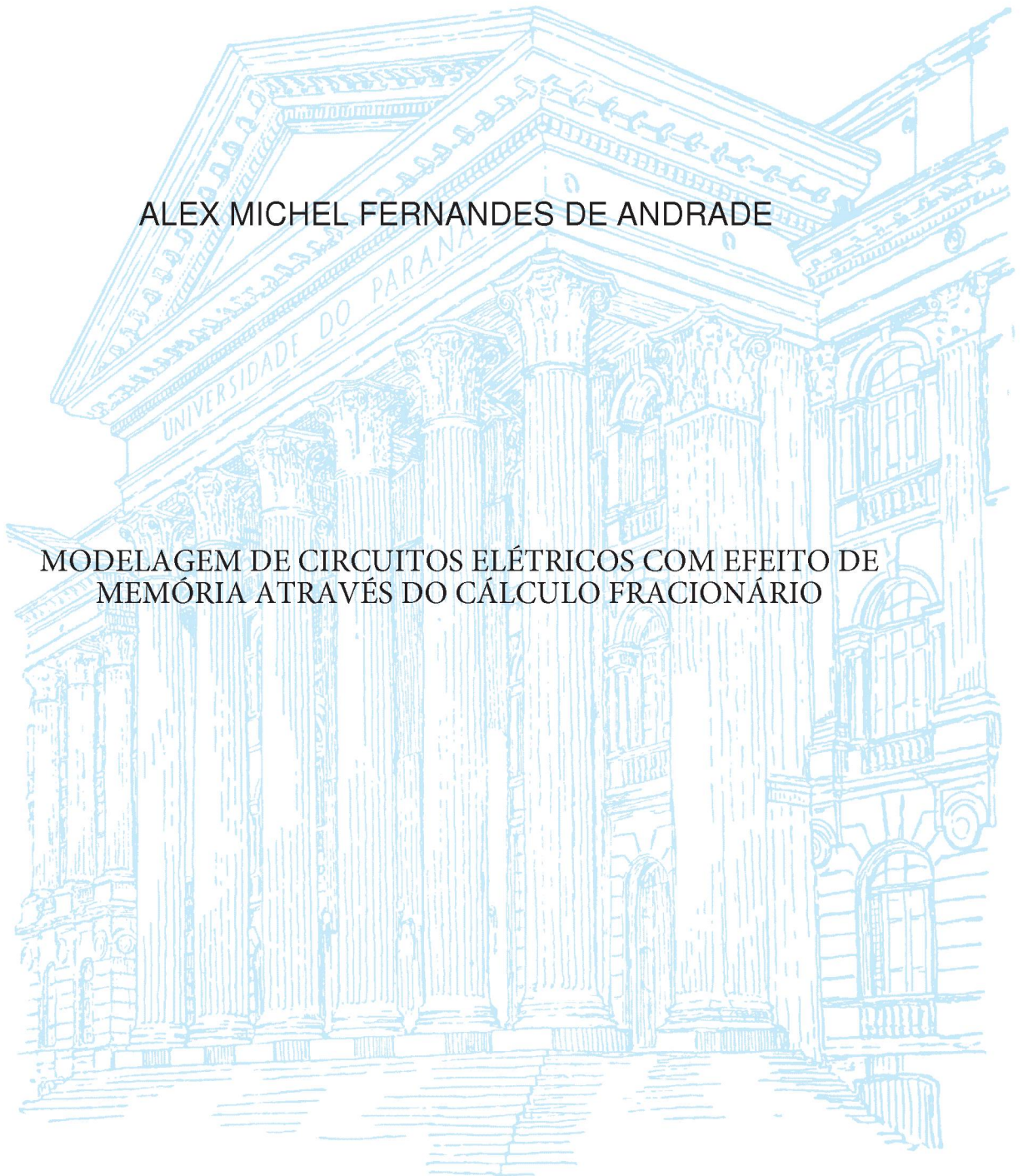


UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

ALEX MICHEL FERNANDES DE ANDRADE

MODELAGEM DE CIRCUITOS ELÉTRICOS COM EFEITO DE  
MEMÓRIA ATRAVÉS DO CÁLCULO FRACIONÁRIO



CURITIBA

2019

ALEX MICHEL FERNANDES DE ANDRADE

MODELAGEM DE CIRCUITOS ELÉTRICOS COM EFEITO DE  
MEMÓRIA ATRAVÉS DO CÁLCULO FRACIONÁRIO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração Sistemas Eletrônicos, Departamento de Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. César Augusto Dartora

Coorientador: Prof. Ph.D. Eduardo Gonçalves de Lima

CURITIBA

2019

Catálogo na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR  
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

---

A553m      Andrade, Alex Michel Fernandes de

Modelagem de circuitos elétricos com efeito de memória através do cálculo fracionário [Recurso eletrônico] / Alex Michel Fernandes de Andrade – Curitiba, 2019.

Dissertação (mestrado) – Programa Pós-graduação em Engenharia Elétrica, Departamento de Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia na Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Cesar Augusto Dartora

Coorientador: Prof. Ph.D Eduardo Gonçalves de Lima

1. Cálculo fracionário. 2. Circuitos elétricos. 3. Engenharia elétrica. I. Universidade Federal do Paraná. II. Dartora, Cesar Augusto. III. Lima, Eduardo Gonçalves de. IV. Título.

CDD 515.3

---

Bibliotecária: Vilma Machado CRB-9/1563



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
SETOR TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENGENHARIA  
ELÉTRICA - 40001016043P4

## TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA ELÉTRICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **ALEX MICHEL FERNADES DE ANDRADE** intitulada: **Modelagem de Circuitos Elétricos com Efeito de Memória Através do Cálculo Fracionário**, após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 21 de Fevereiro de 2019.

CÉSAR AUGUSTO DARTORA

Presidente da Banca Examinadora (UFPR)

JEAN CARLOS CARDOZO DA SILVA

Avaliador Externo (UTFPR)

ANDRÉ AUGUSTO MARIANO

Avaliador Interno (UFPR)

*Dedico este trabalho a minha família e amigos, que muito me apoiaram e me incentivaram a realizá-lo.*

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus pela saúde, disposição e conhecimento que me permitiu a realização deste trabalho.

Ao meu orientador Prof. Dr César Dartora e coorientador Prof. Ph.D. Eduardo Lima, pelo apoio e dedicação neste trabalho, pois sem todo auxílio deles, este projeto não seria viável.

À minha Família, em especial a meus Pais, Alex e Iaponira, a minha Irmã, Iasmim, e Micarla, minha Namorada, que mesmo estando tão distantes nunca me deixaram faltar carinho, suporte e compreensão.

Aos amigos que estão sempre nos ajudando e dando apoio, com um agradecimento especial a Ismael, Nathália, Carlos, Estefany, Byanca, Robson e Igor que me motivavam e algumas vezes até auxiliavam no desenvolvimento do Projeto.

À UFPR, pelo suporte em estruturas necessárias para o desenvolvimento da pesquisa, e à Agência CAPES pela bolsa de estudos.

E por fim, a todos os que contribuíram direta ou indiretamente para realização deste projeto.

## RESUMO

Nos últimos anos houve um grande aumento de pesquisas referente ao cálculo fracionário e nos mais diversos ramos da ciência, como a física, controle de sistemas, economia, biomedicina, áreas da ciência aplicada e engenharias. Atualmente a modelagem dos circuitos são realizadas com o cálculo de ordem inteira, porém sabe-se que os circuitos elétricos possuem efeito de memória e não-linearidade no qual através da modelagem usual não se observa todo esse comportamento, e a modelagem com o cálculo fracionário é uma das possíveis formas de analisar esse efeito. Neste trabalho é exemplificado a modelagem de um circuito usual, no caso um circuito RC, para diferentes valores da derivada, e, também, proposto um modelo matemático adaptado da definição de Grunwald-Letnikov, para ser inserido na modelagem com estrutura de blocos em série e para a estrutura de blocos em paralelo, e assim realizar a modelagem comportamental em amplificadores de potência de rádio frequência. Foram utilizados três conjuntos de dados, contendo amostras de entrada e saída, de dois amplificadores de potência para testar o modelo proposto e comparar as respostas com outros modelos já utilizados na literatura, como por exemplo o Polinômio de Memória e a modelagem de blocos em série, através do erro quadrático médio normalizado. Realizadas as simulações para esses conjuntos de dados, nota-se que o modelo proposto, implementado nas estruturas em série e paralelo, obteve respostas iguais aos modelos comparativos, isso para mesmas ordens de truncamentos e quantidade de coeficientes. Observa-se também, que o modelo proposto é capaz de reduzir a quantidade de coeficientes sem reduzir a precisão da modelagem, onde simulações foram realizadas com redução de até 50% dos coeficientes e não houve perda considerável, em relação ao modelo em comparação.

Palavras Chave: Cálculo Fracionário, Derivadas Fracionárias, Efeito de Memória, Modelagem de Circuitos.

## ABSTRACT

In the recent years, an increase in research in the area of fractional calculus and in the most diverse branches of science has been recorded, such as physics, control systems, economics, biomedicine, applied science and engineering. Current circuit modeling techniques are performed with calculations of integer order, but it is known that electrical circuits have memory effect and non linearity, which cannot be observed by means of the usual modeling methods, thus the fractional calculation approach is one of the possible ways of analyzing this effect. In this work, an usual circuit, which is a RC circuit, is modeled and exemplified for different values of the derivative. Besides, a mathematical model adapted from the Grunwald-Letnikov definition is proposed to perform behavioral modeling in radiofrequency power amplifiers, one for serial block structure modeling and another for parallel block structure modeling. Input and output samples from three different data sets obtained for two power amplifiers were used to test the proposed model and to compare the responses with other models already used in the literature, such as the Memory Polynomial model and the serial block modeling, using the normalized mean square error. Once the simulations were performed for the data sets, the proposed models, implemented in series and parallel structures, obtained similar answers of the comparative models, for the same truncation orders and the same number of coefficients. It is also observed that the proposed models are able to reduce the number of coefficients without reducing the precision of the modeling, in which simulations were performed with reduction of up to 50% of the coefficients and it did not present considerable loss, when compared to other models.

Keywords: Fractional Calculus, Fractional Derivatives, Memory Effect, Circuit Modeling.

## LISTA DE FIGURAS

2.1	Diagrama de Potências de um amplificador de potência. . . . .	25
2.2	Ponto de Compressão de 1 dB. . . . .	26
2.3	Diagrama do sistema de Modelagem de um Amplificador de Potência. . . . .	28
2.4	Estrutura Hammerstein. . . . .	35
2.5	Estrutura Wiener. . . . .	35
2.6	Estrutura Wiener-Hammerstein. . . . .	36
2.7	Representação direta do Filtro FIR em Diagramas de Bloco. . . . .	38
2.8	Diagrama de blocos da interpretação Hammerstein Paralelo do MP. . . . .	39
3.1	Tensão sobre o Capacitor para $0 < \alpha < 1$ . . . . .	44
3.2	Tensão sobre o Capacitor para $1 \leq \alpha < 2$ . . . . .	45
3.3	Tensão sobre o Capacitor, modelado para diferentes $\alpha_s$ e simulada no Cadence. . . . .	46
3.4	Tensão sobre o Capacitor, modelado para diferentes $\alpha_s$ e simulada no Cadence, ampliada na região de descida da carga. . . . .	46
3.5	Diagrama de blocos da interpretação Hammerstein Série do modelo proposto. . . . .	48
3.6	Diagrama de blocos da interpretação Hammerstein Paralelo do modelo proposto. . . . .	49
4.1	Diagrama de blocos do desenvolvimento do algoritmo. . . . .	52
4.2	Relação entre as amplitudes instantâneas de saída e entrada, medida e estimada pelo modelo proposto na modelagem direta para o Conjunto_1. . . . .	57
4.3	Conversão AM-PM, medida e estimada pelo modelo proposto na Modelagem direta para o Conjunto_1. . . . .	57
4.4	Formas de onda no domínio do tempo dos componentes em fase do sinal de saída, medidos e estimados pelo modelo proposto na modelagem direta para o Conjunto_1. . . . .	58
4.5	Formas de onda no domínio do tempo dos componentes quadratura do sinal de saída, medidos e estimados pelo modelo proposto na modelagem direta para o Conjunto_1. . . . .	58
4.6	Erro calculado entre a saída real e a saída dos modelos para o Conjunto_1, parte real e imaginária. . . . .	59
4.7	Relação entre as amplitudes instantâneas de saída e entrada, medida e estimada pelo modelo proposto na Modelagem Direta para o Conjunto_2. . . . .	63
4.8	Conversão AM-PM, medida e estimada pelo modelo proposto na Modelagem Direta para o Conjunto_2. . . . .	63
4.9	Formas de onda no domínio do tempo dos componentes em fase do sinal de saída, medidos e estimados pelo modelo proposto na modelagem direta para o Conjunto_2. . . . .	64
4.10	Formas de onda no domínio do tempo dos componentes quadratura do sinal de saída, medidos e estimados pelo modelo proposto na modelagem direta para o Conjunto_2. . . . .	64
4.11	Erro calculado entre a saída real e a saída dos modelos para o Conjunto_2, parte real e imaginária. . . . .	65

4.12	Relação entre as amplitudes instantâneas de saída e entrada, medida e estimada pelo modelo proposto na modelagem direta para o Conjunto_3.	69
4.13	Conversão AM-PM, medida e estimada pelo modelo proposto na modelagem direta para o Conjunto_3.	69
4.14	Formas de onda no domínio do tempo dos componentes em fase do sinal de saída, medidos e estimados pelo modelo proposto na modelagem direta para o Conjunto_3.	70
4.15	Formas de onda no domínio do tempo dos componentes quadratura do sinal de saída, medidos e estimados pelo modelo proposto na modelagem direta para o Conjunto_3.	70
4.16	Erro calculado entre a saída real e a saída dos modelos para o Conjunto_3, parte real e imaginária.	71

## LISTA DE TABELAS

4.1	NMSE do Modelo Proposto na estrutura Hammerstein Paralela da modelagem direta para o Conjunto_1. . . . .	54
4.2	NMSE do modelo Polinômio de Memória na modelagem direta para o Conjunto_1. . . . .	55
4.3	NMSE do modelo Proposto na estrutura de blocos em série, comparado aos modelos de Wiener, Hammerstein e Wiener-Hammerstein, para $P = 8$ e $M = 3$ . . . . .	56
4.4	NMSE do Modelo Proposto na estrutura Hammerstein Paralela da modelagem direta para o Conjunto_2. . . . .	60
4.5	NMSE do modelo Polinômio de Memória na modelagem direta para o Conjunto_2. . . . .	61
4.6	NMSE do modelo Proposto na estrutura de blocos em série, comparado aos modelos de Wiener, Hammerstein e Wiener-Hammerstein, para $P = 6$ e $M = 4$ . . . . .	62
4.7	NMSE do Modelo Proposto na estrutura Hammerstein Paralela da modelagem direta para o Conjunto_3. . . . .	66
4.8	NMSE do modelo Polinômio de Memória na modelagem direta para o Conjunto_3. . . . .	67
4.9	NMSE do modelo Proposto na estrutura de blocos em série, comparado aos modelos de Wiener, Hammerstein e Wiener-Hammerstein, para $P = 5$ e $M = 9$ . . . . .	68

## LISTA DE SIGLAS

AM	Amplitude do sinal de entrada;
CC	Corrente contínua;
dB	Decibel;
FIR	Resposta ao impulso finita;
FT	Função de transferência;
GL	Grunwald-Letnikov;
In	Sinal de entrada;
MMQ	Método dos Mínimos quadrados;
MP	Polinômio de memória;
NMSE	Erro quadrático médio normalizado;
Out	Sinal de saída;
PA	Amplificador de potência;
PAE	Eficiência de potência adicionada;
$P_{CC}$	Potência fornecida pela fonte;
$P_{Dis}$	Potência dissipada;
$P_{In}$	Potência de entrada;
PM	Diferença da fase do sinal de saída e do sinal de entrada;

$P_{Out}$	Potência de saída;
RC	Resistor-Capacitor;
RF	Rádio frequência;
RLL	Riemann-Liouville;

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\alpha$	Alpha;
$C$	Capacitância;
$Q_C$	Carga armazenada no capacitor;
$\mathbb{Z}$	Conjunto dos números inteiros;
$\mathbb{R}$	Conjunto dos números Reais;
$C_0$	Constante de capacitância
$L_0$	Constante de indutância;
$I$	Corrente;
${}_a D_x^\alpha$	Derivada de ordem $\alpha$ com terminal inferior $a$ e terminal superior $x$ ;
$\frac{\partial^n y}{\partial x^n}$	Derivada de ordem $n$ da função $y$ em relação a $x$ ;
$\eta$	Eficiência;
$n!$	Fatorial de $n$ ;
$\phi_L$	Fluxo magnético no indutor;
$w$	Frequência Angular;
$\Gamma(x)$	Função Gama;
$L$	Indutância;
$\infty$	Infinito;

$D^n$	Operação de derivação de ordem $n$ ;
$R$	Resistência;
$\sum_{n=0}^{\infty}$	Somatória de $n$ até infinito;
$V$	Tensão;
$t$	Tempo
$\tau$	Valor correspondente a constante da resistência e capacitância;

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>18</b>
1.1	JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS . . . . .	22
1.2	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO . . . . .	23
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b>	<b>24</b>
2.1	AMPLIFICADOR DE POTÊNCIA DE RADIOFREQUÊNCIA . . . . .	24
2.1.1	LINEARIDADE DOS PAs . . . . .	25
2.1.2	EFICIÊNCIA DOS PAs . . . . .	26
2.1.3	MODELAGEM DOS PAs . . . . .	27
2.2	PRINCIPAIS DEFINIÇÕES DO CÁLCULO FRACIONÁRIO MODERNO	28
2.2.1	DEFINIÇÃO DE RIEMANN-LIOUVILLE . . . . .	29
2.2.2	DEFINIÇÃO DE CAPUTO . . . . .	30
2.2.3	DEFINIÇÃO DE GRUNWALD-LETNIKOV . . . . .	31
2.2.4	DERIVADA FRACIONÁRIA A PARTIR DA TRANSFORMADA DE FOURIER . . . . .	32
2.3	MODELOS MATEMÁTICOS PARA MODELAGEM DE SISTEMAS NÃO- LINEARES COM MEMÓRIA . . . . .	34
2.3.1	MODELOS ORIENTADOS POR BLOCOS . . . . .	35
2.3.1.1	Filtro de Resposta Finita ao Impulso . . . . .	36
2.3.2	MODELO POLINÔMIO DE MEMÓRIA . . . . .	38
<b>3</b>	<b>APLICAÇÃO NA MODELAGEM DE CIRCUITOS USUAIS</b>	<b>41</b>
3.1	EFEITO DE MEMÓRIA NOS ELEMENTOS BÁSICOS DOS CIRCUI- TOS ELÉTRICOS . . . . .	41
3.2	MODELAGEM COM DERIVADA FRACIONÁRIA APLICADA EM CIR- CUITO RESISTOR-CAPACITOR . . . . .	43

3.3	MODELO PROPOSTO: USO DA DERIVADA DE GRUNWALD-LETNIKOV PARA MODELAGEM COMPORTAMENTAL DE AMPLIFICADORES DE POTÊNCIA . . . . .	47
<b>4</b>	<b>VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL</b>	<b>50</b>
4.1	DADOS UTILIZADOS PARA VALIDAÇÃO DO MODELO PROPOSTO .	50
4.2	ERRO QUADRÁTICO MÉDIO NORMALIZADO . . . . .	52
4.3	RESULTADOS PARA A MODELAGEM CARACTERÍSTICA DIRETA . .	53
4.3.1	CONJUNTO_1 . . . . .	54
4.3.2	CONJUNTO_2 . . . . .	60
4.3.3	CONJUNTO_3 . . . . .	66
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO</b>	<b>72</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>75</b>

## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

O efeito de memória, também chamado de efeito dinâmico, é quando a saída instantânea  $y(n)$  depende da entrada aplicada no mesmo instante  $x(n)$  e de entradas passadas  $x(n - m)$ , onde  $m$  é um inteiro positivo. Ou seja, a entrada que é aplicada em um instante de tempo é sentida na saída no mesmo instante em que é aplicada e também em instantes futuros.

Uma das formas que vem sendo bastante utilizada para estudar e analisar esse tipo de comportamento é através do cálculo fracionário, onde diversos autores, nas últimas décadas, mostraram que modelagens realizadas a partir do cálculo fracionário oferecem uma melhor descrição dos fenômenos naturais do que as realizadas com o cálculo usual, de ordem inteira. E isso se dá devido às derivadas fracionárias proporcionarem uma excelente descrição para efeitos de memória e propriedades hereditárias de diversos materiais [1, 2].

