

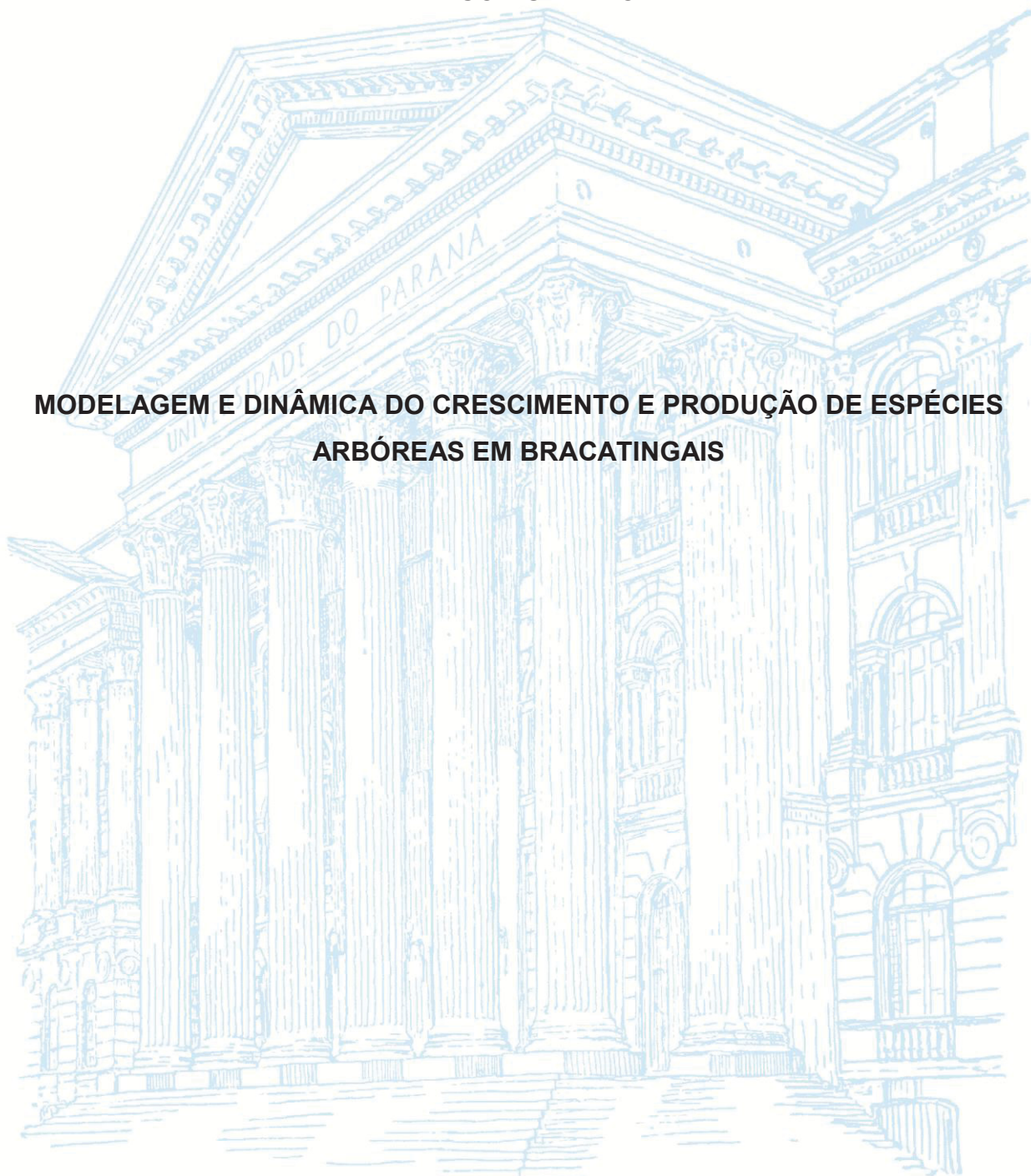
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

EDILSON URBANO

**MODELAGEM E DINÂMICA DO CRESCIMENTO E PRODUÇÃO DE ESPÉCIES
ARBÓREAS EM BRACATINGAIS**

CURITIBA

2018



EDILSON URBANO

**MODELAGEM E DINÂMICA DO CRESCIMENTO E PRODUÇÃO DE ESPÉCIES
ARBÓREAS EM BRACATINGAIS**

Tese apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Doutor em Engenharia florestal, no Curso de Pós-Graduação em Engenharia Florestal, Setor de Ciências Agrárias, da Universidade Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Sebastião do Amaral Machado

Co-orientadores: Prof. Dr. Afonso Figueiredo Filho
Prof. Dr. Carlos Roberto Sanquetta

CURITIBA

2018

Ficha catalográfica elaborada pela
Biblioteca de Ciências Florestais e da Madeira - UFPR

Urbano, Edilson

Modelagem e dinâmica do crescimento e produção de espécies arbóreas em
bracatingais / Edilson Urbano. – Curitiba, 2018.
177 f. : il.

Orientador: Prof. Dr. Sebastião do Amaral Machado

Coorientadores: Prof. Dr. Afonso Figueiredo Filho

Prof. Dr. Carlos Roberto Sanquetta

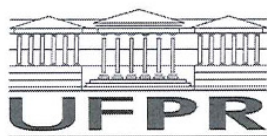
Tese (Doutorado) - Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências
Agrárias, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Florestal. Defesa: Curitiba,
16/02/2018.

Área de concentração: Manejo Florestal.

1. Árvores – Crescimento. 2. Bracatinga. 3. Povoamento florestal. 4. Florestas –
Métodos estatísticos. 5. Teses. I. Machado, Sebastião do Amaral. II. Figueiredo Filho,
Afonso. III. Sanquetta, Carlos Roberto. IV. Universidade Federal do Paraná, Setor de
Ciências Agrárias. V. Título.

CDD – 634.9

CDU – 634.0.524



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR SETOR DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENGENHARIA
FLORESTAL

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA FLORESTAL da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da tese de Doutorado de **EDILSON URBANO** intitulada: **MODELAGEM E DINÂMICA DO CRESCIMENTO E PRODUÇÃO DE ESPÉCIES ARBÓREAS EM BRACATINGAIS**, após terem inquirido o aluno e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua Aprovação no rito de defesa.

A outorga do título de doutor está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

Curitiba, 16 de Fevereiro de 2018.

SEBASTIÃO DO AMARAL MACHADO
Presidente da Banca Examinadora

NELSON YOSHIHIRO NAKAJIMA
Avaliador Interno

DENISE JETON CARDOSO
Avaliador Externo

EDILSON BATISTA DE OLIVEIRA
Avaliador Externo

ANA PAULA DALLA CORTE
Avaliador Interno



À Deus,
e à minha Família
DEDÍCO.

AGRADECIMENTOS

À Deus, por me guiar em seus caminhos, orientar minhas decisões e estar sempre presente na minha vida.

À minha família, pelo apoio.

À Universidade Estadual do Mato Grosso do Sul, pela oportunidade concedida.

À Universidade Federal do Paraná, pelo curso oferecido.

À CAPES, pela concessão da bolsa de estudos.

Ao Professor Sebastião do Amaral Machado, pela valiosa orientação e pelo conhecimento transmitido.

Aos co-orientadores Afonso Figueredo Filho e Carlos Roberto Sanqueta pelas valiosas contribuições.

Aos demais professores do curso de pós-graduação em Engenharia florestal, pelos conhecimentos transmitidos nas disciplinas cursadas.

Àqueles que arduamente trabalharam na coleta dos dados ao longo dos diversos anos de trabalho nos bracatingais.

Aos colegas do Laboratório de Dendrometria.

Aos Funcionários da Secretária da Pós-Graduação, pela atenção sempre dispensada.

À banca examinadora, pelas valiosas correções e sugestões.

“Os homens tornaram-se cientistas
porque esperavam encontrar lei na
natureza, e esperavam encontrar lei na
natureza porque criam em um Legislador”

C. S. Lewis

RESUMO

As formações florestais, conhecidas como bracatingais, em seu início de desenvolvimento são quase totalmente compostas por *Mimosa scabrella* (bracatinga), a qual, ao longo dos anos é substituída por diversas espécies secundárias. São formações comuns da região metropolitana de Curitiba - RMC, sendo importante fonte de renda para os pequenos proprietários. As madeiras produzidas nesses bracatingais são comercializadas principalmente para lenha e carvão. Visando aprimorar o processo de quantificação de produção, este trabalho teve por objetivo modelar o volume por unidade de área presente nos bracatingais e avaliar a dinâmica do estoque volumétrico ao longo dos anos. A base de dados provém de 320 parcelas temporárias medidas em bracatingais nativos com idades variando de 3 a 20 anos, distribuídas em diversos municípios. A modelagem foi efetuada separadamente para a bracatinga, para as espécies secundárias e para o conjunto total das espécies, ajustando-se 31 equações do povoamento e 13 de crescimento e produção. Para avaliação da evolução do estoque, comparou-se o volume da bracatinga com o das secundárias e identificou-se a idade na qual o volume das bracatingas é suplantado pelo volume das secundárias; depois, com base nos volumes estimados pela equação de crescimento e produção, para cada uma das três abordagens de ajuste, foram identificadas as idades de ocorrência dos máximos incrementos (IMA e ICA) e máxima produção estimados. As equações de volume do povoamento ajustadas por meio do processo *forward stepwise* apresentaram melhor desempenho, sendo que a equação logarítmica foi melhor para a bracatinga ($R^2_{aj.} = 0,993$ e $S_{yx}\% = 3,46$) e para as espécies secundárias ($R^2_{aj.} = 0,990$ e $S_{yx}\% = 10,17$); já para o conjunto de todas as espécies, a melhor foi a aritmética com $R^2_{aj.} = 0,950$ e $S_{yx}\% = 8,87$. Para estimar o crescimento e a produção, o modelo de Clutter apresentou melhor resultado para a bracatinga ($R^2_{aj.} = 0,954$ e $S_{yx}\% = 8,54$) e para o conjunto total das espécies ($R^2_{aj.} = 0,917$ e $S_{yx}\% = 11,56$). O modelo de Clutter modificado foi melhor para as secundárias, com $R^2_{aj.} = 0,952$ e $S_{yx}\% = 25,08$. Estas equações foram validadas usando o teste do qui-quadrado e consideradas aptas para utilização. Comparando as metodologias de quantificação do volume, para as três abordagens realizadas, foi observado na ANOVA não existir diferença significativa entre as metodologias, com 95% de probabilidade. De forma geral, a bracatinga é suplantada pelas secundárias, em volume e área basal por hectare, entre as idades de 13 e 14 anos. Para a bracatinga o ICA atinge seu valor máximo aos 2 anos, o IMA atinge o valor máximo aos 3 anos e a produção máxima é atingida aos 8 anos de idade, decrescendo continuamente após os 8 anos. Para as secundárias o ICA atinge seu valor máximo aos 15 anos e até os 20 anos não ocorre o valor máximo da curva do IMA. Para o conjunto de todas as espécies, o ICA atinge seu valor máximo aos 3 anos, o IMA atinge o valor máximo aos 5 anos e até os 20 anos não ocorre a máxima produção do povoamento.

Palavras-chave: Bracatinga. Espécies secundárias. Evolução do estoque. Modelos matemáticos. *Mimosa scabrella* Benth.

ABSTRACT

The forest formations known as “*bracatingais*” (bracatinga forest) are composed initially only by the *Mimosa scabrella* (bracatinga) which over the years, is replaced by several secondary species. They are common forest formations in the small properties of the metropolitan region of Curitiba, being an important source of income for the small owners of this region. The wood produced in these bracatingais is sold mainly for firewood and charcoal. Aiming to improve the production quantification process, this work had as objective to model the volume per unit area present in the bracatingais and to evaluate the dynamic of the volumetric stock over the years. The data base come from 320 plots measured in stands with ages varying from 3 to 20 years, distributed in several municipalities. The modeling was done for bracatinga, for the secondary species and for the total set of species, fitting 31 stand equations and 13 growth and yield equations. To evaluate the evolution of the stock, the volume of the bracatinga was compared with that of the secondary species, it was identified the age where the volume of the bracatingas is supplanted by the volume of the secondary; then based on the volumes estimated by the growth and yield equation, for each of the three adjustment approaches, the age of occurrence of estimated maximum increments (IMA and ICA) and maximum yield were identified. The stand volume equations fitted by the forward stepwise process presented better performance, and the logarithmic equation was better for bracatinga ($R^2_{aj} = 0.993$ and $S_{yx}\% = 3.46$) and for the secondary species ($R^2_{aj} = 0.990$ and $S_{yx}\% = 10.17$); for the set of all species, the best one was the arithmetic with $R^2_{aj} = 0.950$ and $S_{yx}\% = 8.87$. In order to estimate growth and yield, the Clutter model presented the best results for bracatinga ($R^2_{aj} = 0.954$ and $S_{yx}\% = 8.54$) and for the set of all species ($R^2_{aj} = 0.917$ and $S_{yx}\% = 11.56$). The modified Clutter model was better for the secondary, with $R^2_{aj} = 0.952$ and $S_{yx}\% = 25.08$. These equations were validated using the chi-square test and considered suitable for use. Comparing the volume quantification methodologies, for the three approaches to the data, it was observed in the ANOVA that there was no significant difference between the methodologies, with 95% probability. In general the bracatinga is supplanted by the secondary, in volume and basal area per hectare, between the ages of 13 and 14 years. For bracatinga the ICA reaches its maximum value at 2 years, the IMA reaches the maximum value at 3 years and the maximum yield is reached at 8 years of age, decreasing continuously after 8 years. For the secondary the ICA reaches its maximum value at 15 years and until 20 years does not occur the maximum value of the IMA curve. For the set of all species the ICA reaches its maximum value at 3 years, the IMA reaches the maximum value at 5 years and until 20 years does not happen the maximum yield of the stand.

Keywords: Bracatinga. Evolution of the stock. Mathematical models. *Mimosa scabrella* Benth. Secondary species.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 -	COMPORTAMENTO DA CURVA DE PRODUÇÃO E DAS CURVAS DE ICA E IMA.....	18
FIGURA 2 -	RELAÇÃO E LOCALIZAÇÃO DOS MUNICÍPIOS DA REGIÃO METROPOLITANA DE CURITIBA ONDE FORAM AMOSTRADOS OS BRACATINGAIS.....	63
FIGURA 3 –	CURVAS LIMITES DAS CLASSES DE SÍTIOS.....	66
FIGURA 4 –	ESQUEMA GRÁFICO DO MÉTODO DOS QUARTIS.	68
FIGURA 5 –	VALORES DE VOLUME POR HECTARE AO LONGO DA IDADE, ANTES E DEPOIS DA RETIRADA DOS VALORES DISCREPANTES.	78
FIGURA 6 –	CORRELAÇÃO AO LONGO DOS ANOS, ENTRE O VOLUME DE LENHA POR HECTARE E AS VARIÁVEIS UTILIZADAS NA MODELAGEM PARA A BRACATINGA.	83
FIGURA 7 –	CORRELAÇÃO AO LONGO DOS ANOS, ENTRE O VOLUME DE LENHA POR HECTARE E AS VARIÁVEIS UTILIZADAS NA MODELAGEM PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.....	83
FIGURA 8 –	CORRELAÇÃO AO LONGO DOS ANOS, ENTRE O VOLUME DE LENHA POR HECTARE E AS VARIÁVEIS UTILIZADAS NA MODELAGEM PARA TODAS AS ESPÉCIES.	83
FIGURA 9 –	DISTRIBUIÇÃO DOS DADOS DAS PRINCIPAIS VARIÁVEIS DO POVOAMENTO AO LONGO DOS ANOS PARA A BRACATINGA. ...	91
FIGURA 10 –	DISTRIBUIÇÃO DOS DADOS DAS PRINCIPAIS VARIÁVEIS DO POVOAMENTO AO LONGO DOS ANOS PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.	92
FIGURA 11 –	DISTRIBUIÇÃO DOS DADOS DAS PRINCIPAIS VARIÁVEIS DO POVOAMENTO AO LONGO DOS ANOS PARA TODAS AS ESPÉCIES DOS BRACATINGAIS.....	93
FIGURA 12 –	RESÍDUOS PARA AS 6 MELHORES EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA ESTIMATIVA DO VOLUME POR HECTARE DAS BRACATINGAS SEM ESTRATIFICAÇÃO DOS DADOS.	98

FIGURA 13 – RESÍDUOS E DISTRIBUIÇÃO DOS DADOS DA VALIDAÇÃO DA EQUAÇÃO DE MELHOR AJUSTE PARA ESTIMATIVA DO VOLUME POR HECTARE DAS BRACATINGAS.	99
FIGURA 14 – RESÍDUOS PARA AS 4 MELHORES EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA ESTIMATIVA DO VOLUME POR HECTARE DAS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.	102
FIGURA 15 – RESÍDUOS E DISTRIBUIÇÃO DOS DADOS UTILIZADOS NA VALIDAÇÃO DA EQUAÇÃO ESCOLHIDA PARA ESTIMATIVA DO VOLUME POR HECTARE DAS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS... ..	103
FIGURA 16 – RESÍDUOS PARA AS 4 MELHORES EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA ESTIMATIVA DO VOLUME POR HECTARE DE TODAS AS ESPÉCIES.	106
FIGURA 17 – RESÍDUOS E DISTRIBUIÇÃO DOS DADOS UTILIZADOS NA VALIDAÇÃO DA EQUAÇÃO ESCOLHIDA PARA ESTIMATIVA DO VOLUME POR HECTARE DE TODAS AS ESPÉCIES DOS BRACATINGAIS.	107
FIGURA 18 – RESÍDUOS DAS EQUAÇÕES DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO, COM MULTIPLAS VARIÁVEIS EXPLICATIVAS, AJUSTADAS PARA ESTIMAR O VOLUME DE LENHA POR HECTARE DAS BRACATINGAS.	119
FIGURA 19 – RESÍDUOS DAS EQUAÇÕES COM A VARIÁVEL COMBINADA ISG^2 , AJUSTADAS PARA ESTIMAR O VOLUME DE LENHA POR HECTARE DAS BRACATINGAS.	123
FIGURA 20 – RESÍDUOS PARA OS DADOS UTILIZADOS NA VALIDAÇÃO DA MELHOR EQUAÇÃO AJUSTADA PARA ESTIMAR O CRESCIMENTO E A PRODUÇÃO DO VOLUME DE LENHA POR HECTARE DAS BRACATINGAS.	124
FIGURA 21 – CURVAS DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE PARA A BRACATINGA, COM DADOS AGRUPADOS EM CLASSES DE SÍTIO.	126
FIGURA 22 – RESÍDUOS DAS EQUAÇÕES COM MÚLTIPLAS VARIÁVEIS, AJUSTADAS PARA ESTIMAR O VOLUME DE LENHA POR HECTARE DAS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.	132

FIGURA 23 – RESÍDUOS DAS EQUAÇÕES COM A VARIÁVEL COMBINADA ISG^2 , AJUSTADAS PARA ESTIMAR O VOLUME DE LENHA POR HECTARE DAS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.....	133
FIGURA 24 – RESÍDUOS PARA OS DADOS UTILIZADOS NA VALIDAÇÃO DA MELHOR EQUAÇÃO DE CRESCIMENTO E A PRODUÇÃO AJUSTADA PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.	134
FIGURA 25 – CURVAS DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS, COM DADOS AGRUPADOS EM CLASSES DE SÍTIO.....	136
FIGURA 26 – RESÍDUOS DAS EQUAÇÕES COM MULTIPLAS VARIÁVEIS, AJUSTADAS PARA ESTIMAR O VOLUME DE LENHA POR HECTARE DE TODAS AS ESPÉCIES DOS BRACATINGAIS.....	140
FIGURA 27 – RESÍDUOS DAS EQUAÇÕES COM A VARIÁVEL COMBINADA ISG^2 , AJUSTADAS PARA ESTIMAR O VOLUME DE LENHA POR HECTARE PARA TODAS AS ESPÉCIES DOS BRACATINGAIS...	141
FIGURA 28 – RESÍDUOS OBTIDOS COM OS DADOS UTILIZADOS NA VALIDAÇÃO DA MELHOR EQUAÇÃO DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO AJUSTADA PARA TODAS AS ESPÉCIES DOS BRACATINGAIS.	142
FIGURA 29 – CURVAS DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE PARA TODAS AS ESPÉCIES, COM DADOS AGRUPADOS EM CLASSES DE SÍTIO.....	143
FIGURA 30 – DINÂMICA DOS VOLUMES MÉDIOS, ENTRE A BRACATINGA E AS DEMAIS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS AO LONGO DOS ANOS.....	145
FIGURA 31 – DINÂMICA DAS ÁREAS BASAIS MÉDIAS, ENTRE A BRACATINGA E AS DEMAIS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS AO LONGO DOS ANOS.	145

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 -	INTENSIDADE AMOSTRAL, POR IDADE, NOS BRACATINGAIS DA REGIÃO METROPOLITANA DE CURITIBA, PARANÁ.	65
TABELA 2 -	ESTATÍSTICA DESCRITIVA DAS PRINCIPAIS VARIÁVEIS UTILIZADAS NA MODELAGEM DO VOLUME DE LENHA POR HECTARE DA BRACATINGA.....	80
TABELA 3 -	ESTATÍSTICA DESCRITIVA DAS PRINCIPAIS VARIÁVEIS UTILIZADAS NA MODELAGEM DO VOLUME DE LENHA POR HECTARE DAS SECUNDÁRIAS.....	80
TABELA 4 -	ESTATÍSTICA DESCRITIVA DAS PRINCIPAIS VARIÁVEIS UTILIZADAS NA MODELAGEM DO VOLUME DE LENHA POR HECTARE COM TODAS AS ESPÉCIES.....	81
TABELA 5 -	COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO LINEAR SIMPLES DAS VARIÁVEIS INDEPENDENTES COM AS VARIÁVEIS DEPENDENTES USADAS NO AJUSTE PARA A BRACATINGA.	86
TABELA 6 -	COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO LINEAR SIMPLES DAS VARIÁVEIS INDEPENDENTES COM AS VARIÁVEIS DEPENDENTES USADAS NO AJUSTE PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.	88
TABELA 7 -	COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO LINEAR SIMPLES DAS VARIÁVEIS INDEPENDENTES COM AS VARIÁVEIS DEPENDENTES USADAS NO AJUSTE PARA TODAS AS ESPÉCIES.	89
TABELA 8 -	COEFICIENTES DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS E SUAS RESPECTIVAS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO PARA AS BRACATINGAS.....	95
TABELA 9 -	ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO DAS NOVAS EQUAÇÕES DESENVOLVIDAS PARA ESTIMATIVA DO VOLUME POR HECTARE DAS BRACATINGAS.	97
TABELA 10 -	COEFICIENTE DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS E SUAS RESPECTIVAS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.....	100

TABELA 11 - ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS POR MEIO DO MÉTODO <i>FORWARD STEPWISE</i> PARA ESTIMATIVA DO VOLUME POR HECTARE DAS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.	102
TABELA 12 - COEFICIENTE DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS E SUAS RESPECTIVAS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO PARA TODAS AS ESPÉCIES.	104
TABELA 13 - ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS POR MEIO DO MÉTODO <i>FORWARD STEPWISE</i> PARA ESTIMATIVA DO VOLUME POR HECTARE DE TODAS AS ESPÉCIES.	105
TABELA 14 - NÚMERO DE PARCELAS POR CLASSE DE SÍTIO PARA AJUSTE DOS MODELOS E PARA A VALIDAÇÃO DA MELHOR EQUAÇÃO PARA A BRACATINGA.	108
TABELA 15 - NÚMERO DE PARCELAS POR CLASSE DE IDADE PARA AJUSTE DOS MODELOS E PARA A VALIDAÇÃO DA MELHOR EQUAÇÃO PARA BRACATINGA.	108
TABELA 16 - COEFICIENTES DA EQUAÇÃO AJUSTADA PARA CADA CLASSE E SUAS RESPECTIVAS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO PARA A BRACATINGA.	109
TABELA 17 - VALORES DE F CALCULADO E TABELADO PARA O TESTE DE IDENTIDADE APLICADO NA EQUAÇÃO AJUSTADA PARA ESTIMAR OS VOLUMES DOS POVOAMENTOS POR CLASSES DE SÍTIO PARA BRACATINGA.	109
TABELA 18 - COEFICIENTES DA EQUAÇÃO AJUSTADA PARA CADA CLASSE E SUAS RESPECTIVAS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO PARA A BRACATINGA.	110
TABELA 19 - NÚMERO DE PARCELAS, POR CLASSE DE SÍTIO, PARA AJUSTE DOS MODELOS E PARA A VALIDAÇÃO DA MELHOR EQUAÇÃO PARA ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.	110
TABELA 20 - NÚMERO DE PARCELAS, POR CLASSE DE IDADE, PARA AJUSTE DOS MODELOS E PARA A VALIDAÇÃO DA MELHOR EQUAÇÃO PARA ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.	111

TABELA 21 - COEFICIENTES DA EQUAÇÃO AJUSTADA PARA CADA CLASSE E SUAS RESPECTIVAS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.	111
TABELA 22 - VALORES DE F PARA O TESTE DE IDENTIDADE APLICADO NA EQUAÇÃO QUE ESTIMA OS VOLUMES DOS POVOAMENTOS POR CLASSE DE AGRUPAMENTO PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.	112
TABELA 23 - NÚMERO DE PARCELAS, POR CLASSE DE SÍTIO, PARA AJUSTE DOS MODELOS E PARA A VALIDAÇÃO DA MELHOR EQUAÇÃO PARA TODAS AS ESPÉCIES.	112
TABELA 24 - NÚMERO DE PARCELAS, POR CLASSE DE IDADE, PARA AJUSTE DOS MODELOS E PARA A VALIDAÇÃO DA MELHOR EQUAÇÃO PARA TODAS AS ESPÉCIES.	113
TABELA 25 - COEFICIENTES DA EQUAÇÃO AJUSTADA PARA CADA CLASSE E SUAS RESPECTIVAS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO PARA TODAS AS ESPÉCIES.	113
TABELA 26 - VALORES DE F CALCULADO E TABELADO PARA O TESTE DE IDENTIDADE APLICADO NA EQUAÇÃO AJUSTADA PARA ESTIMAR O VOLUME DO POVOAMENTO POR CLASSE DE AGRUPAMENTO PARA TODAS AS ESPÉCIES.	114
TABELA 27 - COEFICIENTES DA EQUAÇÃO AJUSTADA PARA CADA CLASSE DE DIÂMETRO E SUAS RESPECTIVAS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO PARA TODAS AS ESPÉCIES.	115
TABELA 28 - ANÁLISE DE VARIÂNCIA ENTRE AS FORMAS DE ESTIMATIVA DE VOLUME PARA A BRACATINGA.	115
TABELA 29 - ANÁLISE DE VARIÂNCIA ENTRE AS FORMAS DE ESTIMATIVA DE VOLUME PARA TODAS AS ESPÉCIES JUNTAS.	116
TABELA 30 - ESTATÍSTICA PARA COMPARAÇÃO ENTRE AS FORMAS DE ESTIMATIVA DE VOLUME PARA A BRACATINGA.	116
TABELA 31 - ESTATÍSTICA PARA COMPARAÇÃO ENTRE AS FORMAS DE ESTIMATIVA DE VOLUME PARA TODAS AS ESPÉCIES JUNTAS.	116

TABELA 32 – FATOR DE CORREÇÃO DE MAYER E AS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA A BRACATINGA UTILIZANDO MULTIPLAS VARIÁVEIS EXPLICATIVAS.....	118
TABELA 33 - ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA BRACATINGA UTILIZANDO SÓ A IDADE COMO VARIÁVEL EXPLICATIVA.	120
TABELA 34 - ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA BRACATINGA UTILIZANDO A VARIÁVEL ISG ² . 122	
TABELA 35 - FATOR DE CORREÇÃO DE MEYER E AS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO DAS EQUAÇÕES DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO AJUSTADAS PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.	131
TABELA 36 - FATOR DE CORREÇÃO DE MEYER E AS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA O CONJUNTO DE TODAS AS ESPÉCIES.	139
TABELA 37 - ANÁLISE DE VARIÂNCIA ENTRE OS MÉTODOS DE ESTIMATIVA DE VOLUME PARA A BRACATINGA.	146
TABELA 38 - ANÁLISE DE VARIÂNCIA ENTRE OS MÉTODOS DE ESTIMATIVA DE VOLUME PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.	147
TABELA 39 - ANÁLISE DE VARIÂNCIA ENTRE OS MÉTODOS DE ESTIMATIVA DE VOLUME PARA TODAS AS ESPÉCIES JUNTAS.....	147
TABELA 40 - ESTATÍSTICA PARA COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS DE ESTIMATIVA DE VOLUME PARA AS TRÊS ABORDAGENS DE AJUSTE.	148

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	OBJETIVOS	5
1.1.1	Objetivo geral	5
1.1.2	Objetivos específicos.....	5
1.2	HIPÓTESES	6
2	REVISÃO DE LITERATURA.....	7
2.1	BRACATINGAIS	7
2.1.1	A espécie <i>Mimosa scabrella</i> (Bracatinga).....	7
2.1.2	Distribuição dos bracatingais	8
2.1.3	Manejo dos bracatingais	9
2.1.4	Usos da bracatinga	10
2.2	MODELAGEM POR UNIDADE DE ÁREA.....	11
2.3	CRESCIMENTO E PRODUÇÃO DE ÁRVORES E POVOAMENTOS	12
2.3.1	Definição de crescimento e produção.....	12
2.3.2	Importância do estudo do crescimento e da produção	14
2.3.3	Fatores que interferem no crescimento e na produção	14
2.3.4	Componentes para a quantificação do crescimento e da produção	15
2.3.5	Tipos de crescimento mensurados em árvores e povoamentos florestais ...	16
2.3.6	A curva de produção.....	17
2.3.7	Crescimento dos elementos dendrométricos.....	20
2.3.7.1	Crescimento em altura (h)	21
2.3.7.2	Crescimento em diâmetro (d)	21
2.3.7.3	Crescimento em área transversal (g).....	22
2.3.7.4	Mudança na forma.....	23
2.3.7.5	Crescimento do volume individual (v)	23
2.3.7.6	Crescimento em área basal (G) e volume do povoamento (V).....	23
2.3.7.7	Considerações gerais sobre crescimento e produção em florestas equiâneas	24
2.3.7.8	Crescimento e produção em florestas inequiâneas e heterogêneas	25
2.4	MODELAGEM DO CRESCIMENTO E DA PRODUÇÃO.....	25
2.4.1	Conceito de modelagem.....	28
2.4.2	Utilidade dos modelos de crescimento e produção	29

2.4.3	Classificação dos modelos de crescimento e produção	31
2.4.3.1	Classificação por funcionalidades	32
2.4.3.2	Classificação por categoria.....	35
2.4.3.3	Classificação por nível de resolução	39
2.4.4	Modelos em nível de povoamento (Globais ou Povoamento total).....	42
2.4.5	Modelos por classes de tamanho	44
2.4.5.1	Modelagem por projeção da tabela do povoamento.....	46
2.4.5.2	Modelagem por processo de difusão.....	48
2.4.5.3	Modelagem por classes diamétricas.....	48
2.4.6	Modelos em nível de árvores individuais	50
2.5	MODELOS DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO COMPATÍVEIS	52
2.6	DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS MATEMÁTICOS	53
2.6.1	Modelos de densidade variável para o povoamento total.....	53
2.6.2	Modelos de crescimento e produção biológicos	57
2.6.3	Variáveis fundamentais para a modelagem do crescimento e da produção em nível de povoamento.....	60
3	MATERIAL E MÉTODOS.....	62
3.1	CARACTERIZAÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO	62
3.2	ORIGEM DA BASE DE DADOS	64
3.3	CLASSIFICAÇÃO DE SÍTIO PARA A BRACATINGA	65
3.4	ESTIMATIVA DOS VOLUMES INDIVIDUAIS DAS ÁRVORES	67
3.5	DETECÇÃO DE DADOS DISCREPANTES – <i>OUTLIERS</i>	68
3.6	MODELAGEM PARA O POVOAMENTO (UNIDADE DE ÁREA)	69
3.7	MODELAGEM DO CRESCIMENTO E DA PRODUÇÃO.....	71
3.8	ANÁLISES DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS	75
3.9	COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS DE ESTIMATIVA DO VOLUME POR HECTARE	76
3.10	AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO DO ESTOQUE VOLUMÉTRICO AO LONGO DOS ANOS.....	76
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	78
4.1	ANÁLISE DE DADOS DISCREPANTES	78
4.2	COMPORTAMENTO DAS VARIÁVEIS DA MODELAGEM AO LONGO DOS ANOS.....	79
4.2.1	Estatísticas descritivas das principais variáveis utilizadas na modelagem ...	79

4.2.2	Correlação das principais variáveis utilizadas no ajuste dos modelos	82
4.2.3	Distribuição das principais variáveis utilizadas na modelagem	90
4.3	MODELAGEM DO VOLUME DO POVOAMENTO COM DADOS NÃO AGRUPADOS.....	94
4.3.1	Equações ajustadas para bracatinga.....	94
4.3.2	Equações ajustadas para as espécies secundárias	100
4.3.3	Equações ajustadas para todas as espécies juntas	103
4.4	MODELAGEM DO VOLUME DO POVOAMENTO COM DADOS AGRUPADOS.....	107
4.4.1	Equações ajustadas para bracatinga.....	107
4.4.2	Equações ajustadas para as espécies secundárias	110
4.4.3	Equações ajustadas para todas as espécies.....	112
4.4.4	Comparação das formas de ajuste	115
4.5	EQUAÇÕES DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO AJUSTADAS	117
4.5.1	Equações ajustadas para bracatinga.....	117
4.5.2	Equações ajustadas para as espécies secundárias	128
4.5.3	Equações ajustadas para todas as espécies.....	137
4.6	COMPARAÇÃO DA ÁREA BASAL E DO VOLUME POR HECTARE ENTRE BRACATINGAS E ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.....	144
4.7	COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS DE ESTIMATIVA DO VOLUME POR HECTARE	146
4.8	CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE OS RESULTADOS ENCONTRADOS.....	148
4.8.1	Para a bracatinga	148
4.8.2	Para as espécies secundárias.....	150
4.8.3	Para todas as espécies	151
5	CONCLUSÕES	153
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	154
	APÊNDICE 1 – CORRELAÇÃO AO LONGO DOS ANOS ENTRE AS PRINCIPAIS VARIÁVEIS UTILIZADAS NA MODELAGEM DA BRACATINGA	163
	APÊNDICE 2 – CORRELAÇÃO AO LONGO DOS ANOS ENTRE AS PRINCIPAIS VARIÁVEIS UTILIZADAS NA MODELAGEM DAS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS	164

APÊNDICE 3 – CORRELAÇÃO AO LONGO DOS ANOS ENTRE AS PRINCIPAIS VARIÁVEIS UTILIZADAS NA MODELAGEM DE TODAS AS ESPÉCIES	165
APÊNDICE 4 – MÉDIAS GERAIS, POR IDADE, DAS PRINCIPAIS VARIÁVEIS USADAS NA MODELAGEM DA BRACATINGA	166
APÊNDICE 5 – MÉDIAS GERAIS, POR IDADE, DAS PRINCIPAIS VARIÁVEIS USADAS NA MODELAGEM DAS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS	167
APÊNDICE 6 – MÉDIAS GERAIS, POR IDADE, DAS PRINCIPAIS VARIÁVEIS USADAS NA MODELAGEM DE TODAS AS ESPÉCIES	168
APÊNDICE 7 – VALORES DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE, OBSERVADO E ESTIMADO AO LONGO DOS ANOS PARA A BRACATINGA NA CLASSE DE SÍTIO 9M	169
APÊNDICE 8 – VALORES DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE, OBSERVADO E ESTIMADO AO LONGO DOS ANOS PARA A BRACATINGA NA CLASSE DE SÍTIO 13M	170
APÊNDICE 9 – VALORES DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE, OBSERVADO E ESTIMADO AO LONGO DOS ANOS PARA A BRACATINGA NA CLASSE DE SÍTIO 17M	171
APÊNDICE 10 – VALORES DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE, OBSERVADO E ESTIMADO AO LONGO DOS ANOS PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS NA CLASSE DE SÍTIO 9M	172
APÊNDICE 11 – VALORES DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE, OBSERVADO E ESTIMADO AO LONGO DOS ANOS PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS NA CLASSE DE SÍTIO 13M	173
APÊNDICE 12 – VALORES DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE, OBSERVADO E ESTIMADO AO LONGO DOS ANOS PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS NA CLASSE DE SÍTIO 17M	174
APÊNDICE 13 – VALORES DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE, OBSERVADO E ESTIMADO AO LONGO DOS ANOS PARA TODAS AS ESPÉCIES NA CLASSE DE SÍTIO 9M	175

APÊNDICE 14 – VALORES DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE, OBSERVADO E ESTIMADO AO LONGO DOS ANOS PARA TODAS AS ESPÉCIES NA CLASSE DE SÍTIO 13M	176
APÊNDICE 15 – VALORES DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE, OBSERVADO E ESTIMADO AO LONGO DOS ANOS PARA TODAS AS ESPÉCIES NA CLASSE DE SÍTIO 17M	177

1 INTRODUÇÃO

Os povoamentos de bracatinga são formações florestais compostos, na sua fase inicial, quase que exclusivamente pela espécie *Mimosa scabrella* Benth., conhecida popularmente como bracatinga. Por esse motivo essas florestas são denominadas bracingais. Silva *et al.* (2016) observaram que a bracatinga por ser uma espécie pioneira e de ciclo curto, ao longo dos anos, vai sendo substituída por espécies secundárias, até que após 11 anos o povoamento tenha característica de um capoeirão, com predominância de diversas espécies secundárias (espécies de estágios sucessionais mais avançados).

A bracatinga é uma espécie pertencente à família Fabaceae, é muito prolífera e rústica que se desenvolve bem a céu aberto, com crescimento rápido e resistente a geadas. Esta espécie é conhecida pelo seu potencial energético, sendo usada como lenha e carvão pelas indústrias processadoras de cal e/ou calcário, padarias e outras.

Esses bracingais têm grande importância social e econômica na região metropolitana de Curitiba e constituem-se em uma poupança verde para os pequenos agricultores que os manejam por meio de sistema agroflorestal em ciclos curtos, geralmente sete anos. Alguns trabalhos científicos, tais como: Embrapa (1988), Hosokawa *et al.* (1981), Campos *et al.* (1986), e Graça *et al.* (1986), mostram que esta idade é a mais vantajosa para se fazer a exploração dos bracingais.

Segundo Mazuchowski e Angelo (2012), o processo produtivo de bracatinga mantém uma relativa linearidade entre a área de corte anual e a área de regeneração de bracingais, sendo que a média de corte anual de bracingais observada nas propriedades é inferior a 20 hectares, com predomínio de talhões entre 2 a 5 hectares de produção e corte.

Sendo a bracatinga uma espécie tradicional na região metropolitana de Curitiba, aliada a todas as possibilidades de uso e a elevada taxa de crescimento, considerada uma das mais rápidas entre as árvores brasileiras, a coloca como a espécie florestal nativa mais importante da região, representando uma parte importante na economia das pequenas propriedades rurais.

Considerando que os bracingais, a exemplo das demais tipologias florestais, são sistemas biológicos dinâmicos, é necessário quantificar essa mudança para tomadas de decisão quanto ao seu manejo. Nesse aspecto, a

modelagem matemática tem desempenhado um papel fundamental para o manejo florestal, fornecendo subsídios para que se adotem técnicas de manejo apropriadas.

Usualmente o estoque volumétrico de madeira em um povoamento florestal é obtido pela soma dos volumes estimados por meio de equações para as árvores individuais das unidades amostrais e expresso por unidade de área (hectare). Outras possibilidades são o uso de equações de volume do povoamento e equações de crescimento e produção.

As equações de volume do povoamento são funcionalmente similares às equações de volume para árvores individuais, porém, nelas utilizam-se de variáveis independentes referentes à unidade de área, tais como, área basal, altura média das árvores, média da altura dominante (SCOLFORO, 2005).

Segundo Soares e Campos (2000), a possibilidade de obter o volume do povoamento sem usar equações individuais tem sido um avanço no processo de mensuração florestal. Para Scolforo (2005), a modelagem de equações para o povoamento tem por finalidade a redução de trabalho e custos no inventário florestal, principalmente na medição das alturas das árvores, que é um procedimento trabalhoso e sujeito a erros.

Já um modelo de crescimento e produção é a representação biométrica e matemática dos processos de crescimento de uma floresta, tendo a finalidade de se fazer a prognose do estoque em idades sucessivas, permitindo definir os momentos adequados para se fazer intervenção na floresta.

Segundo Campos e Leite (2013), para gerenciar florestas (manejar) é necessário compreender os processos de crescimento e de produção, uma vez que o manejo tem que ser decidido em grande parte pela prognose de produções futuras a partir de informações correntes. Dessa forma, é extremamente importante na ciência florestal o conhecimento do crescimento e da produção. Para Vanclay (1994), fazendo-se uso de um inventário adequado e outros dados como recurso, os modelos de crescimento e produção são ferramentas confiáveis para avaliar opções silviculturais e de colheita, para determinar o rendimento sustentável de madeira, e examinar os impactos do manejo florestal e da colheita em outros valores da floresta. Já Temps (2005) afirma que com a prognose da produção, também é possível adotar planos de suprimento através da otimização, maximização da produção ou minimização de custos, por meio de programação matemática.

Na literatura florestal são encontradas muitas informações sobre modelagem do crescimento e produção florestal em plantios comerciais de eucalipto e pinus. Mesmo com a importância dos bracatingais, existem poucas pesquisas e informações técnicas relacionadas ao crescimento dessa espécie, dentre os quais, destaca-se o trabalho de Machado *et al.* (2002), que estudaram para a bracatinga o efeito da densidade sobre o crescimento das variáveis diâmetro, altura total, área basal e volume por hectare usando dados de 20 parcelas permanentes de 325m² medidas até os 7,6 anos de idade. Há também o trabalho de Aparecido *et al.* (2011), que modelaram a produção da bracatinga para as variáveis diâmetro, altura, área transversal e volume individual, com dados de análise de tronco completa.

Considerando a importância da bracatinga para a grande quantidade de pequenos proprietários e os muitos usuários de lenha e carvão na região metropolitana de Curitiba, ao longo dos anos, alguns trabalhos com vistas à quantificação do estoque volumétrico vem sendo desenvolvido. Inicialmente, Ahrens (1981) desenvolveu uma equação para estimar o volume comercial da bracatinga, depois Machado *et al.* (2008a) modelaram, somente para a espécie *Mimosa scabrella*, o volume de lenha do povoamento, com uma base de dados de 229 parcelas distribuídas entre as idades de 3 a 18 anos, os quais na ocasião ajustaram 29 modelos matemáticos selecionados da literatura florestal e mais 2 por processo de seleção de variáveis. Já Machado *et al.* (2008b), com 384 árvores cubadas, desenvolveram equações para estimativa do volume do fuste e de lenha, avaliando a acurácia das estimativas, com base nos volumes de outras 55 árvores obtidos pelo método do xilômetro. Nessa ocasião, a equação de Ahrens (1981) foi testada e identificado que ela gera subestimativa para seus resultados. Queiroz *et al.* (2008) modelaram três funções de afilamento para estimar o volume ao longo do fuste da bracatinga usando 121 árvores cubadas e definindo a de melhor desempenho.

Alguns trabalhos para quantificar outras variáveis da bracatinga também foram realizados ao longo dos anos. Urbano *et al.* (2008a) e (2008b) modelaram, respectivamente, a biomassa e o carbono com 194 árvores de bracatinga medidas em diversas idades e classes diamétricas. Téó *et al.* (2009) e (2010) modelaram, respectivamente, o conteúdo de micronutrientes e macronutrientes da biomassa aérea de 25 árvores de bracatinga distribuídas de acordo com a variação diamétrica e de idades. Ribeiro *et al.* (2012) modelaram o peso de macronutrientes por hectare com 304 parcelas medidas em bracatingais com várias idades. Souza *et al.* (2013) e

(2014) modelaram por unidade de área, respectivamente, o carbono e a biomassa aérea de 307 parcelas com idades de 3 a 18 anos.

Como ferramenta auxiliar na quantificação do volume ou quantificação de outras variáveis, há também a modelagem da relação hipsométrica para bracatinga desenvolvida por Bartoszeck *et al.* (2002) e a equação para classificação do sítio da bracatinga desenvolvida por Machado *et al.* (2011).

Desta forma, para a bracatinga, ao longo dos anos foram sendo desenvolvidas diversas técnicas de quantificação do volume, da biomassa, do carbono e dos nutrientes, tanto para a árvore individual quanto para o povoamento (unidade de área), podendo ser considerada nessas estimativas as idades dos bracingais, sua distribuição diamétrica e a classe de sítio.

Para as espécies secundárias especificamente dos bracingais, não há trabalhos desenvolvidos na linha de quantificação. Como alternativa, podem ser utilizados os modelos de volume individual do fuste ajustados para espécies folhosas da Floresta Ombrófila Mista no Paraná por Santos *et al.* (2006) e o modelo de volume individual do fuste, ajustado para araucária por FUPEF (1978) o qual foi citado por Figueiredo Filho *et al.* (2014).

Desta forma, verifica-se que algumas ferramentas ou técnicas utilizadas para manejar uma floresta não foram ainda desenvolvidas, tais como a modelagem do crescimento e da produção em volume por unidade de área desses bracingais e a modelagem por unidade de área para as espécies secundárias. Como o trabalho de Machado *et al.* (2008a) foi elaborado com uma base de dados menor, sem a atual classificação de sítio e fez uso da equação de Ahrens (1981), também se faz necessário a atualização da modelagem por unidade de área para a bracatinga.

Com base no exposto e considerando que um dos principais objetivos do manejo é dirigir a produção do povoamento de tal maneira que seja aproveitado ao máximo a capacidade produtiva do local, verifica-se que existem algumas lacunas no conhecimento do processo de quantificação volumétrica e no comportamento do estoque ao longo dos anos, tanto para bracatinga, quanto para as espécies secundárias e também para o conjunto de todas as espécies que compõem os bracingais.

Assim, buscando melhorar o processo de quantificação dos estoques volumétricos, tornou-se muito importante o desenvolvimento de equações que estimem com confiabilidade o volume do povoamento por unidade de área e o

crescimento e a produção volumétrica, bem como gerar informações mais acuradas quanto ao comportamento do estoque volumétrico ao longo dos anos, visando melhor compreensão do regime de manejo que foi aplicado nos bracatingais.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

Modelar e estimar o volume de madeira por hectare nos bracatingais ajustando equações de povoamento e de crescimento e produção, comparar estatisticamente os volumes estimados e fazer uma avaliação da evolução do estoque volumétrico ao longo dos anos.

1.1.2 Objetivos específicos

- Estimar o volume das árvores de bracatinga e das secundárias presentes nas parcelas por meio de equações ajustadas para árvores individuais (inventário florestal convencional);
- Ajustar modelos de povoamento (unidade de área) e modelos de crescimento e produção para a bracatinga, para as espécies secundárias e para o conjunto de todas as espécies;
- Comparar, por meio de uma ANOVA, as estimativas volumétricas obtidas com o modelo de crescimento e produção, com o modelo de povoamento por unidade de área e com as equações de volume para árvore individual;
- Comparar o volume da bracatinga com o das secundárias e identificar a idade em que o volume das bracatingas é suplantado pelo volume das secundárias, tendo como base as projeções das equações de crescimento e produção ajustada para ambas as abordagens;
- Identificar a idade de ocorrência dos máximos incrementos (Incremento Médio Anual - IMA e Incremento Corrente Anual - ICA) e da máxima produção volumétrica, utilizando a projeção da melhor equação de crescimento e produção ajustada para a bracatinga, para as secundárias e para o conjunto de todas as espécies.

1.2 HIPÓTESES

Com base nos dados das unidades amostrais mensuradas nos bracatingais e abordando-os de forma separada para a bracatinga, para as espécies secundárias e para o conjunto total das espécies, pode-se estabelecer as seguintes hipóteses:

- É possível ajustar equações de povoamento que estimem de forma precisa e confiável o volume de madeira por hectare e que resulta em menor custo nos inventários florestais dos bracatingais;
- É possível ajustar equações que estimem de forma precisa e confiável o crescimento e a produção em volume de madeira por hectare e que expresse a evolução do estoque volumétrico nos bracatingais ao longo dos anos;
- Não existe diferença entre as estimativas do volume por hectare obtidas com equações de crescimento e produção, equações de povoamento e equações de volume individual;
- Plotando as curvas geradas pelas equações de crescimento e produção ajustadas para as bracatingas e para as secundárias, é possível identificar quando o volume das bracatingas é suplantada pelo volume das secundárias;
- Plotando as curvas geradas pelas equações ajustadas para área basal por hectare das bracatingas e das secundárias, é possível identificar quando a área basal das bracatingas é suplantada pela área basal das secundárias;
- Plotando as curvas de produtividade, ICA e IMA, obtidas com base nas estimativas geradas com as equações de crescimento e produção, é possível identificar nas curvas a idade de ocorrência dos pontos de máximo, para as três abordagens aplicadas aos dados.

2 REVISÃO DE LITERATURA

2.1 BRACATINGAIS

A bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.) faz parte do processo natural de sucessão da Floresta Ombrófila Mista (Floresta com Araucária) e no bracingal está associada com mais 153 espécies. A lista destas espécies pode ser observada no trabalho de Silva (2013) que estudou a estrutura e a florística de bracingais com enfoque sucessional.

Para Silva (2013) o bracingal é apenas uma das etapas do processo de sucessão vegetal. Ele constatou que ao longo dos anos a bracatinga vai perdendo importância e as espécies secundárias vão dominando o cenário, até que o bracingal se transforme em uma floresta com estrutura diamétrica de floresta secundária aos 19 anos. Até os 11 anos a bracatinga é a espécie mais abundante no bracingal, porém aos 4 anos as espécies secundárias começam a atingir o limite mínimo de medição (5 cm de DAP) e então já são identificadas nas unidades amostrais medidas. Este autor também observou que, aos 11 anos, *Ocotea puberula* (Rich.) Nees e *Jacaranda micrantha* Cham. são as espécies de maior valor de importância, depois da bracatinga; a família Lauraceae a mais importante, seguida de Bignoniaceae e Asteraceae e os gêneros *Jacaranda* e *Ocotea* foram os mais importantes.

2.1.1 A espécie *Mimosa scabrella* (Bracatinga)

A bracatinga é uma árvore perenifólia, normalmente com 10 a 18 m de altura e 20 a 30 cm de diâmetro a 1,3m do solo (DAP), podendo atingir até 29 m de altura e 50 cm de DAP. O tronco pode ser alto e esbelto em maciços ou curto e ramificado, em árvores isoladas. O fuste se desenvolve até 15 m de comprimento e o diâmetro da copa pode variar de 1,5 m, em povoamento, até 10 m em árvores isoladas (ROTTA e OLIVEIRA, 1981). Alguns povoamentos implantados por mudas têm alcançado produtividade de até 36 m³.ha⁻¹.ano⁻¹ com casca (AHRENS, 1981; CARVALHO, 1994).

A bracatinga é uma planta hermafrodita, porém a fecundação é preferencialmente cruzada, sendo a polinização feita principalmente por abelhas do gênero *Apis* sp. e *Trigona* sp. (CATHARINO *et al.*, 1982).

Os frutos, bem como as sementes, dispersam-se, sobretudo, pela ação da gravidade. Ao caírem no solo, as sementes formam bancos permanentes e a viabilidade das mesmas pode perdurar por 4 anos ou mais (CARPANEZZI *et al.*, 1997).

A floração e a frutificação, que se iniciam dois anos após o plantio, ocorrem em períodos distintos nos estados de São Paulo, Rio Grande do Sul, Paraná e Santa Catarina. De junho a setembro ocorre floração nos estados do Paraná e Santa Catarina, a frutificação se dá entre dezembro e março. No estado de São Paulo, a floração acontece em julho e a frutificação em dezembro. No Rio Grande do Sul, a floração ocorre de julho a outubro e a frutificação, de novembro a fevereiro (CARVALHO, 1994).

A madeira de bracatinga é moderadamente densa, possui massa específica aparente entre 0,65 a 0,81g.cm³ a 15% de umidade e a densidade básica varia de 0,51 a 0,61 g.cm³ (CARVALHO, 1994).

2.1.2 Distribuição dos bracatingais

A bracatinga é uma espécie de clima frio e ocorre na região Sul e Sudeste do Brasil. Sua área mais expressiva e contínua de ocorrência natural situa-se entre as latitudes 23° a 29° S e longitude de 48° a 53° W, nos estados de Minas Gerais (Sul), São Paulo (Leste e Sul), Paraná (Sul e Centro-Sul), Santa Catarina (Leste e Sul) e Rio Grande do Sul (Nordeste), preferencialmente, em altitudes de 400 m a 1800 m, temperaturas médias anuais de 13 a 18,5 °C e sem déficit hídrico (ROTTA e OLIVEIRA, 1981).

Os densos e característicos capoeirões de bracatinga são comuns no primeiro e segundo planaltos do estado do Paraná, bem como em quase todo o planalto do estado de Santa Catarina e na parte oriental do planalto do estado do Rio Grande do Sul (KLEIN, 1963; REITZ e KLEIN, 1964; KLEIN, 1968). Contudo, a exuberância e a densidade dos agrupamentos de bracatinga se evidenciam, principalmente, nos planaltos dos estados do Paraná e de Santa Catarina, indicando, possivelmente, as áreas mais adequadas para o seu desenvolvimento (KLEIN, 1981).

Normalmente, a bracatinga ocorre em solos pobres, ácidos (pH variando entre 3,5 e 5,5), de textura franca a argilosa e bem drenados. É pouco exigente em

fertilidade química, mas não se desenvolve adequadamente em solos mal drenados e com alto teor de alumínio. CARPANEZZI e CARPANEZZI (1992) verificaram que, em plantios, o crescimento das árvores responde à adição de fósforo, bem como à profundidade efetiva do solo.

2.1.3 Manejo dos bracatingais

A cultura da bracatinga é realizada predominantemente em propriedades agrícolas de até 50 hectares. A implantação tradicional é feita por regeneração natural via sementes, induzida pela queima dos restos da exploração florestal anterior. No primeiro ano a bracatinga é consorciada com culturas de ciclo curto, principalmente milho e feijão. Após a colheita das culturas agrícolas, não são realizados tratos culturais no povoamento florestal, não havendo, portanto, custos de implantação ou manutenção do bracatingal (BAGGIO *et al.*, 1986).

Grandes superfícies da área metropolitana de Curitiba e outras, principalmente nos estados do Paraná e Santa Catarina, estão reflorestadas com bracatinga, que formam densas associações em que cerca de 61% corresponde à bracatinga e o restante engloba mais de 80 espécies (BAGGIO, 1994). Vistos de cima, os bracatingais parecem constituir agrupamentos puros, uma vez que, nas áreas de cultivo, o dossel é exclusivamente formado pelas copas desta espécie.

A bracatinga é cultivada em cerca de 66 mil hectares, nos arredores de Curitiba, segundo um sistema agroflorestal tradicional (MAZZA *et al.*, 2000). Os plantios na região Sul apresentam rotação estimada de quatro a sete anos para energia. Em regeneração natural, também para finalidades energéticas, o ciclo de corte é de seis a oito anos, admitindo-se densidade média de 2200 plantas por hectare (CARVALHO, 1994).

O consórcio de culturas agrícolas com bracatinga garante a produção de lenha e produtos alimentícios caracterizando um ambiente sócio-econômico na região dos bracatingais. Normalmente os produtos alimentícios são consumidos na propriedade e a lenha se destina à comercialização (LAURENT *et al.*, 1990). Esses autores ainda afirmaram que a produtividade de lenha da bracatinga no sistema agroflorestal tradicional é maior do que a da exploração na floresta secundária e que a remuneração da mão-de-obra familiar é também maior que naquele sistema. Neste contexto, estão inseridos uma grande quantidade de pequenos produtores

rurais da Região Metropolitana de Curitiba, que dependem diretamente do sistema agrossilvicultural da bracatinga para sua sobrevivência e permanência no campo (MAZUCHOWSKI, 1990).

2.1.4 Usos da bracatinga

A madeira da bracatinga, tradicionalmente, é usada como lenha e carvão em fornos caseiros rurais, em indústrias e no aquecimento de residências urbanas. Além disto, é utilizada nas propriedades rurais como varas em olericultura, estacas em construções civis, madeira para pequenas construções rurais, laminados, tabuados e outros usos (MAZUCHOWSKI, 1990).

A madeira serrada ou roliça pode ser usada para vigamentos e escoras na construção civil, caixotaria, embalagens leves, compensados, laminados e aglomerados (LORENZI, 1992). Contudo, o principal uso é para energia, pois a madeira de bracatinga fornece lenha e carvão de excelente qualidade. O poder calorífico da lenha é de 4569 a 4830 kcal.kg⁻¹ (SILVA *et al.*, 1982) e do carvão, de 7239 a 7554 kcal.kg⁻¹. A celulose da madeira de bracatinga pode ser utilizada para fabricação de papéis de escrita e impressão, desde que não seja necessária alta resistência física (BARRICHELO e BRITO, 1982).

A bracatinga é fundamental, também, na apicultura regional. Sua floração abundante, que ocorre de maio até setembro, é uma opção de alimento para as abelhas, permitindo o desenvolvimento contínuo da colméia. O “mel de bracatinga” é rico em glicose, com cristalização rápida. A espécie fornece ainda néctar e pólen durante o inverno, aspecto importante para a apicultura (EMBRAPA, 1988).

Mimosa scabrella é também uma espécie importante para recuperação florestal de solos degradados. Recobrando rapidamente o solo nu, a bracatinga inibe a invasão de vegetação herbáceo-arbustiva e favorece o crescimento de espécies tolerantes ao sombreamento (CARPANEZZI *et al.*, 1997). Esta essência foi bastante utilizada no Sul do País para recuperação de áreas de mineração, onde o solo se encontrava profundamente degradado (CARVALHO, 1994). Carpanezzi *et al.* (1984) comprovaram que a deposição de biomassa da bracatinga retorna ao solo cerca de 15 kg.ha⁻¹.ano⁻¹ de nitrogênio.

2.2 MODELAGEM POR UNIDADE DE ÁREA

Usualmente o estoque volumétrico de madeira em um povoamento florestal é obtido pela soma dos volumes estimados por meio de equações para as árvores individuais das unidades amostrais e expresso por unidade de área (hectare). Segundo Soares e Campos (2000), a possibilidade de obter o volume do povoamento sem usar equações individuais torna-se um avanço no processo de mensuração florestal.

Para Scolforo (2005) a modelagem de equações para o povoamento (modelagem por unidade de área) é uma alternativa ao uso de modelos para árvores individuais e tem por finalidade a redução de trabalho e custos no inventário florestal, principalmente na medição das alturas das árvores individuais, que é um procedimento trabalhoso e sujeito a erros.

Figueiredo Filho *et al.* (1982) afirmaram que a aplicação de modelos matemáticos para estimar o volume do povoamento só é justificado quando as variáveis independentes do modelo são fáceis de serem medidas no campo e com isso traga uma redução de trabalho e custo sem prejuízos significativos na precisão.

As equações de volume do povoamento são funcionalmente similares às equações de volume para árvores individuais, porém, nelas utilizam-se de variáveis independentes referentes à unidade de área, tais como, área basal, altura média das árvores, média da altura dominante, média do DAP, diâmetro médio quadrático e o número de árvores (SCOLFORO, 2005). Essas variáveis independentes são obtidas em parcela de área fixa ou ponto de amostragem, extrapoladas para o hectare e correlacionadas com o volume do povoamento (volume por hectare).

A modelagem por unidade de área é uma técnica antiga e consolidada atualmente. Rosot *et al.* (1990) apontaram diversos autores internacionais que iniciaram e desenvolveram a modelagem por unidade de área, tais como, König (1846); Weise (1881); Schifel (1881); Spurr (1951); Gevorkiantz e Olsen (1955); Buckman (1961); Vuolkila (1965); Brinkman (1967); Schlaegel (1971); Farot (1977); e Cole (1971).

Na literatura florestal brasileira destacam-se os trabalhos de Figueiredo Filho *et al.* (1982); Silva (1985); Rosot *et al.* (1990); Machado e Pizatto (1998); Oliveira *et al.* (2005); e Machado *et al.* (2008a). Recentemente tem-se os trabalhos de Ribeiro *et al.* (2012), Souza *et al.* (2013), Souza *et al.* (2014) e Cysneiros *et al.* (2016).

Machado *et al.* (2008a) modelaram o volume de lenha do povoamento para bracatinga na região metropolitana de Curitiba, onde se considerou como volume de lenha o volume do fuste mais o volume dos galhos maiores que 4 cm de diâmetro (que é o volume efetivamente utilizado nesse tipo de floresta). Nessa ocasião, ajustaram equações para obtenção do volume por unidade de área somente para a espécie *Mimosa scabrella*, utilizando 29 modelos matemáticos da literatura florestal e mais duas equações desenvolvidas por processo de seleção de variáveis (uma aritmética e outra logaritmica). Os ajustes foram realizados para uma base de dados de 229 parcelas distribuídas entre as idades de 3 a 18 anos, sendo que a equação aritmética obtida por processo de seleção de variáveis foi a que apresentou melhor desempenho estatístico dentre todas.

