

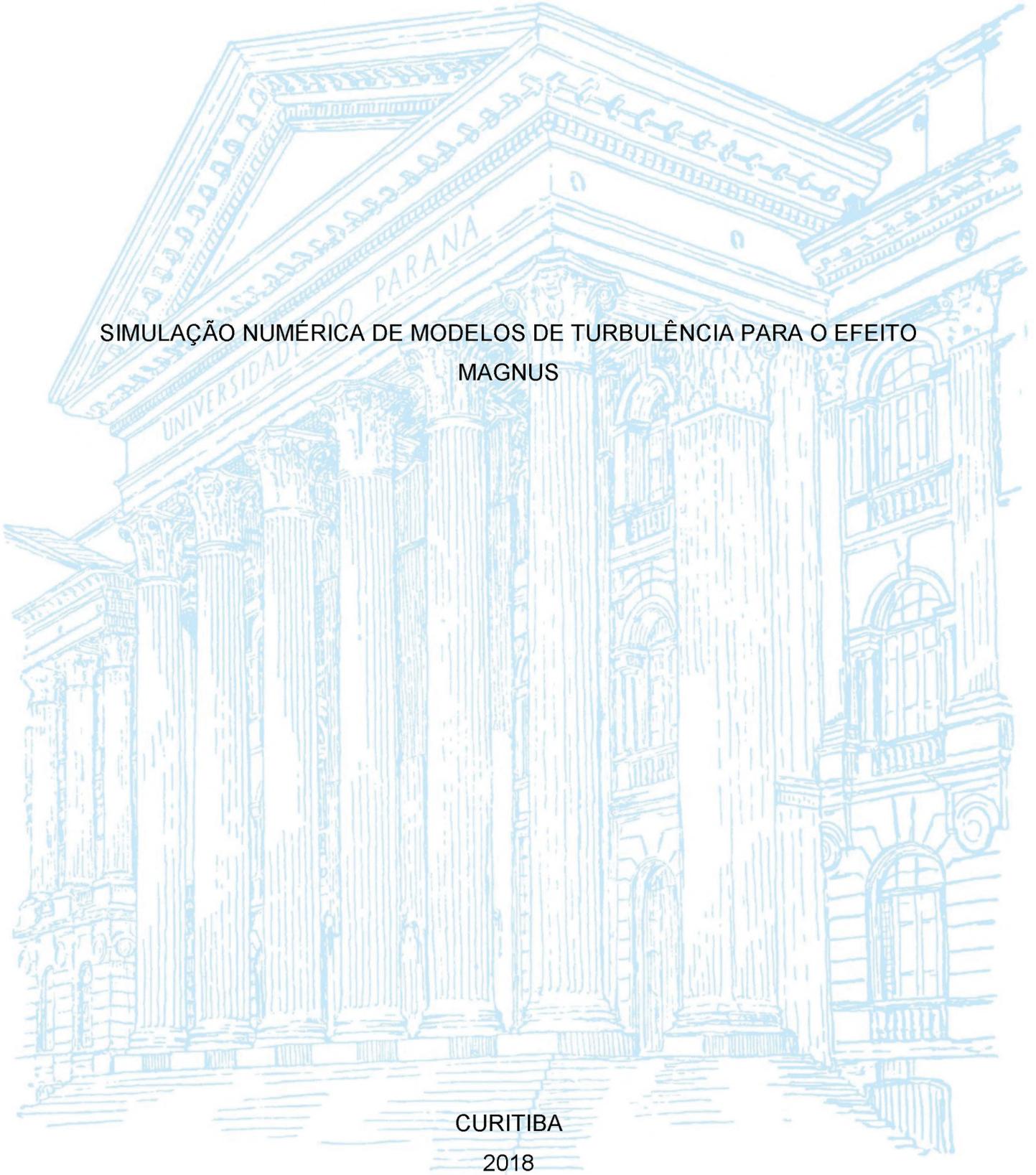
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

RODRIGO CANESTRARO QUADROS

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE MODELOS DE TURBULÊNCIA PARA O EFEITO
MAGNUS

CURITIBA

2018



RODRIGO CANESTRARO QUADROS

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE MODELOS DE TURBULÊNCIA PARA O EFEITO
MAGNUS

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Luciano Kiyoshi Araki

CURITIBA

2018

Catálogo na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

Q1s Quadros, Rodrigo Canestraro
Simulação numérica de modelos de turbulência para o efeito
Magnus / Rodrigo Canestraro Quadros – Curitiba, 2018.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Paraná,
Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Mecânica, 2018.

Orientador: Luciano Kiyoshi Araki

1. Turbulência – Modelos Matemáticos. 2. Coeficiente de
arrasto. 3. Coeficiente de sustentação. I. Universidade Federal
do Paraná. II. Araki, Luciano Kiyoshi. III. Título.

CDD: 532.0527

Bibliotecária: Roseny Rivelini Morciani CRB-9/1585



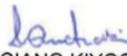
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENGENHARIA
MECÂNICA

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA MECÂNICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **RODRIGO CANESTRARO QUADROS** intitulada: **SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE MODELOS DE TURBULÊNCIA PARA O EFEITO MAGNUS**, após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 06 de Setembro de 2018.


LUCIANO KIYOSHI ARAKI

Presidente da Banca Examinadora (UFPR)


ADMILSON TEIXEIRA FRANCO

Avaliador Externo (UTFPR)


JOSE VIRIATO COELHO VARGAS

Avaliador Interno (UFPR)

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo a obtenção dos coeficientes de arrasto e sustentação em escoamentos fluidos ao redor de cilindro para diversas condições. Para obter-se os resultados, foram feitas simulações numéricas para modelos de turbulência: $k - \epsilon$, $k - \omega SST$, $k - kl - \omega$ e DES; para velocidades distintas de rotação do cilindro e também do escoamento. Os números de Reynolds escolhidos para o estudo foram equivalentes a 1×10^2 e 1×10^3 , considerando duas razões de velocidade – 0 e 6. As simulações foram feitas utilizando uma geometria bidimensional e foram selecionados vários tamanhos de malha, múltiplos entre si, para a resolução do campo de pressão e velocidade do escoamento de ar ao redor deste cilindro. Dentre as respostas obtidas para os modelos de turbulência: observou-se que, para os regimes de escoamento escolhidos, dado pelo número de Reynolds 1×10^2 e 1×10^3 , não é possível afirmar que existe um modelo de turbulência único que melhor represente o escoamento em todas as situações. Dessa forma, verifica-se que para valores de Reynolds mais baixos $O(2)$, os modelos que utilizam a taxa de dissipação (ω) turbulenta apresentam melhores resultados, e para números de Reynolds mais elevados $O(3)$, os modelos que fazem uso da dissipação turbulenta (ϵ) apresentam-se com melhores resultados. Tais resultados são obtidos pelos diferentes regimes de escoamento e também pela existência ou não de movimento rotacional no cilindro.

Palavras-chave: Modelos de Turbulência. Escoamento ao Redor de Cilindro. Coeficiente de Arrasto. Coeficiente de Sustentação.

ABSTRACT

The present work has the objective of obtaining the drag and lift coefficients in fluid flows around the cylinder for several conditions. To obtain the results, numerical simulations were made for turbulence models: $k - \epsilon$, $k - \omega SST$, $k - kl - \omega$ and DES; for different speeds of cylinder rotation as well the flow. The Reynolds numbers chosen for the study were equivalent to 1×10^2 and 1×10^3 , considering two velocity ratios - 0 and 6. Simulations were made using a two-dimensional geometry and multiple mesh sizes were selected, multiple of each other, for the resolution of the pressure and velocity fields for air flow around this cylinder. Among the responses obtained for the turbulence models, it was observed that, for the chosen flow regimes, given by the Reynolds number 1×10^2 and 1×10^3 , it is not possible to state that there is a unique turbulence model that best represents the flow in all the situations. Thus, for the lower Reynolds values $O(2)$, the models that use the turbulent dissipation rate (ϵ) represents better the results, and for higher Reynolds numbers $O(3)$, the models that make use of turbulent dissipation (ω) presents better results. Such results are obtained by the different flow regimes and also by the existence or not of rotational movement in the cylinder.

Keywords: Turbulence Models. Flow around a Cylinder. Regime Flow. Drag Coefficient. Lift Coefficient.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIGURA 1 – EFEITO MAGNUS	16
FIGURA 2 – AEROGERADOR MAGNUS COM PÁS DE PERFIL HELICOIDAL.....	19
FIGURA 3 – PÁ EM FORMATO DE “ESTEIRA”. ACIMA DA FIGURA, MOSTRA-SE O DISPOSITIVO COMPLETO, E ABAIXO O DESCOLAMENTO DA CAMADA LIMITE.	20
FIGURA 4 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE ARRASTO MÉDIO PARA VÁRIOS ESTUDOS PARA DIFERENTES REYNOLDS EM UM CILINDRO NÃO ROTATIVO.....	23
FIGURA 5 – COMPARATIVO ENTRE O NÚMERO DE STROUHAL PARA VÁRIOS ESTUDOS PARA DIFERENTES REYNOLDS EM UM CILINDRO NÃO ROTATIVO.....	23
FIGURA 6 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE ARRASTO PARA DIFERENTES NÚMEROS DE REYNOLDS EM UM CILINDRO NÃO ROTATIVO.....	24
FIGURA 7 – CASCATA DE ENERGIA.....	35
FIGURA 8 – DIFERENTES TAMANHOS DE ESCALA DE VÓRTICES TURBULENTOS	39
FIGURA 9 – JATO TURBULENTO PARA DIFERENTES NÚMEROS DE REYNOLDS: (A) NÚMERO DE REYNOLDS RELATIVAMENTE BAIXO; (B) NÚMERO DE REYNOLDS RELATIVAMENTE ALTO.....	40
FIGURA 10 – PRODUÇÃO E DISSIPAÇÃO DA TURBULÊNCIA.....	41
FIGURA 11 – ESPECTRO DE ENERGIA DE UM ESCOAMENTO TURBULENTO.....	42
FIGURA 12 – PERFIL TÍPICO DE VELOCIDADE PARA A CAMADA LIMITE TURBULENTO.	47
FIGURA 13 – DOMÍNIO E EIXOS COORDENADOS	63
FIGURA 14 – CILINDRO (SEÇÃO CIRCULAR) E EIXOS COORDENADOS	64
FIGURA 15 – CONDIÇÕES DE CONTORNO DE ENTRADA E SAÍDA	65
FIGURA 16 – CILINDRO (SEÇÃO CIRCULAR).....	66
FIGURA 17 – DIVISOR ENTRE AS REGIÕES A MONTANTE E JUSANTE	66
FIGURA 18 – DIVISOR CIRCUNFERENCIAL	68
FIGURA 19 – DIVISOR RADIAL	69
FIGURA 20 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE ARRASTO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA GERAL) ($RE \sim 1 \times 10^2$)	76

FIGURA 21 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE ARRASTO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA APROXIMADA) ($RE \sim 1 \times 10^2$)	76
FIGURA 22 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA GERAL) ($RE \sim 1 \times 10^2$)	78
FIGURA 23 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA APROXIMADA) ($RE \sim 1 \times 10^2$).....	78
FIGURA 24 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE ARRASTO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA GERAL) ($RE \sim 1 \times 10^3$)	80
FIGURA 25 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE ARRASTO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA APROXIMADA) ($RE \sim 1 \times 10^3$)	81
FIGURA 26 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA GERAL) ($RE \sim 1 \times 10^3$)	83
FIGURA 27 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA APROXIMADA) ($RE \sim 1 \times 10^3$).....	83
FIGURA 28 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE ARRASTO MÉDIO PARA OS MODELOS DE TURBULÊNCIA EM FUNÇÃO DO NÚMERO DE REYNOLDS	85
FIGURA 29 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO MÉDIO PARA OS MODELOS DE TURBULÊNCIA EM FUNÇÃO DO NÚMERO DE REYNOLDS.....	85
FIGURA 30 – COMPARATIVO ENTRE O NÚMERO DE STROUHAL PARA OS MODELOS DE TURBULÊNCIA EM FUNÇÃO DO NÚMERO DE REYNOLDS	86
FIGURA 31 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE ARRASTO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA ($RE \sim 100$).....	88
FIGURA 32 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA ($RE \sim 1 \times 10^2$)	90
FIGURA 33 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE ARRASTO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA GERAL) ($RE \sim 1 \times 10^3$)	91
FIGURA 34 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE ARRASTO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA APROXIMADA) ($RE \sim 1000$)	92
FIGURA 35 – COMPARATIVO ENTRE O SUSTENTAÇÃO DE ARRASTO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA GERAL) ($RE \sim 1000$)	93

FIGURA 36 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA APROXIMADA) ($RE \sim 1000$).....	94
FIGURA 37 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE ARRASTO MÉDIO PARA OS MODELOS DE TURBULÊNCIA EM FUNÇÃO DO NÚMERO DE REYNOLDS	95
FIGURA 38 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO MÉDIO PARA OS MODELOS DE TURBULÊNCIA EM FUNÇÃO DO NÚMERO DE REYNOLDS.....	95
FIGURA 39 – COMPARATIVO ENTRE O NÚMERO DE STROUHAL PARA OS MODELOS DE TURBULÊNCIA EM FUNÇÃO DO NÚMERO DE REYNOLDS	96

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Área
\vec{a}_I	Aceleração inercial
B	Constante
$C_{1\epsilon}$	Constante
C_2	Constante
$C_{3\epsilon}$	Constante
C_D	Coefficiente de arrasto
CD	Coefficiente de fechamento
C_L	Coefficiente de Sustentação
c_μ	Constante
D	Diâmetro do cilindro
\vec{F}	Campo vetorial diferenciável
f	Relacionado ao fluxo difusivo e fonte/sumidouro relativo ao transporte de ψ
\vec{g}	Aceleração gravitacional
G_b	Geração de energia cinética turbulenta devido ao empuxo
G_k	Geração de energia cinética turbulenta devido ao gradiente da velocidade média
G_ω	Geração de ω
J	Relacionado a fluxo difusivo e fonte/sumidouro relativo ao transporte de ψ
k	Energia cinética
\vec{L}'	Sustentação por unidade de comprimento
l	Comprimento característico de alguma escala considerada
l_0	Comprimento de escala integral
l_{DI}	Comprimento de escala de transição (sub-região inercial e região dissipativa)
l_{EI}	Comprimento de escala de transição (região contendo energia e sub-região inercial)
l_{mfp}	Comprimento médio livre entre partículas
l_{mix}	Comprimento de mistura
\hat{n}	Vetor normal à superfície externa
\mathbf{P}	Tensor da pressão hidrostática
\mathbf{Q}	Tensor da divergência de volume
\vec{q}_k	Fluxo de calor por unidade de área
q'''	Fonte ou sorvedouro de calor por unidade de volume

t	Tempo
R	Raio do cilindro.
\vec{R}	Vetor posição entre referenciais
Re_0	Nº de Reynolds da escala integral
Re_L	Nº de Reynolds turbulento
Re	Número de Reynolds
\overline{R}_{ij}	Tensor de tensões de Reynolds
r	Vetor posição do referencial não-inercial a um ponto qualquer no seu domínio
S	Parte simétrica do tensor de deformação do fluido
S_k	Termos fonte para k
S_ϵ	Termos fonte para ϵ
s	Entropia específica
T	Tensor de tensões no fluido
T	Período
\overline{U}	Média temporal da velocidade média
U^+	Velocidade adimensional a partir da superfície
\vec{U}_∞	Velocidade de escoamento em corrente livre
U	Velocidade do escoamento
\hat{u}	Energia interna
u'	Parcela flutuante da velocidade
u_0	Velocidade da escala integral
\vec{V}	Velocidade de escoamento de um fluido
Vol	Volume
v_{mix}	Velocidade de mistura
v_{th}	Velocidade média de uma partícula
v'	Parcela flutuante da velocidade
\vec{v}_b	Velocidade da superfície de controle
\vec{v}_r	Velocidade do fluido em relação à superfície de controle
y^+	Distância adimensional
Y_M	Contribuição da dilatação variável (flutuante) na turbulência devido à taxa de dissipação
Y_k	Dissipação de k
Y_ω	Dissipação de ω
z	altura

Letras Gregas e Símbolos:

$\oint ds$	Corresponde a integral fechada pelo comprimento circunferencial da parede do cilindro
δ_{ij}	Representação em notação indicial da matriz identidade
σ_k	Número de Prandtl turbulento para k
σ_ϵ	Número de Prandtl turbulento para ϵ
τ_0	Escala de tempo integral
τ_{ii}	Tensões cisalhantes de Reynolds
τ_{xy}	Tensão de cisalhamento
$\vec{\omega}$	Vorticidade
∇	Operador nabla
Γ	Circulação produzida pelo cilindro rotativo
Ω	Velocidade angular do cilindro
δ	Altura da camada limite
η	Comprimento de escala de Kolmogorov
θ	Temperatura
κ	Constante de von Kármán
λ	coeficiente de correlação de Stokes
μ	Viscosidade dinâmica
ν	Viscosidade cinemática
ρ	Densidade do meio
ψ	Grandeza a ser transportada, escalar ou vetorial
ω	Taxa de dissipação específica
ϵ	Taxa de dissipação de energia
$\tilde{\Omega}_{ij}$	Tensor médio da taxa de rotação visto em um referencial com velocidade angular ω_k .
Γ_k	Difusividade efetiva de k
Γ_ω	Difusividade efetiva de ω
μ_t	Viscosidade turbulenta

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	15
1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
1.1.1 Efeito Magnus	16
1.1.2 Aplicação do Efeito Magnus	17
1.1.3 Características do Escoamento ao Redor do Cilindro	21
1.2 OBJETIVO GERAL	25
1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	25
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	26
2.1 EQUAÇÕES DE TRANSPORTE	26
2.1.1 Forma Genérica das Equações de Transporte	26
2.1.2 Tensor de Tensões	28
2.1.3 Equação de Navier-Stokes	29
2.2 ESCOAMENTO TURBULENTO	31
2.2.1 Escalas do Escoamento	36
2.2.2 Razão Entre Escalas Dimensionais e Transferência de Energia	39
2.2.3 Correlações	43
2.3 MODELOS DE TURBULÊNCIA	45
2.3.1 Viscosidade turbulenta e comprimento de mistura	45
2.3.2 Breve histórico dos Modelos de turbulência	47
2.3.3 Modelos Algébricos	49
2.3.4 Modelos de uma equação diferencial	50
2.3.5 Modelos de uma equação	52
2.3.6 Modelos de duas equações	53
2.3.7 Modelos Numéricos	54
3 METODOLOGIA	63
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES	74
4.1 CILINDRO SEM ROTAÇÃO	74
4.1.1 Número de Reynolds 1×10^2	74
4.1.2 Número de Reynolds 1×10^3	79
4.1.3 Comparativo Entre Resultados Para um Cilindro com Razão de Velocidade Nula	84
4.2 CILINDRO COM ROTAÇÃO ($\alpha = 6$)	87

4.2.1 NÚMERO DE REYNOLDS ~100.....	87
4.2.2 Número de Reynolds ~1x10 ³	91
4.2.3 Comparativo Entre Resultados Para um Cilindro com Razão de Velocidade 6.....	94
5 CONCLUSÃO	97
5.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	99
REFERÊNCIAS.....	100

1 INTRODUÇÃO

O efeito Magnus foi descoberto por Heinrich Gustav Magnus no ano de 1852. Neste mesmo ano, ele iniciou a investigação acerca do fenômeno. Mais tarde, Martin Wilhelm Kutta e Nikolai Joukowski analisaram o efeito de sustentação do efeito Magnus. Através da união entre Kutta e Joukowski foi formulada uma equação para a sustentação aerodinâmica dada por cilindro girante, a qual em sua homenagem é chamada de sustentação Kutta-Joukowski.

Mais tarde, em 1926, Anton Flettner utilizou pela primeira vez o rotor Magnus para fins comerciais, como rotor para impulsionar navio. A tecnologia permaneceu sem grande avanço até o início da 1ª década do século XXI, quando diversos autores têm focado na utilização da tecnologia para geração de energia.

Nas últimas duas décadas diversos autores vêm utilizando simulações numéricas no auxílio à resolução de problemas referentes ao efeito Magnus. Contudo, pouco ainda se sabe sobre qual, ou quais modelos de turbulência podem trazer melhores respostas para cada faixa de velocidade de escoamento, tipo do fluido (ar ou água), dentre outras informações.

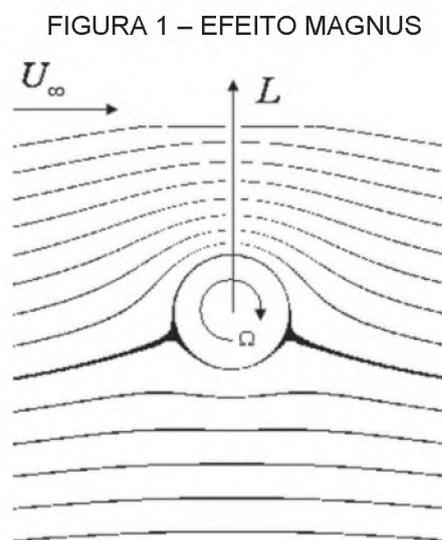
Ainda na época de Anton Flettner, contemporâneos como: Reynolds, Boussinesq, von Kármán, Taylor, Kolmogorov e tantos outros expoentes; revolucionaram as ciências na primeira metade do século XX, por introduzir hipóteses, definições e equações que tentavam melhor reproduzir o fenômeno físico do escoamento fluido.

Unir os dois lados — efeito Magnus e modelos de turbulência — é o ponto focal deste trabalho. O objetivo será utilizar modelos de turbulência existentes e amplamente aplicados em simulações numérica para a modelagem de “cilindro bidimensional” (circunferência). As condições do escoamento consideradas neste estudo são referentes ao número de Reynolds 100 e 1000. Tais valores foram escolhidos devido à maior quantidade de estudos envolvendo esse tipo de escoamento, sendo possível uma comparação entre experimentos e outros estudos numéricos realizados por diversos autores. Como também, este estudo tem por consequência ao objetivo principal, a análise dos modelos para condições transicionais de escoamento.

1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

1.1.1 Efeito Magnus

O efeito Magnus é citado por Luo et al. (2011). Ele diz que quando há um objeto girante envolto por um fluido, cria-se um redemoinho redor do próprio corpo. Se houver movimento relativo entre o fluido e o corpo girante, gerar-se-á uma força de sustentação perpendicular à direção do escoamento do fluido, cujo nome dado a esse efeito é efeito Magnus. A força de sustentação obtida por um objeto girante é similar à que se atua em um aerofólio, e a circulação ocorre somente pela rotação do objeto (FIGURA 1)



Fonte: Luo et al. (2011)

Segundo Burton et al. (2011), assumindo que o objeto em questão, por simplicidade, seja um cilindro, através do teorema de Kutta-Joukowski, força de sustentação por unidade de distância (N/m) é dada por:

$$\vec{L}' = \rho \Gamma \vec{U}_\infty \quad (1)$$

sendo:

- \vec{L}' : força de sustentação por unidade de comprimento;
- ρ : a densidade do meio;
- Γ : a circulação produzida pelo cilindro rotativo;
- \vec{U}_∞ : velocidade de corrente livre.

Segundo Burton et al. (2011) a circulação é calculada por:

$$\Gamma = \oint \vec{V} \cdot d\vec{s} = 2\pi\Omega R^2 \quad (2)$$

sendo:

- $\oint d\vec{s}$: corresponde a integral fechada pelo comprimento circunferencial da parede do cilindro;
- \vec{V} : a velocidade tangencial ao longo da integral;
- $\vec{\Omega}$: a velocidade angular do cilindro;
- R : o raio do cilindro.

Como resultado, a expressão final para a sustentação devido ao efeito Magnus em um cilindro é dada por (Burton et al., 2011):

$$\vec{L}' = 2\pi\rho\vec{U}_\infty\vec{\Omega}R^2 \quad (3)$$

Após Heinrich Magnus, quando Prandtl iniciou estudos sobre o efeito Magnus, se acreditava que a razão de velocidade ótima seria 2 (dois) e que o máximo valor para o coeficiente de sustentação ($C_{Lm\acute{a}x}$) seria de $4\pi \approx 12,6$ (Prandtl, 1925). Entretanto em estudos posteriores, realizados por Tokumaru; Dimotakis (1991), mostrou-se que o coeficiente de sustentação de um cilindro girante pode ser bem superior ao valor idealizado por Prandtl.

1.1.2 Aplicação do Efeito Magnus

Após o estudo que Ingham (1983) publicou, provavelmente o primeiro apresentando soluções numéricas para escoamentos ao redor de cilindros girantes, houve um crescimento no número de publicações científica e patentes, como também o desenvolvimento de turbina eólica utilizando cilindros girantes (efeito Magnus) no lugar de aerofólios para geração de sustentação. O maior desafio enfrentado, para este tipo de turbina, era a potência gerada, que era decrescida drasticamente com o aumento da velocidade de rotação dos cilindros, ou com a razão de velocidade. Sun et al. (2012) citam que para solucionar tal problema, a empresa japonesa Mecaro Co. Ltda. criou um tipo de turbina com aletas espirais ao redor das pás cilíndricas.

Ainda no estudo realizado por Sun et al. (2012) examinaram-se as características aerodinâmicas de uma turbina por efeito Magnus com diferentes formatos de pás cilíndricas, na busca por obter quais seriam as alterações que

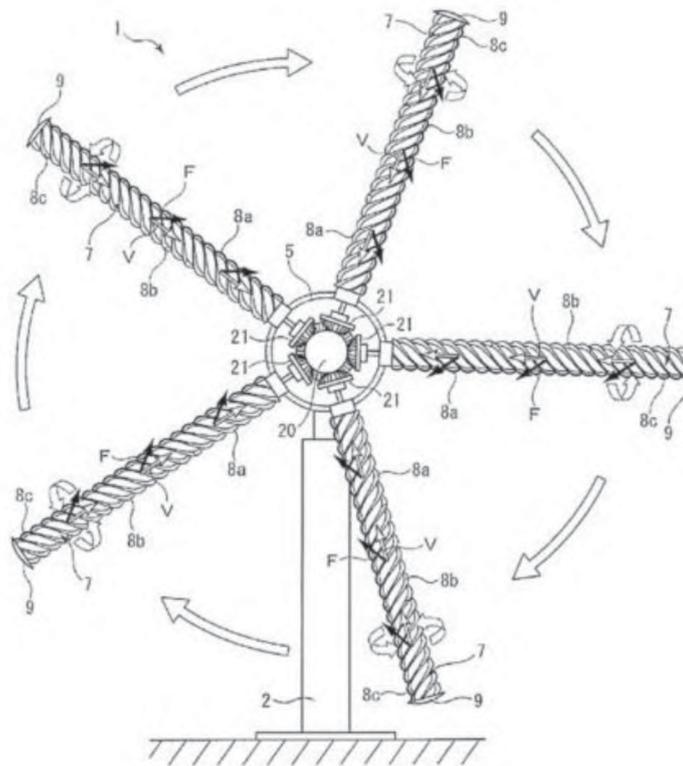
conduziriam a uma maximização da potência gerada a um mínimo custo. Investigadas a influência de parâmetros como a razão de aspecto e a razão de velocidades do cilindro e o impacto gerado em seu desempenho.

Partindo-se da redução de custos e maximização da eficiência, Sedaghat (2014 apud Seifert, 2012) cita que o rotor tipo Flettner (ou Magnus), recentemente vem se tornando um assunto de grande interesse na engenharia naval, devido aos custos com energia e combustíveis. Sedaghat (2014) e Bychkov (2008), comentam que dispositivos de sustentação voltados à geração de energia utilizando o efeito Magnus podem ser competitivos com dispositivos convencionais, contudo, tal situação é verdadeira para velocidades de vento de até 8m/s. Diferentemente de aerogeradores convencionais, a velocidade inicial (*cut in*) é mais baixa. Isso permite o aproveitamento de ventos com velocidades mais baixas, o que ocorre em locais urbanos e locais geográficos não propícios a ventos constantes.

Em 2010, foi registrada uma patente para utilização de efeito Magnus através de um dispositivo, operado a partir de cinco cilindros girantes (FIGURA 2). A patente requerida pela Mecaro Co. apresenta que a utilização de estruturas helicoidais nas pás dos aerogerador tem como principal função o aumento da razão do coeficiente de sustentação e arrasto, reduzindo o consumo energético para a rotação das pás e aumento da eficiência, mesmo para velocidades de vento mais baixas. A turbina patenteada e fabricada pelo Mecaro Co. gera uma potência líquida de 3kW a uma velocidade de vento de 8 m/s e velocidade de *cut in* (velocidade inicial de geração de energia) de 4 m/s. Nenhum dado foi divulgado acerca de velocidades mais altas do vento, contudo, a velocidade de rotação dos cilindros, dada em patente, foi divulgada de 1080 rpm.

Shuchi et al. (2006) desenvolveram um estudo comparativo em que foi testada uma turbina eólica Magnus com pás cilíndricas com estruturas helicoidais semelhante à turbina apresentada pela Mecaro and Co. (FIGURA 2) Os resultados obtidos foram que a razão sustentação-arrasto obtida foi maior que para pás cilíndricas convencionais, e que essa elevada razão foi obtida para baixa velocidade relativa.

FIGURA 2 – AEROGERADOR MAGNUS COM PÁS DE PERFIL HELICOIDAL



Fonte: Mecaro and Co.(2010)

No estudo de Martín-Alcántara et al. (2015) foram considerados cilindros rotativos em um escoamento bidimensional. Nesse estudo, a razão entre a velocidade periférica e a velocidade do escoamento, chamada aqui de razão de velocidades foi selecionada com os valores 1 (um) e 3 (três). As simulações foram realizadas da seguinte forma:

- Velocidade inicial nula do escoamento e cilindro girando, então a velocidade do escoamento é aumentada gradativamente até \vec{U}_0 em um tempo definido t_c .
- Velocidade \vec{U}_0 para o escoamento e velocidade angular nula para o cilindro, então a velocidade angular do cilindro é aumentada gradativamente até $\vec{\Omega}_0$.

