ROSANA MINOTTO

COMPREENSÕES DE PROFESSORES DAS SÉRIES INICIAIS SOBRE O ENSINO DOS PROCEDIMENTOS MATEMÁTICOS ENVOLVIDOS NOS ALGORITMOS CONVENCIONAIS DA ADIÇÃO E DA SUBTRAÇÃO COM REAGRUPAMENTO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Paraná – UFPR, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação**.**

Área temática: Cultura e Processo de Ensino-Aprendizagem.
Linha de Pesquisa: Educação Matemática.

Orientadora:
Profa. Dra. Ettiène Guérios

Curitiba
2006

Este trabalho é dedicado ao

meu pequeno e grande companheiro Paulo,

que sempre foi meu incentivador

em toda essa caminhada.

AGRADECIMENTOS

- À minha orientadora Profª Dra. Ettiène Guérios.
- À professora Dra. Lurdes Serrazina.
- Aos professores da banca de qualificação, Prof. Dr. Ademir Caldeira e Profª Dra. Maria Tereza Carneiro Soares, que muito contribuíram para a reorganização do estudo.
- À escola na qual desenvolvi este estudo, pela receptividade.
- Às professoras participantes deste estudo, em especial às três professoras participantes da segunda etapa.
- Aos colegas de turma e em especial às amigas Kelly C. Placha e Heliane M. G. Ripplinger com as quais compartilhei momentos de alegria e de desalento.
- Aos amigos que compreenderam a minha ausência em muitos momentos...

SUMÁRIO

RESUMO

Trata-se de um estudo desenvolvido em duas etapas. Na primeira etapa realizou-se uma primeira aproximação com o contexto do estudo. Na segunda etapa realizou-se o estudo definitivo, que contou com a participação de três professoras das séries iniciais do Ensino Fundamental de uma escola municipal de Curitiba – PR. Investigaram-se as compreensões dessas professoras sobre o ensino dos procedimentos matemáticos envolvidos nos algoritmos convencionais da adição e da subtração com reagrupamento. Para investigar tais compreensões por meio da reflexão sobre as práticas em torno do ensino desses algoritmos, foram definidos os seguintes objetivos: de que modo os professores expressam sua compreensão dos algoritmos convencionais da adição e da subtração com reagrupamento; de que modo os professores expressam suas compreensões sobre o ensino dos procedimentos envolvidos nesses algoritmos; de que modo os professores se referem à sua comunicação com os alunos ao ensinarem os referidos algoritmos. O desenvolvimento do estudo teve como embasamento aspectos teóricos relacionados à comunicação na sala de aula de Matemática, à interferência da compreensão no modo de ensinar, à reflexão sobre a prática e ao ensino e aprendizagem dos referidos algoritmos. O estudo definitivo se realizou por meio de uma equipe de reflexão formada pelas professoras e a investigadora. Foram organizadas sessões de trabalho conjunto entre as três professoras e a investigadora, com o objetivo de gerar discussões sobre a prática do ensino dos algoritmos. A investigadora organizou tarefas para captar elementos sobre a compreensão das professoras e melhor analisar como elas expressaram suas compreensões sobre o ensino dos algoritmos. A coleta de dados realizou-se em cinco sessões de trabalho, no período de quatro meses. O procedimento de análise dos dados foi de natureza qualitativa, realizado por meio da descrição e interpretação de falas e de registros escritos das professoras sobre as compreensões que elas expressaram a respeito dos referidos algoritmos, a respeito do ensino desses algoritmos e sobre o modo como se referem à comunicação com seus alunos ao ensinarem esses algoritmos. Os resultados são os seguintes: as professoras têm uma compreensão parcial dos procedimentos envolvidos nos algoritmos convencionais, notadamente no algoritmo da subtração; utilizam uma linguagem verbal que pode comprometer a comunicação com os alunos em sala de aula no momento em que ensinam esses algoritmos. Os resultados também apontam para a necessidade de o professor examinar suas compreensões sobre os algoritmos e também sobre o seu ensino, estando atento para a linguagem verbal utilizada.

Palavras-chave: Ensino e Aprendizagem. Educação Matemática. Séries Iniciais. Algoritmos Convencionais. Compreensões de Professores. Linguagem Verbal.

ABSTRACT

The present study was developed in two stages. In the first stage a first approach with the context of the study was fulfilled. In the second stage the definitive study was fulfilled, which counted with the participation of three Elementary School teachers from the first grades of a municipal school of Curitiba – PR. These teachers' understandings on the teaching of the mathematical procedures involved in the conventional algorithms of addition and subtraction with regrouping were investigated. To investigate such understandings by means of the reflection on the practice of the teaching of these algorithms, the following objectives had been defined: in which way the teachers express their understanding on the conventional algorithms of addition and subtraction with regrouping; in which way the teachers express their understanding on the teaching of the involved procedures in these algorithms; in which way the teachers relate to their communication with the students when teaching the cited algorithms. The development of the second stage was based on theoretical aspects related to the communication in the Mathematics classroom, the interference of the understanding in the way of teaching, the reflection on the practice and the teaching and learning of the referred algorithms. The definitive study took place through a reflection team formed by the teachers and the investigator. Sessions of cooperative work between the three teachers and the investigator were organized with the objective of generating discussions on the practice of teaching the algorithms. The investigator organized tasks to collect elements on the teachers' understanding and better analyze how they expressed their understandings on the teaching of the algorithms. The gathering data took place in five work sessions within a four-month period. The procedure of data analysis was qualitative, accomplished through description and interpretation of speeches and these teachers' written registrations on the understandings that they expressed regarding the referred algorithms, regarding the teaching of these algorithms and on how they refer to the communication with their students when teaching these algorithms. The results are: the teachers have a partial understanding of the procedures involved in the conventional algorithms, especially in the subtraction algorithm; they use verbal language that can impair the communication with the students in classroom when they teach these algorithms. The results also demonstrate the teacher's need to examine his/her understandings on the algorithms and also on his/her teaching, being attentive to the verbal language used.

Key-words: Teaching and Learning. Mathematical education. First Grades. Conventional algorithms. Teachers' Understandings. Verbal language.

1 INTRODUÇÃO

> Saber fazer e saber explicar o que se faz (o conhecimento e as capacidades que cada um utiliza na acção) são duas capacidades intelectuais distintas (ARGYRIS, 1985 apud GÓMEZ, 1992, p. 104).

Durante o período de março de 1998 a abril de 2003, tive a oportunidade de trabalhar com a atualização profissional de professores de uma rede particular de ensino, em todas as regiões do país. Nesse período ministrei cursos de metodologia de ensino da Matemática para professores de 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental, promovendo reflexões teóricas, desenvolvendo práticas orientadas ao exercício da docência e troca de experiências.

Ao desenvolver este trabalho, observei que é comum alguns profissionais da educação (professores, coordenadores, supervisores e diretores) acreditarem que a aprendizagem de conceitos matemáticos ocorre somente por meio de explicações de alguns exemplos no quadro e de repetições de exercícios escritos. Essa crença parece também estar presente em algumas famílias, conforme relato dos profissionais da educação com os quais trabalhei.

Com os professores com quem trabalhei pude detectar, em relação aos algoritmos convencionais das operações fundamentais, indícios de que o ensino desses algoritmos está centrado na transmissão de procedimentos, de forma mecanizada, sem significado para o aluno e também, algumas vezes, desprovido da compreensão desses procedimentos de cálculo, por parte de quem ensina.

Para esses professores, de um modo geral, a automatização dos procedimentos, sem a sua compreensão, era suficiente para que eles afirmassem que as crianças “aprenderam” os algoritmos. No entanto, empregá-los corretamente não corresponde, necessariamente, a uma compreensão de todo o procedimento, mas simplesmente a uma memorização dos passos a serem seguidos. Pareceu-me que esse modo de lidar com os algoritmos se mostra ineficaz por não ser sustentado por uma compreensão dos princípios matemáticos subjacentes aos procedimentos envolvidos nos algoritmos convencionais.

O processo de ensino e aprendizagem da Matemática tem se voltado para a construção dos conceitos pelos alunos, e não mais pela mera busca da resposta correta, da mecanização de procedimentos por meio de uma comunicação, visando apenas ao modo correto de aplicá-los.

Serrazina nos esclarece que a idéia de que a Matemática consiste no domínio de regras e procedimentos mudou para a "idéia de que os alunos devem ter uma profunda compreensão da sua matemática e ser capazes de explicá-la e justificá-la" (SERRAZINA, 2003, p. 67).

Além da questão da compreensão dos princípios matemáticos subjacentes aos procedimentos envolvidos nos algoritmos convencionais, o trabalho que desenvolvi com aqueles professores também mostrou indícios de que a linguagem verbal utilizada por eles, ao ensinar esses algoritmos, parece não ser adequada.

Para melhor compreensão de minhas intenções, considero importante explicitar o significado de alguns termos que estarei utilizando neste estudo, tais como: *algoritmo convencional*, *linguagem verbal* e *equipe de reflexão.*

Segundo Boyer (1974, p. 166), "o esquema de numeração usando numerais hindus veio a ser chamado simplesmente algorismo ou algoritmo, palavra que, originalmente deriva do nome de al-Khowarizmi, agora significa, mais geralmente, qualquer regra especial de processo ou operação".

No glossário do livro "A Experiência Matemática" encontrei a seguinte definição para *algoritmo*: "um processo fixo que, efetuado sistematicamente, chega ao resultado desejado" (DAVIS e HERSH, 1989, p. 455).

Estou utilizando a palavra *convencional* com o seguinte significado: "que é de uso, consolidado pelo uso ou pela prática" (HOUAISS, 2001, p. 1470).

Portanto, o termo *algoritmo convencional*, no presente trabalho, será usado para representar o procedimento do "vai um" (no algoritmo convencional da adição) e o procedimento do "empresta" (no algoritmo convencional da subtração), que são procedimentos ensinados, em geral, na escola. Por serem utilizados e ensinados normalmente no ambiente escolar, o *algoritmo convencional* é denominado também de *algoritmo escolar*.

Um dos significados atribuídos ao termo *verbal* é o seguinte: "que é expresso oralmente, de viva voz; oral" (HOUAISS, 2001, p. 2844). Entendendo a linguagem como meio de "comunicar idéias ou sentimentos através de signos convencionais, sonoros, gráficos, gestuais" (HOUAISS, 2001, p. 1763), neste estudo utilizarei a expressão *linguagem verbal* com o seguinte sentido: um meio de comunicação de idéias expressas pela oralidade.

Quando faço referência à expressão “linguagem verbal não adequada”, estou considerando que é possível utilizar, no ensino dos algoritmos convencionais, uma linguagem verbal que permita compreender os princípios matemáticos subjacentes aos procedimentos utilizados para resolver esses algoritmos. As palavras de Onrubia ajudam a esclarecer nossa intenção com relação ao significado que estamos atribuindo à expressão *linguagem verbal adequada,* qual seja, “utilizar a linguagem da maneira mais clara e explícita possível, tratando de evitar e controlar possíveis mal-entendidos ou incompreensões” (ONRUBIA, 1997, p.142).

O presente estudo constituiu-se por duas etapas. Na segunda etapa, formou-se um grupo, composto pela investigadora e as professoras participantes, considerado com características de uma *equipe de reflexão*, termo utilizado por Keiny (KEINY, 1994 apud SERRAZINA, 1999) para designar que essa equipe “funciona como o lugar onde as questões que resultam da prática são colocadas e discutidas, novas necessidades são sentidas e novos conhecimentos são adquiridos” (SERRAZINA, 1999, p. 144). Ainda a esse respeito, Serrazina (1999) recorda que, para Wood, Cobb e Yackel (1991), a equipe de reflexão também oportuniza troca de experiências entre os participantes.

Tendo explicitado esses termos, volto a atenção para a minha experiência profissional que, associada às leituras que fui realizando para desenvolver este estudo, forneceram indícios de que a prática docente relativa ao ensino dos algoritmos ainda parece apoiar-se firmemente na aprendizagem, sem compreensão, dos procedimentos envolvidos na resolução desses algoritmos.

Tenho a clareza de que os algoritmos convencionais não se caracterizam como o único modo de se realizarem operações. Entretanto, eles são apresentados, com freqüência, aos alunos como um dos conhecimentos matemáticos formalizados. Acredito que, quando compreendidos adequadamente, eles proporcionam eficácia e rapidez nos cálculos.

Adoto como conteúdo específico deste estudo os algoritmos convencionais da adição e da subtração com reagrupamento, para resolução das operações aritméticas. Esses algoritmos ocupam boa parte do ensino da Matemática nas séries iniciais e são formados por um conjunto de regras para manipular símbolos numéricos escritos.

Conforme Schliemann, Santos e Costa:

> Embora essas regras tenham como base as propriedades do sistema numérico decimal, seu ensino pode se dar sem referência explícita às propriedades que as tornam possíveis e sem considerar-se o valor das quantidades sobre as quais se opera. Este ensino de regras destituídas de significado pode ser a causa das dificuldades que muitas crianças encontram ao tentar utilizar os algoritmos (SCHLIEMANN, SANTOS, COSTA, 1995, p. 100).

Considerando que esses algoritmos estão estruturados de acordo com os princípios subjacentes à estrutura do sistema de numeração decimal, entender essa estrutura é uma condição necessária para a compreensão dos algoritmos.

No entanto, acredito ser importante esclarecer que, antes do ensino dos algoritmos convencionais, os alunos podem ser incentivados a usar recursos próprios para a resolução de problemas, utilizando-se de vários tipos de representações, como desenhos, diagramas, entre outros.

O uso de propriedades do sistema de numeração decimal, como, por exemplo, a decomposição das parcelas envolvidas nessas operações, é suficiente para resolver problemas que envolvem a adição e subtração com reagrupamento. O cálculo mental, as estimativas e o uso da calculadora também são importantes meios que os alunos dispõem para a resolução de tais operações. No entanto, entendemos que tais meios não excluem a aprendizagem dos algoritmos.

Os estudos de Schliemann, Santos e Costa (1995) mostram que nos procedimentos construídos espontaneamente pelas crianças, ao resolverem operações aritméticas, elas referem-se a quantidades, preservando seu valor real; por exemplo, 10 e 50, para as dezenas e não apenas aos símbolos 1 e 5 para representar essas dezenas como acontece no algoritmo convencional. Os procedimentos utilizados espontaneamente pelas crianças baseiam-se na compreensão das propriedades do sistema decimal e preservam o significado das quantidades, podendo então auxiliar na aprendizagem dos algoritmos convencionais.

Ao refletir sobre os procedimentos envolvidos nos algoritmos, as crianças podem perceber que em alguns momentos eles destacam-se pela economia e/ou eficiência na resolução das atividades propostas em sala de aula. E também podem perceber que a compreensão dos procedimentos contribui para evitar erros que ocorrem no uso desses algoritmos.

Novamente as palavras de Schliemann, Santos e Costa nos apóiam nesse sentido:

> Somente após a descoberta e compreensão da lógica da situação por parte da criança é que a representação formal matemática deverá ser desenvolvida. Neste processo, a criança adotará, com ajuda da professora, as representações e convenções formais e simbólicas para representar algo que já compreende e não como símbolos vazios e convenções arbitrárias (SCHLIEMANN, SANTOS, COSTA, 1995, p. 115).

O ensino da Matemática tem se caracterizado por dar maior atenção à formação de conceitos. No entanto, pelo que se tem observado, o desenvolvimento de técnicas mecanizadas de cálculo continua sendo trabalhado em sala de aula sem que os alunos compreendam o significado dos conceitos matemáticos que utilizam para aplicá-las.

O que foi exposto até o momento fortalece os indícios detectados em minha experiência profissional, ou seja, que os algoritmos escolares (também designados por algoritmos convencionais) são mal compreendidos pelos alunos, pois sua utilização, em geral, se dá por meio de procedimentos sem significados para eles.

Para ensinar os algoritmos convencionais das operações de adição e de subtração, em geral, o professor utiliza-se de simbologia e muitas vezes essa simbologia gera dificuldades para o aluno, que não compreende a idéia representada pelo símbolo. É possível supor que o uso de símbolos sem sua devida compreensão, quando apresentados por meio de uma linguagem verbal não adequada, pode dificultar a aprendizagem dos conceitos matemáticos em questão.

Além disso, o ensino dos algoritmos envolve o uso de procedimentos, como o “vai um” e o “empréstimo”, que ocasionam erros freqüentes. Compreendo que esses erros não ocorrem somente por haver uma dissociação entre procedimentos escritos e conhecimentos matemáticos subjacentes (ambos necessários à compreensão), mas ocorrem também devido à existência de outro aspecto que pode ocasionar incompreensões dos procedimentos: a linguagem verbal não adequada utilizada por professores.

A linguagem deve assegurar as relações entre as novas representações promovidas pelo professor e aquelas já adquiridas pelo aluno, a fim de evitar um distanciamento excessivo entre a linguagem do professor e a compreensão do aluno. Desse modo, a linguagem pode exercer a função de modificar e reconstruir os significados que professores e alunos possuem em relação aos referidos algoritmos.

Nesse sentido, as convenções e os símbolos utilizados nos algoritmos podem ser explorados com compreensão. Para tanto, é preciso que os professores tenham conhecimento sobre esses algoritmos e também conhecimento sobre como a criança desenvolve sua compreensão a respeito dos procedimentos envolvidos em cada um dos algoritmos.

Além de acreditar que seja fundamental a associação entre procedimentos escritos e princípios matemáticos subjacentes à compreensão dos algoritmos ensinados na escola, acredito também que a utilização de uma linguagem verbal adequada pode contribuir para que haja essa associação.

Em relação aos referidos algoritmos, fui percebendo em minha prática profissional que alguns professores não têm compreensão adequada sobre o ensino desses algoritmos. Como ainda tenho oportunidades de trabalhar com professores de 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental, essa percepção permanece.

García (1992) relata que, para Schulman (1989), o conhecimento que os professores têm dos conteúdos de ensino e o modo como esses conteúdos se transformam em ensino é uma questão importante para a análise dos processos de ensino.

Os aspectos levantados até então se apresentam como um problema que merece ser estudado, o que me impulsionou a investigar as compreensões de professores relativas ao ensino dos algoritmos. Decorre disso a seguinte pergunta norteadora deste estudo: *Que compreensões professores das séries iniciais expressam sobre o ensino dos procedimentos envolvidos nos algoritmos convencionais da adição e da subtração com reagrupamento*?

Para investigar tais compreensões por meio da reflexão sobre as práticas em torno do ensino desses algoritmos, foram definidos os seguintes objetivos:

1. de que modo os professores expressam sua compreensão dos algoritmos convencionais da adição e da subtração com reagrupamento;

2. de que modo os professores expressam suas compreensões sobre o ensino dos procedimentos envolvidos nesses algoritmos;
3. de que modo os professores se referem à sua comunicação com os alunos ao ensinarem os referidos algoritmos.

Para identificar e interpretar as compreensões de professores formamos uma equipe de reflexão. As discussões desenvolvidas na equipe tornaram explícitas certas compreensões que os professores têm sobre os algoritmos. Segundo Serrazina (2003), o conhecimento explícito envolve razões e relações, ou seja, ser capaz de explicar o porquê e de relacionar idéias particulares ou procedimentos dentro da Matemática, e não simplesmente resolver um determinado problema sem saber que idéias matemáticas estão por trás da resolução.

No capítulo de metodologia explicitaremos o modo como realizamos este estudo, que foi composto de duas etapas. A descrição pormenorizada do estudo realizado será apresentada no capítulo subseqüente à metodologia.

Os algoritmos convencionais merecem ser estudados porque revelam a estrutura de conceitos matemáticos e têm como ponto forte a rapidez e a eficiência na obtenção de seus resultados. Além disso, os algoritmos resultaram de muitos anos na evolução histórica das operações e se apresentam como um modo de se poder calcular.

Para Nunes e Bryant (1997), há indícios de que os sistemas convencionais desempenham um importante papel no pensamento matemático das crianças. Inspirados na obra de Vygotsky, comentam que o “domínio de um sistema convencional invariavelmente torna possível para as crianças serem mais efetivas e assim colocar sua lógica em uso” (NUNES e BRYANT, 1997, p. 228). Esses autores relatam ainda a existência de certa concordância de que as crianças devem aprender os princípios lógicos e as invenções culturais subjacentes à aprendizagem da Matemática. E apresentam “a idéia de que aprender sobre estas invenções culturais pode, em realidade, aumentar a habilidade das crianças de respeitar princípios lógicos” (NUNES e BRYANT, 1997, p. 28).

Brocardo, Kraemer e Serrazina (2005) relatam que o ensino de Matemática não deve limitar-se a focar os procedimentos algorítmicos, mas, se quisermos proporcionar aos alunos uma verdadeira experiência matemática, não poderemos ignorá-los, pois a utilização desses procedimentos é um aspecto importante da Matemática. A esse propósito, descrevem que estão:

> [...] conscientes de várias potencialidades importantes dos algoritmos:
> - *generalidade*: o algoritmo é válido para quaisquer números. Para calcular 52 – 27 uso as mesmas regras que para calcular 52 007 978 – 354 756.
> - *eficácia*: um algoritmo pode sempre conduzir a uma resposta certa, ou seja, desde que se usem bem as regras, temos a certeza de chegar a um resultado certo (BROCARDO, KRAEMER e SERRAZINA, 2005, p. 4).

Miranda (1987) também descreve que o algoritmo constitui “uma forma mais sofisticada e econômica de se efetuar os cálculos; o uso adequado de suas regras permite, conseqüentemente, soluções mais rápidas e menos sujeitas a erros” (MIRANDA, 1987, p. 157). Considere-se a expressão *uso adequado de suas regras* com o seguinte significado: utilização com compreensão de todo o procedimento necessário para a aplicação do algoritmo.

As palavras a seguir esclarecem a importância cultural da aprendizagem dos algoritmos:

> Os algoritmos escolares têm algumas características que os tornam *amplificadores culturais* da capacidade já existente. (...) Um amplificador cultural não cria uma capacidade nova: amplia uma capacidade já existente. Em outras palavras, as condições nas quais as soluções escolares são praticadas tendem a promover certos aspectos do conhecimento de operações aritméticas que amplificam o poder das mesmas habilidades de raciocínio quando as pessoas estão resolvendo problemas. Estas condições são, em nossa opinião, o *uso da escrita* e o *apoio constante sobre o mesmo tipo de agrupamento*, os agrupamentos básicos à escrita dos números, ou seja, os agrupamentos decimais (CARRAHER, CARRAHER e SCHLIEMANN ,1995, p. 155, 156).

Além da importância cultural dos algoritmos escolares, temos também a importância atribuída pela escola e pela sociedade. O ensino dos algoritmos convencionais é uma expectativa incorporada pela escola, pelos professores, pelos pais dos alunos e pelas propostas curriculares. Em geral, os professores ressaltam a importância de ensinar os algoritmos convencionais para as crianças e os pais dessas crianças também acreditam que o ensino desses algoritmos deve acontecer e cobram da escola que seus filhos devem “aprender a fazer as contas”.

Por isso, neste estudo, estabelecemos que o ensino dos algoritmos convencionais possa acontecer como uma forma para realizar o cálculo das operações aritméticas básicas, considerando que, ao ensiná-los, o professor pode estar transmitindo a cultura acumulada social e historicamente. Porém, é importante ressaltar que o uso dos algoritmos convencionais não pode impossibilitar os professores de utilizarem outras formas para realizar o cálculo das operações nem inibir a valorização dos recursos de cálculo que os alunos possuem.

O Ministério da Educação e do Desporto apresenta os Parâmetros Curriculares Nacionais como um instrumento de apoio ao trabalho escolar. Esse documento (Brasil, 1997) traz indicadores para a formulação das propostas educacionais para o ensino de Matemática e explicita os princípios que orientam o trabalho pedagógico a ser desenvolvido nas escolas.

No que se refere à área de Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais colocam como característica geral, para o segundo ciclo (3ª e 4ª séries), o trabalho com atividades que permitem ao aluno a construção de conceitos e procedimentos matemáticos. Relatam ainda, que nesse trabalho é fundamental que o aluno "valorize suas estratégias pessoais **e também aquelas que são frutos da evolução histórica do conhecimento matemático**" (BRASIL, 1997, p. 85) [grifo nosso].

Esse documento, ao explicitar os conteúdos conceituais e procedimentais para o segundo ciclo em relação às operações com números naturais, descreve, como um desses conteúdos, a "resolução das operações com números naturais, por meio de estratégias pessoais e do **uso de técnicas operatórias convencionais, com compreensão dos processos nelas envolvidos**" (BRASIL, 1997, p. 87) [grifo nosso].

Assim sendo, em consonância com Santos et al. (2005), entendemos que:

> Nos dias de hoje, o conhecimento dos números e das operações é um saber indispensável na formação do cidadão matematicamente letrado, mas esse conhecimento tem de incluir uma compreensão global dos números e operações, que se desenvolve com a sua utilização em contextos específicos, reais e significativos e tem de incluir a capacidade de usar esta compreensão para fazer julgamentos matemáticos e para desenvolver estratégias flexíveis de cálculo (SANTOS et al., 2005, p. 18).

Esperamos com este trabalho trazer subsídios aos professores para uma reflexão sobre a compreensão dos procedimentos envolvidos nos algoritmos convencionais da adição e da subtração com reagrupamento, de modo que essa reflexão possa contribuir para a superação de repetições mecânicas no trabalho com os algoritmos.

2 ASPECTOS TEÓRICOS

> Entre a Matemática e a Língua Materna existe uma relação de impregnação mútua. Ao considerarem-se estes dois temas enquanto componentes curriculares, tal impregnação se revela através de um paralelismo nas funções que desempenham, uma complementaridade nas metas que perseguem, uma imbricação nas questões básicas relativas ao ensino de ambas. **É necessário reconhecer a essencialidade dessa impregnação e tê-la como fundamento para a proposição de ações que visem à superação das dificuldades com o ensino de Matemática** (MACHADO, 1991, p.10) [grifo nosso].

2.1 ALGUNS ASPECTOS DA COMUNICAÇÃO NA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA

Cada vez mais a comunicação, que se estabelece no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, tem sido considerada por educadores matemáticos a essência desse processo.

O desenvolvimento da capacidade de comunicar, justificar, fazer suposições, argumentar, trocar idéias com os outros são aspectos importantes no processo de ensino e aprendizagem. Segundo Ponte e Serrazina (2000), "a comunicação das nossas ideias permite que elas se tornem objectos de reflexão, discussão e refinamento. Trata-se de um passo importante na organização e clarificação do nosso pensamento. Compreendemos mais facilmente as nossas ideias e argumentos matemáticos quando as articulamos oralmente ou por escrito" (PONTE e SERRAZINA, 2000, p. 60).

Nesse sentido, o papel da comunicação no ensino e aprendizagem da Matemática deve ser o de promover a compreensão da Matemática, de modo que todos os alunos:

> - organizem e consolidem o seu pensamento matemático para comunicar com outros;
> - expressem as suas ideias matemáticas de modo coerente e claro para os colegas, os professores e outras pessoas;
> - alarguem o seu conhecimento matemático, considerando o pensamento e as estratégias dos outros;
> - usem a linguagem matemática como um meio de expressão matemática precisa (NCTM, 1998 apud PONTE e SERRAZINA, 2000, p. 60).

Entretanto, a comunicação matemática só pode estabelecer-se efetivamente se professores e alunos souberem ouvir atentamente tanto quanto falar.

Para isso, o professor precisa ajudar os alunos a falarem e escreverem sobre as suas idéias matemáticas, para perceber como eles pensam. E para tanto, o professor precisa ouvir atentamente os alunos durante as interações com eles e assim buscar o equilíbrio na comunicação da sala de aula entre ambos (professor e alunos).

Lindquist et al. (1996), citados por Romão (1999, p. 26), evidenciam a necessidade de "o professor ser capaz de ouvir todas aquelas questões silenciosas que todos os alunos têm, estabelecendo um ambiente na sala de aula que encoraje a que essas questões sejam exprimidas sem constrangimentos".

Autores como Menezes (2000) e Pimm (1990) referem a importância de o professor valorizar a comunicação na sala de aula de Matemática. Martinho (2004) aponta que a despeito de pesquisas indicarem que faz parte do papel do professor valorizar a participação do aluno, parece ser mais comum o professor assumir o total controle e autoridade em sala de aula. Como conseqüência dessa postura observa-se que alunos não se sentem responsáveis pela sua própria aprendizagem.

Nesse sentido, é necessário então que o professor saiba escutar os alunos, interpretando as "palavras do aluno não segundo a sua própria maneira de pensar, mas segundo o ponto de vista do aluno" (MARTINHO, 2004, p. 17). Essa pesquisadora aponta, ainda, a importância de dar tempo aos alunos para que possam expor as suas idéias e elaborar processos de resolução para determinados problemas.

Almiro (1998) em sua revisão de literatura sobre a comunicação na aula de Matemática destaca a importância da interação professor/aluno, bem como a interação aluno/aluno como aspectos essenciais nas discussões realizadas na aula de Matemática. Ao comunicarem as suas idéias na aula de Matemática, os alunos:

- aprendem a clarificar, aperfeiçoar e consolidar o seu pensamento matemático;
- interiorizam modelos de pensamento e de resolução de problemas, o que pode contribuir para a elaboração de mais estratégias na abordagem dos conceitos matemáticos;
- aprendem uns com os outros quando falam e quando ouvem;
- descobrem incoerências em seu modo de pensar;

- desenvolvem o seu espírito crítico em relação às argumentações dos colegas;
- constroem argumentações convincentes e válidas.

Essa comunicação em sala de aula torna possível ao professor perceber melhor as idéias dos alunos. Ao encorajar os alunos a compartilhar seus pensamentos e a ouvir as idéias dos colegas, o professor pode permitir que a discussão em sala de aula favoreça a aprendizagem matemática.

As palavras de Nílson José Machado, citadas no início deste capítulo, nos permitem perceber que é com o suporte da língua materna que os alunos constroem significados, partilham e comunicam os seus saberes e experiências matemáticas.

Esse autor considera as relações de interdependência entre o ensino da língua materna e o da Matemática, insistindo em que a interação entre esses dois sistemas de representação é singular, por ser uma relação de troca. E ainda, destaca a absoluta necessidade da mediação da língua materna no ensino da Matemática.

A relação entre a língua materna e a Matemática apresenta vários níveis de complexidade que se manifestam, notadamente, no ato comunicativo. Para comunicar é preciso conhecer uma linguagem, entendida como “qualquer meio sistemático de comunicar idéias ou sentimentos através de signos convencionais, sonoros, gráficos, gestuais etc.” (HOUAISS, 2001, p.1763). Mas esse meio sistemático de comunicar idéias ou sentimentos tem que ser socialmente partilhado com os outros, sob pena de não nos fazermos compreender.

Compreender uma linguagem implica conhecer os seus símbolos, as suas palavras, bem como a forma como eles se combinam para expressarem algo com significado. A esse propósito:

> [...] se estas palavras e símbolos não forem preenchidos de significados, pouco adianta manipulá-los de acordo com as regras socialmente estipuladas, porque são expressões inertes que não podem expressar nem idéias nem sentimentos. Falar-se-á como falam os papagaios. Pode-se ouvir e repetir, mas repete-se sem entender o que se diz (MOREIRA, 2001, p. 28).

Essa é a percepção que tenho em relação à linguagem utilizada pelo professor ao “ensinar” os algoritmos. O aluno repete os procedimentos “ensinados” pelo professor, mas, em geral, sem compreender o que o professor diz.

No trabalho desenvolvido por Castro (1998, p. 61), a autora verificou, entre outros aspectos, “... que a linguagem que efetivamente participa da construção dos conhecimentos matemáticos é, preferencialmente, a linguagem natural (também chamada linguagem materna ou linguagem ordinária, aquela com a qual construímos uma visão de mundo, pontos de vista, etc.)”.

Zuchi também enfatiza a importância da oralidade, na escola, quando diz que a oralidade:

> Assume papel de mediação necessária para a superação do senso comum em busca de conhecimento argumentado. Ela permite e/ou instiga o aluno à elaboração do pensamento, ampliando sua competência lingüística, construindo novos sentidos e elaborando novas formas de socialização (escrita e leitura) (ZUCHI, 2004, p. 54).

Por meio das palavras de Menezes e Stubbs, podemos perceber o importante papel que a linguagem desempenha nas práticas dos professores:

> Embora a acção do professor na aula seja multifacetada, a linguagem assume um papel fundamental, pois, como sublinha Stubbs (1987), ela é uma realidade central e dominante nas escolas e nas aulas. A importância do estudo do discurso oral da aula de Matemática advém do relevo que a linguagem desempenha na interacção comunicativa, aspecto que também é reconhecido nas Normas Profissionais para o Ensino da Matemática, do NCTM (1994). Segundo o mesmo documento, o interesse do estudo das práticas discursivas do professor assenta na seguinte argumentação: "O discurso na aula de Matemática reflecte o que significa saber Matemática, o que torna algo verdadeiro ou razoável e o que implica fazer Matemática; é portanto de importância central quer a respeito do que os alunos aprendem acerca de Matemática, quer a respeito de como aprendem” (NCTM, 1994, p. 57) (MENEZES, 2000 b).

A linguagem é utilizada como um instrumento de expressão. Ela visa, preferencialmente, à representação cultural de maneira objetiva e imediata e é um dos meios mais eficientes que o homem dispõe para comunicar-se (transmitir conhecimento, informação a alguém). No meio educacional, Mercer (1998) nos esclarece que “a linguagem é o principal meio de comunicação entre professores e alunos” (MERCER, 1998, p. 13). Segundo esse autor, a linguagem é um modo de representarmos nossos próprios pensamentos, e de compartilharmos a experiência, atribuindo-lhe sentido.

Comunicar consiste em enviar uma mensagem compreensível e útil a alguém ou a determinado grupo de pessoas, por meio de leis e usos (códigos) perfeitamente compreensíveis tanto para quem manda a mensagem como para quem a recebe. No presente estudo, o algoritmo a ser interpretado é o elemento comunicante que deverá ser decifrado e, portanto, comunicado.

Sendo assim, não se podem negar as relações fundamentais existentes entre os sujeitos envolvidos num processo de apreensão de conhecimentos e a linguagem que os expressa. Na sala de aula, não se pode desprezar a influência da linguagem do professor na mediação entre o aluno e o objeto de conhecimento.

A esse respeito, Zuffi e Pacca (2000, p.12) entendem que: "... a aprendizagem não está ligada à mera transmissão de conhecimentos, mas à produção de significados pelos sujeitos das enunciações, produção essa que passa pelas relações interpessoais, manifestadas através da linguagem".

As autoras ainda nos esclarecem que os professores devem ser capazes de comunicar as idéias matemáticas de forma mais clara e significativa.

A linguagem matemática é portadora da informação de que é preciso fazer manifestar-se, para que ela possa ter significado. Para tanto, é importante que na sala de aula haja troca de idéias, questionamentos, enfim, interações sociais que possam permitir aos alunos negociar os significados matemáticos com o professor.

Segundo Eduards e Mercer (1987), citados por Romão (1999, p. 280), "formular perguntas, solicitar ideias e pensamentos aos alunos e aproveitar as suas contribuições, são meios para o professor iniciar e encorajar a comunicação na sala de aula".

A partir dessa reflexão, sobre a importância da valorização da comunicação na sala de aula de Matemática, podemos retomar o que nos levou a essa reflexão.

No trabalho que desenvolvi com professores de 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental, também observei que, apesar de os professores terem indicações apropriadas (no livro didático que utilizavam) para a construção das regras usadas nos procedimentos escritos dos referidos algoritmos, a linguagem verbal utilizada por eles quando de suas explicitações sobre as suas práticas pedagógicas ao ensinarem os algoritmos não era adequada. Vale ressaltar que estamos considerando como linguagem verbal não adequada a utilização de uma linguagem que não é a mais explícita possível, que não é apropriada à compreensão dos princípios matemáticos subjacentes aos procedimentos envolvidos nos algoritmos convencionais.

Outro fato observado são as analogias que os professores procuram utilizar em sua linguagem verbal, com o intuito de proporcionar aos alunos melhor compreensão de conceitos matemáticos**.** Ao ler o trabalho desenvolvido por Miranda (1987), também observei o uso de analogias na fala de duas professoras que participaram de sua pesquisa. Transcrevo, a seguir, extrato do protocolo utilizado por Miranda (1987), conservando as palavras das professoras. As situações analisadas referem-se a aulas sobre a adição com reagrupamento. O primeiro exemplo relaciona-se à operação 63 + 27:

"Professora: Eu vou contar um segredo para vocês: 'Na casa das unidades não podem morar 10 pessoas. Nessa casa só podem morar nove pessoas. Nove uni...'

Crianças: ...dades" (MIRANDA, 1987, p. 177).

O segundo exemplo relaciona-se à operação 24 + 18:

> Professora: ... Aí a casa da dezena vai dizer: Oi, turma! Não fique com minha dezena não, você sabe que eu comando as dezenas, pode mandar pra cá. Aí, a unidade pra evitar briga, diz logo: Eu vou mandar logo dona dezena você para lá, porque aqui você não dá não. Você já cresceu, já tá grande, aqui só dá até nove; até nove fica aqui, passou de nove... Oh! xô galinha! A dezena já cresceu, é a mesma coisa que na unidade é bebê e na dezena é adulto. O menino, faz de conta, até 9 anos é menininho, aí quando ele começa a ficar adulto, fazer dois números já, grandão, aí não fica mais aqui, a caminha não dá mais pra ele, aí ele passa para a casa das dezenas. A caminha vai ser maior na casa das dezenas. Aí o dois fica aqui – na unidade e o um vem pra cá – dezena. Agora a dezena ganhou mais um amiguinho. Vamos ver quantos amiguinhos ficou. Tinha dois mais um, três, com mais um, quatro. Tá certo ou não tá? (MIRANDA, 1987, p. 184).

