

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

CAROLINA WOICIECHOVSKI

**ANÁLISE DE MALHAS DE CONTROLE MULTIVARIÁVEL UTILIZANDO CÁLCULO
FRACIONÁRIO**

CURITIBA

2018

CAROLINA WOICIECHOVSKI

**ANÁLISE DE MALHAS DE CONTROLE MULTIVARIÁVEL UTILIZANDO CÁLCULO
FRACIONÁRIO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química, Área de Concentração em Modelagem, Simulação, Otimização e Controle de Processos, Departamento de Engenharia Química, Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, como parte das exigências para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Química.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Kaminski Lenzi
Coorientador: Prof. Dr. Alexandre Ferreira Santos

CURITIBA

2018

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELO SISTEMA DE BIBLIOTECAS/UFPR
BIBLIOTECA DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

- W847a Woiciechovski, Carolina
 Análise de malhas de controle multivariável utilizando cálculo fracionário / Carolina Woiciechovski. –
 Curitiba, 2018.
 83 f. : il. color. ; 30 cm.
- Dissertação - Universidade Federal do Paraná, Setor de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Química, 2018.
- Orientador: Marcelo Kaminski Lenzi.
Coorientador: Alexandre Ferreira Santos.
1. Controle de processos. 2. Controle PI fracionário. 3. Sistemas multivariáveis. 4. Algoritmos
genéticos. I. Universidade Federal do Paraná. II. Lenzi, Marcelo Kaminski. III. Santos, Alexandre
Ferreira. IV. Título.

CDD: 660.0115

Bibliotecária: Romilda Santos - CRB-9/1214



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SETOR SETOR DE TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO ENGENHARIA QUÍMICA

TERMO DE APROVAÇÃO

Os membros da Banca Examinadora designada pelo Colegiado do Programa de Pós-Graduação em ENGENHARIA QUÍMICA da Universidade Federal do Paraná foram convocados para realizar a arguição da dissertação de Mestrado de **CAROLINA WOICIECHOVSKI** intitulada: **ANÁLISE DE MALHAS DE CONTROLE MULTIVARIÁVEL UTILIZANDO CÁLCULO FRACIONÁRIO**, após terem inquirido a aluna e realizado a avaliação do trabalho, são de parecer pela sua APROVAÇÃO no rito de defesa.

A outorga do título de mestre está sujeita à homologação pelo colegiado, ao atendimento de todas as indicações e correções solicitadas pela banca e ao pleno atendimento das demandas regimentais do Programa de Pós-Graduação.

CURITIBA, 21 de Março de 2018.

MARCELO KAMINSKI LENZI

Presidente da Banca Examinadora (UFPR)

ALEXANDRE FERREIRA SANTOS

Co-orientador - Avaliador Interno (UFPR)

FERNANDO AUGUSTO PEDERSEN VOLL

Avaliador Interno (UFPR)

ARSJMRO RESENDE SECCHI

Avaliador Externo (UFRJ)

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, professor Dr. Marcelo K. Lenzi, e ao meu co-orientador, professor Dr. Alexandre F. Santos, pela oportunidade e também pelo incentivo e empenho em me auxiliar, que foram fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus pais Marcelo e Sandra, e ao meu irmão Pedro Henrique pelo apoio e por sempre acreditarem em mim e na minha capacidade.

Aos amigos que fiz durante esta jornada, que compartilharam comigo o esforço necessário e que sempre me proporcionaram bons momentos.

Aos demais amigos e familiares que me acompanharam, também agradeço o apoio e incentivo.

À CAPES e ao CNPQ pelo apoio financeiro.

RESUMO

Este estudo utiliza o cálculo fracionário para o desenvolvimento de controle PI para sistemas multivariáveis de ordem inteira e fracionária. Em termos de processos industriais, o controle proporcional integral (PI) é mais utilizado. Estudos apontaram que o cálculo fracionário tem sido aplicado com sucesso tanto para a modelagem do processo quanto para o projeto do controlador. Foi estudado o controle multivariável, utilizando como base o modelo de ordem inteira de Wood e Berry (1973), de uma coluna de destilação de água e metanol, e o modelo de ordem fracionária apresentado por Li e Chen (2014), baseado em um experimento de controle de temperatura em uma placa termoeletrica. Algoritmos genéticos foram implementados para a sintonia do controlador com base na minimização de ISE e ITAE de todos os laços, considerando a mudança de *set-point* em cada variável controlada. Como critérios também foram considerados diminuição do *overshoot*, tempo de estabilização e oscilação da malha. As simulações consideraram controladores descentralizados, erros de medição aleatórios nas variáveis controladas e a presença de desacopladores para diminuir a interação entre as malhas. O controlador PI fracionário melhorou significativamente o desempenho dos sistemas de controle em ambiente multivariável quando comparado ao controlador PI de ordem inteira, reduzindo erros e tempos de resposta, além de permitir que a sintonia seja ajustada mais facilmente de acordo com os critérios de desempenho definidos. O melhor ajuste foi obtido através da função objetivo baseada no ITAE. Para o sistema de Wood e Berry (1973) a função objetivo foi reduzida em 53,6% para uma mudança de *set-point* da composição de fundo, em comparação com o controle inteiro. Também foi alcançada uma melhoria de 58,9% ao comparar sistemas desacoplados. Para o sistema de Li e Chen (2014) a função objetivo baseada no ITAE foi reduzida em 63%, em comparação com o controle inteiro. Foram obtidos 61% de melhoria para o controlador fracionário ao comparar os sistemas desacoplados. Os controladores fracionários foram estáveis com erros de até 10% do valor da variável medida.

Palavras-chave: Controle de Processos, Controle PI Fracionário, Sistemas Multivariáveis, Algoritmos Genéticos

ABSTRACT

This study uses the fractional calculus for the development of PI control for multivariable systems of integer and fractional order. In terms of industrial processes, the integral proportional control (PI) is more used. Studies have pointed out that the fractional calculus has been applied successfully for both process modeling and controller design. Multivariable control was studied using a Wood and Berry (1973) model of a water and methanol distillation column as case basis, and the fractional order model presented by Li and Chen (2014) based on a temperature control experiment on a thermoelectric plate. Genetic algorithms were implemented to tune the controller based on the ISE and ITAE minimization of all loops, considering the set-point change in each controlled variable. As criteria were also considered decrease of overshoot, stabilization time and oscillation. The simulations considered decentralized controllers, random measurement errors in the controlled variables and the presence of decouplers to decrease the interaction between the loops. The fractional order PI controller significantly improved the performance of the control systems in a multivariable environment when compared to the integer order PI controller, reducing errors and response times, and allowing tuning to be adjusted more easily according to the defined performance criteria. The best fit was obtained through the objective function based on ITAE. For the Wood and Berry (1973) system the objective function was reduced by 53.6% for a set-point change of the bottom composition as compared to the integer control. An improvement of 58.9% was also achieved when comparing decoupled systems. For the Li and Chen (2014) system the objective function based on the ITAE was reduced by 63% compared to the integer control. A 61% of improvement was obtained for the fractional controller when comparing the decoupled systems. Fractional controllers were stable with errors of up to 10% of the value of the measured variable.

Keywords: Process Control, Fractional PI Control, Multivariable Systems, Genetic Algorithms

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 3.1 - DIAGRAMA DE BLOCOS CONTROLE <i>FEEDBACK</i>	23
FIGURA 4.1 - SISTEMA COM DUAS VARIÁVEIS CONTROLADAS E MANIPULADAS.....	37
FIGURA 4.2 - DIAGRAMA DE BLOCOS DE UM SISTEMA DE CONTROLE 2X2 COM CONFIGURAÇÃO 1-1/2-2	38
FIGURA 4.3 - DIAGRAMA DE BLOCOS DE UM SISTEMA DE CONTROLE 2X2 COM CONFIGURAÇÃO 1-2/2-1	38
FIGURA 4.4 - DIAGRAMA DE BLOCOS DE UM SISTEMA DE CONTROLE 2X2 DESACOPLADO COM CONFIGURAÇÃO 1-2/2-1	41
FIGURA 4.5 - ESQUEMA DE CONTROLE DE COLUNA DE DESTILAÇÃO.....	43
FIGURA 5.1 - COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS NUMÉRICOS E ANALÍTICO PARA PROCESSO DE ORDEM INTEIRA COM TEMPO MORTO.....	50
FIGURA 5.2 - COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS NUMÉRICOS E ANALÍTICO PARA PROCESSO DE ORDEM INTEIRA COM TEMPO MORTO E CONTROLADOR P.....	51
FIGURA 5.3 - COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS NUMÉRICOS E ANALÍTICO PARA PROCESSO DE ORDEM FRACIONÁRIA.....	52
FIGURA 5.4 - COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS NUMÉRICOS E ANALÍTICO PARA PROCESSO DE ORDEM FRACIONÁRIA COM CONTROLADOR FOPI	53
FIGURA 5.5 - COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS DO SIMULINK E MÉTODO NUMÉRICO DE ZAKIAN PARA PROCESSO MULTIVARIÁVEL DE ORDEM INTEIRA COM CONTROLADOR <i>MULTILOOP</i> FOPI.....	54
FIGURA 5.6 - COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS DO SIMULINK E MÉTODO NUMÉRICO DE FOURIER PARA PROCESSO MULTIVARIÁVEL DE ORDEM INTEIRA COM CONTROLADOR <i>MULTILOOP</i> FOPI.....	55
FIGURA 5.7 – RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE WOOD E BERRY (1973) COM CONTROLADOR PI <i>MULTILOOP</i> DE ORDEM INTEIRA PARA VARIÁVEL CONTROLADA	57
FIGURA 5.8 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE WOOD E BERRY (1973) COM CONTROLADOR PI <i>MULTILOOP</i> DE ORDEM INTEIRA PARA VARIÁVEL MANIPULADA.....	57

FIGURA 5.9 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE WOOD E BERRY (1973) COM CONTROLADOR PI <i>MULTILOOP</i> DE ORDEM FRACIONÁRIA PARA VARIÁVEL CONTROLADA.....	60
FIGURA 5.10 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE WOOD E BERRY (1973) COM CONTROLADOR PI <i>MULTILOOP</i> DE ORDEM FRACIONÁRIA PARA VARIÁVEL MANIPULADA	61
FIGURA 5.11 - RESPOSTA DA APLICAÇÃO DE UM DEGRAU UNITÁRIO NAS VARIÁVEIS CONTROLADAS PARA O SISTEMA DE WOOD E BERRY (1973) COM ERROS DE MEDIDA DE 10%.....	64
FIGURA 5.12 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE WOOD E BERRY (1973) DESACOPLADO COM CONTROLADOR PI E FOPI PARA VARIÁVEL CONTROLADA.....	66
FIGURA 5.13 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE WOOD E BERRY (1973) DESACOPLADO COM CONTROLADOR PI E FOPI PARA VARIÁVEL MANIPULADA	66
FIGURA 5.14 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE LI E CHEN (2015) COM CONTROLADOR PI <i>MULTILOOP</i> DE ORDEM INTEIRA PARA VARIÁVEL CONTROLADA.....	69
FIGURA 5.15 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE LI E CHEN (2015) COM CONTROLADOR PI <i>MULTILOOP</i> DE ORDEM INTEIRA PARA VARIÁVEL MANIPULADA	69
FIGURA 5.16 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE LI E CHEN (2015) COM CONTROLADOR PI <i>MULTILOOP</i> DE ORDEM FRACIONÁRIA PARA VARIÁVEL CONTROLADA.....	71
FIGURA 5.17 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE LI E CHEN (2015) COM CONTROLADOR PI <i>MULTILOOP</i> DE ORDEM FRACIONÁRIA PARA VARIÁVEL MANIPULADA.....	72
FIGURA 5.18 - RESPOSTA DA APLICAÇÃO DE UM DEGRAU UNITÁRIO NAS VARIÁVEIS CONTROLADAS PARA O SISTEMA DE LI E CHEN (2015) COM ERROS DE MEDIDA DE 10%.....	74
FIGURA 5.19 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE LI E CHEN (2015) DESACOPLADO COM CONTROLADOR PI E FOPI PARA VARIÁVEL CONTROLADA	76

FIGURA 5.20 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE LI E CHEN (2015) DESACOPLADO COM CONTROLADOR PI E FOPI PARA VARIÁVEL MANIPULADA	77
FIGURA 5.21 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE LI E CHEN (2015) DESACOPLADO COM CONTROLADOR PI E FOPI PARA VARIÁVEL MANIPULADA – ZOOM NAS VARIÁVEIS COM DEGRAU	78

LISTA DE TABELAS

TABELA 3.1 - ESTUDOS ENVOLVENDO CONTROLE PI DE ORDEM FRACIONÁRIA.....	27
TABELA 3.2 - ESTUDOS ENVOLVENDO CONTROLE MULTIVARIÁVEL FRACIONÁRIO	29
TABELA 4.1 - TRANSFORMADA INVERSA DE LAPLACE PARA FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA FRACIONÁRIAS.....	34
TABELA 4.2 - CONSTANTES PARA O MÉTODO DE ZAKIAN.....	36
TABELA 4.3 - DADOS DO ESTADOS ESTACIONÁRIO	43
TABELA 5.1 - CONSTANTES DO CONTROLADOR PI	54
TABELA 5.2 - COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS DE ZAKIAN E DE APROXIMAÇÃO POR TRANSFORMADA DE FOURIER	55
TABELA 5.3 – RESULTADOS DA SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE WOOD E BERRY (1973) COM CONTROLADOR PI <i>MULTILOOP</i> DE ORDEM INTEIRA	56
TABELA 5.4 – LIMITES DE BUSCA DOS PARÂMETROS DO CONTROLADOR FOPI.....	58
TABELA 5.5 - RESULTADOS PARA SINTONIA COM A FOBJ1 PARA O SISTEMAS DE WOOD E BERRY (1973).....	59
TABELA 5.6 - RESULTADOS PARA SINTONIA COM A FOBJ2 PARA O SISTEMAS DE WOOD E BERRY (1973).....	59
TABELA 5.7 - RESULTADOS PARA SINTONIA COM A FOBJ2 PARA O SISTEMAS DE WOOD E BERRY (1973).....	63
TABELA 5.8 - RESULTADOS DA APLICAÇÃO DE UM DEGRAU UNITÁRIO NAS VARIÁVEIS CONTROLADAS PARA O SISTEMA DE WOOD E BERRY (1973) COM ERROS DE MEDIDA DE 10%.....	64
TABELA 5.9 - RESULTADOS PARA DEGRAU NO SISTEMAS DE WOOD E BERRY (1973) DESACOPLADO COM CONTROLADORES PI E FOPI.....	65
TABELA 5.10 - RESULTADOS DA SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE LI E CHEN (2015) COM CONTROLADOR PI <i>MULTILOOP</i> DE ORDEM INTEIRA	69
TABELA 5.11 - RESULTADOS PARA SINTONIA COM A FOBJ1 PARA O SISTEMA DE LI E CHEN (2015)	70
TABELA 5.12 - RESULTADOS PARA SINTONIA COM A FOBJ2 PARA O SISTEMA DE LI E CHEN (2015).....	70

TABELA 5.13 - RESULTADOS DA APLICAÇÃO DE UM DEGRAU UNITÁRIO NAS VARIÁVEIS CONTROLADAS PARA O SISTEMA DE LI E CHEN (2015) COM ERROS DE MEDIDA DE 10%.....	74
TABELA 5.14 – RESULTADOS PARA DEGRAU NO SISTEMAS DE LI E CHEN (2015) DESACOPLADO COM CONTROLADORES PI E FOPI.....	75

LISTA DE SIGLAS

- AMIGO - *Approximate M-constrained integral gain optimization*
- CMAES - *Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy*
(Estratégia de Evolução Adaptativa da Matriz de Covariância)
- FDE - *Fractional Order Differential Equation*
(Equação Diferencial de Ordem Fracionária)
- FOPI - *Fractional Order Proportional and Integral*
(Proporcional e Integral de Ordem Fracionária)
- FOPID - *Fractional Order Proportional, Integral and Differential*
(Proporcional, Integral e Diferencial de Ordem Fracionária)
- FOTF - *Fractional Order Transfer Function*
(Função de Transferência de Ordem Fracionária)
- GA - *Genetic Algorithms*
(Algoritmos Genéticos)
- HVAC - *Heating, ventilation and air conditioning*
(Aquecimento, ventilação e ar-condicionamento)
- IAE - *Integral of the absolute error*
(Integral do erro absoluto)
- IMC - *Internal Model Controller*
(Modelo Interno de Controle)
- ISE - *Integral of the squared error*
(Integral do erro ao quadrado)
- ITAE - *Integral of time-weighted absolute error*
(Integral do erro absoluto ponderado pelo tempo)
- LESF - Laboratório de Engenharia de Sistemas Fracionários
- MIMO - *Multi-Input, Multi-Output*
(Múltiplas Entradas, Múltiplas Saídas)
- PI - *Proportional and Integral*
(Proporcional e Integral)
- PID - *Proportional, Integral and Differential*
(Proporcional, Integral e Diferencial)
- PPGEQ - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química

- PSO - *Particle Swarm Optimization*
(Otimização por Enxame de Partículas)
- RGA - *Relative Gain Array*
(Matriz de Ganho Relativo)
- SISO - *Single-Input, Single-Output*
(Uma Entrada, Uma Saída)
- SP - Set-Point
- SMP - *Smith-Predictor*
- TITO - *Two-Input, Two-Output*
(Duas Entradas, Duas Saídas)
- UFPR - Universidade Federal do Paraná
- ZN - Ziegler-Nichols

LISTA DE SÍMBOLOS

a	- Parâmetro do modelo do processo
a_k	- Constante arbitrária
b	- Parâmetro do modelo do processo
B	- Vazão do produto de fundo
c	- Parâmetro do modelo do processo
d	- Parâmetro do modelo do processo
D	- Vazão do destilado
${}_a D_t^p$	- Derivada fracionária segundo a definição de Riemann-Liouville de ordem p
${}_a^C D_t^p$	- Derivada fracionária segundo a definição de Caputo de ordem p
E	- Erro relativo para o método de inversão numérica de Laplace pela aproximação da série de Fourier
$E(s)$	- Erro entre a variável controlada e o <i>set-point</i> da variável controlada no domínio Laplace
$e(t)$	- Erro entre a variável controlada e o <i>set-point</i> da variável controlada em função do tempo
$E_{\alpha,\beta}(z)$	- Função de Mittag-Leffler de dois parâmetros (α e β) avaliada em z
$E_{\alpha,\beta}^{(k)}(z)$	- Derivada inteira de ordem k da função de Mittag-Leffler de dois parâmetros (α e β) avaliada em z
F	- Vazão de alimentação
$f^{(k)}(0)$	- Derivada de ordem inteira k de $f(t)$ em relação à t e avaliada em $t=0$
$F(s)$	- Transformada de Laplace da função $f(t)$ para a variável independente s
$f(t)$	- Função f com variável independente t
FOBJ1	- Função objetivo do algoritmo genético baseado no ISE
FOBJ2	- Função objetivo do algoritmo genético baseado no ITAE
$G_c(s)$	- Função de transferência do controlador no domínio Laplace
$G_d(s)$	- Função de transferência do distúrbio no domínio Laplace
$G_p(s)$	- Função de transferência do processo no domínio Laplace
h	- Passo de discretização
K_c	- Ganho do controlador ou constante proporcional
K_i	- Constante do método de Zakian para inversão numérica de Laplace

$L[]$	- Transformada de Laplace
M	- Número de gerações no algoritmo genético
N	- Número de indivíduos no algoritmo genético
PCRUZA	- Probabilidade de cruzamento no algoritmo genético
PMUTA	- Probabilidade de mutação no algoritmo genético
PSINAL	- Sinal da mutação no algoritmo genético
r	- Contador em somatórios
R	- Vazão de refluxo
RVAR	- Alcance (range) de cada parâmetro no algoritmo genético
S	- Vazão de vapor
t	- Tempo
T	- Parâmetro para o método de inversão numérica de Laplace pela aproximação da série de Fourier
T_{ij}	- Função de transferência do desacoplador
t_{max}	- Tempo máximo
T_s	- Tempo de estabilização
$U(s)$	- Variável manipulada no domínio Laplace
$u(t)$	- Variável manipulada em função do tempo
\bar{u}	- Variável manipulada no estado estacionário
VARo	- Valor inicial no algoritmo genético
$X(s)$	- Variável de entrada do sistema no domínio de Laplace
X_B	- Composição de metanol do produto de fundo da coluna de destilação
X_D	- Composição de metanol do destilado
$Y(s)$	- Variável controlada no domínio Laplace
$y(t)$	- Variável controlada em função do tempo
$y_{SP}(t)$	- <i>Set-point</i> da variável controlada

LISTA DE SÍMBOLOS GREGOS

α	- Ordem da derivada fracionária
α_i	- Constante do método de Zakian para inversão numérica de Laplace
Λ_{ij}	- Função de transferência da variável manipulada de um sistema multivariável 2x2 no domínio Laplace
β	- Ordem fracionária de uma derivada
β_k	- Número real arbitrário
γ	- Ordem fracionária de uma derivada
$\Gamma(z)$	- Função Gamma
$\Gamma_{ij}(s)$	- Função de transferência da variável controlada de um sistema multivariável 2x2 no domínio Laplace
$\Delta(s)$	- Equação característica da malha da variável controlada de um sistema multivariável 2x2 no domínio Laplace
ε_k	- Função baseada k-ésima derivada da Função de Mittag-Leffler
θ	- Tempo morto
λ	- Ordem fracionária de uma derivada
σ	- Parâmetro para o método de inversão numérica de Laplace pela aproximação da série de Fourier
σ_o	- Parâmetro para o método de inversão numérica de Laplace pela aproximação da série de Fourier
τ_D	- Constante derivativa
τ_I	- Constante integral
$\Psi(s)$	- Equação auxiliar da função de transferência

LISTA DE SUBSCRITOS

1	- Malha de controle ou variável número 1
2	- Malha de controle ou variável número 2
B	- Produto de Fundo
D	- Produto de Topo ou Destilado

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	18
2. OBJETIVOS	21
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	22
3.1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	22
3.1.1. <i>CONTROLE DE PROCESSOS</i>	22
3.1.2. <i>CÁLCULO FRACIONÁRIO</i>	24
3.2. REVISÃO DO ESTADO DA ARTE	26
3.3. CONSIDERAÇÕES FINAIS	31
4. MATERIAIS E METODOLOGIA	33
4.1. CONTROLE FRACIONÁRIO	33
4.2. MÉTODO NUMÉRICO PARA INVERSA DE LAPLACE	35
4.3. CONTROLE MULTIVARIÁVEL	36
4.4. DESACOPLADOR	40
4.5. SISTEMAS DE APLICAÇÃO	42
4.5.1. <i>WOOD E BERRY (1973)</i>	42
4.5.2. <i>LI E CHEN (2015)</i>	44
4.6. CRITÉRIOS DE DESEMPENHO DA MALHA DE CONTROLE	44
4.7. ALGORITMOS GENÉTICOS	45
5. RESULTADOS	49
5.1. VALIDAÇÃO DO MÉTODO NUMÉRICO PARA INVERSA DE LAPLACE	49
5.2. SIMULAÇÃO DE CONTROLE MULTIVÁRIAVEL APLICADO AO SISTEMA WOOD E BERRY (1973)	56
5.2.1. <i>SINTONIA DO CONTROLADOR</i>	56
5.2.2. <i>SIMULAÇÃO COM ERROS DE MEDIÇÃO</i>	63
5.2.3. <i>SIMULAÇÃO DO SISTEMA DESACOPLADO</i>	65
5.3. SIMULAÇÃO DE CONTROLE MULTIVÁRIAVEL APLICADO AO SISTEMA LI E CHEN (2015)	68
5.3.1. <i>SINTONIA DO CONTROLADOR</i>	68
5.3.2. <i>SIMULAÇÃO COM ERROS DE MEDIÇÃO</i>	73
5.3.3. <i>SIMULAÇÃO DO SISTEMA DESACOPLADO</i>	75

6. CONCLUSÕES.....	79
7. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	80
REFERÊNCIAS.....	81

1. INTRODUÇÃO

O controle do processo se tornou uma ferramenta essencial nos processos químicos e bioquímicos como consequência da concorrência global, mudanças nas condições econômicas, aumento da regulamentação de segurança e de questões ambientais. Um sistema de controle deve manter as principais variáveis de processo próximas aos respectivos *set-points* usando a menor quantidade possível de energia e recursos. Portanto, os esforços têm sido direcionados para o desenvolvimento de técnicas de controle eficientes, proporcionando o melhor desempenho para os sistemas de controle, a fim de economizar recursos financeiros e otimizar a operação do processo.

No cenário industrial, o algoritmo de controle PID em malha *feedback* é o mais utilizado devido à sua simplicidade, bons resultados para controles servo e regulatório em diferentes condições operacionais e baixos custos.

O cálculo fracionário é estudado há mais de três séculos e diz respeito a derivadas e integrais de ordem arbitrária, que unificam e generalizam as noções de diferenciação de ordem inteira. Derivadas fracionárias são um excelente instrumento para a descrição da memória e propriedades hereditárias de materiais e processos. Em diferentes casos reais, os modelos de ordem fracionária são mais adequados e exatos do que os modelos de ordem inteira, por exemplo, em reologia, viscoelasticidade, acústica, óptica, físico-química, robótica, engenharia elétrica, bioengenharia e teoria de controle de sistemas dinâmicos.

No processo de modelagem e identificação, os modelos de ordem fracionária podem ajustar dados experimentais com maior exatidão e são mais flexíveis que os de ordem inteira. No caso do controlador, os formatos PI e PID de ordem fracionária (FOPI e FOPID) podem ser considerados formas generalizadas dos controladores PI e PID de ordem inteira. Controladores FOPI e FOPID tendem a ser mais robustos e oferecem maior flexibilidade devido à presença de mais parâmetros, sendo uma alternativa para a melhoria do desempenho do controlador. No entanto, o projeto de controladores de ordem fracionária é mais complexo e novos métodos de sintonia têm sido desenvolvidos para facilitar sua utilização.

Os processos com mais de uma variável controlada e manipulada são comuns nas indústrias e são conhecidos como processos multivariáveis ou *Multiple-Input-Multiple-Output* (MIMO). Alguns processos multivariáveis possuem apenas

duas variáveis de entrada e de saída, chamados *Two-Input-Two-Output* (TITO), ou podem ser tratados como múltiplos processos TITO. Os controladores MIMO são mais difíceis de projetar em comparação com os processos SISO (*Single-Input-Single-Output*) devido à interação dinâmica entre entradas e saídas, onde uma mudança em cada variável manipulada pode afetar todas as variáveis controladas, dando origem à interação entre as malhas.

Os controladores *multiloop* SISO, conhecidos como controladores descentralizados, são frequentemente utilizados para controlar os sistemas multivariáveis. Eles são de simples entendimento e implementação, requerem menos parâmetros para sintonizar e são mais tolerantes a falhas, pois se ocorre falha em um atuador ou sensor, apenas um *loop* é diretamente afetado e pode ser alterado para o modo manual. Para processos com alta interação, os controladores centralizados ou desacoplados podem ser usados, tendo controladores adicionais no sistema que podem fornecer a supressão explícita das interações. Mas esses tipos de controladores aumentam a complexidade e os custos e geram maiores problemas de implementação e *design*. Desta forma, os controladores *multiloop* são escolhidos preferencialmente em relação a outros controladores multivariáveis.

