

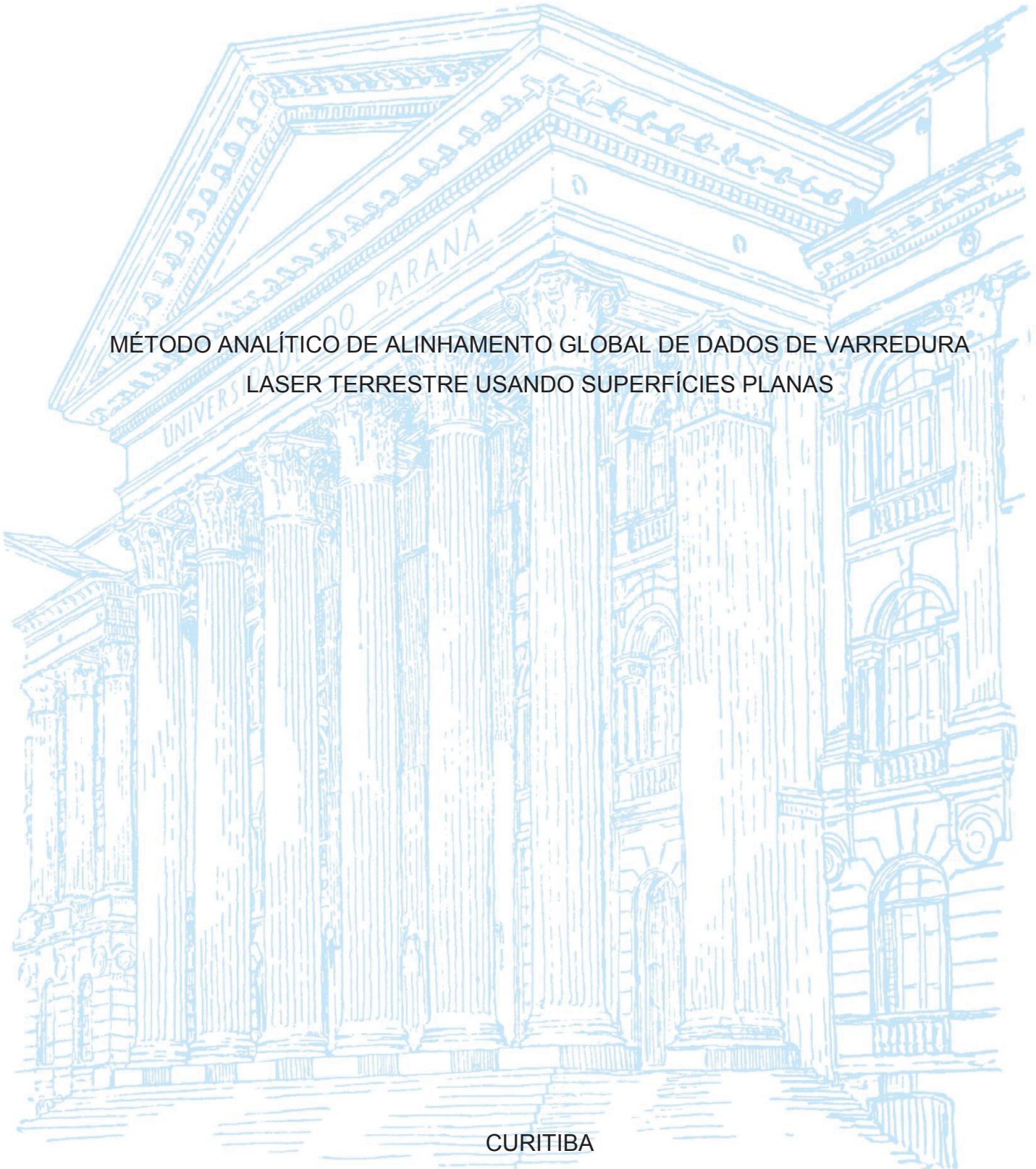
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

NADISSON LUIS PAVAN

MÉTODO ANALÍTICO DE ALINHAMENTO GLOBAL DE DADOS DE VARREDURA
LASER TERRESTRE USANDO SUPERFÍCIES PLANAS

CURITIBA

2018



NADISSON LUIS PAVAN

MÉTODO ANALÍTICO DE ALINHAMENTO GLOBAL DE DADOS DE VARREDURA
LASER TERRESTRE USANDO SUPERFÍCIES PLANAS

Tese apresentada como requisito final para
obtenção do Título de Doutor, Programa de Pós-
Graduação em Ciências Geodésicas, Setor de
Ciências da terra, Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Daniel Rodrigues dos Santos

CURITIBA

2018

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELO SISTEMA DE BIBLIOTECAS/UFPR
BIBLIOTECA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

P337m Pavan, Nadisson Luis
Método analítico de alinhamento global de dados de varredura laser terrestre usando superfícies planas /
Nadisson Luis Pavan. – Curitiba, 2018.
88 p. : il. color. ; 30 cm.

Tese - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências da Terra, Programa de Pós-Graduação em
Ciências Geodésicas, 2018.

Orientador: Daniel Rodrigues dos Santos.

1. Registro de nuvens de pontos 3D. 2. LASER scanning terrestre. 3. Quatérnios. I. Universidade
Federal do Paraná. II. Santos, Daniel Rodrigues dos. III. Título.

CDD: 526.8

Bibliotecária: Romilda Santos - CRB-9/1214

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em CIÊNCIAS GEODÉSICAS da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de NADISSON LUIS PAVAN intitulada: MÉTODO ANALÍTICO DE ALINHAMENTO GLOBAL DE DADOS DE VARREDURA LASER TERRESTRE USANDO SUPERFÍCIES PLANAS, após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua Renovação no rito de defesa.

A outorga do título de doutor está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 28 de Fevereiro de 2018.



DANIEL RODRIGUES DOS SANTOS
Presidente da Banca Examinadora



MÁRCIO LUIZ LOPES REISS
Avaliador Externo



MAURÍCIO GALO
Avaliador Externo



EDSON APARECIDO MITSHITA
Avaliador Interno



JORGE ANTONIO SILVA CENTENO
Avaliador Interno

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus Avós:
Rosalino Bortolo Pavan e Natalia Pavan
Alcides Simões Sales e Silvia Izabel Sales

AGRADECIMENTOS

A Deus.

À minha família, em especial meus pais pelo apoio e incentivo.

Ao amigo e orientador Professor Dr. Daniel Rodrigues dos Santos, pela orientação, apoio, incentivo, dedicação, compreensão, conselhos e paciência.

Aos membros das bancas de Qualificação, Professor Dr. Álvaro Muriel Lima Machado e o Professor Dr. Mauricio Galo pelas sugestões oferecidas.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas em especial aos Professores Dr. Quintino Dalmolin, Dr. Edson Aparecido Mitishita, Dr. Jorge Centeno e Dr^a. Luciene S. Delazari.

Aos meus colegas e amigos Alyne, Anderson, André, Andrea, Andrey, Antonio, Camilla, Carla, Elizeu, Érica, Elizabete, Everton, Felipe Costa, Felipe Marques, Francisco, Gabriel Dresch, Gabriel Henrique, Ilich, Jair, Jaqueline, João, Júlio, Karina, Kauê, Laís, Leonardo, Lucía, Luciana, Marcos, Maria, Marly, Mel, Miguel, Monica, Natália, Nathan, Niarkios, Pierre, Renata, Rafael. Roberto, Roger, Sebastián, Tiago, Wander, ...

Aos Professores da UNEMAT e amigos em especial aos Professores André, Edgar, Erico e Rodrigo pelo apoio e incentivo.

Aos meus amigos Bruno e Geovana pelo apoio em Curitiba.

À Mônica, secretária do Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas.

Ao Professor da Dr. Mário Luiz Lopes Reiss pelo grande apoio em Porto Alegre.

Laboratório de Pesquisas em Fotogrametria da UFRGS, pelo fornecimento do sensor SVLT. À Universidade Federal do Paraná, em especial ao Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico.

EPÍGRAFE

“It isn't that they can't see the solution. It's that they can't see the problem.”

Gilbert Keith Chesterton

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo apresentar um método automático para registro de pares de nuvens usando superfícies planas e um novo método analítico de consistência global de múltiplas nuvens de pontos 3D derivados do sistema LASER Scanning Terrestre (LST). Primeiramente, superfícies planas são detectadas através do algoritmo RANSAC e, posteriormente, ajustadas pelo método dos Mínimos Quadrados Totais. Em seguida é proposto um algoritmo para estabelecimento automático de correspondências de planos baseado em análises geométricas dos vetores normais aos planos. Posteriormente, um modelo matemático baseado em abordagens plano-a-plano é empregado para determinar os parâmetros de transformação. Finalmente, a técnica de registro global de nuvens de pontos 3D, proposta neste trabalho, é aplicada. Diferente da maioria das outras técnicas de registro global existentes, a abordagem proposta explora as propriedades bilineares do produto de quatérnios. As principais vantagens da abordagem proposta são sua simplicidade computacional e robustez e o emprego de quatérnios para solucionar a obtenção da atitude do sensor nos registros executados. Experiências foram realizadas para avaliar a viabilidade e potencialidade do método proposto. Os resultados obtidos mostraram que esta abordagem é promissora e determina medidas com uma qualidade superior, em comparação a outros métodos.

Palavras chave: Registro de nuvens de pontos 3D; LASER scanning Terrestre; Quatérnios, correspondência plano-a-plano.

ABSTRACT

This work has to present an automatic method for registration of cloud points using planar surfaces and a new analytical method for global consistency of multiple clouds points 3D derived from Terrestrial Laser Scanning (TLS) system. Firstly, planar surfaces are detected using the RANSAC algorithm and their normal vectors are used for automatic establishment of the correspondences. After, an automatic algorithm to establish correspondences using the normal vectors and geometric planar analysis is proposed. Posteriorly, the transformation parameters are determined using a plane-to-plane based model. Finally, the global registry for 3D point clouds technique of point cloud, proposed in this paper is applied. Different from most other techniques global registration the proposed approach exploits the properties bilinear of product of quaternions. The main advantages of this proposed approach is its simplicity and robustness, and the use of quaternions to solve obtaining attitude sensor in the registration executed. Experiments were conducted to verify the feasibility and the effectiveness of the proposed method. The obtained results showed that this approach is promising and can computed positions with superior quality compared to other methods.

KEYWORDS: Registration point cloud, Terrestrial Laser Scanning, Quaternions, Matching of plane-to-plane.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – MECANISMOS DE VARREDURA DO SISTEMA LST.....	24
FIGURA 2 – FUNCIONAMENTO DO LST.....	24
FIGURA 3 – PRINCÍPIO DE MEDIDA POR TEMPO DE EMISSÃO E RECEPÇÃO DO PULSO	25
FIGURA 4 – O PRINCÍPIO DE VARREDURA DO SVLT	26
FIGURA 5 – REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA DE UM NÚMERO COMPLEXO.	28
FIGURA 6 – INTERPRETAÇÃO GEOMETRICA DO OPERADOR.....	33
FIGURA 7 – EXEMPLO DE RECOBRIMENTO EM UM PAR DE NUVENS DE PONTOS PERFILADAS PELO SISTEMA SVLT.....	40
FIGURA 9 – REDE DE POSIÇÕES	43
FIGURA 10 – ARQUITETURA DA METODOLOGIA PROPOSTA.....	47
FIGURA 11 – RESULTADO DO RANSAC. (A) NUVEM DE PONTOS 3D. (B) PLANOS DETECTADOS PELO ALGORITMO RANSAC.....	49
FIGURA 12 – TRAJETÓRIA DO SENSOR LST.....	57
FIGURA 13 – IMAGENS DE INTENSIDADE PANORÂMICA DAS NUVENS DE PONTOS 3D CORRESPONDENTES. (A) ÁREA I; (B) ÁREA II; (C) ÁREA III; (D) ÁREA IV; (E) ÁREA V; (F) ÁREA VI; (G) ÁREA VII; (H) ÁREA VIII.	63
FIGURA 14 – (A) NUVEM DE PONTOS I; (B) NUVEM DE PONTOS II; (C) NUVENS DE PONTOS III; (D) NUVEM DE PONTOS IV; (E) NUVEM DE PONTOS V; (F) NUVEM DE PONTOS VI; (G) NUVEM DE PONTOS VII; (H) NUVENS DE PONTOS VIII.....	65
FIGURA 15 – VISTA AÉREA DAS NUVENS DE PONTOS I E II APÓS O PROCESSO DE REGISTRO.....	69
FIGURA 16 – GRAFO DOS MULTIPLOS-ALINHAMENTOS COM AS NUVENS DE PONTOS MATERIALIZADAS NUM SISTEMA REFERENCIAL GLOBAL.	70
FIGURA 17 – ERRO DE VERIFICAÇÃO.....	71
FIGURA 18 – POSIÇÕES DO SENSOR SVLT ESTIMADAS COM O MÉTODO PROPOSTO E DETERMINADAS COM ESTAÇÃO TOTAL.	73
FIGURA 19 – MÓDULO DAS DISCREPÂNCIAS PLANIMÉTRICAS DAS POSIÇÕES DO SVLT.....	75

FIGURA 20 – MODELO 3D GLOBALMENTE CONSISTENTE OBTIDO COM O MÉTODO PROPOSTO.	76
FIGURA 21 – IMAGEM DE INTENSIDADE DAS NUVENS DE PONTOS 3D (A) NUVEM DE PONTOS I. (B) NUVEM DE PONTOS II. (C) NUVEM DE PONTOS III.	77
FIGURA 22 – PLANOS EXTRAÍDOS: (A) NUVEM DE PONTOS I; (B) NUVEM DE PONTOS II; (C) NUVENS DE PONTOS III.	78
FIGURA 24 – MÓDULO DAS DISCREPÂNCIAS DAS POSIÇÕES DO SENSOR.	81

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – NÚMERO TOTAL DE PONTOS PERFILADOS, QUANTIDADE DE PLANOS EXTRAÍDOS, LIMIAR DE DISTÂNCIA MÁXIMA PRÉ-ESTABELECIDO PARA O RANSAC.....	64
TABELA 2 – RESULTADO DA ETAPA DE ESTABELECIMENTO DE CORRESPONÊNCIA	66
TABELA 3 – ESTATÍSTICA DOS RESULTADOS DOS PARES DE NUVENS DE PONTOS 3D.....	68
TABELA 4 – SEQUÊNCIAS DE TRANSFORMAÇÕES	72
TABELA 5 – VALORES DE DISCREPÂNCIA PLANIMÉTRICA DAS POSIÇÕES DO SVLT.	74
TABELA 6 – NÚMERO TOTAL DE PONTOS PERFILADOS EM CADA NUVEM DE PONTOS, QUANTIDADE DE PLANOS EXTRAÍDOS AUTOMATICAMENTE E LIMIAR DE DISTÂNCIA MÁXIMA DO ALGORITMO RANSAC	77
TABELA 7 – RESULTADO DO PROCESSO DE CORRESPONÊNCIA	79
TABELA 8 – ESTATÍSTICA DOS RESULTADOS DO ALINHAMENTO LOCAL DOS PARES DE NUVENS DE PONTOS 3D.....	79
TABELA 9 – DISCREPÂNCIA PLANIMÉTRICA DAS POSIÇÕES OBTIDAS PELO MÉTODO PROPOSTO E PELO MÉTODO DE Pathak et al. (2010a).....	80

LISTA DE SIGLAS

LASER	- Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation
3D	- Tridimensional
MMQ	- Método dos Mínimos Quadrados
ICP	- Iterative Closest Point
SLAM	- Simultaneous Localization and Mapping
SVD	- Singular Valor Decomposition-
SVLT	- Sistema de varredura LASER terrestre
RANSAC	- Random Sample Consensus
UFPR	- Universidade Federal do Paraná
UFRGS	- Universidade Federal do Rio Grande do Sul

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	CONSIDERAÇÕES INICIAIS	15
1.2.	ESTADO DA ARTE EM ANÁLISE DE CONSISTÊNCIA GLOBAL.....	17
1.3.	OBJETIVOS	20
1.4.	POTENCIAL DE CONTRIBUIÇÃO.....	20
1.5.	ESTRUTURA E CONTEÚDO DO TRABALHO	22
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	23
2.1.	SISTEMA DE VARREDURA LASER TERRESTRE	23
2.2	NÚMEROS COMPLEXOS	26
2.2.1.	Matrizes e Números Complexos	28
2.2.2.	Números Complexos e Rotações do Plano.....	29
2.3.	QUATÉRNIOS.....	30
2.3.1.	Propriedades dos quatérnios.....	30
2.3.2.	Quatérnios e a operação de rotação	33
2.3.3.	Matrizes e Quatérnios	34
2.4.	EXTRAÇÃO DE SUPERFÍCIES PLANAS.....	35
2.4.1.	O algoritmo RANSAC	36
2.4.2.	Estimativa dos parâmetros do plano	37
2.5.	ANÁLISE DE CONSISTÊNCIA GLOBAL	39
2.5.1.	Alinhamento local de pares de nuvens de pontos 3D usando superfícies planas	41
2.5.2.	Alinhamento global usando o método de Lu e Milios	43
3	MATERIAL E MÉTODO.....	46
3.1.	MATERIAL	46
3.2.	MÉTODO.....	47
3.2.1.	Extração automática de planos	48

3.2.2.	Método proposto para estabelecimento automático de correspondências...	49
3.2.2.1.	Método proposto para cálculo da aproximação do ângulo de rotação	53
3.2.2.2.	Método proposto para cálculo da aproximação do vetor de translação	54
3.2.3.	Método proposto para estimativa dos parâmetros de rotação.....	55
3.3.	MÉTODO PROPOSTO DE ALINHAMENTO GLOBAL	57
3.3.1.	Alinhamento global dos parâmetros de rotação	58
3.3.2.	Ajustamento das translações de forma global.....	60
4	EXPERIMENTOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	62
4.1.	EXPERIMENTO – CENÁRIO I (AMBIENTE EXTERNO)	62
4.1.1.	Resultados da segmentação dos planos.....	64
4.1.2.	Resultados do processo de estabelecimento de correspondências	66
4.1.3.	Resultados do alinhamento local de pares de nuvens de pontos 3D	67
4.1.4.	Resultados obtidos com o método proposto de alinhamento global	69
4.2	EXPERIMENTO – CENÁRIO II (AMBIENTE INTERNO)	76
4.2.1.	Resultados do processo de correspondência entre planos	78
4.2.2.	Resultados do alinhamento local de pares de nuvens de pontos 3D	79
4.2.3.	Resultados obtidos com Método proposto de consistência global	80
5	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	83
	REFERÊNCIAS.....	85

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O sistema de varredura LASER terrestre (SVLT), produz uma nuvem de pontos 3D da superfície física de forma rápida, precisa e com segurança. O emprego de dados de varredura LASER terrestre têm sido amplamente difundido em projetos de Engenharia, principalmente para mapeamento e reconstrução 3D de ambientes internos e externos. Para garantir o mapeamento consistente e completo de uma região de interesse é necessário instalar o equipamento em diferentes estações de posição e alinhar o conjunto de pares de nuvens de pontos 3D em um sistema referencial global.

O problema de alinhar consistentemente um conjunto de nuvens de pontos 3D é conhecido como análise de consistência global que pode ser dividida em dois principais problemas, isto é, o alinhamento local e o alinhamento global. O alinhamento local consiste em estimar os parâmetros de transformação (rotações e translações) entre pares de nuvens de pontos 3D. Essa etapa pode ser realizada por medições de odometria ou um registro de um par nuvens de pontos através de primitivas correspondentes que podem ser ponto-a-ponto, ponto-a-plano ou plano-a-plano. Já o alinhamento global consiste em refinar simultaneamente os parâmetros de transformação e materializar um sistema referencial global, utilizando todos os alinhamentos locais estabelecidos pelas relações de parciais sobreposições das nuvens de pontos (BORRMANN *et al.*, 2008; HUBER e HEBERT, 2003; LU e MILIOS, 1997; SHARP *et al.*, 2004).

Geralmente, alvos pré-sinalizados fixados na superfície durante o processo de perfilamento são muito empregados na tarefa de alinhamento de pares de nuvens de pontos 3D (AKCA, 2003; THEILER *et al.*, 2012; entre outros). Contudo, tem como principal desvantagem a necessidade de planejamento para garantir a visibilidade dos alvos em diferentes varreduras. Desde que a natureza dos objetos presentes no ambiente é imprevisível (presença de regiões homogêneas e heterogêneas, com riqueza ou deficiência de primitivas), usualmente, são adotados algoritmos baseados em formas genéricas para o alinhamento de pares de nuvens de pontos 3D, tais como, o ICP (BESL e MCKAY, 1992; RUSINKIEWICZ e LEVOY, 2001; BAE e

LICHTI, 2007, entre outros). O ICP é baseado em uma abordagem ponto-a-ponto e a solução é feita em duas etapas. Primeiramente, o algoritmo estabelece pseudo-correspondências no par de nuvens de pontos 3D. Em seguida, a função erro adotada minimiza, iterativamente, a distância euclidiana entre as pseudo-correspondências e estima os parâmetros de rotação independentemente dos parâmetros de translação. Posteriormente, os valores de rotação são empregados para calcular a translação. Isto é feito repetidamente até o algoritmo atingir um critério de convergência. Algoritmos de correspondência ponto-a-ponto são muito eficientes quando empregado nuvens de pontos 3D densas. Porém, dependendo do alinhamento inicial, o algoritmo pode divergir para um número infinito de soluções e quando a densidade das nuvens de pontos 3D é baixa e os pontos são ruidosos, a correspondência por pontos é de baixa qualidade. Nestes casos, soluções baseadas em superfícies planas resultam em alinhamentos de melhor precisão (RUSINKIEWICZ e LEVOY, 2001). Além disso, abordagens que utilizam planos são menos influenciados por ruídos e são robustos a erros grosseiros de baixa magnitude (KHOSHELHAM, 2016). A etapa de alinhamento de pares de nuvens de pontos 3D é apropriada para ambientes modificados pelo homem, uma vez que as formas dos objetos presentes na cena são tipicamente planas e poliédricas (PATHAK et al., 2010b; TAGUCHI *et al.*, 2013).

Já a etapa de alinhamento global dos parâmetros de transformação é essencial no problema de análise de consistência global, uma vez que durante a etapa de alinhamento de nuvens de pontos é introduzido um acúmulo de erros advindos da impossibilidade em considerar na modelagem matemática, todas as relações existentes entre as nuvens de pontos a serem registradas (BENJEMAA e SCHMITT, 1998). De acordo com Grisetti *et al.* (2010) um caminho natural para solucionar o problema de alinhamento global de dados SVLT é usando uma formulação baseada em grafos. Uma estrutura em grafo envolve vértices, que representam os parâmetros de transformação entre pares de nuvens de pontos 3D, e arestas que representam injunções geométricas descrevendo a relação entre dois vértices. Lu e Milios (1997) foram os primeiros autores a formularem o problema de análise de consistência baseado em grafo.

