

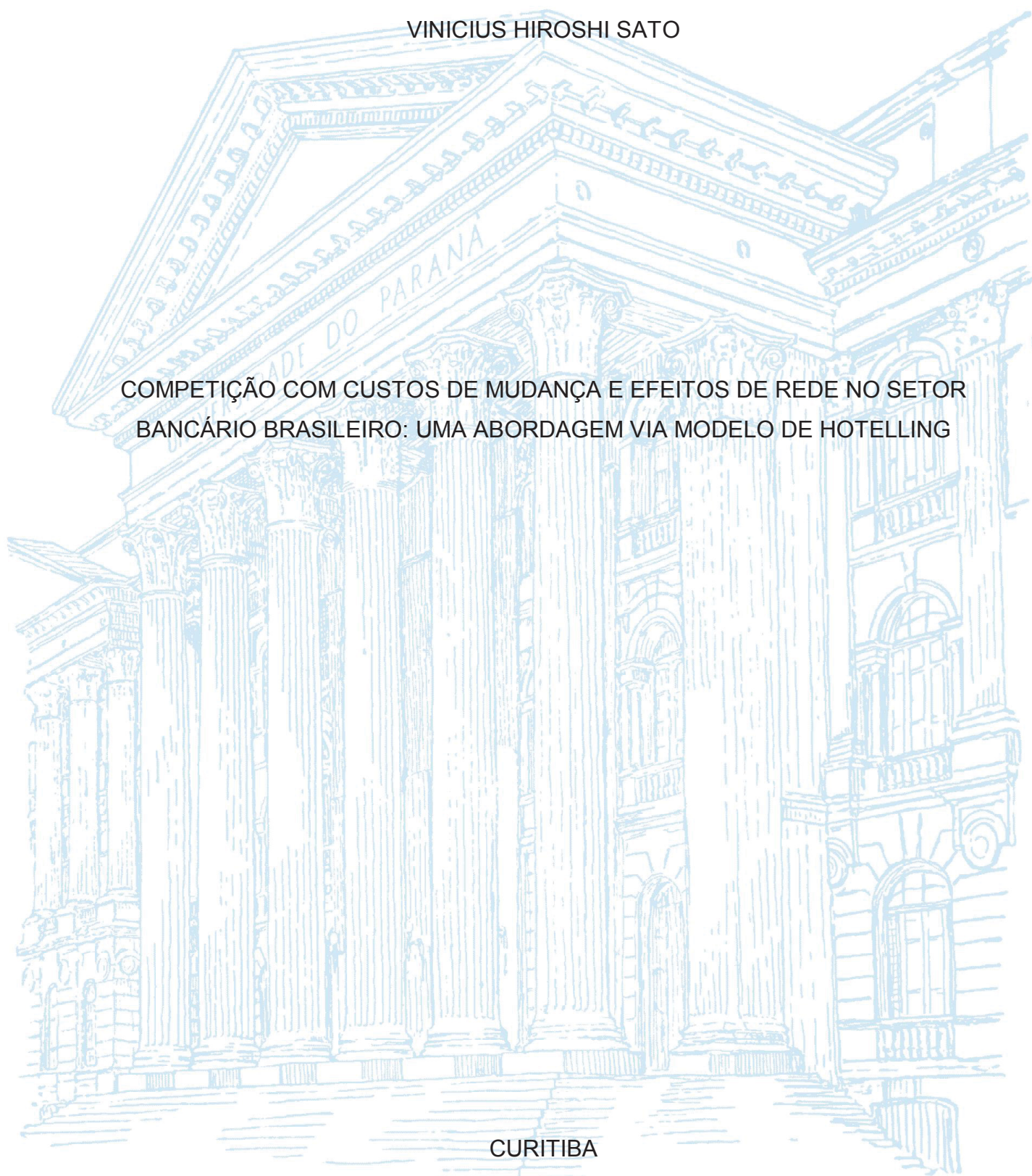
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANA

VINICIUS HIROSHI SATO

COMPETIÇÃO COM CUSTOS DE MUDANÇA E EFEITOS DE REDE NO SETOR
BANCÁRIO BRASILEIRO: UMA ABORDAGEM VIA MODELO DE HOTELLING

CURITIBA

2018



VINICIUS HIROSHI SATO

COMPETIÇÃO COM CUSTOS DE MUDANÇA E EFEITOS DE REDE NO SETOR
BANCÁRIO BRASILEIRO: UMA ABORDAGEM VIA MODELO DE HOTELLING

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Desenvolvimento Econômico, Setor de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Paraná, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Desenvolvimento Econômico.

Orientador: Prof. Dr. Armando Vaz Sampaio

CURITIBA

2018

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA DE CIÊNCIAS SOCIAIS
APLICADAS – SIBI/UFPR COM DADOS FORNECIDOS PELO(A) AUTOR(A)
Bibliotecária: Mara Sueli Wellner – CRB 9/922

Sato, Vinicius Hiroshi

Competição com custos de mudança e efeitos de rede no setor bancário brasileiro: uma abordagem via modelo de Hotelling / Vinicius Hiroshi Sato. - 2018.

51 p.

Orientador: Armando Vaz Sampaio

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências Sociais Aplicadas, Programa de Pós-Graduação em Desenvolvimento Econômico.

Defesa: Curitiba, 13 de março de 2018.

1. Bancos - Concorrência. 2. Bancos – Custos. 3. Modelo Linear de Hotelling. I. Sampaio, Armando Vaz, 1965- II. Universidade Federal do Paraná. Setor de Ciências Sociais Aplicadas. Programa de Pós-Graduação em Desenvolvimento Econômico. III. Título.

CDD 332.12



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR CIÊNCIAS SOCIAIS APLICADAS
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO DESENVOLVIMENTO
ECONÔMICO

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da Dissertação de Mestrado de **VINICIUS HIROSHI SATO** intitulada: **Competição com custos de mudança e efeitos de rede no Setor Bancário Brasileiro: uma abordagem via modelo de Hotelling**, após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua Aprovação no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 13 de Março de 2018.




ARMANDO VAZ SAMPAIO

Presidente da Banca Examinadora (UFPR)



JEFFERSON DONIZETI PEREIRA BERTOLAI

Avaliador Externo (USP/RP)



MAURÍCIO VAZ LOBO BITTENCOURT

Avaliador Interno (UFPR)

Dedico este trabalho, com muito carinho, aos meus pais Natsuko Sato e Waldemar Sato.

AGRADECIMENTOS

Agradeço especialmente aos meus pais, Waldemar Sato e Natsuko Cinagava Sato, por todo apoio prestado nesta jornada, sem eles nada disto seria possível. Obrigado, também, aos meus padrinhos (Issao Cinagava e Ieda Cinagava) e a minha família pelo incentivo e carinho.

Sou muito grato a todos que me apoiaram nesta jornada, especialmente minha namorada, Thaiza Costa, e grupo de amigos Fritos (Felipe Bo, Eduardo Dudu, Yuri Grilo, Thiago Uber, Ricardo Rich, Carol Bernardes, Ivan Han e Marcelo Mandi) que compartilharam os melhores e piores momentos. Não posso deixar de lembrar os grandes amigos que fiz nesta jornada no PPGDE e em Curitiba, principalmente Luis Guigo, Bizarria, Takashi, Mariel, Goiano, Ju, Isa, Henrique R.

Muito obrigado aos professores e a secretaria do curso (Áurea e Andrea), principalmente ao orientador, Armando Sampaio, pela paciência.

RESUMO

O presente trabalho apresenta um modelo teórico de competição com custos de mudança e efeitos de rede para o setor bancário comercial brasileiro, estabelecendo um parâmetro (k) para relacionar a proporção destes fenômenos. Tal como, apurar o modelo de competição por preços de Bertrand, ponderado pelo Modelo Linear de Hotelling com diferenciação horizontal de produtos para o mercado bancário comercial brasileiro. Ao explorar este mercado imperfeito, evidencia-se que nem grandes efeitos de rede ou grandes custos de mudança sozinhos podem conduzir o mercado bancário para um resultado de monopólio. No primeiro caso, há multiplicidade de equilíbrios e, neste último caso, o equilíbrio único de compartilhamento de mercado exclui o estabelecimento de um resultado de monopólio incontestável. Cabe destacar que a situação de monopólio (que pode apresentar-se de maneira alternada ou monótona) emerge somente quando fortes efeitos de rede são combinados com altos custos de mudança. Na situação em que os efeitos de rede são muito mais relevantes que os custos de mudança, a assimetria do *Market share* das firmas se torna menos proeminente para o monopólio (a situação contrária também é válida).

Palavras-chave: Efeitos de rede. Custo de mudança. Competição de Bertrand. Competição Bancos. Modelo Linear de Hotelling.

ABSTRACT

The scope of this essay is to present a theoretical model of competition with switching cost and network effects to the Brazilian commercial banking sector, by incorporating a parameter (k) to establish a proportion of impact of these phenomena. As well as, to determine the Bertrand price competition model, ponder by the Hotelling Linear Model with horizontal product differentiation to the Brazilian commercial banking market. In analyzing this imperfect market, it is evident that neither large network effects nor large switching costs alone can lead the banking market to a monopoly outcome. In the first case, there is a multiplicity of equilibria, and in the latter case the single equilibrium of market sharing excludes the establishment of an incontestable monopoly result. Take into account that the monopoly situation (which may occur alternately or monotonously) emerges only when strong network effects are combined with high switching costs. In the situation where network effects are much more relevant than switching costs, the asymmetry of firms' market share becomes less prominent for monopoly (the opposite is also true).

Palavras-chave: Network Effects. Switching Cost. Bertrand Competition. Bank Competition. Hotelling Linear Model.

LISTA DE FIGURAS

- FIGURA 1 – Escolha do consumidor no modelo linear de Hotelling 8.
- FIGURA 2 – Função lucro no modelo linear de Hotelling 9.

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – *Payoff* de grupos ao adquirir ou não um único bem de rede 13.

QUADRO 2 – *Payoffs* de dois bens de rede rivais 14.

Sumário

1. Introdução	2
2. Custo de Mudança	4
2.1 Diferenciação de produto e o modelo linear de hotelling	6
3. Efeitos de Rede e Competição	11
4. Bancos, Custo de Mudança e Efeitos de Rede	15
5. Modelo Teórico	17
5.1 Modelo base	17
5.2 Análise de equilíbrio e principais resultados	21
5.2.1 Demanda por firmas e produtos dado uma expectativa	22
5.2.2 Definição I	22
5.2.3 Equilíbrio de <i>market share</i>	23
5.2.4 Lema 1	24
5.2.5 Equilíbrio de monopólio	25
5.2.6 Lema 2	26
5.2.7 Proposição 1	26
5.2.8 Corolário 1	28
5.2.9 Proposição 2	29
5.2.10 Proposição 3	32
6. Considerações Finais	34
Referências	36
Apêndice Matemático	41
Prova do Lema 1	41
Prova da Proposição 2	41
Prova da Proposição 3	42

1. Introdução

A competição em mercados imperfeitos é comumente estudada e amplamente discutida na literatura da economia moderna. Mercados imperfeitos podem surgir por monopólios naturais (Dowd (1992), esclarece que este não é o caso do sistema de competição de bancos comerciais), ganhos de escala que resultam em uma concentração de mercado (Mitchell; Onvural (1996) exemplifica o setor de bancos como uma economia de escala), patentes, custos de transporte, custos de mudança e efeitos de rede, ou seja, qualquer fator que impossibilite a concorrência perfeita.

Observa-se que os fatores analisados no presente trabalho constam nas características de mercados imperfeitos, todavia a interação conjunta desses fatores pode induzir a resultados contraintuitivos. Shy (1995) propõe um modelo que considera custos de mudança no setor bancário, todavia não leva em conta outros aspectos particulares dessa competição imperfeita. Para reduzir essa lacuna de estudo, o presente trabalho explora os efeitos de rede do sistema financeiro, podendo influenciar no tipo de equilíbrio de mercado, contribuindo ou impedindo a formação de monopólios.

Mercados com custos de mudança e efeitos de rede (mercados imperfeitos) vêm ganhando destaque à medida que há maior fluidez de informação e expansão das tecnologias de comunicação, como destacam os autores Farrell; Klemperer (2007), são pontos centrais da “nova economia”. Apesar de relativamente novos, estes tópicos estão diretamente relacionados com conceitos tradicionais econômicos como: contratos incompletos¹, complementariedade, economias de escopo e escala.

Consciente deste novo modelo de competição, firmas podem modificar seu modelo de concorrência almejando maior *market share* inicial com um preço de penetração (abdicando de um lucro no primeiro período). Estas primeiras vendas induzem uma fidelização do cliente (*lock-in*), devido aos custos de mudança, em razão dos efeitos de rede há uma certa vantagem que estes consumidores continuem fidelizados. Nota-se uma mudança da dinâmica de concorrência no mercado e este é o problema de pesquisa do presente trabalho.

Dentre algumas peculiaridades do sistema financeiro brasileiro que impactam diretamente os custos de mudança, pode-se destacar o Imposto sobre operações de crédito, câmbio e seguro, ou relativo a títulos mobiliários (Imposto sobre Operações Financeira - IOF) é um exemplo do custo de mudança do setor financeiro nacional, quando a operação não se enquadrar na portabilidade bancária nacional é aplicada a alíquota do imposto. O Fundo Garantidor de Crédito (FGC) que é uma entidade privada, sem fins lucrativos, destinada a administrar mecanismos de proteção a titulares de créditos contra instituições financeiras. Para o efeito rede, cabe apresentar o meio criado pelo Conselho Monetário Nacional (CMN) para mitigar os riscos dos efeitos de rede no setor comercial bancário, reduzindo os efeitos negativos de rede relacionados ao tamanho de um banco e seu nível de confiabilidade, garantindo o valor de duzentos e cinquenta mil reais para os clientes, viabilizando a concorrência de bancos

¹Caminha; Lima (2014) definem como instrumentos cujo desempenho de seus termos contratuais deixam ganhos potenciais da transação irrealizados, face às informações disponíveis para os agentes e para as cortes de justiça.

menores com grandes bancos financeiros e comerciais.

O objetivo geral deste trabalho é descrever e analisar equilíbrios de mercado, via elaboração de um modelo teórico embasado com definições, lemas e proposições. Posto que acrescenta-se outra variável para o modelo de competição por preço de Bertrand no modelo de Hotelling com custos de mudança. O efeito de rede (variável acrescentada) em razão dos custos de mudança pode trazer outra dinâmica de mercado, por ser um setor altamente regulado por suas imperfeições de mercado. A assimilação das tendências de monopólio ou divisão de mercado são fundamentais para o estabelecimento de regras eficientes para que o mercado chegue o mais próximo de uma competição perfeita.

Já o objetivo específico é verificar os diferentes resultados de equilíbrios de mercado quando há modificação dos parâmetros de impacto de custos de mudança e efeitos de rede, conjuntamente com a alteração da razão entre estes, para o setor bancário brasileiro. Adequando as peculiaridades de algumas normas do Banco Central do Brasil e a dinâmica bancária nacional. Por meio do desenvolvimento de um modelo microeconômico teórico, contata-se a importância da parametrização e identificação da relevância dos fatores para distinguir a situação de equilíbrio.

O presente trabalho é composto de seis seções, organizadas da seguinte maneira: Introdução, seção 2 que revisa e explana a literatura de custo de mudança; na seção 3 trata-se dos efeitos de rede e seus impactos na competição entre firmas; na seção 4 observa-se como os custos de mudança e os efeitos de rede influenciam o sistema bancário comercial; já na seção 5 analisa-se um modelo teórico de competição e a implicação do acréscimo do parâmetro k (razão entre os custos de mudança e os efeitos de rede); na seção 6 tem-se as considerações finais e o apêndice matemático.

2. Custo de Mudança

As tomadas de decisões de consumidores podem envolver efeitos de longo prazo dependendo da mercadoria e do modo de utilização do produto. Por exemplo, um cliente que acabara de abrir uma conta em um banco se depara com um custo oportunidade (este pode ser observado como tempo de pesquisa de preços melhores) caso decida mudar para um concorrente, isto pode acontecer em outros setores como os de telefonia, TV a Cabo e outros que serão elucidados no decorrer do trabalho. Belleflamme; Peitz (2010) classificam este como “custo de mudança” podendo viabilizar um poder de mercado sobre os consumidores, impossibilitando o setor de operar de maneira economicamente eficiente. A dispersão de preço em bens homogêneos é constantemente observada em muitos mercados. Uma das possíveis razões da quebra da Lei do Preço Único² pode ser devido a inflexibilidade de livres transações no mercado, seja através de custos de transação, contratos ou meios que impeçam a livre transação. Estes podem ser definidos como custos de mudança, como Kim et al. (2003) ressaltam: custos percebidos pelos agentes econômicos na decisão de troca de fornecedores e podem ocorrer mesmo quando os produtos de duas empresas são funcionalmente idênticos (homogêneos).

