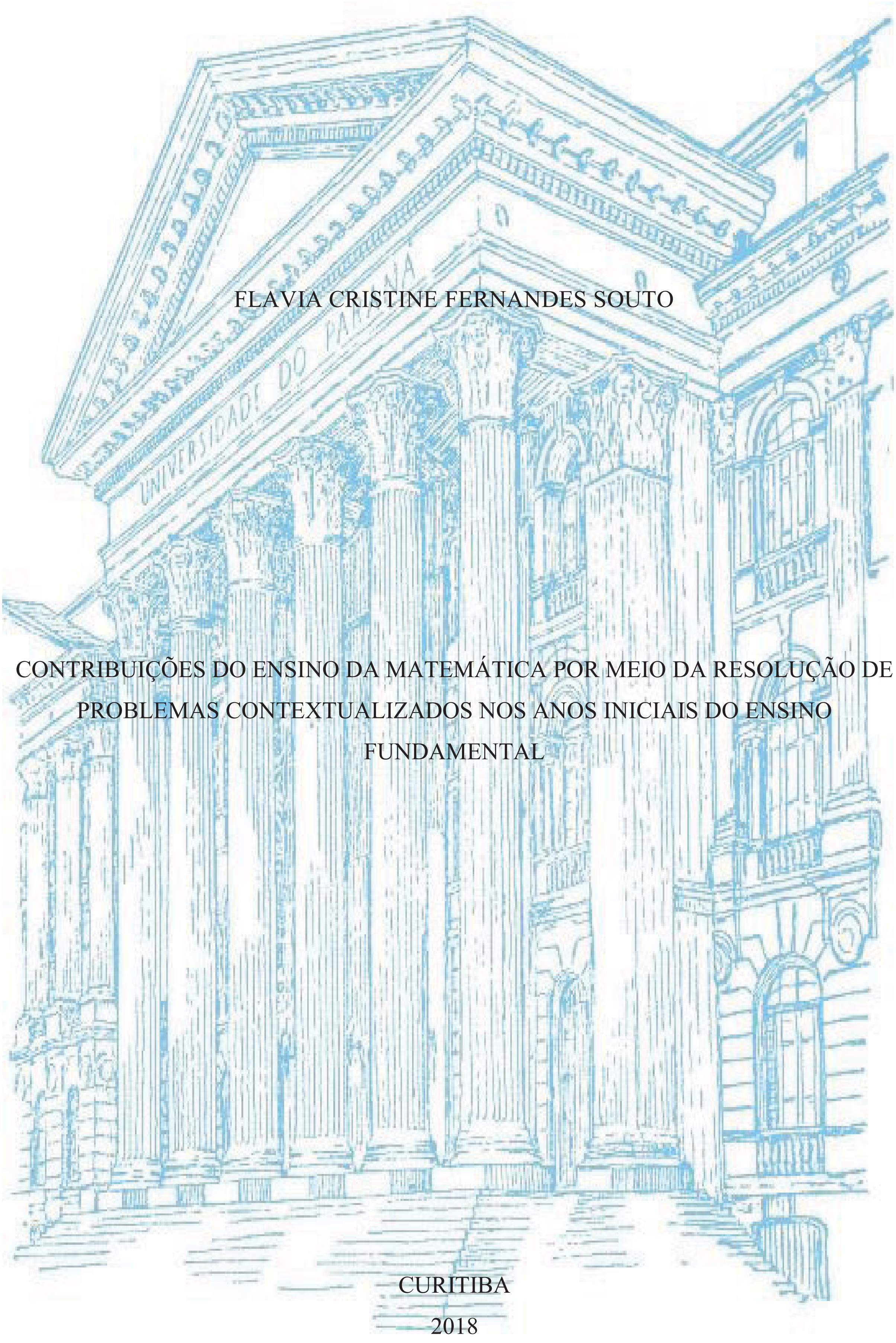
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ




FLAVIA CRISTINE FERNANDES SOUTO

# CONTRIBUIÇÕES DO ENSINO DA MATEMÁTICA POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

CURITIBA

2018

FLAVIA CRISTINE FERNANDES SOUTO

# CONTRIBUIÇÕES DO ENSINO DA MATEMÁTICA POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação: Teoria e Prática de Ensino, Setor de Educação, da Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientadora: Profa. Dra. Ettiène Cordeiro Guérios.

CURITIBA

2018

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELO SISTEMA DE BIBLIOTECAS/UFPR-BIBLIOTECA DO CAMPUS REBOUÇAS
MARIA TERESA ALVES GONZATI, CRB 9/1584
COM OS DADOS FORNECIDOS PELO(A) AUTOR(A)

Souto, Flavia Cristine Fernandes.
Contribuições do ensino da matemática por meio da resolução de problemas contextualizados nos anos iniciais do Ensino Fundamental / Flavia Cristine Fernandes Souto. – Curitiba, 2018.
189 f.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Paraná . Setor de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação.
Orientadora: Profª Drª Ettiène Cordeiro Guérios

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Matemática – Problemas, exercícios, etc. 4. Ensino Fundamental. I. Título. II. Universidade Federal do Paraná.

CDD 510.76

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR SETOR DE EDUCACAO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EDUCAÇÃO: TEORIA E PRÁTICA DE ENSINO

# TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em EDUCAÇÃO: TEORIA E PRÁTICA DE ENSINO da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado Profissional de **FLAVIA CRISTINE FERNANDES SOUTO**, intitulada: **CONTRIBUIÇÕES DO ENSINO DA MATEMÁTICA POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL**, após terem inquirido a aluna e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua aprovação no rito de defesa.

A outorga do título de Mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 22 de Agosto de 2018.

ETTIÈNE CORDEIRO GUÉRIOS(UFPR)
(Presidente da Banca Examinadora)

NORMA SUELY GOMES ALLEVATO(UNESP)

NEILA TONIN AGRANIONIH(UFPR)

TANIA TERESINHA BRUNS ZIMER(UFPR)

Dedico esta dissertação ao **meu pai Marcos** (*in memorian*), pelo exemplo de vida, amor, responsabilidade e força.

Seus ensinamentos me conduziram até aqui e me motivam a seguir em frente.

## AGRADECIMENTOS


A Deus, pela vida e proteção.

À professora Ettiène, pela orientação generosa e segura. Pelo encorajamento e amizade.

À minha mãe, Vera, parte de mim, pelo incentivo, dedicação e amor incondicional.

Ao meu irmão, Jean, por ensinar-me, pelo exemplo, que sonhos se concretizam com trabalho e esforço.

À minha irmã, Juliane, pelas palavras e atitudes de apoio.

Ao meu esposo, Robson, pelo companheirismo e amor.

À Cintia, minha irmã de coração, pela mão sempre estendida.

Ao Tony, pelo auxílio e amizade.

À minha família, pelo carinho e torcida.

Aos professores e colegas do GPEACM, pelas contribuições e pelo aprendizado.

À professora e amiga Kathyana, pela acolhida e parceria.

À amiga Susana, pelo apoio e auxílio a qualquer hora.

Aos alunos, pela oportunidade diária de aprendizado e amadurecimento profissional.

Aos colegas de mestrado, pelo apoio e incentivo constante.

À Aline, Clicie e Michelle. Pela amizade construída entre leituras e escritas.

Às amigas de trabalho, Romilda, Deise e Elenita, pelo amparo. Pelas alegrias e conhecimentos compartilhados.

À minha prima Lizi, pelo exemplo de amor à docência.

A todos que, de algum modo, contribuíram para a realização desse estudo.

O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiências tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no caráter.

**George Polya**

## RESUMO

O presente estudo teve como objetivo investigar como problemas matemáticos contextualizados, que estabeleçam relações com interesses dos alunos, podem instigar a mobilização de conhecimento, a elaboração de estratégias resolutivas e o desenvolvimento do pensamento autônomo. A metodologia da pesquisa caracteriza-se como qualitativa de natureza interpretativa. Como referencial teórico destacam-se George Polya e Allan Schoenfeld no que tange a heurística da resolução de problemas; Lourdes Onuchic e Norma Allevato no embasamento do ensino de Matemática por meio da resolução de problemas; Ole Skovsmose, Paola Valero, Ettiène Guérios e José Roberto Giardinetto na discussão de realidade, cotidiano e contexto como base para a ação didática. Para a coleta de dados, foram elaborados problemas matemáticos contextualizados a partir de um tema de interesse elencado pelos participantes da pesquisa, sendo estes cinquenta e oito alunos do 4º ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública do município de Curitiba (Paraná). Os problemas foram resolvidos pelos alunos participantes, ora organizados em grupo, ora individualmente, no decorrer de seis encontros. Os momentos de resoluções em grupo foram gravados em áudio e vídeo para análise dos diálogos estabelecidos entre os pares no processo de formulação de estratégias resolutivas. Após as resoluções, foram realizadas entrevistas com alguns dos alunos para melhor compreender as estratégias de resolução por eles elaboradas. Para a análise, foi considerada a combinação dos dados coletados por meio de uma triangulação, buscando observar como problemas matemáticos contextualizados, construídos a partir de um tema de interesse dos alunos, refletem no processo de construção de estratégias resolutivas e no desenvolvimento do pensamento autônomo. Os resultados desta pesquisa mostraram que utilizar um tema de interesse dos alunos como base para a elaboração de problemas matemáticos contextualizados pode contribuir para que eles envolvam-se com as atividades propostas e assumam a responsabilidade pela construção do conhecimento, à medida que se dedicam ao planejamento, execução e validação de estratégias resolutivas na busca por soluções. Também revelaram que problemas matemáticos contextualizados viabilizam a interpretação, pelo aluno, do enunciado do problema e as relações matemáticas nele envolvidas, favorecendo a compreensão de conceitos matemáticos e o desenvolvimento de um pensamento autônomo.

Palavras-chave: Ensino de Matemática. Resolução de problemas. Contexto. Ensino Fundamental.

**ABSTRACT**

This study aimed at investigating how contextualised math problem-solving that relates to the interest of the students can instigate the mobilisation of knowledge, the elaboration of problem-solving strategies and the development of autonomous thinking. The research methodology can be categorised as qualitative research of an interpretative approach. Among the essentials of the theoretical framework employed there can be cited George Polya and Allan Schoenfeld on topics concerning the heuristics of problem-solving; as a framework for the teaching of Mathematics by means of problem-solving, Lourdes Onuchic and Norma Allevato; Ole Skovsmose, Paola Valero, Ettiène Guérios and José Roberto Giardinetto were the reference on the discussion of reality, out-of-school situations and context as a basis for the didactic action.The data gathering procedures consisted of contextualised mathematical problems created from topics of interest volunteered by the research participants – encompassing 58 students of the 4th year of the Fundamental Level of a public school from the municipality of Curitiba system. The problems were solved by the participating students, either as a group, or individually, thoughout the period of six sessions.The group resolution moments were recorded in audio and video tracks for ulterior analysis of the dialogues exchanged among peers in the process of the formulation of problem-solving strategies. Once the resolutions had taken place, interviews were carried out with some of the students in order to better understand the problem-solving strategies utilised by them. For analysis purposes, the combination of the collected data was examined by means of a triangulation, aimed at observing how contextualised mathematical problems built from a topic of interest provided by the students affect the ellaboration of the problem-solving strategies and the development of autonomous thinking. The results of this study have shown that utilising a topic of the interest of the students as a foundation for the ellaboration of contextualised mathematical problems can contribute to their involvement in the proposed activities and their taking charge of the construction of knowledge, as they engage in the planning, execution and validation of problem-solving strategies in search of a resolution. Results have also shown that contextualised mathematical problems allow for an interpretation of the instructions of the problem by the student and the mathematical relations in it, encouraging the comprehension of mathematical concepts and the development of autonomous thinking.

Keywords: Mathematics Teaching. Problem-solving. Context. Fundamental Education.

**LISTA DE FIGURAS**


FIGURA 1 – EXEMPLO DE RESOLUÇÃO: EPISÓDIO II, PRIMEIRA TEMPORADA.... 80
FIGURA 2 – EXEMPLO DE RESOLUÇÃO: EPISÓDIO IV, PRIMEIRA TEMPORADA... 85
FIGURA 3 – EXEMPLO DE RESOLUÇÃO: EPISÓDIO II, SEGUNDA TEMPORADA.... 89
FIGURA 4A – RESOLUÇÃO DO GRUPO I: EPISÓDIO II, PRIMEIRA TEMPORADA . 101
FIGURA 4B – RESOLUÇÃO DO GRUPO I EPISÓDIO II (COM INTERVENÇÃO).......102
FIGURA 5 – RESOLUÇÃO DO GRUPO D: EPISÓDIO II, PRIMEIRA TEMPORADA... 103
FIGURA 6 – RESOLUÇÃO DO GRUPO J: EPISÓDIO III, PRIMEIRA TEMPORADA... 109
FIGURA 7 – RESOLUÇÃO DO GRUPO G: EPISÓDIO III, PRIMEIRA TEMPORADA . 110
FIGURA 8 – REPRESENTAÇÃO DA RELAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA: GRUPO K ...... 113
FIGURA 9 – RESOLUÇÃO DO GRUPO K: EPISÓDIO III, PRIMEIRA TEMPORADA . 113
FIGURA 10 – RESOLUÇÃO DO GRUPO B: EPISÓDIO III, PRIMEIRA TEMPORADA 114
FIGURA 11 – RESOLUÇÃO DO GRUPO G: EPISÓDIO IV, PRIMEIRA TEMPORADA 118
FIGURA 12 – RESOLUÇÃO DO GRUPO K: EPISÓDIO IV, PRIMEIRA TEMPORADA 119
FIGURA 13 – RESOLUÇÃO DO GRUPO E: EPISÓDIO IV, PRIMEIRA TEMPORADA 121
FIGURA 14 – PROBLEMA DO GRUPO F: EPISÓDIO V, PRIMEIRA TEMPORADA .... 125
FIGURA 15 – PROBLEMA DO GRUPO K: EPISÓDIO V, PRIMEIRA TEMPORADA ... 126
FIGURA 16 – PROBLEMA DO GRUPO J: EPISÓDIO V, PRIMEIRA TEMPORADA..... 126
FIGURA 17 – RESOLUÇÃO DE G4: EPISÓDIO I, SEGUNDA TEMPORADA ............... 130
FIGURA 18 – RESOLUÇÃO DE A3: EPISÓDIO I, SEGUNDA TEMPORADA ............... 131
FIGURA 19 – RESOLUÇÃO DE L3. EPISÓDIO I, SEGUNDA TEMPORADA ............... 133
FIGURA 20 – RESOLUÇÃO DE A4: EPISÓDIO I, SEGUNDA TEMPORADA ............... 134
FIGURA 21 – RESOLUÇÃO DE L4: EPISÓDIO II, SEGUNDA TEMPORADA .............. 135
FIGURA 22 – RESOLUÇÕES DE G1: EPISÓDIO II, SEGUNDA TEMPORADA............ 136
FIGURA 23 – RESOLUÇÃO DE A5: EPISÓDIO II, SEGUNDA TEMPORADA.............. 138
FIGURA 24 – RESOLUÇÃO DE F2: EPISÓDIO II, SEGUNDA TEMPORADA .............. 140
FIGURA 25 – RESOLUÇÃO DE C2: EPISÓDIO III, SEGUNDA TEMPORADA ............ 143
FIGURA 26 – RESOLUÇÃO DE I1: EPISÓDIO III, SEGUNDA TEMPORADA.............. 144
FIGURA 27 – RESOLUÇÃO DE A4: EPISÓDIO III, SEGUNDA TEMPORADA ............ 144

FIGURA 28 – RESOLUÇÃO DE A5: EPISÓDIO III, SEGUNDA TEMPORADA ............146
FIGURA 29 – RESOLUÇÃO DE H5: EPISÓDIO III, SEGUNDA TEMPORADA ............146
FIGURA 30 – RESOLUÇÃO DE E2: EPISÓDIO III, SEGUNDA TEMPORADA.............147
FIGURA 31 – RESOLUÇÃO DE H5: EPISÓDIO IV, SEGUNDA TEMPORADA ............149
FIGURA 32 – RESOLUÇÃO DE I4: EPISÓDIO IV, SEGUNDA TEMPORADA .............151
FIGURA 33 – RESOLUÇÃO DE A1: EPISÓDIO IV, SEGUNDA TEMPORADA.............152
FIGURA 34 – RESOLUÇÃO DE H4: EPISODIO IV, SEGUNDA TEMPORADA ............153
FIGURA 35 – RESOLUÇÃO DE C2: EPISÓDIO IV, SEGUNDA TEMPORADA.............155
FIGURA 36 – RESOLUÇÃO DE L5: EPISÓDIO IV, SEGUNDA TEMPORADA .............155
FIGURA 37 – RESOLUÇÃO DE I3: EPISÓDIO IV, SEGUNDA TEMPORADA .............157
FIGURA 38 – RESOLUÇÃO DE H4: EPISÓDIO V, SEGUNDA TEMPORADA .............158
FIGURA 39 – RESOLUÇÃO DE K4: EPISÓDIO V, SEGUNDA TEMPORADA .............159
FIGURA 40 – RESOLUÇÃO DE A2: EPISÓDIO V, SEGUNDA TEMPORADA .............160
FIGURA 41 – SOLUÇÃO DE A1: EPISÓDIO V, SEGUNDA TEMPORADA ..................161
FIGURA 42 – PROBLEMA ELABORADO POR G3..........................................................164
FIGURA 43 – PROBLEMA ELABORADO POR H4..........................................................165
FIGURA 44 – PROBLEMA ELABORADO POR A1 .........................................................166
FIGURA 45 – PROBLEMA ELABORADO POR C2..........................................................166

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – PESQUISAS DO BANCO DE DADOS IBICT CONFORME O OBJETO DE INVESTIGAÇÃO ........ 24

TABELA 2 – PESQUISAS LOCALIZADAS NO BANCO DE DADOS CAPES CONFORME O OBJETO DE INVESTIGAÇÃO ........ 25

TABELA 3 – QUANTIDADE DE PESQUISAS POR PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO ........ 28

TABELA 4 – ATIVIDADES REALIZADAS PELOS ALUNOS NOS MOMENTOS DE LAZER ........ 71

TABELA 5 – TEMAS DE INTERESSE QUE FORAM DESTAQUE NOS NOTICIÁRIOS 72

TABELA 6 – EXEMPLO DE RESOLUÇÃO DO EPISÓDIO III, PRIMEIRA TEMPORADA ........ 82

TABELA 7 – EXEMPLO DE RESOLUÇÃO DO EPISÓDIO IV, PRIMEIRA TEMPORADA ........ 84

TABELA 8 – EXEMPLO DE RESOLUÇÃO DO EPISÓDIO V, SEGUNDA TEMPORADA ........ 93

**LISTA DE QUADROS**

QUADRO 1 – PESQUISAS QUE VERSAM SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO FUNDAMENTAL – ANOS INICIAIS ............................................27

QUADRO 2 – PESQUISAS QUE VERSAM SOBRE RELAÇÕES ENTRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS E COMPETÊNCIA LEITORA.........29

QUADRO 3 – PESQUISAS QUE VERSAM SOBRE AS DIFICULDADES DOS ALUNOS DIANTE DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ............................................31

QUADRO 4 – PESQUISAS QUE TRATAM DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS UTILIZADAS PELOS ALUNOS ..........................................33

QUADRO 5 – AMBIENTES DE APRENDIZAGEM SEGUNDO SKOVSMOSE (2000)....59

QUADRO 6 – CRONOGRAMA DE IMPLEMENTAÇÃO DOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS CONTEXTUALIZADOS .................................................76

QUADRO 7 – ORGANIZAÇÃO DAS EQUIPES PARA RESOLUÇÃO DO EPISÓDIO I - PRIMEIRA TEMPORADA.................................................................................97

## LISTA DE SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CNE – Conselho Nacional de Educação

Consed – Conselho Nacional de Secretários de Educação

D.P.A. – Detetives do Prédio Azul

IBICT – Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia

Inep – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

MEC – Ministério da Educação

MMM – Movimento da Matemática Moderna

NCTM – National Council of Teachers of Mathematics

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PR – Estado do Paraná

UFPR – Universidade Federal do Paraná

Undime – União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação

## SUMÁRIO


**1 INTRODUÇÃO ........................................................ 14**

1.1 MATEMÁTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: COMPOSIÇÃO DO PROBLEMA DE PESQUISA ........................................................ 17

**2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS ........................................................ 23**

2.1 REVISÃO DE LITERATURA: O QUE NOS MOSTRAM PESQUISAS ACERCA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS ........................................................ 23

2.2 O ENSINO DE MATEMÁTICA EM MOVIMENTOS EDUCACIONAIS NO SÉCULO XX ........................................................ 37

2.2.1 O reflexo dos movimentos educacionais no ensino de Matemática no Brasil ................ 41

2.3 PROBLEMAS MATEMÁTICOS: ABORDAGENS DIDÁTICAS E OBJETIVOS DE ENSINO ........................................................ 44

2.3.1 Problema matemático como exercício para mecanização e fixação de conteúdo ........... 44

2.3.2 Problema matemático como ponto de partida para o ensino de Matemática .................. 47

2.3.3 Tipos de problemas matemáticos ........................................................ 49

2.3.4 A heurística de resolução de problemas em Polya ........................................................ 53

2.4 O ENSINO DE MATEMÁTICA POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM UMA PERSPECTIVA DE CONTEXTO ........................................................ 55

2.4.1 Quanto às abordagens e concepções de contexto ........................................................ 56

2.4.2 Quanto ao entendimento de realidade e cotidiano como base para ação didática ........... 60

2.4.3 Problemas matemáticos contextualizados: o que propomos ........................................... 63

**3 METODOLOGIA E CENÁRIO DA PESQUISA ........................................................ 65**

3.1 PESQUISA QUALITATIVA DE NATUREZA INTERPRETATIVA: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES ........................................................ 65

3.2 PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA ........................................................ 67

3.3 CAMPO DE PESQUISA E ALUNOS PARTICIPANTES ........................................................ 69

3.4 PRIMEIROS ENCONTROS ........................................................ 70

3.5 CONSTRUÇÃO DOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS CONTEXTUALIZADOS.... 75

**4 PROBLEMAS MATEMÁTICOS CONTEXTUALIZADOS: ANÁLISE DE DADOS ........................................................ 95**

4.1 PRIMEIRA TEMPORADA: SOLUCIONANDO MISTÉRIOS COM OS D.P.A.......... 95

4.1.1 Episódio I, primeira temporada: O sumiço dos sapatos ................................................ 96

4.1.2 Episódio II, primeira temporada: O sumiço do sanduíche ........................................... 100

4.1.3 Episódio III, primeira temporada: O sumiço do dvd do Severino ................................ 107
4.1.4 Episódio IV, primeira temporada: A promoção de picolés do Severino ........................ 117
4.1.5 Episódio V, primeira temporada: Problemas para dona Leocádia ................................ 123
4.2 SEGUNDA TEMPORADA: RESOLVENDO MISTÉRIOS COM OS D.P.A. EM UMA ESCOLA MUNICIPAL ................................................................................ 127
4.2.1 Episódio I, segunda temporada: O sumiço das chaves da diretora ............................... 128
4.2.2 Episódio II, segunda temporada: O sumiço do penal da professora ............................. 135
4.2.3 Episódio III, segunda temporada: O sumiço dos brinquedos ....................................... 141
4.2.4 Episódio IV, segunda temporada: As luvas de banho a seco do Theobaldo ................. 148
4.2.5 Episódio V, segunda temporada: É dia de tomar banho de balde ................................. 157
4.3 TERCEIRA TEMPORADA: CRIANDO MISTÉRIOS COM OS D.P.A. ................... 162
**5 CONSIDERAÇÕES FINAIS ........................................................................ 168**
**REFERÊNCIAS .............................................................................................. 175**
**APÊNDICE 1 – FICHA DE INTERESSES ............................................................ 181**
**APÊNDICE 2 – ROTEIRO PARA ENTREVISTA SEMI-ESTRUTURADA ....... 183**
**ANEXO 1 – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO ....... 184**

# 1 INTRODUÇÃO

*Todos os conhecimentos humanos começam por intuições, avançam para concepções e terminam com ideias. (Kant)*

Uma pesquisa nasce de inquietações, de busca por respostas, de uma necessidade de colocar-se numa situação de investigação. Na maioria das vezes, essas inquietações nascem quando nos deparamos com obstáculos e ponderamos sobre como contorná-los ou superá-los. Desse modo, foram os obstáculos presentes em meu caminhar profissional que me motivaram a buscar por respostas e me conduziram ao Mestrado Profissional. Em vista disso, apresento minha trajetória, desde o Ensino Médio, e como a mesma ampara e justifica a escolha do tema da presente dissertação: o ensino de Matemática e a resolução de problemas contextualizados.

Compor em prosa a trajetória profissional exige um repensar de experiências vividas de modo amplo, envolvendo as influências, as motivações, as barreiras e as inquietudes que compuseram o caminhar até aqui. Essas experiências são pensadas sob o olhar do binômio *experiência/sentido*, pois concordo com a afirmação de Larrosa (2016, p. 18), que "A experiência é o que nos passa, o que nos acontece, o que nos toca". Nessa direção, os fatos outrora vividos adquiriram valor na medida em que, de algum modo, me afetaram e me transformaram. E nessa transformação ganharam sentido e significado, compondo-me como pessoa-aluna-professora-pesquisadora. Tecer sobre minha trajetória profissional é não só reconstruir experiências, mas também olhar para as marcas em mim impressas.

Inicio pela escolha em cursar o Magistério no Ensino Médio, primeiro passo para minha formação profissional. Tal escolha deu-se pelo encantamento do seu duplo movimento: ensinar e aprender, premissa essa poetizada por Coralina (1997, p. 150), "Feliz é o professor que aprende ensinando". Recordo-me de um dos primeiros textos lidos pela minha professora de Didática, "A muleta da vovó", de Ezequiel Theodoro da Silva. Trago um trecho da referida crônica, a qual me causou grande inquietação.

> - De onde você tirou aquelas duas palavras para os alunos copiarem?
> - Quais duas?
> - Mata-borrão e tinteiro.
> - Ah, sim. Deste meu roteiro aqui – uma preciosidade que herdei da minha avó. Ela também foi professora. A melhor alfabetizadora da região. Sigo direitinho as suas instruções. (SILVA, 2008, p. 18).

Identificava um alerta nas entrelinhas da narrativa: pensar e repensar politicamente a prática pedagógica. Contudo, em minha caminhada como aluna-professora, compreendi que esse repensar não é simplesmente sinônimo de fazer diferente, de substituir uma determinada prática por outra mais atual. Mas sim uma prática reflexiva em busca da transformação; de um olhar atento para o contexto em que se trabalha e para os modos com que ele se renova nas relações diárias, transformando ao outro e a nós mesmos; das relações com o conhecimento e com os diferentes significados que cada um atribui a esse conhecimento; e dos diálogos para a construção de sentidos.

Em 2005 ingressei no curso de Pedagogia na Universidade Estadual de Ponta Grossa. Nessa instituição obtive grande aprendizado por meio das leituras, discussões, grupos de estudo e reflexões compartilhadas sobre o papel do professor no processo de ensino/aprendizagem. O contato mais aprofundado com estudiosos da Sociologia, Psicologia, Filosofia, Didática entre outros segmentos da Educação, proporcionaram-me grande desenvolvimento pessoal e profissional, embasando minhas concepções e práticas pedagógicas no decorrer de doze anos de Magistério, contudo com a flexibilidade de pensamento necessária.

Portanto, o período acadêmico foi um movimento de construção e desconstrução, de abertura e recepção de novas ideias, conceitos e práticas. Compartilhando do pensamento de Larrosa (2016), é esse diálogo com o que é externo a mim, que me toca e me transforma.

Na rede pública de ensino do Município de Curitiba (PR) atuo há oito anos. Nesse período tive a oportunidade de participar de cinco projetos de pesquisa por meio do programa “Escola e Universidade[1]”, sendo três dedicados ao ensino da Matemática. Tais estudos, desenvolvidos com colegas de trabalho, permitiram ricos momentos de diálogos, reflexões e aprendizagens. Destaco que foi de grande valia refletir com os pares sobre a prática pedagógica de modo sistematizado, sob a orientação de excelentes profissionais de universidades públicas e particulares. Essa experiência não só contribuiu para o desenvolvimento de minha autonomia profissional como também para aguçar o interesse investigativo. Por meio dos projetos de pesquisa desenvolvidos no programa “Escola e Universidade” (2010; 2011; 2012) que culminavam com seminários e exposições, pude problematizar metodologias de ensino de Matemática e Língua Portuguesa, articulando os saberes adquiridos no curso do Magistério, na graduação, em formações continuadas e a experiência diária no chão da escola. Todavia, refletir sobre a própria prática sempre foi um

[1] O projeto Escola & Universidade foi desenvolvido de 1997 a 2012. Trata-se de pesquisas e projetos desenvolvidos por professores e pedagogos da rede municipal de ensino de Curitiba em parceria com Universidades públicas e particulares. Maiores informações em <www.curitiba.pr.gov.br>.

exercício constante e assim outras inquietudes surgiram, pois, como diz Larrosa (2016), o sujeito da experiência precisa estar aberto à sua própria transformação.

Como docente dos anos iniciais do Ensino Fundamental, a observação dos alunos e de suas dificuldades no decorrer das aulas de Matemática foi ponto importante para despertar o interesse dessa pesquisadora em investigar metodologias de ensino de Matemática. Percebi que mesmo os alunos que apresentavam ótima compreensão nos assuntos abordados em sala de aula e resolviam as atividades propostas com facilidade, não apresentavam a mesma segurança e êxito diante da "Jornada de Resolução de Problemas[2]", promovida anualmente pela Secretaria Municipal de Educação de Curitiba envolvendo alunos do segundo ao quinto ano do Ensino Fundamental, e do exame nacional "Prova Brasil[3]", desenvolvida pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep/MEC), tendo como participantes alunos do quinto ano do Ensino Fundamental.

Todavia, minha preocupação com as atividades anteriormente mencionadas não estava relacionada com o resultado final propriamente dito, ou seja, com o resultado expresso em números, mas sim com a dificuldade dos alunos em desenvolver estratégias próprias para resolver os problemas propostos. Ao corrigir as atividades da "Jornada de Resolução de Problemas" verificava que os alunos, em várias questões, não registravam no papel nenhuma estratégia de resolução e assinalavam aleatoriamente uma das alternativas como resposta. A falta de registro, em meu entendimento, reforçava a falta de autonomia do aluno para criar estratégias próprias de resolução.

Em conversas informais após a realização da Jornada e da Prova Brasil, os alunos diziam ter dificuldades em saber qual "conta" deveria ser feita para resolver o problema. Essa postura muito me incomodava. Percebia que o contexto presente no enunciado do problema pouco importava aos alunos, pois ao ler os enunciados buscavam identificar uma palavra-chave que levasse ao algoritmo necessário, como se houvesse apenas um caminho para a resolução, para então apresentar um dado numérico como resposta.

Na busca de uma ação didática que os auxiliasse na superação da dificuldade relatada, surgiu o interesse em verificar se o estabelecimento de relações entre problemas matemáticos e referências cotidianas poderia contribuir para que os alunos desenvolvessem

---

[2] A "Jornada de Resolução de Problemas" é promovida anualmente pela Prefeitura Municipal de Curitiba. Trata-se de uma atividade individual composta por dez questões, de múltipla escolha, que envolvem lógica, sistemas de medidas, geometria, entre outros conteúdos matemáticos. Maiores informações encontram-se no site <http://www.curitiba.pr.gov.br>.

[3] Maiores informações sobre a Prova Brasil encontram-se no site <http://portal.mec.gov.br/prova-brasil>.

estratégias próprias na busca de solução para os problemas. Contudo, tinha a consciência de que tal ideia precisava ser amadurecida.

Desse modo, participei de cursos de Formação Continuada promovidos pela Prefeitura Municipal de Curitiba, o que contribuiu para minha formação profissional. Todavia, ainda sentia necessidade de ponderar sobre metodologias de ensino que auxiliassem o aluno a desenvolver um pensamento autônomo, ou seja, a elaborar estratégias próprias de resolução de problemas diante de situações novas. Movida por essa inquietação, ingressei no Mestrado Profissional: Teoria e Prática de Ensino da Universidade Federal do Paraná (UFPR), no ano de 2016.

## 1.1 MATEMÁTICA E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: COMPOSIÇÃO DO PROBLEMA DE PESQUISA

Desde a antiguidade até os dias atuais observamos muitas descobertas no campo matemático. Foram várias as maneiras de calcular ao longo da história, além das diferentes formas de registros. As dificuldades desencadearam a necessidade de desenvolvimento e impulsionaram pesquisas, estudos e aprendizados.

Ao discorrer sobre a história da Matemática, D' Ambrósio (2012) destaca a importante contribuição das civilizações mediterrâneas, os conhecimentos construídos no decorrer da Idade Média e do período do Renascimento, e os avanços no período da industrialização no século XX. Na análise realizada pelo autor podemos verificar que o conhecimento matemático desenvolveu-se a partir das necessidades reais de organização do espaço, das atividades econômicas, da necessidade de registros, da motivação em compreender o mundo e, até, das demandas emergentes dos processos de modernização e industrialização.

A construção do conhecimento matemático como resposta às necessidades de uma sociedade em constante desenvolvimento também é destacada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática

> A História da Matemática foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática. (BRASIL, 1997, p. 32).

Pesquisadores, filósofos e cientistas exaltaram o importante papel da Matemática na construção do conhecimento de diferentes áreas. Sobre este ponto, Onuchic (2012, p. 2) afirma que "A matemática provê até ferramentas para projetos e simulações para a engenharia, para a tecnologia e até para a organização dos processos de decisão industriais".

Em nosso cotidiano não é diferente. Diariamente nos deparamos com situações que requerem a utilização de conhecimentos matemáticos, muitas dessas situações são tão rotineiras que mal nos damos conta dos conhecimentos envolvidos. Todavia, surgem situações novas que pedem uma maior reflexão. É nessa busca por solução de uma dada situação que se concebe um caminhar para a construção de um novo conhecimento. Assim como na vida, esse interesse e predisposição para o aprendizado devem acontecer também na escola.

Desse modo, é de grande valia proporcionar aos alunos atividades desafiadoras que despertem interesse e gosto pelo aprender. Conforme os PCN (BRASIL, 1997), o conhecimento matemático contribui para a resolução de problemas cotidianos, além de apresentar muitas aplicações no mundo do trabalho, caracterizando-se, assim, um instrumento importante para a construção do conhecimento. Nessa direção, as aulas de Matemática são momentos promissores para auxiliar os alunos a desenvolverem a capacidade de enfrentar situações novas e criar estratégias de resolução.

No entanto, durante muito tempo, o ensino de Matemática teve seu foco em processos de repetição e memorização mecânica. Apesar dos avanços obtidos com as reformas educacionais[4], ainda é possível verificar metodologias de ensino pautadas na memorização de regras e conceitos e em treinos repetitivos (BRASIL, 1998).

No cotidiano escolar, ainda é possível observar um ensino linear, no qual o professor "ensina", o aluno "aprende" e depois reproduz o conhecimento "adquirido", ou seja, aplica regras e procedimentos memorizados para resolver problemas e/ou exercícios[5] propostos. Tal formato de ensino é centrado no professor e no conhecimento, deixando em segundo plano a participação efetiva do aluno no processo de aprendizagem. Ainda que atualmente o aluno tenha maior liberdade para participar das aulas, há de se pensar na natureza dessa participação: o aluno efetivamente tem tempo e espaço para criar estratégias de resolução, validá-las e construir conceitos matemáticos? Ou sua participação limita-se a responder

[4] Para melhor compreensão das reformas educacionais do século XX, no campo do ensino da Matemática, utilizamos como fundamentação teórica os estudos de Onuchic (1999), Onuchic e Allevato (2011; 2012) e Allevato e Onuchic (2014).

[5] Na literatura consultada para compor o referencial teórico, observamos diferenças conceituais para os termos *problema* e *exercício*. Abordaremos essa questão no discorrer do capítulo II da presente dissertação.

prontamente os questionamentos do professor, reproduzindo as regras anteriormente aprendidas/memorizadas?

Para Allevato e Onuchic (2014), é necessário repensar o ensino de Matemática e refletir sobre práticas e formas de abordar os conteúdos. Segundo as autoras é preciso

> [...] superar práticas ultrapassadas de transmissão de conhecimentos e transferir para o aluno grande parte da responsabilidade por sua própria aprendizagem, colocando-o como protagonista de seu processo de construção de conhecimento. O desenvolvimento da criatividade, da autonomia e de habilidades de pensamento crítico e de trabalho em grupo deve ser promovido. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 40).

No entanto, os encaminhamentos didático-metodológicos nem sempre estimulam o desenvolvimento do raciocínio autônomo do aluno, uma vez que despendem muito tempo com longas listas de exercícios repetitivos com o propósito de treino e memorização de regras, de conceitos e de procedimentos, tais como "receitas" a serem seguidas passo a passo para obter a resposta correta. É importante ressaltar que nessa perspectiva os exercícios, em sua maioria, apresentam somente uma resposta correta.

A Matemática muitas vezes é apresentada na escola como um saber absoluto e isento de questionamentos, se bem aplicadas suas regras, fórmulas e procedimentos. Contudo, uma perspectiva que considere a Matemática como um instrumento que, se bem utilizado, é infalível e inquestionável, acaba por desprezar os seus aspectos sociais e culturais, dando a ideia de que esta ciência é livre da influência humana. (SKOVSMOSE, 2001).

Como consequência de um ensino pautado no treino de técnicas operatórias e na memorização mecânica, não é raro professores ouvirem de seus alunos relatos similares ao descrito por Schoenfeld (1996, p. 3): "[...] consigo adicionar, subtrair e multiplicar tão bem como os melhores, o problema é que nunca sei qual deles é que devo utilizar". O relato que o autor apresenta revela não apenas a dificuldade de alunos em interpretar problemas matemáticos, mas também a dificuldade em utilizar conceitos e operações matemáticas com compreensão no processo de elaboração de estratégias de resolução.

Assim, evidencia-se a necessidade de repensar práticas pedagógicas para o ensino de Matemática, saindo da esfera de um ensino reprodutivo para um âmbito reflexivo e criativo. Concordamos com Allevato e Onuchic (2014) quando afirmam que o aluno deve ser responsável por sua aprendizagem e, portanto, sujeito no processo de construção do conhecimento.

Todavia, para que o aluno assuma tal responsabilidade e envolva-se no processo educativo, é preciso possibilitar a ele espaço para conjecturar e estabelecer estratégias próprias de resolução, desenvolvendo assim um pensamento autônomo. Como diz Schoenfeld (1996), é preciso dar espaço para o aluno *fazer* Matemática.

Nessa perspectiva, espera-se que o ensino de Matemática auxilie o aluno a pensar, ou seja, ajude o aluno a compreender conceitos matemáticos para então elaborar estratégias para resolver problemas não apenas escolares, mas também problemas que emergem de diferentes situações cotidianas. Para Schoenfeld (1996, p. 8)

> [...] o pensar matematicamente significa (a) ver o mundo de um ponto de vista matemático (tendo predileção por matematizar: modelar, simbolizar, abstrair e aplicar ideias matemáticas a uma larga gama de situações), e (b) ter as ferramentas do ofício para matematizar com sucesso.

Nessa direção, o ensino de Matemática por meio da resolução de problemas apresenta-se como um caminho fecundo, considerando a importância dessa metodologia de ensino como ponto de partida para a construção do conhecimento matemático com foco na ação do aluno.

Outro ponto de discussão entre pesquisadores é a distância entre a forma de se pensar o ensino da Matemática e o conhecimento relacionado à experiência de vida de cada um. Para Toledo e Toledo (2009), a escola nem sempre prepara o aluno para lidar com atividades práticas que envolvam aspectos quantitativos da realidade e isto se deve, muitas vezes, à forma com a qual o conteúdo é tratado em sala de aula, desvinculado da realidade.

Compartilhando da ideia de que é preciso aproximar os conteúdos curriculares à realidade do aluno, D’ Ambrosio (1998) afirma que ensinar Matemática na escola justifica-se por seu caráter útil como instrumentador para a vida. Tal premissa também é presente nos PCN de Matemática quando afirmam que o papel da escola é promover uma educação que não desintegre escola e sociedade e coloque o aluno diante de desafios que lhe permitam desenvolver atitudes de responsabilidade e compromisso de forma crítica. (BRASIL, 1998).

Compartilhamos do entendimento de que o ensino de Matemática na escola deve permitir que o aluno estabeleça relações entre realidade e conteúdos curriculares, pois o ato de ensinar envolve mais do que apresentar conceitos, regras e procedimentos de cálculo, mas também requer dar sentido e significado ao que é proposto em sala de aula.

Todavia, é preciso considerar que a realidade tomada como base para a elaboração didática não é única, uma vez que é compreendida de modo diferenciado por cada um, podendo haver diferentes percepções para a mesma situação. (GUÉRIOS et al, 2009).

Portanto, diante da amplitude dos termos realidade e cotidiano, optamos por trabalhar na presente pesquisa com problemas matemáticos contextualizados, ou seja, problemas que apresentem, em seus enunciados, questões que contemplem interesses dos alunos e se aproximem de referências cotidianas dos mesmos, mas sem a pretensão de generalizar tais situações como sendo reais e/ou cotidianas.

Considerando os apontamentos elencados, entendemos que o ensino de Matemática por meio da resolução de problemas posiciona o aluno no centro do processo de aprendizagem, delegando a ele a responsabilidade pela construção do conhecimento. Para tanto, faz-se necessário que no decorrer desse processo o aluno tenha a oportunidade de conjecturar e criar estratégias próprias de resolução.

Diante do exposto, a presente pesquisa, inserida no Programa de Pós Graduação em Educação – Mestrado Profissional na linha de pesquisa "Teoria e Prática de Ensino", tem como problemática identificar contribuições do ensino de Matemática por meio da resolução de problemas contextualizados para o desenvolvimento do pensar matematicamente de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental.

Para responder esta problemática, delimitamos como objetivo geral investigar como problemas matemáticos contextualizados, que estabeleçam relações com interesses dos alunos, podem instigar a mobilização de conhecimentos, a elaboração de estratégias resolutivas e o desenvolvendo do pensamento autônomo.

Como objetivos específicos, elencamos:

- Perceber como alunos do 4º ano do Ensino Fundamental interpretam e compreendem problemas matemáticos contextualizados.

- Analisar como alunos constroem estratégias de resolução para os problemas matemáticos contextualizados.

- Identificar que relações os alunos estabelecem entre os conteúdos matemáticos abordados nos problemas e os contextos criados.

Esta dissertação está organizada em cinco capítulos, sendo o primeiro a presente introdução, na qual delimitamos o tema de pesquisa, justificamos nossa escolha, apresentamos a problemática e os objetivos da pesquisa.

No segundo capítulo, "Fundamentos teóricos", trazemos resultados da revisão de literatura, apresentando contribuições de pesquisas que versam sobre resolução de problemas matemáticos. Na sequência, apresentamos o referencial teórico que fundamenta a presente pesquisa, no que tange à resolução de problemas e ao contexto.

No terceiro capítulo, descrevemos o percurso metodológico da pesquisa e os instrumentos utilizados para a coleta de dados. Apresentamos, também, o campo de pesquisa, os alunos participantes e os problemas matemáticos contextualizados.

No quarto capítulo, apresentamos a descrição e análise dos dados. Por meio da triangulação dos dados coletados, voltamos nosso olhar ao modo como problemas matemáticos contextualizados, construídos a partir de interesses dos alunos, refletem no processo de elaboração de estratégias resolutivas pelos alunos e no desenvolvimento do pensamento autônomo.

Por fim, no quinto capítulo, retomamos a problemática e os objetivos da presente pesquisa, para então apresentarmos nossas considerações finais, discorrendo sobre as contribuições do ensino de Matemática por meio da resolução de problemas matemáticos contextualizados.

Esta pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa da UFPR (parecer nº 2.033.646).

# 2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Neste capítulo apresentamos estudos teóricos no campo do ensino de Matemática, no que concerne à resolução de problemas e contexto no campo da docência e da aprendizagem da Matemática escolar. Organizamos os resultados desse estudo em quatro seções.

Inicialmente, apresentamos uma revisão de literatura acerca do tema resolução de problemas matemáticos, com foco em pesquisas acadêmicas de mestrado e doutorado, que contemplam o tema em questão, realizadas entre 2006 e 2016. Selecionamos para uma leitura atenta dez pesquisas com objeto de estudo similar ao nosso, o que trouxe contribuições importantes para a presente pesquisa.

Na segunda seção abordamos, de modo sintetizado, os movimentos educacionais do século XX no campo do ensino de Matemática e o reflexo desses movimentos no ensino brasileiro, sendo que, neste cenário, voltamos nosso olhar, mais especificamente, para a metodologia de resolução de problemas.

Apresentamos, na terceira seção, numa perspectiva educacional, duas abordagens dadas à resolução de problemas, sendo a) problema como exercício para mecanização e fixação de conteúdo e b) problema como ponto de partida para o ensino de Matemática, bem como classificações quanto ao tipo de problemas matemáticos e seus objetivos de ensino, segundo a literatura consultada. Tratamos ainda dos processos heurísticos que envolvem a resolução de problemas.

Na quarta e última seção, compomos um entendimento teórico para contexto no campo da docência e da aprendizagem da Matemática escolar, além de tecermos considerações sobre realidade e cotidiano tomados como base para a ação didática.

## 2.1. REVISÃO DE LITERATURA: O QUE NOS MOSTRAM PESQUISAS ACERCA DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Considerando como tema central *resolução de problemas matemáticos*, realizamos uma revisão de literatura com o objetivo de buscar e analisar pesquisas acadêmicas, prezando os níveis de mestrado e doutorado, que abordam o tema em questão. Para Moreira e Caleffe (2008), a revisão de literatura constitui-se a parte central de qualquer estudo, pois é nesse momento que o pesquisador irá familiarizar-se com a literatura contemporânea e avaliar criticamente as pesquisas já realizadas.

> Com a revisão de literatura é possível identificar as principais tendências de pesquisa na área de interesse, as eventuais lacunas e os conceitos importantes que estão sendo usados. Além do mais, uma boa revisão de literatura ajuda o professor/pesquisador a contextualizar o seu problema de pesquisa em um modelo teórico mais amplo. (MOREIRA; CALEFFE, 2008, p. 27).

As buscas eletrônicas ocorreram no período de seis a quatorze de outubro do ano de dois mil e dezesseis em duas bases de dados distintas, a saber: Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia (IBICT) e Banco de Teses & Dissertações CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior). Inicialmente tal busca nos ofertou cento e noventa e três produções, entre teses e dissertações.

Para a busca da produção acadêmica desejada no banco de dados do IBICT, foram utilizados os termos “resolução de problemas” AND “Matemática”, refinado por assunto e por período, considerando os anos entre 2006 a 2016, com o objetivo de selecionar as pesquisas mais recentes sobre o tema e assim compreender os diferentes debates nessa área de estudo. Como resultado, obtivemos um montante de oitenta e sete trabalhos, sendo setenta e sete dissertações e dez teses, em vinte e três instituições universitárias.

Moreira e Caleffe (2008, p. 28) esclarecem que após a localização dos trabalhos para revisão, é “[...] preciso decidir quais os estudos que estão relacionados com a área em questão.”. Portanto, realizamos análises mais atentas, mediante a leitura dos resumos, para organizar as pesquisas encontradas segundo o objeto de investigação das mesmas. Tal organização é expressa na Tabela 1.

TABELA 1 – PESQUISAS DO BANCO DE DADOS IBICT CONFORME O OBJETO DE INVESTIGAÇÃO

| OBJETO DE INVESTIGAÇÃO | QUANTIDADE DE PESQUISAS ENCONTRADAS |
|---|---|
| Ensino Fundamental – Anos Iniciais | 04 |
| Ensino Fundamental – Anos Finais | 23 |
| Ensino Médio | 31 |
| Educação de Jovens e Adultos | 04 |
| Educação Especial | 01 |
| Ensino Superior | 08 |
| Análise de livro didático | 01 |
| Matemática e softwares | 01 |
| Revisão de Literatura | 03 |
| Formação continuada de professores | 11 |
| TOTAL | 87 |

FONTE: Banco de dados, IBICT.

Ao analisar a Tabela 1, constatamos que a maioria das pesquisas sobre resolução de problemas tem como objeto de investigação o Ensino Médio, seguido do Ensino Fundamental - Anos Finais. Tais números revelam uma maior incidência nas etapas finais do ensino escolar. Todavia é válido lembrar que é no âmago dos anos iniciais do Ensino Fundamental que o aluno constrói a base dos conceitos matemáticos elementares, o que justifica fomentar pesquisas que tratem da resolução de problemas nessa etapa de ensino.

A segunda base de dados utilizada para busca e análise da revisão de literatura foi o Banco de Teses da CAPES. Utilizamos como palavras-chave: "resolução de problemas matemáticos". Como resultado, obtivemos cento e cinco registros para o tema, em cinquenta instituições. Todavia, nesse primeiro momento, devido às ferramentas disponíveis no site, não foi possível refinar a busca por período de tempo, sendo o nosso interesse por pesquisas científicas realizadas no período de 2006 a 2016, o que precisou ser realizado no decorrer das leituras. Desse modo, dentre as cento e cinco pesquisas, trinta foram desconsideradas por não estarem entre o período desejado. Entre os trabalhos enunciados, percebemos a existência de repetições de pesquisas, em relação a busca anterior na plataforma IBICT. Assim, atualizando as buscas, tivemos setenta e três novos trabalhos a serem analisados.

Outro ponto relevante nessa busca inicial foi o fato de o referido banco de dados apenas disponibilizar documentos de origem da Plataforma Sucupira de 2013 a 2016. Assim, quando a produção acadêmica com data de defesa anterior a 2013 nos chamava a atenção pelo título, era necessário buscá-la em outros sítios eletrônicos para obter maiores informações para análise, como por exemplo, o resumo, o professor orientador do trabalho e a linha de pesquisa. Houve três pesquisas que gostaríamos de ter analisado mais cuidadosamente, porém não foi possível localizar maiores informações das mesmas, além de títulos e autores.

Permaneceram setenta pesquisas para uma análise mais atenta. Para delimitar o tema, lemos os seus resumos, e em alguns casos a introdução e a problemática, com o propósito de realizar uma rigorosa e detalhada seleção e destacar as pesquisas que caminharam na direção que pretendemos avançar.

Na Tabela 2, apresentamos uma síntese das pesquisas localizadas no Banco de Teses da CAPES, organizadas conforme o objeto de investigação das mesmas. Lembramos que todas as pesquisas abordam a resolução de problemas como metodologia de ensino.

TABELA 2 – PESQUISAS LOCALIZADAS NO BANCO DE DADOS CAPES CONFORME O OBJETO DE INVESTIGAÇÃO

(continua)

| OBJETO DE INVESTIGAÇÃO | QUANTIDADE DE PESQUISAS ENCONTRADAS |
|---|---|
| Educação Infantil | 01 |
| Ensino Fundamental – Anos Iniciais | 07 |
| Ensino Fundamental – Anos Finais | 15 |
| Ensino Médio | 15 |
| Educação de Jovens e Adultos | 04 |
| Educação Especial | 07 |

TABELA 2 – PESQUISAS LOCALIZADAS NO BANCO DE DADOS CAPES CONFORME O OBJETO DE INVESTIGAÇÃO

(conclusão)

| OBJETO DE INVESTIGAÇÃO | QUANTIDADE DE PESQUISAS ENCONTRADAS |
|---|---|
| Formação continuada de professores | 13 |
| Ensino Superior | 01 |
| Classes multisseriadas | 02 |
| Matemática e softwares | 04 |
| Matemática e Linguagem artística | 01 |
| TOTAL | 70 |

FONTE: Banco de dados, CAPES.

Os dados da Tabela 2 revelam novamente maior incidência de pesquisas voltadas ao Ensino Médio e ao Ensino Fundamental – Anos Finais. Tal levantamento fortalece a importância de fomentar pesquisas direcionadas ao Ensino Fundamental – Anos Iniciais, no que se refere ao ensino de Matemática por meio da resolução de problemas.

Posteriormente a essa busca, tomamos conhecimento de que a plataforma do Banco de Teses da CAPES passou por atualizações e contava com novas ferramentas para refinar resultados. Isso nos motivou a realizar uma nova busca, a qual ocorreu nos dias vinte e seis e vinte e sete de junho do ano de dois mil e dezessete. Dessa vez utilizamos as seguintes palavras-chave: "resolução de problemas"; "Matemática" e "Ensino Fundamental" e refinamos a pesquisa por tipo (Mestrado, Mestrado Profissional e Doutorado), ano (entre 2006 e 2016) e área de conhecimento (Educação, Ensino, Ensino de Ciências e Matemática, Interdisciplinar, Matemática, Psicologia Cognitiva e Sociais e Humanidades). Desse modo, obtivemos um montante de trezentas e quatro pesquisas a serem analisadas. Contudo, gostaríamos de elencar alguns aspectos importantes sobre essa nova busca:

a) com a segunda busca no Banco de Teses e Dissertações CAPES selecionamos mais duas dissertações para compor a revisão de literatura: Fiore (2013) e Cybis (2014);
b) nem todas as pesquisas encontradas na segunda busca tratavam especificamente de "resolução de problemas", tampouco apresentavam essa sentença como palavra-chave. Todavia apresentavam as palavras "Matemática" e/ou "Ensino Fundamental";
c) mesmo direcionando a busca para o Ensino Fundamental, obtivemos pesquisas relacionadas a outros contextos, como: Ensino Médio, Ensino Superior, Educação de Jovens e Adultos e Formação continuada de professores;

d) constatamos que a maioria das pesquisas concentra-se no contexto do Ensino Fundamental - Anos Finais, seguido do Ensino Médio.

Após a etapa de análise inicial, considerando a busca no Banco de dados do IBICT, em outubro de dois mil e dezesseis, e ambas as buscas no Banco de Teses da CAPES, em outubro de dois mil e dezesseis e junho de dois mil e dezessete, selecionamos nove dissertações e uma tese para leitura mais criteriosa de seus resumos e suas problemáticas, com o intuito de confirmar a proximidade com a nossa pesquisa. Para essa seleção foram considerados os seguintes critérios: pesquisas que versam sobre resolução de problemas matemáticos e tenham como participantes alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, sobretudo ciclo II (4º e 5º anos). Conforme afirmam Moreira e Caleffe (2008) esse momento de avaliação é de grande valia, pois é necessário verificar a relevância do texto para o problema que está sendo estudado. Apresentamos no Quadro 1 as pesquisas selecionadas para compor a revisão de literatura.

QUADRO 1 – PESQUISAS QUE VERSAM SOBRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO FUNDAMENTAL – ANOS INICIAIS

| TITULO DA PESQUISA | AUTOR/ANO | MODALIDADE |
|---|---|---|
| Leitura, interpretação e resolução de problemas matemáticos de estruturas aditivas | Herebia (2007) | Mestrado |
| Crianças com dificuldades em resolução de problemas matemáticos: avaliação de um programa de intervenção | Moura (2007) | Doutorado |
| Papel da compreensão leitora na resolução de problemas matemáticos | Morais (2010) | Mestrado |
| O aprendizado de regras matemáticas: uma pesquisa de inspiração Wittgensteiniana com crianças da 4ª série no estudo da divisão | Silva (2011) | Mestrado |
| Os pensamentos narrativo e lógico-científico na Resolução de Problemas nos campos conceituais aditivo e multiplicativo no ano final do Ensino Fundamental I | Fiore (2013) | Mestrado |
| Resolução de problemas: possíveis relações entre raciocínio lógico e desempenho em matemática | Kramm (2014) | Mestrado |
| Resolução de problemas multiplicativos: análises de processos heurísticos de alunos de 5º ano do Ensino Fundamental | Cybis (2014) | Mestrado |
| Estratégias mobilizadoras na resolução de problemas matemáticos de divisão por alunos da sala de articulação da 2ª fase do 2º ciclo do Ensino Fundamental de uma escola estadual de Várzea Grande – MT | Piva (2014) | Mestrado |
| Análise das dificuldades na resolução de problemas matemáticos por alunos do 5º ano do Ensino Fundamental | Araújo (2015) | Mestrado |
| Compreendendo a resolução de problemas matemáticos: relações com o raciocínio inferencial e a flexibilidade cognitiva | Rocha (2015) | Mestrado |

FONTE: Dados da pesquisa.

Confirmadas as semelhanças dessas pesquisas com o nosso objeto de estudo, foi realizada a leitura dessas pesquisas na íntegra.

Observamos que as pesquisas foram desenvolvidas em diferentes Programas de Pós-Graduação, como mostra a Tabela 3. Isto revela a preocupação de diferentes Linhas de Pesquisa quando o assunto é ensinar Matemática por meio da resolução de problemas.

TABELA 3 – QUANTIDADE DE PESQUISAS POR PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO

| PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO | QUANTIDADE DE PESQUISA |
|---|---|
| Mestrado em Educação Matemática | 2 |
| Mestrado em Educação / Psicologia da Educação | 1 |
| Mestrado em Educação em Ciências e Matemática | 3 |
| Mestrado em Ciências da Linguagem | 1 |
| Mestrado em Educação | 2 |
| Doutorado em Educação do Indivíduo Especial | 1 |

FONTE: Dados da pesquisa.

A Tabela 3 nos revela que o trabalho com resolução de problemas no cotidiano escolar não é preocupação apenas dos programas de Educação e Educação Matemática, uma vez que a Psicologia da Educação e as Ciências da Linguagem também apresentam um olhar voltado a esse tema. Assim, podemos perceber uma responsabilidade compartilhada entre as especializações em compreender e contribuir para o desenvolvimento e aprendizado do aluno, entendendo e considerando-o em sua totalidade. Nessa direção, compreende-se que as habilidades necessárias para a resolução de problemas não são desenvolvidas única e exclusivamente no decorrer das aulas de Matemática, pois implicam também a proficiência leitora além do conhecimento de mundo, próprio de cada aluno.