Os métodos de sintonia para processos SISO dificilmente podem ser aplicados aos sistemas *multiloop* devido às interações entre os loops individuais. O principal desafio consiste em encontrar parâmetros ótimos para os controladores descentralizados que minimizam a interação entre as malhas, apresentam um bom comportamento dinâmico e não tenham erro estacionário. Muitas abordagens foram propostas e diferentes métodos para a sintonia de sistemas de controle *multiloop* estão disponíveis.

A aplicação de métodos não-determinísticos de otimização para obter os parâmetros dos controladores tornou-se muito popular devido a capacidade de tais métodos na resolução de problemas de otimização multiobjetivo (principalmente não-linear), com muitas restrições. Com esta abordagem, é possível sintonizar todos as malhas ao mesmo tempo em vez de ajustá-las individualmente, permitindo encontrar bons resultados para minimização das interações. Os métodos evolucionários são menos propensos a ficar presos em uma solução ótima local, buscando uma solução global ótima. Os algoritmos genéticos são um dos métodos evolucionários que foram aplicados para sintonizar o controlador PID e FOPID com sucesso em diferentes estudos.

Outro fator que aumenta a complexidade de malhas de controle são incertezas que ocorrem devido à imprecisão da medição da instrumentação, ruídos aleatórios e erros sistemáticos. A ação de controle ocorre sobre estes sinais de entrada, logo ruídos na medição afetam de forma significativa a eficiência do controlador, tornando-o em alguns casos instável. Logo este é um aspecto que deve ser levado em consideração na sintonia das malhas multivariáveis.

Nesta dissertação foram utilizados dois modelos multivariáveis como base de estudo. O primeiro modelo é de uma coluna de destilação de água e metanol, conhecido como modelo de Wood e Berry (1973). Este exemplo foi escolhido pois unidades de destilação estão amplamente presentes nos processos químicos e seu controle tem alta complexidade em termos de interações e atrasos de tempo, de modo que a melhoria do controle dessa operação é de grande interesse. Além disso, este é um caso clássico de controle multivariável na literatura, permitindo que os resultados sejam validados e comparados com diferentes estudos. O segundo modelo é o sistema multivariável fracionário reportado por Li e Chen (2014). Este exemplo foi o único processo TITO fracionário encontrado na literatura.

2. OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é o desenvolvimento de um sistema de controle servo *multiloop* para sistemas multivariáveis previamente relatados, usando os controladores PI fracionários sintonizados por algoritmo genético, e a avaliação do comportamento do controlador fracionário em diferentes situações operacionais reais. As malhas de controle também serão configuradas para terem menor utilização de recursos e estabilidade na presença de erros de medição.

Os objetivos específicos são:

- Estudar cálculo fracionário e avaliar métodos numéricos para cálculo da transformada inversa de Laplace para sistemas fracionários;
- Implementar controle fracionário multivariável a partir de exemplos da literatura;
- Aplicar controle fracionário para sistema multivariável de ordem inteira considerando diferentes funções objetivo. Comparar com o controle de ordem inteira avaliando se há ganho de performance.
- Aplicar controle de ordem inteira e fracionária para processo de ordem fracionária considerando diferentes funções objetivo. Comparar ambos controladores;
- Avaliar a estabilidade do controle fracionário desenvolvido na presença de erros de medição com diferentes amplitudes.
- Simular os sistemas desenvolvidos com a presença de desacopladores. Comparar esses sistemas e avaliar se há ganho em utilizar o controle fracionário para sistemas desacoplados.

Este trabalho foi desenvolvido no LESF – Laboratório de Engenharia de Sistemas Fracionários – do PPGEQ/UFPR – Programa de Pós-Graduação em Engenharia Química da Universidade Federal do Paraná. Além disso, este trabalho está vinculado à linha de pesquisa de modelagem, simulação, otimização e controle de processos químicos do PPGEQ.

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1.1. Controle de Processos

O principal objetivo de um sistema de controle é manter o processo nas condições operacionais desejadas de forma segura, eficiente e que satisfaça requisitos ambientais e de qualidade do produto. As variáveis que devem ser mantidas com um determinado valor (*set-point*) são as variáveis controladas, enquanto as variáveis manipuladas são ajustadas para se atingir estes valores desejados (ALBERTOS; SALA, 2004).

O sistema de controle é um conjunto formado por três partes: pelo algoritmo de controle, que define as decisões a serem tomadas pelo controlador; pela instrumentação, sensores e atuadores, que são responsáveis pela medição e implementação nas variáveis da ação de controle calculada; e pela estrutura de controle, que define quais serão as variáveis controladas e manipuladas e como elas se relacionarão.

A escolha da técnica e da estrutura de controle depende de diversos fatores, como a existência e complexidade de um modelo matemático, disponibilidade de equipamentos e dispositivos de instrumentação, precisão necessária, escolha adequada das variáveis controlada e manipulada, e também identificação de distúrbios (ALBERTOS; SALA, 2004).

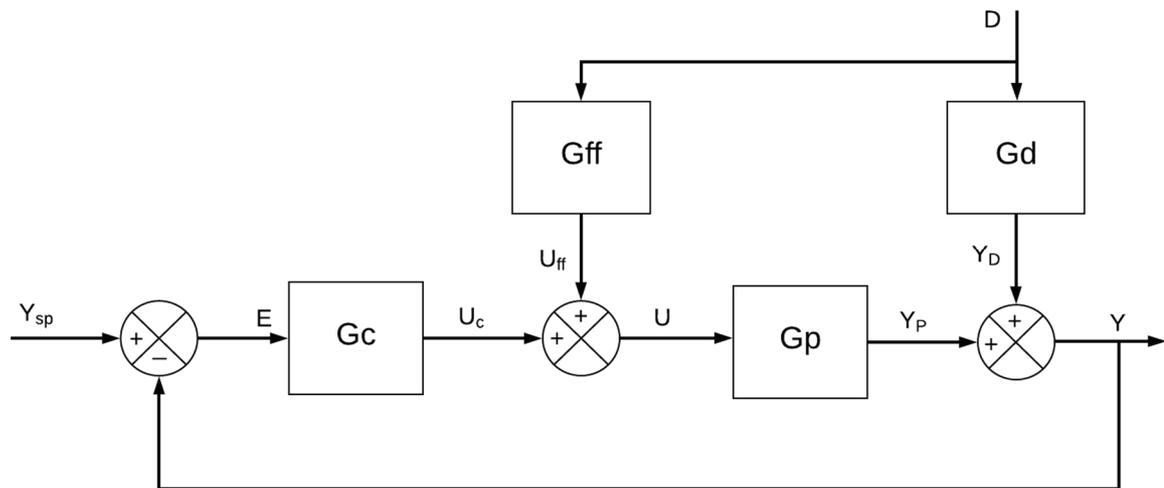
No controle *feedback*, a variável controlada é medida, comparada com o valor desejado (*set-point*) e a diferença é utilizada como base para o ajuste da variável manipulada. Apesar de o controle *feedback* não fazer a medição de outras possíveis variáveis que disturbem o sistema, a principal vantagem desta estratégia é que se a variável controlada desviar do *set-point* a ação corretiva ocorre independente da fonte do distúrbio. Outra vantagem é que o controle *feedback* reduz a sensibilidade da variável controlada a distúrbios inesperados e mudanças de processos. A única limitação dessa estratégia é que nenhuma ação de correção é realizada até a variável controlada desviar do valor determinado.

No controle *feedforward* a variável de distúrbio é medida e ação de controle é realizada com base nela, de forma que a ação corretiva ocorre antes da variável

controlada desviar do *set-point*. Nem sempre é possível medir ou estimar o valor da variável distúrbio e esta estratégia não contempla outros possíveis distúrbios. Desta forma, o controle *feedback* é mais utilizado na indústria, sendo que em casos mais críticos os controles *feedback* e *feedforward* podem ser utilizados em associação (SEBORG; EDGAR; MELLICHAMP, 2004).

A Figura 3.1 mostra o diagrama de blocos de uma malha típica com controle *feedback* e *feedforward*:

FIGURA 3.1 - DIAGRAMA DE BLOCOS CONTROLE *FEEDBACK* E *FEEDFORWARD*



FONTE: A AUTORA (2018)

O termo G_p representa o modelo do processo. Para o projeto do controlador é fundamental a presença de um modelo dinâmico do processo, seja ele teórico, baseado em princípios químicos e físicos, ou desenvolvido empiricamente a partir de dados experimentais. Os modelos mostram como as variáveis do processo se relacionam, sendo usados como base para o projeto do controlador e para simulações que validam a estratégia de controle e ajudam na determinação dos parâmetros dos controladores. O termo G_d representa o modelo do distúrbio que também pode ser teórico ou empírico.

Os termos G_c e G_{ff} representam os algoritmos de controle *feedback* e *feedforward* respectivamente. O algoritmo Proporcional, Integral e Derivativo (PID) é o predominantemente utilizado nas indústrias. O algoritmo contempla três termos de controle básicos que são descritos a seguir (SEBORG; EDGAR; MELLICHAMP, 2004):

- Proporcional: Tem como objetivo reduzir o erro (diferença entre o valor medido da variável controlada e o *set-point* desejado). A saída do

controlador é proporcional ao erro. Uma desvantagem é a presença do *off-set*, que não permite que a variável atinja totalmente o valor *set-point* pois é necessário que exista um erro para haver ação de controle;

- Integral: A saída do controlador é em função da integral do erro ao longo do tempo. A principal vantagem é que este termo elimina o *off-set* mas pode gerar respostas oscilatórias, reduzindo a estabilidade da malha.
- Derivativo: Gera a saída do controlador proporcional a derivada do erro em relação ao tempo, antecipando o comportamento do erro em função da sua taxa de aumento ou diminuição. Na presença de medições com erros e ruídos, pode causar movimento excessivo do atuador e instabilidade na malha, a não ser que seja utilizado um filtro para estes ruídos

A seguir é apresentada a equação do controlador PID:

$$u(t) = \bar{u} + K_c \cdot e(t) + \frac{1}{\tau_I} \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau + \tau_D \cdot \frac{de(t)}{dt} \quad (3.1)$$

$$e(t) = y_{SP} - y(t)$$

E a função de transferência correspondente no domínio Laplace é dada por:

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_c + \frac{1}{\tau_I \cdot s} + \tau_D \cdot s \quad (3.2)$$

Em que K_c é o ganho do controlador ou constante proporcional, τ_I é a constante integral e τ_D é a constante derivativa. Estes parâmetros são utilizados para ajustar o controlador de forma a fornecer o comportamento dinâmico adequado para o processo.

3.1.2. Cálculo Fracionário

Cálculo fracionário é o nome da teoria de derivadas e integrais de ordem arbitrária que unificam e generalizam a diferenciação e integração de ordem inteira.

Existem diferentes definições que geralmente são usadas para derivadas e integrais fracionárias, as principais definições são apresentadas a seguir, em que m e n são números inteiros (SHAH; AGASHE, 2016):

Definição de Grünwald-Letnikov

$${}_a D_t^p f(t) = \lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ nh = t-a}} h^{-p} \sum_{r=0}^n (-1)^r \binom{p}{r} f(t-rh) \quad (3.3)$$

Definição de Riemann-Liouville

$${}_a D_t^p f(t) = \left(\frac{d}{dt} \right)^{m+1} \int_a^t (t-\tau)^{m-p} f(\tau) d\tau \quad (m \leq p < m+1) \quad (3.4)$$

Definição de Caputo

$${}_a^C D_0^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \cdot \int_a^t \frac{f^{(n)}(\tau) d\tau}{(t-\tau)^{\alpha+1-n}} \quad (n-1 < \alpha < n) \quad (3.5)$$

O sobrescrito C indica que a derivada é calculada pela abordagem de Caputo. Para o controle fracionário a abordagem de Caputo é tipicamente usada devido algumas propriedades como: A derivada de uma constante é zero; o limite inferior é zero, adequado para trabalhar com a variável tempo; as condições iniciais têm a mesma forma que são utilizadas para equações diferenciais de ordem inteira, portanto elas têm interpretação física e podem ser usadas para aplicações reais (CHEN, 2010).

A fórmula de transformada de Laplace para a derivada fracionária de Caputo é dada por:

$$L\left[{}_0^C D_t^\alpha f(t)\right] = s^\alpha \cdot F(s) - \sum_{k=0}^{n-1} s^{\alpha-k-1} \cdot f^{(k)}(0) \quad (n-1 < \alpha < n) \quad (3.6)$$

Algumas funções especiais são importantes para o desenvolvimento do cálculo fracionário, como a Função Gamma, que generaliza a função fatorial $n!$ e permite que n assumam valores não-inteiros e complexos. A Função Gamma $\Gamma(z)$ é definida pela integral:

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} e^{-t} \cdot t^{z-1} dt \quad (3.7)$$

Outra função importante é a Função de Mittag-Leffler com dois parâmetros (CHEN, 2010):

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{z^j}{\Gamma(\alpha \cdot j + \beta)} \quad (\alpha > 0, \beta > 0) \quad (3.8)$$

E sua k-ésima derivada em relação à z:

$$E_{\alpha,\beta}^{(k)}(z) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(j+k)! z^j}{j! \Gamma(\alpha \cdot j + \alpha \cdot k + \beta)} \quad (3.9)$$

3.2. REVISÃO DO ESTADO DA ARTE

Vários estudos têm como objetivo utilizar o controle fracionário de forma a melhorar o desempenho dos sistemas de controle. Na identificação de processos, são desenvolvidos modelos para obter a melhor representação do processo a ser controlado. Nos estudos de Maiti et al. (2008) e Tavakoli, Haeri e Tavazoei (2010) são montados algoritmos para identificação de parâmetros para processos de ordem fracionária. O primeiro estudo desenvolve algoritmo para identificação de parâmetros com a ordem das derivadas constantes em um primeiro momento e depois realiza os cálculos com ordem variável, ou seja, com a ordem da derivada sendo mais um parâmetro a ser ajustado. Já no segundo, a metodologia é desenvolvida para modelos com quatro e cinco parâmetros e com tempo morto. Em seguida são mostradas aplicações no modelo interno de controle, preditor de Smith, método de Haalman, entre outros.

A partir das metodologias desenvolvidas nestes estudos foi possível perceber que ao usar o cálculo fracionário é possível ter modelos com menores erro em relação à resposta real do sistema, em comparação com modelos de ordem inteira, mas sem um aumento significativo da complexidade matemática na

resolução do problema. Como ressaltado por Tavakoli, Haeri e Tavazoei (2010), após implementados, os algoritmos podem ser utilizados para diferentes aplicações.

No caso dos controladores, também surgiram estudos envolvendo a ordem fracionária. O trabalho pioneiro na área de controle fracionário para sistemas SISO foi o estudo de Podlubny (1999a), que desenvolveu o conceito do controlador PID fracionário e mostrou como são obtidas as respostas analíticas das respostas das variáveis controladas a um degrau unitário ou impulso unitário, utilizando a função de Mittag-Leffler. O autor considerou sistemas de ordem fracionária lineares com malha aberta e fechada e aplicou o controlador fracionário a um sistema fracionário equivalente a um sistema de segunda ordem e mostra as vantagens do controlador PID fracionário proposto.

Na Tabela 3.1 são resumidos os trabalhos recentes relacionados à modelagem e sintonia de controladores FOPI. Os estudos apresentados mostraram que o controle fracionário tem melhor desempenho em relação ao controlador de ordem inteira. Para avaliar o desempenho da malha os parâmetros mais utilizados são os índices de erro entre o *set-point* e o comportamento da variável controlada como o ISE (integral do erro absoluto) e o IAE (integral do erro ao quadrado), quanto menores são estes índices melhor é o desempenho do controle.

TABELA 3.1 - ESTUDOS ENVOLVENDO CONTROLE PI DE ORDEM FRACIONÁRIA

Referência	Modelo do Processo	Controle	Comparação de Desempenho	Pontos Principais
Vu e Lee (2013)	Primeira ordem com tempo morto	FOPI	Controlador de ordem fracionária resultou em IAE cerca de 30% menor.	Desenvolve regras de sintonia para controlador fracionário; Aplicação em exemplos numéricos. Metodologia pode ser usado para qualquer tipo de processo, mas aplica apenas em controle SISO. Validação apenas teórica.
Vu e Lee (2014)	Diferentes ordens com tempo morto	SMP-FOPI	Controlador de ordem fracionária resultou em IAE até 70% menor.	Desenvolve regras de sintonia para modelos fracionários com preditor de Smith; Aplica em exemplos numéricos. Metodologia pode ser usado para praticamente qualquer tipo de processo, mas aplica apenas em controle SISO. Validação apenas teórica.
Banu e Nasir (2015)	Terceira ordem	FOPI	Controlador de ordem fracionária resultou em IAE cerca de 30% menor.	Desenvolve controle de nível para três tanques em série; Utiliza domínio de frequência. Mostra aplicação do cálculo fracionário em sistemas não-lineares, mas considera sistema SISO e faz apenas validação teórica.

FONTE: A autora (2018)

No trabalho de Vu e Lee (2013), por exemplo, para um processo de primeira ordem com tempo morto e controlador PI sintonizado pela metodologia AMIGO (*Approximate M-constrained integral gain optimization*) obteve-se um índice IAE de 2,381, enquanto para o mesmo processo com um controlador PI de ordem fracionária foi obtido um IAE de 1,786, ou seja, um valor 25% menor. Para outros exemplos neste mesmo trabalho chegou-se a índices de erro 30% menores. O estudo de Vu e Lee (2014) apresentou resultados similares para o controle Preditor de Smith de ordem fracionária (SMP-FOPI). Quando o controlador foi aplicado a um processo fracionário de um forno, chegou-se a índices de erro 70% menores.

O melhor desempenho de um controlador fracionário pode ser verificado quando aplicado a processos de dinâmica complexa. A alta não-linearidade de um processo de mudança de pH faz com que seja difícil controlá-lo utilizando o PID convencional. Anbumalar, Barath Kanna e Janani (2016) fizeram uma tentativa de desenvolver um controlador fracionário baseado no modelo interno de controle (IMC – *Internal Model Controller*) e verificaram que o controlador desenvolvido apresentou índices ISE cerca de 20 vezes menores do que o PI de ordem inteira, que costuma ser utilizado nestes casos (ISE=691 para ordem inteira e ISE=33 para ordem fracionária).

Tanques conectados em série também geram processos com comportamentos dinâmicos não lineares e atraso de tempo entre os sinais de entrada e saída. Como exemplificado no trabalho de Banu e Nasir (2015) apresentado na Tabela 3.1, o controle fracionário também fornece melhores resultados nestes casos. No primeiro foi verificada diminuição de até 30% do IAE quando utilizado o controle FOPI em comparação ao equivalente de ordem inteira, por exemplo, o IAE para ordem inteira foi de 584 enquanto para ordem fracionária foi 405.

Recentemente, começaram a ser desenvolvidos controladores PI e PID fracionários para sistemas multivariáveis. Com os parâmetros fracionários, a complexidade da sintonia é maior, mas as ferramentas de otimização forneceram resultados importantes. A Tabela 3.2 resume os trabalhos envolvendo controle multivariável fracionário.

O método de inequações foi relatado na literatura por Nguye e Arunsawatwong (2008) e Silpsrikul e Arunsawatwong (2011), visando o desenvolvimento de um controlador PI fracionário para o modelo da coluna

TABELA 3.2 - ESTUDOS ENVOLVENDO CONTROLE MULTIVARIÁVEL FRACIONÁRIO

Referência	Modelo do Processo	Controlador	Método de Sintonia	Método de Otimização	Performance
Nguye e Arunsawatwong (2008)	Modelo de primeira ordem com tempo morto para coluna de destilação binária.	FOPI	<i>Overshoot</i> e Estabilização	Métodos das Inequações	Controladores PI descentralizado e centralizado de ordem fracionária apresentaram menor <i>overshoot</i> e menor tempo de estabilização para mudanças de set-point das variáveis controladas.
Silpsrikul e Arunsawatwong (2011)	Modelo de primeira ordem com tempo morto para coluna de destilação binária.	FOPI	Overshoot	Métodos das Inequações	Com o controlador fracionário descentralizado foi possível manter as variáveis controladas dentro de seus limites de controle na presença de diferentes distúrbios.
Bucanovic, Lazarevic e Batalov (2013)	Modelo de primeira ordem desacoplado para separação criogênica do ar.	FOPID	IAE, <i>Overshoot</i> e Estabilização	Algoritmos Genéticos (GA)	Controlador de ordem fracionária resultou em função objetivo (soma do IAE, <i>overshoot</i> e tempo de estabilização) até 70% menor.*
Moradi (2014)	Modelo de primeira ordem com tempo morto para sistema de controle de temperatura ambiente.	FOPID	IAE	Algoritmos Genéticos (GA)	Controlador fracionário descentralizado sintonizado por GA tem <i>overshoot</i> e tempo de estabilização cerca de 50% menores em relação a sintonia por análise de robustez.
Sivananithaperumal e Baskar (2014)	Modelo de primeira ordem com tempo morto 2x2 e 3x3 para colunas de destilação.	FOPI/FOPID	IAE	Evolução Adaptativa da Matriz de Covariância (CMAES)	Controle FOPI resultou em 2,2% de melhoria e FOPID resultou em 14,7% de melhoria no IAE do sistema I (2x2). Controle FOPID diminuiu o <i>overshoot</i> em 9% e tempo de estabilização em 26% do sistema II (3x3).
Banu and Lakshmanaprabu (2015)	Modelo não-linear de dois tanques cônicos com interação	FOPID	ITAE	Algoritmo baseado em Colônia de Morcegos	Validação para controlador fracionário servo, regulatório e servo-regulatório, mostrando que o esquema resultará em um design simples de controlador PID <i>multiloop</i> de ordem fracionada para o processo.
Pradeepkannan e Sathiyamoorthy (2015)	Modelo de primeira ordem com tempo morto desacoplado para dois tanques esféricos com interação.	FOPI	Ziegler-Nichols	-	Controlador de ordem fracionária resultou em IAE até 90% menor.*
Nasirpour and Balochian (2016)	Modelo de primeira ordem desacoplado de sistema de ar-condicionado de volume variável.	FOPID	ITSE	Enxame de Partículas (PSO)	O controlador PSO-FOPID resultou em até 68% de redução no tempo de estabilização e redução do <i>overshoot</i> das variáveis controladas a zero.*

FONTE: A autora (2018)

*Comparação entre controlador de ordem inteira e fracionário

destilação Wood e Berry (1973). Em ambos os estudos, os autores mostraram que com o controle fracionário é possível alcançar melhores desempenho para o sistema, no primeiro caso considerando os critérios de resposta à mudança de *set-point* na variável controlada e no segundo considerando os efeitos de distúrbios na alimentação. No entanto, os autores não analisaram o efeito da presença de ruído nas variáveis controladas para avaliar a robustez do controlador com o cálculo fracionário.

Bučanović et al. (2013) e Moradi (2014) estudaram a aplicação do controlador PID fracionário sintonizado por algoritmos genéticos. O primeiro estudo mostrou que, para uma turbina de expansão no processo de separação de ar criogênico, o controlador FOPID melhora a resposta transitória e proporciona uma robustez melhor do que o PID convencional, particularmente na rejeição de distúrbios. Mas os autores apenas analisaram o sistema como um processo desacoplado, ajustando cada variável separadamente. Não é avaliado os efeitos em variáveis manipuladas e para diferentes distúrbios e funções objetivos.

O segundo estudo focou no desenvolvimento de um novo método para as diferentes partes do algoritmo genético para obter os parâmetros ótimos para um controlador FOPID. O controlador proposto é aplicado a um sistema de controle de temperatura ambiente que é usado no sistema piloto HVAC e as respostas do método proposto foram melhores quando comparadas à resposta de métodos anteriores com base na síntese H^∞ . O autor usou um controlador centralizado e não comparou os resultados com um controlador de ordem inteira.

Sivananithaperumal e Baskar (2014) relataram um ajuste automático de parâmetros de controlador FOPI e FOPID multivariáveis desacoplados utilizando o algoritmo CMAES (*Covariance Matrix Adaptation Evolution Strategy*). Para o sistema de Wood e Berry (1973), o controlador FOPI/FOPID projetado pelo algoritmo CMAES exibe IAE mínimo em comparação com o controlador PI/PID relatado na literatura, mas o sistema é mais oscilatório, o que poderia ser um problema para as variáveis manipuladas. Apenas os resultados para a variável controlada com mudança de *set-point* são reportados, não sendo possível avaliar o comportamento das demais variáveis controladas e manipuladas em cada caso.

Pradeepkannan e Sathiyamoorthy (2015) propuseram o projeto e modelagem do controlador FOPI para um processo de tanque esférico acoplado não linear, ajustado pelas regras da Ziegler Nichols (ZN). Os resultados mostraram que o

controlador FOPI pode lidar com características não-lineares em vários pontos de operação e que o controlador convencional com base na resposta de sintonia de ZN é superado pelo controlador FOPI com menor *overshoot* e tempo de estabilização quando submetido a controles servo e regulatório. O sistema é desacoplado antes da sintonia e os parâmetros são obtidos apenas pelas regras ZN, de modo que outras técnicas de otimização podem ser implementadas para melhorar o desempenho do sistema. O trabalho de Pradeepkannan e Sathiyamoorthy (2015) pode ser destacado por validar o modelo matemático através de dados experimentais, apesar do sistema constituído de dois tanques esféricos em série não ser tão comum na prática. Os demais artigos validam seus modelos matemáticos apenas com exemplos numéricos teóricos.

Finalmente, os resultados relatados por Nasirpour e Balochian (2016) apresentaram um controlador FOPID multivariável desacoplado ajustado pelo método de otimização por Enxame de Partículas (PSO) projetado para controlar um sistema de ar condicionado com volume de ar variável. O método proposto define os parâmetros do controlador FOPID através da minimização da função objetivo não-linear consistindo em *overshoot*, ITSE, tempo de subida e tempo de estabilização. As simulações numéricas mostram que o controlador PSO-FOPID tem desempenho superior ao de outros controladores FOPID e PID. O sistema é desacoplado antes de sintonizar os parâmetros e apenas as variáveis com a mudança de *set-point* são avaliadas.

3.3. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir dos estudos analisados foi possível observar que houve aumento de desempenho para todas as aplicações do controle fracionário em relação ao controle de ordem inteira, comprovando que a versão fracionária dos controladores pode ser eficiente na substituição do PI e PID em casos de processos complexos. Muitos dos estudos para sistemas multivariáveis apresentados utilizam o desacoplamento como estratégia de controle. No entanto, como mencionado anteriormente, o controlador descentralizado é preferível por ser mais seguro e mais fácil de implementar.

A maioria dos estudos não analisa os resultados considerando diferentes funções objetivo ou diferentes sinais de entrada e distúrbios para avaliar a estabilidade dos parâmetros sintonizados além de não considerarem casos com

erros de medição. Além disso, para obter parâmetros que proporcionem boas respostas operacionais reais, é importante analisar a resposta para todas as variáveis envolvidas no controle, não apenas a variável que recebe a mudança de *set-point* ou o distúrbio como apresentado na maioria dos casos.

Ressalta-se também que, mesmo após exaustiva busca, não foram encontrados na literatura, estudos envolvendo controle de processos multivariáveis de ordem fracionária, sendo que também não foi avaliado um sistema de controle descentralizado do tipo PID com desacopladores baseados em funções de transferência fracionárias.

