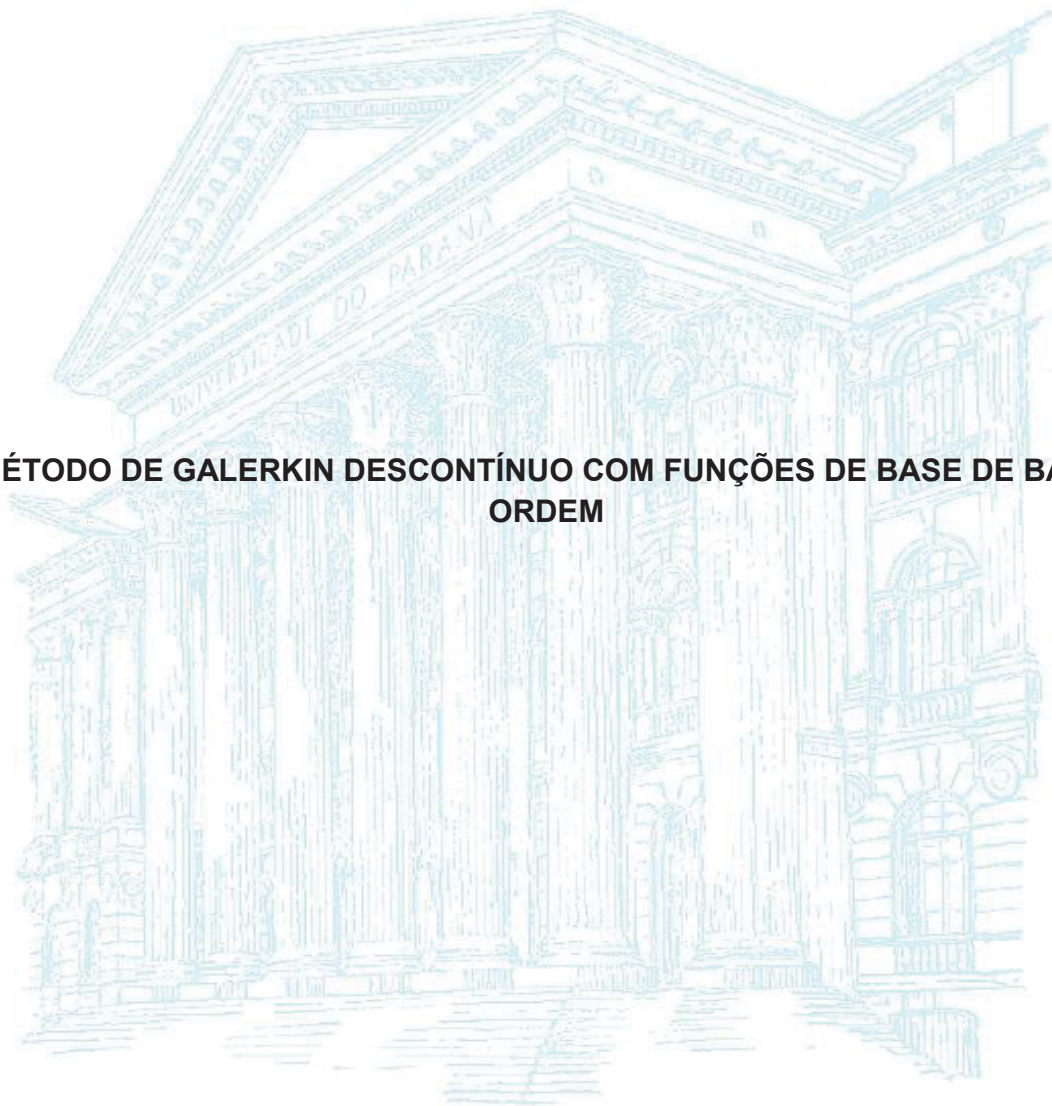


UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

EDUARDO JAGHER

**MÉTODO DE GALERKIN DESCONTÍNUO COM FUNÇÕES DE BASE DE BAIXA
ORDEM**



CURITIBA

2018

EDUARDO JAGHER

**MÉTODO DE GALERKIN DESCONTÍNUO COM FUNÇÕES DE BASE DE BAIXA
ORDEM**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração Telecomunicações, Departamento de Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como parte das exigências para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Wilson Arnaldo Artuzi Junior

CURITIBA

2018

Catálogo na Fonte: Sistema de Bibliotecas, UFPR
Biblioteca de Ciência e Tecnologia

- J24m Jagher, Eduardo
 Método de Galerkin descontínuo com funções de base de baixa
 ordem / Eduardo Jagher. – Curitiba, 2018.
 178f. . : il. [algumas color.] ; 30 cm.
- Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Paraná, Setor
 de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica,
 2018.
- Orientador: Wilson Arnaldo Artuzi Junior.
 Bibliografia: p. 68-69.
1. Eletromagnetismo. 2. Método de Galerkin. I. Universidade
 Federal do Paraná. II. Artuzi Junior, Wilson Arnaldo. III. Título.

CDD: 621.34

Bibliotecária: Roseny Rivelini Morciani CRB-9/1585

MÉTODO DE GALERKIN DESCONTÍNUO COM FUNÇÕES DE BASE DE BAIXA ORDEM

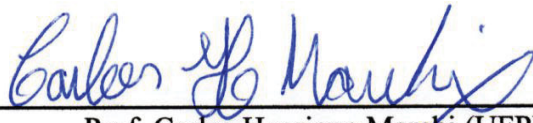
EDUARDO JAGHER

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Paraná.

Banca examinadora



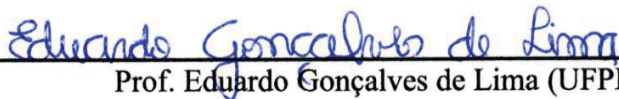
Prof. Wilson Arnaldo Artuzi Junior (UFPR)
Presidente



Prof. Carlos Henrique Marchi (UFPR)



Prof. Bernardo Rego Barros de Almeida Leite (UFPR)



Prof. Eduardo Gonçalves de Lima (UFPR)

Curitiba, 1 de março de 2018.

DEDICATÓRIA

À minha esposa,

Mariana de Oliveira Jagher,

E aos meus pais,

Ângela Cordeiro Rodrigues Jagher e Cesar Evaristo Jagher

por me apoiarem na busca por
conhecimento e contribuição
para a sociedade,

Dedico.

AGRADECIMENTO

Aos meus pais: Cesar Evaristo Jagher e Ângela Cordeiro Rodriguês Jagher, pela minha vida e criação;

Ao Prof. Dr. Wilson Arnaldo Artuzi Junior, o meu orientador, pelos ensinamentos, pela dedicação e paciência em me orientar;

Ao Prof. Dr. Roman Kuiava, pelo auxílio no desenvolvimento do trabalho;

Ao Prof. Dr. João Américo Vilela Junior, pelo suporte e o espaço cedido;

Aos Professores do Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, em particular da Área de Telecomunicações que ministraram formação teórica de suporte por meio de suas disciplinas;

Aos Diretores da empresa Pumatronix, pelo suporte, flexibilidade e por acreditar no aprimoramento acadêmico de seus funcionários e colegas;

Aos membros do Colegiado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, pelo apoio constante durante o mestrado;

Ao colega e amigo Rafael Jorg Biberbach de Presbiteris pelo apoio e dedicação incondicional prestado;

À minha esposa Mariana de Oliveira Jagher pelo apoio e compreensão.

RESUMO

A utilização de simuladores eletromagnéticos é uma ótima opção para prever efeitos envolvendo propagação de ondas eletromagnéticas em circuitos eletrônicos. Um dos métodos de cálculos mais populares é o método dos Elementos Finitos no Domínio do Tempo (FETD), porém, este método consome muitos recursos computacionais. Para reduzir o consumo de recursos computacionais este trabalho implementou um método explícito chamado de método de Galerkin Descontínuo no Domínio do Tempo (DGTD). Utilizando funções de base de baixa ordem, o simulador eletromagnético otimiza os cálculos dos campos eletromagnéticos em uma malha não estruturada. O método proposto foi capaz de simular estruturas ressonantes dez vezes mais rápido em comparação ao método FETD utilizando o mesmo passo no tempo, garantindo a precisão dos resultados finais, sem apresentar modos espúrios.

Palavras Chave: Galerkin Descontínuo no Domínio do Tempo, Elementos Finitos no Domínio do Tempo, Simulação eletromagnética, Funções de base de baixa ordem.

ABSTRACT

The use of electromagnetic simulators is a great option for the phenomenon of propagation of electromagnetic waves in electronic circuits. The methodology of the most popular calculations is the Finite Time Domain (FETD) method, however, this method consumes many computational resources. For the computational resource consumption this method implements a method explicitly called the Time Domain Batch Galerkin Method (DGTD). Using low order base functions, the electromagnetic simulator optimizes the electromagnetic field calculations in an unstructured grid. The proposed method was able to make the similar structures resonate more often faster compared to the FETD method using the same step without time, guaranteeing the accuracy of the final results without inserting spurious modes.

Keywords: Discontinuous Galerkin Time Domain, Finite Elements Time Domain, Electromagnetic Simulation, Low order base functions.

LISTA DE SIGLAS

FETD	Finite Element Time Domain
DGTD	Discontinuous Galerkin Time Domain
FDTD	Finite Difference Time Domain
PEC	Perfect Electric Conductor
PMC	Perfect Magnetic Conductor
FR4	Flame Retardant 4
DDR3	Double Data Rate 3
RAM	Random Access Memory
FB	Função de Base

LISTA DE SÍMBOLOS

e	Campo elétrico
h	Campo magnético
f	Vetor função de base
v_c	Função de base no versor x
d	Resíduo da aproximação
Ω	Volume do tetraedro
A	Matriz de integração em quadratura do campo elétrico
C	Matriz de integração em quadratura do campo elétrico
B	Matriz de integração em quadratura do campo magnético
D	Matriz de integração em quadratura do campo magnético
V	Matriz de pesos de integração
v	Vetor de pesos de função de base para o campo elétrico
w	Vetor de pesos de função de base para o campo magnético
φ_x	Função de base no versor x
φ_y	Função de base no versor y
φ_z	Função de base no versor z
ψ_x	Rotacional da função de base no versor x
ψ_y	Rotacional da função de base no versor y
ψ_z	Rotacional da função de base no versor z
δ	Divergente da função de base
ε	Permissividade elétrica
μ	Permeabilidade magnética
ε_0	Permissividade elétrica no vácuo
μ_0	Permeabilidade magnética no vácuo
σ	Condutividade elétrica superficial
j	Densidade de corrente elétrica
t	Tempo
\hat{e}	Campo elétrico do elemento adjacente
\hat{h}	Campo magnético do elemento adjacente
n	Vetor normal à face do elemento
\hat{n}	Vetor normal à face do elemento adjacente
Γ	Superfície de interface entre os elementos
ρ	Carga elétrica
\hat{s}	Carga elétrica
Δt	Passo no tempo
ht	Menor altura do tetraedro
hte	Altura elétrica do tetraedro
η	Coefficiente de estabilidade
V_{fonte}	Tensão nos terminais da fonte
S_f	Superfície da fonte
\hat{v}_i	Versor de interesse do campo elétrico na fonte
w_f	Largura da fonte
WL	Largura da estrutura de testes
L	Comprimento da estrutura de testes
H	Altura da estrutura de testes
w_l	Largura da linha de transmissão

h_d	Espessura do dielétrico
λ	Comprimento da onda
λ_{re}	Comprimento de onda na ressonância
la_{max}	Maior comprimento de aresta contida na estrutura
F_d	Fator de discretização
α	Decaimento energético
$freq_{simu}$	Frequência simulada
$freq_{teo}$	Frequência teórica
cap_{simu}	Capacitância simulada
cap_{teo}	Capacitância teórica
Err	Erro relativo
Aad	Atenuação do acoplador direcional
Vad_2	Tensão na porta 2 do acoplador direcional
Veb_2	Tensão na porta 2 da estrutura branca
l_{linha}	Comprimento da linha de transmissão
ϵ_{eff}	Permissividade elétrica efetiva
Z_0	Impedância característica
V_{fonte}	Tensão nos terminais da fonte
$FE6R$	Implementação do método FETD com seis funções de base e rotacionais ortogonais
$DG6R$	Implementação do método DGTD com seis funções de base e rotacionais ortogonais
$DG6O$	Implementação do método DGTD com seis funções de base ortogonais
$DG7R$	Implementação do método DGTD com sete funções de base e rotacionais ortogonais
$DG8R$	Implementação do método DGTD com oito funções de base e rotacionais ortogonais

ÍNDICE DE TABELAS

TABELA 2.1:	FUNÇÕES DE BASE DE ORDEM UM.....	28
TABELA 2.2:	FUNÇÕES DE BASE RECOMBINADAS COM FUNÇÕES ORTOGONAIS.....	29
TABELA 2.3:	FUNÇÕES DE BASE RECOMBINADAS COM ROTACIONAIS ORTOGONAIS.....	29
TABELA 4.1:	COMPARAÇÃO DE DESEMPENHOS DA ESTRUTURA DE TESTES <i>MICROSTRIPLINE</i> COM CARGA CASADA.....	66
TABELA 4.2:	COMPARAÇÃO DE DESEMPENHOS DA ESTRUTURA DE TESTES <i>STRIPLINE</i> COM CARGA CASADA.....	66

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 2.1: Vetor campo elétrico e resíduo de aproximação.....	24
FIGURA 2.2: Estrutura bidimensional dividida em subdomínios triangulares.....	27
FIGURA 2.3: Descontinuidade entre campos tangenciais na superfície de elementos vizinhos.....	31
FIGURA 2.4: Esquema de cálculo do método <i>Leapfrog</i>	36
FIGURA 2.5: Esquema de remoção de defasagem do método <i>Leapfrog</i>	37
FIGURA 2.6: Fonte retangular discretizada com seu campo elétrico de interesse correspondente.....	39
FIGURA 3.1: Fluxograma da sequência de passos para executar a simulação de estruturas.....	40
FIGURA 3.2: Estrutura de teste linha <i>microstripline</i> com corte de simetria em azul.....	42
FIGURA 3.3: Estrutura de teste linha <i>microstripline</i> com volumes preenchidos com material.....	42
FIGURA 3.4: Estrutura de teste linha <i>stripline</i> com corte de simetria em azul.....	43
FIGURA 3.5: Discretização espacial da estrutura de teste <i>stripline</i>	44
FIGURA 3.6: Resposta da simulação da estrutura de testes da linha <i>stripline</i>	45
FIGURA 3.7: Sinais ressonantes com decaimentos energético diferentes.....	46
FIGURA 3.8: Sinal impulso de corrente com banda controlada.....	47
FIGURA 3.9: Acoplador direcional 10 dB, 10 GHz e 50 ohms	48
FIGURA 3.10: Estrutura branca do acoplador direcional	49
FIGURA 3.11: Acoplador direcional 10 dB, 10 GHz e 50 ohms com volumes preenchidos com material	49
FIGURA 3.12: Simulação da estrutura de testes <i>microstripline</i> com decaimento energético.....	52
FIGURA 3.13: Simulação da estrutura de testes <i>microstripline</i> sem decaimento energético.....	52
FIGURA 3.14: Simulação da estrutura de testes <i>microstripline</i> com modos espúrios.....	53

FIGURA 4.1: Simulação da estrutura de testes <i>microstripline</i> utilizando DG6O($F_d = 10$).....	56
FIGURA 4.2: Comparação de erro relativo da frequência da estrutura de testes <i>microstripline</i>	57
FIGURA 4.3: Comparação de erro relativo da capacitância da estrutura de testes <i>microstripline</i>	57
FIGURA 4.4: Simulação da estrutura de testes <i>stripline</i> utilizando DG6O($F_d = 10$).....	58
FIGURA 4.5: Comparação de erro relativo da frequência da estrutura de testes <i>stripline</i>	59
FIGURA 4.6: Comparação de erro relativo da capacitância da estrutura de testes <i>stripline</i>	59
FIGURA 4.7: Simulação do acoplador direcional utilizando a implementação de DG6R($F_d = 10$).....	60
FIGURA 4.8: Comparação entre atenuação de potência do acoplador direcional.....	61
FIGURA 4.9: Comparação de simulações da estrutura de testes <i>microstripline</i> utilizando as implementações de DG6R e FE6R ($F_d = 10$)	61
FIGURA 4.10: Comparação de simulações da estrutura de testes <i>stripline</i> utilizando as implementações de DG6R e FE6R ($F_d = 10$)	62
FIGURA 4.11: Comparação de tempo de simulação da estrutura de testes <i>microstripline</i>	63
FIGURA 4.12: Comparação de uso de memória RAM da estrutura de testes <i>microstripline</i>	63
FIGURA 4.13: Comparação de tempo de simulação da estrutura de testes <i>stripline</i>	64
FIGURA 4.14: Comparação de uso de memória RAM da estrutura de testes <i>stripline</i>	64
FIGURA 4.15: Comparação de tempo de simulação da estrutura do acoplador direcional.....	65

FIGURA 4.16: Comparação de uso de memória RAM da estrutura do acoplador	
direcional.....	65

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	17
1.1. SIMULAÇÃO ELETROMAGNÉTICA	17
1.2. SIMULAÇÃO ELETROMAGNÉTICA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA	17
1.3. SIMULAÇÃO ELETROMAGNÉTICA NO DOMÍNIO DO TEMPO	18
1.3.1. ELEMENTOS FINITOS NO DOMÍNIO DO TEMPO (FETD)	19
1.3.2. GALERKIN DESCONTÍNUO NO DOMÍNIO DO TEMPO (DGTD)	19
1.4. OBJETIVO E JUSTIFICATIVA	21
1.5. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	22
2. MÉTODO DE GALERKIN	23
2.1. INTRODUÇÃO	23
2.2. FUNDAMENTAÇÃO	23
2.2.1. VETOR CAMPO ELÉTRICO	23
2.2.2. CAMPO ELÉTRICO	24
2.3. FUNÇÕES DE BASE	26
2.4. EQUAÇÕES DE MAXWELL	30
2.4.1. CONDIÇÕES DE CONTORNO	33
2.4.2. FORMA MATRICIAL	33
2.4.3. INTEGRAÇÃO <i>LEAPFROG</i>	35
3. ESTRUTURA DE TESTES	40
3.1. METODOLOGIA DE TESTES DO SIMULADOR	40
3.1.1. ESTRUTURA DE TESTES	41
3.1.2. DISCRETIZAÇÃO DA ESTRUTURA	43
3.1.3. RESSONÂNCIA NATURAL DA ESTRUTURA	44
3.1.4. DECAIMENTO ENERGÉTICO DA ESTRUTURA	45
3.1.5. FONTE DE IMPULSO DE CORRENTE	47
3.1.6. ACOPLADOR DIRECIONAL	48
3.2. TESTES COMPARATIVOS	50
3.2.1. ANÁLISE DA ESTRUTURA EM RESSONÂNCIA	50
3.2.2. ANÁLISE DO DECAIMENTO ENERGÉTICO DA ESTRUTURA	51
3.2.3. ANÁLISE DA ATENUAÇÃO DO ACOPLADOR DIRECIONAL	53
3.3. LIMITAÇÕES DA IMPLEMENTAÇÃO	54
4. SIMULAÇÕES E RESULTADOS	55
4.1. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS	55
4.1.1. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DA SIMULAÇÃO	55
4.1.2. COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO DO SIMULADOR	62
5. CONCLUSÃO	68
BIBLIOGRAFIA	69
APÊNDICES	71
APÊNDICE A 1: ROTINA DE IMPORTAÇÃO E ORGANIZAÇÃO DOS DADOS DO PROBLEMA	71

APÊNDICE A 2: ROTINA DE CÁLCULO DAS MATRIZES DAS FUNÇÕES DE BASE PARA A INTEGRAÇÃO EM QUADRATURA.....	73
APÊNDICE A 3: ROTINA DE DEFINIÇÃO DA FONTE.....	77
APÊNDICE A 4: ROTINA DE INTEGRAÇÃO LEAPFROG.....	78
APÊNDICE A 5: ROTINA DE EXTRAÇÃO DE PARÂMETROS ATRAVÉS DO MÉTODO DA MATRIZ PENCIL.....	81
APÊNDICE B 1: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA ESTRUTURA DE TESTES MICROSTRIPLINE COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 10 ($Fd = 10$).....	82
APÊNDICE B 2: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA ESTRUTURA DE TESTES MICROSTRIPLINE COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 20 ($Fd = 20$).....	82
APÊNDICE B 3: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA ESTRUTURA DE TESTES MICROSTRIPLINE COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 30 ($Fd = 30$).....	82
APÊNDICE B 4: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA ESTRUTURA DE TESTES MICROSTRIPLINE COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 40 ($Fd = 40$).....	83
APÊNDICE B 5: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA ESTRUTURA DE TESTES MICROSTRIPLINE COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 50 ($Fd = 50$).....	83
APÊNDICE B 6: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA ESTRUTURA DE TESTES MICROSTRIPLINE COM FATORES DE DISCRETIZAÇÃO DE 60 AO 100.....	83
APÊNDICE C 1: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA ESTRUTURA DE TESTES STRIPLINE COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 10 ($Fd = 10$).....	84
APÊNDICE C 2: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA ESTRUTURA DE TESTES STRIPLINE COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 20 ($Fd = 20$).....	84
APÊNDICE C 3: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA ESTRUTURA DE TESTES STRIPLINE COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 30 ($Fd = 30$).....	84
APÊNDICE C 4: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA ESTRUTURA DE TESTES STRIPLINE COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 40 ($Fd = 40$).....	85
APÊNDICE C 5: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA ESTRUTURA DE TESTES STRIPLINE COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 50 ($Fd = 50$).....	85
APÊNDICE D 1: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DO ACOPLADOR DIRECIONAL COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 10 ($Fd = 10$).....	86
APÊNDICE D 2: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DO ACOPLADOR DIRECIONAL COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 30 ($Fd = 30$).....	86
APÊNDICE D 3: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DO ACOPLADOR DIRECIONAL COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 50 ($Fd = 50$).....	86

1. INTRODUÇÃO

1.1. SIMULAÇÃO ELETROMAGNÉTICA

A utilização de uma ferramenta de simulação eletromagnética é uma ótima opção para prever, otimizar e corrigir projetos de circuitos elétricos de radiofrequência e até mesmo prever transitórios de circuitos lógicos digitais, reduzindo custos e tempo de desenvolvimento. Ferramentas de simulação computacional utilizam algoritmos numéricos capazes de calcular com precisão variáveis desejadas. No caso de um simulador eletromagnético normalmente se calculam os campos elétricos e magnéticos em uma estrutura elétrica. Basicamente existem dois grupos de simulação eletromagnética, as simulações no domínio da frequência, e as simulações no domínio do tempo. Cada tipo de simulação tem características específicas que facilitam avaliar melhor as estruturas elétricas.

A sequência mais comum de utilização de um simulador eletromagnético baseia-se em um desenho estrutural do cenário elétrico e atribuições de características eletromagnéticas aos elementos. Então a simulação propriamente dita é executada gerando resultados para a última etapa que é a análise dos resultados e melhorias no projeto.

1.2. SIMULAÇÃO ELETROMAGNÉTICA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Simulações computacionais no domínio da frequência são comumente utilizadas para simular fenômenos envolvendo propagação de ondas eletromagnéticas em estruturas ressonantes as quais são utilizadas em faixas de frequências específicas, como antenas, guia de ondas, filtros e acopladores (CHRIST & HARTNAGEL, 1987). Na maioria das vezes o objetivo de realizar simulações no domínio da frequência é encontrar a resposta em frequência da estrutura.

A principal vantagem de simular uma estrutura ressonante no domínio da frequência é o seu intervalo reduzido de frequências necessárias na simulação. Para a mesma estrutura ressonante, a simulação no domínio do tempo exige um grande número de passos no tempo para que a simulação seja concluída, dessa forma, para esses tipos de simulações, a simulação no domínio do tempo fica menos atrativa.

1.3. SIMULAÇÃO ELETROMAGNÉTICA NO DOMÍNIO DO TEMPO

Simulações computacionais no domínio do tempo são comumente utilizadas para determinar a forma do sinal elétrico no domínio do tempo em uma determinada estrutura. Estruturas como antenas, guia de ondas, filtros, amplificadores e acopladores são normalmente simuladas no domínio do tempo, a fim de extrair sua resposta em frequência em apenas uma simulação, através de uma fonte de excitação impulsiva (SCHMIDKE, 2006). Além disso, estruturas como barramentos digitais e trilhas de circuito impresso acopladas também são simuladas. Utilizam-se simulações para obter as formas de onda relacionadas aos efeitos eletromagnéticos em circuitos digitais. As simulações eletromagnéticas também são capazes de calcular efeitos não lineares em dispositivos eletrônicos, assim tornando-a muito versátil para simular circuitos reais. Na maioria das simulações o objetivo é encontrar a forma de onda dos sinais em uma estrutura, para prever problemas de interferência eletromagnética e de rádio frequência.

