

CICERO HILDENBERG LIMA DE OLIVEIRA

**MODELAGEM DE BIPOLOS LINEARES NO DOMÍNIO DO TEMPO
BASEADA EM MEDIDAS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre, no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná – UFPR.

CURITIBA
2004

CICERO HILDENBERG LIMA DE OLIVEIRA

**MODELAGEM DE BIPOLOS LINEARES NO DOMÍNIO DO TEMPO
BASEADA EM MEDIDAS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre, no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná – UFPR.

Área de Concentração: Telecomunicações

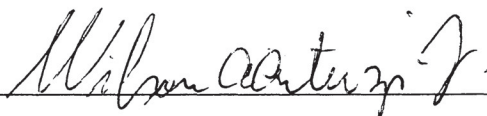
Orientador: Wilson Arnaldo Artuzi Junior, Ph.D

CURITIBA
Outubro / 2004

**MODELAGEM DE BIPOLOS LINEARES NO DOMÍNIO DO TEMPO BASEADA
EM MEDIDAS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA**

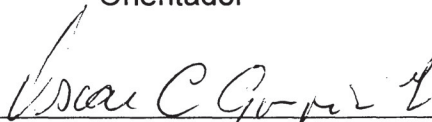
Cícero Hildenberg Lima de Oliveria

Dissertação aprovada como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre no programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Paraná.



Prof. Wilson Arnaldo Artuzi Jr, Dr.

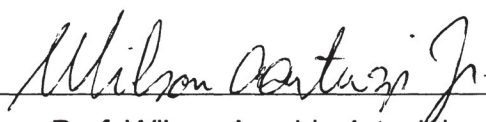
Orientador



Prof. Oscar da Costa Gouveia, Dr.

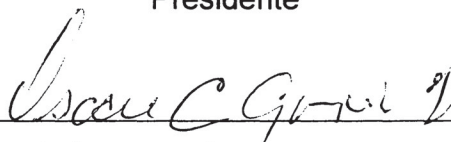
Coordenador do Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica

Banca Examinadora

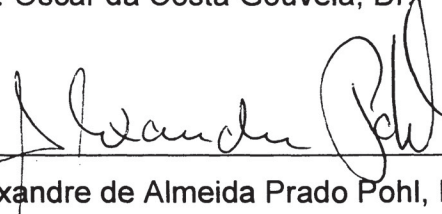


Prof. Wilson Arnaldo Artuzi Jr.

Presidente



Prof. Oscar da Costa Gouveia, Dr.



Prof. Alexandre de Almeida Prado Pohl, Dr.

Curitiba , 08 outubro de 2004.

*“O temor do SENHOR é o princípio do conhecimento; os loucos desprezam a
sabedoria e a instrução.”*

Provérbios 1:7

AGRADECIMENTOS

A Deus, por seu amor, cuidado e discernimento e por tudo em minha vida.

Ao Prof. Dr. Wilson Arnaldo Artuzi Júnior por seus ensinamentos e orientações, e sua paciência.

Ao Prof. Dr. Horácio Tertuliano por seus ensinamentos e palavras de incentivo.

A minha Mãe e meu Pai e meus irmãos pelo amor, apoio e palavras de incentivo dedicados durante esse período tão conturbado.

Aos meus irmãos em Cristo Carlos Alberto Tenório de Carvalho Junior, Jean Carlos Alberto Tenório de Carvalho, Bruno Adams Pardo Catiari, Julio Cesar do Rosario e Ricardo D'Angelis do Rosario..

A Raquel, João Ernesto e Sua Família, pela compreensão e ajuda nos momentos mais difíceis.

A todos os alunos do curso de mestrado que me apoiaram e forneceram valiosas informações. Em especial, aos amigos: Marcos Vinícius de Paula Pinto, Michelle Foltran Miranda, Cristhian Cortez, Fernando Nadal, Walkelly, Marcelo Naegle, Aberto Natori e Sinésio.

Aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Paraná.

SUMÁRIO

AGRADECIMENTOS	IV
SUMÁRIO	V
RESUMO	VIII
ABSTRACT	IX
LISTAS DE FIGURAS	X
LISTA DE TABELAS	XII
SIMBOLOGIA	XIII
1 INTRODUÇÃO	1
2 PARÂMETROS DE ADMITÂNCIA E ESPALHAMENTO	5
2.1 INTRODUÇÃO	5
2.2 ADMITÂNCIA	6
2.2.1 DESVANTAGENS DOS PARÂMETROS Y	7
2.3 PARÂMETROS DE ESPALHAMENTO	8
2.4 ADMITÂNCIA DE ENTRADA E SAÍDA	11
3 MODELAGEM ATRAVÉS DE UMA SÉRIE DE FRAÇÕES PARCIAIS	13
3.1 INTRODUÇÃO	13
3.2 APROXIMAÇÃO DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA ADMITÂNCIA	13
4 MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS NO DOMÍNIO DO TEMPO	19
4.1 INTRODUÇÃO	19
4.2 O MÉTODO FDTD	20
4.3 EQUAÇÃO DE ONDA	21
4.3.1 DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL	22

4.3.2	DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL.....	25
4.3.3	CRITÉRIO DE ESTABILIDADE.....	26
4.4	MODELAGEM DE SUPERFÍCIES CONDUTORAS	27
4.5	MODELAGEM DE FIOS CONDUTORES.....	28
4.6	MODELAGEM DO BIPOLO.....	28
5	RESULTADOS	32
5.1	INTRODUÇÃO	32
5.2	APROXIMAÇÃO POR SÉRIE DE FRAÇÕES PARCIAIS DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DAS ADMITÂNCIAS	33
5.2.1	ERRO MÉDIO QUADRÁTICO	38
5.3	MODELO COMPUTACIONAL	40
5.3.1	INTRODUÇÃO	40
5.3.2	LINHA DE TRANSMISSÃO STRIPLINE	40
5.3.3	DIMENSÕES	42
5.3.4	ESPAÇO COMPUTACIONAL.....	43
5.3.5	DEFINIÇÕES DAS CARACTERÍSTICAS ELETROMAGNÉTICAS DOS VOLUMES	44
5.3.6	SUPERFÍCIES METÁLICAS	46
5.3.7	FONTE DE EXCITAÇÃO.....	48
5.3.8	BIPOLO LINEAR.....	51
5.3.9	AMOSTRAS DE TENSÃO.....	52
5.3.10	PARÂMETROS GERAIS DA SIMULAÇÃO	53
5.4	OBTENÇÃO DOS PARAMETROS S A PARTIR DA SIMULAÇÃO	55
5.5	RESULTADOS	57

5.5.1	ESTRUTURA I.....	57
5.5.2	ESTRUTURA II.....	61
6	CONCLUSÃO.....	66
	ANEXO I.....	69
	ARQUIVO METODO.BAS	69
	ANEXO II.....	81
	MICRO-STRIPLINE.....	81
	REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA	82

RESUMO

O principal t3pico deste trabalho 3 o estudo de um modelo matem3tico para aproximar a resposta ao impulso por uma fun3o racional. Com isso, decomp3-la em fra33es parciais, utilizando p3los e res3duos.

Um dos objetivos principais 3 a diminui33o da quantidade de p3los e res3duos obtidos dessa fun3o e utiliz3-los para a aproxima33o de uma modelagem no dom3nio do tempo a partir de valores medidos no dom3nio da frequ3ncia.

3 feita tamb3m uma breve descri33o da linha de transmiss3o *stripline*, onde ser3 inserida na mesma um bipolo com os p3los e res3duos de uma aproxima33o da admit3ncia atrav3s da s3rie de fra33es parciais. Sendo feita a simula33o atrav3s do das diferen3as finitas no dom3nio do tempo (FDTD).

ABSTRACT

The principal topic of this work is the study of a mathematical model to approximate of the frequency response. With that, it decomposed in partial fractions, using poles and residues.

One of the main objectives is the decrease of the amount of poles and obtained residues of that function and to use them for the approach of a modelling in the time-domain starting from measured values in the frequency- domain.

It is also made an abbreviation description of the line of transmission stripline, where it will be inserted in the same a bipolo with the poles and residues of an approach of the admittance through the series of a partial fractions. Being made the simulation in finite-difference time-domain (FDTD).

LISTAS DE FIGURAS

Figura 1 – Analogia com a luz.	5
Figura 2 – Esquema do quadripolo para a admitância.....	6
Figura 3 – Quadripolo para o parâmetro de Espalhamento.	9
Figura 4 – Célula de Yee e seu esquema de numeração.....	23
Figura 5 – Gráfico que apresenta a aproximação linear para $v(t-t)$	30
Figura 6 – Aproximação da magnitude para Y_{in}	34
Figura 7 – Aproximação da fase para Y_{in}	35
Figura 8 – Aproximação da magnitude para o parâmetro Y_{out}	36
Figura 9- Aproximação da fase para o parâmetro Y_{out}	37
Figura 10 – Secção transversal da Linha de transmissão <i>stripline</i>	41
Figura 11 – Um quarto da estrutura simulada.....	44
Figura 12 – Definição dos volumes com Teflon.....	45
Figura 13 – Características do Teflon.	46
Figura 14 – Definição das superfícies metálicas com PEC.....	47
Figura 15 – Características do PEC.	48
Figura 16 – Local onde foi alocado a excitação da fonte.....	49
Figura 17 – pulso Gaussiano de excitação da fonte.....	50
Figura 18 – Definição espacial da localização do bipolo.....	51
Figura 19 – Definição dos pólos e resíduos para o bipolo.	52
Figura 20 – Definição espacial da localização das amostras.....	53
Figura 21 – Parâmetros gerais da simulação.....	54
Figura 22 – Definição do local da fonte e da carga.....	55

Figura 23 – A simulação da magnitude para o parâmetro S_{11}	58
Figura 24 – A simulação da fase para o parâmetro S_{11}	59
Figura 25 – A simulação da magnitude para o parâmetro S_{22}	60
Figura 26 – A simulação da fase para o parâmetro S_{22}	61
Figura 27 – A simulação da magnitude para o parâmetro S_{11}	62
Figura 28 – A simulação da fase para o parâmetro S_{11}	63
Figura 29 – A simulação da magnitude para o parâmetro S_{22}	64
Figura 30 – A simulação da fase para o parâmetro S_{22}	65
Figura 31 – <i>Microstip</i> utilizada para a medição segundo o Catálogo do fabricante.	81

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 Definição da Matriz $\sum_{l,pq}$	24
Tabela 2 Erro do Módulo de Y_{in} e Y_{out} em função do número de pólos	38
Tabela 3 Erro da Fase de Y_{in} e Y_{out} em função do número de pólos.....	38
Tabela 4 Pólo de Y_{in}	39
Tabela 5 Resíduos de Y_{in}	39
Tabela 6 Pólos de Y_{out}	39
Tabela 7 Resíduos de Y_{out}	39
Tabela 8 Frequência de Corte	43

SIMBOLOGIA

E	Campo elétrico
H	Campo magnético
D	Densidade de fluxo elétrico
B	Densidade de fluxo magnético
J	Densidade de corrente elétrica
μ	Permeabilidade magnética
ε	Permissividade elétrica
σ	Condutividade elétrica
ρ	Densidade de carga
c	Velocidade da luz no vácuo
ε_r	Permissividade elétrica relativa
f_{\max}	Frequência máxima de excitação
μ_0	Permeabilidade elétrica no vácuo
i	Corrente de excitação
I_0	Valor de pico da corrente de excitação da antena
T	Duração da fonte
Δt	Passo da simulação
R_s	Resistência superficial
R_l	Resistência linear
ABC	Condição de contorno de absorção (<i>Absorbing boundary condition</i>)
PEC	Condutor elétrico perfeito (<i>Perfect electric conductor</i>)

PMC Condutor magnético perfeito (*Perfect magnetic conductor*)

1 INTRODUÇÃO

Com a crescente utilização das altas frequências em circuitos eletrônicos, especialmente naqueles destinados aos sistemas de comunicação, é de extrema importância o estudo de parâmetros que caracterizem completamente os componentes utilizados. A fim de que sejam adequados aos circuitos, apresentando bom desempenho com relação às funções para as quais foram projetados.

Assim, a análise eletromagnética de dispositivos que operam na faixa de microondas tem despertado um grande interesse de pesquisadores em redes de altas frequências.

Como temos a análise clássica utilizando as leis de Kirchoff das correntes e das tensões, tem-se a restrição ao tamanho físico do componente de tal sorte que as dimensões do componente sejam pequenas comparadas com o comprimento de onda da mais alta frequência de interesse. Isso é uma consequência do fato de serem as leis de Kirchoff aproximações das equações de Maxwell. Para componentes de microondas, onde o comprimento de onda varia na ordem de 1 mm a 10 cm, encontramos cavidades ressonantes [1] e com isso as leis de Kirchoff não se aplicam a essas cavidades, pois elas são operadas em frequências cujo comprimento de onda é da mesma ordem de grandeza que suas dimensões. Componentes discretos cujas dimensões são pequenas, frente ao comprimento da onda eletromagnética, operam com sinais suficientemente pequenos de modo a apresentarem um comportamento linear para uma

determinada faixa de operação, podem ser completamente caracterizados mesmo sem nenhum conhecimento do seu conteúdo interno através de parâmetros que podem ser medidos em suas portas de entrada e de saída, tais como os parâmetros Z (impedâncias), Y (admitâncias) e H (híbridos). Embora se apliquem a dispositivos de n portas, para facilitar a compreensão, estes parâmetros são definidos em termos de dispositivos de duas portas, os quadripolos.

Em 1967, o *Hewlett-Packard Journal* publicou um artigo de Dick Anderson, com as colaborações de Lee Smith e Jeff Gruszynski, que definia parâmetros de espalhamento (*scattering parameters*), ou simplesmente parâmetros-S [2], que apresentam como principal vantagem em relação aos outros o fato de não necessitarem conexões em curto-circuito ou em circuito aberto para serem determinados, possibilitando medidas precisas em altas frequências. Ademais, estes parâmetros podem ser relacionados matematicamente com as expressões de outros parâmetros conhecidos, como aqueles que foram mencionados anteriormente, ou mesmo com outras grandezas elétricas de interesse como potência, ganho, coeficiente de reflexão, perda de inserção, etc. Os parâmetros-S são o objeto do estudo desenvolvido nesta dissertação e serão, portanto, detalhados ao longo desta.

Este trabalho visa, encontrar um modelo para componentes discretos caracterizados pelos parâmetros-S obtidos em catálogo de componentes comercializados, permitindo sua inclusão num simulador eletromagnético baseado no método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD – ***Finite Differences in Time Domain***) [3]-[4]. Os parâmetros S são aproximados por uma série de frações parciais. A partir desta aproximação, pólos e resíduos são

identificados, a fim de utilizá-los no domínio do tempo. Através do método FDTD, resolvem-se problemas eletromagnéticos, no domínio do tempo aproximando-se as equações de Maxwell com a inclusão dos parâmetros do componente [5].

A série de frações parciais apresenta diversas vantagens. A primeira consiste em aproximar o comportamento do bipolo numa faixa finita de frequências, não sendo necessário o conhecimento de suas características no espectro infinito. A segunda é que a transformada inversa de Laplace para uma função de frações parcial é uma função exponencial simples. A terceira vantagem é o fato de o método ser recursivo para a implementação da convolução no domínio do tempo, o qual apresenta sua eficiência maximizada quando se utilizam funções exponenciais.

Uma metodologia semelhante já fora proposta em outro trabalho [6], sendo que o mesmo utilizou a técnica de seleção de pólos dominantes, trabalhando com uma faixa de banda de frequência de 10 GHz. O autor comenta que o método torna-se ineficiente para faixas maiores. O diferencial do trabalho realizado no desenvolvimento desta dissertação é a não utilização da seleção de pólos dominantes, pois os pólos encontrados em número suficientemente reduzido já são dominantes.

O capítulo 2 apresenta uma discriminação dos parâmetros Y e S, incluindo sua formulação e suas características. A obtenção da relação entre estes parâmetros é explicitada, pois os mesmos serão utilizados nos capítulos seguintes.

No capítulo 3 será descrito o método matemático desenvolvido para aproximar a resposta em frequência da admitância, sendo sua formulação e a redução da função racional em séries de frações parciais detalhadas.

O capítulo 4 apresenta o método FDTD, seu histórico e a teoria envolvida incluindo aplicação dos pólos advindos do modelo matemático.

No capítulo 5, apresenta-se os resultados. Primeiro é realizada a validação do modelo proposto no capítulo 3, através de uma comparação dos resultados obtidos por simulação com os dados fornecidos pelo fabricante. Neste capítulo, justifica-se o número de pólos a ser utilizado. Posteriormente, o tipo de estrutura modelada para a verificação do método matemático é descrita, são definidos o espaço computacional, assim como suas características. Finalmente, são apresentados os resultados das simulações.

No capítulo 6 são apresentadas as conclusões gerais do trabalho.

2 PARÂMETROS DE ADMITÂNCIA E ESPALHAMENTO

2.1 INTRODUÇÃO

A caracterização de sistemas elétricos a altas frequências envolve a medida de ondas incidentes, refletidas e transmitidas.

Em analogia com a onda da luz como mostra a figura 1

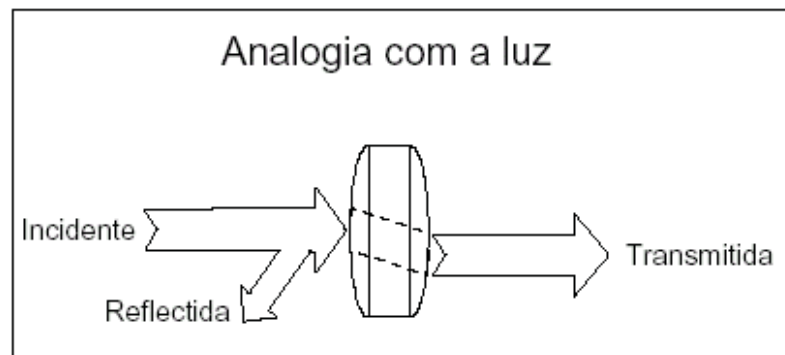


Figura 1 – Analogia com a luz.

A altas frequências o comprimento de onda do sinal é comparável ou menor que o comprimento dos condutores num circuito elétrico, surge então a grande importância de se estudar referências que caracterizem o componente.

Neste capítulo é realizado uma abordagem sobre parâmetros de admitância Y e espalhamento S . Sua formulação e algumas de suas características.

2.2 ADMITÂNCIA

Um quadripolo possui quatro variáveis como mostra a figura a seguir.

Se o mesmo for linear, podemos usar duas de suas variáveis como variáveis de excitação e as outras duas como variáveis de resposta.