4. MATERIAIS E METODOLOGIA

4.1. CONTROLE FRACIONÁRIO

Alguns processos são melhores descritos por modelos matemáticos de ordem fracionária. No domínio tempo a equação diferencial fracionária (FDE) pode ser escrita como (CHEN, 2010):

$$a_n \cdot D^{\beta_n} y(t) + a_{n-1} \cdot D^{\beta_{n-1}} y(t) + \dots + a_1 \cdot D^{\beta_1} y(t) + a_0 \cdot D^{\beta_0} y(t) = u(t) \quad (4.1)$$

Sendo a_k ($k=0, 1, \dots, n$) uma constante arbitrária e β_k ($k=0, 1, \dots, n$) um número real arbitrário de forma que:

$$\beta_n > \beta_{n-1} > \dots > \beta_1 > \beta_0 > 0 \quad (4.2)$$

A transformada de Laplace da Equação 4.1 é uma função de transferência de ordem fracionária (FOTF):

$$G_p = \frac{1}{a_n \cdot s^{\beta_n} + a_{n-1} \cdot s^{\beta_{n-1}} + \dots + a_1 \cdot s^{\beta_1} + a_0 \cdot s^{\beta_0}} \quad (4.3)$$

No controlador PID fracionário, conhecido como $PI^\lambda D^\mu$, λ e μ , são a ordem de integração e derivação, respectivamente, e podem ser números reais. Este formato foi proposto por Podlubny (1999a) como generalização do controlador inteiro PID. Os parâmetros extras do controlador PID fracionário proporcionam a oportunidade de melhor ajustar o controlador às propriedades dinâmicas dos processos, sendo mais flexíveis para controlar processos complexos. O controlador fracionário é expresso da seguinte forma:

$$G_c(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{1}{\tau_I \cdot s^\lambda} + \tau_D \cdot s^\mu \quad (4.4)$$

Ou no domínio tempo:

$$u(t) = K_p \cdot e(t) + \tau_I \cdot D^{-\lambda} e(t) + \tau_D \cdot D^{\mu} e(t) \quad (4.5)$$

Neste trabalho utilizou-se o controlador FOPI, ou seja, apenas os termos proporcional e integral foram utilizados, tendo apenas λ como parâmetro fracionário.

As transformadas de Laplace inversa para as funções de transferência fracionárias são apresentadas por Podlubny (1999b). A Tabela 4.1 apresenta a transformada inversa analítica para casos particulares com perturbações do tipo impulso (função Delta de Dirac) ou degrau (Função Heaviside).

TABELA 4.1 - TRANSFORMADA INVERSA DE LAPLACE PARA FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA FRACIONÁRIAS

$$G_p(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{a \cdot s^{\alpha} + b} \quad (4.6)$$

$X(s) \rightarrow$ Impulso (Função Delta de Dirac)

$$y(t) = \frac{1}{a} \cdot \varepsilon_{\circ} \left(t, \frac{-b}{a}; \alpha, \alpha \right) \quad (4.7)$$

$X(s) \rightarrow$ Degrau (Função Heaviside)

$$y(t) = \frac{1}{a} \cdot \varepsilon_{\circ} \left(t, \frac{-b}{a}; \alpha, \alpha + 1 \right) \quad (4.8)$$

$$G_p(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{a \cdot s^{\beta} + b \cdot s^{\alpha} + c} \quad (4.9)$$

$X(s) \rightarrow$ Impulso (Função Delta de Dirac)

$$y(t) = \frac{1}{a} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \cdot \left(\frac{c}{a} \right)^k \cdot \varepsilon_k \left(t, \frac{-b}{a}; \beta - \alpha, \beta + \alpha k \right) \quad (4.10)$$

$X(s) \rightarrow$ Degrau (Função Heaviside)

$$y(t) = \frac{1}{a} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \cdot \left(\frac{c}{a} \right)^k \cdot \varepsilon_k \left(t, \frac{-b}{a}; \beta - \alpha, \beta + \alpha k + 1 \right) \quad (4.11)$$

$$G_p(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{a \cdot s^{\gamma} + b \cdot s^{\beta} + c \cdot s^{\alpha} + d} \quad (4.12)$$

$X(s) \rightarrow$ Impulso (Função Delta de Dirac)

$$y(t) = \frac{1}{a} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!} \cdot \left(\frac{d}{a} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \left(\frac{c}{d} \right)^k \cdot \varepsilon_m \left(t, \frac{-b}{a}; \gamma - \beta, \gamma + \beta m - \alpha k \right) \quad (4.13)$$

$X(s) \rightarrow$ Degrau (Função Heaviside)

$$y(t) = \frac{1}{a} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{m!} \cdot \left(\frac{d}{a} \right)^m \cdot \sum_{k=0}^m \binom{m}{k} \left(\frac{c}{d} \right)^k \cdot \varepsilon_m \left(t, \frac{-b}{a}; \gamma - \beta, \gamma + \beta m - \alpha k + 1 \right) \quad (4.14)$$

FONTE: PODLUBNY (1999b)

Na Tabela 4.1 a função $\varepsilon_k(t, y; \alpha, \beta)$ é baseada k-ésima derivada da Função de Mittag-Leffler dada por:

$$\varepsilon_k(t, y; \alpha, \beta) = t^{\alpha k + \beta - 1} \cdot E_{\alpha, \beta}^{(k)}(y \cdot t^\alpha) \quad (k=0, 1, 2, \dots) \quad (4.15)$$

Esta função é conveniente devido suas propriedades como sua transformada de Laplace (Equação 4.16) e sua simples diferenciação fracionária (Equação 4.17).

$$\int_0^\infty e^{-st} \cdot \varepsilon_k(t, \pm y; \alpha, \beta) dt = \frac{k! s^{\alpha - \beta}}{(s^\alpha \mp y)^{k+1}} \quad (4.16)$$

$${}_0D_t^\lambda \varepsilon_k(t, y; \alpha, \beta) = \varepsilon_k(t, y; \alpha, \beta - \lambda) \quad (\lambda < \beta) \quad (4.17)$$

4.2. MÉTODO NUMÉRICO PARA INVERSA DE LAPLACE

Há casos em que as funções de transformada de Laplace são complicadas e, para estes casos, a inversão das transformadas pode ser feita de forma mais efetiva através de um procedimento numérico (LI et al., 2017). Os dois principais métodos numéricos para obtenção das transformadas de Laplace inversas considerados neste trabalho, devido à simplicidade na aplicação, são o método de Zakian (1969) e o método de aproximação da série de Fourier (1976).

A fórmula explícita de inversão pelo método de Zakian é apresentada pela Equação 4.18. A Tabela 4.2 fornece um conjunto de cinco constantes para α_i e $K_i(N/2=5)$. Para a maioria das aplicações, este conjunto de constantes produz uma boa inversão numérica (RICE; DO, 1995).

$$f(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[\frac{2}{t} \cdot \sum_{i=1}^{N/2} \operatorname{Re} \left(K_i \cdot F \left(\frac{\alpha_i}{t} \right) \right) \right] \quad (4.18)$$

A inversão numérica pela aproximação da série de Fourier é calculada através da Equação 4.19. Se o valor numérico de $y(t)$ for necessário para um intervalo de t de 0 a t_{max} e o erro relativo não deve ser maior do que E , T é escolhido de forma que $2T > t_{max}$ (RICE; DO, 1995).

$$f(t) = \frac{e^{\sigma t}}{T} \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot F(\sigma) + \sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{Re} \left[F \left(\sigma + \frac{k \cdot \pi \cdot i}{T} \right) \right] \cdot \cos \left(\frac{k \cdot \pi \cdot i}{T} \right) - \sum_{k=1}^{\infty} \operatorname{Im} \left[F \left(\sigma + \frac{k \cdot \pi \cdot i}{T} \right) \right] \cdot \sin \left(\frac{k \cdot \pi \cdot i}{T} \right) \right\} \quad (4.19)$$

$$\sigma = \sigma_o - \frac{\ln(E)}{2 \cdot T} \quad (4.20)$$

TABELA 4.2 - CONSTANTES PARA O MÉTODO DE ZAKIAN

i	α_i	K_i
1	$1,283767675 \times 10^1 + i 1,666063445 \times 10^0$	$-3,69020821 \times 10^4 + i 1,96990426 \times 10^5$
2	$1,222613209 \times 10^1 + i 5,012718792 \times 10^0$	$6,12770252 \times 10^4 + i 9,54086255 \times 10^4$
3	$1,09343031 \times 10^1 + i 8,40967312 \times 10^0$	$-2,89165629 \times 10^4 + i 1,81691853 \times 10^4$
4	$8,77643472 \times 10^0 + i 1,19218539 \times 10^1$	$4,65536114 \times 10^3 + i 1,90152864 \times 10^0$
5	$5,22545336 \times 10^0 + i 1,57295290 \times 10^1$	$-1,18741401 \times 10^2 + i 1,41303691 \times 10^2$

FONTE: RICE E DO (1995)

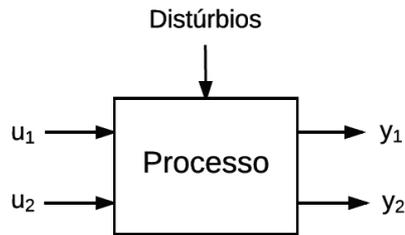
4.3. CONTROLE MULTIVARIÁVEL

Problemas práticos típicos de controle possuem mais de uma variável para ser controlada e manipulada, estes problemas são os chamados de múltiplas-entradas, múltiplas-saídas (MIMO – *Multiple-Input, Multiple-Output*). O maior desafio em problemas como estes são as interações de processo, pois cada variável manipulada pode afetar cada variável controlada, e quanto maiores as interações, mais difícil é a seleção dos pares de variáveis controladas e manipuladas, e maior é chance de uma determinada sintonia do controlador resultar em uma malha instável ou com uma performance ruim (ALBERTOS; SALA, 2004).

Se o número de variáveis controladas e manipuladas são o mesmo, todas as variáveis podem ser pareadas através de loops de controle *feedback*, criando o chamado controle *multiloop*. O controle *multiloop* mais simples e aplicável é o controle com duas variáveis controladas e duas manipuladas (TITO – *Two-Input, Two-Output*) com dois laços *feedback*, conforme será desenvolvido na sequência (SEBORG; EDGAR; MELLICHAMP, 2004).

Considerando um processo do tipo 2x2 mostrado na Figura 4.1:

FIGURA 4.1 - SISTEMA COM DUAS VARIÁVEIS CONTROLADAS E MANIPULADAS



FONTE: SEBORG, EDGAR e MELLICHAMP (2004)

E sabendo que, pelo princípio da superposição, as variáveis manipuladas U_1 e U_2 tem efeito aditivo em cada variável controlada Y_1 e Y_2 , tem-se que:

$$Y_1(s) = G_{p11}(s) \cdot U_1(s) + G_{p12}(s) \cdot U_2(s) \quad (4.21)$$

$$Y_2(s) = G_{p21}(s) \cdot U_1(s) + G_{p22}(s) \cdot U_2(s) \quad (4.22)$$

As equações também podem ser representadas na forma vetorial-matricial:

$$Y(s) = G_p(s) \cdot U(s) \quad (4.21)$$

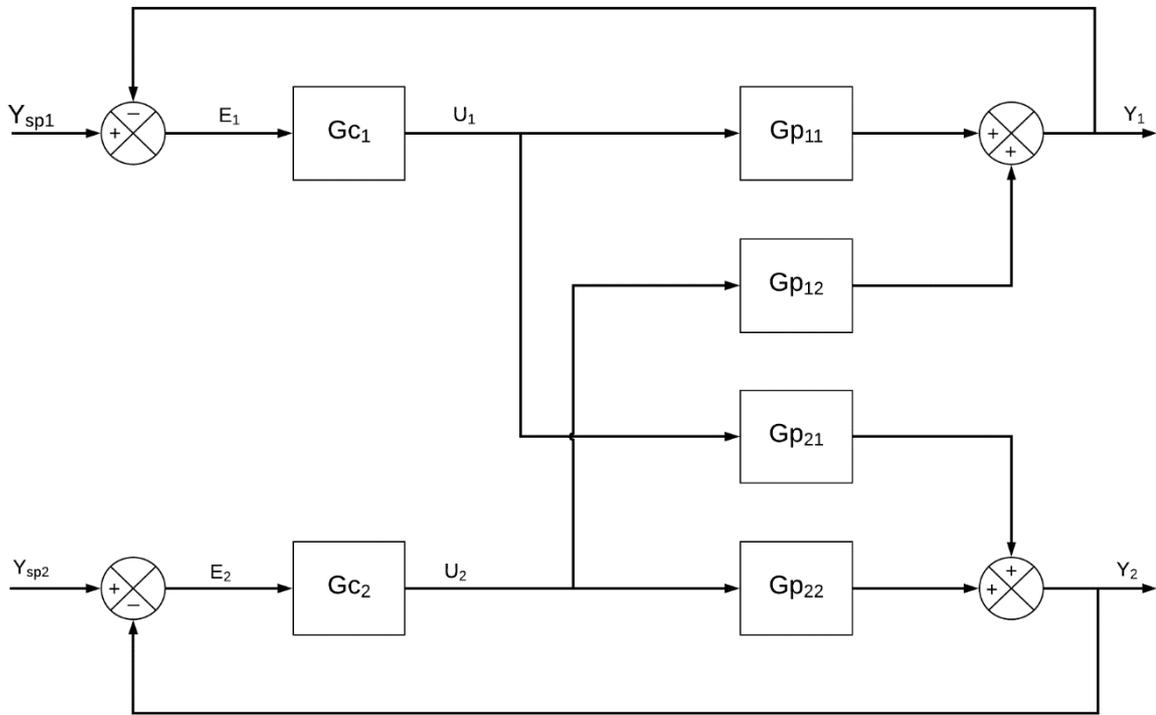
$$Y(s) = \begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} \quad U(s) = \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} G_{p11}(s) & G_{p12}(s) \\ G_{p21}(s) & G_{p22}(s) \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Para um sistema *multiloop* que consista de dois controladores *feedback*, existem duas configurações possíveis. A primeira (Figura 4.2) Y_1 é controlado pelo ajuste de U_1 e Y_2 é controlada pelo ajuste de U_2 , e é chamada de configuração 1-1/2-2. Na segunda configuração (Figura 4.3), a variável Y_1 é controlada pela manipulação de U_2 e Y_2 é controlada pela manipulação de U_1 , sendo chamada de configuração 1-2/2-1. Nos diagramas de blocos foram omitidas as funções de transferência dos elementos finais de controle, dos sensores e de possíveis distúrbios.

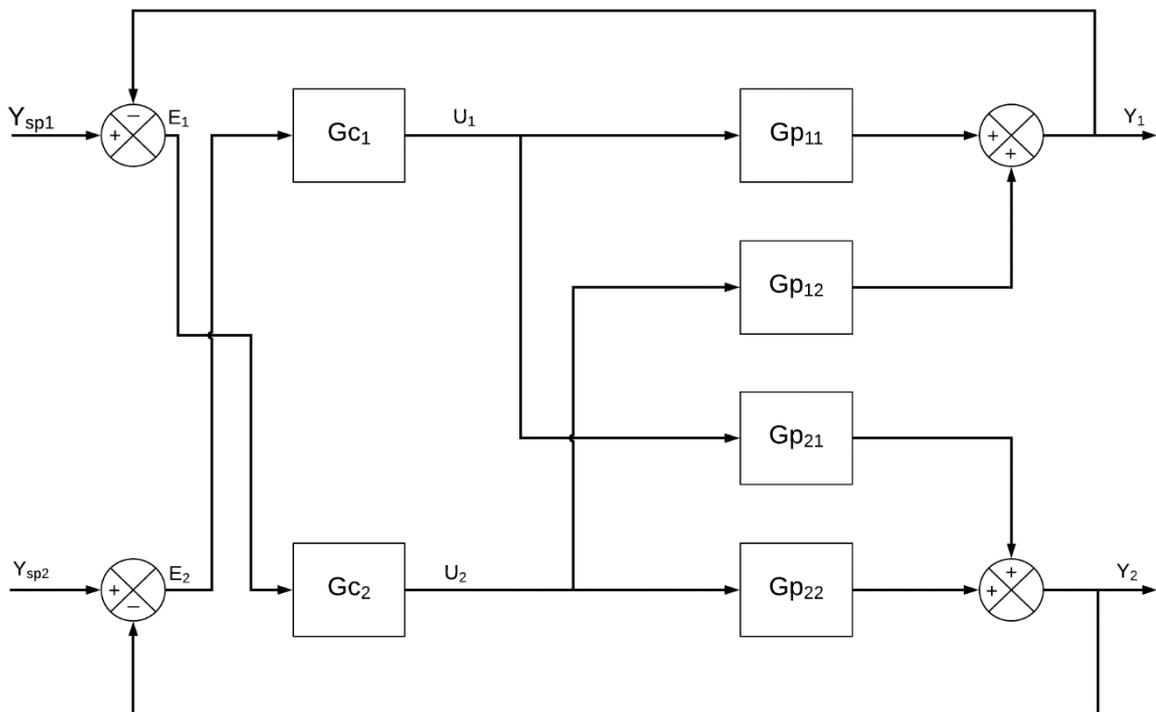
É possível perceber pelos diagramas que existem interações indesejadas entre as malhas. Considerando o esquema 1-1/2-2, por exemplo, se é alterado o *set-point* para a variável Y_1 , G_{c1} irá realizar uma ação de controle para U_1 de forma a Y_1 atingir o valor desejado, mas a alteração de U_1 também irá afetar a variável controlada Y_2 através da função de transferência G_{p21} . Com esta alteração de Y_2 , o

FIGURA 4.2 - DIAGRAMA DE BLOCOS DE UM SISTEMA DE CONTROLE 2X2 COM CONFIGURAÇÃO 1-1/2-2



FONTE: Adaptado de SEBORG, EDGAR e MELLICHAMP (2004)

FIGURA 4.3 - DIAGRAMA DE BLOCOS DE UM SISTEMA DE CONTROLE 2X2 COM CONFIGURAÇÃO 1-2/2-1



FONTE: Adaptado de SEBORG, EDGAR e MELLICHAMP (2004)

controlador Gc_2 irá gerar uma ação de controle para U_2 , com o objetivo de trazer Y_2 novamente para o seu *set-point*, mas isso afetará Y_1 também, através da função de transferência Gp_{12} . As ações dos controladores irão ocorrer simultaneamente até o sistema atingir um novo estado estacionário. Estas interações entre as malhas podem causar dois problemas principais, controles multivariáveis com *loops* fechados podem se tornar instáveis facilmente e o controlador se torna mais difícil de sintonizar.

A seguir será apresentado o desenvolvimento matemático para obter as equações das malhas de controle TITO, considerando a configuração 1-1/2-2, que será usada neste trabalho. As seguintes funções de transferência da malha descrevem o comportamento dinâmico de cada variável controlada, onde o subíndice SP indica o *set-point* e $\Delta(s)$ é a equação característica da malha.

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_{11}(s) & \Gamma_{12}(s) \\ \Gamma_{21}(s) & \Gamma_{22}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_{1-SP}(s) \\ Y_{2-SP}(s) \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{11}(s) &= \frac{Gc_1(s) \cdot Gp_{11}(s) + \Psi(s)}{\Delta(s)} \\ \Gamma_{12}(s) &= \frac{Gc_2(s) \cdot Gp_{12}(s)}{\Delta(s)} \\ \Gamma_{21}(s) &= \frac{Gc_1(s) \cdot Gp_{21}(s)}{\Delta(s)} \\ \Gamma_{22}(s) &= \frac{Gc_2(s) \cdot Gp_{22}(s) + \Psi(s)}{\Delta(s)} \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} \Psi(s) &= Gc_1(s) \cdot Gc_2(s) \cdot [Gp_{11}(s) \cdot Gp_{22}(s) - Gp_{12}(s) \cdot Gp_{21}(s)] \\ \Delta(s) &= [1 + Gc_1(s) \cdot Gp_{11}(s)] \cdot [1 + Gc_2(s) \cdot Gp_{22}(s)] - \\ &\quad [Gc_1(s) \cdot Gc_2(s) \cdot Gp_{12}(s) \cdot Gp_{21}(s)] \end{aligned}$$

O comportamento dinâmico de cada variável manipulada é representado pelas seguintes funções de transferência:

$$\begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Lambda_{11}(s) & \Lambda_{12}(s) \\ \Lambda_{21}(s) & \Lambda_{22}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_{1-SP}(s) \\ Y_{2-SP}(s) \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$\begin{aligned}
\Lambda_{11}(s) &= \frac{Gc_1(s) \cdot [1 + Gp_{22}(s) \cdot Gc_2(s)]}{\Delta(s)} \\
\Lambda_{12}(s) &= \frac{-Gc_1(s) \cdot Gc_2(s) \cdot Gp_{12}(s)}{\Delta(s)} \\
\Lambda_{21}(s) &= \frac{-Gc_1(s) \cdot Gc_2(s) \cdot Gp_{21}(s)}{\Delta(s)} \\
\Lambda_{22}(s) &= \frac{Gc_2(s) \cdot [1 + Gp_{11}(s) \cdot Gc_1(s)]}{\Delta(s)}
\end{aligned} \tag{4.27}$$

4.4. DESACOPLADOR

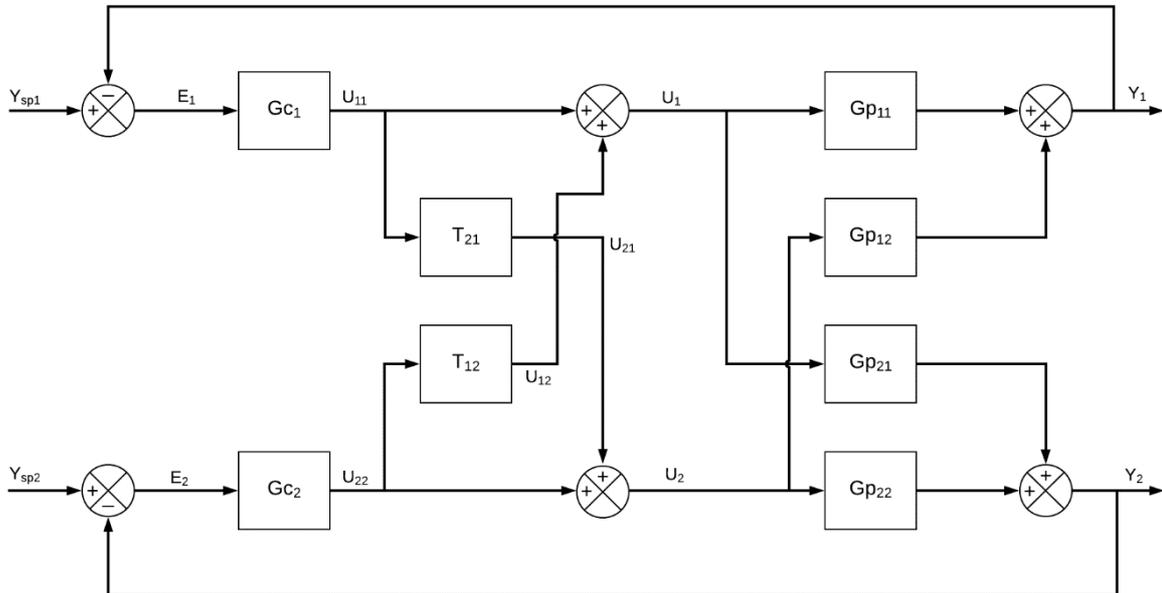
Uma abordagem para reduzir a interação no controle multivariável é a adição de desacopladores em sistemas convencionais de controle *multiloop*. O principal benefício que os desacopladores proporcionam é que a mudança de *set-point* de uma variável controlada idealmente não tem efeito em outras variáveis controladas, aumentando a estabilidade do sistema, pois dependerá apenas da estabilidade de cada malha individualmente. Na prática, esse benefício não é totalmente alcançado pois os desacopladores são baseados em modelos de processo que contêm imprecisões e podem não ser fisicamente realizáveis (LI; CHEN, 2014)

Para os sistemas em estudo, compostos por duas variáveis controladas e manipuladas com o pareamento 1-1/2-2, o diagrama de blocos do controle com desacoplamento é mostrado na Figura 4.4.

O sistema passa a ter quatro controladores, dois controladores feedback, Gc_1 e Gc_2 , e os dois desacopladores T_{12} e T_{21} . O sinal de entrada de cada desacoplador é o sinal de saída de um dos controladores feedback. O desacoplador ideal é projetado para compensar as interações indesejadas entre as variáveis.

O desacoplador pode ser considerando um controlador *feedforward*, mas o sinal de entrada é uma variável manipulada e não um distúrbio. Caso as expressões obtidas para os desacopladores não sejam fisicamente realizáveis, algumas simplificações podem ser feitas.

FIGURA 4.4 - DIAGRAMA DE BLOCOS DE UM SISTEMA DE CONTROLE 2X2 DESACOPLADO COM CONFIGURAÇÃO 1-1/2-2



FONTE: Adaptado de SEBORG, EDGAR e MELLICHAMP (2004)

O desacoplador T_{21} tem a função de cancelar a resposta da função de transferência G_{p21} , que fornece uma interação indesejada entre U_1 e Y_2 . Dessa forma tem-se que (SEBORG; EDGAR; MELLICHAMP, 2004):

$$G_{p21} \cdot U_{11} + G_{p22} \cdot U_{21} = 0 \quad (4.28)$$

Sabendo que U_{21} é a resposta do desacoplador T_{21} , pode-se obter a equação do desacoplamento ideal para T_{21} :

$$G_{p21} \cdot U_{11} + G_{p22} \cdot T_{21} \cdot U_{11} = 0 \quad (4.29)$$

$$(G_{p21} + G_{p22} \cdot T_{21}) \cdot U_{11} = 0 \quad (4.30)$$

$$T_{21} = -\frac{G_{p21}}{G_{p22}} \quad (4.31)$$

Da mesma forma pode-se obter a expressão para T_{12} , considerando que seu objetivo é cancelar as interações entre U_2 e Y_1 :

$$G_{p12} \cdot U_{22} + G_{p11} \cdot U_{12} = 0 \quad (4.32)$$

$$(G_{p12} + G_{p11} \cdot T_{12}) \cdot U_{22} = 0 \quad (4.33)$$

$$T_{12} = -\frac{G_{p12}}{G_{p11}} \quad (4.34)$$

Para obter as funções de transferência das variáveis do sistema de controle em função das mudanças de *set-point* são utilizadas as mesmas expressões desenvolvidas na seção 4.3, mas as funções de transferência do processo G_{p11} , G_{p12} , G_{p21} e G_{p22} devem ser substituídas, respectivamente, pelas seguintes funções com desacoplamento:

$$D_{11} = G_{p11} + G_{p12} \cdot T_{21} \quad (4.35)$$

$$D_{12} = G_{p12} + G_{p11} \cdot T_{12} \quad (4.36)$$

$$D_{21} = G_{p21} + G_{p22} \cdot T_{21} \quad (4.37)$$

$$D_{22} = G_{p22} + G_{p21} \cdot T_{12} \quad (4.38)$$

4.5. SISTEMAS DE APLICAÇÃO

Para o estudo do controle multivariável, foram utilizados dois sistemas como base, o primeiro com funções de transferência de ordem inteira e o segundo com funções de transferência de ordem fracionária.