Ribeiro *et al.* (2012) fizeram a quantificação e modelagem de macronutrientes em povoamentos de bracatinga, com uma base de dados de 304 parcelas temporárias, ajustaram 23 modelos matemáticos para estimar macronutrientes por unidade de área. Já Souza *et al.* (2013) e (2014) modelaram, respectivamente, o peso do carbono orgânico e da biomassa total e da lenha dos bracatingais, utilizando 21 modelos matemáticos e mais duas equações desenvolvidas por processo de seleção de variáveis (uma aritmética e outra logaritmica), as quais foram ajustados para uma base de dados de 272 parcelas distribuídas entre as idades de 3 a 18 anos.

2.3 CRESCIMENTO E PRODUÇÃO DE ÁRVORES E POVOAMENTOS

2.3.1 Definição de crescimento e produção

Diversos autores florestais definem crescimento e produção das mais variadas formas, porém de forma geral eles expressam, o termo produção como o crescimento acumulado até um determinado tempo ou idade e o termo crescimento como o aumento gradual das dimensões das variáveis medíveis numa árvore ou povoamento (d , h , g , v , G , V) ou é o aumento do peso (biomassa), provocados pela atividade fisiológica da árvore. Na sequência, têm-se diversas definições e considerações feitas para expressar o que é o crescimento e a produção de árvores e povoamentos.

Segundo Campos e Leite (2013), quantitativamente o crescimento é um processo caracterizado por mudanças na forma e no tamanho do tronco, com adição contínua de novas camadas de lenho ao longo de todo o material lenhoso. E a produção expressa a quantidade total do volume, ou outra variável, acumulada num determinado tempo.

Para Pretzsch (2009) a ciência e o manejo florestal focados na produção de madeira estão interessados na parte que pode ser colhida do povoamento. Desta forma, a definição de crescimento e produção adotada na ciência da produção florestal está essencialmente relacionada com a madeira do fuste ou a madeira comercializável.

Em geral, o máximo que pode produzir uma floresta, em qualquer momento é o crescimento que se acumulou até aquele tempo, e a produção máxima que pode ser colhida perpetuamente por período é igual ao crescimento observado no período. Crescimento e produção podem ser medidos em unidades físicas como volume, área basal, e peso. Além disso, eles podem ser medidos em termos de valor, o que é, em muitas vezes, a variável de interesse (DAVIS e JOHNSON, 1987; BURKHART e TOMÉ, 2012).

Crescimento refere-se ao aumento das dimensões de um ou mais indivíduos em um povoamento florestal ao longo de um determinado período de tempo (por exemplo, crescimento de volume em $\text{m}^3 \text{ha}^{-1}\text{ano}^{-1}$). Produção refere-se às suas dimensões finais, no final de um determinado período (por exemplo, volume em $\text{m}^3 \text{ha}^{-1}$) (VANCLAY, 1994; PRODAN *et al.*, 1997; SPATHELF e NUTTO, 2000; PRETZSCH, 2009; WEISKITTEL *et al.*, 2011; BURKHART e TOMÉ, 2012).

O crescimento da altura total, do diâmetro à altura do peito e do diâmetro em pontos ao longo do tronco são os elementos de crescimento das árvores mais comumente medidos e a partir destes elementos, o crescimento do volume ou peso de seções do tronco, ou de todo o tronco, pode ser determinado. O crescimento das raízes e ramificações é também medido em certos casos (HUSCH *et al.*, 1982; SCOLFORO, 1998).

Biologicamente, a produção é a expressão do tamanho de um organismo ao longo do tempo (CAMPOS e LEITE, 2013). Sob esse aspecto, o crescimento das árvores consiste em alongamento e espessamento das raízes, caules e ramos. O crescimento provoca nas árvores uma mudança em tamanho (massa e volume) e na forma. O crescimento linear de todas as partes de uma árvore é o resultado das

atividades do meristema primário; crescimento em diâmetro é o resultado das atividades do meristema secundário, ou câmbio, que produz madeira nova e casca entre a madeira velha e sua casca (HUSCH *et al.*, 1982; AVERY e BURKHART, 1994; SCOLFORO, 1998; BATISTA *et al.*, 2014).

2.3.2 Importância do estudo do crescimento e da produção

Para manejar florestas é necessário compreender os processos de crescimento e de produção, uma vez que o manejo tem que ser decidido em grande parte pela prognose de produções futuras a partir de informações correntes (AVERY e BURKHART, 1994; CAMPOS e LEITE, 2013). Desta forma, é extremamente importante na ciência florestal o conhecimento do crescimento e da produção presente e futura de árvores e povoamentos florestais, sendo esta informação fundamental para a definição de regimes de manejo, planos de rendimento sustentado (constância e perenidade na produção), introdução de espécies (silvicultura), avaliação econômica de empreendimentos florestais (floresta como capital e produção como juros) e também para a definição da rotação técnica e/ou econômica de um povoamento florestal (SCOLFORO, 1998).

Em geral, a principal razão para analisar o crescimento passado das árvores é para estabelecer uma relação com a predição do crescimento futuro dessas árvores e do povoamento em questão (AVERY e BURKHART, 1994).

Segundo Prodan *et al.* (1997), a estimativa do crescimento é uma etapa essencial no manejo florestal. O conceito básico de recurso renovável deriva do crescimento e qualquer planejamento abrange o conceito de predição do crescimento.

Segundo Campos e Leite (2013), o enfoque quantitativo do crescimento e da produção tem maior interesse na mensuração florestal que o enfoque biológico.

2.3.3 Fatores que interferem no crescimento e na produção

De acordo com Avery e Burkhart (1994), o crescimento e a produção de um povoamento florestal dependem da idade, da capacidade produtiva (sítio), do grau de utilização do potencial produtivo do lugar e ainda segundo Campos e Leite, (2013), depende dos tratamentos silviculturais adotados.

Para Batista *et al.* (2014) o crescimento das árvores é uma resposta à ação simultânea de uma infinidade de ciclos distintos de fatores bióticos e abióticos. Para Prodan *et al.* (1997) e HUSCH *et al.* (1982), o crescimento de árvores e povoamentos é influenciado pela capacidade genética da espécie e sua interação com o ambiente, sendo que a expressão da capacidade genética e a forma de interação com o ambiente, variam com a idade.

Influências ambientais incluem fatores climáticos (temperatura do ar, precipitação, vento, insolação, geadas, etc.); fatores do solo (características físicas e químicas, umidade e micro-organismos); características topográficas (declividade e altitude); de competição (influência de outras árvores, sub-bosque e animais); e silviculturais (PRODAN *et al.*, 1997; HUSCH *et al.*, 1982).

A soma de todos estes fatores ambientais é expressa como a qualidade de sítio (PRODAN *et al.*, 1997), embora a competição tenha menor importância que os outros fatores, uma vez que é transitória e pode ser alterada por meio de tratamentos silviculturais (HUSCH *et al.*, 1982). Por isso, a qualidade de sítio geralmente é avaliada com base em árvores dominantes, as quais são livres de competição durante a maior parte de suas vidas.

2.3.4 Componentes para a quantificação do crescimento e da produção

Segundo Husch *et al.* (1982), Davis e Johnson (1987) e Campos e Leite (2013), os principais componentes que afetam a quantificação do crescimento e da produção em povoamentos florestais, são:

- **Mortalidade:** refere-se as árvores existentes inicialmente e que morreram em um determinado período. Só é obtido através de medições periódicas em parcelas permanentes.
- **Ingresso:** refere-se as árvores medidas em uma idade qualquer e que não foram medidas na idade anterior por não terem alcançado um diâmetro mínimo predeterminado. Só é obtido através de medições periódicas em parcelas permanentes.
- **Corte ou aproveitamento:** refere-se as árvores vivas colhidas em um determinado período (desbaste).
- **Produção corrente:** é o crescimento remanescente (incremento) acumulado até a idade atual.

- **Produção futura:** é o crescimento remanescente (incremento) acumulado até uma idade futura.

A produção é obtida ao somar os incrementos até a idade de interesse. A produção pode ser calculada com ou sem a inclusão da mortalidade, resultando em produção bruta e produção líquida (AVERY e BURKHART, 1994); (CAMPOS e LEITE, 2013).

- **Produção bruta:** é o total produzido e, portanto, leva em consideração a mortalidade, o ingresso e o corte ou aproveitamento.
- **Produção líquida:** considera o ingresso e o corte ou aproveitamento, desprezando a mortalidade.

A questão da mortalidade em povoamentos florestais é um ponto de grande interesse para o manejo florestal. O estudo da mortalidade, segundo Campos e Leite (2013), serve para prever o número de árvores sobreviventes por hectare, informação esta que muitas vezes constitui *input* de um modelo de crescimento e produção. Já o conhecimento da taxa de mortalidade permite ao manejador avaliar melhor o potencial da floresta e decidir por alguma estratégia de manejo.

2.3.5 Tipos de crescimento mensurados em árvores e povoamentos florestais

O aumento dimensional de uma árvore ou povoamento deve ser qualificado para o período de tempo durante o qual ocorreu o incremento. O período pode ser um dia, um mês, um ano, uma década, e assim por diante (HUSCH *et al.*, 1982).

De acordo com Avery e Burkhardt (1994), Scolforo (1998) e Campos e Leite (2013), existem diferentes maneiras de expressar o crescimento, ou incremento, de uma árvore ou povoamento florestal. Com frequência, é expresso por um dos seguintes tipos:

- Quando o período é um ano, o aumento denomina-se incremento corrente anual (ICA), e é a diferença entre as dimensões medidas no início e final dos anos de crescimento.
- O crescimento médio anual para um período de dois anos ou mais denomina-se incremento periódico anual (IPA). Frequentemente usado no lugar do ICA em florestas de climas temperados. Este é encontrado obtendo-

se a diferença entre as dimensões medidas no início e no final do período, por exemplo, 5 ou 10 anos e dividido pelo número de anos no período. Caso o período seja de um ano, então $IPA = ICA$.

- Se a diferença não for dividida pelo número de anos, denomina-se incremento periódico (IP). IP = Incremento periódico [é a produção ao final de um determinado período menos a produção no início do período].
- O aumento médio anual para qualquer idade denomina-se incremento médio anual (IMA), e obtém-se dividindo o tamanho acumulado pela idade. IMA = Incremento Médio Anual [média da produção da idade 0 até uma idade qualquer].

Estas medidas de incremento são aplicáveis a árvores individuais, povoamentos e qualquer característica de crescimento mensurável. Entretanto, têm sido mais comumente aplicadas ao crescimento em volume de povoamentos.

2.3.6 A curva de produção

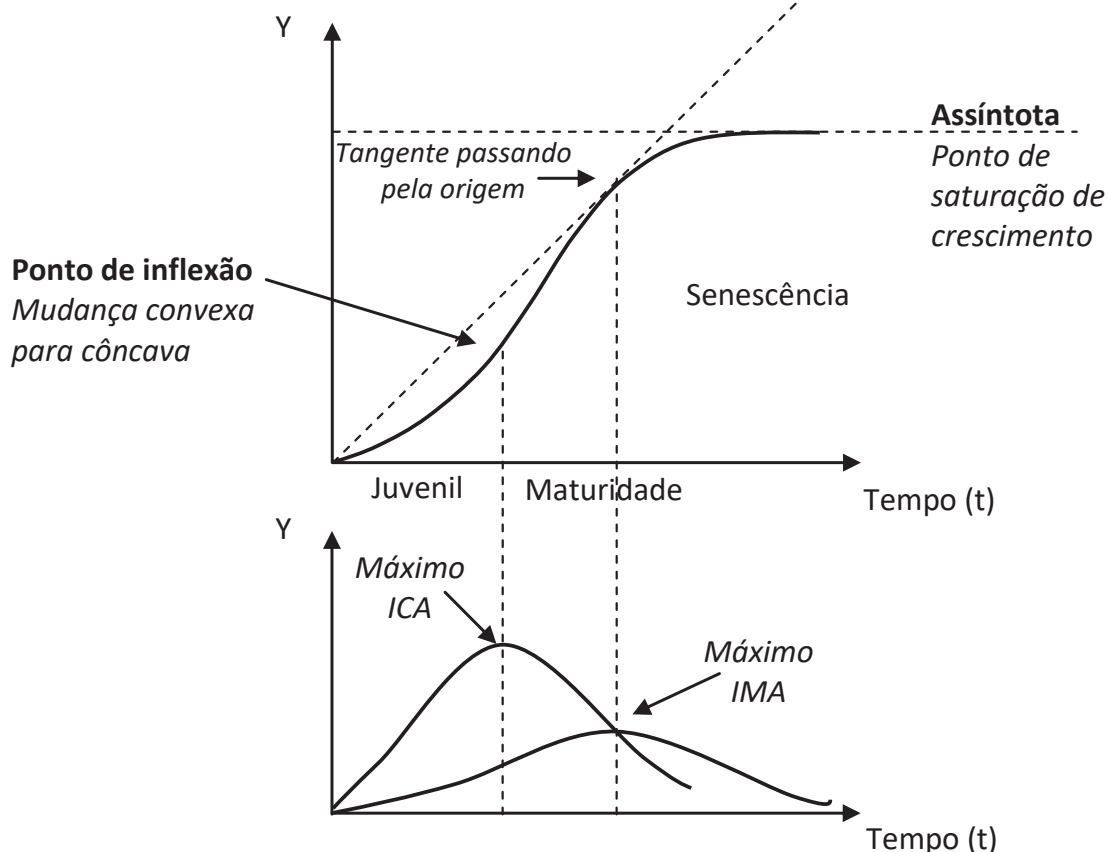
Quando o tamanho de um organismo (volume, peso, diâmetro ou altura) é plotado em gráfico sobre a idade, a curva definida comumente chama-se curva de crescimento. Tais curvas com características de S ou sigmoidal, mostram o tamanho cumulativo em qualquer idade. Assim são mais descritivamente chamadas de curvas de produção. A curva de produção mostra os incrementos em qualquer idade, resulta do gráfico do incremento versus idade (HUSCH *et al.*, 1982).

A curva de produção possui as seguintes características: é uma curva ascendente, sigmoidal; tem um ponto de inflexão; tem um ponto de máxima tangência e é assintótica - tem valor máximo (ponto de saturação do crescimento). Apresenta um crescimento inicial moderado, ascendendo convexamente até atingir o ponto de inflexão, onde passa a crescer de forma côncava para o eixo x passando pelo ponto de máxima tangência, seguindo seu crescimento a pequenas taxas com o avanço da idade até atingir o crescimento máximo ou valor assintótico (ASSMANN, 1970).

A curva de produção (Figura 1) é a base para se fazer inferências e estimativas. A assíntota e o ponto de inflexão da curva variam com a espécie, com o sítio e com a densidade do povoamento. Se um modelo de crescimento possuir

estas duas características da curva de produção, este após ser ajustado resultará em uma equação que viabilizará estimativas bastante acuradas da variável dependente em questão. Deve-se ressaltar que influências do ambiente, podem causar mudanças consideráveis nestas formas características da curva de produção (MACHADO, 2005).

FIGURA 1 - COMPORTAMENTO DA CURVA DE PRODUÇÃO E DAS CURVAS DE ICA E IMA.



FONTE: Demolinari (2006), adaptado.

A observação da Figura 1 permite visualizar algumas considerações que são descritas na sequência.

Crescimento e produção estão relacionados matematicamente - se a produção é Y , o crescimento é a derivada dY/dt (VANCLAY, 1994; SPATHELF e NUTTO, 2000), ou seja, a função de produção é a integral da função de crescimento e a função de crescimento é a primeira derivada da função de produção (PRODAN *et al.*, 1997).

No período inicial da curva de produção o crescimento é rápido, atingindo o máximo na fase de maturidade e a partir do ponto de inflexão começa a diminuir, já

na fase de senescência o crescimento vai diminuindo até atingir o valor assintótico (HUSCH *et al.*, 1982; AVERY e BURKHART, 1994; SCOLFORO, 1998).

Segundo Campos e Leite (2013), quando não se contabiliza a mortalidade pode ocorrer um decréscimo da curva de produção, algum tempo depois de atingir a produção máxima. Este fato justifica-se pela decrepitude do povoamento florestal, ocorrendo mortalidade mais acentuada das árvores, causada pela competição ou característica genética da espécie.

As curvas de incremento corrente anual - ICA, incremento periódico anual - IPA e incremento médio anual - IMA podem também ser derivadas da curva de produção plotada em relação a idade. Essas curvas são as mais utilizadas na avaliação do crescimento (HUSCH *et al.*, 1982).

A curva de ICA é a primeira derivada da curva de produção, isto é, representa o aumento da variável analisada dentro de intervalos fixos (AVERY e BURKHART, 1994; BURKHART e TOMÉ, 2012). É semelhante a curva de GAUSS, tem dois pontos de inflexão, até o 1º ponto ela é convexa em relação a X, até o 2º ponto ela é côncava e depois volta a ser convexa, evoluindo para atingir um valor assintótico próximo de zero. A curva define as três fases de crescimento (juvenil, maturidade e senescência), também possui um ponto de máximo, que coincide com a idade em que ocorre o ponto de inflexão na curva de produção (ASSMANN, 1970).

A curva de IMA é a média da curva de produção (AVERY e BURKHART, 1994). A curva de IMA decresce mais suavemente que a curva de ICA (AVERY e BURKHART, 1994; SCOLFORO, 1998). É parecida com a curva de ICA em forma de sino, atingindo seu ponto de máximo exatamente quando cruza com a curva de ICA.

O ponto (idade) de máximo IMA é aquele onde sua derivada é igual a zero e coincide com o ponto onde uma tangente partindo da origem (tangente máxima) toca a curva de produção (SCOLFORO, 1998).

Da relação entre as curvas de ICA e IMA pode-se estabelecer que se ICA é maior que IMA este último deve estar aumentando e quando ICA é menor que IMA este último deve estar decrescendo (SCOLFORO, 1998).

O máximo IMA é o ponto que define a máxima taxa média de incremento da produção que determinada espécie pode alcançar num local particular (CAMPOS e LEITE, 2013).

A forma dessas curvas varia com a espécie, com o espaçamento inicial de plantio, com a capacidade produtiva do lugar e com as práticas silviculturais aplicadas após o plantio, especialmente o desbaste. Pode-se verificar que quando a produção for máxima, o ICA é zero (CAMPOS e LEITE, 2013).

A idade em que se verifica o cruzamento entre as curvas de incremento (IMA e ICA) é definida como a ideal para o corte raso, quando se considera a maior eficiência na produção em volume; esta é definida como rotação técnica com base na produtividade média, e pode ser usada também como referência para aplicação de desbaste (ASSMANN, 1970; SCOLFORO, 1998; CAMPOS e LEITE, 2013).

No entanto, a idade em que se verifica o cruzamento entre as curvas de incremento (IMA e ICA) não corresponde, necessariamente, à rotação técnica definida com base em considerações de ordem econômica, uma vez que, para essa rotação são considerados fatores outros, como multiprodutos, valor da produção, taxa de juros, além de outras decisões de manejo (AVERY e BURKHART, 1994; CAMPOS e LEITE, 2013). Segundo Scolforo (1998), para muitos manejadores florestais a máxima produção em volume não é um objetivo realístico de manejo, ou seja, o manejo de plantações deve ser concebido para fornecer um mix de produtos em quantidade e qualidade apropriada e da maneira mais eficiente do ponto de vista econômico.

2.3.7 Crescimento dos elementos dendrométricos

O crescimento da árvore é um processo intermitente caracterizado por mudança na forma e dimensão do fuste durante um período de tempo (AVERY e BURKHART, 1994).

Segundo Scolforo (1998), o conhecimento apropriado de cada variável dendrométrica é importante para definir as estratégias de manejo, sejam sob a ótica silvicultural, econômica, ambiental e/ou social tanto para florestas plantadas como para florestas nativas.

Um fator importante para o estudo do crescimento das variáveis dendrométricas é que o incremento corrente anual (ICA) culmina (atinge valor máximo) em idades diferentes.

2.3.7.1 Crescimento em altura (h)

A altura de uma árvore é a distância linear ao longo de seu eixo principal, partindo do solo até o topo ou até outro ponto referencial. É outra importante característica da árvore que pode ser medida ou estimada. A altura dominante tem destaque como variável usada como indicadora da capacidade produtiva e nos processos estimativos do crescimento e da produção florestal (MACHADO e FIGUEIREDO FILHO, 2003).

O crescimento em altura (h) resulta da atividade biológica do meristema apical (BATISTA *et al.*, 2014).

Segundo Pienaar (1965), Assmann (1970), Avery e Burkhardt (1994) e Scolforo (1998), o crescimento em altura apresenta as seguintes características:

- Depende do genótipo;
- A curva de produção em altura segue a forma típica sigmoidal e atinge o ponto de inflexão, o ponto de tangência e o valor assintótico em idades mais jovens, comparativamente aos outros elementos dendrométricos;
- O sítio tem forte efeito no crescimento em altura (altura média - $\bar{h}$ e Altura dominante - h_{dom}). A curva de produção é mais inclinada em sítios melhores, com maiores valores de ICA_h . Em sítios melhores a culminação do crescimento ocorre mais cedo que em sítios ruins;
- O espaçamento tem pouca influência sobre a altura média, e menos ainda na altura dominante;
- O crescimento em altura antecede o crescimento em diâmetro, e consequentemente, área transversal e volume.

2.3.7.2 Crescimento em diâmetro (d)

Dentre as variáveis mensuráveis em uma árvore e no povoamento florestal, por ser a de mais fácil medição e possuir forte correlação com o volume, o diâmetro é a mais importante (MACHADO e FIGUEIREDO FILHO, 2003).

Segundo Avery e Burkhardt (1994), o crescimento em diâmetro resulta da atividade fisiológica do câmbio. Então em princípio, a cada ano uma nova camada de lenho é justaposta sobre a existente (BATISTA *et al.*, 2014).

Segundo Assmann (1970), Avery e Burkhart (1994), Scolforo (1998), e Batista *et al.* (2014), o crescimento em diâmetro apresenta as seguintes características:

- Depende do genótipo;
- O crescimento é contínuo em clima tropical e subtropical, sem déficit hídrico;
- O crescimento é interrompido em climas temperados, frios, em espécies caducifólias e onde há déficit hídrico, em parte do ano, formando os anéis anuais de crescimento;
- Segue a forma típica da curva de produção;
- O sítio exerce influência alta no diâmetro. Quanto melhor o sítio, mais inclinada a curva de produção e mais cedo ocorre a culminação do crescimento em diâmetro e maiores serão estes valores quando comparados aqueles de sítios menos produtivos;
- Efeito da densidade: ao contrário da altura, o efeito do espaçamento é marcante sobre o crescimento em d , $\bar{d}$ e dg . Espaçamentos maiores entre plantas e sítios mais produtivos, propiciam maior média aritmética dos diâmetros que espaçamentos reduzidos e sítios menos produtivos, determinando o uso da madeira e o regime de manejo.

O incremento em diâmetro culmina (Max. ICA_d) mais tarde que o incremento em altura. O máximo ICA_d ocorre mais cedo em sítios bons e de menor espaçamento.

2.3.7.3 Crescimento em área transversal (g)

O incremento em área transversal sofre as mesmas influências que o crescimento em diâmetro, porém os mesmos incrementos diamétricos podem resultar diferentes incrementos em área transversal. Apresenta as seguintes características:

- A curva atinge os pontos típicos da curva de produção a idades ligeiramente superiores comparativamente a curva de produção em diâmetro (ASSMANN, 1970), ou seja, o incremento em área transversal culmina (Max. ICA_g) mais tarde que o incremento em diâmetro. Quando o

ICA_d começa a diminuir, o diâmetro é cada vez maior e com isto o ICA_g continua a crescer;

- O máximo ICA_g ocorre mais cedo em sítios bons e de menor espaçamento.

2.3.7.4 Mudança na forma

A característica da forma de uma árvore resulta dos efeitos do crescimento em diâmetro e altura (ASSMANN, 1970). Apresenta as seguintes características:

- Varia com a espécie, sítio, e posição sociológica;
- Árvores tolerantes apresentam melhor forma;
- Em povoamentos mais densos as árvores apresentam melhor forma;
- Árvores mais velhas têm melhor forma.

2.3.7.5 Crescimento do volume individual (v)

Apresenta as seguintes características de acordo com as descrições de Assmann (1970):

- Sofre a influência do diâmetro, da altura e da forma;
- A curva de produção tem forma sigmoidal;
- Culmina em idades iguais ou ligeiramente superiores que o ICA_g ;
- Os incrementos em volume culminam mais cedo em sítios bons, assim como em povoamentos de alta densidade.

2.3.7.6 Crescimento em área basal (G) e volume do povoamento (V)

A área basal é a parte de uma floresta ocupada pelos fustes das árvores que compõem a floresta, ou seja, refere-se ao grau de ocupação do terreno pelos fustes das árvores. A área basal do povoamento florestal é expressa em unidade de área. É usada como variável independente na estimativa do volume do povoamento e em estimativas do crescimento e da produção florestal (MACHADO e FIGUEIREDO FILHO, 2003).

Apresentam as seguintes características, segundo Scolforo (1998):

- O incremento em área basal (G) depende dos incrementos em áreas transversais (g) e do número de árvores por unidade de área (N);

- O incremento em volume do povoamento (V) depende dos incrementos em volume individual (v) e do número de árvores por unidade de área (N);
- Máximo ICA_G ocorre mais cedo que o máximo ICA_V ;
- A curva de produção é semelhante as demais curvas de produção, sofrendo efeito primeiramente da idade e depois do sítio;
- Para diversos graus de densidade o mesmo valor assintótico será alcançado, mas em idades diferentes, ou seja, um talhão desbastado e outro não desbastado produzirão a mesma quantidade, com diferença no porte das árvores.

Ainda segundo Scolforo (1998), o crescimento em volume por hectare e a área basal por hectare são muito influenciados pela densidade e demais fatores citados para diâmetro e altura. No menor espaçamento se tem mais volume e área basal por unidade de área, porém, plantas com menor diâmetro médio que nos maiores espaçamentos. Ainda, em maiores espaçamentos, a produção total é menor, mas não necessariamente implica na obtenção de menor renda, já que o diâmetro médio do povoamento é maior, em que se obtém maior valor de venda de cada m^3 de madeira para mesma espécie, idade, sítio, material genético e tratamentos florestais. Outro fato de se aumentar o espaçamento é gastar menos com sementes, produção de mudas, plantio, adubação, colheita, dentre outros.

2.3.7.7 Considerações gerais sobre crescimento e produção em florestas equiâneas

De forma geral, a tendência normal de culminação (Máximo ICA) das variáveis de uma árvore é: $h \rightarrow d \rightarrow g \rightarrow v$. Para as variáveis do povoamento: $G \rightarrow V$.

Com base no exposto por Scolforo (1998), pode-se fazer algumas considerações sobre o crescimento dos elementos dendrométricos considerando mesmo sítio, espécie e tratamentos silviculturais:

- Em menor espaçamento haverá maior produção total com menor diâmetro médio das árvores;
- Em maior espaçamento haverá menor produção total com maior diâmetro médio das árvores e conseqüentemente, maior renda por produtos de maiores dimensões com menores custos de implantação, e no uso da poda e desbaste quando necessário;

- Se na projeção observa-se que o máximo IMA ocorre muito cedo, conclui-se que o povoamento é muito denso. Pode-se plantar com espaçamento maior;
- Se em sítios bons o Máximo IMA ocorre cedo, indica a prática de desbastes;
- Se em sítios ruins o Máximo IMA ocorre cedo, indica que o espaçamento é inadequado. Nesse caso a prática de desbaste é antieconômico, então deve-se plantar com espaçamento maior, tendo nesse caso menores custos de implantação;
- Em povoamentos que sofrem desbastes em intensidade e idades adequadas, é verificado que a produção final não tem diferenças significativas para produção final sem desbastes.

2.3.7.8 Crescimento e produção em florestas inequiâneas e heterogêneas

Apresentam as seguintes características:

- Muitas espécies: cada uma tendo ritmo de crescimento diferente e em diversos graus;
- Idade: em florestas multiâneas não se tem uma idade representativa.

Para a quantificação do crescimento e produção de florestas inequiâneas ou multiâneas leva-se em consideração o começo do primeiro ciclo de corte, início da intervenção, cujo intervalo de tempo até o próximo corte pode variar com o tipo de manejo e aplica-se o mesmo procedimento de cálculo usado para florestas equiâneas.

A apresentação do crescimento e produção das variáveis da árvore ou do povoamento florestal é feita usando-se técnicas de modelagem da produção florestal.

2.4 MODELAGEM DO CRESCIMENTO E DA PRODUÇÃO

Silvicultores muitas vezes dependem de métodos indiretos para a predição da dinâmica do povoamento, ou seja, o crescimento, a mortalidade e inferir o estoque de um povoamento a partir do estudo de outros povoamentos. Estas inferências são feitas por meio da utilização de tabelas, equações ou modelos de

simulação de computador. As técnicas para predição da dinâmica dos povoamentos são usualmente referidas como modelos de crescimento e produção (AVERY e BURKHART, 1994).

O manejo e o planejamento florestal requerem informações que descrevam o estado atual das florestas, bem como os futuros estados alternativos das florestas. A forma como são estimadas e projetadas as características futuras de recursos da floresta é um desafio de gerenciamento de dados prático e conceitual para os planejadores e gestores florestais. Um método para a obtenção de informações sobre o estado futuro dos recursos florestais é empregar modelos de crescimento e produção (BETTINGER *et al.*, 2009).

Segundo Sanquetta (1996), os primeiros instrumentos de planejamento florestal como se conhece na atualidade foram as tabelas de produção. Para Husch *et al.*, (1982) a tabela de produção é uma apresentação tabular de volume por unidade de área ou de outras características de povoamentos equiâneos, por espécie, por classe de idade, por classe de sítio e por classe de densidade. Scolforo (1998) acrescentou que elas também podem ser construídas para florestas nativas onde se tem a idade média, como as florestas de bracatinga ou araucária.

Uma tabela de produção expressa a quantidade de madeira que pode ser produzida em certas condições de manejo, em terras com vários graus de produtividade em um período de tempo. Também pode ser construída para caracterizar variáveis individuais (d, h, g). Permite planejar o manejo da floresta, bem como fazer simulações a fim de identificar diferentes opções de manejo, selecionando-se aquela que melhor atenda os interesses da empresa (MACHADO, 2005).

Com uma história de mais de 250 anos, tabelas de produção para povoamentos puros podem ser considerados os modelos mais antigos de ciência e manejo de florestas. Elas representam o desenvolvimento de importantes parâmetros em nível de povoamento (número de árvores, altura média, diâmetro médio, área basal, fator de forma, incremento anual acumulado, produção total e incremento médio anual) em forma de tabela (PRETZSCH, 2009).

Conceitualmente, a distinção entre tabelas e equações não é importante, uma vez que as equações podem ser avaliadas e apresentadas como tabelas. No entanto, o inverso não se sustenta, e as equações são uma forma concisa e conveniente para expressar a relação entre o crescimento e a produção

(WEISKITTEL *et al.*, 2011). Segundo Scolforo (1998), o uso de um modelo é uma maneira lógica de expressar o crescimento ou incremento e a produção.

Com o advento do computador, particularmente nas últimas décadas, e o ganho na eficiência dos sistemas de processamento de dados, os modelos em forma de equações ou sistemas de equações inter-relacionadas tiveram uma longa e rápida expansão. Estes modelos têm a capacidade de gerar previsões para quaisquer combinações de entradas de dados desejadas e fazer simulações complexas (CLUTTER *et al.*, 1983; SANQUETTA, 1996; PRETZSCH, 2009; WEISKITTEL *et al.*, 2011).

A história dos modelos florestais não é um *continuum* de modelos constantemente melhores a substituir os anteriormente inferiores. Em vez disso, diferentes tipos de modelos com diferentes objetivos e conceitos foram desenvolvidos simultaneamente. Os objetivos e estrutura de modelos refletem o estado da arte da área de pesquisa em particular no momento, e que documentam as abordagens contemporâneas para a previsão do crescimento da floresta. Neste sentido, a história da modelagem de crescimento da floresta também fornece um registro do conhecimento em expansão sobre as funções e estruturas florestais, bem como os métodos cada vez mais sofisticados de previsões do crescimento da floresta em longo prazo (PRETZSCH, 2009).

Antes de cientistas florestais terem compreendido até mesmo alguns dos processos básicos do crescimento da árvore, um conhecimento empírico considerável tinha sido acumulado a partir da observação pura. As relações de crescimento derivado da observação e não de causas primárias ainda fez uma grande contribuição para a compreensão atual de como as árvores crescem e da forma como elas respondem, em certas condições de crescimento (no povoamento florestal). A progressão de modelos de crescimento orientada para o povoamento, tais como as tabelas de produção de povoamentos puros, para simuladores para fins de manejo do povoamento e modelos de processos ecofisiológicos como ferramentas de pesquisa, bem como o desenvolvimento do modelo de sucessão, paisagem, e modelos de deslocamento do bioma refletem o avanço no conhecimento dos ecossistemas florestais, a mudança nos objetivos da modelagem de floresta, e o desenvolvimento de teorias da dinâmica florestal (PRETZSCH, 2009).

2.4.1 Conceito de modelagem

Um modelo é uma abstração, ou uma representação simplificada, de algum aspecto da realidade (e não deve ser confundido com o significado normativo da palavra, algo digno de ser imitado) (VANCLAY, 1994; PRODAN *et al.*, 1997; PRETZSCH, 2009).

Segundo Vanclay (1994), nós frequentemente usamos modelos inconscientemente, por exemplo, criação de modelos mentais para visualizar relações de causa e efeito para ajudar a explicar e prever o comportamento dos sistemas. Os modelos podem ser expressos em verbal (por exemplo, uma descrição) ou formas materiais (por exemplo, um modelo em escala). Um modelo matemático é como um modelo verbal, mas usa linguagem matemática que é mais concisa e menos ambígua do que a linguagem natural.

Modelos de crescimento florestal abstrata as estruturas e processos que ocorrem em povoamentos florestais para satisfazer um objetivo específico e um propósito (PRETZSCH, 2009). Um modelo de crescimento padrão é uma abstração das dinâmicas naturais de um povoamento florestal, e pode abranger crescimento, mortalidade, e outras mudanças na composição do povoamento e sua estrutura. O uso comum do termo "modelo de crescimento" geralmente se refere a um sistema de equações que pode prever o crescimento e a produção de um povoamento florestal sob uma ampla variedade de condições. Assim, um modelo de crescimento pode compreender uma série de equações matemáticas, os valores numéricos incorporados nestas equações, a lógica necessária para ligar estas equações de uma forma significativa, e o código de computador necessário para programar o modelo em um computador. Em seu sentido mais amplo, o termo pode também abraçar tabelas de produção e curvas, que são análogas às equações, mas que tenham sido indicadas em forma de tabela ou gráfico, em vez de uma forma matemática (VANCLAY, 1994).

Para Prodan *et al.* (1997) e Campos e Leite (2013) um modelo de crescimento e produção, em mensuração florestal, pode ser representado por um ou mais modelos estatísticos; uma ou mais equações; uma ou mais tabelas ou gráficos; ou, ainda, um conjunto de modelos estatísticos, equações, tabelas e gráficos. Então, um modelo de crescimento e produção pode ser constituído de uma ou mais equações, incluindo uma ou mais variáveis independentes, e é empregado para

estimar crescimento e produção florestal, sendo essencial na avaliação de alternativas de manejo.

Para uma melhor compreensão, é feita a seguinte diferença estrita entre os conceitos de modelagem de crescimento da floresta e simulação de crescimento. A representação biométrica e matemática dos processos de crescimento resultam em um modelo de crescimento. A conversão deste modelo de crescimento num programa de computador para a predição e cálculos de cenários resulta no desenvolvimento de um simulador de crescimento. Por conseguinte, um modelo deve existir antes do desenvolvimento de um simulador, no entanto, o desenvolvimento de um modelo não precisa necessariamente resultar em um simulador (PRETZSCH, 2009).

2.4.2 Utilidade dos modelos de crescimento e produção

De maneira geral, a modelagem do crescimento e da produção é fundamental para que se adotem técnicas apropriadas de manejo florestal. Com as funções se prognostica o estoque em idades sucessivas, permitindo definir o momento, ou os momentos adequados para se fazer intervenção na floresta.

Para Weiskittel *et al.* (2011) os modelos são ferramentas concebidas para serem utilizados em várias formas. Algumas finalidades importantes dos modelos de crescimento são:

- Atualização de inventários florestais;
- Avaliação de sistemas silviculturais florestais alternativos;
- Determinar a influência de agentes de distúrbios, como insetos e doenças;
- Estimar a produtividade sustentável dos produtos florestais; e
- Generalizar tendências regionais.

Ainda segundo Weiskittel *et al.* (2011), informações de crescimento e produção são necessárias para tomar todas as grandes decisões de manejo florestal. Algumas das decisões básicas que exigem informações precisas sobre crescimento e produção incluem:

- As decisões em nível de povoamento equiâneo;
- As decisões em nível de povoamento inequiâneos;

- As decisões sobre a floresta ou em nível de propriedade; e
- As decisões regionais e nacionais.

Para Vanclay (1994) modelos de crescimento e produção são usados para preparar previsões de recursos, definir opções silviculturais e de colheita, determinar o rendimento sustentável de madeira, e examinar os impactos do manejo florestal e da colheita em outros valores da floresta. Temps (2005) acrescenta que servem para adotar planos de suprimento através da otimização, maximização da produção ou minimização de custos, por meio de programação matemática e Scolforo (1998) afirmou que serve para verificar qual o regime de manejo, ou plano de manejo que mais se aproxime do ótimo e que mantenha vínculo estreito com a realidade.

Burkhart e Tomé (2012) afirmaram que modelos de crescimento e produção são usados para descrever a alteração no tamanho de um indivíduo ou população com o tempo e que são essenciais para fornecer ao manejador florestal informações para tomada de decisões. Uma grande ênfase tem sido colocada no desenvolvimento de modelos confiáveis para prever características do povoamento (volume, área basal, número de árvores por unidade de área, e distribuições de altura e diâmetro) no período do ciclo de produção. As previsões de crescimento e de produção podem ser necessárias para uma base de curto prazo ou de longo prazo, para o volume do povoamento total ou volume por classes de produtos e tamanho. Independentemente da complexidade estrutural e quantidade de detalhes do povoamento fornecido, todos os modelos de crescimento e produção têm um objetivo comum: produzir estimativas de características do povoamento em pontos específicos no tempo.

Modelos que projetam o crescimento e a produção permitem que os manejadores e planejadores visualizem os estados futuros das florestas e estimem o conjunto de resultados produzidos por vários regimes silviculturais. O dado criado a partir das projeções de crescimento e produção é usado em planejamento florestal e os esforços de programação da colheita, avaliações de habitat da vida selvagem, e outras análises quantitativas que se baseiam na estrutura do povoamento. Ser capaz de avaliar as condições da floresta através do tempo é fundamental para a nossa compreensão de saber se as atividades programadas em uma floresta podem atender às nossas metas e objetivos (BETTINGER *et al.*, 2009).

Embora as previsões de crescimento e produção entrem virtualmente em praticamente todas as decisões de manejo do povoamento, os principais usos de informações sobre crescimento e produção podem ser classificados como: predição de produção, atualização do inventário, avaliação de alternativas silviculturais, planejamento do manejo e programação de colheita (BURKHART e TOMÉ, 2012).

Segundo Vanclay (1994), silvicultores podem querer saber o efeito de longo prazo sobre a floresta e sobre as colheitas futuras, de uma decisão silvicultural em particular, como a alteração dos limites de corte para a colheita. Com um modelo de crescimento, eles podem examinar os resultados prováveis, ambos com os limites de corte pretendido e alternativas, e podem fazer a sua decisão de forma objetiva. O processo de desenvolvimento de um modelo de crescimento também pode oferecer novas idéias interessantes sobre a dinâmica do povoamento. Os modelos de crescimento também podem ter um papel mais amplo na gestão florestal e na formulação da política florestal. Usado em conjunto com outros recursos e dados ambientais, modelos de crescimento podem ser usados para fazer previsões, formular regimes de manejo e orientar a política florestal.

2.4.3 Classificação dos modelos de crescimento e produção

A predição do crescimento e da produção pode ser desejada para um curto período ou para um longo período, para todo volume do povoamento ou para o volume por classe de tamanho. Com a grande variedade de condições existentes no povoamento e os diversos objetivos e necessidades de usos dos modelos de crescimento e produção, não é surpresa que numerosas abordagens têm sido propostas (AVERY e BURKHART, 1994). Mesmo com inúmeras abordagens para modelar o desenvolvimento do povoamento florestal que são tomadas não há meios universalmente aceitos de categorizar as várias técnicas (BURKHART e TOMÉ, 2012).

Segundo Clutter *et al.* (1983), Sanquetta (1996) e Scolforo (1998), os modelos de produção podem expressar diferentes sistemas silviculturais, filosofias de modelagem e diferentes níveis de complexidade matemática. De forma geral, são encontradas na literatura florestal classificações com base na funcionalidade do modelo, categorias, níveis de resolução e filosofia de modelagem. Assim sendo,

observa-se que um modelo pode ser enquadrado em várias classes ao mesmo tempo.

2.4.3.1 Classificação por funcionalidades

Considerando os vários aspectos que envolvem o desenvolvimento e o uso de modelos, estes podem ser primariamente classificados quanto a sua funcionalidade em:

- Modelos para florestas plantadas e modelos para florestas nativas;
- Modelos estáticos e modelos dinâmicos;
- Modelos para predição presente e modelos para predição futura;
- Modelos de resultados implícitos e modelos de resultados explícitos;
- Modelos determinísticos e modelos estocásticos; e
- Modelos empíricos e modelos mecanísticos.

Modelos para florestas plantadas e para florestas nativas

Estes são desenvolvidos com base na população alvo da predição, podendo ser: modelos para florestas plantadas: desbastadas ou não desbastadas e, modelos para florestas nativas: homogênea ou mista (CLUTTER *et al.*, 1983; SCOLFORO, 1998).

Modelos estáticos e dinâmicos

Modelo estático é aquele que se refere às funções de crescimento e produção que não permite variações na história dos tratamentos no povoamento e modelo dinâmico é aquele que se refere às funções de crescimento e produção que podem acomodar variações no regime de manejo (SANQUETTA, 1996).

Modelos para predição presente e futura

Quanto a sua utilização os modelos de crescimento e produção servem para fazer predições presente e futura do crescimento e da produção florestal. Predição presente não envolve a projeção da densidade do povoamento (por exemplo, G/ha), enquanto a predição futura sim, sendo que as estimativas geradas pelas equações

são apresentadas de forma explícita ou implícita (CLUTTER *et al.*, 1983; SCOLFORO, 1998).

Modelos implícitos e explícitos

Segundo Clutter *et al.* (1983) e Scolforo (1998), sistemas de predição explícitos são aqueles cuja solução das equações (ou equação) que fazem parte do sistema fornece estimativas da produção por unidade de área. Em sistemas de predição implícitos as equações que o compõem propiciam informações sobre a estrutura do povoamento. Este tipo de equação está relacionado com a distribuição diamétrica, usando uma função de probabilidade.

Modelos determinísticos e estocásticos

Quanto às estimativas dadas pelos modelos de crescimento e produção florestal, estes diferem em determinísticos e estocásticos (VANCLAY, 1994; WEISKITTEL *et al.*, 2011).

Um modelo determinístico produz estimativas médias das tendências de desenvolvimento de um povoamento florestal. Dadas as mesmas condições iniciais, o modelo sempre produzirá os mesmos resultados. Um modelo estocástico tenta ilustrar o efeito de variações naturais inexplicáveis, produzindo diferentes estimativas de desenvolvimento de um povoamento, cada uma com uma probabilidade de ocorrência. Repetidas estimativas são efetuadas não apenas para se predizer o comportamento médio do povoamento, mas para dar indicações da possível variabilidade (SANQUETTA, 1996).

Um modelo de crescimento determinístico dá uma estimativa do crescimento esperado de um povoamento florestal, da mesma maneira que a média esperada indica a tendência para uma população. Nesta abordagem, a equação sempre retornará o mesmo resultado de saída para um determinado conjunto de dados de entrada (VANCLAY, 1994; WEISKITTEL *et al.*, 2011).

No entanto, devido à variação natural no ambiente, povoamentos florestais reais não podem crescer exatamente a mesma quantidade a cada ano, mas podem crescer mais ou menos do que o valor esperado. Um modelo de crescimento estocástico tenta ilustrar esta variação natural, fornecendo previsões diferentes, cada um com uma probabilidade específica de ocorrência. As abordagens

estocásticas incorporam algum elemento puramente aleatório que geram diferentes resultados em sucessivas ocasiões para um determinado conjunto de dados de entrada. O termo “estocástico” é usado, de preferência com o termo “probabilístico”, que é por vezes usado em outros contextos (VANCLAY, 1994; WEISKITTEL *et al.*, 2011).

Qualquer uma destas estimativas pode corresponder exatamente ao crescimento em algumas circunstâncias, mas pode ser diferente do crescimento esperado. Uma estimativa única a partir de um modelo estocástico é de pouca utilização, como é necessária uma série de estimativas para fornecer informações úteis da variabilidade das previsões. Por exemplo, vinte estimativas de um modelo estocástico não só vai dar uma boa indicação do crescimento esperado (a média ou a mediana), mas também de sua variabilidade (VANCLAY, 1994).

Estocasticidade pode ser um elemento importante na modelagem florestal, como alguns fatores relevantes, como perturbações naturais aleatórias ou imprevisíveis que afetam o crescimento e a produção de um povoamento em particular. No entanto, um modelo com muitos elementos estocásticos pode fazer da sua interpretação um desafio (WEISKITTEL *et al.*, 2011).

Modelos determinísticos e estocásticos têm finalidades complementares. Modelos determinísticos são eficazes para a determinação da produção esperada, e podem ser utilizados para indicar a condição ótima do povoamento. Modelos estocásticos podem indicar a confiabilidade dessas previsões, e os riscos associados a qualquer regime particular. Ambas as previsões, determinística e estocástica, podem ser obtidas a partir de alguns modelos. Embora os modelos estocásticos possam fornecer alguma informação útil não disponível a partir de modelos determinístico, a maior parte das necessidades de informação para os planejadores e gestores florestais pode ser fornecida de forma mais eficiente com os modelos determinísticos (VANCLAY, 1994).

Modelos empíricos e mecanísticos

Segundo Sanquetta (1996), modelo empírico é aquele que tenta explicar o quê ocorreu, está ocorrendo ou pode ocorrer no futuro. É um método com ênfase na qualidade do ajuste de dados e das predições. Já o modelo mecanístico tenta explicar como um sistema funciona e porque certos processos ocorrem. É um

método que dá ênfase à explicação de fatos, sem maior preocupação com ajuste e predição.

O termo tabela ou modelo empírico é também utilizado para definir aqueles modelos matemáticos para prever o crescimento que não tem uma base biológica (SCOLFORO, 1998). Modelo empírico consiste em polinômios ou outros tipos de relações funcionais estabelecidas de maneira empírica. Já o modelo mecanístico é construído com base em pressuposições e, ou conhecimento biológico (CAMPOS e LEITE, 2013).

Para Burkhart e Tomé (2012), citando Vanclay (1994), diversas funções utilizadas para modelar o crescimento foram classificadas em uma das duas grandes divisões: modelos empíricos e mecanicistas ou teóricos. O último é concebido tendo uma hipótese subjacente associada com a causa ou a função do fenômeno descrito pela variável de resposta, enquanto os modelos empíricos descrevem o comportamento da variável resposta, sem tentar identificar as causas e explicar o fenômeno. A distinção entre os dois não é nítida e a maioria dos aplicativos de modelagem contem tanto o empirismo quanto mecanicismo em misturas variadas. Ainda segundo Burkhart e Tomé (2012), citando Thornley (1976), o modelador mecanicista tenderá a construir modelos antes de fazer os experimentos ou analisar os dados, pensando em possíveis mecanismos e deduzindo as suas consequências por meio de um modelo, enquanto o modelador empírico irá descrever o comportamento da variável resposta com base nos dados. Se um modelo matemático tem uma base teórica/biológica, as estimativas dos parâmetros, mesmo que obtida a partir de dados empíricos, podem fornecer informações sobre o fenômeno que está sendo modelado.

2.4.3.2 Classificação por categoria

Embora nenhuma abordagem sobre os sistemas de classificação de modelagem seja plenamente satisfatória, uma categorização fornece uma maneira sucinta de identificar as características gerais envolvidas em vez de fornecer uma descrição detalhada da estrutura de cada modelo (BURKHART e TOMÉ, 2012).

Para Weiskittel *et al.* (2011) os modelos de crescimento e produção diferem quanto a sua categoria em: Modelo estatístico; modelo de processo; modelo híbrido; e modelo de sucessão ("GAP Models").

Modelo do tipo estatístico

Modelos do tipo estatístico utilizam dados empíricos e técnicas estatísticas como regressões para obter relações quantitativas e têm um importante uso para a atualização do inventário florestal, comparar tratamentos silviculturais e estimar colheitas sustentáveis. Têm as seguintes vantagens: são robustos, longa história de desenvolvimento, construídos com os dados geralmente disponíveis, tem resultados orientados para as decisões operacionais e podem representar uma ampla gama de condições e regimes de amostragem. Têm como desvantagens: exigem alta qualidade de dados empíricos, podem extrapolar mal e são geralmente insensíveis ao clima (WEISKITTEL *et al.*, 2011).

Modelo de processos

Os chamados modelos do tipo processo tentam modelar o processo de crescimento, tendo como entrada os níveis de luz, temperatura e nutrientes do solo, e fazem a modelagem da fotossíntese, da respiração e da alocação de fotossintatos pelas raízes, caules e folhas (VANCLAY, 1994). Eles são baseados em características físicas, químicas e relações ecofisiológicas, tanto quanto possível, e buscam apoio estatístico apenas para preencher a lacuna no conhecimento, sempre que necessário (PRETZSCH, 2009).

Modelos do tipo processo representam os principais processos fisiológicos das plantas, que são dimensionados para estimar o crescimento em nível do povoamento. Têm um importante uso para compreender os mecanismos subjacentes que influenciam o crescimento; testar hipóteses sobre o comportamento das plantas; e prever a produtividade florestal potencial. Apresentam as seguintes vantagens: podem, teoricamente, extrapolar para situações novas, são sensíveis ao clima e são mecanicista. Têm as seguintes desvantagens: são dependentes de vários parâmetros de difícil medida, os dados de entrada não são amplamente disponíveis, exigem alta demanda computacional e geram saída frequentemente inútil para decisões operacionais (WEISKITTEL *et al.*, 2011).

De acordo com Vanclay (1994), os modelos de processos são úteis para compreender a ligação entre partes previamente isoladas de conhecimento e podem ajudar a identificar lacunas em que é necessário mais trabalho. Neste caso, os benefícios vêm dos conhecimentos adquiridos durante o desenvolvimento do

modelo, e utilizações futuras (se houver), são menos importantes. Os modelos de processo ajudam a fornecer uma melhor compreensão do crescimento e dinâmica do povoamento, mas ainda não têm sido utilizados com sucesso para prever os rendimentos de madeira para manejo de florestas.

Segundo Scolforo (1998), os modelos ecofisiológicos (modelos de processos ou mecanicistas) de crescimento da floresta são descrições de como o crescimento em volume, biomassa ou carbono da vegetação florestal são influenciados pelos processos ambiental, físico ou ecológico. Estes modelos têm sido utilizados predominantemente como auxiliares na experimentação, no entendimento do nível de resposta das plantas e agentes de estresses, como alta temperatura, exposição a gases, dentre outros.

Estes modelos predizem a produção primária ao nível da árvore individual ou ao nível do povoamento e fornecem informações sobre o carbono, nitrogênio e os ciclos da água, apoiando assim uma compreensão abrangente do ecossistema e seu manejo. Devido à grande demanda por dados de inicialização e séries temporais dos fatores determinantes do crescimento para processamento, os modelos ecofisiológicos baseados em processos têm servido principalmente como ferramentas de pesquisa. No entanto, eles vão se tornar cada vez mais envolvidos em usos práticos, em particular, a integração da estrutura e função será da maior importância prática. A crescente demanda por informações sobre os ecossistemas florestais e do desejo de compreender e prever as respostas dos ecossistemas florestais às perturbações exigem um grau de complexidade que é fornecido apenas por modelos de processo ecofisiológico ou modelos híbridos (PRETZSCH, 2009).

Para Temps (2005) os modelos mecanicistas (modelos de processos ou ecofisiológicos) têm maior capacidade generalista e possuem uma tendência intrínseca de maior inferência, mesmo para situações não amostradas. Esta é uma ciência em desenvolvimento crescente, que considera as informações da fisiologia vegetal, que esta em evolução significativa nos estudos interativos das plantas, solo e atmosfera.

Modelo híbrido

Modelos híbridos combinam a abordagem estatística e a abordagem por processo na tentativa de aproveitar os pontos fortes de ambas as abordagens. São importantes para prever o crescimento usando fatores climáticos e para a previsão

de novos tratamentos silviculturais. Possuem as seguintes vantagens: são robustos; são sensíveis ao clima; minimizam o número de parâmetros necessários; podem usar os dados de inventário florestal tradicionais. Têm as seguintes desvantagens: a melhoria na precisão pode ser mínima quando comparado com uma abordagem puramente estatística e as entradas de dados de clima e solos não estão amplamente disponíveis (WEISKITTEL *et al.*, 2011).

Modelo de sucessão “Gap models”

Na literatura florestal, esse tipo de modelo é denominado muitas vezes de modelos para pequenas áreas ou modelo fenda ou de modelo de abertura de dossel ou modelo de sucessão.

Um modelo de sucessão depende fortemente de teoria ecológica e da interpretação da dinâmica das espécies em relação às condições ambientais e de concorrência. Possui importantes usos para prever sucessão florestal em longo prazo e testar teorias ecológicas. Como vantagem, pode incorporar uma variedade de agentes naturais de influência e possui uma escala de tempo grande. Porém, apresenta as seguintes desvantagens: a precisão da predição é geralmente baixa em comparação com modelos estatísticos, é difícil inicializar o modelo com os dados de inventário florestal e possui vários parâmetros subjetivos (WEISKITTEL *et al.*, 2011).

Segundo Pretzsch (2009), um ecossistema florestal é uma agregação de pequenas áreas, ou fendas, definido como o tamanho do espaço ocupado por uma árvore madura ou um grupo biológico. O grupo de árvore na pequena área constitui a unidade de observação e informações reais de modelos de sucessão. Valores para povoamentos ou unidades maiores são obtidos através da adição ou da média dos valores das pequenas áreas, que pode ocorrer em diferentes estágios de desenvolvimento. Modelos de sucessão reproduzem o crescimento de árvores individuais em manchas florestais (por exemplo, áreas de 100 m²) em relação às condições de crescimento médias vigentes no local. O crescimento é predito em relação a uma combinação de variáveis de substituição, e fatores primários usando procedimentos de regressão pré-definidos.

Nestes modelos, como as relações entre as condições ambientais e de crescimento são descritas de forma parcialmente estatística e parcialmente ecofisiológica, eles adotam um curso intermediário entre os modelos de árvores

individuais baseados em estatísticas e modelos de processos de orientação ecofisiológicas. Eles são usados para investigar a competição e sucessão em florestas naturais. Modelos de sucessão estimam incrementos da árvore ou em nível de povoamento (PRETZSCH, 2009).

De acordo com Vanclay (1994), modelos de sucessão (por exemplo, modelos desenvolvidos por Shugart (1984) e Botkin (1993) tentam modelar sucessão de espécies, mas geralmente são incapazes de fornecer informações confiáveis sobre produção de madeira.

2.4.3.3 Classificação por nível de resolução

Ainda dentro de qualquer categoria de modelo, eles diferem quanto a sua resolução (tanto espacial quanto temporalmente), dependência espacial, e grau de determinismo. A resolução espacial refere-se à unidade base para predições, com o mais simples começando pela abordagem do povoamento total, até a abordagem de árvore individual que é o mais detalhado. Um modelo de classe de diâmetro é um meio termo entre os de abordagem de povoamento total e árvores individuais (WEISKITTEL *et al.*, 2011).

Os modelos de crescimento e produção poderiam ser agrupados de acordo com o nível de resolução ou detalhes sobre a estrutura do povoamento fornecido (valores globais do povoamento, informações para classe de tamanho, ou os dados em nível de árvore) (BURKHART e TOMÉ, 2012).

O objetivo e propósito de um modelo, bem como o estado do conhecimento sobre o sistema considerado, determinam o grau de complexidade necessário ou possível, e a resolução temporal e espacial do modelo. A escala temporal pode variar de segundos para milhares de anos, a escala espacial da célula ou superfícies minerais até zonas de vegetação, resultando em modelos ecofisiológicos de processos, modelos de árvores individuais, tabelas de produção, modelos de sucessão, modelos de paisagem e modelos de mudança de bioma (PRETZSCH, 2009).

A resolução temporal é o passo básico para períodos de predições dos modelos. Vários modelos de processo têm períodos diários ou até mesmo a cada hora, enquanto os modelos estatísticos geralmente têm 1 - a 10 anos de resolução temporal. Os modelos também variam quanto à utilização da informação espacial.

Modelos dependentes de distância ou espacialmente explícitos exigem informações sobre a localização espacial. Muitas vezes são necessárias coordenadas x-y de árvores individuais. Modelos independentes da distância ou espacialmente implícitos não exigem essa informação (WEISKITTEL *et al.*, 2011).

Desta forma, considerando também os escritos de diversos autores, tais como Clutter *et al.* (1983), Vanclay (1994), Davis e Johnson (1987), Sanquetta (1996), Scolforo (1998), Weiskittel *et al.* (2011) e Campos e Leite (2013), os modelos de crescimento e produção podem ser classificados quanto à categoria de abordagem, quanto à resolução espacial, ou complexidade matemática e/ou nível de detalhamento ou grau de evolução e ainda quanto a filosofia de modelagem, resultando na seguinte estruturação:

- Modelo estatístico
 - Modelos para o povoamento
 - Normais;
 - Empíricos;
 - Densidade variável;
 - Modelos para classes de tamanho
 - Projeção da tabela do povoamento;
 - Processos de difusão;
 - Modelos por classe de diâmetro;
 - Modelos de corte;
 - Modelos para árvores individuais
 - Independentes da distância entre árvores;
 - Dependentes da distância entre árvores;
- Modelo de processo
 - Modelos para o povoamento
 - Normais;
 - Empíricos;
 - Densidade variável;
 - Modelos para árvores individuais
 - Independentes da distância entre árvores;
 - Dependentes da distância entre árvores.
- Modelo híbrido
 - Modelos para o povoamento

- Normais;
- Empíricos;
- Densidade variável;
- Modelos para árvores individuais
 - Independentes da distância entre árvores;
 - Dependentes da distância entre árvores.
- Modelo de sucessão - "GAP models"
 - Modelos para árvores individuais
 - Independentes da distância entre árvores;
 - Dependentes da distância entre árvores.

A complexidade destas abordagens tem variado da simplicidade de uma única equação de regressão (expressando a produção por unidade de área em função da idade, do índice de sítio e da área basal), até a complexidade de detalhados sistemas de equações que simulam o crescimento de cada árvore individualmente em um povoamento em função das características próprias e de árvores vizinhas, e da distância de árvores vizinhas (CLUTTER *et al.*, 1983).

Para Vanclay (1994) estas três classes de modelos (Modelos em nível de povoamento, modelos de produção usando distribuição por classes de tamanho e, modelos em nível de árvores individuais) existem apenas por conveniência e, na prática os modelos formam uma continuação de um extremo ao outro, e alguns não se encaixam confortavelmente em qualquer uma dessas classes.

Enquanto modelos de "povoamento total", "classe de tamanho", "distribuição de diâmetro", e os modelos de "árvore individual" não são exatamente a mesma coisa, eles compartilham certas características comuns. E essas várias abordagens de modelagem podem ser ligadas. O desenvolvimento de ligações permite a eficiência e consistência na prestação de diferentes níveis de detalhes sobre a estrutura do povoamento. As interações podem consistir em desagregação de classe de tamanho do povoamento para árvore individual, ou inversamente, de agregação de árvore individual para classe de tamanho e para o povoamento total. Existem formas ilimitadas que estas ligações podem ser estruturadas, cada uma com suas próprias vantagens e desvantagens. Relacionar diferentes níveis de resolução de modelos de crescimento e produção pode ajudar na compreensão dos méritos relativos às abordagens alternativas, bem como assegurar a consistência nas previsões em diferentes níveis de detalhe (BURKHART e TOMÉ, 2012).

Segundo Burkhart e Tomé (2012), as metodologias de modelagem continuam a evoluir e tornam-se cada vez mais sofisticadas a medida que os biometristas florestais trazem nova lógica biológica, técnicas estatísticas avançadas e tecnologia de computação mais poderosa para suportar os problemas de predição do crescimento e produção. Levins (1966), citado por Burkhart e Tomé (2012), argumentou que os modeladores de biologia de populações se esforçam para maximizar simultaneamente três propriedades desejáveis de um determinado modelo: generalidade, a realidade e a precisão.

A generalidade refere-se a aplicabilidade a uma variedade de casos, a realidade pode ser pensada como a conformidade dos pressupostos e as relações do modelo para o sistema real, e a precisão indica o grau de exatidão das predições. Em qualquer modelo, desenvolvedores podem sacrificar uma destas propriedades desejadas para atingir um nível mais elevado do que os outros dois. Em modelos de crescimento e produção tradicionais, a generalidade foi sacrificada para aumentar a realidade e a precisão (com a ênfase principal na precisão). No entanto, devido às mudanças rápidas que ocorrem no manejo e nas condições ambientais, existe um interesse crescente em melhorar a generalidade dos modelos de crescimento e produção (BURKHART e TOMÉ, 2012).