A contribuição deste trabalho enfatizará o desenvolvimento de um método analítico de análise de consistência global para refinamento de dados derivados do SVLT.

1.2. ESTADO DA ARTE EM ANÁLISE DE CONSISTÊNCIA GLOBAL

Em literatura específica, os métodos existentes de análise de consistência global são em maior parte iterativos. A seguir, serão apresentadas as ideias básicas dos principais métodos relacionados com o tema abordado neste trabalho.

Como já foi mencionado, Lu e Milios (1997) empregam uma estrutura em grafo para resolver o problema da análise de consistência global de nuvens de pontos 2D. Os grafos são construídos através das relações de sobreposições de cada respectivas nuvens de pontos. Sua solução corresponde a linearizar os elementos da matriz de rotação (em relação ao ângulo rotacional) minimizando a distância de Mahalanobis entre as estações de posição. A consistência global é conseguida através do emprego de todas as relações espaciais usadas como injunção. Desta forma, o erro total é minimizado empregando uma abordagem iterativa. Borrmann *et al.* (2008) formularam uma extensão da solução proposta por Lu e Milios (1997), para o caso 3D. Este método foi utilizado por Theiler *et al.* (2015) com o objetivo alcançar uma consistência global totalmente automática.

A abordagem proposta por Huber e Hebert (2003) realiza um alinhamento global automático de nuvens de pontos 3D usando uma estrutura em grafo. O método é dividido em duas etapas. Na primeira etapa cada par de nuvens de pontos são conectados utilizando superfícies correspondentes. Na segunda etapa é construído um grafo que conecta todos os pares de nuvens de pontos usando um filtro Bayesiano. As conexões que foram erroneamente feitas são eliminadas, formando um subgrafo acíclico. Este método tem alto custo computacional. Outra abordagem baseada em grafos foi apresentada por Grisetti *et al.* (2008), que ofereceram uma solução on-line (em tempo real) para a otimização de grafos de relações entre cada estação de posição. A ideia principal desta abordagem é a otimização dos parâmetros de transformação utilizando uma árvore de parametrização entre os vértices do grafo e aplicando o método dos gradientes conjugados para calcular as configurações da rede. A taxa de aprendizagem adaptativa por vértice permite a reutilização de soluções já determinadas a partir das etapas anteriores. Este tipo de solução em tempo real é comumente chamada de mapeamento e localização simultâneo (Simultaneous Localization and Mapping - SLAM). Taguchi *et al.* (2013) apresentaram um algoritmo para mapeamento e

localização simultâneo de um sensor 3D (Kinect). Os pares de nuvens de pontos são registrados usando como primitivas pontos e planos. Alguns pontos e planos são injuncionados no método de Mínimos Quadrados (MMQ) iterativo.

Ji *et al.* (2015) propuseram a inclusão de injunções que são obtidas através da relação entre três alvos (pré-sinalizados) não colineares e manualmente inseridas no processo de ajustamento de observações convencional. Para garantir a confiabilidade das medidas dos comprimentos dos lados dos triângulos, são feitas diversas observações de diferentes estações de varredura.

As principais desvantagens dos métodos iterativos são: necessidade de valores iniciais aproximados, uma vez que o algoritmo tem como tendência convergir para mínimos locais; modelos de correspondência ponto-a-ponto são sensíveis à densidade da nuvem de pontos e a ruídos.

Soluções analíticas, ou seja, soluções que não carecem de iterações e de valores iniciais aproximados, já foram desenvolvidas para o alinhamento local. Arun *et al.* (1987) empregou a decomposição em valores singulares (Singular Value Decomposition-SVD), e os mínimos quadrados para estimar os parâmetros de rotação. Já Horn (1987) utilizou quatérnios unitários como representação da matriz de rotação para solucionar, de forma analítica, a orientação absoluta de imagens. Deste modo, várias abordagens de alinhamento global foram baseadas nestes métodos, afim de alcançar um método iterativo com menor um custo computacional. Benjemaa e Schmitt (1998) formularam uma solução não-linear como uma extensão do método de Horn (1987) para múltiplos pontos de vistas. Esta solução é otimizada com o emprego de quatérnios unitários para a representação das rotações em um processo iterativo, sendo os parâmetros de rotação dissociados dos parâmetros de translação. Com o mesmo objetivo Williams e Bennamoun (2001) generalizaram o método Arun *et al.* (1987), para registrar simultaneamente de múltiplos pontos de vistas com múltiplos pontos correspondentes. Esse método também é iterativo e há a necessidade de parâmetros iniciais. É possível inserir pesos atribuídos a cada par de pontos correspondentes. Foi verificado em seus experimentos que a convergência do método não depende dos parâmetros de rotações iniciais. Nestes experimentos também foi conjecturado uma maior precisão e eficiência do método de Williams e Bennamoun (2001) em comparação com o método de Benjemaa e Schmitt (1998).

Já Sharp *et al.* (2004) resolveram o problema de alinhamento global construindo um grafo que descreve as relações existentes entre pares de nuvens de pontos 3D. A característica mais marcante deste método é a construção do grafo decomposto em um conjunto de circuitos, possibilitando que os parâmetros de transformação ajustados para cada circuito sejam estimados sem a necessidade de métodos iterativos e valor inicial. No entanto para cada circuito são estimados diferentes parâmetros para uma mesma estação de posição pertencentes aos respectivos circuitos. Este problema foi resolvido mesclando os parâmetros estimados por uma média ponderada, sendo estes pesos calculados por um procedimento iterativo.

Pathak *et al.* (2010a) foram os primeiros autores a apresentarem uma solução analítica para o problema de consistência global de nuvens de pontos 3D. Os autores empregaram um modelo de correspondência plano-a-plano na etapa de alinhamento local e uma técnica baseada em grafo por relaxamento de arestas para o alinhamento global do conjunto de nuvens de pontos 3D. A principal característica do método proposto pelos autores é a fixação dos parâmetros de rotações permitindo uma solução por MMQ totalmente linear. Uma desvantagem do método de Pathak *et al.* (2010a) está em refinar globalmente apenas parâmetros de translação, que ainda são dependentes da precisão dos parâmetros de rotação estimados na etapa de alinhamento local. Já em Pavan e Dos Santos (2017) é encontrado um método analítico que refina globalmente os dados SVLT em duas etapas, sendo primeiro refinados os parâmetros de rotação e em seguida os parâmetros de translação. Os autores empregam as propriedades bilineares da multiplicação de quatérnios para resolver o problema de refinamento dos parâmetros de rotação e o método de Lu e Milios (1997) para refinar os parâmetros de translação. Vale ressaltar que neste trabalho, os parâmetros de translação são refinados a partir das propriedades dos parâmetros do plano, ao invés de primitivas pontuais como realizado por Lu e Milios (1997).

É importante destacar que uma solução analítica que ajusta parâmetros de rotação, juntamente com os parâmetros de translação, é pouco explorada na literatura. Tal aspecto será abordado, a seguir, na apresentação da proposta deste trabalho.

1.3. OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho foi desenvolver e avaliar um método analítico de alinhamento global de dados de varredura LASER terrestre usando superfícies planas.

Como objetivos específicos visava a formulação dos atributos de relação entre planos para o modelo de correspondência automático, investigação e desenvolvimento de um método de alinhamento local utilizando quatérnios para representar a rotação e assim obter uma solução analítica, construção da estrutura em grafo, formulação de um método analítico de alinhamento global para refinamento dos parâmetros de transformação usando as propriedades bilineares da multiplicação de quatérnios e avaliação dos resultados obtidos tomado como referência outros métodos do estado da arte.

1.4. POTENCIAL DE CONTRIBUIÇÃO

Normalmente, o sensor de varredura LASER produz erros sistemáticos e aleatórios nos dados SVLT gerados, principalmente, pelos ângulos do espelho e pelas medidas de distância do pulso. Isto também acontece na etapa de alinhamento dos pares de nuvens de pontos 3D, uma vez que não é possível modelar perfeitamente a realidade física do problema. O resultado é um modelo 3D de baixa qualidade geométrica e eivado de inconsistências. O desafio em mapeamento de ambientes urbanos usando dados SVLT é produzir modelos 3D completos e globalmente consistentes. Neste caso, é importante desenvolver um método de refinamento global de dados SVLT para produzir modelos 3D de ambientes urbanos globalmente consistentes.

O emprego de uma solução analítica no alinhamento local de pares de nuvens de pontos evita processos iterativos e não depende de valores iniciais aproximados, que não são facilmente encontrados em dados de varredura LASER terrestres no modo estático. Outra vantagem da solução analítica é o uso de quatérnios para o cálculo dos parâmetros de rotação evitando combinações dos ângulos de Euler que tornam a matriz de rotação instável, podendo não convergir ou serem indefinidas.

O refinamento, apenas dos parâmetros de translação, não produz um modelo 3D globalmente consistente e o emprego de modelos de correspondência baseado em abordagens ponto-a-ponto não são robustos à ruídos, além de serem suscetíveis à densidade das nuvens de pontos. Desde que todos os parâmetros de transformação sejam globalmente refinados pode-se obter uma representação 3D do ambiente mapeado com melhor precisão. A formulação de uma estratégia de refinamento global baseada em uma abordagem plano-a-plano também é vantajosa, uma vez que os planos são superfícies facilmente encontradas em ambientes modificados pelo homem e robusto à presença de outliers. Também pode ser citado que para a segmentação de planos na nuvem de pontos não é necessária a varredura de uma superfície com alta densidade de pontos.

Diferentemente dos métodos apresentados no estado da arte, o método proposto neste trabalho tem como principal contribuição a construção de modelos 3D globalmente consistentes, uma vez que todos os parâmetros de transformação (rotações e translações) são devidamente refinados. Outra contribuição do método proposto é a formulação do refinamento dos parâmetros de rotação baseado nas propriedades bilineares da multiplicação de quatérnios. Já para o refinamento dos parâmetros de translação, os parâmetros de rotação refinados são fixados no modelo proposto por Lu e Milios (1997), adaptado para o emprego de superfícies planas para obter uma solução linear. Outras características fundamentais do método proposto são: não depende da qualidade dos parâmetros de rotação fixados no refinamento dos parâmetros de translação, tanto as rotações quanto as translações são materializadas num sistema referencial global, porém de forma independente, e é calculado um conjunto de parâmetros de translação globalmente consistente sem o emprego de correspondências evitando a inversão de uma matriz quadrada de alta dimensão, como é necessário em Lu e Milios (1997). Vale notar que as contribuições apresentadas neste trabalho não são encontradas na literatura.

Outras razões que justificam o desenvolvimento deste trabalho é a relevância científica que a Comissão II/3 – “Point Cloud Processing” (*International Society for Photogrammetry and Remote Sensing*) têm dado ao tema de processamento de nuvens de pontos 3D, bem como ao potencial de emprego de dados SVLT em aplicações civis e militares.

1.5. ESTRUTURA E CONTEÚDO DO TRABALHO

Este trabalho está organizado em cinco Capítulos. No primeiro Capítulo são apresentadas as considerações iniciais, a justificativa e as contribuições do trabalho, os objetivos gerais e específicos. O segundo Capítulo apresenta uma revisão de literatura que fornece embasamento para o desenvolvimento do tema proposto. No terceiro Capítulo são apresentados os materiais e o método proposto. Os experimentos e discussões dos resultados são apresentados no quarto Capítulo. Finalmente, as conclusões e recomendações para trabalhos futuros são exibidas no quinto Capítulo.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este Capítulo tem como objetivo apresentar a fundamentação teórica do conteúdo a ser abordado neste trabalho. Primeiramente são apresentados alguns conceitos básicos sobre o princípio de funcionamento do SVLT, números complexos e as propriedades axiomáticas dos quatérnios e suas operações de rotação. Em seguida serão abordados o algoritmo RANSAC e o problema de análise de consistência global.

2.1. SISTEMA DE VARREDURA LASER TERRESTRE

O SVLT é um instrumento capaz de propiciar nuvens de pontos tridimensionais de forma rápida, segura e com precisão. Basicamente, o LASER (Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation) é um dispositivo óptico que, quando ativado por uma fonte de energia externa, produz uma radiação eletromagnética monocromática, com ondas eletromagnéticas coerentes e colimadas no espaço e no tempo (PETRIE e TOTH, 2009a).

De acordo com Staiger (2003) o SVLT pode ser categorizado de acordo com seu mecanismo de perfilamento, isto é, varredura panorâmica, varredura híbrida e varredura de quadro (Figura 1). O sistema de varredura por quadro possui um campo de visão horizontal e vertical estreito, cuja deflexão do feixe de pulso LASER é realizada por espelhos de varredura de duas faces. Os sistemas de varredura panorâmicos e híbridos coletam dados através de uma varredura horizontal completa de 360°, embora de modos diferentes. Já o sistema de varredura panorâmica realiza o perfilamento sobre o eixo vertical através de um limite de 180° perpendicular ao plano horizontal, o que possibilita uma cobertura hemisférica da superfície mapeada. O sistema de varredura híbrida é mais limitado, ou seja, possui uma faixa angular de varredura horizontal em torno de 360°, entretanto o desvio do ângulo vertical é de algumas dezenas de graus acima do nadir ou abaixo do zênite. A Figura 1 mostra os mecanismos de varredura supracitados.

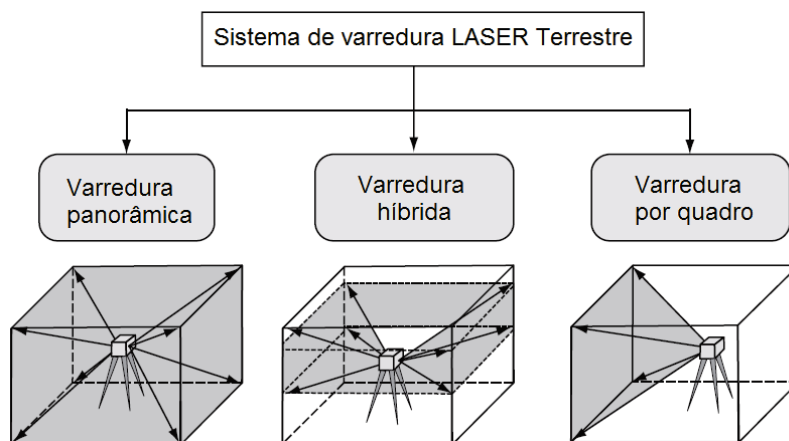


FIGURA 1 – MECANISMOS DE VARREDURA DO SISTEMA LST.

FONTE: Adaptado de PETRIE e TOTH (2009b)

De acordo com Petrie e Toth (2009b) o padrão de varredura panorâmico é muito útil em contexto de mapeamento topográfico, sendo mais empregado em medição de instalações industriais complexas, grandes pedreiras e mineradoras, em perfilamento de fachadas de edificações, entre outros. A Figura 2 mostra um exemplo de funcionamento de um SVLT.

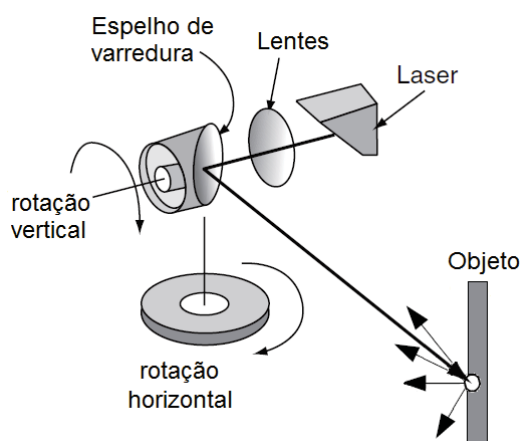


FIGURA 2 – FUNCIONAMENTO DO LST

FONTE: Adaptado de PETRIE e TOTH (2009b)

De acordo com Amann *et al.* (2001) um conjunto de pontos tridimensionais que representam a superfície física, também chamado de nuvem de pontos 3D, pode ser obtido através de três princípios de medidas de distância, isto é, o princípio de medida por triangulação, princípio de medida por tempo de emissão e recepção

do pulso e o princípio de medida por diferença de fase. Neste trabalho será dado ênfase ao princípio de medida por tempo de emissão e recepção do pulso.

Basicamente, o pulso LASER é gerado e dividido em duas partes, sendo uma parte do pulso enviado para o canal de recepção do pulso dando início à unidade de tempo da medida e a outra parte do pulso é emitida para interação com a superfície física (RESHETYUK, 2009). Ao atingir a superfície física, o pulso emitido interage com o superfície presente no objeto e parte deste pulso retorna ao sistema, sendo registrado pelo sensor. A energia radiante do pulso é convertida em corrente elétrica e amplificado pelo dispositivo receptor chamado de discriminador de tempo, cessando a unidade de medição do tempo. A distância entre o SVLT e o objeto perfilado (ρ) pode ser determinada pela Equação (1), como segue:

$$\rho = \frac{\Delta t}{2} c \quad (1)$$

sendo c a velocidade da luz ($\approx 3 \cdot 10^8$ m/s) e Δt a diferença de tempo de emissão e recepção do pulso. O princípio de medida por tempo de emissão e recepção do pulso é ilustrado na Figura 3.

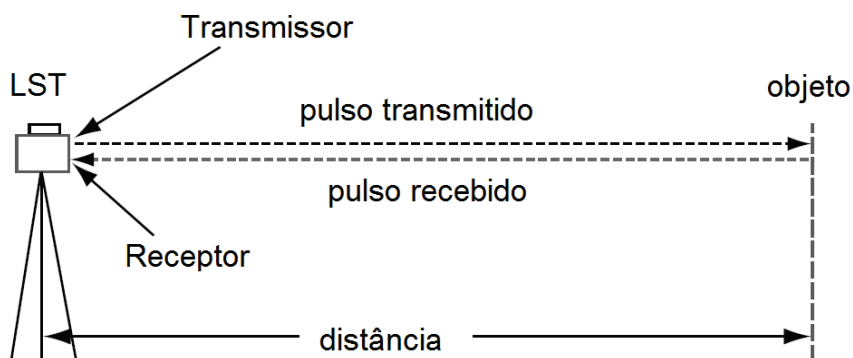


FIGURA 3 – PRINCÍPIO DE MEDIDA POR TEMPO DE EMISSÃO E RECEPÇÃO DO PULSO

FONTE: Adaptado de PETRIE e TOTH (2009a)

O equipamento mede, sequencialmente, um conjunto de distâncias (ρ) entre o sensor LASER e a superfície, bem como um conjunto de ângulos associados por *encoders* angulares correspondentes aos planos horizontal (θ) e vertical (α). Em outras palavras, são obtidos para cada pulso emitido pelo SVLT uma medida de

distância, um ângulo vertical e uma direção horizontal. A Figura 4 mostra o princípio de varredura do SVLT.

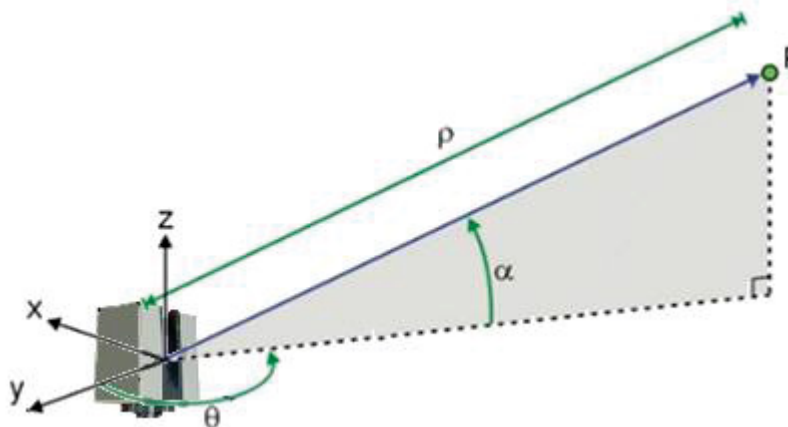


FIGURA 4 – O PRINCÍPIO DE VARREDURA DO SVLT

FONTE: O autor (2018)

Apesar das observações brutas estarem referenciadas a um sistema de coordenadas polar é possível transformá-las para um sistema referencial cartesiano 3D e obter uma nuvem de pontos 3D, como segue:

$$\begin{aligned} x &= \rho \cos \alpha \cos \theta \\ y &= \rho \sin \alpha \cos \theta \\ z &= \rho \sin \theta \end{aligned} \quad (2)$$

sendo x, y, z as coordenadas do ponto P no sistema cartesiano 3D.

2.2 NÚMEROS COMPLEXOS

Para Soares (2012) a descoberta dos números complexos foi uma consequência da busca pela solução da Equação (3), a saber:

$$z^2 + 1 = 0 \quad (3)$$

É evidente que a Equação (3) não tem solução dentro do conjunto dos números reais. Logo, foi definido um elemento chamado unidade imaginária i , tal

que $i^2 = -1$, que satisfaz a Equação (3). Assim os números complexos como o conjunto \mathbb{C} são representados por:

$$\mathbf{z} = x + iy \quad (4)$$

onde x e y são chamados de parte real e i a parte imaginária. As operações de adição e multiplicação de números complexos são definidas por:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_1 + \mathbf{z}_2 &= (x_1 + iy_1) + (x_2 + iy_2) = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2) \\ \mathbf{z}_1 \mathbf{z}_2 &= (x_1 + iy_1)(x_2 + iy_2) = (x_1 x_2 - y_1 y_2) + i(x_1 y_2 + y_1 x_2) \end{aligned} \quad (5)$$

De acordo com Conway (1991) é facilmente verificado que esta definição satisfaz as propriedades associativa, comutativa e distributiva para adição e multiplicação e que 0 (zero) é o elemento neutro da adição e 1 (um) é o elemento neutro multiplicativo. O conjugado do número complexo $\mathbf{z} = x + iy$, denotada por $\bar{\mathbf{z}}$ é definido como segue:

$$\bar{\mathbf{z}} = x - iy \quad (6)$$

O inverso multiplicativo de um número complexo $\mathbf{z} = x + iy$, com $x \neq 0 \neq y$ é obtido por:

$$\mathbf{z}^{-1} = \frac{\bar{\mathbf{z}}}{\|\mathbf{z}\|^2} = \frac{x - iy}{x^2 + y^2} \quad (7)$$

sendo $\|\mathbf{z}\| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{\mathbf{z}\bar{\mathbf{z}}}$ que é denominado a norma do número complexo \mathbf{z} . Conway (1991) lembra que a partir da definição de números complexos, cada $\mathbf{z} \in \mathbb{C}$ pode ser identificado com o único ponto do plano de \mathbb{R}^2 , como representado na Figura 5.

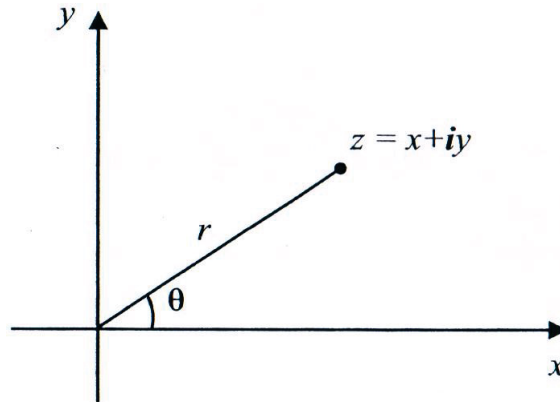


FIGURA 5 – REPRESENTAÇÃO GEOMÉTRICA DE UM NÚMERO COMPLEXO.