Quanto ao objetivo geral expresso nas pesquisas selecionadas, constatamos os seguintes interesses: a) análise das possíveis relações entre desempenho dos alunos em atividades de resolução de problemas matemáticos e proficiência leitora; b) análise das possíveis relações entre raciocínios lógico e matemático; c) investigação das dificuldades apresentadas pelos alunos diante de atividades que envolvam a resolução de problemas matemáticos; d) análise das estratégias de resolução utilizadas pelos alunos. Selecionamos essas quatro abordagens por serem, em nosso entendimento, aspectos importantes presentes no ensino de Matemática por meio da resolução de problemas.

O Quadro 2 traz pesquisas que investigam possíveis relações entre o desempenho dos alunos em atividades de resolução de problemas e a proficiência leitora dos mesmos.

QUADRO 2 – PESQUISAS QUE VERSAM SOBRE RELAÇÕES ENTRE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS E COMPETÊNCIA LEITORA

| AUTOR/ANO | OBJETIVO GERAL DA PESQUISA |
|---|---|
| Herebia (2007) | Descrever e analisar o desempenho e as formas de solução de problemas de estruturas aditivas de alunos de uma escola pública municipal e uma escola particular da 4ª série do ensino fundamental, e suas relações com a leitura e interpretação dos mesmos, para identificar as relações matemáticas contidas nos problemas. (p. 57). |
| Morais (2010) | [...] investigar a relação existente entre a compreensão leitora e a resolução de situações-problema na matemática. (p. 65). |
| Silva (2011) | Discutir o papel da linguagem no aprendizado das regras matemáticas, em especial, o conceito de divisão. (p. 15). |

FONTE: Dados da pesquisa.

As pesquisas de Herebia (2007), Morais (2010) e Silva (2011) revelam uma relação entre competência leitora do aluno e sua habilidade em resolver problemas matemáticos. A matemática apresenta um vocabulário próprio e complexo, carregado de significados e dependente de um dado contexto. Ao ler um problema o aluno precisa compreender e traduzi-lo em uma linguagem matemática. Desse modo, muitas vezes a dificuldade do aluno em resolver um problema está diretamente relacionada à falta de compreensão de seu enunciado por não dominar a linguagem matemática, como revela a pesquisa de Silva (2011). Herebia (2007), por sua vez, constatou que as dificuldades apresentadas pelos alunos ao interpretar os problemas matemáticos estavam relacionadas à interpretação das relações matemáticas envolvidas nessas leituras.

Nessa direção, torna-se interessante destacar a reflexão de Silva (2011), à luz da teoria de Wittgenstein, quando afirma que as proposições matemáticas precisam ser ensinadas pelos professores uma vez que não são óbvias ao entendimento dos alunos. Concordamos com o autor quanto ao fato de que o professor precisa ajudar o aluno a compreender o vocabulário matemático e como ele é usado, transpondo a linguagem natural para a linguagem matemática. Nessa direção, Herebia (2007) revela que ler e interpretar exige do aluno esquemas de assimilação com o objetivo de dar sentido à linguagem, pois as dificuldades no momento da leitura do problema prejudicam a escolha adequada da forma de solução para responder o problema proposto. Tal afirmação vem ao encontro das considerações da pesquisa de Morais (2010) quando revela que as dificuldades apresentadas nas resoluções de problemas matemáticos estão correlacionadas com a baixa competência leitora.

Essas pesquisas nos trouxeram contribuições ao enfatizarem a importante relação entre habilidades matemáticas e linguísticas dos alunos. Apresentamos em nossa pesquisa uma proposta de trabalho com problemas matemáticos contextualizados partindo de um tema central indicado pelos alunos participantes, com o intuito de dar maior significado aos problemas propostos. Contudo, utilizamos também vocabulário próprio da Matemática, colocando os alunos frente a novos desafios.

Acreditamos que propiciar aos alunos ampliação de repertório inserindo no enredo dos problemas novos termos matemáticos é de grande valia, pois segundo Morais (2010), o desempenho na resolução de problemas matemáticos melhora com o aumento do nível de compreensão leitora.

Outro ponto convergente que foi possível observar nas pesquisas de Herebia (2007) e Silva (2011) foi o destaque dado ao diálogo, por acreditarem na importância da comunicação entre os pares para diminuir os obstáculos que dificultam a compreensão de enunciados de problemas matemáticos.

A interação em sala de aula também ganha destaque nas pesquisas de Fiore (2013) e Cybis (2014). A primeira autora revela que o diálogo promove a troca de informações e, consequentemente, a ampliação de ideias que contribuem para a resolução de problemas, além de dar subsídios para o professor orientar os alunos, contribuindo para o avanço da aprendizagem. Já a segunda destaca o trabalho realizado em grupos, uma vez que o diálogo entre os pares contribui tanto para a compreensão do problema como para a construção de estratégias de resolução.

Em nossa pesquisa também propomos atividades em grupo valorizando o saber construído coletivamente. O debate com o outro e a troca de ideias são momentos ricos que favorecem a aprendizagem. Todavia, reservamos também espaço para resoluções individuais, a fim de analisar as estratégias desenvolvidas por cada um.

A pesquisa de Kramm (2014, p. 16) buscou "[...] identificar e compreender possíveis relações entre raciocínio lógico e aprendizagem matemática", premissa essa confirmada pelos resultados da pesquisa. Também emerge nesse estudo a relação entre resolução de problemas e proficiência leitora.

A autora alerta que nem todos os erros apresentados pelos alunos estão relacionados ao domínio de conceitos matemáticos, mas também a fatores diversos como: vocabulário além do repertório dos alunos e questões ambíguas e/ou inadequadas para a faixa etária trabalhada. Nessa direção, sugere para as próximas pesquisas uma análise criteriosa do repertório dos alunos, considerando vocabulário e conceitos matemáticos. Tal indicação reforça nosso cuidado na elaboração dos enunciados dos problemas propostos em nossa pesquisa. Contudo, permanecemos com o propósito de ampliar o vocabulário matemático dos alunos, inserindo novos termos no enredo dos problemas.

Rocha (2015) investigou relações entre resolução de problemas e funções cognitivas superiores, como a flexibilidade cognitiva e o raciocínio inferencial[6] e verificou, a partir da análise dos dados coletados, que não há uma relação significativa entre esses aspectos. O autor acrescenta que os resultados da pesquisa parecem indicar que a resolução de problemas demanda mais compreensão leitora e habilidades aritméticas do que as funções cognitivas superiores.

Outro ponto de investigação que impulsionou novas pesquisas refere-se às dificuldades apresentadas pelos alunos diante de atividades que envolvem a resolução de problemas matemáticos e a elaboração e implementação de um programa de intervenção que contribua para a superação das dificuldades apresentadas. Trazemos essas pesquisas no Quadro 3.

QUADRO 3 – PESQUISAS QUE VERSAM SOBRE AS DIFICULDADES DOS ALUNOS DIANTE DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

| AUTOR/ANO | OBJETIVO GERAL DA PESQUISA |
|---|---|
| Moura (2007) | [...] elaborar, implementar e avaliar um programa de intervenção para crianças que apresentam dificuldades em compreensão de enunciados escritos de problemas matemáticos e por isso não eram capazes de solucioná-los e desenvolver, nas crianças participantes, um repertório de capacidades cognitivas necessárias para a resolução de problemas matemáticos, que aja em caráter de prevenção às possíveis dificuldades de aprendizagem. (p. 14). |
| Araújo (2015) | [...] analisar quais as dificuldades que os alunos do 5º ano apresentam para a resolução de problemas de matemática e as possíveis explicações para este fato. (p. 16). |

FONTE: Dados da pesquisa.

No decorrer da leitura dessas pesquisas (MOURA, 2007; ARAÚJO, 2015), percebemos que mesmo quando o foco não é a relação entre a habilidade em resolver problemas matemáticos e a proficiência leitora, esta relação se faz presente nas observações dos pesquisadores.

A pesquisa de Moura (2007) dirige o olhar à leitura e compreensão de enunciados linguísticos que apresentam, paralelamente, uma linguagem matemática. No programa de intervenção proposto, buscou ensinar os alunos a ler os problemas matemáticos e, na sequência, identificar a representação matemática mais adequada para resolvê-los. Este trabalho apresentou resultados positivos considerando o desenvolvimento das capacidades cognitivas dos alunos.

[6] Rocha (2015) pautou-se não só em autores que abordam resoluções de problemas matemáticos, mas também em estudos relacionados à psicologia cognitiva, buscando compreender como se organiza o pensamento humano.

Tais considerações reafirmam a premissa que todo professor é professor de leitura, conforme nos revela a pesquisa de Morais (2010), e que ler e escrever é tarefa de toda a escola (SOUZA; GUEDES, 2006, apud HEREBIA, 2007).

As pesquisas de Moura (2007), Herebia (2007), Morais (2010), Silva (2011) e Kramm (2014) contribuíram com a nossa ao destacarem a relação existente entre conhecimentos linguísticos e semânticos e a habilidade de resolver problemas. Ficou evidenciado que a Matemática possui uma linguagem específica, com vocabulário e sintaxe próprios da área. Portanto, é preciso que o aluno, gradativamente, domine tal linguagem, seus princípios lógicos e convenções culturais. Nesse processo de ampliação vocabular e compreensão textual a mediação do professor é fundamental (SILVA, 2011; MOURA, 2007; FIORE, 2013), bem como a interação entre os alunos (HEREBIA, 2007; SILVA 2011; FIORE, 2013; CYBIS, 2014; PIVA, 2014) e até mesmo o uso do dicionário (MOURA, 2007), para facilitar a compreensão dos enunciados dos problemas matemáticos pelos alunos.

Araújo (2015) observou como os alunos pensam e agem ao responderem problemas matemáticos. Além de verificar que a leitura e a interpretação interferem na habilidade de resolver problemas, a autora também identificou outras três dificuldades apresentadas pelos alunos, a saber: dificuldade operacional das operações básicas; dificuldade em uma etapa do procedimento de resolução e dificuldade por desconhecimento do conteúdo.

Outro ponto abordado pela autora que nos chamou a atenção é que na concepção dos alunos um problema matemático precisa sempre de cálculos para chegar à resposta correta. Isso pressupõe que na escola é dada prioridade ao uso dos algoritmos em detrimento ao uso de estratégias de compreensão para a resolução de problemas. Nessa direção, concordamos com a reflexão de Araújo (2015), à luz do pensamento de George Polya, que o ensino deve favorecer a compreensão do aluno acerca do conteúdo, e não pautar-se na repetição mecânica de exercícios.

Apresentamos no Quadro 4 pesquisas que tratam das estratégias de resolução de problemas utilizadas pelos alunos do Ensino Fundamental – Anos Iniciais. Tais pesquisas muito se aproximam da nossa, pois também buscamos analisar como os alunos constroem as estratégias de solução para os problemas matemáticos contextualizados. Pela similaridade com a nossa, daremos maior ênfase a essas pesquisas, todavia considerando também as contribuições das demais até aqui citadas.

QUADRO 4 – PESQUISAS QUE TRATAM DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS UTILIZADAS PELOS ALUNOS

| AUTOR/ANO | OBJETIVO GERAL DA PESQUISA |
|---|---|
| Fiore (2013) | [...] observar e analisar as estratégias explicitadas, em diálogos, na resolução de problemas nos campos aditivo e multiplicativo. (p.18). |
| Cybis (2014) | [...] investigar se a utilização de uma metodologia de resolução de problemas que valoriza a reflexão sobre o processo de resolver um problema pode colaborar para a percepção dos processos heurísticos envolvidos. (p. 16). |
| Piva (2014) | [...] investigar que estratégias os alunos da 2ª fase do 2º ciclo (5º ano do Ensino Fundamental de nove anos) que frequentam a sala de articulação de uma Escola Estadual no município de Várzea Grande, em Mato Grosso, mobilizam na Resolução de Problemas de Divisão. (p. 15). |

FONTE: Dados da pesquisa.

A pesquisa de Cybis (2014) dirigiu o olhar para os processos heurísticos utilizados pelos alunos na resolução de problemas, tendo como fundamentação teórica a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud e a Heurística de Polya. Os participantes da pesquisa, dezenove alunos do 5º ano, resolveram problemas através de uma ficha com base nos estudos de Mason, Burton e Stacey.[7]

Partindo da análise dos dados, Cybis (2014) verificou que o uso da ficha contribuiu para reconstruir os conhecimentos dos alunos, permitindo verificar as hipóteses, validadas ou não, que eles formularam. Constatou que as estratégias de resolução apresentam procedimentos variados, contudo os alunos utilizam bastante os algoritmos convencionais. A etapa final, redação da resposta ao problema, instigou os alunos a repensar sobre o enunciado, o que foi de grande valia. Esta pesquisa também destaca o trabalho realizado em grupos, tendo em vista que, segundo a autora, as discussões entre os alunos contribuíram para a compreensão dos problemas, para o estabelecimento de estratégias e para a compreensão do próprio pensamento.

Além das considerações acima, a pesquisa nos é interessante quando propõe a etapa do convencimento, pedindo para o aluno argumentar por meio da escrita que sua estratégia de resolução atende ao problema proposto. Segundo Cybis (2014, p. 153), esta foi a etapa mais difícil para os alunos, pois "[...] envolvia diretamente o ato de pensar sobre o próprio pensamento".

Em nossa pesquisa propomos algo semelhante quando realizamos entrevista, após a resolução do problema em folha, para o aluno explicitar seu raciocínio bem como as

[7] Para Mason, Burton e Stacey (1982) são necessários três passos para resolver um problema: a) entrada – identificação da questão do problema; b) ataque - desenvolvimento de estratégias de resolução; c) revisão – momento de verificação do que foi realizado para resolver o problema. (CYBIS, 2014).

estratégias de resolução formuladas. Acreditamos que é uma dupla oportunidade: do pesquisador melhor compreender o raciocínio do aluno e também provocar nele novas reflexões acerca de suas próprias conjecturas.

Para investigar as estratégias de resolução de alunos do 5º ano diante de problemas que apresentam ideia de divisão, Piva (2014) buscou embasamento teórico em Onuchic (1999) - que entende a resolução de problemas como orientação para a aprendizagem; Huete e Bravo (2006) - que compreendem a resolução de problema como um processo que combina diferentes elementos que o aluno possui, tais como: conhecimentos prévios, regras matemáticas e habilidades e Palhares (2004) - que define “estratégia” como um conjunto de técnicas a serem dominadas por quem resolve um problema.

Piva (2014) analisou os registros de resolução de problemas matemáticos de sete alunos de uma classe de articulação, além das “notas de campo”, transcrição do áudio do gravador, cadernos e livro didático dos alunos participantes. Com a análise dos dados, a autora verificou que os alunos utilizaram tanto o algoritmo convencional quanto desenhos como estratégias de resolução. Todavia, observou falta de domínio dos alunos no que se refere às operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão) bem como de suas aplicabilidades. Outra dificuldade apresentada pelos alunos, na pesquisa de Piva (2014), refere-se à leitura e compreensão textual, tal como mostram as pesquisas de Herebia (2007), Morais (2010), Silva (2011), Moura, (2007), Kramm (2014) e Araújo (2015).

Ao deparar-se com as dificuldades apresentadas pelos alunos, Piva (2014) reflete sobre os caminhos que devem ser percorridos em sala de aula. Para a autora o diálogo entre os alunos nos momentos de resolução de problemas contribui para sanar as possíveis dúvidas e ao mesmo tempo permite que o professor verifique os processos de resolução construídos pelos alunos. Concordamos com as reflexões da autora. Nessa direção, nossa pesquisa apresenta espaço para diálogos e interações entre aluno/aluno e aluno/professor nos momentos de resolução de problemas. Contudo, reiteramos que também preservamos momentos de resoluções individuais em nossa pesquisa.

A pesquisa de Fiore (2013) investiga os meios que os alunos utilizam para resolver problemas matemáticos e a interação dos modos de pensamento – narrativo e lógico científico – que ocorrem e contribuem para a descoberta das relações que estruturam a resolução de problemas. Para tanto, utiliza a Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud e a análise dos Modos de Pensamento narrativo e lógico-científico de Bruner, como referencial teórico. A pesquisa tem como participantes trinta alunos do 5º ano do Ensino Fundamental. Essa pesquisa vem ao encontro da nossa, pois também não temos preocupação em verificar “erros e acertos” na resolução de problemas, mas sim analisar como os alunos constroem estratégias de resolução para os problemas matemáticos contextualizados.

Para a coleta de dados foram realizadas entrevistas semiestruturadas e atividades de resolução de problemas, selecionadas conforme classificação proposta por Vergnaud, considerando estruturas aditivas e multiplicativas. As filmagens dessas atividades foram utilizadas para análise a fim de observar os diálogos e posturas dos alunos, além dos registros das resoluções realizados pelos mesmos. Tal desenvolvimento muito se parece com o que desejamos realizar em nossa pesquisa.

Dentre as contribuições da pesquisa de Fiore (2013), podemos destacar a importante relação entre o desenvolvimento do pensamento narrativo e o lógico-científico, uma vez que a partir do pensamento narrativo é possível explorar estratégias de resolução utilizadas pelos alunos. Outro ponto que ganha destaque é o diálogo em sala de aula, sobretudo em dois aspectos essenciais: a) a leitura e releitura do problema viabilizam a identificação da questão central que norteia as estratégias de resolução; b) logo ao verbalizar seu entendimento acerca do problema, o aluno formula sua estratégia de resolução, o que fornece subsídios para o professor realizar a mediação necessária.

Concordamos com a autora quando afirma que ao assumir o papel de mediador no processo de ensino e aprendizagem o professor pode auxiliar o aluno na organização do pensamento lógico matemático, favorecendo que este adquira uma postura reflexiva e investigativa e, consequentemente, a construção do pensamento autônomo.

No que se refere à abordagem teórica acerca do tema “resolução de problemas”, observamos que as orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática (BRASIL, 1997; 1998) estiveram presentes na maioria das pesquisas que compõem esta revisão de literatura. Em nosso estudo também utilizamos os PCN de Matemática (BRASIL, 1997; 1998) por oferecer diretrizes para o trabalho pedagógico e por ser o documento vigente no momento em que a presente pesquisa foi realizada. Também utilizamos como fundamentação teórica a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017), pois, após sua homologação em dezembro do ano de dois mil e dezessete pelo Ministério da Educação (MEC), este documento se tornou referência obrigatória para os currículos de escolas brasileiras, tanto públicas quanto privadas.

Consideramos importante ressaltar que após a homologação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) faz-se necessário um período para sua implementação. Para isso, o Conselho Nacional de Secretários de Educação (Consed) e a União Nacional dos Dirigentes

Municipais de Educação (Undime) estabeleceram um Guia de Implementação[8] para este documento, organizado em três etapas, a saber: 1) Estruturação da governança para implementação; 2) Estudo de referências curriculares e 3) (Re)elaboração curricular. As orientações apresentadas nesse guia são destinadas às equipes técnico-pedagógicas das secretarias de educação municipais e estaduais, gestores municipais e estaduais, membros da Undime e do Conselho Nacional de Educação (CNE), diretores escolares, especialistas, professores e comunidade escolar, por entender que o trabalho em conjunto é fundamental para a implementação da BNCC (BRASIL, 2017).

Compreendemos que a BNCC (BRASIL, 2017) foi elaborada a partir das orientações dos PNC (BRASIL, 1997, 1998) e das Diretrizes Curriculares Nacionais (BRASIL, 2013). No entanto, por esta pesquisa ter sido desenvolvida em um cenário de transição, ou seja, no momento de implementação da BNCC, optamos por adotar tanto os PCN de Matemática (BRASIL, 1997, 1998) como a BNCC (BRASIL, 2017) como fundamentação teórica.

Outro referencial com bastante incidência foi a Teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud (HEREBIA, 2007; MOURA, 2007; MORAIS, 2010; FIORE, 2013; CYBIS, 2014). Merece destaque também as contribuições da heurística para a resolução de problemas matemáticos de George Polya em várias pesquisas (MOURA, 2007; CYBIS, 2014; ARAÚJO, 2015; ROCHA, 2015), sobretudo no que concerne as quatro etapas do trabalho com resoluções de problemas, propostas pelo autor, a saber: a) compreensão do problema; b) elaboração de um plano de resolução; c) execução desse plano; d) verificação se o plano respondeu ao problema proposto. Percebemos que algumas pesquisas (HEREBIA, 2007; MORAIS, 2010; KRAMM, 2014; PIVA, 2014), mesmo não utilizando Polya como referencial teórico, fazem menções a sua obra, o que revela a importância desse autor para o trabalho com resolução de problemas matemáticos.

Em nossa pesquisa utilizamos a heurística de Polya como eixo teórico. Contudo, não interpretamos seu método como uma sequência de etapas a serem seguidas de modo rígido, mas sim como um método que permite variação, capaz de orientar as ações do aluno no decorrer do processo de resolução de problemas.

As pesquisas que versam sobre as relações entre habilidades em resolver problemas e competência leitora trouxeram teóricos que abordam a linguagem para discutir a interpretação de problemas matemáticos, entre eles destacamos: Ludwig Wittgenstein (SILVA, 2011), Kennet S. Goodman e Ana Tereza Naspolini (HEREBIA, 2007), Mikhail Bakhtin (MORAIS,

[8] Fonte: <https://implementacaobncc.com.br/> Acesso em 30 abr. 2018.

2010) e Mayer (MOURA, 2007). Em nossa pesquisa não propomos discutir tal questão, portanto não apresentamos teóricos da ciência da linguagem.

Também identificamos no referencial teórico de algumas pesquisas contribuições da área da Psicologia. Entre elas podemos destacar a abordagem de Burrhus Skinner sobre resolução de problemas (Kramm, 2014), a concepção sociointeracionista de Lev Vigotsky (MORAIS, 2010) e a psicologia cognitiva - Jean Piaget (ROCHA, 2015).

A leitura de pesquisas análogas à nossa foi de grande valia, pois pudemos observar alguns pontos importantes referentes à postura do aluno diante da resolução de problemas. Ficou evidenciado que após a leitura de um problema matemático o aluno precisa dar sentido a essa linguagem, para então transformar a linguagem natural em linguagem matemática e planejar os caminhos para a sua resolução, testando e validando hipóteses com o intuito de selecionar as estratégias de resolução mais adequadas. Nessa etapa, a interação entre os alunos, a mediação do professor por meio de questionamentos, o uso de materiais manipulativos e a utilização de desenhos e esquemas auxiliam na compreensão e na resolução dos problemas.

Contudo, é importante que os problemas propostos despertem no aluno o interesse pela busca de soluções. Nossa pesquisa insere-se nesse cenário, pois também entendemos que o ensino de Matemática por meio da resolução de problemas permite espaço para o aluno formular conjecturas e estabelecer estratégias próprias de resolução, contribuindo para o desenvolvimento do pensamento autônomo. Com o propósito de aproximar a Matemática ao mundo real, tal como propõe Onuchic (1999), e favorecer a compreensão textual dos enunciados dos problemas, trabalhamos nessa pesquisa com problemas matemáticos contextualizados, ou seja, uma sequência de problemas correlacionados que contemplam um tema de interesse escolhido pelo grupo de alunos. Nessa direção, esperamos colaborar com a Educação Matemática no que concerne à metodologia de resolução de problemas.

## 2.2 O ENSINO DE MATEMÁTICA EM MOVIMENTOS EDUCACIONAIS NO SÉCULO XX

Os movimentos educacionais das últimas décadas trouxeram importantes reflexões acerca do modo de abordar os conteúdos curriculares trabalhados em sala de aula. Num caminhar em busca de mudanças, o ensino fundamentado na memorização e repetição mecânica de procedimentos e cálculos foi dando espaço para metodologias que incentivavam a construção do conhecimento pelo aluno.

Desse modo, consideramos válido voltar o olhar para os movimentos educacionais do século XX no campo do ensino de Matemática, pois, na medida em que adquirimos maior clareza dos caminhos percorridos acerca desse tema, compreendemos melhor o cenário atual.

Para delinearmos tais movimentos, tivemos como norte os estudos de Onuchic (1999), Onuchic e Allevato (2011; 2012), Allevato e Onuchic (2014) e Morais e Onuchic (2014), além do documento Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1997).

O século XX foi marcado por diversas reformas sociais que, consequentemente, acarretaram mudanças também na Educação Matemática crescendo consideravelmente interesses e debates em torno desta disciplina, permeados pela ânsia do ensinar bem. Para Onuchic e Allevato (2012, p. 233), os esforços em busca de mudanças justificam-se por duas importantes razões, "[...] para que os cidadãos de amanhã apreciem o papel penetrante da Matemática na cultura onde vivem e para que os indivíduos que têm interesse em Matemática e talento para ela sejam expostos à sua verdadeira natureza e extensão.".

Como nos mostram os estudos de Onuchic (1999), Onuchic e Allevato (2011; 2012) e Allevato e Onuchic (2014), as reformas educacionais no campo da Educação Matemática alternavam o foco de interesse, ora dando ênfase ao conhecimento matemático com fim em si mesmo, por meio de um ensino que priorizava a repetição e memorização, ora preocupando-se com a compreensão do conhecimento matemático pelo aluno. Ora voltando-se à teoria enfatizando uma matemática abstrata, ora voltando-se à prática, interessando-se pelas questões práticas da Matemática no dia-a-dia. Ora valorizando o produto final, ou seja, a resposta – e apenas a correta interessava – ora interessando-se pelo processo de resolução.

No início do século XX, o ensino de Matemática era baseado na repetição com grande ênfase à memorização. "O professor falava, o aluno recebia a informação, escrevia, memorizava e repetia" (ONUCHIC, 1999, p. 201). Nesse contexto, após o professor ensinar o novo conteúdo, cabia ao aluno praticar o que aprendeu, por meio da resolução de uma longa lista de exercícios similares aos que foram apresentados e resolvidos pelo professor. No momento da avaliação de aprendizagem dava-se ênfase ao produto final, ou seja, à resposta dada pelo aluno ao problema/exercício matemático, em detrimento do processo de resolução por ele desenvolvido.

Segundo Souza (1998), no final do século XIX e início do século XX o ensino pautado na memorização era uma prática frequente no Brasil. O professor tinha como objetivo fartar a memória de seus alunos com conhecimentos científicos e estes, por sua vez, deveriam apresentar respostas precisas. Desta forma era avaliado tanto o trabalho do professor como o rendimento do aluno.

Vale destacar que, para a época, o ensino pautado na memorização mecânica atendia de forma satisfatória as exigências e necessidades sociais, pois era a forma mais rápida de preparar os alunos para os exames seletivos do ensino superior, objetivo principal do estudo primário (SOUZA, 1998). Em contrapartida, não se valorizava reflexões elaboradas pelo aluno acerca do conteúdo.

Alguns anos depois, aproximadamente na década de 30, descartando o ensino apoiado na repetição, surge uma nova orientação, a Aritmética Significativa. Nesta fase, o foco da Matemática era a compreensão de ideias e habilidades aritméticas, bem como a aplicação da Matemática em problemas do mundo real (ONUCHIC, 1999). Nessa perspectiva, os alunos deviam entender o que faziam. Segundo Morais e Onuchic (2014), foi nesse contexto que a pesquisa sobre resolução de problemas como forma de ensinar Matemática recebeu mais atenção, a partir dos trabalhos do professor e matemático George Polya, em especial o livro *How to solve it*[9].

O foco da resolução de problemas como metodologia de ensino e ponto de partida para a construção do conhecimento matemático foi inibido nas décadas de 60 e 70, devido à influência do Movimento da Matemática Moderna (MMM). Conforme os PCN de Matemática (BRASIL, 1997), o ensino proposto por essa reforma apresentava preocupações excessivas com abstrações, voltando-se mais à teoria do que à prática, comprometendo o aprendizado do aluno. Assim, a Matemática era desvinculada das questões práticas do dia-a-dia e desprovida de significado. Para Onuchic e Allevato (2011; 2012) esta reforma fracassou devido à preocupação excessiva com abstrações, ao despreparo dos professores e a falta de interesse dos alunos.

Diante deste cenário, nos Estados Unidos, houve uma tentativa de retornar as práticas anteriores à Matemática Moderna, retomando a preocupação do desenvolvimento de conhecimentos e habilidades pelos alunos. Este período, conforme Onuchic e Allevato (2011), foi intitulado de *volta às bases*, porém sem grande repercussão em outros países.

No entanto, a busca por uma aprendizagem com compreensão e significado permaneceu inquietando educadores e pesquisadores em diferentes partes do mundo. Na

---

[9] A primeira edição desta obra data de 1945. Posteriormente, em 1986, foi traduzida para a Língua Portuguesa sob o título: A arte de resolver problemas e publicada pela editora Interciência.

década de 1980 a resolução de problemas ganhou maior atenção, quando o NCTM[10] (*National Council of Teachers of Mathematics)* estabeleceu recomendações para o ensino da Matemática no documento *An Agenda for Action*. Sobre este documento, Onuchic destaca os seguintes pontos:

> A primeira dessas recomendações dizia que "resolver problemas deve ser o foco da matemática escolar para os anos 80" e destacava que "o desenvolvimento da habilidade em resolução de problemas deveria dirigir os esforços dos educadores matemáticos por toda essa década e que o desempenho em saber resolver problemas mediria a eficiência de um domínio pessoal e nacional, da competência matemática". O documento ainda dizia que resolução de problemas abrange uma grande quantidade de rotinas e lugares comuns, assim como funções não rotineiras consideradas essenciais na vida diária dos cidadãos. [...] Resolução de Problemas envolve aplicar a matemática ao mundo real, atender a teoria e a prática de ciências atuais e emergentes e resolver questões que ampliam as fronteiras das próprias ciências matemáticas. (ONUCHIC, 1999, p. 204).

Segundo Onuchic e Allevato (2011), o foco do ensino de Matemática estava na aprendizagem pela descoberta e nos processos de pensamento matemático no contexto da resolução de problemas.

As orientações apresentadas neste documento nortearam novas pesquisas e debates acerca do ensino de Matemática e, mais especificamente, sobre a resolução de problemas. Conforme os PCN de Matemática (BRASIL, 1997) as recomendações apresentadas pelo documento "An Agenda for Action" influenciaram reformas em diferentes países e as propostas elaboradas entre 1980 a 1995 apresentaram pontos convergentes:

> - direcionamento do ensino fundamental para a aquisição de competências básicas necessárias ao cidadão e não apenas voltadas para a preparação de estudos posteriores;
> - importância do desempenho de um papel ativo do aluno na construção do seu conhecimento;
> - ênfase na resolução de problemas, na exploração da Matemática a partir dos problemas vividos no cotidiano e encontrados nas várias disciplinas;
> - importância de se trabalhar com um amplo espectro de conteúdos, incluindo-se, já no ensino fundamental, elementos de estatística, probabilidade e combinatória, para atender a demanda social que indica a necessidade de abordar esses assuntos;
> - necessidade de levar os alunos a compreenderem a importância do uso da tecnologia e a acompanharem sua permanente renovação. (BRASIL, 1997, p. 21).

Tais orientações revelam o caráter emancipador da Matemática bem como sua importância para a formação cidadã, na medida em que o aluno assume papel de construtor de

---

[10] NCTM, fundado em 1920, é uma organização profissional para professores de Matemática, sem fins lucrativos.

seu conhecimento, compreende e apropria-se do conteúdo matemático e o utiliza, por meio de estratégias próprias, em situações cotidianas. Esse entendimento vai de encontro ao ensino de Matemática pautado na repetição e memorização de regras e procedimentos de cálculos.

Após muitos estudos e diálogos no decorrer da década de 90, o NCTM publicou, em abril de 2000, o *Principles and Standards for School Mathematics*, conhecido como *Standards 2000*. Sobre este documento, Onuchic e Allevato (2012) trazem as seguintes informações:

> Os Standards 2000 colocam seis **Princípios** a serem seguidos dentro de seu trabalho: **Equidade; Currículo; Ensino; Aprendizagem; Avaliação;** e **Tecnologia**, sendo que estes princípios precisam estar profundamente ligados aos programas da Matemática escolar. Respeitando esses princípios, são apresentados cinco **Padrões de Conteúdo**: **Números e Operações; Álgebra; Geometria; Medida;** e **Análise de Dados e Probabilidade**, que descrevem explicitamente o conteúdo a ser trabalhado e que os alunos devem aprender. Os outros cinco padrões são **Padrões de Processo: Resolução de Problemas; Raciocínio e Prova; Comunicação; Conexões;** e **Representação**, que realçam os caminhos de se adquirir e usar o conhecimento do conteúdo trabalhado. (ONUCHIC; ALLEVATO, 2012 p. 237, grifo dos autores).

Os *Standards 2000* propuseram mudanças para o ensino da Matemática que repercutiram em vários países, incluindo o Brasil, refletindo na elaboração dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática.

Em decorrência desses debates, no final do século XX, a resolução de problemas passa a ser pensada como metodologia de ensino e ponto de partida para ensinar Matemática, dando maior atenção à participação do aluno no processo de construção do conhecimento.

### 2.2.1 O reflexo dos movimentos educacionais no ensino de Matemática no Brasil

Apoiando-se nas orientações de *An Agenda for Action* e dos *Standards 2000* do NCTM e nas discussões e pesquisas que ocorreram em diferentes países, foram formulados os Parâmetros Curriculares Nacionais[11], contemplando diferentes níveis de ensino, com o objetivo de nortear o trabalho docente na promoção de um ensino de qualidade.

Os PCN (BRASIL, 1997) ressaltam a importância de adequar o trabalho escolar à realidade, ou seja, é preciso preparar o aluno para a vida em sociedade. Para tanto, torna-se indispensável oferecer o acesso aos conhecimentos históricos, científicos e culturais

---

[11] Ensino Fundamental (PCN – Matemática - 1º e 2º ciclos / 1997; PCN - Matemática – 3º e 4 º ciclos / 1998); e Ensino Médio (PCN - Matemática / 1999).

relevantes para a conquista da cidadania. Nessa direção, a Matemática é componente importante para a formação cidadã, pois tal ciência

> [...] permite resolver problemas da vida cotidiana, tem muitas aplicações no mundo do trabalho e funciona como instrumento essencial para a construção de conhecimentos em outras áreas curriculares. Do mesmo modo, interfere fortemente na formação de capacidades intelectuais, na estruturação do pensamento e na agilização do raciocínio dedutivo do aluno. (BRASIL, 1997, p. 15).

A afirmativa acima reforça a intencionalidade de superar um ensino de Matemática centrado na memorização mecânica de conceitos, de regras e procedimentos de cálculos, em prol de um ensino que possibilite, ao aluno, a compreensão e apreensão de conceitos matemáticos e o desenvolvimento do raciocínio dedutivo para que, então, ele seja capaz de entender diferentes saberes de outras áreas curriculares além de empregar seus conhecimentos, por meio de estratégias próprias, em atividades cotidianas.

O compromisso com uma educação voltada para a formação cidadã também é contemplado na Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2017). Segundo este documento a Educação Básica deve assegurar aos alunos o desenvolvimento de competências gerais que consolidem a aprendizagem. Vale esclarecer que

> Na BNCC, **competência** é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioeconômicas), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho. (BRASIL, 2017, p. 8).

Desse modo, reforça-se que o ato de ensinar deve assegurar que o aluno aproprie-se de conhecimentos e habilidades e consiga mobilizá-los para resolver diferentes situações, dentro e fora da escola, com discernimento e responsabilidade.

Para que a premissa acima se efetive, acreditamos que é necessário que o professor busque metodologias de ensino que posicionem o aluno no centro do processo de aprendizagem e crie oportunidades para a construção do conhecimento, por meio de investigação, reflexão e interação entre os pares. Em outras palavras, acreditamos que é preciso propiciar condições para que o aluno assuma uma postura ativa no processo educativo e, assim, desenvolva suas capacidades de análise, criação e síntese, necessárias para o exercício da cidadania.

Desse modo, optamos por assumir a resolução de problemas como metodologia de ensino norteadora de nosso estudo, pois, em nosso entendimento, tal metodologia favorece a aprendizagem, na medida em que o aluno mobiliza seus conhecimentos, formula e testa hipóteses na busca de uma solução para um dado problema. Contudo, reconhecemos, também, a importância de outras metodologias de ensino, uma vez que são muitos os caminhos que contribuem para o processo de construção de conhecimento.

Segundo os PCN de Matemática (BRASIL, 1997), a resolução de problemas é um dos eixos do processo de ensino/aprendizagem de Matemática. Ao assumir essa metodologia de ensino é preciso estar atento aos seguintes princípios: o ponto de partida da atividade matemática deverá ser o problema e não a definição de um dado conceito; o problema dado não requer a aplicação mecânica pelo aluno, de uma fórmula, mas sim uma interpretação da questão e o estabelecimento de estratégias para resolvê-la; deve instigar a construção, pelo aluno, de conceitos matemáticos articulados a outros conceitos, adquirindo significado na medida em que são aplicados em um determinado contexto (BRASIL, 1997).

Em síntese, tal documento assevera que o trabalho com problemas matemáticos deve ser o ponto de partida para conduzir à formação de conceitos. Em consonância com esta concepção, Onuchic (1999, p. 208) afirma que "O desenvolvimento de processos de pensamento de alto nível deve ser promovido através de experiências em resolução de problemas, e o trabalho de ensino de matemática deve acontecer numa atmosfera de investigação orientada em resolução de problemas". Para a autora, esse tipo de ensino justifica-se pela importância de ajudar o aluno a compreender não só os conceitos, mas também os processos e as técnicas operatórias necessárias para atender as demandas de determinado trabalho; assim, o problema deve instigar o aluno a utilizar seus conhecimentos prévios, a fazer analogias, generalizações e conjecturas, na busca de novos caminhos e conhecimentos para obter uma solução para o problema dado. Tal entendimento caminha ao encontro do objetivo primeiro de Polya (1962) no que se refere ao ensino de Matemática: *ensinar os jovens a pensar*.

De acordo com a BNCC (BRASIL, 2017) o ensino de Matemática deve promover situações em que os alunos estabeleçam relações entre as observações do mundo real e uma atividade matemática. Desse modo espera-se que eles identifiquem circunstâncias em que a Matemática pode ser utilizada para resolver problemas mediante a aplicação de conceitos e procedimentos na busca por soluções.

Munidos de algumas das contribuições dos amplos debates em torno da Educação Matemática nas últimas décadas e das propostas pedagógicas estabelecidas pela legislação vigente (BRASIL, 1997; 2017), que ressaltam a importância de promover a participação efetiva do aluno no processo de construção de conhecimento para o exercício de sua cidadania, buscamos, agora, maior entendimento da metodologia de resolução de problemas para o ensino de Matemática.

## 2.3 PROBLEMAS MATEMÁTICOS: ABORDAGENS DIDÁTICAS E OBJETIVOS DE ENSINO

Conforme observamos, foram muitos os debates em torno da Educação Matemática nas últimas décadas com vista de dar sentido à Matemática e levar o aluno a pensar matematicamente. Em meio a essas discussões o ensino de Matemática por meio da resolução de problemas ganhou destaque, sobretudo a partir da década de 1980, com as orientações de documentos publicados pelo National Council of Teachers of Matemathics (NCTM).

No entanto, ainda há distorções sobre o modo como problemas matemáticos são abordados em sala de aula sendo, muitas vezes, tratados como exercícios de fixação de conteúdo ou para treinar uma determinada técnica operatória, ao invés de ser o ponto de partida para a aprendizagem de conceitos matemáticos, conforme preconizam os PCN de Matemática (BRASIL, 1997).

Desse modo, julgamos necessário, primeiramente, entender diferenças entre duas formas distintas de abordar a resolução de problemas em sala de aula: a) problema como exercício para mecanização e fixação de conteúdos e treino de habilidades de cálculos; b) problema como ponto de partida para o ensino de Matemática. Tal diferenciação é importante por nos servir de apoio teórico para a construção de um entendimento de problema matemático para a presente pesquisa.

Vale ressaltar que não há na literatura uma definição única para diferenciar os termos *problema* e *exercício* matemático. Contudo, percebemos diferenças quanto à metodologia de ensino de cada abordagem.

### 2.3.1 Problema matemático como exercício para mecanização e fixação de conteúdo

Segundo Onuchic (1999), até muito recentemente ensinar a resolver problemas matemáticos consistia em apresentar um determinado problema e incluir um exemplo de resolução como modelo. A autora comenta sobre alguns problemas apresentados por William J. Milne no livro *A Mental Arithmetic*, publicado em 1987. Milne apresentava um problema seguido de sua solução e, logo após, uma lista com dez outros problemas que poderiam ser resolvidos utilizando-se dos mesmos procedimentos, ou seja, seguindo o mesmo modelo previamente exposto.

Nessa perspectiva, o problema matemático assume função de exercício de fixação, fundamentado na memorização e aplicação repetitiva de determinados procedimentos de cálculos.

George Polya, um dos precursores da abordagem de resolução de problemas como metodologia de ensino, já discorria sobre o uso de problema matemático como exercício de fixação em meados do século XX, ao falar sobre problemas rotineiros. Para o autor, problema rotineiro é todo o problema que "[...] puder ser solucionado pela substituição de dados específicos no problema genérico resolvido antes, ou pelo seguimento, passo a passo, de algum exemplo muito batido." (POLYA, 2006, p. 142). Neste caso, cabe ao aluno ter atenção para seguir alguma técnica pré-estabelecida aprendida anteriormente.

Sobre essa abordagem que é dada ao trabalho com resolução de problemas na escola, Miguel (2005) amplia o debate e afirma que após o aluno ter resolvido alguns poucos problemas utilizando-se de uma determinada fórmula ou procedimento de cálculo ele "[...] já percebe que não precisa mais analisar os outros enunciados e por em prática um esquema criativo de resolução: basta retirar os números do texto e usar a fórmula ou procedimento algoritmo". (MIGUEL, 2005, p. 12).

Concordamos com Polya (2006) e Miguel (2005) que o uso de problemas repetitivos, tal como um exercício, inibe o desenvolvimento do pensamento matemático do aluno, pois quando este possui recursos automáticos para resolver um dado problema, não precisa dispor de muitos esforços, tornando o momento da atividade uma cansativa repetição de aplicação de uma técnica operatória.

Para Skovsmose (2000), o ensino de Matemática nas escolas, muitas vezes, está centrado no paradigma do exercício. Nesse panorama, primeiramente o professor apresenta o novo conteúdo, regras e conceitos matemáticos, e depois o aluno resolve uma série de exercícios para treinar o que aprendeu. Por sua vez, esses exercícios apresentam uma única resposta correta obtida por meio da precisão de cálculos matemáticos, reforçando a crença de que a Matemática é livre da interferência humana (BORBA; SKOVSMOSE, 2001).

A pesquisa de Cavalcanti (2001) corrobora a premissa acima. A autora verificou que, na maioria das vezes, o trabalho com problemas matemáticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental ocorre segundo essa linearidade devido à crença, equivocada, de que o aluno tem que primeiramente dominar técnicas operatórias para depois resolver problemas. Assim,

“[...] apresenta-se problemas de adição após os alunos conhecerem a técnica da adição e o mesmo ocorre com as outras operações”. (CAVALCANTI, 2001, p. 123).

Diante do exposto, evidencia-se que, muitas vezes, atividades que envolvem resolução de problemas matemáticos são, na verdade, abordadas como exercício de fixação, ou como treino de determinada técnica operatória, com o propósito de consolidar e/ou utilizar um conteúdo ou conceito matemático previamente exposto pelo professor. Essa abordagem, apesar de considerar a importância da aquisição do conhecimento matemático, atribui maior ênfase a capacidade do aluno aplicar a Matemática para resolver problemas. (ONUCHIC, 1999; ALLEVATO, 2005).

Para Allevato (2005), apesar de o uso e as aplicações da Matemática em diferentes situações auxiliar a atribuição de sentidos para os conteúdos, essa abordagem dada à resolução de problemas pode levar o aluno a um entendimento limitado sobre a Matemática, considerando-a como utilitária, ou seja, que possui, ou deve possuir, aplicação imediata.

Essa visão restrita, segundo a autora, ocorre por dois motivos: primeiramente, porque limita o aluno a resolver problemas rotineiros, uma vez que é preciso primeiro aprender o conteúdo para depois aplicá-lo; segundo, porque inibe o desenvolvimento do raciocínio do aluno, bem como de processos criativos desenvolvidos mediante a resolução de problemas.

Concordamos com Allevato (2005) que essa abordagem, ensinar *para* resolver problemas, atribuindo ao problema matemático função de exercício matemático, possui tanto pontos positivos quanto limitações. Desse modo, não desconsideramos a importância de problemas/exercícios para o aprendizado do aluno, porém é importante que o professor não se limite a eles.

Destacamos as palavras de Polya (2006, p. 142) quando afirma que “No ensino da Matemática, podem fazer-se necessários problemas rotineiros, até mesmo muitos deles, mas deixar que os alunos nada mais façam é indesculpável”. Portanto, consideramos a importância de exercícios de fixação para o ensino de Matemática, com a ressalva de que também é preciso utilizar outras metodologias de ensino, que possibilitem aos alunos o desenvolvimento de suas faculdades inventivas.

Desse modo, considerando que o ensino de Matemática deve favorecer “[...] a construção e a apropriação de um conhecimento pelo aluno, que se servirá dele para compreender e transformar sua realidade.” (BRASIL, 1997, p. 19) e seguindo as orientações pedagógicas da BNCC (BRASIL, 2017) que preconiza um ensino voltado ao desenvolvimento de competências, prezando o que o aluno deve “saber” – no que se refere a conhecimentos, atitudes, habilidades e valores - e também o que deve “saber fazer” – no que tange à mobilização destes saberes para resolver situações cotidianas, voltamos nosso olhar para outra abordagem dada a resolução de problemas, ou seja, como ponto de partida para o ensino de Matemática, com vista a incentivar o aluno a estabelecer estratégias resolutivas próprias na busca por soluções.

Tendo em mente essa premissa, explicitamos a seguir o que é um problema matemático, segundo os autores que fundamentam a presente pesquisa.

### 2.3.2 Problema matemático como ponto de partida para o ensino de Matemática

Conforme exposto na seção anterior, muitas vezes o problema matemático é abordado em sala de aula como um exercício de fixação, com o propósito de levar o aluno a treinar uma habilidade matemática anteriormente aprendida. Desse modo, consideramos importante pontuar diferenças entre problema e exercício.

Echeverría e Pozo (1994) esclarecem que a principal diferença entre problema e exercício é que diante deste último, o aluno dispõe de procedimentos que lhe garante chegar à sua solução quase de modo imediato. Para os autores, os exercícios baseiam-se "[...] no uso de habilidades ou técnicas aprendidas (ou seja, convertidas em rotinas automatizadas como resultado da prática contínua)." (ECHEVERRÌA; POZO, 1994, p. 18, tradução nossa).

Pelo fato dos exercícios não apresentarem nada de novo, a ação limita-se ao treino de técnicas e procedimentos de cálculos. Assim, feita a leitura do enunciado, o aluno já possui prontamente em sua memória uma estratégia de resolução, dispensando esforços para conjecturar.

Echeverría e Pozo (1994) afirmam que é preciso considerar a importância dos exercícios, pois estes auxiliam o aluno a consolidar habilidades matemáticas básicas. Contudo não se deve confundir com a resolução de problemas que, por sua vez, envolve o uso de estratégias e tomadas de decisões referentes ao processo de resolução.

Nessa direção, um problema matemático apresenta como ponto de partida uma situação desconhecida para o aluno. Para Brito (2006) essa premissa é defendida entre os autores que tratam sobre resolução de problemas. É o contato do aluno com a situação inicial e desconhecida "[...] que permite a ele disponibilizar, na estrutura cognitiva, os elementos necessários a solução." (BRITO, 2006, p. 17).

Em consonância com esse pensamento, Onuchic (1999), juntamente com professores do projeto "Ensinando Matemática através da Resolução de Problemas", estabelece que

> [...] problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver, que o problema passa a ser um ponto de partida e que, através da resolução do problema, os professores devem fazer conexões entre os diferentes ramos da matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos. (ONUCHIC, 1999, p. 215).

A autora amplia esse entendimento afirmando que problema não é sinônimo de exercício de fixação que o aluno resolve para treinar um determinado procedimento, técnica ou aplicar um determinado conceito aprendido, mas sim uma atividade que desencadeia tanto a aprendizagem de um novo conhecimento como também a reestruturação de outros já existentes, que permite ao aluno fazer conjecturas e a desenvolver a habilidade de criar estratégias na busca de uma solução.

Concordando com essa concepção, Allevato (2005, p. 41) define que “[...] uma questão será um problema se o aluno ainda não conhece os meios necessários à resolução, mas está interessado em resolvê-la”.

Polya (1997) entende que resolver um problema consiste em percorrer caminhos até então desconhecidos para um fim imaginado, é preciso refletir, do modo consciente, sobre como alcançar o fim que se espera.

> Resolver um problema é encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, encontrar um caminho a partir de uma dificuldade, encontrar um caminho que contorne um obstáculo, para alcançar um fim desejado, mas não alcançável imediatamente, por meios adequados. (POLYA, 1997, p. 1-2).

O que deve ser valorizado, então, é o processo da resolução do problema e não apenas o seu produto final. Para Schoenfeld (1997), tal processo oferece aos alunos a oportunidade de pensar matematicamente, ou seja, de raciocinar e elaborar hipóteses de solução quando confrontados com diferentes problemas, tanto no âmbito escolar como em suas próprias vidas.

Um problema matemático requer a aplicação de uma sequência de ações e/ou operações para chegar ao resultado pretendido, as estratégias de solução precisam ser construídas, uma vez que não é possível identificá-las logo na primeira leitura do enunciado. (BRASIL, 1997).

Diante do exposto, consideramos que resolver um problema implica um caminho de descobertas, tendo como alicerces a análise e seleção de dados pertinentes, o levantamento de hipóteses, a criação e aplicação de estratégias de resolução bem como a busca de validação das estratégias lançadas, o uso de conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva, o aprendizado de novos conceitos e a interação com o outro, promovendo a troca de informações.

Fundamentando-nos nas concepções sobre problemas de Polya (1997), Echeverría e Pozo (1994), Schoenfeld (1997), Onuchic (1999), Allevato (2005) e nos PCN de Matemática (BRASIL, 1997), entendemos, nesta dissertação, um problema matemático como uma situação desafiadora. Desse modo, na busca de uma solução, o aluno necessita construir estratégias próprias de resolução, desenvolvendo o pensamento autônomo. Nesse processo, espera-se que o aluno realize uma leitura atenta, estabeleça estratégias resolutivas e busque pela validação dos resultados obtidos, analisando se a solução encontrada apresenta sentido matemático perante a pergunta do problema. Para isso, o aluno precisa recordar conceitos matemáticos que já possui além de adquirir novos conceitos.

Um problema deve constituir um desafio para o aluno. Nessa direção, o que se caracteriza como problema para um pode não ser para outro, uma vez que está diretamente relacionado ao nível de desenvolvimento intelectual e dos conhecimentos de cada um. (BRASIL, 1997). A este mesmo princípio Echeverría e Pozo (1994) afirmam que para definir se uma determinada tarefa escolar[12] é um exercício ou um problema é preciso considerar a experiência e o conhecimento prévio do aluno que irá resolvê-la.

Até este ponto, buscamos diferenciar duas abordagens pedagógicas distintas dadas a atividades que envolvem problemas matemáticos, sendo a) como exercício para mecanização e fixação do conteúdo e b) como ponto de partida para o ensino de Matemática, sendo a segunda a abordagem que assumimos na presente pesquisa.

O trabalho com problemas matemáticos envolve diferentes objetivos de ensino. Desse modo, apresentamos na sequência diferentes tipos de problemas matemáticos e seus objetivos.

### 2.3.3 Tipos de problemas matemáticos

Ao trabalhar com resolução de problemas matemáticos[13], além de definir a abordagem pedagógica a ser utilizada, é preciso, também, ter clareza de qual objetivo de

---

[12] Entende-se por "tarefa escolar" a atividade proposta, seja ela um problema ou exercício.

[13] Os PCN de Matemática (BRASIL, 1997) utilizam os termos 'exercício' e 'problema' para delimitar mais claramente diferenças entre essas duas abordagens de ensino. É possível encontrar tal diferenciação também em outras literaturas, todavia, não é um consenso. Há autores que utilizam o termo 'problema' para referenciar ambas as abordagens.

ensino pretende-se alcançar. Em vista disso, os enunciados dos problemas matemáticos precisam ser cuidadosamente elaborados, e por vezes reformulados.

Na literatura, encontramos diferentes classificações para problemas matemáticos quanto às características e objetivos de ensino. Sem a pretensão de esgotar o tema, apresentamos a seguir considerações de Echeverría e Pozo (1994) e Butts (1997) referente a tipos de problemas.

Echeverría e Pozo (1994) apresentam uma classificação realizada pela Gestalt – escola de Psicologia na Alemanha. Tal classificação baseia-se nas atividades realizadas pelo aluno (resolvedor do problema) para distinguir problemas matemáticos entre pensamento produtivo e reprodutivo.

O pensamento produtivo refere-se à elaboração de novas estratégias de resolução a partir da organização dos dados do problema. Já o pensamento reprodutivo corresponde à aplicação de estratégias já conhecidas. (ECHEVERRÍA; POZO, 1994). Percebemos semelhanças entre esta distinção e a que apresentamos anteriormente referente aos termos problema e exercício, sendo o primeiro similar ao pensamento produtivo, enquanto o segundo aproxima-se do pensamento reprodutivo.

Para Echeverría e Pozo (1994) essa classificação fundamenta-se nos processos evocados pelo aluno para resolver um dado problema. Os autores ampliam o debate apresentando também a diferenciação entre problemas bem definidos e problemas mal definidos, que, segundo eles, é uma das classificações mais utilizadas.

Um problema bem definido possibilita, facilmente, verificar se foi encontrada uma solução, pois tanto o ponto de partida quanto as estratégias operatórias a serem realizadas na busca de sua solução são apresentados com muita clareza. Um problema mal definido não apresenta claramente o ponto de partida e as estratégias necessárias que garantam sua solução. Além disso, este admite diferentes soluções, igualmente válidas. (ECHEVERRÍA; POZO, 1994).

Os autores comentam ainda que não há problemas totalmente bem definidos, exceto aqueles que se aproximam do conceito de um exercício. Neste enquadramento, o aluno tem clareza de quais estratégias operatórias deverá utilizar para chegar à solução esperada. Da mesma forma, também não há um problema totalmente mal definido, a menos que sua resolução seja impossível. Os problemas mal definidos são mais característicos das Ciências Sociais, uma vez que dependem da interpretação de diferentes fatores para compor uma solução plausível.

Em nosso entendimento, este tipo de problema também pode ser utilizado em investigações matemáticas numa perspectiva interdisciplinar. No entanto, não avançaremos nesse estudo por não ser o objetivo da presente pesquisa.

Butts (1997) também discorre sobre diferenças entre tipos de problemas e seus objetivos de ensino. O autor classifica problemas matemáticos em cinco subconjuntos: exercícios de reconhecimento, exercícios algoritmos, problemas de aplicação, problemas de pesquisa aberta e situações-problemas, conforme apresentamos a seguir:

a) **Exercícios de reconhecimento:** instigam o aluno a recordar de um fato ou conceito específico, valorizando a memorização. Sua principal função é a de testar a recordação de definições e/ou teoremas;
b) **Exercícios algoritmos:** podem ser resolvidos passo-a-passo, frequentemente, por um algoritmo numérico. Tem por objetivo o treino de cálculos;
c) **Problemas de aplicação:** envolvem algoritmos aplicativos. O objetivo é levar o aluno a traduzir o problema para uma linguagem matemática e depois selecionar um algoritmo, anteriormente aprendido, para resolvê-lo;
d) **Problemas de pesquisa aberta:** este tipo de problema não aponta em seu enunciado uma estratégia para resolvê-lo. A principal função desse tipo de problema é incentivar a conjectura;
e) **Situações-problema:** incluem situações em que uma das etapas é justamente identificar o problema ligado à situação cuja solução irá resolvê-lo. Diante de uma situação-problema o aluno precisa identificar e organizar os dados apresentados para então definir estratégias de resolução.

Os dois primeiros subconjuntos descritos por Butts (1997) são denominados de *exercícios*. A palavra em si já traz o entendimento de uma ação que envolve memorização, treino e prática, tal como se apresentam os objetivos de ensino dos *exercícios de reconhecimento* e *exercícios algoritmos.* Vale destacar que na concepção de Butts (1997) exercício é um tipo de problema.

O terceiro subconjunto, *problemas de aplicação,* corresponde aos problemas tradicionais, comumente encontrados em livros didáticos. Segundo Butts (1997), este tipo de problema já apresenta em seu enunciado uma estratégia de resolução. Desse modo, cabe ao aluno cumprir duas etapas: a) interpretar o problema e traduzi-lo para uma linguagem matemática; b) selecionar um ou mais algoritmos que satisfaçam a solução do problema.

Os *problemas de aplicação*, na maioria das vezes, são apresentados aos alunos após a explanação de um determinado conteúdo, como meio de exercitar o que aprendeu. Nessa perspectiva, esse tipo de problema é tratado como um exercício de fixação, ou seja, uma maneira do aluno aplicar o conhecimento segundo um modelo aprendido.

A característica predominante dos três subconjuntos apresentados até aqui é que "[...] seu enunciado contém uma estratégia para resolvê-los. O obstáculo a vencer, então, é traduzir a palavra escrita para uma forma matemática apropriada, de maneira que algoritmos adequados possam ser aplicados". (BUTTS, 1997, p. 35).

Os *problemas de pesquisa aberta*, segundo Butts (1997), não apontam em seu enunciado uma estratégia para resolvê-los. A principal função desse tipo de problema é incentivar a conjectura.

O último subconjunto, *situações-problema*, inclui situações em que uma das etapas é justamente identificar o problema ligado à situação cuja solução irá resolvê-lo. O passo seguinte será, então, testar se a solução resolve o problema de modo satisfatório. Desse modo, é preciso primeiramente organizar os dados apresentados pela situação-problema para em seguida estabelecer uma estratégia, selecionando quais dados são mais relevantes e quais conhecimentos matemáticos são necessários para elaborar uma estratégia de resolução. (BUTTS, 1997).

Os dois últimos subconjuntos delineados por Butts (1997), *problemas de pesquisa aberta* e *situações-problema*, têm como objetivo principal incentivar o aluno a estabelecer estratégias próprias de resolução, desenvolvendo assim o pensamento matemático independente.