Klemperer (1995) analisa uma certa alteração da utilidade do consumidor antes e depois da compra, ponderado pelo efeito *lock-in* (Efeito de captura, por exemplo: quando o produto concorrente é mais vantajoso e o consumidor não opta pela troca)³. Denominado como Inércia do Consumidor (Devido a modelagem de dois períodos, a fidelização do consumidor no primeiro período exige do mesmo uma tomada de ação caso queria mudar de marca. O custo desta ação é denominado de inércia) pode substituir adequadamente a concorrência comum compatível e pode até ser mais intensa do que a concorrência tradicional, enfraquecendo a diferenciação. Mais frequentemente, no entanto, a concorrência incompatível⁴ não envolve apenas perdas de eficiência direta, mas também suaviza a concorrência e amplia as vantagens dado o atrelamento. Silva (2013) exemplifica o caso do HSBC, um banco consolidado no cenário internacional, não conseguiu alcançar a relevância dos grandes bancos comerciais atuantes. Mesmo estando no país desde 1997 e chegando a alcançar a sexta posição no ranking dos maiores bancos; não conseguiu um *market share* razoável encerrando suas atividades no Brasil em junho de 2015 (momento em que continuava na sexta posição no ranking dos maiores ativos do Brasil, todavia com apenas um quarto do valor frente ao 5º colocado), a subsidiária foi adquirida pelo Bradesco no mês de agosto do mesmo ano.

As interações (ou jogos) repetidas com relações de longo prazo, como observado setor de

²Conceito econômico que postula que bens idênticos devem ser vendidos ao mesmo preço, independente de sua localização.

³Forma de barreira imposta pelo custo oportunidade que impede os clientes de mudar de firma em resposta a mudanças de eficiência no produto (previsíveis ou imprevisíveis) e concede as empresas poder de mercado (lucro econômico) *ex post* pelo mesmo comprador no caso de custos de troca (ou fidelidade à marca), ou em relação a outros com rede efeitos.

⁴Caracterizado pela impossibilidade de substituição perfeita do produto seja por propriedade particular (patentes ou direitos autorais) ou segredos de mercado. Suleymanova; Wey (2011) cita algumas falhas de mercado quando os consumidores priorizam compatibilidade: o teclado QWERTY (padrão utilizado na maioria dos computadores), sistema operacional Microsoft MS DOS, gravador de videocassete VHS; segundo o artigo são tecnologicamente inferiores aos seus competidores, mas dominaram o mercado devido a incompatibilidade de uso de seus concorrentes.

crédito comercial bancário, são diretamente afetadas por custos de mudança com resultado significativo na alteração do nível de equilíbrio do mercado (SHY, 2002). A atividade de credor e sua interação de longo prazo é permeado por informações assimétricas, com incentivos para um exagero das características positivas dos tomadores de crédito gerando um risco moral⁵ proveniente desta. Cabe as instituições bancárias discernir e alocar o crédito de maneira eficiente, conforme explica Brealey et al. (1977).

Akerlof (1970) em seu artigo clássico a respeito desta dissonância da informação, esclarece que a discriminação dos consumidores - traçando um paralelo com seleção de limões - reduziria a seleção adversa de agentes. Isto reduziria a possibilidade de o tomador escolher obter crédito do banco que possui a melhor taxa, pois este, diante do desconhecimento acerca das características individuais do tomador, pode não estar disposto a lhe oferecer as melhores taxas. A relação de longo prazo (fidelização do consumidor) ganha maior protagonismo nesse modelo de organização econômica com informação imperfeita, pois é a maneira mais eficiente de monitorar informações e selecionar bons pagadores.

Resultados postulados inicialmente por Sharpe (1997) e aprimorados por Von Thadden (2004) mostram que a informação privilegiada dá aos credores uma vantagem informacional sobre potenciais concorrentes na fase de refinanciamento e reduz a concorrência *ex post*. Assim, as taxas de juros cobradas tenderiam a ser maiores em relações de mais longo prazo. Ou seja, os autores demonstram que a informação privilegiada (*inside information*), gerada ao longo da interação entre o cliente e o banco, pode conferir poder de monopólio *ex post* (monopólio temporário) ao banco, mesmo que os bancos sejam competitivos *ex ante*, evidenciando uma situação de diferenciação entre períodos conferindo poder de mercado às firmas. Portanto, a relação bancária pode ser capaz de resultar em uma vantagem informacional específica ao banco (por exemplo, a capacidade de pagamento do cliente e se é um bom pagador), que não pode ser comunicada de forma crível⁶ aos demais competidores, como apresentado livro de Freixas; Rochet (2008).

Apesar deste trabalho seguir uma linha pesquisa teórica de modelagem, evidências empíricas desse comportamento de mercado são importantes para fundamentar e dar respaldo para teoria. Para mensurar e quantificar estes efeitos sobre os mercados, pode-se destacar os seguintes trabalhos:

1. Kim et al. (2003) desenvolve um modelo estrutural estimável, complementar aos modelos teóricos existentes, capaz de elucidar o processo de comportamento de mudança dos consumidores a partir de dados agregados, similares aos disponibilizados pelo BCB (Banco Central do Brasil). Esta metodologia é aplicada para o mercado de empréstimos

⁵Ocorre sob informação assimétrica em que a parte que assume o risco de uma transação conhece mais sobre suas intenções do que a parte que arca com as consequências do risco. De uma maneira geral, o risco moral pode ocorrer quando a parte com mais informações sobre suas ações ou intenções tem uma tendência ou incentivo para se comportar de forma inadequada, na perspectiva de que tem menos informações (problema de agenda). Por exemplo, a garantia para o crédito concedido ao devedor pode não corresponder ao valor declarado podendo gerar incentivos para o não pagamento da dívida.

⁶Mesmo com empresas de informação e proteção ao crédito que busca reduzir esta assimetria de informação, pois não há interesse por parte dos credores em compartilhar a informação que pode ser configurada como vantagem competitiva.

bancários da Noruega, utilizando um painel com dados anuais de 1988 a 1996 e incluindo todos os bancos em operação no período (exceto alguns estatais com natureza de negócio distinta). Dentre os diversos resultados encontrados pelos autores, ressalte-se a evidência de custos de mudança significativos em diversas combinações de amostra utilizada (parâmetros relacionado ao custo de mudança entre 0,2% e 4,1%). Com uma duração média de 13,5 anos da relação entre banco e consumidor, dado a indicação de que até 35,0% do *market share* médio do banco deve-se à relação estabelecida entre banco e tomador de empréstimos. Por fim, destaca-se que para o mercado em questão os autores encontram evidências de que, em média, 23,0% do valor adicionado do cliente pode ser atribuído ao fenômeno de captura (*lock-in*) gerado pelos custos de mudança.

2. Shy (2002) propõe a “*construção de um método de cálculo simples, a partir de um modelo de competição de preço que permite encontrar o custo de mudança, do ponto de vista do depositante, como uma função somente dos preços e do market share*”. A simulação realizada pelo autor, para o mercado de depósitos bancários da Finlândia em 1997, indica que grandes bancos geralmente têm clientes com custos de mudança mais elevados, enquanto que os clientes de bancos pequenos praticamente não apresentam custos ao mudar de banco. O valor calculado para o custo de mudança do cliente do maior banco considerado foi de US\$ 463,0, equivalente a 11% do saldo médio dos depósitos daquele banco. Em linhas gerais, o resultado encontrado aponta os custos de mudança entre 0,4% e 11% do saldo médio que um depositante mantém no banco.
3. Esta área de estudos ainda é muito incipiente no Brasil e passou a ganhar mais atenção após a circular n° 3.371⁷ que começou a vigorar em 2007, na qual institui uma tabela padronizada para reportar as rendas de serviços prioritários e pacote básico padronizado⁸. Ao combinar essa base com dados da COSIF (Plano Contábil das Instituições do Sistema Financeiro Nacional) começaram a surgir trabalhos como Silva; Lucinda (2017) e Araujo; Rodrigues (2016). Identificando a diferenciação de produtos como as contas universitárias e a agressividade dos bancos nas licitações de órgãos públicos pelo direito de gerenciar a folha de pagamento dos servidores, com o intuito de oferecer produtos mais baratos em um primeiro momento a fim de explorar a fricção do custo de movimentação do cliente; evidenciando custos de mudança significativos no setor bancário brasileiro.

Fica claro o impacto dos custos de mudança em alguns mercados da economia atual e como isto pode prejudicar a competição perfeita. Dada a introdução desse conceito, vai-se analisar e modelar que tipo de impacto esta competição imperfeita ocasiona na forma de competição e em quais aspectos favorece o consumidor ou as firmas.

2.1 Diferenciação de produto e o modelo linear de hotelling

Utilizando como base para fundamentação desta seção os trabalhos de Tirole (1988), D’Aspremont et al. (1979), Stole (1995), Neven (1985) e, principalmente, Belleflamme;

⁷Circular Número 3.371 de 2007.

⁸Circular Número 3.518 de 2007.

Peitz (2010); vai-se descrever e discorrer sobre o modelo de Hotelling de maneira sucinta e simplificada. O modelo de Hotelling será a base para o desenvolvimento do presente trabalho, modificando a interpretação do custo de transporte (originalmente proposto no trabalho de Hotelling (1990)) para custo de mudança, incorrendo apenas quando o consumidor trocar de firma e de forma a ocupar o mesmo espaço de desutilidade no intervalo $[0,1]$.

Uma das premissas fundamentais da diferenciação de produto e do modelo linear de Hotelling é a abordagem de Escolha Discreta⁹, por exemplo, há uma decisão de qual marca ou produto comprar e não existe uma mistura de diferentes produtos. A maioria dos modelos que utilizam essa premissa acrescentam uma propriedade em que os consumidores compram zero ou uma unidade do produto, sem mescla de marcas.

Relacionando essa situação para o contexto bancário brasileiro, onde é possível ter produtos bancários de diferentes empresas, todavia esta situação é ineficiente tanto para consumidor quanto para os bancos, pois o consumidor paga menos taxas, ou recebe melhores taxas de juros, transferindo todo relacionamento para um único banco; como os bancos apresentam uma economia de escala, conforme estabelece Mitchell; Onvural (1996) e no cenário brasileiro De Oliveira et al. (2003); os retornos de escala de todo relacionamento do cliente compensariam a abdicação de taxas e juros, portanto vai-se manter a premissa de escolha discreta ao sistema bancário comercial para o desenvolvimento da dissertação.

Dado o modelo de escolha discreta de produtos, depara-se com uma diferenciação horizontal e vertical de produtos. Explicando de maneira simples, a diferenciação vertical pode se referir a qualidade do produto (produto que provém maior utilidade ao consumidor), ou seja, dois produtos a preços iguais os consumidores optariam apenas pelo de melhor qualidade (preferência estrita). Já na diferenciação horizontal, os consumidores não teriam preferência específica (indiferentes), nesta situação o produto de menor preço ganha todo mercado.

O modelo básico de Hotelling de dois períodos apresentado por Belleflamme e Peitz (2010, p. 115) pode ser denotado da seguinte maneira: v sendo o valor intrínseco do produto, um consumidor do tipo x , localizado no intervalo $[0,1]$. Cada consumidor adquire até uma unidade de uma das empresas. A firma i ($i = A, B$) é situada em l_i , dentro do intervalo $[0,1]$, cobra um preço, p_i , conta com um custo marginal de produção, c (sempre menor que o preço estabelecido $c < p_i$), e os consumidores tem que ir para localização da firma para adquirir o bem. O custo de transporte¹⁰ até a empresa é de $\tau |x - l_i|$, onde o parâmetro de custo de transporte estabelece a razão de substituição entre os produtos. A utilidade do consumidor do tipo x que compra o produto i tem a seguinte utilidade $U_i = v - \tau |x - l_i| - p_i$.

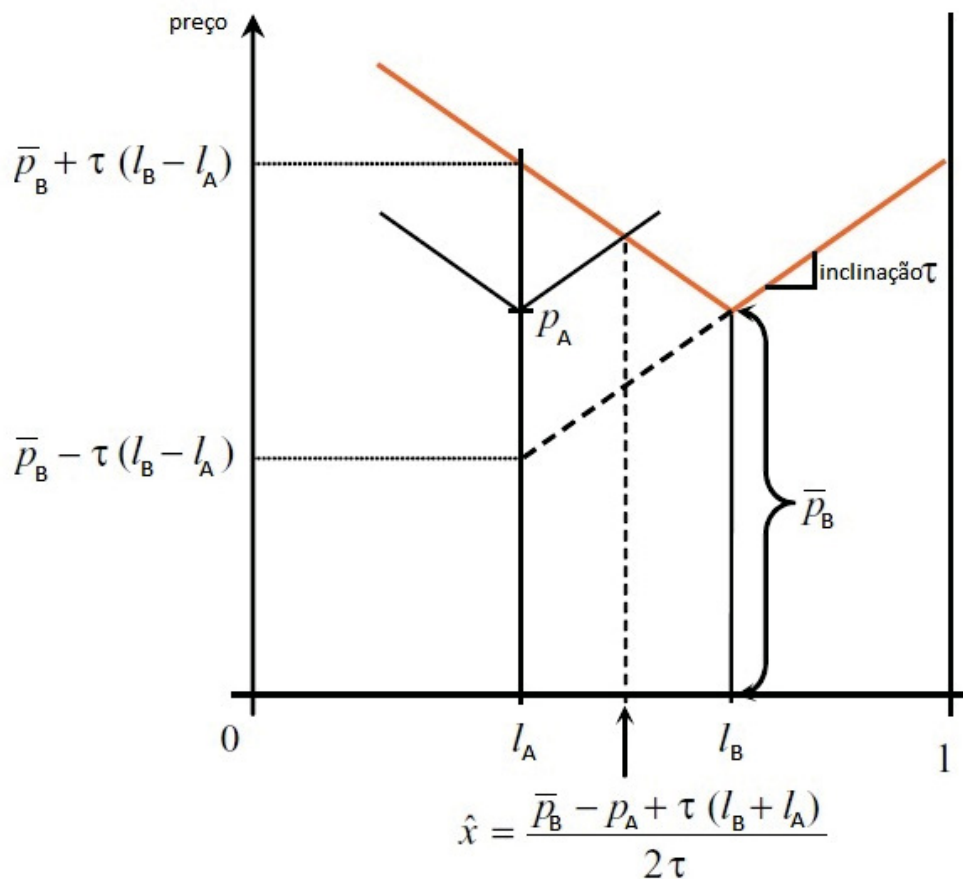
Para o primeiro período, considerando que os consumidores estão espalhados uniformemente no intervalo $[0,1]$ e dispõe de massa total igual a 1. Analisando um duopólio em que as firmas decidem simultaneamente a localização e depois o preço. Tem-se o seguinte resultado

⁹Conforme Anderson et al. (1992) explica, uma população heterogênea de consumidores é a situação ideal para descrever a demanda por produtos diferenciados, dado que suas escolhas são mutuamente excludentes para um conjunto de itens substituíveis. Outra justificativa se deve à função de distribuição das preferências, que pode ser parametrizada para capturar padrões de substituições e as variáveis que determinam a utilidade observada.

¹⁰Para simplificar o entendimento, é apresentada apenas localização como um custo de mudança. A interpretação deste custo agregará diferentes variáveis e formas de interpretação ao longo do trabalho.

obtido para o consumidor indiferente¹¹ $\hat{x} = \frac{\bar{p}_B - p_A + \tau(l_B + l_A)}{2\tau}$, onde \bar{p}_i é o preço estabelecido pela empresa i ($i = A, B$). Caso o consumidor indiferente seja situado em 0,5, as firmas estejam em localizações simétricas (por exemplo: $l_A = 1 - l_B$) e estabeleçam o mesmo preço ($p_A = p_B$), cada firma terá metade da demanda. Já na situação em que os preços diferem tem-se as seguintes figuras para facilitar o entendimento do modelo de Hotelling:

Figura 1 - Escolha do consumidor no modelo linear de Hotelling



Fonte: Belleflamme e Peitz (2010 p.116)

Supondo que $p_A = p_B + \tau(l_B - l_A)$, então o consumidor indiferente está localizado na posição da firma A ($\hat{x} = l_A$). Nesse caso, continua-se com a divisão igualitária da demanda (mesmo com preços diferentes, devido à localização dos consumidores). Todavia qualquer alteração de preços, no segundo período¹², deslocaria a demanda integralmente para a firma de menor

¹¹Dado que o foco do trabalho não envolve estas demonstrações desse modelo específico, o passo a passo está disponível em Belleflamme; Peitz (2010).