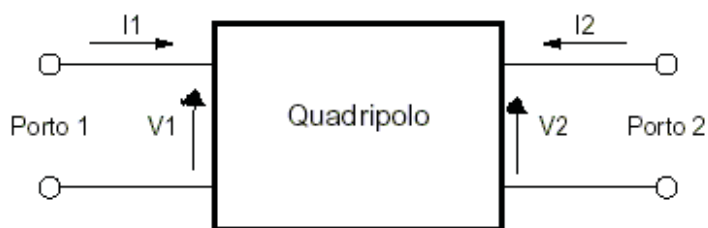


Figura 2 – Esquema do quadripolo para a admitância.

O quadripolo pode ser excitado por uma tensão V_1 na porta 1 e uma tensão V_2 na porta 2 e duas correntes, I_1 e I_2 , podem ser medidas para representarem as respostas da rede. No presente caso V_1 e V_2 são as variáveis independentes e I_1 e I_2 são variáveis dependentes, e a operação da rede pode ser descrita por duas equações

$$I_1 = Y_{11}V_1 + Y_{12}V_2 \quad (2.1)$$

$$I_2 = Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 \quad (2.2)$$

onde os quatro parâmetros Y_{11} , Y_{12} , Y_{21} e Y_{22} são admitâncias e seus valores caracterizam completamente a rede de duas portas.

As equações (2.1) e (2.2) podem ser escritas na forma matricial.

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

Cada parâmetro de admitância pode ser determinado de acordo com

$$\bullet \quad Y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2 = 0} \quad (2.4)$$

$$\bullet \quad Y_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1 = 0} \quad (2.5)$$

$$\bullet \quad Y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2 = 0} \quad (2.6)$$

$$\bullet \quad Y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1 = 0} \quad (2.7)$$

As equações (2.4) e (2.7) representam as respectivas admitâncias de entrada e (2.5) e (2.6) as de saída.

Com essas variáveis outros parâmetros podem ser obtidos, dependendo de quais variáveis a representar a excitação sejam escolhidas.

2.2.1 DESVANTAGENS DOS PARÂMETROS Y

Na representação de redes elétricas em altas frequências os parâmetros Y apresentam algumas desvantagens, tais como:

- a obtenção de curto circuito em altas frequência é muito difícil;
- a medida de correntes em altas frequências é complicada.

2.3 PARÂMETROS DE ESPALHAMENTO

Em alta frequência é difícil medir as tensões e correntes nas portas de uma rede. Não se pode simplesmente conectar um voltímetro ou uma ponta de prova para corrente e obter medidas precisas devido à impedância das pontas e a dificuldade de colocar as pontas em posições desejadas. No mais, dispositivos ativos podem oscilar ou se destruir com as conexões de curto-circuito e circuito aberto.

Por esses motivos os parâmetros de espalhamento S foram desenvolvidos e primeiramente mencionados no artigo “**S-Parameters Theory and Applications**” publicado em fevereiro de 1967 pelo *Hewlett-Packard Journal* [2].

A determinação dos parâmetros de espalhamento de um dispositivo de duas portas é obtida a partir de medições feitas em um equipamento denominado Analisador de Redes de duas Portas (*Network Analyzer*).

Para caracterizar dispositivos de duas ou mais portas, onde estes estejam projetados para trabalharem em altas frequências, é utilizada a matriz de espalhamento. Esta matriz relaciona as ondas que incidem e refletem nas portas desses dispositivos.

A figura 3 mostra um esquema de um quadripolo onde.

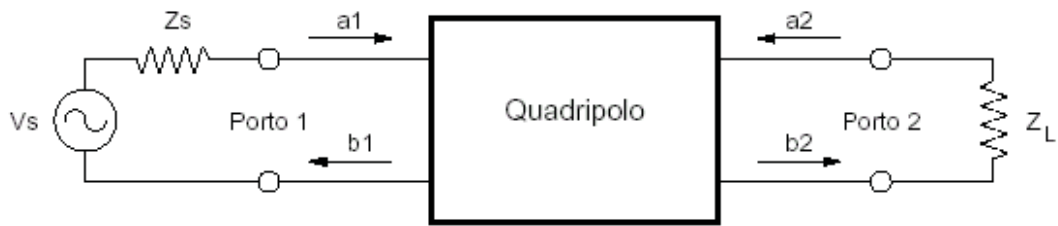


Figura 3 – Quadripolo para o parâmetro de Espalhamento.

- a_1 é a onda de tensão incidente na porta 1
- b_1 é a onda de tensão refletida na porta 1
- a_2 é a onda de tensão incidente na porta 2
- b_2 é a onda de tensão refletida na porta 2

As relações entre ondas incidente e refletidas são dadas por

$$b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2 \quad (2.8)$$

$$b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2 \quad (2.9)$$

As equações (2.8) e (2.9) podem ser representadas na forma matricial.

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Cada parâmetro de espalhamento pode também ser determinado de acordo

com

- coeficiente de reflexão de entrada: $S_{11} = \frac{b_1}{a_1} \Big|_{a_2 = 0} (R_L = Z_0)$ (2.11)

- coeficiente de reflexão de saída: $S_{22} = \frac{b_2}{a_2} \Big|_{a_1 = 0} (R_s = Z_0)$ (2.12)

- coeficiente de transmissão direto (ganho): $S_{21} = \frac{b_2}{a_1} \Big|_{a_2 = 0}$ (2.13)

- coeficiente de transmissão inverso (isolamento): $S_{12} = \frac{b_1}{a_2} \Big|_{a_1 = 0}$

(2.114)

onde Z_0 é a impedância característica das linhas conectadas às portas.

Os parâmetros S apresentam algumas vantagens tais como:

- relacionam tensões incidentes e refletidas em todas as portas, onde a partir destas relações podem-se obter medidas importantes como ganho, atenuação, impedância de entrada, etc;
- todas as portas estão terminadas nas impedâncias de funcionamento (habitualmente 50Ω e com menos freqüência 75Ω);
- são relativamente fáceis de medir;
- podem-se obter os parâmetros Y, Z e H a partir dos parâmetros S.

2.4 ADMITÂNCIA DE ENTRADA E SAÍDA

A partir dos parâmetros S pode-se obter as admitâncias de entrada e saída do quadripolo através de

$$Y_{in} = \frac{1 - \Gamma_{in}}{1 + \Gamma_{in}} \frac{1}{Z_0} \quad (2.15)$$

$$Y_{out} = \frac{1 - \Gamma_{out}}{1 + \Gamma_{out}} \frac{1}{Z_0} \quad (2.16)$$

onde Γ_{in} , Γ_{out} e Γ_L são os coeficientes de reflexão de entrada saída e da carga sendo

$$\Gamma_{in} = S_{11} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_L}{1 - S_{22}\Gamma_L} \quad (2.17)$$

$$\Gamma_{out} = S_{22} + \frac{S_{21}S_{12}\Gamma_S}{1 - S_{11}\Gamma_S} \quad (2.18)$$

e

$$\Gamma_L = \frac{R_L - Z_0}{R_L + Z_0} \quad (2.19)$$

$$\Gamma_S = \frac{R_S - Z_0}{R_S + Z_0} \quad (2.20)$$

A fim de realizar a validação matemática da metodologia proposta neste trabalho, utilizando a condição de um componente interligado a linha de transmissão casada com a fonte e a carga, ou seja, $R_S = R_L = Z_0$ e portanto $\Gamma_L = \Gamma_S = 0$, logo

$$Y_{in} = \frac{1 - S_{11}}{1 + S_{11}} \frac{1}{Z_0} \quad (2.21)$$

$$Y_{out} = \frac{1 - S_{22}}{1 + S_{22}} \frac{1}{Z_0} \quad (2.22)$$

e ainda $\Gamma_{in} = S_{11}$ e $\Gamma_{out} = S_{22}$.

3 MODELAGEM ATRAVÉS DE UMA SÉRIE DE FRAÇÕES PARCIAIS

3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo será feita uma abordagem sobre o modelo matemático que será utilizado para aproximar a resposta em frequência da impedância. A partir de umas funções racionais, observando os vários pontos de frequência, em que se deseja estudar, pode-se reduzir a função racional a uma série de frações parciais, obtendo assim seus pólos e resíduos.

3.2 APROXIMAÇÃO DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DA ADMITÂNCIA

Neste trabalho propomos modelar Y_{in} e Y_{out} , genericamente representadas neste capítulo por Y , por meio de uma função definida por um quociente de dois polinômios

$$Y(s) = \frac{b_0 + b_1s + b_2s^2 + b_3s^3 + \dots + b_Ns^N}{1 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3 + \dots + a_Ns^N} \quad (3.1)$$

que, por sua vez, poderá ser escrita na forma de produto de fatores.

$$Y(s) = \frac{b_0 + b_1s + b_2s^2 + b_3s^3 + \dots + b_Ns^N}{(s + p_1)(s + p_2)\dots(s + p_N)} \quad (3.2)$$

onde $s = j2\pi f$ é a frequência complexa.

As raízes do polinômio no denominador ($-p_i$), são os pólos. Ao caracterizar um circuito essas raízes dependem dos parâmetros do circuito e em geral são números complexos.

Como temos o objetivo de estudar um componente cujo fabricante realizou as medidas de seus parâmetros em função de vários pontos de frequência tem-se

$$Y(s_m) = \frac{b_0 + b_1s_m + b_2s_m^2 + b_3s_m^3 + \dots + b_Ns_m^N}{1 + a_1s_m + a_2s_m^2 + a_3s_m^3 + \dots + a_Ns_m^N}, \quad m = 1, \dots, M \quad (3.3)$$

em que m é o índice relacionado ao número de pontos de frequência, que vai de 1 até M .

Desta forma podemos montar o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} Y(s_1) = b_0 + b_1 s_1 + \dots + b_N s_1^N - a_1 s_1 Y(s_1) - \dots - a_N s_1^N Y(s_1) \\ Y(s_2) = b_0 + b_1 s_2 + \dots + b_N s_2^N - a_1 s_2 Y(s_2) - \dots - a_N s_2^N Y(s_2) \\ \vdots \\ Y(s_M) = b_0 + b_1 s_M + \dots + b_N s_M^N - a_1 s_M Y(s_M) - \dots - a_N s_M^N Y(s_M) \end{cases} \quad (3.4)$$

Pode-se representar o sistema acima utilizando a seguinte notação matricial

$$\begin{bmatrix} Y(s_1) \\ Y(s_2) \\ \vdots \\ Y(s_M) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & s_1 & s_1^2 & \cdots & s_1^N & -Y(s_1)s_1 & -Y(s_1)s_1^2 & \cdots & -Y(s_1)s_1^N \\ 1 & s_2 & s_2^2 & \cdots & s_2^N & -Y(s_2)s_2 & -Y(s_2)s_2^2 & \cdots & -Y(s_2)s_2^N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & s_M & s_M^2 & \cdots & s_M^N & -Y(s_M)s_M & -Y(s_M)s_M^2 & \cdots & -Y(s_M)s_M^N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

ou mesmo

$$Xc = U \quad (3.6)$$

onde:

$$X = \begin{bmatrix} 1 & s_1 & s_1^2 & \cdots & s_1^N & -Y(s_1)s_1 & -Y(s_1)s_1^2 & \cdots & -Y(s_1)s_1^N \\ 1 & s_2 & s_2^2 & \cdots & s_2^N & -Y(s_2)s_2 & -Y(s_2)s_2^2 & \cdots & -Y(s_2)s_2^N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & s_M & s_M^2 & \cdots & s_M^N & -Y(s_M)s_M & -Y(s_M)s_M^2 & \cdots & -Y(s_M)s_M^N \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$$U = [Y(s_1) \ Y(s_2) \ \cdots \ Y(s_M)]^T \quad (3.8)$$

e

$$c = [b_0 \ \cdots \ b_N \ a_0 \ \cdots \ a_N]^T \quad (3.9)$$

Na primeira linha de X, tem-se as colunas que vão de 1 até s_1^N e podem ser reais ou imaginários. Logo depois deste último, a próxima coluna tem os elementos que vão de $-Y(s_1)s_1$ até $-Y(s_1)s_1^N$, compostos de parte real e parte imaginária. Colocando nas primeiras linhas a parte real da matriz e logo em seguida as partes imaginárias pode-se obter a matriz X sendo formada agora com partes reais e imaginárias ficando como mostra a matriz a seguir

$$X = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \text{Re} & \cdots & \text{Re} & \text{Re} & \cdots & \text{Re} \\ \vdots & & & \vdots & & & \vdots & \\ 1 & 0 & \text{Re} & \cdots & \text{Re} & \text{Re} & \cdots & \text{Re} \\ 0 & \text{Im} & 0 & \cdots & 0 & \text{Im} & \cdots & \text{Im} \\ \vdots & & & \vdots & & & \vdots & \\ 0 & \text{Im} & 0 & \cdots & 0 & \text{Im} & \cdots & \text{Im} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Dessa forma basta trabalhar apenas com coeficientes reais. Sendo que se uma matriz $X_{2M \times 2N+1}$ com colunas linearmente independentes, então X pode ser fatorada na forma, $X=QR$ [7], onde Q será uma matriz $2M \times 2N+1$ cujas colunas

formam uma base ortonormal para o espaço coluna de X e R é uma matriz triangular superior invertível $2N+1 \times 2N+1$. Utilizando o método dos mínimos quadrados em (3.6) [colocar], tem-se:

$$X^T Xc = X^T U \quad (3.11)$$

sendo que (3.11) é um sistema normal associado a (3.6). Aplicando a fatoração QR em X e substituindo na expressão (3.11) Obtém-se

$$(QR)^T (QR)c = (QR)^T U \quad (3.12a)$$

ou

$$R^T (Q^T Q) Rc = R^T Q^T U \quad (3.12b)$$

Como as colunas de Q formam um conjunto ortonormal, tem-se $(Q^T Q) = I_{2M}$, onde I_{2M} é a matriz identidade de ordem m. Assim,

$$R^T Rc = R^T Q^T U \quad (3.13)$$

Como R^T é invertível, tem-se

$$Rc = Q^T U \quad (3.14)$$

Usando o fato de que R é triangular superior, pode-se resolver esse sistema facilmente por substituição para obter \mathbf{c} .

Depois de achados os coeficientes da função racional (3.3), pode-se transformá-la em uma série de frações parciais.

Observando que os pólos são todos distintos, determina-se um coeficiente genérico “ a_k ” qualquer, multiplicando o numerador pelo denominador correspondente ao coeficiente genérico. Obtém-se então

$$Y(s) = \frac{r_1}{s - p_1} + \dots + \frac{r_N}{s - p_N} + G \quad (3.15)$$

onde r_i e p_i são os resíduos e os pólos respectivamente, e G é um termo constante, equivalente a uma condutância pura.

4 MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS NO DOMÍNIO DO TEMPO

4.1 INTRODUÇÃO

O método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD), hoje é uma das técnicas mais utilizadas e estudadas na solução de problemas eletromagnéticos. Isso graças a sua simplicidade comparado a outros métodos em voga, tais como: TLM, elementos finitos, etc. Contudo a crescente viabilidade computacional cada vez mais poderosa e veloz, permite simular elementos com geometrias complexas, os quais tornam-se difíceis de modelar por outros métodos. Entretanto, haja alguma limitação quanto a aplicação do método diretamente às equações de Maxwell, este método permite analisar dispositivos bastante complexos[1]-[8]. Entretanto, em casos, nos quais as estruturas de guia de onda contenham materiais híbridos, torna-se complexo o cálculo da atenuação dos modos propagantes.[1]- [9].

O método FDTD, foi desenvolvido em meados de 1966 por Kane S. Yee e chamou de *“Numerical Solution Initial Boundary value Problems Involving Maxwell’s Equations in Isotropic Media”* [3]. Inicialmente o trabalho foi aplicado a espalhamento em meios isotrópicos cujo espaço computacional foi discretizado uniformemente em células contendo, cada uma, seis componentes de campo elétrico, E, e magnético, H, entrelaçadas no espaço e no tempo de modo a simular a propagação de uma onda eletromagnética. Taflove & Brodwin [8] acrescentaram ao método a condição de Courant, a qual estabelece o compromisso entre os

parâmetros dos materiais e de discretização espaço-temporal a fim de atender a estabilidade numérica do algoritmo.

A aplicação deste método aos problemas de autovalores teve como ponto de partida o artigo de Choi & Hofer [9]. Este é o trabalho básico para análise de ressonância em cavidades e características de dispersão em guias de onda incluindo materiais anisotrópicos.

4.2 O MÉTODO FDTD

O método consiste em uma técnica de solução direta para as equações de Maxwell no formato diferencial e no domínio do tempo. Ele baseia-se na amostragem volumétrica de um campo elétrico \vec{E} e magnético \vec{H} desconhecidos, em uma região de interesse em determinado período do tempo. A amostragem espacial da mesma é obtida de tal modo que a periodicidade destas amostras seja suficientemente menor que o comprimento de onda associado à frequência mais alta do espectro (significativo) do sinal sendo transmitido. É de fundamental importância que tal amostragem esteja relacionada ao refinamento necessário à caracterização dos espaços geométricos do problema. No entanto, para variações geométricas muito menores que o comprimento de onda (onde o refinamento da grade espacial realmente se faria necessário), os efeitos associados são desprezíveis e, conseqüentemente, o fator determinante é o próprio comprimento de onda da maior frequência significativa do sinal. Tipicamente, 10 a 20

amostragens por comprimento de onda são necessárias para garantir a estabilidade numérica do algoritmo [10].

4.3 EQUAÇÃO DE ONDA

O método FDTD também pode ser implementado através da equação de onda na qual um campo é tratado de forma implícita. Neste trabalho, será utilizada a equação de onda para o campo elétrico, tendo implícito o campo magnético.

Ao contrário da formulação tradicional do método FDTD, aqui será apresentado uma notação matricial, a qual permite escrever as equações de forma concisa, mantendo claras as notações físicas e matemáticas envolvidas. O desenvolvimento teórico já foi apresentado em [11] e [12], sendo que aqui é apresentado apenas os resultados finais para a implementação do algoritmo computacional.

A equação de onda para o campo elétrico é obtida a partir de duas das equações de Maxwell:

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (4.1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \sigma \vec{E} + \vec{J} \quad (4.2)$$

onde \vec{E} é o campo elétrico a ser calculado, \vec{J} é a corrente de excitação imposta e ε, σ e μ são a permissividade elétrica, condutividade elétrica e permeabilidade

magnética, respectivamente, as quais caracterizam macroscopicamente os materiais envolvidos na estrutura a ser simulada.

A fim de tornar o campo magnético implícito, o mesmo é isolado em (4.1) obtendo-se

$$\vec{H} = -\frac{1}{\mu} \int_0^t \nabla \times \vec{E} dt \quad (4.3)$$

o qual é substituído em (4.2) fornecendo a equação de onda

$$\varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \sigma \vec{E} + \frac{1}{\mu} \int_0^t \nabla \times \nabla \times \vec{E} dt = -\vec{J} \quad (4.4)$$

4.3.1 DISCRETIZAÇÃO ESPACIAL

A discretização espacial baseia-se em células hexaédricas ortogonais, denominadas células de Yee conforme mostra a figura 4.