O pensamento reprodutivo descrito por Echevierría e Pozo (1994) vem ao encontro da definição de problemas de aplicação (BUTTS, 1997), bem como a de Problemas Rotineiros (POLYA, 2006). Esse tipo de problema é utilizado, com frequência, no ensino de Matemática como um exercício de fixação, com o objetivo de levar o aluno a treinar técnicas operatórias ou aplicar conhecimentos anteriormente aprendidos.

Já o pensamento produtivo (ECHEVERRÌA; POZO, 1994) aproxima-se do conceito de problemas de pesquisa aberta e situações-problema (BUTTS, 1997). Esse tipo de problema, por sua vez, tem por objetivo levar o aluno a conjecturar e criar estratégias próprias de resolução.

Reiteramos que são muitos os "caminhos" para ensinar Matemática, sobretudo no que tange a resolução de problemas. No entanto, priorizamos na presente pesquisa por problemas matemáticos que estimulem o pensamento produtivo.

### 2.3.4 A heurística de resolução de problemas em Polya

O autor George Polya estabeleceu um método voltado a como ensinar a pensar o problema para descobrir a solução. Para tanto, organizou o processo de resolução de problemas em quatro etapas de trabalho:

> Primeiro, temos de compreender o problema, temos de perceber claramente o que é necessário. Segundo, temos de ver como os diversos itens estão inter-relacionados, como a incógnita está ligada aos dados, para termos a ideia da resolução, para estabelecermos um plano. Terceiro, executamos o nosso plano. Quarto, fazemos um retrospecto da resolução completa, revendo-a e discutindo-a. (POLYA, 2006, p. 4-5).

Em cada uma das quatro etapas, Polya (2006) apresenta uma sequência de questionamentos e indagações com o objetivo de ajudar o aluno a pensar e resolver problemas, estimulando, assim, um pensamento autônomo. Na sequência, apresentamos com mais detalhes cada uma dessas etapas descritas pelo autor.

*a) Compreensão do problema.*

Nessa primeira etapa, o aluno precisa compreender o problema e identificar suas partes principais: a incógnita, os dados e a condicionante. Para tanto, o enunciado do problema proposto precisa ser claro, com um grau de dificuldade adequado ao aluno, ou seja, não pode ser nem muito complicado, a ponto de paralisá-lo, nem muito simples, a ponto de aborrecê-lo. O problema deve então ser interessante, capaz de motivar o aluno a resolvê-lo, desenvolvendo o prazer pela descoberta.

*b) Estabelecimento de um plano*

O processo de estabelecimento de um plano pode ser longo, porém é fundamental. É nessa etapa que o aluno irá delimitar quais estratégias utilizará para resolver o problema. É possível que nessa etapa o aluno precise variar as tentativas de resolução e testar diferentes hipóteses, aprendendo pelos erros e acertos. Desse modo, estabelecer um plano não é tarefa fácil, pois envolve conhecimentos anteriores, hábitos mentais e concentração no objetivo.

*c) Execução do plano*

Estabelecido o plano chega o momento de executá-lo, tarefa que requer paciência e atenção. Nesse momento, o aluno precisa ter clareza de suas estratégias e averiguar cada passo dado no decorrer da execução do plano.

*d) Retrospecto*

A quarta e última etapa tem como objetivo conferir a resolução do problema, examinando tanto o resultado final como o caminho percorrido na busca da solução. Nesse momento, também é importante que o aluno analise se há outra maneira para resolver o mesmo problema, buscando simplificar os procedimentos utilizados.

O método heurístico de Polya (2006) contribui para que o aluno possa: compreender um dado problema; elaborar estratégias próprias de resolução; aplicar com autonomia as estratégias elaboradas verificando a validade de cada passo; e verificar se a estratégia escolhida resolve o problema proposto, além de refletir sobre o caminho percorrido no processo de resolução, buscando não só simplificá-lo, mas também pensando em possibilidades de utilização do mesmo para resolver problemas futuros.

Nessa perspectiva, trabalhar com resolução de problemas em sala de aula tem por objetivo levar o aluno a refletir sobre situações matemáticas desafiadoras. Segundo Polya (1962) é esse raciocínio heurístico, que consiste no processo de descoberta pela indução, que permite que o aluno desenvolva um pensamento produtivo e autônomo.

Segundo Onuchic e Allevato (2012), o aluno forma suas ideias aos poucos, a partir de reflexões e experimentações. Em nosso entendimento, nesse movimento acontece a construção do conhecimento matemático pelo aluno. Desse modo, o ensino de Matemática por meio da resolução de problemas tem sua importância na medida em que

> [...] contribui para o desenvolvimento do pensamento matemático, uma vez que, no processo de resolução de problemas, o (a) estudante reconhece a necessidade de ampliar os seus conhecimentos matemáticos, mobilizando-se para tal. Além disso, torna-se possível a ele (a) atribuir sentido aos princípios e às relações que são essenciais para a compreensão dos conceitos matemáticos. (CURITIBA, 2016, p. 7).

Nessa direção, um problema matemático deve instigar o interesse do aluno, provocar questionamentos e aguçar sua curiosidade. Diante de um problema, o aluno precisa mobilizar conhecimentos prévios para elaboração de estratégias resolutivas. Esse processo requer reflexão, formulação de hipóteses e avaliação do caminho percorrido na busca de solução.

A resolução de problemas como ponto de partida para o ensino de Matemática, conforme observamos, é defendida por muitos pesquisadores ao longo das últimas décadas. Sua importância consiste em favorecer a construção do conhecimento pelo aluno, de modo que este compreenda e aproprie-se de conceitos matemáticos necessários para sua formação escolar e, sobretudo, cidadã.

Em tempo, concordamos com tal premissa, uma vez que pesquisas apontam contribuições desta metodologia de ensino para a aprendizagem. No entanto, consideramos válido também discutir sobre a natureza dos enunciados, por pressupor que problemas matemáticos que apresentem como pano de fundo um contexto atrativo para os alunos e condizente com seus interesses podem auxiliar no processo de aprendizagem de Matemática, ao estabelecer relações entre temas de interesse e conceitos matemáticos.

Em vista disso, e em consonância ao entendimento de Polya (1962) - que um problema matemático deve apresentar sentido para o aluno e deve estar relacionado, na medida do possível, a suas experiências diárias - buscamos aproximar problemas matemáticos a um tema de interesse dos alunos tecendo, assim, problemas matemáticos de modo contextualizado.

## 2.4 O ENSINO DE MATEMÁTICA POR MEIO DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS EM UMA PERSPECTIVA DE CONTEXTO

*Contextualizando tentamos colocar algo em sintonia com o tempo e com o mundo, construímos bases sólidas para poder dissertar livremente sobre algo, preparamos o solo para criar um ambiente favorável, amigável e acolhedor para a construção do conhecimento. (Wagner Tufano)*

A resolução de problemas matemáticos envolve além de conteúdos específicos da área, leitura e interpretação de texto. Nessa direção, pesquisas que investigam relações entre competência leitora e habilidades em resolver problemas matemáticos revelam que, muitas vezes, os alunos apresentam dificuldade em compreender enunciados dos problemas e identificar relações matemáticas neles envolvidas (HEREBIA, 2007; MORAIS, 2010; SILVA, 2011). Essa falta de entendimento compromete, consequentemente, a elaboração de estratégias de resolução. Diante disso, consideramos importante, também, ponderar sobre enunciados de problemas matemáticos.

Documentos oficiais (BRASIL, 1997; 2017), destacam a importância de conteúdos matemáticos estabelecerem relações com outros objetos de estudo ou acontecimentos cotidianos. Concordando com a relevância, sem que isso signifique obrigatoriedade, de o ensino de Matemática estabelecer conexões entre realidade e conteúdos escolares, propomos na presente investigação o trabalho com problemas matemáticos em uma perspectiva de contexto.

Segundo Tufano (2002), contextualizar é promover um encadeamento de ideias em um escrito. É situar algo em um tempo e espaço, promovendo um ambiente favorável à construção do conhecimento. Desse modo, a contextualização no ensino de Matemática consiste em estabelecer conexões entre um determinado tema e conteúdos matemáticos escolares, constituindo situações que, potencialmente, contribuem para o processo de aprendizagem.

Diante disso, emergiu a necessidade de ponderarmos sobre o entendimento de contexto e formas de uso no ensino de Matemática e que referências podem ser utilizadas para definir o tema a ser utilizado no processo de contextualização. Dadas essas reflexões apresentamos, na sequência, um entendimento sobre contexto, de que modo ele concretiza-se na presente pesquisa e quais referenciais consideramos para a escolha do tema utilizado como contexto dos problemas matemáticos.

### 2.4.1 Quanto às abordagens e concepções de contexto

A palavra contexto origina-se do latim *contextus* e refere-se a uma relação de dependência. De modo geral, contexto é o que compõe um texto ou um discurso em sua totalidade[14]. No entanto, no âmbito da pesquisa encontramos diferentes usos para o termo em questão, como por exemplo, para delimitar o campo de estudo: o contexto da presente pesquisa é uma escola da rede pública do município de Curitiba/PR e tem como participantes alunos do 4º ano do Ensino Fundamental.

Diante de diferentes entendimentos e formas de uso para o termo *contexto*, sobretudo no que se refere ao ensino de Matemática, buscamos como referência Skovsmose (2000) e Valero (2002) para nortear nossos estudos.

Valero (2002, p. 50, tradução nossa) define contexto como sendo basicamente “[...] o que acompanha um texto, ou seja, a série de circunstâncias que envolvem um evento.”. A autora afirma que na pesquisa em Educação Matemática há diferentes concepções para este termo que, por sua vez, interferem na prática pedagógica, sobretudo no que se refere à inserção da formação cidadã nas aulas de Matemática. Em vista disso, Valero (2002) amplia a discussão sobre o assunto e apresenta alguns conceitos de contexto, bem como suas implicações para o processo de aprendizagem.

O primeiro conceito apresentado é o de *contexto de um problema* e se refere às noções e procedimentos matemáticos que envolvem um determinado problema, bem como as referências que são trazidas à lembrança dos alunos. A utilização do contexto em um problema tem a intenção de envolver o aluno na construção do conhecimento. Segundo Valero (2002), é importante propor aos alunos problemas que envolvam contextos que

---

[14] Fonte: <https://www.dicio.com.br/contexto/>. Acesso em 05 nov. 2017.

permitam estabelecer conexões com os conhecimentos que já possui, seja em relação à Matemática ou à vida real. Concordamos com a autora que quando o aluno estabelece tais conexões a assimilação de conteúdos e a reorganização do pensamento matemático é favorecida.

Outro conceito comentado por Valero (2002) é o de *contexto de interação na aprendizagem*. Esta concepção além de considerar os problemas e suas referências, tanto da Matemática como da vida real, abrange também o modo como o problema é abordado em sala de aula, valorizando a troca de conhecimentos. Segundo a autora, esse intercâmbio possibilita a negociação de significados matemáticos entre os alunos e entre eles e o professor, o que pode auxiliar no processo de aprendizagem.

Em consonância a esta premissa, Hübner (2010), em sua dissertação de mestrado, comenta que as interações entre alunos e seus pares e entre alunos e professor diante de tarefas que envolvem resolução de problemas matemáticos viabilizam a elaboração e organização de ideias, além de colaborar para a internalização de conceitos matemáticos.

Reiteramos que a contribuição do diálogo entre os pares para a aprendizagem de Matemática, sobretudo quando envolve resolução de problemas, também é explanada nas pesquisas de Herebia (2007), Silva (2011), Fiore (2013), Cybis (2014) e Piva (2014), pois o diálogo entre os pares auxilia na compreensão de enunciados, impulsiona a troca de ideias e amplia as possibilidades de estratégias possíveis para a resolução de problemas.

A discussão entre os alunos organizados em grupos de trabalho como um caminho para a construção do conhecimento também é comentada por Onuchic e Allevato (2012). Segundo as autoras, os alunos formam suas ideias pouco a pouco, a partir de reflexões e experimentações, e as discussões em grupo podem favorecer esse processo. Nessa direção "Quanto mais condições se deem aos alunos para pensar e testar uma ideia emergente, maior é a chance de essa ideia ser formada corretamente e integrada numa rica teia de ideias e de compreensão relacional". (ONUCHIC; ALLEVATO, 2012, p. 240).

Vale ressaltar a importância do professor mediar os diálogos estabelecidos entre os alunos de um modo que promova o confronto de diferentes estratégias. A este propósito, Allevato e Onuchic (2014) nos dizem que o professor deve assumir uma postura de mediador do processo de ensino e aprendizagem.

Nessa direção, os PCN (1997) afirmam que ao assumir esse papel "[...] o professor é responsável por arrolar os procedimentos empregados e as diferenças encontradas, promover o debate sobre resultados e métodos, orientar as reformulações e valorizar as soluções mais adequadas." (BRASIL, 1997, p. 31).

Outro conceito apresentado por Valero (2002) é o de *contexto situacional,* que considera diferentes relações que permeiam o processo de aprendizagem, sendo elas históricas, sociais, culturais, psicológicas, entre outras. O contexto situacional é mais amplo do que os anteriores, pois considera não apenas os processos mentais desenvolvidos pelos alunos diante de atividades matemáticas, mas também as características que compõem a situação em si, "[...] quem são seus participantes, o espaço e o local onde a situação está localizada, e os significados que adquire ao fazer parte de redes mais amplas de ação social." (VALERO, 2002, p. 52, tradução nossa). Desse modo, não há como dissociar a aprendizagem matemática de seu contexto situacional, uma vez que a primeira é intrínseca à segunda.

Uma visão mais ampla e abrangente de contexto é conceituada por Valero (2002) como *contexto sociopolítico*, que busca estabelecer conexões entre o que acontece em sala de aula com estruturas socioeconômicas, políticas e processos históricos decorrentes na sociedade. Essa visão busca considerar não somente os processos cognitivos do aluno no decorrer das aulas de Matemática, mas também sua natureza social, entendendo-o como sujeito político.

> Nossos alunos não são apenas "cabeças" – que aprendem assuntos cognitivos – mas são seres com existência física e temporal, com sentimentos, com múltiplos motivos para se envolver (ou não) na aprendizagem da matemática e com uma vida que transcende os limites da sala de aula e da escola. (VALERO, 2002, p. 55, tradução nossa).

Nessa direção, é importante considerar a diversidade presente em sala de aula, não somente no que se refere às características e particularidades dos alunos, mas também às diferentes realidades vividas por eles e aos modos como dialogam com elas. Essa diversidade, ao se fazer presente em sala de aula, interfere no processo de aprendizagem e na relação que o aluno estabelece com o conhecimento, sobretudo o matemático.

Apesar de estabelecer uma categorização para o termo contexto, no âmbito da Educação Matemática, Valero (2002) pondera que eles não acontecem isoladamente, uma vez que, na prática pedagógica, podem apresentar-se imbricados.

Já Skovsmose (2000) apresenta três categorias para contexto em atividades matemáticas, as quais denomina de referências. Convém destacar que ao estabelecer tal categorização não é pretensão do autor apresentar uma classificação determinada, mas sim construir uma noção de ambientes de aprendizagem.

A primeira referência remete-se à matemática pura, ou seja, privilegia o trabalho com conceitos matemáticos. Já a segunda, refere-se a uma semi-realidade, em outras palavras, uma realidade construída, uma situação fictícia, porém elaborada com base em aspectos da realidade. A terceira referência aborda situações da vida real, podendo estar atrelada a vivências dos alunos ou a cenários sociais mais amplos.

Cada uma das três referências, segundo Skovsmose (2000), pode ser abordada em sala de aula sob dois paradigmas: do exercício ou num cenário para investigação. O que resulta em seis ambientes de aprendizagem, conforme mostra o Quadro 5:

QUADRO 5 – AMBIENTES DE APRENDIZAGEM SEGUNDO SKOVSMOSE (2000)

| | Exercícios | Cenário para investigação |
|---|---|---|
| Referências à matemática pura | (1) | (2) |
| Referências à semi-realidade | (3) | (4) |
| Referências à realidade | (5) | (6) |

FONTE: (SKOVSMOSE, 2000, p. 7)

Segundo o autor, o primeiro ambiente compreende exercícios que abordam a matemática pura, ou seja, que priorizam a aplicação de conceitos matemáticos. Já o segundo envolve a matemática pura em um cenário para investigação. O ambiente três é formado por exercícios com referências à semi-realidade. Neste caso, ao resolvê-los, são consideradas apenas as informações presentes no texto do enunciado, ignorando qualquer impressão de sentido para a situação exposta no exercício. Por priorizar informações quantitativas exatas, há apenas uma resposta correta. O ambiente quatro também envolve referências à semi-realidade, porém em num cenário para investigação. Nesse ambiente a atividade proposta "[...] é um convite para que os alunos façam explorações e explicações." (SKOVSMOSE, 2000, p. 10), o que possibilita que o aluno crie estratégias resolutivas e realize novas descobertas. O ambiente cinco é constituído por exercícios com referência à realidade. Neste âmbito, as informações do enunciado são reais, porém as atividades são propostas sob o paradigma do exercício. Por fim, o ambiente seis envolve a realidade em um cenário para investigação, ou seja, a partir de dados e informações reais são realizadas investigações que permitem que o aluno não apenas mobilize e utilize conceitos matemáticos, mas também estabeleça significados para as atividades propostas.

Para Skovsmose (2000), não há supremacia de um ambiente de aprendizagem em relação aos demais, tampouco invalida alguma dessas práticas, uma vez que cada uma possui seus objetivos próprios de ensino. Em seu discurso, a importância de diversificar a prática pedagógica e "caminhar" entre os ambientes de aprendizagem é ressaltada, com a ressalva da importância de propiciar aos alunos momentos de investigações e desenvolvimento da autonomia na tentativa de resolver as atividades propostas. Contudo é dada ênfase especial ao cenário de investigação com referências à realidade (ambiente seis), com o propósito de propiciar aos alunos uma Matemática rica em relações, em um ambiente de aprendizagem que favoreça a formação crítica.

A partir das categorizações apresentadas por Valero (2002) e Skovsmose (2000), é possível perceber diferentes concepções para *contexto* no âmbito da Educação Matemática, bem como os objetivos de ensino de cada abordagem. É dado destaque à importância de estabelecer conexões entre realidade e conceitos matemáticos, afirmativa com a qual concordamos. Contudo, não caímos no equívoco de entender que sempre o conhecimento matemático precisa ser trabalhado a partir da realidade ou do cotidiano do aluno. O ensino com referências a *matemática pura* (Skovsmose, 2000), ou com ênfase ao *contexto de um problema* (Valero, 2002) também precisa ser considerado. Nessa direção, é importante ter o cuidado de não reduzir o entendimento sobre a Matemática como um conjunto de conhecimentos que precisam ter aplicação imediata, conforme orienta Allevato (2005).

Observamos que as concepções de contexto situacional e de contexto sociopolítico (VALERO, 2002) e as referências à semi-realidade e à realidade (SKOVSMOSE, 2000) remetem-se à importância de o ensino de Matemática estabelecer relações entre conteúdos escolares e realidade. Em vista disso, voltamos nosso olhar para entendimentos sobre o uso de realidade e cotidiano como base para a ação didática, a fim de estabelecer um referencial para definição do tema a ser tomado como base para a elaboração do contexto dos problemas matemáticos da presente pesquisa.

### 2.4.2 Quanto ao entendimento de realidade e cotidiano como base para ação didática

Constatamos na literatura consultada uma crescente discussão sobre a importância de articular conteúdos matemáticos à realidade. Butts (1997) avalia os problemas trabalhados em sala de aula como artificiais e distantes da realidade. Do mesmo pensamento compartilham Toledo e Toledo (2009), ao afirmarem que, na maioria das vezes, o ensino de Matemática desvincula o conteúdo matemático da vida dos alunos.

D' Ambrósio (1998) também debate essa questão e defende a importância de aproximar Matemática escolar e realidade, pois acredita que uma das razões que justifica o ensino da Matemática na escola é a sua utilidade como instrumentador para vida e para o trabalho.

Os PCN de Matemática (BRASIL, 1997) também apresentam parecer favorável à aproximação da Matemática à realidade e sugerem que a escola auxilie o aluno a estabelecer relações entre Matemática e outros objetos de estudo ou acontecimentos cotidianos, viabilizando, por conseguinte, a compreensão e apreensão de significados matemáticos. Entendimento similar encontramos na BNCC (BRASIL, 2017).

No entanto, ao considerarmos a realidade como base para a ação didática é importante compreendermos suas dimensões sociais, históricas e culturais. Para Giardinetto (1999) a realidade não se limita ao que é visto de imediato, pois é um produto histórico-social, construído coletivamente, ao longo do tempo, nas relações sociais.

Por meio das relações que estabelece com a natureza e com os outros, o indivíduo modifica a realidade natural e constrói uma realidade humanizada, que tem como produto um conjunto de saberes que, a princípio, atendem às suas necessidades e interesses (GIARDINETTO, 1999). Assim, o aluno apropria-se dessa realidade humanizada, inerente ao meio em que está inserido e segundo suas próprias necessidades, por intermédio das relações que estabelece com adultos com os quais convive.

Segundo o autor, a atividade humana torna-se a referência para as diversas interpretações do real.

> Trata-se de uma particular interpretação de realidade determinada pelo tipo de relação de produção que se estabelece e essa interpretação não é inerente à "essência" do indivíduo, mas sim, é determinada pelas circunstâncias de sua vida social, particularmente, a partir de seu meio social imediato. (GIARDINETTO, 1999, p. 23).

A interpretação do real se dá conforme as atividades de cada grupo social. Consequentemente, a realidade adquire diferentes interpretações produzindo, de modo não linear, diferentes conjuntos de saberes.

Nessa direção, Guérios et al (2009) entendem que em uma sala de aula, a realidade tomada como base para a elaboração didática não é única, pois é compreendida de modo diferenciado por cada um, e o cotidiano, por sua vez, está associado à vida e aos significados que cada qual estabelece, podendo haver diferentes percepções para a mesma situação.

Isto posto, entendemos que cada aluno, assim como cada professor, possui um entendimento diferente de realidade, interpretada segundo conhecimentos e valores previamente adquiridos e experiências vividas. Logo, a realidade agrega uma interpretação do real, podendo assumir diferentes sentidos, segundo o olhar de quem a interpreta.

Assim como abordar realidade como base para elaboração de enunciados de problemas matemáticos tem seus contrapontos, o mesmo ocorre quando falamos de cotidiano. Para Giardinetto (1999), as atividades cotidianas estão relacionadas à realidade de cada um e, por conseguinte, requerem respostas rápidas e precisas, fundamentadas em saberes, hábitos e costumes aprendidos, seja por imitação ou analogias, construídas com base nas relações sociais. Nas palavras do autor, “A relação do indivíduo com a realidade se coloca ao nível da apropriação de formas de interpretação da realidade, segundo os esquemas de comportamento e de conhecimento presentes na estrutura da vida cotidiana.” (GIARDINETTO, 1999, p. 32-33).

Desse modo, tendo como base as concepções de realidade e cotidiano apresentadas por Giardinetto (1999) e Guérios et al (2009), entendemos que a realidade é um conjunto de variadas determinações, interpretada pelo aluno segundo concepções e valores próprios, construídos nas relações sociais estabelecidas em sua cotidianidade.

Nessa direção, a existência de diferentes percepções de realidade e cotidiano presente em sala de aula leva, consequentemente, a uma diversidade de interesses. Uma dada realidade pode apresentar-se como contexto significativo para um aluno e, ao mesmo tempo, não ser significativo para outro. O mesmo ocorre se compararmos o contexto percebido, inicialmente, como interessante para o professor e a percepção dos alunos diante do mesmo contexto. Esta segunda situação é observada na investigação realizada por Medeiros Junior (2007).

Ao investigar relações didáticas estabelecidas na tríade aluno – professor – conhecimento matemático no processo de ensino de Matemática por meio da resolução de problemas, Medeiros Junior (2007) propõe problemas com enunciados curtos (poucas linhas) e longos (muitas linhas). Para a composição dos enunciados longos foi utilizado o contexto escolar com o interesse de aproximar problemas matemáticos à realidade do aluno. Os pesquisadores esperavam que os alunos apreciassem os problemas advindos de situações envolvendo o contexto escolar. Contudo não surtiu o efeito esperado, visto que “O que era problema para *nós* não foi problema para o *aluno*, mesmo observando o contexto da escola.” (MEDEIROS JUNIOR, 2007, p. 90, grifos do autor). Ao observar a postura dos alunos diante dos problemas com enunciados longos o pesquisador verificou que o contexto linguístico era, muitas vezes, desconsiderado pelos alunos, visto que estes centralizavam a atenção no contexto numérico apresentado ignorando perguntas de interpretação de texto, uma vez que a atividade era proposta em uma aula de Matemática.

Assim, o que inicialmente apresentava-se como um contexto significativo e interessante na visão do pesquisador mostrou-se indiferente para os alunos, sendo desconsiderado por eles. Tal fato corrobora o entendimento de que situações cotidianas são percebidas de diferentes maneiras e adquirem variados graus de interesses, segundo o olhar de quem as interpretam.

Diante do exposto, e considerando a problemática e os objetivos da presente pesquisa, torna-se importante ponderar sobre o referencial a ser tomado como base para a elaboração do contexto utilizado como pano de fundo para os problemas matemáticos contextualizados.

### 2.4.3 Problemas matemáticos contextualizados: o que propomos

Vislumbramos no trabalho com problemas matemáticos contextualizados a possibilidade de dar sentido ao uso do conhecimento matemático em diferentes situações. Ao estabelecer relações entre referências cotidianas dos alunos e conteúdos curriculares buscamos construir situações que, potencialmente, estimulem o pensar matematicamente, contribuindo para o processo de aprendizagem de conceitos matemáticos.

Ressaltamos que não tecemos os problemas sob o paradigma do exercício, mas sim considerando a metodologia de resolução de problemas. Nessa perspectiva, o problema é o ponto de partida para o ensino de Matemática. Uma situação desafiadora, que estimule o aluno a levantar hipóteses, desenvolver estratégias de resolução e validá-las na busca de uma solução para o problema proposto.

Sobre a ação de contextualizar, compartilhamos do entendimento de Tufano (2002, p. 40)

> Contextualizar. Ato de colocar no contexto. Do latim contextu. Colocar alguém a par de algo, alguma coisa, uma ação premeditada para situar um individuo em um lugar no tempo e no espaço desejado, encadear ideias em um escrito, constituir o texto no seu todo, argumentar.

Nessa direção, consideramos como contexto de um problema o enredo que compõe o seu enunciado, ou seja, o cenário no qual relações matemáticas podem ser estabelecidas. Uma dada situação que contém um problema a ser resolvido que, por sua vez, necessita de planejamento e desenvolvimento de estratégias matemáticas. Assim, espera-se que a solução encontrada, por meio dessas estratégias, responda ao problema presente no contexto do problema.

Sem a pretensão de categorizar, situamos a natureza do contexto dos problemas da presente pesquisa em uma referência à semi-realidade, segundo a conceituação dada por Skovsmose (2000), por envolver situações fictícias, construídas com base em aspectos da realidade. Para tanto, utilizamos referências cotidianas dos alunos. Fazemos também referência à matemática pura, ao trabalharmos com conceitos matemáticos.

Considerando que realidade e cotidiano a serem tomados como base para a ação didática não são únicos, uma vez que há diferentes interpretações do real segundo o olhar de quem o interpreta (GIARDINETTO, 1999; GUÉRIOS et al, 2009), optamos por identificar referências cotidianas de interesse dos alunos para, então, delimitar o tema a ser abordado como pano de fundo do contexto dos problemas. Desse modo, realizamos, inicialmente, uma pesquisa sobre os interesses, a qual é descrita na metodologia da presente dissertação. Assim, o contexto dos problemas matemáticos emerge das expectativas dos alunos e aborda um tema significativo para os mesmos.

A intencionalidade aqui é posicionar o aluno no centro do processo de aprendizagem, valorizando seus interesses e suas referências cotidianas, pois compartilhamos o entendimento de que "[...] durante a contextualização, podemos dar as mãos aos nossos alunos e caminhar com eles." (TUFANO, 2002, p. 41).

Assim, buscamos identificar contribuições do ensino de Matemática por meio da resolução de problemas contextualizados para o desenvolvimento do pensar matematicamente de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental.

# 3 METODOLOGIA E CENÁRIO DA PESQUISA

Neste capítulo, apresentamos a metodologia adotada, o percurso metodológico da pesquisa e os instrumentos utilizados para a coleta de dados. Organizamos essas informações em cinco seções.

Na primeira seção expomos considerações sobre pesquisa qualitativa de natureza interpretativa, a fim de delinearmos as características da presente investigação.

Na segunda, discorrermos sobre o percurso metodológico e explicitamos os procedimentos realizados e os instrumentos de coleta de dados, apresentando um panorama geral da trajetória realizada.

Na terceira seção, descrevemos o campo da pesquisa, ou seja, características da escola onde a pesquisa foi desenvolvida e, na sequência, os alunos participantes.

Na quarta seção, apresentamos pontos importantes dos primeiros encontros com os alunos, nos quais realizamos a fase inicial da coleta de dados com o propósito de melhor conhecê-los, bem como suas rotinas além da sala de aula e temas que despertam seus interesses. As informações coletadas nesta fase foram essenciais para delimitarmos um tema significativo para os alunos que, posteriormente, utilizamos como contexto dos problemas matemáticos.

Finalmente na quinta seção, apresentamos os problemas matemáticos contextualizados tecidos a partir de um tema significativo indicado pelos alunos. Apresentamos também possíveis soluções e explicitamos conteúdos matemáticos envolvidos em cada problema.

## 3.1 PESQUISA QUALITATIVA DE NATUREZA INTERPRETATIVA: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

A pesquisa relatada na presente dissertação apresenta uma abordagem qualitativa. Conforme Moreira e Caleffe (2008, p. 73) este método de pesquisa "[...] explora as características dos indivíduos e cenários que não podem ser facilmente descritos numericamente. O dado é frequentemente verbal e é coletado pela observação, descrição e gravação".

Segundo Bogdan e Biklen (1994), em uma pesquisa qualitativa os dados descritivos são obtidos no ambiente natural de estudo, por meio do contado direto entre pesquisador e participantes, por entender que "[...] as acções podem ser melhor compreendidas quando são observadas no seu ambiente habitual de ocorrência". (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 48). Cabe então ao pesquisador, analisar os dados obtidos considerando suas particularidades e respeitando o modo como foram registrados.

O foco de interesse de uma pesquisa qualitativa está no processo de construção de significados pelo indivíduo e a análise de dados ocorre de forma indutiva. Desse modo, a pesquisa ganha corpo na medida em que os dados são coletados e analisados, segundo a rigorosidade que requer uma pesquisa científica. (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Nessa direção, no decorrer da tessitura da presente dissertação, nosso olhar esteve atento ao modo como os alunos interpretaram e compreenderam problemas matemáticos contextualizados, que estratégias construíram para resolvê-los e que relações estabeleceram entre os conteúdos matemáticos abordados nos problemas e os contextos criados.

Para tanto, tivemos como norte o paradigma interpretativo. Segundo Moreira e Caleffe (2008) o pesquisador interpretativista não se posiciona como um observador à parte, mas sim como um construtor do mundo em que vive, utilizando seu entendimento subjetivo para conhecer a realidade.

Sob essa ótica, entendemos que o olhar do pesquisador não é neutro, pois este utiliza conhecimentos, valores e experiências próprias para interpretar o objeto de estudo em questão. Contudo, ao passo que assumimos a não neutralidade diante do presente estudo, também prezamos pela cientificidade do mesmo, ao nos comprometermos em conduzir a investigação de modo rigoroso e sistemático, sendo fidedignos à realidade dos dados coletados.

Sobre subjetividade, Moreira e Caleffe (2008) ampliam o debate ao afirmarem que

> [...] o pesquisador sabe que ele é o principal instrumento de coleta de dados porque imagina que, como um pesquisador interpretativo lidando com múltiplas realidades, o "instrumento" tem de ser capaz de reconhecer, classificar e distinguir as sutilezas do significado que emerge. É o instrumento humano capaz de lidar com a informação que vai além do intelectual, racional, para incluir as emoções, os valores, as crenças e as suposições que constituem a experiência de vida dos indivíduos no contexto social. (MOREIRA; CALEFFE, 2008, p. 63-64).

Tomando como base estudos referente à pesquisa qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994) e ao paradigma interpretativo (MOREIRA; CALEFFE, 2008), definimos nossa pesquisa como qualitativa de natureza interpretativa por, em suma, atender aos seguintes princípios:

a) os dados são coletados na dinâmica de sala de aula, ou seja, em um ambiente natural;

b) há uma interação entre pesquisador e participantes - neste caso, os alunos - no decorrer do processo de coleta de dados;

c) o estudo concentra-se no processo de construção de significados produzidos pelos participantes. Nessa direção, não há hipóteses a serem testadas, uma vez que as concepções acerca do tema de investigação são construídas conforme o recolhimento, agrupamento e análise dos dados;

d) temos como preocupação a descrição adequada das construções dos alunos no que concerne à resolução de problemas matemáticos, bem como a elaboração de análise para interpretar a construção de significados por eles elaborados.

Tendo definido a presente pesquisa como qualitativa de natureza interpretativa, explicitamos agora a trajetória metodológica realizada.

## 3.2 PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA

Segundo Lüdke e André (2013, p. 1-2), “Para se realizar uma pesquisa é preciso promover o confronto entre os dados, as evidências, as informações coletadas sobre determinado assunto e o conhecimento teórico acumulado a respeito dele”. Desse modo, efetuamos a coleta de dados para posterior confronto com a teoria estudada. Assim, foram realizados os seguintes procedimentos com os respectivos instrumentos:

a) Estudo documental.

Sistematizamos os objetivos e as propostas pedagógicas que tratam da metodologia de resolução de problemas presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática (BRASIL, 1997), na Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) e na Proposta Curricular do Município de Curitiba (CURITIBA, 2016).

b) Investigação de temáticas de interesse dos alunos de duas turmas de 4º ano do Ensino Fundamental.

No primeiro momento os alunos responderam individualmente um questionário, denominado ficha de interesses[15]. Na sequência, foi realizada uma entrevista, na modalidade de conversa, para discutir os temas elencados no questionário.

c) Sistematização e análise das informações obtidas para delimitação de um tema de interesse da turma[16].

---

15 Apêndice 1: Ficha de interesses.

16 Foi considerado como tema de interesse da turma o assunto indicado pela maioria dos alunos.

Munidos das informações obtidas, buscamos similaridades entre as respostas dadas pelos alunos para definir um tema que atendesse o interesse da maioria.

d) Elaboração de problemas matemáticos contextualizados.

Para a elaboração dos problemas matemáticos contextualizados, contemplamos um tema de interesse dos alunos, compondo uma sequência de atividades correlacionadas.

e) Implementação da sequência de problemas matemáticos.

A proposta foi implementada em duas turmas de 4º ano do Ensino Fundamental, em uma escola da rede pública do município de Curitiba, em três etapas distintas: resolução dos problemas pelos alunos organizados em grupos de quatro a cinco participantes, com registro de solução em folha; resolução dos problemas pelos alunos individualmente, registrando as estratégias de solução em folha; elaboração, pelos alunos, de problemas matemáticos contextualizados.

f) Coleta, seleção e análise dos registros de resoluções realizadas pelos alunos.

Os registros das resoluções realizadas pelos alunos substanciaram e ilustraram as análises desta pesquisa. Apresentaremos alguns desses registros no capítulo quatro.

g) Observação dos alunos no decorrer da implementação da sequência de problemas matemáticos.

Reiteramos que os dados foram coletados na dinâmica de sala de aula, cenário onde ocorreu uma interação entre esta pesquisadora e alunos participantes. Os diálogos estabelecidos neste momento tiveram como finalidade observar e conhecer as resoluções de problemas elaboradas pelos alunos. Segundo Bogdan e Biklen (1994), esta observação auxilia o pesquisador a compreender como e em quais circunstâncias os dados da pesquisa foram produzidos, uma vez que para analisá-los é importante considerar também o momento espaço-temporal.

h) Registro dos momentos de resolução em áudio e/ou vídeo.

Na primeira etapa, os alunos resolveram os problemas em grupo de quatro a cinco participantes, uma vez que a interação entre os pares contribui para a aprendizagem de Matemática por meio da resolução de problemas, conforme nos mostram as pesquisas de Herebia (2007), Silva (2011), Fiore (2013), Cybis (2014) e Piva (2014).

Como a pesquisa foi realizada no âmbito de sala de aula os diálogos nos grupos ocorreram concomitantemente. Em vista disso, gravamos em áudio e/ou vídeo esses momentos como complementação das observações realizadas.

i) Entrevista[17], na modalidade de conversa, gravada em áudio, com alguns dos alunos com o propósito de melhor compreender as estratégias de resoluções por eles elaboradas na busca pela solução do problema.

A seleção de alunos entrevistados esteve atrelada à análise dos registros escritos referentes às resoluções dos problemas. Assim, utilizamos para essa seleção, inicialmente, os seguintes critérios: a) dois alunos de cada turma que apresentaram resposta correta para o problema analisado, porém com estratégias de resolução diferentes; b) dois alunos de cada turma que apresentaram erros similares para um determinado problema, com o propósito de identificar possíveis causas do erro: conceitual, de compreensão ou de procedimento; c) dois alunos de cada turma que apresentaram respostas aleatórias e erradas. No entanto, nos primeiro e segundo critérios elencados, sentimos necessidade de entrevistar maior quantidade de alunos, com o propósito de obter mais dados para análise.

Segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 134), "[...] a entrevista é utilizada para recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspectos do mundo.". Em vista disso, as entrevistas tiveram como finalidade a compreensão da heurística adotada pelos alunos na resolução dos problemas no que tange a interpretação e compreensão do enunciado contextualizado, bem como às estratégias que eles constroem para resolver tais problemas.

A conjunção desses instrumentos substanciou as análises realizadas na presente dissertação. Elencados os procedimentos e instrumentos de coleta de dados, seguimos apresentando o campo de pesquisa e os alunos participantes.

## 3.3 CAMPO DE PESQUISA E ALUNOS PARTICIPANTES

A pesquisa foi realizada em uma escola da rede pública de ensino do município de Curitiba, estado do Paraná. A escola atende alunos da Educação Infantil e Anos Iniciais do Ensino Fundamental, nos períodos da manhã e tarde.

Para o desenvolvimento da pesquisa foram convidadas duas turmas de quarto ano, sendo uma no período matutino e outra no vespertino, com vinte e oito e trinta alunos participantes, respectivamente. Optamos em trabalhar com duas turmas de períodos distintos para podermos observar o envolvimento de cada uma com as atividades propostas, pois

---

[17] Apêndice 2: Roteiro para entrevista semi-estruturada.

segundo Skovsmose (2000), diferentes grupos de alunos podem responder de modos diferentes a uma mesma proposta. Contudo, não é nosso propósito comparar as resoluções elaboradas pelos alunos das duas turmas sob um olhar quantitativo, mas sim, observar o envolvimento das mesmas no decorrer das atividades propostas, além de ampliar nosso campo de pesquisa, bem como a variedade de dados recolhidos para análise, ou seja, os registros, em folha, realizados pelos alunos para resolver os problemas matemáticos, as gravações em áudio e vídeo das discussões que permearam o processo de resolução e as entrevistas realizadas com os alunos após a resolução dos problemas matemáticos.

É importante ressaltar que em 2017, ano em que se deu a coleta de dados, havia na escola cinco turmas de quarto ano, sendo três no período da manhã e duas no período da tarde. Pelo fato desta pesquisadora ser também professora regente de uma turma de quarto ano nesta escola no período matutino, optamos por realizar a coleta de dados em sua turma, pois assim a rotina da escola não sofreria alterações no que tange ao horário de aula.

Já a escolha da turma da tarde foi uma decisão conjunta entre nós e as professoras das referidas turmas. Destacamos que a professora da turma selecionada no período vespertino mostrou-se receptiva à pesquisa.

Os alunos participantes encontravam-se entre a faixa etária de nove a dez anos. A turma da manhã possuía vinte e seis alunos que cursaram o terceiro ano, em 2016, nesta mesma escola, sendo que dezessete deles passaram do terceiro para o quarto ano com progressão simples[18] e nove passaram com progressão com apoio[19], dentre esses, seis em Matemática. A turma também possuía dois alunos transferidos de outras escolas, tanto de rede pública como da rede particular de ensino. Já na turma da tarde, dentre os trinta, todos alunos desta escola em 2016, vinte passaram do terceiro para o quarto ano com progressão simples e dez com progressão com apoio sendo que nove apresentaram dificuldades em Matemática. A turma da tarde apresentava um caso de inclusão.

## 3.4 PRIMEIROS ENCONTROS

O matemático George Polya já apresentava o hábito de formular um enunciado matemático por meio de uma 'história', com o propósito de envolver os alunos com o

[18] Considera-se como progressão simples o aluno que atinge a maioria dos objetivos propostos do ano cursado, apresentando compreensão dos conceitos trabalhados, sem dificuldades acentuadas em nenhum dos componentes curriculares.

[19] Considera-se como progressão com apoio o aluno que atinge parcialmente os objetivos propostos do ano cursado, apresentando dificuldades acentuadas em um ou mais componentes curriculares.

problema. (DEGUIRE, 1997). Compartilhamos da proposição de que enunciados matemáticos associados a um contexto favorecem o envolvimento do aluno com o problema proposto. Todavia, ponderamos a importância deste contexto estar em consonância com temas de interesse dos alunos, bem como com suas referências cotidianas.

Nessa direção, propomos nessa pesquisa o ensino de Matemática por meio da resolução de problemas contextualizados, tendo os interesses dos alunos como ponto de partida para a criação dos contextos.

Concordamos com Skovsmose (2000) que os alunos precisam estar engajados com o processo de aprendizagem para, então, poder refletir sobre a Matemática e sua utilização em determinadas situações. Desse modo, colocamos o interesse dos alunos no centro da prática educativa com o objetivo de investigar como problemas matemáticos contextualizados, que estabeleçam relações com interesses dos alunos, podem instigar a mobilização de conhecimentos, a elaboração de estratégias resolutivas e o desenvolvendo do pensamento autônomo.

Tendo em mente este objetivo, realizamos um levantamento de interesses em dois momentos distintos: o preenchimento de uma ficha de interesses e, duas semanas após, uma entrevista na modalidade de conversa, com o propósito de ampliar nosso entendimento a respeito das respostas obtidas.

Apresentamos na sequência os resultados obtidos com o preenchimento da ficha de interesses, seguido de algumas reflexões a partir dos comentários realizados pelos alunos no momento da entrevista.

Questionamos os alunos sobre quais atividades realizavam nos momentos de lazer. Nessa questão eles poderiam assinalar quantas opções julgassem necessário, conforme suas rotinas e interesses. Apresentamos o resultado dessa questão na Tabela 4.

TABELA 4 – ATIVIDADES REALIZADAS PELOS ALUNOS NOS MOMENTOS DE LAZER

| Quando você está em casa, o que gosta de fazer para se distrair? | | | |
|---|---|---|---|
| | Tarde<br>30 alunos | Manhã<br>28 alunos | Total |
| Assistir filmes ou seriados | 22 | 17 | 39 |
| Assistir desenhos | 09 | 17 | 26 |
| Ouvir Música | 18 | 17 | 35 |
| Ler livros de literatura | 12 | 15 | 27 |
| Ler revistas | 05 | 00 | 05 |
| Navegar na internet | 18 | 17 | 35 |
| Brincar com amigos | 22 | 13 | 35 |
| Brincar com jogos eletrônicos ou virtuais | 20 | 20 | 40 |

FONTE: Dados da pesquisa, obtidos por meio da ficha de interesses.

Na turma da tarde a maioria dos alunos relatou gostar de assistir filmes e seriados. No decorrer da entrevista ficou evidente que este é um prazeroso momento compartilhado com a família. Também nos chamou a atenção o entusiasmo com que os alunos relataram alguns filmes e seriados que assistiram. Outro ponto de destaque entre as preferências dessa turma foi brincadeiras com amigos.

Já a turma da manhã teve por preferência jogos eletrônicos e virtuais. Na entrevista relataram que nem sempre têm companhia para brincar em casa, por isso esta opção como passatempo, sendo os desafios a serem superados a cada fase do jogo o que mais atrai a atenção e o interesse dos mesmos. Assistir a filmes e seriados também esteve entre as preferências de lazer desses alunos, contudo não especificaram o que assistiam com maior frequência.

Ainda na ficha de interesses, perguntamos sobre temas de noticiários que mais chamaram a atenção no decorrer do ano de 2017 e que gostariam de saber um pouco mais. Essa questão tratava-se de uma pergunta aberta, na qual os alunos poderiam citar dois temas de maior interesse.

Entre os trinta alunos da tarde, três não emitiram opinião nessa questão ou alegaram não haver nenhum fato que despertasse seu interesse e quatro alunos discorreram sobre fatos particulares. Essas respostas não foram computadas nesse momento, por não atenderem a questão proposta. Nove alunos elencaram apenas um tema de interesse e outros quatorze elencaram dois temas. Desse modo, obtivemos trinta e sete temas sugeridos pela turma da tarde.

Sobre essa mesma questão, dos vinte e oito alunos da manhã, quatro discorreram sobre fatos particulares, o que não foi computado. Dois alunos elencaram apenas um tema e vinte e dois alunos elencaram dois, totalizando quarenta e seis temas de interesse. Aproximando por assunto, sintetizamos as respostas obtidas nessa questão na Tabela 5.

TABELA 5 – TEMAS DE INTERESSE QUE FORAM DESTAQUE NOS NOTICIÁRIOS

| Temas de interesse que foram destaque nos noticiários | Tarde | Manhã | Total |
|---|---|---|---|
| 1. Temas relacionados a entretenimento (filmes/seriados) | 17 | 01 | 18 |
| 2. Temas relacionados ao esporte | 06 | 09 | 15 |
| 3. Temas relacionados a acontecimentos locais | 11 | 21 | 32 |
| 4. Temas relacionados a descobertas científicas | 01 | 02 | 03 |
| 5. Temas relacionados a acontecimentos mundiais | 02 | 02 | 04 |
| 6. Temas relacionados à politica | 00 | 05 | 05 |
| 7. Temas relacionados a animais | 00 | 06 | 06 |
| Total | 37 | 46 | 83 |

FONTE: Dados da pesquisa, obtidos por meio da ficha de interesses.

A turma da manhã mostrou-se atenta a acontecimentos locais. Contudo, os assuntos elencados foram variados, envolvendo segurança pública, trânsito, questões ambientais e políticas. O tema esporte também esteve presente, sendo futebol e natação as duas modalidades mais citadas. Sobre animais apontaram diferentes curiosidades, como o instinto de sobrevivência de animais selvagens, modos de vida e aves em extinção. Quanto a acontecimentos mundiais, conflitos existentes em outros países e catástrofes naturais também foram motivos de indagações, assim como fatos políticos ocorridos no Brasil em nível federal. Dois alunos expressaram curiosidades sobre descobertas científicas como a composição da Lua e estudos sobre outros planetas. Nesse momento, apenas um aluno relatou interesse sobre filmes e seriados.

Já a turma da tarde apresentou grande interesse por filmes e seriados. Temas relacionados a acontecimentos locais também foram bastante citados, em especial no que se refere à segurança pública, meio ambiente e assuntos da esfera política, tanto em nível municipal como federal. Referente ao esporte, o futebol obteve destaque, especialmente entre os meninos. Sobre acontecimentos mundiais, foram citados conflitos entre países e tragédias naturais. Por fim, um aluno apresentou interesse por assuntos relacionados a outros planetas do Sistema Solar.

Observamos nas duas turmas uma variedade de temas de interesse elencados pelos alunos. Apesar de julgarmos todos estimulantes, precisávamos de um que envolvesse e despertasse a atenção da maioria. Desse modo, duas semanas depois, retornamos à sala de aula para uma entrevista de grupo, na modalidade de conversa, com o propósito de verificar qual dos temas seria mais significativo para utilizarmos como contexto para os problemas matemáticos que propusemo-nos elaborar. Segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 138) "As entrevistas de grupo podem ser úteis para transportar o entrevistador para o mundo dos sujeitos".

As entrevistas foram realizadas em horário regular de aula. Agendadas com antecedência, tiveram duração aproximada de quarenta minutos cada uma. Comunicamos aos alunos nosso propósito, ou seja, discutir os temas elencados no questionário "ficha de interesses" para, então, delimitar um tema que atendesse o interesse da maioria. Baseando-se na tabulação dos dados provenientes do questionário inicial, conforme apresentado na Tabela 5, elencamos previamente as temáticas abordadas nesse momento.

Realizamos primeiramente a entrevista, na modalidade de conversa, com os alunos da turma da tarde. Trouxemos para discussão temas relacionados a acontecimento locais e mundiais. Contudo, poucos alunos envolveram-se no diálogo. Quando questionamos sobre esportes houve maior participação, os alunos apresentaram interesse por diferentes atividades, como futebol, natação, vôlei e basquete. No entanto, o interesse baseava-se mais na prática propriamente dita. Ao abordarmos sobre o tema animais, também não obtivemos grande retorno.

Pelo fato de a turma da tarde apresentar na ficha de interesses muitos apontamentos referentes a filmes e seriados trouxemos esse tema para discussão no decorrer da entrevista, o qual foi acolhido com grande entusiasmo pela turma. Observamos uma motivação especial pelo seriado "Detetives do Prédio Azul[20]" (D.P.A.), que tem como personagens bruxas, feiticeiros e pessoas comuns, incluindo três crianças, os detetives, que possuem a missão de desvendar os mistérios que surgem na trama. O posicionamento da criança como protagonista diante de um desafio foi um dos fatores que mais despertou o interesse dos alunos, como nos disse um deles: "O que mais me chama a atenção é como eles [os personagens da trama] conseguem fazer mágicas e como que eles [os detetives] são crianças e resolvem mistérios mais do que adultos". A maioria dos alunos demonstrou conhecer os personagens da trama com detalhes, sabiam reproduzir bordões e descreviam objetos utilizados pelos detetives.

Nessa direção, consideramos a relevância desse tema para os alunos da turma da tarde. Como precisávamos saber se o mesmo seria interessante também para a turma da manhã, incluímos a temática "filmes e seriados" no roteiro da entrevista realizada com estes alunos.

Na entrevista com os alunos da manhã abordamos primeiramente temas sobre acontecimentos locais. Pudemos perceber que os fatos narrados pelos alunos eram diferentes daqueles citados na ficha de interesses, uma vez que no intervalo de tempo dado entre esses dois momentos, outras manchetes ganharam destaque nos noticiários. O mesmo ocorreu quando abordamos assuntos referentes ao esporte, à política e a acontecimentos mundiais. Diante disso, optamos por não utilizar manchetes de noticiários como contexto para os problemas matemáticos, especialmente por dois motivos: pela variedade de assuntos abordados, dificultando a escolha de um tema que atingisse a maioria dos alunos; pela brevidade de interesse dos alunos pelos assuntos elencados.

Não desconsideramos a riqueza que o trabalho pedagógico com manchetes de noticiários, jornais e revistas traz para as diferentes áreas de conhecimento, inclusive para a

[20] "Detetives do Prédio Azul" é um seriado brasileiro exibido pelo canal Gloob. Escrito por Flavia Lins e Silva e dirigido por André Pellenz e, a partir da sétima temporada, por Viviane Jundi. A série teve sua primeira temporada exibida no ano de 2012.

Matemática. No entanto, acreditamos que o seu uso para a presente pesquisa não atenderia aos objetivos propostos.

Ao indagarmos sobre animais, percebemos que poucos alunos apresentaram interesse sobre o tema. Do mesmo modo, houve poucas indagações quando abordamos assuntos relacionados a descobertas científicas. Apresentamos então o tema “filmes e seriados” para os alunos da manhã e citamos os Detetives do Prédio Azul (D.P.A.). Ao serem questionados, estes alunos também demonstraram grande interesse pela temática exposta e relataram gostar dos mistérios desvendados pelos detetives.

Diante do exposto, optamos por utilizar o seriado D.P.A. como pano de fundo para a elaboração dos problemas matemáticos contextualizados, por entender que esse tema atendia ao interesse dos alunos de ambas as turmas.

Concordamos com Polya (1962) que um problema matemático deve apresentar sentido para o aluno e deve estar relacionado, na medida do possível, a seus interesses e experiências diárias. Nessa perspectiva, o contexto dos problemas foi criado com os alunos, uma vez que buscamos atender a demanda da turma que emergiu da coleta inicial dos dados. Em nosso entendimento, ainda que se trate de uma situação irreal, ao fazer parte do imaginário dos alunos, adquire, para eles, uma dimensão real.

Estabelecido o contexto a ser utilizado na elaboração dos problemas, assistimos vários episódios do seriado D.P.A. disponíveis na internet[21], para conhecermos personagens e enredos. No segundo momento, pesquisamos enunciados que apresentassem consonância com o entendimento de problema matemático estabelecido na presente pesquisa, para nos servir de inspiração para a construção dos problemas matemáticos contextualizados. Por fim, realizamos algumas adequações necessárias, associando os enunciados dos problemas matemáticos selecionados ao contexto pretendido, considerando também os conteúdos curriculares do 4º ano do Ensino Fundamental (CURITIBA, 2016). Na sequência apresentamos o planejamento e a elaboração dos problemas para a coleta de dados.

## 3.5 CONSTRUÇÃO DOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS CONTEXTUALIZADOS

Os problemas matemáticos desta pesquisa têm como inspiração os episódios do seriado D.P.A., que apresenta como eixo norteador um mistério a ser desvendado, quase

---

[21] Para pesquisa, utilizamos o endereço eletrônico <https://www.youtube.com> no período entre 14 e 17 de setembro de 2017.

sempre relacionado ao sumiço de um objeto. Por isso, propusemos no enunciado do problema um mistério que envolvesse uma situação matemática para resolvê-lo.

Ao elaborar os enunciados, tínhamos a intenção de despertar a atenção dos alunos e situá-los no contexto do problema matemático. Desse modo, buscamos preservar as características das personagens e reproduzimos algumas das falas que os caracterizam, fazendo algumas adequações necessárias. Observamos que, no seriado, diante de um novo mistério os três detetives sempre repetiam o seguinte bordão: "Isso é mais um trabalho para... Os imbatíveis... Os invencíveis... Os xxxx... Detetives do Prédio Azul" A terceira palavra do bordão, aqui representada por xxxx, alterava-se conforme o mistério envolvido.

Em vista disso, criamos uma sistemática de escrita utilizando esse bordão ao final de cada problema matemático. Com isso tivemos a intenção de envolver os alunos no contexto criado, como um convite para ser parte da trama, ou seja, ser um dos detetives solucionadores de mistérios e, consequentemente, resolvedores de problemas.

A implementação foi planejada para ocorrer em três momentos, denominados de temporada, para aproximarmos da linguagem utilizada por seriados de televisão. Já os problemas matemáticos foram denominados de episódios. As atividades foram desenvolvidas em horário regular de aula. Para tanto, organizamos seis encontros, conforme o cronograma apresentado no Quadro 6.

QUADRO 6 – CRONOGRAMA DE IMPLEMENTAÇÃO DOS PROBLEMAS MATEMÁTICOS CONTEXTUALIZADOS

| Temporada | Encontro | Atividades desenvolvidas |
|---|---|---|
| Primeira temporada | 1º encontro | Resolução dos episódios I, II e III. |
| | 2º encontro | Resolução dos episódios III (continuação), IV e V. |
| | 3º encontro | Devolutiva dos problemas elaborados pelos alunos (episódio V). |
| Segunda temporada | 4º encontro | Resolução dos episódios I, II e III. |
| | 5º encontro | Resolução dos episódios IV e V. |
| Terceira temporada | 6º encontro | Elaboração, pelos alunos, de problemas matemáticos contextualizados. |

FONTE: Os autores (2018).

Os dois primeiros encontros, de cada turma, tiveram duração de uma hora e quarenta e cinco minutos cada um. Nesse momento, os alunos resolveram os problemas da primeira temporada reunidos em grupos de quatro ou cinco participantes. No terceiro encontro, conversamos com cada grupo individualmente e apresentamos a eles a resolução do problema que elaboraram no segundo encontro. Aproveitamos o momento para também conversarmos sobre as estratégias utilizadas para resolução dos episódios da primeira temporada. Este momento teve duração de trinta minutos aproximadamente com cada grupo.

Para a realização da segunda temporada foram programados dois encontros com cada turma, com duração de uma hora e quarenta e cinco minutos cada um. Nesta etapa as atividades foram realizadas pelos alunos individualmente, para observarmos as estratégias individuais elaboradas por eles.

Por fim, a terceira temporada ocorreu em um único encontro, com duração aproximada de quarenta minutos. Nesta última etapa, os alunos elaboraram, individualmente, enunciados de problemas matemáticos utilizando como contexto o seriado D.P.A.

Em tempo, destacamos que há similaridades entre as atividades da primeira e da segunda temporada. Nossa intenção era verificar se os alunos, ao resolverem os problemas da segunda temporada, estabeleciam analogias com os resolvidos na primeira. Segundo Polya (2006, p. 41), "[...] sempre aproveitamos algum problema anteriormente resolvido, usando o seu resultado, ou o seu método, ou a experiência adquirida ao resolvê-lo." Nessa direção, além da análise dos protocolos, realizamos entrevistas com os alunos após a resolução dos problemas, com o propósito de verificar se os alunos mobilizaram conhecimentos aprendidos e/ou experiências anteriores para resolverem um novo problema.

Apresentamos os problemas matemáticos contextualizados criados por nós [grafados, nesta dissertação, em itálico], denominados de episódios, seguidos de nossa intencionalidade com os mesmos e exemplos de resolução.