De forma semelhante ao trabalho de Mittal; Kumar (2003), Martín-Alcántara et al. (2015) notaram que para uma razão de velocidade unitária ($\alpha = 1$), o escoamento a jusante era composto por vórtices alternados, assim como a sustentação e o arrasto. Já para uma razão de velocidade $\alpha = 3$, o escoamento é completamente desenvolvido, com sustentação e arrasto constantes.

Recentemente, Kazemi et al. (2016) apresentaram um estudo do efeito Magnus em cilindros girantes instalado nos bordos de ataque e fuga de um perfil NACA0021 (simétrico) (FIGURA 3). Os resultados obtidos foram de razões entre as forças de

sustentação e arrasto acima de 130, possibilitando alteração do coeficiente de sustentação apenas alterando o ângulo de ataque, não introduzindo variações no consumo para colocar a “esteira” em funcionamento, como também, baixo consumo para tal tipo de configuração.

FIGURA 3 – PÁ EM FORMATO DE “ESTEIRA”. ACIMA DA FIGURA, MOSTRA-SE O DISPOSITIVO COMPLETO, E ABAIXO O DESCOLAMENTO DA CAMADA LIMITE.



Fonte: Kazemi et al. (2016)

Naik et al. (2017) apresentam um estudo utilizando uma geometria elíptica, não axissimétrica, que é rotacionada ao redor de seu próprio eixo. Tal estudo foi realizado como uma extensão do efeito Magnus em cilindros, contudo não tem por objetivo a geração de energia, mas para subsidiar o conhecimento do fenômeno de autorrotação, que é encontrado na natureza e utilizado por plantas e árvores para a dispersão de semente a distâncias mais longas. Neste estudo foram analisados os

padrões de escoamento e a variação dos esforços aerodinâmicos para diferentes parâmetros considerados.

1.1.3 Características do Escoamento ao Redor do Cilindro

No estudo realizado por Bagi (2015) foram realizadas simulações computacionais para o escoamento ao redor de um cilindro. A simulação, bidimensional, para um número de divisões (da malha gerada) que variou entre 100 e 300. O algoritmo para acoplamento das equações de pressão-velocidade foi o SIMPLE e o modelo escolhido foi viscoso para regime laminar. Também foram realizadas simulações para razões de velocidade de 0; 0,5; 1; 1,5 e 2,0. Observou-se que para um Número de Reynolds 100, houve supressão das oscilações no coeficiente de sustentação e um aumento elevado do $\overline{C_L}$ e redução do $\overline{C_D}$. No estudo realizado por Bagi (2015), aconselha-se que para um melhor controle dos efeitos de sustentação e arrasto em um cilindro, não deve-se utilizar razões de velocidade abaixo de 2.

De forma semelhante ao estudo de Bagi (2015), Pereira; Vaz (2015) realizaram estudo para um cilindro imerso em um escoamento com número de Reynolds equivalente a 3900. Foram utilizados os modelos RANS (*Reynolds Average Navier Stokes*), DDES (*Delayed Detached Eddy Simulation*) e XLES (*Extra Large Eddy Simulation*). Para o estudo considerado, os modelos XLES e DDES apresentaram melhores resultados em relação aos experimentos. De forma semelhante, Sibliyev (2012) também realizou estudos utilizando um escoamento com número de Reynolds médio de 3900.

Mittal; Kumar (2003) fizeram um estudo baseado em uma análise bidimensional de simulações utilizando como base as equações de Navier-Stokes para um cilindro circular imerso em um escoamento, com valor de Reynolds de 200. Variações foram realizadas na razão de velocidades e para valores abaixo de 1,91 houve desprendimento de vórtices alternados, atingindo um regime estacionário para razões maiores, exceto para valores entre 4,34 e 4,70. Eles concluíram que quanto maior a velocidade de rotação, mais rapidamente cresce o consumo para girar o mesmo.

Ocal; Pihtili (2017a) demonstraram numericamente que para distintos números de Reynolds, partido da unidade, são obtidos diferentes tipos de escoamento e que a transição à turbulência ocorre mesmo para baixos números de Reynolds, na ordem de 100.

Partindo para a resolução do escoamento utilizando softwares comerciais, Murmu (2015) realizou um estudo numérico-experimental para cilindros de diferentes diâmetros e rugosidade, porém a malha apresentada não segue nenhum referencial

para o tamanho mínimo de elemento, como também o passo temporal não é definido de forma clara, podendo trazer resultados duvidosos. De forma contrária, Sato; Kobayashi (2012) realizaram estudos utilizando o software Abaqus/CFD® para escoamento ao redor de cilindros e com número de Reynolds do escoamento de 0,038; 0,1; 1,1; 20; 26; 50; 100; 195. Ainda, foram feitas análises de independência e comparação com dados experimentais, apresentando concordância entre os resultados. Também se verifica, nesse trabalho, as mudanças ocorridas no escoamento com o aumento do Reynolds. Sheard et al. (2005), assim como Sato; Kobayashi (2012), apresentaram um estudo de um escoamento uniforme ao redor de um cilindro estacionário para condições entre Reynolds variando de 1 a 200.

Ocal; Pihtili (2017b) realizaram análises numéricas também para a faixa de 1 a 200 Reynolds — 1, 10, 100, 200 — utilizando diferentes fluidos. Ainda, é possível perceber que há praticamente nenhuma diferença entre os resultados obtidos para diferentes fluidos newtonianos, mesmo com variações da viscosidade dinâmica. Há também mais uma análise, nesse trabalho, acerca dos diversos tipos de escoamento ao redor de um cilindro para diversos Reynolds.

Para escoamentos com número de Reynolds 100 e 200, foram obtidos os valores médios e oscilatórios – máximos e mínimos – para os coeficientes de arrasto e sustentação nos trabalhos de Guerrero (2009), Liu et al. (1998), Choi et al. (2007), Braza et al. (1986), Calhoun; Wang (2002) e Rusell; Wang (2003).

Mittal (2001) apresentou em seu estudo, a formulação e a validação de resultados para escoamentos com $Re = 5, 200$ e 3800 . Os valores obtidos para os coeficientes de arrasto e sustentação foram relativos para uma razão de velocidades adimensional de 5 ($\alpha = 5$).

Em um estudo mais abrangente foi feito Rosetti et al. (2012), no qual foram estudados 8 diferentes números de Reynolds para o escoamento ao redor de um cilindro. Os valores escolhidos para a análise foram $Re = 10, 40, 100, 200, 1.000, 10.000, 100.000$ e 500.000 . Para esse estudo foi utilizado o modelo de turbulência $k - \omega SST$ para os casos com $Re = 1.000$ ou superior, e abaixo desses valores, não se utilizou nenhum modelo de turbulência.

Na FIGURA 4 e FIGURA 5 são mostrados gráficos comparativos, apresentado por Rosetti et al. (2012), para o coeficiente de arrasto médio e o número de Strouhal entre o estudo realizado por ele e outros autores.

FIGURA 4 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE ARRASTO MÉDIO PARA VÁRIOS ESTUDOS PARA DIFERENTES REYNOLDS EM UM CILINDRO NÃO ROTATIVO.

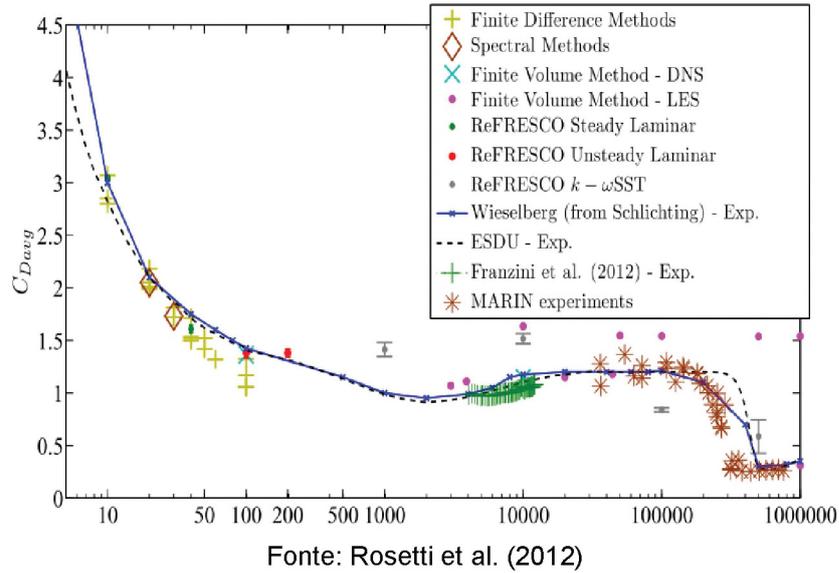
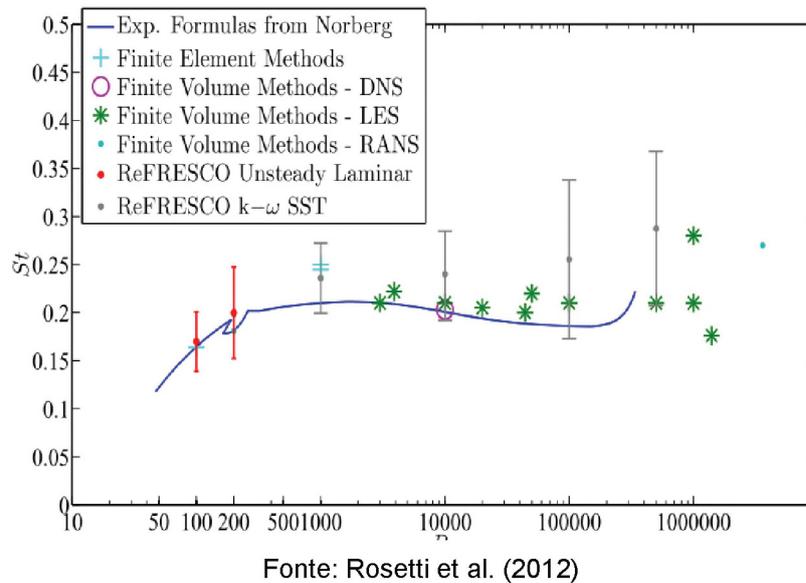


FIGURA 5 – COMPARATIVO ENTRE O NÚMERO DE STROUHAL PARA VÁRIOS ESTUDOS PARA DIFERENTES REYNOLDS EM UM CILINDRO NÃO ROTATIVO.

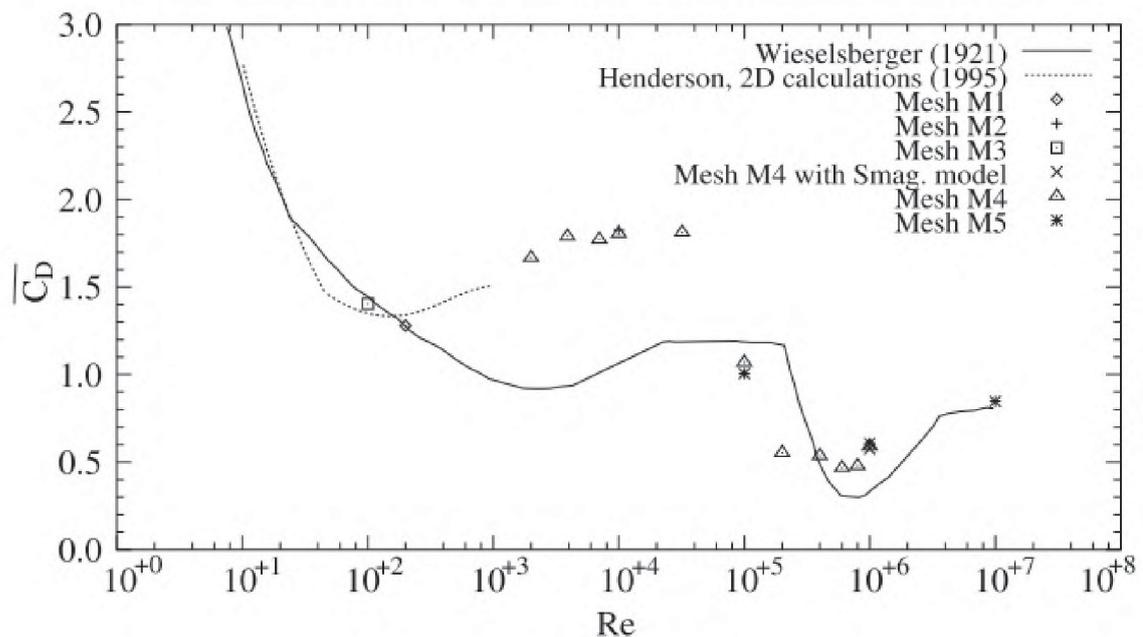


Na FIGURA 4 são apresentados diversos resultados numéricos e experimentais de diversos autores para análise do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds do escoamento. Destaca-se a simulação DNS que representou exatamente o comportamento, de forma semelhante ao observado na FIGURA 5, onde é analisado o número de Strouhal em função do número de Reynolds. Contudo, o custo para utilização de simulações DNS é proibitivo, devido ao refinamento excessivo necessário na geração da malha de simulação, sendo utilizado apenas em estudos acadêmicos.

Badr et al. (1990) realizaram estudos numéricos e experimentais acerca do escoamento ao redor de cilindros para números de Reynolds de 1.000 e 10.000 e razão de velocidade adimensional de até 3. Concluiu-se nesse estudo que, principalmente, para a condição de número de Reynolds 1.000 e razão de velocidades diferente de nula, há formação de vórtices secundários. Entretanto, para o caso de número de Reynolds 1.000 não há indícios que os dados apresentados na simulação estão em acordo com o comportamento real, pois para o caso em que há oscilação do C_D e C_L , o tempo total de simulação apenas mostra um par ou menos de oscilações, não indicando se houve ou não convergência dos resultados.

De forma semelhante ao trabalho de Badr et al. (1990), Singh; Mittal (2005) realizaram um extensivo estudo sobre o comportamento do escoamento em um cilindro estacionário para números de Reynolds variando entre 1×10^2 e 1×10^7 , ou seja, desde o regime completamente laminar até o completamente turbulento. Dentre os resultados obtidos, pode-se visualizar o coeficiente de arrasto médio na FIGURA 6.

FIGURA 6 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE ARRASTO PARA DIFERENTES NÚMEROS DE REYNOLDS EM UM CILINDRO NÃO ROTATIVO.



Fonte: Singh; Mittal (2005)

Na FIGURA 6 é apresentada uma complementação à FIGURA 4, onde são comparados os valores obtidos para o coeficiente de arrasto para cilindro em escoamentos uniformes. A FIGURA 4 representa o escoamento até o limiar da crise do arrasto, enquanto que na FIGURA 6 ultrapassa-se esse valor, quando o coeficiente de arrasto retorna a um patamar semelhante aos valores obtidos imediatamente anterior à crise do arrasto.

Dessa forma, objetiva-se ao longo desse trabalho elaborar-se uma continuação dos resultados observados na FIGURA 4, FIGURA 5 e FIGURA 6 para cilindros rotativos imersos em um escoamento fluido uniforme. Considerando, concomitantemente ao coeficiente de arrasto, o coeficiente de sustentação.

1.2 OBJETIVO GERAL

O objetivo geral deste trabalho é a comparação entre os coeficientes de arrasto e sustentação para diversos modelos de turbulência em um cilindro representado em um plano (bidimensional), para as condições de operação estacionário e rotativo, com escoamento uniforme perpendicular ao eixo de rotação do cilindro.

Os valores para o número de Reynolds utilizados foram 100 e 1000 e as razões de velocidade (razão entre a velocidade tangencial do cilindro e a velocidade de escoamento) 0 e 6.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Os objetivos específicos desse trabalho são relacionados às simulações numéricas para dois números de Reynolds e visam:

- a) Obtenção do Coeficiente de Arrasto;
- b) Obtenção do Coeficiente de Sustentação;
- c) Obtenção do Número de Strouhal;
- d) Compreensão do Fenômeno do Efeito Magnus.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A fundamentação teórica é apresentada pelas seções: equações de transporte, escoamento turbulento e modelos de turbulência.

2.1 EQUAÇÕES DE TRANSPORTE

As equações de transporte aqui representadas são utilizadas como base para as simulações numéricas do escoamento fluido. Estas equações serão utilizadas posteriormente junto àquelas do modelo de turbulência para a obtenção dos campos de velocidade, pressão e outros; para determinação dos coeficientes de sustentação e arrasto em cilindros estacionários e rotativos em um escoamento fluido uniforme perpendicular ao eixo de giração do cilindro.

2.1.1 Forma Genérica das Equações de Transporte

Segundo Rosa (2003), o movimento das partículas em um meio continuamente deformável é representado por meio de equações que descrevem, matematicamente, a conservação de uma grandeza, por exemplo: massa, momento, energia, etc. Essas equações de conservação, também conhecidas como equações de transporte, estão genericamente representadas na sua forma diferencial, como:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\psi) + \nabla \cdot (\rho\vec{V}\psi) = \nabla \cdot J + f \quad (4)$$

sendo ψ , a grandeza a ser transportada, pode ser de natureza escalar ou vetorial; ∇ é o operador diferencial que representa o divergente e ρ a densidade da grandeza ψ ; as variáveis J e f estão relacionadas a fluxos difusivos e fontes/sumidouros relativos ao transporte de ψ . A natureza da equação de transporte de ψ pode ser linear ou não-linear, elíptica, parabólica ou hiperbólica. Estas características serão definidas ao se explicitar as grandezas ψ , J e f . Os valores de J , f e ψ são apresentados na TABELA 1.

Na TABELA 1 T é o tensor de tensões no fluido, \vec{V} é a velocidade de escoamento de um fluido, ρ a densidade do fluido, \vec{g} a aceleração gravitacional, $\vec{\omega}$ a vorticidade, \hat{u} a energia interna, s a entropia específica, q_k o fluxo de calor por unidade de área, q''' fonte ou sorvedouro de calor por unidade de volume, θ a temperatura Rosa (2003).

TABELA 1 – VALORES DE J , f e ψ

Variável	ψ	J	f
Massa	1	0	0
Quantidade de Movimento	\vec{V}	\mathbf{T}	$\rho \vec{g} + \rho \vec{a}_l$
Vorticidade	$\vec{\omega}$	$\mu \nabla \vec{\omega}$	$\vec{\omega} \cdot \nabla \vec{V}$
Energia Cinética	k	$\mathbf{T} \cdot \vec{V}$	$\mathbf{T} \cdot \nabla \vec{V} + \rho \vec{V} \cdot \vec{g}$
Energia Interna	\hat{u}	\vec{q}_k	$\mathbf{T} \cdot \nabla V + q'''$
Entropia	s	$\frac{\vec{q}_k}{\theta}$	$\frac{\rho q'''}{\theta} + \frac{k}{\theta^2} (\nabla \theta)^2 + \frac{\mathbf{T} \cdot \nabla \vec{V} - P \nabla \cdot \vec{V}}{\theta}$

Fonte: Aatoria Própria (2018)

Na forma como está expressa a equação (4), ela é reconhecida como “forma conservativa” das equações de transporte (Rosa, 2003). Essa denominação se deve ao fato dela conter, implicitamente, a equação da conservação da massa. A afirmativa fica evidente correlacionando-se à forma “não-conservativa”. Aplicando-se a propriedade distributiva nos termos de transporte de ψ na equação (4), tem-se:

$$\rho \frac{\partial \psi}{\partial t} + \underbrace{\psi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \psi \nabla \cdot (\rho \vec{V})}_{=0} + \rho \vec{V} \nabla (\psi) = \nabla \cdot J + f \quad (5)$$

Entretanto, o segundo e o terceiro termos do lado esquerdo da equação (5) totalizam zero pois constituem a equação da conservação da massa multiplicados por ψ , portanto, a forma não-conservativa da equação (4) pode ser reduzida à equação (6) (Rosa, 2003):

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \psi + \rho \vec{V} \cdot \psi = \nabla \cdot J + f \quad (6)$$

Ou através da derivada substantiva ou total:

$$\rho \frac{D}{Dt} \psi = \nabla \cdot J + f \quad (7)$$

Na discretização de sistemas de equações, costuma-se empregar a equação de conservação na forma conservativa.

Apesar das equações (4) e (7) apresentarem estruturas semelhantes e matematicamente terem o mesmo significado, elas mostram duas formas para os termos de transporte de ψ (Rosa, 2003). Enquanto que na forma conservativa o transporte de ψ , dado pela parcela:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\psi) + \nabla \cdot (\rho\vec{V}\psi) \quad (8)$$

está diretamente associado ao conceito Euleriano, expressa pela variação de $\rho\psi$ dentro do volume de controle infinitesimal mais o fluxo líquido de $\rho V\psi$ que cruza a superfície de controle; na forma não conservativa o transporte de ψ

$$\rho \frac{D}{Dt} \psi \quad (9)$$

está diretamente associado ao conceito Lagrangiano, onde a derivada substantiva expressa a taxa de variação de ψ “seguindo” a partícula.

Rosa (2003) salienta que as interpretações tanto para a forma conservativa como para a forma não-conservativa aplicam-se, respectivamente, ao conceito de volume de controle e de sistema.

2.1.2 Tensor de Tensões

Segundo Rosa (2003), para uma definição mais completa da equação da conservação da quantidade de movimento, é necessário se estabelecer uma dependência entre o tensor de tensões no fluido \mathbf{T} e o tensor de deformações \mathbf{S} , correspondente ao campo de velocidades. Para um fluido Newtoniano, essa relação apresenta um comportamento linear dado por:

$$\mathbf{T} = -\mathbf{P} + \lambda\mathbf{Q} + 2\mu\mathbf{S} \quad (10)$$

sendo μ e λ os coeficientes de proporcionalidade entre \mathbf{T} , \mathbf{Q} e \mathbf{S} . Esses coeficientes são denominados por: primeiro e segundo coeficientes de viscosidade do fluido. Através da hipótese de Stokes (Stokes, 1845), a relação entre λ e μ é dada por:

$$\lambda = -\frac{2}{3}\mu \quad (11)$$

sendo μ também conhecido como viscosidade dinâmica do fluido.

Os tensores \mathbf{P} , \mathbf{Q} e \mathbf{S} são, respectivamente, os tensores da pressão hidrostática, divergência de volume e a parte simétrica do tensor de deformação do fluido, dados por:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P & 0 & 0 \\ 0 & P & 0 \\ 0 & 0 & P \end{bmatrix}, \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \nabla \cdot \vec{V} & 0 & 0 \\ 0 & \nabla \cdot \vec{V} & 0 \\ 0 & 0 & \nabla \cdot \vec{V} \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{S} = \frac{1}{2} [\nabla \vec{V} + \nabla \vec{V}^T] \quad (12)$$

Nas matrizes acima mostradas, P é a pressão termodinâmica do fluido, e $\nabla \cdot \vec{V}$, $\nabla \vec{V}$ e $\nabla \vec{V}^T$ representam o divergente, o gradiente e gradiente do transposto do vetor de velocidades.

Logo, o tensor das tensões \mathbf{T} é representado de forma mais compacta em notação indicial cartesiana como:

$$\mathbf{T}_{i,j} = -P \cdot \delta_{ij} - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \cdot \delta_{i,j} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (13)$$

sendo δ_{ij} a representação em notação indicial da matriz identidade. De forma semelhante àquela tratada anteriormente, para fluidos incompressíveis $\nabla \cdot \vec{V} = 0$, o tensor das tensões simplifica-se para:

$$\mathbf{T}_{i,j} = -P \cdot \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (14)$$

2.1.3 Equação de Navier-Stokes

De acordo com Rosa (2003), através das definições do tensor de tensões e o a conservação da quantidade de movimento, é possível definir a equação de Navier-Stokes. Essa equação aplica-se para escoamentos com propriedades físicas variáveis, isto é, ρ e μ podem variar em todo o campo do escoamento. As equações de Navier-Stokes são obtidas a partir da substituição da equação constitutiva para um fluido Newtoniano, como:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{V}) + \nabla \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) = -\nabla P - \frac{2}{3} \nabla (\mu \nabla \cdot \vec{V}) + \nabla \cdot (2\mu \mathbf{S}) + \rho \vec{g} \quad (15)$$

Através da forma geral da equação da Navier-Stokes, pode-se simplificá-la para aplicação para fluidos incompressíveis, com propriedades constantes, como:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{V}) + \nabla \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) = -\nabla P + 2\mu \nabla \cdot \mathbf{S} + \rho \vec{g} \quad (16)$$

Se as propriedades são constantes, logo através da identidade entre o tensor de deformações e campo de velocidades,

$$\nabla \cdot S = \frac{1}{2} \nabla \cdot [\nabla \vec{V} + \nabla \vec{V}^T] = \frac{1}{2} \{ \nabla^2 \vec{V} + \nabla[\nabla \cdot \vec{V}] \} \quad (17)$$

Substituindo-se a equação (17) na equação (16), chega-se a:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{V}) + \nabla \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{V} + \rho \vec{g} \quad (18)$$

De forma semelhante ao já tratado anteriormente, a equação (18) representa a forma conservativa da equação de Navier-Stokes. Para a forma não-conservativa, escreve-se:

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{V} + \rho \vec{g} \quad (19)$$

Na equação (19), o lado esquerdo representa a variação da quantidade de movimento ou também como a força por unidade de volume de uma partícula infinitesimal. Para o lado direito, os três termos representam, da esquerda para a direita: a resultante do campo de pressões, deformações dadas pelo campo de velocidades e o último, força de campo gravitacional por unidade de volume.

Alternativamente, a equação de Navier-Stokes simplificada, para fluidos incompressíveis, pode ser reescrita através do auxílio de uma identidade vetorial:

$$\vec{V} \cdot \nabla \vec{V} = \nabla \left(\frac{\vec{V}^2}{2} \right) - \vec{V} \times \nabla \times \vec{V} \quad (20)$$

Substituindo-se a identidade vetorial apresentada anteriormente à equação (17), e através de manipulações algébricas adequadas, tem-se que:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \nabla \left(\frac{(\vec{V} \cdot \vec{V})}{2} + \frac{P}{\rho} + gz \right) = \nu \nabla^2 \vec{V} + \vec{V} \times \vec{\omega} \quad (21)$$

Para um escoamento com propriedades constantes, ou seja, isentos de, ω – vorticidade e μ – viscosidade, a equação reduz-se à equação de Bernoulli:

$$\frac{\rho V^2}{2} + P + \rho gz = \text{constante} \quad (22)$$

2.2 ESCOAMENTO TURBULENTO

Wilcox (1993) comenta que no ano de 1937, Taylor e von Kármán propuseram a seguinte definição de turbulência: “Turbulência é um movimento irregular que em geral aparece em fluidos, gases ou líquidos, quando eles escoam através de superfícies sólidas ou mesmo quando fluxos vizinhos do mesmo escoamento fluido passam um sobre o outro”. É caracterizado pela presença de grande espectro de escalas de comprimento e tempo. A irregularidade natural da turbulência aparece em contraste com o movimento laminar, que é chamado assim, historicamente, por causa que para o imaginário da época, em que o fenômeno foi inicialmente postulado, o escoamento era caracterizado como se fossem lâminas ou camadas. Uma análise cuidadosa a respeito das soluções das equações de Navier-Stokes, ou tipicamente na forma de camada-limite, mostraram que a turbulência se desenvolve por instabilidades no escoamento laminar.

De forma geral, como dito acima, a turbulência surge de uma instabilidade do escoamento em regime laminar, quando o número de Reynolds se torna suficientemente elevado. Essas instabilidades estão relacionadas entre termos viscosos e termos de inércia não lineares nas equações de conservação da quantidade de movimento linear (Nieckele, 2015). Dito isso, praticamente todos os escoamentos fluidos que podem-se encontrar na vida cotidiana são turbulentos. Exemplos típicos são os escoamentos que circundam (como também dentro de) carros, aviões, construções, e no interior dos motores a combustão, turbinas a gás. O ar em movimento dentro de uma sala também é geralmente turbulento, pelo menos próximos às paredes (Davidson, 2001).

Segundo Tennekes; Lumley (1972), a classificação e separação entre os regimes laminares e turbulentos, o número de Reynolds apresenta-se além da definição convencional de uma razão entre efeitos inerciais e viscosos. Há uma relação entre os efeitos advectivos e difusivos. Os efeitos advectivos, não lineares, são efeitos amplificadores de perturbações e geradores de instabilidades. Por outro lado, os efeitos difusivos são amortecedores ou inibidores da formação de instabilidades. Dessa forma, um escoamento só poderá transicionar ou manter-se turbulento quando o número de Reynolds for maior que a unidade.

Apesar de parecer claro o que é a turbulência pelas citações acima, não há uma clara definição de um escoamento turbulento. Existem, porém, algumas características que os evidenciam (Davidson, 2001) e (Tennekes; Lumley, 1972):

1. Irregularidade: Escoamentos turbulentos são irregulares, aleatórios e caóticos. O escoamento é composto por um amplo espectro de diferentes escalas, onde os maiores vórtices são da ordem da geometria do

escoamento *i.e.* (espessura da camada limite, largura do jato). Do lado oposto do espectro, têm-se os menores vórtices, que são dissipados por forças viscosas (tensões) em energia interna.

