

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

RENATO SELLARO DORIGHELLO

AVALIAÇÃO E COMPARAÇÃO DE ALGORITMOS DA CLASSE MATRIX PENCIL
EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

CURITIBA

2019

RENATO SELLARO DORIGHELLO

AVALIAÇÃO E COMPARAÇÃO DE ALGORITMOS DA CLASSE MATRIX PENCIL
EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração Sistemas Eletrônicos, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Gustavo Henrique da Costa Oliveira

CURITIBA

2019

D697a

Dorighello, Renato Sellaro

Avaliação e comparação de algoritmos da classe matrix pencil em sistemas elétricos de potência [recurso eletrônico] / Renato Sellaro Dorighello, 2019.

Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, no setor de Tecnologia, da Universidade Federal do Paraná. Orientador: Prof. Dr. Gustavo H. C. Oliveira

1. Sistemas de energia elétrica. 2. Modelagem de dados. 3. Engenharia elétrica. I. Universidade Federal do Paraná. II. Oliveira, Gustavo H. C. III. Título.

CDD 621.3191



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR SETOR DE TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENGENHARIA
ELÉTRICA - 40001016043P4

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA ELÉTRICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **RENATO SELLARO DORIGHELLO** intitulada: **Avaliação e Comparação de Algoritmos de Classe Matrix Pencil em Sistemas Elétricos de Potência**, após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua aprovação no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 11 de Abril de 2019.

GUSTAVO HENRIQUE DA COSTA OLIVEIRA
Presidente da Banca Examinadora (UFPR)

GIDEON VILLAR LEANDRO
Avaliador Interno (UFPR)

RAFAEL FONTES SOUTO
Avaliador Externo (IFB)

ROMAN KUIAVA
Avaliador Interno (UFPR)

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer, em primeiro lugar, ao Professor Dr. Gustavo Henrique da Costa Oliveira pela orientação, os ensinamentos, a paciência e dedicação durante o processo de desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores do programa de pós-graduação em engenharia elétrica da Universidade Federal do Paraná, pela qualidade das aulas e das discussões levantadas.

Agradeço à Universidade Tecnológica Federal do Paraná, onde realizei minha graduação e pude contar com muitos aprendizados primordiais para minha carreira. Aos professores que lá conheci, em especial a Professora Dra Mariana Antonia Aguiar Furucho, quem me incentivou a trilhar meus primeiros passos na pesquisa acadêmica e a escrever meu primeiro artigo. Também ao Professor Dr. Rafael Fontes Souto pela orientação no meu trabalho de conclusão de curso e incentivo a continuar meus estudos no mestrado.

Aos meus colegas de laboratório, que sempre me incentivaram e ajudaram no que lhes estava ao alcance, em especial Mariane e Carla, que alegam nossos dias no LaSICO.

Aos meus amigos de fora do núcleo acadêmico da engenharia elétrica, Cezar, Caio, Mateus, Thais, Annelise e Larisse que embora não fizessem parte deste universo e não compreendessem muito bem as dificuldades de quem está inserido nele, sempre se mostraram presentes e solidários.

À minha família, pois apesar de vivermos num país com valores invertidos, em que a pesquisa é desvalorizada pela sociedade e apenas carreiras de grande destaque financeiro são enaltecidas, sempre me apoiou e respeitou minhas decisões.

À UFPR pela estrutura educacional de excelência e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES), a qual concedeu apoio financeiro a este trabalho, sob o código de financiamento 001.

Agradeço ao apoio financeiro do Projeto PD-6631-0006/2017, projeto este regulamentado pela ANEEL e desenvolvido no âmbito do programa de P&D da Energia Sustentável do Brasil S.A.

RESUMO

Sistemas elétricos de potência têm se tornado cada vez mais complexos e interligados, gerando mais desafios aos engenheiros que projetam equipamentos e estudam fenômenos relacionados a esse sistema. Neste trabalho, destacam-se dois problemas. O primeiro deles é a estimação de modos eletromecânicos visando uma análise de estabilidade. Outro problema abordado é a necessidade da criação de modelos que reproduzam o funcionamento de tais sistemas e/ou equipamentos em larga faixa de frequências. Ambos remetem a soluções via técnicas de identificação de sistemas. O método de identificação de interesse para este trabalho é o *Matrix Pencil* (MP), este método, em sua base, representa um sinal de amostra como uma soma de exponenciais. Para isso, a partir do sinal inicial, duas matrizes são criadas e submetidas a um processo de filtragem. O par de matrizes resultante é então utilizado em um problema de autovalores generalizado, a partir do qual são obtidos os parâmetros da soma de exponenciais. Este algoritmo possui aplicações em ambos os problemas destacados inicialmente, sofrendo algumas adaptações para cada caso em específico. Neste trabalho, propõe-se o estudo e a avaliação de desempenho do algoritmo da classe *Matrix Pencil*. O objetivo foi aplicar estes algoritmos a estudos de caso tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência, sendo o primeiro para avaliação de estabilidade do sistema e o segundo em sistemas de ordem reduzida. Para a primeira aplicação, foram feitos três estudos de caso, sendo um deles sintético, onde foi feita uma análise estatística e dois deles utilizando dados reais do sistema interligado norte americano (NAEI) e também do sistema interligado brasileiro (BIP). O algoritmo MP se mostrou preciso e eficiente, especialmente quando comparado a outro algoritmo já conceituado na área de identificação, o *Vector Fitting*. No segundo caso de aplicação do *Matrix Pencil* foram reproduzidos três estudos de modelagem, um sintético e os demais utilizando dados reais. Nesse estudo, quatro variações do algoritmo MP foram avaliadas e comparadas. Em sequência, para validação dos modelos encontrados, foi realizado um teste dielétrico onde uma resposta ao impulso dos modelos foi comparada à resposta do sistema real. Concluiu-se que a técnica MP que utiliza o algoritmo IFFT apresentou o modelo mais fiel ao sistema original do transformador. Por fim, realizou-se um estudo de caso utilizando dados reais de um Transformador de Potencial Indutivo presente na Hidrelétrica Jirau. Para a modelagem, utilizou-se uma das curvas de magnitude da matriz de admitância obtida nas medições e submeteu-se tais dados ao algoritmo de identificação MP para uma nova avaliação. Neste caso, interpretou-se que o algoritmo MP com duas escalas temporais obteve a modelagem mais satisfatória.

Palavras-chave: Matrix Pencil. Identificação de Sistemas. Sinais de Transientes. Análise de Estabilidade. Modelagem de sistemas

ABSTRACT

Electrical power systems have become increasingly complex and interconnected, generating more challenges for engineers who design equipment and study phenomena related to this system. In this work, two problems stand out. The first is the estimation of electromechanical modes in order to allow future stability analysis. Another problem addressed is the need to create models that reproduce the operation of such systems and/or equipment over a wide range of frequencies. Both refer to solutions via system identification techniques. The identification method of interest for this work is the Matrix Pencil (MP), this method, at its base, represents a sampled signal as a sum of exponentials. For this, from the initial signal, two matrices are created and submitted to a filtering process. The resulting matrix pair is then used in a generalized eigenvalue problem, from which the parameters of the sum of exponentials are obtained. This algorithm has applications in both problems highlighted initially, undergoing some adaptations for each specific case. In this work, it is proposed to study and evaluate the performance of the Matrix Pencil class algorithm. The objective was to apply these algorithms to case studies in both time domain and frequency domain, the first to evaluate system stability and the second in low order systems. For the first application, three case studies were carried out, one of them being synthetic, where statistical analysis was done and two of them using real data from the North American interconnected system (NAEI) and also from the Brazilian interconnected system (BIP). The MP algorithm proved to be accurate and efficient, especially when compared to another algorithm already well established in the identification field, the Vector Fitting. In the second case of Matrix Pencil application, three modeling studies were reproduced, one synthetic and the others using real data. In this study, four variations of the MP algorithm were evaluated and compared. Furthermore, for the validation of the found models, a dielectric test was carried out where an impulse response of the models was compared to the real system response. It was concluded that the MP technic that uses the algorithm IFFT presented the most coherent model to the original transformer system. Finally, a case study was carried out using real data of an Inductive Potential Transformer present in the Jirau Hydroelectric Plant. For the modeling, one of the measured magnitude curves of the admittance matrix was used and the data was submitted to the algorithm for a new comparison. In this case, it was interpreted that the MP algorithm with two-time scales obtained the most satisfactory modeling.

Keywords: Matrix Pencil. System Identification. Ringdown Signals. Stability Analysis. System Modeling

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Matriz Elétrica Brasileira (Fonte: EPE, 2018).	1
Figura 2 – Evolução da Transmissão do Sistema Elétrico Brasileiro (Fonte: ELETRO-BRAS, 2018).	2
Figura 3 – Típica arquitetura de uma rede WAM (Fonte: ANNAKAGE et al.,2017). . .	16
Figura 4 – PMU utilizado no laboratório de medições da UFPR (Fonte: Autor).	17
Figura 5 – Operação ambiente e transiente em um sistema elétrico de potência (Fonte: THAMBIRAJAH; BAROCIO; THORNHILL, 2010)	17
Figura 6 – Árvore hierárquica de algoritmos de identificação para sistemas elétricos de potência com foco na operação transiente (Adaptado de: THAMBIRAJAH; BAROCIO; THORNHILL, 2010)	18
Figura 7 – Reconstrução do Sinal Sintético	25
Figura 8 – Estimativa do parâmetro M para o sinal sintético com base na relação σ_c/σ_{max}	26
Figura 9 – Função densidade de probabilidade dos valores estimados para: (a) amplitude, (b) fator de amortecimento, (c) frequência angular e (d) fase. Os valores reais dos parâmetros estão representados pelas constantes destacadas no gráfico.	27
Figura 10 – Sinal (a) Transiente e (b) ringdown do sistema NAEI	29
Figura 11 – Sistema BIP	30
Figura 12 – Exemplo de aparelho VNA Keysight E5061B (Fonte: CIGRE; JWG; A2/C4.52,2019a)	36
Figura 13 – Ilustração da divisão de um sinal em duas escalas de tempo (Fonte: CHAVARIN; NAREDO,2017)	43
Figura 14 – Estimativa do parâmetro M para o sinal sintético com base na relação σ_c/σ_{max}	46
Figura 15 – Resposta em frequência do modelo representado pela equação (4.30) e dos modelo determinados pelos algoritmos MP	47
Figura 16 – Erro quadrático ponto a ponto para o primeiro estudo de caso.	48
Figura 17 – Erro relativo ponto a ponto para o primeiro estudo de caso.	48
Figura 18 – Conexões e terminais do transformador <i>benchmark</i> (Fonte: CIGRE; JWG; A2/C4.52, 2019b).	50
Figura 19 – Ilustração das medições sendo realizadas (Fonte: GUSTAVSEN et al., 2017).	51
Figura 20 – Resposta em frequência entre os terminais H0 e H1 e os terminais internos do transformador. (Fonte: SCHUMACHER et al.,2018).	51
Figura 21 – Resposta em frequência entre os terminais X0 e X1 e os terminais internos do transformador. (Fonte: SCHUMACHER et al.,2018).	52
Figura 22 – Resposta em frequência entre os terminais H1 e R1 do transformador	52
Figura 23 – Reconstruções realizadas pelos algoritmos MP da resposta em frequência entre os terminais H1 e R1 do transformador	53

Figura 24 – Erro quadrático ponto a ponto para o segundo estudo de caso.	53
Figura 25 – Erro relativo ponto a ponto para o segundo estudo de caso.	54
Figura 26 – Sinal Impulso aplicado no teste BIL do transformador	55
Figura 27 – Curvas de resposta dos modelos criados pelo algoritmo MP ao teste BIL	56
Figura 28 – Curvas de resposta dos modelos criados pelo algoritmo MP ao teste BIL com escala de tempo reduzida	56
Figura 29 – Usina Hidrelétrica de Jirau (RO) (Fonte: (ENERCONS, 2017))	57
Figura 30 – (a) TPI instalado na hidrelétrica de Jirau (RO); (b) TPI objeto de análise com conexões de aterramento dos terminais (Fonte: IHLENFELD et al., 2019 e OLIVEIRA; IHLENFELD, 2019).	58
Figura 31 – (a) Representação dos terminais do TPI ; (b) Vista em corte do TPI (Fonte: IHLENFELD et al., 2019 e OLIVEIRA; IHLENFELD, 2019).	59
Figura 32 – Medição Matriz de admitância completa do TPI (Fonte: IHLENFELD et al., 2019 e OLIVEIRA; IHLENFELD, 2019).	60
Figura 33 – Diagrama de bode da resposta Y_{22} da matriz de admitâncias para a frequência igualmente espaçada	61
Figura 34 – Resposta em frequência da curva de admitância do TPI e dos modelos determinados pelos algoritmos MP	61
Figura 35 – Erro quadrático ponto a ponto para o estudo de caso envolvendo o TPI.	62
Figura 36 – Erro relativo ponto a ponto para o estudo de caso envolvendo o TPI.	63

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Funções Janela	13
Tabela 2 – Parâmetros Soma de Exponenciais	23
Tabela 3 – Estimação ordem	26
Tabela 4 – Parâmetros do Sinal Sintético	28
Tabela 5 – Parâmetros do Sinal NAEI	28
Tabela 6 – Parâmetros do Sinal BIP	31
Tabela 7 – Parâmetros Soma de Exponenciais	42
Tabela 8 – Estimação ordem	46
Tabela 9 – Parâmetros do Sinal Sintético	47
Tabela 10 – Erros primeiro caso	49
Tabela 11 – Erros segundo caso	52
Tabela 12 – Erros tempo	54
Tabela 13 – Erros TPI	62

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANSI	American National Standards Institute (Instituto Nacional de Padrões Americanos)
BIL	Basic Insulation Level (Nível de Isolamento Básico)
BIP	Brazilian Interconnected Power (Sistema Interligado Brasileiro)
CFIFT	Closed-Form Inverse Fourier Transform (Transformada Inversa Fechada de Fourier)
DFT	Discrete Fourier Transform (Transformada Discreta de Fourier)
EI	Eastern Interconnection (Interconexão Leste)
FDR	Frequency Disturbance Recorders (Registradores de Distúrbios de Frequência)
FDNE	Frequency-Dependent Network Equivalent (Rede Equivalente Dependente da Frequência)
FFT	Algoritmo de execução da transformada de Fourier
GIS	Gas Isolated Substation (Subestação Isoladas a Gás)
GPS	Global Positioning System (Sistema de Posicionamento Global)
GSK	Iteração Sanathanan-Koerner Generalizada
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers (Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletônicos)
IFFT	Algoritmo inverso do FFT
IFT	Inverse Fourier Transform (Transformada Inversa de Fourier)
LIT	Linear e Invariante no Tempo
MP	Matrix Pencil
MR	Modelo Racional
MSE	Mean Square Error (Erro Quadrático Médio)
NAEI	North American Eastern Interconnection (Interconexão Leste Norte-Americana)
OLTC	On-Load Tap Changer (Comutador de derivação em carga)

PMU	Phasor Measurement Units (Unidades de Medição Fasorial)
PCU	Phasor Concentrators Units (Unidades de Concentradores Fasoriais)
RTD-VF	Ringdown Time-Domain Vector Fitting (Algoritmo Vector Fitting para problemas no domínio do tempo aplicado a sinais Ringdown)
SISO	Single Input Single Output (Saída única de entrada única)
SoE	Sum of Exponentials (Soma de Exponenciais)
TPI	Transformador de Potencial Indutivo
UTC	Tempo Universal Coordenado
VF	Vector Fitting
VNA	Vector Network Analyzer (Analisador de Rede Vetorial)
WAM	Wide Area Monitoring (Monitoramento de Grandes Áreas)

LISTA DE SÍMBOLOS

\hat{x}	Valor estimado de x
A'	Transposta da matriz A
A^H	Matriz Hermitiana de A
A^+	Pseudoinversa da matriz A
\mathbf{x}	Vetor x
$\ \mathbf{x}\ $	Norma ou módulo de x
λ, μ	Autovalor(es) de uma matriz
ω	Frequência angular em rad/s
f	Frequência em Hertz
\mathbf{u}	vetores singulares à esquerda da matriz
\mathbf{v}	vetores singulares à direita da matriz
$Y(\omega)$	Sinal no domínio da frequência
$y(t)$	Sinal no domínio do tempo
\mathbf{y}	Vetor com amostras no domínio do tempo.
c	Constante utilizada no cálculo da transformada numérica de Laplace
σ_i	Valor singular de índice i de uma matriz.
$\sigma(\omega)$	Função janela de dados
Δt	Intervalo de amostragem no tempo
$\Delta \omega$	Intervalo de amostragem na frequência
T	Período de amostragem
α	Parâmetro de amortecimento
Re	Parte real de um número complexo
Im	Parte imaginária de um número complexo
R_{Ref}	Resistor referência

R^2	Coeficiente de determinação
$\det(\dots)$	Cálculo do determinante
$Erro_{Rel}$	Erro relativo
$Erro_{quad}$	Erro relativo
T_{S1}	Instante de tempo
z	Parâmetro identificado pelo <i>Matix Pencil</i> correspondentes ao autovalor de um problema generalizado
L	Parâmetro Pencil
M	Ordem estimada pelo algoritmo MP

SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO	1
1.1 Sistemas de Energia Elétrica	1
1.2 Identificação de Sistemas	3
1.2.1 Identificação de Modelos em Sistemas Elétricos de Potência	4
1.3 OBJETIVOS	6
1.3.1 OBJETIVO GERAL	6
1.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	6
1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO	7
2 – FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS	8
2.1 INTRODUÇÃO	8
2.2 TIPOS DE MATRIZES	8
2.3 AUTOVALORES E AUTOVETORES	9
2.4 PROBLEMA DO AUTOVALOR GENERALIZADO	9
2.5 DECOMPOSIÇÃO EM VALORES SINGULARES	11
2.6 TRANSFORMADA DE FOURIER	11
2.6.1 Transformada Contínua de Fourier	11
2.6.2 Transformada Discreta de Fourier (DFT)	12
2.7 TRANSFORMADA NUMÉRICA DE LAPLACE	12
3 – MÉTODO MATRIX PENCIL NO DOMÍNIO DO TEMPO	15
3.1 INTRODUÇÃO	15
3.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	18
3.3 FUNDAMENTAÇÃO DO MÉTODO	19
3.3.1 Ordem Estimada	21
3.3.2 Pré-Filtragem	22
3.3.3 Algoritmo	23
3.4 ESTUDOS DE CASO	24
3.4.1 Sinal Sintético	24
3.4.2 Sistema NAEI	27
3.4.3 Sistema BIP	29
4 – MATRIX PENCIL PARA O DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA	32
4.1 INTRODUÇÃO	32
4.2 CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA	33
4.2.1 Admitância (Y)	34

4.2.2	Impedância (Z)	34
4.2.3	Parâmetros S	35
4.2.4	Híbridos	35
4.3	AQUISIÇÃO DE DADOS	35
4.4	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	36
4.4.1	Requerimentos Físicos	36
4.5	FUNDAMENTAÇÃO DO MÉTODO	37
4.5.1	Primeira Etapa	37
4.5.2	Segunda Etapa	40
4.5.3	Terceira Etapa	40
4.6	MELHORIAS PARA O MÉTODO MP NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA	41
4.6.1	Transformada de Fourier <i>Closed-Form</i>	42
4.6.2	Transformada Inversa Numérica de Laplace	42
4.6.3	<i>Matrix Pencil</i> com Duas Escalas de Tempo	43
4.7	ESTUDOS DE CASO	44
4.7.1	Estimação de Modelo de Um Sistema de Ordem Reduzida	45
4.7.2	<i>Benchmark</i> para modelagem de transformadores monofásicos do grupo Cigre A2/C4.52.	49
4.7.2.1	Teste BIL	54
4.7.3	Estudo de Caso Hidrelétrica Jirau	57
5	CONCLUSÕES	64
5.1	TRABALHOS FUTUROS	64
	Referências	66
	Anexos	72
	ANEXO A – ALGORÍTIMO VECTOR FITTING	73
A.1	Iteração de Sanathanan-Koerner	73
A.2	Iteração de Sanathanan-Koerner Generalizada	74
A.3	Iteração Vector Fitting	76

1 INTRODUÇÃO

1.1 Sistemas de Energia Elétrica

A Eletricidade é a principal fonte de energia do mundo moderno. Todas as atividades que exercemos, sendo elas cotidianas, profissionais ou de lazer, quase sempre dependem dela. No Brasil, a principal forma de geração de energia elétrica são as usinas hidrelétricas, seguida pelas termelétricas (ELETROBRAS, 2018), como aponta o gráfico da matriz elétrica brasileira na figura 1.

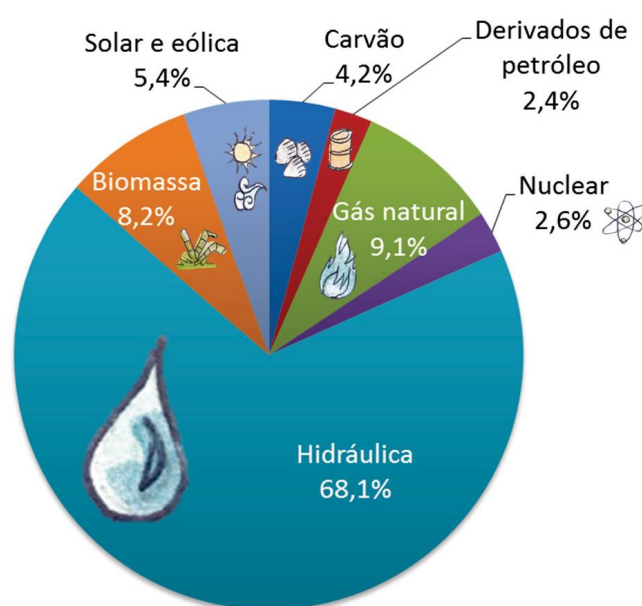


Figura 1 – Matriz Elétrica Brasileira (Fonte: EPE, 2018).

Em países com grande quantidade de rios com desníveis, como é o caso do Brasil, as hidrelétricas são soluções economicamente vantajosas, em função do aproveitamento da queda das águas para girar as pás das turbinas e, através de geradores, transformar energia mecânica em energia elétrica.

Para um país com dimensões continentais, diferentes potenciais hidrográficos e relevos variados, busca-se soluções para o fornecimento de energia elétrica a todo o território. A interligação das usinas hidroelétricas concilia os regimes hidrológicos de diversas bacias hidrográficas, regularizando o atendimento da demanda na área de abrangência. Do ponto de vista da economia de espaço físico, a interligação permite otimizar o aproveitamento da energia potencial estocada nos reservatórios das usinas; em contrapartida, as perdas relativas de energia no sistema interligado são maiores do que nos sistemas regionais devido à transferência de cargas a longas distâncias (REIS, 2000).

Na década de 1950, no Brasil, existiam sistemas e empresas de energia isolados, sendo que a transmissão a longa distância era feita ponto a ponto, ou seja, da usina para o centro de

consumo. Com o passar do tempo, esses sistemas isolados foram se interligando, resultando em uma rede única, como um circuito elétrico com milhares de quilômetros de extensão. Foi desenvolvido um mapa da evolução das linhas de transmissão no território brasileiro, desde a década de 1960 contemplando empreendimentos existentes e planejados pela Eletrobras até 2026. Este mapa encontra-se na figura 2 e mostra as principais linhas de transmissão do país, ilustrando a crescente complexidade do sistema.

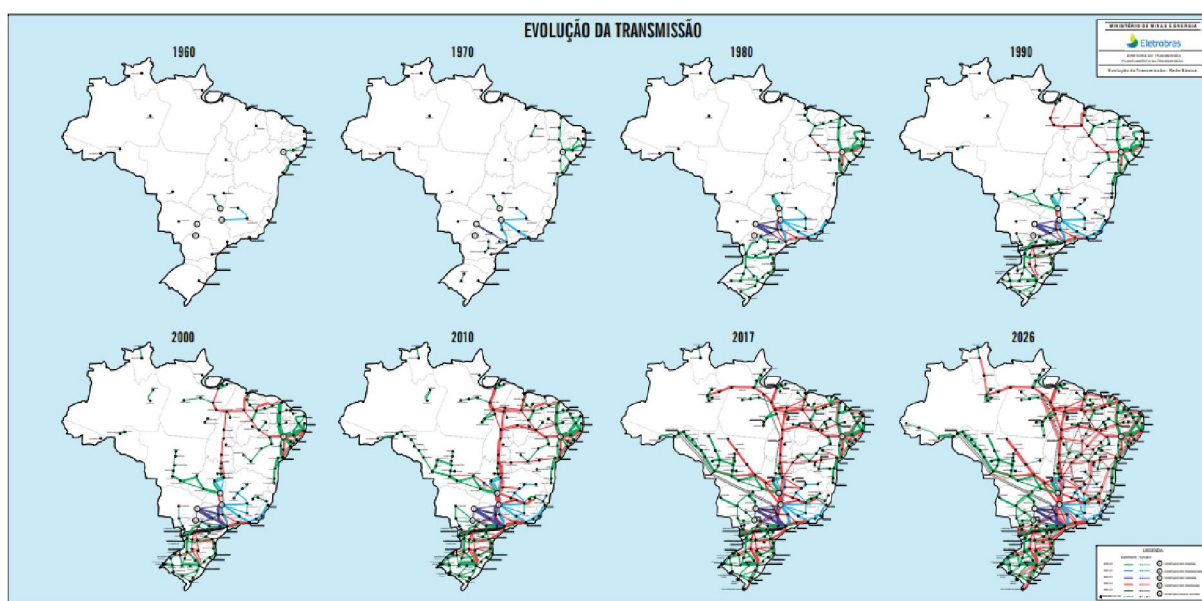


Figura 2 – Evolução da Transmissão do Sistema Elétrico Brasileiro (Fonte: ELETROBRAS, 2018).

Além do tamanho físico, a análise de um sistema de energia elétrica apresenta alta complexidade dado o número de variáveis necessárias para a sua representação adequada. Por exemplo, mesmo para estudos simplificados, considerando operação em regime estacionário, podem ser necessárias milhares de equações algébricas não-lineares. Em estudos dinâmicos, trabalha-se com um número equivalente de equações diferenciais (MONTICELLI; GARCIA, 1999).

Atualmente, o Brasil é o terceiro maior produtor de energia elétrica a partir de recursos hídricos do mundo, totalizando, em 2015, 9% da produção mundial (INTERNATIONAL ENERGY AGENCY, 2017). Essa alta porcentagem de geração hidrelétrica no território leva à necessidade de maior planejamento, uma vez que muitas usinas partilham um mesmo rio ou uma mesma bacia hidrográfica. Os gerenciamentos dos reservatórios são independentes e a utilização mais racional da água deve ser feita de maneira coordenada visando um resultado ótimo, ou quase ótimo. Além disso, existem usos múltiplos dos recursos hídricos: irrigação, saneamento, navegação, etc (MONTICELLI; GARCIA, 1999).

Embora seja a maior parte, a geração a partir da força da água não é a única utilizada no Brasil, além da já citada queima de combustíveis fósseis e das usinas nucleares, há também a crescente presença de fontes renováveis no processo de geração de energia elétrica, como a energia solar fotovoltaica, eólica e biomassa (CCEE, 2018). A geração de fontes alternativas

e as diferentes tecnologias que envolvem esse processo têm sua integração à rede facilitada devido ao crescente uso de *smart grids*. As também chamadas redes inteligentes são sistemas de distribuição e transmissão de energia elétrica que usam recursos digitais para fazer com que o sistema opere de forma mais eficiente e sustentável (FALCÃO, 2009).

Outro aspecto que se tornou importante recentemente são as micro e minigerações distribuídas. Desde 2012, quando entrou em vigor a Resolução Normativa ANEEL nº 482/2012, o consumidor brasileiro pode gerar sua própria energia elétrica a partir de fontes renováveis ou cogeração qualificada e inclusive fornecer o excedente para a rede de distribuição de sua localidade (ANEEL, 2018). Estas novas formas de geração são outras variáveis a se adicionar no complexo sistema que é o sistema elétrico brasileiro.

O caso brasileiro, assim como outros países no mundo que possuem grandes extensões territoriais e grande fluxo de transmissão de cargas, mostra como os sistemas elétricos de potência, com o passar dos anos, foram se tornando redes cada vez mais extensas e interconectadas, gerando diversos desafios aos engenheiros que projetam equipamentos para esse sistema ou estudam fenômenos relacionados ao seu funcionamento. Entre estes desafios, destacam-se dois pontos de particular interesse para este trabalho. O primeiro é a necessidade do desenvolvimento de modelos que reproduzam de forma fiel, e em uma larga faixa de frequências, as características de equipamento ou subsistemas do sistema elétrico de potência. Estes modelos subsidiam o estudo de fenômenos eletromecânicos e/ou eletromagnéticos. O segundo contempla as questões de monitoramento das condições de estabilidade eletromecânica através da determinação de modos de resposta do sistema elétrico. Estes dois problemas nos remetem a soluções via técnicas de identificação de sistemas, cujos fundamentos estão descritos a seguir.

1.2 Identificação de Sistemas

O comportamento temporal de sistemas, sejam estes de áreas mais técnicas como os aplicados à engenharia elétrica, engenharia mecânica e à engenharia de processos ou sistemas não-técnicos tais como referentes à biologia, medicina, química, física, economia e etc, podem ser descritos por modelos matemáticos. Isso é afirmado pela teoria de sistemas. No entanto, a aplicação da teoria de sistemas requer que os modelos matemáticos para o comportamento estático e dinâmico do sistema e de seus elementos sejam conhecidos. O processo de desenvolver um modelo adequado é chamado de modelagem (AGUIRRE, 2004) (LJUNG, 1999) (PINTELO; SCHOUKENS, 2004).

Um sistema é entendido como um confinamento de combinações de entidades que se afetam mutuamente. Essas combinações são chamadas de processos, que nada mais são que o transporte de material, de energia e/ou informações. Múltiplos processos formam um sistema, como por exemplo uma planta de energia, uma fábrica, um sistema de aquecimento ou uma planta de produção de plástico. O comportamento do sistema é, portanto, definido pelo comportamento dos diversos processos que o formam. A derivação matemática de um sistema e a modelagem de seus processos, bem como a representação de seu comportamento

baseando-se em medições de sinal é chamado de análise de sistemas e/ou análise de processos (ISERMANN; MÜNCHHOF, 2010). Portanto, pode-se falar de identificação de sistemas quando aplica-se técnicas de análise e modelagem a sistemas experimentais, a fim de reproduzir o mais próximo possível seu comportamento original.