FONTE: Adaptado de SOARES (2012).

De acordo com Lounesto (2001) o número complexo $z = x + iy$ pode ser escrito em coordenadas polares (r, θ) , como segue:

$$z = r(\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta) = r e^{i\theta} \quad (8)$$

sendo $x = r \cos \theta$, $y = r \operatorname{sen} \theta$.

É possível notar que $r = \|z\|$ e θ é o ângulo entre o eixo real positivo e o segmento de linha de 0 a z (CONWAY, 1991). Portanto existe a seguinte relação, a saber:

$$\theta = \begin{cases} \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{y}{x}\right) & \text{se } x > 0 \\ \pi + \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{y}{x}\right) & \text{se } y \geq 0, x < 0 \\ -\pi + \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{y}{x}\right) & \text{se } y < 0, x < 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{se } y > 0, x = 0 \\ -\frac{\pi}{2} & \text{se } y < 0, x = 0 \\ 0 & \text{se } y = 0, x = 0 \end{cases} \quad (9)$$

2.2.1. Matrizes e Números Complexos

Seja i a matriz 2×2 dada por:

$$\mathbf{i} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Soares (2012) demonstrou que os números complexos têm uma relação isomorfa com o conjunto $\{M \in \mathbb{M}(2); M = xI + y\mathbf{i}; x, y \in \mathbb{R}\}$, sendo $\mathbb{M}(2)$ o conjunto de todas as matrizes reais 2×2 e I a matriz identidade 2×2 . Logo, o número complexo $z = x + iy$ pode ser representado pela seguinte matriz, a saber:

$$xI + y\mathbf{i} = \begin{bmatrix} x & -y \\ y & x \end{bmatrix} \quad (11)$$

2.2.2. Números Complexos e Rotações do Plano

De acordo com Gomes e Velho (2008) o conjunto das rotações no plano é denotado por $SO(2)$ e é chamado de grupo especial ortogonal bidimensional. Para Lounesto (2001) a rotação no sentido anti-horário no plano de um vetor $(x, y) = \mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$ por um ângulo θ pode ser representado por uma multiplicação das seguintes matrizes, a saber:

$$R(\theta) \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \quad (12)$$

Observando que a matriz $R(\theta) \in \{M \in \mathbb{M}(2); M = xI + y\mathbf{i}; x, y \in \mathbb{R}\}$, conclui-se que é possível representar todas as rotações do plano de $SO(2)$ por números complexos unitários (GOMES e VELHO, 2008). Portanto, a rotação no plano representada pela matriz $R(\theta)$ de um vetor $(x, y) = \mathbf{v} \in \mathbb{R}^2$, pode ser reescrita pela multiplicação de números complexos, como segue:

$$e^{i\theta} \mathbf{v} = (\cos \theta + i \sin \theta) (x + iy) \quad (13)$$

A representação de rotações do plano por números complexos tem como principal vantagem com relação à representação por meio de matrizes, o reduzido número de operações realizadas no processo de rotação. Maiores detalhes sobre

rotações do plano e os números complexos podem ser encontrados em Soares (2012), Lounesto (2001), Conway (1991), Gomes e Velho (2008).

2.3. QUATÉRNIOS

Conforme mostrado em Gomes e Velho (2008) os quatérnios foram idealizados por Willian R. Hamilton em 1843, como uma generalização dos números complexos. Os quatérnios são algumas vezes simbolizados por \mathbb{H} em homenagem ao seu criador. Os quatérnios introduzem uma estrutura algébrica que permite realizar uma rotação no espaço euclidiano. A seguir será apresentada algumas propriedades dos quatérnios.

2.3.1. Propriedades dos quatérnios

De acordo com Gomes e Velho (2008) a base canônica dos quatérnios é denotada por $\{1, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}\}$ sendo $1 = (1,0,0,0)$, $\mathbf{i} = (0,1,0,0)$, $\mathbf{j} = (0,0,1,0)$, $\mathbf{k} = (0,0,0,1)$. Logo, qualquer quatérnio \hat{q} pode ser escrito da seguinte forma, a saber:

$$\hat{q} = (q_w, q_x, q_y, q_z) = q_w + q_x \mathbf{i} + q_y \mathbf{j} + q_z \mathbf{k} \quad (14)$$

sendo q_w, q_x, q_y e q_z números reais.

De acordo com Lounesto (2001) os elementos \mathbf{i} , \mathbf{j} e \mathbf{k} são chamados unidades imaginárias e admitindo as seguintes regras da multiplicação tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{i}^2 &= \mathbf{j}^2 = \mathbf{k}^2 = -1 \\ \mathbf{ij} &= \mathbf{k} = -\mathbf{ji} \\ \mathbf{jk} &= \mathbf{i} = -\mathbf{kj} \\ \mathbf{ki} &= \mathbf{j} = -\mathbf{ik} \end{aligned} \quad (15)$$

Outra notação de quatérnio genérico apresentada por Lounesto (2001) é a soma de um escalar q_w com o vetor $\mathbf{q} = (q_x, q_y, q_z)$, isto é:

$$\hat{q} = q_w + q_x \mathbf{i} + q_y \mathbf{j} + q_z \mathbf{k} = q_w + \mathbf{q} \quad (16)$$

Para Chi (1998) a adição de dois quatérnios atua componente a componente, isto é, a adição dos quatérnios $\dot{p}, \dot{q} \in \mathbb{H}$ é dada como segue:

$$\dot{q} + \dot{p} = q_w + p_w + \mathbf{q} + \mathbf{p} = q_w + p_w + (q_x + p_x)\mathbf{i} + (q_y + p_y)\mathbf{j} + (q_z + p_z)\mathbf{k} \quad (17)$$

Esta regra preserva as propriedades associativa e comutativa da adição. Cada quatérnio $\dot{p} \in \mathbb{H}$ possui um elemento oposto $-\dot{p} \in \mathbb{H}$ com relação à operação de adição. O elemento neutro da adição é dado por $\dot{q} = (0,0,0,0)$.

Já a multiplicação de dois quatérnios $\dot{p}, \dot{q} \in \mathbb{H}$ é exposta por Lounesto (2001) de uma forma mais concisa, a saber:

$$\dot{q}\dot{p} = p_w q_w - \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} + p_w \mathbf{q} + q_w \mathbf{p} + \mathbf{p} \times \mathbf{q} \quad (18)$$

sendo \cdot e \times o produto interno e o produto vetorial de dois vetores em \mathbb{R}^3 , respectivamente. De acordo com Chi (1998) o conjunto de quatérnios é associativo sob a multiplicação, mas não é comutativo.

O conjugado do quatérnio $\dot{q} = q_w + \mathbf{q} = q_w + q_x \mathbf{i} + q_y \mathbf{j} + q_z \mathbf{k}$ denotado por \dot{q}^* , pode ser obtido mudando o sinal da parte vetorial, como segue (LOUNESTO, 2001):

$$\dot{q}^* = q_w - \mathbf{q} = q_w - q_x \mathbf{i} - q_y \mathbf{j} - q_z \mathbf{k} \quad (19)$$

Vale notar que o conjugado da multiplicação dos dois quatérnios $\dot{p}, \dot{q} \in \mathbb{H}$ é um anti-homomorfismo, isto é:

$$(\dot{q}\dot{p})^* = \dot{p}^* \dot{q}^* \quad (20)$$

Como é apresentado em Chi (1998), o conjugado da adição dos dois quatérnios \dot{p} e \dot{q} corresponde à adição dos dois conjugados, a saber:

$$(\dot{q} + \dot{p})^* = \dot{p}^* + \dot{q}^* \quad (21)$$

Além disso, a norma de um quatérnio \dot{q} é definida como segue:

$$\|\dot{q}\| = \sqrt{q_w^2 + q_x^2 + q_y^2 + q_z^2} = \sqrt{\dot{q}\dot{q}^*} \quad (22)$$

A norma da multiplicação de $\dot{p}, \dot{q} \in \mathbb{H}$ é uma multiplicação das normas individuais (LOUNESTO, 2001), isto é:

$$\|\dot{p}\dot{q}\|^2 = \|\dot{p}\|^2\|\dot{q}\|^2 \quad (23)$$

O inverso multiplicativo de quatérnios $\dot{q} \neq 0$ é obtido pela seguinte expressão, a saber:

$$\dot{q}^{-1} = \frac{\dot{q}^*}{\|\dot{q}\|^2} = \frac{q_w - q_x\mathbf{i} - q_y\mathbf{j} - q_z\mathbf{k}}{q_w^2 + q_x^2 + q_y^2 + q_z^2} \quad (24)$$

Para Gomes e Velho (2008) um quatérnio é chamado unitário se sua norma é igual a 1 ($\|\dot{q}\| = 1$). Neste caso, pode ser observado que o inverso multiplicativo de um quatérnio unitário é igual ao seu conjugado ($\dot{q}^{-1} = \dot{q}^*$).

De acordo com Horn (1987) o produto interno de dois quatérnios é a soma do produto das componentes respectivas, isto é, o produto interno dos quatérnios $\dot{p}, \dot{q} \in \mathbb{H}$ é definido por:

$$\langle \dot{p}, \dot{q} \rangle = p_w q_w + p_x q_x + p_y q_y + p_z q_z = p_w q_w + \mathbf{p} \cdot \mathbf{q} \quad (25)$$

sendo (\cdot) o produto interno euclidiano (ou produto escalar) entre vetores do espaço vetorial euclidiano \mathbb{R}^3 . O produto interno dos quatérnios $\dot{r}, \dot{p}, \dot{q} \in \mathbb{H}$ contém a seguinte propriedade, a saber:

$$\langle \dot{p}\dot{q}^*, \dot{r} \rangle = \langle \dot{p}, \dot{r}\dot{q} \rangle \quad (26)$$

Esta propriedade será empregada como base para o desenvolvimento do método proposto neste trabalho. A seguir serão apresentados os quatérnios e a operação de rotação.

2.3.2. Quatérnios e a operação de rotação

Um quatérnio unitário pode ser representado em termos do ângulo θ e o vetor 3D unitário u , como segue (GOMES e VELHO, 2008):

$$\hat{q} = \cos \frac{\theta}{2} + \mathbf{u} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \quad (27)$$

Dado um quatérnio unitário \hat{q} , o operador $\rho_q: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ é definido como segue:

$$\rho_q(\mathbf{v}) = \hat{q} \mathbf{v} \hat{q}^* = (q_w^2 - \|\mathbf{q}\|^2) \mathbf{v} + 2(\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}) \mathbf{q} + 2q_w(\mathbf{q} \times \mathbf{v}) \quad (28)$$

Na Equação (28) $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$ representa a parte escalar nula do quatérnio. Gomes e Velho (2008) mostraram que o operador ρ_q é linear e não altera o comprimento do vetor \mathbf{v} , logo é um operador ortogonal. Como os autores demonstraram o operador ρ_q pode ser interpretado geometricamente como uma rotação de um vetor qualquer $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$ por um ângulo θ sobre o eixo paralelo ao vetor $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^3$, como pode ser visto na Figura 6.

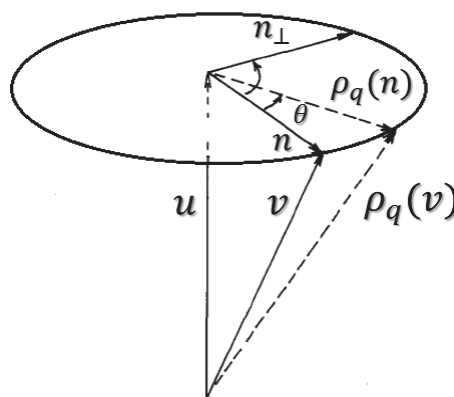


FIGURA 6 – INTERPRETAÇÃO GEOMETRICA DO OPERADOR ρ_q .

FONTE: Adaptado de Gomes e Velho (2008)

Na Figura 6, n é um vetor tridimensional ortogonal ao vetor u ($u \cdot n = 0$) e n_{\perp} é um vetor tridimensional ortogonal aos vetores u e n simultaneamente. Portanto o operador ρ_q é uma representação do grupo especial ortogonal de ordem três, simbolizados por $SO(3)$.

A composição dos operadores ρ_{q_1} e ρ_{q_2} corresponde à multiplicação dos quatérnios q_1 e q_2 , como segue:

$$\rho_{q_1 q_2}(v) = \rho_{q_1}(\rho_{q_2}(v)) \quad (29)$$

Como observaram Galo e Tozzi (2001) a composição sucessiva desses operadores representa a multiplicação sucessiva dos respectivos quatérnios.

2.3.3. Matrizes e Quatérnios

Do mesmo modo que na subseção 2.2.2, os quatérnios podem ser relacionados com algumas matrizes de ordem 4×4 . Segundo Gomes e Velho (2008) é possível definir os operadores $L_q: \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{H}$ e $R_q: \mathbb{H} \rightarrow \mathbb{H}$ que permitem expressar as multiplicações à esquerda (L - *Left*) e à direita (R - *Right*), respectivamente, entre os quatérnios \dot{p} , $\dot{q} \in \mathbb{H}$, como segue:

$$\begin{aligned} L_q(\dot{p}) &= \dot{q}\dot{p} \\ R_q(\dot{p}) &= \dot{p}\dot{q} \end{aligned} \quad (30)$$

Como consequência da bilinearidade da multiplicação de quatérnios, os operadores L_q e R_q são lineares e, por isso, podem ser reescritos através da multiplicação de uma matriz 4×4 por um vetor coluna 4×1 , como segue:

$$\begin{aligned}
[L_q]P &= \begin{bmatrix} q_w & -q_x & -q_y & -q_z \\ q_x & q_w & -q_z & q_y \\ q_y & q_z & q_w & -q_x \\ q_z & -q_y & q_x & q_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_w \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix} \\
[R_q]P &= \begin{bmatrix} q_w & -q_x & -q_y & -q_z \\ q_x & q_w & q_z & -q_y \\ q_y & -q_z & q_w & q_x \\ q_z & q_y & -q_x & q_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_w \\ p_x \\ p_y \\ p_z \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{31}$$

sendo p_w, p_x, p_y e p_z as componentes do quatérnio $\dot{p} = p_w + p_x\mathbf{i} + p_y\mathbf{j} + p_z\mathbf{k}$ e $[L_q]$ e $[R_q]$ as matrizes associadas aos respectivos operadores L_q e R_q .

Com isso é possível reescrever o operador $\rho_q(v)$ da seguinte forma, a saber:

$$\rho_q(v) = \dot{q}vq^* = L_q(R_{q^*}(v)) \tag{32}$$

Assim, a matriz associada ao operador ρ_q é dada pela multiplicação das matrizes, como segue:

$$[\rho_q] = [L_q][R_{q^*}] = \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 1} & M \end{bmatrix} \tag{33}$$

$$M = \begin{bmatrix} q_w^2 + q_x^2 - q_y^2 - q_z^2 & 2(q_xq_y - q_wq_z) & 2(q_xq_z + q_wq_y) \\ 2(q_xq_y + q_wq_z) & q_w^2 - q_x^2 + q_y^2 - q_z^2 & 2(q_yq_z - q_wq_x) \\ 2(q_xq_z - q_wq_y) & 2(q_yq_z + q_wq_x) & q_w^2 - q_x^2 - q_y^2 + q_z^2 \end{bmatrix} \tag{34}$$

sendo $\mathbf{0}_{3 \times 1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{0}_{1 \times 3} = [0 \ 0 \ 0]$.

A matriz M é uma representação dos elementos do grupo $SO(3)$.

2.4. EXTRAÇÃO DE SUPERFÍCIES PLANAS

A etapa de extração de primitivas é fundamental para o método de consistência global. Esta etapa está dividida em duas partes, isto é, o algoritmo

RANSAC como ferramenta para extração dos planos e a estimativa dos parâmetros dos planos.

2.4.1. O algoritmo RANSAC

O algoritmo RANSAC proposto por Fischler e Bolles (1981) é uma abordagem para estimativa de parâmetro de modelos matemáticos que descrevem formas geométricas. Este algoritmo é amplamente, destinado a lidar com uma grande proporção de erros grosseiros (*outliers*) nos dados. Portanto, o paradigma RANSAC é ideal para aplicações automatizadas onde a interpretação baseia-se nos dados passíveis de erros. Baseado no algoritmo RANSAC, Rusu (2009) propôs um o algoritmo de extração de superfícies planas. As etapas a serem executadas pelo algoritmo para extração de superfícies planas são as que seguem:

- 1- Dado uma nuvem de pontos 3D é selecionado, aleatoriamente, um subconjunto de pontos com número mínimo necessário para calcular os parâmetros do plano.
- 2- É verificado se os pontos do conjunto selecionado pertencem ao plano, formando um conjunto chamado de consenso.
- 3- Se o número de pontos do conjunto consenso (também chamados de *inliers*) exceder um limiar τ pré-determinado, então os parâmetros do plano são recalculados usando todos os *inliers*.
- 4- Caso contrário, as etapas 1, 2 e 3 são repetidas.
- 5- Depois de algum número k pré-determinado de repetições, das etapas anteriores, o conjunto consenso com maior número de *inliers* é utilizado para recalculando os parâmetros do plano.

Deste modo o algoritmo RANSAC contém três parâmetros não especificados. Estes parâmetros são a tolerância de erro utilizada para determinar os *inliers*, o número de repetições e o limiar τ . Alternativamente, o número máximo de repetições k pode ser estimado utilizando métodos probabilísticos. Seja ε a probabilidade de que qualquer ponto do conjunto de dados seja um *inlier*. Isso significa que a probabilidade de escolher s boas amostras de pontos, torna-se ε^s . Assim, para k repetições a probabilidade de falha torna-se $(1 - \varepsilon^s)^k$. Para garantir

uma probabilidade p de que pelo menos uma seleção aleatória de pontos é um conjunto livre de *outliers*, é necessário pelo menos k repetições (FISCHLER e BOLLES, 1981). Logo, é obtida a seguinte relação, a saber:

$$1 - p = (1 - \varepsilon^s)^k \quad (35)$$

Portanto, o número de repetições k pode ser calculado como segue:

$$k = \frac{\log(1 - p)}{\log(1 - \varepsilon^s)} \quad (36)$$

Considere por exemplo, que de sete pontos, seis são considerados *inliers*. Logo, a probabilidade de selecionar dois pontos *inliers* é de $\varepsilon^s = \left(\frac{6}{7}\right)^2$. Supondo $p = 0,99$, ou seja, com 99% de probabilidade de selecionar pelo menos um conjunto contendo apenas pontos *inliers*, obtém-se $k = 3,47$. Deste modo são necessários no mínimo quatro repetições.

2.4.2. Estimativa dos parâmetros do plano

Segundo Steinbruch e Winterle (2006) a equação geral do plano é definida como segue:

$$ax + by + cz + d = 0 \quad (37)$$

sendo a , b , c e d os parâmetros do plano, x , y e z as coordenadas 3D de um ponto pertencente a superfície plana.

A equação geral do plano (Eq. 37) pode ser reescrita pela multiplicação de duas matrizes, como segue:

$$[x \quad y \quad z \quad 1] \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = 0 \quad (38)$$

Usualmente, a estimativa dos parâmetros dos planos é feita com o modelo combinado do MMQ, uma vez que a função das observações e dos parâmetros deve atender uma injunção, como pode ser observado na Equação (38). No entanto, um algoritmo iterativo não é adequado, uma vez que o custo computacional é alto.

Uma forma analítica de resolver o problema supracitado foi proposta por Pathak *et al.* (2010c). Considerando que os parâmetros dos planos obtidos são tais que a soma dos quadrados dos resíduos de cada ponto neste plano é minimizado, da forma como segue:

$$\sum_{i=1}^n \frac{r_i^2}{\hat{\sigma}_i^2} = \min \quad (39)$$

sendo r_i o resíduo do ponto $p_i = [x_i \ y_i \ z_i]^T$ com $i = 1, 2, \dots, n$, em relação ao plano, isto é, $ax_i + by_i + cz_i + d = r_i$; n o número de pontos detectados no plano e $\hat{\sigma}_i^2$ um valor de peso para cada ponto p_i , $\hat{\sigma}_i^2$ o valor da variância da distância do ponto p_i à origem.

O somatório na Equação (39) pode ser reescrito como o somatório de uma multiplicação de matrizes, como segue:

$$\sum_{i=1}^n \frac{r_i^2}{\hat{\sigma}_i^2} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\hat{\sigma}_i^2} \left([x_i \ y_i \ z_i \ 1] \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \right)^T [x_i \ y_i \ z_i \ 1] \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \right) = \min \quad (40)$$

Utilizando as propriedades de multiplicação de matrizes tem-se:

$$[a \ b \ c \ d] \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{\hat{\sigma}_i^2} \left(\begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix} [x_i \ y_i \ z_i \ 1] \right) \right) \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = [a \ b \ c \ d] B \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \min \quad (41)$$

Como a matriz $B = \sum_{i=1}^n \frac{1}{\hat{\sigma}_i^2} ([x_i \ y_i \ z_i \ 1]^T [x_i \ y_i \ z_i \ 1])$ é uma matriz 4×4 simétrica, logo essa matriz tem os autovalores reais, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ sendo $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \lambda_4$ com os correspondentes auto-vetores $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$ unitários e

ortogonais entre eles. Desta forma, pode-se aplicar o seguinte teorema apresentado por Anton e Rorres (2001), a saber:

Teorema: Seja B uma matriz $n \times n$ simétrica, cujos autovalores em ordem decrescente de tamanho são $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$ e seja o vetor v restrito a $\|v\| = 1$, relativamente ao produto interno euclidiano de \mathbb{R}^n , então:

- (a) $\lambda_1 \geq v^T A v \geq \lambda_n$
- (b) $v^T A v = \lambda_n$ se v é um auto-vetor de A associado a λ_n ; e
- (c) $v^T A v = \lambda_1$ se v é um auto-vetor de A associado a λ_1 .

Deste modo, os parâmetros do plano são obtidos por meio das componentes do auto-vetor v_4 , que corresponde ao menor auto-valor λ_4 da matriz B . Depois desse processo, os parâmetros supracitados precisam ser normalizados de forma que o vetor normal ao plano seja unitário, como segue:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{1 - v_{4w}^2}} \begin{bmatrix} v_{4x} \\ v_{4y} \\ v_{4z} \\ v_{4w} \end{bmatrix} \quad (42)$$

sendo v_{4x} , v_{4y} e v_{4z} as coordenadas do auto-vetor v_4 .

