperatura é introduzido. O fator de deslocamento computado pela Eq. (2.17) do item 2.2.1 é introduzido na Eq.

(2.61) para obter a Eq. (2.64). Analogamente, o mesmo é feito na Eq. (2.62) para obter a Eq. (2.65). Têm-se assim,

$$\bar{E}(\Omega, T) = \frac{E_o + E_\infty \cdot b_1 [i\alpha_T(T) \cdot \Omega]^\beta}{1 + b_1 [i\alpha_T(T) \cdot \Omega]^\beta}, \quad (2.64)$$

e

$$\bar{G}(\Omega, T) = \frac{G_o + G_\infty \cdot b_1 [i\alpha_T(T) \cdot \Omega]^\beta}{1 + b_1 [i\alpha_T(T) \cdot \Omega]^\beta}. \quad (2.65)$$

A expressão $\alpha_T(T) \cdot \Omega$ nas Eqs. (2.64) e (2.65) é denominada “frequência reduzida” (Ω_R), conforme definido em 2.2.1, pela Eq. (2.16).

2.6 INFLUÊNCIA DA DEFORMAÇÃO NO COMPORTAMENTO DO MVE

Conforme Nashif, Jones e Henderson (1985), a deformação pode ocorrer no MVE empregado em controle de vibrações de duas maneiras: a) como deformação decorrente de carregamento cíclico; b) como decorrência de pré-carga estática. Na prática, as duas situações podem acontecer juntas, sendo que, no presente estudo, sempre haverá carregamento cíclico.

2.6.1 Efeitos de Carregamento Cíclico (Deformação Dinâmica)

Os efeitos da amplitude da deformação dinâmica nas propriedades dinâmicas do MVE são difíceis de medir, pois grandes amplitudes de deformação resultam em alta energia de dissipação no material, causando uma elevação rápida da temperatura e, por consequência, os dois efeitos, de temperatura e de amplitude de deformação, ficam combinados (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985).

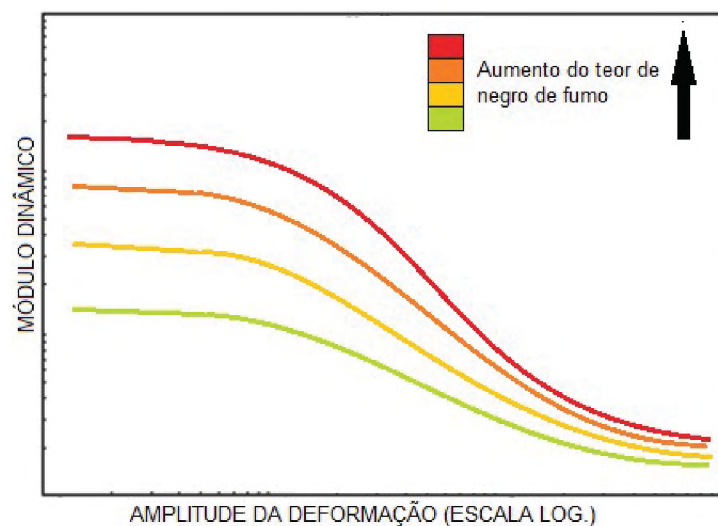
A combinação dos efeitos é particularmente verdadeira quando a deformação ocorre na região de transição do MVE, em virtude de, nessa região, o amortecimento ser extremamente alto. Já na região borrachosa, a influência da deformação predomina perante o efeito da temperatura. Isto ocorre devido ao fato do módulo dinâmico variar mais lentamente e o fator de perda possuir valores mais baixos. O

efeito da amplitude de deformação dinâmica é semelhante ao causado pela temperatura, porém com menor intensidade FIGURA 3. Quando a presença de enchimentos é grande, ocorre um grande aumento das não linearidades FIGURA 13. A representação dos efeitos da deformação dinâmica no domínio da frequência encontra equivalência no que foi relatado para os efeitos da temperatura-frequência. Nas FIGURAS 14 e 15, percebe-se a analogia dos efeitos da deformação para materiais não lineares. Os efeitos de alta amplitude de deformação dinâmica são equivalentes aos de baixas frequências, enquanto as de baixas amplitudes são equivalentes aos de altas frequências (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985). Com base no comportamento observado, Warnacka e Miller (1968) apresentaram uma proposta similar àquela elaborada para o efeito da temperatura para descrever o efeito da amplitude de deformação dinâmica para os MVEs, com a introdução do seguinte fator de deslocamento:

$$\log \alpha_{\varepsilon_d}(\varepsilon_d) = \frac{-C_1(\varepsilon_d - \varepsilon_o)}{C_2 + \varepsilon_d - \varepsilon_o}, \quad (2.66)$$

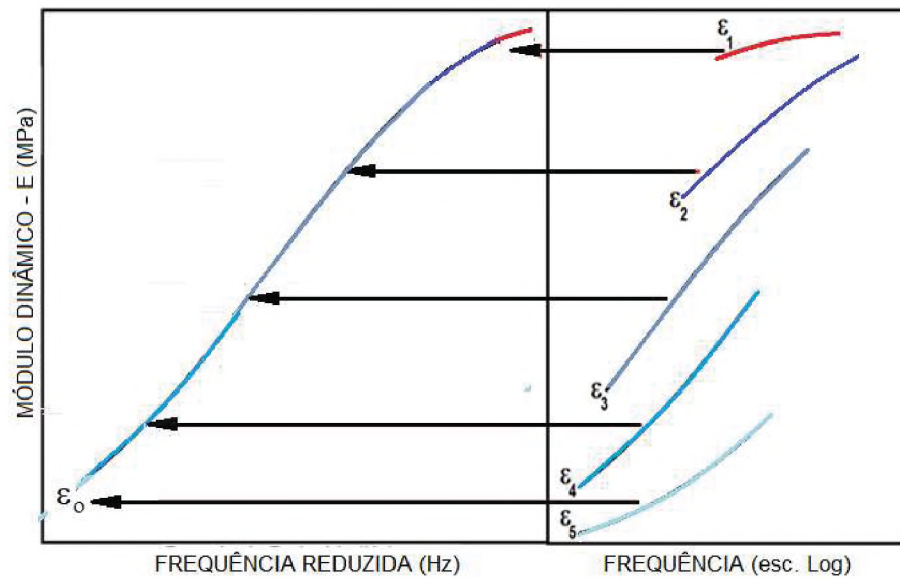
onde C_1 e C_2 são constantes do material que devem ser determinadas experimentalmente, ε_d é uma deformação dinâmica obtida dos dados experimentais e

FIGURA 13 - INFLUÊNCIA DO NEGRO DE FUMO NA VARIAÇÃO DO MÓDULO DINÂMICO COM A AMPLITUDE DA DEFORMAÇÃO



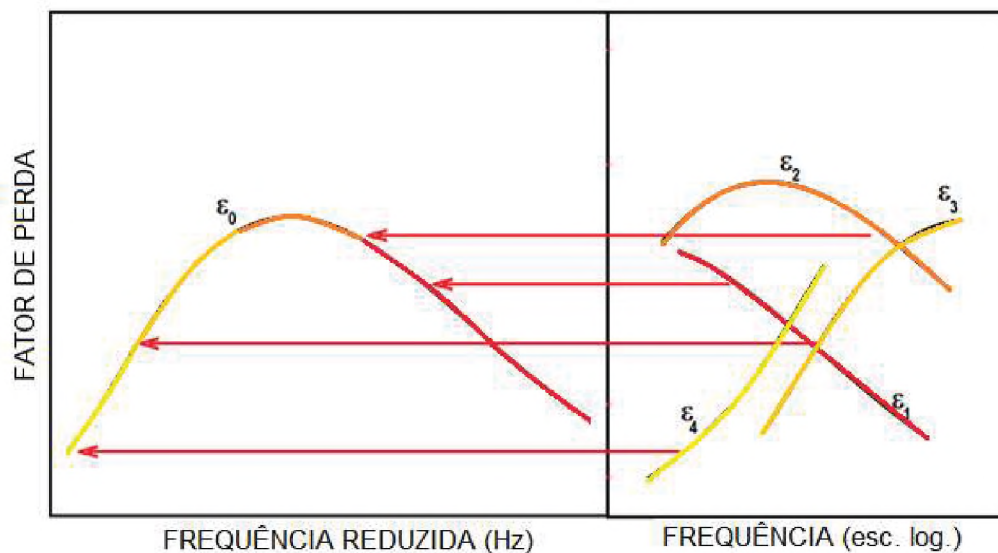
FONTE: Adaptado de Nasif, Jones e Henderson (1985)

FIGURA 14 - VARIAÇÃO DO MÓDULO DINÂMICO COM A FREQUÊNCIA E A AMPLITUDE DE DEFORMAÇÃO



FONTE: Adaptado de Nashif, Jones e Henderson (1985)

FIGURA 15 - VARIAÇÃO DO FATOR DE PERDA COM A FREQUÊNCIA E A AMPLITUDE DE DEFORMAÇÃO



FONTE: Adaptado de Nashif, Jones e Henderson (1985)

ϵ_0 é uma amplitude de deformação dinâmica de referência, obtida de maneira similar à temperatura de referência para o fator de deslocamento devido à temperatura.

A Eq. (2.61), reescrita para considerar simultaneamente os efeitos de amplitude da deformação dinâmica fica (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985):

$$\bar{E}(\Omega, \varepsilon_d) = \frac{E_o + E_\infty \cdot b_1 \left[i\alpha_{\varepsilon_d}(\varepsilon_d) \cdot \Omega \right]^\beta}{1 + b_1 \left[i\alpha_{\varepsilon_d}(\varepsilon_d) \cdot \Omega \right]^\beta}. \quad (2.67)$$

A Eq. (2.67) pode ainda incluir o efeito da temperatura, passando a ser

$$\bar{E}(\Omega, T, \varepsilon_d) = \frac{E_o + E_\infty \cdot b_1 \left[i\alpha_T(T) \alpha_{\varepsilon_d}(\varepsilon_d) \cdot \Omega \right]^\beta}{1 + b_1 \left[i\alpha_T(T) \alpha_{\varepsilon_d}(\varepsilon_d) \cdot \Omega \right]^\beta}. \quad (2.68)$$

Um fator que pode causar um aumento considerável do efeito da amplitude de deformação dinâmica sobre os MVEs poliméricos é a adição de enchimentos na composição do material, como o negro de fumo ou a sílica. As não linearidades produzidas por essas adições foram estudadas por pesquisadores como Payne (1962) e Mullins (1969). Não obstante estas não linearidades serem consideradas como inerentes à adição de outros materiais às gomas puras, é observada a presença de ambos os efeitos em materiais como borracha natural ou nitrílica, por vezes usadas em controle de vibrações.

Não foram encontradas referências à presença dos efeitos identificados por Payne e Mullins no material empregado neste trabalho. A partir das informações a respeito das condições em que ocorrem estas não linearidades, é possível afirmar que a possibilidade de influência dos efeitos acima citados nos resultados experimentais é mínima. De toda forma, os efeitos em questão serão expostos abaixo, para completude de informação.

2.6.2 Efeito Mullins

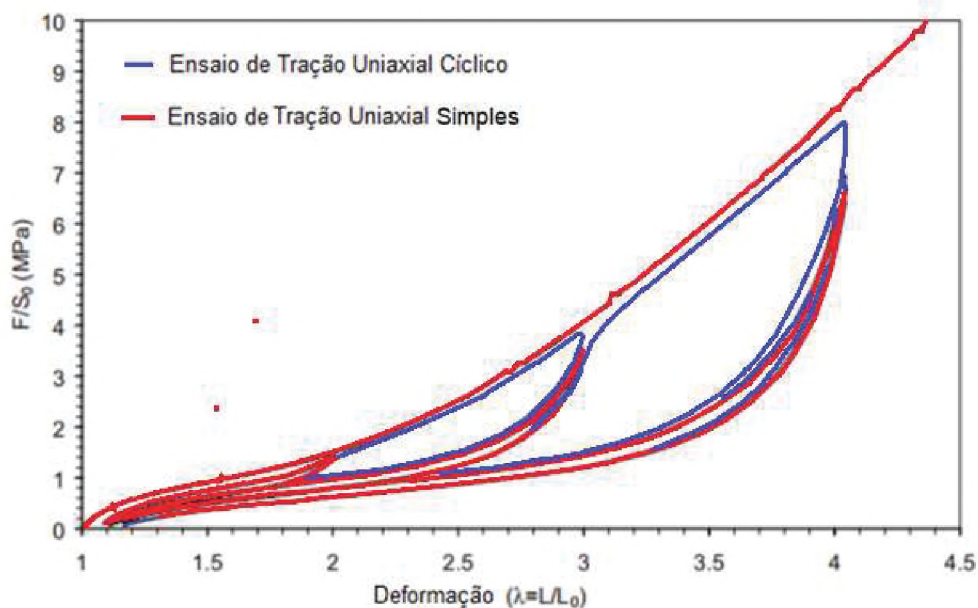
O comportamento que foi caracterizado como efeito Mullins, observado pelo próprio Mullins (1969), em testes de tração uniaxiais de borrachas aditivadas com negro de fumo ou sílica, inicialmente foi atribuído como uma característica exclusiva de borrachas aditivadas. Este efeito é caracterizado por um amolecimento do MVE, logo nos primeiros ciclos, algo que não se reverte posteriormente. Revisando o efeito Mullins, Diani, Fayolle e Gilormini (2009) notaram a sua presença em experimento de tração uniaxial e com carregamento cíclico FIGURA 16. Uma amostra de borracha

adicionada com sílica (SBR) foi submetida a ensaio de tração uniaxial simples e com carregamento cíclico em que a deformação era aumentada a cada 5 ciclos.

Os resultados permitiram caracterizar o amolecimento típico do efeito Mullins da seguinte forma:

- O maior amolecimento é caracterizado por valores de tensão mais baixos que aqueles obtidos para a mesma deformação, após o primeiro carregamento;
- Após um pequeno número de ciclos, o material responde de maneira igual para a mesma deformação durante os ciclos seguintes;
- O amolecimento aparece para deformações iguais ou inferiores à máxima deformação já aplicada;
- Quando a deformação excede o valor máximo de deformação anteriormente aplicada, a resposta tensão-deformação do material volta pelo mesmo caminho que o da resposta do ensaio de tração uniaxial monotônico depois de uma transição que aumenta com a quantidade de deformação;
- O amolecimento aumenta progressivamente com o aumento da deformação máxima.

FIGURA 16 - ENSAIO DE TRAÇÃO UNIAXIAL COM BORRACHA (SBR)



FONTE: Adaptado de Diani, Fayole e Gilormini (2009)

A TABELA 2 apresenta uma lista de materiais em que foi notada a ocorrência do efeito Mullins.

TABELA 2 -MATERIAIS COM ALGUMA RESPOSTA AO EFEITO MULLINS

Natureza da Goma	Sem Preench	Com Preench. Negro de Fumo	Com Preench. Silica	Outros Preench.
NR	[X]	[X]	[X]	[X]
SBR		[X]	[X]	
NBR	[X]			
EPDM		[X]		
PDMS			[X]	
Neoprene		[X]		

FONTE: Adaptado de Diani, Fayole e Gilormini (2009)

O estudo de Diani, Fayole e Gilormini (2009) mostrou que o efeito Mullins, ao contrário do que se supunha até então, não é característica de todos os polímeros, sendo exclusivo de polímeros com adição de outro material e gomas que cristalizam. Os autores também consideraram o fenômeno reversível se o material for exposto a altas temperaturas no vácuo ou a solvente orgânico. Concluíram ainda que nenhum modelo matemático conseguiu representar adequadamente o efeito Mullins.

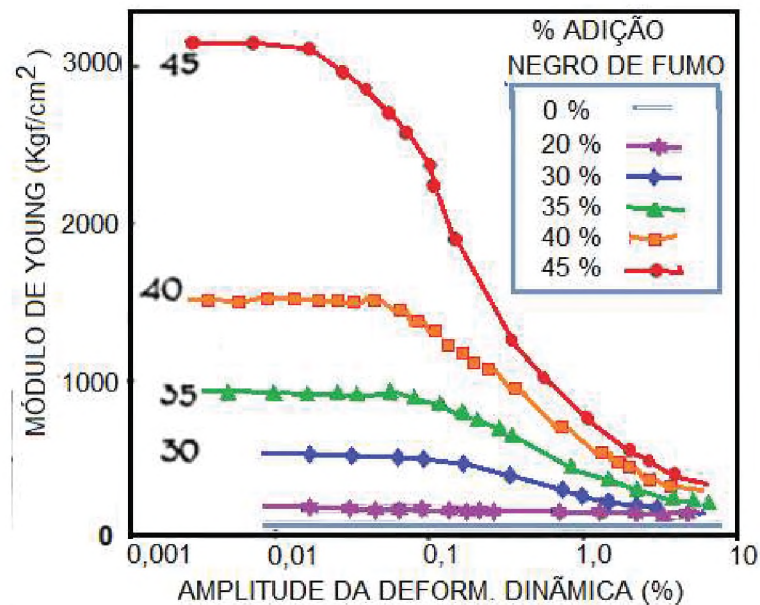
2.6.3 Efeito Payne

Em um MVE linear, a curva tensão-deformação é linear para uma larga faixa de deformação. Em casos de deformações relativamente pequenas, no entanto, não linearidades geométricas podem advir em função do perfil do espécime ou do modo de deformação. Adicionalmente, há um tipo particular de não linearidade em que a tensão pode permanecer constante e a deformação aumentar, com a consequente queda do valor do módulo. Este comportamento, observado por Payne (1962), foi denominado de efeito Payne FIGURA 17.

Diferentemente do efeito Mullins, já há para o efeito Payne, propostas adequadas de modelagem, como a apresentada por Lion, Kardelky e Haupt (2003). Esses autores que desenvolveram uma teoria que conduziu a um modelo para obter o módulo dinâmico e o de perda, contemplando o efeito Payne e usando seis parâmetros. Enquanto o módulo dinâmico ou de armazenamento, constitui a parte real do módulo complexo, o módulo de perda constitui a parte imaginária.

A relevância dos efeitos não lineares, Payne ou Mullins, no caso do presente trabalho, que trata de materiais termoreologicamente simples, sem adição de outros materiais, como negro-de-fumo ou sílica, está relacionada ao fato de que alguns autores têm citado a ocorrência desses efeitos em MVEs de interesse em controle de vibrações. Isono (2011), por exemplo, observou que o efeito Payne também se apresenta em borrachas puras, só que em níveis diferentes de deslocamento ou intensidade. Experimentalmente, Isono (2011) registrou comportamento linear ou aproximadamente linear até cerca de 0,1 polegadas de amplitude de deformação em amostras de borrachas puras, enquanto que em borrachas com adição de outros materiais, curadas, as não linearidades estão presentes já a menos de 0,01 polegadas de amplitude de deformação.

FIGURA 17 - VARIAÇÃO DO MÓDULO DINÂMICO COM A AMPLITUDE DA DEFORMAÇÃO DINÂMICA EM BORRACHA COM ADIÇÃO (%) DE NEGRO DE FUMO



FONTE: Payne (1962)

Assim, pode-se afirmar que linearidade viscoelástica é uma característica praticamente ausente em borrachas com adição de algum preenchimento, sendo que, em grandes amplitudes, particularmente de deformações cisalhantes, a característica marcante é a forte não linearidade. No contexto deste trabalho, a borracha empregada é pura, sem adição de outros materiais, e tanto o efeito Payne como o Mullins podem ser evitados. No caso do efeito Mullins é importante desconsiderar os primeiros 10

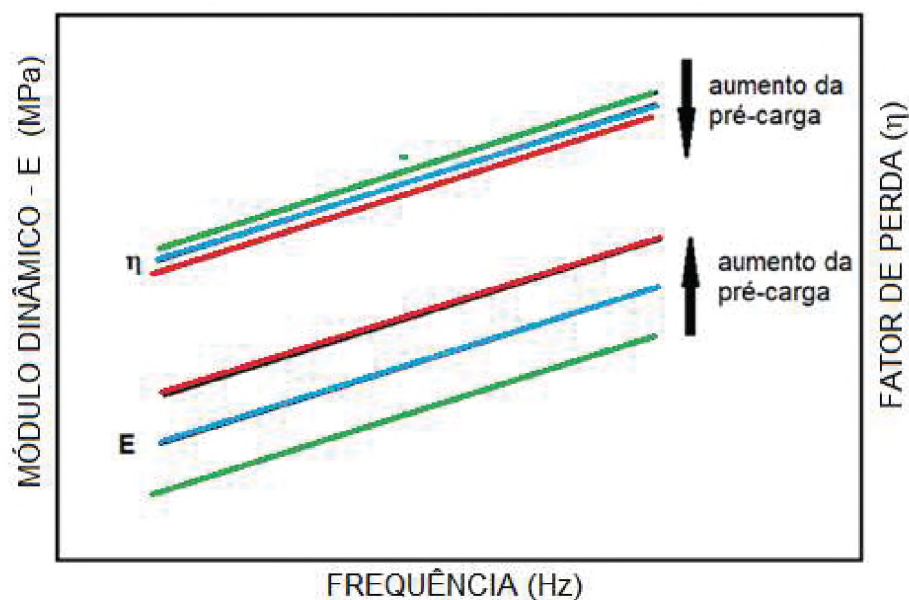
ciclos no ensaio, como observa Mullins (1969). Para o efeito Payne, é importante usar uma amplitude de deformação cisalhante dinâmica absoluta abaixo de 0,1 em materiais não preenchidos (ISONO, 2011).

2.6.4 Efeitos da Pré-carga (Deformação Estática)

O efeito da pré-carga nas propriedades dinâmicas dos MVEs é geralmente mais intenso na região borrachosa, sendo observado um aumento no valor do módulo com o aumento da pré-carga, enquanto o fator de perda diminui FIGURA 18 (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985).

Muitos plásticos e borrachas manifestam um comportamento descrito como de um sólido elástico não linear ou também como de um sólido *neo-hookeano* ou hiperelástico. Diferentemente dos modelos elastoplásticos e viscoplásticos, os modelos hiperelásticos são não dissipativos e não requerem variáveis internas no modelo constitutivo. Os modelos hiperelásticos foram desenvolvidos por diversos autores e tem como base um modelo genérico, caracterizado pela existência de uma função de energia livre (VIEIRA; LEAL ; SILVEIRA, 2010). Materiais poliméricos com características de elastômeros, tais como borrachas, possuem uma relação não linear entre tensão e deformação, independente do nível de sollicitação.

FIGURA 18 - VARIAÇÃO DO MÓDULO DINÂMICO E DO FATOR DE PERDA COM O AUMENTO DA PRÉ-CARGA



FONTE: modificado de Nashif, Jones e Henderson (1985)

2.6.5 Materiais Hiperelásticos

Nestas condições, a lei de Hooke não é eficaz para relacionar tensão com deformação, em função deste comportamento eminentemente não linear. Por este motivo, tais materiais são denominados hiperelástico (VIEIRA; LEAL; SILVEIRA, 2010).

Para a análise do comportamento dos materiais hiperelásticos é necessário o desenvolvimento de modelos adequados, próprios. Vários pesquisadores, a partir de (Mooney, 1940) apresentaram teorias constitutivas baseadas em invariantes e de uma função de energia de deformação. Tais modelos podem ser agrupados em duas categorias:

- Modelos Fenomenológicos, baseados na observação do comportamento do material em ensaios experimentais;
- Modelos Micromecânicos, são estatísticos desenvolvidos a partir de informações sobre as ligações químicas do material.

Um modelo hiperelástico genérico é construído a partir de uma função de energia livre identificada por Ψ :

$$\psi = \psi(\mathbf{F}), \quad (2.69)$$

onde \mathbf{F} é o tensor gradiente de deformação. \mathbf{F} contém informação do modo como se modifica um comprimento de curva entre dois pontos e informação acerca dos movimentos que a curva está sujeita (MALVERN, 1969). O gradiente da deformação de uma função $\phi(x)$ que representa um conjunto de pontos no espaço, na condição indeformada, ocupados por um sólido é dado por

$$\mathbf{F}[\phi(x)] = \nabla\phi(x), \quad (2.70)$$

em que

$$[\nabla\phi(x)]_{ij} = \frac{\partial\phi_i}{\partial x_j}, \quad (2.71)$$

ou

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial x_1} & \frac{\partial \phi_1}{\partial x_2} & \frac{\partial \phi_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial x_1} & \frac{\partial \phi_2}{\partial x_2} & \frac{\partial \phi_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial \phi_3}{\partial x_1} & \frac{\partial \phi_3}{\partial x_2} & \frac{\partial \phi_3}{\partial x_3} \end{bmatrix}. \quad (2.72)$$

Como exemplo da aplicação do gradiente de deformação, se \mathbf{x} corresponde à posição na configuração inicial em uma curva s , e \mathbf{x}^* a posição na configuração deformada, pode ser escrito

$$d\mathbf{x}^* = \mathbf{F}.d\mathbf{x}. \quad (2.73)$$

O tensor de tensões de Piola-Kirchhof – \mathbf{P} – se relaciona com a função de energia Ψ conforme a expressão abaixo:

$$\mathbf{P}(\mathbf{F}) = \rho \frac{\partial \Psi(\mathbf{F})}{\partial(\mathbf{F})}, \quad (2.74)$$

onde ρ é a densidade de referência. O tensor tensão de Cauchy pode ser obtido da relação $\boldsymbol{\sigma} = \frac{\mathbf{P}}{J} \mathbf{F}^T$

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{F}) = \frac{\rho}{J} \frac{\partial \Psi(\mathbf{F})}{\partial(\mathbf{F})} \mathbf{F}^T, \quad (2.75)$$

onde J é o determinante de \mathbf{F} e o índice T significa transposta, na Eq. (2.75).

Para um material isotrópico, a energia livre pode ser calculada a partir de invariantes de deformação $I_i(\mathbf{B})$, onde \mathbf{B} é o tensor de Cauchy-Green à esquerda, dado por $\mathbf{B} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{F}^T$. Assim

$$\psi = \Psi(\mathbf{F}) = \bar{\psi}(\mathbf{B}) = \bar{\psi}(I_1, I_2, I_3), \quad (2.76)$$

onde I_1, I_2 e I_3 são os invariantes de deformação, assim definidos:

$$I_1 = tr(\mathbf{B}), \quad (2.77)$$

$$I_2 = \frac{1}{2} \{I_1^2 - tr(\mathbf{B}^2)\}, \quad (2.78)$$

e

$$I_3 = \det(\mathbf{B}), \quad (2.79)$$

em que tr significa traço e \det , determinante. O tensor de Cauchy pode então ser reescrito em função de \mathbf{B} :

$$\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{B}) = \frac{\rho}{J} \frac{\partial \psi(\mathbf{B})}{\partial (\mathbf{B})} \mathbf{B}. \quad (2.80)$$

A seguir, são vistos modelos de energia livre específica, para alguns dos principais modelos hiperelásticos citados em Vieira, Leal e Silveira, (2010):

2.6.5.1 Modelo de Mooney-Rivlin

É muito preciso para um intervalo relativamente grande de deformações, e dos mais usados na simulação numérica de borrachas e derivados. A função de energia livre para este modelo, para materiais incompressíveis é

$$\bar{\psi}(I_1, I_2) = C_1 (I_1 - 3) + C_2 (I_2 - 3), \quad (2.81)$$

Onde C_1 e C_2 são constantes materiais empíricas a serem determinadas empiricamente e I_1 e I_2 são os invariantes.

2.6.5.2 Modelo Neo-Hookean

Constitui um caso particular do modelo de Mooney Rivlin, com $C_2 = 0$. Sua função de energia é

$$\bar{\psi}(I_1) = C_1 (I_1 - 3), \quad (2.82)$$

2.6.5.3 Modelo de Ogden

É indicado para deformações muito elevadas, em que os modelos de Mooney-Rivlin e Neo-Hookean não apresentam boa correlação. Este modelo é baseado nos alongamentos principais. A função de energia livre é dada por

$$\bar{\psi}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \sum_{p=1}^N \frac{\mu_p}{\alpha_p} \left(\lambda_1^{\alpha_p} + \lambda_2^{\alpha_p} + \lambda_3^{\alpha_p} \right), \quad (2.83)$$

onde λ_1, λ_2 e λ_3 são os alongamentos principais, N é o número total de termos da série e μ_p e α_p são constantes materiais.

2.6.5.4 Modelo de Arruda-Boyce

Proposto em 1993, apresenta a seguinte função de energia livre:

$$\bar{\psi}(I_1) = \mu \sum_{p=1}^N \frac{C_p}{\lambda_L^{2p-2}} (I_1^p - 3^p), \quad (2.84)$$

onde μ é obtido por meio de equação química, $\mu = \eta K_B T$, K_B é a constante de Boltzman, η é uma função da densidade de cadeias elastoméricas e T é a temperatura. λ_L representa o alongamento máximo que uma molécula atinge e é obtido através de uma análise micromecânica.

2.6.5.5 Modelo Polinomial

O modelo polinomial tenta ajustar a curva tensão x deformação a um polinômio de grau desejado. Sua grande vantagem é poder ajustar a curva de calibração com o grau de polinômio que for mais conveniente para a correlação. Este modelo surgiu do processo inverso, após a constatação de que muitos modelos eram baseados em polinômios incompletos. A equação da função de livre energia é

$$\bar{\psi}(I_1, I_2) = \sum_{p+q=1}^N C_{pq} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j, \quad (2.85)$$

em que i e j são os graus do polinômio referidos ao material.

Ao término desta breve revisão dos modelos de hiperelasticidade que contemplam os casos de materiais incompressíveis e semi-incompressíveis, cabe justificar a escolha do modelo adotado neste trabalho.

Após uma análise prévia, o modelo de Mooney-Rivlin se mostrou adequado para esta aplicação, em vista do baixo número de parâmetros a ser agregado ao modelo matemático adotado para representar o comportamento das propriedades dinâmicas, bem como da precisão esperada. Mooney-Rivlin está em consonância com o modelo fracionário, que igualmente remete a um número mínimo de parâmetros para representar o comportamento das propriedades visadas neste trabalho.

O esforço, por outro lado, na redução do número de parâmetros usados para representar as propriedades objeto deste trabalho vai ao encontro de uma necessidade prática: a redução do custo computacional.

2.6.6 O Efeito da Pré-carga no Modelo Fracionário

O modelo de Mooney-Rivlin fundamenta-se nos trabalhos de Mooney (1940) e Rivlin (1948). É baseado em uma função de energia que por sua vez é expressa em termos de invariantes, como visto no item 2.6.5. Quando na sua forma é considerado o efeito da incompressibilidade, o modelo se reduz a dois invariantes Eq. (2.81). Quando materiais hiperelásticos são assumidos como incompressíveis, o terceiro invariante do modelo, dado pela Eq. (2.79), é igual a 1, o que faz com que a função de energia seja dependente somente dos dois primeiros invariantes.

Aplicando na Eq. (2.81), o conceito de deformação extensional (λ), em que $\lambda = \varepsilon + 1$, onde ε representa a deformação específica, obtêm-se

$$W = C_3(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 3) + C_4(\lambda_1^2\lambda_2^2 + \lambda_2^2\lambda_3^2 + \lambda_3^2\lambda_1^2 - 3), \quad (2.86)$$

com $\lambda_1\lambda_2\lambda_3 = 1$, onde λ_1 , λ_2 e λ_3 representam as deformações extensionais em função das deformações principais.