O processo de identificação de sistemas pode ser dividido em três categorias: caixa branca, caixa cinza e caixa preta, também muito conhecidos por seus nomes em inglês: *white-box*, *gray-box* e *black-box*, respectivamente. Os modelos caixa branca e caixa cinza, tentam imitar características da topologia física de um sistema conhecido sendo que, no modelo caixa branca, todas as características físicas e parâmetros do sistema são conhecidos. Já no modelo caixa cinza, apenas uma parte destas características é conhecida e acaba-se fazendo uma modelagem que mistura características de um modelo caixa branca com análise de dados experimentais (CORRÊA; AGUIRRE, 2004). Esse processo de modelagem, no entanto, torna-se cada vez mais difícil conforme a complexidade do sistema estudado aumenta, ou ainda, quando poucas características da topologia desse sistema são conhecidas.

Nestes casos, utiliza-se a técnica caixa preta, que busca criar modelos que reproduzam o comportamento de estruturas físicas existentes, baseando-se nas suas variáveis de entrada e saída, obtidas por instrumentos de medição e observação. Nenhuma característica interna do sistema é utilizada na construção do modelo (LJUNG, 1999).

A Macromodelagem possibilita a divisão de um sistema em partes menores, que possam ser mais facilmente trabalhadas, como grandes circuitos, redes ou sistemas. Mesmo que a simulação de um sistema inteiro seja possível, é mais prático identificar subsistemas e substituí-los por seus modelos correspondentes. Essa subdivisão é a chave para garantir a escalabilidade dos sistemas (GRIVET-TALOCIA; GUSTAVSEN, 2016).

O estudo de macromodelos é um aliado da engenharia de controle, de maneira a estudar estruturas consideradas complexas, mas que se divididas em partes menores, podem ser controladas almejando, portanto, reduzir custos e aumentar o desempenho (ISERMANN; MÜNCHHOF, 2010).

1.2.1 Identificação de Modelos em Sistemas Elétricos de Potência

No âmbito da engenharia elétrica, mais particularmente na área de sistemas elétricos de potência, criam-se modelos que estimam o comportamento de um equipamento ou um sistema de potência a fim de que estes modelos contemplem os efeitos parasitas dependentes da frequência, ou ainda, que estimem o comportamento deste equipamento ou sistema em situações de sinais transientes.

Ao aplicar as técnicas de identificação a sistemas elétricos de potência, temos duas abordagens que serão o alvo deste trabalho:

- (a) estimação de modos eletromecânicos do sistema interligado visando análise de estabilidade e,
- (b) estimação de (macro)modelos dinâmicos de equipamentos do sistema visando ana-

lise/realização de simulações de transitórios eletromagnéticos.

A primeira abordagem para a modelagem de sistemas elétricos de potência é estimação de modos eletromecânicos de sistemas afetados por sinais transientes. Para melhor compreensão do problema, faz-se necessária uma curta explicação do que são sinais ambiente e sinais transiente, assim como um apanhado das principais nomenclaturas para esses sinais com base na literatura.

O sinal de resposta ambiente corresponde às medições realizadas durante o período de operação ambiente, também chamado de período normal de operação ou regime permanente. Nesse período, o sistema pode ser considerado como um sistema linear (em torno do ponto de operação) e as excitações (variações de carga) podem ser aproximadas como sendo randômicas (ruído gaussiano). A saída do sistema é, portanto, de natureza estocástica.

O sinal de resposta transiente corresponde às medições do sistema durante um período de operação transiente, também chamado de período pós-falha ou período transitório, o qual é iniciado após uma perturbação ter sido aplicada ao sistema ou a ocorrência de uma falha. Esta resposta é normalmente caracterizada por um grande desvio na frequência ou em outras medições, como, por exemplo, o fluxo de potência em uma linha de transmissão. A esse sinal transiente também é dado o nome de sinal *ringdown*, devido ao seu comportamento oscilatório após a ocorrência do distúrbio. Por sua vez, muitos autores também denominam esse período transitório como período *ringdown* (THAMBIRAJAH; BAROCIO; THORNHILL, 2010). Neste trabalho, os termos "sinal transiente" e "sinal *ringdown*" serão utilizados como sinônimos.

Como primeiro foco de estudo, será abordada a identificação de modos eletromecânicos aplicada a sinais do tipo *ringdown*. Entre os métodos utilizados nesta aplicação, pode-se citar, por exemplo, o Método de Prony, o qual foi um dos primeiros a ser aplicado a sinais transientes (SARKAR T.K. ; PEREIRA, 1995), há também aplicações com o algoritmo *Vector Fitting* (VF) (PAPADOPOULOS et al., 2016) (SCHUMACHER; OLIVEIRA; KUIAVA, 2018) e o método *Subspace* (SARMADI; VENKATASUBRAMANIAN, 2014).

Outro método também frequentemente usado na identificação de modos para sinais transientes é o método *Matrix Pencil* (MP), o qual foi introduzido por HUA; SARKAR (1990b) como sendo um novo método de estimação de pólos e resíduos a partir de sequências senoidais exponencialmente amortecidas ou não amortecidas. Seu uso a partir daí se tornou constante. O método MP apresenta resultados satisfatórios de filtragem, colaborando para a redução do custo computacional (JEREMIAS et al., 2012). O método consiste num processo direto, sem etapas iterativas ou definição de polos iniciais, como é o caso do método VF. Através do MP, esses polos são definidos por um problema de autovalor generalizado (SARKAR T.K. ; PEREIRA, 1995).

No entanto, a análise de eficiência do MP ainda não está completa, principalmente no que se refere à comparação de seu desempenho com outros algoritmos de identificação que atuam em problemas similares. Nesta categoria, destaca-se o VF, já amplamente usado e consolidado em problemas de modelagem como os citados no início desta seção. Mais

informações sobre essa abordagem, encontra-se no capítulo 3.

A segunda abordagem deste trabalho consiste na criação de um modelo de um equipamento e/ou de uma rede equivalente no domínio da frequência, denominado *Frequency-Dependent Network Equivalent* (FDNE), com o objetivo de estudar oscilações eletromagnéticas. Tal modelo visa estudar a interação entre equipamentos de um sistema elétrico e os transitórios gerados por esta interação, transitórios estes que podem ser a causa de falhas em equipamentos (CIGRE; JWG; A2/C4.52, 2019a).

O estudo dessa interação, tanto do ponto de vista de sobretensões nos terminais dos equipamentos como também internamente aos mesmos, requer a realização de simulações de transitórios cuja confiabilidade dos resultados depende diretamente da modelagem adequada do equipamento ou do sistema estudado em uma grande gama de frequências (SCHUMACHER et al., 2018). Uma técnica já amplamente utilizada nesta aplicação é o algoritmo *Vector Fitting* (GUSTAVSEN; SEMLYEN, 1999).

Outra técnica que pode ser utilizada neste problema é o algoritmo *Matrix Pencil*. Este foi adaptado para trabalhar com modelos FDNE por SHESHYEKANI et al. (2012), sendo que os autores utilizaram uma transformada inversa de fourier para converter o sinal do domínio da frequência para o domínio do tempo. No entanto, este algoritmo só se mostra eficaz para sinais de alta frequência, com amostras espaçadas linearmente. Em CHAVARIN; NAREDO, 2017 são apresentadas duas alternativas ao método de SHESHYEKANI et al., de modo a contornar algumas das limitações que ele apresentava. Porém, fora os dois trabalhos citados, não encontra-se, até o momento atual, fontes bibliográficas mais detalhadas sobre o algoritmo *Matrix Pencil* aplicado em problemas no domínio da frequência. No desenvolvimento deste trabalho, foram enfrentadas muitas dificuldades ao tentar aplicar o algoritmo a dados experimentais, devido à falta de detalhes no material disponível na literatura. Após várias tentativas foi possível fazer o algoritmo funcionar para os casos de sinais medidos em frequências linearmente espaçadas. Propõe-se, portanto, uma comparação entre os algoritmos *Matrix Pencil* desenvolvidos nos artigos citados através de estudos de caso com dados reais. Esta aplicação será mais amplamente discutida no capítulo 4.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 OBJETIVO GERAL

Analisar soluções para os problemas de modelagem e simulação de sistemas em problemas envolvendo sistemas elétricos de potência. Entre as soluções existentes, dá-se enfoque ao método *Matrix Pencil*.

1.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Abordar o desenvolvimento teórico da técnica *Matrix Pencil* e suas adequações aos problemas determinados pelo trabalho;

- Aplicar o *Matrix Pencil* na identificação de modos eletromecânicos de sinais transientes/*ringdown*.
- Aplicar o *Matrix Pencil* na identificação de modelos do tipo FDNE.
- Avaliar o desempenho e a precisão do método *Matrix Pencil* a partir de estudos de caso utilizando dados de sistemas reais.

1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente documento está estruturado da seguinte forma:

Capítulo 2 Resumo para recapitular as bases matemáticas necessárias para a melhor compreensão do algoritmo *Matrix Pencil*, como classificação de matrizes, problema do valor singular e autovalor, transformadas, dentre outros.

Capítulo 3 Revisão da técnica *Matrix Pencil* de sua maneira geral, elucidando o desenvolvimento do algoritmo, bem como sua aplicação à problemas no domínio do tempo, com três estudos de caso para a validação do algoritmo, comparando-o com a técnica *Vector Fitting*.

Capítulo 4 Adaptação do raciocínio utilizado no capítulo 3 para aplicar a mesma técnica no domínio da frequência, junto a três estudos de caso para a validação. Faz-se, neste capítulo, uma comparação de desempenho entre quatro variantes do algoritmo *Matrix Pencil*.

Capítulo 5 Conclusões do trabalho.

2 FUNDAMENTOS MATEMÁTICOS

2.1 INTRODUÇÃO

A proposta da revisão de literatura deste capítulo é fornecer as bases necessárias para a melhor compreensão dos cálculos envolvidos no método *Matrix Pencil* aplicado em problemas de identificação de sistemas. Neste trabalho, abordou-se duas aplicações diferentes introduzidas no capítulo 1 e que serão mais amplamente discutidas nos capítulos 3 e 4.

Como o nome sugere, o método *Matrix Pencil* utiliza propriedades matriciais, bem como alguns conceitos de álgebra linear como o cálculo de autovalores e valores singulares. Os autovalores são úteis na análise de métodos de identificação, também na convergência de métodos iterativos na solução de sistemas de equações algébricas e na análise de estabilidade e de técnicas de resolução de sistemas de equações diferenciais (NASCIMENTO, 2012). Outro conceito, muito importante para o desenvolvimento do algoritmo e revisado neste capítulo, é a definição do problema de autovalor generalizado.

Já a técnica matemática de decomposição em valores singulares possui várias aplicações como em análises estatísticas (GREENACRE, 1984) ou também em criptografia ou compressão de imagens (YAO et al., 2017). No caso específico do *Matrix Pencil*, utiliza-se esta técnica para a realização de uma filtragem dos dados da amostra a fim de amenizar a interferência do ruído presente.

No caso de aplicação do *Matrix Pencil* que envolve a modelagem de sistemas no domínio da frequência, abordado no capítulo 4, é necessária a retomada de conceitos de transformadas de Fourier e de Laplace que serão aplicados aos dados amostrais utilizados nos estudos de caso.

2.2 TIPOS DE MATRIZES

Tendo em vista o contínuo uso de cálculos matriciais e suas propriedades nos métodos a serem estudados, julgou-se necessário destacar a nomenclatura, bem como a representação de algumas classes de matrizes muito utilizadas nas deduções subsequentes (HOWARD; RORRES, 2001).

1. Matriz Ortogonal

Quando o produto de uma matriz A por sua transposta resulta na matriz identidade, isto é, $AA' = I$, esta é chamada de matriz ortogonal;

2. Matriz Simétrica

Se a Matriz A for simétrica, então ela será igual à sua transposta: $A = A'$;

3. Matriz Hermitiana

A Matriz Hermitiana, denotada por A^H , é a matriz transposta conjugada da matriz A ;

4. Matriz Toeplitz

Também chamada de matriz de diagonais constantes, é uma matriz em que cada diagonal descendente da esquerda para a direita tem valor constante. Um exemplo é:

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c & d & e \\ f & a & b & c & d \\ g & f & a & b & c \\ h & g & f & a & b \\ j & h & g & f & a \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

2.3 AUTOVALORES E AUTOVETORES

Nesta seção, serão discutidas as definições e algumas propriedades envolvendo autovalores e autovetores. Inicialmente será considerado um problema de autovalor padrão do tipo $A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$. Em seguida será introduzido o conceito de problema de autovalor generalizado da forma $A\mathbf{x} = \lambda B\mathbf{x}$, que é o caso específico do método *Matrix Pencil*.

Seja uma matriz $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ e um vetor não nulo $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^n$, de forma que $A\mathbf{x}$ seja um múltiplo de \mathbf{x} , então define-se um escalar $\lambda \in \mathbb{C}$ de forma que:

$$A\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}, \quad (2.2)$$

em que o vetor \mathbf{x} é chamado de autovetor da matriz A pertencente ao autovalor λ .

Algumas definições e teoremas importantes a respeito de autovalores e autovalores (NASCIMENTO, 2012),(HOWARD; RORRES, 2001):

1. Considerando a equação ((2.2)) satisfeita, o escalar λ é chamado de autovalor associado ao autovetor \mathbf{x} ;
2. O par (λ, \mathbf{x}) é chamado de autopar de A ;
3. Seja uma matriz $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ hermitiana, então todos os autovalores de A serão números reais;
4. Considerando a equação ((2.2)) satisfeita, o vetor não nulo $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^n$ é chamado de autovetor à direita da matriz $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$;
5. Similarmente ao item anterior, o vetor não nulo $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^n$ é denominado autovetor à esquerda de A correspondente a um autovalor μ se:

$$\mathbf{y}^H A = \mu \mathbf{y}^H \quad (2.3)$$

2.4 PROBLEMA DO AUTOVALOR GENERALIZADO

Uma Matriz Pencil é caracterizada como $A - \lambda B$, com $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ e $B \in \mathbb{C}^{n \times n}$ parametrizadas por um escalar $\lambda \in \mathbb{C}$. Quando A for uma matriz quadrada de ordem $n \times n$ e $B = I$, em que I é a matriz identidade de ordem n , as raízes da equação $\det(A - \lambda B) = 0$

serão os autovalores de A , como o caso padrão mostrado na seção anterior. Então, o problema de encontrar soluções não triviais da equação

$$A\mathbf{x} = \lambda B\mathbf{x}, \quad (2.4)$$

é chamado de problema de autovalor generalizado (SAMPAIO; LECKAR, 2015). Importante destacar algumas definições para que o problema do autovalor generalizado seja corretamente apresentado:

1. Um vetor não nulo $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^n$ é denominado autovetor generalizado do par (A, B) , em que A e B são matrizes quadradas de ordem $n \times n$, se existir um escalar $\lambda \in \mathbb{C}$, de modo que a equação (2.4) seja verdadeira. Então, λ é denominado autovalor do par (A, B) . De forma análoga, um vetor não nulo $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^n$ será um autovetor generalizado à esquerda correspondente ao autovalor μ se:

$$\mathbf{y}^H A = \mu \mathbf{y}^H B \quad (2.5)$$

os pares (λ, \mathbf{x}) e (μ, \mathbf{y}) são chamados de autopar à direita e autopar à esquerda de (A, B) , respectivamente.

2. A matriz $A - \lambda B$ é denominada Matriz Pencil ou pencil das matrizes A e B .
3. O polinômio $p(\lambda) = \det(A - \lambda B)$ é denominado polinômio característico do par de matrizes (A, B) . As raízes deste polinômio são os autovalores associados ao problema de autovalor generalizado dado na equação (2.4).

Para $B = I$ ou se B for uma matriz não singular, então $p(\lambda)$ será um polinômio de grau n . Desta forma, haverá n autovalores associados à Matriz Pencil $A - \lambda B$. Por outro lado, se $B \neq I$ ou se B for singular, o número de autovalores poderá ser zero ou infinito.

4. Se $p(\lambda)$ não for identicamente nulo (todos os coeficientes iguais a zero) para pelo menos um valor de λ , então a Matriz Pencil $A - \lambda B$ será denominada regular. Caso contrário, será denominada singular.

Uma matriz regular sempre terá um número finito de autovalores (STEWART, 2001). Para melhor compreensão, observa-se que $A\mathbf{x} = \lambda B\mathbf{x}$, com $\mathbf{x} \neq 0$, se e somente se, $\det(A - \lambda B) = 0$. Agora $p(\lambda) = \det(A - \lambda B)$ será um polinômio de grau $m \leq n$. Desta forma, se a Matriz Pencil for regular, o polinômio $p(\lambda)$ não será identicamente zero e assim terá como solução m raízes correspondentes aos autovalores do par (A, B) . Caso a matriz B não seja singular, a Matriz Pencil terá exatamente n autovalores. Assim, um problema de autovalor generalizado pode se tornar um problema de autovalor padrão da forma

$$B^{-1}A\mathbf{x} = \lambda I\mathbf{x} \quad (2.6)$$

2.5 DECOMPOSIÇÃO EM VALORES SINGULARES

A decomposição em valores singulares é utilizada no algoritmo *Matrix Pencil* como um artifício de filtragem de dados. Nesta seção, apresenta-se a definição desta técnica matemática (NASCIMENTO, 2012).

Seja A uma matriz $m \times n$ com valores singulares $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r > 0$. Então, existe uma matriz ortogonal U , $m \times m$, uma matriz ortogonal V , $n \times n$, e uma matriz E , $m \times n$, tal que:

$$A = UEV' \quad (2.7)$$

em que:

1.

$$E = \begin{bmatrix} D & \vdots & 0 \\ \dots & \vdots & \dots \\ 0 & \vdots & 0 \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \vdots & 0 \\ \dots & \ddots & \dots \\ 0 & \vdots & \sigma_r \end{bmatrix}; \quad (2.8)$$

2. $V = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n]$ diagonaliza ortogonalmente $A'A$;

3. Os vetores coluna de V são ordenados tal que $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r > 0$;

4.

$$\mathbf{u}_i = \frac{A\mathbf{v}_i}{\|A\mathbf{v}_i\|} = \frac{1}{\sigma_i} A\mathbf{v}_i, \quad i = 1, 2, \dots, r; \quad (2.9)$$

5. $U = [\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_r]$ é uma base ortonormal do espaço coluna de A ;

A fatoração descrita acima é chamada de decomposição em valores singulares de A . As colunas da matriz U são chamadas de vetores singulares à esquerda de A e as colunas da matriz V são chamadas de vetores singulares à direita da matriz A . (NASCIMENTO, 2012)

2.6 TRANSFORMADA DE FOURIER

Ao trabalhar com o *Matrix Pencil* na definição de um modelo FDNE, chega-se à necessidade de transformar dados do domínio da frequência para o domínio do tempo, para isso, utiliza-se as técnicas de transformadas de Fourier, que serão revisadas nessa seção.

2.6.1 Transformada Contínua de Fourier

A transformada de Fourier para um sinal contínuo é definida por (OPPENHEIM; SCHAFFER, 2014):

$$Y(j\omega) = \int_0^{\infty} y(t)e^{-j\omega t} dt \quad (2.10)$$

e sua inversa é dada por:

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y(j\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2.11)$$

em que $y(t)$ é o sinal no tempo contínuo, $t \in \mathbb{R}$, e $Y(j\omega)$ é sua representação no domínio da frequência, sendo f a frequência em Hertz e $\omega = 2\pi f$ a frequência angular em rad/s.

2.6.2 Transformada Discreta de Fourier (DFT)

Em computação numérica, trabalha-se com dados finitos. O número de amostras no tempo discreto $y[n]$ e seu espectro na frequência $Y[k]$ devem ser limitados (OPPENHEIM; SCHAFER, 2014). Portanto, a transformada discreta de fourier (DFT) de um sinal limitado no domínio do tempo resulta em um sinal de mesmo número de amostras no domínio da frequência.

A DFT de um sinal discreto com N amostras é dado por:

$$Y[k] = \sum_{n=0}^{N-1} y[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} \quad (2.12)$$

e a inversa é dada por:

$$y[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} Y[k] e^{j\frac{2\pi}{N}nk} \quad (2.13)$$

em que $y[n]$ é o sinal no tempo discreto ($n \in \mathbb{Z}$) e $Y(k)$ o sinal na frequência ($k \in \mathbb{Z}$).

As equações (2.12) e (2.13) podem ser calculadas, respectivamente, pelos algoritmos FFT e IFFT, desenvolvidos para diminuir a complexidade computacional envolvida no problema em questão e, desta forma, resolvê-lo mais rapidamente. (OPPENHEIM; SCHAFER, 2014)

2.7 TRANSFORMADA NUMÉRICA DE LAPLACE

Nas manipulações matemáticas de sinais elétricos de potência, utiliza-se, normalmente, o domínio da frequência. Em geral, as expressões neste domínio, resultantes de estudos práticos, são muito difíceis, se não impossíveis de serem resolvidas analiticamente. Esta dificuldade, no entanto, é superada através de métodos numéricos (MORENO; RAMIREZ, 2008). Inicialmente, a transformada inversa de fourier (IFT) era aplicada para converter dados do domínio da frequência para o domínio do tempo. Como esse método trazia certos erros de discretização e truncamento, modificações foram feitas até chegar à transformada numérica de Laplace (NLT) (WILCOX, 1978). Nessa seção, elenca-se os principais aspectos desse artifício matemático, bem como as técnicas utilizadas na literatura para a redução de erros numéricos no cálculo da transformada.

Dado um sinal temporal causal $y(t)$ e sendo $Y(s)$ sua imagem no domínio da frequência., define-se a variável de Laplace como $s = c + j\omega$ e a transformada de Laplace:

$$Y(c + j\omega) = \int_0^{\infty} y(t)e^{-(c+j\omega)t} dt \quad (2.14)$$

sua inversa é dada por:

$$y(t) = \frac{e^{ct}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Y(c + j\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (2.15)$$

em que ω representa a frequência angular e c é uma constante real positiva (MORENO; RAMIREZ, 2008).

É possível notar que, quando $c = 0$, as equações (2.14) e (2.15) correspondem às equações referentes às transformadas direta e inversa de Fourier, respectivamente, apresentadas na seção 2.6.1. Comparando as equações (2.10) e (2.14) conclui-se que a transformada de Laplace pode ser obtida aplicando a integral de Fourier a $y(t)e^{-ct}$, isto é, uma versão amortecida de $y(t)$. Portanto, c é conhecida como constante de amortecimento, como será visto a seguir, sua correta definição é fundamental para reduzir erros de *aliasing* (GÓMEZ; URIBE, 2009).

O cálculo da transformada inversa de Laplace gera oscilações em alta frequência denominadas oscilações de Gibbs, devido ao truncamento do *range* de integração, resultando em erros de amplitude do sinal transformado. A magnitude deste sinal pode ser corrigida pela sua multiplicação por uma janela de dados $\sigma(\omega)$ (GÓMEZ; URIBE, 2009). Dentre a variedade de funções de janela de dados existente, alguns exemplos podem ser encontrados na Tabela 1. Nas equações da tabela, Ω representa a frequência máxima do sinal.

Tabela 1 – Definindo equações de janela de dados

Janela	Equação
Blackman	$\sigma(\omega) = 0.42 + 0.5\cos(\pi\frac{\omega}{\Omega}) + 0.08\cos(2\pi\frac{\omega}{\Omega})$
Hanning	$\sigma(\omega) = \frac{1+\cos(\pi\omega/\Omega)}{2}$
Lanczos	$\sigma(\omega) = \frac{1+\sin(\pi\omega/\Omega)}{\pi\omega/\Omega}$
Riez	$\sigma(\omega) = 1 - \left \frac{\omega}{\Omega}\right ^2$

Para os erros de *aliasing*, provocados pela discretização da variável contínua ω , a compensação utilizada dá-se através da constante c , seu valor é baseado em regras empíricas. Uma relação bastante utilizada atualmente é a proposta por Wedepohl (WEDEPOHL, 1983), o qual mostrou que o erro de *aliasing* pode ser reduzido ao aumentar o número de amostras (N):

$$c = \frac{\ln(N^2)}{T} \quad (2.16)$$

em que T é o período de observação no tempo e é dado por $T = 2\pi/\Delta\omega$, sendo $\Delta\omega$ o intervalo de amostragem na frequência.

Portanto, como apresentado por MORENO; RAMIREZ, 2008, a transformada numérica de Laplace é dada por:

$$Y[k] = \Delta t \sum_{n=0}^{N-1} y[n] e^{-\frac{cTn}{N}} e^{-\frac{j2\pi kn}{N}} \quad (2.17)$$

em que $k, n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ e Δt o intervalo de amostragem no tempo. Sua inversa é dada por:

$$y[n] = \frac{e^{cn\Delta t}}{\Delta t} Re \left\{ \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} Y[k] \sigma[k] e^{\frac{j2\pi kn}{N}} \right\} \quad (2.18)$$

em que σ é a função janela de dados.

3 MÉTODO MATRIX PENCIL NO DOMÍNIO DO TEMPO

3.1 INTRODUÇÃO

A estabilidade de um sistema elétrico de potência é a habilidade deste, dadas condições iniciais, de retornar ao estado de equilíbrio de operação (regime estacionário) após ser submetido a uma perturbação física, com a maioria de suas variáveis limitadas, de tal maneira que praticamente todo o sistema permaneça intacto (KUNDUR et al., 2004). Esta definição aplica-se ao sistema como um todo, mas, frequentemente, a estabilidade de um determinado equipamento também é objeto de estudo.

Na análise de estabilidade, propõe-se, na literatura (KUNDUR et al., 2004), algumas classificações conforme o tipo de abordagem do problema. Essas subdivisões dependem de fatores como, por exemplo, a grandeza física na qual se observa o fenômeno de estabilidade; tamanho da perturbação considerada; e também o tempo de observação que deve ser considerado para chegar à estabilidade. Problemas locais são associados com a oscilação de uma única central elétrica com o restante do sistema, já problemas globais, também chamados de oscilações *inter-área*, são causados pela interação de grandes grupos de geradores e tem efeitos muito mais difundidos pelo sistema (KUNDUR et al., 2004).

Em particular interesse para este trabalho está a estabilidade de sistemas de potência que, após perturbações, deveriam manter o sincronismo entre si, ou seja, possuem a habilidade de manter o equilíbrio do torque eletromagnético e mecânico. Tal problema de estabilidade envolve o estudo de oscilações eletromecânicas inerentes do sistema elétrico de potência. A instabilidade pode ocorrer na forma de oscilações angulares crescentes de alguns geradores levando à perda de sincronismo com outros geradores (KUNDUR et al., 2004).

As oscilações eletromecânicas fazem parte do funcionamento dos sistemas elétricos de potência. Conforme as redes elétricas vêm operando cada vez mais próximas a seus limites, monitorar a estabilidade se torna de extrema importância. Oscilações pouco amortecidas podem causar diversos problemas, como por exemplo na distribuição de energia ou comprometendo o funcionamento de equipamentos. Para prevenir tais acidentes, a análise dos modos eletromecânicos é feita a partir de dados de medição e técnicas de identificação (SANCHEZ-GASCA, 2010).

Devido à larga escala dos sistemas elétricos de potência e à baixa frequência de oscilações inter-área, sistemas de monitoramento de grandes áreas (*WAM -Wide Area Monitoring*) são necessários para detectar instabilidades na rede. As medições são feitas por unidades de medição fasorial (*PMU -Phasor Measurement Units*), as quais extraem os fasores (magnitude e ângulo de fase) dos sinais de corrente e diferença de potencial de um sistema elétrico de potência. Todos os ângulos de fase utilizam uma mesma referência de instante de tempo, com o auxílio de um sistema GPS. Os dados são coletados, sincronizados com a mesma referência

de tempo e armazenados por concentradores de dados fasoriais (*PCU -Phasor Concentrators Units*) (ANNAKAGE et al., 2017) (RAY, 2017). A Figura 3 ilustra o processo de captação e processamento de dados descrito nesta seção. A Figura 4 mostra a imagem de um PMU utilizado para aquisição de dados de rede no laboratório de geração distribuída da Universidade Federal do Paraná (UFPR).

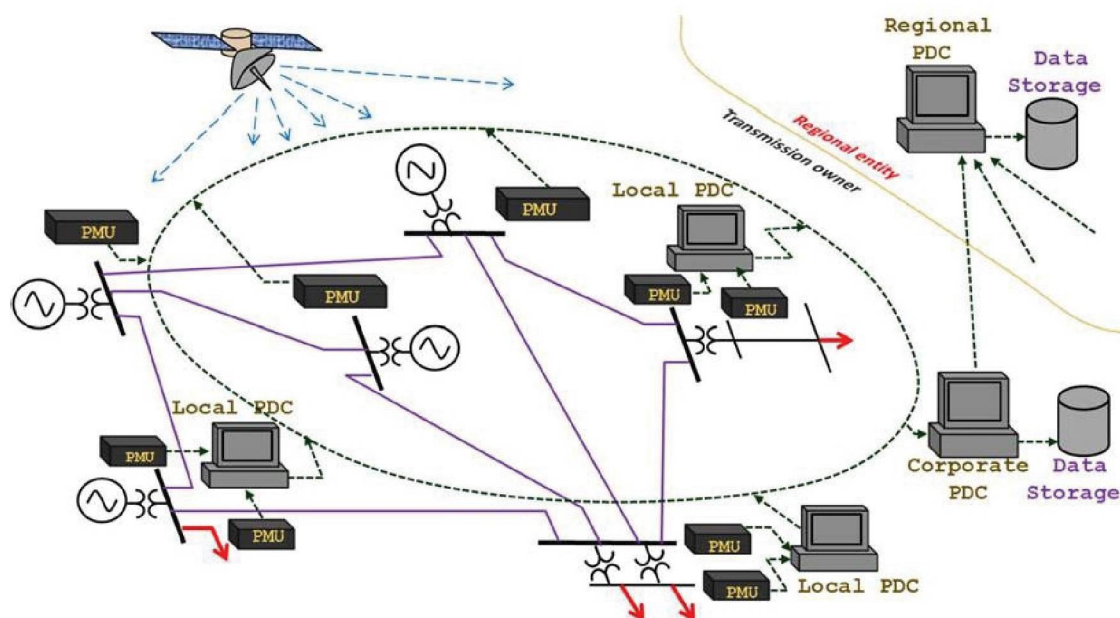


Figura 3 – Típica arquitetura de uma rede WAM (Fonte: ANNAKAGE et al.,2017).