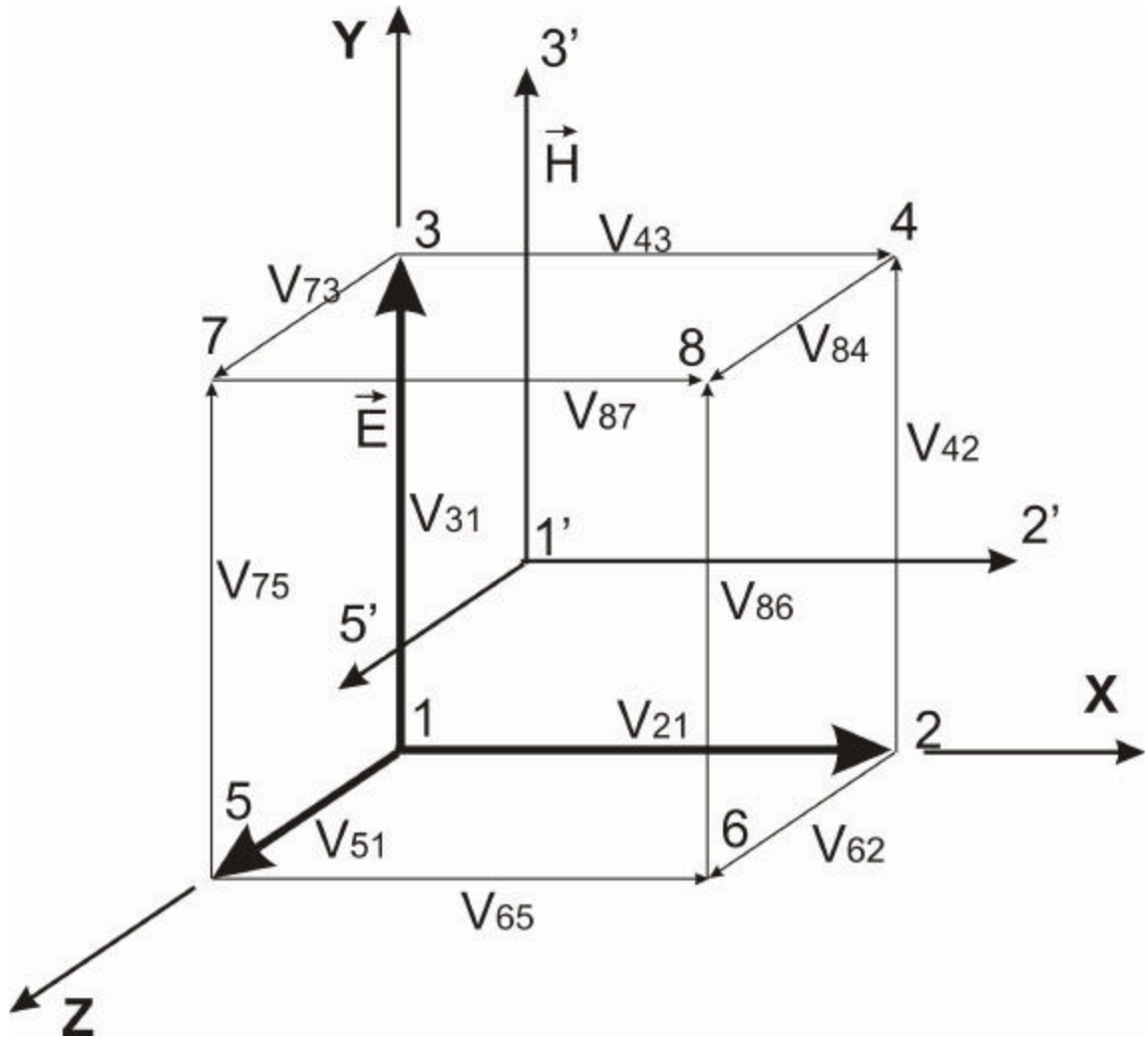


Figura 4 – Célula de Yee e seu esquema de numeração.

As hipóteses de que o campo elétrico é tangencial e constante ao longo das arestas e que o campo magnético é normal e constante sobre as faces fornecem uma aproximação de segunda ordem para a discretização espacial. Desta forma, a equação (4.4) de onda na forma matricial para uma célula de Yee pode ser escrita como:

$$C_{rs,pq} \frac{dv_{pq}}{dt} + G_{rs,pq} v_{pq} + K_{rs,pq} \int_0^t v_{pq} dt = i_{rs} \quad (4.5)$$

onde $v_{pq} = -\int_{l_{pq}} \vec{E} \cdot d\vec{l}$ são escalares que representam a diferença de potencial ao longo das arestas de vértices p e q conforme indicado na figura 4, $i_{rs} = \int_{S_{rs}} \vec{J} \cdot d\vec{S}$ são escalares que representam a corrente elétrica aplicada às arestas de vértices r e s, seguindo as mesmas combinações dos vértices p e q. As matrizes invariáveis no tempo são dadas por

$$C_{r,s,p,q} = \frac{V\varepsilon}{4L_{pq}^2} \delta_{r,s,p,q} \quad (4.6)$$

$$G_{rs,p,q} = \frac{V\sigma}{4L_{pq}^2} \delta_{rs,p,q} \quad (4.7)$$

$$K_{r,s,p,q} = \sum_{k,rs}^T \frac{V}{2\mu S_k^2} \delta_{k,l} \cdot \sum_{l,pq} \quad (4.8)$$

sendo V o volume da célula, L_{pq} o comprimento das arestas, S_k a área das faces, $\delta_{rs,p,q}$ e $\delta_{k,l}$ deltas de Kronecker. A relação entre as faces e arestas é dada pela matriz $\sum_{l,pq}$ que contém elementos 0, +1 e -1, cujo objetivo é completar a circulação com relação às arestas que definem cada face de acordo com a tabela 1.

Tabela 1 Definição da Matriz $\sum_{l,pq}$

l/pq	21	31	51	42	62	43	73	84	65	75	86	87
1	0	0	0	0	0	0	0	0	+1	-1	+1	-1
2	0	0	0	+1	-1	0	0	+1	0	0	-1	0
3	-1	+1	0	-1	0	+1	0	0	0	0	0	0
4	0	-1	+1	0	0	0	-1	0	0	+1	0	0
5	+1	0	-1	0	+1	0	0	0	-1	0	0	0
6	0	0	0	0	0	-1	+1	-1	0	0	0	+1

A primeira linha da matriz $\sum_{l,pq}$ efetua a circulação sobre a face vertical frontal da figura 4, a qual é definida pelos vértices 5, 6, 7 e 8, logo, as colunas com elementos não nulos são aquelas cujos índices pq contém dois destes vértices. A orientação positiva é dada pela regra da mão direita em relação às faces que são orientadas para fora da célula. De maneira análoga são formadas as demais linhas da matriz.

Uma vez calculadas todas as matrizes $C_{rs,pq}$, $G_{rs,pq}$ e $K_{rs,pq}$, estas são superpostas a fim de formar uma equação matricial global que considera todas as arestas do espaço computacional na forma

$$C \frac{dv}{dt} + Gv + K \int_0^t v dt = i \quad (4.9)$$

4.3.2 DISCRETIZAÇÃO TEMPORAL

A discretização temporal será baseada na amostragem de v e a intervalos regulares Δt supondo que v varia linearmente dentro de cada intervalo. Usando a aproximação das diferenças finitas adiantadas tem-se

$$\frac{dv}{dt} \approx u_{n+1} = \frac{v_{n+1} - v_n}{\Delta t} \quad (4.10)$$

$$v \approx \frac{v_{n+1} + v_n}{2} \quad (4.11)$$

$$\int_0^t v dt \approx \omega_n = v_n \Delta t + \omega_{n-1} \quad (4.12)$$

que se forem substituídas na equação de onda fornecem um conjunto de equações recursivas na forma

$$u_{n+1} = \left(C + \frac{G\Delta t}{2} \right)^{-1} \cdot (i_n - Gv_n - K\omega_n) \quad (4.13)$$

$$v_{n+1} = v_n + u_{n+1} \Delta t \quad (4.14)$$

$$\omega_{n+1} = \omega_n + v_{n+1} \Delta t \quad (4.15)$$

Como as matrizes C e G são diagonais, suas inversas são triviais.

4.3.3 CRITÉRIO DE ESTABILIDADE

Quando temos um meio homogêneo, ou seja, onde a permissividade elétrica e a permeabilidade magnética são constantes, deve-se seguir o seguinte critério

$$\sqrt{3}L_{min} \geq c\Delta t \quad (4.16)$$

onde c é a velocidade da luz no vácuo, e L_{min} é a menor aresta presente na região computacional.

Para satisfazer a condição de estabilidade de Courant o passo temporal Δt tem que ser necessariamente pequeno. Isto é satisfeito se levarmos em conta que o maior passo de tempo permitido deve ser limitado de tal forma que a onda

ou pulso não se propague por mais de uma célula no intervalo de tempo Δt , permitindo a garantia que a simulação seja estável.

Um vez escolhida a grade, a condição impõe uma restrição para o intervalo de tempo Δt

$$\Delta t \leq \frac{L_{\min}}{c\sqrt{3}} \quad (4.17)$$

4.4 MODELAGEM DE SUPERFÍCIES CONDUTORAS

A modelagem de superfícies condutoras é feita independentemente da modelagem volumétrica vista anteriormente.

Para se fazer a modelagem das superfícies, será utilizado a equação

$$G_{rs\,pq} = \frac{S}{R_s N L_{pq}^2} \delta_{rs\,pq} \quad (4.18)$$

onde R_s é a resistência superficial do material e S é a área da face em contato com a superfície condutora. Os valores resultantes desta matriz são superpostos na matriz global G juntamente com os valores obtidos na modelagem volumétrica pela equação (4.18). Valores de R_s na ordem de 10^{-6} Ω mostram ser adequados na prática para a implementação de condutores elétricos de condutores elétricos perfeito (PEC – *Perfect Electric Conductor*). Para o condutor magnético perfeito (PMC – *Perfect magnetic conductor*) utiliza-se valores para R_s , na ordem 10^{-6} Ω . No caso de superfícies absorventes (ABC – *absorbing boundary condition*) utiliza-se $R_s = \sqrt{\mu/\epsilon}$, onde μ e ϵ são as características eletromagnéticas do meio

adjacente à superfície a fim de propiciar o casamento de impedâncias para a onda eletromagnética nela incidente. Embora este tipo de ABC seja de fácil implementação, sua eficiência é reduzida quando a onda eletromagnética incide obliquamente à superfície [4].

4.5 MODELAGEM DE FIOS CONDUTORES

No caso dos fios, é feita a modelagem através de

$$G_{rs,pq} = \frac{L_{pq}}{R_l} \quad (4.19)$$

em que R_l é a resistência linear do material.

4.6 MODELAGEM DO BIPOLO

A modelagem do bipolo seria igual à modelagem do fio caso sua admitância não apresentasse variação com a frequência.

A fim de incluir tal comportamento, a admitância deve ser transformada para o domínio do tempo e a convolução da mesma deve ser realizada com v . Assim a equação (4.5) de onda assume a forma

$$C \frac{dv}{dt} + Gv + y(t) * v + K \int_0^t v dt = i \quad (4.20)$$

onde

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}[Y(s)] \quad (4.21)$$

sendo $Y(s)$ a admitância do bipolo no domínio da frequência complexa e \mathcal{L}^{-1} representa a transformada inversa de Laplace.

Utilizando a aproximação de $Y(s)$ na forma de uma série de frações parciais de s , conforme apresentado e descrito no capítulo 3, sua transformada inversa de Laplace passa a ser

$$y(t) = [r_1 e^{p_1 t} + r_2 e^{p_2 t} + \dots + r_n e^{p_n t}] \quad (4.22)$$

Para demonstrar o procedimento da convolução, apenas o primeiro termo de $y(t)$ será considerado, ou seja, com apenas um pólo e resíduo, valendo o princípio da superposição para os demais termos. Utilizando a definição de convolução tem-se

$$j(t) = y(t) * v(t) = \int_0^t v(t-\tau) y(\tau) d\tau \quad (4.23)$$

Assumindo que a discretização temporal se dá em intervalos regulares Δt e que a variação de v é linear dentro de um intervalo, a convolução pode ser aproximada pelo somatório

$$j_{n+1} = \sum_{m=0}^n \int_{m\Delta t}^{(m+1)\Delta t} \{v_{n-m} + u_{n-m+1} [(m+1)\Delta t - \tau]\} r_1 e^{p_1 \tau} d\tau \quad (4.24)$$

Na expressão (4.23) acima o termo $v(t-\tau)$ foi aproximado pela equação de uma reta com $t = n\Delta t$ e $m\Delta t \leq \tau \leq (m+1)\Delta t$, de acordo com o gráfico da figura 5

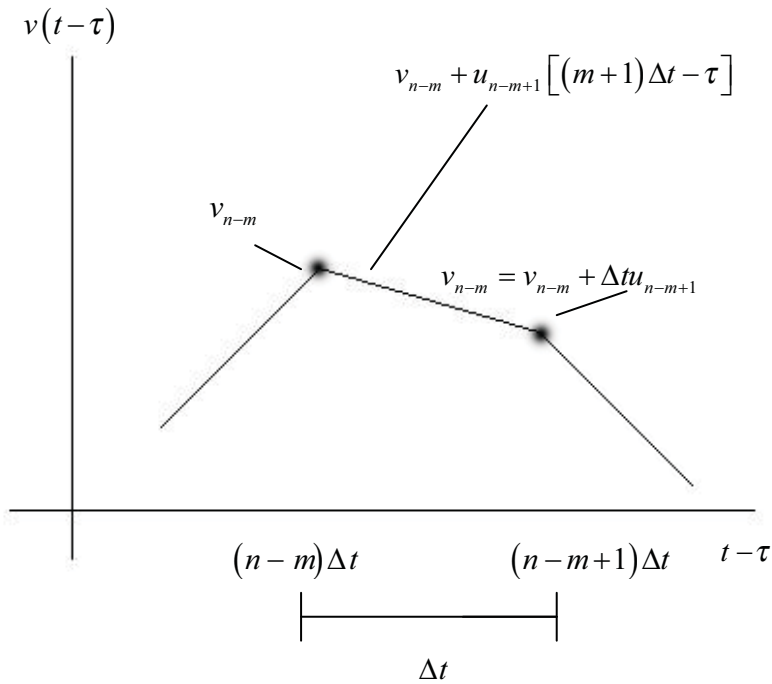


Figura 5 – Gráfico que apresenta a aproximação linear para $v(t-t)$

Resolvendo-se a integral tem-se

$$j_{n+1} = r_1 \Delta t \sum_{m=0}^n \left[\frac{1 - e^{p_1 \Delta t}}{p_1 \Delta t} v_{n-m} + \frac{1 - p_1 \Delta t - e^{p_1 \Delta t}}{(p_1 \Delta t)^2} \Delta t u_{n-m+1} \right] e^{m p_1 \Delta t} \quad (4.25)$$

cujo somatório pode ser eliminado através da forma recursiva, ficando

$$j_{n+1} = r_1 \Delta t \left[\frac{1 - e^{p_1 \Delta t}}{p_1 \Delta t} v_n + \frac{1 - p_1 \Delta t - e^{p_1 \Delta t}}{(p_1 \Delta t)^2} \Delta t u_{n+1} \right] + e^{p_1 \Delta t} j_n \quad (4.26)$$

Juntando esta expressão ao conjunto de equações recursivas (4.13)

Obtém-se o novo arranjo

$$\left\{ \begin{array}{l}
 u_{n+1} = \left(C + \frac{G\Delta t}{2} + \frac{1 - p_1\Delta t - e^{p_1\Delta t}}{p_1^2} r_1 \right)^{-1} \left(i_n - Gv_n - K\omega_n - \frac{1 - e^{p_1\Delta t}}{p_1} r_1 v_n - e^{p_1\Delta t} j_n \right) \\
 j_{n+1} = r_1 \Delta t \left[\frac{1 - e^{p_1\Delta t}}{p_1 \Delta t} v_n + \frac{1 - p_1\Delta t - e^{p_1\Delta t}}{(p_1 \Delta t)^2} \Delta t u_{n+1} \right] + e^{p_1\Delta t} j_n \\
 v_{n+1} = v_n + u_{n+1} \Delta t \\
 \omega_{n+1} = \omega_n + v_{n+1} \Delta t
 \end{array} \right.$$

(4.27)

Nota-se que a inversão da matriz continua sendo trivial, mas um aumento do esforço computacional é esperado pela inclusão do cálculo de j_{n+1} a cada interação.

Caso o somatório presente na equação (4.25) não fosse eliminado, o aumento do esforço computacional inviabilizaria sua aplicação na prática.

5 RESULTADOS

5.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo mostra-se o modelo matemático proposto no capítulo 3. Ele será validado através da aproximação feita pela série de frações parciais em relação aos dados advindos de um catálogo comercial, e comparado com os valores medidos do mesmo. No referido catálogo comercial o fabricante mediu os parâmetros de espalhamento. Aqui será feita uma conversão do parâmetro de espalhamento para o parâmetro de admitância. Também será feita a escolha da quantidade de pólos que serão utilizados no próximo passo do trabalho.

Tendo a quantidade de pólos escolhida, será construído computacionalmente em uma ferramenta CAD, uma linha de transmissão, na qual será introduzido um bipolo linear, com os pólos e resíduos dos parâmetros Y_{in} e Y_{out} encontrados pela série de frações parciais. Será simulada a linha de transmissão no domínio do tempo, através do método FDTD como foi visto no capítulo 4. Com base dos resultados, obtém-se o módulo e a fase dos parâmetros S_{11} e S_{22} . Assim sendo, serão comparados os resultados obtidos com os mesmos dados que originaram o modelo aproximado pela série de frações parciais.

5.2 APROXIMAÇÃO POR SÉRIE DE FRAÇÕES PARCIAIS DA RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DAS ADMITÂNCIAS

Para a validação do método matemático exposto no capítulo 3, utilizaremos como base uma tabela dos parâmetros S medidos no domínio da frequência em módulo e fase de um catálogo da Mitsubishi, para o transistor GaAs FET MGF4403A. A tabela foi medida pelo fabricante em uma linha *microstrip* com $Z_0 = 50\Omega$, e apresenta 40 amostras de frequência que vão de 0.5 a 20GHz.

Em nosso caso, iremos utilizar as equações (2.21) e (2.22) para obter os parâmetros Y_{in} e Y_{out} a partir dos dados deste catálogo.

Com isso podemos inserir as informações que foram dadas pelo catálogo na função racional (3.3). Resolvendo o sistema (3.11) acha-se então os coeficientes b e a, da equação (3.3). Com isso monta-se a série de frações parciais (3.15) para Y_{in} e Y_{out} .