As diferenças entre componentes de tensões de Cauchy, para um material hiperelástico incompressível, são dadas por

$$\sigma_{11} - \sigma_{33} = \lambda_1 \frac{\partial W}{\partial \lambda_1} - \lambda_3 \frac{\partial W}{\partial \lambda_3}, \quad (2.87)$$

e

$$\sigma_{22} - \sigma_{33} = \lambda_2 \frac{\partial W}{\partial \lambda_2} - \lambda_3 \frac{\partial W}{\partial \lambda_3}. \quad (2.88)$$

Usando a Eq. (2.86) nas Eq^s. (2.87) e (2.88), com $\lambda_1\lambda_2\lambda_3 = 1$, obtém-se

$$\lambda_1 \frac{\partial W}{\partial \lambda_1} = 2\lambda_1^2 (C_4\lambda_2^2 + C_4\lambda_3^2 + C_3), \quad (2.89)$$

$$\lambda_2 \frac{\partial W}{\partial \lambda_2} = 2\lambda_2^2 (C_4\lambda_1^2 + C_4\lambda_3^2 + C_3), \quad (2.90)$$

e

$$\lambda_3 \frac{\partial W}{\partial \lambda_3} = 2\lambda_3^2 (C_4\lambda_1^2 + C_4\lambda_2^2 + C_3). \quad (2.91)$$

Com a substituição das Eq^s. (2.89), (2.90) e (2.91) em (2.87) e (2.88), obtém-se:

$$\sigma_{11} - \sigma_{33} = 2C_3(\lambda_1^2 - \lambda_3^2) - 2C_4(\lambda_2^2\lambda_3^2 - \lambda_1^2\lambda_2^2), \quad (2.92)$$

e

$$\sigma_{22} - \sigma_{33} = 2C_3(\lambda_2^2 - \lambda_3^2) - 2C_4(\lambda_1^2\lambda_3^2 - \lambda_1^2\lambda_2^2). \quad (2.93)$$

Considerando um caso de carregamento uniaxial, tração simples, faz-se

$$\sigma_{22} = \sigma_{33} = 0 \text{ e } \lambda_1 = \lambda, \lambda_2 = \lambda_3 = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}:$$

$$\sigma_{11} - \sigma_{33} = 2C_3\left(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda}\right) - 2C_4\left(\frac{1}{\lambda^2} - \lambda\right), \quad (2.94)$$

com $\sigma_{22} - \sigma_{33} = 0$, e

$$\sigma_{11} - \sigma_{33} = \sigma_{11} = \sigma = \left(2C_3 + \frac{2C_4}{\lambda}\right)\left(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda}\right), \quad (2.95)$$

chega-se então a

$$\sigma = 2(C_3\lambda + C_4)\left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2}\right). \quad (2.96)$$

Considerando a relação entre a deformação extensional e a deformação da engenharia, $\lambda = \varepsilon + 1$, na Eq. (2.96), a relação tensão-deformação passa a ser

$$\sigma = 2 \left[C_3 (\varepsilon + 1) + C_4 \right] \left[\frac{\varepsilon (\varepsilon^2 + 3\varepsilon + 3)}{(\varepsilon + 1)^2} \right]. \quad (2.97)$$

donde decorre que

$$\frac{\sigma}{\varepsilon} = E_o = 2 \left[C_3 (\varepsilon + 1) + C_4 \right] \left[\frac{(\varepsilon^2 + 3\varepsilon + 3)}{(\varepsilon + 1)^2} \right]. \quad (2.98)$$

Assim, para deformações muito pequenas, com $\varepsilon \rightarrow 0$, pode-se escrever

$$E_o = 6(C_3 + C_4). \quad (2.99)$$

A Eq. (2.99) representa o módulo de Young para carregamento estático com deformação não linear.

2.6.7 Combinação de Efeito Estático Não Linear com Efeito Dinâmico

Em uma grande quantidade de aplicações, a presença de uma excitação cíclica é acompanhada de um carregamento estático significativo, como uma pré-carga devida ao peso do equipamento a ser isolado, por exemplo. Tecnicamente, tem-se um carregamento linear dinâmico acompanhado de um carregamento não linear estático, exposto no item anterior. Nashif, Jones e Henderson (1985) sugerem que a tensão pode ser considerada como composta de uma parcela devida à frequência $[Q(\Omega)]$ e outra devida à pré-carga $[F(\lambda)]$, de modo que, por separação de variáveis,

$$\sigma(\Omega, \lambda) = F(\lambda) Q(\Omega). \quad (2.100)$$

A parcela de $F(\lambda)$ na Eq. (2.100) pode ser substituída pela Eq. (2.96):

$$\sigma(\Omega, \lambda) = 2(C_3 \lambda + C_4) \left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2} \right) Q(\Omega). \quad (2.101)$$

Considerando as relações entre tensão e deformação, pode-se chegar uma equação que pode ser usada para descrever as propriedades combinadas dos módulos estático e dinâmico de borrachas:

$$d\sigma(\Omega, \lambda) = E(\Omega, \lambda) \frac{d\lambda}{\lambda}, \quad (2.102)$$

e

$$E(\Omega, \lambda) = \lambda \frac{d\sigma(\Omega, \lambda)}{d\lambda}. \quad (2.103)$$

Usando a Eq. (2.101) na Eq. (2.103), obtém-se a seguinte equação:

$$\begin{aligned} E(\Omega, \lambda) &= \left[2C_3 \left(\lambda^2 - \frac{1}{\lambda} \right) + 2(C_3\lambda + C_4) \left(\lambda + \frac{2}{\lambda^2} \right) \right] Q(\Omega) = \\ &= \left[2C_3\lambda^2 - \frac{2C_3}{\lambda} + 2C_3\lambda^2 + \frac{4C_3}{\lambda} + 2C_4\lambda + \frac{4C_4}{\lambda^2} \right] Q(\Omega). \end{aligned} \quad (2.104)$$

Portanto,

$$E(\Omega, \lambda) = \left[C_3 \left(4\lambda^2 + \frac{2}{\lambda} \right) + C_4 \left(2\lambda + \frac{4}{\lambda^2} \right) \right] Q(\Omega). \quad (2.105)$$

A Eq. (2.105) pode ser reescrita na forma

$$E(\Omega, \lambda) = [C_3 F_1(\lambda) + C_4 F_2(\lambda)] Q(\Omega), \quad (2.106)$$

onde

$$F_1(\lambda) = 2 \left[2\lambda^2 + \frac{1}{\lambda} \right], \quad (2.107)$$

e

$$F_2(\lambda) = 2 \left[\lambda + \frac{2}{\lambda^2} \right]. \quad (2.108)$$

chega-se a

$$E(\Omega, \lambda) [1 + i\eta(\Omega, \lambda)] = \{C_3 [1 + i\eta_1(\Omega)] F_1(\lambda) + C_4 [1 + i\eta_2(\Omega)] F_2(\lambda)\} Q(\Omega).$$

Na Eq. (2.109) existem duas parcelas relativas à parte do módulo que corresponde ao efeito em função da deformação. Estas parcelas são dadas pelas frações C_3 e C_4 , correspondem à parte real do módulo. Estas duas parcelas têm comportamentos distintos em termos de variação. A parte C_3 corresponde à dependência neo-hookeana da deformação e apresenta uma reação antecipada em relação à parcela C_4 . Por este motivo, cada uma destas partes é tratada de forma diferenciada, tendo cada uma, sua parcela própria de fator de perda (η_1 e η_2) (FERRY, 1980). Das partes real e imaginária da eq. (2.109), pode-se extrair o módulo dinâmico e fator de perda, quais sejam,

$$E(\Omega, \lambda) = [C_3 F_1(\lambda) + C_4 F_2(\lambda)] Q(\Omega), \quad (2.110)$$

e

$$\eta(\Omega, \lambda) = [C_3 F_1(\lambda) \eta_1 + C_4 F_2(\lambda) \eta_2] Q(\Omega). \quad (2.111)$$

Para a obtenção das constantes das Eq.s (2.110) e (2.111), η_1 , η_2 e $Q(\Omega)$ toma-se $\lambda \rightarrow 1$ e considera-se que η_1 pode ser assumido igual a zero. As seguintes expressões podem ser escritas das Eq.s (2.107), (2.108), (2.110) e (2.111) (FERRY, 1980) :

$$\lim_{\lambda \rightarrow 1} E(\Omega, \lambda) = E(\Omega), \quad (2.112)$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow 1} \eta(\Omega, \lambda) = \eta(\Omega), \quad (2.113)$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow 1} F_1(\lambda) = 6, \quad (2.114)$$

$$\lim_{\lambda \rightarrow 1} F_2(\lambda) = 6, \quad (2.115)$$

As Eq.s (2.110) e (2.111) podem ser reescritas a partir das Eq.s (2.112) a (2.115):

$$E(\Omega) = 6(C_3 + C_4)Q(\Omega), \quad (2.116)$$

$$\eta(\Omega) = 6.C_4\eta_2.Q(\Omega). \quad (2.117)$$

Manipulando a Eq.^s (2.110) e (2.116) determina-se $Q(\Omega)$ e obtém-se a Eq. (2.118). A partir da Eq. (2.117), obtém-se o valor de η_2 e combinando com o valor de $Q(\Omega)$ obtido da Eq. (2.116), chega-se a Eq. (2.119):

$$E(\Omega, \lambda) = [C_3F_1(\lambda) + C_4F_2(\lambda)] \frac{E(\Omega)}{6(C_3 + C_4)}, \quad (2.118)$$

e

$$\eta(\Omega, \lambda) = \frac{(C_3 + C_4)F_2(\lambda)}{C_3F_1(\lambda) + C_4F_2(\lambda)} \eta(\Omega). \quad (2.119)$$

As Eq.^s (2.118) e (2.119) permitem obter a representação do módulo dinâmico e do fator de perda para materiais viscoelásticos do tipo borracha, sujeitos a cargas combinadas dinâmica e estática, com base nas propriedades estática e dinâmica, que são medidas independentemente uma da outra (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985).

2.6.8 Caso Geral - Influências de Carga Dinâmica (Cíclica), Pré-Carga (Estática), Temperatura e Frequência

As Eq.^s (2.118) e (2.119) podem ser generalizadas para considerar outros efeitos além da frequência e pré-carga. Considerando os efeitos de temperatura e carga dinâmica, vistos em seções anteriores, pode-se escrever que (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985):

$$E(\Omega, T, \varepsilon_d, \lambda) = [C_3F_1(\lambda) + C_4F_2(\lambda)] \frac{E(\Omega, T, \varepsilon_d)}{6(C_3 + C_4)}, \quad (2.120)$$

e

$$\eta(\Omega, T, \varepsilon_d, \lambda) = \frac{(C_3 + C_4)F_2(\lambda)}{C_3F_1(\lambda) + C_4F_2(\lambda)} \eta(\Omega, T, \varepsilon_d). \quad (2.121)$$

com:

$$E(\Omega, T, \varepsilon_d) = \Re e [E_c(\Omega, T, \varepsilon_d)], \quad (2.122)$$

e

$$\eta(\Omega, T, \varepsilon_d) = \frac{\Im m [E_c(\Omega, T, \varepsilon_d)]}{\Re e [E_c(\Omega, T, \varepsilon_d)]}, \quad (2.123)$$

Deve ser notado que as Eq.^s (2.120) e (2.121) correspondem ao caso geral em que tanto carga dinâmica como a estática estão presentes. A atenção dada ao problema da carga dinâmica se justifica pelo fato de que ela representa a deformação ou amplitude da deformação devida à excitação cíclica. A parcela devida à amplitude da excitação, no entanto, como será visto no capítulo seguinte, não trará influência nos resultados, desde que mantida constante em todos os experimentos.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 INTRODUÇÃO

No presente trabalho, foram realizados experimentos com o elastômero denominado “borracha butílica”. Em função do elevado número de testes, a análise foi realizada com apenas 1 material. Esse material foi fornecido pela Croslin Composto de Borracha Ltda, na forma de massa crua com a denominação BT 806-5S. Posteriormente, ele foi conformado nos espécimes necessários para os ensaios, através de processo de vulcanização.

Neste capítulo, é apresentado, num primeiro momento, o arranjo experimental, o equipamento para a realização dos ensaios e a metodologia de ensaio. Na sequência, é feita a apresentação da metodologia para a caracterização do MVE de interesse e a implementação computacional do método de caracterização.

3.2 MATERIAIS

A borracha butílica é um copolímero de isobutileno (~98%) e isopreno, com excelente resistência ao envelhecimento. Tem um bom comportamento à flexão e elevada capacidade de amortecimento. Seu comportamento reológico pode ser considerado, via de regra, termoreologicamente simples (JONES, 1978). Para este trabalho, o elastômero aqui será nominalmente identificado como “ BT-806 5S”.

A amostra BT-806 5S foi fornecida em quantidade suficiente para a conformação de um conjunto de 42 corpos de prova, necessários para a obtenção dos resultados essenciais além de uma reserva técnica, com corpos de prova de iguais dimensões. Todos passaram por vulcanização a 160°C por aproximadamente 16 minutos.

As recomendações para a realização da vulcanização foram fornecidas pelo fabricante do material, sendo que a vulcanização e os ensaios foram realizados pelo Laboratório de Polímeros do Instituto de Inovação do SENAI, RS – CETEPO. Cada corpo de prova, apresenta-se como um corpo cilíndrico, com diâmetro de $28,5 \pm 0,5mm$ e altura de $12,3 \pm 0,3mm$ FIGURA 19.

FIGURA 19 - CONJUNTO DE CORPOS DE PROVA OBTIDOS POR VULCANIZAÇÃO PARA A VALIDAÇÃO DO MODELO



FONTE: CETEPO – Senai – RS (2018)

3.3 METODOLOGIA EXPERIMENTAL

Os experimentos foram conduzidos em uma máquina para ensaio de polímeros MTS 831.50, do CETEPO – SENAI/RS, sendo essa máquina dotada de uma câmara para controle de temperatura FIGURA 20. Os testes foram realizados conforme a norma ASTM D 5992-96 (*Reapproved 2006*) nas condições informadas na TABELA 3.

Os experimentos foram realizados para cada corpo de prova, considerando uma temperatura e uma deformação média extensional constantes, aplicando-se as frequências sequencialmente conforme a TABELA 3. O tempo de teste em cada frequência foi de 15 segundos e o condicionamento prévio à temperatura de ensaio foi de 30 minutos, para cada espécime. A câmara de temperatura controlada foi previamente condicionada na temperatura de ensaio por 1 hora. As deformações médias foram calculadas a partir da altura inicial do corpo de prova ($12,3 \pm 0,3$ mm).

Cada corpo de prova foi avaliado em condições de temperatura e deformação constantes, com as frequências previamente definidas TABELA 3 aplicadas sequencialmente. A análise do processo de vulcanização foi feita através da construção de uma curva reométrica, segundo a norma ASTM D 5289-12, cujos resultados podem ser vistos resumidamente na TABELA 4.

FIGURA 20 - ARRANJO EXPERIMENTAL COM MÁQUINA MTS 831.50



FONTE: CETEPO – Senai – RS (2018)

TABELA 3 - CONDIÇÕES PARA REALIZAÇÃO DOS ENSAIOS

Temperaturas	-50°C; -40°C; -20°C; 0°C; 20°C; 70°C
Modo de deformação	Compressão
Deformações médias ¹⁾	1%; 3%; 5%; 7%; 10%; 12%; 15% (pré-carga)
Amplitude de deformação	±0,01 mm (dinâmica)
Frequências de avaliação	1; 3; 5; 7; 9; 10; 12; 14; 16; 18; 20; 25; 30; 35; 40; 45; 50; 55; 60; 70; 80; 90; 100; 120; 140; 160; 180; 200; 250; 300; 350; 400; 450; 500; 550; 600; 700; 800; 900; 1000 Hz

FONTE: CETEPO – Senai – RS (2018)

TABELA 4 - RESULTADOS DA CURVA REOMÉTRICA

Curva reométrica: arco $\pm 0,5^\circ$, temperatura 160°C , tempo 30 minutos, frequência 100 cpm	
Torque mínimo – ML, dN.m	1,3
Torque máximo – MH, dN.m	11,3
Tempo de pré-vulcanização – ts1, min	2,8
Tempo ótimo de cura – t90, min	9,3

FONTE: CETEPO – Senai/RS (2018)

Os resultados da curva reométrica visam estabelecer as condições para a repetibilidade dos ensaios.

3.4 IMPLEMENTAÇÃO DO MÉTODO DE IDENTIFICAÇÃO

O propósito do presente trabalho é a caracterização dos MVEs termoreologicamente simples, considerando as influências de frequência, temperatura e pré-carga. A forma geral definida pelas Eq.^s (2.120) e (2.121) será empregada com as considerações necessárias para ajustá-las ao caso em estudo. Se a deformação dinâmica ou amplitude da vibração for assumida constante para todos os ensaios com as temperaturas e deformações de pré-cargas previstas, pode-se fazer $\varepsilon = \varepsilon_0$ e, com isso, o fator deslocamento devido ao carregamento dinâmico – Eq. (2.62) – resultará igual a 1. As Eq.^s (2.120) e (2.121) podem então ser reescritas na forma

$$E(\Omega, T, \lambda) = [C_3 F_1(\lambda) + C_4 F_2(\lambda)] \frac{E(\Omega, T)}{6(C_3 + C_4)}, \quad (3.01)$$

e

$$\eta(\Omega, T, \lambda) = \frac{(C_3 + C_4) F_2(\lambda)}{C_3 F_1(\lambda) + C_4 F_2(\lambda)} \eta(\Omega, T). \quad (3.02)$$

Nota-se que o módulo dinâmico e o fator de perda das Eq.^s (3.01) e (3.02) tem a seguinte correspondência:

$$E(\Omega, T) = \Re[E_c(\Omega, T)], \quad (3.03)$$

e

$$\eta(\Omega, T) = \frac{\Im[E_c(\Omega, T)]}{\Re[E_c(\Omega, T)]}. \quad (3.04)$$

Então, o módulo complexo de elasticidade de Young será assim formado:

$$E_c(\Omega, T, \lambda) = E(\Omega, T, \lambda)[1 + i\eta(\Omega, T, \lambda)]. \quad (3.05)$$

Se, por um lado, as Eq.^s (3.01), (3.02), (3.03) e (3.04) podem sugerir que uma forma mais direta poderia ter sido adotada, sem considerar inicialmente a deformação dinâmica, fica implícito, nesse caminho adotado, que a deformação dinâmica foi descartada apenas como fator de influência para as medições do módulo complexo com pré-cargas e carga dinâmica em análise, ou seja, se outra deformação dinâmica ou amplitude de deformação for escolhida para todas as medições, os resultados poderão ser significativamente diferentes, dependendo da amplitude empregada.

Em termos práticos, para a eficiência na aplicação dos nomogramas obtidos com a identificação dos parâmetros do modelo fracionário e dos fatores de influência, as seguintes informações devem estar presentes no nomograma: temperaturas (como usual), além de pré-carga e amplitude da vibração (deformação dinâmica) usadas nos experimentos.

3.5 METODOLOGIA COMPUTACIONAL

Neste trabalho, a solução do problema de identificação dos parâmetros do modelo fracionário, bem como dos fatores de influência incluídos nas Eq.^s (3.01) e (3.02), está assentada sobre duas bases: Programação Não Linear (PNL) e Problema Inverso (PI). Destaca-se neste trabalho, a aplicação de AG. AG foi considerada, devido à falta de referências para os parâmetros relativos à deformação estática, no tocante a sua identificação. Outro ponto importante é que a identificação do MVE termoreologicamente simples é feita considerando somente as influências de temperatura e frequência, simultaneamente, sendo então acrescida a influência da carga estática, que também é considerada simultaneamente com as outras duas influências, em uma única etapa.

3.5.1 Função Objetivo

Quando as influências de frequência, temperatura e pré-carga estão presentes no modelo, a matriz complexa do erro, formada pela diferença entre os valores de módulo complexo de Young estimados numericamente e aqueles experimentais, é dada por:

$$\mathbf{e}_{ijk} = \mathbf{E}_{C-EXP}(\Omega_i, T_j, \lambda_k) - \mathbf{E}_{C-EST}(\Omega_i, T_j, \lambda_k), \quad (3.06)$$

com $i=1..p$, $j=1..q$, $k=1..r$, sendo p o número de frequências testadas, q o número de temperaturas e r o número de pré-cargas. A Eq. (3.06) fornece a diferença entre os valores estimados e experimentais e, a não ser que os dados experimentais reflitam um comportamento termoreologicamente simples perfeito, os melhores parâmetros do modelo matemático para o módulo, encontrados no ajuste, ainda apresentarão uma matriz \mathbf{e}_{ijk} não nula.

Um problema decorrente da grande diferença existente entre os valores do módulo de elasticidade para as baixas temperaturas em relação às altas temperaturas é que os valores de \mathbf{e}_{ijk} tendem a ser muito maiores nas temperaturas mais baixas, seguindo a tendência do próprio módulo. Isso pode conduzir a uma distorção no momento em que a otimização estiver em andamento, levando a um melhor ajuste para os valores do módulo em baixas temperaturas.

A solução encontrada para corrigir este problema é a aplicação de uma ponderação na Eq. (3.06), com a transformação das diferenças entre os valores absolutos para relativos. Isso é feito dividindo-se cada termo da eq. (3.06) pelo seu respectivo valor experimental, de modo que

$$\bar{\mathbf{e}}_{ijk} = \frac{\mathbf{E}_{C-EXP}(\Omega_i, T_j, \lambda_k) - \mathbf{E}_{C-EST}(\Omega_i, T_j, \lambda_k)}{E_{C-EXP}(\Omega_i, T_j, \lambda_k)}. \quad (3.07)$$

A mudança introduzida na Eq. (3.07) poderá trazer uma ligeira diminuição na exatidão do ajuste para as baixas temperaturas, mas, em compensação, na média, os resultados podem ser melhores globalmente. Os erros de medição aleatórios, em relação ao modelo termoreologicamente simples que fazem parte dos dados experimentais não serão corrigidos.

Assim, a função objetivo $f(x)$ é obtida pela soma das diferenças quadráticas dos termos que compõem a matriz e_{ijk} , ou seja,

$$f(x) = \sum_{k=1}^r \left\{ \sum_{j=1}^q \left[\sum_{i=1}^p (\bar{e}_{ijk})^C (\bar{e}_{ijk}) \right] \right\}. \quad (3.08)$$

Sendo que o índice C na Eq. (3.08) denota “conjugado”. A Eq. (3.08) apresenta, como resultado, um valor real sempre positivo. A solução do problema de otimização terá como resultado o conhecimento de todos os parâmetros do modelo fracionário, bem como dos parâmetros relativos às influências de temperatura e pré-carga, para posterior construção de nomogramas. Então, o vetor “solução do problema de otimização” será:

$$x^T = [E_o, E_\infty, b_o, \beta, T_o, \theta_1, \theta_2, C_3, C_4]. \quad (3.09)$$

3.5.2 Problema de Otimização

Neste trabalho, serão utilizadas duas técnicas distintas de otimização. Essa abordagem é denominada de híbrida e já foi aplicada em diversos trabalhos. Kelner et al. (2008), Doubrawa (2008), Miliavaca (2015) e Ribeiro (2016) são alguns exemplos. O primeiro método é denominado “Algoritmos Genéticos” (AG) e o segundo é uma modalidade de otimização não linear, baseado na aplicação do método *simplex*, que será visto adiante.

O método AG é um método estocástico de otimização e baseia-se na teoria da evolução biológica em que as melhores características dos indivíduos, designadas de “vetor projeto”, são mantidas até o final do processo de otimização. O AG se caracteriza por não necessitar de informações de gradiente ou sensibilidade da função objetivo, sendo capaz de determinar, com certa probabilidade, o mínimo global (RIBEIRO, 2016).

Segundo Ribeiro (2016), elevado custo computacional é necessário para a obtenção do mínimo global, devido ao elevado número de operações matemáticas e iterações. Embora o alto custo computacional seja uma desvantagem, um fator determinante para o seu uso neste trabalho é a habilidade em determinar um mínimo global. Na falta de referências confiáveis para o estabelecimento de restrições iniciais

e pela existência provável de mínimos locais, uma aproximação inicial pelo AG é altamente recomendável.

As características gerais do AG e alguns parâmetros essenciais para o uso do método são apresentadas a seguir. São eles:

a) População: conjunto de variáveis de projeto, obtidas aleatoriamente na primeira iteração em um domínio restrito, que servirão de base para a obtenção da população na próxima geração.

b) Aptidão: etapa em que ocorre avaliação da função objetivo para cada indivíduo, seguida de uma classificação dos mais aptos, ou seja, que geraram os menores valores de função.

c) Cruzamento: cruzamento de indivíduos escolhidos através de um critério aleatório com ponderação, em que os indivíduos mais aptos têm maior probabilidade de serem escolhidos. É um parâmetro que varia entre 0 e 1, exprimindo a taxa com que os indivíduos mais aptos serão cruzados para formar novos indivíduos.

d) Mutação: ocorre após o processo de cruzamento. É dado por um intervalo correspondendo a uma taxa de indivíduos cruzados, que receberão mutações aleatórias. É um processo que contribui para a obtenção de um mínimo global em funções que têm vários mínimos locais.

e) Geração: corresponde a uma iteração completa em AG. O parâmetro correspondente regula o número de iterações que será repetido no processo.

A obtenção dos parâmetros em AG é muito peculiar ao problema, podendo ser dito que cada conjunto de parâmetros é específico para a maneira como se pretende encaminhar a solução. Neste trabalho, a parametrização do AG não foi estabelecida com vistas ao resultado final, mas apenas para um encaminhamento prévio do mínimo global. Os resultados do AG se tornaram os parâmetros iniciais para o método de otimização não linear. Essa abordagem decorreu do elevado custo computacional requerido pelo AG.

As técnicas empregadas em solução de problemas de otimização não linear podem ser divididas em dois grupos: modelos com restrições e sem restrições. Um problema que dificulta a solução de problemas de otimização não lineares é a existência de mínimos locais.

O problema que se apresenta neste trabalho tem nove parâmetros a serem identificados, sendo que dois deles – C_3 e C_4 – têm poucas referências na literatura, quanto aos seus valores, para uma adequada escolha de restrições.

Para realizar a otimização não linear (TONL), o ambiente computacional *MATLAB* dispõe de duas ferramentas a serem avaliadas para este caso. Essas ferramentas são as funções (rotinas) *FMINCOM* e *FMINSEARCH*.

A função *FMINCON* é uma ferramenta baseada no método do gradiente, projetada para trabalhar com problemas em que a função objetivo e as restrições são contínuas e têm as primeiras derivadas igualmente contínuas. Ela inicia a procura do mínimo para as variáveis de uma função denominada “objetivo”, a partir de estimativas iniciais dentro de um intervalo de restrições de mínimo e máximo.

Com a falta de referências para algumas variáveis do problema analisado neste trabalho - sendo que as estimativas iniciais são fornecidas pela solução no AG - fica difícil estabelecer restrições que delimitem o intervalo onde é esperado encontrar o mínimo da função objetivo. Por estas razões, a função *FMINCON* teve a sua utilização restrita.

A função *FMINSEARCH* realiza igualmente a minimização de uma função multivariável, mas sem restrições, a partir de estimativa inicial. É um método direto de procura, que não utiliza gradientes analíticos ou numéricos, e é também referido como “otimização não linear sem restrições”.

Esta função usa o algoritmo do método *simplex*, desenvolvido por Nelder e Mead (1965), que consiste em um poliedro flexível formado por $n+1$ vetores, que são seus vértices, em um espaço n -dimensional, denominado “*simplex*”. Em cada etapa da procura, um novo ponto é gerado e comparado com os valores dos vértices do *simplex*. Assim, em cada etapa do processo, um dos vértices é substituído, abandonando o valor do vértice de maior valor, e um novo poliedro é criado. Esta etapa é repetida até que o diâmetro do *simplex* seja menor do que a tolerância especificada. O método tem limitações quanto à ocorrência de descontinuidades, que não devem ocorrer próximas à solução, e também fornece soluções de mínimos locais.

A função *FMINSEARCH* realiza a otimização segundo um conjunto de parâmetros que são especificados na estrutura do comando da função *options*. Alguns parâmetros foram usados como valores *default* do Matlab. A parametrização é feita por meio da função *optimset*, com as seguintes opções:

- *Display*: nível de exibição de saídas: “*iter*” mostra saída em cada iteração; “*final*” mostra apenas o resultado final; “*notify*” comunica se a função não converge (*default*).

- *FunValCheck*: verifica e avisa se os valores da função objetivo são válidos, ou seja, não complexos ou não numéricos. A condição *default* é sem aviso.
- *MaxFunEvals*: estabelece um número máximo de avaliações admissível.
- *MaxIter*: número máximo de iterações admitido.
- *OutputFcn*: especifica uma função definida pelo usuário, que a função de otimização chama em cada iteração.
- *TolFun*: tolerância final no valor da função.
- *TolX*: tolerância final nas variáveis de projeto..

A combinação de AG com *FMINSEARCH* pode fornecer uma solução completa para o problema de identificação dos parâmetros do MVE. No entanto, é importante salientar que a aplicação de AG não é imperativa. São obtidos excelentes resultados com a aplicação exclusiva de *FMINSEARCH*, quando uma solução aproximada encontra-se disponível.

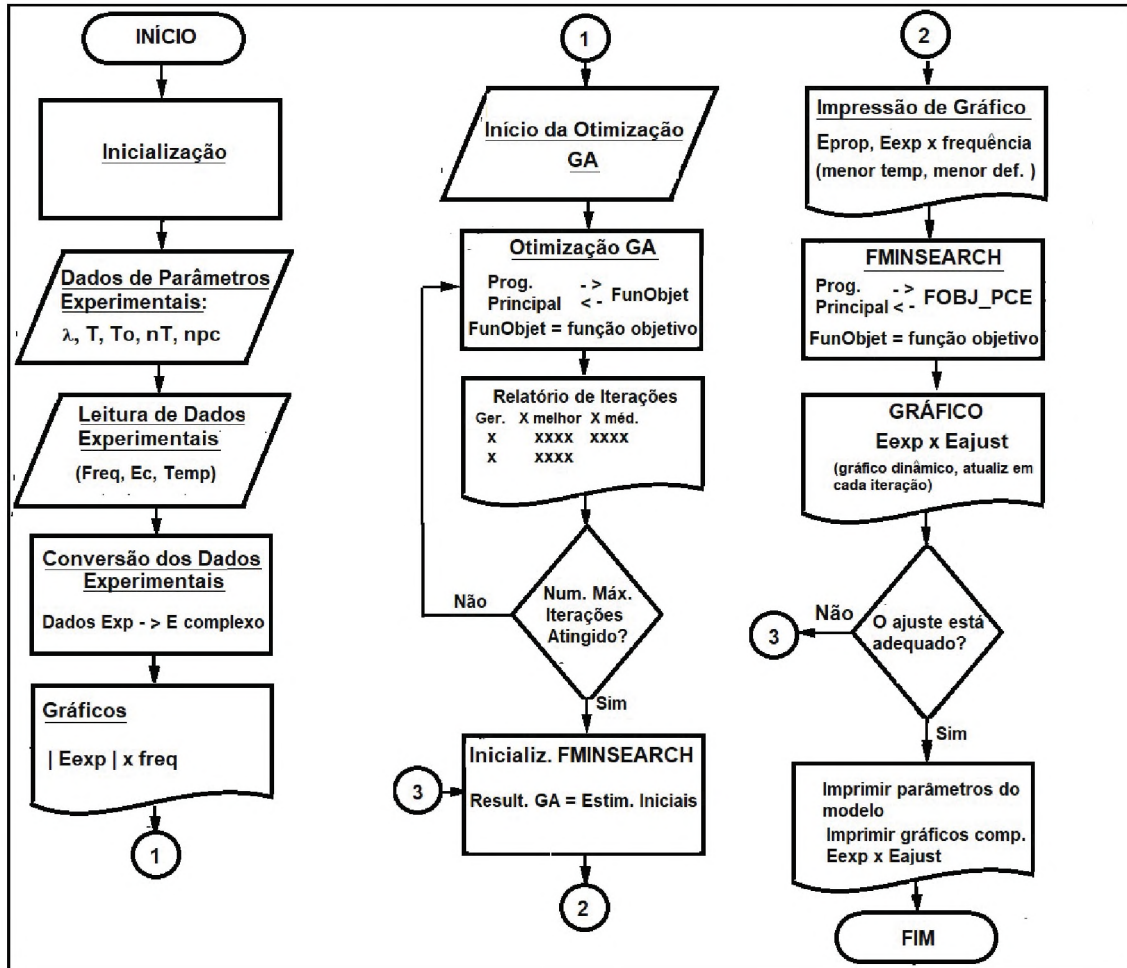
Materiais comerciais, já amplamente explorados, em que existe uma boa referência quanto a diversos de seus parâmetros constitutivos, oferecem um ponto de partida operacional (estimativas iniciais do processo de otimização) bastante eficaz. Quando isto ocorre, pode ser igualmente aplicável a outra solução de otimização linear, agora com restrições, qual seja: *FMINCOM*.