Os dados de resposta do sistema de potência, obtidos pelos PMUs, podem ser classificados como dados de resposta ambiente ou transiente. Dados de resposta ambiente são aqueles correspondentes à operação em regime permanente do sistema, em que este pode ser aproximado a um sistema linear e as excitações por curvas aleatórias e gaussianas. A saída do sistema, portanto, é de natureza estocástica. Dados de resposta transiente são aqueles medidos após uma perturbação ou falha. Esta resposta é caracterizada por uma mudança nas características o que gera um desvio na frequência. O sinal de resposta transiente também é chamado na literatura de sinal *ringdown*. A Figura 5 exemplifica os dois tipos de sinais de operação. É possível observar o sinal durante o período de operação ambiente, com frequência variando em torno de 60 Hertz. A partir do instante em que há uma interferência, o desvio na frequência aumenta substancialmente e o sinal começa seu período de operação transiente.

Os métodos aplicados a estes diferentes tipos de operação são chamados de *mode-meter* e *ringdown*, respectivamente. Os métodos *mode-meter* são chamados desta maneira, pois eles estimam mais facilmente as frequências dos modos do que os índices de amortecimento, enquanto os métodos *ringdown* possuem este nome pois, trabalham com sinais caracterizados pelo comportamento oscilatório amortecido (THAMBIRAJAH; BAROCIO; THORNHILL, 2010). No caso de estimação de modos eletromecânicos de interesse a este trabalho, utilizou-se um método de estimação aplicado a sinais *ringdown*, o *Matrix Pencil*. Na Figura 6 os principais métodos de estimação aplicados a sinais transientes/*ringdown* estão organizados em uma árvore

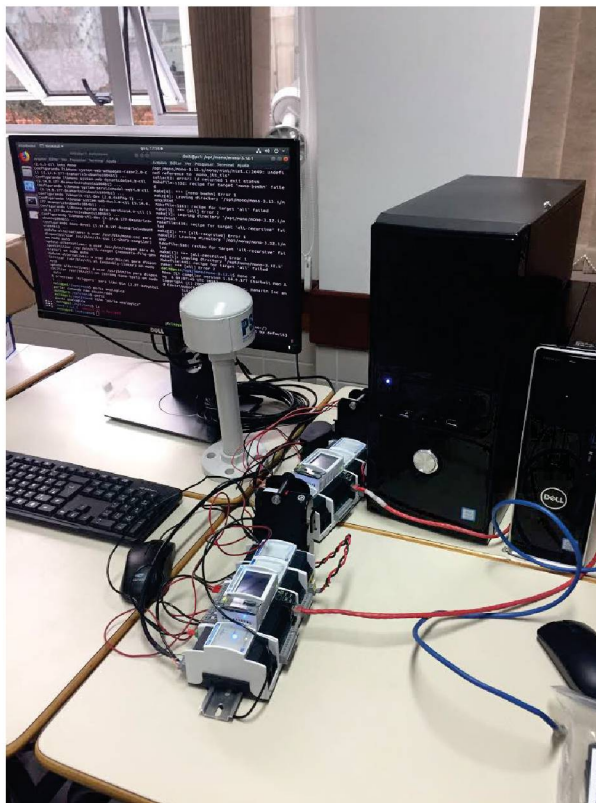


Figura 4 – PMU utilizado no laboratório de medições da UFPR (Fonte: Autor).

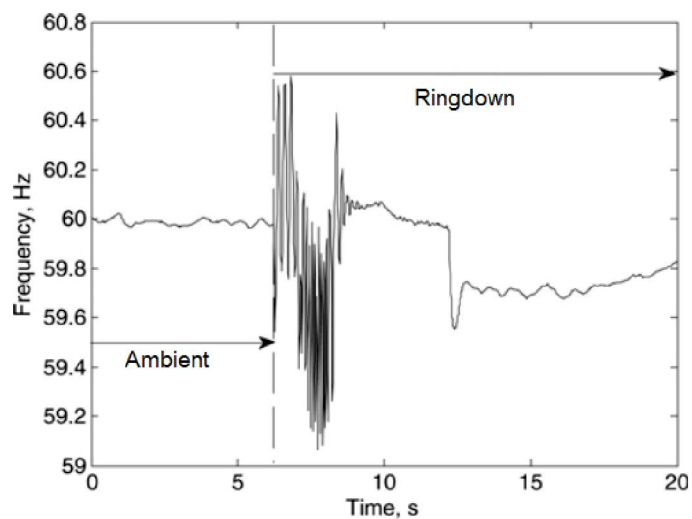


Figura 5 – Operação ambiente e transiente em um sistema elétrico de potência (Fonte: THAMBIRAJAH; BAROCIO; THORNHILL, 2010)

hierárquica conforme o tipo de aplicação adequado. O método MP é um método aplicado a sinais de resposta transientes, adquiridos de sistemas lineares e operantes do domínio do tempo.

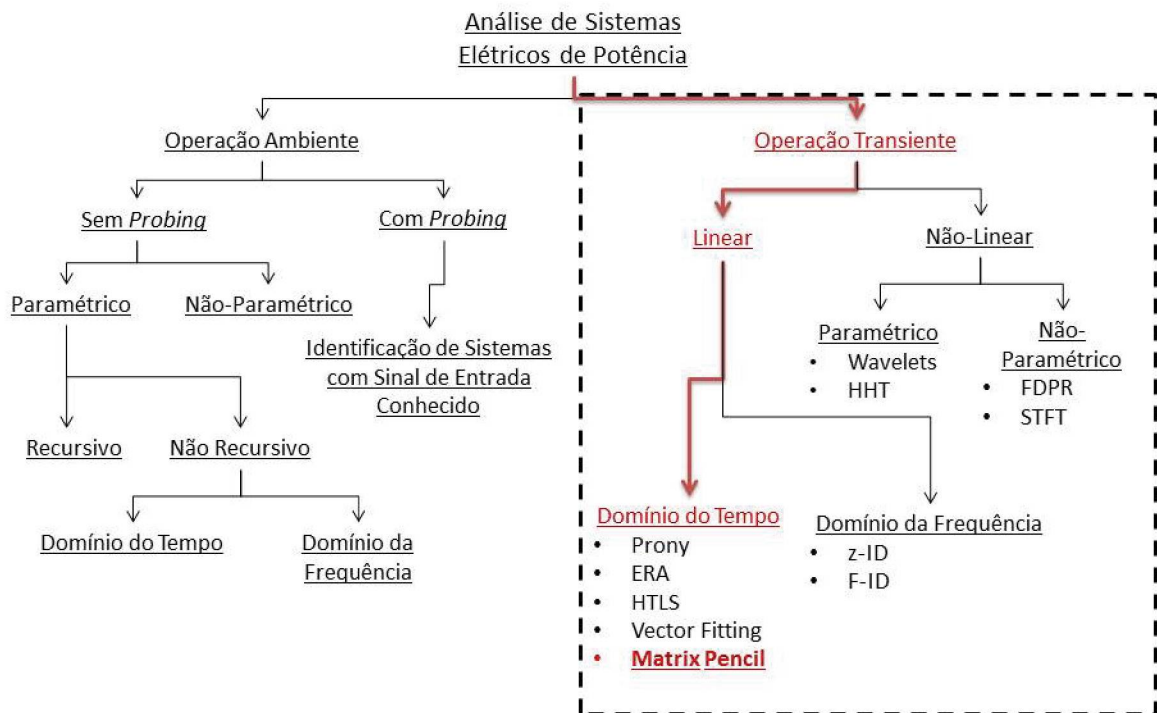


Figura 6 – Árvore hierárquica de algoritmos de identificação para sistemas elétricos de potência com foco na operação transiente (Adaptado de: THAMBIRAJAH; BAROCIO; THORNHILL, 2010)

3.2 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Quando um sistema elétrico de potência entra em uma condição transitória (modo de operação transiente), gerando dados de resposta transiente, a representação deste fenômeno é similar à representação de um impulso aplicado a um sistema linearizado (KENNAUGH; MOFFATT, 1965). Para um melhor estudo do comportamento do sistema em questão em uma situação de presença de sinal transiente, esses sinais, são modelados como uma soma de exponenciais (PIERRE et al., 2012). Portanto, representa-se um sinal transiente para um sistema SISO conforme seguinte formulação:

$$y(t) = x(t) + n(t) \approx \sum_{i=1}^M R_i e^{s_i t} + n(t), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (3.1)$$

em que:

$y(t)$: resposta no tempo observada;

$n(t)$: ruído no sistema;

$x(t)$: sinal;

R_i : resíduo complexa, sendo $R_i = A_i e^{j\phi_i}$;

A_i : amplitude;
 ϕ_i : fase;
 $s_i = -\alpha_i + j\omega_i$;
 α_i : fator de amortecimento;
 ω_i : frequência angular ($\omega_i = 2\pi f_i$).

O algoritmo de identificação *Matrix Pencil* usa, neste trabalho, a representação geral de um sinal transiente, como mostrado na equação (3.1), para estimar os modos eletromecânicos do sistema, representados por z_i como na equação (3.3) abaixo. A estimação dos fatores de amortecimento e as frequências angulares do sinal ringdown é essencial para a análise de estabilidade descrita na seção 3.1

Então, para o sinal amostrado da equação (3.1), substituiremos t por Δtk , em que Δt é o tempo de amostragem e k é um número natural:

$$y(\Delta tk) = x(\Delta tk) + n(\Delta tk) \approx \sum_{i=1}^M R_i z_i^k + n(\Delta tk), \quad k = 0, \dots, N-1 \quad (3.2)$$

e

$$z_i = e^{(-\alpha_i + j\omega_i)\Delta t}, \quad i = 1, 2, \dots, M. \quad (3.3)$$

3.3 FUNDAMENTAÇÃO DO MÉTODO

O principal objetivo do algoritmo *Matrix Pencil* é encontrar a melhor estimativa para R_i e z_i (equações 3.2 e 3.3). Portanto, uma vez que têm-se as N amostras ($k = 0, \dots, N-1$) do sinal, é montada uma matriz Hermitiana, conforme a seguir (SARKAR T.K. ; PEREIRA, 1995):

$$Y = \begin{bmatrix} y(k_0) & y(k_1) & \cdots & y(k_L) \\ y(k_1) & y(k_2) & \cdots & y(k_{L+1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(k_{N-L-1}) & y(k_{N-L}) & \cdots & y(k_{N-1}) \end{bmatrix}_{(N-L) \times (L+1)}, \quad (3.4)$$

em que L é chamado de parâmetro pencil. Este parâmetro é escolhido entre $N/2$ e $N/3$. Em seguida, criam-se novas submatrizes definidas por:

$$Y_1 = \begin{bmatrix} y(k_0) & y(k_1) & \cdots & y(k_{L-1}) \\ y(k_1) & y(k_2) & \cdots & y(k_L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(k_{N-L-1}) & y(k_{N-L}) & \cdots & y(k_{N-2}) \end{bmatrix}_{(N-L) \times (L)}, \quad (3.5)$$

$$Y_2 = \begin{bmatrix} y(k_1) & y(k_2) & \cdots & y(k_L) \\ y(k_2) & y(k_3) & \cdots & y(k_{L+1}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y(k_{N-L}) & y(k_{N-L+1}) & \cdots & y(k_{N-1}) \end{bmatrix}_{(N-L) \times (L)}. \quad (3.6)$$

É possível observar que Y_1 é obtida pela matriz Y ao descartar a última coluna. Por sua vez, a matriz Y_2 é obtida pela matriz Y após descartar a primeira coluna.

Pode-se escrever ainda:

$$Y_2 = Z_1 R_0 Z_0 Z_2, \quad (3.7)$$

$$Y_1 = Z_1 R_0 Z_2, \quad (3.8)$$

em que

$$Z_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ z_1 & z_2 & \cdots & z_M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{(N-L-1)} & z_2^{(N-L-1)} & \cdots & z_M^{(N-L-1)} \end{bmatrix}_{(N-L) \times M}, \quad (3.9)$$

$$Z_2 = \begin{bmatrix} 1 & z_1 & \cdots & z_1^{(L-1)} \\ 1 & z_2 & \cdots & z_2^{(L-1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & z_M & \cdots & z_M^{(L-1)} \end{bmatrix}_{M \times L}, \quad (3.10)$$

$$Z_0 = \begin{bmatrix} z_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & z_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & z_M \end{bmatrix}_{M \times M}, \quad (3.11)$$

$$R_0 = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & R_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & R_M \end{bmatrix}_{M \times M}. \quad (3.12)$$

Considerando agora a Matriz Pencil da forma:

$$Y_2 = \lambda Y_1, \quad (3.13)$$

ou seja

$$Y_2 - \lambda Y_1 = Z_1 R_0 Z_0 Z_2 - \lambda (Z_1 R_0 Z_2) = Z_1 R_0 (Z_0 - \lambda I) Z_2, \quad (3.14)$$

em que I é a matriz identidade $M \times M$ e λ é a raiz do polinômio característico $p(\lambda) = \det(Y_2 - \lambda Y_1)$ discutido na seção 2.4. Todas as raízes deste polinômio representam os autovalores associados à equação (3.13)

É demonstrado (HUA; SARKAR, 1990b) que o posto (*rank*) de $Y_2 - \lambda Y_1$ será, em geral, igual a M , desde que $M \leq L \leq N - M$. Entretanto, se $\lambda = z_i$, $i = 1, 2, \dots, M$, o posto da Matriz Pencil será reduzido para $M - 1$. Assim, como proposto por Sarkar (SARKAR T.K. ; PEREIRA, 1995), os parâmetros z_i da equação ((3.3)) podem ser obtidos através da solução de um problema de autovalores generalizado do par de matrizes Y_1 e Y_2 , representado pela equação (3.15):

$$Y_1^+ Y_2 - \lambda I = 0, \quad (3.15)$$

em que Y_1^+ é a pseudoinversa da matriz Y_1 (SARKAR T.K. ; PEREIRA, 1995):

$$Y_1^+ = \{Y_1^H Y_1\}^{-1} Y_1^H. \quad (3.16)$$

Devido à presença de ruído na captura de sinais em sistemas elétricos de potência, o problema de autovalor generalizado mostrado na equação (3.15) não encontra os verdadeiros modos do sistema. Portanto, a saída encontrada é a realização de uma filtragem anterior à resolução do problema de autovalor. A chamada pré-filtragem será abordada na seção 3.3.2, porém, para sua realização, é necessário primeiramente o cálculo da ordem estimada M .

3.3.1 Ordem Estimada

O próximo passo do método consiste na seguinte decomposição, também chamada de decomposição em valores singulares visto na seção 2.5:

$$Y = U E V^H, \quad (3.17)$$

em que:

$U \rightarrow$ Matriz composta pelos autovetores de $Y Y^H$

$V \rightarrow$ Matriz composta pelos autovetores de $Y^H Y$

$E \rightarrow$ Matriz diagonal contendo os valores singulares de Y , ordenados na diagonal principal de forma decrescente.

Com a matriz de valores singulares E calculada, é possível obter o parâmetro M , também chamado de estimação da ordem do sistema. Tal parâmetro é igual ao número de valores singulares significativos da matriz principal, definido por

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_{max}} \geq 10^{-p} \quad (3.18)$$

em que p é a ordem de dígitos decimais significativos, definida pelo usuário; σ_c representa um valor singular avaliado e σ_{max} corresponde ao máximo valor singular presente na matriz E . O

número de valores singulares que obedece à razão representada na inequação (3.18) é igual a M .

3.3.2 Pré-Filtragem

Com a finalidade de estimar os parâmetros do sinal avaliado, é proposta uma filtragem a fim de eliminar os efeitos do ruído (SARKAR T.K. ; PEREIRA, 1995). Neste procedimento, um parâmetro importante é o parâmetro M . A partir dele, é possível eliminar os elementos que estão acima da ordem do sinal em questão, ou seja, os elementos não significativos.

Esse procedimento é feito a partir das matrizes V e E , criando novas submatrizes V' e E' da seguinte forma:

$$V' = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_M], \quad (3.19)$$

$$E' = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_M], \quad (3.20)$$

em que \mathbf{v} e \mathbf{e} representam os vetores coluna das matrizes V e E , respectivamente. Os vetores das colunas $M + 1$ a L , correspondentes aos menores valores singulares, são descartados. Em outras palavras, V' é formada pelas M primeiras colunas de V , correspondentes aos valores singulares significativos e E' é a matriz diagonal que contém estes valores singulares.

Além disso, a seguinte relação é verdadeira (SARKAR T.K. ; PEREIRA, 1995):

$$Y_1 = UE'[V_1']^H, \quad (3.21)$$

$$Y_2 = UE'[V_2']^H, \quad (3.22)$$

em que V_1' é obtida eliminando a última linha de V' e V_2' é obtida eliminando a primeira linha de V' .

Após estas reduções, foi então provado ((HUA; SARKAR, 1990a) e (HUA; SARKAR, 1990c)) que a Matriz Pencil mostrada na equação (3.13) pode ser escrita novamente através das novas matrizes V_1' e V_2' :

$$[V_2']^H = \lambda [V_1']^H. \quad (3.23)$$

De forma análoga ao que foi deduzido anteriormente, a equação (3.23) pode ser reescrita na forma de um problema de autovalor generalizado como na equação (3.15) da seguinte forma:

$$\{[V_1']^H\}^+ [V_2']^H - \lambda I = 0. \quad (3.24)$$

Através deste método de filtragem, encontrando as soluções da equação (3.24), a estimação dos modos z_i na presença de ruído se torna mais precisa.

Uma vez que esses modos e o valor de M são conhecidos, os Resíduos R_i são encontrados através da solução de um problema de mínimos quadrados:

$$\begin{bmatrix} y(0) \\ y(1) \\ \vdots \\ y(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ z_1 & z_2 & \cdots & z_M \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (z_1)^{N-1} & (z_2)^{N-1} & \cdots & (z_M)^{N-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_M \end{bmatrix} \quad (3.25)$$

Após estimar os valores de z_i e R_i , pode-se então calcular os parâmetros mostrados na equação (3.1), como mostrado na Tabela 2.

Tabela 2 – Parâmetros Soma de Exponenciais.

Parâmetro	Equação
Amortecimento (α_i)	$Re(z_i)$
Frequencia (ω_i)	$tg^{-1}\left(\frac{Im(z_i)}{Re(z_i)}\right)$
Amplitude (A_i)	$ R_i $
Fase (ϕ_i)	$angle(R_i)$

3.3.3 Algoritmo

Após a fundamentação do método, traz-se nessa seção um resumo passo-a-passo do algoritmo *Matrix Pencil* aplicado a sinais de resposta no domínio do tempo:

1. Construção de uma matriz Hermitiana Y a partir do sinal de amostra $y(t)$, como na equação (3.4);
2. Decomposição desta matriz em duas submatrizes Y_1 e Y_2 ;
3. Decomposição da matriz Hermitiana Y em valores singulares;
4. Cálculo da ordem estimada M ;
5. Filtragem das matrizes Y_1 e Y_2 a partir das matrizes V e E .
6. Resolução do problema de valores singulares do par de matrizes filtradas para determinar os valores de z_i (equação (3.24)), identificando, conseqüentemente, os valores de s_i (equação (3.3));
7. Cálculo dos valores de R_i a partir do problema de mínimos quadrados, como mostrado na equação (3.25)
8. Identificação dos parâmetros desejados a partir das relações matemáticas presentes na Tabela 2.

3.4 ESTUDOS DE CASO

Para o problema de identificação de modos eletromecânicos utilizando dados no domínio do tempo, exposto na seção 3.2, foram realizados três estudos de caso. Estes estudos estão presentes em [DORIGHELLO; OLIVEIRA, 2018](#).

O primeiro deles aplica o algoritmo de identificação *Matrix Pencil* a um sinal sintético, com o objetivo de verificar a capacidade do algoritmo de identificar parâmetros já conhecidos e também de realizar um teste de repetibilidade. Os dois outros estudos de caso são aplicados a dados reais, um caso contendo dados de um evento ocorrido no Brasil e outro nos Estados Unidos, com o intuito de verificar a precisão do algoritmo. Para isso, este foi comparado com o algoritmo Vector Fitting, mais especificamente com a técnica chamada Ringdown Time-Domain Vector Fitting (RTD-VF) desenvolvida em [SCHUMACHER; OLIVEIRA; KUIAVA, 2018](#). Para comparar o desempenho de ambos algoritmos, utilizou-se um coeficiente de determinação chamado R^2 e definido por:

$$R^2 = \left(1 - \frac{\sum_{n=0}^{N-1} (y_m[n] - \hat{y}[n])^2}{\sum_{n=0}^{N-1} (y_m[n] - \bar{y}_m)^2} \right) \times 100\% \quad (3.26)$$

em que $y_m[n]$ é o sinal transiente medido com valor médio \bar{y}_m e $\hat{y}[n]$ corresponde ao valor estimado de $y_m[n]$. Este coeficiente indica a taxa de correspondência entre os dados medidos e estimados, com $R_2 = 100\%$ representando uma equivalência perfeita entre ambos.

3.4.1 Sinal Sintético

No primeiro estudo de caso, um sinal sintético com parâmetros já conhecidos foi avaliado pelo algoritmo. O sinal é representado pela equação (3.27) abaixo.

$$\begin{aligned} x(t) = & 1e^{-0,1697t} \cos(1,4351t - 2,5122) + \\ & 1,32e^{-0,8150t} \cos(3,9270t - 1,8850) + \\ & 1,13e^{-1,8230t} \cos(6,4654t - 0,3142). \end{aligned} \quad (3.27)$$

O sinal representado na equação (3.27) possui 3 modos, representados por 6 polos, como pode-se ver mais claramente a seguir:

$$modo_i = A_i e^{\alpha_i t} \cos(\omega_i t + \phi_i), \quad (3.28)$$

ao aplicar a fórmula de Euler para a representação do cosseno, tem-se:

$$modo_i = A_i e^{\alpha_i t} \left[\frac{e^{j(\omega_i t + \phi_i)} + e^{-j(\omega_i t + \phi_i)}}{2} \right], \quad (3.29)$$

ordenando a expressão, tem-se:

$$modo_i = \frac{A_i}{2} e^{\alpha_i t + j(\omega_i t + \phi_i)} + \frac{A_i}{2} e^{\alpha_i t - j(\omega_i t + \phi_i)}. \quad (3.30)$$

Portando, para cada modo, teremos dois polos conjugados e, para o algoritmo, o número de polos é que é utilizado no processo de identificação (ordem).

Para este estudo de caso, fazendo referência à equação (3.2), foi utilizado um período de amostragem de $\Delta t = 0,01s$ e uma janela de tempo de $30s$. Antes de aplicar o algoritmo de identificação, um ruído branco $n[n]$ com média zero e variância 0.05^2 foi adicionado ao dado gerado $x[n]$. Portanto, os dados trabalhados são representados na verdade por $y_m[n] = x[n] + n[n]$.

O sinal acima descrito foi aplicado ao algoritmo *Matrix Pencil* seguindo os procedimentos descritos na seção 3.3 e utilizando a ordem $M = 6$ (já conhecida). Chega-se a um modelo cuja aproximação aos dados reais é apresentada na Figura 7. Nota-se que a aproximação é boa, com índice R^2 de 99,9963%, apesar da presença do ruído.

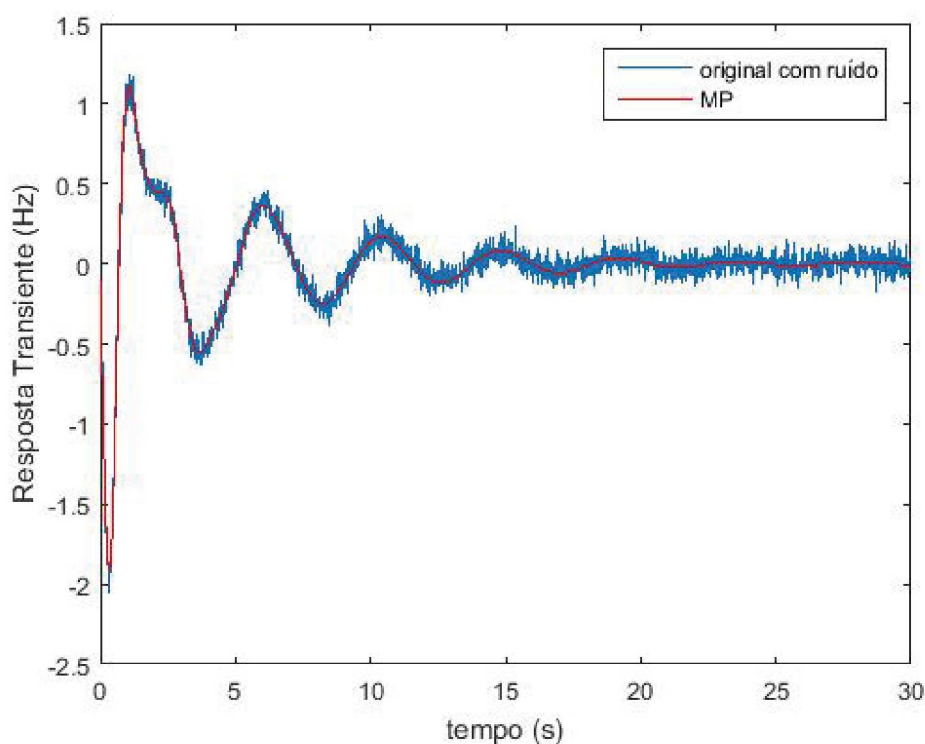


Figura 7 – Reconstrução do Sinal Sintético

Com a motivação de testar a ordem estimada pelo algoritmo MP e compara-la com a ordem do sinal já conhecida, a Figura 8 mostra a evolução da relação entre os valores singulares σ_c/σ_{max} exposta na seção 3.3.1 conforme o valor de M (ordem estimada) aumenta. Na Tabela 3 pode-se observar que o valor dessa relação sofre alterações na segunda casa decimal ($p = 10^{-2}$) até a ordem 6, após esta ordem, o valor da relação altera-se apenas na terceira casa decimal ($p = 10^{-3}$) e se mantém com valores muito próximos. Pode-se concluir portanto, que o algoritmo estima a ordem 6 para este sinal, com uma tolerância de casas decimais significativas de 10^{-2} , o que confere com a ordem real já conhecida do sinal sintético observada na equação (3.27).

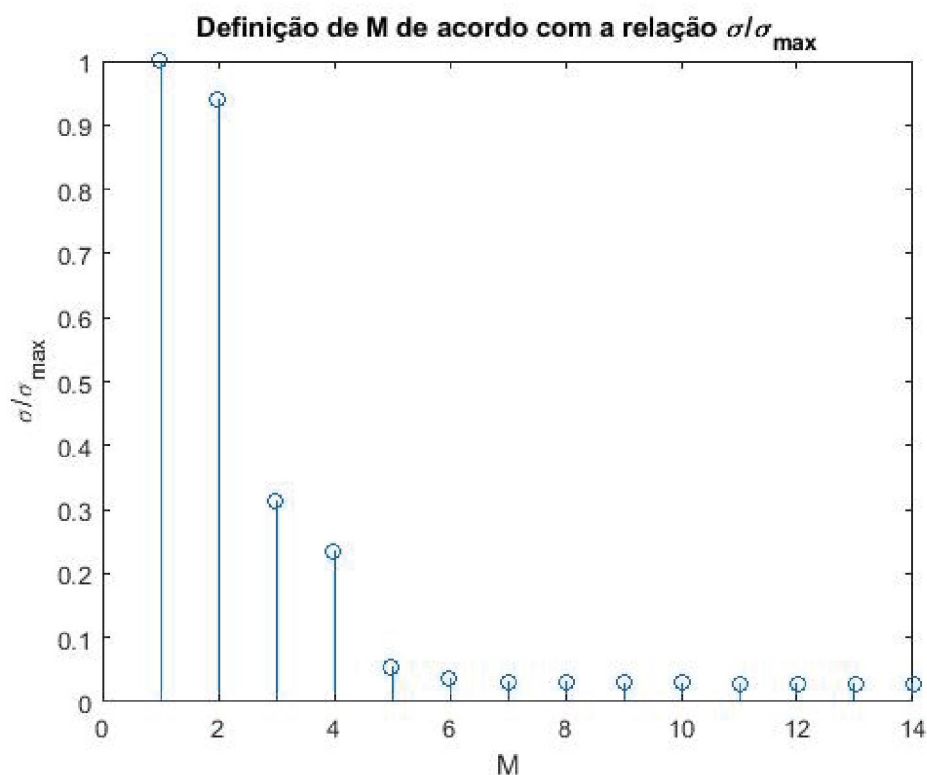


Figura 8 – Estimativa do parâmetro M para o sinal sintético com base na relação σ_c/σ_{max}

Tabela 3 – Estimativa do parâmetro M para o sinal sintético.

M	σ_c/σ_{max}
1	1
2	0,9403
3	0,3137
4	0,2354
5	0,0547
6	0,03716
7	0,03137
8	0,03136

Conjuntamente, foi realizado um teste de variância da estimação de parâmetros. Neste caso, o procedimento foi repetido 1000 vezes para análises estatísticas, a cada estimação o ruído aplicado era modificado aleatoriamente. O histograma resultante, comparado com o valor real do sinal, é mostrado na Figura 9. Nota-se que a variação da estimativa apresenta semelhança com a distribuição gaussiana e a média da distribuição observada é bem próxima ao valor real do sinal que está sendo modelado. Na Tabela 4, a média dos valores estimados para cada parâmetro é mostrada, bem como os resultados do mesmo problema obtidos pelo

método RTD-VF (SCHUMACHER; OLIVEIRA; KUIAVA, 2018) para comparação entre ambos. Observa-se que, também neste caso, ambas as estimações são similares e conseguiram estimar valores muito próximos aos reais de cada parâmetro em todos os casos.