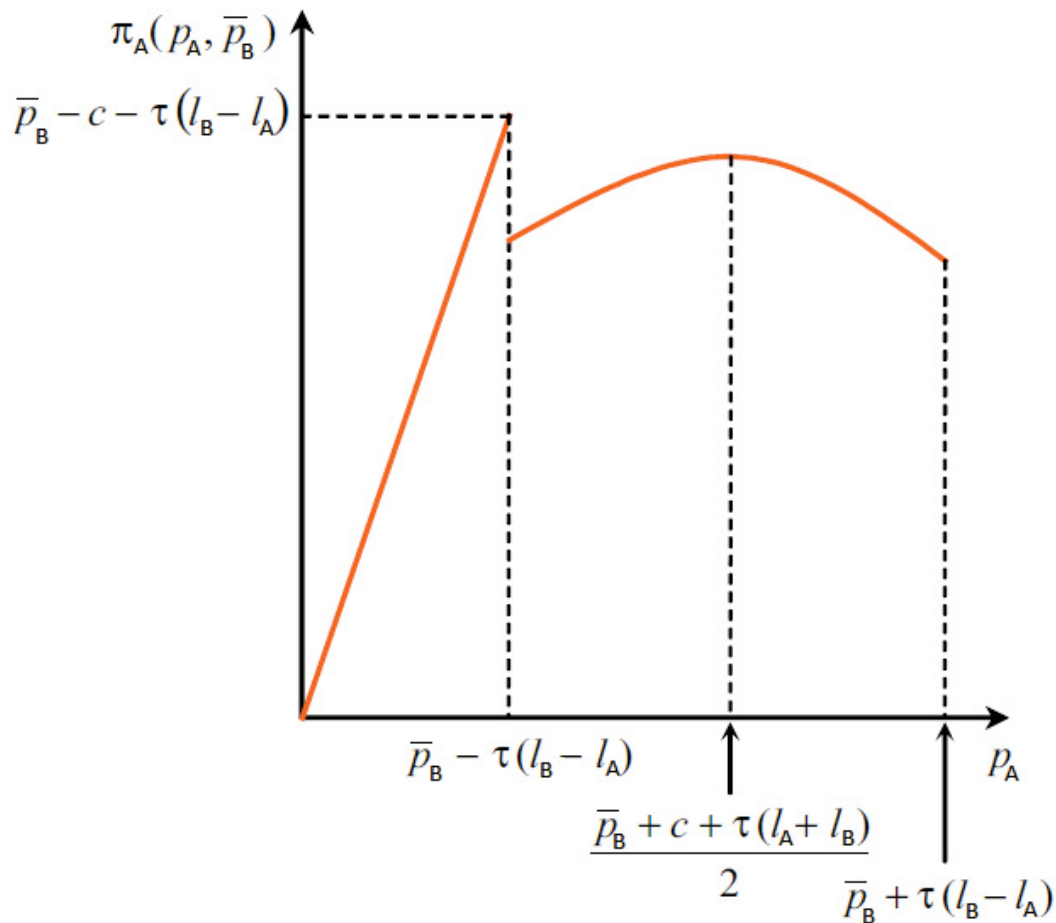
¹²Como os consumidores já decidiram de qual firma comprar no primeiro período, estes não apresentam uma distribuição heterogênea (como apresentado no primeiro período) e arcam com um custo de mudança

preço¹³. Por conseguinte, pode-se apresentar a função lucro (π_i , onde $i = A, B$) da seguinte maneira:

$$\pi_A(p_A, p_B; l_A, l_B) = \begin{cases} 0 & \text{se } p_A > p_B + \tau(l_B - l_A) \\ (p_A - c) \left(\frac{p_B - p_A + \tau(l_B + l_A)}{2\tau} \right) & \text{se } |p_A - p_B| \leq \tau(l_B - l_A) \\ (p_A - c) & \text{se } p_A < p_B - \tau(l_B - l_A) \end{cases}$$

Em que c representa o custo marginal de produção constante.

Figura 2 - Função lucro no modelo linear de Hotelling



Fonte: Belleflame e Peitz (2010 p. 117)

Tem-se a função lucro ilustrada na figura 2. Observa-se que caso o competidor estiver (caso alteração de marca).

¹³A equação (4) do presente trabalho aborda essa situação.

localizado no interior do intervalo¹⁴ (por exemplo: $l_B < 1$), a função lucro da firma A é descontínua em $\bar{p}_B - \tau(l_B - l_A)$. Essa descontinuidade é em razão da quebra do equilíbrio quando o consumidor indiferente for localizado na posição da firma A (ou firma B, a equação seria em função de \bar{p}_A) dado o custo de transporte (apresentado no parágrafo anterior). Como pode-se observar na figura 2, a função lucro tem dois pontos de máximo, então apenas aplicar as condições de primeira ordem (CPO) seria um erro de resolução; somente quando ambas as firmas forem localizadas nas extremidades do intervalo, tem-se a função lucro quasi-concava, então as CPO seriam máximos globais, de maneira a configurar um modelo de duopólio simples¹⁵.

¹⁴No capítulo 5 do presente trabalho esse intervalo é representado por “I” sobrescrito.

¹⁵Ainda no capítulo 5 deste trabalho, pode-se observar a fixação das empresas nas extremidades do intervalo.

3. Efeitos de Rede e Competição

Shy (2011) define que efeitos de rede são um tipo especial de externalidade no qual a utilidade do consumidor e/ou o lucro das firmas é diretamente afetado pelo número de consumidores e/ou produtores usando a mesma (complementar ou compatível) tecnologia. Em outras palavras, efeitos de rede são gerados por um aumento da popularidade de um bem ou serviço. Efeitos de rede no consumo podem ser positivos, no sentido em que os consumidores podem se beneficiar de usar a mesma marca ou produto similar. Estes podem ser negativos dentre os consumidores, caso haja um congestionamento, interferência ou até quando se tratar de critérios de luxo no sentido de exclusividade.

Conforme Farrell; Klemperer (2007) esclarecem, custos de mudança e os efeitos de rede surgem quando os consumidores valorizam as formas de compatibilidade que exigem compras diversificadas podendo ser oferecidas pela mesma empresa. Os custos de mudança podem ser observados caso um consumidor almeje uma cesta de produtos, ou uma série em especial, de suas próprias compras seja compatível entre si, de modo a criar economias de escopo entre os bens adquiridos de uma única empresa. Os efeitos de rede surgem quando um usuário deseja compatibilidade com outros usuários para que ele possa interagir ou trocar com eles, ou usar os mesmos complementos; Isso cria economias de escopo entre as compras de diferentes usuários.

Este comportamento de economia de escopo altera incentivos de modo a direcionar a melhor ação do consumidor a depender de seus pares, podendo ser observadas como transações complementares. Ou seja, a expectativa de valor do produto é alterada conforme mais consumidores detém este item, a propensão em adquirir o produto também pode ser estimada por futuros benefícios de rede (a expectativa de sucesso de um produto com efeitos de rede é determinante para o consumo), desse modo as expectativas futuras devem ser incluídas na análise.

Considera-se, também, o montante de consumidores que já possuem o bem e beneficiam-se dos demais pares (via efeito rede); sob a ótica da firma, o *market share* representa o estoque de consumidores influenciados pelo efeito *lock-in*¹⁶ (Efeito de captura, por exemplo: quando o produto concorrente é mais vantajoso e o consumidor não opta pela troca, pois o ganho de utilidade não é suficiente para cobrir o custo de mudança), já no caso de efeitos de rede, estes atenuam a redução de utilidade do efeito *lock-in* e impactam positivamente nas expectativas futuras. No decorrer do presente trabalho, serão apresentadas e explicadas as possíveis situações em que cada efeito prevalece, assim como seus resultados.

Tendo em vista este benefício futuro, empresas podem competir de maneira mais intensa por novos consumidores via redução mais intensa nos preços no curto prazo. Todavia, dado ao efeito de fidelização (*lock-in*) resultam em um aumento do lucro das firmas via redução do excedente do consumidor explorando esta competição imperfeita. Efeitos de Rede e custos de mudança alteram o foco da competição de pequenas para grandes quantidades de venda,

¹⁶Forma de barreira imposta pelo custo oportunidade ou outro fatores que impedem os clientes de alterar fornecedores em resposta a mudanças de eficiência ou preço (previsíveis ou imprevisíveis), assim viabilizando poder de mercado *ex post* para as firmas devido a esses custos de mudança.

explorando os ganhos de forma similar às economias de escopo. Nesse novo modelo de competição pode emergir uma situação contraintuitiva, como o efeito *fat-cat*, termo estipulado por Fudenberg; Tirole (1984) pode ser explicado, de maneira simplificada, quando uma empresa fideliza grande parte dos consumidores e explora o custo de mudança (efeito *lock-in*) dos clientes fidelizados via aumento de preços ou redução de custos (implicando em redução da qualidade ou utilidade do produto para o cliente). Ao elevar os preços, esta abdica da competição por novos consumidores e, dependendo do tamanho da firma e do mercado, pode aumentar o *mark-up* de preços do mercado e reduzindo a competição por preço, induzindo as firmas a operarem com um preço maior do que o preço de mercado, deixando-as “preguiçosas” (ausência de ímpeto na conquista de novos clientes, apenas lucrando com consumidores já fidelizados) daí a origem do termo *fat-cat*.

Um bem qualquer apresenta efeitos de rede diretos caso seja adquirido por usuários distintos resultando em um impacto complementar, de modo que o retorno de utilidade do produto aumenta à medida que mais indivíduos adquirem o produto, resultando em um maior incentivo para o consumo, dado que a utilidade é crescente em função do número de usuários. Assim, os adeptos de uma rede de comunicações (fax ou telefones) ou falantes de um idioma ganham diretamente quando outros participam da rede, de modo que eles têm mais oportunidades para interações (benéficas) com seus pares.

Os efeitos indiretos da rede surgem através de melhores oportunidades de comércio via trocas diretas. Embora os compradores geralmente não gostem de ser acompanhados por outros competidores, devido a um deslocamento na curva de demanda de modo a provocar um aumento nos preços, uma analogia inversa também é aplicada do ponto de vista da oferta. Farrell; Klemperer (2007) analisam que essa dinâmica depende do modelo de organização dos mercados, caso sejam grandes mercados (grande quantidade de compradores e vendedores, de modo que há grandes probabilidades de acordos de compra e venda) o lucro indireto dos compradores com a entrada reequilibrada pelos vendedores pode superar a perda de termos de troca para os compradores e vice-versa; se assim for, existe um efeito de rede indireto.

Goyal (2012) aborda o ponto de vista cooperativo da teoria dos jogos, os efeitos de rede podem ser interpretados como economias de escala: o excedente por comprador disponível para uma coalizão de compradores e um vendedor aumentam com o tamanho da coalizão. Quanto às questões de contratação e coordenação, são fatores que podem impulsionar ou suavizar o efeito de escala econômica, dependendo do modelo de organização das conexões de rede. A menos que a tomada de preços seja totalmente internalizada pelos efeitos de rede (o que não é comum), existe uma externalidade positiva na aquisição. Porém, adquirir um produto pode significar não adquirir outro ou incorrer em custos de oportunidade, isto pode diluir ou anular a externalidade positiva.

Entre as características gerais de modelos de rede (onde um produto ou serviço fornece mais utilidade ao consumidor à medida que ganha mais usuários ou clientes), Shy (2011) destaca que os efeitos de rede criam incentivos para o surgimento “efeito manada”¹⁷, dado

¹⁷Choi (1997) explica que isso pode acontecer quando o consumidor decide espelhar a decisão de outro usuário, dado que a utilidade atual do produto está integrada com a de seus pares. Cria-se um problema de correlação e endogeniedade, dado que os consumidores podem incorporar a utilidade futura do item em questão, assim gerando ciclos viciosos. Este conceito será desenvolvido detalhadamente ao longo do presente

que a percepção de valor incorpora a quantidade de pares que possuem o produto, podendo gerar expectativas autorrealizáveis. Viabilizando o surgimento de equilíbrios múltiplos, caracterizados pelo comportamento de “*chicken-and-egg*”¹⁸ ou efeitos críticos de massa com comentários positivos ou pontos de inflexão: uma rede que aparenta ter sucesso possivelmente irá exercer uma profecia autorrealizável (termo empregado ao assumir uma hipótese como verdadeira alterando o comportamento dos indivíduos, assim favorecendo a confirmação da hipótese).

Fica evidente que a maneira com que os consumidores formam suas expectativas sobre as firmas e coordenam suas escolhas afeta diretamente o comportamento de rede e a maneira de competição entre empresas. A fim de esclarecer a forma de comportamento da competição com externalidades de rede, utiliza-se como base os trabalhos de Katz; Shapiro (1994) e Katz; Shapiro (1992) para formar os quadros 1 e 2 adiante, pode-se observar a formalização teórica da decisão de dois grupos (esta é a forma mais intuitiva de visualização do problema de rede) de adquirir ou não um produto, ponderado pela utilidade e de acordo com seu *payoff*.

Para simplificar os modelos propostos por Katz; Shapiro (1986) e Katz; Shapiro (1992), os “K” indivíduos serão separados em dois grupos de acordo com a ação realizada (esta simplificação já é abordada por estes artigos citados): adquirir ou não adquirir o produto, estas escolhas são excludentes, ou seja, adotar um produto significa não adotar o outro (pois estes produtos são incompatíveis, podendo ser interpretados como demanda unitária, ou seja, quando se escolhe um dos produtos a aquisição do outro bem não resulta em ganhos de utilidade. Já o indivíduo é satisfeito com um único item). Interpretando estes participantes como um grupo i (não como indivíduos, sendo $i = 1, 2$ para a situação do Quadro 1), de tamanho n_i e $\sum n_i = N$ (para a situação apresentada no Quadro 1, tem-se $N = n_1 + n_2$).

O jogador i recebe a utilidade $u_a^i(x)$ da ação a (adquirir o produto), caso um total de x consumidores escolham a ação a , isto é, o efeito de rede é representado pela relação positiva entre x e $u(\cdot)$, onde x pode variar de 1 a N . Denomina-se que um produto apresenta efeitos de rede caso em cada i , o *payoff*, $u_a^i(x)$, deve se comportar da seguinte maneira: $u_a^{i'}(x) > 0$ (a função é crescente em relação a quantidade de clientes, quanto mais clientes mais utilidade é provida ao indivíduo) e $u_a^{i''}(x) \geq 0$ (a relação de crescimento entre a quantidade de clientes e o benefício individual marginal é constante ou progressivo).

Considerando dois grupos decidindo se comprar ou não o produto, $K = 2$. No caso de um não adquirir, não é afetado pelo fato do outro grupo adquirir, normaliza-se o *payoff* para zero. Determina-se como $u^i(x)$ para i 's *payoffs* de adquirir, apresenta-se o quadro abaixo para melhor entendimento.

Quadro 1 - *Payoff* de grupos ao adquirir ou não um único bem de rede

trabalho.

¹⁸Caillaud; Jullien (2003) esclarece o termo da seguinte maneira: para atrair compradores, uma empresa de intermediação deve ter uma grande base de vendedores, todavia estes vendedores só irão participar desta base caso possuam muitos compradores. Isto ocorre em mercados de *matchmaking* (estabelecimento de parcerias ou conexões, por exemplo: bolsa de valores).

	Grupo 2 adquire	Grupo 2 não adquire
Grupo 1 adquire	$u^1(N), u^2(N)$	$u^1(n_1), 0$
Grupo 1 não adquire	$0, u^2(n_2)$	$0, 0$

Fonte: Farrell; Klemperer (2007).

Efeitos de rede emergem para um produto quando $u^i(N) > u^i(n_i)$ para $i = 1, 2$, assumindo que u seja estritamente crescente quando existem efeitos de rede. Ou seja, a utilidade provida ao grupo i é maior se todos os outros grupos utilizarem o produto adquirido por este grupo.

Quando tem-se dois produtos semelhantes com efeitos de rede e demanda unitária entre o consumo do produto A ou do produto B, pode-se observar a seguinte situação no Quadro 2 abaixo.

Quadro 2 - *Payoffs* de dois bens de rede rivais

	Grupo 2 adquire A	Grupo 2 adquire B
Grupo 1 adquire A	$u_A^1(N), u_A^2(N)$	$u_A^1(n_1), u_B^2(n_2)$
Grupo 1 adquire B	$u_B^1(n_1), u_A^2(n_2)$	$u_B^1(N), u_B^2(N)$

Fonte: Farrell; Klemperer (2007)

Efeitos de rede emergem se $u_a^i(N) > u_a^i(n_i)$ para $i = 1, 2$ e $a = A, B$, estes efeitos são fortes¹⁹ quando superam a preferências dos compradores por A em relação a B, então há uma predileção na escolha de produtos em que seus pares têm maior preferência, ou seja, imitam a ação de seus pares. Desse modo, “todos adquiram A” ou “todos adquirem B” são equilíbrios de Nash na situação jogo de escolha simultânea e não cooperativa. Devido aos Equilíbrios de Nash se situarem nos casos de concentração de mercado, há uma acentuada tendência a formação de monopólios neste modelo de competição. No desenvolvimento do presente trabalho, ir-se-ão acrescentar custos de mudança e verificar como os mercados tenderão a se comportar com estas variáveis.

Dessa maneira, é possível observar e entender a tomada de decisão implicando na mudança opção ótima na presença de efeitos de rede, tanto por parte dos consumidores quanto por parte das firmas ao avaliar certas tendências de comportamento de mercado. Fornecendo embasamento teórico para compreender o modelo que será proposto a seguir para observar o comportamento do mercado de bancos comerciais na influência de efeitos de rede e custos de mudança.

¹⁹Stango (2004) cita a disputa de tecnologias de gravação e reprodução de vídeo VHS ou Betamax como uma situação que apresenta fortes efeitos de rede.