2.4.4 Modelos em nível de povoamento (Globais ou Povoamento total)

Modelos de crescimento e produção em nível de povoamento, às vezes denominados modelos do tipo povoamento total, não explicam diretamente a variação do tamanho das árvores dentro do povoamento. Eles exigem relativamente pouca informação para simular o crescimento do povoamento, mas fornecem informações gerais sobre as condições futuras do povoamento, sendo para este fim, eficientes. Eles estimam o crescimento e, ou, a produção a partir de atributos em nível de povoamento, tais como idade, área basal e índice de sítio. Não fornecem informações para avaliação econômica com opções de utilização de multiprodutos florestais e são inflexíveis para analisar desbastes a serem simulados no povoamento. Têm como melhores representantes os modelos de densidade variável, além dos modelos (ou tabelas de produção) dos tipos empírico e normal (HUSCH *et al.*, 1982; AVERY e BURKHART, 1994; SCOLFORO, 1998; WEISKITTEL *et al.*, 2011; BURKHART e TOMÉ, 2012; CAMPOS e LEITE, 2013).

Um modelo de povoamento total é muitas vezes simples e robusto, mas pode envolver complexidades que não são possíveis em outras abordagens. Parâmetros populacionais, tais como densidade (número de árvores por unidade de área), área basal do povoamento e volume em pé são usados para prever o crescimento ou a produção da floresta. Não há detalhes das árvores individuais no povoamento (VANCLAY, 1994).

Na abordagem povoamento total, quantidades, tais como volume, área basal, e/ou número de árvores por unidade de área podem ser preditos. As variáveis de entrada ou de predição de modelos para povoamentos da mesma idade são geralmente idade, índice de sítio e densidade (número de árvores plantadas por unidade de área para plantações; área basal inicial para povoamentos naturais). Muitas vezes apenas agregar o crescimento e a produção em volume também é predizer para o povoamento total (BURKHART e TOMÉ, 2012).

Modelos de produção do tipo normal são os mais antigos e são utilizados para povoamentos equiâneos e reportam a produção a ser produzida em sucessivas épocas em função da idade e do sítio. Foram desenvolvidos na Alemanha no século 18 e aplicados em florestas normais, nunca sujeitas a desbastes, cujas copas cobrem 100% do terreno, não estando super estocado ($>100\%$) nem sub estocado ($< 100\%$). (HUSCH *et al.*, 1982; AVERY e BURKHART, 1994; SCOLFORO, 1998; WEISKITTEL *et al.*, 2011; BURKHART e TOMÉ, 2012; CAMPOS e LEITE, 2013).

Modelos de produção do tipo empírico são estáticos, ou seja, a densidade é considerada constante e a predição é expressa para a densidade média do povoamento. Eles são similares aos modelos de produção do tipo normal, porém as parcelas devem ser distribuídas de forma a representar a média da densidade dos povoamentos. Estes podem ser aplicados a povoamentos completamente estocados e/ou povoamentos super estocados e /ou a povoamentos sub estocados, bastando-se para tal considerar a densidade média (HUSCH *et al.*, 1982; AVERY e BURKHART, 1994; SCOLFORO, 1998; WEISKITTEL *et al.*, 2011; BURKHART e TOMÉ, 2012; CAMPOS e LEITE, 2013).

Em modelos do tipo densidade variável a densidade é uma variável explicitamente dinâmica e não uma constante. São desenvolvidos tendo como base que a produção é função do sítio, idade e da densidade. Constrói-se uma equação para cada classe de densidade. Têm como características: estimação da taxa de crescimento dentro do sistema de equações; capacidade de representar melhor as

relações causa-efeito entre a densidade e a produção; e emprego do conceito de derivação e integração. MacKinney e Chaiken (1939), aplicaram pela primeira vez esse tipo de modelo (HUSCH *et al.*, 1982; DAVIS e JOHNSON, 1987; AVERY e BURKHART, 1994; SCOLFORO, 1998; WEISKITTEL *et al.*, 2011; BURKHART e TOMÉ, 2012; CAMPOS e LEITE, 2013).

Segundo Scolforo (1998), modelos de produção de densidade variável apresentam vantagens em relação aos modelos de produção normal, tais como: qualquer boa amostra de dados pode ser usada nessa solução; não existe necessidade de restringir os trabalhos para povoamentos completamente estocados como no modelo de produção normal; o conceito de estoque relativo ou normalidade pode ser eliminado. Medidas de densidade tais como, área basal, número de árvores, índice de Reineke, índice de Hart-Backing, etc, podem ser introduzidas no modelo. A solução obtida pode ser aplicada para povoamentos sub, super e completamente estocados.

Segundo Campos e Leite (2013), as principais relações funcionais utilizadas em estudo de crescimento e produção referem-se, principalmente, aos modelos de Schumacher (1939), Buckman (1962), Clutter (1963), e as funções: logística, Gompertz e Richards.

Ainda segundo Campos e Leite (2013), o modelo de Clutter (1963) é o modelo mais difundido nas empresas no Brasil. Este é um modelo do tipo povoamento total, de densidade variável, compatível, explícito e consistente.

2.4.5 Modelos por classes de tamanho

Para Vanclay (1994) e Weiskittel *et al.* (2011) esta abordagem é intermediária entre modelos de povoamento total e modelos de árvore individual. Quando o tamanho da classe é infinitamente grande e existe apenas uma classe, então este método se torna como uma abordagem feita para povoamento total. Quando o tamanho da classe é infinitamente pequena e cada árvore é considerada uma única classe, então este método se torna como uma abordagem feita para árvore individual.

A distribuição por classe de tamanho fornece uma variedade de abordagens (geralmente classes de DAP) no desenvolvimento de modelos de crescimento e produção (AVERY e BURKHART, 1994). As principais abordagens para modelos

para classes de tamanho são: projeção da tabela do povoamento, processos de difusão e modelos por classe de diâmetro.

A distribuição diamétrica é básica para que a predição ou prognose da produção possa ser implementada em florestas plantadas, pois constitui a entrada de dados fundamental para se fazer a otimização nos planos de manejo, principalmente quando a floresta é para múltiplo uso (SCOLFORO, 1998).

Em florestas nativas, a distribuição diamétrica é importante por mostrar a amplitude dos diâmetros, onde acontece maior concentração do número de árvores, serve para distinguir diferentes tipos florestais, possibilita a elaboração de tabelas de produção quando aliada a informação de crescimento periódico ou quando associada a mudança de árvores de uma classe diamétrica para outra. Fornece ainda base para identificar a intensidade da regeneração natural em nível de espécie e da floresta como um todo, sendo também uma importante medida de estoque. Além destes usos, a nível operacional a distribuição diamétrica possibilita que seja implementada técnica para remover árvores por classes de diâmetro, desde que utilizado o conceito de floresta balanceada descrito por De Liocurt (1898) e Meyer (1952), ou a análise da estrutura da floresta, ou ainda a análise do estoque de regeneração a nível de espécie (SCOLFORO, 1998).

A curva de distribuição diamétrica tem característica unimodal para povoamentos jovens equiâneos ou eventualmente, para espécies nativas consideradas de forma isolada ou aquelas que se regeneram em ciclo. A característica multimodal, mais de um ponto de maior frequência, é uma distribuição forçada, não sendo biologicamente importante. Quando tem forma decrescente (exponencial negativa, também chamada de J invertido) é característica de florestas com regeneração contínua, caso da maioria das florestas nativas com diversas espécies em diversas idades (SCOLFORO, 1998).

Segundo Clutter *et al.* (1983), todos os sistemas de produção baseado na distribuição diamétrica predizem o número de árvores por unidade de área e por classe de diâmetro, além da altura média de cada classe de diâmetro. Estes dados são então utilizados em conjunto com uma equação volumétrica para árvore individual adequada para o cálculo da produção estimada por unidade de área. As equações que geram predições das frequências por classe de diâmetro e alturas médias geralmente usam como variáveis a idade do povoamento, o índice de sítio, e o número total de árvores sobreviventes por unidade de área. Sistemas de

distribuição de diâmetro, obviamente, fornecem informações mais detalhadas sobre a estrutura do povoamento do que os sistemas de predição explícitos anteriormente discutidos.

2.4.5.1 Modelagem por projeção da tabela do povoamento

A projeção da tabela de produção é um tradicional método para estimar a tabela do povoamento futuro por classe de diâmetro com base na atual, usando o crescimento em diâmetro atual e outras informações que são obtidas do povoamento em cada classe de diâmetro. Assume-se que todas as árvores vão sobreviver durante o período de projeção. Mortalidades e colheitas devem ser tratadas separadamente da projeção do crescimento (DAVIS e JOHNSON, 1987).

Duas perguntas devem ser respondidas para usar essa abordagem: 1 - que dados de incremento devem ser usados? 2 - como devem ser aplicados ao povoamento? Incrementos passados para diferentes tamanhos de árvores obtidos com trados de incremento comumente fornecem as taxas de crescimento. Mas o crescimento passado do povoamento não é um bom indicador, se as condições de crescimento ou estrutura do povoamento mudam. A projeção da tabela do povoamento gera melhores resultados com períodos de projeções curtas - não mais do que dez e de preferência cinco anos - pois mudanças na estrutura e vigor do povoamento não são pronunciadas em tão pouco tempo (DAVIS e JOHNSON, 1987).

O método é mais adequado para inequidências de baixa densidade, e povoamentos imaturos. Em florestas densas ou maduras (clímax), onde as taxas de mortalidade são elevadas, a projeção da tabela de produção pode ser de valor questionável para fornecer informações confiáveis sobre o crescimento líquido do povoamento (AVERY e BURKHART, 1994).

Modelos de classe de tamanho tipicamente envolvem projetar para frente a tabela do povoamento (número de árvores por classe de diâmetro) por um período de tempo especificado. Tabelas do povoamento podem ser convertidas em tabelas de estoques (volume ou peso por classe de diâmetro) através da aplicação de funções de afilamento da árvore, equações de predição do volume ou peso. A diferença entre a tabela com o estoque atual e a tabela futura estimada (após descontar a mortalidade) é o crescimento periódico. Tabelas do povoamento (ou

listas de árvores por classes de DAP) podem ser projetadas através de um sistema de equações para árvores que se movem para classes de maior diâmetro e ingressos (árvores que entram na menor classe de diâmetro), ou por meio de um modelo de matriz, com probabilidades de transição. Os chamados "estados de absorção" (estados que, uma vez inseridos não podem ser alterados) para mortalidade e árvores colhidas são geralmente incluídos em modelos matriciais (BURKHART e TOMÉ, 2012).

Segundo Avery e Burkhart (1994), uma abordagem para modelar a distribuição por classe de tamanho em povoamentos inequidâneos é o uso do modelo de projeção da tabela do povoamento desenvolvido por Ek (1974), o qual apresentou equações para prever por período o ingresso, a mortalidade e o crescimento das sobreviventes, para duas classes de diâmetro.

Segundo Scolforo (1998), a teoria de projeção das tabelas do povoamento pode ser aplicada em florestas nativas de composição variada em espécie e idade, em que pese a impossibilidade de efetuar a classificação de sítio e da dificuldade de se ter controle da idade nestas situações. Tem destaque nesse procedimento para viabilizar a prognose da produção em florestas nativas a utilização da cadeia de Markov ou matriz de transição.

Para matrizes de transição, usa-se do critério de separar árvores de uma certa classe diamétrica que crescem para uma, duas ou mais classes consecutivas daquelas que permanecem na mesma classe ou morrem durante um intervalo de tempo. O ingresso ou recrutamento também pode ser incorporado. O movimento (dinâmica) das classes é calculado em proporções (probabilidades) que constituem a chamada matriz de transição. A matriz é então multiplicada pelo vetor de frequências por classe para se obter um outro vetor com frequências projetadas para um momento futuro. Nesse tipo de modelagem, o cálculo das probabilidades é feito com base na divisão do número de árvores que permanecem ou migram para outras classes pelo número total de árvores na classe em questão. Então as projeções são feitas para períodos de (n) anos, o mesmo período em que a matriz foi construída (SANQUETTA, 1996).

A modelagem por matriz de transição apresenta as seguintes vantagens: fácil de ser construída, os dados podem ser simples e com considerável número de erros e podem ser usados dados de parcelas temporárias. Apresenta também as seguintes desvantagens: necessidade de grande volume de dados para construir

matrizes confiáveis, não é muito preciso, e as mudanças na estrutura da floresta muitas vezes não podem ser refletidas pelas probabilidades de transição para períodos de (n) anos, o mesmo período em que a matriz foi construída (SANQUETTA, 1996).

2.4.5.2 Modelagem por processo de difusão

A modelagem por processo de difusão expressa a dinâmica das classes, tais como crescimento, mortalidade e recrutamento, simultaneamente em função do tempo e das próprias dimensões de classe (diâmetro), integrando esses componentes em equações diferenciais conhecidas como “Kamolgorov forward, Fokker-Plank, Forster equation”, ou equação da continuidade usada em física. Teoricamente é um método complexo, mas do ponto de vista prático é simples e versátil e tem aplicações tanto para florestas plantadas como naturais (SANQUETTA, 1996).

2.4.5.3 Modelagem por classes diamétricas

Modelos por classe diamétrica permitem avaliação econômica de produtos discriminados por classe de tamanho. Exige maior empenho computacional que os modelos de povoamento e são inflexíveis para uma ampla faixa de desbastes a serem simulados no povoamento (AVERY e BURKHART, 1994; SCOLFORO, 1998).

Como o próprio nome sugere, modelos de distribuição de diâmetros estimam o número de árvores por hectare por classe de diâmetro nas idades presente e futura. Os dados devem ser oriundos de parcelas permanentes ou análise de tronco. Estes dados são então utilizados em conjunto com equações que estimam a altura média, uma equação de volume e/ou função de afilamento para obtenção da produção por classe. O uso de função de afilamento ou razão volumétrica torna-se significativo para situações em que há interesse em multiprodutos de madeira (VANCLAY, 1994; SCOLFORO, 1998; CAMPOS e LEITE, 2013).

A utilização do modelo por classe de diâmetro tem a grande vantagem de proporcionar maior detalhamento na predição do porte das árvores do povoamento, o que facilita o planejamento da produção florestal e a simulação de uma série de tratamentos silviculturais (SCOLFORO, 1998).

Como alternativa para a abordagem povoamento total, vários pesquisadores têm aplicado funções de densidade de probabilidade para estimar o número de árvores por classe de DAP, uma vez que uma estimativa do número total de árvores por unidade de área está disponível. Esta abordagem é comumente chamada de "distribuição de diâmetro" e ainda depende de valores globais do povoamento como a unidade de modelagem básica (BURKHART e TOMÉ, 2012).

A principal característica dos modelos de distribuição de diâmetros é o ajustamento de uma função de densidade de probabilidade (fdp), onde os parâmetros deste são obtidos por estimação. A maioria das aplicações usam distribuições de probabilidades contínuas. Para obter as produções futuras, é preciso estimar o número de árvores por hectare e contar com equações de altura e volume por árvore individual (CLUTTER *et al.*, 1983; SANQUETTA, 1996; SCOLFORO, 1998; CAMPOS e LEITE, 2013).

Uma função de densidade de probabilidade (fdp) define a probabilidade associada com cada valor da variável em estudo, ou da classe de diâmetro nesse caso particular, ou seja, permite obter a probabilidade das árvores ocorrerem dentro de intervalos ou classes de diâmetro, em que haja um limite inferior e outro superior. A função Weibull é uma das mais utilizadas. Outras distribuições de uso menos frequente são: Beta, SB e SBB de Johnson, Gamma, Lognormal, Logística Generalizada, Gompertz, Hiperbólica, Gumbel, Nakagami, Frechet, Dagum, Pearson e Burr (CLUTTER *et al.*, 1983; AVERY e BURKHART, 1994; SCOLFORO, 1998; CAMPOS e LEITE, 2013).

Para estimar os parâmetros destas distribuições existe uma série de métodos, podendo-se destacar o de máxima verossimilhança, dos percentis e dos momentos (SCOLFORO, 1998).

Segundo Clutter *et al.* (1983), quase todo o trabalho de modelagem por classe diamétrica da época usava a distribuição Weibull e a aplicabilidade da Weibull para a predição de distribuição de diâmetro foi feita pela primeira vez por Bailey e Dell em 1973.

Campos e Leite (2013) afirmam que a função Weibull é uma das mais utilizadas, especialmente pela sua facilidade de ajustamento e flexibilidade, pois permite modelar diferentes tendências de distribuição, desde uma exponencial até uma normal e podendo-se correlacionar seus parâmetros com atributos do povoamento. Estes autores afirmam também que método mais eficiente para

ajustamento da função Weibull é o da máxima verossimilhança e citam outras alternativas de ajustamento, tais como o método dos momentos, o método dos percentis, *simulated annealing*, redes neurais artificiais, regressão não linear e aproximação linear.

Esses modelos podem gerar informações mais detalhadas do povoamento e da estrutura da floresta, tais como densidade, mortalidade, volume de madeira por classes de diâmetro, etc. Portanto, são geralmente mais úteis ao planejador que modelos para o povoamento (SANQUETTA, 1996).

2.4.6 Modelos em nível de árvores individuais

A abordagem para a previsão de crescimento e produção do povoamento que usa árvores individuais como a entidade básica de modelagem é denominada de "modelos de árvores individuais", os quais empregam uma resolução muito maior na abstração do sistema e modelagem, ou seja, é a abordagem mais flexível e detalhista de todas as anteriormente abordadas (VANCLAY, 1994; AVERY e BURKHART, 1994; SCOLFORO, 1998; PRETZSCH, 2009; BURKHART e TOMÉ, 2012; CAMPOS e LEITE, 2013).

Modelos de árvores individuais são divididos em duas classes, os independentes da distância e os dependentes da distância (aqueles que incluem medidas de competição espacial) (SCOLFORO, 1998; BURKHART e TOMÉ, 2012; CAMPOS e LEITE, 2013).

Modelos em nível de árvore dependentes da distância normalmente exigem uma "lista de árvore" como um dos principais componentes dos dados de entrada. Todas as árvores para o qual o crescimento está sendo predito estão incluídas, e as informações fornecidas para cada árvore tipicamente inclui DAP, altura, às vezes o tamanho de copa ou diâmetro de copa, e um par de coordenadas x-y que especifica a localização da árvore dentro da área da parcela que constitui a predição de crescimento (VANCLAY, 1994; SCOLFORO, 1998; CLUTTER *et al.*, 1983).

Modelos de árvores individuais são sistemas de equações e procedimentos usados para estimar crescimento e produção de povoamentos. O modelo independente da distância é composto de uma função de crescimento em diâmetro, de uma função para estimar o crescimento em altura e de um componente de mortalidade, que pode ser estocástico ou determinístico, porém sem levar em conta

a distância e o porte de árvores vizinhas. Já o modelo dependente da distância, é semelhante ao primeiro, porém, nesse caso, a competição é controlada utilizando índices de competição que, na maioria das vezes, contemplam características de árvores vizinhas. O volume por hectare é obtido ao somar volumes de árvores individuais (AVERY e BURKHART, 1994; SCOLFORO, 1998; CAMPOS e LEITE, 2013).

A predição de crescimento com um modelo desse tipo geralmente decorre da seguinte forma (CLUTTER *et al.*, 1983; SCOLFORO, 1998):

1 – Um valor do índice de competição é calculado para cada árvore. O valor do índice de competição é geralmente uma função do tamanho e classe da árvore envolvida e das distâncias para as árvores vizinhas concorrentes. A identificação dos vizinhos concorrentes para cálculo do valor do índice requer uma pesquisa separada da lista de árvore para cada árvore envolvida.

2 – Probabilidades de mortalidade são calculadas como funções dos valores do índice de competição. Estas probabilidades são definidas em relação a um período de crescimento pré-fixado. É então feita uma decisão com base na sobrevivência de cada árvore. Esta decisão baseia-se na geração de um número aleatório e interpretação dos resultados em relação à probabilidade de mortalidade previamente calculada. Árvores que morrem são removidas da lista de árvore.

3 – Após o estado competitivo de cada árvore ser avaliada, o crescimento periódico previsto é calculado e adicionado ao correspondente valor atual. O período de projeção envolvida é geralmente bastante curto (geralmente um ano).

4 – Os passos 1, 2 e 3 são repetidos iterativamente até que uma predição do tamanho desejado seja obtida.

5 – Volumes das árvores individuais são calculados a partir das dimensões finais observadas em cada árvore e acumulado para obter o volume da parcela. O volume da parcela é geralmente expandido para uma base por unidade de área

Segundo Scolforo (1998), o ponto básico dos modelos de árvores individuais independentes da distância é que as equações que o compõem são utilizadas para gerar tabelas de estoque futuros do povoamento a partir das atuais.

Para Clutter *et al.* (1983) as melhorias em aumento da velocidade de equipamentos de computação tornaram possível o uso de modelos de crescimento tendo como unidade básica de predição a árvore individual em vez do povoamento. No entanto, o fato de isso ser possível, não necessariamente é desejável fazer, e uma discussão considerável tomou lugar sobre os méritos relativos aos modelos em nível de povoamento contra modelos de crescimento em nível de árvore.

Os componentes do crescimento das árvores (por exemplo, o incremento em diâmetro e o incremento em altura) nestes modelos são comumente ligados através de um programa de computador que simula o crescimento de cada árvore e, em seguida, agrega esses valores para fornecer as estimativas do crescimento e produção do povoamento (BURKHART e TOMÉ, 2012).

Como os modelos de árvores individuais contêm *loops* de *feedback* (interações de retroalimentação) entre a estrutura do povoamento e o seu crescimento, eles possuem maior complexidade e flexibilidade do que seus precursores. Quando se deseja para a floresta dados em nível de povoamento, estes podem ser produzidos com a agregação dos dados de todos os indivíduos de árvores em um povoamento (PRETZSCH, 2009).

Esse tipo de modelagem exige maior empenho computacional que os modelos para o povoamento e os modelos para classe de tamanho, porém permite avaliar opções de utilização e tratamentos no povoamento, gera resultados detalhados das estruturas horizontal e vertical e pode ser empregado para simular tratamentos silviculturais como desbaste e desrama artificial (AVERY e BURKHART, 1994; SCOLFORO, 1998; CAMPOS e LEITE, 2013).

2.5 MODELOS DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO COMPATÍVEIS

Os estudos de crescimento e produção até 1962 foram desenvolvidos sem que fosse observado o princípio de compatibilidade entre eles, ou seja, os modelos de crescimento eram desenvolvidos independentemente dos modelos de produção. Assim, quando sucessivos incrementos estimados eram adicionados a um volume inicial, eles geralmente não apresentavam os mesmos valores de volumes preditos pela equação de produção, considerando-se o mesmo povoamento nas mesmas condições de idade, sítio e densidade (SCOLFORO, 1998).

Segundo Clutter (1963) citado por Husch *et al.* (1982), modelos de crescimento e produção compatíveis são modelos nos quais a derivação do modelo de produção resulta no modelo de crescimento e vice-versa.

Weiskittel *et al.* (2011) afirmaram que muitos pesquisadores estavam cientes deste relacionamento há um longo período de tempo (por exemplo, Von Bertalanffy, 1949). Porém, segundo Husch *et al.* (1982), Avery e Burkhardt (1994), Scolforo (1998) e Burkhardt e Tomé (2012), o estudo de modelos de crescimento e produção compatíveis nos Estados Unidos começou com as pesquisas independentes e simultâneas de Buckman (1962) e Clutter (1963). Estes autores resolveram o problema da incompatibilidade dos modelos com o uso do cálculo integral e do cálculo diferencial. Da primeira derivada do modelo de produção, obteve-se o modelo de crescimento, e com a integral do modelo de crescimento obteve-se o modelo de produção, de maneira que a inconsistência entre a produção final e a soma dos crescimentos foi eliminada.

2.6 DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS MATEMÁTICOS

Segundo Clutter *et al.* (1983), Scolforo (1998) e Burkhardt e Tomé (2012), as primeiras equações de predição da produção foram desenvolvidos durante a década de 1930, utilizando metodologia desenvolvida por McKinney, Schumacher e Chaiken (1937), os quais usaram de regressão múltipla para construir equações de produção de densidade variável. Variáveis em nível de povoamento, tais como idade, índice de sítio, área basal ou número de árvores por unidade de área foram usados para predizer o volume agregado do povoamento. As equações resultantes desta abordagem são comumente chamadas de modelos de povoamento total.

2.6.1 Modelos de densidade variável para o povoamento total

O modelo de predição construído por MacKinney e Chaiken foi o modelo 1 a seguir:

$$\log(V) = \beta_0 + \beta_1 I^{-1} + \beta_2 S + \beta_3 \log SDI + \beta_4 C + \varepsilon_i \quad [1]$$

Em que: V = produção volumétrica por unidade de área; I = idade do povoamento; S = índice de sítio; SDI = índice de densidade do povoamento

(Reineke); C = composição do índice (área basal por unidade de área dividida pela área basal do povoamento); Log = logaritmo; β is= coeficientes a serem estimados; e ε_i = erro de estimativa.

Posteriormente, Schumacher (1939) desenvolveu o modelo 2 de produção com a seguinte forma básica:

$$\ln(Y) = \beta_0 + \beta_1 I^{-1} + \beta_2 f(S) + \beta_3 g(D_s) + \varepsilon_i \quad [2]$$

Em que: Y = alguma expressão da produção por unidade de área (Y = vol/ha, G/ha, $\bar{d}$); I = idade do povoamento; f(S) = alguma função do índice de sítio; g(Ds) = alguma função da densidade do povoamento (Ds); β is = coeficientes a serem estimados; e ε_i = erro de estimativa.

Segundo Scolforo (1998), pode-se sugerir o uso do modelo 2, para fazer estimativas da produção, quando o objetivo final é a obtenção do volume por hectare, o que, na maioria das vezes, é o caso de florestas utilizadas para celulose e energia, ou quando não se pode estabelecer um modelo de sobrevivência confiável para obter informações de produção por classe diamétrica.

Ainda segundo Scolforo (1998), o modelo 2, original de Schumacher (1939), teve o conceito de compatibilidade desenvolvido por Clutter (1962), que ao derivar modelos de crescimento e produção compatíveis, iniciou com a forma particular da função de produção de Schumacher, resultando no modelo 3:

$$\ln(V) = \beta_0 + \beta_1 S + \beta_2 \ln(G) + \beta_3 I^{-1} + \varepsilon_i \quad [3]$$

Em que: V = volume por unidade de área; S = índice de sítio; G = área basal por unidade de área; I = idade do povoamento em anos; ln = logaritmo natural; β is = coeficientes a serem estimados; e ε_i = erro de estimativa.

Diferenciando a equação 3 com relação a idade (note que G é função da idade) tem-se a expressão 4 da derivada total:

$$\frac{(\frac{\partial V}{\partial t})}{V} = \beta_2 G^{-1} \left(\frac{\partial G}{\partial t} \right) - \beta_3 t^{-2} \quad [4]$$

Em que: $\partial V / \partial t$ = taxa instantânea do crescimento em volume (m³); e $\partial G / \partial t$ = taxa instantânea do crescimento em área basal em relação a idade.

Para estimar o crescimento do volume (m^3) é preciso especificar a relação entre o crescimento da área basal com a idade, o índice de sítio, e a área basal.

Scolforo (1998) afirmou que posteriormente o modelo 3 de Clutter (1963) teve a forma de trabalho modificada por Beck-Della Bianca (1972), resultando na seguinte forma para estimativa do volume (5) e da área basal (6):

$$\ln(V) = \beta_0 + \beta_1 S^{-1} + \beta_2 I^{-1} + \beta_3 \ln(G) + \varepsilon_i \quad [5]$$

$$\ln(G) = \alpha_0 + \alpha_1 S + \alpha_2 I^{-1} + \alpha_3 \ln(G_i) I^{-1} + \alpha_4 S I^{-1} + \varepsilon_i \quad [6]$$

Em que: V = volume em $m^3 \cdot ha^{-1}$; I = idade em anos; S = índice de sítio; G = área basal em $m^2 \cdot ha^{-1}$; G_i = área basal em $m^2 \cdot ha^{-1}$ na idade de projeção; $\ln$ = logaritmo natural; β_{is} e α_{is} = coeficientes a serem estimados;

Diferenciando 6 em relação à idade e rearranjando algebricamente a produção, tem-se a equação 7:

$$\frac{\partial G}{\partial t} = I^{-1} G [\alpha_0 + \alpha_1 S - \ln(G)] \quad [7]$$

A equação 7 da taxa de crescimento pode ser integrada obtendo a equação diferencial 8:

$$\ln(G_2) = \left(\frac{I_1}{I_2}\right) \ln G_1 + \alpha_0 \left[1 - \left(\frac{I_1}{I_2}\right)\right] + \alpha_1 S \left[1 - \left(\frac{I_1}{I_2}\right)\right] + \varepsilon_i \quad [8]$$

Em que: G_2 = área basal predita na idade 2; G_1 = área basal na idade inicial; I_1 = idade inicial; I_2 = idade de projeção; α_{is} = coeficientes a serem estimados; e ε_i = erro de estimativa.

Este modelo além de ser muito utilizado nos estudos de crescimento em área basal e análise das projeções é também um caminho para a predição do volume futuro, rearranjando 5 tem-se o modelo 9 para projetar o volume, como segue:

$$\ln(V_2) = \beta_0 + \beta_1 S^{-1} + \beta_2 I_2^{-1} + \beta_3 \ln(G_2) + \varepsilon_i \quad [9]$$

Em que: V_2 = volume projetado para a idade I_2 ;

O modelo 9 pode ser rearranjado com o 8, resultando no modelo 10:

$$\ln(V_2) = \beta_0 + \beta_1 S^{-1} + \beta_2 I_2^{-1} + \beta_3 \left(\frac{I_1}{I_2} \right) \ln G_1 + \beta_4 \left[1 - \left(\frac{I_1}{I_2} \right) \right] + \beta_5 S \left[1 - \left(\frac{I_1}{I_2} \right) \right] + \varepsilon_i \quad [10]$$

Em que: $\beta_4 = \alpha_0 * \beta_3$; e $\beta_5 = \alpha_1 * \beta_3$

Scolforo (1998) apresenta outros modelos de crescimento e produção. Estes modelos, por autor, estão descritos a seguir pelas expressões matemáticas de 11 a 22.

- Campos e Ribeiro

$$\ln(V) = \beta_0 + \beta_1 G + \beta_2 h_{\text{dom}} + \beta_3 I^{-1} \quad [11]$$

$$\ln(G) = \alpha_0 + \alpha_1 \ln(h_{\text{dom}}) + \alpha_2 (I h_{\text{dom}}) + \alpha_3 I_2 \quad [12]$$

- Schumacher e Coile

$$\ln(N) = \beta_0 + \beta_1 I^{-1} + \beta_2 \ln(h_{\text{dom}}) + \beta_3 \ln(G) \quad [13]$$

$$dg = [\alpha_0 (G/N)]^{0,5} \quad [14]$$

$$\ln(V/N) = \alpha_0 + \alpha_1 \ln(\bar{d}) + \alpha_2 \ln(\bar{h}) \quad [15]$$

- Goebel e Warner

$$\ln(V) = \beta_0 + \beta_1 N + \beta_2 S^{-1} + \beta_3 I \ln(N) + \beta_4 I [\ln(N)]^{-1} + \beta_5 I^{-1} \quad [16]$$

- Burkhardt

$$\ln(V) = \beta_0 + \beta_1 I^{-1} + \beta_2 \ln(I) + \beta_3 N + \beta_4 I \ln(N) \quad [17]$$

- Murphy e Sternitzke

$$\ln(G_2) = \left(\frac{I_1}{I_2} \right) \ln G_1 + \alpha_1 \left[1 - \left(\frac{I_1}{I_2} \right) \right] + \alpha_2 \left[1 - \left(\frac{I_1}{I_2} \right) \right] \ln(G_1) + \alpha_3 \left[1 - \left(\frac{I_1}{I_2} \right) \right] I \ln(G_1^2) \quad [18]$$

$$\ln(V_2) = \beta_0 + \beta_1 S + \beta_2 I^{-1} + \beta_3 \ln(G_2) \quad [19]$$

- Piennar e Shiver

$$\ln(G) = \beta_0 + \beta_1 I^{-1} + \beta_2 \ln(N) + \beta_3 \ln(h_{\text{dom}}) + \beta_4 \ln(N/I) + \beta_5 \ln(h_{\text{dom}}/I) \quad [20]$$

- Modificado por Scolforo

$$\ln(G_2) = \left(\frac{I_1}{I_2} \right) \ln G_1 + \alpha_0 \left[1 - \left(\frac{I_1}{I_2} \right) \right] + \alpha_1 \left[1 - \left(\frac{I_1}{I_2} \right) \right] \ln(G_1) + \alpha_2 \left[1 - \left(\frac{I_1}{I_2} \right) \right] \ln(G_1^2) \quad [21]$$

$$\ln(V_2) = \beta_0 + \beta_1 S + \beta_2 I^{-1} + \beta_3 \ln(G_2) \quad [22]$$

Em que: V_2 = volume na idade I_2 ; V = volume na idade I_1 ; G_2 = área basal na idade I_2 ; G_1 = área basal na idade I_1 ; S = índice de sítio; h_{dom} = média aritmética das

árvores dominantes; $\bar{h}$ = altura média; $\bar{d}$ = diâmetro médio; N = número de árvores por hectare; dg = diâmetro médio quadrático; ln = logaritmo natural.

2.6.2 Modelos de crescimento e produção biológicos

Turnbull (1963) definiu modelo biológico como sendo uma expressão de uma hipótese lógica concernente a biologia de crescimento e conceituou o modelo empírico como sendo uma expressão matemática de uma relação entre variáveis que pode ser logicamente esperada.

Uma função de produção resulta da integração da função de crescimento, e a função do crescimento da primeira derivada da função de produção. As funções de crescimento e produção biológicas tentam quantificar os princípios do crescimento da árvore no nível macro (WENK *et al.*, 1990 citado por PRETZSCH, 2009).

A plausibilidade biológica das funções de crescimento e sua capacidade de extrapolar são tão importantes quanto a sua flexibilidade. Um ajuste estatístico otimizado com polinômios iria abandonar a possibilidade de interpretar parâmetros da curva dentro de um contexto biológico (PRETZSCH, 2009).

Para PRODAN *et al.* (1997) a biologia de crescimento não vinha sendo considerada na maioria dos estudos que envolvia crescimento e produção nas pesquisas florestais. Os modelos frequentemente usados eram todos empíricos.

Segundo Burkhardt e Tomé (2012), Pienaar e Turnbull (1973) apresentaram uma discussão abrangente sobre a origem e generalização do modelo de crescimento de Bertalanffy e dão exemplos de sua aplicação para o crescimento da árvore. Eles estenderam ainda a generalização feita por Chapman-Richards no modelo de crescimento de Bertalanffy para o crescimento e produção da área basal de povoamentos da mesma idade.

Modelos, tais como os de Bertalanffy, que são baseados em lógica biológica são, por vezes denominados "teóricos" e são muitas vezes pensados como superiores àqueles estritamente desenvolvidos para dados empíricos. Tipicamente existem muitas equações que irão aproximar os pontos de dados observados com fidelidade quase igual. As principais vantagens de empregar formas funcionais com lógica biológica subjacente, são a maior capacidade de interpretar as estimativas dos parâmetros e o fato de poder extrapolar os resultados das funções ajustadas

com mais confiança do que os resultados daquelas ajustadas com base na curva de dados (BURKHART e TOMÉ, 2012).

Segundo Scolforo (1998), os três modelos biológicos mais conhecidos são os descritos pelas expressões 23 a 28 a seguir.

a) Função de produção monomolecular: $W=A(1-be^{-kt})$ [23]

Com a taxa de crescimento expressa por: $\frac{\partial w}{\partial t}=K(A-W)$ [24]

b) Função de produção Logística ou Autocatalítica: $W=\frac{A}{(1-be^{-kt})}$ [25]

Com a taxa de crescimento expressa por: $\frac{\partial w}{\partial t}=\frac{kW(A-W)}{A}$ [26]

c) Função de produção de GOMPERTZ: $W=Ae^{-be^{-kt}}$ [27]

Com a taxa de crescimento expressa por: $\frac{\partial w}{\partial t}=kW \ln\left(\frac{A}{W}\right)$ [28]

Em que: W = tamanho da variável no tempo t ; A = valor assintótico; b = coeficiente {função do tempo zero $\rightarrow b = f(t_0)$ }; e = base do logaritmo neperiano; k = coeficiente {taxa constante de espalhamento da curva ao longo do eixo do tempo t }; t = tempo ou idade.

A magnitude de “ b ” é usualmente sem importância biológica, uma vez que o “ b ” reflete somente a escolha do tempo zero (SCOLFORO, 1998).

Scolforo (1998) e Pretzsch (2009) afirmaram que Von Bertalanffy (1951) desenvolveu seu modelo baseado em muitos estudos da relação alométrica de organismos aquáticos e terrestres. Nesses estudos concluiu que para a maior parte deles a relação alométrica era igual a $2/3$, resultando então na expressão 29, que expressa a taxa de crescimento:

$$\frac{\partial w}{\partial t}=nw^{2/3}-vw \quad [29]$$

Em que: w = peso ou volume de um organismo; n = taxa metabólica; e v = taxa catabólica.

Nesse modelo conceitual a taxa de crescimento do peso ou volume de um organismo ou população é resultante da diferença da taxa anabólica e da taxa catabólica, ou seja, a taxa anabólica (formadora) é proporcional a área da superfície externa de um organismo, enquanto a taxa catabólica (destruidora) é proporcional ao volume do corpo do organismo. Nesta expressão (29) o termo $nw^{2/3}$ expressa o crescimento potencial, e o termo vw expressa as restrições do crescimento (TURNBULL, 1963; SCOLFORO, 1998; PRETZSCH, 2009; BURKHART e TOMÉ, 2012).

Integrando-se a função 29 de crescimento obtém-se a função 30 de produção:

$$W=A\left\{1-e^{-k(t-t_0)}\right\}^{\frac{1}{1-\frac{2}{3}}}$$
 [30]

Richards (1959) estudando a função 30, desenvolveu uma função de crescimento que é uma generalização das várias funções existentes, tais como a monomolecular, a logística e a de Gompertz. Através de pesquisa, chegou à conclusão que o expoente 2/3 de Von Bertalanffy é muito restritivo. Propôs então a sua substituição por “m”, resultando na expressão 31 da taxa de crescimento:

$$\frac{\partial w}{\partial t}=nw^m-vw$$
 [31]

Integrando-se a função de crescimento 31 obtém-se a função 32 de produção:

$$W_t=A\left\{1-e^{-k(t-t_0)}\right\}^{\frac{1}{1-m}}$$
 [32]

Considerando: $e^{-k(t-t_0)} = e^{-kt} - e^{kt_0}$

Fazendo $e^{kt_0} = f(b)$, resulta no modelo final de Richards, expresso por 33:

$$W_t = A\{1 - be^{-kt}\}^{\frac{1}{1-m}} \quad \text{ou} \quad W_t = b_0\{1 - e^{-b_1t}\}^{\frac{1}{1-m}}$$
 [33]

Chapman (1961) trabalhando com o crescimento de peixes e testando o modelo de Bertalanffy (29), chegou a conclusão que o termo 2/3 deveria ser flexibilizado para cada situação, concordando com Richards (modelo 33). Turnbull então denominou o modelo de Chapman e Richards, ao usá-lo. Este modelo tem

sido largamente aplicado, tanto para estudo de crescimento de plantas como de animais.

Suas várias formas representam um número infinito de curvas de produção ou leis de crescimento. Para: $m = 2/3$ esta função representa a lei de Bertalanffy; $m = 0$ função ou modelo monomolecular; $m = 1$ função de Gompertz; $m = 2$ função ou curva logística (TURNBULL, 1963). Nestes modelos a constante (parâmetro) **A** expressa o tamanho final da planta (assíntota); a constante **m** é responsável pela localização do ponto de inflexão e pela forma da curva, quando $m=0$ não há ponto de inflexão e a medida que **m** cresce o ponto de inflexão caminha em direção a assíntota (Ex: Para $m = 2 \rightarrow w = 1/2 A$); a constante **k** dá a inclinação média da curva de produção, isto é, a taxa de mudança do valor **w** (SCOLFORO, 1998).

2.6.3 Variáveis fundamentais para a modelagem do crescimento e da produção em nível de povoamento

Segundo Scolforo (1998), quando a modelagem do crescimento e da produção florestal busca prognosticar a produção volumétrica ou em área basal ou em peso, esta deve ser feita em função de uma série de variáveis possíveis de serem quantificadas no povoamento florestal.

Para modelos globais, as variáveis mais comuns a serem utilizadas são a idade, o sítio e uma medida qualquer de densidade. Para modelos por classe diamétrica devem-se agregar variáveis tais como o diâmetro mínimo, diâmetro máximo e o diâmetro médio quadrático, dentre outros. Para o modelo de árvores individuais, além das variáveis listadas, tornam-se fundamentais os índices de competição entre árvores. Por último se são utilizados os modelos que contemplem o efeito das variáveis ambientais, então estas também devem ser incluídas na modelagem (SANQUETTA, 1996; SCOLFORO, 1998; CAMPOS; LEITE, 2013).

A idade é a variável que define a função de produção, curva ascendente em povoamentos equiâneos. Quanto maior a idade, maior a produção acumulada.

O sítio (capacidade produtiva de povoamentos equiâneos) é a segunda variável tradicionalmente utilizada em estudos de crescimento e produção.

A densidade é a terceira variável na modelagem do crescimento e da produção. Dá a ideia do grau de ocupação do sítio pelas árvores em desenvolvimento. Diferentes densidades no mesmo sítio tendem a atingir o mesmo

nível assintótico. A regulação da densidade é feita através de desbastes. O número de árvores por hectare e a área basal são as medidas de densidade mais utilizadas em predições do crescimento e da produção florestal (SCOLFORO, 1998).

O número de árvores por hectare é um índice mais simples. No entanto, sua restrição para uso é o fato de ser influenciado pela idade, pelo sítio, assim como pelo grau de utilização do mesmo. Além disso, o número de árvores pode variar sem que a densidade seja afetada, ou seja, não descreve bem o grau de ocupação do sítio já que a princípio se existem dois povoamentos com diferentes idades e diferentes números de árvores não se sabe qual é o mais denso. O número de árvores é uma medida usual em povoamentos equiâneos e não desbastados com idade e sítio conhecidos. Também em povoamentos desbastados cuja história seja conhecida, este indicador da densidade é utilizado. Esta variável deve ser usada com mais frequência em modelos de produção em que há interesse em sua estrutura, ou seja, deseja-se aproveitar a árvore ou as árvores do povoamento para diferentes fins (SCOLFORO, 1998).

A área basal é amplamente utilizada para medir densidade. É facilmente mensurada e seu valor depende tanto do número de árvores como de seu tamanho. Tem sido utilizada com sucesso na modelagem do crescimento e da produção, sendo recomendada para modelos globais, pois é mais correlacionada com o volume por hectare do que o número de árvores. Em termos absolutos a área basal não expressa bem a densidade, pois uma área basal de 20m² para um povoamento jovem é muito, mas para um povoamento adulto é pouco. Uma maneira de corrigir essa imperfeição é fixar por espécie, idade e sítio uma área basal de referência e então trabalhar com densidade relativa (SCOLFORO, 1998).

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 CARACTERIZAÇÃO DA ÁREA DE ESTUDO

Para o desenvolvimento desta pesquisa foram utilizados dados provenientes de bracatingais nativos da Região Metropolitana de Curitiba, coletados em quatorze municípios, destacados em cinza claro na Figura 2. De acordo com Mazza *et al.* (2000), nesses municípios, os bracatingais ocupam uma área de 66.768 hectares, cerca de 9,4% da área territorial dos municípios.

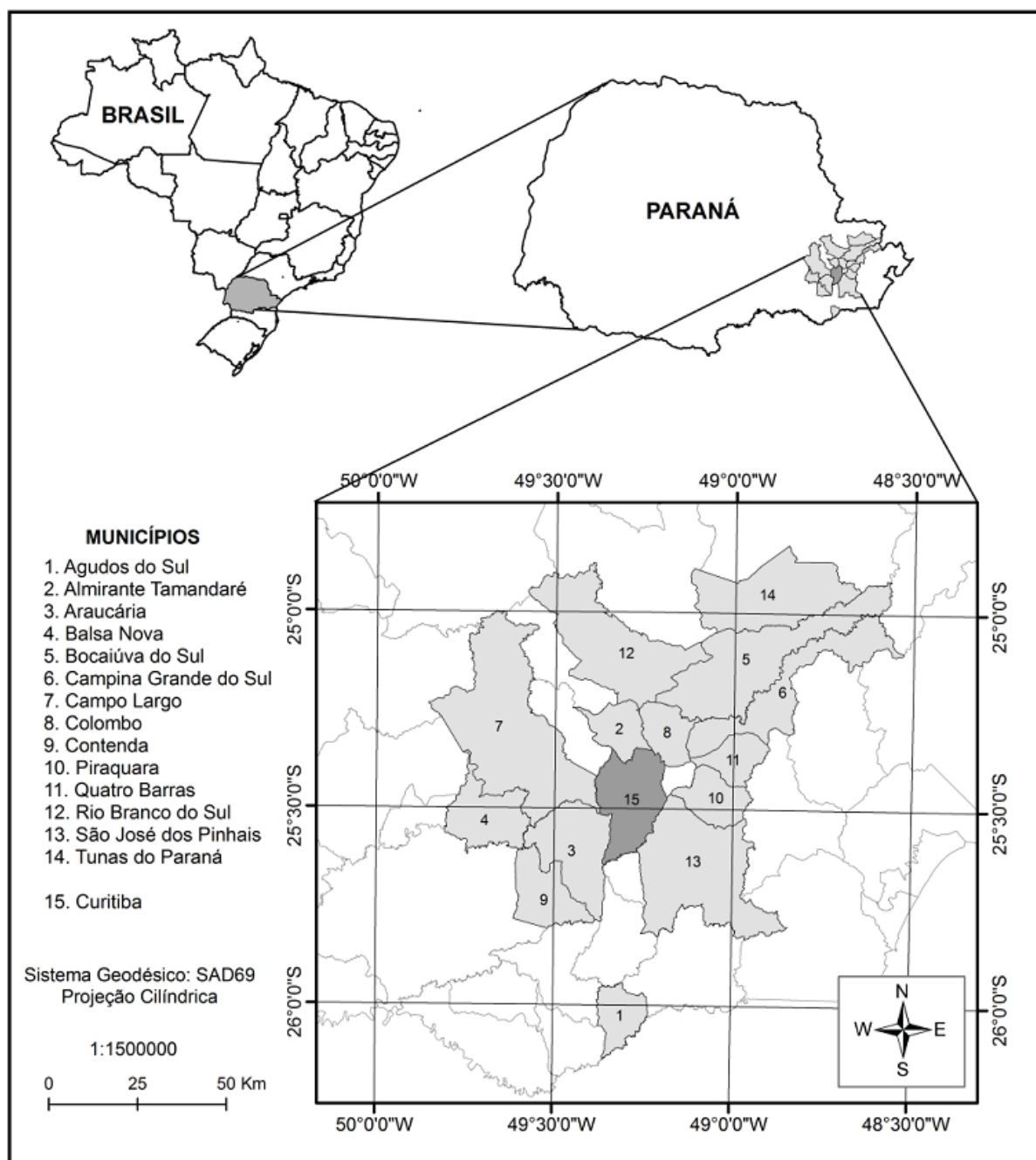
Os bracatingais são compostos pela bracatinga e mais outras 153 espécies secundárias. As espécies secundárias começam a ser observadas aos 4 anos e aos 11 anos já são mais abundantes que a bracatinga. A lista com estas espécies pode ser observada no trabalho de Silva (2013) que estudou a estrutura e a florística de bracatingais com enfoque sucessional.

A área de estudo está localizada no primeiro planalto do Paraná, que segundo o sistema da classificação de Köppen, apresenta clima do tipo Cfb, que corresponde ao clima temperado, mesotérmico úmido sem estação seca definida, com quatro estações bem definidas, com verões quentes e chuvosos e invernos frios com períodos secos eventuais. A temperatura média anual se apresenta em torno de 17°C, com mínimas de 11°C e máximas de 24°C. A precipitação média anual situa-se entre 1.400 e 1600 mm, com leve diminuição no inverno, não ocorrendo déficits hídricos (CAVIGLIONE *et al.*, 2000).

As coordenadas geográficas da área de estudo estão limitadas ao norte pela latitude 24°58'11" S, ao sul pela latitude 25°55'44" S, a oeste pela longitude 49°29'09" W e ao leste pela longitude 49°03'58" W (SILVA *et al.*, 2016).

A paisagem do Primeiro Planalto Paranaense é relativamente uniforme, esculpido em rochas cristalinas, formando uma paisagem levemente ondulada com planícies e várzeas intercaladas, com 850 a 950 metros de altitude em média, sendo que na zona norte o relevo é mais acidentado e as rochas predominantes são os filitos, calcários, dolomitos, mármore e quartzitos. Já na zona sul o relevo é mais suave e possui origem cristalina (granitos e gnaisses) (MINEROPAR, 2001).

FIGURA 2 - RELAÇÃO E LOCALIZAÇÃO DOS MUNICÍPIOS DA REGIÃO METROPOLITANA DE CURITIBA ONDE FORAM AMOSTRADOS OS BRACATINGAIS.



FONTE: Silva *et al.*, (2016).

Segundo Souza *et al.* (2013) a área estudada tem nas regiões leste, norte e sul forte influência da Serra do Mar, e na região mais a oeste, apresenta influência da Escarpa Devoniana. Na região norte, onde o relevo é mais acidentado, a altitude varia de 850 m em Agudos do Sul até 980 m em Bocaiúva do Sul.

Nessa região os solos predominantes são: Cambissolo Háplico alumínico e distrófico, Argissolo Vermelho distrófico e Latossolo Vermelho Amarelo álico,

Neossolos, além de algumas áreas de Cambissolos Húmicos alumínicos e distróficos associados a Afloramentos de Rochas (BHERING *et al.*, 2008).

3.2 ORIGEM DA BASE DE DADOS

Os dados para modelagem do volume do povoamento são provenientes de parcelas temporárias, distribuídas aleatoriamente em bracatingais com idades variando de 3 a 20 anos, não sendo encontrados bracatingais com a idade de 16 anos.

Segundo Silva *et al.* (2016), a base de dados é composta por 37 parcelas medidas para seu trabalho entre dezembro de 2011 e fevereiro de 2012, 139 parcelas de Tonon (1998), 100 parcelas de Profumo-Aguiar (2006), 40 parcelas de Souza (2011), 4 parcelas de Rochadelli (2001). No total o conjunto de dados reúne 320 parcelas.

De cada parcela foram mensurados todos os diâmetros a 1,30 m em relação ao nível do solo (DAP) e a altura total das árvores de bracatinga e das outras espécies secundárias. Das 320 parcelas, 20 delas possui só secundárias, 81 delas possui só bracatinga e as outras 219 parcelas possui composição mista de espécies (bracatinga + secundárias), ou seja, no total há 300 parcelas com bracatinga e 239 com secundárias. As quantidades de unidades amostrais por idade, diferenciando a bracatinga das demais secundárias são apresentadas na Tabela 1.

As idades das bracatingas nas parcelas foram determinadas através de informações locais (proprietários), conferidas quando necessário, através da leitura dos anéis de crescimento (SILVA *et al.*, 2016).

Os dados de cada parcela foram preparados para atender os objetivos propostos e desenvolver o processo de modelagem por meio dos seguintes procedimentos: cálculo das alturas médias ($\bar{h}$), diâmetros médios ($\bar{d}$) e diâmetro médio quadrático (dg.) das árvores nas parcelas; determinação das alturas dominantes (h_{dom}) de cada parcela com posterior classificação de sítio; cálculo do volume de lenha individual de cada árvore com posterior extrapolação para hectare; cálculo das áreas transversais de cada árvore e sua extrapolação para hectare.

TABELA 1 - INTENSIDADE AMOSTRAL, POR IDADE, NOS BRACATINGAIS DA REGIÃO METROPOLITANA DE CURITIBA, PARANÁ.

Idade (Anos)	Número de Parcelas Total	Número de Parcelas com Bracatinga	Número de Parcelas com Secundárias	Área Amostrada (m²)	Área das Parcelas (m²)
3	8	8	0	800	100
4	21	21	5	4920	234
5	27	27	6	6315	234
6	32	32	18	8125	254
7	36	36	24	9610	267
8	22	22	17	5800	264
9	25	25	22	6720	269
10	16	16	16	4800	300
11	18	18	18	5720	318
12	15	15	15	4270	285
13	19	19	18	6000	316
14	21	21	21	6900	329
15	13	13	12	5000	385
17	6	6	6	3400	567
18	9	9	9	2980	331
19	29	11	29	5800	200
20	3	1	3	900	300
Total	320	300	239	88060	

FONTE: o autor (2018), adaptado de Silva *et al.* (2016).

3.3 CLASSIFICAÇÃO DE SÍTIO PARA A BRACATINGA

Os valores observados de altura dominante - h_{dom} em cada parcela foram determinados considerando o conceito de Assmann (1970) para altura dominante, ou seja, a média das alturas das 100 árvores mais grossas por hectare.

Cada uma das n parcelas foi classificada em classes de sítio baseando-se nas curvas de sítio para a bracatinga construídas por Machado *et al.* (2011), usando a equação 34:

$$h_{dom} = 17,4215 * \exp(1 - 0,2285 * I)^{1,1438} \quad [34]$$

Esta equação apresenta nas suas estatísticas de ajuste e precisão um $R^2_{aj.} = 0,64$ e um $S_{yx}\% = 18,20$. Para construção das curvas de sítio, a equação ajustada foi

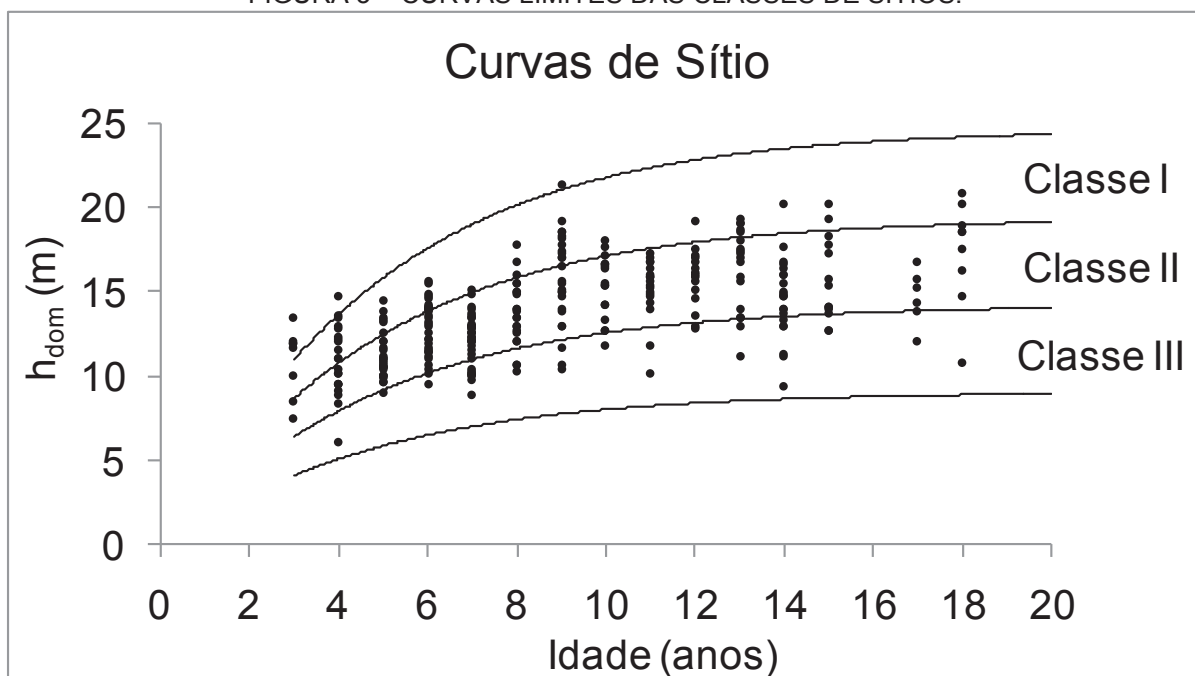
rearranjada para estimar os valores da altura dominante nas diferentes idades, resultando na expressão 35:

$$h_{\text{dom}} = \frac{S \cdot [1 - \exp(-0,2285 \cdot I)]^{1,1438}}{[1 - \exp(-0,2285 \cdot I_{\text{ref}})]^{1,1438}} \quad [35]$$

Em que: h_{dom} = altura dominante (m); S = Limite da curva de Sítio na idade de referência; I = Idade (anos); I_{ref} = Idade de referência (7 anos).

Para a construção das curvas limites de sítio, consideraram-se como limites das curvas na idade de referência as alturas: 7, 11, 15 e 19 m. Definidas as curvas, estas serviram para a classificação das parcelas em seu respectivo sítio, ou seja, os valores de h_{dom} observados foram comparados com os valores de h_{dom} estimados na construção das curvas e então cada parcela foi classificada de acordo com o seu respectivo valor de sítio. Os valores de sítio resultantes da estimativa estabelece 3 classes de sítio aos 7 anos: I, II, e III, com índices de 17, 13 e 9m, respectivamente. A Figura 3 mostra as curvas de sítio construídas para as 300 parcelas com bracatinga com base nos valores de h_{dom} observados em cada parcela em função da idade.

FIGURA 3 – CURVAS LIMITES DAS CLASSES DE SÍTIOS.



FONTE: o autor (2018), adaptado de Machado *et al.* (2011).

A classificação de sítio resultou em 48 parcelas na classe III, 190 na classe II e 62 na classe I, totalizando 300 parcelas. Parcelas onde a bracatinga não estava presente, somaram 20 unidades e não receberam classificação de sítio usando a

equação de Machado *et al.* (2011). Porém, para fins de utilização na modelagem das espécies secundárias, estas parcelas foram classificadas empiricamente de acordo com a proximidade de parcelas já classificadas. Este procedimento afeta o erro de amostragem em +0,4% devido a um pequeno aumento na variabilidade volumétrica no conjunto de dados das espécies secundárias.

3.4 ESTIMATIVA DOS VOLUMES INDIVIDUAIS DAS ÁRVORES

Para estimativa dos volumes de lenha com casca (Fuste + galhos grossos ≥ 4 cm de diâmetro) das árvores de bracatinga foram utilizadas as equações volumétricas ajustadas por Machado *et al.* (2008b). Para árvores com $d < 6$ cm de diâmetro usou-se a equação 36 ($R^2_{aj.} = 0,982$; $S_{yx}\% = 13,79$) e para árvores com $d \geq 6$ cm de diâmetro usou-se a equação 37 ($R^2_{aj.} = 0,992$; $S_{yx}\% = 9,76$).

$$v = -0,00232703*d + 0,000792859*d^2 \quad [36]$$

$$\ln(v) = [-9,79086 + 2,16699*\ln(d) + 0,752152*\ln(h)] * 1,004393 \quad [37]$$

Em que: $\ln$ = logaritmo neperiano; v = volume de lenha com casca (m^3); d = diâmetro à altura do peito (cm); e h = altura total da árvore (m);

Para estimativa dos volumes individuais dos fustes das espécies secundárias (exceto araucária) foram utilizadas as equações volumétricas (38 e 39) ajustadas para estimar o volume do fuste das espécies folhosas da Floresta Ombrófila Mista no Paraná por Santos *et al.* (2006). Para árvores com $d < 15$ cm de diâmetro usou-se a equação 38 ($R^2 = 0,961$; $S_{yx}\% = 14,69$) e para árvores com $d \geq 15$ cm de diâmetro usou-se a equação 39 ($R^2 = 0,973$; $S_{yx}\% = 8,8$).

$$\ln(v) = -8,87590982 + 1,892218745*\ln(d) + 0,739037687*\ln(h) \quad [38]$$

$$v = -0,0129535 + 0,0000764*d^2h - 0,00010219*dh^2 + 0,00134098*h^2 \quad [39]$$

Em que: $\ln$ = logaritmo neperiano; v = volume do fuste (m^3); d = diâmetro à altura do peito (cm); h = altura total da árvore (m).