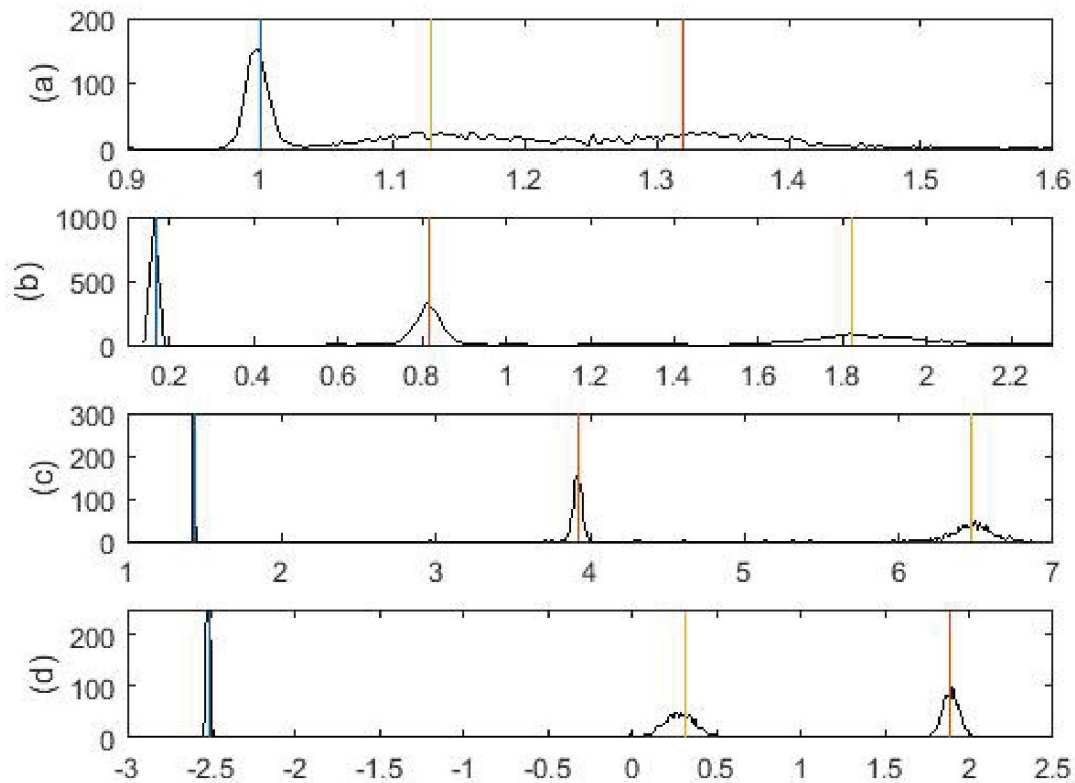


Figura 9 – Função densidade de probabilidade dos valores estimados para: (a) amplitude, (b) fator de amortecimento, (c) frequência angular e (d) fase. Os valores reais dos parâmetros estão representados pelas constantes destacadas no gráfico.

3.4.2 Sistema NAEI

Em 27 de Abril de 2017, condições climáticas austeras levaram a uma falha na geração de energia na área de interconexão leste (EI - Easter Interconnection) na América do Norte e, como consequência, oscilações em baixa frequência ocorreram entre as áreas ao norte e ao sul do sistema, durante um evento transiente (HWANG; LIU, 2017).

Dois conjuntos de dados obtidos por gravadores de perturbações em frequência (FDR - Frequency Disturbance Recorders) foram escolhidos, um de Maine e o outro da Florida com tempo de amostragem igual a $\Delta t = 0,1s$. Esses dois conjuntos de dados foram reunidos como uma sequência de diferenças "Maine-Florida" (sinal Maine *menos* sinal Florida) para formar um sinal do tipo *ringdown* como mostrado na Figura 10(a).

Ao fazer a junção dos sinais, o fenômeno *ringdown* só é observado após 5,6s do sinal de amostra, portando, para a identificação, a plotagem é feita considerando esse instante

Tabela 4 – Parâmetros do Sinal Sintético.

Método		modos (i)		
		1	2	3
A_i	MP	1	1,14	1,32
	RTD-VF	1	1,13	1,32
α_i	MP	-0,1697	-0,8150	-1,827
	RTD-VF	-0,1697	-0,8150	-1,823
ω_i	MP	1,435	3,927	6,465
	RTD-VF	1,4351	3,927	6,4654
ϕ_i [rad]	MP	2,513	1,885	0,3142
	RTD-VF	2,513	1,885	0,3142

de tempo como o ponto inicial da curva, descartando então os primeiros 5,6s em que não observa-se o comportamento transiente. O sinal foi então aplicado ao algoritmo MP e os resultados da estimação de parâmetros e a reconstrução do sinal são mostrados na Tabela 5 e na Figura 10(b), respectivamente.

Tabela 5 – Parâmetros do Sinal NAEI.

Método		modos (i)	
		1	2
A_i	MP	0,0341	0,0301
	RTD-VF	0,0345	0,0311
α_i	MP	-0,2024	-0,2207
	RTD-VF	-0,2028	-0,2279
ω_i	MP	1,2475	2,1982
	RTD-VF	1,2522	2,1819
ϕ_i [rad]	MP	-1,4898	-1,4246
	RTD-VF	-1,4612	-1,4448
R^2	MP	94,4422%	
	RTD-VF	94,5728%	

Na Tabela 5, os valores obtidos pelo algoritmo MP são comparados a aqueles obtidos pelo método RTD-VF, os quais são muito próximos e apresentam taxas R^2 altas. Uma vez que

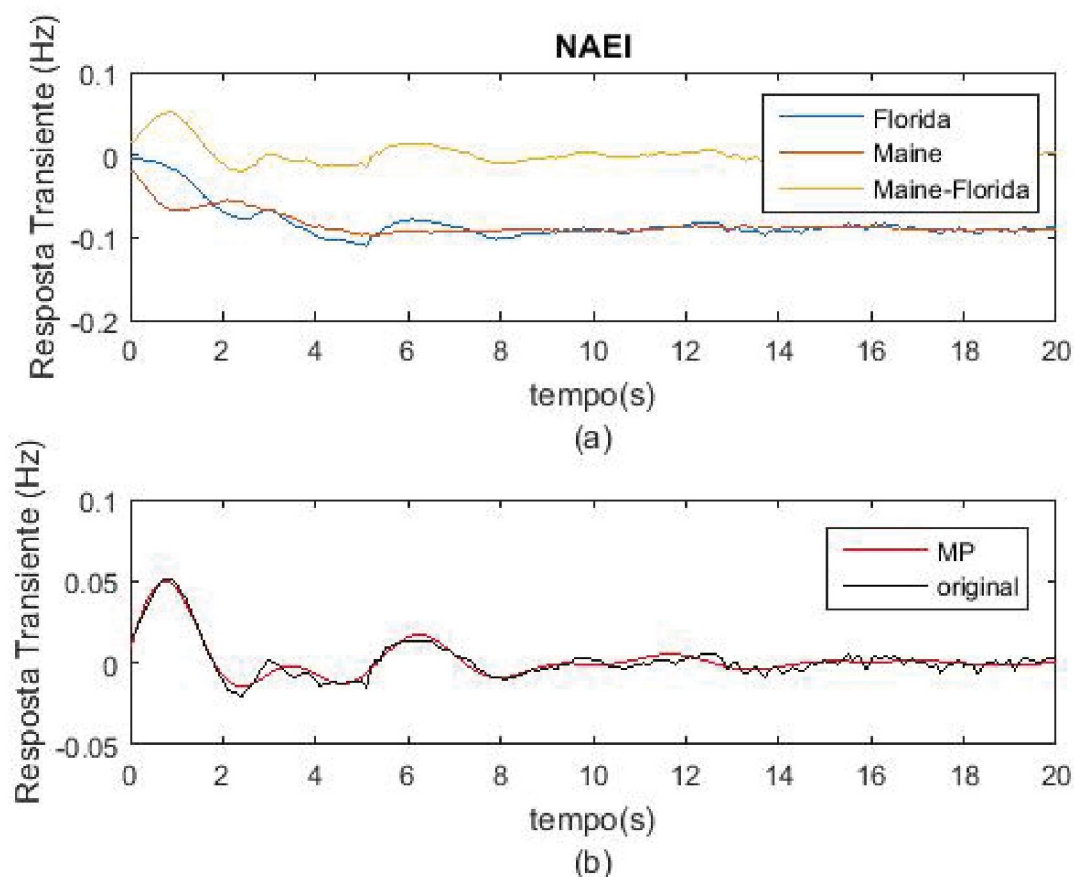


Figura 10 – Sinal (a) Transiente e (b) ringdown do sistema NAEI

os parâmetros originais do sistema são desconhecidos e a reconstrução do sinal, a partir dos parâmetros identificados, foi bem sucedida, o algoritmo cumpriu seu objetivo.

3.4.3 Sistema BIP

Como apresentado por (CANIZARES et al., 2017), após uma explosão de buchas de isolamento no dia 2 de setembro de 2011 às 19h43m UTC (Tempo Universal Coordenado), a hidrelétrica de Itaipu foi desconectada do resto do sistema brasileiro interligado de energia (BIP) e reconectada às 19h49m7s. Os eventos de desconexão e reconexão causaram oscilações entre as regiões sul, norte, sudoeste e nordeste do sistema com componentes dc variantes. Oscilações foram medidas por um FDR (localizado na Universidade Federal de Santa Catarina), com tempo de amostragem de $\Delta t = (1/60)s$. O sinal amostrado é avaliado (a partir do instante 1,5s) e aplicado ao algoritmo de identificação MP. A Tabela 6 apresenta os valores estimados dos parâmetros para ambos algoritmos: MP e RDT-VF. A Figura 11 mostra a reconstrução do sinal BIP através dos modos estimados pelo algoritmo MP. Neste terceiro estudo de caso, o MP valida mais uma vez sua precisão e, ao comparar seu desempenho com a do RTD-VF, apresenta resultados satisfatórios.

Observando os resultados obtidos nos três estudos de caso, observa-se que ambos os algoritmos apresentam estimativas muito próximas para os parâmetros dos sinais estudados,

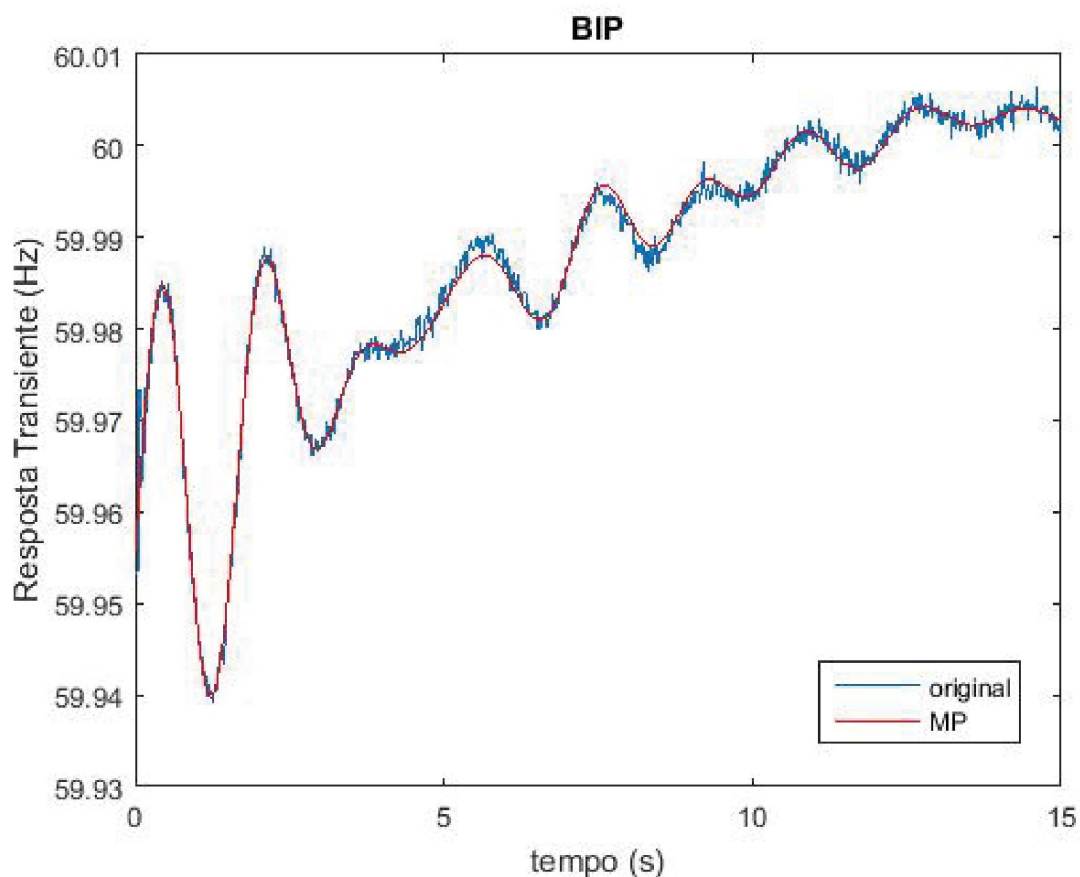


Figura 11 – Sistema BIP

sendo o MP ligeiramente inferior ao VF no que diz respeito à precisão, como mostra o coeficiente R^2 calculado.

No entanto, é importante lembrar que o MP trata-se de um algoritmo de identificação direto, diferente do VF que é um algoritmo iterativo, o qual demanda um maior esforço computacional. O algoritmo VF também necessita de uma estimativa de polos iniciais, etapa não existente na identificação realizada pelo MP.

Portanto, o MP mostra-se um algoritmo eficiente e preciso, levando em consideração suas características de identificação e os resultados quando comparados a um algoritmo já conceituado como o VF.

Tabela 6 – Parâmetros do Sinal BIP.

	Metd.	modos (<i>i</i>)			
		1	2	3	4
A_i	MP	0,0184	0,0099	0,0091	-0,0415
	VF	0,0145	0,0129	0,0091	-0,0603
α_i	MP	-0,4146	-0,1311	-0,1954	-0,0227
	VF	-0,3837	-0,1729	-0,1862	-0,0993
ω_i	MP	4,1932	3,5908	2,3239	0
	VF	4,3713	3,6016	2,3578	0
ϕ_i	MP	-2,0558	-1,7211	0,6195	0
	VF	-2,2833	-1,6350	0,4951	0
R^2	MP	99,1408%			
	VF	99,2988%			

4 MATRIX PENCIL PARA O DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

4.1 INTRODUÇÃO

Ao modelar equipamentos ou sistemas elétricos de potência, deve-se levar em consideração que muitos dispositivos são caracterizados por efeitos fortes e muitas vezes complexos relacionados à frequência. As impedâncias em série de uma linha de transmissão são um exemplo em que a resistência elétrica aparente induzida pelos efeitos pelicular e de proximidade resultam em uma função complexa no domínio da frequência. Com a exceção de alguns casos idealizados, é muito difícil, se não impossível, capturar tais efeitos em uma simulação no domínio do tempo (GRIVET-TALOCIA; GUSTAVSEN, 2016).

Desde o começo dos anos 70, algumas aplicações no domínio do tempo foram desenvolvidas para tentar contornar este problema (WEDEPOHL; MOHAMED, 1970). Porém, até os modelos mais avançados de cabos ou linhas de transmissão consideram aproximações sujeitas a erros, tratando-se de sistemas de alta frequência. Por outro lado, ao usar métodos no domínio da frequência, tais como os baseados nas transformadas de Fourier e Laplace (SHI, 2008) e (GÓMEZ; URIBE, 2009), os elementos dependentes da frequência são incluídos de modo direto. Portanto, um método baseado no domínio da frequência oferece a solução transiente mais exata em aspectos teóricos (GÓMEZ; URIBE, 2009).

A criação de modelos dinâmicos de sistemas e/ou equipamentos é realizada com o objetivo de avaliar danos aos sistemas elétricos causados por raios, troca de cargas, e curto-circuitos, ou seja, avaliar transitórios eletromagnéticos nestes sistemas. Para o estudo destes transitórios, diferentemente do estudo dos transitórios eletromecânicos, a dinâmica da rede também é considerada. Deste modo, faz-se necessário que a rede seja modelada com o máximo rigor possível, para tal, utiliza-se, portanto, métodos de modelagem que trabalham no domínio da frequência. Entre esses métodos, os mais utilizados são os baseados em aproximar as respostas em frequência em modelos racionais (MRs). Estes MRs utilizam os polos dominantes e resíduos associados das funções de transferências, que podem ser calculados de forma exata (VARRICCHIO et al., 2015)(VARRICCHIO, 2015) ou aproximada (GRIVET-TALOCIA; GUSTAVSEN, 2016)(SHESHYEKANI et al., 2012).

A necessidade de tais modelos é devido à evolução do sistema elétrico em extensão e em potência que gera novas demandas aos equipamentos elétricos conectados ao sistema. Ou seja, há a necessidade do desenvolvimento de novos testes para avaliar o comportamento dos equipamentos na ocasião dessas novas contingências (CIGRE; JWG; A2/C4.39, 2014). Estes testes são realizados utilizando softwares de simulação de oscilações eletromagnéticas como o PSCAD/EMTDC, EMTP-RV ou ATP-EMTP. Para tais simulações, deve-se obter modelos bem precisos para alcançar valores reais de saída do sistema, bem como trabalhar nas mesmas margens de frequência que o sistema estudado e levar em consideração suas condições iniciais.

Na identificação de sistemas, os modelos caixa-preta mostram-se adequados para esse tipo de modelagem, sobretudo quando as características topológicas do sistema ou equipamento não são totalmente conhecidas. (CIGRE; JWG; A2/C4.52, 2019a)

Neste capítulo, o algoritmo *Matrix Pencil* é utilizado na obtenção de modelos de resposta em frequência (FDNE), modelos estes que estão sujeitos a requerimentos físicos. O processo de modelagem dá-se a partir de dados coletados por medições no domínio da frequência e que, através da identificação de polos dominantes e resíduos associados pelo algoritmo, encontra-se um MR equivalente ao sistema original.

Para melhor compreensão do problema, explica-se algumas características do sistema a ser modelado, bem como do processo de aquisição de dados. O algoritmo tradicional *Matrix Pencil* proposto por SARKAR T.K. ; PEREIRA,1995 e modificado por SHESHYEKANI et al., 2012 é apresentado, assim como três adaptações propostas na literatura para contornar problemas encontrados na execução do mesmo. Três estudos de caso serão abordados de modo a comparar o desempenho destes quatro algoritmos. Um estudo de caso envolvendo um sinal sintético, o segundo estudo de caso envolvendo dados de um sistema real, no qual, além da modelagem, também foi realizado um teste dielétrico aplicado aos modelos desenvolvidos e, por fim, um estudo de modelagem aplicado a dados reais de um Transformador de Potencial Indutivo da Hidrelétrica Jirau.

4.2 CARACTERÍSTICAS DO SISTEMA

Ao considerar modelos caixa-preta, a maneira com que o conjunto de dados experimentais é apresentada define como se dará o processo de modelagem. Como já discutido na seção anterior, os conjuntos de dados a serem trabalhos neste capítulo são representados no domínio da frequência.

Assumindo que a Transformada de Laplace é usada para descrever um dado sistema linear contínuo invariante no tempo (CT-LIT), sua função de transferência $H(s)$ é, por definição (CHEN, 1998) (CHUA; DESOER; KUH, 1987), uma função algébrica de s (a frequência complexa ou de Laplace), relacionando a Transformada de Laplace da entrada do sistema com a da saída, considerando-se um estado inicial nulo (sistema inicialmente inerte). Em um cenário mais geral, um sistema linear é, do ponto de vista matemático, aquele cujo comportamento é definido por equações lineares. Esta descrição geral dos sistemas lineares abre espaço para uma definição de função de transferência, separadamente da Transformada de Laplace: a função de transferência é uma relação entre entrada (excitação) e saída (resposta) através de uma equação diferencial linear (IHLENFELD, 2015).

De acordo com CHUA; DESOER; KUH 1987, as amplitudes e fases relativas de uma dada entrada e saída senoidal são quantidades facilmente mensuráveis e estão relacionadas à função de transferência via resposta em frequência, uma vez que esta nada mais é do que a função $H(s)$ avaliada em $s = j\omega$.

É assim, portanto, que é possível determinar a função de transferência de um sistema

a partir de dados experimentais e sem qualquer conhecimento de sua topologia, isto é, uma descrição de caixa preta.

Para fins de modelagem, um equipamento elétrico é visto como um circuito elétrico complexo que se conecta à rede através de nós elétricos. Estes nós são denominados terminais externos. Para algumas aplicações, é interessante acessar nós internos ao equipamento e, dá-se a estes nós o nome de terminais internos. Um conjunto de dois terminais é denominado de porta, em que a corrente que entra por um terminal é igual a aquela que sai pelo outro e é totalmente especificada quando a relação tensão-corrente é fornecida (KUO, 1966).

Grande parte dos equipamentos utilizados na prática são equipamentos com mais de dois terminais, ou seja, equipamentos multi-portas. Portanto, a relação entre dois terminais é generalizada para um sistema multi-portas, sendo que cada porta sempre respeitará a regra de conservação de corrente. Por definição, qualquer sistema contendo n portas pode ser caracterizado por um conjunto de vetores de corrente e vetores de tensão correspondentes às suas portas (ALLEN, 2012).

Na Literatura, os sistemas com multi-portas e suas variáveis associadas são descritas de maneira matricial. A representação de um sistema LIT com n portas é feita por uma função $f(x) = Ax$, em que $f : \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}^n$, A é uma matriz $n \times n$ e \mathbf{x} um vetor avaliado. Essa estrutura generalizada pode assumir várias formas que possuem nomes especiais como admitância, impedância, parâmetros S (Scattering) e híbridos (BOYD; CHUA, 1982).

Nas próximas subseções, são discutidas as formas específicas das funções de representação de um sistema, refletindo as diferentes escolhas de variáveis de entrada e saída (CIGRE; JWG; A2/C4.52, 2019a).

4.2.1 Admitância (Y)

A matriz de admitância Y define a relação entre a corrente nos terminais externos do equipamento a uma tensão aplicada no mesmo terminal. Essa relação é expressa por:

$$\mathbf{i}(\omega) = Y(\omega)\mathbf{v}(\omega), \quad (4.1)$$

em que ω é a frequência angular (radianos/segundo). Para um equipamento com n terminais externos, \mathbf{v} e \mathbf{i} são vetores $\in \mathbb{C}^{n \times 1}$ e Y uma matriz $\in \mathbb{C}^{n \times n}$.

4.2.2 Impedância (Z)

Corresponde à relação entre a tensão nos terminais externos do equipamento a uma corrente aplicada a estes mesmos terminais. Essa relação é expressa por:

$$\mathbf{v}(\omega) = Z(\omega)\mathbf{i}(\omega). \quad (4.2)$$

A matriz de impedâncias é também dada pelo inverso da matriz de admitâncias:

$$Z = Y^{-1}. \quad (4.3)$$

4.2.3 Parâmetros S

O comportamento nos terminais do equipamento também pode ser caracterizado a partir das ondas incidentes e refletidas. Parâmetros-S utilizam esta relação:

$$\mathbf{b}(\omega) = S(\omega)\mathbf{a}(\omega), \quad (4.4)$$

em que S é uma matriz, também chamada de matriz de espalhamento (*Scattering*), \mathbf{a} e \mathbf{b} representam as ondas incidentes e refletidas, respectivamente. Tais ondas são relacionadas com as diferenças de potencial e correntes dos terminais através das relações lineares 4.5 e 4.6 (GUSTAVSEN; SILVA, 2013).

$$\mathbf{a} = \frac{1}{2} \frac{\mathbf{v} + \mathbf{i}R_{ref}}{\sqrt{R_{ref}}}, \quad (4.5)$$

$$\mathbf{b} = \frac{1}{2} \frac{\mathbf{v} - \mathbf{i}R_{ref}}{\sqrt{R_{ref}}}, \quad (4.6)$$

em que R_{ref} é um resistor de referência, normalmente escolhido de acordo com o valor da impedância dos cabos de medição.

4.2.4 Híbridos

Caso o equipamento não seja conectado a uma rede externa, é possível utilizar parâmetros híbridos. Neste caso, estabelece-se uma relação entre valores de tensão/corrente entre terminais:

$$\mathbf{v}_{int}(\omega) = H(\omega)\mathbf{v}_{ext}(\omega), \quad (4.7)$$

em que $H(\omega)$ pode ser medido ou então calculado a partir de parâmetros Y , Z ou S já conhecidos. O uso de parâmetros $H(\omega)$ é vantajoso quando não se deseja interconectar equipamentos. (GUSTAVSEN; SILVA, 2013).

Tendo definido os tipos de conjuntos de parâmetros que podemos ter à disposição nos dados de amostra, é coerente discorrer sobre a aquisição destes dados.

4.3 AQUISIÇÃO DE DADOS

Na macromodelagem de sistemas é recorrentemente necessário a determinação de parâmetros do modelo no domínio da frequência, de modo a combinar a resposta do modelo com um conjunto de amostras no domínio da frequência obtidas através de medições ou simulações numéricas. No caso das medições, utiliza-se a captação de dados de resposta em frequência através de analisadores vetoriais de rede. O VNA (Vector Network Analyzer) é um instrumento para caracterização de varredura em frequência de componentes de dispositivos, normalmente usados na indústria eletrônica. Tais instrumentos possuem tipicamente duas

capacidades de medidas: Medidas de ganho e fase ou medidas de parâmetros S. Um exemplo de dispositivo VNA é mostrado na Figura 12.

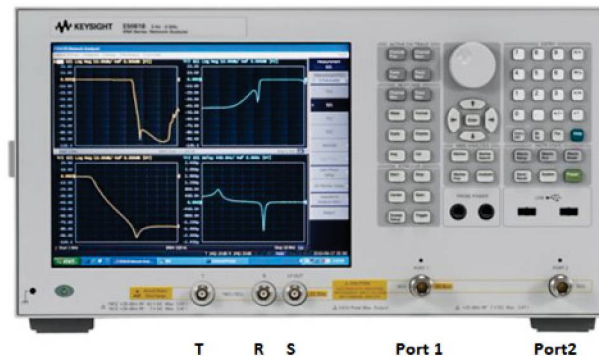


Figura 12 – Exemplo de aparelho VNA Keysight E5061B (Fonte: CIGRE; JWG; A2/C4.52,2019a)

Os dados medidos são números complexos e, dependendo do equipamento sendo medido, pode-se escolher entre uma varredura com base de frequência linear ou logarítmica. As respostas em frequências de alguns componentes, como por exemplo transformadores, podem ser medidas usando a base logarítmica, mas ao analisar dados em alta frequência, amostras espaçadas linearmente são mais interessantes devido ao maior número de picos de ressonância na resposta (GUSTAVSEN, 2004).

4.4 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

A partir de medições realizadas por um VNA, obtêm-se a resposta em frequência $Y(\omega)$ de um equipamento e/ou sistema. Estes dados com N amostras, representado por $Y(k\Delta\omega)$, em que $k = 0, \dots, N - 1$, estão dispostos em um espectro discreto de frequências ω , com intervalo de amostragem $\Delta\omega$. Uma vez tendo o sinal medido, o objetivo é criar um modelo na forma de frações parciais, ou em espaço de estados. Para o algoritmo *Matrix Pencil*, no entanto, o modelo mais comumente adotado é obtido através da decomposição em frações parciais, resultado em um modelo no formato polo-resíduo. (SHESHYEKANI et al., 2012). Sua representação no domínio de Laplace (s) encontra-se na equação (4.8) a seguir:

$$Y(s) = \sum_{m=1}^M \frac{R_m}{s - a_m}, \quad (4.8)$$

em que M é a ordem estimada do sistema, a_m e R_m seus polos e resíduos, respectivamente.

4.4.1 Requerimentos Físicos

Os modelos de equipamentos e/ou sistemas de potência devem obedecer a algumas propriedades físicas, uma vez que serão aplicados a casos do mundo físico real. Adotando-se $Y(s)$ como o modelo do sistema a ser avaliado, tem-se, portanto, as seguintes premissas para que o mesmo seja considerado válido (GRIVET-TALOCIA; GUSTAVSEN, 2016):

1. Real e Causal: No domínio do tempo, uma entrada de valor real produz uma saída também real. Isso implica que os elementos de $Y(s)$ devem satisfazer o critério que a parte real é uma função par e a parte imaginária é uma função ímpar. Portanto, o modelo deve ser tal que seus polos e resíduos sejam reais ou complexos conjugados.

2. Simetria: No caso de $Y(s)$ representar uma matriz de transferência do sistema, esta deve ser igual à sua transposta conjugada: $Y(s) = Y(s)^H$

3. Estabilidade: Um sistema estável deve oferecer uma resposta limitada a um sinal de entrada limitado. Para tal, o modelo do sistema deve conter polos estáveis, ou seja, todos os polos devem possuir parte real negativa.

4. Passividade: É preciso garantir que o modelo não gere energia em nenhuma condição. A passividade é necessária para garantir a geração de simulações estáveis no domínio do tempo.

4.5 FUNDAMENTAÇÃO DO MÉTODO

Ao aplicar o algoritmo *Matrix Pencil* em dados de resposta em frequência, algumas adaptações na formulação do problema são necessárias. Como desenvolvido em SHESHYEKANI et al., 2012 utiliza-se o MP para obter o modelo do sistema no formato polo-resíduo como na equação (4.8).

O método consiste em três etapas. A primeira é a transformação dos dados de resposta em frequência em uma soma de exponencias (SoE) através do algoritmo MP. Na segunda etapa, transforma-se a SoE em dados no domínio do tempo, através da transformada inversa de Fourier. Finalmente, o método MP é novamente utilizado para extrair os resíduos e polos da função no domínio do tempo, para então ser possível a representação no formato polo-resíduo (SHESHYEKANI; TABELI, 2014) (SHESHYEKANI et al., 2012).

4.5.1 Primeira Etapa

Para os dados obtidos na amostra, aplica-se o método MP de forma análoga à descrita no capítulo 3. Portanto, a partir de uma resposta em frequência, assume-se que esta pode ser escrita na forma de uma soma de exponenciais da seguinte forma:

$$Y(\omega) = X(\omega) + n(\omega) \approx \sum_{m=1}^{M_1} r_m e^{s_m \omega} + n(\omega), \quad (4.9)$$

em que $Y(\omega)$ é a resposta em frequência do sistema, $X(\omega)$ representa o sinal de resposta puro e $n(\omega)$ é o ruído.

Os parâmetros s_m e r_m são valores complexos e M_1 é a ordem de aproximação desta primeira etapa.

É necessário que o sinal de resposta em frequência seja discretizado em valores de frequência igualmente espaçados e reescrito em função de parâmetros z_m . O sinal medido é

representado então por:

$$Y(k\Delta\omega) = X(k\Delta\omega) + n(k\Delta\omega) \approx \sum_{m=1}^{M_1} r_m z_m^k + n(k\Delta\omega) \quad (4.10)$$

e

$$z_m = e^{s_m \Delta\omega}, \quad k = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (4.11)$$

em que $\Delta\omega$ denota o intervalo de frequência do vetor $\boldsymbol{\omega} = [\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_{N-1}]$, que contém todas as frequências do sinal amostrado. O número de amostras é representado por N . O algoritmo MP visa obter as melhores estimativas de M_1 , r_m e s_m .