3.5.3 Rotina Computacional

O código foi desenvolvido em *MATLAB*, versão R2014a. O fluxo de processamento pode ser visto na FIGURA 21. Os dados experimentais foram obtidos em formato Excel, a partir da máquina para ensaios de polímeros *MTS 831.50*. A primeira etapa consiste em converter os valores reais e imaginários do módulo de elasticidade de Young - fornecidos separadamente, em componentes reais - em números complexos, no formato do módulo complexo.

É feita uma verificação prévia dos resultados experimentais através da plotagem dos mesmos. São gerados (número de temperaturas x número de pré-cargas) gráficos. O objetivo da verificação é observar a ocorrência de dispersão dos valores e discrepâncias que possam comprometer a avaliação dos parâmetros do modelo. Uma vez ultrapassada essa etapa, é iniciada a fase de otimização por meio do método AG.

FIGURA 21 - FLUXOGRAMA DO PROGRAMA DE CARACTERIZAÇÃO DINÂMICA



FONTE: Olienick (2018)

Para a seleção dos parâmetros do método AG, foram consideradas as conclusões de Goldberg (1989). Para a população, Goldberg concluiu que quanto maior a população, melhor será a convergência. No entanto, quanto maior a população, maior é o custo computacional. Na literatura, geralmente a população escolhida varia entre 50 e 200 indivíduos. Neste trabalho, foram realizados testes com a população variando entre 100 e 10000 indivíduos e número de gerações entre 100 e 400.

Para a taxa de mutação Goldberg estabelece um critério que é expresso em função do número de variáveis (n) a serem identificadas, expresso por $P_n = 1/n$. Na literatura, são mais comumente usados valores entre 0,001 e 0,1. O valor adotado foi 0,09.

Para o processo de otimização não linear, foram usados: número máximo de avaliações da função igual a 5000, número máximo de iterações permitidas é de 600 e a tolerância de parada é 10^{-5} . Como exposto previamente, esse processo ocorre após a execução do processo AG.

3.5.4 Simulação Numérica de Ensaio Experimentais

Para verificar a eficácia do método, foi realizada uma simulação numérica de dados experimentais para obtenção do módulo de elasticidade complexo de Young. Fazendo uso do modelo fracionário de quatro parâmetros, com a adição dos fatores relativos aos efeitos da temperatura e da pré-carga, foi construído um programa gerador de dados experimentais

Um algoritmo randômico adicionou um ruído aos dados experimentais, visando dar uma semelhança a dados experimentais reais, simulando uma dispersão para os valores medidos.

O algoritmo de dispersão pode ser inserido nas Eq.^s (3.10) e (3.11), como exposto em (OLIENICK; LOPES e BAVASTRI, 2017), da seguinte forma:

$$[E(\Omega, T, \varepsilon, \lambda)]_{\text{exp}} = \left\{ [C_1.F_1(\lambda) + C_2.F_2(\lambda)] \frac{E(\Omega, T, \varepsilon)}{6(C_1 + C_2)} \right\} [1 + 0.025(RAND - 0.5)], \quad (3.10)$$

e

$$[\eta(\Omega, T, \varepsilon, \lambda)]_{\text{exp}} = \left[\frac{(C_1 + C_2)F_2(\lambda)}{C_1.F_1(\lambda) + C_2.F_2(\lambda)} \eta(\Omega, T, \varepsilon) \right] [1 + 0.025(RAND - 0.5)]. \quad (3.11)$$

Os termos adicionados às Eq.^s (3.10) e (3.11) produzem um ruído no sinal de até 2,5% sobre o valor total, para mais ou para menos. O RAND nas equações é o comando empregado no MATLAB para geração de um número randômico entre 0 e 1.

Os parâmetros usados para a geração dos dados experimentais simulados podem ser analisados na TABELA 5. Os valores negativos de deformação específica (ε) são devidos ao tipo de carregamento aplicado para a carga estática, que é compressiva. O sinal negativo denota, na resistência dos materiais a condição de compressão.

Os resultados desse processo de identificação de parâmetros foram bastante exatos, como pode ser notado na TABELA 6. Isso também pode ser notado nos gráficos comparativos entre os valores pseudo-experimentais do módulo e os obtidos da identificação.

O erro médio por medida para os valores de norma do módulo complexo de Young, em cada valor de frequência obtido no final do processo de identificação dos parâmetros do modelo, pode ser obtido da seguinte equação

$$\text{Erro médio}(\%) = \frac{\sqrt{\text{Erro quadrático final}}}{nT \cdot npc \cdot nf} \times 100, \quad (3.12)$$

onde nT representa o número de temperaturas usadas na medição; npc, o número de valores de deformação por pré-carga; e nf, o número de frequências usadas na medição experimental.

O uso da Eq. (3.12), considerando o erro quadrático total da TABELA 6, de 0,0611 além de nT=22, npc=7 e nf=8 TABELA 5, fornece um erro médio de 0,02%.

TABELA 5 – VALORES DOS PARÂMETROS DO MATERIAL VIRTUAL GERADOS NUMERICAMENTE

Temperaturas (°C)	-60	-40	-20	0	20	40	60	70
Deformações de Pré-carga (%)	-0,5	-1	-2	-3	-4	-5	-7	
$\varepsilon = \Delta L/L_0$	-0,005	-0,01	-0,02	-0,03	-0,04	-0,05	-0,07	
% = $\varepsilon \times 100$								
$\lambda = 1 + \varepsilon$	0,995	0,99	0,98	0,97	0,96	0,95	0,93	
Amplitude da Deformação Dinâmica: (ε)	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
Frequências Medidas (Hz)	1	2	4	6	10	15	25	50
	100	150	200	250	300	350	400	450
	500	600	700	800	900	1000		
Parâmetros do Modelo Fracionário					E_0	$8,093 \times 10^6$		Pa
(*1) = adimensional					E_{∞}	$9,089 \times 10^8$		Pa
(*2) = $(\text{rad/s})^{-1/\beta}$					b_0	0,0024		*2
					β	0,3018		*1
					T_0	10 (283°K)		°C
					θ_1	10,33		*1
					θ_2	163,11		°K
					C_3	-8		*1
					C_4	35		*1

FONTE: Olienick (2018)

Já na comparação gráfica de resultados, tomando-se como base duas temperaturas bastante diferentes, como 70°C (213°K) FIGURA 22 e 40°C (333°K) FIGURA 23, percebe-se que há um ajuste adequado entre ambas as curvas, a experimental, obtida com parâmetros simulados numericamente, e a resultante da identificação do método proposto.

Uma síntese do efeito da pré-carga pode ser observada no nomograma do material hipotético para as condições “sem pré-carga” e “com pré-carga”, na FIGURA 24. Os dados do material são fictícios, porém o efeito da pré-carga é bastante reduzido, quando a comparação é feita com a temperatura (NASHIF; JONES; HENDERSON, 1985).

Observa-se também que o próprio modelo matemático mostra uma compatibilidade entre o que se espera na prática e a teoria. O nomograma foi construído para as duas condições mais diversas em que os dados propostos para o material e ensaios fictícios foram realizados. A proposta de nomograma, portanto, seria de duas condições de pré-carga bastante distintas, permitindo que as situações intermediárias sejam interpoladas.

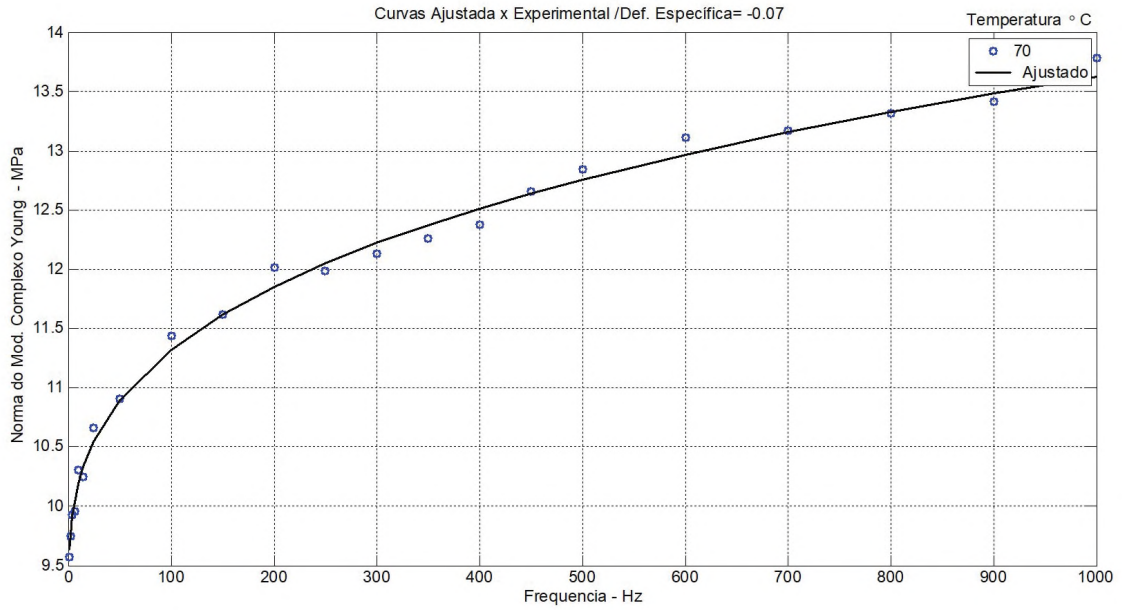
No próximo capítulo, um material real será analisado com o objetivo de identificar os parâmetros constitutivos próprios do modelo fracionário de quatro parâmetros, baseado no modelo mecânico de Zener, bem como os parâmetros dos fatores de influência - temperatura e pré-carga - considerados.

TABELA 6 – RESULTADO DO PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DO MODELO FRACIONÁRIO E INFLUÊNCIAS DE TEMPERATURA E PRÉ-CARGA

Parâmetro	Valores Propostos	Valores Obtidos	Unid.	Erro (%)
E_o	$8,093 \times 10^6$	$8,0922 \times 10^6$	Pa	0,1
E_x	$9,089 \times 10^8$	$9,1038 \times 10^8$	Pa	0,16
β	0,3018	0,3015	* ₁	0,1
b_o	0,0024	0,0024	* ₂	-
θ_1	10,33	10,3457	* ₁	0,15
θ_2	163,11	163,2094	°K	0,06
C_3	-8	-8,0161	* ₁	0,2
C_4	35	36,0949	* ₁	3,12
Erro Médio Quadrático Total: 0,0611 %				
Obs.: (* ₁) = adimensional; (* ₂) = (rad/s) ^{-1/β}				

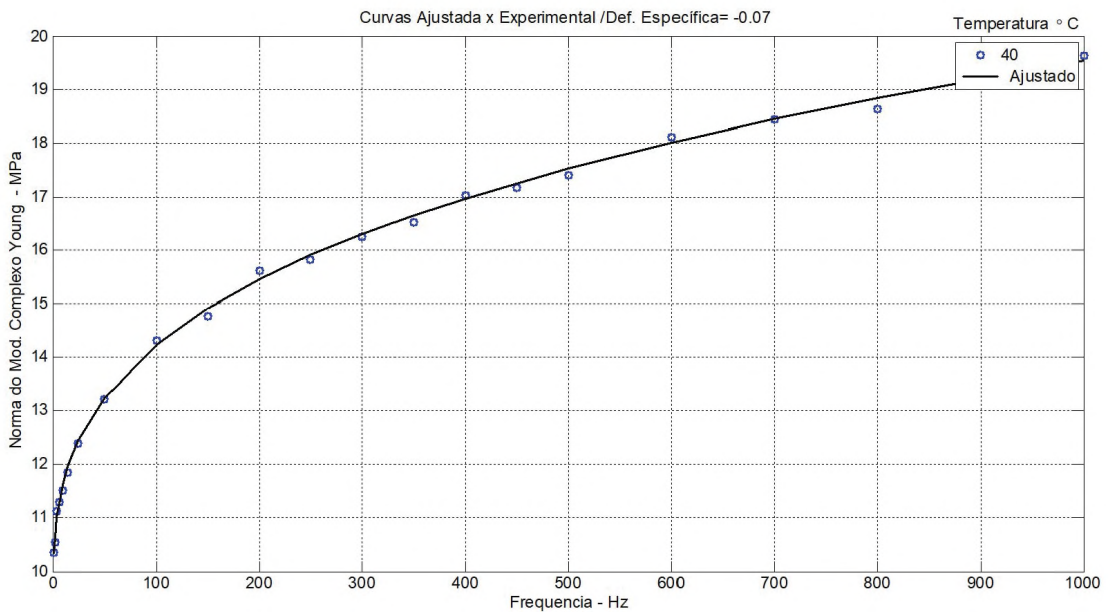
FONTE: Olienick (2018)

FIGURA 22 - COMPARATIVO ENTRE AS CURVAS EXPERIMENTAL E AJUSTADA DO MÓDULO COMPLEXO DE YOUNG PARA 70°C - 7% DE DEFORMAÇÃO DE PRÉ-CARGA COMPRESSIVA ($\lambda=0,93$)



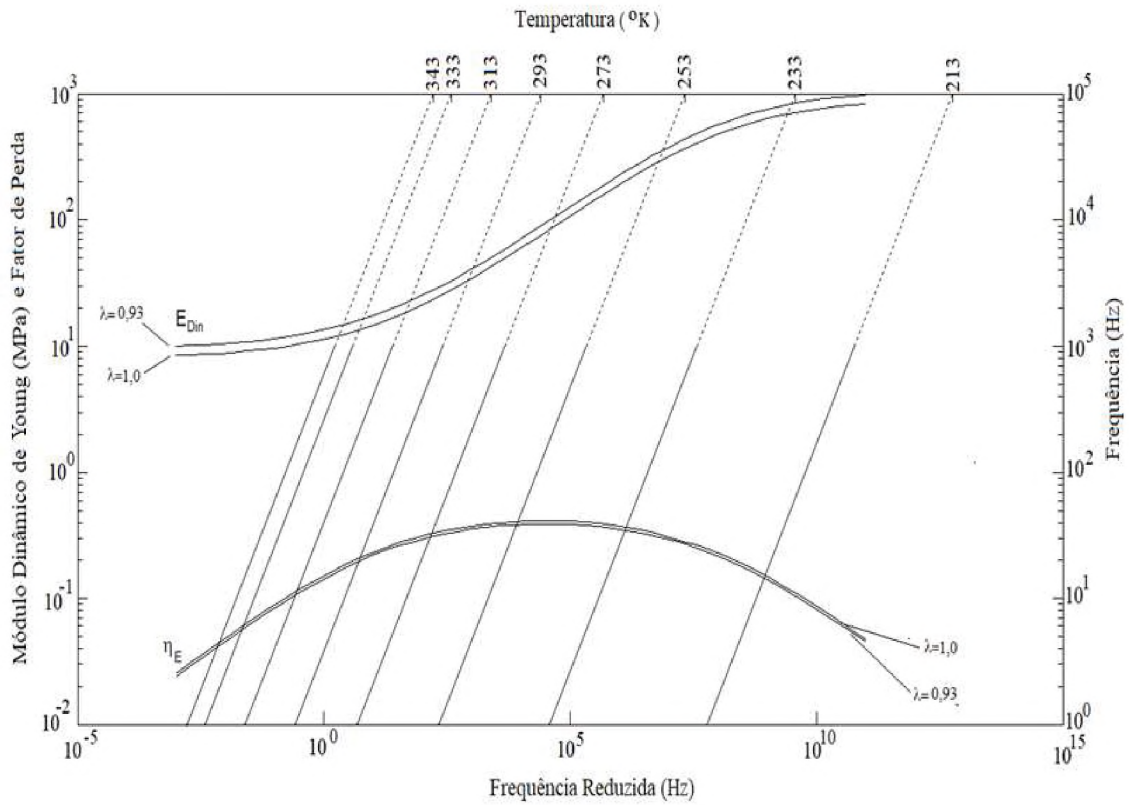
FONTE: Olienick (2018)

FIGURA 23 - COMPARATIVO ENTRE AS CURVAS EXPERIMENTAL E AJUSTADA DO MÓDULO COMPLEXO DE YOUNG PARA 40°C - 7% DE DEFORMAÇÃO DE PRÉ-CARGA COMPRESSIVA ($\lambda=0,93$)



FONTE: Olienick (2018)

FIGURA 24 - NOMOGRAMA DO MATERIAL FICTÍCIO USADO PARA VALIDAR A METODOLOGIA: SEM PRÉ-CARGA ($\lambda=1$), COM DEFORMAÇÃO DE -7% DEVIDA À PRÉ-CARGA COMPRESSIVA ($\lambda=0,93$).



FONTE: Olienick (2018)

4 RESULTADOS E ANÁLISES

4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo, são apresentados os resultados obtidos com a análise de uma formulação de borracha butílica designada por BT 806-5S. Os experimentos foram realizados em uma máquina de ensaios para polímeros MTS 831.50, conforme já descrito. Uma análise prévia dos resultados experimentais foi realizada para a verificação da conformidade do material com relação à prescrição do comportamento de MVE termoreologicamente simples. É importante salientar que o material testado tem comportamento previamente reconhecido - através de resultados disponíveis na literatura - como termoreologicamente simples, quando analisado em condições de temperatura e frequência controladas.

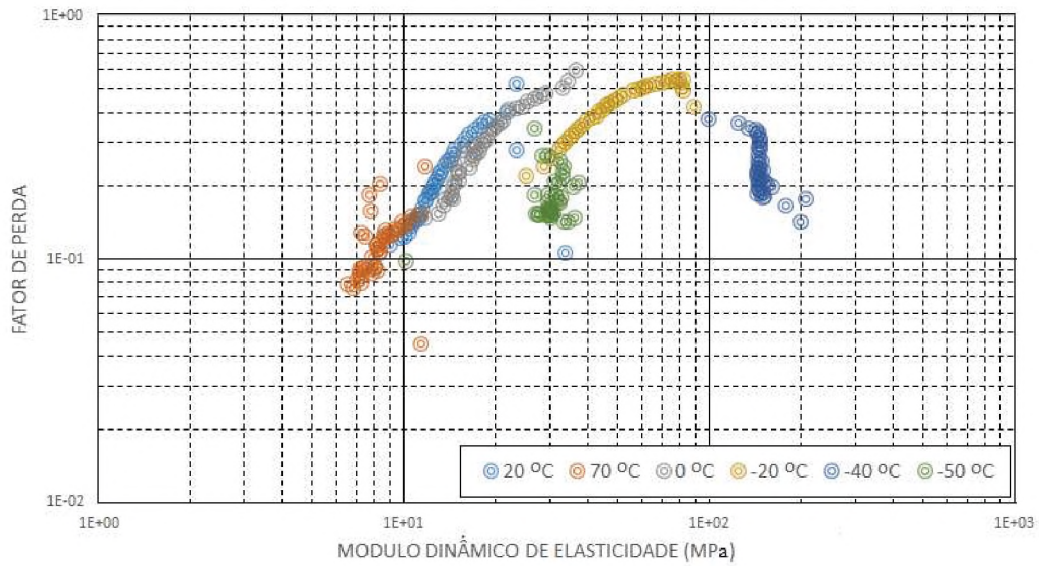
4.2 RESULTADOS EXPERIMENTAIS EM BORRACHA BUTÍLICA

Na TABELA 3, exposta no capítulo anterior, pode ser observado que um total de 7 valores de pré-carga e 6 temperaturas foram o objeto da análise deste trabalho. Cada uma das temperaturas e deformações decorrentes da pré-carga foi ensaiada para um conjunto de frequências de excitação mecânica. A amplitude da excitação dinâmica (vibração) foi de +/-0,01 mm para todos os casos, entre 1 e 1000 Hertz. Para realizar os ensaios, em cada situação distinta de temperatura e pré-carga, foi utilizado um corpo de prova diferente, extraído da mesma amostra. Assim, como foram realizados ensaios com seis temperaturas diferentes e sete pré-cargas diferentes sob a mesma amplitude dinâmica, contabiliza-se um total de quarenta e dois testes.

A verificação, quanto a problemas com os dados experimentais, que venham a impedir ou prejudicar a identificação dos parâmetros comuns do modelo matemático para o MVE, será feita por intermédio do gráfico denominado *Wicket Plot*, apresentado no capítulo dois, na FIGURA 12. O material deverá se enquadrar no que está descrito no item 2.5.1, no domínio da frequência com relação a ser termoreologicamente simples. Para uma análise do conjunto de dados, serão analisados os *wicket plots* para cada valor de deformação por pré-carga FIGURAS 25-31.

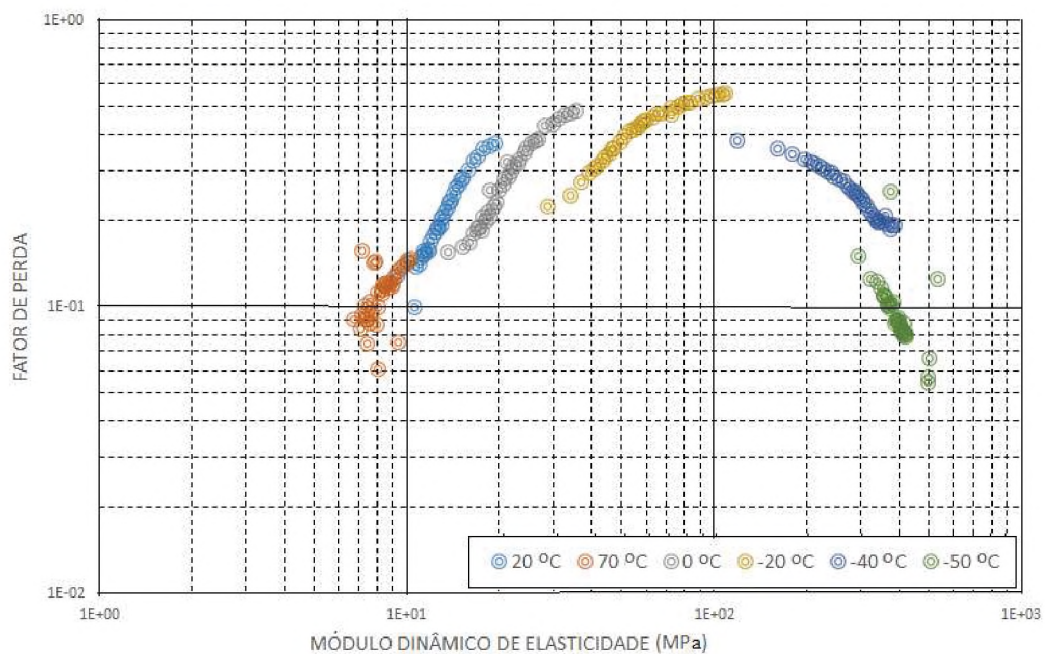
4.2.1 Wicket Plot dos Dados Experimentais

FIGURA 25 - WICKET PLOT DE DADOS EXPERIMENTAIS: BORRACHA BUTÍLICA COM DEFORMAÇÃO ESTÁTICA $\varepsilon = -0,01$ ($\lambda=0,99$)



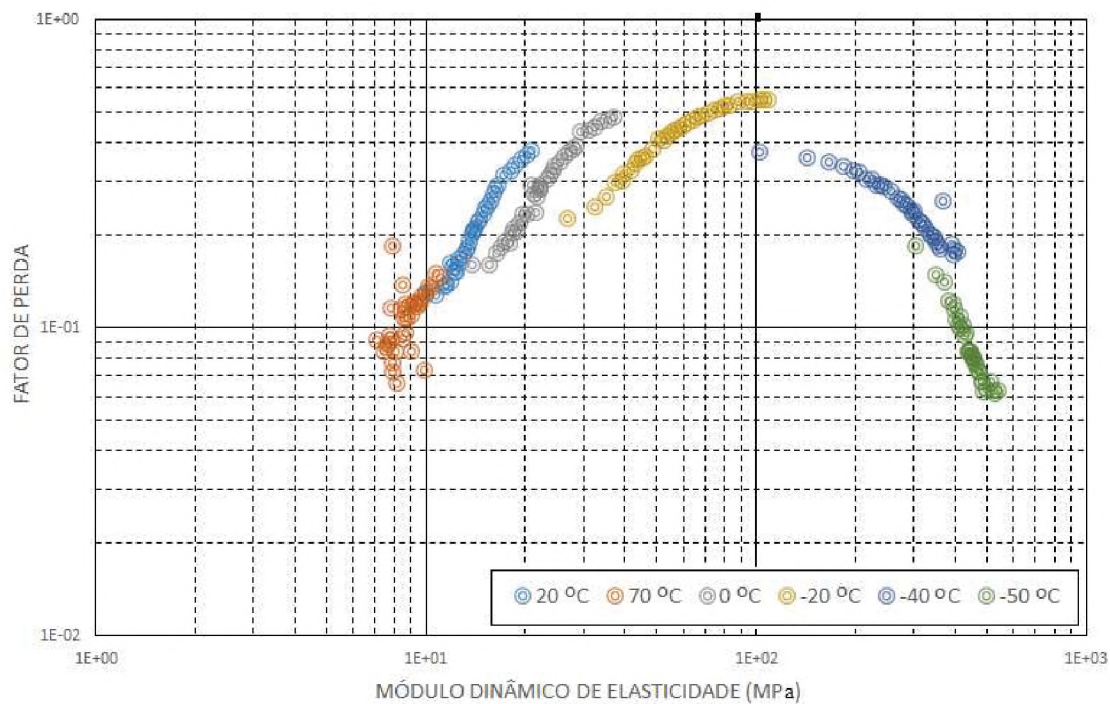
FONTE: Olienick, 2018.

FIGURA 26 - WICKET PLOT DE DADOS EXPERIMENTAIS: BORRACHA BUTÍLICA COM DEFORMAÇÃO ESTÁTICA $\varepsilon = -0,03$ ($\lambda=0,97$)



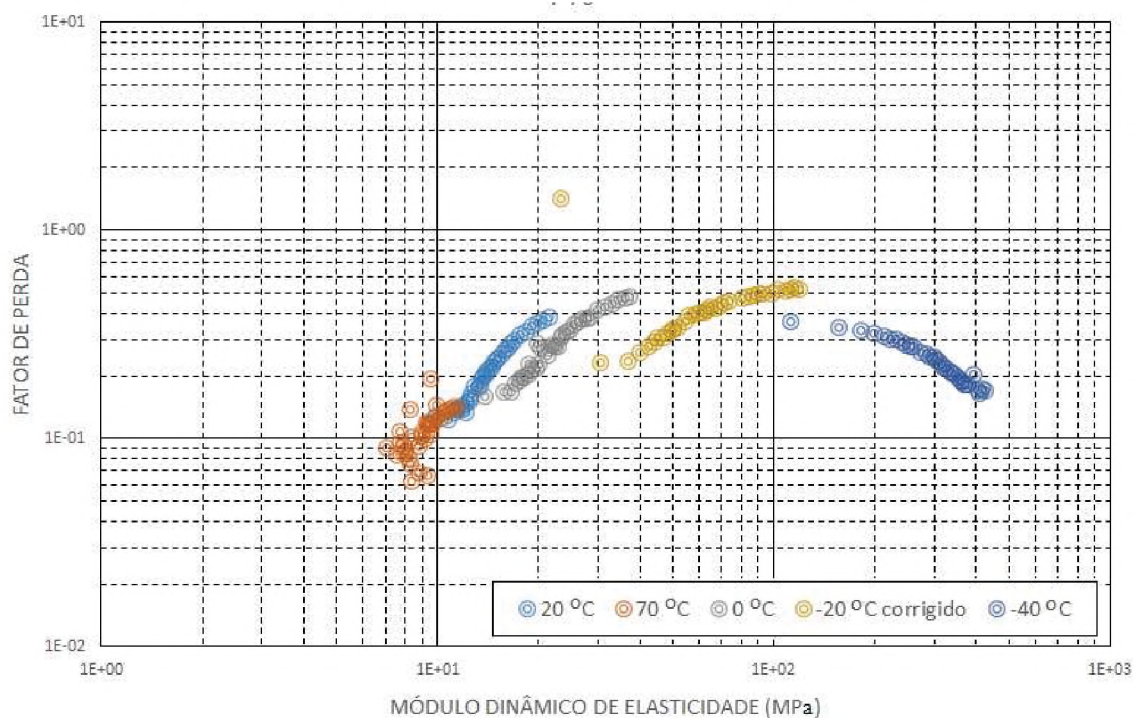
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA 27- WICKET PLOT DE DADOS EXPERIMENTAIS: BORRACHA BUTÍLICA COM DEFORMAÇÃO ESTÁTICA $\varepsilon = -0,05$ ($\lambda=0,95$)



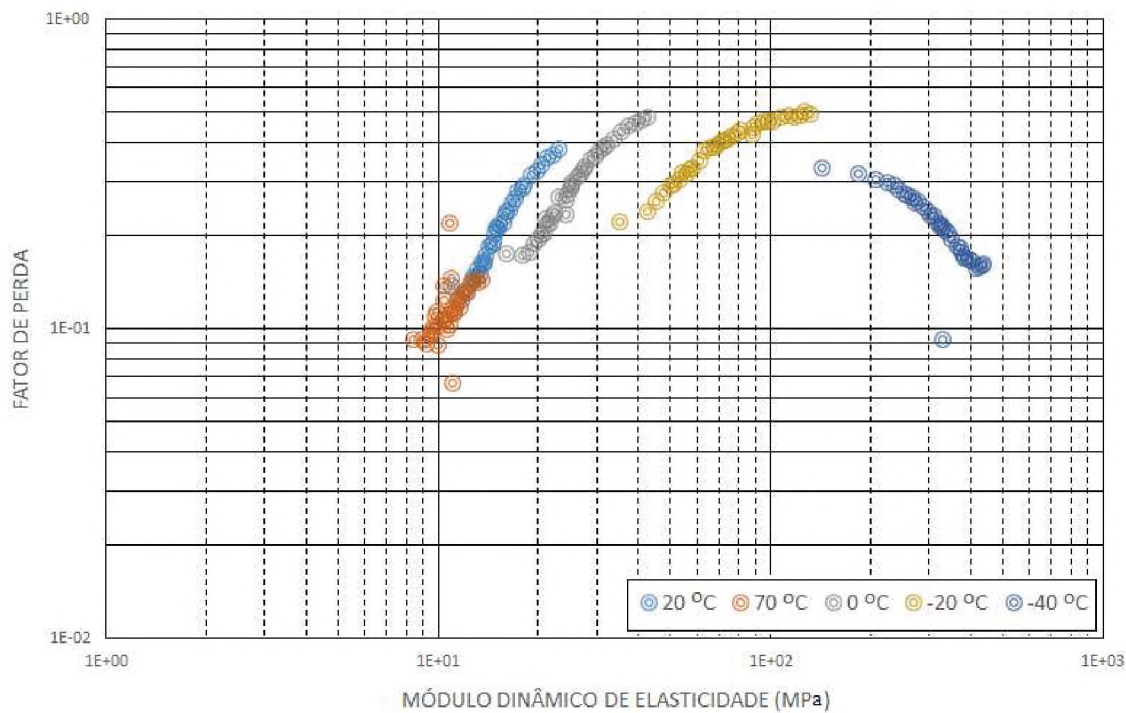
FONTE: Olienick, 2018.