Nas figuras 6 e 7 a seguir, estão plotadas as aproximações por série de frações parciais de Y_n com 2, 3, 4 e 5 pólos junto com os valores calculados diretamente através dos valores medidos de S_{11} , com as mesmas 40 amostras de frequência.

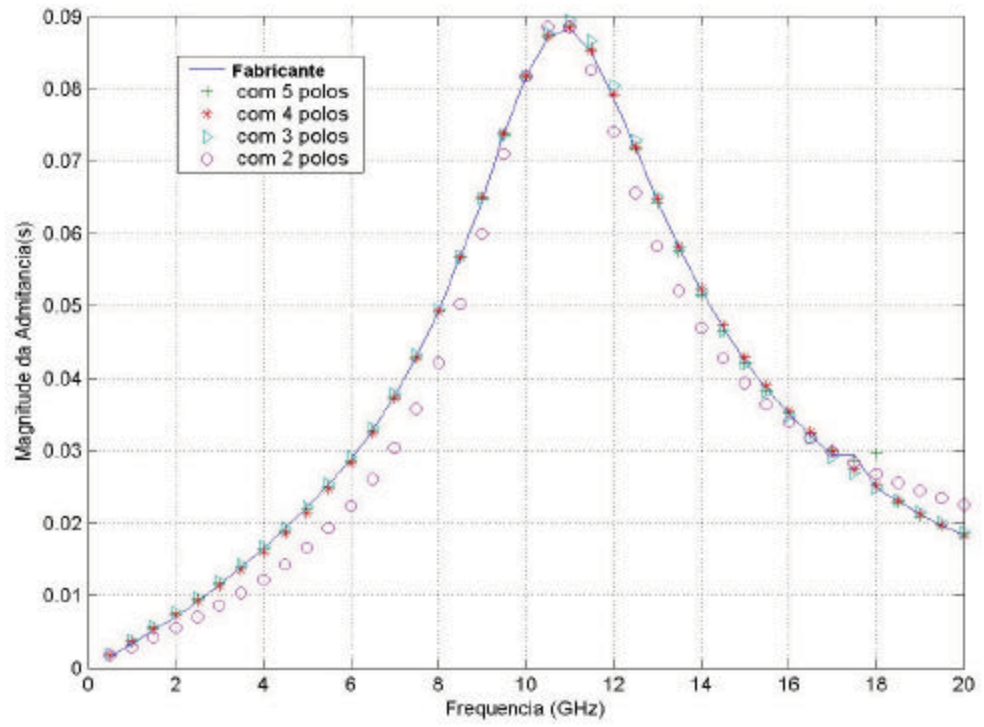


Figura 6 – Aproximação da magnitude para Y_{in} .

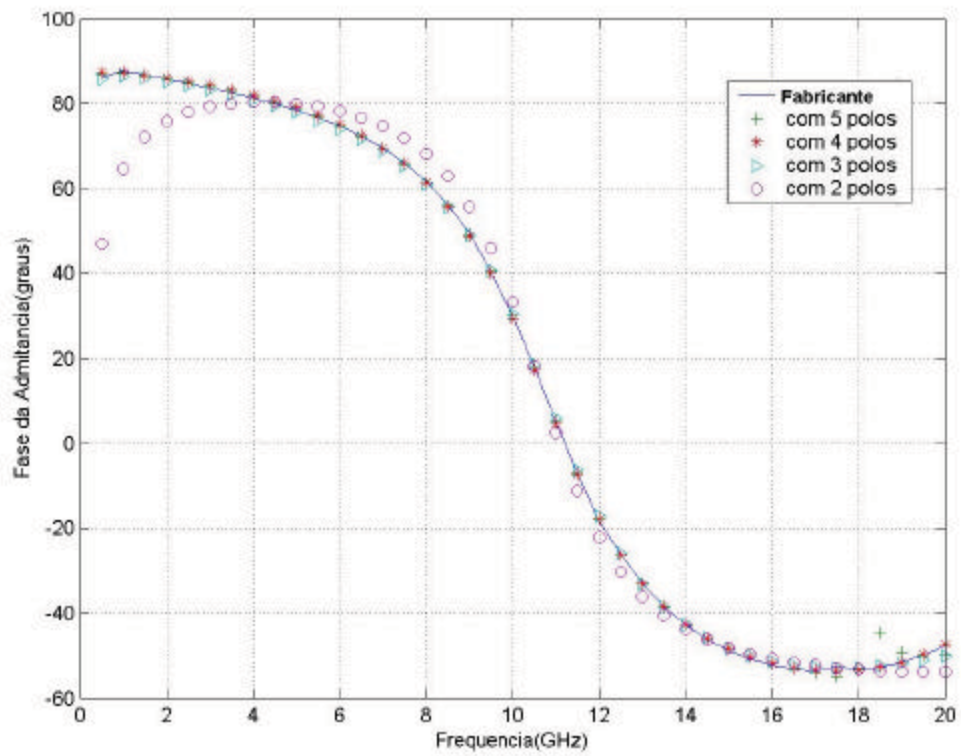


Figura 7 – Aproximação da fase para Y_{in} .

Nas figuras 8 e 9 também foi repetido o mesmo processo, porém para Y_{out} .

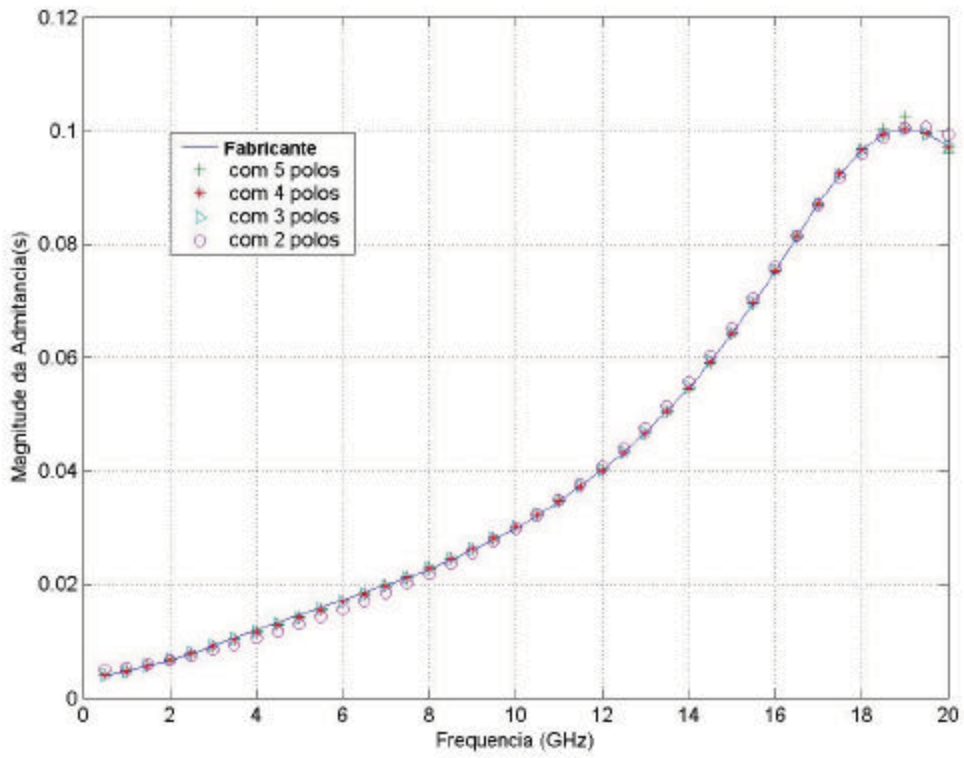


Figura 8 – Aproximação da magnitude para o parâmetro Y_{out} .

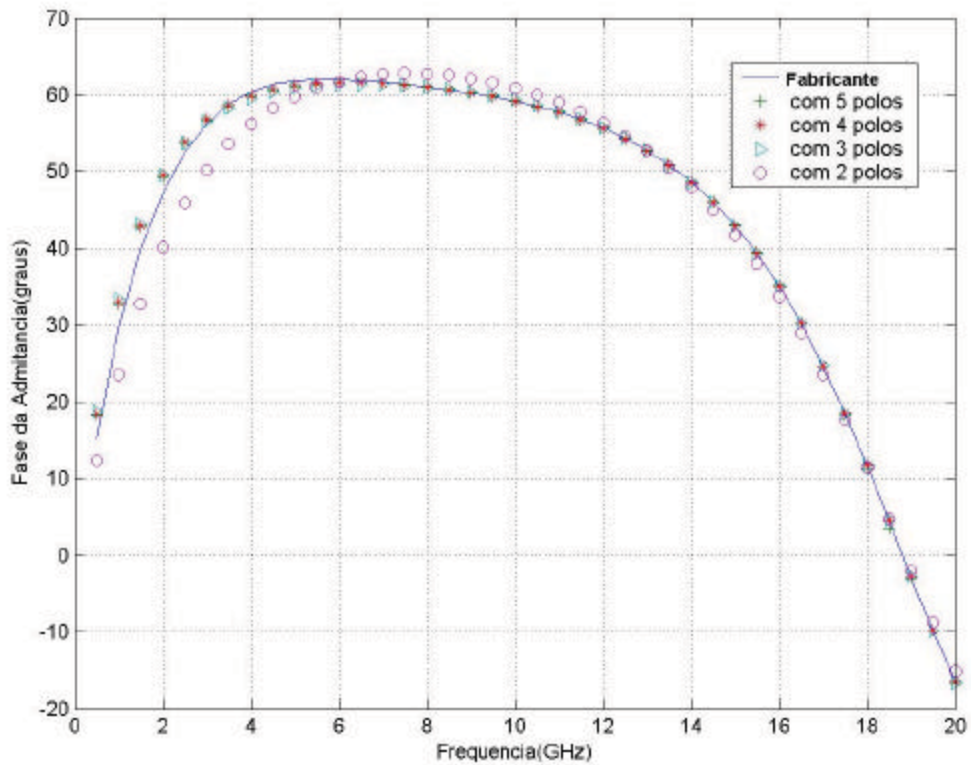


Figura 9- Aproximação da fase para o parâmetro Y_{out} .

Observando os resultados mostrados nas figuras, apenas olhando os gráficos, não é possível avaliar com que quantidade de polos houve a melhor aproximação. Assim, calculou-se o erro médio quadrático para cada situação a fim de verificar qual é o melhor caso a ser escolhido.

5.2.1 ERRO MÉDIO QUADRÁTICO

Será utilizado o erro médio quadrático, que é uma medida dos valores calculados em relação aos valores originais. Este erro é estimado tomando-se uma amostra dos valores calculados e comparando-a com seus valores reais. As diferenças entre elas são elevadas ao quadrado e somadas. A soma é então dividida pelo número de medidas, para que se obtenha a média cuja raiz quadrada fornece uma medida característica de erro na mesma unidade das medidas originais. O erro é diretamente comparável ao conceito de desvio padrão e é dado por

$$Erro = \sqrt{\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (medido_i - aproximado_i)^2} \quad (5.2)$$

onde M é o número de amostras.

As tabelas a seguir mostram o cálculo dos erros dos módulos e fases para todo os casos.

Tabela 2 Erro do Módulo de Y_{in} e Y_{out} em função do número de pólos

Parâmetro	Mod. Com 5 pólos (s)	Mod. com 4 pólos (s)	Mod. com 3 pólos (s)	Mod. com 2 pólos (s)
Y_{in}	0,00086275804	0,0000062139589	0,0013981588	0,016756768
Y_{out}	0,00029586522	0,00019721725	0,000076130879	0,00068139442

Tabela 3 Erro da Fase de Y_{in} e Y_{out} em função do número de pólos

Parâmetro	Fase com 5 pólos (°)	Fase com 4 pólos (°)	Fase com 3 pólos (°)	Fase com 2 pólos (°)
Y_{in}	10,583472	10,584616	10,587083	10,607029
Y_{out}	27,210343	27,209722	27,209742	27,223797

Menores erros foram encontrados com a presença de 4 pólos, logo será utilizada essa quantidade para o próximo passo do trabalho.

Sendo os 4 pólos e os 4 resíduos obtidos com a técnica, mostrados nas tabelas 4 a 7 a seguir

Tabela 4 Pólo de Y_{in} .

Pólos	Y_{in} (rad/ns)
P1	-30,984+164,39j
p2	-30,984-164,39j
p3	-14,0044+67,4738j
P4	-14,0044-67,4738j

Tabela 5 Resíduos de Y_{in} .

Resíduos	Y_{in} (s/ns)
r1	0,0116+0,0116j
r2	0,0116-0,0116j
r3	0,0302+0,0080j
r4	0,0302-0,0080j

Tabela 6 Pólos de Y_{out} .

Pólos	Y_{out} (rad/ns)
P1	-162,8540
p2	-23,158+117,31j
p3	-23,158-117,31j
P4	-66,9542

Tabela 7 Resíduos de Y_{out} .

Resíduos	Y_{2out} (s/ns)
r1	0,0432
r2	0,0539+0,0074j
r3	0,0539-0,0074j
r4	-0,0200

5.3 MODELO COMPUTACIONAL

5.3.1 INTRODUÇÃO

No catálogo, o fabricante menciona que utilizou uma linha *microstrip*, para realizar as medidas, com impedância característica de $Z_0 = 50\Omega$. Será construído um outro tipo de linha de transmissão, com a mesma impedância característica, não havendo assim problema, de incompatibilidade, já que os parâmetros S independem do tipo da linha de transmissão utilizada.

5.3.2 LINHA DE TRANSMISSÃO STRIPLINE

A linha de transmissão a ser simulada será a *stripline*. Sua escolha se dá pelo fato de sua simetria auxiliar a implementação e por não apresentar dispersão já que é construída com material homogêneo.

É uma das estruturas comumente utilizadas como linha de transmissão em frequências de microondas. Em geral ela é leve, pequena e tem a grande vantagem na fabricação e no seu custo. Consiste de uma fita condutora situada simetricamente entre dois planos de terra, e o espaço entre os mesmos é preenchido com um dielétrico homogêneo. O modo dominante na estrutura é TEM, contudo em altas frequências ela pode apresentar modos de propagação superiores [13], com as componentes dos campos elétrico e magnético situadas no plano longitudinal. Para que haja somente o modo dominante (evitando a

presença de modos superiores), o espaçamento entre os planos de terra deve ser inferior a meio comprimento de onda guiado para o modo TEM.

A *stripline* pode ser utilizada como elemento de circuito e como alguns dispositivos passivos são exemplos de aplicação desta estrutura.

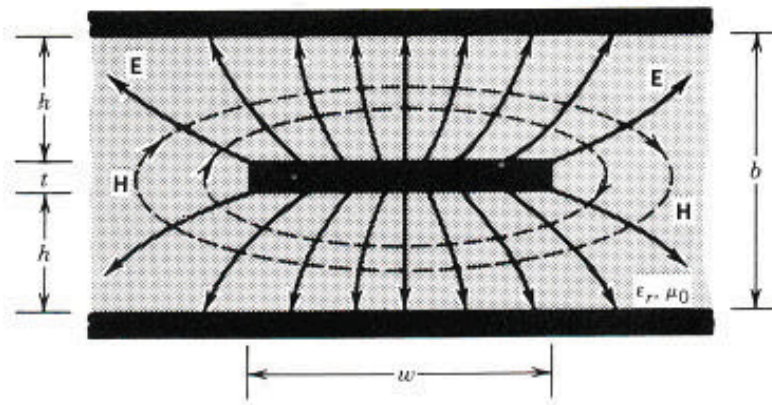


Figura 10 – Secção transversal da Linha de transmissão *stripline*.

Os parâmetros importantes a serem estudados são a impedância característica (Z_0) e a constante de fase β [14], como segue

$$\beta = \omega \sqrt{\mu \epsilon} \quad (5.3)$$

$$Z_0 = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \ln \left\{ 1 + \frac{4 b - t}{\pi w} \left[\frac{8 b - t}{\pi w} + \sqrt{\left(\frac{8 b - t}{\pi w} \right)^2 + 6,27} \right] \right\} \quad (5.4)$$

onde ω é a frequência angular, $\mu = \mu_0$ e $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$, b é a distância entre os planos condutores e w e t são as larguras e a espessura da fita, respectivamente.

A fórmula utilizada para o cálculo de Z_0 , possui um erro menor que 0,5%, quando $w(b-t) < 10$.

A frequência de corte, a qual é a máxima frequência para operação monomodo para a *stripline*, obedece a seguinte equação

$$f_c = \frac{15}{b\sqrt{\epsilon_r}} \frac{1}{\frac{w}{b} + \frac{\pi}{4}} \quad (5.5)$$

sendo b e w em cm e f em GHz.

5.3.3 DIMENSÕES

As dimensões foram escolhidas observando a equação (5.4) em que a estrutura terá uma impedância característica de $Z_0 = 50\Omega$ e também de tal forma que para a frequência de 20 GHz o número de células por comprimento de onda seja próximo de quarenta, conforme a dispersão numérica.

A frequência de corte é de fundamental importância para observar o comportamento da frequência esperada na estrutura.

Para verificar a validade da frequência de corte serão simuladas duas estruturas.

As dimensões da primeira estrutura construída, ficaram com $w=0,2\text{cm}$, $b=0,28$, a segunda estrutura terá as dimensões de $w=0,1\text{cm}$ e $b=0,14\text{cm}$.

A frequência de corte para as duas estruturas ficaram como mostra a tabela 8.

Tabela 8 Freqüência de Corte

Descriminação	Freqüência de Corte (GHz)
Estrutura I	16,91581811
Estrutura II	49,30078715

O material dielétrico utilizado para as duas estruturas foi o teflon, que possui permissividade elétrica relativa $\epsilon_r = 2,1$ e a permeabilidade magnética relativa $\mu_r = 1$. Sendo que será feito um corte longitudinal, para melhorar os cálculos computacionais onde algumas medidas serão reduzidas à metade no plano vertical, pois a estrutura é simétrica.

5.3.4 ESPAÇO COMPUTACIONAL

O programa utilizado para a entrada de dados foi a ferramenta CAD GID (Geometry & Data) [15], com a qual se dá a forma gráfica de entrada dos dados do programa, ou seja, as dimensões das células de Yee $(\Delta x, \Delta y, \Delta z)$, o número de iterações, as condições de contorno, material utilizado, localização dos planos metálicos e magnéticos, pontos de amostragem e localização de excitação.

Como a estrutura é simétrica utilizamos um quarto da mesma. O bipolo linear foi alocado na extremidade da fita condutora, e definida suas características e composições como mostra a figura 11.