2. Difusividade: Em escoamentos turbulentos há um aumento da difusividade. Isso significa que a taxa de “espalhamento” da camada limite, jatos, etc. aumentam conforme o escoamento torna-se turbulento. A turbulência aumenta a troca de momento em camadas limite e altera a separação do escoamento em corpos rombudos. A difusividade é um dos pontos relativos à turbulência de maior interesse na engenharia, pois a difusividade da turbulência pode causar um atraso na separação da camada limite, isso é de grande valia para o projeto de aviões, assim como o aumento da transferência de calor causada pela difusividade da turbulência.
3. Número de Reynolds Elevado: Escoamentos turbulentos só ocorrem em número de Reynolds elevados. Contudo, para cada situação existe um número de Reynolds transicional entre regimes. Devido à ocorrência da turbulência só ser possível para elevados números de Reynolds, muitas vezes a turbulência pode se originar de uma instabilidade de um escoamento laminar e se houver um aumento no número de Reynolds. Essas instabilidades ocorrem devido à interação entre termos viscosos e termos inerciais não-lineares.
4. Tridimensional: Escoamentos turbulentos são sempre tridimensionais e rotacionais. A turbulência é caracterizada pelo alto nível de flutuação na vorticidade. As flutuações aleatórias na vorticidade, que caracterizam a turbulência, não seriam possíveis e não se manteriam a si mesmos se as flutuações fossem bidimensionais, uma vez que o fenômeno de manutenção da vorticidade chamado de estiramento de vórtices não ocorre em um escoamento bidimensional.
5. Dissipação: Escoamentos turbulentos são dissipativos, ou seja, a energia cinética dos menores vórtices é transformada em energia interna. Há também o efeito dominó, pois os menores vórtices recebem energia cinética dos vórtices levemente maiores e assim por diante. E os maiores vórtices extraem sua energia do escoamento. As tensões de cisalhamento viscosas exercidas pelo fluido, no escoamento, aumentam a energia interna do fluido às custas de energia cinética. Dessa forma, a turbulência necessita de um suprimento contínuo de energia para manter-se devido às perdas viscosas. Com isso, se energia não for fornecida, a turbulência decairá rapidamente.

6. Continuidade: Mesmo com a existência das menores escalas de turbulência no escoamento, elas são muito maiores que a escalar molecular. Dessa forma, pode-se tratar o escoamento como um meio contínuo.
7. Escoamentos turbulentos são escoamentos e não propriedade do fluido: a turbulência não é uma característica dos fluidos, mas do escoamento dos fluidos. A maior parte da dinâmica da turbulência é a mesma para todos os fluidos, sejam eles gases ou líquidos. Como regra geral, se o número de Reynolds é suficientemente alto, as características principais do escoamento não são controladas pelas propriedades moleculares do fluido o qual a turbulência ocorre. Desde que as equações do movimento são não-lineares, cada padrão de escoamento individual possui certas características únicas e que estão associadas às condições iniciais e de contorno do escoamento.

Qualquer escoamento, em regime laminar, transicional ou turbulento, sempre será regido pelas equações de conservação (equações de transporte).

Segundo Wilcox (1993), para a resolução de problemas que envolvem turbulência é necessária a definição de um modelo de turbulência. O modelamento da turbulência representa um dos três elementos chave na dinâmica de fluidos computacional. Teorias matemáticas muito precisas vêm evoluindo para os dois outros elementos chaves do CFD, nomeadamente a geração de malhas e desenvolvimento de algoritmos.

Um modelo de turbulência ideal, de acordo com De Andrade (2015), deve ser aquele que introduz o mínimo de complexidade enquanto captura a essência da física relevante.

O problema de fechamento, postulado por Reynolds ocorre quando o número de incógnitas supera o número de equações, não importa o tratamento matemático dado ao problema (Speziale, 1991). Para a solução dos problemas, deve-se então, serem assumidas algumas hipóteses ou suposições, de forma a fazer com que o número de equações seja o mesmo que de incógnitas (De Andrade, 2015).

Segundo De Andrade (2015) o modelamento da turbulência apresenta o problema de fechamento e algumas restrições que se apresentam na resolução de problemas são apresentadas a seguir:

- a) Quanto maior o número de Reynolds, mais largo é o espectro de energia associados ao movimento;

- b) O aumento do número de Reynolds implica em estruturas viscosas menores, ou seja, maior é o espectro de frequência (também em escalas de tempo e comprimento) presente no escoamento;
- c) O cálculo explícito de todas as escalas de tempo e comprimento do escoamento, através de métodos numéricos, requer o uso de malhas extremamente refinadas, implicando em elevados custos computacionais;
- d) A maioria dos escoamentos ocorre a altos números de Reynolds, a solução habitual baseia-se na decomposição das escalas e dedução de equações médias ou filtradas. Contudo, somente parte do espectro de energia do escoamento são explicitamente resolvidas;
- e) A parte residual da dedução de equações médias ou filtradas deve ser resolvida através de modelos.

Para De Andrade (2015), os modelos de turbulência, devem-se levar em conta os seguintes princípios: coerência física, consistência dimensional, independência do sistema de coordenadas e ser realizável. Faz-se na sequência uma breve explanação acerca dos princípios aqui citados:

- a) Coerência física: o modelo de fechamento deve ser uma substituição plausível do fenômeno real;
- b) Consistência dimensional: todas as equações devem apresentar homogeneidade dimensional;
- c) Independência do sistema de coordenadas: o modelo deve apresentar mesmo comportamento espacial e direcional em qualquer sistema de coordenadas. Isso também significa garantir que os termos das equações tenham os mesmos índices livres;
- d) Condição de ser realizável: modelo realizável é aquele que assegura a condição da desigualdade de Schwarts (Speziale, 1991). Esse tópico geralmente é um requisito necessário, mas nem todos os modelos de turbulência atuais garantem a realizabilidade, que é relacionada com a estabilidade da solução numérica através de:

$$(\overline{u_i u_j})^2 \leq \overline{u_i^2} \overline{u_j^2} \quad (23)$$

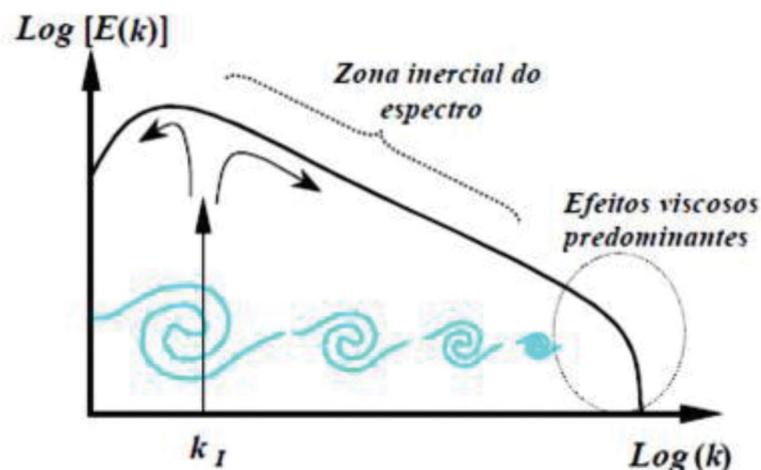
Segundo Tennekes; Lumley (1972) e Wilcox (1993), a turbulência, por ser caracterizada primordialmente por flutuações aleatórias, não deve ser tratada por uma abordagem determinística. Ao invés disso, usam-se abordagens e ferramentas estatísticas. Se, por um lado, este aspecto não constitui realmente um problema, do ponto de vista da engenharia, utilizam-se de integrais para as propriedades dos escoamentos para extrair as médias-temporais. Por outro lado, a média temporal leva

a correlações estatísticas nas equações do movimento que não podem ser determinadas a priori, o que é também é definido dentro do problema de fechamento.

Como notado por Tennekes; Lumley (1972): “As menores escalas que ocorrem no escoamento turbulento são ordinariamente muito maiores que qualquer escala de comprimento molecular”. Mesmo assim, as menores escalas de turbulência são extremamente pequenas e geralmente muitas ordens de grandeza inferiores que as maiores escalas de turbulência, sendo as últimas da mesma ordem de magnitude dimensional que o objeto sobre o qual o fluido está escoando. Como pode ser notado, a razão entre as menores e a maiores escalas decai rapidamente com o aumento do número de Reynolds, ou seja, menores serão as menores escalas de turbulência quanto mais se aumenta o número de Reynolds de um escoamento.

De acordo com Wilcox (2006), As não-linearidades da equação de Navier-Stokes levam-se a interações entre as flutuações dos diferentes comprimentos de onda e direções. O principal processo físico pelo qual há espalhamento em um grande espectro de comprimentos de onda é devido ao estiramento dos vórtices. Esse processo ocorre quando a turbulência ganha energia, quando os elementos do vórtice estão primariamente orientados na direção em que os gradientes da velocidade média do escoamento podem estirá-los, conforme FIGURA 7. O movimento turbulento das grandes escalas são os que carregam maior parte da energia e são os principais responsáveis pelo aumento da difusividade. Dessa forma, os maiores turbilhões aleatoriamente estiram os elementos do vórtice que compreendem os menores turbilhões, concedendo energia a eles, em uma cascata de energia no escoamento turbulento.

FIGURA 7 – CASCATA DE ENERGIA



Fonte: SILVEIRA NETO.

Segundo Tennekes e Lumley (1972), apenas os grandes turbilhões são considerados, geralmente, devido à característica de que eles são os transportadores de momento e contaminantes. Quando são considerados os grandes turbilhões, atribui-se a eles uma dimensão semelhante à largura de um escoamento, seja ele o diâmetro de um duto, altura da camada limite, ou quaisquer outras características intrínsecas à geometria do escoamento.

2.2.1 Escalas do Escoamento

2.2.1.1 Escala Integral

Para Bakker (2006) uma escala de interesse é a escala integral. A escala integral é a que, de forma geral, possui o comprimento de escala da ordem do comprimento característico do escoamento

A escala de comprimento integral pode ser definida através das estimativas que:

$$l_0 \propto \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\epsilon} \quad (24)$$

sendo ϵ a taxa de dissipação de energia e k a energia cinética. O número de Reynolds associado a esses turbilhões maiores é referido como número de Reynolds turbulento e definido como:

$$Re_0 = \frac{k^{\frac{1}{2}} l_0}{\nu} = \frac{k^2}{\epsilon \nu} \quad (25)$$

2.2.1.2 Escala de Kolmogorov

De acordo com Bakker (2006), as escalas de Kolmogorov são as menores escalas de um escoamento turbulento. Frisa-se que a inexistência de vórtices infinitesimais em um escoamento deve-se ao escoamento viscoso ser dissipativo, dissipando as menores escalas (escala de Kolmogorov) em calor.

Segundo Tennekes e Lumley (1972), pode-se supor que as pequenas escalas dimensionais tendem a ter também as menores escalas temporais. Assumindo-se também que essas pequenas escalas são estatisticamente independentes das grandes escalas, e a relação entre elas ocorre apenas na taxa de transferência de energia e na viscosidade cinemática, pode-se assumir sem perda de generalidade que a taxa de transferência de energia deve ser igual à taxa de dissipação. Isso pois a

taxa líquida de transferência de energia em pequenas escalas está relacionada à escala temporal do escoamento como um todo. Dessa forma, a taxa de transferência líquida de energia deve ser pequena comparada à taxa ao qual a energia é dissipada. Essa é a base para a Teoria do Equilíbrio Universal de Kolmogorov das estruturas de pequenas escalas.

A Teoria do Equilíbrio Universal de Kolmogorov baseia-se em três hipóteses (Bakker, 2006):

- **Hipótese do estado de isotropia local:** Para números de Reynolds suficientemente altos, as pequenas escalas do escoamento turbulento ($l \ll l_0$) são estaticamente isotrópicas. Kolmogorov declarou que a tendência direcional apresentada nas grandes escalas de escoamento é perdida no processo de redução de escala, através do qual a energia é transferida para os turbilhões menores. Dessa forma, pode ser definida uma escala de comprimento ao qual há uma diferenciação entre o escoamento de turbilhões anisotrópicos maiores ($l > l_{EI}$) e os isotrópicos menores ($l < l_{EI}$). Essa escala l_{EI} será denominada como transição entre as tendências do escoamento.

- **Primeira Hipótese da Similaridade:** para Kolmogorov,

- todos os escoamentos com número de Reynolds suficientemente alto, as estatísticas do escoamento para pequenas escalas ($l < l_{EI}$) possuem uma forma universal que é unicamente determinada pela taxa de dissipação ε e a viscosidade cinemática ν . Como citada na hipótese anterior, o efeito cascata da transferência de energia para turbilhões menores não somente afeta a informação direcional (anisotropia), como também todas as informações acerca da geometria dos turbilhões. Como resultado, as movimentações em pequena escala são estatisticamente semelhantes para qualquer escoamento com número de Reynolds elevado, sendo independente do campo médio de escoamento e das condições de contorno.

- **Segunda Hipótese da Similaridade:** Para todo escoamento de elevado número de Reynolds, as estatísticas de um escoamento de escala l de ordem $l_0 \gg l \gg \eta$, ou seja, muito menores que a escala integral e muito maiores que a menor escala, possuem uma forma universal que é unicamente determinada pela taxa de dissipação de energia ε e independente da viscosidade cinemática ν .

Em função da segunda hipótese da similaridade, introduz-se uma escala de comprimento l_{DI} , que é aproximadamente equivalente a 60 vezes maior que as menores escalas $l_{DI} \approx 60\eta$. Dessa forma, das escalas até agora apresentadas: $l_0 > l_{EI} > l_{DI} > \eta$ (FIGURA 8).

As escalas que são menores àquelas que determinam o comportamento dos vórtices ($l < l_{EI}$) são definidas como a extensão do equilíbrio universal. Isso, porque, os menores turbilhões adaptam-se dinamicamente para manter o equilíbrio da transferência de energia imposta aos maiores turbilhões, e porque os menores vórtices são estatisticamente idênticos e definidos pela escala de Kolmogorov ou microescalas.

As microescalas de Kolmogorov são definidas como:

$$\eta \equiv \left(\frac{v^3}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{4}}, \tau \equiv \left(\frac{v}{\epsilon}\right)^{\frac{1}{2}}, v \equiv (v\epsilon)^{\frac{1}{4}} \quad (26)$$

Pela teoria de Kolmogorov, as escalas acima apresentadas podem ser divididas pelas extensões ao qual a escala l está sendo estudada como:

- $L > l_0 > l > l_{EI}$: Região contendo energia
- $l_{EI} > l > l_{DI}$: Sub-região Inercial
- $l < l_{DI}$: Região Dissipativa

As microescalas de Kolmogorov, em (26) representam, respectivamente, as escalas de comprimento, tempo e velocidade. O número de Reynolds dado por essa escala é:

$$\frac{\eta v}{\nu} = 1 \quad (27)$$

Observa-se a partida da equação (27) que o movimento em pequenas escalas se ajusta automaticamente a energia cedida ao sistema em relação à dissipação viscosa.

A região $l_{EI} \sim \frac{l_0}{6} < l < 6l_0$ é a região contendo energia, pois a maior parte da energia está contida nos maiores vórtices. A Sub-região inercial é denominada dessa forma pois é onde os movimentos são determinados pelos efeitos inerciais e os efeitos viscosos podem ser negligenciados. Já a região dissipativa é onde o movimento do fluido experimenta os efeitos viscosos.

2.2.1.3 Microescala de Taylor

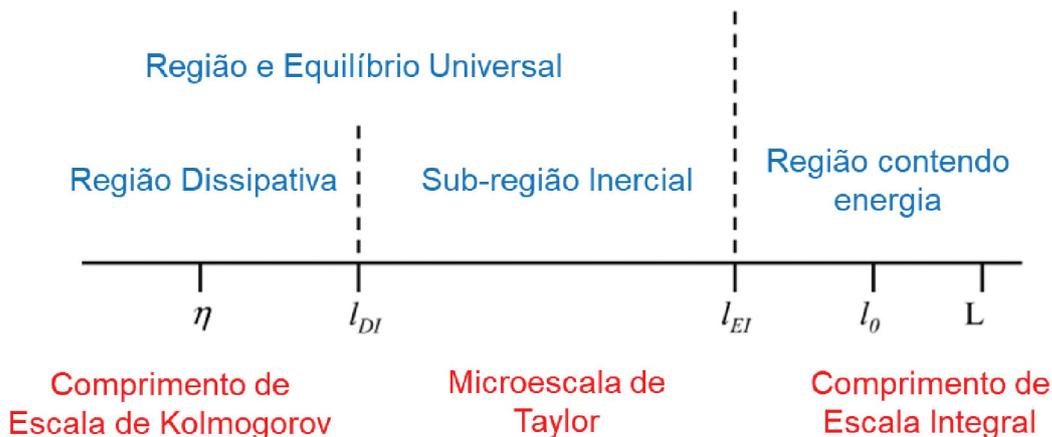
Outra escala de interesse na análise de escoamentos turbulentos é a Microescala de Taylor. O tamanho do vórtice na sub-região inercial é dado por essa

escala, servindo como divisor entre a região de Equilíbrio Universal entre a região dissipativa e a sub-região inercial.

2.2.2 Razão Entre Escalas Dimensionais e Transferência de Energia

A FIGURA 8 representa as distintas escalas existentes em um escoamento em regime turbulento.

FIGURA 8 – DIFERENTES TAMANHOS DE ESCALA DE VÓRTICES TURBULENTOS



Fonte: Bakker (2006). Adaptado.

Segundo Taylor (1935), as diferenças entre as grandes e pequenas escalas estão relacionadas à taxa de dissipação ϵ , e essa dissipação está relacionada às escalas de comprimento e velocidade. Uma consideração plausível sobre as escalas da turbulência é tomar que a taxa em que as grandes escalas suprem as pequenas de energia é proporcional ao recíproco das escalas de tempo. A quantidade de energia por unidade de massa nas grandes escalas é proporcional a u^2 e a taxa de transferência de energia proporcional a $\frac{u}{l}$, sendo l o tamanho característico dos maiores turbilhões ou o tamanho característico do escoamento. Logo, a taxa em que é transferida energia aos turbilhões de pequena escala é da ordem de $\frac{u^3}{l} = u^2 \cdot \frac{u}{l}$. Essa energia deve ser dissipada, então

$$\epsilon \sim \frac{u^3}{l} \quad (28)$$

Substituindo-se (28) em (26), tem-se que:

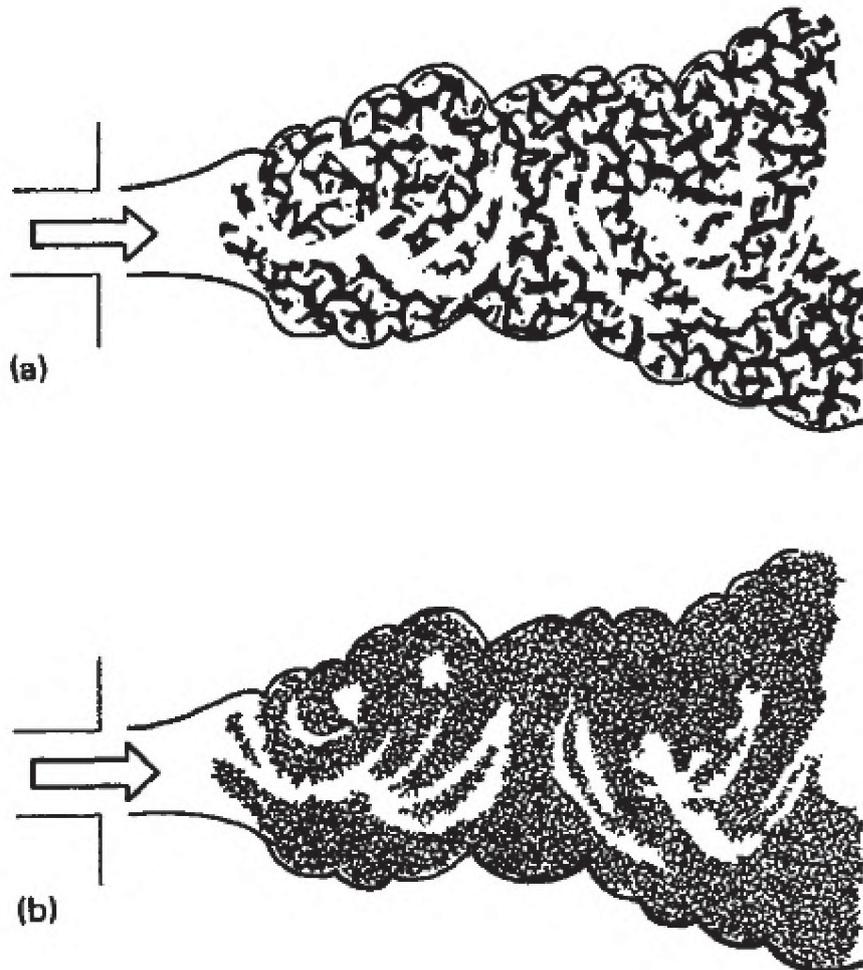
$$\frac{\eta}{l} \sim \left(\frac{ul}{\nu}\right)^{-\frac{3}{4}} = Re^{-\frac{3}{4}}$$

$$\frac{\tau u}{l} \sim \frac{\tau}{t} = \left(\frac{ul}{\nu}\right)^{-\frac{1}{2}} = Re^{-\frac{1}{2}} \quad (29)$$

$$\frac{v}{u} \sim \left(\frac{ul}{\nu}\right)^{-\frac{1}{4}} = Re^{-\frac{1}{4}}$$

Essas relações (29) indicam que as escalas de comprimento, tempo e velocidade das menores escalas são muito menores que aquelas dos grandes turbilhões. Também se percebe que essa diferença aumenta com o aumento do número de Reynolds. Dessa forma, a diferença entre dois escoamentos, com mesma grandeza para o a dimensão característica e diferentes números de Reynolds será principalmente no tamanho das menores escalas, conforme a FIGURA 9.

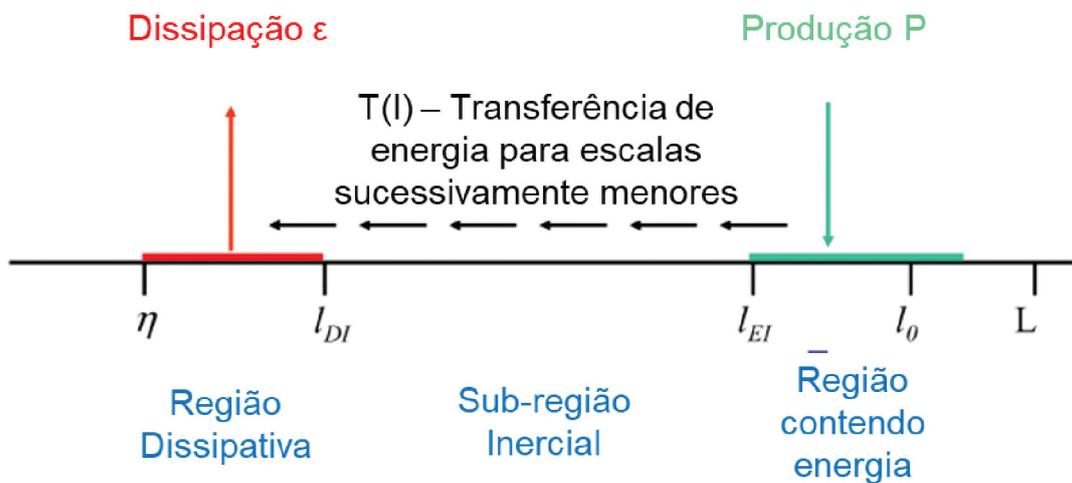
FIGURA 9 – JATO TURBULENTO PARA DIFERENTES NÚMEROS DE REYNOLDS: (A) NÚMERO DE REYNOLDS RELATIVAMENTE BAIXO; (B) NÚMERO DE REYNOLDS RELATIVAMENTE ALTO.



Fonte: Tennekes; Lumley (1972)

A taxa ao qual há transferência de energia entre as maiores e menores escalas de turbulência podem ser consideradas, sem perda de generalidade consideradas, para uma condição de equilíbrio, equivalentes à taxa de dissipação ε e proporcional a $\frac{u(l)^2}{\tau}$ (Tennekes; Lumley, 1972). Na FIGURA 10 são apresentadas as regiões onde há a produção e a dissipação em um escoamento turbulento.

FIGURA 10 – PRODUÇÃO E DISSIPAÇÃO DA TURBULÊNCIA



Fonte: Bakker (2006) – Adaptado.

FIGURA 11 – ESPECTRO DE ENERGIA DE UM ESCOAMENTO TURBULENTO



Fonte: Souza et al. (2011).

Na FIGURA 11 é mostrado o espectro de energia de um escoamento turbulento. Segundo Souza et al. (2011) os maiores vórtices e menor frequência são aqueles que menos apresentam flutuações, e de forma oposta, os menores vórtices são os que possuem maiores flutuações.

Segundo Wilcox (2006) o uso de uma abordagem estatística, devido às características aleatórias e flutuantes do escoamento turbulento, foi um dos primeiros passos na análise da turbulência. O procedimento proposto por Reynolds, em 1895, consistiu em uma abordagem de que a turbulência é causada por uma componente média somada a uma componente variável (flutuante). Dessa ideia inicial, proposta por Reynolds, surgiram as equações médias no tempo para a continuidade e para as equações de Navier-Stokes. Para esse modelo clássico, chamado de médias de Reynolds, são apresentadas três formas de análise: média temporal, média espacial e média do conjunto. A média temporal é adequada para turbulência estacionária, a média espacial é adequada para turbulência homogênea e a média de conjunto é uma forma mais generalizada. Caso a turbulência seja tanto estacionária quanto homogênea, assume-se que as três médias são iguais, o que é conhecido como hipótese ergódica.

Segundo Tennekes; Lumley (1972), pelo fato de que em praticamente todos os escoamentos a turbulência é não-homogênea, a média temporal tende a ser a mais apropriada para a maioria das aplicações em engenharia. O conceito por detrás da média temporal na velocidade é de que:

$$u_i(x, t) = U_i(x) + u'_i(x, t) \quad (30)$$

A equação (30) apresenta em seu lado esquerdo que a velocidade em função da posição e tempo $u_i(x, t)$ é igual a parcela média da velocidade para aquela posição $U_i(x)$, somada de uma parcela flutuante $u'_i(x, t)$ Tennekes; Lumley (1972)

A velocidade média será considerada nesse trabalho como a média temporal, dada por:

$$U_i(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} u_i(x, t) dt \quad (31)$$

A média temporal da velocidade média é:

$$\overline{U}_i(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} U_i(x) dt = U_i(x) \quad (32)$$

sendo a barra superior equivalente à média temporal. Considerando a média temporal para a componente flutuante do vetor de velocidades:

$$u'_i = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} [u_i(x, t) - U_i(x)] dt = U_i(x) - \overline{U}_i(x) = 0 \quad (33)$$

Para a correta aplicação das equações (31), (32) e (33), deve-se sempre considerar um período T tendendo ao infinito, ou que de forma geral, seja suficientemente grande para o escoamento, de forma a capturar as flutuações devido à turbulência, e desconsiderar as variações de velocidade devido a outros fenômenos que não a turbulência.

2.2.3 Correlações

De acordo com Tennekes; Lumley (1972), pelo fato de trabalhar-se como valores médios no tempo, e com isso surgirem termos aleatórios e flutuantes no tempo, que podem ou não estarem correlacionados, considera-se que:

$$\overline{\phi\psi} = \overline{(\Phi + \phi')(\Psi + \psi')} = \overline{\Phi\Psi + \Phi\psi' + \Psi\phi' + \phi'\psi'} = \Phi\Psi + \overline{\phi'\psi'} \quad (34)$$

As variáveis da equação (34) e (35) são apenas representativas para as quantidades médias e flutuantes.

O produto entre uma variável média e uma quantidade flutuante tem média zero, entretanto o produto entre duas quantidades aleatórias nem sempre pode ser considerado zero. Caso esse produto não seja zero $\overline{\phi'\psi'} \neq 0$, as variáveis são correlacionadas (Wilcox, 1993). De forma contrária, caso o produto seja zero $\overline{\phi'\psi'} = 0$, as variáveis são não-correlacionadas. O mesmo ocorre para o caso da correlação entre mais variáveis, a exemplo:

$$\overline{\phi\psi\xi} = \Phi\Psi\xi + \overline{\phi'\psi'}\xi + \overline{\psi'\xi'}\Phi + \overline{\phi'\xi'}\Psi + \overline{\phi'\psi'\xi'} \quad (35)$$

Na equação (35), assim como os termos quadráticos podem não ser zero, o mesmo ocorre para o termo cúbico.

Com base nas correlações acima mostradas, e que para um conjunto de dados que variem aleatoriamente no tempo, tem-se que para o cálculo das equações de Navier-Stokes, deve-se levar também em consideração os termos flutuantes no tempo. Entretanto, esses termos e suas correlações conduzem a um problema em que se tem mais incógnitas que equações. Para tentar corrigir isso, pode-se considerar separadamente os termos da equação de Navier-Stokes calculados através de uma velocidade média mais um termo flutuante.

Segundo Wilcox (2006), adicionando-se os termos aleatórios à equação de Navier-Stokes e calculando-os juntamente aos termos convectivos, gradiente de pressão e termos viscosos, chega-se ao tensor de tensões de Reynolds. Ao tentar resolver o tensor de tensões de Reynolds, obtém-se ao final do processo, de cálculo algébrico, 6 novas equações, uma para cada componente independente do tensor de tensões de Reynolds. Contudo são adicionadas 22 novas incógnitas as equações de Navier-Stokes. Continuando os cálculos para se obter mais equações à essas novas incógnitas, obtém-se novas incógnitas e assim por diante.