FIGURA 28 - WICKET PLOT DE DADOS EXPERIMENTAIS: BORRACHA BUTÍLICA COM DEFORMAÇÃO ESTÁTICA $\varepsilon = -0,07$ ($\lambda=0,93$)



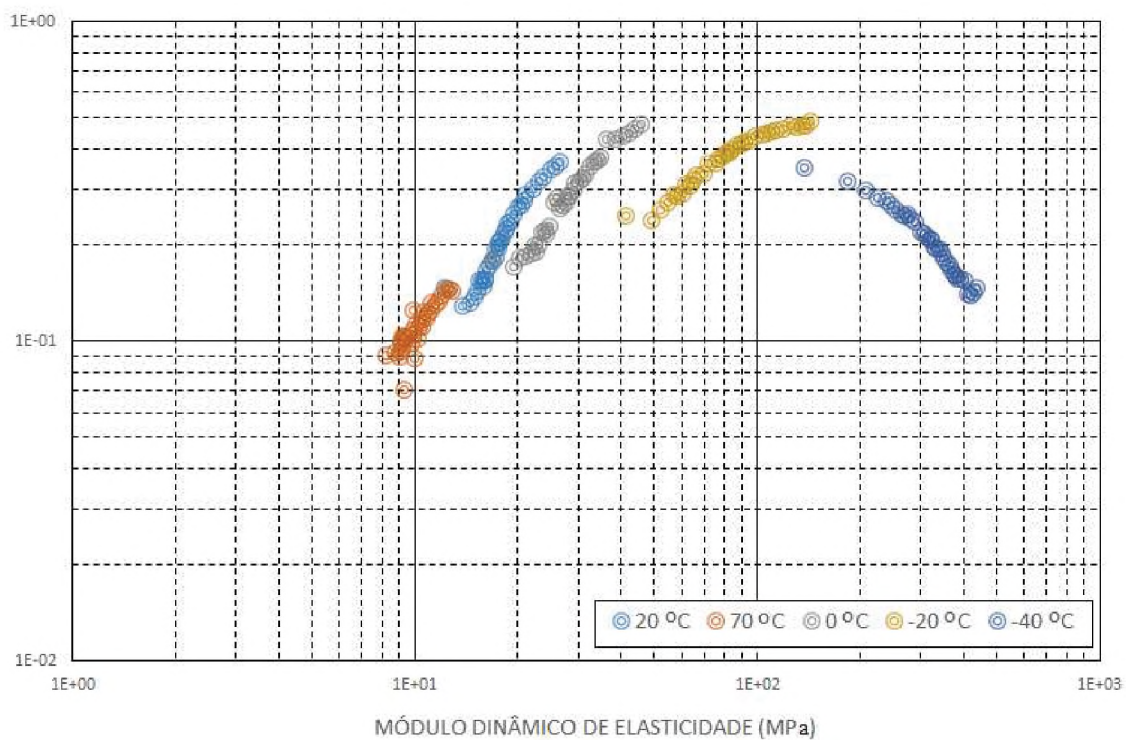
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA 29 - WICKET PLOT DE DADOS EXPERIMENTAIS: BORRACHA BUTÍLICA COM DEFORMAÇÃO ESTÁTICA $\varepsilon = -0,10$ ($\lambda=0,90$)



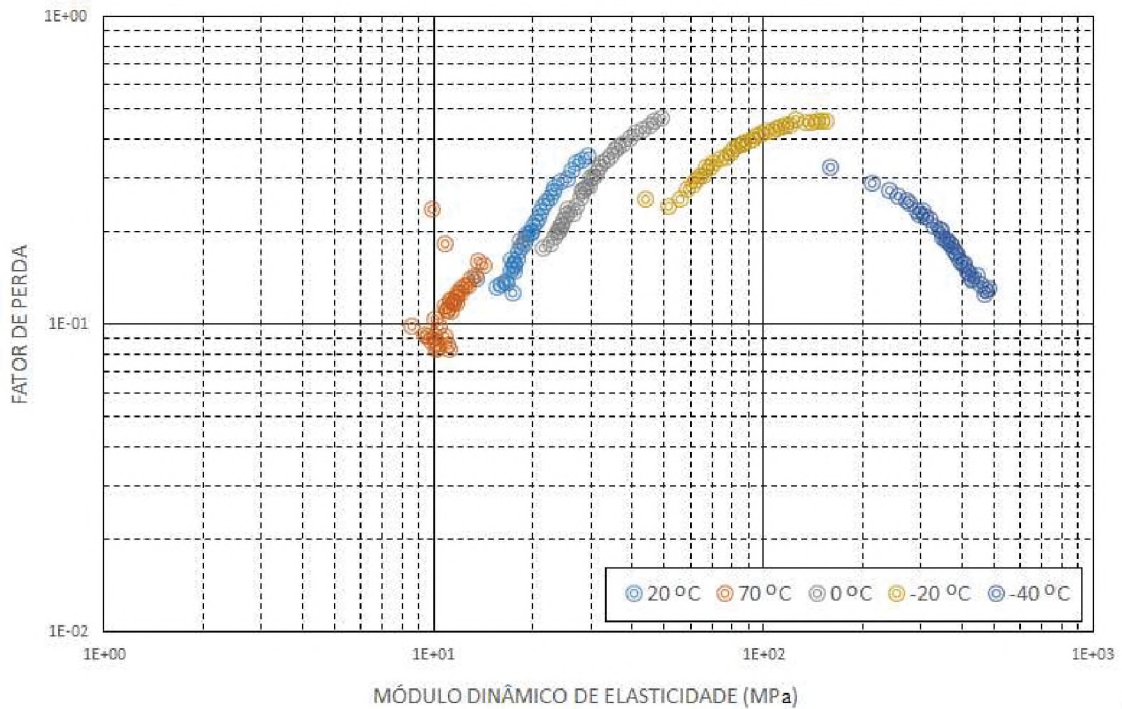
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA 30 - WICKET PLOT DE DADOS EXPERIMENTAIS: BORRACHA BUTÍLICA COM DEFORMAÇÃO ESTÁTICA $\varepsilon = -0,12$ ($\lambda=0,88$)



FONTE: Olienick, 2018

FIGURA 31- WICKET PLOT DE DADOS EXPERIMENTAIS: BORRACHA BUTÍLICA COM DEFORMAÇÃO ESTÁTICA $\varepsilon = -0,15$ ($\lambda=0,85$)



FONTE: Olienick, 2018

4.2.2 Análise dos Dados Experimentais

Existem dois aspectos que são observados na análise dos dados experimentais: a) o comportamento termoreológico do material, através dos *wicket plots*; b) a distribuição dos resultados de medição do módulo complexo conforme as frequências e temperaturas de interesse.

Na primeira análise, o aspecto do comportamento termoreológico do material é analisado. É importante observar que o material ensaiado é reconhecido através de um razoável histórico de ensaios de diversos autores, como termoreologicamente simples. Não obstante esse fato, não se pode descartar que tenham ocorrido anomalias durante os ensaios.

De forma resumida, foram as seguintes as conclusões a respeito da análise:

I) É possível notar, nos gráficos das FIGURAS 25 - 26, alguma dispersão de pontos de forma aleatória, em particular, nos valores de menor deformação estática.

II) Na deformação estática de $\varepsilon = -0,01$ FIGURA 25 há também uma grave anomalia que compromete o conceito de interesse, com a temperatura de -50°C deslocada de sua posição esperada, à direita das demais temperaturas. A solução encontrada para esses casos foi o descarte dessas medições. Já em $\varepsilon = -0,07$, haviam problemas sérios com a dispersão, que foram resolvidos com a realização de novos ensaios FIGURA 28.

III) É possível notar a falta de uma temperatura medida, -50°C , a partir da deformação estática de $\varepsilon = -0,07$ FIGURA 28. Este problema não pôde ser resolvido através de novos ensaios, estando relacionado com a incompatibilidade entre a rigidez à baixa temperatura e ao valor da pré-carga.

IV) As deformações estáticas de $\varepsilon = -0,01$ e $\varepsilon = -0,03$ foram descartadas. A ocorrência de pontos dispersos, que se afastavam razoavelmente do perfil, ocorreu principalmente nas frequências mais elevadas do espectro medido, acima dos 500 Hz. Para sanar este último problema, seria necessário realizar praticamente todos os ensaios novamente. As medições acima dos 500 Hz TABELA 3 também foram descartadas.

V) A análise da planilha de pontos efetivamente medidos revelou ainda valores que, embora previstos, não ofereceram leitura. Esse problema ocorreu de maneira esporádica, em valores de frequência aleatórios. A solução foi a eliminação dessas frequências, mesmo havendo temperaturas e deformações onde foram efetivamente medidas, para evitar um problema de paridade no momento do cálculo do erro quadrático, no programa de identificação integrada.

Concluindo, os valores considerados para a análise computacional de identificação integrada são fornecidos pela TABELA 7.

4.3 RESULTADOS NUMÉRICOS

A otimização por AG foi executada com os seguintes parâmetros: tamanho de população, foram realizados experimentos com variação entre 100 e 10000; número de gerações, 100 a 500; tolerância de parada, 10^{-8} ; taxa de mutação, 0,09. No processo de otimização não linear considerando a técnica de Nelder-Mead, a função *MATLAB* empregada – *FMINSEARCH* - não faz uso do estabelecimento de restrições e, para o critério de parada, foi usado 10^{-5} .

TABELA 7 – VALORES EFETIVOS CONSIDERADOS PARA IDENTIFICAÇÃO INTEGRADA

Temperaturas	-40°C; -20°C; 0°C; 20°C; 70°C
Modo de deformação	Compressão
Deformações médias ¹⁾	5%; 7%; 10%; 12%; 15% (pré-carga compressiva)
Amplitude de deformação	±0,01 mm (dinâmica)
Frequências de avaliação	1; 3; 5; 7; 9; 10; 12; 14; 16; 18; 20; 25; 30; 35; 40; 45; 50; 55; 60; 70; 80; 90; 100; 120; 140; 160; 180; 200; 250; 300; 350; 400; 450; 500;

FONTE: Olienick, 2018

A TONL foi dividida em sete etapas, sendo que os valores iniciais para esta etapa foram os resultados finais da etapa AG e nas etapas subsequentes da TONL, os valores iniciais correspondem aos resultados da etapa anterior. Este processo foi repetido até que os resultados da etapa anterior (TONL) coincidissem com os resultados da etapa subsequente. Deve ser notado, que para C3 e C4, é a razão que é usada, nas etapas subsequentes. Isso será justificado mais abaixo. Os resultados numéricos são apresentados na TABELA 8.

Os valores fornecidos na TABELA 8 mostram uma certa facilidade na obtenção dos resultados, pelo menos para os parâmetros do modelo fracionário e da influência da temperatura. Concluída a identificação, após a sétima etapa da TONL, o erro médio quadrático total resultou em 5,8603. Para os fatores de pré-carga – C3 e C4 –, há uma variação que persiste mesmo após a estabilidade dos demais fatores. Uma investigação sobre o modelo matemático aplicado na identificação dos parâmetros permite identificar a razão de tal variação constante.

Substituindo os fatores C3 e C4 nas Eq.^s (3.01) e (3.02) pela relação C4/C3, chega-se à conclusão de que os mesmos não são importantes individualmente para o modelo, pois apresentam uma auto dependência, pelo menos, no modelo usado neste trabalho.

Por este motivo, a relação é o verdadeiro objeto da identificação. Nomeando a relação C4/C3 por k_{pc} , obtém-se

$$C_4 = K_{pc} \cdot C_3. \quad (4.01)$$

TABELA 8 - RESULTADOS DO PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO: AG E OTIMIZAÇÃO NÃO LINEAR (TONL)

Parâmetro	AG	TONL 1	TONL 2	TONL 3
E_L	7,2374E06	7,0568E06	7,1287E06	6,0303E06
E_H	5,9768E08	5,7443E08	5,5418E08	5,4604E08
b_o	0,0022	0,0022	0,0022	0,0022
β	0,2940	0,2986	0,2990	0,2996
C_3	5,0005	-5,124E03	-2,673E04	4,9381E04
C_4	40	2,0100E08	1,2455E05	-1,1411E05
θ_1	7,7495	7,9461	7,8932	7,2935
θ_2	133,7221	131,7555	136,7930	132,3308
C_4/C_3	7,999	-39227,166	-4,660	-2,311
Parâmetro	TONL 4	TONL 5	TONL 6	TONL 7
E_L	6,1303E06	6,1306E06	6,1306E06	6,1306E06
E_H	4,9656E08	4,9657E08	4,9657E08	4,9657E08
b_o	0,0021	0,0021	0,0021	0,0021
β	0,3166	0,3166	0,3166	0,3166
C_3	2,0669E06	2,5177E06	2,8661E06	3,4909E06
C_4	-4,5331E06	-5,5221E06	-6,2865E06	-7,6567E06
θ_1	7,1117	7,1119	7,1119	7,1119
θ_2	132,7119	132,7151	132,7151	132,7151
C_4/C_3	-2,193	-2,193	-2,193	-2,193

FONTE: Olienick, 2018

Substituindo a Eq. (4.01) nas Eq.^s (3.01) e (3.02), obtém-se

$$E(\Omega, T, \lambda) = [C_3 F_1(\lambda) + k_{pc} \cdot C_3 F_2(\lambda)] \frac{E(\Omega, T)}{6(C_3 + k_{pc} \cdot C_3)}, \quad (4.02)$$

e

$$\eta(\Omega, T, \lambda) = \frac{(C_3 + k_{pc} \cdot C_3) F_2(\lambda)}{C_3 F_1(\lambda) + k_{pc} \cdot C_3 F_2(\lambda)} \eta(\Omega, T). \quad (4.03)$$

Colocando o parâmetro C_3 em evidência nas equações (4.02) e (4.03), elas podem ser reescritas:

$$E(\Omega, T, \lambda) = [F_1(\lambda) + k_{pc} \cdot F_2(\lambda)] \frac{E(\Omega, T)}{6(1 + k_{pc})} \quad (4.04)$$

e

$$\eta(\Omega, T, \lambda) = \frac{(1 + k_{pc}) F_2(\lambda)}{F_1(\lambda) + k_{pc} \cdot F_2(\lambda)} \eta(\Omega, T). \quad (4.05)$$

A partir das Eq.^s (4.04) e (4.05), o processo de identificação pode ser modificado, substituindo-se as Eq.^s (3.01) e (3.02) pelas Eq.^s (4.04) e (4.05). No vetor de identificação dos parâmetros do problema - Eq. (3.09) -, C3 e C4 dão lugar ao fator k_{pc} , cuja definição é obtida da Eq. (4.01).

Na TABELA 8, pode ser notado que o fator K_{pc} acompanha o processo de identificação dos demais parâmetros e fica constante a partir da quarta etapa do processo TONL, em -2,193. Simplificando o entendimento, podem ser utilizados quaisquer valores de C3 e C4, desde que a relação dada pelo fator K_{pc} seja respeitada. A relação dada por k_{pc} é válida apenas quando se utiliza o processo de identificação integrada. Para outras metodologias, é preciso avaliar se essa relação é adequada.

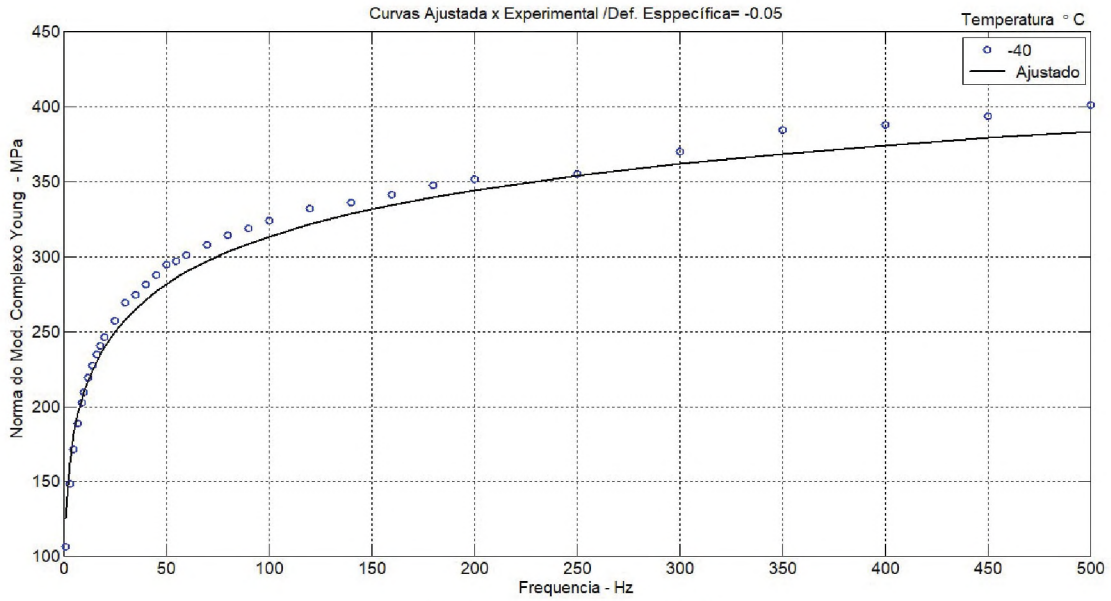
4.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

A análise final do resultado da identificação dos parâmetros é feita por meio da plotagem dos gráficos da norma do módulo de elasticidade de Young complexo em função da frequência, tanto para os dados experimentais quanto para os ajustados com os parâmetros identificados. Outra análise é feita também com a plotagem de *wicket plots* contendo não só os dados experimentais como também os ajustados. A plotagem da norma do módulo de Young complexo envolve, para o material e condições analisadas, 25 gráficos, enquanto os *wicket plots* totalizam 5, sendo um para cada valor de pré-carga.

4.4.1 Norma (Módulo Complexo de Elasticidade de Young) x Frequência

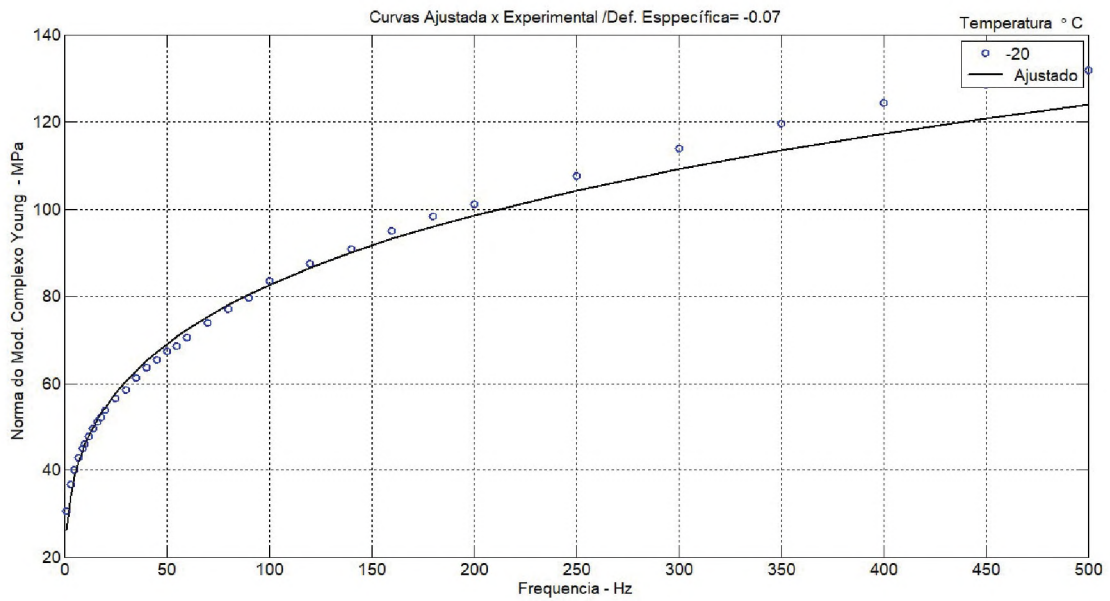
Um conjunto representativo de 5 gráficos é apresentado FIGURAS 32-36. Para a análise completa, contudo, são considerados os 25 gráficos que se encontram no APÊNDICE 1.

FIGURA 32 - COMPARATIVO ||MÓDULO COMPLEXO DE YOUNG|| X FREQUÊNCIA – AJUSTADO X EXPERIMENTAL COM $\varepsilon = -0,05$ ($\lambda = 0,95$) E TEMPERATURA DE -40°C



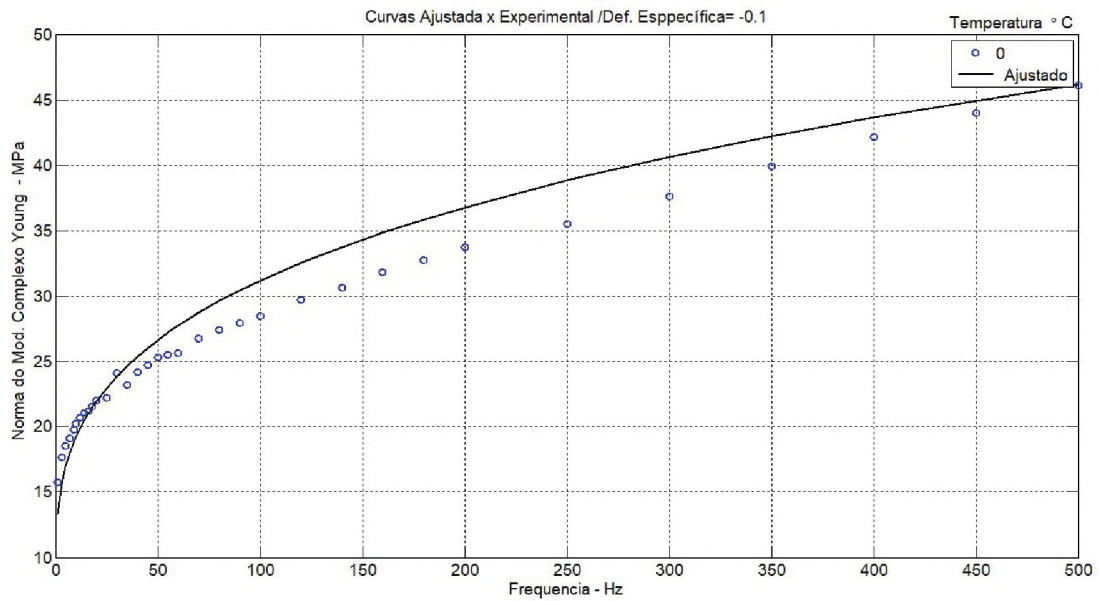
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA 33 - COMPARATIVO ||MÓDULO COMPLEXO DE YOUNG|| X FREQUÊNCIA – AJUSTADO X EXPERIMENTAL COM $\varepsilon = -0,07$ ($\lambda = 0,93$) E TEMPERATURA DE -20°C



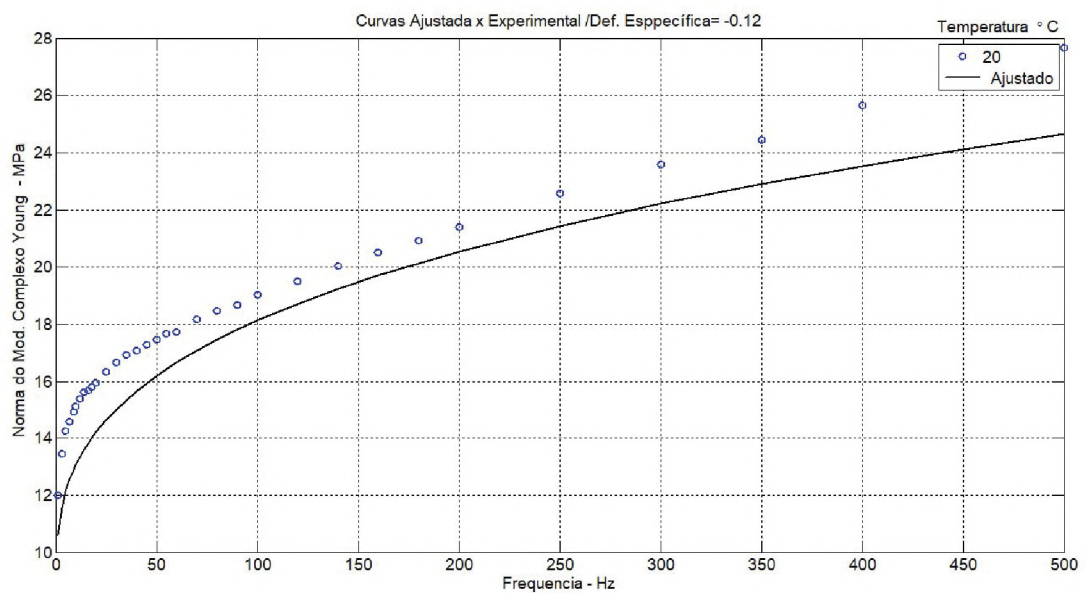
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA 34 - COMPARATIVO ||MÓDULO COMPLEXO DE YOUNG|| X FREQUÊNCIA – AJUSTADO X EXPERIMENTAL COM $\varepsilon = -0,1$ ($\lambda = 0,90$) E TEMPERATURA DE 0°C



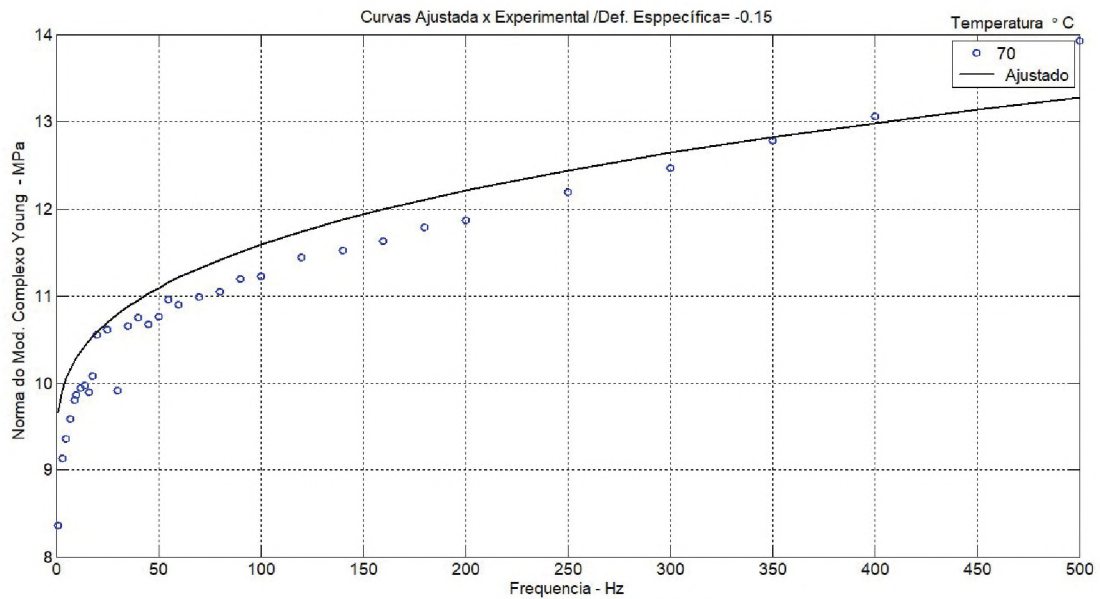
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA 35 - COMPARATIVO ||MÓDULO COMPLEXO DE YOUNG|| X FREQUÊNCIA – AJUSTADO X EXPERIMENTAL COM $\varepsilon = -0,12$ ($\lambda = 0,88$) E TEMPERATURA DE 20°C



FONTE: Olienick, 2018

FIGURA 36 - COMPARATIVO ||MÓDULO COMPLEXO DE YOUNG|| X FREQUÊNCIA – AJUSTADO X EXPERIMENTAL COM $\varepsilon = -0,15$ ($\lambda = 0,85$) E TEMPERATURA DE 70°C



Ainda que um critério de ponderação tenha sido empregado com o objetivo de compensar os erros maiores em termos absolutos a baixas temperaturas, em função dos valores do módulo serem bem maiores do que em altas temperaturas, é notado um maior afastamento entre as curvas ajustada e experimentais nas altas temperaturas. Novos ensaios com o mesmo material (borracha butílica) poderão definir se a diferença observada se deve a acúmulo de determinadas não linearidades.

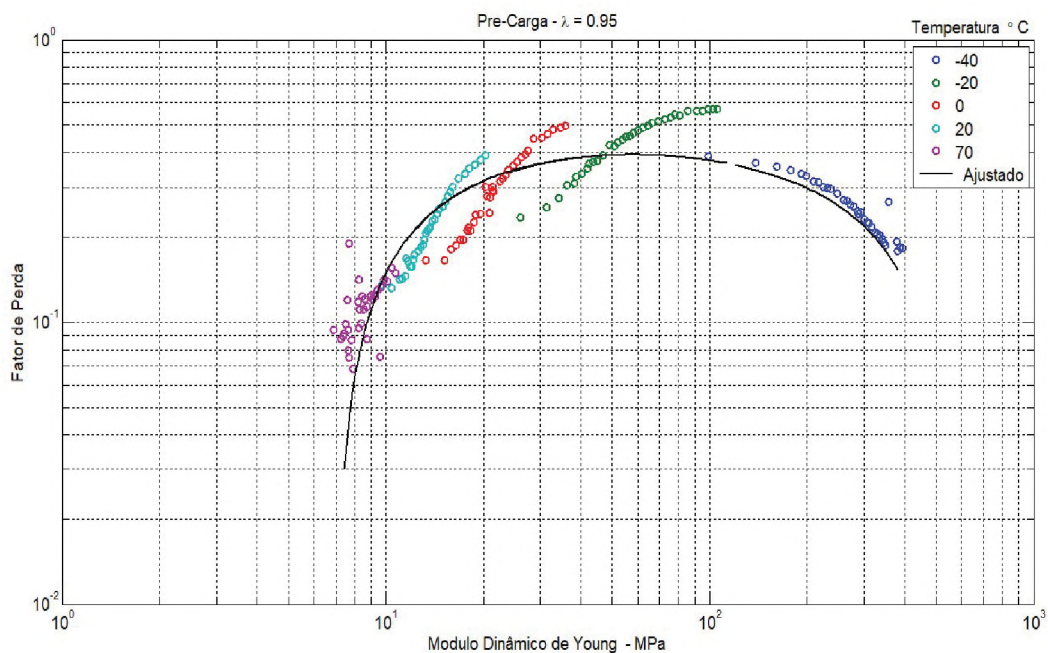
A conclusão é que o método baseado na otimização é bastante eficiente, apresentando inclusive uma vantagem em relação ao método tradicional de identificação dos parâmetros por meio de assíntotas nas curvas de dados experimentais, quando a interpretação dos valores dos parâmetros pode apresentar alguma dificuldade, devido a não linearidades ou dispersão.