2.5. ANÁLISE DE CONSISTÊNCIA GLOBAL

Como descrito anteriormente, o problema de alinhar consistentemente um conjunto de nuvens de pontos 3D em um modelo completo e acurado é conhecido como análise de consistência global e pode ser dividida em duas partes: 1) Alinhamento local de pares de nuvens de pontos 3D; 2) Alinhamento global do conjunto de nuvens de pontos 3D.

A etapa de alinhamento local consiste em transformar um conjunto de pares de nuvens de pontos 3D, obtidas a partir de diferentes estações de posição do SVLT, no mesmo sistema referencial da nuvem de pontos adotada como referência. Em outras palavras, se for adotada como referência a nuvem de pontos derivada do levantamento obtido na primeira estação de posição do SVLT (SRE_1), as demais

nuvens de pontos deverão ser referenciadas ao sistema SRE₁ (BAE e LICHTI, 2007; CHEN e MEDIONI, 1992; JAW e CHUANG, 2008; RESHETYUK, 2006). É claro que essa etapa pode ser realizada por medições de odometria ou um registro de um par nuvens de pontos.

O processo de registro de pares de nuvens de pontos SVLT normalmente envolve duas tarefas: A) Detecção de primitivas e o estabelecimento automático de suas correspondências; e B) Estimativa dos parâmetros transformação (rotações e translações).

Basicamente, para registrar um par de nuvens de pontos é necessário que haja recobrimento longitudinal entre os pares de nuvens de pontos. A Figura 7 mostra dois levantamentos de um objeto tomados a partir de diferentes posições.

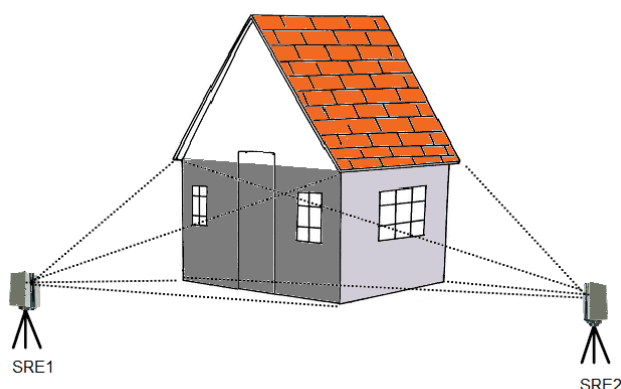


FIGURA 7 – EXEMPLO DE RECOBRIMENTO EM UM PAR DE NUVENS DE PONTOS PERFILADAS PELO SISTEMA SVLT.

FONTE: O autor (2018)

A estimativa dos parâmetros de transformação pode ser obtida através de pontos naturais, primitivas geométricas ou alvos especiais (geralmente fornecidos pelo fabricante do SVLT). O registro de pares de nuvens de pontos baseado em alvos especiais é a abordagem mais utilizada na prática. No entanto, os alvos devem ser implantados antes do levantamento de forma a permanecerem visíveis e bem distribuídos ao longo da sobreposição de ambas as nuvens de pontos. Os tipos de alvos mais empregados são de geometria plana e esférica. Para Jaw e Chuang (2008), a principal desvantagem do emprego de alvos planos é a impossibilidade da sua identificação nas laterais das suas partes visíveis, dificultado o registro de todas as nuvens de pontos.

Para Gordon *et al.* (2001), os alvos não são essenciais em um levantamento SVLT. Os pontos naturais podem ser identificados e usados para registrar várias nuvens de pontos, diminuindo o contato com o terreno. Reshetyuk (2006) definiu os pontos naturais como sendo características visíveis nas nuvens de pontos a serem alinhadas como, por exemplo, colunas, cantos de edificações e janelas, etc. Diversos autores adotaram primitivas geométricas, tais como, superfícies planas, cilíndricas, linhas retas, entre outras para o registro de pares de nuvens de pontos 3D (RESHETYUK, 2006; LICHTI e SKALOUD, 2010; DOS SANTOS *et al.*, 2013, PAVAN e DOS SANTOS, 2015, PAVAN e DOS SANTOS, 2017).

De acordo com Rusinkiewicz e Leviy (2001), soluções baseadas em superfícies planas resultam em alinhamentos locais com melhor precisão. Já para Khoshelham (2016) os modelos de ajustamento de superfícies planas são menos influenciados por ruídos e pela baixa densidade de pontos, além de serem robustos à *outliers*. Também vale enfatizar que em ambientes modificados pelo homem a forma dos objetos presentes na cena são tipicamente planas e poliédricas, favorecendo o emprego de superfícies planas na etapa de alinhamento local de pares de nuvens de pontos 3D.

2.5.1. Alinhamento local de pares de nuvens de pontos 3D usando superfícies planas

Um plano π no espaço euclidiano é definido pelo vetor normal unitário $\mathbf{u} = [a \ b \ c]^T$ e a distância perpendicular d entre a origem do sistema de coordenadas e o plano (STEINBRUCH e WINTERLE, 2006). A condição de que um ponto $p = [x \ y \ z]^T$ se encontre em π é expressa pela seguinte equação, a saber:

$$\mathbf{u}^T p + d = 0 \quad (43)$$

Na Equação (43), note que o vetor oposto ao vetor normal ao plano (isto é $-\mathbf{u}$) também será normal ao plano. Assim, se tem dois tipos de parâmetros que definem o mesmo plano. Para evitar isto, Pathak *et al.* (2010a) definiram que o parâmetro d seja sempre positivo, isso é, $0 \leq d$. Caso o parâmetro d seja negativo ($0 > d$) todos os parâmetros do plano são multiplicados por -1 .

Seja $p' = [x' \ y' \ z']^T$ na ausência de erros sistemáticos, a transformação de corpo rígido do ponto p para o ponto p' é dada por:

$$p' = Mp + t \quad (44)$$

sendo x' , y' e z' as coordenadas do ponto p no sistema de coordenadas da nuvem SRE₂, M a matriz de rotação no espaço euclidiano tridimensional e t o vetor translação.

Do mesmo modo, seja $u' = [a' \ b' \ c']^T$ o vetor normal unitário do plano π , sendo a' , b' e c' as coordenadas do vetor u' no sistema de coordenadas da nuvem de pontos SRE₂, a rotação do vetor u para o vetor u' é dada por:

$$u' = Mu \quad (45)$$

Como o ponto p' pertence ao plano π , sua equação é dada por:

$$u'^T p' + d' = 0 \quad (46)$$

sendo d' a distância perpendicular entre o plano e a origem do sistema de coordenadas da nuvem de pontos SRE₂. Substituindo a Equação (45) na Equação (46) tem-se:

$$u'^T Mp + u'^T t + d' = 0 \quad (47)$$

Seguindo as propriedades de transposição de matrizes e substituindo a Equação (43) na Equação (47) e reescrevendo-a, tem-se:

$$u'^T t = d - d' \quad (48)$$

De acordo com Pathak *et al.* (2010a) as manipulações matemáticas apresentadas anteriormente foram executadas para possibilitar a dissociação das componentes de rotação e translação. Agora, é possível calcular a translação t e a

rotação M através das Equações (48) e (45), respectivamente. Neste caso, na primeira etapa são estimados os parâmetros de translação e na segunda etapa são calculados os parâmetros de rotação, como descrito em Brenner e Dold (2007).

2.5.2. Alinhamento global usando o método de Lu e Milios

Um grafo (direcionado) G é representado por vértices (X) que descrevem os parâmetros de transformação (rotações e translações) entre pares de nuvens de pontos 3D e arestas (T) que representam as relações de restrição entre as observações que conectam os pares de vértices. A Figura 9 mostra uma rede de $n + 1$ vértices (X_0, X_1, \dots, X_n) e arestas T_{ij} , construída para otimização global de nuvens de pontos 3D.

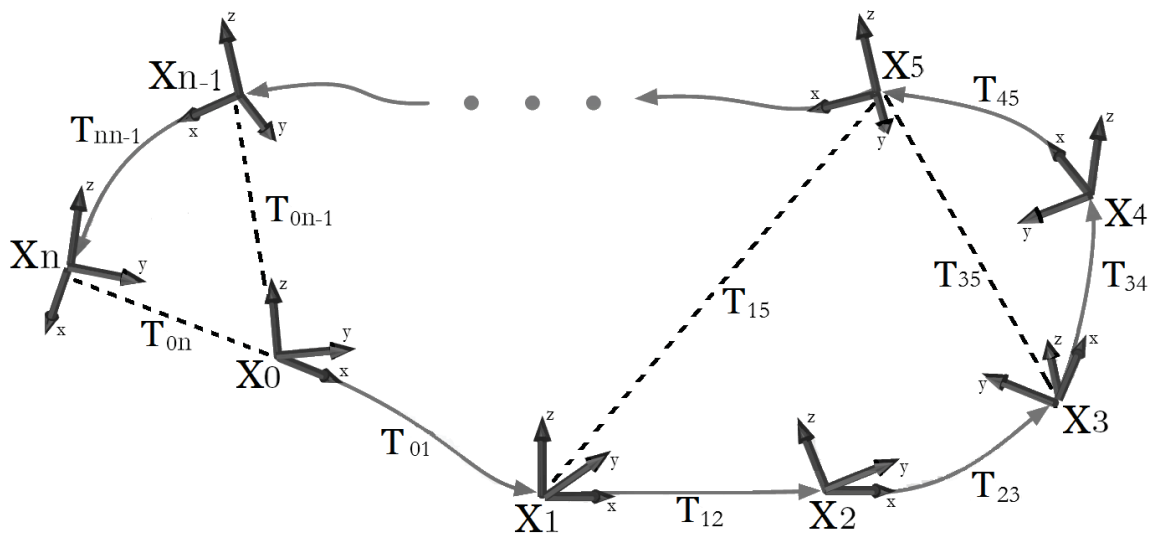


FIGURA 9 – REDE DE POSIÇÕES.

FONTE: O autor (2018).

As arestas T_{ij} são obtidas por uma diferença mensurável D_{ij} entre dois vértices. No caso linear, essa diferença é dada por:

$$D_{ij} = X_i - X_j \quad (49)$$

Contudo, a observação \bar{D}_{ij} da diferença verdadeira deve ser modelada por:

$$\bar{D}_{ij} = D_{ij} + \Delta D_{ij} \quad (50)$$

sendo ΔD_{ij} o erro Gaussiano distribuído com média igual a zero e uma matriz covariância C_{ij} , que se presume ser conhecida. Assim a estimativa de verossimilhança máxima é usada para aproximar a posição ideal X_i . Partindo do pressuposto de que todos os erros nas observações são Gaussianos e distribuídos de forma independente, a maximização da probabilidade de todos \bar{D}_{ij} dados, é equivalente a minimizar a seguinte distância Mahalanobis:

$$W = \sum_{(i,j)} (D_{ij} - \bar{D}_{ij})^T C_{ij}^{-1} (D_{ij} - \bar{D}_{ij}) \quad (51)$$

Lu e Milios (1997) solucionaram este problema da seguinte forma. No caso linear do problema de estimação, cada par de vértices (X_i, X_j) são conectados por uma aresta D_{ij} . Caso a conexão não exista, D_{ij} é definido pelo vetor nulo. Portanto, a Equação (51) é reformulada em:

$$W = \sum_{0 \leq i < j \leq n} (X_i - X_j - \bar{D}_{ij})^T C_{ij}^{-1} (X_i - X_j - \bar{D}_{ij}) \quad (52)$$

Para minimizar a Equação (52), um sistema de coordenadas deve ser definido. Uma forma para definir um sistema de coordenadas é determinar X_0 como referência e considerar sua coordenada como constante, por exemplo, $X_0 = (0,0,0,0,0,0)$. Logo, os n vértices livres, X_1, X_2, \dots, X_n representam as posições em relação à X_0 .

Usando a matriz de incidência H , que representa a matricial da rede de posições, a equação de medidas concatenadas é escrita como segue:

$$D = HX \quad (53)$$

sendo X a concatenação de X_1 a X_n .

A Equação (52) pode ser escrita como segue:

$$W = (HX - \bar{D})^T C^{-1} (HX - \bar{D}) \quad (54)$$

sendo \bar{D} a concatenação de todas as observações \bar{D}_{ij} e C uma matriz bloco diagonal composta por C_{ij} como submatrizes.

A solução X que minimiza a Equação (54) e a sua covariância C_X são dadas por:

$$\begin{aligned} X &= (H^T C^{-1} H)^{-1} H^T C^{-1} \bar{D} \\ C_X &= (H^T C^{-1} H)^{-1} \end{aligned} \quad (55)$$

A seguir serão apresentados os materiais e o método proposto para o desenvolvimento deste trabalho.

3 MATERIAL E MÉTODO

Neste capítulo são apresentados os materiais utilizados na realização do trabalho e o método proposto para refinamento de nuvens de pontos 3D.

3.1. MATERIAL

Os materiais utilizados para o desenvolvimento deste trabalho são os que seguem:

- Micro-computador desktop com processador Intel® Core™2 Quad, 2 Gb de ram e 260 Gb de espaço em disco. Recurso adquirido junto ao CNPq (Conselho Nacional de Pesquisa) pela concessão de auxílio financeiro referente ao edital Universal Faixa B Processo no. 473567/2013-0 (bem tombado do Departamento de Geomática da UFPR);
- Sistema operacional Linux Ubuntu 14.04 LTS. Open Source licença GPL (*General Public License*);
- Freemat 4.0 Licença de uso (Open Source);
- Linguagem C++ Ambiente CodeBlock, open-source licença GPL (*General Public License*);
- Biblioteca PCL 1.7.2 (Point Cloud Library), open-source licença BSD (*Berkeley Software Distribution*);
- 01 Sistema LST FARO LS 800 com campo de visão de 360° na direção horizontal e 120° na direção vertical, alcance máximo de 400-15 m (bem tombado do Departamento de Geodésias da UFRGS); e
- 01 Estação total Topcon IS03 com uma precisão nominal linear de 2 mm (2 ppm) e precisão nominal angular de 0,5" (bem tombado Departamento de Geodésias da UFRGS).

3.2. MÉTODO

Este trabalho trata do desenvolvimento de um método analítico de consistência global de nuvens de pontos 3D usando superfícies planas. O método proposto neste trabalho é dividido em quatro etapas, a saber:

- Extração automática de superfícies planas em pares de nuvens de pontos 3D usando o algoritmo RANSAC de Rusu (2009);
- Estabelecimento automático das correspondências entre os planos através de uma análise geométrica dos atributos invariantes dos respectivos planos;
- Estimativa dos parâmetros de transformação usando os pares de planos correspondentes;
- Refinamento do conjunto dos parâmetros de transformação dados e determinação da localização do sensor através do método proposto.

A Figura 10 apresenta a arquitetura da metodologia proposta.

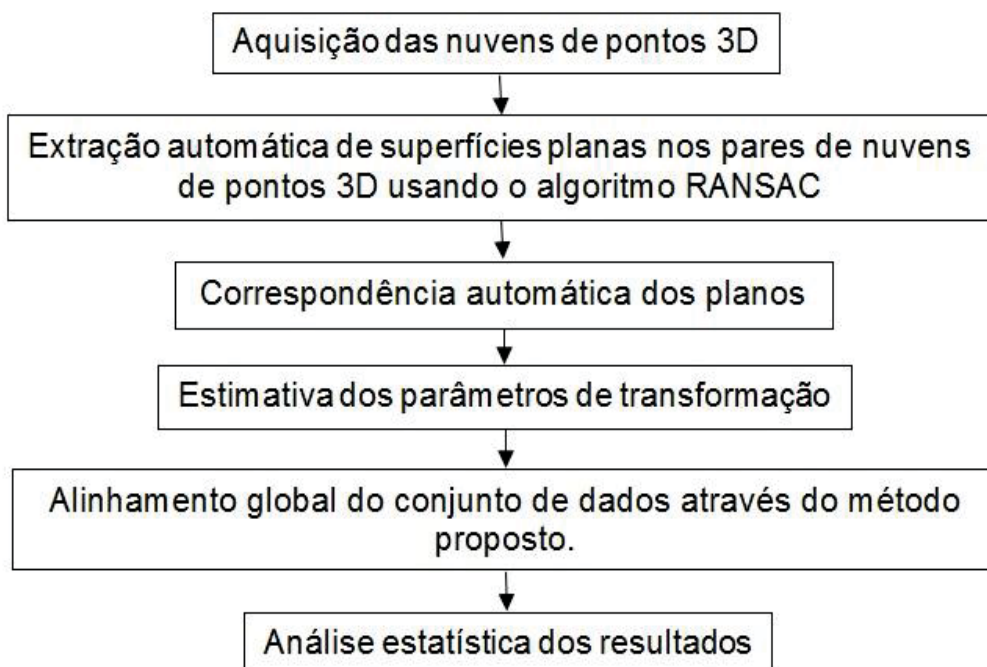


FIGURA 10 – ARQUITETURA DA METODOLOGIA PROPOSTA

FONTE: O autor (2018)

Primeiramente, o conjunto de nuvens de pontos 3D é obtido estacionando o sensor LASER terrestre em diferentes pontos de vista. Em seguida, as superfícies planas são automaticamente detectadas empregando o algoritmo RANSAC. Cada superfície é ajustada pelo MMQ e seus parâmetros (a, b, c, d) são devidamente estimados. Posteriormente, é empregado o método de alinhamento baseado na abordagem plano-a-plano para estimar os parâmetros de transformação de pares de nuvens de pontos. Finalmente, é aplicado o método proposto de alinhamento global de nuvens de pontos 3D utilizando quatérnios unitários e os resultados são analisados estatisticamente.

3.2.1. Extração automática de planos

Esta etapa do método consiste em detectar automaticamente superfícies planas, presente nos dados SVLT. Neste trabalho, é empregado o algoritmo RANSAC desenvolvido por Fischler e Bolles (1981). Basicamente, o algoritmo RANSAC segue os seguintes passos (RUSU, 2009):

- 1- O algoritmo seleciona, aleatoriamente, três pontos não colineares nos dados advindos do SVLT;
- 2- Através desses três pontos são calculados os parâmetros do plano;
- 3- É contado o número total de *inliers* desse plano. O critério *inlier* é baseado em um limiar de distância máxima, pré-estabelecida, de cada ponto para a superfície plana hipotética;
- 4- Se a distância for menor que o limiar pré-estabelecido, o ponto é considerado pertencente ao plano hipotético e agrupado em um conjunto de dados. Os passos (1), (2) e (3) são repetidos para até um certo número de repetições também pré-estabelecidas. O conjunto com o maior número de pontos (*inliers*) é classificado como conjunto de pontos contidos em um objeto plano encontrado; e
- 5- Os pontos contidos no plano são removidos do conjunto destes dados e o algoritmo retorna ao passo (1) para detectar outra superfície plana.

A Figura 11 apresenta o resultado da aplicação do algoritmo RANSAC para a detecção automática das superfícies planas presentes em uma nuvem de pontos.

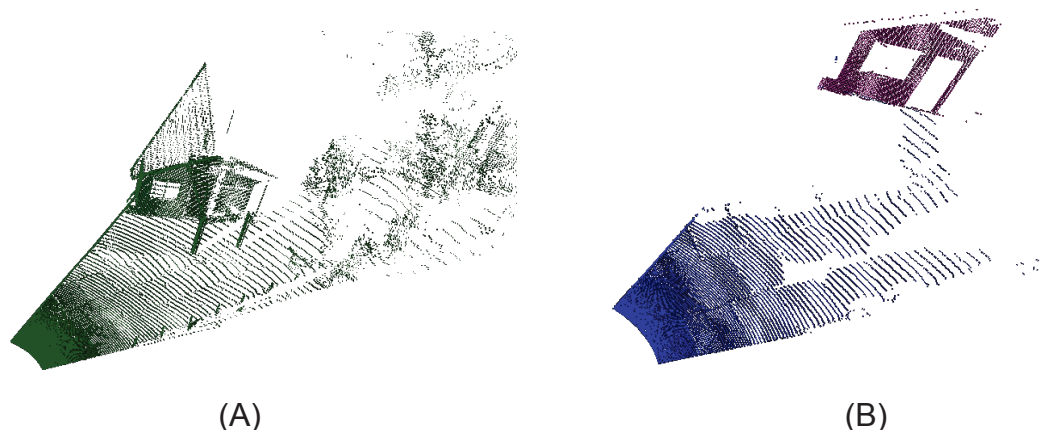


FIGURA 11 – RESULTADO DO RANSAC. (A) NUVEM DE PONTOS 3D. (B) PLANOS DETECTADOS PELO ALGORITMO RANSAC.

FONTE: O autor (2018)

Na Figura 11b, os pontos em azul e vermelho representam superfícies planas detectadas pelo algoritmo RANSAC. Após a detecção dos planos com o emprego do RANSAC, seus parâmetros são calculados através do método descrito na Subseção 2.4.2, sendo o valor dos pesos das observações $\hat{\sigma}_i^2$ considerado como unitário para todo p_i . Assim como em Pathak *et al.* (2010a), caso o parâmetro d seja negativo, ($d < 0$) todos os parâmetros do plano são multiplicados por -1.

3.2.2. Método proposto para estabelecimento automático de correspondências

Para estimar os parâmetros de transformação entre pares de nuvens de pontos 3D é necessário encontrar pares de planos correspondentes nas nuvens de pontos de referência e de pesquisa. Nesta etapa, o desafio é estabelecer o maior número de planos correspondentes possíveis. Mas, devido à falta de informação causada pelos efeitos de oclusão e mudança de ponto de vista, alguns planos na nuvem de pontos de referência não apresentam correspondentes na nuvem de pontos de pesquisa. Por isso, o algoritmo de correspondência deve ser robusto às situações supracitadas.

Na prática, como o número de planos é significativamente menor que o número de pontos encontrados na nuvem de pontos 3D, o estabelecimento das correspondências entre os planos pode ser iniciado a partir de todas as suas combinações possíveis. No entanto, a busca por planos correspondentes é um

processo crucial e pode ser de alto custo computacional, uma vez que o espaço de busca deve aumentar conforme o número de planos aumenta (KHOSHELHAM e GORTE, 2009).

Para reduzir o custo computacional envolvido no problema de correspondência Brenner e Dold (2007) sugeriram uma hierarquia de restrições que descarta falsos positivos. A primeira restrição procura classificar os planos detectados em planos horizontais, planos verticais e planos que não são horizontais e nem verticais. Os planos horizontais representam os planos paralelos aos planos formados por pontos do solo. Os planos verticais representam os planos da fachada de edificações (fachada). Essa restrição é baseada na suposição de que a fachada das edificações e o terreno, nos dados SVLT, têm pequenos desvios de planos verticais e horizontais, respectivamente. Esta é uma suposição real, uma vez que o equipamento SVLT é instalado em um tripé e devidamente nivelado utilizando um nível de bolha (KHOSHELHAM, 2010). Para esta tarefa é analisado a terceira componente do vetor normal ao plano. Se o valor absoluto desta componente estiver próxima do valor igual a 1 (um), mais precisamente dentro de um intervalo $-0,9986$ a $0,9986$ ($|c| \leq 0,9986$) este plano é classificado como plano horizontal. Então, os planos horizontais são aqueles que seu vetor normal e o eixo z formam um ângulo menor que 3° (ou seja, $|c| \leq 0,9986$).