Portanto, uma vez que têm-se as N amostras do sinal, é estabelecida uma matriz Y_H da seguinte forma:

$$Y_H = \begin{bmatrix} Y(\omega_0) & Y(\omega_1) & Y(\omega_2) & \cdots & Y(\omega_L) \\ Y(\omega_1) & Y(\omega_2) & Y(\omega_3) & \cdots & Y(\omega_{L+1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y(\omega_{N-L-1}) & Y(\omega_{N-L}) & Y(\omega_{N-L+1}) & \cdots & Y(\omega_{N-1}) \end{bmatrix}_{(N-L) \times (L+1)} \quad (4.12)$$

em que L é chamado de parâmetro pencil, este é escolhido entre $N/2$ e $N/3$. Em seguida, criam-se novas submatrizes definidas por:

$$Y_1 = \begin{bmatrix} Y(\omega_0) & Y(\omega_1) & Y(\omega_2) & \cdots & Y(\omega_{L-1}) \\ Y(\omega_1) & Y(\omega_2) & Y(\omega_3) & \cdots & Y(\omega_L) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y(\omega_{N-L-1}) & Y(\omega_{N-L}) & Y(\omega_{N-L+1}) & \cdots & Y(\omega_{N-2}) \end{bmatrix}_{(N-L) \times (L)} \quad (4.13)$$

$$Y_2 = \begin{bmatrix} Y(\omega_1) & Y(\omega_2) & Y(\omega_3) & \cdots & Y(\omega_L) \\ Y(\omega_2) & Y(\omega_3) & Y(\omega_4) & \cdots & Y(\omega_{L+1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y(\omega_{N-L}) & Y(\omega_{N-L+1}) & Y(\omega_{N-L+2}) & \cdots & Y(\omega_{N-1}) \end{bmatrix}_{(N-L) \times (L)} \quad (4.14)$$

Como exposto na seção 3.3, os parâmetros z_m da equação ((4.11)) são iguais (no caso da ausência de ruído) aos autovalores λ do par de matrizes Y_1 e Y_2 . Estas matrizes são relacionadas na forma de uma Matriz Pencil como mostrado na equação a seguir:

$$Y_2 = \lambda Y_1, \quad (4.15)$$

Com o objetivo de solucionar o problema e encontrar os parâmetros desejados, portanto, assim como na seção 3.3, propõe-se a solução de um problema de autovalores generalizado:

$$Y_1^+ Y_2 - \lambda I = 0 \quad (4.16)$$

em que Y_1^+ é a pseudoinversa da matriz Y_1 .

No entanto, ao trabalhar com um sinal de resposta em frequência na presença de ruído, a solução do problema de autovalor generalizado da equação (4.16) não resultará nos valores desejados de z_m . Portanto, é necessária uma pré-filtragem, como proposto na seção 3.3.2, para eliminar o efeito do ruído e então realizar uma estimação de parâmetros mais precisa.

Um fator decisivo na filtragem é a ordem de aproximação M_1 . Seu cálculo é definido pela equação (3.18) e proveniente da decomposição em valores singulares da matriz Y_H . Uma vez calculado o fator M_1 , novas submatrizes serão criadas a partir da matriz V , que contém os autovetores à direita da matriz Y_H , e da matriz E , que contém os valores singulares da matriz Y_H , dispostos na diagonal principal em ordem decrescente. (mesmo procedimento exposto nas seções 3.3.1 e 3.3.2).

As novas matrizes filtradas V' e E' são definidas por:

$$V' = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_{M_1}] \quad (4.17)$$

$$E' = [\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_{M_1}] \quad (4.18)$$

em que \mathbf{v} e \mathbf{e} representam os vetores coluna das matrizes V e E , respectivamente. Os vetores das colunas $M_1 + 1$ a L , correspondentes aos menores valores singulares, são descartados. Em outras palavras, V' é formada pelas M_1 primeiras colunas de V , correspondentes aos valores singulares significativos e E' é a matriz diagonal que contém estes valores singulares.

A partir da matriz V' define-se duas novas matrizes: V'_1 e V'_2 , em que V'_1 é obtida eliminando a última linha de V' e V'_2 é obtida eliminando a primeira linha de V' . Então, como proposto por HUA; SARKAR, 1990a, a equação (4.15) pode ser reescrita, de forma equivalente e sem a interferência de ruído, a partir das matrizes V'_1 e V'_2 :

$$[V'_2]^H = \lambda [V'_1]^H. \quad (4.19)$$

De forma análoga ao que foi deduzido anteriormente, a equação (4.19) pode ser reescrita na forma de um problema de autovalor generalizado como na equação (4.16) da seguinte forma:

$$\{[V'_1]^H\}^+ [V'_2]^H - \lambda I = 0. \quad (4.20)$$

Através deste método de filtragem, encontrando as soluções da equação (4.20), a estimação dos modos z_m na presença de ruído se torna mais precisa. Uma vez que esses modos e o valor de M_1 são conhecidos, obtêm-se os parâmetros s_m pela equação (4.11) e os parâmetros r_m são encontrados através da solução de um problema de mínimos quadrados como mostrado na equação (3.25).

Ressumindo esta etapa do processo de modelagem, têm-se o algoritmo "1ª Etapa":

1. Construção de uma matriz Y_H a partir do sinal de resposta em frequência $Y(\omega)$, como na equação (4.12);
2. Decomposição desta matriz em duas submatrizes Y_1 e Y_2 ;
3. Decomposição da matriz Y_H em valores singulares;
4. Cálculo da ordem estimada M_1 ;
5. Filtragem das matrizes Y_1 e Y_2 a partir das matrizes V e E .
6. Resolução do problema de valores singulares do par de matrizes filtradas para determinar os valores de z_m (equação 4.20), identificando, conseqüentemente, os valores de s_m (equação 4.11);
7. Cálculo dos valores de r_m a partir do problema de mínimos quadrados, como mostrado na equação (3.25).

4.5.2 Segunda Etapa

A segunda etapa consiste em uma transformada inversa discreta de Fourier (IDFT) aplicado ao sinal reescrito em forma de soma de exponenciais $Y(k\Delta\omega)$, obtido na etapa anterior. O objetivo desta etapa é fazer a transformação entre o domínio da frequência e o domínio do tempo. Esta transformada, como visto na seção 2.6 é dada por:

$$y[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} Y[k] e^{j\frac{2\pi}{N}nk} \quad (4.21)$$

A equação (4.21) pode ser resolvida utilizando o algoritmo IFFT, de modo a minimizar os gastos computacionais. Importante ressaltar que no caso de ausência de ruído, a primeira etapa do método é desnecessária, podendo-se iniciar o algoritmo pela IDFT.

4.5.3 Terceira Etapa

Uma vez obtido o vetor de amostras no domínio do tempo \mathbf{y} , o algoritmo MP é aplicado a este vetor, podendo então ser representado como uma nova SoE:

$$y(\Delta tn) = \sum_{j=1}^{M_2} R_j e^{S_j n \Delta t} \quad n = 0, \dots, N-1 \quad (4.22)$$

em que S_j e R_j são os polos e resíduos do sistema, respectivamente, Δt o intervalo de amostragem no tempo ($\Delta t = 1/(2\pi\omega_{max})$) e M_2 a nova ordem de estimação desta terceira etapa do algoritmo. Portanto, aplica-se novamente o algoritmo MP, como já explanado anteriormente, seguindo a mesma sequência do algoritmo da 1ª etapa, porém utilizando dados no domínio do tempo (seção 3.3.3).

Algoritmo 3ª Etapa:

1. Construção de uma matriz Hermitiana Y_H a partir do conjunto de amostras $y(t)$, como na equação (4.12);
2. Decomposição desta matriz em duas submatrizes Y_1 e Y_2 ;

3. Decomposição da matriz Hermitiana em valores singulares;
4. Cálculo da ordem estimada M_2 ;
5. Filtragem das matrizes Y_1 e Y_2 a partir da matriz de autovetores V .
6. Resolução do problema de valores singulares do par de matrizes filtradas, identificando assim os valores de S_j ;
7. Cálculo dos valores de R_j a partir do problema de mínimos quadrados.

Tendo todos os parâmetros necessários identificados, a representação em soma de exponenciais da equação (4.22) pode ser, finalmente, expressa na sua forma racional como:

$$Y(s) = \sum_{j=1}^{M_2} \frac{R_j}{s - S_j} \quad (4.23)$$

Nesta etapa, é importante atentar-se aos polos encontrados. Estes devem possuir a parte real negativa para garantir estabilidade. No caso de algum polo apresentar uma parte real positiva, deve ser feito seu deslocamento para o eixo negativo (SHESHYEKANI et al., 2012). Este deslocamento é feito rebatendo o polo para o plano real esquerdo, isto é, o sinal da parte real do polo é invertido e a parte imaginária permanece igual.

4.6 MELHORIAS PARA O MÉTODO MP NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

O método descrito na seção 4.5. desenvolvido por SHESHYEKANI et al. apresenta um bom desempenho na identificação de polos e resíduos do sistema, principalmente por tratar-se de um método direto e não iterativo, o que diminui o esforço computacional. No entanto, a passagem do domínio da frequência para o domínio do tempo leva a uma perda de precisão, especialmente para baixas frequências. Este fato dá-se pela necessidade, em baixas frequências, de um grande período de observação no domínio do tempo. Além disso, um pequeno espaçamento no tempo possibilita maior precisão em alta frequência, logo, um grande número de amostras é necessário para obter-se uma boa resolução tanto em baixa quanto em alta frequência. Visto isso, encontra-se na literatura três propostas de melhorias ao algoritmo, de modo a contornar as dificuldades citadas.

A primeira encontra-se no próprio trabalho dos autores de SHESHYEKANI et al., 2012. Eles utilizam uma alternativa para a transformada inversa de Fourier baseada nos parâmetros de uma soma de exponenciais (SHI, 2008). A segunda e a terceira alternativas foram recentemente propostas por CHAVARIN; NAREDO, 2017 e se complementam. Uma delas consiste em utilizar a transformada numérica de Laplace (NLT) ao invés da transformada de Fourier do método tradicional. Além disso, também é proposta uma divisão do algoritmo de identificação em duas escalas de tempo diferentes. As três melhorias citadas serão melhor descritas nesta seção.

4.6.1 Transformada de Fourier *Closed-Form*

Uma alternativa à transformada inversa de Fourier tradicional é proposta por Shi (SHI, 2008). O objetivo é fazer com que a restrição de espaçamento no tempo em relação à frequência máxima do sinal, $\Delta t = (1/2\pi\omega_{max})$, não seja necessária. Nesse novo método, o sinal no domínio do tempo é obtido através do sinal no domínio da frequência representado por uma soma de exponenciais e novas constantes estabelecidas.

$$y(t) = F^{-1}\{Y(\omega)\} \approx \sum_{m=1}^M \frac{c_m T_m - d_m(t - Q_m)}{\pi[(t - Q_m)^2 + T_m^2]} \quad (4.24)$$

em que $m = 1, 2, \dots, M$, t é o instante de tempo e os parâmetros T_m , Q_m , c_m e d_m são calculados a partir dos parâmetros obtidos pelo algoritmo MP na seção 4.5.1 e suas formulas são mostradas na Tabela 7. O sinal $y[n]$ é gerado a partir de $y(t)$ utilizando um Δt definido pelo usuário e que é independente de $\Delta\omega$.

Este método é denominado *Closed-Form Inverse Fourier Transform* (CFIFT). Ao optar por esta técnica, a segunda etapa do processo de modelagem, descrita na seção 4.5.2, é implementada utilizando a equação (4.24) no lugar da equação (4.21).

Tabela 7 – Parâmetros para o Cálculo da Transformada de Fourier *Closed-form*

Parâmetro	Equação
T_m	$-(1/2\pi)Re\{s_m\}$
Q_m	$-(1/2\pi)Im\{s_m\}$
c_m	$Re\{r_m\}$
d_m	$Im\{r_m\}$

4.6.2 Transformada Inversa Numérica de Laplace

Outra alternativa que, assim como a da seção anterior, substitui a segunda etapa do processo de modelagem (seção 4.5.2), é apresentada nesta seção. Para solucionar o problema de precisão ao transformar um conjunto de dados do domínio da frequência para o domínio do tempo, CHAVARIN; NAREDO propuseram o uso da transformada inversa numérica de Laplace, uma vez que esta oferece maior exatidão na transformação (GÓMEZ; URIBE, 2009). Sua fórmula, como foi detalhado na seção 2.7, é dada por:

$$y[n] = \frac{e^{cn\Delta t}}{\Delta t} Re \left\{ \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} Y[k] \sigma[k] e^{\frac{j2\pi kn}{N}} \right\} \quad (4.25)$$

que difere da transformada inversa de Fourier devido à constante de amortecimento c .

Utilizando esta técnica, o intervalo Δt depende da relação $\Delta t = (1/2\pi\omega_{max})$ assim como na transformada inversa de Fourier.

4.6.3 *Matrix Pencil* com Duas Escalas de Tempo

Quando trabalha-se com o algoritmo MP no domínio do tempo, têm-se maior liberdade de definição do tempo de observação, pois ele depende unicamente do tempo de aquisição de amostras. Já quando falamos do MP no domínio da frequência, o tempo de observação é uma consequência da transformada inversa aplicada (seja ela de Fourier ou Laplace), ou seja, o tempo de observação é limitado pela minha resposta em frequência (dados experimentais adquiridos). Portanto, torna-se uma variável difícil de ser trabalhada. A seleção de um grande número amostras no tempo, a fim de obter uma boa resolução do modelo identificado no domínio da frequência é, em muitos casos, impraticável. O método proposto por [CHAVARIN; NAREDO, 2017](#), chamado de método de duas escalas, busca contornar o problema acima descrito através da seleção de dois períodos de tempo diferentes para aplicar o método MP, de modo que o algoritmo é aplicado duas vezes, uma complementando a outra. A divisão de escalas é ilustrada na Figura 13. Nesta, observa-se um sinal temporal $y(t)$ dividido em dois intervalos de tempo denominados "escala 1" (variando do instante de tempo 0 até T_{S1}) e "escala 2" (variando do instante de tempo 0 até T_{S2}).

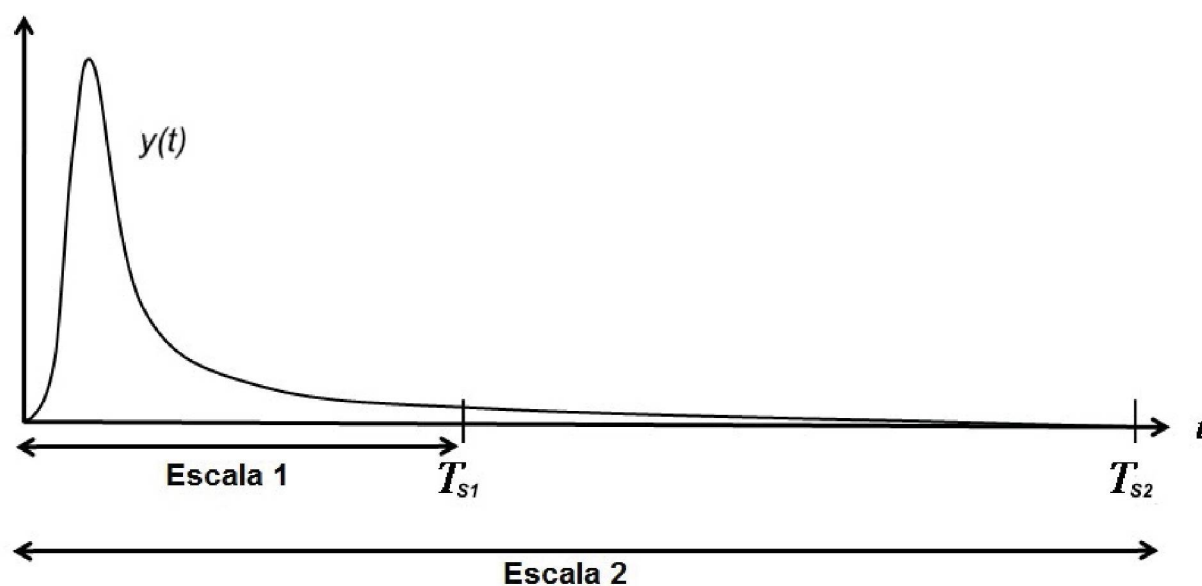


Figura 13 – Ilustração da divisão de um sinal em duas escalas de tempo (Fonte: [CHAVARIN; NAREDO, 2017](#))

Esta melhoria proposta é utilizada como um complemento à terceira etapa do método MP para o domínio da frequência, descrita na seção 4.5.3, e consiste nas seguintes etapas:

- (a) O MP é usado para encontrar a curva correspondente ao sinal na escala 2, ou seja, todos os dados da amostra.
- (b) A curva criada no item a é então truncada até o tempo de escala 1.
- (c) O sinal de entrada (utilizado no item a) também é truncado até o tempo de escala 1.
- (d) É feita a diferença da curva do item c e b, obtendo uma curva de pequena amplitude no

tempo de escala 1. Esta curva representa o erro da primeira reconstrução do sinal de entrada, feita no item *a*.

- (e) O MP é usado mais uma vez para aproximar a diferença entre a curva original e a curva auxiliar usada no item *b*, diferença essa citada no item *d*. Obtêm-se então novos polos e resíduos que correspondem a essa curva de diferença.
- (f) O número total de polos e resíduos será a junção das aproximações feitas no item *a* (que representa a primeira estimação) e no item *e* (que representa os erros, ou seja, um ajuste). Obtendo-se, portanto, uma aproximação mais precisa da curva completa (escala 2).

A escolha de T_{S1} e T_{S2} é dada tal que T_{S1} seja o instante de tempo em que $y(t)$ decaia a um valor entre 0,01 e 0,001 de seu valor máximo. Já T_{S2} pode ser selecionado como o tempo de observação desejado (CHAVARIN; NAREDO, 2017).

4.7 ESTUDOS DE CASO

Para confirmar a eficiência do algoritmo, serão mostrados três estudos de caso de modelagem, um baseado em um sistema sintético e os demais em sistemas reais.

O objetivo da avaliação é aplicar os diferentes algoritmos de identificação MP descritos neste capítulo, comparando-os entre si através do cálculo de erro médio quadrático, erro relativo ponto a ponto e também a determinação do coeficiente R^2 , apresentado na equação 3.26.

O cálculo do erro médio quadrático é dado pela equação (4.26).

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |Y[k] - \hat{Y}[k]|^2 \quad (4.26)$$

em que $Y[k]$ representa o valor de resposta em frequência real do sistema, $\hat{Y}[k]$ o valor de resposta dado pelo modelo $Y(s)$ (calculado na equação (4.23) para $s = j\omega_k$), N o número de amostras e $|\cdot|$ representa o cálculo da norma euclidiana.

Quando avaliamos a evolução do erro quadrático ponto a ponto, utilizamos a expressão a seguir:

$$Erro_{quad} = |Y[k] - \hat{Y}[k]|^2 \quad (4.27)$$

Outro parâmetro utilizado para comparar a eficiência dos diferentes algoritmos MP utilizados é a soma do erro relativo. Este é dado pela equação (4.28)

$$\sum Erro_{Rel} = \sum_{k=1}^N \left(\frac{|Y[k] - \hat{Y}[k]|}{|Y[k]|} \right)^2 \quad (4.28)$$

Já quando avaliado ponto a ponto, o erro relativo é dado pela equação (4.29)

$$Erro_{Rel} = \left(\frac{|Y[k] - \hat{Y}[k]|}{|Y[k]|} \right)^2 \quad (4.29)$$

4.7.1 Estimação de Modelo de Um Sistema de Ordem Reduzida

No primeiro estudo de caso, utilizou-se uma função de transferência de terceira ordem, com valores conhecidos, conforme equação (4.30), gerada com a ferramenta *Control and Estimation Tools* do software Matlab®. A resposta em frequência usada no algoritmo obedece à equação (4.30).

$$G(s) = C \left(\frac{b + w_1 s}{(b + w_2 s)(b + w_3 s + (w_4 s)^2)} \right) \quad (4.30)$$

em que foram adotadas as seguintes constantes:

$$\begin{aligned} C &= 47,416 \times 10^{-4}, \\ b &= 1, \\ w_1 &= 5,4 \times 10^{-4}, \\ w_2 &= 1,7 \times 10^{-5}, \\ w_3 &= 3,8 \times 10^{-6}, \\ w_4 &= 2,7 \times 10^{-6}. \end{aligned} \quad (4.31)$$

Uma vez obtida a função, foram selecionadas 1000 amostras de resposta em frequência, espaçadas linearmente, e então, submeteu-se o modelo ao algoritmo MP.

Assim como feito para o estudo de caso sintético no tempo, na seção 3.4.1, desejou-se testar a ordem estimada pelo algoritmo MP e compará-la com a ordem do sinal já conhecida. O cálculo de estimação de ordem é o mesmo para todas as variações do algoritmo, neste exemplo, utilizamos o método MP com IFFT para fazer a modelagem e demonstrar a precisão de estimação de ordem.

A Figura 14 mostra a evolução da relação entre os valores singulares σ_c/σ_{max} exposta na seção 3.3.1 conforme o valor de M (ordem estimada) aumenta. Na Tabela 8 pode-se observar que o valor dessa relação sofre alterações na primeira ($p = 10^{-1}$) e na segunda casa decimal ($p = 10^{-2}$) até a ordem $M = 3$, após esta ordem, o valor da relação decai significativamente e sofre alterações apenas na terceira casa decimal ($p = 10^{-3}$) até chegar a valores muito pequenos. Pode-se concluir, portanto, que o algoritmo estima a ordem 3 para este sinal, com uma tolerância de casas decimais significativas de 10^{-2} , o que confere com a ordem real já conhecida do sinal sintético observada na equação (4.30).

Com o objetivo de comparar o desempenho das diferentes abordagens do MP para o problema descritas na seção 4.4, três algoritmos foram utilizados nesse primeiro caso: MP utilizando o algoritmo de cálculo da inversa de fourier (IFFT), MP com a inversa de Fourier pelo método *Closed-form* e por fim o método MP utilizando a transformada inversa numérica de Laplace (NLT). Os diagramas de bode correspondentes aos dados originais e aos três modelos estimados, encontram-se nas Figuras 15a e 15b. Na Tabela 9 observa-se os parâmetros do sinal sintético (já conhecidos) e suas respectivas estimativas para cada algoritmo utilizado.

Como a ordem do sistema já é conhecida, o algoritmo "MP com duas escalas" não teve aplicação para este caso, já que ele trabalha com polos extras e é melhor aplicado a sistemas

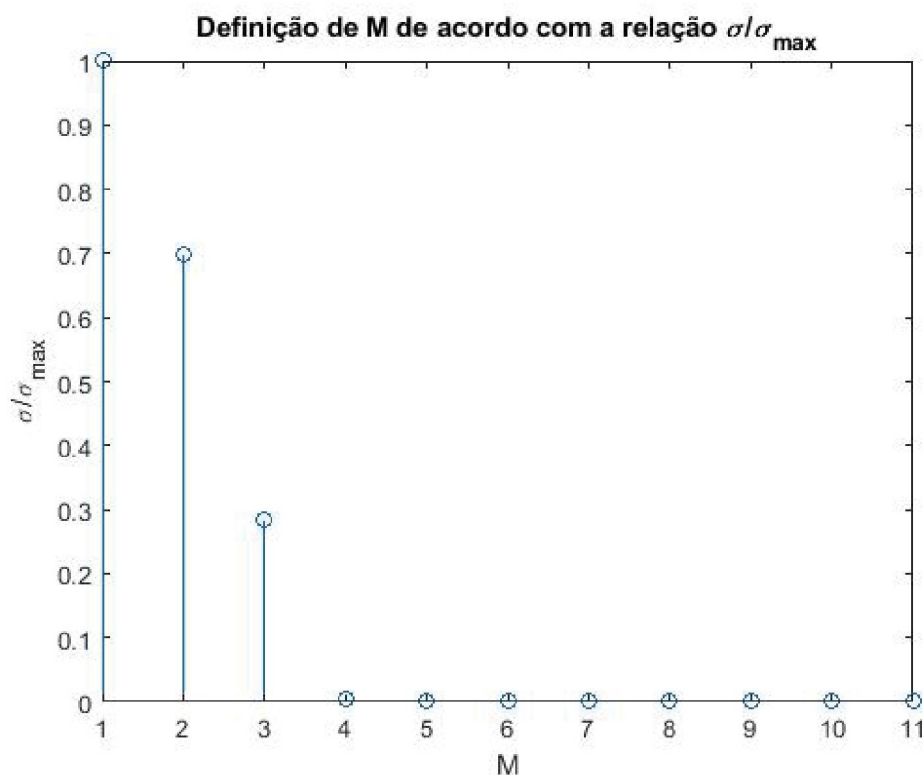


Figura 14 – Estimativa do parâmetro M para o sinal sintético com base na relação σ_c/σ_{max}

Tabela 8 – Estimativa do parâmetro M para o sinal sintético.

M	σ_c/σ_{max}
1	1
2	0,6978
3	0,2842
4	0,0034
5	0,0010
6	0,0010
7	0,0004
8	0,0003

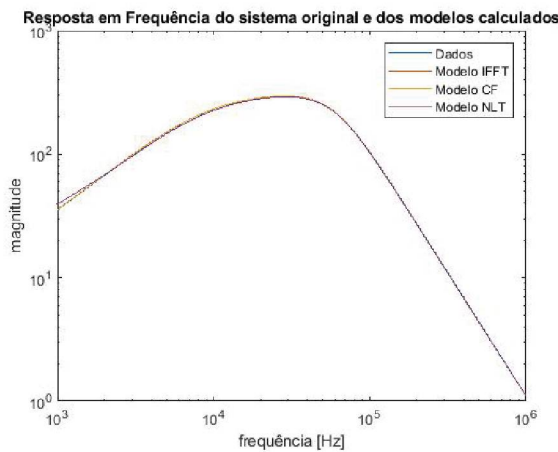
de ordem elevada.

Com o objetivo de melhor interpretar os resultados, os erros calculados foram plotados ponto a ponto. Para os três casos, foram calculados o erro quadrático (equação 4.27) e o erro relativo (equação 4.29), os gráficos encontram-se nas Figuras 16 e 17, respectivamente.

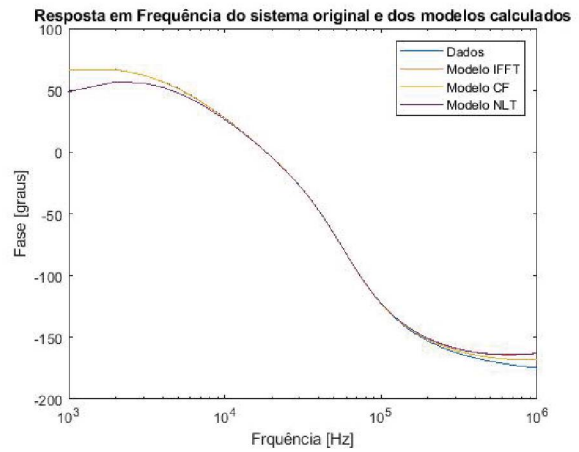
Na Tabela 10 há um comparativo do somatório dos erros calculados (dados pelas equações 4.26 e 4.28), bem como o coeficiente R^2 , para averiguar a compatibilidade da resposta em frequência do modelo original em comparação com o modelo obtido pelo algoritmo.

Tabela 9 – Parâmetros do Sinal Sintético e suas Estimativas.

	Polos (S_m)		
	escala: 1×10^5		
	S_1	S_2	S_3
Valor real	-0,5882	$-2,6070 + j2,6314$	$-2,6070 - j2,6314$
IFFT	-0,5784	$-2,5538 + j2,6477$	$-2,5540 - j2,6477$
Closed-Form	-0,5827	$-2,5791 + j2,6396$	$-2,5791 - j2,6396$
NLT	-0,6016	$-2,5764 + j2,6494$	$-2,5765 - j2,6495$
	Resíduos (R_m)		
	escala: 1×10^7		
	R_1	R_2	R_3
Valor real	-2,2574	$1,1287 - j9,1474$	$1,1287 + j9,1474$
IFFT	-2,1891	$1,1666 - j8,8037$	$1,1657 + j8,8040$
Closed-Form	-2,2199	$1,1493 - j8,9645$	$1,1493 + j8,9645$
NLT	-2,1836	$1,1642 - j8,7907$	$1,1635 + j8,7910$



(a) Magnitude (dB)



(b) Ângulo de fase (graus Celsius)

Figura 15 – Resposta em frequência do modelo representado pela equação (4.30) e dos modelo determinados pelos algoritmos MP

Neste estudo de caso, observando o acúmulo de erros e os parâmetros identificados por cada algoritmo, quando comparados com os parâmetros do sinal original, podemos concluir que o algoritmo MP que utiliza a transformada de Fourier *Closed-Form* apresentou o melhor desempenho, já o algoritmo que utiliza a transformada numérica de Laplace (NLT) foi o que obteve a pior estimativa. O algoritmo "MP com IFFT" apresenta boas estimativas, muito próximas ao do algoritmo "MP *Closed-Form*". Para os três modelos, o acúmulo de erros é baixo.

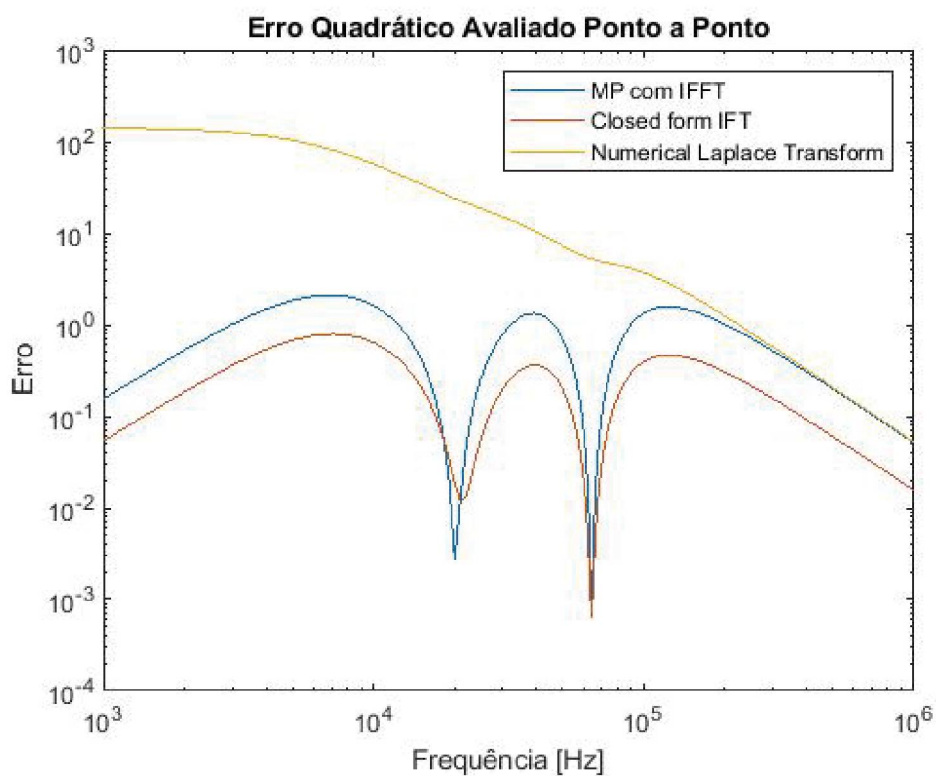


Figura 16 – Erro quadrático ponto a ponto para o primeiro estudo de caso.