Dessa forma, Wilcox (2006) ilustra o problema de fechamento, no qual: a resolução das incógnitas do tensor de Reynolds levam a novas equações de ordem superior, e juntamente com as equações, são novas incógnitas, e em maior número. Com isso, uma resposta analítica para a resolução de escoamentos turbulentos mostra-se como um ciclo infinito entre a definição de novas equações e geração de novas incógnitas, o que tornam sem fim, ou seja, um problema de fechamento entre equações e incógnitas geradas pelas não linearidades das equações de Navier-Stokes. Do ponto de vista físico, essa situação mostra-se correta, pois todos os artifícios matemáticos empregados na resolução analítica de nada introduzem aos princípios físicos.

2.3 MODELOS DE TURBULÊNCIA

2.3.1 Viscosidade turbulenta e comprimento de mistura

De acordo com Cebeci (2003), como uma forma de prever a distribuição da velocidade média ou de um campo de temperaturas médias ao longo de uma camada limite turbulenta, é necessário fazer algumas suposições ou encontrar um modelo adequado para as tensões de Reynolds. Ao longo dos anos, diversas hipóteses empíricas foram utilizadas, contudo as que mais se popularizaram e foram utilizadas foram os conceitos da viscosidade turbulenta e comprimento de mistura. Esses conceitos todos estavam correlacionados ao gradiente da velocidade média local.

Contudo, sabe-se hoje que tais conceitos deixam a desejar quanto à sua generalidade, pois suas concepções baseiam-se no ideal de um equilíbrio local, o que quer dizer que, assumem-se que os termos de transporte nas equações governantes são pequenos.

De acordo com Cebeci (2003), Boussinesq foi o primeiro a buscar um modelo para a tensões de Reynolds, através da introdução do conceito da viscosidade turbulenta. Para tal, ele assumiu que as tensões turbulentas agiam de forma semelhante às tensões viscosas, o que implica em que as tensões turbulentas, através dessa hipótese, passam a ser proporcional ao gradiente de velocidade. Para esse coeficiente de proporcionalidade foi dado o nome de viscosidade turbulenta, definido como:

$$-\overline{\rho u'v'} = \rho \mu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (36)$$

sendo μ_t , assim como a viscosidade cinemática μ , assumida como proporcional ao produto da velocidade pelo comprimento — equação (37), isto é,

$$\mu_t \sim \text{comprimento} \times \text{velocidade} \quad (37)$$

Já o conceito de comprimento de mistura, foi primeiramente proposto por Prandtl. De acordo com o conceito do comprimento de mistura, as tensões de Reynolds podem ser calculadas através da expressão:

$$-\overline{\rho u'v'} = \rho l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial u}{\partial y} \quad (38)$$

As bases da hipótese formulada por Prandtl é uma analogia com a teoria da energia cinética dos gases, no qual assume-se que os vórtices turbulentos, assim como as moléculas de gás, são entidades discretas e colidem e trocam momento em intervalos discretos de tempo.

Através das equações (37) e (38), pode-se escrever a relação entre a viscosidade turbulenta e o comprimento de mistura como:

$$\mu_t = l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \quad (39)$$

Além de Boussinesq e Prandtl, contribuições também foram feitas por diversos outros autores, como von Kármán. O comprimento l , de acordo com a hipótese de von Kármán, pode ser obtido por:

$$l = \kappa \left| \frac{\frac{\partial u}{\partial y}}{\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}} \right| \quad (40)$$

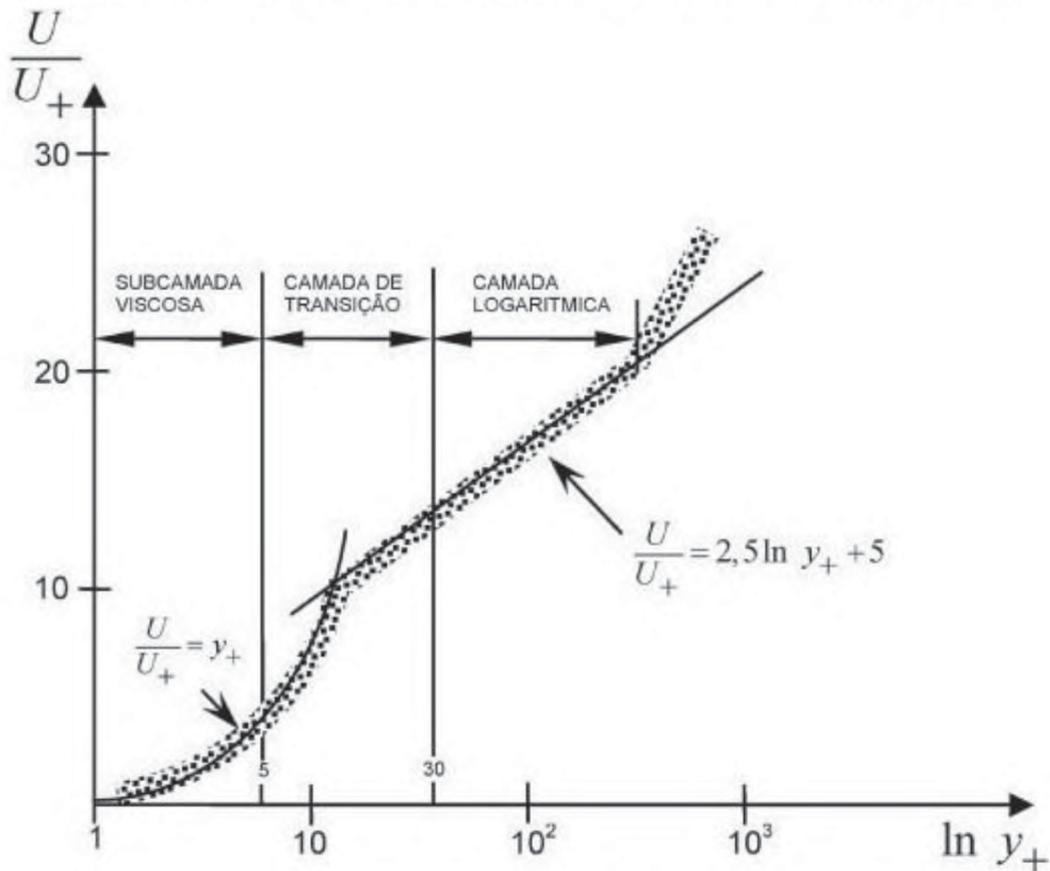
sendo κ uma constante empírica conhecida com constante de von Kármán.

O uso da viscosidade turbulenta e o comprimento de mistura pode ser satisfatório para escoamentos o qual o comprimento de escala característico possa ser previamente obtido, cujas condições sejam de baixo a moderado gradiente de pressão. Entretanto, para condições em que existam rápidas mudanças no escoamento e grandes gradientes de pressão, as correlações algébricas tornam-se inadequadas. A partir desse fato foram concebidos modelos de turbulência contendo equações diferenciais.

2.3.1.1 Variantes do Modelo de Comprimento de Mistura

Cebeci (2003), para escoamentos livres, observa-se que o comprimento de mistura é praticamente constante, contudo para regiões de contorno sólido, a turbulência manifesta-se de maneira distinta e o comprimento de mistura não apresenta bons resultados. Prandtl postulou originalmente que o escoamento próximo a contornos sólidos, o comprimento de mistura é proporcional à distância a superfície. Esse postulado corresponde à lei da parede (*Law of the Wall*) (FIGURA 12).

FIGURA 12 – PERFIL TÍPICO DE VELOCIDADE PARA A CAMADA LIMITE TURBULENTA.



Fonte: adaptado de

A quantidade y^+ é definida como a distância adimensional e U^+ a velocidade adimensional a partir da superfície.

As três regiões definidas no perfil típico de velocidade para a camada limite turbulenta são:

- Subcamada viscosa: local próximo a parede onde os efeitos viscosos de difusão moleculares têm um efeito predominante e o escoamento é praticamente linear — conhecido como região linear. Valor de y^+ abaixo de 5;
- Camada de Transição: Transição entre a subcamada viscosa e a cama logarítmica. Valor de y^+ entre 5 e 30;
- Camada Logarítmica: Região do escoamento completamente turbulento. Valor de y^+ acima de 30 até 300.

2.3.2 Breve histórico dos Modelos de turbulência

Segundo Cebeci (2003) convencionou-se dizer que o modelamento da turbulência é o desenvolvimento e a solução de equações empíricas para as tensões

de Reynolds que resultam quando as equações de Navier-Stokes são tomadas à média, seja a respeito do tempo ou outro.

O tratamento estatístico de um escoamento turbulento é baseado na decomposição de uma variável aleatória flutuante (velocidade, pressão, temperatura, etc.) em uma componente média e outra flutuante ao redor do valor médio como mostrado anteriormente pela hipótese de Reynolds. Do ponto de vista da engenharia, tal ponto de partida é útil, pois pouco é o interesse acerca dos detalhes da turbulência em aplicações práticas, sendo buscados apenas os valores médios (Bernardes, 2010).

Como já descrito, não é possível descrever um escoamento turbulento exatamente, tanto analítica como numericamente. Dessa forma, são utilizadas aproximações para os efeitos da turbulência. Contudo, essas aproximações ou modelos, como serão tratados aqui, mascaram o real comportamento da dinâmica da turbulência das equações governantes.

Os modelos de turbulência foram inicialmente apenas correlações entre resultados experimentais. Esses modelos não foram úteis de forma geral ao estudo dos escoamentos turbulentos, pois serviam apenas aos resultados obtidos naqueles experimentos em particular. Desde então muitos métodos foram propostos, os quais em grande maioria são baseados nas equações de conservação. Entretanto, ainda hoje, devido à complexidade do fenômeno da turbulência, e talvez pela falta de um entendimento completo acerca desse assunto, muitos dos modelos usados na prática da engenharia ainda, em algum ponto, reduzem-se a correlações com dados experimentais.

Partindo-se do problema de fechamento na determinação analítica, diferentes modelos têm sido propostos para a avaliação da viscosidade turbulenta (Nieckele, 2015). Cada modelo apresenta uma peculiaridade e uma diferente abrangência. Esses modelos podem ser classificados, inicialmente, como:

- Modelos algébricos ou modelo de zero equações diferenciais;
- Modelos de uma equação diferencial;
- Modelos de duas equações diferenciais;
- Modelos de n equações diferenciais.

Dos modelos de turbulência existentes, os mais simples são os modelos algébricos. Esses modelos, para o cálculo do tensor de tensões de Reynolds, utilizam a aproximação da viscosidade turbulenta de Boussinesq. Essa aproximação considera que o tensor de tensões de Reynolds é o produto da viscosidade turbulenta com tensor da taxa média de deformações. Por simplicidade computacional, a viscosidade

turbulenta é geralmente dada em termos do comprimento de mistura, que é análogo ao livre caminho médio em um gás.

A aproximação de Boussinesq surgiu do contexto em que o comportamento aleatório da turbulência pode ser comparado com as flutuações aleatórias das moléculas de um gás, e assim como em um escoamento turbulento, a velocidade média de uma partícula é definida por um termo médio e uma componente aleatória. Prandtl, em 1925, foi além, e descreveu um modelo para o movimento do fluido turbulento como um modelo simplificado no qual partículas de fluido coalesciam. Partido de um gás perfeito, no qual a viscosidade é dada por:

$$\tau_{xy} = \mu \frac{dU}{dy} \quad (41)$$

sendo μ a viscosidade molecular definida por:

$$\mu = \frac{1}{2} \rho v_{th} l_{mfp} \quad (42)$$

sendo ρ a densidade do fluido, v_{th} é a velocidade média de uma partícula (devido à temperatura) e l_{mfp} é o comprimento médio livre entre partículas. Comparando o modelo de um gás ideal com a hipótese de Prandtl, tem-se que:

$$\tau_{xy} = \mu_t \frac{dU}{dy} \quad (43)$$

sendo μ_t a viscosidade turbulenta.

O conceito, tanto da viscosidade turbulenta, quanto do comprimento de mistura, está entre os conceitos mais populares e extensivamente usados. Esses conceitos estão diretamente relacionados com as tensões de Reynolds e o gradiente da velocidade média local. Uma das principais objeções ao uso desses conceitos está no fato de que não são generalistas, pelo fato de serem baseados na ideia de um equilíbrio local e assumem que os termos de transporte nas equações governantes são pequenos.

2.3.3 Modelos Algébricos

Segundo Cebeci (2003), os modelos algébricos apresentam usos geralmente justificáveis devido ao equilíbrio global do escoamento. Apesar das expressões obtidas por tais modelos não descreverem detalhes microscópicos do escoamento ou informações acerca do mecanismo de turbulência, são ferramentas úteis para a engenharia.

Os modelos de turbulência algébricos mais usuais podem utilizar tanto a abordagem da viscosidade turbulenta, quanto do comprimento de mistura para realizar uma aproximação do tensor de tensões de Reynolds. Para os modelos que utilizam a viscosidade turbulenta, pode-se escrever:

$$R_{ij} \equiv \frac{\overline{R}_{ij}}{\rho} = \frac{2}{3}k\delta_{ij} + \mu_t \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (44)$$

sendo:

- $\overline{R}_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j}$: tensor de tensões de Reynolds;
- $k = \frac{q^2}{2}$: energia cinética
- δ_{ij} : delta de Kronecker
- μ_t : viscosidade turbulenta

A outra abordagem para o problema de fechamento pode ser dada por pelo comprimento de mistura:

$$R_{ij} = \frac{2}{3}k\delta_{ij} + l^2 \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (45)$$

Ocasionalmente as abordagens são mistas. Dessa forma, a comparação entre as equações (44) e (45) pode ser realizada, obtendo-se:

$$\mu_t = l^2 \left(\frac{\partial \overline{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (46)$$

sendo l a escala de comprimento da turbulência.

Os modelos algébricos são os mais simples e fáceis de implementar dentre todos os modelos de turbulência. São conceitualmente simples e raramente causam problemas numéricos, contudo deve-se levar em consideração a sua “não-completude”, isso porque esses modelos funcionam apenas para os escoamentos aos quais foram finamente ajustados, não sendo possível extrapolar para outras condições de escoamento (Wilcox, 1993).

2.3.4 Modelos de uma equação diferencial

Segundo Wilcox (1993), os primeiros modelos utilizando equações diferenciais foram desenvolvidos na década de 60 do século 20. Esse desenvolvimento foi

promovido em decorrência de um aumento no poder computacional ocorrido naquela década. Esse tipo de modelo, em geral, mantém a aproximação de Boussinesq sobre a viscosidade turbulenta, mas diferem-se em um importante aspecto. Os modelos de uma equação diferencial são relatados na literatura como modelos incompletos. Isto pelo fato de que esses modelos relacionam o comprimento de escala turbulento a uma dimensão característica do escoamento, sem, no entanto, resolvê-lo.

A necessidade pela definição de modelos mais acurados surgiu, pelo fato de os modelos algébricos apenas apresentarem aderência em seus resultados, para condições específicas ou bem controladas. Além disso, para escoamentos cisalhantes livres, como jatos e esteiras, requerem outras expressões para o cálculo do comprimento de mistura e da viscosidade turbulenta que àquelas para a camada limite em uma parede (Cebeci, 2003).

2.3.4.1 Equação da Conservação da Energia Cinética Turbulenta

Os modelos que utilizam a equação da energia turbulenta foram desenvolvidos inicialmente para incorporar os efeitos do “histórico” do escoamento e efeitos não-locais (Wilcox, 1993). Prandtl (1945) postulou que assim como existe um comprimento de mistura (l_{mix}), existe uma velocidade de mistura (v_{mix}):

$$v_{mix} \sim l_{mix} \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \quad (47)$$

Prandtl definiu que a energia cinética específica (por unidade de massa) das flutuações turbulentas, k , seria a base para a escala de velocidade:

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} = \frac{1}{2} \overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \quad (48)$$

Dessa forma, a viscosidade turbulenta poderia então ser definida através da energia cinética turbulenta, massa específica e pelo comprimento de escala turbulento por:

$$\mu_t = cte \cdot \rho k^{\frac{1}{2}} l \quad (49)$$

O termo da energia cinética turbulenta pode ser definido através do traço do tensor de tensões cisalhantes de Reynolds como:

$$\tau_{ii} = -\rho \overline{u'_i u'_i} = -\rho k \quad (50)$$

O traço do tensor de Reynolds é proporcional à energia cinética por unidade de volume. Dessa forma, k é estritamente específico à energia cinética turbulenta por unidade de massa, geralmente denominada apenas por energia cinética turbulenta, caso que será adotado neste documento.

2.3.5 Modelos de uma equação

Para resolver o problema de fechamento, Prandtl postulou que a dissipação assume a forma de:

$$\epsilon = \frac{C_D k^{\frac{3}{2}}}{l} \quad (51)$$

sendo ϵ a dissipação por unidade de massa e C_D o coeficiente de fechamento. Essa correlação já havia sido postulada por Taylor (1935), em que a dissipação era proporcional à energia cinética turbulenta e o comprimento de escala turbulento. Nota-se que para esse modelo de uma equação, o comprimento de escala da turbulência continua não sendo especificado. Assim, com base no postulado de Prandtl, a primeira equação de modelo de uma equação pode ser escrita como:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_D \rho \frac{k^{\frac{3}{2}}}{l} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (52)$$

sendo:

$$\tau_{ij} = 2\mu_t S_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (53)$$

e a viscosidade turbulenta aproximada por:

$$\mu_t = \rho k^{\frac{1}{2}} l \quad (54)$$

Neste ponto, por simplicidade, assume-se que a constante da equação (49) é unitária. Tal condição arbitrada nem sempre condiz com escoamentos reais. μ_t é a razão entre uma quantidade turbulenta $-\overline{\rho u'v'}$ e uma quantidade média do escoamento $\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}$. Consequentemente o valor da viscosidade turbulenta não seguirá, necessariamente, alguma escala do escoamento médio ou as escalas de

turbulência como k e l . A maioria dos modelos de turbulência de uma equação diferencial parte da equação (52).

Desde então diversos autores vêm atualizando e refinando os modelos de uma equação, como: Emmons (1954), Glushko (1965), Goldberg (1991), dentre outros. Os mais conhecidos, no entanto, são os de Baldwin e Barth (1990) e Spalart e Allmaras (1992).

2.3.6 Modelos de duas equações

Os modelos de turbulência de duas equações têm servido como pedra fundamental das últimas décadas na área de engenharia e em muitos temas de pesquisa. Esses modelos de duas equações são ditos completos, pois além de proverem equações que possibilitem o cálculo da energia cinética turbulenta, também possibilitam o cálculo da escala de comprimento da turbulência ou comprimento equivalente. Ou seja, esses modelos são capazes de prever as propriedades de um dado escoamento turbulento sem, no entanto, ter um conhecimento, a priori, da estrutura do escoamento turbulento. Dessa forma, são os modelos completos mais simples que podem ser aplicados a um escoamento turbulento (Wilcox, 1993).

Praticamente todos os modelos de duas equações utilizam a aproximação de Boussinesq, equação (53) e a equação da energia na forma parecida com a equação (52), sendo:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho \epsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad (55)$$

Assim como foi proposto por Prandtl, a dissipação de energia pode ser determinada por mais de um modo, de forma equivalente, para a escala de comprimento da turbulência.

Nesse campo, diversos autores tiveram suas contribuições no postulado de relações de equivalência entre as variáveis necessárias para o problema de fechamento. Sendo eles:

Kolmogorov (1942) que definiu uma segunda equação do transporte, chamada de taxa de dissipação específica (ω), cuja dimensão é $(tempo)^{-1}$. Ainda Kolmogorov definiu a viscosidade turbulenta, escala de comprimento da turbulência e dissipação como:

$$\mu_t \sim \frac{\rho k^2}{\omega} \quad l \sim \frac{k^{\frac{1}{2}}}{\omega} \quad \epsilon \sim \omega k \quad (56)$$

Chou (1945) propôs um modelo baseado na dissipação específica. Em termos da formulação dada por ele, a viscosidade turbulenta e a escala de comprimento turbulenta são dadas por:

$$\mu_t \sim \frac{\rho k^2}{\epsilon} \quad l \sim \frac{k^{\frac{3}{2}}}{\epsilon} \quad (57)$$

Rotta (1951) sugeriu uma equação de transporte para a escala de comprimento de turbulência e em (1968) propôs uma equação para a produção da energia cinética turbulenta e a escala de comprimento da turbulência como:

$$\mu_t \sim \rho k^{\frac{1}{2}} l \quad \epsilon \sim \frac{k^{\frac{3}{2}}}{l} \quad (58)$$

Mais recentemente, Zeierman e Wolfshtein (1986), como também Speziale, Abid e Anderson (1990) postularam uma equação para tempo de dissipação da turbulência (τ), que é recíproco à taxa de dissipação (ω) de Kolmogorov. Para esses modelos mais atuais, tem-se:

$$\mu_t \sim \rho k \tau \quad l \sim k^{\frac{1}{2}} \tau \quad \epsilon \sim \frac{k}{\tau} \quad (59)$$

Para o modelo de duas equações, além da equação para resolução da energia cinética, há segunda equação, que usualmente é a dissipação, viscosidade turbulenta ou a escala do comprimento da turbulência. Assim como no modelo de uma equação, apesar dos modelos em geral retratarem a viscosidade turbulenta como uma função dependente somente da energia cinética turbulenta, escala de comprimento da turbulência, dissipação ou taxa de dissipação, não há uma razão fundamental para isto. Então, os modelos de turbulência com duas equações são como modelos de uma equação que podem ser universalmente aplicados a escoamentos turbulentos.

2.3.7 Modelos Numéricos

O software utilizado, ANSYS® Fluent®, permite de diversos modelos de turbulência, dentre os quais serão utilizados para esse trabalho os modelos:

- $k - \epsilon$: especificação a variante “realizable”;
- $k - \omega$: a variante SST;

- DES: (*Detached Eddy Simulation*) com formulação $k - \omega SST$ para modelar os menores vórtices;
- $k - kl - \omega$: modelo de transição.

O modelo LES (*Large Eddy Simulation*) que previamente seria utilizado foi descartado, pois ele é apenas habilitado para modelos tridimensionais. O estudo realizado neste trabalho é apenas bidimensional.

2.3.7.1 Modelo $k - \epsilon$ Realizable

Nesta seção, todo o equacionamento matemático apresentado é utilizado no software computacional Ansys® de simulações multi-físicas. Dessa forma, como todas as equações governantes são discretizadas via tratamento interno ao programa, e fechado para consulta pública, as equações serão mantidas da forma como são apresentadas, podendo ser recorrido ao manual teórico do Ansys® para maior detalhamento.

O modelo de duas equações $k - \epsilon$ Realizable utilizado pelo software Ansys, assim como os outros modelos $k - \epsilon$, tem como similaridades utilizar as equações de transporte para a energia cinética turbulenta e a dissipação específica. As maiores diferenças entre os modelos $k - \epsilon$ são devidos a:

- ao método de cálculo da viscosidade turbulenta;
- ao número de Prandtl que governa a difusão de k e ϵ ;
- aos termos de geração e destruição na equação da dissipação.

O termo *Realizable* se deve ao modelo utilizado satisfazer certas restrições matemáticas para as tensões de cisalhamento de Reynolds, consistentes com a física dos escoamentos turbulentos. Dessa forma, nem o modelo $k - \epsilon$ convencional, nem RNG $k - \epsilon$ são classificados como *Realizable*.

O benefício desse tipo de modelo em relação ao convencional é uma melhor capacidade de modelar escoamentos envolvendo rotação, camadas limite sob elevados gradientes de pressão adverso, separação e recirculação. O que torna o modelo $k - \epsilon$ Realizable mais adequado para análise do efeito Magnus.

As equações de transporte para o modelo $k - \epsilon$ Realizable são dados por Shih et al. (1995):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k + G_b - \rho \epsilon - Y_M + S_k \quad (60)$$

e

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial t}(\rho\epsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\epsilon u_j) \\
= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_1 S_\epsilon - \rho C_2 \frac{\epsilon^2}{k + \sqrt{\nu \epsilon}} \\
+ C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} C_{3\epsilon} G_b + S_\epsilon
\end{aligned} \quad (61)$$

sendo

$$C_1 = \max \left[0,43; \frac{\eta}{\eta + 5} \right] \quad \eta = S \frac{k}{\epsilon} \quad S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad (62)$$

Nestas equações (60), (61) e (62), são feitas as seguintes considerações:

- G_k representa a geração de energia cinética turbulenta devido ao gradiente da velocidade média;
- G_b é a geração de energia cinética turbulenta devido ao empuxo;
- Y_M é a contribuição da dilatação variável (flutuante) na turbulência devido à taxa de dissipação;
- C_2 , $C_{1\epsilon}$ e $C_{3\epsilon}$ são constantes;
- σ_k e σ_ϵ são o número de Prandtl turbulento para k e ϵ , respectivamente.
- S_k e S_ϵ são termos fonte para k e ϵ respectivamente.

Assim como os outros modelos $k - \epsilon$, a viscosidade turbulenta é dada por:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (63)$$

A diferença desta variante do modelo $k - \epsilon$ ocorre pelo fato de que C_μ não é constante e é calculado por:

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{kU^*}{\epsilon}} \quad (64)$$

sendo:

$$U^* \equiv \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij}\tilde{\Omega}_{ij}} \quad (65)$$

e:

$$\tilde{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - 2\epsilon_{ijk}\omega_k \quad (66)$$

$$\Omega_{ij} = \bar{\Omega}_{ij} - \epsilon_{ijk}\omega_k \quad (67)$$

onde $\tilde{\Omega}_{ij}$ é o tensor médio da taxa de rotação visto em um referencial com velocidade angular ω_k . As constantes A_0 e A_S são dadas por:

$$A_0 = 4.04 \quad A_S = \sqrt{6}\cos(\phi) \quad (68)$$

E:

$$\phi = \frac{1}{3}\cos^{-1}(\sqrt{6}W) \quad W = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{\tilde{S}^3} \quad (69)$$

$$\tilde{S} = \sqrt{S_{ij}S_{ij}} \quad S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right)$$

As constantes usualmente utilizadas na literatura e no software Fluent®, e que garantem um desempenho satisfatório para grande parte dos escoamentos é: $C_{1\epsilon} = 1,44$, $C_2 = 1,9$, $\sigma_k = 1,0$ e $\sigma_\epsilon = 1,2$.

2.3.7.2 Modelo $k - \omega$ SST

Nesta seção, todo o equacionamento matemático apresentado é utilizado no software computacional Ansys® de simulações multi-físicas. Dessa forma, como todas as equações governantes são discretizadas via tratamento interno ao programa, e fechado para consulta pública, as equações serão mantidas da forma como são apresentadas, podendo ser recorrido ao manual teórico do Ansys® para maior detalhamento.

O modelo $k - \omega$ convencional e $k - \omega$ SST possuem formas similares com relação às equações de transporte da energia cinética turbulenta e da taxa de

dissipação. O maior diferencial do modelo SST (*shear-stress transport*) em relação ao modelo convencional se deve à:

- mudança gradual na transição entre a região interna à camada limite em relação ao modelo $k - \omega$, e a região de elevado número de Reynolds, o qual utiliza um modelo $k - \epsilon$ na parte exterior da camada limite.
- mudança no cálculo da viscosidade turbulenta para levar em conta os efeitos da tensão cisalhante turbulenta.

O modelo $k - \omega$ SST foi desenvolvido por Menter (1994) com objetivo de misturar a robustez e acurácia dos modelos $k - \omega$ em região de proximidade às paredes (escoamento de baixo Reynolds), com regiões de escoamento livre do modelo $k - \epsilon$. (regiões de elevado Reynolds). Para isso, o modelo $k - \epsilon$ é convertido em uma formulação $k - \omega$. O modelo $k - \omega$ SST é similar ao $k - \omega$ convencional, e inclui as seguintes alterações:

- O modelo convencional $k - \omega$ e o modelo transformado $k - \epsilon$ são ambos multiplicados por uma função de “mistura” Essa função “mistura” tem como objetivo selecionar qual dos modelos utilizar para cada região do escoamento.
- O modelo SST incorpora um termo derivativo de difusão cruzada amortecida na equação da taxa de dissipação (ω);
- A definição da viscosidade turbulenta é modificada para adicionar as condições das tensões cisalhantes turbulentas;
- As constantes são diferentes.

As modificações induzidas pelo modelo $k - \omega$ SST em relação ao modelo convencional tornam o modelo mais robusto e acurado para uma maior variedade de escoamentos, incluindo escoamentos com elevados gradientes de pressão adverso, aerofólios, etc.

As equações de transporte para o modelo $k - \omega$ SST são:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \tilde{G}_k - Y_k + S_k \quad (70)$$

e

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega \quad (71)$$

Nas equações (70) e (71), \tilde{G}_k representa a geração da energia cinética turbulenta em decorrência dos gradientes de velocidade média:

$$\tilde{G}_k = -\overline{\rho u'_i u'_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (72)$$

A equação (72) representa a equação exata, contudo para avaliar \tilde{G}_k de uma maneira consistente com a hipótese de Boussinesq, tem-se:

$$\tilde{G}_k = \mu_t S^2 \quad (73)$$

Nas equações (70) e (71), o termo G_ω representa a geração de ω , calculado por:

$$G_\omega = \alpha \frac{\omega}{k} G_k \quad (74)$$

sendo:

$$\alpha = \frac{\alpha_\infty}{\alpha^*} \left[\frac{\left(\alpha_0 + \frac{Re_t}{Re_\omega} \right)}{1 + \frac{Re_t}{Re_\omega}} \right] \quad R_\omega = 2,95 \quad (75)$$

$$\alpha^* = \alpha_\infty \left(\frac{\alpha_0^* + \frac{Re_t}{R_k}}{1 + \frac{Re_t}{R_k}} \right)$$

e:

$$Re_t = \frac{\rho k}{\mu \omega}$$

$$R_k = 6 \quad (76)$$

$$\alpha_0^* = \frac{\beta_i}{3}$$

$$\beta_i = 0,072$$

Deve-se notar que para a forma de alto número de Reynolds, ou seja, na camada turbulenta, considera-se $\alpha^* = \alpha_\infty = 1$.