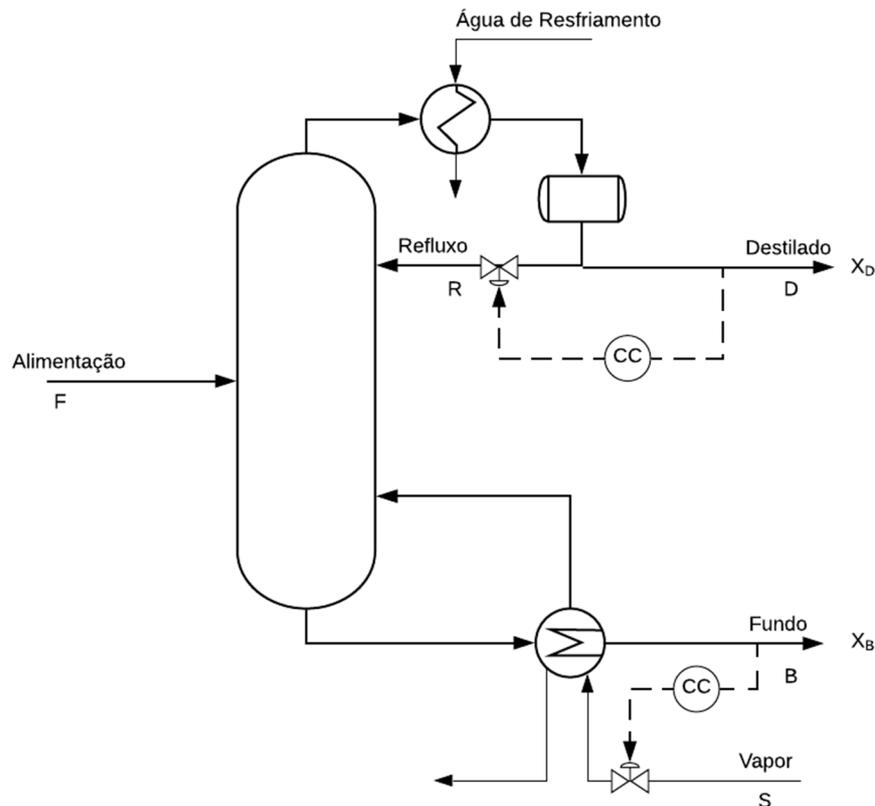
4.5.1. Wood e Berry (1973)

O primeiro sistema trabalhado é o modelo de coluna de destilação reportada por Wood e Berry (1973), onde as composições de saída do topo e do fundo são controladas pela alteração das vazões de refluxo e vapor, respectivamente. O controle simultâneo da composição de topo e de fundo em uma coluna de destilação binária muitas vezes se revela particularmente difícil devido ao acoplamento inerente ao processo. A interação entre cada variável manipulada e controlada é representada por uma equação de primeira ordem com tempo morto, como mostrado na Equação 4.39:

$$\begin{bmatrix} X_D(s) \\ X_B(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12,8 \cdot e^{-s}}{16,7 \cdot s + 1} & \frac{-18,9 \cdot e^{-3s}}{21 \cdot s + 1} \\ \frac{6,6 \cdot e^{-7s}}{10,9 \cdot s + 1} & \frac{-19,4 \cdot e^{-3s}}{14,4 \cdot s + 1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R(s) \\ S(s) \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

A Figura 4.5 apresenta um esquema da coluna de destilação e a Tabela 4.3 mostra os dados do estado estacionário da coluna relatados por Wood e Berry (1973). X_D é a composição de metanol do destilado; X_B é a composição de metanol do produto de fundo da coluna de destilação; R é a vazão de refluxo; S é a vazão de vapor; D é a vazão do destilado; B é vazão do produto de fundo.

FIGURA 4.5 - ESQUEMA DE CONTROLE DE COLUNA DE DESTILAÇÃO



FONTE: Adaptado de WOOD E BERRY (1973)

TABELA 4.3 - DADOS DO ESTADOS ESTACIONÁRIO

Corrente	Vazão (lb/min)	Composição (% de metanol)
Topo (D)	1,18	96
Refluxo (R)	1,95	96
Fundo (B)	1,27	0,5
Alimentação (F)	2,45	46,5
Vapor (S)	1,71	-

FONTE: Adaptado de WOOD E BERRY (1973)

4.5.2. Li e Chen (2015)

O segundo sistema considerado para estudo foi o processo multivariável fracionário apresentado por Li e Chen, baseado em um experimento de controle de temperatura em uma placa termo-elétrica. A interação entre cada variável manipulada e controlada é representada por uma equação de ordem fracionária semelhante a uma função de transferência de primeira ordem, conforme mostrado pela Equação 4.40:

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1,2}{2 \cdot s^{0,5} + 1} & \frac{0,6}{3 \cdot s^{0,7} + 1} \\ \frac{0,5}{s^{0,8} + 1} & \frac{1,5}{3 \cdot s^{0,6} + 1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

4.6. CRITÉRIOS DE DESEMPENHO DA MALHA DE CONTROLE

Um controle *feedback* ideal garante que o sistema com *loop* fechado tenha características dinâmicas e estacionárias adequadas. Para avaliar o desempenho de um sistema de controle diversos critérios são considerados, conforme listado a seguir (ISFER et al, 2010).

- A malha de controle deve ser estável;
- Os efeitos de distúrbios devem ser minimizados, ou seja, a malha deve ter boa rejeição de distúrbios;
- A malha deve ter respostas rápidas e suaves para mudanças *de set-point*, ou seja, bom rastreamento de *set-point*;
- A diferença entre estado estacionário e *set-point* (*offset*) deve ser eliminada;
- Deve-se evitar ação excessiva do controlador, evitando desgaste do atuador;
- O sistema de controle deve ser robusto, ou seja, ser insensível a mudanças de condições do processo e a imprecisões no modelo de processo e de medições;

Normalmente não é possível atingir todos estes critérios simultaneamente, pois nem sempre a melhora em um critério representa a melhora dos demais. Por exemplo, se a malha for sintonizada de forma a diminuir o erro, em geral o *overshoot* tende a ser maior. Já diminuição do *overshoot* gera lentidão na malha, tendo um maior tempo de estabilização. Desta forma, ao definir qual a melhor sintonia para a malha é importante definir quais critérios serão considerados, ou deve-se tentar encontrar um resultado de forma a balancear desempenho e robustez e ter o melhor resultado operacional.

Os principais critérios levados em consideração neste estudo são a minimização da soma dos erros através do Integral do Erro ao Quadrado (ISE), que penaliza erros grandes e a Integral do Erro Absoluto Ponderado pelo Tempo (ITAE), que penaliza erros que persistem por longos períodos de tempo. As equações para o cálculo dos índices são apresentadas abaixo, onde o termo $e(t)$ representa a diferença entre o *set-point* e a variável medida (ISFER et al, 2010).

$$\text{ISE} = \int_0^{\infty} e(t)^2 dt \quad (4.40)$$

$$\text{ITAE} = \int_0^{\infty} t \cdot |e(t)| dt \quad (4.41)$$

Além disso, o tempo de estabilização (T_s) foi considerado como o tempo em que o valor da variável controlada não oscilou mais de 1% em torno do *set-point*. É importante observar que as variáveis devem sempre atender limitações físicas e operacionais e o controlador não pode enviar uma ação de controle que gere uma saturação do atuador, ou seja, um comando para a válvula que resulte em uma abertura maior do que para a máxima para qual ela foi projetada. Por último, foram priorizadas sintonias que gerassem uma menor oscilação das variáveis, ou seja, menores ações de controle e movimentações de atuadores.

4.7. ALGORITMOS GENÉTICOS

Os algoritmos genéticos são métodos de otimização não determinísticos que trabalham com um conjunto de soluções chamado população, em que cada membro da população é chamado de indivíduo. É criada uma população inicial e em cada iteração essa população é modificada através da substituição de um ou mais

indivíduos por soluções novas que são criadas pela combinação (cruzamento ou *crossover*) de dois indivíduos ou pela mutação de um indivíduo. Este procedimento é chamado de método populacional e é baseado no processo biológico de seleção natural e hereditariedade (EDGAR; HIMMELBLAU; LASDON, 2001).

A população inicial deve ser diversificada, os elementos são geralmente gerados aleatoriamente usando uma distribuição uniforme sobre as possíveis soluções. O cruzamento é aplicado em todas as iterações de forma a substituir alguns elementos de uma solução pai com elementos de outras. Estas partes podem ser aleatórias ou em função de uma distribuição de probabilidade. A mutação ocorre com menor frequência e promove a alteração estrutural das soluções para manter a diversidade e evitar uma convergência prematura do processo evolutivo. Em cada iteração é feita a seleção das soluções mais aptas para formar a nova população de acordo com a qualidade e diversidade das soluções (RUSSELL; NORVIG, 2010).

O algoritmo genético foi selecionado como método de otimização da sintonia das malhas de controle para este estudo, pois ele tende a evitar que a solução fique restrita a um mínimo local devido sua ampla região de busca, é um método que apresenta boas soluções, sem demandar cálculos de derivadas da função objetivo (RUSSELL; NORVIG, 2010). O algoritmo utilizado para implementação do método foi baseado no algoritmo desenvolvido por Gomes *et al* (2013) e é apresentado a seguir:

1 – Definição de Parâmetros

Passo 1: Definir o número de indivíduos N em cada geração (cada indivíduo é formado por 6 parâmetros $K_{c1}, \tau_{I1}, \lambda_1, K_{c2}, \tau_{I2}, \lambda_2$).

Passo 2: Definir a quantidade de gerações M .

Passo 3: Definir a probabilidade de cruzamento ($PCRUZA$), a probabilidade de mutação ($PMUTA$) e o parâmetro do sinal da mutação ($PSINAL$).

Passo 4: Definir o valor inicial ($VARo$) e o alcance (*range*) ($RVAR$) de cada parâmetro, limitando a busca entre o valor inicial e o valor inicial somado com o alcance da variável.

2 – Cálculo da Geração Inicial (m=1)

Passo 5: Escolher a população inicial (N conjuntos compostos pelos 6 parâmetros).

Passo 6: Calcular a função objetivo para cada indivíduo.

3 - Cálculo das demais Gerações ($m=2,\dots,M$)

Cálculo do indivíduo n na geração m

CRUZAMENTO

Passo 7: Sortear um número aleatório A entre 0 e 1.

Passo 8: Sortear 2 indivíduos da geração anterior.

Passo 9: Se $A < PCRUZA$ então fazer o cruzamento.

Passo 9.1: O indivíduo n da nova geração é formado pela média aritmética cada parâmetro dos indivíduos sorteados no Passo 8.

Passo 10: Se $A \geq PCRUZA$ então NÃO fazer o cruzamento.

Passo 10.1: O indivíduo n da nova geração é formado pelos parâmetros do indivíduo sorteado no Passo 8 que possui o menor valor da função objetivo.

MUTAÇÃO

Passo 11: Sortear um número aleatório B entre 0 e 1.

Passo 12: Se $B < PMUTA$ então fazer a mutação.

Passo 12.1: Sortear um número aleatório C entre 0 e 1.

Passo 12.2: Se $C < PSINAL$ o indivíduo n é formado pelos parâmetros do indivíduo após o cruzamento decrescidos de 5% de seu valor.

Passo 12.3: Se $C \geq PSINAL$ o indivíduo n é formado pelos parâmetros do indivíduo após o cruzamento acrescidos de 5% de seu valor.

Passo 13: Se $B > PMUTA$ então NÃO fazer a mutação.

Passo 13.1: O indivíduo n da nova geração é formado pelos indivíduo resultante do cruzamento.

Passo 14: Calcular o valor da função objetivo para o novo indivíduo.

Passo 15: $n = n + 1$.

Passo 16: Se $n \leq N$, então ir para o passo 7 (ainda não foram obtidos todos os indivíduos da geração m).

Passo 17: Se $n > N$, então $m = m + 1$.

Passo 17.1: Se $m \leq M$ então ir para o passo 7 (foram obtidos todos os indivíduos da geração m , deve-se iniciar o cálculo da geração $m+1$).

Passo 17.2: Se $m > M \rightarrow$ **FINALIZAR A ESTIMAÇÃO.**

A técnica de algoritmos genéticos depende da quantidade de indivíduos existente em cada geração de população. Se houver poucos indivíduos, o algoritmo genético terá poucas possibilidades de realizar cruzamentos e somente uma pequena parte do espaço de soluções será explorada. Por outro lado, um número elevado de indivíduos exige um esforço computacional maior. Após determinado limite, mesmo que ocorra o aumento do número de indivíduos e gerações não ocorre melhorias na obtenção dos resultados e o algoritmo se torna muito lento, então a recomendação é que se trabalhe com tamanhos moderados de população (RUSSELL; NORVIG, 2010).

5. RESULTADOS

5.1. VALIDAÇÃO DO MÉTODO NUMÉRICO PARA INVERSA DE LAPLACE

Primeiramente é necessário validar qual método numérico é mais adequado para a realizar inversa de Laplace para as funções de transferência dos sistemas de controle a serem estudados, tanto de ordem inteira quanto fracionária. Para isso, foram simulados diferentes exemplos de processos e sistemas de controle utilizando ambos os métodos de Zakian e de aproximação por Transformada de Fourier e comparados com a resposta analítica. Na sequência serão apresentados para cada exemplo as funções de transferência no domínio Laplace, a equação inversa analítica que representa o comportamento das variáveis controladas, os dados utilizados na simulação e os gráficos resultantes da simulação para ambos os métodos (a e b). Abaixo dos gráficos das simulações é mostrado o histograma do erro residual do método aplicado em relação ao resultado analítico (c e d). O software Matlab® foi utilizado para realizar todas simulações deste estudo.

O primeiro exemplo foi utilizado para otimizar os parâmetros para o método de aproximação por Transformada de Fourier para fornecer os melhores resultados possíveis. Nas simulações realizadas para os exemplos apresentados a seguir foram utilizados entre 1000 e 2000 termos no somatório, erros (E) inferiores a 10^{-5} e também σ_o igual a 0,001 e T igual a 100. Para o método de Zakian só foi possível utilizar 5 termos devido a disponibilidade das constantes tabeladas.

Exemplo 1: Resposta ao degrau unitário para processo de ordem inteira com tempo morto.

Função de Transferência:

$$Y(s) = \left(\frac{K_p \cdot e^{-\theta s}}{\tau_p \cdot s + 1} \right) \cdot \left(\frac{1}{s} \right) \quad (5.1)$$

Equação Inversa Analítica:

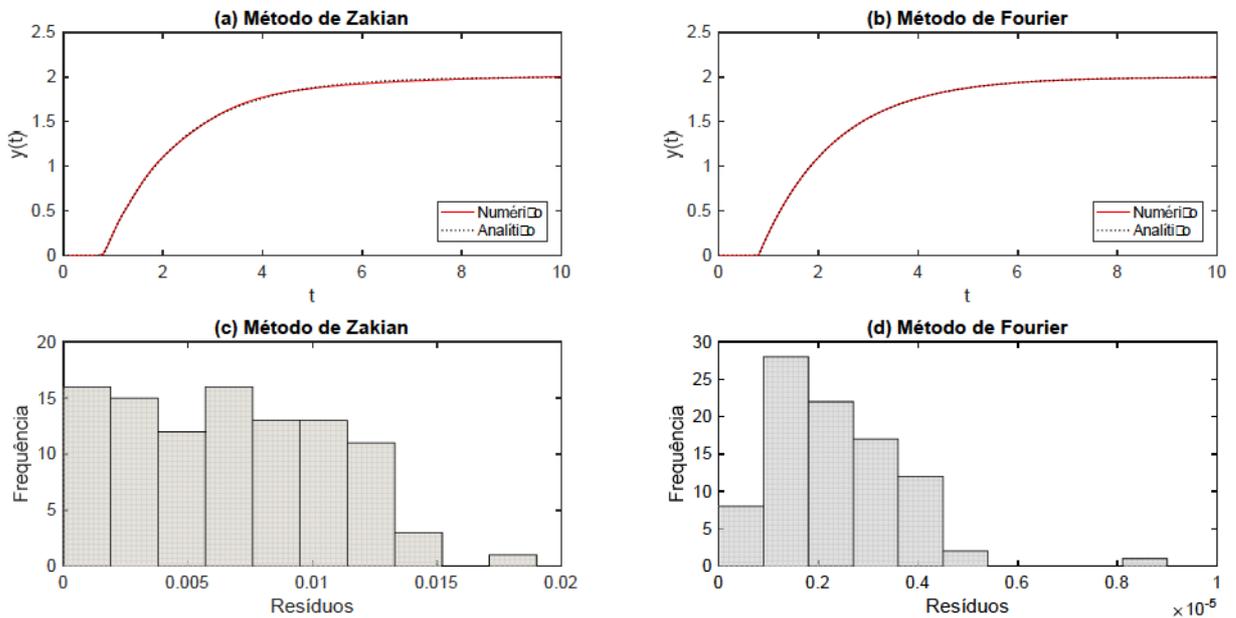
$$y(t) = \begin{cases} 0 & t < \theta \\ K_p \cdot \left(1 - e^{-\frac{-(t-\theta)}{\tau_p}} \right) & t \geq \theta \end{cases} \quad (5.2)$$

Dados:

$$K_p=2; \tau_p=1,5; \theta=0,8;$$

Resultado Simulação:

FIGURA 5.1 - COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS NUMÉRICOS E ANALÍTICO PARA PROCESSO DE ORDEM INTEIRA COM TEMPO MORTO



FONTE: A autora (2018)

Exemplo 2: Resposta ao degrau unitário para processo de ordem inteira com tempo morto e controlador P.

Função de Transferência:

$$\frac{Y(s)}{y_{sp}} = \frac{G_p \cdot G_c}{1 + G_p \cdot G_c} \quad (5.3)$$

$$G_p(s) = \frac{K_p \cdot e^{-\theta s}}{\tau_p \cdot s + 1} \quad G_c(s) = K_c$$

$$Y(s) = \left(\frac{K_c \cdot K_p \cdot e^{-\theta s}}{\tau_p \cdot s + 1 + K_c \cdot K_p \cdot e^{-\theta s}} \right) \cdot \left(\frac{1}{s} \right) \quad (5.4)$$

Substituindo o termo $e^{-\theta s}$ pela aproximação de Padé:

$$Y(s) = \left(\frac{K_c \cdot K_p \cdot e^{-\theta s}}{\tau_p \cdot s + 1 + K_c \cdot K_p \cdot \frac{(2 - \theta \cdot s)}{(2 + \theta \cdot s)}} \right) \cdot \left(\frac{1}{s} \right) \quad (5.5)$$

Equação Inversa Analítica:

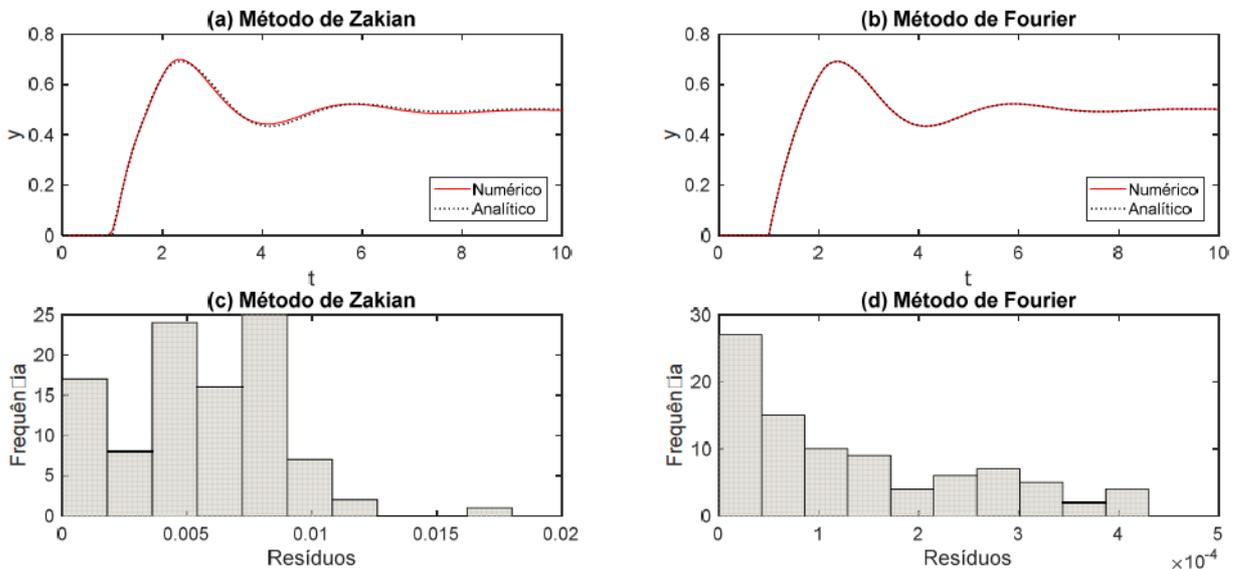
$$y(t) = \frac{1}{K_p \cdot K_c + 1} \left[\begin{array}{l} 0 \quad t < \theta \\ \frac{\sinh\left(\frac{(t-\theta)}{2 \cdot \tau_p \cdot \theta} \cdot \sqrt{K_p \cdot K_c \cdot \theta (K_p \cdot K_c \cdot \theta - 2 \cdot \theta - 12 \cdot \tau_p)} + (\theta - 2 \cdot \tau_p)^2\right)}{\sqrt{K_p \cdot K_c \cdot \theta (K_p \cdot K_c \cdot \theta - 2 \cdot \theta - 12 \cdot \tau_p)} + (\theta - 2 \cdot \tau_p)^2} \cdot K_p \cdot K_c \cdot (3 \cdot K_p \cdot K_c \cdot \theta + \theta - 2 \cdot \tau_p) \cdot e^{\frac{(K_p \cdot K_c - 1)(t-\theta)}{2 \cdot \tau_p} - \frac{(t-\theta)}{\theta}} \\ + \\ 1 - \cosh\left(\frac{(t-\theta)}{\tau_p \cdot \theta} \cdot \sqrt{K_p \cdot K_c \cdot \theta (K_p \cdot K_c \cdot \theta - 2 \cdot \theta - 12 \cdot \tau_p)} + (\theta - 2 \cdot \tau_p)^2\right) \cdot K_p \cdot K_c \cdot e^{\frac{(K_p \cdot K_c - 1)(t-\theta)}{2 \cdot \tau_p} - \frac{(t-\theta)}{\theta}} \end{array} \right] \quad t \geq \theta \quad (5.6)$$

Dados:

$$K_p=1; \tau_p=1; \theta=1; K_c=1;$$

Resultado Simulação:

FIGURA 5.2 - COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS NUMÉRICOS E ANALÍTICO PARA PROCESSO DE ORDEM INTEIRA COM TEMPO MORTO E CONTROLADOR P



FONTE: A autora (2018)

Exemplo 3: Resposta ao degrau unitário para processo de ordem fracionária

Função de Transferência:

$$Y(s) = \left(\frac{K_p}{\tau_p \cdot s^\alpha + 1} \right) \cdot \left(\frac{1}{s} \right) \quad (5.7)$$

Equação Inversa Analítica:

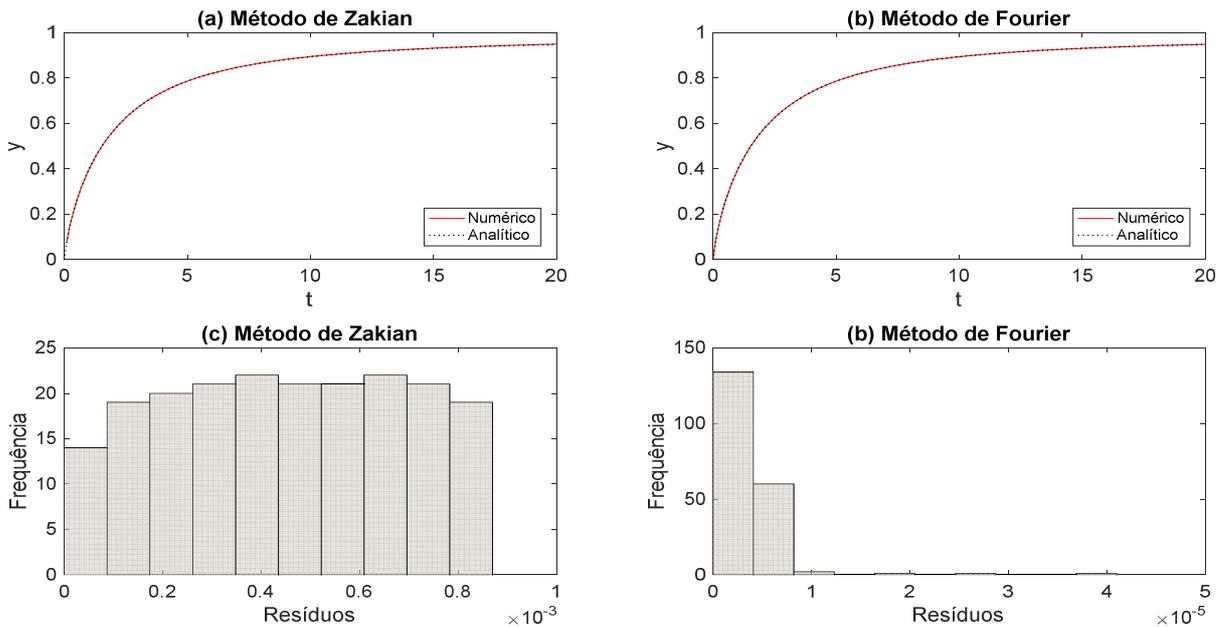
$$y(t) = \frac{K_p}{\tau_p} \cdot \varepsilon_o \left(t, \frac{-1}{\tau_p}; \alpha, \alpha + 1 \right) \quad (5.8)$$

Dados:

$$K_p=1; \tau_p=2; \alpha=0,8;$$

Resultado Simulação:

FIGURA 5.3 - COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS NUMÉRICOS E ANALÍTICO PARA PROCESSO DE ORDEM FRACIONÁRIA



FONTE: A autora (2018)

Exemplo 4: Resposta ao degrau unitário para processo de ordem fracionária e controlador PI^λ

Função de Transferência:

$$Y(s) = \frac{G_p \cdot G_c}{1 + G_p \cdot G_c} \cdot y_{sp} \quad (5.9)$$

$$G_p(s) = \frac{1}{A \cdot s^\alpha + B} \quad G_c(s) = K_c \cdot \left(1 + \frac{1}{\tau_I \cdot s^\lambda} \right)$$

$$Y(s) = K_c \cdot \left(\frac{1}{a \cdot s^{\lambda+\alpha} + b \cdot s^\lambda + c} + \frac{\tau_I s^\lambda}{a \cdot s^{\lambda+\alpha} + b \cdot s^\lambda + c} \right) \cdot \left(\frac{1}{s} \right) \quad (5.10)$$

$$a = A \cdot \tau_I; b = (B + K_c) \cdot \tau_I; c = K_c$$

Equação Inversa Analítica:

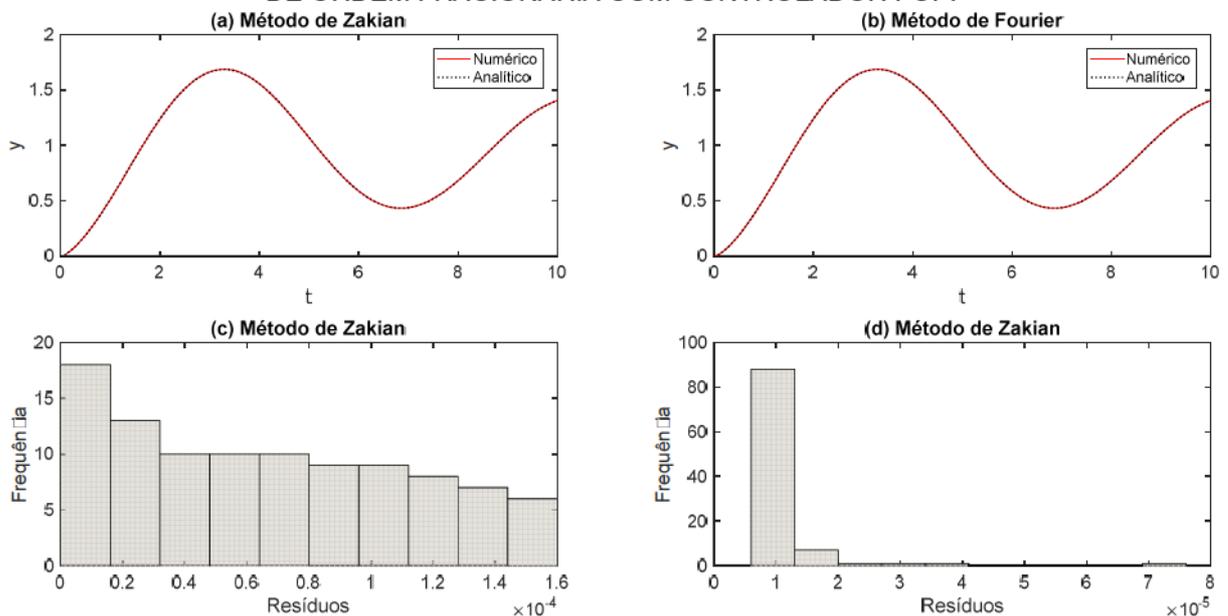
$$y(t) = \frac{K_c}{a} \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \cdot \left(\frac{c}{a} \right)^k \cdot \left[\varepsilon_k \left(t, \frac{-b}{a}; \alpha, \alpha + \lambda + \lambda \cdot k + 1 \right) + \tau_I \cdot \varepsilon_k \left(t, \frac{-b}{a}; \alpha, \alpha + \lambda \cdot k + 1 \right) \right] \quad (5.11)$$