4.4.2 *Wicket Plot* – Dados Experimentais x Ajuste

Um conjunto de cinco *wicket plots* FIGURAS 37-41 é usado para a análise dos resultados da identificação dos parâmetros do modelo fracionário e do efeito da pré-carga. Para cada valor de deformação por pré-carregamento estático, é mostrada uma

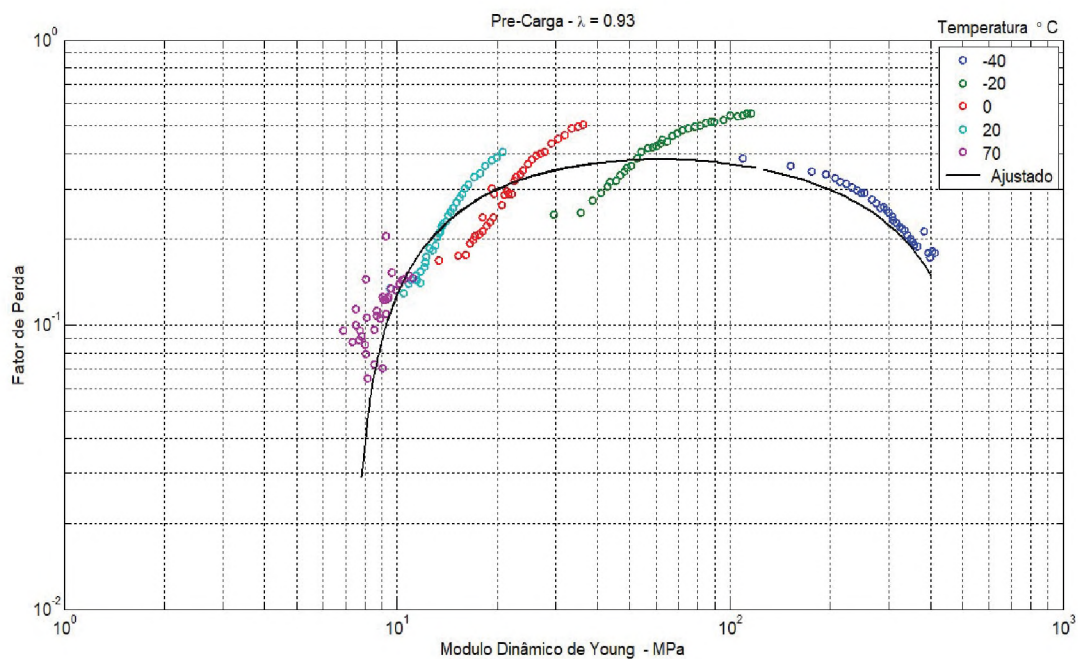
curva oriunda dos experimentos e a curva correspondente obtida numericamente através da identificação dos parâmetros de interesse.

FIGURA 37 - WICKET PLOT COMPARATIVO ENTRE DADOS EXPERIMENTAIS E AJUSTE COM $\varepsilon = -0,05$ ($\lambda = 0,95$)



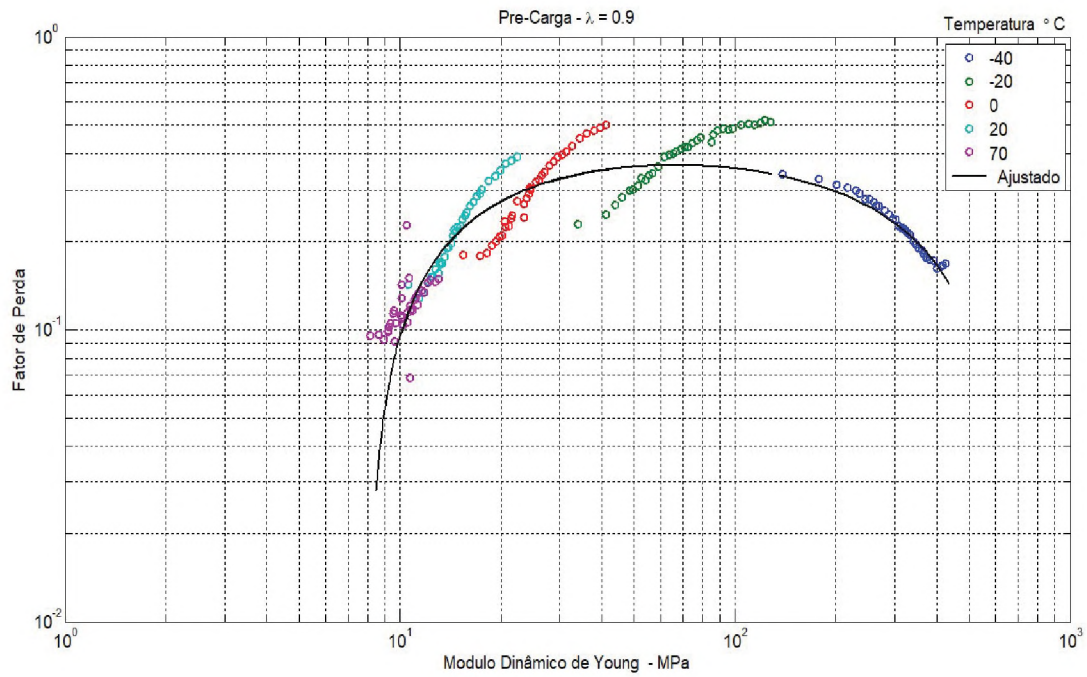
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA 38 - WICKET PLOT COMPARATIVO ENTRE DADOS EXPERIMENTAIS E AJUSTE COM $\varepsilon = -0,07$ ($\lambda = 0,93$)



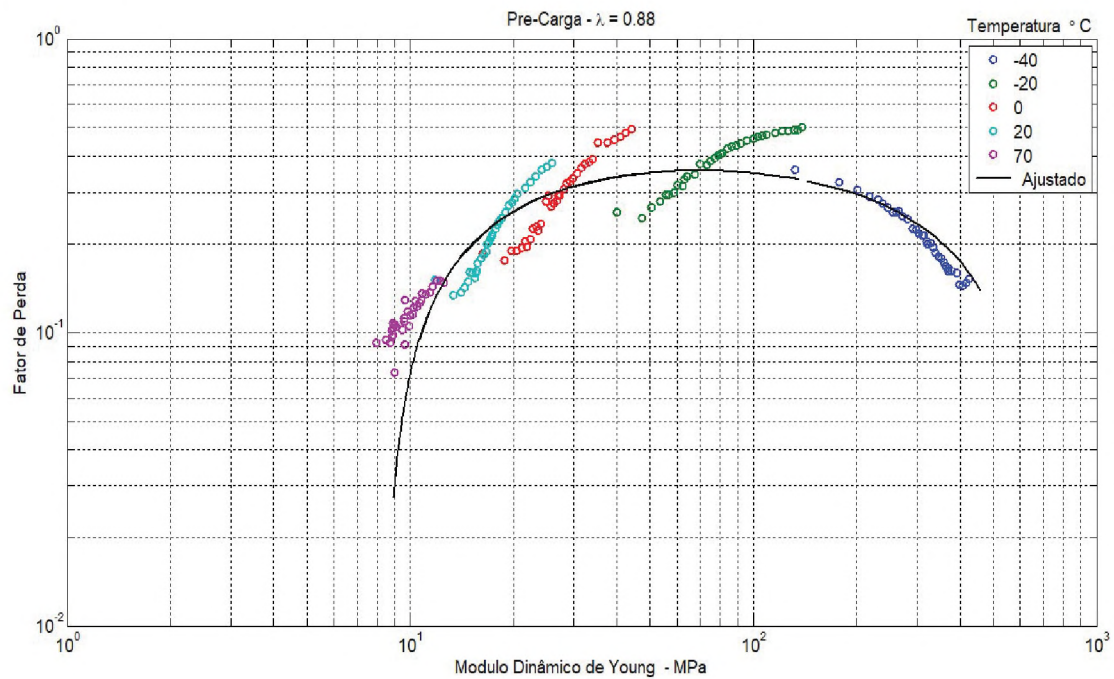
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA 39 - WICKET PLOT COMPARATIVO ENTRE DADOS EXPERIMENTAIS E AJUSTE COM $\varepsilon = -0,1$ ($\lambda = 0,90$)



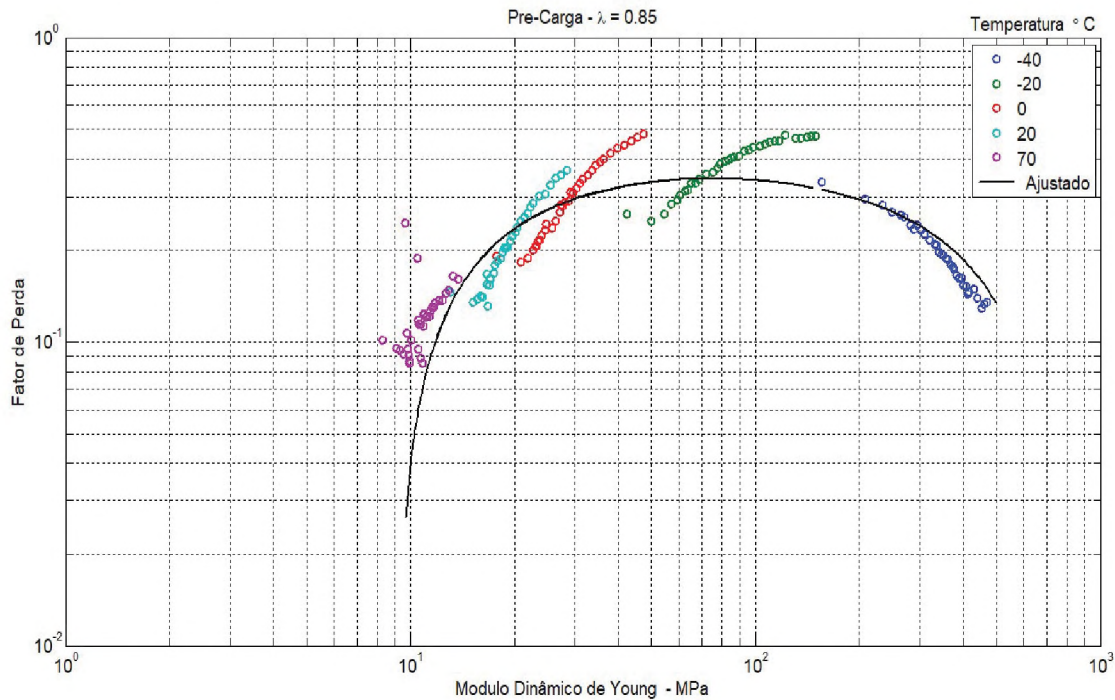
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA 40 - WICKET PLOT COMPARATIVO ENTRE DADOS EXPERIMENTAIS E AJUSTE COM $\varepsilon = -0,12$ ($\lambda = 0,88$)



FONTE: Olienick, 2018

FIGURA 41 - WICKET PLOT COMPARATIVO ENTRE DADOS EXPERIMENTAIS E AJUSTE COM $\varepsilon = -0,15$ ($\lambda = 0,85$)



FONTE: Olienick, 2018

Nota-se, nos cinco gráficos, que o ajuste obtido é bastante satisfatório, não obstante a dispersão dos dados experimentais.

4.4.3 Nomograma

O nomograma do material constitui o produto final do processo de identificação do MVE. Como ferramenta de consulta, o nomograma permite obter, de maneira rápida e eficiente, os valores do módulo dinâmico e do fator de perda, para um espectro amplo de frequências e temperaturas, além de proporcionar uma contextualização do emprego do MVE, com relação à aplicação desejada.

Neste trabalho, um fator de influência adicional – o efeito da pré-carga – foi acrescentado e, em uma primeira instância, o nomograma poderá ser construído para situações específicas de pré-carga. No APÊNDICE 2, podem ser vistos os cinco nomogramas possíveis a partir dos dados experimentais utilizados. Ainda que os nomogramas que consideram o efeito da pré-carga sejam similares aos que

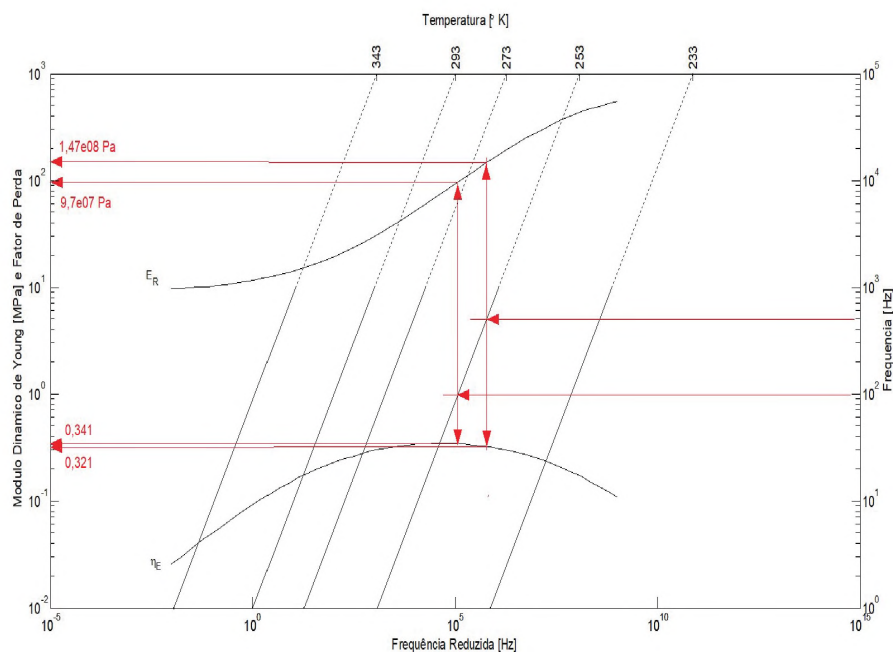
consideram apenas a temperatura, foram feitos ajustes nas equações para que as curvas traduzam os efeitos de temperatura e pré-carga, simultaneamente.

Uma validação para a construção dos nomogramas, modificados para apresentarem os efeitos da temperatura e pré-carga simultaneamente, é apresentada a seguir.

Inicialmente, um nomograma para pré-carga de 15% do comprimento inicial do corpo de prova ensaiado é apresentado. Duas frequências são utilizadas para convalidar os dados obtidos a partir do nomograma com aqueles previstos através da utilização dos parâmetros do modelo ajustado FIGURA 39.

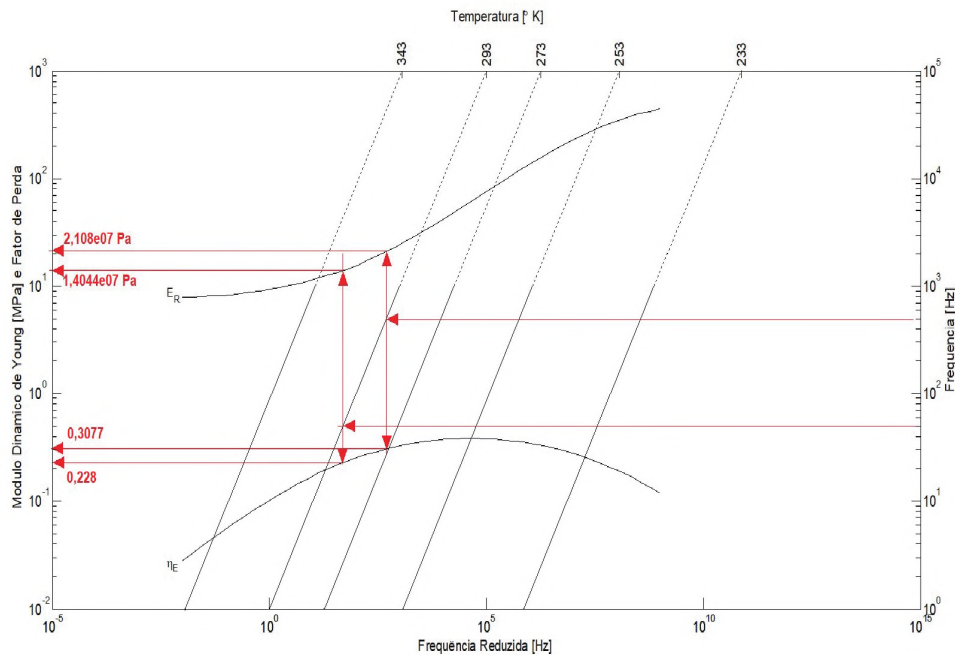
Para 100 Hz FIGURA 42, as expectativas, com base nos parâmetros encontrados na identificação, são, para o módulo dinâmico de Young, $9,7089 \times 10^7$ Pa, e para o fator de perda de 0,341. Em 500 Hz, o valor esperado para o módulo dinâmico de Young é $1,46671 \times 10^8$ Pa, enquanto o fator de perda é 0,321. Outra aferição foi feita para uma deformação compressiva de 7% ($\lambda=0,93$), FIGURA 43 em relação ao comprimento inicial do corpo de prova, para as frequências de 50 e 500 Hz. Os resultados esperados para 50Hz são módulo dinâmico de Young de $1,4044 \times 10^7$ Pa e fator de perda de 0,228. Para 500 Hz, o módulo dinâmico de Young esperado é de $2,1082 \times 10^7$ Pa e o fator de perda de 0,3077.

FIGURA 42- NOMOGRAMA DA BORRACHA BUTÍLICA PARA DEFORMAÇÃO POR PRÉ-CARGA COMPRESSIVA DE 15% ($\lambda=0,85$) EM RELAÇÃO AO COMPRIMENTO INICIAL DO CORPO DE PROVA.



FONTE: Olienick, 2018

FIGURA 43 - NOMOGRAMA DA BORRACHA BUTÍLICA PARA DEFORMAÇÃO POR PRÉ-CARGA COMPRESSIVA DE 7% ($\lambda=0,93$) EM RELAÇÃO AO COMPRIMENTO INICIAL DO CORPO DE PROVA.



FONTE: Olienick, 2018

A conclusão sobre a validação dos resultados via nomograma foram positivas, indicando que o nomograma com a inclusão do efeito da deformação estática pode ser usado como uma ferramenta muito eficiente de consulta para projetistas de dispositivos de controle de vibrações, quando uma pré-carga estiver presente, corrigindo assim, uma deficiência que os nomogramas tradicionais têm com relação a este tipo de situação.

Pode-se conceber um nomograma que permita uma obtenção muito eficiente de propriedades dinâmicas, quando da inclusão da influência do fator pré-carga juntamente com a temperatura, através da inclusão de grupos de curvas para pré-cargas diferentes. A vantagem, nesse caso, seria aplicar uma interpolação entre as curvas vizinhas do mesmo nomograma.

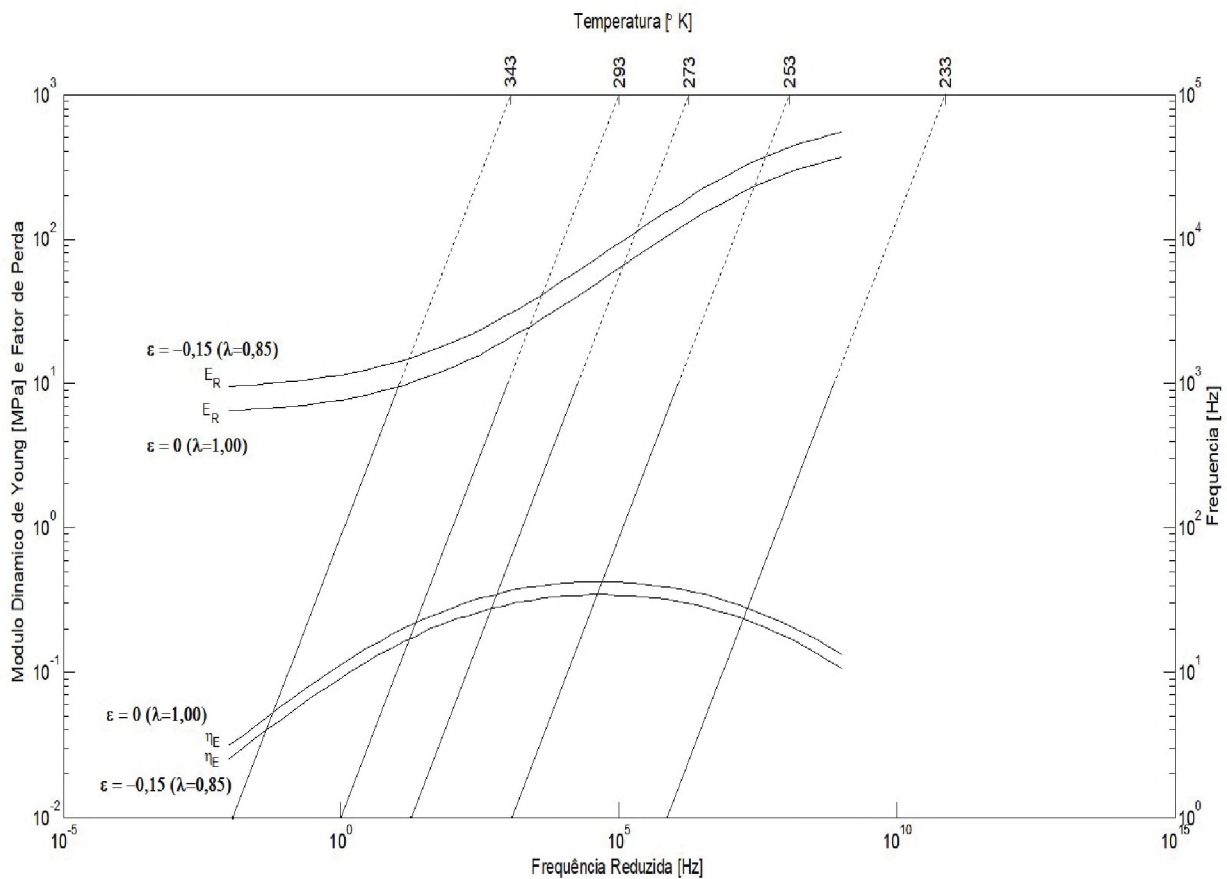
Uma comparação entre valores obtidos com e sem consideração de pré-carga, mostraram uma variação de até +49% no valor do módulo dinâmico de Young. No caso do fator de perda, a tendência foi inversa, com redução de 23% para a condição com pré-carga. Esta amostragem foi coletada para temperatura de 20°C, 100Hz, para 15% de deformação por pré-carga e sem pré-carga.

Para uma temperatura de 70°C, na mesma condição de pré-carga, a variação do módulo dinâmico chega a +104% para a condição com pré-carga. A variação do fator de perda é praticamente igual à condição anterior, -23% para a condição com pré-carga.

O nomograma da FIGURA 44 é uma proposta desse tipo de nomograma, com duas deformações de pré-carga diferentes no mesmo nomograma.

Uma observação final, que reforça a teoria a respeito do comportamento de um material viscoelástico termoreologicamente simples, considerado incompressível, é a confirmação das tendências citadas por Nashif (1985) com relação ao comportamento das curvas de módulo dinâmico de Young, que mostram aumento do valor do mesmo, para o aumento da pré-carga, enquanto o fator de perda apresenta uma tendência inversa.

FIGURA 44 - NOMOGRAMA DA BORRACHA BUTÍLICA PARA DUAS CONDIÇÕES DE DEFORMAÇÃO POR PRÉ-CARGA – 0 E 15% EM COMPRESSÃO ($\lambda=1$ e $\lambda=0,85$).



FONTE: Olienick, 2018

Cite-se ainda, outra observação constatada neste trabalho, que não foi prevista em Nashif (1985): a tendência de variação acima citada para o módulo dinâmico e fator de perda, são consideradas apenas para a fase borrachosa do material, e neste trabalho, ela foi notada tanto na fase borrachosa, como nas de transição e vítrea.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No presente trabalho, foi apresentado um método para identificação de MVEs termoreologicamente simples, baseado na identificação integrada. O método é baseado no modelo de Zener fracionário de quatro parâmetros, acrescido dos efeitos de temperatura e pré-carga. O modelo relativo ao efeito da temperatura é baseado no princípio da superposição frequência-temperatura. Já o modelo desenvolvido para a inclusão do efeito da pré-carga é baseado na teoria desenvolvida por Mooney e Rivlin para descrever o comportamento de um sólido elástico não linear.

Com a obtenção dos dados experimentais, coletados através de uma máquina universal para ensaios de polímeros, com a aplicação de uma pré-carga que induz a uma deformação pré-estabelecida, em condição de temperatura controlada e estável, uma excitação cíclica de amplitude constante é aplicada. O experimento é repetido para diferentes condições de temperatura e pré-carga, ao longo de uma faixa de frequências de excitação.

O método proposto usa um processo híbrido de otimização, combinando AG e TONL. O modelo foi inicialmente validado através de um material fictício baseado em alguns parâmetros do modelo viscoelástico de uma borracha butílica, gerando dados experimentais também fictícios. Na geração desses dados foi usado um gerador randômico de dispersão, de forma a simular numericamente o que ocorreria experimentalmente. Os resultados encontrados foram os mesmos propostos para o material fictício proposto.

Na aplicação com dados experimentais verdadeiros, o material usado foi uma borracha butílica. Os dados experimentais foram analisados previamente por meio de *wicket-plot* - um para cada valor de pré-carga -, visando conferir o comportamento termoreológico simples. Do conjunto de temperaturas e pré-cargas ensaiadas, cinco valores de temperatura e cinco de pré-carga, aplicados de forma combinada, foram utilizados.

Para o conjunto de dados disponíveis, foi executada a identificação, que produziu resultados satisfatórios. Assim, é possível concluir que o método proposto é viável e pode ser bastante interessante no sentido de dotar projetos de isolamento de máquinas, em que a pré-carga seja relevante, de informações mais exatas. Essas informações conduzirão a projetos mais acurados.

5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O alto custo dos experimentos é um grande obstáculo a ser superado na linha da análise da influência de fatores externos sobre o comportamento dinâmico dos MVEs. Com a proposta da identificação integrada, o número de experimentos aumenta de forma exponencial para cada novo fator de influência incluído na identificação. Como exemplo, em uma análise só com influência da temperatura, dez experimentos permitem uma identificação bastante completa do material. A inclusão de um novo fator, como a pré-carga, vai multiplicar o número de experimentos por um fator que representa o número de valores de pré-carga.

Com as dificuldades descritas, pode-se antever uma série de estudos que permitam superar estes obstáculos. São eles:

a) Aperfeiçoamento da metodologia experimental. O desenvolvimento de uma bancada ou metodologia que permita a aplicação dos fatores externos (temperatura, pré-carga, amplitude dinâmica, etc.) de forma mais simples.

b) A eficácia do modelo matemático poderá ser eventualmente aperfeiçoada, particularmente para refletir melhor os resultados em frequências mais elevadas (>1000 Hz), com a introdução de novos fatores.

c) O efeito da deformação dinâmica pode ser acrescido aos da temperatura e pré-carga, completando assim, o conjunto de efeitos mais relevantes.

d) Desenvolvimento de um modelo de identificação integrada considerando os efeitos Payne e/ou Mullins sobre MVEs com adição de outros materiais.

e) Adaptação da técnica de identificação dos parâmetros para o modo de cisalhamento.

REFERÊNCIAS

- ALFREY, T. **Mechanical behavior of high polymers**. New York: Interscience, 1948.
- ARIKOGLU, A. A new fractional derivative model for linearly viscoelastic materials and parameter identification via genetic algorithms. **Rheological Acta**, Berlim, v. 53, p. 219-233, 2014.
- ASTM INTERNATIONAL. **E 756-98**: Standard test method for measuring vibration damping properties of materials. West Conshohocken, PA, USA, 1998.
- ASTM INTERNATIONAL. **D 5289-12**: Standard test method for rubber property – vulcanization using rotorless cure meters. West Conshohocken, PA, USA, 2012.
- ASTM INTERNATIONAL. **D 5992-96**: Standard guide for dynamic testing of vulcanized rubber and rubber-like materials using vibratory methods. West Conshohocken, PA, USA, 2011.
- BAGLEY, R. L. **Applications of generalized derivatives to viscoelasticity**. Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, 121 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Air Force Institute of Technology, Wright-Patterson Air Force Base, 1979.
- BAGLEY, R. L. On the equivalence of the Riemann-Liouville and the Caputo fractional order derivatives in modeling of linear viscoelastic materials. **Fractional Calculus and Applied Analysis**, Sofia, Bulgária, v. 10, n. 2, p. 123-126, 2007.
- BAGLEY, R. L.; TORVIK, P. J. A generalized derivative model for an elastomer damper. **The Shock and Vibration Bulletin**, Washington, v. 49, n. 2, p. 135-143, 1979.
- BAGLEY, R. L.; TORVIK, P. J. A theoretical basis for the application of fractional calculus to viscoelasticity. **Journal of Rheology**, Melville, v. 27 p. 201-210, 1983a.
- BAGLEY, R. L.; TORVIK, P. J. Fractional calculus – A different approach to the finite element analysis of viscoelastically damped structures. **Journal of AIAA**, Reston, v. 21, n. 5, p. 741-748, 1983b.
- BAGLEY, R. L.; TORVIK, P. J. Fractional calculus in the transient analysis of viscoelastically damped structures. **Journal of AIAA**, Reston, v. 23, p. 918-925, 1985.
- BAGLEY, R. L.; TORVIK, P. J. On the fractional calculus model of viscoelastic behavior. **Journal of Rheology**, Melville, v. 30, n.1, p. 133-155, 1986.
- BIRK, C., SONG C. An improved non-classical method for the solution of fractional differential equations. **Computational Mechanics**, Berlim, v. 4695, p. 721-734, 2010.
- BOIKO, A. V.; KULIK, V. M.; SEOUDI, B. M.; CHUN, H. H.; LEE, L. Measurement method of complex viscoelastic material properties. **International Journal of Solids and Structures**, Amsterdam, v. 47, p. 374-382, 2010.

BONFIGLIO, P.; POMPOLI, F.; HOROSHENKOV, K. V.; RAHIM, M. I. B. S. A simplified transfer matrix approach for the determination of the complex modulus of viscoelastic materials. **Polymer Testing**, Berlim, v. 53, p. 180-187, 2016.

BRINSON, H. L.; BRINSON, L. C. **Polymer Engineering Science and Viscoelasticity**. New York: Springer Science, 2008.

CAMARGO, R. F.; OLIVEIRA, E. C. **Cálculo Fracionário**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2015.

CAPODAGLI, J.; LAKES, R. Isothermal viscoelastic properties of PMMA and LDPE over 11 decades of frequency and time: a test of time temperature superposition. **Rheological Acta**, Berlim, v. 47, p. 777-786, 2008.

CAPUTO, M. Linear models of dissipation whose Q is almost frequency independent. Part I. **Annali di Geofisica**, Roma, v. 19(4), p. 525-534, 1966.

CAPUTO, M. Linear models of dissipation whose Q is almost frequency independent. Part II. **Geophysical Journal International**, Oxford, v. 13, p. 529-539, 1967. [Reimpr. em *Fractional Calculus Applied Analysis*, Sofia, v.11, p. 4-14, 2008].

CAPUTO, M. **Elasticità e Dissipazione**. Bologna: Zanichelli, 1969.

CAPUTO, M.; MAINARDI, F. A new dissipation model based on memory mechanism. **Pure and Applied Geophysics (PAGEOPH)**, Viena, v. 91, p. 134-147, 1971a. [Reimpr. em *Fractional Calculus Applied Analysis*, Sofia, v. 10, p. 309-324, 2007].