4. Bancos, Custo de Mudança e Efeitos de Rede

Shy (1995) aborda as principais características de impactos de rede do setor bancário. Pode-se destacar e enumerar os seguintes efeitos:

- i) **Efeitos de rede:** o público tende a associar grandes bancos como instituições mais estáveis, ou seja, menor probabilidade de falência. O efeito de rede tem consequência direta na atividade comercial de um banco, já que a instituição depende diretamente de seus depósitos para poder exercer sua atividade financeira, gerando fundos para lastrear operações de crédito. Desse modo, a quantidade de clientes de um banco impacta a utilidade do consumidor individual.
- ii) **Serviços de rede:** bancos exercem uma grande variedade de serviços envolvendo transferência monetária e pagamento entre pessoas físicas, jurídicas e o Estado. Do ponto de vista operacional, a transferência entre contas do mesmo banco constitui uma operação completamente diferente do que transferências entre contas de diferentes instituições financeiras²⁰.
- iii) **Caixa Eletrônico:** O papel moeda é amplamente usado em trocas, todavia estocá-lo pode ser pouco seguro e custoso. Terminais de autoatendimento bancário são uma forma prática de ter acesso aos seus depósitos, podendo ser determinante na escolha de uma instituição financeira. Como clientes de um banco são diretamente beneficiados se grande número de Caixas Eletrônicos forem espalhados, mas essa distribuição depende do número de consumidores. Como a utilidade individual de cada consumidor é impactada positivamente à medida que cresce o número de consumidores, incentivando uma maior distribuição de terminais de Autoatendimento (Caixas Eletrônicos), configurando como efeito de rede.
- iv) **Efeito manada:** Bancos mantêm apenas parte dos depósitos como reserva financeira. Isso pode sujeitar o banco a um efeito de rede negativo, já que este será insolvente caso grande parte de seus clientes optem por retirar seus depósitos em um curto espaço de tempo. Redução de utilidade do consumidor individual relacionado a ação de outros consumidores.

Conforme observa Shy (2011), mesmo com a informação completa da diferença de tarifas bancárias, observa-se uma quantidade razoável de consumidores que não mudam para instituições financeiras com melhores taxas devido aos custos de mudança (estes custos são observados sempre que os clientes precisarem encerrar um relacionamento com um banco, seja pela burocracia ou por rescisão de contratos). Podendo conceder poder de mercado aos bancos, que encaram o *trade-off* entre cobrar taxas menores em períodos iniciais para atrair mais consumidores ou aumentar suas taxas e explorar o efeito *lock-in*.

²⁰Normativamente, é caracterizado pelo Sistema de Pagamentos Brasileiro (SBP) como um arranjo de pagamento fechado (as conformidades do procedimento bancário são elaboradas pela própria instituição via rede interna de pagamentos, sem necessidade prévia de confirmação da entidade reguladora) seguindo um caminho regulatório diferente e menos custoso para a instituição financeira que a realiza. Conforme esclarece a Circular Número 3.705, de abril de 2014.

Pode-se citar algumas das razões determinadas por Shy (1995, p. 188) para o custo de mudança bancário:

- v) **Depósitos eletrônicos:** A maioria dos rendimentos como contracheques, dividendos e a restituição do imposto de renda, são feitos eletronicamente para uma conta específica. Uma vez que os consumidores abrem uma conta em um banco diferente, existe toda uma burocracia de atualização nas instituições que realizam esses depósitos. Considerando o tempo para atualização de todos esses dados, já se cria uma barreira de custo.
- vi) **Empréstimo e crédito:** um cliente de alta qualidade (pessoa que adquire financiamento com baixa probabilidade de não pagar) que muda para um banco competidor que não conhece seu histórico de bom pagador, pode ser classificado equivocadamente como um cliente comum ou de risco. O banco que recebe um cliente de outro banco não dispõe do seu histórico de adimplência, contribuindo para o efeito *lock-in* de bons clientes. Empresas de análises de informações de crédito (como a Serasa Experian®) contribuem para suavizar esse risco de seleção adversa²¹, todavia bons clientes (acima da média) serão prejudicados por não existir um cadastro de bons pagadores ou o novo banco não conseguir discernir o risco.
- vii) **Pagamentos e deduções automáticas:** A vinculação de vários boletos cobrados mensalmente (água, luz, internet, telefone, aluguel, condomínio, prestações, cartão de crédito) à uma conta para realização de débito automático pode contribuir para a inércia do consumidor (custo de mudança), dado todo custo burocrático e de tempo para realizar estas alterações para uma outra conta.
- viii) **Aprendizado:** Cada banco possui um software financeiro diferente e senhas diferentes. Há um custo de aprendizado seja para assimilar a nova dinâmica do novo estabelecimento ou entender o funcionamento *software* de *internet banking*.

²¹já apresentado nos capítulos anteriores sobre o mercado dos limões de Akerlof (1970).

5. Modelo Teórico

Adota-se o modelo de diferenciação horizontal²² (definição está no capítulo 2) para analisar a competição entre bancos, estabelecendo que os produtos bancários são examinados pela ótica das taxas administrativas e taxas de juros (seja para empréstimos ou investimentos), desse modo, não é possível distinguir a qualidade do produto, observa-se apenas os custos ou subsídios oferecidos. Dessa forma, a decisão do consumidor é pautada apenas pelo custo do produto, já que a utilidade é a mesma. Por exemplo, não é possível distinguir a qualidade de uma transferência interbancária (dado que esta cumpre as normas e os prazos estabelecidos pelo Sistema Brasileiro de Pagamentos, regido pelo Conselho Monetário Nacional e regulado pelo Banco Central do Brasil) ou a qualidade de uma taxa de juros, já que esta é balizada apenas pelo dispêndio ou retorno.

Dessa maneira, o presente trabalho não abordará a eficiência (estabilidade na rede de acesso ou segurança do *software*) do site de *Internet Banking*, uma vez que esta pode ser uma característica de diferenciação vertical na qualidade do produto bancário. Outra diferenciação vertical que poderia impactar o sistema de produtos bancários seria a solidez de uma instituição financeira, o tamanho de uma instituição financeira é positivamente relacionado com a solidez e segurança de um investimento.

A qualidade do atendimento (que pode ser considerada uma diferenciação vertical) é considerada a mesma entre os compradores devido a discriminação dos consumidores de maneira a vincular um tratamento similar das mesmas faixas de renda, ou seja, clientes *premium* e clientes de rendas menores são tratados separadamente, de modo a padronizar o dispêndio das firmas com atendimento. Então, o modelo de competição que será analisado no presente trabalho pode ser observado para consumidores de mesma faixa de renda ou classe social.

Trabalhos como Degryse (1996), Kim et al. (2005) e Pita Barros (1999), observam e classificam essa diferenciação de produtos bancários de maneira análoga ao padrão estabelecido acima.

5.1 Modelo base

Custos de mudança e efeitos de rede vinculam clientes aos fornecedores travando clientes, ou mesmo mercados, em escolhas antecipadas. Este efeito pode ser denominado como “*lock-in*” inviabilizando a mudança entre firmas em resposta a decréscimo de eficiência (previsíveis ou imprevisíveis) e oferece aos fornecedores poder de mercado (lucro econômico) *ex post* sobre o atual consumidor, no caso de custo de mudança (ou fidelidade à marca), ou sobre os demais via efeito de rede. Dessa forma, há uma alteração na dinâmica de mercado, as empresas competem *ex ante* para esta explorar a vantagem *ex post*, usando preços de penetração, ofertas introdutórias e guerras de preços, conforme apresenta Parakhonyak; Vikander (2013).

²²A diferenciação horizontal será adotada devido ao modelo basear-se na observação das taxas de juros cobradas em empréstimos, rendimentos de investimentos e custos de serviços. Como não há uma diferença qualitativa em juros cobrados ou recebidos (consumidores optarão pelas melhores taxas) e os serviços são regulados pelo Banco Central do Brasil, por isso devem seguir as normas estabelecidas. Dessa maneira, o posicionamento das firmas passa exercer protagonismo no presente estudo.

Essa “concorrência pelo mercado” ou “competição de ciclo de vida” pode substituir completamente a concorrência comum compatível com a possibilidade de torná-la mais intensa, enfraquecendo a diferenciação horizontal de produtos. Mais frequentemente, no entanto, a concorrência incompatível²³ não envolve apenas perdas de eficiência direta, mas também suaviza a concorrência e amplia as vantagens de incumbência (vantagem de já estar operando no mercado. No contexto deste trabalho pode ser interpretado como um consumidor já adaptado ou fidelizado ao produto).²⁴

Dado os efeitos de rede, as empresas estabelecidas têm pouco incentivo para oferecer melhores negócios quando as expectativas dos compradores dependem de fatores de não-eficiência (especialmente de fatores temporais como o *market share* no período anterior) e, embora a concorrência entre redes incompatíveis²⁵ seja inicialmente instável e sensível a competição pelo lado da oferta e a eventos aleatórios, há uma tendência ao monopólio no decorrer do tempo, dada a dificuldade de entrada neste mercado, tendo a incompatibilidade como uma das grandes barreiras. Enquanto os custos de mudança podem encorajar a entrada²⁶ - em pequena escala - de empresas no mercado, eles desencorajam os vendedores de invadir ou tomar os clientes existentes de competidores e, também, desencorajam uma entrada mais agressiva de outras firmas. Devido a esses efeitos competitivos, até mesmo uma concorrência incompatível²⁷ e ineficiente é, muitas vezes, mais rentável do que a concorrência compatível, especialmente para empresas dominantes com vantagens instaladas ou de expectativa.

Baseado na literatura de custos de mudança com efeitos de rede, nos artigos Chawla; Roughgarden (2008), Miguel Villas-Boas (2015), Çilingiroğlu (2016), Suleymanova; Wey (2011) e nos modelos de competição oligopolística por preço apresentados por Mas-Colell et al. (1995) vai-se explorar um modelo de Competição de Bertrand integrando os efeitos de rede e custos de mudança. Considerando duas firmas $i = A, B$, normalizando o custo de produção para zero (considerando para o caso do setor bancário com custos muito baixos para criação de produtos financeiros). Firmas competem em preços, p_i , nos quais são definidos

²³Caracterizado pela impossibilidade de substituição perfeita do produto seja por propriedade particular (patentes ou direitos autorais) ou segredos de mercado. Suleymanova; Wey (2011) cita algumas falhas de mercado quando os consumidores priorizam compatibilidade: o teclado QWERTY (padrão utilizado na maioria dos computadores), sistema operacional Microsoft MS DOS, gravador de videocassete VHS; segundo o artigo são tecnologicamente inferiores aos seus competidores, mas dominaram o mercado devido a incompatibilidade de uso de seus concorrentes (esta mesma definição é apresentada no capítulo 2 do presente trabalho).

²⁴Armstrong; Sappington (2007) define essas vantagens como um conhecimento superior da demanda e condições de custo ou uma substancial fidelidade do consumidor a marca, podendo limitar a competição futura favorecendo a firma estabelecida e prejudicando a firma entrante. O termo é comumente usado em pesquisas que demonstram de vantagens dos candidatos em situação de reeleição.

²⁵Por exemplo: o sistema operacional da Microsoft (Windows) e o sistema operacional da Apple (macOS).

²⁶Pode ser um desdobramento do efeito *fat-cat*, quando empresas com uma base de clientes vasta e fidelizada não estão dispostas a reduzir seu preço (estabelecendo um preço competitivo) para disputar estes novos consumidores. Pois ao reduzir o preço, empresas com clientes fidelizados abdicariam da vantagem em explorar o efeito *lock-in* (apresentado no capítulo 2), podendo resultar em uma margem de lucro menor. Assim, possibilitando a entrada em pequena escala de empresas menores no mercado.

²⁷Conforme apresentado no capítulo 2 do presente trabalho, é caracterizado pela impossibilidade de substituição perfeita do produto seja por propriedade particular (patentes ou direitos autorais) ou segredos de mercado.

simultaneamente. Dado p_A e p_B , os consumidores realizam sua decisão de compra.

Todos consumidores tem a mesma valoração da utilidade individual dos produtos, $v \geq 0$, a qual assume-se ser suficientemente alta de forma que o mercado seja sempre coberto. O consumo de um produto cria efeitos de rede positivos para usuários do mesmo produto. Suponha que a utilidade do consumidor esteja aumentando linearmente em relação ao tamanho de rede com coeficiente $b > 0$, dado a relação direta de efeitos de rede no sistema bancário pode-se considerar $b \gg 0$ (considerando que $b = b_r + b_f$ sendo b_r o efeito intrínseco de rede e b_f a fração de impacto dos efeitos de rede bancários ou financeiros - sendo que ambos maiores que zero). Considerando um jogo de dois períodos, em que α representa a quota de mercado, α_i^0 , o primeiro período ou período inicial da firma i e, α_i^1 , o segundo período ou período final da firma i (dado que $i = A, B$).

Assuma um contínuo de consumidores representados por uma massa total igual a 1. Suponha que no início do período cada consumidor pertence à base instalada de A ou B . Assim, antes da concorrência de preços, cada empresa já possui uma quota de mercado estabelecida de forma exógena, $\alpha_i^0 \in [0, 1]$ (onde $i = A, B$ e o índice 0 (zero) sobrescrito representa o estágio inicial). Como assume-se que o mercado está sempre coberto, as partes de mercado devem somar a unidade; por exemplo, $\alpha_A^0 + \alpha_B^0 = 1$ (corresponde ao compromisso total da linha de Hotelling). Enquanto no início do período cada consumidor pertence a uma das bases de clientes, ele pode mudar para o produto das outras empresas. Todavia, a mudança é dispendiosa, enquanto a compra da tecnologia anterior novamente não cria custos similares²⁸.

Elabora-se o tradicional modelo de diferenciação de produtos da Hotelling para explicar os custos de mudança. Os consumidores são distribuídos uniformemente no intervalo da unidade de modo que cada consumidor tem uma localização $x \in [0, 1]$. As duas firmas são situadas nas extremidades da linha de Hotelling; firma A no $x_A = 0$ e a firma B no $x_B = 1$ e diferenciam horizontalmente²⁹ (posicionam) seus produtos. Todos os consumidores localizados em $x < \alpha_A^0$ pertencem a base da firma A e todo restante dos consumidores ($x \geq \alpha_A^0$) fazem parte da base instalada da firma B.

Um consumidor localizado em $x \geq \alpha_A^0$ ($x < \alpha_A^0$) que compra o produto A (B) incorre em custo de mudança (no segundo período, caso altere a marca) de tx (ou no custo de mudança ($t(1 - x)$), caso $x < \alpha_A^0$ e comprar o produto B) que estão aumentando linearmente na distância entre o endereço do consumidor e a localização do produto. Se um consumidor não mudar de marca e continuar comprando produto de sua base instalada, então, tais custos não surgem. Ou seja, usa-se a modelagem de Hotelling para especificar o nível de custo de mudança de um único consumidor para posteriormente instaurar efeitos de rede. Além disso, especifica-se que os custos de mudança do produto j para o produto i ($j \neq i, j = A, B$) são linearmente decrescentes com inclinação t na i -ésima base instalada, α_i^0 . Isso pode ser

²⁸Entre as diversas razões para os custos de mudança do consumidor pode-se citar o exemplo dos efeitos de aprendizagem específicos da tecnologia (adequando-se bem ao presente trabalho, no caso do aprendizado do cliente em utilizar o modelo operacional do banco A ou B) ou custos irrecuperáveis (*sunk cost*) em equipamentos complementares (ou tempo despendido) incompatíveis com outras marcas. Burnham et al. (2003) destaca outros aspectos dos efeitos de aprendizagem e custos irrecuperáveis para o custo de mudança.

²⁹A razão para este modelo de diferenciação está no início do capítulo 5 e a definição desse tipo de diferenciação está no capítulo 2 do presente trabalho.

atribuído efeitos de aprendizado (por exemplo, uso de um novo internetbanking ou aprendizado de novos procedimentos bancários) que se tornam mais evidente quando o número de usuários experientes (que formam a base instalada) aumenta, conforme Henkel; Block (2008) elucidam os *peer-effects* que auxiliam novos consumidores a entrarem na rede. Os custos totais de mudança para um consumidor x que pertence à base instalada do produto A (B) e compra o produto B (A) são, portanto, dados pela expressão (esta estabelece uma razão de custo de mudança pela distância, por isso o módulo, pois não existe distância negativa):

$$t|\alpha_A^0 - x| \quad (1)$$

Dado estas condições, as seguintes propriedades tem que ser satisfeitas: Sempre existirá um consumidor com custo de mudança igual a zero (isto evita a descontinuidade da função utilidade); os custos de mudança aumentam simetricamente e de forma linear nas duas bases instaladas³⁰. Denomina-se o *market share* das firmas no segundo período por α_i^1 . A utilidade do consumidor x por comprar o produto i pode ser descrito como:

$$U_x^i = \begin{cases} v + b\alpha_i^1 - p_i & \text{se } x \in \alpha_i^0 \\ v + b\alpha_i^1 - p_i - t|\alpha_A^0 - x| & \text{se } x \in \alpha_j^0 \end{cases} \quad (2)$$

Para $i, j = A, B$ e $i \neq j$. Assim, a utilidade de um consumidor leal (que permanece com o produto i) é a soma do valor Intrínseco do produto, v , e a utilidade de rede, $b\alpha_i^1$, menos preço do produto, p_i . Enquanto um consumidor x que muda de marca (ou de vendedor) deve encarar custos de mudança adicionais, $t|\alpha_A^0 - x|$. O novo *market share* da i -ésima firma no segundo período, α_i^1 , pode diferir da sua base instalada, α_i^0 , caso os consumidores mudarem de fornecedor.

Nesta análise, é conveniente definir a proporção de custos de mudança e de efeitos de rede da seguinte maneira $k \equiv \frac{t}{b}$ (esta definição também é feita nos artigos de Çilingiroğlu (2016), Doganoglu; Grzybowski (2013), Suleymanova; Wey (2011) e Chawla; Roughgarden (2008)); com $k \in (0, \infty)$, $0 < b < \infty$ e $0 < t < \infty$. O parâmetro k mensura o quão importante os efeitos de rede são em relação ao custo de mudança (k representa a razão entre o custo de mudança unitário, t , e o efeito rede, b). Para um k relativamente pequeno ($k \leq \frac{1}{2}$), efeitos de rede (custo de mudança) são mais (menos) importantes que custo de mudança (efeitos de rede), enquanto que para um k relativamente alto ($k > 1$), o contrário é válido. Para os valores $\frac{1}{2} < k \leq 1$, o termo será considerado como intermediário, ou seja, efeitos equilibrados.