O cálculo fracionário é um campo que surgiu a pouco mais de 300 anos, tendo início por volta de 1695, quando o matemático Guillaume François de L'Hopital enviou uma carta para outro matemático, Gottfried Leibniz, conhecido por ser o pai da notação moderna do cálculo diferencial. Na carta, L'Hopital discutia o significado de uma derivada de ordem meio ( $n = 1/2$ ), como se vê na Equação 1.1. A resposta de Leibniz a L'Hopital levou às primeiras definições de derivadas e integrais de ordens não-inteira [3, 4].

$$D^n y = \frac{\partial^n y}{\partial x^n}. \quad (1.1)$$

O cientista físico e matemático Joseph Louis Lagrange, em 1772, também contribuiu, indiretamente, no estudo do cálculo fracionário, desenvolvendo a conhecida

Lei dos Expoentes (Equação 1.2) [5].

$$\frac{\partial^m}{\partial x^m} \cdot \frac{\partial^n}{\partial x^n} y = \frac{\partial^{m+n}}{\partial x^{m+n}} y. \quad (1.2)$$

Mesmo tendo sido demonstrado que a Lei dos Expoentes não é válida para qualquer função  $y$ , essa lei foi de grande utilidade no desenvolvimento da teoria do cálculo fracionário [3].

Já em 1812, o físico, matemático e astrônomo, Pierre Simon Laplace definiu a derivada fracionária em termos de uma integral. E, em 1819, veio a primeira menção em um texto científico, feito por Sylvestre François Lacroix, visando obter a derivada de ordem fracionária do polinômio  $y = x^m$ , onde  $m$  é um inteiro positivo, chegando a seguinte conclusão (Equação 1.3), para ordem  $n$ :

$$\frac{\partial^n y}{\partial x^n} = \frac{\Gamma(m+1)}{\Gamma(m-n+1)} x^{m-n}, m \geq n, \quad (1.3)$$

onde  $\Gamma$  representa a função gama.

A dedução realizada por Lacroix coincide com a dedução obtida pelo método mais aceito nos tempos atuais, o método de Riemann-Liouville [5].

Jean Baptiste Joseph Fourier, no ano de 1822, também contribuiu no estudo das derivadas de ordem fracionária. Esse estudo é hoje representado e conhecido como representação integral de Fourier [5].

Mesmo após notáveis matemáticos terem se dedicado ao cálculo fracionário, em 1823, o também matemático, Niels Henrik Abel, foi o primeiro a utilizar essa teoria em uma aplicação, para solucionar o problema da tautócrona, isto é, "*determinar a curva tal que o tempo de descida de um corpo abandonado sobre ela e sujeito a ação da gravidade, seja o mesmo independentemente do ponto onde este seja abandonado*" [6].

Os resultados obtidos através dos estudos de Fourier e Abel despertaram a atenção do matemático Joseph Liouville, autor do primeiro grande estudo do cálculo

fracionário. Em 1832, Liouville dá seu ponto de partida através da Equação 1.4.

$$D^m e^{ax} = a^m e^{ax}, \quad (1.4)$$

onde  $D^m$  indica a derivação de ordem  $m$  em relação à variável independente  $x$ . A partir disso ele demonstra que a derivada de ordem  $v$ , onde  $v$  é um valor arbitrário, é dada pela Equação 1.5.

$$D^v e^{ax} = a^v e^{ax}. \quad (1.5)$$

Dessa forma, se uma função  $f(x)$  poder ser expressa como a Equação 1.6:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n e^{a_n x}, \quad (1.6)$$

pode-se dizer que a  $D^v f(x)$  será dada pela Equação 1.7:

$$D^v f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n a_n^v e^{a_n x}. \quad (1.7)$$

Essa equação ficou conhecida como sendo a Primeira Fórmula de Liouville para o conceito das derivadas fracionárias. Essa expressão generaliza de maneira natural a noção de derivada, sendo aplicável para qualquer valor de  $v$  (fracionário, inteiro ou complexo). Contudo, essa definição fica limitada apenas a funções exponenciais similares a Equação 1.6 [5].

Em 1892 foi publicada uma descoberta póstuma de Bernhard Riemann, mostrando que ele foi mais um dos matemáticos a se interessar pelo cálculo fracionário. Nessa descoberta Riemann sugere uma generalização para a série de Taylor e para as derivadas.

Até o ano de 1969, o cálculo fracionário se desenvolveu mais no campo da matemática, sem muitas contribuições em outras áreas, até que Michele Caputo propõe, em seu livro chamado *Elasticità e Dissipazione*, uma nova definição para as derivadas

fracionárias e sua aplicação para solucionar problemas de viscoelasticidade [7]. Caputo também utiliza dessa mesma definição para descrever problemas de sismologia [8].

O primeiro congresso internacional sobre o tema foi realizado no ano de 1974, na University of New Haven, tratando assuntos como o cálculo fracionário propriamente dito, as inequações obtidas através do cálculo fracionário e aplicações do cálculo fracionário em modelos estatísticos. Após esse congresso houve um grande aumento no número de pesquisas sobre o cálculo fracionário. Em 1984 foi realizado o segundo congresso internacional sobre o cálculo fracionário pela University of Strathclyde [5].

Já em 1998 foi proposto, por Lorenzo e Hartley [1, 2], uma interpretação geométrica para as derivadas fracionárias, utilizando a definição de Grunwald-Letnikov, definição essa datada de 1868 e utilizada para resolver problemas numéricos com a derivada fracionária [9].

Nos últimos anos houve um grande aumento de pesquisas nessa área, nos mais diversos segmentos da ciência, como a física da difusão, controle de sistemas, finanças, economia, processos estocásticos e em diversas áreas das ciências aplicadas e engenharia [10]. Desde que surgiu o cálculo fracionário, a viscoelasticidade é o campo de maior aplicação, devido ao seu fenômeno de tratar efeitos de memória [11].

Nota-se que recentemente a realização e generalização do cálculo fracionário se tornou de grande significado nas respectivas áreas:

- teoria de circuitos [12, 13, 14];
- modelagem biomédica [15, 16];
- estabilidade [17, 18];
- modelagem de memristor [19];
- eletromagnetismo [20, 21];
- controle [22, 23, 24];

- reologia [25];
- identidades trigonométricas [26];
- modelagem de vegetais e tecidos biológicos [27, 28].

## 1.1 JUSTIFICATIVA E OBJETIVOS

Assim como acontece com a maioria, para não dizer a totalidade dos sistemas físicos reais, os circuitos elétricos possuem em algum grau efeitos de memória e não-linearidades para altos valores do estímulo. E uma das formas possíveis de analisar esses efeitos é utilizando o cálculo fracionário, que permite trabalhar naturalmente a dependência de memória e mostra ser mais realista e apropriado para modelagem e resolução de diversos problemas.

Do exposto acima, o objetivo geral dessa dissertação é, através do uso do cálculo fracionário, realizar a modelagem da característica de transferência em circuitos elétricos, como amplificadores e circuito Resistor-Capacitor (RC), analisando suas respostas no domínio do tempo.

Como objetivos específicos, pode-se destacar:

- realizar um estudo das principais definições utilizadas no cálculo fracionário e ampla revisão bibliográfica acerca das aplicações possíveis do cálculo;
- realizar a modelagem nos circuitos elétricos usuais e comparar as respostas para diferentes ordens fracionárias, comparando, também, tal abordagem com o cálculo usual, para verificar a eficácia do método em capturar efeitos de memória que os circuitos possuem;
- implementar um método computacional de otimização de polinômios com ordens fracionárias, que permitam descrever o comportamento de um circuito elétrico real e comparar as respostas com outro método tradicional de modelagem.

## 1.2 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

No capítulo presente foi apresentada a Introdução, contendo o histórico do cálculo fracionário e o estado da arte, buscando explicar a contribuição deste trabalho no âmbito da Engenharia Elétrica. No Capítulo 2 é apresentada a Fundamentação Teórica pertinente para a compreensão da modelagem de circuitos com o cálculo fracionário, que será empregada no aparato proposto, além de definições que são de grande importância para o entendimento do desenvolvimento do trabalho. O Capítulo 3 descreve a modelagem física de um circuito RC, para que se possa analisar o comportamento da resposta de um circuito dessa natureza com a ordem fracionária. Em seguida é descrito o modelo proposto para realizar a modelagem comportamental em amplificadores de potência de radiofrequência contendo efeito de memória. No Capítulo 4 é realizada a validação experimental do modelo proposto, comparando as respostas e erros das simulações com outros modelos tradicionais de modelagem. E por fim, no Capítulo 5, é apresentada a conclusão geral do trabalho realizado e as perspectivas para um trabalho futuro.

## CAPÍTULO 2

### FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo tem por finalidade apresentar, de forma tão sucinta quanto possível, os principais fundamentos teóricos/experimentais do cálculo fracionário e conceitos necessários para o desenvolvimento e entendimento do projeto. A Seção 2.1 contém uma introdução aos conceitos referentes aos dispositivos escolhidos para realizar as modelagens no trabalho, os amplificadores de potência de radiofrequência. Em seguida, na Seção 2.2, são apresentadas as principais definições e notações utilizadas na literatura para representar o cálculo fracionário. Por fim são apresentados, na Seção 2.3, os modelos matemáticos utilizados na pesquisa para realizar as modelagens em sistemas não-lineares com memória.

#### 2.1 AMPLIFICADOR DE POTÊNCIA DE RADIOFREQUÊNCIA

A principal função de um Amplificador de Potência (PA) de radiofrequência (RF) é fazer com que o sinal de saída RF tenha um nível de potência maior que o sinal RF de entrada. Os PAs são considerados elementos de grande importância quando se fala em transmissão de comunicações sem fio e são caracterizados por diferentes fatores, como o ganho, linearidade e eficiência.

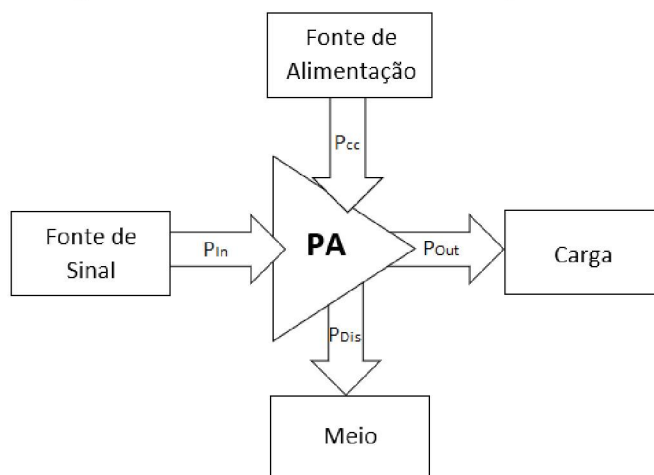
Para realizar a amplificação, o PA transfere energia da fonte de alimentação CC (Corrente contínua) para a potência de RF na saída. Durante esse processo, parte da energia é dissipada internamente no circuito [29, 30]. O balanceamento das potências de um PA é definido por (Equação 2.1):

$$P_{CC} + P_{In} = P_{Out} + P_{Dis}, \quad (2.1)$$

onde  $P_{CC}$  é a potência fornecida pela fonte,  $P_{In}$  é a potência do sinal de entrada,

$P_{Out}$  a potência do sinal de saída e  $P_{Dis}$  é a potência dissipada pelo PA. Ele pode ser representado pelo diagrama na Figura 2.1.

Figura 2.1: Diagrama de Potências de um amplificador de potência.



FONTE: Autor, adaptado de Bonfim (2016).

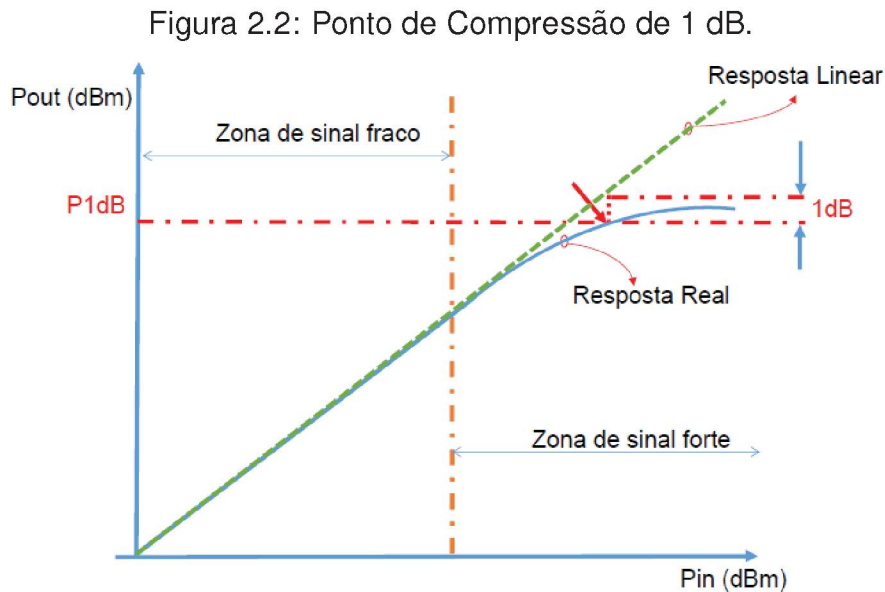
Em se tratando de RF, os amplificadores são divididos basicamente em dois grupos, lineares e não-lineares, com diferentes classes. Os lineares apresentam uma eficiência mais baixa e o transistor do PA opera como uma fonte de corrente controlada. São classificados em A, AB, B e C. Já os amplificadores não-lineares são classificados em D, E e F e são capazes de alcançar eficiências mais altas, tendo o transistor operando como uma chave [30].

### 2.1.1 LINEARIDADE DOS PAs

O conceito da linearidade está ligada na capacidade de um PA de radio-frequência não introduzir distorções na amplitude e na fase do sinal que está sendo amplificado. A amplitude da saída deve ser proporcional a da entrada, enquanto a diferença entre a fase da saída e a fase da entrada deve permanecer a mesma.

Os PAs podem apresentar distorções chamadas de AM-PM, que é a relação entre a amplitude do sinal de entrada e a diferença de fase do sinal de saída e o sinal de entrada. Uma das formas utilizadas para medir a distorção de amplitude aplicada pelo PA, é através do ponto de compressão de 1 dB. Esse ponto refere-se ao nível de potência no qual a curva de transferência se desvia da curva característica linear ideal

no valor exatamente igual a 1 dB [30]. A característica ideal pode ser representada como uma reta que extrapola a característica linear do amplificador, conforme mostra a Figura 2.2.



FONTE: Bonfim(2016).

## 2.1.2 EFICIÊNCIA DOS PAs

A eficiência do PA é uma característica importante que deve-se observar quando se trata de projetos de PAs de RF, pois relaciona a potência entregue na saída à potência consumida pelo circuito interno do PA. Uma alta eficiência significa um baixo consumo de energia, ou seja, conduz a uma operação com custo mais baixo [30].

A eficiência de um PA de radiofrequência pode ser avaliada de duas formas. A primeira é definida pela Equação 2.2:

$$\eta = \frac{P_{Out}}{P_{CC}}, \quad (2.2)$$

onde a eficiência ( $\eta$ ), também chamada de eficiência de dreno, é definida pela relação entre a potência de saída ( $P_{Out}$ ) e a potência entregue pela fonte CC ( $P_{CC}$ ). A outra maneira é pela eficiência de potência adicionada ( $PAE$ ), onde é incluída a potência

de entrada ( $P_{In}$ ), como pode-se observar na Equação 2.3:

$$PAE = \frac{P_{Out} - P_{In}}{P_{CC}}. \quad (2.3)$$

### 2.1.3 MODELAGEM DOS PAs

O processo de modelar um dispositivo físico significa reproduzir, através de um *software*, o seu comportamento real. Têm-se duas abordagens disponíveis na literatura para se implementar o modelo de um PA. Na primeira é necessário um conhecimento dos materiais e elementos que compõem a estrutura do PA, ou seja, descrever o PA com grandes quantidades de detalhes, como relações, interações e regras teóricas. Essa abordagem é conhecida como modelo físico e apresenta uma maior complexidade computacional e nível de exatidão mais alto. A segunda abordagem são os modelos empíricos, também conhecidos como comportamentais. São utilizados quando o circuito equivalente do PA não está disponível ou deseja-se realizar uma simulação completa a nível de sistema. Esses modelos são baseados em medições de entrada e saída extraídas do PA em estudo, que simulam o comportamento por meio de um modelo matemático. Apresentam uma menor complexidade computacional, porém a precisão é sensível a estrutura do modelo adotado e a forma como é realizada a extração dos parâmetros.

Uma das primeiras etapas para se implementar uma modelagem pelo modelo empírico é escolher um modelo compatível com as características que se deseja simular, como por exemplo os filtros polinomiais. Onde os coeficientes do filtro são então ajustados para minimizar o erro da modelagem.

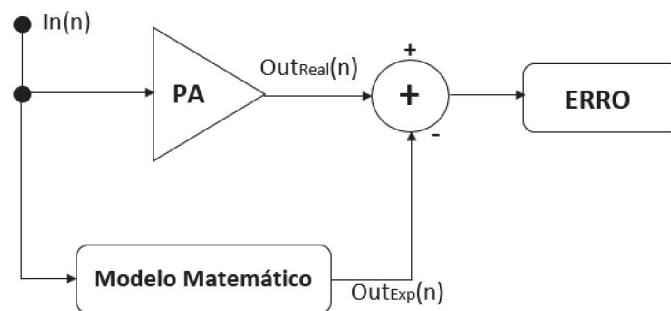
O processo de modelagem se inicia aplicando um mesmo sinal de entrada ( $In(n)$ ) no PA real e no modelo escolhido. Em seguida são comparadas as saídas instantâneas do PA ( $Out_{Real}(n)$ ) com a do modelo ( $Out_{Exp}(n)$ ). Com os dados de saída pode-se encontrar o vetor de erros (Equação 2.4):

$$Erro(n) = Out_{Real}(n) - Out_{Exp}(n), \quad (2.4)$$

onde  $n$  representa o instante de tempo da amostra.

Para a realização deste trabalho, será utilizado o conceito da modelagem comportamental baseado em uma das definições do cálculo fracionário, apresentados na Seção 2.2, e suas respostas comparadas às respostas de outro modelo comportamental utilizado na literatura. A Figura 2.3 mostra o diagrama do sistema de modelagem do PA.

Figura 2.3: Diagrama do sistema de Modelagem de um Amplificador de Potência.



FONTE: Autor, adaptado de Bonfim(2016).

## 2.2 PRINCIPAIS DEFINIÇÕES DO CÁLCULO FRACIONÁRIO MODERNO

O cálculo fracionário lida com integrais e derivadas de ordem arbitrárias, podendo essa ser um número real ou um número complexo. Integrais e derivadas fracionárias são fortes instrumentos para a descrição de propriedades de memória e hereditárias de diversas substâncias. Essa é a maior vantagem dos modelos de ordem fracionária em comparação aos de ordem inteira, nos quais tais efeitos são negligenciados [10].

A terminologia matemática "Cálculo Fracionário" não traduz de forma precisa o real significado que deveria. Segundo Podlubny [31], o Cálculo Fracionário é a *teoria de integrais e derivadas de ordem arbitrária (não sendo necessariamente fracionária), que unifica e generaliza as noções de diferenciação de ordem inteira e integrações múltiplas.*

Caso se tenha uma derivada de ordem inteira,  $n$  (tal que  $n \in \mathbb{Z}$ ), pode-se

representá-la como na Equação 2.5:

$$f^n(x) = \frac{\partial^n f(x)}{\partial x^n} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^n} \sum_{r=0}^n (-1)^r \cdot \binom{n}{r} \cdot f(x - rh), \quad (2.5)$$

onde:

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}. \quad (2.6)$$

As derivadas de ordem não inteira são uma generalização da Equação 2.5, permitindo assim que a ordem da derivada,  $\alpha$ , seja diferente das derivadas de ordem inteira [32].

Derivadas de ordem inteira necessitam apenas de um valor do domínio da função para serem representadas, que é o valor no qual se deseja obter a resposta da derivada. Já para representar o cálculo de derivadas fracionárias, necessitam-se de dois valores, que são o valor no qual deseja-se a derivada e um segundo valor, denominado por  $a$  (onde  $a < x$ ), que tem o papel de atuar como um terminal inferior, definindo assim o limite do domínio da função ou da derivada [10].