Ainda nas equações (70) e (71), os termos Y_k e Y_ω representam a dissipação de k e ω , respectivamente. Os termos Γ_k e Γ_ω são a difusividade efetiva de k e ω , assim como termos fontes S_k e S_ω .

A difusividade efetiva é dada por:

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \quad (77)$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \quad (78)$$

sendo σ_k e σ_ω são os números de Prandtl para turbulência em relação à k e ω . A viscosidade turbulenta μ_t é calculada como função da energia cinética turbulenta e da taxa de dissipação na forma:

$$\mu_t = a^* \frac{\rho k}{\omega} \quad (79)$$

Os termos dissipativos são calculados por:

$$Y_k = \rho \beta^* f_{\beta^*} k \omega \quad (80)$$

onde:

$$f_{\beta^*} = \begin{cases} 1 & \chi_k \leq 0 \\ \frac{1 + 680\chi_k^2}{1 + 400\chi_k^2} & \chi_k > 0 \end{cases} \quad (81)$$

$$\chi_k \equiv \frac{1}{\omega^3} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \quad (82)$$

$$\beta^* = \beta_i^* [1 + \zeta^* F(M_t)] \quad (83)$$

$$\beta_i^* = \beta_\infty^* \left(\frac{\frac{4}{15} + \left(\frac{Re_t}{R_\beta}\right)^4}{1 + \left(\frac{Re_t}{R_\beta}\right)^4} \right) \quad (84)$$

$$\zeta^* = 1,5 \quad (85)$$

$$R_\beta = 8 \quad (86)$$

$$\beta_\infty^* = 0.09 \quad (87)$$

$$Y_\omega = \rho \beta f_\beta \omega^2 \quad (88)$$

sendo:

$$f_{beta} = \frac{1 + 70\chi_{\omega}}{1 + 80\chi_{\omega}} \quad (89)$$

$$\chi_{\omega} = \left| \frac{\Omega_{ij}\Omega_{jk}S_{ki}}{(\beta_{\infty}^*\omega)^3} \right| \quad (90)$$

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (91)$$

O tensor de taxa de deformação média S_{ij} , já definido anteriormente, é dado por:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad (92)$$

O termo β é definido por:

$$\beta = \beta_i \left[1 - \frac{\beta_i^*}{\beta_i} \zeta^* F(M_t) \right] \quad (93)$$

com β_i^* já definido na equação (84) e $F(M_t)$, a função de compressibilidade é:

$$F(M_t) = \begin{cases} 0 & M_t \leq M_{t0} \\ M_t^2 - M_{t0}^2 & M_t > M_{t0} \end{cases} \quad (94)$$

e:

$$M_t^2 \equiv \frac{2k}{a^2} \quad (95)$$

$$M_{t0} = 0,25 \quad (96)$$

$$a = \sqrt{\gamma RT} \quad (97)$$

Nota-se que para um elevado número de Reynolds, ou seja, para o escoamento fora da camada limite, tem-se que $\beta_i^* = \beta_{\infty}^*$. E para escoamentos incompressíveis, $\beta^* = \beta_i^*$.

As constantes padrão utilizadas pelo software Fluent®, no modelo $k - \omega$ SST são: $\alpha_{\infty}^* = 1$, $a_{\infty} = 0,52$, $\alpha_0 = \frac{1}{9}$, $\beta_{\infty}^* = 0,09$, $\beta_i = 0,072$, $R_{\beta} = 8$, $R_k = 6$, $R_{\omega} = 2,95$, $\zeta^* = 1,5$, $M_{t0} = 0,25$, $\sigma_k = 2$, $\sigma_{\omega} = 2$.

2.3.7.3 Modelo DES (*Detached Eddy Simulation*)

Segundo De Andrade (2015), na abordagem DES, modelos RANS (Reynolds Average Navier-Stokes) são empregados para a modelagem da camada limite, enquanto é feita uma análise LES (Large Eddy Simulation) para as regiões de separação e turbulentas. Dessa forma, o uso do LES é restrito às regiões de turbulência, não requerendo uma análise próxima a parede, o que poderia ter elevados custos computacionais, que são reduzidos pelo uso de modelos RANS. Geralmente esse modelo DES é referido como um modelo híbrido LES/RANS. Os custos computacionais estão compreendidos entre os modelos RANS (“baixo”) e LES (“alto”).

O uso de modelo LES interno ao DES garante uma melhor acurácia em termos do escoamento. O modelo LES é baseado nos seguintes itens:

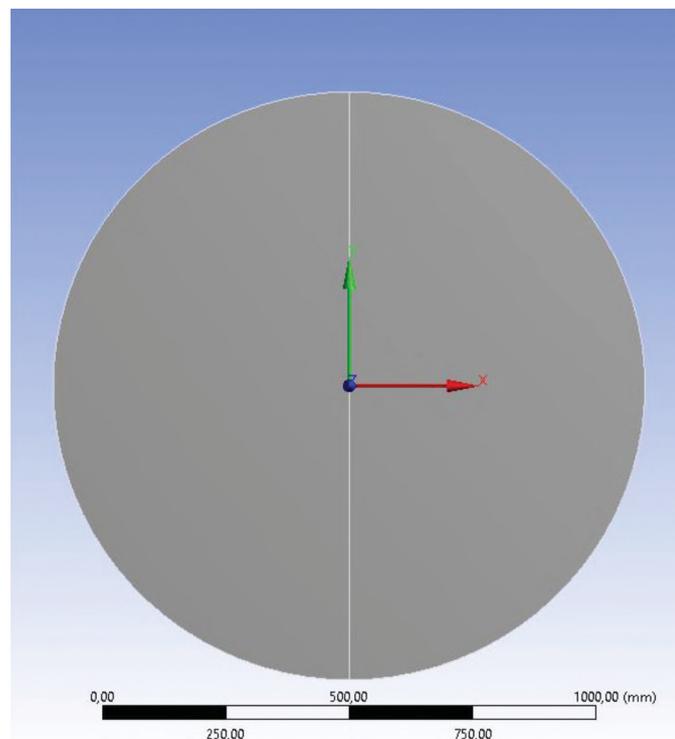
- Momento, massa, energia e outros valores escalares são transportados praticamente somente pelos maiores vórtices;
- Os maiores vórtices são mais dependentes do problema a ser tratado. Tais condições são definidas pela geometria e condições de contorno do escoamento;
- Pequenos vórtices são pouco dependentes da geometria e tendem a ser isotrópicos, e conseqüentemente universais;
- Há maiores chances de se encontrar um modelo de turbulência universal para pequenos vórtices.

Resolvendo apenas os maiores vórtices, o modelo LES permite o uso de uma malha menos refinada e passos de tempo maiores, em relação a uma abordagem DNS. Entretanto, LES ainda requer malhas substancialmente mais refinadas que os modelos RANS. Além disso, o maior tempo necessário para se obter uma solução estável para o modelo, torna-o muito mais caro que modelos RANS, que são comercial e industrialmente mais viáveis De Andrade (2015).

3 METODOLOGIA

As simulações foram realizadas através de um domínio bidimensional com diâmetro interno de 12 mm e diâmetro externo de 1200 mm. Essa condição foi selecionada para que o domínio do escoamento tivesse uma dimensão de duas ordens de grandeza maior que o cilindro para a minimização dos efeitos das condições de contorno e efeitos de borda nas proximidades do cilindro (Murmu, 2015). Como uma forma de reduzir as influências das paredes e das regiões de entrada e saída do escoamento, o domínio é circular, assim como o cilindro; que está representado por uma superfície circular no plano bidimensional. Na FIGURA 13 é apresentado o domínio de simulação.

FIGURA 13 – DOMÍNIO E EIXOS COORDENADOS



Fonte: Autoria Própria (2018)

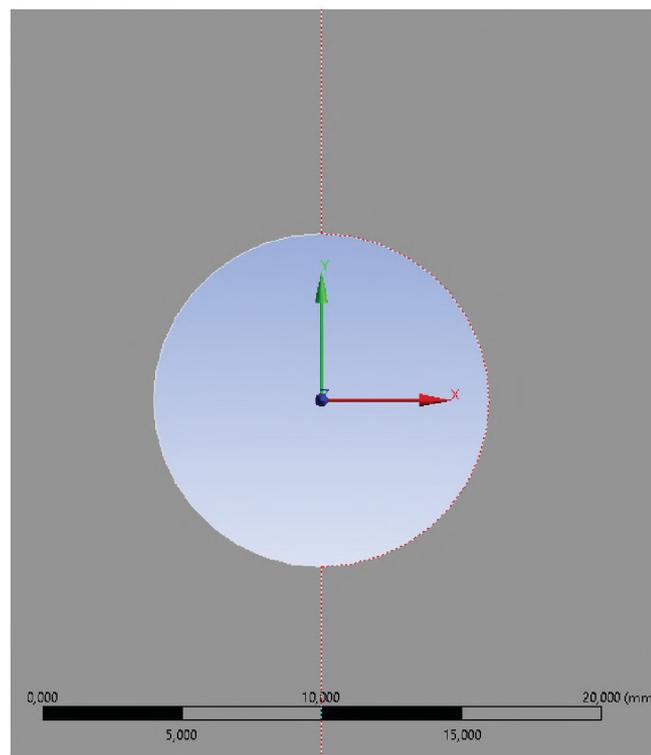
O domínio circular, o qual inclui o círculo, é dividido em duas partes, através de uma linha divisória; uma região à montante (lado esquerdo da FIGURA 13), em relação ao ponto central do círculo, e outra à jusante (lado direito da FIGURA 13). Essa divisão do domínio foi feita para possibilitar a separação das condições de contorno para o domínio definido. As condições de contorno da seção circular são:

- Entrada: Velocidade uniforme no sentido horizontal na região de entrada (sentido positivo na direção X) – que corresponde à metade esquerda da circunferência;
- Saída: (*Pressure Outlet*) – Pressão na face calculada por Liou (1996) – região que corresponde à metade direita da circunferência;
- Cilindro: Parede – velocidade nula de escoamento;

Essa divisão também tem a finalidade de facilitar a elaboração da malha com um tamanho crescente. A malha é crescente no sentido radial e sua menor divisão está junto à seção circular do “cilindro”. Desta forma, o maior elemento estará mais distante da região de interesse, não afetando os resultados obtidos, ou ao menos, reduzindo ao máximo sua influência.

Na FIGURA 14 é apresentada uma visão aproximada da seção circular de interesse.

FIGURA 14 – CILINDRO (SEÇÃO CIRCULAR) E EIXOS COORDENADOS



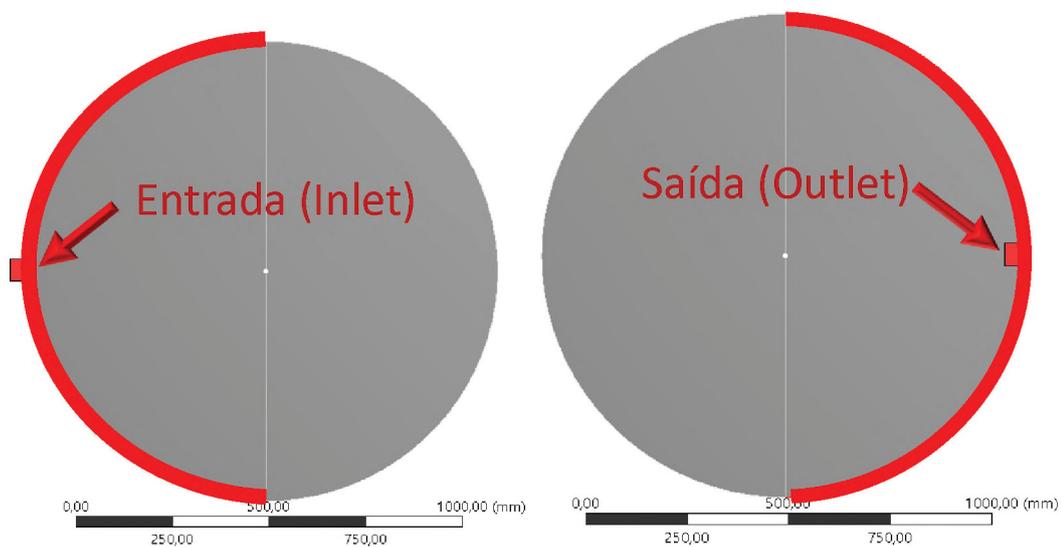
Fonte: Autoria Própria (2018)

A seção circular tem diâmetro de 12 mm e o domínio total possui um diâmetro de 1200 mm. A escolha das dimensões do domínio está relacionada aos estudos numéricos e experimentais de Badr et al. (1990), Rosetti et al. (2012) e Sato; Kobayashi (2012) que foram utilizados como base para definição das condições de simulações. Estes estudos apresentam condições de contorno similares ao estudo

apresentado neste trabalho, inclusive com dimensões do domínio similares, número de Reynolds e diversos outros parâmetros. As coordenadas estão direcionadas na seguinte disposição:

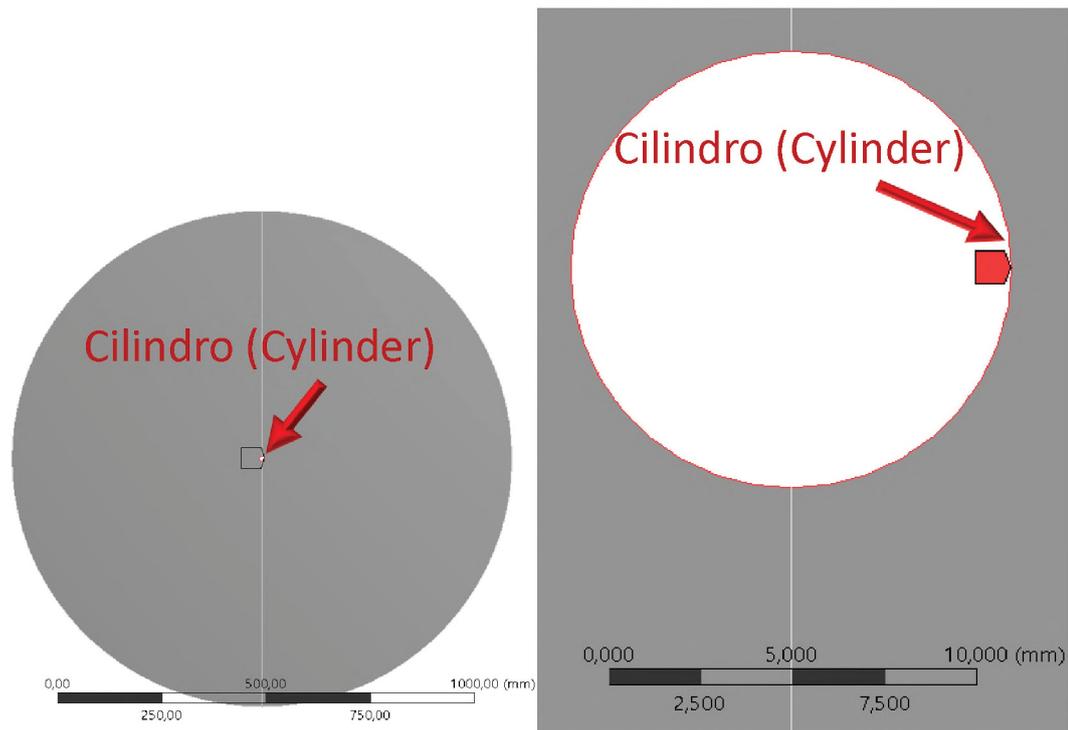
- Eixo X: Direção do escoamento. Sentido do escoamento: X positivo.
- Eixo Y: Direção normal ao escoamento no plano da figura.
- Eixo Z: Direção normal ao escoamento para fora do plano. Direção não considerada, caso bidimensional.

FIGURA 15 – CONDIÇÕES DE CONTORNO DE ENTRADA E SAÍDA



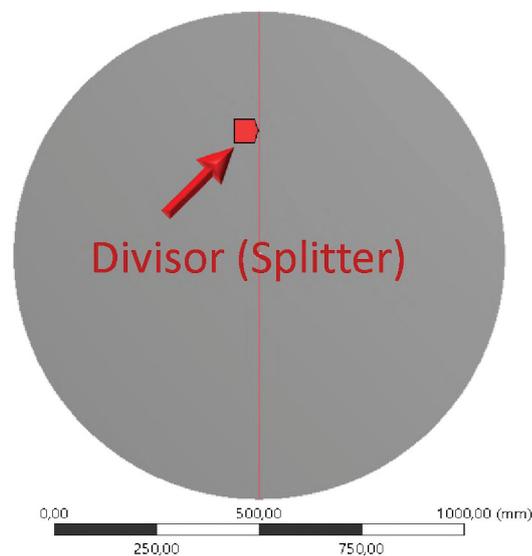
Fonte: Autoria Própria (2018)

FIGURA 16 – CILINDRO (SEÇÃO CIRCULAR)



Fonte: Autoria Própria (2018)

FIGURA 17 – DIVISOR ENTRE AS REGIÕES A MONTANTE E JUSANTE



Fonte: Autoria Própria (2018)

O problema bidimensional apresentado possui contornos (linhas) pelo qual há a entrada e saída de fluido, que determinará o escoamento internamente ao domínio. As regiões de contorno estão apresentadas na FIGURA 15 a FIGURA 17.

Nas simulações foram considerados os valores para o número de Reynolds 1×10^2 e 1×10^3 . Para o atendimento à essa condição e com o fluido escolhido sendo ar à temperatura de 15°C , cuja massa específica de aproximadamente $1,225 \text{ kg/m}^3$ e viscosidade cinemática de $14,625 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$; a velocidade do escoamento livre para a obtenção desses números de Reynolds são, respectivamente, $0,121875 \text{ m/s}$ e $1,21875 \text{ m/s}$.

O método adotado para a resolução das equações de Navier-Stokes foi o método dos volumes finitos. O problema é tratado como um cilindro, pois para o cálculo dos coeficientes de arrasto, sustentação, nº de Strouhal, e qualquer outra quantidade integral, apesar da resolução do escoamento ser realizada para um plano, considera-se para efeito de cálculo uma profundidade unitária (1 metro).

Os modelos adotados utilizados foram:

- $k - \epsilon$ Realizable;
- $k - \omega$ SST;
- DES;
- "Laminar";
- $k - kl - \omega$

No regime laminar, apenas as equações de Navier-Stokes são resolvidas juntamente com a equação da continuidade. Nota-se que se houvesse um refino muito maior da malha, seria possível através do caso laminar resolver qualquer tipo de escoamento, porém esse caso recai em uma simulação DNS. DNS ou *Direct Numerical Simulation* não utiliza nenhum modelo de turbulência

Para a definição do tamanho de malha, considerou-se que o primeiro elemento — aquele mais próximo do cilindro — teria uma razão de aspecto $\left(\frac{\text{altura}}{\text{largura}}\right)$ o mais próximo possível da unidade. Salienta-se que o tipo de malha escolhido para esse problema bidimensional foi uma malha de elementos trapezoidais. O termo "altura" foi escolhido para designar a direção radial e "largura" para a direção circunferencial.

Para o refinamento da malha próximo ao cilindro e aumento gradual do tamanho de malha na direção radial, foi realizada a expansão do tamanho dos elementos, buscando mantê-los com uma razão de aspecto o mais próximo da unidade, contudo com tamanho crescente à medida que se afasta do cilindro.

O aumento do tamanho do elemento na malha, na direção radial, foi calculado através de uma progressão geométrica definida pelas constantes e equações apresentadas em (98).

$$\begin{aligned} n &= 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024 \\ r_1 &= 12 \text{ mm} \end{aligned} \tag{98}$$

$$r_n = 600 - 6 \cdot r_n 594 \text{ mm}$$

$$c_1 = \frac{\pi r_1}{n}$$

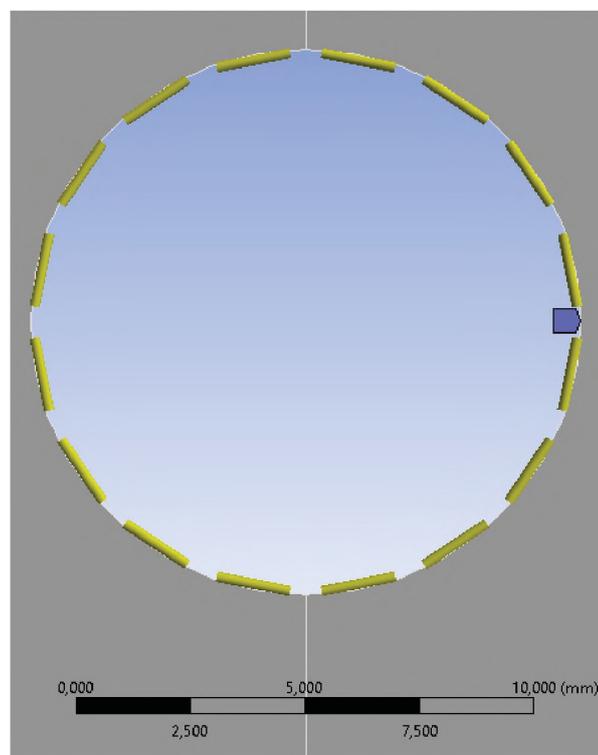
$$c_2 = a_1 \cdot q$$

$$c_{m1} = \frac{c_2 + c_1}{2}$$

$$r_n = c_{m1} \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

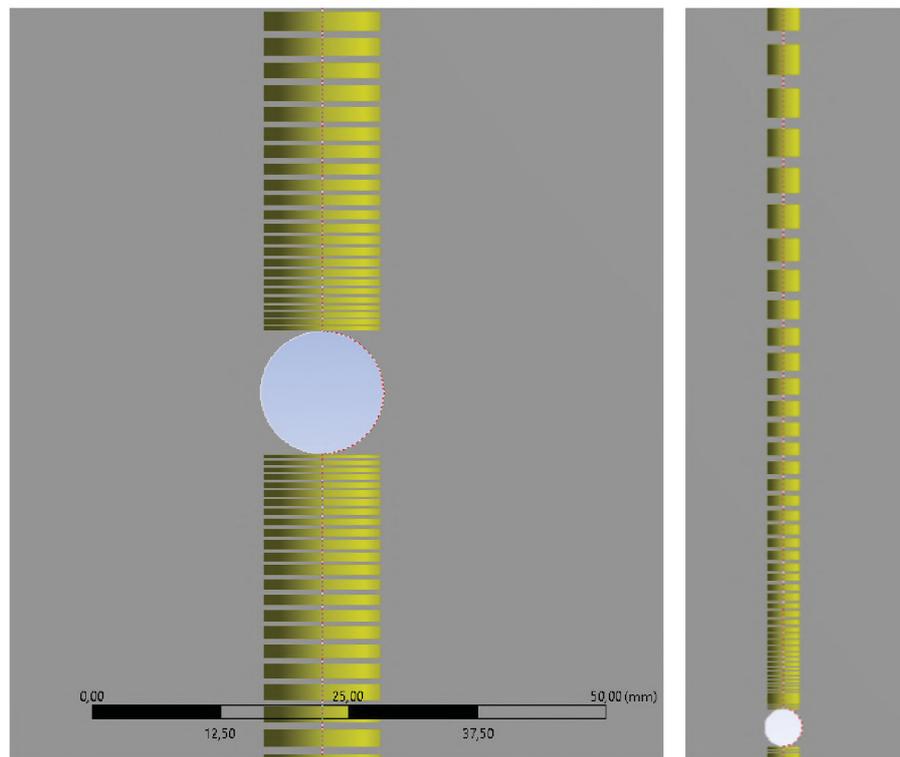
Primeiramente, na definição do tamanho dos elementos, elaborou-se uma divisão da circunferência do cilindro em um número crescente de elementos, iniciado por 16 elementos, e aumentando-se até 1024 em uma razão geométrica equivalente a dois, como na FIGURA 18.

FIGURA 18 – DIVISOR CIRCUNFERENCIAL



Fonte: Autoria Própria (2018)

FIGURA 19 – DIVISOR RADIAL



Fonte: Autoria Própria (2018)

O mesmo foi realizado na direção radial, iniciando-se com os mesmos 16 elementos, até o valor de 1024 (FIGURA 19). Dessa forma, foi possível obter uma malha estruturada, e que permitia avaliar o ponto em que os custos computacionais aumentavam sobremaneira enquanto que os valores obtidos pela solução convergida se alteravam de forma irrisória.

A progressão geométrica foi utilizada no cálculo dos elementos na direção radial, pois o número de divisões era fixo desde o ponto de contato com o cilindro até a maior seção do domínio utilizado na simulação. Dessa forma, os elementos mais distantes do centro da circunferência apresentam um maior arco de circunferência, e para manter a razão de aspecto, é necessário que o elemento varie de tamanho radialmente.

O valor obtido para o tamanho do primeiro elemento e a razão de crescimento dada pela progressão geométrica são visualizados na TABELA 2

TABELA 2 – TAMANHO DO PRIMEIRO ELEMENTO E DA RAZÃO DE CRESCIMENTO DADA POR PROGRESSÃO GEOMÉTRICA

	nº de Divisões	Razão	Tamanho 1º elemento
1	16	1,3004 (30,04%)	2,356 mm
2	32	1,1405 (14,05%)	1,178 mm
3	64	1,0680 (6,80%)	0,589 mm
4	128	1,0334 (3,34%)	0,295 mm
5	256	1,0166 (1,66%)	0,147 mm
6	512	1,0083 (0,83%)	0,074 mm
7	1024	1,0041 (0,41%)	0,037 mm

Fonte: Autoria Própria (2018)

Conhecendo-se o tamanho dos elementos, principalmente dos mais próximos (e de menor dimensão), é possível calcular qual o melhor “tamanho” do passo de tempo (*time step*) requerido para a simulação. Para tal, utilizou-se o número de Courant para o menor elemento da malha como base de cálculo. O número de Courant é definido por:

$$Co = \frac{|u|\Delta t}{\Delta x} \quad (99)$$

sendo $|u|$ a norma da velocidade, Δt o passo de tempo e Δx o tamanho local dos volumes finitos da malha. Como forma de simplificação, a magnitude da velocidade local considerada foi a mesma dada na condição de contorno de entrada do escoamento (*inlet velocity*).

Foi, também, levando em consideração o parâmetro CFL (*Courant-Friedrichs-Lewy*) que é calculado Courant et al. (1928) como:

$$CFL = \frac{\Delta t}{\Delta t|_{Co=1}} \quad (100)$$

O CFL foi calculado para os valores de 1, 2, 4, 8 e 16. Em geral, para um problema transiente, considera-se um valor de CFL menor que a unidade para convergência, contudo, os efeitos oscilatórios para o escoamento ao redor do cilindro, dado pelo número de Strouhal, já permitiam prever que um valor de CFL abaixo de 1 não traria ganho significativo para o caso estudado, aumentando apenas o custo computacional.

O número de passos de tempo requeridos para a simulação foi calculado pelo CFL, que se baseia no número de Courant. Conhecendo-se, então, o passo de tempo necessário, foram realizadas simulações iniciais para a determinação do tempo total de simulação em regime transiente. Encontrou-se o valor de 30 segundos para nº de

Reynolds 100 e 2 segundos para nº de Reynolds 1000 para a estabilização do escoamento ao redor do cilindro, em todos os casos.

Na TABELA 3 são apresentados os tamanhos (em milissegundos) requeridos para o passo de tempo para o caso do escoamento com número de Reynolds para a velocidade de escoamento livre de 0,121875 m/s.

TABELA 3 – DURAÇÃO DO PASSO DE TEMPO PARA $RE \sim 1 \times 10^2$ (EM MILISSEGUNDOS)

		CFL (Courant-Friedrichs-Lewy)				
		1	2	4	8	16
Nº de Divisões na circunferência	16	19,33282	38,66564	77,33128	154,6626	309,3251
	32	9,66641	19,33282	38,66564	77,33128	154,6626
	64	4,833205	9,66641	19,33282	38,66564	77,33128
	128	2,416603	4,833205	9,66641	19,33282	38,66564
	256	1,208301	2,416603	4,833205	9,66641	19,33282
	512	0,604151	1,208301	2,416603	4,833205	9,66641
	1024	0,302075	0,604151	1,208301	2,416603	4,833205

Fonte: Autoria Própria (2018)

Na TABELA 4 são apresentados o número de passos de tempo requeridos para cobrir a faixa de 30 segundos, levando-se em conta o número de divisões na circunferência (cilindro), que é a mesma ao longo do raio, e também em relação ao CFL.

TABELA 4 – NÚMERO DE PASSOS DE TEMPO PARA $RE \sim 1 \times 10^2$

		CFL (Courant-Friedrichs-Lewy)				
		1	2	4	8	16
Nº de Divisões na circunferência	16	1551	775	387	193	96
	32	3103	1551	775	387	193
	64	6207	3103	1551	775	387
	128	12414	6207	3103	1551	775
	256	24828	12414	6207	3103	1551
	512	49656	24828	12414	6207	3103
	1024	99312	49656	24828	12414	6207

Fonte: Autoria Própria (2018)

Na TABELA 5 são apresentados os tamanhos (em milissegundos) requeridos para o passo de tempo para o caso do escoamento com número de Reynolds para a velocidade de escoamento livre de 1,21875 m/s. Na TABELA 6 são apresentados o número de passos de tempo requeridos para cobrir a faixa de 2 segundos, levando-

se em conta o número de divisões na circunferência (cilindro), que é a mesma ao longo do raio, e também em relação ao CFL.