As simulações eletromagnéticas no domínio do tempo podem ser implementadas através de diversos métodos, sendo um dos mais populares o método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD)(TAFLOVE, 1980). Este método normalmente utiliza-se da característica de discretização estruturada para otimizar os cálculos dos campos e acelerar a simulação, porém esse tipo de discretização impõe certas restrições que podem comprometer a representação da geometria, e também aumentar os recursos computacionais necessários para simulá-la. Outro método muito utilizado em simulações eletromagnéticas é o método dos elementos finitos no domínio do tempo (FETD) (LEE, LEE, & CANGELLARIS, 1997). Este método normalmente utiliza-se de uma aproximação das equações diferenciais parciais e integrais, as quais não necessitam de uma discretização estruturada para calcular os campos elétrico e magnético. Dessa forma, a discretização é mais versátil para todos os tipos de geometrias, porém demanda muito mais recursos computacionais do que o método FDTD (CHRIST & HARTNAGEL, 1987). Devido ao fato de que o FETD não utiliza a discretização estruturada e que a continuidade dos campos é uma condição essencial, sua formulação se estabelece através de um sistema de equações lineares. A resolução deste sistema resulta em um grande consumo de recursos computacionais.

Um método desenvolvido mais recentemente, chamado de método de Galerkin descontínuo (DGTD), tenta unir duas características dos métodos FDTD e FETD, a otimização de cálculos numéricos e a discretização em malha não estruturada,

respectivamente, assim buscando obter uma malha versátil e uma otimização nos cálculos, porém este método pode apresentar efeitos colaterais como instabilidade e modos espúrios (ALVAREZ et al, 2012) (CHEN, LIU, 2013).

1.3.1. ELEMENTOS FINITOS NO DOMÍNIO DO TEMPO (FETD)

O método de Elementos Finitos no Domínio do Tempo é um método numérico utilizado para resolver problemas de engenharia, física e matemática. As áreas típicas de interesse incluem análise estrutural, transferência de calor, fluxo de fluido, transporte de massa e potencial eletromagnético. A solução analítica destes problemas geralmente requer a solução para equações diferenciais parciais, que no caso do eletromagnetismo são regidos pelas equações de Maxwell. O método produz valores aproximados das incógnitas em um número discreto de pontos sobre o domínio. Para resolver o problema ele subdivide um grande problema em partes menores mais simples (LEE, LEE, & CANGELLARIS, 1997).

Simulações computacionais usando o método FETD são utilizadas como uma ferramenta para prever e analisar fenômenos envolvendo propagação de ondas eletromagnéticas em estruturas geométricas. O método FETD é uma ferramenta muito utilizada no desenvolvimento de projetos de circuitos de rádio frequência (LAROUSSE & COSTACHE 1993).

1.3.2. GALERKIN DESCONTÍNUO NO DOMÍNIO DO TEMPO (DGTD)

Os métodos de Galerkin formam uma classe de métodos numéricos, utilizados na matemática aplicada para resolver equações diferenciais, para converter um problema de operador contínuo como uma equação diferencial, ou para um problema discreto. O método de Galerkin descontínuo no domínio do tempo (DGTD) combina características de cálculo do método FDTD com a da estrutura de volume finito do método FETD para serem aplicadas a problemas parabólicos, elípticos, hiperbólicos e de formas mistas resultando em uma vasta gama de aplicações (ALVAREZ *et al.*, 2012).

Simulações computacionais utilizando o DGTD também são utilizadas como uma ferramenta no desenvolvimento de projetos de circuitos digitais e de rádio frequência, porém este método, dependendo de sua implementação, pode apresentar respostas

não físicas, também chamadas de modos espúrios. Os modos espúrios são resultados matematicamente possíveis na solução do equacionamento, porém não representam nenhum fenômeno físico. Uma das explicações do aparecimento dos modos espúrios em simulações utilizando o DGTD é o resultado do cálculo resultando em uma corrente magnética real. A resolução da equação de onda não implica em uma corrente magnética nula.

Existem vários métodos que tentam contornar este problema. Destes, o método de imposição de restrições limita a solução da equação de onda onde o divergente do campo elétrico seja sempre nulo. Esse método utiliza-se dos multiplicadores de Lagrange (LIN, 1978) para restringir a solução da equação de onda. Como resultado da implementação deste método os modos espúrios são completamente eliminados da solução (PINCIUC, 2012). Porém o método exige mais recursos computacionais para ser executado, e pode apresentar uma não conservação de energia na solução do problema (TOBÓN, REN, & LIU, 2015). Outro método que contorna os modos espúrios é o método de penalização de fluxos, onde fluxos de campos são adicionados na resolução da equação de onda, evitando os modos espúrios. Esse método pode eliminar os modos espúrios da solução, porém inclui também uma perda energética para as soluções físicas gerando possíveis erros na resposta final (TOBÓN, CHEN, & LIU, 2011).

O método DGTD já foi implementado de diversas formas diferentes, porém a implementação do método exige funções de base de segunda ordem ou maior para que as técnicas de penalização de fluxos não afetem os modos reais (TOBÓN, CHEN, & LIU, 2011).

1.4. OBJETIVO E JUSTIFICATIVA

Simulações eletromagnéticas em estruturas complexas tendem a serem muito custosas computacionalmente exigindo várias horas de simulação. Existem várias características que influenciam no desempenho do algoritmo de simulação como a memória utilizada, a quantidade de iterações de cálculo, e os tipos de operações matemáticas necessárias para executá-lo. Para melhor atender demandas de simulações cada vez mais complexas, além de atualizar o *hardware*, deve-se otimizar o algoritmo de simulação, proporcionando assim uma ferramenta melhor e mais eficiente para a análise de circuitos elétricos.

Para sanar a necessidade de otimização do algoritmo este trabalho propõe uma implementação de cálculo para a resolução dos campos elétrico e magnético, chamado de método de Galerkin Descontínuo no Domínio do Tempo (DGTD), de modo que apresente uma melhora no desempenho das simulações sem afetar na assertividade das mesmas. Implementações do método DGTD já foram realizadas anteriormente por outros autores, porém estas implementações utilizam funções de base de segunda ordem ou maior. A modelagem das funções de base com ordem mais elevada proporciona uma atenuação dos modos espúrios quando o método DGTD é implementado em conjunto com o método de penalização de fluxos, conservando a energia da simulação. Porém, quando o método DGTD é implementado com funções de base de baixa ordem, entre zero e um, não ocorre a conservação de energia da simulação, devido ao fato de que o método de penalização de fluxos atenua ambos os modos espúrios e reais.

Os principais pontos de interesse neste trabalho são a modelagem de baixa ordem dos campos, reduzindo o gasto de recursos computacionais na simulação do problema, e eliminar os modos espúrios da solução sem penalizar os modos reais no resultado final.

O objetivo principal deste trabalho foi propor uma técnica de cálculo de campos eletromagnéticos através do método DGTD, com funções de base de baixa ordem em elementos tetraédricos, capaz de aproximar e determinar campos eletromagnéticos em uma estrutura no domínio do tempo, evitando os modos espúrios. Essa técnica apresenta a vantagem de realizar os cálculos dos campos eletromagnéticos em um tempo reduzido de simulação em comparação ao método FETD que utiliza as mesmas funções de base.

1.5. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O segundo capítulo, Método de Galerkin, desenvolve a metodologia de cálculo para resoluções de problemas eletromagnéticos, as condições de contorno da estrutura e as funções de base utilizadas para a modelagem do campo interno dos elementos tetraédricos. Ao final do capítulo são demonstradas as equações para a resolução dos campos elétricos e magnéticos dos elementos através do método *Leapfrog*.

No terceiro capítulo, Estrutura de Testes, é apresentada a metodologia utilizada para testar e avaliar o trabalho desenvolvido no capítulo anterior. Utilizando uma estrutura de testes padrão extraem-se resultados de simulações, tanto para o simulador DGTD quanto para o FETD, comparam-se os resultados entre si e entre os resultados analíticos, a fim de avaliar o simulador DGTD.

No quarto capítulo, tendo como pontos principais de validação a estabilidade do simulador e a conservação de energia na simulação, são apresentados os resultados das simulações. Também são apresentados testes comparativos de desempenho computacional entre os métodos FETD e DGTD.

Na conclusão são apresentadas as considerações finais do método implementado.

2. MÉTODO DE GALERKIN

2.1. INTRODUÇÃO

Boris Grigoryevich Galerkin foi um engenheiro e matemático soviético nascido em 4 de março de 1871. Suas contribuições acadêmicas foram pesquisas na área de engenharia civil estrutural, mecânica e matemática. Em 1915, Galerkin publicou um artigo sobre um método de aproximação para equações diferenciais, neste caso, em particular, o problema de valor de contorno. Atualmente, este método é conhecido como o método de Galerkin e fornece uma base para algoritmos nos campos da mecânica, termodinâmica, eletromagnetismo, hidrodinâmica e muitos outros (ERN & GUERMOND, 2004).

Neste capítulo será apresentada a forma do método aplicado em uma aproximação de equações diferenciais, que representam os campos elétrico e magnético da estrutura. O equacionamento do problema e sua forma matricial também serão abordados assim como o método de resolução no tempo.

2.2. FUNDAMENTAÇÃO

2.2.1. VETOR CAMPO ELÉTRICO

Analisar um problema simples de vetor campo elétrico pode auxiliar o entendimento do método de Galerkin, onde o campo elétrico contínuo e é aproximado por um vetor acrescido de um resíduo de aproximação.

O vetor campo elétrico representa a aproximação do operador contínuo do campo elétrico em um vetor campo elétrico, onde o vetor é representado por

$$e = v_c f + d, \quad (2.1)$$

onde f é o vetor de base, v_c é a constante a determinar, d é o resíduo da aproximação e e é o campo elétrico. A FIGURA 2.1 mostra a representação bidimensional do vetor campo elétrico.

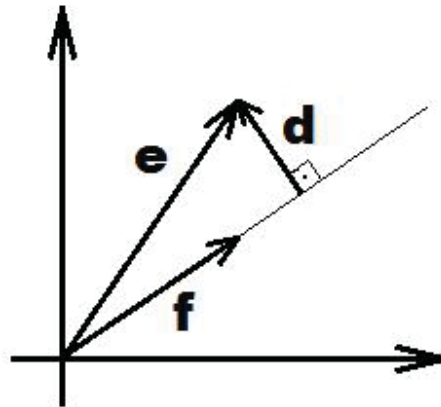


FIGURA 2.1: Vetor campo elétrico e resíduo de aproximação.

O objetivo é encontrar a constante v_c que minimize o resíduo d a fim de obter a melhor aproximação do campo elétrico. O menor resíduo possível é encontrado quando ocorre a ortogonalidade entre f e d , para que os vetores f e d sejam ortogonais o produto escalar entre eles deve ser nulo, descrito por

$$v_c f \cdot d = 0. \quad (2.2)$$

Ao executar o produto escalar da equação (2.1) por $v_c f$ encontra-se

$$v_c f \cdot e = v_c^2 f \cdot f + v_c f \cdot d. \quad (2.3)$$

Substituindo (2.2) em (2.3) e isolando v_c se obtém

$$v_c = \frac{f \cdot e}{f \cdot f}. \quad (2.4)$$

Assim, é possível calcular v_c para encontrar a melhor solução discreta que represente o campo contínuo.

2.2.2. CAMPO ELÉTRICO

O campo elétrico contínuo pode ser aproximado pelo somatório finito de funções vetoriais conhecidas acrescidas de seus resíduos, descrito por

$$e = \sum_n v_n f_n + d. \quad (2.5)$$

Para encontrar as constantes v_n aplica-se a mesma técnica utilizada no cálculo do vetor campo elétrico. Assim, para encontrar o melhor caso de aproximação, a

ortogonalidade é calculada pela integral de volume do campo elétrico, representando a generalização do produto interno (JAIN; AHMAD, & KHALIL, 1995) conforme

$$\int_{\Omega} \left(\sum_n v_n f_n \cdot d \right) d\Omega = 0, \quad (2.6)$$

onde Ω representa o volume que contém o campo elétrico. Ao executar o produto escalar de e por

$$\int_{\Omega} \left(\sum_n v_n f_n \right) d\Omega, \quad (2.7)$$

encontra-se

$$\int_{\Omega} \left(\sum_n v_n f_n \cdot e \right) d\Omega = \int_{\Omega} \left(\left(\sum_n v_n f_n \right) \cdot \left(\sum_n v_n f_n \right) \right) d\Omega + \int_{\Omega} \left(\sum_n v_n f_n \cdot d \right) d\Omega. \quad (2.8)$$

Para resolver este problema, pode ser utilizado o método de integração em quadratura. Este método calcula a resposta analítica da integração em funções de base polinomiais (FLAHERTY, 2000). Assim definem-se algumas equações que auxiliam na associação das equações integrais com as equações matriciais.

Para resolver a equação (2.8) e encontrar a melhor aproximação de e utiliza-se a forma matricial de cálculo. Substituindo a equação (2.6) em (2.8) e utilizando a forma matricial de integração em quadratura (DENG, 2010) encontra-se

$$v^T A^T V e = v^T A^T V A v, \quad (2.9)$$

onde

$$A = \begin{bmatrix} f_{x11} & \dots & \dots & f_{xn1} \\ f_{y11} & \dots & \dots & f_{yn1} \\ f_{z11} & \dots & \dots & f_{zn1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f_{x1m} & \dots & \dots & f_{xnm} \\ f_{y1m} & \dots & \dots & f_{ynm} \\ f_{z1m} & \dots & \dots & f_{znm} \end{bmatrix}. \quad (2.10)$$

Cada conjunto de três linhas consecutivas de f_x a f_z representam os nós de integração em quadratura do elemento correspondente e as colunas de f_{x11} a f_{xnm} , de f_{y11} a f_{ynm} , de f_{z11} a f_{znm} representam as funções de base. Assim

elementos seja exatamente a estrutura inicial. Os subdomínios de um problema genérico podem ter uma, duas ou três dimensões, no caso de um problema unidimensional, bidimensional e tridimensional respectivamente. A FIGURA 2.2 apresenta uma estrutura bidimensional dividida em subdomínios triangulares.

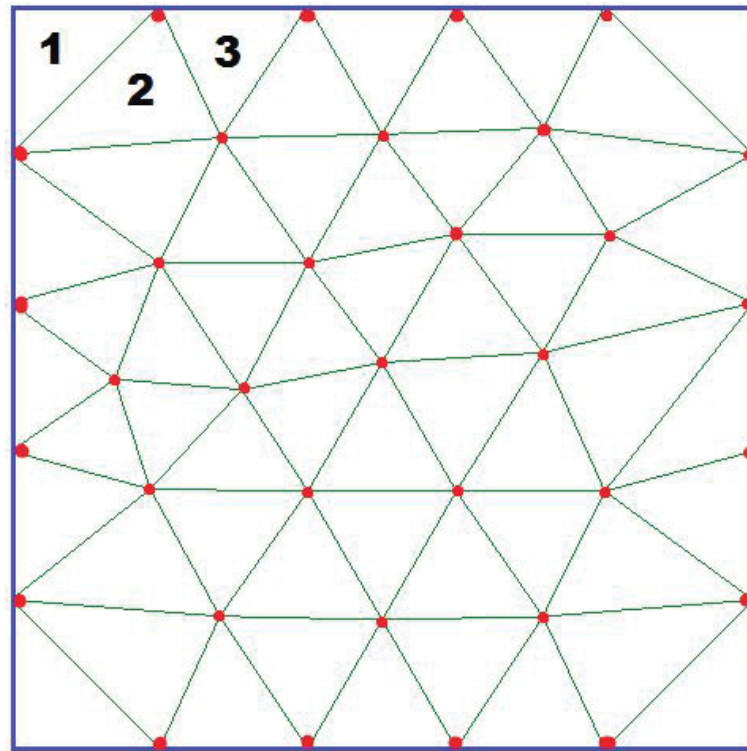


FIGURA 2.2: Estrutura bidimensional dividida em subdomínios triangulares.

A estrutura original é o quadrado em azul. Cada triângulo é um subdomínio, as arestas dos subdomínios estão em verde e os nós em vermelho.

A principal vantagem de trabalhar com subdomínios é a simplificação do problema inicial. Ao se dividir a estrutura normalmente simplifica-se a modelagem do problema inicial em problemas menores, reduzindo cálculos e simplificando equações, porém acrescentam-se ao equacionamento as interações entre os subdomínios.

Outra característica da divisão em subdomínios é a possibilidade de se trabalhar com coordenadas globais ou locais. Isto significa que dentro de um subdomínio pode-se utilizar as coordenadas globais do domínio original ou criar a própria referência local. A principal vantagem de se utilizar coordenadas locais é a referência dos cálculos ao zero local, isto normalmente significa que o programa utiliza o máximo de algoritmos

significativos para representar os valores, enquanto que para coordenadas globais a representação dos valores é feita com menos algarismos significativos. A desvantagem de se utilizar coordenadas locais é a necessidade de recalculas as referências entre coordenadas locais e globais, em cada subdomínio, gerando cálculos adicionais, mas para estruturas muito grandes ou com grande deslocamento do referencial zero, a informação útil contida nas coordenadas globais são representadas pelos algarismos menos significativos, aumentando o erro dos cálculos.

Neste trabalho a principal vantagem de se utilizar subdomínios é a possibilidade de modelagem dos campos elétrico e magnético com funções de base de baixa ordem simplificando os cálculos e diminuindo o tempo de simulação, assim foram realizadas modelagens apenas com funções de base polinomiais de ordem igual a um.

Uma vez definida a ordem das funções de base foram desenvolvidas as matrizes de rotacional e divergente das mesmas para integrar aos cálculos, como o problema é tridimensional foram estabelecidas para os três eixos.

TABELA 2.1: FUNÇÕES DE BASE DE ORDEM UM.

FB	φ_x	φ_y	φ_z	ψ_x	ψ_y	ψ_z	δ
1	1	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0
3	0	0	1	0	0	0	0
4	x	0	0	0	0	0	1
5	0	x	0	0	0	1	0
6	0	0	x	0	-1	0	0
7	y	0	0	0	0	-1	0
8	0	y	0	0	0	0	1
9	0	0	y	1	0	0	0
10	z	0	0	0	1	0	0
11	0	z	0	-1	0	0	0
12	0	0	z	0	0	0	1

A letra ψ representa o rotacional e a letra δ o divergente das funções de base. Para reescrever as funções de base a fim de facilitar o equacionamento matricial de integração em quadratura unem-se as funções de base 5 e 7, 6 e 10, 9 e 11 na TABELA 2.1 e as funções de base 4, 8 e 12 na TABELA 2.1. Gerando assim a TABELA 2.2 e a TABELA 2.3 das funções recombinadas. A TABELA 2.2 contém as funções de base 4, 5, e 6 ortogonais entre-si e com rotacional não nulo. A TABELA 2.3 contém as funções de base 4, 5, e 6 com rotacional não nulo e rotacionais ortogonais entre-si.

TABELA 2.2: FUNÇÕES DE BASE RECOMBINADAS COM FUNÇÕES ORTOGONAIS.

FB	φ_x	φ_y	φ_z	ψ_x	ψ_y	ψ_z	δ
1	1	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0
3	0	0	1	0	0	0	0
4	z-y	0	0	0	1	1	0
5	0	x-z	0	1	0	1	0
6	0	0	y-x	1	1	0	0
7	y	x	0	0	0	0	0
8	z	0	x	0	0	0	0
9	0	z	y	0	0	0	0
10	x	-y	0	0	0	0	0
11	0	y	-z	0	0	0	0
12	x	y	z	0	0	0	3

TABELA 2.3: FUNÇÕES DE BASE RECOMBINADAS COM ROTACIONAIS ORTOGONAIS.

FB	φ_x	φ_y	φ_z	ψ_x	ψ_y	ψ_z	δ
1	1	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0	0	0
3	0	0	1	0	0	0	0
4	0	-z	y	2	0	0	0
5	z	0	-x	0	2	0	0
6	-y	0	x	0	0	2	0
7	y	x	0	0	0	0	0
8	z	0	x	0	0	0	0
9	0	z	y	0	0	0	0
10	x	-y	0	0	0	0	0
11	0	y	-z	0	0	0	0
12	x	y	z	0	0	0	3

As TABELA 2.2 e TABELA 2.3 representam o mesmo espaço vetorial que a TABELA 2.1, porém extraem-se as funções de base para a integração em quadratura dos campos a partir das TABELA 2.2 e TABELA 2.3. Para representar o campo dentro do elemento tetraédrico foram escolhidos diferentes conjuntos de funções de base a fim de comparar seus resultados.

2.4. EQUAÇÕES DE MAXWELL

Os problemas eletromagnéticos transitórios podem ser governados pelas equações diferenciais de Maxwell de primeira ordem, ou por uma equação de onda de segunda ordem. Matematicamente, estas equações governantes são equivalentes, no entanto, com diferentes esquemas de resolução.

As equações utilizadas são a lei de Ampère e a lei de Faraday, descritas respectivamente por

$$\nabla \times h = \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon e) + \sigma e + j, \quad (2.15)$$

$$\nabla \times e = -\frac{\partial}{\partial t}(\mu h), \quad (2.16)$$

onde e é o campo elétrico, h é o campo magnético, ε é a permissividade elétrica do meio, μ é a permeabilidade magnética do meio e j é a distribuição de densidade de corrente elétrica.

Assumindo que as funções de base de um elemento são nulas nos demais elementos e assumem a metade do seu valor no contorno do elemento, a aplicação do método de Galerkin em (2.15) e (2.16) resulta em

$$\int_{\Omega} e \cdot \nabla \times h d\Omega + \frac{1}{2} \oint_{\Gamma} e \cdot \hat{n} \times (\hat{h} - h) d\Gamma = \int_{\Omega} e \cdot \frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon e) d\Omega + \frac{1}{2} \oint_{\Gamma} e \cdot (\sigma e) d\Gamma + \frac{1}{2} \oint_{\Gamma} e \cdot j d\Gamma \quad (2.17)$$

$$\int_{\Omega} h \cdot \nabla \times e d\Omega + \frac{1}{2} \oint_{\Gamma} h \cdot \hat{n} \times (\hat{e} - e) d\Gamma = \int_{\Omega} h \cdot \frac{\partial}{\partial t}(\mu h) d\Omega, \quad (2.18)$$

onde os campos elétrico \hat{e} e magnético \hat{h} dos elementos adjacentes são introduzidos nas equações (2.17) e (2.18) em função das descontinuidades nas faces dos elementos adjacentes.

Além das equações (2.15) e (2.16) existem mais duas equações complementares que condicionam a solução do problema em relação aos fluxos magnético e elétrico. Estas equações são

$$\nabla \cdot (\varepsilon e) = \rho, \quad (2.19)$$

$$\nabla \cdot (\mu h) = 0. \quad (2.20)$$

Devido à modelagem do problema não permitir o acúmulo de carga dentro dos

elementos, a carga elétrica ρ dentro de um elemento volumétrico será sempre zero, assim

$$\rho = 0, \quad (2.21)$$

$$\nabla \cdot (\varepsilon e) = 0, \quad (2.22)$$

portanto a representação da função de base 12 da TABELA 2.2 não poderá ser utilizada para modelar o campo, uma vez que ela permite acúmulo de carga elétrica representada pelo divergente.

A descontinuidade dos campos elétrico e magnético é a principal característica do método de Galerkin descontínuo. Cada elemento tem seus valores de campos contínuos dentro de seu próprio volume, porém isso não implica que ocorra a continuidade entre os elementos vizinhos, assim na interface entre dois elementos pode-se calcular os resíduos dos campos elétrico e magnético mostrado na FIGURA 2.3.

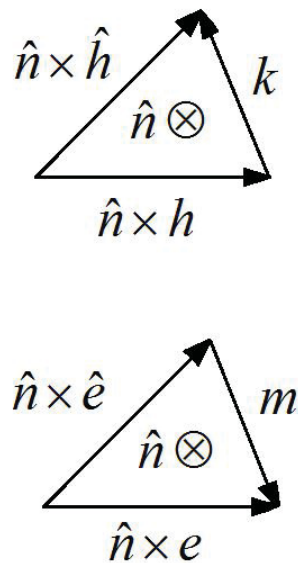


FIGURA 2.3: Descontinuidade entre campos tangenciais na superfície de elementos vizinhos.

onde

$$k = \hat{n} \times (\hat{h} - h), \quad (2.23)$$

$$m = \hat{n} \times (e - \hat{e}). \quad (2.24)$$

Para o método de Galerkin contínuo $m = 0$ é uma condição essencial, satisfeita de forma exata através das funções de base de aresta, que compartilham o mesmo coeficiente para todos os elementos comuns à aresta. Para o método de Galerkin descontínuo $m = 0$ é uma condição natural, satisfeita de forma aproximada na solução, e não necessita obrigatoriamente das funções de aresta para o cálculo dos campos.