Dessa forma tem-se a representação de uma derivada de ordem fracionária  $\alpha$ , tal que  $\alpha \in \mathbb{R}$  (Equação 2.7).

$$f^\alpha(x) = \frac{\partial^\alpha f(x)}{\partial x^\alpha} = {}_a D_x^\alpha f(x). \quad (2.7)$$

As definições mais conhecidas para calcular e representar as derivadas fracionárias são as de Riemann-Liouville, Caputo e Grunwald-Letnikov. A escolha de qual utilizar irá depender do problema que será trabalhado, tendo em vista que cada uma possui suas propriedades particulares.

## 2.2.1 DEFINIÇÃO DE RIEMANN-LIOUVILLE

Existem diversos operadores de integrais fracionárias, que vão desde tipos de diferenças divididas, até tipos de somas infinitas, porém o operador de Riemann-

Liouville (RLL) ainda é o mais utilizado quando a integração fracionária é realizada.

O operador de integral fracionária de RLL é uma generalização da fórmula integral de Cauchy (Equação 2.8), envolvendo a derivada de ordem  $n$ .

$$\int_a^x dx_1 \int_a^{x_1} dx_2 \dots \int_a^{x_{n-1}} f(x_n) dx_n = \frac{1}{(n-1)!} \int_a^x \frac{f(t)}{(x-t)^{1-n}} dt. \quad (2.8)$$

Riemann percebeu que a Equação 2.8 pode ter significado mesmo quando  $n$  possui valores não inteiros. Dessa forma, além de substituir  $(n-1)! = \Gamma(n)$ , foi definida a integração fracionária como pode-se observar na Equação 2.9 [33].

**Definição 1.** Se  $f(x) \in C([a, b])$  e  $a < x < b$ , então:

$$I_{a+}^{\alpha} f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^x \frac{f(t)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt, \quad (2.9)$$

onde  $\alpha \in ]-\infty, \infty[$  e é chamado de ordem da integral fracionária de RLL [33].

A definição da derivada fracionária de RLL de ordem  $\alpha$  (Equação 2.10), está baseada no conceito de que a derivada é a operação inversa da integração e, também, na lei dos expoentes. Ela estabelece que a derivada de ordem fracionária é a derivada de ordem inteira de uma determinada integral de ordem fracionária [5].

$$D_{a+}^{\alpha} f(x) = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{\partial}{\partial x} \int_a^x \frac{f(t)}{(x-t)^{\alpha}} dt. \quad (2.10)$$

## 2.2.2 DEFINIÇÃO DE CAPUTO

A definição de derivada fracionária de Caputo é similar à definição de RLL, porém é invertida a ordem de integração fracionária com a ordem de derivação [5].

Para uma função  $f(x)$ , tem-se a Equação 2.11:

$${}_a D_t^{\alpha} f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha-m)} \int_a^x \frac{f^{(m)}(t)}{(x-t)^{1-(\alpha-m)}} dt, \quad (2.11)$$

onde  $((m-1) < \alpha < m)$ , sendo  $m$  um inteiro e  $\alpha$  um número real [34].

Uma vantagem dessa definição é que as condições iniciais para as equações

diferenciais fracionárias são de ordem inteira, possibilitando uma melhor interpretação física [10]. Se comparar a definição de Caputo com a definição de RLL, nota-se que a definição de Caputo apresenta derivada de função constante igual a zero, já para funções não constantes as duas definições apresentam a mesma resposta. E partindo da interpretação física da derivada de constante ser nula, alguns autores julgam que a derivada de Caputo seja mais precisa que a de RLL [5].

### 2.2.3 DEFINIÇÃO DE GRUNWALD-LETNIKOV

A definição de Grunwald-Letnikov (GL) é a mais popular na área das derivadas e integrais fracionárias gerais, devido a sua natureza discreta [34]. A partir da definição da Equação 2.5, substitui-se a ordem inteira  $n$  por uma ordem arbitrária  $\alpha$  e altera-se o limite superior (índice final) da somatória. Dessa maneira a derivada fracionária de GL pode ser representada como (Equação 2.12):

$${}_a D_x^\alpha f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} h^{-\alpha} \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \binom{\alpha}{m} f(x - mh). \quad (2.12)$$

Nota-se pela Equação 2.12 que ao calcular o valor da derivada fracionária em um dado instante, é considerado o valor da função em uma quantidade de pontos maior que a da respectiva derivada de ordem inteira. No caso da variável ser temporal, ao considerar-se a derivada fracionária da função está sendo levado em conta o comportamento da função em instantes anteriores ao que se está medindo, e esta é a razão pela qual a derivação de ordem não inteira conserva efeitos de memória, oferecendo uma descrição mais fina dos fenômenos [5].

Se analisar a definição para  $\alpha = 1/2$  tem-se:

$$D^{1/2} f(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h^{1/2}} (f(x) - \frac{1}{2}f(x-h) - \frac{1}{4}f(x-2h) - \frac{1}{8}f(x-3h) - \dots). \quad (2.13)$$

Sabe-se que  $1/2 + 1/4 + 1/8 + \dots = 1$ , então pode-se pensar na derivada de ordem  $\frac{1}{2}$  como uma média entre o valor no instante desejado da função e seus

valores em instantes anteriores. Outro ponto a se observar é que aparece o termo  $\frac{1}{2^n}$  com  $n \rightarrow \infty$ , portanto  $\frac{1}{2^n} \rightarrow 0$ . Com isso, para problemas numéricos, pode-se fazer o truncamento da somatória rapidamente.

A classe de funções para as quais a derivada fracionária de GL é definida são limitadas, mesmo dessa maneira ela é bastante utilizada em diversos processos físicos, químicos, entre outros [10].

## 2.2.4 DERIVADA FRACIONÁRIA A PARTIR DA TRANSFORMADA DE FOURIER

Depois da definição de diferenças finitas de GL, a generalização do cálculo diferencial para derivadas de ordem fracionária através do cálculo das transformadas é provavelmente a maneira mais natural de fazê-la, principalmente para aqueles leitores familiarizados com o cálculo de transformadas de Laplace e Fourier, que são amplamente utilizadas na Física e nas Engenharias. Por conveniência será considerado aqui a transformada de Fourier, embora a demonstração a partir da transformada de Laplace siga essencialmente os mesmos passos, uma vez que ambas partilham das propriedades mais fundamentais em comum.

Considerando-se as seguintes definições para as transformadas de Fourier (Equação 2.14 e Equação 2.15), conectando os espaços duais  $t$  e  $\omega$ :

$$\tilde{F}(\omega) = \mathcal{F}[f(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt, \quad (2.14)$$

$$f(t) = \mathcal{F}^{-1}[\tilde{F}(\omega)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{F}(\omega)e^{i\omega t} d\omega, \quad (2.15)$$

bem como a integral de convolução, Equação 2.16:

$$f(t) \star g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t-t')g(t')dt', \quad (2.16)$$

têm-se as seguintes propriedades para funções de suporte compacto, Equação 2.17 e Equação 2.18, (aquelas que tendem para zero nos limites  $\pm\infty$  do domínio conside-

rado):

$$\mathcal{F}[f(t) \star g(t)] = \tilde{F}(\omega) \tilde{G}(\omega), \quad (2.17)$$

$$\mathcal{F}\left[\frac{d^n f(t)}{dt^n}\right] = (i\omega)^n \tilde{F}(\omega), \quad (2.18)$$

onde  $n$  é um número inteiro. Sabendo-se que a derivada  $d^n/dt^n$  no espaço de  $t$  corresponde a um fator  $(i\omega)^n$  no espaço dual  $\omega$ , pode-se propor uma generalização natural para esta propriedade, fazendo com que exista um operador denominado de derivada fracionária  $d^\alpha/dt^\alpha$ , com  $\alpha$  qualquer número complexo, no espaço de  $t$  que corresponda ao fator  $(i\omega)^\alpha$  no espaço dual  $\omega$ . Desse modo,  $\mathcal{F}\left[\frac{d^\alpha f(t)}{dt^\alpha}\right] = (i\omega)^\alpha \tilde{F}(\omega)$ . Conectando este último resultado à propriedade da convolução dada em (2.17), nota-se que o operador de derivada fracionária produz a convolução entre a função  $f(t)$  sobre a qual este operador age e um *kernel* no domínio  $t$ , correspondente a função  $(i\omega)^\alpha$  no domínio dual  $\omega$ . Portanto, resta descobrir qual é a transformada inversa de  $(i\omega)^\alpha$ . Tem-se então, Equação 2.19:

$$\mathcal{F}^{-1}[(i\omega)^\alpha] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (i\omega)^\alpha e^{i\omega t} d\omega. \quad (2.19)$$

Agora pode-se fazer uma mudança de variáveis  $i\omega t = -x$ , permitindo reescrever a Equação 2.19 da seguinte forma (Equação 2.20):

$$\mathcal{F}^{-1}[(i\omega)^\alpha] = \frac{i}{2\pi t^{(\alpha+1)}} \int_{-i\infty}^{i\infty} (-x)^\alpha e^{-x} dx. \quad (2.20)$$

Na Equação 2.20 nota-se que  $\mathcal{F}^{-1}[(i\omega)^\alpha]$  é proporcional à função  $1/t^{(\alpha+1)}$ . Para obter a constante de proporcionalidade, deve-se estender os limites de integração, de tal forma a obter um contorno fechado, cujo resultado é uma função gama recíproca, representado na Equação 2.21.

$$\frac{1}{\Gamma(-\alpha)} = \frac{i}{2\pi} \oint (-x)^\alpha e^{-x} dx. \quad (2.21)$$

Finalmente se obtêm a representação do *kernel*, Equação 2.22, para o operador de derivada fracionária que satisfaz a regra da transformada de Fourier da derivada desejada.

$$\mathcal{F}^{-1}[(i\omega)^\alpha] = \frac{1}{\Gamma(-\alpha)t^{\alpha+1}}, \quad (2.22)$$

de maneira que a derivada fracionária fique representada na forma da Equação 2.23.

$$\frac{d^\alpha f(t)}{dt^\alpha} = \frac{1}{\Gamma(-\alpha)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{(t-t')^{\alpha+1}} f(t') dt' . \quad (2.23)$$

Sem compromisso com o rigor matemático, aqui pode-se diretamente conectar a expressão 2.23 com a forma do operador de derivada fracionária de RLL, assumindo que  $f(t)$  seja nula para  $t < 0$ . Sabendo que  $d(t)^{-\alpha}/dt = -\alpha t^{-\alpha-1}$  e que  $\Gamma(1+z) = z\Gamma(z)$  pode-se reescrever a Equação 2.23 na seguinte forma (Equação 2.24):

$$\frac{d^\alpha f(x)}{dt^\alpha} = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{f(t')}{(t-t')^\alpha} dt' , \quad (2.24)$$

para  $0 < \alpha < 1$ . Conforme já mencionado o operador de derivada fracionária é, na realidade, um tipo de integral de convolução, é intrinsecamente não local e pode apresentar efeitos de memória, o que é interessante na descrição de muitos problemas físicos.

### 2.3 MODELOS MATEMÁTICOS PARA MODELAGEM DE SISTEMAS NÃO-LINEARES COM MEMÓRIA

Nesta seção são apresentadas técnicas de modelagem que podem ser utilizadas na modelagem de amplificadores de potência e demais sistemas não-lineares com memória.

A utilização de técnicas de modelagem baseadas em modelos lineares se dá devido à simplicidade dos modelos empregados para representar determinados comportamentos do circuito, mas isso também implica em uma deficiência potencial, já que tais modelos são muitas vezes inadequados, principalmente quando se faz necessário

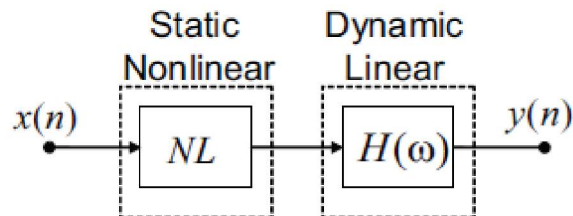
uma melhor aproximação dos dados reais do circuito. Já os modelos não-lineares demonstram ser mais realistas e apresentam maior complexidade para a descrição, possibilitando uma resposta com um menor erro comparado aos modelos lineares.

### 2.3.1 MODELOS ORIENTADOS POR BLOCOS

Nesta subseção são expostos os modelos em blocos comumente utilizados para modelar sistemas dinâmicos não-lineares em diferentes áreas de estudo, cujas topologias envolvem a conexão em cascata contendo dois tipos de subsistemas elementares, os dinâmicos lineares e os estáticos não-lineares.

Frequentemente são adotados algumas denotações específicas para arranjos particulares dos subsistemas em cascatas. Por exemplo, tem-se o modelo que consiste de um elemento estático não-linear, seguido por um sistema dinâmico linear, que é conhecido como estrutura de Hammerstein e pode ser visto na Figura 2.4.

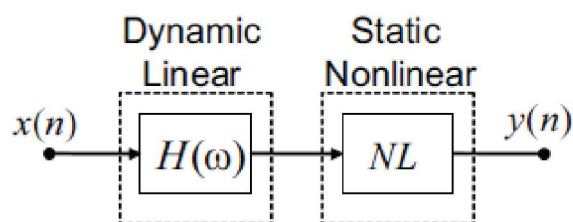
Figura 2.4: Estrutura Hammerstein.



FONTE: Adaptado de Lima (2009).

Outro modelo utilizado é a estrutura de Wiener, Figura 2.5, que apresenta um sistema dinâmico linear seguido por um elemento não-linear, de forma contrária ao modelo de Hammerstein.

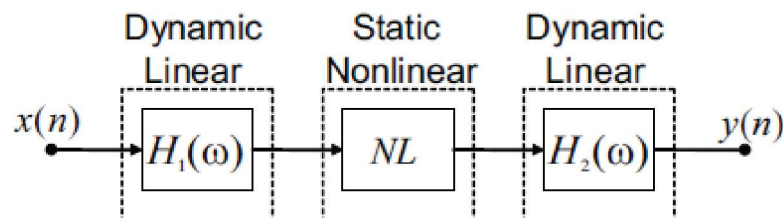
Figura 2.5: Estrutura Wiener.



FONTE: Adaptado de Lima (2009).

O terceiro modelo, conhecido por Wiener-Hammerstein ou *three-box*, combina as duas topologias anteriores. É formada por um sistema dinâmico linear, seguido por um elemento estático não-linear e outro sistema dinâmico linear, como se observa na Figura 2.6.

Figura 2.6: Estrutura Wiener-Hammerstein.



FONTE: Adaptado de Lima (2009).

Os blocos de não-linearidade estática, representados em todas as estruturas mencionadas, serão aproximados pelo polinômio cuja representação pode ser vista na Equação 2.25:

$$\tilde{y}(n) = \sum_{p=1}^P C_p \tilde{x}(n) |\tilde{x}(n)|^{p-1}, \quad (2.25)$$

onde  $\tilde{y}(n)$  representa a saída do bloco no instante  $n$ ,  $\tilde{x}(n)$  é o valor de entrada do bloco, também no instante  $n$  e  $C_p$  são os coeficientes complexos da não-linearidade polinomial de ordem  $P$ .

Já os blocos dinâmicos lineares podem ser representados por qualquer modelo matemático linear, como por exemplo o Filtro FIR.

### 2.3.1.1 Filtro de Resposta Finita ao Impulso

O Filtro FIR (*Finite Impulse Response*) é um tipo de filtro digital caracterizado por uma resposta ao impulso que se torna nula após um tempo finito. É bastante utilizado por poder implementar filtros para sinais com fase linear, boa estabilidade e projeto simples. A saída de um FIR é a convolução de um sinal de entrada por um sinal de comprimento finito (conjunto de constantes). Possui esse nome devido a sua característica que se ao aplicar um impulso em sua entrada, a saída será excitada por

um tempo finito, que é igual a frequência de propagação interna vezes o número de coeficientes do filtro [36].

Sua representação matemática pode ser vista na Equação 2.26:

$$Out(n) = \sum_{m=0}^M C_m In(n - m), \quad (2.26)$$

onde o  $Out(n)$  representa o sinal de saída do filtro no instante  $n$ ,  $In(n - m)$  é o sinal de entrada do filtro no instante  $n$  menos  $m$ ,  $C_m$  são os coeficientes do filtro e  $M$  a quantidade de coeficientes e elementos de atraso considerados.

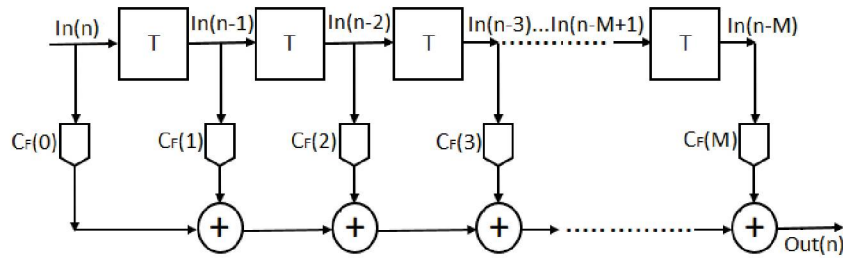
O Filtro FIR, assim como o polinômio dado pela Equação 2.25, é linear em seus parâmetros, podendo ser reescrito em notação matricial, conforme Equação 2.27.

$$Y = XH, \quad (2.27)$$

onde  $Y$  representa o vetor de saídas,  $X$  a matriz de entradas e  $H$  o vetor de coeficientes. Para um conjunto de  $N$  amostras de entrada e saída ( $In$  e  $Out$ ), os coeficientes podem ser obtidos através de uma técnica de cálculo direta, como por exemplo o método dos Mínimos Quadrados (MMQ), apresentado em [37].

Para ser implementado precisa-se de uma cadeia com  $M$  multiplicadores e  $M$  elementos de atraso, e isso o torna computacionalmente intensivo, já que a operação de multiplicação apresenta uma certa complexidade e como o filtro requer que sejam executadas  $M$  operações de multiplicação para cada amostra do sinal de entrada então é de se esperar que um grande esforço computacional seja necessário para a aplicação desse tipo de filtro em um sinal [36]. Uma das formas possíveis de se implementar esse filtro pode ser vista no diagrama de blocos na Figura 2.7, que é chamado de forma direta, onde os  $C_F$  representam os coeficientes do Filtro e  $T$  os elementos de atraso.

Figura 2.7: Representação direta do Filtro FIR em Diagramas de Bloco.



FONTE: Autor.

### 2.3.2 MODELO POLINÔMIO DE MEMÓRIA

As séries de Volterra possuem alta complexidade e são dependentes de muitos termos, possuindo assim alto custo computacional, que ao serem truncados formam simplificações as quais podem ser utilizadas para modelagens comportamentais de PAs, como visto em [29].

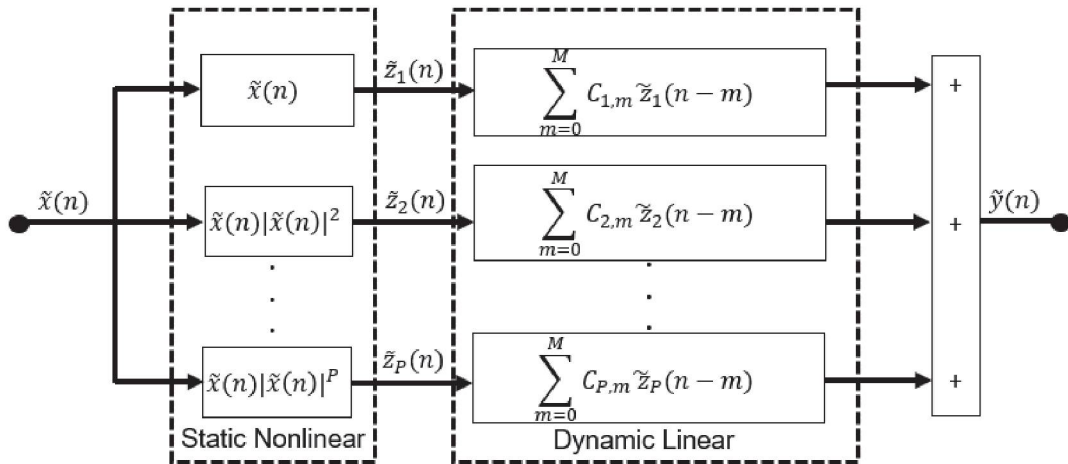
Um modelo mais simples e que deriva da série de Volterra é o Polinômio de Memória (MP), que é um modelo mais compacto, possui um baixo custo computacional, é linear em seus parâmetros e considera apenas componentes unidimensionais, onde cada termo do somatório é composto por apenas um instante de tempo. A equação desse modelo é observada na Equação 2.28:

$$\tilde{y}(n) = \sum_{p=1}^P \sum_{m=0}^M C_{p,m} \tilde{x}(n-m) |\tilde{x}(n-m)|^{p-1}, \quad (2.28)$$

onde  $P$  é o grau do polinômio considerado,  $M$  a quantidade de memória (amostras anteriores a considerar),  $\tilde{x}(n)$  é a entrada no instante  $n$ ,  $\tilde{y}(n)$  a saída no instante  $n$  e  $C_{p,m}$  são os coeficientes do modelo.