CAPUTO, M.; MAINARDI, F. Linear models of dissipation in anelastic solids. **La Rivista del Nuovo Cimento**. New York: Springer International Publishing AG v.1, p. 161-198, 1971b.

CINIELLO, A. P. D. **Aplicação do Cálculo Fracionário em Identificação de Propriedades Mecânicas de Materiais Viscoelásticos no Domínio do Tempo**. 122 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UFPr, Curitiba, 2015.

CRUZ, G. A. M. **Projeto ótimo de neutralizadores viscoelásticos baseado no modelo a derivadas fracionárias**. 168 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, UFSC, Florianópolis, 2004.

DIANI, J.; FAYOLLE, D. J.; GILORMINI, P. A review on the Mullins effect. **European Polymer Journal**, Amsterdam, v. 45, p. 601-612, 2009.

DOUBRAWA FILHO, F. J. **Controle de vibração flexional em sistemas girantes utilizando neutralizadores dinâmicos viscoelásticos**. 128 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - PPGEMM, UTFPr, Curitiba, 2008.

ESPÍNDOLA, J. J.; SILVA NETO, J. M.; LOPES, E. M. O. On the measurement of dynamic properties of viscoelastic materials. **Anais do Segundo Congresso**

Temático de Aplicações de Dinâmica e Controle (DINCON), São José dos Campos, v. 2, p. 2452-2464, 2003.

ESPÍNDOLA, J. J.; SILVA NETO, J. M.; LOPES, E. M. O. A generalized fractional derivative approach to viscoelastic material properties measurement. **Applied Mathematics and Computation**, New York, v.164, p. 493-506, 2005.

FERRY, J. D. **Viscoelastic Properties of Polymers**, New York: John Wiley & Sons, 1980.

GEMANT, A. A method of analyzing experimental results obtained from elasto-viscous bodies. **Journal of Applied Physics**, Melville, v. 7, p. 311-317, 1936.

GEMANT, A. On fractional differentials. **Philosophical Magazine** (Série 7), Londres, v. 25, p. 540-549, 1938.

GERASIMOV, A. A generalization of linear laws of deformation and its applications to problems of internal friction. **Prikl. Mat. Mekh.** (PMM), Moscou, v. 12, n. 3, p. 251-260, 1948.

GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning**. Indianapolis: Wiley & Sons, 1989.

GROSS, B. **Mathematical Structure of the Theories of Viscoelasticity**, Paris: Hermann & Co., 1953.

HASHIN, Z. Complex moduli of viscoelastic composites I – general theory and application to particulate composites. **International Journal of Solids and Structures**, New York, v. 6, p. 539-552, 1970.

ISONO, Y. Nonlinear viscoelasticity of rubber materials: Payne effect and differential dynamic modulus. **e-Journal of Soft Materials**, Tokyo, v. 7, p. 1-7, 2011. Disponível em <https://www.srij.or.jp/ejsm/>. Acesso em 11/11/2017.

JONES, D. I. G. A reduced temperature nomogram for characterization of damping material behavior. **Shock and Vibration Bulletin**, Washington, v. 48, n. 2, p. 13-22, 1978.

KELNER, V.; CAPITANESCU, F.; LEONARD, O.; WEHENKEL, L. A hybrid optimization technique coupling an evolutionary and a local search algorithm. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, New York, v. 215, p. 448-456, 2008.

KIM, S. Y.; LEE, D. H. Identification of fractional derivative-model parameters of viscoelastic parameters from measured FRF's. **Journal of Sound and Vibration**, New York, v. 324, p. 570-586, 2009.

KORITES, B. J.; NELSON, F. C. The influence of dissipative heating on the loss factor of a viscoelastically damped beam. **Journal of Engineering for Industry**, New York: v. 11, p. 975-980, 1969.

LION, A.; KARDELKY, C.; HAUPT, P. On the frequency and amplitude dependence of the Payne effect: theory and experiments. **Rubber Chemistry and Technology**, Akron, v. 76. p. 533-547. 2003.

LOPES, E. M. O.; BAVASTRI, C. A.; SILVA NETO, J. M.; ESPÍNDOLA, J. J. Caracterização dinâmica integrada de elastômeros por derivadas generalizadas. **III Congresso Nacional de Engenharia Mecânica**, 12/08/2004, 11:00, Belém, 2004.

MACHADO, J.A.T. A probabilistic interpretation of the fractional-order differentiation. **Fractional Calculus & Applied Analysis**, Sofia, v. 6, p.73-79, 2003.

MAINARDI, F. **Fractional Calculus and Waves in Linear Viscoelasticity**. London: Imperial College Press, 2010.

MAINARDI, F. An historical perspective on fractional calculus in linear viscoelasticity. **Cornell University Library**, Ithaca, v. 15(4), p. 712-717, 2012.

MALVERN, L. E. **Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium**, New Jersey: Prentice-Hall Inc., 1969.

MAXWELL, J. C. On the dynamical theory of gases. **Philos. Trans. Real Soc. London**, London, p. 49-88, 1867.

MILLER, K. S., ROSS, B. **An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1993.

MILIAVACA, A. **Identificação dos coeficientes dinâmicos de materiais em máquinas rotativas através de respostas ao desbalanceamento e técnicas de otimização não linear**. 137 f.. Dissertação Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Paraná, PGMEC, Curitiba, 2015.

MOONEY, M. A theory of large elastic deformations. **Journal of Applied Physics**, Melville, v. 11, p. 582-592, 1940.

MOSHREFI-TORBATI, M.; HAMMOND, K. Physical and geometrical interpretation of fractional operators. **Journal of Franklin Institute**, New York, v. 335B n.6, p. 1077-1086, 1998.

MULLINS, L. Softening of rubber by deformation. **Rubber Chemistry and Technology**, Akron, v. 42, p. 339-362, 1969.

NASHIF, A. D.; JONES, D. I. G.; HENDERSON, J. P. **Vibration Damping**, New York: John Wiley & Sons, 1985.

NAVARRO, R. F. Modelos viscoelásticos aplicáveis a materiais reais: uma revisão. **Revista Eletrônica de Materiais e Processos (REMAP)**, v. 12(1), p. 1-20, 2017

NELDER, J. A.; MEAD, R. A simplex method for function minimization. **The Computer Journal**, Oxford, v. 7, p. 308-313, 1965.

NUTTING, P. G. A new general law of deformations. **Journal of the Franklin Institute**, New York, v. 191, p. 679-684, 1921.

NUTTING, P.G. A general stress-strain time formula. **Journal of the Franklin Institute**, New York, v. 235, p. 513-524, 1943.

NUTTING, P.G. Deformation in relation to time, pressure and temperature. **Journal of the Franklin Institute**, New York, v. 242, p. 449-458, 1946.

OLIENICK FILHO, E. G. O.; LOPES, E. M. O.; BAVASTRI, C. A. **Characterization of viscoelastic materials using the fractional derivative model and considering frequency, temperature and static deformation**. CILAMCE 2017, Florianópolis, disponível em <<https://ssl4799.websiteseuro.com/swge5/PROCEEDINGS/PDF/CILAMCE2017-0089.pdf>>. Acesso em 6 de dezembro 2017.

PAGNACCO, E.; MOREAU, A.; LEMOSSE, D. Inverse strategies for the identification of elastic and viscoelastic material parameters using full-field measurements. **Materials Science and Engineering: A**, New York, v. 452-453, p. 737-745, 2007.

PAYNE, A. R. The dynamic properties of carbon black-loaded natural rubber vulcanizates. Part I. **Journal of Applied Polymer Science**, New York, v. 6, n.19, p. 57-63, 1962.

PRITZ, T. Frequency dependences of complex moduli and complex Poisson's ratio of real solid materials. **Journal of Sound and Vibration**, Cambridge, v.214 n. 1, p. 83-104, 1998.

PRITZ, T. Measurement methods of complex Poisson's ratio of viscoelastic materials. **Applied Acoustics**, New York, v. 60, p. 279-292, 2000.

PRITZ, T. Loss factor peak of viscoelastic materials: magnitude to width relations. **Journal of Sound and Vibration**, Cambridge, v. 246, n. 2, p. 265-280, 2001.

RABOTNOV, Yu. N. Equilibrium of an elastic medium with after effect, **Prikl. Matem. i Mekh.** (PMM), Moscou, v. 12, n. 1, p. 81-91, 1948.

RIBEIRO, E. A. **Controle passivo de vibrações em máquinas rotativas através de suportes viscoelásticos**. 2016. 133 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Paraná, PGMEC, Curitiba, 2016

RIEMANN, B. Versuch einer allgemeinen Auffassung der Integration und Differentiation. In: Bernard Riemann: Gesammelte Mathematische Werke, XIX, **Teubner Verlag**, Leipzig: p. 356-366, 1892. [Reimpr. em Bernard Riemann: Collected Papers, XIX, **Springer Verlag**, Berlin, p. 385-398, 1990].

RIVLIN, R. S. Large elastic deformations of isotropic materials IV. Further developments of the general theory. **Phil. Trans. of the Royal Soc. A**, London, v. 241, n. 835, p. 379-397, 1948.

ROULEAU, L.; DEÛ, J.-F.; LEGAY, A.; LE LAY, F. Application of Kramers-Kronig relations to time-temperature superposition for viscoelastic materials. **Mechanics of Materials**, Amsterdam, v. 65, p. 66-75, 2013.

SAKAMOTO, M.; KOBANI, T.; YAMADA, T.; TAKAHASHI, M. Practical applications of attractive and hybrid response control systems and their verification by earthquake and strong wind observations. **Wiley & Sons**, New York, p. 90-99, 1994.

SCHER, H.; SCHLESINGER, M. F.; BENDLER, J. T. Time-Scale invariance in transport and relaxation. **Physics Today**, Melville, v. 44, p. 1-26, 1991.

SCHMIDT, A.; GAUL, L. Finite element formulation of viscoelastic constitutive equations using fractional time derivatives. **Nonlinear Dynamics**, New York, v. 29, p. 37-55, 2002.

SCOTT-BLAIR, G. W. Analytical and integrative aspects of the stress-strain-time problem. **Journal of Scientific Instruments**, Bristol, v. 21, p.80-84, 1944.

SCOTT BLAIR, G. W. The role of psychophysics in rheology. **Journal of Colloid Science**, Amsterdam, v. 2, p.21-32, 1947.

SCOTT BLAIR, G. W. **A Survey of General and Applied Rheology**. London: Pitman, 1949.

SNOWDON, J. C. **Vibration and shock in damped mechanical systems**. New York: John Wiley & Sons, 1968.

SURGULADZE, T. A., On certain applications of fractional calculus to viscoelasticity. **Journal of Mathematical Sciences**, New York: v. 112, n. 5, p. 4517-4557, 2002.

SCHWARZL, F.; STAVERMAN, A. J. Time temperature dependence of linear viscoelastic behavior. **Journal of Applied Physics**, New York, v. 23, p. 838, 1952.

SOUSA, T. L.; KANKE, F.; PEREIRA, J. T.; BAVASTRI, C. A. Property Identification of Viscoelastic Solid Materials in Nomograms using Optimization Techniques. **Journal of Theoretical and Applied Mechanics**, Varsow, v. 5 n.4, p. 1285-1297, 2017.

TORVIK, P. J.; BAGLEY, R. L. On the appearance of the fractional derivative in the behavior of the real materials. **Journal of Applied Mechanics**, ASME, Little Falls, v. 51, p. 294-298, 1984.

VIBRODYNAMICS CORPORATION. **Sistemas de isolamento de Choque e vibrações para grandes prensas de estamaria**. Disponível em <http://www.vibrodynamics.com>. Acesso em 23 de fevereiro 2018.

VIEIRA, A. L.; LEAL, V.; SILVEIRA, M. E. **Avaliação de modelos hiperelásticos na simulação numérica em um suporte de motor automotivo**, IX Simpósio de Mecânica Computacional, São João del Rei, Anais do IX Simpósio de Mecânica Computacional, 2010.

WARNACKA, G. E.; MILLER, H. T. Strain-Frequency-Temperature Relationship in Polymers. **Journal of Engineering for Industry**, New York, p. 491-498, 1968.

WILLIAMS, M. L.; LANDEL, R. F.; FERRY, J. D. The temperature dependence of relaxation mechanisms in amorphous polymers and other glass-forming liquids. **Journal of The American Chemical Society**, Washington, v. 77, n.14, p. 3701-3706, 1955.

WILLIS, R. L.; WU, L.; BERTHELOT, Y. H. Determination of complex Young and shear dynamic moduli of viscoelastic materials. **Journal of the Acoustical Society of America**, Melville, v. 109, p. 611-621, 2001.

XIAO, Z.; HAITIAN, Y.; YIQIAN, H. Identification of constitutive parameters of fractional viscoelasticity. **Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation**, Amsterdam, v. 19, p. 311-322, 2014.

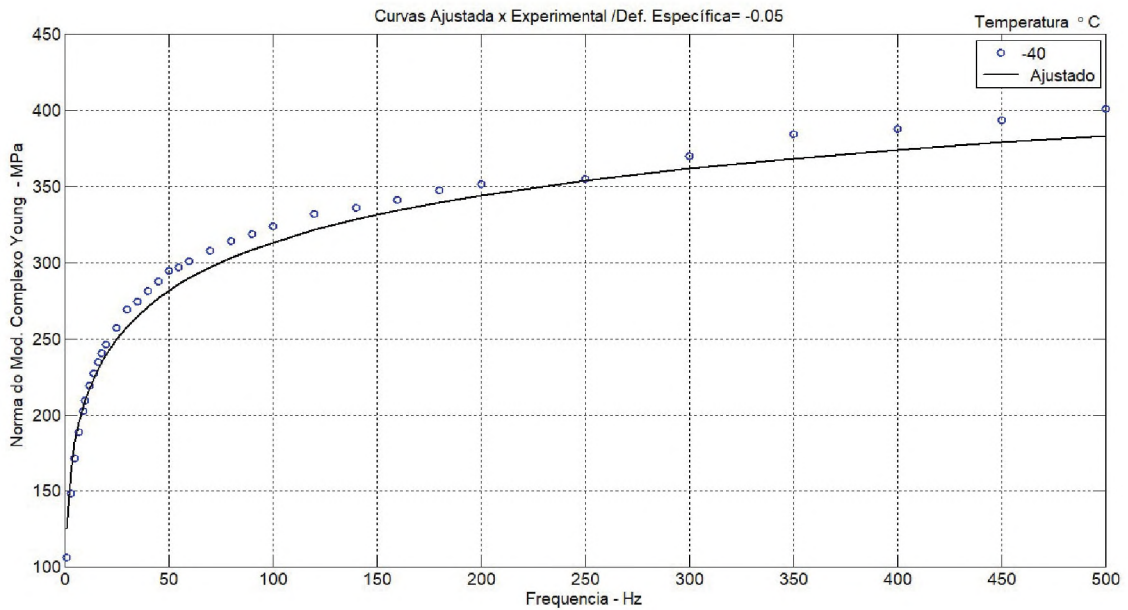
ZENER, C. **Elasticity and anelasticity of metals**. Chicago: University of Chicago Press, 1948.

ZHOU, X. Q.; YU, D. Y.; SHAO, X. Y.; ZHANG, S. Q.; WANG, S. Research and applications of viscoelastic vibration damping materials: a review. **Composite Structures**, Porto, 2016.

ZOPF, C.; HOQUE, S. E.; KALISKE, M. Comparison of approaches to model viscoelasticity based on fractional time derivatives. **Computational Materials Science**, Amsterdam, v. 98, p. 287-296, 2015.

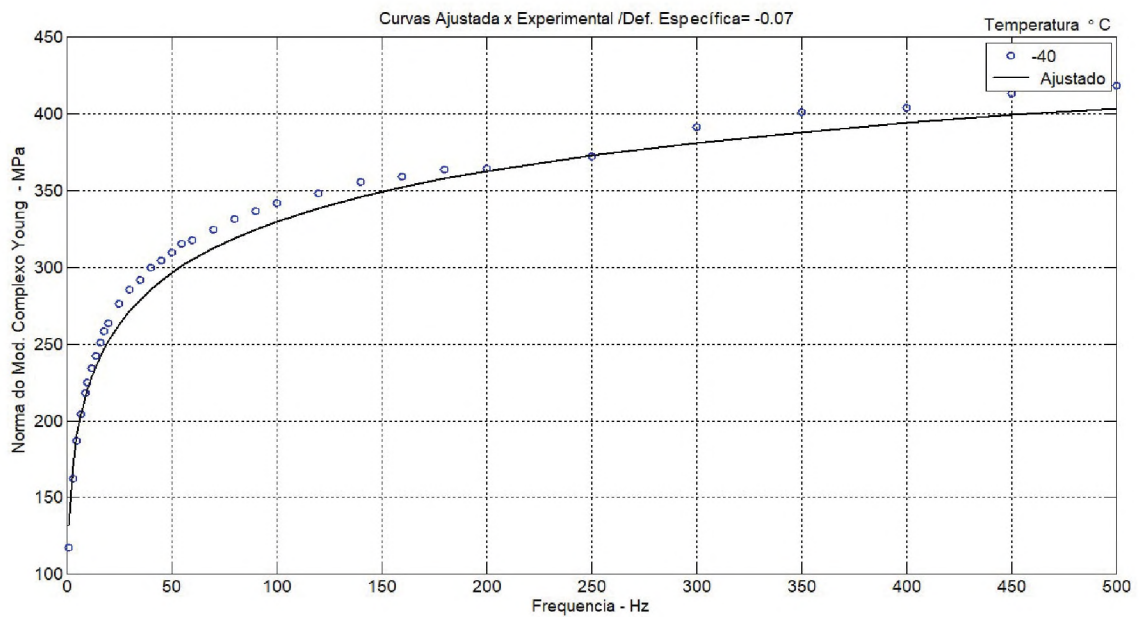
APÊNDICE 1 – RESULTADOS - CURVAS DE NORMA DO MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO PARA TODAS AS PRÉ-CARGAS E TEMPERATURAS

FIGURA A 1 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = -40°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,95$



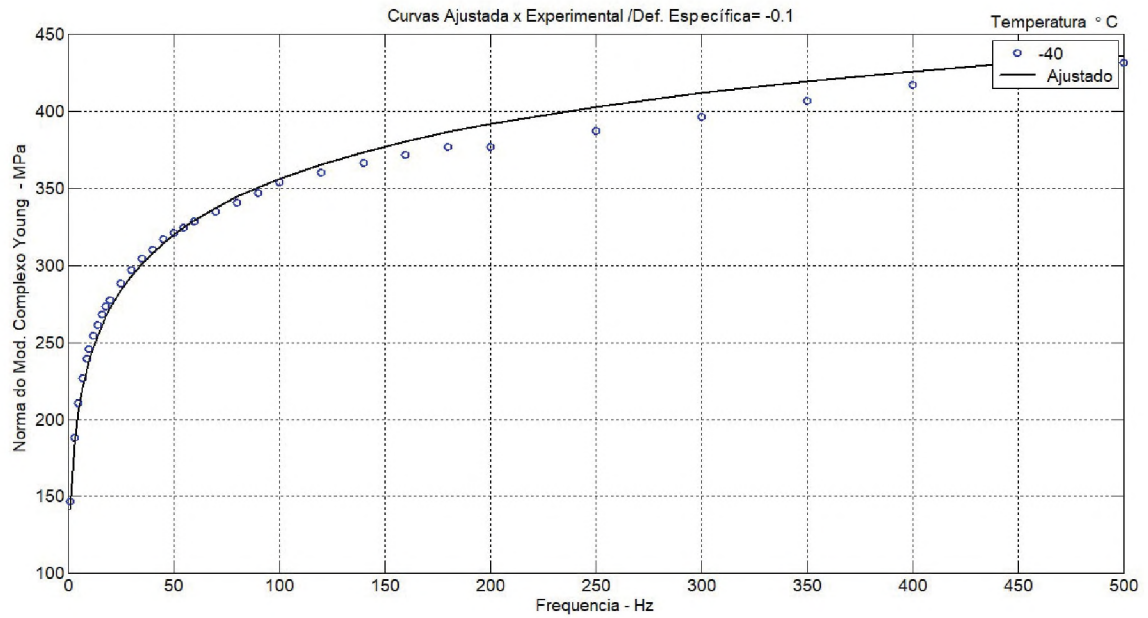
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 2 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = -40°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,93$



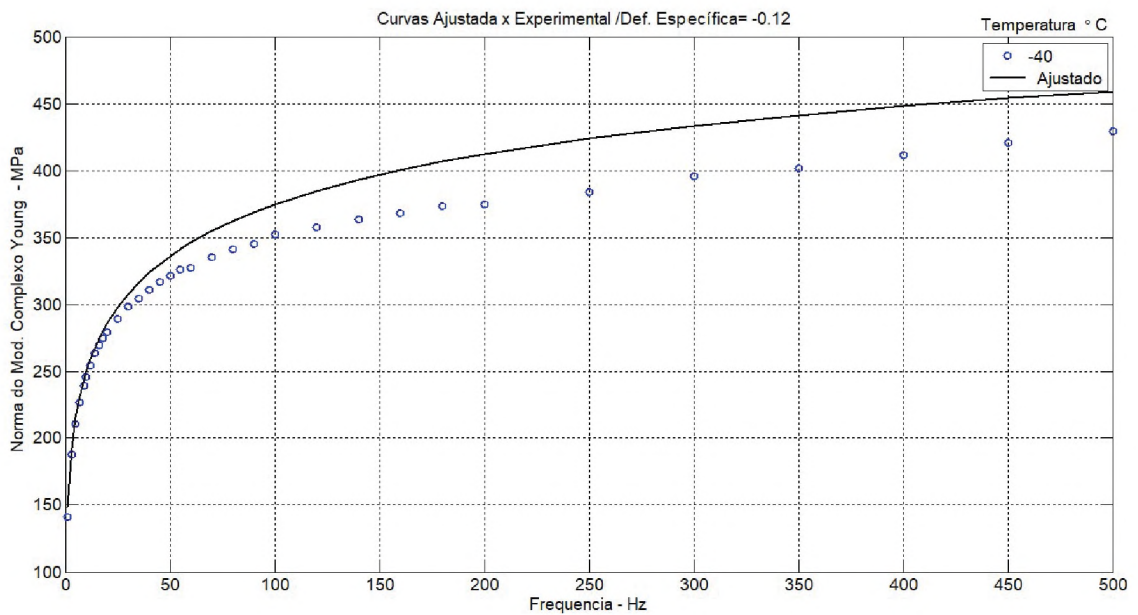
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 3 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = -40°C –
PRÉ-CARGA $\lambda = 0,90$



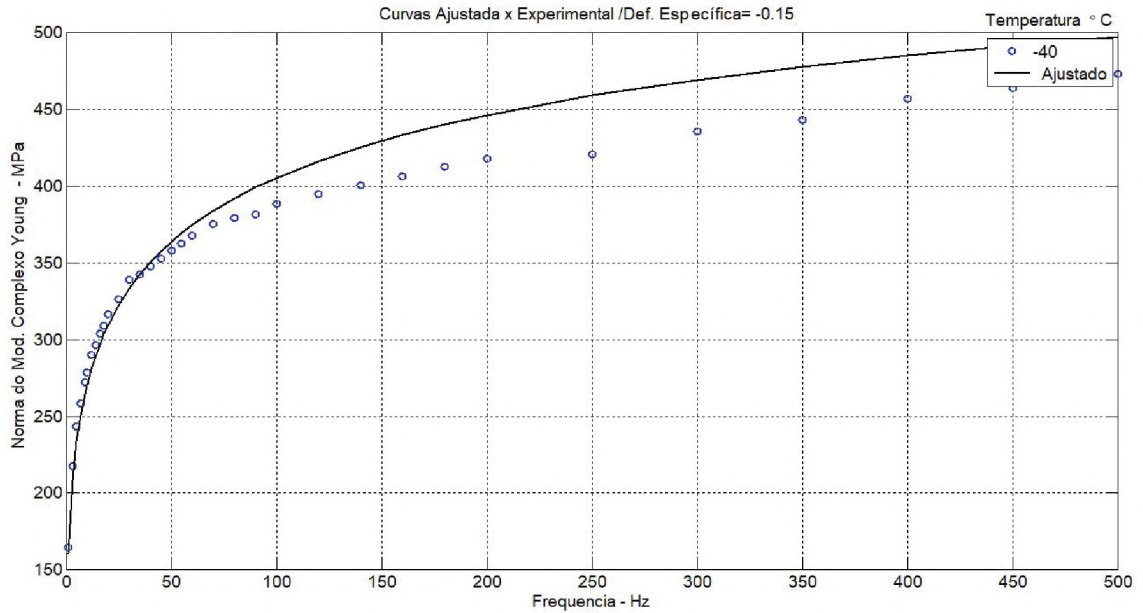
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 4 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = -40°C –
PRÉ-CARGA $\lambda = 0,88$



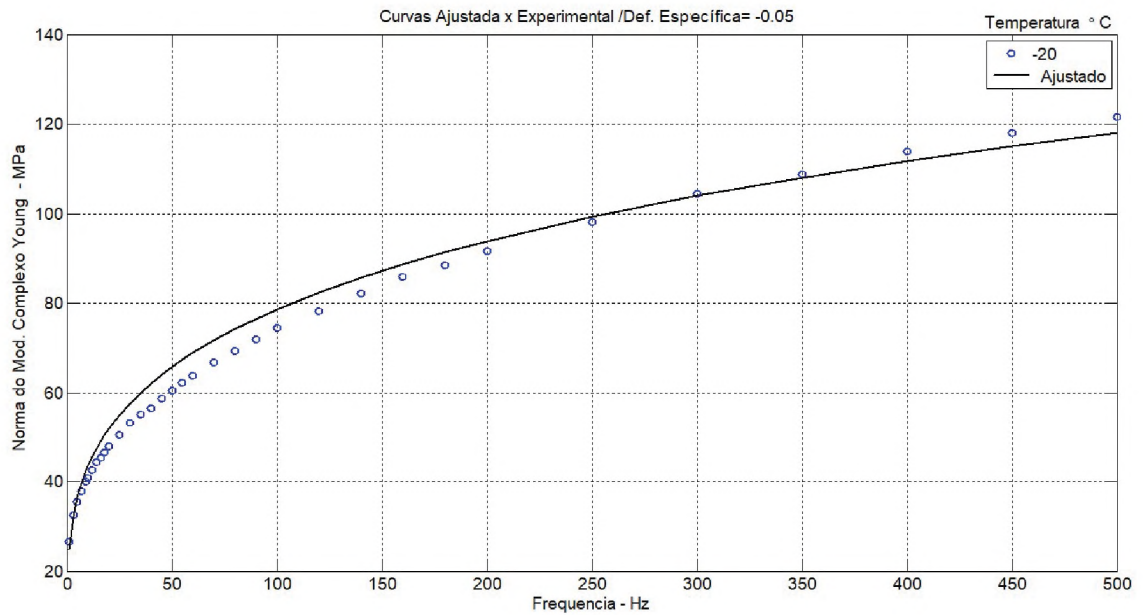
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 5 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA= -40°C – PRÉ-CARGA $\lambda= 0,85$



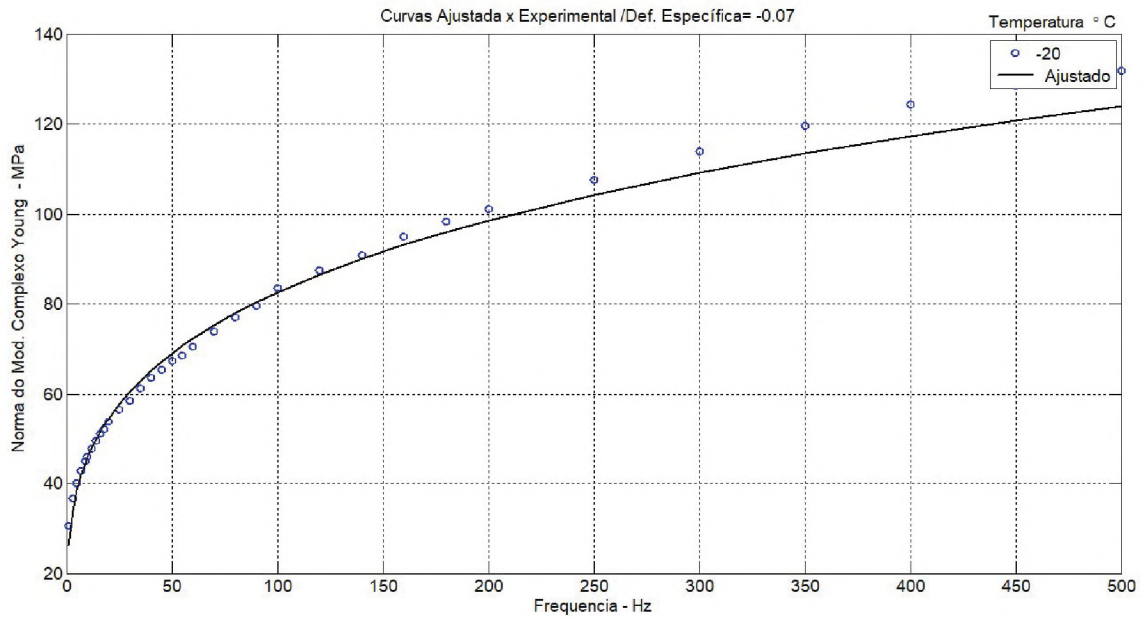
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 6 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = -20°C – PRÉ-CARGA $\lambda= 0,95$



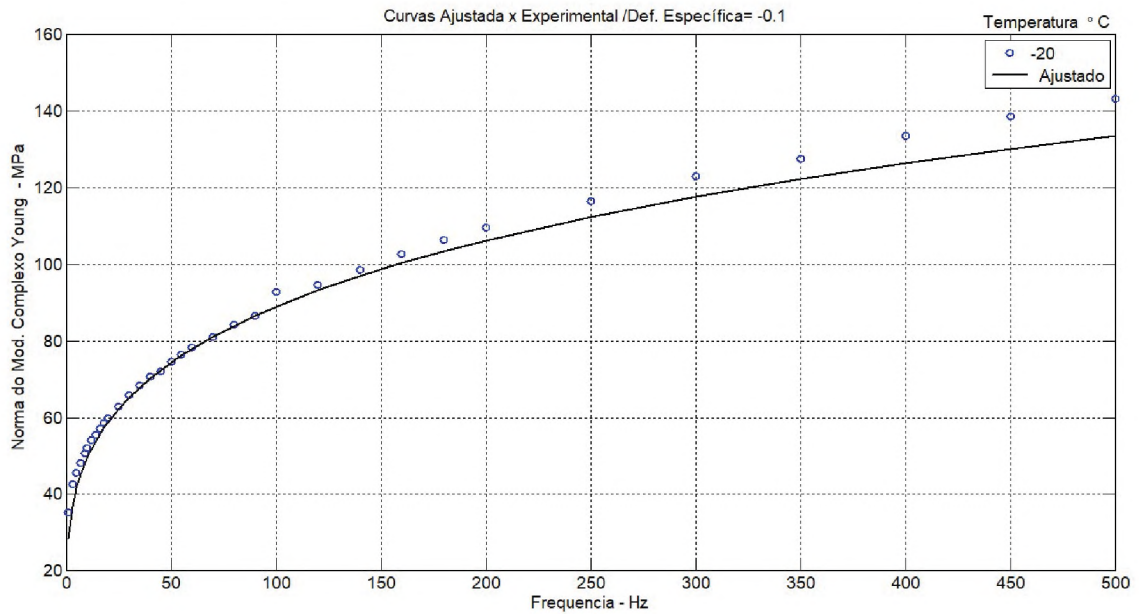
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 7 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = -20°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,93$