Por meio de dois pares de planos verticais correspondentes é possível calcular uma translação aproximada no plano xy , ou seja, aproximar a primeira e a segunda componente do vetor de translação t . Uma ressalva importante é que estes planos não podem ser aproximadamente paralelos. Isto é necessário para se evitar qualquer problema de singularidade nas matrizes que irão ser calculadas na Subseção 3.2.2.2. Caso exista dois planos aproximadamente paralelos o ângulo entre seus respectivos vetores normais \mathbf{u}_1 e \mathbf{u}_2 deve ser aproximadamente 0° . Logo o produto escalar entre estes dois vetores deve ser próximo a 1 (um).

O segundo passo do algoritmo de correspondência entre planos é evitar a escolha de planos aproximadamente paralelos, isto é, selecionar apenas pares de planos verticais na nuvem de referência e na nuvem de pesquisa que o produto escalar de seus vetores esteja dentro de um intervalo de $-0,9986$ a $0,9986$ ($0,9986 \geq |\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{u}_2|$), ou seja, esses vetores formam um ângulo menor que 3° .

No terceiro passo, após selecionar dois pares de planos não paralelos verticais em cada nuvem de pontos (referência e pesquisa), é necessário verificar se

os seus vetores normais têm ângulos de rotação aproximadamente iguais. O cálculo dos ângulos de rotação é feito através do método que será apresentado na Subseção 3.2.2.1. Esta tarefa pode ser feita usando a equação (56), a saber:

$$\varepsilon = |\theta_1 - \theta_2| \quad (56)$$

sendo θ_1 e θ_2 os ângulos de rotação dos vetores normais \mathbf{u}_1 e \mathbf{u}_2 para os vetores \mathbf{u}'_1 e \mathbf{u}'_2 , respectivamente, onde \mathbf{u}_1 e \mathbf{u}_2 são vetores normais do par de planos π_1 e π_2 (da nuvem de pontos de referência) correspondentes ao par de vetores normais, \mathbf{u}'_1 e \mathbf{u}'_2 , aos planos π'_1 e π'_2 (da nuvem de pontos de pesquisa), respectivamente.

Na Equação (56), se ε estiver dentro de um intervalo entre -1° a 1° ($|\varepsilon| \leq 1$) os planos são considerados pseudo-correspondentes. Caso contrário, a hipótese de correspondência é rejeitada.

No quarto passo, os pares de planos correspondentes são usados para calcular uma aproximação da primeira e da segunda componente do vetor de translação \mathbf{t} . Na Subseção 3.2.2.2 é apresentado o método do cálculo desta aproximação. Note que a terceira componente de \mathbf{t} deve ser considerada nula, isto é, $t_z = 0$.

Através dos parâmetros aproximados, todos os pares de planos verticais são combinados e considerados como pseudo-correspondentes através do erro de cada combinação, como segue:

$$\begin{aligned} erro_{xy} &= \mathbf{u}'^T \mathbf{t} + d' - d \\ \beta &= |\theta_1 - \theta| \end{aligned} \quad (57)$$

sendo θ o ângulo de rotação do vetor normal \mathbf{u} para o vetor combinado \mathbf{u}' e d e d' as distâncias perpendiculares entre a origem do sistema de coordenadas e os planos combinados, respectivamente. Se β estiver dentro de um intervalo de -1° a 1° ($|\beta| \leq 1$) e $erro_{xy}$ for menor do que um limiar pré-estabelecido, então o par de planos é inserido no conjunto de pseudo-correspondências referentes aos planos $\pi_1 \leftrightarrow \pi'_1$ e $\pi_2 \leftrightarrow \pi'_2$.

O segundo, terceiro e quarto passos são repetidos até encontrar um conjunto com maior número de correspondências possíveis. As combinações presentes neste conjunto são consideradas como correspondências corretas.

Da mesma forma é possível aproximar a terceira componente do vetor de translação \mathbf{t} por meio de um par de planos horizontais correspondentes. Mas devido a algumas declividades no terreno, nem todas as combinações de planos horizontais são correspondentes. Assim, o quinto passo deste algoritmo de correspondência entre planos consiste em selecionar apenas pares de planos horizontais definidos por vetores normais com direção aproximadamente iguais, isto é, selecionar apenas pares de planos horizontais nas duas nuvens de pontos em que a diferença entre as terceiras componentes dos vetores normais seja menor que um limiar δ pré-determinado ($\delta \geq |d - d'|$).

No sexto passo, os planos horizontais são considerados pseudo-correspondentes e são usados para calcular uma aproximação da terceira componente do vetor de translação \mathbf{t} utilizando o método apresentado na Subseção 3.2.2.2. Através desse parâmetro aproximado, todos os pares de planos horizontais são combinados e considerados como pseudo-correspondentes através do erro de cada combinação, como segue:

$$erro_z = \mathbf{u}'^T \mathbf{t} + d' - d \quad (58)$$

sendo \mathbf{u} o vetor combinado com o vetor \mathbf{u}' e d, d' é a distância perpendicular entre a origem do sistema de coordenadas e os planos combinados, respectivamente. Se o $erro_z$ for menor do que um limiar pré-estabelecido, então o par de planos é inserido no conjunto de pseudo-correspondentes referentes aos planos $\pi_3 \leftrightarrow \pi_3'$.

Os dois últimos passos são repetidos até encontrar um conjunto com maior número de correspondência possível. As combinações presentes neste conjunto são consideradas correspondências corretas. Após todas as verificações, os planos correspondentes potenciais são utilizados para refinar os parâmetros de transformação.

3.2.2.1. Método proposto para cálculo da aproximação do ângulo de rotação

Como mencionado na Subseção 2.5.1, a rotação de um vetor \mathbf{u} para o vetor \mathbf{u}' é dada pela Equação (45). Supondo que esta rotação seja aplicada apenas em torno do eixo z tem-se:

$$\begin{bmatrix} a' \\ b' \\ c' \end{bmatrix} = \mathbf{u}' = M\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (59)$$

ou seja

$$\begin{bmatrix} a' \\ b' \end{bmatrix} = R(\theta) \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (60)$$

$$c' = c$$

onde $R(\theta)$ é a matriz de rotação no plano xy .

Como é apresentado na Subseção 2.2.2, é possível reescrever a rotação pela multiplicação de números complexos, como segue:

$$a' + ib' = e^{i\theta} (a + ib) \quad (61)$$

Deste modo, o número complexo $e^{i\theta}$ pode ser facilmente calculado multiplicando a Equação (61) pelo inverso do número complexo $(a + ib)$, isto é, $e^{i\theta}$ é dado pela seguinte equação, a saber:

$$e^{i\theta} = \frac{(aa' + bb') - i(ab' - ba')}{a^2 + b^2} \quad (62)$$

Portanto, o ângulo de rotação θ pode ser calculado pela Equação (9), como descrito na Subseção 2.2.

3.2.2.2. Método proposto para cálculo da aproximação do vetor de translação

Dado um par de planos π_1 e π_2 (da nuvem de pontos de referência) correspondentes ao par de planos π_1' e π_2' (da nuvem de pontos de pesquisa), definidos pelos vetores normais \mathbf{u}_1 , \mathbf{u}_2 , \mathbf{u}'_1 e \mathbf{u}'_2 , e pelas distâncias perpendiculares d_1 , d_2 , d'_1 e d'_2 entre a origem do sistema de coordenadas e os planos, respectivamente, a relação entre a translação e esse par de planos pode ser formulado pela Equação (48).

Se os vetores normais desses planos são paralelos ao plano xy (portanto a terceira componente do vetor normal é igual a zero), então é possível determinar a seguinte relação, a saber:

$$\begin{aligned} a_1 t_x + b_1 t_y &= \mathbf{u}_1^T \mathbf{t} = d_1 - d'_1 \\ a_2 t_x + b_2 t_y &= \mathbf{u}_2^T \mathbf{t} = d_2 - d'_2 \end{aligned} \quad (63)$$

sendo, $\mathbf{u}_1 = [a_1 \ b_1 \ 0]^T$, $\mathbf{u}_2 = [a_2 \ b_2 \ 0]^T$, $\mathbf{u}'_1 = [a'_1 \ b'_1 \ 0]^T$ $\mathbf{u}'_2 = [a'_2 \ b'_2 \ 0]^T$ e $\mathbf{t} = [t_x \ t_y \ t_z]^T$ o vetor translação.

O sistema linear dado pela Equação (63) pode ser reescrito pela notação matricial, como segue:

$$\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 - d'_1 \\ d_2 - d'_2 \end{bmatrix} \quad (64)$$

O sistema linear da Equação (64) somente terá solução se os planos π_1 e π_2 não forem paralelos. A solução da Equação (64) é dada por:

$$\begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix} = \frac{1}{a_1 b_2 - b_1 a_2} \begin{bmatrix} b_2 & -b_1 \\ -a_2 & a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_1 - d'_1 \\ d_2 - d'_2 \end{bmatrix} \quad (65)$$

Em outras palavras, através de dois pares de planos correspondentes paralelos ao plano xy é possível aproximar a primeira componente e a segunda componente do vetor de translação \mathbf{t} .

Do mesmo modo, dado um plano π_3 (da nuvem de pontos de referência) correspondente ao plano π_3' (da nuvem de pontos de pesquisa), definidos pelos

vetores normais $\mathbf{u}_3, \mathbf{u}'_3$ e pelas a distâncias perpendiculares d_3, d'_3 entre a origem do sistema de coordenadas e os planos, respectivamente. Se \mathbf{u}_3 e \mathbf{u}'_3 são paralelos ao eixo z , portanto a terceira componente do vetor normal é igual a 1 (um), então é possível determinar a seguinte relação, a saber:

$$t_z = \mathbf{u}'_3{}^T \mathbf{t} = d_3 - d'_3 \quad (66)$$

sendo $\mathbf{u}_3 = [0 \ 0 \ 1]^T$, $\mathbf{u}'_3 = [0 \ 0 \ 1]^T$ e $\mathbf{t} = [t_x \ t_y \ t_z]^T$ o vetor translação.

Em suma, através de um par de planos correspondentes paralelos ao eixo z , é possível aproximar a terceira componente do vetor de translação \mathbf{t} .

3.2.3. Método proposto para estimativa dos parâmetros de rotação

Sejam $\mathbf{u}'_1, \mathbf{u}'_2, \dots, \mathbf{u}'_n$ vetores normais dos planos da nuvem de pontos de referência que correspondem aos respectivos vetores normais $\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \dots, \mathbf{u}_n$ da nuvem de pontos de pesquisa, com a correspondências previamente estabelecidas. Então, pode-se encontrar M através da seguinte minimização, a saber:

$$\sum_{i=1}^n \|\mathbf{u}'_i - M\mathbf{u}_i\|^2 = \min \quad (67)$$

sendo o vetor $\mathbf{u}'_i = [a_i \ b_i \ c_i]^T$ correspondente ao respectivo plano com o vetor normal $\mathbf{u}_i = [u_{i1} \ u_{i2} \ u_{i3}]^T$ com $i = 1, 2, \dots, n$.

O somatório acima pode ser reescrito nos termos utilizando as propriedades de produto escalar e norma, como segue:

$$\sum_{i=1}^n \|\mathbf{u}'_i - M\mathbf{u}_i\|^2 = \sum_{i=1}^n \|\mathbf{u}'_i\|^2 - 2 \sum_{i=1}^n ((M\mathbf{u}_i) \cdot \mathbf{u}'_i) + \sum_{i=1}^n \|\mathbf{u}_i\|^2 \quad (68)$$

Como todos os vetores normais \mathbf{u}'_i e \mathbf{u}_i sendo $i = 1, 2, \dots, n$ são unitários, tem-se:

$$\sum_{i=1}^n \|\mathbf{u}'_i - M\mathbf{u}_i\|^2 = 2n - 2 \sum_{i=1}^n ((M\mathbf{u}_i) \cdot \mathbf{u}'_i) \quad (69)$$

Agora as rotações são representadas utilizando os quatérnios unitários. Este quatérnio \hat{q} maximiza a Equação (70) da seguinte forma, a saber:

$$\sum_{i=1}^n ((M\mathbf{u}_i) \cdot \mathbf{u}'_i) = \sum_{i=1}^n (\rho_q(\mathbf{u}_i) \cdot \mathbf{u}'_i) = \max \quad (70)$$

Em seguida, utilizando algumas propriedades dos quatérnios sobre o produto interno é possível obter a seguinte igualdade (HORN, 1987):

$$\rho_q(\mathbf{u}_i) \cdot \mathbf{u}'_i = \langle \rho_q(\mathbf{u}_i), \mathbf{u}'_i \rangle = \langle (q\mathbf{u}_i q^*), \mathbf{u}'_i \rangle = \langle (q\mathbf{u}_i), (\mathbf{u}'_i q) \rangle \quad (71)$$

para $i = 1, 2, \dots, n$.

Na Equação (71), o produto à direita $q\mathbf{u}_i$ e o produto à esquerda $\mathbf{u}'_i q$ podem ser reescritos através da multiplicação de uma matriz 4×4 por um vetor coluna 4×1 , ou seja, $[R_{\mathbf{u}_i}]Q$ e $[L_{\mathbf{u}'_i}]Q$; sendo $Q = [q_w \ q_x \ q_y \ q_z]^T$ as componentes do quatérnio $\hat{q} = q_w + q_x \mathbf{i} + q_y \mathbf{j} + q_z \mathbf{k}$ para $i = 1, 2, \dots, n$.

Também pode escrever o produto escalar $\rho_q(\mathbf{u}_i)\mathbf{u}'_i$ como produtos de matriz, e assim para $i = 1, 2, \dots, n$ tem-se:

$$([R_{\mathbf{u}_i}]Q)^T ([L_{\mathbf{u}'_i}]Q) = Q^T [R_{\mathbf{u}_i}]^T [L_{\mathbf{u}'_i}]Q \quad (72)$$

Logo o somatório acima equivalente ao produto das matrizes, a saber:

$$\sum_{i=1}^n (Q^T [R_{\mathbf{u}_i}]^T [L_{\mathbf{u}'_i}]Q) = Q^T \left(\sum_{i=1}^n ([R_{\mathbf{u}_i}]^T [L_{\mathbf{u}'_i}]) \right) Q = Q^T W Q \quad (73)$$

sendo $W = \sum_{i=1}^n ([R_{\mathbf{u}_i}]^T [L_{\mathbf{u}'_i}])$.

É fácil verificar que a matriz W é uma matriz 4×4 simétrica. Então, W tem os autovalores reais, $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ sendo $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \lambda_4$ com os correspondentes

auto-vetores w_1, w_2, w_3, w_4 unitários e ortogonais entre eles. Desta forma, pode-se aplicar o teorema apresentado na Subseção 2.4.2. Portanto, o quatérnio \hat{q} que maximiza o somatório da Equação (73) é o auto-vetor Q , que corresponde ao maior auto-valor da matriz W . Finalmente, é obtido o parâmetro de rotação para o alinhamento local dos pares de nuvens de pontos 3D.

A seguir será apresentado o método proposto para alinhamento global de nuvens de pontos 3D.

3.3. MÉTODO PROPOSTO DE ALINHAMENTO GLOBAL

Dado um conjunto de pares de nuvens de pontos 3D e seus parâmetros de transformação obtidos na etapa de alinhamento local é realizada o alinhamento global. A etapa de alinhamento global consiste em refinar o conjunto de parâmetros de transformação e materializar um sistema referencial global.

Considere que um sensor de varredura LASER terrestre se desloca no ambiente saindo de um ponto X_0 e chegando num ponto X_n , cujos vértices X_0, X_1, \dots, X_n representam a posição do sensor em um sistema de coordenadas local e cada aresta T_{ij} do grafo representa a relação entre os vértices X_i e X_j , no grafo. A Figura 12 mostra a trajetória hipotética realizada pelo sensor.

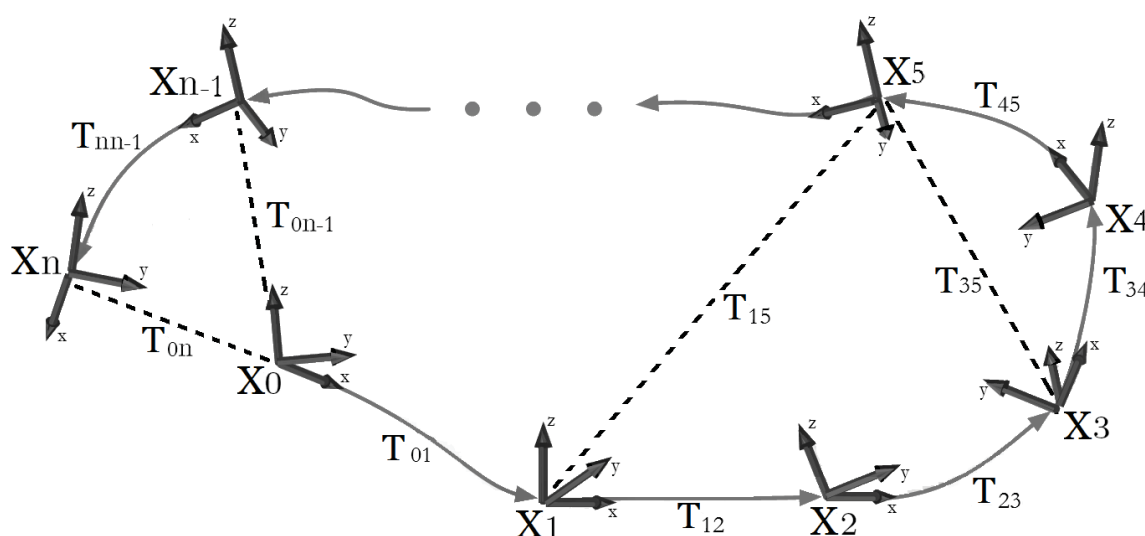


FIGURA 12 – TRAJETÓRIA DO SENSOR LST.

FONTE: O autor (2018).

O método proposto neste trabalho busca solucionar o problema de consistência global dividindo a tarefa em duas etapas. Na primeira são refinados os quatérnios calculados no alinhamento local de pares de nuvens de pontos e na segunda etapa são refinados os parâmetros de translação. A seguir será apresentado o desenvolvimento do método proposto para o refinamento dos parâmetros de rotação e translação de forma global.

3.3.1. Alinhamento global dos parâmetros de rotação

O alinhamento global dos parâmetros de rotação é feito através de uma sequência de multiplicações de matrizes, uma vez que são referenciados a um sistema de coordenadas global, como segue:

$$R_j = M_{ij}R_i \quad (74)$$

sendo R_i a matriz de rotação do vértice X_i referenciado ao vértice X_0 e M_{ij} a matriz de rotação do vértice X_i referenciado ao vértice X_j com $j, i = 0, 1, 2, \dots, n$.

Se a estimativa das rotações não apresentar erros, a rotação no vértice X_k qualquer (com $k = 1, 2, \dots, n$) referenciado ao vértice X_0 será sempre a mesma independente da sequência de multiplicações da matriz de rotação M_{ij} (com $j, i = 0, 1, 2, \dots, n$). Contudo, na prática, essas rotações apresentam uma acumulação dos erros presentes nas matrizes de rotação M_{ij} , com $j, i = 0, 1, 2, \dots, n$.

As multiplicações das matrizes de rotação podem ser descritas como composições dos operadores de rotação. A Equação (74) pode ser reescrita pelas multiplicações dos quatérnios unitários, como segue:

$$\hat{q}_{ij}\hat{q}_j - \hat{q}_i = \epsilon_{ij} \quad (75)$$

sendo \hat{q}_i e \hat{q}_j os quatérnios que representam as rotações dos vértices X_i e X_j , respectivamente, referenciadas ao vértice X_0 , \hat{q}_i representa a rotação do vértice X_i referenciado ao vértice X_j e ϵ_{ij} é um resíduo com $j, i = 0, 1, 2, \dots, n$.

Na forma matricial, a Equação (75) é escrita como segue:

$$[L_{q_{ij}}] Q_j - Q_i = E_{ij} \quad (76)$$

sendo $[L_{q_{ij}}]$ uma matriz 4×4 associada à multiplicação a esquerda do quatérnio \hat{q}_{ij} , e Q_i , Q_j e E_{ij} matrizes coluna 4×1 , que representam os quatérnios \hat{q}_i , \hat{q}_j e ϵ_{ij} , respectivamente.

Usando a representação matricial supracitada, todos os resíduos E_{ij} podem ser concatenados na matriz E formando a seguinte equação matricial, a saber:

$$\Omega \Psi = \begin{bmatrix} [L_{q_{01}}] & -I & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ -I & [L_{q_{02}}] & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & [L_{q_{n-1,n}}] & -I & 0 \\ -I & 0 & \cdots & 0 & [L_{q_{n0}}] & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_0 \\ Q_1 \\ \vdots \\ Q_{n-1} \\ Q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_0 \\ E_1 \\ \vdots \\ E_{n-1} \\ E_n \end{bmatrix} = E \quad (77)$$

sendo Ω uma matriz $4n \times 4m$ formada pelas derivadas parciais em relação a todas as componentes de Q_j e Q_i a matriz coluna $4n \times 1$, formada pela concatenação de todas as matrizes Q_i e Q_j , n o número de vértices e m o número de arestas.

Deste modo, pode-se utilizar o método dos mínimos quadrados totais (GOLUB e LOAN, 1980) para estimar a matriz Ψ , ou seja, é necessário minimizar a soma dos quadrados dos resíduos dada pela seguinte equação, a saber:

$$\Psi^T \Omega^T \Omega \Psi = E^T E = \min \quad (78)$$

Como a matriz $\Omega^T \Omega$ é uma matriz $4n \times 4n$ simétrica, pode-se aplicar o teorema apresentado na Seção 2.5.2. Portanto, a matriz Ψ que minimiza a Equação (78) é o autovetor que corresponde ao menor autovalor da matriz $\Omega^T \Omega$.

Para obter quatérnios unitários \hat{q}_i que representam rotações é necessário normalizar cada Q_i , individualmente. Como essa solução é analítica, o método proposto para ajustar os quatérnios que representam as rotações não necessita de nenhuma aproximação inicial.

3.3.2. Ajustamento das translações de forma global

De maneira análoga ao método desenvolvido por Lu e Milios (1997), cada Γ_i é uma matriz coluna de três linhas, que representa a posição tridimensional do vértice X_i com $i = 1, 2, \dots, n$ e $\Gamma_0 = [0 \ 0 \ 0]^T$ representando a posição do vértice X_0 . Ao combinar duas varreduras LASER feitas em duas estações diferentes, é obtida uma diferença $R_j \mathbf{t}_i$ entre duas estações Γ_i e Γ_j , como segue:

$$R_j \mathbf{t}_i = \Gamma_i - \Gamma_j \quad (79)$$

sendo R_j a matriz de rotação obtida pelos quatérnios ajustados \hat{q}_j e \mathbf{t}_i o vetor de translação do vértice X_i referenciado ao vértice X_j com $j, i = 0, 1, 2, \dots, n$.