Dados (ISFER, 2009):

$$A=8,929; B=1,273; \alpha=1,388; K_c=5; \tau_p=1; \lambda=1,1;$$

Resultado Simulação:

FIGURA 5.4 - COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS NUMÉRICOS E ANALÍTICO PARA PROCESSO DE ORDEM FRACIONÁRIA COM CONTROLADOR FOPI



FONTE: A autora (2018)

Exemplo 5: Processo multivariável de ordem inteira com controle PI *multiloop*

Para o sistema multivariável foi simulado o sistema em estudo de Wood e Berry (1973) conforme a Equação 4.40 apresentada na seção 4.5 e controlador *multiloop* PI de ordem inteira (Equações 5.12 e 5.13) com a sintonia apresentada na

Tabela 5.1. A função de transferência do processo é mostrada pelas Equações 4.24 e 4.25. Como a equação inversa analítica deste sistema é de alta complexidade foi utilizado a ferramenta Simulink® para simular o sistema, os dados foram exportados para o Matlab® e utilizados para comparação com os resultados obtidos pelos métodos numéricos em estudo.

$$G_{c1}(s) = K_{c1} + \frac{1}{\tau_{I1} \cdot s} \quad (5.12)$$

$$G_{c2}(s) = K_{c2} + \frac{1}{\tau_{I2} \cdot s} \quad (5.13)$$

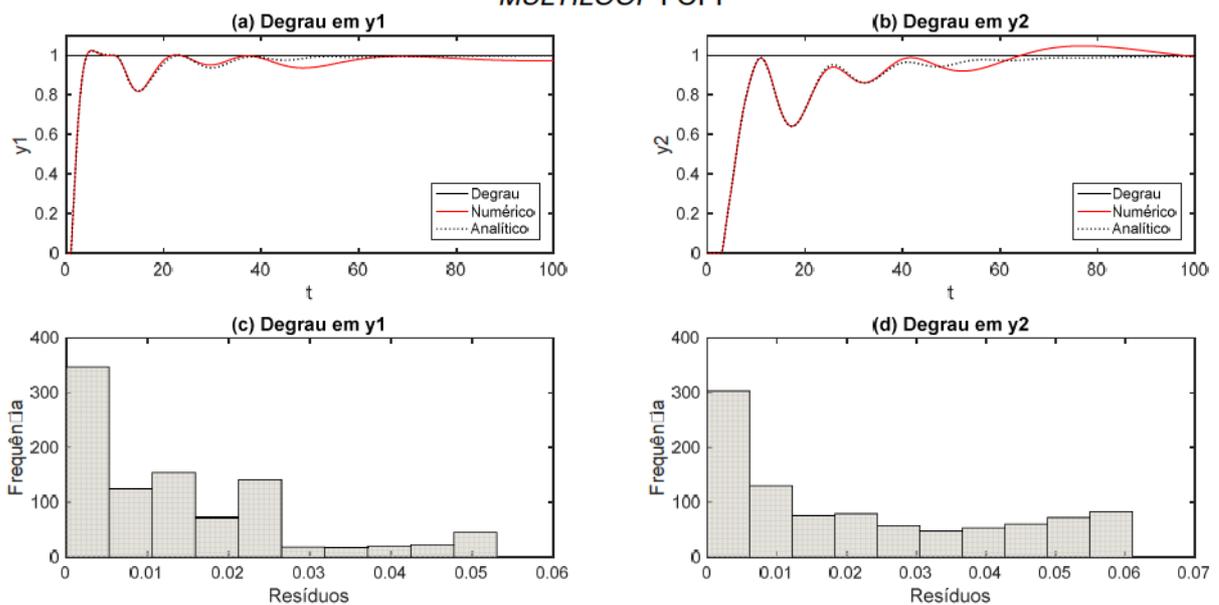
TABELA 5.1 - CONSTANTES DO CONTROLADOR PI

Malha	K_c	τ_I
1	0,604	16,37
2	-0,127	14,46

FONTE: SEBORG, EDGAR e MELLICHAMP (2004)

Exemplo 5.1: Método de Zakian

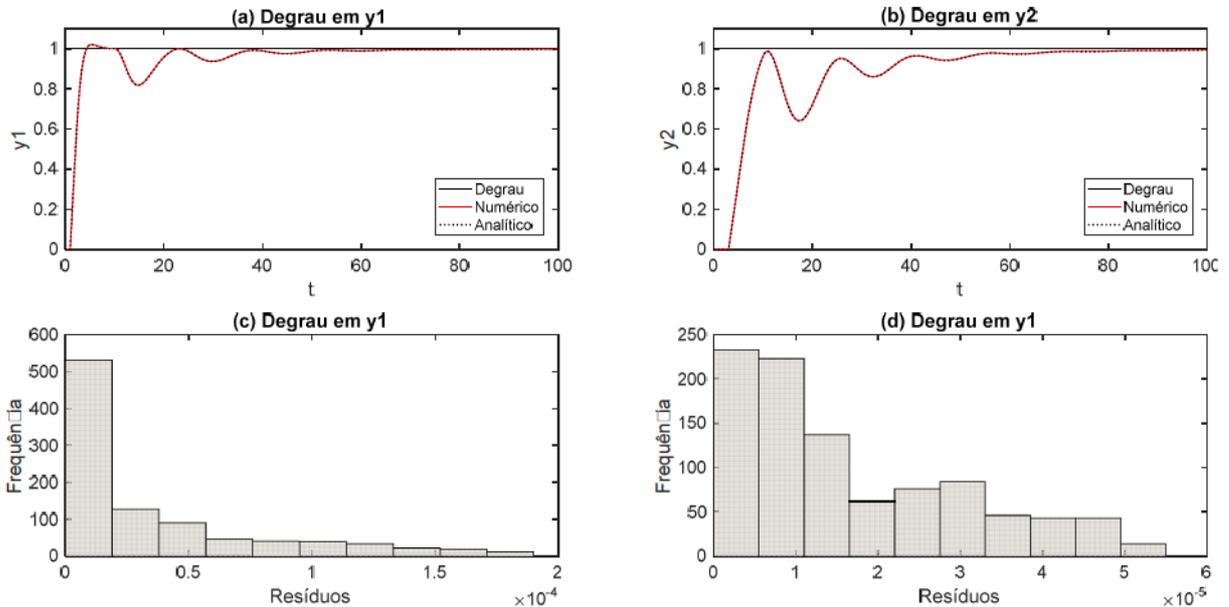
FIGURA 5.5 - COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS DO SIMULINK E MÉTODO NUMÉRICO DE ZAKIAN PARA PROCESSO MULTIVARIÁVEL DE ORDEM INTEIRA COM CONTROLADOR *MULTILOOP FOPI*



FONTE: A autora (2018)

Exemplo 5.2: Método de Transformada de Fourier

FIGURA 5.6 - COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS DO SIMULINK E MÉTODO NUMÉRICO DE FOURIER PARA PROCESSO MULTIVARIÁVEL DE ORDEM INTEIRA COM CONTROLADOR *MULTILOOP FOPI*



FONTE: A autora (2018)

Na Tabela 5.2 são apresentados os erros absolutos e relativos médios dos métodos de Zakian e de Aproximação por Transformada de Fourier para cada exemplo. Para todos exemplos o método de Aproximação de Transformada de Fourier apresentou erros menores, sendo que para o sistema multivariável este método resultou em erros cerca de 100 vezes menores, provavelmente devido a impossibilidade de utilizar um maior número de termos no método de Zakian. O método de Aproximação de Transformada de Fourier foi adotado para realizar a transformada inversa numérica de Laplace para todas simulações deste estudo.

TABELA 5.2 - COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS DE ZAKIAN E DE APROXIMAÇÃO POR TRANSFORMADA DE FOURIER

Exemplo	Método de Zakian		Método de Transformada de Fourier	
	Erro Absoluto	Erro Relativo (%)	Erro Absoluto	Erro Relativo (%)
1	$6,58 \times 10^{-3}$	0,47%	$3,65 \times 10^{-5}$	0,0004%
2	$5,40 \times 10^{-3}$	1,12%	$1,45 \times 10^{-4}$	0,0232%
3	$4,48 \times 10^{-4}$	0,050%	$2,30 \times 10^{-4}$	0,0008%
4	$6,58 \times 10^{-5}$	0,0083%	$1,46 \times 10^{-4}$	0,0065%
5.1	$1,40 \times 10^{-2}$	1,43%	$3,89 \times 10^{-4}$	0,0040%
5.2	$2,14 \times 10^{-2}$	2,25%	$1,76 \times 10^{-5}$	0,0022%

FONTE: A autora (2018)

5.2. SIMULAÇÃO DE CONTROLE MULTIVÁRIAVEL APLICADO AO SISTEMA WOOD E BERRY (1973)

5.2.1. Sintonia do Controlador

Para o sistema de destilação binária de Wood e Berry (1973) foi implementado inicialmente o controle *multiloop*, com dois controladores PI de ordem inteira (Equações 4.24 e 4.25) com objetivo de estudo do sistema e para comparar os resultados do controlador inteiro com o controlador fracionário que será desenvolvido. A sintonia apresentada por Seborg, Edgar e Mellichamp (2004), que utiliza como critério a minimização do ITAE, foi utilizada como base pois representa o melhor resultado entre os parâmetros pesquisados na literatura (LUYBEN, 1986; HUANG; JENG; CHIANG; PAN, 2003; VU; LEE, 2013). Os parâmetros do controlador são apresentados na Tabela 5.1.

A Tabela 5.3 e as Figuras 5.7 e 5.8 mostram os resultados da simulação do sistema, em que T_S é o tempo de estabilização da malha de controle. É importante mencionar que a variável X_D foi pareada com a variável R e a variável X_B foi pareada com a variável S , de acordo com os resultados da abordagem RGA (SEBORG; EDGAR; MELLICHAMP, 2004).

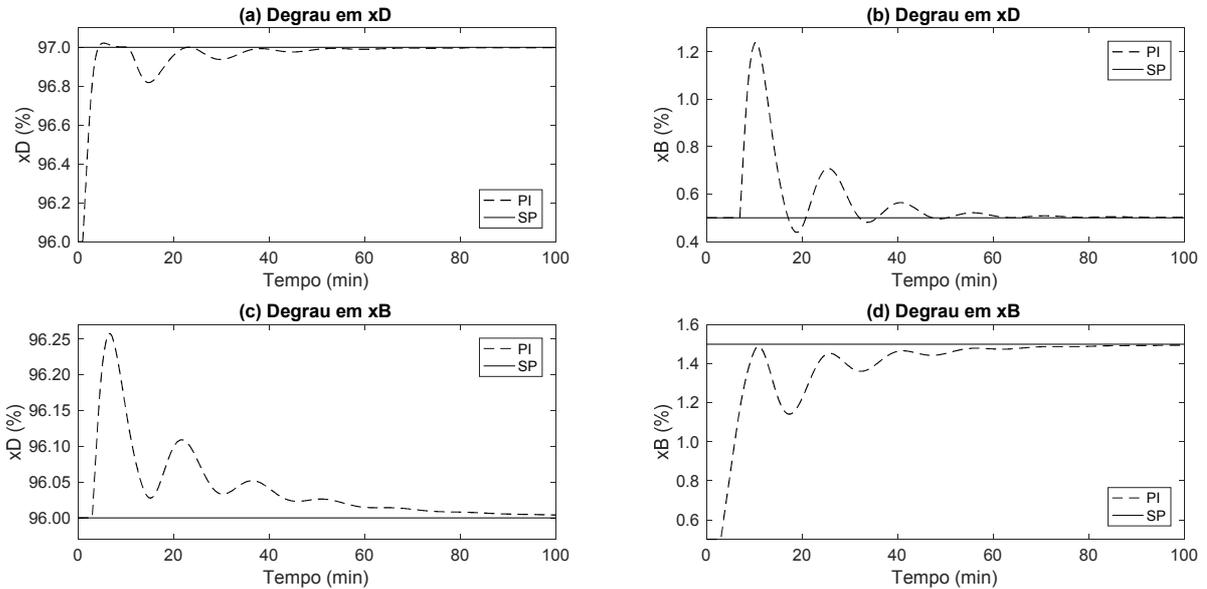
A Figura 5.7a corresponde à aplicação do degrau unitário no *set-point* de X_D , enquanto o *set-point* de X_B é mantido constante, levando ao comportamento mostrado pela Figura 5.7b. Por outro lado, a Figura 5.7d corresponde ao degrau unitário no *set-point* de X_B , enquanto o *set-point* de X_D permanece constante levando ao comportamento mostrado na Figura 5.7c. A Figura 5.8 mostra a resposta das respectivas variáveis manipuladas.

TABELA 5.3 – RESULTADOS DA SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE WOOD E BERRY (1973) COM CONTROLADOR PI *MULTILOOP* DE ORDEM INTEIRA

Malha	Parâmetros			Degrau em X_B			Degrau em X_D		
	K_c	τ_I	λ	ISE	ITAE	T_S (min)	ISE	ITAE	T_S (min)
1	0,604	16,37	1	19,7	611,6	68,3	4,4	1022,9	72,6
2	-0,127	14,46	1	25,4	1230,5	70,5	59,9	1905,4	82,1

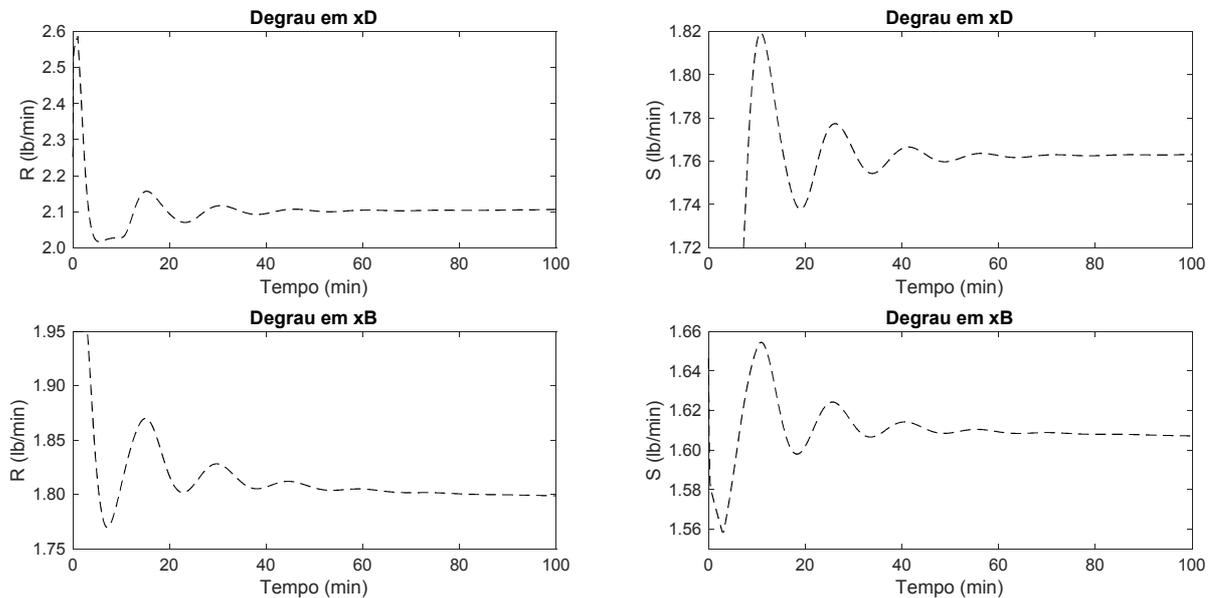
FONTE: A autora (2018)

FIGURA 5.7 – RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE WOOD E BERRY (1973) COM CONTROLADOR PI *MULTILOOP* DE ORDEM INTEIRA PARA VARIÁVEL CONTROLADA



FONTE: A autora (2018)

FIGURA 5.8 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE WOOD E BERRY (1973) COM CONTROLADOR PI *MULTILOOP* DE ORDEM INTEIRA PARA VARIÁVEL MANIPULADA



FONTE: A autora (2018)

Utilizando como partida a sintonia apresentada na Tabela 5.1, realizou-se uma análise de sensibilidade nos parâmetros do controlador fracionário para avaliar a região de estabilidade do sistema e para definir o intervalo de busca dos parâmetros, analisando-se a equação característica da malha de controle

multivariável. Desta forma, definiu-se que os limites de busca pelo algoritmo seriam os valores listados na Tabela 5.4:

TABELA 5.4 – LIMITES DE BUSCA DOS PARÂMETROS DO CONTROLADOR FOPI

Variável	Mínimo	Máximo
K_{c1}	0	1
K_{c2}	-0,2	0
τ_{I1}	5	20
τ_{I2}	5	20
λ_1	0,8	1,3
λ_2	0,8	1,3

FONTE: A autora (2018)

O algoritmo genético foi utilizado para obter conjuntos de parâmetros para os controladores PI fracionários *multiloop* quando aplicado ao sistema multivariável. A probabilidade de cruzamento do algoritmo genético foi definida como 0,8 e a probabilidade de mutação como 0,1, sendo a mutação um valor positivo ou negativo de 5% do valor do parâmetro. O número de gerações foi definido como 200 e o número de indivíduos como 100. As simulações foram realizadas 20 vezes para alcançar um conjunto ótimo de parâmetros de sintonia do controlador.

As funções objetivo do procedimento de sintonia foram definidas usando os critérios ISE e ITAE para dois casos, degrau unitário na composição de topo (1) e degrau unitário na composição de fundo (2). Uma vez que o sistema é multivariável, o objetivo é que todas as variáveis controladas tenham bom desempenho. Desta forma, foi levado em consideração duas funções objetivo principais, cada uma composta por um caso de estudo. O primeiro caso diz respeito a soma dos índices ISE de ambas as variáveis controladas nos casos de alteração do *set-point* da composição de topo e de fundo (FOBJ 1) e o segundo caso é a soma dos índices ITAE para ambas as variáveis controladas (FOBJ 2), conforme as Equações 5.14 e 4.15:

$$\text{FOBJ1} = \text{ISE}_{X_{D,1}} + \text{ISE}_{X_{B,1}} + \text{ISE}_{X_{D,2}} + \text{ISE}_{X_{B,2}} \quad (5.14)$$

$$\text{FOBJ2} = \text{ITAE}_{X_{D,1}} + \text{ITAE}_{X_{B,1}} + \text{ITAE}_{X_{D,2}} + \text{ITAE}_{X_{B,2}} \quad (5.15)$$

Após aplicado o procedimento de otimização foram obtidos diferentes conjuntos de parâmetros com valores mínimos próximos para as funções objetivo, ou seja, foram obtidos mínimos locais similares em termos de função objetivo, mas com comportamentos dinâmicos diferentes. Para escolher qual conjunto de parâmetros de sintonia seria considerado o melhor entre os obtidos, foram avaliados os seguintes critérios em sequência:

- Menor tempo de estabilização (oscilação com amplitude menor ou igual a 1% em torno do estado estacionário);
- Menor oscilação das variáveis controladas e manipuladas (menor número de picos até a estabilização);
- Menores valores de *overshoot*.

A Tabela 5.5 mostra os parâmetros e o desempenho do controlador inteiro e os parâmetros ótimos do controlador FOPI obtidos com base na função objetivo FOBJ 1. A Tabela 5.6 mostra os resultados com base na função objetivo FOBJ 2.

TABELA 5.5 - RESULTADOS PARA SINTONIA COM A FOBJ1 PARA O SISTEMAS DE WOOD E BERRY (1973)

Controlador	Malha	Parâmetros			Degrau em X_D		Degrau em X_B		FOBJ1
		K_c	τ_I	λ	ISE	T_s (min)	ISE	T_s (min)	
PI	1	0,604	16,37	1	19,7	68,3	4,4	72,6	109,5
	2	-0,127	14,46	1	25,4	70,5	59,9	82,1	
FOPI 1	1	0,665	19,07	1,029	19,1	68,1	4,49	56,3	102,6
	2	-0,120	12,42	1,140	25,2	72,0	53,81	86,3	

FONTE: A autora (2018)

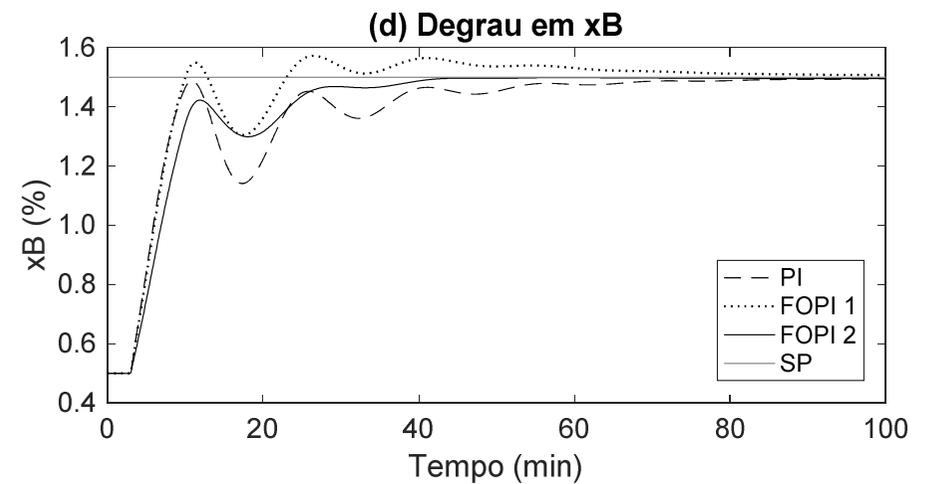
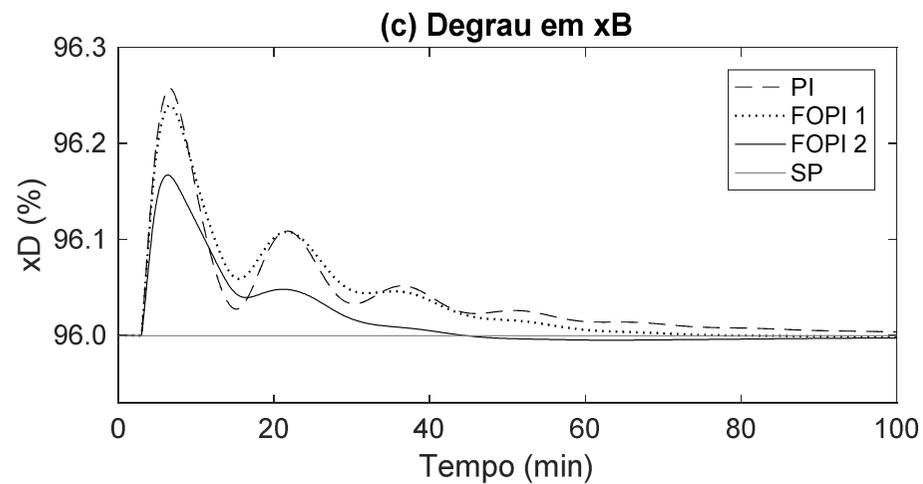
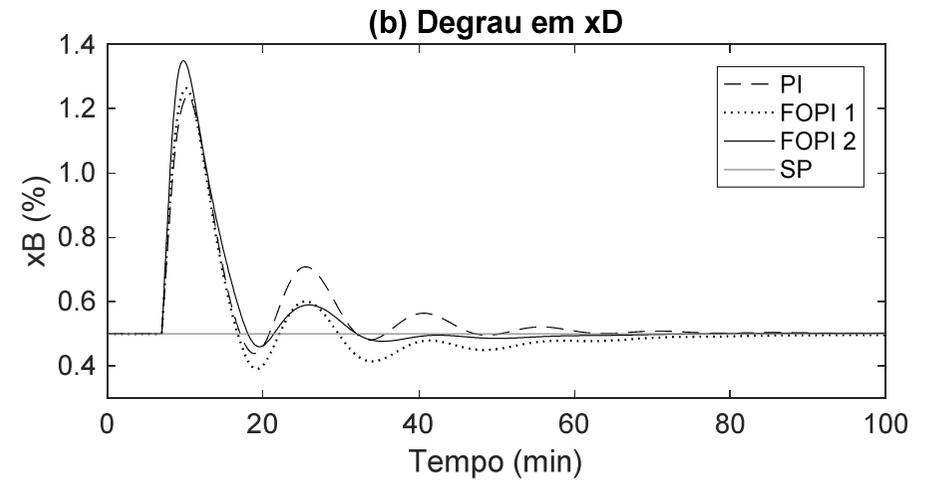
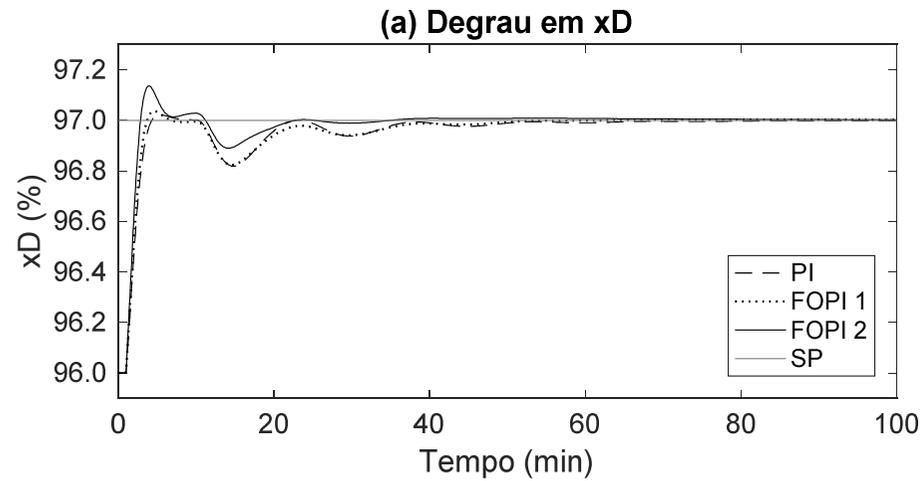
TABELA 5.6 - RESULTADOS PARA SINTONIA COM A FOBJ2 PARA O SISTEMAS DE WOOD E BERRY (1973)

Controlador	Malha	Parâmetros			Degrau em X_D		Degrau em X_B		FOBJ2
		K_c	τ_I	λ	ITAE	T_s (min)	ITAE	T_s (min)	
PI	1	0,604	16,37	1	611,6	68,3	1022,9	72,6	4770,4
	2	-0,127	14,46	1	1230,5	70,5	1905,4	82,1	
FOPI 2	1	0,795	15,67	1,102	372,5	39,5	411,7	58,4	2652,1
	2	-0,085	7,07	0,974	920,4	54,7	947,6	48,1	