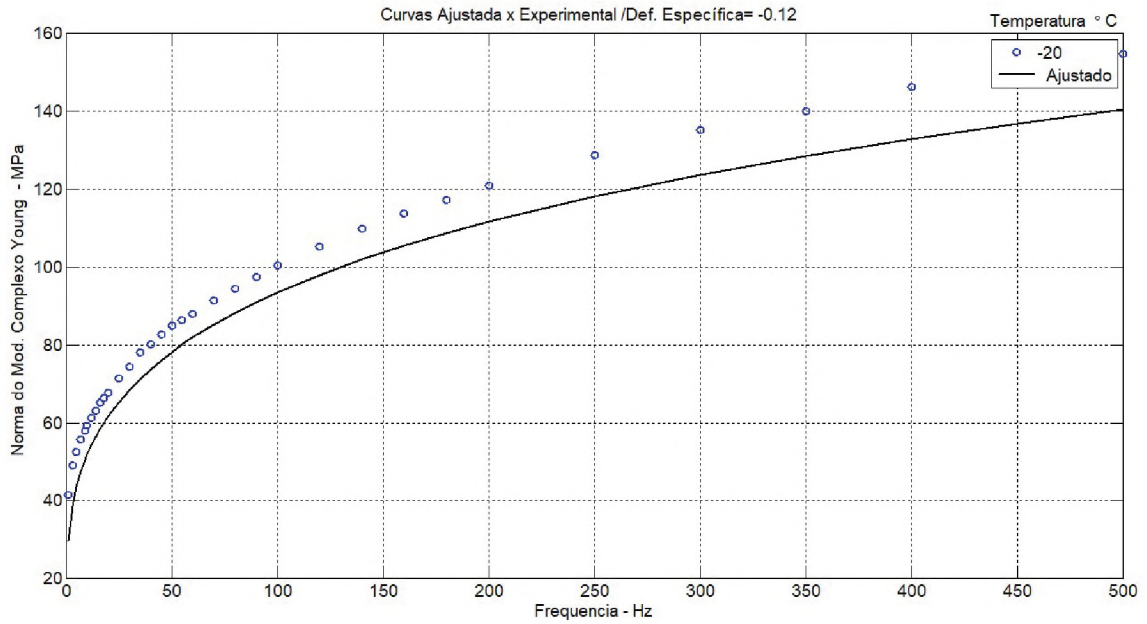
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 8 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = -20°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,90$



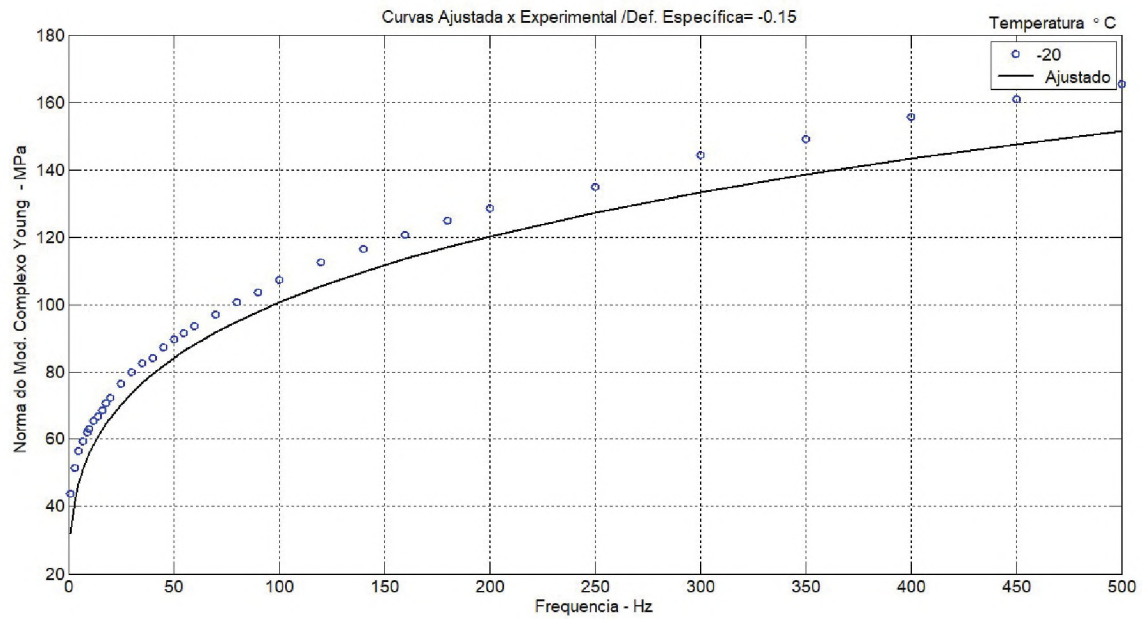
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 9 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = -20°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,88$



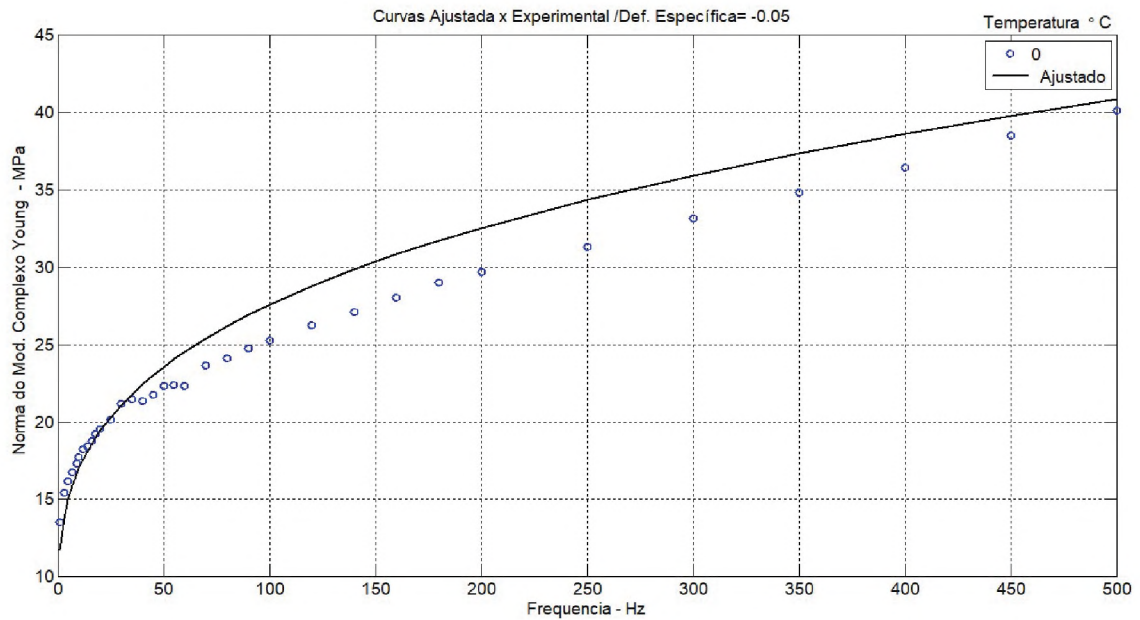
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 10 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = -20°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,85$



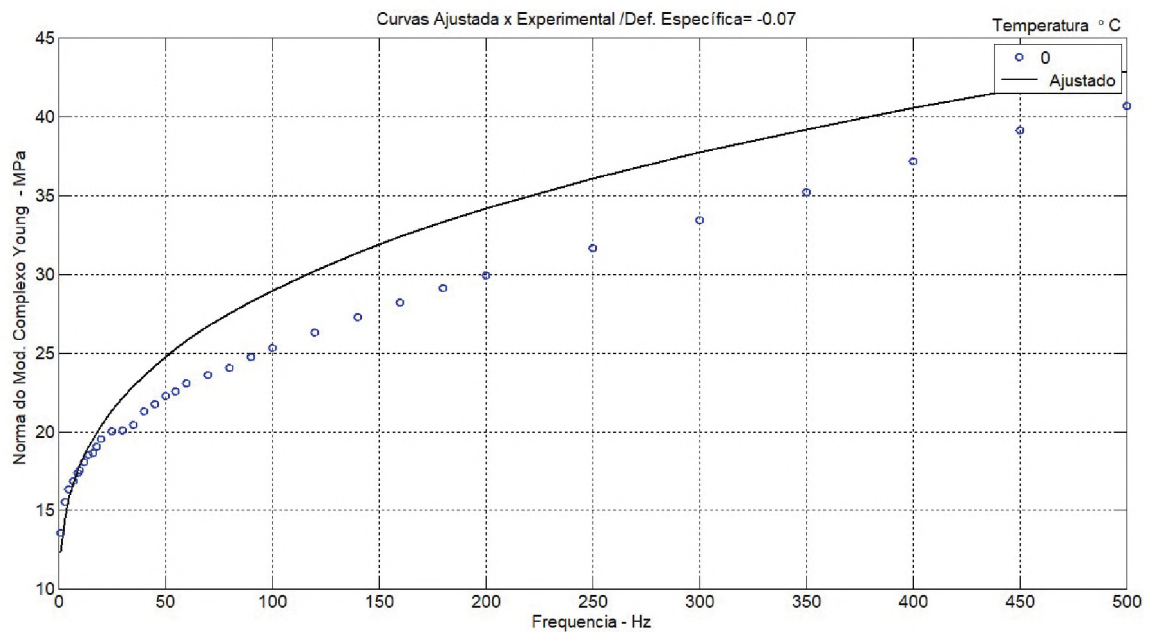
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 11 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 0°C –
PRÉ-CARGA $\lambda = 0,95$



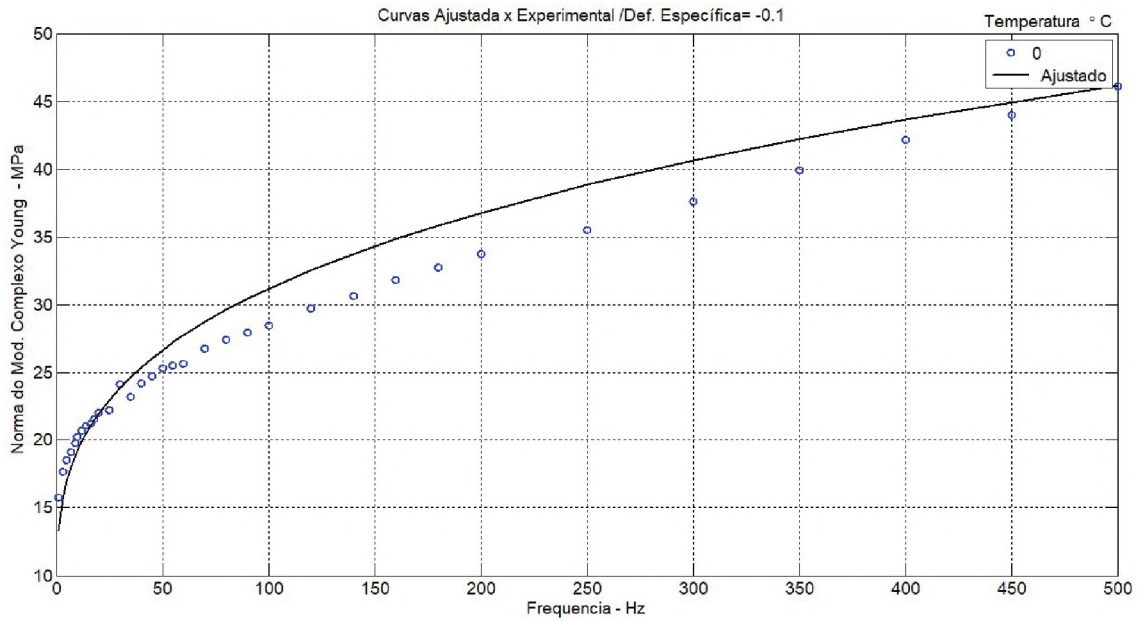
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 12 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 0°C –
PRÉ-CARGA $\lambda = 0,93$



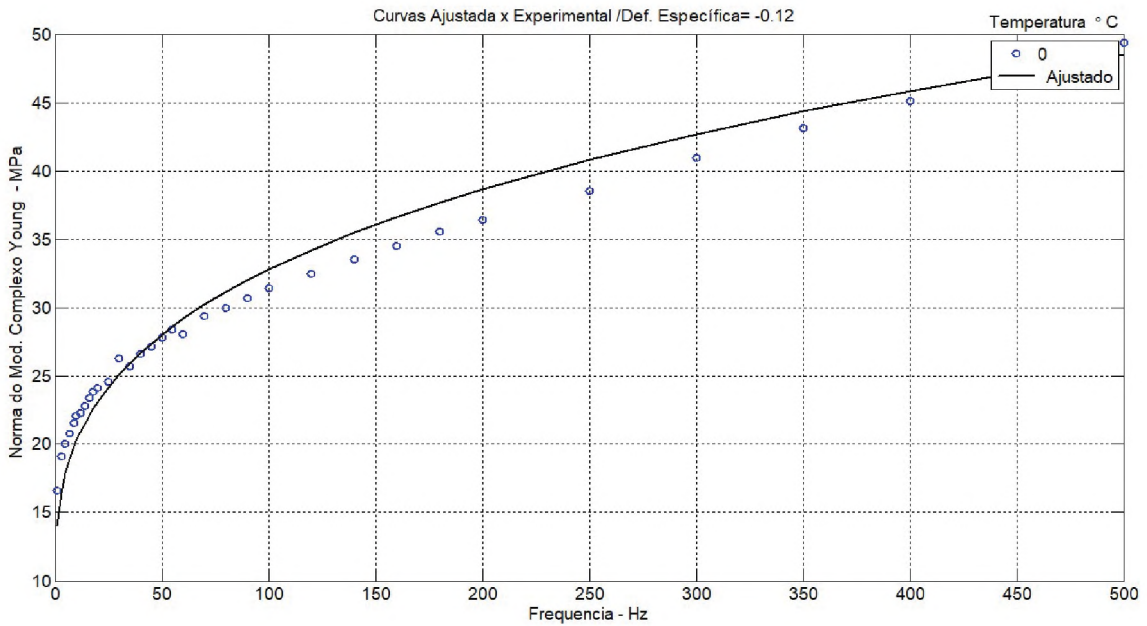
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 13 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 0°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,90$



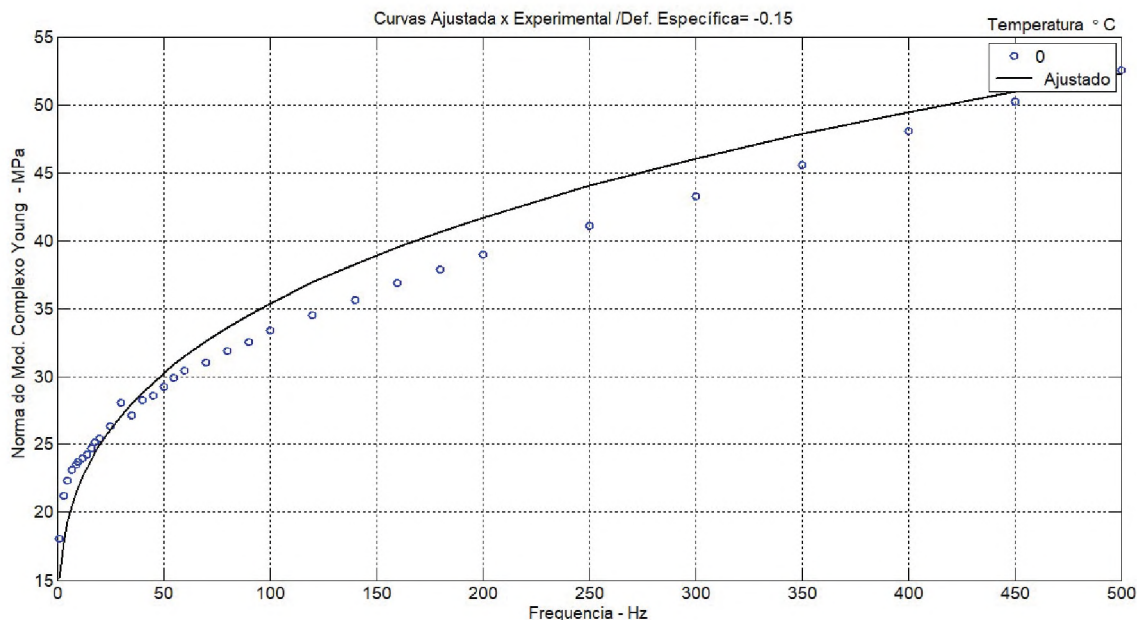
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 14 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 0°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,88$



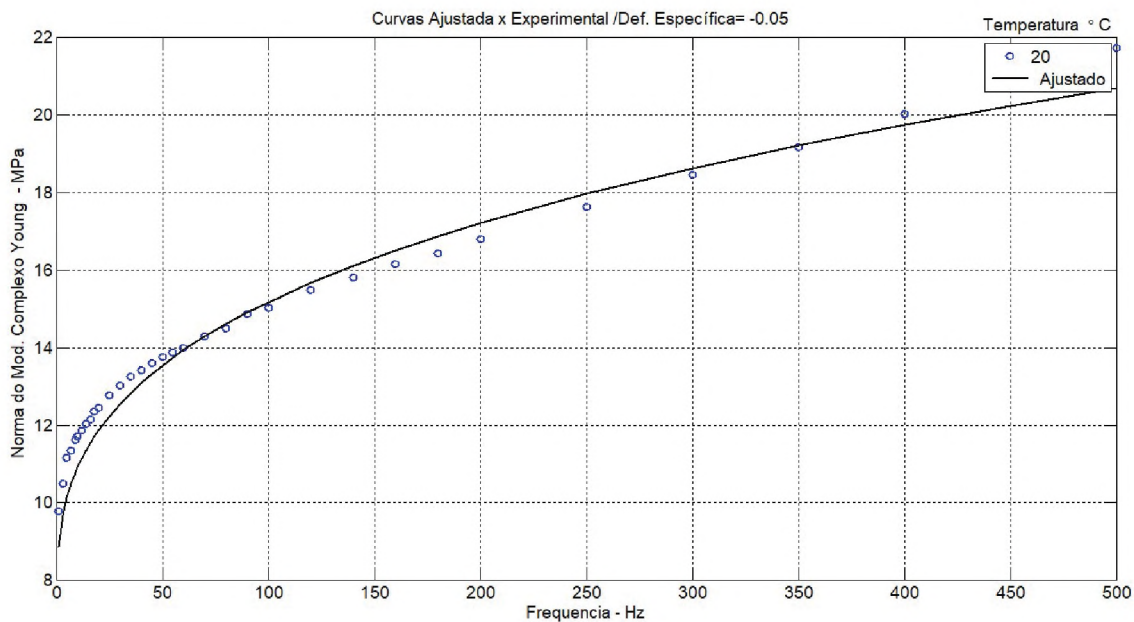
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 15 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 0°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,85$



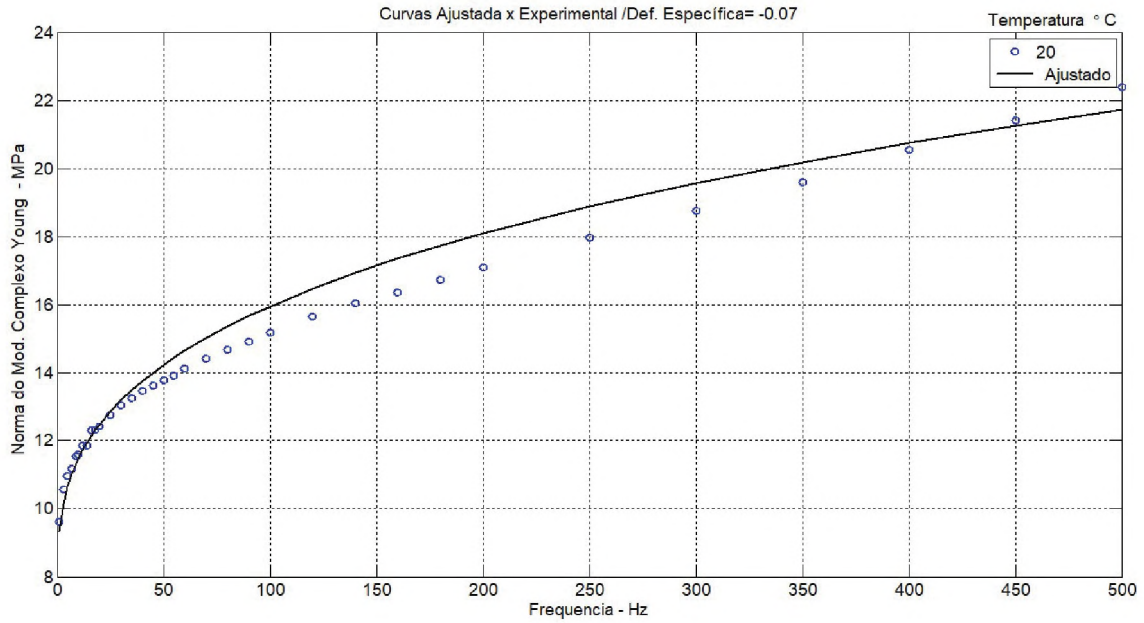
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 16 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 20°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,95$



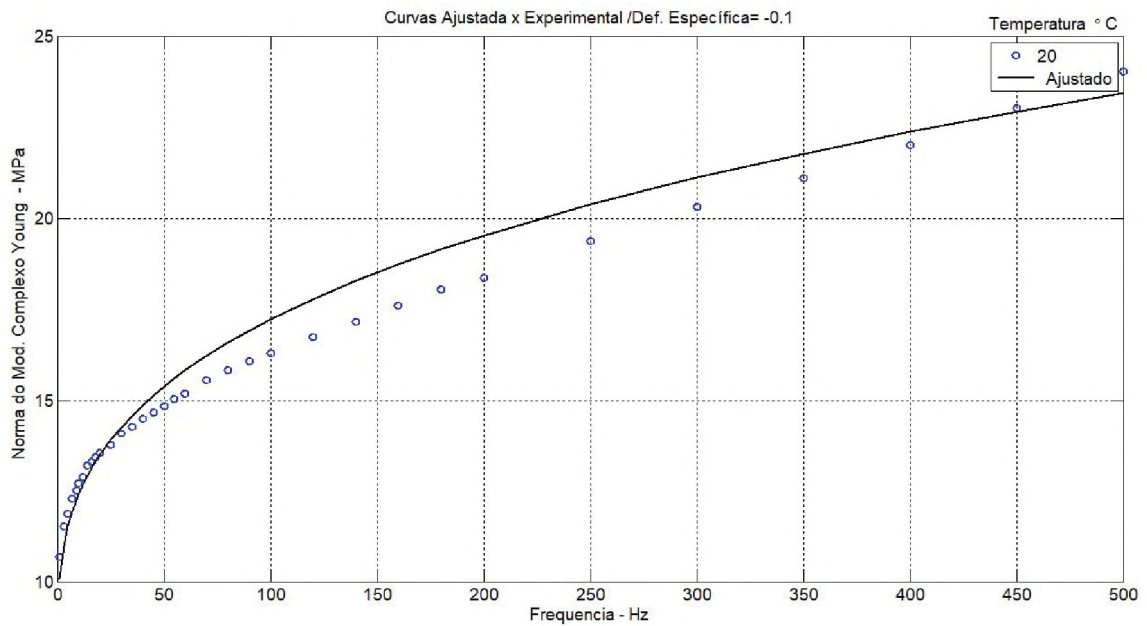
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 17 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 20°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,93$



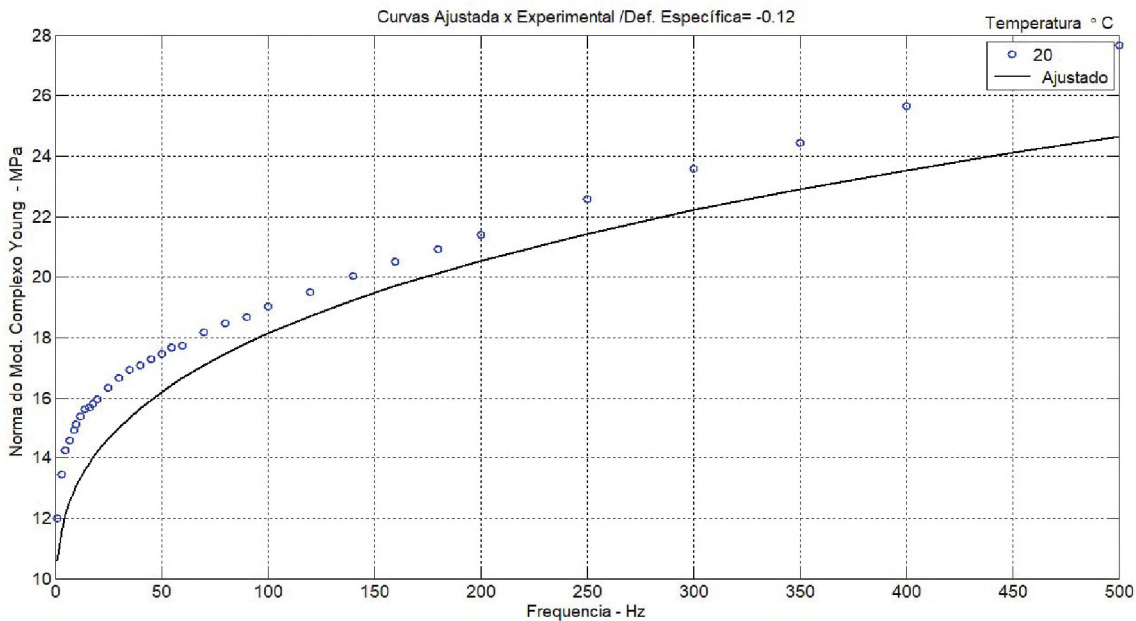
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 18 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 20°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,90$



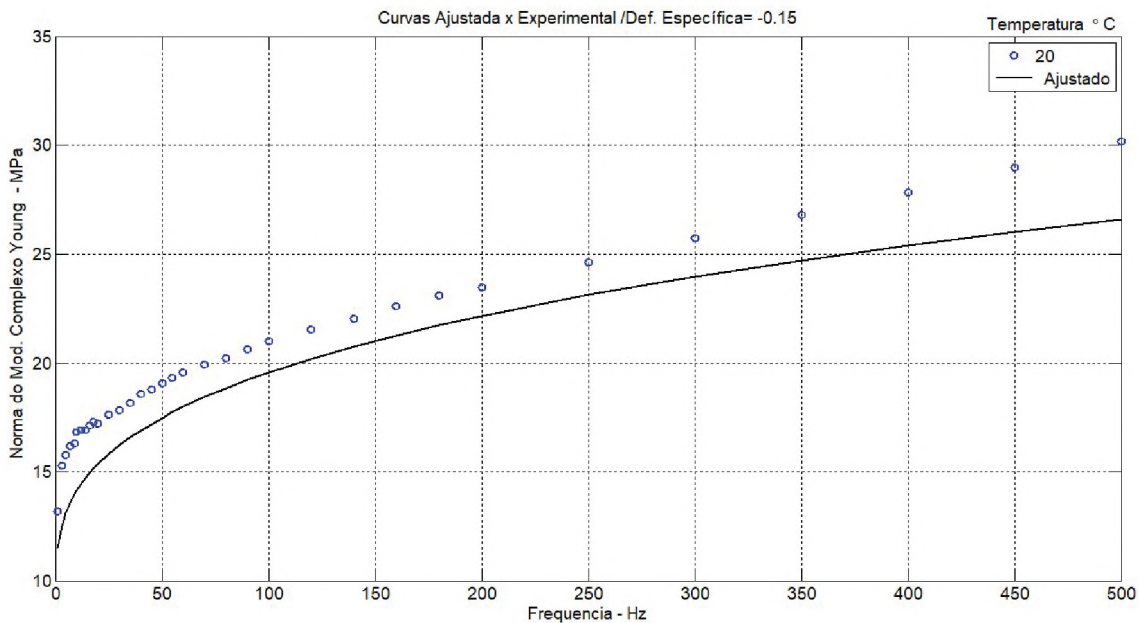
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 19 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 20°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,88$



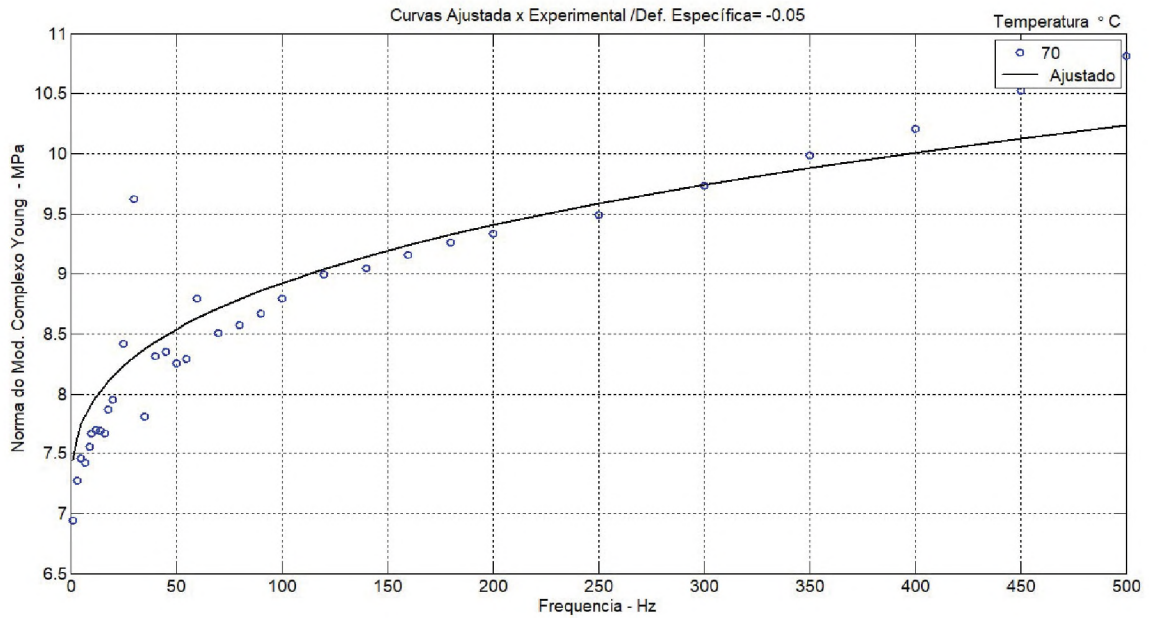
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 20 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 20°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,85$