Para ambos os casos assume-se

$$\nabla \times h = 0, \quad (2.25)$$

$$\nabla \times e \neq 0, \quad (2.26)$$

pois quando o rotacional de h é igual a zero e o rotacional de e é igual a zero, m não representa apenas o resíduo dos campos em elementos vizinhos, ele representa uma corrente magnética real necessária para resolução, e esta corrente magnética gera modos espúrios que degradam a simulação.

Devido ao comportamento físico dos campos eletromagnéticos, e analisando as equações (2.25) e (2.26), neste trabalho foram escolhidas funções de base de ordens diferentes entre si. Funções de base de ordem zero que descrevem o campo magnético e funções de base de primeira ordem que descrevem o campo elétrico. Esta técnica tem como objetivo garantir que não ocorra corrente magnética real na resolução das discontinuidades dos campos (TOBÓN, CHEN, & LIU, 2011).

A escolha de funções de base para o campo magnético de ordem igual ao do campo elétrico acarreta na necessidade de uma corrente magnética real nos elementos adjacentes para resolver o sistema. Essas correntes magnéticas reais geram o aparecimento de respostas espúrias na simulação comprometendo a eficácia da simulação. Observando a equação (2.17) percebe-se que quando o campo magnético é modelado por funções de base de ordem que são resultados do rotacional das funções de base utilizadas no campo elétrico, as correntes magnéticas que aparecem no sistema são, meramente, uma correção de discontinuidade de campos entre elementos adjacentes, não necessitando de uma corrente magnética real para resolver o sistema. Assim foram escolhidas funções de base de ordem zero para o campo magnético e funções de base de ordem um para o campo elétrico.

Assim as funções de base utilizadas para modelar o campo elétrico são as funções de 1 a 6 da TABELA 2.1, e para modelar o campo magnético são as funções de 1 a 3 da TABELA 2.2. A modelagem do campo elétrico por seis funções de base gera um sistema

de equações superdeterminado, uma vez que há oito coeficientes tangenciais de campos (dois para cada face do tetraedro) para resolver as seis funções. Por esse motivo, foi implementado um equacionamento matricial adicional do campo elétrico, utilizando oito funções de base para o campo elétrico, sendo essas funções as de 1 a 6, 10 e 11 apresentadas na TABELA 2.2. Desta forma é possível comparar o desempenho do simulador utilizando os dois equacionamentos distintos do campo elétrico.

2.4.1. CONDIÇÕES DE CONTORNO

Na periferia do domínio computacional aplicam-se as condições de contorno. As duas condições de contorno são o condutor elétrico perfeito (PEC) e o condutor magnético perfeito (PMC). Para o PEC os campos da periferia são definidos por

$$\hat{e} = -e, \quad (2.27)$$

$$\hat{h} = h, \quad (2.28)$$

e para a condição de contorno PMC os campos da periferia são definidos por

$$\hat{e} = e, \quad (2.29)$$

$$\hat{h} = -h. \quad (2.30)$$

As condições de contorno espelham os campos elétrico e magnético, por este motivo as estruturas que contém simetrias podem ser divididas conforme os planos de simetrias elétricas e magnéticas.

2.4.2. FORMA MATRICIAL

Para integrar os cálculos dos campos e implementar os métodos propostos utiliza-se a forma matricial do equacionamento. A forma matricial é a organização da formulação do problema em forma de equações matriciais, pois esta forma facilita a integração do problema com *scripts* de *softwares* que realizam esses cálculos como, por exemplo, o MatLab®.

As equações (2.17) e (2.18), as quais modelam o comportamento dos campos nas

interfaces dos elementos, podem ser simplificadas pela sua transformação em equações matriciais para o cálculo numérico. Para isso essas equações devem ser simplificadas de acordo com as funções de base previamente definidas. Como as funções de base para o campo magnético são de ordem zero conclui-se que o rotacional do campo magnético será sempre zero, assim descrito em (2.25).

Através da propriedade de integração por partes descrita por

$$\oint_{\Gamma} \hat{n} \cdot e \times h d\Gamma = \int_{\Omega} h \cdot \nabla \times e d\Omega - \int_{\Omega} e \cdot \nabla \times h d\Omega, \quad (2.31)$$

podemos simplificar a equação (2.17) através de (2.25), e a equação (2.18) através de (2.31) chegando enfim em

$$\oint_{\Gamma} e \cdot \hat{n} \times (\hat{h} - h) d\Gamma = 2 \int_{\Omega} e \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\epsilon e) d\Omega + \oint_{\Gamma} e \cdot (\sigma e) d\Gamma + \oint_{\Gamma} e \cdot j d\Gamma, \quad (2.32)$$

$$\oint_{\Gamma} h \cdot \hat{n} \times (\hat{e} + e) d\Gamma = -2 \int_{\Omega} h \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\mu h) d\Omega. \quad (2.33)$$

O próximo passo é transformar as equações (2.32) e (2.33) em equações matriciais, para isso utilizando a forma matricial de cálculo descrita em (2.9), e o método de integração em quadratura. Assim definem-se algumas equações que auxiliam na associação das equações integrais com as equações matriciais

$$e = Av, \quad (2.34)$$

$$h = Cw, \quad (2.35)$$

$$-\hat{n} \times \hat{n} \times e = Bv, \quad (2.36)$$

$$-\hat{n} \times \hat{n} \times h = Dw, \quad (2.37)$$

$$\hat{s} \times (\hat{e} + e) = SBv, \quad (2.38)$$

$$\hat{s} \times (\hat{h} - h) = S^T Dw. \quad (2.39)$$

As equações (2.34) e (2.35) representam os campos elétrico e magnético, as equações (2.36) e (2.37) representam a parcela tangencial dos campos elétrico e magnético da face do tetraedro respectivamente, e as equações (2.38) e (2.39) representam a integral de superfície das somas e diferenças dos campos elétrico e magnético, respectivamente. As matrizes A , B , C e D contêm os coeficientes da integração em quadratura dos campos em cada tetraedro. Assim, resolvendo a equação matricial consequentemente resolvem-se as integrais, uma vez que as funções de base

estão previamente definidas. Rearranjando as equações (2.32) e (2.33) a partir das equações matriciais citadas acima formulam-se as equações matriciais dos campos nos elementos, descritas por

$$B^T S^T D w - 2 A^T V_\epsilon A v' - B^T S_\sigma B v - B^T u = 0, \quad (2.40)$$

$$D^T S B v + 2 C^T V_\mu C w' = 0, \quad (2.41)$$

onde V_ϵ e V_μ são os volumes dos tetraedros multiplicados pelas suas permissividade elétrica e permeabilidade magnética respectivamente, e S_σ é a área da face do tetraedro multiplicado pela sua condutividade elétrica. Assim, pode-se atribuir condutividade superficial aos planos da estrutura. No equacionamento de (2.32) verifica-se uma parcela da integral que contém a densidade de corrente elétrica j . Esta parcela é utilizada para a injeção ativa de uma fonte de excitação no sistema. Após a montagem das equações (2.40) e (2.41) de forma matricial foi possível calcular a proporção dos campos nos elementos atribuídos de fonte, assim a matriz de fonte $B^T u$, a qual é multiplicada pela envoltória da fonte de excitação, que neste trabalho foi um pulso cosseno elevado.

2.4.3. INTEGRAÇÃO LEAPFROG

Para resolver as equações (2.40) e (2.41) utilizou-se a discretização temporal calculando passo a passo no tempo. O método utilizado neste trabalho para resolver as equações no tempo discreto é o método de integração *Leapfrog* (SKEEL, 1993). Esse método é utilizado para integrar numericamente equações diferenciais de segunda ordem, ou duas equações diferenciais de primeira ordem onde $y' = \frac{\partial y}{\partial t}$ e $x' = \frac{\partial x}{\partial t} = y$. Devido à característica de resolução intercalada no tempo, equações do tipo $y = \frac{\partial x}{\partial t}$, apresentam-se estáveis para intervalos de tempo constantes e pequenos o bastante para contemplar π .rad da frequência máxima calculada.

Outra característica do método *Leapfrog* é sua natureza de integração simplética (RIEBEN, WHITE, & RODRIGUE, 2004). Essa característica implica na conservação dos operadores em sistemas dinâmicos, o que significa que a energia da simulação será conservada.

Para o cálculo de resolução das equações diferenciais dos campos eletromagnéticos é utilizado o método *Leapfrog*, que utiliza o campo elétrico intercalado com o campo magnético, nesta sequência. Devido ao fato de que a equação do campo elétrico depende da derivada do campo magnético e vice-versa, foram modeladas duas equações para a derivada dos campos

$$v' = \frac{v^{n+1/2} - v^{n-1/2}}{\Delta t}, \quad (2.42)$$

$$w' = \frac{w^{n+1} - w^n}{\Delta t}, \quad (2.43)$$

sendo v o campo elétrico e w o campo magnético do elemento. Então utilizou-se as equações (2.42) e (2.43) para calcular w_{n+1} e $v_{n+1/2}$ por

$$v^{n+1/2} = v' \Delta t + v^{n-1/2}, \quad (2.44)$$

$$w^{n+1} = w' \Delta t + w^n, \quad (2.45)$$

e assim por diante como mostrado na FIGURA 2.4.

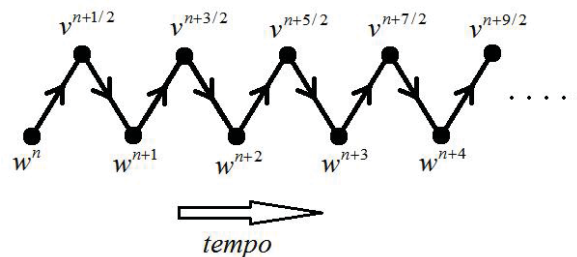


FIGURA 2.4: Esquema de cálculo do método *Leapfrog*.

Após o cálculo do campo elétrico intercalado com o campo magnético interpolou-se os valores de v para encontrar o campo elétrico no mesmo instante do campo magnético removendo a defasagem de $\frac{\Delta t}{2}$, demonstrado por

$$v^n = \frac{v^{n+1/2} + v^{n-1/2}}{2} \quad (2.46)$$

Assim, o resultado final dos cálculos geram os pontos w_{n+i} e v_{n+i} onde i é um número inteiro representando o passo no tempo como mostrado na FIGURA 2.5.

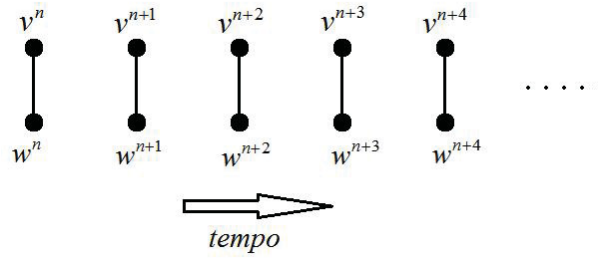


FIGURA 2.5: Esquema de remoção de defasagem do método *Leapfrog*.

Neste trabalho calculou-se Δt a fim de garantir a estabilidade da integração numérica do método. Um passo no tempo muito grande acarreta na instabilidade dos cálculos e em modos espúrios, e um passo no tempo muito pequeno acarreta em um tempo de simulação muito grande. Por estes motivos Δt é calculado em cada simulação para garantir a estabilidade mínima. Devido ao fato de que a discretização deve considerar a relação entre a frequência máxima simulada e o comprimento de cada elemento, a propagação dos campos dentro de um elemento deve estar contida dentro de um passo no tempo. Levando em consideração a velocidade de propagação dos campos dentro do elemento, calcula-se a menor altura elétrica dos tetraedros, com isso pode ser obtido o maior Δt possível para garantir a estabilidade mínima, assim

$$hte = ht\sqrt{\mu\varepsilon}, \quad (2.47)$$

$$\Delta t \leq \eta hte_{\min}, \quad (2.48)$$

onde ht é a menor altura do tetraedro, ε é a permissividade elétrica e μ é a permeabilidade magnética no elemento, hte é a altura elétrica do tetraedro, hte_{\min} é a menor altura elétrica entre todos os tetraedros e η é o coeficiente de estabilidade de integração contido entre

$$0 < \eta \leq 1. \quad (2.49)$$

O coeficiente de estabilidade de integração η é utilizado para ajustar o passo no tempo em simulações potencialmente instáveis. Sempre que uma simulação não convergia numericamente o coeficiente de estabilidade de integração η era ajustado para reduzir o passo no tempo em 10%. Assim sucessivamente até que a simulação convergisse.

Aplicando o método *Leapfrog* na resolução das equações do método DGTD, substituem-se w' , v' e v nas equações (2.40) e (2.41) pelas equações (2.42) e (2.43), assim completam-se as equações (2.44), (2.45) e (2.46) que descrevem a resolução do método *Leapfrog* para $v_{n+1/2}$ e w_{n+1} . Substituindo w' , v' e v se encontra

$$v^{n+1/2} = \left(\frac{2A^T V \varepsilon A}{dt} + \frac{B^T S_\sigma B}{2} \right)^{-1} \left(\left(\frac{2A^T V \varepsilon A}{dt} - \frac{B^T S_\sigma B}{2} \right) v^{n-1/2} + B^T S^T D w^n - B^T u \right), \quad (2.50)$$

$$w^{n+1} = w^n - \left(\frac{2C^T V \mu C}{dt} \right)^{-1} (D^T S B v^{n+1/2}). \quad (2.51)$$

Para facilitar o cálculo e organizar o equacionamento calculam-se

$$Me = \left(\frac{2A^T V \varepsilon A}{dt} + \frac{B^T S_\sigma B}{2} \right)^{-1}, \quad (2.52)$$

$$Kee = \left(\frac{2A^T V \varepsilon A}{dt} - \frac{B^T S_\sigma B}{2} \right), \quad (2.53)$$

$$Mh = \left(\frac{2C^T V \mu C}{dt} \right)^{-1}, \quad (2.54)$$

$$Khe = (D^T S B), \quad (2.55)$$

então formulam-se as equações para a resolução dos campos elétrico e magnético dos elementos

$$v^{n+1/2} = Me(Kee v^{n-1/2} + Khe^T w^n - B^T u), \quad (2.56)$$

$$w^{n+1} = w^n - Mh(Khe v^{n+1/2}). \quad (2.57)$$

Finalmente, para encontrar os valores de tensão nos pontos específicos da estrutura, calcula-se a integral de superfície das fontes na direção de interesse. Através

de (2.58), pode ser calculada a tensão na fonte, descrita por

$$V_{fonte} = \int_{S_f} (\vec{E} \cdot \hat{v}_i) dS_f / w_f, \quad (2.58)$$

onde V_{fonte} é a tensão nos terminais da fonte, \vec{E} é o campo elétrico na superfície da fonte, \hat{v}_i é o versor de interesse, S_f é a superfície da fonte e w_f é a largura da fonte, sendo que a equação (2.58) é válida para fontes retangulares apenas. A FIGURA 2.6 representa uma fonte discretizada correspondente.

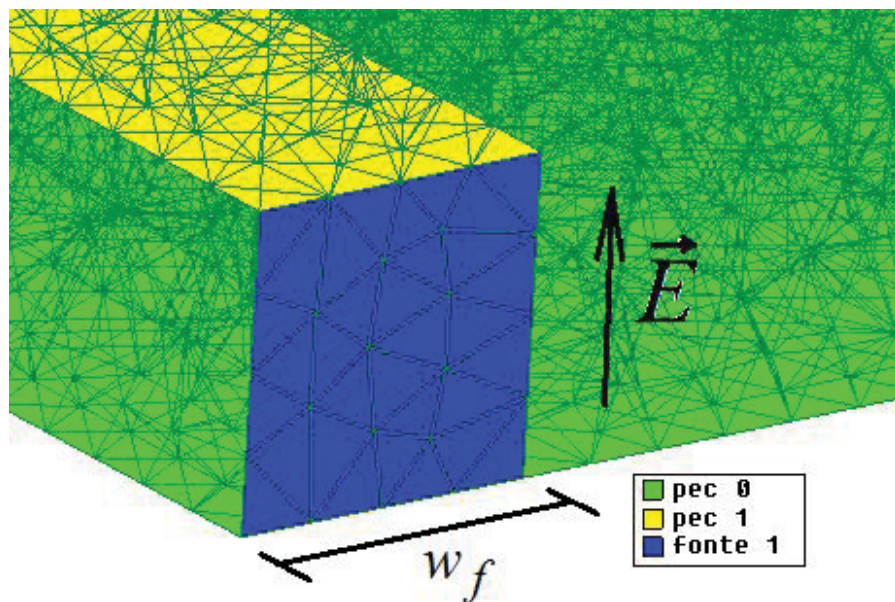


FIGURA 2.6: Fonte retangular discretizada com seu campo elétrico de interesse correspondente.

Os triângulos da fonte contêm uma condutividade elétrica superficial σ que integram no equacionamento. A condutividade elétrica define a resistência superficial do conjunto de triângulos que integram a fonte, sendo assim a resistência série da fonte pode ser modificada através da condutividade superficial.

3. ESTRUTURA DE TESTES

3.1. METODOLOGIA DE TESTES DO SIMULADOR

O teste do simulador é executado a partir de uma estrutura de testes aplicando um impulso de corrente na estrutura extraem-se os resultados da simulação. Então foram feitas comparações dos resultados do método DGTD com os resultados do método FETD e o resultado analítico do sistema. Nos próximos tópicos serão discutidos o desenho da estrutura de testes e os métodos de extração dos parâmetros de comparação.

A comparação dos resultados é realizada de forma relativa ao resultado analítico, obtendo no final do processo de comparação um erro relativo do resultado esperado.

Para desenhar a estrutura utiliza-se a ferramenta gráfica do *software* GiD®, e através de *scripts* especiais chamados de *problem type* atribuem-se as características eletromagnéticas à estrutura. A discretização espacial é executada a partir de um comando interno do *software* GiD®. Através do *script problem type* os dados do projeto são exportados em forma de matrizes facilitando a importação no MatLab®. Essas matrizes contêm as coordenadas globais de todos os elementos e suas atribuições eletromagnéticas. Através de um *script* no MatLab® importam-se os dados do projeto e então executa-se o programa que contém o método DGTD, assim como mostrado na FIGURA 3.1.

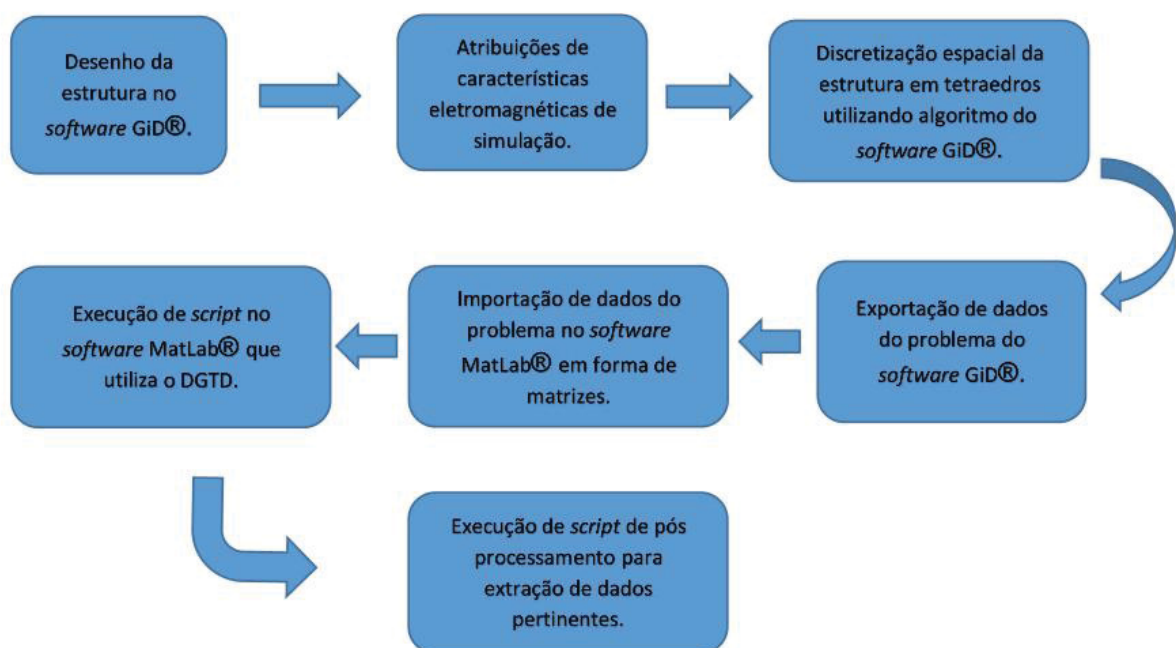


FIGURA 3.1: Fluxograma da sequência de passos para executar a simulação de estruturas.

O *script* de pós processamento é utilizado para implementar cálculos específicos do projeto o qual esta sendo simulado. Neste trabalho calculam-se a frequência de ressonância, a capacitância da linha e o decaimento energético.

3.1.1. ESTRUTURA DE TESTES

A estrutura de testes escolhida para as simulações foi uma linha de transmissão *microstripline* em uma placa de circuito impresso, com substrato FR4 e impedância característica de 50 ohms. Devido ao fato de que essa estrutura apresenta uma interface entre dielétricos (ar e FR4), ela possibilita testar o comportamento do simulador DGTD com relação às mudanças de campos eletromagnéticos entre dielétricos distintos. Porém, como a estrutura *microstripline* não tem solução analítica, também foram aplicados as simulações comparativas em uma segunda estrutura de testes na topologia de linha de transmissão *stripline*, com substrato FR4 e impedância característica de 50 ohms, a qual não apresenta interfaces entre dielétricos. A linha de transmissão *stripline* apresenta solução analítica, oferecendo um segundo ponto de comparação entre os resultados.

As estruturas apresentam características de ressonância e capacitância, porém não apresentam um decaimento energético da oscilação de ressonância, pois são estruturas ideais, e este parâmetro é utilizado para determinar se o simulador está conservando a energia da simulação. Devido a uma propriedade de simetria da *microstripline*, o desenho geométrico desta estrutura pode ser feito considerando apenas um lado do corte de simetria, assim a simulação reduz pela metade seu custo computacional. A FIGURA 3.2 apresenta metade da estrutura física idealizada para a estrutura de testes do tipo *microstripline*, sendo o plano em amarelo a trilha na placa, o plano verde o plano de referencial zero e em azul o corte de simetria.

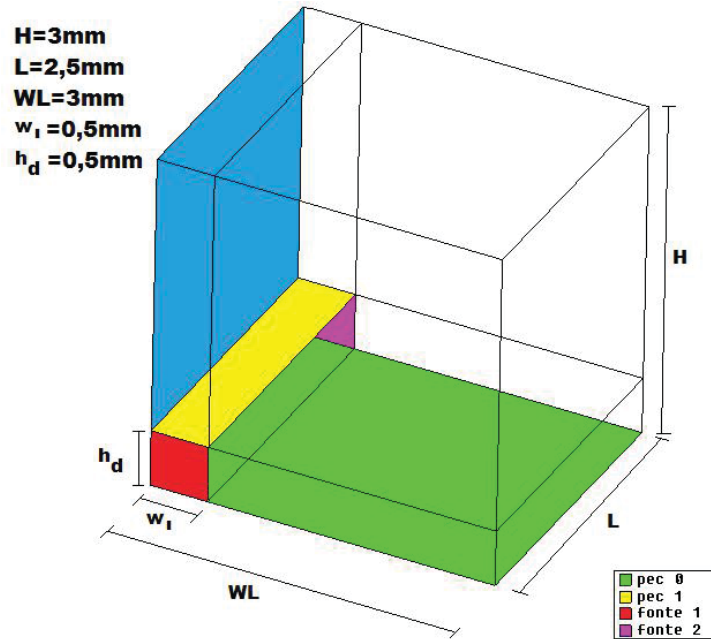


FIGURA 3.2: Estrutura de teste linha *microstripline* com corte de simetria em azul.

O volume entre os planos de PEC 1 e PEC 0 na FIGURA 3.2 é preenchido com FR4 ($4,5.\epsilon_0, \mu_0$), e acima do plano PEC 1 o volume é preenchido com ar (ϵ_0, μ_0), como apresentado na FIGURA 3.3. As condições de contorno das estruturas são PMC por padrão. Apenas as superfícies externas que contêm atribuições de PEC não comportam-se como um PMC.