Nos exemplos citados por Miranda (1987), observamos que a linguagem verbal dessas professoras parece não ser adequada, pois pode prejudicar a compreensão dos conceitos matemáticos que justificam os procedimentos envolvidos nos algoritmos.

A esse respeito, Fraga (1988) também observou em seus estudos a utilização de analogias por parte dos professores. Essa autora relata que "houve um apelo a fantasias duvidosas, como a inimizade entre adição e subtração, as 'casas com e sem telhado', as contas 'deitadas' e 'em pé', entre outras" (FRAGA, 1988, p. 100).

As palavras a seguir são esclarecedoras a esse respeito: "muitas aulas de matemática se desenvolvem em torno de uma mescla de registro de linguagem comum e matemática, e a falta de discriminação entre ambas pode acarretar incongruências e rupturas de comunicação" (PIMM, 1990, p. 133) [nossa tradução]. Para Pimm (1990), o que os alunos aprendem com o professor é aceito (pelos alunos) como um modo de se comunicar e de discutir Matemática.

Miranda (1987) estudou a relação entre os conhecimentos matemáticos, anteriores ao ensino da subtração com reagrupamento, e a aprendizagem do algoritmo da subtração. Em sua investigação, a pesquisadora concluiu que "... há uma dissociação entre os princípios matemáticos subjacentes à compreensão dos algoritmos das contas escritas e as regras ensinadas na escola, pois estas, geralmente, envolvem apenas a manipulação de símbolos sem a correspondente manipulação de quantidades" (MIRANDA, 1987, p. 156).

Ainda nesse estudo, a pesquisadora concluiu, entre outros aspectos, que existem dissociações entre os procedimentos escritos e os respectivos conhecimentos matemáticos; que no ensino da adição e da subtração com reagrupamento, o processo, em geral, constituiu-se numa repetição de regras; que o nível de compreensão do "vai um" não foi satisfatório, pois poucas crianças demonstraram saber o valor do "um" nas operações exploradas; que os princípios subjacentes[1] à compreensão do "empréstimo" nem sempre foram necessários para garantir a aprendizagem do algoritmo; que a compreensão do "empréstimo" foi difícil, pois muitas crianças não usaram o reagrupamento ou não sabiam o valor do "um".

Encontramos em Kamii (1995), de certa forma, um apoio em relação à nossa preocupação com a linguagem, em geral, utilizada no ensino dos algoritmos. Kamii explica que no trabalho que desenvolve em sua pesquisa, por exemplo, em relação à operação 36 + 46 relata que "não pensamos na, ou falamos sobre, 'a soma de 3 e 4' quando somamos 36 e 46. Em lugar disso, pensamos e falamos sobre 'a soma de 30 e 40'" (KAMII, 1995, p. 109).

Por outro lado, em relação aos princípios matemáticos que regem a estrutura do nosso sistema de numeração, convém lembrar que:

> [...] todo sistema de numeração é um conjunto de representações simbólicas ou códigos, estruturado por princípios lógico-matemáticos, para expressar as quantidades; em geral, a contagem para a formação desses códigos é feita por meio de agrupamentos – a quantidade escolhida para

[1] Segundo Resnick (1984), citada por Miranda (1987, p.12-14) os princípios matemáticos subjacentes à subtração escrita são os seguintes: composição aditiva de quantidades; convenção do sistema de notação decimal; cálculo por partição; recomposição e conservação do minuendo.

> formar os agrupamentos é a base do sistema, que no nosso caso é dez (MENDONÇA, 1996, p. 59).

Para exemplificar os princípios que regem a estrutura do nosso sistema de numeração decimal, ilustramos esses princípios no quadro abaixo, por meio de uma adaptação do modo apresentado por Mendonça (1996). Utilizamos como exemplo o número 137:

Princípio do agrupamento:	Em 137 há • 7 elementos não agrupados; • 3 grupos de 10 elementos; • 1 grupo de 10 x 10 ou 100 elementos.
Princípio aditivo:	137 = 100 + 30 + 7
Princípio multiplicativo:	137 = 1 x 100 + 3 x 10 + 7
Princípio posicional:	cada algarismo que compõe o número tem o valor referente à posição que ele ocupa; por exemplo, o algarismo 3, em 137, vale 30 ou três grupos de 10.
Princípio do zero:	usa-se um símbolo para indicar ausência de quantidade; o zero ajuda a definir as outras posições.

SILVA (1990) também esclarece que é necessária a compreensão dos princípios que caracterizam o sistema de numeração decimal para utilizá-lo adequadamente. Os princípios apresentados por essa autora podem ser sintetizados da seguinte forma: a existência de dez símbolos (0 a 9) que possibilita a escrita de qualquer número; a existência de uma base 10, que determina a quantidade a ser considerada no processo de agrupar e reagrupar; a existência de dois valores para cada símbolo (valor posicional); cada símbolo representa o produto dele mesmo pelo valor de sua posição (princípio multiplicativo); o valor dos símbolos no seu conjunto representa um número que é a soma dos valores de cada símbolo (princípio aditivo); o papel do símbolo que representa o zero, na escrita numérica, como mantenedor de posição.

Como dissemos anteriormente, o ensino dos algoritmos convencionais (com a representação escrita) das operações envolve o uso de procedimentos, como o “vai um” e o “empréstimo”, que ocasiona erros freqüentes. No nosso entendimento, esses erros não ocorrem somente por haver uma dissociação entre procedimentos escritos e conhecimentos matemáticos subjacentes (ambos necessários à compreensão), mas ocorrem também devido à existência de outro aspecto que pode ocasionar incompreensões dos procedimentos: a linguagem verbal não adequada utilizada por professores.

Vejamos, a seguir, a reprodução de extratos dos protocolos de duas aulas observadas por Miranda (1987). Colocamos apenas alguns extratos das falas das professoras e grifamos o que consideramos uso não adequado da linguagem verbal utilizada por três professoras com as crianças envolvidas naquela pesquisa.

A primeira professora resolveu a operação 63 + 27 utilizando o quadro valor de lugar:

> Professora: Quando eu formo 10, eu já trago para a casinha da...
> Crianças: dezena
> Professora: Então, eu vou colocar no lugar dela apenas um zerinho. O numeral 10 não é formado assim? – escreve – Então, o zerinho vai ocupar a casinha das uni...
> Crianças: ...dades.
> Professora: **E o um, que fazia as dezenas**, vai para a casinha das de...
> Crianças: ...zenas (MIRANDA, 1987, p. 178-179) [grifo nosso].

$$\begin{array}{r} {}^{1}63 \\ +\ 27 \\ \hline 90 \end{array}$$

A segunda professora resolveu a operação 24 + 18, sem utilizar o quadro valor de lugar, apenas representando-a no quadro-de-giz. Depois de adicionar 4 + 8, perguntou para as crianças o que fazer com o 2 do resultado 12 dessa adição:

> Professora: Coloco ele aqui – escreve nas unidades. Esse grupinho de 10, que formou uma dezena vem pra cá, para a dezena. Então, agora uma dezena mais duas e mais uma dá: **um mais dois**?
> Crianças: **Três**.
> Professora: **Três mais um**?
> Crianças: **Quatro** (MIRANDA, 1987, p. 182) [grifo nosso].

Uma criança disse que não entendeu por que o “um” sobe. Então a professora procurou explicar, dando outra operação: 13 + 18:

> Professora: ... Eu tenho três unidades mais oito unidades – faz as bolinhas separadas para cada número – temos 11 unidades. Toda vez que esse número passar de nove **não é mais unidade** é dezena. Se eu tenho 11 **já não é mais unidade**, eu vou separar grupinhos de 10. Quanto restou? (MIRANDA, 1987, p. 185) [grifo nosso].

A professora encerrou essa explicação com as seguintes palavras: “Professora: Então, esse sobe – dezenas – e o que restou fica. Então, **um mais um**, **dois**; **dois mais um**, **três**. Deu trinta e um” (MIRANDA, 1987, p. 186) [grifo nosso].

A terceira professora resolveu a operação 84 – 26, também sem utilizar o quadro valor de lugar, apenas representando-o por escrito no quadro-de-giz. No caso do protocolo dessa professora, por ser muito extenso, recortamos apenas os extratos que continham analogias e o uso inadequado da linguagem, mantendo a seqüência em que aparecem no original.

> ... Professora: Não posso, **fica zero**, **fica faltando**, **fica um bando de coisas**. Porque tenho quatro, não posso tirar seis de quatro, de maneira nenhuma. Agora, **dona** unidade aqui só tem quatro, **ela está pobrezinha**, ela está precisando de mais e a **dona** dezena tem oito. O que ela faz? Ela vai chegar na casa **de dona** dezena e **pedir emprestado**...
> ... Ela vai pedir uma dezena, porque **dona** dezena está com oito dezenas, ela está com 10, 20, 30 – conta com as crianças – 40, 50,... 80. **Ela tem oito**, então o que é que a unidade vai fazer? (MIRANDA, 1987, p. 188-189) [grifo nosso].

Veja a seguir uma observação em relação ao que acabamos de transcrever.

A professora foi representando sua fala num quadro. Desse modo, a operação 84 – 26 foi representada conforme o seguinte modelo:

D	U
$^{7}\cancel{8}$	$^{1}4$
2	6
5	8

Por meio dos relatos dos professores com os quais inicialmente trabalhamos e de professores com os quais continuamos a trabalhar, também observamos que, nesse momento, o da representação escrita, algumas crianças, em situações como essa, adicionam na coluna correspondente às unidades, os valores 1 + 4 + 6, pois elas entendem que a representação escrita do símbolo 1 equivale a uma unidade e não a uma dezena.

Kamii e Joseph (2005) relatam que para a maioria das crianças da 2ª série, os algoritmos com agrupamento servem para “desensinar” o valor posicional, incentivando as crianças a pensarem em todos os algarismos como unidades. Ela exemplifica que quando as crianças dizem “oito e cinco são treze, vai um. Um e quatro são cinco, mais dois são sete”, ao lidarem com a operação $\begin{array}{r} 48 \\ + \ \underline{25} \end{array}$, elas pensam “um”, “quatro” e “dois” quando dizem essas palavras.

Situações desse tipo permitem supor que a linguagem verbal utilizada pelo professor reforça essa idéia, quando se refere a todos os algarismos como unidades, não preservando o valor posicional de cada um.

Essa situação nos remete ao trabalho de Perez (1993, p. 61), para quem “a escrita é uma linguagem específica que, embora possa representar a fala, não é uma simples transcrição da linguagem oral”. Esse aspecto também pode ser observado no caso dos algoritmos citados, pois as regras usadas nos procedimentos escritos, em geral, não são compreendidas.

No trabalho desenvolvido por Silva (1995), encontramos também a utilização de uma linguagem não adequada pelas professoras que participaram da sua pesquisa. A seguir encontra-se a fala de uma dessas professoras. Faremos a transcrição de apenas uma das operações realizadas pela professora. Aqui, também grifamos o que entendemos por linguagem verbal não adequada.

As palavras da professora: “peguem seus cadernos e vamos corrigir as continhas”. Em seguida, escreveu no quadro de giz:

$$\begin{array}{r} 654 \\ 18 \\ + \ \underline{232} \end{array}$$

“A professora em voz alta: ‘quatro mais oito, doze, doze mais dois quatorze e **vai um**’, colocando o quatro na coluna das unidades; ‘**cinco mais um seis, seis mais três nove e um que foi dez**! **E vai um**!’. ‘**Seis mais dois oito**! **E mais um que foi nove**!’” (SILVA, 1995, p. 106-107) [grifo nosso].

Ao analisar essa situação, a pesquisadora observou, entre outros aspectos, que “a passagem da linguagem verbal da professora ao algoritmo da adição foi atropelada por mais de uma noção. A professora falava e escrevia e dava o resultado imediatamente, não chamando a atenção das crianças sobre os fatos básicos da adição” (SILVA, 1995, p. 107). Em relação à operação de subtração, a pesquisadora também observou que a passagem da linguagem verbal ao algoritmo ocorreu de maneira semelhante.

A partir desses exemplos e de minha experiência profissional observei que, em geral, o ensino dos algoritmos convencionais está ocorrendo sem a devida compreensão e por meio de uma linguagem verbal não adequada. Acredito que essa maneira de ensinar os algoritmos é influenciada por uma linguagem adquirida durante a nossa vida escolar e/ou em nossa formação e também pela compreensão que temos das condições necessárias para ensinar os algoritmos.

O estudo realizado por Silva (1987) apresenta conclusões consideradas importantes para o ensino dos algoritmos da adição e da subtração. Ela conclui, entre outros aspectos, que:

> [...] ensinar o sistema de notação e associar as quantidades aos símbolos escritos, possivelmente, são condições necessárias, mas não suficientes para a aquisição dos algoritmos de adição e subtração. A criança por si só não é capaz de concluir que as convenções utilizadas para efetuar as continhas estão baseadas no valor de lugar usado para a notação do sistema e também associar os símbolos escritos manipulados durante a realização do algoritmo às quantidades que eles representam (SILVA, 1987, p. 93-94).

Nesse sentido, tanto o professor como o aluno devem ter a clareza de que, na escola, existem convenções e expectativas lingüísticas que regulam muitas das interações que ali ocorrem.

As reflexões desenvolvidas até o presente momento suscitam um esclarecimento a respeito do registro matemático. Pode-se falar de um registro matemático num duplo sentido: o uso da linguagem natural (não matemático por si), e dos significados que pertencem à linguagem da matemática (utilizada para fins matemáticos).

Assim, “um registro está constituído, não só pelo simples uso de termos técnicos, que podem parecer ao leigo um jargão particular, como também por determinadas expressões e inclusive, certos modos característicos de argumentar" (PIMM, 1990, p. 117) [nossa tradução].

Esses aspectos parecem importantes quando se referem ao ensino dos algoritmos convencionais, pois cabe ao professor compreender o conhecimento matemático subjacente ao procedimento algorítmico, como também utilizar uma linguagem verbal adequada para ensiná-los.

Nesse sentido, os estudos de Silva (1987) permitem perceber o quanto é fundamental a intervenção do professor na elaboração de situações de ensino em que haja possibilidade de a criança vivenciar de forma simultânea a manipulação das quantidades e a manipulação dos símbolos escritos para aprender os algoritmos convencionais. Além disso, os estudos de Pimm (1990) permitem perceber a importância da utilização da linguagem verbal adequada para que essas situações de ensino se estabeleçam na escola.

A escola tem como responsabilidade social possibilitar a apreensão de conhecimentos necessários ao desenvolvimento pessoal dos alunos e à sua capacidade de compreensão da realidade e de atuação nela. Nessa perspectiva, os conteúdos de aprendizagem devem ser considerados como produtos sociais, culturais; o professor deve ser visto como guia e mediador entre a criança e a cultura; o aluno, como aprendiz social.

Portanto, na escola, não se pode desconsiderar o conhecimento que cada professor possui e a linguagem verbal que utiliza ao ensinar, pois esses aspectos podem interferir na aprendizagem dos conceitos matemáticos.

Segundo César Coll, a aprendizagem significativa ocorre quando se constrói "um significado próprio e pessoal para um objeto de conhecimento que existe objetivamente" (COLL, 1997, p. 20).

Tal perspectiva sugere a adoção de uma concepção de ensino considerada como um processo de ajuda à construção do conhecimento a ser realizada pelos alunos. Essa ajuda deve ajustar-se às necessidades de cada aluno no decorrer do processo.

Para que o aluno construa ativamente o seu conhecimento, para que se aproprie de novas idéias e novos conhecimentos, é preciso que ele se envolva num processo de reflexão sobre as atividades que realiza. Para tanto, "o modelo de ensino não pode ser baseado na transmissão do conhecimento por parte do professor, mas sim num modelo onde a investigação, a construção e a comunicação entre os alunos são palavras-chave" (SERRAZINA, 2003, p. 67).

Nesse momento, vale ressaltar novamente as palavras de Onrubia as quais revelam que uma das características essenciais dos processos de interação professor/alunos em situação de sala de aula é "utilizar a linguagem da maneira mais clara e explícita possível, tratando de evitar e controlar possíveis mal-entendidos ou incompreensões" (ONRUBIA, 1997, p.142).

Onrubia (1997) esclarece que a fala se apresenta como um instrumento fundamental para que os envolvidos na ação educativa possam comparar e modificar suas maneiras de apreensão do conhecimento e suas representações sobre aquilo que está sendo ensinado e aprendido.

Os estudos dos autores referenciados vêm ao encontro de nossos anseios, a fim de apontar que o professor precisa ser o mais explícito possível quanto às razões de determinadas regras ou atuações. Assim, a linguagem utilizada pelo professor deve empregar um vocabulário adequado para que os alunos possam compreender os termos envolvidos e estabelecer relações entre os princípios subjacentes à construção dos algoritmos.

A linguagem deve assegurar as relações entre as novas representações promovidas pelo professor e aquelas já adquiridas pelo aluno, a fim de evitar um distanciamento excessivo entre a linguagem do professor e a compreensão do aluno.

Desse modo, a linguagem pode exercer a função de modificar e reconstruir os significados que professores e alunos possuem em relação aos referidos algoritmos.

Por isso, em nosso estudo, entendemos o uso adequado da linguagem como um dos aspectos necessários para a compreensão dos procedimentos envolvidos nos algoritmos. Por esse motivo, consideramos relevante identificar como os professores se expressam ao utilizarem a linguagem verbal quando se referem ao ensino dos procedimentos matemáticos envolvidos nos algoritmos convencionais da adição e da subtração com reagrupamento.

2.2 ALGUNS ASPECTOS REFERENTES À ADIÇÃO E À SUBTRAÇÃO

> [...] enfatizar o raciocínio não significa deixar de lado o cálculo na resolução de problemas: significa calcular compreendendo as propriedades das estruturas aditivas e das operações de adição e subtração (NUNES et al., 2005, p. 56).

Conforme foi relatado na introdução deste estudo, há indícios de que o ensino dos algoritmos convencionais da adição e da subtração se realiza de forma mecânica. Nunes et al. (2005) relatam que muitos investigadores já demonstraram que é possível aprender os algoritmos convencionais da adição e da subtração “sem compreensão da lógica subjacente a esses algoritmos como também é possível compreender os princípios lógicos desses algoritmos sem saber fazer contas por escrito” (NUNES et al., 2005, p. 172).

Nos estudos de Carraher, Carraher e Schliemann (1995), crianças e adolescentes que trabalham como vendedores, embora escolarizados, apresentam dificuldade em utilizar os algoritmos escolares para resolver operações aritméticas sob a forma de tarefas escolares. No entanto, são capazes de resolver adequadamente operações aritméticas semelhantes, apresentadas no contexto prático do trabalho, por meio de estratégias próprias, diferentes daquelas que lhes são ensinadas na escola. Essas estratégias são fundamentadas principalmente na decomposição das quantidades e revelam uma compreensão dos princípios lógicos dos algoritmos da adição e da subtração.

As pesquisadoras Miranda (1987) e Silva (1987), já citadas aqui nesse estudo, também verificaram que crianças aprendem os algoritmos convencionais de operações aritméticas sem compreender sua lógica.

Esses estudos permitem inferir que há evidências de que a aprendizagem dos algoritmos e a compreensão de seus princípios lógicos têm se dado de forma independente.

Portanto, ao abordar alguns aspectos referentes à adição e à subtração e aos seus respectivos algoritmos, temos por propósito mostrar que essa independência não é desejável. Como descreve Nunes et al. (2005, p. 173), “exatamente porque sabemos que a conexão entre essas duas habilidades pode não se desenvolver espontaneamente, um dos objetivos da educação deve ser promover a conexão entre a lógica da adição e a habilidade de cálculo".

Existem pesquisas (NUNES e BRYANT 1997; SELVA e BRANDÃO, 2000) que trabalham com a idéia de que as operações de adição e subtração são construídas gradativamente pelas crianças e não se reduzem apenas ao uso de regras.

Para Nunes e Bryant (1997), as crianças têm muito que aprender e entender sobre a adição e a subtração antes de aprender os procedimentos envolvidos nos algoritmos convencionais dessas operações. Para esses pesquisadores, as investigações sobre adição e subtração têm tido como foco principal a resolução de problemas e a compreensão conceitual básica dessas duas operações. Relatam ainda que, quando crianças são solicitadas a resolverem exercícios de cálculos de adição e subtração, elas obtêm melhor êxito ao utilizarem os dedos, marcas sobre papel ou métodos orais do que quando utilizam os algoritmos convencionais.

Assim, esses pesquisadores sugerem que nos primeiros anos de escola da criança, antes de receber instruções sobre como resolver problemas de adição e subtração, é importante que ela possa utilizar os dedos e outros objetos como apoio aos cálculos.

Nesse sentido, o estudo realizado por Selva e Brandão (2000) também traz contribuições. Essas pesquisadoras investigaram como crianças de 4 a 6 anos resolvem problemas de subtração usando a notação escrita. Esse estudo evidenciou que essas crianças já conseguem resolver problemas, explicando suas estratégias de solução e refletindo sobre elas. A resolução de problemas no papel mostrou-se uma alternativa interessante. O registro no papel serviu de apoio para os cálculos realizados, pelas crianças, possibilitando o acompanhamento do processo de raciocínio da criança e favorecendo o avanço no registro das operações matemáticas. Para tanto, essas pesquisadoras recomendam ao professor:

- que a resolução de problemas esteja inserida em situações significativas;
- conhecer os diversos tipos de problema;
- estimular a interação entre as crianças;
- fazer perguntas, explorando as diferentes estratégias de solução que as crianças utilizam;

- conhecer e utilizar as possibilidades que o uso de diferentes recursos (uso dos dedos, materiais manipuláveis, papel e lápis, estratégias mentais) oferece, para propiciar maior reflexão por parte das crianças.

Em relação à recomendação de que a resolução de problemas esteja inserida em situações significativas, Nunes e Bryant (1997) mencionam que os resultados do estudo de Hughes (1986) são muito importantes para a nossa compreensão do desenvolvimento conceitual das crianças em adição e subtração. Esse pesquisador revela a dificuldade de crianças em entender adição e subtração simples quando números são apresentados a elas sem referirem-se a situações que poderiam torná-los significativos. Ele observou ainda que as crianças obtêm melhor desempenho mesmo em problemas que envolvem situações imaginárias do que em exercícios de cálculo. “Estas situações dão às crianças um sentido para os números e, portanto, um senso do que elas precisam fazer (ou seja, que raciocínio é necessário) para resolver o problema” (NUNES e BRYANT, 1997, p. 124).

Outros estudos (CARRAHER e SCHLIEMANN, 1983; ACIOLY e SCHLIEMANN, 1987; CARRAHER et al., 1995; SCHLIEMANN 1990 e 1995; MENDONÇA, 1996; CORREA e MOURA, 1997) apontam que a escola enfatiza o ensino dos algoritmos escritos para a resolução de problemas matemáticos envolvendo operações aritméticas. Esses estudos apontam que as estratégias utilizadas pelas crianças, em geral, diferem dos algoritmos ensinados pela escola. Para problemas de adição e subtração, as estratégias de cálculo identificadas como mais freqüentes foram a contagem (usando os dedos, marcas no papel), a decomposição e o algoritmo escolar.

Na pesquisa de Carraher e Schliemann (1983), realizada com cinqüenta crianças (sete a treze anos) de escolas públicas e particulares, a estratégia mais utilizada pelas crianças ao resolverem adições e subtrações foi a contagem, seguida do uso dos algoritmos escolares. Esses apareceram com alto índice de respostas erradas, em especial no caso da subtração.

Nos estudos em que foi solicitado à criança que solucionasse os cálculos por escrito, a utilização do algoritmo escolar foi mais observada, enquanto a decomposição foi mais utilizada pelas crianças quando da solicitação de solução oral.

Morgado (1993) também identifica procedimentos, como a contagem, a composição e a decomposição numérica, desenvolvidos pelas crianças quando da resolução oral das operações de adição e subtração. Essa autora destaca que cabe ao professor organizar atividades que incentivem os alunos a inventarem procedimentos cada vez mais avançados.

No estudo de Correa e Moura (1997), realizado em escola pública e particular, as autoras mencionam que os dados apontam que o uso de estratégias informais de cálculo está presente da 1ª à 4ª série em crianças de escola pública, ao contrário do observado na escola particular, em que na 4ª série é que a decomposição aparece de forma mais expressiva.

Vários desses estudos buscaram categorizar e compreender as estratégias que essas crianças utilizam na solução de operações aritméticas. Essas crianças utilizam procedimentos próprios para resolver as operações. No caso de adições, uma estratégia oral muito utilizada é a decomposição, que envolve a separação de quantidades em unidades menores para obter o resultado final. Ao utilizar essa estratégia, a criança revela uma compreensão do sistema decimal e das propriedades de composição aditiva dos números.

Nesse contexto, Carraher, Carraher, e Schliemann (1995) relatam que, em seus estudos, os procedimentos usados pelas crianças fora do contexto escolar e na escola apresentam diferenças, mas “ambos os procedimentos, algoritmo escolar e decomposição, estão apoiados nas mesmas propriedades formais da adição e da subtração” (CARRAHER, CARRAHER e SCHLIEMANN ,1995, p. 153).

Nesse sentido, Schliemann (1995) nos esclarece que:

> Quando a experiência diária é combinada com a experiência escolar é que os melhores resultados são obtidos. (...) Isso não significa que os algoritmos, fórmulas e modelos simbólicos devam ser banidos da escola, mas que a educação matemática deve promover oportunidades para que esses modelos sejam relacionados a experiências funcionais que lhes proporcionarão significado (SCHLIEMANN, 1995, p, 99).

Autores como Carraher et al. (1995), Schliemann (1995) apontam que os algoritmos ensinados na escola para resolver operações aritméticas não parecem ajudar as crianças a resolver problemas diários, pois há uma dissociação entre o ensino desses algoritmos e o estabelecimento de relações entre eles. Nesse contexto, Carraher et al. (1995) propõem que o professor aproveite o conhecimento do aluno e estabeleça relações entre a teoria e a prática do ensino da Matemática.

Para Nunes et al. (2005), o conhecimento matemático que as crianças desenvolvem em sua vida diária é a base sobre a qual o ensino de Matemática deve ser construído.

Kamii e Lewis (1991) realizaram estudos com dois grupos distintos de crianças, um pertencente a uma proposta de ensino pautada no uso mecânico de regras e outro pertencente a uma proposta de ensino construtivista. Essas crianças foram avaliadas em duas situações: a primeira envolvia apenas o uso mecânico do algoritmo e a segunda envolvia a necessidade de compreensão dos processos envolvidos nas operações de adição e subtração. Na primeira situação, o primeiro grupo obteve um desempenho tão satisfatório quanto ao do segundo grupo (construtivista). Na segunda situação, o resultado do primeiro grupo foi significativamente inferior ao resultado obtido pelo segundo grupo (construtivista).

Em outro estudo sobre as operações de adição e subtração, Kamii, Lewis e Livingston (1993) relatam sobre a importância de o professor encorajar as crianças a inventarem seus próprios procedimentos para resolverem essas operações. Essas autoras argumentam que quando as crianças inventam seus próprios procedimentos, elas são capazes de compreender os processos envolvidos nas operações de adição e subtração.

Zunino (1995) observou em sua pesquisa que os procedimentos utilizados pelas crianças ao resolverem problemas que envolvem adição e subtração em muitos casos não coincidem com o algoritmo convencional ensinado pela escola. Nesse sentido, Zunino (1995), assim como Kamii, Lewis e Livingston (1993), argumenta sobre a importância de o professor encorajar as crianças a inventarem seus próprios procedimentos, a compará-los e “discutir sobre a eficácia comunicativa das diferentes representações que utilizam" (ZUNINO, 1995, p. 53).

No entanto, Zunino (1995) deixa claro que a representação convencional é importante, mas nos alerta para o fato de que “uma coisa é incluir a representação convencional como objeto de confrontação e discussão, e outra é impô-la como a única possível” (ZUNINO, 1995, p. 54).

Os alunos necessitam interpretar e descrever as representações que utilizam, verbalizar os seus pensamentos e raciocínios, apresentar hipóteses, ouvir as idéias dos outros, argumentar, criticar, negociar o significado das palavras e símbolos que utilizam. Para que essas capacidades de comunicação matemática sejam utilizadas pelos alunos, elas precisam ser exploradas pelo professor de modo que os alunos encontrem significados pessoais para as idéias matemáticas.

Vasconcelos (2003) expõe que os resultados de seus estudos “sugerem que um trabalho realizado no nível de exploração do enunciado do problema, aliado à utilização de uma representação simbólica adequada, resulta numa real facilitação do processo de resolução dos problemas de adição e subtração entre as crianças” (VASCONCELOS, 2003, p. 70).

Lopes (1997) realizou uma pesquisa, envolvendo crianças de 2ª e 3ª séries do Ensino Fundamental, em que analisou o desempenho (por meio da obtenção de êxito) e a compreensão (capacidade de explicar os procedimentos empregados nas resoluções das operações) dessas crianças em situações que envolviam operações de adição e subtração. Nas situações que envolviam apenas o uso do algoritmo, as crianças não apresentavam diferenças, ao contrário das situações que exigiam compreensão. Nessas situações, a maioria das crianças não conseguiu explicar os procedimentos envolvidos nos algoritmos.

Em outra pesquisa, Lopes (2002), ao estudar os aspectos referentes à resolução de problemas aditivos e à construção gradual das operações de adição e subtração, identifica as seguintes implicações, de seu estudo, no que diz respeito ao contexto educacional:

- trabalhar ao mesmo tempo as operações de adição e subtração e não uma de cada vez, como se não houvesse relações entre essas operações;
- trabalhar a resolução de problemas aditivos em diferentes situações, não reduzindo esse trabalho apenas a aplicação de operações já aprendidas.

As demais pesquisas que destacamos também indicam algumas considerações para a educação matemática:

- aproveitar os procedimentos inventados pelas crianças para resolver as operações aritméticas;
- incentivar as crianças a inventarem novos procedimentos para solucionar as operações de adição e subtração, a fim de que com isso, possam entender os caminhos percorridos para chegarem às respostas;

- utilizar com compreensão as regras envolvidas nas operações de adição e subtração, para que as crianças possam compreender aquilo que estão fazendo;
- incentivar as crianças a inventarem seus próprios procedimentos permite a elas não terem que renunciar aos seus próprios pensamentos e desenvolverem melhor compreensão do senso numérico e do valor posicional;
- oportunizar às crianças experimentarem outras formas de resolução;
- favorecer oportunidades para pensarem e discutirem sobre adição e subtração possibilita a construção de vários procedimentos, pelas crianças, para essas operações.

E ainda, Nunes et al. (2005) sugerem como um dos objetivos, para o primeiro ciclo (1ª e 2ª séries) do Ensino Fundamental, promover a coordenação das situações ligadas aos conceitos de adição e subtração: juntar, retirar e colocar em correspondência um-a-um.

Brocardo, Serrazina e Kraemer (2005, p. 11) também trazem considerações para a educação matemática, ao descreverem que "trabalhar as operações introduzindo estratégias de cálculo mental, tendo por base a composição e decomposição dos números, utilizando as características de estarmos a lidar com um sistema de numeração de posição, parece-nos uma tarefa crucial a fazer antes da introdução dos algoritmos formais".

Em relação ao trabalho com as operações, mencionamos as palavras de Santos et al. (2005), as quais esclarecem que:

> A ênfase deve ser colocada no desenvolvimento do sentido da operação que se adquire na resolução de situações diversas, modeladas pela mesma operação e no desenvolvimento de procedimentos informais de cálculo, de estratégias flexíveis e diversificadas de cálculo mental e raciocínios que os justificam, porque requerem um bom conhecimento e compreensão dos números e relações entre eles (sentido do número) (SANTOS et al., 2005, p. 18).

Esses pesquisadores mencionam ainda a importância de os professores compreenderem que o trabalho com as operações desenvolvido dessa forma permite que a aprendizagem posterior dos algoritmos das operações se torne mais significativa para os alunos.

A intenção com essa breve abordagem sobre o ensino e a aprendizagem das operações de adição e subtração tem a finalidade de evidenciar que para prover a aprendizagem da Matemática é importante não ignorar o conhecimento que o aluno adquire em outros ambientes sociais e estabelecer relação entre essa educação informal (adquirida fora do ambiente escolar) e a educação escolar.

2.3 OS ALGORITMOS CONVENCIONAIS NA ESCOLA

> As técnicas matemáticas obedecem às regras da lógica, mas elas vão além disso. Há também um conjunto de convenções que foram projetadas pelos nossos ancestrais e transmitidas de geração a geração na cultura em que a criança por acaso está inserida. Essas convenções são necessárias para o domínio de técnicas matemáticas. Elas fornecem modos de representar conceitos que permitem às pessoas pensar e falar sobre eles (NUNES e BRYANT, 1997, p. 25).

2.3.1 Alguns resultados de pesquisas

Constance Kamii é uma pesquisadora que aborda o processo de ensino e aprendizagem, fundamentalmente, pela teoria de Piaget. Essa pesquisadora baseia sua conceituação nas pesquisas sobre o aprendizado da aritmética por parte das crianças. Kamii (1995) apresenta estudos (KAMII, M. 1980, 1982; RESNICK, 1982, 1983; ROSS, 1986; SILVERN, 1988; BEDNARZ e JANVIER, 1982) indicando que o valor posicional só é dominado por metade das crianças de 3ª série do Ensino Fundamental, e que mesmo na 4ª série há crianças que não compreendem valor posicional. Essas pesquisas têm demonstrado que a maioria das crianças pensa que, por exemplo, o 1 do número 16 significa uma unidade, até por volta da 3ª ou 4ª série do Ensino Fundamental.

Segundo Kamii (1995), nos estudos de Ross (1986), metade das crianças até a 4ª série do Ensino Fundamental não demonstrou saber que em 25, o 5 representa cinco unidades e o 2 vinte unidades. Kamii também aponta que Silvern (1988) encontrou resultados similares ao de Ross em relação ao valor posicional. Em relação à adição com dois algarismos e com reagrupamento (operação utilizada por Silvern: 37 + 48), muitos alunos da 2ª série tiveram problemas para reagrupar as dezenas, mas a maioria dos alunos da 3ª série conseguiu resolver a adição usando o algoritmo ensinado pela escola.

Kamii (1995) argumenta que, embora alunos de 3ª série consigam respostas corretas em problemas que envolvem somas com reagrupamento, a maior parte deles pensa, por exemplo, que o 1 do 16 significa um.

A esse respeito, Golbert (2002) também relata que, quando se mostra o numeral 16, dezesseis objetos, e se pede às crianças que mostrem nos objetos o 6 e o 1, muitas delas indicam seis objetos para o 6 e um objeto para o 1. Golbert também apresenta estudos (FUSON, 1990) que constataram esse mesmo problema em 49% de alunos de 4ª série, 40% em alunos de 6ª série e 22% em alunos de 8ª série.

Para Kamii (1995), se as crianças falarem e pensarem no 1 do 16 como 10, elas podem estar pensando em como o valor posicional funciona.

Essa mesma autora relata que realizou um outro estudo semelhante ao de Silvern (1988) e observou que 84% das crianças de 2ª série e 100% das crianças da 3ª série, do Ensino Fundamental, chegaram à resposta correta das operações apresentadas:

$$\begin{array}{r} 25 \\ +\ \underline{28} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 39 \\ +\ \underline{28} \end{array}$$

Mas, como na atividade sobre valor posicional as crianças não obtiveram um desempenho tão satisfatório, Kamii argumenta mais uma vez que o estudo realizado comprova que “a habilidade de se produzir respostas certas em somas com dezenas, a partir do algoritmo, não garante que a criança tenha compreendido o significado do valor posicional dos números” (KAMII, 1995, p. 41).

E assim, Kamii propõe que a construção do sistema de dezenas seja gradativa. Para essa autora, os alunos de 1ª série estão em processo de construção do sistema de unidades. “Isso significa que quando, por exemplo, dizem o número 32, estão pensando em trinta e duas unidades, e não em três dezenas e duas unidades” (KAMII, 1995, p. 45).

Teixeira (2002) relata que realizou um estudo (TEIXEIRA et al. 2000) a respeito da aprendizagem do valor posicional do número com diferentes grupos de crianças brasileiras. Nesse estudo, ela descreve que “o domínio da lógica dos agrupamentos não é suficiente para a compreensão da lógica da escrita numérica” (TEIXEIRA, 2002, p. 202). Essa pesquisadora relata ainda que, em vários estudos realizados por outros pesquisadores sobre a aprendizagem do valor posicional, se verifica que há semelhanças em relação a essa dificuldade.

Estudos realizados por Kamii e Ross (1986), explicitados no trabalho desenvolvido por Kamii (1995), demonstraram que crianças pequenas consideram cada dígito como unidade isolada e gradualmente constroem um sistema de dezenas, entre a 2ª e a 5ª série do Ensino Fundamental. “Para que as crianças realmente compreendam o sistema decimal, é preciso que tenham tido tempo suficiente para construir o primeiro sistema, isto é, o de unidades. Caso contrário, esse não se constituirá em base sólida para a construção do segundo sistema” (KAMII, 1995, p. 46).

Essa mesma autora ressalta que há estudos que mostraram também que somente 23% das crianças de 2ª série com ensino tradicional poderiam explicar o raciocínio envolvido na adição com reagrupamento. E, ainda, relata que seus estudos sugerem que “a dificuldade da subtração envolvendo ‘empréstimo’ reside nas relações entre parte e todo e que a aptidão para essa tarefa possa ser um objetivo apropriado para a terceira ou quarta série” (KAMII, 1995, p. 98).

Kamii e Joseph (2005) relatam que em estudos mais recentes sobre a subtração (Kamii, Lewis e Kirkland, 2001) observou-se que essa operação apresenta-se como muito mais difícil do que a adição. Além disso, a subtração de números com mais de um dígito e com reagrupamento é difícil até para alguns alunos da 4ª e 5ª séries.