TABELA 5 – DURAÇÃO DO PASSO DE TEMPO PARA $Re \sim 1 \times 10^3$ (EM MILISSEGUNDOS)

		CFL (Courant-Friedrichs-Lewy)				
		1	2	4	8	16
Nº de Divisões na circunferência	16	1,933282	3,866564	7,733128	15,46626	30,93251
	32	0,966641	1,933282	3,866564	7,733128	15,46626
	64	0,483321	0,966641	1,933282	3,866564	7,733128
	128	0,24166	0,483321	0,966641	1,933282	3,866564
	256	0,12083	0,24166	0,483321	0,966641	1,933282
	512	0,060415	0,12083	0,24166	0,483321	0,966641
	1024	0,030208	0,060415	0,12083	0,24166	0,483321

Fonte: Autoria Própria (2018)

TABELA 6 – NÚMERO DE PASSOS DE TEMPO PARA $Re \sim 1 \times 10^3$

		CFL (Courant-Friedrichs-Lewy)				
		1	2	4	8	16
Nº de Divisões na circunferência	16	1034	517	258	129	64
	32	2069	1034	517	258	129
	64	4138	2069	1034	517	258
	128	8276	4138	2069	1034	517
	256	16552	8276	4138	2069	1034
	512	33104	16552	8276	4138	2069
	1024	66208	33104	16552	8276	4138

Fonte: Autoria Própria (2018)

Para a convergência dos resultados numéricos, foi assumido como um critério mínimo de que, para cada passo de tempo, dever-se-ia atingir o valor máximo para resíduo da continuidade, velocidades em cada direção e para as equações da turbulência o valor absoluto de 1×10^{-8} . Para isso, cada passo de tempo deveria resolver até 50 iterações ou o suficiente para que os residuais de cada equação fossem menores que os especificados.

Para a discretização das equações diferenciais, foi utilizada a discretização de 2ª ordem à montante (UDS-2), como padrão para os termos convectivos.

De forma geral, uma vez definidas as variáveis iniciais e as condições de contorno do problema, a técnica de volumes de controle convertem as equações governantes em equações algébricas que podem ser resolvidas numericamente. De forma a garantir que as variáveis do escoamento sejam conservadas ao longo de

todas as células no volume de controle, as equações governantes devem ser inicialmente integradas em todo o volume de controle.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

De forma geral, todos os resultados aqui demonstrados serão apresentados para as condições em que foram utilizadas 128 divisões na malha do domínio. Essa condição foi a que apresentou a melhor relação entre os custos computacionais e convergência de resultados. Ou seja, foi a condição que apresentou o menor custo computacional (tempo de simulação e recursos de *hardware*), e na qual posteriores refinamentos da malha não trariam ganhos significativos aos resultados obtidos. Dessa forma, não serão analisados de forma explícita os comparativos entre diferentes malhas. A comparação foi apenas feita para a obtenção da melhor malha de simulação aos propósitos deste trabalho, sem, no entanto, trazer prejuízos aos dados que serão apresentados.

Em relação à velocidade de rotação do cilindro, foram selecionadas duas condições para a análise dos coeficientes de arrasto e sustentação, o primeiro refere-se à condição de velocidade nula de rotação, ou seja, cilindro estacionário e à segunda condição é representada pela razão de velocidades (razão entre a velocidade tangencial do cilindro e a velocidade do escoamento uniforme) com valor 6. Em nenhum dos casos foi analisada a condição de velocidade de translação diferente de zero.

Os modelos utilizados nas simulações foram: $k - \epsilon$ *Realizable*, $k - \omega$ *SST*, *DES*, *Laminar* e $k - kl - \omega$. O regime laminar não é um modelo de turbulência; é assim mencionado quando somente as equações de Navier-Stokes são utilizadas sem nenhum modelo de turbulência aplicado, por simplicidade.

4.1 CILINDRO SEM ROTAÇÃO

A velocidade de rotação do cilindro selecionada para esse conjunto de simulações é nula. Serão comparados os resultados para escoamentos com números de Reynolds 1×10^2 e 1×10^3 .

4.1.1 Número de Reynolds 1×10^2

Para o caso em que o escoamento possui número de Reynolds equivalente a 1×10^2 , a considerando as dimensões do cilindro, a velocidade de escoamento uniforme do ar (fluido escolhido) é de 0,121875 m/s.

4.1.1.1 Coeficiente de Arrasto

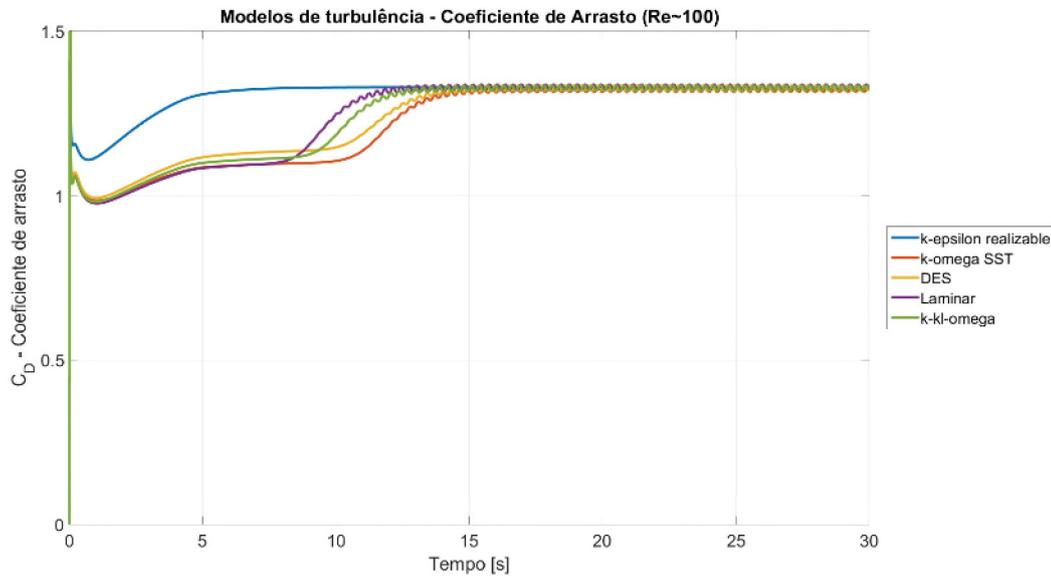
Na FIGURA 20 são apresentados os dados resultantes da simulação numérica em que a velocidade de escoamento para um número de Reynolds equivalente a 10^2 foi de 0,121875 m/s. Para esse caso, a simulação foi feita para uma duração total de 30 s, e os resultados foram obtidos para uma malha com 128 divisões. Tal número de divisões foi escolhido, pois o aumento no refinamento da malha em ambas as direções não resultava em alterações significativas ($\pm 1\%$) enquanto que o custo computacional aumentava-se exponencialmente.

Ainda com base na FIGURA 20 observam-se discrepâncias entre os valores e o tempo de convergência para cada modelo de turbulência. O modelo $k - \epsilon$ Realizable demonstra uma convergência mais rápida, contudo não são observadas flutuações do coeficiente de arrasto em relação a um valor médio. As flutuações no coeficiente de arrasto são esperadas para um escoamento com essas características. Segundo Rahman et al. (2007) e Sheard et al. (2005), as oscilações ocorrem devido à formação alternada de vórtices na esteira do escoamento de um cilindro a partir do escoamento com número de Reynolds 40. Esse comportamento ocorre de maneira praticamente inalterada, com características de um escoamento laminar, até valores de número de Reynolds aproximadamente 190, quando se observam instabilidades na esteira e início de um escoamento com características turbulentas.

Para os outros modelos considerados, sejam eles: $k - \omega$ SST, DES, Laminar e $k - kl - \omega$; a estabilização é alcançada com um número maior de iterações, contudo, é observado a flutuação ao redor de um valor médio, característico do escoamento com número de Reynolds 100. Na FIGURA 21, avalia-se que não há qualquer oscilação no valor instantâneo para o coeficiente de arrasto do modelo $k - \epsilon$, enquanto que os outros modelos possuem essa alternância, com amplitudes ligeiramente diferentes, porém com frequências próximas.

Esse comportamento obtido para simulações com o modelo $k - \epsilon$ ocorre devido ao valor calculado da viscosidade turbulência estar próximo à zero. Mesmo com a proximidade do valor nulo para a viscosidade turbulenta, termos referentes à turbulência nas equações da energia cinética e dissipação turbulenta apresentam valores não nulos, comprometendo o resultado numérico para esse modelo. Os modelos que possuem termos referentes à turbulência na equação da taxa de dissipação não apresentam erros quando a viscosidade turbulenta se aproxima do valor nulo, e com isso mantém-se o comportamento do resultado mais próximo a realidade.

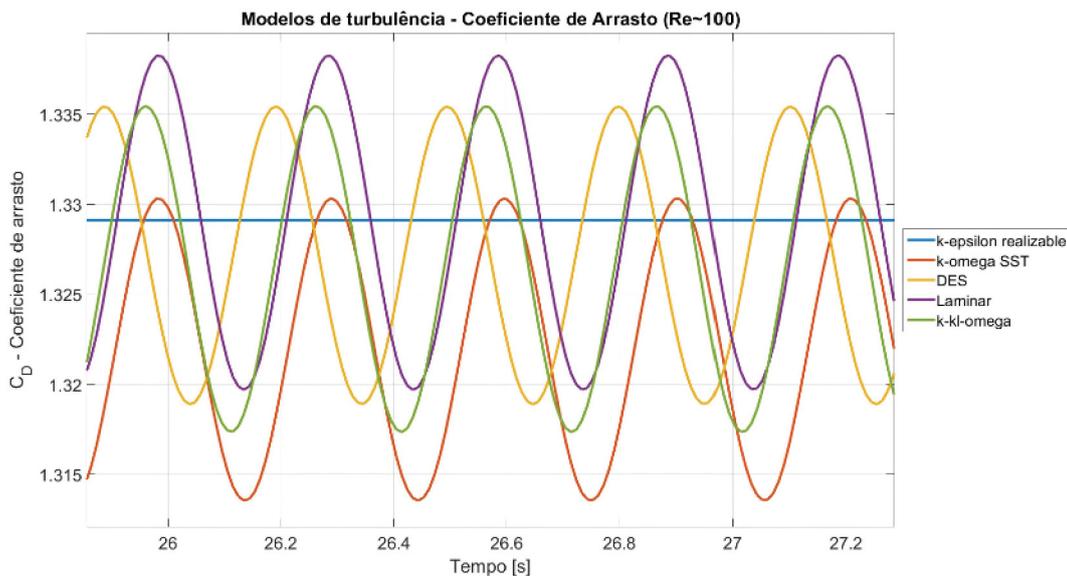
FIGURA 20 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE ARRASTO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA GERAL) ($Re \sim 1 \times 10^2$)



Fonte: Autoria Própria (2018)

Para melhor observar o comportamento do coeficiente de arrasto, na FIGURA 21 é apresentado um gráfico em vista aproximada.

FIGURA 21 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE ARRASTO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA APROXIMADA) ($Re \sim 1 \times 10^2$)



Fonte: Autoria Própria (2018)

O escoamento com número de Reynolds 1×10^2 tem característica de ser, como um todo, laminar, inclusive na esteira de vórtices. Os valores para o coeficiente de arrasto são apresentados na TABELA 7.

TABELA 7 – $\overline{C_D} \pm C_{D_{osc}}$ PARA NÚMERO DE REYNOLDS $\sim 1 \times 10^2$

	$\overline{C_D} \pm C_{D_{osc}}$ Para Número de Reynolds aproximadamente 100	
	64 divisões do domínio	128 divisões do domínio
<i>k – ϵ Realizable</i>	1,31589 \pm 0	1,32912 \pm 0
<i>k – ω SST</i>	1,32866 \pm 0,00984	1,32197 \pm 0,00841
<i>DES</i>	1,34069 \pm 0,00941	1,32716 \pm 0,00829
<i>Laminar</i>	1,33772 \pm 0,00919	1,32899 \pm 0,00930
<i>k – kl – ω</i>	1,34068 \pm 0,00941	1,32640 \pm 0,00907

Fonte: Autoria Própria (2018)

TABELA 8 – $\overline{C_D} \pm C_{D_{osc}}$ PARA NÚMERO DE REYNOLDS $\sim 1 \times 10^2$

	$\overline{C_D} \pm C_{D_{osc}}$ para Re 100
Rusell; Wang (2003)	1,380 \pm 0,007
Calhoun; Wang (2002)	1,350 \pm 0,014
Braza et al. (1986)	1,386 \pm 0,015
Choi et al. (2007)	1,340 \pm 0,011
Liu et al. (1998)	1,350 \pm 0,012
Guerrero (2009)	1,380 \pm 0,012

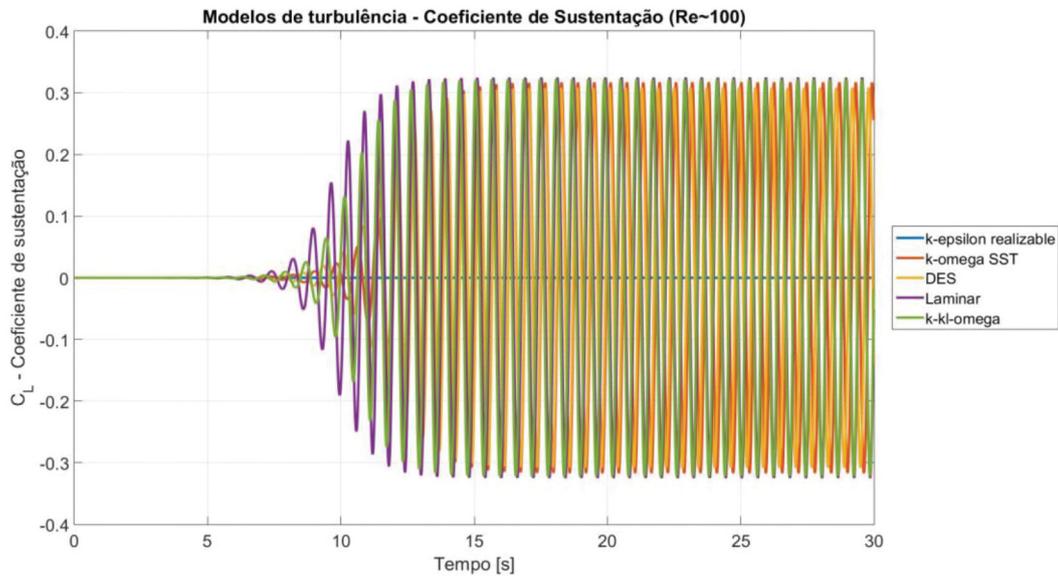
Fonte: Autoria Própria (2018)

De forma semelhante ao coeficiente de arrasto, o coeficiente de sustentação é outro ponto a ser analisado. E de ao arrasto, a sustentação também obtém resultados sem oscilações para o modelo *k – ϵ Realizable*.

4.1.1.2 Coeficiente de Sustentação

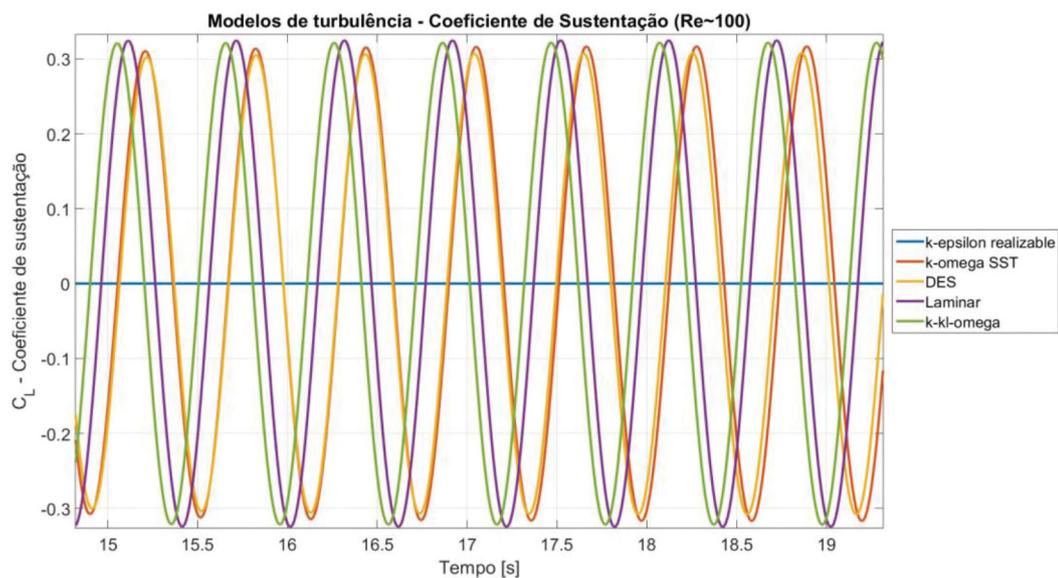
O coeficiente de sustentação para um cilindro imerso em um escoamento, cujo número de Reynolds é da ordem de 10^2 foi simulado para diversos modelos de turbulência e os resultados obtidos são observados na FIGURA 22 e FIGURA 23.

FIGURA 22 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA GERAL) ($Re \sim 1 \times 10^2$)



Fonte: Autoria Própria (2018)

FIGURA 23 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA APROXIMADA) ($Re \sim 1 \times 10^2$)



Fonte: Autoria Própria (2018)

Assim como o caso do coeficiente de arrasto, o modelo $k - \epsilon$, o qual apresenta um valor $\overline{C_L}$ adequado, não apresenta as oscilações esperadas. A motivação para o qual o coeficiente de sustentação também não apresentar oscilações, assim como o coeficiente de arrasto, é pelo fato da existência funções de amortecimento juntamente às equações da dissipação turbulenta, que além de erros numéricos causados pela viscosidade turbulenta tendendo ao valor zero, neste caso de número de Reynolds

1×10^2 , ainda há o amortecimento e suavização dos vórtices laminares alternados (vórtice de von Kármán).

Todos os outros modelos, exceto o $k - \epsilon$, apresentaram comportamento coerente com dados experimentais e numéricos obtidos por outros autores como: Braza et al. (1986), Calhoun; Wang (2002), Choi et al. (2007), Guerrero (2009), Liu et al. (1998) e Rusell; Wang (2003). Os valores para o coeficiente de sustentação são apresentados na TABELA 9

TABELA 9 – $\overline{C_L} \pm C_{L_{osc}}$ PARA NÚMERO DE REYNOLDS 1×10^2

	$\overline{C_L} \pm C_{L_{osc}}$ Para Número de Reynolds equivalente a 1×10^2
$k - \epsilon$ Realizable	0 ± 0
$k - \omega$ SST	$0 \pm 0,31731$
DES	$0 \pm 0,30838$
Laminar	$0 \pm 0,32506$
$k - kl - \omega$	$0 \pm 0,32209$

Fonte: Autoria Própria (2018)

TABELA 10 – $\overline{C_D} \pm C_{D_{osc}}$ PARA NÚMERO DE REYNOLDS 1×10^2

	$\overline{C_D} \pm C_{D_{osc}}$ para Re 1×10^2
Rusell; Wang (2003)	$0 \pm 0,322$
Calhoun; Wang (2002)	$0 \pm 0,300$
Braza et al. (1986)	$0 \pm 0,250$
Choi et al. (2007)	$0 \pm 0,315$
Liu et al. (1998)	$0 \pm 0,339$
Guerrero (2009)	$0 \pm 0,333$

Fonte: Autoria Própria (2018)

4.1.2 Número de Reynolds 1×10^3

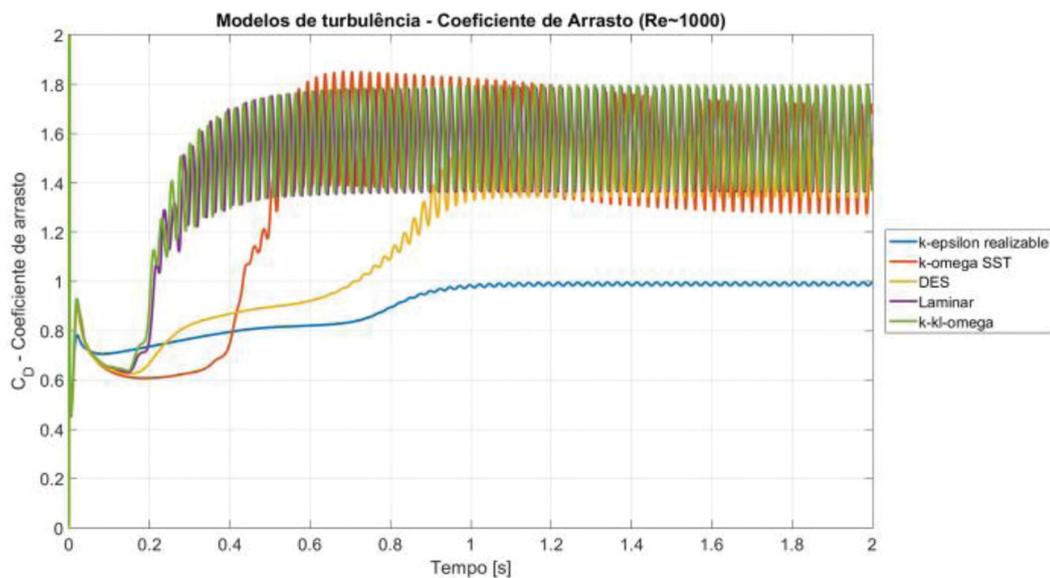
Os resultados obtidos para o escoamento com número de Reynolds equivalente 1×10^3 serão apresentados nas próximas seções. Para um escoamento com esse valor para o número adimensional de Reynolds, o escoamento é laminar imediatamente ao redor do cilindro e turbulento da esteira. Segundo Ocal; Pihtili (2017a), observa-se que para valores do número de Reynolds maiores que 190 ocorre

a transição entre o regime laminar e turbulento na região de separação do escoamento do corpo sólido. Esse comportamento mantém-se constante até valores $Re = 300$, o qual a partir desse valor, a esteira torna-se completamente turbulenta, mantendo-se desta forma para $300 < Re < 3 \times 10^5$.

4.1.2.1 Coeficiente de Arrasto

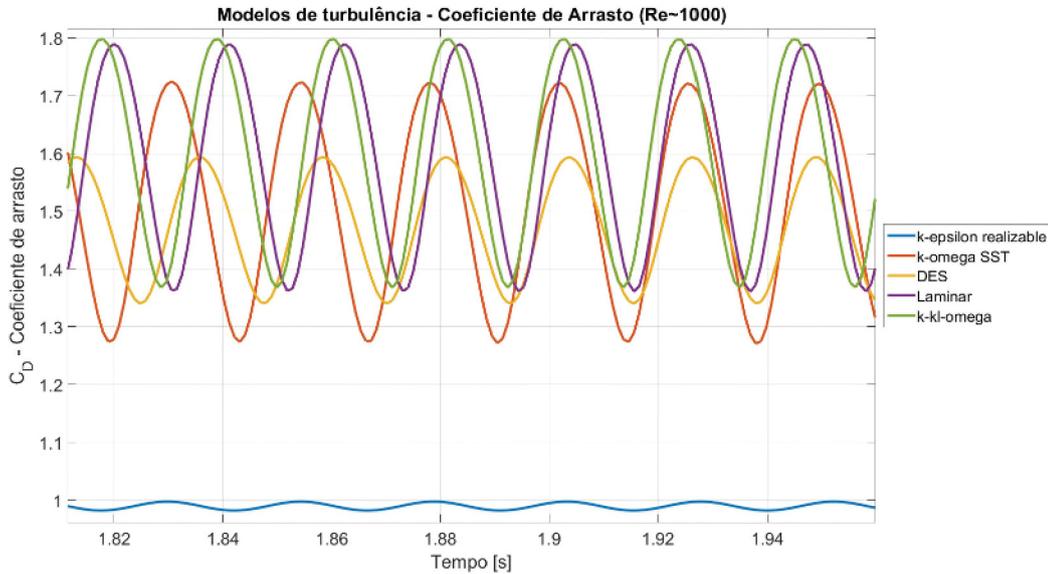
O coeficiente de arrasto para um cilindro imerso em um escoamento, cujo número de Reynolds é equivalente a 1×10^3 foi obtido em função dos modelos de turbulência: $k - \epsilon$ Realizable, $k - \omega$ SST, DES, Laminar e $k - kl - \omega$. Na FIGURA 24 e FIGURA 25 são mostrados os comparativos entre os coeficientes de arrasto para os diversos modelos de turbulência empregados nas simulações numéricas.

FIGURA 24 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE ARRASTO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA GERAL) ($Re \sim 1 \times 10^3$)



Fonte: Autoria Própria (2018)

FIGURA 25 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE ARRASTO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA APROXIMADA) ($Re \sim 1 \times 10^3$)



Fonte: Autoria Própria (2018)

Para um escoamento uniforme e com número de Reynolds equivalente a 1×10^3 , a velocidade do escoamento escolhida foi de 1,21875 m/s cilindro com diâmetro de 12 mm. Diferentemente da situação observada para o número de Reynolds 1×10^2 , o modelo $k - \epsilon$ Realizável é o que apresenta resultados mais próximos de valores estudos experimentais e numéricos, conforme Singh; Mittal (2005), Rosetti et al. (2012), Rahman et al. (2007) e Anderson (2005). Os valores para o coeficiente de arrasto são apresentados na TABELA 11.

TABELA 11 – $\overline{C_D} \pm C_{D_{osc}}$ PARA NÚMERO DE REYNOLDS $\sim 1 \times 10^3$

	$\overline{C_D} \pm C_{D_{osc}}$ Para Número de Reynolds equivalente a 1×10^3
$k - \epsilon$ Realizável	$0,98968 \pm 0,00773$
$k - \omega$ SST	$1,50902 \pm 0,23800$
DES	$1,46699 \pm 0,12697$
Laminar	$1,57511 \pm 0,21434$
$k - kl - \omega$	$1,58305 \pm 0,21549$

Fonte: Autoria Própria (2018)

TABELA 12 – $\overline{C_D} \pm C_{D_{osc}}$ PARA NÚMERO DE REYNOLDS $\sim 1 \times 10^3$

	$\overline{C_D} \pm C_{D_{osc}}$ para Re 1×10^3
Singh; Mittal (2005)	0,98
Rosetti et al. (2012)	0,99
Rahman et al. (2007)	0,995
Anderson (2005)	0,9

Fonte: Autoria Própria (2018)

Os outros modelos, baseados majoritariamente em equações da energia cinética (k) e taxa de dissipação turbulenta (ω), apesar de apresentarem comportamento adequado (oscilação em frequência próxima a esperada), não possuem valores médios para o coeficiente de arrasto em acordo com experimentos similares. O caso “laminar”, apresenta inconsistências nos resultados, pois para valores de Reynolds acima de 190 é previsto o início de um escoamento turbulento gerado na esteira do cilindro, conforme Ocal; Pihtili (2017a).

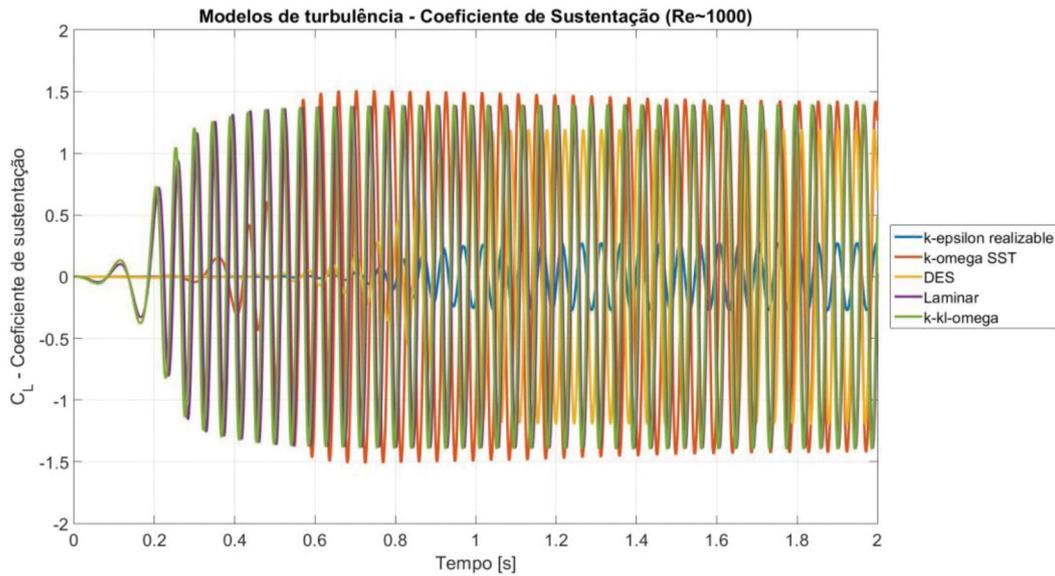
O modelo de turbulência $k - \epsilon$ apresenta resultados aderentes com experimentos e outros estudos numéricos. Esse comportamento pode ser explicado pela própria formulação deste modelo de turbulência, que prioriza a turbulência em escoamentos livre, longe de paredes; onde os gradientes de pressão adverso não são elevados. Como o escoamento com número de Reynolds 1×10^3 é laminar na camada limite e turbulento na esteira, segundo Ocal; Pihtili (2017a), a turbulência e as oscilações devido ao movimento ao redor do corpo sólido são melhores representadas por esse pelas equações da dissipação turbulenta (epsilon – ϵ). Os modelos que possuem equações da taxa de dissipação turbulenta (ômega – ω) por outro lado melhor representam o comportamento fluido para proximidade com a parede e locais onde o gradiente de pressão adverso é mais acentuado, situação que não ocorre para este caso, pois a região próxima a camada limite é laminar, sendo apenas a esteira turbulenta.