Iniciamos com um texto introdutório para situar os alunos no contexto criado:

***Primeira temporada***
***Os Detetives do Prédio Azul***

*Sol, Bento e Pippo são os **Detetives do Prédio Azul**. Espertos e curiosos, eles estão sempre bem preparados para desvendar os mistérios e sumiços que ocorrem no prédio. Lá moram muitas pessoas divertidas, amigas e engraçadas. Mas dizem também que nesse prédio tem bruxas e magos!*

*A síndica do prédio, dona Leocádia, não gosta muito de crianças, por isso está sempre implicando com os detetives. Além disso, vive explorando o porteiro Severino. Dizem que ela é uma feiticeira brava e egoísta. O Theobaldo é apaixonado por ela. Ele é um mago de bom coração. Porém, às vezes ele arruma umas confusões... que só mesmo os detetives dão conta de resolver.*

*Mas desta vez, foram tantos os mistérios que os D.P.A. vão precisar da ajuda de vocês para solucionarem os casos. Isso é mais um trabalho para...*

***Os imbatíveis... os invencíveis... os matemáticos...***
***Detetives do Prédio Azul!***

***Episódio I: O sumiço dos sapatos*[22]**

*Já raiou o dia. E é uma linda manhã no Prédio Azul. Tudo parece calmo e tranquilo... até que...*

*Dona Leocádia foi arrumar-se para fazer seu passeio matinal. Foi nesse momento que os moradores do prédio ouviram um grito... "Cadê os meus sapatos florais de 1912?"*

*Irritadíssima ela foi até a recepção do prédio, onde encontrou Sol, Bento e Pippo. Furiosa, pegou um pé de sapato de cada um e disse:*

*- Enquanto os meus sapatos não aparecerem todo mundo vai ficar descalço. E vou trancar esses sapatos no meu armário.*

*Os D.P.A. foram até o apartamento dela e acharam os sapatos florais atrás do sofá. Ela é muito bagunceira e desorganizada, não é mesmo? Mas para reaver os sapatos dos detetives precisam da senha secreta que abre o armário, e a dona Leocádia esqueceu qual é a senha.*

*Agora eles precisam de vocês! Prestem muita atenção nas orientações e ajudem os D.P.A. a descobrir qual é a senha secreta! Isso é mais um trabalho para...*

***Os imbatíveis... os invencíveis... os figuramente planificados...***
***Detetives do Prédio Azul!***

*A senha secreta é composta por três figuras planas. Vocês terão apenas seis chances para descobrir quais são essas figuras. Mas atenção, só digam o nome da figura plana quando vocês tiverem certeza. Não desperdicem suas chances.*

*Para descobrir a senha secreta, vocês deverão fazer o mínimo de perguntas possíveis, e como resposta terão: Sim ou Não. Então observem as características das figuras planas para formular as perguntas. Vamos iniciar a investigação!*

Optamos por limitar em seis as chances de cada grupo para responder a questão, cuja resposta é: retângulo, pentágono e triângulo equilátero. Assim, todas as vezes que os alunos falassem o nome de uma figura plana estariam utilizando uma das chances do grupo. Estabelecemos esse limite para evitar respostas aleatórias, sem as devidas reflexões na busca da resposta correta, ou seja, a descoberta da senha secreta.

O problema apresentado no episódio I é um problema de pesquisa aberta e teve como inspiração a proposta "Vinte perguntas" de Butts (1997). Segundo o autor, este tipo de problema não aponta em seu enunciado uma estratégia de resolução e tem como finalidade incentivar a conjectura. Desse modo, ao propô-lo, tivemos a intenção de instigar os alunos a fazerem conjecturas, elaborar hipóteses e procurar validações.

Nesse problema, selecionamos o conteúdo "Figuras geométricas planas" (CURITIBA, 2016, p. 54). Para resolvê-lo, os alunos precisavam estabelecer relações com conhecimentos aprendidos anteriormente sobre figuras geométricas planas, comparando, nomeando e classificando cada figura, na busca coletiva da solução. Segundo a BNCC

---

[22] Contexto inspirado no episódio D.P.A.: Sumiços do Prédio Azul – Descalçados. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=DGBzVsXfSoc>. Acesso em 14 set. 2017.

(BRASIL, 2017), ao abordar esse conteúdo espera-se que os alunos nomeiem e comparem os polígonos conforme propriedades relativas aos lados.

**Exemplo de resolução:** Projetamos a seguir, um exemplo de diálogo, possível, entre alunos (a) e pesquisadora (p), na tentativa de descobrir a resposta (senha secreta):

> (a) – A primeira figura tem quatro lados?
> (p) - Sim.
> (a) - Todos os lados são iguais?
> (p) - Não.
> (a) - É um retângulo?
> (p) - Sim.

Vale ressaltar, que as perguntas formuladas pelo grupo deveriam ser construídas coletivamente, com o cuidado de apenas dizer o nome da figura geométrica quando tivesse certeza de que se tratava da senha secreta, pois, se ultrapassasse o limite de erros, o cofre não abriria e os detetives perderiam seus sapatos para sempre. Por apresentar um caráter lúdico e desafiador, almejávamos, com esse problema, a participação efetiva dos alunos, na ânsia de "descobrirem" qual era a senha secreta.

***Episódio II: O sumiço do sanduiche[23]***

*Agora, com todos os detetives de pés calçados, dá para aproveitar o resto da manhã. E olha que essa confusão abriu o apetite. Então, é hora do lanche.*

*Essa não! Sumiu o sanduiche do Pippo. Logo hoje que estava recheado com queijo e tomates. Os D.P.A. usaram o "Detector de Cheiros" e descobriram que o lanche do Pippo foi levado para o terceiro andar. Ao voltar para o térreo, os detetives viram o Theobaldo limpando a boca com um guardanapo. Será ele o culpado? Sem pestanejar, Sol perguntou:*

*- Theobaldo, por onde você andou?*

*E o Theobaldo respondeu:*

*- Eu estava... eu estava... Oras, eu peguei o elevador e desci 1 andar. Depois, subi 2 andares e desci 3 andares, aí cheguei aqui no térreo. Mas eu não saí do elevador em nenhum andar. Só saí agora que cheguei aqui no térreo. Detetives, por favor, não contem para a dona Leocádia que eu estava brincando no elevador, ok?*

*E agora? Pensando nessas pistas, em qual andar estava o Theobaldo antes de entrar no elevador? Será que foi ele que pegou o sanduiche do Pippo? Isso é mais um trabalho para...*

***Os imbatíveis... os invencíveis... os raciocinadores...***
***Detetives do Prédio Azul!***

---

[23] Contexto inspirado no episódio D.P.A. – Sumiços do Prédio Azul: Sumiço do lanche. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=aNk_nomwOpA>. Acesso em: 15 set. 2017.

Neste problema foi abordado o conteúdo "Operações fundamentais na resolução de problemas" (CURITIBA, 2016, p. 44). Desse modo, envolvemos situações aditivas (adição e subtração) com números naturais. A expectativa, ao trabalhar com o pensamento numérico, era que os alunos utilizassem propriedades das operações de adição e subtração para desenvolver estratégias próprias de cálculo, além de instigar o desenvolvimento das habilidades de justificar estratégias utilizadas para a resolução e de avaliar a razoabilidade da resposta encontrada, conforme orienta a BNCC (BRASIL, 2017).

Para resolver o problema do episódio II poderia ser utilizado o raciocínio inverso. Assim, o aluno poderia partir do dado final, ou seja, do ponto de chegada, seguir as orientações e descobrir o ponto de partida.

**Exemplo de resolução**: raciocínio inverso.

*Cheguei aqui no térreo*: este é o ponto de chegada.

*Desci 3 andares*: logo, estava no terceiro andar.

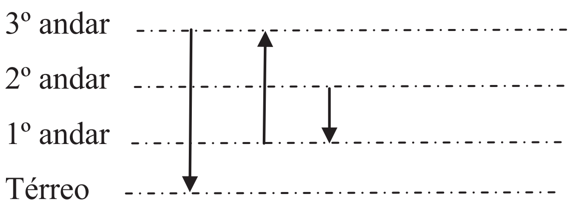
*Subi 2 andares*: antes então, estava no primeiro andar.

*Peguei o elevador e desci um andar*: portanto, o ponto de partida é o segundo andar.

**Resposta:** Theobaldo estava no segundo andar antes de entrar no elevador.

O aluno também poderia resolver esse problema representando a ideia matemática por meio de uma figura:

FIGURA 1 – EXEMPLO DE RESOLUÇÃO: EPISÓDIO II, PRIMEIRA TEMPORADA




FONTE: Os autores (2018)

Traçar uma figura, ou seja, elaborar um sistema de representação gráfica que traduza a ideia matemática em questão, pode auxiliar o aluno a compreender o problema. (POLYA, 2006).

Este problema apresentava duas perguntas a serem respondidas. *"Pensando nessas pistas, em qual andar estava o Theobaldo antes de entrar no elevador? Será que foi ele que pegou o sanduiche do Pippo?"* A primeira pergunta poderia ser respondida com o resultado da resolução do problema matemático: "Theobaldo estava no segundo andar antes de entrar no elevador." Para responder a segunda pergunta era preciso uma leitura atenta do enunciado e situá-lo no contexto: "Se o Detector de cheiros apontou que o lanche estava no terceiro andar e Theobaldo estava no segundo andar, então não foi ele quem pegou o sanduíche do Pippo." Portanto, para responder a essa segunda pergunta, o aluno precisaria estar envolvido no contexto do problema, além de realizar uma leitura atenta do enunciado e interpretá-lo corretamente.

***Episódio III: O Sumiço do DVD do Severino***[24]

*Pronto! Mais um mistério resolvido. Vocês estão ficando bons nisso!*

*Tudo está calmo e tranquilo no Prédio Azul. Depois do almoço, nossos detetives resolveram descansar. O Severino os convidou para um cineminha na recepção. Convite irrecusável, vocês não acham?*

*Mas eis que surge mais uma confusão... "Cadê o filme?". Essa não... sumiu o DVD do Severino.*

*Os D.P.A. estão prontos para mais essa missão. Ao andar pelos corredores do prédio, sentiram um cheirinho de pipoca no ar. E pipoca combina muito com filme, não é mesmo? E esse cheiro vinha do apartamento do Theobaldo.*

*E foi ele mesmo que pegou o DVD do Severino. Ele queria assistir um filme com a dona Leocádia, mas sabe que errou. Não pode pegar nada sem a devida permissão. Como um pedido de desculpas, ele ofereceu pipoca aos detetives. E eles aceitaram, é claro. Tanto a pipoca como o pedido de desculpas. Mas na hora de repartir a pipoca Theobaldo fez uma grande confusão. Olha só!*

*Ele pegou 21 potinhos. Sete potinhos cheios de pipoca, sete potinhos vazios e sete potinhos preenchidos pela metade. Os três detetives querem receber a mesma quantidade, tanto de potinhos quanto de pipoca.*

*Agora Theobaldo precisa muito de sua ajuda. Como essa divisão poderá ser feita de modo que cada detetive ganhe a mesma quantidade de potinhos e de pipoca? Mas atenção! Não poderá transportar pipoca de um potinho para o outro. Isso é mais um trabalho para...*

***Os imbatíveis... os invencíveis... os distribuidores...***
***Detetives do Prédio Azul!***

Este problema teve como inspiração uma das propostas apresentadas no Caderno: "Desenvolvimento de habilidades de leitura e resolução de problemas no 4.º ano" (CURITIBA, 2017)[25] e envolveu números e operações. No entanto, buscamos aprofundar a noção de número, envolvendo também os racionais. Nessa direção, abordamos o conteúdo "Operações fundamentais (números naturais e noções dos números racionais) na resolução de problemas: adição; subtração; multiplicação; divisão." (CURITIBA, 2016, p. 57).

[24] Contexto inspirado no episódio D.P.A.- Confusões de Theobaldo: Cheiro de Pipoca no ar. Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=9i1_8n-25j0>. Acesso em 15 set. 2017.

[25] Disponível em <http://multimidia.educacao.curitiba.pr.gov.br/2017/4/pdf/00133820.pdf > Acesso em: 21 set 2017.

O problema envolveu a ideia de metade, podendo ser representada pela fração unitária um meio (½). Contudo, os alunos poderiam representar tal ideia utilizando-se de outros recursos. Foram envolvidas ideias de equivalência e divisão distributiva, também denominada de repartitiva[26].

Apesar de complexo, consideramos este problema uma tarefa instigante para os alunos, uma vez que requer a aplicação de uma sequência de ações e/ou operações para chegar ao resultado pretendido, conforme preconizam os PCN de Matemática (BRASIL, 1997). A estratégia de resolução precisava ser construída, uma vez que não era possível identificá-la logo na primeira leitura do enunciado. Para tanto, o aluno precisava realizar uma leitura atenta, compreender o problema e identificar as partes principais do mesmo, como a incógnita, os dados e a condicionante. (POLYA, 2006), conforme destacamos a seguir:

a) incógnita: como dividir os 21 potinhos entre os três detetives de modo que cada um ganhe a mesma quantidade de potinhos e de pipoca?
b) dados: há 21 potinhos. Sete potinhos cheios de pipoca, sete potinhos vazios e sete potinhos preenchidos pela metade. Esses potinhos precisam ser divididos igualmente entre três detetives;
c) condicionantes: cada um dos três detetives deverá receber a mesma quantidade de potinhos e de pipoca e não poderá transportar pipoca de um potinho para o outro.

**Exemplo de resolução:**

Para resolver este problema pode-se optar pelo uso de um quadro para a organização dos dados, tal como exemplificamos a seguir.

TABELA 6 – EXEMPLO DE RESOLUÇÃO DO EPISÓDIO III, PRIMEIRA TEMPORADA

| Distribuição dos potinhos de pipoca | | |
|---|---|---|
| Detetive Sol | Detetive Bento | Detetive Pippo |
| 1 PC | 1 PC | 1 PC |
| 1 PC | 1 PC | 1 PC |
| 1 PC | 1 PM | 1 PM |
| 1 PM | 1 PM | 1 PM |
| 1 PV | 1 PM | 1 PM |
| 1 PV | 1 PV | 1 PV |
| 1 PV | 1 PV | 1 PV |

Legenda: **PC** = potinho cheio. **PV** = potinho vazio **PM =** potinho preenchido pela metade

FONTE: Os autores (2018).

[26] Divisão-repartição: situação em que se conhece o número de grupos a ser formado, mas é preciso determinar a quantidade de objetos que integrará cada grupo. (BRASIL, 2008).

**Resposta:** A detetive Sol ganhará três potinhos cheios de pipoca, um potinho preenchido pela metade e três potinhos vazios. O detetive Bento ganhará dois potinhos cheios de pipoca, três potinhos preenchidos pela metade e dois potinhos vazios. O detetive Pippo ganhará dois potinhos cheios de pipoca, três potinhos preenchidos pela metade e dois potinhos vazios.

Neste exemplo de resolução, é interessante observar que Bento e Pippo recebem potes similares (dois cheios, três preenchidos pela metade e dois vazios). Já a detetive Sol recebe os potes de modo diferenciado (três cheios, um preenchido pela metade e três vazios), mas, devido à equivalência, recebe a mesma quantidade de potes (sete) e de pipoca (conteúdo de três potes e meio) recebida por Bento e Pippo.

Neste problema, além da ideia de divisão distributiva (21 potinhos ÷ 3 detetives = 7 potinhos para cada detetive), esperávamos que os alunos estabelecessem relações de equivalência (2 PM = 1 PV + 1 PC), podendo elaborar representações simbólicas para a resolução do problema. Contudo, o maior desafio era resolver o problema atendendo as condicionantes. Nossa intenção ao propor esse problema era verificar que estratégias de resolução os alunos mobilizam diante de situações não rotineiras.

***Episódio IV: A promoção de picolé do Severino*[27]**

*Já é fim de tarde e o pôr do sol é lindo visto da sacada do Prédio Azul. Mas parece que nossos detetives não têm sossego. Aliás, ninguém por lá fica parado.*

*O Severino fez picolé de açaí para vender, e nesse sábado é dia de promoção: quem juntar quatro palitos de picolé poderá trocar por outro picolé. Dona Leocádia juntou 35 palitos. Qual é o maior número de picolés que ela poderá conseguir com essa promoção? Isso é mais um trabalho para...*

***Os imbatíveis... os invencíveis... os organizadores...***
***Detetives do Prédio Azul!***

Este problema teve como inspiração uma das questões da “6ª Jornada de Resolução de Problemas de Matemática – 1.ª fase / 2011[28]”, promovida pela Rede Municipal de Ensino de Curitiba e abordou o conteúdo “Operações fundamentais (números naturais) na resolução de problemas.” (CURITIBA, 2016, p. 51), envolvendo a ideia de divisão-comparação ou de medida.

A divisão-comparação ou de medida refere-se a uma dada situação na qual é preciso saber quantos grupos se pode formar com uma determinada quantidade de objetos, sendo

---

27 Este problema não possui inspiração em um episódio específico, apenas utilizamos o contexto geral do seriado “Detetives do Prédio Azul”.

28 Arquivo pessoal.

também conhecida a quantidade de objetos que deverá compor cada grupo. (BRASIL, 2008). Embora o problema apresente ideia de divisão, o aluno poderia resolvê-lo utilizando outras operações. Nessa direção, esperávamos que os alunos desenvolvessem diferentes estratégias de resolução, utilizando-se das propriedades das operações fundamentais.

Vale ressaltar que um problema matemático envolve, além de conteúdos específicos da área, habilidades linguísticas. Particularmente neste caso, o aluno necessitava realizar uma leitura atenta, para não correr o risco de resolver o problema parcialmente. Nessa direção, destacamos que efetuar a divisão (35 ÷ 4), ainda não responderia ao problema de modo satisfatório, pois era preciso descobrir qual o *maior número de picolés que poderá conseguir com a promoção.* Assim, seria importante considerar que os palitos dos picolés recém-adquiridos também poderiam ser trocados por outros picolés. Portanto, para resolver o problema precisaria efetuar sucessivas divisões, ou sucessivos processos de cálculos, no caso do aluno que escolhesse outra operação como estratégia de resolução.

**Exemplo de resolução:**

O aluno poderia resolver este problema realizando sucessivas divisões, conforme apresentamos na Tabela 7. Para melhor compreensão, utilizamos a seguinte correspondência: divisões realizadas – agrupamentos realizados para a troca dos palitos; quociente – quantidade de picolés recebidos com as trocas; resto: quantidade de sobra dos palitos que não foram possíveis trocar em dado momento; nova quantidade de palitos – junção dos palitos de picolés recém-adquiridos com as trocas e as sobras.

TABELA 7 – EXEMPLO DE RESOLUÇÃO DO EPISÓDIO IV, PRIMEIRA TEMPORADA

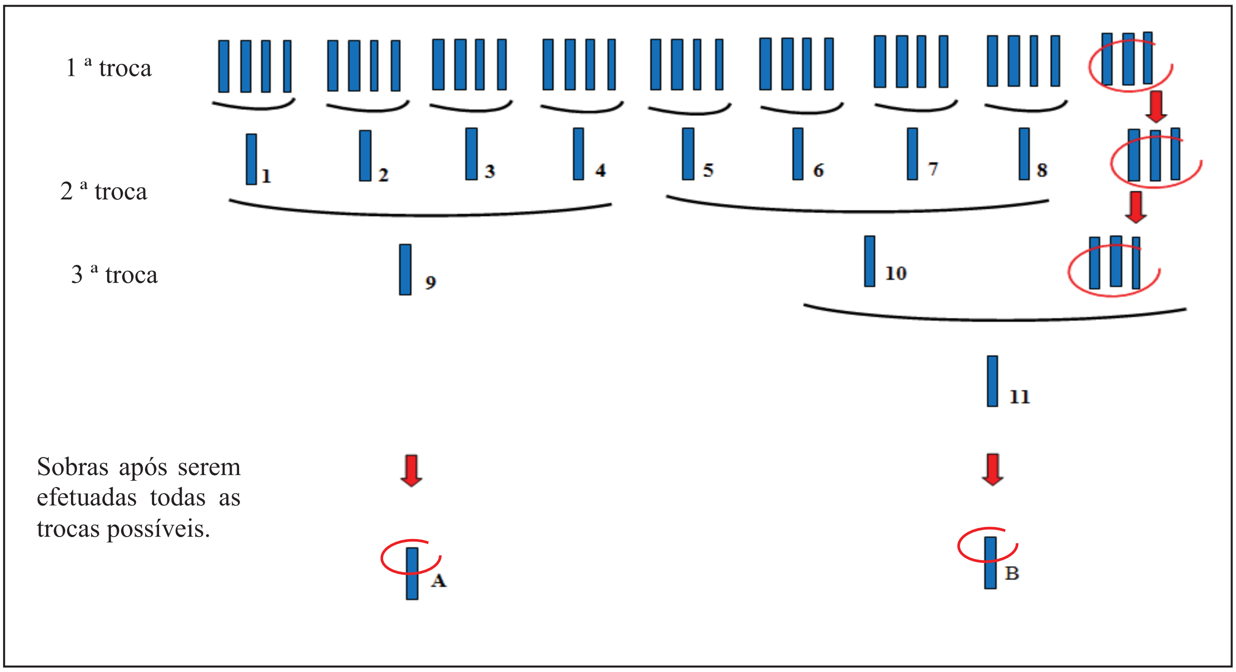
| Divisões realizadas | Quociente | Resto | Nova quantidade de palitos |
|---|---|---|---|
| 35 ÷ 4 | 8 | 3 | 8 + 3 = 11 |
| 11 ÷ 4 | 2 | 3 | 2 + 3 = 5 |
| 5 ÷ 4 | 1 | 1 | 1 + 1 = 2 |

FONTE: Os autores (2018).

Desse modo, após sucessivas divisões, tem-se a seguinte **resposta:** Dona Leocádia poderá conseguir onze picolés com a promoção, fazendo o máximo de trocas possíveis e ainda sobrarão dois palitos.

Assim como no episódio II, o aluno também poderia representar esse problema por meio de uma linguagem gráfica para traduzir a ideia matemática. Na Figura 2, cada palito de picolé é representado por um traço vertical, sendo que a cada linha novos reagrupamentos são realizados, permitindo novas trocas. Os palitos que sobram a cada troca estão circulados.

FIGURA 2 – EXEMPLO DE RESOLUÇÃO: EPISÓDIO IV, PRIMEIRA TEMPORADA




FONTE: Os autores (2018).

Na Figura 2 podemos visualizar sucessivos agrupamentos. Os picolés adquiridos após as trocas estão numerados de 1 a 11, e os palitos que sobraram após todas as trocas possíveis estão nominados como A e B. Nesse problema, além de conhecimentos matemáticos, o aluno precisava mobilizar um conhecimento cotidiano: após consumirmos um picolé, temos ainda o seu palito. Pensando a situação em si parece-nos uma informação óbvia, e às vezes consideramos irrelevante ser dita. Todavia, essa é uma informação fundamental para a resolução do problema, tanto que sua desconsideração leva ao erro.

Este problema permite verificar se o aluno realiza uma leitura atenta do enunciado e considera os dados, a incógnita e a condicionante. Desse modo, o aluno precisava, no primeiro momento, organizar as informações contidas no problema para, posteriormente, estabelecer suas estratégias de resolução.

**Episódio V: Problemas para a dona Leocádia**[29]

*Já é noite no Prédio Azul. Noite de Lua Cheia. Dona Leocádia planejou ir à praia no domingo pela manhã, mas como não tinha óculos escuros, pegou os do Severino. Que feio não é mesmo? Pegou os óculos sem pedir permissão. Mas seu feitiço para ir à praia não deu muito certo e ela ficou presa no quadro junto com a Vó Berta.*

*Agora é a dona Leocádia quem precisa de sua ajuda. Para sair do quadro, ela precisa resolver problemas matemáticos inventados por vocês!*

[29] Contexto inspirado no episódio D.P.A.- Confusões de Theobaldo: Férias da Vó Berta. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=zHppn7uNaJk>. Acesso em 16 set. 2017.

*Só para lembrar... a dona Leocádia poderá pedir ajuda para a professora Flavia para resolver a questão. Então caprichem. Isso é mais um trabalho para...*

***Os imbatíveis... os invencíveis... os inventores...***
***Detetives do Prédio Azul!"***

Nessa questão, foi solicitado aos alunos, ainda organizados em grupo, para elaborarem novos problemas matemáticos considerando o contexto do D.P.A. Nossa intenção era estimulá-los a criar uma situação matemática e traduzi-la por meio de um problema, lembrando que este precisava apresentar uma possível solução.

Incentivar os alunos a criarem problemas matemáticos permite que eles façam uso de sua própria linguagem e contemplem seus interesses e experiências. É também momento do aluno explicitar sua compreensão acerca de conceitos matemáticos, retomando conteúdos anteriormente trabalhados. Além disso, o aluno precisa refletir sobre o que um problema precisa apresentar: contexto, dados e uma pergunta. (BRASIL, 2008).

Partindo dessa premissa, essa questão permite verificar de que modo os alunos compreendem conteúdos matemáticos e como projetam sua aplicação num dado contexto. Também possibilita perceber o destaque dado pelos alunos às partes principais de um problema: os dados, a incógnita e a condicionante.

Para finalizar a primeira temporada, organizamos um encontro para entregar uma devolutiva dos problemas elaborados pelos alunos (episódio V). Neste momento eles observaram e corrigiram a resolução apresentada. Lembramos que os problemas foram resolvidos por esta pesquisadora, contudo dissemos aos alunos que foi a dona Leocádia quem os resolveu, mantendo o "clima" criado com o contexto.

*Olá amigos! A dona Leocádia resolveu os problemas matemáticos que vocês fizeram e hoje ela veio até nossa escola para entregar as soluções. Será que ela conseguiu resolver corretamente? Será que ela usou um feitiço para isso? Vamos corrigir?*

Conversamos com os grupos individualmente, ora na biblioteca, ora na sala de informática, conforme a disponibilidade de espaço disponível apresentado pela escola. Este momento teve a intenção de valorizar as produções dos alunos, além de levá-los a refletir sobre os problemas que elaboraram e a solução apresentada.

Para a segunda temporada, realizamos adaptações no bordão, substituindo "*Detetives do Prédio Azul*" por "*Detetives da Escola XXXXX*[30]", com a intenção de ampliar o envolvimento dos alunos nos contextos criados. Novamente, organizamos os problemas em episódios baseando-nos no seriado D.P.A. Seguimos apresentando os cinco episódios da segunda temporada.

***Segunda temporada***

*Hoje temos novos mistérios que deverão ser resolvidos individualmente. Tenho a certeza de que irão conseguir. Porque vocês são...*

***Os imbatíveis... os invencíveis... os pensadores...***
***Detetives da Escola XXXXX!***

***Episódio I: O sumiço das chaves da diretora***[31]

*Por onde dona Leocádia passa ela arruma confusão. Já era de se esperar né? Ela escondeu as chaves da diretora em uma das salas da escola e deixou uma charada para você! Siga passo a passo as instruções e descubra qual é o número da sala em que estão as chaves. Depois vá até lá e recupere-as para devolver à diretora. Ela ficará muito grata.*
*Charada!*

- *Peguei um dado, e ao jogá-lo caiu no menor número par possível.*
- *Joguei-o novamente e caiu no maior número possível.*
- *Resolvi multiplicar esses dois números.*
- *Joguei o dado mais uma vez e caiu no maior número ímpar possível. Então resolvi somar esse número ao resultado da multiplicação que eu fiz anteriormente.*

*O resultado dessas operações corresponde ao número da sala onde está a chave da diretora. Isso é mais um trabalho para...*

***Os imbatíveis... os invencíveis... os jogadores...***
***Detetives da Escola XXXXX!***

Este problema envolveu os conteúdos "Número par e ímpar; Operações Fundamentais na resolução de problemas;" (CURITIBA, 2016, p. 44). Nossa expectativa era que os alunos identificassem quais eram os números implícitos no problema, segundo a compreensão do conceito de números pares e ímpares, para então resolverem as situações aditivas e multiplicativas propostas.

---

[30] No texto original entregue aos alunos, o bordão "Detetives da escola XXXXX" contém o nome da escola onde a pesquisa foi desenvolvida. Aqui substituímos por XXXXX para preservar a identidade da escola e, consequentemente, dos alunos.

[31] Este problema não possui inspiração em um episódio específico do D.P.A. Procuramos fazer uma relação entre o seriado e o ambiente escolar.

**Exemplo de resolução:**

a) Peguei um dado, e ao jogá-lo caiu no menor número par possível. (2).

b) Joguei-o novamente e caiu no maior número possível. (6).

c) Resolvi multiplicar esses dois números. (2 x 6 = 12).

d) Joguei o dado mais uma vez e caiu no maior número ímpar possível. (5).

e) Então resolvi somar esse número ao resultado da multiplicação que eu fiz anteriormente. (5 + 12 = 17).

f) O resultado dessas operações corresponde ao número da sala onde está a chave da diretora. (Sala número 17).

**Resposta:** As chaves da diretora estão na sala número dezessete.

Esse problema permite verificar como os alunos organizam sucessivas operações para resolver um problema e se identificam os dados e a incógnita por meio de uma leitura atenta.

***Episódio II: O sumiço do penal da professora***[32]

*Tocou a música do sinal. É hora de se divertir. Dona Leocádia não quis ir para o recreio. Ela não gosta muito do barulho de crianças brincando, por isso ficou em nossa sala.*

*Ao olhar pela janela, viu que sua boneca de palha, a Fidélia, estava na horta da escola, no lugar do espantalho. Muito brava, ela escondeu o penal da professora. E agora detetive, a professora precisa muito de sua ajuda.*

*Para achar o penal, a dona Leocádia deixou as seguintes pistas:*

*Eu estava na fila da janela, que tem seis carteiras enfileiradas. Estava sentadinha na segunda carteira. Aí eu pulei duas carteiras para trás. Depois fui três carteiras para frente. Depois eu fui quatro carteiras para trás. E foi lá que eu deixei o penal da professora.*

*E agora detetive? Em qual carteira está o penal? Isso é mais um trabalho para...*

***Os imbatíveis... os invencíveis... os raciocinadores...***
***Detetives da Escola XXXXX!***

Esse problema é similar ao apresentado no episódio II da primeira temporada. Contudo, nesse caso, não é preciso o raciocínio inverso, pois está delimitado o ponto de partida e espera-se que o aluno identifique o ponto de chegada.

Este problema abordou "Operações fundamentais na resolução de problemas" (CURITIBA, 2016, p. 44), envolvendo situações aditivas (adição e subtração) com números naturais. A intenção, ao trabalhar esse problema, era de verificar se o aluno faria alguma

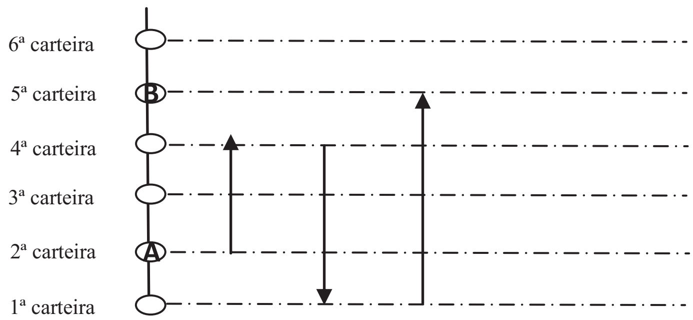
[32] Este problema não possui inspiração em um episódio específico do D.P.A. Procuramos fazer uma relação entre o seriado e o ambiente escolar.

analogia, ainda que pequena, entre os dois problemas (episódio II – primeira temporada e episódio II – segunda temporada) e se utilizaria estratégias de resolução similares.

**Exemplo de resolução:**

Neste problema o aluno pode construir um diagrama para interpretar a situação proposta:

FIGURA 3 – EXEMPLO DE RESOLUÇÃO: EPISÓDIO II, SEGUNDA TEMPORADA




FONTE: Os autores (2018)

Inicialmente, dona Leocádia estava na segunda carteira (representada pelo ponto A). Na sequência, deslocou-se duas carteiras para trás (quarta carteira); três carteiras para frente (primeira carteira) e novamente quatro carteiras para trás, chegando então na quinta carteira (representada pelo ponto B), sendo esse seu ponto de chegada.

**Resposta:** O penal da professora está na quinta carteira da fila da janela.

***Episódio III: O sumiço dos brinquedos***

*Chegou o fim da tarde e dona Leocádia pegou sua boneca Fidélia para ir embora. Mas na saída ela tropeçou em alguns brinquedos esquecidos no pátio coberto da escola e ficou irritadíssima.*

*Por isso, pegou todos os brinquedos que viu pelo caminho e os guardou em um armário codificado. Para abri-lo você precisa descobrir a senha secreta.*

*Dona Leocádia deixou em cima da mesa da diretora cinco pedaços de papéis com números anotados, um desses é a senha correta para abrir o armário.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 137 | 374 | 768 | 1678 | 240 |

*Para descobrir qual é a senha secreta, ela deixou algumas pistas.*

- *É um número par.*
- *O número é composto por três algarismos.*
- *O número é menor do que cinco centenas.*
- *O algarismo 4 está na ordem da dezena.*

*Vamos solucionar mais esse mistério? Isso é mais um trabalho para...*

***Os imbatíveis... os invencíveis... os incríveis...***
***Detetives da Escola XXXXX!***

Este problema abordou o conteúdo Sistema de Numeração Decimal, considerando os princípios decimal e posicional (CURITIBA, 2016). Buscamos articular os termos número e algarismo para observar se dentro de um contexto os alunos diferenciam o significado entre eles, uma vez que é comum alunos dessa faixa etária os confundirem.

Assim como o episódio I, este também envolveu conceitos de par e ímpar. No entanto, consideramos números até a quarta ordem, com o propósito de observar se os alunos analisavam o número para classificá-lo como par ou ímpar, ou se observavam cada algarismo, independente de seu valor posicional.

**Exemplo de resolução:**

- É um número par. (Elimina-se o número 137).
- O número é composto por três algarismos. (Elimina-se o número 1678).
- O número é menor do que cinco centenas. (Elimina-se o número 768).
- O algarismo 4 está na ordem da dezena. (Elimina-se o número 374).

**Resposta:** A senha secreta é 240.

Pedimos aos alunos para descrever que estratégia de resolução seria utilizada, com o propósito não apenas de observar o raciocínio desenvolvido, mas também de incentivar os alunos a fazerem o retrospecto e assim refletir sobre o caminho percorrido na busca da solução.

Ainda nesse problema, consideramos outra estratégia resolutiva possível:

**Exemplo de resolução:**

A análise da última pista fornecida “O algarismo 4 está na ordem da dezena”, permite identificar que a senha secreta é o número 240, uma vez que somente nesta alternativa o algarismo quatro encontra-se na ordem da dezena.

Reconhecemos que a leitura da última pista pode apresentar uma resposta imediata e, consequentemente, tornar inócuo o problema. No entanto, consideramos a importância do professor colocar-se no lugar do aluno e buscar perceber o seu ponto de vista, segundo as orientações de Polya (2006). Desse modo, ponderamos se alunos nessa fase escolar, 4º ano do Ensino Fundamental, percebem dados desnecessários e/ou excludentes de um problema ou se realizam todo o processo de análise, considerando todas as pistas fornecidas.

***Episódio IV: As luvas de banho a seco do Theobaldo*[33]**

*Dona Leocádia já aprontou muito por aqui. Já está na hora dela voltar para o Prédio Azul.*

*Chegando lá, a síndica ficou irritadíssima ao descobrir que a conta de água estava extremamente alta. Logo nos dias de hoje, que precisamos economizar. Então a síndica tomou uma drástica medida: Banho só aos sábados. Mas ninguém gostou da ideia, afinal, os três detetives não querem virar os três porquinhos.*

*Mas o Theobaldo fez um feitiço e inventou um par de luvas para tomarem banho a seco. E olha que funcionou!*

*"Pote pra lá, pote pra cá.*
*Uma poção para tudo ajeitar.*
*Muito tempero do mundo inteiro.*
*No caldeirão vão se misturar! [...]"*[34]

*Como a procura por suas luvas aumentou, Theobaldo decidiu vendê-las e ganhar um dinheirinho! Cada par de luvas custa R$ 4,00. Veja quanto cada detetive possui em dinheiro e verifique quantos pares de luvas cada um poderá comprar!*

***Sol**: nove cédulas de R$ 2,00.*
***Bento:** três cédulas de R$ 5,00.*
***Pippo:** uma cédula de R$ 10,00.*
*Isso é mais um trabalho para...*

***Os imbatíveis... os invencíveis... os comerciantes...***
***Detetives da Escola XXXXX!***

Este problema envolveu o conteúdo "Medidas de valor: sistema monetário brasileiro" (CURITIBA, 2016, p. 53). Nele buscamos abordar uma situação de compra e venda, envolvendo também operações fundamentais na resolução de problemas com números naturais e racionais.

O problema poderia ser resolvido em duas etapas. Na primeira, era preciso realizar a composição de quantidade, para conhecer os valores, expressos em reais, que cada detetive possuía. Estas quantias poderiam ser calculadas por meio da adição ou da multiplicação. Já a segunda etapa envolvia a divisão-comparação, similar à ideia trabalhada no episódio IV da primeira temporada. Nesta etapa, era preciso calcular quantas luvas cada detetive poderia comprar, considerando o valor em dinheiro que cada um possuía.

[33] Contexto do problema inspirado no episódio D.P.A.: Falta D' água. Disponível em: <https://globosatplay.globo.com/gloob/v/5382833/>. Acesso em 21 set. 2017.

[34] Trecho de "Canção do Mago Theobaldo". Essa música é cantada pelo personagem quando faz poções mágicas. Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=X3HWmgNB8Zs> Acesso em 21 set 2017.

**Exemplo de resolução:**

Na primeira etapa, o aluno precisava calcular a quantidade em dinheiro de cada um dos três detetives. Para tanto, poderia realizar a adição de valores ou então utilizar a multiplicação, conforme apresentamos na sequência.

***Sol**: nove cédulas de R$ 2,00.*

R$2,00 + R$2,00 + R$2,00 + R$2,00 + R$2,00 + R$2,00 + R$2,00 + R$2,00 + R$2,00 = R$18,00 ou 9 X R$2,00 = R$18,00

***Bento:** três cédulas de R$ 5,00.*

R$5,00 + R$5,00 + R$5,00 = R$15,00 ou 3 X R$5,00 = R$15,00.

***Pippo:** uma cédula de R$10,00.*

1 X R$10,00 = R$10,00.

Calculada a quantia que cada detetive possuía em dinheiro, era preciso verificar quantos pares de luvas cada um poderia comprar, lembrando que cada par de luvas custava R$4,00.

***Sol**: possuía* R$18,00. Poderia comprar quatro pares de luvas e sobrariam R$2,00.

***Bento:** possuía* R$15,00. Poderia comprar três pares de luvas e sobrariam R$3,00.

***Pippo:** possuía* R$10,00. Poderia comprar dois pares de luvas e sobrariam R$2,00.

Esse problema permitia que os alunos mobilizassem diferentes estratégias de resolução. Desse modo, tínhamos a expectativa de que os alunos utilizassem, com compreensão, propriedades das operações para desenvolver estratégias próprias de cálculo, além de buscar a validação dos resultados encontrados.

***Episódio V: É dia de tomar banho de balde***

*Agora nossos detetives estão um pouquinho mais cheirosos. Mas o Salvatore Tomatini, pai do Pippo, não acreditou muito nessa história, e fez os três detetives tomarem banho com baldes de água. Ainda bem que estava calor.*

*Para o banho, Tomatini separou 15 baldes, sendo cinco baldes cheios de água, cinco baldes vazios e cinco baldes com água pela metade. Como ele poderá dar banho nos detetives utilizando a mesma quantidade de balde e de líquidos para cada um dos detetives? Isso é mais um trabalho para...*

***Os imbatíveis... os invencíveis... os repartidores...***
***Detetives da Escola XXXXX!***

Nesse problema abordamos o conteúdo “Operações fundamentais (números naturais e noções dos números racionais) na resolução de problemas.” (CURITIBA, 2016, p. 57). O problema ainda envolveu as ideias de equivalência e de proporcionalidade, duas noções fundamentais da Matemática.

Esse problema era similar ao apresentado no episódio III da primeira temporada. Contudo, nesse caso, não havia uma das condicionantes: o impedimento de transferir conteúdo de um balde para o outro. Desse modo, tínhamos a intenção de verificar se ao apresentar um problema similar em um novo contexto, os alunos realizariam analogias e se utilizariam estratégias similares de resolução. Ou ainda, se perceberiam a ausência da condicionante que impedia a transferência dos conteúdos dos baldes, podendo então utilizar esse recurso para desenvolver uma nova estratégia.

**Exemplo de resolução**:

Utilizamos raciocínio similar ao apresentado na resolução do episódio III - primeira temporada.

TABELA 8 – EXEMPLO DE RESOLUÇÃO DO EPISÓDIO V, SEGUNDA TEMPORADA

| Distribuição dos baldes de água | | |
|---|---|---|
| Detetive Sol | Detetive Bento | Detetive Pippo |
| 1 BC | 1 BC | 1 BC |
| 1 BC | 1 BC | 1 BM |
| 1 BM | 1 BM | 1 BM |
| 1 BV | 1 BV | 1 BM |
| 1 BV | 1 BV | 1 BV |

Legenda: **BC** = balde cheio. B**V** = balde vazio B**M =** balde preenchido pela metade

FONTE: Os autores (2018).

**Resposta:** A detetive Sol ganhará dois baldes cheios de água, um balde com água pela metade e dois baldes vazios. O detetive Bento ganhará dois baldes cheios de água, um balde com água pela metade e dois baldes vazios. O detetive Pippo ganhará um balde cheio de água, três baldes com água pela metade e um balde vazio.

***Terceira temporada***
***Criando mistérios com os Detetives do Prédio Azul***

*Estamos chegando ao fim de nossa jornada! E vocês mostraram que são ótimos detetives matemáticos!*

*Agora é a sua vez! Crie mistérios envolvendo os D.P.A. e para solucioná-lo proponha problemas matemáticos. Isso é mais um trabalho para...*

***Os imbatíveis... os invencíveis... os inventores...***
***Detetives da Escola XXXXX!***

Retomamos a elaboração de problemas matemáticos pelos alunos, mas agora, individualmente. Nosso propósito era instigar a criatividade dos alunos e estimular a construção de situações matemáticas transcritas por meio de problema. Por conseguinte, avaliar a compreensão dos conceitos matemáticos pelos alunos e de que forma vislumbram seu uso, bem como a compreensão que apresentam sobre as partes principais de um problema: os dados, a incógnita e a condicionante.

Expostos os problemas matemáticos contextualizados e nossa intencionalidade com os mesmos apresentamos, no próximo capítulo, a análise de dados.

# 4 PROBLEMAS MATEMÁTICOS CONTEXTUALIZADOS: ANÁLISE DE DADOS

Tendo em vista investigar como problemas matemáticos contextualizados, que estabeleçam relações com interesses dos alunos, podem instigar a mobilização de conhecimentos, a elaboração de estratégias resolutivas e o desenvolvendo o pensamento autônomo, apresentamos neste capítulo a descrição e análise dos dados coletados no decorrer dos encontros realizados com duas turmas de 4º ano do Ensino Fundamental – Anos Iniciais, de uma escola pública do município de Curitiba (PR).

Os dados que substanciaram esta análise foram: registros das resoluções realizadas pelos alunos; discussões estabelecidas pelos grupos no momento da realização dos problemas matemáticos da primeira temporada, as quais denominamos de diálogos; entrevistas, na modalidade de conversa, realizadas com os alunos após a resolução dos problemas e as anotações realizadas por esta pesquisadora no momento da implementação dos problemas.

Organizamos este capítulo em três seções. Na primeira, trazemos a análise dos dados referentes aos problemas matemáticos da primeira temporada, realizados pelos alunos organizados em grupos. Na segunda seção, tratamos dos problemas que compuseram a segunda temporada, resolvidos individualmente pelos alunos. Na terceira seção, apresentamos os enunciados dos problemas matemáticos elaborados pelos alunos individualmente, constituindo a terceira temporada.

## 4.1 PRIMEIRA TEMPORADA: SOLUCIONANDO MISTÉRIOS COM OS D.P.A.

Para a implementação dos problemas matemáticos contextualizados da primeira temporada organizamos os alunos em grupos de quatro ou cinco participantes. Assim, tivemos seis grupos na turma da manhã, os quais denominamos de A, B, C, D, E e F, e seis grupos na turma da tarde, denominados de G, H, I, J, K e L. Para nomear os grupos optamos por letras maiúsculas. Atendendo ao compromisso de preservar a identidade dos alunos, atribuímos a cada um a letra correspondente ao grupo do qual fazia parte, grafada em minúscula, seguido de uma numeração. Exemplificando, os alunos que compunham o grupo A, são denominados nessa dissertação de a1, a2, a3, a4 e a5. Já para indicar a fala desta pesquisadora, tanto nos diálogos como nas entrevistas, utilizamos a letra p.

Primeiramente, foi explicado aos alunos que a primeira temporada era composta por cinco episódios e que seriam trabalhados um de cada vez. Julgamos importante informá-los sobre o planejamento das atividades, para que tivessem conhecimento da proposta como um todo.

A cada episódio entregue, os alunos realizavam uma leitura silenciosa e individual do enunciado do problema. Essa etapa é de grande importância, pois é o momento em que o aluno tem "[...] a possibilidade de refletir, de colocar-se em contato com a linguagem matemática e desenvolver sua própria compreensão do problema proposto." (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 45). Na sequência, um aluno lia o problema em voz alta.

Dando continuidade, foram estabelecidas discussões com a turma com o intuito de provocar reflexões sobre os enunciados dos episódios. As indagações abordavam a interpretação do contexto, o mistério a ser desvendado e o problema matemático envolvido para solucioná-lo.

Esse diálogo inicial, segundo Polya (2006), auxilia os alunos a compreenderem o problema e a questão a ser resolvida, além de identificar os dados apresentados e suas relações com a referida questão.

Após esta breve discussão, os alunos retomavam a leitura do episódio com a atenção voltada para os dados do problema, para então formular hipóteses, elaborar e desenvolver estratégias resolutivas e buscar por validação. Para Allevato e Onuchic (2014) este momento é importante para promover a troca de ideias entre os pares acerca das compreensões, além de viabilizar o exercício da oralidade e aprimorar formas de expressão e argumentação, na busca de ser entendido pelo outro.

Concluídas as resoluções, um representante de cada grupo era convidado a registrar a estratégia resolutiva no quadro-de-giz para que as ideias fossem discutidas, sob a mediação desta pesquisadora, na busca de uma solução que atendesse ao problema.

A organização didática para a implementação dos problemas matemáticos da primeira temporada aproxima-se da metodologia proposta por Allevato e Onuchic (2014) como sugestão para o trabalho com resolução de problemas em sala de aula.

### 4.1.1 Episódio I, primeira temporada: O sumiço dos sapatos

No episódio I, O sumiço dos sapatos, os alunos precisavam investigar qual era a senha secreta, composta por três figuras geométricas planas, que abriria o armário para recuperar os sapatos dos detetives que Leocádia havia escondido.

Para isso, cada turma foi organizada em três equipes. Apresentamos no Quadro 7 a composição das equipes e as senhas que cada uma precisava descobrir, por meio de uma investigação matemática.

QUADRO 7 – ORGANIZAÇÃO DAS EQUIPES PARA RESOLUÇÃO DO EPISÓDIO I - PRIMEIRA TEMPORADA

| Período | Equipes | Grupos participantes | Senha secreta |
|---|---|---|---|
| Manhã | Equipe 1 | E e F | Heptágono, hexágono e retângulo. |
| | Equipe 2 | A e D | Quadrado, triângulo equilátero e hexágono. |
| | Equipe 3 | C e B | Triângulo isósceles, octógono e quadrado. |
| Tarde | Equipe 4 | G e L | Heptágono, hexágono e retângulo. |
| | Equipe 5 | H e K | Quadrado, triângulo equilátero e hexágono. |
| | Equipe 6 | I e J | Triângulo isósceles, octógono e quadrado. |

FONTE: Os autores (2018).

Ao propor esse problema, intencionamos instigar os alunos a conjecturar, elaborar hipóteses, buscar em sua memória conceitos anteriormente aprendidos e fazer associações, na construção coletiva da resolução.

Observamos em ambas as turmas que os alunos apresentaram-se concentrados no decorrer da atividade, uma vez que as perguntas elaboradas por eles complementavam-se, evidenciando um esforço coletivo na busca da solução. Apresentamos um trecho do diálogo estabelecido com a equipe 4.

**l5:** Tem mais que quatro lados?
**p:** Sim.
**l1:** Todos os lados são iguais?
**p:** Sim.
**g1:** Tem mais que seis lados?
**p:** Sim.
**g2** Teria menos que oito lados?
**p:** Sim.
**g2:** Pode falar se a gente souber qual é?
**p:** Sim.
**g5:** É um heptágono?
**p:** Sim.

Neste caso, as perguntas de g1 e g2 complementaram-se e g5 elaborou a resposta final, o que demonstra o trabalho em conjunto. Mas em outros momentos, percebemos equívocos cometidos por alguns alunos, como mostra o trecho do diálogo estabelecido com a equipe 5:

**h2:** São lados iguais?
**p:** Sim.

**h4:** Tem três lados?
**p**: Sim.
**h3:** É um heptágono?
**p**: Não.
**k4:** É um triângulo equilátero?
**p**: Sim.

No momento em que h3 perguntou se era um heptágono a equipe demonstrou muito nervosismo. Diante disso, k4 justificou o porquê do tumulto: “Você tinha falado que são três lados. E ela falou: É um heptágono? Mas você já tinha falado que tem três lados. E o heptágono tem mais de seis lados.” Observamos na fala de k4 uma reflexão sobre a fala de h3 tendo como base o conteúdo matemático abordado, a nomenclatura de figuras geométricas planas de acordo com a quantidade de lados.

Desse modo, entendemos que a investigação matemática proposta possibilitou a mobilização de conhecimentos conceituais anteriores, a reflexão acerca da fala do outro e o desenvolvimento da habilidade de argumentação, contribuindo para o processo de aprendizagem. Também é importante ressaltar que nesse momento foi necessário trabalhar com os alunos uma postura cidadã, de respeito ao outro diante de um erro ou dificuldade, pois o erro é um ponto de partida para novas reflexões, podendo auxiliar à construção do conhecimento.

Dando continuidade, o diálogo com a equipe 6 também gerou tumulto na turma:

**i1:** Os lados são diferentes?
**p**: Não.
**i3:** Tem menos de cinco lados?
**p:** Não.
**i3:** Tem lados?
**p**: Sim.

No momento em que i3 perguntou se a figura tinha lados, a turma agitou-se, sendo necessária a participação desta pesquisadora:

**p:** O que você pensou ao fazer essa pergunta?
**i3:** Que poderia ser um círculo.
**j5**: Tem menos que seis lados?
**p:** Não.
**i1:** É um octógono?
**p**: Sim.

Ao entender o raciocínio de i3, a equipe deu continuidade às perguntas, buscando descobrir a segunda figura geométrica plana da senha secreta. A partir desse ponto, os próximos diálogos, das três equipes da tarde, sempre iniciavam com a indagação: “Tem lados?” Entendemos que os alunos, a partir do pensamento de i3, identificaram o caráter excludente da pergunta, uma vez que se a resposta desta pesquisadora fosse não, a figura seria imediatamente identificada, ou seja, seria um círculo.

Observamos que os alunos compreendiam a diferença entre círculo e polígonos, contudo não utilizavam vocabulário próprio da Matemática. Desse modo, esta pesquisadora explicou à turma os dois conceitos, sendo o círculo uma figura plana limitada por uma circunferência ou linha curva e os polígonos limitados por segmentos de reta. Todavia, esta explicação foi realizada após a finalização do episódio I, para não interromper o caráter lúdico da atividade, ou seja, descobrir a senha secreta e recuperar os sapatos dos detetives.

Consideramos importante não apenas valorizar os conhecimentos prévios dos alunos, mas também utilizá-los como ponto de partida para novas aprendizagens. Nessa direção, a pergunta elaborada por i3, possibilitou a sistematização do conhecimento matemático e a ampliação vocabular, na medida em que foram trabalhados novos conceitos acerca do conteúdo em questão. Em vista disso, concordamos com Onuchic (1999) que o trabalho com problemas matemáticos desencadeia a aprendizagem de novos conceitos além de reestruturar outros já existentes.

O episódio I apresentou caráter lúdico e desafiador, além de envolver um tema de interesse dos alunos, os D.P.A. Os alunos participaram ativamente, pois apesar de nem todos elaborarem perguntas, uma vez que nem sempre se consegue contemplar a fala de todos em turmas numerosas, foi possível perceber postura atenta e motivada de ambas as turmas. Percebemos que os alunos mostraram-se ansiosos no decorrer dos diálogos investigativos. Inquietos nas carteiras, mexiam braços e pernas, vibravam a cada acerto, esboçavam sorrisos, batiam palmas e até mesmo realizavam pequenos passos de dança como comemoração a cada figura descoberta. É interessante relatar que os alunos não assumiram uma postura competitiva, pois vibravam também com os acertos das outras equipes.

Por meio deste problema, os alunos compararam e nomearam polígonos conforme propriedades relativas aos lados. Além disso, puderam exercitar habilidades linguísticas como comunicação por meio de uma linguagem matemática, formulação de perguntas e aprimoramento de uma escuta atenta, buscando na fala do outro informações pertinentes.

### 4.1.2 Episódio II, primeira temporada: O sumiço do sanduíche

No episódio II, O sumiço do sanduíche, os alunos precisavam responder duas perguntas: a) Em qual andar estava Theobaldo antes de entrar no elevador? b) Será que foi ele que pegou o sanduiche do Pippo?

Após a leitura, individual e coletiva, do episódio foi estabelecida uma conversa com os alunos, com o propósito de interpretar e compreender o enunciado do problema. Apresentamos um trecho dessa conversa com os alunos da turma da manhã:

> **p:** Qual é o problema desse episódio?
> **d2:** Sumiu o sanduíche do Pippo.
> **p:** E agora? O que eles precisam descobrir?
> **c3:** Quem pegou o sanduíche.
> (...)
> **p**: Há duas perguntas a serem respondidas. Qual é a primeira pergunta?
> **a3:** Em qual andar estava Theobaldo antes de entrar no elevador?
> **p:** E a segunda pergunta?
> **d2:** Será que foi ele que pegou o lanche do Pippo?
> **d3:** Não sabemos. Precisamos seguir as pistas e fazer uma investigação.

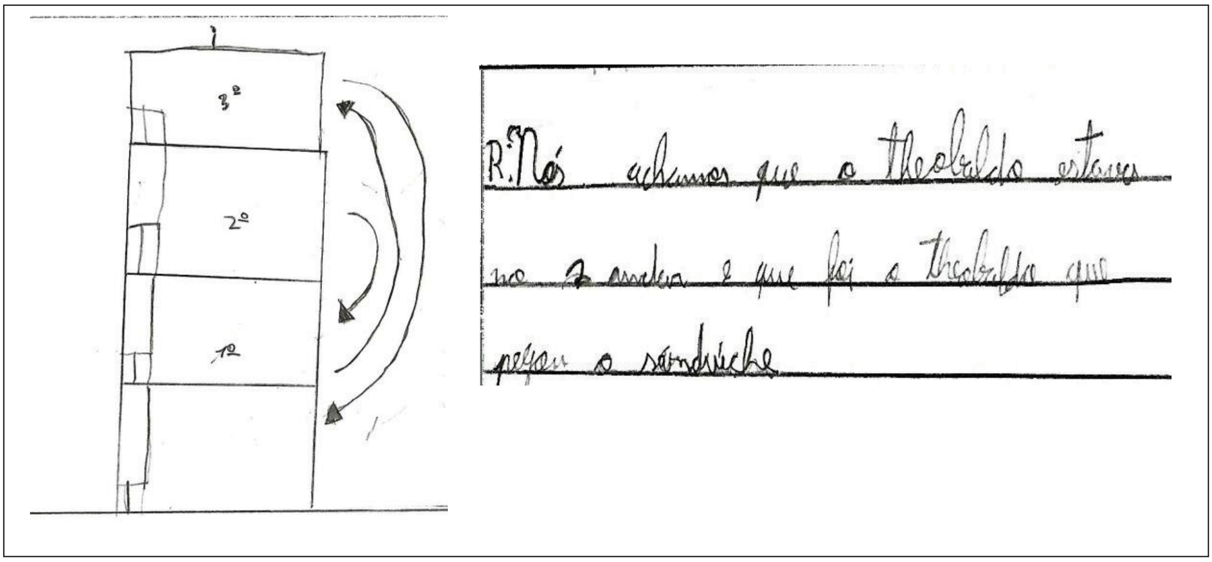
Percebemos que o foco dos alunos estava na incógnita do problema, sendo o mistério a ser desvendado a preocupação principal. Também é interessante observar que d3 ao dizer "Não sabemos. Precisamos seguir as pistas e fazer uma investigação", posicionou-se como um detetive diante de um mistério, assumindo a responsabilidade pela resolução do problema, além de apresentar envolvimento com o contexto criado.

Desse modo entendemos que o episódio II não só constituiu-se um desafio para os alunos, como também foi aceito por eles no momento em que assumiram a responsabilidade pela sua solução. Segundo Polya (1962), para que o aluno se interesse pelo aprendizado, o problema proposto precisa merecer o seu esforço e deve apresentar sentido para o mesmo. Assim, estando os alunos motivados a resolver o problema, deu-se início as discussões em grupo para a elaboração de estratégias resolutivas.

Sete dos doze grupos elaboraram uma figura ou esquema como estratégia de resolução, sendo que cinco grupos representaram o andar térreo. Segundo Polya (2006), a elaboração de uma representação gráfica que traduza a ideia matemática em questão, pode ajudar os alunos a compreenderem o problema.

Apresentamos na Figura 4A um exemplo de resolução por meio de figura para o episódio II da primeira temporada, construído pelo grupo I.

FIGURA 4A – RESOLUÇÃO DO GRUPO I: EPISÓDIO II, PRIMEIRA TEMPORADA




FONTE: Dados da pesquisa.

Na Figura 4A, o registro de setas é uma representação do caminho percorrido por Theobaldo ao subir e descer os andares do prédio. No momento da entrevista, i1 explicou a estratégia de resolução formulada pelo grupo:

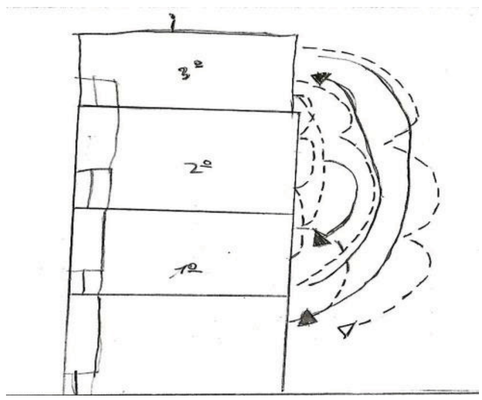
> **i1:** A gente viu que ele estava no andar dois. Aí a gente usou flechas para colocar quantos andares ele foi descendo e subindo. Do segundo andar ele desceu um andar e foi pro primeiro andar. Do andar um ele foi pro terceiro, porque subiu dois. Depois disso ele desceu três e foi para o térreo.