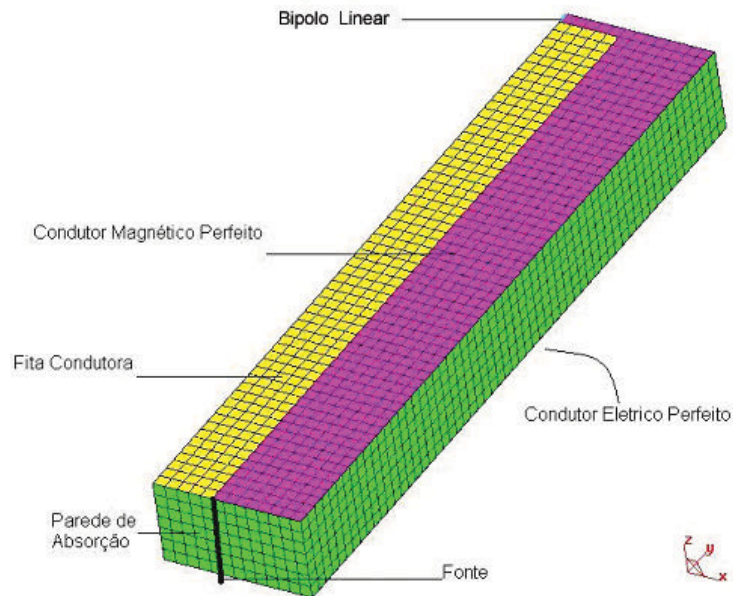


Figura 11 – Um quarto da estrutura simulada.

5.3.5 DEFINIÇÕES DAS CARACTERÍSTICAS ELETROMAGNÉTICAS DOS VOLUMES

Depois de definido o espaço computacional, o próximo passo a seguir é o da definição dos materiais que serão utilizados e onde eles estarão presentes na estrutura. O programa GID já pré define as características dos materiais que serão utilizados (ϵ_r , μ_r e σ) e carregados quando especificados sua utilização.

A figura 12 mostra o volume a qual a estrutura foi preenchida.

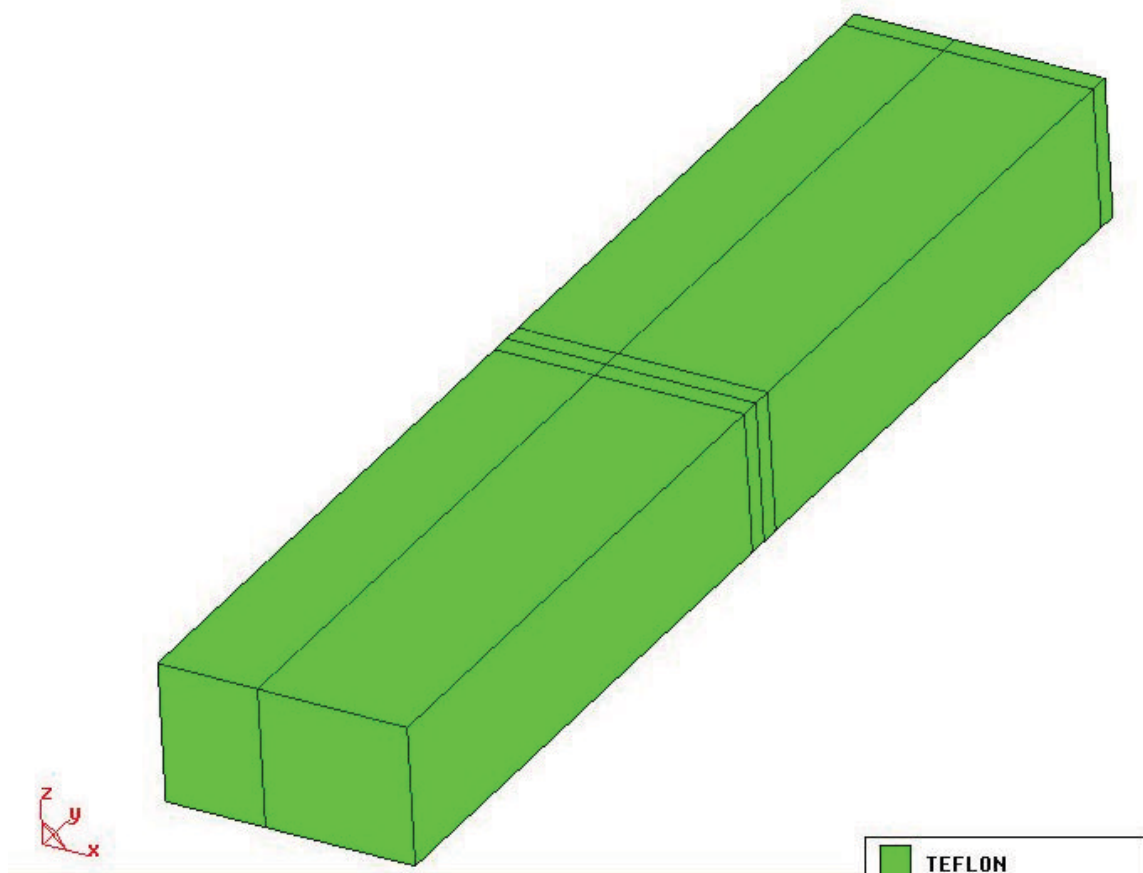


Figura 12 – Definição dos volumes com Teflon.

A figura 13 mostra as características do teflon junto a ferramenta CAD.

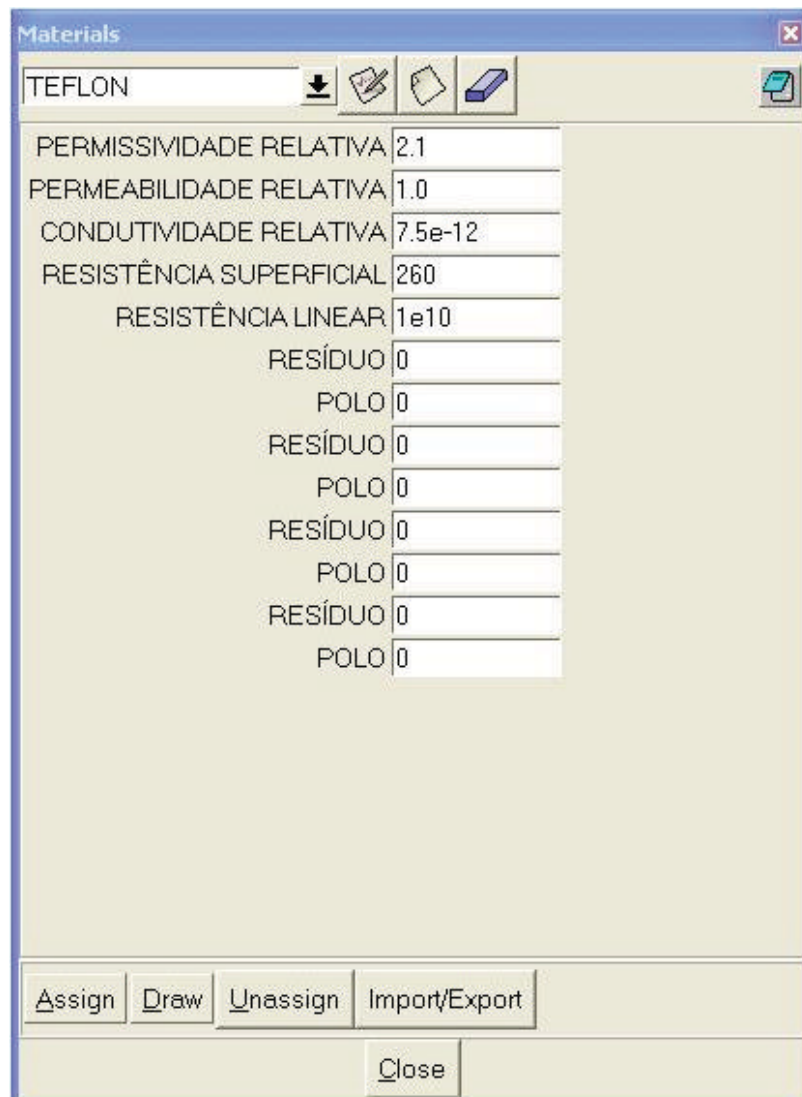


Figura 13 – Características do Teflon.

5.3.6 SUPERFÍCIES METÁLICAS

As superfícies metálicas que foram utilizadas são descritas na figura 14, e foram implementados com o PEC.

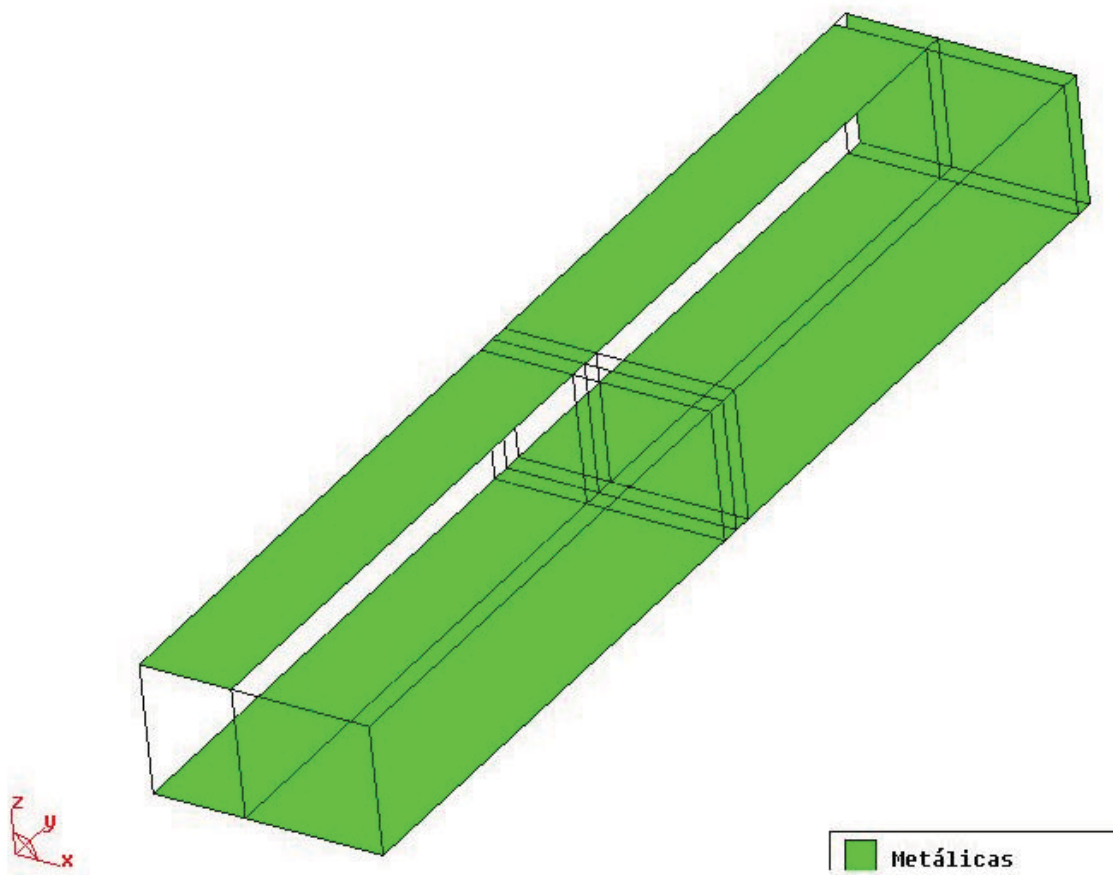


Figura 14 – Definição das superfícies metálicas com PEC.

A figura 15 mostra as definições do PEC.

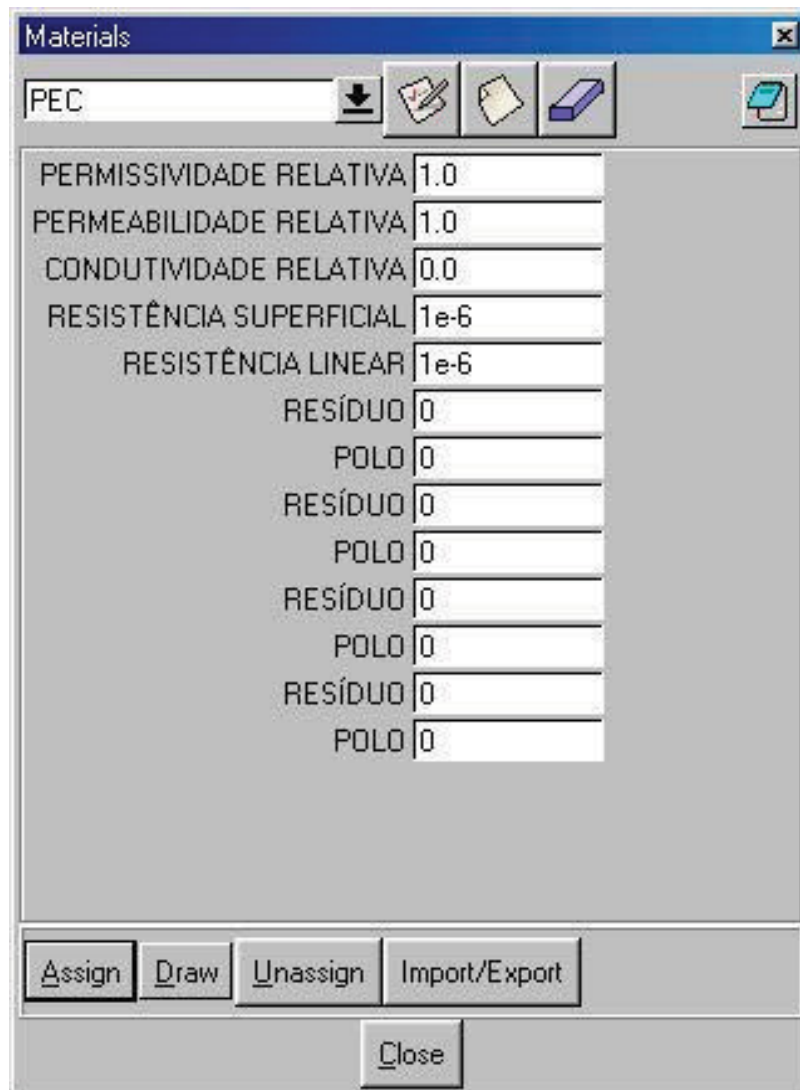


Figura 15 – Características do PEC.

5.3.7 FONTE DE EXCITAÇÃO

A fonte de excitação utilizada foi um pulso Gaussiano com duração de 0,15ns, o que se aproxima de 20 GHz, colocado na extremidade da fita como mostra a figura 16.

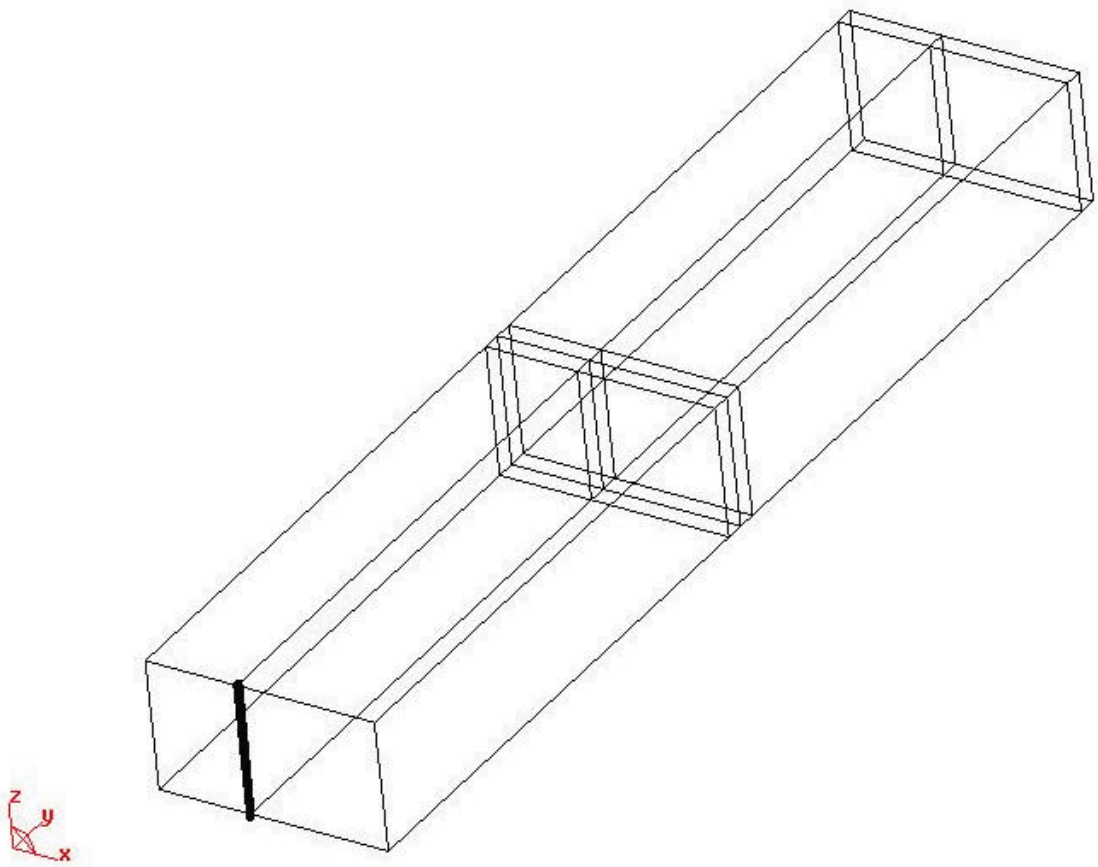


Figura 16 – Local onde foi alocado a excitação da fonte.

O pulso Gaussiano, comporta-se com mostra a figura 17.

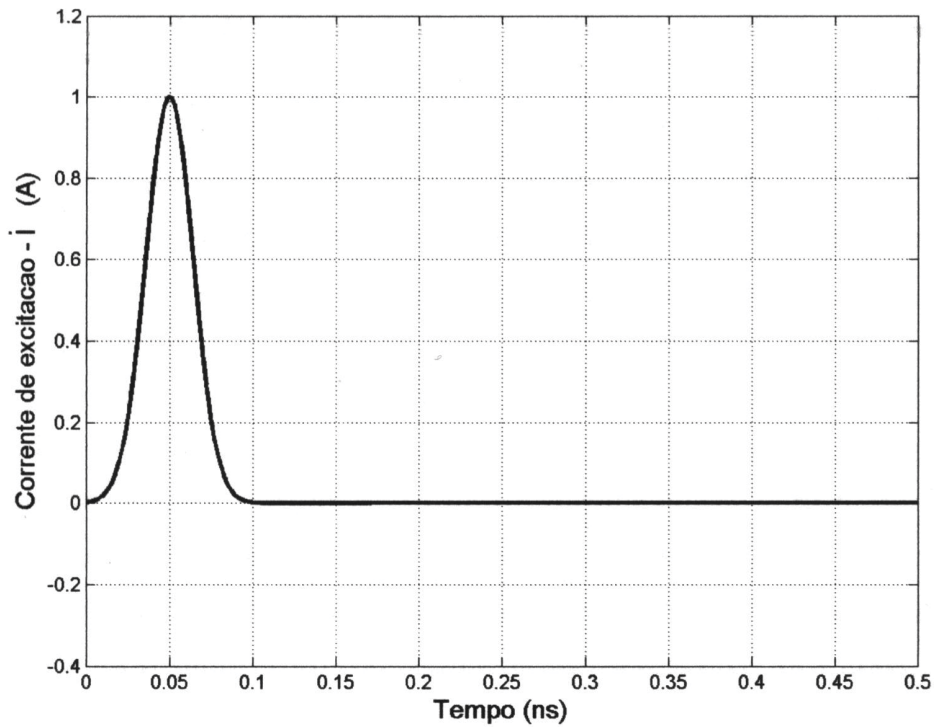


Figura 17 – pulso Gaussiano de excitação da fonte.