FONTE: A autora (2018)

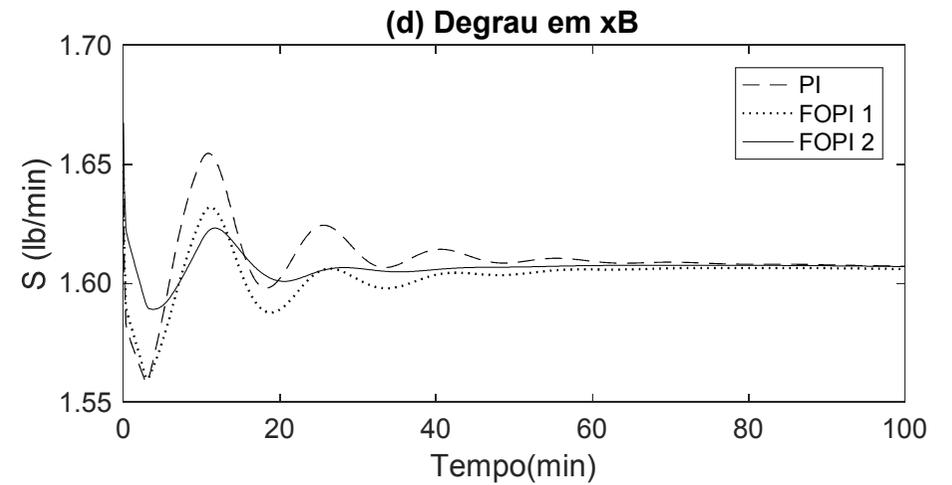
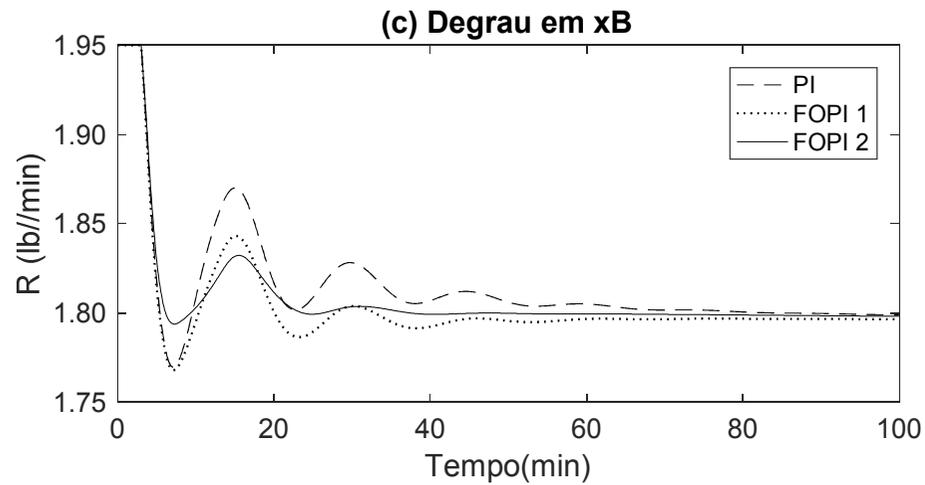
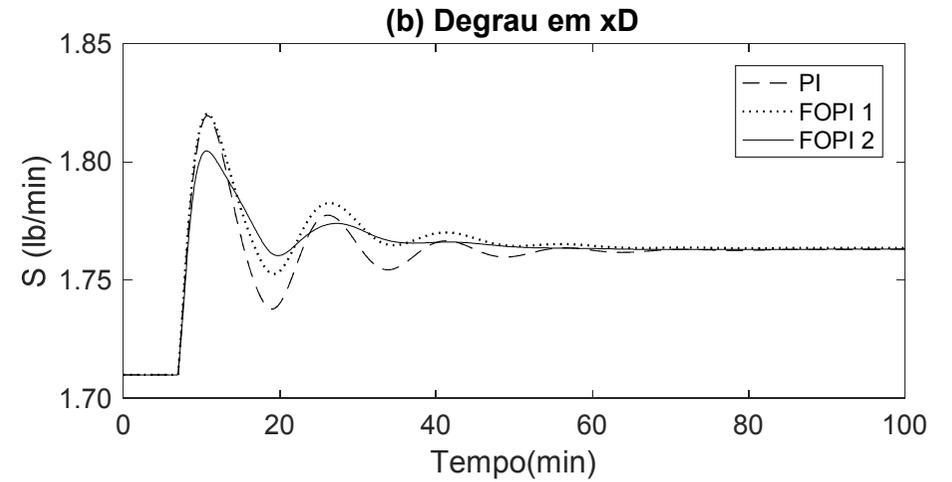
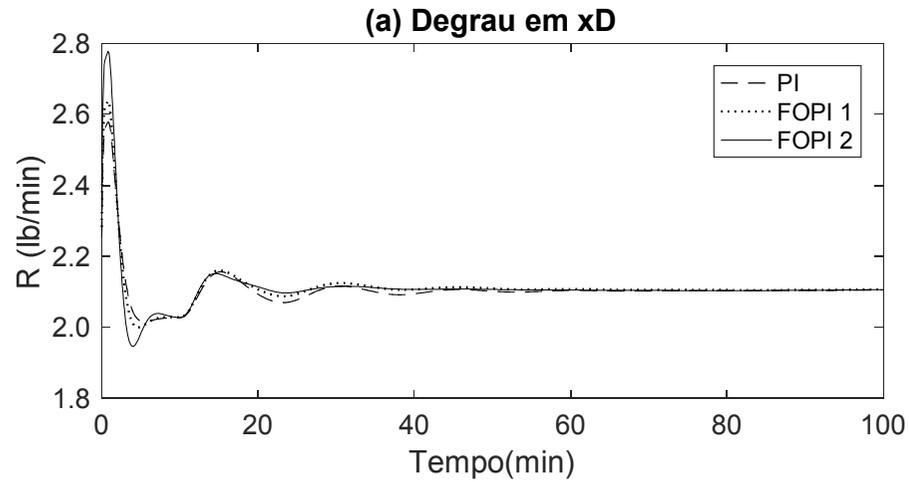
A Figura 5.9 apresenta a resposta das variáveis controladas às mudanças de *set-point* em cada variável separadamente ao usar os parâmetros obtidos usando FOBJ 1 e FOBJ2. A Figura 5.9a corresponde à aplicação do degrau unitário no *set-point* de X_D , enquanto o *set-point* de X_B é mantido constante, levando ao

FIGURA 5.9 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE WOOD E BERRY (1973) COM CONTROLADOR PI *MULTILOOP* DE ORDEM FRACIONÁRIA PARA VARIÁVEL CONTROLADA



FONTE: A autora (2018)

FIGURA 5.10 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE WOOD E BERRY (1973) COM CONTROLADOR PI *MULTILOOP* DE ORDEM FRACIONÁRIA PARA VARIÁVEL MANIPULADA



FONTE: A autora (2018)

comportamento mostrado pela Figura 5.9b. A Figura 5.9d apresenta o degrau unitário no *set-point* de X_B , enquanto o *set-point* de X_D permanece constante levando ao comportamento mostrado na Figura 5.9c. A Figura 5.10 mostra a resposta das respectivas variáveis manipuladas. Os gráficos também mostram as respostas para o controlador PI inteiro para comparação.

Após a aplicação e simulação do método, foi possível obter parâmetros de sintonia para os controladores FOPI *multiloop* que apresentaram melhoria de até 6,4% na função objetivo baseada no ISE (redução de 109,5 a 102,6) e 44% na função objetivo baseada no ITAE (redução de 4770,4 a 2652,1), ao comparar o controle inteiro e o controle fracionário. Para o primeiro conjunto de parâmetros, foi possível reduzir o ISE de 64,3 (controlador inteiro) para 58,3 (controlador fracionário), representando uma melhoria de 9,4%, para a mudança de *set-point* da composição de fundo. Para o segundo conjunto de parâmetros, o desempenho do sistema resultou na diminuição do ITAE de 1842,1 (controlador inteiro) para 1292,9 (controlador fracionário) para o caso de mudança de *set-point* da composição de topo, ou seja, 29,8% de melhoria. Para o degrau unitário aplicado na composição de fundo, o ITAE diminuiu de 2928,3 (controlador inteiro) para 1359,2 (controlador fracionário), resultando em uma melhoria de 53,6%.

Para a sintonia obtida através do ITAE, o tempo de estabilização das variáveis controladas caiu significativamente. Para a mudança de *set-point* no topo, o tempo de estabilização da composição de topo diminuiu de 72,6 minutos para 58,4 min e para a composição de fundo de 82,1 min para 48,1 min, quando o controlador fracionário foi usado. O sistema se mostrou mais sensível às mudanças na composição de fundo, sendo possível uma grande melhoria em seu desempenho com o controle fracionário.

Os parâmetros de sintonia obtidos com FOBJ2 mostraram os melhores resultados e serão usados nas próximas simulações. Em todos os casos, o controle fracionário proporcionou desempenho superior da malha de controle, considerando a minimização de índices de ambos os controladores. Isso provavelmente aconteceu porque a abordagem do cálculo fracionário tem em sua essência o aspecto dos efeitos de memória (dado pelo operador integral presente na Equação 3.5), que desempenham um papel fundamental no controle do processo. Na Figura 5.10, é

importante enfatizar que o controlador fracionário mostrou uma menor amplitude da variável manipulada e, no entanto, o desempenho do controlador foi muito melhor.

Os resultados também foram comparados com os obtidos através de outros métodos relatados na literatura. Os parâmetros obtidos por Nguye e Arunsawatwong (2008) com o método de inequações para o controlador PI aplicado ao modelo Wood e Berry (1973) foram simulados considerando a função objetivo desenvolvida neste trabalho e os resultados são mostrados na Tabela 5.7. Os parâmetros de sintonia apresentados pelos autores resultaram em uma função objetivo de 4140,2, enquanto os parâmetros obtidos pela metodologia baseada em algoritmos genéticos desenvolvida neste estudo apresentaram uma função objetivo de 2652,1, uma melhora de 36%, provando que o método desenvolvido é mais eficiente quando comparado com o apresentado por Nguye e Arunsawatwong (2008), para o caso particular do modelo Wood e Berry (1973).

TABELA 5.7 - RESULTADOS PARA SINTONIA COM A FOBJ2 PARA O SISTEMA DE WOOD E BERRY (1973)

Controlador	Malha	Parâmetros			Degrau em X_D		Degrau em X_B		FOBJ2
		Kc	τ_I	λ	ITAE	Ts (min)	ITAE	Ts (min)	
FOPI 2	1	0,795	15,67	1,102	372,5	39,5	411,7	58,4	2652,1
	2	-0,085	7,07	0,974	920,4	54,7	947,6	48,1	
FOPI*	1	0,150	7,500	1,010	798,3	62,5	1315,4	55,5	4140,2
	2	-0,090	8,182	1,010	1032,4	61,1	994,1	66,5	

FONTE: A autora (2018)

*Apresentado em Nguye e Arunsawatwong (2008)

5.2.2. Simulação com Erros de Medição

Para avaliar a estabilidade e robustez das malhas de controle fracionário, também foram realizadas simulações considerando erros aleatórios de medição nas variáveis controladas. O sistema foi simulado com amplitudes de 0 a 10% de erros no valor da variável controlada com frequência de 10 Hz. A Tabela 5.8 apresenta o valor ITAE para cada caso e a média e variância da variável após atingir o *set-point* (considerado após $t = 50$ min). Concluiu-se que os controladores fracionários forneceram bons resultados com erros de até 10% do valor da variável medida (o nível de ruído máximo testado neste trabalho).

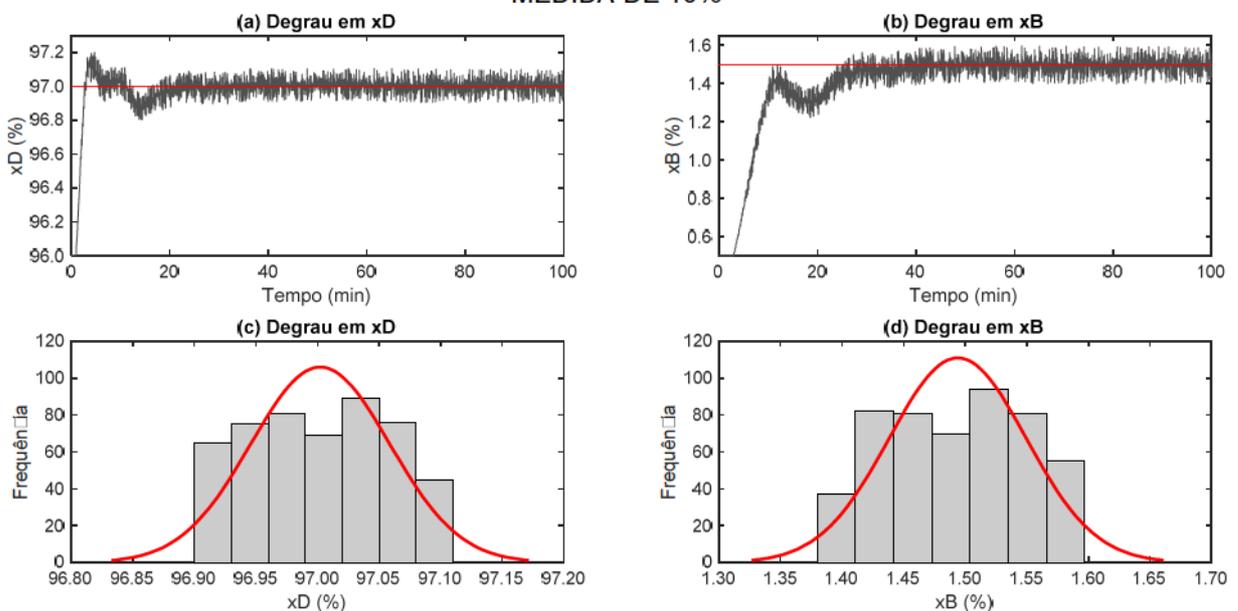
TABELA 5.8 - RESULTADOS DA APLICAÇÃO DE UM DEGRAU UNITÁRIO NAS VARIÁVEIS CONTROLADAS PARA O SISTEMA DE WOOD E BERRY (1973) COM ERROS DE MEDIDA DE 10%

	Erro	0%	1%	5%	10%
Degrau Unitário em X_D	ISE	0,014	0,032	0,44	1,69
	Média	97,00	97,01	97,01	97,00
	Variância	4,08E-06	4,10E-05	8,67E-04	3,37E-03
Degrau Unitário em X_B	ISE	6,34E-03	0,023	0,42	1,65
	Média	1,50	1,50	1,50	1,50
	Variância	1,10E-06	3,45E-05	8,36E-04	3,28E-03

FONTE: A autora (2018)

A Figura 5.11 mostra a resposta de X_D e X_B aos degraus unitários considerando 10% de erros de medição e os histogramas das variáveis após 50 min. Apesar da variação do valor nos resultados como erros, considerando um nível de 95% de confiança, os valores médios podem ser considerados estatisticamente iguais ao *set-point*. Portanto, o controlador fracionário conseguiu acompanhar o *set-point* desejado mesmo na presença de erros de medição, mostrando uma boa robustez.

FIGURA 5.11 - RESPOSTA DA APLICAÇÃO DE UM DEGRAU UNITÁRIO NAS VARIÁVEIS CONTROLADAS PARA O SISTEMA DE WOOD E BERRY (1973) COM ERROS DE MEDIDA DE 10%



FONTE: A autora (2018)

5.2.3. Simulação do Sistema Desacoplado

O sistema foi simulado considerando a presença de desacopladores para reduzir as interações entre os loops. Foi necessário sintonizar os controladores fracionários novamente, uma vez que a melhor sintonia para o sistema fracionário desacoplado não é a mesma para o sistema sem desacoplamento. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 5.9 para o controlador fracionário desacoplado. Os resultados para o controlador inteiro desacoplado são mostrados para comparação. Observou-se que o controle fracionário traz melhores resultados também para o sistema desacoplado.

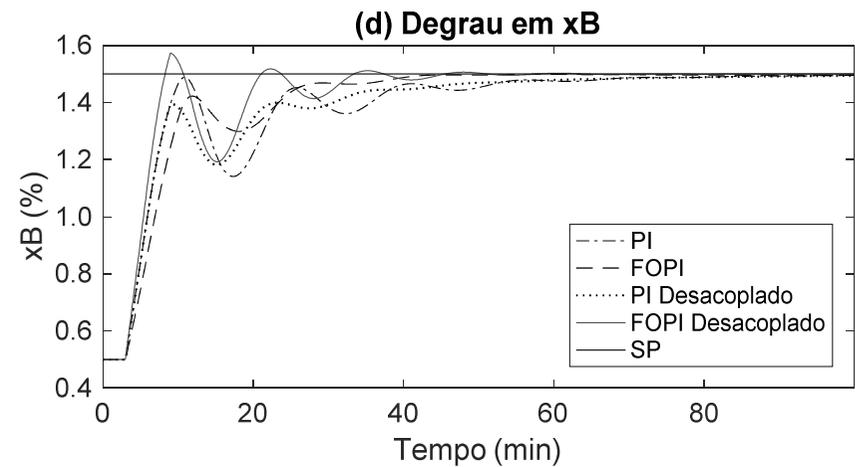
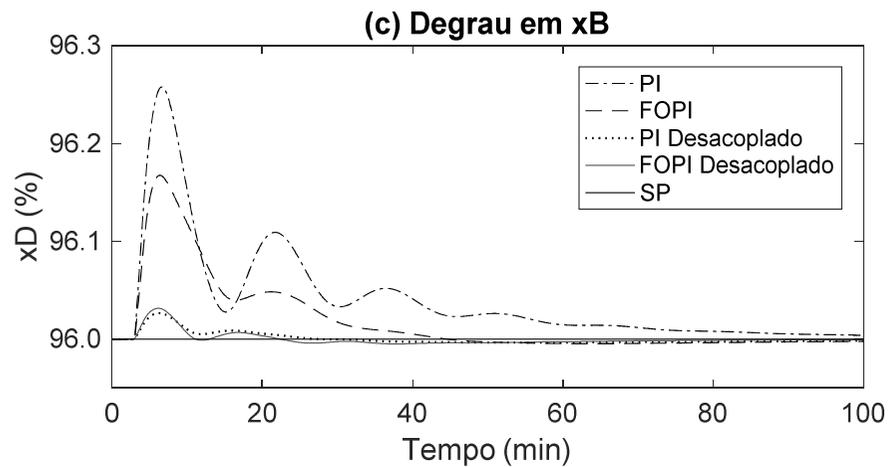
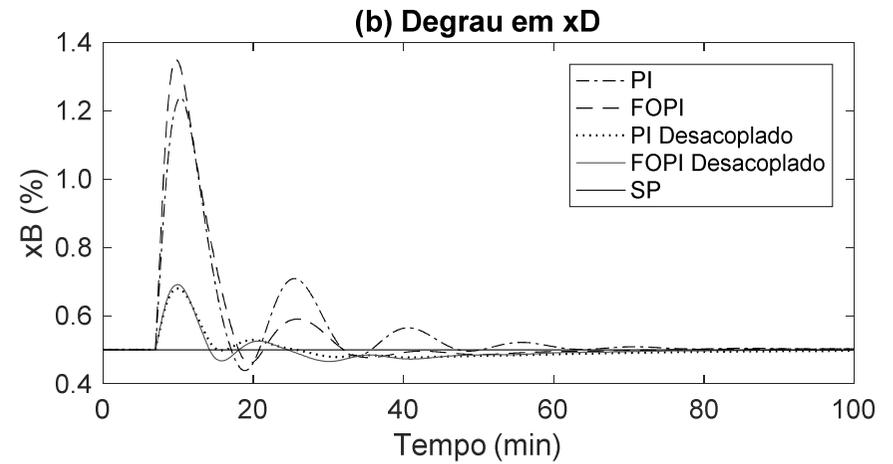
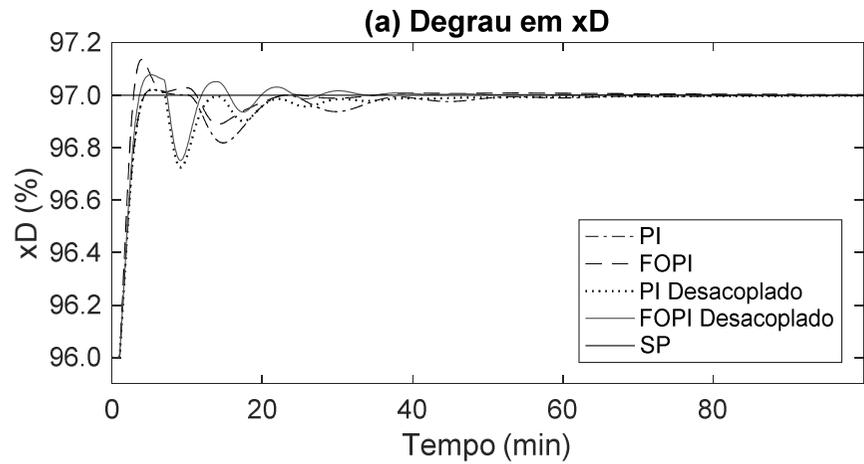
TABELA 5.9 - RESULTADOS PARA DEGRAU NO SISTEMAS DE WOOD E BERRY (1973) DESACOPLADO COM CONTROLADORES PI E FOPI

Controlador	Malha	Parâmetros			Degrau em X_D		Degrau em X_B		FOBJ2
		Kc	τ_I	λ	ITAE	Ts (min)	ITAE	Ts (min)	
PI Desacoplado	1	0,604	16,37	1,000	508,9	45,9	140,1	51,2	3040,0
	2	-0,127	14,46	1,000	581,5	67,5	1809,5	84,5	
FOPI Desacoplado	1	0,635	12,35	1,053	261,8	34,1	111,0	26,3	1563,4
	2	-0,153	12,96	1,025	500,3	59,1	690,3	47,8	

FONTE: A autora (2018)

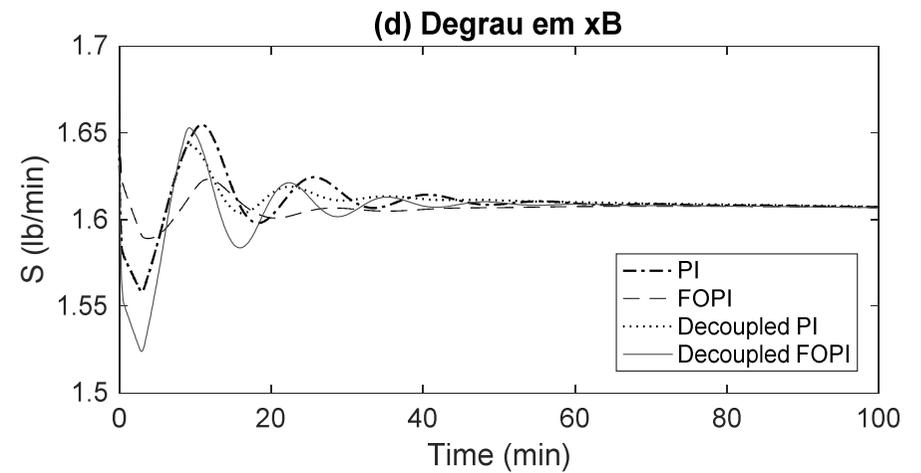
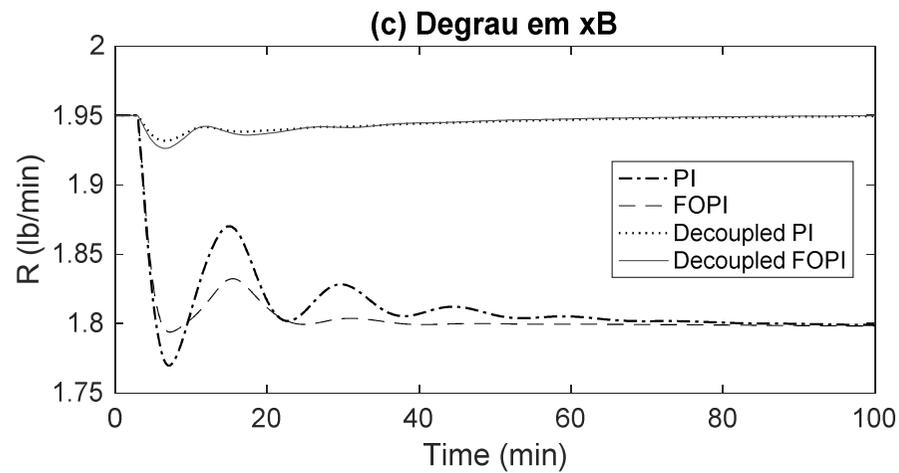
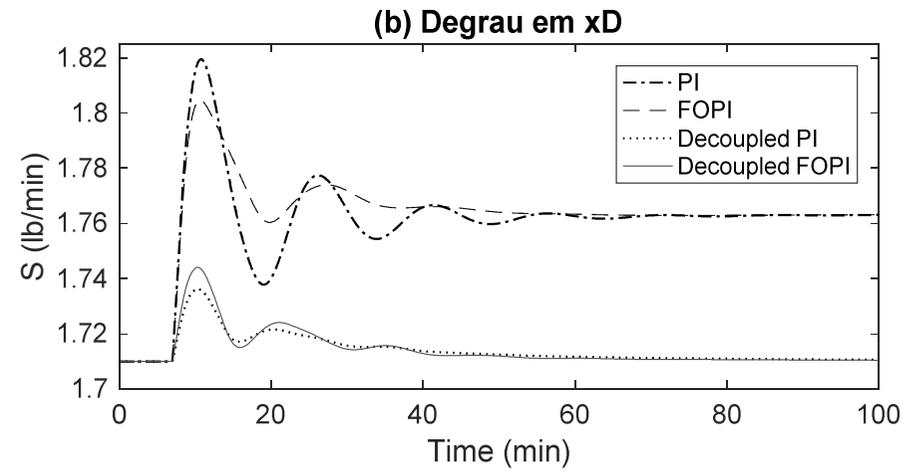
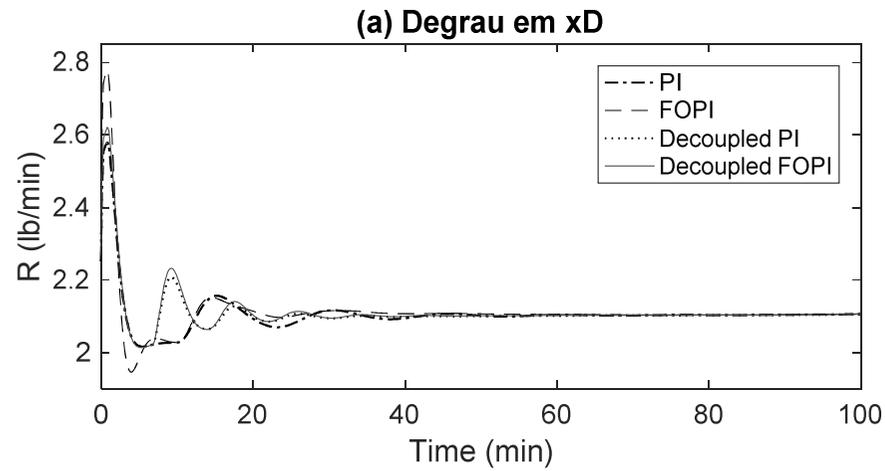
Na Figura 5.12, é possível comparar a resposta das variáveis controladas ao degrau em X_D (a e b) e em X_B (c e d) com controlador descentralizado inteiro e de ordem fracionária e controladores desacoplados inteiro e de ordem fracionária, enquanto na Figura 5.13 tem-se as respostas para as variáveis manipuladas. Como esperado, os desacopladores não trouxeram uma vantagem tão grande para as variáveis controladas, que estão recebendo a mudança de *set-point*, mas diminuíram consideravelmente o *overshoot* da outra variável controlada afetada no sistema. O sistema fracionário resultou na diminuição de 30% no ITAE para o caso de alteração do *set-point* da composição de topo, diminuindo o ITAE de 1090.4 (controlador inteiro) para 762.1 (controlador fracionário) e 58,9% de melhoria para o degrau unitário na composição de fundo, de 1949.6 (controlador inteiro) para 801.3 (controlador fracionário). O tempo de estabilização das variáveis controladas é menor para os controladores fracionários em todos os casos, a diminuição mais relevante é no degrau unitário na composição inferior, passando de 84,5 min para 47,8 min.