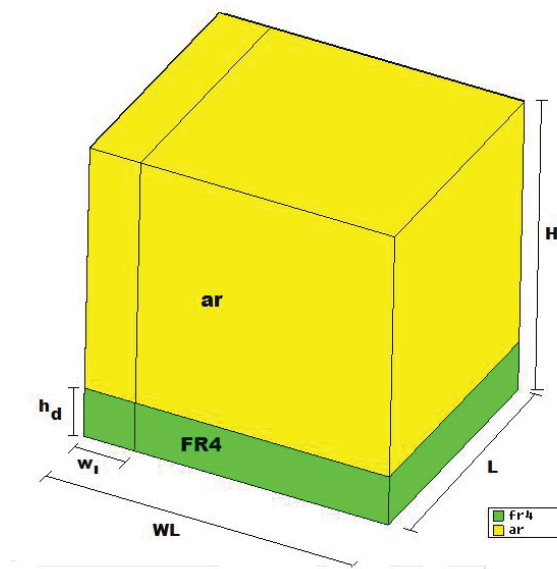


FIGURA 3.3: Estrutura de teste linha *microstripline* com volumes preenchidos com material.

A estrutura da linha de transmissão da *stripline* também apresenta simetria, porém neste caso são dois planos de simetria. O desenho geométrico dessa estrutura pode ser feito considerando apenas um quarto do corte de simetria, assim a simulação reduz quatro vezes seu custo computacional. A FIGURA 3.4 apresenta um quarto da estrutura de testes *stripline*, sendo o plano em amarelo a trilha na placa, o plano verde o plano de referencial zero e em azul os cortes de simetria.

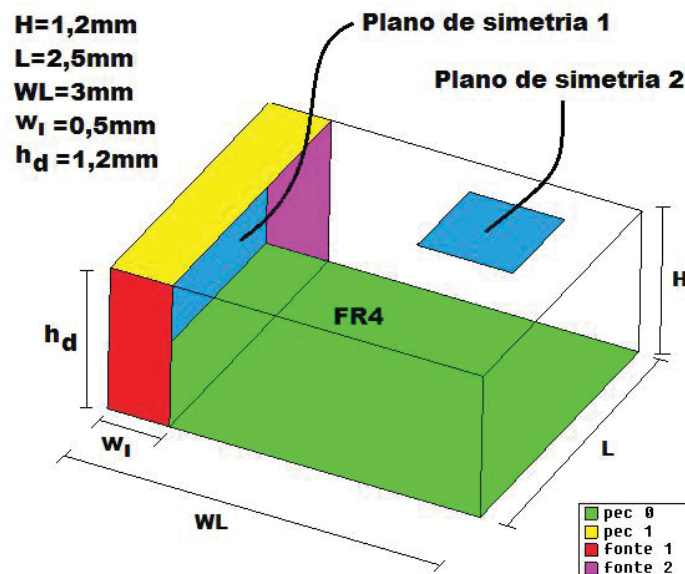


FIGURA 3.4: Estrutura de teste linha *stripline* com corte de simetria em azul.

O volume entre os planos de PEC 1 e PEC 0 na FIGURA 3.4 é preenchido com FR4 ($4,5.\epsilon_0, \mu_0$), e os dois planos de simetria dividem a linha de transmissão em quatro partes.

3.1.2. DISCRETIZAÇÃO DA ESTRUTURA

Para a simulação a estrutura foi discretizada espacialmente, a fim de criar um conjunto de tetraedros que juntos formam a estrutura original. Cada tetraedro herda as propriedades eletromagnéticas da estrutura original, como permissividade elétrica, permeabilidade magnética, propriedades de superfície e a correlação entre os tetraedros adjacentes, assim possibilitando com que o método DGTD calcule os campos para cada elemento individual. Na FIGURA 3.5 é apresentada a estrutura *stripline* discretizada.

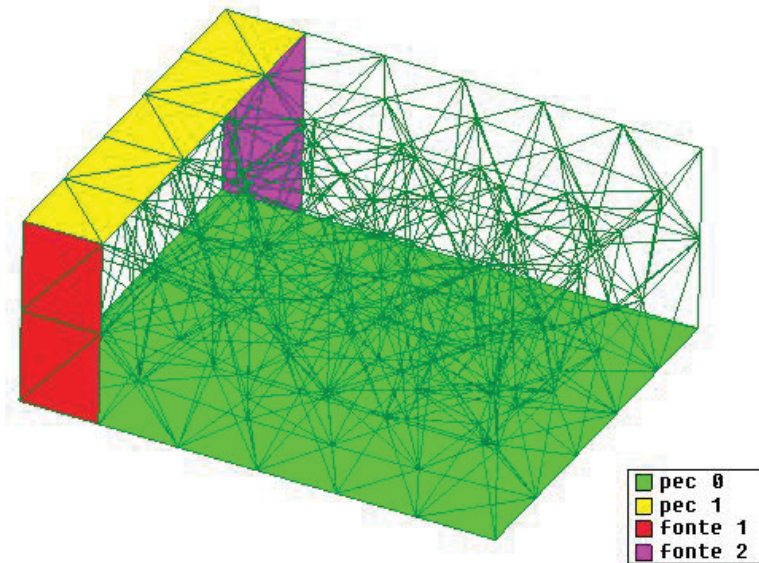


FIGURA 3.5: Discretização espacial da estrutura de teste *stripline*.

As simulações FETD e DGTD têm sua resposta influenciada pela discretização da estrutura. Normalmente quanto mais fina é a malha de discretização melhor é a resposta do simulador, porém maior será o custo computacional utilizado (GONG *et al.*, 2017). Para este trabalho foram utilizadas cinco malhas de discretização diferentes. A fim de comparar os resultados das simulações, as malhas variam de um décimo de comprimento de onda até um quinquagésimo de comprimento de onda ($\frac{\lambda}{10}, \frac{\lambda}{20}, \frac{\lambda}{30}, \frac{\lambda}{40}, \frac{\lambda}{50}$), na frequência de ressonância. Essa relação entre a discretização da estrutura e o comprimento de onda na ressonância é chamado de fator de discretização, e é dado por

$$F_d = \frac{\lambda_{re}}{la_{\max}}, \quad (3.1)$$

onde λ_{re} é o comprimento de onda na ressonância, la_{\max} é o maior comprimento de aresta da estrutura e F_d é o fator de discretização.

3.1.3. RESSONÂNCIA NATURAL DA ESTRUTURA

As estruturas *microstripline* e *stripline* apresentam, entre vários modos de propagação de onda, uma ressonância natural principal que depende do comprimento elétrico da linha. Devido a esta ser uma característica intrínseca das estruturas, a ressonância natural da estrutura é uma característica que pode ser utilizada para testar o comportamento do simulador.

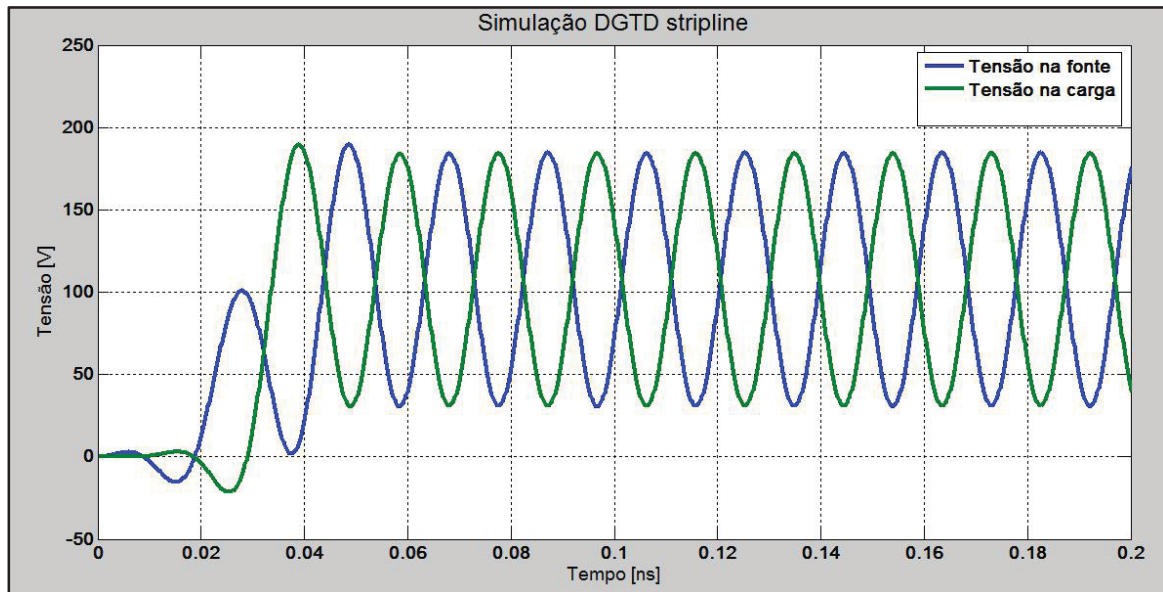


FIGURA 3.6: Resposta da simulação da estrutura de testes da linha *stripline*.

A ressonância natural de um guia de onda se apresenta de forma periódica com apenas um intervalo de frequência, este intervalo é a frequência fundamental da ressonância. No caso deste trabalho apenas a frequência fundamental de ressonância foi excitada, a fim de identificar o comprimento elétrico da linha para comparar com o comprimento elétrico teórico. Para que isso seja possível, excitou-se a estrutura com uma fonte de banda controlada que fosse capaz de injetar um sinal que contém a frequência fundamental da estrutura, porém não contém a primeira frequência harmônica. Uma vez que a banda da fonte de excitação esteja dentro destas condições, a resposta da simulação da linha de transmissão se apresenta de forma ressonante, com uma única frequência fundamental, como apresentado na FIGURA 3.6.

3.1.4. DECAIMENTO ENERGÉTICO DA ESTRUTURA

Devido à construção da estrutura e dos modelos matemáticos aplicados na simulação, assim como a fonte utilizada, não existem possibilidades de perdas energéticas no sistema. Sendo assim qualquer perda ou ganho energético do sistema em ressonância é proveniente de fenômenos matemáticos espúrios, estes que desejam ser evitados ou, pelo menos, minimizados.

Após excitar a estrutura com uma fonte impulsiva de corrente elétrica, a energia injetada no sistema deve ser conservada. Uma das formas de medir essa variação energética é através do decaimento do sinal ressonante. No caso em que a simulação esteja conservando a energia, o sinal ressonante não apresentará decaimento algum, e

no caso de uma perda ou ganho, o sinal irá apresentar um decaimento ou crescimento em sua forma de onda. Para medir esse decaimento de forma quantitativa e precisa foi implementado um *script* no MatLab® que utiliza o método da matriz *pencil*. A FIGURA 3.7 apresenta um sinal ressonante sem decaimento energético, na sequência de um sinal com decaimento e outro com ganho energético.

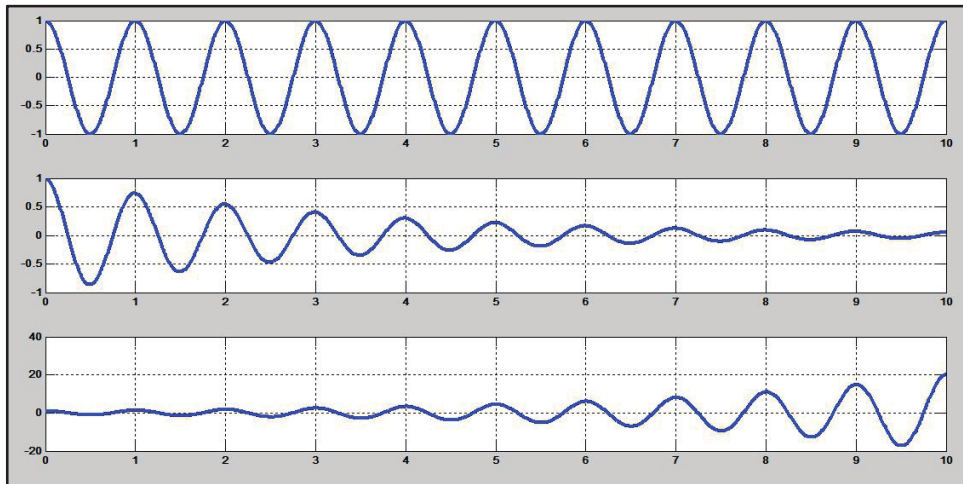


FIGURA 3.7: Sinais ressonantes com decaimentos energético diferentes.

O método da matriz *pencil* resolve o problema de encontrar os autovalores de uma matriz, o qual é chamado de problema de autovalor generalizado (SARKAR & PEREIRA, 1995).

Neste trabalho o método da matriz *pencil* é utilizado para estimar as exponenciais complexas que formam a resposta da simulação. Excluindo-se o regime transitório a resposta esperada é uma única frequência de ressonância. O método da matriz *pencil* resolve dois dos parâmetros necessários para validar o método DGTD, a frequência de ressonância e o decaimento energético demonstrado por

$$Ssig = \sum_i A_i e^{-\alpha + j\omega t} \quad (3.2)$$

onde α representa o decaimento energético de uma determinada frequência extraída do sinal simulado e ω representa uma frequência contida no sinal simulado.

3.1.5. FONTE DE IMPULSO DE CORRENTE

A fonte utilizada nas simulações injeta um sinal de corrente do tipo cosseno elevado com banda controlada como apresentado na FIGURA 3.8. Assim, é possível extrair todos os parâmetros propostos com apenas uma única simulação, pois o sinal de banda controlada excita a frequência fundamental da estrutura. Após a resposta da estrutura ressonando ser obtida, é possível detectar o decaimento energético, e a partir da carga injetada na estrutura pela fonte de corrente, é possível estimar a capacitância da linha, e então comparar com a capacitância analítica.

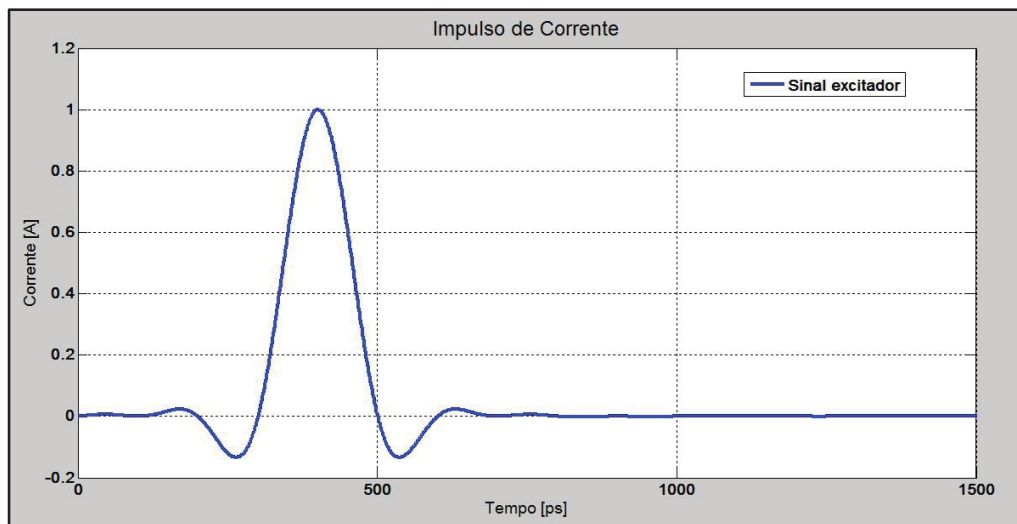


FIGURA 3.8: Sinal de impulso de corrente com banda controlada.

Para a implementação da fonte de corrente no simulador DGTD foi injetado matematicamente um campo magnético nos elementos que fazem parte da fonte de alimentação do sistema. Calculando a área da fonte pode-se calcular o campo magnético proporcional de cada elemento da fonte.

Para implementar a fonte de corrente no simulador FETD foi utilizado um modelo de fonte de tensão infinita e resistência série infinita, porém para efeitos práticos, a fonte de tensão infinita foi aproximada para um megavolt e resistência infinita para um megaohm, assim aproximando-se de uma fonte de corrente de um ampere. Devido a essa aproximação, a fim de calcular exatamente o valor da carga injetada na estrutura, a corrente injetada na estrutura foi calculada a cada passo de tempo, minimizando erros de aproximação da fonte de corrente.

3.1.6. ACOPLADOR DIRECIONAL

A fim de avaliar o método DGTD em uma estrutura de funcionamento prático foi simulado um acoplador direcional com atenuação de 10dB, impedância característica de 50 ohms e frequência de acoplamento de 10 GHz. O acoplador direcional foi desenhado em uma placa de circuito impresso, com substrato de FR4.

A estrutura apresenta várias características eletromagnéticas, porém, neste caso, será avaliado apenas a atenuação do acoplador. A estrutura é desenhada sem cortes de simetria, portanto o desenho geométrico desta estrutura é a própria estrutura em si. A FIGURA 3.9 apresenta quatro fontes de excitação para que seja possível calcular a atenuação. Os planos em amarelo representam as trilhas na placa, o plano verde representa o referencial zero e as demais cores representam as fontes.

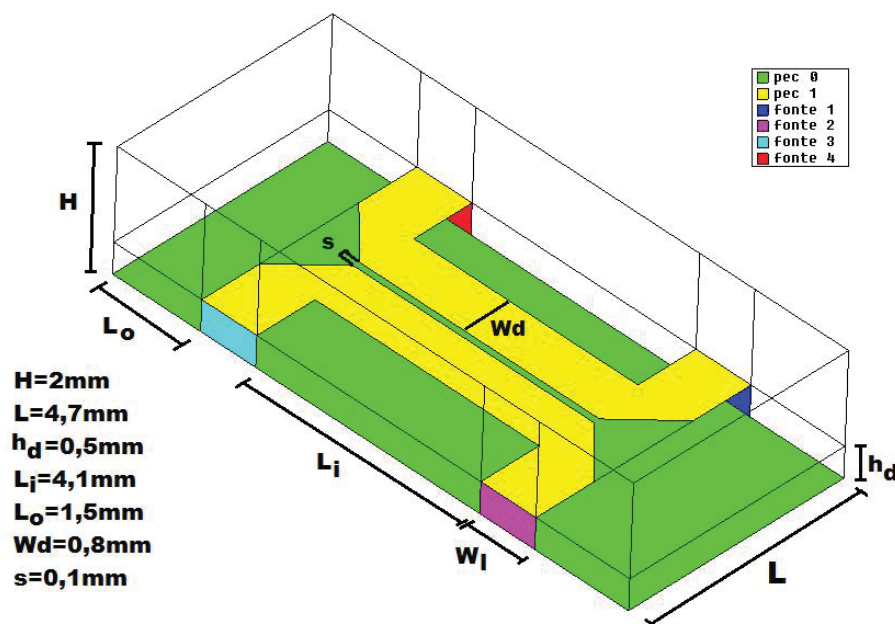


FIGURA 3.9: Acoplador direcional 10 dB, 10 GHz e 50 ohms.

Para calcular a atenuação da estrutura é necessário simular uma estrutura similar ao acoplador direcional, porém com as fontes 1 e 2 conectadas através de uma linha de 50 ohms. Esta estrutura é chamada de estrutura branca. A estrutura é desenhada com o mesmo domínio computacional do acoplador direcional, porém apenas com duas portas conectadas por uma *microstripline* de 50 ohms. A FIGURA 3.10 apresenta o desenho geométrico da estrutura branca.

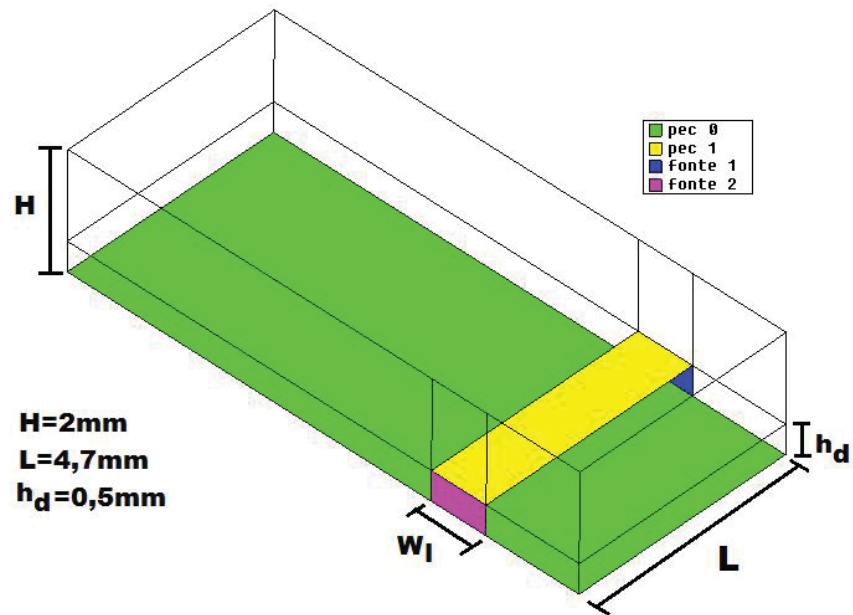


FIGURA 3.10: Estrutura branca do acoplador direcional.

O volume entre os planos de PEC 1 e PEC 0 nas FIGURAS 3.9 e 3.10 é preenchido com FR4 ($4,5.\epsilon_0, \mu_0$), e acima do plano PEC 1 o volume é preenchido com ar (ϵ_0, μ_0), como apresentado na FIGURA 3.11. As condições de contorno das estruturas são PMC por padrão. Apenas as superfícies externas que contêm atribuições de PEC não comportam-se como um PMC.

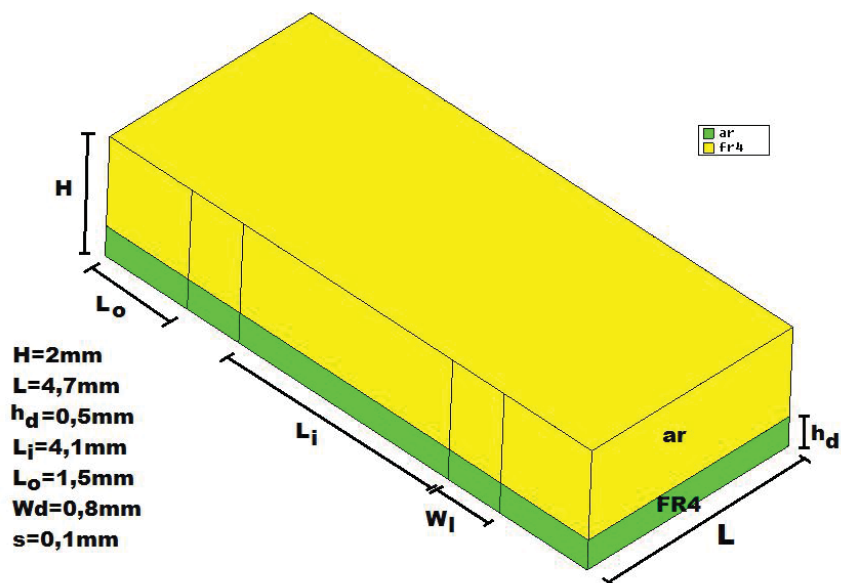


FIGURA 3.11: Acoplador direcional 10 dB, 10 GHz e 50 ohms com volumes preenchidos com material.

3.2. TESTES COMPARATIVOS

Para validar o simulador e o método foram simuladas as duas estruturas de testes. O sinal excitador utilizado para as simulações é um impulso de corrente de um ampere de amplitude máxima com largura de banda limitada à frequência natural de ressonância teórica da estrutura, assim evitando situações de dupla ressonância e diminuindo os erros de simulação. Após simuladas, analisou-se os sinais resultantes e extraiu-se a frequência de ressonância, o decaimento energético e a capacitância natural da estrutura.

As simulações foram feitas nas estruturas com cinco discretizações espaciais diferentes. Começando pela discretização com um fator de discretização 10, e terminando com um fator de discretização 50, com passos de 10 em 10.

Como base de comparação, utilizou-se outro simulador de elementos finitos que usa o método FETD já testados anteriormente (PEGORARO & ARTUZI, 2013).

Para a estrutura do acoplador direcional foram feitas simulações com três discretizações espaciais diferentes. Começando pela discretização com um fator de discretização 10, e na sequência 30 e 50.

As simulações foram realizadas utilizando um computador com processador Intel Core I3-2328M (2,2 GHz, 3 MB cache), 4 GB de memória DDR3 utilizando como sistema operacional Windows 7.