Kamii e Joseph (2005) se referem a um estudo de Cauley (1988), que envolve subtração e que também revela a dificuldade de a criança compreender o significado do valor posicional, mesmo conseguindo respostas certas. Cauley, em um total de 90 alunos de 2ª e 3ª séries, identificou 34 que sabiam fazer contas utilizando o procedimento “empréstimo”. Ela entrevistou os 34 alunos individualmente, e apesar de eles terem fornecido respostas corretas para a operação apresentada, quando Cauley perguntou se eles tinham mais antes de pedir emprestado, depois de pedir emprestado ou se não houve mudança, apenas 41% dos 34 alunos responderam que o número era o mesmo depois do empréstimo.

Para Kamii (1995), o ensino tradicional impõe técnicas (algoritmos) que são estranhas à maneira de pensar das crianças pequenas. Por exemplo, se se disser que a maneira de efetuar 13 + 13 é 3 + 3 + 10 + 10, ter-se-á apresentada uma regra que contraria a forma com que as crianças pensam. Elas consideram 13 como sendo 10 e 3, não como 3 e 10. Por essa razão, elas universalmente somam primeiro as dezenas e depois as unidades, quando são encorajadas a inventar seus próprios processos.

A própria Golbert (2002), já citada, recorda que Carpenter (1997) e seus colaboradores desenvolveram um estudo que observou a progressiva compreensão da adição e subtração com números envolvendo mais que um algarismo, focalizando a construção de estratégias inventadas pelas crianças. Nesse estudo, 90% dos alunos usaram estratégias inventadas. Os que as usaram, antes que tivessem aprendido os algoritmos, demonstraram melhor conhecimento sobre os conceitos do sistema de base dez e tiveram mais facilidade para aplicar seus conhecimentos anteriores nas situações novas do que os alunos que aprenderam, inicialmente, os algoritmos convencionais.

Kamii considera inadequado ensinar o algoritmo convencional nas duas séries iniciais do Ensino Fundamental, pois ele “tem o poder de confundi-los e de ‘desensinar’ o pouco que compreendem sobre valor posicional” (KAMII, 1995, p. 54).

Em suma, Kamii assume a seguinte posição em relação ao ensino dos algoritmos convencionais: “o construtivismo de Piaget sugere a conveniência de encorajar as crianças a inventarem seus próprios procedimentos em vez de ensinar algoritmos e explicá-los com materiais concretos” (KAMII, 1995, p. 90).

No entanto, na seqüência do texto ela argumenta: “as únicas crianças que podem entender essa explicação são aquelas que já construíram o sistema de dezenas e o de unidades a partir da abstração construtiva”[2] (KAMII, 1995, p. 90). Kamii tem restrições ao ensino dos algoritmos, mas, ao que parece, essas restrições se referem ao modo como, em geral, os algoritmos são trabalhados e ao momento em que são inseridos em sala de aula.

[2] A abstração construtiva envolve a realização de relações mentais entre dois ou vários objetos, tais como ‘semelhante’, ‘diferente’ e ‘dois’. Essas relações não têm existência no mundo externo. A semelhança ou diferença que se faz, por exemplo, entre uma ficha e outra é construída, ou feita mentalmente, por todo indivíduo por meio da abstração construtiva (KAMII, 2005, p. 24).

É importante ressaltar que as considerações feitas em estudos comentados por Kamii e por ela mesma realizados referem-se ao ensino tradicional, no qual as crianças memorizam regras sem compreendê-las e para Kamii isto ocorre “pois a memorização parece ser o único caminho para lidar com algo que não faz sentido” (KAMII, 1995, p. 54).

Fraga (1988) descreve em sua pesquisa, realizada com professores da 1ª série do Ensino Fundamental, que o ensino de algoritmos convencionais de adição e subtração sem reagrupamento “não garantiu nem mesmo a automatização das diferentes direções espaciais a serem obedecidas” (FRAGA, 1988, p. 88). O ensino desses algoritmos tinha como ênfase a mecanização das etapas, estabelecida *a priori,* como verdade absoluta. Fraga também argumenta:

> que não se deve, ou melhor, não se pode iniciar um indivíduo nas operações transmitindo um único algoritmo, menos ainda num modelo cuja simplicidade resultou de um processo evolutivo, com etapas lógicas que culminaram num perfil consensual aplicável a toda e qualquer adição e subtração (FRAGA, 1988, p. 97)

Borba e Santos (1997), ao investigarem a resolução de problemas envolvendo a adição e a subtração com crianças de 3ª série do Ensino Fundamental, observaram procedimentos incorretos ao utilizarem o algoritmo convencional. A maioria dos procedimentos incorretos ocorreu em relação à operação de subtração – incompreensão do reagrupamento e da troca de termos (minuendo e subtraendo).

Em relação à troca de termos, elas observaram que algumas crianças “armam a conta” de acordo com a ordem em que os números aparecem no enunciado do problema. Exemplo citado: no enunciado de um problema apareceram o 39 e depois o 52, e a criança realizou 39 – 52. O procedimento de subtrair o menor número do maior, independentemente dos valores estarem no minuendo ou no subtraendo e a dificuldade em operar com o zero também foram observados.

Segundo Borba e Santos (1997), os procedimentos por elas observados também foram observados em estudos realizados por Resnick, 1982; Brown & Burton, 1987 e Ruiz & Nascimento, 1993.

Miranda (1987) relata que os dados de sua pesquisa confirmaram os dados obtidos por Cunha (1984), “de que o nível de compreensão da subtração escrita com reserva não corresponde ao nível de desempenho no algoritmo; assim, as crianças acertam as contas, mas não compreendem o seu procedimento” (MIRANDA, 1987, p. 157).

Os estudos de Ruiz e Nascimento (1993), realizados com alunos de 5ª a 8ª série do Ensino Fundamental, indicam que os alunos apresentaram diversas dificuldades para compreender algoritmos da subtração com reagrupamento e algoritmos que envolviam números com o zero em diferentes posições no minuendo e no subtraendo. Segundo essas autoras, essas dificuldades se davam por desconhecimento de algumas propriedades ou de parte delas e também por sentirem dificuldades em dar um significado ao zero, dependendo da posição que ele ocupa.

Essas autoras também relatam que observaram muita dificuldade de professores em explicar o algoritmo da subtração. Alguns aprenderam a subtrair pelo processo da compensação e outros, pelo processo da decomposição. Apontam ainda que, em geral, os professores ensinam pelo processo que aprenderam enquanto alunos.

Em minha atividade profissional com professores de 1ª a 4ª série, também percebo essa situação.

Moren, David e Machado (1992) realizaram uma pesquisa com o objetivo principal de buscar uma fundamentação para a relação existente entre a compreensão da estrutura de nosso sistema de numeração e a compreensão do algoritmo da subtração. A pesquisa envolveu alunos de 3ª a 6ª série de 11 escolas públicas, totalizando 1 270 alunos.

As autoras constataram que as operações de subtração que não envolviam empréstimo tiveram um alto nível de acerto, e em operações que envolviam empréstimo ocorreu a maior incidência de erros. A análise dos dados da pesquisa realizada por essas autoras indica que o aluno que compreende a estrutura do sistema de numeração demonstra ter uma boa compreensão dos procedimentos utilizados no algoritmo.

Ao realizar um estudo diagnóstico referente à situação do ensino da Matemática escolar, com 90 crianças de 1ª, 3ª e 5ª séries, Zunino (1995) coletou dados e suas análises indicavam que muitas crianças faziam corretamente os algoritmos convencionais, porém sem compreender os procedimentos conceituais que aprenderam a utilizar. Entre esses procedimentos, Zunino observou que essas crianças não sabiam por que não se podem colocar dois algarismos num mesmo lugar, não identificavam que valor tem o 1 que “se eleva” ou se “pede emprestado”.

Zunino descreve que em tal estudo “quase todas as respostas refletem a idéia de que o que se pede emprestado ou se eleva é ‘um 1’ ou ‘uma unidade’, e a única forma que as crianças encontram para justificar esse procedimento é que ‘se não se faz assim, a conta dá errada’” (ZUNINO, 1995, p.147).

Como se pode observar, as indicações realizadas pelos estudos citados evidenciam uma compreensão não adequada dos princípios que caracterizam o sistema de numeração decimal e dos procedimentos relacionados aos algoritmos convencionais. Por isso, essas indicações são importantes para refletir e repensar o ensino desses algoritmos.

Para realizar uma operação aritmética por meio do algoritmo convencional (considerado como uma estratégia de resolução), é importante a compreensão dos princípios que regem a estrutura do sistema de numeração indo-arábico, particularmente o princípio do valor posicional, o qual determina o significado dos símbolos com os quais se está operando e o princípio do agrupamento de dez em dez.

Para que se possa adquirir a compreensão correta do sistema, torna-se necessário “lidar com os registros que demonstram os aspectos regulares do sistema de representação, a fim de perceber qual o esquema lógico que lhe possibilitará gerar todos os outros registros desse sistema” (SILVA, 1990, p. 144).

Diversos estudos indicam que os registros escritos das crianças têm demonstrado o uso do princípio da composição aditiva, isolado ou combinado com o princípio multiplicativo e o princípio da base dez. No entanto, nos cálculos escritos aparecem erros indicando que as crianças não conhecem que estão operando com um sistema de escrita numérica de valor posicional. A compreensão do valor posicional e do papel do zero é favorecida por meio das oportunidades que a criança tenha de refletir sobre os princípios que caracterizam o sistema decimal.

Nos estudos de Silva (1987) com alunos da 2ª série do Ensino Fundamental, a autora observou que o grupo de alunos que vivenciou a manipulação paralela de quantidade e símbolos escritos obteve melhor desempenho. Para essa autora:

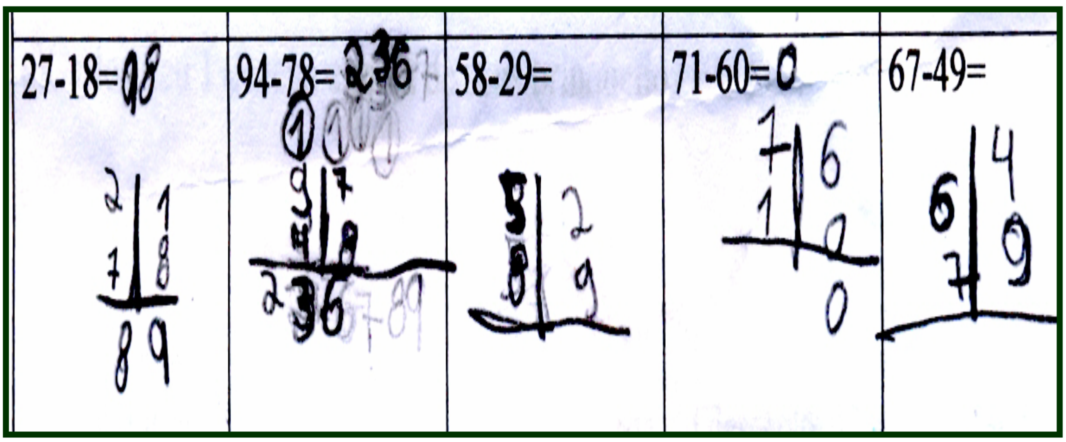
> A “manipulação de quantidades” e a “manipulação simbólica” seriam 2 tipos de procedimentos para realizar cálculos que parecem não se relacionar na mente da criança. Se, no entanto, o ensino dos algoritmos de adição e subtração não perder de vista que se está manipulando quantidades por trás da manipulação dos símbolos escritos, estes dois procedimentos podem não parecer dissociados (SILVA, 1987, p. 16).

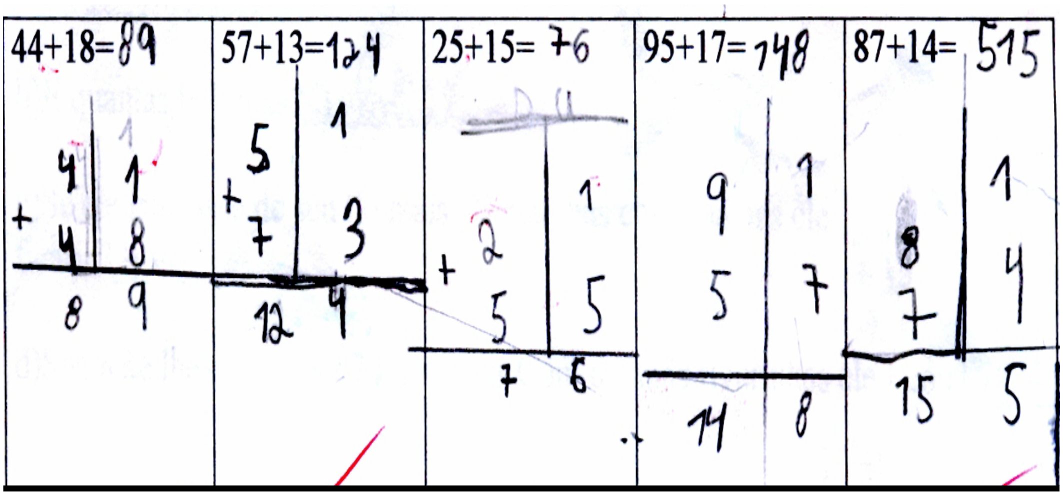
O referido estudo indica que a associação entre a manipulação de quantidades e a manipulação simbólica se faz necessária no ensino dos algoritmos. Os algoritmos da adição e da subtração, por exemplo, são resolvidos por meio de procedimentos que exploram características peculiares relacionadas à manipulação de quantidade e de símbolos. Nesses algoritmos, as ordens dos números devem estar alinhadas por colunas, corretamente, para que se obtenha o resultado certo. Além disso, na adição, por exemplo, os algarismos são adicionados da direita para a esquerda e, depois, o resultado é lido da esquerda para a direita.

Para Nunes (1995), quando se aplicam os procedimentos dos algoritmos convencionais aos números escritos, parece que se deixa de pensar nos valores como um todo. Essa pesquisadora alerta sobre as dificuldades que essas características apresentam para as crianças nos estágios iniciais de aprendizagem.

Há crianças que não respeitam o alinhamento das ordens por colunas ou arrumam as colunas da esquerda para a direita, do modo como escrevemos os números.

Na primeira etapa desse estudo, coletamos registros de alunos da 2ª série e selecionamos alguns em que se pode observar que os alunos não respeitaram o alinhamento das ordens por colunas:





As conseqüências das características mencionadas por Nunes (1995) revelam aos algoritmos escritos aspectos positivos e negativos. Usando o algoritmo convencional, pode-se operar com números muito grandes, com longas listas de números. Operações que não se conseguiriam realizar de memória, podem ser realizadas por meio do algoritmo convencional. Um aspecto negativo levantado por Nunes (1995) é que, se no início do cálculo da direita para a esquerda um erro for cometido, isso significa que o erro aumenta à medida que o cálculo prossegue. Outro aspecto negativo, o cálculo com base nos algarismos, sem olhar para a quantidade que o número representa, leva a um enfraquecimento do controle parcial dos resultados durante o processo de cálculo.

Tais observações recordam as palavras de Schliemann, Santos e Costa (1995) de que as convenções formais e simbólicas devem ser utilizadas com compreensão e não como símbolos vazios e convenções arbitrárias.

Vários investigadores (CARRAHER, CARRAHER & SCHLIEMANN 1995; MIRANDA 1987; SILVA 1987) já indicaram a independência entre a aprendizagem dos algoritmos e a compreensão de princípios lógicos. Entretanto, vale ressaltar novamente as palavras de Nunes (2005), quando afirma que um dos objetivos da educação deve ser promover a conexão entre essas duas habilidades.

A esse propósito, Nunes (2005) expõe três maneiras de estabelecer conexões entre a lógica da adição e os algoritmos da adição e da subtração: a utilização dos blocos unifix, a reta numérica e o uso de fichas coloridas representando os valores das cédulas do nosso sistema monetário[3]. Essas abordagens não são excludentes entre si. Para auxiliar os alunos, o professor pode trabalhar com representações diferentes em momentos distintos. Assim, os alunos terão a oportunidade de consolidar sua compreensão de princípios de raciocínio sobre os quais os algoritmos convencionais estão fundamentados.

“Atualmente, os educadores buscam principalmente criar situações que levem o aluno a utilizar os princípios matemáticos subjacentes ao cálculo escrito com números grandes e estabelecer conexões entre suas próprias operações mentais e as representações utilizadas no papel” (NUNES, 2005, p. 180).

Com base nessas contribuições, percebe-se que o ensino dos algoritmos inicia-se muito cedo, interferindo negativamente no modo como os alunos desenvolvem o sentido do número e das operações, pensando de forma crítica sobre eles. Percebe-se também que, como conseqüência desse ensino, as crianças não inventam seus próprios procedimentos para resolver as operações e aprender o valor posicional durante esse processo (as regras de valor posicional são produto de convenções).

Na pesquisa realizada por Moren, David e Machado (1992), ficou evidenciado, na análise de correlações, uma estreita ligação entre compreensão do sistema de numeração e compreensão do mecanismo do algoritmo. Esse fato permitiu às autoras relatar que o ensino dos algoritmos das operações “também vem contribuir para o aprofundamento da compreensão da estrutura de nosso sistema de numeração” (Moren, David e Machado,1992, p. 51).

A respeito do papel do professor no processo do ensino e aprendizagem da aritmética, Morgado (1993), ao se referir aos aspectos fundamentais da atuação de um professor nesse processo, lembra que um desses aspectos é o professor “introduzir a simbologia matemática escrita somente depois de as noções se encontrarem bem construídas pelos alunos e, mesmo nesse momento, de forma lenta e dentro de um contexto motivante” (MORGADO, 1993, p. 30).

Autores como Carraher et al. (1995), Kamii e Joseph (2005) propõem que o professor ofereça aos alunos oportunidades de produzir procedimentos próprios de resolução na busca de solução de problemas.

---

[3] Para obter detalhes, ver: NUNES, T. [et al.]. **Educação matemática 1: números e operações numéricas**. São Paulo: Cortez, 2005. p. 173-180.

Assim, as crianças poderão ter oportunidades de trabalhar com diversos procedimentos para realizar operações com compreensão. Pode haver crianças que compreendam não somente os procedimentos por elas inventados, mas também que compreendam procedimentos (regras) que lhe são ensinados sobre os algoritmos convencionais.

Dessa forma, parece que é possível o professor incentivar as crianças a inventarem suas próprias soluções e apresentar, sem imposição, os algoritmos convencionais como um conhecimento social.

Para realizar o algoritmo convencional da adição e da subtração, organizamos, inicialmente, os números por colunas, o que significa considerar o valor posicional ou as ordens: ordem das unidades, das dezenas, das centenas, etc. Em seguida, considera-se o valor em cada posição e a quantidade de grupos de dez entre as colunas vizinhas.

Parece que a falta de discussão e execução de uma proposta de ensino que promova a compreensão dos princípios matemáticos subjacentes aos procedimentos envolvidos nos algoritmos convencionais contribui para que o ensino desses algoritmos seja algo sem sentido, tanto para alunos como para professores.

Pesquisas em didática da matemática, em psicologia da educação matemática e em observações de situações de ensino apontam que o processo de formação dos conceitos matemáticos é um processo de longa duração e se efetua por meio de uma variedade de situações de aprendizagem. A tendência de ensino característica dessas pesquisas é a formação de conceitos. Entretanto, há tendências de ensino que enfatizam as relações entre os símbolos e a memorização.

De acordo com Koch e Soares:

> O desafio é equilibrar essas tendências, ambas importantes, para que os alunos por meio da compreensão desenvolvam representações e modos de expressão oral e escrita e, a partir da reflexão sobre sua expressão escrita, aprimorem notações e atribuam um significado cada vez maior aos conceitos matemáticos que utilizam (KOCH E SOARES, 2005, p. 181).

Nesse aspecto, os trabalhos citados evidenciam a importância de a escola não ignorar o repertório que as crianças aprenderam fora do contexto escolar e indicam que em paralelo ou independente às tentativas de ensino sistemático de algoritmos pela escola, as crianças empregam múltiplas estratégias na solução de adição e subtração. Isto vem fortalecer as palavras de Koch e Soares (2005), em relação à necessidade de se buscar um equilíbrio entre as formas de ensino.

Esse equilíbrio é importante, pois conforme já foi observado por Reed e Lave (1981), citados por Correa e Moura (1997), “a integração de estratégias informais de cálculo ao algoritmo ensinado pela escola flexibiliza e potencializa os recursos de cálculo usados para a solução das operações aritméticas”.

Todas essas indicações permitem inferir que, se houver uma reflexão sobre como os algoritmos funcionam e como foram elaborados, os alunos podem compreender como os procedimentos subjacentes aos algoritmos se fundamentam no sistema de numeração.

Assim, entende-se que, ao ensinar os algoritmos, o professor possa transformar o ensino desses em algo que faça sentido para seus alunos, de modo que possam entrar em contato com a formalização matemática como outra possibilidade de resolver as operações. Desse modo, pode-se evitar a exploração dos algoritmos convencionais por meio de repetições mecânicas, ou seja, sem a compreensão dos referidos procedimentos.

As considerações desenvolvidas aqui sobre o ensino dos algoritmos convencionais da adição e da subtração representam uma tentativa de sugerir pistas para refletir sobre o fato de que se pode deixar de ensinar procedimentos mecânicos, interpretados “como truques inventados por um mágico” (ZUNINO, 1995, p. 63, 64) e se pode criar as condições que permitam às crianças descobrirem os fundamentos desses mecanismos e favorecer a utilização das estratégias que as próprias crianças possam elaborar para resolver e representar as operações.

Pensamos que, desse modo, as crianças possam descobrir progressivamente quais são as maneiras mais econômicas de realizar as operações. Para isso, “deveríamos criar situações de aprendizagem que permitam às crianças descobrirem as razões que fundamentam a orientação convencional, já que é difícil que elas descubram por si mesmas que esta orientação permite uma maior economia no procedimento” (ZUNINO, 1995, p. 59).

Diante das considerações realizadas sobre as operações de adição e subtração e sobre os algoritmos convencionais dessas operações, pode-se perceber a necessidade de repensar o ensino desses algoritmos, mantendo-se seu caráter necessário, mas redimensionando-se sua importância relativa.

Concordamos com a posição do *Grupo de Trabalho*[4] de Portugal quando declara que “fazer matemática passa por saber colocar boas perguntas, encontrar soluções e olhar o mesmo problema de múltiplas perspectivas. **Acresce-se ainda a necessidade de uma manipulação adequada das técnicas e instrumentos matemáticos que permitem o desenvolvimento da actividade matemática**” (SANTOS et al., 2005, p. 15) [grifo nosso].

Percebe-se, assim, que as pesquisas consideradas neste trabalho indicam ser fundamental que as crianças compreendam as operações de adição e de subtração e os procedimentos envolvidos nos algoritmos delas para que a aprendizagem não se limite ao uso de procedimentos sem significado. Para tanto, é fundamental que o professor tenha essa compreensão. E sempre se pergunte: “a forma de ensinar oferece às crianças oportunidades reais de assimilar o conhecimento matemático?" (ZUNINO, 1995, p. vii).

2.3.2 O algoritmo da decomposição e o algoritmo da compensação

Como já foi dito anteriormente, professores utilizam-se do algoritmo da decomposição e/ou do algoritmo da compensação ao ensinarem a operação de subtração. É necessário, pois, esclarecer essas nomenclaturas.

Para realizar a operação de subtração que requer reagrupamento, é possível utilizar dois algoritmos diferentes: o da decomposição e o da compensação.

O algoritmo da **decomposição** utiliza o valor de posição e o princípio que é possível trocar uma unidade de uma dada posição por dez unidades da posição imediatamente à direita. A quantia do minuendo é decomposta e em seguida retira-se o subtraendo. Por exemplo, para se calcular 75 – 38 decompõe-se o minuendo 75 em 60 + 15:

$$\begin{array}{rr} \cancel{7}^{6} & \cancel{5}^{15} \\ -3 & 8 \\ \hline 3 & 7 \end{array}$$

Nesse exemplo, decompõe-se uma dezena em unidades para poder subtrair.

4 A constatação de problemas reais na formação matemática dos futuros professores, tanto nas Escolas Superiores de Educação como nas Universidades (licenciaturas em ensino da Matemática) levou a Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação a dirigir um convite à Associação de Professores de Matemática e à Sociedade Portuguesa de Matemática no sentido da criação de Grupo de Trabalho sobre esta problemática (SANTOS et al. 2005, p. 3).

Quando se aplica esse algoritmo, o conceito de subtração que está sendo utilizado é o de retirar-se certa quantidade de outra e verificar quanto restou.

O algoritmo da **compensação** é fundamentado no princípio das compensações e implica em alterar o minuendo e o subtraendo. Esse princípio toma como base o fato de que a diferença entre dois números permanece constante se for acrescida a mesma quantidade ao minuendo e ao subtraendo (conhecido como propriedade da invariância do resto). O aumento do minuendo é compensado pelo aumento do subtraendo, por isso o nome *compensação*.

Na subtração que requer reagrupamento, o valor do número representado pelo algarismo da primeira ordem do minuendo é menor que o valor do número representado pelo algarismo da mesma ordem do subtraendo. Nesse caso, aumenta-se o minuendo de dez unidades, e para compensar, aumenta-se de uma unidade o algarismo seguinte (segunda ordem) do subtraendo. Por exemplo, 75 – 38:

$$\begin{array}{rr} & 7\ \ \cancel{5}^{15} \\ - & \cancel{3}^{4}\ 8 \\ \hline & 3\ \ \ 7 \end{array}$$

Nesse caso, utiliza-se a propriedade da subtração: somando-se a mesma quantidade ao minuendo e ao subtraendo, a diferença não se altera.

Oito para quinze faltam sete.
Quatro para sete faltam três.

Para que essa subtração pudesse ser realizada por meio do algoritmo da compensação, adicionou-se a mesma quantidade, dez, ao 75 e ao 38; essa quantidade foi adicionada na forma de dez unidades ao 5 do 75 para poder subtrair 8 e na forma de uma dezena às três dezenas do 38.

Quando se aplica essa propriedade, a subtração é vista enquanto uma comparação entre duas quantidades, não importando se ao adicionar a mesma quantidade ao minuendo e ao subtraendo estará alterando-os. O que importa é que a diferença entre o minuendo e o subtraendo não está sendo alterada (Duarte 1987).

Segundo Ponte e Serrazina (2000), o algoritmo da compensação é completamente diferente do algoritmo da decomposição e “não pode ser introduzido como uma ‘elaboração’ dele” (PONTE e SERRAZINA 2000, p. 150).

Duarte (1987) relata que a compreensão do algoritmo da compensação exige um nível de abstração maior do que a compreensão do algoritmo da decomposição, pois é preciso compreender duas questões:

- que o conceito de subtração utilizado é o de uma comparação entre duas quantidades;
- que somando-se a mesma quantidade às duas que estão sendo comparadas, sua diferença não se altera.

2.4 A EQUIPE DE REFLEXÃO NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

> [...] a reflexão pode surgir quer durante, quer depois do processo de ensino e aprendizagem (Schön, 1983) e através dela o professor pode obter nova compreensão (Shulman, 1987). É uma nova compreensão que resulta no ganhar consciência sobre os objectivos do ensino e o assunto a ensinar (SERRAZINA, 1999, p. 142).

Nas leituras que realizamos, encontramos diferentes perspectivas teóricas sobre a apropriação do conceito de reflexão e também encontramos a utilização de vários termos para se referir à concepção do professor reflexivo e do ensino reflexivo. O conceito de reflexão tem sido utilizado como elemento estruturador nas novas tendências da formação de professores.

As idéias de John Dewey influenciaram o trabalho de muitos investigadores em educação, especialmente aqueles que estudam o professor e a sua formação. Dewey foi o precursor do conceito de reflexão.

Ao retomar as idéias de John Dewey, Alarcão descreve que, segundo esse pesquisador, a reflexão é “uma forma especializada de pensar” (Alarcão, 2001, p. 27) e que Dewey diferencia o pensamento reflexivo do ato de rotina, pois para esse pesquisador a reflexão “baseia-se na vontade, no pensamento, em atitudes de questionamento e curiosidade, na busca da verdade e da justiça” (Alarcão, 2001, p. 27). Para Dewey, a reflexão enquanto atributo próprio do ser humano é um ato de rotina e, como tal, “é guiado por impulso, hábito, tradição ou submissão à autoridade” (Alarcão, 2001, p. 27).

Influenciado pelas idéias de Dewey, Donald Schön (1992) emprega o termo reflexão como uma forma de o professor compreender melhor o processo de ensino e aprendizagem e melhorar a sua capacidade de resolver problemas, pois permite-lhe articular suas próprias compreensões.

A ação é objeto de reflexão. Para se compreender a ação, procura-se analisá-la à luz dos saberes existentes, fruto da experiência ou da informação, ou se procuram os saberes necessários para compreender a situação em estudo. Segundo Alarcão, dessa análise "resulta geralmente uma reorganização ou um aprofundamento do nosso conhecimento com conseqüências ao nível da acção" (Alarcão, 2001, p.31).

Alarcão (2001) afirma que seja qual for o nível em que a reflexão se realize, é necessário saber desenvolver a capacidade de refletir. Relembrando as idéias de Schön sobre a reflexão, essa pesquisadora escreve que "é sempre possível reflectir sobre o que conhecemos, mesmo que o conhecimento seja tácito" (Alarcão, 2001, p. 20).

Para Oliveira e Serrazina (2002), a reflexão possibilita voltar atrás e rever acontecimentos e práticas, proporcionando aos professores o seu desenvolvimento.

Essas autoras relatam também que de acordo com Schön, a reflexão sobre a ação ocorre depois do acontecimento, quando esse é revisto fora do seu cenário. "É ao reflectir sobre a ação que se consciencializa o conhecimento tácito, se procuram crenças erróneas e se reformula o pensamento" (OLIVEIRA e SERRAZINA, 2002, p. 31). Serrazina (1999) define conhecimento tácito como "sabe fazer-se mas não se sabe explicar porquê" (SERRAZINA, 1999, p. 143).

Oliveira e Serrazina (2002), referindo-se a Louden (1991) e Serrazina (1998), pontuam que essas autoras consideram que a reflexão sobre a prática possibilita ao professor o desenvolvimento de novas maneiras de pensar, de compreender, de agir e de resolver os problemas da prática, podendo conduzir a melhores práticas.

Perez (1999) entende ser de fundamental importância que o professor incorpore a reflexão sobre a sua prática para que deixe de ser um simples executor, passando a ser considerado um profissional investigador. Para esse estudioso "a *reflexão sobre a ação* refere-se ao pensamento deliberado e sistemático, ocorrendo após a ação, quando o professor faz uma pausa para refletir sobre o que acredita ter acontecido em situações vividas em sua prática" (PEREZ, 1999, p. 273).

A esse respeito ainda, Ponte (1994) argumenta que a reflexão possibilita uma prática mais enriquecedora, pois permite reavaliar objetivos iniciais ou possibilita um confronto com outras perspectivas e valores. Ponte (1994) esclarece que "a reflexão-sobre-a-ação desenvolve-se num momento posterior à própria acção, processandose de forma mais formalizada, com apoio da linguagem e por isso com outra possibilidade de rigor. Tem lugar, muitas vezes, a partir de discussões e trocas de experiências entre professores preocupados com problemas comuns" (PONTE, 1994, p.10).

Para Gómez (1992), a reflexão sobre a ação pode considerar-se como a análise que o professor realiza sobre a compreensão e reconstrução da sua prática.

Apesar da diversidade de interpretações sobre esse conceito, parece que, em alguns aspectos, há certo consenso. Delgado (2003) pontua alguns desses aspectos, os quais também se entendem como consensuais:

> [...] a reflexão constitui um processo para o qual são fundamentais a existência de um conjunto de atitudes e predisposições que derivam, não só das próprias características reflexivas que os professores já possuem, mas também da sua formação e das situações com que se confrontaram ao longo da vida. A reflexão parece constituir também uma estratégia importante para o desenvolvimento de uma compreensão sobre as práticas do professor e da sua capacidade de resolver problemas (DELGADO, 2003, p. 48).

Encontramos também nas palavras de García (1992), referindo-se a John Dewey, considerações sobre o conceito de reflexão que vêm ao encontro de nossos anseios, a fim de explicitar a maneira pela qual estamos entendendo a reflexão em nosso estudo. Esse autor esclarece que:

> Ainda que se nos apresente como uma questão recente, as origens desta perspectiva ao nível da formação de professores remontam a Dewey, o qual em 1933 defendia que no ensino reflexivo se levava a cabo "o exame activo, persistente e cuidadoso de todas as crenças ou supostas formas de conhecimento, à luz dos fundamentos que as sustentam e das conclusões para que tendem" (1989, p. 25). Daqui deriva a necessidade de formar professores que venham a reflectir sobre a sua própria prática, na expectativa de que **a reflexão será um instrumento de desenvolvimento do pensamento e da acção** (GARCÍA, 1992, p. 60) [grifo nosso].

Além disso, García relembra, ainda, que Dewey já defendia nos anos 30 que "o mero conhecimento dos métodos não basta, pois é preciso que exista o desejo e a vontade de os empregar" (DEWEY,1989 apud GARCÍA, 1992, p. 62).

Nessa perspectiva, García (1992) menciona diversos autores (KATZ & RATHS, 1985; KROGH & CREWS, 1989; ROSS, 1987) que apontam objetivos básicos para a formação de professores. Entre esses objetivos citam que há três tipos de atitudes necessárias ao ensino reflexivo. Vamos expor, brevemente, as atitudes mencionadas como necessárias para um ensino reflexivo: mentalidade aberta, entusiasmo e responsabilidade.

Ter *mentalidade aberta* implica refletir sobre novas idéias sem preconceitos, mesmo que essas sejam contrárias àquilo em que mais se acredita, buscando assim acolher e melhorar as idéias que são colocadas. Enfrentar a rotina, ter curiosidade e capacidade para renovar se referem à atitude denominada de *entusiamo.* A responsabilidade abordada é a *responsabilidade intelectual* que assegura "a coerência e a harmonia daquilo que se defende" (DEWEY, 1989 apud GARCÍA, 1992, p. 63).

Assim, entende-se que a reflexão possa possibilitar ao professor a oportunidade de conscientizar-se das concepções, valores e suposições sobre o trabalho com algoritmos, possibilitando também a auto-avaliação de sua atuação. Tal possibilidade pode contribuir para que o professor desenvolva um ensino reflexivo dos algoritmos em estudo.

Quando se pensa em ensino da Matemática, a reflexão pode partir de aspectos relativos à organização e gestão da sala de aula e à compreensão matemática. Conforme Serrazina, o aspecto relativo à compreensão matemática se refere ao fato de que quando "se 'conversa reflexivamente com a situação' vai-se sendo capaz de tornar explícito o seu conhecimento matemático – falar sobre os procedimentos e não apenas descrevê-los" (OLIVEIRA e SERRAZINA, 2002, p. 33).

Essas pesquisadoras descrevem que uma idéia associada ao termo "conversação reflexiva com a situação", utilizado por Schön, é que as conversações reflexivas podem contribuir para "a compreensão e a troca de conhecimento e de experiências" (OLIVEIRA e SERRAZINA, 2002, p. 32).

A reflexão sobre a prática pode fazer parte de um processo que contribui para o que significa aprender e ensinar Matemática. Por meio dela o professor pode repensar a sua forma de ensinar Matemática.

As considerações desenvolvidas aqui sobre a reflexão permitem estabelecer uma possível finalidade da reflexão, qual seja, assumir uma postura de questionamento perante a ação, por meio da qual se busca aprofundar o conhecimento e melhorar a atuação. No presente estudo formou-se uma equipe de reflexão para que, por meio da reflexão sobre as tarefas propostas, fosse possível revelar compreensões das professoras sobre o ensino dos algoritmos da adição e da subtração com reagrupamento.

Conforme esclarecimentos anteriores, considere-se o grupo formado pelas três professoras (participantes da segunda etapa desse estudo) e a investigadora com características de uma equipe de reflexão. O trabalho em equipe se apresentou como uma forma de favorecer a reflexão dos participantes sobre o ensino dos algoritmos, contribuindo também para enriquecer a reflexão individual sobre esse ensino.

Para Serrazina (2003), quando o professor contrasta suas idéias prévias sobre o ensino da Matemática com a de seus colegas, ele amplia os seus conhecimentos e clarifica essas idéias, promovendo a autoconfiança.

Nas idéias explicitadas por Serrazina (1999, p. 147), a equipe de reflexão funciona como um espaço em que as professoras refletem sobre suas práticas, discutem e partilham significados, o que pode contribuir para aprofundar conhecimentos sobre o ensino da Matemática.

Por meio da equipe de reflexão, é possível criar momentos de troca de idéias e de experiências sobre o ensino dos algoritmos, de modo que seja possível às professoras participantes do estudo:

- expressarem as compreensões sobre o ensino dos procedimentos dos referidos algoritmos;
- contrastarem as idéias com as das colegas do grupo.

Por meio da equipe de reflexão, as professoras podem desenvolver um modo de refletir sobre a sua prática, lidar com a incerteza, explicitar diferentes aspectos do seu conhecimento tácito.

Encontrou-se no texto de Oliveira e Serrazina (2002) uma justificativa para o trabalho em equipe:

> Desenvolver-se como profissional significa prestar atenção a todos os aspectos da prática, o que só pode ser feito em equipa de professores, uma vez que a reflexão na e sobre a acção conduz a uma aprendizagem limitada se for feita pelo professor isolado e poderá haver limites para aquilo que pode ser aprendido a partir da análise da prática quando se está simultaneamente envolvido nessa prática (OLIVEIRA e SERRAZINA, 2002, p.38-39).

No presente estudo, a equipe de reflexão se caracterizou como uma forma de refletir sobre a ação. Assim, no trabalho com a equipe de reflexão, o papel da investigadora foi propor e manter um ambiente no qual a discussão conduzisse os participantes a compartilhar suas experiências e a expressar suas compreensões sobre o ensino dos procedimentos matemáticos envolvidos nos algoritmos escolares da adição e da subtração com reagrupamento.