FIGURA 5.12 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE WOOD E BERRY (1973) DESACOPLADO COM CONTROLADOR PI E FOPI PARA VARIÁVEL CONTROLADA



FONTE: A autora (2018)

FIGURA 5.13 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE WOOD E BERRY (1973) DESACOPLADO COM CONTROLADOR PI E FOPI PARA VARIÁVEL MANIPULADA



FONTE: A autora (2018)

5.3. SIMULAÇÃO DE CONTROLE MULTIVÁRIÁVEL APLICADO AO SISTEMA LI E CHEN (2015)

5.3.1. Sintonia do Controlador

Para o sistema multivariável fracionário de Li e Chen (2015) foi implementado e sintonizado inicialmente o controle *multiloop*, com dois controladores PI de ordem inteira (Equação 4.24 e 4.25), com objetivo de estudo do sistema e comparação dos resultados do controlador inteiro e fracionário que será desenvolvido na sequência. A sintonia foi realizada utilizando o algoritmo genético apresentado anteriormente e com os mesmos parâmetros para o algoritmo definidos para as simulações com o modelo de Wood e Berry (1973).

Foram utilizadas as funções objetivo FOBJ1 e FOBJ 2, a primeira baseada no critérios ISE e a segunda no ITAE e considerados os casos (1) com aplicação de um degrau unitário na primeira variável controlada Y_1 e (2) com aplicação de um degrau unitário na segunda variável controlada Y_2 . As equações para FOBJ1 e FOBJ 2 para os casos de aplicação em questão são apresentadas a seguir:

$$FOBJ1 = ISE_{Y_{1,1}} + ISE_{Y_{2,1}} + ISE_{Y_{1,2}} + ISE_{Y_{2,2}} \quad (5.16)$$

$$FOBJ1 = ITAE_{Y_{1,1}} + ITAE_{Y_{2,1}} + ITAE_{Y_{1,2}} + ITAE_{Y_{2,2}} \quad (5.17)$$

Os demais critérios de sintonia apresentados na Seção 5.2.1, como tempo de estabilização, oscilação nas variáveis controladas e manipuladas e *overshoots* também foram utilizados. Nas simulações, a variável Y_1 foi pareada com a variável U_1 e a variável Y_2 foi pareada com a variável U_2 .

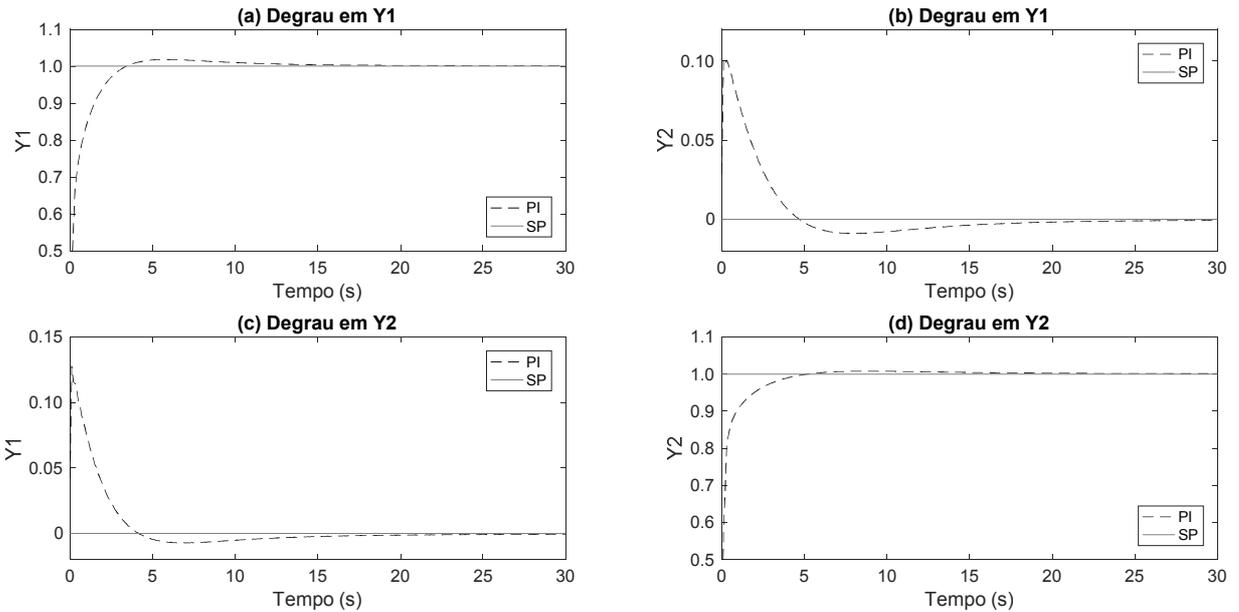
Após a realização das simulações, os parâmetros ótimos obtidos de acordo com os critérios acima foram os mesmos tanto para função objetivo FOBJ1 quanto para a funções objetivo FOBJ2 e são apresentados na Tabela 5.10. As Figuras 5.14 e 5.15 mostram os gráficos resultantes a resposta das variáveis controladas e manipuladas, respectivamente, às mudanças *do set-point* em cada variável separadamente com o controlador PI inteiro.

TABELA 5.10 - RESULTADOS DA SIMULAÇÃO DO SISTEMA DE LI E CHEN (2015) COM CONTROLADOR PI *MULTILOOP* DE ORDEM INTEIRA

Malha	Parâmetros			Degrau em Y_1			Degrau em Y_2		
	K_c	τ_I	λ	ISE	ITAE	T_s (s)	ISE	ITAE	T_s (s)
1	5,983	1,248	1,000	1,565	24,976	10,1	0,141	13,288	7,0
2	14,753	3,072	1,000	0,131	17,099	6,7	0,933	20,585	9,1

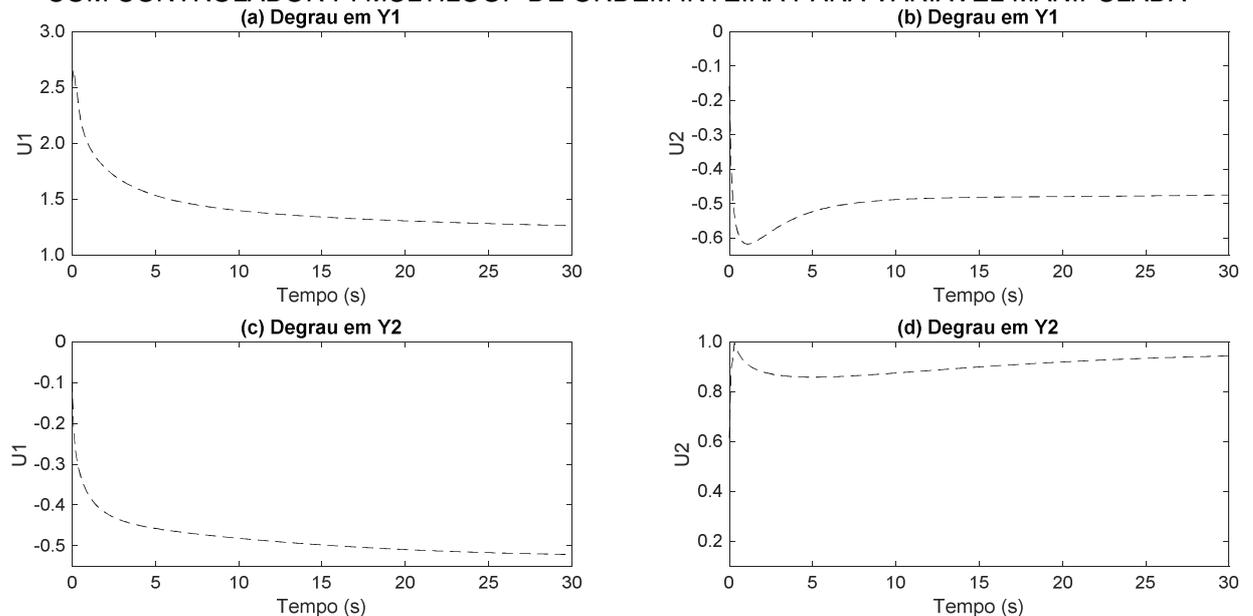
FONTE: A autora (2018)

FIGURA 5.14 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE LI E CHEN (2015) COM CONTROLADOR PI *MULTILOOP* DE ORDEM INTEIRA PARA VARIÁVEL CONTROLADA



FONTE: A autora (2018)

FIGURA 5.15 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE LI E CHEN (2015) COM CONTROLADOR PI *MULTILOOP* DE ORDEM INTEIRA PARA VARIÁVEL MANIPULADA



FONTE: A autora (2018)

O sistema de Li e Chen (2015) com controle *multiloop* foi simulado novamente, mas agora considerando ambos os controladores PI com o parâmetro da ordem fracionária. Foram obtidos parâmetros ótimos considerando as funções objetivo FOBJ1 e FOBJ2. A Tabela 5.11 mostra os parâmetros e o desempenho do controlador inteiro e os parâmetros ótimos do controlador FOPI obtidos com a função objetivo FOBJ 1. A Tabela 5.12 mostra os resultados com a função objetivo FOBJ 2.

TABELA 5.11 - RESULTADOS PARA SINTONIA COM A FOBJ1 PARA O SISTEMA DE LI E CHEN (2015)

Controlador	Malha	Parâmetros			Degrau em Y_1		Degrau em Y_2		FOBJ1
		Kc	τ_I	λ	ISE	T_s (s)	ISE	T_s (s)	
PI	1	5,983	1,248	1,000	1,56	10,1	0,14	7,0	2,769
	2	14,753	3,072	1,000	0,13	6,7	0,93	9,1	
FOPI 1	1	6,654	0,294	0,496	0,72	7,4	0,028	3,3	1,948
	2	16,263	6,997	1,036	0,19	13,5	1,00	7,5	

FONTE: A autora (2018)

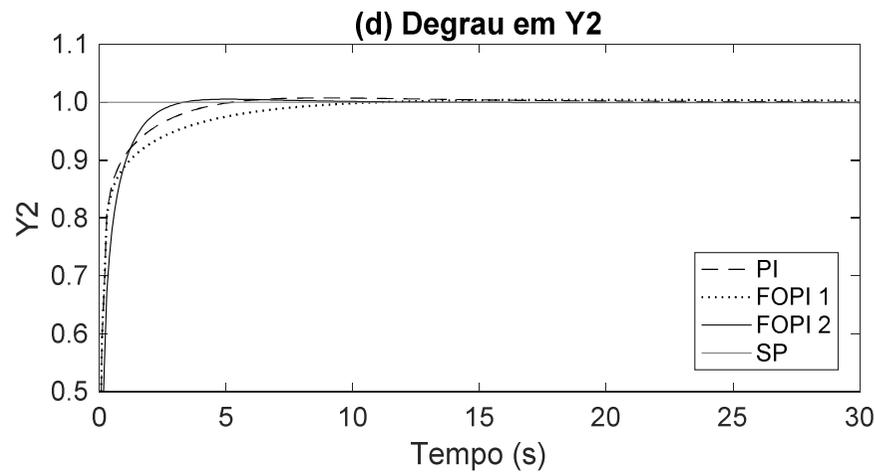
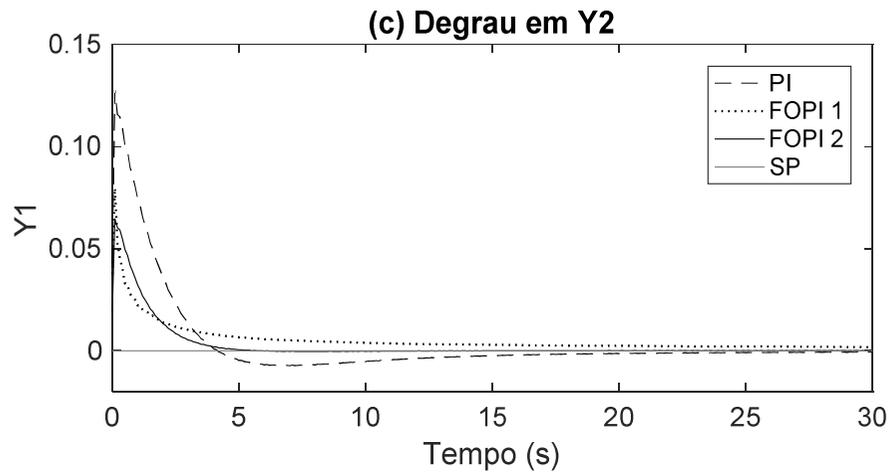
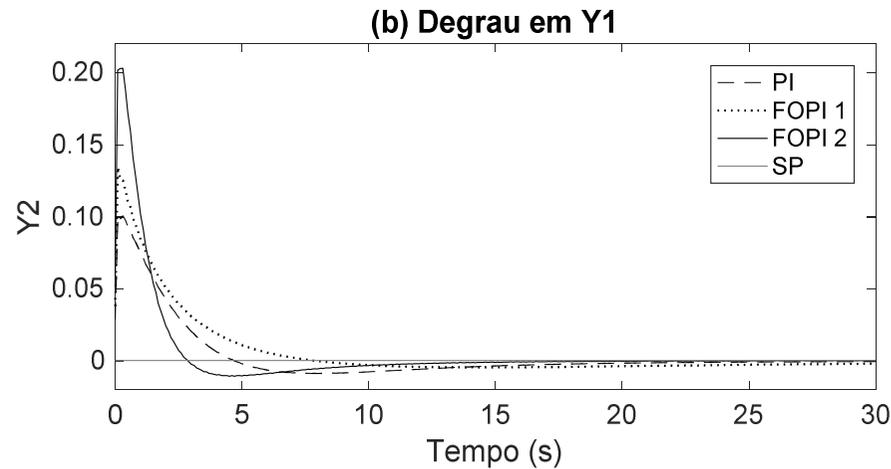
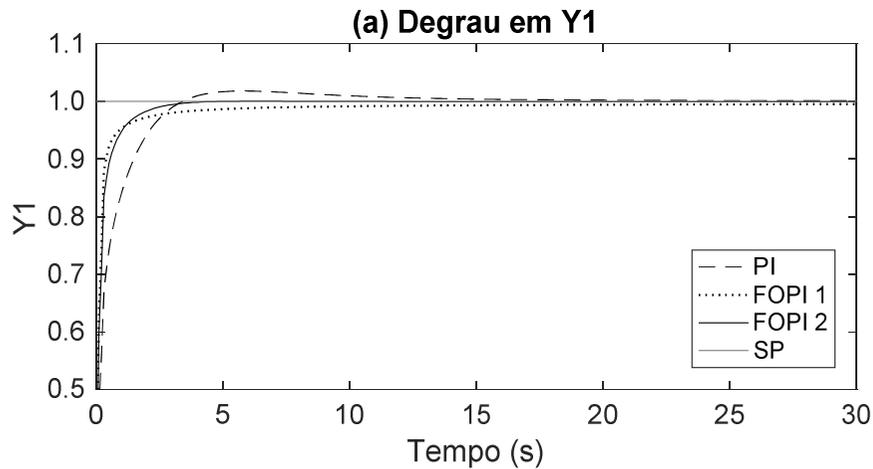
TABELA 5.12 - RESULTADOS PARA SINTONIA COM A FOBJ2 PARA O SISTEMA DE LI E CHEN (2015)

Controlador	Malha	Parâmetros			Degrau em Y_1		Degrau em Y_2		FOBJ2
		Kc	τ_I	λ	ITAE	T_s (s)	ITAE	T_s (s)	
PI	1	5,983	1,248	1,000	24,98	10,1	13,29	7,0	75,948
	2	14,753	3,072	1,000	17,09	6,7	20,58	9,1	
FOPI 2	1	9,369	0,638	0,801	7,04	4,1	2,38	2,4	27,746
	2	5,937	0,876	0,809	7,92	4,5	10,40	5,1	

FONTE: A autora (2018)

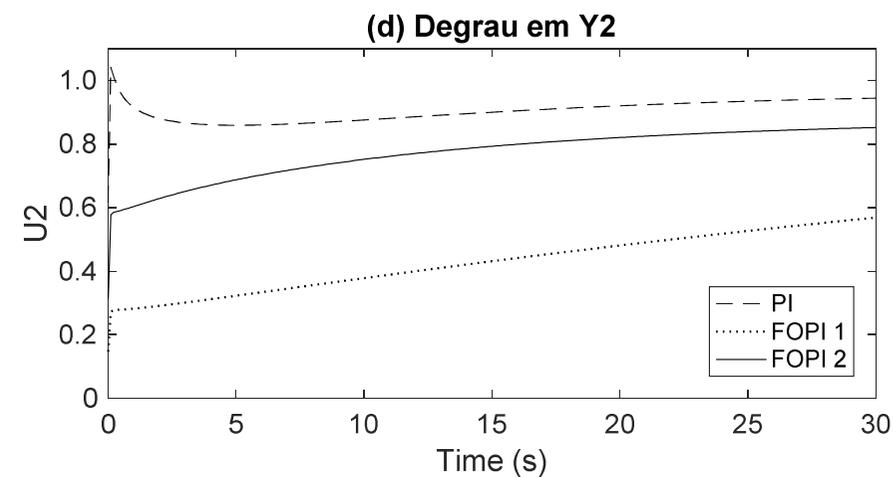
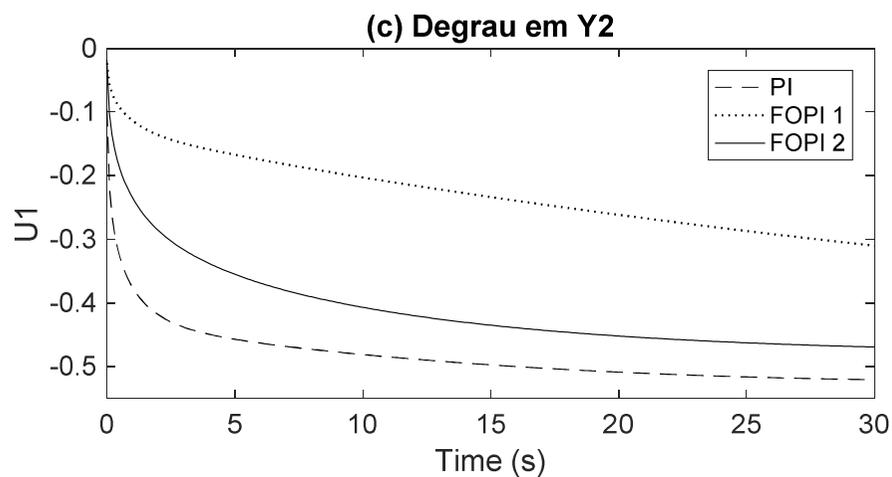
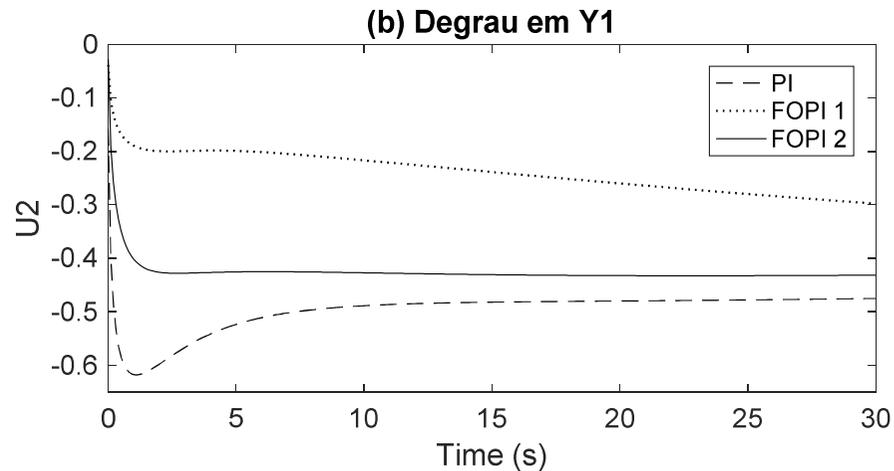
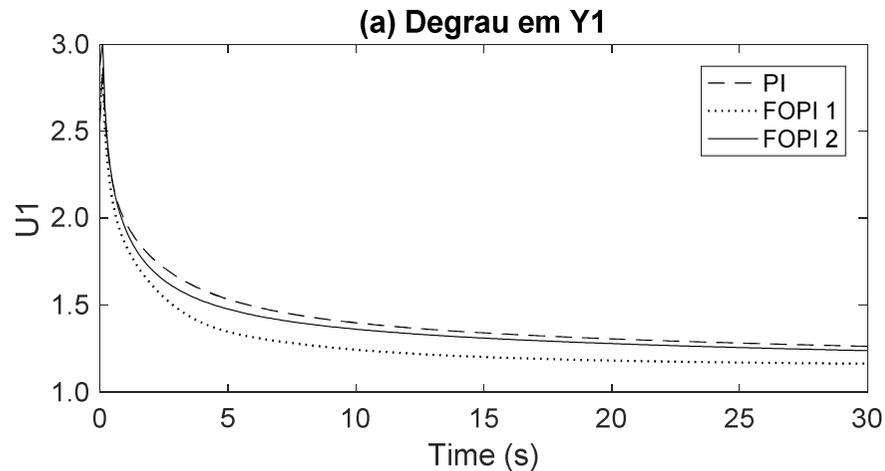
A Figura 5.16 apresenta a resposta das variáveis controladas às mudanças do *set-point* em cada variável separadamente com o controlador PI inteiro e com controlador FOPI utilizando os parâmetros obtidos usando FOBJ 1 e FOBJ2. A Figura 5.16a corresponde à aplicação do degrau unitário ao *set-point* de Y_1 (s), enquanto *set-point* de Y_2 (s) é mantido constante, levando ao comportamento mostrado pela Figura 5.16 b. Por outro lado, a Figura 5.16d corresponde à aplicação do degrau unitário no *set-point* de Y_2 (s), enquanto o *set-point* de Y_1 (s) é mantido constante, levando ao comportamento mostrado pela Figura 5.16c. A Figura 5.17 mostra a resposta das respectivas variáveis manipuladas.

FIGURA 5.16 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE LI E CHEN (2015) COM CONTROLADOR PI *MULTILOOP* DE ORDEM FRACIONÁRIA PARA VARIÁVEL CONTROLADA



FONTE: A autora (2018)

FIGURA 5.17 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE LI E CHEN (2015) COM CONTROLADOR PI *MULTILOOP* DE ORDEM FRACIONÁRIA PARA VARIÁVEL MANIPULADA



FONTE: A autora (2018)

Após a aplicação e simulação do método, foi possível obter parâmetros de sintonia para os controladores FOPI *multiloop* que apresentaram melhora de 29,7% na função objetivo baseada no ISE (redução de 2,769 para 1,948) e 63% na função objetivo baseada no ITAE (redução de 75,948 para 27,746), quando comparado o controlador inteiro ao controlador fracionário. Para o conjunto de parâmetros obtidos com a função objetivo baseada no ISE, a maior redução ocorreu quando é aplicado o degrau unitário no *set-point* de Y_1 . Foi possível reduzir o ISE de 1,696 (controlador inteiro) para 0,912 (controlador fracionário), representando uma melhora de 46,2%.

Para o segundo conjunto de parâmetros, foi possível reduzir significativamente o ITAE para ambas as variáveis controladas. O desempenho do sistema resultou na diminuição do ITAE de 42,076 (controlador inteiro) para 14,961 (controlador fracionário) para o caso de mudança de *set-point* de Y_1 , ou seja, 64% de melhora e para o degrau em Y_2 o ITAE diminuiu de 33,872 (controlador inteiro) para 12,785 (controlador fracionário), resultando em uma melhora de 62%.

Para a sintonia obtida através do ITAE, o tempo de estabilização das variáveis controladas caiu significativamente. Para a mudança de *set-point* em Y_1 , o tempo de estabilização para a primeira variável controlada diminuiu de 10,1s para 4,1s e para Y_2 de 6,7s para 4,5 s, quando o controlador fracionário foi usado. Para a alteração do *set-point* em Y_1 , o tempo de estabilização de Y_1 diminuiu de 7,0s para 2,4 s e para Y_2 de 9,1s para 5,1s. Os parâmetros obtidos com FOBJ2 mostraram os melhores resultados e serão usados nas próximas simulações.

Em todos os casos, o controle fracionário proporcionou melhor desempenho para a malha de controle, considerando a minimização de índices de ambos os controladores. Na Figura 5.17, é importante enfatizar que o parâmetro do controlador fracionário obtido com FOBJ2 mostrou uma menor amplitude da variável manipulada e o desempenho do controlador foi muito melhor.

5.3.2. Simulação com Erros de Medição

Também foram realizadas simulações considerando erros aleatórios de medição nas variáveis controladas para o sistema de Lee e Chen (2015). O sistema foi simulado com amplitudes de 0 a 10% de erros de medição na variável controlada com frequência de 10 Hz. A Tabela 5.13 apresenta o valor ITAE para cada caso e a média e variância da variável após atingir o *set-point*, considerado após 15

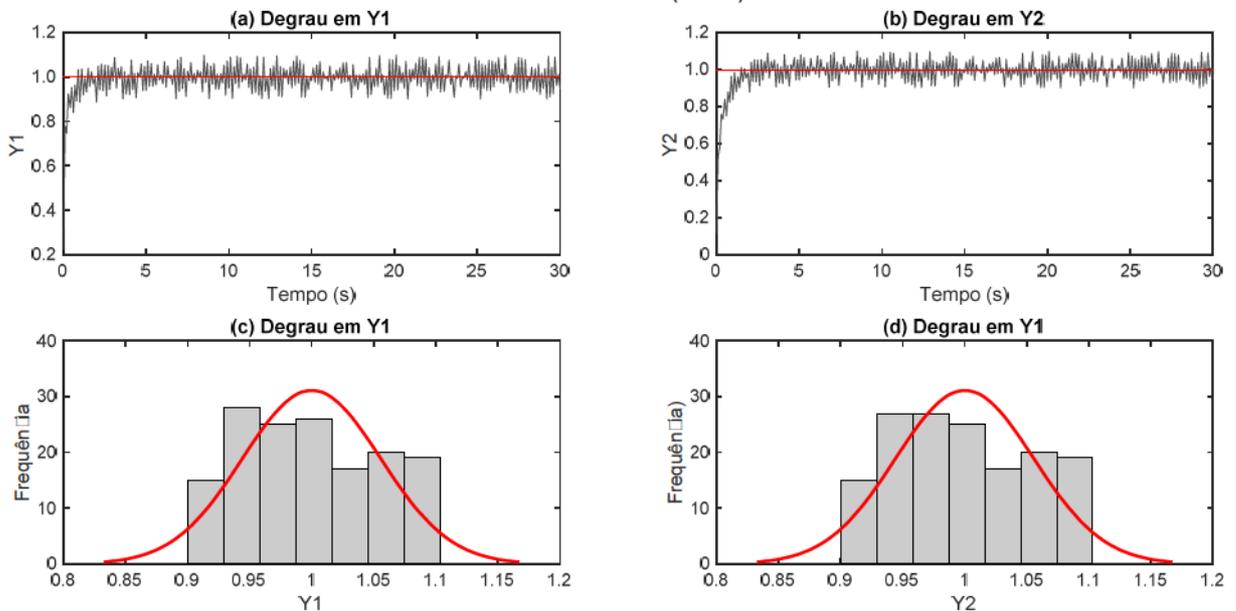
segundos. Concluiu-se que os controladores fracionários forneceram bons resultados com erros de até 10% do valor da variável medida (o nível de ruído máximo testado neste trabalho). A Figura 5.18 mostra a resposta de Y_1 e Y_2 considerando 10% dos erros de medição e os histogramas dos valores das variáveis após 15 segundos. Apesar da variação dos valores devido aos erros, considerando um nível de 95% de confiança, os valores médios podem ser considerados estatisticamente igual ao *set-point*. Portanto, o controlador fracionário conseguiu acompanhar o *set-point* desejado, mostrando uma boa robustez.