Como foi descrito anteriormente, a estimativa dos parâmetros de translação baseada na relação plano-a-plano é feita da seguinte forma, a saber:

$$\mathbf{u}_{jk}^T \mathbf{t}_{ij} = d_{ik} - d_{jk} \quad (80)$$

sendo \mathbf{u}_{jk} o vetor normal ao plano π_{jk} contido na nuvem de pontos representada pelo vértice X_j , d_{jk} a distância do plano π_{jk} a posição dada pelo vértice X_j e d_{ik} a distância plano π_{ik} a posição dada pelo vértice X_i com $i = 0, 1, 2, \dots, n$.

Logo, multiplicando a Equação (80) por $\mathbf{u}_{ijk}^T R_j^T$ e substituindo na Equação (79) tem-se:

$$d_{ik} - d_{jk} = \mathbf{u}_{ijk}^T R_j^T (\Gamma_i - \Gamma_j) \quad (81)$$

Desta forma, as estações de posição $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$ podem ser refinadas pelo MMQ. Como a Equação (81) é linear em relação às componentes de cada posição $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$ e considerando $(d_{ik} - d_{jk})$ como observação, o ajustamento por MMQ é linear. Portanto, o conjunto de equações lineares pode ser expresso na forma matricial, como segue:

$$AX + V = L \quad (82)$$

sendo L o vetor das observações, V o vetor de resíduos, X o vetor de parâmetros onde todas as posições $\Gamma_1, \Gamma_2 \dots, \Gamma_n$ são concatenadas e A a matriz formada pelas derivadas parciais da Equação (81) em relação às componentes de cada posição $\Gamma_1, \Gamma_2 \dots, \Gamma_n$ (DALMOLIN, 2004).

Assim sendo, as posições $\Gamma_1, \Gamma_2 \dots, \Gamma_n$ são obtidas por:

$$X = (A^T A)^{-1} A^T L \quad (83)$$

Vale notar que o método proposto para a estimativa das posições $\Gamma_1, \Gamma_2, \dots, \Gamma_n$, é adaptado para receber os parâmetros dos planos (\mathbf{u}_{jk} e d_{jk}) diretamente no modelo de consistência global (ver Eq. 81), ao invés de primitivas pontuais, como apresentado em Lu e Milios (1997).

Sabendo que o modelo de estimativa é linear, não há necessidade de valores iniciais aproximados. Note que é necessário um número mínimo de quatro pares de planos correspondentes em cada vértice para que o MMQ produza uma estimativa adequada, já que com três pares de planos correspondentes é alcançada a solução única. Outra ressalva importante está no fato da inexistência de pelo menos três pares de planos correspondentes em cada aresta, que se interceptam em pontos correspondentes. Caso isso ocorra em alguma aresta a matriz $A^T A$ será singular e isto inviabilizaria a aplicação do MMQ. No entanto, dificilmente ocorre tal situação em ambientes urbanos.

A seguir serão apresentados os experimentos e as discussões dos resultados.

4 EXPERIMENTOS E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Esta Seção descreve os experimentos realizados e discute os resultados obtidos com o método proposto neste trabalho. Para avaliar o desempenho do método proposto em diferentes situações foi empregado dois conjuntos de dados reais (Cenários I e II), cujas varreduras foram realizadas com um SVLT da FARO LS 800, com uma precisão nominal linear de 1 mm à 25 m de distância e uma precisão nominal angular de 0,009°. O primeiro conjunto de dados consiste de um ambiente externo (Cenário I) contendo árvores, veículos, pedestres e edificações. Já o segundo conjunto de dados consiste de um ambiente interno (Cenário II) contendo apenas objetos estáticos. Em ambos os casos, os resultados obtidos serão confrontados com um método do estado da arte, sendo escolhido o método de Pathak *et al.* (2010a) por também empregar uma abordagem plano-a-plano.

4.1. EXPERIMENTO – CENÁRIO I (AMBIENTE EXTERNO)

O Cenário I é uma área urbanizada complexa contendo árvores, veículos, pedestres, edificações, postes, entre outros elementos. Este Cenário engloba uma região do Instituto de Geociências da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Para o recobrimento desta região o SVLT foi posicionado em 8 (oito) estações de posição diferentes com sobreposição média de 45% entre os pares de nuvens de pontos 3D. A Figura 13 apresenta os pares de nuvens de pontos 3D e suas respectivas imagens de intensidade do pulso LASER.

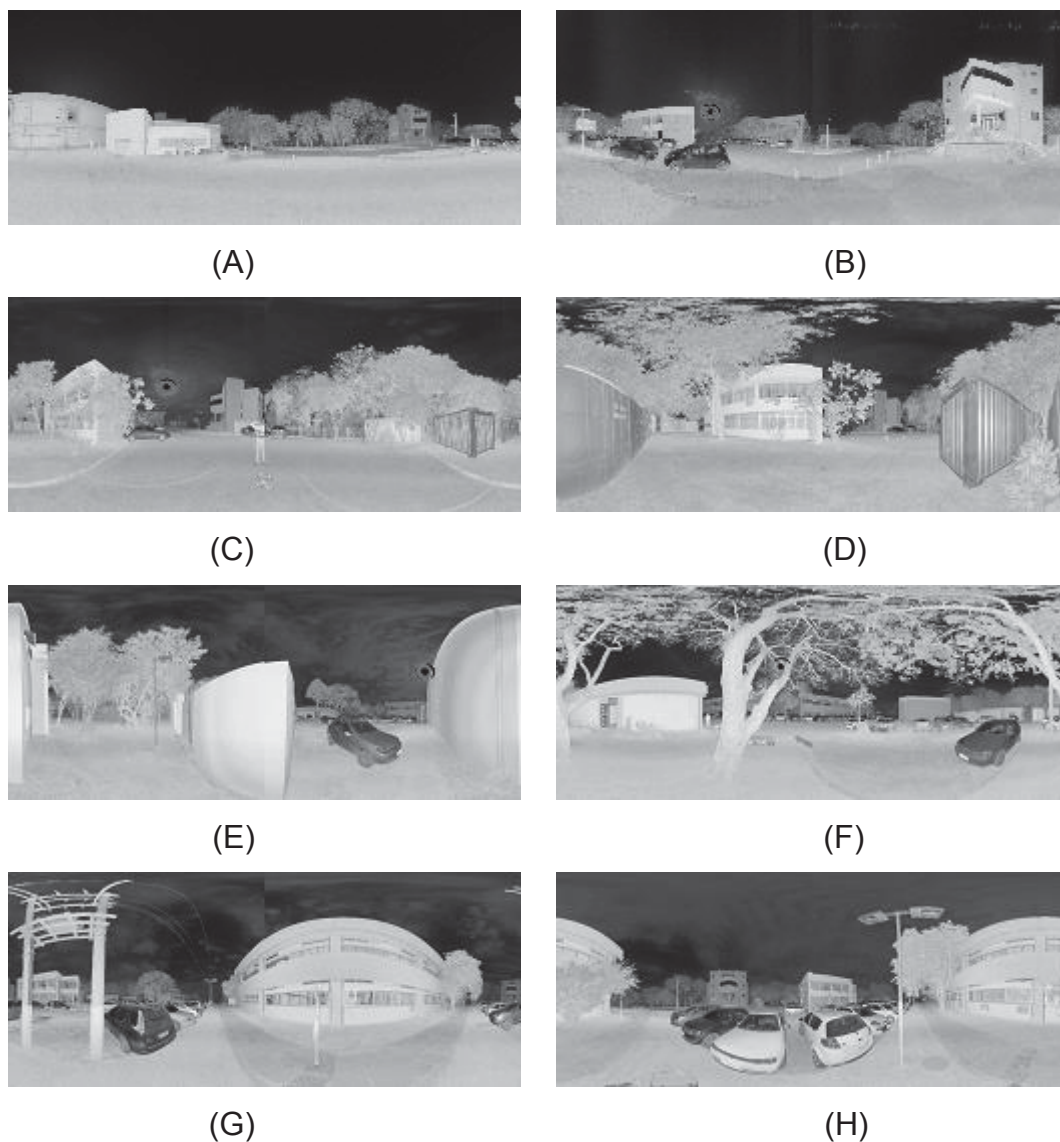


FIGURA 13 – IMAGENS DE INTENSIDADE PANORÂMICA DAS NUVENS DE PONTOS 3D CORRESPONDENTES. (A) ÁREA I; (B) ÁREA II; (C) ÁREA III; (D) ÁREA IV; (E) ÁREA V; (F) ÁREA VI; (G) ÁREA VII; (H) ÁREA VIII.

FONTE: O autor (2018)

Como descrito anteriormente, a solução proposta é baseada numa abordagem plano-a-plano. As superfícies planas são automaticamente detectadas empregando o algoritmo RANSAC, sendo seus parâmetros (a , b , c , d) devidamente estimados pelo MMQ.

4.1.1. Resultados da segmentação dos planos

A Tabela 1 apresenta o número total de pontos perfilados em cada nuvem de pontos 3D, a quantidade de planos automaticamente extraídos, bem como o limiar de distância máxima pré-estabelecido para o funcionamento do algoritmo RANSAC. Vale ressaltar que em todos os experimentos foram admitidos 1000 repetições para o algoritmo RANSAC.

TABELA 1 – NÚMERO TOTAL DE PONTOS PERFILADOS, QUANTIDADE DE PLANOS EXTRAÍDOS, LIMÍAR DE DISTÂNCIA MÁXIMA PRÉ-ESTABELECIDO PARA O RANSAC.

Nuvem de Pontos	Quantidade pontos	Quantidade de planos extraídos	Distância máxima pré-estabelecida para o RANSAC
I	1.258.633	50	0,02 m
II	1.276.299	72	0,02 m
III	1.215.492	59	0,02 m
IV	1.492.542	58	0,02 m
V	1.522.622	41	0,02 m
VI	1.506.357	94	0,02 m
VII	1.481.923	74	0,02 m
VIII	1.481.923	60	0,02 m

FONTE: O autor (2018)

A Figura 14 mostra os planos segmentados pelo RANSAC. Pode-se perceber, visualmente, que o algoritmo RANSAC considerou alguns objetos como planos, cuja densidade de pontos é baixa, tais como, os beirais das edificações, a vegetação, cortina de janela, veículos, postes etc. Note que a segmentação dos planos nas nuvens de pontos IV e VI foi prejudicada pela presença de objetos indesejados, como por exemplo, árvores. Note também a boa distribuição dos planos segmentados.

Outra observação que pode ser feita na Figura 14 é a região do terreno (solo) dividido em vários planos. A principal razão deste efeito é a existência de uma pequena inclinação no nível do terreno em todas as porções perfiladas. No entanto, este efeito não prejudicou o desempenho do algoritmo de estabelecimento de correspondência entre os planos, como será mostrado em seguida.

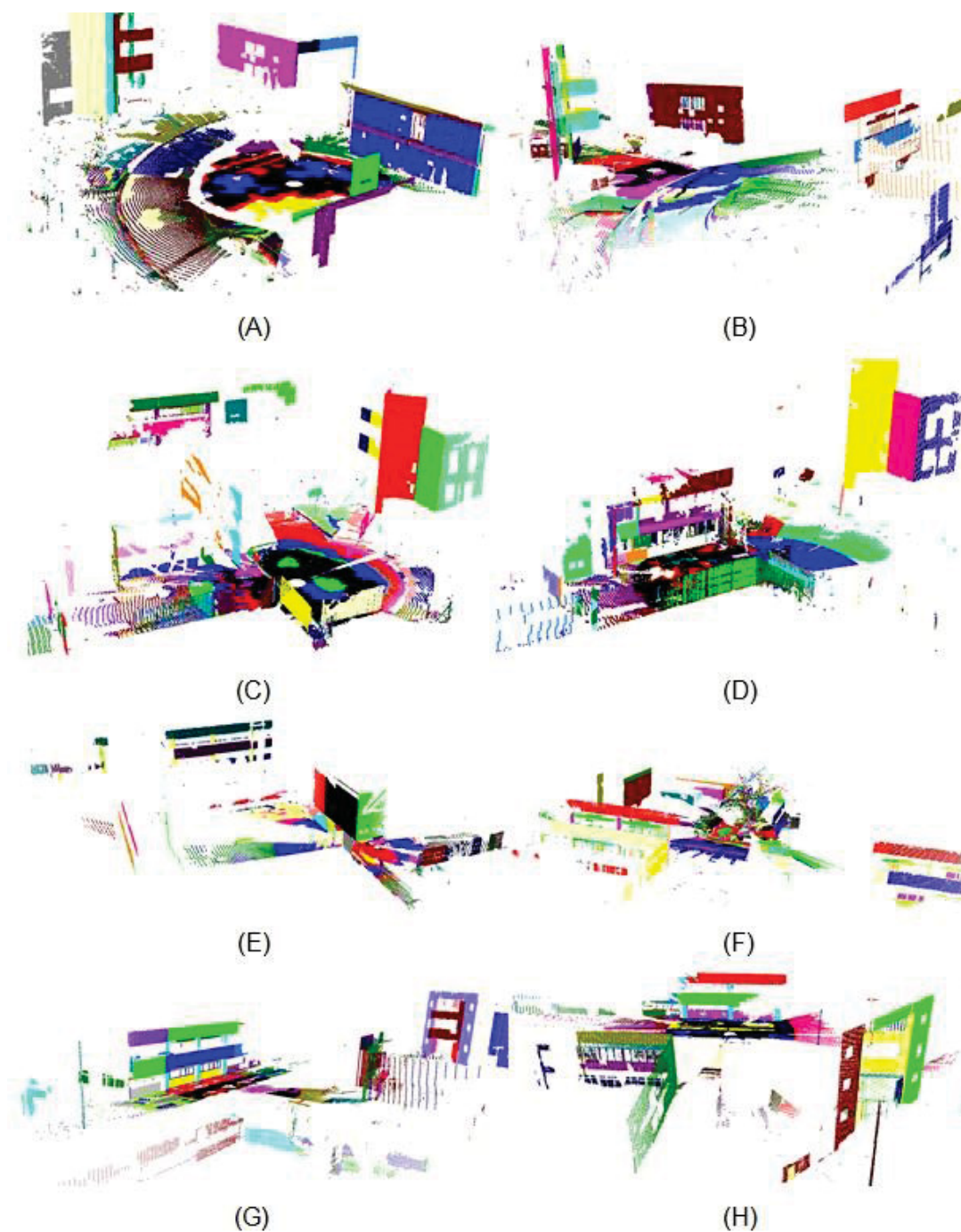


FIGURA 14 – (A) NUVEM DE PONTOS I; (B) NUVEM DE PONTOS II; (C) NUVENS DE PONTOS III; (D) NUVEM DE PONTOS IV; (E) NUVEM DE PONTOS V; (F) NUVEM DE PONTOS VI; (G) NUVEM DE PONTOS VII; (H) NUVENS DE PONTOS VIII.

FONTE: O autor (2018)

Com os planos detectados pelo RANSAC e devidamente ajustados pelo MMQ é realizado o processo de estabelecimento de correspondência de planos.

Basicamente, seis restrições geométricas são definidas para estabelecer a correspondência entre dois planos: 1) Classificar os planos em horizontais, verticais e outros; 2) Selecionar apenas pares de planos que o produto escalar de seus vetores atenda $0,9986 \geq |u_1 \cdot u_2|$; 3) Selecionar dois pares de planos verticais não paralelos $\varepsilon = |\theta_1 - \theta_2|$; 4) Todos os pares de planos verticais são combinados e considerados como pseudo-correspondentes através de $erro_{xy} = \mathbf{u}'^T \mathbf{t} + d' - d$ e $\beta = |\theta_1 - \theta|$; 5) Selecionar apenas pares de planos horizontais definidos por vetores normais com direção aproximadamente iguais; 6) Planos horizontais considerados pseudo-correspondentes são usados para calcular uma aproximação da terceira componente do vetor de translação t utilizando o método apresentado na Subseção 3.2.2.2.

O segundo, terceiro e quarto passos são repetidos até encontrar um conjunto com maior número de correspondências possíveis. As combinações presentes neste conjunto são consideradas como correspondências corretas. Os dois últimos passos são repetidos até encontrar um conjunto de correspondências com maior número de correspondências possível. As combinações presentes neste conjunto de correspondências são consideradas correspondências corretas.

4.1.2. Resultados do processo de estabelecimento de correspondências

Para o Cenário I foram considerados planos correspondentes aqueles planos com erros, de cada combinação, menores que 0,05 m em planimetria ($erro_{xy} < 0,05$ m) e menores que 0,01 m em altimetria ($erro_z < 0,01$). Os resultados do processo de estabelecimento de correspondência são apresentados na Tabela 2.

TABELA 2 – RESULTADO DA ETAPA DE ESTABELECIMENTO DE CORRESPONDÊNCIA

Correspondência entre planos nas nuvens de pontos	I-II	I-III	II-III	II-IV	III-IV	IV-V	V-VI	VI-VII	VII-VIII	VIII-I	VIII-II
Número de planos correspondentes	10	7	8	7	8	5	9	8	16	15	5
Correspondência falhou				X		X					

FONTE: O autor (2018)

Após verificação visual das correspondências estabelecidas entre os planos contidos nos pares de nuvens de pontos 3D não foram encontrados falsos positivos. Os planos com baixa densidade de pontos não obtiveram nenhuma correspondência, por exemplo, os beirais das edificações, a vegetação, os veículos e os postes, uma vez que seus vetores normais foram estimados com baixa qualidade.

Entretanto, nos pares de nuvens de pontos II-IV e IV-V o algoritmo proposto de estabelecimento de correspondência não obteve sucesso. No caso do par de nuvens de pontos II-IV, a principal causa do insucesso é explicada pela falta de sobreposição entre o par de nuvens de pontos. Para resolver este problema, foram usados os parâmetros de translação usando as Equações (65) e (66) (ver Subseção 3.2.2.2) obtidos entre os pares de nuvens de pontos II-III e II-IV para obter as correspondências do par de nuvens de pontos II-IV. Já para o par de nuvens de pontos IV-V a falha ocorreu pela presença de planos paralelos na nuvem de pontos V, influenciando na determinação dos parâmetros de translação. De forma análoga, as correspondências dos pares de nuvens de pontos IV-V foram definidas partir dos parâmetros de translação usando as Equações (65) e (66), obtidos com as nuvens de pontos V-VI, VI-VII, VII-VIII, VIII-II, II-III e III-I.

A partir das correspondências estabelecidas, os parâmetros de transformação entre pares de nuvens de pontos 3D são estimados e o alinhamento local é realizado.

4.1.3. Resultados do alinhamento local de pares de nuvens de pontos 3D

Para realizar uma análise quantitativa dos resultados obtidos no alinhamento local de cada par de nuvens de pontos 3D foi calculado o erro de verificação. Em outras palavras, a avaliação é feita através da média absoluta e desvio padrão da distância entre o centroide dos pontos pertencentes a um determinado plano na nuvem de pontos de pesquisa e seu plano correspondente na nuvem de pontos de referência. Também foi calculada a raiz quadrada do erro médio (REMQ) da distância e dos resíduos dos vetores normais em cada alinhamento, com a finalidade de verificar a precisão dos parâmetros de rotação e de translação. A Tabela 3

apresenta os erros de verificação, REMQ dos resíduos dos vetores normais e dos resíduos das distâncias dos planos à origem do sistema.

TABELA 3 – ESTATÍSTICA DOS RESULTADOS DOS PARES DE NUVENS DE PONTOS 3D

Par de nuvens de pontos	REMQ dos resíduos dos vetores normais (m)	REMQ dos resíduos das distâncias dos planos à origem (m)	Erro de verificação	
			Média (m)	Desvio padrão (m)
I-II	0,00656284	0,0317235	0,11179	0,049727
I-III	0,00944144	0,0278242	0,13973	0,052453
II-III	0,00505607	0,0230621	0,10731	0,098946
II-IV	0,00861516	0,2442822	0,02697	0,000538
III-IV	0,00712731	0,0039011	0,03301	0,014990
IV-V	0,00722411	0,0159597	0,26897	0,095370
V-VI	0,01158669	0,0327242	0,26889	0,236110
VI-VII	0,01347273	0,0401495	0,38500	0,067473
VII-VIII	0,00667057	0,0472775	0,10262	0,052109
VIII-I	0,00334154	0,0079227	0,08661	0,043615
VIII-II	0,00840570	0,0352534	0,11403	0,075643

FONTE: O autor (2018)

Como pode ser observado na Tabela 3, o alinhamento do par de nuvens de pontos II-IV produziu o resultado de pior precisão, uma vez que o REMQ dos resíduos dos parâmetros das distâncias dos planos à origem foi de 0,24428 m. Considerando a precisão nominal linear do SVLT, empregado neste trabalho, em torno de 4 mm, os resíduos de todos os alinhamentos são visivelmente perceptíveis. A principal razão deste efeito é a irregularidade do terreno (solo) perfilado, já que o mesmo exibe certo desnível. Esse tipo de irregularidade prejudica, até mesmo, a correspondência manual, já que alguns obstáculos (veículos, árvores, postes, etc) provocam oclusões em nuvens de pontos distintas.

A Figura 15 apresenta uma vista aérea do par de nuvens de pontos I e II após o alinhamento local. Na área de destaque (em verde) verificar-se uma pequena diferença entre a concatenação do alinhamento em umas das fachadas da edificação. Essa diferença pode ser quantificada pela distância entre o centroide dos

pontos pertencentes ao plano que representa o plano na nuvem de pontos I e seu plano correspondente na nuvem de pontos II, que foi de 0,13 m.

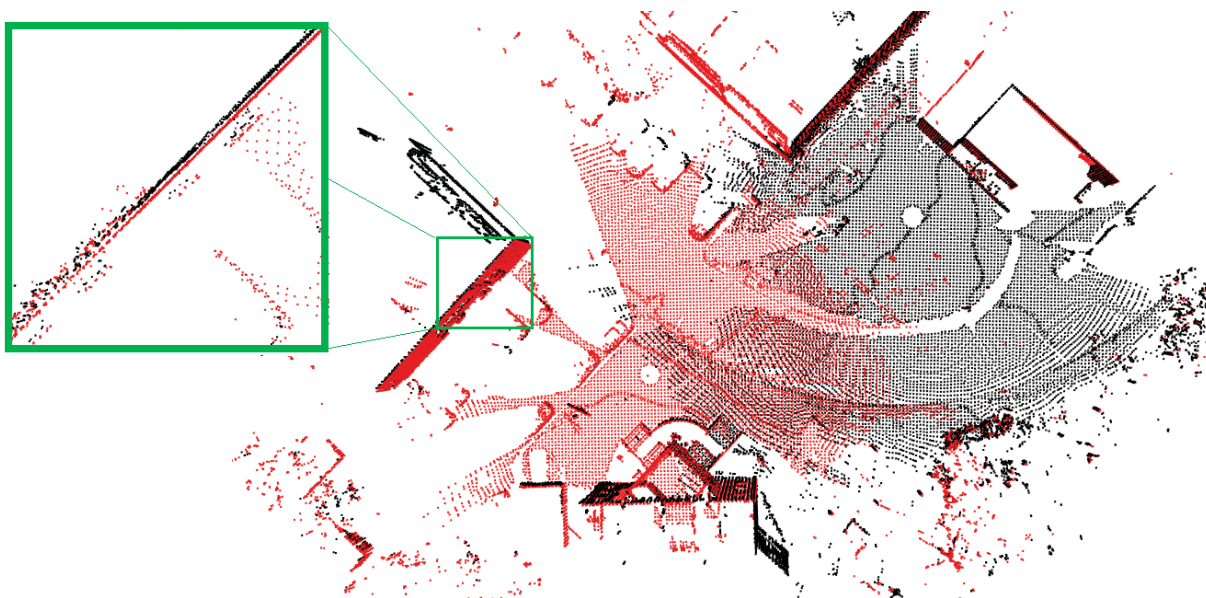


FIGURA 15 – VISTA AÉREA DAS NUVENS DE PONTOS I E II APÓS O PROCESSO DE REGISTRO.