Em meio aos bracatingais, encontram-se alguns poucos exemplares de araucária (*Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze), conífera nativa da região. Para estimativa dos volumes totais das araucárias foi utilizada a equação volumétrica 40,

ajustada por FUPEF (1978) e citada por Figueiredo Filho *et al.* (2014). Esta equação apresenta um $R^2 = 0,995$; $S_{yx} = 0,122 \text{ m}^3$.

$$v = 0,03830416 + 0,52239325 \cdot d^2 h \quad [40]$$

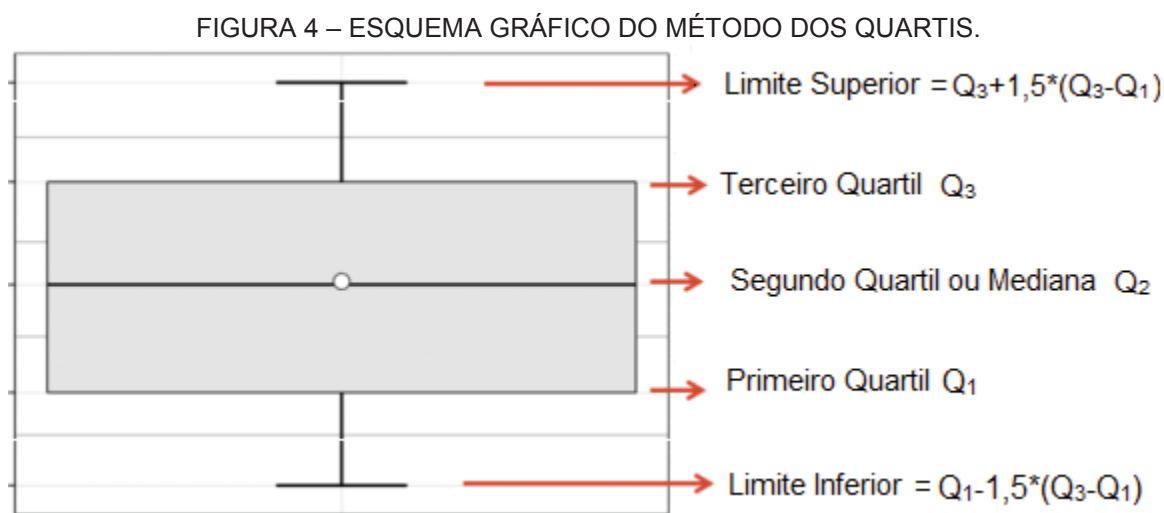
Em que: v = volume individual (m^3); d = diâmetro à altura do peito (m); h = altura total da árvore (m).

Como não foi encontrada na literatura florestal uma equação apropriada para estimar o volume de lenha das espécies secundárias que incluísse o volume de galhos maiores que 4 cm de diâmetro, multiplicou-se o volume estimado dos fustes por 1,3. Este fator de expansão do volume considera para as espécies secundárias a mesma proporção de galhos observados nas árvores cubadas e xilometradas de bracatinga, que foram utilizadas por Machado *et al.* (2006).

3.5 DETECÇÃO DE DADOS DISCREPANTES – *OUTLIERS*

Foi realizada uma análise exploratória sobre a base de dados para detectar a presença de valores discrepantes de volume por hectare para cada idade amostrada. Considerou-se como dado discrepante uma observação cujo valor é muito superior ou inferior ao restante das observações.

Para rejeitar dados discrepantes em cada classe de idade, primeiramente foi utilizado o método do quartil (Tukey, 1977), com o critério de rejeição para todo valor maior que 1,5 vezes o intervalo interquartil a partir do 3º quartil e menor que 1,5 vezes o intervalo interquartil a partir do 1º quartil (Figura 4).



Fonte: o autor (2018).

Na seqüência, os dados volumétricos foram plotados em gráficos e observada a tendência ao longo dos anos. Quando observado valores fora do padrão de distribuição dos dados nas diferentes idades, estes também foram rejeitados.

3.6 MODELAGEM PARA O POVOAMENTO (UNIDADE DE ÁREA)

Para a modelagem do volume de lenha por hectare da bracatinga, das espécies secundárias e do conjunto de todas as espécies presentes nos bracatingais nativos, ajustou-se os mesmos modelos utilizados por Machado et al., (2008a), na modelagem do volume do povoamento para *Mimosa scabrella* (bracatinga) na Região Metropolitana de Curitiba. Na ocasião, esses autores testaram um total de 29 modelos matemáticos selecionados da literatura florestal, sendo 12 modelos de natureza aritmética, 4 semi-logarítmicos e 13 de natureza logarítmica. Estes modelos foram numerados de 41 a 69 e apresentados na seqüência por ordem de autoria.

- Stoate (1945)

$$V = b_0 + b_1.G\bar{h} + b_2.G + b_3.\bar{h} \quad [41]$$

$$V = b_0 + b_1.Gh_{dom} + b_2.G + b_3.h_{dom} \quad [42]$$

- Spurr (1952)

$$V = b_0 + b_1.G\bar{h} \quad [43]$$

$$V = b_0 + b_1.Gh_{dom} \quad [44]$$

$$V = b_0 + b_1.G \quad [45]$$

$$V = b_0 + b_1.G^2 + b_2.G \quad [46]$$

$$\ln(V) = b_0 + b_1.\ln(G\bar{h}) \quad [47]$$

$$\ln(V) = b_0 + b_1.\ln(G) \quad [48]$$

$$\ln(V) = b_0 + b_1.\ln(G^2) \quad [49]$$

$$\ln(V) = b_0 + b_1.\ln(G^2h_{dom}) \quad [50]$$

$$\ln(V) = b_0 + b_1.\ln(Gh_{dom}) \quad [51]$$

- Takata (1959)

$$V = G\bar{h}/b_0 + b_1.d_g \quad [52]$$

- Machado (1973)

$$V = b_0 + b_1.G^2 \quad [53]$$

- Silva (1979)

$$V = b_0 + b_1.G^2 h_{\text{dom}} \quad [54]$$

- Figueiredo Filho (1983)

$$V = b_0 + b_1.\ln(G\bar{h}) \quad [55]$$

$$V = b_0 + b_1.\ln(G^2\bar{h}) \quad [56]$$

$$V = b_0 + b_1.\ln(G) \quad [57]$$

$$V = b_0 + b_1.\ln(G^2) \quad [58]$$

$$\ln(V) = b_0 + b_1.\ln(G^2\bar{h}) \quad [59]$$

- Rosot (1989)

$$V = b_0 + b_1.G^2\bar{h} \quad [60]$$

$$\ln(V) = b_0 + b_1.\ln(GN) \quad [61]$$

$$\ln(V) = b_0 + b_1.\ln(\bar{d}^2\bar{h}) \quad [62]$$

- Ung y Ouellett (1991)

$$V = b_0.G^{b_1}.h_{\text{dom}}^{b_2} \quad [63]$$

$$V = b_0.G^{b_1}.\bar{h}^{b_2} \quad [64]$$

$$\ln(V) = b_0 + \ln(G\bar{h})^{b_1} + \ln(Gh_{\text{dom}})^{b_2} \quad [65]$$

$$\ln(V) = b_0 + b_1.\ln(G) + b_2.\ln(\bar{h}) \quad [66]$$

$$\ln(V) = b_0 + b_1.\ln(G\bar{h}) + b_2.\ln(Gh_{\text{dom}}) \quad [67]$$

- Scolforo (1997)

$$\ln(V) = b_0 + b_1.\ln(G^2N) \quad [68]$$

$$\ln(V) = b_0 + b_1.\ln(N\bar{d}) \quad [69]$$

Em que: V = volume de lenha com casca ($\text{m}^3.\text{ha}^{-1}$); G = área basal ($\text{m}^2.\text{ha}^{-1}$); $\bar{h}$ = altura total média (m); h_{dom} = altura dominante (m); dg = diâmetro médio quadrático (cm); $\bar{d}$ = diâmetro à altura do peito médio (cm); N = número de árvores por hectare; ln = logaritmo neperiano; b_i = coeficientes dos modelos.

No ajuste dos modelos lineares aritméticos ou logarítmicos, usou-se a técnica dos mínimos quadrados por regressão linear simples ou múltipla. Já os

modelos não lineares foram ajustados por regressão não linear. Ajustou-se também outros 3 modelos considerando a correlação de variáveis ou por meio do método de ajuste por seleção de variáveis denominado *forward stepwise*. Estes modelos foram numerados de 70 a 72.

Considerando que a base de dados atual teve um aumento significativo de unidades amostrais - de 229 para 278 – e com outras idades incluídas, que o volume individual das árvores foi modelado e que as parcelas receberam classificação de sítio, ajustaram-se novamente os 29 modelos testados por Machado *et al.* (2008a) para estimativa do volume do povoamento da bracatinga, seguindo os mesmos critérios, mas modificando a metodologia adotada no trabalho desses autores, ou seja, acrescentou-se a variável sítio no processo de seleção *forward stepwise* e o volume individual das árvores foi o obtido com as equações de Machado *et al.* (2008b).

Como é comum a presença de outras espécies nos bracatingais, também foi feito o ajuste dos modelos de povoamento para as espécies secundárias em separado, e para o conjunto de todas as espécies.

Para as espécies secundárias, não houve anteriormente ajuste de modelos para estimar o volume por unidade de área, mesmo sabendo que as espécies secundárias são multiâneas e tem distribuição diamétrica tipo J invertido, os mesmos 29 modelos usados para a bracatinga foram ajustados. Considerou-se ainda, em alguns modelos e no processo de seleção de variáveis *forward stepwise* a utilização das seguintes variáveis: idade, altura dominante e sítio que são próprias da bracatinga. O mesmo procedimento se deu no ajuste para o conjunto de todas as espécies (bracatinga + espécies secundárias).

Procurando-se ampliar o espectro dos ajustes, foi escolhido o modelo com melhor desempenho no ajuste sem agrupamento para ser ajustado para dados agrupados. Neste procedimento, fez-se o uso do agrupamento por classe de idade e classe de sítio.

3.7 MODELAGEM DO CRESCIMENTO E DA PRODUÇÃO

Para desenvolvimento do processo de modelagem do crescimento e da produção dos bracatingais nativos da região metropolitana de Curitiba, considerou-se alguns aspectos com relação à base de dados utilizada, tais como:

- A base de dados é composta por parcelas temporárias, que foram medidas em ocasião única em cada localidade. Assim sendo, para os bracatingais essas parcelas não detectam com exatidão a diferença de crescimento ao longo dos anos e não permite modelar a mortalidade/sobrevivência;
- As parcelas foram medidas em diferentes localidades e sítios;
- As parcelas englobam a faixa etária de 3 a 20 anos;
- As parcelas possuem composição de espécies variadas;
- Algumas poucas parcelas possuem só bracatinga, outras só espécies secundárias, porém a maioria das parcelas possui composição mista entre bracatinga e espécies secundárias;
- As espécies secundárias começam a aparecer nas medições aos 4 anos e aos 11 anos suplantam a bracatinga, em número de árvores (SILVA *et al.*, 2016);
- O número de árvores por hectare nos bracatingais, nas idades iniciais e ao longo dos anos, possui uma variabilidade muito elevada;
- A distribuição dos dados de volume por hectare da bracatinga ao longo dos anos tem aspecto de curva de GAUSS ou seja, cresce, atinge um máximo e depois diminui, não mantendo o valor assintótico adquirido; e
- A distribuição dos dados de volume por hectare das espécies secundárias ao longo dos anos tem aspecto de uma curva de potência, ou seja, cresce continuamente, sem atingir valor assintótico aparente até os 20 anos.

Desta forma, no processo de modelagem do crescimento e da produção, devido ao elevado grau de heterogeneidade observada na amostragem e com base nas características dos dados disponíveis, modelos mais elaborados de crescimento e produção, tais como: modelos que utilizam predição futura da idade ou área basal, modelos de regressão simultânea e modelos por classe de diâmetro, não são aplicáveis para estimar o crescimento e a produção por unidade de área, já que para ajustá-los, seria necessária informação de crescimento detalhado, do tipo que é obtido de forma adequada em parcelas permanentes.

Considerando que a produção volumétrica obtida nos bracatingais é utilizada principalmente para consumo energético (lenha e carvão), e que o interesse maior de sua quantificação seria a produção por unidade de área ao longo dos anos,

modelos de crescimento e produção para o povoamento total são os mais indicados. Este tipo de modelo fornece informações gerais sobre as condições futuras do povoamento, estimam o crescimento e, ou, a produção a partir de atributos em nível de povoamento, tais como idade, área basal e índice de sítio. São modelos robustos que captam bem a variabilidade da produção global do povoamento, resultando em estimativas precisas.

Assim, alguns modelos determinísticos de predição presente para o povoamento total, alguns empíricos e outros biológicos, foram escolhidos da literatura e ajustados para estimar o crescimento e a produção do volume de lenha com casca por unidade de área nos bracatingais nativos da região metropolitana de Curitiba.

Dentre os modelos de crescimento e produção do tipo povoamento total e densidade variável, 6 modelos lineares múltiplos que consideram a idade, o sítio, a área basal, a altura dominante e o número de árvores como variáveis explicativas do volume de lenha por hectare, foram selecionados de Scolforo (1998). Estes modelos foram numerados de 73 a 78 e são descritos a seguir, com indicação do autor.

- Schumacher (1939)

$$\ln(V) = b_0 + b_1 I^{-1} + b_2 S + b_3 G \quad [73]$$

- Clutter (1963)

$$\ln(V) = b_0 + b_1 S + b_2 \ln(G) + b_3 I^{-1} \quad [74]$$

- Clutter (1963) ➔ Modificado por Beck-Della Bianca (1972)

$$\ln(V) = b_0 + b_1 S^{-1} + b_2 I^{-1} + b_3 \ln(G) \quad [75]$$

- Burkhardt

$$\ln(V) = b_0 + b_1 I^{-1} + b_2 \ln(I) + b_3 N + b_4 I \ln(N) \quad [76]$$

- Goebel e Warner

$$\ln(V) = b_0 + b_1 N + b_2 S^{-1} + b_3 I \ln(N) + b_4 I \ln(N)^{-1} + b_5 I^{-1} \quad [77]$$

- Campos e Ribeiro

$$\ln(V) = b_0 + b_1 G + b_2 h_{dom} + b_3 I^{-1} \quad [78]$$

Em que: V = volume de lenha com casca ($\text{m}^3.\text{ha}^{-1}$); G = área basal ($\text{m}^2.\text{ha}^{-1}$); I = idade da bracatinga (anos); h_{dom} = altura dominante (m); N = número de árvores por hectare; ln = logaritmo neperiano; b_i = coeficientes dos modelos.

Sendo a idade uma variável fundamental para se fazer a prognose do crescimento e da produção florestal, pois é a variável que define a função de produção, alguns modelos de povoamento total que consideram só a idade foram escolhidos do trabalho de Aparecido *et al.* (2011) para serem ajustados para os bracatingais. Estes modelos foram numerados de 79 a 85 e são descritos a seguir:

- Backman

$$\ln(V) = b_0 + b_1 \ln(I) + b_2 \ln^2(I) \quad [79]$$

- Chapman-Richards

$$V = b_0 (1 - \exp^{-b_1 I})^{1/(1-m)} \quad [80]$$

- Mitscherlich

$$V = b_0 (1 - \exp^{-b_1 I}) \quad [81]$$

- Prodan

$$V = \frac{I^2}{\exp^{b_0 + b_1 I + b_2 I^2}} \quad [82]$$

- Weibull

$$V = b_2 I^{b_2-1} b_1^{b_2} \exp^{-\left(\frac{I}{b_1}\right)^{b_2}} \quad [83]$$

- Parabólico

$$V = b_1 I + b_2 I^2 \quad [84]$$

- Logístico

$$V = \frac{b_0}{1 + \exp^{-(b_1 I)/b_2}} \quad [85]$$

No ajuste dos modelos lineares aritméticos ou logarítmicos, usou-se a técnica dos mínimos quadrados por regressão linear simples ou múltipla, já os modelos não lineares foram ajustados por regressão não linear. Foi evitado o uso da técnica de seleção de variáveis *forward stepwise*, pelo risco de gerar equações sem

significado biológico, conforme recomenda Campos e Leite (2013) para equações de crescimento e produção.

3.8 ANÁLISES DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS

Draper e Smith (1980) afirmaram que no processo de seleção de uma equação, deve-se considerar primeiramente que os valores estimados sejam confiáveis, mesmo que a equação inclua todas as possíveis variáveis preditivas e em seguida a praticidade e os custos envolvidos na obtenção dos valores dessas variáveis; depois, é desejável que se tenha o menor número de variáveis independentes possível. Esses dois critérios devem ser considerados em conjunto.

Para que a equação escolhida tenha suas estimativas confiáveis, a seleção da melhor entre as testadas foi baseada nos seguintes critérios estatísticos: maior coeficiente de determinação (R^2), menor erro padrão da estimativa em porcentagem ($S_{yx}\%$), ausência de multicolinearidade e análise gráfica de resíduos para verificar heterocedasticidade e tendências presentes na estimativa. O valor de F foi observado como critério de desempate entre modelos com estatísticas semelhantes.

O diagnóstico da multicolinearidade foi feito de forma informal através da observação da não significância (sendo o limite do valor p para $\alpha=5\%$) dos coeficientes das variáveis independentes utilizadas em modelos múltiplos de regressão linear, conforme Scolforo (2005). De acordo com este autor a multicolinearidade ocorre em análise de regressão múltipla quando as variáveis independentes são altamente correlacionadas. De acordo com o grau da multicolinearidade os seus efeitos podem ser importantes e afetar a estabilidade da variância dos coeficientes estimados através do método dos mínimos quadrados. Mesmo que isso ocorra, o modelo pode ser ainda um bom preditor, desde que utilizado dentro do espaço em que foram obtidas as variáveis independentes que apresentam multicolinearidade.

Para equações ajustadas com os valores da variável dependente transformado para logaritmo neperiano, os valores estimados foram corrigidos para eliminar a discrepância logarítmica e torná-las comparáveis com as equações aritméticas. Nesse caso, os volumes estimados foram multiplicados pelo Fator de Correção de Mayer – FCM ($FCM = e^{0,5 \cdot S_{yx}^2}$, em que: e = base do logaritmo neperiano

e S_{yx} = erro padrão da estimativa em unidades logarítmicas) e então o R^2 e o S_{yx} foram recalculados.

Após a escolha da melhor equação fez-se a sua validação por meio do teste de aderência do Qui-quadrado (χ^2) com limite de $\alpha=5\%$ de significância, e a análise gráfica dos resíduos dos dados utilizados na validação. Calculou-se também a raiz quadrada do erro médio em porcentagem – RQEM% com os dados da validação. Na seleção das parcelas para a validação procurou-se seguir a recomendação dada por Prodan *et al.* (1997), os quais sugerem que os dados para a validação devem ser independentes dos dados utilizados no ajuste, abrangendo a variação de idades, sítios e regimes de manejo.

Para as estimativas por classe e quando as equações de um mesmo modelo apresentaram-se como as melhores em suas respectivas classes, aplicou-se o teste de identidade para avaliar a necessidade de agrupamentos em classes ou se uma equação poderia ser utilizada para o total ou para agrupamentos de classes. O teste utilizado foi o descrito por Graybill (1976) e demonstrado por Scolforo (2005).

3.9 COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS DE ESTIMATIVA DO VOLUME POR HECTARE

A comparação dos métodos de estimativa do volume de lenha por hectare foi feita por meio de uma análise de variância em delineamento inteiramente casualizado em cada uma das três abordagens feitas aos dados, onde as parcelas foram consideradas como repetições e os volumes por hectare estimados com equações de volume individual, equações de povoamento e equações de crescimento e produção, foram considerados como os tratamentos.

3.10 AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO DO ESTOQUE VOLUMÉTRICO AO LONGO DOS ANOS

Para avaliação do comportamento do estoque volumétrico nos bracatingais ao longo dos anos, foi observado o comportamento das curvas obtidas com os valores estimados por meio das equações de crescimento e produção ajustadas para cada uma das três abordagens dos dados. Com a finalidade de verificar a idade onde o volume das bracatingas é suplantado pelo volume das espécies secundárias, plotou-se em gráficos, contra a idade, os valores estimados de volume de lenha por

hectare da bracatinga e os volumes estimados de lenha por hectare das espécies secundárias.

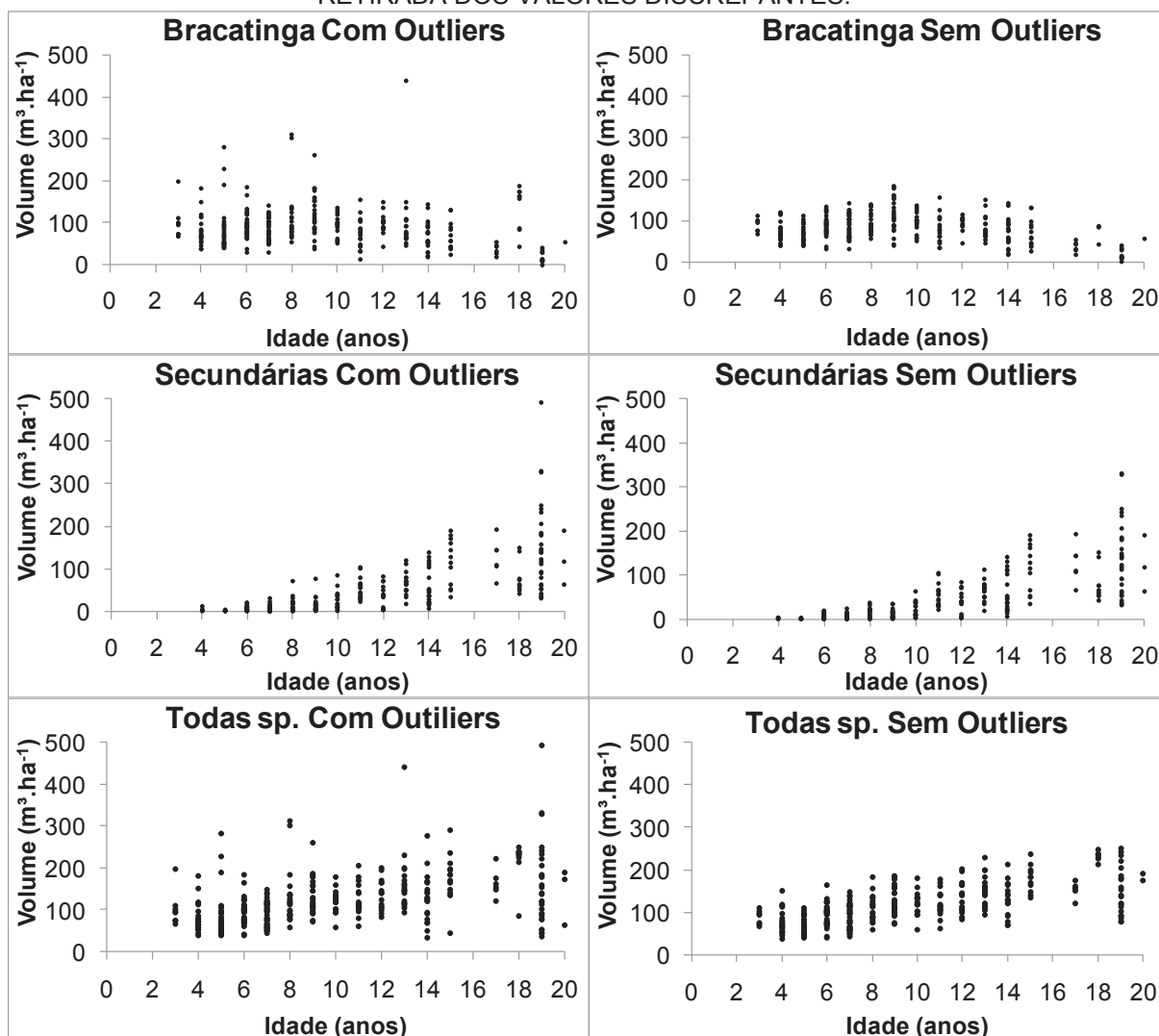
E com o propósito de identificar o comportamento das curvas de incremento e de produção, foi feita para as três formas de abordagem dos dados a identificação dos pontos de máximo nas curvas de Incremento Médio Anual – IMA, Incremento Corrente Anual - ICA e para a curva de produção. Para isso, construiu-se tabelas com os valores dos volumes estimados. Com esses valores, plotou-se em um gráfico a produção versus a idade e em outro gráfico os incrementos versus a idade e então foram identificados os pontos de máximo nas três curvas obtidas.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 ANÁLISE DE DADOS DISCREPANTES

Como resultado da análise dos dados discrepantes para volume por hectare, de 300 parcelas que contêm bracatinga, retiraram-se 23 parcelas, para as espécies secundárias, de 239 parcelas retiraram-se 9 parcelas discrepantes e para o volume por hectare de todas as espécies juntas retiraram-se 27 parcelas discrepantes dentre as 320 parcelas. A Figura 5 mostra o antes e o depois da retirada dos dados discrepantes.

FIGURA 5 – VALORES DE VOLUME POR HECTARE AO LONGO DA IDADE, ANTES E DEPOIS DA RETIRADA DOS VALORES DISCREPANTES.



FONTE: o autor (2018).

Desta forma, sobraram 277 parcelas com bracatinga, 230 parcelas com espécies secundárias e 293 parcelas com todas as espécies juntas. Estas parcelas foram utilizadas nos processos de modelagem volumétrica dos povoamentos amostrados.

4.2 COMPORTAMENTO DAS VARIÁVEIS DA MODELAGEM AO LONGO DOS ANOS

A compreensão do comportamento das variáveis das espécies dos bracatingais envolvidas nos processos de modelagem do volume de lenha por hectare tem grande importância na justificativa e no desenvolvimento do processo de modelagem, da escolha da equação e por fim ajuda a entender a dinâmica do estoque ao longo dos anos. Para isso, uma descrição estatística das principais variáveis utilizadas permite observar os limites e a variabilidade em cada uma delas; uma análise da correlação do volume com as variáveis, bem como a distribuição dos valores observados e a média anual de cada variável permitem detectar a interferência que cada variável pode ter sobre o volume ao longo dos anos.

4.2.1 Estatísticas descritivas das principais variáveis utilizadas na modelagem

Com os dados livres de *outliers*, calculou-se os valores mínimos, médios e máximos, bem como o desvio-padrão e o coeficiente de variação em porcentagem das principais variáveis (medidas e calculadas) utilizadas na modelagem do volume de lenha por hectare para as três formas de abordagem dos dados. Essas estatísticas podem ser observadas nas Tabelas de 2 a 4.

Na Tabela 2, observa-se que o número de árvores por hectare possui o maior coeficiente de variação (92%), apresentando um grande número de indivíduos nos primeiros anos e baixo número de indivíduos nos anos finais, denotando a alta mortalidade inicial da bracatinga, o que certamente gera efeitos sobre as demais variáveis e sobre o estoque volumétrico.

Segundo Campos e Leite (2013), com o aumento da idade do povoamento florestal, a competição e também a taxa de mortalidade regular se elevam. O processo de competição é iniciado a partir da sobreposição de zonas de influência de duas ou mais árvores, onde estas competem por luz, água e nutrientes. Além da

competição, os fatores genéticos e a senescência são também causas de mortalidade regular.

TABELA 2 - ESTATÍSTICA DESCRITIVA DAS PRINCIPAIS VARIÁVEIS UTILIZADAS NA MODELAGEM DO VOLUME DE LENHA POR HECTARE DA BRACATINGA.

Variável	Mínimo	Média	Máximo	Desvio padrão	CV %
Idade - I (anos)	3,0	9,3	20,0	4,1	43,6
Número de Árvores por Hectare – N	50	1721	11584	1580	91,8
Diâmetro à Altura do Peito Médio - $\bar{d}$ (cm)	3,7	10,9	25,1	3,9	35,4
Altura total Média - $\bar{h}$ (m)	5,0	12,3	20,2	2,6	21,3
Diâmetro Quadrático Médio - dg (cm)	4,1	11,3	25,3	4,0	35,1
Sítio - S (m)	9,0	13,0	17,0	2,4	17,8
Altura Dominante - h_{dom} (m)	5,0	13,6	21,3	2,8	20,6
Área Basal por Hectare - G (m^2)	1,2	11,3	24,5	4,3	37,9
Volume por Hectare - V (m^3)	7,9	81,8	182,1	33,4	40,9

FONTE: o autor (2018).

TABELA 3 - ESTATÍSTICA DESCRITIVA DAS PRINCIPAIS VARIÁVEIS UTILIZADAS NA MODELAGEM DO VOLUME DE LENHA POR HECTARE DAS SECUNDÁRIAS.

Variável	Mínimo	Média	Máximo	Desvio Padrão	CV %
Idade - I (anos)*	4,0	11,7	20,0	4,4	37,7
Número de Árvores por Hectare – N	37	1103	4200	906	82,2
Diâmetro à Altura do Peito Médio - $\bar{d}$ (cm)	5,1	7,3	18,4	2,0	27,5
Altura Total Média - $\bar{h}$ (m)	3,1	6,6	12,1	1,2	18,6
Diâmetro Quadrático Médio - dg (cm)	5,1	7,7	20,6	2,5	32,0
Sítio - S (m)*	9,0	13,0	17,0	2,7	20,9
Altura Dominante - h_{dom} (m)*	5,0	14,2	21,3	2,9	20,5
Área Basal por Hectare - G (m^2)	0,1	6,3	44,0	7,0	111,0
Volume por Hectare - V (m^3)	0,6	52,1	331,1	59,9	115,0

FONTE: o autor (2018).

NOTA:* Da espécie *Mimosa scabrella* Bentham (bracatinga).

Como para a modelagem das espécies secundárias foram utilizadas apenas parcelas que as contêm, as estatísticas da idade da bracatinga na Tabela 3 são diferentes das estatísticas da Tabela 2, pois nos povoamentos amostrados, as secundárias só começam a aparecer nos bracatingais no quarto ano de idade. Esse fato também diferencia a média da altura dominante.

Na Tabela 3, observa-se para as espécies secundárias que o número de árvores por hectare possui também um dos maiores coeficientes de variação (82%), porém, diferente da bracatinga, apresenta um pequeno número de indivíduos nos primeiros anos e alto número de indivíduos nos anos finais, evidenciando que as espécies secundárias substituem a bracatinga com o passar dos anos.

Conforme constatado por Silva *et al.* (2016), aos 11 anos a quantidade de indivíduos das espécies secundárias já predomina sobre as bracatingas. Como as espécies secundárias, de forma geral, possuem crescimento mais lento que a bracatinga, é de se supor que o comportamento do estoque volumétrico do bracatingal não acompanhe o comportamento do número de indivíduos, já que, como observado na Tabela 3, a área basal e o volume por hectare também possuem coeficientes de variação muito elevados, o que caracteriza mudança no estoque volumétrico ao longo dos anos amostrados.

Devido a retirada de *outliers* de forma separada na base de dados de cada abordagem, o resultado das estatísticas na Tabela 4 não coincidem com a somatória das estatísticas da Tabela 2 e 3.

TABELA 4 - ESTATÍSTICA DESCRITIVA DAS PRINCIPAIS VARIÁVEIS UTILIZADAS NA MODELAGEM DO VOLUME DE LENHA POR HECTARE COM TODAS AS ESPÉCIES.

Variável	Mínimo	Média	Máximo	Desvio Padrão	CV %
Idade - I (anos)*	3,0	9,8	20,0	4,6	46,3
Número de Árvores por Hectare – N	533	2474	11584	1311	53,0
Diâmetro à Altura do Peito Médio - $\bar{d}$ (cm)	3,8	8,8	18,4	1,9	22,0
Altura Total Média - $\bar{h}$ (m)	4,4	9,8	15,7	2,0	20,3
Diâmetro Quadrático Médio - d_g (cm)	4,1	9,5	20,6	2,3	24,1
Sítio - S (m)*	9,0	13,0	17,0	2,5	19,2
Altura Dominante - h_{dom} (m)*	6,0	13,6	21,3	2,9	21,0
Área Basal por Hectare - G (m^2)	6,1	15,6	31,3	4,3	27,6
Volume por Hectare - V (m^3)	38,2	117,8	250,4	47,4	40,2

FONTE: o autor (2018).

NOTA:* Da espécie *Mimosa scabrella* Bentham (bracatinga).

Na Tabela 4, para o conjunto de todas as espécies juntas, observa-se que o número de árvores por hectare possui também o maior valor de coeficiente de variação (53%), valor esse inferior aos observados para bracatinga e para as secundárias, mostrando que quando se considera todos os indivíduos do

povoamento, existe menor heterogeneidade no número de indivíduos ao longo dos anos, deixando claro o fato da substituição da bracatinga pelas espécies secundárias. O mesmo comportamento ocorre para a área basal e para o volume, pois para essas variáveis, o coeficiente de variação também diminui, ficando semelhante ao observado para a bracatinga.

Contudo, a observação dos valores médios e sua variabilidade são suficientes apenas para dar uma idéia do tamanho do comportamento dessas variáveis, mas não fica claro quando as mudanças ocorrem. Sob esse aspecto a análise da correlação das variáveis ao longo dos anos, poderá contribuir para um melhor entendimento.

4.2.2 Correlação das principais variáveis utilizadas no ajuste dos modelos

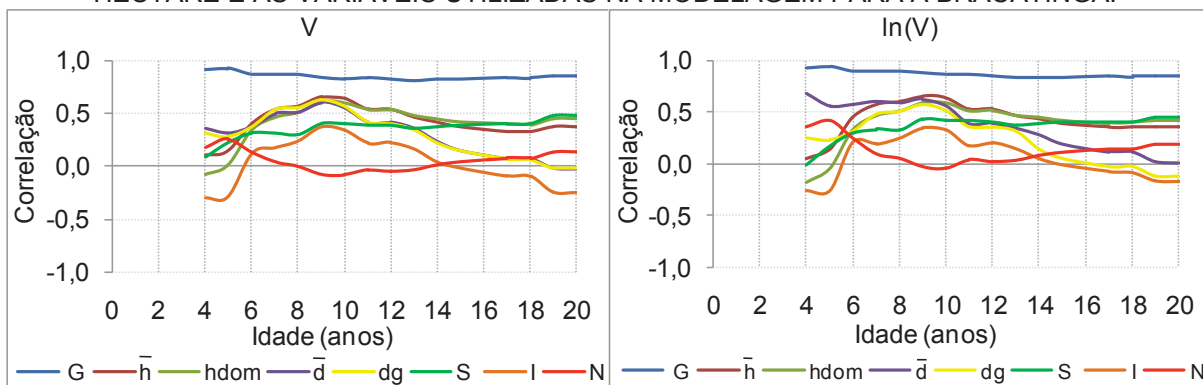
Depois da análise exploratória dos dados volumétricos e da retirada das parcelas com valores discrepantes, fez-se com as parcelas restantes a análise da correlação linear simples entre as variáveis independentes (medidas, calculadas, combinadas e transformadas) e dependentes (volume de lenha por hectare na forma aritmética e logarítmica). O nível de significância utilizado em todas as análises de correlação foi de 5%.

Primeiramente calculou-se a evolução da correlação ao longo dos anos para as principais variáveis que foram utilizadas nos processos de modelagem do volume de lenha por hectare. Nesse cálculo, a correlação foi feita sempre com base na idade inicial dos dados observados (3 anos para bracatinga e 4 anos para as espécies secundárias) até a idade especificada. As tabelas com os valores podem ser verificadas nos Apêndices 1 a 3 e nas Figura 6 a 8 pode ser observado a evolução das correlações das variáveis com o volume ao longo das idades de 3 a 20 anos.

Na Figura 6 que mostra a correlação para os dados de bracatinga, observa-se para a área basal (G), que a correlação ao longo dos anos decai um pouco, mas mantém-se estável em um valor alto, tanto para o volume (0,85 em média) quanto para o logaritmo do volume (0,87 em média), sendo a variável com maior correlação com o volume. Figueiredo Filho *et al.* (1982), modelando o volume por unidade de área em florestas tropicais da Amazônia afirmaram que a área basal (G) é uma variável muito importante para a avaliação do volume por unidade de área, devido à

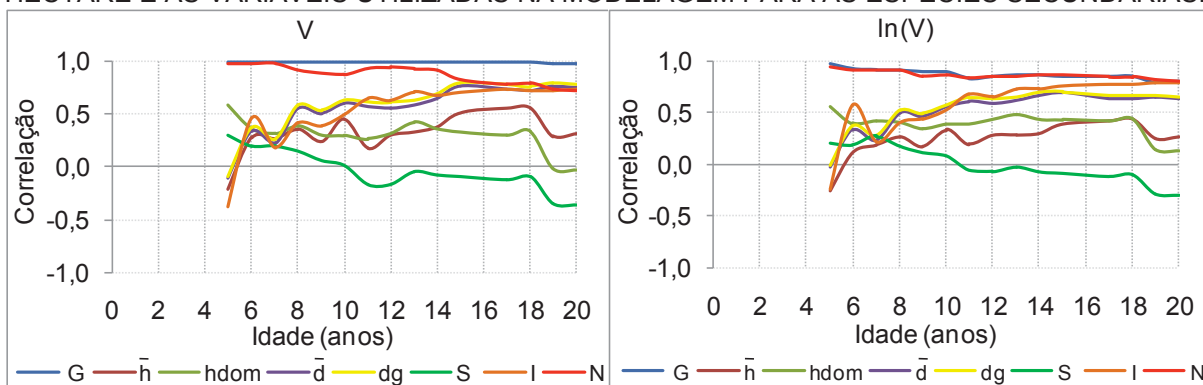
facilidade de sua medição e pelo alto grau de correlação com o volume do povoamento.

FIGURA 6 – CORRELAÇÃO AO LONGO DOS ANOS, ENTRE O VOLUME DE LENHA POR HECTARE E AS VARIÁVEIS UTILIZADAS NA MODELAGEM PARA A BRACATINGA.



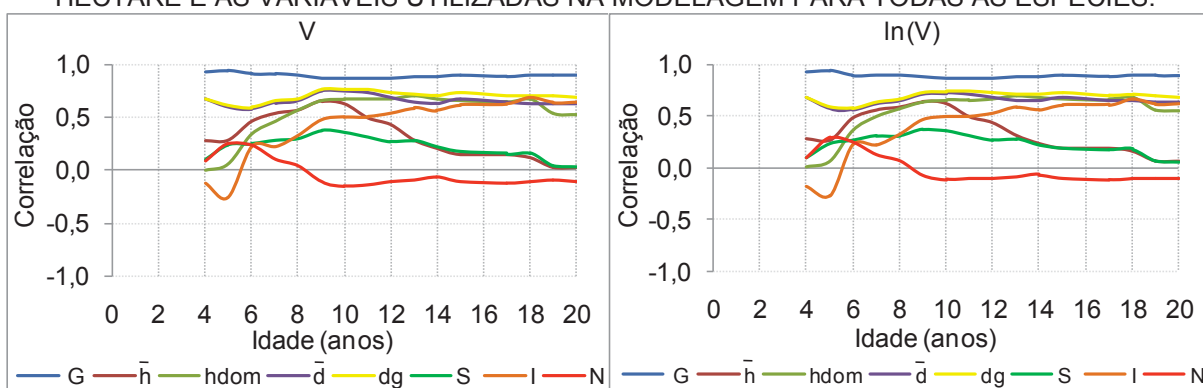
FONTE: o autor (2018).

FIGURA 7 – CORRELAÇÃO AO LONGO DOS ANOS, ENTRE O VOLUME DE LENHA POR HECTARE E AS VARIÁVEIS UTILIZADAS NA MODELAGEM PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.



FONTE: o autor (2018).

FIGURA 8 – CORRELAÇÃO AO LONGO DOS ANOS, ENTRE O VOLUME DE LENHA POR HECTARE E AS VARIÁVEIS UTILIZADAS NA MODELAGEM PARA TODAS AS ESPÉCIES.



FONTE: o autor (2018).

Para o sítio (S), tanto para o volume quanto para o logaritmo do volume, a correlação é crescente ao longo dos anos, começando próximo de zero, segue quase estável em 0,4 após os 8 anos e finalizando próximo de 0,45 aos 20 anos.

Esse comportamento mostra que a capacidade produtiva do local tem maior influência sobre a produção volumétrica com o passar do tempo.

Ainda na Figura 6 observa-se para V , que as correlações com as variáveis ($\bar{h}$, h_{dom} , $\bar{d}$, dg e I) não têm estabilidade, ou seja, a correlação cresce até próximo dos 10 anos de idade e depois decrescem. Já especificamente para número de árvores por hectare (N), a correlação tem comportamento inverso, decrescendo até próximo dos 10 anos e depois crescendo novamente. Para $\ln(V)$, apenas o diâmetro médio (d) possui comportamento sempre decrescente, começando com um valor de 0,7 e terminando próximo de zero.

De forma geral, observa-se para a bracatinga, que a correlação entre as variáveis do povoamento com o volume por hectare, tem o comportamento alterado próximo aos 10 anos de idade e em uma análise geral, variáveis como N , I , $\bar{d}$ e dg , não possuem, ou é muito baixa a correlação com o volume.

Para as espécies secundárias, na Figura 7, a área basal (G) possui uma correlação forte tanto para o volume (0,99 em média) quanto para o logaritmo do volume (0,87 em média), sendo a variável com maior correlação com as variáveis volumétricas. Oliveira *et al.* (2005), em fragmentos florestais no município de Viçosa, observaram que a área basal apresentou uma correlação de 0,90 com o volume total por hectare e de 0,88 com volume do fuste por hectare. Estes autores, também observaram boa correlação entre as variáveis volumétricas e a altura total e altura do fuste das árvores.

O número de árvores (N), diferente do observado para a bracatinga, possui a segunda maior correlação, apresentando coeficientes médios de 0,88 e 0,87 com o volume e logaritmo do volume, respectivamente, porém com um comportamento decrescente ao longo dos anos, ou seja, para o volume a correlação iniciou-se em 0,98 e terminou em 0,71 e para o logaritmo do volume a correlação iniciou-se em 0,95 e terminou em 0,81.

Também diferente do observado para a bracatinga, a Idade (I) apresentou boa correlação com as variáveis volumétricas, tendo um comportamento crescente ao longo dos anos; com o volume, a correlação iniciou-se em -0,38 e terminou em 0,73 e com o logaritmo do volume, a correlação iniciou-se em -0,24 e terminou em 0,79. As variáveis d e dg apresentaram comportamento similar ao da idade e a altura das árvores ($\bar{h}$) apresentou comportamento crescente dos 4 aos 18 anos e depois decresceu até os 20 anos de idade.

O fato das variáveis $\bar{d}$, dg, N e I terem maior correlação com os volumes quando analisadas para as espécies secundárias, é explicado pelo que foi observado por Silva *et al.* (2016), onde ao longo dos anos a bracatinga é substituída pelas espécies secundárias, ou seja, como o número de outras espécies aumenta ao longo dos anos o volume acompanha essa mesma tendência, gerando uma correlação positiva com estas variáveis.

Para as variáveis sítio (S) e altura dominante, que são relacionadas com a bracatinga, quando analisadas com as variáveis volumétricas das espécies secundárias, observa-se para S que tanto com o volume quanto com o logaritmo do volume, a correlação é decrescente ao longo dos anos, começando próximo de 0,30 e finalizando próximo de -0,30 aos 20 anos, já para h_{dom} há certa estabilidade dos coeficientes de correlação (em torno de 0,35 e 0,40 respectivamente com o volume e logaritmo do volume) até os 18 anos, decaindo para próximo de zero aos 20 anos de idade.

Quando comparada a correlação entre as variáveis de todas as espécies na Figura 8 com a correlação das variáveis para bracatinga na Figura 6 e com a correlação para as espécies secundárias na Figura 7, observa-se um meio termo nos valores observados, pois variáveis como Idade da bracatinga, que teve correlação ruim com as variáveis volumétricas da bracatinga e boa correlação com as variáveis volumétricas das espécies secundárias, quando somou-se todas as espécies no conjunto de dados a correlação adquiriu um valor médio entre as duas. O mesmo foi observado para as variáveis $\bar{d}$ e dg.

Para a variável N, onde a bracatinga tem representatividade quase total, a correlação com as variáveis volumétricas foi semelhante ao observado com as bracatingas. A altura média, semelhante ao observado para a bracatinga e para as espécies secundárias, não obteve boa correlação com as variáveis volumétricas testadas. Já a altura dominante, para todas as espécies juntas obteve uma melhora em sua correlação com as variáveis volumétricas testadas, ficando com um $r = 0,527$ com o volume na escala aritmética e um $r = 0,556$ com o volume na escala logarítmica.

A área basal (G) apresentou com a variável volumétrica na forma aritmética um $r = 0,897$ e na forma logarítmica um $r = 0,891$, valores muito próximos do observado por Oliveira *et al.* (2005) que trabalharam com fragmentos florestais no município de Viçosa.

Também foi feita a correlação geral das variáveis volumétricas com 65 outras variáveis (medidas, calculadas e transformadas) que foram utilizadas na modelagem do volume do povoamento por processo *forward stepwise*. Esses coeficientes de correlação podem ser observados nas Tabela 5 a 7.

TABELA 5 - COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO LINEAR SIMPLES DAS VARIÁVEIS INDEPENDENTES COM AS VARIÁVEIS DEPENDENTES USADAS NO AJUSTE PARA A BRACATINGA.

Variáveis Independentes	Variáveis Dependentes		Variáveis Independentes	Variáveis Dependentes		Variáveis Independentes	Variáveis Dependentes	
	V	ln(V)		V	ln(V)		V	ln(V)
I	-0,250	-0,370	$dg^2 h_{dom}$	0,056	-0,009	$\ln(G^2N)$	0,632	0,743
N	0,146	0,217	GN	0,265	0,296	$\ln(\bar{d}^2\bar{h})$	0,121	0,030
$\bar{d}$	-0,031	-0,127	G^2N	0,320	0,319	$\ln(N\bar{d})$	0,549	0,665
$\bar{h}$	0,372	0,338	$\ln(\bar{d})$	0,030	-0,076	$1/\bar{d}$	-0,080	0,027
dg	-0,021	-0,117	$\ln(\bar{h})$	0,388	0,364	$1/\bar{h}$	-0,393	-0,384
S	0,478	0,494	$\ln(h_{dom})$	0,449	0,449	$1/h_{dom}$	-0,430	-0,454
h_{dom}	0,450	0,431	$\ln(dg)$	0,038	-0,069	$1/dg$	-0,087	0,022
G	0,859	0,845	$\ln(G)$	0,821	0,913	$1/G$	-0,650	-0,849
$\bar{d}\bar{h}$	0,122	0,054	$\ln(\bar{d}\bar{h})$	0,180	0,100	$1/\bar{d}\bar{h}$	-0,210	-0,129
$\bar{d}^2\bar{h}$	0,008	-0,054	$\ln(\bar{d}^2\bar{h})$	0,121	0,030	$1/\bar{d}^2\bar{h}$	-0,166	-0,081
$\bar{d}h_{dom}$	0,175	0,108	$\ln(\bar{d}h_{dom})$	0,217	0,142	$1/\bar{d}h_{dom}$	-0,235	-0,163
$\bar{d}^2h_{dom}$	0,044	-0,021	$\ln(\bar{d}^2h_{dom})$	0,142	0,053	$1/\bar{d}^2h_{dom}$	-0,180	-0,096
G^2	0,823	0,745	$\ln(G^2)$	0,821	0,913	$1/G^2$	-0,450	-0,689
$G\bar{d}$	0,897	0,811	$\ln(G\bar{h})$	0,920	0,996	$1/G\bar{h}$	-0,656	-0,871
Gdg	0,899	0,813	$\ln(G^2\bar{h})$	0,893	0,978	$1/G^2\bar{h}$	-0,439	-0,688
$G\bar{h}$	0,994	0,929	$\ln(Gh_{dom})$	0,904	0,985	$1/Gh_{dom}$	-0,634	-0,855
$G^2\bar{h}$	0,946	0,825	$\ln(G^2h_{dom})$	0,883	0,971	$1/G^2h_{dom}$	-0,432	-0,682
Gh_{dom}	0,979	0,917	$\ln(dg\bar{h})$	0,187	0,106	$1/dg\bar{h}$	-0,218	-0,136
G^2h_{dom}	0,936	0,818	$\ln(dg^2\bar{h})$	0,129	0,037	$1/dg^2\bar{h}$	-0,177	-0,089
$dg\bar{h}$	0,131	0,062	$\ln(dgh_{dom})$	0,223	0,149	$1/dgh_{dom}$	-0,243	-0,170
$dg^2\bar{h}$	0,020	-0,043	$\ln(dg^2h_{dom})$	0,150	0,060	$1/dg^2h_{dom}$	-0,191	-0,104
$dg h_{dom}$	0,184	0,116	$\ln(GN)$	0,549	0,665			

FONTE: o autor (2018).

NOTA: V = volume de lenha com casca em $m^3.ha^{-1}$; $\ln(V)$ = logaritmo neperiano do volume de lenha com casca em $m^3.ha^{-1}$; I = Idade da bracatinga (anos); N = Número de Árvores por Hectare; $\bar{d}$ = Média do Diâmetro à Altura do Peito (cm); $\bar{h}$ = Média da Altura total (m); dg = Diâmetro Médio Quadrático (cm); S = Sítio da bracatinga (m); h_{dom} = Altura Dominante da bracatinga (m); e G = Área Basal por Hectare (m^2)

Na análise geral mostrada na Tabela 5, os maiores coeficientes de correlação com os volumes da bracatinga foram as combinações da área basal com as variáveis de altura média ($G\bar{h}$) e altura dominante (Gh_{dom}). Para o ajuste do volume do povoamento para a bracatinga, a maior correlação linear simples (r) do volume da lenha com casca por hectare (V) foi com a variável combinada da área basal e altura total média ($G\bar{h}$), com $r = 0,994$, seguido pela variável combinada da área basal e altura dominante (Gh_{dom}), com $r = 0,979$. Já para a variável $\ln(V)$ a maior correlação foi com a variável $\ln(G\bar{h})$, que apresentou um $r = 0,996$ seguido pela variável $\ln(Gh_{dom})$, que apresentou um $r = 0,985$. Esses resultados foram semelhantes ao observado por Machado *et al.* (2008a), os quais apresentaram com maiores detalhes as relações entre as diversas variáveis medidas, calculadas, combinadas e transformadas que foram utilizadas na modelagem do volume do povoamento da bracatinga.

Souza *et al.* (2013), trabalhando com a modelagem do carbono orgânico por hectare para a bracatinga e Souza *et al.* (2014), trabalhando com a modelagem da biomassa aérea por hectare da bracatinga, observaram que tanto para a biomassa por hectare, quanto para o carbono por hectare, as variáveis mais correlacionadas foram as que possuem a área basal combinada com o diâmetro médio e com diâmetro quadrático. Esse resultado difere dos tradicionalmente encontrados na literatura e com o observado na Tabela 6.

As Tabelas 6 e 7 mostram os valores das correlações entre as 65 variáveis independentes analisadas com as 2 variáveis dependentes que expressam, respectivamente, o volume por hectare das espécies secundárias e do conjunto das espécies presentes nos bracatingais.

Para as espécies secundárias, as combinações da área basal com as variáveis de altura média e altura dominante foram as que resultaram nas maiores correlações, tanto para o volume na forma aritmética quanto na forma logarítmica. A maior correlação linear simples (r) do volume da lenha, com casca por hectare (V) foi com a variável combinada entre área basal e altura total média ($G\bar{h}$), com $r = 0,989$, seguido pela variável G , com $r = 0,974$ e pela variável combinada entre área basal e diâmetro médio ($G\bar{d}$), com $r = 0,962$. Para a variável $\ln(V)$ as maiores correlações foram com as variáveis $\ln(G\bar{h})$ e $\ln(G^2\bar{h})$, que apresentaram $r = 0,999$ seguidos pelas variáveis $\ln(G)$ e $\ln(G^2)$, que apresentaram $r = 0,996$.

TABELA 6 - COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO LINEAR SIMPLES DAS VARIÁVEIS INDEPENDENTES COM AS VARIÁVEIS DEPENDENTES USADAS NO AJUSTE PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.

Variáveis Independentes	Variáveis Dependentes		Variáveis Independentes	Variáveis Dependentes		Variáveis Independentes	Variáveis Dependentes	
	V	ln(V)		V	ln(V)		V	ln(V)
I	0,729	0,794	dg^2h_{dom}	0,719	0,604	$\ln(G^2N)$	0,749	0,989
N	0,714	0,806	GN	0,833	0,621	$\ln(\bar{d}^2\bar{h})$	0,734	0,670
$\bar{d}$	0,757	0,645	G^2N	0,717	0,417	$\ln(N\bar{d})$	0,716	0,978
$\bar{h}$	0,310	0,273	$\ln(\bar{d})$	0,779	0,716	$1/\bar{d}$	-0,769	-0,761
dg	0,780	0,655	$\ln(\bar{h})$	0,270	0,235	$1/\bar{h}$	-0,224	-0,186
S	-0,359	-0,300	$\ln(h_{dom})$	-0,058	0,091	$1/h_{dom}$	0,074	-0,039
h_{dom}	-0,033	0,135	$\ln(dg)$	0,801	0,736	$1/dg$	-0,786	-0,786
G	0,974	0,799	$\ln(G)$	0,783	0,996	$1/G$	-0,402	-0,778
$\bar{d}\bar{h}$	0,625	0,518	$\ln(\bar{d}\bar{h})$	0,663	0,603	$1/\bar{d}\bar{h}$	-0,620	-0,605
$\bar{d}^2\bar{h}$	0,606	0,463	$\ln(\bar{d}^2\bar{h})$	0,734	0,670	$1/\bar{d}^2\bar{h}$	-0,679	-0,713
$\bar{d}h_{dom}$	0,582	0,612	$\ln(\bar{d}h_{dom})$	0,544	0,607	$1/\bar{d}h_{dom}$	-0,462	-0,543
$\bar{d}^2h_{dom}$	0,690	0,606	$\ln(\bar{d}^2h_{dom})$	0,704	0,714	$1/\bar{d}^2h_{dom}$	-0,609	-0,705
G^2	0,860	0,534	$\ln(G^2)$	0,783	0,996	$1/G^2$	-0,227	-0,530
$G\bar{d}$	0,962	0,710	$\ln(G\bar{h})$	0,796	0,999	$1/G\bar{h}$	-0,417	-0,800
Gdg	0,958	0,695	$\ln(G^2\bar{h})$	0,791	0,999	$1/G^2\bar{h}$	-0,237	-0,549
$G\bar{h}$	0,989	0,796	$\ln(Gh_{dom})$	0,758	0,989	$1/Gh_{dom}$	-0,372	-0,741
$G^2\bar{h}$	0,895	0,553	$\ln(G^2h_{dom})$	0,772	0,995	$1/G^2h_{dom}$	-0,217	-0,513
Gh_{dom}	0,947	0,809	$\ln(dg\bar{h})$	0,705	0,641	$1/dg\bar{h}$	-0,662	-0,655
G^2h_{dom}	0,868	0,549	$\ln(dg^2\bar{h})$	0,768	0,701	$1/dg^2\bar{h}$	-0,703	-0,755
$dg\bar{h}$	0,662	0,542	$\ln(dgh_{dom})$	0,604	0,654	$1/dgh_{dom}$	-0,519	-0,604
$dg^2\bar{h}$	0,635	0,474	$\ln(dg^2h_{dom})$	0,744	0,743	$1/dg^2h_{dom}$	-0,643	-0,754
dgh_{dom}	0,642	0,643	$\ln(GN)$	0,727	0,981			

FONTE: o autor (2018).

NOTA: V = volume de lenha com casca em $m^3.ha^{-1}$; $\ln(V)$ = logaritmo neperiano do volume de lenha com casca em $m^3.ha^{-1}$; I = Idade da bracatinga (anos); N = Número de Árvores por Hectare; $\bar{d}$ = Média do Diâmetro à Altura do Peito (cm); $\bar{h}$ = Média da Altura total (m); dg = Diâmetro Médio Quadrático (cm); S = Sítio da bracatinga (m); h_{dom} = Altura Dominante da bracatinga (m); e G = Área Basal por Hectare (m^2).

Na Tabela 7, a maior correlação observada para os dados de todas as espécies para o volume da lenha por hectare (V) foi com a variável combinada entre área basal ao quadrado e altura dominante (G^2h_{dom}), com $r = 0,921$, seguido pela variável combinada, na forma logarítmica, entre área basal ao quadrado e altura

dominante $\ln(G^2h_{\text{dom}})$, com $r = 0,915$ e pela variável combinada entre área basal e altura dominante (Gh_{dom}), com $r = 0,908$. Para a variável $\ln(V)$ a maior correlação foi com a variável $\ln(G^2h_{\text{dom}})$, com $r = 0,955$ seguido pela variável $\ln(Gh_{\text{dom}})$, com $r = 0,931$ e pelas variáveis $\ln(G)$ e $\ln(G^2)$, que apresentaram $r = 0,905$.

TABELA 7 - COEFICIENTE DE CORRELAÇÃO LINEAR SIMPLES DAS VARIÁVEIS INDEPENDENTES COM AS VARIÁVEIS DEPENDENTES USADAS NO AJUSTE PARA TODAS AS ESPÉCIES.

Variáveis Independentes	Variáveis Dependentes		Variáveis Independentes	Variáveis Dependentes		Variáveis Independentes	Variáveis Dependentes	
	V	$\ln(V)$		V	$\ln(V)$		V	$\ln(V)$
I	0,649	0,626	dg^2h_{dom}	0,721	0,698	$\ln(G^2N)$	0,554	0,587
N	-0,158	-0,153	GN	0,217	0,221	$\ln(\bar{d}^2\bar{h})$	0,520	0,545
$\bar{d}$	0,630	0,628	G^2N	0,416	0,399	$\ln(N\bar{d})$	0,229	0,264
$\bar{h}$	0,038	0,076	$\ln(\bar{d})$	0,627	0,641	$1/\bar{d}$	-0,584	-0,610
dg	0,688	0,676	$\ln(\bar{h})$	0,016	0,047	$1/\bar{h}$	0,002	-0,019
S	0,017	0,046	$\ln(h_{\text{dom}})$	0,501	0,537	$1/h_{\text{dom}}$	-0,451	-0,491
h_{dom}	0,535	0,564	$\ln(dg)$	0,694	0,700	$1/dg$	-0,653	-0,676
G	0,885	0,881	$\ln(G)$	0,871	0,905	$1/G$	-0,819	-0,890
$\bar{d}\bar{h}$	0,420	0,438	$\ln(\bar{d}\bar{h})$	0,406	0,435	$1/\bar{d}\bar{h}$	-0,374	-0,407
$\bar{d}^2\bar{h}$	0,501	0,495	$\ln(\bar{d}^2\bar{h})$	0,520	0,545	$1/\bar{d}^2\bar{h}$	-0,436	-0,474
$\bar{d}h_{\text{dom}}$	0,697	0,708	$\ln(\bar{d}h_{\text{dom}})$	0,681	0,711	$1/\bar{d}h_{\text{dom}}$	-0,623	-0,668
$\bar{d}^2h_{\text{dom}}$	0,679	0,671	$\ln(\bar{d}^2h_{\text{dom}})$	0,690	0,715	$1/\bar{d}^2h_{\text{dom}}$	-0,555	-0,601
G^2	0,860	0,823	$\ln(G^2)$	0,871	0,905	$1/G^2$	-0,736	-0,836
$G\bar{d}$	0,906	0,881	$\ln(G\bar{h})$	0,728	0,776	$1/G\bar{h}$	-0,681	-0,754
Gdg	0,914	0,880	$\ln(G^2\bar{h})$	0,843	0,887	$1/G^2\bar{h}$	-0,708	-0,813
$G\bar{h}$	0,738	0,757	$\ln(Gh_{\text{dom}})$	0,888	0,931	$1/Gh_{\text{dom}}$	-0,809	-0,901
$G^2\bar{h}$	0,853	0,831	$\ln(G^2h_{\text{dom}})$	0,915	0,955	$1/G^2h_{\text{dom}}$	-0,733	-0,851
Gh_{dom}	0,908	0,898	$\ln(dg\bar{h})$	0,478	0,502	$1/dg\bar{h}$	-0,439	-0,472
G^2h_{dom}	0,921	0,874	$\ln(dg^2\bar{h})$	0,599	0,617	$1/dg^2\bar{h}$	-0,502	-0,542
$dg\bar{h}$	0,490	0,499	$\ln(dgh_{\text{dom}})$	0,718	0,743	$1/dgh_{\text{dom}}$	-0,657	-0,701
$dg^2\bar{h}$	0,565	0,546	$\ln(dg^2h_{\text{dom}})$	0,736	0,755	$1/dg^2h_{\text{dom}}$	-0,601	-0,648
dgh_{dom}	0,736	0,738	$\ln(GN)$	0,319	0,348			

FONTE: o autor (2018).

NOTA: V = volume de lenha com casca em $\text{m}^3.\text{ha}^{-1}$; $\ln(V)$ = logaritmo neperiano do volume de lenha com casca em $\text{m}^3.\text{ha}^{-1}$; I = Idade da bracatinga (anos); N = Número de Árvores por Hectare; $\bar{d}$ = Média do Diâmetro à Altura do Peito (cm); $\bar{h}$ = Média da Altura total (m); dg = Diâmetro Médio Quadrático (cm); S = Sítio da bracatinga (m); h_{dom} = Altura Dominante da bracatinga (m); e G = Área Basal por Hectare (m^2).

4.2.3 Distribuição das principais variáveis utilizadas na modelagem

Na sequência, calculou-se, para as principais variáveis utilizadas no processo de modelagem do volume de lenha por hectare dos bracatingais, os valores médios por idade, os quais foram plotados contra a idade em gráficos juntamente com a distribuição dos valores observados por parcela. Esse procedimento tem a finalidade de compreender a tendência de evolução de cada uma das variáveis ao longo dos anos.

As Figuras 9 a 11 mostram os gráficos gerados com as distribuições e valores médios dos dados não agrupados em classes de sítio, nos quais pode-se observar a tendência que cada variável adquire ao longo dos anos em que foi tomada a amostra. As tabelas com os valores médios de cada variável, podem ser verificadas nos Apêndices 4 a 6.