Nota-se que o MP funciona como uma estrutura contendo várias cascatas de Hammerstein em paralelo, com o filtro FIR implementado em seus blocos dinâmicos lineares, como observa-se na Figura 2.8.

Figura 2.8: Diagrama de blocos da interpretação Hammerstein Paralelo do MP.



FONTE: Autor, adaptado de Lima (2009).

Se considerar um simples caso onde  $M = 1$  e  $P = 2$ , cada amostra  $n$  será dada pela Equação 2.29:

$$\tilde{y}(n) = C_{1,0}\tilde{x}(n) + C_{1,1}\tilde{x}(n-1) + C_{2,0}\tilde{x}(n)|\tilde{x}(n)| + C_{2,1}\tilde{x}(n-1)|\tilde{x}(n-1)|. \quad (2.29)$$

A Equação 2.29 pode ser escrita como um produto escalar entre vetores, conforme a Equação 2.30.

$$\tilde{y}(n) = \begin{bmatrix} \tilde{x}(n) & \tilde{x}(n-1) & \tilde{x}(n)|\tilde{x}(n)| & \tilde{x}(n-1)|\tilde{x}(n-1)| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{1,0} & C_{1,1} & C_{2,0} & C_{2,1} \end{bmatrix}^T. \quad (2.30)$$

Considerando  $n = 4$ , a saída ( $\tilde{y}$ ) pode ser escrita da seguinte forma (Equação 2.31):

$$\begin{bmatrix} \tilde{y}(1) \\ \tilde{y}(2) \\ \tilde{y}(3) \\ \tilde{y}(4) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{x}(1) & \tilde{x}(0) & \tilde{x}(1)|\tilde{x}(1)| & \tilde{x}(0)|\tilde{x}(0)| \\ \tilde{x}(2) & \tilde{x}(1) & \tilde{x}(2)|\tilde{x}(2)| & \tilde{x}(1)|\tilde{x}(1)| \\ \tilde{x}(3) & \tilde{x}(2) & \tilde{x}(3)|\tilde{x}(3)| & \tilde{x}(2)|\tilde{x}(2)| \\ \tilde{x}(4) & \tilde{x}(3) & \tilde{x}(4)|\tilde{x}(4)| & \tilde{x}(3)|\tilde{x}(3)| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{1,0} \\ C_{1,1} \\ C_{2,0} \\ C_{2,1} \end{bmatrix}. \quad (2.31)$$

Desse modo o sistema formado é linear nos coeficientes e pode ser escrito na forma matricial conforme Equação 2.27 e solucionado através do MMQ.

Tendo em vista as descrições apresentadas é proposto um modelo matemático, descrito na Seção 3.2, baseado na definição da derivada de Grunwald-Letnikov (Seção 2.2.3), a ser inserido nos blocos dinâmicos lineares das estruturas de blocos em série e em paralelo. Dentre as definições do cálculo fracionário, foi escolhida a Derivada do Grunwald-Letnikov por considerar o valor da função em uma quantidade maior de pontos, considerando o efeito de memória durante o cálculo da derivada, e assim oferecendo uma descrição mais fina dos fenômenos naturais. As respostas das estruturas implementadas com a derivada fracionária nos blocos dinâmicos lineares são comparadas com as estruturas implementadas com o Filtro FIR (Seção 2.3.1.1), tanto na estrutura de blocos em série como na paralela (Polinômio de Memória), devido a ele ser um dos filtros polinomiais mais utilizados na literatura para realizar modelagem de PAs, demonstrando, assim, confiabilidade na precisão dos resultados.

## CAPÍTULO 3

### APLICAÇÃO NA MODELAGEM DE CIRCUITOS USUAIS

Neste capítulo é apresentado inicialmente a teoria sobre o efeito de memória nos elementos básicos dos circuitos elétricos, como resistores, capacitores e indutores. Na Seção 3.2 é demonstrada a aplicação do cálculo fracionário na modelagem física de um circuito Resistor-Capacitor, contendo as respostas gráficas das modelagens realizadas com diferentes ordens fracionárias. Por fim, na Seção 3.3, é apresentado o modelo matemático a ser inserido na estrutura de blocos em série e na estrutura de blocos em paralelo, propostos para realizarem a modelagem comportamental nos amplificadores de potência de radiofrequência.

#### 3.1 EFEITO DE MEMÓRIA NOS ELEMENTOS BÁSICOS DOS CIRCUITOS ELÉTRICOS

O cálculo tradicional não é suficiente para capturar toda a gama de dinâmicas encontradas em eventos naturais e processos feitos pelo homem. A complexidade dos fenômenos dinâmicos não-lineares exige que amplie-se os pensamentos além das funções analíticas. Uma forma de explorar essa insuficiência é através do cálculo fracionário. Entre os operadores de números inteiros que são locais no espaço e no tempo, os operadores não-inteiros são necessários para descrever dinâmicas que possuem memória e heterogeneidade [39].

Nos fundamentos da teoria de circuitos elétricos assume-se a existência de tais elementos passivos básicos, a saber: resistores ( $R$ ), capacitores ( $C$ ) e indutores ( $L$ ). Para todos eles estabelece-se uma lei de resposta instantânea, ou seja, aplicado o estímulo, a resposta àquele estímulo aparece instantaneamente e sem efeitos de

memória, na forma como segue (Equação 3.1, Equação 3.2 e Equação 3.3):

$$I_R(t) = \frac{1}{R}V(t), \quad (3.1)$$

$$Q_C(t) = CV_c(t), \quad (3.2)$$

$$\Phi_L(t) = LI(t), \quad (3.3)$$

onde  $I_R(t)$  é a corrente que atravessa o resistor de resistência  $R$ , medida em ohms,  $V(t)$  é a tensão aplicada aos seus terminais, em volts,  $Q_C(t)$  é a carga armazenada em um capacitor de capacitância  $C$  medida em *farads*,  $V_c(t)$  é a tensão aplicada a seus terminais,  $\Phi_L(t)$  é o fluxo magnético armazenado no indutor, medido em weber,  $L$  a indutância em henry e  $I(t)$  a corrente elétrica aplicada que circula no indutor.

Todavia, na natureza os efeitos não ocorrem instantaneamente à aplicação de estímulos e as leis gerais que regem os fenômenos causais são melhor descritas por relações de convolução entre o estímulo e a função resposta do elemento ou sistema físico em estudo. A função resposta é comumente denominada na engenharia de função de transferência. Se considerar a capacitância como exemplo, é possível expressar a relação entre a carga no capacitor e a tensão aplicada aos seus terminais na forma de uma convolução (Equação 3.4):

$$Q_C(t) = C_0 \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(t-t')V(t')dt', \quad (3.4)$$

onde  $C_0$  é uma constante de capacitância, medida em farads, e  $\varepsilon(t-t')$  é uma função de permissividade dielétrica representada no domínio do tempo, onde está sendo medida em unidades de  $s^{-1}$ , sendo uma função causal, tal que  $\varepsilon(t-t') = 0$  para  $t < t'$ .

Uma lei similar pode ser escrita para o indutor real:

$$\Phi_L(t) = L_0 \int_{-\infty}^{\infty} \mu(t-t')I(t')dt', \quad (3.5)$$

onde  $L_0$  é uma constante de indutância, em henry, e  $\mu(t-t')$  é uma função de permeabilidade magnética causal, representada no domínio do tempo, em unidades de

$s^{-1}$ . Observa-se nas expressões 3.4 e 3.5 que a resposta é dada pela convolução entre o estímulo e uma função resposta (permissividade dielétrica ou permeabilidade magnética, por exemplo), e aqui estão embutidos os efeitos de memória presentes nos materiais.

Para que se possa verificar o efeito de memória nos circuitos elétricos serão realizadas modelagens, analisando as respostas dos respectivos circuitos com diferentes valores da ordem das derivadas ( $\alpha > 0$ ). No processo da modelagem é encontrada a Função de Transferência (FT) equivalente de cada circuito e em seguida definições matemáticas, como a definição de RLL, Caputo e GL, são introduzidas às FTs.

### 3.2 MODELAGEM COM DERIVADA FRACIONÁRIA APLICADA EM CIRCUITO RESISTOR-CAPACITOR

Ao realizar a modelagem de um circuito RC em série e substituindo o valor da ordem da derivada de ordem inteira por  $\alpha$ , podendo assim assumir qualquer valor, obtêm-se a Equação 3.6:

$$\frac{\partial^\alpha V_c(t)}{\partial t^\alpha} + \frac{1}{\tau^\alpha} V_c(t) = \frac{1}{\tau^\alpha} V_i(t), \quad (3.6)$$

onde  $V_c(t)$  é a tensão sobre o capacitor no domínio do tempo,  $V_i(t)$  é o espectro para entrada impulsiva no tempo e  $\tau$  é o valor correspondente a multiplicação dos valores do Resistor com o Capacitor ( $RC$ ).

Em seguida aplica-se a Transformada de Fourier e isola a variável de tensão no capacitor ( $V_c$ ) na Equação 3.6, obtendo dessa forma a Equação 3.7:

$$V_c(\omega) = \frac{V_i(\omega)}{(i\omega\tau)^\alpha + 1}, \quad (3.7)$$

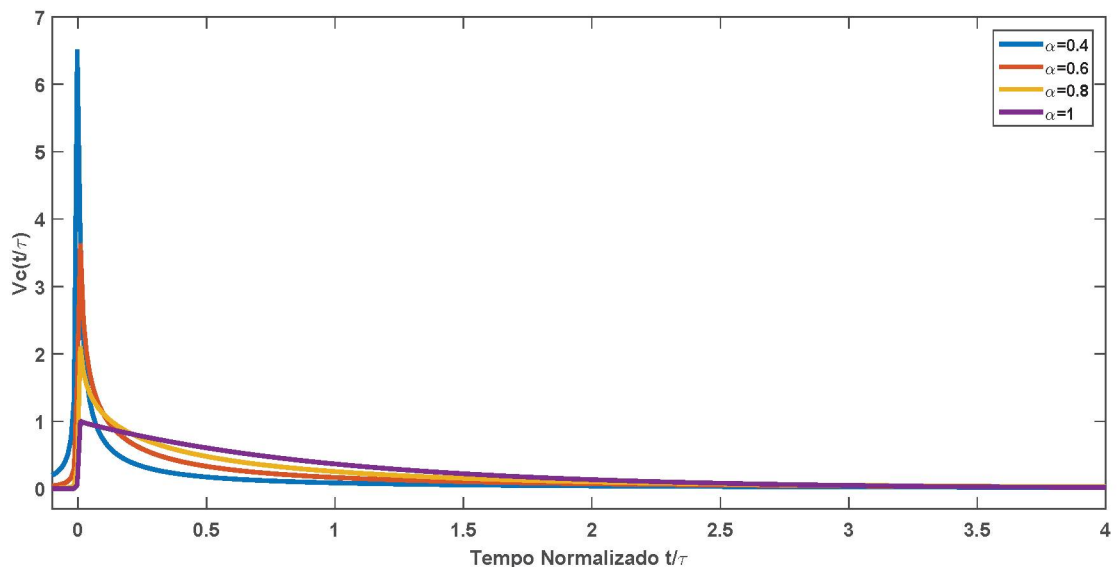
onde  $V_c(\omega)$  é a tensão sobre o capacitor no domínio da frequência e  $V_i(\omega)$  é o espectro para entrada impulsiva na frequência.

Em seguida é aplicada a Transformada Inversa de Fourier na Equação 3.7 para que se possa encontrar o valor de  $V_c(t)$  (Equação 3.8):

$$V_c(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{V_i(\omega)}{(i\omega\tau)^\alpha + 1} e^{i\omega t} d\omega. \quad (3.8)$$

Realizada a simulação para diferentes ordens fracionárias ( $\alpha$ ), condições iniciais nulas e fazendo a normalização do tempo  $t$  para  $t/\tau$ , se têm como respostas as Figuras 3.1 e 3.2.

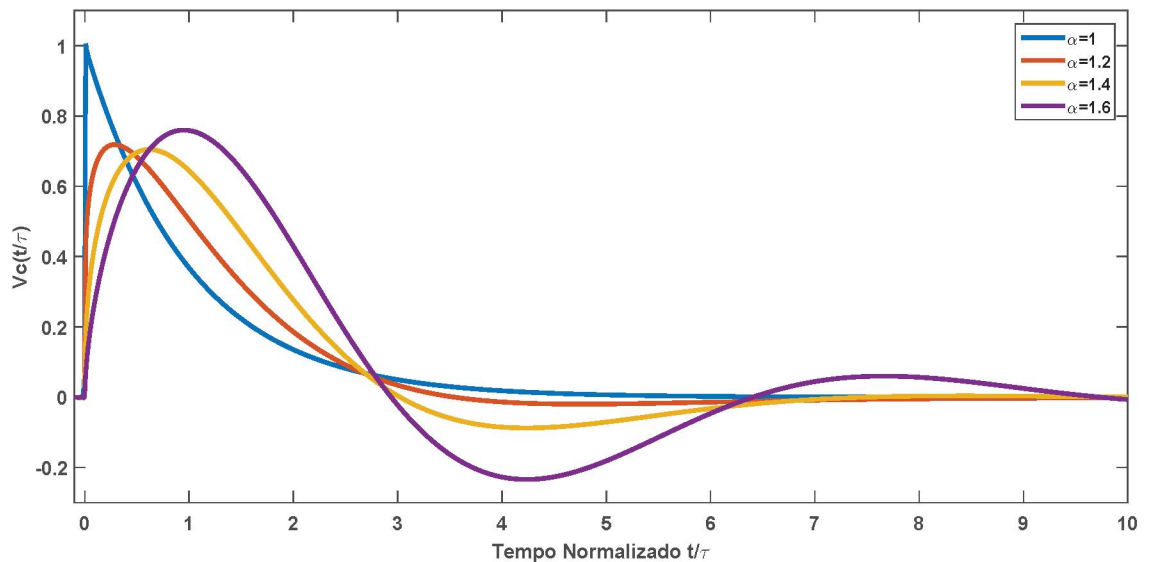
Figura 3.1: Tensão sobre o Capacitor para  $0 < \alpha < 1$ .



FONTE: Autor.

Onde na Figura 3.1 vê-se a resposta da simulação para variações  $0 < \alpha \leq 1$ , e observa-se para valores onde  $\alpha < 1$ , que a carga no capacitor descarrega de forma bem mais rápida e que quanto menor o valor de  $\alpha$ ,  $\alpha \rightarrow 0$ , maior o pico de tensão no capacitor. Na mesma figura é plotado a simulação para  $\alpha = 1$ , que representa o modelo ideal de um circuito RC, que demonstra uma curva mais suave da queda de tensão no tempo e o pico de tensão no valor máximo de estímulo inserido na simulação ( $V_i(\omega) = 1$ ).

Figura 3.2: Tensão sobre o Capacitor para  $1 \leq \alpha < 2$ .

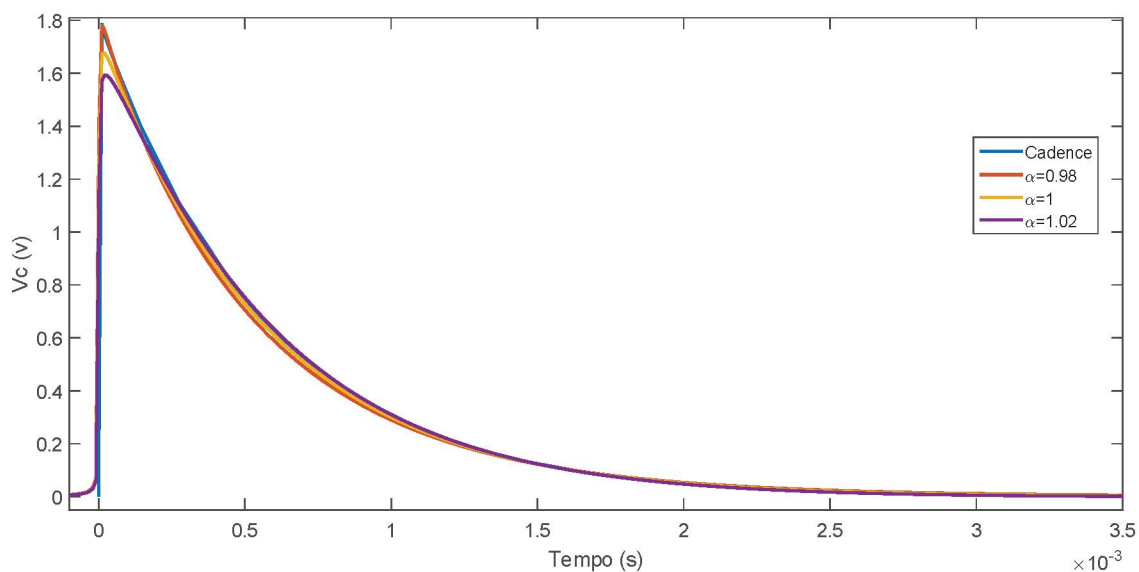


FONTE: Autor.

Já na Figura 3.2, observa-se novamente, a resposta da simulação para  $\alpha = 1$ , com a curva de descarga do capacitor dado de forma mais suavizada e apresenta as respostas para  $1 < \alpha < 2$ , onde se vê curvas de tensão ainda mais suaves, comparado ao modelo ideal, e curvas oscilatórias durante o descarregamento do capacitor, comportamento esse gerado a partir de ordens da derivada  $\alpha \geq 1,4$ . Em relação aos máximos de tensão alcançados pelas diferentes ordens, observa-se que para valores onde  $\alpha > 1$ , os picos atingem valores próximos ao estímulo dado na simulação,  $V_i(\omega) = 1$ .

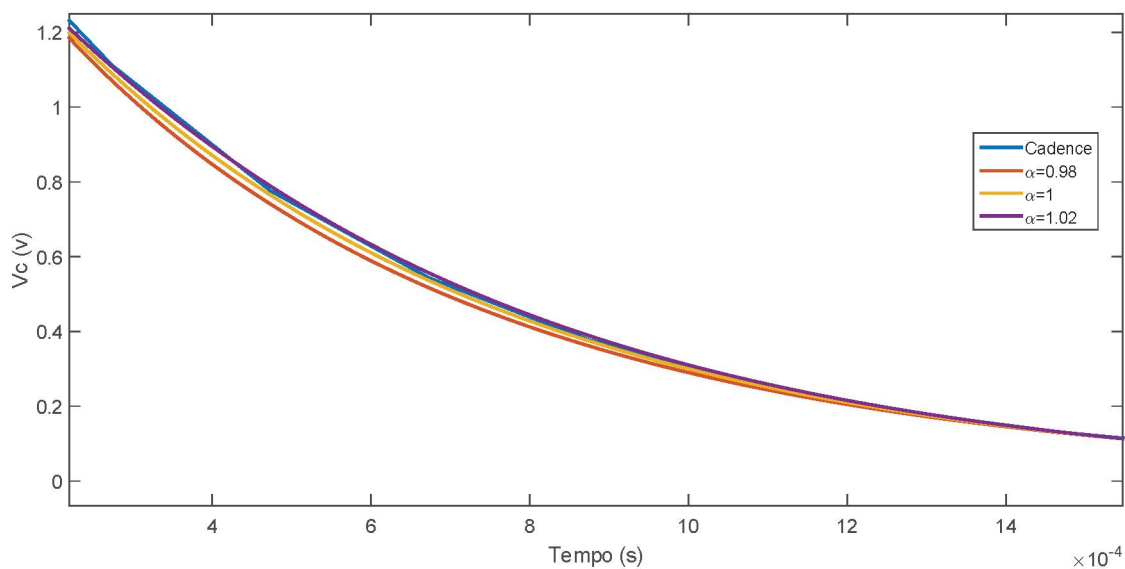
Outra simulação de circuito RC em série é realizada no *software* Cadence Virtuoso [40], que possui componentes simulados mais próximos dos componentes reais, e comparada a resposta com a modelagem com ordens fracionárias, para verificar a eficiência da ordem fracionária em reproduzir o comportamento real do circuito. Na devida simulação é utilizado um resistor de  $10 \text{ K}\Omega$  (ohm) e capacitor de  $56,3 \text{ nf}$  (farad) com resistência parasita de  $50 \Omega$ , ajustados em suas configurações. As respostas gráficas, comparando essas simulações, é vista na Figura 3.3 e, também, na Figura 3.4, onde se vê a ampliação na região de descida da carga no capacitor.