Nesse momento, i2 complementou a explicação do colega:

> **i2:** A gente descobriu que ele estava no segundo andar porque a gente foi tentando de número em número, aí a gente viu que ele estava no segundo.
> **p:** Então vocês fizeram outras tentativas?
> **i2:** Sim. E a gente viu que o segundo andar era o único que dava.

Percebemos, por meio das falas de i2, que diferentes hipóteses foram formuladas e testadas pelo grupo até obterem a solução correta. Também é perceptível, a olho nu, a construção de outras hipóteses pelas marcações de setas apagadas na folha de resolução (Figura 4A). Em tempo, reapresentamos a resolução do grupo I (Figura 4B), com tracejado feito por nós ressaltando as setas que foram apagadas por esses alunos, com o intuito tornar visíveis as hipóteses por eles formuladas e, posteriormente, descartadas.

FIGURA 4B – RESOLUÇÃO DO GRUPO I EPISÓDIO II (COM INTERVENÇÃO)




Fonte: Dados da pesquisa.

Uma postura investigativa também é evidenciada na fala de i2: “A gente descobriu que ele estava no segundo andar...”. Percebemos assim que o grupo I elaborou diferentes hipóteses e buscou por validações, refletindo de modo consciente para alcançar um fim desejado, isto é, a solução do problema.

Esse movimento cognitivo de construção de estratégias resolutivas por meio da reflexão e interação entre os pares também é evidenciado no diálogo do grupo C.

> **c3**: Ele desceu um andar, foi pro térreo, aí subiu mais dois, chegou no segundo, daí ele desceu mais três, chegou no térreo e ficou.
> **c4:** Sim, só que aí não foi do terceiro, foi do segundo pro térreo, não tem como.
> **c3**: Não tem como, ele sair do segundo e ir pro térreo de volta. Está confuso.
> (...)
> **c2**: Olha, ele estava no segundo andar, ele desceu um andar, subiu dois, desceu três. Então ele estava no segundo andar.
> (...)
> **c1**: Vamos fazer todos os andares, ler todas as perguntas para a gente ter certeza da nossa teoria. Que nossa teoria está certa. Na nossa teoria está no segundo.

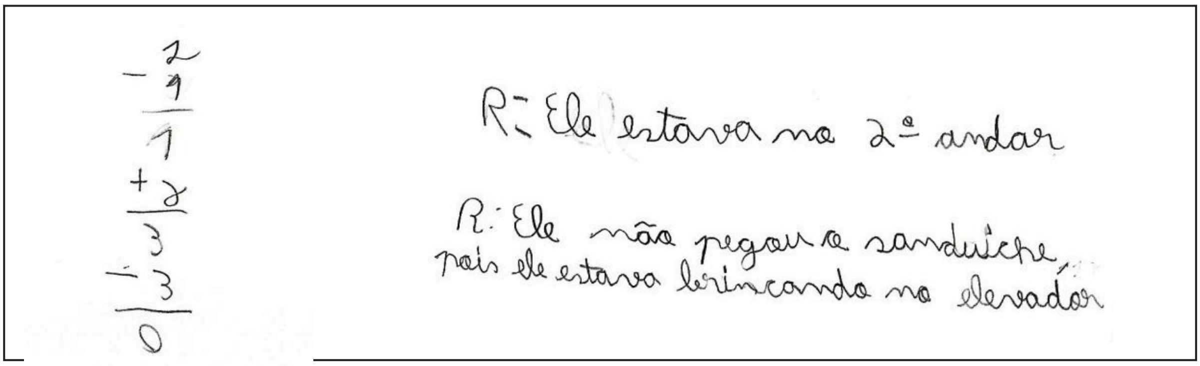
Neste diálogo percebemos a construção coletiva da resolução do problema, na qual um aluno compreende a ideia expressa pelo outro e argumenta segundo seu entendimento acerca do problema. Esse momento permitiu que os alunos desenvolvessem não só a habilidade de se expressar por meio de uma linguagem matemática, como também a reflexão e a argumentação. Assim, a troca de ideias entre os pares contribuiu para o entendimento do problema e para a construção de estratégias de resolução, tal como observado na pesquisa de Cybis (2014).

Após o processo de elaboração de hipóteses e busca por validações, o grupo C concluiu que Theobaldo estava no segundo andar. Diante disso, c1 propôs rever o problema para conferir se a resposta estava correta. Na fala de c1 nos chama a atenção o uso da palavra *teoria*. Em nosso entendimento, para este aluno Theobaldo estaria no segundo andar, mas ainda não tinha certeza, sendo necessário verificar a solução.

Esse momento ilustra a quarta etapa do processo de resolução de problemas descrita por Polya (2006), o retrospecto. É interessante observar que a intenção de avaliar se a resposta obtida responde ao problema partiu naturalmente do aluno, o que revela o posicionamento deste como responsável pela construção do conhecimento matemático.

Outros três grupos utilizaram cálculos como estratégia de resolução. Como exemplo, apresentamos na Figura 5 a resolução elaborada pelo grupo D:

FIGURA 5 – RESOLUÇÃO DO GRUPO D: EPISÓDIO II, PRIMEIRA TEMPORADA




FONTE: Dados da pesquisa.

Theobaldo estava no segundo andar e desceu um andar (2 – 1 = 1). Subiu dois andares (1 + 2 = 3). Por fim, desceu três andares (3 - 3 = 0). Neste caso, os alunos construíram sentido para as operações matemáticas, utilizando a adição para calcular os andares que Theobaldo subiu e a subtração, para calcular os andares que desceu, além de utilizarem o zero para representar o andar térreo. Estratégia similar foi apresentada pelos grupos L e H.

Reiteramos que para Skovsmose (2000), os alunos precisam estar engajados com a aprendizagem, para então refletir sobre a Matemática e como utilizá-la em determinadas situações. Nessa direção, entendemos que os grupos D, L e H por estarem envolvidos com o contexto do problema e motivados pela busca de solução, mobilizaram conhecimentos anteriores para comporem as estratégias resolutivas, traduzindo os dados do problema em uma linguagem matemática.

O primeiro cálculo realizado pelo grupo D (2 - 1 = 1) parte do princípio que Theobaldo estava no segundo andar antes de entrar no elevador. Desse modo, é interessante observar o diálogo estabelecido pelo grupo para identificar como essa hipótese foi construída.

No primeiro momento o grupo elaborou uma solução equivocada, sendo necessária a participação desta pesquisadora, como mostra o diálogo a seguir:

> **d3**: Olha, a gente descobriu que ele estava no primeiro andar, desceu pro térreo de novo.
> **p**: Então agora confirmem se saindo do primeiro andar e fazendo todo esse trajeto ele vai chegar ao térreo.
> **d3:** Sim. Porque ele estava no primeiro andar, desceu um foi pro térreo, subiu dois foi pro segundo andar.
> **d1**: Depois desceu três.
> **p:** Se estiver no segundo andar e descer três, chega ao térreo?
> **d1:** Não.
> **d3**: Vamos refazer.
> **d2**: Ele estava no segundo andar, então... Deixa eu explicar. Ele estava no segundo andar, desceu um, ficou no um, subiu dois, ficou três, desceu três. Onde é que ele foi parar? Então ele estava no segundo andar.

Neste grupo o retrospecto foi realizado a pedido desta pesquisadora. Prontamente, d3 apresentou a resolução descrevendo-a oralmente, porém sem perceber o erro, sendo necessário questionar o grupo novamente: “Se estiver no segundo andar e descer três, chega ao térreo?” Imediatamente d1 percebeu o equívoco e d3 propôs que a questão fosse refeita. A partir desse momento, os alunos envolveram-se na formulação de uma nova hipótese de resolução e a participação desta pesquisadora tornou-se dispensável. Assim, d2 desenvolveu nova hipótese, desta vez correta.

Percebemos, nesse caso, que o retrospecto auxiliou os alunos a refletir sobre o próprio pensamento, pois ao reconstruir o caminho percorrido no processo de resolução foram capazes de perceber falhas nas hipóteses elaboradas e reorganizar as ideias na busca de outra solução para o problema.

Identificamos que tanto os grupos que optaram por uma figura como estratégia de resolução como os que utilizaram cálculos apresentaram características das quatro etapas descritas por Polya (2006) para a resolução de problemas.

A primeira etapa, compreensão do problema, deu-se por meio de conversa e discussão coletiva. As segunda e terceira etapas ocorreram quase simultaneamente, num processo de interdependência, pois, ao passo em que uma hipótese era formulada buscava-se sua validação, ou seja, estabelecia um plano e colocava-o em ação. No entanto, apesar do surgimento de diferentes hipóteses, nenhum grupo modificou a estratégia de resolução adotada inicialmente, seja a elaboração de uma figura ou a utilização de cálculos. Por fim, ocorreu o retrospecto, já discutido anteriormente.

Observamos ainda que o grupo F não registrou estratégias de resolução em folha, optando por discutir oralmente o caminho realizado por Theobaldo, formulando e descartando hipóteses até chegar à resposta correta.

Já o grupo G no primeiro momento elaborou uma figura como estratégia de resolução, a qual foi descartada, dando lugar à soma 3 + 2 + 1 = 6. No diálogo estabelecido pelo grupo percebemos que g1 em vários momentos questionava: "Que conta a gente faz?" Em nosso entendimento, a preocupação em identificar um algoritmo que resolvesse o problema, tal como uma "receita", dificultou a construção, pelo grupo, de estratégias de resolução a partir da compreensão do contexto apresentado.

No entanto, o contexto foi considerado no momento do retrospecto. Apesar de obter seis como resposta por meio da soma realizada (3 + 2 + 1 = 6) o grupo registrou que Theobaldo estava no terceiro andar. Ao serem questionados sobre o porquê de a resposta não ser condizente com o resultado do cálculo realizado, g1 disse que no prédio havia apenas três andares. Consideramos aqui a influência do contexto do problema, pois tendo o prédio dos D.P.A. o andar térreo e mais três andares, não seria possível que Theobaldo estivesse no sexto andar. Diante disso, esta pesquisadora questionou novamente o grupo sobre a necessidade do cálculo realizado uma vez que ele não respondia ao problema, mas os alunos não souberam justificar a escolha da estratégia desenvolvida.

Destacamos que há diferença entre o cálculo apresentado pelo grupo D, no qual há significado para as operações realizadas, e o apresentado pelo grupo G. Sendo nesse último, em nosso entendimento, extraído os dados numéricos do problema e efetuado uma adição sem uma justificativa plausível para a realização do cálculo, uma vez que o grupo não sabia explicar a estratégia utilizada além de desconsiderar o resultado obtido como resposta.

O problema ainda trazia uma segunda pergunta: se foi Theobaldo quem pegou o lanche do Pippo. Esperávamos que os alunos desenvolvessem o seguinte raciocínio: se o lanche foi levado para o terceiro andar e o Theobaldo estava no segundo, logo ele não era o culpado.

Percebemos nos diálogos estabelecidos pelos grupos que essa questão foi debatida no decorrer de todo o processo de resolução, o que mostra envolvimento com o contexto criado, uma vez que, como detetives, precisavam, e desejavam, resolver esse mistério. Identificamos uma preocupação em compreender o contexto do problema para então resolver a segunda questão, como revela a fala de d1: "A gente vai ter que entender a história para responder, ler desde o começo até o fim." Após a releitura do problema e considerando o contexto criado, nove grupos chegaram à resposta esperada, tal como mostram as sentenças formuladas pelos grupos C, F e H.

> **Grupo C:** O Theobaldo não pegou o lanche do Pippo. Porque o lanche estava no 3º andar e ele estava no 2º andar.
> **Grupo F:** Ele não é o culpado. Porque ele não saiu do elevador, só no térreo.
> **Grupo H:** Ele não comeu o sanduíche do Pippo. Porque ele não estava no andar onde o lanche estava.

Os grupos C e H expuseram de forma clara o raciocínio desenvolvido e defenderam, com base nos dados apresentados pelo contexto, a inocência de Theobaldo. Já o grupo F, apesar de também considerar que Theobaldo não era o culpado, não apresentou argumentos claros na formulação da resposta. Desse modo, buscamos no diálogo estabelecido por esse grupo maior compreensão do raciocínio desenvolvido.

> **f3**: Só quando ele chegou no térreo que ele saiu do elevador, só no térreo. Então ele não é o culpado, porque o sanduíche estava no terceiro andar.
> **f4**: Mas espera aí, se ele estava brincando, ele foi para o terceiro andar.
> **f2**: Mas ele não saiu em nenhum andar.
> **f3**: Ele não é o culpado.
> **f4**: Verdade, ele não é o culpado.
> **f1**: Nós somos os D.P.A.
> **f3**: Nós somos os imbatíveis, os invencíveis, os raciocinadores... Detetives do Prédio Azul.

Observamos que os dados apresentados pelo contexto do problema também foram considerados pelo grupo F ao discutirem a segunda questão. O diálogo entre os pares foi de grande valia, pois foi possível observar que f2 e f3 auxiliaram f4 com a interpretação do enunciado e, consequentemente, a compreensão do problema. As falas finais, de f1 e f3, reafirmam o envolvimento dos alunos com o contexto criado, ao assumirem o papel de detetives solucionadores de problemas. Após encontrar a solução do problema, o grupo seguiu discutindo sobre quem seria o culpado:

> **f4:** Tá, mas quem é o culpado?
> **f3:** A gente não descobriu. A gente não tem pistas.

Nessa direção, percebemos que o grupo F mesmo após concluir o problema não o deu por finalizado, pois ficou interessado em saber quem pegou o sanduíche. Em nosso entendimento, o grupo considerou o contexto do problema em sua totalidade, não dissociando contexto linguístico e dados matemáticos.

O grupo B não opinou sobre a suposta culpa de Theobaldo, alegando que “Não tem como saber se foi ele. Tem que ter provas para saber.” Já os grupos I e J consideraram-no culpado, apoiando-se em algumas evidências fornecidas pelo contexto, como por exemplo o fato de ele estar limpando a boca com um guardanapo e gaguejar ao conversar com os detetives. Todavia, desconsideraram a resposta obtida anteriormente, que Theobaldo estava no segundo andar, e que ele só desceu do elevador no andar térreo.

Previamos que algumas sentenças do enunciado do problema – como limpar a boca com guardanapo e gaguejar - poderiam influenciar na resposta dos alunos, induzindo-os ao erro. Contudo, se as retirássemos o problema tornar-se-ia menos desafiador, impedindo que discussões interessantes fossem estabelecidas. Em vista disso, optamos por manter as sentenças no enunciado. Desse modo foi possível perceber que, mesmo discutindo tais evidências, a maioria dos grupos ateve-se à questão lógica, tal como relatou o grupo K: “Não foi o Theobaldo, pois ele não passou pelo 3º andar”.

Consideramos que o contexto apresentado no episódio II foi significativo para os alunos. Onze dos doze grupos conseguiram estabelecer estratégias próprias de resolução com base na interpretação e compreensão do enunciado do problema. Entendemos que os alunos despenderam esforços na busca de uma solução pelo fato de o problema apresentar sentido para eles, por envolver um tema de interesse por eles elencado. Além disso, os alunos posicionaram-se como detetives resolvedores de problemas, o que também agregou ludicidade à atividade proposta.

### 4.1.3 Episódio III, primeira temporada: O sumiço do DVD do Severino

No episódio III, O sumiço do DVD do Severino, os alunos precisavam ajudar Theoblado a dividir potinhos de pipoca entre os três detetives do Prédio Azul. Tal divisão precisava atender a seguinte condicionante: cada detetive precisava receber a mesma quantidade de potinhos e de pipoca. O problema envolveu ideia de metade, equivalência e divisão distributiva, também denominada de repartitiva.

Após a leitura e conversa inicial para a compreensão do problema, bem como a identificação dos dados e da incógnita, os alunos iniciaram as discussões na busca de estratégias de resolução.

Observamos que o grupo K iniciou a discussão considerando tanto a quantidade de potes como a de pipoca para realizar a distribuição, como mostra o diálogo a seguir:

**k1:** Não vai dar, tem sete potes. Vai sobrar assim.
**k3:** Não tem como dividir pra cada um. Não vai dar pra fazer.
**k2:** Claro que dá. Só não pode faltar.
**k1:** Mas pensa. Três mais três é seis. Mais um... Vai sobrar.
**p:** É preciso distribuir sem sobrar.
**k2:** Daria certo se desse sete pra um, sete pro outro e sete pro outro.
**k3:** Mas não dá, tem que ter a quantidade certa. É que daí alguns não vão ganhar nada.

Os alunos representaram os dados do problema por meio de figuras e realizam a distribuição dos potes um a um, mas ao observarem que desse modo sobraria um pote cheio, um pote vazio e um pote preenchido pela metade descartaram a hipótese lançada e apagaram os registros. Na sequência realizaram o algoritmo da divisão (21 ÷ 3 =7). Porém consideraram que a resposta encontrada pouco contribuía para a resolução do problema, decidindo apagar também o algoritmo efetuado e buscar novas estratégias.

O algoritmo da divisão (21 ÷ 3 =7) foi utilizado como estratégia resolutiva por dez dos doze grupos participantes. Em nosso entendimento, tal algoritmo foi utilizado pela maioria pelo fato de o termo “divisão” estar presente no enunciado do problema na seguinte sentença: “Como essa divisão poderá ser feita de modo que cada detetive ganhe a mesma quantidade de potinhos e de pipoca?” Desse modo, o termo em questão apresentava-se como palavra-chave, desencadeando processos resolutivos.

O diálogo estabelecido pelo grupo D revela que os alunos iniciaram o planejamento na busca de solução considerando o termo divisão:

**d1**: Como a gente vai fazer? A gente vai fazer dividido por sete?
**d2**: A gente tem que dividir.
**d4**: Vamos fazer o que dividido pelo quê?
**d2:** Eu faço a conta.
**d1:** Faz vinte e um dividido por sete.

De modo parecido, observamos no diálogo estabelecido pelo grupo J a busca de dados numéricos do problema para compor o algoritmo da divisão.

**j5**: Mas qual vai ser a divisão?
**j1:** A gente sabe que tem vinte e um potes. Mas a gente não sabe que número colocar na chavezinha.
**j2:** Se tinha sete potinhos, coloca vinte e um dividido por sete.
**j3:** Como assim sete?
**j1:** Sete potinhos cheios de pipoca, sete potinhos vazios e sete potinhos pela metade.
**j5:** Então vinte e um dividido por três.
**j1:** Vai dar sete potinhos pra cada.

Percebemos que no primeiro momento o contexto linguístico foi desconsiderado pela maioria dos alunos, uma vez que centralizaram a atenção nos dados numéricos apresentados. Tal observação vem ao encontro das considerações de Guérios e Medeiros Junior (2016) ao perceberem que os alunos delimitam o algoritmo a ser utilizado na resolução de problema com base nas palavras-chave que buscam no decorrer da leitura dos enunciados, mesmo que estes sejam longos. Os alunos procuram relações entre a pergunta do problema, as palavras-chave e os dados quantitativos presentes nos enunciados.

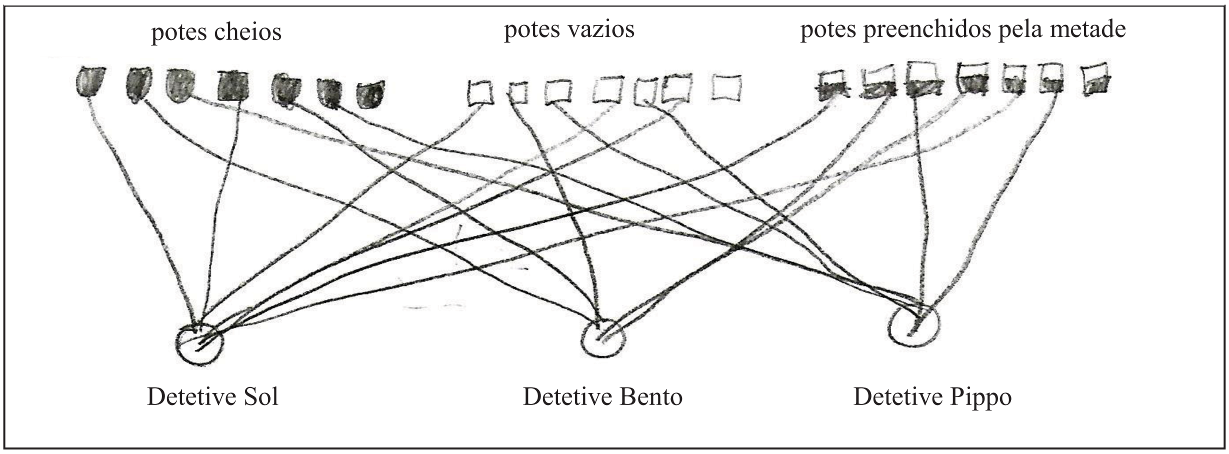
Tal postura revela, muitas vezes, um pensamento precipitado dos alunos, pois a estratégia é colocada em ação mesmo antes da compreensão do problema como um todo. Polya (2016, p. 161) orienta que se deve "[...] começar a execução do nosso plano na hora certa, quando ele estiver amadurecido, nunca antes." Tal cautela pode auxiliar na seleção de uma estratégia mais adequada, mas não foi o que ocorreu na maioria dos grupos participantes.

O foco da ação dos alunos estava em retirar os dados quantitativos do enunciado e traduzi-los em uma linguagem matemática. No entanto, o episódio III apresentava uma informação importante que exigia reestruturação de pensamento, o que foi logo percebido pelo grupo J, como mostra a continuidade do diálogo:

> **j2:** Agora é só ver a quantidade de pipoca pra cada um.
> **j5:** Não precisa fazer contas. É só desenhar os tipos de potes.

Dando sequência à resolução, o grupo representa por meio de desenhos os potes de pipoca, sendo sete cheios, sete vazios e sete preenchidos pela metade. Em seguida, realiza a distribuição dos potes um a um, fazendo ligações entre os desenhos dos mesmos e as representações dos três detetives, como mostra a Figura 6.

FIGURA 6 – RESOLUÇÃO DO GRUPO J: EPISÓDIO III, PRIMEIRA TEMPORADA




FONTE: Dados da pesquisa.

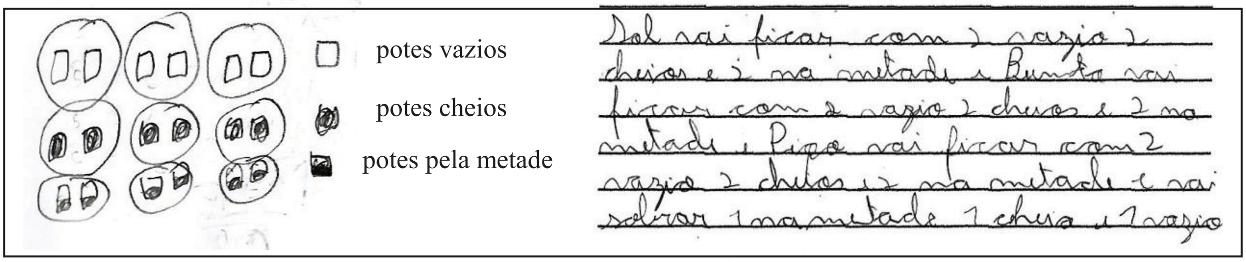
Ao final da distribuição, sobraram três potes de pipoca, um cheio, um vazio e um preenchido pela metade. Neste momento j5 percebeu falha na estratégia utilizada, pois se a finalizasse, a quantidade de pipoca seria desigual.

> **j5**: Não dá certo a nossa conta. Porque vai um cheio pra um, um vazio pro outro e um pela metade pra outro. Não vai dar a mesma quantidade de pipoca pra cada um.

É interessante observarmos as falas de j5. No primeiro momento o aluno disse: “Não precisa fazer *contas*. É só desenhar os tipos de potes.” Finalizada a representação (Figura 6), o mesmo passa a nomeá-la como conta: “Não dá certo a nossa *conta*.” Em nosso entendimento, essa mudança de percepção ocorre pelo fato de j5 visualizar na representação por desenhos a ideia matemática de divisão repartitiva, ampliando o entendimento de cálculo matemático.

Ao perceberem que o resultado obtido por meio do algoritmo da divisão não atendia integralmente ao problema, pois também era preciso considerar o conteúdo dos potes, a estratégia de realizar a divisão por meio de desenhos passou a ser utilizada por todos. Assim, dez dos doze grupos obtiveram respostas similares à apresentada pelo grupo G (Figura 7):

FIGURA 7 – RESOLUÇÃO DO GRUPO G: EPISÓDIO III, PRIMEIRA TEMPORADA




FONTE: Dados da pesquisa.

Desse modo, foi necessária a participação desta pesquisadora lembrando que não poderia sobrar nenhum pote, ou seja, todos deveriam ser distribuídos. Diante disso, os grupos buscaram novas soluções. Nesse momento, alguns alunos já haviam compreendido que cada detetive precisava ganhar a mesma quantidade de potes e de pipoca. Assim, se um dos alunos apresentava uma resolução que desconsiderasse tal condicionante era logo corrigido pelo colega, como percebemos no diálogo estabelecido pelo grupo F:

> **f1:** Sobrou três, dá um pra cada um.
> **f3:** Mas eles querem a mesma quantidade de pipoca.
> **f1:** Eles têm seis, mais um fica sete.
> **f3:** Mas não ficam com a mesma quantidade de pipoca.
> **f4:** Está certo, fica sete pra cada.

**f3:** Sim, mas não de pipoca. Esse aí é de potes.
**f2:** Deu sete potes pra cada um.
**f3:** Mas não de quantidade de pipoca.

Observamos que f3 explicou repetidas vezes aos colegas que se dividissem as sobras (um pote cheio, um pote vazio e um pote pela metade) atenderiam à condicionante de distribuir, aos detetives, a mesma quantidade de potes, porém não distribuiriam a mesma quantidade de pipoca. Assim, f3 seguro de sua compreensão, orientou os colegas sobre o que não era possível ser feito. Convencidos pela explicação de f3, o grupo descartou a hipótese levantada e busca novas estratégias.

**f3:** Espera aí. Agora eu consegui resolver. Eu consegui resolver. Tem um pote cheio e um pote vazio.
**f1:** E um pote pela metade.
**f3:** Então a gente pode fazer três potes pela metade. Aí fica tudo igual.
**f2:** Isso está certo. Tira do cheio. Tira metade e coloca essa metade no vazio. Coloca! Aí vai.
**f3:** Resolvemos um problema difícil.
[O grupo comemora a solução do problema].
**f1:** Faz a continha aí.
**f3:** Não tem como fazer uma continha disso.
**f1:** Então pode desenhar.

O grupo apresentou uma nova solução, a princípio, considerada correta por eles. Observamos a satisfação dos alunos ao encontrarem uma solução para o problema após diferentes estratégias serem lançadas. Segundo Polya (1962), a motivação pelo estudo é o próprio conhecimento e o prazer da atividade mental, a melhor recompensa.

No entanto, nesta resolução o grupo F desconsidera outra condicionante, que não poderia transportar pipoca de um pote para o outro, o que invalida a solução apresentada. Discussão similar ocorreu em outros grupos, como por exemplo, no grupo C:

**c3:** Mas não dá. Porque eles querem tudo igual. Então tira a quantidade de pipoca de um e deixa tudo igual. Dá pra tirar a quantidade de pipoca e deixa meio a meio.
**c1:** Mas a professora falou que não pode distribuir entre os potes.
**c4**: Ela falou que não pode.
**c1:** Não pode tirar.
**c3:** Agora ficou confuso.
**c1:** Vão sobrar três potes.

O grupo D apresentava-se um pouco frustrado em não conseguir resolver o problema. Deste modo fez-se necessária a participação desta pesquisadora. Segundo Polya (2006), o professor precisa questionar o aluno de um modo que provoque na mente do mesmo a resposta esperada.

> **p**: Quais relações nós podemos estabelecer? Um pote cheio é igual a que?
> **d3:** Dois potes pela metade.
> **p**: Então se eu der um pote cheio para ela...
> **d3:** Você vai dar dois pela metade para mim.
> **p:** Mas agora ela ficou com um pote e você com dois. O que eu faço para ela ter dois potes sem alterar a quantidade de pipoca?
> **d3:** Dá um pote vazio para ela.
> **d4:** Nunca eu iria descobrir isso.
> **p:** Ok. Podem fazer as relações.

A partir das perguntas formuladas por essa pesquisadora, o aluno d3 construiu o conceito de equivalência. Já a fala de d4 "Nunca eu iria descobrir isso", revela que este aluno participou do diálogo como ouvinte, compreendendo o conceito matemático em questão, o que configura, em ambos os casos, um movimento de aprendizagem. No entanto, o grupo não conseguiu desenvolver a resolução esperada.

A BNCC (BRASIL, 2017) defende um ensino voltado para o desenvolvimento de competências, prezando o que o aluno *deve saber* e *saber fazer*. Nessa direção, entendemos que os alunos do grupo D haviam compreendido o conceito de equivalência, que constitui o que o aluno *deve saber*, porém ainda não tinham se apropriado desse conhecimento, que configura o *saber fazer*, pois não conseguiram mobilizá-lo em prol da resolução do problema.

Percebemos que o tempo de aula estava se esgotando. Além disso, os grupos não conseguiam elaborar novas estratégias e alguns se mostravam um pouco desmotivados, o que poderia tornar o momento desestimulante e cansativo.

> **d3:** A gente já fez conta de divisão, já fez mil respostas, vários esquemas, mas não dá. Eu não tenho mais ideias.
> **d2:** Eu não sou mais um detetive.

Visto a dificuldade dos alunos, em ambas as turmas, optamos por encerrar as atividades nesse dia e dar continuidade no próximo encontro, pois, segundo Polya (2006) forçar uma reflexão além do limite é vão. Para o autor, quando nos debruçamos diante de um problema, trabalhamos em prol dele, mas não achamos uma solução proveitosa, o melhor a fazer é dar um intervalo de tempo na expectativa de quando voltar ao problema, chegar mais facilmente à solução.

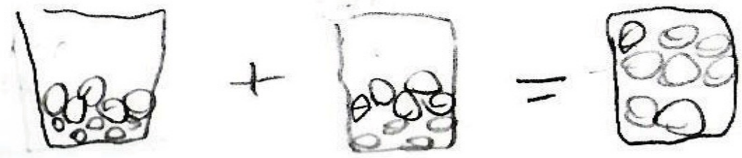
Dada aos alunos a oportunidade de se distanciarem do problema por alguns dias, retomamos o episódio III no segundo encontro. Percebemos então que alguns grupos conseguiram avançar em suas ideias, como mostra o diálogo estabelecido pelo grupo K.

> **k1**: E se colocasse a metade desse aqui?
> **k2**: Mas lembra que não pode?

**k3**: O vazio não interfere na quantidade.
**k1:** O vazio não interfere aqui, mas ele interfere na quantidade de potes.
**k3:** É, mas não interfere na quantidade de pipoca.
**k1:** Está muito difícil.
**p**: Que relações podem ser feitas entre os potes?
**k1:** Média com média vai dar uma cheia.
**k2**: Verdade. Então se cada um tem duas médias e duas cheias, cada um tem três cheias.
**k4**: Média com média é igual a cheia. Está muito difícil.
**p**: Mas vocês estão indo bem. São essas relações que precisam ser feitas.

O grupo então registrou por meio de desenho a relação descoberta (Figura 8), que o conteúdo de dois potes pela metade corresponde ao conteúdo de um pote cheio. Observamos que as discussões do grupo favoreceram a construção de um conhecimento matemático.

FIGURA 8 – REPRESENTAÇÃO DA RELAÇÃO DE EQUIVALÊNCIA: GRUPO K

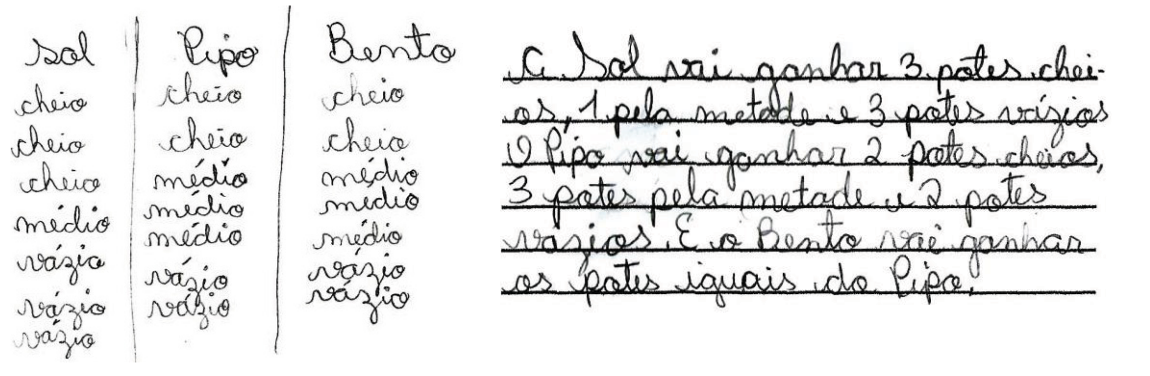



um pote pela metade + um pote pela metade = um pote cheio

FONTE: Dados da pesquisa.

As discussões do grupo levaram ao que Polya (2006, p. 30) denomina de ideia proveitosa, ou seja, “[...] a ideia decisiva que indique, num relance, o caminho para chegar ao fim desejado”. Estabelecida a relação de equivalência e considerando a observação de k3, que o conteúdo de um pote vazio não interfere no cálculo da quantidade de pipoca, o grupo chegou à solução esperada, conforme mostra a Figura 9:

FIGURA 9 – RESOLUÇÃO DO GRUPO K: EPISÓDIO III, PRIMEIRA TEMPORADA




FONTE: Dados da pesquisa.

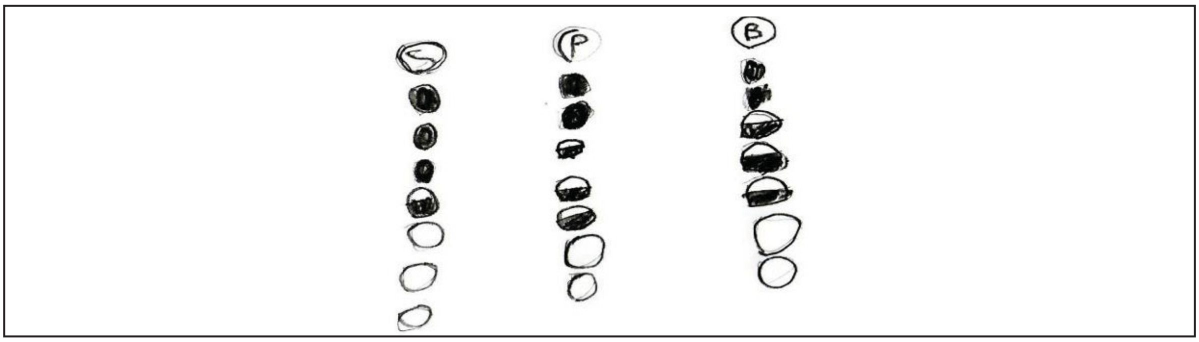
O grupo B foi o único que não apresentou o algoritmo de divisão como estratégia resolutiva, utilizando apenas desenhos para representar a ideia de divisão repartitiva. No momento da entrevista, o grupo explicou a primeira estratégia utilizada e porque ela foi descartada:

> **b3**: Nós tentamos fazer um pote cheio pra cada um, aí nós dividimos, um pote cheio pra esse, um pote cheio pra esse, um pote cheio pra esse, um pote cheio pra esse, um pote cheio pra esse e um pote cheio pra esse. Aí nós dividimos os pela metade. Pela metade, pela metade, pela metade, pela metade, pela metade e pela metade. Mas daí não ia dar.
> **p:** Entendi.
> **b1:** Daí o que sobrava nós colocávamos pro outro, mas não dava a mesma quantidade.

Na fala de b3 percebemos que os potes foram distribuídos uma a um. Porém ao finalizar a distribuição dos potes preenchidos pela metade o grupo compreendeu que a solução não estava correta, sendo desnecessário realizar a distribuição dos potes vazios. Assim, percebemos que o grupo considerou todas as condicionantes do problema desde a elaboração da primeira estratégia de resolução.

Esta pesquisadora dialogou com o grupo B no momento da resolução, buscando levantar questões que auxiliassem a compreensão da ideia de equivalência. Após o diálogo, o grupo desenvolveu outra estratégia resolutiva (Figura 10):

FIGURA 10 – RESOLUÇÃO DO GRUPO B: EPISÓDIO III, PRIMEIRA TEMPORADA




FONTE: Dados da pesquisa.

Após a finalização do problema, o grupo apresentou para a turma a estratégia de resolução utilizada. Nesse momento, b3 explicou como o grupo chegou à solução que atendia à incógnita do problema: “A dica que a professora deu. Que se desse um pote cheio pra um era mesma coisa que dar dois potes pela metade pro outro.”. Assim, utilizando a ideia de equivalência, o grupo B desenvolveu a resolução esperada.

Observamos que os grupos B e K iniciaram as discussões para a elaboração de estratégias de resolução considerando o contexto do problema, na busca de realizar uma distribuição que atendesse a todas as condicionantes: a) dar a cada detetive a mesma quantidade de potes e de pipoca; b) não transportar pipoca de um pote para o outro. Assim, ambos os grupos apresentaram a solução esperada.

Para Polya (2006, p. 160, grifos do autor), “A primeira coisa a fazer com um problema é compreendê-lo bem: *Quem entende mal, mal responde*”. Desse modo, antes de planejar o caminho para a resolução é preciso compreender qual é a pergunta do problema, considerando os dados e as condicionantes. Nessa direção, os grupos que consideraram todas as informações contidas no problema, não se atendo apenas aos dados numéricos, apresentaram êxito na resolução.

Após muitas tentativas, os demais grupos chegaram a uma solução similar à apresentada pelo grupo F: “Deu 6 potes para cada detetive, 2 potes vazio, 2 cheios e 2 pela metade. Sobrou três potes.” Reconhecemos os esforços desses grupos na busca pela solução do problema, porém como diz Polya (2006, p. 160) “[...] não basta continuar tentando, precisamos tentar meios diferentes, variar as tentativas”. Observamos que apesar de elaborar diferentes estratégias, os alunos mantinham o mesmo raciocínio.

Não encontrando uma forma de dividir os potes de pipoca de modo que atendesse as condicionantes do problema, os grupos começaram a discutir o que fariam com os potes que sobraram. No grupo J, os alunos j3 e j5 sugeriram que as sobras fossem entregues a outros personagens do seriado, sendo a Leocádia, o Severino e o Mago. Contudo, o aluno j2 contestou tal hipótese, apresentando a seguinte justificativa: “Mas o pior é que ele ofereceu para eles.” Em nosso entendimento, quando j2 diz que ele (o Theobaldo) ofereceu para eles (os detetives), alega que a hipótese de repartir os potes entre outros personagens não poderia ser cogitada, uma vez que não era essa informação dada pelo enunciado. No entanto, não encontrando outra solução, j2 concordou com a maioria do grupo, validando a distribuição das sobras entre outros personagens, como mostra a resposta final elaborada pelo grupo:

> **Grupo J**: E os três potes que sobraram foi para a Leocádia, o Mago e o Severino. E eles dividiriam.

Assim como o grupo J, outros também sugeriram alternativas práticas para resolver o problema:

> **Grupo A**: E o que sobrou dará tudo para a lixeira.
> **Grupo F**: Sobraram três potes e nós daríamos para o Severino como pedido de desculpas.
> **Grupo H:** Esses potes seriam do Severino, pois ele ia assistir ao filme.
> **Grupo I**: Nós devolveríamos o que sobrou para o Theobaldo.
> **Grupo L:** E o que sobrou daria para o Severino.

Tais respostas são baseadas em distribuições informais e consideram outros personagens do seriado D.P.A., além dos detetives. Segundo Giardinetto (1999), o pensamento cotidiano apresenta certo imediatismo e trabalha com ferramentas que já possui, com pouca expansão de ideias. Tal pensamento é visível nas soluções elaboradas pelos grupos A, F, H, I, J e L, ao apresentarem soluções válidas para situações cotidianas, mas que não atendem as condicionantes do problema matemático proposto.

No entanto, em nosso entendimento, o contexto linguístico foi considerado pelos alunos, pois apesar de não apresentarem uma resposta que satisfizesse as condicionantes matemáticas, eles não deixaram o problema sem uma solução. Cabe ressaltar que não se trata de uma solução aleatória, popularmente denominada como “chute”, mas sim uma solução discutida pelos grupos e considerada, por eles, coerente.

Concordamos com Giardinetto (1999) que é importante que o aluno supere a compreensão prática e utilitária da Matemática e aproprie-se de novos conceitos que compõem o saber escolar sistematizado. Nessa direção, esta pesquisadora explicou para os alunos que as situações apresentadas eram coerentes, porém não respondiam ao problema matemático, posto as condicionantes apresentadas.

Assim, foi retomado o diálogo com toda a turma. Com o auxílio dos grupos B (no turno da manhã) e K (no turno da tarde) que responderam ao problema de modo esperado, esta pesquisadora resgatou a ideia de equivalência, na qual um pote cheio e um pote vazio se igualam a dois potes preenchidos pela metade, tanto no que se refere à quantidade de pipoca como ao número de potes. Discutida novamente essa relação, foi elaborada em conjunto uma solução para o problema. Allevato e Onuchic (2014) denominam esse momento de formalização, no qual o professor registra no quadro-de-giz uma apresentação formal, estruturada em linguagem matemática, que responde ao problema.

Entendemos a importância desse momento como um meio de sistematizar coletivamente os conhecimentos matemáticos envolvidos no problema proposto. Além disso, após os alunos despenderem tantos esforços na elaboração de estratégias de resolução, seria injusto não lhes apresentar a solução correta, que atendesse às condicionantes do problema.

### 4.1.4 Episódio IV, primeira temporada: A promoção de picolés do Severino

No episódio IV, A promoção de picolés do Severino, apresentamos a seguinte situação: *O Severino fez picolé de açaí para vender, e nesse sábado é dia de promoção: quem juntar quatro palitos de picolé poderá trocar por outro picolé. Dona Leocádia juntou 35 palitos. Qual é o maior número de picolés que ela poderá conseguir com essa promoção?* O problema envolveu a ideia de divisão-comparação ou de medida.

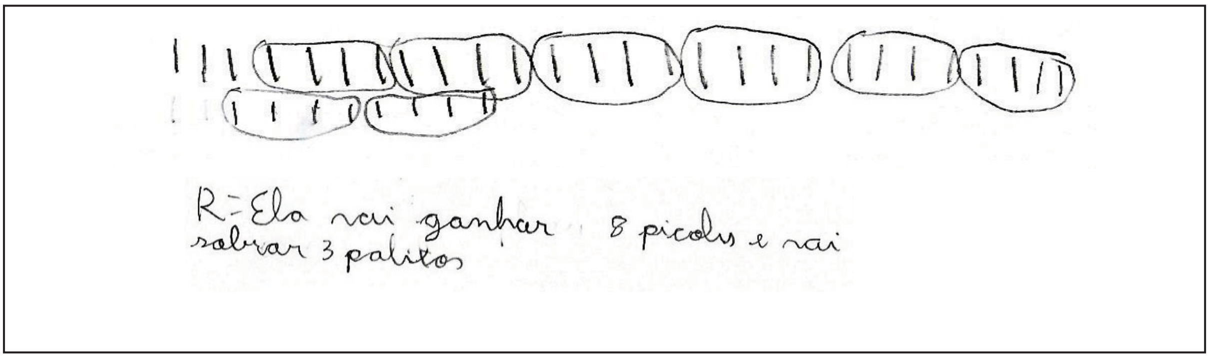
Foi realizada a leitura individual e, posteriormente, coletiva do problema. Segundo Polya (2006) esse momento é importante para que o aluno possa familiarizar-se com o enunciado para, então, compreender o problema. Percebemos que alguns alunos estabeleceram relações entre o contexto apresentado e promoções cotidianas, por exemplo, quando o aluno i1 comentou: "É o palito retornável", comparando a outras promoções que convertem embalagens retornáveis em descontos para novas compras.

No momento da entrevista, ao serem questionados se já haviam resolvido um problema parecido anteriormente, b5 relembrou a promoção de uma lanchonete, a qual preservamos o nome, e disse: "Eu sei que tem uma conta, mas nunca cheguei a resolver. Tipo a promoção do *Sanduíche*. Eu não lembro. Mas tinha uma promoção que levava um certo número de *Sanduíche* e ganhava mais dois." Já i5 lembrou de outra promoção: "Do refrigerante. Mas eram cinco tampinhas por uma garrafa". Observamos que b5 e i5 não relataram lembranças de problemas matemáticos escolares análogos ao apresentado no episódio IV, mas sim situações semelhantes já vivenciadas.

Identificados os dados e a incógnita do problema, os alunos deram início ao planejamento da resolução, traduzindo o enunciado verbal em uma linguagem matemática. Diferente do episódio III, este não apresentava no enunciado uma palavra-chave que desencadeasse processos resolutivos. No entanto o contexto apresentado foi compreendido pelos alunos com facilidade, o que favoreceu a elaboração de estratégias de resolução.

Chama-nos atenção a variedade de estratégias apresentadas, como desenhos e as quatro operações fundamentais (divisão, multiplicação, adição e subtração), sendo desenho e algoritmo da divisão as estratégias mais utilizadas. Na Figura 11 trazemos a resolução por desenho elaborada pelo grupo G:

FIGURA 11 – RESOLUÇÃO DO GRUPO G: EPISÓDIO IV, PRIMEIRA TEMPORADA




FONTE: Dados da pesquisa.

No momento da entrevista, g2 explicou como utilizaram o desenho como estratégia de resolução:

> **g2**: Ela tinha trinta e cinco palitos. Aqui nós fizemos essa quantidade e começamos a circular. Quatro, quatro, quatro... Até terminar. E a gente notou que sobraram três palitos. Daí a gente contou quantos picolés ela ia ganhar e fizemos a resposta. Escrevemos que sobraram três palitos.

Observamos que a representação por meio de figuras dos dados de um problema auxilia os alunos a compreendê-lo e a criar estratégias na busca da solução. Também é um meio de organizar o pensamento e compreender princípios matemáticos, o que, em nosso entendimento, contribui para a construção do conhecimento.

Alguns grupos utilizaram o algoritmo da divisão (35 ÷ 4) como estratégia resolutiva. Na explicação de d5, observamos de que modo esse cálculo foi planejado e posto em ação pelo grupo D:

> **d5**: Ela tinha juntado trinta e cinco palitos, então dividimos por quatro. Deu oito grupos de quatro. E como três não formam mais um grupo de quatro, esse aqui sobrou.

O grupo D utilizou o algoritmo da divisão para representar a ideia de divisão-comparação. Desse modo, o dividendo trinta e cinco é a quantidade total de palitos que dona Leocádia possui, o divisor quatro representa a quantidade de palitos que cada agrupamento deverá ter, considerando que é preciso quatro palitos para trocar por um novo picolé, o quociente oito representa quantos grupos foram formados e o resto três corresponde aos palitos que sobraram.

Assim, a ação deste grupo, bem como a de outros que também utilizaram a divisão como estratégia resolutiva, demonstra não apenas o conhecimento sobre divisão, mas também a mobilização e utilização deste conhecimento para resolver um determinado problema, conforme orientações para o ensino proposto pela BNCC (BRASIL, 2017).

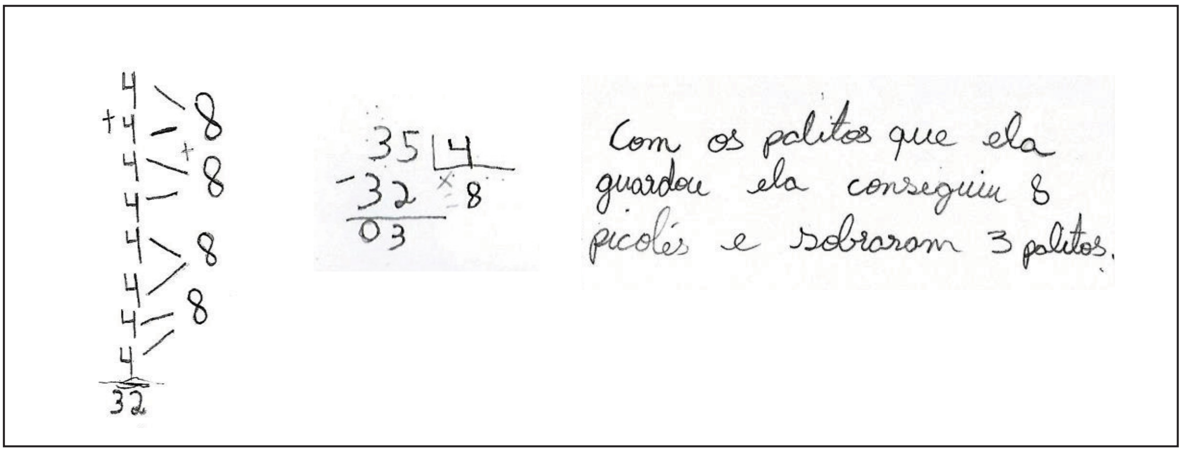
Entendemos que a compreensão e apreensão de conceitos matemáticos são processuais. Desse modo, a análise realizada acerca de um episódio não nos permite afirmar que o conhecimento em questão está consolidado e internalizado pelos alunos, contudo consideramos que os alunos apresentaram uma postura ativa na construção do conhecimento ao mobilizarem saberes anteriores para resolver um dado problema, desenvolvendo, assim, um pensamento autônomo.

Os grupos que utilizaram como recurso o desenho (grupos A, B, C, G, J e L) e/ou o algoritmo da divisão (grupos D, F, H, I, J e K), empregaram a ideia de divisão-comparação ou de medida, ou seja, tendo trinta e cinco palitos buscaram conhecer quantos conjuntos de quatro palitos poderiam formar para então estabelecer as trocas por novos picolés.

Observamos pensamento similar entre os grupos (D, K e L) ao utilizarem o algoritmo da adição como estratégia resolutiva, somando a quantidade quatro, representando um conjunto de quatro palitos, sucessivas vezes, até chegar à solução de que dona Leocádia ganharia oito picolés e sobrariam três palitos.

Constatamos que alguns grupos apresentaram mais de uma estratégia de resolução, como por exemplo, o grupo K que utilizou os algoritmos de adição e divisão, como mostra a Figura 12:

FIGURA 12 – RESOLUÇÃO DO GRUPO K: EPISÓDIO IV, PRIMEIRA TEMPORADA




FONTE: Dados da pesquisa.

No momento da entrevista, esta pesquisadora buscou compreender as estratégias utilizadas pelo grupo, desencadeando a seguinte conversa:

> **p**: Eu percebi que vocês resolveram de duas maneiras diferentes. Poderiam explicar como resolveram?
> **k4:** Nesse aqui a gente fez quatro, mais quatro, mais quatro, mais quatro, mais quatro, mais quatro, mais quatro, mais quatro. Que deu trinta e dois. Daí no outro a gente dividiu...
> **k3**: Trinta e cinco dividido por quatro. Daí deu oito, que vezes quatro é trinta e dois. E deu três.
> **k2**: Sobraram três.
> **p**: Muito bem.
> **k2**: Eu percebi que estava demorando muito. Daí eu dei a ideia de fazer a conta de divisão. Mas a gente não sabia se ia dar certo. Daí a gente viu e deu certo.

Observamos que as duas últimas etapas para resolução de problemas descritas por Polya (2006), execução do plano e retrospecto, aconteceram interligadas. No momento em que o grupo desenvolveu a resolução utilizando o algoritmo da adição, k2 apresentou uma nova estratégia, a divisão, estabelecendo relações entre os dois procedimentos de cálculo. Segundo Polya (2006), é importante que o aluno analise se há outro modo de resolver o problema e dedique-se a simplificar a estratégia utilizada.

Ao propor a divisão, k2 ainda não tinha certeza se a nova estratégia responderia ao problema, sendo assim o grupo realizou os dois cálculos, adição e divisão, buscando a certeza da solução. Isso revela que mesmo interessados em buscar estratégias mais simples e rápidas, os alunos permaneciam com o propósito de resolver o problema corretamente.

Observamos que, neste caso, os alunos estabeleceram relações entre os algoritmos de adição e divisão, ao utilizarem a ideia de divisão-comparação. Segundo Onuchic e Allevato (2012), é por meio de reflexões e experimentações que os alunos formam, pouco a pouco, suas ideias. Nessa direção, conforme as autoras, dar aos alunos a oportunidade de testar suas ideias, pode contribuir para que elas sejam formuladas e integradas numa teia de ideias, favorecendo a compreensão relacional.

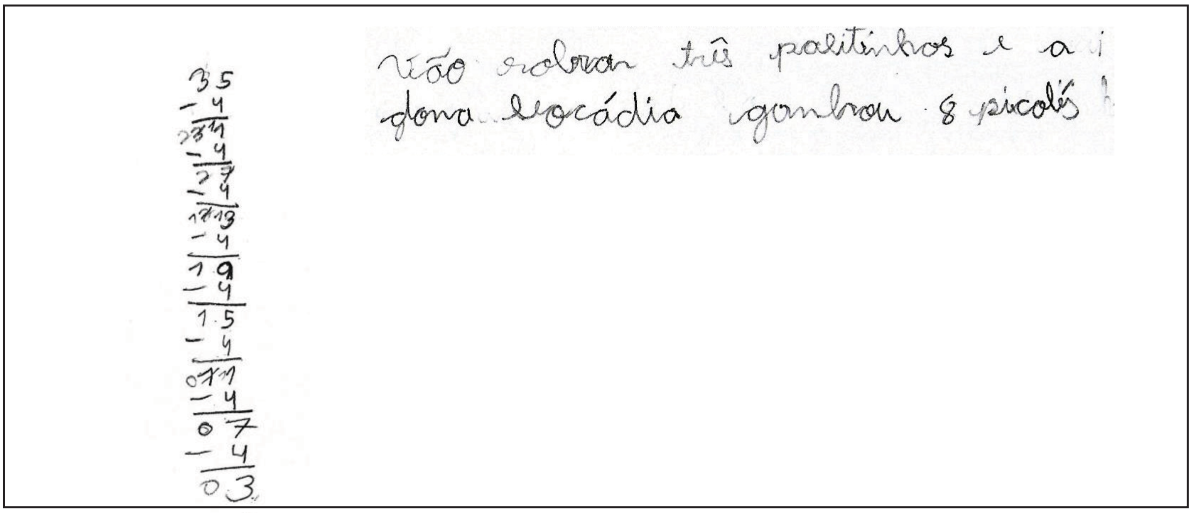
O grupo D também apresentou os algoritmos de adição e divisão como estratégias resolutivas. O grupo J realizou a divisão-comparação por desenhos para depois representá-la por meio do algoritmo correspondente.

O grupo A representou a ideia de divisão por desenhos e, na sequência, utilizou a multiplicação para conferir se o resultado estava correto. Nesta operação o multiplicador (quatro) representava a quantidade de palitos em cada agrupamento e o multiplicando (oito) correspondia ao número de agrupamentos formados. Por fim, os alunos somaram ao produto (trinta e dois) os três palitos que sobraram na representação por desenho, chegando a quantidade de trinta e cinco palitos, ou seja, a quantidade inicial de palitos que dona Leocádia tinha antes de efetuar as trocas.

Assim, ao buscarem diferentes estratégias para resolver o problema os alunos estabeleceram relações entre conceitos matemáticos, apresentando autonomia no processo de construção do conhecimento.

O grupo E apresentou a subtração como estratégia de resolução, como mostra a Figura 13:

FIGURA 13 – RESOLUÇÃO DO GRUPO E: EPISÓDIO IV, PRIMEIRA TEMPORADA




FONTE: Dados da pesquisa.

No momento de apresentar a solução para a turma no quadro-de-giz, e1 explicou:

> **e1**: Eu e meu grupo tivemos um pensamento assim: trinta e cinco menos quatro. E o que sobrou, menos quatro. E aqui sobraram três palitos. Então a dona Leocádia ganhou oito picolés.

Na fala de e1 percebemos que a resolução foi construída coletivamente. Segundo Valero (2002), o diálogo entre os pares pode favorecer a troca de conhecimentos e a negociação de significados matemáticos. Neste caso, os alunos associaram a subtração à ação de entregar os palitos para então receber novos picolés.

Contudo, nenhum grupo apresentou a solução esperada, pois após a primeira etapa de trocas, que resultou em oito novos picolés com sobra de três palitos, poderiam ocorrer novas trocas, considerando também os palitos dos novos picolés. Nessa direção, ponderamos sobre dois pontos importantes, a competência leitora dos alunos e as relações estabelecidas, por eles, entre problema matemático e situações cotidianas.

No que concerne à competência leitora, observamos que os alunos desconsideraram o fato de que se a incógnita do problema questionava "Qual é o *maior número de picolés* que ela poderá conseguir com essa promoção?", todas as possibilidades de trocas deveriam ser realizadas. Nessa direção, concordamos com Herebia (2007) que dificuldades no momento da leitura do problema podem prejudicar a escolha de estratégias resolutivas.

Outro ponto a ser considerado é que em uma situação cotidiana, dificilmente uma pessoa consumiria oito picolés de uma só vez para então efetuar novas trocas. Observamos este pensamento entre os alunos no momento das entrevistas. Ao propor a realização de novas trocas, alguns alunos mencionaram a hipótese de consumir um picolé para juntar o palito deste com os três que sobraram e trocar por um novo picolé. Assim, consumir um único picolé seria uma situação aceitável dentre as convenções cotidianas, o que não ocorre ao pensar na possibilidade de consumir oito picolés, como observamos na fala h5: "Congelaria o cérebro, obviamente. Porque pense... de tanto picolé que ela come, não vai congelar o cérebro?".