O gráfico é obtido através da equação

$$i = I_0 e^{-8\pi \left(\frac{ndt}{T} - \frac{1}{2}\right)^2} \quad (5.6)$$

em que $I_0=1A$ é o valor do pico do pulso, também n é o número de passos no tempo, Δt é o valor do passo no tempo como (4.13), e T é a duração da fonte obtida da seguinte equação

$$T = \frac{1}{f_{\max}} \quad (5.7)$$

sendo esta frequência o limite superior da faixa de frequências que se pretende excitar, em nosso caso será de 20GHz.

5.3.8 BIPOLO LINEAR

Foi alocado ao final da *stripline* um bipolo linear, onde foram definidos os pólos e resíduos. A definição estrutural de onde foi colocado o bipolo é mostrada a seguir na figura 18, onde as distâncias de 0,1 mm antes do final da fita em relação a propagação da onda.

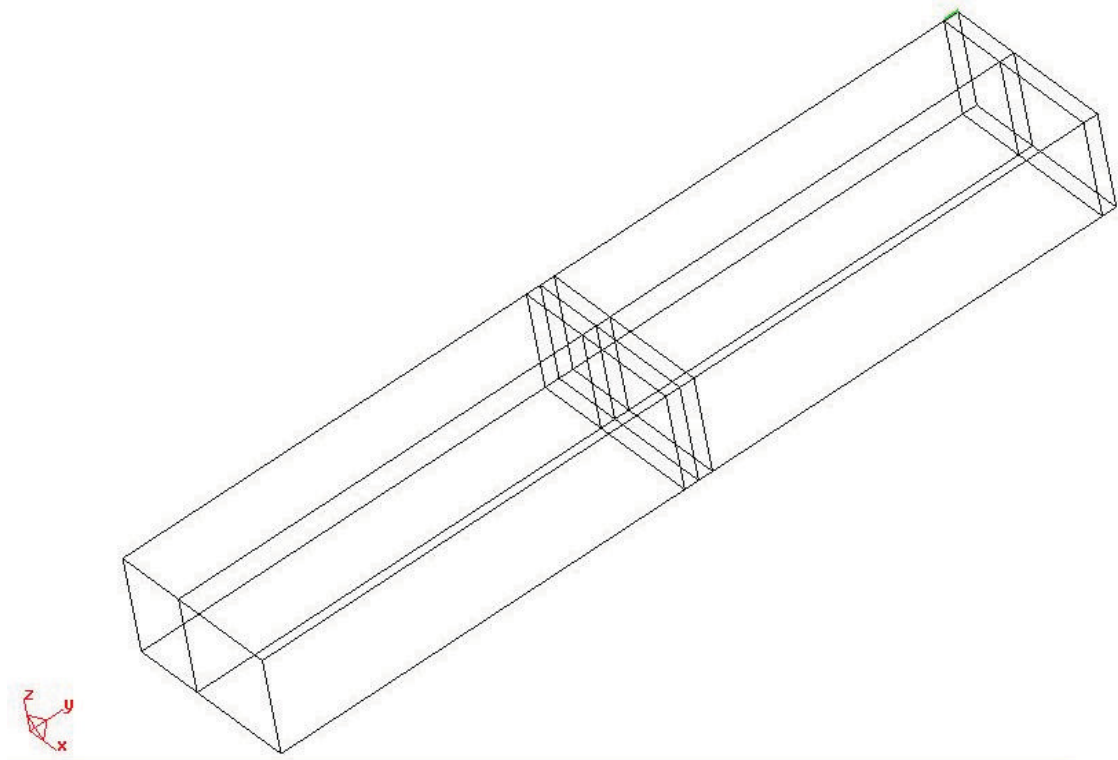


Figura 18 – Definição espacial da localização do bipolo.

A figura 19 mostra as características e onde foram colocados os pólos e os resíduos na ferramenta CAD.

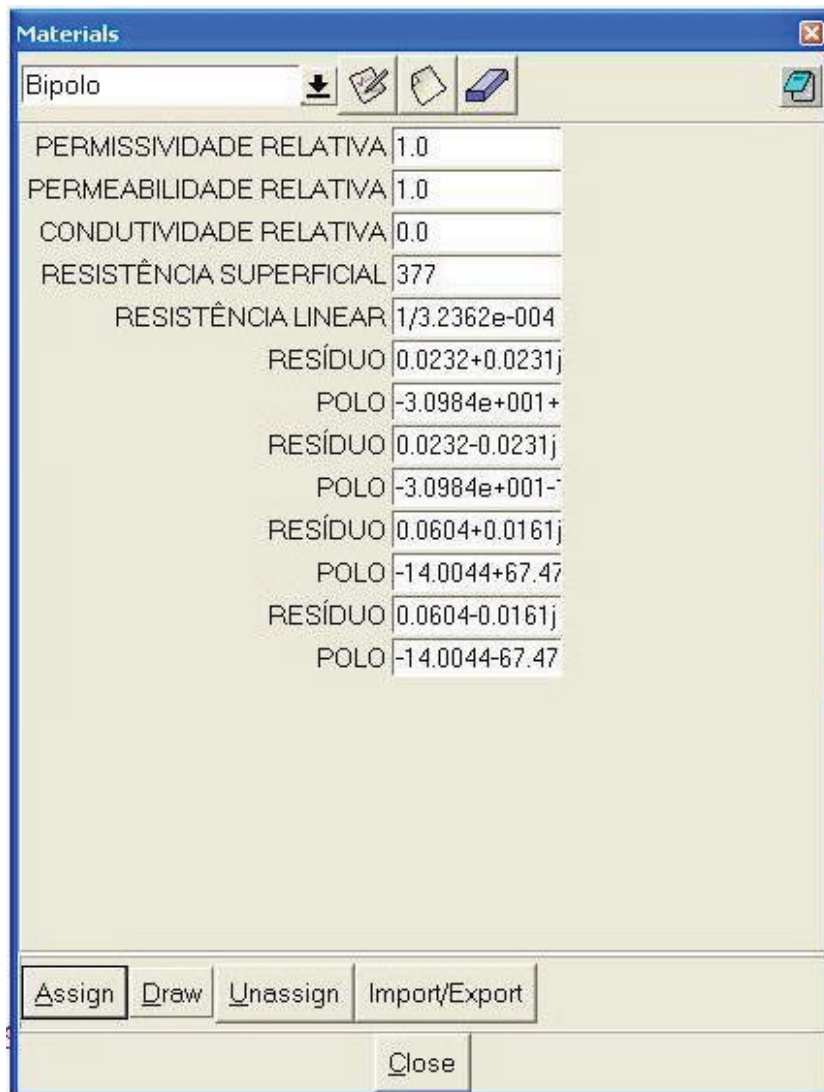


Figura 19 – Definição dos pólos e resíduos para o bipolo.

5.3.9 AMOSTRAS DE TENSÃO

As amostras de tensão que são colhidas durante a simulação, são em números de três, como mostra a figura 20.

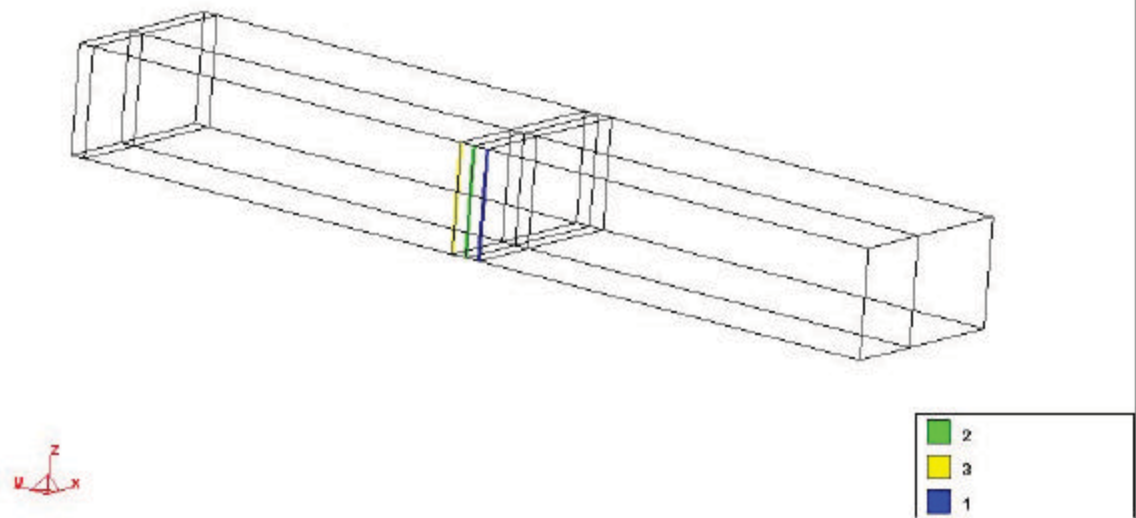


Figura 20 – Definição espacial da localização das amostras.

5.3.10 PARÂMETROS GERAIS DA SIMULAÇÃO

Para simular o modelo proposto na ferramenta CAD, são definidos alguns parâmetros para o mesmo, mostrados na figura 21.

Problem Data

NOME DO PROBLEMA	Bipolo
PERMISSIVIDADE ELÉTRICA (nF/mm)	8.854e-6
PERMEABILIDADE MAGNÉTICA (nH/mm)	1.257
CONDUTIVIDADE ELÉTRICA (S/mm)	5.8e4
DURAÇÃO DA FONTE (ns)	0.15
DURAÇÃO DA SIMULAÇÃO (ns)	1.0
PASSO (ns)	0.01

Accept data Close

Figura 21 – Parâmetros gerais da simulação.

5.4 OBTENÇÃO DOS PARAMETROS S A PARTIR DA SIMULAÇÃO

Para entender melhor o cálculo da constante de propagação, vamos imaginar uma linha de transmissão qualquer com uma fonte alocada em uma de suas extremidades e uma carga na outra extremidade. A direção de propagação é z . Considera-se que a origem da coordenada z é um ponto ao centro da linha de transmissão, como mostra a figura 22

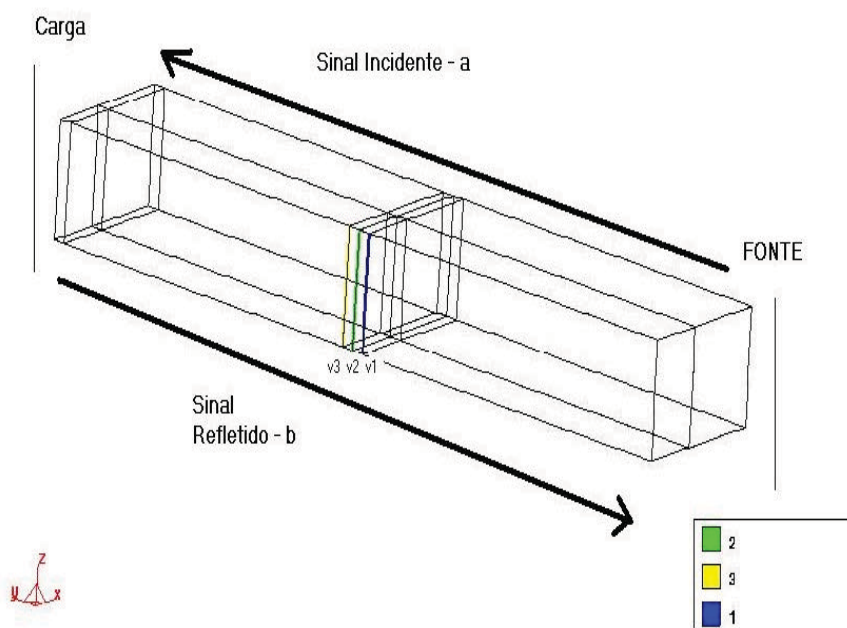


Figura 22 – Definição do local da fonte e da carga.

Esta fonte gera um sinal incidente $a(f)$ e conseqüentemente, um sinal refletido $b(f)$. As tensões V amostradas no tempo, na origem, em um ponto a uma distância $-d$ e em um ponto a uma distância d são dadas por:

$$V_1 = \sqrt{Z_0}ae^{-\gamma d} + \sqrt{Z_0}be^{\gamma d} \quad (5.6)$$

$$V_2 = \sqrt{Z_0}a + \sqrt{Z_0}b \quad (5.7)$$

$$V_3 = \sqrt{Z_0}ae^{\gamma d} + \sqrt{Z_0}be^{-\gamma d} \quad (5.8)$$

onde Z_0 é a impedância característica, a e b são a amplitude da onda incidente e da onda refletida no ponto zero respectivamente e γ é a constante de propagação.

Sendo que a constante de propagação γ é calculada por

$$\gamma = \frac{1}{d} \operatorname{arccosh} \left(\frac{V_3 + V_1}{2V_2} \right) \quad (5.9)$$

Na estrutura V_1, V_2, V_3 são as transformadas de Fourier das amostras de tensão, e d é a distância entre os conjuntos na direção de propagação, que no caso pretendido é 0,1cm. Com isso, trabalhando as equações (5.6) e (5.8) obtém-se:

$$a\sqrt{Z_0} = \frac{-[V_1 - V_3(e^\gamma)^2]e^\gamma}{-1 + (e^\gamma)^4} \quad (5.10)$$

$$b\sqrt{Z_0} = \frac{[-V_3 + V_1(e^\gamma)^2]e^\gamma}{-1 + (e^\gamma)^4} \quad (5.11)$$

Com tais equações, pode-se obter a equação que fornecerá o parâmetro S , neste caso S_{11} e o S_{22} , generalizando tem-se

$$S = -\frac{V_3 + V_1(e^\gamma)^2}{V_1 - V_3(e^\gamma)^2} = \frac{b}{a}$$

(5.12)

Com isso é possível, depois de simulado comparar os resultados com o catálogo, visto que com a simulação são obtidas as amostras de V_1 , V_2 e V_3 no domínio do tempo, através dos pólos da admitância caracterizando esse elemento. Fazendo as transformada de Fourier destas amostras e aplicando na equação (5.12), obtém-se assim os parâmetros S_{11} e S_{22} .

Foi utilizado um passo no tempo de 0,01ns. Será feita a análise da simulação a partir das transformadas direta de Fourier (FFT) [16]–[17], coletadas ao longo da linha de transmissão situadas a 5,9mm, 6,0mm e 6,1mm da fonte, como mostrou a figura 20.

5.5 RESULTADOS

5.5.1 ESTRUTURA I

As figuras 23, 24, 25 e 26 mostram os resultados obtidos com a simulação no domínio do tempo em comparação aos dados medidos do catálogo que no

gráfico será exemplificado pela legenda medido, em relação à magnitude e fase dos parâmetro S_{11} e S_{22} , respectivamente.

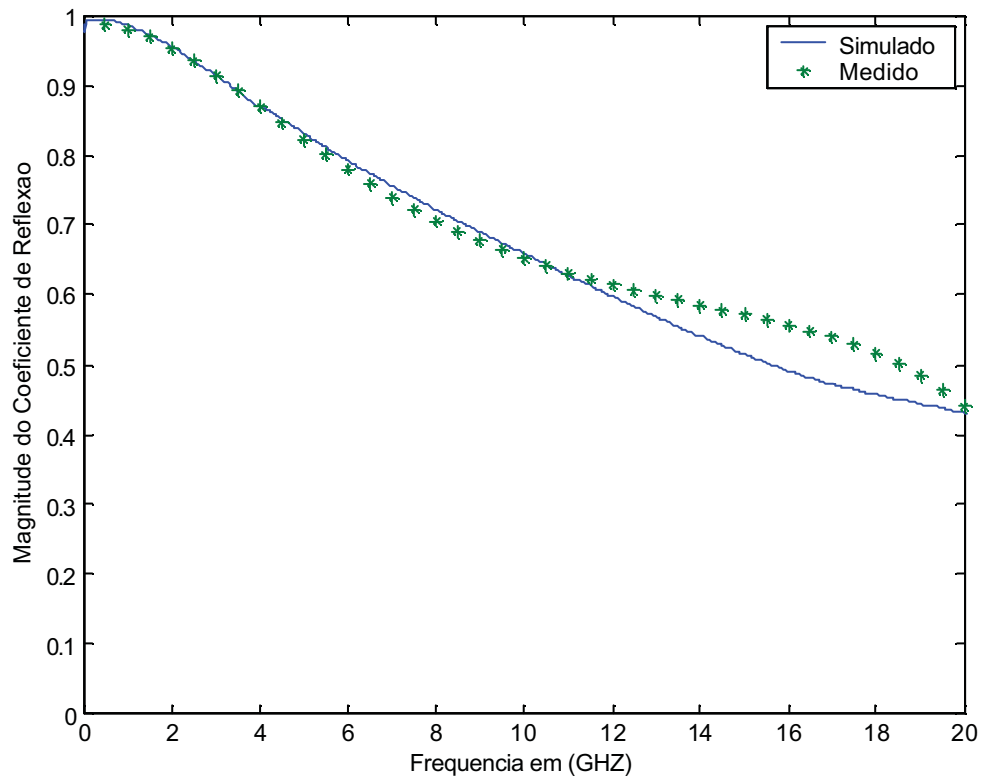


Figura 23 – A simulação da magnitude para o parâmetro S_{11} .