Figura 3.3: Tensão sobre o Capacitor, modelado para diferentes  $\alpha_s$  e simulada no Cadence.



FONTE: Autor.

Figura 3.4: Tensão sobre o Capacitor, modelado para diferentes  $\alpha_s$  e simulada no Cadence, ampliada na região de descida da carga.



FONTE: Autor.

Observa-se, na Figura 3.3, pela sobreposição entre as curvas, que para a simulação onde  $\alpha = 0.98$ , a resposta atingi o mesmo pico de tensão que a simulação realizada no Cadence Virtuoso, diferente da ordem inteira ( $\alpha = 1$ ) que apresente um

menor pico de tensão. Porém, na região de descida da carga, Figura 3.4, comparando as mesmas ordens, nota-se que  $\alpha = 1$  obteve uma resposta mais próxima da simulação realizada no Cadence. Já comparando a ordem fracionária  $\alpha = 1.02$  com a ordem inteira, observa-se na Figura 3.3 que o pico de tensão do capacitor é ainda mais baixo do que  $\alpha = 1$ , porém nota-se uma melhor resposta, na sobreposição entre as curvas, no tempo de descida da carga (Figura 3.4), em relação a curva simulada no Cadence Virtuoso, que representa a curva real do circuito. Um dos fatores que justifica essa pequena diferença das ordens fracionárias com o Cadence Virtuoso, é que, por mais que o *software* simule os componentes mais próximos dos reais, seus métodos de modelagem são baseados em métodos que consideram apenas ordens inteiras.

### **3.3 MODELO PROPOSTO: USO DA DERIVADA DE GRUNWALD-LETNIKOV PARA MODELAGEM COMPORTAMENTAL DE AMPLIFICADORES DE POTÊNCIA**

Sabe-se que o cálculo fracionário é uma ótima ferramenta para descrever comportamentos de efeito de memória em diversas substâncias. Com isso, a partir da definição da derivada fracionária de Grunwald-Letnikov (Equação 2.12), propõe-se um modelo matemático onde a saída do amplificador em um dado instante,  $Out(n)$ , é dada por uma somatória de derivadas com diferentes ordens, podendo essas ordens assumirem valores inteiros ou fracionários. Esse modelo será inserido no bloco dinâmico linear da estrutura de blocos em série de Hammerstein e terá suas respostas comparadas com as estruturas em série de Wiener, Hammerstein e Wiener-Hammerstein com o filtro FIR implementado nos blocos dinâmicos lineares.

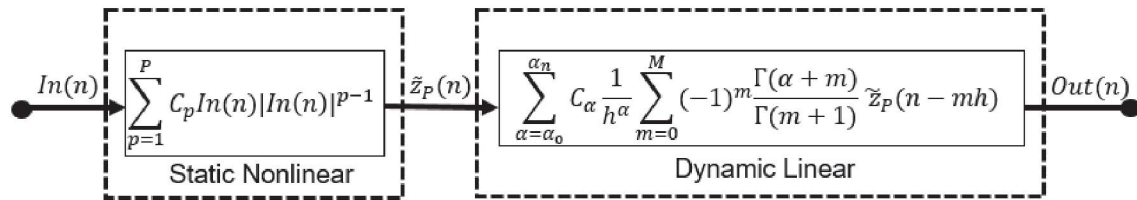
A equação que representa o modelo matemático proposto para realizar as modelagens pode ser vista na Equação 3.9 e o diagrama de blocos da estrutura em série com o modelo proposto adicionado em sua estrutura é apresentado na Figura

3.5.

$$Out(n) = \sum_{\alpha=\alpha_0}^{\alpha_n} C_\alpha \frac{1}{h^\alpha} \sum_{m=0}^M (-1)^m \frac{\Gamma(\alpha + m)}{\Gamma(m + 1)} In(n - mh), \quad (3.9)$$

onde  $Out(n)$  representa a saída no instante  $n$ ,  $\alpha$  a ordem da derivada,  $C_\alpha$  representa os coeficientes do modelo,  $M$  é a quantidade de memória considerada e  $In$  a entrada do circuito.

Figura 3.5: Diagrama de blocos da interpretação Hammerstein Série do modelo proposto.



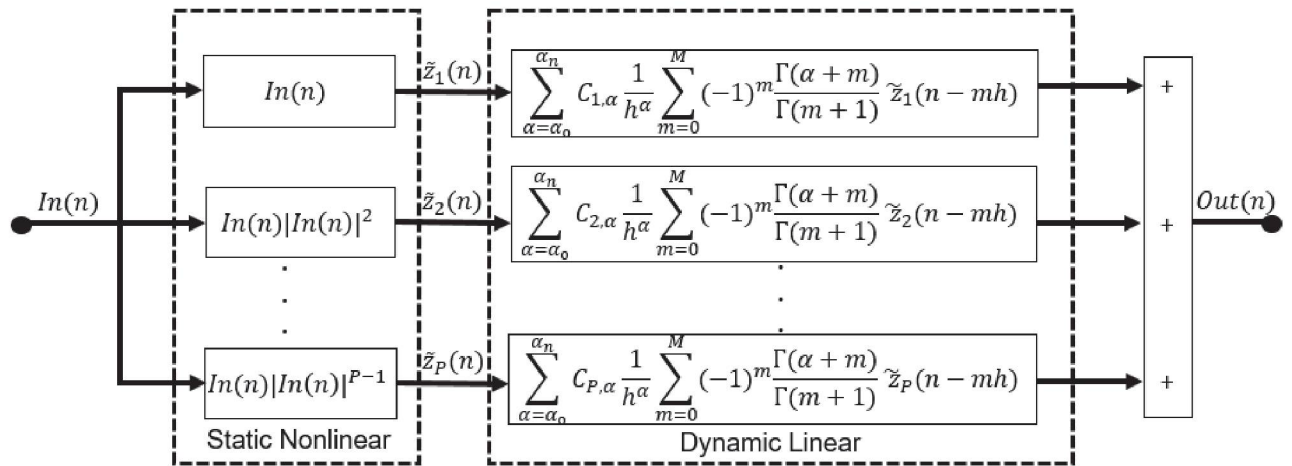
FONTE: Autor.

Além da estrutura em série, a implementação do modelo proposto também será feita na estrutura Hammerstein paralelo, que apresenta respostas melhores em comparação as estruturas em série, e as respostas dessa estrutura serão comparadas com o Polinômio de Memória (Seção 2.3.2). A equação para essa estrutura, que da mesma forma que na estrutura em série, tem a saída do modelo dada por uma somatória de derivadas com diferentes ordens, podendo assumirem valores inteiros ou fracionários, pode ser vista na Equação 3.10 e o diagrama de blocos da estrutura demonstrado na Figura 3.6.

$$Out(n) = \sum_{p=1}^P \sum_{\alpha=\alpha_0}^{\alpha_n} C_{p,\alpha} \frac{1}{h^\alpha} \sum_{m=0}^M (-1)^m \frac{\Gamma(\alpha + m)}{\Gamma(m + 1)} In(n - mh) |In(n - mh)|^{p-1}, \quad (3.10)$$

onde o  $P$  adicionado é a ordem do polinômio e  $|In|$  representa o módulo da entrada do circuito.

Figura 3.6: Diagrama de blocos da interpretação Hammerstein Paralelo do modelo proposto.



FONTE: Autor.

## CAPÍTULO 4

### VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

Neste capítulo é abordada a validação experimental do modelo proposto, assim como os modelos comparativos. Na seção 4.1 são descritos as informações dos dados escolhidos para validar o modelo proposto e apresentado o diagrama do desenvolvimento do algoritmo implementado para análise e comparação das respostas dos modelos. Já na seção 4.2 é abordada a ferramenta de análise de desempenho que será utilizada para comparar os modelos. Por fim, na seção 4.3, são apresentados os resultados encontrados nas modelagens direta dos amplificadores.

#### 4.1 DADOS UTILIZADOS PARA VALIDAÇÃO DO MODELO PROPOSTO

Para obtenção dos resultados apresentados neste capítulo foram utilizados conjuntos de dados de extração e validação de três amplificadores de potência, contendo a mesma quantidade de amostras de entrada e de saída dos PAs. Importante frisar que todos esses dados foram fornecidos, não havendo, assim, a etapa de coleta de dados.

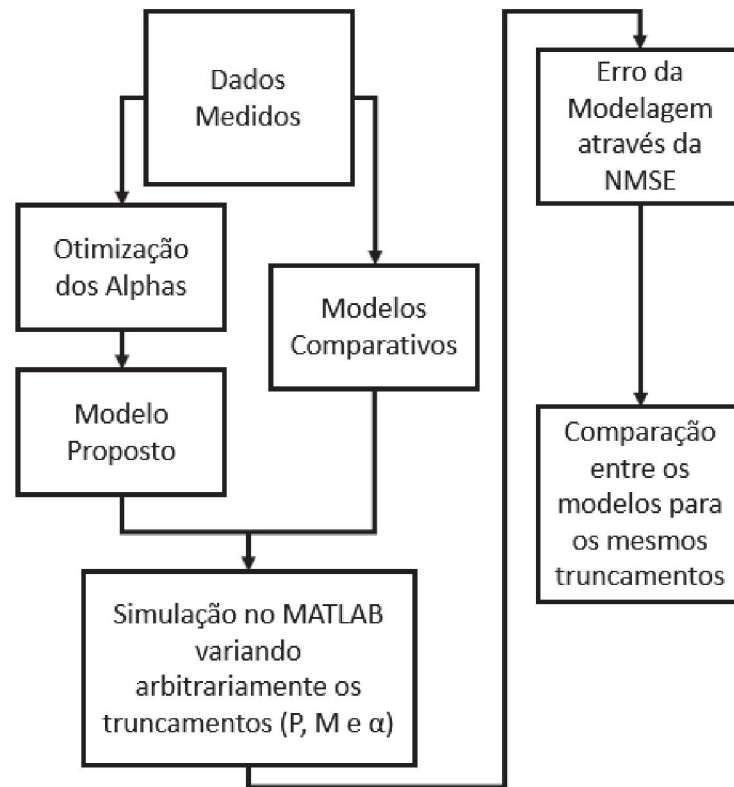
No primeiro conjunto de dados (Conjunto\_1), as medições foram realizadas em um PA que opera em classe AB, fabricado com tecnologia de nitreto de gálio (GaN), estimulado por um sinal 3GPP WCDMA com largura de banda de 3,84 MHz. Foram utilizados o gerador vetorial de sinais (VSG) Rohde & Schwarz SMU200A e o analisador vetorial de sinais (VSA) Rohde & Schwarz FSQ na configuração experimental para a coleta de dados de entrada-saída. A frequência de amostragem foi ajustada para 61,44 MHz. O conjunto de dados possui 29550 amostras de extração, de entrada e de saída, e 8700 amostras de validação, também de entrada e saída [35].

O segundo conjunto de dados (Conjunto\_2) é baseado em medições experimentais no domínio do tempo, realizadas em um PA LDMOS operando em classe AB com ajuste de saída de segunda harmônica. O VSG e VSA utilizados na configuração experimental, para a coleta dos dados de entrada e saída, foram um Agilent ESG E4433B e um Agilent MXA N9020A, respectivamente. O conjunto possui 26180 amostras de extração e 8501 amostras de validação, extraídas a uma frequência de amostragem ajustada em 30,72 MHz [35].

O terceiro conjunto de dados (Conjunto\_3) pertence a um PA que opera em classe AB com tecnologia baseada em GaN e excitado por uma portadora na frequência de 900 MHz, modulado por um sinal 3GPP WCDMA com 3,84 MHz de largura de banda e com frequência de amostragem de 61,44 MHz, mesmo PA do Conjunto\_1, sendo utilizado os mesmos equipamentos para realização da coleta dos dados. Possui em seu conjunto 3221 amostras de extração e 2001 amostras de validação [30, 35].

Com os dados disponíveis e as equações dos modelos definidas, a primeira etapa do trabalho foi implementar e testar as equações dos modelos, proposto e comparativos, no *software* MATLAB. Em seguida, foram realizadas simulações variando arbitrariamente os truncamentos de ordem polinomial, duração de memória e as ordens das derivadas, com o objetivo de comparar, entender e avaliar o comportamento do modelo proposto. Uma das avaliações executadas para entender o comportamento do modelo, nas estruturas em série e paralelo, foi compará-lo com os outros modelos de modelagem em um cenário igual de ordem polinomial e duração de memória, avaliando qual dos modelos possui o menor erro de modelagem. O diagrama de blocos do processo utilizado no desenvolvimento pode ser visto na Figura 4.1.

Figura 4.1: Diagrama de blocos do desenvolvimento do algoritmo.



FONTE: Autor.

Pode-se observar na Figura 4.1 um bloco de otimização dos valores de  $\alpha$ . Esse processo é realizado para minimizar o erro da modelagem, e assim obter uma melhor resposta do modelo proposto. Nesse bloco é utilizada a função de otimização LSQNONLIN (*nonlinear least-squares*) no *software* MATLAB, que procura o mínimo local em uma função, no devido caso a função do modelo proposto, retornando os melhores valores dos  $\alpha_s$  e o vetor do erro mínimo, calculado na diferença entre a saída medida do amplificador e a saída estimada pelo modelo.

## 4.2 ERRO QUADRÁTICO MÉDIO NORMALIZADO

Para avaliar a precisão dos modelos que são implementados nesse trabalho, é utilizada uma métrica bastante utilizada na literatura para comparar dados medidos e calculados, o Erro Quadrático Médio Normalizado (NMSE). Esse cálculo é realizado a partir dos sinais de erro definidos pela diferença entre os sinais de saída medidos e

estimados pelo modelo. Esse método é também relatado em [29, 30, 38] e é definido pela Equação 4.1:

$$NMSE = 10 \log_{10} \left[ \frac{\sum_{n=1}^N |Out_{Real}(n) - Out_{Exp}(n)|^2}{\sum_{n=1}^N |Out_{Real}(n)|^2} \right], \quad (4.1)$$

onde  $n$  representa uma amostra e  $N$  o número total de amostras.  $Out_{Real}(n)$  é o sinal de saída medido no instante  $n$  e  $Out_{Exp}(n)$  o sinal de saída estimado pelo modelo matemático no instante  $n$ .

### 4.3 RESULTADOS PARA A MODELAGEM CARACTERÍSTICA DIRETA

Nesta seção são apresentados os resultados das modelagens características diretas, onde os sinais de entrada utilizados são os sinais de envoltória complexa aplicados na entrada dos amplificadores e os sinais de saída utilizados são os sinais de envoltória complexa medidos na saída dos amplificadores. Na Seção 4.3.1 são reportados os resultados para a modelagem característica direta do Conjunto\_1. Já na Seção 4.3.2 os resultados da modelagem característica direta para o Conjunto\_2. E ao final, Seção 4.3.3, as respostas da modelagem direta para o Conjunto\_3. Vale destacar que em todas as tabelas apresentadas nesta seção o  $P$  representa a ordem do polinômio,  $M$  a quantidade de amostras passadas considerada (quantidade de memória) e  $Q$  representa a quantidade de coeficientes utilizada pelo modelo.

### 4.3.1 CONJUNTO\_1

Para o Conjunto\_1 foram realizadas simulações variando arbitrariamente os valores de  $P$  e  $M$ , verificando inicialmente as respostas do NMSE apenas para o modelo proposto para a estrutura Hammerstein paralela, como se observa na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: NMSE do Modelo Proposto na estrutura Hammerstein Paralela da modelagem direta para o Conjunto\_1.

<b>P</b>	<b>M</b>	<b>Q</b>	<b>NMSE (dB)</b>	<b>Alphas Otimizados</b>
3	2	9	-41,57	0,9134; 0,6323; 0,09755
3	3	12	-41,70	0,2787; 0,5471; 0,9574; 0,9655
4	5	20	-42,86	0,9308; 0,6769; 0,7630; 0,7436; 0,3813; 0,6580
4	5	16	-42,85	0,8079; 0,4387; 0,6646; 0,5489
5	1	10	-42,84	0,1576; 0,9706
6	1	12	-42,98	0,9572; 0,4854
8	0	8	-36,52	0,7037
8	1	16	-43,34	0,4218; 0,9157
8	3	31	-43,76	0,6463; 0,7094; 0,7547; 0,2760
8	3	24	-43,51	0,7577; 0,7824; 0,0090
8	3	16	-43,39	-0,8029 -0,7979

FONTE: Autor.

Observa-se que, para esse conjunto de dados, a simulação que resultou no menor erro foi para as ordens  $P = 8$ ,  $M = 3$  e quatro  $\alpha_s$  otimizados, retornando um total de 31 coeficientes e  $NMSE = -43,76$  dB. A simulação para  $P = 8$  e  $M = 0$  foi incluída na Tabela 4.1 para mostrar as melhorias na fidelidade do modelo pela inclusão da memória, já que  $M = 0$  corresponde a desprezar a memória no cálculo do NMSE. A diferença no NMSE entre a simulação que apresenta o menor erro do modelo proposto e a simulação sem memória é de 7,24 dB.

Simulações para o Polinômio de Memória também foram realizadas, considerando os mesmos valores das ordens  $P$  e  $M$  da Tabela 4.1, e podem ser vistas na

Tabela 4.2.

Tabela 4.2: NMSE do modelo Polinômio de Memória na modelagem direta para o Conjunto\_1.

<b>P</b>	<b>M</b>	<b>Q</b>	<b>NMSE (dB)</b>
3	2	9	-41,57
3	3	12	-41,69
4	5	24	-42,87
5	1	10	-42,84
6	1	12	-42,97
8	1	16	-43,34
8	3	32	-43,77

FONTE: Autor.

Comparada as respostas entre os modelos para o Conjunto\_1, nota-se que para mesmas ordens de truncamento  $P$  e  $M$ , e quantidade de coeficientes ( $Q$ ) iguais, os modelos apresentam respostas praticamente iguais, com diferenças consideravelmente desprezíveis.

O modelo proposto possui uma ordem de truncamento a mais, referente a quantidade de  $\alpha_s$  consideradas, que proporciona uma maior liberdade para se alcançar a resposta e que não está presente nos outros modelos utilizados como comparativos. Com isso uma alteração na simulação é realizada, reduzindo a quantidade de  $\alpha_s$ , que determina a quantidade de coeficientes do modelo proposto, sem alterar o valor de  $M$ , que determina a quantidade de coeficientes do Polinômio de Memória. Ao analisar as respostas do NMSE com base na quantidade de coeficientes e ordens de truncamentos  $P$  e  $M$  iguais, observa-se na Tabela 4.2 que para a simulação onde  $P = 8$  e  $M = 3$ , o MP precisa de 32 coeficientes para o  $NMSE = -43,77$  dB, enquanto que o modelo proposto, visto na Tabela 4.1, retorna uma resposta com a mesma precisão,  $NMSE = -43,51$  dB, contendo 24 coeficientes. E para essas mesmas ordens de truncamento, o modelo proposto retorna com 16 coeficientes, uma redução de 50% na quantidade de coeficientes, o  $NMSE = -43,39$  dB, uma diferença de 0,37

dB em relação ao MP. Outra simulação que demonstra uma redução na quantidade de coeficientes é vista para ordens de truncamentos  $P = 4$  e  $M = 5$ , onde o modelo proposto reduz até 8 coeficientes em relação ao MP, sem perder a precisão do NMSE.

Na Tabela 4.3 é apresentado os resultados do *NMSE* do modelo proposto na estrutura em série, apenas para  $P = 8$  e  $M = 3$ , onde o menor erro calculado na estrutura em paralelo. Os resultados do NMSE do modelo são comparados com a estrutura de Wiener, Hammerstein e Wiener-Hammerstein com o filtro FIR implementado nos blocos dinâmicos lineares.

Tabela 4.3: NMSE do modelo Proposto na estrutura de blocos em série, comparado aos modelos de Wiener, Hammerstein e Wiener-Hammerstein, para  $P = 8$  e  $M = 3$ .