3.2.1. ANÁLISE DA ESTRUTURA EM RESSONÂNCIA

A ressonância natural da estrutura, como explicado anteriormente, é um parâmetro intrínseco e linear, dependendo apenas da construção da linha. Nesta análise e comparação dos resultados foram calculados os erros relativos entre os valores extraídos da simulação DGTD com o resultado extraído do simulador FETD em relação ao valor da frequência de ressonância natural teórico, assim mostrado por

$$Err = \frac{(freq_{simu} - freq_{teo}) \times 100}{freq_{teo}} \quad (3.3)$$

Assim como o erro relativo da frequência simulada, calculou-se o erro relativo da capacitância simulada em relação à capacitância teórica, assim mostrado por

$$Err = \frac{(cap_{simu} - cap_{teo}) \times 100}{cap_{teo}} \quad (3.4)$$

Utilizando os erros relativos calculados os resultados foram comparados, e verificado o tempo de simulação comparando-se os dois métodos, o DGTD e o FETD.

Para encontrar os valores teóricos da frequência de ressonância da linha foram utilizados valores da permissividade elétrica efetiva, que no caso da linha *stripline* é um valor analítico e no caso da linha *microstripline* é um valor aproximado. Para calcular a frequência de ressonância utilizou-se o comprimento elétrico da linha. Como elas estão imersas em um dielétrico de FR4, sua equação de ressonância natural é descrita por

$$freq_{teo} = \frac{l_{linha}}{2 \cdot \sqrt{\epsilon_{eff} \cdot \mu_0}}, \quad (3.5)$$

sendo que ϵ_{eff} é a permissividade elétrica efetiva da linha, e l_{linha} é o comprimento da linha em metros.

Para encontrar os valores teóricos da capacitância utilizaram-se as equações da velocidade de propagação do sinal e a impedância característica da linha. A equação de capacitância é descrita por

$$cap_{teo} = \frac{l_{linha}}{\epsilon_{eff} \cdot Z_0}, \quad (3.6)$$

sendo que Z_0 é a impedância característica da linha.

3.2.2 ANÁLISE DO DECAIMENTO ENERGÉTICO DA ESTRUTURA

A estrutura foi modelada sem perdas de energia por meios passivos, assim qualquer perda ou ganho que não tenha sido modelada na fonte é fruto de erro matemático e deve ser evitado e corrigido.

Simuladores que utilizam o método de Galerkin descontínuo tendem a apresentar respostas espúrias e/ou atenuação da energia do sistema, dependendo de como as funções de base foram escolhidas. Então, houve a necessidade de se aferir essas características no simulador DGTD proposto neste trabalho para comprovar sua efetividade.

A fim de representar respostas possíveis da simulação são apresentadas duas figuras. As FIGURAS 3.12 e 3.13 mostram uma simulação com perdas e outra sem perdas energéticas, respectivamente.

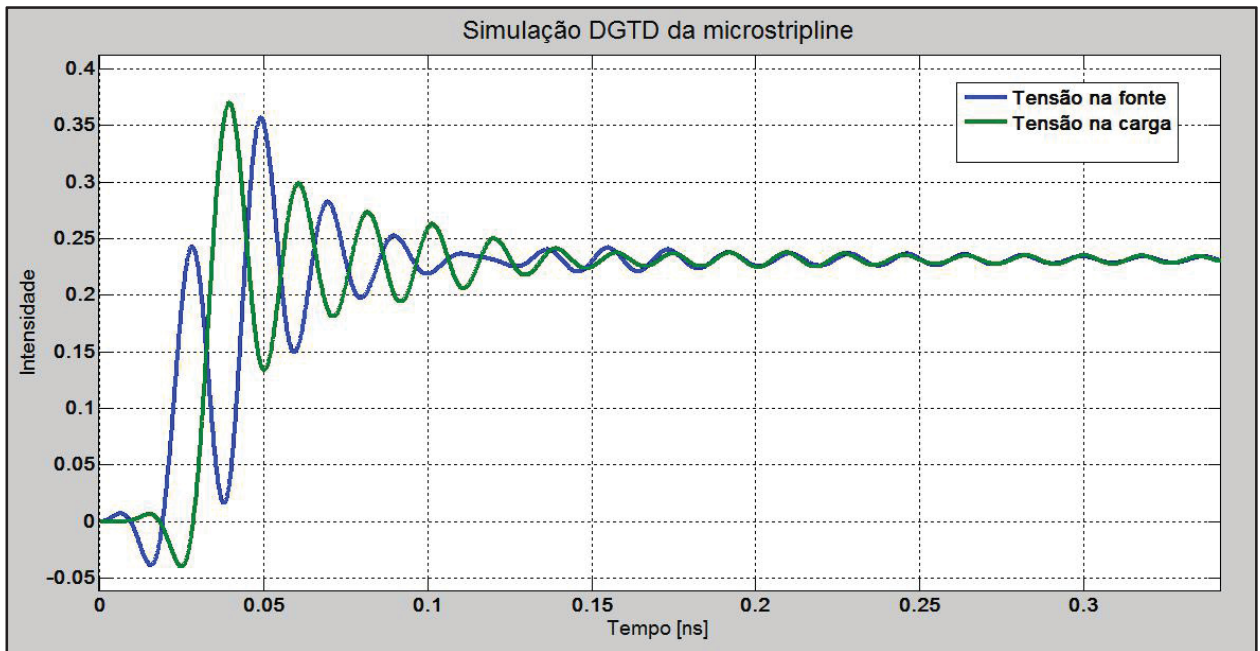


FIGURA 3.12: Simulação da estrutura de testes *microstripline* com decaimento energético.

A FIGURA 3.12 apresenta a resposta de uma simulação com perdas energéticas provocadas por um algoritmo que corrige as discontinuidades dos campos.

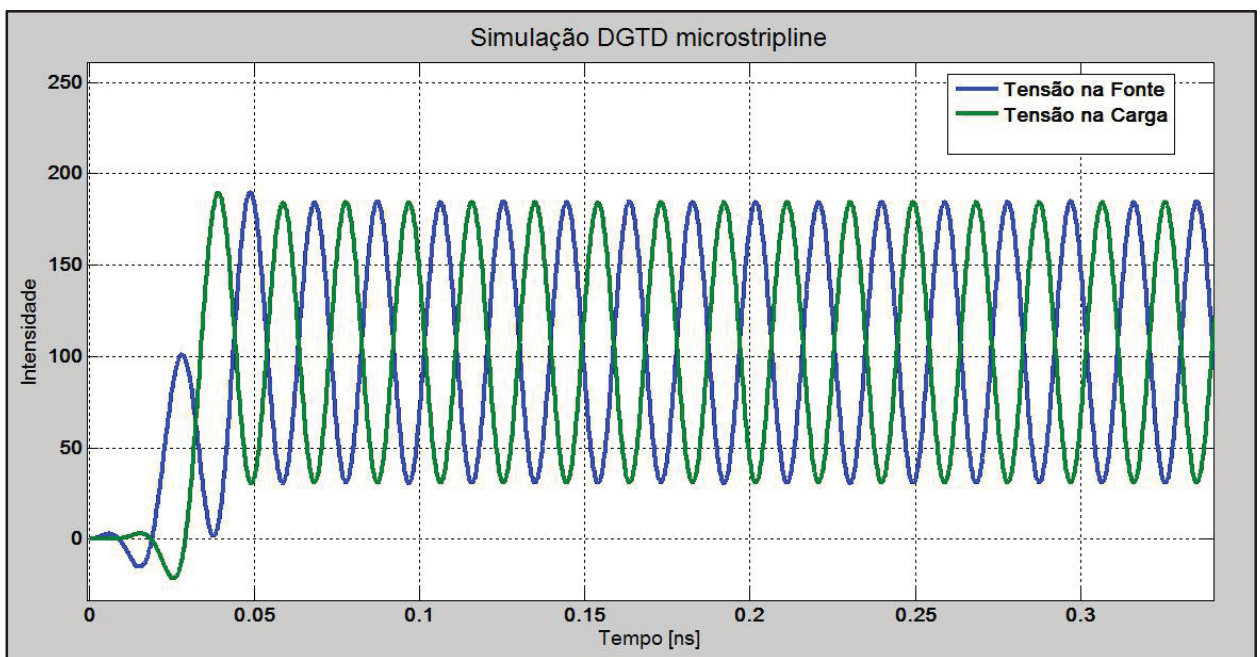


FIGURA 3.13: Simulação da estrutura de testes *microstripline* sem decaimento energético.

A FIGURA 3.13 apresenta a resposta de uma simulação sem perdas energéticas,

apresentando a frequência de ressonância igual á frequência calculada analiticamente por.(3.5). A FIGURA 3.14 apresenta a resposta de uma simulação com perdas energéticas, e modos espúrios, apresentando mais de uma frequência de ressonância.

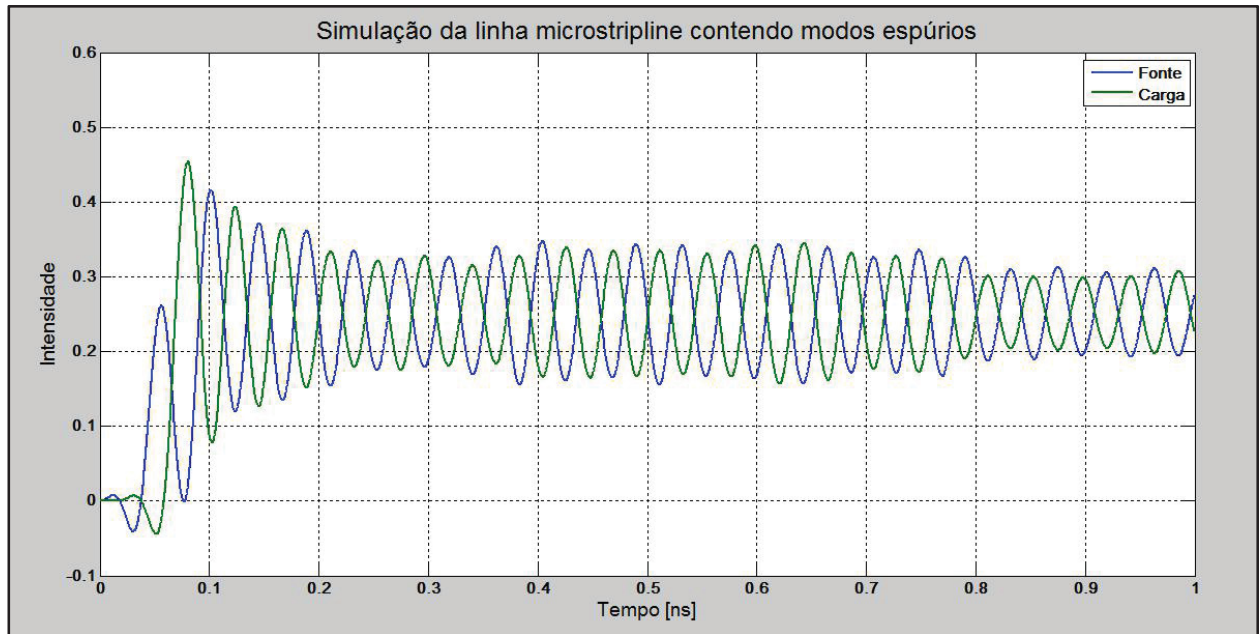


FIGURA 3.14: Simulação da estrutura de testes *microstripline* com modos espúrios.

3.2.3. ANÁLISE DA ATENUAÇÃO DO ACOPLADOR DIRECIONAL

A atenuação do acoplador direcional é um parâmetro intrínseco e linear, dependendo apenas da construção das linhas. Nesta análise e comparação dos resultados calcula-se a atenuação utilizando os valores extraídos da estrutura branca com as portas 1 e 2. Desta forma conseguimos eliminar as demais variáveis do problema. A atenuação do acoplador direcional é calculada pela relação entre a potência do sinal de saída na porta 2 na simulação do acoplador e a potência do sinal de saída na porta 2 da estrutura branca, assim mostrado por

$$A_{ad} = -20 \cdot \log_{10} \left(\frac{V_{ad_2}}{V_{eb_2}} \right), \quad (3.7)$$

sendo A_{ad} é a atenuação de potência do acoplador direcional, V_{ad_2} é a tensão da porta 2 do acoplador direcional e V_{eb_2} é a tensão da porta 2 da estrutura branca.

3.3. LIMITAÇÕES DA IMPLEMENTAÇÃO

A implementação do método DGTD através de um *script* no MatLab apresenta aproximações para a representação estrutural assim como aproximações de portas. A principal aproximação estrutural é a representação de estruturas metálicas por superfícies condutoras. Os volumes metálicos são representados por superfícies condutoras a fim de evitar tetraedros muito pequenos no volume condutor. Porém o método comporta a modelagem de volumes condutores também.

As portas foram implementadas para serem retangulares, de forma a simplificar o cálculo da densidade de corrente elétrica superficial. Sendo que a direção que o campo magnético é sensível apenas em \hat{z} .

As simulações foram executadas utilizando um dielétrico sem perdas, e condições de contorno PEC e PMC. Porém, o método comporta diferentes implementações de condição de contorno e perdas em dielétricos, assim como materiais não lineares e materiais anisotrópicos.

4. SIMULAÇÕES E RESULTADOS

4.1. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

Após implementados os métodos mencionados anteriormente foram simuladas as estruturas de teste e o acoplador direcional. Então extraídas as principais características das simulações: a frequência de ressonância, a capacitância da linha, e o decaimento energético para as estruturas de teste e a atenuação para o acoplador direcional. Para validar a simulação e encontrar a relação entre a malha de discretização e os demais parâmetros foram feitas simulações com malhas de discretização diferentes assim comparando seus desempenhos. Nestas simulações foram utilizadas diferentes implementações do método DGTD para identificar a diferença entre as implementações.

4.1.1. COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DA SIMULAÇÃO

Inicialmente foram feitas simulações das estruturas de testes *microstripline* e *stripline* utilizando o método DGTD calculado com seis funções de base com rotacionais ortogonais, utilizando as funções 1, 2, 3, 4, 5 e 6 da TABELA 2.3. Esta implementação é chamada de DG6R. Também foram feitas simulações utilizando implementações do método DGTD utilizando seis, sete e oito funções de base com funções e rotacionais ortogonais, utilizando as funções 1, 2, 3, 4, 5 e 6 da TABELA 2.2, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 12 da TABELA 2.3 e 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10 e 11 da TABELA 2.3 respectivamente. Estas implementações são chamadas de DG6O, DG7R e DG8R respectivamente. Implementações com mais de oito funções de base não são possíveis devido o equacionamento dos campos proposto neste trabalho. Então comparam-se os resultados das simulações observando-se a frequência de ressonância, a capacitância, o decaimento energético da ressonância (α), e também aferindo o tempo de simulação. Assim pôde-se determinar qual a influência dos cálculos dos campos e então definir quais funções de base podem ser implementadas para se obter o melhor desempenho do simulador.

Em todos os casos os resultados são comparados aos valores de referência analíticos e à implementação do método FETD com seis funções de base equivalentes às funções 1, 2, 3, 4, 5, 6 da TABELA 2.3. Neste caso, as simulações com o método FETD são referenciadas por FE6R.

Após implementadas as funções de base para comparação foram feitas simulações da estrutura de testes *microstripline*, variando as malhas de discretização com um fator de discretização de 10 a 50, e observando-se a frequência de ressonância, a capacitância e o α que representa o decaimento energético da ressonância.

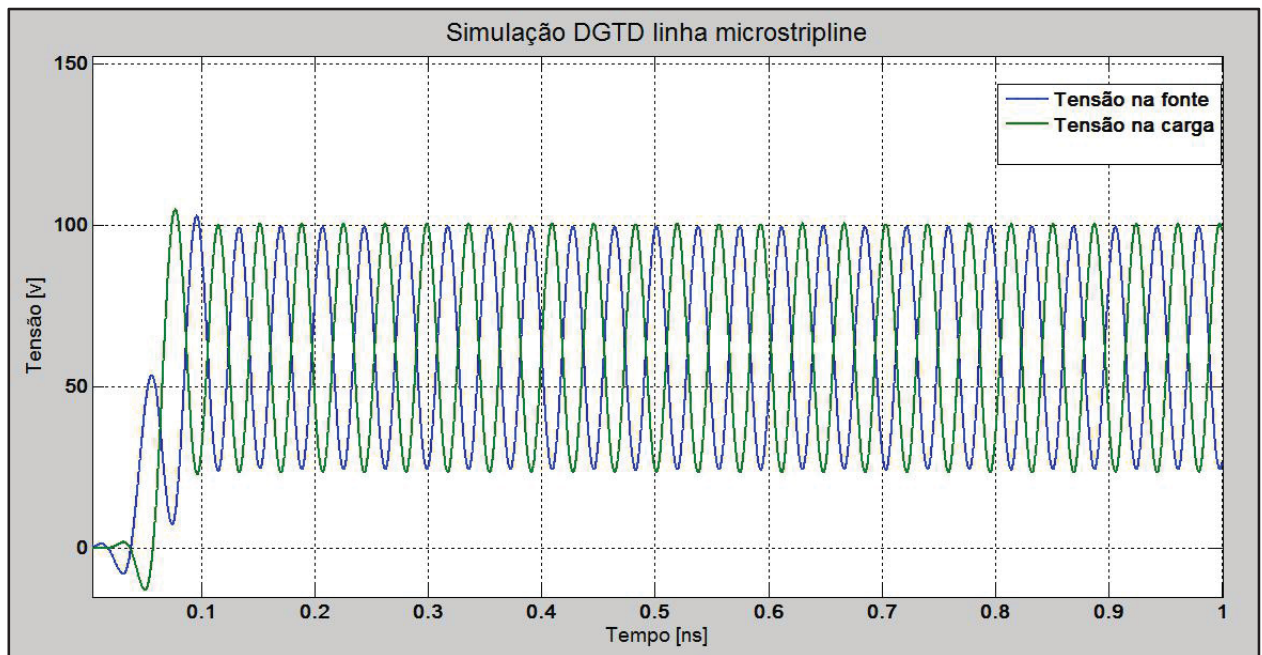


FIGURA 4.1: Simulação da estrutura de testes *microstripline* utilizando DG6O ($F_d = 10$).

Após injetado um impulso de corrente elétrica que contém a frequência de ressonância natural em seu espectro, excita-se a ressonância natural da estrutura como observado na FIGURA 4.1. Também é observada uma tensão contínua proporcional à carga injetada e à capacitância da linha.

Para efeito de comparação também foram feitas simulações da estrutura *microstripline* utilizando a implementação DG6R para fatores de discretização de 60 a 100, apresentado no APÊNDICE B6

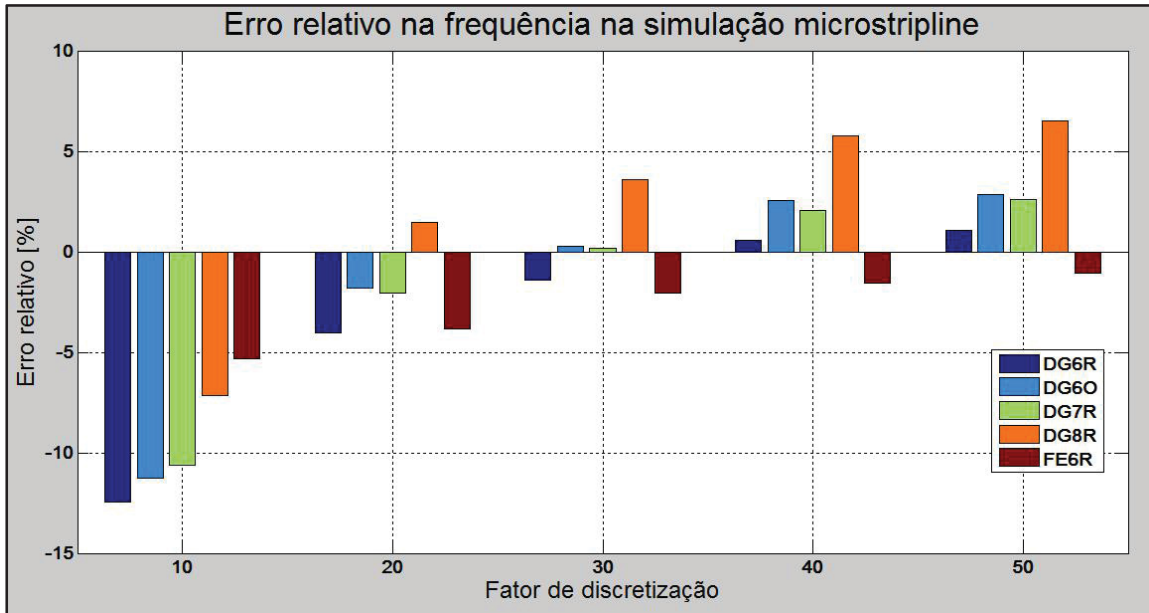


FIGURA 4.2: Comparação de erro relativo da frequência da estrutura de testes *microstripline*.

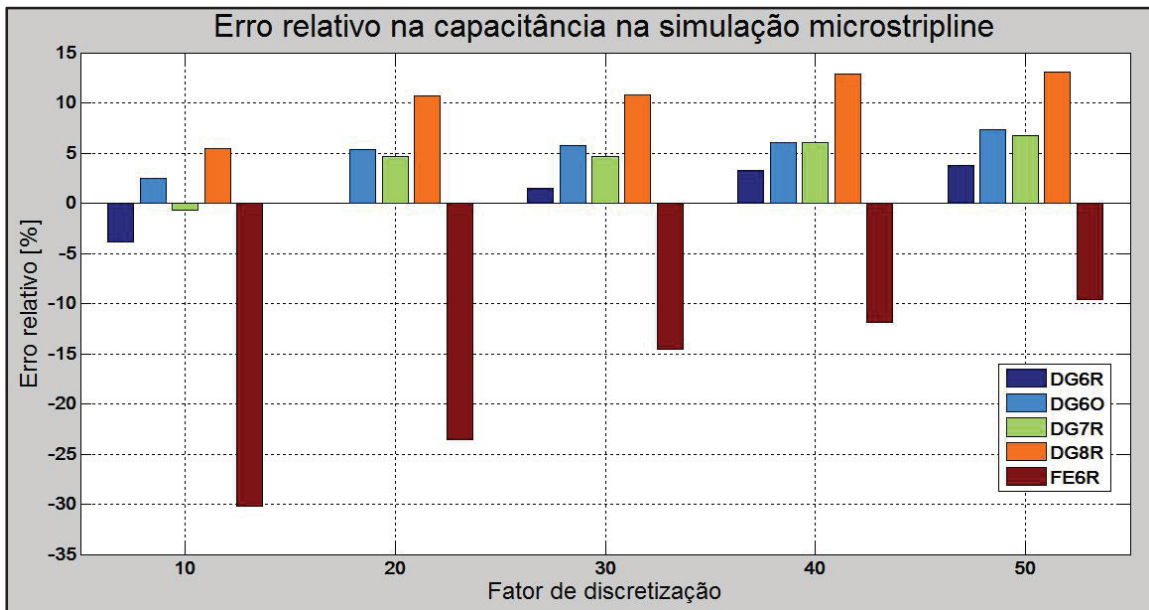


FIGURA 4.3: Comparação de erro relativo da capacitância da estrutura de testes *microstripline*.

É possível verificar na FIGURA 4.2 que a medida em que ocorre o refinamento da malha de discretização os resultados de frequência de ressonância vão se aproximando do valor teórico no método FETD, porém, para as implementações do método DGTD o erro diminui mas não converge para zero. A FIGURA 4.3 apresenta que o valor da capacitância extraído da simulação fica mais próximo do valor teórico nas implementações do método DGTD porém o erro na capacitância converge para zero no método FETD. Os decaimentos energéticos das simulações foram muito baixos, assim

como o teórico, comprovando a conservação energética da simulação. Também não foram observados modos espúrios que normalmente ocorrem em métodos de DGTD.

Assim como para os testes *microstripline*, foram feitas simulações da estrutura de testes *stripline*, utilizando o método DGTD e o método FETD. Variando as malhas de discretização com um fator de discretização de 10 a 50, observa-se a frequência de ressonância, a capacitância, e o α , que representa o decaimento energético da ressonância.