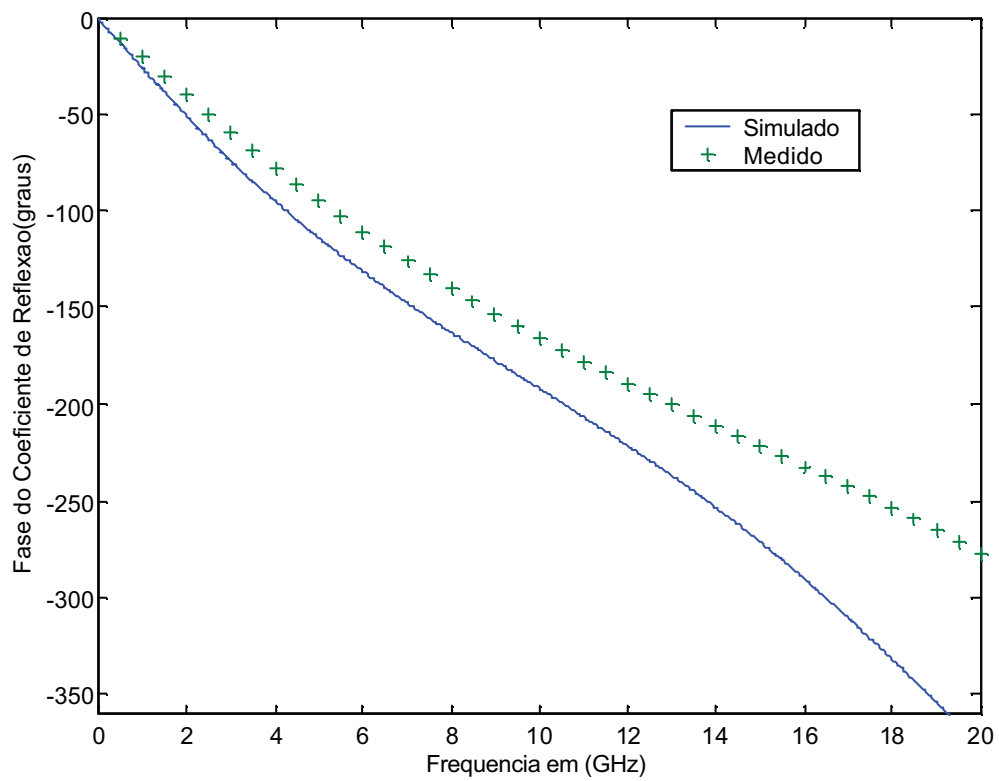


Figura 24 – A simulação da fase para o parâmetro S₁₁.

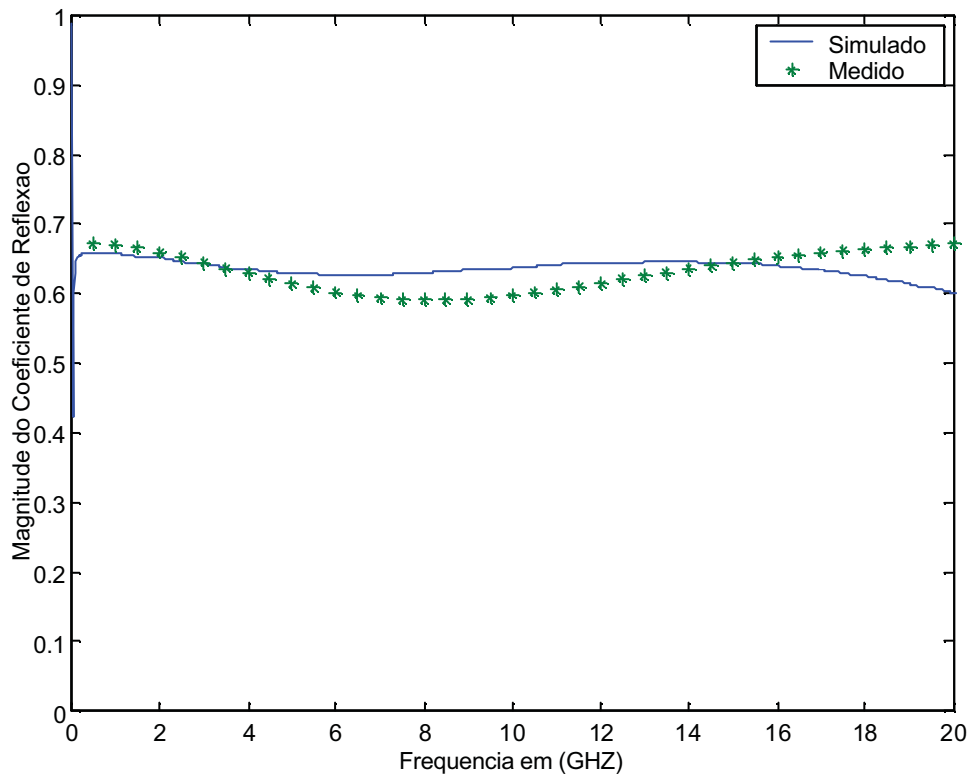


Figura 25 – A simulação da magnitude para o parâmetro S_{22} .

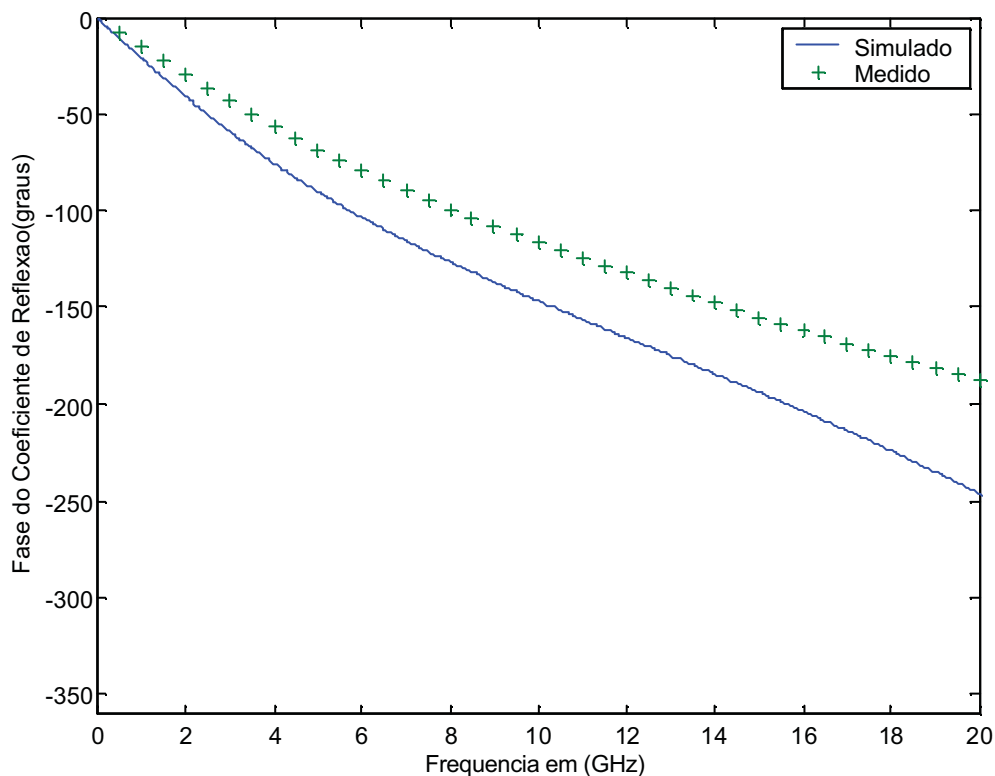


Figura 26 – A simulação da fase para o parâmetro S_{22} .

Observa-se que o erro da simulação, aumenta a partir da frequência de 16GHz, a qual está próxima da frequência de corte conforme a tabela 8.

5.5.2 ESTRUTURA II

As figuras 27, 28, 29 e 30 mostram os resultados obtidos com a simulação também em comparação aos dados medidos do catálogo, com a diferença no tamanho de w e b em relação a primeira estrutura.

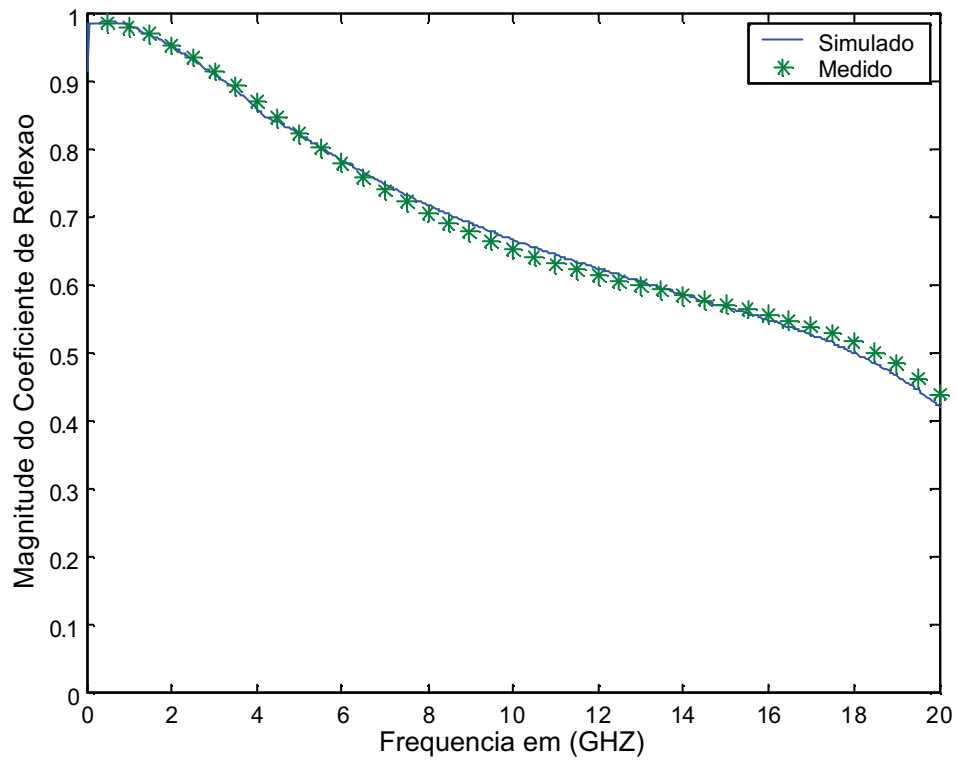


Figura 27 – A simulação da magnitude para o parâmetro S_{11} .

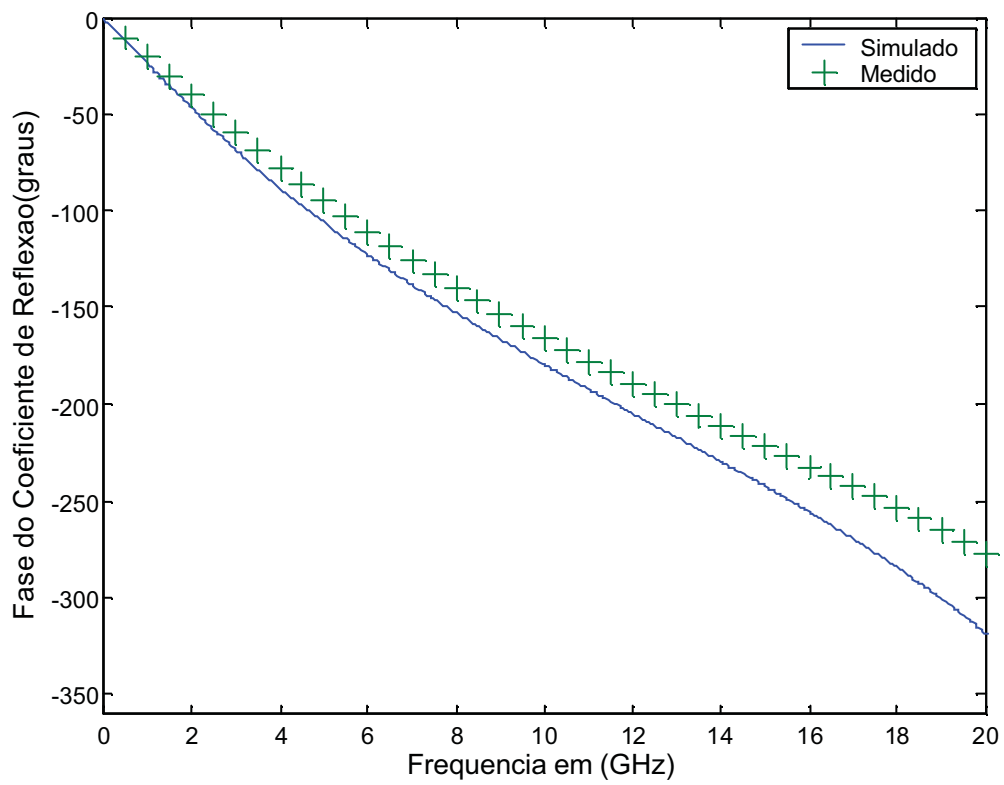


Figura 28 – A simulação da fase para o parâmetro S₁₁.

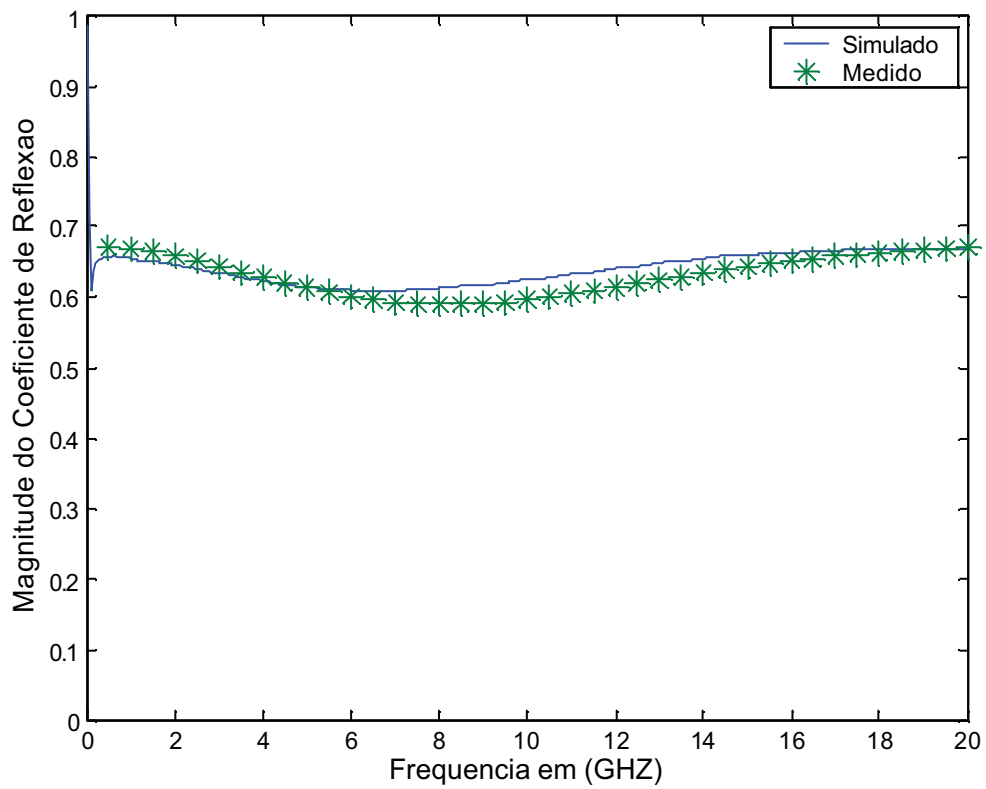


Figura 29 – A simulação da magnitude para o parâmetro S_{22} .

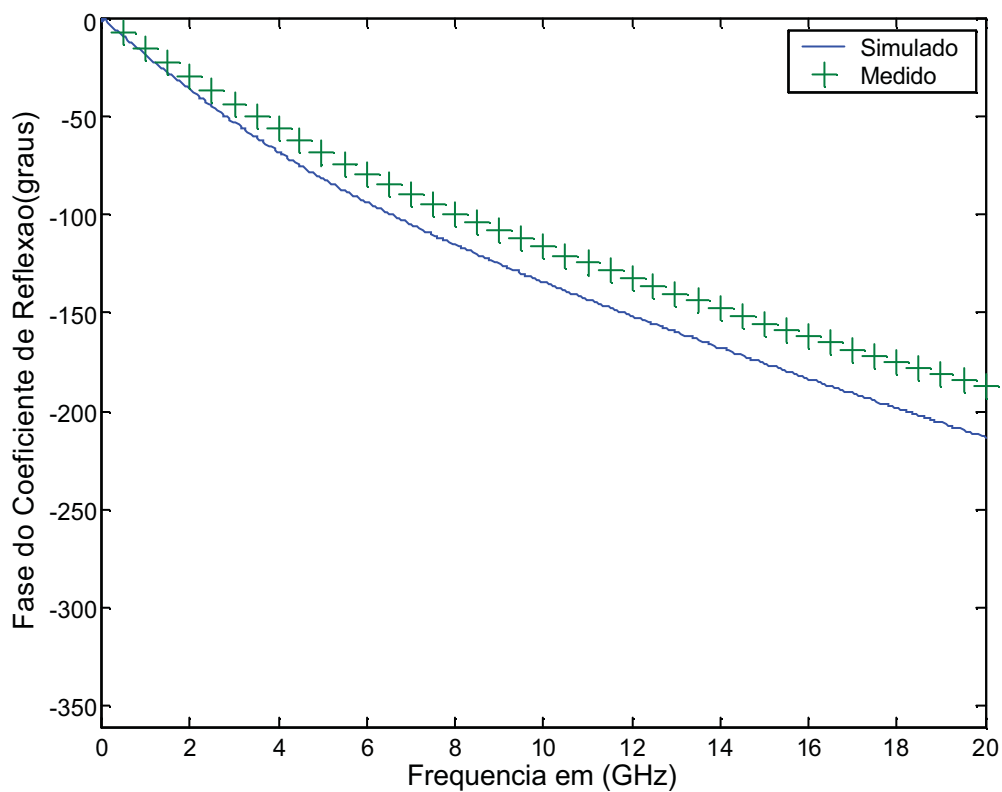


Figura 30 – A simulação da fase para o parâmetro S_{22} .

As simulações realizadas na segunda estrutura mostram a concordância com o que mostra a tabela 8, com uma melhor aproximação aos valores medidos.

Também na figura 27 e 29 nota-se que em baixas frequências há uma certa distorção a qual é proveniente de uma solução espúria de baixa frequência apresentada pelo método numérico [18].

6 CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi proposta uma modelagem de um método eficiente para aproximar uma função racional aos parâmetros de admitância no domínio da frequência.

Trabalho esse que já havia sido desenvolvido, porém utilizando uma quantidade muito grande de pólos, e selecionando alguns deles (pólos dominantes), através do método de seleção ortogonal dos mínimos quadrados.

O diferencial deste trabalho é o reagrupamento matricial que foi visto no capítulo 3, que permite achar os coeficientes a e b puramente reais de forma a obter uma série de frações parciais com um número reduzido de pólos, onde os mesmos já sejam pólos dominantes.

Com isso pode-se trabalhar com o dobro das faixas de bandas de frequências em relação ao outro trabalho, e também reduzir o número de pólos significativamente.

Os resultados obtidos, através da simulação com o FDTD, mostraram uma eficiência razoável, utilizando apenas 4 pólos, no bipolo que foi alocado na extremidade da fita condutora, em que a estrutura simulada do tipo *stripline* era diferente da estrutura no qual foram feitas as medições dos parâmetros S , porém com a mesma impedância característica.

Sendo considerado duas estruturas simuladas, levando-se em conta suas diferenças apenas em relação à frequência de corte, notou-se que até onde a frequência de corte a aproximação era boa, divergindo deste ponto então.