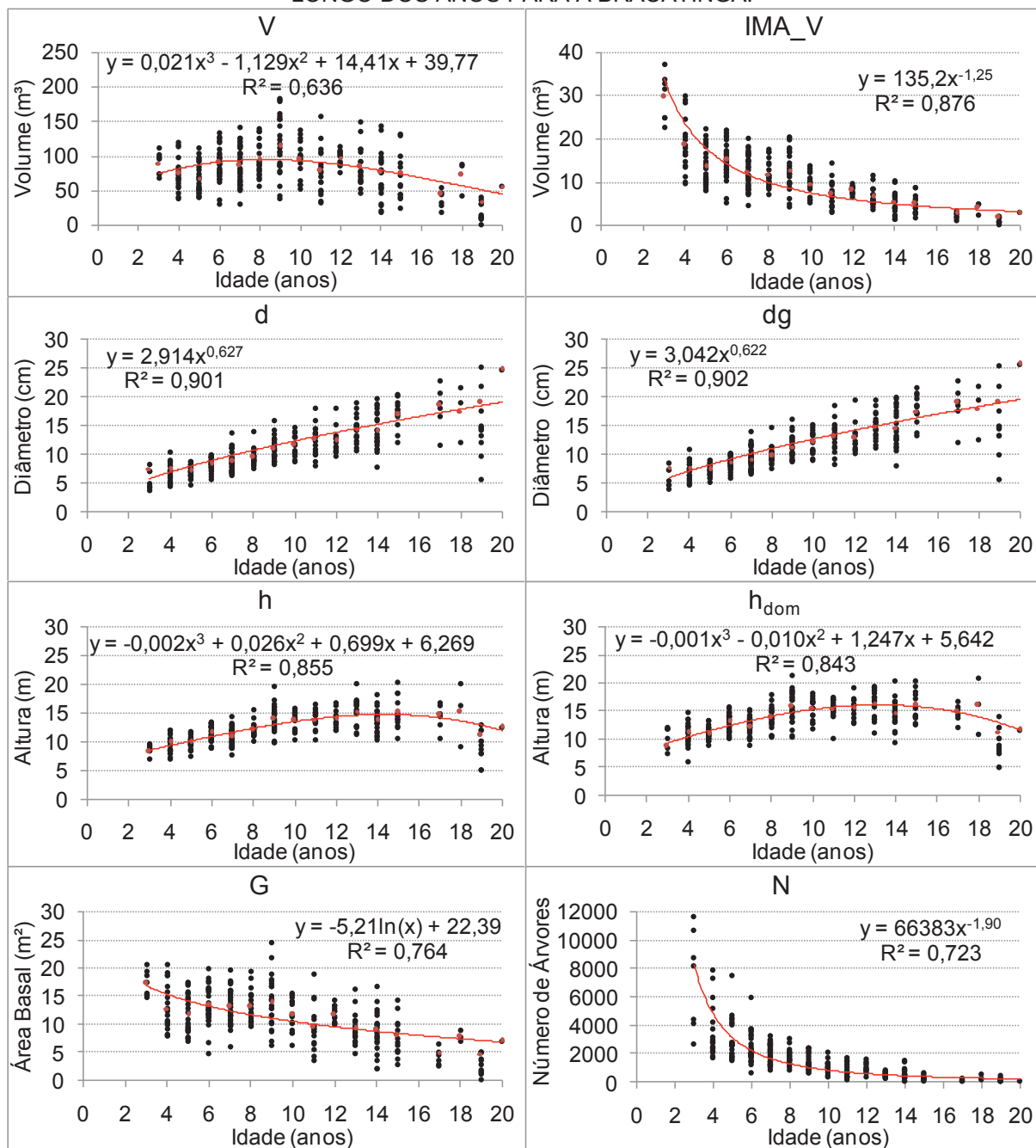
Machado *et al.* (2002b) estudando o efeito da densidade inicial e do sítio em bracatingais, com parcelas permanentes medidas até 7,6 anos de idade, observaram que a evolução de V e G, com o passar do tempo, não apresentou um padrão muito claro, afirmando que isso provavelmente ocorreu devido à alta e heterogênea mortalidade da bracatinga, observaram também que as produções aumentaram até a idade de aproximadamente 6,3 anos e passaram a cair a partir daí. Já com base nos gráficos da Figura 9 (construídos com uma base de dados mais ampla e diversificada), pode-se verificar que o volume por hectare da bracatinga nos bracatingais, de forma geral, tem um padrão crescente até os 8 ou 9 anos de idade e que após isso, torna-se continuamente decrescente.

O IMA do volume dos 3 aos 20 anos apresenta um padrão sempre decrescente, pressupondo que o seu valor máximo tenha sido atingido antes dessa idade. Quando estudava os efeitos da densidade inicial e do sítio sobre o desenvolvimento de bracatingais nativos com base em parcelas permanentes medidas até 7,6 anos de idade, Machado *et al.* (2001) observaram que para o V, o máximo IMA foi atingido próximo aos 4 anos de idade.

A área basal e o número de árvores também mantêm um padrão sempre decrescente ao longo dos anos observados. Segundo Machado *et al.* (2002a), a taxa de mortalidade é tanto maior, quanto maior for a densidade inicial, sendo que a maior mortalidade acontece nos primeiros anos da vida do povoamento e que o

número de plantas remanescentes por hectare tende a convergir para um mesmo número, independentemente da densidade inicial, não sendo influenciado pelo sítio.

FIGURA 9 – DISTRIBUIÇÃO DOS DADOS DAS PRINCIPAIS VARIÁVEIS DO POVOAMENTO AO LONGO DOS ANOS PARA A BRACATINGA.



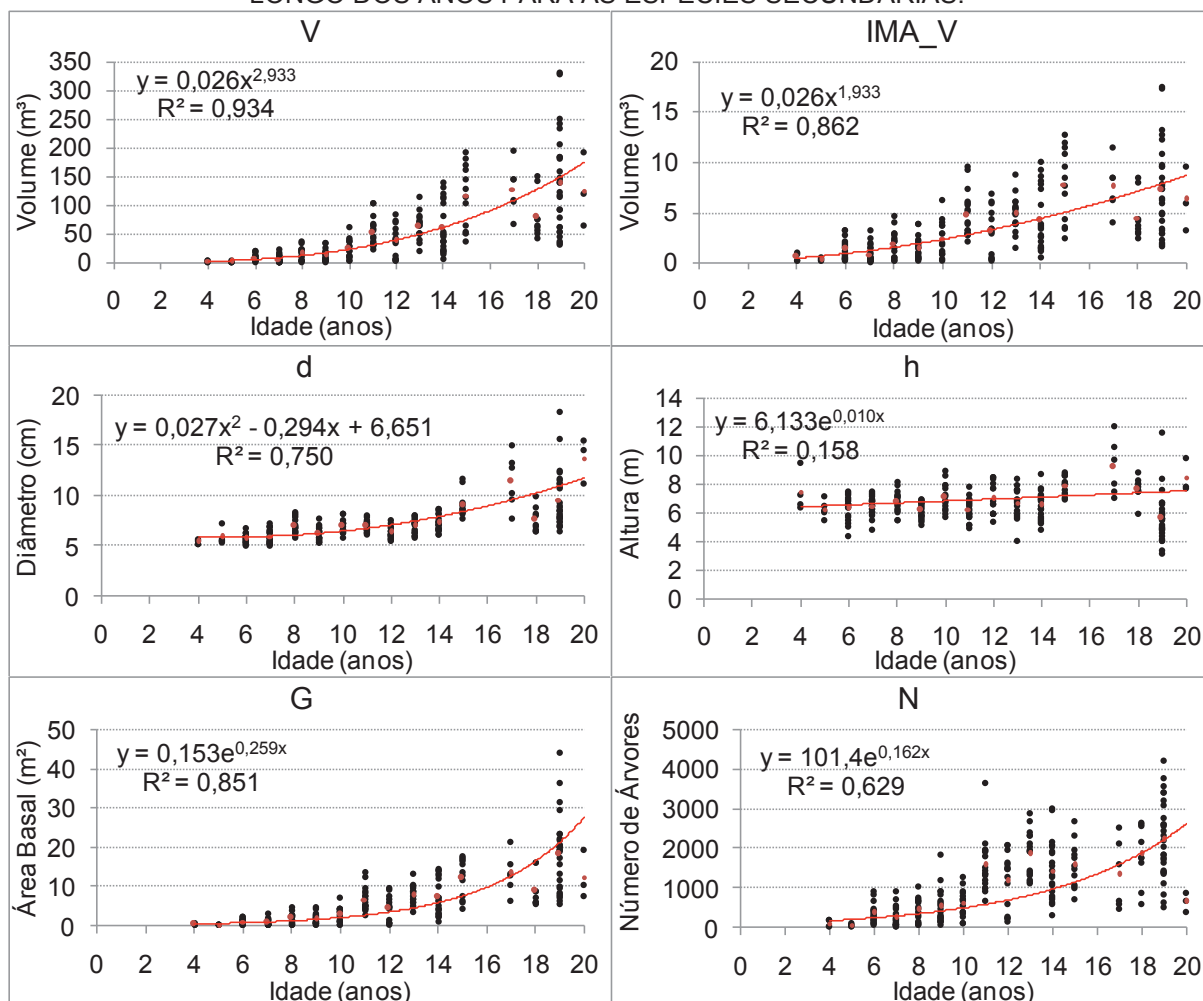
FONTE: o autor (2018).

Para os diâmetros, observa-se sempre um padrão crescente, já para as alturas, o padrão é crescente até 14 ou 15 anos e depois decai. Este comportamento observado para as alturas é diferente do esperado e pode ser explicado pelo fato da

maioria das parcelas com idades mais avançadas estarem na pior classe de sítio, fazendo com que a média das alturas diminua após os 15 anos dos bracatingais.

Com base na tendência das variáveis ao longo dos anos, pode-se supor que, devido a alta densidade dos povoamentos na fase inicial, o IMA_V atinja seu valor máximo antes dos 3 anos de idade e que por consequência da densidade ocorra uma alta e heterogênea mortalidade natural por competição entre indivíduos. Essa alta mortalidade resulta na diminuição da quantidade de árvores de bracatinga o que explica a mudança no estoque volumétrico após os 8 ou 9 anos, ou seja, o estoque volumétrico atinge a sua capacidade máxima produtiva e tende a diminuir após essa idade. Como as árvores menores morrem devido a competição, sobram no povoamento as árvores de maior porte (em média), explicando os diâmetros sempre crescente e as alturas crescente até os 8 ou 9 anos e estável após essas idades.

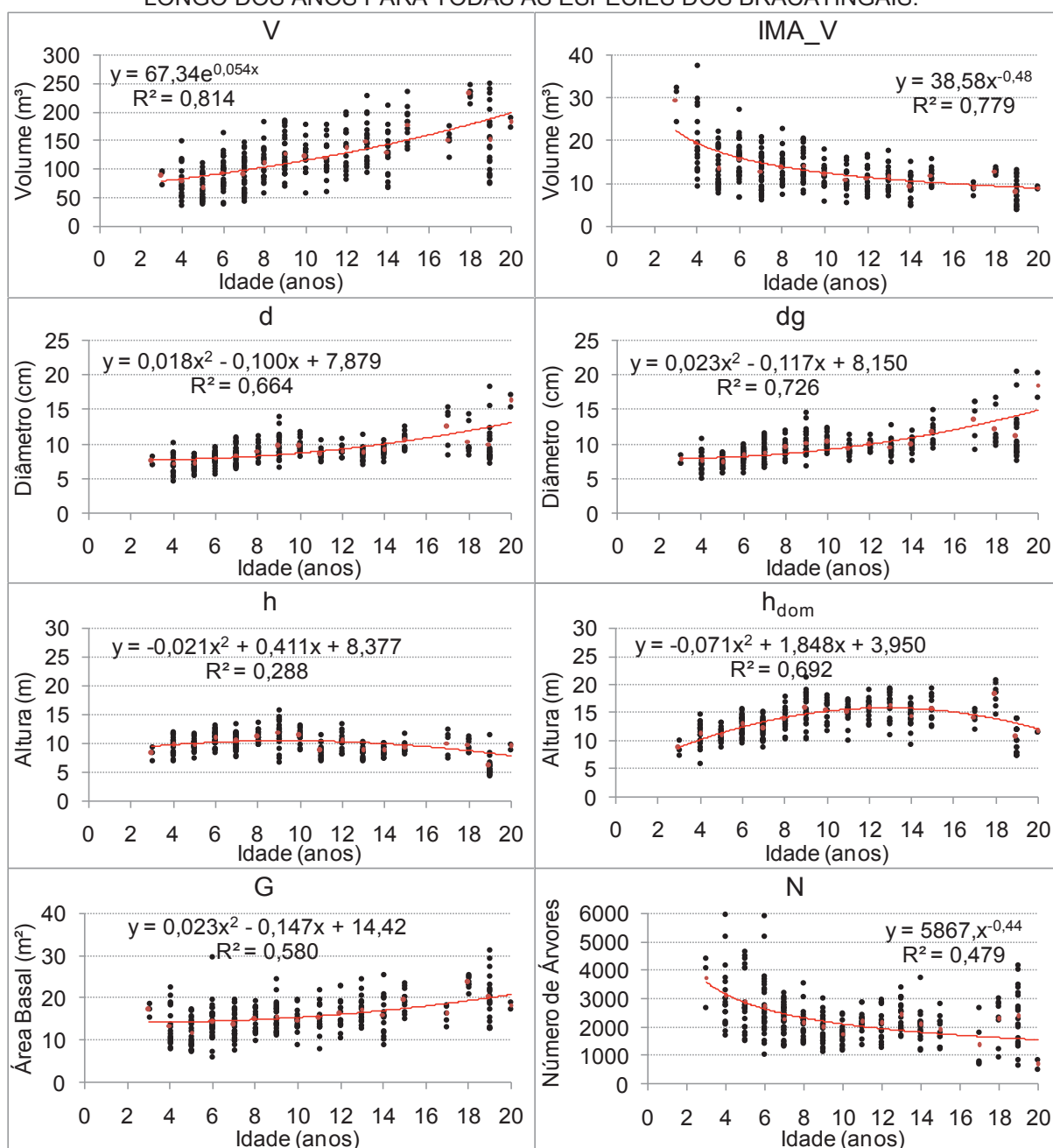
FIGURA 10 – DISTRIBUIÇÃO DOS DADOS DAS PRINCIPAIS VARIÁVEIS DO POVOAMENTO AO LONGO DOS ANOS PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.



FONTE: o autor (2018).

Para as espécies secundárias dos bracatingais, na Figura 10 observa-se para a altura das árvores uma tendência de estabilidade com a maioria dos valores entre 4 e 10 metros em todas as idades observadas. Já para as demais variáveis, observa-se sempre um padrão crescente ao longo dos anos, mostrando que as espécies secundárias suplantam a bracatinga em número de indivíduos aos 11 anos, conforme Silva *et al.* (2016), e em algum momento além dessa idade, deva suplantá-la em área basal e volume.

FIGURA 11 – DISTRIBUIÇÃO DOS DADOS DAS PRINCIPAIS VARIÁVEIS DO POVOAMENTO AO LONGO DOS ANOS PARA TODAS AS ESPÉCIES DOS BRACATINGAIS.



FONTE: o autor (2018).

Para o conjunto de todas as espécies dos bracatingais, na Figura 11 observa-se um padrão decrescente para IMA_V e a variável N. Com o grande número de indivíduos de bracatinga nos anos iniciais do povoamento, o IMA_V já atingiu seu máximo e sob o efeito da mortalidade da espécie, a variável N diminui ao longo dos anos, mesmo com a entrada das espécies secundárias.

Para as variáveis V, G, $\bar{d}$ e dg observa-se um padrão crescente. Considerando que há um padrão contínuo de mortalidade da bracatinga, que o IMA_V já tenha atingido seu máximo e o povoamento esteja na fase juvenil de crescimento após os 3 anos e que o volume da bracatinga começa a diminuir após os 8 anos de idade, o padrão crescente dessas variáveis é explicado pelo crescimento volumétrico e o aumento do porte das árvores de bracatinga sobreviventes e pela entrada e crescimento das espécies secundárias ao longo dos anos. Já para as alturas, o comportamento é similar ao da bracatinga, sendo o sítio o fator determinante para o decréscimo da curva nos anos finais.

4.3 MODELAGEM DO VOLUME DO POVOAMENTO COM DADOS NÃO AGRUPADOS

4.3.1 Equações ajustadas para bracatinga

Na modelagem do volume do povoamento para o conjunto total dos dados de bracatinga foram utilizadas 230 parcelas para o ajuste das equações e 47 parcelas (selecionadas de todas as idades e classes de sítio) para fazer a validação da equação com melhor desempenho.

Na modelagem do volume do povoamento com as parcelas de bracatinga amostradas, observou-se que as equações cuja variável de maior correlação ($G\bar{h}$) está presente, foram as que propiciaram melhor desempenho. Ribeiro *et al.* (2012) modelando a quantidade de nutrientes por hectare em bracatingais, observaram que os melhores modelos foram aqueles que tiveram a combinação de área basal com a altura média e/ou altura dominante, destacando-se o modelo 66 de Ung e Ouellett (1991), o modelo 59 de Figueiredo Filho (1983) e o modelo de melhor desempenho de Machado *et al.* (2008a) obtido por processo *forward stepwise*.

Para os 29 modelos escolhidos da literatura florestal e ajustados, o erro padrão da estimativa (S_{yx}) variou de 3,99% a 40,88% (com os 12 melhores

apresentando erro menor que 10%). Os coeficientes de determinação ($R^2_{aj.}$) variaram de 0,991 a 0. Os resultados das estatísticas de ajuste e precisão para os 29 modelos podem ser observados na Tabela 8.

TABELA 8 - COEFICIENTES DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS E SUAS RESPECTIVAS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO PARA AS BRACATINGAS.

Modelo	β_0	β_1	β_2	β_3	FCM	$R^2_{aj.}$	S_{yx}	$S_{yx}\%$
52	1,7305	0,1882	----	----	----	0,991	3,2654	3,99
41	6,0036	0,6125	-0,3288	-0,4139	----	0,990	3,4078	4,17
43	1,1675	0,5837	----	----	----	0,990	3,4264	4,19
64	0,6368	0,9968	0,9740	----	----	0,989	3,4357	4,20
65	-0,5692	0,9970	-1,6596	----	1,0010	0,989	3,5216	4,31
67	-0,2927	0,8918	0,0602	----	1,0010	0,988	3,6331	4,44
47	-0,2980	0,9544	----	----	1,0010	0,988	3,6362	4,45
66	-0,2646	0,9575	0,9380	----	1,0010	0,988	3,6447	4,46
44	4,3798	0,5004	----	----	----	0,963	6,4636	7,90
42	1,2105	0,4737	0,3911	0,2119	----	0,962	6,4789	7,92
63	0,7024	0,9555	0,9338	----	----	0,962	6,5327	7,99
51	-0,1322	0,9005	----	----	1,0033	0,960	6,7069	8,20
59	0,7291	0,4995	----	----	1,0057	0,931	8,7643	10,71
50	0,8023	0,4823	----	----	1,0074	0,912	9,9139	12,12
60	36,2587	0,0257	----	----	----	0,895	10,8517	13,27
54	36,9596	0,0225	----	----	----	0,880	11,5945	14,17
55	-193,88	57,25	----	----	----	0,838	13,4467	16,44
56	-130,28	29,68	----	----	----	0,793	15,2161	18,60
45	5,3757	6,7606	----	----	----	0,749	16,7407	20,47
46	3,5462	-0,0169	7,1405	----	----	0,748	16,7724	20,50
49	2,0724	0,4778	----	----	1,0218	0,749	16,7631	20,49
48	2,0724	0,9556	----	----	1,0218	0,749	16,7631	20,49
53	40,7576	0,2810	----	----	----	0,698	18,3677	22,45
57	-48,971	56,152	----	----	----	0,677	18,9955	23,22
58	-48,971	28,076	----	----	----	0,677	18,9955	23,22
68	1,9025	0,2047	----	----	1,0602	0,315	27,6834	33,84
69	-0,2626	0,4863	----	----	1,0759	0,182	30,2521	36,98
61	2,0294	0,2420	----	----	1,0757	0,180	30,2902	37,03
62	4,1668	0,0183	----	----	1,1410	0,000	33,4427	40,88

FONTE: o autor (2018).

NOTA: β_i = coeficientes das equações ajustadas; FCM = Fator de correção de Mayer; R^2 = coeficiente de determinação; $R^2_{aj.}$ = coeficiente de determinação ajustado; S_{yx} = Erro padrão da estimativa.

Dos 29 modelos escolhidos da literatura florestal, destacaram-se o modelo 52 de Takata (1959) com $S_{yx}\% = 3,99$ e $R^2_{aj.} = 0,9905$, seguido pela equação ajustada para o modelo 41 de Stoate (1945), com $S_{yx}\% = 4,17$ e $R^2_{aj.} = 0,9896$, e pela equação ajustada para o modelo 43 de Spurr (1952), com $S_{yx}\% = 4,19$ e $R^2_{aj.} = 0,9895$. A distribuição gráfica de resíduos das 3 melhores equações é mostrada na Figura 12.

No trabalho de Machado *et al.* (2008a) essas mesmas equações aritméticas foram as de melhor ajuste, porém na ordem de desempenho destacou-se a equação do modelo 41, em segundo lugar ficou a equação do modelo 43 e em terceiro lugar a equação do modelo 52; ainda segundo esses autores, as equações logarítmicas foram melhores que as aritméticas, destacando-se os modelos 47 de Spurr (1952) e os modelos 65, 66 e 67 de Ung e Ouellett (1991).

Oliveira *et al.* (2005) modelando o volume para o povoamento em florestas naturais do município de Viçosa, Minas Gerais, observaram que a melhor equação ajustada para estimar o volume do fuste resultou do ajuste do modelo logaritmizado 65 de Ung e Ouellett (1991); e para estimar o volume total foi o modelo 64 não linear de Ung e Ouellett (1991). No ajuste feito neste trabalho para a bracatinga os modelos 64 e 65 ficaram em 4º e 5º lugares na ordem de desempenho, respectivamente.

Souza *et al.* (2014) modelando a biomassa de bracatinga em povoamentos nativos e Cysneiros *et al.* (2016) modelando o volume em floresta Ombrófila na Amazônia, selecionaram o modelo da variável combinada de Spurr (modelo 47) como um dos mais eficientes para a estimativa da produção de lenha por unidade de área, e para a produção volumétrica explorável na floresta ombrófila na Amazônia. Já no ajuste feito para a bracatinga, a equação deste modelo ficou em 5º lugar em desempenho geral, com erro padrão da estimativa 0,45% maior que o primeiro colocado.

A variável dg apresentou baixa correlação com as variáveis volumétricas, tanto na forma aritmética quanto logarítmica, como pode ser constatado na Tabela 5. Porém, observando-se que a variável dg no modelo 52 gerou um ganho na composição da equação, resolveu-se acrescentar essa variável na forma logarítmica ao modelo 67. Esse novo modelo foi numerado como modelo 70. Ajustou-se também um modelo aritmético e outro logarítmico pelo processo *forward stepwise*, os quais foram denominados modelos 71 e 72 respectivamente. Estes modelos são

apresentados a seguir com seus respectivos coeficientes. As suas estatísticas de ajuste e precisão estão apresentadas na Tabela 9, bem como a distribuição gráfica de resíduos mostrada na Figura 12. No processo de ajuste dessas equações observou-se que não apresentam problema de multicolinearidade entre as variáveis, sendo seus coeficientes significativos para 95% de probabilidade.

$$\ln(V) = -0,4828 + 0,7581 \cdot \ln(G\bar{h}) + 0,1938 \cdot \ln(Gh_{dom}) + 0,0746 \cdot \ln(dg) \quad [70]$$

$$V = 9,7058 + 0,4753 \cdot G\bar{h} - 117,6027 \cdot (dg)^{-1} + 1,6026 \cdot G \quad [71]$$

$$\ln(V) = -0,1895 + 0,9848 \cdot \ln(G\bar{h}) - 0,0107 \cdot h_{dom} - 1,1001 \cdot (dg)^{-1} \quad [72]$$

TABELA 9 - ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO DAS NOVAS EQUAÇÕES DESENVOLVIDAS PARA ESTIMATIVA DO VOLUME POR HECTARE DAS BRACATINGAS.

Equação	FCM	R ²	R ² _{aj.}	S _{yx}	S _{yx} %
70	1,0007	0,9918	0,9917	3,0421	3,72
71	----	0,9949	0,9948	2,4084	2,94
72	1,0006	0,9929	0,9929	2,8267	3,46

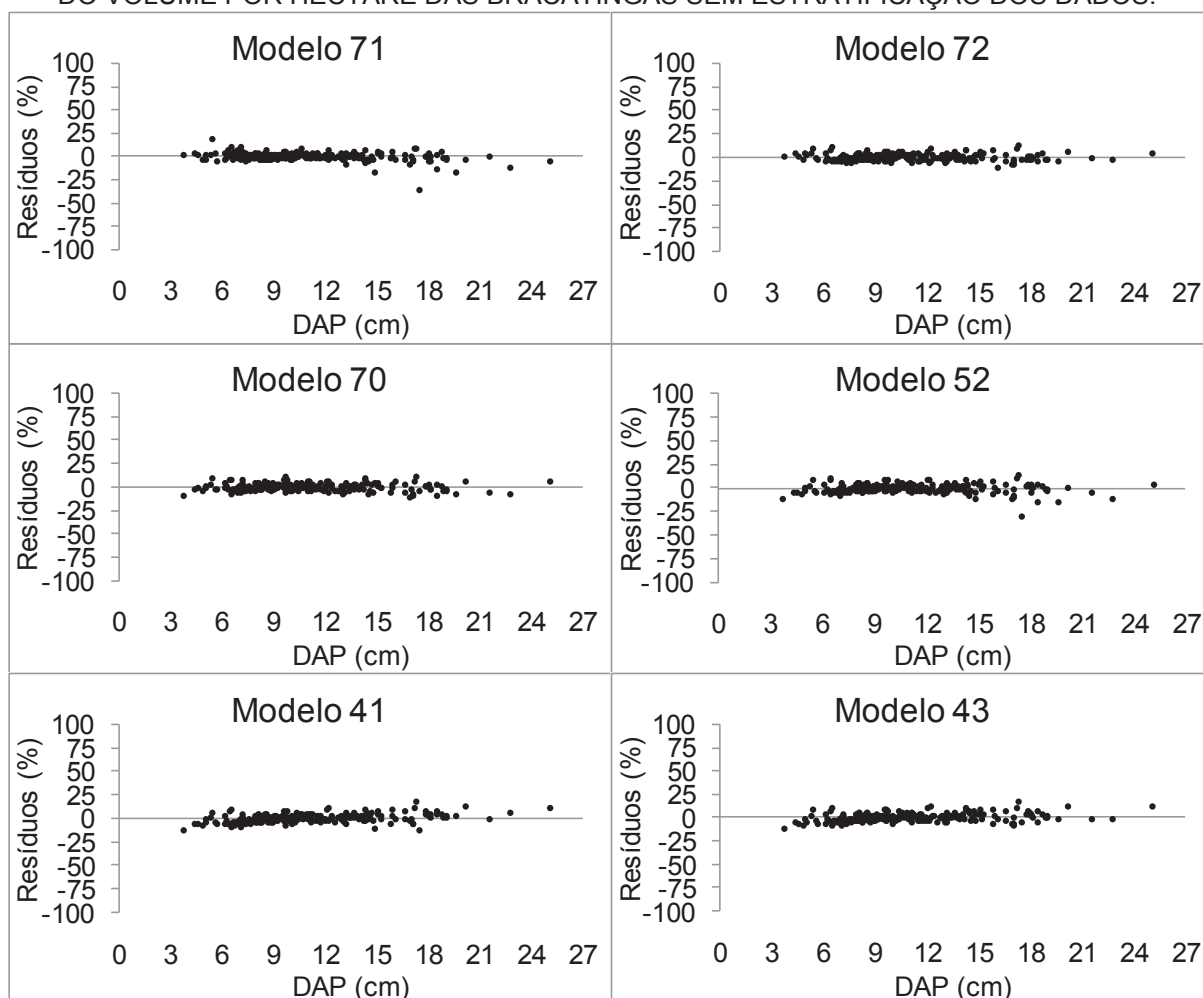
FONTE: o autor (2018).

A equação 71 ajustada através do processo *forward stepwise* apresenta-se como a de melhor desempenho, frente às equações 70 e 72 e aos 29 modelos retirados da literatura florestal. Na modelagem feita por Machado *et al.* (2008a), com uma quantidade menor de parcelas esses autores ajustaram equações aritméticas e logarítmicas pelo processo *forward stepwise*, onde a aritmética apresentou S_{yx}%=1,59 e R²=0,998 e a logarítmica apresentou S_{yx}%=2,05 e R²=0,997, sendo que essas equações tiveram uma quantidade de variáveis explicativas maior, porém parecidas quanto as variáveis escolhidas nas equações 71 e 72.

Nas Tabelas 8 e 9, observa-se que a diferença entre às estatísticas de ajuste e precisão dos modelos 41, 43 e 52 e as equações 70, 71 e 72 são pequenas. Ao analisar os gráficos de resíduos da Figura 12, percebe-se que a equação 71 tem uma dispersão de dados um pouco maior que as equações 70 e 72 e que as equações dos modelos 41, 43 e 52 possuem uma pequena tendenciosidade de superestimar nas idades menores e subestimar nas idades maiores. Já os resíduos das equações 70 e 72 apresentam-se de forma homogênea ao longo de toda distribuição diamétrica. Na equação 70 os resíduos percentuais tiveram seus extremos em -11,31 e 10,70 com média de -0,25 e variância de 14,6. Na equação 72

os resíduos percentuais tiveram seus extremos em -11,90 e 12,38 com média de -0,21 e variância de 12,29. Com isso, verificou-se que a equação 72 possui distribuição de resíduos mais homogênea que as demais, sendo portanto a escolhida para o processo de validação.

FIGURA 12 – RESÍDUOS PARA AS 6 MELHORES EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA ESTIMATIVA DO VOLUME POR HECTARE DAS BRACATINGAS SEM ESTRATIFICAÇÃO DOS DADOS.



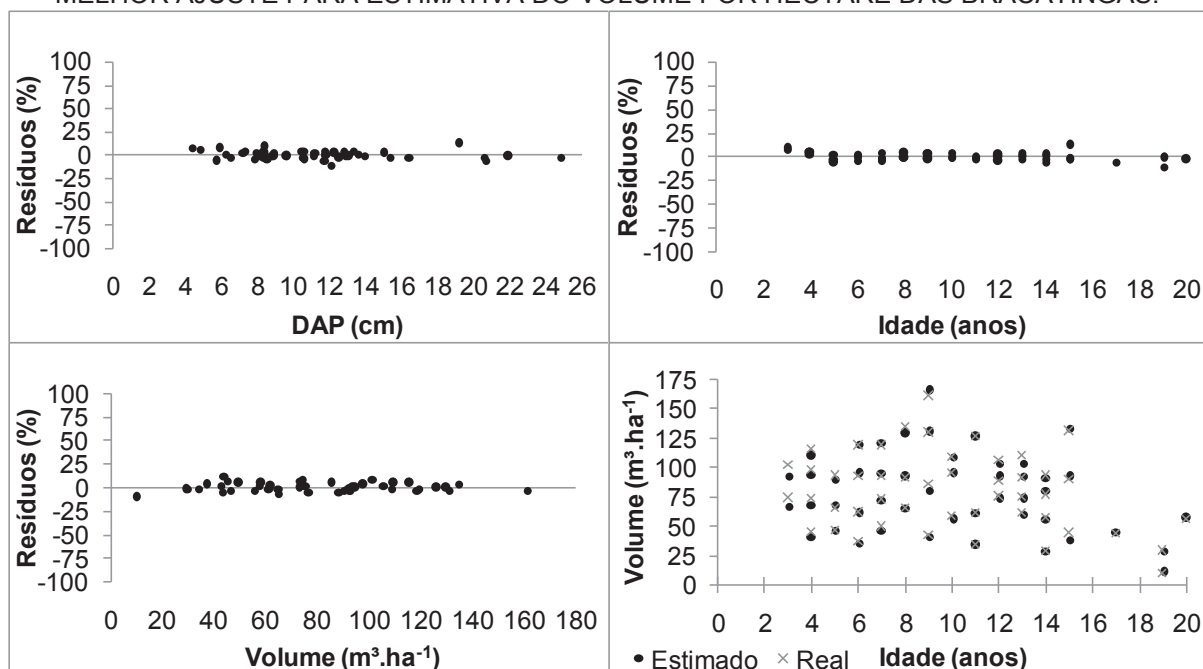
FONTE: o autor (2018).

Na modelagem feita por Machado *et al.* (2008a) foram ajustadas equações aritméticas, logarítmicas e semilogarítmicas pelo processo *forward stepwise*, selecionando como melhor a equação aritmética, cuja fórmula é: $V = 0,23415 + 0,40208 \cdot G\bar{h} + 0,09969 \cdot Gh_{dom}$; com $S_{yx}\% = 2,07$ e $R^2 = 0,997$. Esta equação foi validada na ocasião e recomendada para uso nos bracatingais da região metropolitana de Curitiba.

Desta forma, a equação 72 e a equação recomendada por Machado *et al.* (2008a) foram submetidas ao processo de validação. No processo de validação o

teste de aderência do Qui-quadrado (χ^2), para a equação 72 apresentou um valor calculado ($\chi^2_{\text{cal}} = 6,20$) menor que o valor tabelado ($\chi^2_{\text{tab}} (\alpha=5\%) = 64,00$), sendo não significativo, ou seja, não há diferença estatística entre os valores estimados e os observados. Já a equação recomendada por Machado *et al.* (2008a) apresentou um valor calculado ($\chi^2_{\text{cal}} = 101,75$) maior que o valor tabelado, tendo significativa diferença estatística entre os valores observados e estimados. A raiz quadrada do erro médio (RQEM%) calculada para os dados da validação para ambas as equações, apresentou para a equação 72 um valor igual a 3,39% e para a equação recomendada por Machado *et al.* (2008a) um valor igual a 15,41%. A Figura 13 mostra o comportamento dos dados usados na validação da equação 72. A distribuição dos dados e valores residuais evidenciam uma distribuição homogênea e sem tendenciosidades ao longo de toda linha de regressão. O fato da equação recomendada por Machado *et al.* (2008a), ter sido validada na ocasião de seu ajuste e agora não, pode ser explicado simplesmente pela mudança na base de dados, a qual foi acrescentada mais parcelas com idades maiores e também pela diferença na metodologia de cálculo dos volumes individuais.

FIGURA 13 – RESÍDUOS E DISTRIBUIÇÃO DOS DADOS DA VALIDAÇÃO DA EQUAÇÃO DE MELHOR AJUSTE PARA ESTIMATIVA DO VOLUME POR HECTARE DAS BRACATINGAS.



FONTE: o autor (2018).

4.3.2 Equações ajustadas para as espécies secundárias

Na modelagem do volume do povoamento para as espécies secundárias foram utilizadas 200 parcelas para o ajuste das equações e 30 parcelas para fazer a validação da equação com melhor desempenho.

A Tabela 10 apresenta, ordenados de acordo com o erro padrão, os resultados das estatísticas de ajuste e precisão para os modelos testados.

TABELA 10 - COEFICIENTE DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS E SUAS RESPECTIVAS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.

Modelo	β_0	β_1	β_2	β_3	FCM	$R^2_{aj.}$	S_{yx}	$S_{yx}\%$
64	2,2324	1,0123	0,6683	----	----	0,987	6,933	12,94
66	0,7096	1,0103	0,7138	----	1,0011	0,987	7,021	13,10
41	-3,4013	0,7815	3,0112	0,3927	----	0,987	7,111	13,27
59	1,0890	0,5078	----	----	1,0018	0,984	7,700	14,37
67	0,1174	0,9205	0,0817	----	1,0024	0,981	8,471	15,81
43	0,6768	1,1897	----	----	----	0,977	9,422	17,58
52	0,8422	0,0912	----	----	----	0,977	9,426	17,59
42	0,8496	0,1578	6,2908	-0,1819	----	0,950	13,756	25,67
63	4,7351	4,7351	4,7351	----	----	0,949	13,842	25,83
46	-2,5616	-0,0246	8,9636	----	----	0,947	14,217	26,53
45	-0,6068	8,3091	----	----	----	0,945	14,366	26,81
47	2,0303	1,0229	----	----	1,0103	0,945	14,477	27,01
48	2,0303	1,0229	----	----	1,0103	0,945	14,477	27,01
49	2,0303	0,5114	----	----	1,0103	0,945	14,477	27,01
50	0,7041	0,5079	----	----	1,0115	0,939	15,154	28,27
65	-1,8177	0,3883	0,9340	----	----	0,918	17,561	32,77
44	-0,9001	0,6020	----	----	----	0,894	20,029	37,37
51	-0,5613	0,9974	----	----	1,0262	0,892	20,218	37,72
68	-0,0605	0,3679	----	----	1,0276	0,848	24,010	44,80
60	28,6749	0,0390	----	----	----	0,798	27,671	51,63
61	-1,2033	0,5704	----	----	1,0460	0,773	29,302	54,67
54	28,9949	0,0197	----	----	----	0,749	30,797	57,46
53	30,2695	0,2479	----	----	----	0,735	31,640	59,04
69	-6,7044	1,1591	----	----	1,0548	0,735	31,679	59,11
55	-41,3428	32,0970	----	----	----	0,635	37,171	69,36
56	-11,7916	16,1602	----	----	----	0,625	37,652	70,26
57	18,4521	32,2910	----	----	----	0,611	38,376	71,60
58	18,4521	16,1455	----	----	----	0,611	38,376	71,60
62	-7,4652	1,8301	----	----	1,9321	0,438	348,43	650,13

FONTE: o autor (2018).

NOTA: β_i = coeficientes das equações ajustadas; FCM = Fator de correção de Mayer; $R^2_{aj.}$ = coeficiente de determinação ajustado; S_{yx} = Erro padrão da estimativa.

Observa-se que o erro padrão da estimativa (S_{yx}) variou de 12,94% a 650,13%, o coeficiente de determinação ($R^2_{aj.}$) variou de 0,987 a 0,438. O modelo 62 não conseguiu se ajustar aos dados, apresentando as piores estatísticas de ajuste e precisão. Esse comportamento pode ser explicado pelo fato do modelo ser uma equação da reta. Quando plotados os logaritmos dos volumes contra o logaritmo da variável combinada $\bar{d}^2\bar{h}$, observou-se que a distribuição dos dados não possui tendência, resultando em uma equação sem efeito na estimativa do volume por hectare, ou seja, para esse conjunto de dados, trata-se de um modelo mal designado.

Dentre os outros 28 modelos escolhidos da literatura florestal, destacaram-se o modelo 64 não linear de Ung e Ouellett (1991) com $S_{yx}\% = 12,94$ e $R^2_{aj.} = 0,987$, seguido pela equação ajustada para o modelo logaritmo 66 de Ung e Ouellett (1991), com $S_{yx}\% = 13,10$ e $R^2_{aj.} = 0,987$, e pela equação ajustada para o modelo 41 de Stoate (1945), com $S_{yx}\% = 13,27$ e $R^2_{aj.} = 0,987$. A equação ajustada para o modelo 41 apresentou problema de multicolinearidade (valor $p > 5\%$) para as variáveis G e $\bar{h}$. A distribuição gráfica de resíduos das equações 64 e 66 são mostradas na Figura 14 juntamente com os gráficos das equações ajustadas por meio do processo de seleção de variáveis *forward stepwise*.

No trabalho de Oliveira *et al.* (2005) o modelo 64, não linear de Ung e Ouellett (1991), foi o melhor para estimar o volume total, semelhante ao observado neste trabalho. Nas pesquisas realizadas por Souza *et al.* (2014) e Cysneiros *et al.* (2016), o modelo de variável combinada de Spurr (modelo 47) foi selecionado como um dos mais eficientes, porém, no ajuste feito para as espécies secundárias, a equação deste modelo ficou em 12º lugar em desempenho geral, com erro padrão da estimativa 14,1% maior que o primeiro colocado.

Ajustou-se também uma equação aritmética e outra logarítmica pelo processo *forward stepwise*, as quais foram denominadas equações 70 e 71 respectivamente. Estas equações são apresentadas a seguir com seus respectivos coeficientes. As suas estatísticas de ajuste e precisão estão apresentadas na Tabela 11, bem como a distribuição gráfica de resíduos mostrada na Figura 14.

$$V = 4,6291 - 0,0971*\bar{d}^2\bar{h} + 0,1100*G^2 + 1,2300*G\bar{h} - 0,0171*G^2\bar{h} + 0,0739*dg^2\bar{h} \quad [70]$$

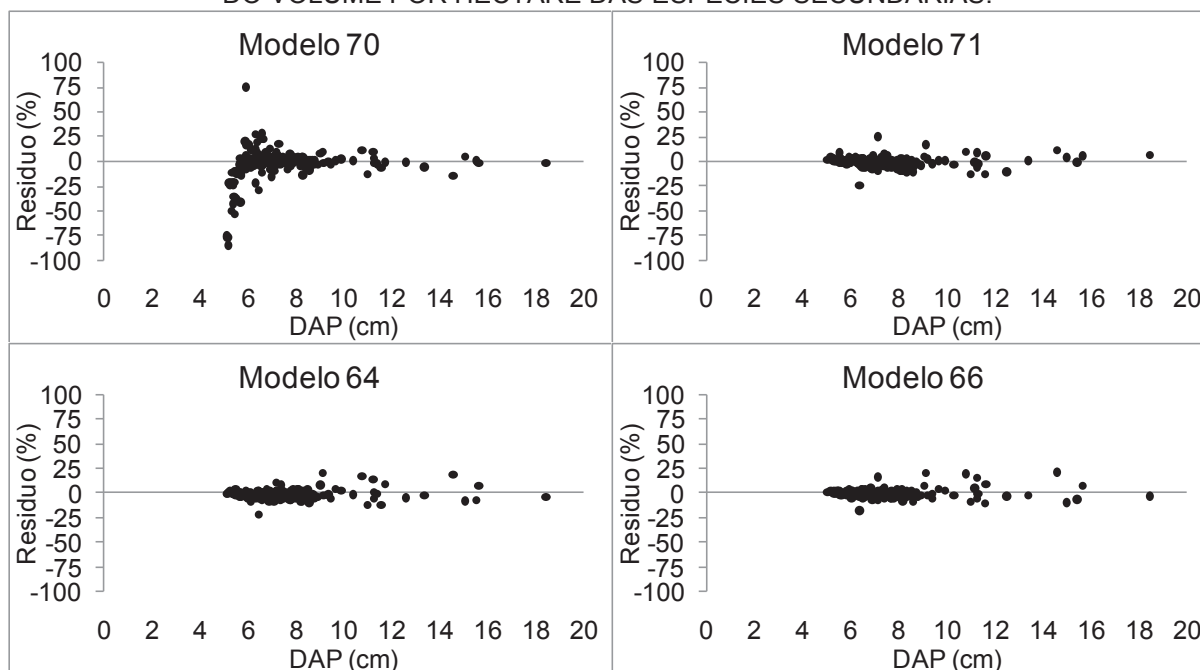
$$\ln(V) = 4,8575 - 0,0231*\bar{d} + 0,6315*\ln(G^2) - 0,2677*\ln(N.\bar{d}) - 4,1018*\bar{h}^{-1} \quad [71]$$

TABELA 11 - ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS POR MEIO DO MÉTODO *FORWARD STEPWISE* PARA ESTIMATIVA DO VOLUME POR HECTARE DAS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.

Equação	FCM	R ²	R ² _{aj.}	S _{yx}	S _{yx} %	F
70	----	0,994	0,994	4,814	8,98	6456
71	1,003	0,992	0,992	5,450	10,17	6287

FONTE: o autor (2018).

FIGURA 14 – RESÍDUOS PARA AS 4 MELHORES EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA ESTIMATIVA DO VOLUME POR HECTARE DAS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.



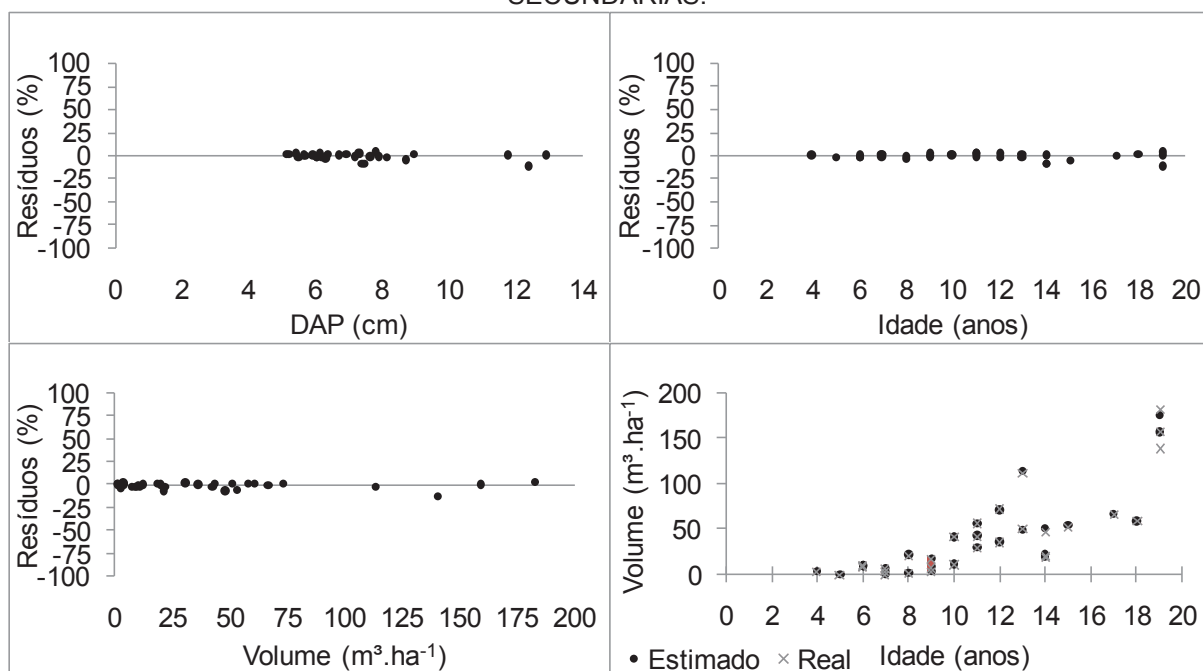
FONTE: o autor (2018).

A equação selecionada para estimar o volume por hectare de todas as espécies secundárias é a 71, pois mesmo ficando em segundo lugar no ranqueamento (com erro padrão 1,19% maior que a primeira colocada), apresentou melhor distribuição de resíduos, sem tendenciosidade, heterocedastidade e também é um modelo sem multicolinearidade. Desta forma, com esta foi aplicado o teste de validação.

O teste de aderência do Qui-quadrado (χ^2) usado para a validação da equação apresentou um $\chi^2_{\text{cal.}} = 2,64$, menor que $\chi^2_{\text{tab.}(\alpha=5\%)} = 43,77$, sendo não significativo para a hipótese de que o modelo não é acurado para estimar o volume do povoamento e aceitando a hipótese que o modelo usado para estimativa de volume dos povoamentos de bracatinga é acurado. Calculando a raiz quadrada do erro médio (RQEM%), com os dados da validação, este apresentou um valor igual a 7,92%.

A Figura 15 mostra a dispersão dos valores residuais obtidos com a estimativa do volume de lenha por hectare das secundárias para os dados utilizados na validação do melhor modelo, evidenciando a distribuição homogênea ao longo de toda linha de regressão.

FIGURA 15 – RESÍDUOS E DISTRIBUIÇÃO DOS DADOS UTILIZADOS NA VALIDAÇÃO DA EQUAÇÃO ESCOLHIDA PARA ESTIMATIVA DO VOLUME POR HECTARE DAS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.



FONTE: o autor (2018).

4.3.3 Equações ajustadas para todas as espécies juntas

Na modelagem do volume do povoamento para o conjunto total dos dados com todas as espécies foram utilizadas 255 parcelas para o ajuste das equações e 38 parcelas, selecionadas dentre todas as idades e classes de sítios, para fazer a validação da equação com melhor desempenho. A Tabela 12 apresenta, ordenados de acordo com o erro padrão, os resultados das estatísticas de ajuste e precisão para os modelos testados.

TABELA 12 - COEFICIENTE DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS E SUAS RESPECTIVAS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO PARA TODAS AS ESPÉCIES.

Modelo	β_0	β_1	β_2	β_3	FCM	$R^2_{aj.}$	S_{yx}	$S_{yx}\%$
42	-41,0261	0,2265	5,8164	1,4489	----	0,882	16,118	13,69
63	1,0906	1,0906	1,0906	----	----	0,877	16,443	13,97
50	-0,0909	0,5975	----	----	1,0077	0,876	16,476	14,00
54	50,3224	0,0186	----	----	----	0,843	18,554	15,76
67	-0,4938	0,1022	0,8836	----	1,0118	0,819	19,908	16,92
44	8,5096	0,5100	----	----	----	0,815	20,155	17,13
51	-0,3530	0,9528	----	----	1,0120	0,815	20,160	17,13
65	-1,8177	0,3283	0,9340	----	----	0,812	20,316	17,26
64	1,9183	1,2953	0,2432	----	----	0,798	21,050	17,89
41	-6,7894	0,3598	6,4591	-3,1227	----	0,798	21,063	17,90
66	0,5260	1,3341	0,2437	----	1,0144	0,797	21,090	17,92
46	-55,2202	-0,0903	12,6146	----	----	0,782	21,843	18,56
45	-31,3381	9,5675	----	----	----	0,780	21,951	18,65
47	1,1330	1,3130	----	----	1,0158	0,771	22,422	19,05
48	1,1330	1,3130	----	----	1,0158	0,771	22,422	19,05
49	1,1330	0,6565	----	----	1,0158	0,771	22,422	19,05
57	-273,3144	144,4404	----	----	----	0,758	23,035	19,57
58	-273,3144	72,2202	----	----	----	0,758	23,035	19,57
59	-0,0939	0,6233	----	----	1,0185	0,738	23,957	20,36
53	47,2168	0,2697	----	----	----	0,733	24,177	20,54
60	45,5272	0,0288	----	----	----	0,718	24,866	21,13
56	-400,6722	67,5795	----	----	----	0,708	25,309	21,50
52	2,2133	5,4513	----	----	----	0,629	28,505	24,22
43	11,9726	0,6996	----	----	----	0,532	32,036	27,22
55	-378,2346	99,9171	----	----	----	0,521	32,394	27,52
68	0,4601	0,3219	----	----	1,0561	0,282	39,667	33,70
62	1,9457	0,4174	----	----	1,0632	0,245	40,688	34,57
61	1,8006	0,2769	----	----	1,0761	0,095	44,544	37,85
69	0,3754	0,4367	----	----	1,0809	0,053	45,577	38,72

FONTE: o autor (2018).

NOTA: β_i = coeficientes das equações ajustadas; FCM = Fator de correção de Mayer; $R^2_{aj.}$ = coeficiente de determinação ajustado; S_{yx} = Erro padrão da estimativa.

No ajuste para todas as espécies observa-se que o erro padrão da estimativa (S_{yx}) variou de 13,69% a 38,72%, o coeficiente de determinação ($R^2_{aj.}$) variou de 0,882 a 0,053 e que se destacaram o modelo 42 de Stoate (1945) com $S_{yx}\% = 13,69$ e $R^2_{aj.} = 0,882$, seguido pela equação ajustada para o modelo não linear 63 de Ung e Ouellett (1991), com $S_{yx}\% = 13,97$ e $R^2_{aj.} = 0,877$, e pela equação ajustada para o modelo 50 de Spurr (1952), com $S_{yx}\% = 14,00$ e $R^2_{aj.} = 0,876$. A equação ajustada para o modelo 42 o intercepto é não significativo, sendo a equação descartada. A distribuição gráfica de resíduos das equações 63 e 50 são

mostradas na Figura 16 juntamente com os gráficos das equações ajustadas por meio do processo de seleção de variáveis *forward stepwise*.

Nos trabalhos sobre modelagem por unidade de área de Machado *et al.* (2008a), Souza *et al.* (2014) e Cysneiros *et al.* (2016), a melhor equação ajustada foi a do modelo 47 de Spurr (1952). Já no ajuste para todas as espécies nesse trabalho a equação deste modelo ficou em 14º lugar em desempenho geral, com erro padrão da estimativa 5,4% maior que o primeiro colocado.

Oliveira *et al.* (2005) verificaram que a melhor equação ajustada para estimar o volume do fuste foi o modelo logaritimizado 65 de Ung e Ouellett (1991) e para estimar o volume total foi o modelo 64 não linear de Ung e Ouellett (1991). No ajuste para todas as espécies no presente trabalho, a equação 64 ficou em 9º lugar em desempenho geral, com erro padrão da estimativa 4,2% maior que o primeiro colocado, enquanto a equação 65 ficou em 8º lugar em desempenho geral, com erro padrão da estimativa 3,6% maior que o primeiro colocado.

Ajustou-se também, para todas as espécies dos bracatingais, uma equação aritmética e outra logarítmica pelo processo *forward stepwise*, as quais foram denominadas equações 70 e 71 respectivamente. Estas equações são apresentados a seguir com seus respectivos coeficientes e as suas estatísticas de ajuste e precisão estão apresentadas na Tabela 13.

$$V = -148,0249 + 0,00971 \cdot G^2 h_{\text{dom}} + 5,1059 \cdot dg + 21,3167 \cdot \ln(G^2 h_{\text{dom}}) + 1,1940 \cdot I \quad [70]$$

$$\ln(V) = -0,4725 + 0,4190 \cdot \ln(G\bar{h}) + 0,4593 \cdot \ln(Gh_{\text{dom}}) + 0,1578 \cdot \ln(dg) + 0,0304 \cdot I \quad [71]$$

TABELA 13 - ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS POR MEIO DO MÉTODO *FORWARD STEPWISE* PARA ESTIMATIVA DO VOLUME POR HECTARE DE TODAS AS ESPÉCIES.

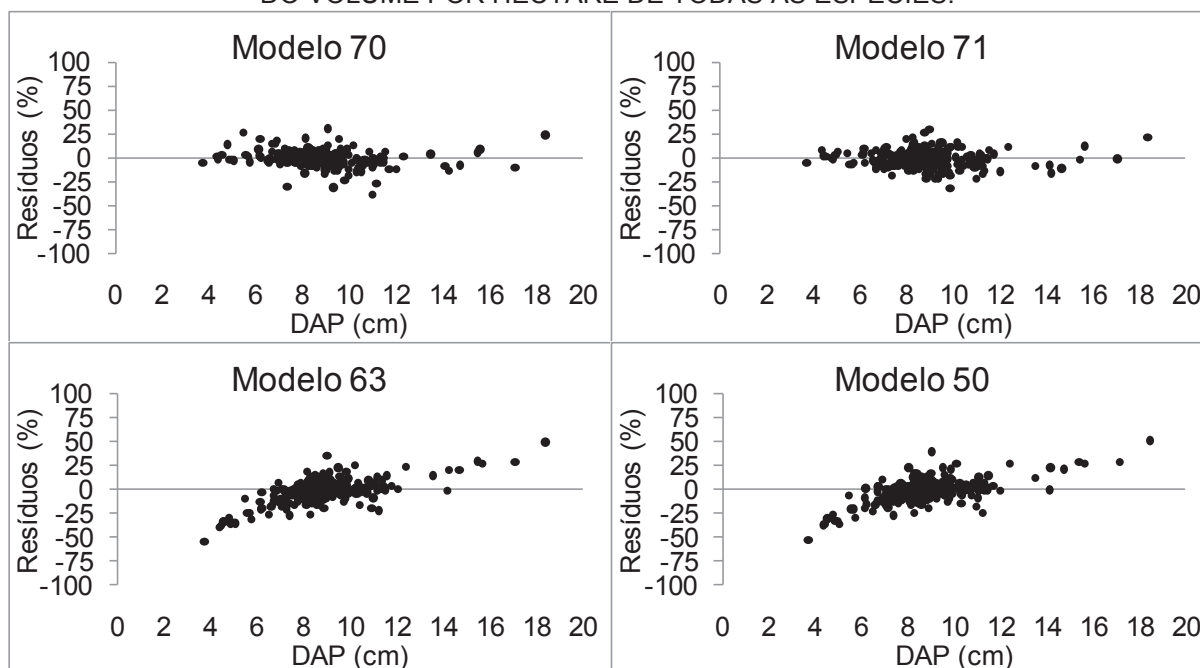
Equação	FCM	R ²	R ² _{aj.}	S _{yx}	S _{yx} %	F
70	----	0,951	0,950	10,434	8,87	1621
71	1,004	0,940	0,939	11,518	9,79	987

FONTE: o autor (2018).

A Tabela 13 mostra para as equações ajustadas as suas estatísticas de ajuste e precisão e como característica de seu processo de ajuste, não apresentam problema de multicolinearidade entre as variáveis. Quando comparadas com a equação 42, que foi a de melhor desempenho estatístico entre as escolhidas da literatura, a equação 70 apresentou um erro padrão da estimativa (S_{yx}) 4,8% menor

e a equação 71 apresentou um S_{yx} 3,9% menor. Denotando ganho estatístico ao usar a metodologia de seleção de variáveis *forward stepwise*. A distribuição gráfica de resíduos dessas duas equações são mostradas na Figura 16.

FIGURA 16 – RESÍDUOS PARA AS 4 MELHORES EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA ESTIMATIVA DO VOLUME POR HECTARE DE TODAS AS ESPÉCIES.



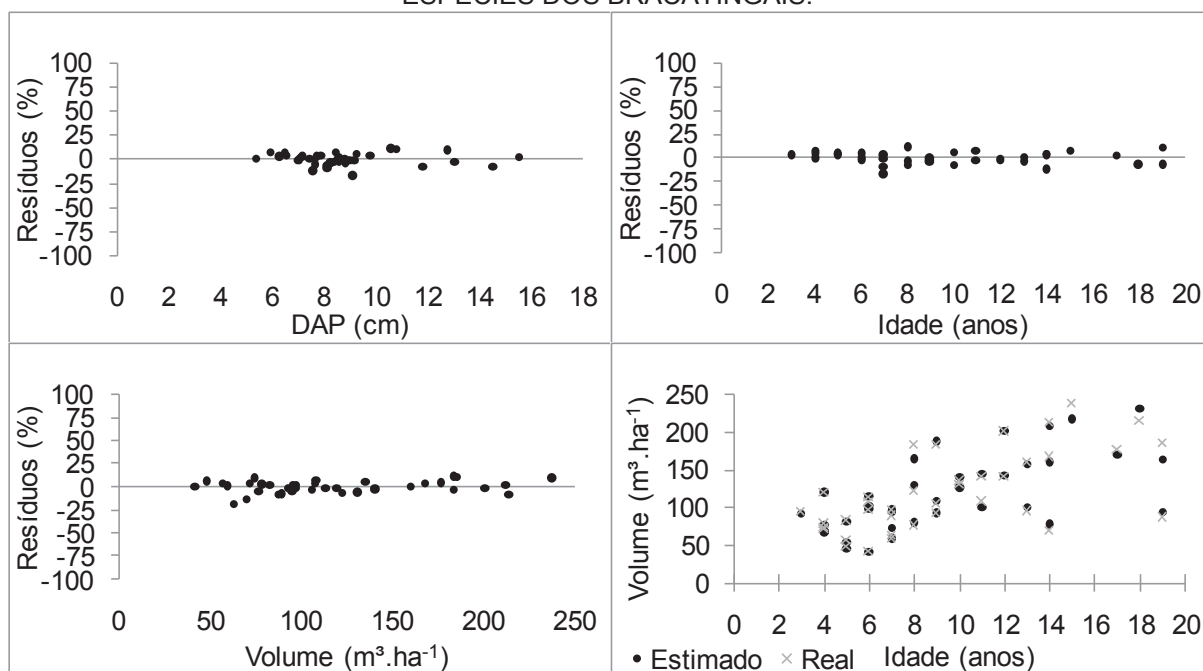
FONTE: o autor (2018).

Na Figura 16 observa-se que as equações resultantes dos modelos 63 e 50 apresentam tendência de superestimar o volume de lenha por hectare de todas as espécies para as parcelas de menor diâmetro médio e de subestimar para as parcelas de maior diâmetro médio. As duas equações obtidas por processo *forward stepwise* têm distribuição de resíduos homogênea ao longo de toda linha de regressão, porém a equação aritmética 70 tem valores menos dispersos e também melhor estatística de ajuste e precisão (Tabela 13). Esta foi, portanto, a escolhida para o teste de validação.

O teste de aderência do Qui-quadrado (χ^2) usado para a validação da equação apresentou um $\chi^2_{\text{cal.}} = 17,21$, menor que $\chi^2_{\text{tab.}(\alpha=5\%)} = 52,19$, sendo não significativo para a hipótese de que o modelo não é acurado para estimar o volume do povoamento e aceitando a hipótese que o modelo usado para estimativa de volume dos povoamentos é acurado. A raiz quadrada do erro médio (RQEM%), com os dados da validação, apresentou um valor igual a 6,75%.

A Figura 17 mostra a dispersão dos valores residuais obtidos com a estimativa do volume de lenha por hectare, com os dados utilizados na validação do melhor modelo, evidenciando a distribuição homogênea e sem tendenciosidades ao longo de toda linha de regressão.