A decisão de modelagem do jogo envolvendo dois períodos é desenvolvida da seguinte forma: no primeiro período, os consumidores formam expectativas sobre as quotas de mercado das empresa, no segundo período designa-se α_i^e (a letra “e” sobrescrita representa a expectativa do consumidor), para $i = A, B$. Na segunda etapa, as firmas estabelecem preços, p_i ,

³⁰Klemperer (1987) discorre sobre diferentes especificações dos custos de troca do consumidor. Existem, naturalmente, diferentes especificações funcionais de custos de mudança dependendo do endereço de um consumidor (determinando os custos de mudança bruta individual) e uma base instalada dos produtos. Por exemplo, uma abordagem mais geral seria assumir custos de mudança de maneira $t_1 \cdot x - t_2 \cdot \alpha_A^0$ no caso de mudar de B para A. Assumindo $t_1 = t_2 = t$ que garante a utilidade do consumidor ser contínua em x .

simultaneamente para maximizar seus lucros, dados por $\pi_i = \alpha_i^1 p_i$. Então, os consumidores observam os preços das firmas e fazem sua decisão de compra, resultando em novos *markets shares*, $\alpha_i^1(p_i, p_j, \alpha_i^e, \alpha_i^0)$. Dado estes aspectos iniciais, pode-se desenvolver proposições nas quais devem ser explanadas com teoremas e seguidas da elaboração de suas provas.

5.2 Análise de equilíbrio e principais resultados

Ao iniciar a análise de equilíbrio, é necessário estipular posição do consumidor indiferente. Para isso, deriva-se a função demanda (no período final) dado os preços e expectativas que forneçam a maior utilidade alcançável a cada consumidor³¹. Assume-se v sendo suficientemente grande, para que o mercado sempre tenha um equilíbrio (vai-se desenvolver a cobertura de mercado mais abaixo). Estabelecendo $U_x^A = U_x^B$ (no período final) e solucionando para o consumidor indiferente (consumidor marginal no qual é indiferente entre os produtos de duas firmas³²) ponderado pela expectativa de *market share*, tem-se:

$$v + b(1 - \alpha_A^e) - p_B - t|\alpha_A^0 - x| = v + b\alpha_A^e - p_A \quad (2.1)$$

Em que $(1 - \alpha_A^e) = \alpha_B^e$

$$\begin{aligned} b(1 - \alpha_A^e) - p_B - t|\alpha_A^0 - x| &= b\alpha_A^e - p_A \\ -p_B - t|\alpha_A^0 - x| &= -p_A + b\alpha_A^e - b(1 - \alpha_A^e) \\ -t|\alpha_A^0 - x| &= p_B - p_A + b\alpha_A^e - b(1 - \alpha_A^e) \end{aligned}$$

Dado que o consumidor indiferente (\hat{x}) pertence a região limite afetada por custos de mudança, por definição. Conforme a equação (1), é definido o custo parcial de mudança como: $\hat{x} = |\alpha_A^0 - x|$.

$$\begin{aligned} t\hat{x} &= p_B - p_A + b\alpha_A^e - b(1 - \alpha_A^e) \\ t\hat{x} &= p_B - p_A + b\alpha_A^e - b + b\alpha_A^e \\ t\hat{x} &= p_B - p_A + 2b\alpha_A^e - b \\ t\hat{x} &= p_B - p_A + b(2\alpha_A^e - 1) \end{aligned}$$

$$\hat{x} = \frac{p_B - p_A + b(2\alpha_A^e - 1)}{t} \quad (2.2)$$

³¹Suleymanova; Wey (2011) apresentam esta condição de equilíbrio e no presente trabalho vai-se apresentar o desenvolvimento, assim como a análise do parâmetro k .

³²Fator que contribui para modelagem via competição por preço, Bertrand.

Verifica-se o seguinte problema de maximização do *market share* no modelo de Hotelling da região 0 (onde é situada a empresa A) até a região limite do consumidor indiferente $\max \{0, \alpha_A^0 + \hat{x}\}$ (a Figura 2 ilustra de maneira similar o comportamento desta função). Em seguida, minimiza-se a distância oposta da linha de Hotelling $\min \{\alpha_A^0 + \hat{x}, 1\}$, é possível representar esta otimização da seguinte maneira:

$$\alpha_A^1(p_A, p_B, \alpha_A^e; \alpha_A^0) = \min \left\{ \max \left\{ 0, \alpha_A^0 + \frac{p_B - p_A + b(2\alpha_A^e - 1)}{t} \right\}, 1 \right\} \quad (3)$$

Agora que tem-se a representação do consumidor indiferente, pode-se apresentar a demanda (conhecendo o consumidor indiferente, sabe-se a porcentagem de *market share* na linha de Hotelling, assim tem-se a demanda pelo item) pelos produtos bancários dadas as expectativas, preços e base instalada.

5.2.1 Demanda por firmas e produtos dado uma expectativa

$$\alpha_i^1(p_A, p_B, \alpha_A^e; \alpha_A^0) = \begin{cases} 0 & \text{se } p_j - p_i \leq -t\alpha_i^0 - b(2\alpha_i^e - 1) \\ \alpha_A^0 + \frac{[p_B - p_A + b(2\alpha_i^e - 1)]}{t} & \text{se } -t\alpha_i^0 - b(2\alpha_i^e - 1) < p_j - p_i < t(1 - \alpha_i^0) - b(2\alpha_i^e - 1) \\ 1 & \text{se } p_j - p_i \geq t(1 - \alpha_i^0) - b(2\alpha_i^e - 1) \end{cases} \quad (4)$$

Soluciona-se para as expectativas atendendo ao equilíbrio de Bertrand, em que cada firma i estabelece seu preço em relação ao preço do competidor e as expectativas do consumidor sobre o futuro *Market share* para maximizar os lucros, $\pi_A(p_A, p_B, \alpha_A^e; \alpha_A^0) \equiv \alpha_A^1(p_A, p_B, \alpha_A^e; \alpha_A^0) p_i$. Observando a Figura 1, constatam-se os mesmos preceitos básicos para a função de demanda apresentada acima, desse modo, a interpretação gráfica se mantém e o ponto intermediário $(p_A - c) \left(\frac{p_B - p_A + \tau(l_B + l_A)}{2\tau} \right)$ corresponde a $\alpha_A^0 + \frac{[p_B - p_A + b(2\alpha_i^e - 1)]}{t}$. Como próximo passo, vai-se definir as expectativas satisfeitas no equilíbrio de Bertrand.

5.2.2 Definição I

Satisfeitas no equilíbrio de Bertrand, as expectativas são um vetor de preços e *market share* $(p_A^*, p_B^*, \alpha_A^*; \alpha_B^*)$, onde cada firma determina o próprio preço com base nos preços dos competidores e na formação de expectativas futuras de *market share* dos consumidores, representado por α_i^e para $i = A, B$.³³ Nas expectativas satisfeitas do equilíbrio de Bertrand, o equilíbrio de *market share* (α_i^*) é igual a expectativa de *market share* (α_i^e), tem-se $\alpha_i^* = \alpha_i^e$. Enquanto o preço de equilíbrio, p_i^* , que maximiza o lucro da firma i dado as expectativas do consumidor (α_i^*) e o preço do competidor (p_j^*), é determinado por:

³³É usado o conceito de expectativas satisfeitas no equilíbrio de Bertrand de Katz; Shapiro (1985), no entanto, neste trabalho as empresas estão competindo por preço, não por quantidade.

$$p_i^* = \underset{p_i \geq 0}{\operatorname{argmax}} \pi_i(p_A, p_B, \alpha_A^e; \alpha_A^0) \text{ para } i = A, B \text{ e } i \neq j \quad (5)$$

Adiante, tem-se a seguinte equação satisfeitas as expectativas do consumidor

$$\alpha_i^* = \alpha_i^1(p_i^*, p_j^*, \alpha_i^*, \alpha_i^*) \quad (6)$$

Tem-se dois tipos de equilíbrios possíveis. Primeiramente, um equilíbrio interior, as duas firmas atendem o mercado, outra opção seria uma solução de canto, onde uma firma monopoliza o mercado. É possível referir-se ao primeiro como “equilíbrio de *market share*” e o segundo como equilíbrio de monopólio.

5.2.3 Equilíbrio de *market share*

Em um equilíbrio interior, a condição de primeira ordem (CPO) deve atender às quotas de mercado que estão no intervalo unitário e não negativo nos preços. Conforme a equação (4), a demanda pela firma i em um equilíbrio interior é dado por:

$$\alpha_i^1(p_i^*, p_j^*, \alpha_i^e; \alpha_i^0) = \alpha_i^0 + \frac{p_j - p_i + b(2\alpha_i^e - 1)}{t} \text{ dado que } i = A, B \wedge i \neq j \quad (7)$$

Maximizando o lucro ($\pi_i(p_A, p_B, \alpha_A^e; \alpha_A^0) = \alpha_i^1 p_i$) em relação a p_i , tem-se as seguintes i-ésimas condições de primeira ordem:

$$\alpha_i^1 - \frac{p_i}{t} = 0 \quad (8)$$

Dado isto, a função de melhor resposta é:

$$p_i(p_j, \alpha_i^e; \alpha_i^0) = \frac{t\alpha_i^0 + b(2\alpha_i^e - 1) + p_j}{2} \mid i = A, B \wedge i \neq j \quad (9)$$

Solucionando as funções de melhor resposta e substituindo $\alpha_j = 1 - \alpha_i$ ($i \neq j$), pois $\alpha_j + \alpha_i = 1$ dado que ($i \neq j$). Agora, como a função é relacionada apenas em função do próprio preço (p_i), tem-se o preço que maximiza o lucro.

$$p_i(\alpha_i^e; \alpha_i^0) = \frac{t(\alpha_i^0 + 1) + b(2\alpha_i^e - 1)}{3} \mid i = A, B \wedge i \neq j \quad (10)$$

substituindo (10) por $i, j = A, B$ na CPO (8) e utilizando $k = \frac{t}{b}$ (razão entre custo de mudança e efeito de rede) tem-se a simplificação da função demanda

$$\alpha_i^1(\alpha_i^e; \alpha_i^0, k) = \frac{k(\alpha_i^0 + 1) + (2\alpha_i^e - 1)}{3k} \text{ dado que } i = A, B \wedge i \neq j \quad (11)$$

Satisfeitas as condições de equilíbrio, é necessário que as expectativas dos consumidores sobre o *market share* seja cumprida. Por exemplo: dado que $\alpha_i^I(\alpha_i^e; \alpha_i^0, k) = \alpha_i^e$ (a notação “*I*” se refere a solução interior ou equilíbrio interior, onde há uma divisão de *market share* entre as firmas, situação intermediária da equação (4) atendendo a condição que $i = A, B$). Aplicando esta restrição à Equação (11) tem-se o equilíbrio de *market share* para a firma i com as seguintes quotas de mercado

$$\alpha_i^I(\alpha_i^0, k) = \frac{k(1 + \alpha_i^0) - 1}{3k - 2} \text{ para } i = A, B \quad (12)$$

A equação (12) denota que o equilíbrio de *market share* depende apenas do parâmetro k (dado que $0 \leq k \leq 1$ e $k \neq \frac{2}{3}$) e das quotas de mercado iniciais. Então, a existência de um equilíbrio é garantida se, o termo for não negativo e menor que 1 (dado que pertence a linha de Hotelling e não é uma solução de canto):

$$0 < \alpha_i^I(\alpha_i^0, k) < 1 \text{ ou } \alpha_i^I(\alpha_i^0, k) \in (0, 1) \quad (13)$$

É necessário desconsiderar que $k = \frac{2}{3}$ (pois o divisor da equação não pode ser nulo, $k \neq \frac{2}{3}$), onde a função $\alpha_i^I(\alpha_i^0, k)$ não é definida (dado sua descontinuidade neste ponto). Dessa maneira, um equilíbrio interior existe apenas para $\alpha_i^0 = \frac{1}{2}$ para qualquer $\alpha_i^1 \in (0, 1)$ (dado que é um equilíbrio interior). Obviamente, tem-se que considerar apenas o parâmetro relevante de espaço com $k > 0$ e $\alpha_i^0 \in (0, 1) \mid i = A, B$.

Considerando as equações dispostas, pode-se apresentar o seguinte lema:

5.2.4 Lema 1

Um único equilíbrio de *market share* existe, onde as quotas de mercado e preços são dados por $\alpha_i^I(\alpha_i^0, k) = \frac{[k(1+\alpha_i^0-1)]}{(3k-2)}$ e por $p_i^I = t\alpha_i^I$, respectivamente, se e somente se, ambos $\alpha_i^0 \in (\bar{\alpha}^0(k), 1 - \bar{\alpha}^0(k))$ ou $\alpha_i^0 \in (1 - \bar{\alpha}^0(k), \bar{\alpha}^0(k))$ válido para ($i = A, B$), com $\bar{\alpha}^0(k) \equiv 2 - \frac{1}{k}$. Além disso, $\frac{\partial \bar{\alpha}^0}{\partial k} > 0$, tem-se o limite com k tendendo a $2/3$ como $\lim_{k \rightarrow \frac{2}{3}} \bar{\alpha}^0(k) = \frac{1}{2}$, desse modo, tem-se os seguintes resultados³⁴:

$$\bar{\alpha}^0(1) = 1 ; \bar{\alpha}^0\left(\frac{1}{2}\right) = 0 \quad (14)$$

O Lema 1 demonstra que um único equilíbrio de *market share* existe para um amplo intervalo do parâmetro k . Por exemplo, para $k < \frac{1}{2}$ ou $k > 1$, sempre existe um equilíbrio de *market share* independente da distribuição da base instalada das firmas (α_i^0). Todavia, esse não é, necessariamente, o caso para valores intermediários de k ($\frac{1}{2} < k < 1$).

³⁴Todas as provas estão disponíveis no apêndice.

5.2.5 Equilíbrio de monopólio

Quando uma firma domina todo mercado, denomina-se isto como equilíbrio de monopólio (M), exemplificando para o modelo em questão, suponha que seja a firma “A”, considerando que $\alpha_A^e = \alpha_A^M = 1$ seja satisfeito. O preço da firma A, p_A , cumpre a seguinte configuração $U_{x=1}^A = U_{x=1}^B$, tal que o consumidor marginal é situado no outro canto do intervalo unitário (por exemplo: em $x = 1$). Caso ocorra uma desigualdade entre as utilidades, como $U_1^A > U_1^B$, a firma A poderia aumentar seu lucro via aumento do preço do produto, por outro lado, se $U_1^A < U_1^B$, a firma A não estaria em condições de exercer o monopólio do mercado, pois os consumidores não escolheriam, nem formariam expectativas de monopólio, em um produto com menor utilidade, então α_A^M não seria igual a 1. A opção que maximiza o lucro da firma B é estabelecer $p_B = 0$, pois para $p_B > 0$ a firma B pode aumentar seu lucro reduzindo o preço (pois ao substituir os termos na equação (2.2), tem-se $p_A = p_B - \hat{x}t + b$, a melhor opção para firma B seria $p_B = 0$, ou seja, não operar no mercado). Equacionando U_x^A e U_x^B , ambos em $x = 0$ ou $x = 1$, tem-se o preço da firma i ($i = A, B$) no equilíbrio de monopólio desenvolvido da seguinte maneira.

Considerando a condição $\alpha_i^1(p_A, p_B, \alpha_A^e; \alpha_A^0) = 1$ ou $\alpha_i^1(p_A, p_B, \alpha_A^e; \alpha_A^0) = 0$ na equação (4), tem-se o caso $p_j - p_i \geq t(1 - \alpha_i^0) - b(2\alpha_i^e - 1)$ ou $p_j - p_i \leq -t\alpha_i^0 - b(2\alpha_i^e - 1)$ respectivamente. Como o interesse é no termo p_i^M , o preço da firma rival é zero (como esclarecido acima) e $\alpha_A^e = \alpha_A^M = 1$.

$$0 - p_i^M(\alpha_i^0) = t(1 - \alpha_i^0) - b(2 \cdot 1 - 1)$$

$$p_i^M(\alpha_i^0) = b - t(1 - \alpha_i^0) \quad (15)$$

Quando a firma i se torna monopolista e a firma j ($j \neq i$) é forçada a sair do mercado. O preço $p_i^M(\alpha_i^0)$ (conjuntamente com $p_j^M = 0$, com $j \neq i$) apenas poderá formar um equilíbrio caso seja não negativo (lembrando que $k = \frac{t}{b}$), tem-se que

$$p_i^M(\alpha_i^0) = b [1 - k(1 - \alpha_i^0)]$$

Para satisfazer o termo não negativo, tem-se a desigualdade

$$k(1 - \alpha_i^0) \leq 1 \quad (16)$$

Além disso, a firma i não deve ter um incentivo para aumentar o preço acima do estipulado em (15). Ao aumentar o preço da firma i depara-se com uma demanda modelada pela equação (4) e seus lucros serão dados por $\pi_i(p_i, 0, 1; \alpha_i^0) = \frac{p_i(\alpha_i^0 t - p_i + b)}{t}$ como $p_j = 0$ e $\alpha_i^e = 1$ tem que ser satisfeitos em um equilíbrio de monopólio. Assegura-se que a firma i não tem um incentivo para aumentar seu preço (estabelecendo $p_i = p_i^M(\alpha_i^0)$) quando:

$$\left. \frac{\partial \pi_i(p_i, 0, 1; \alpha_i^0)}{\partial p_i} \right|_{p_i=p^M(\alpha_i^0)} = 2 - \alpha_i^0 - \frac{1}{k} \leq 0 \quad (17)$$

simplificando a desigualdade, tem-se

$$k(2 - \alpha_i^0) \leq 1, \text{ para } i = A, B \quad (18)$$

Quando comparam-se os itens (17) e (18), fica evidente sua vinculação. Substituindo as bases instaladas, α_i^0 e α_j^0 (dado que $i, j = A, B$ e $i \neq j$) na equação (18), observa-se que o equilíbrio de monopólio existe com a firma i (ou firma j) ganhando todo mercado, caso $\alpha_i^0 \geq \bar{\alpha}^0(k)$ (ou $\alpha_i^0 \leq 1 - \bar{\alpha}^0(k)$) seja satisfeito (como apresentado anteriormente, $\bar{\alpha}^0(k) \equiv 2 - \frac{1}{k}$). Os lemas a seguir apresentam e formalizam os resultados obtidos.