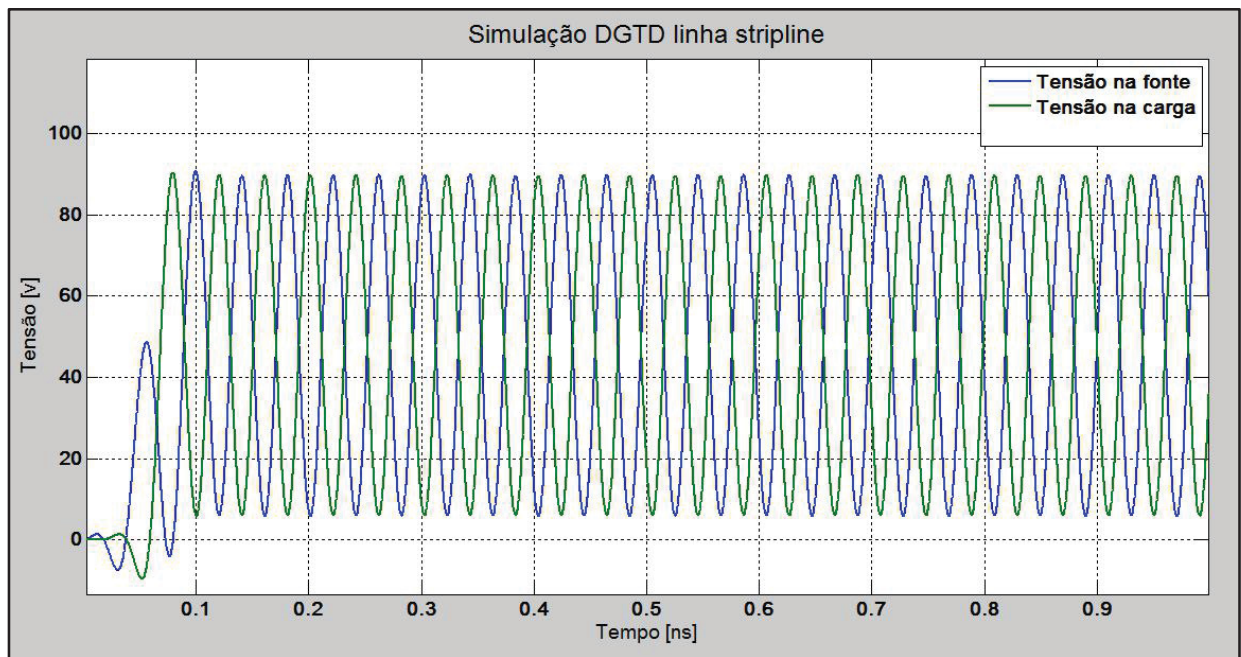


FIGURA 4.4: Simulação da estrutura de testes *stripline* utilizando DG60 ($Fd = 10$).

Após injetado um impulso de corrente elétrica que contém a frequência de ressonância natural em seu espectro, excita-se a ressonância natural da estrutura como observado na FIGURA 4.4. Também é observada uma tensão contínua proporcional à carga injetada e à capacitância da linha.

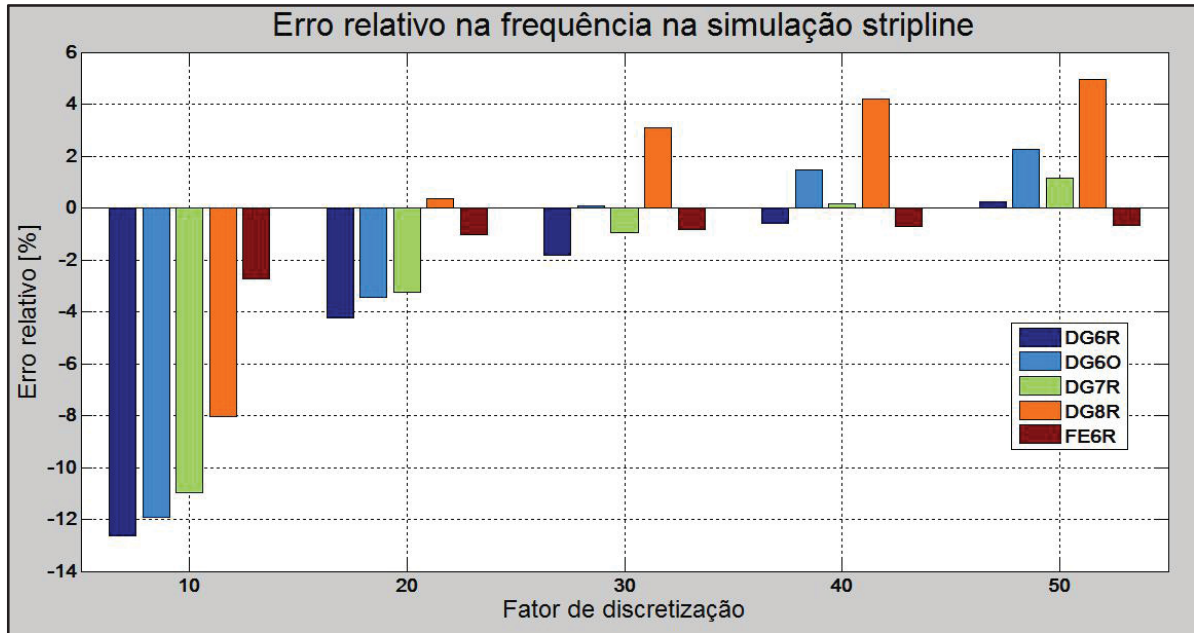


FIGURA 4.5: Comparação de erro relativo da frequência da estrutura de testes *stripline*.

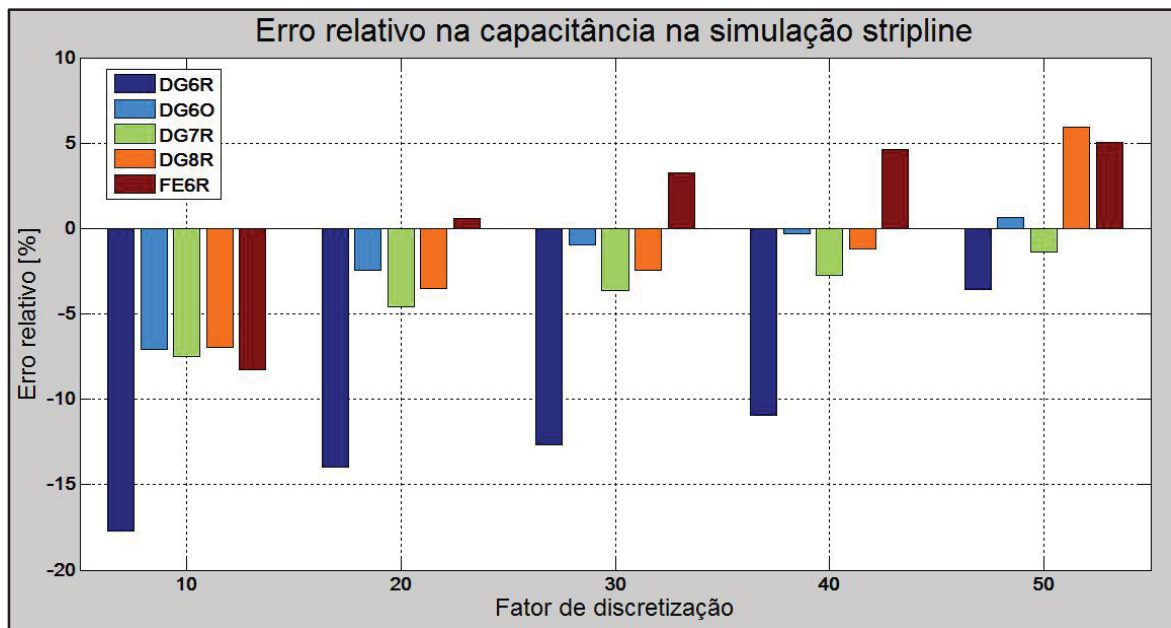


FIGURA 4.6: Comparação de erro relativo da capacitância da estrutura de testes *stripline*.

É possível verificar na FIGURA 4.5 que a medida em que ocorre o refinamento da malha de discretização os resultados de frequência de ressonância vão se aproximando do valor teórico no método FETD, porém, para as implementações do método DGTD o erro diminui e então inverte seu sinal. A FIGURA 4.6 apresenta que o valor da capacitância extraído da simulação fica mais próximo valor teórico nas implementações do método DGTD porém o erro na capacitância não converge para zero em todos os

métodos. Os decaimentos energéticos das simulações foram muito baixos, assim como o teórico, comprovando a conservação energética da simulação. Também não foram observados modos espúrios que normalmente ocorrem em métodos de DGTD.

Para o acoplador direcional foram feitas simulações através do método DGTD utilizando as implementações DG6R, DG6O, DG7R e DG8R. Utilizando as funções 1, 2, 3, 4, 5 e 6 da TABELA 2.3, 1, 2, 3, 4, 5 e 6 da TABELA 2.2, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 12 da TABELA 2.3 e 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10 e 11 da TABELA 2.3 respectivamente. Também utilizou-se o método FETD e o programa Qucs® para efeito de comparação do acoplador direcional. Então comparam-se os resultados das simulações observando-se a atenuação do acoplador direcional.

O valor de atenuação do acoplador direcional é comparado ao valor de referência, neste caso a atenuação é de 10dB. A implementação do método FETD com seis funções de base equivalentes às funções 1, 2, 3, 4, 5, 6 da TABELA 2.3. Neste caso, as simulações com o método FETD são referenciadas por FE6R.

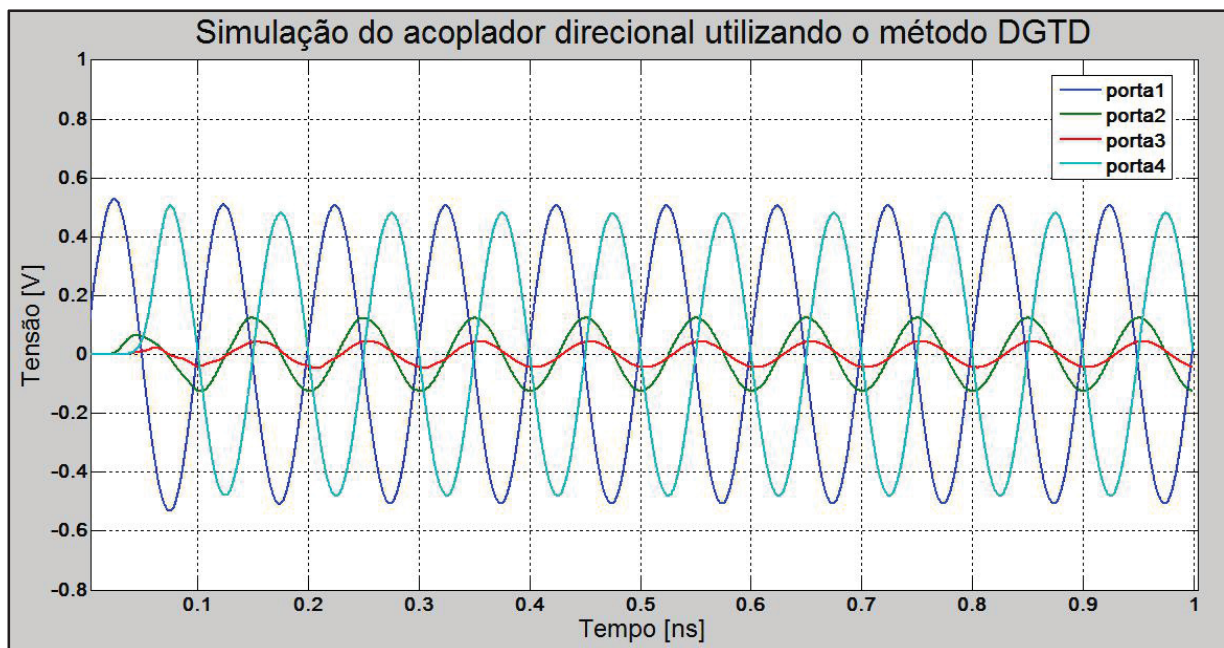


FIGURA 4.7: Simulação do acoplador direcional utilizando a implementação de DG6R ($Fd = 10$).

Após injetado um sinal senoidal de um volt na porta 1 da estrutura do acoplador direcional observa-se a tensão nas demais portas da estrutura. A FIGURA 4.7 apresenta os sinais de tensão em todas as 4 portas do acoplador. Após simular a estrutura branca e extrair a tensão na porta 2 V_{eb_2} utilizamos a equação (3.7) para calcular a atenuação do acoplador. A FIGURA 4.8 apresenta a comparação das atenuações entre as diferentes implementações do método DGTD, FETD e a simulação no Qucs®.

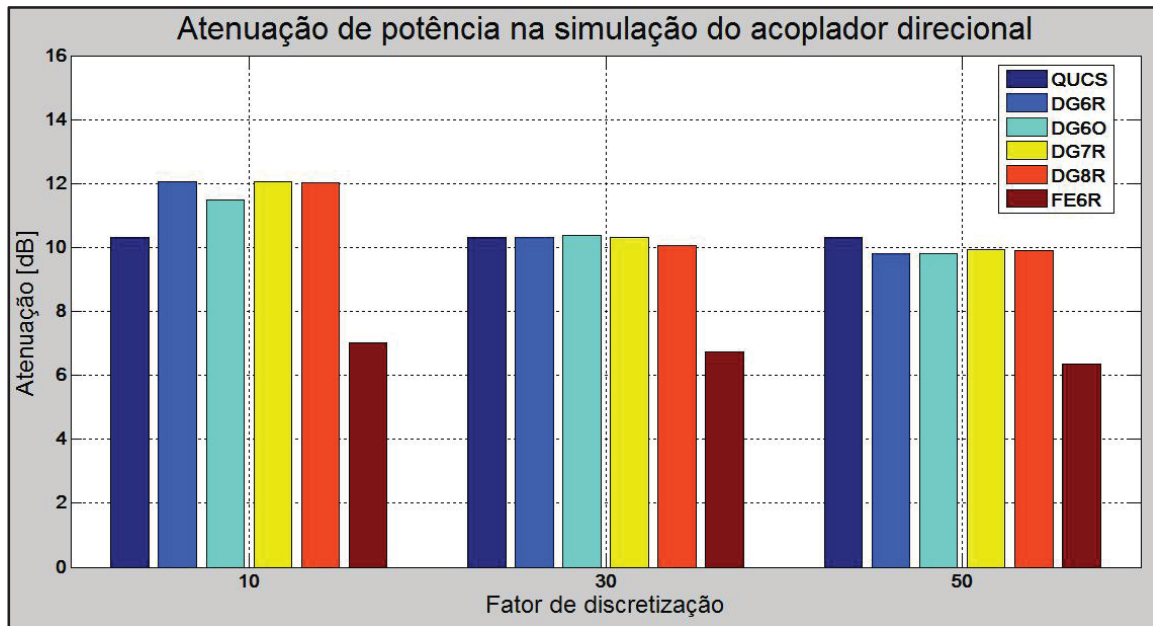


FIGURA 4.8: Comparação entre atenuação de potência do acoplador direcional.

É possível observar na FIGURA 4.8 que as implementações do método DGTD convergem para o valor esperado de 10dB de atenuação. Assim como a simulação do software Qucs®. Para o método FETD os valores de atenuação foram menores do que o esperado.

Para completar a análise do método DGTD simulou-se as linhas *microstripline* e *stripline* em condição de carga casada, assim podemos analisar a resposta no domínio do tempo comparando as duas implementações de DG6R e FE6R a fim de verificar a resposta dos mesmos.

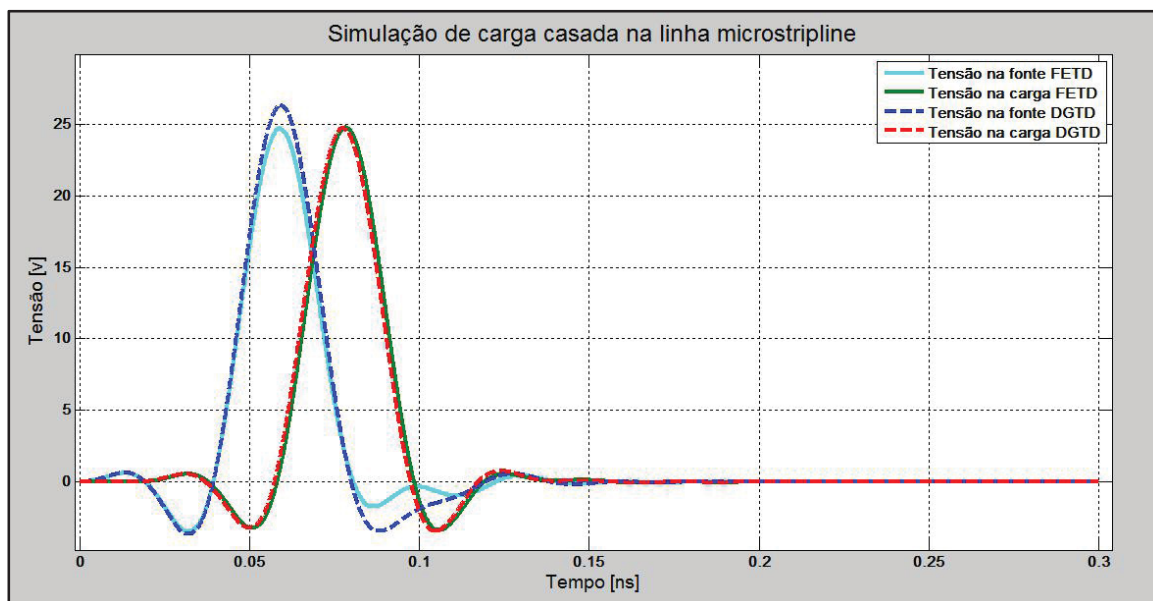


FIGURA 4.9: Comparação de simulações da estrutura de testes *microstripline* utilizando as implementações de DG6R e FE6R ($Fd = 10$).

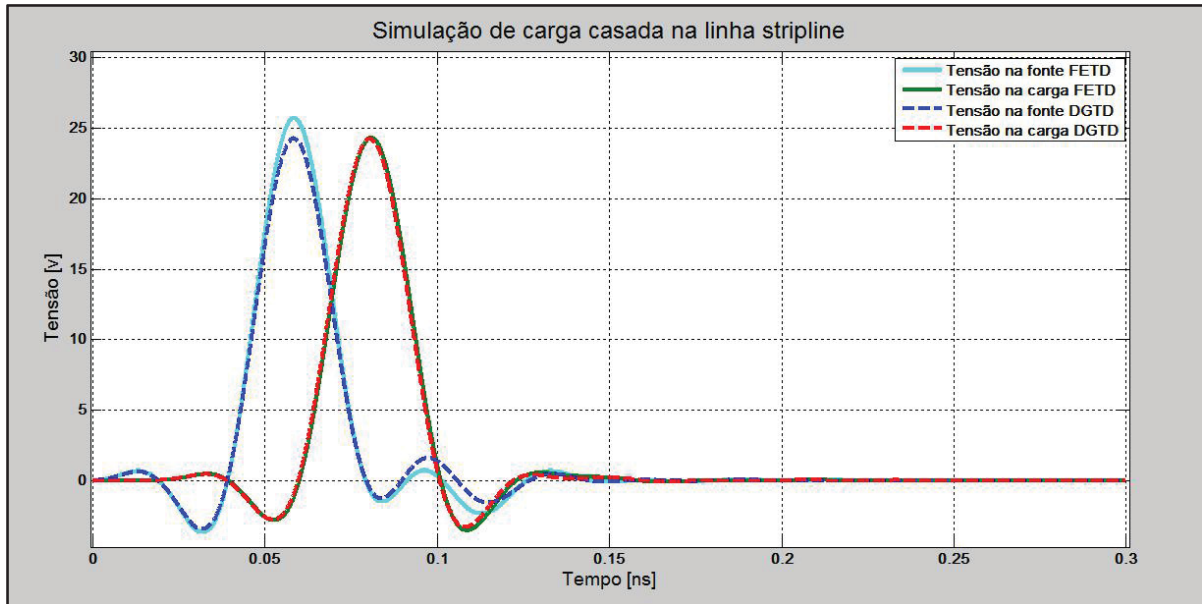


FIGURA 4.10: Comparação de simulações da estrutura de testes *stripline* utilizando as implementações de DG6R e FE6R ($Fd = 10$).

É possível observar nas FIGURAS 4.9 e 4.10 que os resultados nas simulações de carga casada (fonte, carga e linha de transmissão com impedância de 50 ohms) são semelhantes entre si e próximos aos resultados teóricos, não apresentando respostas espúrias, e sem problemas de erro acumulado nas frequências baixas e em tensão contínua. Sendo que o resultado teórico é apenas um atraso no tempo.

4.1.2. COMPARAÇÃO DE DESEMPENHO DO SIMULADOR

Como proposto no início do projeto, o tempo de simulação e a memória de variáveis utilizada pelo computador foram comparados para verificar a diferença de desempenho entre as implementações DG6R, DG6O, DG7R, DG8R do método DGTD e FE6R do método FETD. Assim foram expressados de forma gráfica os tempos de simulação e a memória utilizada, podendo ser feita a comparação dos recursos computacionais consumidos pela simulação.

Nas FIGURAS 4.11 e 4.12 pode-se comparar os recursos computacionais utilizados pelas simulações da estrutura de testes *microstripline*, e nas FIGURAS 4.13 e 4.14 da estrutura de testes *stripline*, utilizando tanto o método FETD quanto o método DGTD.

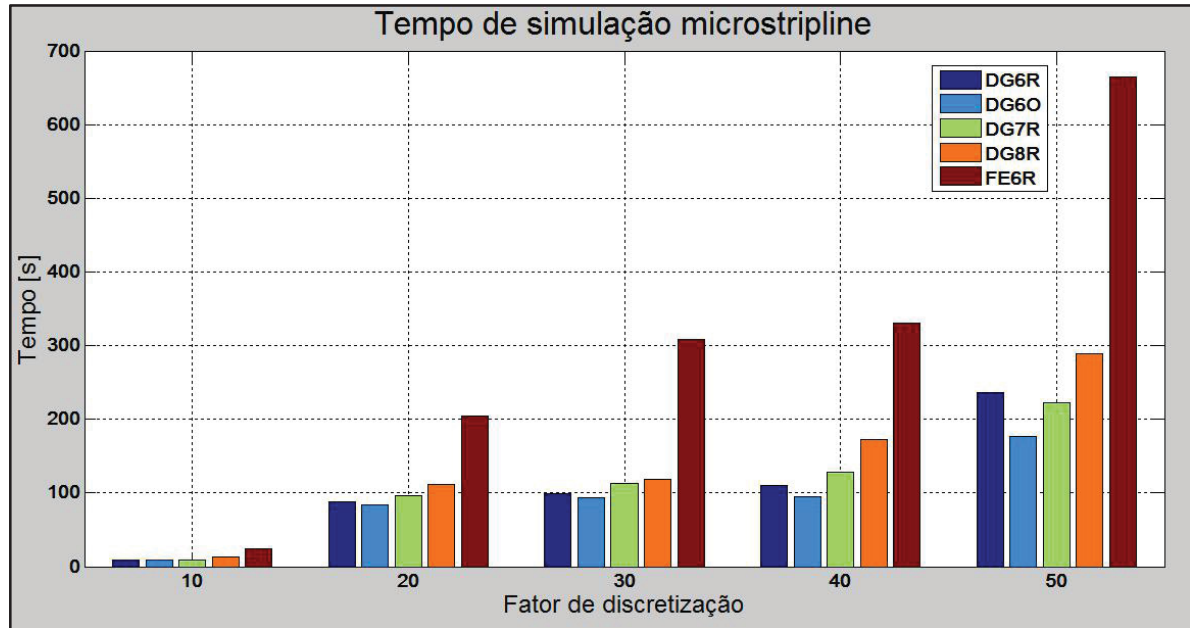


FIGURA 4.11: Comparação de tempo de simulação da estrutura de testes *microstripline*.

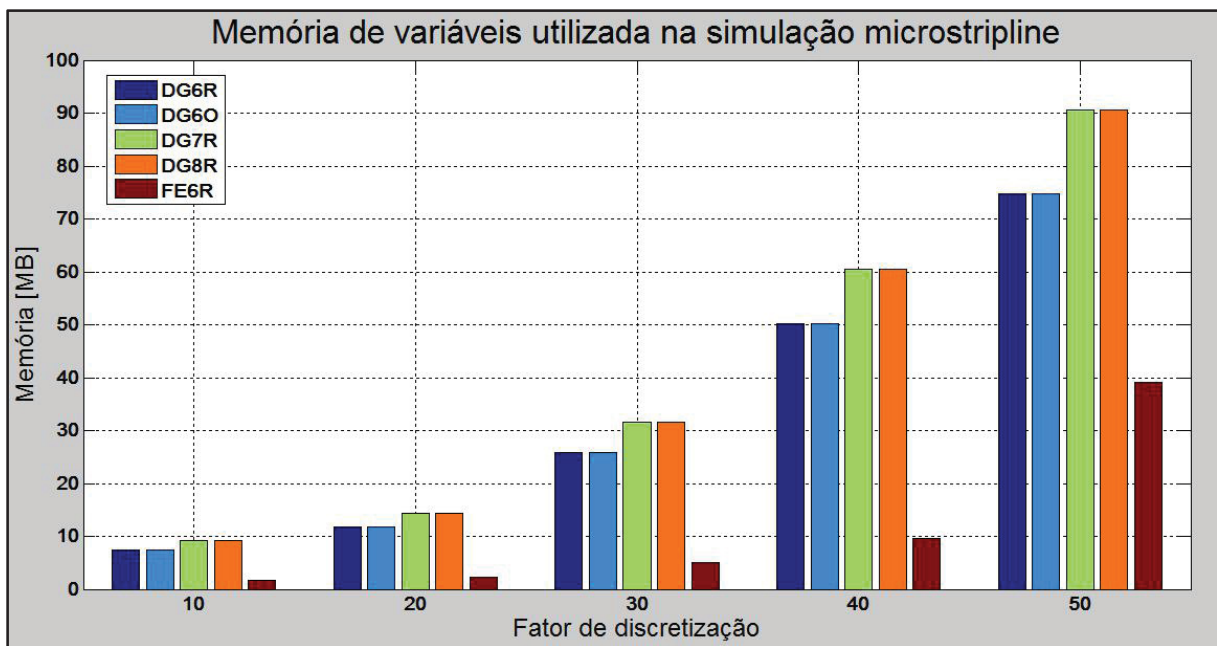


FIGURA 4.12: Comparação de uso de memória RAM da estrutura de testes *microstripline*.