Segundo Giardinetto (1999), o conhecimento cotidiano é prático e utilitário e elabora uma resposta imediata a um problema. Desse modo, considerando este imediatismo, futuras trocas foram desconsideradas pelos alunos, uma vez que não é comum uma única pessoa consumir oito picolés de uma só vez.

Nessa direção, acreditamos que o "erro" dos alunos, neste caso, não está relacionado apenas à competência leitora, mas também em como eles interpretam e compreendem o problema segundo suas vivências, normas e valores, aprendidos em suas cotidianidades.

No entanto, consideramos importante ampliar a discussão acerca do problema, pois concordamos com Polya (2006, p. 12), que é interessante transmitir aos alunos a ideia de que "[...] problema algum fica completamente esgotado. Resta sempre alguma coisa a fazer". Assim, esta pesquisadora chamou atenção dos alunos para a incógnita do problema enfatizando a expressão *maior número de picolés* e questionou se seria possível efetuar novas trocas. Segundo Polya (2006) o professor deve questionar de maneira discreta, indicando a direção que se deve tomar, mas deixando para o aluno a responsabilidade pela resolução.

Ao questionar o grupo G se novas trocas seriam possíveis, desencadeou-se a seguinte conversa:

> **p:** Teria alguma outra maneira de dona Leocádia conseguir mais picolés?
> **g5**: Ela poderia comer um.
> **p**: Só um?
> **g4**: Ela poderia pegar esses três que sobraram, mais aqueles oito que tinha ganhado.
> **g5**: Pega um.

> **p**: Só mais um?
> **g2**: Não. Ela poderia comer todos. Pegar todos os palitos e trocar por mais. Ela juntava todos os palitos de novo.
> **p**: Ok. Então vamos continuar a resolução desse problema?

No primeiro momento g5 considerou apenas a possibilidade de consumir um picolé. No entanto, g4 e g2 ampliaram o entendimento, considerando a possibilidade de consumir todos os picolés para efetuar o máximo de trocas possíveis, conforme solicitava a incógnita do problema. Assim, os alunos deram continuidade à resolução, obtendo a resposta esperada: “Ao todo ela ganhou onze picolés”.

Observamos o desenvolvimento da autonomia do grupo G diante de problemas matemáticos. Nos diálogos estabelecidos entre os alunos para a resolução dos episódios II e III era constante a preocupação com qual conta deveriam efetuar. Já no episódio IV o grupo considerou o contexto apresentado pelo enunciado. Assim a preocupação era buscar estratégias para responder a incógnita do problema da maneira mais adequada considerando o seu contexto e não qual era a conta a ser feita.

A partir da análise do episódio IV observamos que o diálogo entre os pares promove a troca de conhecimentos e contribui para o processo de aprendizagem (VALERO, 2002), amplia as possibilidades de estratégias desenvolvidas pelos alunos (HÜBNER, 2010) e oportuniza que estes exercitem a oralidade, aprimorando formas de expressões para serem entendidos pelos colegas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014).

Em nosso entendimento, os alunos também exercitaram a habilidade de pensar matematicamente, pois ao compreenderem o contexto no qual as relações matemáticas foram estabelecidas, mobilizaram conhecimentos anteriores e desenvolveram estratégias próprias de resolução.

### 4.1.5 Episódio V, primeira temporada: Problemas para dona Leocádia

No episódio V, Problemas para dona Leocádia, foi solicitada aos alunos a elaboração de problemas matemáticos que envolvessem os D.P.A. no contexto do enunciado. Estes problemas foram resolvidos por esta pesquisadora, mas foi dito aos alunos que dona Leocádia iria resolvê-los, para manter o “clima” criado com o contexto. A solução foi apresentada aos alunos no momento da entrevista.

No início da conversa, foi pedido aos alunos que elencassem o que um problema matemático deveria ter, assim diferentes questões foram citadas, como apresentamos na sequência. Destacamos em itálico os termos citados pelos alunos.

Na opinião dos doze grupos um problema matemático precisa ter *conta* e *resposta*. Em nosso entendimento, os alunos destacaram o que, na maioria das vezes, precisam fazer ao resolver um problema matemático na escola: calcular e responder. Tal percepção vem ao encontro das considerações de Araújo (2015) em sua pesquisa, ao observar que para os alunos um problema matemático precisa sempre de cálculos para obter a resposta correta.

Com o propósito de ampliar o diálogo, esta pesquisadora questionou se um problema precisava ter uma resposta. Assim, sete grupos reformularam a sentença e explicaram que um problema precisava apresentar uma *pergunta* para que, então, fosse fornecida uma resposta.

Três grupos mencionaram que precisava ter um *problema* ou *conflito*, isto é, algo a ser resolvido, e que apresentasse *sentido*. Outro grupo, disse que era necessário ter uma *explicação*, nas palavras de d1, "Falando o que você tem que fazer". Nessa direção, dois grupos disseram que o enunciado precisava ter *dicas* que indicassem o que deveria ser feito, já um terceiro grupo atribuiu aos *dados* do problema essa função. Apenas um grupo mencionou que um problema precisava *despertar o interesse* de quem iria resolvê-lo e outro destacou que precisava envolver um *assunto* no enunciado.

Em vista disso, entendemos que, para os alunos, um problema matemático deve apresentar dados numéricos e informações que indiquem qual é o cálculo a ser efetuado para dar uma resposta à pergunta do problema.

Após análise da fala dos alunos, voltamos nosso olhar para os problemas matemáticos elaborados por eles, com o propósito de perceber relações entre o que foi mencionado e os problemas construídos.

Destacamos que a primeira versão dos problemas elaborados pelos grupos C e E não era coerente. O enunciado do problema do grupo E apresentava o cálculo efetuado seguido da resposta, não restando nada a ser feito. Já o grupo C, na tentativa de contextualizar o problema envolvendo os D.P.A., acrescentaram muitas informações, tornando o enunciado confuso e sem uma questão a ser resolvida. Por isso, esta pesquisadora retomou o problema com cada um desses grupos e, após leitura do enunciado e percepção da incoerência, os problemas foram reformulados pelos alunos. Assim, nas análises que seguem, consideramos a segunda versão dos problemas dos grupos C e E. Já os problemas dos demais grupos não apresentaram incoerência.

Solicitamos que os problemas envolvessem no contexto do enunciado os D.P.A., mas apenas oito grupos atenderam nossa solicitação. Para contextualizar o problema estes grupos abordaram diferentes situações envolvendo poções mágicas, feiticeiros, lanche dos detetives e senhas secretas. Os grupos que não envolveram os D.P.A. no contexto do enunciado, abordaram situações de compra e venda.

Observamos que todos os problemas apresentaram dados numéricos no enunciado e em onze deles havia a necessidade de cálculos para a resolução. A pergunta também esteve presente em onze problemas. Este fato reforça a ideia de que, para os alunos, um problema matemático precisa apresentar dados numéricos, conta, pergunta e consequentemente, resposta.

Os problemas elaborados pelos grupos A, D, F, H e I envolveram a ação de juntar. Identificamos na pergunta de três desses problemas termos que remetem a essa ação. Como exemplo, apresentamos, na Figura 14, o problema elaborado pelo grupo F:

FIGURA 14 – PROBLEMA DO GRUPO F: EPISÓDIO V, PRIMEIRA TEMPORADA

Dona Leocadia tem uma cole-
ção de chapéus, ela tinha 328
e ganhou +57 ela, só perdeu na
conta, e preciso da sua ajuda para
calcular. Quantos chapéus ela tem
ao todo?

FONTE: Dados da pesquisa.

Nesse problema observamos dados numéricos e palavras-chave que auxiliam na resolução, como a expressão “ganhou +” e a pergunta do problema “Quantos chapéus ela tem ao todo?”, sendo que a expressão “ao todo” indica a ideia de totalidade, envolvendo a ação de juntar duas ou mais quantidades.

Os problemas elaborados pelos grupos B e L envolveram o sistema monetário em situações de compra e venda, além da ideia de divisão-comparação. Nesses problemas identificamos os dados numéricos e a pergunta, porém sem a presença de palavras-chave que fizessem menção a ideia de divisão. O problema do grupo B também envolveu a ação de completar, neste caso, localizamos na pergunta do problema a expressão “quantos faltam”, que remete a referida ação.

Os grupos E e K apresentaram algoritmos a serem resolvidos. Apresentamos na Figura 15 o problema elaborado pelo grupo K:

FIGURA 15 – PROBLEMA DO GRUPO K: EPISÓDIO V, PRIMEIRA TEMPORADA

Numa papelaria tinham
230 tintas, 220 borrachas e
355 lápis. E então teve um
dia em que sumiram 135 tintas
155 borrachas e 238 lápis. Então
chamaram os D.P.A., os detetives
encontraram pegadas de tinta.
Então eles seguiram as pegadas
e chegaram num cofre que tinha
senha, os números eram os
resultados das contas.

-35 x9 48 | 5
17 8

FONTE: Dados da pesquisa.

Vale ressaltar que, neste caso, os algoritmos estavam inseridos em um contexto, ou seja, os resultados dos cálculos correspondiam à senha do cofre. O problema do grupo K foi o único que não apresentou diretamente uma pergunta, porém, em nosso entendimento, fica subentendido a questão: para descobrir a senha do cofre é preciso resolver as contas.

O grupo C abordou a ideia de proporção e o grupo G a ideia de comparação entre quantidades. Nesses problemas também foi possível observar a presença de dados numéricos e de uma pergunta, mas não identificamos palavras-chave que indicassem o cálculo a ser efetuado. Já o problema elaborado pelo grupo J (Figura 16) foi o único que não apresentou a necessidade de cálculos.

FIGURA 16 – PROBLEMA DO GRUPO J: EPISÓDIO V, PRIMEIRA TEMPORADA

Dona Leocadia está presa
no quadro junto com a
vó. Tem um código de
poção. Não se esqueça
que são números pares.

Dicas:
Tem entre os números
5 e 7.
Tem entre os números
7 e 9.
Tem entre os números
1 e 3.

Lembre-se: A poção só
terá efeito antes da meia
noite. Só terá que tirar
uma pessoa.

Qual é o código da
poção?

FONTE: Dados da pesquisa.

Este problema envolveu números naturais e abordou conceitos de números pares, antecessor e sucessor. Neste enunciado, o que também nos chamou atenção foi o lembrete formulado pelo grupo: “Só terá que tirar uma pessoa”. No seriado “Os detetives do Prédio Azul”, a vó Berta vive presa em um quadro, mesmo sendo uma ótima feiticeira ela nunca conseguiu sair de lá. No episódio V da presente dissertação relatamos que dona Leocádia, por um erro de magia, também havia ficado presa nesse quadro e precisaria resolver um problema matemático para se libertar. Assim, o grupo J deixou subentendido, no lembrete, que apenas dona Leocádia poderia sair do quadro e que a vó Berta deveria continuar presa, respeitando o enredo do seriado.

A partir da análise dos problemas elaborados pelos alunos, pudemos perceber como eles compreendem alguns conceitos matemáticos e de que forma os utilizam em um determinado contexto. Além disso, identificamos características que compõem a maioria dos problemas matemáticos por eles formulados: dados numéricos, orientação para um ou mais cálculos, uma situação a ser respondida e uma pergunta ao final do enunciado. Desse modo, percebemos que apesar de poucos grupos citarem na entrevista que um problema precisa apresentar uma situação que precise de resposta, todos os grupos abordaram uma determinada situação, envolvendo ou não os D.P.A., no enredo dos problemas por eles formulados.

Como finalização da primeira temporada, os problemas resolvidos supostamente pela dona Leocádia foram entregues aos alunos para análise e correção. Este momento foi importante como valorização de suas produções. Os alunos tiveram a oportunidade de reler os problemas por eles elaborados e verificar a resolução apresentada.

## 4.2 SEGUNDA TEMPORADA: RESOLVENDO MISTÉRIOS COM OS D.P.A. EM UMA ESCOLA MUNICIPAL

No decorrer da segunda temporada os alunos resolveram os problemas individualmente, pois desejávamos observar as estratégias individuais elaboradas por eles diante de problemas matemáticos e de que modo dialogavam com os contextos presentes nos enunciados. Reiteramos que nessa etapa, também composta por cinco episódios, fizemos alterações no bordão, substituindo "Detetives do Prédio Azul" por "Detetives da Escola xxxxx". Com isso, pretendíamos aproximar ainda mais os alunos e o contexto criado.

Nesta etapa, os episódios novamente foram entregues um a um. No primeiro momento, os alunos realizaram uma leitura individual e silenciosa do enunciado. Para Allevato e Onuchic (2014), esse momento é importante para que o aluno familiarize-se com a linguagem matemática e desenvolva uma compreensão inicial do problema. Além disso, contribui para o envolvimento do aluno com o contexto criado.

Na sequência, um aluno lia cada episódio em voz alta e o restante da turma acompanhava com atenção. Vale ressaltar que, ao final, quando um aluno lia *"Isso é mais um* *trabalho para..."*, os demais, em coro e entusiasmados, repetiam o bordão: *"Os imbatíveis... os invencíveis... os xxxx... Detetives da Escola xxxxx"*. Desse modo, ao apropriarem-se das falas dos personagens do seriado, os alunos assumiam a postura de detetives resolvedores de problemas. Em vários momentos, os alunos referiam-se aos episódios como sendo mistérios e não como problemas matemáticos. Após a leitura e debate acerca de cada episódio, os alunos davam início à busca pela solução.

### 4.2.1 Episódio I, segunda temporada: O sumiço das chaves da diretora

No episódio I da segunda temporada, O sumiço das chaves da diretora, os alunos deveriam descobrir em qual sala da escola dona Leocádia havia escondido a chave da diretora. Os alunos da turma da tarde ficaram curiosos querendo saber em que momento dona Leocádia visitou a escola e como ela escondeu a chave sem que ninguém percebesse. Chegaram a cogitar a hipótese de ela ter ficado invisível, já que era uma bruxa e sabia fazer magias. Outros alunos disseram que ela poderia ter ido à escola no período da noite, pois nesse horário a escola estava vazia. No entanto, lembraram que nesse período a diretora não estava na escola, sendo assim, não teria como dona Leocádia ter pegado sua chave. Após discussões, a turma da tarde retornou a hipótese de que a bruxa teria utilizado magia para esconder a chave.

Em nosso entendimento, o ato de questionar o enunciado reflete o interesse da turma em atribuir sentido ao contexto do problema. É um modo de o aluno vivenciar a situação proposta, para que a busca pela solução faça sentido. Segundo Skovsmose (2000), quando os alunos estão inseridos em um cenário de investigação com referência à semi-realidade, podem surgir questionamentos acerca do enunciado proposto, não limitando a interpretação do problema aos dados quantitativos apresentados, uma vez que a situação expressa no contexto também é, por eles, considerada.

O enunciado do problema não apresentava uma pergunta estruturada em uma frase interrogativa, mas, após a apresentação dos dados, ou seja, as dicas deixadas por dona Leocádia, havia uma incógnita a ser respondida: "O resultado dessas operações corresponde ao número da sala onde está a chave da diretora. Isso é mais um trabalho para... Os imbatíveis... os invencíveis... os jogadores... Detetives da Escola xxxxx". Desse modo, os alunos foram convidados a assumirem a postura de detetives para resolver mais esse mistério.

Após todos finalizarem a resolução, esta pesquisadora fez um levantamento das soluções encontradas e as registrou no quadro-de-giz. Depois foram organizados pequenos grupos para irem até a sala na qual acreditavam estar a chave da diretora. Nesse momento alguns alunos perceberam que havia algo de errado em sua resolução.

Na entrevista h5, que inicialmente teve como resposta que a chave estava na sala número vinte, relatou desapontado: "Mas só eu que fui buscar lá". O aluno considerou sua resolução incorreta ao perceber que a maioria dos colegas havia encontrado outro resultado. Depois, ao verificar que as salas eram numeradas do número um ao dezenove, h5 teve a confirmação que sua solução estava incorreta. Diante da inquietação do aluno esta pesquisadora propôs, no momento da entrevista, a realização do retrospecto, o que foi imediatamente aceito por ele. Assim, deu-se o seguinte diálogo:

> **p**: O que a gente precisa para fazer a revisão?
> **h5**: Uma conta novamente e a resposta.
> **p**: E para fazer essa conta novamente, precisamos de quê?
> **h5**: O asterisco, assim você vê se é de mais, de menos, de vezes ou divisão. E o problema.

Quando h5 diz "asterisco" está se referindo aos "marcadores" (recurso do editor de texto), utilizados para organizar os dados do problema em uma lista:

> - Peguei um dado, e ao jogá-lo caiu no menor número par possível.
> - Joguei-o novamente e caiu no maior número possível.
> - Resolvi multiplicar esses dois números.
> - Joguei o dado mais uma vez e caiu no maior número ímpar possível. Então resolvi somar esse número ao resultado da multiplicação que eu fiz anteriormente.
>   (Trecho do episódio I, segunda temporada).

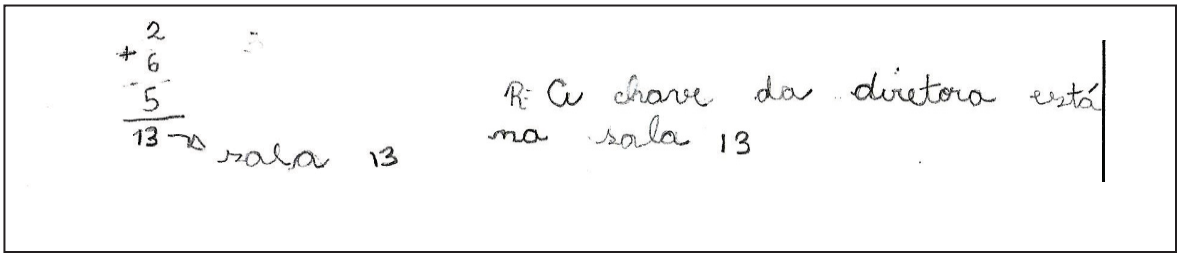
Ao dizer que precisava verificar o asterisco para saber que conta deveria ser feita, o aluno referiu-se a necessidade de rever os dados do problema. Em nosso entendimento, tendo clara a incógnita a ser respondida, o aluno h5 buscava pelos dados para, então, traduzir a linguagem textual para uma linguagem matemática, na busca de uma solução. Assim, na medida em que releu os dados o aluno realizou o retrospecto.

> **h5**: Esse seis vezes dois parece que é a multiplicação que ela falou.
> **p**: Perfeito.
> **h5**: E o resultado obviamente deu doze, só olhar a tabuada. Depois ela falou: então resolvi somar! Que é bem diferente do de vezes.
> **p**: Entendi.
> **h5**: Que seria doze mais cinco. Que daria dezessete.

Nesse trecho da entrevista percebemos o movimento cognitivo de h5 ao fazer o retrospecto de sua resolução. Quando disse: "Então resolvi somar! Que é bem diferente do de vezes", o aluno conscientizou-se do equívoco cometido, sem haver necessidade da intervenção desta pesquisadora. Após o retrospecto, h5 apresentou a seguinte solução: "Ela deixou na sala dezessete a chave da diretora". Esta pesquisadora perguntou se essa seria uma solução possível para o problema. Então o aluno respondeu: "Sim, porque caiu bem na sala onde estava quando as crianças foram procurar." Em nosso entendimento, o aluno memorizou a solução correta para o problema. No entanto, essa memorização não se deu de forma mecânica, mas pelo fato de o aluno ter vivenciado a situação expressa no contexto, ou seja, quando os alunos foram procurar a chave nas salas, percebeu que a mesma foi encontrada na sala número dezessete.

Diferente de h5 que realizou duas multiplicações, apresentando erro no processo do segundo cálculo (doze vezes cinco, igual a vinte), o aluno g4 realizou duas adições, conforme apresentamos na Figura 17.

FIGURA 17 – RESOLUÇÃO DE G4: EPISÓDIO I, SEGUNDA TEMPORADA




FONTE: Dados da pesquisa.

O aluno g4 apresentou como resposta que a chave estava na sala número treze. Quando questionado se essa seria uma resposta possível, g4 respondeu que não, pois a chave da diretora não havia sido encontrada nessa sala. O aluno g1 também realizou duas somas, obtendo a mesma resposta que g4. No momento da entrevista, esta pesquisadora propôs à g1 a realização do retrospecto:

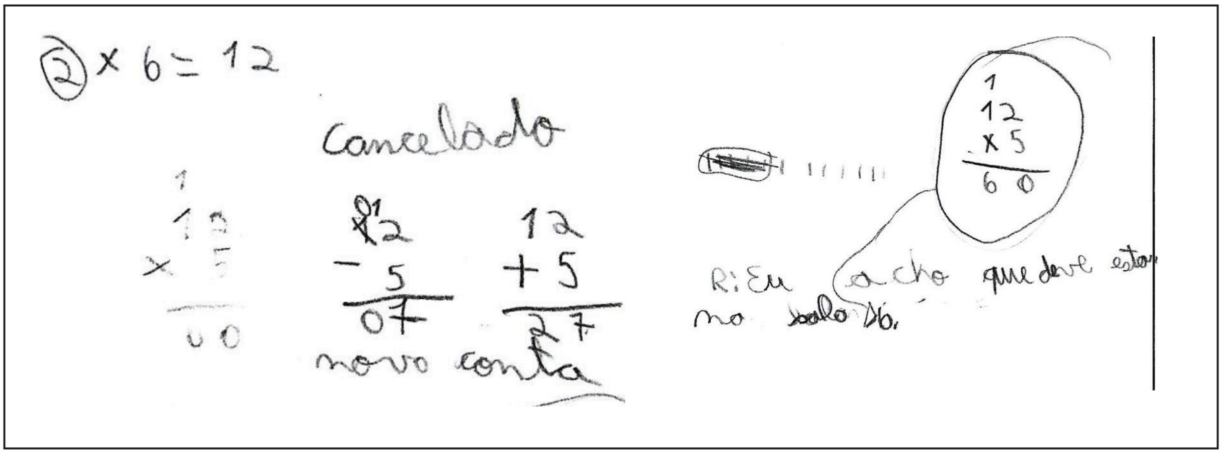
> **p:** Como você fez para resolver esse problema?
> **g1**: Primeiro eu peguei o menor número par possível que é o dois. Depois eu peguei o maior número possível, que é o seis. Daí eu multipliquei e deu oito.
> **p**: E qual é esse sinal?
> **g1**: De mais.
> **p**: Então mais é multiplicação?
> **g1**: Não.
> **p**: Então o que foi feito aqui?
> **g1**: Eu somei o dois mais o seis.
> **p**: E deu quanto?
> **g1**: Oito. Daí estava falando pra eu somar o oito com o maior número ímpar possível. Que deu treze.

> **p**: E agora, revisando a estratégia que você fez, gostaria de modificá-la? Há algo que você gostaria de mudar?
> **g1**: Que multiplicação é vezes, não é mais.

Após perceber o erro, o aluno g1 desenvolveu a resolução esperada. No entanto, durante o retrospecto o aluno precisou da mediação desta pesquisadora para perceber que o cálculo inicial feito por ele (dois mais oito) não era uma multiplicação, conforme orientava o problema, mas sim uma adição. Desse modo, percebemos que g1 ainda não dominava alguns termos matemáticos. Nessa direção, concordamos com Silva (2011), ao afirmar que alguns alunos apresentam dificuldade em compreender o enunciado do problema por não dominar a linguagem matemática. Contudo, pelo fato de g1 ter percebido o erro posteriormente, entendemos que este aluno tem conhecimento dos conceitos matemáticos envolvidos no problema, mas ainda não se apropriou dos mesmos, uma vez que apresentou dúvidas em alguns momentos.

O aluno a3 também apresentou erro no processo de resolução. Apresentamos na Figura 18 a resolução elaborada por a3, seguida de algumas considerações:

FIGURA 18 – RESOLUÇÃO DE A3: EPISÓDIO I, SEGUNDA TEMPORADA




FONTE: Dados da pesquisa.

Conforme observamos na Figura 18, o aluno a3 resolveu corretamente a primeira etapa do problema, multiplicando duas vezes seis e obtendo doze como resposta. Porém, o equívoco ocorreu na segunda etapa. O aluno multiplicou doze vezes cinco, obtendo sessenta como resposta. Esta multiplicação foi apagada por a3, que, na sequência realizou a subtração, doze menos cinco, e depois a adição, doze mais cinco, sendo ambos os cálculos também descartados por ele.

O aluno realizou novamente a multiplicação, doze vezes cinco, obtendo o número sessenta como resposta. No entanto, ao elaborar a solução do problema, ele desconsiderou o zero na unidade, respondendo que a chave estava na sala seis. As diferentes estratégias elaboradas pelo aluno a3 e a diferença existente entre a resolução do problema e a resposta apresentada nos chamou a atenção. Desse modo, o convidamos para participar da entrevista, após a resolução do problema.

No início da conversa, esta pesquisadora perguntou qual era a incógnita do problema presente no episódio I. O aluno respondeu: "A questão era pra eu achar a chave da diretora". Em nosso entendimento, o foco da atenção de a3 estava em localizar a chave e resolver o mistério, o que confirma o envolvimento do aluno com o contexto criado.

Foi pedido para a3 explicar a estratégia utilizada para resolver o problema. Ele então respondeu:

> **a3**: A estratégia que eu fiz... Na primeira questão, peguei um dado e joguei, caiu no menor número par possível. O menor número par possível é o dois. Joguei novamente e caiu no maior número possível. O maior número possível do dado é o seis. Eu multipliquei, o resultado dele foi doze.
> **p:** Certo.
> **a3:** Daí joguei o dado mais uma vez e caiu no maior número ímpar possível.
> **p:** Qual é o maior número ímpar possível?
> **a3**: É o cinco.
> **p:** Ok.
> **a3:** Então resolvi somar esse número ao resultado da multiplicação que eu fiz anteriormente. Então eu tinha que somar doze vezes cinco. Que vai dar sessenta.
> **p:** Deu sessenta o seu resultado final. Agora qual foi a sua resposta?
> **a3:** Eu acho que deve estar na sala seis.
> **p:** Sua conta deu sessenta. Por que então você considerou sala seis já que o resultado obtido foi sessenta? Por que você não colocou que a chave estaria na sala sessenta?
> **a3:** Porque na nossa escola só tem sala até dezenove, então não daria na sala sessenta. Então só poderia ser na sala seis.

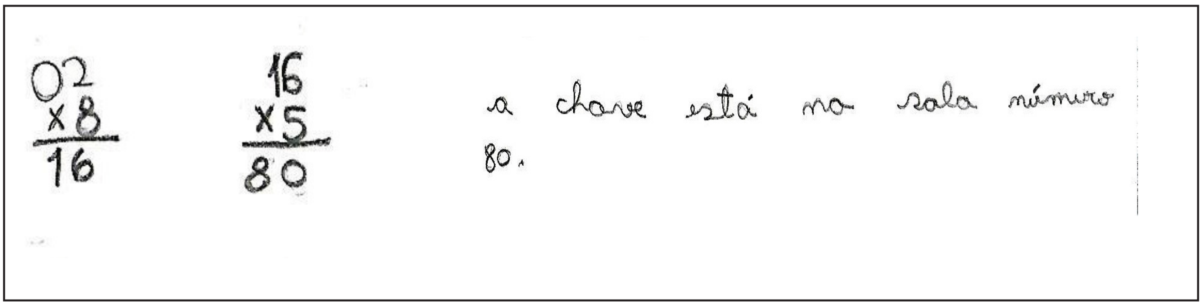
O aluno a3 considerou o contexto do problema para avaliar sua solução, julgando-a incorreta, pois se a escola possuía dezenove salas, não haveria a possibilidade de a chave estar na sala número sessenta. Nessa direção, no momento de validar o resultado obtido, ele ponderou se a solução encontrada apresentava sentido matemático perante a pergunta do problema.

Observamos uma contradição na fala de a3 ao dizer: "Então eu tinha que somar doze vezes cinco. Que vai dar sessenta". Mesmo dizendo o termo somar, o aluno realizou uma multiplicação, ou seja, doze vezes cinco. Na continuidade da conversa, esta pesquisadora retomou o raciocínio com o aluno, mas por diversas vezes ele falava o termo somar e referia-se a "conta de vezes", não percebendo o erro.

Percebemos que, assim como g1, o aluno a3 ainda não dominava alguns termos matemáticos. Nessa direção concordamos com Silva (2011) que o aluno precisa de auxílio do professor para compreender o vocabulário próprio da Matemática e como ele é usado.

Os alunos a4 e l3 também realizaram o retrospecto com base no contexto do problema. O aluno l3 realizou duas multiplicações, além de equivocar-se na interpretação dos dados numéricos do problema, considerando o oito como maior número par possível ao invés do número seis. Apresentamos a resolução de l3 na Figura 19:

FIGURA 19 – RESOLUÇÃO DE L3. EPISÓDIO I, SEGUNDA TEMPORADA



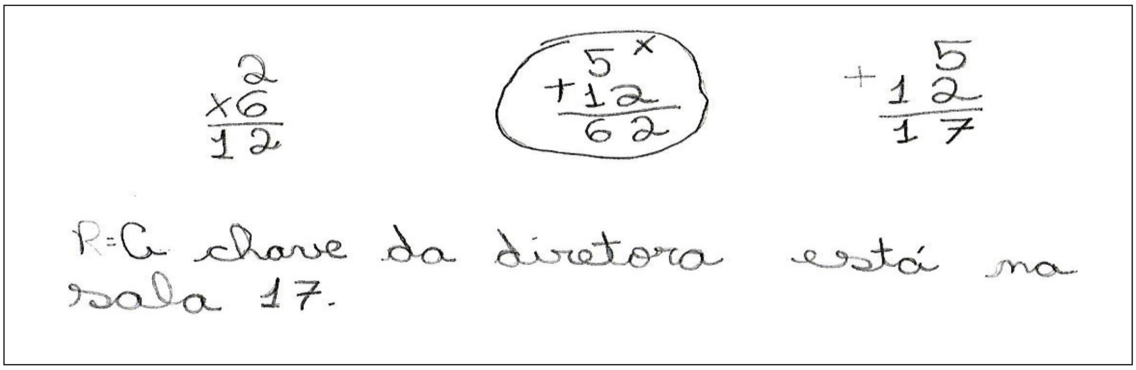

FONTE: Dados da pesquisa.

No momento da entrevista, esta pesquisadora perguntou ao aluno l3 se seria possível encontrar a chave na sala oitenta. Rapidamente o aluno respondeu que não, justificando que a escola não possuía essa quantidade de salas. Então, esta pesquisadora perguntou em qual momento havia percebido que a solução apresentada estava errada, e ele respondeu: “Foi depois que eu entreguei a folha, e daí eu vi que tinha colocado errado. Eu fui fazendo as contas na minha cabeça de volta e vi que estava errado. Eu vi que me confundi”.

Percebemos que mesmo após concluir o problema e entregá-lo para esta pesquisadora, o aluno l3 buscou sentido matemático para o resultado obtido, o que o levou a refazer os cálculos mentalmente. Em nosso entendimento, o aluno realizou o retrospecto por considerar que a resposta por ele formulada não apresentava sentido matemático perante a pergunta do problema, considerando não apenas os dados quantitativos do mesmo, mas também o contexto presente em seu enunciado.

Também observamos este processo cognitivo de busca por validação da solução a partir do entendimento do contexto do problema na resolução apresentada pelo aluno a4 (Figura 20).

FIGURA 20 – RESOLUÇÃO DE A4: EPISÓDIO I, SEGUNDA TEMPORADA




FONTE: Dados da pesquisa.

O aluno a4 realizou corretamente a primeira etapa do problema, multiplicando duas vezes seis e obtendo doze como resposta. Na sequência a4 realizou a soma, doze mais cinco, porém de modo incorreto, pois ao posicionar o número cinco na ordem da dezena, obteve como resposta o número sessenta e dois. Entendemos no registro de a4 que esta soma havia sido anulada, uma vez que estava circulada e assinalada com um x. Na entrevista, esta pesquisadora perguntou ao aluno o porquê de ter circulado e assinalado a soma realizada. Ele respondeu: “Que eu errei. Que o cinco tinha que estar aqui na unidade”. O aluno ainda relatou ter percebido que havia algo errado em seu cálculo pelo fato de não ter na escola uma sala de número sessenta e dois. Por isso, optou por fazer o retrospecto, realizando uma nova soma, desta vez, correta.

Observamos que ao considerar o contexto do enunciado, a4 apresentou autonomia ao fazer o retrospecto, examinando tanto a solução como as estratégias utilizadas. O ato de refletir sobre o próprio pensamento auxiliou o aluno no processo de análise do resultado e na identificação do erro, o que impulsionou a elaboração de nova estratégia na busca de uma solução que respondesse ao problema.

Além de a4, outros vinte e cinco alunos responderam essa questão de modo esperado. Chamou-nos a atenção a resposta dada por c1: “E então ela escondeu a chave na sala dezessete. A diretora deu um baita castigo na dona Leocádia e ela ficou sem magia por um mês”. Em nosso entendimento, o aluno c1 interpretou a situação expressa no contexto do problema segundo seus valores morais. Assim, localizar a chave da diretora não resolveria totalmente o problema, pois, na opinião do aluno, quem fez a travessura, no caso a dona Leocádia, deveria sofrer uma punição.

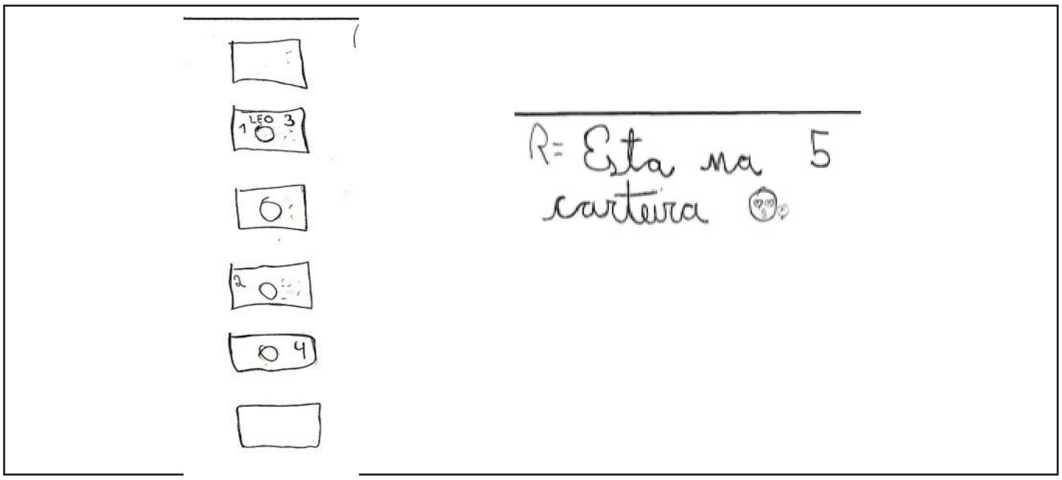
Nessa direção, reforçamos as considerações de Valero (2002) ao dizer que é importante valorizar não apenas os processos cognitivos do aluno nas aulas de Matemática, mas também seu conhecimento social. Desse modo, ao trabalhar com problemas matemáticos contextualizados o professor deve estar atento não apenas a construção do conhecimento matemático pelo aluno, mas também a outros assuntos que permeiam o enredo do enunciado, como por exemplo, ética e cidadania.

### 4.2.2 Episódio II, segunda temporada: O sumiço do penal da professora

No episódio II da segunda temporada os alunos precisavam descobrir em qual carteira dona Leocádia havia escondido o penal da professora. Para isso, deveriam seguir as pistas deixadas por ela. Este problema era similar ao apresentado no episódio II da primeira temporada (O sumiço do lanche). Assim, intencionamos verificar se os alunos identificariam alguma semelhança, ainda que pequena, entre os dois problemas. Não houve no relato dos alunos, nem no momento da resolução do problema nem no decorrer da entrevista, menção a essa similaridade. No entanto, observamos semelhanças nas estratégias resolutivas desenvolvidas por eles diante desses dois problemas.

Assim como para a resolução do episódio II da primeira temporada a maioria dos grupos optou por utilizar uma figura como estratégia resolutiva, a maioria dos alunos também utilizou uma figura para resolver o episódio II da segunda temporada. Segundo Polya (2006), traduzir por meio de uma figura a ideia matemática presente no problema pode ajudar o aluno a compreendê-lo. Apresentamos na Figura 21 a resolução elaborada por l4:

FIGURA 21 – RESOLUÇÃO DE L4: EPISÓDIO II, SEGUNDA TEMPORADA




FONTE: Dados da pesquisa.

O aluno l4 desenhou as seis carteiras enfileiradas organizadas próximas à janela, conforme orientava os dados do problema. Ao explicar sua estratégia de resolução, o aluno relatou:

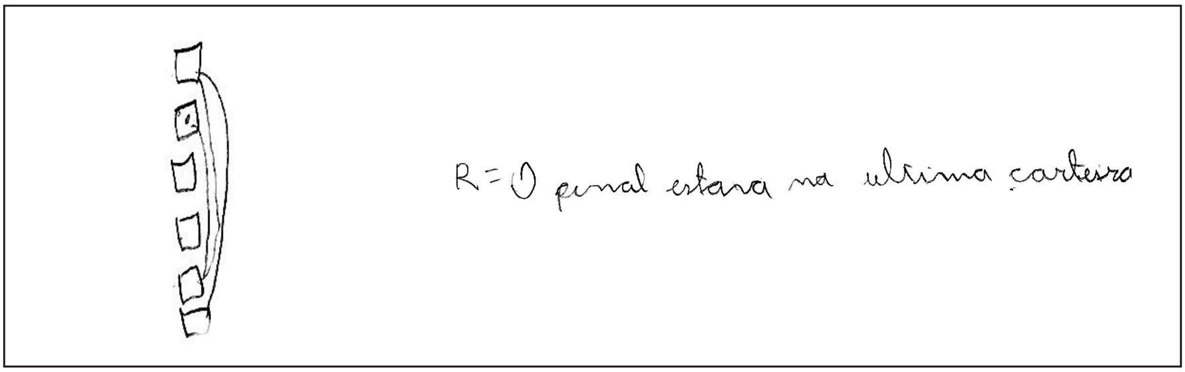
> **l4**: Eu desenhei as carteiras, daí fui colocando uma bolinha onde a Leocádia passou e o número. Então ela estava aqui. Na segunda carteira. Daí ela pulou duas carteira para trás. Que foi aqui. [Apontando para a quarta carteira]. Depois três carteiras para frente.
> **p**: Chegou onde?
> **l4**: Na primeira.
> **p**: E depois?
> **l4**: Depois foi quatro.
> **p**: E ela chegou em qual carteira?
> **l4**: Na quarta. Não, na quinta carteira.

A utilização de uma figura como estratégia resolutiva auxiliou na compreensão do contexto do problema, pois, desse modo, os alunos reproduziram o deslocamento feito por dona Leocádia em um espaço determinado, ou seja, entre as carteiras dispostas em fila em sala de aula.

Entre os cinquenta alunos que optaram pelo uso de figura como estratégia de resolução, trinta e quatro responderam ao problema de modo esperado, ou seja, dona Leocádia havia escondido o penal da professora na quinta carteira.

Treze alunos, que também utilizaram a figura como estratégia resolutiva, apresentaram como resposta que o penal estava na sexta carteira. Apresentamos, como exemplo, na Figura 22 a resolução elaborada pelo aluno g1.

FIGURA 22 – RESOLUÇÕES DE G1: EPISÓDIO II, SEGUNDA TEMPORADA




FONTE: Dados da pesquisa.

O ponto de partida de dona Leocádia era a segunda carteira. Na sequência ela pulou duas carteiras para trás, chegando à quinta carteira, segundo a resolução de g1. Ao deslocar-se três carteiras para frente, ela posicionou-se na primeira carteira. Por fim, dona Leocádia foi quatro carteiras para trás, chegando à sexta carteira, local onde deixou o penal da professora.

Observamos na resolução de g1, assim como de outros alunos que apresentaram resposta similar, que a contagem do ponto de chegada de cada deslocamento realizado por dona Leocádia era desconsiderada. Ponderamos sobre quais informações contidas no enunciado do problema conduziram os alunos a esse raciocínio. Para melhor compreensão, convidamos alguns alunos para participar da entrevista.

Esta pesquisadora perguntou ao aluno g3 que estratégia havia utilizado para resolver o problema e ele respondeu: “Eu fiz as mesas, aí eu fui vendo para onde ela estava indo até chegar nesse resultado”. Percebemos que ao utilizar representação por desenhos o aluno reproduziu, passo a passo, o deslocamento realizado por dona Leocádia, interpretando o contexto do problema. Na sequência, foi solicitado ao aluno a realização do retrospecto. Nesse momento, g3 modificou a resposta, dizendo que Leocádia deixou o penal na quinta carteira. Ao confrontar as duas respostas obtidas, na resolução elaborada no primeiro momento e no retrospecto, g3 relatou: “Eu acho que ela estava na quinta. Aquele dia eu não contei direito e achei que ela estava mais pra trás”.

Assim como g3, os alunos j3 e l2 realizaram o retrospecto no momento da entrevista e apresentaram uma nova resposta para o problema, ou seja, que o penal estava escondido na quinta carteira da fila da janela. Desse modo, percebemos que o equívoco cometido por esses alunos deu-se pela interpretação dos dados do problema. Porém, ao entrevistá-los, não identificamos qual informação havia conduzido a tal equívoco. Em vista disso, esta pesquisadora convidou o aluno a3 para a entrevista. Apresentamos um trecho da conversa com esse aluno:

> **p:** Qual estratégia você utilizou para resolver esse problema?
> **a3:** Eu usei a estratégia de desenhar.
> **p:** Pode me explicar o seu desenho?
> **a3:** Ela disse que tinha seis carteiras, então eu fiz as seis carteiras. Ela estava na segunda, pulou duas e foi pra cinco. Pulou três e foi direto pra um. Da um ela pulou quatro e foi direto para a última carteira. Que é a seis e é lá que está o penal da professora.

Observamos na fala de a3 o reconhecimento do desenho como estratégia resolutiva para um problema matemático. Ao explicar a estratégia utilizada, a3 fazia um movimento com a ponta do lápis que segurava em suas mãos, como se pulasse por cima das carteiras e dizia “foi direto para...”. Entendemos que, neste caso, o aluno realizou uma contagem diferenciada, segundo sua compreensão para a expressão “pular carteiras”, presente no enunciado do problema. Ponderamos se este raciocínio também foi adotado por outros alunos que apresentaram como resposta que o penal estava na sexta carteira. Nessa direção, convidamos o aluno a5 para participar da entrevista. Este aluno desenvolveu duas estratégias de resolução, como mostra a Figura 23:

FIGURA 23 – RESOLUÇÃO DE A5: EPISÓDIO II, SEGUNDA TEMPORADA


FONTE: Dados da pesquisa.

No momento da entrevista, perguntamos ao aluno a5 qual a estratégia utilizada por ele para resolver o problema, desencadeando a seguinte conversa:

> **p:** Como que você fez para descobrir onde ela [dona Leocádia] escondeu o estojo?
> **a5**: A conta de mais.
> **p**: Você poderia explicar por que você fez essa conta?
> **a5**: Porque... Olha... *Eu estava na fila da janela que tem seis carteiras enfileiradas*. Eu fiz seis. Aí... *Eu estava sentadinha na segunda carteira.* Eu coloquei o dois. *Aí eu pulei duas carteiras para trás.* Eu também coloquei o dois. *Depois fui três carteiras para frente.* Coloquei o três. *Depois eu fui quatro carteiras para trás*. Aí eu coloquei o quatro.[35]
> **p**: Certo. Então você somou?
> **a5**: Sim.
> **p**: E qual o resultado dessa soma?
> **a5**: Vinte e um.

No primeiro momento, o aluno a5 selecionou os dados numéricos presentes no problema, desconsiderando o significado matemático que cada qual representava, para efetuar a “conta de mais”, como ele próprio denomina. Assim, a5 somou a quantidade de carteiras (seis), a localização inicial de dona Leocádia (segunda carteira) e as coordenadas de seu deslocamento. Neste caso, percebemos que o contexto foi, inicialmente, desconsiderado pelo aluno, o que vem ao encontro das considerações de Medeiros Junior (2007), ao verificar que, muitas vezes, os alunos centralizam a atenção no contexto numérico apresentado. Além disso,

[35] Na fala de a5 destacamos em itálico os trechos em que o aluno realizou a leitura do enunciado do episódio II, segunda temporada.

percebemos erro na adição realizada, sendo que dezessete seria o resultado correto para os cálculos de a5, porém não do problema.

No entanto, a solução apresentada por a5 não era condizente com o resultado da soma por ele efetuada. Em vista disso, perguntamos ao aluno o que o fez ponderar sobre o "vinte e um" como resposta ao problema e ele respondeu: "Porque só tem seis carteiras". Percebemos que no momento do retrospecto a5 avaliou o resultado obtido considerando o contexto linguístico do problema, buscando sentido matemático para sua resposta.

Segundo Polya (2006), é importante que o aluno, no momento em que executa um plano, ou seja, desenvolve a estratégia de resolução, valide cada passo realizado, bem como a resposta obtida, buscando significado matemático para o mesmo. Nessa direção, a busca pela validação do resultado obtido segundo o contexto do problema fez com que a5 desconsiderasse a primeira estratégia e buscasse outro meio de resolução, dessa vez, por desenhos. O aluno a5 descreveu a segunda estratégia elaborada:

> **a5:** Eu peguei as dicas. Quando ela pulou, eu pulei. Quando ela foi para trás, eu fui. Aí eu vi que estava na última carteira, só que daí o resultado não deu igual.

Em nosso entendimento, ao dizer "Quando ela pulou, eu pulei. Quando ela foi pra trás, eu fui.", a5 vivencia o deslocamento junto com dona Leocádia. Assim, o contexto presente no enunciado adquire significado e possibilita que o aluno construa estratégias resolutivas segundo sua interpretação para o problema. Ao concluir a resolução, a5 percebeu que havia encontrado dois resultados diferentes, sendo "vinte e um" ao realizar os cálculos e "seis" ao utilizar o desenho. Desse modo, apoiou-se no contexto do problema para decidir qual seria mais coerente.

Observamos que assim como a3, o aluno a5 também interpretou a ação de "pular" carteiras como "pular por cima" delas, por este motivo o ponto de chegada, neste deslocamento, não foi incluído na contagem.

Ao observar a estratégia resolutiva por meio de desenhos elaborada por a5 (Figura 23), percebemos dois tipos de deslocamento construídos pelo aluno. Conforme os dados do problema, o aluno considera a segunda carteira como o ponto de partida de dona Leocádia. Quando ela [dona Leocádia] diz "pulei duas carteiras para trás", o aluno considera o movimento de pular por cima de duas carteiras, chegando à quinta carteira. Na sequência, quando ela diz "fui três carteiras para frente", o aluno considera o movimento de passar pelas carteiras uma a uma. Assim, saindo da quinta carteira retorna à segunda. Por fim, quando ela diz: "fui quatro carteiras para trás", o aluno considera novamente o movimento de passar pelas carteiras uma a uma, concluindo que, ao sair da segunda carteira, dona Leocádia deslocou-se até a sexta carteira, deixando nesta o penal da professora.

É interessante observar que o aluno a5 atribuiu tipos de deslocamento distintos para cada uma das expressões presentes no enunciado do problema. Desse modo, em nosso entendimento, o aluno considerou o contexto do problema para determinar diferentes tipos de deslocamento, interpretando, a seu modo, os dados apresentados.

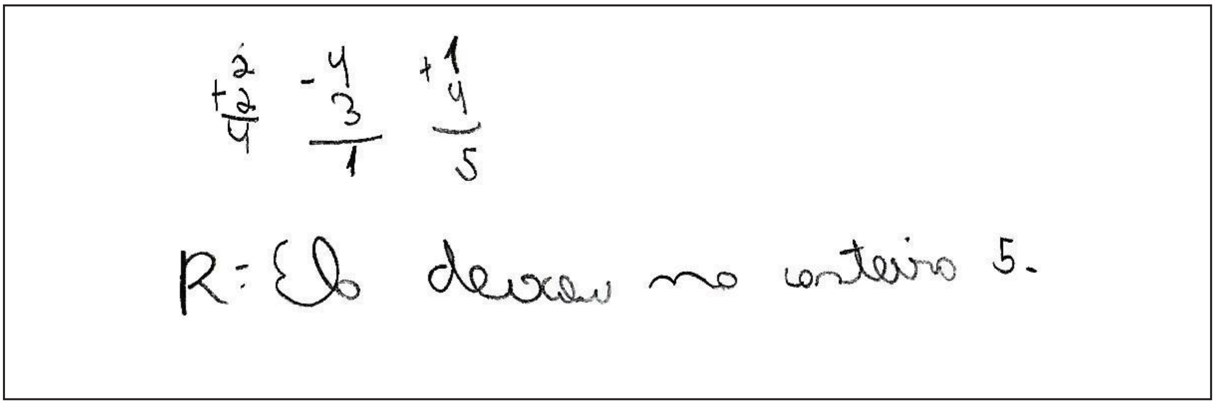
Em vista disso, consideramos que o enunciado do problema apresentou ambiguidade não prevista por nós ao formulá-lo. Em sua dissertação, Kramm (2014) alerta que uma das possíveis causas que conduzem alunos a cometerem erros ao resolverem problemas matemáticos é a ambiguidade que algumas questões apresentam.

Dizer que o penal estava na sexta carteira não era a resposta esperada por nós. No entanto, considerando a interpretação dos alunos para o contexto do problema, esta também seria uma resposta possível. Nessa direção, não consideramos como erro a solução de que o penal estaria na sexta carteira, mas sim como outra possibilidade de resposta.

Reiteramos que não prevíamos a dupla interpretação que poderia ser dada ao contexto do problema. Contudo, acreditamos que um problema matemático pode permitir mais de uma resposta correta, sem desconsiderar o rigor matemático.

O cálculo também foi utilizado como estratégia de resolução para o episódio II. Apresentamos na Figura 24 a estratégia de resolução desenvolvida pelo aluno f2.

FIGURA 24 – RESOLUÇÃO DE F2: EPISÓDIO II, SEGUNDA TEMPORADA




FONTE: Dados da pesquisa.

No momento da entrevista, f2 explicou como desenvolveu a estratégia de resolução:

> **f2:** Ela estava na segunda carteira, daí ela pulou duas carteiras para trás. Eu fiz dois mais dois, que é quatro. Ela estava na quarta carteira, daí ela pulou três carteiras para

> frente. Quatro menos três que é um. Daí depois ela foi quatro carteiras para trás. E eu fiz quatro mais um cinco.

O aluno representou o deslocamento de dona Leocádia por meio de cálculos, construindo sentido para as operações realizadas. Assim, ao traduzir os dados do problema em uma linguagem matemática, utilizou a adição para calcular em qual carteira dona Leocádia chegaria ao ir para trás e a subtração para calcular em qual carteira chegaria ao ir para frente.

Percebemos que f2 elaborou a estratégia de resolução a partir da organização dos dados do problema, segundo sua compreensão para o contexto do enunciado. Em nosso entendimento, o aluno demonstrou a habilidade de pensar matematicamente, pois interpretou uma dada situação sob um ponto de vista matemático, construindo simbologias próprias e aplicando ideias matemáticas para resolver o problema proposto. Segundo Schoenfeld (1996), é este raciocínio – o pensar matematicamente - desenvolvido pelo aluno diante de um dado problema que deve ser valorizado.

A significação dada aos cálculos utilizados na resolução do episódio II da segunda temporada (O sumiço do penal da professora) é similar àquela utilizada, por alguns grupos, para responder o episódio II da primeira temporada (O sumiço do lanche). Assim, observamos que apesar de os alunos não relatarem a identificação de semelhanças entre os dois episódios, as estratégias utilizadas foram similares.

Segundo Onuchic (1999), quando o ensino de Matemática tem seu foco na resolução de problemas, o aluno é capaz de elaborar sucessivas aproximações ao conceito criado para resolver um determinado problema e, posteriormente, utiliza esse aprendizado para resolver outros problemas. Desse modo, entendemos que ao construir uma significação para os cálculos utilizados no episódio "O sumiço do lanche", os alunos apropriaram-se do conhecimento construído, mobilizando-o para resolver um novo problema presente em outro contexto.

### 4.2.3 Episódio III, segunda temporada: O sumiço dos brinquedos

No episódio III da segunda temporada, O sumiço dos brinquedos, dona Leocádia havia escondido alguns brinquedos da escola em um armário codificado. Assim, cabia aos alunos descobrir a senha secreta que abriria o armário para recuperá-los. Observamos que o foco dos alunos estava na incógnita do contexto, como mostra a conversa com k5, no momento da entrevista:

> **p:** Você lembra sobre o que fala esse problema?
> **k5:** Dona Leocádia se irritou porque alguns brinquedos estavam jogados no meio do caminho e ela tropeçou em alguns deles. Ficou irritada e guardou eles no armário com código.
> **p:** Ótimo. E o que o problema está perguntando?
> **k5:** Pra gente descobrir o código com as pistas que ela deixou.

Ao entrevistar o aluno b1, também percebemos ênfase no contexto:

> **p:** Qual era o problema a ser resolvido?
> **b1:** Tinha que pegar os brinquedos das crianças.
> **p:** E para pegar os brinquedos das crianças, o que era necessário ser feito?
> **b1:** Teria que abrir o armário.
> **p:** Quais informações o problema traz para que você consiga resolvê-lo?
> **b1:** Os números.
> **p:** Precisa de mais alguma informação?
> **b1:** Precisa de mais informações. Se não tivesse esse aqui eu não conseguiria resolver.
> [Referindo-se as pistas dadas por dona Leocádia].

Os alunos k5 e b1 estabeleceram um diálogo com o contexto presente no enunciado. Para eles, a meta principal era abrir o armário e recuperar os brinquedos das crianças, ou seja, solucionar a missão dada aos detetives resolvedores de problemas. Vale ressaltar que os dados matemáticos também foram considerados, pois, segundo os alunos, eram informações necessárias para resolver o problema.

Em nosso entendimento, ao resolver um problema matemático contextualizado, o aluno direciona sua atenção para a incógnita do contexto do problema e, na sequência, busca dados para formular sua estratégia resolutiva. Desse modo, a utilização do conhecimento matemático não tem fim em si mesmo, mas se torna um recurso útil para resolver o problema presente no contexto que, nesse caso, era recuperar os brinquedos que estavam no armário que só seria aberto com a senha secreta a ser descoberta, conforme o enunciado já conhecido:

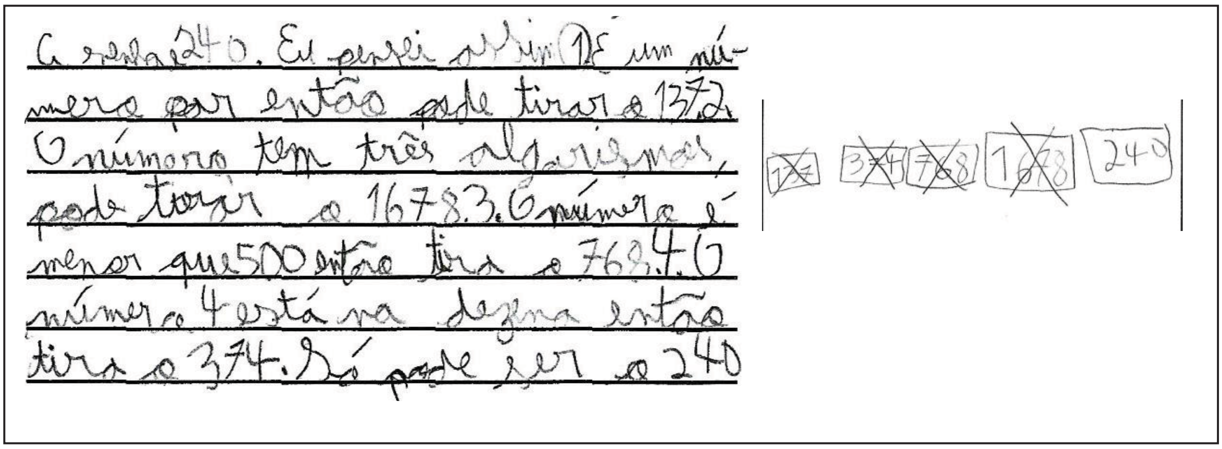
> Dona Leocádia deixou em cima da mesa da diretora cinco pedaços de papéis com números anotados, um desses é a senha correta para abrir o armário.
>
> | 137 | 374 | 768 | 1678 | 240 |
> |---|---|---|---|---|
>
> Para descobrir qual é a senha secreta, ela deixou algumas pistas.
> - É um número par.
> - O número é composto por três algarismos.
> - O número é menor do que cinco centenas.
> - O algarismo 4 está na ordem da dezena.
>
> (Trecho do Episódio III, segunda temporada).

Para um professor, possivelmente, a última pista dada pode tornar as demais pistas desnecessárias, uma vez que apenas um dos números a serem analisados apresenta o algarismo quatro na ordem da dezena, ou seja, o número duzentos e quarenta. No entanto, ponderamos se alunos do 4º ano do Ensino Fundamental também realizariam essa mesma leitura, tomando como base para análise apenas a última pista.

Para verificar o raciocínio desenvolvido, solicitamos que os alunos descrevessem a estratégia de resolução por eles utilizada. Além disso, era um meio de incentivar os alunos a realizarem o retrospecto e refletirem acerca da resolução elaborada, desenvolvendo a habilidade de argumentação matemática.