5.2.6 Lema 2

Um equilíbrio de monopólio com $\alpha_i^M = 1$ (ou $\alpha_j^M = 1$), tal que $i, j = A, B$ e $i \neq j$, existe se $\alpha_i^0 \geq \bar{\alpha}^0(k)$ (ou $\alpha_i^0 \leq 1 - \bar{\alpha}^0(k)$). O preço de monopólio da firma dominante é dado por $p_i^M = b - t(1 - \alpha_i^0)$, a melhor resposta da firma concorrente para o preço de monopólio é $p_j = 0$, não será viável para o competidor operar neste mercado. Dessa maneira, analisa-se as seguintes hipóteses

- i) Múltiplos equilíbrios de monopólio: Se $\alpha_i^0 \in [\bar{\alpha}^0(k), 1 - \bar{\alpha}^0(k)]$, então α_i^M e $\alpha_j^M = 1$ (considerando $i \neq j$) serão resultado de equilíbrio.
- ii) Equilíbrio único de monopólio: Caso $\alpha_i^0 > \max\{\bar{\alpha}^0(k), 1 - \bar{\alpha}^0(k)\}$ ou se $\alpha_i^0 = \bar{\alpha}^0(k) \forall k \in (\frac{2}{3}, 1]$, então $\alpha_i^M = 1$ é o único equilíbrio de monopólio. No caso de $\alpha_i^0 < \min\{\bar{\alpha}^0(k), 1 - \bar{\alpha}^0(k)\}$ ou se $\alpha_i^0 = (1 - \bar{\alpha}^0(k)) \forall k \in (\frac{2}{3}, 1]$, então $\alpha_j^M = 1$ é o único equilíbrio de monopólio.

Manipulando e articulando os lemas 1 e 2, é possível apresentar a proposição seguinte que integraliza os equilíbrios apresentados.³⁵

5.2.7 Proposição 1

Os seguintes possíveis equilíbrios emergem

- i) Equilíbrio de monopólio e *market share*: Se $\alpha_i^0 \in (\bar{\alpha}^0(k), 1 - \bar{\alpha}^0(k))$, então $\alpha_i^M = 1$, $\alpha_j^M = 1$ e $\alpha_i^1 = \alpha_i^I(\alpha_i^0, k)$ para $i = A, B$ e $i \neq j$ são equilíbrios.

³⁵A proposição 1 permite obter um limite inferior em v de modo que o mercado estará sempre coberto em qualquer equilíbrio. Examinando o Equilíbrio de *Market Share*, tem-se a condição $v \geq \frac{(t-b)[t(2-\alpha_i^0)-b]}{(3t-2b)}$. Esta é relevante apenas para $k > 1$. Para valores em que $k \leq 1$ efeitos de rede são grandes o suficiente para garantir a cobertura de mercado para qualquer $v \geq 0$.

- ii) Equilíbrio único de *market share*: Se $\alpha_i^0 \in (1 - \bar{\alpha}^0(k), \bar{\alpha}^0(k))$, então $\alpha_i^1 = \alpha_i^I(\alpha_i^0, k)$ para $i = A, B$ é o único equilíbrio.
- iii) Equilíbrio único de monopólio: Se $\alpha_i^0 > \max \{\bar{\alpha}^0(k), 1 - \bar{\alpha}^0(k)\}$ para todo $k \in (\frac{2}{3}, 1]$, então $\alpha_i^M = 1$ ($i = A, B$) é o único equilíbrio de monopólio. No caso de $\alpha_i^0 < \min \{\bar{\alpha}^0(k), 1 - \bar{\alpha}^0(k)\}$ ou se $\alpha_i^0 = (1 - \bar{\alpha}^0(k)) \forall k \in (\frac{2}{3}, 1]$, então $\alpha_j^M = 1 \mid (i, j = A, B \wedge i \neq j)$ é o único equilíbrio de monopólio.
- iv) Equilíbrios múltiplos de monopólio: Ambos $\alpha_i^M = 1$ e $\alpha_j^M = 1$ (considerando $i, j = A, B$ e $i \neq j$) é solução única, se $\alpha_i^0 \in \{1 - \bar{\alpha}^0(k), \bar{\alpha}^0(k)\}$ para todo $k \in [\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$.

É instrutivo interpretar a Proposição 1 em termos da razão dos custos de mudança (t) e efeitos de rede (b), k . A medida que k aumenta com custos de mudança e diminui com efeitos de rede, pode-se analisar e distinguir três casos: *i*) alto custo de mudança ou baixos efeitos de rede para $k > 1$; *ii*) efeitos moderados de custo de mudança ou efeitos de rede para $\frac{1}{2} < k < 1$; e *iii*) baixo custo de mudança e altos efeitos de rede para $k < \frac{1}{2}$.

Quando $k < \frac{1}{2}$ (caso *iii*) custos de mudança são pequenos e os efeitos de rede dominam o que possibilita múltiplos equilíbrios. Dependendo da expectativa do consumidor, pode emergir um monopólio ou um equilíbrio de *market share*. Este resultado não depende do tamanho da base instalada das firmas (quotas de mercado iniciais). Uma grande base instalada não é suficiente para direcionar o mercado para um resultado de monopólio caso os consumidores não esperem que a firma monopolize o mercado. Katz; Shapiro (1985) apresentam o mesmo padrão qualitativo, onde coexiste um equilíbrio simétrico e não simétrico, que pode ser observado no caso de uma competição de Cournot entre tecnologias incompatíveis (por exemplo, Blu-ray e HD-DVD). Quando os custos de mudança são altos ($k > 1$, caso *ii*), a divisão das quotas de mercado constitui um único equilíbrio. Este resultado indica que a ponderação de efeitos de rede e custos de mudança resultam em um impacto significativo no resultado do modelo de mercado.

Ao tratar destes efeitos de maneira separada, pode-se chegar em um resultado em que existem fortes indícios de que os mercados apresentam um ponto crítico explosivo (*tipping point*). Como Shapiro e Varian (1998, p. 176) argumentam que estes estão propensos a ser monopolizados por uma única tecnologia, do que permanecer em um equilíbrio de *market share* devido ao seu custo de mudança (pode-se notar que, neste caso, custo de mudança agiu em favor da competição entre empresas). Mitchell; Skrzypacz (2006) seguem um raciocínio similar, ao defender que grandes custos de mudança podem despertar um efeito *fat-cat* (termo explicado no capítulo 2), condição que contribui para um equilíbrio de divisão das quotas de mercado devido ao fato de a firma dominante preferir explorar de consumidores fidelizados (via aumento de preço ou redução de custo), possibilitando às rivais ganhar mercado. É possível constatar que este modelo apresenta duas importantes visões de mercado com custos de mudança e efeitos de rede. Primeiro, caso efeitos de rede tenham efeito dominante ($k < \frac{1}{2}$), então resultados similares os de Shapiro; Varian (1998) emergem, caso efeitos de rede dominem Mitchell; Skrzypacz (2006) é válido.

No intervalo intermediário $\frac{1}{2} < k < 1$ (caso *ii*) efeitos de rede e custos de mudança são mais equilibrados. Nesta região, obtêm-se resultados incomuns, pouco observados na literatura de

efeitos de rede ou de custos de mudança. Nesta região, a base instalada protagoniza um poder determinante no equilíbrio de mercado. A Proposição 1 possibilitou observar um resultado importante relacionado ao problema do efeito *lock-in*, o qual é diretamente relacionado ao efeito de massa crítica³⁶ que emerge em indústrias de rede. Efeitos de massa crítica ocorrem quando a firma possui uma parcela tão grande de mercado que os consumidores se tornam inevitavelmente presos a esta tecnologia (por exemplo: teclado QWERTY). O Corolário a seguir afirma e formaliza o ponto sobre a existência de uma massa crítica de consumidores, $\tilde{\alpha}_i^0$, para a firma i , tal que um único resultado de equilíbrio é o monopólio com $\alpha_i^M = 1$.

5.2.8 Corolário 1

Uma firma mantém um montante crítico de consumidores, $\tilde{\alpha}_i^0$, e desse modo, se torna monopolista com $\alpha_i^M = 1$, certamente (como único equilíbrio resultante) se $\tilde{\alpha}_i^0 > 1 - \bar{\alpha}^0(k)$ ou $\tilde{\alpha}_i^0 < \bar{\alpha}^0(k) \forall k \in [\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$, ou se $\tilde{\alpha}_i^0 \geq \bar{\alpha}^0(k)$ ou $\tilde{\alpha}_i^0 \leq 1 - \bar{\alpha}^0(k) \forall k \in (\frac{2}{3}, 1]$. A quantidade crítica (ou massa crítica) sempre satisfaz $\tilde{\alpha}_i^0 > \frac{1}{2}$ ($i = A, B$).

Grande parte de literatura da adesão de tecnologias em mercados com efeitos de rede assume um perfeito efeito *lock-in* dos consumidores (como nos artigos de Farrell; Saloner (1986), ou Arthur (1989)). Pode-se argumentar que o efeito de quantidade crítica acontece quando nos depara-se com um custo de mudança muito grande. Diferentemente da presente análise, que aborda estes custos de mudança e efeitos de rede em ação conjunta e revela que, apesar de reduzido (mas não pequeno), custos de mudança são mais propensos a criar um efeito de quantidade crítica do que grandes custos de mudança. Ao assumir perfeito efeito *lock-in* como uma *proxy* para custo de mudança pode-se induzir a conclusões precipitadas. Por outro lado, a fim de aplicar o efeito *lock-in* (fidelizar o consumidor) em sua base, grandes efeitos de rede ($k > \frac{1}{2}$) não são capazes de fazer isso isoladamente. Quando lida-se com grandes efeitos de rede e custos de mudança muito pequenos, consumidores não encontram barreiras para mudar de firmas. Desse modo, fica claro que os efeitos de rede são fatores cruciais que conduzem para a monopolização de alguns mercados. No entanto, o *lock-in* do consumidor acontece apenas na presença de custo de mudança de tal modo que ambas forças de mercado fiquem balanceadas.

Caso nenhuma das firmas atinjam uma quantidade crítica, então o tipo de equilíbrio com custos de mudança moderados depende apenas do valor específico de k . Caso os custos de mudança sejam muito pequenos (por exemplo, $\frac{1}{2} < k < \frac{2}{3}$), então prevalecem equilíbrios múltiplos, o mesmo acontece com custos de mudança baixos ($k < \frac{1}{2}$). Para custos de mudança maiores (com $\frac{2}{3} < k < 1$), o equilíbrio é similar aos casos de grandes custos de mudança, tal que a divisão do mercado prevalece.

A Proposição 1 nos possibilita examinar o quão provável é o surgimento de equilíbrios quando

³⁶Na literatura de Efeitos de Rede, há um crescimento exponencial dos efeitos de rede depois que se atinge a massa crítica. No ponto de massa crítica, a utilidade do bem ou serviço é maior ou igual ao preço pago por este bem ou serviço. Como a utilidade é influenciada pela quantidade de usuários, a partir de um certo ponto de clientes, há uma maior propensão adquirir o produto já que a utilidade excede o valor pago, podendo influenciar seu preço dado a crescente demanda, de modo a gerar um ciclo de crescimento da demanda, tendo potencial para concentração de mercado.

custo de mudança e efeitos de rede sofrem alterações. O aumento de custo de mudança surge como um fenômeno típico em mercados com consideráveis efeitos de rede. Nas fases iniciais do desenvolvimento do mercado os custos de mudança são, frequentemente, menos importantes. À medida que os consumidores investem em ativos complementares específicos do produto e incorporam os efeitos de aprendizado via utilização da tecnologia (custo de aprendizado), os custos de mudança vão aumentando. Começando na região em que os efeitos de rede são amplos ($k < \frac{1}{2}$) o presente modelo estabelece que um aumento do custo de mudança aumenta a probabilidade de monopólio caso um parâmetro intermediário seja satisfeito, onde uma firma atinja uma quantidade crítica de clientes³⁷. No entanto, se o aumento do custo de mudança é significativamente acentuado, a região com um único equilíbrio de quotas de mercado pode ser alcançada ($k > 1$), de modo que uma monopolização do mercado pode ser descartada.

Um cenário de aumento de efeitos de rede pode resultar em efeitos significativos. Suponha que um mercado em que custos de mudança são substanciais ($k > 1$). Por exemplo, pode ser o caso dos mercados denominados como *two-sided*³⁸ (ou mercado de *matching*). Nosso modelo demonstra que esses mercados são direcionados para uma região intermediária do parâmetro, ficando muito propenso a alcançar a região de quantidade crítica e resultar em um monopólio. Parker; Van Alstyne (2005) citam o caso do E-Bay de como o sistema de reputação de compras criou um efeito de rede positivo que pode ter crescido com o tempo, atraindo mais consumidores e atingindo a quantidade crítica.

Agora, vai-se direcionar esta análise verificando como a mudança nas quotas de mercado pode afetar o equilíbrio de *market share*. Primeiramente, observa-se caso a firma dominante (que possui mais quotas) mantém o domínio. Em seguida, a assimetria de quotas de mercado, ou seja, a diferença de quotas de mercado aumenta ou diminui? Em relação à primeira propriedade, distingue-se entre monótonos e padrões de mercados alternados, onde o primeiro (último) caso se refere a um desfecho onde a empresa dominante mantém (perde) a posição de vantagem. Quanto a segunda propriedade, distingue-se o monopólio e os padrões distribuição de *market share*, onde o primeiro (último) caso representa a diferença de quotas de mercado aumenta (diminui).

5.2.9 Proposição 2

Considerando o intervalo dos parâmetros em que o compartilhamento de mercado é um resultado de equilíbrio e assumindo $\alpha_i^0 \neq \frac{1}{2}$. É possível, então, observar e distinguir quatro padrões de mercado diferentes:

³⁷David (1985) cita o desenvolvimento da escrita no teclado defendendo que a principal razão pelo qual o teclado QWERTY atingiu esse ponto de quantidade crítica e se tornou o padrão, se deve ao fato de que há um substancial custo de mudança (devido a especificidade de aprendizado na digitação com o padrão de organização das letras).

³⁸Onde uma plataforma formada por produtos e serviços junta grupos de usuários, e o valor da plataforma para um usuário é dado pela quantidade de usuários do outro lado da rede provendo mais oportunidades de interações, como explica Davies; Lyons (1996), p. 179. Por exemplo: o mercado de cartões de crédito, onde a empresa de cartões de crédito atua na emissão de cartões e na distribuição de máquinas que viabilizem a compra com cartão.

- i) *Market share* monótono. No caso de $k > 1$, então a firma inicialmente dominante, i , perde *market share*, mas mantém a posição dominante; por exemplo, $\alpha_i^0 > \alpha_i^I > \frac{1}{2} > \alpha_j^I > \alpha_j^0 \mid i, j = A, B \wedge i \neq j$.
- ii) Monopolização monótona. Se $k \in (\frac{2}{3}, 1)$, então as quotas de mercado da firma inicialmente dominante, i , aumenta; por exemplo, $\alpha_i^I > \alpha_i^0 > \frac{1}{2} > \alpha_j^0 > \alpha_j^I \mid i, j = A, B \wedge i \neq j$.
- iii) Monopolização alternada. No caso de $k \in (\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$, então inicialmente a firma dominante, i , perde sua posição de vantagem e a divisão de quotas da firma rival, j , fica maior que as quotas de mercado iniciais da firma dominante. Por exemplo, $\alpha_j^I > \alpha_i^0 > \frac{1}{2} > \alpha_j^0 > \alpha_i^I \mid i, j = A, B \wedge i \neq j$.
- iv) Alternando *market share*. Se $0 < k < \frac{1}{2}$, então a firma dominante inicial, i , perde sua dominância e as quotas de mercado da firma rival, j , é menor que as quotas de mercado iniciais da firma dominante. Por exemplo, $\alpha_i^0 > \alpha_j^I > \frac{1}{2} > \alpha_j^0 > \alpha_i^I \mid i, j = A, B \wedge i \neq j$.