Com isso o trabalho alcançou o objetivo desejado, que era mostrar uma técnica para aproximar a resposta em frequência da admitância e também a modelagem de um bipolo linear no domínio do tempo, caracterizado pelos pólos vindos do parâmetro de admitância, baseando-se nos valores medidos no domínio da frequência do catálogo.

TRABALHOS FUTUROS

Uma sugestão para trabalhos futuros é utilizar a mesma técnica desenvolvida no presente trabalho, e aplicá-la para faixas de frequências ainda maiores e também para o estudo dos parâmetros S_{12} e S_{21} , caracterizando assim um amplificador. Sendo assim caracterizado outro fenômeno físico diferente do apresentado aqui.

ANEXO I

ARQUIVO METODO.BAS

Arquivo metodo.bas no qual foi implementado o método para aproximar a função racional.

Este arquivo é utilizado a partir de dados calculados pelo método FDTD. Também executado no Matlab 6.5 como mostra a sintaxe do algoritmo.

```
%Modelo Matematico
```

```
clear
```

```
%A frequencia
```

```
f=0.5:0.5:20;
```

```
%S Frenquencia Complexa
```

```
s=j*2*pi*f;
```

```
%Os angulos em radianos no parametro de espalhamento s11
```

```
t1=[];
```

```
t=(t1*pi)/180;
```

```
%As magnitudes do parametro de espalhamento s12
```

```
m=[];
```

```
y=m.*exp(t*j);
```

%Construindo a Matriz K que corresponde aos b separando ela em Real e Complexa

```
if rem(length(s),2)==0
```

```
    for L=1:((length(s)/2)+1)
```

```
        for c=1:length(s)
```

```
            kr(c,L)=(s(c).^(2*L-2));
```

```
        end
```

```
    end
```

```
    for L1=1:(((length(s))/2))
```

```
        for c1=1:length(s)
```

```
            ki(c1,L1)=(s(c1).^(2*L1-1));
```

```
        end
```

```
    end
```

```
else
```

```
    for L=1:((length(s)/2)+1)
```

```
        for c=1:length(s)
```

```
            kr(c,L)=(s(c).^(2*L-2));
```

```
        end
```

```
    end
```

```
    for L1=1:(((length(s))/2)+1)
```

```
        for c1=1:length(s)
```

```
            ki(c1,L1)=(s(c1).^(2*L1-1));
```

```
        end
```

```
    end
```

```
end
```

```
if rem(length(s),2)==0
```

```
    k=zeros(length(ki(:,1)),(2*(length(ki(1,:)))));
```

```
    k(:,1:2:2*(length(kr(1,:))))=kr; k(:,2:2:2*(length(ki(1,:))))=ki;
```

```
else
```

```
    k=zeros(length(kr(:,1)),(2*(length(kr(1,:)))));
```

```

        k(:,1:2:2*(length(kr(1,:))))=kr; k(:,2:2:2*(length(kr(1,:))))=ki;
end

%-----
-----

%Construindo a Matriz d que corresponde aos a separando ela em Real e
Complexa
for v=1:(length(s))
    for v1=1:(length(s))
        if rem(v1,2)==0
            dr(v,v1)=(-(s(v).^(v1)).*(m(v)*cos(t(v))));
        else
            dr(v,v1)=(-(s(v).^(v1)).*(m(v)*j*sin(t(v))));
        end
    end
end
end
for v=1:(length(s))
    for v1=1:(length(s))
        if rem(v1,2)==0
            di(v,v1)=(-(s(v).^(v1)).*(m(v).*j*sin(t(v))));
        else
            di(v,v1)=(-(s(v).^(v1)).*(m(v).*cos(t(v))));
        end
    end
end
end
d=zeros(length(di(:,1)),(length(di(1,:))));
d(:,1:1:length(di(1,:)))=dr+di;

%A matriz Completa
p=[k,d];

```

```

y=y.';

%Decompondo a matriz em QR e aplicando MMQ
[Q,R] = qr(p);
x = R\R.\(p.*y);
b=x(1:(length(s)+1));
a=x(length(s)+2:2*(length(s))+1);

%montado a funcao racional
for i=1:(length(s))

    for J=1:(length(s)+1)
        bb(J)=b(J)*(s(i))^(J-1);
    end;
    for J=1:(length(s))
        aa(J)=a(J)*(s(i))^J;
    end;

    yij(i)=sum(bb)/(1+sum(aa));

end;

%-----
-----

%montando a matriz com Reais
krt=zeros(length(s),length(s)+1);
krt(:,1:2:2*(length(kr(1,:))))=kr;
%A matriz Completa
pr=[krt,dr];
yr=real(y);

```

```

%-----
-----

%montando a matriz com Imaginarios(Isolando o j)
kit=zeros(length(s),length(s)+1);
kit(:,2:2:2*(length(ki(1,:))))=imag(ki);
%A matriz Completa
dii=imag(di);
pim=[kit,dii];
yi=imag(y);

%-----
-----

%Matriz em Blocos

pbloco=[pr;pim];
[Q,R] = qr(pbloco);
ybloco=[yr;yi];
xbloco = R\(R.\(pbloco.*ybloco));
bbloco=xbloco(1:(length(s)+1));
abloco=xbloco(length(s)+2:2*(length(s))+1);
%montado a funcao racional
for i1=1:(length(s))

    for J=1:(length(s)+1)
        bbbloco(J)=bbloco(J)*(s(i1))^(J-1);
    end;
    for J=1:(length(s))
        aabloco(J)=abloco(J)*(s(i1))^J;
    end;

```

```

yijbloco(i1)=sum(bbbloco)/(1+sum(aabloco));

end;

%-----
-----
a1=input('Digite a quantidade de a: ')
%-----
-----
if a1<=40
    k1=pbloco(:,1:1:(a1+1));
    d1=pbloco(:,42:1:(42+(a1-1)));
    pbloco1=[k1,d1];
    [Q,R] = qr(pbloco1);
    xbloco1 = R\ (R.\(pbloco1.*ybloco));
    bbloco1=xbloco1(1:(a1+1));
    abloco1=xbloco1((a1+2):((a1+2)+(a1-1)));
    %montado a funcao racional
    for i1=1:40

        for J=1:(a1+1)
            bbbloco11(J)=bbloco1(J)*(s(i1))^(J-1);
        end;
        for J=1:(a1)
            aabloco11(J)=abloco1(J)*(s(i1))^(J);
        end;

        yijbloco1(i1)=sum(bbbloco11)/(1+sum(aabloco11));

    end;
end;

```

```

else
    disp('erro');
end

%-----
-----

%Achando os Residuos e os Polos
abloco1=abloco1';
bbloco1=bbloco1';
B=[fliplr(bbloco1)];
A=[fliplr(abloco1) 1];
[R,P,K]=residue(B,A)
%-----
-----

yteste1=(R(1)./(s-P(1)))+(R(2)./(s-P(2)))+(R(3)./(s-P(3)))+(R(4)./(s-P(4)))+(R(5)./(s-
P(5)))+K;
%-----
-----

%-----
-----

a1=input('Digite a quantidade de a: ')
%-----
-----

if a1<=40
    k1=pbloco(:,1:1:(a1+1));
    d1=pbloco(:,42:1:(42+(a1-1)));
    pbloco1=[k1,d1];
    [Q,R] = qr(pbloco1);

```

```

xbloco1 = R\(R.\(pbloco1.*ybloco));
bbloco1=xbloco1(1:(a1+1));
abloco1=xbloco1((a1+2):((a1+2)+(a1-1)));
%montado a funcao racional
for i1=1:40

    for J=1:(a1+1)
        bbbloco11(J)=bbloco1(J)*(s(i1))^(J-1);
    end;
    for J=1:(a1)
        aabloco11(J)=abloco1(J)*(s(i1))^(J);
    end;

    yijbloco1(i1)=sum(bbbloco11)/(1+sum(aabloco11));

end;

else
    disp('erro');
end

%-----
-----

%Achando os Residuos e os Polos
abloco1=abloco1';
bbloco1=bbloco1';
B=[fliplr(bbloco1)];
A=[fliplr(abloco1) 1];
[R,P,K]=residue(B,A)

```

```

%-----
-----
yteste2=(R(1)./(s-P(1)))+(R(2)./(s-P(2)))+(R(3)./(s-P(3)))+(R(4)./(s-P(4)))+K;
%-----
-----
a1=input('Digite a quantidade de a: ')
%-----
-----
if a1<=40
    k1=pbloco(:,1:1:(a1+1));
    d1=pbloco(:,42:1:(42+(a1-1)));
    pbloco1=[k1,d1];
    [Q,R] = qr(pbloco1);
    xbloco1 = R\ (R.\(pbloco1.*ybloco));
    bbloco1=xbloco1(1:(a1+1));
    abloco1=xbloco1((a1+2):((a1+2)+(a1-1)));
    %montado a funcao racional
    for i1=1:40

        for J=1:(a1+1)
            bbbloco11(J)=bbloco1(J)*(s(i1))^(J-1);
        end;
        for J=1:(a1)
            aabloco11(J)=abloco1(J)*(s(i1))^(J);
        end;

        yijbloco2(i1)=sum(bbbloco11)/(1+sum(aabloco11));

    end;

else

```

```

    disp('erro');
end

%-----
-----
%Achando os Residuos e os Polos
abloco1=abloco1';
bbloco1=bbloco1';
C=[fliplr(bbloco1)];
D=[fliplr(abloco1) 1];
[R,P,K]=residue(C,D)
%-----
-----
%montado a funcao racional
ytteste3=(R(1)./(s-P(1)))+(R(2)./(s-P(2)))+(R(3)./(s-P(3)))+K;
%-----
-----
%-----
-----
a1=input('Digite a quantidade de a: ');
%-----
-----
if a1<=40
    k1=pbloco(:,1:1:(a1+1));
    d1=pbloco(:,42:1:(42+(a1-1)));
    pbloco1=[k1,d1];
    [Q,R] = qr(pbloco1);
    xbloco1 = R\ (R.\ (pbloco1.*ybloco));
    bbloco1=xbloco1(1:(a1+1));
    abloco1=xbloco1((a1+2):((a1+2)+(a1-1)));
    %montado a funcao racional

```

```

for i1=1:40

    for J=1:(a1+1)
        bbbloco11(J)=bbloco1(J)*(s(i1))^(J-1);
    end;
    for J=1:(a1)
        aabloco11(J)=abloco1(J)*(s(i1))^J;
    end;

    yijbloco2(i1)=sum(bbbloco11)/(1+sum(aabloco11));

end;

else
    disp('erro');
end

%-----
%-----
%Achando os Residuos e os Polos
abloco1=abloco1';
bbloco1=bbloco1';
C=[fliplr(bbloco1)];
D=[fliplr(abloco1) 1];
[R,P,K]=residue(C,D)
%-----
%-----
%montado a funcao racional
yteste4=(R(1)./(s-P(1)))+(R(2)./(s-P(2)))+K;
%-----
%-----

```

```

plot(f,rad2deg(t),f,rad2deg(angle(yteste1)),'+',f,rad2deg(angle(yteste2)),'*',f,rad2deg(
angle(yteste3)),>',f,rad2deg(angle(yteste4)),o');legend('Medido','com 5
polos','com 4 polos','com 3 polos','com 2 polos');
xlabel('Frequencia(GHz)');
ylabel('Fase da Admitancia(graus)');
grid on
figure
plot(f,m,f,abs(yteste1),'+',f,abs(yteste2),'*',f,abs(yteste3),'>',f,abs(yteste4),'o');legen
d('Medido','com 5 polos','com 4 polos','com 3 polos','com 2 polos');
xlabel('Frequencia (GHz)');
ylabel('Magnitude da Admitancia(s)');
grid on

```

ANEXO II

MICRO-STRIPLINE

Micro-stripline usada para as medições da tabela, dada pelo fabricante.

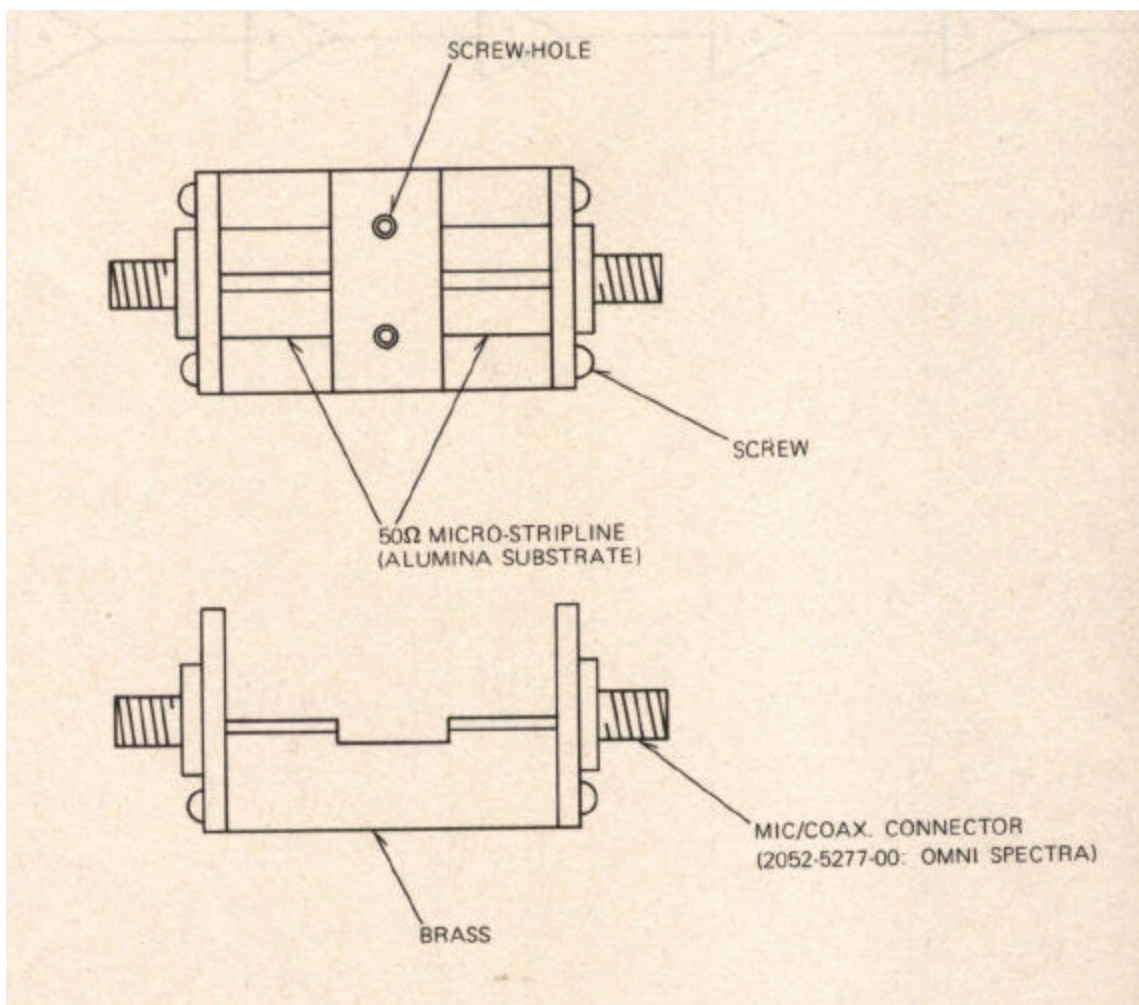


Figura 31 – *Microstrip* utilizada para a medição segundo o Catálogo do fabricante.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

- [1] A. Taflove, *Review of the formulation and application of the finite-difference time-domain method for numerical modeling of electromagnetic wave interactions with arbitrary structures*, Wave Motion, Elsevier Science Publ., nº. 10, pp. 547-582, 1988.
- [2] Anderson, Dick. L. Smith and J. Gruszynski *"S-Parameter Theory and Applications"*, Hewlett-Packard Journal, 1966.
- [3] Yee, K. S., *"Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media"*. IEEE Trans. Antennas Propagat, vol. AP-14, pp. 302-307, May 1966.
- [4] K. S. Kunz e R. J. Luebbers, *"The Finite Difference Time Domain Method for Electromagnetics"*, CRC Press, 1993.
- [5] Xiaoning Ye and James L. Drewniak. , *"Incorporating Two-Port Networks with S-Parameters into FDTD"*. IEEE Trans. Microwave and Wireless Components Letters., vol. 11, pp. 77-79, Fevereiro de 2001.
- [6] M. Suzuki, H. Miyashita, A. Kamo, T. Watanabe., *"A Synthesis Technique of Time-Domain Interconnect Models by MIMO type of Selective Orthogonal Least-Square Method"*. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 49, pp. 1708-1714, July de 2001.
- [7] Barroso, L. C. et al: *"Cálculo Numérico (Com Aplicações)"*. São Paulo: Harba Ltda, 1987.
- [8] A. Taflove e M. E. Brodwin, *"Numerical Solutions of steady-state electromagnetic scattering problems using the time-dependent Maxwell's equations"* IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-23, pp. 623-630, agosto de 1975.
- [9] D. H. Choi e W. J. R. Hoefler, *"The finite-difference time-domain method and its applications to eigenvalue problems"*, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. MTT-34, pp. 1464-1470, dez. 1986.
- [10] A. Taflove e S. C. Hagness, *"Computational Electrodynamics: The Finite Difference Time Domain Method"*, second edition, Artech House, Boston, 2000.
- [11] Wilson A. Artuzi JR.: *"Finite Element Time Domain Method Using Piecewise Constants Basis Functions"*. SBMO/IEEE – International Microwave and Optoelectronics Conference, vol.2, pp. 1029-1032, Foz do Iguaçu, 2003.

- [12] M. Neaegle, "Análise de Antenas de Microfita através do Método FDTD utilizando Malha Tetraédrica", Dissertação de Mestrado, Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE) UFPR - 2004.
- [13] C. A. Balanis.: "*Advanced Engineering Electromagnetics*", Second edition. New York. John Wiley & Sons, Inc, 1989.
- [14] Bahl, I. J.: "*Microwave Solid State Circuit Design*". New York. John Wiley & Sons, Inc, 1988.
- [15] Ribó, R.; Pasenau, M. A. R.: "*Gid Reference Manual*". [S.l]: [s.n], 2000.
- [16] W. K. Gwarek, "*Analysis of arbitrary shaped two-dimensional microwave circuits by finite-difference time-domain method,*" IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 36, pp. 8738-744, Apr. 1998.
- [17] W. T. Beyene and J. E. Schutt-Ainé, "*Accurate frequency-domain modeling and efficient circuit simulation on high-speed packaging interconnects*". IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 45, pp. 1941-1947, Oct. 1997.
- [18] C. Hwang and R. Beei Wu, "*Treating Late-Time Instability of Hybrid Finite-Element/Finite-Difference Time-Domain Method*". IEEE Trans. Microwave Theory Tech., vol. 47, pp. 227-232, Feb. 1999.