FONTE: O autor (2018)

Apesar de parecer pequeno em proporção ao tamanho da área perfilada, os erros de verificação média e o desvio padrão obtidos por esse resultado estão abaixo da confiabilidade esperada, segundo a precisão nominal linear do SVLT.

No entanto, a baixa confiabilidade do processo de alinhamento é esperada, uma vez que erros são produzidos pelos ângulos do espelho de varredura e pelas medidas de distância do pulso, assim como pelo processo de estabelecimento de correspondência e oclusões, além de não ser possível modelar perfeitamente a realidade física do problema. Por isso, é importante aplicar o alinhamento global do conjunto de nuvens de pontos para produzir modelos 3D de ambientes urbanos globalmente consistentes.

4.1.4. Resultados obtidos com o método proposto de alinhamento global

Como descrito anteriormente, a etapa de alinhamento global consiste em refinar os parâmetros de transformação e materializar um sistema de referência

global, ou seja, um sistema de coordenadas comum para todas as nuvens de pontos envolvidas no processo. Desta forma, o sistema de referência da nuvem de pontos I foi adotado como o sistema referencial global. Em outras palavras, todas as nuvens de pontos 3D foram transformadas para o sistema referencial da nuvem de pontos I.

Neste trabalho, as transformações entre as nuvens de pontos 3D são representadas por um grafo orientado, cujas relações entre os pares de nuvens de pontos são definidas manualmente. Na Figura 16, o grafo dos múltiplos alinhamentos é representado pelos círculos em preto que descrevem a posição do sensor SVLT durante o perfilamento da superfície (vértices) e pelas linhas em preto que denotam as relações entre os pares de nuvens de pontos (arestas). A Figura 16 apresenta todas as nuvens de pontos do Cenário I e suas relações obtidas pela transformação dos pares de nuvens de pontos 3D.



FIGURA 16 – GRAFO DOS MULTIPLOS-ALINHAMENTOS COM AS NUVENS DE PONTOS MATERIALIZADAS NUM SISTEMA REFERENCIAL GLOBAL.

FONTE: O autor (2018)

Para verificar o desempenho do método proposto de alinhamento global foi realizada uma análise quantitativa dos resultados obtidos através do cálculo do erro

de verificação. A Figura 17 mostra o erro de verificação calculado antes e depois do alinhamento global das nuvens de pontos 3D.

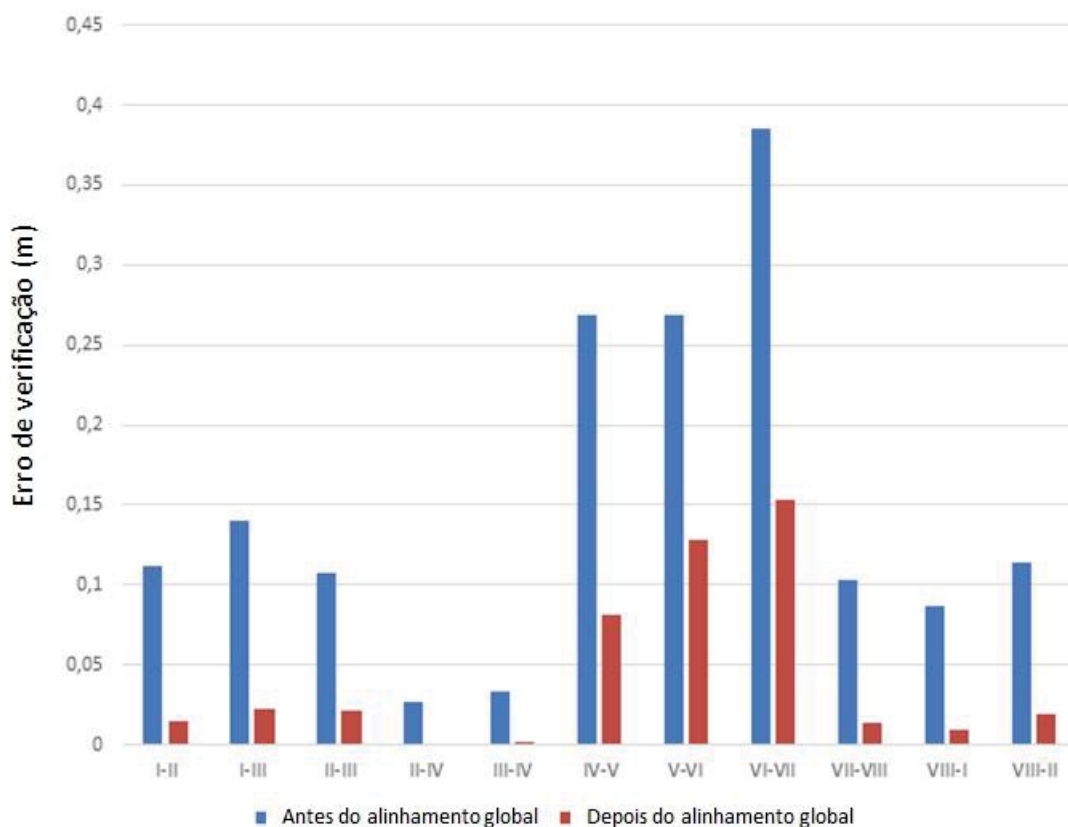


FIGURA 17 – ERRO DE VERIFICAÇÃO.

FONTE: O autor (2018)

Como é possível notar na Figura 17, a etapa de alinhamento global consegue refinar os parâmetros de transformação obtidos na etapa de alinhamento local, já que o erro de verificação diminuiu em todos os pares de nuvens de pontos. Note que o erro máximo é de 0,1527 m que corresponde ao par de nuvens de pontos VI-VII.

Para avaliar a acurácia absoluta da posição do sensor SVLT foi feita uma comparação entre os resultados obtidos com o método de alinhamento global proposto neste trabalho e os resultados obtidos com o método de Pathak *et al.* (2010a). Para isto, foi realizado a seguinte sequência de experimentos: 1) Levantamento topográfico das coordenadas planimétricas das estações de posição do sensor SVLT usando uma estação total Topcon IS03 de precisão nominal linear em torno de 2 mm e precisão nominal angular de 0,5"; 2) Gerado um modelo 3D

globalmente consistente com o método proposto usando o Cenário I; 3) Gerado um modelo 3D globalmente consistente com o método de Pathak *et al.* (2010a) usando o Cenário I; e 4) Cada posição do SVLT foi calculadas através de uma sequência de transformações realizadas por meio dos parâmetros de transformação obtidos na etapa de alinhamento local de pares de nuvens de pontos. O número mínimo de transformações necessárias para se obter cada transformação é apresentado na Tabela 4. Isto foi realizado com o intuito de verificar a influência da utilização dos métodos de alinhamento global para estimar todos os parâmetros de translação.

Vale notar que as coordenadas planimétricas das estações de posição do sensor SVLT obtidas com a estação total, foram transformadas para o sistema de referência global do modelo 3D globalmente consistente do ambiente perfilado obtido com o método proposto. O mesmo procedimento foi feito com o modelo 3D obtido com o método de Pathak *et al.* (2010a).

TABELA 4 – SEQUÊNCIAS DE TRANSFORMAÇÕES

Posição do sensor SVLT	Sequências de transformações realizadas
II	I-II
III	I-III
IV	I-II, II-IV
V	I-II, II-IV, IV-V
VI	I-II, II-IV, IV-V, V-VI
VII	I-VIII, VIII-VII
VIII	I-VIII

FONTE: O autor (2018)

A Figura 18 mostra a posição refinada do SVLT determinada com o método proposto e a posição do SVLT levantada com estação total. Na Figura 18, os pontos em verde representam cada posição ocupada pelo SVLT para o perfilamento do Cenário I, enquanto os pontos em vermelho representam a posição do SVLT determinada com estação total. Os detalhes apresentados nos quadrados em preto mostram em visão ampliada as diferenças obtidas entre as posições do SVLT obtidas com o método proposto e com a estação total.

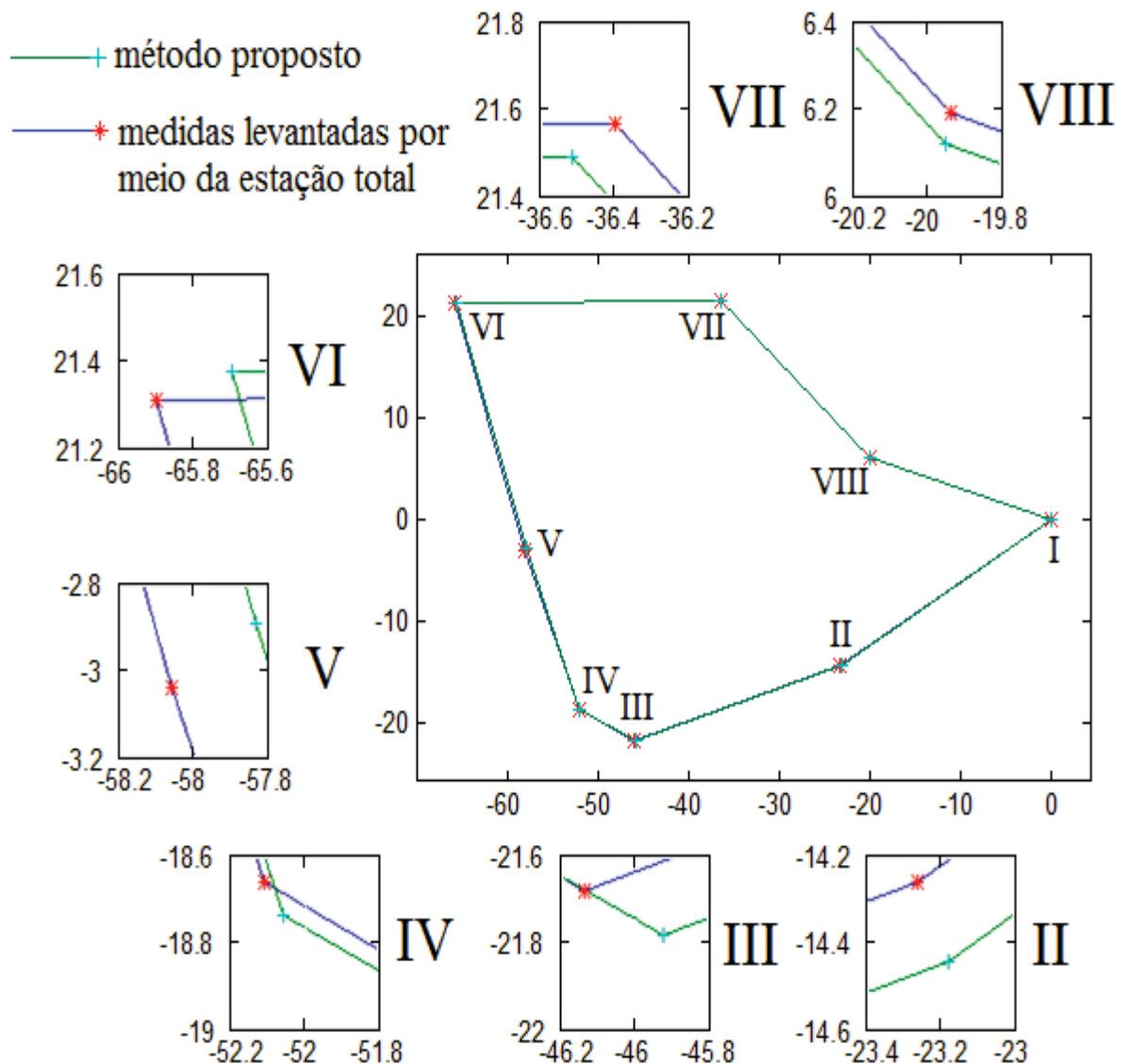


FIGURA 18 – POSIÇÕES DO SENSOR SVLT ESTIMADAS COM O MÉTODO PROPOSTO E DETERMINADAS COM ESTAÇÃO TOTAL.

FONTE: O autor (2018)

A Tabela 5 mostra os valores das discrepâncias entre as coordenadas planimétricas das posições de referência (determinadas com estação total) e as obtidas com o método proposto, bem como as discrepâncias entre as coordenadas planimétricas das posições de referência obtidas pelo método Pathak *et al.* (2010a) e as obtidas por meio da sequência de transformações.

TABELA 5 – VALORES DE DISCREPÂNCIA PLANIMÉTRICA DAS POSIÇÕES DO SVLT.

Nuvem de Pontos	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
Discrepâncias da posição do SVLT - Método proposto e Estação Total								
Discrepância em x (m)	0,0	-0,073	-0,197	-0,040	-0,224	-0,216	0,101	0,009
Discrepância em y (m)	0,0	0,171	0,076	0,044	-0,177	-0,107	0,053	0,058
Discrepâncias da posição do SVLT - Método de Pathak et al. (2010a) e Estação Total								
Discrepância em x (m)	0,0	-0,207	-0,081	0,411	0,074	-0,243	0,104	0,014
Discrepância em y (m)	0,0	0,194	0,103	0,132	-0,177	-0,180	0,005	0,091
Discrepâncias da posição do SVLT - Sequência de transformações								
Discrepância em x (m)	0,0	-0,090	-0,172	1,206	1,111	1,035	-0,538	-0,010
Discrepância em y (m)	0,0	0,095	0,205	-0,021	-0,321	-0,313	-0,390	0,089

FONTE: O autor (2018)

Na Tabela 4, as discrepâncias calculadas entre o método proposto e a estação total se encontram na ordem dos decímetros. Também pode ser observado que as discrepâncias entre as coordenadas obtidas com a estação total e as determinadas pelo método proposto são em geral de menor magnitude que as discrepâncias obtidas com o método de Pathak *et al.* (2010a). Para evidenciar essa comparação a Figura 19 mostra um gráfico com os módulos das discrepâncias planimétricas de cada posição obtidas com o método proposto, com o método de Pathak *et al.* (2010a) e após uma sequência de transformações realizada na etapa de alinhamento local.

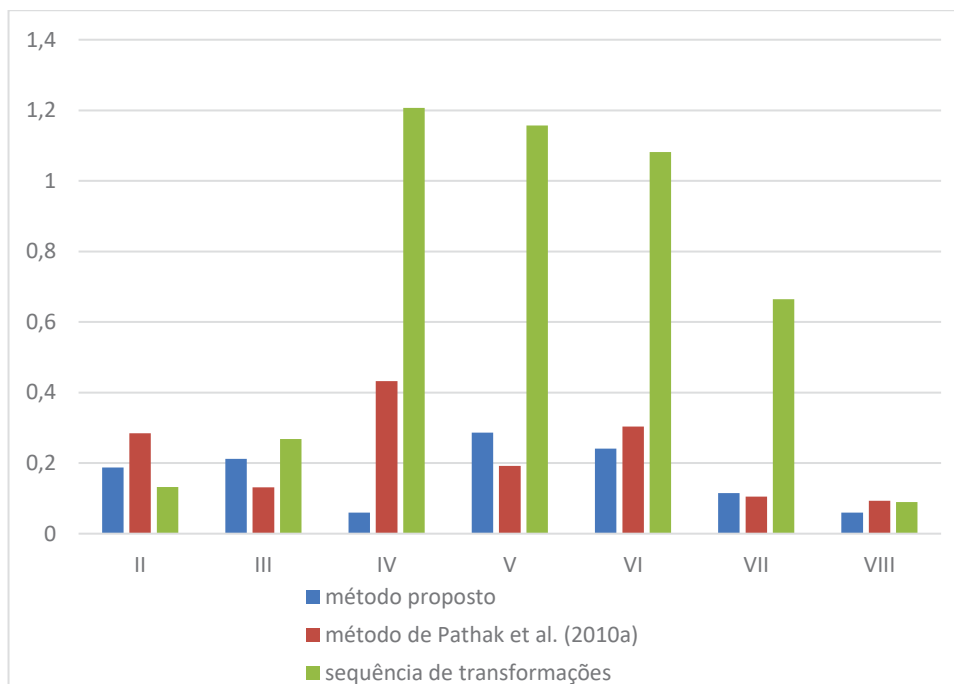


FIGURA 19 – MÓDULO DAS DISCREPÂNCIAS PLANIMÉTRICAS DAS POSIÇÕES DO SVLT.

FONTE: O autor (2018)

Na Figura 19 é possível notar que o processo de alinhamento global diminui o erro acumulado da sequência de transformações realizadas na etapa do alinhamento local. Os módulos das discrepâncias planimétricas calculadas pelo método proposto são em geral menores que os obtidos pela abordagem proposta por Pathak *et al.* (2010a). Outra observação a ser feita é que a distribuição do erro do método proposto acaba assumindo uma ordem diferente em comparação com método de Pathak *et al.* (2010a). Este fato pode ser explicado pela própria natureza do método proposto, já que os parâmetros dos planos são inseridos diretamente enquanto que nos métodos apresentados no Estado da Arte, os parâmetros de translação em relação a cada par de nuvens de pontos devem ser calculados numa fase anterior. A Figura 20 mostra o modelo 3D globalmente consistente obtido com o método proposto.



FIGURA 20 – MODELO 3D GLOBALMENTE CONSISTENTE OBTIDO COM O MÉTODO PROPOSTO.

FONTE: O autor (2018)

Através de uma inspeção visual pode-se verificar a qualidade geométrica do modelo 3D construído com o método proposto.

4.2 EXPERIMENTO – CENÁRIO II (AMBIENTE INTERNO)

Nesta seção será apresentado os resultados experimentais obtidos com o conjunto de dados do Cenário II. Os dados foram coletados no Laboratório de Pesquisas em Fotogrametria (LAFOTO) da UFRGS localizado no Campus do Vale em Porto Alegre. Este experimento foi realizado com a finalidade de avaliar a potencialidade e viabilidade do modelo proposto com uso de dados coletados em ambientes internos. O sensor SVLT foi posicionado em três pontos de vista diferentes, de maneira a garantir sobreposição longitudinal entre os pares de nuvens de pontos 3D. A Figura 21 apresenta três imagens de intensidade do pulso LASER geradas pelo SVLT, que representa as nuvens de pontos utilizadas para este experimento.

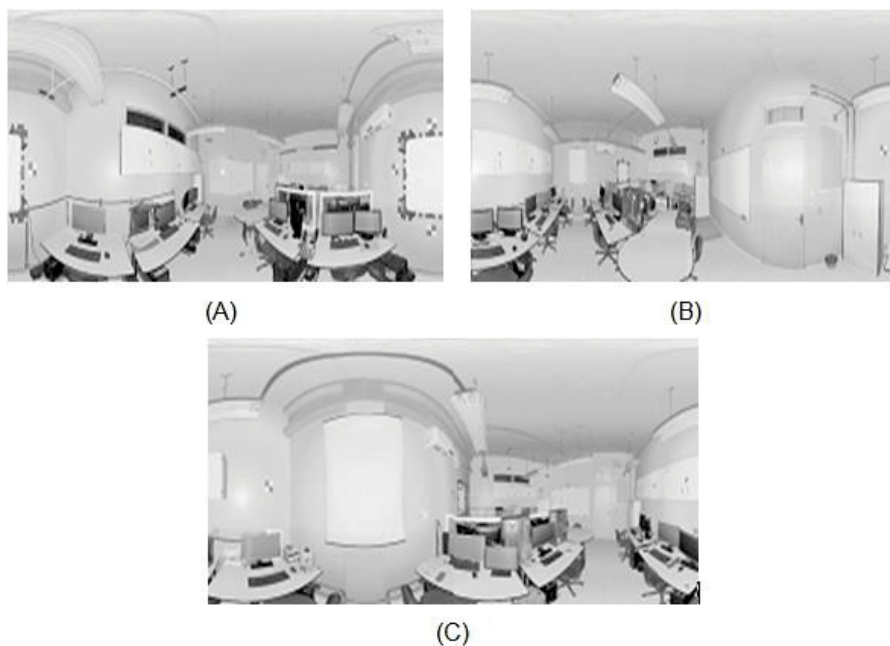


FIGURA 21 – IMAGEM DE INTENSIDADE DAS NUVENS DE PONTOS 3D (A) NUVEM DE PONTOS I. (B) NUVEM DE PONTOS II. (C) NUVEM DE PONTOS III.

FONTE: O autor (2018)

A Tabela 6 mostra o número total de pontos perfilados em cada nuvem de pontos, a quantidade de planos extraídos automaticamente, bem como o limiar de distância máxima pré-estabelecido para o funcionamento do algoritmo RANSAC. Vale ressaltar que em todos os experimentos foram admitidos 1000 repetições para o algoritmo RANSAC.

TABELA 6 – NÚMERO TOTAL DE PONTOS PERFILADOS EM CADA NUVEM DE PONTOS, QUANTIDADE DE PLANOS EXTRAÍDOS AUTOMATICAMENTE E LIMIAIR DE DISTÂNCIA MÁXIMA DO ALGORITMO RANSAC

Nuvem de Pontos	Quantidade pontos	Quantidade de planos extraídos	Distância máxima pré-estabelecida para o RANSAC
I	2.697.629	12	0,02 m
II	2.705.452	11	0,02 m
III	2.680.056	13	0,02 m

FONTE: O autor (2018)

Os planos segmentados são apresentados na Figura 22, sendo cada um representado em uma cor diferente. De modo geral, o algoritmo RANSAC

apresentou comportamento eficiente, uma vez que extraiu e segmentou objetos planos presentes no ambiente. No entanto, como esperado, objetos com baixa densidade de pontos, tais como bordas do quadro do laboratório e as lâmpadas fluorescentes, também foram considerados como superfícies planas.