<b>Modelo</b>	<b>Q</b>	<b>NMSE (dB)</b>
Proposto	12	-39,56
Proposto	11	-39,38
Proposto	10	-39,13
Wiener	12	-38,11
Hammerstein	12	-39,56
Wiener-Hammerstein	16	-38,04

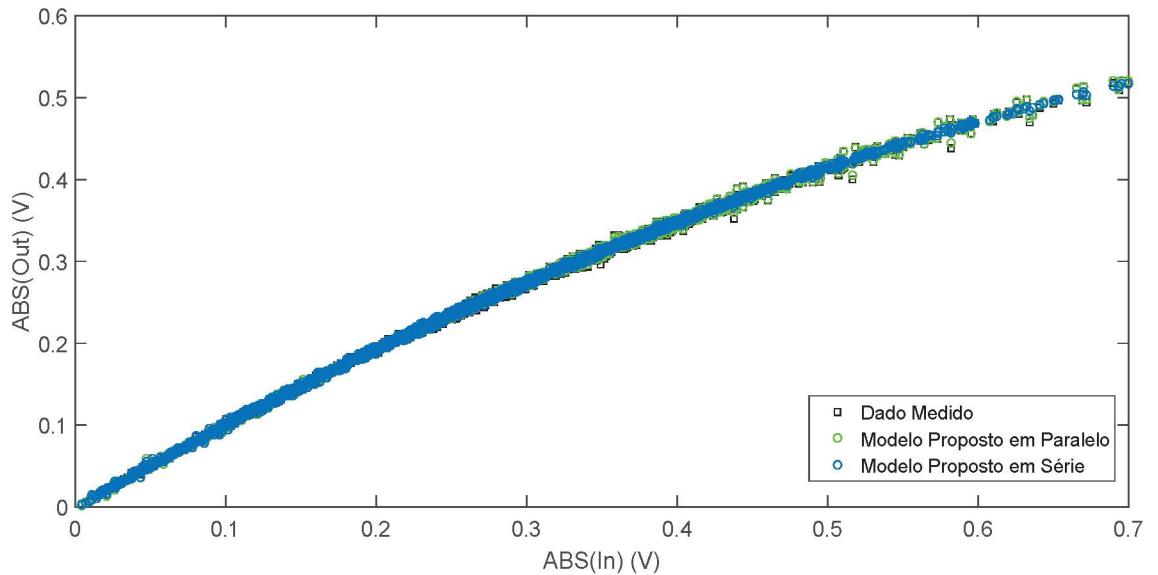
FONTE: Autor.

Assim como na estrutura em paralelo, o modelo proposto na estrutura em série apresenta resultados iguais, para mesma ordem de truncamentos e quantidade de coeficientes, comparado ao modelo de Hammerstein, e apresenta ganho de 1,45 dB em relação ao modelo de Wiener e ganho de 1,52 dB comparando ao modelo Wiener-Hammerstein. O modelo proposto também alcança resultados com mesmas precisões reduzindo a quantidade de coeficientes.

Uma melhor ilustração da estimativa fornecida pelo modelo proposto é vista nas Figuras 4.2 e 4.3, que apresentam, respectivamente, a conversão modulação em amplitude para modulação em amplitude (AM-AM) e a modulação em amplitude para modulação em fase (AM-PM) medidas e estimadas pelo modelo proposto, na estrutura em série e estrutura em paralelo. Para gerar essas imagens foram considerados as

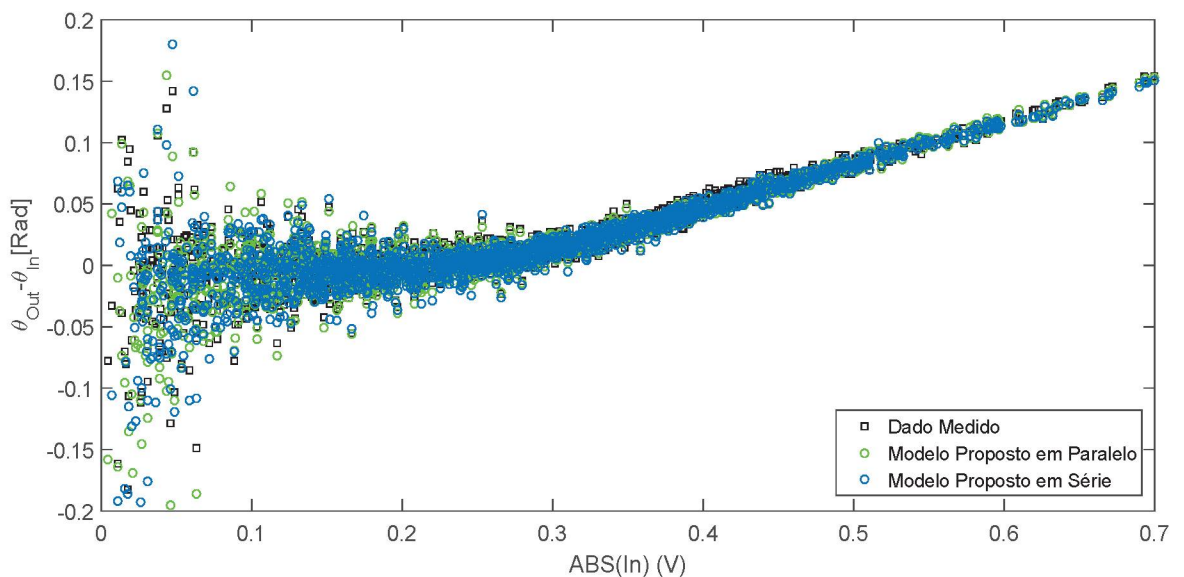
ordens  $P = 8$  e  $M = 3$ , onde se obteve os menores valores dos erros,  $NMSE = -39,56$  dB para a estrutura em série e  $NMSE = -43,76$  dB na estrutura em paralelo.

Figura 4.2: Relação entre as amplitudes instantâneas de saída e entrada, medida e estimada pelo modelo proposto na modelagem direta para o Conjunto\_1.



FONTE: Autor.

Figura 4.3: Conversão AM-PM, medida e estimada pelo modelo proposto na Modelagem direta para o Conjunto\_1.

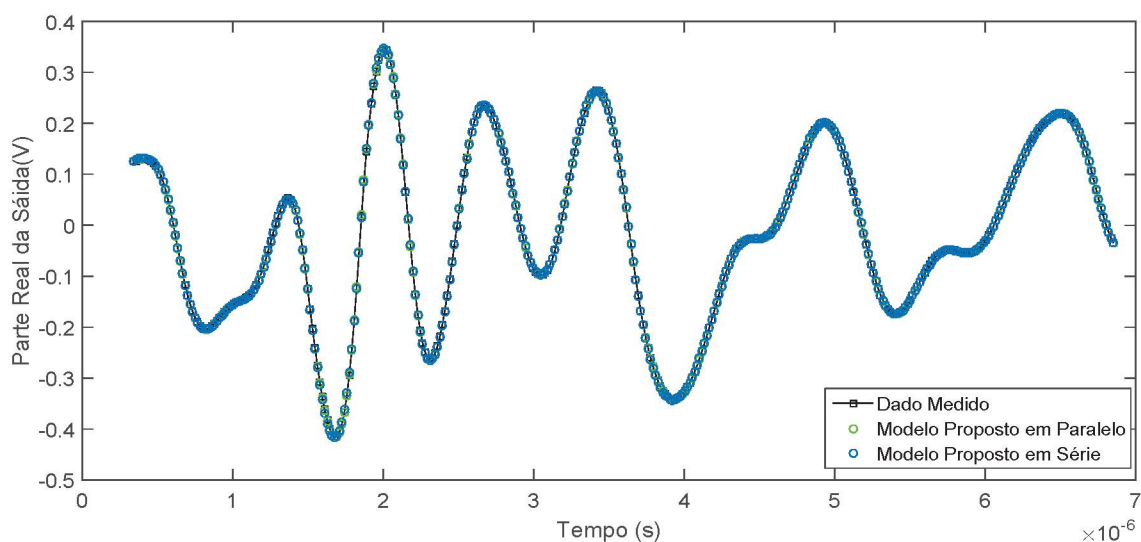


FONTE: Autor.

Na Figura 4.4 são apresentadas as formas de onda no domínio do tempo das

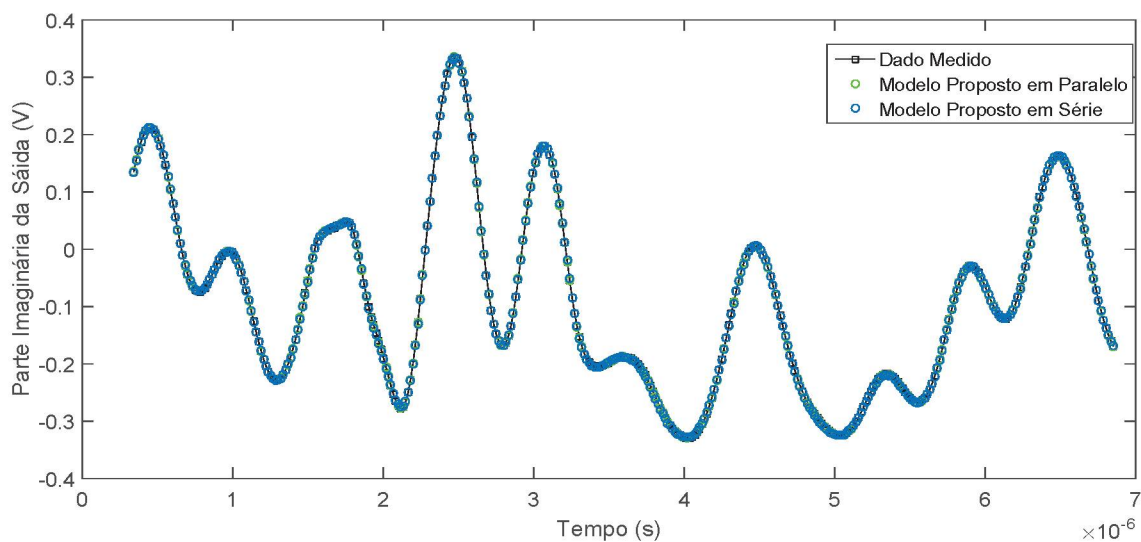
componentes reais (em fase) das saídas medidas e estimadas pelo modelo proposto. Já a Figura 4.5 apresenta as formas de onda no domínio do tempo das componentes imaginárias (em quadratura) das saídas medidas e estimadas pelo modelo proposto.

Figura 4.4: Formas de onda no domínio do tempo dos componentes em fase do sinal de saída, medidos e estimados pelo modelo proposto na modelagem direta para o Conjunto\_1.



FONTE: Autor.

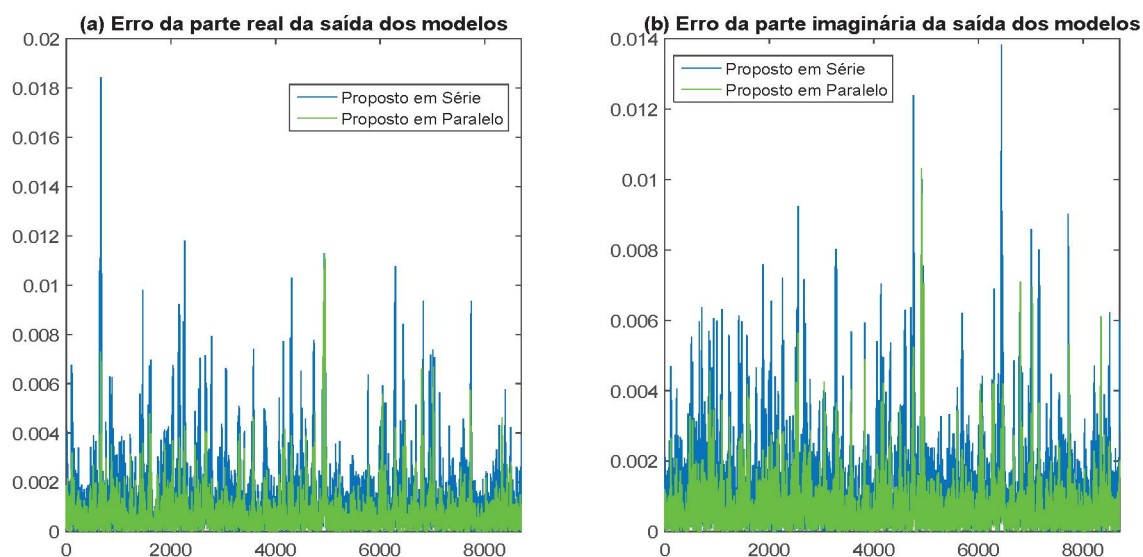
Figura 4.5: Formas de onda no domínio do tempo dos componentes quadratura do sinal de saída, medidos e estimados pelo modelo proposto na modelagem direta para o Conjunto\_1.



FONTE: Autor.

Nos gráficos são plotados 400 pontos do conjunto de validação, onde observa-se, pela sobreposição entre as curvas, que o modelo proposto cumpriu com o objetivo de emular o comportamento da modelagem característica direta do específico PA. Nas Figuras 4.6(a) e 4.6(b) observam-se o erro da modelagem do sinal de saída, da parte real e imaginária, respectivamente, do modelo proposto na estrutura em série e na estrutura em paralelo em relação ao sinal de saída real.

Figura 4.6: Erro calculado entre a saída real e a saída dos modelos para o Conjunto\_1, parte real e imaginária.



FONTE: Autor.

### 4.3.2 CONJUNTO\_2

Simulações variando arbitrariamente os valores de  $P$  e  $M$  também foram realizadas para o Conjunto\_2, verificando, primeiramente, as respostas do NMSE para o modelo proposto na estrutura em paralelo, como se vê na Tabela 4.4.

Tabela 4.4: NMSE do Modelo Proposto na estrutura Hammerstein Paralela da modelagem direta para o Conjunto\_2.

<b>P</b>	<b>M</b>	<b>Q</b>	<b>NMSE (dB)</b>	<b>Alphas Otimizados</b>
3	2	9	-35,53	0,815; 0,9057; 0,1271
3	3	12	-35,66	0,9136; 0,6322; 0,0973; 0,2783
4	5	19	-38,17	0,5466; 0,9562; 0,9651; 0,1588; 0,9711; 0,9577
5	1	10	-38,07	0,4854; 0,8003
6	0	6	-35,17	0,1712
6	1	12	-38,13	0,1419; 0,4217
6	3	24	-38,71	0,6816; 0,7586; 0,7387; 0,3946
6	4	18	-38,64	-2,1269; -0,3316; -2,1079
6	4	24	-38,70	0,4729; 0,5312; 0,3914; 0,5271
6	4	29	-38,73	0,8136; 0,9006; 0,1321; 0,9079; 0,6310
8	1	16	-38,15	0,9595; 0,6557
8	3	16	-38,31	-1,0561; 0,0884
8	3	32	-38,71	0,1260; 0,2835; 0,5102; 0,9369

FONTE: Autor.

Para esse conjunto de dados, a simulação do modelo que retornou o menor erro é vista para ordens de truncamento  $P = 6$ ,  $M = 4$  e cinco  $\alpha_s$  considerados, onde o modelo com 29 coeficientes retorna o  $NMSE = -38,73$  dB. A simulação, desprezando os instantes passados,  $P = 6$  e  $M = 0$ , foi incluída na Tabela 4.4, mostrando as melhorias na fidelidade do modelo pela inclusão da memória. A diferença entre a simulação que apresenta o melhor NMSE e a simulação desprezando a memória é de 3,56 dB.

As simulações, considerando as mesmas ordens de truncamento  $P$  e  $M$ , para

o Polinômio de Memória foram realizadas e suas respostas podem ser vistas na Tabela 4.5.

Tabela 4.5: NMSE do modelo Polinômio de Memória na modelagem direta para o Conjunto\_2.

<b>P</b>	<b>M</b>	<b>Q</b>	<b>NMSE (dB)</b>
3	2	9	-35,53
3	3	12	-35,66
4	5	24	-38,25
5	1	10	-38,07
6	1	12	-38,13
6	3	24	-38,71
6	4	30	-38,73
8	1	16	-38,15
8	3	32	-38,71

FONTE: Autor.

Ao analisar as respostas dos modelos para o devido conjunto de dados, nota-se que para mesmas ordens de truncamento e quantidade de coeficientes iguais, os modelos apresentam respostas idênticas.

Simulações reduzindo a quantidade de coeficientes no modelo proposto foram realizadas. Com isso observa-se que, baseado nas mesmas ordens de truncamentos e na quantidade de coeficientes que cada simulação resulta, para as ordens  $P = 6$  e  $M = 4$ , o MP retorna o  $NMSE = -38,73$  dB com um total de 30 coeficientes, como se vê na Tabela 4.5, enquanto que o modelo proposto, visto na Tabela 4.4, reduz em 40% a quantidade de coeficientes, retornando uma resposta com a mesma precisão. Também é visto que para a simulação com ordens  $P = 8$  e  $M = 3$ , há uma redução de 50% na quantidade de coeficientes do modelo proposto com uma diferença de 0,4 dB em relação ao MP.

A Tabela 4.6 apresenta os resultados do NMSE do modelo proposto na estrutura em série, para os truncamentos  $P = 6$  e  $M = 4$ , que apresentou o menor valor de NMSE na estrutura em paralelo. As respostas do modelo são comparadas com as

respostas das estruturas de Wiener, Hammerstein e Wiener-Hammerstein contendo o filtro FIR implementado em seus blocos dinâmicos lineares.

Tabela 4.6: NMSE do modelo Proposto na estrutura de blocos em série, comparado aos modelos de Wiener, Hammerstein e Wiener-Hammerstein, para  $P = 6$  e  $M = 4$ .

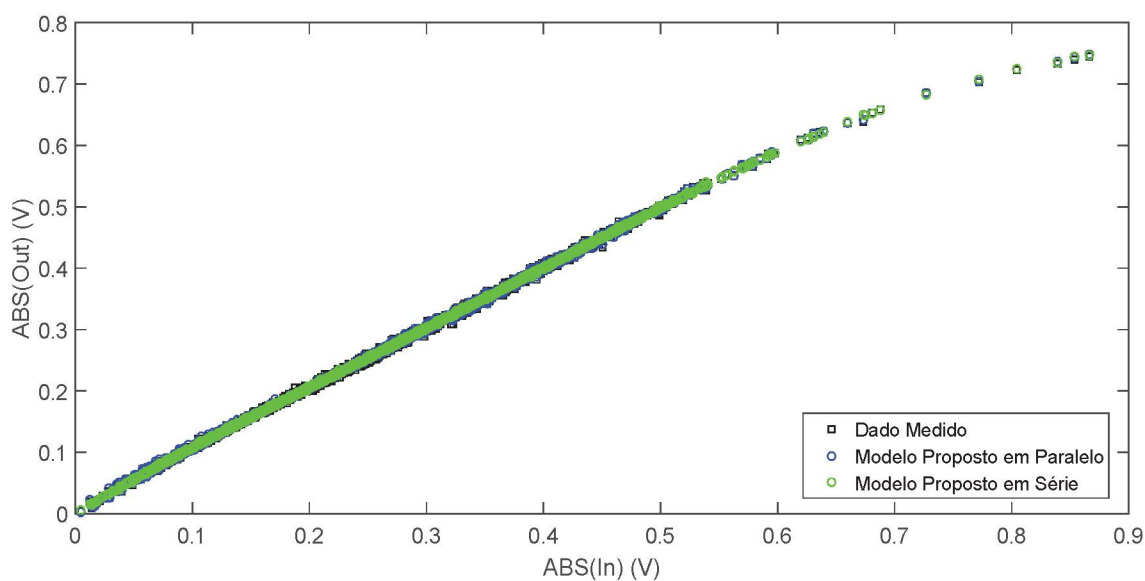
<b>Modelo</b>	<b>Q</b>	<b>NMSE (dB)</b>
Proposto	11	-35,52
Proposto	9	-35,52
Proposto	8	-35,40
Wiener	11	-35,54
Hammerstein	11	-35,52
Wiener-Hammerstein	16	-35,53

FONTE: Autor.

Mais uma vez observa-se respostas exatamente iguais, comparando a estrutura de Hammerstein implementada com o modelo proposto e a implementada com o filtro FIR, para mesmas ordens de truncamentos e quantidade de coeficientes. E respostas consideravelmente iguais, diferenças desprezíveis, comparando a estrutura com o modelo proposto as demais estruturas, Wiener e Wiener-Hammerstein implementadas com o filtro FIR.