2.4.1 A compreensão como um dos aspectos que interfere no modo de ensinar

Tendo em vista a intenção de investigar as compreensões que professores das séries iniciais expressam sobre o ensino dos procedimentos envolvidos nos algoritmos escolares da adição e da subtração com reagrupamento, adotou-se o seguinte significado para o termo *compreensão*: “faculdade de entender, de perceber o significado de algo; entendimento” (HOUAISS, 2001, p. 779).

Considerando a importância da *compreensão* como uma das componentes envolvidas no conhecimento do conteúdo matemático a ser ensinado, buscamos na literatura pesquisadores que fazem referência a essa componente.

Thompson e Thompson (1996, p. 19) se referem a alguns aspectos de pesquisas que têm revelado uma atenção especial ao seguinte fato: o modo como alguém ensina uma disciplina é muito influenciado pelas muitas maneiras que ele compreendeu a disciplina. Esses pesquisadores consideram que as idéias dos professores (entendidas como o conjunto de ações, operações e maneiras de pensar que surgem inconscientemente) sobre aquilo que eles gostariam que seus alunos aprendessem e a linguagem por meio da qual esses professores capturaram essas idéias têm um papel importante no modo como os professores atuam, no modo como eles ensinam e no modo como eles influenciam a compreensão dos alunos.

Para Thompson e Thompson (1996), os métodos que os professores utilizam para ensinar Matemática devem manter uma orientação conceitual. Eles definem orientação conceitual como um entrelaçamento de idéias e expectativas a respeito de conceitos que vão além de números e operações. Relatam ainda que essa definição assemelha-se à noção apresentada por Lampert (1990) sobre *conteúdo e* *discurso entrelaçado*. No entanto, para esses pesquisadores, o termo *conteúdo* inclui modos de raciocínio e de imaginação, que fornecem coerência às idéias que estão sendo desenvolvidas (THOMPSON e THOMPSON, 1996, p. 21). Para que um professor tenha orientação conceitual, suas ações devem ser dirigidas por:

- um sistema de idéias e modos de pensar que ele pretende que os alunos desenvolvam;
- uma suposição de como essas idéias e modos de pensar possam se desenvolver;
- idéias sobre características de materiais, atividades, exposições e envolvimento dos alunos, de modo que isto possa orientar a atenção dos alunos de maneira produtiva (um modo produtivo de pensar é oriundo de um "método" que generaliza outras situações);
- uma expectativa e persistência para que os alunos sejam envolvidos intelectualmente em tarefas e atividades (THOMPSON e THOMPSON, 1996, p. 20).

Com freqüência, professores orientados conceitualmente expressam ações a fim de focar a atenção dos alunos para a compreensão de situações, idéias e relações entre idéias. Isso implica em não focar a atenção dos alunos em aplicações impensadas de procedimentos. Esses professores tendem a focalizar aspectos de situações que, quando bem compreendidos, fornecem significado aos valores numéricos, o que proporciona a compreensão de operações numéricas.

Reflexões a esse respeito também são desenvolvidas pelo *Grupo de Trabalho* ligado ao ensino da Matemática e envolvido com os problemas da formação dos futuros professores em Portugal. Esse grupo elaborou um documento contendo um conjunto de recomendações que têm a intenção de nortear a formação matemática dos futuros professores, qualquer que seja o seu nível de ensino. Essas recomendações ainda se encontram em discussão e são análogas às publicadas em outros países.

Esse documento apresenta pressupostos sobre o conhecimento profissional do professor, indicando que um professor de Matemática, na sua prática letiva, necessita de diferentes tipos de conhecimento. Em relação ao conhecimento dos conteúdos matemáticos e à natureza da Matemática manifestam que o professor tem que ter esses conhecimentos:

> [...] de modo a sentir-se à vontade quando a ensina, ser capaz de relacionar ideias particulares ou procedimentos dentro da matemática, de conversar sobre a matemática e de explicitar os juízos feitos e os significados e razões para certas relações e procedimentos. Para isso o professor tem de ter uma **compreensão profunda da matemática**, da sua natureza e da sua história, do papel da matemática na sociedade e na formação do indivíduo (SANTOS et al., 2005, p. 11) [grifo nosso].

Em relação às recomendações gerais do referido documento, para a formação matemática dos futuros professores, foram selecionados alguns aspectos que têm relação com este objeto de estudo. Por exemplo, para o ensino do algoritmo convencional escolar, recomenda-se que um nível adequado de conhecimento para esse ensino implica na capacidade de explicar o significado e as razões para os procedimentos envolvidos nesse algoritmo e não apenas descrever os passos desses procedimentos.

Assim, ensinar Matemática requer ter capacidade para explicar os significados e fundamentos dos conhecimentos a serem trabalhados. Para tanto, esse *Grupo de Trabalho* expõe a necessidade de compreender Matemática, o que “envolve um conhecimento profundo: (i) dos conceitos, dos procedimentos e das estruturas matemáticas; (ii) da unidade da matemática; e (iii) dos tópicos da matemática elementar” (SANTOS et al., 2005, p. 13).

Convém esclarecer que um conhecimento profundo dos conceitos envolve “conhecer as suas diversas definições, formas de representação e evolução histórica” (SANTOS et al., 2005, p. 13). Assim como, um conhecimento profundo da unidade matemática (considerada como conexões entre conceitos pertencentes aos diferentes temas) envolve ter uma “visão integrada dos conteúdos matemáticos, recorrendo a um mesmo conceito em diversos contextos matemáticos e fazer recurso a diversas perspectivas ou abordagens” (SANTOS et al., 2005, p. 13).

Essa necessidade de compreender Matemática é imprescindível para que o professor possa tornar o ensino adequado e adaptado aos seus alunos.

Em sintonia com essas reflexões, Mizukami et al. (2002) se referem à compreensão como um dos aspectos comuns ao ato de ensinar e descrevem que “o raciocínio pedagógico tem início com a compreensão, ou seja, com o entendimento crítico de conceitos da mesma disciplina ou de disciplinas de domínios relacionados; compreensão de propósitos, da matéria, de sua estrutura, de idéias relacionadas – direta ou indiretamente – à disciplina em pauta” (MIZUKAMI et al., 2002, p. 70).

Referenciando-se em Schulman (1987), Sztajn (2002, p.19) descreve que “inicialmente, o professor deve compreender a disciplina que irá ensinar. Mais ainda, deve compreendê-la de diversos modos, a partir de diferentes perspectivas, estabelecendo relações entre os vários tópicos e entre sua disciplina e as demais”.

E ainda, Sztajn (2002) e Curi (2004) apontam os resultados dos estudos realizados por Ball (1991), em que essa pesquisadora aponta a importância de o professor compreender os princípios subjacentes aos procedimentos matemáticos e os significados em que se fundamentam esses procedimentos.

Nesse sentido e mais especificamente em relação ao ensino dos algoritmos, Mendonça (1996) recomenda que:

> os professores das séries iniciais devem compreender com muita clareza o funcionamento de cada algoritmo (seria muito interessante que conhecessem mais de um algoritmo!) e compreender matematicamente seus passos; de um modo geral, é preciso saber muito bem o que se ensina e compreender muito limpidamente as relações envolvidas em cada processo algorítmico (MENDONÇA, 1996, p. 75).

3 MÉTODO

3.1 O MÉTODO E A ABORDAGEM DA INVESTIGAÇÃO

Esse estudo segue uma abordagem metodológica qualitativa**,** conforme características apontadas por Bogdan e Biklen (1994):

> a) as situações são estudadas no seu ambiente natural, sendo o investigador o seu principal instrumento; b) a investigação tem um forte cunho descritivo; c) o investigador deve privilegiar o estudo dos processos relativamente aos produtos; d) os dados são tratados indutivamente, não havendo a preocupação em encontrar evidências que comprovem hipóteses anteriormente estabelecidas; e) a investigação está preocupada com os significados que as pessoas dão às coisas (BOGDAN e BIKLEN, 1994 apud MOTA, 1999, p. 68-69).

Para Merriam "o interesse desta metodologia prende-se mais no contexto do que numa variável específica, e mais na descoberta do que na confirmação" (MERRIAM, 1988 apud MENEZES, 2000 a).

Segundo Alves (1991), no processo de investigação de um estudo qualitativo:

- valoriza-se a inclusão do pesquisador no contexto, em interação com os participantes, procurando compreender o significado que os participantes atribuem aos fenômenos estudados;
- o foco do estudo vai se ajustando progressivamente;
- os dados geralmente se apresentam como descritivos e expressos por meio de palavras.

A organização e compreensão dos dados obtidos se faz por meio de um processo continuado em que se procura identificar categorias, padrões e relações, para revelar o significado desses dados.

Este estudo resultou de um trabalho realizado em duas etapas consecutivas. Não havia inicialmente a intenção de desenvolvê-lo dessa maneira. Havia uma expectativa inicial de que o estudo fosse desenvolvido somente com professoras da 2ª série do Ensino Fundamental. Entretanto, devido a imprevistos e a uma mudança na perspectiva de trabalho, o estudo desenvolveu-se em duas etapas.

No capítulo 4 será apresentado o percurso realizado durante essa investigação, relatando os imprevistos ocorridos e a mudança de perspectiva do estudo. A seguir, está descrito o método utilizado em cada uma das etapas.

3.2 PRIMEIRA ETAPA

3.2.1 Contexto e participantes

A primeira etapa do estudo foi realizada em uma escola municipal de Curitiba–PR. Essa primeira etapa foi realizada em 2004 e teve por objetivo uma primeira aproximação com o contexto e com os participantes do estudo.

Participaram da primeira etapa do presente estudo quatro professoras de 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental da referida escola, que em 2004 estavam atuando na 2ª série, sendo uma delas auxiliar de turma. Essa série foi escolhida porque, em geral, é na 2ª série que se inicia o ensino dos algoritmos convencionais da adição e da subtração com reagrupamento.

As professoras dessa etapa serão denominadas por RS, SA, MH e SB. As professoras têm experiência de ensino semelhante e formação superior diferente. A professora co-regente RS realizou o Ensino Fundamental e Médio em escola pública, e no Ensino Médio cursou Magistério (curso normal). Essa professora não tem formação em curso superior. Leciona no Ensino Fundamental, ministrando aulas de Matemática há mais de quinze anos.

A professora SA realizou o Ensino Fundamental em escola pública e particular e o Ensino Médio em escola pública; no Ensino Médio cursou Magistério (curso normal). Sua formação superior é em Pedagogia, realizada em uma instituição pública. Em 2004, ela freqüentava o curso de especialização em Educação Infantil, em uma instituição particular. Tem habilitação para ministrar aulas na Educação Infantil, no Ensino Fundamental – 1ª a 4ª série – e no curso de Magistério.

A professora MH é formada em Letras – Português por uma instituição particular. Sua formação no Ensino Fundamental e Médio (cursou Magistério) foi realizada em escola pública. Leciona no Ensino Fundamental, ministrando aulas de Matemática há mais de quinze anos.

A professora SB realizou o Ensino Fundamental e o Ensino Médio em escola pública. Sua formação superior é em Pedagogia, realizada em uma instituição pública. Tem curso de especialização em deficiência mental, também realizado em uma instituição pública. Ministra aulas para crianças com deficiência mental. No ensino de 1ª a 4ª série, só trabalhou com 1ª e 2ª série por 3 anos.

As informações pessoais e profissionais dessas professoras foram obtidas por meio de um questionário (anexo 1, p. 132 - 133).

3.2.2 Procedimentos de coleta de dados

Nessa etapa houve quatro procedimentos de coleta de dados: aplicação de um questionário, observação de registros de alunos, observação de aulas de uma professora e anotações (das aulas observadas e das conversas com as professoras) realizadas pela investigadora fora do contexto da investigação.

O questionário foi aplicado com a intenção de caracterizar o grupo de professoras participantes dessa etapa. As observações de registros dos alunos foram úteis para verificar indícios do ensino dos algoritmos. Nas observações das aulas pude perceber como a professora ensinava os algoritmos da adição e da subtração e também perceber a linguagem por ela utilizada no ensino desses algoritmos. As anotações realizadas pela investigadora permitiram uma interpretação das informações coletadas nas aulas observadas e das conversas com as professoras.

Os registros dos alunos foram fornecidos por duas professoras e se referiam às produções realizadas em folhas avulsas e provas. Parte desse material foi xerocopiado. Essas professoras forneceram esses registros dos alunos sem restrições ao uso deles pela investigadora.

Não foi possível obter esse tipo de registro com a terceira professora. No entanto, foi possível observar cinco aulas ministradas por essa professora. A professora auxiliar de turma não forneceu registros em relação aos algoritmos, pois não estava explorando-os em suas aulas de apoio.

3.2.3 Procedimentos de registro de dados

Os dados pessoais e profissionais das participantes dessa etapa do estudo foram registrados em um questionário respondido por elas. As conversas com as professoras e as observações das aulas a que assisti foram sintetizadas e registradas em um caderno, logo após os encontros, quando a investigadora encontrava-se em sua residência. O registro das produções dos alunos foi feito por meio de xerocópia de folhas avulsas e provas.

3.2.4 Procedimentos de análise dos dados

Os dados coletados nessa primeira etapa foram submetidos a uma leitura por meio da qual a investigadora procurou verificar indícios do ensino dos algoritmos, analisando os registros dos alunos e as aulas observadas, com vistas a confrontar esses dados com o objeto de estudo.

3.3 SEGUNDA ETAPA

3.3.1 Contexto e participantes

A segunda etapa do estudo foi realizada em 2005 na mesma escola em que se desenvolveu a primeira etapa. Foi desenvolvida por meio da formação de uma equipe de reflexão composta por três professoras e a investigadora.

As três professoras lecionavam no turno da tarde com turmas de 4ª série do Ensino Fundamental. Nessa segunda etapa não foi possível reunir professoras da 2ª série e os motivos da escolha das três professoras serão descritos posteriormente.

As professoras têm experiência de ensino semelhante e formação superior diferente. A professora P1 realizou o Ensino Fundamental e Médio em escola pública; no Ensino Médio cursou Magistério (curso normal). Sua formação superior é em Letras - Português/Espanhol, realizada em uma instituição particular. Em relação a dar aulas de Matemática, relata que é o primeiro ano, mas não assumiu uma turma, está como professora auxiliar em duas 4ª séries.

A professora P2 realizou o Ensino Fundamental e Médio em escola particular; no Ensino Médio cursou Magistério (curso normal). Sua formação superior foi em Magistério superior com mídias interativas realizada em uma instituição particular. Tem curso de especialização em Educação Infantil. Leciona no Ensino Fundamental, tendo quatro anos com a 2ª série, três anos com a 3ª série e está há oito anos com a 4ª série.

A professora P3 é formada em Pedagogia e tem curso de especialização em Psicopedagogia, ambos realizados em uma instituição particular. Sua formação no Ensino Fundamental e Médio (curso Magistério) foi realizada em escola pública. Também leciona no Ensino Fundamental, tendo quatro anos na 1ª série, três na 2ª série, dois na 3ª série e seis anos com a 4ª série.

3.3.2 Procedimentos de coleta de dados

Para a coleta de dados nessa segunda etapa foram adotados dois procedimentos: aplicação de um questionário e realização de sessões de trabalho com a equipe de reflexão. As sessões de trabalho aconteceram de duas maneiras: duas sessões, sem gravação em áudio, de conversas preliminares com a equipe de professoras e três sessões de trabalho com as conversas gravadas em áudio. Essas sessões forneceram registros escritos das professoras, anotações feitas pela investigadora e relatos gravados em áudio, que foram posteriormente transcritos.

Inicialmente aplicou-se um questionário com a intenção de caracterizar as professoras participantes dessa etapa e obter dados para dar início à primeira sessão de trabalho. Nesse questionário havia três perguntas intencionalmente elaboradas (anexo 3, p. 138 - 139) para gerar discussões posteriores que foram realizadas a partir da primeira sessão de trabalho.

Depois da aplicação do questionário, realizaram-se duas sessões de trabalho com as professoras sem a gravação em áudio. Posteriormente, as outras três sessões de trabalho foram gravadas em áudio e foram transcritas. Para que as professoras expressassem suas compreensões sobre os procedimentos envolvidos no ensino dos algoritmos convencionais da adição e da subtração, foram elaboradas algumas tarefas[5] específicas, as quais serão explicitadas com mais detalhes no capítulo 4. Nesse mesmo capítulo também será explicado por que algumas sessões foram gravadas em áudio e outras não.

Os registros escritos pelas professoras, ao desenvolverem as tarefas, foram recolhidos com o intuito de observar a maneira pela qual descreviam os procedimentos envolvidos nos algoritmos da adição e da subtração com reagrupamento.

3.3.3 Procedimentos de registro de dados

Após as sessões de trabalho que não foram gravadas em áudio, para o registro dos dados, a investigadora realizava anotações em um caderno. Essas anotações, posteriormente foram transformadas em relatório, com o intuito de descrever percepções da investigadora a respeito do ocorrido nas sessões de trabalho. Uma síntese das anotações realizadas pela investigadora referentes às cinco sessões de trabalho será apresentada no capítulo 4.

Para o registro de dados das outras sessões de trabalho, foram realizadas gravações em áudio das conversas mantidas nessas sessões. Posteriormente, essas gravações foram transcritas em protocolos, identificando as verbalizações da investigadora e das professoras. E ainda, a própria produção escrita das professoras também se constituiu uma forma de registro de dados. Após as sessões de trabalho gravadas em áudio, para o registro dos dados, a investigadora também realizava anotações em um caderno.

3.3.4 Procedimentos de análise dos dados

O procedimento de análise dos dados dessa investigação foi de natureza qualitativa, realizado por meio de uma descrição e interpretação de falas e de registros escritos das professoras sobre as compreensões que elas expressaram a respeito do ensino dos procedimentos matemáticos envolvidos nos algoritmos da

---

[5] A palavra *tarefa* utilizada nas sessões de trabalho assume o significado de um trabalho a ser realizado pelas professoras num determinado tempo.

adição e da subtração com reagrupamento e sobre o modo como se referem à comunicação com seus alunos ao ensinarem esses algoritmos.

As transcrições das gravações, associadas aos registros escritos das professoras, constituíram-se como material de análise desta investigação. Esse procedimento forneceu informações que foram significativas para responder à pergunta norteadora deste estudo: *Que compreensões professoras das séries iniciais expressam sobre o ensino dos procedimentos envolvidos nos algoritmos convencionais da adição e da subtração com reagrupamento*?

Além disso, as anotações realizadas pela investigadora serviram de subsídios para as considerações apresentadas neste estudo.

Em função desses procedimentos, foi possível também alcançar os objetivos apontados para o presente estudo.

Considerando que em estudos qualitativos as categorias de interesse se manifestam durante o processo de coleta e análise de dados, será descrito a seguir como surgiram as categorias de análise utilizadas no presente estudo, as quais tiveram como fonte inspiradora o estudo desenvolvido por Teixeira (2002).

No estudo realizado por Teixeira, os dados levantados nas entrevistas com os professores participantes do estudo dessa pesquisadora, a respeito das respostas dos alunos às questões apresentadas a eles, foram agrupados em categorias de análise. Ao fazer a leitura das categorias relacionadas por Teixeira (2002), centrei a atenção em uma delas: *concepções dos professores sobre sistema de numeração*. Nessa categoria a referida pesquisadora relata que a maneira pela qual os professores interpretaram os erros dos alunos permitiu a ela inferir alguns aspectos da compreensão desses professores sobre a escrita numérica. Um desses aspectos – *compreensão do caráter polissêmico dos algarismos* – está notadamente presente nesta investigação.

Tendo como base esse aspecto da referida categoria, foram elaborados inicialmente, indicadores de análise dos dados para a investigação. Indicadores de análise são os aspectos dos relatos orais e escritos que revelaram compreensões que as professoras expressaram sobre o ensino dos procedimentos envolvidos nos algoritmos.

No momento da análise dos dados, foi observado que certos indicadores apresentaram a mesma natureza, ou seja, mesma perspectiva de domínio do conhecimento e da ação docente. Assim, posteriormente, eles foram agrupados em três categorias, as quais serão apresentadas no capítulo 5. Apresentaremos a seguir os indicadores de análise elaborados para esta investigação:

a) *Compreensão do valor posicional dos algarismos*.

b) *Compreensão do símbolo zero na escrita numérica*.

c) *Compreensão do algoritmo da subtração.*

d) Utilização de material concreto.

e) Ensinar por automatização.

f) Linguagem utilizada para explicar o algoritmo convencional.

g) Analogias utilizadas para explicar o algoritmo convencional.

4 DESCRIÇÃO DO ESTUDO

4.1 PRIMEIRA ETAPA: CONHECENDO O ÂMBITO DO ESTUDO

O relato a seguir se refere à primeira etapa da coleta de dados deste estudo, que ocorreu no período de junho a dezembro de 2004, e expõe uma primeira aproximação com o ambiente em que o estudo foi realizado**.**

Ao iniciar este estudo, havia uma expectativa em observar o modo como o professor ensina os algoritmos da adição e da subtração em sala de aula. A observação em sala de aula foi tomada como uma possibilidade de coleta de dados. Eu tinha a intuição de que conseguir uma escola para desenvolver o trabalho poderia ser algo demorado. Sendo assim, em maio de 2004, por meio de ligações telefônicas, estabeleci contato com a equipe diretiva de três escolas, próximas à minha residência, para que eu pudesse desenvolver esse estudo. Somente no terceiro contato foi possível agendar minha ida a uma dessas escolas – pertencente à rede municipal de ensino de Curitiba.

A vice-diretora da referida escola foi muito receptiva e mostrou-se interessada no desenvolvimento do estudo, afirmando que as professoras sempre estão procurando fazer cursos sobre o ensino da Matemática, ofertados pela Secretaria de Educação da rede municipal de ensino de Curitiba. Por esse motivo, ela acreditou que as professoras estariam dispostas a desenvolver um trabalho referente ao ensino da Matemática. A receptividade da vice-diretora, associada ao fato de a escola estar próxima à minha residência, criou a expectativa de que, nessa escola, eu poderia desenvolver o estudo, o que de fato ocorreu.

No início da elaboração de meu projeto de dissertação, eu não tinha a intenção de entrar em sala de aula para observar o professor. Nas aulas do curso do mestrado, algumas discussões indicaram que, no meu estudo, a entrada em sala de aula seria importante para que eu pudesse registrar a fala da professora, por meio de áudio, e depois transcrevê-la para posterior análise.

No dia primeiro de junho de 2004 realizei a minha primeira visita à escola, para estabelecer contatos com as professoras. Fui apresentada a três professoras da 2ª série do Ensino Fundamental, do período vespertino; uma delas exercia a função de auxiliar de turma. Apresentei a elas os motivos pelos quais fui à procura daquela escola. Solicitei que pensassem se realmente queriam se envolver neste trabalho. A outra professora que trabalha nesse turno não estava presente nesse dia. Fui apresentada a ela em outro momento.

Combinamos que eu ligaria uma semana depois para saber a decisão delas em participar, ou não, desse estudo. A pedagoga perguntou-me da possibilidade de eu estar ajudando no trabalho com algumas crianças da 4ª série. Disse que podia contar comigo, inclusive para conversarmos sobre outros assuntos relativos ao ensino da Matemática.

Uma semana depois, tive a confirmação de que poderia desenvolver o trabalho na escola, no horário de permanência das professoras. Com a intenção de obter alguns dados pessoais e profissionais dessas professoras, elaborei um questionário (anexo 1, p. 132 - 133) que foi prontamente respondido por elas.

As conversas que mantive com as professoras, nos encontros iniciais, foram informais e ainda não focalizavam diretamente as intenções do estudo. No decorrer de nossos encontros, as conversas foram dirigidas às intenções do estudo.

Nessas conversas, observei que o trabalho com os algoritmos de adição e subtração com reagrupamento havia sido iniciado, na escola, no primeiro semestre de 2004. Perguntei a elas como trabalhavam com esses algoritmos e se havia alunos que apresentavam dificuldades em sua aprendizagem. Uma das professoras disse que trabalhava com dois algoritmos diferentes em relação à operação de subtração, o da decomposição e o da compensação, sem se referir a essas nomenclaturas. As demais professoras disseram que utilizavam o algoritmo da decomposição para essa operação. Elas disseram que algumas crianças apresentavam dificuldades para aprender os algoritmos das operações da adição e da subtração.

Perguntei às professoras se seria possível observar alguns registros que apresentassem a resolução das crianças em relação aos algoritmos das operações de adição e subtração. As professoras se mostraram receptivas à minha solicitação, pois me entregaram provas e folhas com atividades, inclusive de outras áreas do conhecimento. Pedi permissão para xerocopiar alguns registros que continham resoluções dos algoritmos solucionados pelas crianças. Duas dessas professoras mostraram confiança no trabalho da investigadora, pois permitiram xerocopiar os registros das crianças fora, pois a escola não possui máquina copiadora.

Duas professoras trouxeram provas de alunos, referentes aos meses de maio e agosto de 2004, as quais continham atividades com notações das crianças, ainda sem correção. Uma das professoras trouxe uma lista de exercícios que os alunos haviam feito naquela semana em que estávamos conversando. Como ela havia programado fazer a correção com os alunos, não pude ficar com esses registros. A professora auxiliar de turma não estava abordando esse assunto nas “aulas de apoio” e, por isso, não tinha registros para mostrar. Apesar de não ter ficado com os registros dos alunos da terceira professora, ela mostrou-me as resoluções apresentadas por eles, ao resolverem as operações de adição e subtração.

Conversei com a pedagoga da escola sobre a possibilidade de assistir a aulas de Matemática de uma das professoras, sem a necessidade, nessa fase do estudo, de fazer gravações em áudio e anotações em sala. A pedagoga conversou com a professora MH sobre a possibilidade de eu assistir a algumas de suas aulas. Essa professora permitiu que isso ocorresse.

No período de 22 de outubro a 03 de dezembro de 2004, observei cinco aulas da professora MH. Descrevo a seguir algumas impressões que tive ao observar essas aulas.

No dia 22 de outubro, eu estava assistindo à aula de Matemática na sala dessa professora. Ao entrar na sala observei que a professora não estava se sentindo à vontade com a minha presença. Isso se tornou evidente quando ela disse para seus alunos que eu era professora de Matemática e por isso estaria avaliando o trabalho dela. O fato de a professora não se sentir à vontade com minha presença pode, talvez, ser atribuído ao receio que ela tinha de ser observada e avaliada por mim. Em relação a esse aspecto as palavras de Vianna (2003) nos esclarecem que:

> Em observações em sala de aula, uma mudança que se opere no comportamento do professor e no dos alunos, pela presença do observador, pode comprometer todo o trabalho de pesquisa. Um artifício para minimizar a influência do efeito do observador seria a presença do mesmo em sala várias vezes, mas sem coletar dados, a fim de que professor e alunos, a serem observados, se acostumem com a sua presença e possam agir com maior naturalidade durante o processo efetivo de realização da observação (VIANNA, 2003, p. 10).

Considerando que minha intenção inicial era uma primeira aproximação com o contexto da investigação, apenas observei as aulas, sem registrar dados nos momentos em que eu estava em sala de aula, para que a professora e os alunos se acostumassem com a minha presença. Tinha, assim, a intenção de minimizar o constrangimento que a professora sentia com a minha presença. Já, em relação aos alunos, observei que minha presença parecia ser indiferente a eles. Convém esclarecer ainda que ao chegar a casa eu procurava anotar os momentos mais significativos das observações das aulas a que assisti.

Nesse primeiro contato com a sala de aula dessa professora, uma aluna aproximou-se de mim e pediu ajuda em relação às atividades propostas, no quadro, pela professora. As atividades envolviam operações aritméticas cujas resoluções se davam por meio da aplicação de técnicas convencionais de cálculo. Enquanto explicava uma operação de divisão, a professora dizia aos alunos que era assim que os livros traziam (referindo-se à técnica convencional da divisão). Ela disse também a um dos alunos para ele fazer do jeito que ela havia apresentado e não do jeito que ele fez, porque o jeito que ela havia explicado era mais fácil (provavelmente esse jeito do aluno foi apresentado em outra aula, pois nessa aula não houve manifestações a esse respeito).

As atividades propostas no período em que assisti às aulas envolveram as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com números até a ordem da centena, envolvendo também uma atividade com gráfico e uma atividade de escrita e ordenação, de dois em dois, do número 700 ao número 750.

As operações propostas eram escritas no quadro, na forma horizontal (por exemplo: $500 - 93$; $80 \div 2$; $138 - \square = 135$; $6 \times \square = 18$), ou eram oriundas de problemas com enunciado.

Nos momentos de correção das operações propostas foi possível observar a linguagem utilizada pela professora. Ao fazer as correções das operações de adição e subtração, ela utilizava o algoritmo convencional de resolução e em sua linguagem verbal os termos “vai um” e “empresta” eram utilizados.

Ao corrigir, por exemplo, 500 – 93, perguntava aos alunos como resolver essa operação. Alguns alunos respondiam: “a centena empresta para a dezena e a dezena empresta para a unidade”. Em seguida ela explicava o procedimento de resolução e registrava assim:

$$\begin{array}{r} {}^{9\ 1} \\ {}^{4}500 \\ \underline{-\ \ 93} \\ 407 \end{array}$$

A professora afirmava aos alunos que não era necessário pôr “risquinho” nos números, pois “*só dá confusão”.*

A professora MH apresentava freqüentemente a solução das atividades propostas para os alunos. O tempo destinado para que os alunos fizessem as atividades não parecia ser suficiente para que eles pudessem compreendê-las e resolvê-las.

Enquanto estive observando as aulas, os alunos não utilizaram livro didático e nem folhas avulsas com atividades já impressas. Por isso, precisavam copiar as atividades do quadro para o caderno. Percebi que, quando a professora MH iniciava a correção das atividades, alguns alunos ainda não haviam terminado de copiá-las do quadro. Em relação à correção das atividades propostas, a professora MH as resolvia no quadro, com poucos alunos acompanhando e muito raramente algum aluno fazia perguntas.

Os momentos de interação entre os alunos, na discussão das atividades propostas, eram praticamente inexistentes na sala de aula dessa professora. Do mesmo modo, as interações dela com os alunos, na discussão das referidas atividades, aconteciam em momentos esporádicos. Além disso, pude perceber que não era freqüente a solicitação, por parte da professora, para que os alunos enunciassem para os colegas como resolviam as atividades e ela também não se deslocava pela sala para investigar o modo como as crianças realizavam as atividades.

Quando algumas crianças me procuravam para perguntar sobre “como fazer” a operação ou “qual operação deveriam fazer”, percebia que elas não coordenavam adequadamente relações entre diferentes conceitos, por exemplo: números e quantidades que representam, números e valor posicional. Certa ocasião, um dos alunos perguntou-me como resolver certo problema. Esse problema envolvia o número 445. Perguntei a ele que número é esse. Ele respondeu que não sabia “ler número grande”.

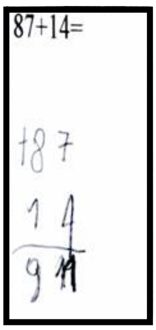
Durante as aulas a que assisti, observei que a quantidade de crianças a solicitar-me ajuda foi aumentando. Sentia certo desconforto ao tentar ajudar as crianças, por dois motivos: primeiro, porque não era esse o meu objetivo ao acompanhar as aulas da professora MH; segundo, porque percebia muitas dificuldades delas em compreender os problemas. Caso fosse ajudá-las a compreender as atividades propostas, eu estaria interferindo no modo como a professora encaminhava as situações de ensino em sua sala de aula.

Para que fosse possível interpretar as informações obtidas nessa primeira etapa, foi necessário organizar o material obtido: anotações sobre as aulas a que assisti, anotações das conversas que mantive com as professoras e seleção de registros de alunos. A interpretação dessas informações foi útil para melhor compreender o que se propôs estudar.

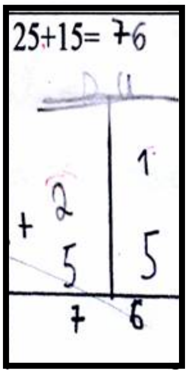
As conversas realizadas com as quatro professoras revelaram que três delas ensinavam a operação de subtração utilizando o algoritmo da decomposição. Somente uma dessas professoras utilizava os algoritmos da decomposição e da compensação para realizar a operação de subtração, com a intenção de possibilitar aos alunos modos diferentes de resolução. Essas professoras disseram que algumas crianças apresentavam dificuldades para aprender os algoritmos da decomposição e da compensação.

Pude observar nos registros escritos dos alunos, referentes à resolução das operações de adição e subtração, várias resoluções incorretas. Algumas dessas resoluções serão classificadas e destacadas a seguir. No entanto, observei também outros procedimentos inadequados desenvolvidos pelos alunos, os quais não foram classificados, mas podem ser observados no anexo 2 (p. 134 - 137). Essas resoluções incorretas são oriundas de procedimentos inadequados e revelam incompreensões dos alunos, tais como:

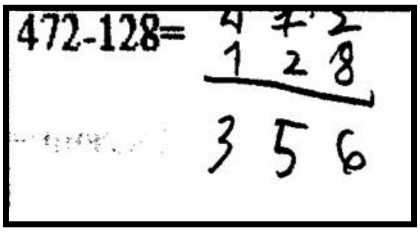
- não reagrupar as unidades para transportar o reagrupamento para a coluna das dezenas;



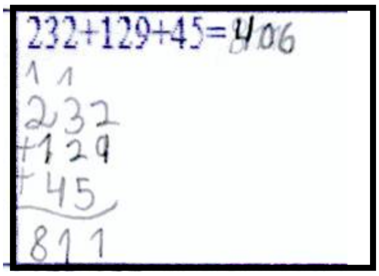
- não alinhar as ordens dos números, por colunas, ao efetuar o algoritmo;



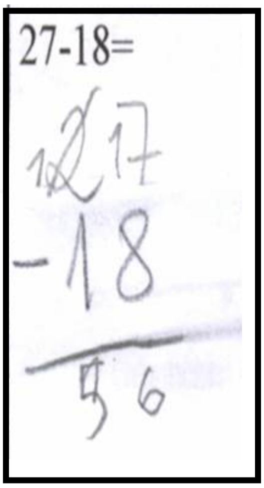
- subtrair o menor número do maior número, independentemente dos valores estarem no minuendo ou no subtraendo;



- dispor as colunas da esquerda para a direita, não respeitando o alinhamento das ordens dos números.



Note-se em seguida um outro exemplo de registro em que se pôde observar que a criança obtinha, em uma subtração, uma diferença maior que o valor do minuendo.



Os registros observados sugeriam que as crianças não verificavam os resultados obtidos por elas nas operações de adição e subtração. Parecia que a intenção delas era simplesmente “armar a conta” e encontrar um resultado qualquer, por meio de um procedimento mecanizado que não lhes permitia compreender os números e a operação para antecipar uma resposta e controlar o resultado.

Isso nos remete às palavras de Carraher, Carraher e Schliemann (1995, p. 146), quando relatam que para algumas crianças o “seu objetivo na escola é utilizar alguma fórmula ou operação que o professor ensinou; aplicado o procedimento, encontrado o número, o problema está resolvido”.

Também pude observar, nas aulas a que assisti, que o ensino dos procedimentos envolvidos nos algoritmos em estudo acontecia sem atribuição de significado às expressões como o “vai 1” e o “empresta 1”.

Em relação à operação de subtração, a professora utilizava o algoritmo da decomposição, com algumas características definidas por ela, alegando aos seus alunos que o modo como ela explicava era mais fácil (por exemplo, ela afirmou para os alunos que não era necessário pôr “risquinho” nos números, pois “*só dá confusão”*).

Thompson e Thompson (1996) se referem a alguns aspectos de pesquisas que têm levantado suposições em relação ao seguinte fato: o modo como alguém ensina um assunto é muito influenciado pelas muitas maneiras que ele entendeu o assunto. Nesse sentido, Soares (2002), em consonância com esses pesquisadores, também relata que os resultados obtidos em sua pesquisa indicam que o “modo como o professor compreende um conteúdo interfere e influi no modo como ele negocia esse conteúdo com os alunos” (SOARES, 2002, p. 220).

Nas aulas em que estive presente, a correção das atividades propostas era realizada no quadro, com poucos alunos acompanhando e muito raramente algum aluno fazia pergunta. Em relação aos algoritmos propostos em aula, a professora enfatizava o “como se faz” para resolvê-los. Havia pouca solicitação de participação dos alunos para discutir as possibilidades de resolução das atividades propostas**.**

A esse respeito, em um estudo realizado por Soares (1995), é possível observar uma análise do discurso/ação de uma professora de Matemática. Essa pesquisadora relata que os “atos” dessa professora, em relação à correção de atividades propostas, parecem sugerir que a referida professora “entende a correção como um momento de mostrar os passos que devem ser seguidos e não como um espaço de discussões de possíveis caminhos e da justificativa desses caminhos em busca de uma ou mais soluções” (SOARES, 1995, p. 143).

Essa também é a impressão que tive em relação aos “atos” da professora MH ao corrigir as atividades com seus alunos. Ainda, segundo Soares:

> [...] esse deslocamento da valorização da busca da solução para a apresentação sem discussão da solução mais apropriada parece revelar que, durante a correção, ao ser apresentada a construção pronta e não o discurso dos possíveis caminhos que levam a essa construção articula-se com uma concepção formalista de ensino onde a ciência apresentada é a “ciência feita” em detrimento da “ciência em vias de fazer-se” (SOARES, 1995, p. 143).

A observação das aulas, a observação dos registros dos alunos e das conversas com as professoras revelaram indícios de que o ensino dos algoritmos da adição e da subtração com reagrupamento se fazia por meio da descrição dos procedimentos sem a explicação do significado e das razões para esses procedimentos.

Esses aspectos revelaram evidências do objeto de estudo adotado, o que reforçou a necessidade de desenvolver o presente estudo, a fim de trazer contribuições para melhor compreensão deste tema.

Finalmente, convém retomar que a primeira etapa deste estudo permitiu estabelecer uma primeira aproximação com o ambiente da investigação e indicou perspectivas para a realização do estudo definitivo (segunda etapa).