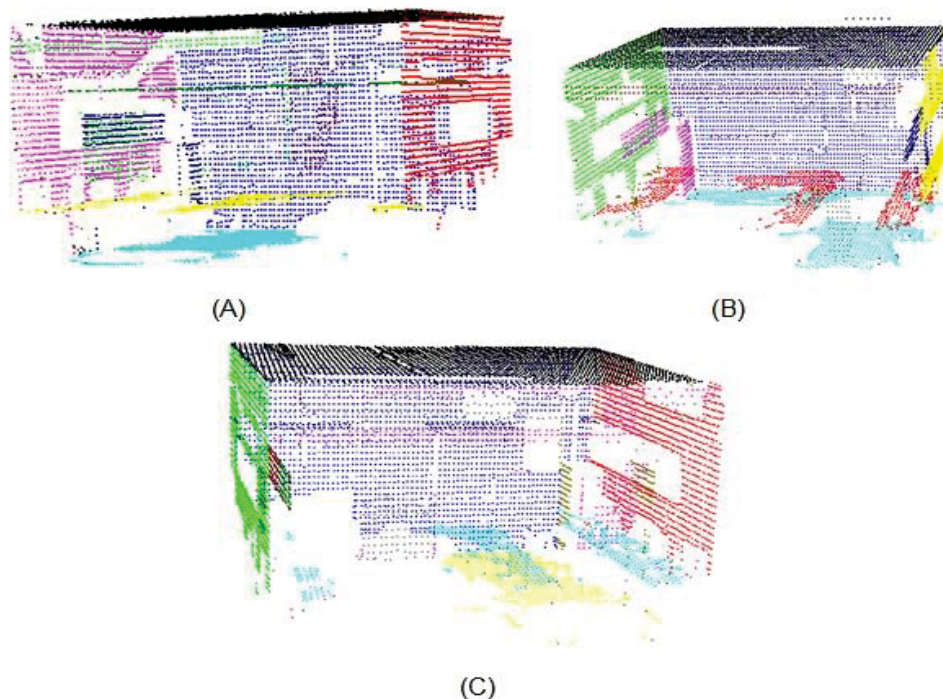


FIGURA 22 – PLANOS EXTRAÍDOS: (A) NUVEM DE PONTOS I; (B) NUVEM DE PONTOS II; (C) NUVENS DE PONTOS III.

FONTE: O autor (2018)

Todos os planos detectados foram ajustados pelo MMQ e, posteriormente, realizado o processo de correspondência automática entre os planos.

4.2.1. Resultados do processo de correspondência entre planos

Neste experimento, foram considerados como planos correspondentes as superfícies planas com erro de cada combinação menor que 0,15 m para as componentes planimétricas ($erro_{xy} < 0,15$ m) e menor que 0,01 m para a componente altimétrica ($erro_z < 0,01$). O sucesso das correspondências entre os planos contidos na maioria dos pares de nuvens de pontos 3D foi examinado manualmente. O resultado do processo de correspondência é apresentado na Tabela 7.

TABELA 7 – RESULTADO DO PROCESSO DE CORRESPONÊNCIA

Correspondência entre planos nos pares de nuvens de pontos	I-II	II-III	III-I
Número de planos correspondentes	9	9	9

FONTE: O autor (2018)

A partir de um conjunto de correspondências estabelecidas, os parâmetros de transformação podem ser estimados para cada par de nuvens de pontos 3D.

4.2.2. Resultados do alinhamento local de pares de nuvens de pontos 3D

Para a avaliação quantitativa dos resultados obtidos na etapa de alinhamento local de cada par de nuvens de pontos são empregados planos manualmente coletados em cada par de nuvens de pontos e calculados a REMQ da distância dos planos à origem do sistema, da REMQ dos resíduos dos vetores normais, da média e desvio padrão do erro de verificação. Os resultados da avaliação da etapa de alinhamento local dos pares de nuvens de pontos 3D são apresentados na Tabela 8.

TABELA 8 – ESTATÍSTICA DOS RESULTADOS DO ALINHAMENTO LOCAL DOS PARES DE NUVENS DE PONTOS 3D

Par de nuvens de pontos		I-II	II-III	III-I
REMQ dos resíduos dos vetores normais (m)		0,003556	0,002102	0,003764
REMQ dos resíduos das distâncias dos planos à origem (m)		0,068344	0,024499	0,012851
Erro de verificação	Média (m)	0,017127	0,011799	0,019335
	Desvio padrão (m)	0,014052	0,011420	0,015203

FONTE: O autor (2018)

Como pode ser visto na Tabela 8, os resultados obtidos para os pares de nuvens de pontos apresentaram valores do erro de verificação e dos resíduos na ordem dos centímetros. O alinhamento local do par de nuvens de pontos I-II apresenta um resultado de pior precisão, considerando a precisão nominal linear do

SVLT empregado neste trabalho. A principal explicação é a falta de planos correspondentes utilizados na estimativa dos parâmetros de transformação.

4.2.3. Resultados obtidos com Método proposto de consistência global

Com o alinhamento local dos pares de nuvens de pontos foi obtido a seguinte a sequência de transformações: I-II, II-III e III-I. Deste modo foi possível aplicar a consistência global e alinhar todas as nuvens de pontos em um sistema de coordenadas globais comum.

Assim como no Cenário I, para avaliar a acurácia absoluta da posição do sensor SVLT foi feita uma comparação entre os resultados obtidos com o método de alinhamento global proposto neste trabalho e os resultados obtidos com o método de Pathak *et al.* (2010a). A Tabela 9 mostra as discrepâncias entre as coordenadas das posições obtidas pelo método de Pathak *et al.* (2010a) e obtidas pelo método proposto antes e após o processo de alinhamento global.

TABELA 9 – DISCREPÂNCIA PLANIMÉTRICA DAS POSIÇÕES OBTIDAS PELO MÉTODO PROPOSTO E PELO MÉTODO DE Pathak et al. (2010a).

Nuvem de Pontos	I	II	III
Discrepâncias das posições obtidas pelo o método proposto			
Discrepâncias em x (m)	0	0,002760	0,004718
Discrepâncias em y (m)	0	-0,148856	-0,081266
Discrepâncias em z (m)	0	-0,005383	-0,001129
Discrepâncias das posições obtidas pelo método Pathak et al. (2010a)			
Discrepâncias em x (m)	0	0,007143	0,005700
Discrepâncias em y (m)	0	-0,153927	-0,084134
Discrepâncias em z (m)	0	-0,005505	-0,002013
Discrepâncias das posições obtidas antes da consistência global			
Discrepâncias em x (m)	0	-0,015918	0,028762
Discrepâncias em y (m)	0	-0,144467	-0,093595
Discrepâncias em z (m)	0	-0,006312	-0,001206

FONTE: O autor (2018)

Como pode ser verificado na Tabela 9 as discrepâncias entre as coordenadas obtidas pelo método proposto são menores do que o método de Pathak *et al.* (2010a). Todos os valores com maior discrepância foram obtidos no eixo y . Uma discrepância dessa magnitude era esperada, uma vez que houveram falhas na correspondência automática entre os planos. Já os valores de menores discrepâncias foram obtidos no eixo z , o que também já era esperado, devido a alta sobreposição dos planos que representavam o piso e teto, respectivamente. A Figura 24 mostra um gráfico com os módulos das discrepâncias planimétricas das posições II e III.

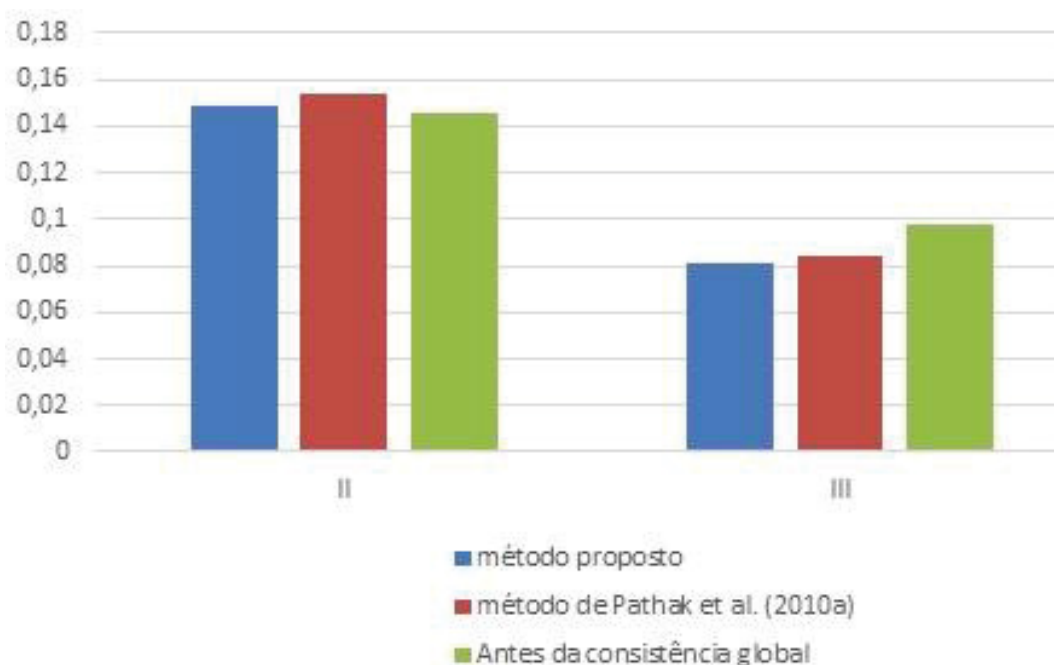


FIGURA 24 – MÓDULO DAS DISCREPÂNCIAS DAS POSIÇÕES DO SENSOR.

FONTE: O autor (2018)

Como pode ser notado na Figura 24, o módulo das discrepâncias determinadas pelo método proposto são menores que as obtidas por meio do método Pathak *et al.* (2010a), em torno de 0,003 m e 0,0055 m para as posições II e III, respectivamente. Essa diferença é proporcional a área levantada pelo SVLT.

Como se trata de apenas três posições, não há um o erro de acumulação das consecutivas transformações das nuvens de pontos. O que explica o módulo da discrepância na posição II, depois do processo de alinhamento global, obter um valor maior do que o módulo da discrepância antes do processo de alinhamento

global. Nesse caso, os erros na estimativa dos parâmetros de transformação dos pares de nuvens de pontos II-III e III-I prejudicou a estimativa da posição II pelo processo de alinhamento global. No entanto, a discrepância menor da posição III após o processo de alinhamento global comprova a necessidade dos métodos de alinhamento global, principalmente, para diminuir o erro provocado pela sequência de transformações realizadas.

A seguir serão apresentadas as conclusões e recomendações futuras.

5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Neste trabalho foi apresentado um método analítico de alinhamento global de dados Sistema de varredura LASER terrestre usando superfícies planas. Para investigar a potencialidade do método proposto foram conduzidos dois experimentos usando dados SVLT em ambientes interno e externo.

A contribuição do método proposto está dividida em três partes. Primeiro, é adotado uma hierarquia de restrições para o estabelecimento automática de correspondências entre planos que reduz o número de falsas correspondências. Segundo, foi desenvolvido uma solução analítica para método de alinhamento local. Terceiro, foi proposto um método de alinhamento global que incorpora as propriedades bilineares da multiplicação de quatérnios para refinar os parâmetros de translação e rotação obtidos na etapa de alinhamento local.

A estratégia de estabelecimento automático adotado neste trabalho se mostrou eficiente e robusta, além de ser simples sua implementação computacional.

O método de alinhamento local proposto, empregou quatérnios como forma de representação da matriz de rotação para obter uma solução analítica. Ou seja, o método proposto dispensa a necessidade da entrada de valores iniciais dos parâmetros de transformação. Foi verificado que a qualidade do registro é altamente dependente, do desempenho do algoritmo de correspondência plano-a-plano proposto. A falha comum é causada por conteúdo de cena ambíguo. Claro que as irregularidades do terreno perfilado, (como por exemplo buracos e pequenos desníveis) podem prejudicar os resultados de um alinhamento local, até mesmo, quando a correspondência é feita manualmente.

Já no método de alinhamento global proposto tanto os parâmetros de translação quanto os parâmetros de rotação são refinados simultaneamente. As propriedades bilineares da multiplicação de quatérnios inseridas no modelo de otimização ajudaram a se derivar uma técnica que utiliza quatérnios de forma simples e prática. Uma vantagem que os quatérnios apresentam quando são comparados com outros tipos de linearizações da matriz de rotação é a preservação da ortogonalidade dos eixos do sistema referencial a ser transformado. Note que, na literatura, os métodos propostos são proeminentemente iterativos e no alinhamento global são refinados apenas os parâmetros de translação. Ainda vale ressaltar que

em Pavan e Dos Santos (2017), ambos os parâmetros de transformação são refinados, no entanto, separadamente. Os resultados obtidos com o método de alinhamento global proposto conjecturam uma maior acurácia e eficiência, em comparação com os resultados obtidos com o método de Pathak et al. (2010a).

Como trabalhos futuros recomenda-se estudar em detalhes os seguintes itens:

- Investigar alguma estratégia de detecção e remoção de *outliers* para a etapa de estabelecimento automático de correspondências;
- Usar a informação de intensidade do pulso LASER para melhorar a eficiência do método de estabelecimento de correspondência e aperfeiçoar o método de alinhamento global;
- Utilizar simultaneamente feições pontuais, lineares e planas no processo de consistência global; e
- Automação da construção do grafo para resolver o problema da análise de consistência global.

REFERÊNCIAS

- AKCA, D. **Full Automatic Registration of Laser Scanner Point Clouds**, Optical 3D Measurement Techniques VI, 2003, pp. 330-337.
- ANTON, H.; RORRES, C. **Álgebra linear com aplicações**. 8.ed. Bookman, Porto Alegre. 2001.
- AMANN M. C.; BOSCH, T., LESCURE, M., MYLLYLÄ, R., RIOX, M. **LASER ranging: a critical review of usual techniques for distance measurement**. Opt Eng 40 (1): 2001, pp 10 – 19.
- ARUN, K. S.; HUANG T. S., e BLOSTEIN, S. D., **Least-squares fitting of two 3-D point sets**, IEEE Transactions Pattern Analysis Machine Intelligence., vol. 9, no. 5, pp. 698–700, May 1987.
- BAE, K. H.; LICHTI D. D. **A method for automated registration of unorganised point clouds**. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 63(1), 2008. pp 36-54.
- BENJEMAA R.; SCHMITT F. **A solution for the registration of multiple 3D point sets using unit quaternions**. In Proc. ECCV. 1998, pp. 34 - 50.
- BESL, P. J.; McKay, N. D. **A method for registration of 3-D shapes**, IEEE Transactions Pattern Analysis Machine Intelligence, vol. 14, no. 2, 1992. pp. 239–256.
- BRENNER, C.; DOLD, C. **Automatic relative orientation of terrestrial LASER scans using planar structures and angle constraints**, ISPRS Workshop on LASER Scanning 200, Espoo, Finland, 2007. pp. 84-89.
- BORRMANN, D.; ELSEBERG, J.; LINGEMANN, K.; NÜCHTER, A.; HERTZBERG, J. **The efficient extension of globally consistent scan matching to 6 DOF**, Knowledge Based Systems, vol. 1, 2008. pp. 20.
- CHEN, Y.; MEDIONI, G. **Object modelling by registration of multiple range images**. Image and Vision Computing, Vol. 10, No. 3, 1992. pp. 145–155.
- CHI, V. **Quaternions and Rotations in 3-Space: How it Works**. Microelectronic Systems Laboratory Department of Computer Science University of North Carolina at Chapel Hill, 1998.
- CONWAY, J. B. **Functions of One Complex Variable**. 2.ed, Springer-Verlag, 1978.
- DALMOLIN, Q. **Ajustamento por Mínimos Quadrados**. Curitiba: Imprensa Universitária (UFPR), 2004.
- DOS SANTOS, D. R.; DAL POZ, A. P.; KHOSHELHAM, K. **Indirect Georeferencing of Terrestrial Laser Scanning Data using Control Lines**. Photogrammetric Record, v. 28, 2013. pp. 276-292.

FISCHLER, A. M.; BOLLES, C. R. **RANdom SAMple consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography**, Communications of the ACM, vol. 24, no. 6, 1981. pp. 381–395.

GALO, M.; TOZZI, C. L. **A representação de matrizes de rotação e o uso de quatérnios em Ciências Geodésicas**. Série em Ciências Geodésicas. Curitiba: Editora da UFPR, 2001. Vol. 1, p. 214-231.

GOMES, J.; VELHO, L. **Fundamentos da Computação Gráfica**. Série de Computação e Matemática, IMPA, Rio de Janeiro, 1. edição 2003.

GORDON, S.; LICHTI, D.; STEWART, M. **Application of high-resolution, ground-based laser scanner for deformation measurements**. In: Proceedings of the 10th International Symposium on Deformation Measurements, Orange, California, US. 2001. pp 19-22, 2001,

GRISSETTI, G.; RIZZINI, D. L.; STACHNISS, C.; OLSON, E.; BUGARD, W. **Online Constraint Network Optimization for Efficient Maximum Likelihood Map Learning**. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation. 2008.

GRISSETTI, G.; KUMMERLE, R.; STACHNISS, C.; OLSON, E.; BUGARD, W. **A Tutorial on Graph-Based SLAM**, In: IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine, vol. 2, no. 4, 2010. pp. 31-43.

GOLUB, G. H.; e LOAN, C. F. V., **An analysis of the total least squares problem**, SIAM Journal of Numerical Analysis, vol. 17, no. 6, 1980, pp. 883–893.

HORN, B. K. P. **Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions**. Journal of the Optical Society of America vol. 4, pp. 629–642, April 1987.

HUBER, D.F., HEBERT, M. **Fully automatic registration of multiple 3D data sets**. Image Vision Computer. 21 (7), 2003. 637–650.

JAW, J.; CHUANG, T. **Feature-based registration of terrestrial LIDAR point clouds**. International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences (ISPRS). Beijing, China, pp. 303–308. 2008.

JI Z.; SONG M.; GUAN H.; YU Y. **Accurate and robust registration of high-speed railway viaduct point clouds using closing conditions and external geometric constraints**. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, vol. 106, 2015, pp. 55-67.

KHOSHELHAM, K. **Automated localization of a LASER scanner in indoor environments using planar objects**. International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN), 2010. pp 1–7.

KHOSHELHAM, K. **Closed-form solutions for estimating a rigid motion from plane correspondences extracted from point clouds**, ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, vol. 114, 2016. pp. 78-91.

KHOSHELHAM, K.; GORTE, B. G. H. **Registering point clouds of polyhedral buildings to 2D maps**, Proceedings of the 3rd ISPRS International Workshop 3D-ARCH 2009: 3D Virtual Reconstruction and Visualization of Complex Architectures. Vol. XXXVIII-5/W1, Trento, Italy, 2009.

LICHTI, D.; SKALLOUD, J. **Registration and Calibration**. In: VOSSelman, G; MAAS, H. G. Airborne and terrestrial LASER scanning. Dunbeath: Whittles, 2010.

LOUNESTO, P. **Clifford Algebras and Spinors**. Cambridge University Press, 2.ed. 2001

LU, F.; MILIOS, E. **Globally consistent range scan alignment for environment mapping**, Autonomous Robots 4; 1997, pp 333–349.

PATHAK, K.; BIRK, A.; VASKEVICIUS N.; PFINGSTHORN, M.; SCHWERTFEGER, S.; POPPINGA, J. **Online 3D Slam by Registration of Large Planar Surface Segments and Closed Form Pose-Graph Relaxation**, J. Field Robotics, special issue on 3D mapping, vol. 27, no. 1, 2010a. pp. 52-84.

PATHAK, K.; BIRK, A.; VASKEVICIUS N.; POPPINGA, J. **Fast registration based on noisy planes with unknown correspondences for 3-D mapping**, IEEE Trans. Robotics, vol. 26, no. 3, 2010b. pp. 424–441.

PATHAK, K.; VASKEVICIUS N.; BIRK, A. **Uncertainty analysis for optimum plane extraction from noisy 3D range-sensor point-clouds**. Intelligent Service Robotics, vol. 3, 2010c. pp. 37-48.

PAVAN, N. L.; DOS SANTOS D. R. **A Global Closed-Form Refinement for Consistent TLS Data Registration** IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters 14 (7), 2017 pp1131-1135.

PAVAN, N. L.; DOS SANTOS D. R. **Um método automático para registro de dados laser scanning terrestre usando superfícies planas**. Boletim de Ciências Geodésicas, Curitiba, v. 21, n. 3, 2015. pp.572-589.

PETRIE G.; TOTH C. K. **Introduction to LASER Ranging, Profiling, and Scanning**. In: SHAN, J., TOTH C.K. (Editors), Topographic LASER Ranging and Scanning: Principles and Processing. CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton, Florida, 2009a, pp. 4-18.

PETRIE G.; TOTH C.K. **Terrestrial LASER Scanners**. In: SHAN, J., TOTH C.K. (Editors), Topographic LASER Ranging and Scanning: Principles and Processing. CRC Press, Taylor & Francis Group, Boca Raton, Florida, 2009b, pp. 4-18.

RESHETYUK, Y. **Investigation and calibration of pulsed time-of-flight terrestrial LASER scanners**. Licentiate thesis in Geodesy, Royal Institute of Technology, Division of Geodesy, Stockholm, 2006.

RESHETYUK, Y. **Self-calibration and direct georeferencing in terrestrial LASER scanning**. Doctoral Thesis. Department of Transport and Economics, Division of Geodesy, Royal Institute of Technology (KTH), Stockholm, Sweden, 2009.

RUSINKIEWICZ, S., LEVOY, M., **Efficient variants of the ICP algorithm**. In: Proceedings of the Third International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling, 2001. IEEE Press, 2001. pp. 145–152.

RUSU, R. B. **Semantic 3D object maps for everyday manipulation in human living environments**. Ph.D. dissertation, Institute of Informatics, University of Munich, Germany. 141 p, 2009.

SHARP G. C., LEE S. W., WEHE D. K.: **Multiview registration of 3d scenes by minimizing error between coordinate frames**. IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence, Vol. 26, no. 8, 2004. pp 1037-1050.

SOARES, M. **Cálculo em uma Variável Complexa**. 5a ed, SBM, (2012).

STAIGER, R. **Terrestrial Laser Scanning – Technology, Systems and Applications**. In: Proceedings of 2nd FIG Regional Conference, Marrakech, Morocco, 2003.

STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. **Geometria analítica**. 2. ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 2006.

TAGUCHI, Y.; JIAN, Y.-D.; RAMALINGAM, S.; e FENG, C. **Point-plane SLAM for hand-held 3D sensors**. IEEE Int'l Conf. Robotics and Automation (ICRA), 2013.

THEILER, P. W.; WEGNER, J. D.; Schindler, K. **Globally consistent registration of terrestrial laser scans via graph optimization**. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2015. 109.

THEILER, P. W.; SCHINDLER, K. **Automatic registration of terrestrial laser scanner point clouds using natural planar surfaces**. ISPRS Annals of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences 1(3), 22nd ISPRS Congress, Melbourne, Australia, 2012

WILLIAMS, J., BENNAMOUN, M. **Simultaneous registration of multiple corresponding point sets**. Computer Vision and Image Understanding. Vol 81 (1), 2001, 117–142