FIGURA 17 – RESÍDUOS E DISTRIBUIÇÃO DOS DADOS UTILIZADOS NA VALIDAÇÃO DA EQUAÇÃO ESCOLHIDA PARA ESTIMATIVA DO VOLUME POR HECTARE DE TODAS AS ESPÉCIES DOS BRACATINGAIS.



FONTE: o autor (2018).

4.4 MODELAGEM DO VOLUME DO POVOAMENTO COM DADOS AGRUPADOS

Nesse procedimento de modelagem, utilizou-se os agrupamentos de dados por classe de sítio e classe de idade, com a finalidade de observar algum ganho estatístico em relação aos ajustes feitos com os dados não agrupados. Fez-se o ajuste separadamente com os dados volumétricos da bracatinga, das espécies secundárias e para todas as espécies.

4.4.1 Equações ajustadas para bracatinga

Na modelagem do volume do povoamento por classe de sítio as parcelas foram distribuídas em 3 classes com os índices de 9m, 13m e 17m, conforme Tabela 14.

TABELA 14 - NÚMERO DE PARCELAS POR CLASSE DE SÍTIO PARA AJUSTE DOS MODELOS E PARA A VALIDAÇÃO DA MELHOR EQUAÇÃO PARA A BRACATINGA.

Índice de sítio (m)	Nº de Parcelas	
	Ajuste	Validação
9	34	11
13	150	27
17	46	10

FONTE: o autor (2018).

Na modelagem do volume do povoamento por classe de idade as parcelas foram distribuídas em 4 classes, conforme Tabela 15.

TABELA 15 - NÚMERO DE PARCELAS POR CLASSE DE IDADE PARA AJUSTE DOS MODELOS E PARA A VALIDAÇÃO DA MELHOR EQUAÇÃO PARA BRACATINGA.

Classe de idade (anos)	Nº de Parcelas	
	Ajuste	Validação
03-07	99	17
08-11	64	13
12-14	41	11
15-19	26	7

FONTE: o autor (2018).

Na modelagem do volume do povoamento para os dados de bracinga agrupados, com a finalidade de atender os requisitos para o teste de identidade (nesse teste é necessário a utilização de um modelo comum em todas as classes de agrupamento dos dados), as equações obtidas pelo processo *forward stepwise* foram excluídas por apresentar equações diferentes no ajuste para cada classe utilizada. Desta forma, escolheu-se o modelo cuja equação apresentou melhor resultado para os dados não agrupados dentre os 29 modelos da literatura mais o modelo que se inseriu a variável dg. Nesse caso, a de melhor desempenho foi a equação referente ao modelo 70.

Ajustou-se o modelo 70 para as 3 classes de sítio (índices 9, 13 e 17 metros) e para as 4 classes de idade (3-7, 8-11, 12-14 e 15-19 anos). A Tabela 16 mostra os coeficientes e as estatísticas de ajuste e precisão da equação para cada classe de dados agrupados.

TABELA 16 - COEFICIENTES DA EQUAÇÃO AJUSTADA PARA CADA CLASSE E SUAS RESPECTIVAS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO PARA A BRACATINGA.

Classe	Intervalo	β_0	β_1	β_2	β_3	FCM	R^2	$R^2_{aj.}$	S_{yx}	$S_{yx}\%$	F
S	09	-0,5226	0,7060	0,2442	0,1064	1,0009	0,9934	0,9928	1,901	4,14	1513
	13	-0,6786	0,7371	0,2574	0,0657	1,0010	0,994	0,993	2,447	2,91	7576
	17	-0,6227	0,7842	0,1971	0,0625	1,0014	0,988	0,987	3,427	3,40	1159
I	03-07	-0,6055	0,8020	0,1606	0,1119	1,0005	0,990	0,990	2,539	3,14	3290
	08-11	-0,5149	0,8147	0,1508	0,0605	1,0013	0,991	0,990	3,432	3,51	2189
	12-14	-0,6765	0,7473	0,2308	0,0962	1,0019	0,992	0,991	2,960	3,64	1502
	15-19	-0,2932	0,4533	0,4650	0,0536	1,0031	0,995	0,995	2,271	4,94	1545

FONTE: o autor (2018).

NOTA: S = índice de sítio (m); I = idade (anos); β_i = coeficientes das equações ajustados; FCM = Fator de correção de Mayer; R^2 = coeficiente de determinação; $R^2_{aj.}$ = coeficiente de determinação ajustado; S_{yx} = Erro padrão da estimativa; F = Valor da razão entre a variação residual e da regressão.

Após o ajuste da equação para cada agrupamento de dados, fez-se o teste de identidade do modelo em cada classe de agrupamento de dados. A Tabela 17 mostra o resultado do teste com as combinações de classes para cada agrupamento de dados, evidenciando com base no valor de F se existe ou não diferença entre as classes e suas combinações.

TABELA 17 - VALORES DE F CALCULADO E TABELADO PARA O TESTE DE IDENTIDADE APLICADO NA EQUAÇÃO AJUSTADA PARA ESTIMAR OS VOLUMES DOS POVOAMENTOS POR CLASSES DE SÍTIO PARA BRACATINGA.

Classe	Combinações das classes	F_calculado	F_tabelado
Sítio	Todas	11,202*	1,981
	9 + 13	15,324*	2,423
	9 + 17	4,206*	2,499
	13 + 17	12,221*	2,420
Idade	Todas	3,307*	1,798
	(03-07) + (08-11)	2,147 ^{ns}	2,430
	(08-11) + (12-14)	0,503 ^{ns}	2,465
	(12-14) + (15-20)	5,445*	2,528
	(03-07) + (08-11) + (12-14)	1,722 ^{ns}	1,987

FONTE: o autor (2018).

NOTA: ns = diferença não significativa; *Diferença significativa (95% de probabilidade) entre as classes de idade.

Como observado na Tabela 17, os valores de F calculado para o agrupamento de dados em classe de sítio mostrou que existe diferença entre as classes, indicando algum ganho de precisão em relação ao ajuste com dados não agrupados. Já para o agrupamento por classe de idade, o teste mostrou que as idades de 3 a 14 anos formam um único agrupamento, distinto da classe de idade com árvores de 15 a 20 anos.

A Tabela 18 mostra os coeficientes e as estatísticas para os novos agrupamentos de classes.

TABELA 18 - COEFICIENTES DA EQUAÇÃO AJUSTADA PARA CADA CLASSE E SUAS RESPECTIVAS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO PARA A BRACATINGA.

Classe	Intervalo	β_0	β_1	β_2	β_3	FCM	R^2	$R^2_{aj.}$	S_{yx}	$S_{yx}\%$	F
S	09	-0,5226	0,7060	0,2442	0,1064	1,0009	0,993	0,993	1,901	4,14	1513
	13	-0,6786	0,7371	0,2574	0,0657	1,0010	0,994	0,993	2,447	2,91	7576
	17	-0,6227	0,7842	0,1971	0,0625	1,0014	0,988	0,987	3,427	3,40	1159
I	(03-07) + (08-11) + (12-14)	-0,5672	0,8009	0,1704	0,0706	1,0014	0,991	0,991	2,97	3,44	7294
	(15-20)	-0,2932	0,4533	0,4650	0,0536	1,0031	0,995	0,995	2,271	4,94	1545

FONTE: o autor (2018).

NOTA: S = índice de sítio (m); I = idade (anos); β_i = coeficientes das equações ajustados; FCM = Fator de correção de Mayer; R^2 = coeficiente de determinação; $R^2_{aj.}$ = coeficiente de determinação ajustado; S_{yx} = Erro padrão da estimativa; F = Valor da razão entre a variação residual e da regressão.

4.4.2 Equações ajustadas para as espécies secundárias

Na modelagem do volume do povoamento das espécies secundárias por classe de sítio (da bracatinga), cada parcela com dados das secundárias foi distribuídas nas 3 classes, conforme está na Tabela 19.

TABELA 19 - NÚMERO DE PARCELAS, POR CLASSE DE SÍTIO, PARA AJUSTE DOS MODELOS E PARA A VALIDAÇÃO DA MELHOR EQUAÇÃO PARA ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.

Classe de sítio (m)	Nº de Parcelas	
	Ajuste	Validação
9	50	10
13	105	23
17	35	8

FONTE: o autor (2018).

Na modelagem do volume do povoamento das espécies secundárias por classe de idade (da bracatinga) cada parcela foi distribuída em 4 classes, resultando nos quantitativos da Tabela 20.

TABELA 20 - NÚMERO DE PARCELAS, POR CLASSE DE IDADE, PARA AJUSTE DOS MODELOS E PARA A VALIDAÇÃO DA MELHOR EQUAÇÃO PARA ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.

Classe de idade (anos)	Nº de Parcelas	
	Ajuste	Validação
03-07	40	10
08-11	55	14
12-14	45	8
15-19	45	13

FONTE: o autor (2018).

Na modelagem do volume do povoamento para os dados das espécies secundárias agrupados, excluindo-se as equações obtidas pelo processo *forward stepwise*, escolheu-se o modelo 64 não linear de UNG e OUELLETT (1991), cuja equação apresentou melhor resultado para os dados não agrupados dentre 29 os modelos escolhidos da literatura.

Ajustou-se o modelo 64 para as 3 classes de sítio (9, 13 e 17 metros) e para 4 classes de idade da bracatinga (3-7, 8-11, 12-14 e 15-20 anos). Esta equação por ser uma equação não linear, não apresenta problema com multicolinearidade entre suas variáveis. A Tabela 21 mostra os coeficientes e as estatísticas de ajuste e precisão da equação para cada classe de dados agrupados.

TABELA 21 - COEFICIENTES DA EQUAÇÃO AJUSTADA PARA CADA CLASSE E SUAS RESPECTIVAS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.

Classe	Intervalo	β_0	β_1	β_2	R^2	$R^2_{aj.}$	S_{yx}	$S_{yx}\%$	F
S	09	2,5077	1,0028	0,6186	0,9800	0,9790	11,803	12,45	1159
	13	2,4899	1,0190	0,5952	0,9980	0,9980	1,609	4,19	32271
	17	2,0738	1,0539	0,6549	0,9990	0,9990	1,342	4,24	15241
I	03-07	2,1563	1,0124	0,6807	0,9999	0,9999	0,073	1,20	128531
	08-11	1,8236	1,0320	0,7504	0,9970	0,9968	1,237	4,89	8506
	12-14	2,1185	1,0222	0,6765	0,9974	0,9972	1,797	3,36	7942
	15-20	2,4136	1,0055	0,6415	0,9650	0,9633	14,095	11,16	579

FONTE: o autor (2018).

NOTA: S = Índice de sítio (m); I = idade (anos); β_i = coeficientes das equações ajustados; FCM = Fator de correção de Mayer; R^2 = coeficiente de determinação; $R^2_{aj.}$ = coeficiente de determinação ajustado; S_{yx} = Erro padrão da estimativa; F = Valor da razão entre a variação residual e da regressão.

Após o ajuste da equação para cada agrupamento de dados, procedeu-se o teste de identidade do modelo em cada classe de agrupamento de dados. A Tabela 22 mostra o resultado do teste com as combinações de classes para cada agrupamento de dados, evidenciando com base no valor de F, se existe ou não diferença entre as classes e suas combinações.

TABELA 22 - VALORES DE F PARA O TESTE DE IDENTIDADE APLICADO NA EQUAÇÃO QUE ESTIMA OS VOLUMES DOS POVOAMENTOS POR CLASSE DE AGRUPAMENTO PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.

Classe	Combinações das classes	F_calculado	F_tabelado
Sítio	Todas	0,246 ^{ns}	1,981
	9 + 13	0,291 ^{ns}	2,422
	9 + 17	0,949 ^{ns}	2,467
	13 + 17	0,928 ^{ns}	2,427
Idade	Todas	0,184 ^{ns}	1,923
	(03-07) + (08-11)	0,121 ^{ns}	2,685
	(08-11) + (12-14)	1,725 ^{ns}	2,683
	(12-14) + (15-20)	0,212 ^{ns}	2,691
	(03-07) + (08-11) + (12-14)	0,184 ^{ns}	1,923

FONTE: o autor (2018).

NOTA: ns = diferença não significativa; *Diferença significativa (95% de probabilidade) entre as classes de idade.

Como mostrado na Tabela 22, os valores de F calculado para o agrupamento de dados em classe de sítio e classe de idade evidenciaram que não existe diferença entre as classes, não sendo necessário estratificar os dados das espécies secundárias.

4.4.3 Equações ajustadas para todas as espécies

Na modelagem do volume do povoamento, por classe de sítio, os volumes por hectare de todas as espécies em cada parcela foram distribuídos nas 3 classes, resultando nos quantitativos da Tabela 23.

TABELA 23 - NÚMERO DE PARCELAS, POR CLASSE DE SÍTIO, PARA AJUSTE DOS MODELOS E PARA A VALIDAÇÃO DA MELHOR EQUAÇÃO PARA TODAS AS ESPÉCIES.

Classe de sítio (m)	Nº de Parcelas	
	Ajuste	Validação
9	47	10
13	155	25
17	46	10

FONTE: o autor (2018).

Na modelagem do volume do povoamento, por classe de idade, os volumes por hectare de todas as espécies em cada parcela foram distribuídos em 4 classes, resultando nos quantitativos da Tabela 24.

TABELA 24 - NÚMERO DE PARCELAS, POR CLASSE DE IDADE, PARA AJUSTE DOS MODELOS E PARA A VALIDAÇÃO DA MELHOR EQUAÇÃO PARA TODAS AS ESPÉCIES.

Classe de idade (anos)	Nº de Parcelas	
	Ajuste	Validação
03-07	100	18
08-11	65	12
12-14	40	11
15-19	40	7

FONTE: o autor (2018).

Na modelagem do volume do povoamento para os dados de todas as espécies agrupados, excluindo-se as equações obtidas pelo processo *forward stepwise*, escolheu-se o modelo 63 não linear de UNG e OUELLETT (1991), cuja equação apresentou o segundo melhor resultado para os dados não agrupados, e por ser não linear está livre de multicolinearidade.

Ajustou-se o modelo 63 para as 3 classes de sítio (9, 13 e 17 metros) e para as 4 classes de idade (3-7, 8-11, 12-14 e 15-20 anos). A Tabela 25 mostra os coeficientes e as estatísticas de ajuste e precisão das equações para cada classe de dados agrupados.

TABELA 25 - COEFICIENTES DA EQUAÇÃO AJUSTADA PARA CADA CLASSE E SUAS RESPECTIVAS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO PARA TODAS AS ESPÉCIES.

Classe	Intervalo	β_0	β_1	β_2	R^2	$R^2_{aj.}$	S_{yx}	$S_{yx}\%$	F
S	09	1,0906	1,1820	0,5471	0,711	0,697	31,235	24,70	54
	13	0,5804	1,1214	0,8433	0,962	0,961	9,161	8,02	1917
	17	0,5803	1,0138	0,9331	0,978	0,977	6,510	5,15	978
I	03-07	0,8012	1,0761	0,7499	0,942	0,941	6,976	8,14	789
	08-11	1,1369	1,0576	0,6585	0,945	0,944	7,548	6,22	536
	12-14	1,5963	1,0885	0,5114	0,972	0,970	6,890	4,94	635
	15-20	4,5715	0,9875	0,2637	0,726	0,711	27,748	15,99	49

FONTE: o autor (2018).

NOTA: S = Índice de sítio (m); I = idade (anos); β_i = coeficientes das equações ajustados; FCM = Fator de correção de Mayer; R^2 = coeficiente de determinação; $R^2_{aj.}$ = coeficiente de determinação ajustado; S_{yx} = Erro padrão da estimativa; F = Valor da razão entre a variação residual e variação da regressão.

Após o ajuste da equação para cada agrupamento de dados, procedeu-se o teste de identidade do modelo em cada classe de agrupamento de dados. A Tabela 26 mostra o resultado do teste com as combinações de classes para cada agrupamento de dados, evidenciando com base no valor de F se existe ou não diferença entre as classes e suas combinações.

TABELA 26 - VALORES DE F CALCULADO E TABELADO PARA O TESTE DE IDENTIDADE APLICADO NA EQUAÇÃO AJUSTADA PARA ESTIMAR O VOLUME DO POVOAMENTO POR CLASSE DE AGRUPAMENTO PARA TODAS AS ESPÉCIES.

Classe	Combinações das classes	F_calculado	F_tabelado
Sítio	Todas	4,956*	1,978
	9 + 13	4,017*	2,418
	13 + 17	7,471*	2,418
	9 + 17	0,956 ^{ns}	2,479
Idade	Todas	19,07*	1,920
	(03-07) + (08-11)	6,67*	2,661
	(08-11) + (12-14)	2,08 ^{ns}	2,696
	(12-14) + (15-20)	2,26 ^{ns}	2,728
	(08-11) + (12-14) +(15-20)	5,515*	2,166
	(08-11) +(15-20)	7,716*	2,696

FONTE: o autor (2018).

NOTA: ns = diferença não significativa; *Diferença significativa (95% de probabilidade) entre as classes de idade.

Na Tabela 26 pode ser observado que os valores de F calculado para o agrupamento dos dados em classes de sítio e idades, mostrou que algumas combinações de classes não apresentaram diferença significativa, podendo ser reagrupadas. No caso das classes de sítio, o teste sugere agrupar as classes 9 e 17m, e para as classes de idade o teste sugere agrupar a classe 12-14 anos com a 15-20 anos, ou agrupar a classe 08-11 anos com a classe 12-14 anos. A Tabela 27 mostra os coeficientes e as estatísticas para os reagrupamentos de classes.

TABELA 27 - COEFICIENTES DA EQUAÇÃO AJUSTADA PARA CADA CLASSE DE DIÂMETRO E SUAS RESPECTIVAS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO PARA TODAS AS ESPÉCIES.

Classe	Intervalo	β_0	β_1	β_2	R^2	$R^2_{aj.}$	S_{yx}	$S_{yx}\%$	F
S	13	0,5804	1,1214	0,8433	0,962	0,961	9,161	8,02	1917
	09 + 17	1,8915	1,1169	0,4156	0,799	0,795	22,794	18,03	179
I	(03-07)	0,8012	1,0761	0,7499	0,942	0,941	6,976	8,14	789
	(08-11) + (12-14)*	1,2102	1,0837	0,6123	0,958	0,957	7,424	5,79	1172
	(12-14) + (15-20)*	3,4300	1,0948	0,2396	0,826	0,821	20,709	13,24	182

FONTE: o autor (2018).

NOTA: S = índice de sítio (m); I = idade (anos); β_i = coeficientes das equações ajustados; FCM = Fator de correção de Mayer; R^2 = coeficiente de determinação; $R^2_{aj.}$ = coeficiente de determinação ajustado; S_{yx} = Erro padrão da estimativa; F = Valor da razão entre a variação residual e variação da regressão; *Classes sobrepostas (Escolher uma opção e buscar os coeficientes da classe não escolhida na Tabela 25).

4.4.4 Comparação das formas de ajuste

Após o teste de identidade das equações ajustados em cada classe de agrupamento, estas foram utilizadas para estimativa dos volumes de lenha com casca por unidade de área em cada parcela. Com essas informações, comparou-se os volumes estimados por meio de uma análise de variância em delineamento inteiramente casualizado, onde as parcelas são as repetições e as formas de ajuste são os tratamentos comparados com a testemunha (estimativa dos volumes por meio de equação volumétrica para árvore individual). As Tabelas 28 e 29 mostram o resultado dessa análise para os ajustes feitos para a bracinga e para o conjunto de todas as espécies. Não há comparação para as espécies secundárias, pois no teste de identidade não foi identificada diferença entre as classes de sítio e nem entre as classes de idade.

TABELA 28 - ANÁLISE DE VARIÂNCIA ENTRE AS FORMAS DE ESTIMATIVA DE VOLUME PARA A BRACATINGA.

Fonte da variação	GL	MQ	F	valor-P	F crítico
Entre grupos	3	3,98	0,0036	0,9997	2,6129
Dentro dos grupos	1108	1098,82			
Total	1111				

FONTE: o autor (2018).

TABELA 29 - ANÁLISE DE VARIÂNCIA ENTRE AS FORMAS DE ESTIMATIVA DE VOLUME PARA TODAS AS ESPÉCIES JUNTAS.

Fonte da variação	GL	MQ	F	valor-P	F crítico
Entre grupos	3	5,29	0,0026	0,9998	2,6125
Dentro dos grupos	1168	2033,27			
Total	1171				

FONTE: o autor (2018).

As análises de variância mostram que não existe diferença estatisticamente significativa entre as formas de ajuste do volume de lenha com casca por unidade de área. Rosot *et al.* (1990), comparando três diferentes metodologias para obtenção do volume com casca por hectare de *Pinus taeda*, observaram resultado semelhante ao encontrado neste trabalho, ou seja, não houve diferença estatística entre os volumes do povoamento estimados através de equação de volume para árvore individual, por função de afilamento por classe de diâmetro e por função de afilamento genérica (dados não agrupados).

Com a finalidade de verificar qual forma de ajuste mais se aproximaria do valor observado, calculou-se algumas estatísticas que são mostradas nas Tabelas 30 e 31.

TABELA 30 - ESTATÍSTICA PARA COMPARAÇÃO ENTRE AS FORMAS DE ESTIMATIVA DE VOLUME PARA A BRACATINGA.

Estatística	Forma de Estimativa		
	Geral	Classe de Sítio	Classe de Idade
Soma de Quadrado dos Resíduos – SQres.	2314	1335	2728
Quadrado Médio dos Resíduos – QMres.	8,4	4,8	9,9
Raiz Quadrada do Erro Médio – RQEM%	3,54	2,69	3,84
Qui-quadrado – χ^2	27,4	15,6	32,3

FONTE: o autor (2018).

TABELA 31 - ESTATÍSTICA PARA COMPARAÇÃO ENTRE AS FORMAS DE ESTIMATIVA DE VOLUME PARA TODAS AS ESPÉCIES JUNTAS.

Estatística	Forma de Estimativa		
	Geral	Classe de Sítio	Classe de Idade
Soma de Quadrado dos Resíduos – SQres.	78171	70039	47736
Quadrado Médio dos Resíduos – QMres.	266,8	239	162,9
Raiz Quadrada do Erro Médio – RQEM%	13,86	13,12	10,83
Qui-quadrado – χ^2	558,8	471,4	310,3

FONTE: o autor (2018).

As estatísticas calculadas mostram que para a bracatinga, as estimativas feitas pelas equações ajustadas para as classes de sítio aproximam-se mais dos valores observados mas com pequeno ganho em relação ao ajuste geral. Já para o conjunto de todas as espécies, as estimativas feitas pelas equações ajustadas para as classes de idade aproximam-se mais dos valores observados.

O fato da forma de ajuste do volume do povoamento por classe se aproximar mais do valor estimado pela equação de árvore individual pode ser explicado pela diminuição na variação volumétrica dentro de cada classe e maior homogeneização de algumas variáveis com maior potencial de explicação dos valores observados, tais como a área basal.

4.5 EQUAÇÕES DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO AJUSTADAS

4.5.1 Equações ajustadas para bracatinga

Dentre os modelos de crescimento e produção do tipo povoamento total e densidade variável, ajustou-se 6 equações lineares múltiplas que consideram a idade, o sítio, a área basal, a altura dominante e o número de árvores como variáveis explicativas do volume de lenha por hectare. Na sequência estão descritas as equações, por autor, com seus respectivos coeficientes, nos quais, em algumas estão apontados que o coeficiente não foi significativo (ns), mostrando que existe multicolinearidade entre as variáveis da equação ajustada. As estatísticas de ajuste e precisão destas equações podem ser observadas na Tabela 32.

- Schumacher (1939)

$$\ln(V) = 3,0287 - 2,8220 \cdot I^{-1} + 0,0467 \cdot S + 0,0942 \cdot G \quad [73]$$

- Clutter (1963)

$$\ln(V) = 1,7677 + 0,0446 \cdot S + 1,0045 \cdot \ln(G) - 2,9512 \cdot I^{-1} \quad [74]$$

- Clutter (1963) → Modificado por Beck-Della Bianca (1972)

$$\ln(V) = 2,8884 - 6,6773 \cdot S^{-1} - 2,9086 \cdot I^{-1} + 0,9987 \cdot \ln(G) \quad [75]$$

- Burkhardt

$$\ln(V) = 9,8020 - 10,3600 \cdot I^{-1} - 2,7898 \cdot \ln(I) - 0,000011^{ns} \cdot N + 0,0300 \cdot I \cdot \ln(N) \quad [76]$$

- Goebel e Warner

$$\ln(V) = 5,0565 + 0,00009 \cdot N - 12,1329 \cdot S^{-1} + 0,0146 \cdot I \cdot \ln(N) - 0,4018 \cdot I \cdot \ln(N)^{-1} - 1,8037^{ns} \cdot I^{-1} \quad [77]$$

- Campos e Ribeiro

$$\ln(V) = 2,5937 + 0,0926 \cdot G + 0,0573 \cdot h_{dom} - 0,6706 \cdot I^{-1} \quad [78]$$

TABELA 32 – FATOR DE CORREÇÃO DE MAYER E AS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA A BRACATINGA UTILIZANDO MULTIPLAS VARIÁVEIS EXPLICATIVAS.

Equação N°	Modelo	FCM	R ²	R ² _{aj.}	S _{yx}	S _{yx} %	F
73	Schumacher	1,0060	0,904	0,902	9,59	11,42	676,14
74	Clutter	1,0036	0,946	0,945	7,17	8,54	1265,05
75	Clutter Modificado	1,0038	0,942	0,941	7,43	8,84	1174,27
76	Burkhardt	1,0620	0,168	0,152	28,25	33,65	10,83
77	Goebel e Warner	1,0427	0,426	0,413	23,51	28,00	31,81
78	Campos e Ribeiro	1,0040	0,937	0,936	7,78	9,26	1065,14

FONTE: o autor (2018).

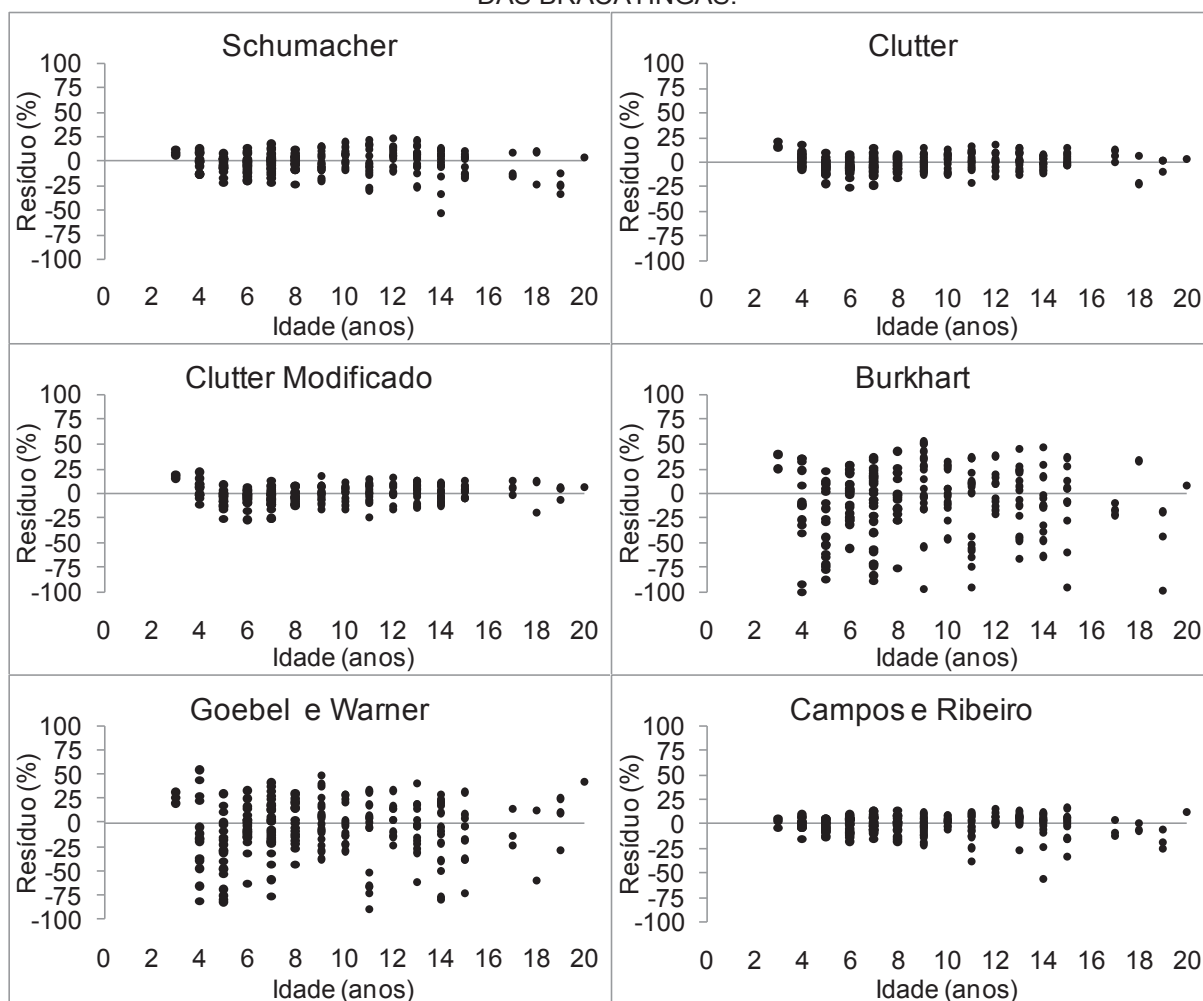
Dentre os modelos expressos na Tabela 32, pode-se observar que entre a melhor e a pior equação ajustada, o S_{yx}% variou de 8,54 até 28,00 e que o R²_{aj.} variou de 0,413 a 0,945.

As equações com base no modelo de Clutter (74 e 75) obtiveram os melhores desempenhos, apresentando erro padrão menor que 10%, sendo que a equação 74 do modelo original apresentou-se como a melhor com R²_{aj.} = 0,945 e S_{yx}% = 8,54. Nestes modelos as variáveis explicativas possuem boa correlação com o volume por hectare, como observado na Tabela 5 e na Figura 6, resultando em equações com melhores estatísticas e maior poder de predição.

As equações 76 e 77 dos modelos de Burkhardt e Goebel e Warner tiveram o pior desempenho dentre os seis modelos, pois usam como variáveis explicativas do volume a idade e o número de árvores, e estas, como observado na Tabela 5 e na Figura 6, quase não possuem correlação com o volume por hectare das bracatingas.

As distribuições dos resíduos dessas equações podem ser observadas na Figura 18, onde novamente, a equação original de Clutter (74) se destaca por possuir a melhor distribuição de resíduos ao longo da linha de regressão, com menor amplitude entre as demais.

FIGURA 18 – RESÍDUOS DAS EQUAÇÕES DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO, COM MULTIPLAS VARIÁVEIS EXPLICATIVAS, AJUSTADAS PARA ESTIMAR O VOLUME DE LENHA POR HECTARE DAS BRACATINGAS.



FONTE: o autor (2018).

Ajustou-se também equações cujos modelos de crescimento e produção consideram somente a idade como variável explicativa do volume de lenha por hectare. Essas equações, por autor, estão descritas na sequência com seus respectivos coeficientes. Para a equação 79 de Backman que é uma linear logarítmica, está apresentado também o fator de correção de Meyer como constante multiplicativa. As estatísticas de ajuste e precisão destas equações podem ser observadas na Tabela 33.

- Backman

$$\ln(V) = \{1,9068 + 2,5548 \cdot \ln(I) - 0,6341 \cdot [\ln(I)]^2\} \cdot 1,0686 \quad [79]$$

- Chapman-Richards

$$V = 83,9674 \cdot (1 - \exp^{-8,0443 \cdot I})^{1/(1 + 0,8821)} \quad [80]$$

- Mitscherlich

$$V = 83,9675 \cdot (1 - \exp^{-8,5330 \cdot I}) \quad [81]$$

- Prodan

$$V = \frac{I^2}{\exp^{-2,4713 + 0,2752 \cdot I + 0,0021 \cdot I^2}} \quad [82]$$

- Weibull

$$V = 2,3203 \cdot I^{2,3203 - 1} \cdot 5,9361^{2,3203} \cdot \exp^{-\left(\frac{I}{5,9361}\right)^{2,3203}} \quad [83]$$

- Parabólico

$$V = 19,4584 \cdot I - 0,9728 \cdot I^2 \quad [84]$$

- Logístico

$$V = \frac{83,9674}{1 + \exp^{(-89,6559 - I)/4,1842}} \quad [85]$$

TABELA 33 - ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA BRACATINGA UTILIZANDO SÓ A IDADE COMO VARIÁVEL EXPLICATIVA.

Equação Nº	Modelo	R ²	R ² _{aj.}	S _{yx}	S _{yx} %	F
79	Backman	0,100	0,092	29,24	34,83	12,09
80	Chapman e Richards	0,062	0,053	30,83	36,71	0,00
81	Mitscherlich	0,200	0,196	30,76	36,63	0,00
82	Prodan	0,115	0,107	29,01	34,54	14,05
83	Weibull	0,139	0,135	28,54	33,99	35,17
84	Parabólico	0,080	0,076	29,50	35,13	18,98
85	Logístico	0,129	0,121	30,83	36,71	0,00

FONTE: o autor (2018).

Dentre os modelos que consideram só a idade como variável explicativa, pode-se observar que entre a melhor e a pior equação ajustada, o S_{yx}% variou de

33,99 até 36,71 e que o $R^2_{aj.}$ variou de 0,053 a 0,135, denotando um baixo desempenho dos modelos que consideram somente a idade como variável explicativa do volume. Esse fato é explicado pela baixa correlação que o volume por hectare das bracatingas possui com a variável idade, como pode ser verificado na Figura 6 e na Tabela 5.

Segundo Campos e Leite (2013), este tipo de modelo tem por característica ser apropriado para áreas pequenas e homogêneas com tendência de crescimento bem definida, sem variação grande de densidade e sítio, o que não é o caso da bracatinga nos bracatingais.

Este resultado ruim das equações que utilizam só a idade inviabiliza o uso das mesmas para estimar o crescimento e a produção do volume de lenha por hectare das bracatinga, por isso, buscando melhorar o desempenho para esses modelos, verificou-se qual combinação de variáveis, que juntamente com a idade, propiciasse boa correlação com o volume e que pudesse ser aplicada no lugar da idade.

As combinações de maior correlação com o volume de lenha por hectare - V foram as variáveis combinadas ISG^2 e $\ln(ISG^2)$, com coeficientes de correlação de 0,94 e 0,92 respectivamente. Já com o logaritmo do volume por hectare - $\ln(V)$, a variável ISG^2 apresentou uma correlação de 0,88 e a variável $\ln(ISG^2)$ uma correlação de 0,97.

As equações, por autor, estão descritas na seqüência com seus respectivos coeficientes. Para a equação 79 de Backman que é uma linear logarítmica, está apresentado também o fator de correção de Meyer como constante multiplicativa. As estatísticas de ajuste e precisão destas equações podem ser observadas na Tabela 34.

- Backman

$$\ln(V) = \{-1,3441 + 0,6823 \cdot \ln(ISG^2) - 0,0082 \cdot [\ln(ISG^2)]^2\} \cdot 1,0041 \quad [79]$$

- Chapman-Richards

$$V = 330,1716 \cdot (1 - \exp^{-0,0000061 \cdot ISG^2})^{1/(1 + 0,8140)} \quad [80]$$

- Mitscherlich

$$V = 120,3905 \cdot (1 - \exp^{-0,0001 \cdot ISG^2}) \quad [81]$$

- Prodan

$$V = \frac{[\ln(\text{ISG}^2)]^2}{\exp^{3,2207 - 0,3432 \cdot \ln(\text{ISG}^2) + 0,0016 \cdot [\ln(\text{ISG}^2)]^2}} \quad [82]$$

- Weibull

$$V = 1,4287 \cdot \text{ISG}^{2(1,4287 - 1)} \cdot 0,4096^{1,4287} \cdot \exp^{-\left(\frac{\text{ISG}^2}{0,4096}\right)^{1,4287}} \quad [83]$$

- Parabólico

$$V = 0,0069 \cdot \text{ISG}^2 - 0,00000008 \cdot (\text{ISG}^2)^2 \quad [84]$$

- Logístico

$$V = \frac{156,7139}{1 + \exp^{(13333,6581 - \text{ISG}^2) / 11268,3690}} \quad [85]$$

TABELA 34 - ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA BRACATINGA UTILIZANDO A VARIÁVEL ISG².

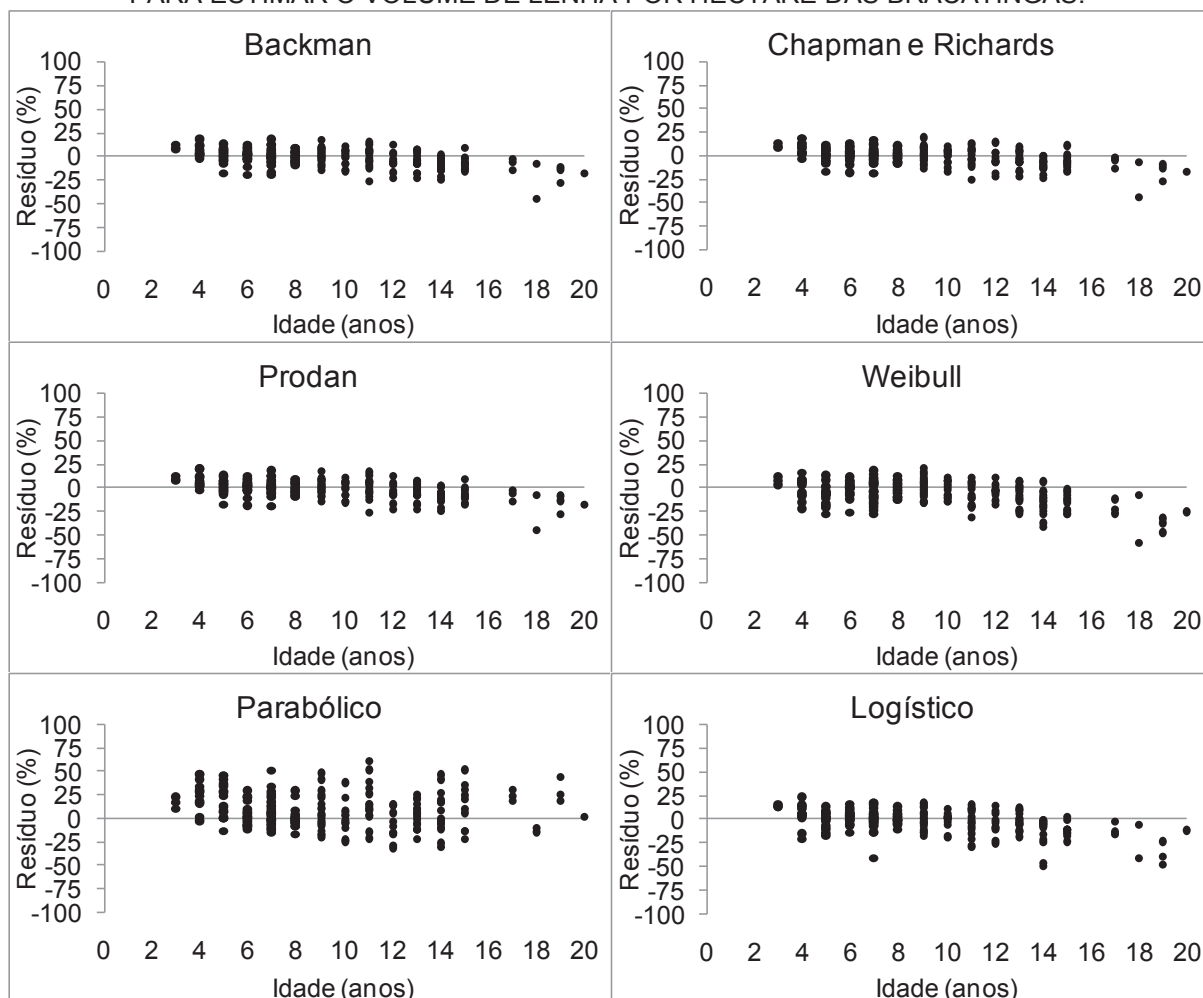
Equação N°	Modelo	R ²	R ² _{aj.}	S _{yx}	S _{yx} %	F
79	Backman	0,939	0,938	7,64	9,09	1659,61
80	Chapman e Richards	0,939	0,938	7,64	9,09	1659,51
81	Mitscherlich	0,842	0,842	12,21	14,54	1166,11
82	Prodan	0,939	0,938	7,63	9,09	1661,95
83	Weibull	0,912	0,912	9,11	10,85	2268,06
84	Parabólico	0,823	0,822	12,96	15,43	1010,32
85	Logístico	0,922	0,921	8,60	10,24	1284,97

FONTE: o autor (2018).

Ao substituir a idade nos modelos pelas variáveis combinadas ISG² e ln(ISG²) houve melhora significativa no desempenho devido a maior correlação da variável combinada com o volume por hectare, sendo que as equações com base nos modelos de Prodan, Chapman e Richards e o de Backman, propiciaram os melhores desempenhos, com erro padrão menor que 10%. De forma geral, nesse ajuste, pode-se observar que entre a melhor e a pior equação ajustada, o S_{yx}% variou de 9,09 a 15,43 e que o R²_{aj.} variou de 0,822 a 0,938.

Na Figura 19, observa-se que as equações de Chapman e Richards e a de Prodan, possuem melhor distribuição de resíduos ao longo da linha de regressão, com menor amplitude ante as demais, porém, apresentam pequena tendenciosidade em subestimar os volumes das parcelas de maiores idades.

FIGURA 19 – RESÍDUOS DAS EQUAÇÕES COM A VARIÁVEL COMBINADA ISG², AJUSTADAS PARA ESTIMAR O VOLUME DE LENHA POR HECTARE DAS BRACATINGAS.



FONTE: o autor (2018).

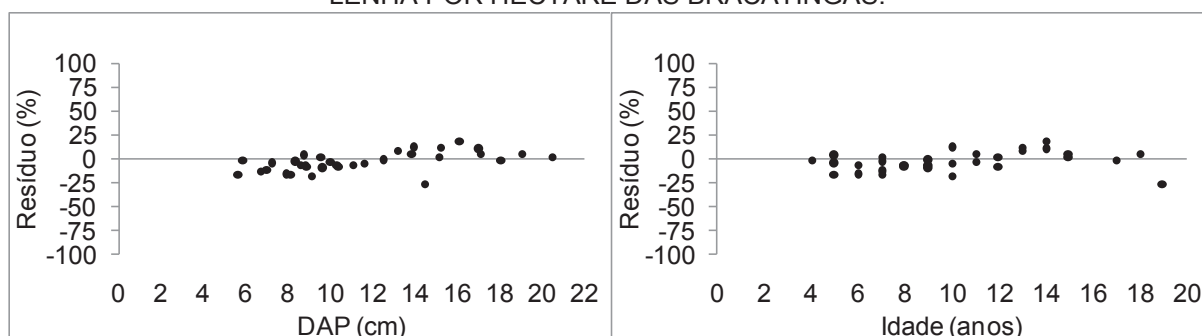
Comparando as estatísticas de ajuste e precisão das equações de melhor desempenho nas Tabelas 32 a 34, observa-se que a equação do modelo de Clutter (74) tem desempenho estatístico superior aos três melhores modelos da variável combinada (0,56% melhor), e os resíduos da equação do modelo de Clutter tem melhor distribuição entre todas. Desta forma, a equação do modelo de Clutter foi escolhida para o processo de validação. Segundo Campos e Leite (2013), o modelo de Clutter é o modelo de crescimento e produção mais difundido e utilizado no meio florestal. Souza *et al.* (2013) ajustaram esse modelo para estimar o peso de carbono da bracatinga por unidade de área, sendo classificado como o de melhor desempenho estatístico dentre os testados, com $R^2_{aj.} = 0,917$ e $S_{yx}\% = 10,25$.

No processo de validação, o teste de aderência do Qui-quadrado (χ^2) apresentou um valor calculado ($\chi^2_{cal.} = 22,43$) menor que o valor tabelado ($\chi^2_{tab.(\alpha=5\%)}$).

= 46,19), sendo não significativo, ou seja, não há diferença estatística entre os valores estimados e os observados. A raiz quadrada do erro médio em porcentagem (RQEM%), calculado com os dados da validação, apresentou um valor igual a 8,41%, sendo 0,13% menor que o valor obtido com o $S_{yx}\%$ no ajuste.

A Figura 20 mostra, por idade e por DAP médio das parcelas, a dispersão dos valores residuais obtidos com a estimativa do volume total por hectare da bracatinga para os dados utilizados na validação do melhor modelo, evidenciando distribuição homogênea ao longo de toda linha de regressão. Desta forma, a equação ajustada segundo o modelo de Clutter está habilitado para ser utilizado para estimativa do crescimento e da produção corrente do volume por hectare da bracatinga nos bracatingais da região metropolitana de Curitiba.

FIGURA 20 – RESÍDUOS PARA OS DADOS UTILIZADOS NA VALIDAÇÃO DA MELHOR EQUAÇÃO AJUSTADA PARA ESTIMAR O CRESCIMENTO E A PRODUÇÃO DO VOLUME DE LENHA POR HECTARE DAS BRACATINGAS.



FONTE: o autor (2018).

Com a finalidade de observar e comparar o comportamento das curvas de produção e incrementos (Incremento Médio Anual – IMA e Incremento Corrente Anual – ICA) do volume de lenha por hectare ao longo dos anos, os valores estimados da produção e dos incrementos foram calculados utilizando a equação ajustada segundo o modelo de Clutter.

Como a área basal real ao longo dos anos, mesmo tendo tendência decrescente, apresenta variação, a curva do volume por hectare estimado não expressou uma forma boa para interpretação do seu comportamento. Desta forma, para auxiliar na construção das curvas de produção e incrementos, foi necessário ajustar uma equação genérica para estimar a área basal (G) ao longo dos anos com base nas variáveis idade (I) e sítio (S). A melhor equação ajustada para a área basal apresentou um $R^2_{aj.} = 0,383$ com um $S_{yx}\% = 30,38$. Essas estatísticas de ajuste e

precisão são ruins devido a baixa correlação que a idade e o sítio tem com a área basal ($r = -0,495$ e $r = 0,287$, respectivamente). A correlação negativa que a idade tem com a área basal denota o fato da mesma estar diminuindo com o avanço da idade da bracatinga. A equação ajustada para estimar a área basal da bracatinga tem a seguinte expressão: $G = 11,9490 - 0,5491 \cdot I + 0,3406 \cdot S$.

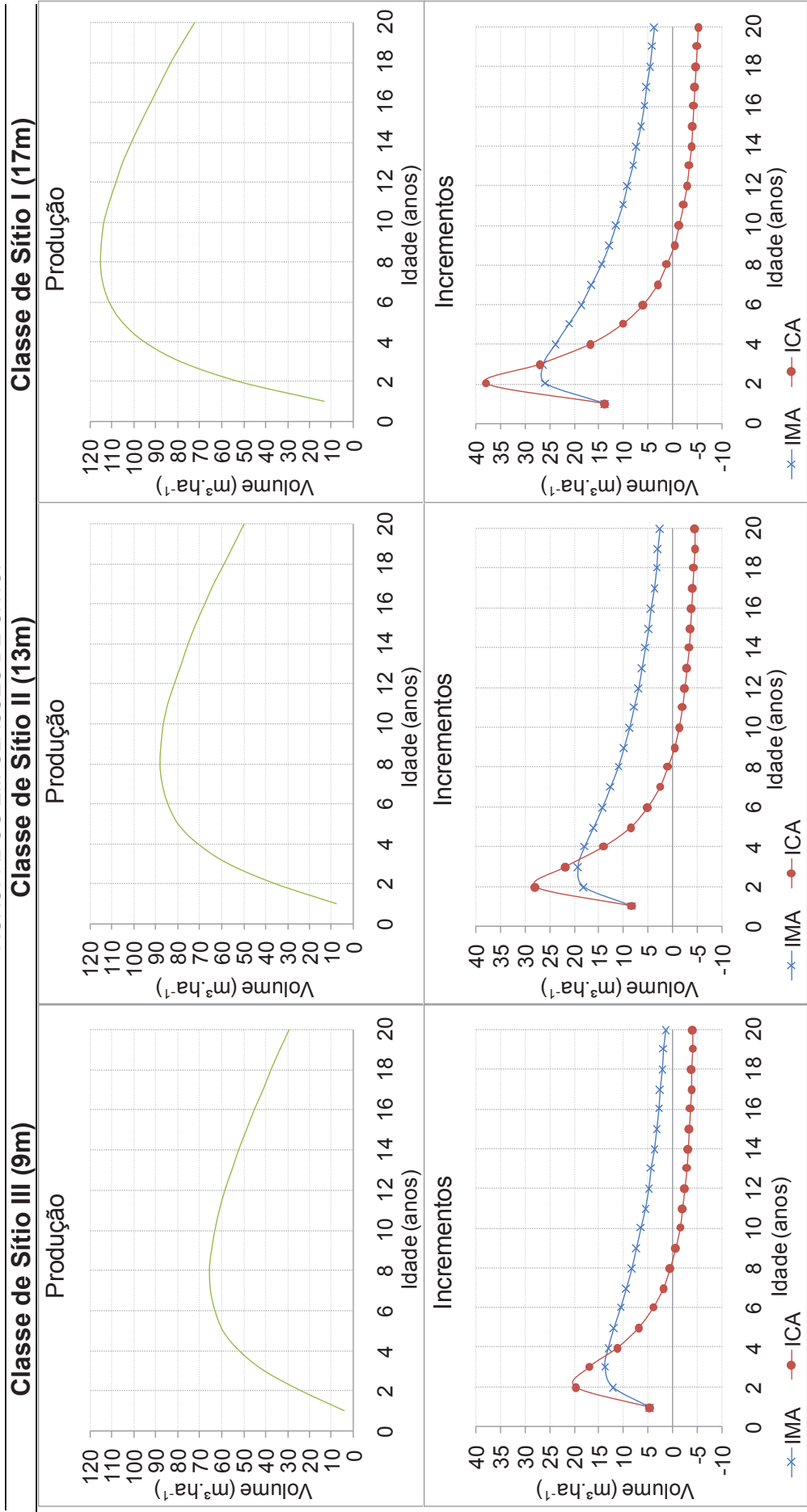
Assim, com a área basal estimada aplicada na equação volumétrica ajustada, estimou-se a produção, o IMA e o ICA e construiu-se os gráficos com as curvas dos valores estimados por classe de sítio. As curvas de produção e incrementos são mostradas na Figura 21 e as tabelas com os valores podem ser observadas nos Apêndices 7 a 9.

De forma geral, quando se observa as curvas de produção e as curvas de incrementos na Figura 21, para os dados agrupados nas três classe de sítio, verifica-se que:

O ponto de inflexão das curvas de produção ocorre próximo à idade de 2 anos, quando o ICA apresenta seu valor máximo. Segundo Assmann (1970), o ICA em volume apresenta a característica de culminar mais cedo em povoamentos de alta densidade, como no caso dos bracatingais na sua fase inicial.

O valor máximo da curva de IMA ocorre próximo aos 3 anos de idade, quando esta cruza com a curva de ICA. Nesta idade, a bracatinga atingiu sua máxima taxa média de incremento da produção, marcando o início da fase de senescência da espécie. Dos 3 anos em diante, o decréscimo da taxa de IMA ocorre lentamente. Nesse contexto, Machado *et al.* (2002) estudando a evolução da área basal e do volume em bracatingais nativos submetidos à diferentes densidades iniciais e em diferentes sítios com dados de parcelas permanentes, medidas até 7,6 anos de idade, observaram que o máximo IMA para o volume por hectare ocorreu aos 4,1 anos de idade.

FIGURA 21 – CURVAS DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE PARA A BRACATINGA, COM DADOS AGRUPADOS EM CLASSES DE SÍTIO.



FONTE: o autor (2018).

Segundo Assmann (1970), Scolforo (1998) e Campos e Leite (2013), a idade em que se verifica o cruzamento entre as curvas de incremento (IMA e ICA) é definida como a ideal para o corte raso ou como referência para aplicação de desbaste, quando se considera a maior eficiência na produção em volume. No entanto, a idade em que se verifica o cruzamento entre as curvas de incremento (IMA e ICA) não corresponde, necessariamente, à rotação técnica definida com base em considerações de ordem econômica, uma vez que, para essa rotação são considerados outros fatores, como multiprodutos, valor da produção, taxa de juros, além de outras decisões de manejo (AVERY e BURKHART, 1994; CAMPOS e LEITE, 2013). Segundo Scolforo (1998), para muitos manejadores florestais a máxima produção em volume não é um objetivo realístico de manejo, ou seja, o manejo de plantações deve ser concebido para fornecer um mix de produtos em quantidade e qualidade apropriada e da maneira mais eficiente do ponto de vista econômico.

Com base no exposto, no caso da bracatinga observa-se que devido à alta densidade de plantas nos bracatingais, o crescimento atinge seu máximo muito cedo, mesmo considerando a variação de sítios, sendo então recomendado que o número de plantas seja diminuído para aumentar o espaçamento e diminuir a competição. Machado *et al.* (2001) estudando os efeitos da densidade inicial e do sítio sobre o desenvolvimento de bracatingais nativos em 20 parcelas permanentes de 325m² medidas até 7,6 anos, concluíram que quatro mil plantas.ha⁻¹ é a densidade inicial adequada para novos povoamentos e que as diferenças geradas por diferentes densidades iniciais foram mais expressivas para o sítio de qualidade mais baixa, ou seja, quanto pior o sítio, mais importante foi o desbaste na produção em DAP e volume médios e em volume por hectare.

Essa constatação feita para a bracatinga nos bracatingais está de acordo com o conceito de Assmann para máxima, ótima e crítica densidade do povoamento. Este conceito segundo Pretzsch (2009), assume que o crescimento do volume aumenta com a redução na densidade do povoamento até certo ótimo, e depois diminui com uma nova redução na densidade, ou seja, a capacidade do povoamento de compensar o potencial de crescimento perdido das árvores removidas diminui com o aumento da idade.

Por esse motivo, verificou-se que a produção máxima atingida pela bracatinga acontece próximo aos 8 anos de idade, quando a curva de ICA se iguala a zero, e nas idades seguintes apresenta valores negativos, semelhante ao já observado anteriormente na distribuição dos dados da Figura 10. Já Machado *et al.* (2002b) estudando o efeito do número de árvores no crescimento da bracatinga, observaram que a produção volumétrica por unidade de área (assim como em área basal) atingiu, de forma geral, um valor máximo na idade de 6,3 anos e diminuiu em seguida, porém, nesse caso as medições foram feitas até 7,6 anos apenas e com uma base de dados restrita.

A partir dos 8 anos de idade, de forma geral, a produção volumétrica da bracatinga decresce continuamente. Segundo Campos e Leite (2013), o decréscimo da curva de produção, algum tempo depois de atingir a produção máxima, justifica-se pela decrepitude do povoamento florestal, ocorrendo mortalidade mais acentuada das árvores, causada principalmente por competição. Este fato é comumente observado nos bracatingais, que devido a grande densidade de árvores na fase inicial de desenvolvimento e pela característica genética da espécie em possuir ciclo curto de vida, há também uma mortalidade acentuada. Essa mortalidade é causada principalmente pela competição entre plantas, que ocorre inicialmente entre as plantas de bracatinga e ao longo dos anos também com indivíduos das espécies secundárias que vão se estabelecendo no povoamento.

Tradicionalmente os produtores, com base na sua experiência, já fazem a rotação do bracatingal em idades próximas aos 8 anos (MAZUCHOWSKI, 2014). Este trabalho vem confirmar com dados técnicos e com base em uma amostragem ampla, que os produtores adotam um procedimento correto com relação a idade de corte dos bracatingais.

4.5.2 Equações ajustadas para as espécies secundárias

Seguindo o mesmo procedimento executado para estimar o crescimento e a produção do volume de lenha por hectare da bracatinga, ajustaram-se os mesmos modelos para as espécies secundárias. As equações, por autor, com seus respectivos coeficientes podem ser observados na seqüência. As estatísticas de ajuste e precisão, bem como o fator de correção de Meyer para as equações logarítmicas são mostrados na Tabela 35.

Equações dos modelos que consideram diversas variáveis do povoamento:

- Schumacher (1939)

$$\ln(V) = 3,2580 - 19,3894 \cdot I^{-1} + 0,0124 \cdot S + 0,1076 \cdot G \quad [73]$$

- Clutter (1963)

$$\ln(V) = 1,8129 + 0,0124 \cdot S + 1,0421 \cdot \ln(G) + 0,4402^{ns} \cdot I^{-1} \quad [74]$$

- Clutter (1963) → Modificado por Beck-Della Bianca (1972)

$$\ln(V) = 2,1291 - 1,9604 \cdot S^{-1} + 0,4537^{ns} \cdot I^{-1} + 1,0434 \cdot \ln(G) \quad [75]$$

- Burkhardt

$$\ln(V) = 33,3724 - 72,2884 \cdot I^{-1} - 12,6235 \cdot \ln(I) - 0,000251^{ns} \cdot N + 0,0921 \cdot I \cdot \ln(N) \quad [76]$$

- Goebel e Warner

$$\ln(V) = 5,0347 - 0,00036 \cdot N - 1,5962^{ns} \cdot S^{-1} + 0,0496 \cdot I \cdot \ln(N) - 2,2176 \cdot I \cdot \ln(N)^{-1} - 14,2643 \cdot I^{-1} \quad [77]$$

- Campos e Ribeiro

$$\ln(V) = 3,0235 + 0,1085 \cdot G + 0,0740 \cdot h_{dom} - 16,2579 \cdot I^{-1} \quad [78]$$

Equações dos modelos que consideram somente a idade:

- Backman

$$\ln(V) = -5,4927 + 4,2302 \cdot \ln(I) - 0,2472^{ns} \cdot [\ln(I)]^2 \quad [79]$$

- Chapman-Richards

$$V = 219,2261 \cdot (1 - \exp^{-0,1450 \cdot I})^{1/(1 - 0,8712)} \quad [80]$$

- Mitscherlich

$$V = 31947,9440 \cdot (1 - \exp^{-0,0002 \cdot I}) \quad [81]$$

- Prodan

$$V = \frac{I^2}{\exp^{3,5299 - 0,3208 \cdot I + 0,0099 \cdot I^2}} \quad [82]$$

- Weibull

$$V = 2,3196 \cdot I^{2,3196 - 1} \cdot 0,9124^{2,3196} \cdot \exp^{-\left(\frac{I}{0,9124}\right)^{2,3196}} \quad [83]$$

- Parabólico

$$V = -1,6719^{ns}I + 0,4630I^2 \quad [84]$$

- Logístico

$$V = \frac{150,1106}{1 + \exp^{(14,0452 - I) / 2,5849}} \quad [85]$$

Equações dos modelos onde a idade da bracatinga foi substituída pela variável combinada ISG ou $\ln(\text{ISG})$:

- Backman

$$\ln(V) = -1,8138 + 0,7858 \ln(\text{ISG}) + 0,0064^{ns} [\ln(\text{ISG})]^2 \quad [79]$$

- Chapman-Richards

$$V = 672,9194 * (1 - \exp^{-0,0000848 * \text{ISG}})^{1/(1 + 0,0481)} \quad [80]$$

- Mitscherlich

$$V = 317,63 * (1 - \exp^{-0,000191 * \text{ISG}}) \quad [81]$$

- Prodan

$$V = \frac{[\ln(\text{ISG})]^2}{\exp^{0,7585 - 0,3426 * \ln(\text{ISG}) - 0,0663 * [\ln(\text{ISG})]^2}} \quad [82]$$

- Weibull

$$V = 1,5537 * \text{ISG}^{1,5537 - 1} * 0,8938^{1,5537} * \exp^{-\left(\frac{\text{ISG}}{0,8938}\right)^{1,5537}} \quad [83]$$

- Parabólico

$$V = 0,0473 * \text{ISG} - 0,00000041^{ns} (\text{ISG})^2 \quad [84]$$

- Logístico

$$V = \frac{294,1042}{1 + \exp^{(3170,9623 - \text{ISG}) / 1181,0207}} \quad [85]$$

TABELA 35 - FATOR DE CORREÇÃO DE MEYER E AS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO DAS EQUAÇÕES DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO AJUSTADAS PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.