Convém esclarecer ainda que, no início da primeira etapa não havia a intenção de desenvolver o estudo em sala de aula. Entretanto, acabei assistindo a algumas aulas de uma das professoras para verificar a viabilidade desse procedimento neste estudo. O comportamento da professora diante da minha presença em sua sala de aula reforçou a minha intenção inicial de não desenvolver o estudo em sala de aula, o que de fato aconteceu. Assim, a segunda etapa não foi desenvolvida em sala de aula.

4.2 SEGUNDA ETAPA: CONSTITUINDO O ESTUDO DEFINITIVO

4.2.1 Retornando ao âmbito do estudo

Até meados de dezembro de 2004, estive na escola observando algumas aulas da professora MH, conforme relato anterior. Em virtude das férias escolares, ausentei-me do âmbito do estudo no período compreendido entre meados de dezembro/2004 e o final de fevereiro/2005. Na escola as aulas se iniciaram em fevereiro de 2005. Mas, no final de 2004, eu já havia combinado com a pedagoga que retomaria as atividades com as professoras após as primeiras semanas de aula do ano letivo.

Ao retornar à escola, no início do mês de março, observei que houvera mudanças. Obtive a informação de que o grupo com o qual eu havia iniciado o trabalho estava praticamente extinto: uma professora entrou de licença gestante, duas saíram da escola e somente uma permaneceu, não mais com a 2ª série, mas com a 1ª série.

Ao encontrar-me com a pedagoga no início de 2005, disse a ela que havia mudado o modo de desenvolver o trabalho com as professoras, ou seja, que eu havia descartado a possibilidade de entrar em sala e gravar a aula. Solicitei a ela o favor de verificar com as docentes de outras séries se gostariam de participar de uma equipe de reflexão. A idéia da formação de uma equipe de reflexão foi pensada juntamente com a minha orientadora.

Na escola, a pedagoga e eu pensamos na possibilidade de a equipe de reflexão se reunir após o período de aulas (das 17h às 18h) para que tivéssemos professoras de várias séries, pertencentes aos dois turnos. A pedagoga se encarregou de verificar com as professoras quais delas estariam interessadas em participar desse estudo. Posteriormente, fui informada de que as professoras não haviam aceitado o convite, alegando que o horário sugerido estava além de seus horários de trabalho, o que se tornaria cansativo para elas.

Como essa possibilidade não se efetivou, pensamos em formar a equipe de reflexão somente com professoras do turno da tarde, no horário de permanência delas, ou seja, no horário em que as professoras não estão em sala de aula, mas estão desenvolvendo outras atividades na escola, em seu horário de trabalho. Entretanto, havia um complicador na formação da equipe no horário de permanência das professoras: a professora de cada série tinha seu próprio dia de permanência.

Enquanto a pedagoga tentava articular a formação da equipe, fui solicitada a contribuir no trabalho com alunos de duas turmas da 4ª série, no turno da tarde. Acatei a solicitação, pois acredito que esse é um trabalho que eu deveria desenvolver como retribuição à permissão que me foi concedida para a realização da minha investigação na escola. Realizei esse trabalho com os alunos, no período de março a dezembro de 2005, uma vez por semana, no turno da tarde.

A pedagoga que estava tentando articular a formação da equipe ausentou-se da escola e foi substituída por outra pessoa. Esta, também se encarregou de conversar com as professoras, na tentativa de formar a equipe.

Na medida em que percebia dificuldades na formação da equipe nessa escola, comecei a buscar outra escola, na expectativa de formar outro grupo. A primeira tentativa de formar outro grupo aconteceu por intermédio de uma amiga que é pedagoga em uma outra escola municipal. Entretanto, essa tentativa não se efetivou, pois a maior parte das professoras convidadas pela minha amiga mencionou *falta de tempo* como empecilho para participar de uma equipe de reflexão.

Concomitante a esses acontecimentos, ao ir à escola para desenvolver o trabalho com os alunos da 4ª série, fui me relacionando com as professoras desses alunos. Resolvi então convidá-las a participarem da equipe de reflexão, pois havia estabelecido um contato mais próximo com elas. Não deixei de convidar a professora MH (a única professora que participou da primeira etapa deste estudo), mesmo sabendo da incompatibilidade dos horários de permanência dela com os horários de permanência das demais professoras da 4ª série, pois pensei que fosse possível reorganizar o horário dela. Posteriormente, fui informada de que a professora MH não quis continuar a participar deste estudo.

A essa altura, já era início do mês de maio. No dia três desse mês, as duas professoras da 4ª série confirmaram sua participação no estudo. É possível que a confirmação dessas professoras estivesse vinculada ao fato de eu estar desenvolvendo um trabalho com alguns de seus alunos. Essa confirmação ficou subordinada à seguinte condição, imposta pelas professoras: as reuniões deveriam ocorrer a cada quinze dias, no horário de permanência delas, na sexta-feira.

Com base nessa condição, organizei um cronograma, de acordo com o calendário escolar, para agendarmos as reuniões. No dia 06/05/05 consegui reunir-me com as duas professoras para discutir o cronograma e falar da intenção da equipe de reflexão. Também acertamos que o tempo dedicado a essas reuniões seria de uma hora por encontro. Disse a elas que eu faria parte dessa equipe como alguém que também estaria aprendendo.

Nesse mesmo dia, a professora auxiliar da 4ª série, recém-chegada à escola, mostrou-se interessada em participar do grupo. Ela disse que na sexta-feira também teria horário de permanência. Eu disse que ela seria muito bem-vinda ao grupo.

Após algumas sextas-feiras terem coincidido com feriados, cursos ofertados pela Secretaria Municipal de Ensino, conselho de classe, etc., marcamos nossos dois encontros iniciais para os dias 17/06/05 e 24/06/05.

Como se pode observar, de 06/05/05 até a data de realização da primeira sessão de trabalho com a equipe – 17/06/05 – transcorreu um tempo considerável. Nesse período, reelaborei o questionário que havia sido aplicado com as professoras da primeira etapa. O questionário reelaborado (anexo 3, p. 138 - 139) apresentava questões de caráter profissional e duas questões relativas ao ensino dos algoritmos (questões 18 e 19). Feito isso, no dia 17/05/05 entreguei o questionário para as três professoras participantes dessa etapa do estudo (duas professoras regentes de turma, professora P2 e professora P3, e a professora P1, auxiliar de turma). No prazo de quinze dias elas devolveram o questionário preenchido.

A seguir descrevo as sessões de trabalho desenvolvidas por meio da equipe de reflexão. Antes de apresentar o desenvolvimento de cada uma das sessões**,** enuncio alguns comentários preliminares.

4.2.2 As sessões de trabalho

As sessões de trabalho referem-se à segunda etapa de coleta de dados, do presente estudo, e foram realizadas com a participação de três professoras da 4ª série, conforme descrição anterior. As três professoras, juntamente com a investigadora, compuseram a equipe de reflexão.

Essa equipe reuniu-se durante cinco sessões de trabalho, com cerca de uma hora cada uma. Essas sessões, inicialmente tinham sido previstas para serem realizadas de quinze em quinze dias, às sextas-feiras à tarde, em horário de permanência das professoras. A previsão de encontros quinzenais não se efetivou devido a inúmeros fatores que intervieram na realização das sessões, como, por exemplo: feriados, recessos, participação das professoras em cursos, reuniões pedagógicas na escola e férias escolares.

Sendo assim, as cinco sessões foram desenvolvidas no período de junho a outubro de 2005, tomando intervalos maiores que quinze dias entre as sessões de trabalho.

Ocorreram também várias interferências durante a realização das sessões de trabalho, como por exemplo:

a) Momentos de interrupção em algumas sessões por parte da equipe administrativa da escola, solicitando às professoras que preenchessem documentos.
b) Momentos de interrupção em algumas sessões por professoras que entravam na sala e conversavam com as participantes do estudo.
c) Atraso no horário combinado para iniciar a sessão de trabalho devido à necessidade de atendimento aos pais, organização da festa julina e outros fatores que fogem à minha percepção.
d) Momentos em que participantes do grupo se ausentavam, não ao mesmo tempo, para resolver situações que fugiam do meu conhecimento.

Quatro das sessões realizaram-se na sala dos professores. Essa sala não apresentava condições favoráveis para o desenvolvimento do trabalho, pois estava próxima a uma rua de muito trânsito de automóveis e próxima ao pátio onde crianças desenvolviam atividades. A quinta sessão realizou-se na sala de apoio, pois estava desocupada, e não tivemos problemas com interferências de barulho e interrupções de pessoas.

Convém esclarecer que, durante a realização das sessões, as professoras apresentavam questões ou dúvidas e esperavam que eu as respondesse. Nesses momentos, procurava não responder prontamente, pois a intenção do trabalho com a equipe de reflexão era que as professoras refletissem sobre o ensino dos algoritmos e sobre como o ensinavam.

Algumas vezes, as professoras relatavam outras situações que tinham vivenciado em sala de aula. Nas sessões, eu incentivava as professoras a expressarem como ensinavam os algoritmos, de forma que pudessem expor aspectos referentes ao ensino deles, criando assim, oportunidades para reflexão.

Apesar das dificuldades encontradas para a formação da equipe de reflexão e para a implementação das sessões de trabalho, essas sessões possibilitaram apreender compreensões das professoras sobre o ensino dos referidos algoritmos. Selecionei situações que pudessem levar as professoras a explicarem como costumavam ensinar os algoritmos, possibilitando que elas refletissem sobre sua própria experiência de ensino com esses algoritmos.

Torna-se pertinente tecer alguns comentários sobre fatos que antecederam a primeira sessão de trabalho. Inicialmente, a minha orientadora e eu pensamos em desenvolver as sessões de trabalho a partir de colocações espontâneas das professoras a respeito do ensino dos algoritmos da adição e da subtração com reagrupamento. Porém, para implementar esse estudo decidimos escolher um ponto de partida para uma discussão sobre o ensino desses algoritmos, tendo como referência as respostas (anexo 4, p. 140) às questões 17, 18 e 19 propostas no questionário. Essa decisão foi tomada com a intenção de tornar explícitas as compreensões das professoras sobre o ensino dos procedimentos dos referidos algoritmos e elaborar tarefas tendo como subsídios as conversas das professoras sobre suas práticas ao ensiná-los.

O anexo 4 apresenta as respostas das três professoras às questões 17, 18 e 19 do referido questionário. Minha orientadora e eu escolhemos a resposta que a professora P2 apresentou à questão 19 como ponto de partida para subsidiar as reflexões que compuseram a primeira sessão de trabalho. Essa escolha se deveu ao fato de que a questão 19 solicitou um relato sobre uma situação envolvendo o ensino dos algoritmos convencionais da adição e da subtração com reagrupamento. A resposta apresentada pela professora P2 deixou claras algumas dificuldades encontradas por certos alunos ao resolverem uma operação de subtração, como a exemplificada pela professora: 2 000 – 150. A professora P2 nos esclareceu que os alunos invertiam as parcelas quando não conseguiam perceber a necessidade do empréstimo numa operação de subtração como essa. Assim, essa dificuldade encontrada pelos alunos da professora P2 foi tomada como ponto de partida para as discussões iniciais.

A primeira sessão de trabalho (sessão 1) realizada pela equipe de reflexão foi subdividida em duas partes: sessão 1-A (anexo 5, p. 141) e sessão 1-B (anexo 6, p. 142). Na sessão 1-A apresentamos para discussão a operação de subtração indicada pela professora P2 (naquele momento, identificada por professora VC). As demais professoras não tiveram acesso à resposta da questão 19 que havia sido fornecida pela professora P2. Solicitamos às professoras que escrevessem sobre os modos como os seus alunos resolveriam essa operação por meio do algoritmo convencional.

Na sessão 1-B apresentamos quatro operações para serem resolvidas pelas professoras. Solicitamos a elas esclarecimentos sobre como explicavam para os alunos a resolução daquelas operações por meio dos algoritmos convencionais.

Conforme os objetivos do presente estudo, as perguntas feitas nas sessões de trabalho tiveram a intenção de perceber a linguagem utilizada pelas professoras e de perceber as compreensões que elas expressavam em relação ao ensino dos algoritmos em estudo.

Apresentaremos a seguir, de forma sucinta, o desenvolvimento das cinco sessões de trabalho realizadas com as professoras participantes da equipe de reflexão. O relato referente às sessões 1 e 2 foi produzido tendo como referência algumas anotações que fiz durante o desenvolvimento dessas sessões e do recurso à minha memória, pois tais sessões não foram gravadas em áudio. Eu tinha a intenção de gravar as nossas conversas a partir da segunda sessão. Contudo, não consegui expor essa intenção para as professoras, pois não me senti à vontade para isso. Essa situação ocorreu em virtude de não ter exposto claramente, desde o primeiro contato com as professoras, a necessidade de gravar nossas conversas.

Sessão 1 – 17/06/05

Nesta sessão, as anotações referem-se a uma análise geral e à interpretação que faço do trabalho desenvolvido com as três professoras participantes dessa etapa do estudo. Na sessão 1-A (anexo 5, p. 141) foi utilizada a operação 2 000 – 150, solicitando às professoras que realizassem, individualmente, a seguinte tarefa: relatar, por escrito, o modo como elas pensam que seus alunos resolveriam essa operação por meio do algoritmo convencional. Essa solicitação foi feita com duas intenções: primeiro, que a investigadora pudesse perceber como o trabalho com o algoritmo estava sendo desenvolvido na sala de aula; segundo, que as professoras pudessem perceber que o modo como o aluno resolvia as operações por meio dos algoritmos convencionais estava relacionado com o modo como elas ensinavam esses algoritmos.

A sessão 1-A foi desenvolvida a partir da entrega dessa tarefa, impressa em uma folha, a cada uma das professoras do grupo. A professora P2 também realizou essa tarefa com o intuito de que ela pudesse relatar outros procedimentos de seus alunos relacionados à operação de subtração. Essa tarefa possuía a intenção de criar condições para que a investigadora pudesse perceber se as outras duas professoras também relatariam, se os seus alunos apresentavam as mesmas dificuldades relatadas pela professora P2 em relação à operação 2 000 – 150, que envolvia a presença do zero. Com base nesses relatos, a investigadora provocou discussões sobre o ensino desse tipo de operação.

Depois que as professoras escreveram o que foi solicitado a elas na sessão 1-A, entreguei as tarefas da sessão 1-B, composta por operações (anexo 6, p. 142) a serem resolvidas por meio dos algoritmos convencionais. As professoras resolveram, individualmente, as operações apresentadas, sendo solicitado a elas um registro escrito sobre o modo como elas ensinavam esse tipo de algoritmo para os alunos. Solicitei às professoras que refletissem sobre o seguinte aspecto: *se você* *passar esta operação no quadro, como você a explica para o aluno. O que você fala para que ele possa entender*.

A explicação solicitada às professoras tinha o intuito de observar não somente o modo de ensinar os procedimentos envolvidos nos algoritmos convencionais da adição e subtração com reagrupamento, mas também observar a linguagem utilizada por elas para expressar como ensinavam os referidos algoritmos.

À medida que as tarefas dessa sessão eram desenvolvidas, as professoras faziam perguntas do seguinte tipo:

- *O que é algoritmo? (professora P2)*
- *É conveniente (ou não) utilizar o "quadro valor de lugar" (QVL) para ensinar esses algoritmos? (professora P3)*
- *Qual a diferença entre número e numeral?*
- *A professora P2, enquanto resolvia a operação 426 – 239 fez a seguinte pergunta: O que é certo dizer, 3 para chegar no 11 ou tira 3 do 11?*

Essas perguntas não foram respondidas prontamente para não interferir no desenvolvimento da sessão. Ao final da sessão, conversamos sobre alguns questionamentos que haviam sido levantados, tais como: número e numeral e o significado do termo algoritmo adotado neste estudo. Essa conversa não se estendeu em virtude do tempo que tínhamos programado para a sessão.

Alguns registros escritos por uma das professoras, referentes às operações apresentadas na sessão 1-B (anexo 6, p. 142), geraram dúvidas no momento em que a minha orientadora e eu fomos analisá-los. Não sabíamos se esses registros representavam incompreensões conceituais da professora ou eram apenas erros cometidos por distração, na representação simbólica do conceito matemático.

Antes de averiguar esse fato, decidimos, a minha orientadora e eu, aguardar para verificar se as professoras (durante a sessão 2) chegariam às mesmas dúvidas a que chegamos com relação aos registros apresentados por aquela professora. Depois disso, poderíamos gerar discussões a respeito desses registros.

Sessão 2 – 24/06/05

Esta sessão foi organizada em função do que ocorreu na sessão 1. Os registros produzidos na sessão 1 foram xerocopiados e entregues às professoras.

Solicitei que analisassem os seus registros e também os registros das colegas, para verificarem se gostariam de modificar ou complementar algo em relação ao que estava sendo analisado. Elas verificaram, rapidamente, e disseram que não tinham nada para modificar. Perguntei se realmente não queriam mudar algo, e a resposta foi não.

Nesse momento eu esperava que as professoras observassem e comentassem as prováveis incompreensões conceituais ou erros cometidos por distração por uma delas, na representação simbólica do conceito matemático. No anexo 7, p. 143 - 144**,** encontram-se dois desses registros. Como isso não ocorreu, eu não teci comentários a esse respeito, no momento, pois considerei pertinente retomar essa situação em outra ocasião, de modo que a compreensão das professoras fosse emergindo em nossas discussões. Isto aconteceu somente na sessão 4, durante a qual tecerei comentários a respeito.

Dando continuidade à sessão 2, solicitei a cada professora que observasse o modo como ela e cada uma de suas colegas haviam encaminhado a resolução das operações que foram apresentadas nas sessões 1-A e 1-B. Perguntei se percebiam modos diferentes de resolver as operações e o que pensavam desses modos diferentes. Disseram que perceberam modos diferentes de resolução. Novamente eu fiquei com a impressão de que não observaram cuidadosamente e, sim, superficialmente. Em seguida fiz a pergunta: o que perceberam? A professora P3 se pronunciou e suas palavras indicaram que ela:

- tinha percebido diferenças no modo de resolver;
- acreditava que cada professor possuía uma forma de entendimento e que havia vários caminhos (várias metodologias). Essa professora acreditava que o mais importante era que todos aprendessem.

A professora P1 disse que o professor tem que se sentir à vontade com a escolha metodológica que adota. A professora P2 discorda da professora P3 ao relatar a crença de que cada professor possa adotar uma forma diferente de trabalhar. Segundo a professora P2, na outra escola pública onde ela trabalhava, o ensino vinha decaindo, pois cada um fazia do jeito que queria. Disse que “antes” essa escola era bem conceituada. Entendi que a palavra “antes”, utilizada pela professora P2, se referia ao tempo em que se ensinava de forma tradicional, todos “ensinavam do mesmo jeito”, com a mesma metodologia.

Ela disse que hoje cada um se “tranca” na sua sala e faz o que quer e do jeito que quer. Alguns professores utilizam diversas formas de ensinar e outros continuam do mesmo jeito há anos. Segundo o que pude perceber, ela considera que a existência dessa situação na escola fez com que o processo de ensino e aprendizagem decaísse. Pareceu-me que a professora P2 teve a intenção de dizer o seguinte: a maneira como cada professor interpreta e reconstrói as informações que obtém influencia a aprendizagem dos alunos.

No decorrer da sessão, eu ia anotando em um caderno as colocações que foram surgindo. Disse a elas que eu não estava conseguindo anotar tudo. E que seria bom se gravássemos as nossas conversas, pois assim poderia estar coletando mais informações para organizar as nossas reflexões.

A princípio, uma das professoras disse que com o uso do gravador ela teria que se preocupar com o que iria falar. Eu disse a elas que não havia necessidade dessa preocupação, pois nós mesmas é que iríamos ouvir o conteúdo da gravação. Aproveitei esse momento para deixar claro que nada do que estávamos fazendo ali seria utilizado sem a permissão delas. Enfim, concordaram com a gravação em áudio de nossas conversas.

Após o término da sessão, percebi que o trabalho poderia assumir a especificidade de uma equipe de reflexão. A sessão terminou um pouco antes do intervalo para o recreio. Acabei ficando na sala dos professores, juntamente com a professora P1, pois as demais professoras se ausentaram por alguns instantes. Ficamos conversando e, enquanto isso, algumas professoras foram chegando. Não me recordo como se iniciou a conversa, mas lembro-me da fala da professora P1 ao dizer para uma das colegas que se sentou próximo a nós: *é bom aprender Matemática com ela* (referindo-se a mim), *pois ela não fica brava com a gente, quando a gente não sabe.*

Entre a sessão 2, realizada em 24/06/05, e a sessão 3, realizada em 19/08/05, houve vários empecilhos. Antes de apresentar o desenvolvimento da sessão 3, relato o ocorrido no período compreendido entre essas duas sessões.

No dia 05/07/05 fui à escola com a intenção de tentar marcar a terceira sessão para 08/07/05, pois esse seria o último dia de aula do semestre e, conseqüentemente, as professoras estariam em férias no período de 9 a 24 de julho.

Não foi possível marcar a terceira sessão, pois nesse dia seria realizada a festa julina na escola.

Aproveitei a oportunidade de estar na escola e entreguei para as professoras materiais para leitura, que pudessem contribuir para uma reflexão a respeito das perguntas feitas por elas na sessão 1-B. Foram entregues os seguintes materiais: um artigo sobre número e numeral[6] e uma revista[7] que contém artigos diversos.

Após o período de férias escolares, retornei à escola, na terça-feira, 26 de julho, para o trabalho com alunos da 4ª série. Nesse dia fui informada de que não seria possível a realização de meu trabalho com as professoras na sexta-feira, dia 29 de julho, pois a pedagoga do Núcleo Regional de Educação, ao qual a escola pertence, iria à escola. Essa pedagoga, juntamente com as professoras, realizava o *estudo de caso*, ou seja, é um momento em que se reúnem para conversar e agilizar encaminhamentos para os alunos que apresentam dificuldades de aprendizagem. O trabalho a ser realizado pela pedagoga seria desenvolvido com uma professora de cada vez. Como o nosso trabalho se desenvolvia por meio da equipe de reflexão, ele deveria ser realizado em grupo. Assim, não vi possibilidade de desenvolvê-lo individualmente com as professoras.

Na semana seguinte fui novamente à escola para dar prosseguimento ao trabalho com os alunos da 4ª série. Nesse dia fui informada de que no dia 05 de agosto as professoras estariam de folga, para compensar o trabalho que elas haviam realizado na festa julina. Esse se apresentou como mais um empecilho para agendarmos a 3ª sessão.

Informaram-me também que a pedagoga do Núcleo Regional não havia terminado a reunião com elas, e que voltaria na próxima sexta-feira, dia 12 de agosto, para concluir o trabalho. Então, conversei com as professoras sobre a possibilidade de desenvolvermos a 3ª sessão de trabalho após essa reunião, que provavelmente terminaria antes do intervalo para o recreio, segundo o que as professoras disseram. Elas concordaram com essa possibilidade. Assim, ficou

---

[6] NETO, E. R. Número ou numeral? In: **Revista do Professor de Matemática** 44, 3º quadrimestre, São Paulo: SBM, 2000. p. 41 - 43.

[7] Revista Pró-Mat Paraná. Simetria: o homem na busca da ordem e da regularidade. Curitiba: Secretaria de Estado da Educação. Número 1, dezembro de 1998. 53 p.

combinado que iniciaríamos a 3ª sessão por volta das quinze horas do dia 12 de agosto.

Conforme combinado, no dia 12 de agosto fui à escola para realizarmos a 3ª sessão, a qual acabou não ocorrendo, porque elas disseram que não haviam terminado a reunião com a pedagoga do Núcleo Regional. A professora P3 só seria atendida pela pedagoga após o término da reunião com a professora P2. A professora P1, como auxiliar das duas turmas, participaria de ambas as reuniões. Chegaram a dizer que eu poderia ir desenvolvendo o trabalho com a professora P3, somente.

Nesse momento, eu disse que não era essa a idéia do trabalho. Nós formamos um grupo para que as discussões pudessem ocorrer coletivamente e não como estavam propondo. Disse que não acreditava na discussão dessa forma, pois a idéia era discutir as nossas práticas de ensino, de forma que uma professora pudesse contribuir com as demais.

Durante essa conversa, as professoras lembraram que na próxima sexta-feira, dia 19 de agosto, também não poderíamos nos reunir, pois tinham outro compromisso agendado pela escola. Também lembraram que no dia 26 de agosto elas iriam ao curso ofertado pela Secretaria Municipal de Educação.

A princípio, no dia 02 de setembro não haveria empecilhos para o desenvolvimento do nosso trabalho. No entanto, a professora P2 observou que embora fosse possível nos reunirmos no dia 02, seria impossível nos reunirmos no dia 09, pois haveria recesso na escola referente ao feriado do dia 7 do referido mês. Ao ouvir tudo isso disse a elas que esse trabalho também tinha um tempo destinado à sua execução e que da forma como as coisas estavam acontecendo eu teria que procurar outra escola.

Diante desse meu posicionamento, as professoras conversaram com a diretora e conseguiram ser liberadas do compromisso do dia 19 de agosto. Assim, a 3ª sessão ficou marcada para esse dia.

Sessão 3 – 19/08/05

A partir desta sessão de trabalho, conforme já havia combinado com as professoras, eu passaria a gravar em áudio as nossas conversas. Continuamos com a discussão sobre as operações de adição e subtração. Nesta sessão, solicitei às professoras que explicassem oralmente como ensinariam para os seus alunos as operações apresentadas nas sessões 1-A e 1-B por meio dos algoritmos convencionais. Solicitei às professoras que centrassem a atenção em dois aspectos: "*o que falam*" e "*como falam*", ao ensinarem os algoritmos.

Para relembrar, as operações às quais estou me referindo são as seguintes: 2 000 – 150; 56 + 25; 397 + 808; 500 – 93; 426 – 239. Nesta sessão, discutimos sobre o modo como ensinam as operações: 2000 – 150 e 56 + 25.

Sessão 4 – 02/09/05

Esta sessão também foi organizada em função do que havia ocorrido nas sessões anteriores. Na sala dos professores, onde iríamos desenvolver o trabalho, o barulho era intenso. Então as professoras fecharam as duas portas e as duas janelas da sala na tentativa de minimizá-lo. Entretanto, as interferências de pessoas alheias à equipe de reflexão não foram possíveis de serem minimizadas. Como não houve tempo hábil, na terceira sessão, para que as professoras pudessem concluir suas explicações a respeito de "*como falam*" ao ensinarem as operações que estavam sendo analisadas, decidi proceder de modo diferente nesta quarta sessão.

Ao iniciar a sessão tinha a intenção de conversar sobre os registros escritos apresentados pelas professoras em relação às seguintes operações: 397 + 808 e 500 – 93. Apresentei primeiramente a operação 397 + 808 com as explicações que as professoras haviam fornecido por escrito na sessão 1, com o objetivo de retomar a discussão sobre esses registros e estabelecer comparações entre eles. Para facilitar a comparação, digitei na íntegra, para cada uma dessas operações, as explicações fornecidas pelas professoras (anexo 8 e anexo 9, p. 145 e 146, respectivamente). Naquele momento havia a intenção de observar o modo como cada uma explicava para o aluno a resolução da operação, apresentada por meio do algoritmo convencional.

Nessas condições, solicitei que lessem as explicações e observassem o modo como cada uma havia escrito suas explicações, para que pudéssemos discutir sobre o que escreveram. Durante a sessão, houve muitos questionamentos em relação à presença do zero, tanto no número 808 quanto no resultado (1 205) da operação 397 + 808. Esse aspecto será explorado de maneira pormenorizada no momento da análise e discussão dos resultados. Ao retomar a discussão sobre os registros que uma das professoras havia apresentado, na sessão 1 (anexo 7, p. 143 - 144), as professoras relataram que provavelmente houvera um engano em relação às anotações que apresentavam algumas incorreções.

Em virtude de interferências alheias ao meu controle, não houve tempo suficiente para apresentar as explicações, por escrito, das professoras em relação à operação 500 – 93. Em vista disso, entreguei para cada uma delas uma folha contendo essas explicações (anexo 9, p. 146). Solicitei que observassem as explicações para que, na próxima sessão, pudéssemos conversar sobre elas.

Não marcamos a data da quinta sessão, pois a próxima sexta-feira seria recesso, referente ao feriado de 07 de setembro e, na outra sexta-feira, 16 de setembro, elas participariam do curso ofertado pela Secretaria Municipal de Educação.

Nesse intervalo de tempo, como tivemos o recesso, o curso e questões particulares da investigadora, a sessão 5 aconteceu somente no início de outubro.

Sessão 5 – 07/10/05

Nesta sessão cheguei à escola mais cedo, por volta das 12h45, com a intenção de tentar reservar a sala de apoio para desenvolvermos a sessão de trabalho. Somente por volta das 14h10 iniciamos a sessão de trabalho, pois, até então, fiquei aguardando as professoras resolverem questões pessoais e escolares.

Neste encontro, a professora P1 não esteve presente. Resolvi realizar a sessão mesmo sem a presença da professora P1. Dessa vez consegui a sala de apoio para que pudéssemos nos reunir em um local mais silencioso.

Iniciamos a discussão sobre os registros das professoras em relação à operação 500 – 93. Na sessão 4 cada uma das professoras havia recebido, em uma folha sulfite, os registros referentes a essa operação para que levassem para casa e analisassem essas anotações. A sessão transcorreu com conversas sobre esses registros e comparamos os registros apresentados pelas professoras. A presença do algarismo zero no número 500 gerou questionamentos importantes sobre o seu significado nesse número. Uma das professoras questionou com freqüência qual procedimento era mais adequado para a realização do algoritmo da subtração. Por exemplo, no caso da operação 500 – 93, ao subtrairmos as unidades, ela pergunta: “falo 10 – 3?” ou “falo 3 para chegar no 10, falta quanto?”.

Por volta das 14h50 (horário de intervalo para o café), uma das professoras perguntou-me se podia ir buscar um cafezinho. Disse que poderíamos dar uma parada para o café.

Retornamos do café e trabalhamos mais um pouco. Eu não consegui elaborar mais questionamentos para dar continuidade à discussão, senti que o trabalho não estava fluindo bem e então resolvi encerrar. As professoras relataram que estavam cansadas. Apesar disso, continuamos a conversar sobre outras questões, após o encerramento do trabalho.

5 INTERPRETAÇÕES E DISCUSSÕES DOS DADOS

> Só após a descrição do que penso e do que faço me será possível encontrar as razões para os meus conceitos e para a minha actuação, isto é, interpretar e abrir-me ao pensamento e à experiência dos outros para, no confronto com eles e comigo próprio, ver como altero – e se altero – a minha *praxis* educativa (ALARCÃO, 2001, p. 33).

A seguir está apresentada a maneira pela qual os dados obtidos na segunda etapa deste estudo foram examinados. Os dados foram obtidos conforme os procedimentos de coleta descritos no capítulo três. Inicialmente os dados seriam examinados tendo como referência dois objetivos definidos no início para este estudo:

1. de que modo as professoras expressam suas compreensões sobre o ensino dos procedimentos envolvidos nos algoritmos convencionais, da adição e da subtração com reagrupamento;
2. de que modo as professoras se referem à sua comunicação com os alunos ao ensinarem os referidos algoritmos.

Ao examinar os dados obtidos, tendo como referência esses objetivos iniciais, ficou evidente a manifestação de que as próprias professoras tinham dúvidas em relação aos conceitos matemáticos subjacentes aos procedimentos envolvidos nos algoritmos convencionais. Sendo assim, esse aspecto apontou a necessidade de investigar também as formas de expressão das professoras ao lidarem com suas próprias compreensões sobre os algoritmos convencionais.

Então, em virtude desse resultado, foi necessário subdividir o primeiro objetivo em dois, pois esse objetivo não contemplava outros aspectos revelados pelos dados obtidos. Esses aspectos estão relacionados à compreensão dos conceitos matemáticos que a própria professora expressou sobre os referidos algoritmos.

Desse modo, os dados obtidos, de natureza qualitativa, foram então examinados tendo como referência os seguintes objetivos:

1. de que modo as professoras expressam sua compreensão dos algoritmos convencionais da adição e da subtração com reagrupamento;

2. de que modo as professoras expressam suas compreensões sobre o ensino dos procedimentos envolvidos nesses algoritmos;

3. de que modo as professoras se referem à sua comunicação com os alunos ao ensinarem os referidos algoritmos.

Assim, a maneira pela qual as professoras expressaram suas próprias compreensões dos algoritmos, suas compreensões sobre o ensino dos algoritmos em estudo e também o modo como se referiram à sua comunicação com os seus alunos ao ensiná-los, nos permitiu agrupar os indicadores em categorias de análise, tendo como referência essas compreensões e essa comunicação.

Conforme esclarecimentos apresentados no capítulo 3, foram elaborados sete indicadores de análise. Durante o processo de análise, os indicadores foram agrupados em três categorias, em função da similaridade observada entre alguns desses indicadores. Foram, então, criadas as seguintes categorias:

1*. Compreensão das professoras sobre conceitos matemáticos*:

a) *Compreensão do valor posicional dos algarismos*

b) *Compreensão do símbolo zero na escrita numérica*

c) *Compreensão do algoritmo da subtração*

2. *Compreensão das professoras sobre o processo de ensino e aprendizagem dos algoritmos*:

d) Utilização de material concreto

e) Ensinar por automatização

3. *Comunicação das professoras sobre o seu modo de ensinar os algoritmos*:

f) Linguagem utilizada para explicar o algoritmo convencional

g) Analogias utilizadas para explicar o algoritmo convencional

Assim, tendo como referência essa categorização, partimos para a análise dos dados, considerando as reflexões que ocorreram na segunda etapa deste estudo. Nesta etapa foi possível observar indícios das compreensões das professoras, expressas a partir de aspectos evidenciados em suas falas e em seus registros escritos.

Foi ponderado anteriormente que para o *Grupo de Trabalho* de Portugal, ensinar Matemática requer saber os significados e fundamentos dos conhecimentos a serem trabalhados. Para tanto, esse Grupo evidencia a necessidade de *compreender Matemática*. E, um dos aspectos necessários para *compreender Matemática* envolve um conhecimento profundo dos conceitos, dos procedimentos e das estruturas matemáticas.

Em conformidade com esse modo de compreender a Matemática, o conhecimento matemático não pode ser superficial. Assim, neste estudo, não estamos considerando uma evidência de compreensão apenas o fato de as professoras terem demonstrado habilidade em executar os procedimentos envolvidos nos algoritmos e obter respostas corretas. Estamos considerando que para evidenciar compreensão também se faz necessário que as professoras conheçam e saibam expressar os princípios matemáticos subjacentes aos referidos procedimentos.

Destacamos a seguir situações que expressaram indícios do domínio do conhecimento e da ação docente, em relação a cada uma das categorias. Nos extratos de protocolos destacados na análise, a investigadora foi identificada pela letra I e cada uma das três professoras, respectivamente, por P1, P2 e P3.

1*. Compreensão das professoras sobre conceitos matemáticos*:

a) *Compreensão do valor posicional dos algarismos.*

Conforme já referenciado anteriormente, a compreensão a respeito dos algoritmos convencionais envolve o conhecimento dos princípios subjacentes aos procedimentos para a construção e utilização desses algoritmos. A existência da base 10 determina a quantidade a ser considerada no processo de agrupar e reagrupar.

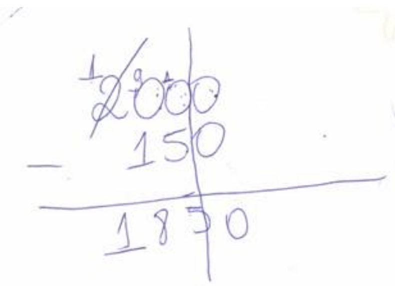
Para a compreensão da relação de correspondência um-para-dez, no sistema de numeração decimal, é importante a atribuição de significado às quantidades envolvidas na operação. Para Schliemann, Santos e Costa (1995), os procedimentos utilizados espontaneamente pelas crianças para resolverem operações baseiam-se na compreensão das propriedades do sistema decimal e preservam o significado das quantidades, podendo, assim, auxiliar na aprendizagem dos algoritmos convencionais.

A compreensão das professoras sobre o valor posicional não pareceu estar completamente estabelecida em suas respostas, conforme o que foi observado em algumas de suas falas.

Apresentamos a seguir extratos dos protocolos que exemplificam o modo como as professoras compreendem o valor posicional dos algarismos.

<u>Situação 1</u>:

A professora P1 resolveu adequadamente a operação 2 000 – 150. Porém, ao explicar como ensinaria essa operação para os seus alunos, ela manifestou indícios de incompreensão em relação ao valor posicional. Esse aspecto pode ser observado no extrato do protocolo apresentado a seguir:



P1 - ... . A unidade de milhar que era 2 mil agora vai passar a valer mil, emprestei 100 para a unidade da centena ... pausa ... emprestei aqui, só que a centena vai ter que emprestar para a dezena. Então a dezena vai passar a valer 10 e a centena 9.

Nesse extrato, observou-se que a professora P1 havia transformado uma unidade de milhar em 100, não atribuindo significado a esse valor. Esse valor poderia representar 100 dezenas, o qual corresponde a 1 unidade de milhar. Entretanto, ela não utilizou essa correspondência. Ao expressar que estava "emprestando" 100 para a centena, sem atribuir significado a esse valor e sem fazer a correspondência (100 dezenas corresponde a 10 centenas), dificilmente se compreenderia que após o "empréstimo" a centena iria passar de 100 para 9.

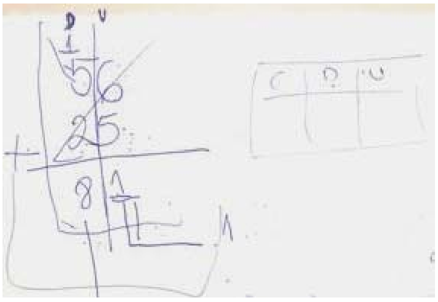
Além disso, notamos que a professora não explicitara a correspondência um-para-dez ao expressar que "a centena vai ter que emprestar para a dezena", não deixando claro o procedimento de tomar 1 centena e trocar por 10 dezenas.