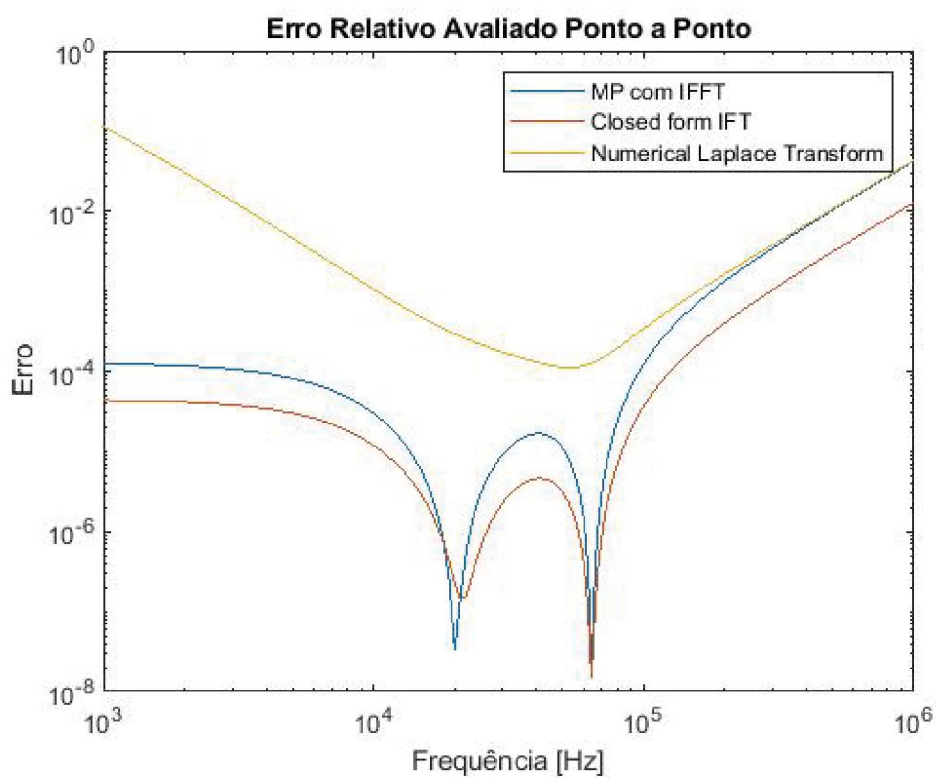


Figura 17 – Erro relativo ponto a ponto para o primeiro estudo de caso.

Tabela 10 – Parâmetros e erros calculados para o primeiro estudo de caso

Algoritmo MP	MSE	\sum Erro Relativo	R^2
IFFT	0,3960	11,7765	99,9921%
Closed-Form	0,1197	6,4680	99,9976%
NLP	2,5429	12,6327	99,9496%

4.7.2 Benchmark para modelagem de transformadores monofásicos do grupo Cigre A2/C4.52.

Neste exemplo, trata-se de um estudo de caso baseado no *benchmark* para modelagem de transformadores monofásicos do grupo Cigre A2/C4.52. Detalhes deste *benchmark* estão descritos em "High-frequency Transformer and Reactor Models for Network Studies - Part 5: Measurements and Design" (CIGRE; JWG; A2/C4.52, 2019b). Alguns estudos baseados neste *benchmark* podem ser vistos em GUSTAVSEN et al., 2017, GUSTAVSEN et al., 2018, SCHUMACHER et al., 2018, RODRIGUES et al., 2019 e CIGRE; JWG; A2/C4.52, 2019b.

O equipamento do *benchmark* para modelagem de transformadores monofásicos é uma unidade real de 40 MVA, 230Y/132,8 kV – 69Y/39,8 kV – 13,8 Δ kV, 3 enrolamentos. Os Taps (OLTC, On-Load Tap Changer) possuem 11 posições com polaridade reversível. A Figura 18 apresenta o diagrama de conexões deste transformador (CIGRE; JWG; A2/C4.52, 2019b). Nesta figura, pode-se observar os terminais de alta tensão H (conexão Y), de baixa tensão X (conexão Y) e terminal terciário Y (conexão Δ), assim como as medições nas posições do OLTC denominadas de R1 a R11.

As medições dos parâmetros Admitância e Transferência de tensão da unidade foram realizadas no México em 2016 como parte das atividades do grupo de trabalho internacional do Cigre, o JWG A2/C4.52 "High-frequency Transformer and Reactor Models for Network Studies". As medições foram realizadas no transformador com as partes ativas dentro do tanque, porém sem óleo e buchas. Detalhes de todas as medições do *benchmark* podem ser encontrados em CIGRE; JWG; A2/C4.52, 2019b. A Figura 19 contém uma ilustração do procedimento de medições sendo realizado.

As medições de transferência de tensão foram realizadas partindo do quatro terminais externos, a saber, os terminais H_0 , H_1 , X_0 e X_1 , para três terminais internos (OLTC), os terminais, R1, R5 e R11, formando, portanto, uma matriz de medições de dimensão 3×4 dada pela equação (4.32):

$$\begin{bmatrix} V_{R1}(j\omega) \\ V_{R5}(j\omega) \\ V_{R11}(j\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{R1H1}(j\omega) & H_{R1H0}(j\omega) & H_{R1X1}(j\omega) & H_{R1X0}(j\omega) \\ H_{R5H1}(j\omega) & H_{R5H0}(j\omega) & H_{R5X1}(j\omega) & H_{R5X0}(j\omega) \\ H_{R11H1}(j\omega) & H_{R11H0}(j\omega) & H_{R11X1}(j\omega) & H_{R11X0}(j\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{H1}(j\omega) \\ V_{H0}(j\omega) \\ V_{X1}(j\omega) \\ V_{X0}(j\omega) \end{bmatrix} \quad (4.32)$$

As curvas da resposta em frequência de cada um dos terminais externos, em relação

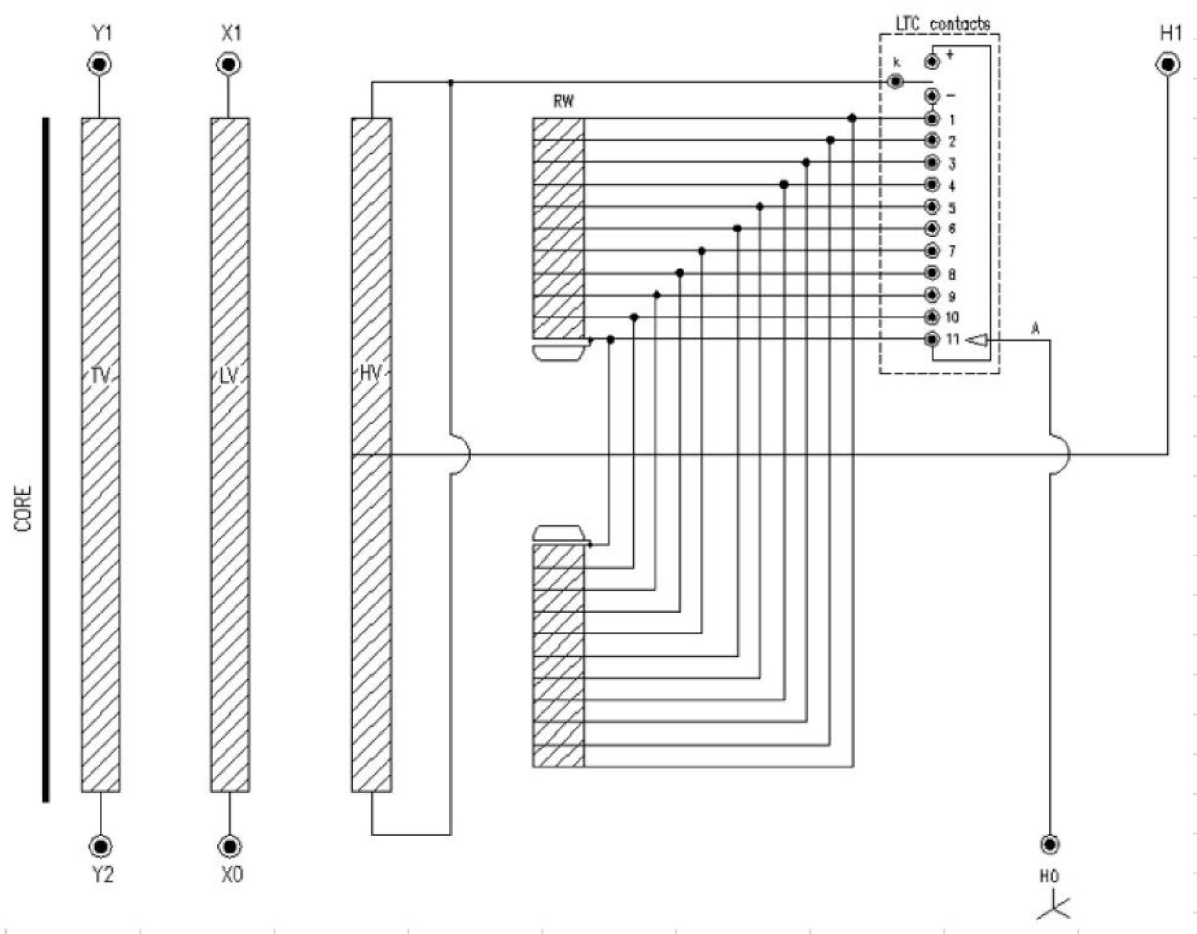


Figura 18 – Conexões e terminais do transformador *benchmark* (Fonte: CIGRE; JWG; A2/C4.52, 2019b).

aos terminais internos, são representadas nas Figuras 20a, 20b, 21a e 21b. Para o estudo de caso em questão, utilizou-se a medida entre o terminal externo H1, e o terminal interno R1, representada nas Figuras 22a e 22b. A escolha desta curva foi feita de maneira arbitrária, podendo ter sido escolhida outra curva para a realização da modelagem.

De forma a se adequar às restrições do algoritmo MP, foi necessário utilizar um modelo do transformador, realizado em estudos anteriores (SCHUMACHER et al., 2018), que reproduzisse os dados de tais medidas. Uma vez com o modelo, aplicou-se um sinal de frequência, igualmente espaçado de 10^4 a 10^7 Hz e então, com a resposta em frequência obtida, aplicou-se este sinal como sinal de entrada para os algoritmos de identificação MP.

Nesta estimação de modelo, foram aplicados quatro variações do algoritmo MP. Além dos três utilizados na seção 4.7.1, aplicou-se também o método MP com 2 escalas de tempo, uma vez que, diferente do caso anterior, a ordem do sistema não é conhecida. Para estimação de parâmetros, adotou-se a ordem 20 para o modelo, no caso do algoritmo de duas escalas, utilizou-se 16 polos na primeira etapa da identificação e então 4 polos extras para o ajuste de aproximação de curvas. A escolha de polos é feita de acordo com a estimativa feita pelo próprio algoritmo e também por testes de tentativa e erro com outras ordens superiores, até

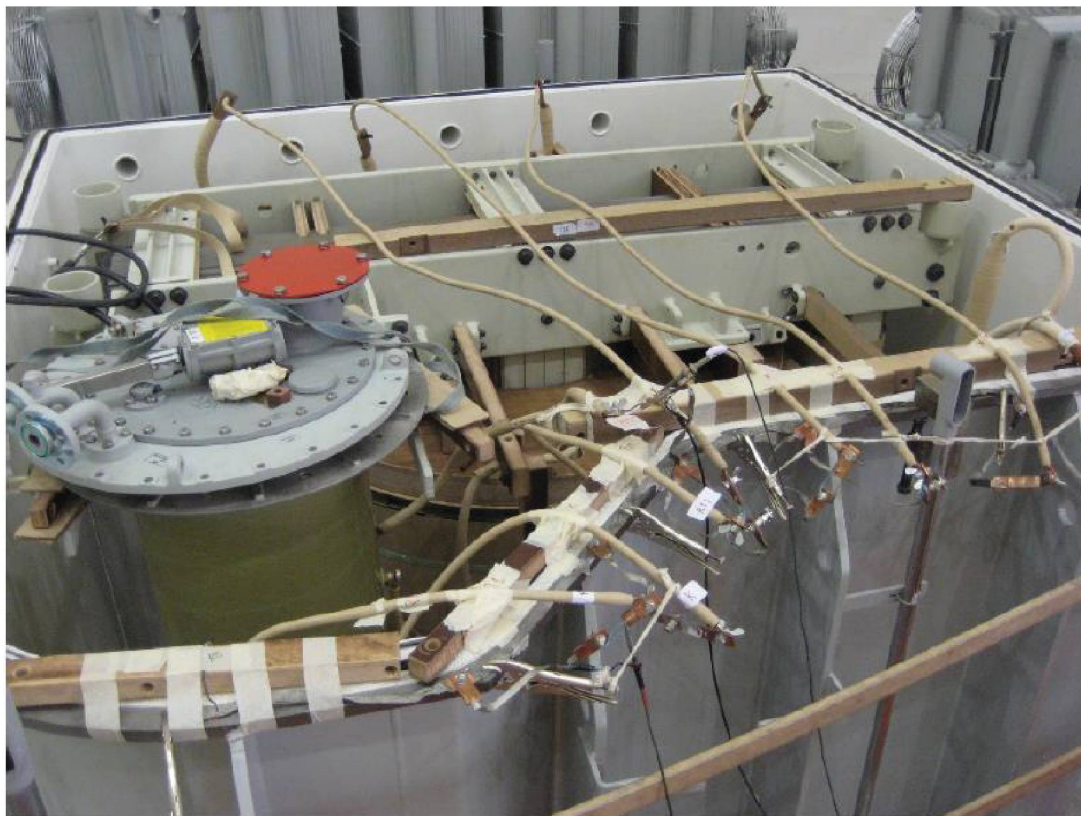


Figura 19 – Ilustração das medições sendo realizadas (Fonte: GUSTAVSEN et al., 2017).

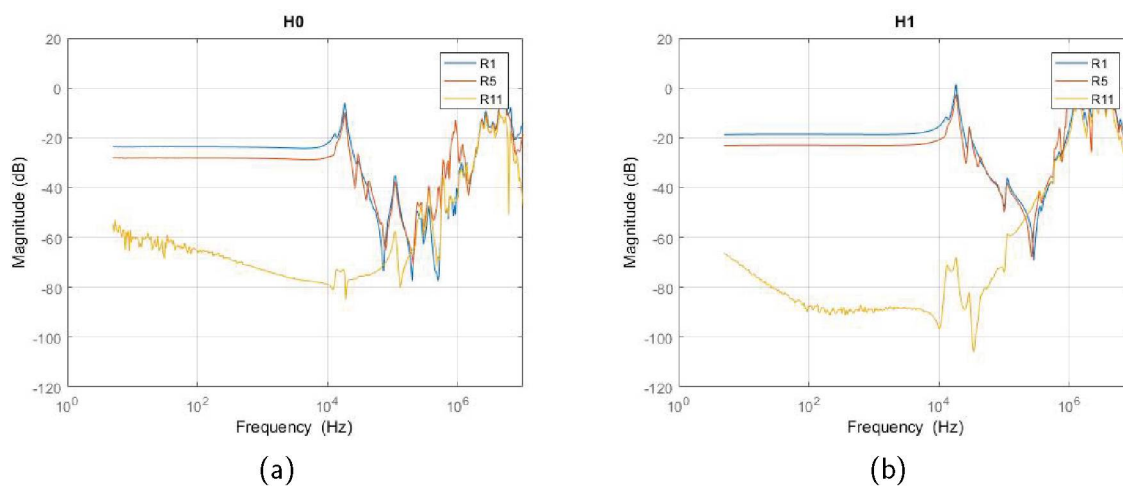


Figura 20 – Resposta em frequência entre os terminais H0 e H1 e os terminais internos do transformador. (Fonte: SCHUMACHER et al., 2018).

chegar em uma modelagem mais satisfatória. As Figuras 23a e 23b apresentam a resposta em frequência da medida escolhida para avaliação junto com as respostas referentes aos modelos criados por cada variação do algoritmo.

No total foram avaliadas 2000 amostras. Os gráficos com a representação dos erros quadráticos e relativos encontram-se nas figuras 24 e 25, respectivamente.

O comparativo do somatório dos erros calculados, bem como os coeficientes R^2

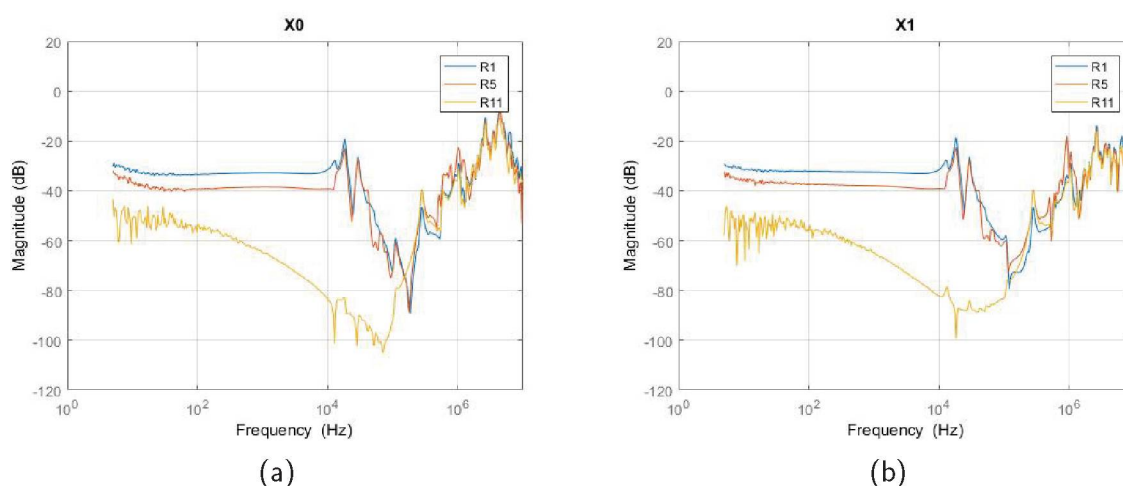


Figura 21 – Resposta em frequência entre os terminais X0 e X1 e os terminais internos do transformador. (Fonte: SCHUMACHER et al.,2018).

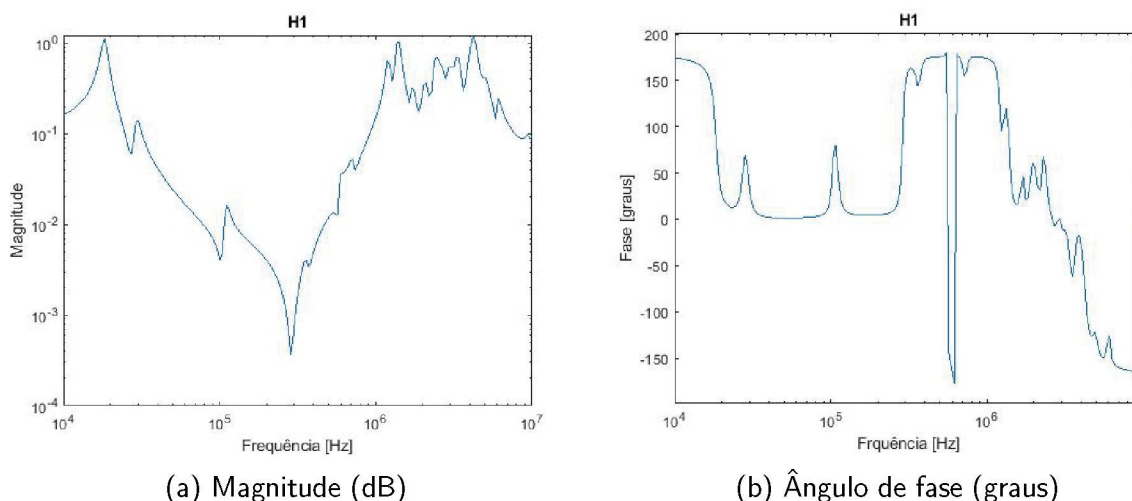


Figura 22 – Resposta em frequência entre os terminais H1 e R1 do transformador

obtidos, estão relacionados na Tabela 11.

Tabela 11 – Parâmetros e erros calculados para o segundo estudo de caso

Algoritmo MP	MSE	\sum Erro Relativo	R^2
IFFT	0,0023	174,93	98,4421%
Closed-Form	0,0041	306,00	97,1960%
NLP	0,0012	176,54	99,2059%
2 escalas	0,0020	257,34	98,6168%

No caso específico de cada método de estimação, pode-se observar que o algoritmo utilizado por (SHESHYKANI et al., 2012) (Closed-form) originalmente, apresenta boas aproximações à curva em que é aplicado, principalmente no caso mais simples, como a primeira

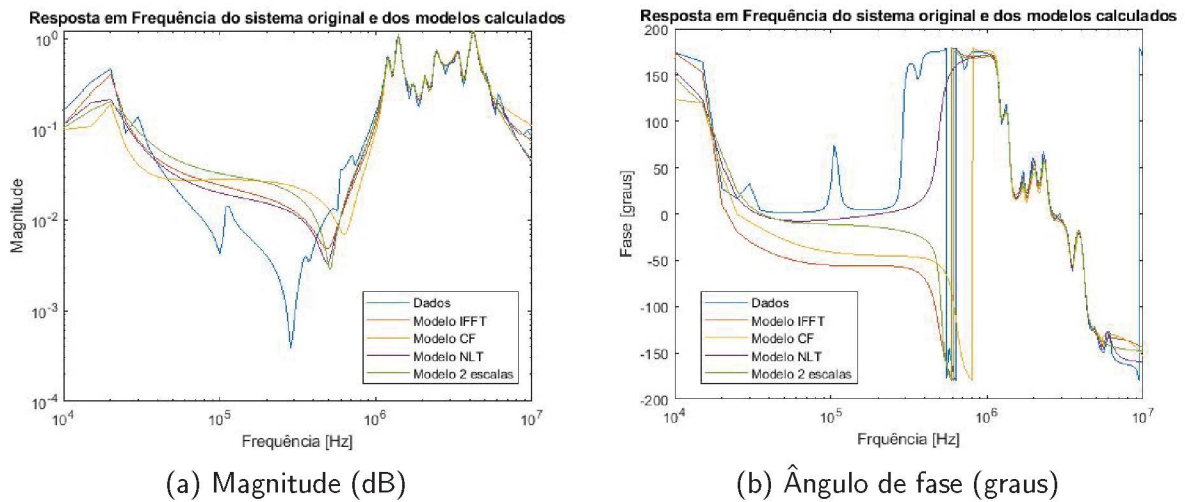


Figura 23 – Reconstruções realizadas pelos algoritmos MP da resposta em frequência entre os terminais H1 e R1 do transformador

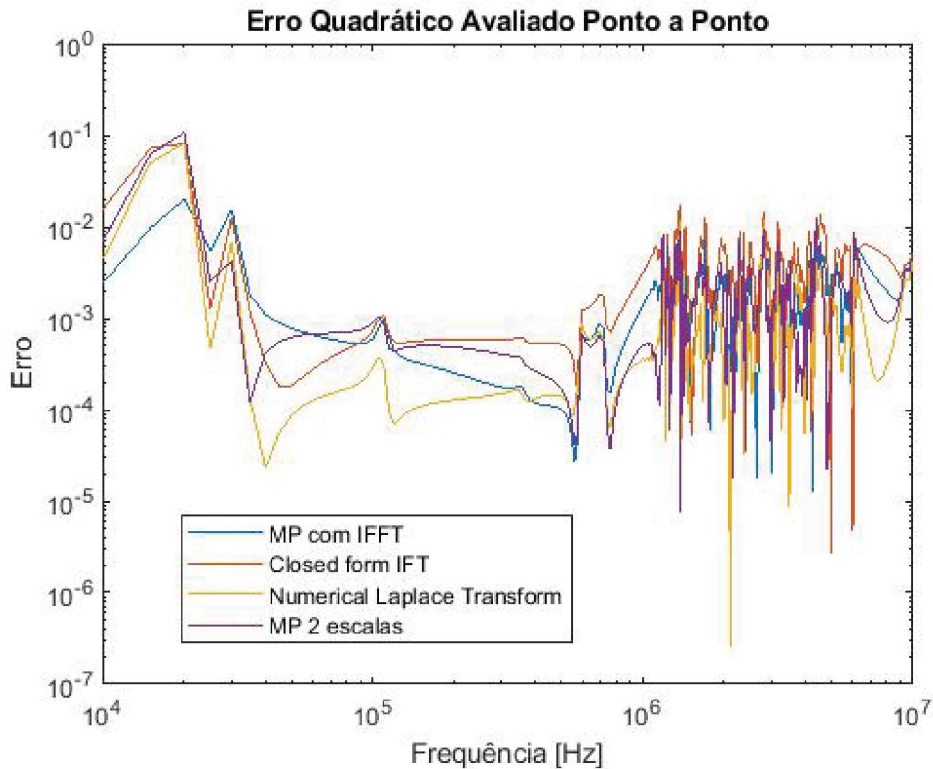


Figura 24 – Erro quadrático ponto a ponto para o segundo estudo de caso.

aplicação. No entanto, ao elaborar-se mais o modelo pretendido, o MP que utiliza método *Closed-form* apresenta um acúmulo maior de erros ao final da estimação. O método MP utilizando o algoritmo IFFT apresentou menor acúmulo de erros, ao ser comparado com os demais.

Na Tabela 12 uma comparação entre o tempo de execução de cada algoritmo é apresentada. A máquina utilizada para as simulações trata-se de um PC Dell, com processador Intel® Core i5, memória RAM de 8 Gb e sistema operacional Windows 7.

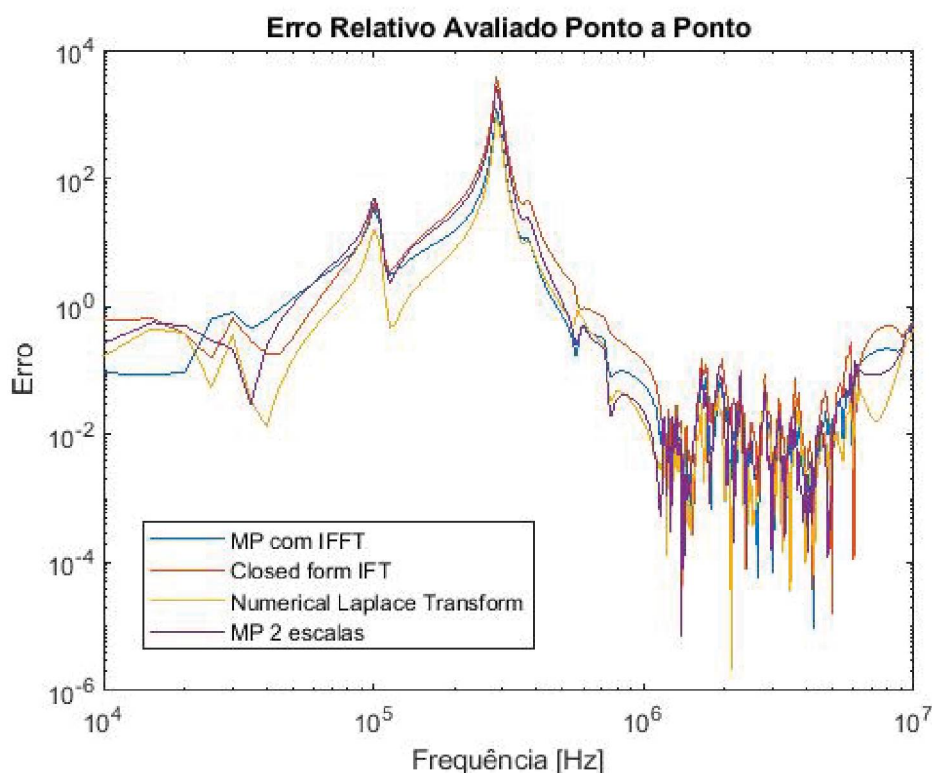


Figura 25 – Erro relativo ponto a ponto para o segundo estudo de caso.

Tabela 12 – Tempo de simulação para cada algoritmo no segundo estudo de caso

Algoritmo MP	Tempo (s)
IFFT	20,15
Closed-Form	5,53
NLP	18,20
2 escalas	14,28

Observa-se que os métodos MP *Closed-form* e o método MP com duas escalas temporais, apesar de serem aqueles com maiores acúmulos de erro, apresentam os menores tempos de simulação. Com destaque para o MP *Closed-form* que necessita menos da metade do tempo de simulação dos demais.

4.7.2.1 Teste BIL

Com o objetivo de avaliar os modelos obtidos para cada variação do algoritmo *Matrix Pencil*, foi reproduzido o teste BIL (*Basic Insulation Level*) aplicado a transformadores, de modo a comparar a resposta ao impulso do sistema original com os modelos identificados na seção 4.7.2.

O teste de impulso, ou BIL, é um teste dielétrico que consiste na aplicação de uma onda de alta frequência entre os enrolamentos, e entre os enrolamentos e o aterramento do

transformador. Este teste é um método utilizado para especificar a magnitude da tensão que um transformador pode tolerar sem trazer danos ao equipamento, em outras palavras, seu nível de isolamento.

Quando um impulso gerado por uma descarga elétrica atinge o sistema, este é descarregado através de dispositivos de proteção, antes que o transformador seja danificado. Para isso, tais dispositivos precisam operar abaixo do nível de isolamento do equipamento. A classificação BIL especifica esse nível, ou seja, a tensão mínima que o transformador pode suportar sob essa condição. O método de teste BIL de um transformador foi definido por padrões IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*) e ANSI (*American National Standards Institute*) (CRIOLLO-TACURI; TAPIA-CARDENAS; QUIZHPI-PALOMEQUE, 2018). O sinal de impulso utilizado no teste é mostrado na Figura 26. Este sinal representa um pico de tensão aplicado ao equipamento por um curto período de tempo ($50\mu s$).