Modelos que consideram diversas variáveis do povoamento.						
Modelo	FCM	R ²	R ² _{aj.}	S _{yx}	S _{yx} %	F
Schumacher	1,2634	0,397	0,388	47,11	88,72	43,09
Clutter	1,0085	0,952	0,951	13,64	25,19	1291,27
Clutter Modificado	1,0084	0,952	0,952	13,57	25,08	1303,53
Burkhart	1,2040	0,529	0,519	41,75	78,64	54,76
Goebel e Warner	1,1487	0,463	0,450	44,68	84,15	33,52
Campos e Ribeiro	1,2631	0,345	0,335	49,12	92,51	34,40
Modelos que consideram somente a idade da bracatinga						
Modelo	FCM	R ²	R ² _{aj.}	S _{yx}	S _{yx} %	F
Backman	1,4596	0,432	0,426	45,63	85,94	74,85
Chapman e Richards	---	0,551	0,547	36,99	69,66	145,31
Mitscherlich	---	0,393	0,391	42,89	80,79	154,33
Prodan	---	0,551	0,547	36,98	69,65	145,39
Weibull	---	0,465	0,462	40,30	75,90	206,51
Parabólico	---	0,461	0,458	44,34	83,52	169,08
Logístico	---	0,551	0,547	36,98	69,65	145,42
Potência	---	0,543	0,542	37,21	70,08	283,34
Modelos onde a idade foi substituída pela variável combinada ISG						
Modelo	FCM	R ²	R ² _{aj.}	S _{yx}	S _{yx} %	F
Backman	1,0272	0,936	0,936	15,29	28,79	1445,85
Chapman e Richards	---	0,934	0,933	14,21	26,77	1668,59
Mitscherlich	---	0,910	0,909	16,54	31,15	2400,58
Prodan	---	0,938	0,938	14,03	25,91	1804,50
Weibull	---	0,829	0,828	22,78	42,91	1152,48
Parabólico	---	0,937	0,937	15,17	28,58	2937,51
Logístico	---	0,901	0,900	17,37	32,71	1078,13

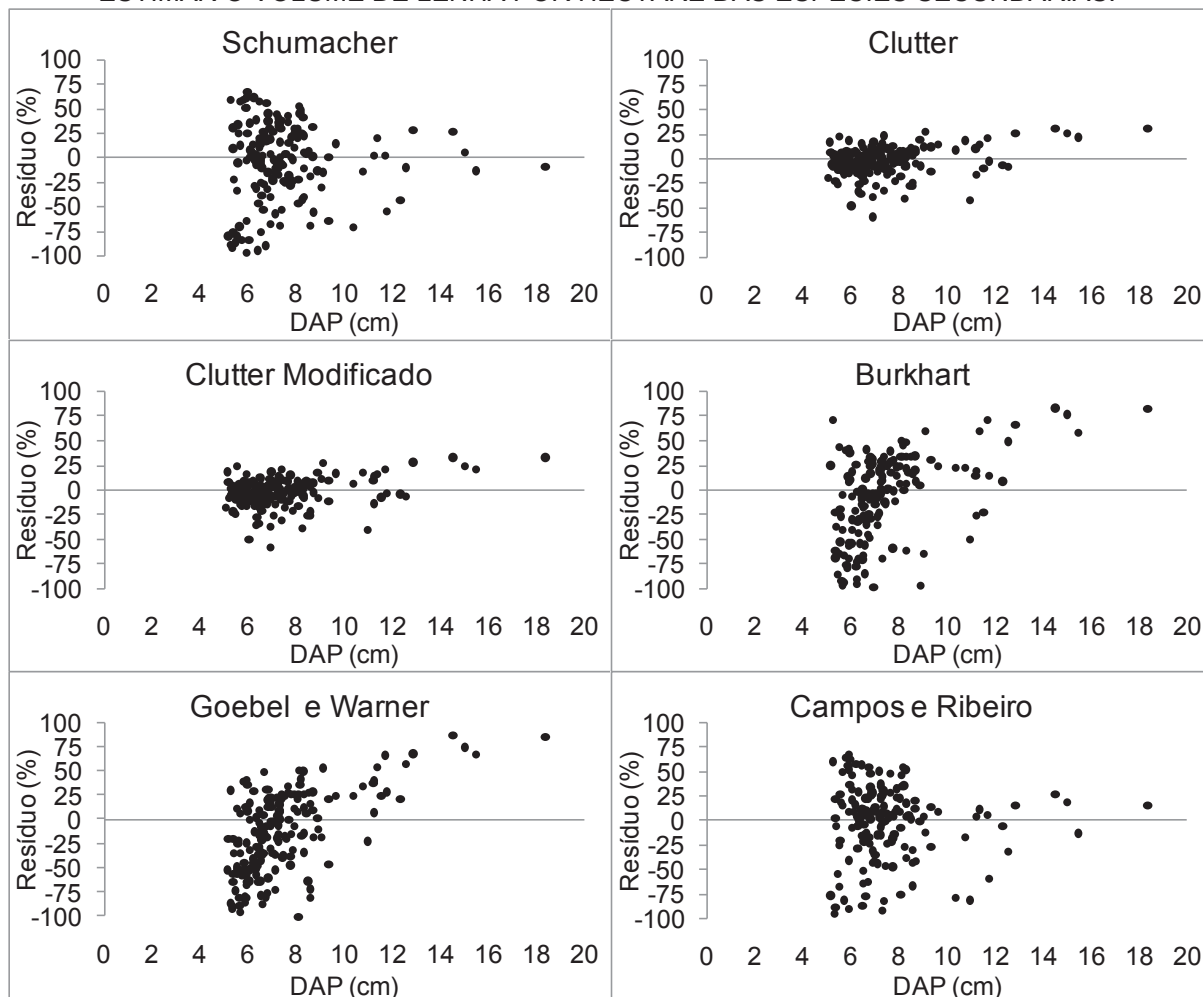
FONTE: o autor (2018).

Na Tabela 35, pode-se observar que entre a melhor e a pior equação ajustada, o S_{yx}% variou de 25,08 a 92,51 e que o R²_{aj.} variou de 0,335 a 0,952.

Observa-se que a equação do modelo 75 de Clutter modificado apresenta-se como a de melhor desempenho entre todas as equações de crescimento e produção ajustadas, com S_{yx} = 25,08%, R²_{aj.} = 0,952 e valor de F = 1303,5. Embora o S_{yx} esteja com valor um pouco alto, deve-se considerar que, trata-se de mais de 150 espécies nativas de sucessão secundária, e que entre elas existe uma variabilidade estrutural muito alta, como foi observado por (SILVA *et al.*, 2016) nos bracatingais nativos da região metropolitana de Curitiba. As Figuras 22 e 23 mostram as distribuições gráficas de resíduos para as equações ajustadas que consideram

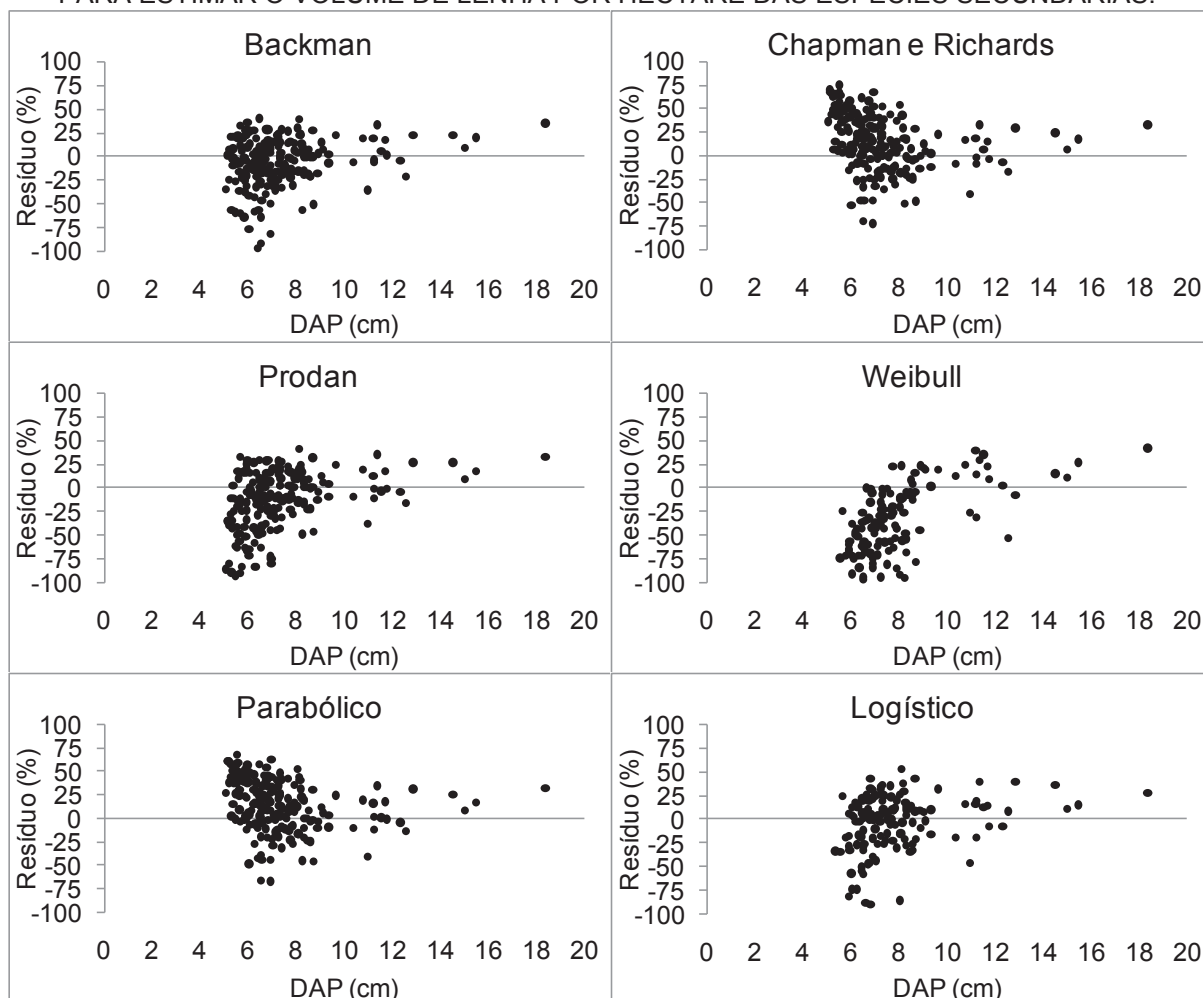
diversas variáveis e para as que consideram a variável combinada ISG. Para as que consideram somente a idade como variável explicativa, os gráficos não são mostrados, devido o baixo desempenho estatístico desses modelos.

FIGURA 22 – RESÍDUOS DAS EQUAÇÕES COM MÚLTIPLAS VARIÁVEIS, AJUSTADAS PARA ESTIMAR O VOLUME DE LENHA POR HECTARE DAS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.



FONTE: o autor (2018).

FIGURA 23 – RESÍDUOS DAS EQUAÇÕES COM A VARIÁVEL COMBINADA ISG^2 , AJUSTADAS PARA ESTIMAR O VOLUME DE LENHA POR HECTARE DAS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.



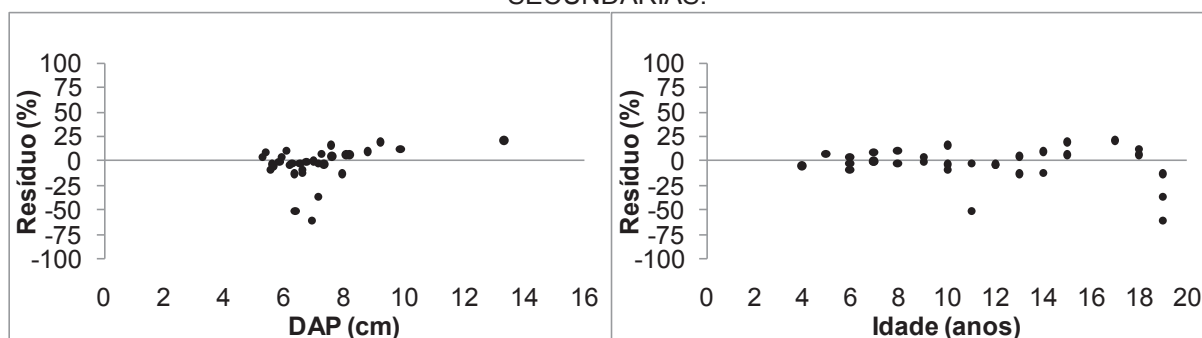
FONTE: o autor (2018).

Nas Figuras 22 e 23, também se observa para a equação do modelo de Clutter modificado uma melhor distribuição de resíduos. Porém, a equação do modelo de Clutter modificado, tem o coeficiente $(1/l)$ não significativo, mostrando que há multicolinearidade entre as variáveis da equação. Nesse caso, segundo Scolforo (2005), o modelo pode ser ainda um bom preditor, desde que utilizado dentro do espaço em que foram obtidas as variáveis independentes que apresentam multicolinearidade. Como para os bracatingais nativos da região metropolitana de Curitiba coletaram-se dados em boa amplitude de idade e todas as classes de sítios, essa equação pode ser utilizada sem maiores preocupações em relação às suas estimativas para povoamentos com bracatinga de até 20 anos de idade. Desta forma, a equação do modelo de Clutter modificado foi escolhida para o processo de validação.

No processo de validação o teste de aderência do Qui-quadrado (χ^2) apresentou um valor calculado ($\chi^2_{\text{cal.}} = 35,10$) menor que o valor tabelado ($\chi^2_{\text{tab. } \alpha=5\%} = 43,77$), ou seja, não existe diferença significativa entre os dados observados e os estimados. Habilitando a equação para uso na estimativa do crescimento e da produção do volume por hectare das espécies secundárias dos bracatingais.

A raiz quadrada do erro médio em porcentagem (RQEM%), calculado com os dados da validação, apresentou um valor igual a 24,15%, sendo 0,9% menor que o valor obtido com o $S_{yx}\%$ no ajuste. Na Figura 24 está a dispersão dos valores residuais obtidos com a estimativa do volume total por hectare da bracatinga para os dados utilizados na validação da equação do modelo de Clutter modificado, evidenciando a boa distribuição dos dados longo de toda linha de regressão.

FIGURA 24 – RESÍDUOS PARA OS DADOS UTILIZADOS NA VALIDAÇÃO DA MELHOR EQUAÇÃO DE CRESCIMENTO E A PRODUÇÃO AJUSTADA PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.



FONTE: o autor (2018).

Após a validação da equação do modelo de Clutter modificado, semelhante ao realizado para a bracatinga, construíram-se para as espécies secundárias as curvas de produção e incrementos do volume de lenha por hectare ao longo dos anos. Para isso, também foi necessário ajustar uma equação genérica para estimar a área basal ao longo dos anos. A melhor equação ajustada para a área basal apresentou um $R^2_{\text{aj.}} = 0,562$ com um $S_{yx}\% = 73,47$. Essas estatísticas de ajuste e precisão são ruins devido a baixa correlação que a idade e o sítio tem com a área basal ($r = 0,760$ e $r = -0,426$, respectivamente). A correlação positiva que a idade tem com a área basal denota o fato de a mesma estar crescendo, para as espécies secundárias, com o avanço da idade da bracatinga. A equação ajustada para estimar a área basal das espécies secundárias tem a seguinte expressão: $G = \exp[3,608636 - 28,8028 \cdot (1/I) + 0,02612 \cdot S] \cdot 1,4707$.

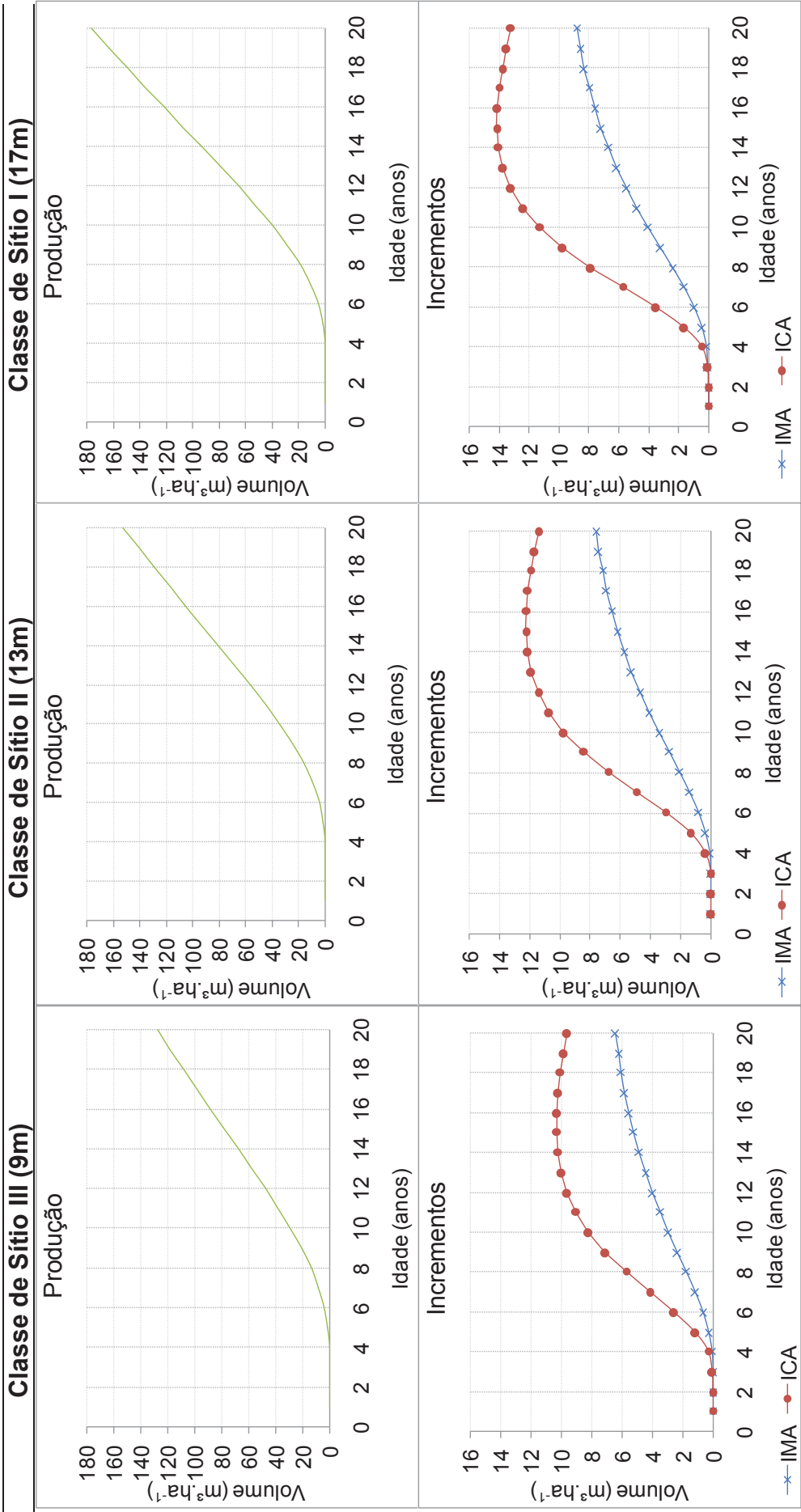
Na sequência, aplicou-se a área basal estimada na equação volumétrica ajustada, estimou-se a produção, o IMA e o ICA e construiu-se os gráficos com as curvas dos valores estimados para os dados agrupados por classe de sítio. As curvas de produção e incrementos são mostradas na Figura 25 e as tabelas com os valores podem ser observadas nos Apêndices 10 a 12.

Analisando as curvas estimadas com os dados agrupados em classe de sítio, verifica-se que dos 4 anos até os 20 anos (idade das bracatingas) a produção volumétrica do conjunto das espécies secundárias é crescente, observando-se um ritmo maior após os 8 anos de idade. Nesta idade a produção volumétrica da bracatinga está começando a decrescer.

Dos 4 anos até os 15 anos, de forma geral, o crescimento do conjunto das espécies secundárias apresenta-se como uma fase juvenil de desenvolvimento. Na idade de 15 anos ocorre o ponto de inflexão da curva de produção, quando ICA apresenta seu valor máximo e o crescimento do conjunto das espécies passam para a fase de maturidade.

Até os 20 anos de idade, não ocorre o valor máximo da curva de IMA. De acordo com o modelo isto ocorrerá próximo aos 30 anos, porém, essa predição está muito além das idades medidas, e deve ser considerada apenas como uma hipótese para as espécies secundárias dos bracatingais.

FIGURA 25 – CURVAS DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS, COM DADOS AGRUPADOS EM CLASSES DE SÍTIO.



FONTE: o autor (2018).

4.5.3 Equações ajustadas para todas as espécies

Semelhante ao feito para a bracatinga e para as espécies secundárias separadamente, ajustou-se os mesmos modelos para todas as espécies juntas. As equações, por autor, com seus respectivos coeficientes podem ser observados na seqüência. As estatísticas de ajuste e precisão, e o fator de correção de Meyer para as equações logarítmicas são mostrados na Tabela 36.

Equações dos modelos que consideram diversas variáveis do povoamento:

- Schumacher (1939)

$$\ln(V) = 3,3675 - 2,8441 \cdot I^{-1} + 0,0439 \cdot S + 0,0713 \cdot G \quad [73]$$

- Clutter (1963)

$$\ln(V) = 1,5043 + 0,0378 \cdot S + 1,1199 \cdot \ln(G) - 2,6684 \cdot I^{-1} \quad [74]$$

- Clutter (1963) → Modificado por Beck-Della Bianca (1972)

$$\ln(V) = 2,3801 - 5,3551 \cdot S^{-1} - 2,5985 \cdot I^{-1} + 1,1327 \cdot \ln(G) \quad [75]$$

- Burkhardt

$$\ln(V) = 1,2204 + 3,2269 \cdot I^{-1} + 1,6300 \cdot \ln(I) + 0,000063 \cdot N - 0,0086 \cdot I \cdot \ln(N) \quad [76]$$

- Goebel e Warner

$$\ln(V) = 5,1855 + 0,000064 \cdot N - 8,845 \cdot S^{-1} + 0,001 \cdot I \cdot \ln(N) + 0,2642 \cdot I \cdot \ln(N)^{-1} - 2,856 \cdot I^{-1} \quad [77]$$

- Campos e Ribeiro

$$\ln(V) = 3,2037 + 0,0703 \cdot G + 0,0414 \cdot h_{\text{dom}} - 1,3682 \cdot I^{-1} \quad [78]$$

Equações dos modelos que consideram somente a idade:

- Backman

$$\ln(V) = 3,6530 + 0,3786 \cdot \ln(I) + 0,0419 \cdot [\ln(I)]^2 \quad [79]$$

- Chapman-Richards

$$V = 274,3486 \cdot (1 - \exp^{-0,0367 \cdot I})^{1/(1 + 0,4754)} \quad [80]$$

- Mitscherlich

$$V = 196,1095 \cdot (1 - \exp^{-0,1025 \cdot I}) \quad [81]$$

- Prodan

$$V = \frac{I^2}{\exp^{-2,2612 + 0,2518*I - 0,0049*I^2}} \quad [82]$$

- Weibull

$$V = 2,4883*I^{2,4883} - 1*8,4041^{2,4883} * \exp^{-\left(\frac{I}{8,4041}\right)^{2,4883}} \quad [83]$$

- Parabólico

$$V = 17,2382*I - 0,4509*I^2 \quad [84]$$

- Logístico

$$V = \frac{186,6463}{1 + \exp^{(6,3906 - I)/5,4069}} \quad [85]$$

Equações dos modelos onde a idade da bracatinga foi substituída pela variável combinada ISG ou ln(ISG):

- Backman

$$\ln(V) = -3,0602 + 1,4769*\ln(\text{ISG}) - 0,0580*[\ln(\text{ISG})]^2 \quad [79]$$

- Chapman-Richards

$$V = 631,2611*(1 - \exp^{-0,0000379*\text{ISG}})^{1/(1 + 0,5999)} \quad [80]$$

- Mitscherlich

$$V = 231,9034*(1 - \exp^{-0,000395*\text{ISG}}) \quad [81]$$

- Prodan

$$V = \frac{[\ln(\text{ISG})]^2}{\exp^{2,0519 - 0,4038*\ln(\text{ISG}) + 0,0045*[\ln(\text{ISG})]^2}} \quad [82]$$

- Weibull

$$V = 1,5737*\text{ISG}^{1,5737} - 1*0,61^{1,5737} * \exp^{-\left(\frac{\text{ISG}}{0,61}\right)^{1,5737}} \quad [83]$$

- Parabólico

$$V = 0,0753*\text{ISG} - 0,00000663*(\text{ISG})^2 \quad [84]$$

- Logístico

$$V = \frac{240,2362}{1 + \exp^{(2015,2351 - \text{ISG})/1481,2127}} \quad [85]$$

Na Tabela 36, pode-se observar que entre a melhor e a pior equação ajustada, o $S_{yx}\%$ variou de 11,56 a 35,48 e que o $R^2_{aj.}$ variou de 0,252 a 0,917. Observa-se que a equação do modelo 74 de Clutter foi a de melhor desempenho entre todas as equações de crescimento e produção ajustadas para todas as espécies. Este desempenho é explicado pela boa correlação que as variáveis G e I possuem com o logaritmo do volume por hectare, resultando em uma equação com bom poder de estimativa do crescimento e da produção do volume por hectare para todas as espécies dos bracatingais com idade até 20 anos.

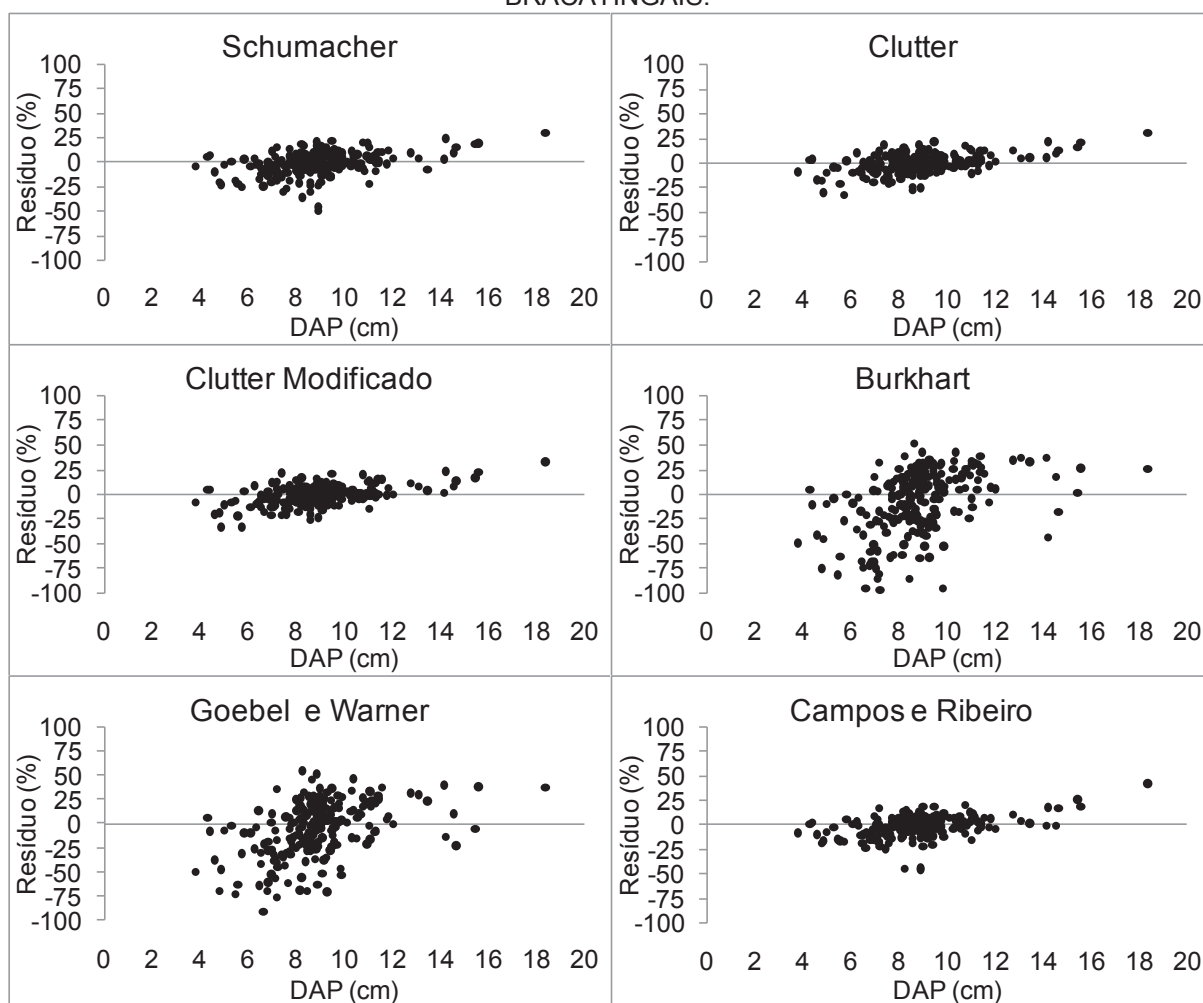
TABELA 36 - FATOR DE CORREÇÃO DE MEYER E AS ESTATÍSTICAS DE AJUSTE E PRECISÃO DAS EQUAÇÕES AJUSTADAS PARA O CONJUNTO DE TODAS AS ESPÉCIES.

Modelos que consideram múltiplas variáveis do povoamento.						
Modelo	FCM	R^2	$R^2_{aj.}$	S_{yx}	$S_{yx}\%$	F
Schumacher	1,0070	0,849	0,847	18,42	15,69	460,27
Clutter	1,0049	0,918	0,917	13,58	11,56	916,16
Clutter Mod.	1,0052	0,917	0,916	13,63	11,61	908,51
Burkhardt	1,0515	0,432	0,422	35,79	30,48	46,51
Goebel e Warner	1,0438	0,516	0,506	33,11	28,20	51,93
Campos e Ribeiro	1,0065	0,841	0,839	18,90	16,09	433,24
Modelos que consideram somente a idade						
Modelo	FCM	R^2	$R^2_{aj.}$	S_{yx}	$S_{yx}\%$	F
Backman	1,0531	0,413	0,409	36,21	30,84	87,02
Chapman e Richards	---	0,416	0,411	36,89	31,41	84,36
Mitscherlich	---	0,412	0,410	36,92	31,44	166,98
Prodan	---	0,397	0,392	37,48	31,92	78,03
Weibull	---	0,252	0,249	41,66	35,48	80,12
Parabólico	---	0,407	0,404	36,34	30,95	169,97
Logístico	---	0,420	0,415	36,76	31,30	85,81
Potência	---	0,415	0,413	36,84	31,37	168,85
Modelos onde a idade foi substituída pela variável combinada ISG						
Modelo	FCM	R^2	$R^2_{aj.}$	S_{yx}	$S_{yx}\%$	F
Backman	1,0138	0,820	0,819	20,06	17,08	562,47
Chapman e Richards	---	0,822	0,820	20,37	17,35	546,52
Mitscherlich	---	0,803	0,802	21,38	18,20	970,17
Prodan	---	0,822	0,821	20,36	17,34	547,39
Weibull	---	0,821	0,820	20,40	17,38	1088,18
Parabólico	---	0,772	0,771	22,51	19,17	841,60
Logístico	---	0,808	0,807	21,14	18,00	499,18

FONTE: o autor (2018).

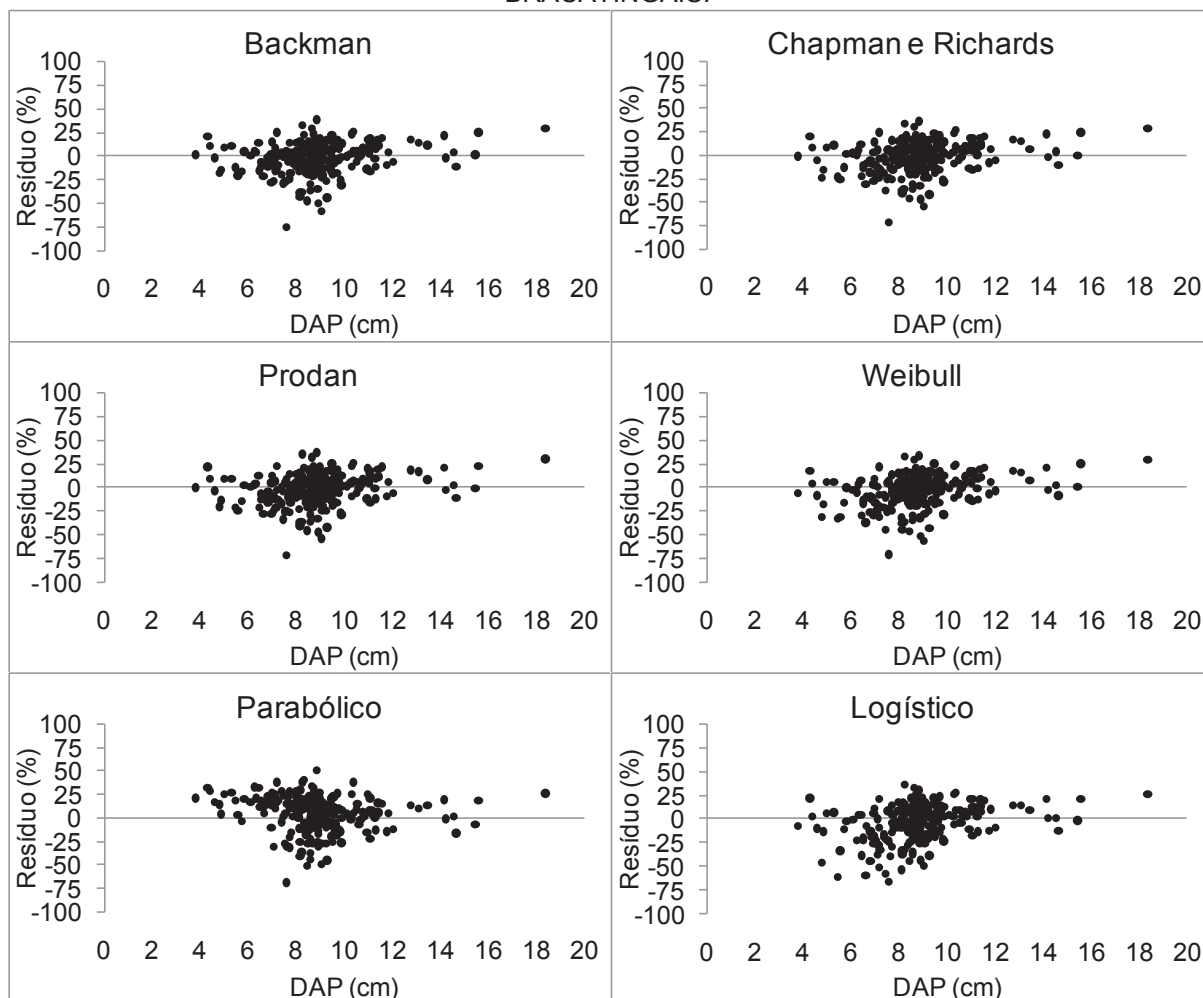
Nas Figuras 26 e 27, observa-se que a equação do modelo 74 de Clutter possui melhor distribuição de resíduos, com menor dispersão, porém, subestima os volumes para as parcelas com diâmetros médios maiores, o que não apresenta grandes problemas, já que a quantidade dessas parcelas é bem pequena. Desta forma, a equação do modelo de Clutter foi escolhida para o processo de validação.

FIGURA 26 – RESÍDUOS DAS EQUAÇÕES COM MULTIPLAS VARIÁVEIS, AJUSTADAS PARA ESTIMAR O VOLUME DE LENHA POR HECTARE DE TODAS AS ESPÉCIES DOS BRACATINGAIS.



FONTE: o autor (2018).

FIGURA 27 – RESÍDUOS DAS EQUAÇÕES COM A VARIÁVEL COMBINADA ISG², AJUSTADAS PARA ESTIMAR O VOLUME DE LENHA POR HECTARE PARA TODAS AS ESPÉCIES DOS BRACATINGAIS.



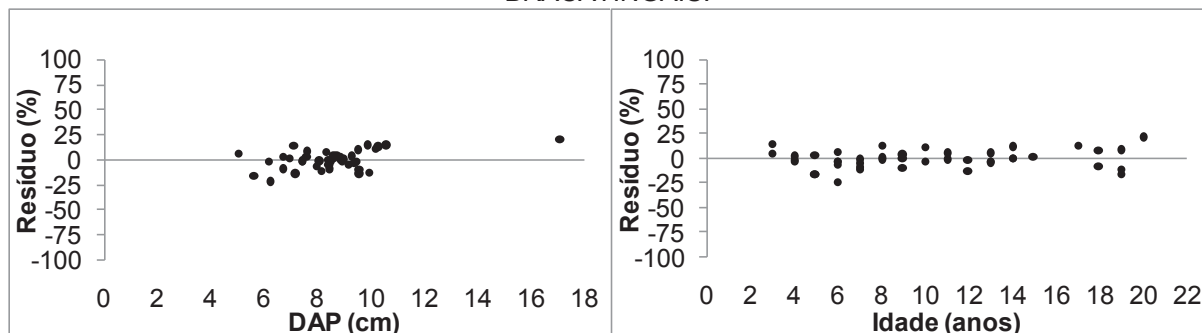
FONTE: o autor (2018).

No processo de validação o teste de aderência do Qui-quadrado (χ^2) apresentou um valor calculado ($\chi^2_{\text{cal.}} = 45,77$) menor que o valor tabelado ($\chi^2_{\text{tab. } \alpha=5\%} = 58,12$), ou seja, não existe diferença significativa entre os dados observados e os estimados, habilitando a equação para ser usada nas estimativas do crescimento e da produção em volume por hectare de todas as espécies presentes nos bracatingais, com idade variando de 3 a 20 anos e nas três condições de sítio estabelecida. Ainda dentro do processo de validação, a raiz quadrada do erro médio (RQEM%) calculado com os dados da validação, apresentou um valor igual a 9,99%, sendo 1,57% menor que o valor obtido com o $S_{yx}\%$ no ajuste da equação.

A Figura 28 mostra, por idade e por DAP médio das parcelas, a dispersão dos valores residuais obtidos com a estimativa do volume total por hectare da

bracatinga para os dados utilizados na validação da equação do modelo de Clutter, evidenciando a distribuição uniforme dos dados ao longo de toda linha de regressão.

FIGURA 28 – RESÍDUOS OBTIDOS COM OS DADOS UTILIZADOS NA VALIDAÇÃO DA MELHOR EQUAÇÃO DE CRESCIMENTO E PRODUÇÃO AJUSTADA PARA TODAS AS ESPÉCIES DOS BRACATINGAIS.

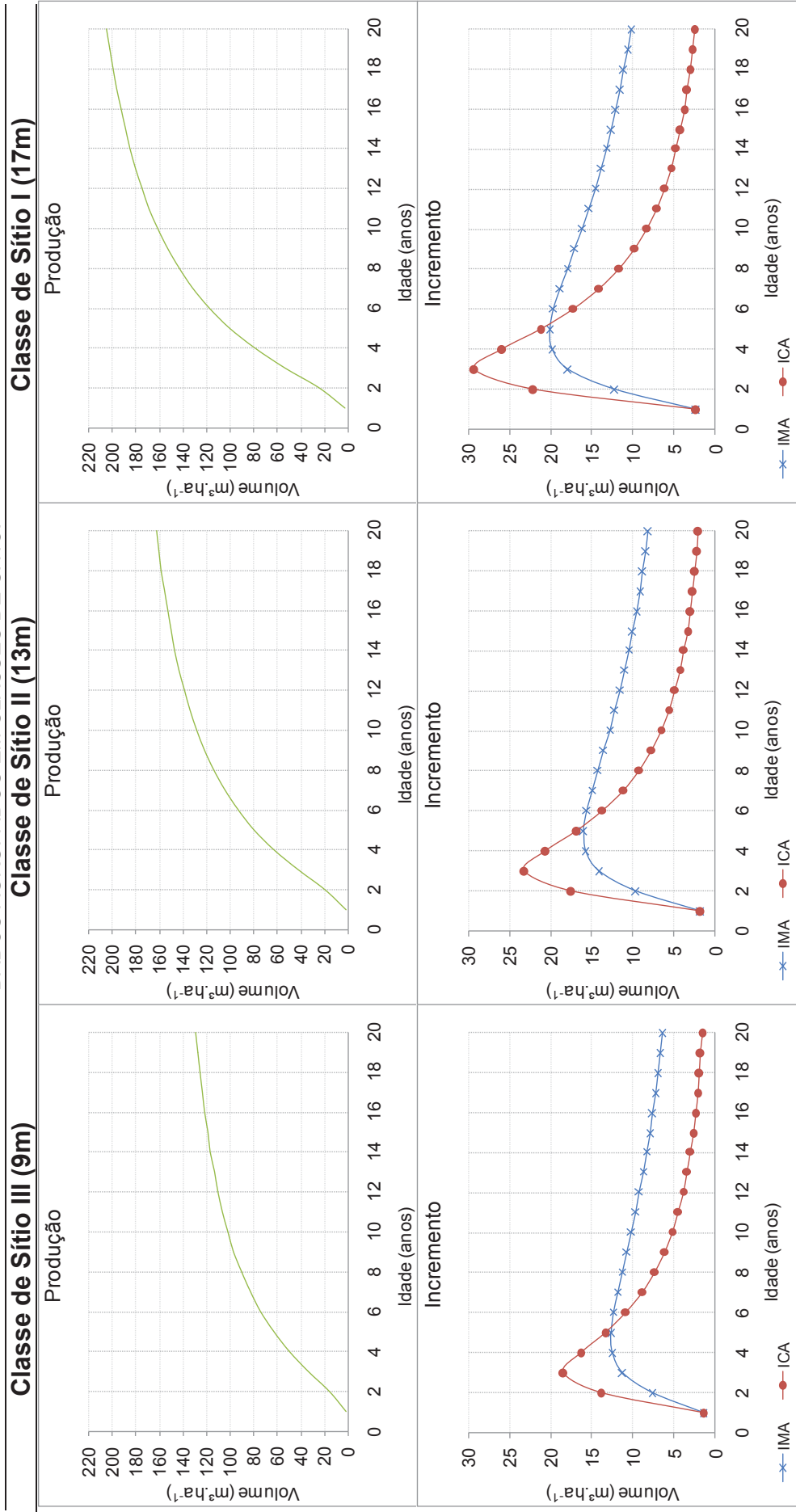


FONTE: o autor (2018).

Após a validação da equação do modelo de Clutter, semelhante ao realizado para a bracatinga e para as espécies secundárias, construíram-se para todas as espécies as curvas de produção e incrementos do volume de lenha por hectare ao longo dos anos. Para isso, também foi necessário ajustar uma equação genérica para estimar a área basal ao longo dos anos. A melhor equação ajustada para a área basal apresentou um $R^2_{aj.} = 0,153$ com um $S_{yx}\% = 25,05$. Essas estatísticas de ajuste e precisão são ruins devido à baixa correlação que a idade e o sítio têm com a área basal ($r = 0,281$ e $r = 0,083$, respectivamente). A equação ajustada para estimar a área basal de todas as espécies dos bracatingais tem a seguinte expressão: $G = \exp[2,735121 - 1,77719*(1/I) + 0,01524*S]*1,0339$.

Assim, com a área basal estimada aplicada na equação volumétrica ajustada, estimou-se a produção, o IMA e o ICA e construiu-se os gráficos com as curvas dos valores estimados. As curvas de produção e incrementos são mostradas na Figura 29 e as tabelas com os valores podem ser observadas nos Apêndices 13 a 15.

FIGURA 29 – CURVAS DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE PARA TODAS AS ESPÉCIES, COM DADOS AGRUPADOS EM CLASSES DE SÍTIO.



FONTE: o autor (2018).

Observa-se nas curvas estimadas para todas as espécies dos bracatingais na Figura 29 dos dados agrupados em classe de sítio, que:

O ponto de inflexão da curva de produção ocorre próximo à idade de 3 anos, quando ICA apresenta seu valor máximo.

O valor máximo da curva de IMA ocorre próximo aos 5 anos de idade, quando esta cruza com a curva de ICA. Nesta idade, o povoamento atingiu sua máxima produtividade, marcando o início da fase de senescência.

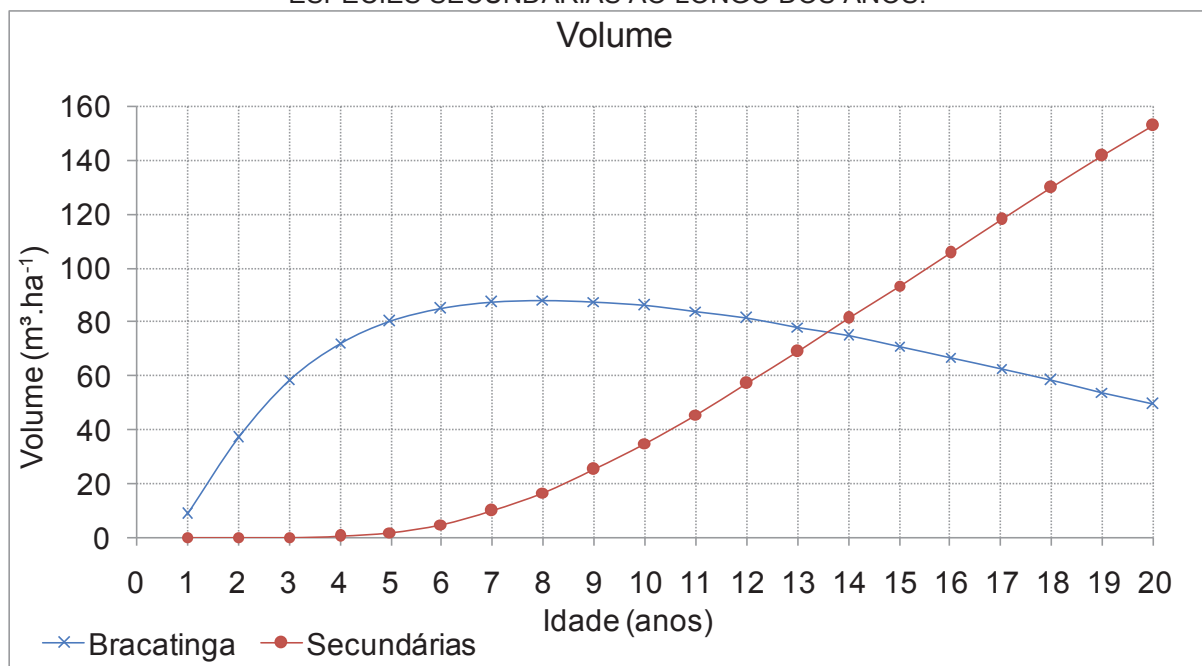
Quando se analisa o conjunto de todas as espécies, a presença das espécies secundárias resulta inicialmente em acréscimo nos valores de incrementos volumétricos do povoamento, fazendo com que o IMA e o ICA do povoamento aconteçam em idades superiores à observada para os volumes só de bracatinga e em idades inferiores à observada para os volumes só das espécies secundárias. Como até os 8 anos de idade o povoamento é fortemente influenciado pelas bracatingas, e após essa idade o volume da bracatinga começa a decrescer, até os 20 anos de idade para o conjunto de todas as espécies não ocorre a máxima produção do povoamento.

De forma geral, nos ajustes feitos para a bracatinga, para as secundárias e para todas as espécies juntas utilizando os modelos que consideram como variável explicativa somente a idade da bracatinga, observou-se que estas equações apresentaram as piores estatísticas. Quando nesses modelos trocou-se a variável idade pela variável combinada ISG ou $\ln(\text{ISG})$, houve melhora no desempenho estatístico das equações, porém não foi suficiente para suplantiar os modelos tradicionais de Clutter.

4.6 COMPARAÇÃO DA ÁREA BASAL E DO VOLUME POR HECTARE ENTRE BRACATINGAS E ESPÉCIES SECUNDÁRIAS

Com base nas melhores equações de crescimento e produção ajustadas para a bracatinga e para as espécies secundárias estimou-se o volume de lenha ao longo dos anos. Esses valores foram plotados contra a idade (Figura 30). Já os valores de área basal foram estimados com base nas equações ajustadas para estimar a área basal (Figura 31), as quais foram utilizadas na estimativa de IMA e ICA.

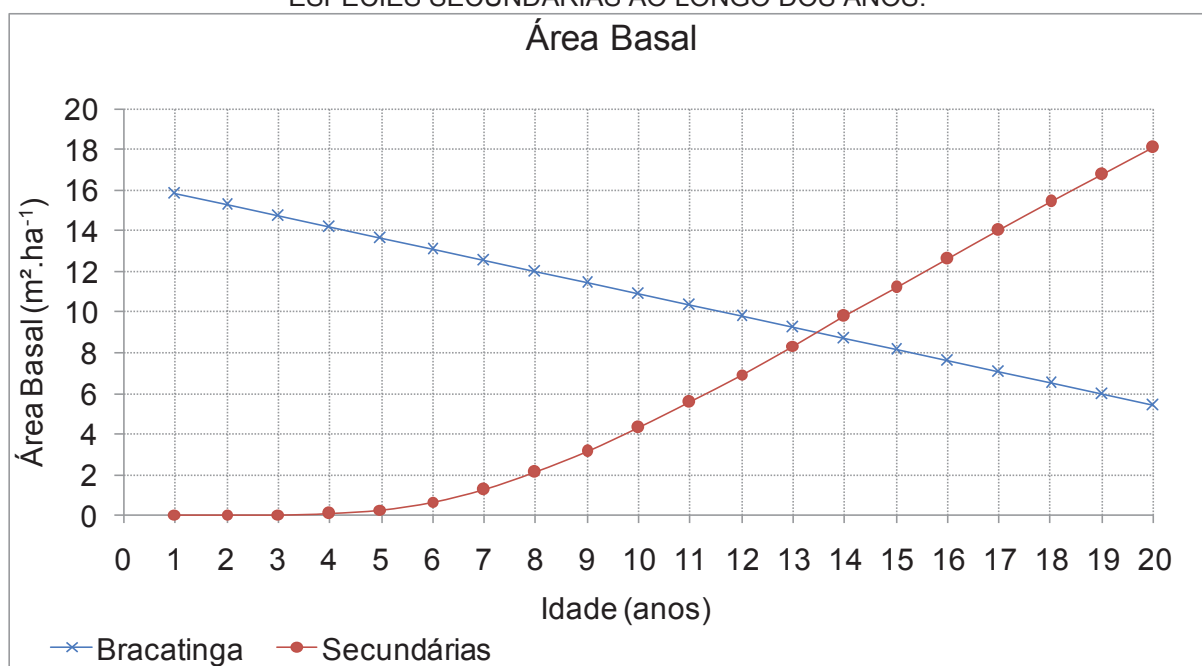
FIGURA 30 – DINÂMICA DOS VOLUMES MÉDIOS, ENTRE A BRACATINGA E AS DEMAIS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS AO LONGO DOS ANOS.



FONTE: o autor (2018).

Na Figura 30 observa-se que o volume de lenha por hectare da bracatinga é suplantado pelo volume de lenha das espécies secundárias entre 13 e 14 anos de idade do povoamento. O mesmo comportamento é observado na Figura 31 para a área basal dos bracatingais.

FIGURA 31 – DINÂMICA DAS ÁREAS BASAIS MÉDIAS, ENTRE A BRACATINGA E AS DEMAIS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS AO LONGO DOS ANOS.



FONTE: o autor (2018).

Considerando que foi observado por Silva *et al.* (2016), que em número de árvores a bracatinga é suplantado pelas secundárias aos 11 anos de idade, o reflexo desse comportamento sobre a área basal e volume por hectare só é observado entre 13 e 14 anos de idade do povoamento. Fica evidente que no processo de sucessão dos bracatingais as espécies secundárias vão substituindo a bracatinga ao longo dos anos, até que aos 20 anos a bracatinga quase desaparece, restando as secundárias. A partir desta idade o bracatingal desaparece naturalmente, dando origem ao que se chama “mata branca” ou capoeirão.

4.7 COMPARAÇÃO DOS MÉTODOS DE ESTIMATIVA DO VOLUME POR HECTARE

Com as equações ajustadas para estimar o volume por hectare e as equações ajustadas para estimar o crescimento e a produção em volume por hectare, após a validação das mesmas, calculou-se o volume, em cada parcela, para a bracatinga, para as espécies secundárias e para todas as espécies juntas.

Os métodos de estimativa foram comparados por meio de uma análise de variância em delineamento inteiramente casualizado, onde as parcelas são as repetições e os dois métodos de ajuste os tratamentos, os quais são comparados com a testemunha (estimativa dos volumes por meio de equação volumétrica para árvore individual). As Tabelas 37 a 39 mostram o resultado dessa análise para os ajustes feitos para a bracatinga, para as espécies secundárias e para o conjunto de todas as espécies.

TABELA 37 - ANÁLISE DE VARIÂNCIA ENTRE OS MÉTODOS DE ESTIMATIVA DE VOLUME PARA A BRACATINGA.

Fonte da variação	GL	QM	F calculado	valor-P	F tabelado
Entre grupos	2	38,22	0,0354	0,9652 ^{ns}	3,0066
Dentro dos grupos	831	1078,58			
Total	833				

FONTE: o autor (2018).

TABELA 38 - ANÁLISE DE VARIÂNCIA ENTRE OS MÉTODOS DE ESTIMATIVA DE VOLUME PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.

Fonte da variação	GL	QM	F calculado	valor-P	F tabelado
Entre grupos	2	56,10	0,0162	0,9839 ^{ns}	3,0088
Dentro dos grupos	690	3466,36			
Total	692				

FONTE: o autor (2018).

TABELA 39 - ANÁLISE DE VARIÂNCIA ENTRE OS MÉTODOS DE ESTIMATIVA DE VOLUME PARA TODAS AS ESPÉCIES JUNTAS.

Fonte da variação	GL	QM	F calculado	valor-P	F tabelado
Entre grupos	2	4,28	0,0021	0,9979 ^{ns}	3,0060
Dentro dos grupos	876	2072,34			
Total	878				

FONTE: o autor (2018).

As análises de variância nas Tabelas 37 a 39 mostram, com base no valor-P e na razão de $F_{\text{calculado}}$ para 95% de probabilidade, que não existe diferença estatisticamente significativa entre os métodos de ajuste do volume de lenha com casca por unidade de área em nenhuma das três abordagens dos dados utilizadas, ou seja, qualquer uma das metodologias adotadas estimam com boa precisão e baixo erro o volume de lenha por hectare dos bracatingais.

O resultado observado neste trabalho está de acordo com o esperado quando se compara metodologias de estimativa volumétricas, confirmando a hipótese de que não há diferença entre métodos de estimativa volumétrica. A exemplo, tem-se os trabalhos de Machado *et al.* (2005), que compararam métodos de estimativa de volume para *Pinus oocarpa* em diferentes idades e diferentes regimes de desbastes e o de Conceição (2004) que comparou métodos de estimativa do volume individual em diferentes idades para *Eucalyptus grandis*. Estes autores concluíram não existir diferença estatística, com 95% de probabilidade, entre os volumes obtidos com a cubagem por Smalian e os estimados através de fatores de forma, equações de volume e funções de afilamento.

Com a finalidade de verificar qual método de ajuste mais se aproximaria do valor observado, calculou-se algumas estatísticas que são mostradas na Tabela 40.

TABELA 40 - ESTATÍSTICA PARA COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS DE ESTIMATIVA DE VOLUME PARA AS TRÊS ABORDAGENS DE AJUSTE.

Abordagem	Método	SQ _{res}	QM _{res}	RQEM	RQEM%	X ²
Bracatinga	Equação Povoamento	2314	8,35	2,88	3,54	27,42
	Equação Crescimento e Produção	15296	55,22	7,42	9,11	183,41
Secundárias	Equação Povoamento	9798	42,42	6,51	12,51	58,98
	Equação Crescimento e Produção	38815	168,03	12,96	24,90	307,88
Todas as Espécies	Equação Povoamento	78171	266,79	16,33	13,86	558,77
	Equação Crescimento e Produção	51541	175,91	13,26	11,26	327,58

FONTE: o autor (2018).

Na Tabela 40, as estatísticas calculadas mostram que as equações de volume do povoamento quando utilizadas para estimar os volumes de lenha por hectare das bracatingas ou das secundárias, apresentam melhor desempenho que as equações de crescimento e produção. A diferença no RQEM entre os métodos foi de 5,57% e 12,39% para bracatinga e secundárias, respectivamente. Esse fato se inverte quando comparadas as estimativas para todas as espécies juntas, com diferença no RQEM de 2,61%.

Como os objetivos na utilização dos métodos de ajuste e abordagens podem ser diferentes, a escolha do método de quantificação do volume estará condicionada apenas aos objetivos a serem alcançados com o inventário florestal, com a vantagem de se ter o conhecimento do tamanho do erro e grau de precisão que cada método e abordagem oferecem para que o manejador possa quantificar o estoque volumétrico de lenha nos povoamentos de bracatinga (bracatingais).

4.8 CONSIDERAÇÕES GERAIS SOBRE OS RESULTADOS ENCONTRADOS

4.8.1 Para a bracatinga

Para estimativa do volume do povoamento por hectare da *Mimosa scabrella* Benth (bracatinga) nos bracatingais, dentre os 29 modelos advindos da literatura, a equação não linear correspondente ao modelo de Takata (1959) foi a que apresentou melhor resultado. Já a equação ajustada por meio do processo *forward stepwise* com melhor resultado foi a logarítmica. Entre essas duas equações há uma pequena diferença de erro padrão de 0,53%, favorável a equação ajustada por meio do processo *forward stepwise*.

Na estimativa do crescimento e da produção do volume de lenha por hectare, a equação do modelo de Clutter tem desempenho estatístico superior aos demais modelos testados, além de ter a melhor distribuição de resíduos, tendo sido validada para uso na estimativa do crescimento e da produção do volume de lenha por hectare da bracatinga nos bracatingais nativos com idade entre 3 e 20 anos.

Com base na equação de crescimento e produção ajustada, observou-se que o ICA atinge seu valor máximo próximo aos 2 anos de idade. Já o IMA atinge o valor máximo próximo aos 3 anos de idade e a produção máxima atingida pela bracatinga acontece próximo aos 8 anos de idade.

A partir dos 8 anos de idade, devido a mortalidade, a produção volumétrica da bracatinga decresce continuamente.

Devido a alta densidade de plantas nos bracatingais, o crescimento atinge seu máximo muito cedo, mesmo considerando a variação de sítios, sendo então recomendado que o número de plantas na fase inicial do povoamento seja diminuído para aumentar o espaçamento e diminuir a competição.

De forma geral os bracatingais por serem altamente densos na sua fase inicial, apresentam elevada competição entre indivíduos e por consequência alta mortalidade na fase inicial de desenvolvimento.

A alta mortalidade da bracatinga na fase inicial, resulta na diminuição do grau de ocupação da área (número de árvores e área basal), permite a entrada de espécies secundárias, que são observadas a partir dos 4 anos de idade, alimentando a competição e a diminuição constante do número de árvores e da área basal, resultando no decréscimo volumétrico após os 8 anos de idade.

A bracatinga vai desaparecendo gradativamente, até que aos 20 anos de idade quase não se encontra bracatingas vivas nos ex-bracatingais.

A mudança de um estoque volumétrico crescente para um estoque decrescente, afeta na análise global a correlação do volume por hectare, ou seja, não há correlação do volume por hectare com a idade e nem com o número de árvores, observando-se baixa correlação com os diâmetros médios ($\bar{d}$ e d_g) e com as alturas ($\bar{h}$ e h_{dom}).

A inexistente ou baixa correlação dessas variáveis com o volume por hectare da bracatinga explica o péssimo desempenho de modelos consagrados que fazem uso dessas variáveis, tais como o modelo de Chapman e Richards que estima a produção volumétrica em função da idade.

4.8.2 Para as espécies secundárias

Para estimativa do volume de lenha do povoamento por hectare das espécies secundárias nos bracatingais, dentre os 29 modelos selecionados da literatura, a equação correspondente ao modelo não linear de Ung e Ouellett (1991) foi o que apresentou melhor resultado. Já a equação ajustada por meio do processo *forward stepwise* com melhor resultado foi a logarítmica. Entre essas duas equações há uma diferença de erro padrão de 2,77%, favorável a equação ajustada por meio do processo *forward stepwise*.

Na estimativa do crescimento e da produção em volume de lenha por hectare para as espécies secundárias dos bracatingais, a equação do modelo de Clutter Modificado tem desempenho estatístico superior aos demais modelos testados, tem melhor distribuição de resíduos e foi validada para uso na estimativa do crescimento e da produção do volume de lenha por hectare em povoamentos com idade entre 3 e 20 anos.

Com base na equação de crescimento e produção, observou-se que o ICA atinge seu valor máximo próximo aos 15 anos de idade (idade das bracatingas) e até os 20 anos de idade, não ocorre o valor máximo da curva de IMA das secundárias.

Dos 4 anos até os 20 anos a produção volumétrica do conjunto das espécies secundárias é crescente, observando-se um ritmo maior após os 8 anos de idade da bracatinga, quando esta tem a sua produção volumétrica começando a decrescer, sendo que dos 4 anos até os 15 anos, o crescimento do conjunto das espécies secundárias apresenta-se como uma fase juvenil de desenvolvimento, e após os 15 anos o crescimento do conjunto das espécies passa para a fase de maturidade.

Para as espécies secundárias o número de árvores (N) apresenta coeficiente de variação alto devido a presença de poucos indivíduos nas idades iniciais e muitos indivíduos nas idades avançadas, mantendo um padrão crescente ao longo dos anos. Esse padrão é acompanhado pelas variáveis G , $\bar{d}$ e dg , gerando boa correlação destas variáveis com as variáveis volumétricas; diferente do observado para a bracatinga, a idade tem boa correlação com essas variáveis. Essa característica observada nas espécies secundárias evidencia a substituição da bracatinga pelas espécies secundárias ao longo dos anos.

O fato da idade ter boa correlação com o volume não melhorou o desempenho dos modelos que fazem uso da idade como variável explicativa, pois

estes possuem em sua maioria um comportamento típico de curva sigmoidal, e o volume por hectare das secundárias possui comportamento típico de curva de potência, sendo a natureza dos modelos incompatíveis com os dados.