No procedimento utilizado pela professora P1 observou-se que ela não utilizava adequadamente a relação de correspondência um-para-dez, que é a base do sistema de numeração decimal.

Situação 2:

O extrato a seguir se refere ao modo como a professora P1 ensinaria para os seus alunos o algoritmo convencional para a operação 56 + 25:

P1 - ... A nossa operação é uma adição: 56 mais 25. Começando de trás para frente, vamos localizar a unidade e a dezena. Então 6 é a unidade. Eu vou somar o 6 junto com o 5, 6 mais 5, vai ficar 11. Eu não posso colocar os dois números na casa da unidade, vou ter que subir o número 1, o 10 para a casa da dezena. Então vou somar na casa da dezena: um mais cinco mais dois *(a professora se refere à adição dos algarismos da coluna das dezenas: 1 + 5 + 2)* ou uma dezena, cinco dezenas e duas dezenas. Vai dar 8. O total da minha continha deu 81.



O registro escrito dessa operação conduz ao resultado correto. No extrato destacado, notamos que a professora P1 considerou a existência da base 10 no processo de agrupar e reagrupar. No entanto, quando expressou “vou ter que subir o número 1, o 10 para a casa da dezena”, houve indícios de que estava considerando o algarismo 1 e o número 10 como representando a mesma quantidade (10 unidades), pois não expressava que 1 dezena corresponde a 10 unidades.

Algo semelhante aconteceu quando, ao referir-se à adição dos algarismos correspondentes à dezena, expressou “1 + 5 + 2 ou uma dezena, cinco dezenas e duas dezenas. Vai dar 8”. Ao utilizar a conjunção “ou”, a professora pode estar dando a impressão para os alunos de que “um” representa o mesmo valor de uma dezena, ou que “cinco” representa o mesmo valor de cinco dezenas e, ainda, que “dois” representa o mesmo valor de duas dezenas. O fato de não enfatizar a importância do valor posicional pode acarretar aos alunos incompreensões desse conceito.

Como já foi dito, os procedimentos utilizados espontaneamente pelas crianças para resolverem operações baseiam-se na compreensão das propriedades do sistema decimal e preservam o significado das quantidades, podendo, assim, auxiliar na aprendizagem dos algoritmos convencionais. Para tanto, parece ser fundamental que os professores, ao resolverem os algoritmos das operações aritméticas, se refiram aos algarismos que compõem a operação, preservando seu valor real. Por exemplo, 10 unidades e 50 unidades, para as dezenas, ou 1 dezena e 5 dezenas e não se refiram apenas aos símbolos 1 e 5.

Nas situações apresentadas, observamos que a existência da base 10 e a existência de dois valores (relativo e absoluto) para cada símbolo (valor posicional) geram ambigüidades na compreensão do algoritmo quando a relação de correspondência um-para-dez envolvida nos procedimentos do “vai um” e do “empréstimo” não for compreendida.

O fato de as professoras, em alguns momentos, se referirem aos algarismos sem considerar o valor posicional que eles representam remeteu-nos aos resultados de um estudo realizado por Teixeira (2005). Em seu estudo, examinou as notações de alunos, do Ensino Fundamental, utilizadas em tarefas escolares relacionadas à numeração escrita. Teixeira relata que esse estudo apontou alguns aspectos que demonstraram dificuldades para a criança. Compreender a ambigüidade da notação numérica é um desses aspectos. Em relação a esse aspecto, Teixeira (2005) descreve que:

> Os algarismos de um número multidígito têm sempre valor relativo; o seu valor depende da posição. Essa relação se complica pelo fato de que há uma ambigüidade entre a fala e a escrita. Por exemplo: ao pedir a um aluno para escrever uma dezena ele escreveu 1. A criança não percebeu que é preciso uma representação mais precisa para diferenciar o que é esse um, escrevendo 1 dezena ou 10 (TEIXEIRA, 2005, p. 35).

Ao que parece, isso vem ressaltar a importância de o professor se referir aos algarismos que formam o número, considerando o valor do número representado pelo algarismo. Isso parece indicar a importância de se utilizar uma linguagem adequada ao se referir aos algarismos que formam o número, não os considerando separadamente.

b) *Compreensão do símbolo zero na escrita numérica.*

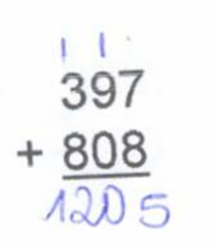
A existência do 0 (zero) “faz-se necessária só no contexto de um sistema posicional onde o valor de cada algarismo é definido pelo lugar que ele ocupa” (ZUNINO, 1995, p. 124-125). No sistema de numeração escrito, o 0 (zero) desempenha uma função fundamental, que é diferenciar quantidades. O zero, em números com dois ou mais algarismos, representa ao mesmo tempo a ausência de elementos e a presença de uma posição. Para Zunino (1995), se essas duas idéias não estiverem bem coordenadas é possível que se tente dar um valor para o 0 (zero).

As conversas realizadas na equipe de reflexão permitiram questionamentos que desafiaram as professoras quanto às suas compreensões sobre o papel do símbolo que representa o zero na escrita numérica. Os questionamentos relacionados ao 0 (zero) evidenciaram dúvidas quanto à compreensão do sistema de numeração.

<u>Situação 1</u>:

Ao iniciarmos a conversa sobre a operação 397 + 808, com o intuito de analisar o modo como a professora P1 explicaria o algoritmo convencional dessa operação aos seus alunos, ocorreram muitos questionamentos em relação à presença do zero.

A seguir temos o registro da professora P1 e comentários da professora P2 relacionados a esse registro:



I - ... mas o zero, propriamente, o que ele está representando aqui?

P2 - ele está representando uma centena e dez dezenas. ... É né? 9 mais 1, dez.

I - Uma centena!

P2 - Dez dezenas. 10 dezenas e uma centena. 8 e 7 quinze. Uma dezena foi para lá. 9 dezenas mais 1 dezena, são 10 dezenas. Então esse zero, ele representa 10 dezenas ou. (*a professora é interrompida por uma das colegas).*

Nessa situação, a professora P2 expressou uma provável falta de compreensão em relação à função do zero na escrita numérica, pois ela tentou atribuir a ele um valor numérico. Isso pareceu demonstrar dúvida em relação ao significado do zero na escrita numérica, pois não percebeu que o zero representa a ausência de quantidade e, nesse caso, marca a presença de uma posição.

Situação 2:

No decorrer da conversa, ainda com relação a essa operação, observamos outros questionamentos das professoras quanto à presença do zero:

P2 - Porque se eu tirar esse zero fica 125. Se eu não tiver esse valor não seria 1 205. Por isso, se eu pegar 125 mais.

P3 - Eu peguei o 808. Se eu tirar o zero fica 88. Então esse zero não é zero!

P1 - Mas eu acho que não é isso aí ainda.

P3 - Ele tem um valor absoluto e um valor relativo. O valor absoluto dele é zero! O valor relativo dele não é zero!

I - Então ele tem um valor?

Tem um valor. (falaram juntas)

I - A professora P2 acabou de explicar aqui. Se você tira o zero, por exemplo, do resultado.

P3 - Que nem 808 ali! Se tirar o zero fica 88. O valor absoluto é zero, o valor relativo não é zero!

I - Então qual é o valor relativo?

P3 - O valor relativo dele ali vale o quê? Oitocentos.

P2 - É! Isso eu nunca pensei.

I - Vocês concordam que o zero vai valer oitocentos?

P2 - Não! O valor relativo dele seria dez dezenas.

P2 - De novo vamos voltar naquilo que você estava dizendo... (falas simultâneas)

P3 - Dez dezenas?

Observamos, nos extratos destacados – *“Porque se eu tirar o zero fica 125. Se eu não tiver esse valor não seria 1 205”*. *“Eu peguei o 808. Se eu tirar o zero fica 88. Então esse zero não é zero!”* – como as professoras argumentaram para explicar a função do 0 (zero) em um sistema posicional. Esse argumento é válido porque está vinculado à introdução do 0 (zero) nos sistemas posicionais. Por exemplo, no número 1 205 o zero é usado como “mantenedor de lugar” (NUNES e BRYANT, 1997). Está desempenhando a função de diferenciar quantidades.

No entanto, percebemos também que o 0 (zero) se apresentou como uma situação conflitante para as professoras. Ao que parece, o conflito se estabeleceu quando não se compreendeu que o zero representa (nos números que estavam em discussão: 1 205 e 808), ao mesmo tempo, a ausência de quantidade e a presença de uma posição. Conforme já apontamos, se essas duas idéias não estiverem bem coordenadas, é possível que se tente definir um valor para o 0 (zero). Na operação que estava sendo considerada, as professoras atribuíram um valor para o 0 (zero) colocado no lugar das dezenas. Essa situação pareceu revelada nos extratos dos protocolos, quando as professoras expressaram – *“Ele está representando uma centena e dez dezenas”* – *“Então esse zero, ele representa 10 dezenas”* – *“O valor relativo dele ali vale o quê? Oitocentos”*.

A compreensão de que o zero representa ao mesmo tempo a ausência de quantidade e a presença de uma posição são aspectos imprescindíveis para a representação do zero na escrita numérica e para a compreensão dos procedimentos envolvidos nos algoritmos. A esse respeito, Duarte (1987) esclarece sobre a importância de o professor compreender a função do zero:

> Criar o zero talvez tenha sido o passo mais difícil e mais importante da história da Matemática. E é interessante notar que essa dificuldade encontrada pela humanidade em relação ao zero se reflete no aprendizado dos educandos, pois existe quase sempre uma certa dificuldade na aprendizagem de números e operações envolvendo o zero. É uma etapa histórica que se reflete no aprendizado do educando independentemente de o educador programar seu aparecimento. Aliás, o educador precisa justamente programar seu fazer pedagógico no sentido oposto, no sentido de minimizar essa dificuldade ao máximo, pois, se o educando não compreender a função do zero no sistema de numeração, ele não entenderá a lógica desse sistema (DUARTE, 1987, p. 66).

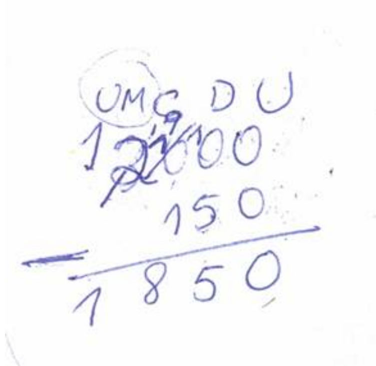
c) *Compreensão do algoritmo da subtração*.

Ao solicitar às professoras que tentassem explicar a sua maneira de ensinar os algoritmos, percebi que elas se envolveram num processo de reflexão sobre o ensino desses algoritmos. Pude perceber que antes de terem sido solicitadas a explicar a sua maneira de ensinar, as professoras não haviam se questionado sobre o ensino dos algoritmos, a fim de tentar compreendê-los.

As conversas foram revelando que as professoras pareciam não ter clareza dos fundamentos do algoritmo da subtração, como observaremos em algumas de suas falas.

<u>Situação 1</u>:

A seguir há o extrato da transcrição da fala da professora P2, ao relatar como explicaria para os seus alunos a operação 2 000 – 150 por meio do algoritmo convencional da subtração. Segue o registro realizado por ela em relação a essa operação:



P2 - Primeiro sempre lembrar que o de cima é quanto eu tenho e o debaixo é quanto vai tirar, para lembrar sempre a questão de que o maior sempre em cima. Daí eu começo: aqui sempre tenho dúvida... zero para zero; cinco pra zero ou tira zero do zero. Acho mais fácil explicar no caso, pra gente explicar o funcionamento, zero pra zero.

No decorrer das conversas, a professora P2 já havia manifestado dúvidas em relação a qual procedimento utilizar para resolver o algoritmo da subtração (decomposição ou compensação). Isso está evidenciado no extrato destacado anteriormente.

Para essa professora, havia modos diferentes para resolver o algoritmo da subtração. Ela mesma explicitou que havia dois modos e tinha dúvidas em relação a qual utilizar, conforme observamos em outros extratos:

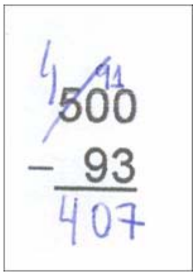
P2 - São duas idéias!

I - E você vai trabalhando concomitantemente as duas.

P2 – É Isso que eu tenho dúvida, o que seria o ideal.

No próximo extrato, a professora P2 estava comentando sobre o registro escrito realizado pela professora P1 em relação ao algoritmo para a operação 500 – 93. A professora P1 expôs, por escrito, a maneira como ensinaria esse algoritmo para os seus alunos. O registro da professora P1 encontra-se a seguir:

Na subtração ao lado temos que emprestar das outras unidades para poder resolvê-la. Temos que respeitar o valor e a posição de cada número.
Devemos emprestar 1 da casa da centena que passará a valer 4, a dezena vale 10 só que ela terá que emprestar também para a casa da unidade e então passará a valer 9 e a casa da unidade valerá 10. Aí então posso começar a resolver.
10 – 3 = 7
9 – 9 = 0
4 = 4



P2 - Aquela minha preocupação, que eu tenho, se tira ou é para chegar. Qual idéia que faz.
P2 – Não deu para perceber se a professora P1 fala 3 para 10 ou 10 tira 3. Que é essa a minha dúvida. Eu acabo fazendo as duas coisas, sempre, e não sei se não estou confundindo a cabeça da criança.

Observamos que a professora P2, além de expressar sua dúvida em relação a qual processo utilizar para explicar a operação de subtração, também questionava o próprio modo como explicou o algoritmo: “eu acabo fazendo as duas coisas, sempre, e não sei se não estou confundindo a cabeça da criança”.

É possível ainda observar esse mesmo questionamento em outro extrato referente à operação 2 000 – 150.

I – Você está falando 5 pra chegar no zero...
P2 – É. Até posso fazer... agora tenho 10 dezenas dá pra tirar. Só que na hora de começar o mecanismo, começa: 5 para 10 faltam? Faltam 5. Aqui, 1 para chegar no 9, faltam 8. E daí olha aqui: 1 não tem nada, não tira nada, fica 1. Será que não está misturando muito cálculo?

Observamos que no registro escrito a professora utilizou o algoritmo da decomposição para resolver a operação. No entanto, ao explicar a resolução, ela entrou em conflito porque surgiu a dúvida sobre qual algoritmo utilizar: da decomposição ou da compensação. Isso pareceu revelar indícios de que há compreensão parcial sobre a operação de subtração. O seu registro escrito revelou o uso do algoritmo da decomposição e a sua fala apresenta indícios de que ao explicar para o aluno, ela utilizaria procedimentos referentes aos dois algoritmos (da decomposição e da compensação).

Quando se utiliza o algoritmo da compensação, a idéia da subtração que está sendo aplicada é a comparação entre duas quantidades. E quando se utiliza o algoritmo da decomposição, a idéia da subtração é a de retirar certa quantidade de outra.

Nesse sentido, há razões para supor que a professora compreendia parcialmente as idéias da subtração aplicadas aos algoritmos dessa operação. Esse aspecto acabou gerando dúvidas em relação à utilização dos algoritmos da decomposição e da compensação. A própria professora pareceu expressar preocupação em relação a esse fato quando manifestou: “Será que não está misturando muito cálculo?”.

<u>Situação 2</u>:

Ainda em relação à operação 2000 – 150, a professora P3 expressou qual algoritmo ela aprendeu para resolver a operação de subtração e o modo que utilizou para ensinar os seus alunos:

I - Qual você usa na sala?
P3 - Eu uso mais esse de tirar do total aqui, o que a professora P1 fez: 10 tira 5.
I - Mas às vezes você faz como a professora P2 falou?
P3 - Eu adoto os dois, porque têm aqueles alunos que entendem melhor esse aqui. Têm aqueles que já conseguem tirar 10, tira 5. Agora, tem aluno que tem de falar: se você tem 5 pra chegar no 10. Aí eles têm que até contar: cinco, seis, sete, oito, nove, dez. Tem aluno que precisa. E tem aluno que já tem a noção do total, pega 10 e tira 5.

Nos extratos apresentados, nas situações 1 e 2, percebemos que houve dúvidas das professoras relacionadas à utilização dos algoritmos da subtração.

Miranda (1987), em sua investigação, relata que os procedimentos envolvidos nos algoritmos escolares geralmente envolvem “apenas a manipulação de símbolos sem a correspondente manipulação de quantidades” (MIRANDA, 1987, p. 156).

Ruiz e Nascimento (1993) esclarecem que Reed e Lave (1981) chamam de *manipulação de símbolos* o “como fazer”, sem que signifique que saibam o porquê do fazer.

Em relação ao algoritmo da subtração, a interpretação dos dados obtidos nessa investigação pareceu indicar que as professoras encontravam-se nessa situação: do saber fazer, mas não saber explicar o porquê do fazer.

As professoras incorporaram em suas falas os procedimentos do algoritmo da decomposição e da compensação. Embora qualquer um deles constitua um processo válido para determinar o resultado da operação, o algoritmo da decomposição permite “atribuir significados e trabalhar com ‘manipulações de quantidades’ (Reed e Lave, 1981). Pela decomposição, o ensino da subtração se aproxima das estratégias utilizadas pelas pessoas quando utilizam a matemática na vida diária (Carraher, Carraher e Schliemann, 1983)” (RUIZ e NASCIMENTO, 1993, p. 49).

Duarte (1987) também argumenta que é mais fácil compreender primeiro o algoritmo da decomposição, pois:

> A técnica de decomposição é uma aplicação direta dos princípios do sistema de numeração. A relação de correspondência um-para-dez, que é a base do sistema de numeração, também é a base do empresta-um, isto é, do procedimento de se tomar uma das dezenas e trocar por dez unidades, utilizado na técnica de decomposição” (DUARTE, 1987, p. 45).

2. *Compreensão das professoras sobre o processo de ensino e aprendizagem dos algoritmos*:

d) Utilização de material concreto

Schliemann, Santos e Costa (1995) apontam que muitos professores têm a idéia de que a manipulação de material concreto garante a aprendizagem da Matemática. Essas pesquisadoras apontam estudos (HART, 1987; HART e SINKINSON, 1988; DAVIS e MCKNIGHT, 1980) que têm demonstrado que a forma como os materiais concretos vêm sendo utilizados não garante a compreensão de conceitos matemáticos.

Minha experiência profissional também permitiu perceber que para muitos professores a criança aprende certo conceito matemático por meio da manipulação de materiais concretos. E que a simples apresentação e manipulação do material são suficientes para a compreensão de tal conceito.

Ao analisar o protocolo das transcrições das sessões de trabalho, observamos sinais de que as professoras participantes desse estudo também atribuíam a alguns materiais concretos (material dourado e quadro valor de lugar) a "responsabilidade" pela compreensão, por parte dos alunos, dos algoritmos das operações de adição e de subtração.

Pretendemos analisar a seguir duas situações relativas à utilização de material concreto.

<u>Situação 1</u>:

Em alguns momentos, as professoras se referiram à utilização desses materiais como um recurso importante, principalmente para os alunos que têm dificuldade em compreender os referidos algoritmos. Observamos essa relevância dada aos materiais em suas falas:

P2 – Uma coisa que esqueci de falar que é muito importante...
Nunca trabalho uma operação assim sem primeiro trabalhar no material dourado. Muitas das explicações são termos usados quando eles estavam fazendo com o material dourado.

P1 – Se já foram acostumados a trabalhar com material dourado, eles pegam tudo num instante.
... A criança que não foi bem trabalhada com a parte do concreto ela não entende, se ela não vai sistemático ali, ela não consegue compreender, sem o apoio de um material que ajude.

P1 - Quando dou aula de apoio para o aluno que tem dificuldade, a gente monta ali o quadrinho (*a professora se refere ao quadro valor de lugar*).

P2 - ... Agora eu não estou mais fazendo. Mas é muito importante. Trabalhando com o material dourado e com esse quadrinho ao mesmo tempo utilizando o material e estar sistematizando, então você faz lá no quadro (*refere-se ao quadro-de-giz*), o quadro (*refere-se ao quadro valor de lugar*) . Lá eles fazem no concreto representando o quadro (*quadro valor de lugar*). Eles vão, então você vê a diferença do início do ano, um grande número não tinha essa. .... E isso tenho comprovado lá no portfólio deles.

P3 - Por isso que é bom trabalhar o quadro valor de lugar com as crianças.
Pra gente, entra Piaget, que está no estágio formal concreto, já está sendo difícil, imagine para uma criança em desenvolvimento. Essa coisa veio bem legal para discutir. Por isso que a gente tem que usar material concreto, valor de lugar.

P2 - ... eu sempre lutei, batalhei para trabalhar com o material concreto. Eu acho que facilita bastante.

Situação 2:

Para uma das professoras, o material concreto é importante até certo momento do processo ensino e aprendizagem, como se observa no extrato a seguir:

P2 - Eu mostro: 15 unidades tem dezena e 5 unidades. Então a dezena vai com dezena e unidade com unidade.
I - Você mostra... Mostrando com material, você fala.
P2 - Não, depende. Hoje lá na minha sala eu já não mostro mais com material. Eu lembro. Quando você fala isso aqui, você tem que estar sempre lembrando. Não vai ficar usando material dourado até o final da 4ª série.

Spinillo e Magina (2004), à luz de observações em sala de aula, de entrevistas com professores e de pesquisas produzidas (SCHLIEMANN, SANTOS e COSTA, 1992; SELVA, 1998; VASCONCELOS, 1998; LAUTERT e SPINILLO, 1999), refletiram a respeito de alguns “mitos” sobre a educação matemática e suas conseqüências para o Ensino Fundamental. Entre esses mitos, o material concreto é mencionado como um recurso amplamente adotado no ensino da matemática nas séries iniciais. Em nosso estudo também percebemos pela fala das professoras que o material concreto é adotado como um recurso para o ensino da Matemática.

No entanto, os extratos apresentados na situação 1 permitiram supor que as professoras atribuíam importância ao material concreto sem, no entanto, perceberem que a “mera presença de objetos e sua manipulação são insuficientes para garantir a compreensão matemática” (SPINILLO e MAGINA, 2004, p. 12).

Selva (2003) aponta que na utilização de materiais concretos, o mais importante é o modo como se trabalha com o material. Esse modo está relacionado à produção de situações que permitem aos alunos estabelecer e analisar relações de forma que essas situações possam auxiliá-los na compreensão do conceito matemático em questão.

Os estudos (HART, 1987; HART e SINKINSON, 1988; DAVIS e McKNIGHT, 1980) referidos por Schliemann, Santos e Costa (1995) sobre a aprendizagem do algoritmo da subtração e do valor posicional indicam que:

- as atividades em que as crianças utilizam material concreto, nem sempre correspondem isomorficamente às transformações escritas utilizadas nos procedimentos envolvidos no algoritmo;
- professores e alunos **não** estabelecem uma relação entre as ações realizadas com o material concreto e a formalização matemática. Os professores porque não explicitam essa necessidade e os alunos porque não percebem essa relação.

No que se refere à utilização de materiais concretos, Schliemann, Santos e Costa (1995) nos esclarecem que “não é o uso específico do material concreto, mas, sim, o significado da situação, as ações da criança e sua reflexão sobre essas ações que são importantes na construção do conhecimento matemático” (SCHLIEMANN, SANTOS e COSTA, 1995, p. 101).

e) Ensinar por automatização

Ao analisar o protocolo das transcrições das sessões de trabalho, observamos que duas professoras consideraram que a automatização de conceitos era importante. A palavra automatização pode significar algo que se realiza por meios mecânicos, praticado pela força do hábito. Analisaremos a seguir extratos que indicam a importância que as professoras atribuíram à automatização:

P2 - O ensino está tão..., decaindo a qualidade do ensino, que você questiona. Primeiro foi uma inovação só! Tudo bem ela trabalhou no concreto. É super válido. Trabalhou no papel, mostrou, né. Só que, veja, é que nem leitura. O que está acontecendo agora. Vamos sistematizar. Vamos tomar a leitura. Ba be bi bo bu. Entende! Eu acho que a conta também. A criança não entende. Mas ela tem que sistematizar, ir fazendo. **Eu acho que quanto mais ela fizer, mais ela aprende**.

P2 - Hoje eu percebi que a minha turma não está entendendo multiplicação. Então o que eu faço. Eu paro, retomo, mostro tudo de novo. Como que foi que trabalhamos. Mas o que é que vai fazer essa criança melhorar? **É o treino**. **É ela fazer**. Ela tem que entender, mas tem que fazer. Então, hoje sou contra você trabalhar a conta isoladamente. Tudo bem. Eu acho até que para introduzir uma idéia, estilo, você põe uma situação-problema. **Mas você tem que ter o momento que você passa um monte de conta sim!**

P1 - Para **quem já está craque** na subtração independe do método, mas para aqueles que têm dificuldade eles não sabem 5 para 10, tem que ter o 10 pra tirar o 5.

Frases como "É o treino. É ela fazer", "Mas você tem que ter o momento que você passa um monte de conta sim!" e "quem já está craque" sugerem uma valorização do ensino dos algoritmos por meio da automatização de seus procedimentos.

O fato de essas professoras expressarem que o *treino* é importante, pareceu indicar que para elas a repetição de atividades envolvendo os algoritmos convencionais pode levar o aluno a compreender o significado desses algoritmos.

Entretanto, há certo consenso em relação ao fato de que o ensino da Matemática não deve estar fundamentado na automatização de conceitos. Para Serrazina (2003), a idéia de que a Matemática consiste apenas no domínio de regras e procedimentos está sendo ampliada pela idéia de que os alunos devem compreender os conceitos matemáticos e serem capazes de explicá-los.

3. *Comunicação das professoras sobre o seu modo de ensinar os algoritmos*:

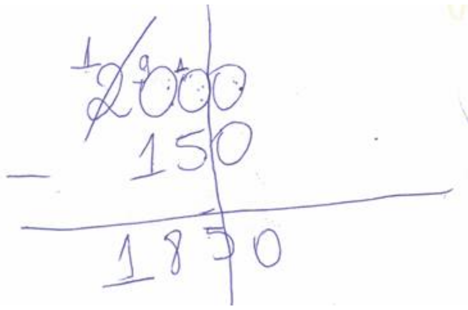
f) Linguagem utilizada para explicar o algoritmo convencional

Observamos que as professoras praticamente não demonstraram dúvidas para resolver e expor por meio da linguagem verbal como ensinavam o algoritmo convencional para a operação de adição. No entanto, com relação à linguagem verbal utilizada para explicar o algoritmo convencional para a operação de subtração, observamos que houve momentos em que essa linguagem pareceu não ser adequada.

A seguir estão transcritos os extratos das falas das professoras explicando como ensinariam o algoritmo da operação 2 000 – 150.

<u>Situação 1</u>:

I – a professora P1 vai iniciar a explicação da subtração 2 000 – 150. Imaginando que você estivesse explicando isso para seus alunos: o que você fala para eles, como você fala?



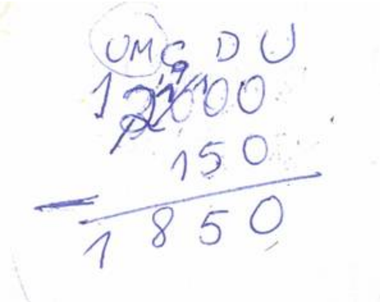
P1 – primeiro a gente tem que começar observando o valor total de cada número, aqui tenho 2 mil, e do número 2 mil vou ter que tirar 150 para ver o resultado final. Essa conta começa de trás para frente: da unidade, partindo para a dezena, para a centena e para a unidade de milhar. Para eu tirar zero do zero não preciso fazer conta nenhuma – zero menos zero dá zero, aí tenho que tirar 5 da dezena. E na dezena aqui tenho zero, então, como não posso tirar vou ter que emprestar da centena. Mas na casa da centena também tem zero, então vou ter que partir para a unidade de milhar. A unidade de milhar que era 2 mil agora vai passar a valer mil, emprestei 100 para a unidade da centena ... pausa ... emprestei aqui, só que a centena vai ter que emprestar para a dezena. Então a dezena vai passar a valer 10 e a centena 9. Então vai ficar 910. Então, 10 menos 5, vai ficar 5; 900 menos 100 vai ficar 800 e abaixa o número 1 porque não tem nada pra tirar.
O resultado final deu 1 850.

É possível observar que ao explicar essa operação, a professora P1 afirmou que não era necessário realizar nenhuma operação para encontrar o resultado de zero menos zero. Entretanto, ela realizou uma operação de subtração ao afirmar que "zero menos zero dá zero". Observamos também que ao utilizar a expressão "tirar 5 da dezena" ela não fez referência ao valor que deve ser retirado das dezenas (no caso, retirar 5 dezenas das 10 dezenas). Quando utilizou a expressão "abaixa o número 1", também não fez referência adequada ao valor que esse algarismo representa (no caso, 1 unidade de milhar).

Além disso, ao decompor o número 2 000, a decomposição que ela explicitou oralmente pareceu modificar parte do minuendo quando ela afirmou que "então vai ficar 910". Isso pareceu ocorrer justamente porque ela não atribuiu significado à quantidade presente na ordem das dezenas, ao afirmar que "a dezena vai passar a valer 10". Ao fazer isso, ela não estava considerando o valor posicional, pois são 10 dezenas e não simplesmente 10 (como se fossem 10 unidades). Ao que me pareceu, a linguagem verbal utilizada na explicação dada pela professora pode interferir na compreensão dos procedimentos envolvidos no algoritmo no momento em que a professora for estabelecer uma comunicação com os seus alunos.

<u>Situação 2</u>:

Apresentamos, agora, parte da explicação do algoritmo da operação 2 000 – 150 e seu respectivo registro, realizados pela professora P2:



P2 – Tem que tirar 150 de 2 000, agora vamos começar. Começa primeiro nomeando as ordens: unidade, dezena, centena e unidade de milhar. Daí começa, começa com as unidades. Aí é que eu digo que vem a dúvida. No caso, agora, tenho o zero. Se eu tirar o zero do zero, continua zero, não tirei nenhuma unidade da unidade, então continua zero. Agora, quero tirar 5 e não tem nenhuma dezena aqui, zero dezena. Eu posso tirar 5 do zero? Vou responder, não. Então vai para o vizinho, vai pra centena, também não tem. Vai para a unidade de milhar. A unidade de milhar tem duas unidades de milhar, daí ela vai emprestar, uma unidade de milhar vai ficar com... tinha duas, emprestou uma, essa unidade de milhar vai ao banco, troca, e daí lembro... (nesse momento a professora P2 relatou que ela procura fazer com que os seus alunos se lembrem de um trabalho já realizado com o material dourado) que vale dez centenas. Troca por 10 centenas. Emprestou lá, daí ficou com 10 centenas. Agora tenho 10 centenas. Posso emprestar para as dezenas? Posso. Então, se eu tirar uma centena de 10 centenas, vão ficar 9 centenas. Emprestei uma centena, uma centena vale quanto? Vale 10 dezenas. Agora fiquei com 10 dezenas, aí é que vem: primeiro eu posso tirar agora 5 para 10, faltam... entendeu? **Aí que eu acho que eu não sei se não faz confusão?**

I - Você fala assim para eles?

P2 – Eu falo: posso tirar 5 do zero? Não, mas agora dá. Agora vem lá: 5 para chegar no 10 faltam ... Entendeu! Aí acho que é uma incoerência.

I - Quando se defronta com essa situação na sala você fala assim: 5 pra chegar no 10?

P2 - Sim.

I - O que você está achando que é incoerente?

P2 - Primeiro pela hipótese de tirar 5 de zero e agora 5 pra chegar no 10. Não sei, eu penso, mas vejo que a criança entende.

Embora a professora P2 tivesse estabelecido adequadamente as correspondências entre as ordens dos números envolvidos nessa operação, ela mesma percebeu que em sua linguagem verbal houve incoerência no modo de explicar o algoritmo da subtração, pois utilizou procedimentos do algoritmo da decomposição e da compensação. As professoras não se referiram a essas nomenclaturas quando utilizaram procedimentos envolvidos nesses algoritmos.

Ao que parece, a falta de clareza sobre qual algoritmo utilizar em situações como essa, produziu incoerências no uso da linguagem verbal utilizada pela professora.

Observamos em outro extrato, ainda em relação à operação 2 000 – 150, que a professora P2, ao se referir a alguns algarismos, utilizou-se de uma linguagem verbal que não considerava o valor posicional desses algarismos.

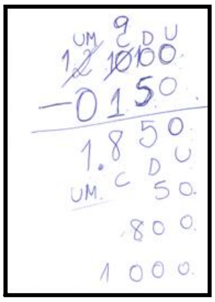
I – Você está falando 5 pra chegar no zero...

P2 – É. Até posso fazer... agora tenho 10 dezenas dá pra tirar. Só que na hora de começar o mecanismo, começa**: 5 para 10** faltam? Faltam 5, né. Aqui **1 para chegar no 9**, **faltam 8**. E daí olha aqui: **1 não tem nada, não tira nada, fica 1**.

Notamos que, no início da explicação, a professora utilizou uma linguagem em que considerava o valor posicional do algarismo. Em seguida, ela mesma expressou que esse procedimento estava automatizado e utilizava uma linguagem verbal que não considerava o valor posicional dos algarismos.

<u>Situação 3</u>:

A seguir está a parte da explicação do algoritmo da operação 2 000 – 150 e seu respectivo registro, realizados pela professora P3:



P3 - Tenho aqui 2000, de 2000 tenho que tirar 150. Vou pegar o 2000, vamos classificar na ordem – zero unidade; zero da dezena; zero de centena e esse aqui é unidade de milhar, o 2. Então vou começar pela unidade. De zero, dá pra tirar zero? Não tem nada. Não tira nada lá. Agora, você tem zero, você pode tirar 5 de zero? Não, né! Você tem que fazer o quê? Emprestar. Você pode emprestar de zero? Também não, do zero da centena. Vou emprestar da onde? Da unidade de milhar. Então tem duas unidades de milhar, emprestou uma unidade de milhar para a centena. Ficou com uma unidade de milhar. Agora aqui, você tem 10 centenas. Pode emprestar para a dezena? Pode. **De dez centenas, tira uma dezena que fica valendo 10** e que fica valendo o quê? Nove centenas. Agora tenho 10 dezenas, posso tirar 5 dezenas? Pode. Quanto que vai dar? Cinco dezenas. Agora, tenho 9 centenas, posso tirar uma centena? Dá pra tirar, fica quanto? Oito centenas. E uma unidade de milhar não tem nada pra tirar. Quando não tem nada pode completar com zero. O último não tem nada pra tirar, vai ficar o quê? Uma unidade de milhar. Então, dois mil menos ou tirando 150, vão ficar com quanto? Com 1850. Ou zero unidade, cinco dezenas, oito centenas e uma unidade de milhar.

I - Você sempre faz assim na sala, colocando embaixo o valor que representa cada algarismo do resultado.

P3 -... É eu faço assim... Faço a tabelinha - quadro valor de lugar. E também, às vezes, escrevo por extenso: mil oitocentos e cinqüenta e faz correspondendo – valor absoluto e relativo. Valor absoluto: zero, cinco, oito, um; daí valor relativo: zero, **5 vale por cinqüenta**, o 8 vale o quê? oitocentos e o 1 vale mil. Uma unidade de milhar vale quanto? Mil; 8 centenas valem quanto? 800; **5 dezenas valem quanto? 50**; zero unidade vale zero.

Acho importante que fique bem claro o valor absoluto e relativo para a divisão.

Nesse extrato, observa-se que em alguns momentos a linguagem verbal utilizada pela professora, quando se referiu ao procedimento “de dez centenas, tira uma dezena que fica valendo 10”, pareceu não expressar que ao retirar de 10 centenas, 1 centena, fica-se com 9 centenas. Essa fala da professora chamou a atenção para o seguinte aspecto: não parece ser uma prática habitual refletir sobre o modo de ensinar e o porquê se ensina desse modo. Esse fato pode dificultar a compreensão dos procedimentos algorítmicos por parte do aluno.

Em outro momento, quando ela se referiu ao valor relativo dos algarismos do número 1 850, expressou o valor atribuído a cada algarismo de duas maneiras. Primeiramente, a professora atribuiu ao valor absoluto de cada algarismo um valor relativo, mas sem atribuir significado ao algarismo em função de seu valor posicional. Por exemplo, ela argumentou que “5 vale por cinqüenta”. Esse argumento pode conduzir a uma incompreensão sobre o valor relativo do algarismo 5, pois ele representa cinco dezenas e não simplesmente cinco unidades. Assim, nesse caso, teria sido conveniente ela dizer: *cinco dezenas correspondem a cinqüenta unidades*.

Em seguida, a referida professora atribuiu significado ao algarismo em função de seu valor posicional. Por exemplo: “5 dezenas vale quanto? 50”. Essas duas maneiras de expressar verbalmente a correspondência entre o algarismo e o valor atribuído a ele, em função de sua posição na escrita numérica, pode dificultar a compreensão dos procedimentos envolvidos no algoritmo no momento em que a professora for estabelecer uma comunicação com os seus alunos.

Situação 4:

Nos momentos em que a professora P1 expressou, por meio da linguagem verbal e de seu registro escrito, como explicava os algoritmos convencionais para os alunos, pareceu considerar que começar pela direita é a única possibilidade para efetuar os algoritmos da adição e da subtração. Observamos como ela enfatizou esse procedimento, em extratos dos protocolos e em seus registros escritos.

A respeito da operação 2 000 – 150:

P1 - ... . Essa conta começa de trás para frente: da unidade, partindo para a dezena, para a centena e para a unidade de milhar.

Em relação à operação 56 + 25:

P1 - ... a nossa operação é uma adição: 56 mais 25. Começando de trás para frente, vamos localizar a unidade e a dezena.