Observamos que a maioria dos alunos analisou as pistas dadas por dona Leocádia uma a uma. Apresentamos na Figura 25 a resolução elaborada por c2:

FIGURA 25 – RESOLUÇÃO DE C2: EPISÓDIO III, SEGUNDA TEMPORADA

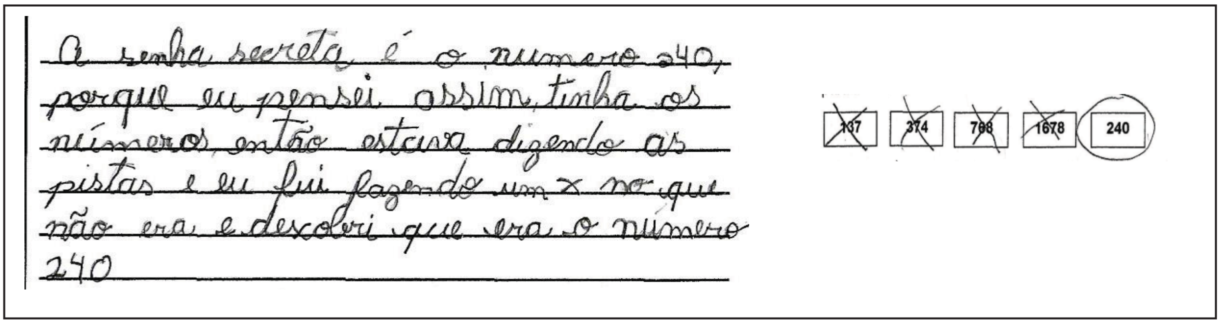



FONTE: Dados da pesquisa.

Percebemos que c2 analisou cada uma das pistas, excluindo os números que não atendiam ao que era informado como característica da senha secreta. Na descrição da estratégia resolutiva, c2 seguiu a mesma sequência das pistas fornecidas por dona Leocádia, o que mostra que, para resolver o problema, o aluno teve como base os dados na ordem em que foram apresentados. Ao final, c2 concluiu: “Só pode ser o 240”. Em nosso entendimento, o aluno estava seguro da solução dada ao problema, pois todos os números foram analisados, restando apenas o número duzentos e quarenta que, por sua vez, atendia todas as pistas.

Observamos que este aluno esteve em situação de aprendizagem com cada uma das pistas fornecidas, assim como o aluno i1, como mostra a resolução por ele elaborada (Figura 26):

FIGURA 26 – RESOLUÇÃO DE I1: EPISÓDIO III, SEGUNDA TEMPORADA


A senha secreta é o número 240, porque eu pensei assim, tinha os números então estava dizendo as pistas e eu fui fazendo um x no que não era e descobri que era o número 240



FONTE: Dados da pesquisa.

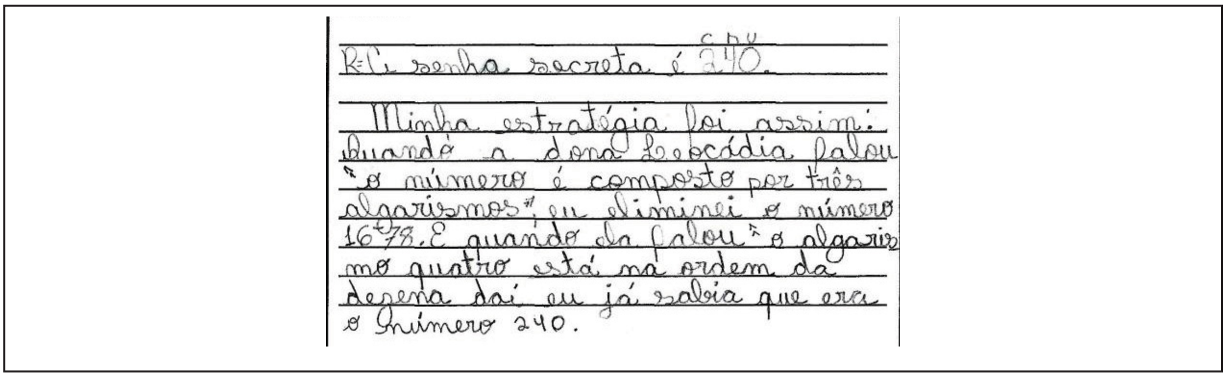
Esta pesquisadora entrevistou o aluno i1 para melhor compreender a estratégia utilizada. O aluno foi questionado se havia alguma informação desnecessária, que poderia ser excluída do enunciado do problema sem causar prejuízo à resolução. Ele respondeu que não, pois, de acordo com seu ponto de vista, todas as informações eram necessárias. Ao explicar a estratégia utilizada, i1 relatou:

> **i1**: Eu li aqui: é um número par. Eu sabia que não podia ser um número ímpar, que é o 137. É um número composto por três algarismos. E esse [apontando para o número 1678] não é composto por três. Eu cortei com um x aqui. É menor do que cinco centenas. Daí eu risquei o 768. Sobrou o 374 e o 240. O algarismo quatro está na ordem da dezena. Aí eu risquei o 374 e descobri que ficou o 240.

Observamos que o aluno i1 considerou todos os dados do problema. Os números foram analisados um a um, conforme as pistas deixadas por dona Leocádia.

Entre as resoluções apresentadas, observamos que quatro alunos consideraram algumas das pistas, porém, na sequência, ativeram-se à última, como mostra a resolução elaborada por a4 (Figura 27):

FIGURA 27 – RESOLUÇÃO DE A4: EPISÓDIO III, SEGUNDA TEMPORADA


R: A senha secreta é 240.

Minha estratégia foi assim: Quando a dona Leocádia falou "o número é composto por três algarismos", eu eliminei o número 1678. E quando ela falou "o algarismo quatro está na ordem da dezena" daí eu já sabia que era o número 240.

FONTE: Dados da pesquisa.

Na descrição de a4, observamos a análise da segunda pista, "o número é composto por três algarismos", o que levou a exclusão do número 1678. Na sequência, o aluno considerou a quarta pista, analisando a posição do algarismo quatro na ordem da dezena, obtendo como solução para o problema o número 240. No entanto, no momento da entrevista, o aluno relatou ter analisado todos os dados. Apresentamos um trecho da conversa com a4 a seguir:

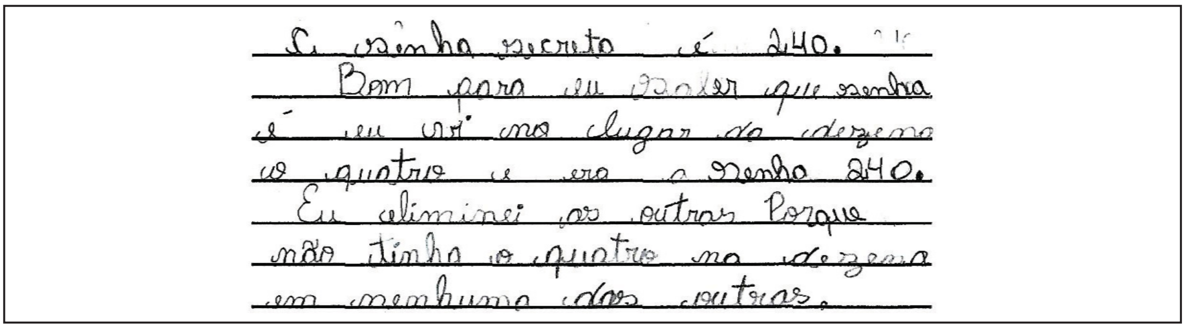
> **p:** O que esse episódio está perguntando?
> **a4:** Está perguntando... Que a dona Leocádia viu alguns brinquedos no pátio e daí ela deixou cinco papéis em cima da mesa da diretora. Daí é para descobrir qual é a senha secreta.
> **p:** Poderia explicar para mim qual estratégia você utilizou para resolver esse problema?
> **a4:** Porque... Está falando que é um número par e daí não é o sete. Esse daqui eu tirei [apontando para o número 137]. O número é composto por três algarismos, daí eu tirei esse [apontando para o número 1678]. O número é menor do que cinco centenas, daí eu tirei esse daqui [apontando para o número 768]. O algarismo quatro está na ordem da dezena. Aí eu vi que é esse daqui. A senha secreta é 240.
> **p:** E considerando todo o problema, tem alguma informação que não é necessária? Que se tirasse não faria falta?
> **a4:** São todas necessárias.

Observamos que ao ser questionado sobre o episódio III, o foco do aluno estava no contexto do problema, ou seja, na situação presente no enunciado e no mistério a ser resolvido. Nessa direção, as relações matemáticas estabelecidas foram um meio para solucionar o problema considerando seu contexto: descobrir a senha secreta para recuperar os brinquedos. Ao descrever a estratégia utilizada, a4 analisou as pistas uma a uma, justificando a eliminação de cada número, restando, por fim, o número 240. Desse modo, percebemos que mesmo não constando em sua descrição a análise de todas as pistas, a4 as considerou ao resolver o problema.

Segundo Polya (2006), após o aluno executar o plano de resolução passo a passo, avaliando e validando cada etapa do processo, é importante que, no retrospecto, ele verifique se há algum meio de simplificar os procedimentos de resolução utilizados, além de conferir a solução dada ao problema. Em nosso entendimento, a4, no primeiro momento, analisou cada uma das pistas deixadas por dona Leocádia. No entanto, ao descrever a estratégia de resolução utilizada, o aluno percebeu que poderia simplificá-la e que a última pista dada justificaria a exclusão, simultaneamente, de vários números, restando apenas o número 240 como resposta possível e correta.

Entre os alunos que resolveram o problema, dez justificaram que bastava analisar somente a última pista: o algarismo 4 está na ordem da dezena. Apresentamos na Figura 28 a resolução elaborada por a5.

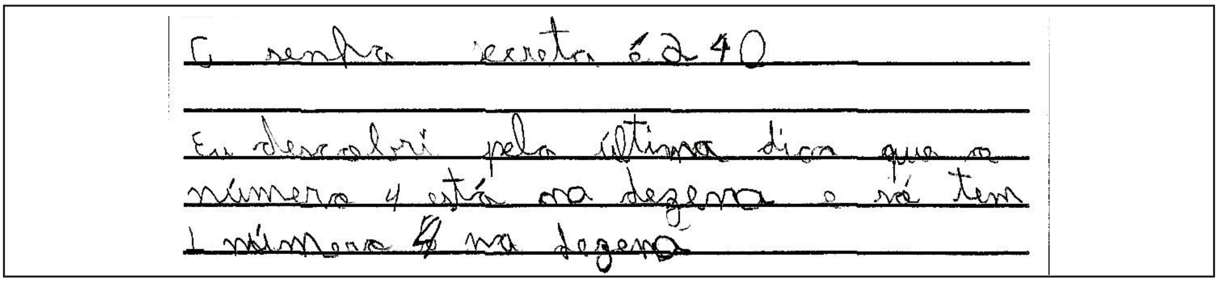
FIGURA 28 – RESOLUÇÃO DE A5: EPISÓDIO III, SEGUNDA TEMPORADA


A senha secreta é 240.
Bom para eu saber que senha é eu vi no lugar da dezena o quatro e era a senha 240.
Eu eliminei as outras Porque não tinha o quatro na dezena em nenhuma das outras.

FONTE: Dados da pesquisa.

Na descrição, observamos que a5 ateve-se a última pista. Em seu relato, o aluno diz que buscou identificar o algarismo quatro na ordem da dezena, observando-o apenas no número 240, concluindo, assim, que este era a resposta correta, ou seja, a senha secreta. De modo semelhante, o aluno h5 descreveu sua estratégia, como mostra a Figura 29:

FIGURA 29 – RESOLUÇÃO DE H5: EPISÓDIO III, SEGUNDA TEMPORADA


A senha secreta é 240
Eu descobri pela última dica que o número 4 está na dezena e só tem 1 número 4 na dezena

FONTE: Dados da pesquisa.

Esta pesquisadora entrevistou o aluno h5, com o propósito de ampliar o entendimento sobre sua estratégia de resolução. Apresentamos na sequência um trecho dessa conversa.

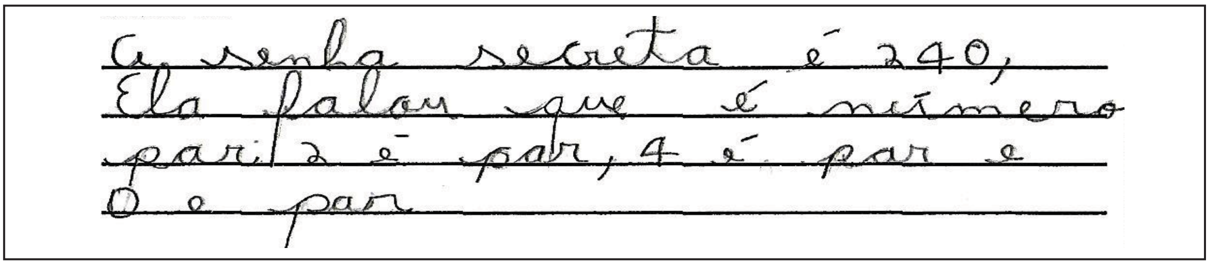
> **p**: Você lembra-se desse episódio?
> **h5**: Lembro, esse foi o mais fácil de todos.
> **p:** Você gostou de resolver esse mistério?
> **h5:** Sim. Porque era só ver a última pista. Que é: o algarismo quatro está na ordem da dezena. Vamos solucionar mais esse mistério? Então esse daqui é o único que o quatro está na dezena. O 240.
> **p:** Então esse problema apresenta vários dados para poder resolvê-lo. Existe algum dado dispensável? Que se não estivesse ali, você conseguiria resolver do mesmo jeito?

**h5:** Não.
**p:** Existe alguma pista que se tirasse não faria falta?
**h5:** Não. Porque o número é composto por três algarismos, e ele tem três algarismos. O número é menor que cinco centenas. Também tem isso. Só que aí tirando 768. E aí o algarismo 4 está na ordem da dezena e esse daqui [apontando para o número 240] é o único. Tem outro que tem quatro, só que não é na dezena, é na unidade.

O aluno h5 ateve-se à última pista para dar resposta ao problema, porém não desconsiderou a importância das demais apresentadas. Em nosso entendimento, o aluno não as descartou por ser um meio de validar sua resposta.

Cinco alunos, apesar de responderem corretamente ao problema, apresentaram justificativas equivocadas na descrição da estratégia utilizada, como mostra a resolução elabora por e2.

FIGURA 30 – RESOLUÇÃO DE E2: EPISÓDIO III, SEGUNDA TEMPORADA


A senha secreta é 240,
Ela falou que é número
par, 2 é par, 4 é par e
0 e par

FONTE: Dados da pesquisa.

O aluno e2 ateve-se apenas a primeira pista para responder ao problema. Contudo, observamos uma compreensão conceitual equivocada no que se refere a números pares e ímpares. Na descrição da estratégia utilizada, percebemos que e2 analisou os algarismos de cada número de modo isolado, desconsiderando o valor posicional que representam. No momento da entrevista, esta pesquisadora perguntou ao aluno sobre outros números presentes no enunciado, desencadeando a seguinte conversa:

**p**: O número 768 é um número par ou um número ímpar?
**e2**: Par.
**p**: Por quê?
**e2**: O sete é ímpar. O seis e o oito são pares.
**p**: O número 374 é um número par ou um número ímpar?
**e2**: Ímpar.
**p**: Por que o número 374 é ímpar?
**e2**: Porque três é ímpar, sete é ímpar e quatro é par.

O aluno analisou cada algarismo isoladamente, utilizando um padrão equivocado para classificar um número como par ou ímpar. Assim, para e2, se a maioria dos algarismos que compõem um número é par, o número é classificado como par, mas se a maioria dos algarismos que compõem um número é ímpar, então o número é ímpar.

Nessa direção, reforçamos a importância do diálogo entre professor e aluno, pois também é um meio de aquele compreender como este interpreta e constrói conceitos matemáticos. Assim, o professor pode identificar equívocos e auxiliar o aluno na construção do conhecimento matemático.

Medeiros Junior (2007) afirma que os registros de resolução, em folha, realizados pelos alunos, nem sempre dão conta de indicar o raciocínio por eles construído. Desse modo, é importante que o professor ouça os alunos tanto para melhor compreendê-los como para instigá-los a refletir sobre seu próprio pensamento. Compreendemos que em turmas numerosas essa não é tarefa fácil. Em vista disso, solicitar aos alunos para que escrevam o raciocínio utilizado pode ser um meio para esse fim.

Observamos que a maioria dos alunos considerou todos os dados do problema como base de análise para a construção da estratégia resolutiva e mesmo quando percebiam que a última pista excluía a necessidade das demais, eles não as abortavam de imediato, utilizando-as como recurso de validação para a resposta dada ao problema. Reiteramos que no decorrer do processo de resolução, os alunos mantinham a atenção voltada para a incógnita do contexto, ou seja, descobrir a senha secreta do armário para recuperar os brinquedos das crianças.

### 4.2.4 Episódio IV, segunda temporada: As luvas de banho a seco do Theobaldo

No episódio IV, As luvas de banho a seco do Theobaldo, os alunos precisavam calcular a quantia em dinheiro que cada detetive possuía e quantos pares de luvas cada um poderia comprar com o referido valor. Na entrevista, esta pesquisadora perguntou aos alunos qual a incógnita do problema e quais dados eram necessários para compor as estratégias de resolução. Os entrevistados apresentaram compreensão do enunciado, como mostram os trechos das conversas estabelecidas com os alunos j1 e c1:

> **j1:** Fala que quando a dona Leocádia chegou no Prédio Azul, ela percebeu que a conta estava vindo muito alta e proibiu o banho. Só o banho nos sábados. Então o mágico inventou luvas de banho a seco.
> **p:** Muito bem. E o que o problema está perguntando?
> **j1:** Quantas luvas cada um poderá comprar.
> **p:** Para você descobrir quantas luvas cada detetive poderá comprar, quais os dados que o problema fornece?

**j1:** Que a Sol tem nove cédulas de dois reais, o Bento tem três cédulas de cinco, e o Pipo uma cédula de dez.

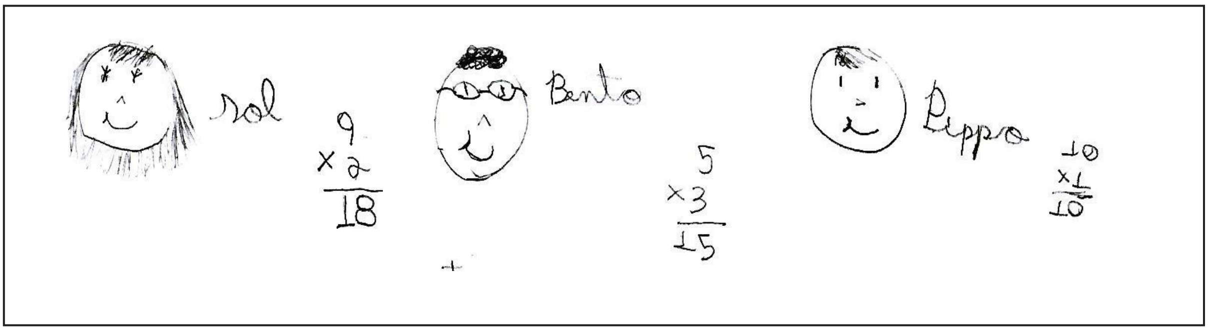
**p:** Qual era a pergunta do problema?
**c1:** Pergunta quantas luvas dava para cada detetive comprar com o seu dinheiro.
**p:** Certo. E quais as informações que o problema traz para que você consiga resolvê-lo?
**c1:** Os dados são que a Sol tem nove cédulas de dois reais, ou seja, tem dezoito reais. O Bento tem três cédulas de cinco reais, ou seja, quinze reais. E o Pippo tem uma cédula de dez reais, ou seja, ele tem dez reais.
**p:** Há mais alguma informação importante para você resolver o problema?
**c1:** Sim. É que cada luva vale quatro reais.

Observamos que os alunos compreenderam a incógnita do problema e identificaram os dados necessários para a resolução. Segundo Polya (2006) é importante que o aluno entenda com clareza o problema proposto, pois, desse modo, concentra sua atenção nas informações principais e estabelece relações entre os dados e a incógnita para, então, construir estratégias resolutivas.

Em nosso entendimento, compreender a incógnita do problema e identificar os dados apresentados auxiliou os alunos a desenvolver estratégias de resolução com autonomia. Diante da variedade de estratégias elaboradas pelos alunos, optamos por analisar as resoluções em dois momentos, considerando primeiramente os meios para calcular a quantia em dinheiro de cada detetive e, na sequência, os cálculos desenvolvidos para verificar quantos pares de luvas cada um poderia comprar.

Para calcular o valor em dinheiro de cada detetive, os alunos realizaram diferentes procedimentos, tais como a multiplicação, adição, representação por figuras/esquemas e o cálculo mental, sendo a multiplicação a estratégia mais utilizada. Apresentamos, na Figura 31, a resolução elaborada por h5:

FIGURA 31 – RESOLUÇÃO DE H5: EPISÓDIO IV, SEGUNDA TEMPORADA




FONTE: Dados da pesquisa.

Antes de desenvolver a estratégia resolutiva, h5 desenhou a face dos três detetives buscando representar características de cada um, como, por exemplo, os óculos usados por Bento. Em nosso entendimento, o desenho revela o envolvimento do aluno com o contexto criado.

Do mesmo modo, o aluno d2 também realizou multiplicações para calcular a quantia, em dinheiro, de cada detetive. No momento da entrevista, esta pesquisadora perguntou ao aluno como desenvolveu a estratégia de resolução, desencadeando a seguinte conversa:

> **p:** Você poderia explicar que estratégia utilizou para resolver o problema?
> **d2:** Eu fiz conta de vezes.
> **p**: Por que você escolheu a conta de vezes?
> **d2:** Pra somar quanto tinha ao todo.
> **p:** Somar o quê?
> **d2**: O dinheiro.

O aluno d2 relatou ter realizado uma multiplicação. Ao ser questionado sobre o motivo de sua escolha disse que queria somar os valores em dinheiro de cada detetive. Desse modo, entendemos que o aluno estabeleceu relações entre conceitos que envolvem as duas operações, o que permitiu a mobilização de conhecimentos anteriores para a construção de estratégias resolutivas de maneira autônoma.

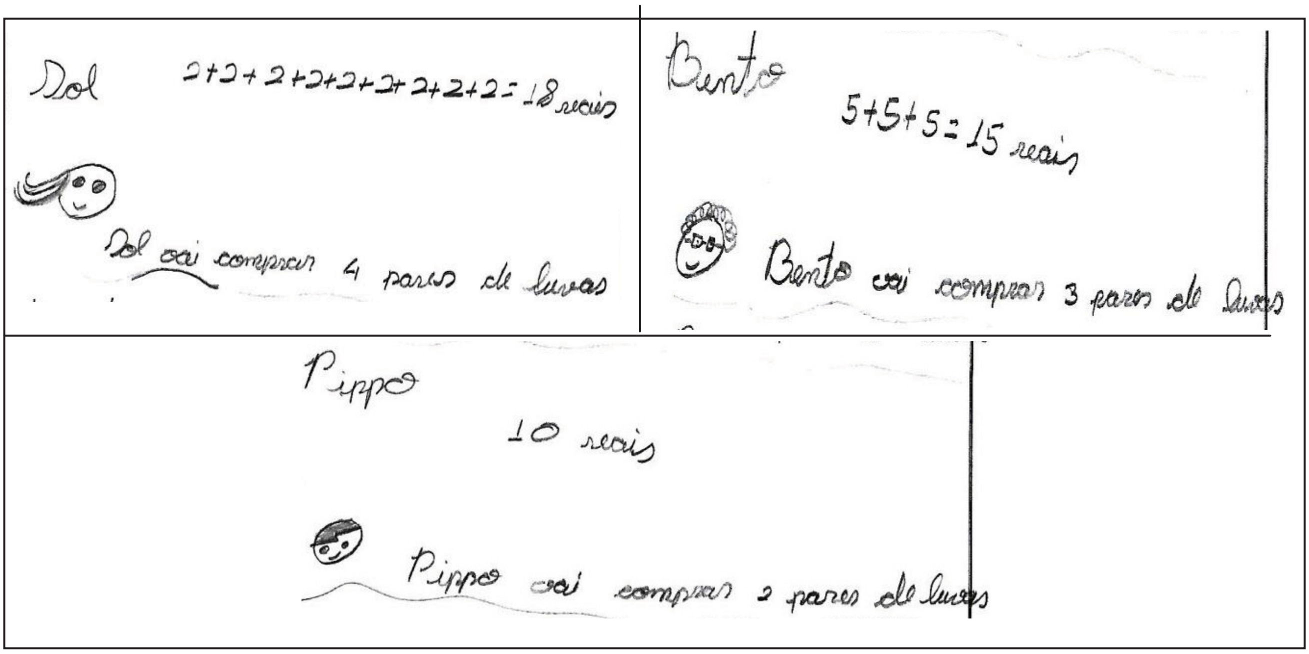
Observamos que cinco alunos realizaram o cálculo mental, pois não apresentaram registros de operações matemáticas. Para melhor compreender a estratégia utilizada, entrevistamos o aluno c1:

> **p:** Você poderia explicar a estratégia que utilizou para resolver esse problema?
> **c1:** Eu já tinha feito de cabeça, na verdade. A Sol tem nove cédulas de dois reais. Podia fazer de cabeça. Ou podia fazer duas vezes o nove, ou nove vezes o dois. Daí eu fiz na minha cabeça nove vezes o dois, ou seja, nove vezes dois é igual a dezoito.

Observamos que, mentalmente, c1 opera utilizando a multiplicação. O aluno também experiencia e descreve a propriedade comutativa dessa operação, ou seja, que a ordem dos fatores não altera o produto final. Desse modo, entendemos que o aluno apresenta uma postura ativa na construção do conhecimento, na medida em que formula e testa hipóteses, estabelecendo relações entre as operações e elaborando conclusões.

Alguns alunos realizaram a adição, envolvendo a ideia de juntar, para calcular a quantia, em dinheiro, de cada detetive, como mostra a resolução elaborada por i4 (Figura 32):

FIGURA 32 – RESOLUÇÃO DE I4: EPISÓDIO IV, SEGUNDA TEMPORADA

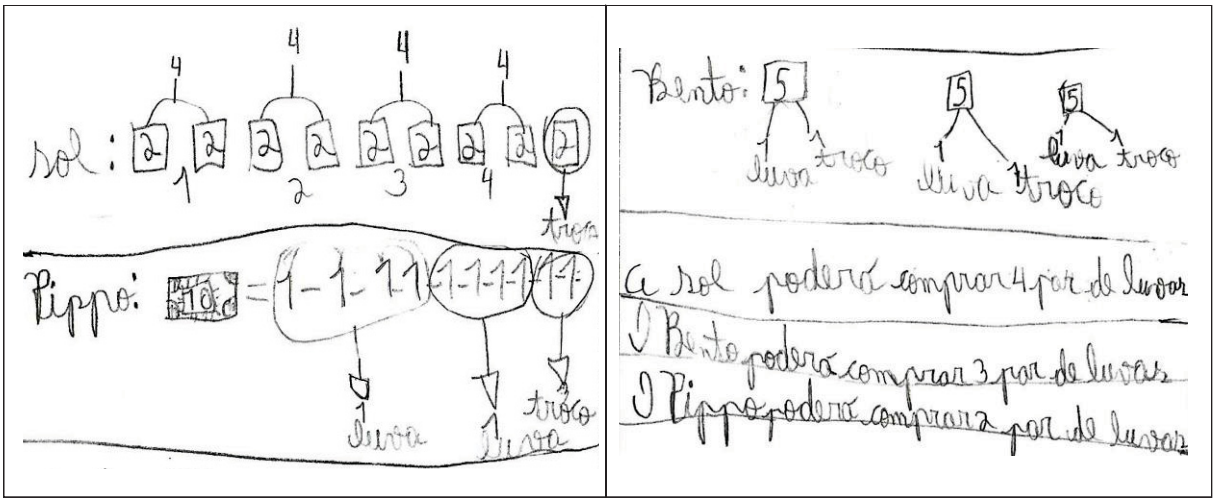



FONTE: Dados da pesquisa.

Assim como h5, o aluno i4 também desenhou a face dos detetives, reproduzindo características dos mesmos. Em nosso entendimento, a elaboração do desenho reflete o interesse do aluno em representar a situação expressa no contexto do enunciado para melhor compreendê-lo. Desse modo, o aluno estabelece um diálogo não apenas com as relações matemáticas do problema, mas também com o contexto criado, atribuindo sentido pela busca da solução.

Outra estratégia utilizada pelos alunos para calcular a quantia em dinheiro de cada detetive foi a representação gráfica, ou por desenho ou por esquemas. Esse tipo de representação, para traduzir o enunciado do problema em uma linguagem matemática, também foi utilizado em outros episódios, tanto da primeira como da segunda temporada. Entendemos que essa representação é uma das maneiras de os alunos interpretarem o problema, viabilizando sua compreensão sobre o mesmo. Apresentamos a resolução elaborada por a1 na Figura 33:

FIGURA 33 – RESOLUÇÃO DE A1: EPISÓDIO IV, SEGUNDA TEMPORADA

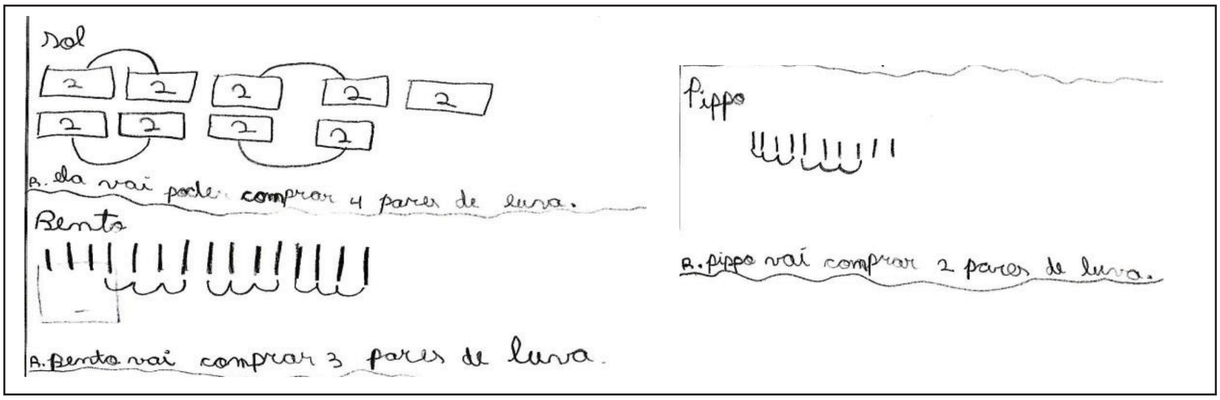



FONTE: Dados da pesquisa.

Para calcular a quantia da detetive Sol, o aluno representou nove cédulas de dois reais. Na sequência, não calculou o valor total em dinheiro, mas realizou agrupamentos de valores, considerando o custo de cada par de luvas, ou seja, quatro reais. Desse modo, o aluno concluiu que Sol compraria quatro pares de luvas e sobrariam dois reais de troco. Para calcular quantos pares de luvas Pippo iria comprar, a1 desenhou uma cédula de dez reais, representando a quantia, em dinheiro, deste detetive. Depois fez a decomposição desse valor, segundo ele, considerando moedas no valor de um real. A partir desta decomposição, o aluno realizou um novo agrupamento, considerando o valor de cada par de luvas. Assim, obteve como solução que Pippo compraria dois pares de luvas e receberia dois reais de troco. Finalmente, para calcular a quantidade de luvas que Bento poderia comprar, o aluno representou as três cédulas de cinco reais que este detetive possuía. A partir dessa representação, relacionou cada cédula com a compra de um par de luvas, sobrando um real de troco. Por fim, concluiu que Bento compraria três pares de luvas e sobrariam três reais de troco.

O raciocínio desenvolvido por a1 abordou, simultaneamente, os dados e a incógnita do problema, ou seja, a quantia, em dinheiro, de cada detetive e a quantidade de luvas que poderiam comprar. O aluno h4 desenvolveu pensamento similar ao do aluno a1, conforme apresentamos na Figura 34:

FIGURA 34 – RESOLUÇÃO DE H4: EPISODIO IV, SEGUNDA TEMPORADA




FONTE: Dados da pesquisa.

Observamos que o aluno h4 representou por desenho os valores da detetive Sol, ou seja, nove cédulas de dois reais. Depois, realizou agrupamentos das notas duas a duas, simbolizando a compra dos pares de luvas que custavam quatro reais cada. Para representar a quantia em dinheiro de Bento e Pippo, o aluno decompôs os valores quinze e dez, respectivamente, representando-os por traços. Na sequência, formou grupos de quatro elementos, envolvendo a ideia de divisão comparação.

Observamos que os alunos a1 e h4 mobilizaram conceitos matemáticos aprendidos anteriormente, como medidas de valor, decomposição de quantidade e a divisão-comparação, e criaram estratégias próprias de resolução, desenvolvendo um pensamento autônomo e criativo. Ao realizar as decomposições e reagrupamentos, os alunos expressaram um modo matemático de pensar a realidade, utilizando conhecimentos matemáticos para resolver um determinado problema.

No exemplo elaborado por nós, ainda que esperássemos diferentes estratégias resolutivas, havíamos previsto apenas uma ordem de resolução, sendo primeiramente o cálculo da quantia em dinheiro e, na sequência, o cálculo da quantidade de pares de luvas que cada um poderia comprar. Contudo, nos deparamos com a possiblidade de outras estratégias de resolução como, por exemplo, as elaboradas pelos alunos a1 e h4.

Nessa direção, defendemos que ensinar Matemática por meio da resolução de problemas possibilita que o aluno dialogue com a Matemática e construa estratégias próprias na busca por uma solução, desenvolvendo o pensamento autônomo. É um meio de criar oportunidades para que o aluno possa mobilizar conhecimentos que já possui e estabelecer novas relações entre diferentes conceitos, desenvolvendo o raciocínio lógico e o espírito investigativo diante de situações diversas.

Em tempo, acreditamos que quando o aluno envolve-se no contexto de uma determinada situação condizente com seus interesses, ele compromete-se com a busca de uma solução para o problema e desenvolve estratégias resolutivas com autonomia.

Considerando a segunda etapa do problema, ou seja, o cálculo de quantos pares de luvas cada detetive poderia comprar, observamos diferentes estratégias elaboradas pelos alunos, tais como: cálculo mental, representação gráfica, por desenhos ou por esquemas, subtrações sucessivas, algoritmo da divisão e divisão por decomposição, sendo o cálculo mental a estratégia mais utilizada.

Entre os alunos que utilizaram o cálculo mental como estratégia resolutiva, selecionamos c1 para a entrevista, para melhor compreender a estratégia por ele utilizada. Na sequência, apresentamos um trecho dessa conversa:

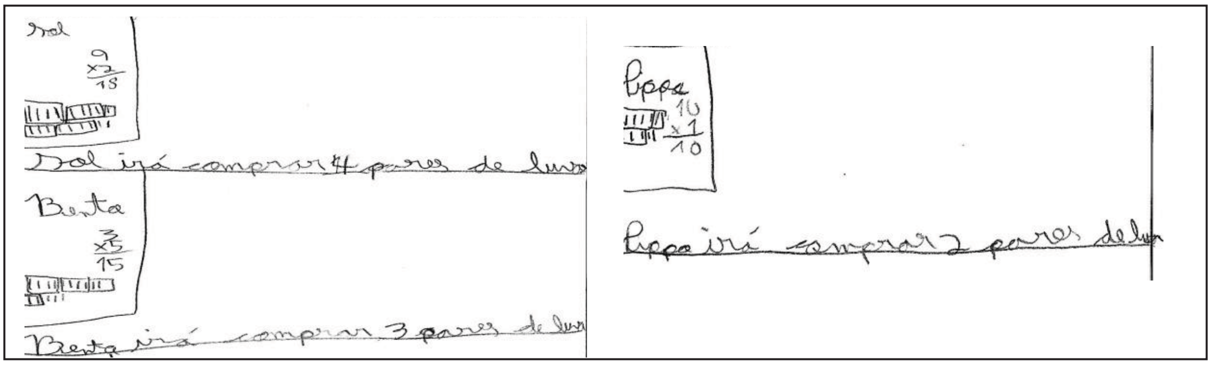
> **p:** Com dezoito reais, quantos pares de luvas a Sol poderia comprar?
> **c1:** Quatro pares de luvas.
> **p:** E como você fez esse cálculo?
> **c1:** Eu imaginei que ela tinha oito reais. Daí eu fui dividindo em luvas. Cada dinheiro que precisava. Daí eu imaginei, se ela tem dezoito reais, quatro mais quatro seria oito. Então oito mais oito dá dezesseis. Já dá quatro pares de luvas. Mas as luvas custam quatro reais. Para chegar no dezoito só faltam dois reais. Não dá para ela comprar mais luvas.

Observamos que c1, no primeiro momento, simplificou o problema trabalhando com valores menores. O aluno operou utilizando o conceito de divisão comparação, tendo como base o valor de cada par de luvas, ou seja, quatro reais. Ao definir que com oito reais seria possível comprar dois pares de luvas, o aluno mobilizou o conceito de proporção, ou seja, ao dobrar o valor em dinheiro dobra-se também a quantidade de luvas, concluindo que com dezesseis reais poderia comprar quatro pares de luvas. Na sequência, o aluno operou utilizando o conceito de subtração, calculando a diferença entre o valor gasto até o momento e o valor total que a detetive Sol possuía (dezoito reais) e concluiu que sobrariam dois reais de troco.

Na medida em que desenvolve o raciocínio, o aluno c1 mobiliza diferentes conceitos matemáticos, relacionando-os. Concordamos com Onuchic (1999) que quando o aluno estabelece relações entre ideias matemáticas sua compreensão aumenta e, consequentemente, aumentam suas habilidades em usar a Matemática para resolver problemas. Desse modo, ao apropriar-se de conhecimentos matemáticos por meio das relações que constrói, o aluno os utiliza na resolução de problemas, desenvolvendo um pensamento autônomo e criativo.

A ideia de divisão comparação também esteve presente em outras estratégias resolutivas, ou seja, por representação gráfica (desenhos ou esquemas) ou por meio do algoritmo da divisão. Ao envolver este tipo de divisão, os alunos buscaram conhecer quantos pares de luvas cada detetive poderia comprar com a quantia em dinheiro que possuíam, sendo conhecido o valor de cada par de luvas. Como exemplo, apresentamos a resolução elaborada por c2 (Figura 35):

FIGURA 35 – RESOLUÇÃO DE C2: EPISÓDIO IV, SEGUNDA TEMPORADA

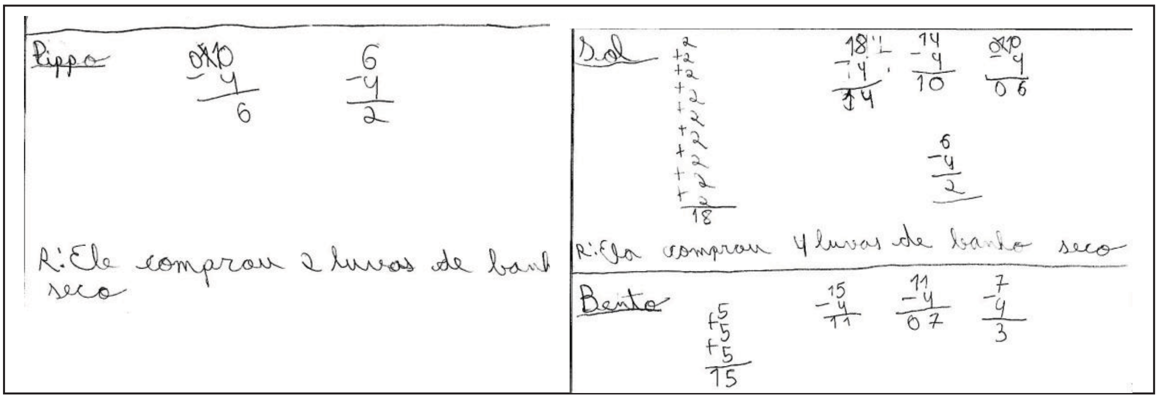



FONTE: Dados da pesquisa.

O aluno c2 representou a quantia, em dinheiro, de cada detetive por traços. Na sequência, formou grupos de quatro elementos cada um, circulando-os. Por fim, a partir da quantidade de grupos que foram formados, verificou quantos pares de luvas cada detetive poderia comprar.

Outro procedimento utilizado pelos alunos foi o de subtrações sucessivas. Desse modo, os alunos estabeleceram relações entre a divisão e a subtração, como mostra a resolução elaborada por l5 (Figura 36):

FIGURA 36 – RESOLUÇÃO DE L5: EPISÓDIO IV, SEGUNDA TEMPORADA




FONTE: Dados da pesquisa.

Neste caso, partindo da quantia em dinheiro de cada detetive, o aluno subtraiu o valor de cada par de luvas sucessivamente, até se esgotarem as possibilidades. De modo similar, o aluno k4 utilizou a subtração para resolver esta etapa do problema. No momento da entrevista, o aluno explicou a estratégia utilizada para calcular quantos pares de luvas Bento poderia comprar:

> **k4:** Ele tem quinze. Diminuiu por quatro, deu onze. Daí ele diminuiu onze por quatro. Deu sete. Daí diminuiu quatro, deu três. Se diminuísse quatro desse três não ia dar. Daria menos um. Então ele só vai ter três pares.

Em nosso entendimento, é possível identificar na fala do aluno menção a ideia de divisão. Ao dizer "diminuiu onze *por* quatro", o aluno também opera com a divisão, utilizando o processo de subtrações sucessivas.

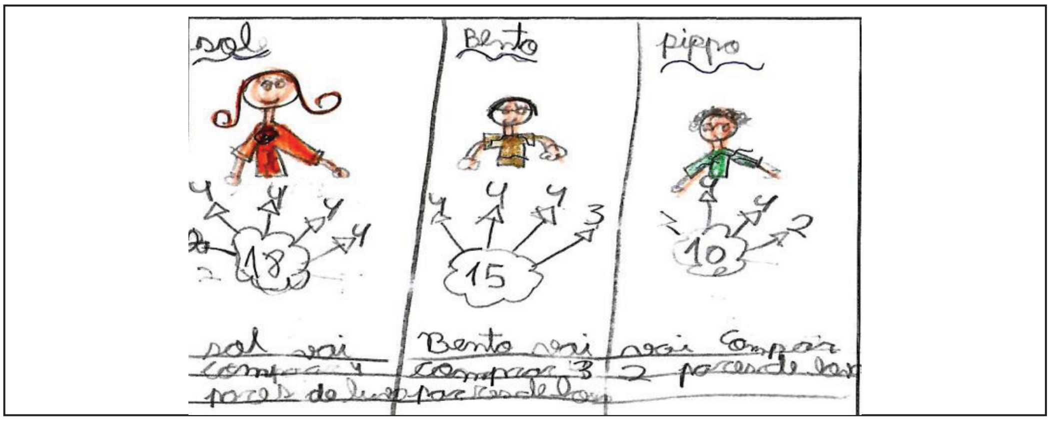
Também observamos a percepção do aluno no que se refere a números negativos. Quando lança a hipóteses de subtrair "quatro desse três", o aluno diz que o resultado seria menos um, pois percebe que, tendo três reais, faltaria um real para comprar mais um par de luvas. Desse modo, o aluno constrói significado para números negativos a partir da compreensão do contexto do problema, ou seja, da situação matemática de compra e venda presente no enunciado.

Vale ressaltar que o Currículo do Ensino Fundamental (CURITIBA, 2016) não prevê para o 4º ano o estudo de números negativos, mas percebemos noções iniciais do aluno acerca deste conceito.

Nessa direção, defendemos que quando o aluno compreende o contexto do problema e assume a responsabilidade pela sua solução, ele apresenta uma postura ativa na construção do conhecimento, sendo capaz de criar estratégias próprias de resolução, desenvolvendo um pensamento autônomo, além de atribuir significado aos conceitos matemáticos, estabelecendo diferentes relações entre os conhecimentos envolvidos no processo de resolução.

Outra estratégia de resolução utilizada foi a decomposição da quantia em dinheiro de cada detetive, como mostra a resolução de i3:

FIGURA 37 – RESOLUÇÃO DE I3: EPISÓDIO IV, SEGUNDA TEMPORADA




FONTE: Dados da pesquisa.

O aluno i3 calculou mentalmente a quantia, em dinheiro, de cada detetive. Na sequência, realizou a decomposição de cada valor. Nas palavras do aluno: "Fui separando quatro. Coloquei dezoito. Daí quatro, mais quatro, mais quatro. E contava pra ver quanto dava. Colocava mais quatro e contava. E coloquei mais dois". Assim, o aluno estabeleceu como base para a decomposição o valor de um par de luvas, e realizou sucessivas somas. Por fim, ao perceber a impossibilidade de acrescentar "mais quatro", calculou a diferença entre o valor obtido até o momento (dezesseis reais) e o valor inicial que possuía (dezoito reais).

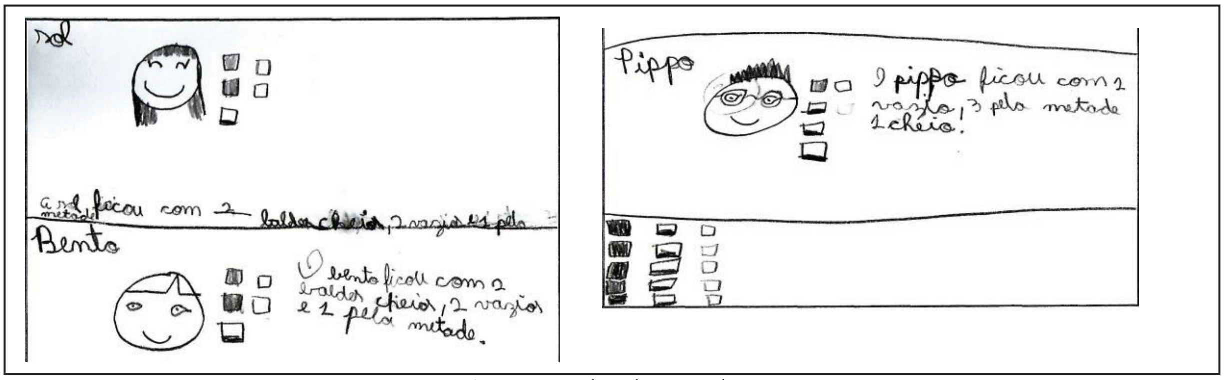
Em nosso entendimento, o envolvimento dos alunos com o contexto presente no enunciado do episódio IV viabilizou a compreensão do problema e a elaboração de diferentes estratégias resolutivas. Percebemos que não houve, entre os alunos, uma preocupação em identificar "que conta fazer", uma vez que eles sentiram-se livres para elaborar estratégias resolutivas próprias, desenvolvendo o pensamento autônomo, criativo e reflexivo. Ao compreender a situação matemática proposta, os alunos puderam pensar matematicamente, planejando suas ações e colocando-as em prática na busca pela solução. Para isso, os alunos mobilizaram conhecimentos anteriores e construíram outros novos, a partir das relações estabelecidas entre conceitos matemáticos envolvidos.

### 4.2.5 Episódio V, segunda temporada: É dia de tomar banho de balde

O episódio V, É dia de tomar banho de balde, traz um problema similar ao apresentado no episódio III da primeira temporada, O sumiço do DVD do Severino, que abordava a distribuição de potes de pipoca entre os três detetives. Contudo, no episódio V, para distribuir os baldes de água, não havia a impossibilidade de transportar conteúdo de um recipiente para o outro. Este problema envolveu ideias de divisão repartitiva, equivalência e metade.

A maioria dos alunos que resolveu essa questão realizou a distribuição considerando a proporção entre os baldes de água, ou seja, a igualdade entre um balde cheio e um balde vazio e dois baldes preenchidos pela metade, no que se refere tanto a quantidade de baldes como de líquidos. Como exemplo, apresentamos na Figura 38 a resolução elaborada por h4:

FIGURA 38 – RESOLUÇÃO DE H4: EPISÓDIO V, SEGUNDA TEMPORADA




FONTE: Dados da pesquisa.

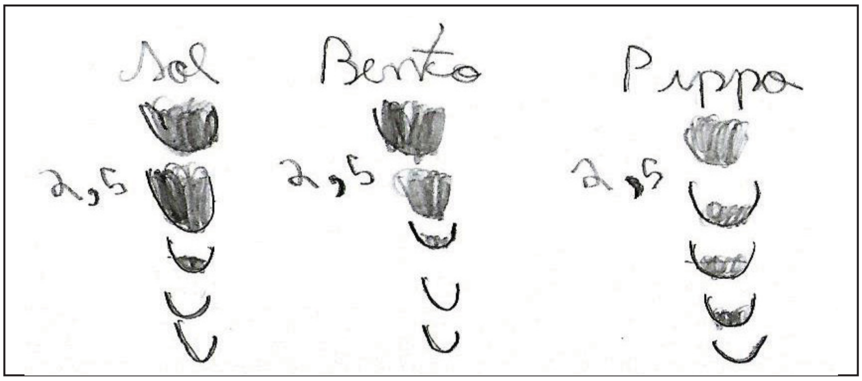
Para realizar a divisão, o aluno h4 utilizou a ideia de repartição, ao dividir a quantidade de baldes entre os três detetives, e proporcionalidade, ao considerar que a quantidade de água em um balde cheio era equivalente à quantidade que havia em dois baldes pela metade. De modo similar, o aluno h3 desenvolveu sua estratégia de resolução. No momento da entrevista, esta pesquisadora perguntou à h3 se já havia resolvido um problema parecido com esse antes e como fez para resolver o problema, desencadeando a seguinte conversa:

> **p:** Você lembra-se deste problema?
> **h3:** Sim.
> **p:** E qual era a pergunta deste problema?
> **h3:** Como o pai do Pippo poderia separar a quantidade de baldes para os detetives tomarem banho.
> **p:** E quais informações o problema trazia para que você conseguir resolvê-lo?
> **h3:** Que ele separou quinze baldes. Separou cinco baldes cheios d'água, cinco baldes vazios e cinco pela metade.
> **p:** Poderia explicar qual estratégia você utilizou?
> **h3:** Fiz o desenho ao invés da conta. Fui fazendo os baldes vazios, cheios e pela metade. Fui ligando um para cada. Teve uma hora que a Sol ficou com dois e o Pippo com dois cheios. Só que daí um ficou com um cheio. Daí eu dei dois para ele pela metade para dar um cheio.
> **p:** Você resolveu algum problema parecido com esse antes?
> **h3:** Acho que não.

O aluno h3 demonstrou compreensão acerca da incógnita do problema, bem como dos dados e da condicionante. Desse modo, desenvolveu sua estratégia resolutiva com autonomia, mobilizando conhecimentos anteriores. Apesar de não identificar semelhança entre este problema e o apresentado no episódio III, que precisava distribuir igualmente os potes de pipoca, o aluno utilizou estratégia similar para solucionar este problema, mobilizando conhecimentos adquiridos anteriormente.

Já o aluno k4 percebeu a similaridade entre os dois problemas. Apresentamos a resolução elaborada por esse aluno (Figura 39) seguido do seu relato sobre a elaboração da estratégia resolutiva. Esclarecemos que no decorrer da transcrição da fala do aluno inserimos explicações, grafadas em itálico, para narrar os gestos e apontamentos realizados por ele no momento da fala.

FIGURA 39 – RESOLUÇÃO DE K4: EPISÓDIO V, SEGUNDA TEMPORADA




FONTE: Dados da pesquisa.

**p:** Neste episódio, o que você precisava responder?
**k4:** Precisava responder quantos baldes cada detetive precisava para tomar banho. Porque tem quinze. Ele separou quinze. E não daria só pra colocar cinco pra cada um, porque ele dividiu de jeitos diferentes. Porque tinha pela metade, vazio e cheio.
(...)
**p:** Você poderia explicar qual foi a estratégia que utilizou?
**k4:** Quando eu vi aquela parte de quando a gente estava em grupo, eu pensei em fazer um pouquinho quase igual. Eu dei dois pra Sol e dois pro Bento. E um pro Pippo.
*(O aluno refere-se à distribuição dos baldes cheios de água).*
**k4:** Aí eu coloquei dois pela metade, que vai formar um cheio. E deu dois pra cada.
*(O aluno refere-se ao fato de dar ao Pippo dois baldes pela metade, para que cada detetive obtenha o equivalente a dois baldes cheios de água).*
**k4:** Mais um pela metade que vai dar cinco, e os dois vazios não vão dar nada. Mais um pela metade que vai dar cinco, e os vazios que não vão dar nada. E aqui mais um pela metade e um vazio.
*(Quando o aluno diz: mais um pela metade que vai dar cinco, refere-se a 0,5, ou seja, a representação de metade).*

O aluno k4 operou com conceitos de divisão repartitiva, proporção, ideia de metade e ampliou o entendimento de números, considerando os decimais. Assim, após resolver o problema por meio de desenhos, k4 traduziu o resultado encontrado para uma linguagem matemática, registrando ao lado de cada figura o número 2,5 representando a quantidade de água entregue a cada detetive.

Lembramos que este aluno era, na primeira temporada, integrante do grupo K, que após várias discussões, elaboração e validação de estratégias, estabeleceu uma relação de equivalência (Figura 8) e a partir desta relação resolveu o problema (episódio III – primeira temporada) do modo esperado. Assim, ao perceber semelhanças, o aluno utilizou para resolver o problema do episódio V a mesma estratégia desenvolvida no episódio III. Segundo Polya (2006), é importante que ocorram essas relações, pois ao perceber semelhanças o aluno é capaz de mobilizar conhecimentos anteriores para resolver novos problemas.

Destacamos que o conceito de equivalência não foi apresentado por essa pesquisadora aos alunos do grupo K, mas sim construído por eles, por meio da elaboração de estratégia na busca pela solução de um determinado problema. Para Onuchic (1999), o aprendizado de matemática é mais sólido quando é construído pelo aluno do que quando lhe é imposto pelo professor ou pelo livro-texto.

Nessa direção, defendemos que quando o aluno, individualmente ou em grupo, constrói relações matemáticas e é capaz de expressar-se verbalmente expondo as conclusões obtidas, a aprendizagem de novos conceitos é favorecida, viabilizando a utilização desse novo conhecimento para resolver futuros problemas.

Alguns alunos ao perceberem que não havia impedimento em transferir o conteúdo de um recipiente para outro, optaram por essa estratégia para resolver o problema, como mostra a resolução elaborada por a2 na Figura 40:

FIGURA 40 – RESOLUÇÃO DE A2: EPISÓDIO V, SEGUNDA TEMPORADA

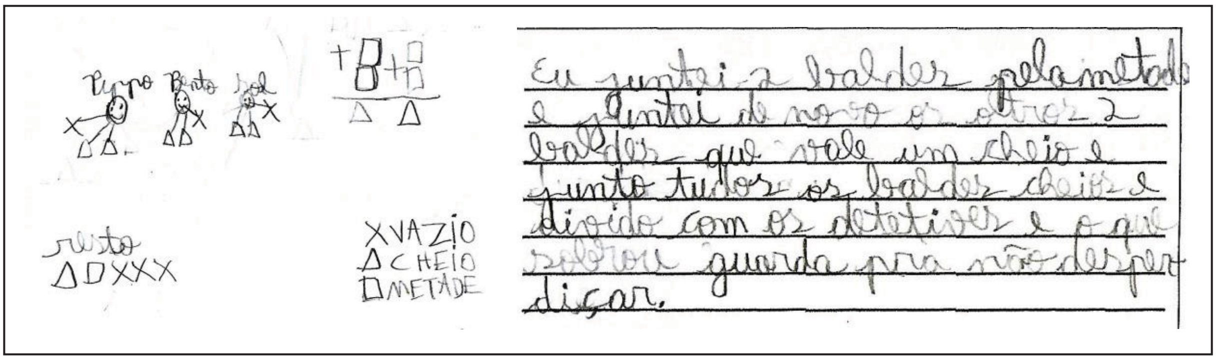

FONTE: Dados da pesquisa.

Primeiramente, o aluno a2 redistribuiu a quantidade de líquidos entre os baldes, deixando-os preenchidos com água pela metade e, na sequência, os distribuiu entre os detetives. Neste caso, o aluno envolveu a ideia de divisão repartitiva, ou seja, sabendo que deveria dividir quinze baldes entre três detetives, distribuiu um balde de cada vez e, após essa ação, verificou com quantos baldes cada um dos detetives ficou. Observamos que ao elaborar a solução para o problema, o aluno a2 explicou a estratégia utilizada, desenvolvendo assim a habilidade de argumentação matemática.

Reiteramos que a estratégia de transportar o conteúdo de um recipiente para o outro foi discutida pela maioria dos grupos durante a resolução do episódio III da primeira temporada. Todavia, naquele momento havia um impedimento, pois uma das condicionantes dizia que isso não poderia ser feito. Desse modo, ao realizar uma leitura atenta do enunciado, os alunos logo perceberam que no episódio V não havia impedimento algum, optando por essa estratégia para resolver o problema.

Outros alunos distribuíram igualmente a quantidade de baldes e de água entre os detetives, porém consideraram a possibilidade de haver sobras. Na solução apresentada por a1, observamos uma justificativa coerente para essa estratégia (Figura 41):

FIGURA 41 – SOLUÇÃO DE A1: EPISÓDIO V, SEGUNDA TEMPORADA




FONTE: Dados da pesquisa.

No primeiro momento, a1 fez uma redistribuição de água entre os baldes, depois distribuiu alguns desses baldes entre os detetives. No entanto, o aluno optou por guardar um pouco de água para não desperdiçá-la. Embora esta solução não atenda ao problema do modo esperado, nós a consideramos coerente, visto que os problemas presentes nos episódios IV e V desta dissertação estavam relacionados ao episódio do seriado “Falta d’água”, que abordava o uso consciente da água. Em nosso entendimento, o aluno preocupou-se não apenas com informações matemáticas do enunciado, mas também com o contexto linguístico do mesmo, considerando o assunto abordado.

O aluno a1 limitou-se ao conhecimento necessário ao cotidiano. Segundo Giardinetto (1999), o conhecimento cotidiano conduz a uma interpretação imediata da realidade, baseada nas relações que o aluno estabelece com o meio em que vive. No entanto, ao limitar-se a praticidade da vida cotidiana, na qual reservar um pouco de água é uma atitude coerente, o aluno deixa de refletir sobre as possibilidades que os conhecimentos matemáticos podem oferecer.

Nessa direção, é importante a mediação do professor para que o aluno pense e reflita matematicamente. Concordamos com Giardinetto (1999), quando discorre sobre a importância da educação escolar promover um agir e pensar diferente do pensar da vida cotidiana, com a preocupação em viabilizar a apropriação do saber sistematizado. Entendemos que não se trata da não valorização dos saberes que os alunos trazem consigo, mas sim de ampliar seus conhecimentos, auxiliando na apropriação de conceitos matemáticos e suas diferentes formas de uso, necessários também às situações cotidianas.