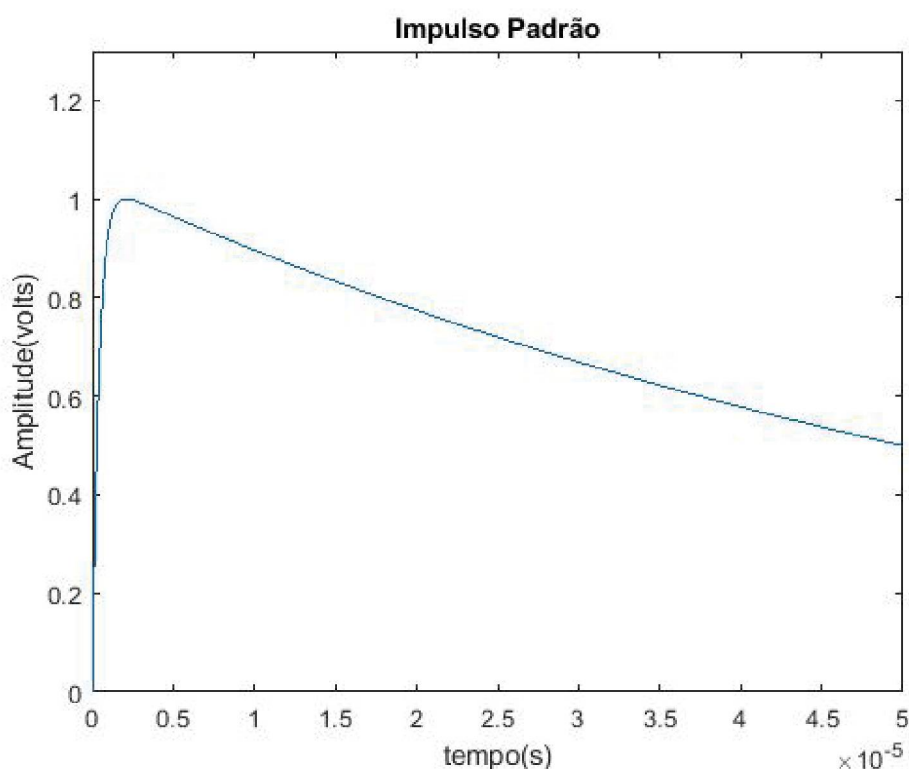


Figura 26 – Sinal Impulso aplicado no teste BIL do transformador

Neste estudo de caso, o sinal impulso foi aplicado ao sistema original e comparado com os quatro modelos identificados na seção 4.7.2. As curvas resultantes podem ser observadas na figura 27.

Para uma avaliação mais detalhada da resposta dos modelos no intervalo de tempo referente ao teste BIL, é mostrado na Figura 28 a mesma plotagem da figura anterior, porém com o tempo de observação delimitado de acordo com o tempo de subida da curva do impulso. Este intervalo é de grande importância para a validação do teste BIL, no entanto, como estamos analisando a modelagem do transformador, precisamos também analisar o resto do período de

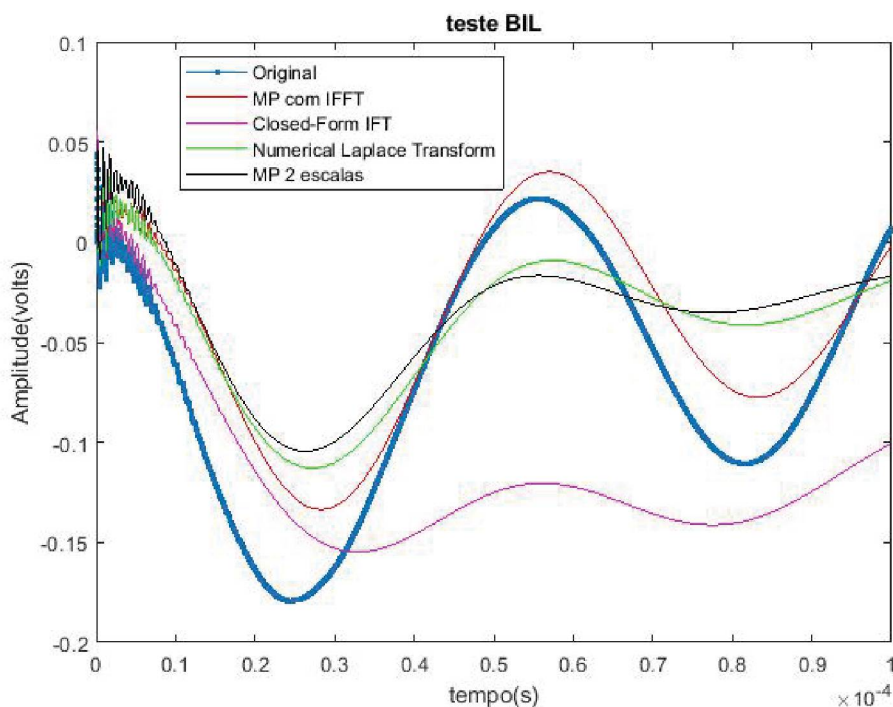


Figura 27 – Curvas de resposta dos modelos criados pelo algoritmo MP ao teste BIL

observação, não somente o tempo de subida.

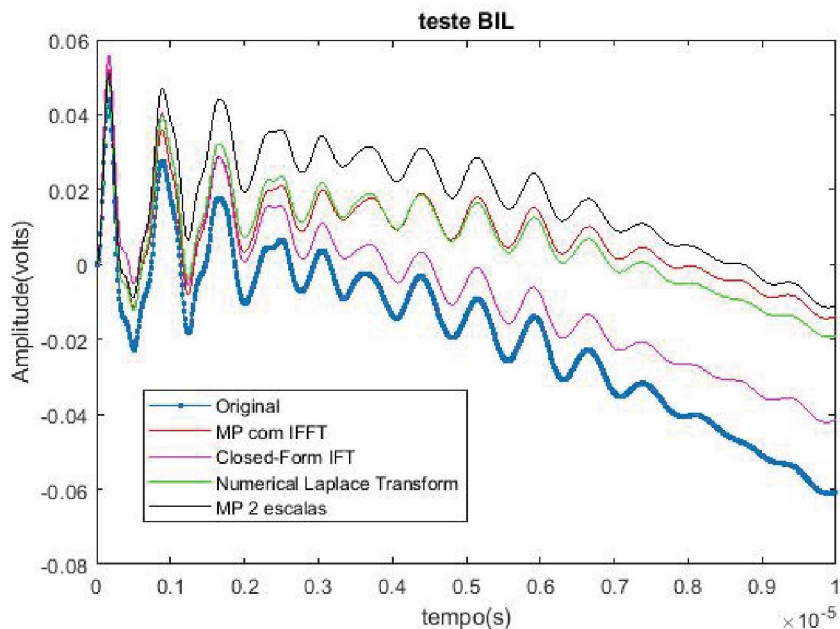


Figura 28 – Curvas de resposta dos modelos criados pelo algoritmo MP ao teste BIL com escala de tempo reduzida

Observa-se pela Figura 28 que a curva que mais se aproximou do comportamento do sistema original, neste intervalo de tempo de subida, foi a curva do algoritmo *Closed-Form*. Por outro lado, quando observamos o comportamento do sinal durante todo seu período de avaliação (Figura 27), a curva que mais afasta é a do modelo "Closed-Form IFT", o que era

esperado, uma vez que este foi o algoritmo que apresentou maior erro acumulado no estudo de caso anterior.

Portanto, considerando o acúmulo de erros em relação à curva de resposta em frequência do equipamento estudado, como apresentado na Tabela 11, e a aproximação da curva de resposta ao ensaio BIL, ao reproduzir um ensaio nos modelos criados por estes algoritmos, aquele que mais se aproximou da resposta do sistema original foi o modelo criado a partir do algoritmo "MP com IFFT".

Pode-se interpretar, a partir destes resultados, que, caso o modelo obtido fosse apenas usado para uma simulação de teste BIL, o modelo "Closed-Form IFT" seria o mais indicado. No entanto, caso o objetivo fosse reproduzir mais fielmente o comportamento do transformador, a melhor opção seria o modelo "MP com IFFT".

4.7.3 Estudo de Caso Hidrelétrica Jirau

A usina hidrelétrica Jirau está localizada no rio Madeira, a 120 km de Porto Velho, em Rondônia. Foi oficialmente inaugurada em 2016, seu projeto possui 50 unidades geradoras em operação comercial com potência instalada de 3750 megawatts, capaz de atender a cerca de 40 milhões de pessoas (G1, 2016) (ESBR, 2015). Em 2015, a UHE Jirau foi a terceira maior geradora de energia do país. Uma visão aérea da Usina pode ser observada na Figura 29.



Figura 29 – Usina Hidrelétrica de Jirau (RO) (Fonte: (ENERCONS, 2017))

Este estudo de caso trata da determinação de um modelo de larga-faixa de frequência de transformadores de potencial indutivos (TPI) presentes na subestação isolada a gás (GIS)

de 525 kV da Usina Hidrelétrica Jirau.

A necessidade de modelagem de transformadores de potencial indutivos de 525kV instalados na subestação da hidrelétrica deu-se a partir de falhas de origem desconhecida, falhas estas que motivaram uma série de ações para analisar sua causa. Uma das ações é o projeto de P&D (ANEEL/ESBR, 2019). Constatou-se que a origem das falhas foi de natureza dielétrica, ocorrendo de maneira não-linearmente distribuída ao longo do enrolamento. Diante disso, considerou-se como causa provável sobretensões em alta frequência decorrentes de manobras internas e/ou externas à GIS.

Assim, simulações com o objetivo de determinar os níveis de sobretensões transitórias rápidas impostas aos TPIs são necessárias e modelos capazes de reproduzir o comportamento específico desses equipamentos em amplas faixas de frequência constituem elemento essencial nesse tipo de investigação (ANEEL/ESBR, 2019).

Neste contexto, nesta seção analisam-se resultados de aplicação do algoritmo *Matrix Pencil* como ferramenta de modelagem do TPI da UHE Jirau.

Na Figura 30a observa-se o TPI instalado na hidrelétrica Jirau e na Figura 30b tem-se o TPI com conexões de aterramento dos terminais para serem realizadas as medições do equipamento. A caracterização através de terminais constitui uma alternativa prática e não invasiva de se estudar o comportamento de um dado equipamento. Para transformadores, destaca-se, como forma de caracterização, os parâmetros de admitância, como exposto na seção 4.2.1.



(a)



(b)

Figura 30 – (a) TPI instalado na hidrelétrica de Jirau (RO); (b) TPI objeto de análise com conexões de aterramento dos terminais (Fonte: IHLENFELD et al., 2019 e OLIVEIRA; IHLENFELD, 2019).

Na Figura 31a, a nomenclatura dos terminais é fixada conforme se segue: terminal de

alta tensão ou primário denominado H e os terminais de baixa tensão ou secundário denominados 1a2 e 2a2, respectivamente. Na Figura 31b, vista em corte do TPI da Figura 30b, tendo o terminal de alta tensão no topo e os de baixa tensão ao centro.

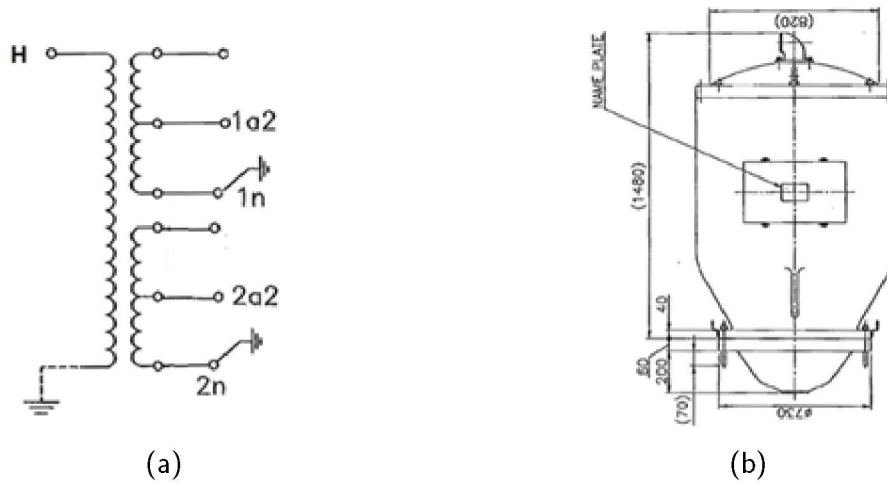


Figura 31 – (a) Representação dos terminais do TPI ; (b) Vista em corte do TPI (Fonte: IHLENFELD et al., 2019 e OLIVEIRA; IHLENFELD, 2019).

Conforme Figura 30b, foram feitas medições dos parâmetros da matriz de admitância Y do TPI. Obtendo-se uma matriz de admitâncias $Y(\omega)$ de dimensão 3×3 como representado na equação (4.33) A medição dos parâmetros Y está na Figura 32 (IHLENFELD et al., 2019) (OLIVEIRA; IHLENFELD, 2019).

$$\begin{bmatrix} I_H(\omega) \\ I_{1a2}(\omega) \\ I_{2a2}(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11}(\omega) & Y_{12}(\omega) & Y_{13}(\omega) \\ Y_{21}(\omega) & Y_{22}(\omega) & Y_{23}(\omega) \\ Y_{31}(\omega) & Y_{32}(\omega) & Y_{33}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_H \\ V_{1a2} \\ V_{2a2} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

Para a escolha da curva a ser usada na modelagem, foi feita a avaliação de alguns aspectos do sinal. O primeiro deles foi o *range* de frequências (10^1 Hz a 10^7 Hz), pois, por abranger uma larga faixa de frequência, foi utilizado o espaçamento logarítmico entre amostras na aquisição de dados. No entanto, pelas limitações do algoritmo MP, as amostras precisam ser espaçadas linearmente e essa adaptação de escalas é feita a partir de um modelo previamente calculado.

Além disso, um segundo aspecto a ser observado são as variações de magnitude que o sinal possui. Um sinal que apresenta muitas variações de magnitude no *range* de frequências utilizado, precisaria, ao ser representado por uma escala de frequências linearmente espaçadas, conter um número muito grande de amostras, numero este que inviabiliza a manipulação de dados pelo algoritmo. Ao realizar alguns testes de programação com muitas amostras no sinal de entrada, a capacidade de memória do computador utilizado era excedida e não era possível proceder com a modelagem. Portanto, levando em consideração tais aspectos, foi escolhida para a modelagem, a curva representada por $Y_{22}(\omega)$ na matriz $Y(\omega)$. Esta curva apresenta

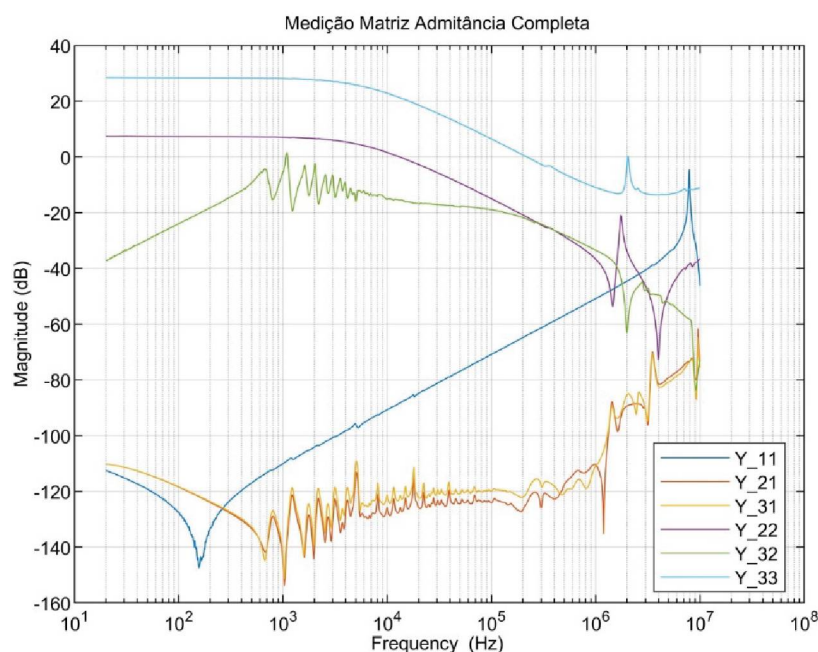


Figura 32 – Medição Matriz de admitância completa do TPI (Fonte: IHLENFELD et al., 2019 e OLIVEIRA; IHLENFELD, 2019).

variações de magnitude concentrada numa menor faixa de frequências, possibilitando, portanto, uma melhor conversão da escala logarítmica para a escala linear.

Assim como feito no estudo de caso anterior, de forma a se adequar às restrições do algoritmo MP, foi necessário utilizar um modelo do transformador OLIVEIRA; IHLENFELD; RODRIGUES, 2019 que reproduzisse os dados de tais medidas. Uma vez com o modelo, aplicou-se um sinal de frequência, igualmente espaçado de 10^4 a 10^7 Hz e então, com a resposta em frequência obtida, aplicou-se este sinal como sinal de entrada para o algoritmo de identificação MP. Na Figura 33 apresenta-se o diagrama de bode da curva $Y_{22}(\omega)$ do modelo presente em OLIVEIRA; IHLENFELD; RODRIGUES, 2019 utilizando o novo vetor de frequências, agora linearmente espaçadas.

Ao proceder com os testes de modelagem, encontrou-se dificuldade em utilizar os algoritmos "MP IFFT", "MP Closed-Form" e "MP NLT". Os algoritmos não eram capazes de identificar polos para a realização do modelo devido a erro na identificação dos valores singulares. O único algoritmo que conseguiu apresentar um modelo completo para o sinal de entrada utilizado foi o "MP 2 escalas". Portanto, neste estudo de caso, apenas este algoritmo foi avaliado.

Nas Figuras 34a e 34b, observa-se o diagrama de bode da curva escolhida, bem como o diagrama da resposta em frequência do modelo obtidos pelo algoritmo MP.

Realizou-se a modelagem utilizando 1000 amostras com espaçamento de frequência uniforme entre 10^4 Hz e 10^7 Hz. O modelo utilizou um total de 20 polos e mais 8 polos extras.

A escolha do número de polos, neste caso, foi feita a partir de tentativa e erro. Variou-

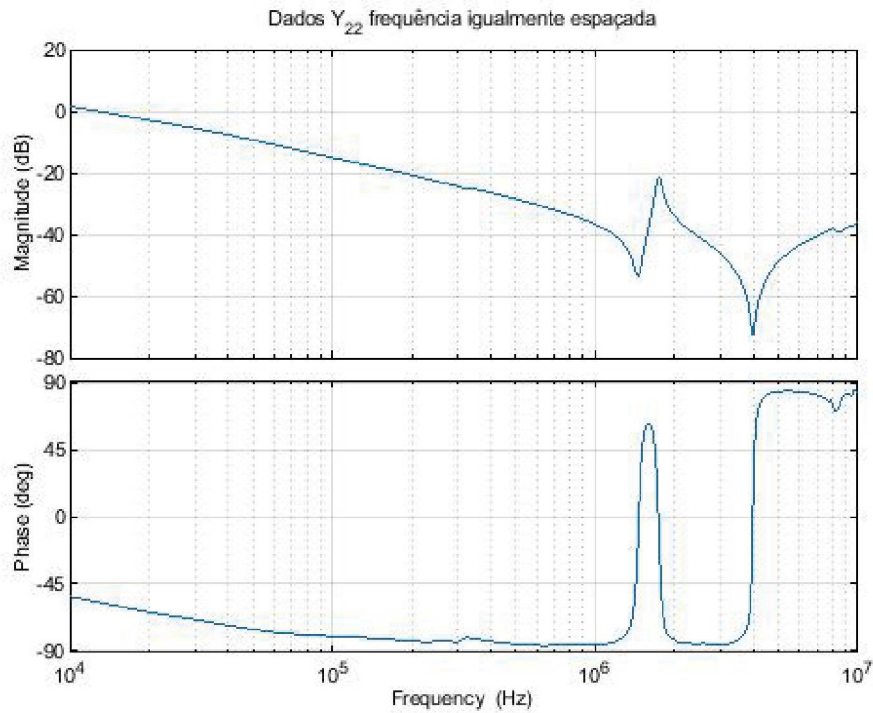
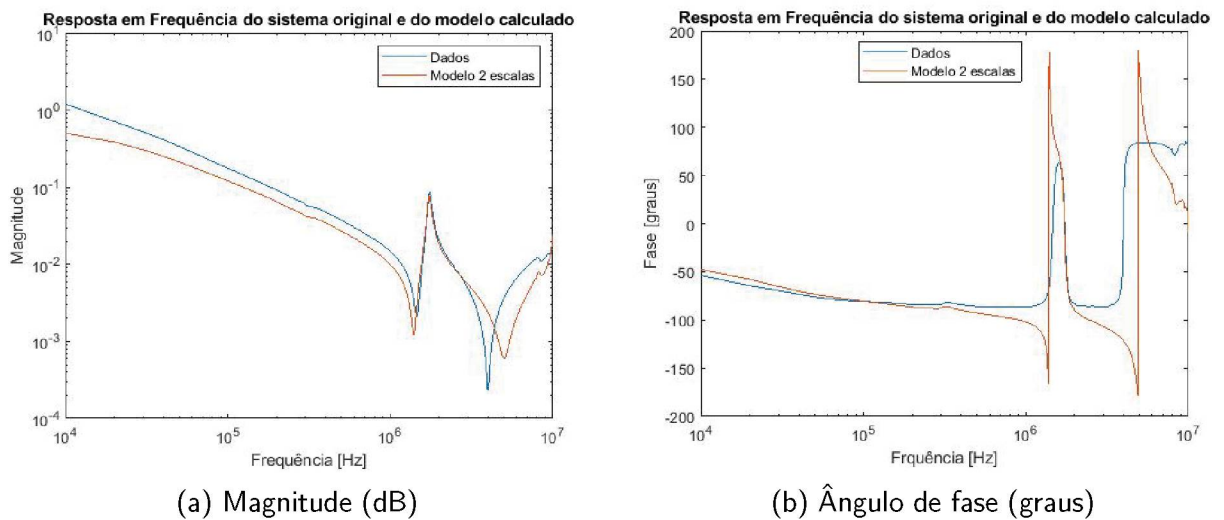


Figura 33 – Diagrama de bode da resposta Y_{22} da matriz de admitâncias para a frequência igualmente espaçada

se tanto o número de polos originais quanto o número de polos extras, até encontrar uma combinação que produzisse um modelo mais satisfatório. Foi necessário também variar o tempo de escala representado por T_{s1} na Figura 13, referente à seção 4.6.3. O T_{s1} é normalmente definido como o instante de tempo em que o sinal decai a 0,01 do seu valor máximo. Para este caso, no entanto, essa constante foi alterada para 0,1 do valor máximo.



(a) Magnitude (dB)

(b) Ângulo de fase (graus)

Figura 34 – Resposta em frequência da curva de admitância do TPI e dos modelos determinados pelos algoritmos MP

Nas Figuras 35 e 36 estão representados os erros quadráticos e relativos ponto a ponto das curvas identificadas pelo algoritmo. A relação contendo os somatório dos erros calculados, bem como o coeficiente R^2 obtido, está disposta na Tabela 13.

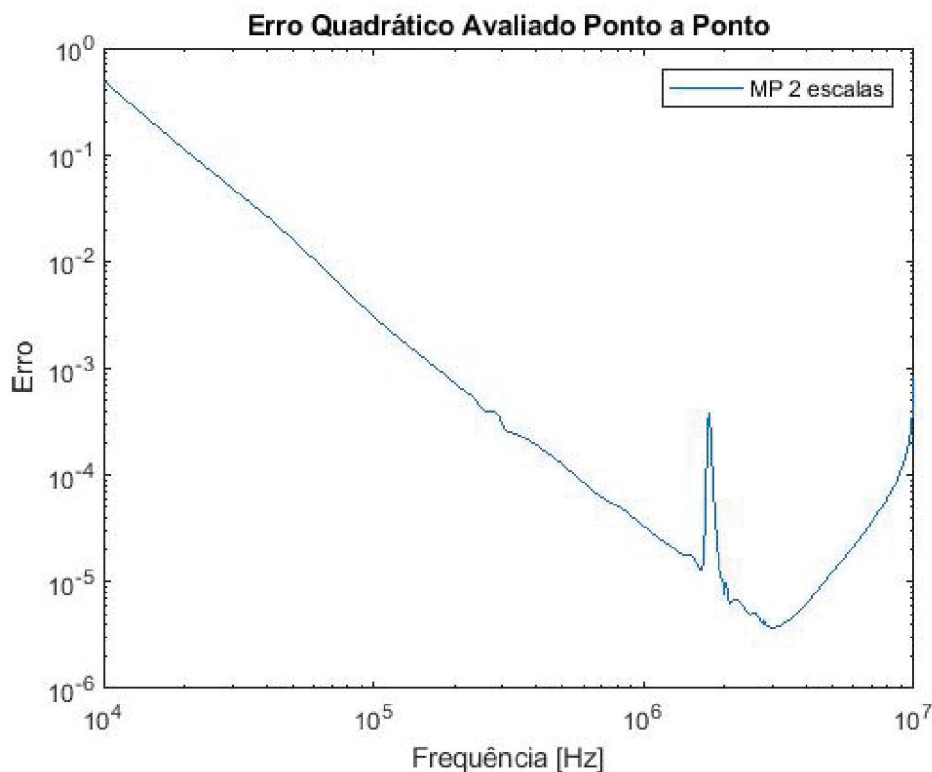


Figura 35 – Erro quadrático ponto a ponto para o estudo de caso envolvendo o TPI.

Tabela 13 – Parâmetros e erros calculados para o estudo de caso do TPI

Algoritmo MP	MSE	\sum Erro Relativo	R^2
2 escalas	$7,977 \times 10^{-4}$	156,34	74,8239%

Neste estudo de caso, pode-se averiguar que o modelo "MP 2 escalas" possui um refinamento melhor na modelagem. Uma vez que ele foi o único capaz de produzir um modelo satisfatório para o sinal em questão. As razões pelas quais os outros modelos não tiveram performances tão interessantes, assim como exposto no início da seção 4.6, deve-se às limitações do algoritmo MP. Um sinal que possui um amplo espectro de frequências necessita de muitas amostras para ser trabalhado na escala linear. Como o algoritmo "MP 2 escalas" propõe contornar essa limitação fazendo uma divisão de escalas no tempo, ele foi capaz de desempenhar a modelagem.

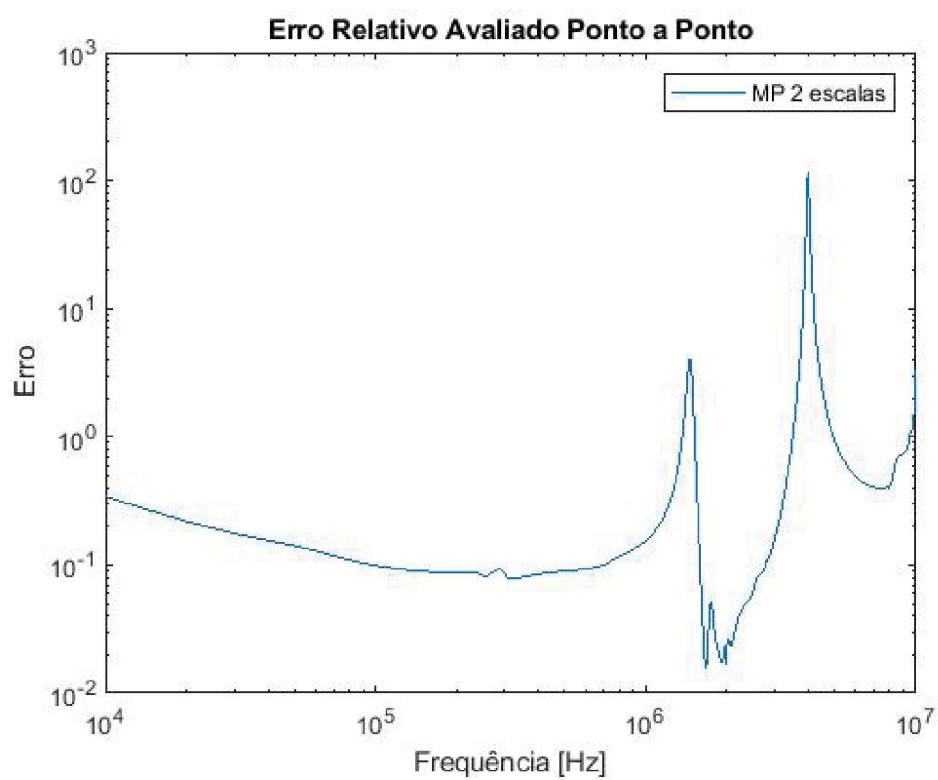


Figura 36 – Erro relativo ponto a ponto para o estudo de caso envolvendo o TPI.

5 CONCLUSÕES

O presente trabalho tem como objetivo aplicar o algoritmo de identificação *Matrix Pencil* a dois problemas distintos: A estimação de modos eletromecânicos de sistemas elétricos de potência visando análise de estabilidade e a estimação de (macro)modelos dinâmicos de equipamentos do sistema visando análise/realização de simulações de transitórios eletromagnéticos. Sendo o primeiro aplicável a dados no domínio do tempo e o segundo, no domínio da frequência. Desta forma, foi avaliada a eficiência do algoritmo em ambos os domínios. Após uma introdução das premissas de cada problema a ser estudado, foram aplicados três estudos de caso a cada um deles.

Na identificação de modos eletromecânicos, foram utilizados dados sintéticos e dados reais do NAEI e BIP para validação. Uma comparação com o algoritmo *Vector Fitting* foi realizada. Este é um algoritmo já muito utilizado e conceituado na área de identificação em questão. O *Matrix Pencil* se mostrou, portanto, uma alternativa ao método *Vector Fitting*, uma vez que apresentou resultados satisfatórios e equivalentes aos do VF.