TABELA 5.13 - RESULTADOS DA APLICAÇÃO DE UM DEGRAU UNITÁRIO NAS VARIÁVEIS CONTROLADAS PARA O SISTEMA DE LI E CHEN (2015) COM ERROS DE MEDIDA DE 10%

	Erro	0%	1%	5%	10%
Degrau Unitário em Y_1	ITAE	1,49E-04	7,99E-03	1,99E-01	8,15E-01
	Média	1,00	1,00	1,00	1,00
	Variância	5,58E-07	3,20E-05	8,01E-04	3,27E-03
Degrau Unitário em Y_2	ITAE	8,21E-05	7,95E-03	1,99E-01	8,14E-01
	Média	1,00	1,00	1,00	1,00
	Variância	2,14E-07	3,17E-05	8,00E-04	3,27E-03

FONTE: A autora (2018)

FIGURA 5.18 - RESPOSTA DA APLICAÇÃO DE UM DEGRAU UNITÁRIO NAS VARIÁVEIS CONTROLADAS PARA O SISTEMA DE LI E CHEN (2015) COM ERROS DE MEDIDA DE 10%



FONTE: A autora (2018)

5.3.3. Simulação do Sistema Desacoplado

O sistema também foi simulado considerando a presença de desacopladores para reduzir as interações entre os loops, para o controlador PI inteiro e fracionário. Os resultados para os sistemas desacoplados são apresentados na Tabela 5.14. Na Figura 5.19 é possível comparar a resposta das variáveis controladas ao degrau unitário em Y_1 (a e b) e em Y_2 (c e d) com controlador inteiro e fracionário descentralizado e ambos casos com presença do desacoplamento. Na Figura 5.20, tem-se as respostas para as variáveis manipuladas. Na Figura 5.21, pode-se ver com mais detalhes a mudança do *set-point* das variáveis controladas nos primeiros 10 segundos.

TABELA 5.14 – RESULTADOS PARA DEGRAU NO SISTEMAS DE LI E CHEN (2015) DESACOPLADO COM CONTROLADORES PI E FOPI

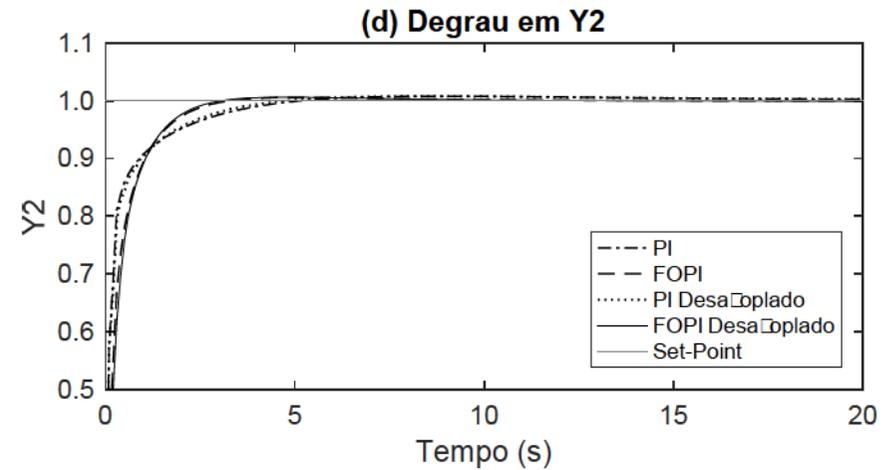
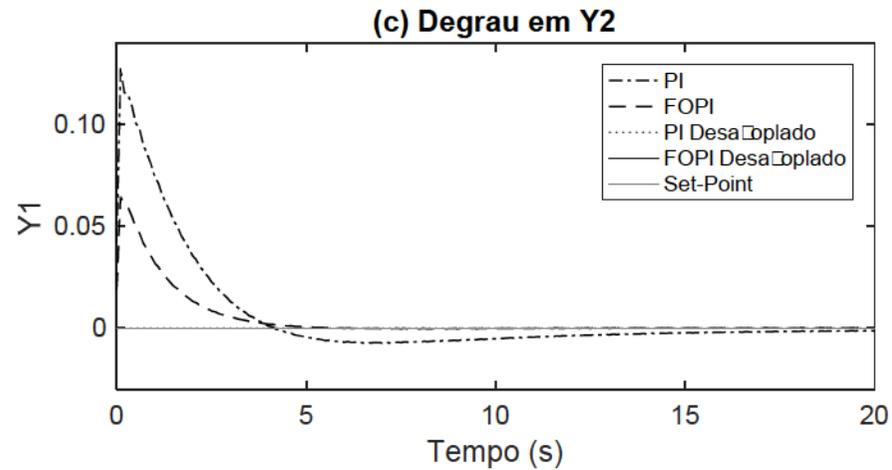
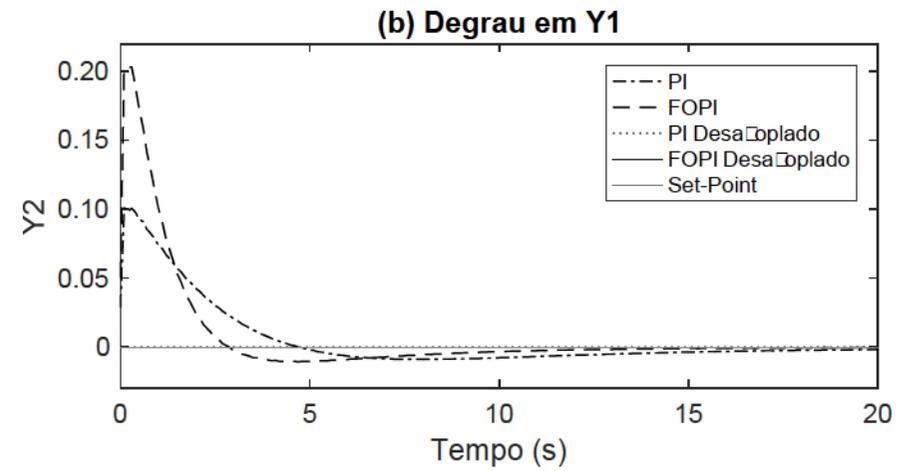
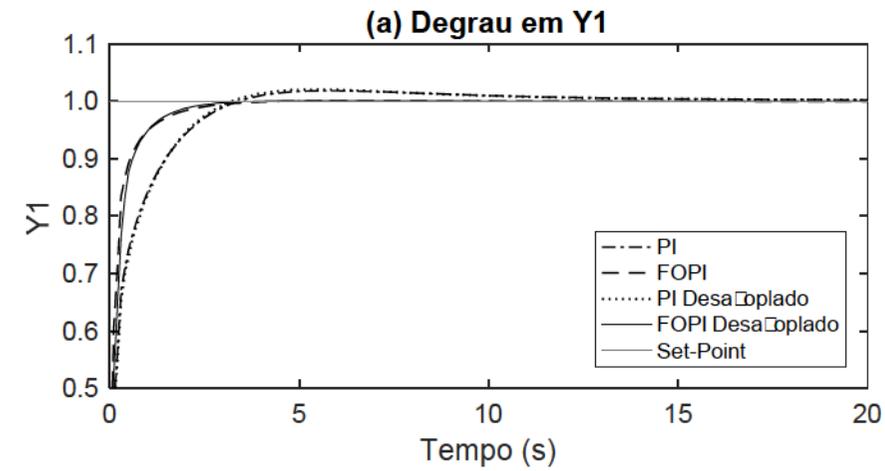
Controlador	Malha	Parâmetros			Degrau em Y_1		Degrau em Y_2		FOBJ2
		Kc	τ_I	λ	ITAE	T_s (s)	ITAE	T_s (s)	
PI Desacoplado	1	5,983	1,248	1,000	25,97	9,9	0,000	0,0	48,58
	2	14,753	3,072	1,000	0,000	0,0	22,61	8,0	
FOPI Desacoplado	1	9,369	0,638	0,801	8,42	3,2	0,000	0,0	18,94
	2	5,937	0,876	0,809	0,000	0,0	10,51	4,7	

FONTE: A autora (2018)

Os desacopladores fracionários não trouxeram vantagem para as variáveis controladas que estão recebendo a mudança de *set-point*, mas foram realmente eficientes na eliminação das interações da outra variável controlada afetada no sistema, já que as variáveis permaneceram com o valor igual a zero durante a mudança de *set-point*. Para este sistema não foi necessário obter uma nova sintonia pois verificou-se que a melhor sintonia para o sistema desacoplado era a mesma para o sistema sem desacoplamento.

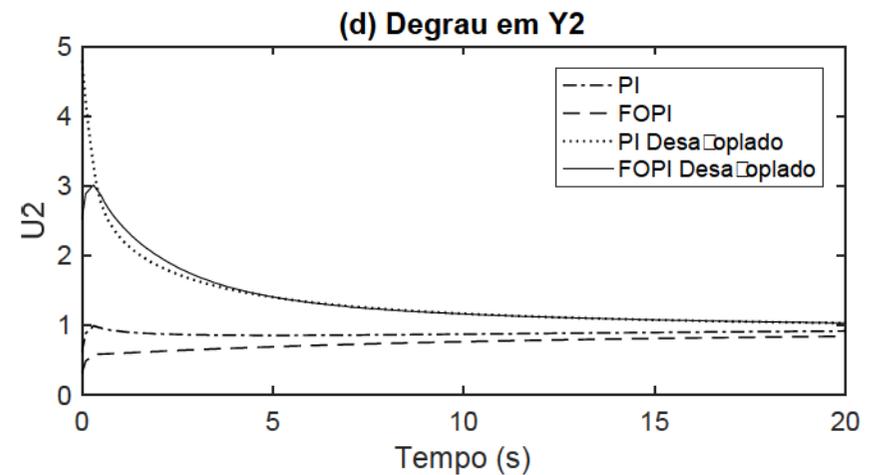
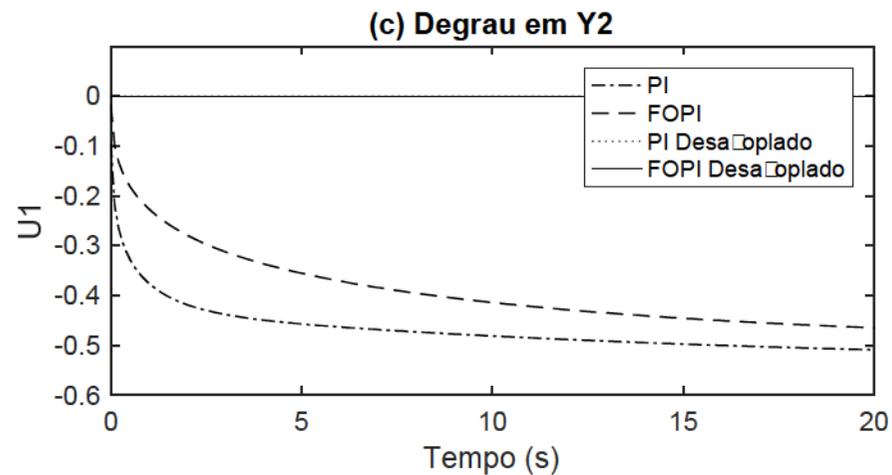
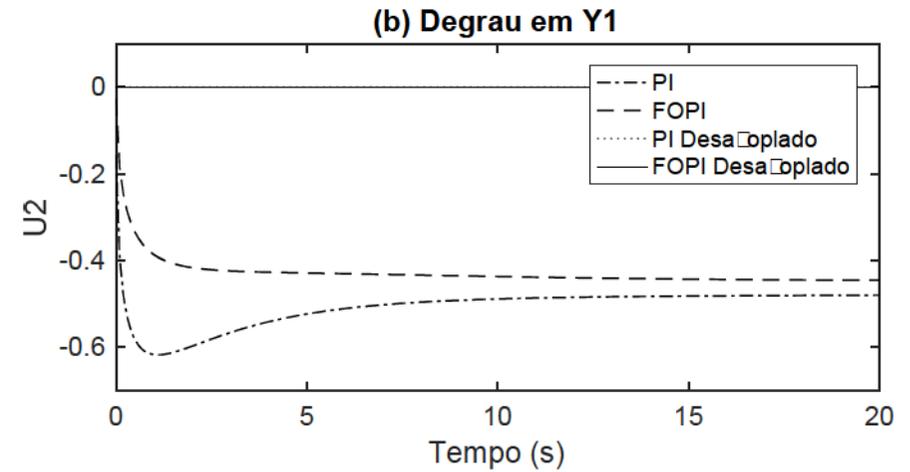
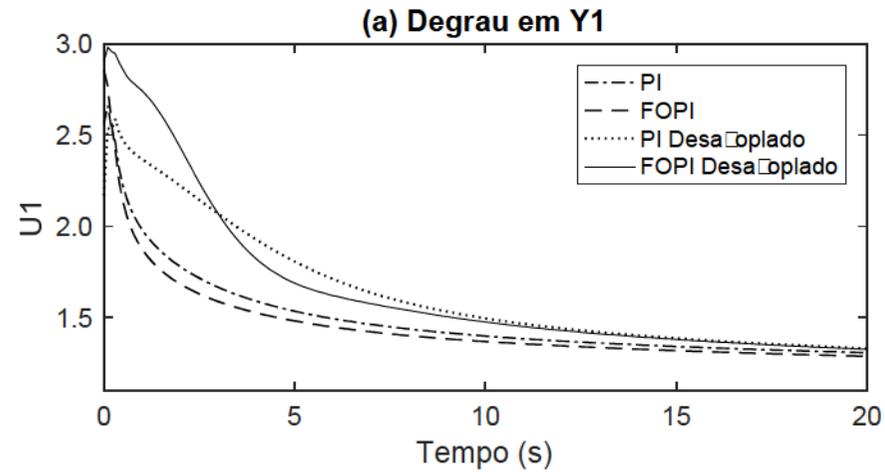
Os desacopladores resultaram em uma redução significativa do ITAE tanto para os controladores PI quanto para os controladores FOPI. A função objetivo FOBJ2 reduziu de 75,948 para 48,585 (sistema desacoplado) para o caso com o controlador PI, representando uma redução de 36% e a mesma função objetivo reduzida de 27,746 para 18,939 (sistema desacoplado) para o caso com o controlador FOPI, representando uma redução de 32%.

FIGURA 5.19 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE LI E CHEN (2015) DESACOPLADO COM CONTROLADOR PI E FOPI PARA VARIÁVEL CONTROLADA



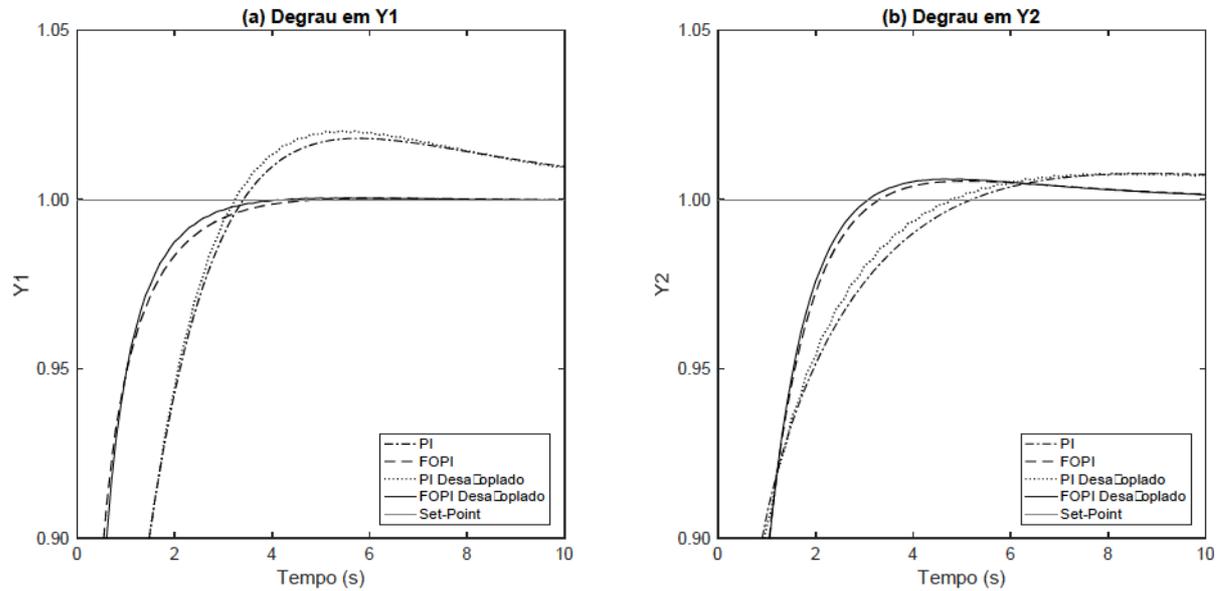
FONTE: A autora (2018)

FIGURA 5.20 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE LI E CHEN (2015) DESACOPLADO COM CONTROLADOR PI E FOPI PARA VARIÁVEL MANIPULADA



FONTE: A autora (2018)

FIGURA 5.21 - RESULTADOS AO DEGRAU UNITÁRIO PARA O SISTEMA DE LI E CHEN (2015) DESACOPLADO COM CONTROLADOR PI E FOPI PARA VARIÁVEL MANIPULADA – ZOOM NAS VARIÁVEIS COM DEGRAU



FONTE: A autora (2018)

Observou-se que o controle fracionário traz melhores resultados também para o sistema desacoplado. Comparando o ITAE para o sistema desacoplado com o controlador inteiro (48,585) com o controlador fracionário (18,939), tem-se 61% de melhoria.

6. CONCLUSÕES

Neste trabalho aplicou-se a técnica de cálculo fracionário para melhorar o desempenho de controladores PI *multiloop* para sistemas multivariáveis de ordem inteira e fracionária. A utilização de métodos numéricos para cálculo das equações inversas de Laplace para as equações dos sistemas de controle se mostrou um facilitador, sendo que o que o Método de Aproximação por Séries de Fourier apresentou melhores resultados, com erros abaixo de 0,1% em todas aplicações, quando comparado aos resultados analíticos.

Os algoritmos genéticos foram aplicados com sucesso como método de sintonia para o problema multiobjetivo, apresentando resultados rápidos para funções objetivo complexas e permitindo que as todas variáveis controladas dos sistemas fossem otimizadas simultaneamente, sendo obtidos parâmetros de sintonia que apresentam resultados operacionais ótimos em diferentes cenários.

A partir dos resultados, concluiu-se que o controlador fracionário trouxe melhorias significativas aos sistemas de controle multivariável estudados, reduzindo erros e tempos de resposta e permitindo que a sintonia fosse ajustada com mais facilidade de acordo com os critérios de desempenho. A função objetivo baseada no ITAE foi reduzida em 53,6% em comparação com o controle inteiro para uma mudança de *set-point* no sistema de Wood e Berry (1973) e em 63% para o sistema de Li e Chen (2015). As variáveis manipuladas correspondentes apresentaram resultado similar ou superior para os sistemas de ordem fracionária em relação ao de ordem inteira, em muitos casos mostrando menores amplitudes de oscilação.

O controlador fracionário conseguiu levar a variável controlada para o *set-point* mesmo com a presença de erros de medição de até 10%. Finalmente, é importante mencionar que o uso de desacopladores não levou a problemas de instabilidade e melhorou significativamente o desempenho das malhas de controle do sistema, alcançando uma melhoria de 58,9% para o sistema de Wood e Berry (1973) e 61% de melhoria para o sistema de Li e Chen (2015) para o controlador fracionário ao comparar os sistemas desacoplados.

7. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestões para estudos futuros na área de controle multivariável fracionário, destacam-se:

- Comparação do desempenho do controlador PI fracionário com o controlador PID, quando aplicados em um mesmo sistema;
- Estudo do controlador PID fracionários para os sistemas apresentados, e avaliação se a ordem fracionária no termo derivativo pode fornecer bons resultados na presença de erros de medição;
- Na otimização para obtenção dos parâmetros do controlador, utilizar métodos determinísticos e não-determinísticos acoplador, de forma a refinar os resultados.

REFERÊNCIAS

- ALBERTOS, P.; SALA, A. **Multivariable Control Systems: An Engineering Approach**. Valencia: Springer, 2004.
- ANBUMALAR, P.; BARATH KANNA, C.; JANANI, J. Fractional Filter Based Internal Model Controller for Non Linear Process. **2nd International Conference on Computational Intelligence, Cyber Security & Computational Models**. v. 412, p. 565-574, 2016.
- BANU, U. S.; LAKSHMANAPRABU, S.K. Adaptive Multi-Loop Fractional Order PID Controller Tuning Using Bat Colony Optimization for Quadruple Tank Process. **International Conference on Robotics, Automation, Control and Embedded Systems**. Hindustan University, Chennai, India. 2015.
- BANU, U. S.; NASIR, A. W. Design, Analysis and Performance Evaluation of Fractional Order Proportional Integral for Three Interacting Tank Process in Frequency Domain considered as Third Order System. **9th IFAC Symposium on Control of Power and Energy Systems**. V. 48, n. 30, p. 179-184, 2015.
- BUČANOVIĆ, L. J.; LAZAREVIĆ, M. P.; BATALOV, S. N. The fractional PID controllers tuned by genetic algorithms for expansion turbine in the cryogenic air separation process. **Hemijska Industrija**. v. 68, n. 5, p. 519–528, 2014.
- CHEN, Y.; FELIU, V.; MONJE, C. A.; VINAGRE, B. M.; XUE, D. **Fractional-order Systems and Controls: Fundamentals and Applications**. London: Springer, 2010.
- EDGAR, T. F.; HIMMELBLAU, D. M.; LASDON, L. **Optimization of Chemical Processes**. 2^a ed. New York: McGraw-Hill, 2001.
- GOMES, E.M.; ARAUJO, R.R.L.; LENZI, M.K.; SILVA, F.R.G.B.; LENZI, E.K. Parametric Analysis of a Heavy Metal Sorption Isotherm Based on Fractional Calculus. **Mathematical Problems in Engineering**. Article Number: 642101, 2013.
- HUANG, H.; JENG, J.; CHIANG, C.; PAN, W. A direct method for multi-loop PI/PID controller design. **Journal of Process Control**. v. 13, n. 8, p. 769-786, 2003.
- ISFER, L.A.D. **Aplicação de Técnicas de Identificação e Controle Fracionários à Indústria Petroquímica**. 149 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Química) – Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.
- ISFER, L.A.D.; LENZI, E.K.; TEIXEIRA, G.M.; LENZI, M.K. Fractional control of an industrial furnace. **Acta Scientiarum Technology**. v. 32, p. 279-285, 2010.
- LI, Z.; CHEN, Y. Ideal, Simplified and Inverted Decoupling of Fractional Order TITO Processes. **19th World Congress The International Federation of Automatic Control**. p. 2897-2902, 2014.

LI, Z.; LIU, L.; DEGHAN, S.; CHEN, Y.; XUE, D., A review and evaluation of numerical tools for fractional calculus and fractional order controls. **International Journal of Control**. v. 90, p.1165-1181, 2017.

LUYBEN, W. L. Simple Method for Tuning SISO Controllers in Multivariable Systems. **Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development**. v. 25, n. 3, p. 654-660, 1986.

MAITI, D.; ACHARYA, A.; JANARTHANAN, R.; AMIT, K. Complete Identification of a Dynamic Fractional Order System Under Non-ideal Conditions Using Fractional Differintegral Definition. **IEEE 16th International Conference on Advanced Computing and Communications**. Chennai, India, 2008.

MORADI, M. A genetic-multivariable fractional order PID control to multi-inputmulti-output processes. **Journal of Process Control**. v. 24, p. 336-343, 2014.

NASIRPOUR, N.; BALOCHIAN, S. Optimal design of fractional-order PID controllers for multi-input multioutput (variable air volume) air-conditioning system using particle swarm optimization. **Intelligent Buildings International**. v. 2, n. 2, p. 107-119, 2016.

NGUYE, V. Q.; ARUNSAWATWONG, S. Fractional Controller Design for a Binary Distillation Column Using the Method of Inequalities. **SICE Annual Conference**. Tokyo, Japan, 2008.

PODLUBNY, I. **Fractional Differential Equations**. 1^a ed. New York: Academic Press, 1999b.

PODLUBNY, I. Fractional-Order Systems and $PIAD\mu$ Controllers. **IEEE Transactions on automatic control**. v. 44, n.1, p. 208-214, 1999a.

PRADEEPKANNAN, D.; SATHIYAMOORTHY, S. Design and modeling of fractional order PI controller for a coupled spherical tank MIMO system. **Australian Journal of Basic and Applied Sciences**. v. 9, n. 85, p. 477-485, 2015.

RICE, R. G.; DO, D. D. **Applied Mathematics and Modeling for Chemical Engineers**. 1ed. New York: Wiley & Sons, 1995.

RUSSELL, S. J.; NORVIG,P. **Artificial Intelligence: A Modern Approach**. 3^a ed. New Jersey: Prentice Hall, 2010.

SEBORG, D. E.; EDGAR, T. F.; MELLICHAMP, D.A. **Process Dynamics and Control**. New York: John Wiley & Sons, 2004.

SHAH, P.; AGASHE, S. Review of fractional PID controller. **Mechatronics**. v. 38, p. 29-41, 2016.

SILPSRIKUL, W.; ARUNSAWATWONG, S. Design of Fractional PI Controllers for a Binary Distillation Column with Disturbances Restricted in Magnitude and Slope. **8th IFAC World Congress**. Milano, Italy, P. 7702-7707, 2011.

SIVANANAITHAPERUMAL, S.; BASKAR, S. Design of multivariable fractional order PID controller using covariance matrix adaptation evolution strategy. **Archives of Control Sciences**. v. 24, n. 2, p. 235-251, 2014.

TAVAKOLI, M. K.; HAERI, M. ;TAVAZOEI, M, S.. Simple Fractional Order Model Structures and their Applications in Control System Design. **European Journal of Control**. v. 16, n. 6, p. 680-694, 2010.

VU, T. N. L.; LEE, M. Analytical design of fractional-order proportional-integral controllers for time-delay processes. **ISA Transactions**. v. 52, n. 5, p 583-591, 2013.

VU, T. N. L.; LEE, M. Smith predictor based fractional-order PI control for time-delay processes. **Korean J. Chem. Eng.** V. 31, n. 8, p. 1321-1329, 2014.

WOOD, R. K.; BERRY, M. W. Terminal composition control of a binary distillation column. **Chemical Engineering Science**. V. 28, p. 1707- 1717, 1973.