Observamos que no decorrer da resolução dos episódios que compuseram a segunda temporada, os alunos não demonstraram preocupação em "qual conta utilizar". Durante as leituras dos problemas a atenção esteve voltada ao seu contexto, ou seja, a situação presente em cada enunciado. Na busca pela solução os alunos mobilizaram seus conhecimentos anteriores, assim diferentes estratégias foram planejadas, desenvolvidas e avaliadas. Desse modo, entendemos que a preocupação em identificar a "conta", tal como uma "receita" para resolver o problema, foi superada pela elaboração de estratégias próprias de resolução, dado o envolvimento com o contexto abordado.

No momento das entrevistas os alunos demonstraram segurança ao explicar as estratégias desenvolvidas e ao justificar suas escolhas. Desse modo, concordamos com Onuchic (1999) que o aprendizado de Matemática é mais sólido quando é construído pelo aluno.

## 4.3 TERCEIRA TEMPORADA: CRIANDO MISTÉRIOS COM OS D.P.A.

Na terceira e última temporada, foi solicitado aos alunos a elaboração de problemas matemáticos que envolvessem os Detetives do Prédio Azul no contexto do enunciado. Não definimos um conteúdo específico a ser abordado, mas orientamos que os problemas precisavam ter solução.

Ao analisar os dados, observamos os conhecimentos matemáticos abordados pelos alunos, de que modo eles associaram esses conhecimentos aos contextos criados e como organizam as informações ao formularem o problema, considerando a estrutura desse tipo de texto.

Embora nem todos os problemas criados pelos alunos tenham apresentado coerência de ideias, tanto no que se refere à estrutura linguística como aos conceitos matemáticos, observamos que todos os enunciados envolveram o contexto solicitado, ou seja, os Detetives do Prédio Azul.

Os enunciados narraram diferentes situações ocorridas em espaços variados. Chamou-nos a atenção o modo como a maioria dos alunos redigiu o início dos problemas. Percebemos uma preocupação em situar o leitor no espaço e tempo em que a situação ocorria, contextualizando a situação matemática abordada. Apresentamos, na sequência, pequenos trechos de alguns desses problemas:

> **k1:** O dia estava calmo, mas os detetives ouviram um grito tão forte que vinha da casa da Leocádia:
> - Aaaaa! Quem pegou as minhas poções? (...)
>
> **l4:** O Pippo estava muito entediado porque Bento e Sol foram viajar. Ele foi até o armazém do Theobaldo e achou uma caixa, tinha 100 pulgas e essas pulgas estavam famintas. (...)
>
> **c2:** Um dia Theobaldo acordou muito feliz, mas aconteceu uma coisa. Ele perdeu seus sapatos novíssimos, e culpou os detetives e fez uma magia que deixou eles com bicos e pernas de pato. (...)
>
> **a5:** Em um lindo dia, Sol, Bento e Pippo estavam se divertindo, até chegar um Feiticeiro muito malvado!! (...)
>
> **d4:** Em um belo dia os detetives estavam descansando, mas uma coisa terrível aconteceu. Os coletes deles sumiram. (...)
>
> **b2:** Num dia lindo, Bento acordou para ir encontrar seus amigos Pippo e Sol. Eles ouviram um grito, era a Dona Leocádia. Eles foram lá ver o que estava acontecendo. (...)

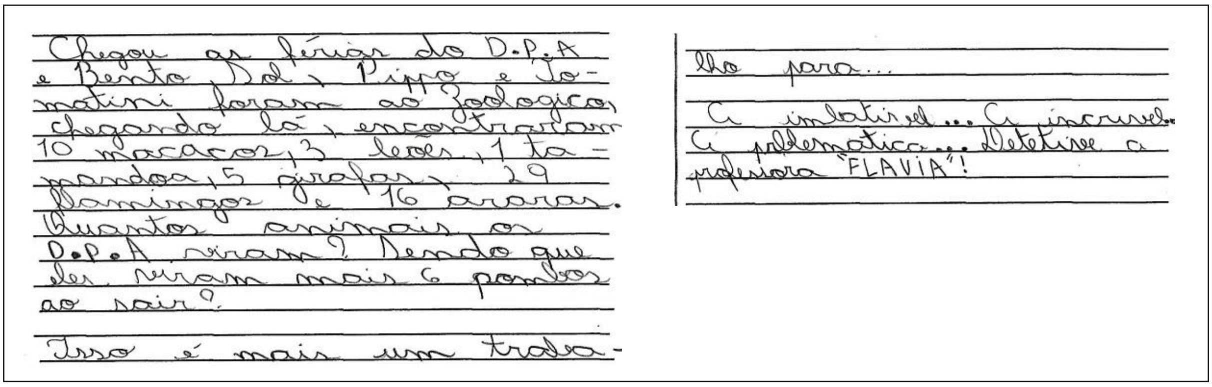
Os trechos dos problemas apresentados assemelham-se ao início de contos narrativos produzidos por alunos que se encontram nesta etapa de ensino. Em nosso entendimento, isso revela o envolvimento dos alunos com o tema de interesse utilizado para contextualizar os problemas matemáticos desta dissertação, uma vez que, ao comporem seus próprios problemas, os alunos criaram um cenário no qual as relações matemáticas ocorreram.

Para Tufano (2002) contextualizar é situar algo em um tempo e espaço, favorecendo a construção do conhecimento. Nessa direção, os alunos estabeleceram conexões entre um tema de interesse, por eles elencado, e conteúdos curriculares, compondo situações em que a Matemática se fez presente.

Nas entrevistas realizadas ao final da primeira temporada, os alunos relataram que um problema deveria ter, sobretudo, conta e uma pergunta para que pudessem resolvê-lo. Contudo, ao elaborarem os problemas na terceira temporada, percebemos que os alunos ampliaram o entendimento no que se refere a um problema matemático, considerando também a perspectiva de contexto, na medida em que narraram uma determinada situação. O conceito matemático abordado foi percebível na apresentação dos dados numéricos do problema. Além disso, a incógnita, em alguns casos, não foi estruturada como uma pergunta, mas sim como uma questão a ser respondida, sendo que em alguns casos havia duas questões, uma envolvendo o contexto matemático e outra o contexto linguístico do enunciado.

Alguns dos problemas elaborados envolveram a ideia de juntar ou acrescentar. Nestes casos, observamos nos enunciados a apresentação de dados quantitativos e, posteriormente, na incógnita, a presença de palavras-chave que remetem a ideia de adição, tais como: “Quanto ela gastou?” (i3) “Quantas plantas tem ao todo?” (g4). Desse modo, dada duas ou mais quantidades, ou dada a quantidade inicial e a que se deve acrescentar, perguntava-se qual seria a quantidade final. Como exemplo, apresentamos o problema formulado por g3 (Figura 42).

FIGURA 42 – PROBLEMA ELABORADO POR G3



Chegou as férias do D.P.A
e Bento, Dol, Pippo e Tomatini foram ao Zoologico,
chegando lá, encontraram
10 macacos, 3 leoes, 1 tamandoa, 5 girafas, 29
flamingos e 16 araras.
Quantos animais os
D.P.A viram? Sendo que
eles viram mais 6 pombos
ao sair?

Isso é mais um trabalho para...

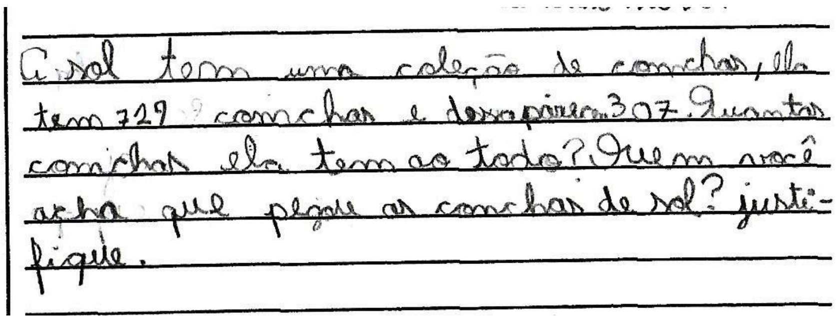
A imbatível... A incrível...
A problemática... Detetive a
professora "FLAVIA"!

FONTE: dados da pesquisa.

Observamos que g3 situou o problema em um tempo e espaço, indicando que o passeio ao zoológico ocorreu no período de férias. Os três detetives estavam acompanhados de Tomatini, o que, em nosso entendimento, indica a preocupação, do aluno, que crianças não podem sair sem a companhia de um adulto. Nessa direção, percebemos no enredo do enunciado não apenas o contexto dos D.P.A., mas também percepções cotidianas do aluno. Por fim, g3 reproduziu o bordão do seriado e realizou adaptações convidando esta pesquisadora a assumir a postura de detetive resolvedora de problema.

Outros alunos abordaram, no enunciado do problema, a ideia de retirar ou completar. No que tange à ideia de retirar observamos, basicamente, a presença de três quantidades: a inicial, quantos itens foram retirados e quantos restaram. No entanto, alguns alunos não se limitaram às questões matemáticas e abordaram também questões sobre o contexto do enunciado. Apresentamos na Figura 43, o problema elaborado por h4:

FIGURA 43 – PROBLEMA ELABORADO POR H4



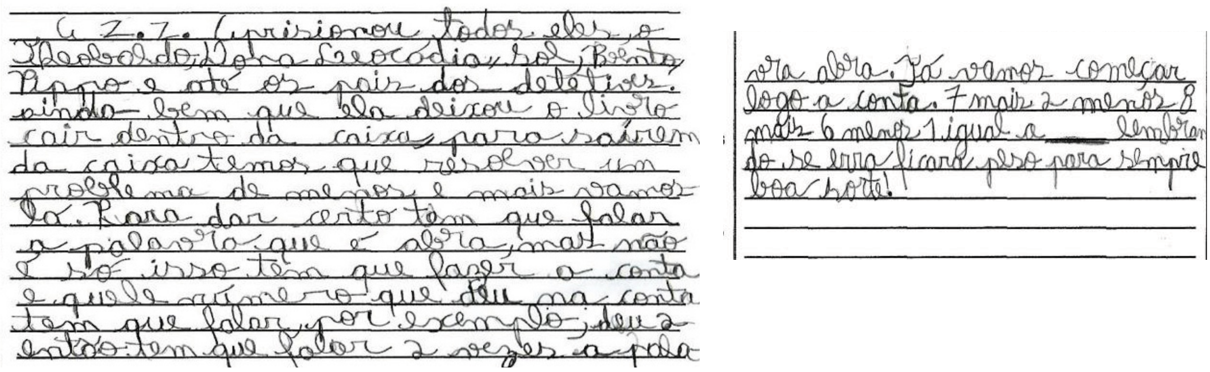
a sol tem uma coleção de conchas, ela tem 729 conchas e desaparecem 307. Quantas conchas ela tem ao todo? Quem você acha que pegou as conchas de sol? justifique.

FONTE: Dados da pesquisa.

Neste problema, h4 abordou a ideia de retirar, indicando a quantidade inicial de conchas que a detetive Sol possuía e quantas desapareceram. Na sequência, perguntou a quantidade que restou, sendo esta a incógnita do problema. O aluno criou o mistério do enunciado em torno da palavra "desapareceram" e na sequência questionou: "Quem você acha que pegou as conchas da Sol? Justifique". Nessa direção, h4 atribuiu ao detetive resolvedor de problemas não apenas a tarefa de descobrir quantas conchas desapareceram, mas também quem as pegou, considerando tanto o contexto matemático como o linguístico do problema. Vale ressaltar que o sumiço de objetos é um tema comum no seriado D.P.A., e cabe aos detetives localizar o objeto desaparecido e descobrir o culpado, ou seja, quem os pegou.

Alguns enunciados envolveram a descoberta de senhas ou códigos secretos. Nesses casos os problemas abordavam, no enredo, um objeto escondido por dona Leocádia e para recuperá-lo era preciso descobrir uma determinada senha. Para isso, propunham problemas matemáticos envolvendo sistema de numeração decimal ou algoritmos envolvendo as quatro operações fundamentais. Como exemplo, apresentamos o problema elaborado por a1 (Figura 44):

FIGURA 44 – PROBLEMA ELABORADO POR A1

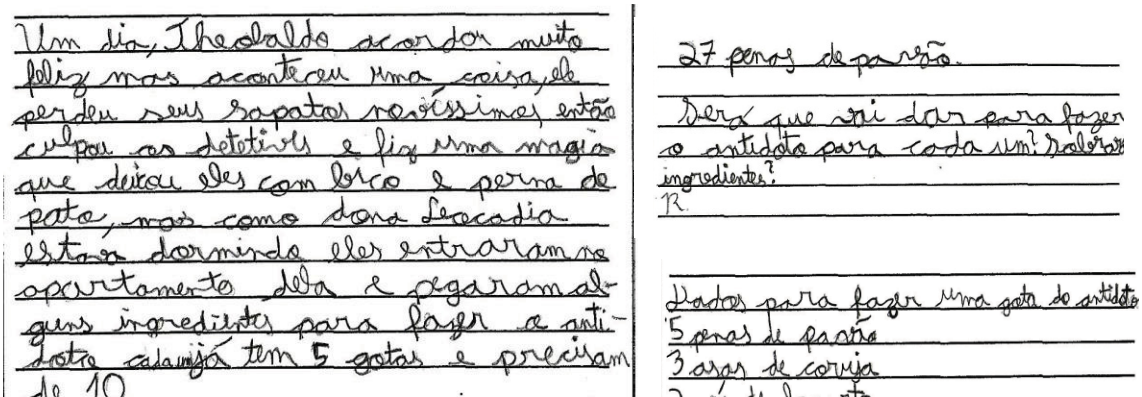

A Z.Z. aprisionou todos eles, o
Theobaldo, Dona Leocádia, Sol, Bento,
Pippo e até os pais dos detetives.
ainda bem que ela deixou o livro
cair dentro da caixa, para saírem
da caixa temos que resolver um
problema de menos e mais vamos
lá. Para dar certo tem que falar
a palavra que é abra, mas não
é só isso tem que fazer a conta
e quele número que deu na conta
tem que falar, por exemplo, deu 2
então tem que falar 2 vezes a pala
vra abra. Já vamos começar
logo a conta. 7 mais 2 menos 8
mais 6 menos 1 igual a ___ lembran
do se erra ficará peso para sempre
boa sorte!

FONTE: Dados da pesquisa.

Neste problema, a1 inseriu outra personagem do seriado D.P.A., a bruxa Z.Z. (Zoraida Zorga), que vive em conflito com dona Leocádia, tal como mostra o contexto elaborado pelo aluno. No enunciado, a1 apresentou palavras-chave para resolver o problema matemático em questão: “temos que resolver um problema de menos e de mais”. No entanto, para resolvê-lo não basta apenas efetuar os cálculos solicitados, pois, segundo o enunciado, é preciso falar a palavra “abra” a quantidade de vezes correspondente ao resultado final dos cálculos. Desse modo, percebemos que o aluno estabeleceu uma relação entre o contexto linguístico e matemático do problema, atribuindo sentido, segundo o contexto, para as operações matemáticas realizadas.

Outro tema utilizado pelos alunos para contextualizar os problemas foi poções de bruxas. Nessa direção, apresentamos o problema elaborado por c2 (Figura 45):

FIGURA 45 – PROBLEMA ELABORADO POR C2


Um dia, Theobaldo acordou muito
feliz mas aconteceu uma coisa, ele
perdeu seus sapatos novíssimos então
culpou os detetives e fiz uma magia
que deixou eles com bico e perna de
pato, mas como dona Leocadia
estava dormindo eles entraram no
apartamento dela e pegaram al-
guns ingredientes para fazer o anti-
doto cada um já tem 5 gotas e precisam
de 10.
Cada um pegou 11 pés de lagato
16 asas de coruja
27 penas de pavão.
Será que vai dar para fazer
o antidoto para cada um? sobrarão
ingredientes?
R.

Dados para fazer uma gota do antidoto
5 penas de pavão
3 asas de coruja
2 pés de lagarto

FONTE: Dados da pesquisa.

No primeiro momento o aluno c2 contextualizou a situação em um tempo e espaço. Na sequência, expôs a solução para que os detetives resolvessem o conflito presente no contexto, ou seja, a elaboração de um antídoto para eliminar os efeitos da magia de Theobaldo. Para isso, trabalhou a receita desse antídoto, envolvendo proporção de quantidades. Desse modo, ao envolver proporção entre duas grandezas, o aluno explorou, ainda que de forma intuitiva, a noção de função. Ao compor o enunciado do problema, c2 estabeleceu relações entre o contexto linguístico e o contexto matemático, atribuindo uso prático para o conhecimento matemático abordado.

Observamos que todos os problemas elaborados pelos alunos apresentaram dados quantitativos, envolvendo tanto números naturais como racionais. Alguns problemas abordaram princípios do sistema de numeração decimal, sobretudo o valor posicional, ordem crescente e números pares e ímpares. No entanto, a maioria abrangeu operações fundamentais, envolvendo seus diferentes significados.

A álgebra também esteve presente em alguns dos problemas que abordaram noções de equivalência e proporcionalidade. Outros envolveram sistemas de medida de valor (sistema monetário brasileiro) ou de medidas de tempo. No entanto, nenhum dos problemas elaborados pelos alunos envolveu conteúdos da geometria, como, por exemplo, localização e deslocamento de objetos, características de formas geométricas bidimensionais e tridimensionais e estudo de simetrias.

Em nosso entendimento, o fato de todos os problemas elaborados pelos alunos apresentarem dados numéricos, a maioria envolver cálculos e ainda a ausência, nesses problemas, de conteúdos do campo da geometria revela que para alunos dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental um problema matemático precisa, necessariamente, apresentar números e contas. Nessa direção, reiteramos que, em sua pesquisa, Araújo (2015) observou que para os alunos um problema matemático precisa sempre de cálculo para obter-se a resposta correta.

A partir da análise dos problemas elaborados, observamos que os alunos deram ênfase não apenas aos conteúdos matemáticos, mas também ao contexto, enfatizando o cenário no qual as relações matemáticas, construídas por eles, ocorreram.

# 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O ensino de Matemática por meio da resolução de problemas tem sido discutido e defendido por muitos pesquisadores, sobretudo nas últimas décadas, por ser um trabalho que, potencialmente, auxilia os alunos na compreensão de conteúdos escolares e na construção de conhecimentos, por meio da investigação e do estabelecimento de relações. Concordamos com Onuchic (1999) que o trabalho com problemas matemáticos desencadeia a aprendizagem de novos conceitos e a reestruturação de outros já existentes. Assim, optamos por essa metodologia de ensino para nortear nossa pesquisa.

Além disso, movidos pela inquietação diante dos diferentes entendimentos acerca do termo "contexto" quando utilizado como base para o ensino de Matemática, buscamos delinear um entendimento de "contexto", decorrente do envolvimento dos alunos com a temática que o subsidia. Por isso, intencionamos aproximar a Matemática escolar de um tema de interesse dos alunos e perceber como essa aproximação reflete na aprendizagem.

Nessa direção, esta pesquisa teve como problemática identificar contribuições do ensino de Matemática por meio da resolução de problemas contextualizados para o desenvolvimento do pensar matematicamente de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental.

Vale ressaltar que esta pesquisa apresenta uma abordagem qualitativa de natureza interpretativa. Desse modo, entendemos que nosso olhar não é neutro, pois concordamos com Moreira e Caleffe (2008) que o pesquisador interpretativista utiliza seu entendimento subjetivo para conhecer a realidade. Nessa direção, munidos de conhecimentos adquiridos por meio dos estudos teóricos que fundamentaram essa dissertação, apresentamos reflexões formuladas a partir de nossas percepções acerca dos dados coletados.

Definimos como objetivo geral investigar como problemas matemáticos contextualizados, que estabeleçam relações com interesses dos alunos, podem instigar a mobilização de conhecimentos, a elaboração de estratégias resolutivas e o desenvolvimento do pensamento autônomo.

Como objetivos específicos, elencamos: perceber como alunos do 4º ano do Ensino Fundamental interpretam e compreendem problemas matemáticos contextualizados; analisar como alunos constroem estratégias de resolução para os problemas matemáticos contextualizados e identificar que relações os alunos estabelecem entre os conteúdos matemáticos abordados nos problemas e os contextos criados.

O tema utilizado para compor os problemas matemáticos contextualizados emergiu do interesse dos próprios alunos. Assim, no trabalho com contextualização que propomos é o aluno quem instrumentaliza o professor para a criação do contexto.

Defendemos que ao utilizar como base para a ação didática um tema de interesse dos alunos, damos a eles vez e voz, posicionando-os no centro do processo de aprendizagem. A partir da análise dos dados coletados observamos que os alunos, diante de um tema relacionado às suas referências cotidianas, estabelecem um diálogo com o contexto apresentado, inferindo sentido para o enunciado do problema e, por vezes, questionando-o, na intenção de compreender a situação exposta em sua totalidade.

O aluno concentra seus esforços para resolver a incógnita presente no contexto do problema e não nos dados numéricos apresentados e em palavras-chave que indiquem uma operação matemática a ser realizada. Logo, o conhecimento matemático passa a ser um instrumento necessário para resolver a situação expressa no contexto. Entendemos que o trabalho com problemas matemáticos contextualizados atende as orientações da BNCC (BRASIL, 2017), na medida em que o aluno identifica situações em que a Matemática pode ser utilizada para resolver um determinado problema.

Observamos que ao direcionar a atenção para a situação exposta no enunciado, os alunos compreendem a pergunta a ser respondida, destacam informações importantes para então elaborar estratégias resolutivas com autonomia. Embora em determinados momentos alguns alunos coloquem em evidência os dados numéricos do problema, no momento da validação da solução o contexto é retomado por eles, ao estabelecerem relação matemática entre a pergunta do problema e a resposta obtida.

Ao interpretar o contexto de um enunciado que tenha como base suas referências cotidianas, o aluno também realiza julgamentos, segundo valores por ele aprendidos em suas relações sociais, o que interfere na elaboração de estratégias resolutivas e na solução dada ao problema.

Este julgamento é percebido, em, pelo menos, quatro momentos ao longo da implementação dos problemas matemáticos contextualizados: quando os alunos preocupam-se em repartir os potes de pipoca não apenas entre os detetives, mas também com outras personagens do seriado D.P.A. (episódio III, primeira temporada); ao não cogitarem a hipótese de uma pessoa consumir vários picolés em um curto espaço de tempo para se beneficiar em uma promoção (episódio IV, primeira temporada); ao julgar a atitude de uma personagem do contexto, dando-lhe um castigo por seu ato inadequado (episódio I, segunda temporada) e ao refletir sobre o uso consciente da água, preocupando-se não somente em apresentar uma solução matemática, mas também de cunho social. (episódio V, segunda temporada).

Retomamos as palavras de Valero (2002), quando diz que é importante valorizar além dos processos cognitivos desenvolvidos pelo aluno em aulas de Matemática, seu conhecimento social. Observamos que diante de um problema matemático contextualizado, o aluno interpreta e compreende o contexto do enunciado segundo seus conhecimentos anteriores, não apenas no âmbito matemático, mas também segundo suas vivências cotidianas. O diálogo estabelecido pelo aluno com o problema transcende o campo de conhecimentos matemáticos e é analisado de forma crítica por ele. Assim, o aluno explora diferentes possibilidades considerando o enunciado do problema e imprime sentido ao que é exposto, como orienta Skovsmose (2000).

Entendemos que ao trabalhar com problemas matemáticos contextualizados, outras questões podem emergir no decorrer da busca pela solução e podem ser consideradas e exploradas em sala de aula, uma vez que no dia-a-dia a Matemática não ocorre de modo isolado, mas sim atrelada a outros acontecimentos.

Nesta pesquisa observamos que os alunos envolveram-se com o contexto criado, possivelmente, pelo fato de o tema utilizado estar em consonância com um de seus interesses. Assim, ao se posicionarem como detetives resolvedores de problemas, assumiram a responsabilidade pela busca de solução, envolvendo-se, coletiva ou individualmente, na elaboração de estratégias resolutivas, apresentando uma postura ativa na construção do conhecimento.

Movidos pelo interesse de solucionar o problema, os alunos dedicam-se ao planejamento, execução e validação de estratégias na busca por soluções. Diferentes estratégias de resolução são elaboradas a partir da mobilização de conhecimentos anteriores e da construção de relações entre conceitos matemáticos. Nessa direção, concordamos com Onuchic e Allevato (2012) que o aluno forma suas ideias aos poucos, por meio de reflexões e experimentações.

Defendemos que o ensino por meio da resolução de problemas contextualizados permite que o aluno dialogue com a Matemática, amplie seus conhecimentos e atine sobre como utilizá-los. Este movimento cognitivo é percebido nas relações entre conceitos matemáticos construídas pelos alunos no decorrer dos processos resolutivos como, por exemplo, na construção de sentido para as operações matemáticas segundo o contexto criado, no estabelecimento de relações entre as operações, no percebimento de analogias entre situações matemáticas e na exploração de princípios do sistema de numeração decimal.

Desse modo, retomamos as palavras de Onuchic (1999) quando diz que o ensino de Matemática por meio da resolução de problemas auxilia o aluno no aprendizado de conceitos e de processos e técnicas operatórias.

Percebemos, a partir da análise e interpretação dos dados coletados, características das quatro etapas de trabalho para resolução de problemas descritas por Polya (2006). Os alunos buscaram, no primeiro momento, a *compreensão do problema*, tanto no que se refere ao contexto presente no enunciado como à situação matemática nele envolvida. Nessa etapa, o foco da ação dos alunos estava em compreender o contexto presente no enunciado, para então criar estratégias de resolução. Na sequência, os alunos dedicaram-se ao *estabelecimento de um plano*. Nesse momento, elaboraram hipóteses e formularam estratégias para, então, dar início à *execução do plano* pré-estabelecido. Por fim, realizaram o *retrospecto*, ou seja, verificaram se a resposta atendia a pergunta do problema.

Damos destaque ao modo como o contexto apresentado no enunciado serve de base para a realização do retrospecto. Observamos que os alunos avaliam se a solução obtida apresenta sentido matemático de acordo com sua compreensão para o contexto do problema. Assim, entendemos o retrospecto como uma etapa importante para a aprendizagem, por envolver um processo cognitivo de significação matemática para a resposta obtida e que o contexto do enunciado pode auxiliar o aluno nesse momento.

Vale ressaltar que as quatro etapas para a resolução de um problema descritas por Polya (2006) acontecem, muitas vezes, imbricadas, pois quando os alunos percebem que a resposta não atende a pergunta do problema, retomam os dados e a incógnita, por meio da releitura do enunciado, elaboram novas estratégias e conferem a solução dada ao problema.

No entanto, percebemos que, em alguns momentos, mesmo alterando a estratégia utilizada os alunos conservavam o mesmo raciocínio, não realizando progresso na busca pela solução. Desse modo, concordamos com Polya (2006) que é necessário que o professor realize intervenções, por meio de questionamentos, para auxiliar os alunos na busca pela solução do problema.

A este propósito, Allevato e Onuchic (2014) nos dizem que o professor deve assumir uma postura de mediador do processo de aprendizagem, afirmativa com a qual concordamos, pois entendemos que por meio da mediação, o professor pode auxiliar o aluno na organização de seu raciocínio e no estabelecimento de relações entre conceitos matemáticos. Nessa perspectiva, defendemos que a sala de aula é um lugar de fala e escuta, uma vez que, por meio do diálogo, o professor pode instigar o pensamento reflexivo do aluno, dando-lhe espaço para conjecturar e comunicar-se matematicamente. Em contrapartida, ao verbalizar suas ideias e percepções, o aluno reflete sobre o seu próprio pensamento, o que contribui para o processo de aprendizagem.

Por vezes, percebemos que o papel de mediador do conhecimento também pode ser realizado pelos próprios alunos nos momentos de interação. No diálogo entre os pares os alunos refletem sobre a fala do outro confrontando com seus conhecimentos, na busca coletiva por soluções para os problemas. Assim, a construção de conhecimento dá-se também pela interação, na medida em que ideias e saberes são compartilhados.

Nessa direção, concordamos com as pesquisas de Herebia (2007), Silva (2011), Fiore (2013), Cybis (2014) e Hübner (2010) quando discorrem sobre a importância da interação entre os pares como meio de contribuir para a compreensão dos problemas, ampliação de ideias e construção de estratégias de resolução.

Sobre estratégias resolutivas, também percebemos a utilização, pelos alunos, de figuras (desenhos ou esquemas) em diferentes momentos. Concordamos com Polya (2006) que a representação gráfica do problema auxilia o aluno a compreender a ideia matemática nele envolvida. Sobre esse aspecto, elencamos alguns pontos observados:

a) ao elaborar um desenho ou esquema, o aluno organiza seu pensamento, expõe sua compreensão acerca do problema e destaca as informações que julga importantes para a resolução;
b) quando o aluno elabora uma figura para representar a ideia matemática envolvida no problema, compreende mais facilmente a operação a ser realizada e identifica um algoritmo que, possivelmente, o resolva;
c) a construção de legendas para as figuras reflete a organização do pensamento do aluno além da intenção, dele, em ser compreendido pelo outro, desenvolvendo assim a habilidade de expressar-se matematicamente;
d) os alunos retratam por meio de figuras não apenas a ideia matemática, mas também o contexto presente no enunciado como, por exemplo, a representação do Prédio Azul (episódio II, primeira temporada), a representação das carteiras da sala de aula (episódio II, segunda temporada) e o desenho das faces dos detetives, considerando as características físicas de cada personagem (episódios IV e V, segunda temporada).

Nessa direção, reconhecemos a elaboração de figuras como estratégia resolutiva para um problema matemático como um meio do aluno organizar seu pensamento e compreender os princípios matemáticos envolvidos. É uma ferramenta que auxilia o aluno a interpretar e representar o enunciado do problema e, consequentemente, desenvolver estratégias próprias de resolução.

As operações fundamentais também foram utilizadas pelos alunos em diferentes momentos. Observamos que ao traduzirem os dados do problema em uma linguagem matemática, eles sentiram-se livres para criar suas próprias estratégias, tal como orientam os PCN (BRASIL, 1997). Desse modo, não observamos dificuldades acentuadas dos alunos referentes às técnicas operatórias, uma vez que optavam por utilizar procedimentos de cálculos que já dominavam.

Reiteramos que ao aproximar a Matemática escolar das referências cotidianas dos alunos, estes dialogam com o contexto criado, o que auxilia na compreensão do problema e na elaboração de estratégias resolutivas. Contudo, visualizamos nessa aproximação alguns contrapontos, uma vez que também pode conduzir o aluno a um pensamento prático e limitado.

A este propósito, Giardinetto (1999) diz que o pensamento cotidiano apresenta um imediatismo e trabalha com ferramentas que já possui, o que inibe a ampliação de ideias. Visualizamos características desse pensamento cotidiano, de modo mais acentuado, no decorrer da resolução dos episódios III e IV (primeira temporada), nos quais os alunos apresentam soluções práticas que atendem situações cotidianas, porém que desconsideram o rigor matemático.

Em vista disso, defendemos a importância de valorizar os conhecimentos anteriores do aluno, sem que isso signifique limitar seu pensamento. Assim, consideramos que a escola precisa oportunizar aos alunos momentos que viabilizem a investigação, a reflexão e a apropriação de conceitos matemáticos que compõem o saber escolar sistematizado, ampliando seus conhecimentos e como utilizá-los para resolver problemas.

Por meio dessa pesquisa, pudemos observar que utilizar como base para a elaboração dos problemas matemáticos contextualizados um tema de interesse dos alunos, contribui para o envolvimento deles com a atividade proposta. Ao estabelecerem um diálogo com o contexto do problema, os alunos compreendem melhor a situação matemática nele envolvida. Como decorrência, a preocupação em identificar uma operação matemática que, possivelmente, responda ao problema, é substituída pelo interesse e motivação em resolvê-lo. Assim, diferentes estratégias são elaboradas pelos alunos num movimento cognitivo que envolve interpretação, compreensão, mobilização de conhecimentos anteriores e busca por outros novos, estabelecimentos de relações entre conceitos e modos de utilizá-los na busca por uma solução para o problema.

Em vista disso, defendemos a importância do professor conhecer e utilizar, no decorrer das aulas de Matemática, assuntos que permeiam o cotidiano dos alunos. Compartilhamos do entendimento de Guérios et al (2009), que a realidade tomada como base para a ação didática não é única, visto a diversidade encontrada em sala de aula. Desse modo, propomos, nesta pesquisa, um levantamento de interesses dos alunos para, então, contemplar um tema que atenda ao interesse da maioria, pois quando esta maioria envolve-se em atividades relacionadas às suas referências cotidianas, acaba por contagiar outros colegas.

Por apresentar um caráter lúdico, as atividades propostas foram atrativas para os alunos e, consequentemente, prazerosas. Os alunos envolveram-se cognitiva e emocionalmente com o contexto dos problemas, assumindo a postura de detetives resolvedores de mistérios. Nessa direção, podemos afirmar que os alunos posicionaram-se no centro do processo de aprendizagem assumindo o papel de construtores do conhecimento e mobilizaram saberes (cognitivos e sociais) para resolver problemas.

Em tempo, não é nossa intenção afirmar que todo e qualquer conteúdo de Matemática precisa ser abordado em uma perspectiva de contexto, tampouco por meio da metodologia de resolução de problemas, pois reconhecemos que muitos são os caminhos para ensinar e aprender Matemática. No entanto, podemos afirmar que o ensino por meio da resolução de problemas matemáticos contextualizados contribui para o desenvolvimento do pensar matematicamente de alunos do 4º ano do Ensino Fundamental.

Por fim, esperamos que os resultados dessa pesquisa incentivem professores a utilizarem temas que emergem do interesse dos alunos como pano de fundo em aulas de Matemática, tornando-as mais atrativas e atribuindo maior significado para os conteúdos curriculares trabalhados, na medida em que os alunos vivenciam diferentes situações em que a Matemática se faz presente.

# REFERÊNCIAS


ALLEVATO, N. S. **Associando o computador a resolução de problemas fechados:** análise de uma experiência. 370 f. Tese (Doutorado em Educação) – Instituto de Geociências e ciências exatas. Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2005. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/teses/allevato_nsg_dr_rcla.pdf>. Acesso em: 10 jan. 2018.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de la R. Ensino – Aprendizagem – Avaliação de Matemática: por que Através da Resolução de Problemas? In: ONUCHIC, L. de la R. et al. **Resolução de Problemas**: Teoria e Prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014. p. 35-52.

ARAUJO, N. K. S. **Análise das dificuldades na resolução de problemas matemáticos por alunos do 5º ano do ensino fundamental**. 139 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Setor de Ciências e Matemática, Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2015. Disponível em: <https://ri.ufs.br/bitstream/riufs/5174/1/NATALIA_KELI_SANTOS_ARAUJO.pdf>. Acesso em: 09 out. 2016.

BLOG DO THEOBALDO TRONS. **Música do Theobaldo**. Não paginado. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=X3HWmgNB8Zs>. Acesso em: 21 set. 2017.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação:** Uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BORBA, M. C.; SKOVSMOSE, O. A ideologia da certeza em Educação Matemática. In: SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica**: a questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001. p. 127-148.

BRASIL, Ministério de Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

______. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática, 3º e 4º ciclos. Brasília: MEC/SEF, 1998.

______. **Pró-Letramento**: Programa de Formação Continuada de Professores dos Anos/Séries Iniciais do Ensino Fundamental: Matemática. Brasília: MEC/SEB, 2008.

______. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. Brasília: MEC/SEF, 2013. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br>. Acesso em: 30 abr. 2018.

______. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília: MEC, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase/>. Acesso em: 09 jan. 2018.

______. **Guia de Implementação da Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: < https://implementacaobncc.com.br/>. Acesso em: 30 abr. 2018.

BRITO, M. R. F. Alguns Aspectos Teóricos e Conceituais da Solução de Problemas Matemáticos. In: ______. (Org) **Solução de Problemas e a Matemática Escolar**. Campinas: Alínea, 2006. p. 13–53.

BUTTS, T. Formulando problemas adequadamente. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução de: DOMINGUES, H. H.; CORBO, O. São Paulo: Atual, 1997. p. 32-48. Título original: Problem solving in school mahematics.

CAVALCANTI, C. T. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, K. C. S.; DINNIZ M. I. **Ler, escrever e resolver problemas**: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001. p. 121-149.

CONTEXTUS. In: Dicionário Online de Português. Disponível em: <https://www.dicio.com.br/contexto/>. Acesso em: 05 nov. 2017.

CORALINA, C. Exaltação de Aninha (O professor). In: ______. **Vintém de cobre:** meias confissões de Aninha. São Paulo: Global, 1997. p. 150-151.

CURITIBA. Secretaria Municipal de Educação. **Currículo do Ensino Fundamental**: Matemática. v. 3. Curitiba: SME, 2016. Disponível em: <http://multimidia.cidadedoconhecimento.org.br/CidadeDoConhecimento/lateral_esquerda/menu/downloads/arquivos/10350/download10350.pdf>. Acesso em: 21 set. 2017.

______. **Desenvolvimento de habilidades de leitura e resolução de problemas no 4.º ano.** Caderno 2. Curitiba: SME, 2017. Disponível em: <http://multimidia.educacao.curitiba.pr.gov.br/2017/4/pdf/00133820.pdf > Acesso: 21 set. 2017.

CYBIS, A. C. **Resolução de problemas multiplicativos:** análise de processos heurísticos de alunos de 5º ano do Ensino Fundamental. 161 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014. Disponível em: <https://s3.amazonaws.com/pgsskroton-dissertacoes/0e3b350ba21b9869af966c3d99d4703e.pdf>. Acesso em: 27 jun. 2017.

D' AMBROSIO, U. **Etnomatemática**. São Paulo: Ática, 1998.

______. **Educação Matemática**: da teoria a prática. São Paulo: Papirus, 2012.

DEGUIRE, L. J. Polya visita a sala de aula. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução de: DOMINGUES, H. H.; CORBO, O. São Paulo: Atual, 1997. p. 99-113. Título original: Problem solving in school mahematics.

ECHEVERRIA, M. P. P.; POZO, J. I. Aprender a Resolver Problemas y Resolver Problemas para Aprender. In: POZO et al (Org) **La solución de problemas**. Madrid: Santillana, 1994.

FIORE, C. A. **Os pensamentos narrativo e lógico-científico na resolução de problemas nos campos conceituais aditivo e multiplicativo no ano final do Ensino Fundamental I**. 256 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Setor de Educação, Universidade Bandeirante Anhanguera, São Paulo, 2013. Disponível em:

<https://s3.amazonaws.com/pgsskroton-dissertacoes/8c2ded46e15d0251f1653b205e9c9a94.pdf>. Acesso em: 26 jun. 2017.

GIARDINETTO, J. R. B. **Matemática escolar e matemática da vida cotidiana**. Campinas: Autores Associados, 1999.

GUERIOS, E.; GOSMATTI, A.; FERNANDES, A. C.; ZARAMELA, D. C. B.; PERINE, G. L. Estudo de elementos componentes da prática didática e metodológica de professores que ensinam matemática. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2009, Guarapuava, PR. **Anais...** Guarapuava: SBEM –PR, 2009. p. 431-443.

GUERIOS, E.; MEDEIROS JUNIOR, R. J. Resolução de problemas e matemática no ensino fundamental: uma perspectiva didática. In: BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. (Orgs) **Ensinar e aprender matemática:** possibilidades para a prática educativa. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016. p. 209-231.

GLOOB. **Detetives do Prédio Azul**: Falta D'água. Disponível em: <https://globosatplay.globo.com/gloob/v/5382833/>. Acesso em: 21 set. 2017.

HEREBIA, C. F. B. **Leitura, interpretação e resolução de problemas matemáticos de estruturas aditivas.** 183 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Setor de Educação, Universidade Católica Dom Bosco, Campo Grande, 2007. Disponível em: <https://site.ucdb.br//public/md-dissertacoes/7998-leitura-interpretacao-e-resolucao-de-problemas-matematicos-de-estruturas-aditivas.pdf>. Acesso em: 10 out. 2016.

HÜBNER, M. C. S. **Educação matemática:** processo de resolução de problemas no contexto escolar. 153 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Setor de Educação, Universidade de Passo Fundo, Passo Fundo, 2010.

KRAMM, D. L. **Resolução de problemas: possíveis relações entre raciocínio lógico e desempenho em Matemática.** 398 f. Dissertação (Mestrado em Educação: Psicologia da Educação) – Setor de Educação, Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2014. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/16132/1/Daniele%20de%20Lima%20Kramm.pdf>. Acesso em: 12 out. 2016.

LARROSA, J. **Tremores**: escritos sobre experiência. Belo Horizonte: Autêntica, 2016.

LÜDKE, M. ANDRÉ, M. D. E. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. Rio de Janeiro: E.P.U., 2013.

MEDEIROS JUNIOR, R. J. **Resolução de problemas e ação didática em matemática no Ensino Fundamental.** 172 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Setor de Educação, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2007.

MIGUEL, J. C. O processo de formação de conceitos em matemática: implicações pedagógicas. In: REUNIÃO ANUAL ANPED**,** 28., 2005, Caxambu, MG. **Anais...** Caxambu, MG: ANPEd, 2005. Disponível em: <http://www.ufrrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_28/processo.pdf> Acesso em: 11 out 2017.

MORAIS, R. dos S.; ONUCHIC, L. de La R. Uma abordagem Histórica da Resolução de Problemas. In: ONUCHIC, L. de la R. et al. (Orgs.) **Resolução de Problemas:** Teoria e Prática. Jundiaí – SP: Paco Editorial, 2014. p. 17-34.

MORAIS, M. das D. de. **Papel da compreensão leitora na resolução de problemas matemáticos**. 103 f. Dissertação (Mestrado em Ciências da Linguagem) – Setor de Ciências da Linguagem, Universidade Católica de Pernambuco, Recife, 2010. Disponível em: <http://www.unicap.br/tede//tde_arquivos/2/TDE-2010-09-23T142824Z-348/Publico/dissertacao_maria_das_dores.pdf>. Acesso em: 08 out. 2016.

MOREIRA, H. CALEFFE, L. G. **Metodologia da Pesquisa para o professor pesquisador**. Rio de Janeiro: Lamparina, 2008.

MOURA, G. R. S. **Crianças com dificuldades em resolução de problemas matemáticos:** avaliação de um programa de intervenção. 156 f. Tese (Doutorado em Educação do Indivíduo Especial) – Setor de Educação e Ciências Humanas, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2007. Disponível em: < https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/2833/TeseGRSM.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 13 out. 2016.

MUNDO GLOOB. **D.P.A. - Sumiços do Prédio Azul:** Descalçados. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=DGBzVsXfSoc>. Acesso em: 14 set. 2017.

______. **D.P.A. - Sumiços do Prédio Azul:** Sumiço do lanche. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=aNk_nomwOpA>. Acesso em 15 set. 2017.

______. **D.P.A.- Confusões de Theobaldo:** Cheiro de Pipoca no ar. Disponível em <https://www.youtube.com/watch?v=9i1_8n-25j0>. Acesso em: 15 set. 2017.

______. **D.P.A.- Confusões de Theobaldo:** Férias da vó Berta. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=zHppn7uNaJk>. Acesso em: 16 set. 2017.

ONUCHIC, L. de la R. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.) **Pesquisa em Educação Matemática**: concepções e perspectivas. São Paulo: UNESP, 1999. p. 199-218.

______. A resolução de problemas na educação matemática: onde estamos? E para onde iremos? **Espaço Pedagógico**, v.20, n.1, Passo Fundo, p. 88-104, jan/jun. 2013. Disponível em: <www.upf.br/seer/index.php/rep>. Acesso em: 5 jan. 2017.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. In: **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro (SP), v. 25, n 41. p. 79-98, 2011. Disponível em: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291223514005> Acesso em: 14 jan 2017.

______. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. 4. ed. São Paulo: Cortez, 2012. p. 232-252.

PIVA, R. **Estratégias mobilizadas na resolução de problemas matemáticos de divisão por alunos da sala de articulação da 2ª fase do 2º ciclo do ensino fundamental de uma escola estadual de Várzea Grande – MT**. 124 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Setor de Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal de Mato Grosso, Cuiabá, 2014. Disponível em: <http://ri.ufmt.br/handle/1/316>. Acesso em: 14 out. 2016.

POLYA, G. On Lerning, Teaching and Learning Teaching. In: **Mathematical Discovery** (1962) cap. XIV. Tradução de MOSQUITO, E.; INCÁCIO, R.; CRAVO, S. Disponível em: <http://miniweb.com.br/ciências/artigos/polya.html> Acesso em: 12 jan 2017.

______. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução de: DOMINGUES, H. H.; CORBO, O. São Paulo: Atual, 1997. p. 1-3. Título original: Problem solving in school mahematics.

______. **A arte de resolver problemas**: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 2006.

ROCHA, M. S. **Compreendendo a resolução de problemas matemáticos:** relações com o raciocínio inferencial e a flexibilidade cognitiva. 90 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Setor de Educação, Universidade do Vale do Sapucaí, Pouso Alegre, 2015. Disponível em: <http://www.univas.edu.br/me/docs/dissertacoes2/18.pdf>. Acesso em: 10 out. 2016.

SCHOENFELD, A. H. Heurísticas na sala de aula. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. **A resolução de problemas na matemática escolar**. Tradução de: DOMINGUES, H. H.; CORBO, O. São Paulo: Atual, 1997. p. 13-31. Título original: Problem solving in school mahematics.

_____ . Por quê toda esta agitação acerca da resolução de problemas? In: ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; PONTE, J. P. (Org) **Investigar para aprender matemática**. Lisboa: APM, 1996. p. 61-71. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fdm/textos/schoenfeld%2091.pdf>. Acesso em: 15 jan. 2017.

SKOVSMOSE, O. O cenário de investigação. In: **Bolema – Boletim de Educação Matemática** – Rio Claro. N. 14, p. 66 - 91, 2000. Disponível em: <http://www.pucrs.br/ciencias/viali/tic_literatura/metodologia/Skovsmose_Cenarios_Invest.pdf>. Acesso em: 5 set. 2017.

______. **Educação matemática crítica**: a questão da democracia. Campinas: Papirus, 2001.

SILVA, E. T. da. **Magistério e mediocridade.** v. 3, 7. ed. São Paulo: Cortez, 2008. p. 17-18.

SILVA, P. V. da. **O aprendizado de regras matemáticas**: uma pesquisa de inspiração wittgensteiniana com crianças da 4ª série no estudo da divisão. 101 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática) – Setor de Educação em Ciências e Matemática, Universidade Federal do Pará, Belém, 2011. Disponível em: <http://repositorio.ufpa.br/jspui/handle/2011/2887> . Acesso em: 12 out. 2016.

SOUZA, M. C. C. C. Decorar, lembrar e repetir: o significado de práticas escolares na escola brasileira do final do século XIX. In: SOUSA, C. P. **História da educação:** processos, práticas e saberes. São Paulo: Escrituras, 1998. p. 83-93.

TOLEDO, M., TOLEDO, M**. Teoria e prática de Matemática**: como dois e dois. São Paulo: FTD, 2009.

TUFANO, W. Contextualização. In: FAZENDA, I. C. A. **Dicionário em construção**: interdisciplinaridade. São Paulo: Cortez, 2002. p. 40- 41.

VALERO, P. **Consideraciones sobre el contexto y la educación matemática para la democracia**. Quadrante, vol. 11, n.º 1, 2002. Disponível em: <http://centroedumatematica.com/ciaem/articulos> Acesso em: 11 ago 2017.

## APÊNDICE 1 – FICHA DE INTERESSES

Caro (a) Aluno (a)

Nos próximos meses teremos alguns encontros durante as aulas de Matemática para realizarmos atividades de Resolução de Problemas. Mas antes de iniciarmos essas atividades, eu gostaria de saber um pouco sobre seus interesses. Por isso, peço que responda as questões abaixo.

Obrigada pela sua colaboração.

Professora Flavia

### FICHA DE INTERESSES

- Quando você está em casa, o que gosta de fazer para se distrair? (Marque com um X quantas opções você preferir).

( ) Assistir filmes ou seriados.
( ) Assistir desenhos.
( ) Ouvir música.
( ) Ler livros de literatura.
( ) Ler revistas.
( ) Navegar na internet.
( ) Brincar com amigos.
( ) Brincar com jogos eletrônicos ou virtuais.

( ) outros: ____________________________________________

____________________________________________

____________________________________________

- No dia-a-dia temos contato com diferentes informações quando assistimos televisão, lemos uma revista, ouvimos uma rádio ou quando conversamos com nossa família e amigos. Conte dois temas que chamaram a sua atenção nesse ano e que você gostaria de aprender um pouco mais.

____________________________________________

____________________________________________

____________________________________________

- Entre os temas apresentados abaixo, marque com um X aqueles que mais chamaram a sua atenção.

( ) Esportes.
( ) Pontos turísticos da cidade de Curitiba.
( ) A vida dos animais.
( ) O uso consciente da água.
( ) Reciclagem do lixo.
( ) O bairro onde você mora.
( ) Educação Ambiental

- Há algum outro tema que desperte o seu interesse? Qual?

_______________________________________________________________________________

_______________________________________________________________________________

## APÊNDICE 2 – ROTEIRO PARA ENTREVISTA SEMI-ESTRUTURADA

A entrevista acontecerá na modalidade de conversa com o objetivo de obter maiores informações sobre as estratégias utilizadas pelo aluno para resolver problemas matemáticos. Desse modo não haverá uma sequência de perguntas a ser seguida de maneira rígida e linear, mas sim questões norteadoras que conduzam o diálogo. A elaboração dessas questões foi fundamentada nas indagações de Polya (2006) ao discorrer sobre "Como resolver um Problema".

Ao iniciar a entrevista, será informado ao aluno que o áudio da conversa será gravado. Porém se este apresentar desconforto a gravação será interrompida e as informações serão registradas manualmente pela pesquisadora.

**Questões norteadoras.**

- Lembra-se dos problemas matemáticos que você resolveu em nosso último encontro? Gostaria de lê-los novamente?
- O que o problema está perguntando? Qual é a questão que precisa ser respondida?
- Quais são as informações que o problema apresenta? Todas as informações são necessárias? Elas são suficientes para você elaborar uma estratégia de solução?
- Você já resolveu um problema parecido com esse antes? Se sim, poderia fala um pouco do que você recorda?
- Poderia explicar que estratégia você utilizou para chegar a esse resultado?
- Nesse momento em que você está revendo a sua solução para o problema, gostaria de fazer alguma modificação?
- Releia o problema. A solução que você encontrou responde o problema inicial?
- Poderia chegar ao mesmo resultado utilizando uma estratégia diferente?

# ANEXO 1 – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

1

**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**

Nós, Ettiène Cordeiro Guérios e Flavia Cristine Fernandes Souto, pesquisadores da Universidade Federal do Paraná, estamos convidando os estudantes do 4º ano do Ensino Fundamental da Escola Municipal __________ a participar de um estudo intitulado "Contribuições do ensino da Matemática por meio da Resolução de Problemas para o desenvolvimento do pensamento matemático dos educandos". O **estudo** é importante para observarmos como o estudante compreende problemas matemáticos contextualizados e como constrói estratégias para resolvê-los.

a) O objetivo desta **pesquisa** é investigar as contribuições do ensino da Matemática por meio da Resolução de Problemas contextualizados para o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes.

b) O estudante participante da **pesquisa** realizará atividades, individuais e em grupos, que envolvam a Resolução de Problemas Matemáticos. Os problemas serão resolvidos com registro em folha. Tais atividades serão arquivadas pelas pesquisadoras em pastas que ficarão armazenadas e sob zelo das mesmas até o fim da pesquisa, quando serão entregues as atividades ao estudante. As atividades também serão digitalizadas e gravadas em CDs, guardados pelas pesquisadoras num período de dois anos após o final da pesquisa, quando serão destruídos.

c) Poderá ocorrer, em alguns momentos, entrevista com o aluno individualmente para compreender melhor o raciocínio desenvolvido por ele no momento da resolução do problema. Contudo, a entrevista será realizada mediante autorização e após aceito o convite feito ao estudante. Caso aceite, a entrevista acontecerá na biblioteca da escola e terá duração de no máximo 30 minutos. O áudio dessas entrevistas será gravado e depois transferido para o microcomputador das pesquisadoras e gravados em CDs, que ficarão armazenados e sob zelo das mesmas num prazo de dois anos após o fim da pesquisa, quando serão apagados.

d) Em outros momentos, serão realizadas resoluções de problemas matemáticos em grupo, incentivando o diálogo e a troca de ideias. Gravações de áudio e vídeo destes momentos também serão feitas pelas pesquisadoras. Quanto às filmagens, ressalta-se que serão feitos apenas no sentido de observar os diálogos entre os estudantes para a construção das soluções dos problemas matemáticos. As imagens geradas durante as aulas de Matemática serão repassadas para o microcomputador das pesquisadoras e gravadas em CDs, que ficarão armazenados e sob zelo das mesmas num prazo de dois anos após o fim da pesquisa, quando serão apagados. Todas as atividades serão realizadas no espaço escolar, sala de aula, pátio externo e sala da biblioteca, em horário de aula.

e) **Jamais serão revelados nomes, ou divulgadas as imagens/filmagens dos estudantes.**

f) É possível que o estudante experimente algum desconforto, como timidez ou inibição, caso apresente dificuldade em resolver algum dos problemas propostos. Neste caso, o estudante poderá interromper a atividade, sem nenhum prejuízo.

Aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos do Setor de Ciências da Saúde/UFPR. Parecer CEP/SD-PB nº 2035616 na data de 26/04/2017

Rubricas:
Participante da pesquisa ou responsável legal: ______________________
Pesquisadora colaboradora: __________ Orientadora: ______________________

Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos do Setor de Ciências da Saúde da UFPR | CEP/SD
Rua Padre Camargo, 285 | Térreo | Alto da Glória | Curitiba/PR | CEP 80060-240 |
cometica.saude@ufpr.br - telefone (041) 3360-7259

g) A entrevista acontecerá como uma conversa e o estudante terá a liberdade de não responder algumas das perguntas propostas, se assim preferir. Também, se o estudante sentir-se desconfortado com a gravação de áudio, a entrevista será interrompida e as respostas obtidas serão anotadas manualmente pela pesquisadora no caderno de campo.

h) Os benefícios esperados com essa pesquisa são: melhor aprendizagem de conteúdos, melhor compreensão de conceitos matemáticos, desenvolvimento do pensamento autônomo, do raciocínio matemático e de autoconfiança do estudante. Contudo, nem sempre o estudante será diretamente beneficiado com o resultado dessa pesquisa.

i) A pesquisadora Flavia Cristine Fernandes Souto, professora regente na Escola Municipal [redacted] poderá ser localizada nesta instituição, Rua [redacted], Curitiba/PR, telefone [redacted] das 7h30min às 11h30min ou das 13h15min às 17h15min, ou por e-mail: flaviasouto@yahoo.com.br. A professora da UFPR, Elenice Cordeiro Guérios, orientadora responsável por essa pesquisa, poderá ser localizada na Universidade Federal do Paraná, Rua General Carneiro, 460 - Edifício D. Pedro I - Curitiba/PR, no período da tarde ou por agendamento no horário que lhe for conveniente, pelo telefone [redacted] para esclarecer eventuais dúvidas que o senhor/senhora possa ter e fornecer-lhe as informações que queira, antes, durante ou depois de encerrado o estudo.

j) Seu consentimento para a participação do estudante nesta pesquisa é voluntário e se o senhor (a) não quiser mais que o mesmo faça parte da pesquisa poderá desistir a qualquer momento e solicitar que lhe devolvam este Termo de Consentimento Livre e Esclarecido assinado.

k) As informações relacionadas ao estudo serão conhecidas somente pelas responsáveis pela pesquisa. No entanto, se qualquer informação for divulgada em relatório ou publicação, isto será feito sob forma codificada, para que a **identidade do participante seja preservada e seja mantida a confidencialidade**.

l) O **material obtido** - registros de resolução de problemas matemáticos em folha, áudio das entrevistas e imagens dos momentos de resoluções em grupo - **será utilizado unicamente para essa pesquisa e será destruído** num prazo de dois anos **após o término da mesma**. Antes disso, será arquivado em local seguro na casa da pesquisadora, sendo que haverá uma cópia em poder da orientadora dessa pesquisa.

m) As despesas necessárias para a realização da pesquisa não são de sua responsabilidade e o senhor/senhora não receberá qualquer valor em dinheiro pela participação do estudante.

n) O senhor (a) terá a garantia de que problemas como: inibição, timidez ou desconforto que possam ocorrer no desenvolvimento das atividades decorrentes do estudo serão tratados na própria escola.

o) Quando os resultados forem publicados, não aparecerá o nome do estudante, e sim um código.



Rubricas:
Participante da pesquisa ou responsável legal: ______
Pesquisadora colaboradora: Orientadora: ______

p) Se tiver dúvidas sobre os direitos do estudante como participante de pesquisa, o senhor/senhora pode contatar também o Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos (CEP/SD) do Setor de Ciências da Saúde da Universidade Federal do Paraná, pelo telefone 3360-7259.

Eu, ______________________________________________ li esse Termo de Consentimento e compreendi a natureza e objetivo do estudo do qual concordei em autorizar a participação do estudante ______________________________.

A explicação que recebi menciona os riscos e benefícios. Eu entendi que sou livre para interromper a participação do estudante anteriormente citado a qualquer momento sem justificar minha decisão e sem qualquer prejuízo para mim ou para o estudante.

Eu concordo voluntariamente que o estudante ________________ participe deste estudo.

Declaro ceder à referida pesquisa plena propriedade dos registros elaborados pelo estudante sob minha responsabilidade durante as atividades da pesquisa e autorizo as pesquisadoras a utilizar, divulgar e publicar, para fins culturais, os dados obtidos.

Curitiba, ___ de __________ de ______.

______________________________________________
Assinatura do Responsável Legal do participante da pesquisa

______________________________________________
Ettiène Cordeiro Guérios

______________________________________________
Flavia Cristine Fernandes Souto

Aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa em Seres Humanos do Setor de Ciências da Saúde/UFPR
Parecer CEP/SD-PB nº 2033646
na data de 26/04/2017