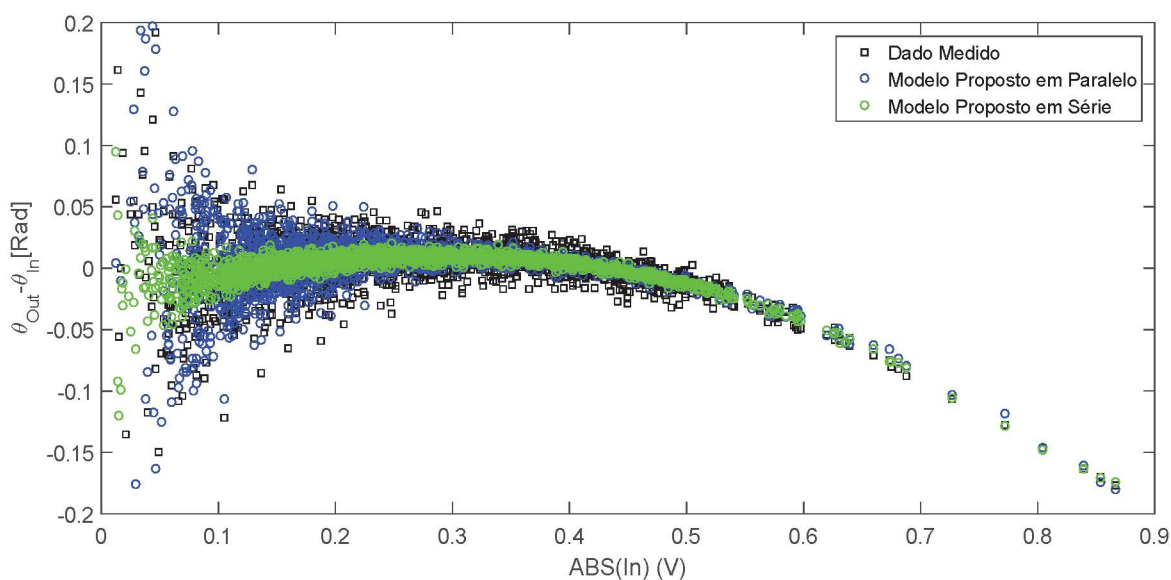
Ilustrações da estimativa fornecida pelo modelo proposto nas estruturas em série e paralelo, utilizando  $P = 6$ ,  $M = 4$ , ordens onde foram obtidos os menores valores do  $NMSE$ , podem ser vista na Figura 4.7, mostrando a conversão AM-AM medida e estimada pelas estruturas, e também na Figura 4.8, contendo a conversão AM-PM medida e estimada pelas estruturas.

Figura 4.7: Relação entre as amplitudes instantâneas de saída e entrada, medida e estimada pelo modelo proposto na Modelagem Direta para o Conjunto\_2.



FONTE: Autor.

Figura 4.8: Conversão AM-PM, medida e estimada pelo modelo proposto na Modelagem Direta para o Conjunto\_2.

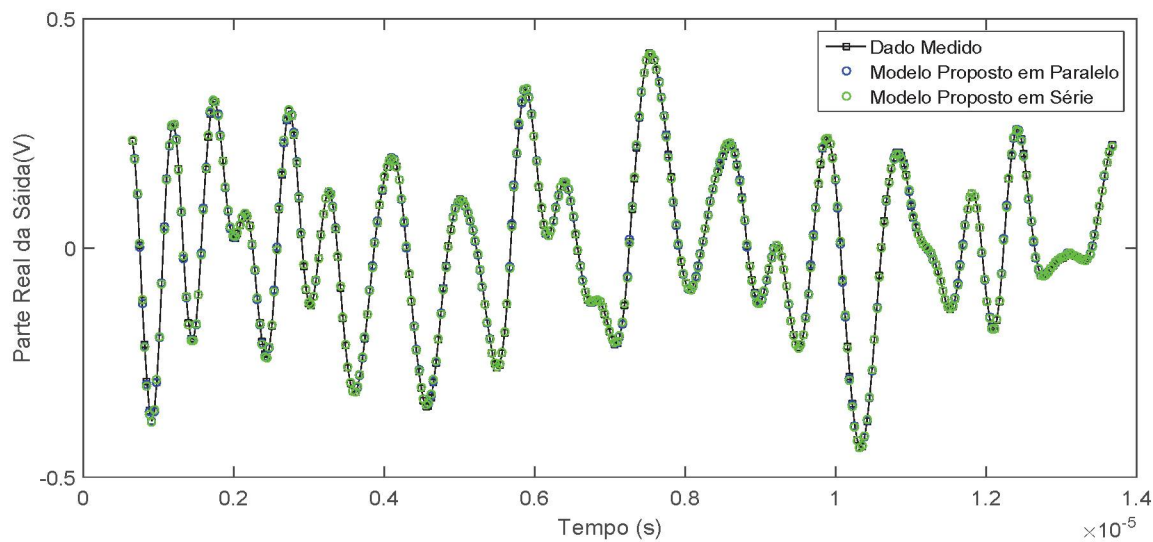


FONTE: Autor.

A Figura 4.9 apresenta as formas de onda no domínio do tempo das componentes reais das saídas, enquanto que a Figura 4.10 apresenta as formas de onda no domínio do tempo das componentes imaginárias das saídas medidas e estimadas

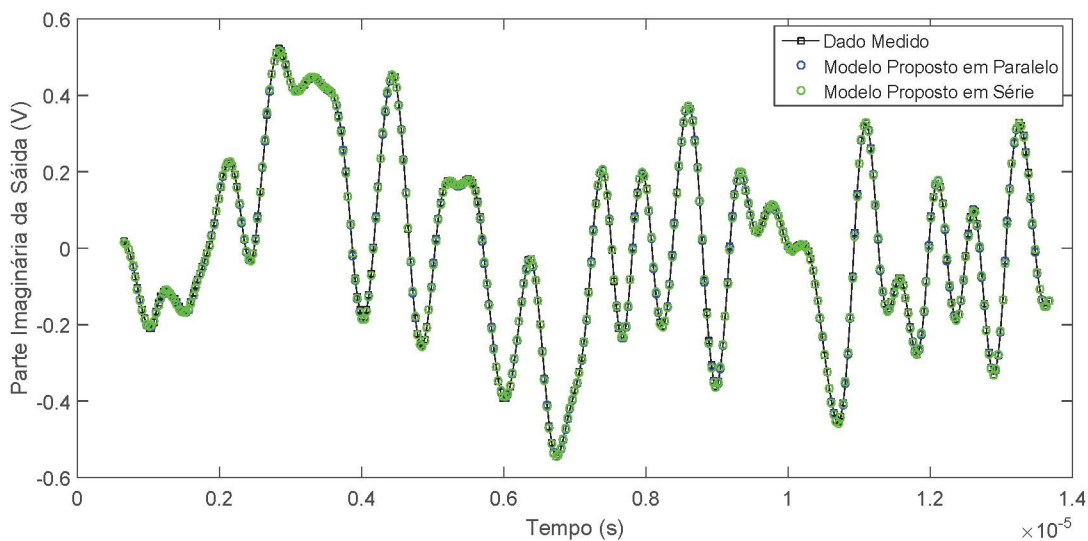
pele modelo proposto na estrutura em série e na estrutura em paralelo.

Figura 4.9: Formas de onda no domínio do tempo dos componentes em fase do sinal de saída, medidos e estimados pelo modelo proposto na modelagem direta para o Conjunto\_2.



FONTE: Autor.

Figura 4.10: Formas de onda no domínio do tempo dos componentes quadratura do sinal de saída, medidos e estimados pelo modelo proposto na modelagem direta para o Conjunto\_2.

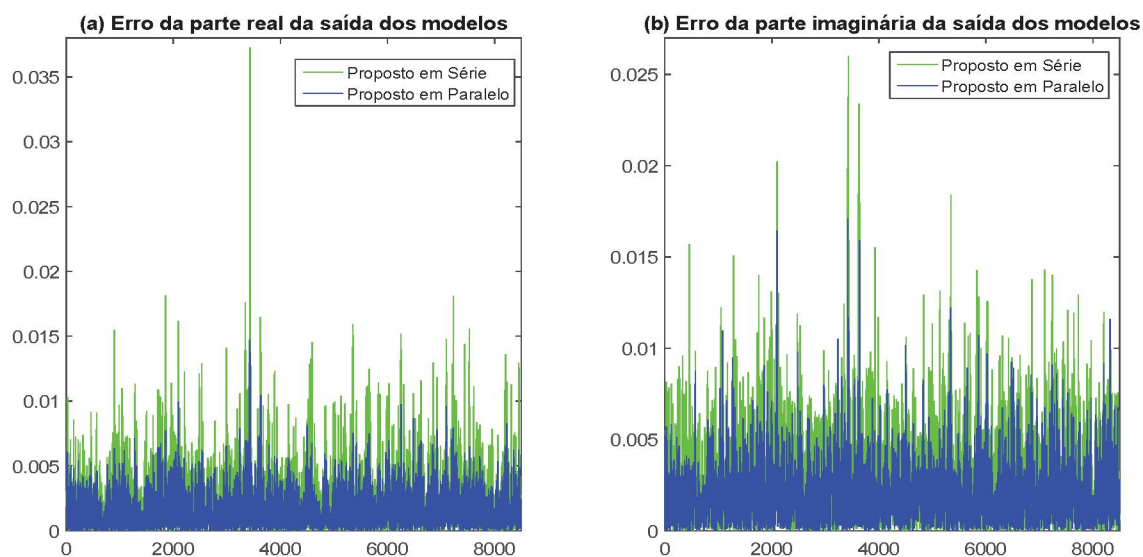


FONTE: Autor.

Nos gráficos são plotados 400 pontos do conjunto de validação, onde observa-

se, pela sobreposição entre as curvas, que o modelo proposto cumpriu com o objetivo de emular o comportamento da modelagem característica direta do específico PA. Nas Figuras 4.11(a) e 4.11(b) é apresentado o erro da modelagem do sinal de saída, da parte real e imaginária, respectivamente, do modelo proposto na estrutura em série e na estrutura em paralelo em relação ao sinal de saída real.

Figura 4.11: Erro calculado entre a saída real e a saída dos modelos para o Conjunto\_2, parte real e imaginária.



FONTE: Autor.

### 4.3.3 CONJUNTO\_3

O Conjunto\_3 é um conjunto de dados que apresenta mais efeito de memória em seus dados, comparado aos outros dois conjuntos apresentados anteriormente, o que implica que o valor de  $M$  considerado nas simulações será maior. É visto a seguir, na Tabela 4.7, as respostas das simulações variando arbitrariamente os valores de  $P$  e  $M$  para o modelo proposto na estrutura de Hammerstein paralela.

Tabela 4.7: NMSE do Modelo Proposto na estrutura Hammerstein Paralela da modelagem direta para o Conjunto\_3.

P	M	Q	NMSE (dB)	Alphas Otimizados
3	5	18	-27,17	0,1689; 0,7079; 0,0311; 0,2774; 0,0453; 0,0992
3	7	21	-27,39	0,1419; 0,4218; 0,9157; 0,7922; 0,9595; 0,6557; 0,0357; 0,8491
4	6	26	-27,34	0,8231; 0,6950; 0,3173; 0,9501; 0,0349; 0,4391; 0,3815
4	7	24	-27,22	0,7655; 0,7953; 0,1870; 0,4899; 0,4453; 0,6465; 0,7091; 0,7544
5	7	34	-27,50	0,2760; 0,6797; 0,6551; 0,1626; 0,1190; 0,4984; 0,9597; 0,3404
5	9	36	-27,56	0,5852; 0,2238; 0,7515; 0,2549; 0,5059; 0,6990; 0,8908; 0,9594; 0,5474; 0,1387
6	0	1	-22,72	0,8147
6	7	39	-27,46	0,1493; 0,2576; 0,8407; 0,2543; 0,8143; 0,2435; 0,9293; 0,3500
6	9	42	-27,57	0,2858; 0,7572; 0,7537; 0,3805; 0,5678; 0,0759; 0,0540; 0,5308; 0,7791; 0,9340

FONTE: Autor.

Nesse conjunto de dados o menor erro calculado, dentre as ordens simuladas, é para  $P = 6$ ,  $M = 9$  e dez  $\alpha_s$  otimizados, retornando o  $NMSE = -27,57$  dB com 42 coeficientes. Uma outra simulação que apresenta praticamente a mesma resposta é visto para as ordens  $P = 5$  e  $M = 9$ , com oito  $\alpha_s$  considerados e retornando 36 coeficientes. A simulação para  $P = 6$  e  $M = 0$  foi incluída na Tabela 4.7 para mostrar as

melhorias na fidelidade do modelo pela inclusão da memória. A diferença na resposta do NMSE entre o menor erro encontrado, para a mesma ordem de truncamento  $P$ , do modelo proposto e o modelo sem memória é de 4,85 dB.

Simulações para o Polinômio de Memória, considerando as mesmas ordens de truncamentos de  $P$  e  $M$ , podem ser vistas na Tabela 4.8.

Tabela 4.8: NMSE do modelo Polinômio de Memória na modelagem direta para o Conjunto\_3.

<b>P</b>	<b>M</b>	<b>Q</b>	<b>NMSE (dB)</b>
3	5	18	-27,17
3	7	24	-27,43
4	6	28	-27,39
4	7	32	-27,54
5	7	40	-27,60
5	9	50	-27,79
6	7	48	-27,63
6	9	60	-27,82

FONTE: Autor.

Ao analisar as respostas da Tabela 4.7 e comparar as respostas da Tabela 4.8, observa-se, mais uma vez, que para as simulações com mesmas ordens de truncamento e quantidade de coeficientes iguais, como visto em  $P = 3$ ,  $M = 5$  e  $Q = 18$ , os modelos apresentam respostas idênticas.

Realizado as simulações, reduzindo a quantidade de coeficientes do modelo proposto, para uma análise baseada na quantidade de coeficientes e ordens de truncamento iguais, nota-se que o modelo proposto mostrou eficiência em manter a precisão do erro reduzindo a quantidade de coeficientes, assim como nas simulações realizadas para os outros dois conjuntos de dados. Pode-se ver essa redução na simulação para  $P = 6$  e  $M = 9$ , onde o modelo proposto reduz em 30% o número de coeficientes, mantendo o NMSE com diferença de 0,25 dB, em relação ao MP. Outra simulação que se nota a redução de coeficientes é vista para  $P = 5$  e  $M = 9$ , com uma redução de

14 coeficientes em relação ao modelo comparativo.

É apresentado na Tabela 4.9 os resultados NMSE do modelo proposto para a estrutura em série, e suas respostas comparadas com a estrutura de Wiener, Hammerstein e Wiener-Hammerstein implementadas com o filtro FIR. Para a realização das simulações e comparações são considerados as ordens  $P = 5$  e  $M = 9$ .

Tabela 4.9: NMSE do modelo Proposto na estrutura de blocos em série, comparado aos modelos de Wiener, Hammerstein e Wiener-Hammerstein, para  $P = 5$  e  $M = 9$ .

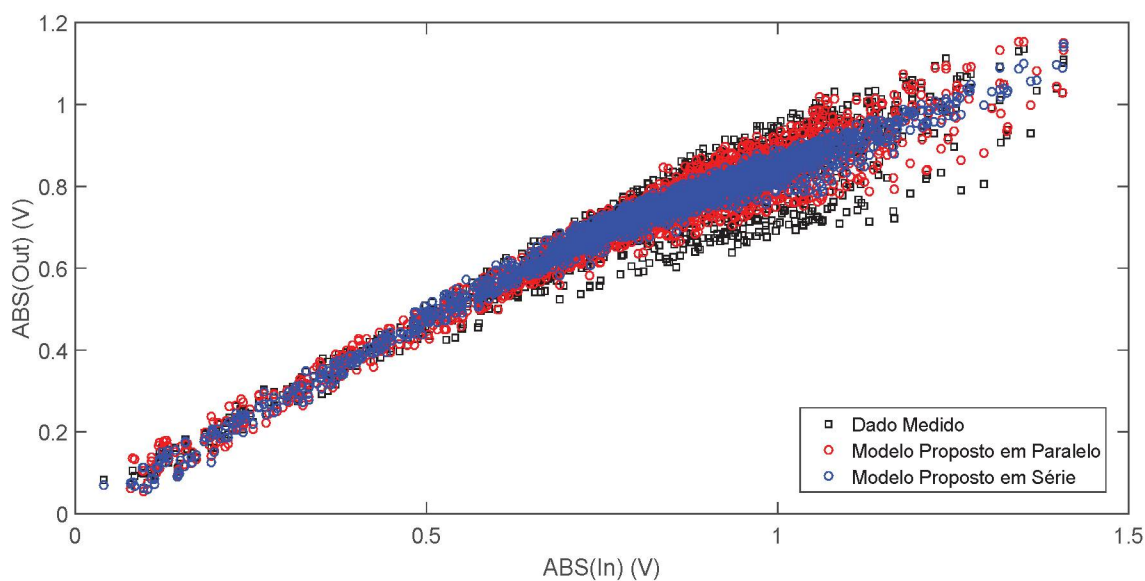
<b>Modelo</b>	<b>Q</b>	<b>NMSE (dB)</b>
Proposto	13	-24,40
Wiener	15	-23,31
Hammerstein	15	-24,74
Wiener-Hammerstein	25	-23,67

FONTE: Autor.

Observa-se que para o Conjunto\_3, o modelo proposto na estrutura em série, comparado ao modelo de Hammerstein com o filtro FIR, obteve resposta inferior, com uma pequena diferença de 0,34 dB e uma redução de dois coeficientes. Se comparado as estruturas de Wiener e Wiener-Hammerstein, contendo o filtro FIR em seus blocos dinâmicos lineares, a estrutura proposta obteve ganhos de 1,09 dB e 0,73 dB, respectivamente.

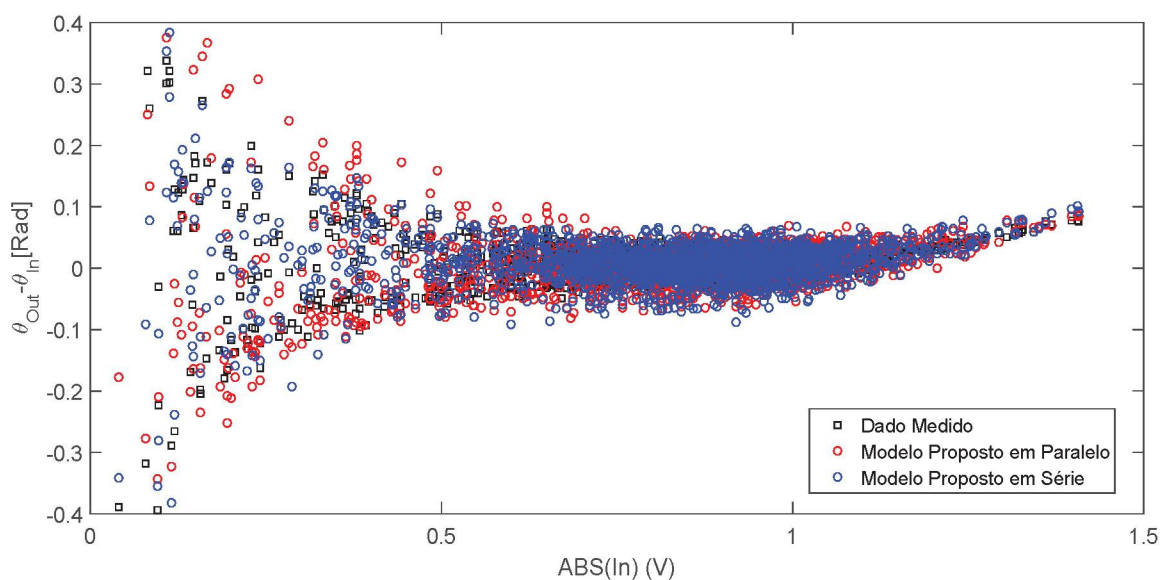
As Figura 4.12 e 4.13 apresentam a conversão modulação em amplitude para modulação em amplitude e a conversão modulação em amplitude para modulação em fase, medida e estimada pelo modelo proposto implementado na estrutura em série e na estrutura em paralelo, utilizando as ordens de truncamento  $P = 5$  e  $M = 9$ .

Figura 4.12: Relação entre as amplitudes instantâneas de saída e entrada, medida e estimada pelo modelo proposto na modelagem direta para o Conjunto\_3.



FONTE: Autor.

Figura 4.13: Conversão AM-PM, medida e estimada pelo modelo proposto na modelagem direta para o Conjunto\_3.