Começamos a resolver a conta (adição) a partir da casa da unidade e depois partindo para casa da dezena respeitando o lugar de cada nº (unidade e dezena)

Em relação à operação 397 + 808:

Começamos a conta a partir da unidade partindo para a dezena levando o número reserva e após resolvemos a dezena passando para a centena que vai formar um resultado com dois números que será a unidade de milhar.

Com relação ao fato de não se considerar a possibilidade de efetuar os algoritmos da adição e da subtração começando pela esquerda, Duarte (1987) nos esclarece que:

> [...] na história da humanidade, esse procedimento foi utilizado por muito tempo até que se descobriu que começando pela direita facilita-se o processo de cálculo. É tudo, então, uma questão de conhecer o caminho mais fácil e não uma questão de certo ou errado. Evidentemente que seria um erro da minha parte não transmitir aos alunos esse conhecimento que a humanidade já adquiriu, isto é, de que começar pela direita é mais fácil no caso de certas adições por escrito. Os alunos não precisam passar por essa etapa que a humanidade passou, mas eles precisam saber que começar pela direita não é o único meio correto de efetuar adições por escrito (DUARTE, 1987, p. 151).

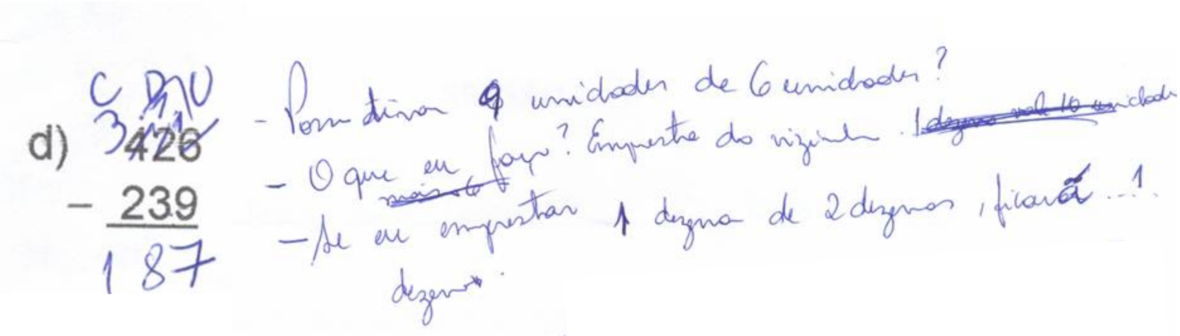
Das interpretações apresentadas, inferimos que, se os algoritmos das operações aritméticas estão vinculados às propriedades básicas do sistema indo-arábico, sobretudo ao princípio do valor posicional, parece imprescindível compreender tal princípio. Entretanto, pareceu haver falta de atenção relacionada a esse princípio quando as professoras se referiram ao ensino dos algoritmos convencionais. Se o princípio do valor posicional determina o **significado** dos símbolos, não parece ser conveniente utilizar uma linguagem verbal que desconsidere esse princípio.

g) Analogias utilizadas para explicar o algoritmo convencional

No extrato destacado a seguir observamos que a professora P2 utilizou de analogias para ensinar o algoritmo da operação 2 000 – 150:

P2 - ... . Eu posso tirar 5 do zero? Vou responder, não. Então vai para o **vizinho,** vai pra centena, também não tem. Vai para a unidade de milhar. A unidade de milhar tem duas unidades de milhar, daí ela vai emprestar, uma unidade de milhar vai ficar com... tinha duas, emprestou uma, **essa unidade de milhar vai ao banco**, troca, ...

O uso da analogia “vizinho” também pode ser observado no registro escrito da professora ao explicar para os seus alunos como resolveria a operação 426 – 239:



A respeito do uso de analogias, frases como “então vai para o vizinho” e “essa unidade de milhar vai ao banco” podem interferir na compreensão dos procedimentos dos algoritmos, notadamente na questão do valor posicional. A palavra “*vizinho”* não garante, necessariamente, que se faz referência à posição imediatamente à esquerda daquela que está sendo considerada. Nesse sentido, ressaltamos as palavras de Zuffi e Pacca (2000), que contribuem para essa reflexão:

> No caso do ensino da Matemática, muitos pontos críticos e “ruídos” têm sido detectados na comunicação entre alunos e professores, nas salas de aula. Um destes pontos pode residir nos tipos de exemplos e analogias que os professores têm usado em sua linguagem, para proporcionar aos alunos maior compreensão de conceitos específicos em Matemática, de uma maneira que isso pode estar gerando visões limitadas ou distorcidas destes conceitos (ZUFFI e PACCA, 2000, p. 8).

Segundo Pimm (1990), essa mistura de linguagem comum e matemática pode acarretar problemas de comunicação entre o professor e os alunos.

A respeito da categoria *comunicação das professoras sobre o seu modo de ensinar os algoritmos*, foi possível observar a utilização de uma linguagem não adequada ao se referirem ao modo como ensinavam.

Foi ponderado anteriormente que autores como Menezes (2000) e Pimm (1990) apontam a importância de o professor valorizar a comunicação na sala de aula de Matemática, considerando que o papel da comunicação deve ser o de promover a compreensão da Matemática.

Para tanto, Machado (1991) aponta como necessária a mediação da língua materna no ensino da Matemática e descreve que é com o suporte da língua materna que os alunos constroem significados, partilham e comunicam os seus saberes e experiências matemáticas.

Assim, entende-se que a linguagem é o principal meio de comunicação entre professores e alunos e é importante que os professores comuniquem as idéias matemáticas de forma clara e significativa. Desse modo, para que o ensino dos procedimentos envolvidos nos algoritmos possa ter significado para quem aprende, é imprescindível que na sala de aula haja troca de idéias, questionamentos, interações entre professor e aluno e entre alunos, de modo que seja possível a compreensão dos referidos algoritmos.

Enfim, conforme apontamentos anteriores (indícios de minha experiência profissional, indícios de pesquisas e os resultados desse estudo) há razões para supor que a linguagem que o professor utiliza não parece adequada ao ensino dos procedimentos algorítmicos. Em função disso, ressaltamos as palavras de Onrubia quando relata que uma das características essenciais dos processos de interação professor/alunos em situação de sala de aula é “utilizar a linguagem da maneira mais clara e explícita possível, tratando de evitar e controlar possíveis mal-entendidos ou incompreensões” (ONRUBIA, 1997, p.142).

6 REFLEXÕES FINAIS

6.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo tratou de encontrar respostas à seguinte pergunta: *Que compreensões professoras das séries iniciais expressam sobre o ensino dos procedimentos envolvidos nos algoritmos convencionais da adição e da subtração com reagrupamento*?

Em decorrência dessa pergunta, foram estabelecidos objetivos para investigar tais compreensões. Conforme esclarecimentos anteriores, a interpretação dos dados obtidos ficou centrada nos seguintes objetivos:

1. de que modo as professoras expressam sua compreensão dos algoritmos convencionais da adição e da subtração com reagrupamento;
2. de que modo as professoras expressam suas compreensões sobre o ensino dos procedimentos envolvidos nesses algoritmos;
3. de que modo as professoras se referem à sua comunicação com os alunos ao ensinarem os referidos algoritmos.

As considerações apresentadas a seguir tomam como referência os objetivos apontados e permitem vislumbrar um entrelaçamento entre eles.

Como se pôde observar, a equipe de reflexão foi composta com a intenção de buscar respostas à pergunta norteadora deste estudo. A reflexão aconteceu nos momentos em que discutíamos sobre o modo como as professoras ensinavam os procedimentos envolvidos nos algoritmos convencionais e quando discutíamos as nossas compreensões sobre esses procedimentos. Assim, reflexão neste estudo implicou trabalhar com as professoras, tendo por base os questionamentos apresentados por mim e por elas com o objetivo de ajudar a ampliar o nosso conhecimento sobre os algoritmos, sobre o seu ensino e sobre a comunicação com os alunos.

Os resultados obtidos por meio das sessões de trabalho, desenvolvidas com a equipe de reflexão, permitem supor que as professoras:

- têm uma compreensão parcial dos procedimentos envolvidos nos algoritmos convencionais, notadamente no algoritmo da subtração;
- embora manifestem a necessidade da compreensão dos algoritmos por parte dos alunos, elas valorizam o ensino dos algoritmos por meio da automatização de seus procedimentos a partir do momento que pressupõem que a aprendizagem tenha ocorrido;
- utilizam uma linguagem verbal que pode comprometer a comunicação com os alunos em sala de aula no momento em que ensinam esses algoritmos.

Esses resultados permitem considerar que é essencial ao professor realizar seu próprio processo de construção do conhecimento dos algoritmos para que possa ensiná-los de tal modo que seus alunos também construam esse conhecimento. Esse processo pode acontecer tanto na formação inicial quanto na formação continuada, sendo a prática docente um importante elemento que permite uma reflexão sobre as próprias compreensões em relação aos algoritmos.

A análise desses resultados aponta similaridade com aspectos apresentados em algumas pesquisas recentes (Rodrigues, 2001; Teixeira, 2002; Gregolin, 2002; Curi, 2004). A seguir destacamos alguns aspectos apontados por essas pesquisas.

Rodrigues (2001) realizou um estudo com professoras de 2ª e 4ª séries do Ensino Fundamental e analisou as respostas dessas professoras às atividades que envolviam números naturais. As respostas fornecidas pelas professoras, no estudo citado, evidenciaram que a compreensão dos princípios e das regras do sistema de numeração decimal é superficial e que os procedimentos envolvidos no algoritmo convencional da subtração pareceram ser de difícil compreensão para algumas dessas professoras.

O estudo desenvolvido por Rodrigues (2001), evidenciou uma compreensão parcial do processo de agrupamentos e trocas que caracteriza o sistema de numeração decimal. Ao observar esse fato, Rodrigues (2001, p. 78) relata que “esse problema é crucial e certamente constitui um dos obstáculos para a compreensão, por exemplo, de procedimentos usados nas técnicas operatórias”.

Com relação à formação dos professores de Matemática das séries iniciais do Ensino Fundamental, Teixeira (2002) evidencia dois aspectos relevantes: “uma compreensão mais ampla e profunda do conceito e um conhecimento a respeito do processo de aprendizagem do mesmo e dos principais obstáculos que, no geral, os alunos enfrentam para a compreensão do conceito” (TEIXEIRA, 2002, p. 211).

Gregolin (2002) desenvolveu uma investigação com professores de 3ª e 4ª séries do Ensino Fundamental sobre o estudo das operações com números naturais. Nas considerações sobre esse estudo, Gregolin relata que o ensino dos “conhecimentos dos saberes institucionais” nem sempre se pauta na compreensão. E ainda, na aprendizagem dos algoritmos convencionais, a compreensão pode estar subestimada. Nesse sentido, Gregolin descreve que:

> A destinação de um espaço significativo - no curso de formação do professor das séries iniciais do ensino fundamental - para o estudo da matemática a ser ensinada, é necessária, mas não suficiente. A compreensibilidade do conhecimento matemático escolar, em muitos de seus componentes, pode não estar satisfatória (GREGOLIN, 2002, p. 153).

Em outro estudo recente sobre a formação de professores polivalentes, Curi (2004) aponta os resultados de uma pesquisa sobre o conhecimento dos professores, realizada pela Fundação Carlos Chagas, em 2001, que “indicaram a existência de ‘lacunas’, tanto em termos de conhecimentos matemáticos, envolvidos nas questões propostas, como na área de conhecimentos didáticos e curriculares” (CURI, 2004, p. 36). Essa pesquisadora também aponta estudos realizados por Oliveira e Ponte (1996) em que esses pesquisadores, ao analisarem investigações sobre a formação de professores de Matemática, indicam que o “conhecimento dos professores e futuros professores sobre conceitos matemáticos e sobre a aprendizagem desta disciplina é muito limitado e, frequentemente, marcado por sérias incompreensões” (CURI, 2004, p. 35).

Além da similaridade com aspectos apresentados nas pesquisas citadas, os resultados obtidos no presente estudo sustentam o que havíamos enunciado na introdução desse estudo, ou seja, a existência de indícios de que o ensino dos algoritmos está centrado na transmissão de procedimentos, de forma mecanizada, e algumas vezes, desprovido de compreensão por parte de quem ensina esses procedimentos de cálculo.

Em minha experiência profissional, desenvolvida com professores de todas as regiões do país, pude observar sinais de que esse modo de ensinar os algoritmos se mostra ineficaz, por dois motivos. Primeiro, por não ser sustentado por uma compreensão, por parte de professores, dos princípios matemáticos subjacentes aos procedimentos envolvidos nos algoritmos convencionais da adição e da subtração. Segundo, pelo uso de uma linguagem não adequada que pode comprometer a compreensão dos referidos algoritmos. Tais aspectos também puderam ser observados no modo como as professoras participantes desse estudo se referiram ao ensino desses algoritmos.

Outras pesquisas (CARRAHER e SCHLIEMANN, 1983; FRAGA, 1988; CARRAHER, CARRAHER e SCHLIEMANN, 1995; MENDONÇA, 1996; SANTOS et al., 2005) apontam que os professores enfatizam o ensino dos algoritmos convencionais e que o resultado desse ensino é a utilização mecânica desses algoritmos.

Os indícios observados em minha experiência profissional, aliados aos resultados do presente estudo, fortalecem o resultado apontado pelas pesquisas citadas, ou seja, de que há uma ênfase no ensino do procedimento algorítmico sem a devida preocupação com a compreensão dos conceitos envolvidos.

Considerando que o processo de ensino e aprendizagem da Matemática tem se voltado para a construção dos conceitos pelos alunos, e não mais pela mera busca da resposta correta, da mecanização de procedimentos, visando apenas ao modo correto de aplicá-los, parece ser extremamente pertinente levar em consideração os resultados apresentados no presente estudo.

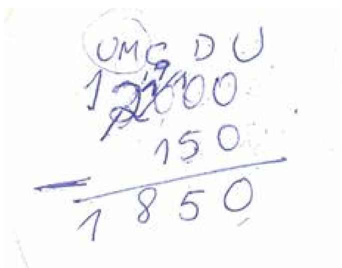
No que se refere à mecanização de procedimentos, vale ressaltar as palavras de Kamii e Joseph (2005), quando relatam que o modo como os algoritmos com agrupamento são ensinados instiga a "desensinar" o valor posicional, incentivando as crianças a pensarem em todos os algarismos como unidades.

Os resultados do presente estudo e os indícios ponderados anteriormente, indicam a presença de procedimentos que podem contribuir para "desensinar" o valor posicional. Além disso, a linguagem verbal utilizada pelo professor reforça essa possibilidade de "desensinar", quando se refere aos algarismos como unidades, não preservando o valor posicional de cada um. Esses aspectos podem contribuir para um ensino em que a compreensão dos procedimentos de cálculo não ocorra.

Assim sendo, salientamos a importância de o professor utilizar uma linguagem adequada ao ensinar os referidos algoritmos. Nesse sentido, ressaltamos as palavras de Onrubia (1997), quando expõe que a linguagem deve ser utilizada a fim de evitar possíveis incompreensões.

Considerando especificamente o algoritmo da subtração, no capítulo dois há indicações de que o modo como esse algoritmo é ensinado ocasiona para os alunos uma série de dificuldades na compreensão do referido algoritmo. Este estudo apontou também que as professoras participantes têm uma compreensão parcial dos procedimentos envolvidos nos algoritmos da subtração. Esse problema, no entanto, não é localizado, pois a esse respeito Serrazina (1999) desenvolveu um estudo com professoras das séries iniciais, de uma escola da área de Lisboa, relatando que essas professoras apresentaram incompreensões em relação ao algoritmo da subtração. E em relação a esse aspecto, concordamos com as palavras dessa pesquisadora ao descrever que “parece altamente problemático que tenham ajudado os seus alunos a aprender coisas que elas não compreendiam” (SERRAZINA, 1999, p. 159).

A respeito da linguagem utilizada para explicar o algoritmo convencional, observamos, nos extratos que foram analisados, a utilização de expressões que podem comprometer a compreensão dos procedimentos envolvidos no algoritmo da subtração. O termo “emprestar” foi utilizado em vários momentos sem atribuição de significado a ele. Expressões como “1 para chegar no 9, faltam 8” podem levar a uma compreensão de que, por exemplo, o algarismo 1 representa apenas uma unidade em vez de uma centena, como no caso da operação que estava em discussão:



Temos enfatizado que na comunicação com os alunos, o papel da linguagem é essencial no processo de ensino e aprendizagem. A literatura aponta que, na realidade escolar, a linguagem do professor é um elemento mediador entre o aluno e o objeto de conhecimento. Nesse sentido, Zuffi e Pacca (2000, p. 12) ressaltam que “não se podem negar as relações fundamentais existentes entre os sujeitos que adquirem os conhecimentos e a linguagem que os expressa”.

Com relação à compreensão dos princípios matemáticos subjacentes aos procedimentos envolvidos nos algoritmos convencionais, a literatura consultada para este estudo indica a importância de se estabelecer tal compreensão antes de desenvolver habilidade para esses procedimentos. Para tanto, é fundamental que, ao ensinar os procedimentos, eles sejam justificados por meio desses princípios. E assim, se possa valorizar o importante papel dos algoritmos e não mais apresentá-los "como truques inventados por um mágico" (ZUNINO, 1995, p. 63, 64). O ensino dos algoritmos "como truques inventados", pode inibir a compreensão da criança.

Nesse sentido, aponta-se a importância de se formarem equipes de reflexão no interior da escola de modo que cada um dos professores envolvidos possa avaliar criticamente sua própria compreensão dos algoritmos e sua compreensão sobre o ensino dos algoritmos da adição e da subtração com reagrupamento e compará-las com as compreensões dos demais professores. E desse modo, possam reelaborar o seu próprio conhecimento a respeito do ensino desses algoritmos e perceberem a importância de se utilizar uma linguagem verbal adequada como apoio à construção desses conhecimentos pelos alunos.

A partir da literatura consultada, verificamos ainda que há muito tempo vem se discutindo a seguinte situação: o ensino dos algoritmos convencionais se realiza por meio de atividades mecânicas e repetitivas, sem levar em consideração os conhecimentos reais das crianças. E, ainda, traz indicações para que o professor permita às crianças organizar de forma coerente e compreensível os procedimentos envolvidos nos algoritmos compreendendo o porquê desses procedimentos.

Tal situação representa um impasse, pois, como observamos, neste e em outros estudos (RODRIGUES, 2001; TEIXEIRA, 2002; GREGOLIN, 2002; CURI, 2004), esse problema parece ainda não ter sido resolvido.

Nesse sentido, o presente estudo também instiga a refletir sobre o processo de ensino dos algoritmos, que parece ainda continuar centrado em procedimentos desprovidos de compreensão, tanto por parte de quem ensina como por parte de quem aprende.

Entendemos que o modo como o professor expressa suas próprias compreensões a respeito dos algoritmos e de seu ensino e também o modo como se refere à comunicação com seus alunos podem interferir diretamente no ensino e na aprendizagem desses algoritmos. Essa interferência pode contribuir para a manutenção de um ensino da Matemática centrado meramente na transmissão de regras, o que pode acarretar uma aprendizagem envolvendo essencialmente a fixação de conteúdos e o treino de procedimentos, ambos sem compreensão.

Assim, este estudo pode permitir aos professores “tomar consciência da importância de seu papel na produção de um saber e de um saber-fazer sobre o ensino que provoque a aprendizagem do aluno” (SOARES, 2002, p. 221). E ainda, pode contribuir para que os professores possam perceber que “ensinar Matemática implica tomar uma série de decisões, de forma consciente, sobre que parte dos conhecimentos matemáticos ensinar, em que momento é conveniente ensiná-los e de que forma pode ser mais adequado tratá-los de modo que sejam aprendidos” (SERRAZINA, 2003, p. 70).

A reflexão sobre a prática pode contribuir para que os professores possam ter condições, como coloca Serrazina (1999), referindo-se a Ball (1991), de perceber que não se pode ajudar as crianças a aprender coisas que nós professores não compreendemos.

Disso decorrem questionamentos sobre a formação de professores para as séries iniciais. Ao que parece, essa formação não está propiciando aos professores uma compreensão de conceitos matemáticos que lhes permita encaminhar situações de ensino que levem à aprendizagem, com compreensão, dos conteúdos pelos alunos.

Curi (2004) aponta que os resultados de investigações em Educação Matemática são pouco incorporados à formação de professores. Supomos que essa incorporação pode contribuir para que os professores compreendam melhor os conceitos matemáticos.

Nesse contexto, há razões para supor que ainda existem problemas a serem resolvidos, tanto na formação inicial como na prática docente. Este estudo aponta que parece ser necessária uma formação que proporciona aos professores a compreensão:

- dos algoritmos convencionais;
- sobre o ensino dos procedimentos envolvidos nesses algoritmos;
- do modo como se referem à sua comunicação com os alunos ao ensinarem esses algoritmos.

Assim, entendemos que os resultados desse estudo podem contribuir com um dos aspectos relacionados à formação matemática dos futuros professores, no sentido expresso por Santos et al. (2005) de que “a formação matemática deverá providenciar uma compreensão profunda da matemática que se vai ensinar” (SANTOS et al., 2005, p. 13).

6.2 CONSIDERAÇÕES COMPLEMENTARES

Além das considerações apresentadas em relação ao objeto de estudo dessa investigação, vale ressaltar outros indicadores importantes para o ensino dos algoritmos e para a formação continuada de professores.

Em relação ao ensino dos algoritmos, a literatura consultada instiga a pensar sobre a seguinte possibilidade: adiar o trabalho com os algoritmos convencionais, em geral, realizado na 2ª série do Ensino Fundamental, para séries posteriores. E dessa forma, intensificar nas séries iniciais o trabalho com procedimentos elaborados pelas crianças, de modo que permita a compreensão dos princípios subjacentes aos referidos algoritmos.

A esse respeito Brocardo, Serrazina e Kraemer relatam que uma condição que permita às crianças desenvolverem seus procedimentos é “retardar a aprendizagem dos algoritmos para poder dar possibilidade aos alunos de aperfeiçoar o seu sentido do número para poder aceitar o desafio dos algoritmos” (Brocardo, Serrazina e Kraemer, 2005, p. 10)

Segundo Zunino (1995), é preciso que haja um espaço apropriado na aula para que as crianças possam discutir e comparar as suas próprias idéias com os procedimentos convencionais.

Com relação à formação continuada, o estudo desenvolvido com as professoras, por meio de uma equipe de reflexão, mostrou que é possível formar um grupo, no interior da escola, de modo que seus participantes possam expor, sem receio, suas experiências, seus modos de fazer e de pensar, em relação ao ensino de conceitos matemáticos.

Por meio da reflexão sobre a prática, foi possível observar, no decorrer das sessões de trabalho, as dúvidas que as professoras expressavam em relação ao ensino dos algoritmos. Pode-se inferir que a equipe de reflexão, ao discutir as dúvidas apresentadas, possibilitou a reflexão sobre conceitos e procedimentos, pois permitiu observar que “a capacidade para reflectir emerge quando há o reconhecimento de um problema, de um dilema e a aceitação da incerteza” (OLIVEIRA e SERRAZINA, 2002, p. 31). Esses aspectos sugerem que se valorize a reflexão conjunta sobre a prática e o questionamento como fundamentais ao desenvolvimento profissional.

Os extratos dos protocolos ilustram o modo como a reflexão sobre o ensino dos algoritmos se desenvolveu na medida em que as professoras se envolveram nas sessões de trabalho, reconhecendo problemas e dilemas da prática docente. Citaremos alguns extratos em que esse aspecto pode ser observado:

P1 – [...] É diferente. Acho que um dia você tinha que pegar e gravar você explicando para um aluno, para saber como você realmente explica. Porque a gente já é alfabetizado matematicamente. Já tem aquela linguagem. [...] Quando estou lendo aqui agora, ... acho que fiz alguma coisa errada que não devia fazer.

P2 - Essa é minha dúvida. *(a professora faz referência a uma dúvida já expressa por ela, em vários momentos, em relação aos procedimentos algorítmicos para a operação de subtração).*
P3 - É a dúvida de todas nós juntas.
I - Exatamente por isso que resolvi estar discutindo...
P1 - E eu tenho dúvida de 10 pra chegar no tanto sabe... eu tenho tanto menos o 10.

P1 - Tudo o que a gente faz na hora, depois vai refletir sobre aquilo que a gente fez e encontra que podia ser diferente, podia ser melhor.

I - Vocês perceberam que estamos lançando várias perguntas!
P3 – É essas perguntas é que deixam a gente meio “grilada”.

Essa investigação permitiu observar indícios de que as professoras participantes desse estudo estavam propensas às discussões sobre o ensino dos referidos algoritmos. A professora P2 expressou, por várias vezes, dúvidas em relação a qual dos algoritmos da subtração deveria utilizar para ensinar tal operação. Isso parece indicar que a professora aceitou algumas de suas incertezas, pois sentiu a necessidade de aprofundar conhecimentos nas sessões de trabalho.

A professora P3 também relata essa necessidade, como observamos no extrato a seguir:

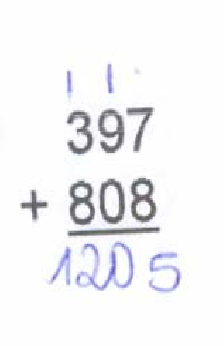
P2 – Aí, volta à questão do zero de novo. Então o zero não vale nada.
P3 – nada.
P3 – Isso que eu não entendo. Você chegou numa coisa que eu sempre queria perguntar para alguém que dá treinamento em curso de matemática. Mas nunca tive coragem! É isso que eu não entendo!
[...]
I - Professora P3, qual é a sua dúvida mesmo?
P3 – a questão do empréstimo.
I - O porquê empresta ou por causa do zero?
P3 – os dois juntos.
P3 – A gente sempre fala: empresta para a unidade, para a dezena. Ficou automático, entende?
P2 – Automático, mecânico.

Diante das compreensões parciais que as professoras expressaram sobre o ensino dos algoritmos da adição e da subtração com reagrupamento, entendemos que a equipe de reflexão pode ter contribuído para que essas professoras refletissem sobre o modo como ensinam e compreendem esses algoritmos.

Os resultados dessa investigação também forneceram indícios de que a reflexão realizada pela equipe permitiu às professoras compreender melhor as questões que se colocam em relação ao ensino dos procedimentos matemáticos envolvidos nos algoritmos convencionais. Por exemplo, enquanto conversávamos sobre a operação 397 + 808 e o papel do zero na escrita numérica, a professora P2, que em vários momentos mostrou dúvidas em relação à função do zero, parece ter compreendido essa função.

Nos extratos destacados a seguir, observamos tal situação:

P2 - Veja, é difícil entender! 9 mais 1, 10.
I - Dez o quê?
P2 - Dez dezenas.
I – Mais zero dezenas.
P2 - 10 mais zero dezenas, 10 dezenas. Já é uma centena. Vai um pra lá! Tudo bem. Agora o zero aqui fica valendo zero dezenas.



Observamos que as professoras P1 e P3 também refletiram sobre o papel do zero, na escrita numérica, envolvido nessa operação:

P2 - A função dele, na minha opinião, é que ele vale dezena!

P3 - Então, por isso que eu falo. Se ele está aqui ele vale zero.

I - Então ele tem uma função...

P1 - Que é representar a casa da dezena. Só que ele não tem valor numérico na hora da conta.

P3 – Ah! Agora entendi.

[...]

P1 - Ele está representando uma ordem então. A ordem da dezena. Representando né! O representante.

Outra situação pôde ser observada quando a professora P1, por meio das conversas realizadas na equipe de reflexão, relatou que até então não havia se questionado sobre o significado do “vai um”:

I - [...] Então, nós estávamos discutindo esse “vai um”. O que vocês acham?

P1 - Eh! Até ... concordo com a professora P2. Quando ela falou que aprendeu uma forma mecânica, né! E até esses tempos, eu... quando começamos com esses estudos aqui é que eu fui me questionar do vai um. Mas não é um! Como que vai ser um, né! Se você mandar um ...

As demais professoras expressaram como adquiriram, em sua vivência escolar, o significado do “vai um”:

P3 - Mas lembra que esse vai um era aquele que você juntava os dez, passava o elástico.

P2 - Não, o meu um era um mesmo! Sem aplicação. O meu um era um. Vocês são mais novinhas.

P3 - O meu era só amarradinho.

P2 - O que eu aprendi – Vai um. Vai um. E aquilo era mecânico.

Este estudo revelou também indícios de que as discussões desenvolvidas na equipe podem ter propiciado momentos de reflexão sobre a compreensão dos princípios subjacentes à utilização dos algoritmos e que esses princípios ainda não estão adequadamente compreendidos por essas professoras.

Conforme ponderado anteriormente, é importante o professor conhecer as construções dos alunos e ter uma compreensão da Matemática que ensina. Nesse contexto é possível apontar a seguinte indicação: essa investigação poderá contribuir para que professores de 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental examinem suas compreensões sobre algoritmos e também sobre o seu ensino. Tal possibilidade pode ser útil para "todos os professores preocupados em conseguir que sua tarefa cotidiana constitua uma contribuição à formação de todas as crianças, para encontrar em cada dia uma nova possibilidade, enriquecendo constantemente sua própria prática” (ZUNINO, 1995. p. viii).

Diante de todas as considerações expostas, pode-se examinar se a formação que se tem proporcionado aos professores de 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental, seja ela inicial ou continuada, e o modo como se realiza, realmente tem oferecido a esses professores uma compreensão profunda da Matemática que se vai ensinar e uma adequada reflexão sobre o uso que fazem da linguagem verbal ao ensinarem conceitos matemáticos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACIOLY, N. M., e SCHLIEMANN, A. D. Escolarização e conhecimento de matemática desenvolvido no contexto do jogo do bicho. In: **Cadernos de Pesquisa**, 61, p. 42-57, 1987.

ALARCÃO, I. Reflexão crítica sobre o pensamento de D. Schön e os programas de formação de professores. Ser professor reflexivo. In: **XV Seminário Internacional - um professor que pensa, uma escola que aprende - contribuições para a construção de uma prática reflexiva.** Promovido pelo Centro de Estudos da Escola da Vila, São Paulo, 2001.

ALMIRO, J. P. S. **O discurso na aula de Matemática e o desenvolvimento profissional do professor**. Dissertação de Mestrado. Departamento de Educação da Faculdade de Ciências. Universidade de Lisboa, 1997. Editor: Associação de Professores de Matemática, ESE de Lisboa, Lisboa, 1998.

ALVES, A. J. O planejamento de pesquisas qualitativas em educação. In: **Cadernos de Pesquisa**, 77, p. 53-61, 1991.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, Edgard Blucher, 1974.

BORBA, R. E. S. R. e SANTOS, R. B. Investigando a resolução de problemas de estruturas aditivas por crianças de 3ª série**.** In: **Tópicos educacionais**, Recife, v. 15, n. 3, p. 125 -140, 1997.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática (1ª a 4ª série)**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BROCARDO, J.; KRAEMER, J.- M. e SERRAZINA, L. **Algoritmos e sentido do número.** Disponível em: <http://fordis.ese.ips.pt/conumero/textos_I.asp.>. Acesso em: 16 nov. 2005.

CARRAHER, T. N. e SCHLIEMANN, A. D. A adição e a subtração na escola: algoritmos ensinados e estratégias aprendidas. In: **Revista brasileira de estudos pedagógicos**, Brasília, n. 64 (148), p. 234-242, set./dez.1983.

CARRAHER, T. N., CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. Na vida, dez; na escola, zero: os contextos culturais da aprendizagem da matemática**. In:** CARRAHER, T. N., CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. (Orgs.), **Na vida dez, na escola zero**. 10. ed. São Paulo: Cortez, 1995. p. 23-43.

_____. Matemática escrita versus matemática oral. **In:** CARRAHER, T. N., CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. (Orgs.), **Na vida dez, na escola zero**. 10. ed. São Paulo: Cortez, 1995. p. 45-67.

CASTRO, M. R. de. Linguagem e educação matemática. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 6, 1998, São Leopoldo. **Anais (v. 1)**. São Leopoldo: Universidade do Vale do Rio dos Sinos e Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 1998. p. 60-62.

COLL, C. e SOLÉ, I. Os professores e a concepção construtivista. In: **O construtivismo na sala de aula**. Tradução: Cláudia Sclilling. São Paulo: Editora Ática, 1997. p. 09-28.

CORREA. J. e MOURA, M. L. S. de. **A solução de problemas de adição e subtração por cálculo mental. .** Psicologia: reflexão e crítica [online]. vol.10, n.1,1997. Disponível em: < http://www.scielo.br>. Acesso em: 26 nov. 2005.

CURI, E. **Formação de professores polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos.** Tese de doutorado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2004.

DAVIS, P. J. e HERSH, R. **A experiência Matemática**. 4. ed. Tradução: João Bosco Pitombeira. Francisco Alves. 1989.

DELGADO, C. R. S. C. A. **Reflexão sobre as práticas de ensino da Matemática de futuros professores do 1º ciclo: três estudos de caso**. Dissertação de Mestrado em Educação, Universidade de Lisboa, 2003.

DUARTE, N. **A relação entre o lógico e o histórico no ensino da matemática elementar**. Dissertação de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Educação. Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 1987.

FRAGA, M. L. **A matemática na escola primária: uma observação do cotidiano**. São Paulo: EPU, 1988.

GARCÍA, C. M. A formação de professores: novas perspectivas baseadas na investigação sobre o pensamento do professor. In: NÓVOA, A. (Org.). **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1992. p. 51-76.

GOLBERT, C. S. **Novos rumos na aprendizagem da matemática: conflito, reflexão e situações-problemas**. Porto Alegre: Mediação, 2002.

GÓMEZ, A. P. O pensamento prático do professor: a formação do professor como profissional reflexivo. In: NÓVOA, A. (Org.). **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1992. p. 93-114.

GREGOLIN, V. R. **O conhecimento matemático escolar: operações com números naturais (e adjacências) no ensino fundamental**. Tese de doutorado em Educação, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2002.

HOUAISS, A. **Dicionário Houaiss da língua portuguesa**. Rio de Janeiro: Editora Objetiva, 2001.

KAMII. C. e JOSEPH, L. L. **Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética: séries iniciais - implicações da teoria de Piaget**. 2. ed. Tradução: Vinícius Figueira. Porto Alegre: Artmed, 2005.

KAMII. C. **Aritmética: novas perspectivas - implicações na teoria de Piaget**. 4. ed. Tradução: Marcelo Cestari T. Lellis, Marta Rabioglio e Jorge José de Oliveira. Campinas, São Paulo: Papirus, 1995.

KAMII. C.; LEWIS, B. e LIVINGSTON, S. Primary arithmetic: children inventing their own procedures. **Arithmetic Teacher**, 40 (04), p. 200-203, 1993.

KAMII. C. e LEWIS, B. Achievement test in primary mathematics: perpetuating lower-order thinking. **Arithmetic Teacher**, 38 (09), p. 04-09, 1991.

KOCH, N. T. O. e SOARES, M. T. C. O professor, seus alunos e a resolução de problemas de estrutura aditiva. In: MORO, M. L. F. e SOARES, M. T. C. (Orgs.). **Desenhos, palavras e números: as marcas da matemática na escola**. Curitiba: Ed. da UFPR, p. 145-182, 2005.

LOPES, S. V. de A. **A construção dialética da adição e subtração e a resolução de problemas aditivos.** Tese de doutorado em Educação. Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, 2002.

_____. **Relações entre a abstração reflexiva e o conhecimento aritmético de adição e subtração em crianças do ensino fundamental**. Dissertação de mestrado. Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, 1997.

MACHADO, N. J. **Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua**. 2. ed. – coleção educação contemporânea; 59. São Paulo, Cortez: Autores Associados, 1991.

MARTINHO, M. H. **A comunicação na sala de aula de matemática: contributos para o desenvolvimento profissional do professor**. Relato de trabalho de doutoramento em curso na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, set./2004. Disponível em: <http://cie.fc.ul.pt/seminarioscie/programas1/textos-seminarioLB.htm > Acesso em: 02 nov. 2005.

MENDONÇA, M. do C. D. A intensidade dos algoritmos nas séries iniciais: uma imposição sócio-histórico-estrutural ou uma opção valiosa?. **Zetetiké**, Campinas, v.4, n.5, p. 55 -76, jan./jun. 1996.

MENEZES, L. **Comunicação na aula de matemática e desenvolvimento profissional de professores**. Revista Millenium, Instituto Politécnico de Viseu, n. 20, out./2000 (a). [on-line]. Disponível em: <http://www.ipv.pt/millenium/20_ect7.htm> Acesso em: 06 abr. 2005.

_____. **Concepções e práticas discursivas do professor de matemática**: **um estudo de caso**. Revista Millenium, Instituto Politécnico de Viseu, n. 17, jan./2000 (b). [on-line], <http://www.ipv.pt/millenium/17_ect6.htm> Acesso em: 06 abr. 2005.

MERCER, N. As perspectivas socioculturais e o estudo do discurso em sala de aula. In: COLL, C.; EDWARDS, D. (Org.). **Ensino, aprendizagem e discurso em sala de aula: aproximações ao estudo do discurso educacional.** Porto Alegre: ArtMed, 1998. p. 13-28.

MIRANDA, E. M. de. **Contas de vai um e pedir emprestado – o que as crianças precisam saber?** Dissertação de Mestrado em Psicologia, 191 f. – Curso de Psicologia. Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 1987.

MIZUKAMI, M. da G. N. et al. **Escola e aprendizagem da docência: processos de investigação e formação**. São Carlos: EdUFSCar, 2002.

MOREIRA, D. Educação matemática e comunicação: uma abordagem no 1º ciclo. In: **Educação e Matemática** - Revista da Associação de Professores de Matemática, Lisboa, n. 65, p. 27-32, nov./dez. 2001.

MOREN, E.B.S., DAVID, M.M.S. e MACHADO, M.P.L. "Diagnóstico e análise de erros em matemática: subsídios para o processo ensino/aprendizagem". **Cadernos de Pesquisa**. São Paulo: Fundação Carlos Chagas, n. 83, p. 43-51, 1992.