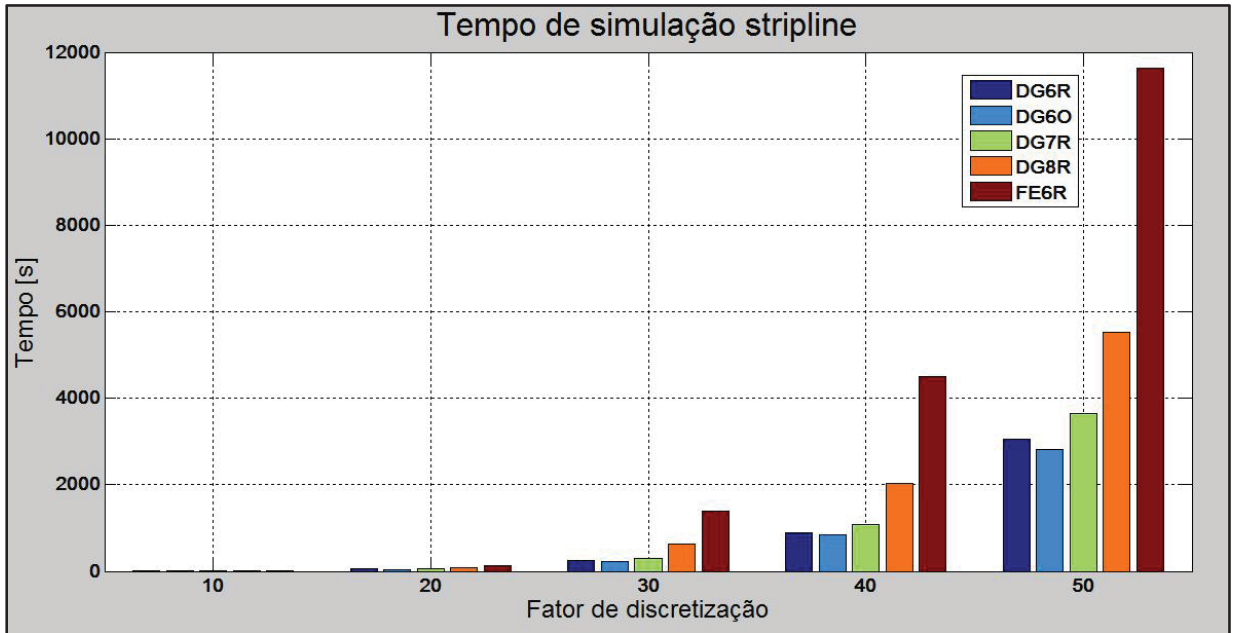


FIGURA 4.13: Comparação de tempo de simulação da estrutura de testes *stripline*.

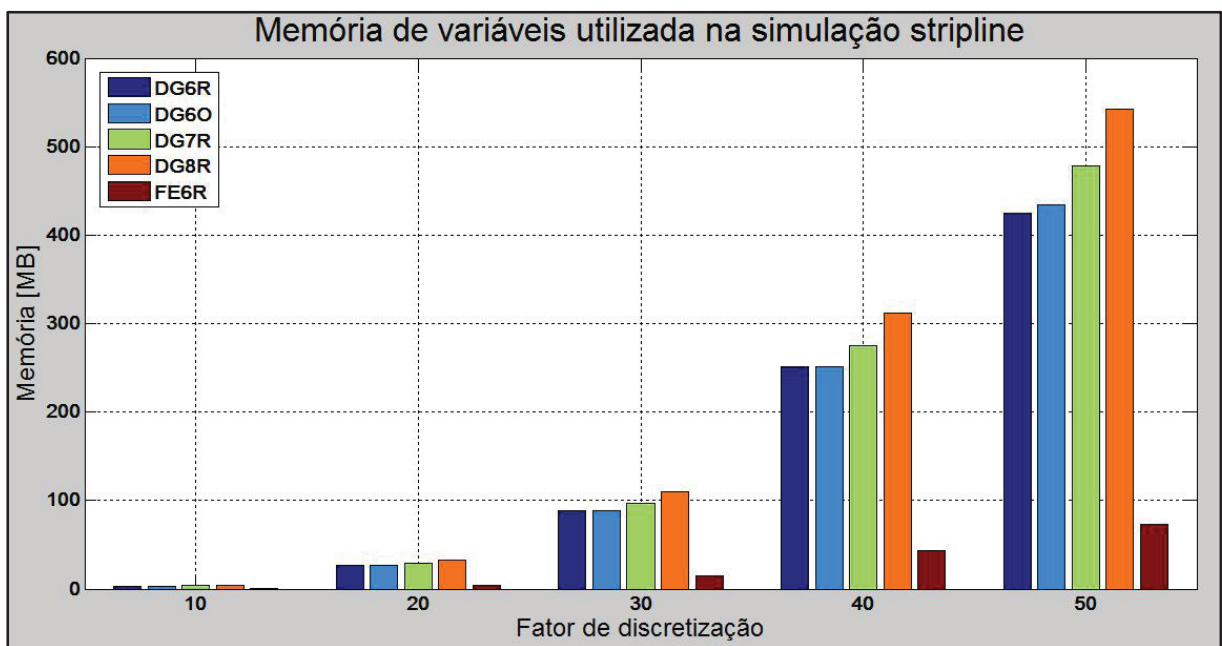


FIGURA 4.14: Comparação de uso de memória RAM da estrutura de testes *stripline*.

Os resultados das simulações da estrutura de teste *microstripline* e *stripline* mostram uma diferença de comportamento com relação ao alocamento de memória de variáveis entre os métodos. As implementações do método DGTD consomem mais memórias de variáveis do que as implementações do método FETD. Porém o consumo de CPU é maior para o método FETD.

O tempo de simulação das implementações do método DGTD foi sempre menor do que o tempo de simulação do método FETD. Em casos mais brandos, o DGTD chegou a ser duas vezes mais rápido e, no melhor caso da simulação da linha *stripline*, cinco vezes mais rápido.

Nas FIGURAS 4.15 e 4.16 pode-se comparar os recursos computacionais utilizados pelas simulações da estrutura do acoplador direcional, utilizando tanto o método FETD quanto o método DGTD.

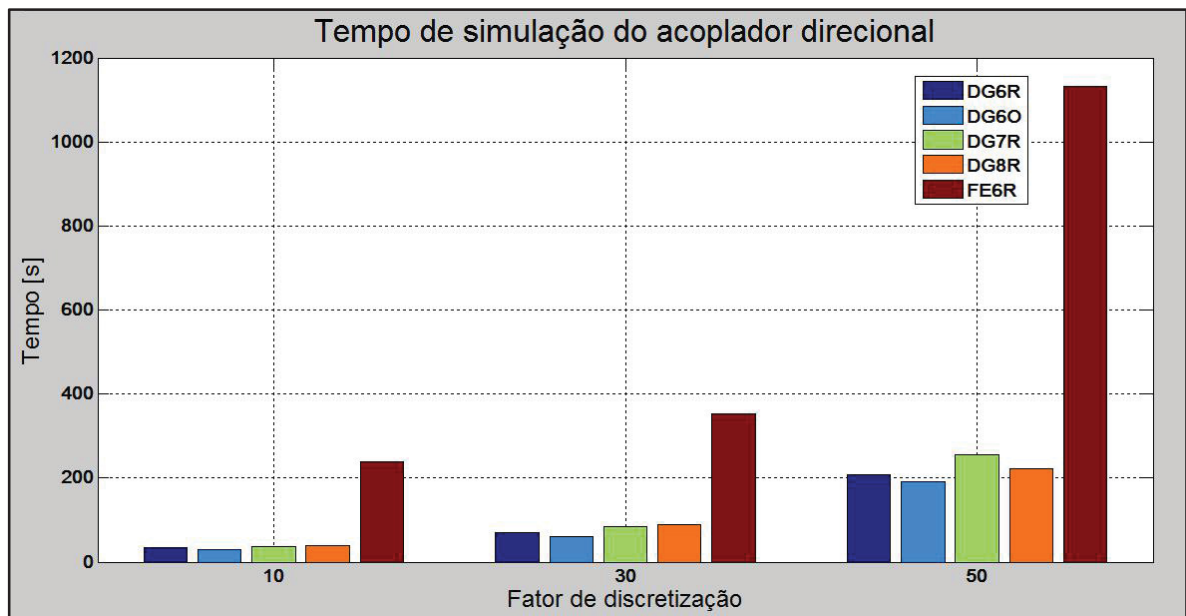


FIGURA 4.15: Comparação de tempo de simulação da estrutura do acoplador direcional.

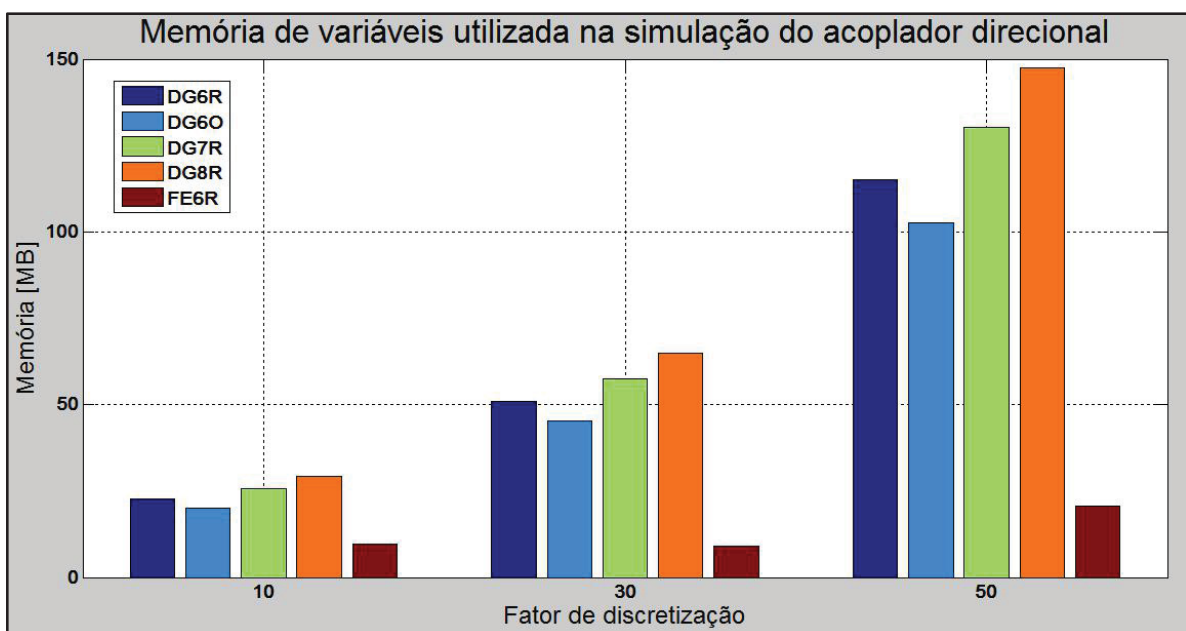


FIGURA 4.16: Comparação de uso de memória RAM da estrutura do acoplador direcional.

Os resultados das simulações do acoplador direcional mostram uma diferença de comportamento com relação ao alocamento de memória de variáveis entre os métodos. As implementações do método DGTD consomem mais memórias de variáveis do que as implementações do método FETD. Porém o consumo de CPU é maior para o método FETD.

O tempo de simulação das implementações do método DGTD foi sempre menor do que o tempo de simulação do método FETD. O método DGTD chegou a ser seis vezes mais rápido. Porém consumindo entre seis e sete vezes a memória de variáveis

Para as simulações das estruturas com carga casada foram comparados os desempenhos utilizando simulações com fator de discretização de 40. Apresentado pela TABELA 4.1 e 4.2.

TABELA 4.1: COMPARAÇÃO DE DESEMPENHOS DA ESTRUTURA DE TESTES *MICROSTRIPLINE* COM CARGA CASADA.

Fator de discretização	Uso da memória RAM (MB)	Tempo de simulação (s)
DGTD 40	61	40
FETD 40	9,4	163

TABELA 4.2: COMPARAÇÃO DE DESEMPENHOS DA ESTRUTURA DE TESTES *STRIPLINE* COM CARGA CASADA.

Fator de discretização	Uso da memória RAM (MB)	Tempo de simulação (s)
DGTD 40	112	73
FETD 40	44	974

Os resultados das simulações das estruturas de testes *stripline* e *microstripline* com carga casada também apresentam uma diferença de alocamento de memória, o método DGTD consome mais memória em todos os casos de discretização.

O tempo de simulação do método DGTD foi sempre menor do que o tempo de simulação do método FETD, em casos mais brandos, no caso da estrutura *stripline*, o DGTD chegou a ser 1,85 vez mais rápido, e no melhor caso da simulação da linha *stripline* com carga casada 10,8 vezes mais rápido, mostrando um alto potencial de diminuição do tempo de simulação.

É possível observar que nas simulações com ambos os métodos, não ocorreram modos espúrios, porém os erros de capacitância e de frequência não seguem um padrão definido. Contudo o método DGTD apresentou um bom desempenho comparado ao método FETD pois executa a mesma simulação, com erros parecidos, mas com tempos de simulação reduzidos.

5. CONCLUSÃO

A modelagem de baixa ordem dos campos elétrico e magnético no método DGTD resultaram em um aumento de desempenho do simulador eletromagnético em relação ao método FETD utilizando as mesmas funções de base. O consumo de memória de variáveis é maior no método DGTD em comparação ao método FETD, porém o tempo de simulação do método DGTD é menor para a mesma simulação utilizando o método FETD.

A utilização de funções de base de ordem um para o campo elétrico e ordem zero para o campo magnético eliminou os modos espúrios das simulações, não penalizando os modos reais.

A implementação do método DGTD proposta neste trabalho foi a implementação com menor ordem de funções polinomiais que evitam os modos espúrios nas simulações.

A utilização de implementações do método DGTD de baixa ordem em estruturas pequenas otimiza os cálculos. Uma vez que os tetraedros têm a mesma ordem de grandeza dos detalhes da estrutura.

O cálculo do passo no tempo não garante necessariamente a convergência do método. Dependendo da implementação do método deve-se diminuir o passo no tempo para garantir a convergência do cálculo numérico.

Quando a estrutura é discretizada com fatores mais elevados ($F_d = 50$) a relação entre o tempo de simulação utilizando o método FETD em relação ao DGTD aumenta. O aumento da relação entre os tempos de simulações comprova que, para simulações com malha mais refinada, o ganho de desempenho do método DGTD é mais evidente.

Simulações de estruturas ressonantes não singulares devem ser executadas a fim de identificar erros positivos não esperados para discretizações elevadas.

Simulações utilizando outras estruturas de testes como circuitos integrados e implementações matemáticas de dispositivos semicondutores em superfícies devem ser executadas futuramente para garantir a efetividade da implementação em casos mais complexos. Assim como implementações utilizando funções de base de ordem mais elevada.

BIBLIOGRAFIA

- ALVAREZ, ANGULO, BRETONES, GARCIA. **A Spurious-Free Discontinuous Galerkin Time-Domain Method for the Accurate Modeling of Microwave Filters.** *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques.* vol 60, no. 8, pp. 2359–2369, August 2012.
- CANGELLARIS. **Frequency-domain finite element methods for electromagnetic field simulation: fundamentals, state of the art, and applications to EMI/EMC analysis.** *Symposium Record. IEEE International Symposium on.* Santa Clara, CA, USA, USA. 13-23, August 1996.
- CHEN, LIU. **Discontinuous Galerkin Time-Domain Methods for Multiscale Electromagnetic Simulations: A Review.** *Proceedings of the IEEE.* vol 101, no. 2, February 2013.
- CHRIST, HARTNAGEL. **Three-Dimensional Finite-Difference Method for the Analysis of Microwave-Device Embedding.** *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques.* vol 35, no. 8, pp. 688–696, August 1987.
- DENG. **Quadrature Formulas in Two Dimensions.** Finite Element Method Section 001, Dept. of Mathematics and Statistics, UNC at Charlotte, Spring 2010.
- ERN, GUERMOND. **Theory and practice of finite elements.** Springer, 2004
- FLAHERTY. **CSCI, MATH 6860 FINITE ELEMENT ANALYSIS Lecture Notes.** Department of Computer Science Department of Mathematical Sciences Rensselaer Polytechnic Institute Troy, New York 12180, Spring 2000.
- GONG, JIAN, ZHANG, WANG, HU, LIN. **An improved finite element meshing strategy for optimal control of chemical process.** *Control Conference (CCC), 36th Chinese in Dalian China.* 26-28, July 2017.
- JAIN; AHMAD, KHALIL. **Mathematical Methods in Physics Distributions, Hilbert Space Operators, and Variational Methods.** Definitions and basic properties of inner product spaces and Hilbert spaces. *Functional Analysis*(2nd ed.). New Age International. Springer, 1995.
- LAROUSSE, COSTACHE. **Finite-element method applied to EMC problems.** *IEEE - Transactions on Electromagnetic Compatibility.* vol. 35, no. 2, pp. 178-184, May 1993.
- LEE, LEE, CANGELLARIS. **Time-domain finite-element methods.** *IEEE Transactions on Antennas and Propagation.* vol 45, no. 3, pp 430-442, March 1997.
- LIN. **Multiple-objective optimization by method of proper equality constraints using lagrange multipliers.** *Decision and Control including the 17th Symposium on Adaptive Processes, IEEE Conference on.* San Diego, CA, USA, USA. 10-12 January 1978.
- PEGORARO, ARTUZI. **Extended State-Space Finite-Element Formulation to Incorporate frequency Dependent Surface Models in Time Domain.** *IEEE Transactions on Antennas and Propagation.* vol 55, no 6, pp. 2190-2195 August 2004.
- PINCIUC. **Basis Functions With Divergence Constraints For The Finite Element Method.** Thesis - Graduate Department of Electrical and Computer Engineering University of Toronto 2012.
- RIEBEN, WHITE, RODRIGUE. **High-order symplectic integration methods for finite element solutions to time dependent Maxwell equations.** *IEEE Transactions on Antennas and Propagation.* vol 52, no 8, pp. 1231-1238 December 2013.
- SARKAR, PEREIRA. **Using the Matrix Pencil Method to Estimate the Parameters of a Sum of Complex Exponentials.** *IEEE Antennas and Propagation Magazine.* vol 37, no 1, pp. 48-55, February 1995.

- SCHMIDKE. **Tratamento de Singularidades em Estruturas Condutoras para o Método FETD**. Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica - PPGEE Universidade Federal do Paraná - UFPR 2006.
- SKEEL. **Variable Step Size Destabilizes the Störmer/Leapfrog/Verlet Method**. BIT Numerical Mathematics, Vol. 33, pp. 172–175, 1993.
- TAFLOVE. **Application of the finite-difference time-domain method to sinusoidal steady state electromagnetic penetration problems**. *IEEE Transactions on electromagnetic Compatibility*. vol 22, no. 3, pp 191-202, August 1980.
- TOBÓN, REN, LIU. **A new efficient 3D Discontinuous Galerkin Time Domain (DGTD) method for large and multiscale electromagnetic simulations**. *Journal of computational Physics*. vol 283, pp. 374–387, February 2015.

APÊNDICES

APÊNDICE A 1: ROTINA DE IMPORTAÇÃO E ORGANIZAÇÃO DOS DADOS DO PROBLEMA

```

clear all
global Tp
RungeKutta = 0;
Leapfrog = 1;
ODE = 0;
Tp = 0.12;      % duração do pulso
ne = 6;
nh = 3;
nn = 12;
% unidades

m   = 0;
mm  = 3;
um  = 6;
mil = 6 - log10(25.4);
us  = 6;
ns  = 9;
ps  = 12;
dat  % importação dos dados do problema
% desnormalização

epo = 8.854*10^(-12-h+t);
muo = 4*pi*10^(-7-h+t);
mat = mat*diag([epo muo sqrt(epo/muo)]);
gid  % importação dos dados do GiD
ntet = length(tet);      % número de tetraedros
ntri = length(tri);      % número de triângulos
nnod = length(xyz);     % número de nós
teta = [1:ntet]*ones(1,4); % tetraedros adjacentes
tria = spalloc(ntet,4,ntri*2); % triângulos adjacentes
map = sparse(teta,tet(:,2:5),1,ntet,nnod);
map = map*map';         % matriz de adjacências
[i,j] = find(triu(map)==3); % encontra faces

nf = length(i);          % número de faces
face = sparse(i,j,[1:nf],ntet,ntet); % enumera faces
face = face - face';    % anti-simetria
[i,j] = find(map==3);
j = [0; find([diff(j); 1])];
for k=1:ntet % para cada elemento ...

n = i(j(k)+1:j(k+1));
for l=1:length(n)

    x = [1 1 1 1]*tet(k,2:5);
    y = [1 1 1 1]*tet(n(l),2:5);
    m = find(sum(x==y')==0);
    teta(k,m) = n(l); % ... encontra a posição dos elementos adjacentes
end

n = find(tri(:,3)==k);
for l=1:length(n)

    x = [1 1 1]*tet(k,2:5);
    y = [1 1 1 1]*tri(n(l),5:7);
    m = find(sum(x==y')==0);

```



```

    tria(k,m) = n(l);
    tri(n(l),4) = teta(k,m); % ... encontra a posição dos triângulos adjacentes
end

end

for k=1:ntet

n = find(tri(:,4)==k);
for l=1:length(n)

    x = [1 1 1]'*tet(k,2:5);
    y = [1 1 1 1]'*tri(n(l),5:7);
    m = find(sum(x==y')==0);
    tria(k,m) = n(l); % ... repete porque a condição fica associada a apenas um
dos elementos
end

end

z = [ 1  0  0 -1
      0  1  0 -1
      0  0  1 -1];
hi = 0; % inverso da altura do tetraedro
for k=1:ntet % para cada elemento ...

n = z*xyz(tet(k,2:5),:);
n = n\z;
n = sqrt(sum(n.*n,2)); % ... calcula o inverso das alturas e ...
hi = max([hi; n]); % ... salva o menor valor entre todos os elementos
end

dt = cfl*sqrt(epo*muo)/hi; % define o passo no tempo com base na menor altura
nt = fix(span/dt);
% matrizes constantes

x = [1 3 2
      3 2 1
      2 1 3];

y = [ 0 -1  1
      1  0 -1
      -1  1  0];