4.1.2.2 Coeficiente de Sustentação

O coeficiente de sustentação, assim como o coeficiente de arrasto para um cilindro imerso em um escoamento, cujo número de Reynolds é equivalente a 1×10^3 são mostrados na FIGURA 26 e FIGURA 27. O comparativo entre os coeficientes de sustentação para as condições supracitadas foram elaborados para os modelos de turbulência $k - \epsilon$ Realizable, $k - \omega$ SST, DES, Laminar e $k - kl - \omega$.

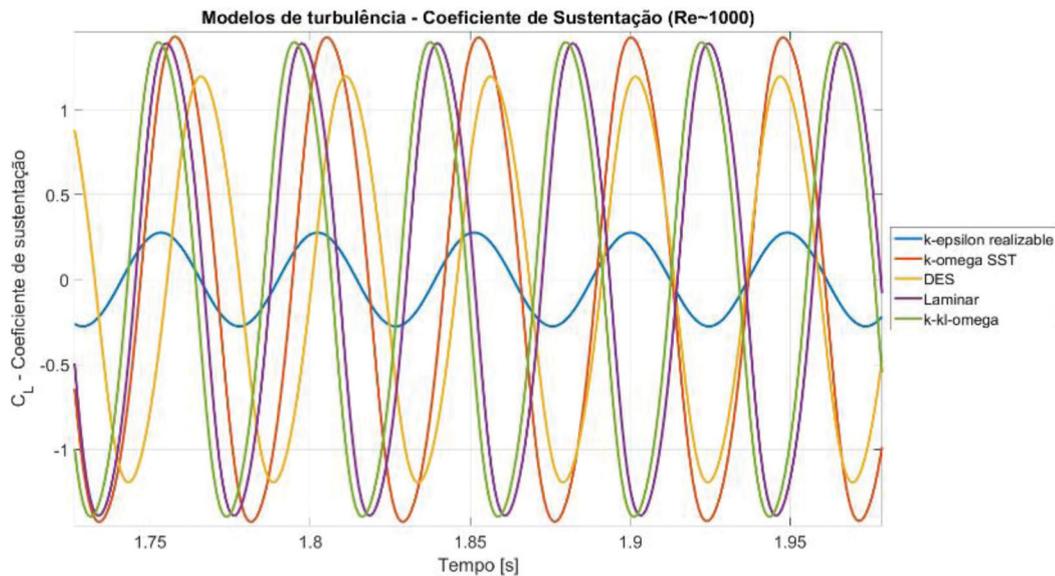
Semelhantemente aos resultados obtidos para o coeficiente de arrasto, o modelo $k - \epsilon$ apresentou aderência ao estudo de Rahman et al. (2007).

FIGURA 26 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA GERAL) ($Re \sim 1 \times 10^3$)



Fonte: Autoria Própria (2018)

FIGURA 27 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA APROXIMADA) ($Re \sim 1 \times 10^3$)



Fonte: Autoria Própria (2018)

Os valores para o coeficiente de sustentação são apresentados na TABELA 13

TABELA 13 – $\overline{C_L} \pm C_{L_{osc}}$ PARA NÚMERO DE REYNOLDS $\sim 1 \times 10^3$

	$\overline{C_L} \pm C_{L_{osc}}$ Para Número de Reynolds aproximadamente 1×10^3	
	64 divisões do domínio	128 divisões do domínio
<i>k – ϵ Realizable</i>	$-0,00025 \pm 0,27335$	$0 \pm 0,27629$
<i>k – ω SST</i>	$0,00029 \pm 1,17989$	$0,00212 \pm 1,44131$
<i>DES</i>	$-0,00031 \pm 0,77607$	$0 \pm 1,19675$
<i>Laminar</i>	$-0,00032 \pm 1,08593$	$0 \pm 1,39201$
<i>k – kl – ω</i>	$-0,00034 \pm 1,13057$	$0 \pm 1,39898$

Fonte: Autoria Própria (2018)

TABELA 14 – $\overline{C_D} \pm C_{D_{osc}}$ PARA NÚMERO DE REYNOLDS $\sim 1 \times 10^3$

	$\overline{C_D} \pm C_{D_{osc}}$ para Re 1×10^3
Rahman et al. (2007)	$0 \pm 0,23$

Fonte: Autoria Própria (2018)

Para uma razão de velocidade 6 em um cilindro com número de Reynolds do escoamento de 1×10^3 , apenas um estudo foi encontrado em condições similares, que foi realizado por Rahman et al. (2007). O motivo pelo qual o coeficiente de sustentação obteve resultado similar à literatura apenas para o modelo *k – ϵ* , deve-se ao mesmo motivo citado ao caso do coeficiente de arrasto. Este modelo melhor representa o escoamento livre, e não as condições de proximidade à parede do escoamento turbulento; pois em proximidade à parede, o escoamento é completamente laminar.

4.1.3 Comparativo Entre Resultados Para um Cilindro com Razão de Velocidade Nula

Na FIGURA 28 e FIGURA 29 são apresentados os valores $\overline{C_D}$ e $\overline{C_L}$ para números de Reynolds 1×10^2 e 1×10^3 . O único modelo, que na média, foi capaz de representar o escoamento, nessa faixa de Reynolds, para um cilindro 2D estacionário, foi o modelo *k – ϵ Realizable*. Nota-se que o comportamento transitório não foi levado em conta nessa análise. Para complementar os dados anteriores, a FIGURA 30 apresenta o comportamento do número de Strouhal para diferentes Reynolds. Neste caso, todos os modelos, exceto *k – ϵ Realizable* foram verossímeis. Contudo, nota-se que o número de Strouhal nada diz sobre a magnitude, apenas sobre a frequência de oscilação. Esse descompasso entre os modelos para a magnitude média *versus* frequência de oscilação, deve a incapacidade do modelo *k – ϵ* representar de forma

correta um escoamento oscilatório quando está completamente em regime laminar, devido aos erros introduzidos pelos “termos de amortecimento” quando a viscosidade turbulenta é próxima de zero.

FIGURA 28 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE ARRASTO MÉDIO PARA OS MODELOS DE TURBULÊNCIA EM FUNÇÃO DO NÚMERO DE REYNOLDS

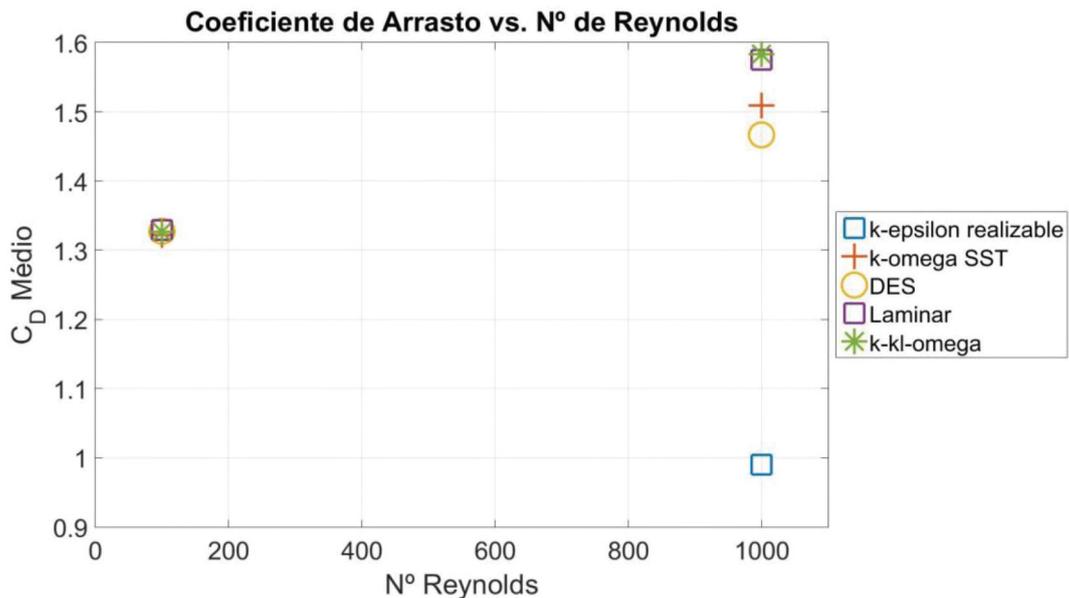


FIGURA 29 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO MÉDIO PARA OS MODELOS DE TURBULÊNCIA EM FUNÇÃO DO NÚMERO DE REYNOLDS

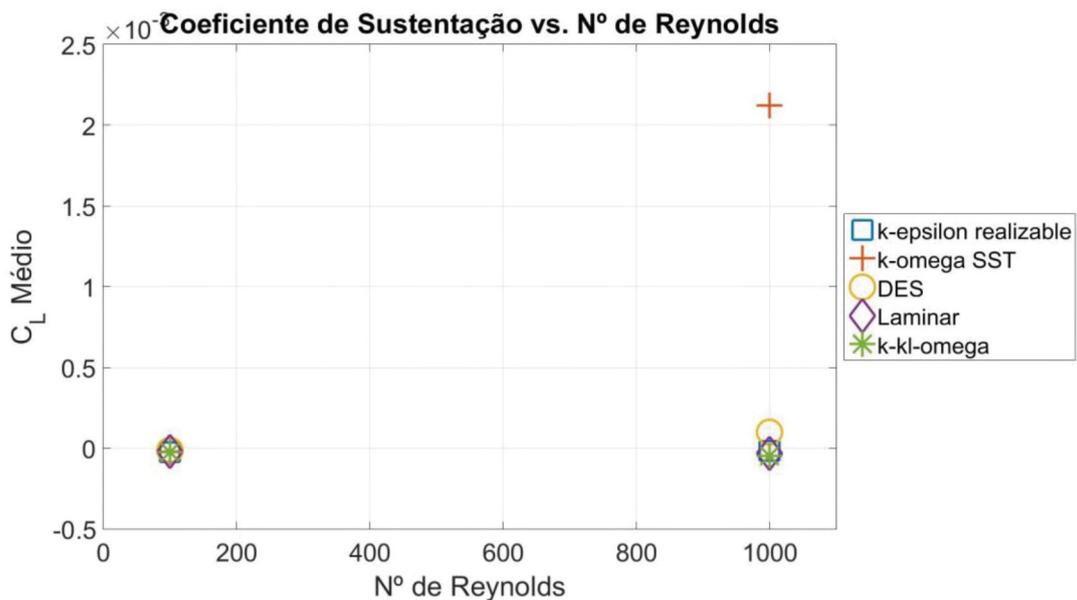
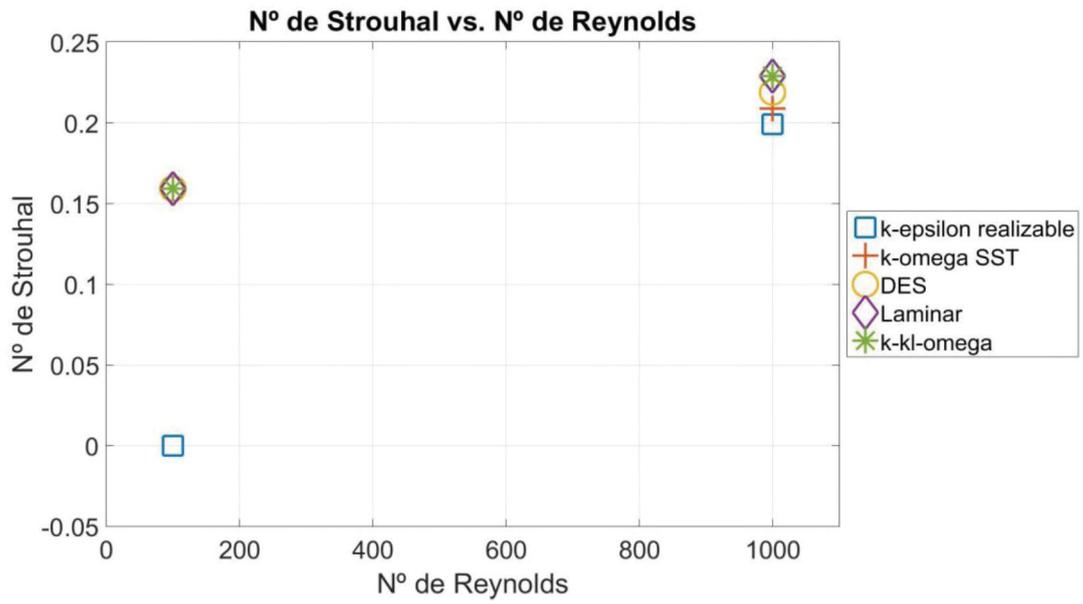


FIGURA 30 – COMPARATIVO ENTRE O NÚMERO DE STROUHAL PARA OS MODELOS DE TURBULÊNCIA EM FUNÇÃO DO NÚMERO DE REYNOLDS



Fonte: Autoria Própria (2018)

4.2 CILINDRO COM ROTAÇÃO ($\alpha = 6$)

Serão apresentados os resultados de simulações numéricas para um escoamento fluido uniforme para condições em que o número de Reynolds é equivalente a 1×10^2 e 1×10^3 . A razão de velocidade (α) de 6 foi escolhida, pois representa o efeito Magnus em uma condição estável (sem oscilações) (Padrino; Joseph, 2006). Nesta faixa de razão de velocidade, não são esperadas oscilações, de acordo com Mittal; Kumar (2003) e a magnitude do coeficiente de sustentação seja elevado (acima de uma ordem de grande) em comparação com o coeficiente de arrasto (Stojković et al., 2002).

4.2.1 NÚMERO DE REYNOLDS ~ 100

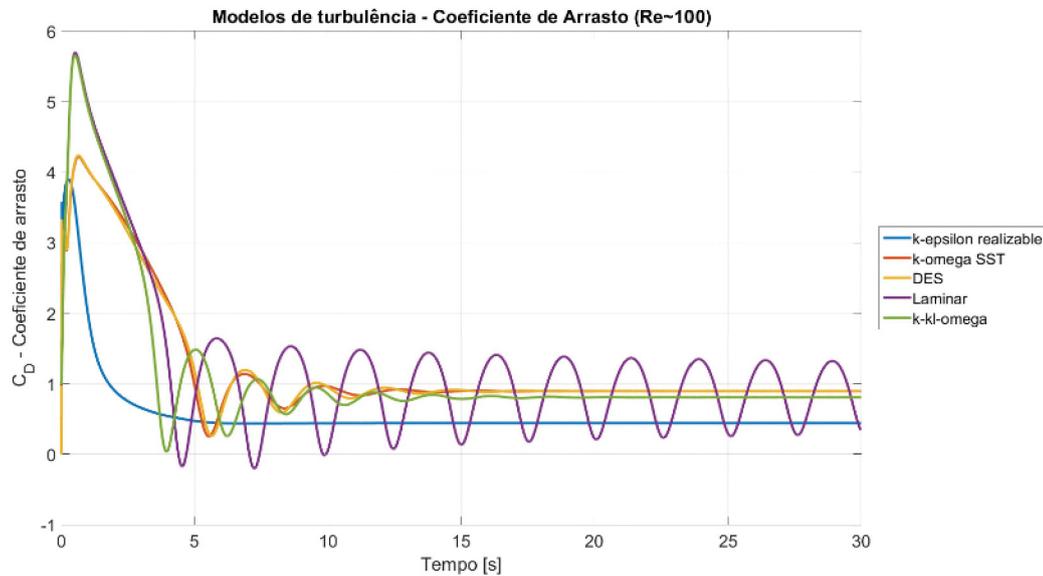
De forma semelhante ao estudo realizado para um cilindro com rotação nula, as mesmas condições foram utilizadas para um escoamento ao redor de um cilindro com razão de velocidade de 6, inclusive a velocidade de escoamento, que para as condições de contorno dadas, é de 0,121875 m/s para obtenção do número de Reynolds 1×10^2 .

4.2.1.1 Coeficiente de Arrasto

O comparativo do coeficiente de arrasto para um cilindro imerso em um escoamento, cujo número de Reynolds é 1×10^2 para uma razão de velocidade adimensional ($\alpha = 6$) é apresentado na FIGURA 31. Os modelos de turbulência utilizados foram: $k - \epsilon$ Realizable, $k - \omega$ SST, DES, Laminar e $k - kl - \omega$.

Segundo Singh; Mittal (2005) e Mittal; Kumar (2003), para uma razão de velocidade 6 ($\alpha = 6$), há a tendência de que as forças de sustentação e arrasto gerados pelo efeitos Magnus sejam constantes em um cilindro e conseqüentemente os coeficientes de sustentação e arrasto também o serão. Dessa forma, analisando-se os dados obtidos por simulação numérica, nota-se que o caso "laminar", mesmo para uma condições de escoamento em que o número de Reynolds é 1×10^2 , completamente laminar, conforme Ocal; Pihtili (2017a), Rahman et al. (2007) e Sheard et al. (2005); devido à rotação do cilindro, existem oscilações em um valor de rotação ao qual não são esperadas. Indica-se, dessa forma, que há um aumento significativo na viscosidade turbulenta e que sem modelos de turbulência, não há convergência para um resultado válido, exceto para um refinamento de malha, para o caso de uma simulação DNS.

FIGURA 31 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE ARRASTO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (RE~100)



Fonte: Autoria Própria (2018)

Com base nos resultados de Singh; Mittal (2005), é verificado que para valores de razão de velocidade superior a dois ($\alpha > 2$) não são esperadas oscilações no escoamento. Dessa forma, a rotação em um corpo cilíndrico é um dos métodos de controle e estabilização do arrasto em cilindros (Rosetti et al. ,2012).

Os valores para o coeficiente de arrasto são apresentados na TABELA 15.

TABELA 15 – $\overline{C_D} \pm C_{D_{osc}}$ PARA NÚMERO DE REYNOLDS $\sim 1 \times 10^2$

	$\overline{C_D} \pm C_{D_{osc}}$ Para Número de Reynolds equivalente a 1×10^2
<i>k - ϵ Realizable</i>	$0,44017 \pm 0$
<i>k - ω SST</i>	$0,89279 \pm 0,00033$
<i>DES</i>	$0,89375 \pm 0,00099$
<i>Laminar</i>	$0,78911 \pm 0,55733$
<i>k - kl - ω</i>	$0,80619 \pm 0,00174$

Fonte: Autoria Própria (2018)

Os dados obtidos por Padrino; Joseph (2006), Kang (2006) e Stojković et al. (2002) foram obtidos para condições próximas às utilizadas, contudo somente para o coeficiente de sustentação. Nota-se, na literatura, uma discrepância nos valores do coeficiente de arrasto para os diversos estudos e uma variabilidade para maiores razões de velocidade. A validação dos resultados, neste trabalho, será realizada

através da comparação entre os resultados de simulação e comparação entre dados entre arrasto e sustentação, ou seja, os modelos que apresentaram mais aderentes à realidade para a sustentação, também, por analogia, devem representar o caso do arrasto.

4.2.1.2 Coeficiente de Sustentação

O coeficiente de sustentação para um cilindro imerso em um escoamento, cujo número de Reynolds de 1×10^2 foi simulado para os modelos de turbulência: *k - ε Realizable*, *k - ω SST*, *DES*, *Laminar* e *k - kl - ω*. É possível, além de comparar os valores obtidos com estudos de outros autores, fazer uma validação com resultados analíticos. Esta abordagem, apesar de não representar a realidade, pela simplificação do modelo analítico, é um indicativo se os valores obtidos estão em acordo com o esperado. Utilizando-se a equação (3) e reescrevendo-a como equação (101):

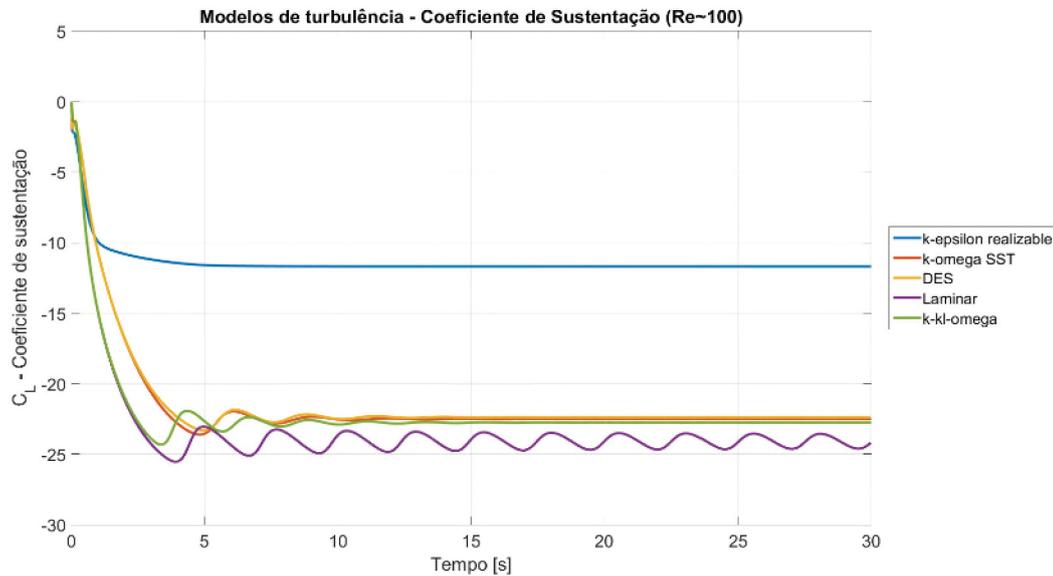
$$\vec{L}' = 2\pi\rho\vec{U}_\infty\vec{\Omega}R^2 \quad (101)$$

e calculando o coeficiente de arrasto pela equação (102):

$$\bar{C}_D = \frac{\vec{L}}{\frac{1}{2}\rho\vec{U}_\infty A} \quad (102)$$

tem-se que, para as condições simuladas, o coeficiente de arrasto obtido por cálculos analíticos é de 18,85. Este valor é próximo ao resultado de simulações numéricas utilizando modelos com equações para a taxa de dissipação turbulenta (ω). Os modelos que se aproximam desse valor são: *k - ω SST*, *DES* e *k - kl - ω*.

FIGURA 32 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA ($Re \sim 1 \times 10^2$)



Fonte: Autoria Própria (2018)

Os valores para o coeficiente de arrasto são apresentados na TABELA 16.

TABELA 16 – $\overline{C_L} \pm C_{L_{osc}}$ PARA NÚMERO DE REYNOLDS $\sim 1 \times 10^2$

	$\overline{C_L} \pm C_{L_{osc}}$ Para Número de Reynolds equivalente a 1×10^2
<i>k - ϵ Realizable</i>	$-11,68570 \pm 0$
<i>k - ω SST</i>	$-22,51390 \pm 0,00032$
<i>DES</i>	$-22,39010 \pm 0,00094$
<i>Laminar</i>	$-24,09330 \pm 0,56128$
<i>k - kl - ω</i>	$-22,76880 \pm 0,00159$

Fonte: Autoria Própria (2018)

De acordo com os dados obtidos por Padrino; Joseph (2006), Kang (2006) e Stojković et al. (2002) espera-se, para o número de Reynolds de 1×10^2 , valores de sustentação de aproximadamente 20 a 25, com razão de velocidades adimensional de 6 (α). O aumento da velocidade tangencial do cilindro corrobora com a formação de vórtices em proximidade com a superfície. Além disso, um dos lados do cilindro que possui velocidade tangencial maior que a velocidade média do escoamento e em sentido contrário ao escoamento, experimenta um gradiente de pressão adverso, que pode explicar o motivo pelo qual os modelos que possuem as equações da taxa de dissipação (ω) apresentam melhores resultados. O caso laminar, apesar de

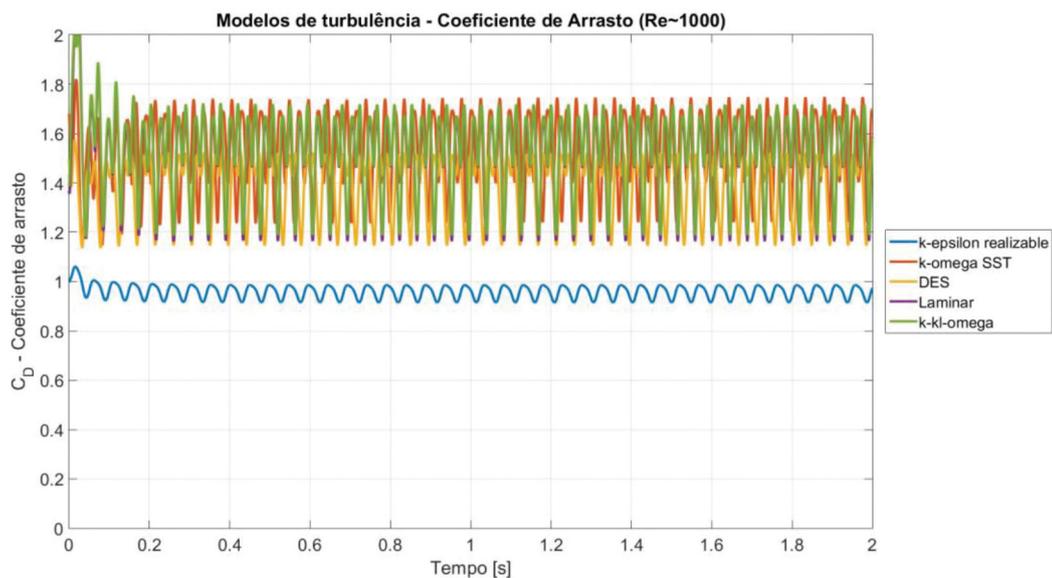
aparentemente apresentar um coeficiente de sustentação adequado, não deveria possuir um comportamento oscilatório da magnitude apresentada. O modelo $k - \epsilon$ Realizable para este caso não apresentou resultados coerentes com o tipo do escoamento.

4.2.2 Número de Reynolds $\sim 1 \times 10^3$

4.2.2.1 Coeficiente de Arrasto

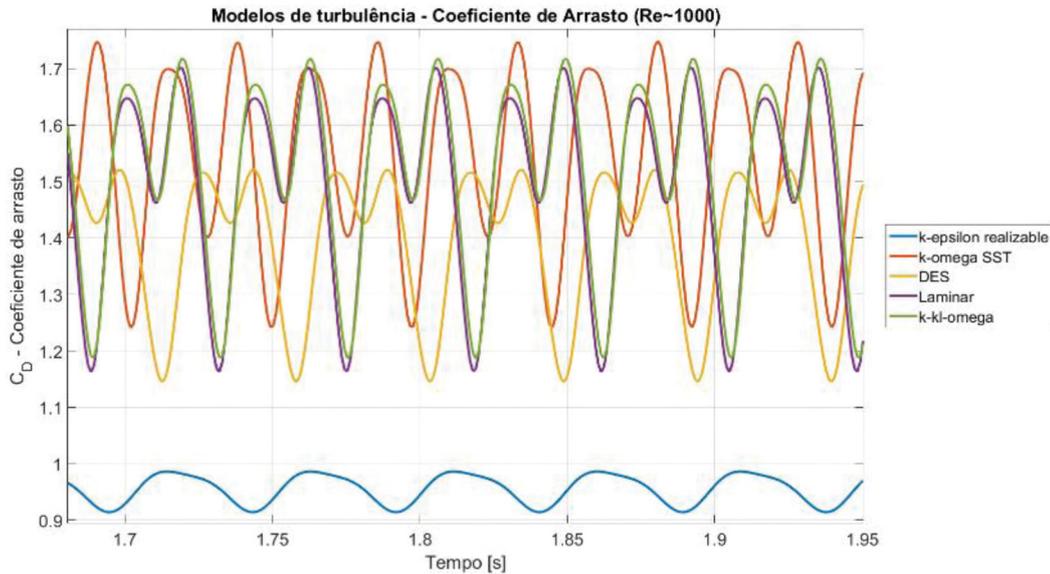
O coeficiente de arrasto para um cilindro imerso em um escoamento, cujo número de Reynolds é de 1×10^3 foi simulado para os diversos modelos de turbulência considerados: $k - \epsilon$ Realizable, $k - \omega$ SST, DES, Laminar e $k - \omega$; os resultados para o arrasto são mostrados na FIGURA 33 e FIGURA 34.

FIGURA 33 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE ARRASTO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA GERAL) ($Re \sim 1 \times 10^3$)



Fonte: Autoria Própria (2018)

FIGURA 34 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE ARRASTO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA APROXIMADA) (RE~1000)



Fonte: Autoria Própria (2018)

Não há na literatura revisada a utilização de um escoamento com número de Reynolds 1×10^3 ou próximo e com razões de velocidade próximos à 6. Dessa forma o estudo será conduzido através da bibliografia mais próxima disponível. Segundo o estudo realizado por Padrino; Joseph (2006) a variação da razão de velocidades em um escoamento com esteira turbulenta ($Re=1 \times 10^3$) e um estudo semelhante realizado por Badr et al. (1990) apresentam resultados distintos. O primeiro para uma razão de velocidade ($\alpha = 3$) apresenta um $\overline{C_D}$ de -0.0155, enquanto que o segundo mostra uma estabilização do valor em torno de 5. Portanto, como os resultados não são convergentes, possuem número de Reynolds maior que 300 (esteira turbulenta) e com formação de vórtices secundários aleatórios ao longo da esteira do cilindro (Sheard et al., 2005) e (Rahman et al., 2007); não é possível afirmar que: quaisquer dos resultados para essa condição ($Re=1 \times 10^3$ e $\alpha=6$) possam ser confiáveis para simulações bidimensionais.

Se em condições de um cilindro estacionário, com Reynolds 1×10^3 , já são observados vórtices tridimensionais, um aumento significativo na razão de velocidades pode acarretar em inconsistências, devido ao escopo da simulação ser bidimensional. Com isso, pode não ser possível obter uma resposta “física” do problema abordado e os resultados gerados matematicamente, não tenham de forma verdadeira um significado físico.