MORGADO, L. M. A. **O ensino da aritmética**: perspectiva construtivista. Livraria Almedina, Coimbra, 1993.

MOTA, M. R. **Concepções e comunicação: uma abordagem reflexiva para a formação de professores de Matemática.** Dissertação de Mestrado. Universidade de Aveiro, 1998. Editor: Associação de Professores de Matemática, ESE de Lisboa, Lisboa, 1999.

NUNES, T. N. et al. **Educação matemática 1: números e operações numéricas**. São Paulo: Cortez, 2005.

NUNES, T. e BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Tradução: Sandra Costa. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, T. Sistema de signos e aprendizagem conceptual. In: **Quadrante**, v. 4, n. 1, p. 7-24. 1995.

OLIVEIRA, I e SERRAZINA, L. A reflexão e o professor como investigador. In: **Reflectir e investigar sobre a prática profissional**. Organização: GTI – Grupo de trabalho de investigação. Associação de Professores de Matemática, 2002, p. 29 - 42.

ONRUBIA, J. Ensinar: criar zonas de desenvolvimento proximal e nelas intervir. In: **O construtivismo na sala de aula**. São Paulo: Editora Ática, 1997. p. 123-151.

PEREZ, C. L. O prazer de descobrir e conhecer. **Informação pedagógica**, Rio de Janeiro, v.3, p. 60-63, 1993.

PEREZ, G. Formação de professores de matemática sob a perspectiva do desenvolvimento profissional. In: **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 263-282.

PIMM, D. **El lenguaje matemático en el aula**. Tradução de: Pablo Manzano. Madrid: Ediciones Morata e Ministerio de Educación y Ciencia, 1990.

PONTE, J. P. e SERRAZINA, M. de L. **Didáctica da Matemática do 1º ciclo**. Universidade Aberta, Lisboa, 2000.

PONTE, J. P. O desenvolvimento profissional do professor de matemática**.** In: **Educação e Matemática** - Revista da Associação de Professores de Matemática, Lisboa, n. 31, 3º trimestre, p. 9-12 e 20, 1994.

RODRIGUES, W. S. **Base dez: o grande tesouro matemático e sua aparente simplicidade**. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

ROMÃO, M. M. de F. J. **O papel da comunicação na aprendizagem da Matemática: um estudo realizado com quatro professores no contexto das aulas de apoio de Matemática.** Dissertação de Mestrado. Universidade do Algarve, 1998. Editor: Associação de Professores de Matemática, ESE de Lisboa, Lisboa, 1999.

RUIZ, E. R. e NASCIMENTO, R. A. Identificação e análise de erros cometidos por alunos de 5ª a 8ª série do 1º grau na resolução da subtração. In: **Tópicos Educacionais**, Recife, v. 11, n. 1/2, p. 48-56, 1993.

SANTOS, L.; SERRAZINA, L.; VELOSO, E.; ROCHA, I.; ALBUQUERQUE, C. e NÁPOLES, S. **A matemática na formação inicial de professores**. Documento para discussão. Outubro de 2005. Disponível em: < http://www2.apm.pt/portal/index.php?id=22349> Acesso em: 08 fev. 2006.

SCHLIEMANN, A. D., SANTOS, C. M., COSTA, S. C. Da compreensão do sistema decimal à construção de algoritmos**.** In: ALENCAR, E. S. (org.) **Novas contribuições da psicologia aos processos de ensino e aprendizagem.** 3. ed. - São Paulo: Cortez, 1995, p. 99 – 117.

SCHLIEMANN, A. D. Escolarização formal versus experiência prática na resolução de problemas. **In:** CARRAHER, T. N., CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. (Orgs.), **Na vida dez, na escola zero**. 10. ed. São Paulo: Cortez, 1995. p. 69-84.

_____. A compreensão da análise combinatória: desenvolvimento, aprendizagem escolar e experiência diária. **In:** CARRAHER, T. N., CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D. (Orgs.), **Na vida dez, na escola zero**. 10. ed. São Paulo: Cortez, 1995. p. 85-100.

_____. A escolha de estratégias na resolução de adições: memória ou compreensão do sistema decimal? **Arquivos Brasileiros de Psicologia.** Rio de Janeiro, 42 (2), p. 27-34, mar./mai. 1990.

SCHÖN, D. Formar professores como profissionais reflexivos. In: NÓVOA, A. (org.). **Os professores e a sua formação**. Lisboa: Dom Quixote, 1992. p. 77-91.

SELVA. A. C. V. Discutindo o uso de materiais concretos na resolução de problemas de divisão. **In:** SCHLIEMANN, A. D e CARRAHER, D. W. (Orgs.). **A compreensão de conceitos aritméticos: ensino e pesquisa**. 2. ed. Campinas, SP: Papirus, 2003. p. 95-119.

SELVA, A. C. V. e BRANDÃO, A. C. P. A notação escrita na resolução de problemas por crianças pré-escolares. In: **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, Brasília, v. 16, n. 3, p. 241-249, set./dez. 2000.

SERRAZINA, L. A formação para o ensino da matemática: perspectivas futuras. In: **Educação matemática em revista**, n. 14, ano 10, p. 67-73, ago. 2003.

_____. Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em Matemática num contexto de reforma curricular no 1º ciclo. In: **Quadrante**, v. 8, 1999, p. 139-167.

SILVA, Z. M. M. H. da. **Por que é difícil para a criança aprender a fazer continhas no papel?** Dissertação de Mestrado em Psicologia, 100 f. – Curso de Psicologia. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 1987.

_____. A criança e a escrita numérica. **Revista brasileira de estudos pedagógicos**. Brasília, 71 (168), p. 141 -162, mai./ago. 1990.

SILVA, E. de M. **O ensino-aprendizagem das operações matemáticas básicas nas quatro primeiras séries do ensino fundamental**. Dissertação de Mestrado em Educação, 149 f. Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 1995.

SOARES, M. T. C. **Matemática escolar: a tensão entre o discurso científico e o discurso pedagógico na ação do professor.** Tese de doutorado em Educação, v.1. Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995.

SOARES, M. T. C. Os professores das séries iniciais e suas representações de conteúdos escolares específicos: a compreensão e a criação de seqüências de aprendizagem. In: I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática. **Anais: trabalhos completos**. Sociedade Brasileira de Psicologia da Educação Matemática, Sociedade Brasileira de Educação Matemática; [organizadores]: Universidade Federal do Paraná, Universidade Tuiuti do Paraná, Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Curitiba: UTP, 2002, p. 215-222.

SPINILLO, A. G. e MAGINA, S. Alguns 'mitos' sobre a educação matemática e suas conseqüências para o ensino fundamental. **In:** PAVANELLO, R. M. (Org.), **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: a pesquisa e a sala de aula**. Biblioteca do Educador Matemático, Coleção SBEM, v.2, São Paulo, 2004. p. 07-35.

SZTAJN, P. O que precisa saber um professor de Matemática? Uma revisão da literatura americana dos anos 90. In: **Educação Matemática em revista.** Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, ano 9, n. 11 A - edição especial, p. 17-28, abr. 2002.

TEIXEIRA, L. R. M. As representações da escrita numérica: questões para pensar o ensino e a aprendizagem. In: MORO, M. L. F. e SOARES, M. T. C. (Orgs.). **Desenhos, palavras e números: as marcas da matemática na escola**. Curitiba: Ed. da UFPR, 2005. p. 19-40.

_____. Como os professores interpretam os erros dos alunos das séries iniciais sobre sistema de numeração. In: I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática. **Anais: trabalhos completos**. Sociedade Brasileira de Psicologia da Educação Matemática, Sociedade Brasileira de Educação Matemática; [organizadores]: Universidade Federal do Paraná, Universidade Tuiuti do Paraná, Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Curitiba: UTP, 2002. p. 199-214.

TEIXEIRA, L. R. M. et al. As representações simbólicas e os significados construídos por alunos do ensino fundamental sobre a escrita numérica. In: **Revista Nuances**, v.6, n.6, p.143-155, 2000.

THOMPSON, A. G. e THOMPSON, P. W. Talking about rates conceptually, part II: Mathematical knowledge for teaching. In: Journal for Research in Mathematics Education, NCTM, v. 27, n. 1, p. 2-24, jan. 1996.

VASCONCELOS, L. Problemas de adição e subtração: modelos teóricos e práticas de ensino. In: SCHLIEMANN, A. e CARRAHER, D. (Orgs.). **A compreensão de conceitos aritméticos: ensino e pesquisa**. 2. ed. Campinas: Papirus, 2003. p. 53-72.

VIANNA, H. **Pesquisa em educação: a observação**. Brasília: Plano Editora, 2003.

ZUCHI, I. A importância da linguagem no ensino de matemática. In: **Educação Matemática em revista**, n. 16, ano 11, p. 49-55, mai. 2004.

ZUFFI, E. M. e PACCA, J. L. A. Sobre funções e a linguagem matemática de professores do Ensino Médiol. **Zetetiké**, Campinas, v.8, n.13/14, p. 7-28, jan./dez. 2000.

ZUNINO, D. L. de. **A matemática na escola: aqui e agora**. 2. ed. Tradução: Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

ANEXOS

ANEXO 1

Questionário (1ª etapa)

As informações a seguir são solicitadas com o objetivo de permitir que conheçamos melhor o corpo docente que vem atuando na área de Matemática. Solicitamos que as respostas sejam as mais precisas possíveis. Por favor, responda atentamente a cada uma das questões. Obrigado.

Data: ___ /___ /___

INFORMAÇÕES PESSOAIS E PROFISSIONAIS

Nome: ____

1. Sexo: a.( ) Masc. b. ( ) Fem.

2. Idade:
   - a. ( ) Menos de 20 anos
   - b. ( ) 21 a 30 anos
   - c. ( ) 31 a 40 anos
   - d. ( ) 41 a 50 anos
   - e. ( ) Mais de 50 anos

3. O ensino fundamental foi feito em escola a. ( ) Pública b. ( ) Particular
4. O ensino médio foi feito em escola a. ( ) Pública b. ( ) Particular
5. O ensino médio foi:
   - a. ( ) Curso de Magistério (antigo curso normal)
   - b. ( ) Curso Técnico
   - c. ( ) Ensino Médio - regular
   - d. ( ) Supletivo
   - e. ( ) Outros. Especifique: ____

6. Fez curso superior? a. ( ) Sim b. ( ) Não c. ( ) Estou fazendo

7. O curso superior foi feito (está sendo feito) em instituição:
   a. ( ) Pública b. ( ) Particular

8. Fez (ou está fazendo) curso superior no período: a. ( ) Diurno b. ( ) Noturno

Nome da Instituição: ____

Nome do curso superior que fez (ou está fazendo): ______________________________

____

Cidade: ____________________________________ Ano de conclusão: ___________

Observação: Caso tenha mais que um curso superior cite apenas um deles. Cite aquele que estiver mais relacionado ao exercício do magistério.

9. Aponte a razão pela qual escolheu esse curso superior: _________________________

____

10. Tempo gasto para a conclusão do curso superior:
    - a. ( ) 2 anos
    - b. ( ) 3 anos
    - c. ( ) 4 anos
    - d. ( ) 5 anos
    - e. ( ) Mais de 5 anos

11. Você trabalhava (ou trabalha) enquanto fazia (ou faz) o curso superior?
a. ( ) Sim   b. ( ) Não

12. Você tem curso de especialização, mestrado ou doutorado?
a. ( ) Sim   b. ( ) Não

Se a resposta for afirmativa, especifique:

Nome do curso: ____

Instituição: ____

Local: ____________________________ Ano de conclusão: ____________

13. Você tem (ou terá) habilitação para ministrar aulas:
a. ( ) Na Educação Infantil
b. ( ) De 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental
c. ( ) De 5ª a 8ª série do Ensino Fundamental
d. ( ) De 1ª a 3ª série do Ensino Médio
e. ( ) Curso Superior
f. ( ) Outro. Especifique: ______________________________

14. Atualmente você dá aulas de Matemática em qual série? ____________________

15. Há quanto tempo você dá aulas de Matemática:
a. ( ) De 1 a 5 anos
b. ( ) De 6 a 10 anos
c. ( ) De 11 a 15 anos
d. ( ) Mais de 15 anos

16. Nome da Escola onde você leciona aulas de Matemática: ____________________

Esta escola é: a. ( ) Pública   b. ( ) Particular

Você mora na mesma cidade onde leciona?   a. ( ) Sim   b. ( ) Não

17. Há quanto tempo leciona nesta escola?
a. ( ) De 1 a 5 anos   c. ( ) De 11 a 15 anos
b. ( ) De 6 a 10 anos   d. ( ) Mais de 15 anos

18. Costuma fazer cursos de atualização?   a. ( ) Sim   b. ( ) Não

19. Você utiliza (ou utilizará) livro didático de Matemática? a. ( ) Sim   b. ( ) Não

20. Você **conhece e utiliza** outros recursos para o ensino da Matemática?
a. ( ) Sim   b. ( ) Não

Se sua resposta for afirmativa, cite quais:

____

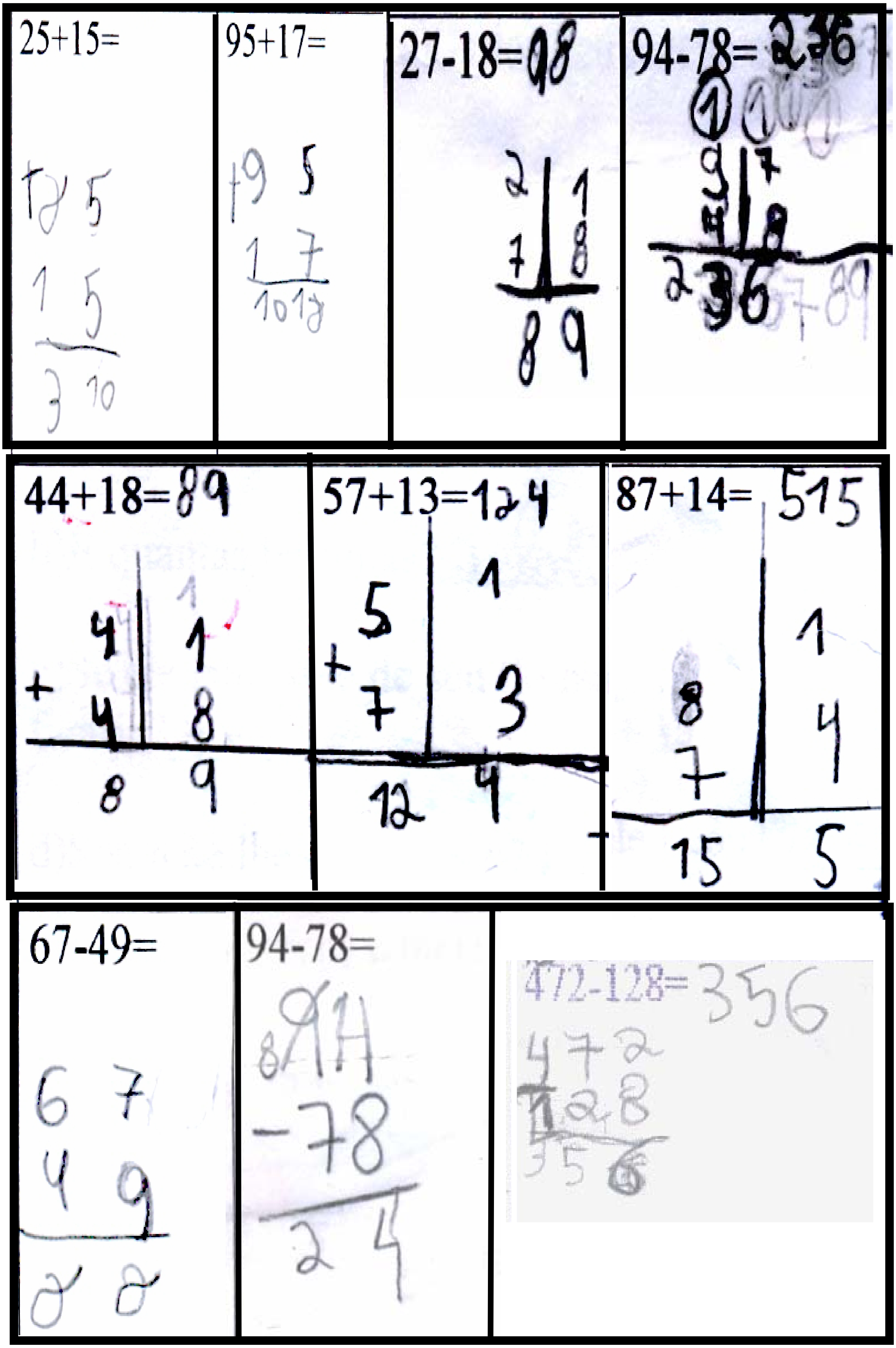
____

21. Dentre os conteúdos matemáticos, propostos pelos guias curriculares, qual você considera que o aluno tem mais dificuldade em aprender? (cite apenas o mais difícil):

____

____

ANEXO 2 – REGISTROS DE ALUNOS DA 2ª SÉRIE



539-282= 539 282 357

483-297= 483 297 214

472-128=592
11
472
-128
592

538+72+81=56Ɛ2
538
+27
18
5632

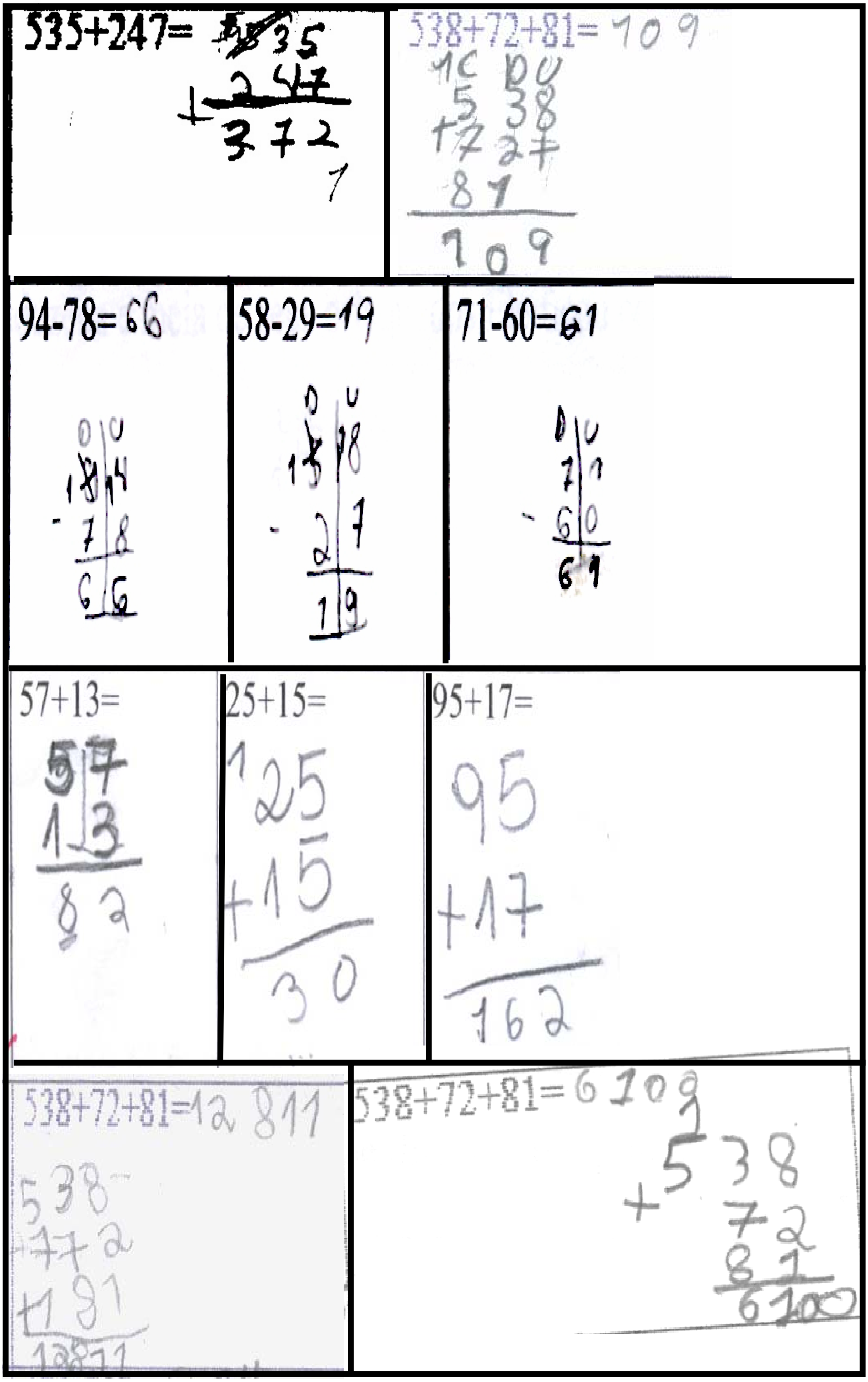
232+129+45=3619
19
+2324
1295
4519

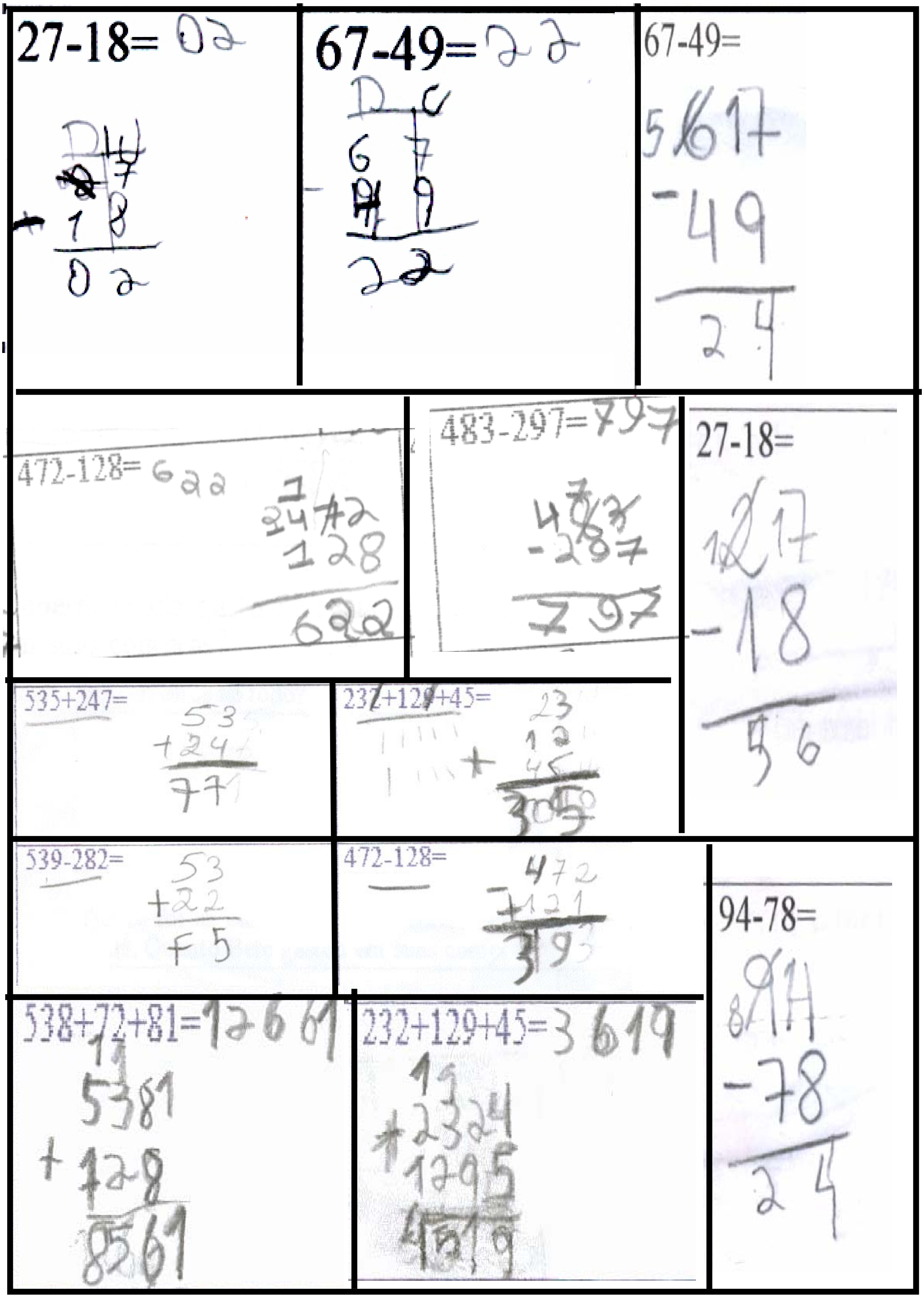
539-282=357
539
-282
357

483-297=214
483
297
214

538+72+81=12661
11
5381
+128
8561

232+129+45=406
1 1
232
+129
+45
811


535+247=
538+72+81= 109
94-78= 66
58-29=19
71-60=61
57+13=
25+15=
95+17=
538+72+81=12 811
538+72+81=6 109


27-18=
67-49=
67-49=
472-128=
483-297=
27-18=
535+247=
232+129+45=
539-282=
472-128=
94-78=
538+72+81=
232+129+45=

ANEXO 3

Questionário (2ª etapa)

As informações a seguir são solicitadas para que conheçamos o corpo docente que vem atuando na área de Matemática.

Data: ___ /___ /___

INFORMAÇÕES PESSOAIS E PROFISSIONAIS

Nome: ____

1. E-mail ou telefone para contato: ____

2. O ensino fundamental foi feito em escola a. ( ) Pública b. ( ) Particular

3. O ensino médio foi feito em escola a. ( ) Pública b. ( ) Particular

4. O ensino médio foi:
   a. ( ) Curso de Magistério (curso normal)
   b. ( ) Curso Técnico
   c. ( ) Ensino Médio – regular
   d. ( ) Supletivo
   e. ( ) Outros. Especifique: ____

5. Fez curso superior? a. ( ) Sim b. ( ) Não c. ( ) Estou fazendo

6. O curso superior foi feito (está sendo feito) em instituição:
   a. ( ) Pública b. ( ) Particular

7. Fez (ou está fazendo) curso superior no período: a. ( ) Diurno b. ( ) Noturno

Nome da Instituição: ____

Nome do curso superior que fez (ou está fazendo): ____

____

Cidade: ____ ano de conclusão: __________

Observação: Caso tenha mais que um curso superior cite-o(s) no espaço abaixo:

____

____

8. Realizou o curso superior em:
   a. ( ) 2 anos
   b. ( ) 3 anos
   c. ( ) 4 anos
   d. ( ) 5 anos
   e. ( ) Mais de 5 anos

9. Você trabalhava (ou trabalha) enquanto fazia (ou faz) o curso superior?
a. ( ) Sim b. ( ) Não

10. Você tem curso de especialização, mestrado ou doutorado?
a. ( ) Sim b. ( ) Não

Se a resposta for afirmativa, especifique:

Nome do curso: ____

Instituição: ____

Local: _______________________________________Ano de conclusão: ___________

11. Você tem (ou terá) habilitação para ministrar aulas:
a. ( ) Na Educação Infantil
b. ( ) De 1ª a 4ª série do Ensino Fundamental
c. ( ) De 5ª a 8ª série do Ensino Fundamental
d. ( ) De 1ª a 3ª série do Ensino Médio
e. ( ) Curso Superior
f. ( ) Outro. Especifique: ____

12. Com quais séries do 1º e 2º ciclos do ensino fundamental você trabalha, atualmente, ensinando Matemática?____

13. Há quanto tempo ensina (ou ensinou) Matemática na

1ª série: __________________________

2ª série: __________________________

3ª série: __________________________

4ª série: __________________________

14. Há quanto tempo você ministra aulas de Matemática:
a. ( ) De 1 a 5 anos
b. ( ) De 6 a 10 anos
c. ( ) De 11 a 15 anos
d. ( ) Mais de 15 anos

15. Costuma fazer cursos de atualização profissional? a. ( ) Sim b. ( ) Não

16. Qual(is) livro(s) didático(s) de Matemática você utiliza?

____

____

17. Porque você aceitou participar de um grupo de estudos de uma pesquisa em Educação Matemática?

18. O que você espera de um grupo de estudos que visa refletir sobre o ensino dos algoritmos da adição e da subtração com reagrupamento (reserva)?

19. Relate sobre uma situação que você vivenciou recentemente ao estar ensinando os algoritmos convencionais da adição e da subtração com reagrupamento (reserva).

ANEXO 4

Respostas das professoras em relação às perguntas 17, 18 e 19 do questionário (mantendo a escrita original das professoras).

17. Porque você aceitou participar de um grupo de estudos de uma pesquisa em Educação Matemática?
18. O que você espera de um grupo de estudos que visa refletir sobre o ensino dos algoritmos da adição e da subtração com reagrupamento (reserva)?
19. Relate sobre uma situação que você vivenciou recentemente ao estar ensinando os algoritmos convencionais da adição e da subtração com reagrupamento (reserva).

Respostas da professora 1 (P1)

17. Para aprender questões sobre a aprendizagem de matemática que eu não compreendo.
18. não respondeu.
19. não respondeu.

Respostas da professora 2 (P2)

17. Para aprofundar e aprimorar conhecimentos.
18. Aprimorar minha metodologia em Matemática em relação às dificuldades apresentadas pelas crianças.
19. + = O aluno não distingue os sinais + x e não tem idéia da adição (13 anos)

– = O aluno inverte as parcelas – Ex 2000 ao questionar o aluno ele realiza 5 – 0 1 – 0

$$\begin{array}{r} 2000 \\ -\ \underline{\ \ 150} \\ 2150 \end{array}$$

Respostas da professora 3 (P3)

17. Atualização e crescimento em quanto grupo ensino/aprendizagem.
18. → troca de experiência
    → mudança/crescimento de metodologia
    → aprendizagem c/ o grupo
19. Trabalho com material dourado.

ANEXO 5

SESSÃO 1 - A

Nome: ____ Data: ____/____/____.

A professora VC relatou no questionário, que foi entregue à vocês, como um de seus alunos resolveu a operação: 2 000 – 150.

Escreva os modos como os seus alunos resolveriam essa operação por meio do algoritmo convencional.

ANEXO 6

Obs.: as operações referentes à sessão 1-B foram entregues uma em cada folha.

SESSÃO 1 – B

Nome: ____________________________________ Data: ____/____/____.

Resolva as quatro operações apresentadas a seguir, uma em cada folha, e escreva como você explica para o aluno a resolução destas operações por meio dos algoritmos convencionais (como você fala para que os alunos aprendam o funcionamento destes algoritmos).

a) $\begin{array}{r} 56 \\ +\ \underline{25} \end{array}$

b) $\begin{array}{r} 397 \\ +\ \underline{808} \end{array}$

c) $\begin{array}{r} 500 \\ -\ \underline{\ 93} \end{array}$

d) $\begin{array}{r} 426 \\ -\ \underline{239} \end{array}$

ANEXO 7

Registros de uma das professoras

a)

$$
\begin{array}{r}
\text{D U} \\
+1 \\
56 \\
+\underline{25} \\
81
\end{array}
$$

* unidade debaixo de unidade
Dezena debaixo de dezena

→ 6U + 5U = 11D vai 1 na U
e 1 na D

→ 1U + 5U + 2U = 8D

→ TOTAL 81D OU 8D e 1U

→ PROVA REAL

81D − 25D = 56D

+1 +1 +1
UM C D U
b) 397
\+ 808
1.204

→ U debaixo de U
7U + 8U = 14 D = 4U e vai 1 na D

→ 9U + 1U = 10 C ou 0 D e vai 1 C

→ 1 C + 3C + 8 C = 12 UM ou 2C e vai 1 UM

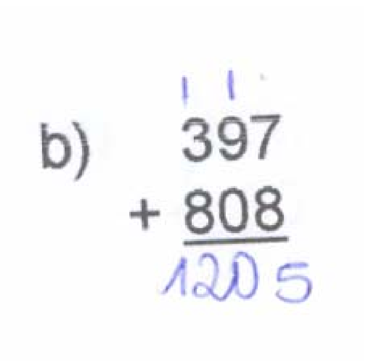
→ 1 UM = 1 UM

→ TOTAL 1 UM + 2C + 0 D + 4U

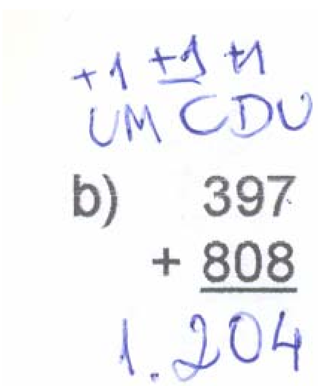
→ PROVA REAL
1.204 UM − 808 C = 397 C

ANEXO 8

SESSÃO 4: A seguir temos o modo como cada uma de vocês explicou, por escrito, a maneira pela qual ensinam estes algoritmos aos seus alunos:



Explicando para os alunos que agora temos mais uma casa que é a centena, agora nessa conta temos a presença do número zero e vamos recordar que ele não tem valor numérico. Começamos a conta a partir da unidade partindo para a dezena levando o número reserva e após resolvemos a dezena passando para a centena que vai formar um resultado com dois números que será a unidade de milhar.



→ U debaixo de U
7 U + 8 U = 14 D = 4 U e vai 1 na D

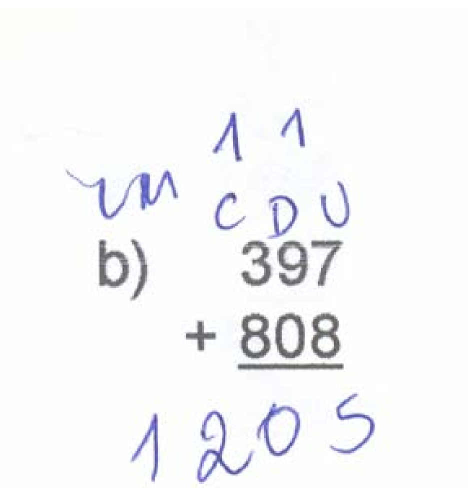
→ 9 U + 1 U = 10 C ou 0 D e vai 1 C

→ 1 C + 3 C + 8 C = 12 UM ou 2 C e vai 1 UM

→ 1 UM = 1 UM

→ TOTAL 1 UM + 2 C + 0 D + 4 U

→ PROVA REAL
1.204 UM – 808 C = 397 C



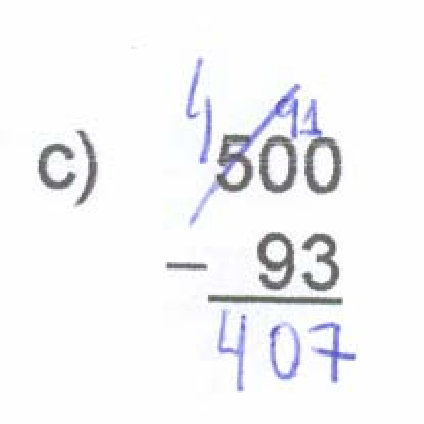
7 unidades + 8 unidades = 15 unidades

15 unidades = 1 d e 5 u

C D
9 d + 0 d + 1 d = 10 dezenas = 1 centena

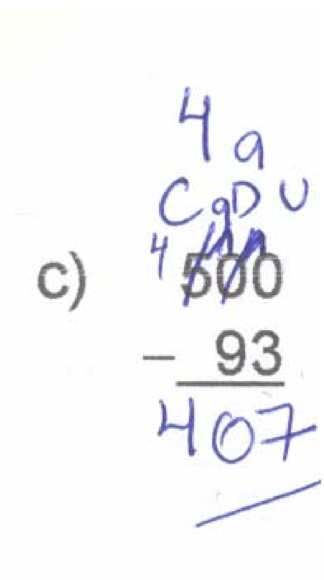
UM C D U
3 c + 8 c + 1 c = 12 centenas - 1 200 unidades

ANEXO 9



Na subtração ao lado temos que emprestar das outras unidades para poder resolvê-la. Temos que respeitar o valor e a posição de cada número.

Devemos emprestar 1 da casa da centena que passará a valer 4, a dezena vale 10 só que ela terá que emprestar também para a casa da unidade e então passará a valer 9 e a casa da unidade valerá 10 aí então posso começar a resolver.



∗ Lembrar sempre qual é o minuendo / subtraendo

∗ Posso tirar 3 unidades de 0 ___

∗ O que eu vou fazer? Emprestar das dezenas ___ Ou dezenas não tem p/

∗ Vou emprestar das centenas _____

∗ Se eu tirar 1 centena de 5 centenas, ficará ____ 4 d

1 centena vale quantas dezenas?

∗ Se eu tirar 1 d das 10 d ___ ficará? 9 d

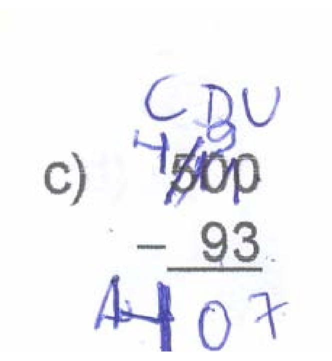
1 dezena = 10 unidades

Tirando 3 unidades de 10 unidades ficarão ...

Tirando 9 d de 9 d __ ficará __ 0

Não tira nada das centenas ___ ficará ...

∗ Que número sobrou? Qual o resto?



→ O U pode tirar 3 U = ? o que devo fazer?

→ O D pode emprestar para U?

→ 5 C pode emprestar para D e U

→ 5 C empresta 1 C

→ 10 D empresta 1 D

→ Qual o valor <u>absoluto</u> e <u>relativo</u> de cada <u>número</u>?

→ tirar ou subtrair: 10 U – 3 U = 7 U

→ tirar 9 D – 9 D = 0 D

→ tirar 4 C – 0 C = 4 C

TOTAL 407

4 C + 0 D + 7 U

→ PROVA REAL

407 C + 93 D = 500 C