```

APÊNDICE A 2: ROTINA DE CÁLCULO DAS MATRIZES DAS FUNÇÕES DE BASE PARA A INTEGRAÇÃO EM QUADRATURA

```

mgauss = [ 0.5854 0.1382 0.1382 0.1382
           0.1382 0.5854 0.1382 0.1382
           0.1382 0.1382 0.5854 0.1382
           0.1382 0.1382 0.1382 0.5854 ]; % usada para o calculo da matriz A

ngauss = (ones(4,4)-eye(4))/3; % usada para o calculo da matriz B

A = zeros(nn*ntet,ne);
B = zeros(nn*ntet,ne);
C = zeros(nn*ntet,nh);
D = zeros(nn*ntet,nh);

jx = zeros(nn*ntet,nh);
sx = zeros(nn*ntet,nh);

Ss = zeros(nn*ntet,1);
Si = zeros(nn*ntet,1);
Ve = zeros(nn*ntet,1);
Vm = zeros(nn*ntet,1);

p = [-nn:-1]'+1;
q = [-nh:-1]'+1;

w = eye(4)-ones(4,4)/4; % translada a referência para o baricentro
for k=1:ntet % para cada elemento ...

p = p + nn;
n = w*xyz(tet(k,2:5),:); % vértices do tetraedro
FPM = mgauss*n;
switch FB
case DG6R
    A(p,:) = [ 1 0 0 0 0 FPM(1,3) -FPM(1,2)
              0 1 0 -FPM(1,3) 0 FPM(1,1)
              0 0 1 FPM(1,2) -FPM(1,1) 0
              1 0 0 0 FPM(2,3) -FPM(2,2)
              0 1 0 -FPM(2,3) 0 FPM(2,1)
              0 0 1 FPM(2,2) -FPM(2,1) 0
              1 0 0 0 FPM(3,3) -FPM(3,2)
              0 1 0 -FPM(3,3) 0 FPM(3,1)
              0 0 1 FPM(3,2) -FPM(3,1) 0
              1 0 0 0 FPM(4,3) -FPM(4,2)
              0 1 0 -FPM(4,3) 0 FPM(4,1)
              0 0 1 FPM(4,2) -FPM(4,1) 0 ];

FPM = ngauss*n;

B(p,:) = [ 1 0 0 0 FPM(1,3) -FPM(1,2)
           0 1 0 -FPM(1,3) 0 FPM(1,1)
           0 0 1 FPM(1,2) -FPM(1,1) 0
           1 0 0 0 FPM(2,3) -FPM(2,2)
           0 1 0 -FPM(2,3) 0 FPM(2,1)
           0 0 1 FPM(2,2) -FPM(2,1) 0
           1 0 0 0 FPM(3,3) -FPM(3,2)
           0 1 0 -FPM(3,3) 0 FPM(3,1)
           0 0 1 FPM(3,2) -FPM(3,1) 0
           1 0 0 0 FPM(4,3) -FPM(4,2)
           0 1 0 -FPM(4,3) 0 FPM(4,1)
           0 0 1 FPM(4,2) -FPM(4,1) 0 ];

```

case DG60

```
A(p, :) = [ 1 0 0 FPM(1,3)-FPM(1,2) 0 0
            0 1 0 0 FPM(1,1)-FPM(1,3) 0
            0 0 1 0 0 FPM(1,2)-FPM(1,1)
            1 0 0 FPM(2,3)-FPM(2,2) 0 0
            0 1 0 0 FPM(2,1)-FPM(2,3) 0
            0 0 1 0 0 FPM(2,2)-FPM(2,1)
            1 0 0 FPM(3,3)-FPM(3,2) 0 0
            0 1 0 0 FPM(3,1)-FPM(3,3) 0
            0 0 1 0 0 FPM(3,2)-FPM(3,1)
            1 0 0 FPM(4,3)-FPM(4,2) 0 0
            0 1 0 0 FPM(4,1)-FPM(4,3) 0
            0 0 1 0 0 FPM(4,2)-FPM(4,1) ];
```

FPM = ngauss*n;

```
B(p, :) = [ 1 0 0 FPM(1,3)-FPM(1,2) 0 0
            0 1 0 0 FPM(1,1)-FPM(1,3) 0
            0 0 1 0 0 FPM(1,2)-FPM(1,1)
            1 0 0 FPM(2,3)-FPM(2,2) 0 0
            0 1 0 0 FPM(2,1)-FPM(2,3) 0
            0 0 1 0 0 FPM(2,2)-FPM(2,1)
            1 0 0 FPM(3,3)-FPM(3,2) 0 0
            0 1 0 0 FPM(3,1)-FPM(3,3) 0
            0 0 1 0 0 FPM(3,2)-FPM(3,1)
            1 0 0 FPM(4,3)-FPM(4,2) 0 0
            0 1 0 0 FPM(4,1)-FPM(4,3) 0
            0 0 1 0 0 FPM(4,2)-FPM(4,1) ];
```

case DG7R

```
A(p, :) = [ 1 0 0 0 FPM(1,3) -FPM(1,2) FPM(1,1)
            0 1 0 -FPM(1,3) 0 FPM(1,1) FPM(1,2)
            0 0 1 FPM(1,2) -FPM(1,1) 0 FPM(1,3)
            1 0 0 0 FPM(2,3) -FPM(2,2) FPM(2,1)
            0 1 0 -FPM(2,3) 0 FPM(2,1) FPM(2,2)
            0 0 1 FPM(2,2) -FPM(2,1) 0 FPM(2,3)
            1 0 0 0 FPM(3,3) -FPM(3,2) FPM(3,1)
            0 1 0 -FPM(3,3) 0 FPM(3,1) FPM(3,2)
            0 0 1 FPM(3,2) -FPM(3,1) 0 FPM(3,3)
            1 0 0 0 FPM(4,3) -FPM(4,2) FPM(4,1)
            0 1 0 -FPM(4,3) 0 FPM(4,1) FPM(4,2)
            0 0 1 FPM(4,2) -FPM(4,1) 0 FPM(4,3) ];
```

FPM = ngauss*n;

```
B(p, :) = [ 1 0 0 0 FPM(1,3) -FPM(1,2) FPM(1,1)
            0 1 0 -FPM(1,3) 0 FPM(1,1) FPM(1,2)
            0 0 1 FPM(1,2) -FPM(1,1) 0 FPM(1,3)
            1 0 0 0 FPM(2,3) -FPM(2,2) FPM(2,1)
            0 1 0 -FPM(2,3) 0 FPM(2,1) FPM(2,2)
            0 0 1 FPM(2,2) -FPM(2,1) 0 FPM(2,3)
            1 0 0 0 FPM(3,3) -FPM(3,2) FPM(3,1)
            0 1 0 -FPM(3,3) 0 FPM(3,1) FPM(3,2)
            0 0 1 FPM(3,2) -FPM(3,1) 0 FPM(3,3)
            1 0 0 0 FPM(4,3) -FPM(4,2) FPM(4,1)
            0 1 0 -FPM(4,3) 0 FPM(4,1) FPM(4,2)
            0 0 1 FPM(4,2) -FPM(4,1) 0 FPM(4,3) ];
```

case DG8R

```
A(p, :) = [ 1 0 0 0 FPM(1,3) -FPM(1,2) 0 -FPM(1,1)
```

```

0 1 0 -FPM(1,3) 0 FPM(1,1) FPM(1,2) 0
0 0 1 FPM(1,2) -FPM(1,1) 0 -FPM(1,3) FPM(1,3)
1 0 0 0 FPM(2,3) -FPM(2,2) 0 -FPM(2,1)
0 1 0 -FPM(2,3) 0 FPM(2,1) FPM(2,2) 0
0 0 1 FPM(2,2) -FPM(2,1) 0 -FPM(2,3) FPM(2,3)
1 0 0 0 FPM(3,3) -FPM(3,2) 0 -FPM(3,1)
0 1 0 -FPM(3,3) 0 FPM(3,1) FPM(3,2) 0
0 0 1 FPM(3,2) -FPM(3,1) 0 -FPM(3,3) FPM(3,3)
1 0 0 0 FPM(4,3) -FPM(4,2) 0 -FPM(4,1)
0 1 0 -FPM(4,3) 0 FPM(4,1) FPM(4,2) 0
0 0 1 FPM(4,2) -FPM(4,1) 0 -FPM(4,3) FPM(4,3) ];

FPM = ngauss*n;

B(p,:) = [ 1 0 0 0 FPM(1,3) -FPM(1,2) 0 -FPM(1,1)
0 1 0 -FPM(1,3) 0 FPM(1,1) FPM(1,2) 0
0 0 1 FPM(1,2) -FPM(1,1) 0 -FPM(1,3) FPM(1,3)
1 0 0 0 FPM(2,3) -FPM(2,2) 0 -FPM(2,1)
0 1 0 -FPM(2,3) 0 FPM(2,1) FPM(2,2) 0
0 0 1 FPM(2,2) -FPM(2,1) 0 -FPM(2,3) FPM(2,3)
1 0 0 0 FPM(3,3) -FPM(3,2) 0 -FPM(3,1)
0 1 0 -FPM(3,3) 0 FPM(3,1) FPM(3,2) 0
0 0 1 FPM(3,2) -FPM(3,1) 0 -FPM(3,3) FPM(3,3)
1 0 0 0 FPM(4,3) -FPM(4,2) 0 -FPM(4,1)
0 1 0 -FPM(4,3) 0 FPM(4,1) FPM(4,2) 0
0 0 1 FPM(4,2) -FPM(4,1) 0 -FPM(4,3) FPM(4,3) ];

end

C(p,:) = A(p,1:3);

D(p,:) = B(p,1:3);
n = z*n; % vetores contravariantes
volume = prod(svd(n))/6; % volume do elemento
n = n\z^3*volume; % vetores covariantes
areas = sqrt(sum(n.*n)); % áreas das faces
n = -n/diag(areas); % normalização para fora
Ve(p,:) = volume*mat(tet(k,1),1)*ones(nn,1)/4;
Vm(p,:) = volume*mat(tet(k,1),2)*ones(nn,1)/4;
for l=1:4 % para cada face do elemento ...

q = q + nh;
t = teta(k,l); % tetraedro adjacente à face l

if t==k

f = l;

else

f = find(teta(t,)==k); % face adjacente correspondente à face l

end

jx(q,:) = ones(nh,1)*((t-1)*nn+f*3+[-2 -1 0]); % endereço da face adjacente
nl = n(:,l);
nx = nl(x).*y;

B(q,:) = -nx*nx*B(q,:);
D(q,:) = -nx*nx*D(q,:);

sx(q,:) = nx*areas(l); % matriz produto externo

Si(q,:) = 1/areas(l)*ones(3,1);

```

```
if tria(k,1) % se houver triângulo adjacente à face ...
    Ss(q,:) = mat(tri(tria(k,1),1),3)*ones(nh,1)*areas(1);
else
    Ss(q,:) = zeros(nh,1);
end
end
end
```

APÊNDICE A 3: ROTINA DE DEFINIÇÃO DA FONTE

```

%----- definição da fonte -----

p1 = find((tri(:,1)==fonte) .* (tri(:,2)==1));
p2 = find((tri(:,1)==fonte) .* (tri(:,2)==2));
f1 = zeros(size(p1));
f2 = zeros(size(p2));
for k=1:length(p1)
    f1(k) = find(tria(tri(p1(k),3),:)==p1(k));
end
for k=1:length(p2)
    f2(k) = find(tria(tri(p2(k),3),:)==p2(k));
end
source = sparse(nn*ntet,2);

source((tri(p1,3)-1)*nn+f1*nh,1) = 1;
source((tri(p2,3)-1)*nn+f2*nh,2) = 1;
%-----

```

APÊNDICE A 4: ROTINA DE INTEGRAÇÃO *LEAPFROG*

```

A = blkdiags(A,nn);
B = blkdiags(B,nn);
C = blkdiags(C,nn);
D = blkdiags(D,nn);

Ve = blkdiags(Ve,1);
Vm = blkdiags(Vm,1);
Ss = blkdiags(Ss,1);

Si = blkdiags(Si,1);
Sd = blkdiags(sx,3);
Sx = sparse([1:ntet*nn]'*ones(1,nh),jx,sx);
source = B'*Sx'*Si*Sx*source/sqrt(source'*Sx'*Si*Sx*source);
if Leapfrog == 1
    %% Leapfrog method
Me = chol(A'*Ve*A*2/dt + B'*Ss*B/2); % fatoração
Mh = chol(C'*Vm*C*2/dt);

Me = Me\(Me'\speye(ne*ntet,ne*ntet)); % inversa
Mh = Mh\(Mh'\speye(nh*ntet,nh*ntet));

Kee = (A'*Ve*A*2/dt - B'*Ss*B/2);

Khe = D'*(Sd+Sx)*B;
v = zeros(ne*ntet,1);
w = zeros(nh*ntet,1);
u = zeros(nt,2);
wb = waitbar(0,'Iterações Realizadas','Name','DGTD');
tic
for n=1:nt

waitbar(n/nt,wb)
%v = M2*(Me*(Kee*v + Khe'*w + source*src(n,dt)));
v = (Me*(Kee*v + Khe'*w + source*src(n,dt)));
w = w - Mh*(Khe*v);
u(n,:) = v'*source;
end
toc
close(wb)
end
if RungeKutta == 1
    %% RungeKutta method
%dt = dt/100000;
Ae = chol(A'*Ve*A*2); % fatoração
Ah = chol(C'*Vm*C*2);

Ae = Ae\(Ae'\speye(ne*ntet,ne*ntet)); % inversa
Ah = Ah\(Ah'\speye(nh*ntet,nh*ntet));
%Ae = Ae'*Ae;
%Ah = Ah'*Ah;

Be = (-B'*Ss*B);
Ce = (B'*(Sd+Sx)'*D);
De = (-B');
Ch = (-D'*(Sd+Sx)*B);
MA = blkdiag(Ae,Ah);
[~,co] = size(Ce);
[li,~] = size(Ch);
MB = [Be Ce
      Ch zeros(li,co)];
v = zeros(ne*ntet,1);

```

```

w = zeros(nh*ntet,1);
Y = [v
     w];
u = zeros(nt,2);
J = [source; zeros(nh*ntet,2)];
wb = waitbar(0,'Iterações Realizadas','Name','DGTD');
tic
for n=1:nt

waitbar(n/nt,wb)
%v = M2*(Me*(Kee*v + Khe'*w + source*src(n,dt)));
%v = (Me*(Kee*v + Khe'*w + source*src(n,dt)));
%w = w - Mh*(Khe*v);
%MF = MA*MB;
k1 = MA*(MB*Y+J*src(n,dt));
k2 = MA*(MB*(Y+dt/2*k1)+J*src(n+0.5,dt));
k3 = MA*(MB*(Y+dt/2*k2)+J*src(n+0.5,dt));
k4 = MA*(MB*(Y+dt*k3)+J*src(n+1,dt));
Y = Y+dt/6*(k1+2*k2+2*k3+k4);
u(n,:) = Y'*J;
end
toc
close(wb)
end
if ODE == 1
    %% ODE method
Ae = chol(A'*Ve*A*2); % fatoração
Ah = chol(C'*Vm*C*2);

Ae = Ae\(Ae'\speye(ne*ntet,ne*ntet)); % inversa
Ah = Ah\(Ah'\speye(nh*ntet,nh*ntet));
%Ae = Ae'*Ae;
%Ah = Ah'*Ah;

Be = (-B'*Ss*B);
Ce = (B'*(Sd+Sx)'*D);
De = (-B');
Ch = (-D'*(Sd+Sx)*B);
MA = blkdiag(Ae,Ah);
[~,co] = size(Ce);
[li,~] = size(Ch);
MB = [Be Ce
      Ch zeros(li,co)];
MM = MA*MB;
v = zeros(ne*ntet,1);
w = zeros(nh*ntet,1);
y = [v
     w];
u = zeros(nt,2);
J = [source; zeros(nh*ntet,2)];

wb = waitbar(0,'Iterações Realizadas','Name','DGTD');
tic
for n=1:nt

waitbar(n/nt,wb)
%v = M2*(Me*(Kee*v + Khe'*w + source*src(n,dt)));
%v = (Me*(Kee*v + Khe'*w + source*src(n,dt)));
%w = w - Mh*(Khe*v);
%MF = MA*MB;
[t,y]=ode45(@ (t,y) odefun(t,y,MA,MB,J), [n*dt
(n+1)*dt],y,odeset('InitialStep',dt));
u(n,:) = y'*J;
end

```



```
toc
close(wb)
end
close all
plot([1:length(u)]*dt,u,[1 length(u)]*dt,[1 1]*Tp/6/50/epo)
```

APÊNDICE A 5: ROTINA DE EXTRAÇÃO DE PARÂMETROS ATRAVÉS DO MÉTODO DA MATRIZ
PENCIL

```
n = length(u);  
y = u(fix(n/4):fix(3*n/800):n,1);  
H = hankel(y);  
m = fix(length(y)/2);  
Y = H(1:m,1:11);  
gama = log(eigs(Y(:,1:10)\Y(:,2:11),7))/fix(3*n/800)/dt;  
-real(gama) + 1j*imag(gama)/2/pi  
mean(u(length(u),:))
```

APÊNDICE B 1: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA ESTRUTURA DE TESTES *MICROSTRIPLINE* COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 10 ($Fd = 10$).

Implementação	Número de tetraedros	Erro na Frequência %	Erro na Capacitância %	α	η	Tempo de simulação (s)	Memória de variáveis [MB]
DG6R	1700	-12,57	3,87	0,0002	80%	12	7,4
DG6O	1700	-11,25	-2,48	0,0003	100%	12	7,4
DG7R	1700	-10,61	0,70	0,0005	70%	12	9,1
DG8R	1700	-7,17	-5,41	0,0003	70%	17	10
FE6R	1700	-5,34	30,19	0,0013	100%	33	1,6

APÊNDICE B 2: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA ESTRUTURA DE TESTES *MICROSTRIPLINE* COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 20 ($Fd = 20$).

Implementação	Número de tetraedros	Erro na Frequência %	Erro na Capacitância %	α	η	Tempo de simulação (s)	Memória de variáveis [MB]
DG6R	2686	-4,05	-1,46	0,0003	100%	99	11,7
DG6O	2686	-1,80	-5,33	0,0004	100%	94	11,7
DG7R	2686	-2,06	-4,63	0,0002	100%	113	14,4
DG8R	2686	1,45	-10,68	0,0005	100%	176	16
FE6R	2686	-3,86	23,61	0,001	100%	205	2,2

APÊNDICE B 3: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA ESTRUTURA DE TESTES *MICROSTRIPLINE* COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 30 ($Fd = 30$).

Implementação	Número de tetraedros	Erro na Frequência %	Erro na Capacitância %	α	η	Tempo de simulação (s)	Memória de variáveis [MB]
DG6R	5834	-1,41	-1,46	0,0001	100%	88	25,8
DG6O	5834	0,29	-5,74	0,0003	100%	84	25,8
DG7R	5834	0,19	-4,63	0,0004	100%	97	31,5
DG8R	5834	3,57	-10,82	0,0003	100%	111	35,4
FE6R	5834	-2,06	14,59	0,0012	100%	308	5

APÊNDICE B 4: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA ESTRUTURA DE TESTES *MICROSTRIPLINE* COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 40 ($Fd = 40$).

Implementação	Número de tetraedros	Erro na Frequência %	Erro na Capacitância %	α	η	Tempo de simulação (s)	Memória de variáveis [MB]
DG6R	11201	0,55	-3,24	0,0001	100%	110	50,1
DG6O	11201	2,57	-6,02	0,0002	70%	96	50,1
DG7R	11201	2,03	-6,02	0,0002	100%	128	60,5
DG8R	11201	5,79	-12,83	0,0003	100%	174	68,2
FE6R	11201	-1,58	11,90	0,001	100%	330	9,6

APÊNDICE B 5: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA ESTRUTURA DE TESTES *MICROSTRIPLINE* COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 50 ($Fd = 50$).

Implementação	Número de tetraedros	Erro na Frequência %	Erro na Capacitância %	α	η	Tempo de simulação (s)	Memória de variáveis [MB]
DG6R	16799	1,06	-3,76	0,0003	100%	216	74,8
DG6O	16799	2,86	-7,36	0,0003	70%	177	74,8
DG7R	16799	2,60	-6,69	0,0002	100%	223	90,6
DG8R	16799	6,50	-13,11	0,0002	100%	289	102,6
FE6R	16799	-1,06	9,60	0,0011	100%	664	39,1

APÊNDICE B 6: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA ESTRUTURA DE TESTES *MICROSTRIPLINE* COM FATORES DE DISCRETIZAÇÃO DE 60 AO 100.

Fator de discretização	Número de tetraedros	Erro na Frequência %	Erro na Capacitância %	α	η	Tempo de simulação (s)	Memória de variáveis [MB]
60	18622	1,03	-3,76	0,0003	100%	253	79,7
70	19531	1,22	-3,95	0,0002	100%	277	89,2
80	22000	1,90	-4,67	0,0003	70%	298	90,6
90	23277	2,22	-5,24	0,0002	70%	454	105,9
100	24951	2,48	-5,73	0,0002	70%	664	119,4

APÊNDICE C 1: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA ESTRUTURA DE TESTES *STRIPLINE* COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 10 ($Fd = 10$).

Implementação	Número de tetraedros	Erro na Frequência %	Erro na Capacitância %	α	η	Tempo de simulação (s)	Memória de variáveis [MB]
DG6R	641	-12,63	17,7	0,0003	70%	5	3,2
DG6O	641	-11,92	7,09	0,0002	100%	7	3,2
DG7R	641	-10,97	7,50	0,0002	70%	6	3,6
DG8R	641	-8,03	6,95	0,0003	70%	6	4
FE6R	641	-2,72	8,27	0,001	100%	10	0,5

APÊNDICE C 2: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA ESTRUTURA DE TESTES *STRIPLINE* COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 20 ($Fd = 20$).

Implementação	Número de tetraedros	Erro na Frequência %	Erro na Capacitância %	α	η	Tempo de simulação (s)	Memória de variáveis [MB]
DG6R	5405	-4,25	13,95	0,0004	100%	50	26,4
DG6O	5405	-3,43	2,44	0,0003	100%	41	26,4
DG7R	5405	-3,26	4,56	0,0004	100%	57	28,9
DG8R	5405	0,35	3,50	0,0003	100%	90	32,5
FE6R	5405	-1,03	-0,60	0,0009	100%	133	4,6

APÊNDICE C 3: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA ESTRUTURA DE TESTES *STRIPLINE* COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 30 ($Fd = 30$).

Implementação	Número de tetraedros	Erro na Frequência %	Erro na Capacitância %	α	η	Tempo de simulação (s)	Memória de variáveis [MB]
DG6R	17951	-1,84	12,67	0,0002	100%	250	88,3
DG6O	17951	-0,07	0,97	0,0006	100%	231	88,3
DG7R	17951	-0,96	3,65	0,0002	100%	292	96,8
DG8R	17951	3,08	2,45	0,0001	100%	621	109,5
FE6R	17951	-0,85	-3,24	0,0012	100%	1379	15,4

APÊNDICE C 4: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA ESTRUTURA DE TESTES STRIPLINE COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 40 ($Fd = 40$).

Implementação	Número de tetraedros	Erro na Frequência %	Erro na Capacitância %	α	η	Tempo de simulação (s)	Memória de variáveis [MB]
DG6R	50702	-0,60	10,96	0,0005	100%	900	250
DG6O	50702	1,45	0,30	0,0003	70%	836	250
DG7R	50702	0,14	2,72	0,0001	100%	1075	275
DG8R	50702	4,21	1,22	0,0003	100%	2043	312
FE6R	50702	-0,71	-4,61	0,0011	100%	4497	43,3

APÊNDICE C 5: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DA ESTRUTURA DE TESTES STRIPLINE COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 50 ($Fd = 50$).

Implementação	Número de tetraedros	Erro na Frequência %	Erro na Capacitância %	α	η	Tempo de simulação (s)	Memória de variáveis [MB]
DG6R	87314	0,25	3,58	0,0003	100%	3063	434
DG6O	87314	2,26	-0,65	0,0002	70%	2806	434
DG7R	87314	1,13	1,38	0,0002	100%	3652	478
DG8R	87314	4,95	-5,91	0,0004	100%	5529	541
FE6R	87314	-0,67	-5,03	0,001	100%	11628	73,1

APÊNDICE D 1: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DO ACOPLADOR DIRECIONAL COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 10 ($Fd = 10$).

Implementação	Número de tetraedros	Atenuação dB	Tempo de simulação (s)	Memória de variáveis [MB]
DG6R	4879	12,06	35	22,7
DG6O	4879	11,4	29	19,9
DG7R	4879	12,06	37	25,8
DG8R	4879	12,02	39	29,3
FE6R	4879	7	240	9,1
QUCS	-	10,3	-	-

APÊNDICE D 2: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DO ACOPLADOR DIRECIONAL COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 30 ($Fd = 30$).

Implementação	Número de tetraedros	Atenuação dB	Tempo de simulação (s)	Memória de variáveis [MB]
DG6R	10619	10,3	71	50,8
DG6O	10619	10,38	61	45,2
DG7R	10619	10,32	81	57,5
DG8R	10619	10,06	88	64,9
FE6R	10619	6,74	352	9,5
QUCS	-	10,3	-	-

APÊNDICE D 3: TABELA DE COMPARAÇÃO DE RESULTADOS DO ACOPLADOR DIRECIONAL COM FATOR DE DISCRETIZAÇÃO 50 ($Fd = 50$).

Implementação	Número de tetraedros	Atenuação dB	Tempo de simulação (s)	Memória de variáveis [MB]
DG6R	23864	9,8	208	115
DG6O	23864	9,8	192	103
DG7R	23864	9,92	256	130
DG8R	23864	9,9	223	147
FE6R	23864	6,36	1133	20
QUCS	-	10,3	-	-