Além disso, se $\alpha_i^0 = \frac{1}{2}$ então $\alpha_i^I = \frac{1}{2}$, com $i = A, B$. Caso $k = \frac{1}{2}$ e $\alpha_i^0 > 0$, então $\alpha_i^I = 1 - \alpha_i^0$, para $i = A, B$. No caso de $k = 1$ e $\alpha_i^0 > 0$, tem-se $\alpha_i^I = \alpha_i^0$ para $i = A, B$.

A Proposição 2 evidencia que as mudanças nas quotas de mercado das empresas no equilíbrio de compartilhamento de mercado são determinadas pela razão de custo de mudança e efeitos de rede, k (como demonstrado nos itens acima com diferentes situações). Além disso, no equilíbrio de *market share*, o preço dado pelas i 's firmas, $p_i^I = t\alpha_i^I$, onde α_i^I é o equilíbrio de *market share* (apresentado no Lema 1) das i -ésima firma. Assim, o preço de equilíbrio de cada empresa é proporcional ao parâmetro de custos de mudança e à sua quota de mercado de equilíbrio.

Quando analisa-se para o caso de grandes custos de mudança ($k > \frac{2}{3}$), então a empresa inicialmente dominante mantém seu domínio mesmo que ele estabeleça um preço mais alto do que a empresa rival. Ou seja, as empresas dominantes exploram sua base de clientes instalada (fidelizada) elevando os preços, resultando em uma redução de competitividade no mercado para conquista de novos consumidores, o que também é chamado de efeito *fat-cat*³⁹. A redução de competitividade provocada pelo aumento de preços, neste caso particular, não tem impacto considerável na perda de quotas de mercado devido aos altos custos de mudança, desse modo a empresa em questão aumenta sua margem de lucro e mantém sua hegemonia (os efeitos de rede não são suficientes para impulsionar as quotas de mercado das firmas com menores preços).. Quando os efeitos de rede são relativamente pequenos ($k > 1$), o efeito *fat-cat* predomina em relação ao efeito de rede, de modo a diminuir sua parcela na divisão de mercado. Se, no entanto, os efeitos da rede se tornam maiores (por exemplo, $\frac{2}{3} < k < 1$), o efeito *fat-cat* de cobrar um preço alto é superado por efeitos de rede, de modo que a empresa

³⁹Segundo Fudenberg; Tirole (1984), o termo é usado quando uma empresa fideliza grande parte dos consumidores e explora o custo de mudança (efeito *lock-in*) dos clientes fidelizados via aumento de preços ou redução de custos (implicando em redução da qualidade ou utilidade do produto para o cliente). Ao elevar os preços, esta abdica da competição por novos consumidores e, dependendo do tamanho da firma e do mercado, pode aumentar o *mark-up* de preços do mercado e reduzindo a competição por preço, induzindo as firmas a operarem com um preço maior do que o preço de mercado, deixando-as “preguiçosas” (ausência de ímpeto na conquista de novos clientes, apenas lucrando com consumidores já fidelizados).

dominante aumenta sua participação de mercado⁴⁰.

Quando custos de mudança são pequenos ($k < 2/3$), a empresa inicialmente dominante não mantém sua posição de vantagem no equilíbrio. Supondo o contrário, a empresa inicialmente dominante sempre obteria uma participação de mercado maior que a esperada devido à importância do escalonamento dos efeitos de rede onde os custos de mudança são pequenos, o que é inconsistente com as expectativas iniciais. Quando custos de mudança são relativamente altos (por exemplo, $\frac{1}{2} < k < \frac{2}{3}$), então a consistência das expectativas do consumidor em equilíbrio requer que uma nova firma dominante obtenha maior fatia de mercado que a base instalada da firma inicialmente dominante. Ou seja, os grandes efeitos de rede da nova empresa dominante devem compensar o relativamente alto custo de mudança⁴¹. Quando custos de mudança se tornam muito pequenos ($k < \frac{1}{2}$), então o domínio também é revertido, como os efeitos da rede também são amplos, a participação de mercado das novas empresas dominantes devem ser menor do que a base instalada da empresa inicialmente dominante. Se, em contraste, os consumidores esperassem que a empresa inicialmente menor ganhasse maiores quotas de mercado, devido a grandes efeitos de rede e custos de mudança muito pequenos, teria uma participação de mercado maior que a esperada (o que é incompatível com as expectativas originais).

Estes resultados indicam que um efeito de rede forte não necessariamente resulta em um equilíbrio maior da concorrência entre as firmas (no equilíbrio, proporção de mercado tende a ser mais simétrica). Somente se intensos efeitos de rede forem combinados com custos de mudança suficientemente grande, o equilíbrio de divisão de mercado existiria em que partes do mercado se tornam mais assimétricas. Quando efeitos de rede são fortes e custos de mudança pouco significantes, o equilíbrio de quotas de mercado se torna mais simétrico e segue um padrão alternado⁴².

Compreender padrões de mercado nos dá ferramentas para explicar o equilíbrio de *market share*. A região onde o equilíbrio de quotas de mercado existe aumenta em k para $k > \frac{2}{3}$, enquanto este também aumenta quando k se torna menor que $\frac{2}{3}$. Para melhor compreensão, observa-se que para valores de $1 > k > \frac{2}{3}$ a firma inicialmente dominante aumenta suas quotas de mercado. Quando aumenta-se os efeitos de rede nesta região, um equilíbrio de compartilhamento de mercado só será sustentado se a empresa inicialmente dominante for pequena o suficiente. Consequentemente, quando $k > \frac{2}{3}$ tende para $\frac{2}{3}$, a região onde existe um equilíbrio de *market share* é reduzida. Caso a base instalada da firma inicialmente dominante for muito grande, somente um equilíbrio de monopólio será possível (mercado é direcionado para um resultado de monopólio).

Caso efeitos de rede aumentem ainda mais (por exemplo: para $k \ll \frac{2}{3}$), então o equilíbrio de

⁴⁰Mitchell; Skrzypacz (2006) também obtêm um padrão de monopólio monótono para efeitos de rede relativamente grandes e padrão monótono de compartilhamento de mercado para pequenos efeitos de rede.

⁴¹Se o domínio do mercado for amplificado, mas revertido, então uma empresa pode ter um incentivo estratégico para reduzir sua participação de mercado original para aumentar a probabilidade de se tornar a empresa dominante no período seguinte. Isto é, uma empresa pode estrategicamente subinvestir e não se destacar. No entanto, devido ao efeito de quantidade crítica, uma empresa também tem um forte incentivo para aumentar estrategicamente sua base instalada.

⁴²Similar a um caso particular apresentado na Proposição 2.

market share só é possível caso a dominância de mercado for invertida. Caso contrário (para qualquer outra expectativa que não assuma uma dominância invertida), as expectativas não são realizadas. Na hipótese da dominância de mercado invertida, então, claramente, custos de mudança impactam o mercado (uma vez que há muita comutação no equilíbrio). Desse modo, a existência de um *market share* de equilíbrio menor que $k = \frac{2}{3}$ ficam mais plausíveis a medida que os custos de mudança forem reduzindo; ou, da mesma forma, quando a base instalada das firmas forem mais simétricas. Isto implica que para $\frac{1}{2} < k < \frac{2}{3}$ a base instalada da firma dominante pode se tornar maior à medida que o custo de mudança é reduzido (por exemplo, k se torna menor) o que pode explicar a expansão das quotas de mercado na região onde $k < \frac{2}{3}$.

Estes resultados demonstram robustez para formas alternativas de custos de mudança. Nota-se que a forma de distribuição do custo de mudança se torna mais relevante para valores relativamente grandes de custos de mudança entre os consumidores. Formalmente, esse caso ocorre quando $k > 1$. Nesta região, o modelo reproduz um resultado comum de mercados com padrões monótonos de *market share*, onde a firma dominante explora a base instalada via aumento (direto ou indireto) de preço, assim perdendo competitividade e quotas de mercado (efeito *fat-cat*).

A forma exata de custo de mudança pode interferir no equilíbrio quando efeitos de rede e custo de mudança forem mais equilibrados. No caso deste modelo, determina o surgimento de um nível crítico na base consumidora. O valor exato depende da forma que o custo de mudança é modelado. Caso a firma detenha uma grande base instalada de consumidores, deve se tornar monopolista quando custos de mudança e efeitos de rede são mais balanceados. Por fim, quando efeitos de rede são muito mais importantes (maior interferência na determinação do equilíbrio) que custos de mudança, a forma exata da função Custo de Mudança deve ter menos importância no padrão qualitativo dos equilíbrios e para padrão de *market share*.

No intuito de caracterizar a estabilidade do equilíbrio apresentado na Proposição 1. Define-se um equilíbrio estável como um equilíbrio robusto a perturbações pequenas nas quotas de mercado. Formalmente, se $a_i(k)$ é o *market share* da i -ésima firma, então duas condições são satisfeitas. Primeira, se $\alpha_i^0 = a_i(k)$, então no único equilíbrio o *market share* da i -ésima firma é $\alpha_i^1(\alpha_i^0, k) = a_i(k)$. Segundo, existe um $\epsilon(k) > 0$, tal que $\alpha_i^0 \in (\max\{0, a_i(k) - \epsilon(k)\}; \min\{a_i(k) + \epsilon(k), 1\})$ e $\alpha_i^0 \neq a_i(k)$, então o único equilíbrio satisfaz $|\alpha_i^1(\alpha_i^0, k) - a_i(k)| < |\alpha_i^0 - a_i(k)|$. Ambas desigualdades juntas implicam que uma pequena perturbação em um equilíbrio estável direciona para um novo *market share* da firma i , mais semelhante a um equilíbrio estável que as afirmações iniciais. Desse modo sintetizam-se os resultados com a Proposição 3 a seguir.

5.2.10 Proposição 3

Dependendo de k os seguintes equilíbrios no segundo período (α_i^1) são estáveis:

- i) Com pequenos efeitos de rede ($k > 1$) as firmas dividem o mercado igualmente em um único e estável equilíbrio.

- ii) Com efeitos de rede moderados ($\frac{1}{2} < k < 1$) dois equilíbrios estáveis emergem no qual apenas uma firma serve o mercado.
- iii) Com efeitos de rede grandes ($k \leq \frac{1}{2}$) não existe equilíbrio estável.

Conforme a proposição 3, um equilíbrio é menos propenso a ser estável à medida que os efeitos de rede aumentam. Do contrário, quando são medianos ou pequenos tendem estabilizar o modelo. Desse modo, a medida que os efeitos de rede se tornam maiores em relação aos custos de mudança, as expectativas do consumidor vão ficando cada vez mais importantes para o resultado da organização do mercado. Contrastando com a base instalada que vai perdendo seu protagonismo.

6. Considerações Finais

O presente trabalho evidencia a existência significativa de efeitos de rede e custos de mudança no setor bancário brasileiro, viabilizando a aplicação dos termos teóricos desenvolvidos pelo modelo de competição no setor bancário nacional. Oferecendo ferramentas para a evolução microfundamentação teórica para algumas políticas macroeconômicas bancárias e a maior precisão na regulamentação do sistema financeiro.

A determinação das regulamentações define as regras do jogo, isto impacta diretamente no ajuste dos parâmetros dos efeitos de rede (t) e do custo de mudança (b), por conseguinte, afetando o parâmetro k e as expectativas de *market share* (α^e). Por exemplo, a obrigação de disponibilizar alguns serviços bancários gratuitos⁴³ (subsidiado pelo próprio banco) para clientes pode impactar em uma barreira (seja burocrática ou financeira, via aumento de tarifas não inclusas no pacote subsidiado pelo banco) para abertura de contas, aumentando o custo de entrada de novos clientes, resultando em um aumento do custo de mudança e como consequência, afeta os efeitos de rede dos clientes do mesmo banco.

Ao apresentar o modelo de competição duopolística de Bertrand em um mercado onde efeitos de rede e custos de mudança do consumidor determinam os resultados de equilíbrio, a principal contribuição deste trabalho é a análise dos equilíbrios de mercado quando os produtos são incompatíveis⁴⁴ e ponderados pela introdução da razão de custos de mudança e efeitos de rede (parâmetro k). É possível observar uma delicada interação entre os dois mercados, emergindo situações diferentes dado suas proporções. Por exemplo: quando equilibrados, nesta área tem-se um efeito de quantidade crítica, onde a firma inicialmente dominante se torna monopolista no período final (como resultado de equilíbrio único).

Nem grandes efeitos de rede ou grandes custos de mudança sozinhos podem conduzir o mercado bancário para um resultado de monopólio. No primeiro caso, há multiplicidade de equilíbrios e, neste último caso, o equilíbrio único de compartilhamento de mercado exclui o estabelecimento de um resultado de monopólio incontestável⁴⁵. Mostra-se, também, que as mudanças de *market share* das firmas podem seguir padrões diferentes dependendo da força relativa entre custos de mudança e efeitos de rede. Sobretudo, a situação de monopólio (que pode apresentar-se de maneira alternada ou monótona) emerge somente quando fortes efeitos de rede são combinados com altos custos de mudança. Na situação em que os efeitos de rede são muito mais relevantes que os custos de mudança, a assimetria do *market share* das firmas se torna menos proeminente para o monopólio (a situação contrária também é válida).

⁴³Conforme estabeleceu o Banco Central do Brasil, dentre os serviços mensais oferecidos sem custos para o consumidor, pode-se destacar os quatro saques, realização de duas transferências de recursos entre contas na própria instituição e o fornecimento dois extratos contendo a movimentação dos últimos trinta dias

⁴⁴Caracterizado pela impossibilidade de substituição perfeita do produto seja por propriedade particular (patentes ou direitos autorais) ou segredos de mercado. Suleymanova; Wey (2011) cita algumas falhas de mercado quando os consumidores priorizam compatibilidade: o teclado QWERTY (padrão utilizado na maioria dos computadores), sistema operacional Microsoft MS DOS, gravador de videocassete VHS; segundo o artigo são tecnologicamente inferiores aos seus competidores, mas dominaram o mercado devido a incompatibilidade de uso de seus concorrentes.

⁴⁵Entrada de novas firmas do mercado pode alterar os parâmetros de competição, impedindo o domínio do mercado por uma única firma.

Para o progresso deste campo de pesquisa, trabalhos futuros podem tratar de situações com mais de dois períodos, até infinitos períodos, ou uma distribuição não uniforme dos clientes devido às peculiaridades de alguns setores sociais. Além disso, cabe a análise de que maneira os bancos digitais impactam o modelo proposto e de que forma contribuem para o aumento ou redução dos custos de mudança e efeitos de rede. Como se trata de um modelo teórico, a adaptação e aplicação empírica seria de grande valia para o desenvolvimento deste tema de pesquisa.

Referências

- AKERLOF, G. A. The Market for “Lemons”: Quality Uncertainty and the Market Mechanism. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 84, n. 3, p. 488–500, 1970.
- ANDERSON, S. P.; PALMA, A. D.; THISSE, J. F. **Discrete Choice Theory of Product Differentiation**. MIT Press, 1992.
- ARAÚJO, J. P.; RODRIGUES, M. Taxation, Credit Constraints and the Informal Economy. **EconomiA**, v. 17, n. 1, p. 43–55, 2016. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1517758016300182>>. Acesso em: 17/5/2018.
- ARMSTRONG, M.; SAPPINGTON, D. E. M. Chapter 27 Recent Developments in the Theory of Regulation. In: M. Armstrong; R. Porter (Orgs.); **Handbook of Industrial Organization**. v. 3, p.1557–1700, 2007. Elsevier. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1573448X06030275>>. Acesso em: 7/2/2018.
- ARTHUR, W. B. Competing Technologies, Increasing Returns, and Lock-In by Historical Events. **The Economic Journal**, v. 99, n. 394, p. 116–131, 1989.
- D’ASPREMONT, C.; GABSZEWICZ, J. J.; THISSE, J.-F. On Hotelling’s “Stability in Competition”. **Econometrica**, v. 47, n. 5, p. 1145–1150, 1979.
- BELLEFLAMME, P.; PEITZ, M. **Industrial Organization: Markets and Strategies**. Cambridge University Press, 2010.
- BREALEY, R.; LELAND, H. E.; PYLE, D. H. Informational Asymmetries, Financial Structure, and Financial Intermediation. **The Journal of Finance**, v. 32, n. 2, p. 371–387, 1977. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1540-6261.1977.tb03277.x/abstract>>..
- BURNHAM, T. A.; FRELS, J. K.; MAHAJAN, V. Consumer Switching Costs: A Typology, Antecedents, and Consequences. **Journal of the Academy of Marketing Science**, v. 31, n. 2, p. 109–126, 2003. Disponível em: <<http://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/0092070302250897>>. Acesso em: 21/2/2018.
- CAILLAUD, B.; JULLIEN, B. Chicken & Egg: Competition among Intermediation Service Providers. **The RAND Journal of Economics**, v. 34, n. 2, p. 309–328, 2003.
- CAMINHA, U.; LIMA, J. C. Contrato incompleto: uma perspectiva entre direito e economia para contratos de longo termo. **Revista Direito GV**, v. 10, n. 1, p. 155–199, 2014. Disponível em: <<http://bibliotecadigital.fgv.br/ojs/index.php/revdireitogv/article/view/43562>>. Acesso em: 6/7/2018.
- CHAWLA, S.; ROUGHGARDEN, T. Bertrand Competition in Networks. In: SpringerLink. **Anais...** p.70–82, 2008. Springer, Berlin, Heidelberg. Disponível em: <https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-3-540-79309-0_8>. Acesso em: 8/2/2018.
- CHOI, J. P. Herd Behavior, the “Penguin Effect,” and the Suppression of Informational Diffusion: An Analysis of Informational Externalities and Payoff Interdependency. **The**

RAND Journal of Economics, v. 28, n. 3, p. 407–425, 1997.