No caso da identificação de modelos, após o estudo teórico do algoritmo adaptado ao domínio da frequência e das especificações do equipamento a ser modelado, foram desenvolvidos dois estudos de modelagem: um sintético e dois estudos aplicados a dados de transformadores reais. No primeiro deles, que refere-se ao transformador monofásico (grupo de trabalho JWG A2/C4.52), após a modelagem, foi realizado um teste BIL com os modelos produzidos, visando a validação dos mesmos. Neste estudo, foram comparados quatro diferentes algoritmos MP, 3 deles utilizando técnicas diferentes para fazer a conversão do domínio da frequência para o domínio do tempo e um deles utilizando polos extras para melhorar a aproximação das curvas estimadas. Neste caso, o método que mostrou um modelo mais fiel ao comportamento do sistema original foi aquele que utilizou o MP com o algoritmo IFFT.

No caso específico de modelagem do TPI da Usina Hidrelétrica de Jirau, o algoritmo que se mostrou adequado para o estudo foi o "MP 2 escalas" pois, neste caso específico, a problemática do espectro de frequências muito grande foi evidenciada e o algoritmo que melhor contornou essa limitação foi o "MP com 2 escalas".

5.1 TRABALHOS FUTUROS

Como continuação do trabalho, propõe-se a busca por uma solução às restrições do algoritmo *Matrix Pencil*. Como o algoritmo trabalha melhor com altas frequências e exige que as amostras estejam linearmente espaçadas, ele não é indicado para problemas de identificação envolvendo baixas frequências ou amostras com espaçamento logarítmico.

Além disso, o estudo de caso envolvendo o TPI evidenciou que para o caso de um grande espectro de frequências no sinal de entrada, o algoritmo não apresenta sua melhor

performance de modelagem, necessitando, portanto, a busca de alternativas para melhorar seu desempenho.

Referências

- AGUIRRE, L. A. **Introdução à identificação de sistemas–Técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais**. [S.l.]: Editora UFMG, 2004. Citado na página 3.
- ALLEN, J. C. **H-infinity Engineering and Amplifier Optimization**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. Citado na página 34.
- ANEEL. **Geração Distribuída**. 2018. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br>>. Acesso em: 18 out. 2018. Citado na página 3.
- ANEEL/ESBR. **Estudo da interação transitória em alta frequência entre transformadores de potencial indutivos e o sistema elétrico de potência com foco no aumento da confiabilidade de geração de energia**. [S.l.]: Projeto regulamentado pela ANEEL e desenvolvido no âmbito do Programa PD da Energia Sustentável do Brasil S.A. PD-6631-0006/2017. Em execução, 2019. Citado na página 58.
- ANNAKAGE, U. et al. Application of phasor measurement units for monitoring power system dynamic performance. *Cigre*, Paris, p. 137, 2017. Citado 2 vezes nas páginas e 16.
- BOYD, S.; CHUA, L. O. On the passivity criterion for lti n-ports. **International Journal of Circuit Theory and Applications**, WILEY ONLINE LIBRARY, v. 10, n. 4, p. 323–333, 1982. Citado na página 34.
- CANIZARES, C. et al. Benchmark models for the analysis and control of small-signal oscillatory dynamics in power systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 32, n. 1, p. 715–722, Jan 2017. ISSN 0885-8950. Citado na página 29.
- CCEE. **Fontes de Energia Elétrica**. 2018. Disponível em: <<https://www.ccee.org.br>>. Acesso em: 16 out. 2018. Citado na página 2.
- CHAVARIN, D. T.; NAREDO, J. L. Matrix pencil method vs vector fitting in the analysis of power-system dynamics. In: **2017 North American Power Symposium (NAPS)**. [S.l.: s.n.], 2017. p. 1–6. Citado 6 vezes nas páginas , 6, 41, 42, 43 e 44.
- CHEN, C.-T. **Linear system theory and design**. [S.l.]: Oxford University Press, Inc., 1998. Citado na página 33.
- CHUA, L.; DESOER, C.; KUH, E. **Linear and Nonlinear Circuits**. [S.l.]: McGraw-Hill, 1987. (Electrical & electronic engineering). ISBN 9780071001670. Citado na página 33.
- CIGRE; JWG; A2/C4.39. **Electrical transient interaction between transformers and the power system**. [S.l.]: Technical Brochure n° 577, 2014. Citado na página 32.
- CIGRE; JWG; A2/C4.52. **High-frequency transformer and reactor models for network studies – Part 2: Black Box Models**. [S.l.]: Technical Brochure to be published, 2019. a ser publicado p. Citado 5 vezes nas páginas , 6, 33, 34 e 36.
- CIGRE; JWG; A2/C4.52. **High-frequency transformer and reactor models for network studies – Part 5: Measurements and Design**”. [S.l.]: Technical Brochure to be published, 2019. Citado 3 vezes nas páginas , 49 e 50.

CORREIA, M. V.; AGUIRRE, L. A. Identificação não-linear caixa-cinza: uma revisão e novos resultados. **Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica**, v. 15, n. 2, p. 109–126, 2004. Citado na página 4.

CRIOLLO-TACURI, D.; TAPIA-CARDENAS, S.; QUIZHPI-PALOMEQUE, F. Application of disruptive tests for the determination of bil through spinterometric spheres in the high voltage laboratory of the salesian polytechnic university. In: **IEEE Conference on Electrical Insulation and Dielectric Phenomena (CEIDP)**. [S.l.]: IEEE, 2018. p. 283–287. Citado na página 55.

DORIGHELLO, R. S.; OLIVEIRA, G. H. d. C. Evaluation of matrix pencil algorithms applied in electric power systems. In: **XXII Congresso Brasileiro de Automática**. [S.l.: s.n.], 2018. Citado na página 24.

ELETROBRAS. **Como a Energia Elétrica é Gerada no Brasil**. 2018. Disponível em: <<http://www.eletrabras.com/elb/natrilhadaenergia>>. Acesso em: 27 ago. 2018. Citado 3 vezes nas páginas , 1 e 2.

ENERCONS. **Hidrelétrica de Jirau é a usina com maior disponibilidade de geração do país**. 2017. Disponível em: <<http://www.enercons.com.br/noticias/373/hidreletrica-de-jirau-e-a-usina-com-maior-disponibilidade-de-geracao-do-pais>>. Acesso em: 30 ago. 2018. Citado 2 vezes nas páginas e 57.

EPE. **Matriz Energética e Elétrica**. 2018. Disponível em: <<http://www.epe.gov.br/pt/abcdenergia/matriz-energetica-e-eletrica>>. Acesso em: 14 nov. 2018. Citado 2 vezes nas páginas e 1.

ESBR. **UHE Jirau**. 2015. Disponível em: <www.esbr.com.br>. Acesso em: 30 ago. 2018. Citado na página 57.

FALCÃO, D. M. Smart grids e microrredes: o futuro já é presente. **Simpósio de Atomação de Sistemas Elétricos**, v. 8, 2009. Citado na página 3.

G1. **3ª maior hidrelétrica do Brasil, Jirau é inaugurada oficialmente em Rondônia**. 2016. Disponível em: <<http://g1.globo.com/ro/rondonia/noticia/2016/12/3-maior-hidreletrica-do-brasil-jirau-e-inaugurada-oficialmente-em-rondonia.html>>. Acesso em: 30 ago. 2018. Citado na página 57.

GÓMEZ, P.; URIBE, F. A. The numerical laplace transform: An accurate technique for analyzing electromagnetic transients on power system devices. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Elsevier, v. 31, n. 2-3, p. 116–123, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 13, 32 e 42.

GREENACRE, M. **Theory and Applications of Correspondence Analysis**. London (UK): Academic Press, 1984. Citado na página 8.

GRIVET-TALOCIA, S.; GUSTAVSEN, B. **Passive Macromodeling Theory and Applications**. New Jersey: Wiley, 2016. Citado 5 vezes nas páginas 4, 32, 36, 73 e 74.

GUSTAVSEN, B. Wide band modeling of power transformers. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 19, n. 1, p. 414–422, 2004. Citado na página 36.

GUSTAVSEN, B.; PORTILLO, A.; RONCHI, R.; MJELVE, A. Measurements for validation of manufacturer's white-box transformer models. **Procedia Engineering**, v. 202, p. 240–250, 2017. Citado 3 vezes nas páginas , 49 e 51.

GUSTAVSEN, B.; PORTILLO, ; RONCHI, R.; MJELVE, A. High-frequency resonant overvoltages in transformer regulating winding caused by ground fault initiation on feeding cable. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 33, n. 2, p. 699–708, April 2018. Citado na página 49.

GUSTAVSEN, B.; SEMLYEN, A. Rational approximation of frequency domain responses by vector fitting. **IEEE Transactions on power delivery**, IEEE, v. 14, n. 3, p. 1052–1061, 1999. Citado na página 6.

GUSTAVSEN, B.; SILVA, H. M. J. D. Inclusion of rational models in an electromagnetic transients program: Y-parameters, z-parameters, s-parameters, transfer functions. **IEEE Transactions on Power Delivery**, v. 28, n. 2, p. 1164–1174, April 2013. ISSN 0885-8977. Citado na página 35.

HOWARD, A.; RORRES, C. **Álgebra linear com aplicações**. Porto Alegre: Bookman, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 9.

HUA, Y.; SARKAR, T. K. Matrix pencil and system poles. **IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing**, IEEE, v. 21, n. 2, p. 195–198, 1990. Citado 2 vezes nas páginas 22 e 39.

HUA, Y.; SARKAR, T. K. Matrix pencil method for estimating parameters of exponentially damped/undamped sinusoids in noise. **IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing**, IEEE, v. 38, n. 5, p. 814–824, 1990. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 21.

HUA, Y.; SARKAR, T. K. On the total least squares linear prediction method for frequency estimation. **IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing**, IEEE, v. 38, n. 1, p. 2186–2189, 1990. Citado na página 22.

HWANG, J. K.; LIU, Y. Identification of interarea modes from ringdown data by curve-fitting in the frequency domain. **IEEE Transactions on Power Systems**, IEEE, v. 31, n. 12, p. 842–851, 2017. Citado na página 27.

IHLENFELD, L. P. R. K. **POWER TRANSFORMER PASSIVITY ENFORCEMENT: PRE- AND POST-PROCESSING APPROACHES**. 2015. 106 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2015. Citado na página 33.

IHLENFELD, L. P. R. K.; OLIVEIRA, G. H. C.; ROCHA, A. C. O.; SANTO, D. J. D. E. Modelagem em larga faixa de frequências de TP indutivos para análise de falhas a VFOT. **XVIII ERIAC (Encontro Regional Ibero-Americano do Cigre)**, CIGRE, p. a ser publicado, 2019. Citado 4 vezes nas páginas , 58, 59 e 60.

INTERNATIONAL ENERGY AGENCY. **Key World Energy Statistics**. Paris: International Energy Agency, 2017. Citado na página 2.

ISERMANN, R.; MÜNCHHOF, M. **Identification of dynamic systems: an introduction with applications**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2010. Citado na página 4.

JEREMIAS, T.; ZIMMER, V.; DECKER, I. C.; SILVA, A. S.; AGOSTINI, M. N. Estudo de oscilações eletromecânicas no sistema elétrico brasileiro utilizando medidas fasoriais sincronizadas. In: **XIX Congresso Brasileiro de Automática**. [S.l.: s.n.], 2012. p. 2364–2371. Citado na página 5.

KENNAUGH, E.; MOFFATT, D. Transient and impulse response approximations. **Proceedings of the IEEE**, IEEE, v. 53, n. 8, p. 893–901, 1965. Citado na página 18.

KUNDUR, P. et al. Definition and classification of power system stability. **IEEE transactions on Power Systems**, IEEE, v. 19, n. 2, p. 1387–1401, 2004. Citado na página 15.

KUO, F. Network analysis by digital computer. **Proceedings of the IEEE**, IEEE, v. 54, n. 6, p. 820–829, 1966. Citado na página 34.

LJUNG, L. **System Identification: Theory for the User**. [S.l.]: Prentice Hall PTR, 1999. (Prentice Hall information and system sciences series). Citado 2 vezes nas páginas 3 e 4.

MONTICELLI, A. J.; GARCIA, A. **Introdução a sistemas de energia elétrica**. Campinas, SP: Ed Unicamp, 1999. Citado na página 2.

MORENO, P.; RAMIREZ, A. Implementation of the numerical Laplace transform: A review task force on frequency domain methods for emt studies, working group on modeling and analysis of system transients using digital simulation, general systems subcommittee, IEEE Power Engineering Society. **IEEE Transactions on power delivery**, IEEE, v. 23, n. 4, p. 2599–2609, 2008. Citado 3 vezes nas páginas 12, 13 e 14.

NASCIMENTO, M. D. **Aplicação da Técnica da Matriz Pencil na Obtenção do Tempo Final de Sinais**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade de Brasília, Brasília, 2012. Citado 3 vezes nas páginas 8, 9 e 11.

OLIVEIRA, G. H. C.; IHLENFELD, L. P. R. K. **Análise, Validação e Estudo Comparativo de Ensaios de Parâmetros Y, S e Resposta ao Degrau em TPI da UHE Jirau**. [S.l.]: Relatório Técnico. ANEEL/ESBR PD-06631-0006/2017, 2019. Citado 4 vezes nas páginas , 58, 59 e 60.

OLIVEIRA, G. H. C.; IHLENFELD, L. P. R. K.; RODRIGUES, L. M. **Determinação de Modelos com Uma Porta Para Transformadores de Potencial Indutivos de Alta Tensão: UHE Jirau e comparações**. [S.l.]: ANEEL/ESBR PD-06631-0006/2017, 2019. Citado na página 60.

OPPENHEIM, A. V.; SCHAFER, R. W. **Discrete-time signal processing**. [S.l.]: Pearson Education, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 11 e 12.

PAPADOPOULOS, T. A.; CHRYSOCHOS, A. I.; KONTIS, E. O.; PAPAGIANNIS, G. K. Ringdown analysis of power systems using vector fitting. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 141, p. 100–103, 2016. Citado na página 5.

PIERRE, J. W. et al. Overview of system identification for power systems from measured responses. **Symposium on System Identification**, IFAC, v. 16, n. 1, p. 1, 2012. Citado na página 18.

PINTELON, R.; SCHOUKENS, J. **System Identification: A Frequency Domain Approach**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2004. Citado na página 3.

- RAY, P. Power system low frequency oscillation mode estimation using wide area measurement systems. **Engineering Science and Technology, an International Journal**, v. 20, n. 2, p. 598 – 615, 2017. Citado na página 16.
- REIS, L. B. dos. **Geração de energia elétrica**. [S.l.]: PEA/EPUSP, 2000. Citado na página 1.
- RODRIGUES, L. F. M.; SCHUMACHER, R.; OLIVEIRA, G. H. C.; ROCHA, A. C. O.; SANTO, D. J. D. E. Evaluating internal resonances in power transformers by using instrumental variable vector fitting. A ser publicado, 2019. Citado na página 49.
- SAMPAIO, R.; LECKAR, H. **Problemas de autovalores generalizados e aplicações**. [S.l.]: Notas de Aula, 2015. Citado na página 10.
- SANCHEZ-GASCA, J. J. Toward the automated computation of electromechanical modes from transient simulations. In: **IEEE PES General Meeting**. [S.l.]: IEEE, 2010. p. 1–7. Citado na página 15.
- SARKAR T.K. ; PEREIRA, O. Using the matrix pencil method to estimate the parameters of a sum of complex exponentials. **IEEE Antennas and Propagation Magazine**, IEEE, v. 37, n. 1, p. 48–55, 1995. Citado 5 vezes nas páginas 5, 19, 21, 22 e 33.
- SARMADI, S. A. N.; VENKATASUBRAMANIAN, V. Electromechanical mode estimation using recursive adaptive stochastic subspace identification. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 29, n. 1, p. 349–358, Jan 2014. Citado na página 5.
- SCHUMACHER, R.; OLIVEIRA, G. H.; KUIAVA, R. A novel time-domain linear ringdown method based on vector fitting for estimating electromechanical modes. **Electric Power Systems Research**, Elsevier, v. 160, p. 300–307, 2018. Citado 3 vezes nas páginas 5, 24 e 27.
- SCHUMACHER, R.; RODRIGUES, L. F. M.; OLIVEIRA, G. H. C.; ROCHA, A. C. O.; SANTO, D. J. D. E. Melhoria no método vector fitting para determinação de modelos caixa-preta em transformadores. In: CIGRE. **IX WORKSPOT (International workshop on power transformers, equipment, substations and materials)**. [S.l.]: A ser publicado, 2018. Citado 6 vezes nas páginas , 6, 49, 50, 51 e 52.
- SHESHYEKANI, K.; KARAMI, H. R.; DEHKHODA, P.; PAOLONE, M.; RACHIDI, F. Application of the matrix pencil method to rational fitting of frequency-domain responses. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 27, n. 4, p. 2399–2408, 2012. Citado 7 vezes nas páginas 6, 32, 33, 36, 37, 41 e 52.
- SHESHYEKANI, K.; TABELI, B. Multiport frequency-dependent network equivalent using a modified matrix pencil method. **IEEE Transactions on Power Delivery**, IEEE, v. 29, n. 5, p. 2340–2348, 2014. Citado na página 37.
- SHI, H. A closed-form approach to the inverse fourier transform and its applications. **IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility**, IEEE, v. 50, n. 3, p. 669–677, 2008. Citado 3 vezes nas páginas 32, 41 e 42.
- STEWART, G. W. **Matrix Algorithms Volume 2: Eigensystems**. [S.l.]: Siam, 2001. v. 2. Citado na página 10.

THAMBIRAJAH, J.; BAROCIO, E.; THORNHILL, N. F. Comparative review of methods for stability monitoring in electrical power systems and vibrating structures. **IET generation, transmission & distribution**, IET, v. 4, n. 10, p. 1086–1103, 2010. Citado 5 vezes nas páginas , 5, 16, 17 e 18.

VARRICCHIO, S. L. **Modelagem e Análise de Redes Elétricas e Métodos de Redução da Ordem de Modelos Dinâmicos de Baixa e Alta Frequência**. Dezembro 2015. 215 p. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Universidade de Brasília, Brasília, 2015. Citado na página 32.

VARRICCHIO, S. L.; FREITAS, F. D.; MARTINS, N.; VÉLIZ, F. C. Computation of dominant poles and residue matrices for multivariable transfer functions of infinite power system models. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 30, n. 3, p. 1131–1142, May 2015. ISSN 0885-8950. Citado na página 32.

WEDEPOHL, L.; MOHAMED, S. Transient analysis of multiconductor transmission lines with special reference to nonlinear problems. In: IET. **Proceedings of the Institution of Electrical Engineers**. [S.l.], 1970. v. 117, n. 5, p. 979–988. Citado na página 32.

WEDEPOHL, L. M. Power system transients: errors incurred in the numerical inversion of the laplace transform. In: **Proceeding of the 26th midwest symposium on circuits and systems**. [S.l.: s.n.], 1983. p. 2364–2371. Citado na página 13.

WILCOX, D. Numerical laplace transformation and inversion. **International Journal of Electrical Engineering Education**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 15, n. 3, p. 247–265, 1978. Citado na página 12.

YAO, L.; YUAN, C.; QIANG, J.; FENG, S.; NIE, S. Asymmetric color image encryption based on singular value decomposition. **Optics and Lasers in Engineering**, Elsevier, v. 89, p. 80–87, 2017. Citado na página 8.

Anexos

ANEXO A – ALGORÍTIMO VECTOR FITTING

Neste anexo, é exposto o algoritmo *Vector Fitting*, utilizado como comparativo para a validação do *Matrix Pencil* neste trabalho. O algoritmo *Vector Fitting* calcula sua solução a partir de um processo iterativo e baseado em uma sequência de problemas com propriedades numéricas robustas. Este método chega em uma representação de polos e resíduos do modelo, a qual pode ser convertida para a representação em espaço de estados. Antes de explicar o método propriamente dito, algumas elucidações matemáticas são necessárias.

A.1 Iteração de Sanathanan-Koerner

Dada uma sequência de amostras no domínio da frequência (s_k, H_k) tal que $k = 1, \dots, K$, deseja-se montar um modelo representado por uma razão na seguinte forma:

$$H(s; x) = \frac{N(s; x)}{D(s; x)} = \frac{a_0 + a_1s + \dots + a_ms^m}{b_0 + b_1s + \dots + b_{n-1}s^{n-1} + s^n} \quad (\text{A.1})$$

em que $N(s; x)$ e $D(s; x)$ são o numerador e o denominador polinomiais de grau m e n , respectivamente, e os seus coeficientes desconhecidos são rearranjados de forma mais compacta como mostrado a seguir:

$$x = (a_0, a_1, \dots, a_m, b_0, b_1, \dots, b_{n-1})' \quad (\text{A.2})$$

O objetivo é determinar esses coeficientes minimizando a norma do vetor residual $r(x)$:

$$r_k(x) = H_k - \frac{N(s_k; x)}{D(s_k; x)} \quad (\text{A.3})$$

Para formar um sistema linear que possa ser resolvido a partir de mínimos quadrados, a aproximação de Levy's define um modelo residual $e(x)$ (GRIVET-TALOCIA; GUSTAVSEN, 2016):

$$e_k(x) = D(s_k; x) r_k(x) = D(s_k; x) - N(s_k; x) \quad (\text{A.4})$$

Ao multiplicar cada componente de $r_k(x)$ pelo denominador do modelo com o intuito de minimizar $\|e(x)\|$ ao resolver o seguinte problema de mínimos quadrados:

$$\Psi x \approx b \quad (\text{A.5})$$

em que

$$\Psi = \begin{bmatrix} 1 & s_1 & \cdots & s_1^m & -H_1 & -H_1 s_1 & \cdots & H_1 s_1^{n-1} \\ 1 & s_2 & \cdots & s_2^m & -H_2 & -H_2 s_2 & \cdots & H_2 s_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & s_k & \cdots & s_k^m & -H_k & -H_k s_k & \cdots & H_k s_k^{n-1} \end{bmatrix} \quad e \quad b_k = H_k s_k \quad (\text{A.6})$$

Esse processo induz a um resultado tendencioso, devido a um compensador de frequência indesejado $D(s_k, x)$ comprometendo a precisão do cálculo. Para compensar esse desequilíbrio, divide-se cada componente de $e_k(x)$ mais uma vez pelo denominador $D(s_k, x)$

$$r_k(x) = \frac{D(s_k; x) H_k - N(s_k; x)}{D(s_k, x)} \quad (\text{A.7})$$

Uma vez que a resolução deste problema por mínimos quadrados é muito custosa, a exigência de um equilíbrio perfeito é então relaxada e feita, portanto, uma aproximação que será refinada pelo processo iterativo. Denomina-se a iteração de v , define-se então a solução estimada na v -ésima iteração como x_v . Logo, o resíduo calculado em (A.7) torna-se:

$$r_k^v(x_v) = \frac{D(s_k; x_v) H_k - N(s_k; x_v)}{D(s_k, x_{v-1})} \quad (\text{A.8})$$

Com o resultado compensado, resolve-se então o problema de mínimos quadrados (GRIVET-TALOCIA; GUSTAVSEN, 2016):

$$(M_{v-1} \Psi) x_v \approx M_{v-1} b \quad (\text{A.9})$$

em que Ψ e b foram definidos em (A.7) e

$$M_{v-1} = \text{diag} [m_1^{v-1}, \dots, m_K^{v-1}] \quad , \quad m_K^{v-1} = \frac{1}{D(s_k, x_{v-1})} \quad (\text{A.10})$$

A.2 Iteração de Sanathanan-Koerner Generalizada

Para poder entender o algoritmo *Vector Fitting* é necessário a introdução de mais algumas funções base. Na seção anterior, vimos como representar o modelo em termo de polinômios (A.1), tal representação é condicionada e mal escalonada. A ideia é escrever o polinômio dado anteriormente a partir de polinômios ortogonais. Em suma, procura-se um conjunto de funções

$$H(s_k; x) = \frac{N(s_k; x)}{D(s_k; x)} = \frac{\sum_{j=0}^m c_j \varphi_j(s)}{\sum_{j=0}^n d_j \varphi_j(s)} \quad (\text{A.11})$$

em que x contém os coeficientes desconhecidos c_j e d_j com o intuito de melhorar o condicionamento numérico e diminuir a faixa dinâmica de $D(s_k; x_{v-1})$ durante as iterações. Em sequência, o desenvolvimento se restringirá para o caso $m = n$. Para eliminar a indeterminação devido a uma possível normalização do numerador e denominador, extrai-se o termo $j = 0$ do denominador e fixa-se o coeficiente $d_0 = 1$. Portanto, a representação do modelo torna-se:

$$H(s_k; x) = \frac{N(s_k; x)}{D(s_k; x)} = \frac{\sum_{j=0}^m c_j \varphi_j(s)}{\varphi_0(s) + \sum_{j=0}^n d_j \varphi_j(s)} \quad (\text{A.12})$$

em que as variáveis de decisão são:

$$x = (c_0, \dots, c_n, d_1, \dots, d_n)' \quad (\text{A.13})$$

Pode-se então formular a iteração GSK (Sanathanan-Koerner Generalizada), a qual depende do resíduo $r_k^v(x_v)$:

$$r_k^v(x_v) = \frac{D(s_k; x_v)H_k - N(s_k; x_v)}{D(s_k; x_{v-1})} = \frac{[\varphi_0(s_k) + \sum_{j=1}^n d_j^v \varphi_j(s_k)]H_k - \sum_{j=0}^n c_j^v \varphi_j(s_k)}{\varphi_0(s_k) + \sum_{j=1}^n d_j^{v-1} \varphi_j(s_k)} \quad (\text{A.14})$$

e a estimativa dos modelos do coeficiente se torna:

$$x = (c_0^v, \dots, c_n^v, d_1^v, \dots, d_n^v)' \quad (\text{A.15})$$

ao minimizar a norma euclidiana de (A.14). Isso é possível ao resolver o problema de mínimos quadrados (A.9), em que:

$$b = (H_1 \varphi_0(s_1), H_2 \varphi_0(s_2), \dots, H_k \varphi_0(s_k))', \quad (\text{A.16})$$

$$\Psi = \Phi_0 - H \Phi_0$$

e H é definido como $H = \text{diag}[H_1, \dots, H_k]$,

$$\Phi_0 = \begin{bmatrix} \varphi_0(s_1) & \varphi_1(s_1) & \cdots & \varphi_n(s_1) \\ \varphi_0(s_2) & \varphi_1(s_2) & \cdots & \varphi_n(s_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_0(s_K) & \varphi_1(s_K) & \cdots & \varphi_n(s_K) \end{bmatrix} \quad (\text{A.17})$$

e

$$\Phi_1 = \begin{bmatrix} \varphi_1(s_1) & \varphi_2(s_1) & \cdots & \varphi_n(s_1) \\ \varphi_1(s_2) & \varphi_2(s_2) & \cdots & \varphi_n(s_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_1(s_K) & \varphi_2(s_K) & \cdots & \varphi_n(s_K) \end{bmatrix} \quad (\text{A.18})$$

Uma escolha de função base $\varphi_j(s)$ mais comum na estrutura GSK é em forma de fração parcial $\varphi_j(s) = \frac{1}{s-q_j}$ para $\varphi_0(s) = 1$ e $j = 1, \dots, n$.

A.3 Iteração Vector Fitting

Finalmente pode-se então apresentar o esquema básico do método *Vector Fitting* (VF) para identificar um modelo de função racional para um conjunto de amostras no domínio da frequência. (s_k, H_k) Começa-se com um conjunto arbitrário de números complexos distintos $[q_j^1 \in C, j = 1, \dots, n]$ os quais serão denominados polos iniciais. Este conjunto de polos será redefinido através das iterações, denotadas com o índice v , tal que o conjunto $[q_j^v \in C, j = 1, \dots, n]$ será referido como os polos iniciais da iteração v . Como na seção anterior, definiremos a base de frações parciais como:

$$\varphi_0^v(s) = 1 \text{ e } \varphi_j^v(s) = \frac{1}{s - q_j^v} \text{ para } j = 1, \dots, n \quad (\text{A.19})$$

Usando essa função base, também construímos a chamada função de ponderação VF, definida por:

$$\xi^v(s) = 1 + \sum_{j=1}^n d_j^v \varphi_j^v(s_k) = 1 + \sum_{j=1}^n \frac{d_j^v}{s - q_j^v} \quad (\text{A.20})$$

$\xi^v \rightarrow 1$ para $s \rightarrow \infty$

A função $\xi^v(s)$ é usada para configurar a seguinte aproximação:

$$\xi^v(s_k) H_k = \left(1 + \sum_{j=1}^n \frac{d_j^v}{s_k - q_j^v} \right) H_k \approx c_0^v + \sum_{j=1}^n \frac{c_j^v}{s_k - q_j^v} \quad (\text{A.21})$$

Ao coletar todas as amostras como linhas da matriz, o seguinte sistema sobredeterminado é obtido:

$$(\Psi_0^v - H\Phi_1^v)x_v \approx b \quad (\text{A.22})$$

como já definido em (A.15) e (A.17)

Agora com os polos definidos, pode-se formar a função de ponderação (A.20) e converte-la para a representação de polos e zeros

$$\xi^v(s) = 1 + \sum_{j=1}^n \frac{d_j^v}{s - q_j^v} = \frac{\prod_{j=1}^n (s - z_j^v)}{\prod_{j=1}^n (s - q_j^v)} \quad (\text{A.23})$$

no qual z_j^v são os zeros de $\xi^v(s)$ e são usados para definir:

$$q_j^{v+1} = z_j^v, \quad j = 1, \dots, n \quad (\text{A.24})$$

que será o conjunto de polos para a próxima iteração. Essa etapa é denominada relocação de polos. O processo $q_j^v \rightarrow q_j^{v+1}$ será repetido até a convergência, isso é, quando o conjunto de polos $[q_j^v]$ estabilizar. Os polos estáveis $[p_j]$ são chamados de polos dominantes do sistema em questão. Quando os polos estabilizam, tal que $[q_j^{v+1}] \approx [q_j^v]$ não muda significamente

ao aumentar o número de iterações, a função de ponderação aproxima-se a 1 em todas as frequências.

$$\xi^v(s) = \frac{\prod_{j=1}^n (s - q_j^{v+1})}{\prod_{j=1}^n (s - q_j^v)} \approx 1 \quad (\text{A.25})$$

Isso implica que o lado esquerdo de (A.21) é igual ao conjunto de amostras H_s tal que os coeficientes c_0^v e c_j^v do lado direito são interpretados como os resíduos e parâmetros diretos associados aos polos dominantes p_j do modelo. Além disso, quando (A.25) é verificado na convergência, os resíduos da função de ponderação desaparecem pois $d_j^v \approx 0$ e a solução x_v (A.15) proporciona um teste efetivo de convergência e também fornece todos os coeficientes do modelo racional.