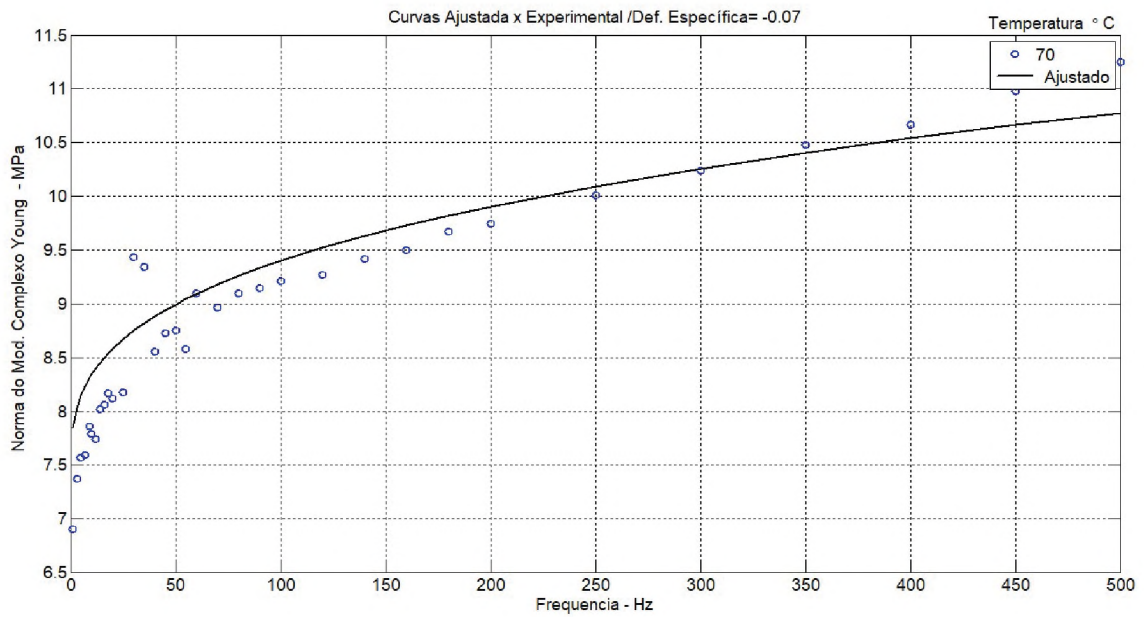
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 21 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 70°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,95$



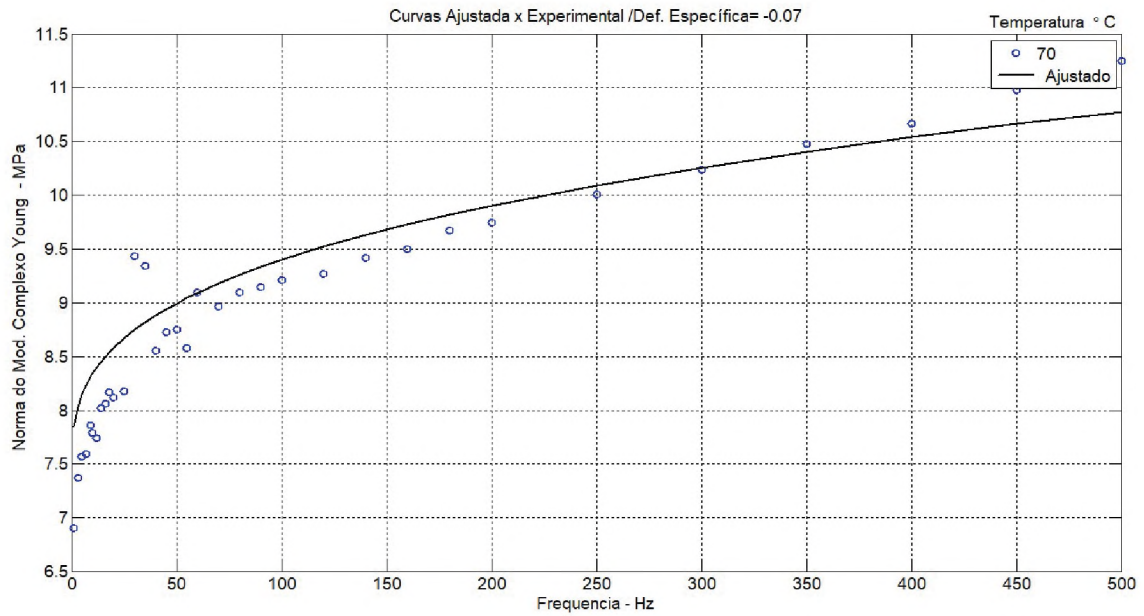
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 22 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 70°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,93$



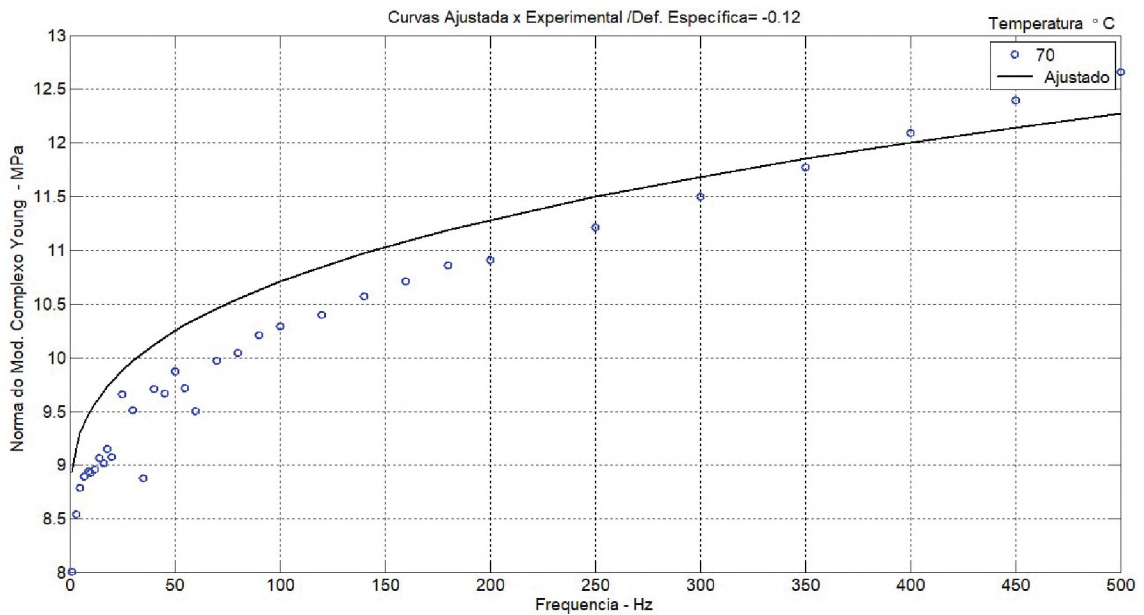
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 23 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 70°C –
PRÉ-CARGA $\lambda = 0,90$



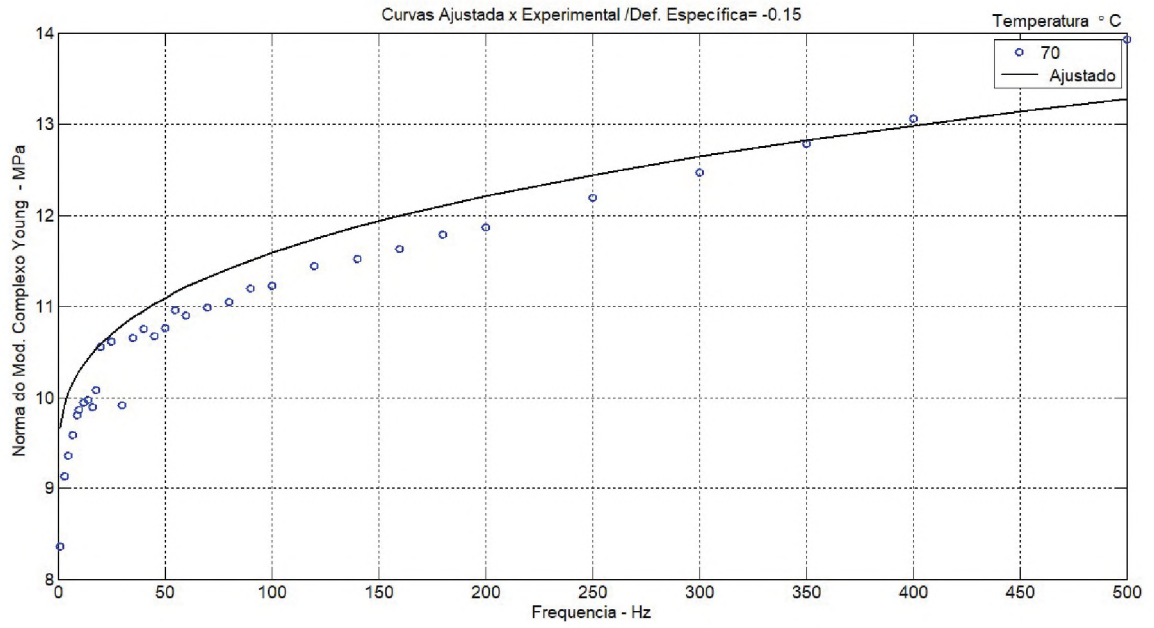
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 24 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 70°C –
PRÉ-CARGA $\lambda = 0,88$



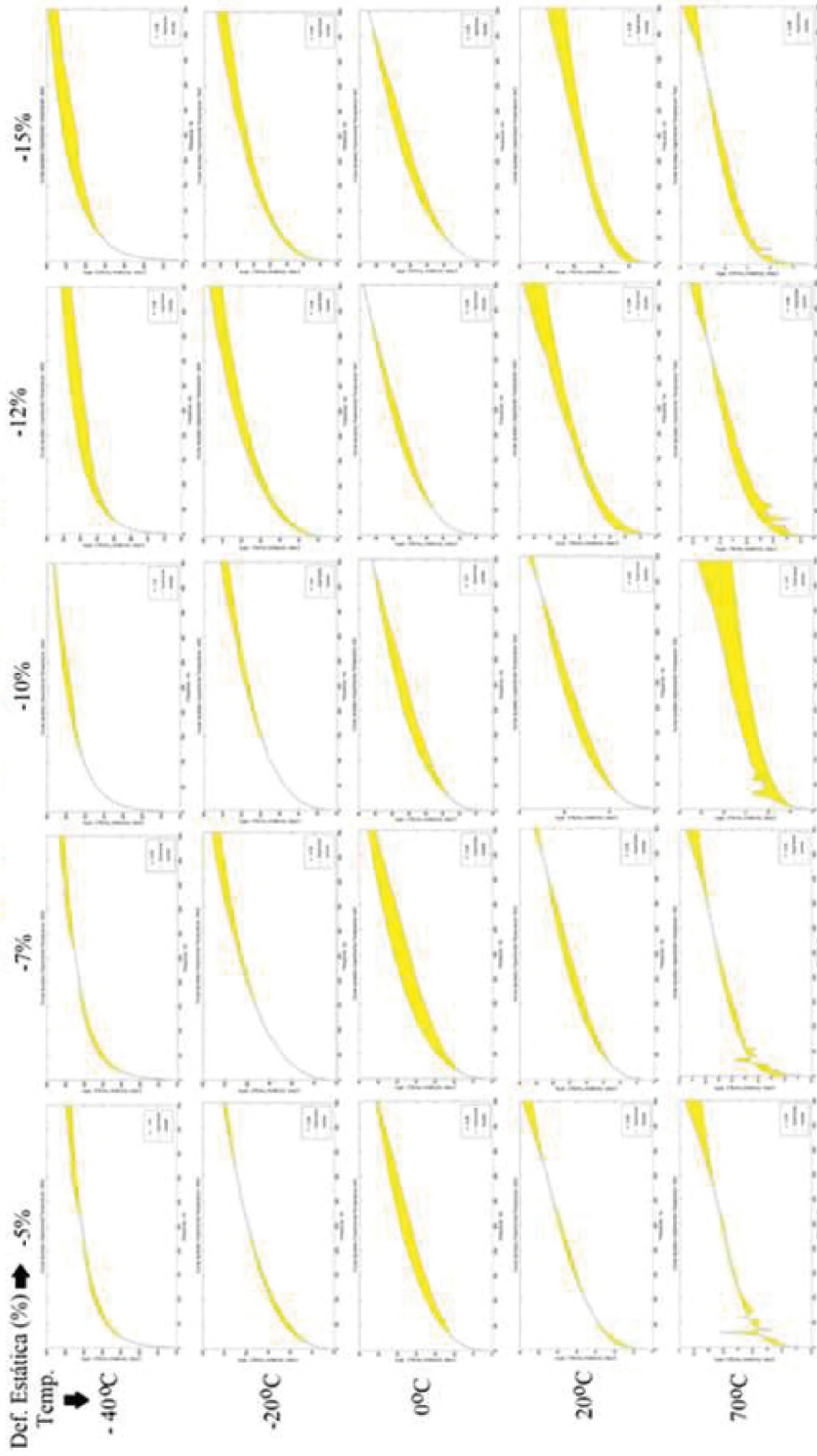
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA A 25 – || MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO || X FREQUÊNCIA: TEMPERATURA = 70°C – PRÉ-CARGA $\lambda = 0,85$



FONTE: Olienick, 2018

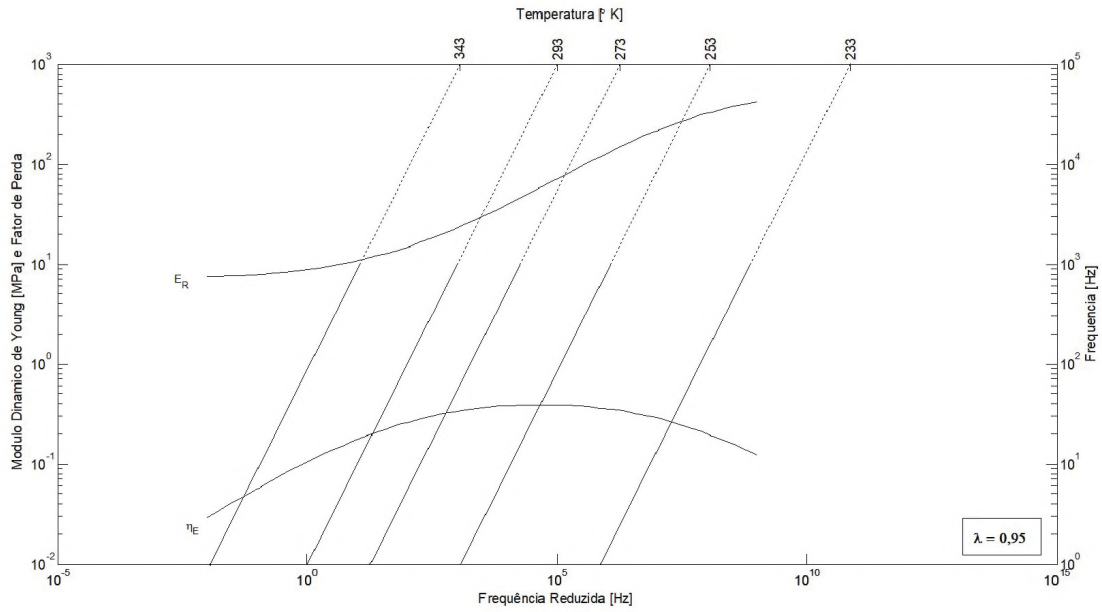
FIGURA A 26 -- SÍNTESE DO COMPORTAMENTO ||NORMA DO MÓDULO DE YOUNG COMPLEXO|| X FREQUÊNCIA:
TEMPERATURAS E PRÉCARGAS DIVERSAS



Fonte: Olienick, 2018

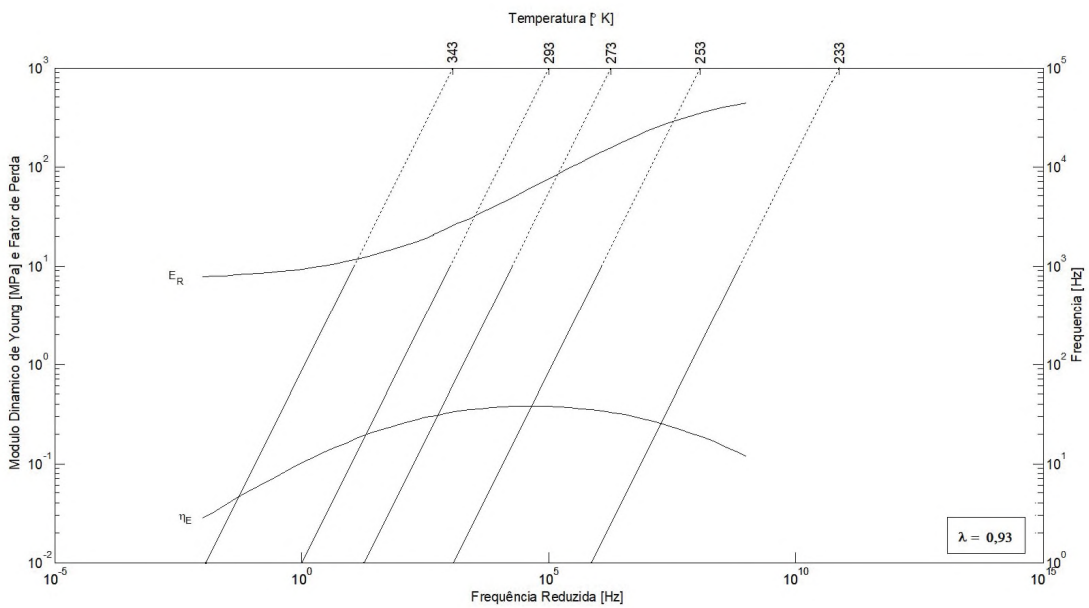
APÊNDICE 2 – RESULTADOS – NOMOGRAMAS PARA VALORES DE DEFORMAÇÕES DE PRÉ-CARGA: $\lambda = 0,95 - 0,93 - 0,90 - 0,88 - 0,85$

FIGURA B 1– NOMOGRAMA DE FREQUÊNCIA REDUZIDA PARA BORRACHA BUTÍLICA: $\lambda=0,95$



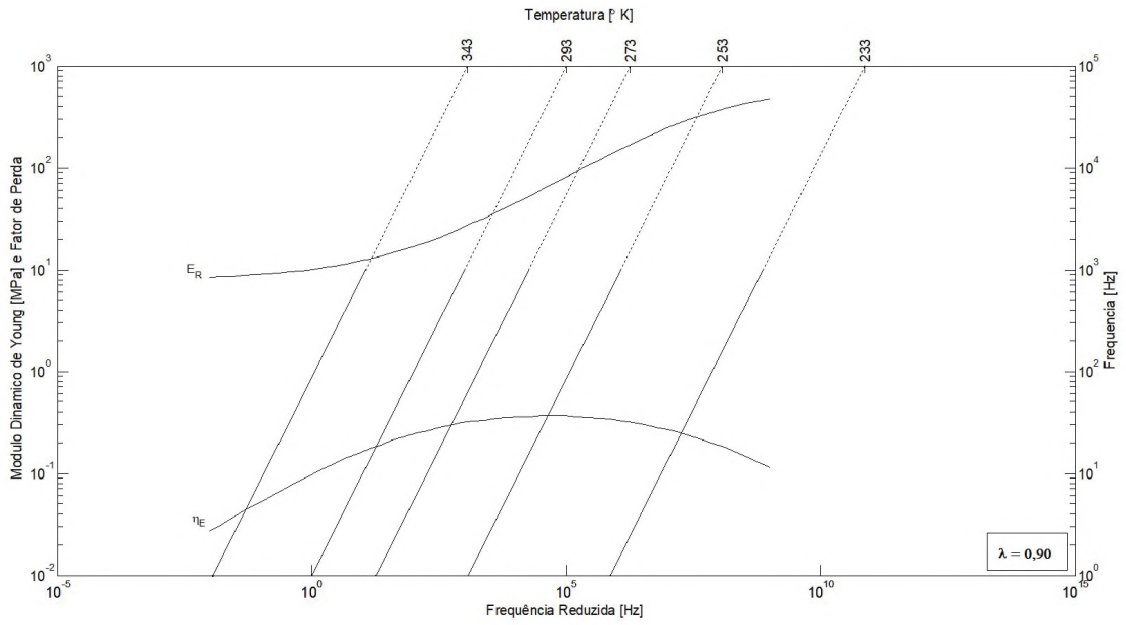
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA B 2 - NOMOGRAMA DE FREQUÊNCIA REDUZIDA PARA BORRACHA BUTÍLICA $\lambda = 0,93$



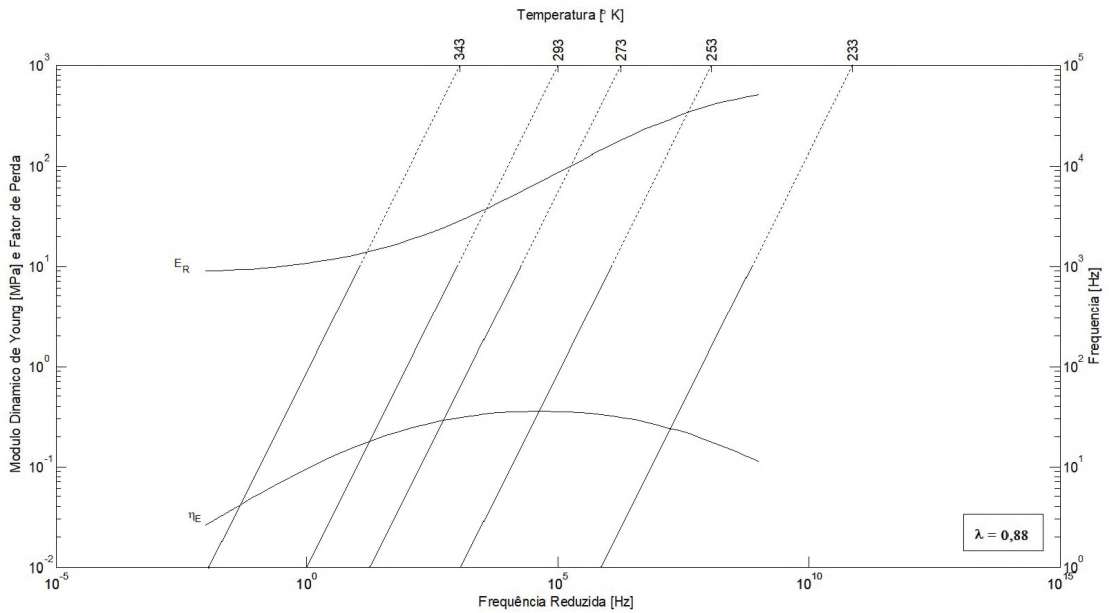
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA B 3 – NOMOGRAMA DE FREQUÊNCIA REDUZIDA PARA BORRACHA BUTÍLICA $\lambda = 0,90$



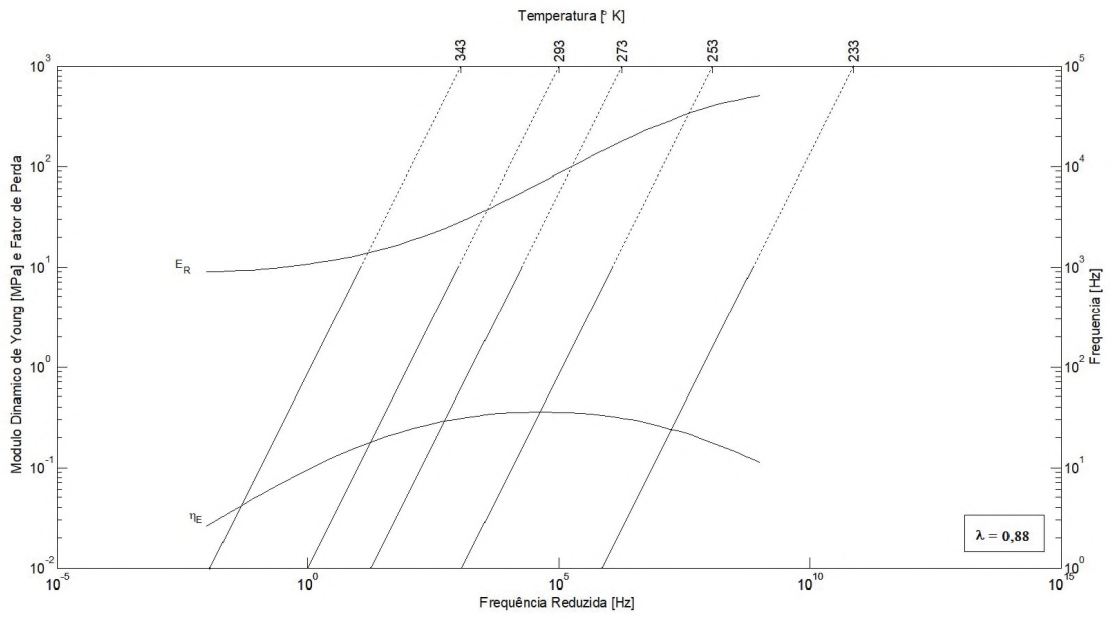
FONTE: Olienick, 2018

FIGURA B 4 – NOMOGRAMA DE FREQUÊNCIA REDUZIDA PARA BORRACHA BUTÍLICA $\lambda = 0,88$



FONTE: Olienick, 2018

FIGURA B 5 – NOMOGRAMA DE FREQUÊNCIA REDUZIDA PARA BORRACHA BUTÍLICA $\lambda = 0,85$



FONTE: Olienick, 2018

ANEXO 1 – MATERIAL INFORMATIVO SOBRE A BORRACHA BUTÍLICA



Borracha Butílica

A borracha butílica foi descoberta em 1937, mas introduzida no mercado apenas em 1942. É uma matéria-prima obtida a partir da conjugação de isobutileno e de isopreno, caracterizando-a como um copolímero, que se apresenta como solução para diversas aplicações industriais, devido à sua propriedade impermeável com os gases e vida longa maior se comparada a outros materiais.

Trata-se de um produto comercial, com aplicações, principalmente, na fabricação de forro interno de pneus automotivos ou tubos internos de bicicletas.

COMPOSIÇÃO DA BORRACHA BUTÍLICA

Os componentes da borracha butílica ligam polímeros de naturezas diferentes na mesma cadeia. Já os polímeros são compostos por cadeias de moléculas - átomos aglomerados-, que vão determinar as propriedades características de cada produto quanto à dureza e elasticidade.

Os dois polímeros que originam a borracha butílica - o isobutileno e o isopreno - são compostos por moléculas de metilo e metileno que, por sua vez, são formados por carbono e hidrogênio; no entanto, possuem disposições físicas distintas entre si. Ligados numa mesma cadeia, para obtenção do copolímero, o isobutileno, principal elemento da composição, deve ser refrigerado a uma temperatura de -100°C e diluído em cloreto de metila. Então, o isopreno - a uma proporção de aproximadamente 2% em relação ao total da mistura - é adicionado junto com cloreto de alumínio, formando uma cadeia simples e originando então a borracha butílica.

VANTAGENS DA BORRACHA BUTÍLICA EM RELAÇÃO ÀS OUTRAS VARIETADES DE ELASTÔMERO

A borracha butílica, ou copolímero de isobutileno, apresenta-se tão resistente quanto a borracha natural, no entanto, possui uma durabilidade consideravelmente superior e mais resistência às situações de intempéries. Com essas características, além da sua principal aplicação disponível no mercado de automóveis, é uma solução eficiente na substituição da borracha natural para algumas aplicações, como fabricação de mangueiras, vedantes e alguns tipos de tampas, inclusive as produzidas pela indústria farmacêutica.

Esse elastômero apresenta ainda, uma variedade denominada “halobutil”, originada a partir da combinação de cloro ou bromo e isopreno. Essa versão utiliza menos elementos curativos, e seu processo é mais ágil que o do butil regular.

A borracha butílica qualifica-se na categoria de borrachas desenvolvidas para aplicações especiais (SPR), enquanto a borracha natural (NR), a borracha de butadieno estireno (SBR) e a borracha de polibutadieno (BR) são voltadas para aplicações mais comuns.

Assim como os outros tipos de borracha, o sistema de vulcanização da borracha butílica interfere nas características do produto. Nessa fase, a quantidade de isopreno, que pode variar de 0,6% a 3%, se elevada, aumenta a velocidade do processo de vulcanização; porém, restringe a resistência do elastômero ao ozônio e ao envelhecimento. Sendo assim, para garantir mais resistência a esses elementos, ao oxigênio e ao calor, o produto deve ser produzido sob baixo grau de instauração.

O processo de vulcanização da borracha butílica pode ocorrer por meio de enxofre, quinona dioxima ou resina. Com o primeiro tipo, necessita do auxílio de aceleradores e é ativado com óxido de zinco e elementos aceleradores orgânicos e menos ativos, como os derivados de tiazóis.

Para alcançar estados de vulcanização mais adequados, são utilizados aceleradores de tiurames e ditiocarbamatos, que fornecem atividade primária de aceleração, tornando o enxofre mais eficiente no processo.

Com quantidades elevadas de ditiocarbamato e proporções menores de enxofre, propiciam a formação de reticulações monossulfídicas estáveis, que também podem ser obtidas com a substituição do enxofre por dissulfureto de tetrametilurame (TMTD), que pode, ainda, ser substituído por MBTS, um eficiente inibidor de pré-vulcanização, ou pelo ZBEC, um tipo de ditiocarbamato. A vulcanização com quinona dioxima, conhecida como “vulcanização com quinona” ou “vulcanização com dioxima”, ocorre com o processamento do butil com p-quinona dioxima (QDO) ou dibenzoato de

p-quinona dioxima (DBQDO) e, após essa mistura, passa por uma etapa de oxidação com uso de óxidos metálicos ou MBTS, para obtenção do p-dinitrosobenzeno a uma temperatura ambiente.

Já na vulcanização com resina, os componentes utilizados são enzimas de formaldeído (resóis), por serem sistemas tridimensionais, capazes de atribuir maior reforço à rede de reticulação, o que não é característico das resinas de novolac, por exemplo.

Para cada tipo de aplicação, é recomendado um sistema de vulcanização. O processo que utiliza quinona como componente é recomendado para produção de cobertura de cabos elétricos, enquanto o que utiliza enxofre e acelerador é voltado para a fabricação de câmaras de ar; e os processos com resina aplicam-se aos diafragmas para vulcanização de pneus.

Além dos benefícios anteriormente mencionados, os componentes utilizados na vulcanização de borracha butílica são responsáveis por atribuir ao produto propriedades de isolamento elétrico, resistência ao ozônio, ao calor seco, ao vapor e intempéries, além de substâncias oleosas de origem vegetal ou animal. Ainda, reagem bem à compressão, baixas temperaturas e apresentam alto potencial de amortecimento e eficiência em sistemas de vedação.

Ainda que a borracha butílica seja encontrada em abundância na indústria de pneus, o setor farmacêutico, alguns sistemas de isolamento, vedação de condensadores químicos, material de apoio em serviços de engenharia e vestuário de proteção, entre tantas outras, algumas aplicações utilizam borracha de bromobutil ou clorobutil, que são variantes da borracha butílica, obtidas a partir a inserção de bromo e cloro na mistura, respectivamente.

A segunda variedade (CIIR) pode ser combinada com borracha natural (NR) e outros tipos de borracha, com a finalidade de obter maior variedade de propriedades para os mais diversos usos. Seu processo de vulcanização pode ocorrer com adição de óxido de zinco, para contentores de alimentos, e diafragmas, para vulcanização de pneus; resina, para indústria farmacêutica e peças técnicas; dissulfeto de alquil fenol aplicado em diafragmas para vulcanização de pneus; amina e tioureia, sistema à baixa temperatura, para vedantes e revestimentos em geral; enxofre-sulfanamida, para mistura de polímeros; e cloreto de zinco ou estanho, para revestimentos.

A borracha de bromobutil (BIIR) apresenta características muito semelhantes à borracha butílica clorada, é mais indicada para processos que requerem maior impermeabilização e é compatível com os tipos NR, SBR, CR e IIR. Contudo, possui mais versatilidade em sistemas de vulcanização, além de exigir menos agentes ao processo e apresenta-se adequada à covulcanização de borrachas com alto nível de instauração. Os tipos de vulcanização possíveis são por meio de enxofre e peróxidos.

O produto sintético possui ampla aplicação na indústria e substitui facilmente a matéria-prima natural.