ÇILINGIROĞLU, K. H. Bertrand Competition with Network Effects and Switching Costs: An Agent-based Computational Approach. **Yildiz Social Science Review**, v. 2, n. 1, 2016. Disponível em: <<http://dergipark.ulakbim.gov.tr/yssr/article/view/5000192172>>. Acesso em: 8/2/2018.

DAVID, P. A. Clio and the Economics of QWERTY. **The American Economic Review**, v. 75, n. 2, p. 332–337, 1985.

DAVIES, S.; LYONS, B. **Industrial Organization in the European Union: Structure, Strategy, and the Competitive Mechanism**. Clarendon Press, 1996.

DEGRYSE, H. On the Interaction Between Vertical and Horizontal Product Differentiation: An Application to Banking. **The Journal of Industrial Economics**, v. 44, n. 2, p. 169–186, 1996.

DOGANOGLU, T.; GRZYBOWSKI, L. Dynamic Duopoly Competition with Switching Costs and Network Externalities. **Review of Network Economics**, v. 12, n. 1, p. 1–25, 2013. Disponível em: <<https://www.degruyter.com/view/j/rne.2013.12.issue-1/rne-2012-0010/rne-2012-0010.xml>>. Acesso em: 18/2/2018.

DOWD, K. Is Banking a Natural Monopoly? **Kyklos**, v. 45, n. 3, p. 379–392, 1992. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1467-6435.1992.tb02122.x/abstract>>. Acesso em: 22/2/2018.

FARRELL, J.; KLEMPERER, P. Chapter 31 Coordination and Lock-In: Competition with Switching Costs and Network Effects. In: M. Armstrong; R. Porter (Orgs.); **Handbook of Industrial Organization**. v. 3, p.1967–2072, 2007. Elsevier. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1573448X06030317>>..

FARRELL, J.; SALONER, G. Installed Base and Compatibility: Innovation, Product Preannouncements, and Predation. **The American Economic Review**, v. 76, n. 5, p. 940–955, 1986.

FREIXAS, X.; ROCHET, J.-C. **Microeconomics of Banking**. MIT Press, 2008.

FUDENBERG, D.; TIROLE, J. The Fat-Cat Effect, the Puppy-Dog Ploy, and the Lean and Hungry Look. **American Economic Review**, v. 74, 1984.

GOYAL, S. **Connections: An Introduction to the Economics of Networks**. Princeton University Press, 2012.

HENKEL, J.; BLOCK, J. Peer Influence in Network Markets: An Empirical and Theoretical Analysis. **Academy of Management Proceedings**, v. 2008, n. 1, p. 1–6, 2008. Disponível em: <<http://proceedings.aom.org/content/2008/1/1.195>>. Acesso em: 22/2/2018.

HOTELLING, H. Stability in Competition. **The Collected Economics Articles of Harold Hotelling**, p. 50–63, 1990. Disponível em: <https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-1-4613-8905-7_4>. Acesso em: 21/2/2018.

KATZ, M. L.; SHAPIRO, C. Network Externalities, Competition, and Compatibility. **The**

American Economic Review, v. 75, n. 3, p. 424–440, 1985.

KATZ, M. L.; SHAPIRO, C. Technology Adoption in the Presence of Network Externalities. **Journal of Political Economy**, v. 94, n. 4, p. 822–841, 1986. Disponível em: <<http://www.journals.uchicago.edu/doi/abs/10.1086/261409>>. Acesso em: 7/2/2018.

KATZ, M. L.; SHAPIRO, C. Product Introduction with Network Externalities. **The Journal of Industrial Economics**, v. 40, n. 1, p. 55–83, 1992.

KATZ, M. L.; SHAPIRO, C. Systems Competition and Network Effects. **Journal of Economic Perspectives**, v. 8, n. 2, p. 93–115, 1994. Disponível em: <<https://www.aeaweb.org/articles?id=10.1257/jep.8.2.93>>. Acesso em: 7/2/2018.

KIM, M.; KLIGER, D.; VALE, B. Estimating Switching Costs: The Case of Banking. **Journal of Financial Intermediation**, v. 12, n. 1, p. 25–56, 2003. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1042957302000050>>..

KIM, M.; KRISTIANSEN, E. G.; VALE, B. Endogenous Product Differentiation in Credit Markets: What Do Borrowers Pay For? **Journal of Banking & Finance**, v. 29, n. 3, p. 681–699, 2005. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378426604000536>>. Acesso em: 21/2/2018.

KLEMPERER, P. Markets with Consumer Switching Costs. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 102, n. 2, p. 375–394, 1987. Disponível em: <<https://academic.oup.com/qje/article/102/2/375/1931195>>. Acesso em: 20/2/2018.

KLEMPERER, P. Competition When Consumers Have Switching Costs: An Overview with Applications to Industrial Organization, Macroeconomics, and International Trade. **The Review of Economic Studies**, v. 62, n. 4, p. 515–539, 1995. Disponível em: <<https://academic.oup.com/restud/article/62/4/515/1544107/Competition-when-Consumers-have-Switching-Costs-An>>. Acesso em: 7/8/2017.

MAS-COLELL, A.; WHINSTON, M.; GREEN, J. **Microeconomic Theory**. OUP Catalogue, Oxford University Press, 1995.

MIGUEL VILLAS-BOAS, J. A Short Survey on Switching Costs and Dynamic Competition. **International Journal of Research in Marketing**, v. 32, n. 2, p. 219–222, 2015. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S016781161500035X>>. Acesso em: 8/12/2017.

MITCHELL, K.; ONVURAL, N. M. Economies of Scale and Scope at Large Commercial Banks: Evidence from the Fourier Flexible Functional Form. **Journal of Money, Credit and Banking**, v. 28, n. 2, p. 178–199, 1996.

MITCHELL, M. F.; SKRZYPACZ, A. Network externalities and long-run market shares. **Economic Theory**, v. 29, n. 3, p. 621–648, 2006. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/s00199-005-0031-0>>. Acesso em: 8/1/2018.

NEVEN, D. Two Stage (Perfect) Equilibrium in Hotelling’s Model. **The Journal of**

Industrial Economics, v. 33, n. 3, p. 317–325, 1985.

DE OLIVEIRA, A. F. C. E. S.; AMARAL, H. F.; DA SILVA, J. A. B. B. Estudo Empírico Sobre Economias de Escala Dos Bancos No Brasil. **Revista de Economia e Administração**, v. 2, n. 1, p. 47–66, 2003. Disponível em: <<http://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true%26AuthType=3dcookie%2cip%2cshib%26db%3dbsu%26AN%3d57668880%26lang%3dpt-br%26site%3dedlive>>. Acesso em: 21/2/2018.

PARAKHONYAK, A.; VIKANDER, N. **Optimal Sales Schemes for Network Goods**. SSRN Scholarly Paper, Rochester, NY: Social Science Research Network, 2013.

PARKER, G. G.; VAN ALSTYNE, M. W. Two-Sided Network Effects: A Theory of Information Product Design. **Management Science**, v. 51, n. 10, p. 1494–1504, 2005. Disponível em: <<https://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/mnsc.1050.0400>>. Acesso em: 8/1/2018.

PITA BARROS, P. Multimarket Competition in Banking, with an Example from the Portuguese Market. **International Journal of Industrial Organization**, v. 17, n. 3, p. 335–352, 1999. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167718797000350>>. Acesso em: 21/2/2018.

SHAPIRO, C.; VARIAN, H. R. **Information Rules: A Strategic Guide to the Network Economy**. Harvard Business Press, 1998.

SHARPE, S. A. The Effect of Consumer Switching Costs on Prices: A Theory and its Application to the Bank Deposit Market. **Review of Industrial Organization**, v. 12, n. 1, p. 79–94, 1997. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1023/A:1007748623012>>. Acesso em: 27/1/2018.

SHY, O. **Industrial Organization: Theory and Applications**. MIT Press, 1995.

SHY, O. A Quick-and-Easy Method for Estimating Switching Costs. **International Journal of Industrial Organization**, v. 20, n. 1, p. 71–87, 2002. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S016771870000076X>>..

SHY, O. A Short Survey of Network Economics. **Review of Industrial Organization**, v. 38, n. 2, p. 119–149, 2011. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/s11151-011-9288-6>>. Acesso em: 12/12/2017.

SILVA, M. O. E. **Custos de mudança: estimativas para o setor bancário brasileiro**, 29. abr. 2013. text, Universidade de São Paulo. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/96/96131/tde-01072013-111058/>>. Acesso em: 5/8/2017.

SILVA, M. O.; LUCINDA, C. R. Switching Costs and the Extent of Potential Competition in Brazilian Banking. **Economia**, v. 18, n. 1, p. 117–128, 2017. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1517758016301126>>..

STANGO, V. The Economics of Standards Wars. **Review of Network Economics**, v. 3, n. 1, 2004. Disponível em: <<https://www.degruyter.com/view/j/rne.2004.3.issue-1/rne.2004>>.

3.1.1040/rne.2004.3.1.1040.xml>. Acesso em: 14/2/2018.

STOLE, L. A. Nonlinear Pricing and Oligopoly. **Journal of Economics & Management Strategy**, v. 4, n. 4, p. 529–562, 1995. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/j.1430-9134.1995.00529.x>>. Acesso em: 6/7/2018.

SULEYMANOVA, I.; WEY, C. Bertrand Competition in Markets with Network Effects and Switching Costs. **The B.E. Journal of Economic Analysis & Policy**, v. 11, n. 1, 2011. Disponível em: <<https://www.degruyter.com/view/j/bejeap.2011.11.issue-1/1935-1682.2359/1935-1682.2359.xml>>..

VON THADDEN, E.-L. Asymmetric Information, Bank Lending and Implicit Contracts: The Winner's Curse. **Finance Research Letters**, v. 1, n. 1, p. 11–23, 2004. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1544612303000060>>..

TIROLE, J. **The Theory of Industrial Organization**. MIT Press, 1988.

Apêndice Matemático

No apêndice matemático vai-se descrever e detalhar os passos omitidos nas provas dos Lemas propostos.

Prova do Lema 1

Primeiramente, observa-se que as quotas de mercado somam a unidade; dado que, se $0 < \alpha_i^I(\alpha_i^0, k) < 1$ for satisfeito, então $0 < \alpha_j^I(\alpha_j^0, k) < 1$ também é válido, com $i, j = A, B$ e $i \neq j$. Consequentemente, a existência de uma solução interior

$$\alpha_i^I(\alpha_i^0, k) = \frac{[k(1 + \alpha_i^0) - 1]}{(3k - 2)}$$

é garantida se, e somente se, a primeira condição for satisfeita ($0 < \alpha_i^I(\alpha_i^0, k) < 1$). Cabe destacar que a condição $0 < \alpha_i^I(\alpha_i^0, k) < 1$ implica que $p_i^I > 0 \mid (i = A, B)$. Primeiro, demonstra-se para $k < \frac{2}{3}$ o equilíbrio de *market share* emerge se $\alpha_i^0 \in (\bar{\alpha}^0(k), 1 - \bar{\alpha}^0(k))$. Então, prova-se que para todo $k > \frac{2}{3}$ o equilíbrio de *market share* existe se $\alpha_i^0 \in (1 - \bar{\alpha}^0(k), \bar{\alpha}^0(k))$.

Caso i) (Para $k < \frac{2}{3}$). Restringindo a condição de $0 < \alpha_i^I(\alpha_i^0, k) < 1$, tem-se $\alpha_i^I > 0 \Leftrightarrow \alpha_i^0 < \frac{1-k}{k}$ enquanto $\alpha_i^I < 1 \Leftrightarrow \alpha_i^0 > \frac{2k-1}{k}$.

Caso ii) (Para $k > \frac{2}{3}$). Novamente, usando a condição $0 < \alpha_i^I(\alpha_i^0, k) < 1$, tem-se $\alpha_i^I > 0 \Leftrightarrow \alpha_i^0 > \frac{1-k}{k}$ e, também, $\alpha_i^I < 1 \Leftrightarrow \alpha_i^0 < \frac{2k-1}{k}$.

A diferenciação no valor limite de $\bar{\alpha}^0(k)$ resulta em $\frac{1}{k^2} > 0$. Por fim, a peculiaridade é resultado da concavidade do problema de otimização das empresas em relação ao intervalo dos parâmetros relevantes. C.Q.D.

Prova da Proposição 2

Comparando α_i^0 com $\alpha_i^I(\alpha_i^0, k)$. Suponha que $\alpha_i^0 \neq \frac{1}{2}$. A firma i assegura a posição dominante se $\alpha_i^I = \frac{[k(1+\alpha_i^0)-1]}{(3k-2)} > \frac{1}{2}$ for válido. Este caso só existe se, $\alpha_i^0 > \frac{1}{2} \wedge k > \frac{2}{3} \vee \alpha_i^0 < \frac{2}{3}$ forem válidos. Desse modo, para todo $k > \frac{2}{3}$ ($k < \frac{2}{3}$) a firma inicialmente dominante mantém (perde) sua posição de favorável.

Agora, ao examinar se $|\alpha_i^0 - \alpha_j^0| > |\alpha_i^I - \alpha_j^I|$ ou $|\alpha_i^0 - \alpha_j^0| < |\alpha_i^I - \alpha_j^I|$ forem satisfeitos. Obtem-se que $|\alpha_i^0 - \alpha_j^0| > |\alpha_i^I - \alpha_j^I|$ é válido se, e somente se, $\frac{1}{2} < k < 1$ (observe que $k \neq \frac{2}{3}$). Combinando estes resultados, obtem-se todos os quatro padrões de possibilidades especificados na proposição. A última parte da proposição segue diretamente da substituição dos valores especificados por $\alpha_i^I(\alpha_i^0, k)$. C.Q.D.

Prova da Proposição 3

Primeiramente considerando $k > 1$. Partindo da Proposição 1, sabe-se que para qualquer $\alpha_i^0 \in [0, 1]$ emerge um equilíbrio único:

$$\alpha_i^I(\alpha_i^0, k)$$

Ainda, se $\alpha_i^0 \neq \frac{1}{2} \therefore \alpha_i^I \neq \alpha_i^0$ e se $\alpha_i^0 = \frac{1}{2} \therefore \alpha_i^I = \alpha_i^0$. Consequentemente, apenas $\alpha_i(k) = \frac{1}{2}$ satisfaz primeira condição de estabilidade. Deixando $\epsilon(k) = \frac{1}{2}$, tal que para qualquer $\alpha_i^0 \in (0, 1)$ pertence à vizinhança de $a_i(k) = \frac{1}{2}$. Segue da Proposição 2 que qualquer $\alpha_i^0 \in (0, 1)$ e $\alpha_i^0 \neq \frac{1}{2}$ segurando que $|\alpha_i^1 - \frac{1}{2}| < |\alpha_i^0 - \frac{1}{2}|$. Então, $a_i(k) = \frac{1}{2}$ também satisfaz a segunda condição de estabilidade.

Considerando $\frac{1}{2} < k < 1$. Apenas $a_i(k) = 0$ e $a_i(k) = 1$ satisfazem a primeira condição de estabilidade. Mostra-se, também, que estes satisfazem a segunda restrição por meio da definição da vizinhança adequada. Evidencia-se, também, que estes satisfazem a segunda restrição por meio da definição da vizinhança adequada. Para $a_i(k) = 0$ define-se $\epsilon(k) = \min \{1 - \bar{\alpha}^0(k), \bar{\alpha}^0(k)\}$. Dada a Proposição 1, constata-se que para qualquer $\alpha_i^0 \in (0, \min \{1 - \bar{\alpha}^0(k), \bar{\alpha}^0(k)\})$ no equilíbrio único $\alpha_i^1 = 1$, então, $|\alpha_i^1 - a_i(k)| = 0 < |\alpha_i^0 - a_i(k)| = \alpha_i^0$. Quando $a_i(k) = 1$ determina-se $\epsilon(k) = 1 - \max \{1 - \bar{\alpha}^0(k), \bar{\alpha}^0(k)\}$. Fundamentado na Proposição 1, sabe-se que para qualquer $\alpha_i^0 \in (\max \{1 - \bar{\alpha}^0(k), \bar{\alpha}^0(k)\})$ no equilíbrio único $\alpha_i^1 = 1$, então, $|\alpha_i^1(\alpha_i^0, k) - a(k)| = 0 < |\alpha_i^0 - a_i(k)| = |\alpha_i^0 - 1|$.

A inexistência de equilíbrio estável para $k \leq \frac{1}{2}$ é relacionada diretamente da Proposição 1, para qualquer $\alpha_i^0 \in [0, 1]$ um equilíbrio múltiplo prevalece, logo, a primeira condição de estabilidade é violada. Caso $k = 1$, tem-se que a segunda condição de estabilidade é violada, para qualquer $\alpha_i^0 \in [0, 1]$ e para qualquer $a_i \in [0, 1]$, tem-se $|\alpha_i^1(\alpha_i^0, k) - a(k)| = |\alpha_i^0 - a(k)|$. C.Q.D.