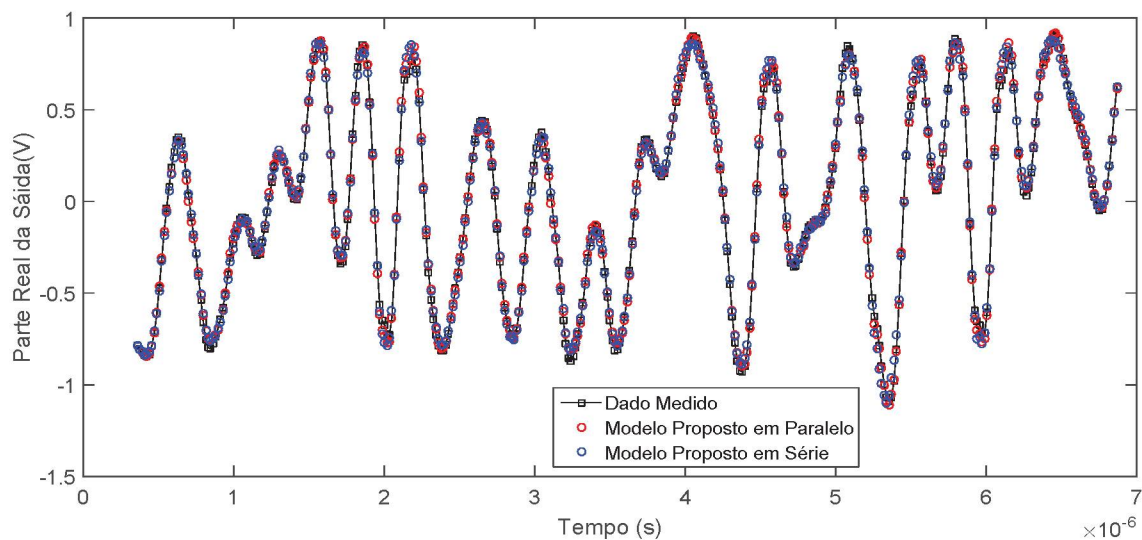


FONTE: Autor.

A Figura 4.14 apresenta as formas de onda no domínio do tempo das componentes reais das saídas medidas e estimadas pelo modelo proposto, enquanto que a Figura 4.15 apresenta as formas de onda no domínio do tempo das componentes

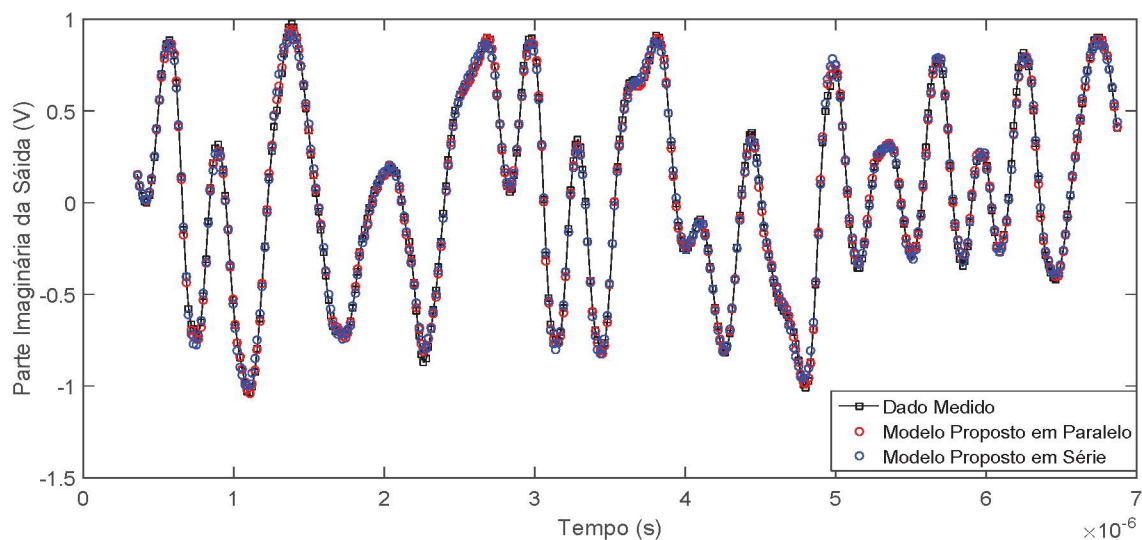
imaginárias das saídas medidas e estimadas pelo modelo proposto nas devidas estruturas. Nos gráficos são plotados 400 pontos do conjunto de validação.

Figura 4.14: Formas de onda no domínio do tempo dos componentes em fase do sinal de saída, medidos e estimados pelo modelo proposto na modelagem direta para o Conjunto\_3.



FONTE: Autor.

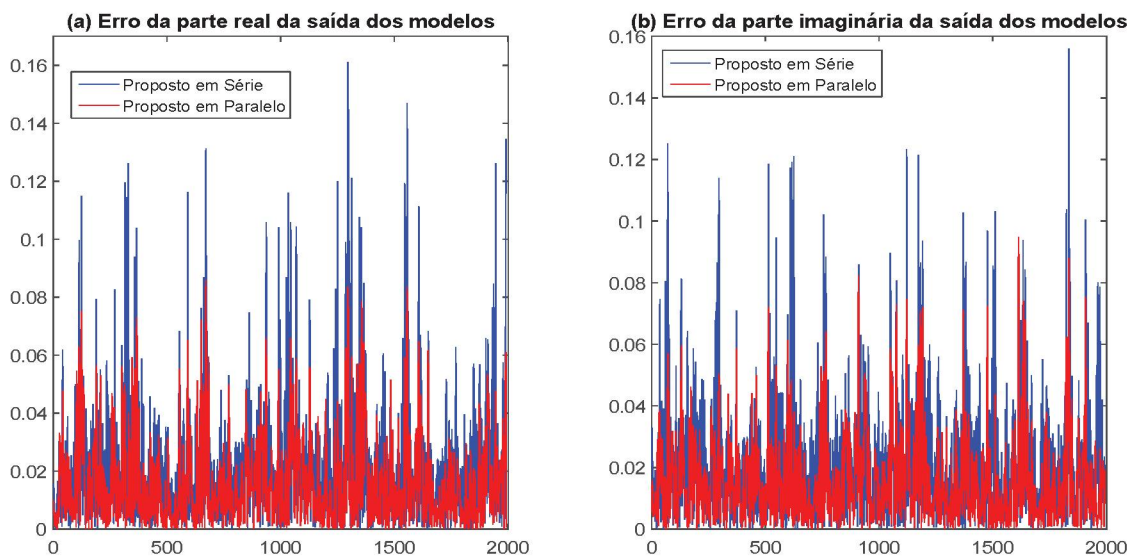
Figura 4.15: Formas de onda no domínio do tempo dos componentes quadratura do sinal de saída, medidos e estimados pelo modelo proposto na modelagem direta para o Conjunto\_3.



FONTE: Autor.

Observa-se nas Figuras 4.14 e 4.15, pela sobreposição entre as curvas, que o modelo proposto cumpriu com o objetivo de emular o comportamento da modelagem característica direta do específico PA, assim como no Conjunto\_1 e Conjunto\_2, mesmo apresentando uma precisão menor, e isso devido o Conjunto\_3 possuir mais efeito de memória em seus dados e as estruturas escolhidas para representarem o modelo proposto não serem as ideais para modelar dispositivos com essa quantidade de memória inserida. Nas Figuras 4.16(a) e 4.16(b) pode-se observar o erro da modelagem do sinal de saída, da parte real e imaginária, respectivamente, do modelo proposto na estrutura em série e na estrutura em paralelo em relação ao sinal de saída real.

Figura 4.16: Erro calculado entre a saída real e a saída dos modelos para o Conjunto\_3, parte real e imaginária.



FONTE: Autor.

## CAPÍTULO 5

### CONCLUSÃO

O presente trabalho aborda a modelagem física de um circuito Resistor-Capacitor com ordem fracionária e a modelagem comportamental de circuitos elétricos usuais, especificamente os amplificadores de potência de radiofrequência, utilizando a derivada fracionária de Grunwald-Letnikov, que possui um comportamento natural mais discreto em relação as outras definições mais populares. E o que determina esse comportamento mais fino é que sua definição considera o comportamento da função em instantes anteriores junto com o instante atual ao que se está medindo e não apenas o instante atual da medida, como é considerado em definições do cálculo de ordem inteira.

Na modelagem do circuito RC, foi realizada, primeiramente, a alteração da ordem inteira pela ordem fracionária, na equação que modela o circuito, e aplicada a transformada de Fourier e inversa de Fourier na equação, para se obter a resposta no domínio do tempo, chegando a Equação 3.8, e com isso analisar o comportamento do circuito para diferentes valores de  $\alpha$ . Observou-se que para  $\alpha_s < 1$ , o comportamento do circuito tende a ter um maior pico de tensão sobre o capacitor, comparado ao estímulo de entrada do circuito, e uma curva de decida da carga mais abrupta no tempo. Já para  $\alpha = 1$ , nota-se o comportamento de um circuito RC ideal, com o pico de tensão máximo igual ao valor de estímulo do circuito e uma curva de decida da carga mais suave no tempo. E para valores de  $\alpha > 1$ , observa-se picos de tensão menores do que o estímulo aplicado no circuito, e curvas de tensões ainda mais suavizadas, durante o período de descarregamento do capacitor, demonstrando até comportamentos oscilatórios durante esse período. Em seguida, após a análise comportamental da modelagem com diferentes ordens fracionárias, foi realizada uma simulação de um circuito RC no CADENCE, que possui componentes simulados mais próximos dos re-

ais, e suas respostas comparadas com a modelagem matemática, Equação 3.8, para a ordem inteira e ordens fracionárias. Ficando evidente que a modelagem do circuito com a ordem inteira,  $\alpha = 1$ , não apresentou resposta exatamente igual a simulação mais próxima do real, enquanto que a ordem fracionária,  $\alpha = 1,02$ , demonstrou uma proximidade maior, comparando a região de descida da carga no capacitor, a curva que simula o comportamento real do circuito.

Para realização das modelagens em circuitos usuais, foram utilizados dados de entrada e saída de três PAs, todos operante na classe AB. Todos os sinais são de envoltória complexa aplicados na entrada e medidos na saída dos PAs. O modelo proposto, baseado na definição de derivada de Grunwald-Letnikov, foi adicionado no bloco dinâmico linear da estrutura Hammerstein em série e na estrutura Hammerstein paralela, tendo suas precisões comparadas com as estruturas de Wiener, Hammerstein e Wiener-Hammerstein em série e com o Polinômio de Memória, para comparar o modelo em paralelo, todos implementados com o filtro FIR no bloco dinâmico linear. Diferentes simulações, obtidas variando-se os truncamentos de ordem polinomial  $P$ , duração de memória  $M$  e a quantidade de  $\alpha_s$ , que representa a ordem das derivadas e determina a quantidade de coeficientes no modelo proposto, foram realizadas no MATLAB. Após análises dos resultados das simulações, realizadas nos três conjuntos de dados, notou-se que o modelo matemático proposto cumpriu com o objetivo de modelar o comportamento real dos PAs, tanto na estrutura Hammerstein paralelo, quanto na estrutura Hammerstein em série, porém não apresentou ganhos consideráveis, em decibéis, comparados aos demais métodos de comparação implementados. O modelo proposto também demonstrou ser eficiente na redução de coeficientes necessários para se obter respostas com mesmo níveis de precisão, já que sua quantidade de coeficientes não depende das  $M$  amostras passadas consideradas, e sim da quantidade de  $\alpha_s$  escolhido, isso comparando para mesmas ordens  $P$  e  $M$  de truncamentos.

Tendo em vista os aspectos observados fica claro que a abordagem proposta é bastante viável e precisa, podendo ainda ser explorada em outros métodos de modelagem empírica e física, já que se trata de uma abordagem recente na modelagem

de circuitos elétricos e mais ainda quando se trata da modelagem em amplificadores de potência de radio frequência.

Como perspectivas futuras vislumbra-se:

- Realizar simulações com o modelo proposto na modelagem característica inversa, onde os sinais de entrada utilizados são os sinais de envoltória complexa medidos na saída dos amplificadores e os sinais de saída utilizados são os sinais de envoltória complexa aplicados na entrada dos amplificadores, para que se possa obter mais conjuntos de validações do modelo proposto;
- Desenvolver um processo de otimização, através da função LSQNONLIN (*nonlinear least-squares*), buscando os valores de truncamentos da ordem polinomial  $P$  e duração de memória  $M$  ideais para uma menor erro da modelagem, melhorando a precisão do modelo;
- Desenvolver outra métrica de avaliação dos resultados considerando a complexidade das somas e multiplicações do modelo, e não apenas a quantidade de coeficientes, o que proporcionará uma análise, e possível redução, do custo computacional e, conseqüentemente, simplificar uma futura implementação em hardware;
- Explorar o modelo proposto em outros métodos de modelagem comportamental, como por exemplo a série de Laguerre-Volterra, para analisar a possibilidade em minimizar o erro da modelagem, buscando um modelo que apresenta um compromisso ainda melhor entre a precisão e a complexidade da resposta.

## REFERÊNCIAS

- [1] C. F. Lorenzo and T. T. Hartley, *Initialization, Conceptualization, and Application in the Generalized Fractional Calculus*, NASA/TP-1998-208415 (1998).
- [2] C. F. Lorenzo and T. T. Hartley, *Initialized Fractional Calculus*, NASA/TP-2000-209943, (2000).
- [3] K. S. Miller and B. Ross, *An Introduction to the Fractional Calculus and Fractional Differential Equations*, John Wiley & Sons, Wiley-Interscience, (1993).
- [4] I. Podlubny, *Fractional Differential Equations*, Mathematics in Science and Engineering, Vol.198, Academic Press, San Diego, (1999).
- [5] R. Figueiredo Camargo, *Cálculo Fracionário e Aplicações*, 141 f, Tese de Doutorado, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, (2009).
- [6] S. G. Kamath, *Relativistic Tautochrone*, J. Math. Phys., 33, 934-940, (1991).
- [7] M. Caputo, *Elasticità e Dissipazione*, Zanichelli, Bologna, (1969).
- [8] M. Caputo, *Lectures on Seismology and Rheological Tectonics*, Univ. degli Studi di Roma, "La Sapienza", (1992-1993).
- [9] M. Ciesielski and J. Leszczynski, *Numerical Simulations of Anomalous Diffusion*, CRM-2003, Computer Methods in Mechanics, arxiv:math-ph/0309007v1 (2003).
- [10] V. Cordeiro Friesen, *Modelagem da Sorção de Metais Pesados Utilizando Cálculo Fracionário*, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Paraná, Paraná, (2013).
- [11] J. A. T. Machado, *A probabilistic interpretation of the fractional-order differentiation*. Fractional Calculus & Applied Analysis, 6, 73-80, (2003).

- [12] A. G. Radwan, A. S. Elwakil, and A. M. Soliman, *Fractional-order sinusoidal oscillators: Design procedure and practical examples*, IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers, vol. 55, no. 7, pp. 2051-2063, Aug. 2008.
- [13] A. G. Radwan and K. N. Salama, *Passive and active elements using fractional circuit*, IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers, vol. 58, no. 10, pp. 2388-2397, Oct. 2011.
- [14] A. G. Radwan and K. N. Salama, *Fractional-order RC and RL circuits*, J. Circuits Syst. Signal Process., vol. 31, pp. 1901-1915, 2012.
- [15] K. Moady, A. G. Radwan, K. N. Salama, S. Momani and I. Hashim, *The fractional-order modeling and synchronization of electrically coupled neurons system*, Comput. Math. Appl., vol. 64, pp. 3329-3339, 2012.
- [16] R. L. Magin, *Fractional Calculus in Bioengineering*. Redding, CT: Begell House, 2006.
- [17] A. G. Radwan, A. M. Soliman, A. S. Elwakil and A. Sedeek, *On the stability of linear systems with fractional-order elements*, Chaos, Solitons Fractals, vol. 40, no. 5, pp. 2317-2328, Jun. 2009.
- [18] A. G. Radwan, *Stability Analysis of the fractional-order RLC circuit*, J. Fract. Calculus Appl., vol. 3, no. 1, pp. 1-15, 2012.
- [19] M. E. Fouda and A. G. Radwan, *On the fractional-order memristor model*, J. Fract. Calculus Appl., vol. 4, no. 1, pp. 1-7, 2013.
- [20] A. Shamim, A. G. Radwan and K. N. Salama, *Fractional smith chart theory and application*, IEEE Microwave Wireless Compon. Lett., vol. 21, no. 3, pp. 117-119, Mar. 2011.
- [21] A. G. Radwan, A. Shamim and K. N. Salama, *Theory of fractional-order elements based impedance matching networks*, IEEE Microwave Wireless Compon. Lett., vol. 21, no. 3, pp. 120-122, Mar. 2011.

- [22] Y. Q. Chen and K. L. Moore, *Discretization schemes for fractional order differentiators and integrators*, IEEE Trans. Circuits Syst. I, Reg. Papers, vol. 49, no. 3, pp. 363-267, May 2002.
- [23] S. Mukhopadhyay, C. Coopmans and Y. Q. Chen, *Purely analog fractional-order PI control using discrete fractional capacitors (fractals): Synthesis and experiments*, in Proc. Int. Design Eng. Tech. Conf. Comput. Inf. Eng. Conf., San Diego, CA, 2009, pp. 1-8.
- [24] I. Podlubny, *Fractional-order systems and  $PI^\lambda D^\mu$  controllers*, IEEE Trans. Autom. Control, vol. 44, no. 1, pp. 208-214, Jan. 1999.
- [25] F. R. G. Cavazos, M. E. R. Melo, V. A. G. González, C. A. G. Salazar, A. G. Loera, *Aplicación del Cálculo Fraccional a la Reología de Materiales Poliméricos, Ingenierías*, 2007, vol. X, n.35, p. 42-47.
- [26] A. G. Radwan and A. S. Elwakil, *Transient-Time Fractional-Space Trigonometry and Application*, T. Huang, Ed. et al. Heidelberg, Germany: Springer, 2012, vol. 7663, Lecture Notes in Computer Science, pp. 40-47.
- [27] I. S. Jesus, T. J. A. Machado and B. J. Cunha, *Fractional electrical impedances in botanical elements*, J. Vibrat. Control, vol. 14, no. 9-10, pp. 1389-1402, Sept. 2008.
- [28] T. J. Freeborn, B. Maundy and A. S. Elwakil, *Least squares estimation technique of Cole-Cole parameters from step response*, Electron. Lett., vol. 38, no. 13, pp. 752-754, 2012.
- [29] R. Schumacher, E. G. Lima, G. H. C. Oiveira, Gustavo, *RF Power Amplifier Behavioral Modeling Based on Takenaka–Malmquist–Volterra Series*. Circuits, Systems, And Signal Processing, [s.l.], v. 35, n. 7, p.2298-2316, 25 ago. 2015. Springer Nature. <http://dx.doi.org/10.1007/s00034-015-0151-0>.

- [30] E. J. Bonfim, *Modelagem Comportamental de Amplificadores de Potência de Radiofrequência usando termos Unidimensionais e Bidimensionais de Séries de Volterra*. 2016. 89 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Eng. Elétrica, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.
- [31] I. Podlubny and A. M. A. EL-Sayed, *On Two Definitions of Fractional Derivatives*, 1996, Institute of Experimental Physics, Slovak Academy of Science, 21 p.
- [32] K.B. Oldham and J. Spainer, *The Fractional Calculus*. 1ST New York, Ed. Dover Publications, 2006.
- [33] J.Munkhammar, *Riemann-Liouville Fractional Derivatives and the Taylor-Riemann Series*, Juni 2004.
- [34] K. Singh, R. Saxena and S. Kumar, *Caputo-Based Fractional Derivative in Fractional Fourier Transform Domain*, IEEE Journal on emerging and selected topics in circuits and systems, vol. 3, no. 3, pp. 377-385, September 2013.
- [35] LIMA, Eduardo Gonçalves. *Behavioral modeling and digital base-band predistortion of RF power amplifiers*. 231 f. Tese (Pós-Doutorado) - Politecnico di Torino, Turim, 2009. Cap. 2.
- [36] V. S. Rosa, *Uma Ferramenta Para a Geração Otimizada de Filtros FIR paralelos com Coeficientes Constantes*. 2005. 119 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Ciência da Computação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.
- [37] CHEN, S.; COWAN, C. F.; GRANT, P. M. *Orthogonal least squares learning algorithm for radial basis function networks*. IEEE Transactions on neural networks, IEEE, v. 2, n. 2, p. 302–309, 1991.
- [38] MUHA, M. S.; CLARK, C. J.; MOULTHROP, A.; SILVA, C. P. Validation of power amplifier nonlinear block models. In: IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig., Anaheim, CA, Jun. 1999, pp. 759–762.

- [39] Bruce J West, *Colloquium: Fractional calculus view of complexity*. *Reviews Of Modern Physics*, [s.l.], v. 86, n. 4, p.1169-1186, 9 out. 2014. American Physical Society (APS).
- [40] CADENCE (USA). *Cadence Virtuoso*. 1988. Disponível em: [;https://www.cadence.com/content/cadence-www/global/en\\_US/home.html](https://www.cadence.com/content/cadence-www/global/en_US/home.html); . Acesso em: 29 jan. 2019.