4.8.3 Para todas as espécies

Para estimativa do volume de lenha do povoamento por hectare de todas as espécies dos bracatingais, dentre os 29 modelos escolhidos da literatura, a equação correspondente ao modelo de Stoate (1945) foi o que apresentou melhor resultado estatístico, porém com intercepto não significativo e com tendenciosidades nas estimativas volumétricas. Já a equação ajustada por meio do processo *forward stepwise* com melhor resultado foi a aritmética. Entre essas duas equações há uma diferença de erro padrão de 4,8% a menos para a ajustada usando o processo *forward stepwise*, favorável a equação ajustada por meio do processo *forward stepwise*.

Na estimativa do crescimento e da produção em volume de lenha por hectare para todas as espécies dos bracatingais, a equação do modelo de Clutter tem desempenho estatístico superior aos demais modelos testados, tem melhor distribuição de resíduos e foi validada para uso na estimativa do crescimento e da produção do volume de lenha por hectare em povoamentos com idade entre 3 e 20 anos.

Com base na equação de crescimento e produção ajustada, observou-se que o ICA atinge seu valor máximo próximo aos 3 anos de idade, o IMA atinge o valor máximo próximo aos 5 anos de idade e até os 20 anos de idade para o conjunto de todas as espécies não ocorre a máxima produção do povoamento.

Quando comparada a correlação entre as variáveis de todas as espécies com a correlação das variáveis para bracatinga e com a correlação para as espécies secundárias, observa-se um meio termo nos valores, pois variáveis como Idade da bracatinga, que teve correlação baixa com as variáveis volumétricas da bracatinga e boa correlação com as variáveis volumétricas das espécies secundárias, quando somou-se todas as espécies no conjunto de dados a correlação adquiriu um valor médio entre as duas. O mesmo foi observado para as variáveis $\bar{d}$ e d_g . Para N, onde a bracatinga em seu início tem representatividade quase total, a correlação com as variáveis volumétricas foi semelhante ao observado para as bracatingas.

O desempenho dos modelos que fazem uso da idade como variável explicativa na estimativa do volume de todas as espécies juntas foi intermediário ao observado somente para a bracatinga e para as espécies secundárias, ou seja, ainda foi um desempenho baixo, devido à natureza dos dados e dos modelos.

5 CONCLUSÕES

Quando se considera a bracatinga como a fonte principal para a produção de lenha, observa-se que os bracatingais atingem a sua máxima produtividade volumétrica aos 8 anos, sendo esta a idade tecnicamente recomendada para se fazer rotações.

Tanto as equações de volume do povoamento como as de crescimento e produção estimam com boa precisão e baixo erro o volume de lenha para bracatinga, para as espécies secundárias e para todas as espécies.

Nos testes de validação não houve diferença estatística entre os valores reais e os estimados, habilitando as melhores equações ajustadas para estimar o volume de lenha por hectare. Essas equações podem ser usadas, de acordo com o objetivo do manejador, para o processamento dos inventários nos bracatingais da região metropolitana de Curitiba.

Comparando a evolução do estoque volumétrico da bracatinga e o das espécies secundárias ao longo dos anos, verificou-se que entre 13 e 14 anos de idade dos bracatingais o volume de lenha por hectare e a área basal por hectare das espécies secundárias ultrapassam o volume e a área basal da bracatinga, cerca de 2 anos após o mesmo comportamento ser observado para o número de árvores.

Comparando os métodos de ajuste do volume de lenha por hectare dos bracatingais (equação volumétrica para árvore individual, equação para volume por unidade de área e equação para crescimento e produção em volume por hectare), verificou-se que não existe diferença, com 95% de probabilidade, entre os métodos de ajuste em nenhuma das três abordagens dos dados utilizadas.

A equação de volume de lenha do povoamento estima melhor o volume para a bracatinga e a para as secundárias, já a equação de crescimento e produção estima melhor o volume de lenha para todas as espécies juntas.

A definição da metodologia para quantificar o estoque volumétrico da lenha nos bracatingais e a forma de manejar o povoamento, vai depender do objetivo do manejador. Os resultados aqui observados para o comportamento das espécies nos bracatingais ao longo dos anos, bem como os modelos desenvolvidos, são de grande importância para definições de regime de manejo e para as técnicas de quantificação volumétrica dos inventários florestais realizados.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AHRENS, S. Um modelo matemático para volumetria comercial de bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.). In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS, 4., "Bracatinga uma alternativa para reflorestamento", 1981, Curitiba. **Anais...** Curitiba: EMBRAPA-URPFCS, 1981. p.77-90. (EMBRAPA-URPFCS. Documentos, 5).

APARECIDO, L. M. T.; MACHADO, S. A.; SOUZA, R. F.; RIBEIRO, A. **Modelagem da produção da Bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.) na região metropolitana de Curitiba**. 5º Simpósio Latino-americano sobre Manejo Florestal. Santa Maria: 2011. p. 438-445.

ASSMANN, E. **The principles of forest yield study - Studies in the organic production, structure, increment and yield of forest stands**. Oxford: Pergamon Press, 1970. 506 p.

AVERY, T. E.; BURKHART, H. E. **Forest Measurements**. 4th. ed. New York: McGraw-Hill, 1994. 408 p.

BAGGIO, A. J. **Estudio sobre el sistema agroforestal tradicional de la bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.) en Brasil: productividad, manejo de residuos y elaboracion de compost**. 1994. 242 p. Tese Doutorado - Universidad Politécnica de Madrid, Madrid, 1994.

BAGGIO, A. J.; CARPANEZZI, A. A.; GRAÇA, L. R.; CECCON, E. Sistema agroflorestal tradicional da bracatinga com culturas anuais. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Curitiba, n.12, p.73-82, 1986.

BARRICHELO, L. E. G.; BRITO, J. O. Celulose sulfato branqueada de bracatinga. **Brasil Florestal**, Brasília - DF, v.12, n.49, p.45-50, 1982.

BARTOSZECK, A. C. P. S.; MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A.; OLIVEIRA, E. B. Modelagem da relação hipsométrica para bracatingais da região metropolitana de Curitiba – PR. **Revista Floresta**, Curitiba – PR, v.32, n.2, p. 189-204, 2002.

BATISTA, J. L. F.; COUTO, H. T. Z.; SILVA FILHO, D. F. **Quantificação de recursos florestais - árvores, arvoredos e florestas**. São Paulo: Editora Oficina de Textos, 2014. 384 p.

BETTINGER, P.; BOSTON, K.; SIRY, J. P.; GREBNER, D. L. **Forest Management and Planning**. San Diego: Elsevier, 2009. 331 p.

BHERING, S. B.; SANTOS, H. G.; MANZATTO, C. V.; BOGNOLA, I.; CARVALHO, A. P.; POTTER, O.; AGLIO, M. L. D.; SILVA, J. S.; CHAFFIN, C. E.; CARVALHO JUNIOR, W. **Mapa de solos do estado do Paraná – legenda atualizada**. Rio de Janeiro - RJ: EMBRAPA Florestas; EMBRAPA Solos; IAPAR. 2008. 74 p.

BURKHART, H. E.; TOMÉ, M. **Modeling Forest Trees and Stands**. New York: Springer Science, 2012. 457 p.

CAMPOS, C. H. O.; GRAÇA, L. R.; RIBAS, L. C. A produtividade do bracatingal tradicional através do tempo. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo - PR, n. 12, p. 35-46, 1986.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração Florestal: Perguntas e Respostas**. 4ª Edição, atualizada e ampliada. ed. Viçosa: UFV, 2013. 605 p.

CARPANEZZI, A. A.; CARPANEZZI, O. T. B. Cultivo da bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.) no Brasil e prioridades para o seu aperfeiçoamento. In: CONGRESSO FLORESTAL ESTADUAL, 7., 1992, Nova Prata. **Anais...** Santa Maria: Universidade Federal de Santa Maria, 1992. v.2, p.640-655.

CARPANEZZI, A. A.; IVANCHECHEN, S. L.; LISBÃO JUNIOR, L. **Deposição de matéria orgânica e nutrientes por bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.)**. Curitiba: EMBRAPA-URPFCS, 1984. 3 p. (EMBRAPA-URPFCS. Pesquisa em andamento, 2). Parte do Relatório de atividades 1983-84 da EMBRAPA-URPFCS.

CARPANEZZI, A. A.; PAGANO, S. N.; BAGGIO, A. J. Banco de sementes de bracatinga em povoamentos do sistema agroflorestal tradicional de cultivo. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo, n.35, p.3-19, 1997.

CARVALHO, P. E. R. **Espécies florestais brasileiras: recomendações silviculturais, potencialidades e uso da madeira**. Colombo: EMBRAPA-CNPQ, 1994. 640p.

CATHARINO, E. L. M.; CRESTANA, C. S. M.; KAGEYAMA, P. Y. Biologia floral da bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.). **Anais...** São Paulo: Instituto Florestal, 1982. Publicado na Silvicultura em São Paulo, v.16 A, parte 2, p.525-531.

CAVIGLIONE, J. H.; KIIHL, L. R.; CARAMORI, P. H.; OLIVEIRA, D. **Cartas Climáticas do Estado do Paraná**. Instituto Agrônomo do Paraná - IAPAR, Londrina - PR, 2000. Disponível em: <<http://www.iapar.br/modules/conteudo/conteudo.php?conteudo=677>>. Acesso em: 30 mar. 2016.

CHAPMAN, D. E. Statistical problems in dynamics of exploited fishing populations. In Berkeley Symposium On Mathematical Statistic And Probability, 1961, p. 153 – 158, **Procededings...**[S.l.: s.n.], 1961.

CLUTTER, J. L.; FORTSON, J. C.; PIENAAR, L. V.; BRISTER, G. H.; BAILEY, R. L. **Timber management: a quantitative approach**. New York: John Wiley & Sons, 1983. 333 p.

CONCEIÇÃO, Marcio Barbosa da. **Comparação de métodos de estimativa de volume em diferentes idades em plantações de *Eucalyptus grandis* Hill Ex-Maiden**. 2004. 150 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2004.

CYSNEIROS, V. C.; MACHADO, S. A.; PELISSARI, A. L.; FIGUEIREDO FILHO, A.; URBANO, E. Modeling of the commercial volume stock in an ombrophilous forest in the Southwest of the Amazon. **Cerne**, Lavras - MG, v. 22, n. 4, p. 457-464, 2016.

DAVIS, L. S.; JOHNSON, K. N. **Forest management**. 3th. ed. New York: McGraw-Hill, 1987. 790 p.

DEMOLINARI, Raul de Abreu. **Crescimento de povoamentos de eucalipto não-desbastados**. 2006. 72 p. Dissertação (Mestrado em Ciência Florestal) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2006.

DRAPER, N. R.; SMITH, H. **Applied regression Analysis**. 2ª. ed. New York: John Wiley & Sons, Inc, 1980. 709 p.

EMBRAPA. Centro Nacional de Pesquisa de Florestas (Curitiba-PR). **Manual técnico da bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.)**. Curitiba, 1988. 70p. (EMBRAPA-CNPQ. Documentos, 20).

FIGUEIREDO FILHO, A.; MACHADO, S.A.; MIRANDA, R. O. V.; RETSLAFF, F. A. S. **Compêndio de equações de volume e de afilamento de espécies florestais plantadas e nativas para as regiões geográficas do Brasil**. Curitiba - PR. 2014. 306 p.

FIGUEIREDO FILHO, A.; MACHADO, S. A.; ROSOT, N. C. Estimativas volumétricas por unidade de área em florestas naturais. **Silvicultura em São Paulo**, São Paulo - SP, v. 16, p. 491-504, 1982.

GRAÇA, L. R.; RIBAS, L. C.; BAGGIO, A. J. A rentabilidade econômica da bracatinga no Paraná. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo - PR, n. 12, p. 47-72, jun. 1986.

HOSOKAWA, R. T.; HILDEBRAND, E.; FARIAS, G. L.; MENDES, J. B. **Avaliação preliminar de produção de povoamentos de bracatinga: relatório final**. Curitiba, FUPEF, 1981 .

HUSCH, B.; MILLER, C. I.; BEERS, T. W. **Forest mensuration**. New York: John Wiley & Sons, 1982. 401 p.

KLEIN, R. M. Observações e considerações sobre a vegetação do planalto nordeste catarinense. **Sellowia**, Itajaí, v.14, n.15, p.39-56, 1963.

KLEIN, R. M. Árvores nativas da mata pluvial da costa atlântica de Santa Catarina. In: CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 1968, Curitiba. **Anais...** Curitiba: FIEP, 1968. p. 65-103.

KLEIN, R. M. Aspectos fitossociológicos da bracatinga (*Mimosa scabrella*). In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS, 4., 1981, Curitiba. Bracatinga uma alternativa para reflorestamento: **Anais...** Curitiba: EMBRAPA-URPFCS, p. 145-148, 1981. (EMBRAPA-URPFCS. Documentos, 5).

LAURENT, J. M. E.; CAMPOS, J. B.; BITTENCOURT, S. M. **Análise técnico-econômica do sistema agroflorestal da bracatinga na região metropolitana de Curitiba**. Curitiba - PR: EMATER-PR, 1990. 72 p. (Projeto FAO-GCP/BRA/025/FRA. Série Estudos Florestais, 4).

LORENZI, H. **Árvores brasileiras: manual de identificação e cultivo de plantas arbóreas nativas do Brasil**. Nova Odessa: Plantarum, 1992. 352 p.

MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Dendrometria**. Curitiba: Editado pelos autores, 2003. 309 p.

MACHADO, S. A.; URBANO, E.; CONCEIÇÃO, M. B. Comparação de métodos de estimativa de volume para *Pinus oocarpa* em diferentes idades e diferentes regimes de desbastes. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo - PR, v. 50, p. 81-98, 2005.

MACHADO, S. A.; TONON, A. E. N.; FIGUEIREDO FILHO, A.; OLIVEIRA, E. B. Efeitos da densidade inicial e do sítio sobre o desenvolvimento de bracatingais nativos da região metropolitana de Curitiba. **Boletim de Pesquisa Florestal**, Colombo - PR, v. 43, p. 19-46, 2001.

MACHADO, S. A.; TONON, A. E. N.; FIGUEIREDO FILHO, A.; OLIVEIRA, E. B. Comportamento da mortalidade natural em bracatingais nativos em diferentes densidades iniciais e classes de sítio. **Ciência Florestal**, Santa Maria - RS, v. 12, n. 2, p. 41-50, 2002a.

MACHADO, S. A.; TONON, A. E. N.; FIGUEIREDO FILHO, A.; OLIVEIRA, E. B. Evolução da área basal e do volume em bracatingais nativos submetidos à diferentes densidades iniciais e em diferentes sítios. **Floresta**, Curitiba - PR, v. 32, n. 1, p. 61-74, 2002b.

MACHADO, S. A.; AGUIAR, L. P.; FIGUEIREDO FILHO, A.; KOEHLER, H. S. Modelagem do volume do povoamento para *Mimosa scabrella* Benth. na Região Metropolitana de Curitiba. **Revista Árvore**, Viçosa - MG, v. 32, n. 3, p. 465-478, 2008a.

MACHADO, S. A.; FIGURA, M. A.; SILVA, L. C. R.; TÉO, S. J.; STOLLE, L.; URBANO, E. Modelagem volumétrica para bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.) em povoamentos da Região Metropolitana de Curitiba. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo - PR, v.56, p.17-29, 2008b.

MACHADO, S. A.; SOUZA, R. F.; JASKIU, E.; CAVALHEIRO, R. Construction of site curves for native *Mimosa scabrella* stands in the Metropolitan Region of Curitiba. **Cerne**, Lavras - MG, v. 17, n. 4, p. 489-497, 2011.

MACHADO, S. A.; PIZATTO, W. Tabela de volume do povoamento para florestas nativas de *Araucária angustifolia* nos estados da região sul do Brasil. **Revista Floresta**, Curitiba - PR, v. 26, n. 1, p. 11-26, 1998.

MACHADO, S. A.; TÉO, S. J.; URBANO, E.; FIGURA, M. A.; SILVA, L. C. R. Comparação de métodos de cubagem absolutos com o volume obtido pelo xilômetro para bracatinga (*Mimosa scabrella* Benth.). **Cerne**, Lavras - MG, v. 12, n. 3, p. 239-253, 2006.

MAZUCHOWSKI, J. Z. **Organização da reposição florestal**. Curitiba: PROJETO FAO-GCP / BRA / 025 / FRA, 1990. 126p. (Série Subsídios Florestais, 2).

MAZUCHOWSKI, J. Z.; ANGELO, A. C. Caracterização e entraves do sistema de produção com bracatinga na região metropolitana de Curitiba. **Revista Floresta**, Curitiba - PR, v. 42, n. 4, p. 711-724, 2012.

MAZUCHOWSKI, J. Z. Implantação e manejo de bracatingais. In: MAZUCHOWSKI, J. Z.; RECH, T. D.; TORESAN, L. **Bracatinga *Mimosa scabrella* Benth.: Cultivo, Manejo e Uso da Espécie**. Florianópolis: Epagri, 2014. Cap. 5, p. 126-159.

MAZZA, C. A. D. S.; BAGGIO, A. J.; CARPANEZZI, A. A. **Distribuição espacial da bracatinga na região metropolitana de Curitiba com imagens de satélite Landsat**. Embrapa Florestas. Colombo - PR, 2000. p. 22.

MEYER, H.A.; RECKNAGEL, A.B.; STEVENSON, D.D e BARTOO, R.A. **Forest Management**. 2ª edição. The Ronald Press Company, New York. p. 62, 1961.

MINEROPAR. **Atlas comentado da geologia e dos recursos minerais do estado do Paraná**. Curitiba - PR: Secretaria de Estado da Indústria, do Comércio e do Turismo, 2001. 116 p. Ilustrado.

MIRANDA, R. O. V. **Modelagem em nível de povoamento para *Eucalyptus sp.* com estratificação em classe de precipitação pluviométrica**. 2012. 78 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Estadual do Centro-Oeste, Irati - PR, 2012.

OLIVEIRA, M. L.; SOARES, C. P. B.; SOUZA, A. L.; LEITE, H. G. Equações de volume do povoamento para fragmentos florestais naturais do município de Viçosa, Minas Gerais. **Revista Árvore**, Viçosa - MG, v. 29, n. 2, p. 213-225, 2005.

PIENAAR, L. V. **Quantitative theory of forest growth**. 141 f. Thesis (Doctor of Philosophy) - University of Washington. Washington. 1965.

PIMENTEL-GOMES, F. **Curso de estatística experimental**. 15ª edição, Piracicaba: Fealq, 2009. 451 p.

PRETZSCH, H. **Forest Dynamics, Growth and Yield: From Measurement to Model**. Berlin - Heidelberg: Springer, 2009. 664 p.

PRODAN, M.; PETERS, R.; COX, F.; REAL, P. **Mensura Forestal**. San José, C. R: Deutsche Gesellschaft für Technische Zusammenarbeit (GTZ), Instituto Internacional de Cooperación para la Agricultura (IICA), 586p. 1997.

QUEIROZ, D.; MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A.; ARCE, J. E., KOEHLER, H. S. Identidade de modelos em funções de afilamento para *Mimosa scabrella* bentham em povoamentos nativos da região metropolitana de Curitiba/PR. **Revista Floresta**, Curitiba - PR. v. 38, n. 2, p. 339-349. 2008.

REITZ, R.; KLEIN, R. M. O reino vegetal de Rio do Sul. **Sellowia**, Itajaí - SC, v.16, n.16, p.9-118, 1964.

RIBEIRO, A.; MACHADO, S. A.; PÉLLICO NETTO, S.; FIGUEIREDO FILHO, A. Quantificação e modelagem dos macronutrientes em povoamentos de bracatinga. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo - PR, v. 32, n. 69, p. 29-43, 2012.

RICHARDS, F.J. A Flexible Growth Model for Empirical Use. **Journal of Experimental Botany**. Oxford, v.10. p. 290-300, 1959.

ROSOT, M. A. D., MACHADO, S. A., ROSOT, N, C. Estudo de modelos matemáticos para estimar o volume por hectare em um povoamento de *Pinus taeda* L. em Piraí do Sul - PR. In: 6º. Congresso Florestal Brasileiro, 1990, Campos do Jordão. **Anais** do 6º. Congresso Florestal Brasileiro, Campos do Jordão, SP, v.3, p.126-138. 1990.

ROTTA, E.; OLIVEIRA, Y. M. M. Área de distribuição natural da bracatinga (*Mimosa scabrella*). SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS, 4., 1981, Curitiba. Bracatinga uma alternativa para reflorestamento: **Anais...** Curitiba: EMBRAPA-URPFCS, 1981. p.117-122. (EMBRAPA-URPFCS. Documentos, 5).

SANQUETTA, C. R. **Fundamentos biométricos dos modelos de simulação florestal**. Universidade Federal do Paraná. Curitiba, p. 49. 1996.

SANTOS, K.; SANQUETTA, C. R.; EISFIELD, R. L.; WATZLAWICK, L. F. ZILIOOTTO, M. A. B. Equações volumétricas por classe diamétrica para algumas espécies folhosas da Floresta Ombrófila Mista no Paraná, Brasil. **Revista de Ciências Exatas e Naturais**, Guarapuava - PR, v. 8, n. 1, p. 99-112, 2006.

SCOLFORO, J. R. S. **Modelagem do crescimento e da produção de florestas plantadas e nativas**. Lavras: UFLA/FAEPE, 1998, 441p.

SCOLFORO, J. R. S. **Biometria Florestal: Parte I - Modelos de regressão linear e não-lienar. Parte II - Modelos para relação hipsométrica, volume, afilamento e peso da matéria seca**. Lavras - MG: Centro de Editoração FAEPE, 2005. 352 p.

SILVA, G. F.; LEITE, V. R.; CURTO, R. A.; MORA, R.; MARTINS, L. T.; SANTOS, E. M.; SOARES, C. P. B. Cuidados com o uso do coeficiente de determinação na análise do ajuste de modelos volumétricos. In: SIMPÓSIO LATINO AMERICANO SOBRE MANEJO FLORESTAL, 4, Santa Maria, RS, 2008. **Anais**. Santa Maria, UFSM, p.339-344, 2008.

SILVA, J. A. Modelo de equação para estimar o volume por hectare de *Eucalyptus spp.* na região de Campo Grande, no estado do Mato Grosso do Sul. **Floresta e Ambiente**, Seropédica - RJ, v. 2, p. 51-59, 1985.

SILVA, L. B. X.; REICHMANN NETO, F.; TOMASELLI, I. Estudo comparativo da produção de biomassa para energia entre 23 espécies florestais. In: CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 4. Belo Horizonte. **Anais...** São Paulo: Sociedade Brasileira de Silvicultura, 1982. Publicado na **Silvicultura**, v.8, n.28, p.872-878, 1983.

SILVA, L. C. R. **Estrutura e florística de bracatingais da região metropolitana de Curitiba, Paraná: um enfoque sucessional**. 125 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2013.

SILVA, L. C. R.; MACHADO, S. A.; GALVÃO, F.; FIGUEIREDO FILHO, A. Evolução estrutural de bracatingais da região metropolitana de Curitiba, Paraná, Brasil. **Ciência Florestal**, Santa Maria - RS, v. 261, p. 171-179, 2016.

SOARES, C. P. B.; CAMPOS, J. C. C. Conversão do volume total de povoamentos de eucalipto em volumes comerciais. **Revista Árvore**, Viçosa - MG, v. 24, n. 4, p. 477-481, 2000.

SOUZA, R. F.; MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A. Modelagem do carbono orgânico total e da lenha por unidade de área para bracatingais nativos. **Ciência Florestal**, Santa Maria - RS, v. 23, n. 1, p. 117-127, 2013.

SOUZA, R. F.; MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A. Modelagem da biomassa total e da lenha por unidade de área para bracatingais nativos. **Revista Árvore**, Viçosa - MG, v. 38, n. 1, p. 53-62, 2014.

SPATHELF, P.; NUTTO, L. **Modelagem aplicada ao crescimento e produção florestal**. Santa Maria: Universidade Federal de Santa Maria - Departamento de Ciências Florestais, 2000. 71 p.

TEMPS, M. **Adição da precipitação pluviométrica na modelagem do crescimento e da produção florestal em povoamentos não desbastados de *Pinus taeda* L.** 83 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2005.

TÉO, S. J.; MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A.; REISSMANN, C. B. Modelagem de micronutrientes para *Mimosa scabrella* na região metropolitana de Curitiba, Estado do Paraná. **Pesquisa Florestal Brasileira**, Colombo - PR, n.59, p. 15-26. 2009.

TÉO, S. J.; MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A.; REISSMANN, C. B. Models for estimating macronutrients in *Mimosa scabrella* Benth. **Cerne**, Lavras - MG, v. 16, n. 3, p. 323-334, 2010.

TUKEY, J. W. **Exploratory data analysis**. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1977.

TURNBULL, K. J. **Population dynamics in mixed forest stands. A system of mathematical models of mixed stand growth and structure**. 186f. Thesis (Doctor of Philosophy) - University of Washington. Washington. 1963.

URBANO E.; MACHADO S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A.; KOEHLER H. S. Modelagem da biomassa aérea em bracatingais nativos da região metropolitana de Curitiba. **Revista Floresta**, Curitiba - PR, v. 38, n. 2, 2008a.

URBANO E.; MACHADO S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A.; KOEHLER H. Equações para estimar o peso de carbono fixado em árvores de *Mimosa scabrella* Benth. (Bracatinga) em povoamentos nativos. **Cerne**, Lavras - MG, v. 14, n. 3, p. 194- 203, 2008b.

VANCLAY, J. K. **Modelling forest growth and yield: applications to mixed tropical forests.** Wallingford, UK: CAB International, 1994. 312p.

WEISKITTEL, A. R.; HANN, D. W.; KERSHAW JR., J. A.; VANCLAY, J. K. **Forest Growth and Yield Modeling.** Chichester - UK: Wiley-Blackwell, 2011. 415 p.

APÊNDICE 1 - CORRELAÇÃO AO LONGO DOS ANOS ENTRE AS PRINCIPAIS VARIÁVEIS UTILIZADAS NA MODELAGEM DA BRACATINGA.

Variável	Correlação com V até a Idade:															
	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	17	18	19	20
I	-0,30	-0,29	0,13	0,18	0,24	0,37	0,34	0,22	0,22	0,16	0,04	-0,01	-0,09	-0,10	-0,24	-0,25
S	0,09	0,22	0,32	0,32	0,31	0,40	0,40	0,39	0,38	0,36	0,37	0,39	0,40	0,41	0,48	0,48
N	0,17	0,26	0,13	0,04	0,01	-0,08	-0,08	-0,04	-0,05	-0,04	0,02	0,04	0,08	0,08	0,14	0,14
$\bar{d}$	0,37	0,32	0,38	0,50	0,51	0,61	0,55	0,42	0,41	0,35	0,24	0,15	0,07	0,07	-0,02	-0,03
Dg	0,31	0,28	0,37	0,53	0,55	0,63	0,57	0,42	0,40	0,35	0,23	0,14	0,07	0,06	-0,01	-0,01
$\bar{h}$	0,11	0,14	0,41	0,55	0,57	0,66	0,64	0,54	0,54	0,47	0,41	0,37	0,33	0,33	0,38	0,38
h_{dom}	-0,07	0,01	0,35	0,47	0,51	0,61	0,61	0,53	0,53	0,48	0,44	0,42	0,40	0,40	0,45	0,45
G	0,92	0,93	0,88	0,88	0,87	0,85	0,83	0,84	0,82	0,81	0,82	0,83	0,84	0,84	0,86	0,86

Variável	Correlação com $\ln(V)$ até a Idade:															
	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	17	18	19	20
I	-0,25	-0,25	0,21	0,20	0,26	0,35	0,32	0,17	0,20	0,14	0,05	-0,01	-0,07	-0,08	-0,17	-0,17
S	-0,01	0,18	0,30	0,33	0,32	0,43	0,43	0,42	0,40	0,38	0,39	0,40	0,40	0,41	0,45	0,45
N	0,35	0,42	0,25	0,09	0,06	-0,03	-0,04	0,04	0,02	0,03	0,08	0,11	0,14	0,14	0,18	0,19
$\bar{d}$	0,69	0,56	0,58	0,60	0,59	0,63	0,56	0,39	0,40	0,34	0,28	0,20	0,12	0,12	0,03	0,01
Dg	0,26	0,23	0,32	0,49	0,51	0,57	0,52	0,37	0,36	0,32	0,15	0,05	-0,03	-0,03	-0,12	-0,12
$\bar{h}$	0,05	0,15	0,46	0,58	0,61	0,66	0,64	0,53	0,53	0,47	0,44	0,39	0,36	0,36	0,36	0,36
h_{dom}	-0,17	-0,04	0,33	0,47	0,51	0,60	0,60	0,51	0,52	0,47	0,45	0,42	0,40	0,40	0,41	0,42
G	0,93	0,94	0,90	0,90	0,89	0,88	0,87	0,87	0,85	0,84	0,84	0,84	0,85	0,85	0,85	0,85

NOTA: V = volume de lenha com casca em m³/ha; $\ln(V)$ = logaritmo neperiano do volume de lenha com casca em m³/ha; I = Idade da bracatinga (anos); N = Número de Árvores por Hectare; $\bar{d}$ = Média do Diâmetro à Altura do Peito (cm); $\bar{h}$ = Média da Altura total (m); dg = Diâmetro Médio Quadrático (cm); S = Sítio da bracatinga (m); h_{dom} = Altura Dominante da bracatinga (m); e G = Área Basal por Hectare (m²).

APÊNDICE 2 – CORRELAÇÃO AO LONGO DOS ANOS ENTRE AS PRINCIPAIS VARIÁVEIS UTILIZADAS NA MODELAGEM DAS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.

Variável	Correlação com V até a Idade:														
	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	17	18	19	20
I	-0,38	0,47	0,18	0,42	0,39	0,49	0,65	0,63	0,71	0,68	0,70	0,74	0,72	0,73	0,73
S	0,30	0,19	0,20	0,14	0,06	0,02	-0,17	-0,16	-0,04	-0,08	-0,10	-0,13	-0,09	-0,35	-0,36
N	0,98	0,98	0,98	0,92	0,89	0,88	0,93	0,94	0,93	0,92	0,82	0,78	0,79	0,73	0,71
$\bar{d}$	-0,11	0,34	0,23	0,56	0,51	0,61	0,57	0,55	0,59	0,65	0,76	0,74	0,72	0,77	0,76
Dg	-0,09	0,37	0,27	0,59	0,54	0,63	0,61	0,61	0,63	0,69	0,79	0,78	0,76	0,79	0,78
$\bar{h}$	-0,22	0,28	0,27	0,36	0,24	0,45	0,17	0,30	0,33	0,38	0,52	0,55	0,55	0,29	0,31
h_{dom}	0,59	0,36	0,32	0,38	0,30	0,29	0,26	0,32	0,43	0,37	0,33	0,30	0,34	-0,02	-0,03
G	1,00	1,00	1,00	1,00	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,97	0,97

Variável	Correlação com $\ln(V)$ até a Idade:														
	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	17	18	19	20
I	-0,24	0,57	0,22	0,41	0,44	0,53	0,68	0,66	0,73	0,73	0,77	0,78	0,77	0,79	0,79
S	0,21	0,19	0,27	0,17	0,12	0,08	-0,05	-0,07	-0,03	-0,08	-0,09	-0,11	-0,10	-0,29	-0,30
N	0,95	0,91	0,92	0,91	0,85	0,87	0,83	0,85	0,86	0,87	0,86	0,85	0,85	0,82	0,81
$\bar{d}$	-0,02	0,34	0,24	0,50	0,47	0,56	0,61	0,60	0,62	0,66	0,69	0,64	0,64	0,65	0,64
Dg	0,00	0,38	0,28	0,53	0,50	0,58	0,65	0,64	0,66	0,70	0,70	0,67	0,66	0,66	0,65
$\bar{h}$	-0,25	0,12	0,19	0,27	0,18	0,34	0,20	0,28	0,28	0,30	0,39	0,43	0,44	0,26	0,27
h_{dom}	0,56	0,40	0,41	0,40	0,34	0,38	0,40	0,43	0,48	0,44	0,43	0,42	0,44	0,15	0,14
G	0,97	0,93	0,92	0,91	0,90	0,89	0,83	0,85	0,87	0,86	0,86	0,86	0,86	0,80	0,80

NOTA: V = volume de lenha com casca em m³/ha; $\ln(V)$ = logaritmo neperiano do volume de lenha com casca em m³/ha; I = Idade da bracatinga (anos); N = Número de Árvores por Hectare; $\bar{d}$ = Média do Diâmetro à Altura do Peito (cm); $\bar{h}$ = Média da Altura total (m); dg = Diâmetro Médio Quadrático (cm); S = Sítio da bracatinga (m); h_{dom} = Altura Dominante da bracatinga (m); e G = Área Basal por Hectare (m²).

APÊNDICE 3 – CORRELAÇÃO AO LONGO DOS ANOS ENTRE AS PRINCIPAIS VARIÁVEIS UTILIZADAS NA MODELAGEM DE TODAS AS ESPÉCIES.

Variável	Correlação com V até a Idade:															
	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	17	18	19	20
I	-0,13	-0,26	0,22	0,22	0,33	0,48	0,50	0,50	0,54	0,59	0,57	0,62	0,63	0,70	0,64	0,64
S	0,10	0,24	0,25	0,28	0,30	0,38	0,36	0,31	0,27	0,28	0,22	0,17	0,16	0,16	0,05	0,03
N	0,09	0,25	0,23	0,10	0,04	-0,11	-0,15	-0,14	-0,11	-0,09	-0,07	-0,10	-0,12	-0,11	-0,10	-0,11
$\bar{d}$	0,68	0,60	0,58	0,64	0,66	0,75	0,75	0,73	0,68	0,65	0,64	0,67	0,64	0,63	0,64	0,63
Dg	0,68	0,62	0,60	0,65	0,68	0,77	0,77	0,76	0,74	0,72	0,71	0,73	0,71	0,71	0,70	0,69
$\bar{h}$	0,27	0,28	0,46	0,54	0,57	0,65	0,63	0,50	0,43	0,29	0,21	0,15	0,15	0,11	0,03	0,03
h_{dom}	0,00	0,06	0,34	0,47	0,57	0,66	0,67	0,67	0,68	0,71	0,68	0,65	0,65	0,67	0,54	0,53
G	0,94	0,94	0,91	0,91	0,89	0,88	0,87	0,87	0,87	0,88	0,89	0,90	0,89	0,91	0,90	0,90

Variável	Correlação com $\ln(V)$ até a Idade:															
	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	17	18	19	20
I	-0,19	-0,27	0,22	0,22	0,33	0,47	0,50	0,50	0,53	0,58	0,56	0,61	0,61	0,66	0,62	-0,19
S	0,11	0,24	0,27	0,31	0,31	0,37	0,35	0,31	0,27	0,28	0,23	0,19	0,17	0,18	0,07	0,11
N	0,09	0,29	0,25	0,12	0,06	-0,07	-0,11	-0,11	-0,10	-0,08	-0,07	-0,10	-0,12	-0,11	-0,09	0,09
$\bar{d}$	0,69	0,57	0,57	0,63	0,65	0,72	0,72	0,71	0,68	0,66	0,65	0,68	0,65	0,65	0,64	0,69
Dg	0,69	0,59	0,58	0,64	0,67	0,73	0,74	0,74	0,73	0,72	0,71	0,73	0,71	0,71	0,69	0,69
$\bar{h}$	0,28	0,27	0,48	0,57	0,59	0,64	0,62	0,49	0,44	0,32	0,24	0,20	0,19	0,16	0,07	0,28
h_{dom}	0,01	0,06	0,36	0,49	0,57	0,64	0,66	0,66	0,67	0,70	0,68	0,67	0,66	0,69	0,57	0,01
G	0,93	0,94	0,89	0,90	0,89	0,88	0,87	0,87	0,88	0,88	0,88	0,89	0,89	0,90	0,89	0,93

NOTA: V = volume de lenha com casca em m³/ha; $\ln(V)$ = logaritmo neperiano do volume de lenha com casca em m³/ha; I = Idade da bracatinga (anos); N = Número de Árvores por Hectare; $\bar{d}$ = Média do Diâmetro à Altura do Peito (cm); $\bar{h}$ = Média da Altura total (m); dg = Diâmetro Médio Quadrático (cm); S = Sítio da bracatinga (m); h_{dom} = Altura Dominante da bracatinga (m); e G = Área Basal por Hectare (m²).

APÊNDICE 4 – MÉDIAS GERAIS, POR IDADE, DAS PRINCIPAIS VARIÁVEIS USADAS NA MODELAGEM DA BRACATINGA.

Idade (anos)	Parcelas	N	$\bar{d}$	Dg	h_{dom}	$\bar{h}$	G	V	IMA
3	3	3733	7,54	7,75	8,67	8,20	17,18	88,81	29,6
4	15	2653	7,49	7,81	11,22	9,86	12,70	74,57	18,6
5	23	2822	7,16	7,38	10,97	9,83	11,71	67,15	13,4
6	28	2324	8,42	8,70	13,15	11,62	13,33	90,13	15,0
7	36	2099	8,89	9,21	12,18	10,91	13,05	86,35	12,3
8	20	1775	9,51	9,88	13,81	12,01	13,05	94,07	11,8
9	24	1430	10,95	11,35	15,75	13,91	13,83	114,07	12,7
10	16	1085	11,70	12,13	15,25	13,62	11,60	94,54	9,5
11	17	770	12,73	13,18	15,38	13,84	9,38	77,91	7,1
12	12	991	12,34	12,91	15,61	13,93	11,69	96,80	8,1
13	18	547	14,42	14,92	16,40	15,22	9,27	84,07	6,5
14	17	547	14,16	14,72	14,64	13,70	8,93	75,72	5,4
15	12	338	16,88	17,51	16,05	15,11	7,91	73,71	4,9
17	4	177	18,59	19,05	14,77	14,58	4,93	43,82	2,6
18	3	350	17,57	17,99	15,98	15,11	7,77	71,60	4,0
19	4	200	19,02	19,11	11,25	11,04	4,72	33,41	1,8
20	1	133	24,79	25,75	11,67	12,50	6,94	55,38	2,8

APÊNDICE 5 – MÉDIAS GERAIS, POR IDADE, DAS PRINCIPAIS VARIÁVEIS USADAS NA MODELAGEM DAS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS.

Idade (anos)	Parcelas	N	$\bar{d}$	Dg	h_{dom}	$\bar{h}$	G	V	IMA
4	4	111	5,39	5,40	13,06	7,42	0,26	2,06	0,52
5	5	67	5,88	5,89	12,03	6,22	0,17	1,30	0,26
6	18	362	5,78	5,83	13,51	6,29	1,00	7,87	1,31
7	23	243	5,97	6,01	12,23	6,45	0,71	5,54	0,79
8	16	438	7,03	7,23	13,59	6,75	1,90	15,14	1,89
9	21	528	6,17	6,24	16,16	6,17	1,64	12,22	1,36
10	15	624	6,99	7,23	15,32	7,06	2,76	23,78	2,38
11	18	1566	7,03	7,36	15,18	6,21	6,69	51,47	4,68
12	15	1175	6,33	6,56	15,57	6,91	4,38	36,82	3,07
13	17	1857	7,02	7,30	16,34	6,67	7,70	62,55	4,81
14	21	1437	7,31	7,65	14,62	6,49	7,11	58,75	4,20
15	12	1560	9,11	9,93	15,96	7,90	12,13	116,24	7,75
17	6	1328	11,50	12,38	14,64	9,14	13,27	127,42	7,50
18	9	1843	7,65	8,05	17,38	7,63	8,96	79,71	4,43
19	28	2200	9,61	10,63	10,46	5,60	18,23	137,85	7,26
20	3	644	13,75	15,67	11,67	8,45	12,38	124,59	6,23

APÊNDICE 6 – MÉDIAS GERAIS, POR IDADE, DAS PRINCIPAIS VARIÁVEIS USADAS NA MODELAGEM DE TODAS AS ESPÉCIES.

Idade (anos)	Parcelas	N	$\bar{d}$	Dg	h_{dom}	$\bar{h}$	G	V	IMA
3	3	3733	7,54	7,75	8,67	8,20	17,18	88,81	29,60
4	18	3088	7,25	7,59	11,14	9,65	13,42	78,56	19,64
5	23	2847	7,15	7,37	10,97	9,79	11,78	67,65	13,53
6	31	2688	8,06	8,37	12,85	10,89	14,27	94,94	15,82
7	36	2291	8,47	8,84	12,18	10,39	13,63	90,76	12,97
8	20	2133	9,06	9,51	13,81	11,11	14,81	109,71	13,71
9	24	1978	9,71	10,26	15,75	11,89	15,71	127,98	14,22
10	16	1769	9,78	10,39	15,25	11,26	14,72	122,13	12,21
11	17	2189	8,63	9,37	15,08	8,62	15,12	121,11	11,01
12	15	2123	9,09	9,94	15,79	10,35	16,18	136,28	11,36
13	18	2420	8,73	9,63	16,40	8,62	17,25	149,87	11,53
14	18	2068	9,17	9,96	14,43	8,69	16,04	130,71	9,34
15	11	1887	10,59	11,71	15,57	9,24	19,44	179,09	11,94
17	5	1352	12,56	13,57	14,21	10,02	16,13	152,61	8,98
18	8	2286	10,45	12,09	18,21	9,76	23,62	233,24	12,96
19	21	2355	10,03	11,13	10,60	6,00	19,96	150,77	7,94
20	2	700	16,30	18,60	11,67	9,37	18,30	182,38	9,12

APÊNDICE 7 – VALORES DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE, OBSERVADO E ESTIMADO AO LONGO DOS ANOS PARA A BRACATINGA NA CLASSE DE SÍTIO 9M.

Idade (anos)	Sitio (m)	Valores Observados				Valores Estimados			
		G	V	IMA	ICA	G	V	IMA	ICA
1	9	---	---	---	---	14,47	6,72	6,72	6,72
2	9	---	---	---	---	13,92	28,27	14,14	21,55*
3	9	---	---	---	---	13,37	44,40	14,80**	16,13
4	9	18,67	97,77	24,44	24,44	12,82	54,44	13,61	10,04
5	9	15,37	73,30	14,66	-24,47	12,27	60,38	12,08	5,94
6	9	---	---	---	---	11,72	63,62	10,60	3,25
7	9	9,90	52,74	7,53	-20,56	11,17	65,04	9,29	1,42
8	9	11,39	71,78	8,97	19,04	10,62	65,18***	8,15	0,13***
9	9	7,24	45,39	5,04	-26,39	10,07	64,38	7,15	-0,80
10	9	8,85	58,16	5,82	12,77	9,52	62,88	6,29	-1,50
11	9	6,78	44,43	4,04	-13,73	8,97	60,85	5,53	-2,03
12	9	11,12	81,96	6,83	37,54	8,42	58,40	4,87	-2,45
13	9	8,94	63,41	4,88	-18,55	7,88	55,62	4,28	-2,78
14	9	7,89	60,63	4,33	-2,79	7,33	52,57	3,76	-3,05
15	9	5,13	37,21	2,48	-23,42	6,78	49,30	3,29	-3,27
16	9	---	---	---	---	6,23	45,85	2,87	-3,45
17	9	6,49	54,38	3,20	17,17	5,68	42,25	2,49	-3,60
18	9	6,93	42,41	2,36	-11,97	5,13	38,51	2,14	-3,73
19	9	4,72	33,41	1,76	-9,01	4,58	34,67	1,82	-3,84
20	9	6,94	55,38	2,77	21,97	4,03	30,74	1,54	-3,94

NOTA: G = área basal por hectare (m²); V = volume de lenha com casca por hectare (m³); IMA = incremento médio anual do volume (m³); ICA = incremento corrente anual do volume (m³); * Máximo ICA; ** Máximo IMA; *** Máxima Produção (ICA=0).

APÊNDICE 8 – VALORES DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE, OBSERVADO E ESTIMADO AO LONGO DOS ANOS PARA A BRACATINGA NA CLASSE DE SÍTIO 13M.

Idade (anos)	Sitio (m)	Valores Observados				Valores Estimados			
		G	V	IMA	ICA	G	V	IMA	ICA
1	13	---	---	---	---	15,83	8,79	8,79	8,79
2	13	---	---	---	---	15,28	37,11	18,56	28,32*
3	13	17,05	84,20	28,07	28,07	14,73	58,50	19,50**	21,39
4	13	12,61	66,10	16,52	-18,11	14,18	72,01	18,00	13,51
5	13	11,31	64,24	12,85	-1,86	13,63	80,22	16,04	8,20
6	13	12,99	81,74	13,62	17,50	13,08	84,93	14,16	4,71
7	13	14,15	97,37	13,91	15,63	12,53	87,27	12,47	2,34
8	13	13,42	95,37	11,92	-2,00	11,98	87,95***	10,99	0,67***
9	13	14,56	110,24	12,25	14,87	11,43	87,41	9,71	-0,54
10	13	11,64	94,50	9,45	-15,75	10,89	85,97	8,60	-1,44
11	13	9,54	80,00	7,27	-14,50	10,34	83,83	7,62	-2,14
12	13	11,88	99,09	8,26	19,10	9,79	81,15	6,76	-2,68
13	13	9,92	89,24	6,86	-9,85	9,24	78,04	6,00	-3,11
14	13	9,21	78,62	5,62	-10,62	8,69	74,58	5,33	-3,46
15	13	7,58	68,64	4,58	-9,98	8,14	70,84	4,72	-3,75
16	13	---	---	---	---	7,59	66,85	4,18	-3,98
17	13	4,41	40,30	2,37	-28,34	7,04	62,67	3,69	-4,18
18	13	8,83	84,61	4,70	44,31	6,49	58,32	3,24	-4,35
19	13	---	---	---	---	5,94	53,83	2,83	-4,49
20	13	---	---	---	---	5,39	49,22	2,46	-4,61

NOTA: G = área basal por hectare (m²); V = volume de lenha com casca por hectare (m³); IMA = incremento médio anual do volume (m³); ICA = incremento corrente anual do volume (m³); * Máximo ICA; ** Máximo IMA; *** Máxima Produção (ICA=0).

APÊNDICE 9 – VALORES DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE, OBSERVADO E ESTIMADO AO LONGO DOS ANOS PARA A BRACATINGA NA CLASSE DE SÍTIO 17M.

Idade (anos)	Sitio (m)	Valores Observados				Valores Estimados			
		G	V	IMA	ICA	G	V	IMA	ICA
1	17	---	---	---	---	17,19	11,42	11,42	11,42
2	17	---	---	---	---	16,64	48,34	24,17	36,92*
3	17	17,44	98,02	32,67	32,67	16,09	76,43	25,48**	28,09
4	17	12,14	75,64	18,91	-22,38	15,54	94,39	23,60	17,96
5	17	13,93	93,15	18,63	17,51	14,99	105,51	21,10	11,13
6	17	13,80	101,32	16,89	8,17	14,44	112,14	18,69	6,62
7	17	12,99	102,30	14,61	0,99	13,90	115,71	16,53	3,57
8	17	13,01	110,31	13,79	8,00	13,35	117,13***	14,64	1,42***
9	17	14,96	136,28	15,14	25,97	12,80	116,98	13,00	-0,14
10	17	12,68	112,98	11,30	-23,30	12,25	115,67	11,57	-1,31
11	17	---	---	---	---	11,70	113,47	10,32	-2,21
12	17	11,11	105,79	8,82	-7,19	11,15	110,56	9,21	-2,90
13	17	7,95	80,96	6,23	-24,83	10,60	107,10	8,24	-3,46
14	17	12,42	137,34	9,81	56,38	10,05	103,19	7,37	-3,91
15	17	10,78	114,78	7,65	-22,56	9,50	98,91	6,59	-4,28
16	17	---	---	---	---	8,95	94,32	5,89	-4,59
17	17	---	---	---	---	8,40	89,47	5,26	-4,84
18	17	7,55	87,79	4,88	-26,99	7,85	84,41	4,69	-5,06
19	17	---	---	---	---	7,31	79,17	4,17	-5,25
20	17	---	---	---	---	6,76	73,76	3,69	-5,41

NOTA: G = área basal por hectare (m²); V = volume de lenha com casca por hectare (m³); IMA = incremento médio anual do volume (m³); ICA = incremento corrente anual do volume (m³); * Máximo ICA; ** Máximo IMA; *** Máxima Produção (ICA=0).

APÊNDICE 10 – VALORES DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE, OBSERVADO E ESTIMADO AO LONGO DOS ANOS PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS NA CLASSE DE SÍTIO 9M.

Idade (anos)	Sitio (m)	Valores Observados				Valores Estimados			
		G	V	IMA	ICA	G	V	IMA	ICA
1	9	---	---	---	---	0,00	0,00	0,00	0,00
2	9	---	---	---	---	0,00	0,00	0,00	0,00
3	9	---	---	---	---	0,00	0,03	0,01	0,03
4	9	---	---	---	---	0,05	0,34	0,09	0,31
5	9	---	---	---	---	0,22	1,51	0,30	1,17
6	9	---	---	---	---	0,56	4,05	0,68	2,54
7	9	0,44	3,14	0,45	0,45	1,12	8,20	1,17	4,15
8	9	1,07	7,93	0,99	4,79	1,88	13,92	1,74	5,71
9	9	3,53	25,05	2,78	17,12	2,80	20,99	2,33	7,08
10	9	4,13	37,10	3,71	12,05	3,85	29,17	2,92	8,18
11	9	10,43	83,94	7,63	46,84	5,01	38,18	3,47	9,01
12	9	5,34	40,40	3,37	-43,54	6,23	47,77	3,98	9,60
13	9	5,41	44,40	3,42	4,00	7,49	57,76	4,44	9,98
14	9	7,14	57,69	4,12	13,29	8,78	67,96	4,85	10,20
15	9	17,33	166,21	11,08	108,51	10,07	78,24	5,22	10,29*
16	9	---	---	---	---	11,35	88,51	5,53	10,27
17	9	10,99	105,39	6,20	-60,82	12,62	98,69	5,81	10,18
18	9	5,95	42,89	2,38	-62,50	13,86	108,71	6,04	10,02
19	9	18,23	137,85	7,26	94,96	15,08	118,54	6,24	9,83
20	9	12,38	124,59	6,23	-13,26	16,27	128,14	6,41	9,60

NOTA: G = área basal por hectare (m²); V = volume de lenha com casca por hectare (m³); IMA = incremento médio anual do volume (m³); ICA = incremento corrente anual do volume (m³); * Máximo ICA; ** Máximo IMA; *** Máxima Produção (ICA=0).

APÊNDICE 11 – VALORES DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE, OBSERVADO E ESTIMADO AO LONGO DOS ANOS PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS NA CLASSE DE SÍTIO 13M.

Idade (anos)	Sitio (m)	Valores Observados				Valores Estimados			
		G	V	IMA	ICA	G	V	IMA	ICA
1	13	---	---	---	---	0,00	0,00	0,00	0,00
2	13	---	---	---	---	0,00	0,00	0,00	0,00
3	13	---	---	---	---	0,01	0,03	0,01	0,03
4	13	---	---	---	---	0,06	0,41	0,10	0,38
5	13	0,17	1,30	0,26	0,26	0,24	1,80	0,36	1,39
6	13	0,83	6,29	1,05	4,98	0,63	4,83	0,81	3,03
7	13	0,78	6,16	0,88	-0,13	1,25	9,78	1,40	4,95
8	13	1,82	14,89	1,86	8,73	2,08	16,60	2,07	6,81
9	13	1,45	10,53	1,17	-4,36	3,11	25,04	2,78	8,44
10	13	2,43	20,67	2,07	10,14	4,28	34,78	3,48	9,75
11	13	6,23	47,42	4,31	26,75	5,56	45,53	4,14	10,74
12	13	4,05	34,39	2,87	-13,02	6,92	56,97	4,75	11,44
13	13	6,98	54,66	4,20	20,27	8,32	68,87	5,30	11,90
14	13	6,59	53,40	3,81	-1,26	9,74	81,04	5,79	12,16
15	13	11,11	102,32	6,82	48,92	11,18	93,30	6,22	12,27*
16	13	---	---	---	---	12,60	105,55	6,60	12,25
17	13	14,41	138,44	8,14	36,12	14,01	117,68	6,92	12,13
18	13	8,26	74,68	4,15	-63,76	15,39	129,64	7,20	11,95
19	13					16,74	141,36	7,44	11,72
20	13					18,06	152,81	7,64	11,45

NOTA: G = área basal por hectare (m²); V = volume de lenha com casca por hectare (m³); IMA = incremento médio anual do volume (m³); ICA = incremento corrente anual do volume (m³); * Máximo ICA; ** Máximo IMA; *** Máxima Produção (ICA=0).

APÊNDICE 12 – VALORES DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE, OBSERVADO E ESTIMADO AO LONGO DOS ANOS PARA AS ESPÉCIES SECUNDÁRIAS NA CLASSE DE SÍTIO 17M.

Idade (anos)	Sitio (m)	Valores Observados				Valores Estimados			
		G	V	IMA	ICA	G	V	IMA	ICA
1	17	---	---	---	---	0,00	0,00	0,00	0,00
2	17	---	---	---	---	0,00	0,00	0,00	0,00
3	17	---	---	---	---	0,01	0,04	0,01	0,04
4	17	0,26	2,06	0,52	0,52	0,06	0,47	0,12	0,43
5	17	0,19	1,28	0,26	-0,79	0,27	2,08	0,42	1,61
6	17	1,11	8,87	1,48	7,60	0,70	5,59	0,93	3,50
7	17	1,26	10,02	1,43	1,15	1,38	11,30	1,61	5,72
8	17	3,60	27,31	3,41	17,29	2,31	19,18	2,40	7,87
9	17	1,43	11,12	1,24	-16,20	3,45	28,93	3,21	9,75
10	17	4,03	35,79	3,58	24,67	4,75	40,19	4,02	11,26
11	17	---	---	---	---	6,17	52,60	4,78	12,41
12	17	6,51	58,79	4,90	22,99	7,68	65,83	5,49	13,22
13	17	10,04	85,59	6,58	26,81	9,23	79,58	6,12	13,75
14	17	14,34	140,10	10,01	54,50	10,82	93,63	6,69	14,05
15	17	11,01	121,93	8,13	-18,16	12,41	107,81	7,19	14,17*
16	17	---	---	---	---	13,99	121,96	7,62	14,15
17	17	---	---	---	---	15,55	135,98	8,00	14,02
18	17	12,55	113,23	6,29	-8,71	17,09	149,79	8,32	13,81
19	17	---	---	---	---	18,59	163,33	8,60	13,54
20	17	---	---	---	---	20,05	176,56	8,83	13,23

NOTA: G = área basal por hectare (m²); V = volume de lenha com casca por hectare (m³); IMA = incremento médio anual do volume (m³); ICA = incremento corrente anual do volume (m³); * Máximo ICA; ** Máximo IMA; *** Máxima Produção (ICA=0).

APÊNDICE 13 – VALORES DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE, OBSERVADO E ESTIMADO AO LONGO DOS ANOS PARA TODAS AS ESPÉCIES NA CLASSE DE SÍTIO 9M.

Idade (anos)	Sitio (m)	Valores Observados				Valores Estimados			
		G	V	IMA	ICA	G	V	IMA	ICA
1	9	---	---	---	---	2,88	2,14	2,14	2,14
2	9	---	---	---	---	7,24	22,83	11,41	20,68
3	9	---	---	---	---	9,85	50,23	16,74	27,40*
4	9	18,67	97,77	24,44	24,44	11,48	74,51	18,63	24,28
5	9	15,37	73,30	14,66	-24,47	12,59	94,40	18,88**	19,89
6	9	29,80	164,92	27,49	91,62	13,38	110,52	18,42	16,13
7	9	10,19	54,83	7,83	-110,08	13,98	123,70	17,67	13,18
8	9	12,46	79,71	9,96	24,88	14,45	134,61	16,83	10,91
9	9	13,18	87,85	9,76	8,14	14,83	143,75	15,97	9,14
10	9	12,98	95,25	9,53	7,40	15,13	151,51	15,15	7,76
11	9	14,83	112,59	10,24	17,33	15,39	158,17	14,38	6,66
12	9	16,47	122,36	10,20	9,78	15,61	163,95	13,66	5,77
13	9	14,35	107,82	8,29	-14,55	15,79	169,00	13,00	5,05
14	9	16,57	132,12	9,44	24,30	15,95	173,45	12,39	4,45
15	9	21,27	196,96	13,13	64,84	16,09	177,40	11,83	3,95
16	9	---	---	---	---	16,22	180,93	11,31	3,53
17	9	15,49	141,26	8,31	-55,70	16,33	184,11	10,83	3,18
18	9	---	---	---	---	16,43	186,98	10,39	2,87
19	9	19,96	150,77	7,94	9,50	16,51	189,58	9,98	2,60
20	9	18,30	182,38	9,12	31,61	16,59	191,96	9,60	2,38

NOTA: G = área basal por hectare (m²); V = volume de lenha com casca por hectare (m³); IMA = incremento médio anual do volume (m³); ICA = incremento corrente anual do volume (m³); * Máximo ICA; ** Máximo IMA; *** Máxima Produção (ICA=0).

APÊNDICE 14 – VALORES DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE, OBSERVADO E ESTIMADO AO LONGO DOS ANOS PARA TODAS AS ESPÉCIES NA CLASSE DE SÍTIO 13M.

Idade (anos)	Sitio (m)	Valores Observados				Valores Estimados			
		G	V	IMA	ICA	G	V	IMA	ICA
1	13	---	---	---	---	3,09	2,70	2,70	2,70
2	13	---	---	---	---	7,77	28,75	14,37	26,05
3	13	17,05	84,20	28,07	28,07	10,57	63,25	21,08	34,51*
4	13	13,66	68,35	17,09	-15,85	12,32	93,82	23,46	30,57
5	13	11,56	65,02	13,00	-3,33	13,51	118,87	23,77**	25,04
6	13	13,04	81,38	13,56	16,36	14,37	139,18	23,20	20,31
7	13	14,79	102,37	14,62	21,00	15,01	155,78	22,25	16,60
8	13	14,85	107,06	13,38	4,69	15,51	169,51	21,19	13,73
9	13	15,72	118,66	13,18	11,60	15,92	181,02	20,11	11,51
10	13	14,55	120,10	12,01	1,44	16,25	190,80	19,08	9,77
11	13	15,15	122,24	11,11	2,14	16,52	199,18	18,11	8,39
12	13	16,02	136,24	11,35	14,00	16,75	206,45	17,20	7,27
13	13	17,44	149,93	11,53	13,69	16,95	212,81	16,37	6,36
14	13	15,84	130,17	9,30	-19,76	17,12	218,42	15,60	5,61
15	13	19,02	174,05	11,60	43,88	17,28	223,39	14,89	4,98
16	13	---	---	---	---	17,41	227,84	14,24	4,45
17	13	16,55	160,17	9,42	-13,88	17,53	231,84	13,64	4,00
18	13	23,68	232,43	12,91	72,26	17,63	235,45	13,08	3,61
19	13	---	---	---	---	17,73	238,73	12,56	3,28
20	13	---	---	---	---	17,81	241,72	12,09	2,99

NOTA: G = área basal por hectare (m²); V = volume de lenha com casca por hectare (m³); IMA = incremento médio anual do volume (m³); ICA = incremento corrente anual do volume (m³); * Máximo ICA; ** Máximo IMA; *** Máxima Produção (ICA=0).

APÊNDICE 15 – VALORES DE PRODUÇÃO E INCREMENTO (IMA E ICA) EM VOLUME DE LENHA POR HECTARE, OBSERVADO E ESTIMADO AO LONGO DOS ANOS PARA TODAS AS ESPÉCIES NA CLASSE DE SÍTIO 17M.

Idade (anos)	Sitio (m)	Valores Observados				Valores Estimados			
		G	V	IMA	ICA	G	V	IMA	ICA
1	17	---	---	---	---	3,32	3,40	3,40	3,40
2	17	---	---	---	---	8,35	36,20	18,10	32,80
3	17	17,46	90,60	30,20	30,20	11,35	79,65	26,55	43,45*
4	17	13,17	83,22	20,81	-7,38	13,23	118,15	29,54	38,50
5	17	14,03	93,79	18,76	10,56	14,51	149,69	29,94**	31,54
6	17	14,82	109,45	18,24	15,66	15,42	175,26	29,21	25,57
7	17	14,25	112,33	16,05	2,88	16,12	196,16	28,02	20,90
8	17	16,96	152,05	19,01	39,72	16,65	213,46	26,68	17,30
9	17	16,39	147,40	16,38	-4,65	17,09	227,96	25,33	14,50
10	17	16,71	148,77	14,88	1,37	17,44	240,26	24,03	12,31
11	17	---	---	---	---	17,73	250,82	22,80	10,56
12	17	17,62	164,57	13,71	15,81	17,98	259,98	21,66	9,15
13	17	17,98	166,56	12,81	1,98	18,20	267,98	20,61	8,01
14	17	19,13	183,62	12,24	17,06	18,38	275,04	19,65	7,06
15	17	---	---	---	---	18,54	281,31	18,75	6,27
16	17	---	---	---	---	18,69	286,91	17,93	5,60
17	17	23,45	235,65	13,09	52,03	18,81	291,95	17,17	5,03
18	17	---	---	---	---	18,93	296,50	16,47	4,55
19	17	---	---	---	---	19,03	300,63	15,82	4,13
20	17	---	---	---	---	19,12	304,39	15,22	3,77

NOTA: G = área basal por hectare (m²); V = volume de lenha com casca por hectare (m³); IMA = incremento médio anual do volume (m³); ICA = incremento corrente anual do volume (m³); * Máximo ICA; ** Máximo IMA; *** Máxima Produção (ICA=0).