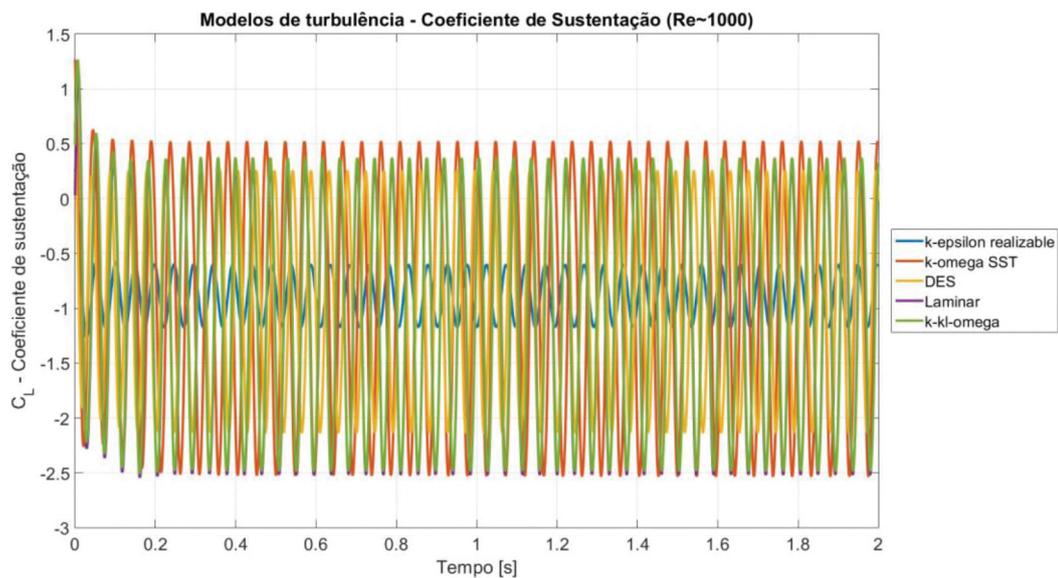
Observa-se que em praticamente todos os modelos de turbulência são verificados 2 picos para o coeficiente de arrasto. Esse resultado corrobora o fato de que há a formação de vórtices secundários. Contudo, como o escoamento na esteira

é predominantemente turbulento, uma análise bidimensional pode não apresentar, encobrir ou até não considerar os reais efeitos que ocorrem.

4.2.2.2 Coeficiente de Sustentação

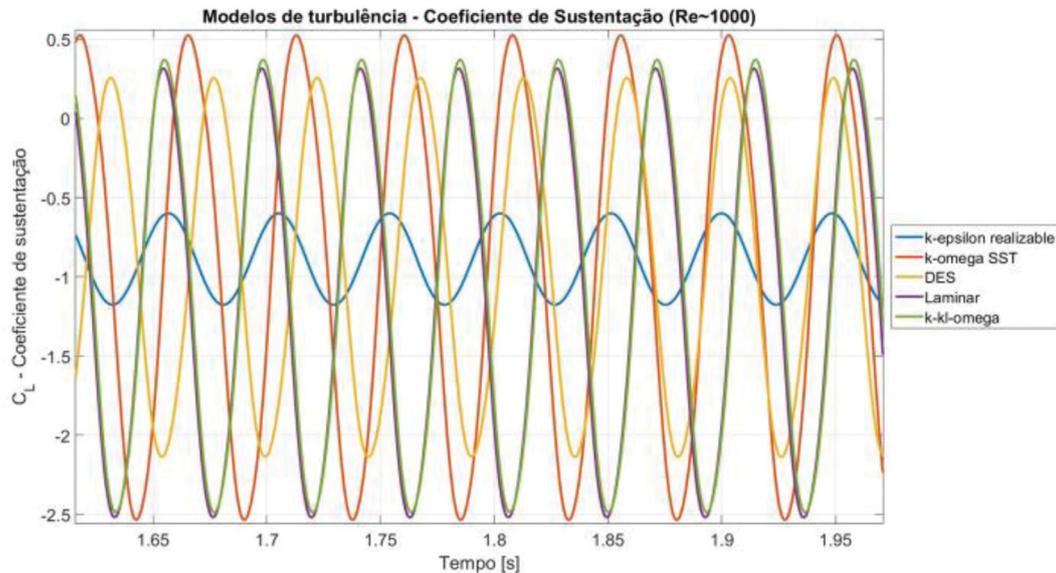
O coeficiente de sustentação para um cilindro imerso em um escoamento, cujo número de Reynolds equivalente a 1×10^3 foi simulado para os modelos de turbulência: *k - ϵ Realizable*, *k - ω SST*, *DES*, *Laminar* e *k - kl - ω* . Os resultados são mostrados na FIGURA 35 e FIGURA 36.

FIGURA 35 – COMPARATIVO ENTRE O SUSTENTAÇÃO DE ARRASTO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA GERAL) (RE~1000)



Fonte: Autoria Própria (2018)

FIGURA 36 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO PARA DIFERENTES MODELOS DE TURBULÊNCIA (VISTA APROXIMADA) (RE~1000)



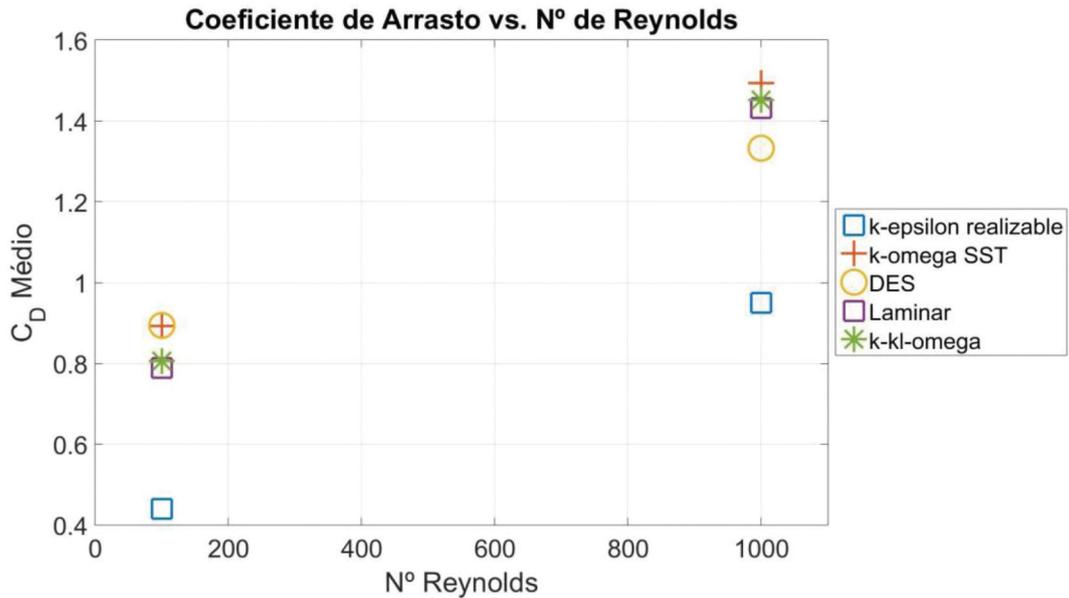
Fonte: Autoria Própria (2018)

De mesma forma como foi explicitado na seção do coeficiente de arrasto para $Re=1 \times 10^3$ e $\alpha=6$, não é possível fazer uma afirmação que os resultados aqui apresentados sejam condizentes com a física real do problema, pois a existência de vórtices secundários e formação aleatória ao longo do comprimento do cilindro, torna a representação bidimensional não relevante, podendo acarretar em erros significativamente elevados.

4.2.3 Comparativo Entre Resultados Para um Cilindro com Razão de Velocidade 6

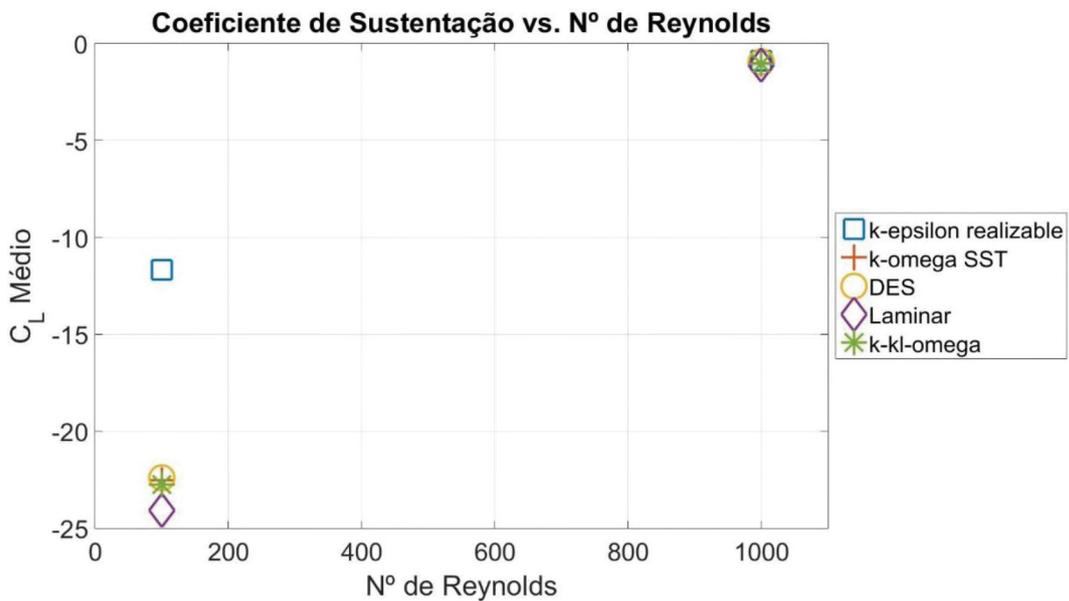
Pelos gráficos da FIGURA 37, FIGURA 38 e FIGURA 39 verifica-se que há aderência entre os modelos adotados para a condição de um escoamento com número de Reynolds equivalente a 100. Para o valor de Reynolds 1.000 são verificadas discrepâncias em função da análise bidimensional não ser capaz de abranger o comportamento tridimensional deste tipo de escoamento. Os estudos realizados por Padrino; Joseph (2006), Badr et al. (1990), Stojković et al. (2002), Da Silva et al. (2011) e Mittal; Kumar (2003) afirmam que após o valor $\alpha > 2$, o coeficiente de sustentação deixa de ser oscilatório, exceto para algumas faixas de valores como: $4,34 \leq \alpha \leq 4,7$ e para $4,8 \leq \alpha \leq 5,1$; onde são observadas oscilações.

FIGURA 37 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE ARRASTO MÉDIO PARA OS MODELOS DE TURBULÊNCIA EM FUNÇÃO DO NÚMERO DE REYNOLDS



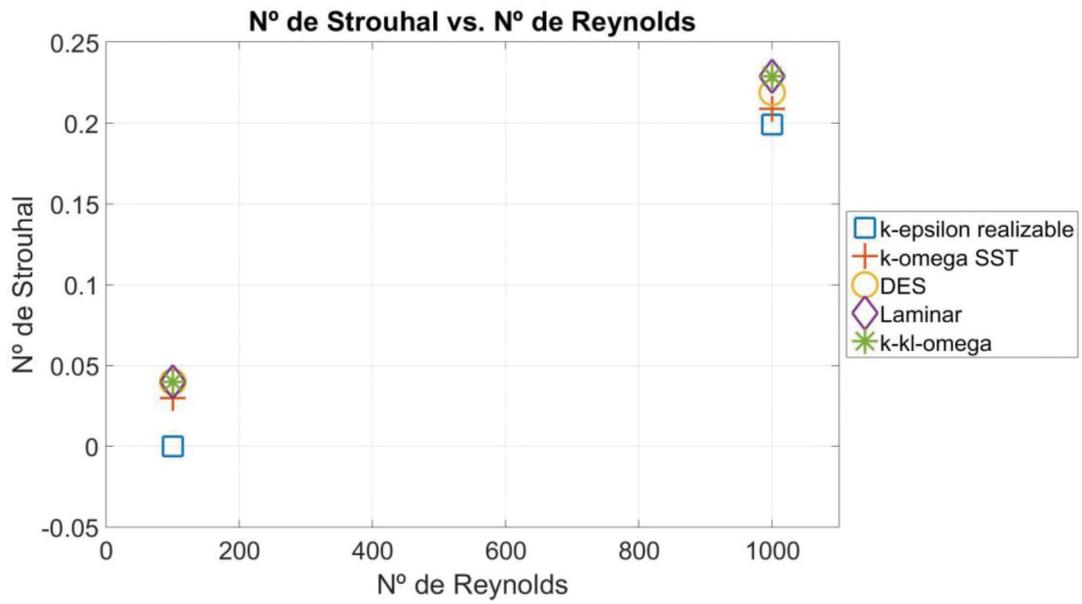
Fonte: Autoria Própria (2018)

FIGURA 38 – COMPARATIVO ENTRE O COEFICIENTE DE SUSTENTAÇÃO MÉDIO PARA OS MODELOS DE TURBULÊNCIA EM FUNÇÃO DO NÚMERO DE REYNOLDS



Fonte: Autoria Própria (2018)

FIGURA 39 – COMPARATIVO ENTRE O NÚMERO DE STROUHAL PARA OS MODELOS DE TURBULÊNCIA EM FUNÇÃO DO NÚMERO DE REYNOLDS



Fonte: Autoria Própria (2018)

5 CONCLUSÃO

O escoamento ao redor de cilindro, seja ele estacionário ou rotativo, para um escoamento uniforme, representa um grande desafio computacional. Foi verificado, ao longo da resolução numérica das equações de Navier-Stokes e das equações dos modelos de turbulência, que não há um modelo de turbulência único capaz de melhor representar escoamento em diferentes condições.

Os modelos de turbulência utilizados neste trabalho foram os modelos $k - \epsilon$ Realizable, $k - \omega SST$, *DES* (Detached Eddy Simulation), "laminar" e $k - kl - \omega$. O modelo dito laminar não é propriamente dito um modelo de turbulência, pelo contrário, este tipo de abordagem apenas utiliza as equações da velocidade e conservação de massa para a resolução do campo de pressão e velocidade do escoamento.

Os modelos $k - \omega SST$, *DES* e $k - kl - \omega$ compartilham entre si a equação da taxa de dissipação turbulenta (ω), o que fez, em muitos casos, que os valores obtidos para os coeficientes de arrasto e sustentação fossem muito próximos. O modelo $k - \epsilon$ realizable, por outro lado já utiliza uma equação para a dissipação turbulenta (ϵ), o que explica em grande parte a diferença dos coeficientes analisados em relação aos demais modelos.

Para o caso com número de Reynolds equivalente a 100 e $\alpha=0$, notou-se uma aproximação entre os valores médios para os coeficientes de arrasto e sustentação entre todos os modelos empregados. Contudo, o modelo $k - \epsilon$ Realizable não captou as oscilações existente na esteira do cilindro para estas condições. Neste tipo de escoamento é previsto a formação de vórtices alternados laminares, faixa esta que se estende de $40 < Re < 190$. Este fenômeno ocorre, pois, apesar do modelo de turbulência conter as mesmas equações que são resolvidas pelo caso laminar, são adicionadas equações para a energia cinética turbulenta e para a dissipação turbulenta, que mesmo considerando uma viscosidade turbulenta nula ou próximo de nula, ainda apresentam divergência quanto ao caso laminar. Por outro lado, os modelos que possuíam a formulação utilizando a energia cinética turbulenta e a taxa de dissipação turbulenta, mesmo que contivessem outras equações além das de Navier-Stokes, não apresentam divergências significativas nos resultados e no comportamento oscilatório, fornecendo valores muito próximos para o número de Strouhal.

Resultado semelhante ocorre para o caso do cilindro à uma razão de velocidade adimensional 6 e número de Reynolds 100. Nesta condição o modelo $k - \epsilon$ Realizable também apresenta divergência entre os resultados esperados. Para o coeficiente de sustentação foi obtido um valor que é aproximadamente metade do esperado para as condições observadas. O resultado, considerando o regime laminar

demonstrou inconsistências. Esse fenômeno tem grande influência pela rotação aplicada ao cilindro. Mesmo em número de Reynolds, ao qual se espera um comportamento completamente laminar, a adição da velocidade de rotação altera o campo de pressão próximo ao cilindro, e somente as equações de Navier-Stokes não são mais suficientes para a obtenção de resultados confiáveis, sem um modelo de turbulência, ou ainda, sem um refino de malha muito grande, para a resolução via DNS (*Direct Numerical Simulation*).

Quando se passa para a análise do escoamento para número de Reynolds 1000, são obtidos resultados distintos do caso com Reynolds 100. Para $\alpha = 0$, o modelo que mais fornece resultados aderentes à literatura e experimentos é o $k - \epsilon$ Realizable. Sabe-se, de antemão, que para esse número de Reynolds o escoamento é laminar na camada limite e turbulento na esteira alternada. Todos os modelos que utilizam a equação da taxa de dissipação turbulenta ($k - \omega SST, DES, k - kl - \omega$) são híbridos e substituem em suas equações, as formulações $k - \omega$ por $k - \epsilon$, no escoamento livre. Esta transição é feita através de um coeficiente de difusão cruzada adicionado ao modelo, que transforma o modelo $k - \epsilon$ em equações baseada em k e ω e que podem ser adicionadas às equações $k - \omega$ originais. Contudo, o coeficiente que analisa o ponto de transição não é aplicável a esse escoamento, e a análise dos efeitos da turbulência no escoamento livre não são corretamente “captados” pelo modelo $k - \omega$, nessas condições.

Dessa forma, como o escoamento é laminar na camada limite e turbulento na esteira, mas não a ponto de introduzir o coeficiente de difusão cruzada, o escoamento é tratado por completo como uma região “próxima à parede” e apenas o modelo $k - \omega$ é utilizado. Desta forma, como o escoamento turbulento ocorre apenas na esteira, onde o modelo $k - \epsilon$ melhor consegue representar o escoamento livre turbulento, este último é que apresenta resultados adequados ao experimentos e estudos na literatura, mesmo que negligencie alguns fenômenos intrínsecos à camada limite.

Para o caso com número de Reynolds 1000 e razão de velocidade adimensional 6, contudo, não é possível inferir nenhum resultado válido. Isto, porque, a adição de uma velocidade tangencial seis vezes maior que a do escoamento uniforme, causa um aumento na turbulência próximo ao cilindro e o modelo numérico não tem validade. Os valores obtidos podem convergir matematicamente, mas como o fenômeno é tridimensional e o estudo neste trabalho bidimensional, não há uma correspondência física entre o resultado obtido e a realidade.

Em suma, para um escoamento com número de Reynolds próximo à 100, ao redor de um cilindro, os modelos de turbulência que apresentam os melhores resultados são aqueles cuja formulação possui a equação para a taxa de dissipação (modelos $k - \omega$). Ou ainda, não utilizar modelo de turbulência, pois o escoamento é

laminar, exceto quando as razões de velocidade entre a superfície do cilindro e o escoamento são elevadas. E para um escoamento, em mesmas condições, porém com número de Reynolds 1000, devido ao tipo de escoamento ser turbulento apenas na esteira a jusante do cilindro, o melhor modelo, daqueles utilizados nesse trabalho, é o $k - \epsilon$ realizável.

Seguindo-se à análise acima é esperado para maiores números de Reynolds, ou seja, para condições em que o escoamento é praticamente todo turbulento, os modelos $k - \omega$ e derivados, assim como o DES, apresentem melhores resultados que os modelos $k - \epsilon$.

5.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Citam-se como trabalhos futuros, simulações numéricas tridimensionais, para número de Reynolds partindo-se de 1×10^3 , com base nos resultados do presente trabalho, que identificou lacunas na utilização de modelos bidimensionais para uma das condições estipuladas.

Também são previstos como trabalhos futuros; análises utilizando diversos valores para as razões de velocidade adimensionais com valores intermediários e superiores aqueles aqui analisados.

Para uma comparação mais direta aos dados experimentais propõe-se a fabricação de um cilindro com razão de aspecto conhecida para ensaios em túnel de vento ou canal hidráulico.

REFERÊNCIAS

ANDERSON, J. D. **Fundamentals of Aerodynamics**. 4th ed. Columbus, USA: McGraw-Hill, 2005.

DE ANDRADE, F. O. Mecânica dos Fluidos Ambiental. , 2015. Curitiba: Universidade Federal do Paraná. Disponível em: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=99515565007>>. .

BADR, H. M.; COUTANCEAU, M.; DENNIS, S. C. R.; MÉNARD, C. Unsteady Flow Past a Rotating Circular Cylinder at Reynolds Numbers 10^3 and 10^4 . **Journal of Fluid Mechanics**, v. 220, p. 459–484, 1990.

BAGI, A. B. **Numerical Investigation of Unsteady Flow Round a Circular Cylinder**. 2015.

BAKKER, A. Lecture 9 - Kolmogorov ' s Theory Applied Computational Fluid Dynamics Eddy size. **Fluid Dynamics**, 2006.

BERNARDES, B. (UTAH U. ME 7960 Turbulence. , 2010. Utah: Utah University.

BRAZA, M.; CHASSAING, P.; HINH, H. Numerical Study And Physical Analysis Of The Pressure And Velocity Fields In The Near Wake Of A Circular Cylinder. **Journal of Fluid Mechanics**, p. 79–130, 1986.

BURTON, T.; JENKINS, N.; SHARPE, D.; BOSSANYI, E. **Wind Energy Handbook Second Edition**. Segunda ed. Manchester: John Wiley & Sons, Ltd., 2011.

BYCHKOV, N. M. Magnus wind turbine. 3. Calculated characteristics of the windwheel. **Thermophysics and Aeromechanics**, v. 15, n. 2, p. 321–331, 2008. Disponível em: <<http://www.springerlink.com/index/10.1134/S0869864308020157>>. .

CALHOUN, D.; WANG, Z. A Cartesian Grid Method For Solving The Two-Dimensional Streamfunction-Vorticity Equations In Irregular Regions. **Journal of Computational Physics**, p. 231–275, 2002.

CEBECI, T. **Analysis of Turbulent Flows**. 2nd Editio ed. Indian Wells: Elsevier Ltd., 2003.

CHOI, J.; OBEROI, R.; EDWARDS, J.; ROSATI, J. An Immersed Boundary Method For Complex Incompressible Flows. **Journal of Computational Physics**, p. 757–784, 2007.

DAVIDSON, L. (CHALMERS U. OF T. An Introduction to Turbulence Models. , 2001. Göteborg, Sweden: Chalmers University of Technology.

GUERRERO, J. **Numerical Simulation Of The Unsteady Aerodynamics Of Flapping Flight**, 2009. University of Genoa.

INGHAM, D. B. Steady flow past a rotating cylinder. **Computers & Fluids**, v. 11, n. 4, p. 351–366, 1983. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0045793083900208>>. .

KANG, S. Laminar flow over a steadily rotating circular cylinder under the influence of uniform shear. **Physics of Fluids**, v. 18, n. 4, 2006.

KAZEMI, S. A.; NILI-AHMADABADI, M.; SEDAGHAT, A.; SAGHAFIAN, M. Aerodynamic performance of a circulating airfoil section for Magnus systems via numerical simulation and flow visualization. **Energy**, v. 104, p. 1–15, 2016.

LIU, C.; ZHENG, X.; SUNG, C. Preconditioned Multigrid Methods for Unsteady Incompressible Flows. **Journal of Computational Physics**, p. 33–57, 1998.

LUO, D.; HUANG, D.; WU, G. Analytical solution on Magnus wind turbine power performance based on the blade element momentum theory. **Journal of Renewable and Sustainable Energy**, v. 3, n. 3, 2011.

MARTÍN-ALCÁNTARA, A.; SANMIGUEL-ROJAS, E.; FERNANDEZ-FERIA, R. On the development of lift and drag in a rotating and translating cylinder. **Journal of Fluids and Structures**, v. 54, p. 868–885, 2015. Elsevier. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.jfluidstructs.2015.02.002>>. .

MENTER, F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. **AIAA Journal**, v. 32, n. 8, p. 1598–1605, 1994. Disponível em: <<http://arc.aiaa.org/doi/10.2514/3.12149>>. .

MITTAL, S. Flow Past Rotating Cylinders: Effect of Eccentricity. **Journal of Applied Mechanics**, v. 68, p. 543–552, 2001.

MITTAL, S.; KUMAR, B. Flow past a rotating cylinder. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 476, p. 303–334, 2003.

MURMU, A. Studies on Variation of Drag Coefficient for Flow past Cylindrical Bodies Using ANSYS. , 2015.

NAIK, S. N.; VENGADESAN, S.; PRAKASH, K. A. Numerical study of fluid flow past a rotating elliptic cylinder. **Journal of Fluids and Structures**, v. 68, n. March 2016, p. 15–31, 2017. Elsevier. Disponível em: <<http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0889974616301190>>. .

NIECKELE, A. O. Escoamento turbulento, 2015. Rio de Janeiro: PUC Rio de Janeiro.

OCAL, P.; PIHTILI, K. Numerical Investigation of the Flow Structure Around a Cylinder for Different Fluids and Reynolds numbers. **International Journal of Applied and Physical Sciences**, p. 60–67, 2017a.

OCAL, P.; PIHTILI, K. Numerical Investigation of the Flow Structure around a Cylinder for Different Fluids and Reynold Numbers. **ECBA-2016**, v. 376, n. 36, 2017b.

PADRINO, J. C.; JOSEPH, D. D. **Numerical study of the steady-state uniform flow past a rotating cylinder**. 2006.

PEREIRA, F. S.; VAZ, G. Flow Past a Circular Cylinder : A Comparison Between RANS and Hybrid Turbulence Models for a Low Reynolds Number. May, 2015.

RAHMAN, M.; KARIM, M.; ALIM, A. NUMERICAL INVESTIGATION OF UNSTEADY FLOW PAST A CIRCULAR CYLINDER USING 2-D FINITE VOLUME METHOD. , v. M, n. 1997, 2007.

ROSA, E. S. Forma Diferencial das Equações de Conservação e Transporte. , v. 1, p. 33, 2003.

ROSETTI, G. F.; VAZ, G.; FUJARRA, A. L. C. URANS Calculations for Smooth Circular Cylinder Flow in a Wide Range of Reynolds Numbers: Solution Verification and Validation. **Volume 5: Ocean Engineering; CFD and VIV**, p. 549, 2012.

Disponível em:

<<http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/proceeding.aspx?doi=10.1115/O MAE2012-83155>>. .

RUSELL, D.; WANG, Z. A Cartesian Grid Method for Modeling Multiple Moving Objects in 2D incompressible viscous flow. **Journal of Computational Physics**, p. 177–205, 2003.

SATO, M.; KOBAYASHI, T. A fundamental study of the flow past a circular cylinder using Abaqus / CFD. , p. 1–15, 2012.

SEDAGHAT, A. Magnus type wind turbines: Prospectus and challenges in design and modelling. **Renewable Energy**, v. 62, p. 619–628, 2014. Elsevier Ltd. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1016/j.renene.2013.08.029>>. .

SHEARD, G. J.; HOURIGAN, K.; THOMPSON, M. C. Computations of the drag coefficients for low-Reynolds-number flow past rings. , , n. March, 2005.

SHIH, T.-H.; LIOU, W. W.; SHABBIR, A.; YANG, Z.; ZHU, J. A New k-ε Eddy Viscosity Model for high Reynolds Number Turbulent Flows. **Computers & Fluids**, v. 24, n. 3, p. 227–238, 1995.

SIBLIYEV, O. **Modeling of Turbulent Flow Past a Circular Cylinder Using Large Eddy Simulation on Unstructured Grids**, 2012. Eastern Mediterranean University.

DA SILVA, A. R.; NETO, A. D.; DE LIMA, A. M. G.; RADE, D. A. Numerical Simulations of Flows over a Rotating Circular Cylinder Using the Immersed Boundary Method. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, v. 33, n. 1, p. 99–106, 2011.

SINGH, S. P.; MITTAL, S. Flow past a cylinder: Shear layer stability and drag crisis. **Int. J. Numer. Meth. Fluids**, v. 47, p. 75–98, 2005.

SOUZA, J. F. A. DE; OLIVEIRA, L. R. DE; AZEVEDO, J. L. L. DE; DIAS, I.; MATA, M. M. Uma Revisão Sobre a Turbulência e Sua Modelagem. **Revista Brasileira de Geofísica**, v. 29, p. 21–41, 2011.

SPEZIALE, C. G. ANALYTICAL METHODS FOR REYNOLDS-STRESS CLOSURES IN TURBULENCE. , 1991.

STOJKOVIĆ, D.; BREUER, M.; DURST, F. Effect of high rotation rates on the laminar flow around a circular cylinder. **Physics of Fluids**, v. 14, n. 9, p. 3160–3178, 2002.

SUN, X.; ZHUANG, Y.; CAO, Y.; HUANG, D.; WU, G. A three-dimensional numerical study of the Magnus wind turbine with different blade shapes. **Journal of Renewable and Sustainable Energy**, v. 4, n. 6, 2012.

TENNEKES, H.; LUMLEY, J. L. **A First Course in turbulence**. Cambridge, Massachusetts and London, England: The MIT Press, 1972.

TOKUMARU, P. T.; DIMOTAKIS, P. E. Rotary oscillation control of a cylinder wake. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 224, p. 77–90, 1991. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1017/S0022112091001659>>. .

WILCOX, D. C. **Turbulence Models for CFD**. 1st Edition ed. La Cañada, California: DCW Industries, Inc., 1993.

WILCOX, D. C. **Turbulence Models for CFD**. 3rd Edition ed. La Cañada, California: DCW Industries, Inc., 2006.